PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

ALEXIS MARTINS TEIXEIRA

O PROFESSOR, O ENSINO DE FRAÇÃO E O LIVRO DIDÁTICO: UM ESTUDO INVESTIGATIVO.

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

São Paulo
2008

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

ALEXIS MARTINS TEIXEIRA

O PROFESSOR, O ENSINO DE FRAÇÃO E O LIVRO DIDÁTICO: UM ESTUDO INVESTIGATIVO.

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de ***MESTRE PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA****, sob a orientação da* ***Professora Doutora Sandra Maria Pinto Magina, co-orientação da Professora Doutora Irene Mauricio Cazorla.***

São Paulo
2008

Banca Examinadora

____

____

____

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: ____ **Local e Data:** ______________

À minha amada esposa,
***Cristiane Teixeira**,*
companheira, incentivadora
e grande amiga.

“Confia ao Senhor as tuas obras, e os teus pensamentos serão estabelecidos”.

Provérbios 16: 3

AGRADECIMENTOS

Alegria, satisfação e gratidão são sentimentos que dominam meu coração neste momento em que chego ao final deste trabalho. Alegria de ter conseguido alcançar a vitória em mais uma etapa de minha vida, satisfação por ver o concretizar de um sonho que começou motivado pela necessidade de crescimento e aperfeiçoamento profissional e que além do conhecimento e experiência, me deu a oportunidade de conhecer pessoas valiosas que nos ajudaram e apoiaram em toda esta trajetória.

À Profa. Dra. Sandra Maria Pinto Magina, pela orientação, apoio e incentivo, e imensa alegria do convívio diário que me proporcionou momentos de rico aprendizado, meu muito obrigado!

À Profa. Dra. Irene Mauricio Cazorla, pela orientação, amizade e consideração que sempre me dedicou, pela motivação no desenvolvimento deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Ruy César Pietropaolo, pela cuidadosa análise do trabalho na fase de qualificação e pelas valiosas sugestões apresentadas que muito contribuíram para o enriquecimento de seu conteúdo e pela disponibilidade e acessibilidade à sua pessoa.

À Profa. Dra. Tânia Campos, pelas oportunidades de crescimento e pelas colaborações iniciais, sobre as quais desenvolvemos esta pesquisa.

A todos os professores do programa de estudos pós-graduados em Educação Matemática da PUC/SP, por meio de seu profissionalismo, dedicação, acessibilidade, demonstração inequívoca de conhecimentos e competência, tornaram-se exemplos de profissionais a serem seguidos.

Ao secretário Francisco Olimpio, pelas orientações sempre corretas a respeito das coisas legais do curso, além de seu profissionalismo, eficiência, e amizade.

A meus colegas que, no decorrer do curso, se tornaram amigos, pela oportunidade de ter aprendido um pouco com cada um.

Aos colegas do grupo de estudo G4, que participaram de maneira efetiva como co-orientadores, pela oportunidade das discussões e contribuições em diferentes momentos deste trabalho, meu agradecimento pelo auxilio.

À CAPES pela bolsa de estudo e à Secretaria da Educação do Estado da Bahia, pela licença concedida, dando-me tranqüilidade para conclusão do curso.

Às professoras Maria Alice de Carvalho Luz (Colégio Estadual General Osório) e Janete Borges (CISO), pelo apoio incondicional e confiança que muito me ajudaram na concretização deste sonho.

Aos professores Jonas Nascimento e Tânia Donizete, da secretária da Educação do Estado da Bahia, pela preciosa ajuda, na efetivação da minha licença, sem a qual não poderia dá seqüência aos meus estudos.

Às professoras das escolas públicas e particulares da cidade de Itabuna que participaram desta pesquisa, em especial, minha cunhada, Profa. Tânia Figueiredo, que foi a responsável por facilitar o acesso à boa parte desses professores que colaboraram na realização deste trabalho.

Aos meus queridos irmãos em Cristo, da cidade de São Paulo, que nos acolheram, em especial, aos irmãos Mário, Lázaro e Mirian Barbosa, pela demonstração de carinho e amizade que, muito nos abençoou.

À Primeira Igreja Batista de Itabuna, pelas orações e que, por mais de vinte anos vem me ajudando na construção de um caráter cristão autêntico e a firmar-me em valores eternos e verdadeiros, os quais nos têm norteado.

A meus queridos pais, José Sebastião e Isabel, pela educação, amor, orações, incentivo, dedicação e apoio que sempre me dedicaram. Pai e mãe, meu muito obrigado!

Agradeço, também, a meus sogros, Gileno e Rutinalva pela acolhida, orações, torcida, e amor, fazendo-me sentir como um verdadeiro filho.

À minha querida e amada esposa, pela dedicação constante, pelo companheirismo, pelo calor de seu amor que me deu força e coragem. Por sonhar comigo, abdicando até mesmo de próprios sonhos. Meu, muitíssimo obrigado Cristiane.

Por fim, e mais importante, a minha gratidão ao meu Senhor Jesus Cristo, pois sem Ele nada do que aconteceu teria acontecido. A Ele, a honra, glória e louvor por todas as coisas que me proporcionou. Senhor, sou-lhe muito grato.

O Autor

RESUMO

O presente trabalho teve por objetivo traçar um diagnóstico das competências e concepções de professores do 2º Ciclo do Ensino Fundamental da cidade de Itabuna-Bahia, a respeito do conceito de fração. Para isso o estudo propôs-se a responder à seguinte questão de pesquisa: **"Quais as concepções e competências apresentadas por professores que atuam no 2º ciclo do Ensino Fundamental, sobre o conceito de fração e seu ensino?"** Para responder a esta questão, primeiro construir-se uma sustentação teórica baseada nas idéias de Vergnaud, Kieren, Nunes e Ponte. Em seguida, foi elaborado um instrumento investigativo composto de 33 questões subdivididas em três partes, distribuídas em dois cadernos. A primeira parte voltou-se ao perfil do professor (dez questões). A Parte 2 para a concepção (18 questões). Por fim a Parte 3 investigou a competência, com base na resolução de cinco problemas, cada um envolvendo um dos significados da fração apresentados por Nunes. Esse instrumento foi aplicado a 52 professores distribuídos em 15 escolas do município. Com relação ao perfil dos professores, a análise dos resultados mostrou, que 86,6% têm entre seis e 25 anos de carreira. São professores que apresentam suas concepções com forte tendência a valorizar a fração com o significado operador multiplicativo e parte-todo. Quanto à competência, constatou-se que esta aparece fortemente ligada ao significado parte-todo, seguido dos significados, medida e quociente. Mas, no geral, os professores apresentaram desempenho baixo na resolução dos problemas de fração, o que levou a concluir ser necessário ampliar o conhecimento matemático desses docentes, bem como realizar trabalhos que ajudem a expandir suas concepções a respeito do conceito de fração e de seu ensino.

Palavras-chave: significados da fração; concepção e competência; formação de professores; Ensino Fundamental.

ABSTRACT

The present master thesis aims to diagnostic the conception and competence of teachers' concept of fraction. Theses teachers work in primary school and they are from Itabuna-Bahia. The study intends to answer the following question: What are the conceptions and competencies of primary school teachers about fraction and how do they think of the way to teach it? Having in mind both objective and research questions, we built a theoretical framework based on Vergnaud, Kieran and Nunes, Ponte's ideas. Afterwards, we elaborated an investigative instrument composed by 33 questions, divided into three parts and distributed in two volumes. The first part was concerned to draw the teachers' profile (ten questions). The part 2 was concerned to identify teachers' conceptions of fraction (18 questions). Finally, part 3 was to investigated teachers' competence to solve problems (5) involving fraction, taking into account the five signifies presented by Nunes. The investigative instrument was applied in 52 teachers who come from 15 different shools. With regards to teachers' profiles, the analysis showed that 86,6% out of them have between 6 and 25 career's years. All of them presented strong conception of fraction as both part-whole and multiplicative operator. As regarding to teachers' competences, we found that the fraction as part-whole signify was the one which present best results, followed by measure and, thus, quotient. In general, teacher presented low performances in solving fraction's problems, which allow us to conclude that it is need to enlarge the mathematical knowledge of these teachers, as well as to realize in-service training which helps teachers to expand their conceptions of fraction and its teaching.

Keywords: Fraction' signifies, conception and competence, teachers' formation, basic school.

SUMÁRIO

CAPÍTULO I

APRESENTAÇÃO

Nossa experiência docente e as inquietações sobre o ensinar e aprender o conceito de frações instigou o desejo de aperfeiçoar e expandir nossos conhecimentos, a fim de exercer o ofício da docência para contribuir a uma formação mais sólida de nossos alunos.

Assim, fomos buscando teóricos que nos auxiliassem no trabalho que culminou no anseio de investigar essa problemática. O cenário contribuiu para nosso ingresso no Programa de Estudos Pós–graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Como aluno do Curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática PUC-SP, integrei-me ao grupo de pesquisa "Conceitos Matemáticos: formação e evolução", em especial, no projeto iniciado sob a orientação das professoras Doutoras Sandra Maria Pinto Magina e Tânia Campos, denominado Projeto Fração, que contempla duas perspectivas de pesquisa: a do ensino e a da aprendizagem das frações, sendo este nosso objeto matemático sobre o qual refletiremos a respeito da formação do professor que ensina Matemática para alunos que estão no 2º ciclo do Ensino Fundamental.

1.1 Introdução

A fração[1] encontra-se bastante ligada ao dia-a-dia das pessoas, sendo comum ouvirmos, lermos ou presenciarmos situações em que ela aparece em expressões, tais como: "por uma fração de segundos" alguém perdeu o ônibus ou

1 No desenvolvimento deste estudo, referir-nos-emos à representação fracionária dos números racionais, simplesmente, como fração.

o piloto favorito de Fórmula1 deixou de ganhar um grande prêmio. Outras expressões, como: meia colher de sopa de azeite, três quartos de xícara de farinha de trigo, um quarto de tablete de caldo, meio copo de leite são medidas muito comuns no cotidiano das donas de casa e cozinheiros.

Além dessas expressões, a fração é instrumento no exercício profissional de mestres-de-obras, encanadores, eletricistas, entre outros, que as utilizam com freqüência em seu trabalho, por meio de ferramentas e acessórios, tais como: broca de 3/8 para furar a parede; uma barra de ferro de meia (polegada) para levantar uma coluna, tubos de ¾, redução de um tubo de ½ para ¾.

Assim, pessoas de vários níveis de escolaridade e diversas áreas fazem uso da fração em seu cotidiano. Mas essa fração está longe de ser compreendida, como a representação do número fracionário, como uma quantidade precisa ou como fazendo parte de um campo numérico.

Na verdade, no caso da expressão "por uma fração de segundos", está ligada a uma expressão idiomática, que quer dizer por um "triz". No segundo caso, quando uma dona de casa lê em uma receita, ¾ de xícara de farinha de trigo, ela interpreta essa quantidade como uma xícara quase cheia. Assim, embora o sentido de ¾ de xícara seja de medida, para a dona de casa esta pode ser pouco precisa, não numeralizada, indicando apenas o tanto aproximado de farinha na xícara.

No caso do encanador, a fração, está ligada a um "rótulo", necessariamente, não existe uma compreensão da fração, apenas a memorização de uma fração relacionada a cano, de uma abertura tal qual.

Embora a fração apareça e seja importante no dia-a-dia das pessoas, seu conceito está longe de ter sido apropriado por elas.

Se nos voltarmos à escola, local onde a fração é formalmente ensinada, também, notamos sua importância, já que faz parte de um corpo numérico, com uma importância grande para a questão algébrica, além de ser um conceito que vai ajudar o aluno a se apropriar da álgebra e operar matematicamente o raciocínio. Mas as inúmeras avaliações têm mostrado que as crianças não se apropriam dela.

A fração, também, é um mérito para a Matemática, sendo um dos conceitos que contribui para a construção de seu corpo de conhecimento. Por exemplo, seria difícil trabalhar com a álgebra sem saber frações.

Ao reforçar a idéia da importância do estudo das frações Behr et al. (1983), ressaltam que se trata de uma das mais necessárias idéias matemáticas desenvolvidas no contexto escolar e que, por ocorrer, em grande parte no período da transição do pensamento concreto para o pensamento operacional formal, constituem um contexto ideal para se pesquisar os processos de aquisição do conceito matemático. Para os autores citados, o conceito de fração é uma das idéias matemáticas mais complexas e necessárias na formação do aluno e seu ensino aprendizagem envolve três aspectos, o prático, o matemático e o psicológico. Do ponto de vista do aspecto **prático**, o estudo do conceito de fração aperfeiçoa a habilidade de dividir, o que permite entender e manipular melhor os problemas do mundo real. Assim, as frações surgem com freqüência em diversas situações relacionadas à expressão de medida e quantidade. O fato evidencia a necessidade da extensão do conjunto dos números naturais.

O segundo, refere-se a uma perspectiva **psicológica,** quando o estudo da fração oferece um rico campo, dentro do qual as crianças podem desenvolver e expandir suas estruturas mentais necessárias ao desenvolvimento intelectual.

O terceiro, diz respeito à perspectiva da **Matemática**, pois a compreensão das frações fornecerá a base sobre a qual a criança, mais tarde, fundamentará idéias matemáticas mais complexas, como às operações algébricas elementares que serão desenvolvidas ao longo de seu ensino.

Diante das idéias expostas por Behr et al. (1983), reconhecemos a importância de se estudar fração, e que esse conceito seja devidamente ensinado, para que não haja prejuízo no desenvolvimento acadêmico das crianças. Para tanto, cremos que o professor, “facilitador indispensável no processo ensino-aprendizagem”, segundo Magina (1998, p. 45), poderá ajudar na apropriação desse conceito por parte dos alunos.

Seguindo na mesma linha de Behr, encontramos autores de reconhecimento internacional, como é caso de Kieren (1993), com uma preocupação com a complexidade do conceito de fração o que, conseqüentemente, dificulta sua compreensão pelos alunos da escola. Kieren (1988) considera que o conceito de fração pode ser construído com base em quatro subconstrutos: quociente, operadores, medidas e razão.

Mais tarde, Nunes et al. (2003), refletindo sobre os resultados de seus estudos, propõem que o conceito de fração seja trabalhado na escola pautado em cinco significados[2], a saber: parte-todo, quociente, operador multiplicativo, medida e número. No presente estudo, trataremos a fração segundo a ótica de Nunes e, portanto, utilizaremos os cinco significados por ela proposto.

A seguir, faremos uma breve discussão a respeito da fração, lançando um olhar sobre a escola e as avaliações de larga escala, discutindo o desempenho de seus alunos.

1.2 A Fração em um breve olhar da escola

No Brasil, o conceito de fração, formalmente, é apresentado à criança a partir do segundo ciclo do Ensino Fundamental (entre as 3ª e 4ª séries) estendendo-se, pelo menos, até final do terceiro ciclo (5ª e 6ª séries).

No entanto, em nossa trajetória profissional de quinze anos, como professor de Matemática do Ensino Fundamental e Médio, em escolas das redes pública e particular, temos observado que os alunos de todos os níveis de escolaridade apresentam dificuldades para resolver problemas que envolvam números racionais em suas representações fracionária e decimal.

Nesse sentido, de um lado, existem estudos sobre o processo ensino-aprendizagem do conceito de fração que revelam ser este apresentado de forma descontextualizada, o que pode dificultar a associação desse conhecimento pela criança com seu cotidiano. Para Kieren (1994) a idéia de número racional deve

[2] Estes significados serão detalhadamente apresentados e discutidos no capítulo seguinte.

ser vista primeiro como um conhecimento humano e só, posteriormente como uma construção lógica formal.

Por outro lado, os resultados das avaliações de larga escala, como as do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), que faz uma avaliação por amostragem do sistema Educacional Brasileiro e a do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) dentre outras, mostram que os alunos apresentam dificuldades em sua compreensão.

1.3 O desempenho dos alunos em problemas que envolvem frações nas avaliações de larga escala.

Antes de apresentar e discutir algumas das questões de cada uma das avaliações, faremos uma breve apresentação de seus objetivos e como as coletas de dados são realizadas.

1.3.1 Objetivos das avaliações

O Sistema Nacional de Avaliação da Educação (SAEB) é uma ação do governo brasileiro desenvolvida pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP em sua Diretoria de Avaliação da Educação Básica – DAEB. Foi criado, em 1988, e aplicado a cada dois anos desde 1990 e avalia o desempenho dos alunos brasileiros das 4ª e das 8ª séries do Ensino Fundamental e da 3ª série do ensino Médio. Na disciplina de Matemática, o foco está na resolução de problemas. A partir de seus resultados, o SAEB tem por objetivo oferecer subsídios para formulação, reformulação e monitoramento de políticas públicas, contribuindo, dessa maneira, para ampliação da qualidade do ensino brasileiro. Como a população de alunos matriculados nas escolas brasileiras é muito extensa e diversificada, o SAEB é aplicado a uma amostra representativa desse universo, constituída pelas escolas cadastradas no Censo Escolar separadas em várias subpopulações.

Os testes do SAEB são elaborados com base nas Matrizes de Referência, (trata-se de um documento em que estão descritas as orientações para elaboração dos itens dos testes do SAEB), validados nacionalmente. Estas matrizes reúnem o conteúdo a ser avaliado em cada disciplina e série, informando as competências e habilidades esperadas dos alunos (em seus diversos níveis de complexidade).

É importante ressaltar que o SAEB não tem como objetivo avaliar escolas, mas o sistema educacional como um todo.

Outra importante avaliação, criada na década de 1990, é o Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) que vem avaliando, sistematicamente, o sistema de ensino paulista, verificando o rendimento escolar dos alunos de diferentes séries e períodos buscando, também, identificar os fatores que interferem nesse rendimento.

O principal propósito do SARESP é obter indicadores educacionais que subsidiem a elaboração de propostas de intervenção técnico-pedagógica no sistema de ensino, visando a melhorar sua qualidade e a corrigir eventuais distorções detectadas.

Ao contrário do SAEB, cuja participação é voluntária, e os dados são coletados por amostra, no SARESP, a participação é compulsória para todas as escolas estaduais administradas pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEE/SP), e os dados são coletados censitariamente. A participação das demais redes de ensino (municipal e particular) ocorre por adesão

O SARESP procura avaliar as habilidades cognitivas adquiridas pelos alunos ao longo de todas as séries do Ensino Fundamental e Médio, em Leitura e Escrita e na área de Matemática. A seleção e a definição dessas habilidades estão fundamentadas nas Propostas Curriculares da Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas - CENP/SEE, nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN e no que de fato ocorre no sistema de ensino paulista.

Seus resultados são importantes instrumentos de monitoramento do ensino paulista, já que orientam políticas públicas no campo da Educação no Estado de São Paulo. Por se tratar do estado de maior arrecadação tributária da União, é razoável supor que sua educação pública seja de melhor qualidade no Brasil, já que estamos falando do estado mais rico da federação. Assim interessa observar essas avaliações, pois poderão nos fornecer um parâmetro importante ao desenvolvimento do presente trabalho e no que se refere à pesquisa, ajudar a fundamentar sua importância.

A seguir, passaremos a discutir algumas questões de frações destacadas nas provas do SAEB (2001) e do SARESP (2005).

1.3.2 Discussão dos resultados de algumas questões do SAEB e SARESP

Os resultados da avaliação do SAEB sinalizam os alunos que ainda não dominam, de maneira satisfatória, o conceito de fração. De fato, apenas 35% dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental, que participaram da avaliação, tiveram sucesso à seguinte questão: (BRASIL, 2001).

PARA FAZER UMA HORTA, MARCELO DIVIDIU UM TERRENO EM 7 PARTES IGUAIS. EM CADA UMA DAS PARTES, ELE PLANTARÁ UM TIPO DE SEMENTE. QUE FRAÇÃO REPRESENTARÁ CADA UMA DAS PARTES DESSA HORTA?

Figura 1.1: Questão apresentada no descritor 24, nível 5, do SAEB (2001), para alunos de 4ª série

A questão acima refere-se à fração com o significado parte-todo, que costuma ser o mais trabalhado em sala de aula e o mais presente nos livros didáticos. Apesar disso, os resultados refletem a falta de conhecimento dos alunos na resolução de situações-problema como a analisada.

Os dados mais recentes são resultados do SARESP (2005) a que tivemos dificuldades de acesso, pois não se encontram disponíveis para domínio público.

Observamos todas as questões que envolveram frações apresentadas no SARESP (2005) que aparecem nas provas das 4ª e 5ª séries do Ensino Fundamental. Embora nosso foco de pesquisa esteja no 2º ciclo do Ensino Fundamental, a observação do desempenho dos alunos da 5ª série, na avaliação do SARESP (2005) ajudará nossa justificação, por se tratar de alunos a quem já foi apresentado o conceito de fração. Portanto, supõe-se que já devam ter o domínio do assunto.

Cada uma das questões será apresentada, além de seus respectivos percentuais de acertos, bem como as habilidades que se pretendia avaliar. Observamos que os resultados foram mostrados por porcentagens de acertos dos alunos, em cada questão, por série e turno.

Iniciamos a discussão sobre a prova da 4ª série, em que havia três questões envolvendo frações, (Nº. 09, Nº.10 e Nº.11). Na Figura 1.2, que apresenta a questão de número nove, o índice de acertos foi muito baixo, tanto no matutino (28,4%), como no vespertino (10,8%).

09. A fração $\frac{1}{4}$ *corresponde ao número:*
(A) 0,25 (B) 0,4 (C) 1,4 (D) 2,5

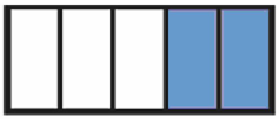
Figura 1.2: Questão 09 apresentada na prova da 4ª série/ EF SARESP (2005)

Nessa questão, os avaliadores pretendiam observar se os alunos tinham habilidade para relacionar as representações fracionárias e decimais de um mesmo número racional.

Em vista dos baixos índices de acertos, inferimos que os alunos não possuem tal habilidade, ou por não terem estudado números racionais e suas diversas formas de representação ou por não conseguirem realizar a transformação da fração para a representação decimal. Outra possível causa para o baixo desempenho dos alunos nessa questão pode ser que ele não entenda, o que é dividir 1 por 4.

A Figura 1.3 apresenta a questão 10, notamos que os alunos do matutino mantiveram praticamente o mesmo percentual de acertos (28%), em relação à questão 09, já os alunos do vespertino quase quadruplicaram seu índice de acertos (39,6%). Ainda podemos considerar baixos tais índices, visto que os alunos utilizam a fração em situações que envolvem a relação parte-todo com freqüência na sala de aula, e este significado é abordado nos livros didáticos.

10. Fábio comprou um terreno que tem a forma ao lado. A região pintada no desenho representa a parte do terreno que será usada para construir a casa. A fração do terreno que será ocupada pela casa é:



(A) $\frac{5}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{2}{5}$

Figura 1.3: Questão 10 apresentada na prova da 4ª série/ EF SARESP (2005)

Para os alunos da 4ª série, o melhor desempenho deu-se na 11ª questão, apresentada na Figura 1.4.

11. Juliana dividirá duas barras de chocolate igualmente entre seus três filhos. A fração da barra de chocolate que cada filho receberá é:

(A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{3}$

Figura 1.4: Questão 11 apresentada na prova da 4ª série/ EF SARESP (2005)

Os alunos do matutino obtiveram um índice de acerto de 59,5%, e os do vespertino, um índice menor de acertos (45%). A habilidade dos alunos foi observada em situações em que a fração aparece com o significado quociente.

Os resultados da 5ª série serão discutidos e percebemos que foram colocadas três questões, envolvendo fração (Nº. 05, Nº. 06 e Nº.07).

A Figura 1.5 apresenta a questão de número 05 com a fração envolvida em uma situação quanto a seu significado número, pois foi pedido que os alunos localizassem a fração na reta numérica.

05. Localizando o número 3/2 na reta numérica, representada pela figura, ele vai estar no intervalo entre os números:

(A) 3 e 4 (B) 2 e 3 (C) 1 e 2 (D) 0 e 1

Figura 1.5: Questão 05 apresentada na prova da 5ª série/ EF SARESP (2005)

Embora a metade dos alunos da manhã tenha obtido um índice de acertos (50,7%), os da tarde (13%) e da noite (23,1%) não mostraram sucesso na resolução desse tipo de questão. Notamos que os alunos não percebem a fração, como um número e como tal é possível ser representado na reta numérica, assim como os números naturais. Talvez estes resultados devam-se ao fato de que esse tipo de questão é pouco explorado em sala de aula e nos livros didáticos.

A questão de número 06, apresentada na Figura 1.6, pretende observar se os alunos conseguem estabelecer relações entre as representações fracionárias e decimais de um mesmo número racional, ou seja, se o aluno é capaz de reconhecer que um número escrito na forma decimal poderá ser representado por uma fração e que ambos têm o mesmo valor ou quantidade.

06. A representação fracionária do número 0,25 é:

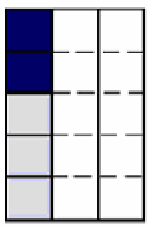
(A) 1/2 (B) 1/3 (C) 1/4 (D) 1/5

Figura 1.6: Questão 06 apresentada na prova da 5ª série/ EF, SARESP (2005)

Os alunos da 5ª série obtiveram baixos índices de acertos, os do matutino alcançaram apenas 7,3%, os do vespertino 19,2% e do noturno 30,8%.

Na questão de número 07, representada na Figura 1.7, a situação envolveu fração como parte-todo, podendo ser resolvida pelo aluno, usando uma simples estratégia de dupla contagem, a presença do ícone constituiu-se em um elemento facilitador, (portanto, consideramos que a questão fosse de fácil resolução).

07. Uma plantação foi feita de modo a ocupar 2/5 da terça parte da área de um sítio, como mostra a figura. Em relação à área total do sítio, a fração que representa a área ocupada por essa plantação é:



(A) 2/15 (B) 2/3 (C) 3/2 (D) 3/15

Figura 1.7: Questão 07 apresentada na prova da 5ª série/ EF, SARESP (2005).

Entretanto, os resultados mostraram que os alunos tiveram dificuldade para resolvê-la. Dos alunos da manhã apenas, 23% responderam de forma correta, (31,7%) da tarde e (32,2%) da noite apresentaram resultados semelhantes, mas também insatisfatórios, o que reflete a falta de domínio desse conteúdo.

Assim, tanto nas 4ª como nas 5ª séries do Ensino Fundamental, os alunos apresentam dificuldades para resolver problemas que envolvam frações e estas existem tanto em nível nacional (SAEB) como estadual (SARESP).

Os resultados das avaliações com o baixo desempenho dos alunos na resolução de problemas, envolvendo fração, talvez, estejam relacionados às concepções e competências que os professores têm sobre o conceito de fração e como estes desenvolvem esse conceito em sala de aula.

Os termos "concepção" e "competência" serão abordados com mais detalhes no Capítulo IV. No entanto, para efeito de compreensão neste capítulo, destacamos que estes sejam empregados em nosso estudo, baseados nas idéias de Vergnaud (1987) e de Ponte (1992).

Conforme Ponte (1992), as concepções têm uma natureza essencialmente cognitiva, sendo mantidas pelas convicções que são consensuais e têm procedimentos para valorizar sua validade. Na visão de Vergnaud (1987), as concepções, na maioria das vezes, são traçadas nas expressões simbólicas – explícitas – por meio de problemas práticos e teóricos.

Para Vergnaud (1987), as competências são traçadas pela ação do sujeito, são conhecimentos e conceitos implícitos, analisados como combinação de esquemas[3].

1.4 Objetivo e questão de pesquisa

O objetivo do presente estudo é traçar um diagnóstico das competências e concepções apresentadas por professores do 2º Ciclo do Ensino Fundamental da cidade de Itabuna-Bahia a respeito do conceito de fração.

[3] O termo esquema foi utilizado por Piaget para dar conta das formas de organização, tanto das habilidades sensório-motoras como habilidades intelectuais.

Como objetivo secundário, buscaremos identificar algumas relações entre livro didático, competências e as concepções desses professores.

Para realização do estudo proposto, apoiar-nos-emos na classificação teórica de Nunes et al. (2003), que apresentam a fração sob a ótica de cinco significados (parte-todo, quociente, medida, número e operador multiplicativo). É necessário destacar que consideraremos duas variáveis: de quantidade (contínua e discreta) e a representação (icônica e não-icônica), além dos invariantes do conceito (ordem e equivalência).

Com este estudo, pretendemos responder à seguinte questão de pesquisa:

> **Quais as concepções e competências apresentadas por professores polivalentes que atuam no 2º ciclo do Ensino Fundamental, sobre o conceito de fração e seu ensino?**

Nossa intenção é responder tal indagação com base na análise de um instrumento respondido pelos professores, que foi dividido em duas partes, que denominamos de **Caderno A** e **Caderno B**. O Caderno A traça o perfil do professor e identifica suas concepções. Assim, está dividido em três partes: a primeira, é composta de dez questões que visam a traçar o perfil do professor; a segunda, encerra oito questões que têm por objetivo investigar como o professor escolhe o livro didático com o qual pretende trabalhar. E a terceira, possui dez questões que procuram levantar as impressões dos professores sobre o ensino de frações.

Já o Caderno B, é constituído de cinco questões, que têm por objetivo avaliar a competência dos professores na resolução de problemas envolvendo frações e os cinco significados apontados por Nunes et al. (2003).

Para alcançarmos nosso objetivo, levaremos em conta os cinco significados da fração apresentados por Nunes et al. (2003), além de duas variáveis: as quantidades (contínuas e discretas) e as representações (icônicas e não-icônicas), ou seja, as imagens usadas na representação de situações, como por exemplo, a imagem de uma barra de chocolate para apresentar o todo e as imagens de supostos pedaços da barra para representarem uma fração.

Pretendemos, também, observar nos livros didáticos, utilizados pelos professores, se os cinco significados de frações, são abordados e se há ou não a presença de ícones; quais variáveis (contínuas ou discretas) aparecem e se ainda os invariantes (equivalência e ordem) são trabalhados. Observar se a forma como o assunto é introduzido, garante ao aluno sua compreensão, em relação à coerência e à articulação da parte teórica, exemplos e exercícios propostos.

Um dos fatores que podemos considerar como responsáveis por parte desse fracasso, possivelmente, esteja relacionado com o fato dos livros didáticos não conseguirem levar em consideração os resultados recentes de pesquisas em Educação Matemática, tais como: as pesquisas de Kieren, um dos primeiros pesquisadores a chamar a atenção da comunidade científica para a complexidade do conceito de fração, em artigo de 1976, suas idéias serão apresentadas no Capítulo III.

A seguir, faremos a descrição dos capítulos que seqüenciarão nosso estudo.

1.5 Descrição dos capítulos subseqüentes

No presente capítulo, apresentamos os fatores que nos motivaram a investigar o tema fração com os professores das séries iniciais, em especial, aqueles que atuam no 2º ciclo do Ensino Fundamental.

No capítulo II, apresentaremos um breve relato da história das frações, até o momento de sua formalização matemática, baseado nos estudo de Caraça. Enfatizamos que não é nossa intenção apresentar uma tomada histórica sobre a fração. Apenas, situar nosso objeto de estudo no tempo e oferecer ao leitor informações sobre o espaço da fração dentro da Matemática. Mas insistimos, o capítulo estará longe de varrer historicamente os caminhos da fração.

Outro aspecto a ser observado, será a fração na perspectiva da Escola, a partir da análise de três coleções de livros didáticos de Matemática, que foram listadas entre os mais indicados pelos professores para serem adotados e que estes consideraram como sendo o melhor livro para se trabalhar.

No capítulo III, após termos apresentado o surgimento e desenvolvimento da fração na história, julgamos importante fazer uma discussão sobre a formação do conceito de fração, mostrando para tanto as idéias de Kieren (1976); Vergnaud (1990) e Nunes et al. (2003).

No capítulo IV discutiremos a formação do professor, elegemos as idéias de Shulmam (1992); Ponte (1995); Nóvoa (2001), Moreira e David (2004). Abordaremos, ainda, pontos relevantes da legislação sobre a profissão docente e a formação do professor, os termos concepção e competência e o saber matemático.

No capítulo V, faremos uma revisão da literatura, quando apresentaremos alguns estudos sobre fração, tanto os referentes a seu ensino como à sua aprendizagem, além de também apresentarmos uma pesquisa que mostra como professores escolhem livros didáticos.

No que tange ao capítulo VI, apresentaremos a metodologia utilizada na pesquisa, desde a opção teórico-metodológica, até o desenho do experimento realizado. Tratou-se de um estudo descritivo, cujos dados foram coletados com a aplicação de um instrumento diagnóstico.

O capítulo VII será dedicado à análise dos resultados obtidos com base nas respostas dos sujeitos envolvidos na pesquisa, em nosso instrumento diagnóstico.

No capítulo VIII, apresentaremos nossas conclusões do estudo fundamentadas, sobretudo nas análises feitas no capitulo anterior.

Nesse capítulo, ainda retomaremos nossa questão de pesquisa e apresentaremos possíveis sugestões para futuros estudos. Por fim, destacaremos as referências bibliográficas em que nos apoiamos que colaboraram na elaboração e desenvolvimento do presente estudo.

CAPÍTULO II

A FRAÇÃO: NA MATEMÁTICA - SUA TRAJETÓRIA ATÉ TORNAR-SE UM CAMPO NUMÉRICO - E NA PERSPECTIVA DA ESCOLA

Este capítulo será dividido em duas partes: a primeira, trata-se da fração na ciência, quando faremos de forma breve uma revisão da trajetória da fração chegando até nossos dias e seu surgimento como campo numérico.

A segunda parte, refere-se à fração na escola. Nesta seção, analisaremos os volumes da 3ª e 4ª séries do Ensino Fundamental de três coleções de livros didáticos de Matemática, que tinham sido listados como os mais adotados pelos professores que participaram da pesquisa.

2.1 A fração na Matemática

Nesta seção, pretendemos fazer um breve relato histórico sobre a fração, seu surgimento em diversas culturas e sua definição formal e propriedades, como é conhecida nos dias de hoje, temos, portanto, o interesse de localizar o leitor no contexto da fração.

2.1.1 Um breve relato da história

A noção de números está presente, desde os primeiros momentos na odisséia humana nas mais variadas de suas atividades. A idéia de número é anterior à fala, mas essa noção de número, certamente, teve um incremento com o desenvolvimento da linguagem, que a princípio alguns termos numéricos simples foram elaborados, distinguindo quantidades como um, dois e muitos.

A noção de número surge de maneira intuitiva com a relação biunívoca de pequenos conjuntos presentes no cotidiano do homem primitivo, foi a técnica de fazer corresponder cada elemento de um conjunto com elementos de outro. Segundo Caraça (1998) *“esta operação de fazer corresponder" (...) é, sem dúvida, uma das idéias basilares da Matemática”.*

Para Garbi (1997), o homem precisou aprimorar a noção de número após a Revolução da Agricultura, que fez o homem primitivo fixar-se na terra, aumentar sua população, intensificar suas relações comerciais, construir cidades. Os governos foram instituídos e, por conseqüência, vieram os impostos. Mesmo antes da Revolução Agrícola já existia uma expressiva movimentação comercial entre os povos primitivos, o que exigiria uma Matemática estabelecida para tanto.

A Mesopotâmia é considerada pelos historiadores o berço da civilização, por volta de 9000 a.C já havia ali pequenas cidades. Os povos que habitaram essa região, foram responsáveis por grandes avanços tecnológicos, como o uso da roda na indústria de cerâmica, a tecelagem (6000 a.C), técnicas de irrigação (5000 a.C), a instituição de um calendário por um povo pré-Sumério (3500 a.C), o descobrimento do bronze e o aparecimento das primeiras carroças com rodas.

A escrita surgiu por volta de 3500 a.C, quando os sumérios desenvolveram um sistema de símbolos, dando origem a uma forma de escrita. Os símbolos eram talhados em forma de cunha em placas de argila, material abundante naquela região, processo que ajudou na conservação. Alguns séculos mais tarde os egípcios criaram seu sistema próprio de escrita, os hieróglifos. Com a invenção da escrita por parte dos sumérios e dos egípcios, a História passou a ser registrada em documentos.

A necessidade do homem registrar sua produção, estoques, resultados de suas transações comerciais, numerar seus rebanhos, contar seus exércitos, dividir o tempo, estava presente na gênese da escrita. Garbi (1997) cita que alguns especialistas acreditam que a escrita foi criada primordialmente para tornar possíveis os registros numéricos, só mais tarde passando a ser utilizada para relatos históricos dos povos e de seus soberanos. Sem dúvida a invenção da escrita fez com que a Matemática tivesse um grande impulso.

A necessidade de resolver problemas que apareciam e aparecem no dia-a-dia do ser humano é, sem dúvida, uma grande mola mestra que move o gênio criativo do homem em toda a História.

Vários pesquisadores da história da Matemática, a exemplo de Boyer (1974) e Caraça (1998), entre outros, afirmam que o surgimento da Matemática deve-se ao fato de problemas oriundos da vida diária, ou seja, salvo sua evolução e seu formalismo, a Matemática emerge de uma apreensão sensível do real, isto é, de uma tentativa de construir modelos matemáticos para resolver problemas reais.

O mesmo ocorreu com as frações, que são os “entes” matemáticos, foco de nossa pesquisa, seu surgimento veio dos problemas do cotidiano dos povos antigos, segundo Caraça (1998) “medir e contar são as operações cuja realização a vida de todos os dias exige com maior freqüência”.

Os homens da Idade da Pedra não usavam frações, mas com o advento de culturas mais avançadas durante a Idade do Bronze parece ter surgido a necessidade do conceito de fração e de notação para frações (BOYER, 1974).

Desde meados do século XIX, muitos arqueólogos vêm trabalhando de forma sistemática na região que, antigamente, era conhecida como Mesopotâmia, de onde já foram desenterrados mais de meio milhão de placas de argilas, das quais, aproximadamente, 400 foram identificadas como escritos matemáticos, constituídas de listas de problemas matemáticos.

A descoberta dessas placas revelou de forma surpreendente o grau de desenvolvimento da Matemática entre os povos babilônicos. Por volta do ano 2000 a.C, a Aritmética desses povos já havia evoluído para uma álgebra retórica bem desenvolvida, que lhes permitia a resolução de equações quadráticas.

Uma das placas babilônicas, já analisadas, foi a conhecida como Plimpton 322, pertencente à coleção G.A. Plimpton da Universidade de Colúmbia, escrita, por volta de 1900 a.C. e 1600 a.C, transcritas por Neugenbauer e Sachs em 1945. Mostra, também, o uso de frações pelos povos babilônicos, em aproximações para algumas raízes quadradas de números não-quadrados perfeitos, tais como

17/12 para $\sqrt{2}$ e 17/24 para 1/$\sqrt{2}$, é provável que esses povos usassem a fórmula de aproximação $(a+b)^{1/2} \approx a+b/2a$.

Em outra placa, também, do mesmo período da Plimpton, a 7289 de Yale, mostra-nos uma notável aproximação para raiz quadrada de dois ($\sqrt{2}$), sendo $\sqrt{2} \approx (1+24/60+51/60^2+10/60^3 \approx 1{,}4142155$.

A descoberta de dois importantíssimos documentos egípcios mostrou que por meio de problemas neles contidos, esse povo já realizava cálculos, utilizando frações.

O primeiro documento é chamado de Papiro de Ahmes (ou Rhind), foi descoberto, em 1858, pelo egiptólogo escocês A. Henry Rhind, escrito pelo escriba Ahmes por volta de 1650 a.C, o documento reúne 85 problemas.

Um dos problemas apresentado no papiro e resolvido por Ahmes: *Uma quantidade, somada a seus dois terços, mais sua metade e mais sua sétima parte perfaz 33. Qual é ela?"* Exemplifica o uso de frações pelos egípcios.

O segundo e, também, importante documento egípcio é o conhecido Papiro de Moscou, escrito por volta de 1850 a.C, nele são apresentados 25 problemas de Aritmética e Geometria.

A fração está presente de forma implícita em uma das questões de Geometria que trata do cálculo do volume de uma pirâmide, pois a resolução do problema exigiria antes de qualquer coisa, saber que o volume da pirâmide é um terço do produto da área da base pela altura, embora a resposta esteja certa, não se sabe, com certeza, como os egípcios chegaram ao resultado para esta questão.

Os egípcios faziam uso das frações em sua forma reduzida à soma das chamadas "Frações Unitárias", ou seja, frações de numerador um. Com exceção da fração 2/3, para qual era atribuída um papel especial nos processos aritméticos, quando se queria achar um terço de um número, primeiro calculavam-se os dois terços e depois se tomava a metade destes. Para indicar o recíproco de qualquer número inteiro, colocava-se um sinal elíptico (oval) sobre a notação de tal número. Para a fração 1/8, por exemplo, recíproco de oito, era representado da seguinte forma  e para a fração 1/20 a representação seria .

Na prática, os egípcios faziam as reduções graças ao emprego de tábuas que mostravam a representação desejada para frações de tipo 2/n Os problemas contidos no Papiro de Rhind aparecem precedidos de uma tabela que mostra todas as equivalências de todos os números ímpares de cinco até 101.

No Papiro de Rhind, observou-se que, para resolver um problema, no qual se pede para calcular dois terços de um quinto, os egípcios seguiam algumas regras que parecem ser gerais, o qual descreveremos abaixo.

> Para a decomposição de $\frac{2}{5}$, o processo de dividir ao meio é inadequado; mas começando com um terço de $\frac{1}{5}$ encontra-se a decomposição dada por Ahmes, $\frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}$. No caso de $\frac{2}{7}$, aplica-se duas vezes a divisão por dois a $\frac{1}{7}$ para obter o resultado $\frac{2}{7}=\frac{1}{4}+\frac{1}{28}$. A obsessão egípcia com dividir por dois e tomar a terça parte se percebe no último caso da tabela $\frac{2}{n}$ para n = 101. Talvez um dos objetivos da decomposição de $\frac{1}{2n}$ fosse chegar a frações unitárias menores que $\frac{1}{n}$ (BOYER, 1974, p. 11).

Certamente, a necessidade é a grande impulsionadora do desenvolvimento humano, esta verdade pode ser observada na afirmação, conforme Caraça (1998, p. 19), m*edir e contar são as operações cuja realização a vida de todos os dias exige com maior freqüência.*

O enfoque não é dado à contagem, pois tal habilidade já era dominada pelo homem, mas a necessidade de medir, comparar grandezas, constituiu-se ponto de partida para Caraça (1998), pois apresenta a construção dos números racionais, que surgem da dificuldade de quando se compara dois segmentos de tamanhos diferentes, nem sempre é possível expressar por um número inteiro a quantidade de vezes que um cabe no outro. Assim, resolver tal dificuldade leva à criação de um novo campo numérico que, segundo o autor, iria reduzir essa impossibilidade.

O novo campo numérico, segundo Caraça (1998), seria construído levando em consideração três importantes aspectos:

1. O princípio da extensão leva-nos a criar novos números por meio dos quais se possa exprimir a medida entre dois segmentos. Segundo esse princípio, a construção de um novo conhecimento deve manter válido e englobar o conhecimento já existente;
2. A análise da questão mostra que a dificuldade reside na impossibilidade da divisão (exata) em números inteiros, quando o dividendo não é múltiplo do divisor;
3. O princípio da economia: a) que os novos números sejam todas as hipóteses de medição b) os novos números reduzam-se aos inteiros, sempre que o dividendo for múltiplo do divisor. Segundo esse princípio, as operações usadas na resolução de problemas na situação antiga devem ser as mesmas usadas na resolução de problemas análogos na nova situação.

Com base nestas considerações e obedecendo a princípios básicos que orientam a evolução da Matemática, citados anteriormente, os números racionais foram definidos, com suas propriedade e operações.

Caraça (1998) apresenta a seguinte definição aos números racionais: Sejam dois segmentos de retas $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, em que cada um contém um número inteiro de vezes o segmento u – $\overline{AB}$ contém n vezes o segmento u. Diz-se, por definição, que a medida do segmento $\overline{AB}$, tomando $\overline{CD}$ como é o número $\frac{m}{n}$ e escreve-se.

(1) $\overline{AB} = \frac{m}{n}.\overline{CD}$, quaisquer que seja os números inteiros m e n (n não nulo);

se m for divisível por n, o número $\frac{m}{n}$ coincide com o número inteiro, que é quociente da divisão; se m não for divisível por n, o número diz-se fracionário.

O número $\frac{m}{n}$ diz-se, em qualquer hipótese, racional – ao número m chama-se numerador e ao número n denominador. Em particular, da igualdade (1) resulta que,

(2) $\frac{n}{1} = n$ visto que, se $\overline{AB} = n.\overline{CD}$, é também $\overline{AB} = \frac{n}{1}.\overline{CD}$, e que,

(3) $\frac{n}{n} = 1$, porque as igualdades $\overline{AB} = \overline{AB}\ e\ \overline{AB} = \frac{n}{n}.\overline{AB}$ são equivalentes. (Caraça 1998, p. 35).

Estas breves considerações a respeito da história da fração acreditamos que sejam satisfatórias, assim, no próximo item seguiremos com a compreensão atual do objeto matemático.

2.1.2 Fração hoje: como objeto matemático

A dinâmica da vida moderna exige que as coisas sejam práticas e não obstruam o curso normal do cotidiano humano. A notação matemática deve atender a esta dinâmica, facilitando o entendimento e dinamizando os processos de transcrição e cálculos.

A notação de frações nem sempre foi prática e, certamente, passou por um processo longo de desenvolvimento. Ifrah (1997, p. 327) afirma que:

> A notação moderna das frações ordinárias deve-se aos hindus, que devido a sua numeração decimal de posição, chegaram a simbolizar mais ou menos como nós uma fração como $\frac{34}{1265}$: onde 34 é o numerador e 1.265 é o denominador. Esta notação foi depois adotada e aperfeiçoada pelos árabes, que inventaram a famosa barra horizontal.

Com os estudos de George Cantor (1845-1918), na área de análise matemática, nasceria a teoria dos conjuntos, que permitiu avanços nessa área da Matemática.

A fração é uma representação dos números racionais, cuja identificação é feita por meio do símbolo Q, também, podemos definir o conjunto dos números racionais, como sendo: o conjunto dos pares ordenados (ou frações) $\frac{a}{b}$, em que $a, b \in Z$ e $b \neq 0$, ou ainda podemos dizer que Q$=\left\{\frac{a}{b};\ a,\ b \in Z,\ b \neq 0\right\}$, na fração $\frac{a}{b}$, a é o numerador e b o denominador. Para as quais se adotam as seguintes definições:

i) igualdade: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a.d = b.c$

ii) adição: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a.d + b.c}{b.d}$

iii) multiplicação: $\frac{a}{b} . \frac{c}{d} = \frac{a.c}{b.d}$

É possível fazer comparações entre dois números racionais, identificando qual é o maior e o menor. No caso da representação fracionária, devemos comparar as frações, obedecendo às seguintes regras:

i) Para no caso dos números terem o mesmo denominador, será maior ou menor, o que tiver maior ou menor numerador;

ii) Para no caso de dois números terem o mesmo numerador, será maior ou menor, o que tiver maior ou menor denominador; e

iii) Para no caso de dois números terem numeradores e denominadores diferentes, recomenda-se encontrar frações equivalentes que tenham o mesmo denominador e, só depois, far-se-á a comparação.

Para melhor compreensão desse último item, imaginaremos dois números racionais distintos r e s, que serão representados, respectivamente, pelas frações $\frac{m}{n}$ e $\frac{p}{q}$, sendo que: m, n, p e q $\in$ Z, com n e p $\neq$ 0.

Para obtermos as frações representadas com denominadores iguais, lançaremos mão do seguinte recurso: um número racional não se altera, quando se multiplica ou se divide seu numerador e seu denominador por um mesmo número natural. De maneira que teremos:

$$r = \frac{m.q}{n.q} \quad e \quad s = \frac{n.p}{n.q} \quad e \; q \neq 0 \, .$$

Dessa forma dois números com denominadores iguais são obtidos, bastando, portanto prosseguir, comparando-os, a fim de descobrir qual é maior, o r ou o s. No entanto é necessário haver uma fundamentação teórica do ponto de vista da Matemática como ciência, para que o conhecimento campo dos números racionais fique completo. Portanto, apresentaremos a argumentação de que os números racionais possuem uma estrutura de corpo comutativo ordenado que segundo Ávila:

> Um corpo (comutativo) é um conjunto não vazio C, munido de operações, chamadas adição e multiplicação, cada uma delas fazendo corresponder um elemento de C a cada par de elementos C, as duas operações estando sujeitas aos axiomas de corpo listados a seguir. A soma de x e y de C é indicada por x+y e a multiplicação de x e y é indicada por xy. (ÁVILA, 1999, p. 15)

Portanto se (Q, +, .) é um corpo comutativo, então, os axiomas que caracterizam esta estrutura serão:

i) Associatividade

Dados quaisquer x, y, z $\in$ Q, em relação à operação de adição podem ser associadas as parcelas da seguinte maneira:

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

em relação à multiplicação, a associação será feita da seguinte forma:

$$(x.y).z = x. (y.z)$$

ii) Comutatividade

Quaisquer que sejam x, y $\in$ Q, pode-se fazer a comutatividade da ordem das parcelas, em relação à adição, de modo que se tenha:

$$x + y = y + x$$

em relação à multiplicação, pode-se comutar a ordem dos fatores, de forma, a obter o seguinte resultado:

$$x . y = y . x$$

iii) Distributividade da multiplicação em relação à adição

Quaisquer que seja x, y, z $\in$ Q, tem-se que:

$$x. (y + z) = x . y + x . z$$

iv) Existência do elemento neutro

Na adição, existe um elemento em Q, chamado “zero” ou “elemento neutro”, indicado pelo símbolo “0”, tal que $x + 0 = 0 + x = 0$ para todo x $\in$ Q.

Na multiplicação, há um elemento em Q, designado “elemento unidade” e indicado com o símbolo “1”, tal que: $1 . x = x . 1 = x$ para todo x $\in$ Q.

v) Existência do elemento oposto

A todo x $\in$ Q corresponde um elemento x’ $\in$ Q, tal que $x + x' = x' + x = 0$. O elemento x’, que se demonstra único para cada x $\in$ Q, é inçado por –x.

vi) Existência do elemento inverso

Para todo elemento x $\in$ Q, com $x \neq 0$, existe um elemento correspondente x’$\in$ Q, com $x \neq 0$, tal que $x . x' = x'. x = 1$ esse elemento x’, que se demonstra único, para cada x $\in$ Q, é indicado por x^{-1}.

O conjunto dos números racionais é um corpo ordenado, portanto, nele existe certo conjunto P, chamado de conjunto dos elementos positivos, tal que:

a) a soma e o produto de elementos positivos resultam em elementos positivos;

b) dado x $\in$ Q, ou x $\in$ P, ou x = 0, ou –x $\in$ P

Portanto, com estas propriedades poderemos provar todas as operações algébricas, tais quais:

Proposição 1. Os elementos neutros da adição e da multiplicação são únicos.

Proposição 2. O elemento oposto e o elemento inverso são únicos.

Proposição 3. Vale a lei do cancelamento em Q

$$\boxed{x + z = y + z \Rightarrow x = y}$$

Prova:

$$x+z=y+z \overset{+(-)}{\Rightarrow} (x+z)+(-z)=(y+z)+(-z) \overset{\text{associativ}}{\Rightarrow}$$
$$x+(z+(-z))=y+(z+(-z)) \overset{\text{el oposto}}{\Rightarrow} x+0=y+0 \overset{\text{el neutro}}{\Rightarrow} x=y.$$

Outras propriedades importantes serão apresentadas:

- $x < y \Leftrightarrow x + z < y + z$
- $z > 0 \Leftrightarrow z^{-1} > 0$
- $z > 0 \Leftrightarrow -z < 0$
- $x < y$ ou $x = y$ ou $x > y$ (tricotomia)
- $x.y = 0 \Leftrightarrow x = 0 \ ou \ y = 0$ (anulamento do produto)

Observamos que os PCN sugerem que a construção do conceito de número racional pressupõe uma organização de ensino que possibilite experiências com diferentes significados e representações, o que demanda um razoável espaço de tempo, sendo recomendado que tal trabalho inicie-se apenas no segundo ciclo do Ensino Fundamental que deverá ser consolidado nos dois ciclos finais.

Na próxima seção, apresentaremos a fração na perspectiva da escola, analisando-se os livros das 3ª e 4ª séries de três coleções de livros didáticos de Matemática que estão listados entre os mais adotados pelos professores que participaram da pesquisa.

2.2 A fração na perspectiva da escola

A análise de alguns livros didáticos de Matemática, trabalhados pelos professores, poderá ser importante para nosso estudo, na medida que poderemos extrair algumas relações entre as concepções desses professores e aquelas apresentadas pelos livros que eles escolheram (ou que foram selecionados pela escola). Poderemos, ainda, conhecer melhor as concepções desses professores baseadas nos livros didáticos que eles julgam ser o melhor ou o pior. A análise do livro poderá, por fim, ajudar-nos a buscar estabelecer uma relação entre a competência do professor resolver problemas de fração e os problemas apresentados nesses livros.

De antemão, destacamos que nossa análise restringir-se-á aos volumes das 3ª e 4ª séries do Ensino Fundamental de cada coleção escolhida, por ser essas as séries de interesse de nosso estudo.

Nos instrumentos respondidos, foram citados vinte e seis títulos de livros didáticos. Quando perguntado sobre qual livro didático de Matemática a escola adotou, obtivemos resposta de 48 professores, desses, apenas quatro, afirmaram que o livro não foi o de sua escolha, revelando que a maioria dos professores está trabalhando com o livro de sua preferência e/ou escolha.

Os livros mais indicados foram:

- A conquista da Matemática (com 12 indicações);
- Caracol (com sete indicações);
- Porta Aberta (com seis indicações);
- Projeto Pitanguá e Marcha Criança (com quatro indicações).

Solicitamos aos professores que dissessem qual era o melhor livro didático, conforme sua opinião? Foram obtidas repostas de 29 professores e os mais indicados foram os seguintes:

- Caracol com dez indicações;
- A conquista da Matemática e Porta Aberta com três indicações;
- Projeto Pitanguá e Matemática do autor Ênio Silveira com duas indicações.

Ainda perguntamos aos professores, qual dos livros que eles já trabalharam que consideravam como sendo o pior? Para essa pergunta, obtivemos 25 respostas; conforme o ranking dos livros considerados, como os piores, na opinião dos professores:

- Vivência e Construção com cinco indicações;
- O livro de Lanes e Lannes com quatro indicações:
- Matemática a partir da ação e Eu gosto de Matemática, com três indicações cada; e
- Novo tempo, com duas indicações.

Com base nesses dados, escolhemos para análise três coleções, dentre as cinco mais citadas pelos professores, salientamos que elas também foram consideradas as melhores.

Portanto, os livros escolhidos fazem parte das seguintes coleções:

1- A Conquista da Matemática, dos autores: Giovanni e Giovanni Jr, da Editora FTD, que **denominaremos como <u>Coleção A</u>.**

O motivo da escolha deve-se ao fato desta ser a mais adotada e, também, ser citado como sendo um dos melhores livros na opinião dos professores.

2- Porta Aberta, cuja autora é Marília Centurión, da Editora FTD, que **denominaremos de <u>Coleção B</u>**.

O livro encontra-se entre os mais adotados pelas escolas e considerado como um dos melhores pelos professores.

3- Projeto Pitanguá, elaborado pela Editora Moderna, que **denominaremos Coleção C.**

Listada entre as mais adotadas pelos professores e citada como de preferência por dois dos quatro professores que não tiveram sua escolha atendida, é também citada, como sendo o melhor livro.

Destacamos que a análise será processada da seguinte forma: os livros serão analisados por série e observando as categorias que aparecem.

2.2.1 Categorias de análise

Para a análise das categorias listadas, elegeremos as mesmas de Canova (2006), por julgarmos que serão significativas, também, a nosso trabalho. As categorias listadas foram as seguintes:

1. **Forma de introdução do conceito.** Nesta categoria, pretendemos observar a maneira como o conceito de fração é introduzido e quais as estratégias utilizadas na abordagem inicial dos conteúdos.
2. **Quando e como é introduzido o conceito formal.** Observaremos em que parte do capítulo do livro didático, o formal de fração é apresentado e de que maneira isso é feito.
3. **Os cinco significados da fração (parte-todo, quociente, operador-multiplicativo, medida e número)**[4]. A discussão a respeito de cada conceito já foi realizada no capítulo III, pretendemos com essa categorização observar quais desses cinco significados apontados por Nunes aparecem nos livros adotados pelos professores.
4. **As variáveis características da quantidade – contínua ou discreta.** Pretendemos com esta categoria analisar nas situações apresentadas nos livros, se as variáveis quantidade contínua ou discreta aparecem envolvidas nas situações.

[4] As categorias (1), (2) e (3) já foram discutida no Capítulo III.

5. **A forma de apresentação dos problemas – com ou sem representação icônica.** Nossa intenção com esta categoria é observar se as situações contidas nos livros apresentam figuras ilustrativas ou explicativas que representem a situação.
6. **Há predominância de determinados números fracionários.** Identificar se uma fração aparece mais do que outra, além de observar que tipo de fração aparece nos livros.
7. **Os invariantes do conceito de fração: ordem e equivalência.** Para Nunes (2003), os invariantes são importantíssimos no conceito de fração, o que justifica essa categoria, que visa a investigar se os mesmos são trabalhados nos livros e de que forma isso ocorre.
8. **A freqüência com que o conceito de fração é explorado em cada livro didático**. Queremos olhar com esta categoria o espaço ocupado nos livros com o estudo da fração, isso poderá nos dar uma dimensão da relevância que esse conceito tem em cada coleção.

Com as categorias três, quatro e cinco, além da análise por série citada acima, deveremos apresentá-las na forma de quadros-resumo, proporcionando ao leitor uma visão geral da freqüência e distribuição dessas três categorias, nos dois volumes, em cada coleção.

Embora nosso instrumento de pesquisa tenha realizado perguntas sobre o melhor e o pior livro (na opinião dos professores), ressaltamos que nossa intenção não é de forma alguma avaliar a qualidade das obras, quer seja do ponto de vista dos conteúdos, quer seja do ponto de vista da didática por elas adotada. Ressaltamos que nosso interesse restringe-se apenas em identificar como o conceito de fração é trabalhado nas coleções adotadas pelos professores e por eles considerados como sendo as melhores.

2.2.2 Análise dos livros didáticos de Matemática da 3ª série

1. **Forma de introdução do conceito**

Os livros das três coleções apresentam antes da abordagem direta do conceito de fração, situações fictícias (histórias) em que a fração já é citada, mas não é requerido do aluno que se manifeste, que, apenas leia a história, em que a fração aparece envolvida em situações diversas que são observadas sem que ache uma explicação prévia ou uma conceitualização, ainda que não contenha o rigor Matemático, como ilustra a Figura 2.1 extraída da Coleção A, página 164.

Figura 2.1: Coleção A, p. 164.

Nas coleções B e C, a estratégia empregada para introdução do conceito de fração, foi apresentar figuras geométricas planas (quadrados, retângulos, triângulos, círculos, etc.) previamente divididas em partes iguais, para que os alunos as nomeassem ou que já vinham nomeadas, conforme Figura 2.2, extraída da Coleção C página 180, a seguir.

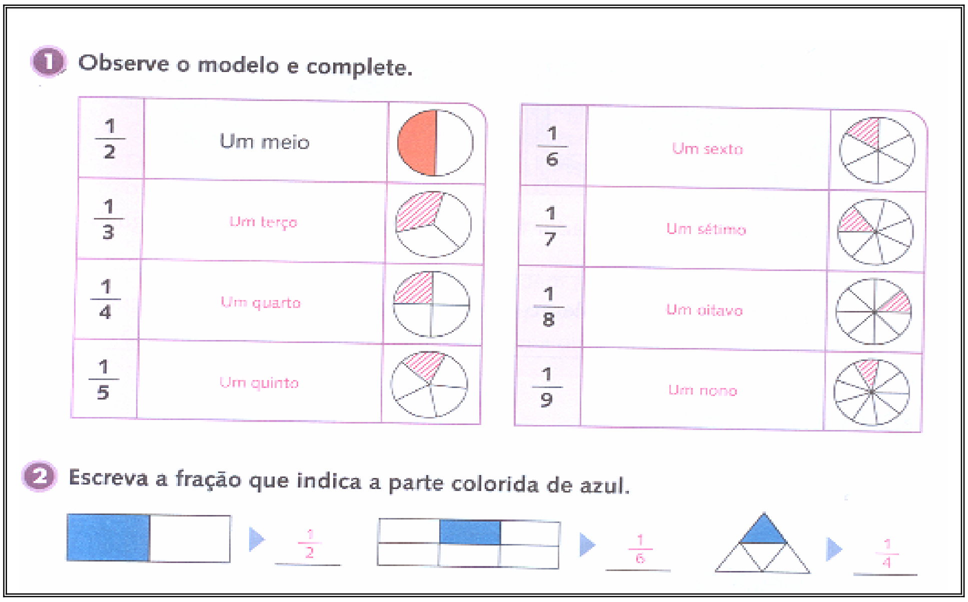


Figura 2.2: Coleção C, p. 180.

A estratégia utilizada na coleção A só se diferencia das outras duas por usar, além das figuras geométricas planas, segmentos de retas, mas, em seguida, também os mesmos tipos de figuras. As situações usadas nos três livros remetem ao significado parte-todo em variável continua com representação icônica, como mostra a Figura 2.3 (Coleção A p. 168).

Figura 2. 3: Coleção A, p. 168

Portanto, nas três coleções da 3ª série o conteúdo fração inicia-se com a noção de divisão de um todo em partes iguais, a sua representação fracionária é representada, primeiramente, em figuras geométricas planas. Nas três coleções, esta introdução é feita utilizando as quatro primeiras páginas do capítulo que trata da fração, apresentando-se apenas em situações estáticas nas quais o aluno observa a figura previamente dividida em partes iguais com uma ou mais partes pintadas, remetendo ao significado parte-todo, como já foi mostrada na figura contida nesta seção.

2. Quando e como é introduzido o conceito formal

Em nenhum dos três livros das coleções analisadas, não foi detectada uma definição formal do conceito de fração, nem algum tipo de conceitualização, ainda que distante do rigor matemático exigido que diz ao aluno o que venha a ser uma fração. O mais próximo de uma tentativa é fornecer uma conceitualização foi encontrada na Coleção C, e está ilustrada na Figura 2.4 (coleção C, p. 180).

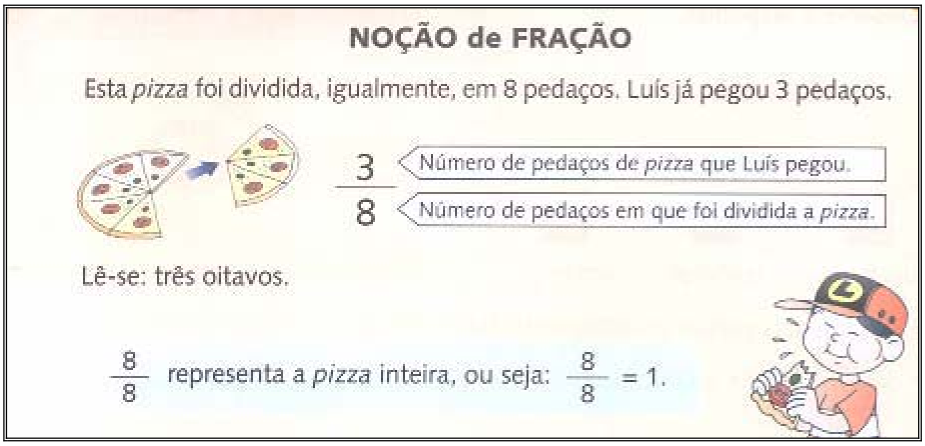


Figura 2.4: Coleção C, p. 180

Apenas na página 171 da Coleção A, é informado ao aluno que ele está conhecendo novos números, conforme Figura 2.5 (Coleção A, p. 171).

Você está conhecendo novos números.
Os símbolos $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{1}{6}, \frac{5}{6}$ representam números fracionários e são chamados de **frações**.

Figura 2.5: Coleção A, p. 171

3. Os cinco significados da fração (parte-todo, quociente, operador-multiplicativo, medida e número)

Observamos apenas a presença de dois significados nos três livros das coleções parte-todo e operador multiplicativo, com larga predominância do primeiro. Em nenhum dos livros das coleções analisadas, foram detectadas situações, envolvendo o significado quociente, medida e número. O significado operador multiplicativo é geralmente explorado com base nas seções intituladas: "Calculando a fração de uma quantidade" no livro da Coleção A, "Fração de uma quantidade" na Coleção B e "Cálculo da fração de um número" na Coleção C.

Não houve preocupação em se trabalhar com as diferentes situações, que segundo Vergnaud (2001) dão sentido ao conceito. Nem tão pouco foram considerados os diferentes significados da fração (parte-todo. Quociente, operador multiplicativo, medida e números) que, segundo Nunes (2003), poderá garantir a aprendizagem do conceito de fração com êxito.

4. As variáveis características da quantidade – contínua ou discreta

Na apresentação, tanto dos exemplos como das atividades, observamos que as variáveis quantidade contínua e quantidade discreta aparecem envolvidas nas situações presentes nos três livros. Assim, a variável quantidade contínua é a que mais aparece nos livros; das 113 situações apresentadas nos três livros, 85 relacionavam-se às variáveis contínuas, explorando situações de figuras geométricas ou materiais comestíveis (pizza ou chocolate), como mostra o exemplo abaixo Figura 2.6 (Coleção C, p 186).

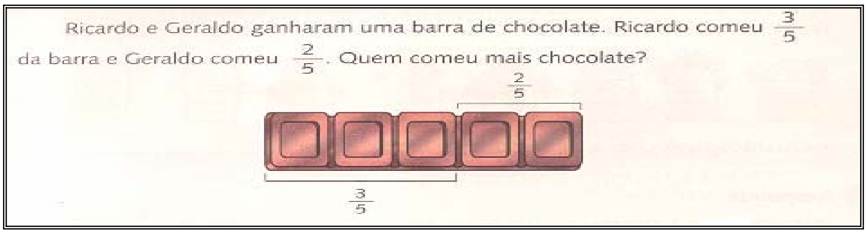


Figura 2.6: Coleção A, p. 171.

5. **A forma de apresentação dos problemas – com ou sem representação icônica**

Em todos os livros, é acentuado o uso de ícones para exemplificar ou ilustrar as atividades. Salientamos que a representação icônica em situações de variável quantidade contínua aparecem com maior freqüência nos três livros analisados. O tipo de ícone que mais aparece, são as figuras geométricas planas, como está exemplificado na Figura 2.7 (Coleção B, p. 202)

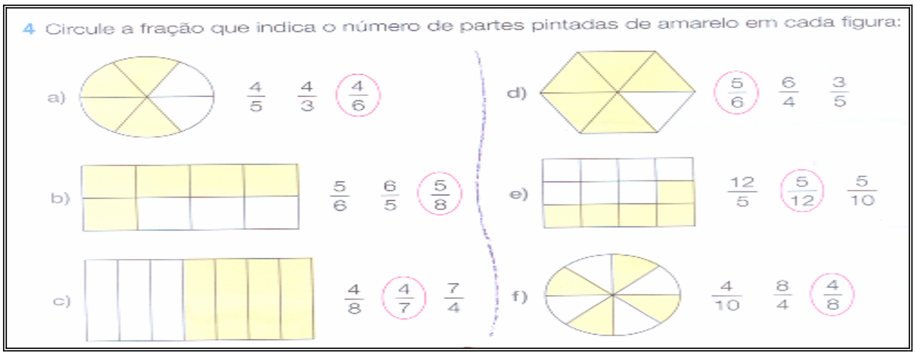


Figura 2.7: Coleção B, p. 202.

6. **Há predominância de determinados números fracionários**

Nos três livros, observamos uma grande variedade de frações. Nas Coleções A e B, as frações que mais aparecem são: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$. Já na Coleção C, não existe uma diferença muito grande na freqüência de aparição dessa ou daquela fração, mas, o que nos chamou atenção foi o fato da fração $\frac{1}{2}$ pouco aparecer.

Com relação aos tipos de frações, destacamos na Coleção A só aparecem frações próprias, ou seja, não há registro de frações impróprias. Na Coleção B, aparecem apenas quatro frações impróprias $\left(\frac{4}{3}, \frac{6}{4}\ e\ \frac{12}{5}\right)$e na Coleção C, aparecem apenas duas frações impróprias $\left(\frac{3}{2}\ e\ \frac{7}{3}\right)$, no capítulo que trata de frações.

Acreditamos que as situações apresentadas acima poderão levar o aluno a mostrar dificuldades mais tarde, para entender que uma fração poderá representar quantidades ou valores maiores que a unidade. O problema é gerado pela falta da exploração de diversas situações, conforme recomendação de Vergnaud (1983; 1998).

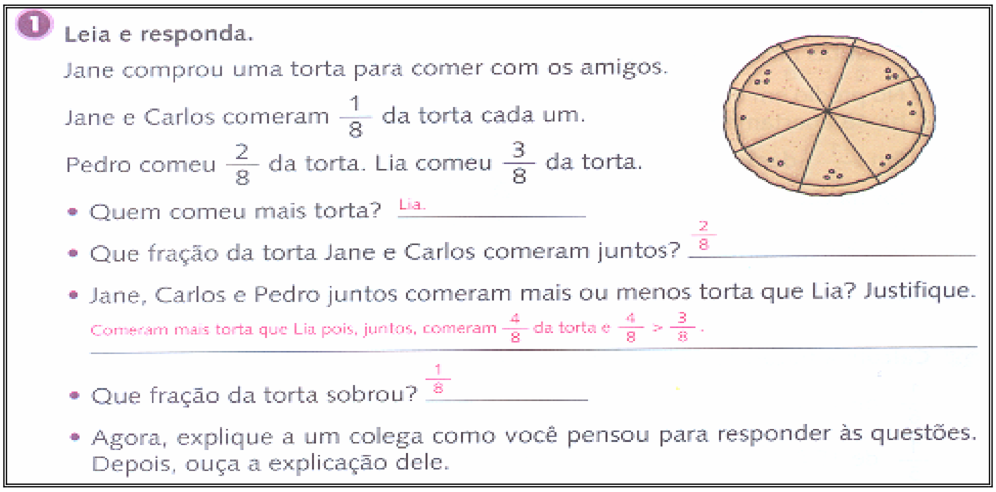
7. Os invariantes do conceito de fração: ordem e equivalência

No livro da coleção A, as noções de ordem e equivalência são apresentadas em uma seção denominada “Comparando números fracionários”.

No livro da Coleção B, os invariantes, também aparecem em seções específicas. O invariante equivalência é mostrado em uma seção intitulada “Frações equivalentes”, já para o invariante na seção “Comparando frações”.

Na Coleção C, os invariantes ordem e equivalência são tratados nas seções: “Comparando frações“ e “Frações equivalentes”, respectivamente.

Consideramos que as estratégias usadas para apresentarem a noção de ordem e equivalência não garantem aos alunos uma aprendizagem eficaz, por estarem envolvidas em situações que pouco despertam o raciocínio lógico das crianças, a exemplo da situação apresentada na Figura 2.8 (Coleção C, p. 186)


1 Leia e responda.

Jane comprou uma torta para comer com os amigos.

Jane e Carlos comeram $\frac{1}{8}$ da torta cada um.

Pedro comeu $\frac{2}{8}$ da torta. Lia comeu $\frac{3}{8}$ da torta.

- Quem comeu mais torta? Lia.
- Que fração da torta Jane e Carlos comeram juntos? $\frac{2}{8}$
- Jane, Carlos e Pedro juntos comeram mais ou menos torta que Lia? Justifique. Comeram mais torta que Lia pois, juntos, comeram $\frac{4}{8}$ da torta e $\frac{4}{8} > \frac{3}{8}$.
- Que fração da torta sobrou? $\frac{1}{8}$
- Agora, explique a um colega como você pensou para responder às questões. Depois, ouça a explicação dele.

Figura 2.7: Coleção, p. 186.

Concordamos com Campos et al. (2006) quando afirmam que situações de quociente podem ajudar as crianças a se apropriarem dos invariantes do conceito de fração.

8. **A freqüência com que o conceito de fração é explorado em cada livro didático**

No livro da coleção A, o conceito de fração é explorado em 25 das 336 páginas existentes no volume, ou seja, em apenas 7,4% do livro.

Já no livro da Coleção B das, 288 páginas do livro, 51 trabalham com o conceito de fração, ou seja, aproximadamente, 17,71% do livro.

O livro da Coleção C contém 272 páginas e só14 são dedicadas ao estudo das frações, ou seja, apenas 5,%. Sendo este o menor índice freqüência de exploração do conceito de fração entre os três livros das coleções.

Em vista da grande importância do conceito de fração, por ser uma das idéias matemáticas mais complexas e importantes na formação do aluno (Behr, 1983), consideramos que os livros reservam pouco espaço para o trabalho com frações.

Após analisarmos os livros da 3ª série, apresentaremos na seção seguinte um quadro-resumo referente às categorias 3, 4 e 5, conforme descrito na seção 2.2.1 quando, também, faremos algumas considerações.

2.2.3 Visão Geral dos livros dos livros da 3ª série

Nossa intenção é obter uma visão geral dos livros da 3ª série das três coleções analisadas, em seguida, apresentando algumas considerações baseadas nos resultados quantitativos da análise.

As categorias selecionadas para a apresentação do quadro abaixo serão as mesmas consideradas na investigação desde trabalho, com exceção aos invariantes que não aparecerão no quadro. A saber:

1. Os cinco significados da fração (parte-todo, quociente, operador multiplicativo, medida e número);
2. As variáveis características da quantidade – contínua e discreta; e
3. A forma de apresentação dos problemas – com e sem representação icônica.

Nos livros das três coleções, são abordados apenas dois, dos cinco significados da fração propostos por Nunes (2003), com destaque para o significado parte-todo em quantidade contínua com representação icônica.

Estes dados vão ao encontro dos resultados da pesquisa de Santos (2005) que mostrou uma tendência dos professores elaborar problemas, contemplando o significado operador multiplicativo seguido pelo significado parte-todo. Os resultados assemelham-se aos encontrados em nosso estudo, que estão no Capítulo VII.

Em relação ao uso das representações icônicas, nossa preocupação é que sua utilização possa construir estratégias de ensino baseadas apenas na percepção. O Quadro 2.1 apresenta a distribuição das questões, em relação as três categorias, presentes nos livros da 3º série, das três coleções.

Quadro 2.1: Distribuição das questões quanto a seu significado, quantidade contínua e discreta.

Variáveis / Significados	Contínuo Icônico	Contínuo não-icônico	Discreto icônico	Discreto Não-icônico	Total
Parte-todo	**62**	1	6		**69**
Quociente	-	-	-	-	-
Medida	-	-	-	-	-
Op. Multiplicativo	18	4	10	12	**44**
Número	-	-	-	-	-
Total	**80**	5	16	12	**113**

2.2.4 Análise dos livros didáticos de Matemática da 4ª série

Conforme procedemos com a análise dos livros da 3ª série, assim fizemos com os livros da 4ª série das três coleções selecionadas para análise.

1. Forma de introdução do conceito

Os livros das coleções A e B fazem uso de situações fictícias (histórias) para aludir à fração, sem que haja qualquer explicação prévia, ou qualquer tipo de situação, que aponte para alguma forma de conceitualização da fração, conforme situação extraída da coleção C (p. 99), representada na Figura 2.9. abaixo.

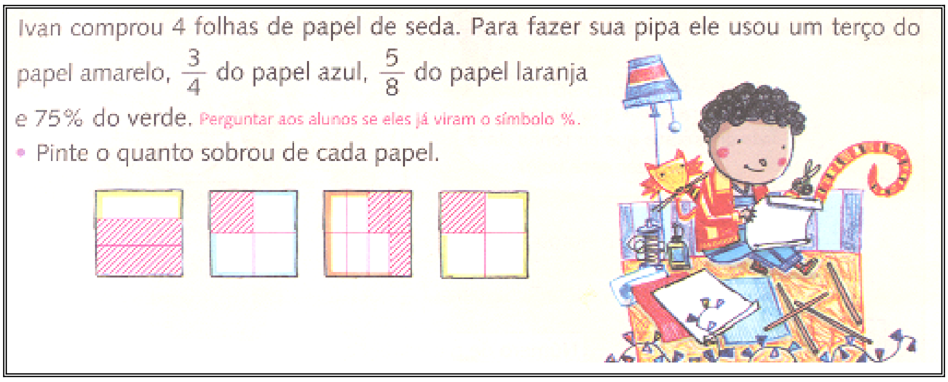


Figura 2.9: Situação extraída da Coleção C, p. 99.

No livro da coleção B, a estratégia usada para introdução do conceito de fração, foi apresentar figuras geométricas planas (quadrados, retângulos, triângulos, círculos, etc.) previamente, divididas em partes iguais, o que remete ao significado parte-todo, para que os alunos as nomeassem ou que já vinham nomeadas.

Já no livro da coleção A, além da estratégia citada acima, a comparação do comprimento de objetos, como ilustrada na Figura 10, da coleção A (p. 165), foi outro recurso empregado na introdução do conceito de fração. A ação de comparar comprimentos, ou seja, medir, talvez, seja um bom recurso, haja vista que com base na necessidade de medir, segundo Caraça (1998), deu origem ao surgimento de um novo conjunto numérico, o dos números Racionais.

Nas três coleções, são exploradas situações em que o todo é dividido em partes iguais (parte-todo), como estratégia de introdução do conceito de fração. Portanto, nas três coleções da 4ª série, o conteúdo fração inicia-se com a noção de divisão de um todo em partes iguais e a sua representação fracionária é representada, primeiramente, em figuras geométricas planas. Nas coleções citadas, esta introdução é feita, utilizando as quatro primeiras páginas do capítulo que trata da fração, apresentando-se apenas em situações estáticas, nas quais o aluno observa a figura previamente dividida em partes iguais com uma ou mais partes pintadas, remetendo ao significado parte-todo a variável quantidade contínua.

O estudo realizado por Santos (2005) mostra que os professores ao construírem situações-problema privilegiam esse tipo de situação.

2. Quando e como é introduzido o conceito formal

Em nenhum dos três livros das coleções analisadas, foi detectada uma definição formal do conceito de fração, ou algo que dissesse ao aluno o que seja uma fração. Apenas no livro da Coleção A, encontramos em uma caixa de texto uma alusão, ao que consideramos ser uma tentativa de tecer uma conceitualização da fração, apresentada na Figura 2.10 (Coleção A, p. 167)

> Os números representados por $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$ são chamados de **frações** e expressam partes da unidade (no caso, o quadrado).

Figura 2.10: Situação extraída da Coleção A, p. 167.

3. Os cinco significados da fração (parte-todo, quociente, operador-multiplicativo, medida e número).

No livro da Coleção A encontramos os cinco significados da fração propostos por Nunes et al. (2003). O significado parte-todo é que mais aparece seguido do significado operador multiplicativo. Os outros significados são pouco utilizados, situações que envolvam o significado quociente aparecem apenas sete vezes; o significado medida aparece em apenas duas vezes. Já o significado número aparece quatro vezes, como ilustra a Figura 2.11 (Coleção A, p. 184, q. 2).

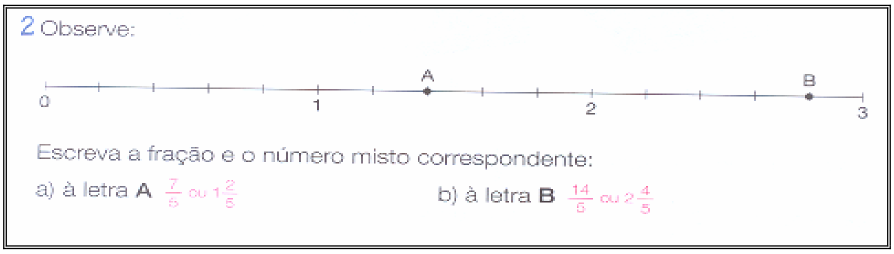


Figura 2.11: Situação extraída da Coleção A, p. 184.

Na Coleção B, observamos apenas a presença de dois significados, parte-todo e operador multiplicativo, com expressiva predominância do primeiro. O significado operador multiplicativo é explorado baseado na seção intitulada: “Fração de uma quantidade”.

Na Coleção C, detectamos a presença de quatro dos cinco significados da fração. O significado parte-todo aparece em maior freqüência, seguido do significado operador multiplicativo. Os outros dois significados aparecem, mas, de forma inexpressiva, a exemplo do significado medida que só conseguimos detectá-lo em apenas uma situação.

Portanto, da mesma forma, que ocorreu com os livros da 3ª série, nos da 4ª série, observamos também que não houve preocupação em se trabalhar com as diferentes situações que, segundo Vergnaud (2001) dão sentido ao conceito. Nem tão pouco se levou em consideração a importância de se trabalhar com os cinco diferentes significados da fração (parte-todo, quociente, operador multiplicativo, medida e números), que segundo Nunes et al. (2003) poderá garantir a aprendizagem do conceito de fração com êxito.

Em vista da larga utilização do significado parte-todo, é importante destacar que, em seus estudos, Malaspina (2007), observou que, ao se falar de fração para uma criança, o significado quociente gera mais sentido, ou seja, os alunos parecem entender melhor a fração, quando esta está ligada às situações que envolvem o significado quociente. A autora chegou a esta conclusão apoiada nas idéias defendidas por Kieren (1988) e, sobretudo, Nunes e Bryant (1997). Além do que Campos et al. (2006) afirmam que situações de quociente podem ajudar as crianças a se apropriarem dos invariantes do conceito de fração.

4. As variáveis características da quantidade – contínua ou discreta

Analisando os três livros, levantamos 169 situações, referentes tanto aos exemplos como às atividades. As variáveis quantidade contínua e quantidade discreta aparecem envolvidas nas situações presentes nas três coleções. A variável em quantidade contínua é a que mais aparece (127 vezes), explorando situações de figuras geométricas ou materiais comestíveis (pizza, bolo ou chocolate), como mostra o exemplo abaixo Figura 2.12 (Coleção A, 203).

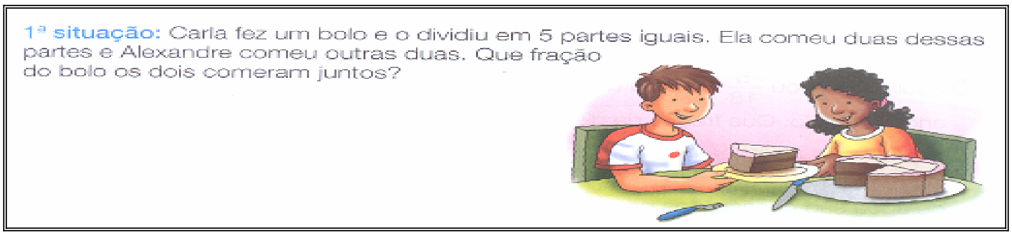


Figura 2.12: Situação extraída da Coleção A, p. 203.

5. A forma de apresentação dos problemas – com ou sem representação icônica

Nas três coleções, o uso de ícones para exemplificar ou ilustrar as atividades é bastante freqüente, como mostra o Quadro 2.2. Destacamos que as representações icônicas em situações de variável quantidade contínua aparecem com maior freqüência nos três livros analisados. O tipo de ícone que mais aparece, são as figuras geométricas planas, como está exemplificado na Figura 2.13 (Coleção B, p. 144, nº 2)

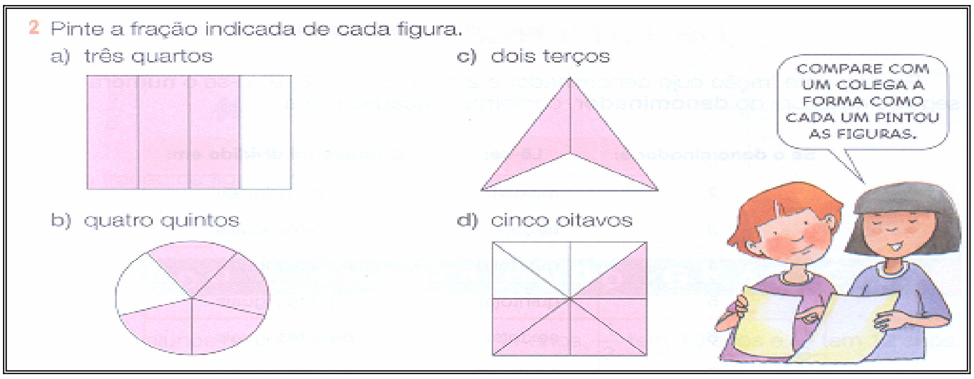


Figura 2.13: Exemplo de atividade extraída da Coleção B, p. 144.

6. Há predominância de determinados números fracionários

Nas três coleções, observamos uma grande variedade de frações, mas podemos destacar que frações que aparecem com maior freqüência são: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$.

As três coleções apresentam frações impróprias, trabalhadas em seções intituladas “Números mistos” no caso das coleções A e C e em uma seção intitulada “Frações maiores que a unidade” no livro da Coleção B. Cremos ser esse um fator positivo, pois os alunos poderão entender que as frações não representam apenas valores menores que a unidade.

As três coleções abordam a fração aparente, como em um exemplo extraído da Coleção B, página 165, representado na Figura 2.14.

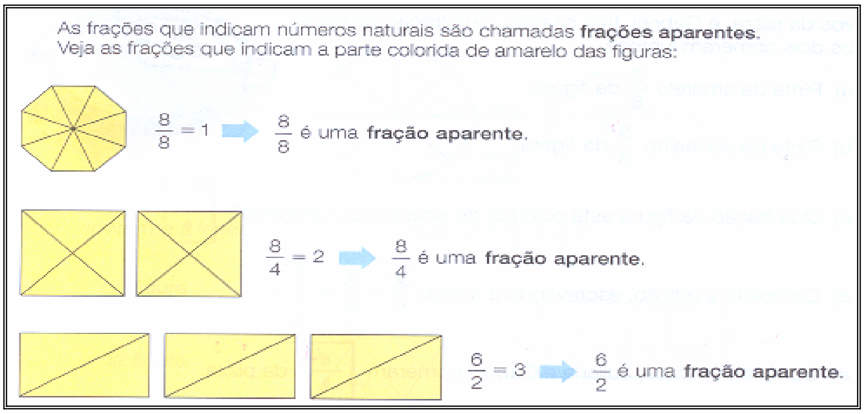


Figura 2.14: Situação extraída da Coleção B, p. 165.

7. Os invariantes do conceito de fração: ordem e equivalência

No livro da Coleção A, apenas a noção equivalência é abordada em uma seção denominada “Frações equivalentes” em situações a exemplo da Figura 2.15 (Coleção A, p. 189).

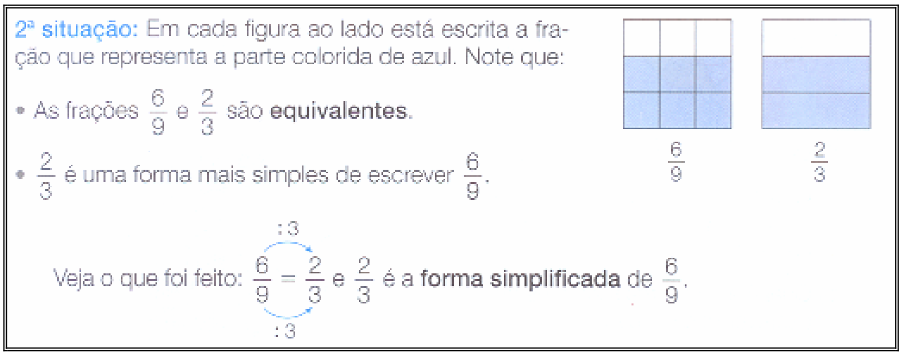


Figura 2.15: Situação extraída da Coleção A, p. 189.

A Coleção B aborda o invariante equivalência na seção “Simplificação de frações”, ocupando para tanto duas páginas do capítulo que trata do conceito de fração. Já o invariante ordem é tratado, superficialmente, aparecendo em apenas duas questões.

Na Coleção C, os invariantes ordem e equivalência são tratados nas seções: “Frações equivalentes” e “Comparando frações”, respectivamente.

8. **A freqüência com que o conceito de fração é explorado em cada livro didático**

No livro da Coleção A, o conceito de fração é explorado em 51 das 287 páginas existentes nesse volume, ou seja, em 17,8% do livro.

Já no livro da Coleção B das 351 páginas do livro, 38 trabalham com o conceito de fração, ou seja, quase 10,8% do livro.

O livro da Coleção C contém 304 páginas, e só 32 são dedicadas ao estudo das frações, ou seja, apenas 10,0%. Sendo esse o menor índice freqüência de exploração do conceito de fração entre os três livros das coleções.

Em vista da grande importância do conceito de fração, por ser uma das idéias matemáticas mais complexas e importantes na formação do aluno (BEHR et al. 1983), consideramos que os livros reservam pouco espaço para o trabalho com frações.

Após analisarmos os livros da 4ª série, apresentaremos na seção seguinte um quadro-resumo referente às categorias 3, 4 e 5, conforme descrito na **seção 2.2.1**, quando, também, faremos algumas considerações.

2.2.5 Visão Geral dos livros dos livros da 4ª série

Esta seção além do título tem o mesmo objetivo da que a apresentada no tópico referente à análise dos livros da 3ª série, ou seja, obter uma visão geral dos livros da 4ª série das três coleções analisadas, apresentando, em seguida, algumas considerações baseadas nos resultados quantitativos da análise. Lembrando que as categorias selecionadas para a apresentação do quadro abaixo serão as mesmas consideradas na investigação deste trabalho, bem como na análise dos volumes da 3ª série das coleções selecionadas para serem analisadas. Portanto não se faz necessário apresentá-las novamente.

Nas três coleções 169 questões foram analisadas, cujos dados do Quadro 2.2 apontam que, o significado parte-todo, com 112 questões e o significado operador multiplicativo, com 43 questões, são os que aparecem com maior freqüência, destacamos que esses dois significados abordaram todas as variáveis de quantidade (contínua e discreta) e representações (icônica e não-icônica). O significado quociente aparece em apenas 11 questões, apenas em quantidade continua, com predominância (nove questões) para a representação icônica. O significado medida é contemplado em apenas três situações, duas na variável quantidade contínua e uma na variável quantidade discreta, ambas com representação icônica. Já o significado número, não apareceu nas três coleções.

O Quadro 2.2 apresenta a distribuição das questões quanto a seu significado, quantidade contínua e discreta, representações icônicas ou não-icônicas dos livros da 4ª série, das coleções A, B e C.

Quadro 2.2: Distribuição das questões quanto a seu significado, quantidade contínua e discreta.

Variáveis / Significados	Contínuo Icônico	Contínuo não icônico	Discreto icônico	Discreto Não icônico	Total
Parte-todo	**84**	11	10	7	**112**
Quociente	9	2	-	-	11
Medida	2	-	1	-	3
Op. Multiplicativo	11	8	14	10	**43**
Número	-	-	-	-	-
Total	**106**	21	25	17	**169**

É possível que a pouca exploração dos significados da fração proposta por Nunes et al. (2003) e a massificação do uso de situações envolvendo as situações com o significado parte-todo e com o significado operador multiplicativo, presentes em grande número nos livros didáticos tenham influenciado o professor na concepção de que o ensino do conceito de fração se dá, unicamente, por meio desses dois significados. Podemos perceber tal fato nos estudos de Santos (2005), em cujas situações criadas pelos professores, a maior freqüência de significados, recaiu justamente sobre o significado operador multiplicativo e parte-todo.

A pesquisa de Silva (2005) constatou que os professores constroem para seus alunos, organizações Matemáticas para os números fracionários, muito rígidas, com tarefas que associam, sobretudo, a concepção parte-todo em contextos de superfícies. Cremos que tais concepções, se não têm origem no livro didático, é possível, que sejam por ele bastante influenciadas.

Depois da análise das três coleções de livros didáticos, julgamos importante destacar alguns pontos relevantes, a saber:

- O conceito de fração tem seu ensino iniciado, baseado em situações com o significado parte-todo;
- O uso de situações com o significado parte todo precede em freqüência a utilização de situações com o significado parte-todo;
- A variável quantidade contínua com representação icônica foi a que mais apareceu nas questões apresentadas nas coleções;
- Os invariantes da fração (ordem e equivalente), embora tenham sido tratados em dois livros das coleções, foram poucos explorados;

A análise nos ajudou a ter uma visão de como os livros didáticos abordam o conceito de fração, bem como é explorado nas duas séries do 2º ciclo do Ensino Fundamental.

Percebemos que não foram trabalhados os diferentes significados e situações, segundo Vergnaud (1990). A discrepância na presença dos significados, com incidência na utilização do significado parte-todo em quantidade contínua com representação icônica é desfavorável aos alunos na construção do conceito de fração.

Nesta pesquisa, os dados apresentados em relação às questões elaboradas pelos professores (Questão 28 do instrumento), revelaram que as concepções dos professores em relação ao ensino da fração, no que tange, em especial, à forma que o professor apresenta o conteúdo (fração) a seus alunos estão bem próximas do que é apresentado nos livros didáticos analisados.

Depois de apresentar a fração como objeto da Matemática, da Educação Matemática e sob a perspectiva da escola, depois de ter apresentado a formação do conceito. No próximo capítulo será apresentada a teoria que subsidia o nosso estudo para compreensão da formação do conceito de fração, a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990), e também, uma discussão das idéias teóricas de Kieren (1976) e Nunes et al. (2003), que contemplam os significados da fração.

CAPÍTULO III

FORMAÇÃO DO CONCEITO DE FRAÇÃO

O presente capítulo tratará da formação do conceito. Iniciaremos discutindo a formação do conceito na visão da psicologia, trazendo a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Vergnaud (1990), como aporte teórico. Na seqüência, restringiremos a discussão da formação do conceito, especificamente, à fração, apresentando uma classificação sobre o significado da fração, baseada, inicialmente, nas idéias de Kieren (1976), e, depois, na classificação proposta por Nunes et al. (2003), a que será a adotada nesta pesquisa.

3.1 Formação do conceito, segundo a visão da TCC

O quadro teórico que fundamenta nossa pesquisa é a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), proposta por Vergnaud (1982; 1990). Trata-se de uma teoria cognitivista que visa a fornecer um quadro coerente e alguns princípios que servem de base ao estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente, das que relevam as ciências e as técnicas.

Um dos pressupostos básicos dessa teoria é considerar que o conhecimento constitui-se e desenvolve-se ao longo do tempo, em interação adaptativa do indivíduo com as situações que experiência.

O funcionamento cognitivo do sujeito em uma dada situação repousa nos conhecimentos anteriormente formados, ao mesmo tempo, em que ele, o sujeito, incorpora novos aspectos a esses conhecimentos, desenvolvendo competências cada vez mais complexas.

O estudo do funcionamento cognitivo não pode, portanto, descartar questões relativas ao desenvolvimento e funcionamento cognitivo. Nessa perspectiva, os processos cognitivos são entendidos como:

> Aqueles que organizam a conduta, a representação e a percepção, assim como o desenvolvimento de competências e concepções de um sujeito no curso de sua experiência. (VERGNAUD, 1983, p. 174).

Conforme esclarece o autor, as concepções são em geral expressas por uma seqüência de enunciados; as competências fazem-no por meio de ações julgadas adequadas para tratar uma situação (VERGNAUD, 1993). Dessa forma, deixa claro que o "conhecimento" pode se referir tanto à competências como às concepções.

Na TCC, a referência ao termo "situação" não tem o mesmo significado que assume na teoria das Situações Didáticas, de Brousseau, que conferiu a esta, não só um alcance didático, mas também, um significado no qual a dimensão afetiva e dramática intervém tanto quanto a cognitiva.

Quando se refere a essa diferenciação e ao significado do termo "situação" em sua teoria, Vergnaud afirma:

> Limitar-nos-emos ao sentido que lhe atribui usualmente o psicólogo, ou seja, os processos cognitivos e as respostas do sujeito são função das situações com as quais são confrontadas (VERGNAUD, 1990, p. 50)

Franchi (2000) diz que é possível conceber "situação", como sendo um dado complexo de objetos, propriedades e relações presentes em um determinado tempo e espaço, e que envolve tanto o sujeito como suas ações.

Referindo-se a uma situação didática, Vergnaud faz a seguinte afirmação:

> A organização de uma situação didática em um projeto coletivo de pesquisa em sala de aula supõe ao mesmo tempo a consideração das funções epistemológicas de um conceito, a consideração da significação social dos domínios de experiência aos quais esse conceito se refere, das ressonâncias do jogo do contrato didático e da transposição. A tese subjacente aos campos conceituais, entretanto, é que a realização de um bom evento didático (mise-en-scène didactique) apóia-se necessariamente sobre o conhecimento da dificuldade relativa das tarefas cognitivas, dos obstáculos habitualmente encontrados, do repertorio de procedimentos disponíveis e das representações possíveis. (VERGNAUD, 1990, p. 157)

Dois campos conceituais destacam-se nos estudos de Vergnaud: o das estruturas aditivas e o das estruturas multiplicativas. Vergnaud (1990) define as estruturas aditivas como sendo um conjunto de situações cujo domínio requer uma adição, uma subtração ou o conjunto de tais operações. Já as estruturas multiplicativas, na qual está focada a presente pesquisa, que se compõe de situações, cujo domínio requer conceitos de função linear, função não-linear, espaço vetorial, análise dimensional, fração, razão, taxa, número racional, multiplicação e divisão. Em nosso trabalho, destacam-se as frações.

Em sua TCC, Vergnaud (1988; 1990; 2001) apresenta a definição de um campo conceitual como sendo, em primeiro lugar, um conjunto de situações cujo domínio requer, por sua vez, o domínio de vários conceitos de natureza distintas. Nessa direção, Rodrigues (2005) explica que os campos conceituais são, portanto, grandes conjuntos de "insumos" que propiciam a construção do conceito, essa construção, constitui-se no núcleo do processo de desenvolvimento cognitivo.

Sendo assim, o estudo do desenvolvimento de um campo conceitual, exige que um conceito seja visto com base em uma terna de três conjuntos, representada, segundo Vergnaud por:

$$C = (S, I, R)$$

em que:

- **S** é o conjunto de situações que dão sentido ao conceito, ou seja, que o torna significativo;
- **I** é o conjunto de invariantes que o sujeito pode mobilizar para analisar e dominar as situações do primeiro conjunto;
- **R** é o conjunto dos recursos de que o sujeito dispõe para representar os invariantes e, conseqüentemente, as situações e os procedimentos para lidar com elas, sejam na forma de linguagem, de gráfico, etc, Vergnaud (1987; 1988; 1993, 2001).

Em termos psicológicos, podemos considerar que o conjunto "**S"** está vinculado à realidade, denominado de referente. O par (I, R) pode ser considerado como dois aspectos do pensamento interagindo: o *significado* (I), que corresponde à representação interna que o sujeito tem do conceito e o *significante (*R) que representa o conceito de forma mediada pela linguagem (MAGINA et al., 2001).

As considerações acima apontam para dois aspectos importantes a serem observados, quando se considera o estudo do desenvolvimento de um conceito à luz da *Teoria dos Campos Conceituais:*

1. *O* primeiro aspecto observado é que os três elementos que constituem o conceito não podem ser considerados separadamente, sendo, portanto, sempre interdependentes entre si;
2. O segundo aspecto revela que as situações são a principal porta de entrada para um campo conceitual, pois é através delas que o conceito adquire sentido para o sujeito.

Reforçamos que a idéia *situação*, para Vergnaud (1998), tem o sentido de tarefa a ser executada pelo aluno, diferente do sentido que Brousseau atribui à expressão *situação didática.* A idéia é que toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, cuja natureza e dificuldades específicas devem ser bem conhecidas.

A dificuldade de uma tarefa não é nem a soma, nem o produto da dificuldade das diferentes subtarefas, contudo, o fracasso em uma subtarefa provoca o fracasso global. (VERGNAUD, 1993).

Vergnaud não descarta a importância da forma dos enunciados e do número de elementos em jogo dentro de uma situação, mas entende essa importância, como secundária e ressalta que a TCC privilegia os modelos que atribuem papel essencial aos conceitos matemáticos em si mesmos.

Essas idéias tiveram um papel fundamental na forma como este instrumento de pesquisa foi construído. Prova disso foi quando, aos sujeitos, envolvidos na pesquisa, foram apresentadas situações contextuais, procurando dar sentido à idéia de fração, que deve ser mobilizada com base nos contextos apresentados.

A situação, embora, permita que um conceito adquira sentido, não pode ser confundida com o próprio sentido do conceito. O sentido, para Vergnaud (1993) é uma relação do sujeito com as situações e os significantes. O sentido está nos esquemas evocados pelo sujeito individual por uma situação ou mesmo por um significante.

Vergnaud (2001) define esquemas como sendo uma organização invariante do pensamento para uma determinada classe de situações dadas.

De acordo com Magina et al. (2001), esquema significa a forma como a pessoa organiza seus invariantes de ação ao lidar com um conjunto de situações análogas. Os autores destacam ainda que o esquema apresenta três características principais: (a) ser local, isto é, ele se refere ao entendimento de uma ação em dada situação; (b) ser organizador dos invariantes necessários para (c) atuar naquela situação de maneira implícita.

Segundo Magina et al. (2001) os invariantes são componentes cognitivos essenciais dos esquemas, são implícitos quando ligados aos esquemas de ação do aluno. Embora o aluno não tenha consciência dos invariantes que está utilizando, estes são reconhecidos em termos de objetos e propriedades (de problemas) e relações e procedimentos realizados pelo aluno. Já, os invariantes são explícitos quando estão ligados a uma concepção e são expressos por palavras e/ou representações simbólicas.

A título de exemplificação, consideremos uma situação envolvendo o conceito de fração, com a seguinte proposta: um menino reparte um chocolate em cinco partes iguais, toma duas para si, dá três para seu irmão. Represente por frações esses pedaços de chocolate e indique qual das frações é maior.

Embora existam muitas maneiras de se chegar ao resultado, não deixa de haver uma organização invariante do pensamento para resolver a questão, que passa pela repartição do chocolate, valendo-se da idéia de conservação do tamanho das partes, do agrupamento dessas partes, da escolha do referencial a ser adotado, da explicitação dessas partes, como uma fração e da comparação das frações, usando como suporte o fato de que a fração maior está associada ao maior pedaço de chocolate.

Uma análise mais atenta da situação descrita permite observar que o esquema recorre: a significantes (palavras, números e esquemas gráficos, eventualmente utilizados pelo sujeito), a construções conceituais, (como o próprio conceito de fração), à idéia de conservação de áreas (caso se utilize do suporte gráfico), à relação de ordem entre os números naturais. Esses conceitos e conhecimentos são, geralmente, implícitos e, muitas vezes, não podem ser explicitados pelo sujeito, principalmente nas fases iniciais da escolaridade, porém eles orientam o desenvolvimento da ação do sujeito e, por isso são chamados de *conhecimentos-em-ação.*

Para Vergnaud (1990), esses conhecimentos implícitos do sujeito são essenciais na construção do significado e, muitas vezes, se mantêm implícitos durante todo o processo de construção do conceito, ou seja, o indivíduo lança mão deles na construção dos esquemas durante o processo de conceitualização, mas, em geral, não é capaz de explicitá-los.

Quando explicitados esses conhecimentos constituem o saber científico, mas Vergnaud (1990a) insiste que “os conhecimentos explícitos são apenas a parte visível de um Iceberg, que não seria nada sem a parte invisível, constituída pelos conhecimentos-em-ação”.

A Teoria dos Campos Conceituais distingue duas grandes categorias de conhecimentos-em-ação: os *conceitos em ação e os teoremas em ação*. Os primeiros são os objetos, predicados ou categorias de pensamento tidas como pertinentes pelo sujeito na construção dos esquemas que conduzem ao conceito. Portanto, poderão ser relevantes ou irrelevantes na formação do conceito. Já os segundos, os teoremas-em-ação são as proposições sobre o real, tidas como verdadeiras ou falsas que o sujeito utiliza na resolução de um problema.

De maneira mais genérica, Vergnaud (1990) denomina os teoremas e os conceitos em ação de *invariantes operatórios* e atribui a eles o papel de serem os responsáveis pela construção do significado do conceito, que é o núcleo do processo de conceitualização.

As representações, entendidas como o significante do conceito, correspondem na TCC, ao conjunto de representações lingüísticas, gráficas ou gestuais, que podem ser usadas para representar os invariantes, as situações e os procedimentos. Embora Vergnaud (1997) atribua grande importância às representações simbólicas na construção do conceito, sobretudo, na explicação dos conhecimentos-em-ação, que transformam o conhecimento implícito no saber científico, ele reconhece que um objeto, em geral, não pode ser representado mentalmente por meio de símbolos. Mesmo sendo grande a importância dos símbolos no pensamento, o conhecimento não é, em essência, simbólico. O reconhecimento de invariantes operatórios, bem como a construção de objetos e predicados de nível mais alto são aspectos mais essenciais do conhecimento. (VERGNAUD, 1998).

Portanto, a tentativa de fazer um diagnóstico sobre as concepções e competências de número racional, na sua forma fracionária, neste estudo, apóia-se nos pressupostos da TCC para avaliar concepções e competências de número racional em sua forma fracionária, em sujeitos que são responsáveis em introduzir esses conceitos a crianças do 2º ciclo do Ensino Fundamental.

A idéia presente nesta pesquisa, de compreender as concepções de número racional por meio de situações-problema e da análise dos procedimentos executados pelo sujeito para resolvê-los, está também firmemente apoiada na crítica feita por Vergnaud à postura da escola, que tem considerado as concepções prévias dos alunos, como errôneas ou ingênuas, em relação às concepções científicas.

3.2 Kieren: os subconstrutos dos números racionais

Em artigo publicado, em 1976, Kieren apresenta a idéia de que os números racionais constituem vários construtos. Ele foi um dos primeiros pesquisadores a chamar a atenção da comunidade científica para a complexidade do conceito de fração, defendendo que a compreensão desse conceito deveria levar em conta sete interpretações necessárias para um completo entendimento da natureza das frações, a saber:

- Os números racionais são frações que podem ser comparadas, somadas, subtraídas, multiplicadas e divididas;
- Os números racionais são frações decimais que formam uma extensão natural dos números naturais;
- Os números racionais são classes de equivalências de frações;
- Os números racionais são números na forma $\frac{a}{b}$ onde a e b são números inteiros e $b \neq 0$;
- Os números racionais são operadores multiplicativos;
- Os números racionais são elementos de um campo quociente ordenado e infinito, isto é, há números da forma $x = \frac{a}{b}$, onde x satisfaz a equação $bx = a$; e
- Os números racionais podem ser representados por medidas ou por pontos sobre a reta numérica.

Em artigos que publicou, posteriormente, Kieren (1981; 1988 e 1993), faz modificações em sua classificação original e substitui o termo interpretação por subconstrutos. Assim, segundo comentários de Martinez (1992), Kieren entendeu a noção de número racional como um construto teórico, que pode ser constituído, baseado em noções mais simples, chamadas subconstrutos. Isso permitiria diante do problema, isolar, com mais facilidade, as noções essenciais para a construção do conceito.

Essas noções essenciais estavam muito interligadas nas chamadas interpretações, propostas anteriormente por Kieren, e não podiam ser isoladas e identificadas com facilidade. Isso parecia privilegiar as estruturas matemáticas envolvidas no conceito. Já em sua nova proposta, Kieren parece atribuir mais ênfase às estruturas cognitivas.

Na nova proposta apresentada por Kieren (1988), o conceito de número racional pode ser construído com base na consideração dos quatro seguintes subconstrutos:

- Quociente;
- Operadores;
- Medidas; e
- Razões.

O autor argumenta que não considera o subconstruto parte-todo como outros pesquisadores, por entender que as idéias que o constituem encontram-se presentes nos subconstrutos quociente, operador e medida (KIEREN, 1993).

Retomando a discussão sobre a construção do conceito, Kieren aprofunda suas considerações e propõe um modelo teórico para essa construção, em que procura apresentar as possíveis interconexões entre as idéias que formam o conceito, partindo das situações presentes no conhecimento intuitivo do sujeito até o estágio da formalização.

O modelo é apresentado sob a forma de um mapa, onde são identificados quatro níveis pelos quais a construção do conceito de números racional deve passar (KIEREN, 1993):

- O nível do conhecimento intuitivo;
- Os subconstrutos;
- Um terceiro nível, obtido a partir dos subconstrutos (Quociente, Operadores, Medidas, Razões) em direção a um pensamento multiplicativo formal;
- O conhecimento estruturado nos números racionais dentro de um conjunto quociente.

Procurando explicações para a evolução do processo de construção do conceito, Kieren (1993) considera que a partição e a obtenção da fração com o numerador unitário da forma $\frac{1}{b}$, com $b \neq 0$, têm para a criança, o mesmo papel de um axioma na construção do número racional, como elemento de um conjunto quociente. Chamando essa operação de *thinking tool,* o autor reforça a idéia de que o número racional deverá ser visto primeiro como um conhecimento humano e só, posteriormente, como uma construção lógica formal.

Para Kieren (1993) outro aspecto importante do número racional é o fato de ele ter, ao mesmo tempo, um caráter de quociente e de razão. Visto como quociente, ele responde à questão “quanto?” Quando visto como razão, ele estabelece uma propriedade relacional entre a parte e o todo.

Os números racionais não podem ser considerados como uma simples extensão dos números inteiros, pelo fato de que nos racionais a adição e a multiplicação são operações independentes. Acontece que nos inteiros a multiplicação conduz sempre a um número maior (em termo de valor absoluto), já nos racionais a multiplicação conduz a uma sucessão de divisões, por exemplo: multiplicar $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{3}$ significa dividir $\frac{1}{2}$ em três partes, tal operação não pode ser reduzida a uma adição, como se fazia com os números inteiros.

Kieren (1993) considera que o duplo papel desempenhado pelo número 1, deve ser levado em conta na compreensão da construção do conceito de número racional. Pois, o número 1 serve tanto de unidade divisível que forma a base de comparação quanto a base conceitual para a formação dos inversos multiplicativos, além de ser o elemento neutro da multiplicação.

Uma conseqüência imediata das idéias de Kieren é a de que os currículos montados, segundo essa orientação propiciariam uma melhor interligação dos vários campos da Matemática. Os números racionais permaneceriam apenas como uma extensão dos números inteiros, caso fossem considerados.

Se os números racionais fossem percebidos apenas como uma extensão dos números inteiros ou simples algoritmo em uma relação parte-todo estática, permaneceriam apenas no domínio matemático dos números. Mas se considerados, segundo as idéias de subconstrutos, apresentada por Kieren, os números racionais, permitiria, de forma significativa, uma possibilidade para que a criança tenha contato com outros domínios da Matemática desde as séries iniciais.

Como exemplo disso, tem-se o fato de que partições sucessivas podem conduzir crianças à idéia de grandezas infinitesimais. Kieren (1988) relata que um estudante de 11 anos, respondeu que sua fração favorita era $\frac{1}{2}$, pois “me fascina a possibilidade de dividir em dois e obter pedaços tão pequenos quanto eu queria, indefinidamente”.

Já o subconstruto medida oferece uma ligação importante entre a geometria, o espaço e o estudo dos números racionais Kieren (1988).

O subconstruto operador possibilita uma aproximação dos números racionais com a álgebra e com a noção de função composta, em termos não-formais. Já o subconstruto razão sinaliza na direção de importantes conceitos de proporção e probabilidade.

O autor sugere que o estudo dos números racionais, tendo como base as idéias dos subconstrutos, fornecerá um suporte para uma análise semântica, psicológica e pedagógica. A idéia intuitiva de partição exerce papel importante na construção do conhecimento do número racional por parte do sujeito, propondo, como ponto de partida para uma posterior construção formal, a abordagem dos números racionais como conhecimento humano, a partir de suas bases intuitivas e de seus significados.

3.3 Nunes e Bryant: uma classificação segundo a TCC

Os estudos realizados por Nunes e seus colaboradores oferecem-nos resultados significativos, sobre a compreensão dos conceitos matemáticos em crianças, especificamente, os concernentes às estruturas aditivas e multiplicativas. Como trabalharemos com frações, ater-nos-emos, especificamente, aos conceitos das estruturas multiplicativas.

Nunes et al. (2003) afirmam que a forma de apresentação dos problemas influencia o nível de sucesso dos alunos, uma das análises que faremos, será como e quanto a forma de apresentação de problemas, relacionados com o uso de frações.

Nunes e Bryant (1997) ainda afirmam que, com frações as aparências podem ser tão enganosas, sendo possível que alguns alunos passem pela escola sem dominar as dificuldades das frações, sem que ninguém perceba, pois, às vezes, as crianças parecem ter uma compreensão completa das frações, usando os termos fracionais corretamente, falando sobre frações de modo coerente, resolvendo alguns problemas fracionais, mesmo, assim, certos aspectos essenciais das frações lhes escapam. Segundo os autores, o que pode levar a esse pseudomínio, tenha a ver com a forma como esse conteúdo é apresentado à criança - todos divididos em partes, alguns dos quais distinguidos do resto, por exemplo, pintados.

As crianças são informadas que o número total de partes é o denominador, então, o número de partes pintadas é o numerador. Esta introdução, com alguma instrução sobre poucas regras para calcular, permite que as crianças transmitam a impressão de que sabem muito sobre frações.

No Brasil, os estudos de Campos e cols. (1995) foram capazes de mostrar claramente que este modo de introduzir frações pode, em realidade, conduzir as crianças ao erro. Argumentam que tal método de ensino, simplesmente encoraja os alunos a empregar um tipo de procedimento de contagem dupla, ou seja, contar o número total de partes e, então, as partes pintadas, sem entender o significado desse novo tipo de número.

Apoiados em uma análise matemática de números racionais feitas por Kieren (1988), que sugeriu que as frações são números produzidos por divisões (em vez de por união com números inteiros); elas (as frações) são números no campo dos quocientes, Nunes e Bryant (1997) afirmam que se isso estivesse certo, deveríamos buscar a origem da compreensão das crianças de números racionais em situações de divisão. Os autores citam que entendimento da divisão começa com a compreensão das crianças de distribuição. Mesmo crianças tão novas como as de cinco anos podem dividir conjuntos em quantidades iguais, usando o procedimento um-para-mim-um-para-você, sem erro.

Nunes e Bryant (1997) sugerem que existe uma conexão entre divisão e fração, ficando, especialmente, clara quando se pensa em um tipo de problema envolvendo quantidades contínuas, pois se pensarmos em um problema como, por exemplo, três barras de chocolate divididas para quatro pessoas, o resultado da divisão será fração.

Esta conexão não é acidental, faz referência a uma análise matemática de números racionais feita por Kieren (1988), ao sugerir que as frações são números produzidos por divisões e que, portanto, são números do campo dos quocientes. Ainda argumentam que, se isso estiver certo, então, deveremos buscar a origem da compreensão do conceito de fração nas crianças em contextos que propiciem situações de divisão.

Há um reconhecimento por parte de Nunes e Bryant (1997), da existência de uma lacuna entre a compreensão que as crianças têm das propriedades básicas de frações e as tarefas resolvidas nos contextos das avaliações educacionais. Isso pode ser percebido quando, afirmam:

> ... quando as crianças resolvem tarefas experimentais sobre divisão e números racionais, elas se engajam em raciocinar sobre as situações. Em contraste, quando elas resolvem tarefas matemáticas em avaliações educacionais elas vêem a situação como um momento no qual elas precisam pensar em que operações fazer com os números, como usar o que lhes foi ensinado na escola, concentrando-se nas manipulações de símbolos, os alunos poderiam desempenhar em um nível mais baixo do que teriam desempenhado se tivessem se preocupado mais com a situação-problema. (NUNES e BRYANT, 1997, p. 212)

O estudo realizado por Mack (1993), com estudantes de 6ª série nos Estados Unidos da América (EUA) fornece indícios bastante convincentes da existência dessa lacuna. Seu procedimento consistiu em apresentar às crianças os mesmos problemas alternadamente, como situações que elas poderiam encontrar na vida cotidiana e como problemas simbólicos ou vice-versa.

Uma das questões apresentada por Mack (1993, apud Nunes e Bryant 1997, p. 212) envolvia a seguinte situação, “*suponha que você tem duas pizzas do mesmo tamanho e você corta uma delas em seis pedaços de tamanhos iguais e a outra em oito pedaços de tamanhos iguais. Se você receber um pedaço de cada pizza, de qual você ganhará mais?*” Foi seguida pela pergunta “diga-me que fração é maior, $\frac{1}{6}$ ou $\frac{1}{8}$?” Mack (1993a) observou que os estudantes tiveram sucesso nas situações de vida cotidiana, entretanto, nas situações em que esses mesmos estudantes foram colocados frente a problemas simbólicos, apresentaram muitas dificuldades - resposta por meio de algoritmos falhos ou comparações inadequadas. Por exemplo, ao comparar $\frac{1}{8}$ com $\frac{1}{6}$, muitos estudantes alegaram que $\frac{1}{8}$ era maior que $\frac{1}{6}$, pois 8 é maior que 6.

Em face da disparidade dos resultados apresentados nas duas questões, a autora sugere que a capacidade de comparar é, inicialmente, desconectada dos significados que os alunos dão aos símbolos fracionários (Mack, 1990).

Segundo Mack (1993b) a desconexão feita pelas crianças entre a compreensão da divisão e fração desenvolvida fora da escola e as representações simbólicas aprendidas na escola deve-se à forma que este conteúdo é introduzido na aprendizagem das crianças e esta lacuna poderia ser possível superar: "*movendo-se para trás e para frente em seu conhecimento desenvolvido fora da escola e as representações simbólicas, os alunos deveriam vir a compreender quais conexões têm de ser feitas*". (NUNES e BRYANT, 1997. p. 213).

Levantadas algumas dificuldades, quer seja do ponto de vista do ensino quer seja do ponto de vista da aprendizagem, Nunes e Bryant (1997) destacam dois invariantes que são considerados centrais no conceito de fração: as noções de ordenação e de equivalência.

No que tange à ordenação de fração, observamos a existência de duas idéias básicas e centrais que devem ser levadas em consideração no ensino de fração. A primeira, para um mesmo denominador, quanto maior for o numerador maior será a fração. Já a segunda idéia, refere-se a uma situação em que, para um mesmo numerador quanto maior o denominador menor será a fração.

Observamos que a primeira idéia apresenta-se relativamente simples, pois a estratégia utilizada para resolver esta situação é semelhante à comparação de dois números naturais, embora a afirmação que o denominador deve ser constante para uma comparação direta a ser feita entre os numeradores, pode oferecer alguma dificuldade.

É possível que a segunda idéia ofereça mais dificuldade, pois as crianças precisam pensar em uma relação inversa entre o denominador e a quantidade representada pela fração.

No que concerne à noção de equivalência de fração, devem ser considerados dois aspectos essenciais: equivalências em quantidades extensivas e em quantidades intensivas.

Cabe-nos aqui ressaltar a que se referem essas quantidades extensivas e quantidades intensivas:

- As quantidades extensivas referem-se à comparação de duas quantidades de mesma natureza e na lógica parte-todo. Portanto, são suscetíveis de ser adicionadas e medidas por uma unidade de mesma natureza. Em uma típica situação de parte-todo, o todo é uma área dividida em áreas iguais. Se adicionarmos $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{3}$ do todo equivalente, o total será $\frac{2}{3}$.
- Já as quantidades intensivas referem-se às medidas baseadas na relação entre duas quantidades diferentes, portanto, não suscetíveis de adição e são medidas de uma relação de duas magnitudes, cada uma vindo de diferente quantidade intensiva.

Por exemplo, para fazer uma laranjada é necessário que tenhamos uma parte de concentrado de laranja para duas de água. Na laranjada (a mistura) a fração que representa a quantidade de concentrado de laranja pode ser descrita, como $\frac{1}{3}$. Da mesma forma que a quantidade de água poderá ser descrita como sendo $\frac{2}{3}$ da mistura. Se fizermos essa mesma mistura em duas jarras distintas, jarra A e jarra B e, em seguida, juntarmos os conteúdos das jarras A e B em outro recipiente, jarra C, a quantidade de concentrado de laranja continuará sendo de $\frac{1}{3}$, em lugar de $\frac{2}{3}$. Destacamos estas situações para caracterizar que, em quantidades intensivas, não é possível adicionar frações da mesma forma que em situações de quantidades extensivas.

Nunes e Bryant (1997) chamam a atenção, que ao tratar de equivalência de fração em contexto de quantidades extensivas em situação de parte-todo, a classe de equivalência depende do tamanho do todo (ou da unidade), por exemplo, as frações $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{8}$ só pertencerão a uma classe de equivalência de frações se os dois todos forem equivalentes. Portanto, se nós estivéssemos referindo a $\frac{1}{4}$ de um todo e $\frac{2}{8}$ de um todo não equivalente, $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{8}$ não poderiam pertencer à mesma classe de equivalência de frações.

Entretanto, em um contexto de quantidades intensivas é possível falar em equivalência entre duas frações, referindo-se a todos diferentes. Por exemplo, se fizermos um litro de suco, usando um copo de concentrado para três copos de água, o suco terá a mesma concentração e gosto que dois litros de suco feito com dois copos de concentrado e seis copos de água. Em situações de quantidades intensivas, $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{8}$ são equivalentes, mesmo que o todo não seja o mesmo.

As considerações, feitas por Nunes e Bryant (1997) possibilitaram-nos maior compreensão dos diversos aspectos importantes, relacionados com o ensino e na aprendizagem do conceito de fração.

Seguimos com nosso estudo, referindo-nos à afirmação de Nunes et al. (2003) que se o que se deseja de fato é uma aprendizagem significativa do conceito de fração, esta poderá ser obtida com maior êxito, quando explorado este conceito em situações que contemplem seus cinco significados.

De maneira que apresentaremos, a seguir, os cinco significados propostos por Nunes et al. (2003).

3.3.1 Frações e seus cinco significados

Tomando como base a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, Nunes et al. (2003), apresentam a proposta de uma classificação de situações em que as frações são usadas. A proposta desta classificação equivale a uma teoria sobre quais são os efeitos do raciocínio das crianças sobre frações.

Temos consciência do fato de que existem outras classificações dos tipos de significados de números racionais, em particular, os que se referem à sua representação fracionária (falaremos de algumas delas mais à frente).

Entretanto assumiremos em nosso estudo a classificação apresentada por Nunes et al. (2003) que identificam, pelo menos, cinco significados possíveis que devem ser considerados no ensino-aprendizagem das frações: Número, Parte-todo, Medida (com quantidades intensivas e extensivas), Quociente (uma divisão) e Operador Multiplicativo.

Portanto, passaremos a descrever as idéias básicas de cada um desses significados, bem como procuraremos apresentar exemplos de cada significado, em quantidades contínuas e discretas.

Frações como números

Frações, como números inteiros, são números que não precisam necessariamente referir-se a quantidades específicas. Existem duas formas de representação fracionária: ordinária, ou seja, p/q, e decimal. Ao admitir a fração com o significado de número, não é necessário fazer referência a uma situação ou a um conjunto de situações para nos remeter a essa idéia. Um exemplo clássico de exercício usado no ensino de Matemática em que se trabalha fração sem um referente específico é apresentado nos exemplos, a seguir.

Exemplo 1: Represente o número $\frac{3}{2}$ na forma decimal.

Exemplo 2: Represente na reta numérica as frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{3}{2}$

O significado de fração como número, dentre os demais, é o mais controvertido. Alguns consideram número como um significado, já outros acham que número não é significado e, sim, um substantivo. Mas, ratificamos que assumiremos em nosso estudo fração como número, em situações, como a exposta acima.

Fração como uma relação parte-todo

A idéia presente nesse significado é a da partição de um todo em partes iguais, em que cada parte pode ser representada como $\frac{1}{n}$. Assim, assumiremos como significado parte-todo, um dado todo dividido em partes iguais em situação estáticas, nas quais a utilização de um procedimento de dupla contagem é suficiente para se chegar a uma representação correta.

Por exemplo, um todo foi dividido em cinco partes iguais e três foram pintadas, os alunos podem aprender a representação com uma dupla contagem: acima do traço escreve-se o número de partes pintadas (numerador), abaixo do traço anota-se o número total de partes (denominador).

Exemplo 1 (Quantidade contínua e icônica): uma barra de chocolate foi dividida em cinco partes iguais. Ana comeu três dessas partes. Que fração representa o que Ana comeu?

Exemplo 2: (quantidade discreta não-icônica): Em uma loja há três bicicletas amarelas e duas bicicletas pretas, todas as bicicletas do mesmo tamanho e modelo. Que fração representa a quantidade de bicicletas amarelas em relação ao total de bicicletas?

A fração como uma medida

Assumiremos a fração com o significado medida em situações de quantidades intensivas e extensivas. Algumas medidas envolvem frações por se referirem as quantidades, intensivas, nas quais a quantidade é medida pela relação entre duas variáveis. Por exemplo, a probabilidade de um evento é a medida pelo quociente do número de casos favoráveis, dividido pelo número de casos possíveis. Portanto, a probabilidade de um evento varia de zero a um, e a maioria dos valores com os quais trabalhamos é fracionária.

Outras medidas envolvem frações por se referirem às quantidades extensivas. Por exemplo, ao fazermos um suco de maracujá, observamos no rótulo da garrafa de concentrado, que são necessários um copo de concentrado para três de água. A receita será medida pela razão um para três, podendo ser representada por $\frac{1}{3}$ (relação parte-parte). Será possível com base nessa receita fazer diversas quantidades de suco de maracujá. A quantidade poderá nos remeter à idéia de fração, se considerarmos que o todo (a mistura) é constituído de quatro partes, $\frac{1}{4}$ será a fração que corresponderá à medida de concentrado de maracujá na mistura e, $\frac{3}{4}$ será a fração que corresponderá à medida de água na mistura.

Outros exemplos:

Exemplo 1 (quantidade discreta não-icônica): Na firma, onde Marcos trabalha, foi feita uma rifa, sendo impressos 200 bilhetes. Marcos comprou 15 bilhetes dessa rifa. Qual a chance de Marcos ganhar o prêmio? (quantidades discretas).

Exemplo 2 (quantidade continua e não-icônica): Para fazer certa quantidade de suco de uva, são necessários 1 medida do concentrado de uva para 3 de água. Que fração representa a medida de água em relação ao total de suco? (Quantidade contínua).

Fração como operador multiplicativo

Este significado está associado ao papel de transformação, isto é, a representação de uma ação que se deva imprimir sobre um número ou uma quantidade, transformando seu valor nesse processo. Conceber a fração como operador multiplicativo é admitir que a fração $\frac{a}{b}$ funciona em quantidades contínuas, como uma máquina que reduz ou amplia essa quantidade no processo. Ao passo que em quantidades discretas, sua aplicação atua como um multiplicador divisor.

Dessa forma, assim como os números inteiros, as frações podem ser vistas como um valor escalar aplicado a uma quantidade que, no caso dos inteiros, podemos, por exemplo, dizer 3 figurinhas, no caso da fração $\frac{3}{5}$ de uma coleção (conjunto) de figurinhas. Nos dois exemplos, está presente implicitamente, a idéia de que o número é multiplicador da quantidade indicada.

Exemplo 1 (quantidade discreta não-icônica): George tinha guardado em uma caixa 45 bolinhas de gude. Ele resolveu dá $\frac{2}{3}$ para o primo Wallace. Quantas bolinhas de gude George deu ao primo?

Na situação acima, o sujeito deverá perceber que a fração desempenhará o papel de transformação, ou seja, deve-se multiplicar 45 por 2 e dividir por 3 ou dividir 45 por 3 e multiplicar por 2. Ao mesmo tempo que a fração desempenha um papel de transformação, também, conduz à idéia de que os números racionais formam um corpo munido de duas operações: adição e multiplicação.

Exemplo 2 (quantidade contínua não-icônica): Dona Isabel fez um bolo para dividir entre os seus oito netos. Pinte a quantidade de bolo que um dos netos de dona Isabel comeu?

Na situação exposta acima, o sujeito deverá perceber que a fração que cada neto da Dona Isabel comeu refere-se a uma quantidade, ou seja, $\frac{1}{8}$ de 1.

Fração como quociente

Este significado está presente nas situações em que a divisão surge como uma estratégia bem adaptada para resolver um determinado problema**.** Isso significa que conhecido o número do grupo a ser formado, o quociente representa o tamanho de cada grupo. Pressupõe, ainda, extrapolar as idéias presentes no significado parte-todo, pois nas situações de quociente temos duas variáveis, por exemplo: chocolate e criança. Na situação de quociente, a fração corresponde à divisão (três chocolates para quatro crianças) e, também, o resultado da divisão (cada criança receberá $\frac{3}{4}$).

Exemplo 1 (quantidade continua e não-icônica): Divida, igualmente, 3 barras de chocolates para 5 pessoas. Que fração representa o que cada pessoa recebeu das barras de chocolate? (Quantidade Contínua).

Exemplo 2 (quantidade discreta e não-icônica): Tenho 20 balas de hortelã e vou dividir igualmente para 5 pessoas. Quantas balas cada pessoa ganhará? Que fração representa essa divisão? (Quantidade Discreta).

Apresentada a categoria de classificação concordamos com Nunes e Bryant (1997) que, por trás do ensino-aprendizagem de frações, existe uma diversidade e complexidade de conceitos envolvidos. Diante do quadro classificatório, entendemos que a teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1990), contribui significativamente para a Educação Matemática, visto que oferece uma concreta e plausível explicação do surgimento e desenvolvimento do conceito de frações.

Após essa breve discussão sobre a formação do conceito, podemos agora partir para discutir a formação dos professores, tendo em vista o suporte teórico ora apresentado neste capítulo.

CAPÍTULO IV

A FORMAÇÃO DO PROFESSOR E O SABER MATEMÁTICO

O presente capítulo tem por objetivo fazer uma ampla reflexão sobre a formação do professor, que é relevante para nosso estudo, porque entendemos haver uma relação direta entre a prática diária do professor em sala de aula e o aprendizado dos alunos. É relevante, também, porque o foco de nosso estudo é o professor. Para elaboração do capítulo, iniciaremos por fazer uma discussão sobre o que vem a ser formar o professor e, para tanto, utilizaremos como principais referências autores como: Nóvoa (2001), Ponte (1992; 1995), Ponte e Chapman (2006), Shulmam (1986), Moreira e David (2004; 2005) e o próprio Vergnaud (1987).

O capítulo tratará, ainda, da legislação brasileira no que concerne ao sistema educacional, ou seja, a profissão docente e a formação do professor. Por fim, abordaremos questões relacionadas à competência docente e, na seqüência, saber o matemático.

4.1 Formação de professores

O interesse no desenvolvimento profissional do professor tem merecido grande atenção por parte dos educadores matemáticos, em especial, nas últimas décadas. Ponte e Chapmam (2006) apresentaram resumidamente um panorama histórico das ultimas décadas, apontando as tendências das pesquisas em formação de professores. Afirmam que, nos anos de 1970, as questões de pesquisas mais comuns relacionadas com a sala de aula seguiam o paradigma processo-produto e focavam o comportamento dos professores.

Nesse momento a atenção voltava-se para aquilo que o professor fazia em sala de aula em relação ao desempenho dos alunos. Já nos anos 1980, houve uma popularização das abordagens cognitivas. Assim, dava-se maior atenção à opinião e à concepção dos professores em relação às estruturas que explicavam suas atividades, quer seja na resolução de seus problemas práticos, quer nos processos de tomada de decisão em relação a esses problemas. Merece, também, destaque a noção de reflexão sobre a prática como uma maneira de melhorá-la.

Ponte e Chapman (2006) afirmam que viram emergir, nos anos 1990, as perspectivas socioculturais, enfatizando a importância de ver os professores na sala de aula, no contexto social e como membros de comunidades profissionais.

Alguns autores, como, Moreira e David (2005), também, citam que, a partir da década de 1970, houve uma discussão mais intensa sobre o papel social e político da educação, o que contribuiu para mudanças nas estruturas dos cursos de licenciatura no Brasil.

Dentre as propostas e concepções da época que mereceram uma discussão mais profunda, destaca-se a que defendia a formação do professor que deveria ocorrer de forma mais integrada e o conhecimento específico sobre a disciplina não se constituísse em foco dominante no processo de formação. Acenava-se, portanto, à necessidade de aprofundar a formação do professor como educador.

Conseqüência de todas essas discussões foi a gradual modificação que começou a ocorrer nos cursos, de modo que a formação pedagógica do professor não mais ficaria limitada unicamente à “transmissão” de técnicas de ensino, mas começava a se articular com outras disciplinas, tais como: a Sociologia da Educação e Política Educacional. Entretanto, ainda segundo Moreira e David (2005), o problema da falta de integração entre os saberes, sobretudo naqueles que relacionam a Matemática com a prática profissional dos professores, permanece existindo até hoje.

No mundo globalizado, a sociedade vem sofrendo transformações constantes. Além disso, as novas relações sociais e de trabalho criadas no mundo contemporâneo, com suas distintas tecnologias introduzem um novo contexto em que a informação e a comunicação ocupam papéis centrais (GATTI, 1996).

Dentro desse contexto, a função do docente tem passado por diversas transformações, certamente, resultado de mudanças nas concepções de escola e construção do saber que vêm ocorrendo na sociedade, trazendo, conseqüentemente, a necessidade de se respeitar a prática escolar cotidiana.

Seguindo a mesma linha de pensamento, Saraiva e Ponte (2003) afirmam que em uma sociedade em mudança, cuja escola, também, se encontra em mudança, o professor terá de se ver, permanentemente, como um aprendiz.

Mas a mudança somente ocorrerá se o professor estiver disposto a mudar e a enfrentar sua própria insegurança, conseqüência das novas abordagens ainda não apropriadas por ele. Esta insegurança é comum, pois se o professor trabalhasse com uma orientação curricular há algum tempo, certamente, ele a dominaria e, por isso, ficaria receoso de abandoná-la, pois estaria de algum modo abandonando sua base de segurança. Segundo Magina (1998), é importante o professor decidir sobre o “quê”, “quando”, “como” e “para que” ensinar.

Diante das exigências, desse cenário que se desenhou, no qual os professores não foram e talvez nem estejam sendo preparados, apresentam-se àqueles que se candidatam ao papel de docente as exigências da proposta de diretrizes para a formação inicial de professores da Educação Básica, (Brasil, 2000), as que são:

- orientar e mediar o ensino para a aprendizagem dos alunos;
- assumir e saber lidar com a diversidade existente entre os alunos;
- incentivar atividades de enriquecimento curricular;
- elaborar e executar projetos para desenvolver conteúdos curriculares;
- utilizar novas tecnologias, estratégias e matérias de apoio; e
- desenvolver hábitos de colaboração e trabalho em equipe.

Acrescente-se às exigências do MEC a necessidade do professor ter a clareza de que os conteúdos de ensino não têm sustentação em si mesmo, mas constituem-se como meios para que os alunos desenvolvam e constituam suas próprias competências.

4.2 A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional e a Formação Docente

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN - Lei nº. 9.394/96) foi sancionada pelo então presidente Fernando Henrique Cardoso e pelo ministro da educação Paulo Renato, em 20 de dezembro de 1996. Baseada no princípio do direito universal à educação para todos, trouxe diversas mudanças em relação às leis anteriores, como a inclusão da Educação Infantil (creches e pré-escolas), como sendo a primeira etapa da educação básica. Prevê um núcleo comum para os currículos do Ensino Fundamental e Médio e uma parte diversificada em função das peculiaridades locais (Art. 26). A lei trata da formação docente quando traz nos seus artigos 62 e 63.

> Art. 62. A formação de docentes para atuar na Educação Básica far-se-á em nível superior, em curso de licenciatura, de graduação plena, em universidades e institutos superiores de educação, admitida, como formação mínima para o exercício do magistério na educação infantil e nas quatro primeiras séries do Ensino Fundamental, a oferecida em nível médio, na modalidade Normal.
>
> Art. 63. Os institutos de educação manterão:
>
> I. cursos formadores de profissionais para a Educação Básica, inclusive o curso normal superior, destinado à formação de docentes para a Educação Infantil e para as primeiras séries do Ensino Fundamental;
>
> II. programas de formação pedagógica para portadores de diplomas de Educação Superior que queiram se dedicar à educação básica:
>
> III. programas de educação continuada para profissionais de educação dos diversos níveis.

Consideramos a exigência de formação superior para professores do ensino básico (Art. 62) um aspecto positivo na LDBEN. Durante muito tempo, esta posição foi defendida pelas entidades do magistério, pois obrigaria os professores a ter uma formação superior, apesar de muitos terem tido a iniciativa de buscar aperfeiçoamento sempre encontrassem oportunidade.

Reafirmamos ser esse um aspecto importantíssimo da lei, para a sociedade como todo, pois haverá profissionais em educação, teoricamente, mais bem habilitados para o exercício do magistério.

Entretanto, quando se leva em conta as diferenças regionais, esse artigo acaba possibilitando a admissão de professores sem curso superior para atuar nas quatro primeiras séries do Ensino Fundamental, para as quais basta que o professor tenha curso normal de nível médio. Esta "brecha" pode abrir espaço para o descumprimento do princípio que julgamos relevante, retrocedendo ao período, antes da promulgação da Lei de 1996. Para lecionar nas séries iniciais, era exigida apenas a formação no curso de Magistério do Ensino Médio, antigo 2º grau.

Outro ponto da lei que merece destaque é o Artigo 67ª que trata da promoção de valorização dos profissionais em Educação e do ingresso na carreira docente e aperfeiçoamento profissional.

> Art. 67ª. Os sistemas de ensino promoverão a valorização dos profissionais da educação, assegurando-lhes, inclusive nos termos dos estatutos e dos planos de carreira do magistério público:
>
> I. ingresso exclusivamente por concurso público de provas e títulos;
>
> II. aperfeiçoamento profissional continuado, inclusive com licenciamento periódico renumerado para esse fim;
>
> III. piso salarial profissional;
>
> IV. progressão funcional baseada na titulação ou habilitação, e na avaliação do desempenho;
>
> V. período reservado a estudos, planejamento e avaliação, incluído na carga de trabalho;
>
> VI. condições adequadas de trabalho.
>
> Parágrafo único. A experiência docente é pré-requisito para o exercício profissional de quaisquer outras funções do magistério, nos termos das normas de cada sistema de ensino.

Notamos que a lei cria alguns mecanismos positivos que favorecem a melhoria da formação docente, como é citado no inciso II do Art. 67ª, "aperfeiçoamento profissional continuado", incluindo-se o "licenciamento periódico renumerado", ratificando a idéia de que o aprimoramento profissional se faz necessário. Ainda o mesmo artigo no inciso V estabelece "periodo reservado para estudos, planejamento e avaliação, incluído na carga de trabalho", o que reforça a necessidade que o professor precisa estar sempre estudando, refletindo dessa forma seriedade profissional, quando busca melhor qualificar-se, aprofundando no conhecimento da matéria que irá ensinar.

Nessa linha de pensamento, Shulman (1986) enfatiza a necessidade de que os professores não sejam capazes de apenas definir verdades aceitas em certo domínio, mas, que também conheçam formas diferenciadas de explicar porque uma determinada proposição é julgada verdadeira, porque é importante saber aquilo e como aquilo se relaciona com outras proposições.

Damico (2007), apoiando-se nas idéias de Ma (1999), traz na conclusão de sua pesquisa, o argumento de que a compreensão profunda da Matemática fundamental é mais do que uma compreensão conceitual sadia da Matemática elementar; ela é a consciência da estrutura conceitual e das atitudes básicas do matemático inerentes à Matemática elementar e da habilidade de fornecer uma fundamentação para essa estrutura conceitual, facilitando a construção do conhecimento por parte dos estudantes.

Assim, vemos que o professor, independente do nível de ensino que atuar, deverá possuir uma boa compreensão da matéria a ser ensinada, de tal forma que torne possível o ensino e a aprendizagem dos alunos. Embora a compreensão da matéria a ser ensinada, seja fundamental, o professor também precisará de um bom conhecimento das possibilidades representacionais da matéria, considerando aspectos específicos dos contextos em que leciona e da população que freqüenta.

Nessa perspectiva, D'Ambrósio inicia seu artigo "Conteúdo e metodologia na formação de professores" tecendo a seguinte reflexão:

> Talvez a maior dificuldade inerente à formação de professores seja a determinação do conteúdo necessário para que se obtenha o melhor desempenho possível. Na avaliação da eficácia de professores em serviço, percebemos que uma das grandes dificuldades é a sua falta de compreensão do conteúdo matemático. Por outro lado, está claro que mais cursos tradicionais de matemática têm pouco efeito em seu nível de compreensão. Não queremos entrar num discurso conteudista, muito pelo contrario. De acordo com Ma (1999), o professor deve ter um conhecimento "profundo" de matemática ("profound understanding of mathematics") para que possa tomar decisões apropriadas em sua pratica de ensino. (D'AMBRÓSIO, 2005, p. 20).

As idéias de D'Ambrosio parecem que também são partilhadas por Perrenoud (2000, p. 24), quando este afirma que "*o oficio de professor foi, por muito tempo, assimilado à aula magistral seguida de exercícios*". Tal visão, pautada em moldes medievais, na qual o professor assume o centro do processo, "precisou de, pelo menos um século de *escolaridade para ser questionada e para que modelos mais centrados nos alunos ganhem espaço no mundo moderno".*

Nessa direção, Perrenoud (2000) aponta ainda as competências que seriam desejadas para o professor atual: domínio dos conteúdos com suficiente fluência e distância para construí-los em situações abertas e tarefas complexas, aproveitando ocasiões, partindo dos interesses dos alunos, explorando os acontecimentos. Em suma, favorecendo a apropriação ativa e a transferência dos saberes, sem passar necessariamente por uma exposição metódica, na ordem prescrita por um sumário. Assim, o professor seria capaz de criar situações favoráveis à aprendizagem do aluno que o desafie, estimule e não despreze os conhecimentos já construídos anteriormente.

Perrenoud (2000), ainda, salienta a importância do professor criar situações que conduzam o aluno à aprendizagem, aliando-se a um procedimento construtivista, opondo-se às formas tradicionais de ensino, que não valorizavam as experiências dos alunos.

A visão de Nóvoa (2001, p. 13) sobre a formação de professores é que esta se encontra relacionada de maneira intima com o trabalho coletivo, formação pessoal e em serviço e experiência profissional, como constituintes dos currículos de ações pedagógicas. Para ele "o aprender contínuo, é essencial em nossa profissão", e que este aprender deve concentrar-se em dois pilares: a própria pessoa do professor, como agente e, na escola, como o lugar de crescimento profissional permanente.

Ele prossegue exemplificando que a formação do professor se dá através de um longo período, composto de ciclos. O primeiro deles abrange a experiência do (futuro) professor enquanto educando, como aluno da educação básica. O segundo ciclo refere-se ao momento em que ele está como aluno mestre, na graduação; o terceiro ciclo é quando ele se torna estagiário (práticas de supervisão). O próximo ciclo diz respeito aos primeiros anos de profissão, quando ele inicia o exercício da docência (professor iniciante). Por fim, o último ciclo da formação do professor é vivenciado dentro das formações continuadas, quando, então, o professor é titular.

Nóvoa (2001) salienta que tais momentos só serão formadores quando forem objetos de um esforço permanente de reflexão. Enfatiza que a formação não se dá apenas na academia, mas também na prática de ensino, do cotidiano da sala de aula - só se aprende a ensinar ensinando – para ele, a universidade pode lhe oferecer um conjunto de conhecimentos e saberes, mas o professor precisará transformá-lo em conhecimento profissional, já que em sua opinião o professor não forma ninguém, mas, apenas, oferece sua contribuição para que o aluno se forme.

Nesse sentido da trajetória, do desenvolvimento profissional, Huberman (1990) apud Bolivar (2002), discute um modelo para categorização das fases na carreira profissional dos professores, baseado fundamentalmente nos anos de experiência docente e não na idade.

Em nossa análise de perfil dos professores da presente amostra, levaremos em consideração essa classificação. Entretanto, adaptaremos as idéias de Huberman às especificações da legislação brasileira. Estas adaptações nos darão intervalos mais próximos, entre seis e sete anos, além do que, como no Brasil o professor, no caso das mulheres, aposentam-se com 25 anos de carreira, qualquer coisa, além disso, será uma ruptura, termo que será abordado mais à frente. Cremos que esta classificação nos serve muito bem, haja vista que no instrumento de pesquisa não foi perguntada a idade do professor.

Portanto, Huberman (1990) apud Bolívar (2002) distingue uma seqüência que oscilará entre três fases:

1. Uma fase de início ou entrada no ensino, que pode ter começos fáceis ou difíceis e onde se exploram os contornos da nova profissão, as escolhas provisórias e alguns papéis.

2. Uma segunda fase, que, geralmente, se pode atingir a estabilização ou passar a questionar. Apresenta um interesse especial ou especialização, capaz de gerar satisfação (material ou espiritual) no trabalho.
3. A última etapa, de resolução, pode ser negativa (desencanto) ou positiva, ensejar renovação ou conservadorismo.

As primeiras fases são comuns à maioria dos professores, mas, as quatro seguintes apresentam maiores variações ou menores uniformidades.

1. INÍCIO/ENTRADA na carreira (0-5 anos). Normalmente, transcorre durante os cinco primeiros anos de ensino, desde que se tenha feito uma escolha (causal ou não) de profissão. Caracteriza-se pela:

a) Necessidade de sobreviver no novo meio: a discrepância entre os ideais e a vida cotidiana da classe, o "choque de realidade" dos professores iniciantes, as dificuldades com os alunos (disciplina), a preocupação consigo ("eu conseguirei sair-me bem?") etc. O confronto inicial com a complexidade do trabalho docente provoca, então, a necessidade de resolver um conjunto de dilemas, tentativas e erros, sentido de eficácias, diferenças entre o que se pretende e o que, realmente, pode ser feito, gestão da disciplina e do tempo de classe etc.
b) Em contrapartida, a descoberta traduz um conjunto de dimensões distintas, relativas ao entusiasmo dos que estão começando: o encanto da novidade, o orgulho de ter uma classe dependente, a capacidade de apresentar programa próprio, a descoberta dos alunos, a integração em um coletivo profissional constituído, etc.

As duas dimensões podem ser agrupadas sob a epígrafe de exploração, que supõe o movimento nesse novo quadro social e profissional do professor novo: o Instituto.

2. ESTABILIZAÇÃO (6 – 12 anos de carreira). Esta fase é marcada pelo compromisso definitivo, a consolidação de um repertório de habilidades práticas de base, que trazem segurança no trabalho e identidade profissional. O professor percebe-se como um igual dentro do coletivo de docentes.

Segundo Huberman (1990), a aquisição da autonomia profissional significa sentir-se independente no trabalho, capaz de tomar decisões próprias. As habilidades necessárias são consolidadas, chega-se a certa proficiência pedagógica, o que modela um estilo pessoal no comando da classe. A gestão diária da classe é facilitada por uma maior flexibilidade, permitindo à pessoa encarar de modo mais cômodo o exercício da profissão. A autoridade passa a ser mais natural, realista, segura e espontânea. Em suma, tem-se a consolidação pedagógica e vivência positiva.

3. DIVERSIFICAÇÃO (13 – 19 anos de carreira). Esta fase é caracterizada pela necessidade de diversificação e expectativa de promoção e afeta mais os homens que as mulheres. Para muitos professores e professoras, significa um estágio de manutenção da profissão, tanto no que diz respeito à preservação dos status adquiridos como a atualização, que permite conservar o entusiasmo. Todavia, para aqueles que buscam novas possibilidades a manutenção não basta, surgem sintomas de tédio que tentam combater buscando novos desdobramentos na carreira (direção, assessoria, responsabilidades administrativas, outros níveis de ensino, etc.). Para Huberman (1990), o estágio de diversificação abre um período de incerteza que varia, conforme o indivíduo.

4. SERENIDADE E DISTÂNCIA AFETIVA (20 -25 anos de carreira) – Os docentes, nessa fase, são caracterizados por certo desalento de manter-se em novos projetos, são mais reflexivos, menos tensos, menos preocupados com os problemas de sua classe/grupo e mantêm uma "distância afetiva" maior em relação a seus alunos, em razão da diferença de idade e incompreensão mútua.

5. RUPTURA (mais de 25 anos de carreira). Caracterizado por uma tendência à rigidez, ao dogmatismo. Em virtude da idade, observa-se um aumento da resistência às inovações e da nostalgia do passado.

Uma extensão ou continuação do período de redelineamento, uma postura cética ou cínica em relação às mudanças sugeridas ou, simplesmente, a idade, que nos torna mais avisados, são caminhos que conduzem a esse estado. A depender da escolha, ocorrerá o que o autor chama de “ruptura de compromisso” ou um estado de serenidade.

É o início de um período marcado pela desaceleração, com um progressivo desengajamento do trabalho, seja por limitações pessoais, seja por preocupações de ordem extraprofissional e, até mesmo, pela idade, que se torna um fator de limitação. A preocupação consigo e o desejo pelas atividades de lazer mais do que os compromissos profissionais, são outras marcas desse período da vida profissional.

Segundo Huberman (1990) apud Bolívar (2002) não se pode prever com segurança as fases de cada professor, pois “elas não são lineares nem previsíveis, nem mesmo explicáveis para um grande número”.

No processo de formação continuada de professores, três idéias essenciais são apontadas por Nóvoa (2001).

1. A formação do professor é sempre um **exercício de escuta e de palavra**. De **escuta** dos outros, de novos conhecimentos, de novas experiências e, sobretudo, da escuta dos colegas, sejam eles mais novos ou mais experientes. De **palavra,** porque deve permitir que exprima sua palavra sobre as coisas da educação e sua própria experiência, narre suas memórias, o que tem funcionado bem – ou não – na experiência docente, suas angústias e ansiedades, os problemas que enfrenta e os dilemas sempre existentes na profissão.
2. A formação do professor é sempre um **espaço de mobilização da experiência.** O professor nunca é uma página em branco, que nada sabe. Mesmo os mais novos têm a experiência construída nos bancos escolares, como alunos. A formação só atingirá seus objetivos, se for capaz de fazer o professor transformar sua própria experiência em novos conhecimentos profissionais. Mas a experiência por si só não é formação, não é formadora. Ela pode ser a rotina e a repetição de erros inadequados. Transformar a experiência exige um trabalho sistemático, uma indagação rigorosa, um inquérito efetivo a respeito de nossas

práticas e experiências: exige compartilhar com os colegas, refletir em voz alta e ser capaz de aprender com os outros. Há aqui um paradoxo: a experiência é patrimônio pessoal, mas, para que seja transformada em conhecimento, precisamos dos outros: do outro que está nos livros, dos especialistas, dos professores e dos colegas com que trabalhamos diariamente.

3. A formação de professores deve ser um **processo de desenvolvimento pessoal,** mas também um momento de consolidação do coletivo docente, que é infinitamente maior do que a soma das experiências individuais de cada um.

Ressaltamos a importância que Nóvoa dá para a escuta e aqui a ampliaríamos, não só para o escutar das experiências dos colegas, mas também o escutar dos alunos, isto é, disponibilizar-se a ouvir suas experiências, idéias, dúvidas e reflexões.

Em seu discurso sobre a formação profissional em serviço Nóvoa (2001, p. 15) destaca que todo conhecimento é autoconhecimento e salienta que “ninguém forma ninguém e que cada um forma a si próprio”, no decurso de um conjunto de contribuições que são dadas pelos livros, formadores, curso, teleconferências, por exemplo.

A formação do professor, então, pode ser entendida como um processo individual de apropriação que depende da capacidade de integrarmos esse conjunto de informações e possibilidades e transformarmos isso em material de conhecimento e de organização de uma maneira nova de ser professor.

Segundo Ponte (1994), o professor, atualmente, é visto como um elemento-chave do processo de ensino-aprendizagem. Sem sua participação empenhada, é impossível imaginar qualquer transformação significativa no sistema educativo, cujos problemas, de resto, não cessam de se agravar.

O professor está longe de ser um profissional acabado e amadurecido no momento em que recebe sua habilitação profissional. Os conhecimentos e competências adquiridos antes e durante sua formação inicial são manifestamente insuficientes para o exercício de suas funções ao longo de toda a carreira.

O professor não pode ser visto, como um mero receptáculo de formação – pelo contrário, deve ser encarado como um ser humano com potencialidades e necessidades diversas, que importa descobrir, valorizar e ajudar a desenvolver.

O desenvolvimento profissional é, assim, uma perspectiva em que se reconhece a necessidade de crescimento e de aquisições diversas, processo em que se atribui ao próprio professor o papel de sujeito fundamental.

Para Ponte, o *conhecimento matemático* dos professores está entre os aspectos que têm merecido maior atenção dos investigadores.

> Na verdade, a proposição “sem um bom conhecimento de Matemática não é possível ensinar bem a Matemática” é incontornável. A preparação dos professores, neste campo, parece ser problemática em todos os níveis de ensino, mas particularmente insatisfatória nas séries iniciais.(PONTE, 2001, p. 2)

A importância de se dominar bem os conteúdos que se ensina já há muito é reconhecida e que, também, a importância da má-formação pedagógica geral é uma preocupação mais recente, mas também já com significativa expressão em muitos programas de formação. Ponte (2001) afirma ao citar Shulman (1986), que cabe a esse autor, o mérito de chamar a atenção para a importância de um terceiro domínio: o *conhecimento didático do conteúdo*, que apresenta a capacidade de compreensão profunda das matérias de ensino, que permite encontrar as maneiras mais adequadas de apresentá-las aos alunos de modo a facilitar a aprendizagem, e este conhecimento compreende por isso:

> “as formas mais úteis de representação das idéias, as analogias mais importantes, as ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações, numa palavra, a forma de representar e formular a matéria para torná-la compreensível” (SHULMAN, 1986, p. 9).

Ponte (2001) defende que a forma como o professor conduz o processo de ensino-aprendizagem, está apoiada em quatro domínios fundamentais:

I) a Matemática;

II) o currículo;

III) o aluno e seus processos de aprendizagem; e

IV) a condição da atividade.

Na seqüência da exposição de suas idéias, Ponte (2001) continua afirmando que esses quatro domínios estão estruturados em termos das concepções dos professores, que embora sejam decisivos para a prática profissional, são, em grande parte, conhecimentos implícitos que se reelaboram constantemente em função das experiências vividas.

As exigências requeridas do professor são muitas, mas não podemos negar a importância de seu papel no ambiente escolar que segundo Ponte (1994, p. 2) encontra-se agressivo e que esse profissional é facilmente posto em xeque pelos alunos, pelos pais, pelos colegas, pelo Ministério e pela opinião pública em geral. Mesmo assim ele toma muitas decisões em seu dia-a-dia, algumas das quais, por vezes, em momentos bem difíceis. “Debate-se com uma infinidade de tarefas e papéis – educador, matemático, produtor de situações de aprendizagem, animador pedagógico, dinamizador de projetos, investigador, etc.”.

Concordamos com Nóvoa (2001), quando em entrevista à revista Nova Escola, em maio de 2001, p. 15, afirma: “só o profissional é responsável pela sua formação” e ser “esse um processo pessoal incompatível com planos gerais e centralizadores” pois deve partir do professor o desejo de buscar aprimorar-se e querer crescer no conhecimento daquilo que se propôs fazer.

O processo de formação do professor pode ter até uma data para começar (pelo menos, do ponto de vista formal). Mas nunca deverá ser marcado um momento para que se finde. Portanto, devemos visualizar a formação do professor, como um contínuo sem limites de conhecimento, investigações e experiências. Cabe ao profissional auto-avaliar-se e procurar sempre se aprimorar em seu desenvolvimento, que envolve suas concepções e competências.

A seguir, apresentaremos algumas noções sobre o que é concepção e competência.

4.3 Concepção e Competência

A forma de entender o mundo, formar conceitos, organizar as idéias e ações, faz parte do conjunto de concepções que estão intrínsecas no comportamento humano e não são fáceis de ser observadas em um primeiro momento. Tentar entender as concepções do professor poderá ser importante, pois permitirá compreender sua prática de ensino.

As concepções têm natureza, essencialmente, cognitiva, segundo Ponte (1992), e atuam como uma espécie de filtro. Por um lado, são indispensáveis, pois estruturam o sentido que damos às coisas. Por outro lado, atuam como elemento bloqueador em relação a novas realidades ou a certos problemas, limitando nossas possibilidades de atuação e compreensão.

Ponte (1992) como Rico et al. (2002) entendem que concepções são miniteorias do conceito, e podem ser vistas, como pano de fundo organizador dos conceitos. Estas condicionam a forma de abordagem das tarefas que, às vezes, podem estar longe de ser as mais adequadas.

Para Ponte (1992) ás concepções formam-se em um processo simultaneamente individual (como resultado da elaboração sobre nossa experiência) e social (como resultado do confronto de nossas elaborações com os outros).

Dessa forma, nossas concepções sobre a Matemática são influenciadas pelas experiências a que nos habituamos a reconhecer como tal e, também, pelas representações sociais dominantes. Há, portanto, uma forte ligação entre concepção e prática; uma vez que apontam caminhos e fundamentam as decisões. Por outro lado, a prática faz com que brotem concepções para enquadrar as atitudes tomadas. Notamos, portanto, que há uma interferência mútua entre concepção e prática.

No entendimento de Vergnaud (1987), as concepções e competências formam as duas faces de uma mesma moeda. Para ele, as competências são desenvolvidas com base nas ações do sujeito, em uma dada situação. Já as concepções são traçadas nas expressões simbólicas do sujeito e revelam-se na escrita ou nos gestos.

O autor complementa que, dentro do processo de formação e desenvolvimento de competências e concepções o ensino é essencial e o professor exerce um papel fundamental, pois é dele a responsabilidade de fazer escolhas adequadas para criar um ambiente favorável para o aluno avançar.

Portanto, podemos concluir que, as competências e as concepções do professor interferem diretamente no processo de ensino-aprendizagem.

Outra importante contribuição de Vergnaud (1987) é, quando afirma que, para analisar competências, é importante entender primeiro o conceito de esquema – organizações invariantes da ação em certo grupo de situações. A competência é analisada, como a combinação de esquemas usados frente a uma situação. Para ele, as competências estão ligadas aos conhecimentos implícitos (teorema-em-ação)[5] que se encontram nas relações que se formam entre os esquemas.

As idéias de Vergnaud (1987) estão voltadas para o universo do aluno, isto é, para à aprendizagem e formalização de conceitos. Direcionando a discussão para o professor, Ponte (1998) entende a competência profissional, como a capacidade de equacionar e resolver (em tempo hábil) problemas da prática profissional. Em comum, os dois autores trazem em suas definições de competência um caráter explícito, que se manifesta, conforme o individuo é colocado para resolver situações-problema.

Acreditamos que os professores, trazem consigo, para o ensino da Matemática, suas crenças e concepções. Idéia semelhante é apresentada por Ponte (1998), quando afirma que o conhecimento profissional é formado pelas crenças, concepções e mitos que se acumulam durante a experiência profissional do docente, passando por diversas elaborações e (re)elaborações, tendo sempre um caráter implícito.

[5] Os teoremas-em-ação são definidos como relações matemáticas que são levadas em consideração pelos alunos, quando estes escolhem uma operação ou seqüência de operações, para resolver um problema. Os teoremas-em-ação não são teoremas no sentido convencional do termo, porque a maioria deles não é explícita.

Postas estas reflexões, assumiremos em nosso estudo os termos concepção e competências apoiados nas idéias de Vergnaud (1987) e Ponte (1992) acima apresentadas. Quanto ao termo crença, julgamos que não seja necessário maior esclarecimento, pois o mesmo não será investigado em nesta pesquisa.

Já tendo discutido a formação do professor, tanto do ponto de vista da ciência como da lei e termos definido operacionalmente dois elementos que consideramos centrais na formação do professor, que serão investigados em nosso estudo empírico, passaremos a discutir o último, porém, não menos importante tópico deste capítulo, qual seja, o saber matemático.

4.4 O Saber matemático

A Matemática é uma ciência em permanente evolução, em um processo de desenvolvimento ligado a muitas vicissitudes e contradições (PONTE, 1988). Esta ciência pode ser encarada como um corpo de conhecimento, constituído por um conjunto de teorias bem determinadas (perspectiva da Matemática, como “produto”) ou como uma atividade (constituída por um conjunto de processos característicos), tanto os produtos como os processos são igualmente importantes e só fazem sentido se equacionados em conjunto.

Segundo Ponte (2001), a Matemática é um saber cientifico e distingue-se das outras ciências pelo fato de que, nestas a prova de validade decisiva é a confrontação com a experiência; na Matemática, esta prova é dada pelo rigor do raciocínio.

O autor citado enuncia quatro características que julga fundamentais no conhecimento matemático:

(i) a **formalização**, que disciplina o raciocínio, conferindo-lhe um caráter preciso e objetivo, podendo com isso ser sempre sujeito a verificação;

(ii) **a verificabilidade**, que permite estabelecer consensos a respeito da validade de cada resultado**;**

(iii) **a universalidade**, que é seu caráter transcultural e a possibilidade de aplicar aos mais diversos fenômenos e situações; e

(iv) **a generalidade**, que é a possibilidade que leva à descoberta de coisas novas.

Sebastião e Silva (1964/1975), citados por Ponte (2001) já percebiam, que a natureza formalizada da Matemática constituía-se de um dos mais sérios obstáculos à sua aprendizagem, pois em seu ensino há uma tendência permanente para resvalar para uma formalização prematura. Noss (1988/81) apud Ponte/2001 considera que a especificidade do saber matemático está no tipo de formalismo que lhe está associado. Defende a tese de que a tecnologia, devidamente, utilizada pode constituir ambientes matemáticos, nos quais a matematização tem a possibilidade de ocorrer naturalmente e sugere que o computador virá a constituir-se por isso mesmo, uma significativa influência cultural.

Com relação aos elementos constitutivos no saber matemático, Ponte (2001) distingue quatro níveis de competências, de acordo com sua função e nível de complexidade, a saber:

I) As competências elementares – implicam processos de simples memorização e execução, tais competências são listadas em:
- conhecimentos de fatos específicos e terminologia;
- identificação e compreensão de conceitos;
- capacidade de execução de “procedimentos”;
- domínio de processos de cálculo;
- capacidade de “leitura” de textos matemáticos simples;
- comunicação de idéias matemáticas simples.

II) As competências intermediárias – implicam processos com certo grau de complexidade, tais competências são listadas em:
- compreensão de relações matemática (teoremas, proposições);
- compreensão de uma argumentação matemática;
- a resolução de problemas (nem triviais, nem muito complexos); e
- a aplicação a situações simples.

III) **As competências complexas ainda denominadas avançadas (ou de ordem superior)** – implicam uma capacidade significativa de lidar com situações novas, tais competências são listadas em :

- a exploração/investigação de situações; a formulação e os testes de conjecturas;
- a formulação de problemas;
- a resolução de problemas(complexos);
- a realização e crítica de demonstrações;
- a análise crítica de teoria matemáticas; e
- a aplicação a situações complexas/modelação.

IV) **saberes de ordem geral** – implicam os meta-saberes, que são saberes que influenciam nos próprios saberes e concepções, tais competências são listadas em:

- conhecimentos dos grandes domínios da Matemática e de suas inter-relações;
- conhecimentos dos aspectos da história e de suas relações com as ciências e a cultura geral; e
- conhecimentos de movimentos determinantes do desenvolvimento da Matemática (grandes problemas, crises, grandes viagens).

Para o autor, enquanto os três primeiros níveis representam uma progressão em termos de complexidade natural, o quarto desempenha um papel essencialmente regulador. Admite que o trabalho mobilize naturalmente saberes e competências dos níveis anteriores.

Conforme afirma Ponte (2001), a ação e a reflexão, são as atividades fundamentais, nas quais se desenvolve o saber matemático e a ação tem a ver com a manipulação dos objetos e especialmente, com as representações.

Entre as diversas formas de representações, a interação é bastante produtiva, e no ensino básico e secundário, as mais fundamentais são as representações numéricas, gráficas e algébricas.

O desenvolvimento do saber matemático envolve outros fatores além do envolvimento do individuo. Fatores mais gerais de ordem cultural, de ordem social (classe social, família, microgrupos a que pertence o indivíduo), de ordem institucional (escola e outros espaços de aprendizagem da Matemática), e as capacidades de ordem individual são igualmente condicionantes do saber matemático do indivíduo.

Norteando-se por essa linha de pensamento, vimos a relevância da questão do conhecimento matemático do professor que ensina Matemática, não que estes sirvam-lhe unicamente de acessórios que apenas irão encher o intelecto, mais que esses conhecimentos lhes dê condições para desenvolver seu trabalho docente com competência e eficácia no processo de ensino-aprendizagem.

Em nosso País, existem cursos que permitem oferecer uma boa base de conhecimentos matemáticos aos professores em formação, mas em contrapartida não condicionam de modo satisfatório os professores que estão em formação para ensinar Matemática.

Concordamos com Cuoco (2001) quando cita que podemos listar os tópicos, mas serão ineficazes se não encontrarmos maneiras de comunicar o espírito de fazer Matemática às pessoas que vão ser professores de Matemática.

É importante que o professor aproprie-se do saber matemático em seu lidar em sala de aula, porém isso não lhe garante sucesso na transmissão dos conhecimentos. Será necessário que o professor encontre ou crie maneiras eficazes de comunicar o que conhece.

No próximo capítulo, apresentaremos alguns estudos relacionados à fração, tanto no que diz respeito a seu ensino (professor) como à aprendizagem (aluno), além de um estudo referente a escolha do livro didático pelo professor. Estas pesquisas ajudar-nos-ão no sentido de termos uma visão mais ampla de como se encontra a investigação do conceito de fração no âmbito da Educação Matemática e também colaborarão para desenvolver este estudo.

CAPÍTULO V

REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo, nosso interesse será apresentar e discutir pesquisas sobre a aprendizagem e o ensino do número racional na forma fracionária. Entre muitas, escolhemos apenas aquelas que consideramos importantes no sentido de trazer contribuição ao presente estudo. Por essa razão, boa parte dos trabalhos que discutiremos, foram realizados por nosso grupo de pesquisa e aqui desenvolvidos dentro do programa de cooperação entre a Oxford Brookes University – coordenado pela Professora Teresinha Nunes – e o Centro das Ciências Exatas Tecnologia da PUC-SP, coordenado pelas Professoras Tânia Campos e Sandra Magina. Estas pesquisas nos interessam de perto, porque nosso estudo partiu de vários dos resultados encontrados nos trabalhos do grupo, sobretudo, aqueles focados na formação de professores.

Assim, este estudo faz parte de um projeto mais amplo, intitulado “A formação, desenvolvimento e ensino do conceito de fração”, que tem por objetivo investigar a formação e o desenvolvimento do conceito de fração nos Ensinos Fundamental, Médio e Superior, quer seja do ponto de vista de seu ensino (o professor), quer seja do ponto de vista de sua aprendizagem (o aluno).

Iniciaremos apresentando os trabalhos que tiveram por objetivo mapear o conceito de fração na aprendizagem (o aluno). Para, em seguida, apresentar os trabalhos que objetivaram investigar o conceito de fração no ensino (o professor).

Acreditamos que sua apresentação seja importante, visto que nossa hipótese, já apresentada no Capitulo I diz que o desempenho dos alunos em questões com frações pode ter alguma relação com as concepções e competências que os professores apresentam em relação ao conceito de fração.

Ainda apresentaremos uma pesquisa voltada à escolha do livro didático pelos professores.

5.1 As pesquisas focadas na aprendizagem de fração

Os estudos apresentados nesta seção dizem respeito à aprendizagem de fração. O aluno foi o foco das investigações. Ainda subdividiremos a seção, em duas subseções, para melhor demonstrar os estudos que foram de caráter diagnóstico e os de caráter intervencionista.

5.1.1 Estudos diagnósticos

Iniciaremos por apresentar o trabalho de Merlini (2005), referente a um estudo diagnóstico realizado com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental que teve por objetivo investigar as estratégias utilizadas por esses alunos, frente a problemas que abordam o conceito de fração. O estudo utilizou como aporte teórico a classificação proposta por Nunes et al. (2003), além da TCC.

Merlini (2005) em seu estudo envolveu 120 alunos, advindos de duas escolas da rede pública estadual da cidade de São Paulo; 60 deles cursavam a 5ª série e os restantes 60, a 6ª série do Ensino Fundamental. A pesquisa de campo foi realizada em dois momentos: no primeiro foi aplicado, de forma coletiva um questionário que os alunos responderam, individualmente, questões envolvendo os cinco significados de frações propostos por Nunes. No segundo momento foram realizadas entrevistas clínicas com 12% da amostra, baseada na análise de seus resultados a autora concluiu que em nenhuma das duas séries pesquisadas, houve um desempenho eqüitativo entre os cinco significados da fração.

Outro achado importante foi não ter havido regularidade, ou seja, para um mesmo significado foram apresentadas diferentes estratégias. O estudo concluiu que a abordagem que se vem fazendo do conceito de fração, não está garantindo que o aluno construa o conhecimento desse conceito.

O trabalho de Moutinho (2005) foi feito em concomitância ao de Merlini, inclusive foram usados os mesmos instrumentos diagnósticos e os teóricos.

Mas foi diferenciado quanto à população investigada: o de Merlini pesquisou alunos de 5ª e 6ª séries, o de Moutinho voltou-se a alunos das 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental, seu objetivo de estudo foi identificar qual(is) dos diferentes significados da fração que esses alunos mais utilizavam frente a problemas que abordavam o conceito de fração.

O estudo foi aplicado a 123 alunos da rede pública estadual da cidade de São Paulo, distribuídos por duas escolas, 65 eram alunos da 4ª série e 58, da 8ª série do Ensino Fundamental. A aplicação do instrumento foi coletiva, com resolução individual. Para os alunos da 4ª série, Moutinho leu em voz alta cada uma das questões.

Na análise dos resultados, foram observados dois aspectos: o desempenho e as estratégias que os alunos utilizaram na resolução dos problemas. Percebeu-se que os alunos da 4ª série demonstraram ter maior domínio do significado Parte-todo, como estratégia principal na resolução dos problemas, já os alunos da 8ª série além de usar esse significado, procuravam resolver os problemas usando operações, entretanto não atingiram um índice de acerto favorável, resultando em um desempenho geral menor que os alunos da 4ª série.

Em vista dos resultados, Moutinho (2005) concluiu pela necessidade de se desenvolver um trabalho mais amplo sobre o Campo Conceitual das Frações, tendo como base o uso de diferentes situações, que abordem os cinco significados da fração propostos por Nunes et al. (2003), para buscar um melhor aprendizado desse conceito ao longo do Ensino Fundamental.

Já o estudo de Rodrigues (2005) sobre as concepções de fração pelos alunos, após o estudo formal, também, voltado à aprendizagem, teve por objetivo identificar que aspectos do conceito de fração relativos apenas aos significados parte-todo e quociente permaneciam não apropriados por alunos após o estudo formal. Para tanto, o pesquisador elaborou um instrumento diagnóstico composto de 48 questões, envolvendo o conceito de fração nos significado parte-todo e quociente, com situações apresentadas na forma icônica e não-icônica, em quantidades discretas e continuas. As questões foram graduadas em três níveis de dificuldades.

O instrumento foi aplicado em três grupos distintos de sujeitos: 29 alunos de Ensino Superior de duas Universidades, uma da cidade de São Paulo e a outra de Campinas; 31 alunos de terceiro ano do Ensino Médio de uma escola profissionalizante da cidade de Campinas, que seleciona seus alunos, segundo um concurso de admissão em caráter nacional; e o terceiro grupo foi formado por 13 alunos da oitava série do Ensino Fundamental de uma escola particular da cidade de Campinas.

Os resultados obtidos foram analisados sob os pontos de vista qualitativo e quantitativo. Rodrigues (2005) constatou em suas análises que mesmo nesses níveis de escolaridade, os alunos ainda apresentam dificuldades significativas sob três aspectos:

(a) da compreensão do papel da unidade nos problemas, envolvendo frações;

(b) da peculiaridade das situações, envolvendo grandezas discretas;

(c) e de aspectos mais abstratos de construção dos números racionais, como a inclusão dos inteiros e a explicação de soluções em termos de operações com frações.

Como podemos observar, o interesse de Rodrigues (2005) restringiu-se a investigar apenas dois significados da fração; parte-todo e quociente. Não foi do interesse do autor avaliar a competência dos alunos, mas sim investigar as concepções em relação a esses dois significados. Depois de feita as análises, ele concluiu que o conceito de fração permanecia não apropriado pelos alunos, mesmo depois de terem passado pela escola formal; para Rodrigues (2005), abrange os quatro ciclo do Ensino Fundamental.

Embora tenha sido realizada há mais de vinte anos, consideramos importante apresentar os estudos de Kerslake, pela importância dos resultados que revelam indícios de como as crianças pensam a respeito de frações.

Em suas pesquisas realizadas na Inglaterra, Kerslake (1986), investigou com profundidade alguns problemas comumente trabalhados com alunos e examinados, no que o conteúdo sobre frações poderia ser melhorado. Os dados foram coletados durante seis anos de pesquisa, por meio de testes aplicados em 10.000 crianças, com idades entre 11 e 15 anos, distribuídas em várias escolas da Inglaterra.

Ao se buscar informações a respeito dos caminhos, de como os alunos pensam sobre as frações, o estudo favoreceu a observação de três aspectos que emergiram dos dados obtidos.

1. observar se os alunos seriam capazes de pensar as frações, como números ou se eles pensavam que a palavra “número” implicaria somente “números inteiros”;
2. descobrir os modelos de frações que as crianças dispunham; e
3. descobrir como as crianças visualizavam a idéia de equivalência.

Uma das questões propostas pela autora foi um mesmo problema de dois diferentes modos: dentro de um contexto, e sem contexto. O problema sem contexto pedia aos alunos a resolução de 3: 5, o problema com contexto foi: Três barras de chocolate foram divididas igualmente para cinco crianças. Quanto cada criança recebeu? No problema com contexto a pesquisadora observou que, quase 65% dos alunos responderam corretamente, e, ao problema sem contexto, o índice foi significativamente inferior (31%), revelando a importância de existir um contexto que envolva fração.

Para a pesquisadora, algumas dificuldades apresentadas pelos alunos ao conceber 3:5, sem contexto, como sendo $\frac{3}{5}$, podem estar relacionadas ao fato de que os alunos não conectam a divisão (3:5) à representação fracionária $\frac{3}{5}$. Outra observação feita pela autora, foi o fato de um número relativamente grande de alunos interpretar 3:5, como sendo 5:3.

Ao observar as frações e os números inteiros a autora, perguntou aos alunos “quantas frações se escondem entre $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{2}$?” Eles respondiam que havia apenas uma fração, que seria $\frac{1}{3}$. Frente a estas respostas, apresentadas pelos alunos, podemos inferir que eles, talvez, tenham observado apenas o denominador para expressar sua resposta e não deram conta de que entre as frações $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{2}$ existem inúmeras outras.

Durante a entrevista, Kerslake (1986) fez outra observação que, foi o fato da presença de diagramas (ícones) ajudar na resolução de determinados tipos de problemas como, por exemplo, entender a fração como parte de um todo, dividindo um círculo em partes iguais e sombreando algumas dessas partes. Todavia, o uso desses diagramas no modelo parte-todo, nem sempre permitia ao aluno visualizar situações como, por exemplo, $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$. Havendo necessidade de realizar outras divisões da mesma figura para sua compreensão.

Apoiando-se nas idéias de Kieren (1976), a autora afirma que o conceito de número racional é diferente de número natural, visto que eles não fazem parte do meio natural dos alunos e as diversas interpretações de número racional resultam em uma variedade de experiências necessárias.

Kerslake (1986) conclui, afirmando que: o entendimento dos números racionais como elemento do campo quociente requer a oportunidade de experiências dos aspectos partitivos da divisão. Destaca a necessidade de estender o modelo parte-todo e incluir o aspecto quociente da fração e, as frações representadas, como pontos sobre uma reta numerada, devem ser discutidas com os alunos de maneira mais significativa.

Propôs a seguinte questão: “Aqui estão três doces. Há quatro crianças que desejam sua parte. Como você pode fazer?”. A autora observou que os alunos dividiam os três doces para as quatro crianças, mas, todavia não havia preocupação com a eqüidade das partes. Observando-se o processo de divisão realizado pelos alunos, avaliou que os alunos não faziam conexão entre 3:4 e $\frac{3}{4}$.

Assim, notamos que foram apresentados estudos diagnósticos que varreram desde o último ano das séries iniciais até o curso de licenciatura em Matemática, muito embora nem todas as séries tenham sido especificamente investigadas, como foram os casos das 1ª, 2ª, 3ª e 7ª séries do Ensino Fundamental, o 1º e o 2º ano do Ensino Médio. Contudo consideramos que o panorama oferecido pelas quatro pesquisas seria suficiente para nos oferecer um panorama geral da competência dos alunos para resolver problemas sobre fração. Estes estudos também nos ajudaram na construção de nosso próprio estudo.

No próximo tópico continuaremos apresentando pesquisas voltadas à aprendizagem de fração. Só que estas pesquisas têm caráter intervencionista.

5.1.2 Estudos intervencionistas

Bezerra (2001) realizou um trabalho intervencionista, com alunos da 3ª série do Ensino Fundamental, com objetivo de investigar uma abordagem para ensino dos números fracionários, e pretendeu estudar a aquisição do conceito deste e de suas representações com base em situações-problema que fossem significativas e desafiadoras ao aluno. Com base em uma seqüência de ensino elaborada pelo autor, foram estudadas as questões de aprendizagem relacionadas à aquisição do conceito de fração, utilizando-se das representações simbólicas e pictóricas, apoiadas nos pressupostos de participação, resolução de situações-problema, trabalhos em grupo e vivências relacionadas ao dia-a-dia da criança. O estudo ofereceu pistas significativas sobre o processo de aquisição desse conteúdo. A mais valiosa foi a de que o processo de construção dos conceitos de fração, a exemplo da história, ganha força quando se inicia baseando-se na resolução de problemas concretos, advindos da realidade.

Malaspina (2007) realizou um estudo intervencionista, para introdução do conceito de fração com alunos da 2ª série do Ensino Fundamental. O estudo foi idealizado para responder à seguinte questão de pesquisa: “Quais os efeitos que cada um dos quatro significados para fração (parte-todo, quociente, operador multiplicativo e medida) traz à aprendizagem inicial dos alunos do 1º ciclo (2ª série) do Ensino Fundamental sobre esse conceito?” Para tanto, foi realizado um estudo com 61 alunos, que nunca tiveram contato, do ponto de vista formal da escola com o objeto fração. A fundamentação teórica da pesquisa contou com a Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud (1988; 2001) e as idéias teóricas de Nunes et al. (2003) com relação aos diferentes significados da fração, razões pelas quais tivemos interesse na referida pesquisa. Os resultados mostraram que cada um dos significados exerceu papel importante na aprendizagem da fração pelos alunos e todos trouxeram contribuições para início da apropriação desse objeto. Dessa forma, foi possível encontrar efeitos distintos na aprendizagem inicial de fração, dependendo do significado que se utilizou para introduzir o conceito.

Embora tenhamos apresentado apenas dois estudos de caráter intervencionista, consideramos que eles são importantes a nosso estudo, pois, um deles foi realizado com a 3ª série, quando segundo recomendações dos PCN deve ser iniciado o estudo formal das frações. Já o outro estudo, foi com alunos que oficialmente não foram apresentados ao conceito formal de frações.

Após apresentarmos estudos voltados à aprendizagem do conceito de fração passaremos a mostrar na seção seguinte, estudos que enfocam o ensino desse conceito.

5.2 As pesquisas focadas no ensino de fração

Nesta seção, apresentaremos trabalhos focados na investigação do ensino da fração, sob o ponto de vista do professor. Tal qual a seção anterior, subdividiremos, também, esta em duas subseções, uma que versará sobre os estudos diagnósticos e a outra a respeito dos estudos de caráter intervencionistas.

5.2.1 Estudos diagnósticos

O primeiro trabalho a ser apresentado é de Santos (2005), que realizou um estudo com professores que atuam no Ensino Fundamental e teve por objetivo compreender o estado – concepções – em que se encontrava o conceito de fração para professores que atuavam nos quatro ciclos do Ensino Fundamental. O estudo propôs-se a responder a seguinte questão de pesquisa: “é possível reconhecer as concepções dos professores que atuam nos 1º e 2º ciclos (polivalentes) e no 3º ciclo (especialista), do Ensino Fundamental, no que diz respeito ao conceito de fração?" Se sim, quais? Se não, por quê?

Santos (2005) para responder a esta indagação realizou um estudo diagnóstico com 67 professores do Ensino Fundamental, distribuídos em sete escolas da rede pública estadual da cidade de São Paulo. O estudo constou de dois momentos: No primeiro, foi solicitado aos professores a elaboração de seis problemas envolvendo o conceito de fração; e no segundo, solicitou-se a esses docentes que resolvessem os próprios problemas elaborados. Os dados obtidos foram, também, analisados dentro de dois momentos: um voltado à análise dos enunciados dos problemas elaborados e o outro, às estratégias de resolução dos problemas.

Os resultados obtidos no estudo de Santos (2005) apontaram uma tendência, tanto entre os professores polivalentes como entre os especialistas a valorizar a fração com o significado operador multiplicativo na elaboração dos problemas.

Quanto à resolução dos problemas o autor observou que, nos três grupos, houve uma valorização dos aspectos procedimentais – aplicação de um conjunto de técnicas e regras (algoritmo).

Estas evidências levaram Santos (2005) a concluir que não existe diferença significativa entre a concepção dos professores polivalentes e a dos especialistas, seja na elaboração ou na resolução de problemas de fração em seus diferentes significados. O autor salienta que as concepções desses professores carregam fortes influências daquelas construídas na Educação Básica.

O trabalho de Santos (2005) serviu de inspiração ao estudo de Canova (2006) que, também, tratou de investigar a concepção de professores polivalentes, frente à elaboração de situações-problema que envolvesse fração. A diferença entre os estudos de Santos (2005) e Canova (2006), está no fato deste, além de investigar as concepções, ter buscado também pesquisar as crenças e competências dos professores em relação à fração.

O estudo realizado por Canova (2006) objetivou identificar e analisar as crenças, concepções e competências dos professores que atuavam nos 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental, no que diz respeito ao conceito de fração. A autora em seu estudo propôs a responder à seguinte questão de pesquisa: “Qual é o entendimento que os professores dos 1º e 2º ciclos de Ensino Fundamental apresentam em relação ao conceito de fração?”. Após construir uma sustentação teórica baseada nas idéias de Vergnaud; Nunes e Ponte, a autora compôs um instrumento investigativo composto de 29 questões subdivididas em quatro partes: (1) perfil dos professores; (2) crenças; (3) concepções e (4) competências.

Este instrumento foi aplicado, no primeiro momento, a 51 professores do 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental, distribuídos em três escolas da rede Municipal da cidade de Osasco. Num segundo momento, foram realizadas entrevistas clínicas em 10% da amostra.

A análise dos dados foi dividida, seguindo as mesmas quatro partes que compuseram o instrumento. Canova (2006) utilizou a classificação teórica proposta por Nunes et al (2003) e considerou as variáveis de quantidade (contínua e discreta) e a representação (icônica ou não), além dos invariantes do conceito (ordem e equivalência).

Os resultados da pesquisa mostraram que as crenças dos professores não são influenciadas pela sua prática docente, o que não é verdade para as concepções. Estas eram mais restritas entre professores do 1º ciclo (significado parte-todo em quantidade contínua não-icônica) do que aos professores do 2º ciclo (exploravam mais variáveis, sendo estas bem próximas das encontradas nos livros didáticos).

Quanto à competência, a autora constatou que não houve um desempenho eqüitativo entre os cinco significados da fração e os invariantes. Estas evidências levaram Canova (2006) a concluir que há necessidade de se ampliar o campo conceitual desses professores com relação ao objeto fração.

O trabalho de Canova (2006) influenciou fortemente nossa pesquisa, mas o que diferencia, é que nosso estudo investiga as concepções e competências desses professores e algumas relações com o livro didático.

Os trabalhos apresentados até aqui estão em nível de mestrado. As pesquisas de doutoramento, algumas em andamento e uma já finalizada são investigações que visam entre outros objetivos a aprofundar os estudos diagnósticos realizados pelos mestrandos do grupo.

Damico (2007) teve sua pesquisa voltada à formação inicial de professor, seu trabalho tratou de investigar a formação inicial de professores de Matemática para o ensino dos números racionais no Ensino Fundamental.

Para tanto, foram pesquisados 346 estudantes para professores de Matemática (189 iniciantes e 157 concluintes) e 41 formadores de professores de duas universidades do ABC Paulista. O autor utilizou para coleta de dados cinco fontes, denominadas Instrumentos: Instrumento 1 – os alunos concluintes foram solicitados a criarem oito problemas envolvendo frações, com o objetivo de avaliar alunos do Ensino Fundamental; Instrumento 2 – os alunos concluintes resolveram os oito problemas que criaram; Instrumento 3 – todos os alunos, iniciantes e concluintes, foram submetidos a uma avaliação, contendo vinte questões que versavam sobre conhecimentos fundamentais dos números racionais; Instrumento 4 – entrevista interativa com 10% dos alunos concluintes participantes da pesquisa; Instrumento 5 – entrevista interativa com 41 professores.

Damico (2007) optou por uma abordagem qualitativa de interpretação dos dados, e em função do grande volume de informações, esta análise sempre foi precedida por um resumo estatístico, com o objetivo de mostrar a freqüência com que cada categoria ou subcategoria foi observada.

Os resultados encontrados na pesquisa de Damico (2007) foram apresentados em três unidades de análise, abordando, respectivamente: o conhecimento matemático (conceitual e processual) dos estudantes para professores em relação a cinco subconstrutos ou significados das frações (parte-todo; operador; quociente ou divisão indicada; medida e coordenada linear); o conhecimento matemático e o PCK (conhecimento pedagógico do conteúdo ou conhecimento didático) em relação às operações básicas com frações (adição, multiplicação e divisão); os números racionais na formação universitária.

Conforme cita o autor, os dados da sua pesquisa apontam para o fato de que os estudantes para professores têm uma visão sincrética dos números racionais, com um acentuado desequilíbrio entre conhecimento conceitual e processual, com prevalência do processual. Observou-se também, um baixo nível de conhecimento didático relacionado às formas de representação dos conteúdos, normalmente, ensinados no Ensino Fundamental que versam sobre números racionais (frações).

Outro importante estudo foi realizado por Campos, et al. (2006), com um grupo de professores não especialistas em Matemática, que atuavam nos dois primeiros ciclos do ensino fundamental em diferentes escolas públicas da rede estadual do Estado de São Paulo. As autoras aplicaram um instrumento diagnóstico com respostas individuais, no qual foi solicitado aos professores que explicassem o raciocínio de crianças na resolução de problemas e pedia, ainda, que os professores explicassem como fariam para ajudar, essas crianças a desenvolver o entendimento do conceito de fração.

As autoras basearam-se em diversas pesquisas, para afirmar que os professores brasileiros que atuam no nível de escolarização da 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental costumam utilizar as situações de parte-todo para introduzir o conceito de fração. Embora esses professores sejam capazes de resolver problemas de frações, lançam mão de um grupo muito limitado de situações para ensinar e ajudar seus alunos a superarem eventuais erros e concepções errôneas sobre o conceito de fração.

Campos et al. (2006) ainda pontuam que as situações com o significado parte-todo, muito usadas no ensino de fração, resumem-se a situações em que uma área é dividida em partes iguais; em nomear uma fração como o número de partes pintadas sobre o número total de partes e em analisar a equivalência e a ordem da fração por meio da percepção. Portanto, essa forma de abordagem leva os alunos a desenvolverem seus raciocínios sobre fração, baseados na percepção, em detrimento das relações lógico-matemáticas nelas envolvidas (NUNES e BRYANT, 1997).

Na análise de seus resultados Campos et al. (2006) constataram que, alguns professores propunham como estratégia para resolução dos problemas com fração o uso do material concreto, sem trazer qualquer explicação de como usá-los. Já outras estratégias estavam relacionadas à percepção, que propunha o uso de desenho ou de material concreto.

Na conclusão de seu estudo, Campos et al. (2006), apontaram para dificuldades conceituais dos professores em relação ao conceito de fração. Confirmaram também que os professores apresentavam estratégias limitadas de ensino para superar as concepções errôneas expressas nas respostas dadas pelas crianças.

Os professores do estudo apresentaram como estratégia principal para o ensino dos invariantes (ordem e equivalência), o uso de desenho ou material concreto, ou seja, uma proposta totalmente baseada na percepção do aluno. Concluíram, também, que esses invariantes foram pouco acionados pelos professores para promover a compreensão da fração, o que pode significar que esses invariantes, aos professores, têm pouca relevância no ensino de fração.

A pesquisa de Campos et al. (2006) apontou para a necessidade de um planejamento de seqüências de ensino que contemplem os invariantes ordem e equivalência, utilizando para tanto a lógica da divisão como estratégia, para alavancar a utilização desses invariantes, para a compreensão de frações pela criança.

Destacamos que dois dos estudos diagnósticos apresentados acima, investigaram o professor, que já estava atuando, no que se refere às suas crenças concepções e competências. O terceiro tratou de investigar a formação inicial desses professores, concernente aos conhecimentos matemáticos e pedagógicos.

O quarto estudo buscou investigar as estratégias utilizadas pelos professores na resolução de problemas de fração. Esses trabalhos contribuíram na elaboração e desenvolvimento de nosso estudo, por ser o professor, alvo de nossa investigação.

Na próxima seção, apresentaremos alguns estudos de caráter intervencionista realizados com professores que trabalhavam em diversos níveis de ensino.

5.2.2 Estudos intervencionistas

Silva (2005) realizou um estudo, sobre as concepções de um grupo de professores de Matemática a respeito dos números fracionários em relação à aprendizagem de alunos de quinta série, da autonomia e dificuldades nas possíveis mudanças dessas concepções em uma formação continuada. O trabalho de Silva (2005) procurou responder às seguintes questões: que Organização Didática os docentes constroem para o ensino de números fracionários para a quinta série do Ensino Fundamental durante a formação? É possível encaminhar professores de Matemática a reflexões que possibilitem mudanças nas concepções que têm de seus alunos, proporcionando-lhes um novo lugar na instituição escolar? É possível em uma formação continuada, promover ações que permitam aos professores alguma mudança em sua prática de ensino de números fracionários para uma quinta série?

No processo de formação, a pesquisadora utilizou as seguintes concepções de números fracionários: parte-todo, medida, quociente, razão e operador, além das possíveis técnicas para resolução dessas tarefas e o discurso tecnológico-teórico que as justificam.

Após análise, a autora afirma que os docentes constroem para a 5ª série Organizações Matemáticas para números fracionários muito rígidas com tipos de tarefas que associam, sobretudo, a concepção parte-todo em contextos de superfícies, mobilizando a técnica da dupla contagem das partes e, com menos incidência, a concepção de razão mobilizando a mesma técnica.

Mudanças nos sentimentos e emoções dos professores foram constatadas em relação aos fracionários que propiciaram modificações em suas concepções desse conteúdo, e alguns indícios de mudanças em suas práticas de ensino.

Modificações no discurso dos professores foram observadas a respeito da aprendizagem de seus alunos e na maneira de observá-los em ação, desencadeada pela aplicação de uma Organização Didática elaborada na formação em uma sala de quinta série. A formação explicitou a necessidade dos professores desenvolverem autonomia e reflexão a respeito do conteúdo e de suas práticas docentes.

Já Silva (2007) realizou um trabalho intervencionista, com o objetivo de analisar fatores que podem interferir no desenvolvimento profissional de professores das primeiras séries do Ensino Fundamental, como resultado de uma formação continuada com a finalidade de discutir questões relacionadas à abordagem da representação fracionária de números racionais e seus diferentes significados.

Nosso interesse neste trabalho deve-se ao fato, de que temos os mesmos pressupostos teóricos fundamentados na teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990) e na classificação proposta por Nunes et al. (2003) para os cinco significados das frações. Além dos teóricos que versam sobre a formação de professores, como: Shulman (1986) e Ponte (1992).

Para Silva (2007), a análise das informações permitiu-lhe identificar alguns fatores que podem exercer influência no processo de desenvolvimento profissional dos docentes. Um deles refere-se às dificuldades relativas ao conhecimento matemático dos professores.

A pesquisadora citada acredita que há necessidade de um enfoque mais amplo do conceito de números racionais, complementado pela análise dos diferentes significados de sua representação fracionária tanto em cursos de formação inicial como de formação continuada. Por fim, na conclusão de seu trabalho Silva (2007) afirma que, para romper crenças e concepções dos professores sobre ensino aprendizagem da Matemática, em especifico do objeto matemático frações, é necessária uma constante reflexão sobre a prática, sobretudo em ambientes que propiciem um trabalho colaborativo.

Os dois estudos intervencionistas apresentados acima, procuraram analisar, tanto as concepções dos docentes sobre números racionais, como também os fatores que podem interferir no desenvolvimento profissional desses professores, sendo interesse de nossa pesquisa, haja vista que as concepções do professor são também alvo de nossa investigação.

Na próxima seção, apresentaremos um estudo que tratou da escolha dos livros didáticos pelos professores.

5.3 Pesquisa focada na escolha do livro didático

A pesquisa de Tolentino - Neto (2003), realizada com professores de 1ª a 4ª séries do Ensino fundamental teve por objetivo conhecer os critérios do processo de escolha dos livros didáticos, que ocorre de três em três anos. O estudo mostrou que os professores não escolhem um livro apenas pela leitura de uma resenha ou pela indicação de um colega.

Revelou que os professores desejam manusear o volume, analisar a qualidade de impressão das imagens, verificar, eles próprio as atividades propostas, sentir o grau de dificuldade dos textos e exercícios, ver as figuras, sugestões de avaliação e subsídios à preparação das aulas e não se satisfazem apenas com o guia de livros oferecido pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) do Ministério da Cultura e Educação (MEC).

O autor citado destaca que, segundo os professores entrevistados o fato de ter os livros nas mãos e poder folheá-los, facilita e é decisivo no momento de se escolher. Dessa maneira, as opções de escolha ficam, na maioria das vezes, restritas àqueles livros que os docentes têm contato direto.

A pesquisa foi realizada em escolas públicas municipais e estaduais de seis cidades de diferentes estados e regiões do País, foram escolhidas para participar do estudo as seguintes cidades: Palmas (TO), Petrolina (PE), Santa Maria (RS), São Paulo (SP) Campos dos Goytacazes (RJ) e Belém (PA).

Tolentino - Neto (2003) explica que a avaliação dos livros, realizada desde 1996, é refinada a cada edição do Programa, porém o impacto do PNLD a quem ele se destina, ou seja, aos docentes, é pouco estudado.

A avaliação pedagógica realizada pela Secretaria de Ensino Fundamental do Ministério da Educação (SEF/MEC) conceitua os livros enviados para análise em quatro níveis: os livros Excluídos (que, por não seguirem premissas básicas, não são mais adquiridos pelo MEC), os Recomendados com Ressalvas, os Recomendados e os Recomendados com Distinção. Esse resultado tem por base critérios de qualidade desenvolvidos pela SEF/MEC que procuram determinar os livros que potencialmente podem colaborar para a qualidade na educação.

Tolentino-Neto (2003) afirma que a classificação oficial em estrelas mostrou-se pouco relevante na hora da escolha e que, os docentes, via de regra, apenas conhecem a classificação como referência ao livro, mas, efetivamente não a usam como critério de escolha. Caso já tenham formado uma opinião própria sobre o livro, a categorização tem pouca influência no resultado final. Na maioria das vezes, o Guia acaba funcionando apenas para consulta *a posteriori*. Assim, o professor, após ter escolhido o livro, apenas verifica no *Guia* se ele se encontra na categoria dos recomendados, ou seja, se efetivamente pode ser encomendado ao Ministério. O autor destaca que essa consulta posterior decorre, tanto do atraso no recebimento do *Guia*, como na falta de direcionamento aos professores, pois no momento em que o *Guia* chega o docente, certamente, já teve tempo de manusear vários títulos e discutir com os colegas sobre o que seria mais adequado para a escola e seu projeto pedagógico.

A pesquisa de Tolentino-Neto (2003) revela que um ponto de desestímulo aos professores decorre do fato que, em grande parte das escolas pesquisadas, os livros enviados pelo MEC não são aqueles escolhidos em primeira opção, sobre esse fato os professores afirmaram que não compensa investir muito tempo na escolha, já que a primeira opção não virá mesmo.

Em sua pesquisa Tolentino-Neto (2003) detectou alguns critérios que um professor considera ao escolher um livro didático. A maioria de entrevistados respondeu que, o primeiro elemento que avalia em um livro, diz respeito à adequação das propostas do livro às suas próprias dinâmicas em sala de aula. O professor busca um livro que se adapte a seu estilo e forma de atuar em sala de aula, e não um livro ao qual ele, professor, tenha de se adaptar e mudar a forma de atuação em classe.

Desse modo, obras com novas propostas são bem-vindas, desde que coincidam com as experiências e expectativas desse professor. O bom relacionamento entre livro e professor é o principal critério para seleção. Das inovações que são aceitas apenas se fizerem parte dessa interação, enriquecendo-a.

Ainda em relação aos critérios de escolha adotados pelos professores, são consideradas, entre os elementos do conteúdo de um livro, as ilustrações. Pois na opinião dos professores, as figuras são extremamente importantes para auxiliar no entendimento e fixação de conceitos. Outros itens de análise são os exercícios e as atividades propostas.

Em geral, os professores verificam, de início, se existem respostas aos exercícios no Manual do Professor. Livros com respostas mais completas e mais explicativas, que auxiliem os professores em suas atividades na sala de aula, são, na opinião deles, melhores.

Segundo Tolentino-Neto (2003), o livro didático tem grandes responsabilidades sociais, sendo, muitas vezes, o único livro a que crianças e jovens – e suas famílias – têm acesso.

Para o autor, alguns destes estudantes não irão conhecer outros livros, reconhecerão como livros apenas aqueles utilizados na escola. Portanto, este fato, por si só, justificaria trabalhos envolvendo tais materiais didáticos. Ainda aponta para a necessidade de estudos para melhorar a qualidade do material e, assim, auxiliar a prática docente, haja vista o prestigiado *status* dos livros didáticos no ensino e seu papel, como formador na atualização dos conceitos dos professores.

A seguir, apresentaremos o capítulo que tratará dos procedimentos metodológicos, e a descrição dos sujeitos envolvidos em nosso estudo, além da análise preliminar das questões de nosso instrumento diagnóstico e os procedimentos utilizados para a coleta dos dados.

CAPÍTULO VI

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

No presente capítulo, apresentaremos a metodologia utilizada no estudo. Iniciaremos pela discussão teórico-metodológica, justificando o tipo de pesquisa realizada. Algumas considerações serão feitas sobre nosso universo de pesquisa, bem como as circunstâncias em que se deram os encontros com os sujeitos envolvidos na presente pesquisa. Por fim, faremos uma descrição do instrumento de pesquisa, analisando previamente as questões nele contidas.

6.1 Discussão teórico-metodológica

A proposta desta pesquisa – diagnosticar as competências e concepções de professores que atuam no 2º ciclo do Ensino Fundamental na cidade de Itabuna-Bahia, a respeito do conceito de fração, levando-se em consideração a influência dos livros didáticos nessas concepções e competências – sugere como metodologia adequada para este estudo procedimentos que tornem possível a coleta de dados qualitativos e quantitativos. Optamos, assim, por um estudo descritivo que, segundo Rudio (1992, p. 55*), assegura que o pesquisador procure “conhecer e interpretar a realidade sem nela interferir para modificá-la*”,

Cervo e Bervian (1983, p. 55), apontam na mesma direção de Rudio quando afirmam que a pesquisa descritiva “*estuda fatos e fenômenos do mundo humano, sem a interferência do pesquisador, procurando descobrir a freqüência com que um fenômeno ocorre, sua relação e conexão com outros, sua natureza e características.”*

Rudio (1992) refere que a pesquisa descritiva pode aparecer sob diversas formas, mas que entre os vários tipos há um que se denomina “estudos casuais comparativos", cuja finalidade é descobrir de que modo e por que ocorrem os fenômenos. Conforme o autor, nesse tipo de estudo, o pesquisador parte da observação do fenômeno e procura achar entre as múltiplas causas possíveis, os fatores – Variáveis independentes – que se relacionam com o fenômeno ou contribuem para o seu aparecimento. Em estudo casual comparativo, o pesquisador analisa uma situação vital, onde os indivíduos já experimentaram o fenômeno que desejam estudar. O autor ainda cita que esse tipo de estudo proporciona-nos instrumentos para abordar os problemas que não podemos estudar em condições de experimentos e oferecem-nos valiosos indícios sobre a natureza dos fenômenos.

Ancorados na perspectiva da pesquisa descritiva, definida operacionalmente pelos autores acima, pretendemos com nosso trabalho realizar um estudo casual comparativo, de caráter diagnóstico, com a aplicação e a análise de um instrumento de pesquisa na seção, a seguir.

6.2 Universo de pesquisa e procedimentos de aplicação

Participaram do estudo 52 professores que atuam ou já atuaram, no 2º ciclo do Ensino Fundamental. Destes, 44 eram da rede pública de ensino e oito da rede particular. Os 52 professores foram distribuídos por 15 escolas do município, sendo três delas da rede privada, uma da rede estadual e as outras 11 da rede municipal.

Todas as escolas localizavam-se no município de Itabuna-Ba, 13 estão distribuídas por vários bairros do município, uma escola está localizada na zona rural e uma outra no centro da cidade. Com exceção da escola localizada na zona rural, todas as outras eram de fácil acesso.

Das unidades escolares visitadas, percebemos que poucas ofereciam uma boa infra-estrutura a seus educandos. Em algumas, percebemos inadequação do espaço físico, tais como, não possuir um pátio para as crianças brincarem no intervalo, e/ou bibliotecas, e/ou sala de informática e/ou quadras poliesportivas. Já nas três escolas da rede particular, notamos a presença de uma infra-estrutura adequada, pois todas ofereciam um bom espaço físico, com quadras poliesportivas cobertas, sala de informática onde trabalhavam, no máximo, dois alunos por máquina, salas climatizadas e amplas. Duas das escolas particulares estavam localizadas no mesmo bairro, segundo suas direções atendiam à classe média da população. Já a terceira escola particular, estaria localizada em um bairro de classe média alta, portanto, atendendo a uma clientela dessa referida classe.

O critério utilizado para a escolha das escolas foi simplesmente o fato delas estarem localizadas na cidade de Itabuna; quanto aos professores, o único critério adotado foi o fato de lecionarem ou já terem lecionado no 2º ciclo do Ensino Fundamental, ou seja, fossem professores polivalentes.

Entendemos por professor polivalente, o profissional da Educação que trabalha com todos os conteúdos curriculares nas séries iniciais do Ensino Fundamental e com formação nos extintos curso de Magistérios ou no curso superior em licenciatura plena. Lembramos que os cursos de Magistério eram realizados no âmbito do Ensino Médio, antigo 2º grau.

Escolhemos o questionário como ferramenta de coleta de dados porque, segundo Cervo e Bervian (1983), é a forma mais usada em estudos descritivos, pois possibilita medir, com melhor exatidão, o que se deseja. Nosso questionário foi formado por questões abertas e fechadas. As fechadas tiveram por objetivo obter respostas mais precisas, e, nas abertas, procuramos respostas um pouco mais livres que, no entanto trouxessem indícios das concepções dos professores sobre o ensino de fração.

A pesquisa foi realizada entre 12 e 23 de fevereiro de 2007, momento em que os professores tinham regressado de suas férias e encontravam-se em fase de planejamento acadêmico do novo ano letivo.

Dirigimo-nos a cada uma das 15 escolas, reunimo-nos com os professores, explicamos do que se tratava a pesquisa e convidamos aos que atendiam a nossos requisitos, a participar do estudo. Os instrumentos foram entregues aos professores e posteriormente, recolhidos. Procedemos, dessa forma, não por entendermos que fosse este o melhor procedimento, mas sim em razão das seguintes circunstâncias: 1º) Os professores estavam na semana da jornada pedagógica, na qual aconteciam oficinas e planejamentos; (2º) vários professores recusavam-se a responder o questionário por estarem muito atarefados, participando das reuniões; (3º) vários coordenadores não aceitaram liberar os professores para responder aos questionários; 4º) Com o recesso para os festejos do carnaval, as escolas fecharam, impossibilitando o contato com os professores; 5º) No regresso às aulas, no dia 22 de fevereiro, os professores recusaram-se a responder o questionário presencialmente por estarem ocupados, seja na recepção de alunos, seja na arrumação de suas salas de aula para receber seus alunos.

Portanto, em vista de todos esses motivos, que entendemos ser legítima a opção por entregar os questionários e recolhê-los posteriormente foi a forma encontrada para realizar o estudo.

Na seqüência do trabalho apresentaremos o instrumento diagnóstico com a análise prévia de cada questão.

6.3 Apresentação e análise do instrumento

O questionário foi dividido em duas partes, denominadas Caderno A e Caderno B. O Caderno A, por sua vez, foi dividido em três partes, e o Caderno B teve apenas uma parte.

O Caderno A foi composto de 28 questões, sendo subdividido em três partes.

- **Parte1:** perfil do professor (dez questões);
- **Parte 2:** como o professor escolhe o livro didático (oito questões); e
- **Parte 3:** impressões sobre o ensino de fração (dez questões).

O **Caderno B** não sofreu subdivisões, foi composto por cinco problemas, cada um envolvendo um dos significados das frações apresentadas por Nunes. Tais questões tiveram por objetivo avaliar as competências dos professores na resolução de problemas, envolvendo fração.

Portanto, o instrumento constou ao todo de 33 questões, que serão previamente analisadas na seção, a seguir, quando destacaremos o objetivo e o porquê de cada questão. Esta análise seguirá a mesma ordem que foi apresentada aos professores.

O instrumento na íntegra, tal qual foi apresentado para os professores, está no anexo 1 deste trabalho.

6.3.1 Apresentação e análise prévia do caderno A

Como foi explicado, este caderno foi composto por três partes, que se encontram abaixo apresentadas analiticamente.

PARTE 1: perfil dos professores.

O objetivo desta primeira parte foi traçar o perfil dos professores no que diz respeito à formação e trajetória profissional. Para tanto, foram elaboradas dez questões, a respeito do ano de formação, o nível de escolarização, a(s) rede(s) de ensino e a série onde atuam e as que já atuaram ou se já ensinaram.

No quadro, a seguir, são apresentadas as questões:

Quadro 6.1: Perguntas relativas ao perfil do professor (Caderno A, Parte 1 do questionário)

1. No ensino médio, você cursou: ( )Científico ou formação geral ( ) Magistério ( ) Técnico
2. Em que ano você se formou? __________
3. Você possui curso em nível superior ( ) Não ( ) Sim, concluído ( ) Sim, cursando
4. Se sim, qual curso: ( ) Pedagogia ( ) Outro curso, qual? __________________
5. Em que ano você concluiu ou pretende concluir o curso superior?____________
6. Em que séries, atualmente, está lecionando? ( ) 1ª ( ) 2ª ( ) 3ª ( ) 4ª ( ) 5ª ( ) 6ª ( ) 7ª ( ) 8ª
7. Em que séries você já lecionou? ( ) 1ª ( ) 2ª ( ) 3ª ( ) 4ª ( ) 5ª ( ) 6ª ( ) 7ª ( ) 8ª
8. Em quais redes você leciona? ( ) Particular ( ) Pública ( ) Ambas
9. Em quais redes você já lecionou? ( ) Particular ( ) Pública ( ) Ambas
10. Há quanto tempo leciona? ____________

Notemos que as dez perguntas voltaram-se não apenas à formação do professor, bem como à sua pratica docente.

Nosso interesse, com a primeira questão, foi saber se a exigência da Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), nº. 9.394/96, em seu Artigo 62, vinha sendo atendida pelos professores que já se encontravam na ativa, e só tinham o curso de Magistério, na data em que foi sancionada. Tínhamos, também, interesse em saber se os professores que ingressaram, posteriormente, à sanção da Lei estavam enquadrados nas exigências da LDB, ou seja, queríamos saber se os professores buscaram elevar o nível de suas formações. Com o cumprimento de Lei, entendemos que os professores melhoram sua formação, o que lhes pode proporcionar uma maior capacitação para o exercício de suas funções, pois, a princípio, terão uma visão mais ampla e profunda dos saberes de sua profissão.

A segunda questão permitiu saber o tempo que o professor está formado. Com a terceira questão, investigamos se ele possuía nível superior ou se, pelo menos, estava cursando esse nível de escolarização, relacionando com o cumprimento ou não da Lei de Diretrizes Bases. Com a quarta questão, pretendíamos saber que curso superior o professor cursou ou estava cursando, a fim de ver qual o tipo de formação que o professor estava buscando e se é adequado às séries onde está lecionando. A quinta e a décima questões, eram relacionadas ao tempo de conclusão do curso superior e ao tempo de sua atuação. Saber se o professor já concluiu ou quando pretendia concluir o curso. O objetivo desta pesquisa com as questões foi investigarmos a relação entre formação do professor e seu tempo de exercício no Magistério. Nóvoa (1992) destaca que o tempo de experiência deve levar uma maior competência ao professor.

Mais do que a força da lei, entendemos que o professor é responsável pela sua carreira profissional, a busca de seu aprimoramento torna-se uma opção pessoal e tem estreita relação com o desenvolvimento profissional descrito por Ponte (2000) constantemente, impulsionando-o a querer alcançar seu desenvolvimento profissional.

Segundo Ponte (2000), o desenvolvimento profissional corresponde aos momentos em que o professor procura melhorar a sua formação na área de especialidade de docência, no domínio educativo, em aspectos de natureza cultural, visando o exercício da sua atividade profissional. O autor ainda afirma que, o profissional, que não acompanha o progresso em seus domínios de ensino, que não procura conhecer meios didáticos à sua disposição, que não desenvolve as sua competências profissionais, organizacionais e pessoais, dificilmente poderá realizar em ensino de qualidade ou contribuir positivamente com comunidade educativa onde esta inserido.

Reafirmamos que o desenvolvimento profissional deve partir antes de tudo da vontade do professor, querer realizar uma educação de qualidade, pelo seu compromisso com sua ascensão profissional.

As sexta e sétima questões foram elaboradas para sabermos se os professores já trabalharam ou trabalham com o ensino de fração. Os levantamentos de tais informações tornam-se importantes, visto que no Brasil o conceito de fração é introduzido formalmente no 2º ciclo do Ensino Fundamental, ou seja, nas 3ª e 4ª séries. Estas informações permitiram analisar as concepções e competências, desses professores, isto é, saber se eles tinham o domínio conceitual, pois pretendíamos cruzar estas informações com as obtidas no Caderno B.

As 8ª e 9ª questões foram elaboradas com o objetivo identificar o raio de atuação do professor, saber se os mesmos atuavam unicamente na rede pública, na rede particular ou em ambas, haja vista que uma pequena parcela dos dados foi realizada em três escolas da rede particular. Estão, portanto, relacionadas à prática docente desses professores.

Ao concluirmos a análise preliminar da parte 1 do Caderno A prosseguimos com a análise preliminar da Parte 2.

PARTE 2: Como o professor escolhe o livro didático

Esta parte constituiu-se de oito questões, cujo objetivo foi investigar como ocorre a escolha do livro didático pelo professor: quais os critérios que usa na seleção, se ele tem em mãos o livro didático que escolheu para trabalhar. O que considera ser um bom livro didático e um péssimo. Entendemos que a análise das perguntas contidas na Parte 2 de nosso instrumento, ajudaram a identificar indícios da relação entre professor e livros didáticos, no sentido de entender as influências que os livros didáticos, escolhidos por esses professores, exercem em suas concepções e competências. O Quadro 6.2 apresenta as questões feitas ao professores a respeito do livro didático.

Quadro 6.2. Perguntas relativas ao livro didático (Caderno A, Parte 2 do questionário)

11. Como é feita a escolha do livro didático de Matemática EM sua escola? ______________________________ ______________________________
12. Qual é o livro didático de Matemática que sua escola adotou este ano? ______________________________
13. Esse livro foi aquele que você escolheu? ( ) Sim ( ) Não.
14. Se NÃO, qual foi o livro de sua escolha? ______________________________
15. Em sua opinião, qual é o melhor livro didático de Matemática para a série que você está lecionando? ______________________________
16. Dos livros que você já trabalhou, qual é o que você considera o pior? ______________________________
17. Por que você acha isso? ______________________________
18. Diga, pelo menos, três critérios que você leva em consideração ao escolher um livro didático de Matemática:

1º: ______________________________

2º: ______________________________

3º: ______________________________

Outros: ______________________________

Ao elaborarmos a décima primeira questão, tivemos por objetivo o interesse de saber como o professor escolhe o livro didático com o qual irá trabalhar durante todo ano letivo já que esse recurso talvez seja o único disponível para o trabalho com seus alunos. A décima segunda questão, informou a respeito do título do livro didático adotado pela unidade escolar onde o professor leciona.

De posse destas informações, investigamos se o livro constava do rol dos indicados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Dessa forma, teríamos indicador se a escolha do livro didático passasse pelo critério de sua qualidade educacional. Com a décima terceira questão, nosso objetivo foi saber se existia sintonia entre a escolha do professor e a da escola onde ele leciona. Caso não houvesse, desejaríamos saber, na décima quarta questão, qual foi o de sua escolha. Muitas vezes, o professor não trabalha com o livro escolhido por ele, isso ocorre por diversos motivos, aos quais não nos prenderemos.

O fato pode influenciar na prática do professor, visto que ele não está de posse do material de sua escolha. As questões décima quinta, décima sexta e décima sétima tiveram por objetivo levantar informações sobre a qualidade de livros didáticos, do ponto de vista do professor. Novamente, pudemos traçar um paralelo, entre a visão (concepção) do professor e dos especialistas dos PNLD, quanto à avaliação dos livros didáticos.

Com a elaboração da décima oitava questão, pretendíamos conhecer, pelo menos, três critérios que o professor leva em consideração ao escolher o livro didático de Matemática. Mais uma vez, esta questão deu-nos informações sobre a concepção do professor no que concerne ao ensino de Matemática.

Passaremos a analisar a Parte 3 e última do Caderno A.

PARTE 3: Relação da prática do professor com o ensino de frações e o livro didático

Esta parte constituiu-se de dez questões, com o objetivo de analisar as concepções do professor em relação ao ensino de fração. Trata-se, portanto, de uma parte diretamente voltada a nosso foco de pesquisa.

Quadro 6.3 traz as questões da última parte do Caderno A:

Quadro 6.3. Perguntas relativas à prática do professor e ao uso do livro didático (Caderno A, Parte 3 do questionário)

19. VOCÊ ACHA DIFÍCIL ENSINAR FRAÇÃO? ( ) SIM ( ) NÃO
20. POR QUÊ? ____________________
21. O LIVRO DIDÁTICO AJUDA NO TRABALHO COM O ENSINO DE FRAÇÕES ( ) SIM ( ) NÃO
22. SE SIM, EM QUÊ?: ____________________
23. SE NÃO, POR QUÊ? ____________________
24. VOCÊ USA ALGUM RECURSO, ALÉM DO LIVRO DIDÁTICO, PARA ENSINAR FRAÇÃO? ( ) SIM ( ) NÃO
25. SE SIM, QUAL(IS) ____________________
26. SE SIM, DE QUE FORMA VOCÊ USA? ____________________
27. A PARTIR DE QUAL SÉRIE, VOCÊ ACHA QUE É IDEAL INICIAR O ENSINO DE FRAÇÃO: ( ) 1ª ( ) 2ª ( ) 3ª ( ) 4ª ( ) 5ª ( ) 6ª ( ) 7ª ( ) 8ª ( ) NÃO DEVERIA ENSINAR NUNCA

28. ELABORE TRÊS SITUAÇÕES- PROBLEMA ENVOLVENDO FRAÇÕES QUE VOCÊ COSTUMA TRABALHAR EM SALA DE AULA:
SITUAÇÃO-PROBLEMA 1:
SITUAÇÃO- PROBLEMA 2
SITUAÇÃO -PROBLEMA 3:

Na décima nona questão, perguntamos ao professor se ele achava difícil ensinar frações e na vigésima questão o que justificaria sua resposta a respeito de sua autopercepção sobre o ensino de fração. Nosso objetivo com as duas questões, foi saber se o professor sentia dificuldades para trabalhar tal conteúdo e, se sim, se ele relacionaria tal dificuldade a si próprio ou aos alunos.

Nosso interesse com as questões 21ª, 22º e 23ª foi investigar, como o livro didático influenciava a prática do professor. Esperávamos poder estabelecer paralelos comparativos e relações de causa e efeito entre estas três questões e as questões 12ª, 13ª, 14º e 15ª da parte 2 desse Caderno. Já as questões 24ª, 25ª e 26ª foram elaboradas com vistas a saber, se o professor, em sua prática, utiliza outros recursos didáticos além do livro didático e, se sim, de que forma. Esperávamos que tais questões nos oferecessem informações sobre a prática docente desses professores e, assim, poderíamos traçar um perfil de seus conhecimentos profissionais, no sentido que é discutido por Ponte (2000).

O objetivo da 27ª questão foi investigar qual a posição do professor sobre o melhor momento para inserir o conceito de fração. Foi feito um paralelo comparativo entre a posição dos professores e a dos PCN.

Ao elaborar a 28ª questão tivemos o objetivo de diagnosticar as concepções dos professores e inspirados nas pesquisas de Santos (2005) e de Canova (2006). Assim solicitamos aos professores que elaborassem três situações envolvendo o conceito de frações que eles costumavam trabalhar em sala de aula. A análise das situações criadas pelos professores nos permitiram investigar a concepção deles em relação ao conceito fração e seus significados apontados por Nunes. Nas questões elaboradas por esses professores, investigamos quais dos cinco significados foram trabalhados.

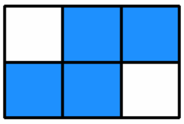
Passaremos à análise preliminar da seção 3.3.2 a que se refere ao Caderno B sobre as questões que investigaram as competências dos professores.

6.3.2 Caderno B

O Caderno B constou de cinco questões, cada uma envolvendo um dos cinco significados da fração, apontados por Nunes. Nosso objetivo foi investigar se o professor tinha competência para lidar com esses cinco significados. As questões solicitavam que o professor resolvesse primeiramente cada problema e, em seguida, perguntava-se com que freqüência, eles a utilizavam em suas aulas. O Caderno iniciou com a seguinte recomendação: “Resolva e indique a freqüência com que você costuma usar este tipo de situação-problema para ensinar fração”.

Tipo 1:

RESPONDA QUAL A FRAÇÃO QUE REPRESENTA AS PARTES PINTADAS DE CADA DA FIGURA.



( ) **NÃO É POSSÍVEL** SABER QUAL É A FRAÇÃO.

( ) É **POSSÍVEL** SABER, E A FRAÇÃO CORRESPONDE É _______

ASSINALE A FREQÜÊNCIA COM QUE VOCÊ UTILIZA ESTE TIPO DE SITUAÇÃO-PROBLEMA:

( ) NUNCA USEI ( ) USO POUCAS VEZES ( ) USO ALGUMAS VEZES ( ) USO MUITAS VEZES ( ) USO O TEMPO TODO

Figura 6.1: Questão relativa ao significado Parte-todo do conceito de fração.

A questão foi retirada da pesquisa realizada por Canova (2006), que enfoca a fração com o significado parte-todo, utilizando quantidade contínua, representada na forma icônica. Acreditávamos que o professor não apresentaria dificuldade para resolvê-la, pois a estratégia da dupla contagem era suficiente. Além disso, tratava-se de uma situação que parecia ser bastante utilizada pelo professor em suas aulas sobre fração, estando presente em quase todos os livros didáticos.

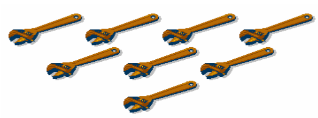
A resposta que mais esperávamos encontrar era $\frac{4}{6}$, pois a figura foi dividida em seis partes iguais (quantidade total de partes representadas no denominador), e foram pintadas quatro (quantidades de partes pintadas representadas no denominador), evidenciando que o professor poderia ter se utilizado do recurso da dupla contagem, caracterizando, dessa forma, o significado parte-todo. O professor, ainda, poderia simplificar o resultado, apresentando a fração em sua forma irredutível $\frac{2}{3}$. Outros resultados poderiam aparecer por conta de certas interpretações do professor, tais como:

- $\frac{6}{4}$, para essa representação, acreditávamos que o professor pensou corretamente na situação-problema, mas, no momento da representação inverteu os valores do numerador com os do denominador.
- $\frac{2}{4}$, quando o professor apresentou esta resposta, inferimos que: ele poderia estar fazendo uma relação entre as partes pintadas com as partes não pintadas, ou seja, uma relação parte-parte,

Aparecendo outros resultados que divergissem muito dos aqui apresentados nos levariam a crê que o professor desconhecia por completo o significado parte-todo. Mas críamos os professores não encontrariam dificuldades, pois o significado parte-todo, era geralmente, utilizado na introdução do conceito de fração e aparecia freqüentemente nos livros didáticos.

Tipo 2.

RODRIGO GOSTARIA DE ABRIR UMA MECÂNICA. PARA ISSO, PRECISA DE $\frac{3}{6}$ DAS FERRAMENTAS REPRESENTADAS ABAIXO. QUANTAS FERRAMENTAS ELE PRECISA? ______________



ASSINALE A FREQÜÊNCIA COM QUE VOCÊ UTILIZA ESTE TIPO DE SITUAÇÃO-PROBLEMA:

( ) NUNCA USEI ( ) USO POUCAS VEZES ( ) USO ALGUMAS VEZES ( ) USO MUITAS VEZES ( ) USO O TEMPO TODO

Figura 6.2: Questão relativa ao significado Operador Multiplicativo do conceito de fração.

Esta questão foi retirada de uma pesquisa realizada por Canova (2006). A questão abordou o significado operador multiplicativo, em quantidade discreta e com uma representação icônica. Ao pensar nesse significado, esperava-se que o professor fizesse uma multiplicação da fração que se referia à quantidade de ferramentas que Rodrigo necessitava para a montagem de sua oficina pelo total de ferramentas representada na figura que ilustra a questão. A questão apresentou uma solução possível quatro, número de ferramentas necessárias para Rodrigo abrir sua oficina mecânica. Outros procedimentos eram esperados por parte dos professores, como o caso do professor perceber que a fração $\frac{3}{6}$ poderia ser reduzida para $\frac{1}{2}$ permanecendo na linha de pensamento do significado Operador Multiplicativo. O professor ainda poderia remeter-se ao significado Parte-todo, pensando da seguinte forma: do total de oito ferramentas, Rodrigo iria precisar apenas da metade, chegando, assim, ao mesmo resultado de quatro ferramentas.

Por ser uma questão não muito trabalhada, considerávamos que nessa questão o professor apresentaria alguma dificuldade, por não estar explicito na escrita que a questão pedia era exatamente, $\frac{3}{6}$ das oito ferramentas. No caso do professor ter percebido que a fração $\frac{3}{6}$ equivaleria à fração $\frac{1}{2}$, poderia ser um fator facilitador, pois a fração $\frac{1}{2}$ era bastante conhecida e utilizada em sala de aula.

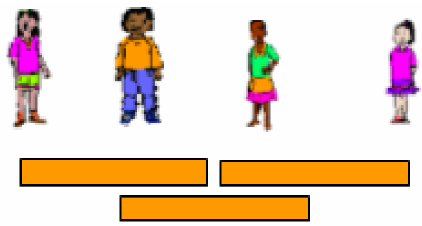
Além da resposta 4 para esta questão, acreditávamos que outras poderiam surgir, como por exemplo:

- 3, ao apresentar esta resposta percebemos que o professor desconsiderou a quantidade total de ferramenta representada na figura, ou seja, as oito ferramentas, e pensou apenas na fração $\frac{3}{6}$ apresentada no enunciado, remetendo-se ao significado parte-todo, isto é, 3 de 6.

- $\frac{1}{2}$, pôde surgir como resposta, quando o professor entendeu que Rodrigo necessitaria da metade do número total de ferramentas. Percebemos que o professor nesse momento recorreu ao significado parte-todo, para justificar que a solução da questão era $\frac{1}{2}$ do todo.

Tipo 3.

Foram divididas igualmente para 4 crianças, 3 barras de chocolate.



a) Cada criança receberá 1 chocolate inteiro? Sim [ ] Não [ ]

b) Cada criança receberá pelo menos metade de um chocolate? Sim [ ] Não [ ]

c) Que fração de chocolate cada criança receberá? ___________________________

Assinale a freqüência com que você utiliza este tipo de situação-problema:

( ) Nunca usei ( ) Uso poucas vezes ( ) Uso algumas vezes ( ) Uso muitas vezes ( ) Uso o tempo todo

Figura 6.3: Questão relativa ao significado Quociente do conceito de fração.

Esta questão foi retirada de uma pesquisa realizada por Nunes et al. (2003) e, também encontra-se nas dissertações de Merlini (2005); Moutinho (2005) e Canova (2006). A questão enfocava o significado quociente em quantidade contínua, utilizando-se de ícone para representar a situação.

A questão apresentada era subdividida em três itens: “a”, ”b” e ”c”. Acreditávamos que para os itens “a” e ”b” os professores não apresentariam maiores dificuldades, isso por entendermos que o ícone é um fator facilitador na compreensão do enunciado. Mas no item ”c”, quando se pediu para que o professor representasse por meio de uma fração a quantidade de chocolate que cada criança receberia, haveria certa dificuldade e que o resultado não apareceria de forma tão imediata, pois a idéia de divisão nem sempre é associada à idéia de fração, pois as pessoas, geralmente, esperam chegar a resultados inteiros na divisão, sobretudo em se tratando de problemas em nível de Ensino Fundamental (2º ciclo). Esperávamos que aparecesse como resposta para o item ”c”:

- $\frac{3}{4}$, 3 chocolates para cada criança, o professor mostraria, portanto, que tinha conhecimento do significado quociente.
- $\frac{3}{12}$, ao apresentar esta resposta críamos que o professor considerasse os três chocolates como todo, e deveria dividi-los em partes iguais, ou seja, dividir cada chocolate em partes iguais para cada criança, chegando, assim, a um total de 12 partes.
- $\frac{4}{3}$, para esta resposta achávamos que o professor pensaria de forma correta, mas, na hora de expressar seu resultado, ele inverteu a ordem dos números, ou seja, trocou o numerador pelo denominador.

Tipo 4.

UM PINTOR FEZ MISTURA DE TINTAS PARA PODER PINTAR UMA CASA NA SEGUNDA-FEIRA E NA TERÇA-FEIRA, COMO MOSTRA O QUADRO ABAIXO.

A) A MISTURA DE TINTA VAI TER A MESMA COR NA SEGUNDA E NA TERÇA-FEIRA?

SIM ☐ NÃO ☐

B) QUE FRAÇÃO REPRESENTA A QUANTIDADE DE TINTA AZUL EM RELAÇÃO AO TOTAL DA MISTURA DATINTAS AZUL E BRANCA NA SEGUNDA FEIRA?____________________

C) QUE FRAÇÃO REPRESENTA A QUANTIDADE DE TINTA AZUL EM RELAÇÃO AO TOTAL DA MISTURA DAS TINTAS AZUL E BRANCA NA TERÇA-FEIRA?________________________

Assinale a freqüência com que você utiliza este tipo de situação-problema:

( )NUNCA USEI ( )USO POUCAS VEZES ( )USO ALGUMAS VEZES ( ) USO MUITAS VEZES ( )USO O TEMPO TODO

Figura 6.4: Questão relativa ao significado Medida do conceito de fração.

A questão foi inspirada em uma pesquisa realizada por Nunes et al. (2003), também se encontra na dissertação de Merlini (2005), Moutinho (2005) e Canova

(2006), tendo como objetivo enfocar o significado medida em quantidade contínua utilizando-se de ícone para representar a situação.

A questão está subdividida em três itens: “a”, ”b” e ”c”. O termo mistura aparece no enunciado e nos três itens, sendo considerada a mistura (quantidade de tinta azul e branca) como o todo. Isso faz com que a questão nos remeta à idéia de fração. Por exemplo, na segunda-feira a mistura foi constituída por seis partes, das quais três eram tintas azuis. O significado medida da questão envolvia fração por se referir às quantidades intensivas.

No item “a” foi pedido ao professor que fizesse uma comparação, no caso, se as misturas teriam a mesma cor, na segunda e na terça-feira. No item “a”, haveria necessidade do professor trabalhar com um invariante operatório da fração, a equivalência, pois seria necessário que ele reconhecesse a equivalência das misturas nos dois dias, e que a relação das duas misturas eram as mesmas.

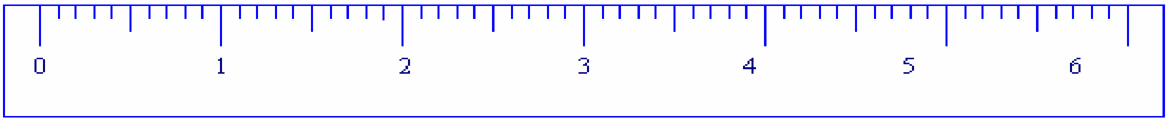
Nos itens “b” e “c”, foi pedido para os professores representassem por meio de uma fração a quantidade de tinta azul em relação ao total da mistura, críamos que não haveria dificuldades por parte dos professores para resolver esses itens.

Esperávamos que aparecessem as seguintes respostas para os itens “b” e “c”:

- $\frac{3}{6}$ e $\frac{2}{4}$ em ambas respostas, embora tivéssemos como intenção a fração com o significado medida, o professor remeteu-se ao significado parte todo para responder aos dois itens.
- $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}$, para esta resposta, acreditamos que o professor usou o mesmo raciocínio, mas percebeu a equivalência das frações $\frac{3}{6}$ e $\frac{1}{2}$ e das frações $\frac{2}{4}$ e $\frac{1}{2}$.
- $\frac{6}{3}$ e $\frac{4}{2}$, para esta resposta percebeu-se que houve uma inversão na ordem dos números.

Tipo 5.

Identifique as frações $\frac{1}{2}$, $1\frac{3}{4}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{5}{2}$ na reta numérica abaixo:



Assinale a freqüência com que você utiliza este tipo de situação-problema:

( ) NUNCA USEI ( ) USO POUCAS VEZES ( ) USO ALGUMAS VEZES ( ) USO MUITAS VEZES ( ) USO O TEMPO TODO

Figura 6.5: Questão relativa ao significado Número do conceito de fração.

Esta questão foi retirada de uma pesquisa realizada por Canova (2006). A questão tem seu foco no significado número com quantidade continua com representação icônica, de uma reta numérica. A quantidade continua foi considerada por ser um número que podia ser representado na reta numérica. A questão tinha por objetivo analisar se o professor conseguiria perceber que a fração é um número que pode ser representado na reta real, ou seja, perceber que a notação $\frac{a}{b}$ representa em alguns casos, um número na reta numérica. Na questão, foi pedido que o professor identificasse no ícone, os números ou as frações: $\frac{1}{2}$, $1\frac{3}{4}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{5}{2}$. Canova (2006) refere que: “muitas pessoas não percebem que existem situações em que a fração representa um número e isso pode ser conseqüência, geralmente, de se iniciar o conceito de fração com o significado Parte-todo, sendo a fração a representação de uma parte da figura”. Dentre os números apresentados para identificação na reta numérica, aparece $1\frac{3}{4}$, que é uma fração representada por um número misto. Esta forma de representação da fração é pouco utilizada pelos professores do Ensino Fundamental, consideramos, portanto, um fator de complicação.

Concordamos com Canova, quando considera a questão difícil, visto que as pessoas não fazem a conexão que a fração representa um número.

Certamente, algumas respostas fossem esperadas para essa questão, dentre elas, que aparecessem as seguintes:

- $\frac{1}{2}$ indicado como 0,5; $1\frac{3}{4}$ indicado como 1,75; $\frac{3}{12}$ indicado como 0,25 e $\frac{5}{2}$ indicado como 2,5, o que nos faz pensar que o professor tem o conhecimento do significado número para a fração, pois o mesmo expressa de maneira correta a localização dos pontos na reta numérica, lançando para isso mão do recurso de transformar a forma fracionária na forma decimal.
- $\frac{1}{2}$ indicado como 1,2; $1\frac{3}{4}$ indicado como 4,4; $\frac{3}{12}$ indicado como 3,12 e $\frac{5}{2}$ indicado como 5,2, ao nos depararmos com tais resposta, Acreditamos que o professor não consegue conceber a fração como um número, e que a vê como sendo dois números sobrepostos, o que poderia levar a uma localização errônea na reta numérica.
- $\frac{1}{2}$ indicado como 3, para esta reposta entendemos que o professor tenha considerado a reta representada pelo ícone, como sendo o todo, ou seja, sendo um inteiro e a metade desse inteiro estaria localizado no ponto 3.

Para analisar a competência dos professores, o número de respostas corretas apresentadas no Caderno B foi calculado, pois havia cinco questões, com 12 itens. Para verificar a interferência de outras variáveis na competência dos professores, utilizou-se o teste *t-student*, no caso de comparar o desempenho médio segundo a autopercepção da dificuldade de ensinar frações (Sim ou Não) e o teste F, no caso das variáveis com três categorias, por exemplo, tempo de serviço (estabilização, diversificação, serenidade). Para processar os dados, foi utilizado o pacote estatístico Statistical Package for Social Science – SPSS (Norusis, 1993) cujo nível de significância foi de 5% ($\alpha = 0,05$).

Depois de feita a descrição da metodologia adotada na pesquisa, no próximo capítulo, serão apresentados os resultados dos dados obtidos, bem como sua análise.

CAPÍTULO VII

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Com base nos dados recolhidos do estudo detalhadamente descrito no capítulo anterior, o presente capítulo propor-se-á a apresentar a análise dos resultados, que acontecerá, seguindo a própria estrutura contida no questionário.

A análise procedeu sob três aspectos: o do perfil, o da concepção e da competência. Analisamos o perfil, qual seja situar esse professor no tempo e no espaço e em sua formação e trajetória profissional. Em segundo, da concepção e, para tanto, levaremos em consideração a escolha do livro didático pelos professores, buscando estabelecer relação entre ensino de fração feito por esse professor e o livro didático e, por fim, analisaremos a elaboração dos problemas de fração feitos por esses professores, tendo em mente os cinco significados propostos por Nunes.

Com relação à competência, o instrumento ainda solicitava para que os professores resolvessem cinco problemas de fração, cada um deles classificados dentre os significados propostos por Nunes para fração. O objetivo era identificar em que tipo de significados os professores tinham mais competência.

Para tanto elaboramos um instrumento composto de dois Cadernos (A e B) que juntos esperamos obter o perfil do professores, suas concepções sobre o objeto fração (Caderno A) e a da competência (Caderno B).

7.1 Perfil dos Professores (Caderno A)

Nesta seção, pretendemos situar o professor, sujeito de nosso estudo no tempo e no espaço, traçando seu perfil e sua trajetória profissional.

Dos 52 professores entrevistados, 92,3% fizeram o curso de Magistério, 3,8% o antigo científico ou formação geral, 1,9% fez um curso Técnico e, também, 1,9%, dois cursos: Magistério e Técnico. Quanto à época de conclusão do Ensino Médio, 7,6% concluíram na década de 1970, a maioria (63,3%) na década de 1980, 19,1% nos anos de 1990 e apenas 1,9% concluiu o curso Médio na primeira década dos anos 2000.

Em relação ao curso superior, 50,0% já o possuíam, 26,9% estavam cursando, 21,2% revelaram não possuir, 1,9% não respondeu à pergunta. Dos professores que afirmaram possuir curso em nível superior, 65,0% fizerem Pedagogia, 15,0% Licenciatura em Matemática, 10,0% Licenciatura em Geografia, e o restante outro curso.

Os dados da Tabela 7.1 mostram a série que os professores estavam lecionando ou já haviam lecionado. Com relação à série máxima que os professores estavam lecionando no momento da coleta de dados, 53,9% lecionavam ou na 3ª e/ou na 4ª. Já em relação à máxima série que os professores já haviam lecionado, 57,6% já tinham lecionado até a 4ª série. A última coluna da tabela mostra que a experiência de 44,2% ia até a 4ª, isto é, suas experiências letivas restringiam-se aos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental.

Tabela 7.1. Série que os professores estavam lecionando ou já haviam lecionado.

Série	Estavam lecionando				Já haviam lecionado				Série máxima lecionada (***)	
	Simulta-neamente (*)		Série máxima (**)		Simulta-neamente (*)		Série máxima (**)			
	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº	%
1ª	3	5,8	1	1,9	35	**67,3**	1	1,9	0	0,0
2ª	6	11,5	2	3,8	35	**67,3**	4	7,7	1	1,9
3ª	24	**46,2**	17	**32,7**	38	**73,1**	6	**11,5**	3	5,8
4ª	18	**34,6**	11	**21,2**	33	**63,5**	19	**36,5**	19	**36,5**
5ª	18	**34,6**	9	**17,3**	18	**34,6**	10	**19,2**	12	**23,1**
6ª	9	17,3	4	7,7	7	13,5	1	1,9	5	9,6
7ª	6	11,5	2	3,8	9	17,3	0	0	2	3,8
8ª	4	7,7	4	7,7	17,3	17,3	9	17,3	9	17,3
Não Respondeu	2	3,8	2	3,8	2	3,8	2	3,8	1	1,9
Total	-	-	-	-	-	-	-	-	52	100,0

(*) Um professor pode lecionar em mais de uma série. Por isso, a soma dessas porcentagens superará 100%
(**) Refere-se à série máxima que o professor estava lecionando e já havia lecionado
(***) Refere-se à série máxima que o professor e já havia lecionando ao longo de sua carreira

Visando a analisar a competência dos professores, segundo as séries onde atuam ou já atuaram, reunimos os professores em três grupos, os que tinham experiência apenas nas séries iniciais, de 1ª a 4ª séries (1º e 2º ciclos), no caso 23 professores (44,2%); aqueles com experiência nas 5ª e 6ª séries (3º ciclo), no caso 17 professores (32,7%) e os com experiência entre 7ª e 8ª séries (4º ciclo), 11 professores (21,2%).

Os dados da Tabela 7.2 apresentam a distribuição dos professores, segundo a rede onde estavam lecionando e que já haviam lecionado. A maioria (44,4%) dos professores trabalhou apenas em escolas da rede pública, 8,9% apenas em escolas da rede particular (privada), já 46,7% tinham experiência em ambas as redes.

Em tese, os professores da rede particular de ensino são mais exigidos, tanto do ponto de vista da qualificação profissional, como comportamental. Por comportamental, referimo-nos às atitudes dos professores na escola, em relação à pontualidade, assiduidade, compromisso e dedicação. Quanto à qualificação profissional, entendemos que sejam professores que buscam uma formação continuada, por meio de leituras e cursos de aperfeiçoamento e que, portanto, tenham maior competência no desempenho de suas atividades. Assim, acreditamos que se trata de um grupo de professores com maior qualificação e competência para o exercício de suas atividades docentes.

Tabela 7.2. Rede onde o professor estava lecionando ou já havia lecionado.

Rede onde estava lecionando	Rede de ensino que já lecionou							
	Particular		Pública		Ambas		Total	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº	%
Particular	**4**	**8,9**	2	4,4	2	4,4	8	17,8
Pública	4	8,9	**20**	**44,4**	12	26,7	36	80,0
Ambas	0	0,0	0	0,0	1	2,2	1	2,2
Total	8	17,8	22	48,9	15	33,3	45	100,0

Os dados da Tabela 7.3 mostram a distribuição dos professores, segundo os anos de carreira, baseados categorização proposta por Huberman (apud Bolívar, 2002), fizemos uma adaptação nas faixas de tempo, para melhor atender à realidade da legislação brasileira.

No Brasil, o professor ou professora que comprove tempo exclusivamente prestado em funções do magistério da Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio existe uma redução de cinco anos na idade e tempo de contribuição. No caso do homem, a idade mínima exigida é de 55 anos e 30 anos de contribuição. Já para a mulher a idade mínima exigida é de 50 anos e 25 anos de contribuição. Quando se trata de funcionários públicos, é necessário que o professor/professora comprove dez anos de efetivo exercício no serviço público e cinco anos no cargo em que ocorrer a aposentadoria.

Tabela 7.3. Distribuição dos professores, segundo as fases da carreira.

Fases da carreira	Nº de professores	%
Entrada na carreira (0-5)	3	5,8
Estabilização (6-12)	11	21,2
Diversificação (13-19)	18	34,6
Serenidade (20-25)	16	30,8
Ruptura (mais de 25 anos)	3	5,8
Não Respondeu	1	1,9
Total	52	100,0

Ressaltamos que as mudanças foram feitas apenas nas faixas de tempo, que ficaram mais próximas, entre seis e sete anos, além do mais como o professor brasileiro aposenta-se aos 25 anos de carreira qualquer coisa, além disso, seria uma ruptura. Contudo, permanecemos baseados nas propostas de Huberman (apud Bolívar, 2002) apresentadas no capítulo IV.

Nesta amostra, encontramos professores em todas as fases da carreira, e alguns iniciando a carreira, outros com tempo mais que suficientes para requerer a aposentadoria (32 anos). A maioria encontrava-se na fase da *estabilização*, *diversificação* ou da *serenidade* (21,2%, 34,6% e 30,8%, respectivamente), o que significa que 86,6% dos professores estavam na faixa que vai dos sete aos 25 anos de exercício do Magistério, supondo, portanto, que são bastante experientes, esperando-se que tenham maior competência.

7.2 Concepção (Caderno A)

Nesta seção, analisaremos as concepções dos professores quando escolhem o livro didático para trabalhar, bem como estabelecer relações entre o ensino de fração por esses professores e o livro didático. Estudaremos também, as concepções desses professores na elaboração dos problemas de fração.

7.2.1 A escolha do livro didático

No que tange ao livro didático escolhido, a Tabela 7.4 mostra que 88,4% dos professores têm responsabilidade na escolha dos livros adotados na escola; 53,8% têm liberdade para escolher sozinhos o livro didático que desejam adotar. De fato, segundo o relato dos próprios docentes, eles escolhem o livro dentro de reuniões coletivas (28,8%) ou em conjunto com os coordenadores (5,8%) ou, ainda, na presença da direção, também, em reunião coletiva. Apenas 11,5% não responderam à pergunta ou não especificaram claramente como se dava a escolha do livro didático.

Tabela 7.4: Distribuição do modo da escolha do livro didático.

Quem escolhe o livro didático	Nº de professores	%
Professores	28	53,8
Professores e coordenadores	15	28,8
Professores, coordenadores e direção	3	5,8
Sem especificação	5	9,6
Não respondeu	1	1,9
Total	52	100,0

Os dados da Tabela 7.5 mostram os livros didáticos adotados nas escolas onde os professores lecionavam, aqueles que, na opinião deles, são os melhores e os piores. Os docentes citaram, 17 títulos diferentes de livros didáticos, os mais freqüentes, em ordem decrescente, foram: “A conquista da Matemática” (23,1%); “Caracol” (13,5%), “Porta Aberta” (11,5%), os livros “Projeto Pitanguá” e “Marcha criança”, que aparecem empatados, como o quarto mais adotados (7,7% cada um). Em seguida, vem “Vamos juntos nessa” com 5,8% e “Vivência e construção” com 3,8%. Os demais livros foram citados apenas uma vez, o que dá 1,9% para cada um, e 7,7% dos professores não responderam a pergunta. Além disso, 69,2% afirmaram que o livro adotado pela escola foi o de sua escolha e 5,8% não responderam à pergunta.

Tabela 7.5: Livros adotados pelas escolas e opinião dos professores.

Livro	Livro adotado pela escola		Opinião dos professores sobre os livros			
			Melhor		Pior	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%
1. A conquista da Matemática	**12**	**23,1**	**3**	**5,8**		
2. Caracol	**7**	**13,5**	**11**	**21,2**		
3. Porta aberta	**6**	**11,5**	**3**	**5,8**		
4. Projeto Pitanguá	**4**	**7,7**	**2**	**3,8**		
5. Marcha Criança	**4**	**7,7**	**1**	**1,9**		
6. Vamos juntos nessa	3	5,8	1	1,9		
7. Vivência e construção	2	3,8	1	1,9	**5**	**9,6**
8. Alegria de aprender	1	1,9	-	-		
9. Matemática com o Sarquis	1	1,9	1	1,9		
10. Matemática para todos	1	1,9			1	1,9
11. A escola é nossa	1	1,9	1	1,9		
12. Positivo (apostila)	1	1,9				
13. Eu gosto de Matemática	1	1,9			**3**	**5,8**
14. Assim eu aprendo (*)	1	1,9	1	1,9	1	1,9
15. Idéias e coleções – Positivo	1	1,9				
16. Lanes e Lannes	1	1,9			**4**	**7,7**
17. Tudo é Matemática	1	1,9				
18. Matemática-Ênio Silveira			2	3,8	1	1,9
19. Aprendendo Matemática			1	1,9	1	1,9
20. Lápis na mão			1	1,9		
21. Texto e Contexto			1	1,9		
22. Novo tempo					2	3,8
23. Matemática a partir da ação					**3**	**5,8**
24. Viajando com os números					2	3,8
25. Construindo a Matemática					1	1,9
26. Recriação					1	1,9
Não respondeu	4	7,7				
Total	52	100,0				

(*) Livro integrado de Joanita Souza.

Observamos que os três livros mais adotados nas escolas, também foram listados entre aqueles que os professores consideram, como sendo os melhores. Da mesma forma, houve consonância entre os livros considerados como os piores pelos professores e os que foram pouco ou não foram adotados pelas escolas.

O livro “Marcha Criança” relacionado entre os mais adotados pelos professores não se encontra no Guia dos Livros do PNLD (Programa Nacional do Livro Didático) de 2007 elaborado pelo MEC; já o livro “Vivência e Construção”, considerado como o pior, está no Guia. Estes dados parecem indicar um descompasso entre o que está recomendado no Guia e os critérios de avaliação dos livros didáticos adotados pelos professores ou, ainda, os professores não utilizam o Guia como instrumento, no momento da escolha do livro didático. De fato, segundo Tolentino - Neto (2003), poucos professores recorrem ao Guia no momento em que vão escolher o livro didático ou na maioria das vezes, o Guia acaba funcionando apenas para consulta *a posteriori*, ou seja, o professor, após ter escolhido o livro, apenas verifica no Guia se ele se encontra na categoria dos recomendados, podendo, então, efetivamente ser encomendado ao Ministério da Educação.

Solicitamos aos professores que listassem, pelo menos, três critérios que levavam em consideração ao escolher um livro didático de Matemática. Frente às respostas, foram criadas 13 categorias, que passaremos a descrevê-las, a seguir:

1- *Interdisciplinaridade*. Para os professores, o conteúdo teve ter ligação com outras áreas do conhecimento, ou seja, atividades em que aparecem conteúdos de outras disciplinas.

2- *Linguagem*. Nesse critério, os professores utilizaram os adjetivos (simples, objetiva, clara, acessível, adequada) para qualificar como deve ser a linguagem escrita nos livros didáticos, facilitando o acesso às informações nele contidas por parte do aluno.

3- *Contextualizado.* As expressões: cotidiano, realidade, dia-a-dia e vivência foram citadas pelos professores para expressar situações, tanto nas atividades como na apresentação do conteúdo que valorizem ou apareçam situações que se assemelhem àquelas que os alunos vivenciam em seu dia-a-dia fora da escola.

4- *Apresentação do livro*. Critérios que os professores levam em consideração: a forma de apresentação do conteúdo, a organização, a diagramatização, se há ou não ilustrações coloridas, ou seja, o layout. O papel utilizado na confecção é, também, levado em consideração.

5- *Lúdico*. Nesta categoria, estão reunidas todas as expressões que remetam às atividades que envolvam jogos e brincadeiras e, portanto, os professores as julguem divertidas e prazerosas.

6- *PCN*. Se os conteúdos abordados pelos livros seguem as recomendações contidas nos PCN.

7- *Estimulante*. Para os professores, o livro deve estimular nos alunos o aprendizado, a iniciativa e o envolvimento nas atividades, a pesquisa além de aguçar e promover o desenvolvimento do raciocínio lógico.

8- *Nível da turma*. Entende-se esta categoria, como a preocupação dos professores em ter livros cujos conteúdos estejam condizentes com a idade e a série do aluno.

9- *Atividades/exercícios*. Nesta categoria, o professor leva em consideração atividades e exercícios que aparecem nos livros, para tanto observam a quantidade, a diversidade, se são criativos, desafiadores e se os mesmos levam os alunos a uma reflexão crítica e, ainda, se trazem simulações para prova de vestibulares.

10- *Conteúdo*. Nesta categoria, é observado se o conteúdo proposto nos livros é compatível com da escola, se estão claros, como são trabalhados (desenvolvidos), se são articulados com atividades, se estão no nível da turma e, ainda, atualizados.

11- *Nome do autor/editora.* Alguns professores escolhem o livro didático pelo autor ou editora que tenha confiança.

12- *Metodologia*. Embora não tenha explicitado a que metodologia esteja se referindo, alguns professores afirmaram ser esse um dos critérios usados para escolher o livro didático com que irão trabalhar, além de observar a proposta pedagógica e se o livro apresenta projetos interdisciplinares.

13-*Diversos*. Esta categoria foi criada para abarcar alguns critérios que só foram citados apenas uma vez, a exemplo de: “Permite a reflexão do educando nos conteúdos a serem ensinados”, “facilitador da aprendizagem” e “ajudar no desempenho do aluno”.

Em relação aos critérios para escolha do livro, os professores listaram até quatro critérios de escolha e por esse motivo a soma das porcentagens não foi igual a 100%. A Figura 7.1 mostra que 48,1% dos professores afirmaram observar a apresentação do livro, ou seja, seu layout, a qualidade do papel, a existência de figuras coloridas, e a diagramatização dos textos.

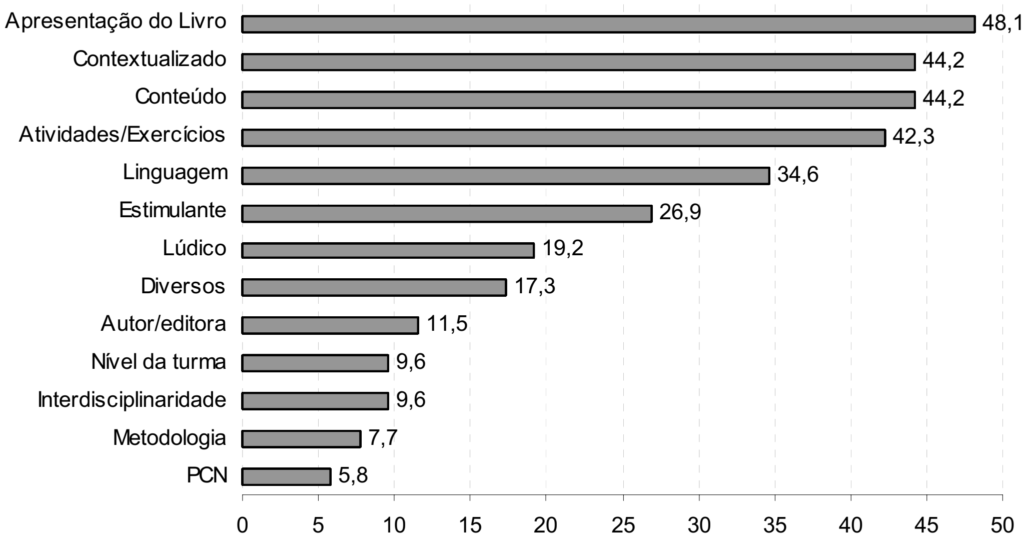


Figura 7.1: Critérios utilizados pelos professores na escolha do livro didático.

O fato foi também constatado na pesquisa realizada por Tolentino - Neto (2003), o que nos leva a pensar que esta valorização do visual do livro está ligada a um ensino pautado na percepção do aluno. Para 44,2%, é importante que os conteúdos e exemplos apresentados nos livros sejam contextualizados, ou seja, estejam relacionados com situações do dia-a-dia dos alunos. Parece-nos ser uma boa preocupação, pois Nunes e Bryant (1997) reconhecem a existência de uma lacuna entre a compreensão que as crianças têm das práticas com o formal na resolução de situações-problema. Cremos que a semelhança das situações apresentadas nos livros, com situações vivenciadas pelos alunos fora da escola, possa ajudá-los a compreender melhor a idéia de frações. Este movimento de ir para frente e para trás, movendo a criança em seu conhecimento desenvolvido fora da escola e as representações simbólicas que elas aprendem na escola, conforme Nunes e Bryant (1997) poderão proporcionar uma aprendizagem mais efetiva por parte dos alunos.

Um dado preocupante foi que apenas 5,8% dos professores levam em consideração o fato dos livros serem pautados nos PCN. Este baixo índice talvez seja reflexo do desconhecimento de tal documento, o que não se justificaria, haja vista a divulgação feita pelo Ministério da Educação, além de enviar esse material às escolas; ou, ainda, os professores realmente não consideram importante ou discordam das sugestões apresentadas neste documento oficial.

7.2.2 O professor, a fração e o livro didático

Nesta seção, buscaremos estabelecer a relação do professor com o ensino de fração e o livro didático.

Os dados da Tabela 7.6 mostram a distribuição dos professores, segundo a autopercepção da dificuldade para ensinar fração. Dos 52 professores que participaram do estudo, 76,9% afirmaram não encontrar dificuldades para ensinar fração e 23,1%, sim.

Dentre as justificativas para não sentirem dificuldades para ensinar fração, 34,6% afirmaram utilizar experiências do cotidiano e 15,4% o lúdico (jogos, brincadeira) no ensino de frações. Utilizar a experiência do cotidiano ou o lúdico pode estar indicando que o ensino está sendo pautado na percepção e não, necessariamente, trabalhando com a lógica da fração.

Devemos chamar a atenção que o ensino pautado na percepção não explora os invariantes de ordem e equivalência que, segundo Nunes e Bryant (1997), são centrais no conceito de frações. Observamos que 15,4% dos professores que afirmaram não encontrar dificuldades no ensino de fração, não justificaram sua resposta, o que talvez se deva à falta de compreensão da importância do estudo da fração no ensino da Matemática no contexto escolar, conforme afirmam Behr et al. (1983).

Já aos professores que afirmaram encontrar dificuldades para ensinar fração (23,1%), 5,8% atribuíram às dificuldades dos alunos e outros 5,8% alegaram que a dificuldade estava em trabalhar com o concreto. As dificuldades levantadas por esses professores podem ser reflexos do desconhecimento dos cinco significados apontados por Nunes. Ou, ainda, talvez, porque os professores não fazem uso de diversas situações, como recomenda Vergnaud (1993), na construção do conceito de fração.

Tabela 7.6: Motivos dos professores em relação à dificuldade de ensinar fração.

Por que acha ou não difícil ensinar fração	Não acha difícil		Acha difícil	
	Nº	%	Nº	%
Domina o conteúdo	3	5,8		
Usa experiências do cotidiano	18	34,6		
Usa o lúdico	8	15,4		
Acha o assunto bom	1	1,9		
Outros fatores	2	3,8		
Os alunos têm dificuldades			3	5,8
Acha o assunto extenso			1	1,9
O livro didático traz pouco conteúdo			1	1,9
Dificuldade em trabalhar com o concreto			3	5,8
Não respondeu	8	15,4	4	7,7
Total	40	76,9	12	23,1

Em relação ao livro didático, 86,6% dos professores afirmaram que ajuda no ensino de frações, o que coloca o livro didático em lugar de grande destaque, não podendo ser desprezado mesmo na formação do professor. Isto vai ao encontro às idéias de Nóvoa (2001), quando afirma que, mesmo sendo a experiência profissional um patrimônio pessoal, precisamos dos outros, que também se encontram nos livros, para transformá-la em conhecimento. Para esse grupo de professores, é nítido que o livro é o instrumento que os ajuda na sua formação.

Os dados da Tabela 7.7 mostram a distribuição dos motivos que os professores encontram nos livros didáticos em termos de ajudá-los na tarefa de ensinar fração. Para 44,3%, o livro ajuda nas atividades; para 9,6% nos conteúdos, para 7,7% nos exemplos e para 3,8% na orientação e planejamento do trabalho. Para 11,5%, o livro não os ajuda, pois não modificavam sua prática, já que o livro trazia o assunto de maneira fragmentada, superficial e restrita. Alguns professores, ainda, afirmaram que o livro estava, muito aquém da realidade dos alunos, pela complexidade como o conteúdo era apresentado.

Estes dados justificam nossa opção por analisar o livro didático, uma vez que ele tem um "poder" e um papel importante no desempenho da função docente. Tolentino-Neto (2003) ressalta que, em virtude do prestigiado *status* dos livros didáticos no ensino em sala de aula, seu papel como formador e na atualização de conceitos dos professores, propõe que sejam realizados estudos para melhorar a qualidade desse material e assim auxiliar a prática docente.

Tabela 7.7: Em quê o livro didático ajuda a ensinar fração.

O livro didático ajuda?	Nº	%
Sim, o livro didático ajuda em:	45	86,6
• Atividades	23	44,3
• Exemplos	4	7,7
• Conteúdos	5	9,6
• A entender a fração	1	1,9
• Orientar o trabalho e a planejar	2	3,8
• Outros	8	15,4
• Não respondeu	2	3,8
Não, o livro não ajuda	6	11,5
Não respondeu	1	1,9
Total	52	100,0

Além do livro didático, 96,3% dos professores afirmaram que utilizavam outros recursos. Para analisar os recursos didáticos utilizados pelos professores, criamos as seguintes categorias: "Material concreto 1" tudo referente a frutas, pizzas, legumes, chocolates, grãos, balas, bolos, biscoitos; "Materiais Concretos 2" tudo referente a papel, palito, dobraduras, quadro, forma geométrica, gravuras, desenhos, cartolinas, material emborrachado, sucata, material escolar e jogos. Os dados da Tabela 7.8 mostram a freqüência de uso pelos professores desses recursos.

Dos professores, 11,5% afirmaram usar o Material concreto 1; 38,5%, o Material concreto 2 e 38,5% usam ambos, ou seja, os dois (Material Concreto 1 e

2), 3,8% não especificaram claramente qual o tipo de material que usavam e 7,7% não declararam qual outro recurso usavam além do livro didático. A Tabela 7.8 mostra, ainda, a freqüência com que os professores disseram fazer uso desses recursos. O uso de materiais concretos 1, 2 e ambos por parte dos professores, tende a reforçar a idéia de um ensino pautado na percepção visual, o que poderá ocasionar uma falsa idéia de compreensão do conceito de fração, conforme relatam Nunes e Bryant (1997).

Tabela 7.8: Uso de outros recursos além do livro didático

Outros recursos	Nº	%
Material concreto 1	6	11,5
Material concreto 2	20	38,5
Ambos	20	38,5
Outros	2	3,8
Não respondeu	4	7,7
Total	52	100,0

Com relação à forma como o professor utiliza esses recursos, 63,5% afirmaram que usam tais materiais em trabalhos com grupos de alunos em sala de aula, quando são recortados, manipulados, fracionados, medidos, atividades que, segundo os professores, facilitam a compreensão da fração pelos alunos. Segundo Campos et al. (2006) estas ações privilegiam o desenvolvimento do raciocínio sobre frações com base nas percepções do aluno, não privilegiando as relações lógico-matemáticas contidas no conceito de fração; que talvez não garantam um aprendizado eficaz por parte dos alunos.

A maioria dos professores (78,8%) acredita que o ideal é iniciar o ensino de fração já a partir da 1ª série, para 5,8% deve ser iniciado na 2ª série e 9,6% acham que a série ideal para é a 3ª série, como é recomendado pelos PCN. Não houve quem indicasse que o início do ensino de fração deveria acontecer em uma série posterior a 3ª série do Ensino Fundamental.

A idéia da introdução do conceito de fração, antes da 3ª série, é perfeitamente aceitável. Na conclusão de seu estudo, com crianças da 2ª série do Ensino Fundamental, a quem o conceito de fração não tinha sido apresentado, Malaspina (2007), afirma ser possível introduzir esse conceito antes da 3ª serie, e os alunos parecem entender melhor a fração quando é ligada às situações que envolvem o significado quociente, tendo respaldado sua conclusão nas idéias defendidas por Kieren (1988) e, sobretudo, Nunes et al. (1997). Malaspina (2007) sugere que se deva introduzir o conceito de fração com base no significado operador multiplicativo e do significado quociente, por se mostrarem ser o melhor caminho para a aprendizagem da fração, para crianças pequenas (8 anos).

Na última etapa da análise do Caderno A, analisaremos os problemas elaborados pelos professores. Solicitamos que elaborassem três situações-problema, envolvendo frações que eles costumavam trabalhar no dia-a-dia de sua sala de aula.

7.2.3 A elaboração de problemas e os significados da fração

Nesta seção, analisaremos os problemas elaborados pelos professores, e para tanto enfocaremos quatro aspectos: (a) os cinco significados da fração, (b) as variáveis quantidades contínua e discreta, (c) o tipo de representação (icônica ou não) e (d) os invariantes do conceito.

Para esta análise, um total de 156 problemas foram considerados, este número significa a multiplicação de sujeitos da amostra e o número de problemas por eles elaborados, ou seja, 52 vezes três. Classificamos os problemas elaborados em consistentes e inconsistentes.

Neste estudo, um problema foi considerado como consistente, quando apresentou clareza no enunciado e quando a representação fracionária surge como ferramenta bem adaptada à resolução de tal situação, de maneira que impossibilite a obtenção de uma resposta no campo dos números naturais, suscitando necessidade de ampliação do conjunto numérico, visto que a reposta ao problema, não será solucionado por um número natural.

A título de ilustração de uma situação que consideramos como consistente, apresentamos um problema que foi elaborado por uma professora que, no momento da coleta dos dados, estava atuando na 3ª série do Ensino Fundamental. Ela tinha quatro anos de experiência, lecionava em uma escola da rede pública, com formação nos cursos de nível médio para o Magistério e nível superior em Filosofia.

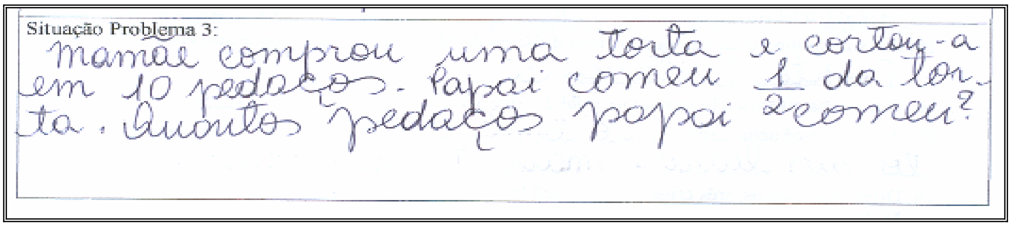

Situação Problema 3:
mamãe comprou uma torta e cortou-a em 10 pedaços. Papai comeu $\frac{1}{2}$ da torta. Quantos pedaços papai comeu?

Figura 7.2: Problema consistente (Sujeito -22).

Como exemplo de uma situação considerada inconsistente, apresentamos uma situação que foi elaborada por uma professora que no momento da coleta dos dados, atuava na 4ª série do Ensino Fundamental, nas redes, particular e pública de ensino. Lecionava há 16 anos, formada em Magistério cursava Licenciatura em Pedagogia.

Nesta situação, observamos que a fração não surge como ferramenta para resolver o problema, além da resposta ser apresentada por um número natural.

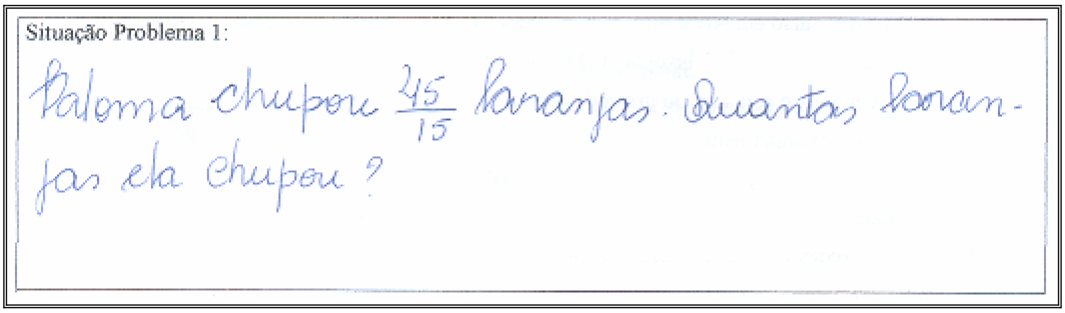

Situação Problema 1:
Paloma chupou $\frac{45}{15}$ laranjas. Quantas laranjas ela chupou?

Figura 7.3: Problema inconsistente (Sujeito -6)

Os dados da Tabela 7.9 e a Figura 7.4 mostram os percentuais dos significados que aparecem nas situações elaboradas pelos professores, bem como os percentuais dos problemas considerados inconsistente e dos que deixaram de ser elaborados.

Do número total esperado de problemas (156), 66,7% foram considerados consistentes. Houve predominância do significado operador multiplicativo com 31,4% das situações elaboradas, seguidas do significado parte-todo (26,3%). Os demais significados aparecem de forma tímida nos problemas elaborados, o significado número com 4,5%, quociente 3,2% e medida 1,3%. Deixaram de ser elaborados 16% dos prováveis problemas e 17,3% foram considerados inconsistentes, o que representam 33,3% dos problemas, isso é um número significativo, o que pode apontar uma falta de competência do professor para criar situações favoráveis à aprendizagem do aluno, conforme aponta Perrenoud (2000).

Tabela 7.9: Situações-problema formuladas pelos professores segundo significado.

Significados	Situação Problema 1		Situação Problema 2		Situação Problema 3		Total	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº	%
Operador Multiplicativo	16	30,8	14	26,9	19	36,5	49	31,4
Parte-todo	14	26,9	16	30,8	11	21,2	41	26,3
Número	2	3,8	2	3,8	3	5,8	7	4,5
Quociente	4	7,7	1	1,9	0	0,0	5	3,2
Medida	0	0,0	2	3,8	0	0,0	2	1,3
Inconsistente	9	17,3	9	17,3	9	17,3	27	17,3
Não respondeu	7	13,5	8	15,4	10	19,2	25	16,0
Total	52	100,0	52	100,0	52	100,0	156	100,00

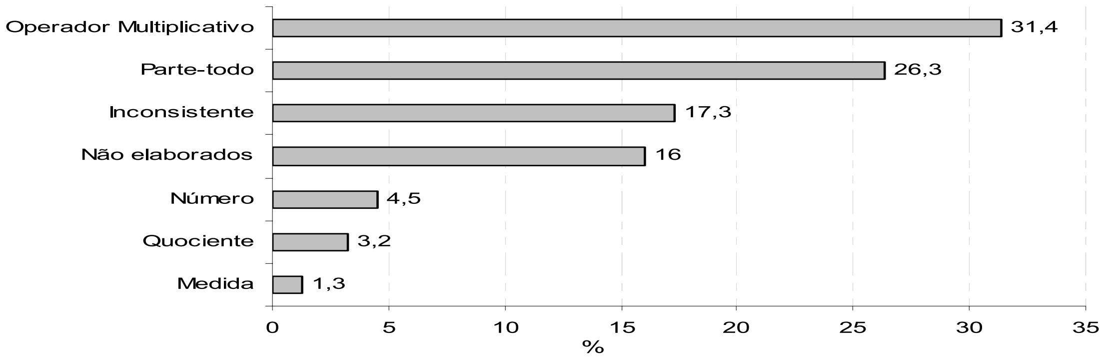


Figura 7.4. Situações-problema formuladas pelos professores segundo significado.

A Figura 7.5 apresenta os percentuais das situações-problema consideradas consistentes criadas pelos professores. Os resultados trouxeram-nos certa preocupação, pois o fato de predominância (86,5%), nas situações, criadas pelos professores, de apenas dois significados da fração (operador multiplicativo e parte-todo) dos cinco propostos por Nunes, significa um possível comprometimento na aprendizagem do conceito de fração. Para Nunes et al. (2003), uma aprendizagem do conceito de fração só terá sucesso se este for trabalhado, com base nos cinco significados (parte-todo, quociente, medida, operador multiplicativo e número).

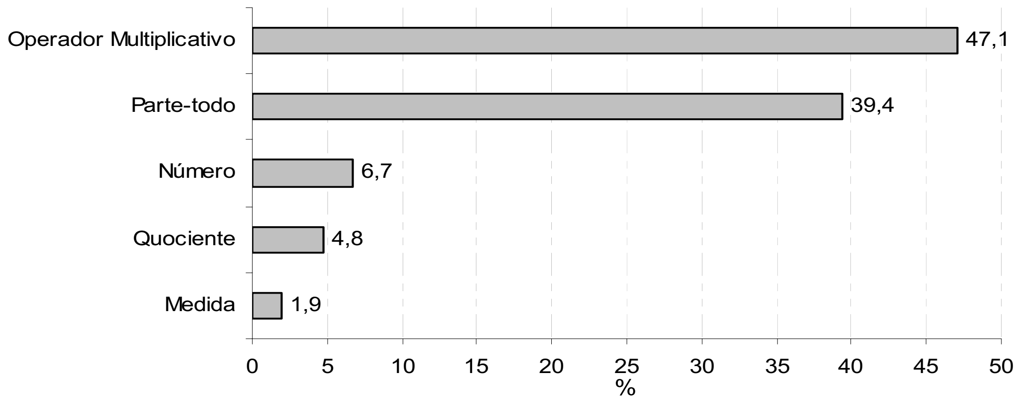


Figura 7.5. Situações-problema (consistentes) formuladas pelos professores segundo significado.

7.2.3.1 Análise das variáveis presentes nos problemas elaborados

A seguir, analisamos o tipo de variável utilizada nas situações-problema propostas pelos professores (discretas versus contínuo). Destacamos que nesta análise, levaremos em conta que as quantidades contínuas e discretas diferem significativamente, dependendo da situação em que estão inseridas.

As quantidades contínuas são aquelas passiveis de serem divididas de modo exaustivo, sem que necessariamente percam suas características. Por exemplo, é possível dividir um chocolate em *n* partes iguais, mesmo assim cada parte continuará mantendo as mesmas características do todo. Já as quantidades discretas, referem-se a um conjunto de objetos idênticos, cada objeto representa uma unidade e seu conjunto constitui o todo. Para esse tipo de quantidade, a ação de dividir produzirá subconjuntos com o mesmo número de unidades, como por exemplo: a divisão de um conjunto de bonecos em partes iguais. Todas as partes do conjunto serão constituídas pelo mesmo número de objetos.

Ao observar o emprego das duas variáveis quantidades contínuas e discretas por significado, nas situações-problema que os professores elaboraram, os dados da Tabela 7.10 nos mostram que as duas variáveis foram contempladas. Entretanto, existe uma tendência em utilizar quantidades continuas na elaboração de situações com o significado parte-todo (34,0%) seguidas pelo emprego da variável operador multiplicativo em quantidades discretas (31,9%), outros 17,0% dos professores fizeram uso da variável quantidade contínua em situações com o significado operador multiplicativo. Esse tipo de situação não favorece a aprendizagem dos alunos.

Tabela 7.10: Tipo de variável por significados nos problemas elaborados.

Significado	Variável Contínua		Variável Discreta	
	Nº de problemas	%	Nº de problemas	%
Parte-todo	32	34,0	6	6,4
Operador Multiplicativo	16	17,0	30	31,9
Quociente	5	5,3	0	0,0
Número	4	4,3	0	0,0
Medida	1	1,1	0	0,0
Total	58	61,7	36	38,3

Na próxima seção, foi feita a análise dos tipos de representação, (icônica ou não icônica) que apareceram nas situações elaboradas pelos professores.

7.2.3.2 Análise dos tipos de representação: Icônica ou não-icônica

Com base em uma análise mais amiúde, constatamos que, na estrutura presente nos problemas considerados consistentes, apenas 8,6% tiveram uma representação icônica; desses 77,8% envolveram o significado parte-todo em quantidades contínuas.

Nesses ícones, a predominância de algumas figuras geométricas, como o retângulo, o triângulo e o círculo, são divididos em partes, supostamente iguais, para que o aluno pinte a fração desejada ou represente a fração correspondente à parte pintada, conforme exemplo (Figura 7.6) apresentado por uma das professoras que, no momento da coleta de dados lecionava nas 2ª e 3ª séries do Ensino fundamental, da rede particular de ensino, e com 20 anos de carreira, tendo sua formação do Ensino Médio no antigo Magistério e estava cursando Pedagogia.

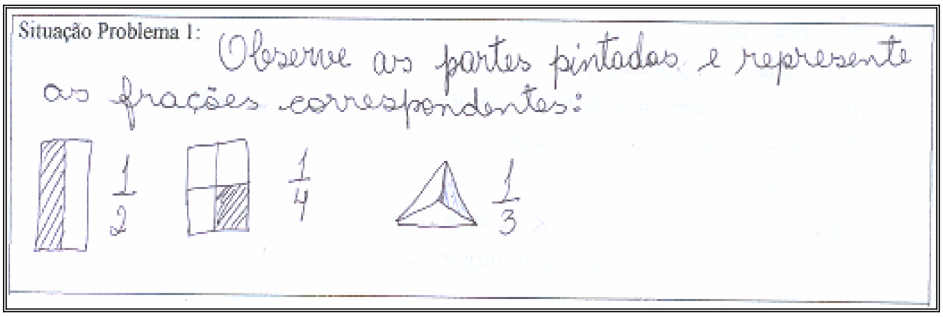


Figura 7.6. Exemplo de problema consistente com representação icônica (Sujeito -12).

O tipo de situação aparece com freqüência nos livros didáticos para introduzir o conceito de fração. Consideramos que situações, como esta apresentadas pelo professor, podem levá-lo a uma falsa impressão de que ela foi compreendida e respondida pelo aluno, como apontam os estudos de Nunes e Bryant (1997).

Em seus estudos os autores citados afirmam que esse tipo de situação o de induzir a um procedimento de dupla contagem e transmitir a falsa idéia de que situações como estas tenham sido compreendidas de fato.

A introdução do conceito de fração, apoiada em um tipo de abordagem em que uma figura previamente repartida (quantidades contínuas), e apresentada aos alunos para que pintem alguma(s) parte(s) ou as indiquem. Este procedimento privilegia a percepção, pois ocorre em detrimento das relações lógico-matemáticos, conforme afirmam Campos et al (2006).

Observamos que este tipo de abordagem induz os alunos e até professores, a um tipo de erro classificado, como o desprezo da conservação das áreas, detectado por vários pesquisadores como (Campos et al, 1995; Nunes, 2003; Merlini, 2005; Moutino, 2005 e Canova, 2006). Este tipo de erro ocorre pela falta de atenção às propriedades geométricas das figuras ou das partes usadas para introduzir o conceito de fração.

7.2.3.3 Análise dos invariantes presentes nos problemas elaborados

Ao analisarmos o emprego dos invariantes do conceito de fração nas situações elaboradas pelos professores, apoiar-nos-emos nas idéias de Vergnaud

(1993), segundo o qual um conceito deve se visto como a composição de uma terna (S, I, R), segundo componente “I” indica os invariantes. Apoiando-se nessa idéia Nunes et al. (2003), discutem o conceito de fração, cujos invariantes são: ordem e equivalência.

Pelas análises de nossos dados, constatamos que tanto os invariantes ordem e equivalência apareceram de maneira implícita em apenas 2,9% das situações-problema, consideradas consistentes, elaboradas pelos professores, como conceito subjacente à resolução de uma situação de ordenação.

A título de ilustração, das situações referidas acima, mostraremos uma situação (Figura 7.7) elaborada por uma das professoras, formada em Magistério e curso técnico e licenciada em Matemática, lecionava na 5ª série e sempre trabalhou na rede pública de ensino e lecionava há 24 anos.

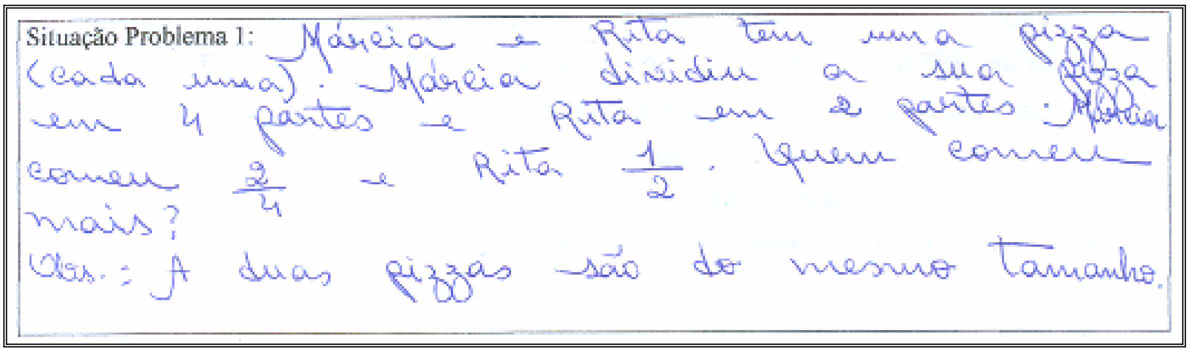

Situação Problema 1: Márcia e Rita tem uma pizza (cada uma). Márcia dividiu a sua pizza em 4 partes e Rita em 2 partes. Márcia comeu $\frac{2}{4}$ e Rita $\frac{1}{2}$. Quem comeu mais?
Obs.: A duas pizzas são do mesmo tamanho.

Figura 7.7 Exemplo de problema consistente sem representação icônica com presença dos invariantes ordem e equivalência (Sujeito -3)

Os estudos de Nunes et al. (2003) apontam para a importância de se trabalhar as noções de ordem e equivalência no ensino das frações, com base em diferentes situações. Em vista dos dados analisados, os invariantes ordem e equivalência são pouco explorados pelos professores que participaram deste estudo. O mesmo foi verificado no estudo realizado por Campos et al (2006), quando observaram que esses invariantes foram pouco acionados pelos professores para promover a compreensão da fração. Segundo os autores, para o professor pode significar que os invariantes da fração têm pouca relevância no ensino desse conceito.

Portanto no que foi analisado, inferimos que estas noções se realmente fossem trabalhadas em sala de aula, receberiam mais um “tratamento” algorítmico, como por exemplo, encontre a frações equivalentes à fração $\frac{3}{5}$. Em tais tratamentos se requer sucessivas multiplicações do numerador e do denominador por números inteiros, ou ainda, para se trabalhar com a idéia de ordem, pede-se ao aluno que diga qual é a maior fração. De forma que as diversas situações que poderiam ser empregadas para a apresentação desses conceitos são desprezadas.

7.3 Análise da competência (Caderno B)

Nesta seção mostramos a competência dos professores ao resolver problemas de frações, analisando o desempenho geral deles no Caderno B, com cinco questões, em um total de 12 itens. A análise foi realizada, verificando o desempenho dos professores em cada um dos significados, o número de respostas corretas nos 12 itens, índice de acerto questão a questão nos problemas apresentados, com a freqüência com que esses professores utilizam cada tipo de problema no dia-a-dia na sala de aula. Por estabelecemos relação entre concepção e competência.

7.3.1 Desempenho geral

Os dados da Tabela 7.11 mostram que, em média os professores responderam corretamente 57% do total dos itens. O desempenho mostra que os professores conseguem responder aos itens de parte-todo (90,2%) e medida (88,2%), o que não acontece com o significado número (25%). Estas diferenças foram estatisticamente significativas ($\chi^2_{(4)}$ = 180,306; p = 0,000) a Figura 7.8 ilustra esses resultados.

Por outro lado, quando se analisou o desempenho dos professores, segundo a série em que eles trabalharam não foram encontradas diferenças significativas ($\chi^2_{(2)}$ = 0,586; p = 0,746), isso implica que tanto faz a experiência do professor em séries mais avançadas, pois isso não se reflete na competência, conforme ilustra a Figura 7.9.

Tabela 7.11: Desempenho dos grupos de professores na resolução dos problemas em relação ao nível máximo que já lecionou.

Nível máximo que lecionou (Nº de professores)	Significados										Total (12 itens)	
	Parte-Todo (1 item)		Operador (1 item)		Quociente (3 itens)		Medida (3 itens)		Número (4 itens)			
	Nº (*)	%	Nº (*)	%	Nº (*)	%	Nº (*)	%	Nº (*)	%	Nº (*)	%
1ª a 4ª séries (23)	22/23	95,7	10/23	43,5	47/ 69	68,1	60/69	87,0	23/92	25,0	162/276	58,7
5ª e 6 ª séries (17)	16/17	94,1	5/17	29,4	32/51	62,7	43/51	84,3	17/68	25,0	113/204	55,4
7ª e 8ª séries (11)	8/11	72,7	4/11	36,4	19/33	57,6	32/33	97,0	11/44	25,0	74/132	56,1
Total	46/51	90,2	19/51	37,3	98/153	64,1	135/153	88,2	51/204	25,0	349/612	57,0

(*) o primeiro número refere-se ao número de respostas corretas e o segundo ao número de respostas possíveis, que é igual ao número de professores vezes o número de itens.

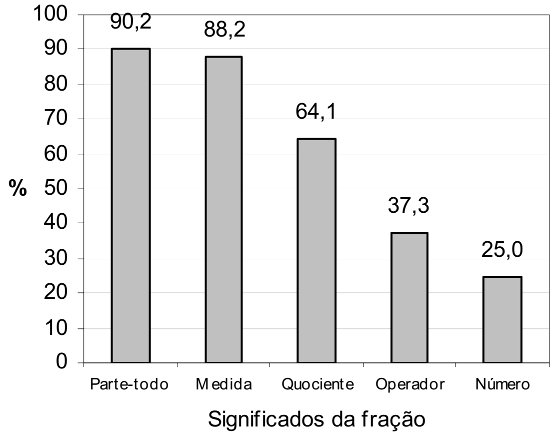


Figura 7.8. Desempenho dos professores segundo significado.

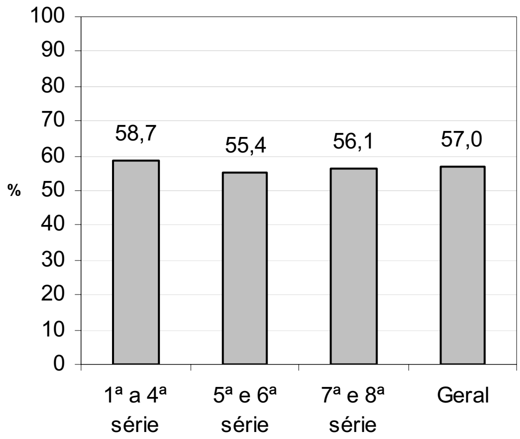


Figura 7.9. Desempenho dos professores segundo a série máxima.

Conforme os dados da Tabela 7.11, os professores com experiência nas 7ª e 8ª séries apresentam situação inversa aos outros dois grupos, sendo mais competentes na resolução de problemas, envolvendo o significado medida, seguidos pelo parte-todo. A competência apresentada pelos professores dos três grupos, na resolução de problema, envolvendo o significado medida, chamou à nossa atenção, haja vista que esse significado foi pouco lembrado pelos professores na elaboração dos problemas, conforme mostra a Tabela 7.9 da seção 7.2.3, pois, apenas, dois problemas envolvendo esse significado, dos 156 possíveis, foram elaborados.

O baixo desempenho dos três grupos na questão envolvendo o significado operador multiplicativo nos causou surpresa, visto que na elaboração dos problemas esse significado foi o mais explorado pelos professores. O fato nos faz pensar, o professor cria problemas que não tem competência para resolver.

7.3.2 Perfil, concepção e competência

Nesta seção, estabelecemos relação entre o perfil e as concepções dos professores com a sua competência na resolução dos problemas de fração. Quanto ao perfil, foram analisados a formação acadêmica, a rede onde já lecionou e o tempo de carreira, relacionando com a competência. Já com relação às concepções, a relação da autopercepção da dificuldade de ensinar frações (se acha ou não difícil o ensino de fração) e o desempenho dos professores foram analisados.

A competência do professor foi analisada pelo número de respostas corretas nos cinco problemas, com 12 itens, e o número mínimo de acertos foi de quatro itens e o máximo de 12. A maioria respondeu corretamente cinco itens (25,0%). O baixo índice de sucesso na resolução de problemas pode ser reflexo de uma formação que não priorizava as situações que, segundo a TCC de Vergnaud (1990), são fundamentais na construção do conhecimento.

A Tabela 7.12 apresenta o desempenho médio segundo as variáveis em estudo. Podemos observar que a média geral foi de 6,98 itens, com desvio-padrão de 2,30 itens, isto é, um desempenho médio da ordem de 58,2%, mostrando alta variabilidade, conforme ilustra o histograma do desempenho (Figura 7.10). A assimetria do histograma mostra que a maioria dos professores respondeu corretamente poucas questões.

Figura 7.10: Perfil do desempenho dos professores no Caderno B.

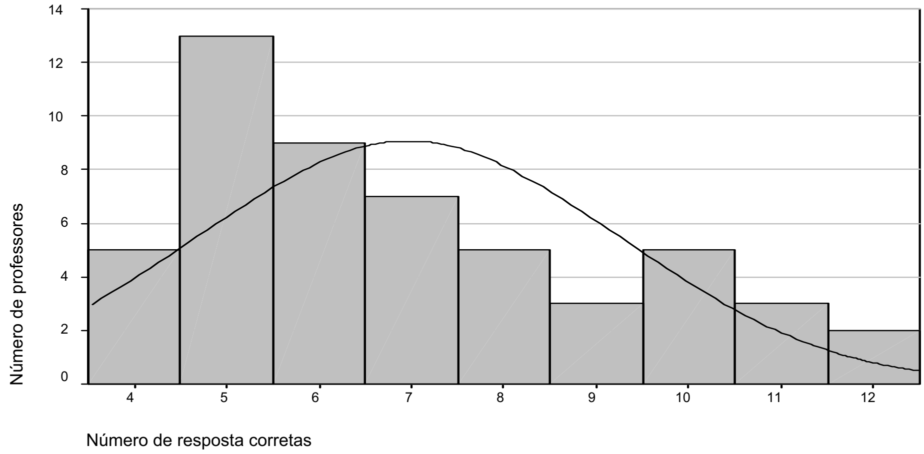


Tabela 7.12: Desempenho dos professores, segundo variáveis em estudo.

Variáveis em estudo	Nº de professores	Média (*)	Desvio padrão	Estatística	p-valor
Média geral	51	6,98	2,30		
Curso superior					
Não	11	6,64	3,01	*F*(2,48) = 2,067	0,677
Sim, concluído	26	6,77	2,16		
Sim, cursando	14	7,36	1,86		
Série que atuou					
1ª a 4ª	23	7,17	2,41	*F*(2,48) = 0,264	0,769
5ª a 6ª	17	6,65	2,34		
7ª a 8ª	11	7,09	2,17		
Rede em que …					
Só particular	4	8,25	1,26	*F*(2,48) = 0,652	0,526
Só pública	26	6,88	2,50		
Ambas	21	6,86	2,20		
Anos de carreira					
Entrada na Carreira	3	8,67 a	2,52	*F*(4,46) = 2,825	**0,035**
Estabilização	11	8,27 ab	2,00		
Diversificação	18	7,06 ab	2,29		
Serenidade	16	6,06 ab	2,17		
Ruptura	3	5,00 b	0,00		
Acha difícil					
Sim	12	5,92	0,90	*t*(48) = -2,887 (**)	**0,006**
Não	40	7,28	2,48		

(*) Médias com letras iguais não diferem segundo o teste de Duncan.
(**) Com correção para as variâncias.

Em relação ao curso superior não foram encontradas diferenças significativas no desempenho por nível máximo de formação ($F(2,48) = 2,067$; $p = 0,677$). Observamos uma pequena diferença, a favor, no desempenho dos professores que estão cursando o ensino superior. O resultado é bastante frustrante, pois esperávamos que quanto maior o grau de qualificação, maior a competência, a Figura 7.11 ilustra esse desempenho.

Ponte (2001) firma que, para se ensinar bem Matemática, é preciso ter um bom conhecimento de Matemática e isso é incontornável. Apontamos mais uma vez para a questão da formação, e consoante com Ponte (2001), cremos também que existam problemas na preparação dos professores em todos os níveis de ensino.

É necessário lembrar que o professor torna-se responsável pela sua formação (NÓVOA, 2001), e cabe a ele (professor) auto-avaliar-se e procurar sempre se aprimorar no desempenho de suas concepções e competências.

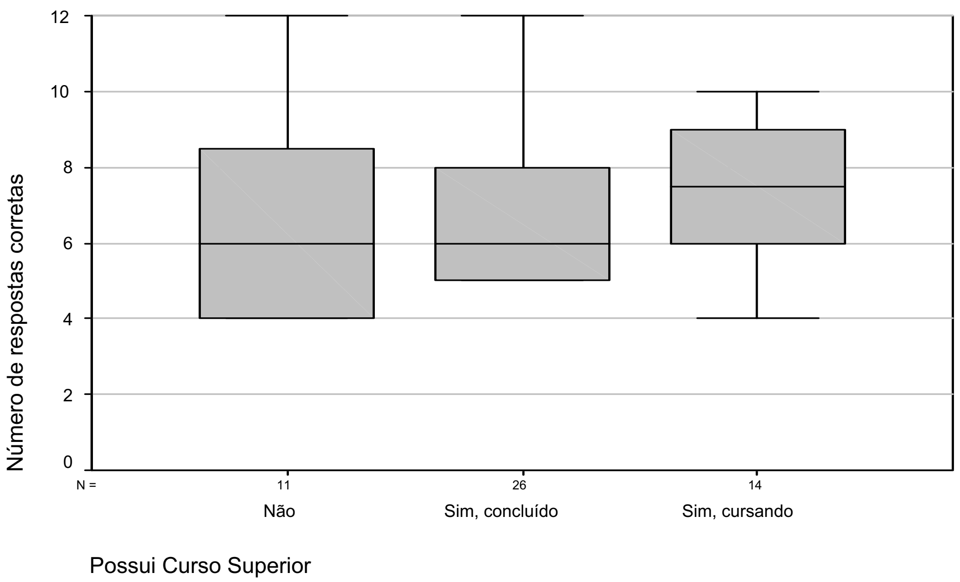


Figura 7.11: Desempenho dos professores segundo qualificação profissional.

Não foi encontrada diferença estatisticamente significativa no desempenho dos professores por rede de ensino que leciona ($F(2,48) = 0,652$; $p = 0,526$). Embora observemos que o desempenho dos professores que lecionavam apenas na escola particular, tenha uma média maior.

O tempo de serviço (tempo de carreira) influenciou o desempenho de forma inversa (Figura 12), isto é, quanto mais novo maior o desempenho e quanto mais velho menor o desempenho, conforme resultado do teste F ($F(4,26) = 2,825$; $p = 0,035$). Os resultados, também, chamaram atenção, pois acreditávamos que quanto maior fosse o tempo de serviço maior seria a competência dos professores em resolver situações que fazem parte do seu cotidiano profissional. Segundo Nóvoa (2001), a experiência por si só não é formadora, pode significar a rotina, a repetição de erros.

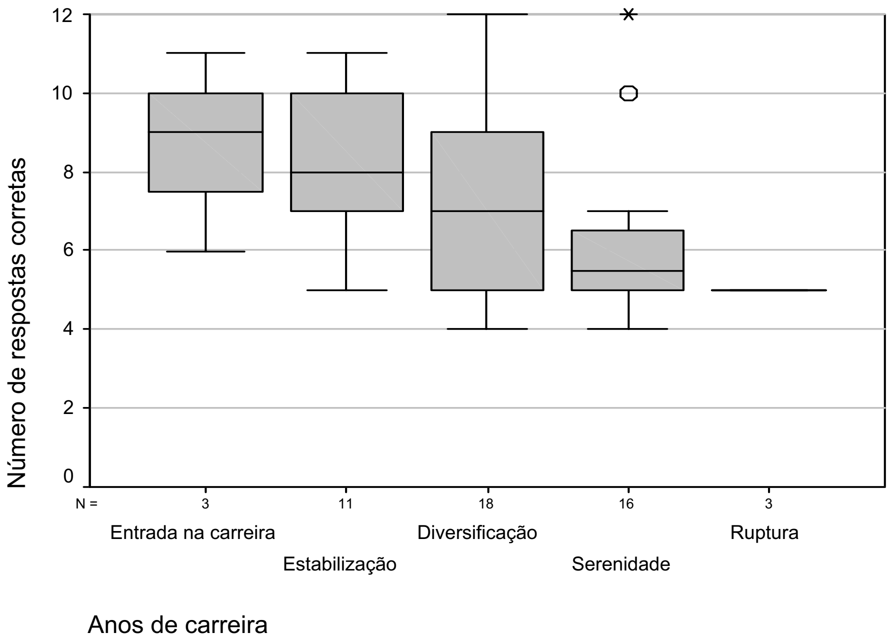


Figura 7.12: Desempenho dos professores em anos de carreira.

Finalmente, foi encontrada uma diferença estatisticamente significativa no desempenho dos professores, segundo a autopercepção da dificuldade para ensinar fração ($t(48) = -2,887$; $p = 0,006$). Para os professores que afirmaram não ser difícil ensinar fração o resultado foi melhor do que para os que afirmou ser difícil ensinar fração (Figura 7.13). Cremos que a concepção aqui influenciou diretamente na competência, ou ainda, não sendo foco de nosso trabalho. A crença de que fração seja um assunto difícil influenciou negativamente no desempenho dos professores. Para Ponte (1992), nossas concepções sobre a Matemática são influenciadas pelas experiências que habituamos a reconhecer. Em vista disso, cremos que se o professor reconhece ser difícil ou não o ensino da fração, seus alunos terão a mesma concepção.

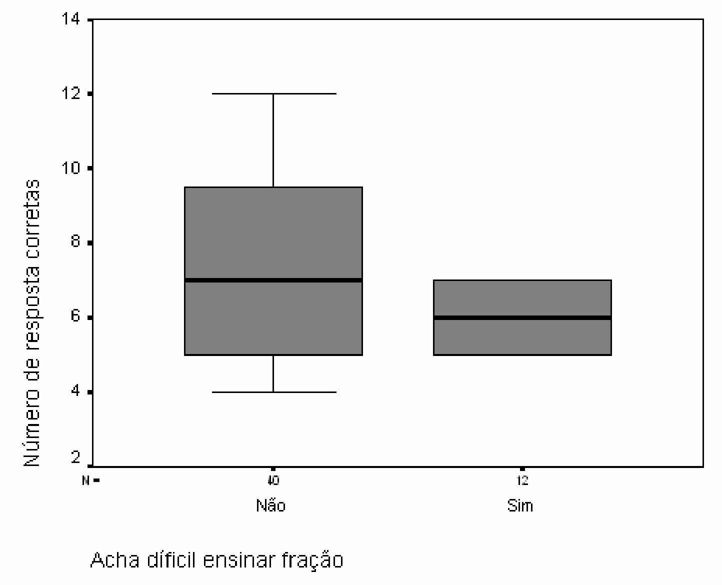


Figura 7.13 Desempenho dos professores segundo a autopercepção da dificuldade para ensinar frações.

Além da importância do professor ter um conhecimento didático satisfatório, o que, segundo Shulman (1986), permite ao professor encontrar maneiras adequadas de apresentar e formular a matéria para torná-la compreensível aos alunos, ou seja, que o professor seja capaz de criar as situações de que Verganud (1988) fala em sua TCC, para que haja condições para construção do conceito, em especial da fração. Não poderemos descuidar de uma boa formação Matemática do professor, pois como ensinar o que não sabemos. Acreditamos que o professor só poderá ter uma experiência de sucesso com o ensino, se possuir alicerceis sólidos, construídos ao longo de sua formação.

Portanto, analisando o desempenho, segundo o nível máximo que o professor já lecionou, não foi verificada diferença estatisticamente significativa ($F(2,48) = 0,264$; $p = 0,769$), conforme ilustra a Figura 7.14, que confirma os resultados apresentados na Figura 7.9. Este resultado nos chamou a atenção, pois acreditávamos que quanto maior fosse a experiência do professor em séries mais avançadas, maior seria o desempenho.

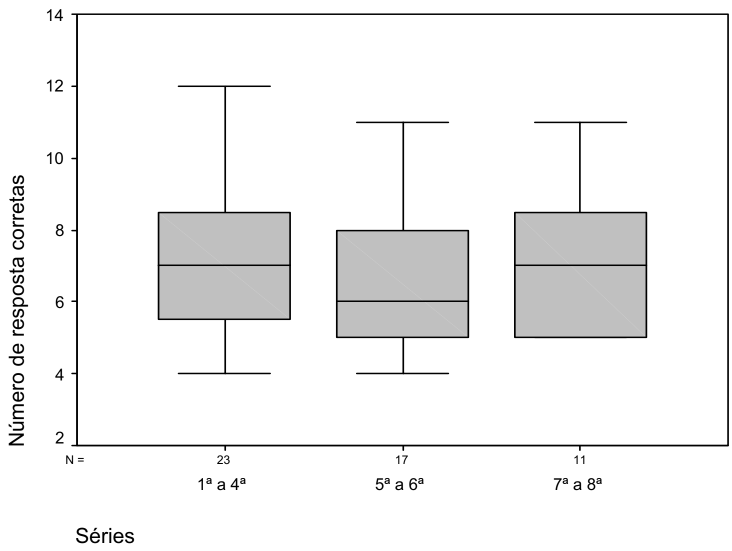


Figura 7.14: Desempenho dos professores segundo série que lecionam.

Este resultado vai ao encontro do que Nóvoa (2001) pensa a respeito da experiência docente, quando afirma que,ela por si só não, é formadora, podendo ser até repetição de erros inadequados.

Em vista dos resultados apresentados, afirmamos existir uma similaridade em relação ao perfil dos três grupos de professores no que diz respeito à competência na resolução de problemas de fração, que nos deixará à vontade para fazer as próximas análises, olhando os professores, como parte de um único grupo.

O desempenho dos professores, questão por questão, será analisado a seguir:

7.3.3 Competência na resolução dos problemas (Questão a questão)

Nesta seção, analisamos a competência do professor para resolver cada questão (Caderno B) e a freqüência de uso de cada situação por parte do professor em seu cotidiano profissional.

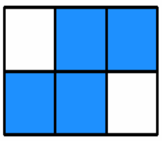
Lembramos que o Caderno B continha cinco questões, cada uma delas abordando um dos cinco significados da fração apontados por Nunes et al. (2003) e tinha como objetivo analisar se o professor dominava esses cinco significados, pois lhe é requerida a solução do problema, bem como analisar a freqüência com que usa esse tipo de significado.

É importante salientar que está sendo analisada, também, a competência do professor na resolução de problemas. Como Ponte (1998), entendemos que esta competência seja a capacidade de equacionar e resolver problema. Para Vegnaud (1987), as competências estão ligadas aos conhecimentos implícitos (teoremas-em-ação) e é este conhecimento, do professor, que pretendemos analisar.

O Caderno B iniciava com a seguinte recomendação: “Resolva e indique a freqüência com que você costuma usar este tipo de situação-problema para ensinar fração:” A análise desses dados poderá ajudar a ver se a competência desses professores para resolver problemas de fração tem ligação com a freqüência com que utiliza problemas envolvendo os cinco significados apontados por Nunes et al. (2003).

A primeira questão enfocou o significado parte-todo, com quantidade contínua, representada por um ícone (CANOVA, 2006), conforme Figura 7.15.

Responda qual a fração que representa as partes pintadas de cada da figura.



( ) **não é possível** saber qual é a

( ) é **possível** saber, e a fração correspondente é____________

Assinale a freqüência com que você utiliza este tipo de situação-problema:

( ) Nunca usei ( ) Uso poucas vezes ( ) Uso algumas vezes ( ) Uso muitas vezes ( ) Uso o tempo todo

Figura 7.15: Questão relativa ao significado parte-todo do conceito de fração.

O emprego de situações que envolvam o significado parte-todo, é o principal contexto utilizado pelos professores para iniciar o ensino de fração, conforme Campos et al. (2006).

Como esperado, 92,3% dos professores responderam de forma correta, apenas 7,7% erraram a questão. Analisando o tipo das respostas dadas ao problema, observamos que 88,5% utilizaram a fração 4/6 e apenas um professor simplificou esta fração, dando como resultado 2/3, o que reforça o possível desconhecimento, ou ainda, o pouco uso dos invariantes da fração por parte dos professores.

As respostas erradas foram apresentadas nas formas 2/6 e 6/4, que nos fez perceber que embora o professor se utilizasse do recurso da dupla contagem; no primeiro tipo de erro, ele contou a parte não pintada para em seguida contar as partes em que a figura foi dividida. Já para a resposta 6/4, houve a inversão do numerador com o denominador. Esse tipo de erro é comum entre as crianças, conforme apresentou os resultados de Bezerra (2001); Merlini (2005) e Moutinho (2006) e segundo Canova (2006), também entre os professores. Em relação à freqüência de uso, 44,2% manifestaram utilizar muitas vezes, seguido 36,5% que utilizam algumas vezes, ou seja, para 80,7% dos professores a situação é bem familiar, isso refletiu no alto índice de acertos. A Figura 7.20 mostra a freqüência com que o professor usa esse tipo de significado. Os demais professores (5,8%) deixaram em branco.

A segunda questão foi retirada de uma pesquisa realizada por Canova (2006) e abordou o significado operador multiplicativo, em quantidade discreta e com uma representação icônica, conforme ilustra a Figura 7.16.

Rodrigo gostaria de abrir uma mecânica. Para isso ele precisa de 3/6 das ferramentas representadas abaixo. Quantas ferramentas ele precisa? ________________________

Assinale a freqüência com que você utiliza este tipo de situação-problema:

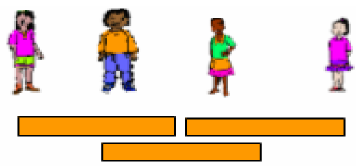
( ) Nunca usei ( ) Uso poucas vezes ( ) Uso algumas vezes ( ) Uso muitas vezes ( ) Uso o tempo todo

Figura 7.16. Questão relativa ao significado *operador multiplicativo* do conceito de fração.

Apenas 38,5% dos professores responderam de forma correta à pergunta; 51,9% de forma incorreta e 9,6% deixaram de responder a questão. O insucesso na resolução da questão pode se dever ao fato do professor não trabalhar com os invariantes da fração, no caso, o invariante equivalência. Apesar de, quando foi pedido para criarem situações-problema, o significado operador multiplicativo foi o que mais apareceu. Notamos que os professores não conseguiram resolver situações que envolveram esse significado, o que é contraditório. Desse modo, os resultados apresentados por Canova (2006) mostram as mesmas dificuldades. Segundo a autora, isso pode ser em razão do fato de não fornecermos diretamente uma fração que pudesse ser calculada com a quantidade fornecida.

A terceira questão abordou o significado de quociente, envolvendo quantidade contínua, utilizou-se o ícone para representar a situação, ver Figura 7.17. Esta questão foi empregada por Nunes et al. (2003); Merlini (2005); Moutinho (2005) e Canova (2006).

Foram divididas igualmente para 4 crianças, 3 barras de chocolate.



a) Cada criança receberá 1 chocolate inteiro? Sim ( ) Não ( )

b) Cada criança receberá, pelo menos, metade de um chocolate? Sim ( ) Não ( )

c) Que fração de chocolate cada criança receberá? ____________________

Assinale a freqüência com que você utiliza este tipo de situação-problema:

( ) Nunca usei ( ) Uso poucas vezes ( ) Uso algumas vezes ( ) Uso muitas vezes ( ) Uso o tempo

Figura 7.17: Questão relativa ao significado Quociente do conceito de fração.

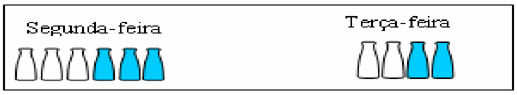
No primeiro item, foi perguntado se cada criança receberia ou não um chocolate inteiro. A maioria (96,2%) respondeu de forma correta, apenas uma (3,8%) deixou de responder a questão.

No segundo item, a maioria (59,6%) respondeu de forma correta, porém um número significativo (38,5%) respondeu de forma incorreta e apenas 1,9% deixou de responder.

No terceiro item, solicitamos ao professor a apresentação de uma fração que representasse a parte do chocolate que cada criança teria de receber. Observamos que 48,1% responderam de forma correta; 42,3% de forma incorreta e 9,6% deixaram em branco, o que nos deu a entender que os professores não dominam o significado quociente. Além de não compreenderem o que Caraça (1998) chama de “princípio da extensão”, que conduz ao entendimento de que as mesmas operações que conduzem a números racionais podem levar, em casos particulares, a números naturais. Isto vem caracterizar o fato de que os números racionais contêm os dos naturais, além disso, Campos et al (2006) apontam que o emprego da situação quociente promover a apropriação do invariante ordem pelas crianças e que a lógica da divisão poderia ser usada para alavancar o emprego dos invariantes (ordem e equivalência). A Figura 7.20 mostra que 40,4% dos professores usam com alguma freqüência esse tipo de situação-problema, o que refletiu proporcionalmente no índice de acerto da questão proposta. Destacamos que esse significado apareceu de maneira tímida nos problemas elaborados pelos professores.

A quarta questão, também, inspirada na pesquisa realizada por Nunes et al. (2003), Merlini (2005), Moutinho (2005) e Canova (2006), tive como objetivo enfocar o significado medida, em quantidade contínua, utilizando-se a representação icônica, conforme ilustra a Figura 7.18.

Um pintor fez mistura de tintas para poder pintar uma casa na segunda-feira e na terça-feira,como mostra o quadro abaixo.



a) A mistura de tinta vai ter a mesma cor na segunda e na terça-feira? Sim (   )   Não (   )

b) Que fração representa a quantidade de tinta azul em relação ao total da mistura das tintas azul e branca na segunda feira?____________________

c) Que fração representa a quantidade de tinta azul em relação ao total da mistura das tintas azul e branca na terça-feira?________________________

Assinale a freqüência com que você utiliza este tipo de situação-problema:

( ) Nunca usei   ( ) Uso poucas vezes   ( ) Uso algumas vezes ( ) Uso muitas vezes ( ) Uso o tempo todo

Figura 7.18: Questão relativa ao significado *Medida* do conceito de fração.

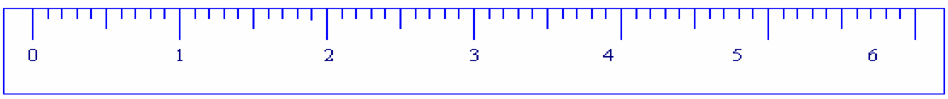
No primeiro item do problema quatro, foi perguntado se a mistura das tintas teria a mesma cor nas segunda-feira e na terça-feira, a maioria dos professores (78,8%) respondeu de forma correta, mostrando conhecer um dos invariantes da fração, equivalência. Observamos que 19,2% dos professores afirmaram que a mistura das tintas não apresentaria a mesma cor e 1,9% deixou de responder ao item.

O segundo item da questão solicitou ao professor que apresentasse a fração que representa a quantidade de tinta na segunda-feira, a maioria (92,3%) respondeu de forma correta, apenas dois professores (3,8%) responderam incorretamente e outros dois (3,8%) deixaram de responder. No item três, foi pedido o mesmo aos professores. Manteve-se alto o índice acertos (90,4%), embora pouco abaixo do anterior, novamente, 3,8% responderam incorretamente e 5,8% deixaram de responder.

O alto índice de acerto observado neste problema parece ser explicado pelo fato da maioria dos professores, mais de 70%, utilizar com certa freqüência esse tipo de problema, conforme Figura 7.20. Lembramos que esse significado foi o que menos apareceu nos problemas criados pelos professores, o que nos surpreendeu, visto o alto índice de utilização.

A quinta questão foi retirada de uma pesquisa realizada por Canova (2006) e teve como foco o significado número com quantidade contínua com representação icônica de uma reta numérica, como ilustra a Figura 7.19.

Identifique as frações ½, 1 ¾ ,3/12, 5/2 na reta numérica abaixo:



Assinale a freqüência com que você utiliza este tipo de situação-problema:

( ) Nunca usei ( ) Uso poucas vezes ( ) Uso algumas vezes ( ) Uso muitas vezes ( ) Uso o tempo todo

Figura 7.19: Questão relativa ao significado Número do conceito de fração.

Consideraremos cada fração a ser representada com um item, portanto, a questão cinco mostra quatro itens.

Menos de um terço (28,8%) dos professores representou a fração do item um de forma correta, o que consideramos um índice muito baixo, haja vista ser a fração ½ bastante conhecida e largamente usada pelos professores, seja no ensino, em sua vida acadêmica ou no dia-a-dia. Já 34,6% representaram de forma incorreta e 36,5% deixaram faze-lo.

Para o item dois, o número de acertos (19,2%) foi ainda menor, chegando a ser metade do número de respostas incorretas (38,5%). O número de professores que deixou de responder a este item foi de 42,3%. O baixo índice de acertos indicou-nos um falta de conhecimento por parte dos professores do número misto.

No terceiro item, apesar de observarmos um pequeno crescimento no número de respostas corretas (21,2%) em relação ao item anterior, o percentual ainda foi muito baixo. O número de respostas incorretas (34,6%) e a quantidade de respostas em branco foram maioria (44,2%).

No quarto item, o número de respostas corretas (30,8%) apresentou o melhor índice de acertos, contudo, ainda foi considerado baixo, pois representou, praticamente, um terço dos professores. O número de respostas incorretas (17,3%) foi o menor dentre os quatros itens, entretanto observou-se que o percentual de respostas em branco (51,9%) superou os demais itens.

Como Canova (2006), acreditamos que uma explicação para tão baixo desempenho seja justificado pelo fato de questões como esta serem pouco exploradas e quando acontece de serem trabalhadas, estão restritas a um quadro de exemplos e atividades imediatamente requeridas. O pensamento foi confirmado, quando observamos que, apenas 40,4% dos professores, afirmaram usar esse significado em sala de aula, algumas vezes.

Os dados levantados ainda sugerem que esses professores trabalham com a fração, mas não têm conhecimento do número racional, em sua representação fracionária, como um número que representa uma divisão e concebem a fração como dois números naturais sobrepostos. O traço que os separa funciona como uma vírgula e não como um indicativo de uma divisão.

A Figura 7.20 mostra que o significado mais trabalhado por esses professores foi parte-todo, seguido de quociente, depois medida e operador multiplicativo. Já o significado número raramente é utilizado pelos professores.

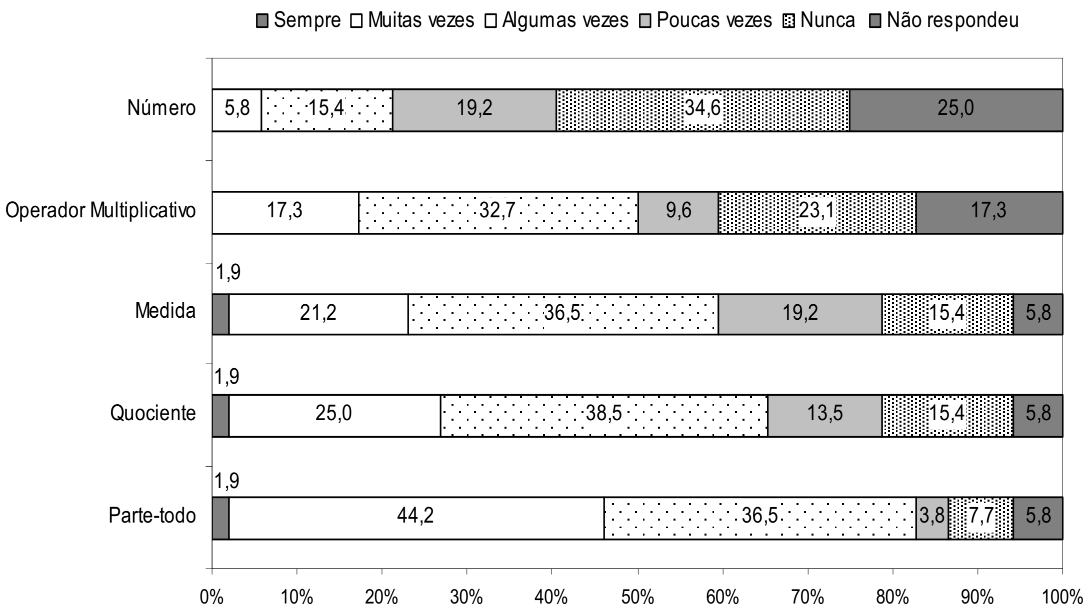


Figura 7.20: Freqüência de utilização das situações-problema, segundo significado.

Observamos algumas relações entre o número de respostas certas e a freqüência de uso de cada tipo de problema. Os professores afirmaram que utilizam com mais freqüência problemas, envolvendo situação com o significado parte-todo, o maior índice de acerto dá-se com problemas desse tipo.

Respectivamente encontramos a freqüência de uso de problemas, envolvendo os significados quociente e medida atrelada ao ranking de acertos. Em situações que envolvam o significado operador multiplicativo, percebemos uma discrepância entre as porcentagens dos que afirmaram utilizar esse tipo de problema com o número de acertos. A relação mais próxima entre o emprego e os acertos encontra-se na situação que envolve o significado número. Assim, o baixo índice dos professores que afirmou não utilizar esse tipo de problema está bem próximo do índice de acertos, que foi, também, muito baixo, e o alto índice de respostas em branco.

Os professores apresentaram maior competência na resolução de problemas com fração, envolvendo o significado parte-todo. O sucesso pode dever-se ao fato de ser esse o mais usado no ensino e aprendizado de fração e o mais explorado nas atividades dos livros didáticos.

Já em situações em que a fração aparece com o, significado número, os professores apresentaram o pior desempenho, mostrando total falta de domínio, fato que pode explicar, porque o professor não utiliza problemas desse tipo.

Mesmo na resolução de problemas nos quais os professores mostraram possuir alguma competência, percebemos que ainda lhes faltam conhecimentos para que tenham um domínio satisfatório do conceito de fração e dos cincos significados apontados por Nunes.

A situação pode ser vista com preocupação, pois segundo Vergnaud (1990) dentro de um processo de formação e desenvolvimento de competências e concepções, o ensino é essencial e o professor exerce um papel fundamental, pois é dele a responsabilidade de fazer escolhas adequadas para criar um ambiente favorável ao aluno avançar.

No capítulo seguinte, apresentamos as conclusões do estudo e as sugestões para futuras pesquisas.

CAPÍTULO VIII

CONCLUSÃO

O presente capítulo teve por objetivo realizar o fechamento do estudo, apresentando nossas conclusões, apoiado na análise dos dados. No propósito de fazer uma apresentação objetiva e sintética de nossas idéias conclusivas, o referido capítulo dividiu-se em quatro partes. Na primeira, há um resumo da trajetória do estudo. Na segunda, uma síntese dos principais resultados levantados na aplicação do instrumento diagnóstico. Na terceira, trataremos de responder à questão de pesquisa. Por fim, apresentaremos algumas sugestões para futuras pesquisas sobre o tema.

8.1 A trajetória do Estudo

Nossa pesquisa traçou um diagnóstico das competências e concepções apresentadas por professores do 2º Ciclo do Ensino Fundamental, da cidade de Itabuna-Bahia, a respeito do conceito de fração.

Subjacente a este objetivo, identificamos algumas relações entre o livro didático, as competências e as concepções desses professores. Para atingirmos o objetivo, o caminho percorrido neste estudo iniciou-se com a problematização, relevância do estudo e a elaboração da questão de pesquisa (Capitulo I).

Em seguida, buscamos apoio nos teóricos que subsidiariam o desenvolvimento do estudo. Para tanto, elegemos as idéias de Vergnaud sobre a Teoria dos Campos Conceituais, no que concerne à formação do conceito. Utilizamo-nos das idéias teóricas de Nunes e Kieren referentes aos diferentes significados da fração (Capítulo II). Nesse capítulo, foi nosso interesse apresentar uma breve discussão teórica sobre o objeto matemático do estudo: a fração. Iniciamos observando o aspecto da Matemática enquanto ciência, no que fizemos um breve relato histórico de seu surgimento no campo da Matemática, bem como de sua evolução até a construção formal desse conceito e de suas propriedades, o que para tanto nos apoiamos nos estudos de Caraça (1998).

Como os sujeitos do estudo eram professores que lecionavam ou já haviam lecionado no 2º ciclo do Ensino Fundamental, realizamos uma discussão teórica a respeito dos estudos que focalizam a formação do professor. Para tanto, contamos com as contribuições de Ponte (1992; 1995) e Nóvoa (2001), que nos auxiliaram no momento de interpretação dos dados levantados sobre o perfil dos professores e as relações com as concepções e suas competências (Capítulo IV).

Apoiados nos referenciais teóricos (Capítulo III) e inspirados nas pesquisas e leituras relacionadas com nosso estudo (apresentados no capítulo V), definimos e construímos a metodologia da pesquisa, que se tratou de um estudo descritivo, realizado pela elaboração e aplicação de um instrumento diagnóstico, que envolveu 52 professores que atuavam ou já haviam atuado no 2º ciclo do Ensino Fundamental. Destes, 44 eram da rede pública de ensino e oito da rede particular. Esses professores estavam distribuídos em 15 escolas do município, sendo três da rede privada, uma da rede estadual e as outras 11 da municipal.

De posse dos protocolos, o passo seguinte para realização do estudo, foi o desenvolvimento da análise dos dados (Capítulo VII), que ocorreu sob dois aspectos, o qualitativo e o quantitativo, o que para tanto contamos com a ajuda do pacote estatístico SPSS (Statical Package for Social Science).

Esta análise nos forneceu informações suficientes para responder à questão de pesquisa, o que ocorrerá no presente capítulo. Para tanto, apresentaremos, na próxima seção (8.3), uma síntese desses resultados para, em seguida, retomarmos à questão de pesquisa com o intuito de respondê-la na seção (8.4). Por fim, concluiremos nosso estudo propondo algumas sugestões para futuras pesquisas (seção 8.5), que nasceram depois da reflexão do estudo.

8.2 Síntese dos principais resultados

Nesta seção, apresentamos uma síntese dos principais resultados obtidos no capítulo da análise, para tanto a seção foi dividida em três partes: Perfil, Concepções e Competências.

Perfil

A análise do perfil do professor revelou, no tocante à formação que, 92,3% dos professores fizeram o Magistério e, destes, 63,3% concluíram o curso na década de 1980. Metade dos professores tinha concluído o ensino superior e a maioria (65,0%) no curso de Pedagogia, cumprindo assim, uma exigência da LBD.

No tocante à experiência como docente, 44,2% atuaram apenas nos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental; 44,4% trabalharam apenas na rede pública de ensino, e os demais tiveram experiências em ambas as redes.

A maioria dos professores (86,6%) tem entre seis e 25 anos de carreira, ou seja, esses professores encontram-se nas fases de diversificação e na de serenidade A primeira fase, é marcada pela necessidade de diversificação e expectativa de promoção e afeta mais os homens que as mulheres. Para muitos professores e professoras, esta fase, significa um estagio de manutenção da profissão, tanto no que diz respeito à preservação dos status adquirido como à atualização, que permite conservar o entusiasmo. Já a segunda, é caracterizada por certo desalento dos docentes de manter-se em novos projetos, são mais reflexivos, menos tensos, menos preocupados com os problemas de sua classe/grupo e mantêm uma “distância afetiva” maior em relação a seus alunos, em razão da diferença de idade e incompreensão mútua.

Concepção

A análise da concepção foi realizada com base nos dados fornecidos pelos professores sobre a forma, os critérios na escolha dos livros didáticos, autopercepção da dificuldade para ensinar frações e interpretação das situações-problema criadas pelos professores.

A maioria (53,8%) dos professores escolhe sozinha o livro didático que trabalha, leva em consideração sua apresentação, as situações contextualizadas, o conteúdo e as atividades presentes na obra. Os resultados apontaram que para 86,5% dos professores, o livro didático ajuda no ensino da fração, sobretudo nas atividades.

Quanto à autopercepção da dificuldade para ensinar frações, 76,9% dos professores afirmaram não sentir dificuldade para ensinar este conceito, pois utilizavam experiências do cotidiano e o lúdico (jogos e brincadeiras) ao trabalharem o conceito de fração.

Com base na análise das situações elaboradas podemos observar que das 156 situações possíveis, foram elaboradas 131 (84,0%). Embora estes dados sejam positivos, constatamos que foram cometidos alguns equívocos na elaboração das situações-problema. Estes equívocos levaram à proposição de 27 problemas que consideramos inconsistentes, restando, assim, 104 situações. A ocorrência de tais equívocos estava relacionada, principalmente ao fato dos professores apresentarem situações em que a fração não aparecia, como ferramenta apropriada para resolução.

Com relação aos cinco significados que a fração pode assumir em diversas situações, os dados apontaram que não houve uma distribuição eqüitativa dos significados na criação das situações-problema.

Os professores apresentam suas concepções bastante ligadas ao significado operador multiplicativo, seguido do significado parte-todo. Os professores podem ter tido suas concepções influenciadas pelos livros didáticos, que costumam apresentar um número alto de situações/questões, envolvendo o significado parte-todo e operador multiplicativo. Ou ainda essas concepções podem ser originadas no momento de formação do professor, na época em que eram ainda alunos do Ensino Fundamental (NÓVOA, 2001).

O significado quociente (4,8%) foi pouco explorado na elaboração das situações-problema. As idéias de alguns pesquisadores como Kieran (1988), Nunes e Bryant (1997) foram contrariadas, pois sugerem que a introdução do conceito de fração por esse significado pode proporcionar um melhor entendimento. Os demais significados número e medida, mostraram uma incidência muito baixa.

Com relação às variáveis de quantidade (contínua e discreta), constatamos que ambas foram contempladas na elaboração das situações-problema, no entanto não houve uma distribuição equânime entre os dois significados (operador multiplicativo e parte-todo) mais explorados na elaboração das situações-problemas. Nas situações-problema, envolvendo o significado parte-todo predominaram as quantidades continuas. Já nas situações que envolvia o significado operador multiplicativo, houve o predomínio das quantidades discretas.

Os resultados também apontaram que, embora os livros didáticos utilizem com freqüência a representação icônica para ilustrar situações-problema, os professores empregaram esse recurso em apenas 8,6% das situações-problema consideradas consistentes, e a maioria (77,8%) no significado parte-todo na variável quantidade contínua.

Por fim, com relação ao emprego dos invariantes do conceito (ordem e equivalência), estes tiveram uma incidência inexpressível, e apenas 2,9% das situações-problema elaboradas foram contempladas com esses invariantes.

Competência

A competência foi avaliada pelo desempenho dos professores nos 12 itens das cinco questões do caderno B, o nível médio de acerto foi de 6,98 itens, isto é, um aproveitamento médio da ordem de 58,2%.

Não foram encontradas diferenças significativas no desempenho dos professores com relação à série máxima que os professores já haviam trabalhado. Os resultados, também, mostraram que os professores apresentam maior competência na resolução de problemas, envolvendo a situação parte-todo, seguida do significado medida e do significado quociente. Já o significado operador multiplicativo e o número foram os piores resultados. A Figura 8.1 mostra comparativamente a competência e as concepções.

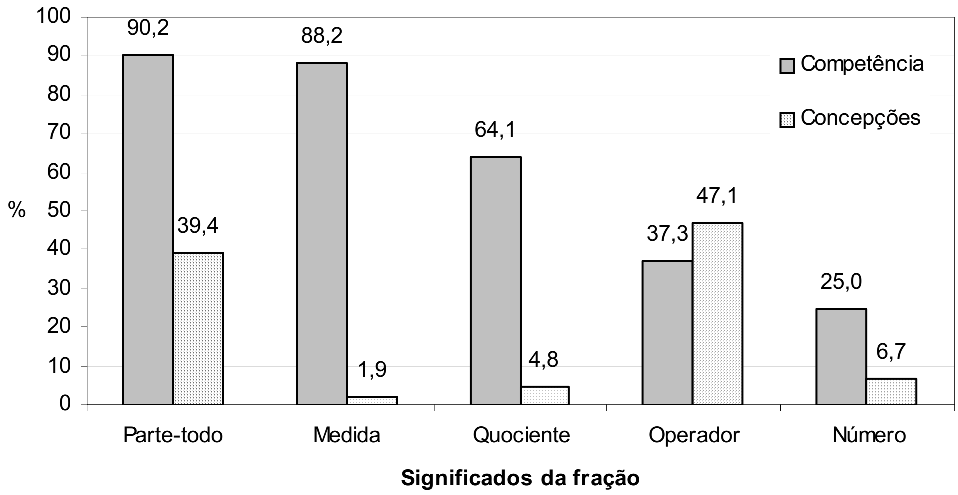


Figura 8.1: Relação entre a competência e a concepção dos professores.

Destacamos duas incoerências entre a concepção e a competência dos professores; a primeira, referiu-se ao significado operador multiplicativo, que os professores apresentaram o segundo pior desempenho e foi justamente nesse significado, que os professores elaboraram o maior número de situações-problema. A segunda incoerência, diz respeito ao significado medida, pois foi a menos lembrada no momento da elaboração das situações-problema, porém foi nesse significado que ocorreu o segundo melhor desempenho por parte desses professores.

Frente aos resultados, os professores que participaram do estudo, não apresentaram desempenho eqüitativo nem satisfatório na resolução de problemas de frações, envolvendo os cinco significados propostos por Nunes e al. (2003). O dado é de extrema importância, mas nos preocupa, visto que, segundo a TCC proposta por Vergnaud (1990), os conceitos matemáticos adquirem significado a com base nas diversas situações, o que parece não estar acontecendo.

8.3 Respondendo à questão de pesquisa

Nosso estudo teve por objetivo traçar um diagnóstico das competências e concepções apresentadas por professores do 2º Ciclo do Ensino Fundamental da cidade de Itabuna-Bahia, a respeito do conceito de fração.

Para desenvolver este estudo, a motivação deu-se ao depararmos com o baixo índice de desempenho dos alunos frente às questões de fração. Além do que, no início deste estudo, com base nas pesquisas realizadas, levantamos certas dificuldades encontradas em relação ao ensino-aprendizagem de fração, no que diz respeito ao professor e aluno. Apoiados nesses estudos, apontamos para uma possível redução dessas dificuldades a partir de um trabalho que privilegiasse o ensino de fração, baseados nos diversos contextos, explorando seus cinco significados.

Ressaltamos, ainda, a importância do papel do professor nas concepções e competências de seus alunos, pois cabe a ele a cuidadosa escolha e adequação das situações que dão significado ao conceito. Apoiados nessas evidências lançamos mão de nossa questão de pesquisa:

> **Quais as concepções e competências apresentadas por professores polivalentes que atuam no 2º ciclo do Ensino Fundamental sobre o conceito de fração e seu ensino?**

Antes de responder à questão, é preciso lembrar que nosso estudo foi realizado com uma amostra não aleatória, envolvendo uma quantidade pequena professores (52). Igualmente, sabemos que o número de problemas colocados para que os professores resolvessem não foi grande o suficiente para apresentar um estudo conclusivo a respeito da competência desses professores. Portanto, embora tenhamos tratado os dados estatisticamente, sabemos que não possuímos dados suficientes que nos permitam extrapolar, para além de nossa população. Mas, mesmo assim, sentimo-nos confortáveis para pensar que nossos resultados muito, provavelmente, contribuam para dar pistas sobre as concepções e competências desses professores sobre o ensino de fração. O estudo, também, poderá contribuir para futuras pesquisas, a respeito da formação de professores, no sentido de alavancar essas concepções e competências.

Olhando para os resultados e restringindo-nos sempre aos limites de nossa amostra, é razoável concluir que os professores apresentaram concepções restritas ao significado operador multiplicativo em quantidade discreta e não-icônica e no significado parte-todo em quantidade contínua e icônica. Os significados foram explicitamente diagnosticados nos problemas elaborados pelos professores. Podemos até, de certo modo, inferir que esta concepção é limitada e preocupante, do ponto de vista de nosso estudo, visto que, dentro dos teóricos por nós adotados, Vergnaud e Nunes e defendendo suas idéias de que o conhecimento conceitual deve emergir dentro de uma variedade de situações.

Quanto aos outros significados (medida, quociente e número), constatamos uma tímida utilização na elaboração das situações-problema, o que nos leva a inferir que esses professores apresentam uma vaga visão, a respeito dos demais significados.

Os invariantes do conceito de fração (ordem e equivalência), essenciais para a formação do conceito, foram pouco abordados, pelos professores. O que pode significar que esses professores consideram irrelevantes, o uso desses invariantes no ensino da fração.

Para esse grupo de professores, o conceito de fração não é difícil de ser ensinado, entretanto estes professores precisam adquirir conhecimento mais amplo sobre o conceito de fração. A afirmação pode ser justificada, ao analisarmos os índices de acertos nas questões de frações, além dos significados parte-todo e medida.

Provavelmente, esses professores tenham suas concepções influenciadas pelos livros didáticos, mas, quando são solicitados para resolverem questões sobre frações, emergem as concepções formadas quando aluno que, em grande parte, apresentam falhas, influenciando sobremaneira em sua competência.

Em vistas dos resultados, podemos afirmar que esse grupo de professores apresenta competência restrita na resolução de problemas de fração. Contudo, o significado parte-todo é o que permanece fortemente implícito no conhecimento deles.

Frente às reflexões feitas sobre o fechamento desse estudo, temos a convicção de que se faz necessário um trabalho de formação continuada, consistente, que promova um processo de expansão desse campo conceitual, tanto no conhecimento como na competência profissional desses professores, no tocante ao conceito de fração. Apontamos para a realização de pesquisas intervencionistas como um caminho a ser tomado no sentido de minimizar as dificuldades apresentadas pelos professores, bem como no sentido de tentar ampliar as concepções dos professores, trazidas durante seu longo processo de formação.

8.4 Sugestões para futuras pesquisas

Acreditamos que nosso estudo poderá trazer contribuições significativas na discussão científica sobre as concepções e competências que os professores polivalentes têm a respeito da fração. Sugerimos que sejam promovidos estudos intervencionistas, na perspectiva de uma pesquisa colaborativa, na idéia de ir à sala de aula desse professor, tendo como principio sua experiência em sala de aula.

Julgamos ser esse um caminho que contribua com a formação do professor, alavancando suas concepções e melhorando seu conhecimento matemático, com a finalidade de tornar esse professor mais competente não só para lidar com os problemas da sala de aula, mas, oferecendo-lhe subsídios, por meio de conhecimentos matemáticos, para que possa também resolver problemas da Matemática, em especial, sobre fração.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ÁVILA, Geraldo. Introdução a análise matemática. 2ª ed. ver. São Paulo: Edgard Blucher, 1999.

BOLIVAR, A. (org). Profissão professor: o itinerário profissional e a construção da escola. 53-59. Bauru: EDUSC, 2002. (pp. 53-63)

BOYER, C. B. História da Matemática.Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgar Blücher, 1974

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto, Lei nº. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Lei de Diretrizes e Bases da Educação. Brasília, DF, 1996.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1ª a 4ª série) Brasília, DF, 1997

BRASIL –Relatório SAEB 2001 – Matemática. Sistema de Avaliação do Ensino Básico. Brasília INEP, MEC.

BRASIL. Governo do Estado de São Paulo. Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo. Relatório SARESP 2005

BEHR, M. J. et al. Rational number, ratio, and proportion. In: GROUWS, D. A. (Ed). Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. New York: Macmillan, 1983. p. 296-333

BEZERRA, F. J. Introdução do Conceito de Número Fracionário e de suas Representações; Uma abordagem Criativa para a Sala de Aula. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, PUC/SP, 2001.

CENTURIÓN, M. Porta Aberta: Matemática. Ed. nova – São Paulo: FTD, 2005. Livro da 3ª série, Ensino Fundamental.

CENTURIÓN, M. Porta Aberta: Matemática. Ed. nova – São Paulo: FTD, 2005. Livro da 4ª série, Ensino Fundamental.

CAMPOS, T. et al.1995, Uma análise da construção do conceito de fração: relatório de pesquisa. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. (não publicada)

CAMPOS. T. Magina, S. Nunes, T. O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino. Educação Matemática e Pesquisa, São Paulo, v. 8, n. 1, pp. 125-136, 2006.

CANOVA. R. F. Crença, concepção e competência dos professores do 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental com relação à fração. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, PUC/SP, 2006.

CARAÇA, Bento Jesus. Conceitos fundamentais de Matemática. Lisboa – Portugal: Gradiva, 1998.

CERVO, A. L. & BERVIAN, P. A. Metodologia cientifica. São Paul, McGraw-Hill, 1983.

COUCO. A. Mathematics for teaching. American Mathematical Society, 48(2), 168-174. 2001

D’AMBROSIO, B. Conteúdo e metodologia na formação de professores. In Fiorentine, D & Nacarato, A. M. Cultural, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática. P 20-30. Ed. Musa, São Paulo, 2005.

DAMICO, A. Uma investigação sobre a formação inicial de professores de matemática para o ensino de números racionais no ensino fundamental. Tese de Doutoramento em Educação Matemática, PUC/SP, 2007.

ESCOLANO, R. GAIRIN, J. M. “Modelos de Medida para o Ensino do Número Racional na Educação Primária”. Revista Iberoamericana de Educação Matemática. Lisboa. 2005. Disponível em: http://www.educ.fc.il.pt/docentes/ponte/ Acesso em: 10 de julho de 2005.

FRANCHI, A. Considerações sobre a teoria dos campos conceituais. In: MACHADO, S. D. A et al. Educação Matemática: uma introdução. São Paulo: Educ, 2000. p. 155-196.

GARBI, GILBERTO GERALDO. O romance das equações algébricas. São Paulo: Makron, 1997.

GATTI, B. Formação de professores e carreira: problemas e movimentos de renovação. Campinas: Autores Associados, 1996.

GIOVANI, J.R.; GIOVANI JR, J.R. A conquista da matemática, 3ª série, Ensino Fundamental, livro do professor. São Paulo: FTD, 2004.

GIOVANI, J. R.; GIOVANI JR, J. R. A conquista da matemática, 4ª série, Ensino Fundamental, livro do professor. São Paulo: FTD, 2004.

IFRAH, Georg, História Universal dos algarismos, volume 2: a inteligencia dos homens contatas pelos númerose pelo cálculo/Georg Ifrah; tradução de Alberto Muñhoz e Ana Beatriz Katinsky – Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997 – V.2

KERSLAKE, Daphne, SESM interviews in: Fractions: Children’s Strategies and errors – a reporto f theStrategies and Errors in Secondary Mathematics Project. London: Nfer-Nelson, 1986. pp. 1 – 42.

KIEREN, T. E. Number and measurement: mathematical, cognitive and instrucional foundaments of rational number, Columbus, OHERIC/SMEA, p. 101-144, 1976.

KIEREN, T. E. Personal Knowledge of rational numbers: its intuitive and formal development. In: J. HIEBERT, J.; BEHR, M. (eds.): Number concepts and operations in the Middle Grades. New Jersey: Erlbaum, 1988. p. 162-180.

KIEREN, T. E. E. Multiple views of multiplicative structures. In: HAREL, G.; CONFREY, J. (eds.): The development of multiplicative reasoning in the learning of Mathematics. New York: State University of New York Press. 1994. p. 389-400.

KIEREN, T. E. Rational and Fractional Numbers: From quotient Fields to Recursive Understanding, in Rational Numbers: An Integration of Research, Londres, 1993.

MACK, N., Learning Fractions with Understanding: Building on Informal Knowledge, in Journal for Research in Mathematics Education, Vol 21, Nº 1, p. 16-32, 1990.

MACK, N. Learning rational numbers with understanding: the case of informal knowledge. In: T. P. Carpenter; E. Fennema, and T. A. 1993 a.

MACK, N. Learning Rational numbers with Understanding: the case of informal Knowledge, em Carpenter, T. P. Fennema, E. e Romberg, T.P. (edit): Rational Numbers. An Integration of Research. Lawrence Erlbaum Associates Publishers, Hillsdale, New Jersey, 1993 b.

MACK, N. Confounding the Whole-number and Fractions Concepts When Building on Informal Knowledge, I Journal for Research in Mathematics Education, Vol 26, Nº. 5, p. 422 – 441, 1995.

MAGINA, S. M. P, O Computador e o Ensino da Matemática. Tecnologia Educacional v.26 nº 140 pp. 41- 45, 1998.

MAGINA, S. M. P., CAMPOS, T. M. M., NUNES, T., GITIRANA, V. Representando adição e Subtração. – 1ª ed. – São Paulo: PROEM, 2001.

MALASPINA, Maria da Conceição de Oliveira. O início do ensino de Fração: uma intervenção com alunos de 2ª série do Ensino Fundamental. Dissertação (Mestrado em educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MARTINEZ, E. M., Siginificados y significantes Relativos a lãs Fracciones, Educacion Matemática, Vol 4, Nº 2, Grupo Editorial Iberoámerica, México, 1992.

MERLINI, V. L. O conceito de fração e seus diferentes significados: um estudo junto a alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, PUC/SP, 2005.

MONTEIRO, Luiz Henrique Jacy. Iniciação às estruturas algébricas. São Paulo, Nobel, 1979, 7ª edição.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. Números racionais: conhecimentos da formação inicial e prática docente na Escola Básica. Rio Claro, Bolema, ano 17, n. 21, p. 1-19, 2004.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. A formação Matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte. Autêntica. 2005.

MOUTINHO, L. Fração e seus diferentes significados: um estudo junto a alunos de 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, PUC/SP, 2005.

NORUSIS, M. J. *SPSS for Windows Base System User's Guide Release 6.0.* Chicago, IL: SPSS Inc., 1993.

NÓVOA, A. Os professores e sua formação. Lisboa: Dom Quixote, 1992.

NÓVOA, Antonio. Professor se forma na escola. Nova Escola, São Paulo, n. 142, p. 13-15, maio 2001. Entrevista concedida a Paola Gentile.

NUNES, T., BRYANT, P. Crianças fazendo Matemática. Tradução de Sandra Costa. Porto Alegre; Artes Médicas, 1997.

NUNES, T., BRYANT, P., PRETZLIK, U. & HURRY, J. The effect of situations on children’s understanding of fractions. Trabalho apresentado no encontro da British Society for Research on the Learning of Mathematics. Oxford, june, 2003.

NUNES, T. et al. Educação Matemática: números e operações numéricas. 4 ed. São Paulo: Cortez, 2005.

PERRENOUD, P. Dez Novas Competencias para Ensinar. Tradução de Patrícia Chittoni Ramos.Porto Alegre, 2000.

PITANGUÁ, PROJETO. Organizadora: Editora Moderna, 2ª ed. 3ª série, Ensino Fundamental.São Paulo, 2005.

PITANGUÁ, PROJETO. Organizadora: Editora Moderna, 2ª ed. 4ª série, Ensino Fundamental.São Paulo, 2005.

PONTE, J. P. Concepções dos professores de Matemática e processos de formação. Educação Matemática: temas de investigação. Lisboa: IIE, 1992. Disponível em: http://.educ.fc.ul.pt.docentes/jponte/index.htlx. Acesso em 02 de agosto. 2007.

PONTE, J. P. O desenvolvimento profissional do professor de Matemática. Educação e Matemática. Lisboa: APM, n. 31, 1994. Disponível em: http://.educ.fc.ul.pt.docentes/jponte/index.htlx. Acesso em 02 de agosto. 2007.

PONTE, J. P. Perspectivas de desenvolvimento profissional de professores de Matemática. In: João Pedro Ponte et al. (org). Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática: Que Formação? Lisboa, SPCE 1995.

PONTE, J. P. A formação ao Desenvolvimento Profissional. Actas do ProMat 98 (pp. 27-44) Lisboa: APM, (1998).Disponível em: http://.educ.fc.ul.pt.docentes/jponte/index.htlx. Acesso em 02 de agosto. 2007.

PONTE, J. P. A investigação sobre o professor de Matemática: Problemas e perspectivas. Conferencia realizada no I SIPEM – Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, promovido pela SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática, realizado em Serra Negra. São Paulo, Brasil, em novembro de 2000. Disponível em: http://.educ.fc.ul.pt.docentes/jponte/index.htlx. Acesso em 02 de agosto 2007.

PONTE, J. P. A formação matemática do professor. Uma agenda com questões para a reflexão e investigação. Lisboa, 2003. Disponível em: http://.educ.fc.ul.pt.docentes/jponte/index.htlx. Acesso em 02 agosto 2007

PONTE, J. P., & SERRAZINA, L. (2004). As praticas dos Professores de Matemática em Portugal. Educação e Matemática (Associação de Professores de Matematica), 80, 8-12. Disponível em: http://.educ.fc.ul.pt.docentes/jponte/index.htlx. Acesso em 02 de agosto 2007.

PONTE, J. P., CHAPMAN, Olive. Mathematics teachers' knowleddge end practices. In: GUTIÉRREZ,A.; BOERO, P. (ed.) Handbook of research on the psychology of mathematics education: past, present and future. Netherlands: Sense Publishers, 2006a.

RICO, L et al. Concepciones y creencias Del profesorado de secundaria andaluz sobre enseñamza-aprendizaje y evaluación em matemáticas. Cuadrante, Lisboa: APM, 2002.

RODRIGUES, R. R. Números racionais: um estudo das concepções de alunos após o estudo formal. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, PUC/SP, 2005.

RUDIO, F. V. Introdução ao projeto de pesquisa, Rio de Janeiro, *1992.*

SANTOS, A. O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, PUC/SP, 2005.

SARAIVA, M., & PONTE, J. P. O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. Quadrante, 12(2), 25-52, 2003.

SHULMAN, L. S. Those who Understanding: knowledge growth in teaching. Educacional Research, v. 15, n. 2, p. 44-14, 1986.

SHULMAN, L. S. Knowledge an teaching: foundations of new reform. Harvard Educational Review, v. 57, n. 1, 1987.

SHULMAN, L. S.; GROSSMAN, P. The Intern Theacher Casebook. San Francisco: Far Wets Laboratory for Educational Research and Development, 1988.

SILVA, Maria José Ferreira da. Investigando saberes de professores do Ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série. 2005. Tese (Doutoramento em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SILVA, Angélica da Fontoura Garcia. O desafio do desenvolvimento profissional docente: Análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das frações. Tese (Doutoramento em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

TOLENTINO-NETO, Luiz Caldeira Brant de. O Processo de Escolha do Livro Didático de Ciências por Professores de 1a a 4a séries. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo 2003.

VERGNAUD, G. Multiplicative Structures. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Eds.) Acquisition of Mathematics concepts and processes. New York: Academic Press Inc, 1983. p. 127-174.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In Hiebert, H. and Behr, M. (Eds.). Research Agenda in Mathematics Education. Number Concepts and Operations in the Middle Grades. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum. pp. 141-161, 1988.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. Recherches en Didactique des Mathématiques, 10 (23): 133-170, 1990.

VERGNAUD, G.; et al. Epistemology and psychology of mathematics education. In Nesher, P. & Kilpatrick, J. (Eds.) Mathematics and cognition: A research synthesis by International Group for the Psychology of Mathematics Education. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

VERGNAUD, G. Problem solving and concept development in learning of mathematic. E.A.R.L.I. Second Meeting. Tübingen, 1987.

VERGNAUD, G. Teoria dos Campos Conceituais. In: NASSER, L. (Ed.). 1º Seminário Internacional de Educação Matemática. Anais. Rio de Janeiro: Seminário Internacional de Educação Matemática, 1993. p. 1-26.

VERGNAUD, G. Didatica das Matemáticas. In BRUN, J. LISBOA. Instituto Piaget, 2001

ANEXOS

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática

MESTRANDO: ALEXIS MARTINS TEIXEIRA
ORIENTADORA: PROFª DRª SANDRA MARIA PINTO MAGINA

Caro professor(a) colaborador(a): A seguinte pesquisa tem como objetivo analisar o papel do livro didático de matemática no ensino de frações nas séries iniciais, visando contribuir com a melhoria da qualidade de seu ensino. Os dados coletados através deste instrumento serão utilizados apenas na dissertação do mestrado, e para tal, você está sendo convidado a participar de forma voluntária, o sigilo dos dados estão garantidos pelo caráter anônimo do instrumento. Caso você não concorde em colaborar, por favor devolva o instrumento ao pesquisador.

1. No ensino médio, você cursou:

   ( ) Científico ou formação geral ( ) Magistério ( ) Técnico

2. Em que ano você se formou? ____

3. Você possui curso em nível superior

   ( ) Não ( ) Sim, concluído ( ) Sim, cursando

4. Se sim, qual curso:

   ( ) Pedagogia ( ) Outro curso, qual? ____________________________

5. Em que ano você concluiu ou pretende concluir o curso superior? __________________

6. Em que séries atualmente está lecionando?

   ( ) 1ª ( ) 2ª ( ) 3ª ( ) 4ª ( ) 5ª ( ) 6ª ( ) 7ª ( ) 8ª

7. Em que séries você já lecionou?

   ( ) 1ª ( ) 2ª ( ) 3ª ( ) 4ª ( ) 5ª ( ) 6ª ( ) 7ª ( ) 8ª

8. Em quais redes você leciona?

   ( ) Particular ( ) Pública ( ) Ambas

9. Em quais redes você já lecionou?

   ( ) Particular ( ) Pública ( ) Ambas

10. Há quanto tempo leciona? _____________

11. Como é feita a escolha do livro didático de Matemática na sua escola?

____
____

12. Qual é o livro didático de Matemática que sua escola adotou este ano?:

____
____

13. Esse livro foi aquele que você escolheu?

    ( ) Sim ( ) Não.

14. Se NÃO, qual foi o livro de sua escolha?

____
____

15. Em sua opinião qual é o melhor livro didático de Matemática para a série que você está lecionando?

____
____

16. Dos livros que você já trabalhou, qual é o que você considera o pior?

____
____

17. Por que você acha isso?

____
____

18. Diga, pelo menos, três critérios que você leva em consideração ao escolher um livro didático de Matemática:

    1º: ____

    2º: ____

    3º:____

    Outros:____

____

19. Você acha difícil de ensinar fração?

    ( ) Sim ( ) Não

20. Por que?

____
____

21. O livro didático lhe ajuda no trabalho com o ensino de frações

    ( ) Sim ( ) Não

22. Se SIM, em que?:

____
____

23. Se NÃO, por que?

24. Você usa algum recurso, além do livro didático, para ensinar fração?

( ) Sim ( ) Não

25. Se sim, qual(is)

26. Se sim, de que forma você usa?

27. A partir de qual série, você acha que é ideal iniciar o ensino de fração:

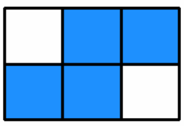
( ) 1ª ( ) 2ª ( ) 3ª ( ) 4ª ( ) 5ª ( ) 6ª ( ) 7ª ( ) 8ª ( ) Não deveria ensinar nunca

28. Elabore três situações problemas envolvendo frações que você costuma trabalhar em sala de aula:

Situação Problema 1:
Situação Problema 2:
Situação Problema 3:

Resolva e indique a freqüência com que você costuma usar este tipo de situação-problema para ensinar frações

Tipo 1. Responda qual a fração que representa as partes pintadas da figura.



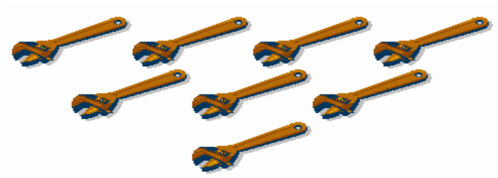
( ) **não é possível** saber qual é a fração.

( ) é **possível** saber, e a fração corresponde é __________

Assinale a freqüência com que você utiliza este tipo de situação-problema:

( ) Nunca usei ( ) Uso poucas vezes ( ) Uso algumas vezes ( ) Uso muitas vezes ( )Uso o tempo todo

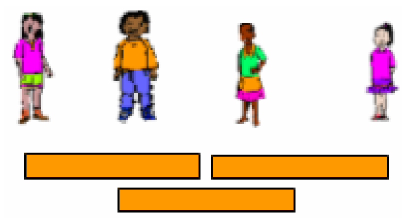
Tipo 2. Rodrigo gostaria de abrir uma oficina mecânica. Para isso ele precisa de $\frac{3}{6}$ das ferramentas representadas ao lado. Quantas ferramentas ele precisa? ________________



Assinale a freqüência com que você utiliza este tipo de situação-problema:

( ) Nunca usei ( ) Uso poucas vezes ( ) Uso algumas vezes ( ) Uso muitas vezes ( )Uso o tempo todo

Tipo 3. Foram divididas igualmente para 4 crianças, 3 barras de chocolate.



a) Cada criança receberá 1 chocolate inteiro? ☐ Sim ☐ Não

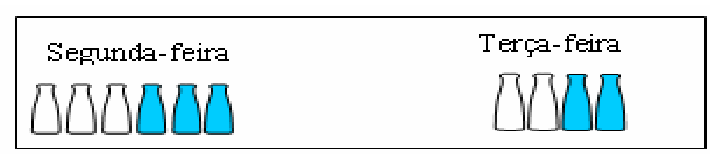
b) Cada criança receberá pelo menos metade de um chocolate? ☐ Sim ☐ Não

c) Que fração de chocolate cada criança receberá? __________________________

Assinale a freqüência com que você utiliza este tipo de situação-problema:

( ) Nunca usei ( ) Uso poucas vezes ( ) Uso algumas vezes ( ) Uso muitas vezes ( )Uso o tempo todo

Tipo 4. Um pintor fez mistura de tintas para poder pintar uma casa na segunda-feira e na terça-feira, como mostra o quadro abaixo.



a) A mistura de tinta vai ter a mesma cor na segunda e na terça-feira?

☐ Sim ☐ Não

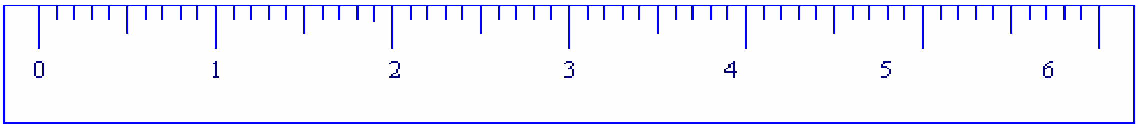
b) Que fração representa a quantidade de tinta azul em relação ao total mistura das tintas azul e branca na segunda-feira? ____________________________

c) Que fração representa a quantidade de tinta azul em relação ao total mistura das tintas azul e branca na terça-feira? ______________________________

Assinale a freqüência com que você utiliza este tipo de situação-problema:

( ) Nunca usei ( ) Uso poucas vezes ( ) Uso algumas vezes ( ) Uso muitas vezes ( )Uso o tempo todo

Tipo 5. Identifique as frações $\frac{1}{2}$, $1\frac{3}{4}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{5}{2}$ na reta numérica abaixo:



Assinale a freqüência com que você utiliza este tipo de situação-problema:

( ) Nunca usei ( ) Uso poucas vezes ( ) Uso algumas vezes ( ) Uso muitas vezes ( )Uso o tempo todo