

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC-SP**

MARCOS JOSÉ ARDENGHI

**ENSINO APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE FUNÇÃO:
PESQUISAS REALIZADAS NO PERÍODO DE 1970 A 2005 NO
BRASIL**

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

São Paulo

2008

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC-SP

MARCOS JOSÉ ARDENGHI

ENSINO APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE FUNÇÃO:
PESQUISAS REALIZADAS NO PERÍODO DE 1970 A 2005 NO
BRASIL

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação da Profa. Dra. Sonia Barbosa Camargo Iglioni.*

São Paulo
2008

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____ **Local e Data:** _____

AGRADECIMENTOS

A Deus, por estar presente em todos os momentos da minha vida.

À Professora Doutora Sonia Barbosa Camargo Iglioni, pela paciência, dedicação, habilidade e competência com que orientou esta pesquisa.

Aos Professores Doutores Antonio Benedito da Silva e Dario Fiorentini, por aceitarem participar da Banca Examinadora e pelas valiosas sugestões, comentários e críticas que tanto contribuíram para o aperfeiçoamento desta pesquisa.

Aos Professores e Funcionários do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP, pela generosa acolhida.

Aos meus pais e demais familiares, pela compreensão da escassez de minhas visitas enquanto me dedicava à pesquisa.

À minha esposa Cibele e às minhas filhas Gabriele e Beatriz, pelo incentivo, apoio, confiança e paciência demonstrados, principalmente nos momentos mais difíceis.

Ao meu sogro, sogra e cunhados, pelo apoio oferecido durante o curso.

Aos colegas do curso de Pós-Graduação, pelo companheirismo e auxílio nas horas difíceis e pelos momentos de descontração.

Ao Centro Universitário Católico Salesiano Auxilium, por viabilizar as condições e a oportunidade para realização desta pesquisa.

À Fundação Paulista de Tecnologia e Educação, pelo auxílio financeiro referente às despesas de transporte.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, pela bolsa de estudos concedida, proporcionando condições para realização desta pesquisa.

A todos aqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização desta pesquisa.

O autor

RESUMO

ARDENGHI, Marcos José. **Ensino aprendizagem do conceito de função:** pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil. 2008. 182f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

O presente estudo tem como objetivo compreender dificuldades de alunos sobre o conceito de função observadas em nossas experiências de ensino de Matemática, e também em pesquisas que tratam do referido tema. Um estudo do tipo estado da arte foi realizado por ser considerado adequado para atingir o objetivo anunciado. O estudo abrangeu dissertações e teses de doutorado desenvolvidas no Brasil, além de dois artigos internacionais e um capítulo de livro. O período de realização das produções foi de 1970 a 2005. O estudo foi desenvolvido em duas fases. A primeira fase constou do mapeamento de quarenta e seis pesquisas que foram classificadas em quatro categorias: tipo (dissertação ou tese) e ano de conclusão; Regiões, IES e Programas de Pós-Graduação; título, autor e orientador; e, questões orientadoras de pesquisa. A organização dos dados nas categorias indicadas possibilitou a análise do crescimento da produção no período, a existência ou não de continuidade nas pesquisas; os locais em que as pesquisas foram desenvolvidas; a identificação dos autores e orientadores, e, por fim, selecionar, a partir das questões orientadoras, as pesquisas que tratam de dificuldades de aprendizagem do conceito de função, com vistas à compilação e análise dos resultados. A segunda fase compreendeu a seleção de nove trabalhos tendo como parâmetro de escolha as “questões orientadoras de pesquisa”, e a análise dessa produção. A análise de dois artigos de periódico internacional considerado relevante na área de Educação Matemática, e um capítulo do livro “As idéias da Álgebra” ampliou o estudo e possibilitou comparações. Como resultado das doze pesquisas, apresentar entre outros que: os professores, de modo geral, e os livros didáticos, apresentam a noção de função numa linguagem técnica e distante da realidade do aluno; que os resultados de pesquisa não são incorporados nos livros e que obstáculos de aprendizagem podem ser gerados se as abordagens de ensino não favorecem as conversões de representação.

Palavras-chave: Função. Pesquisas brasileiras. Estado da arte.

ABSTRACT

ARDENGHI, Marcos José. **Ensino aprendizagem do conceito de função: pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil.** 2008. 182f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

The present study aims at comprehending the students difficulties on the concept of function observed in our teaching experiences of Mathematics, as well as in researches that deal with this theme. A study of state of art was performed since it was considered adequate to accomplish the objective announced. The study included essays and theses of doctorates developed in Brazil, besides two international articles and a chapter of a book. The period in which these productions were achieved is from 1970 to 2005. The study was developed in two phases. The first one constituted the mapping of forty-six researches that were classified into four categories: type (essay or thesis) and year of conclusion; Regions, IES and Post-Graduation Programs; title, author and advisor; and research-oriented questions. The organization of data, in the indicated categories, made several measures possible, such as: the analysis of the production growth in the period; the existence of researches continuity - or the lack of it; the places where they have been developed; the identification of the authors and advisors; and, at last, the selection of the researches about learning difficulties of the concept of function, from the oriented question, observing the compilation and analysis of the results. The second phase included the selection of nine assignments, whose parameters of choice were the "research-oriented questions" and the analysis of this production. The analysis of two articles of an international periodical considered relevant in the field of the Mathematics Education and a chapter of the book "As Idéias da Álgebra" amplified the study and made comparisons possible. The authors of the researches show, as results, among other aspects: that the teachers in general and the textbooks present the notion of function using a technical terminology, distant from the students' reality; that the research results are not incorporated in the books; and that learning barriers may be created if the teaching techniques are not favorable to the representing conversions.

Key-Words: Function. Brazilian researches. State of art.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
2 PROBLEMÁTICA E OBJETIVO	14
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	17
4 MAPEAMENTO DAS PESQUISAS QUE TRATAM DO ENSINO APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE FUNÇÃO NO BRASIL (1970-2005)	21
4.1 Distribuição das pesquisas por nível de ensino e ano de conclusão no período de 1970 a 2005.....	21
4.2 Distribuição das dissertações e teses por região, IES e Programa de Pós-Graduação.....	22
4.3 Distribuição das dissertações e teses por título, autor e orientador.....	23
4.4 Distribuição das questões orientadoras das pesquisas	26
5 TRABALHOS MAIS ESPECIFICAMENTE FOCADOS NOS ESTUDOS DE DIFICULDADES, NA APRENDIZAGEM E NO ENSINO DO CONCEITO DE FUNÇÃO	33
5.1 Dissertação de Maria Helena Monteiro Mendes.....	34
5.2 Dissertação de Maria Helena Pinedo Simões	36
5.3 Dissertação de Osmar Schwarz	37
5.4 Dissertação de Nanci de Oliveira.....	39
5.5 Dissertação de Airton Carrião Machado	41
5.6 Tese de Rogéria Gaudencio do Rêgo	44
5.7 Tese de Edna Maura Zuffi	46
5.8 Dissertação de Constantino Veríssimo dos Santos Filho	49
5.9 Dissertação de Roberta Nara Sodré de Souza.....	50
5.10 Artigo de Dubinsky & Harel.....	52
5.11 Artigo de Anna Sierpinska	54
5.12 Artigo de Markovits, Eylon & Brucheimer	57
5.13 Informações complementares sobre as doze pesquisas	59
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	70
REFERÊNCIAS	74
ANEXO 1: DISSERTAÇÕES E TESES SOBRE O CONCEITO DE FUNÇÃO ..	77
ANEXO 2: FICHAMENTOS	84

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Distribuição das pesquisas por nível de ensino e ano de conclusão – 1970 a 2005.....	22
Quadro 2: Distribuição das Dissertações e Teses por Região, IES e Programas de Pós-Graduação.....	23
Quadro 3: Distribuição das Dissertações e Teses por título, autor e orientador.	24
Quadro 4: Distribuições das questões orientadoras de pesquisa.....	26
Quadro 5: Trabalhos selecionados para análise	33
Quadro 6: Caracterização dos sujeitos de pesquisa.....	59
Quadro 7: Teóricos utilizados nas pesquisas	60
Quadro 8: Procedimentos metodológicos utilizados nas pesquisas	61
Quadro 9: Dificuldades de alunos e professores com o conceito de função	62
Quadro 10: Sugestões para minimizar as dificuldades.	63

LISTA DE TABELA

Tabela 1: Agrupamento por temas abordados	30
---	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SIGLA	NOME
ANPED	Associação Nacional de Pesquisa em Educação
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior
CEFET-MG	Centro Federal de Ensino Tecnológico de Minas Gerais
CEMPEM	Centro de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática
IBICT	Instituto Brasileiro de Informações em Ciências e Tecnologia
IES	Instituição de Ensino Superior
PUC/RJ	Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
PUC/RS	Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
PUC/SP	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
UCG	Universidade Católica de Goiás
UEL	Universidade Estadual de Londrina
UFES	Universidade Federal do Espírito Santo
UFMG	Universidade Federal de Minas Gerais
UFMS	Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
UFMT	Universidade Federal do Mato Grosso
UFPA	Universidade Federal do Pará
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro
UFRN	Universidade Federal do Rio Grande do Norte
UFSC	Universidade Federal de Santa Catarina
UFU	Universidade Federal de Uberlândia
UNESP/Bauru	Universidade Paulista Júlio de Mesquita Filho – <i>campi</i> Bauru
UNESP/Rio Claro	Universidade Paulista Júlio de Mesquita Filho – <i>campi</i> Rio Claro
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas
UNIVALI	Universidade do Vale do Itajaí
USP	Universidade de São Paulo
USU/RJ	Universidade Santa Úrsula

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Iniciamos nossa carreira de professor de Matemática em 1991, em cursos profissionalizantes. Nesses cursos, planejávamos nossas aulas tendo por referência os conteúdos indicados pelos professores das disciplinas técnicas. O objetivo da Matemática, nesses cursos, era o de fornecer subsídios para o desenvolvimento dos conteúdos específicos dessas disciplinas. Assim sendo, os alunos percebiam o papel da Matemática em seus cursos e demonstravam interesse e motivação no estudo.

A partir de 1994, passamos a atuar como professor de Matemática no Ensino Médio, e em cursos de Licenciatura em Matemática de instituições particulares do interior do Estado de São Paulo.

No Ensino Médio, nossa preocupação era cumprir o programa definido pela escola. Os conteúdos a serem desenvolvidos nesse programa eram apresentados em material apostilado, numa seqüência pré-estabelecida pela instituição franqueadora do referido material. Foi nessa oportunidade que começamos a ter contato com as dificuldades dos alunos da 1ª série do Ensino Médio na aprendizagem do conceito de função. Essas dificuldades apareciam tanto na construção ou interpretação de gráficos, como também, na resolução de situações - problema propostas nas apostilas.

Na licenciatura em Matemática, observamos que os estudantes também apresentavam dificuldades na aprendizagem do conceito de função e que elas eram similares àquelas encontradas entre os alunos do Ensino Médio. Essas dificuldades se manifestavam de maneira mais acentuada quando a noção de função era necessária para o estudo das noções do Cálculo Diferencial e Integral, como limite, derivada, etc.

Realizamos algumas tentativas para minimizar as dificuldades, como mini-cursos com o uso de informática ou aulas de reforço em horário diferenciado das aulas regulares. Tais atividades se mostraram eficientes para alguns alunos apenas.

Quando vivenciávamos essas experiências, de início na carreira de professor de Matemática, desconhecíamos a existência de investigações sobre causas de dificuldades na aprendizagem do conceito de função e que as mesmas poderiam ser até de ordem epistemológica. Hoje percebemos que nosso esforço consistia em apresentar outras abordagens dos conteúdos, atendendo dúvidas individuais dos estudantes o que não implicava em avaliar, por exemplo, questões ligadas à gênese do conceito.

Na condição de pesquisador, como estudante do Mestrado em Educação Matemática, nossa intenção foi, de pronto, envolver-nos com estudos nessa direção, ou seja, sobre o ensino aprendizagem de função. Esperávamos que tais estudos viabilizassem melhor compreensão dos fatores que causavam dificuldades para a aprendizagem, bem como fornecessem alternativas para o ensino que pudessem minimizar dificuldades observadas na nossa prática docente. O que descobrimos foi que tantos outros também tiveram interesse pela investigação do processo de ensino e de aprendizagem de função, e por isso poderíamos encontrar um número considerável de pesquisas sobre esse tema como subsídio para o que buscávamos conhecer.

Assim sendo, pensamos ser mais adequado e produtivo estudar o que já havia sido produzido ao invés de realizarmos uma nova investigação. Foi com esse propósito que decidimos orientar a pesquisa de Mestrado para a elaboração de um panorama das pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem do conceito de função.

A proposta desse estudo é sintetizar as contribuições apresentadas pelas pesquisas realizadas no Brasil, no período de 1970 a 2005, e constitui-se um estado da arte das pesquisas que tratam do ensino aprendizagem de função no referido período. O objeto de investigação são as pesquisas que apresentam possibilidades de superar, minimizar as dificuldades de alunos na aprendizagem deste conceito.

O trabalho resultante está organizado em seis capítulos, sendo o primeiro este da introdução.

O segundo capítulo foi reservado para a descrição da problemática e dos objetivos da pesquisa.

No terceiro, estão os procedimentos metodológicos e, no quarto, a apresentação de um mapeamento das pesquisas sobre o ensino aprendizagem de funções. O mapeamento apresenta dados relativos à evolução da produção no período delimitado, à distribuição das pesquisas por Região, IES e Programas de Pós-Graduação e dados relativos a título, autor e orientador e às questões orientadoras de pesquisa.

O quinto capítulo foi dedicado à apresentação de síntese de doze pesquisas que tratam especificamente de dificuldades relativas ao ensino e à aprendizagem do conceito de função. Nove delas são dissertações e teses, duas são artigos e há um capítulo de livro.

As Considerações Finais em que destacamos as principais contribuições das pesquisas para a Educação Matemática compõem o capítulo seis. Completamos o trabalho com os anexos: Anexo 1, da lista completa das quarenta e seis pesquisas e Anexo 2, dos fichamentos das mesmas.

CAPÍTULO 2

PROBLEMÁTICA E OBJETIVO

O conceito de função é nuclear para a construção do conhecimento matemático. É um conceito abordado em todos os níveis de ensino quer seja implícita ou explicitamente, e se faz presente na busca de entendimento dos mais variados fenômenos.

Com relação ao conceito de função, Rêgo destaca que:

O conceito de função constitui-se, além disso, de um dos principais pré-requisitos para grande parte dos conteúdos desenvolvidos no Ensino Superior, uma vez que inúmeros problemas das Ciências Exatas, da Tecnologia, da Saúde e Ciências Sociais Aplicadas podem ser modelados e estudados utilizando-se funções de uma ou várias variáveis. (RÊGO, 2000, p. 20).

As orientações, para o ensino, dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) são de abordar idéias sobre funções desde as séries iniciais e apresentar já algumas sistematizações na oitava série do Ensino Fundamental. Nos Parâmetros, pode-se encontrar a recomendação de tomar a resolução de problemas como um dos eixos organizadores do ensino aprendizagem de matemática, mediante a proposição de situações problemas com a finalidade de que o aluno desenvolva um repertório de estratégias de resolução de problemas.

A respeito do ensino de funções os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, apontam que

Além das conexões internas à própria Matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problemas de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática. (BRASIL, 1999, p. 255).

Essas referências destacam a importância do conceito de função na Matemática e também da importância do aluno desempenhar um papel ativo na aprendizagem desse conceito.

Nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio, recomenda-se que o professor apresente ao aluno diferentes modelos de funções tomados em diferentes áreas do conhecimento, com situações da Física, da Biologia, da Química e do cotidiano do aluno. É recomendado também que a elaboração de gráficos deve ser realizada a partir de um entendimento global e não pela transcrição de dados tomados de uma tabela numérica. (BRASIL, 2006, p. 72).

As orientações e recomendações se justificam pela constatação de que os alunos apresentam dificuldades na compreensão do conceito de função. Pesquisadores estrangeiros como Sfard (1992) e Sierpinska (1992) e brasileiros como Machado (1998), Mendes (1994), Oliveira (1997), Schwarz (1995), Rêgo (2000) e Zuffi (2001), dentre outros, realizaram estudos sobre as dificuldades dos alunos. Eles apontam algumas sugestões para minimizá-las.

Como exposto, podemos inferir que o tema ensino e aprendizagem do conceito de função é de interesse dos educadores matemáticos. Além disso, poderemos comprovar a existência de um número significativo de pesquisas com esse foco, em âmbito nacional e internacional.

A problemática que envolve esta investigação consiste na importância do tema para a Educação Matemática, a existência de número significativo de pesquisas, e o papel relevante de mapeamentos das pesquisas para desenvolvimento de uma área do conhecimento.

De forma compatível com essa problemática e com a motivação que resultou na elaboração deste estudo, formulamos as seguintes questões diretrizes: **o que as pesquisas realizadas, no período definido, revelam sobre as dificuldades de alunos (dos diversos níveis de ensino) na aprendizagem da noção de função? O que elas apontam como possibilidades ou alternativas para superar, minimizar essas dificuldades?**

Nosso objetivo principal é identificação de dificuldades e de fatores que possam ser causadores das mesmas, bem como formas de intervenção no ensino que possam contribuir com a superação das mesmas. Com este trabalho, objetivamos ainda contribuir com o avanço da pesquisa na Educação Matemática, na medida em que estaremos relacionando resultados, perspectivas de equacionamento de fenômenos do ensino e da aprendizagem do conceito de

função já evidenciados em pesquisas produzidas num determinado período. Além disso, buscaremos investigar se há ou não continuidade nas pesquisas, continuidade essa esperada e oportuna para a produção científica.

Os objetivos almejados poderão ser atingidos por meio do mapeamento das pesquisas produzidas no Brasil com foco no ensino aprendizagem de função.

CAPÍTULO 3

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Os procedimentos metodológicos desta pesquisas descritos neste capítulo são os adequados a estudos histórico - bibliográficos ou documentais.

Os estudos bibliográficos ou documentais, para Fiorentini & Lorenzato (2006), são de três tipos: metanálise, estado da arte e tipicamente históricos. O estado da arte é considerado por esses autores como histórico, pois num estudo desse tipo procura-se inventariar, sistematizar e avaliar a produção científica em uma determina área do conhecimento na busca de identificar tendências.

O estado da arte, para D'Ambrósio, é equivalente a um trabalho de "Comissão de Programa" de um congresso "em que *se procura analisar, na literatura, o que tem recebido maior atenção dos pesquisadores e naturalmente quais têm sido os propulsores de novas direções*" (1993, p. 11).

Messina (1999), citada por Junho (2003), define estado da arte como

um mapa que nos permite continuar caminhando, um estado da arte é também uma possibilidade de alinhar (compor) discursos que a primeira vista se apresentam como descontínuos ou contraditórios. Em um estado da arte está presente a possibilidade de contribuir para uma determinada teoria e prática (MESSINA, 1999, *apud* JUNHO, 2003, p. 15).

Nesta pesquisa, realizaremos uma investigação do tipo estado da arte e procuraremos inventariar, sistematizar e avaliar a produção científica que tem por temática de investigação as dificuldades apresentadas por alunos na aprendizagem do conceito de função, e estudo de possibilidades de superar e minimizar dificuldades por meio do ensino. Para nós, a pesquisa do tipo estado da arte ou estado do conhecimento é uma pesquisa que organiza resultados e aponta novas direções para futuros pesquisadores.

Vale ressaltar a relevância de um estudo do tipo estado da arte como este, pois conforme Fiorentini (1994, p. 11), *são raras as pesquisas que tomam como objeto de investigação a pesquisa em ensino de um campo específico do conhecimento.*

Acrescente-se a esse fato que a compilação de resultados de pesquisas é fundamental tanto para pesquisadores, estudantes de pós-graduação, quanto

para professores em seu dia-a-dia, na sala de aula, na medida em que favorece o conhecimento da produção já realizada e as indicações de continuidade. Segundo Fiorentini (1989), as pesquisas em Educação Matemática não mostram em geral continuidade, a não ser em raros casos.

Decidimos delimitar o levantamento de dissertações e teses que foram produzidas no Brasil no período de 1970 a 2005. O período escolhido coincide com o momento de desenvolvimento dos Programas de Pós-Graduação em nosso país, e a definição do ano de 2005, como final do período de estudo deveu-se a razões pessoais do pesquisador. Foi nesse ano que elaboramos o pré-projeto desta dissertação.

Os dados foram coletados em diversos Programas de Pós-Graduação (Quadro 2); em bancos de teses e dissertações da CAPES, do IBICT, do CEMPEM - Unicamp, da ANPED; nos catálogos bibliográficos existentes na Fundação Carlos Chagas (SP); nas Bibliotecas Digitais de Teses e Dissertações disponíveis na *Web* e nas referências bibliográficas presentes em teses, dissertações e artigos. Houve ainda alguns casos em que os trabalhos foram coletados com os próprios autores por *e-mail*.

Levantamos quarenta e seis pesquisas (Anexo 2) realizadas em vinte e quatro Programas de Pós-Graduação de vinte e uma Instituições de Ensino Superior (Quadro 2).

O critério adotado para a seleção das pesquisas foi o título. Constaram de nosso rol as dissertações e teses cujos títulos expressam de forma explícita ou implícita o estudo do tema função.

Quase a totalidade das pesquisas selecionadas foi lida integralmente e fichada. A leitura integral das pesquisas justifica-se pelo fato de o resumo ser insuficiente para atender os objetivos deste trabalho, concordando com Megid, quando diz:

Os resumos ampliam um pouco mais as informações disponíveis, porém, por serem muito sucintos e, em muitos casos, mal elaborados ou equivocados, não são suficientes para a divulgação dos resultados e das possíveis contribuições dessa produção para a melhoria do sistema educacional. Somente com a leitura completa ou parcial do texto final da tese ou dissertação esses aspectos (resultados, subsídios, sugestões metodológicas etc) podem ser percebidos. Para estudos sobre o estado da arte da pesquisa acadêmica nos programas de pós-graduação em

Educação, todas essas formas de veiculação das pesquisas são insuficientes. É preciso ter o texto original da tese ou dissertação disponível para leitura e consulta (MEGID, apud FERREIRA, 2002, p. 266).

Houve cinco trabalhos que pudemos ler apenas os resumos, pois não foi possível ter acesso aos mesmos (Quadro 3, linhas 01, 06, 09, 32 e 37).

A partir das propostas de Fiorentini (1994), Oliveira (2003), Junho (2003) e Fiorentini & Lorenzato (2006), selecionamos os itens para compor o fichamento desta pesquisa. Os mesmos estão relacionados a seguir:

- 1) Título
- 2) Autor
- 3) Orientador
- 4) Ano da defesa
- 5) Número de páginas
- 6) Nível de ensino
- 7) Programa de pós-graduação
- 8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho)
- 9) Palavras-chave
- 10) Objetivos (de acordo com o trabalho)
- 11) Questões orientadoras
- 12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho)
- 13) Sujeitos da pesquisa
- 14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho)
- 15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas
- 16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas
- 17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento)

Nosso estudo foi desenvolvido em duas fases. A primeira fase constou do mapeamento das quarenta e seis pesquisas em quatro categorias: tipo

(dissertação ou tese) e ano de conclusão (Quadro 1); Regiões, IES e Programas de Pós-Graduação (Quadro 2); título, autor e orientador (Quadro 3), e, questões orientadoras de pesquisa (Quadro 4). Essa fase atende principalmente a um dos objetivos deste trabalho: contribuir com novos estudos sobre o tema.

A organização dos dados nas categorias indicadas possibilitou a análise do crescimento da produção no período; a existência ou não de continuidade nas pesquisas; os locais em que as pesquisas foram desenvolvidas; a identificação dos autores e orientadores, e, por fim, a seleção, a partir das questões orientadoras das pesquisas que tratem das dificuldades de aprendizagem do conceito de função, com vistas à sistematização pretendida.

A classificação das pesquisas pelas “questões orientadoras de pesquisa” gerou outra categorização por abordagem temática.

A segunda fase da pesquisa compreendeu a seleção e a análise de nove trabalhos na categoria “questões orientadoras de pesquisa”, além da análise de dois artigos de um periódico internacional relevante da área de Educação Matemática, e de um capítulo do livro “As idéias da Álgebra”. A escolha dos artigos e do capítulo do livro deveu-se ao fato de eles constarem como referência em seis das quarenta e seis pesquisas que constam deste estudo.

A análise de dois artigos internacionais e do capítulo de um livro ampliou o universo de estudo, e possibilitou, mesmo que timidamente, comparar produções nacional com internacional.

CAPÍTULO 4

MAPEAMENTO DAS PESQUISAS QUE TRATAM DO ENSINO APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE FUNÇÃO NO BRASIL (1970-2005)

Neste capítulo, apresentamos um mapeamento das pesquisas produzidas no Brasil (1970-2005) que abordam as temáticas do ensino e da aprendizagem do conceito de função conforme:

- a distribuição das pesquisas, segundo o nível de ensino pesquisado e por ano de conclusão;
- a distribuição de dissertações e teses por região, IES e Programa de Pós-Graduação que foram apresentadas;
- a distribuição de dissertações e teses por título, autor e orientador;
- a distribuição das questões orientadoras de pesquisa.

4.1 Distribuição das pesquisas por nível de ensino e ano de conclusão no período de 1970 a 2005

No período de 1970 a 1996 foram produzidas apenas sete pesquisas que problematizam a aprendizagem do conceito de função. A partir de 1997, há um aumento considerável nesse número devido ao aumento do número de programas de pós-graduação no Brasil e ao crescente interesse por esse tema. Destacamos que vinte e quatro (52,2%) das pesquisas foram concluídas de 2002 a 2005 e que o ano de pico da produção foi 2005, com oito trabalhos produzidos (17,4%).

Na classificação por “tipo”, podemos observar que há uma concentração de dissertações representando 93,5% das pesquisas, enquanto que as teses de doutorado representam apenas 6,5%. Esses dados compõem o Quadro 1 a seguir:

QUADRO 1: Distribuição das pesquisas por nível de ensino e ano de conclusão – 1970 a 2005

ANO	TIPO		TOTAL
	M	D	
1972	-	01	01
1989	01	-	01
1994	01	-	01
1995	03	-	03
1996	01	-	01
1997	03	-	03
1998	04	-	04
1999	02	01	03
2000	01	01	02
2001	03	-	03
2002	06	-	06
2003	06	-	06
2004	04	-	04
2005	08	-	08
TOTAL	43	03	46

4.2 Distribuição das dissertações e teses por região, IES e Programa de Pós-Graduação

Os Programas de Pós-Graduação da Região Sudeste produziram trinta e quatro trabalhos (73,9%), os da Região Sul produziram sete trabalhos (15,2%), os da Região Centro-Oeste produziram três trabalhos (6,5%) e, os das Regiões Norte e Nordeste produziram um trabalho cada (2,2%).

Os quarenta e seis trabalhos foram produzidos em doze Estados brasileiros. O maior número de trabalhos, num total de vinte e dois, perfazendo 47,8% da produção, foi produzido no Estado de São Paulo.

Na classificação por instituição, podemos constatar que aproximadamente um terço dos trabalhos foi produzido na PUC/SP (28,3%). Os *campi* de Bauru e Rio Claro da Unesp – respondem por 10,8% dos trabalhos; a PUC/RJ, a UFSC e a USU/RJ por 6,5% cada; a PUC/RS, a UFES, a UNICAMP e a USP por 4,3% cada e, as demais instituições, por 2,2% cada uma. É o que expressa o Quadro 2:

QUADRO 2: Distribuição das Dissertações e Teses por Região, IES e Programas de Pós-Graduação

REGIÃO	INSTITUIÇÃO	PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO	M	D	TOTAL
SUDESTE	PUC/SP	Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática	12	-	13
		Educação	-	01	
	UNESP/Bauru	Educação para a Ciência	02	-	05
	UNESP/Rio Claro	Educação Matemática	03	-	
	PUC/RJ	Matemática	03	-	03
	USU/RJ	Educação Matemática	03	-	03
	USP	Educação	01	01	02
	UFES	Educação	02	-	02
	UNICAMP	Matemática Aplicada	01	-	02
		Educação	01	-	
	CEFET-MG	Tecnologia	01	-	01
	UFMG	Educação	01	-	01
UFU	Educação	01	-	01	
UFRJ	Informática	01	-	01	
SUL	UFSC	Engenharia de Produção	02	-	03
		Educação Científica e Tecnológica	01	-	
	PUC/RS	Educação em Ciências e Matemática	02	-	02
	UEL	Ensino de Ciências e Educação Matemática	01	-	01
UNIVALI/SC	Educação	01	-	01	
CENTRO OESTE	UFMS	Educação	01	-	01
	UFMT	Educação	01	-	01
	UCG	Educação	01	-	01
NORTE	UFPA	Educação em Ciências e Matemáticas	01	-	01
NORDESTE	UFRN	Educação	-	01	01
TOTAL			43	03	46

4.3 Distribuição das dissertações e teses por título, autor e orientador

No Quadro 3, podemos verificar que as quarenta e seis pesquisas foram orientadas por trinta e oito pesquisadores diferentes e, ainda, sete delas tiveram, além da orientação, co-orientação, perfazendo assim, um total de quarenta e cinco pesquisadores envolvidos.

QUADRO 3: Distribuição das Dissertações e Teses por título, autor e orientador

N	TÍTULO	AUTOR	ORIENTADOR
01	O comportamento de professores frente a alguns gráficos de funções $f: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ obtidos com novas tecnologias.	ABRAHÃO, Ana Maria Carneiro.	Gilda de La Rocque Palis – Paola Sztajn (co-orientadora)
02	Uma aplicação das inteligências múltiplas na aprendizagem de matemática: representação gráfica de funções de 1º e 2º graus.	ABREU, Kelsei de.	Silvana Bernardes Rosa
03	Uma abordagem Político-Social para o Ensino de Funções no Ensino Médio.	ALONSO, Élen Patrícia.	Mara Sueli Simão Moraes
04	A concepção de um <i>software</i> de Matemática para auxiliar na aprendizagem dos alunos da primeira série do ensino médio no estudo das funções exponenciais e logarítmicas.	ARAÚJO, Elpidio de.	Vincenzo Bongiovanni
05	O Conceito de Função como Modelo Matemático.	BARALLOBRES, Gustavo Nestor.	Wilson Castro Ferreira Júnior
06	Ensino de Funções por meio de Visualização Usando "Derive": um Estudo de Caso.	BARBOSA, Alceu Eschholz de Castilho.	Gilda Helena Bernardino de Campos
07	Significados Produzidos sobre o Conceito de Função Matemática em Sala de Aula: Análise de uma Trajetória da Formação de Professores de Matemática ao Ensino Fundamental.	BARBOSA, Edson Pereira.	Marta Maria Pontin Darsie
08	Construção da função exponencial por um método de Cauchy.	BARBOSA, Iderval Alves.	Alésio João de Caroli.
09	Estudo de caso exploratório sobre gráficos de funções com estudantes de 8ª série do Ensino Fundamental, utilizando o ambiente de modelagem computacional WLINKIT	BARROS, Anna Paula Affonso	Cláudia Lage Rabello da Motta – Fabio Ferrentini Sampaio (Co-orientador).
10	Funções, <i>Software</i> Gráfico e Coletivos Pensantes.	BENEDETTI, Francisco Carlos.	Marcelo de Carvalho Borba
11	A Construção da Representação Gráfica e o seu papel no ensino de funções: uma visão histórica.	BONETTO, Giacomino Augusto.	Maria do Carmo Domite Mendonça
12	O processo inicial de disciplinarização de função na Matemática do Ensino Secundário brasileiro.	BRAGA, Ciro.	Wagner Rodrigues Valente
13	Modelando matematicamente questões ambientais relacionadas com a água a propósito do ensino-aprendizagem de funções na 1ª série do ensino médio.	CHAVES, Maria de Isaura Albuquerque.	Adilson Oliveira do Espírito Santo – Francisco Hermes Santos da Silva (Co-Orientador)
14	Conhecimento de estudantes universitários sobre o conceito de função.	COSTA, Acylena Coelho.	Sonia Barbosa Camargo Iglori
15	Um estudo da gênese do conceito de funções a partir de um referencial piagetiano: subsídios para um estudo psicogenético.	COSTA, Lair de Queiroz.	Dair Ailly Franco de Camargo
16	Função seno e cosseno: uma seqüência de ensino a partir dos contextos do "mundo experimental" e do computador.	COSTA, Nilce Meneguelo Lobo da.	Sandra Maria Pinto Magina
17	Utilização de diferentes registros de representação: um estudo envolvendo	DOMINONI, Nilcéia Regina Ferreira.	Lourdes Maria Werle de Almeida

	funções exponenciais.		
18	Algumas concepções e dificuldades sobre o ensino-aprendizagem de funções, envolvendo os contextos algébricos e gráficos e a conexão entre os mesmos.	FONTE, Rachel Bergman.	Gilda de La Rocque Palis.
19	O estudo de funções à luz das reformas curriculares: reflexos em livros-didáticos.	KILL, Tercio Girelli.	Circe Mary Silva da Silva Dynnikov
20	Fragmentações e Aproximações entre Matemática e Física no Contexto Escolar: problematizando o Conceito de Função Afim.	LOPES, Janice Pereira.	Jose Andre Peres Angotti – Méricles Thadeu Moretti (co-orientador)
21	A importância da utilização de múltiplas representações no desenvolvimento do conceito de função: uma proposta de ensino.	LOPES, Wagner Sanches.	Anna Franchi
22	A Aquisição do conceito de função: perfil das imagens produzidas pelos alunos.	MACHADO, Airton Carrião.	Maria Manuela Martins Soares David
23	O ensino de funções na educação fundamental: o dito, o feito e o que pode ser feito.	MACHADO, Raquel Fernandes Gonçalves.	Arlindo José de Souza Júnior
24	O conceito de função: aspectos históricos e dificuldades apresentadas por alunos na transição do segundo para o terceiro grau.	MENDES, Maria Helena Monteiro.	Gilda de La Rocque Palis
25	O conceito de função: os conhecimentos prévios e as interações sociais como desencadeadoras da aprendizagem.	MORETTI, Vanessa Dias.	Manoel Oriosvaldo de Moura
26	Conceito de função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem.	OLIVEIRA, Nanci de.	Saddo Ag Almouloud. Benedito Antonio da Silva (co-orientador)
27	Introdução ao conceito de função: a importância da compreensão das variáveis.	PELHO, Edelweiss Benes Brandão.	Benedito Antonio da Silva
28	Um ambiente computacional para o ensino aprendizagem de funções trigonométricas.	PEREIRA, Aécio Alves.	Álvaro G. R. Lezana
29	O Ensino de Funções Lineares numa Abordagem Dinâmica e Iterativa.	PIMENTA, Adelino Cândido.	Ovidio Candido de Oliveira Filho
30	Um estudo sobre a construção do conceito de função.	RÊGO, Rogéria Gaudêncio do.	John Andrew Fossa
31	Redescobrimo as funções elementares nos cursos de ciências administrativas.	RIBEIRO, Rogério.	Ruth Portanova
32	A função do cotidiano e o cotidiano das funções.	RODRIGUES, Chang Kuo.	Estela Kaufman Fainguelernt – Renato José da Costa Valladares (co-orientador)
33	A construção do conceito de função em atividades integradas entre a matemática e a física	ROSA, Marlusa Benedetti.	João Bernardes da Rocha Filho
34	Conceito de função: uma abordagem do processo ensino - aprendizagem utilizando-se o computador como recurso didático.	SANTOS FILHO, Constantino Veríssimo dos.	João Bosco Laudares
	Revisando as funções do 1º e 2º grau com a interatividade de um	SANTOS, Antonio	Vincenzo

35	hiperdocumento.	dos.	Bongiovanni
36	Função afim $y = ax + b$: a articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxílio de um software educativo.	SANTOS, Edivaldo Pinto dos.	Benedito Antonio da Silva
37	Representações mediadas por computador no processo de construção do conhecimento da função afim.	SANTOS, Ronald Ferreira dos	Gilda Helena Bernardino de Campos – Rosa Maria Mazo Reis (Co-orientador)
38	Sobre as concepções de função dos alunos ao término do 2º grau.	SCHWARZ, Osmar.	Silvia Dias Alcântara Machado
39	Desenvolvimento e análise de uma metodologia para o ensino da função quadrática, utilizando o microcomputador.	SILVA, Gilmar Aparecida da.	Aguinaldo Robinson de Souza
40	Um estudo de registros de representação semiótica na aprendizagem dos conceitos de máximos e mínimos de funções.	SILVA, José Roberto Damasceno da.	José Luiz Magalhães de Freitas
41	Uma seqüência para o ensino/aprendizagem de função do 2º grau.	SIMÕES, Maria Helena Pinedo.	Silvia Dias Alcântara Machado
42	Investigação conduzida sobre ensino de funções a alunos do quarto, quinto e sexto anos.	SMITH, Dorrit Mattsson	Joel Martins
43	Uma análise de discursos no ensino e aprendizagem de função.	SOUZA, Maria Alice Veiga Ferreira de.	Ligia Arantes Sad
44	A construção da noção de função linear: transitando em diferentes registros semióticos.	SOUZA, Roberta Nara Sodré de.	Maria Helena Baptista Vilares Cordeiro
45	Calculadoras gráficas: uma proposta didático-pedagógica para o tema funções quadráticas.	SOUZA, Telma Aparecida de.	Marcelo de Carvalho Borba
46	O tema “funções” e a linguagem matemática de professores do Ensino Médio: por uma aprendizagem de significados.	ZUFFI, Edna Maura.	Jesuína Lopes de Almeida Pacca

4.4 Distribuição das questões orientadoras das pesquisas

No Quadro 4 estão as questões orientadoras das pesquisas com exceção das pesquisas 08 e 09 pelas razões já expostas anteriormente.

QUADRO 4: Distribuição das questões orientadoras de pesquisa

N	QUESTÕES ORIENTADORAS
01	Quais são as dificuldades do professor ao interpretar gráficos de funções usando a tecnologia?
02	Como fazer com que esse tipo de aluno, que possui dificuldade na matemática elementar ou mais especificamente falando, em Álgebra, possa superá-la no menor tempo possível, sem que se sinta prejudicado no desenvolvimento das demais disciplinas do curso. (p. 17).
03	O conteúdo FUNÇÃO, abordado como maneira de exprimir a relação entre

	grandezas variáveis, trabalhado em Grupos Co-operativos, através da Resolução de Problemas Ampliados que envolvam Temas Político-Sociais, pode propiciar a transformação do Ensino e Aprendizagem desse conteúdo no Ensino Médio e a formação de indivíduos transformadores e comprometidos com os problemas da sociedade brasileira. (p. 24).
04	Em que medida a utilização de um <i>software</i> , como ferramenta didática no estudo de conteúdos matemáticos relacionados com as funções exponenciais e logarítmicas, contribui na aprendizagem do aluno? (p. 23).
05	Quais foram os problemas que originaram a necessidade de construção do conceito de função assim como as questões que impediam o desenvolvimento do mesmo.
06	O uso do aplicativo “Derive” como ferramenta para o ensino das funções lineares e quadráticas com alunos da 1ª série do 2º grau, através de um estudo de caso, pode evidenciar e facilitar a visualização e resolução de problemas?
07	Quais os significados produzidos/negociados a respeito de função por professor/formador de professores, acadêmico/professor e alunos da oitava série do Ensino Fundamental? (p.15).
08	Não foi descrita pelo autor.
09	Não tivemos acesso ao trabalho completo.
10	Como estudantes trabalham com aspectos algébricos, gráficos e numéricos de funções dentro de um coletivo pensante formado por estudantes, mídias e pesquisador? (p.7)
11	Como se constituiu a representação gráfica de funções no processo da história da matemática? É possível reconhecer o papel histórico da representação gráfica no ensino de funções? (p. 33).
12	Como ocorreu o processo inicial de disciplinarização de função na disciplina matemática?
13	Como podemos utilizar a Modelagem, para o ensino e a aprendizagem da Matemática em um curso regular com o Ensino Médio, por exemplo? (p.40).
14	Busca de identificação de elementos do conceito imagem e do conceito definição, no que concerne ao conceito de função, que possam ser mobilizados por estudantes universitários quando resolvem tarefas envolvendo este conceito. (p. 30).
15	O entendimento de um conceito é facilitado quando se conhece a sua gênese? É possível e desejável o uso da História da Matemática como instrumento auxiliar no processo de ensino e aprendizagem? Em que e por que a História é útil para a formação do professor de Matemática? (p. 6).
16	Verificar qual a ordem de introdução, por contextos, que se apresenta mais eficaz para a aprendizagem. (p. 1).
17	Existem fatores que podem contribuir para a aprendizagem? Como identificá-los? (p. 10).
18	Por isso mesmo, o ponto de partida deste trabalho foi o desempenho em Introdução ao Cálculo na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), sendo que, a questão norteadora que levantamos, foi o fraco desempenho de muitos desses estudantes nessa disciplina. (p. 1).
19	O livro didático assume um papel de extrema importância, conformando, à sua maneira, o ensino-aprendizagem de um determinado tópico da Matemática, determinando as concepções dos professores.
20	O que se pretende ao ensinar Matemática? Por que as crianças devem aprender Matemática? (p. 25)
21	Que fenômenos didáticos ocorrem, quando o aluno faz o tratamento dentro de um mesmo registro, ou uma conversão entre diferentes registros, nas condições institucionais e de ensino em que se deu a pesquisa?

	<p>Que dificuldades eles encontram e de que procedimentos se utilizam nessa tarefa?</p> <p>Em que medida uma proposta de ensino, voltada às atividades de conversão e tratamento de registros de representação, permite o domínio de aquisições funcionais dos diferentes sistemas de representação requeridos para a formação do conceito de função? (p. 18).</p>
22	Qual ou quais imagens o aluno possui do conceito de função?
23	<p>Como compreender a dinâmica dos saberes docentes relacionados ao ensino de funções no ensino fundamental? (p.11).</p> <p>O que há entre o dito e o feito no ensino de funções na educação fundamental? (p. 30).</p>
24	Qual a visão do processo de aprendizagem do conceito de função de professores de 2º grau e de alunos iniciantes de cursos da área tecnológica do 3º grau?
25	Quanto o ensino da Matemática tem auxiliado na formação integral dos alunos? Estaria este cumprindo o seu papel social? Promoveria um exercício constante de análise crítica? Qual o papel que cabe a esta ciência, enquanto conteúdo específico, na formação do cidadão? Qual o trabalho desenvolvido em sala de aula que pode vir a favorecer esta formação e a real aprendizagem dos conceitos matemáticos? (p. 9).
26	<p>Pretendemos responder às seguintes questões:</p> <ul style="list-style-type: none"> - nossa seqüência didática possibilitará a participação dos alunos na elaboração do conceito de função? - após a aplicação de nossa seqüência didática, os alunos terão dado um salto qualitativo nas concepções do conceito de função? - quais serão os efeitos positivos e negativos da aplicação da seqüência didática que construímos? (p. 3)
27	Os alunos do ensino médio conseguem compreender o conceito de função, rompendo com suas interpretações mecânicas, com a aplicação de uma seqüência didática, que envolva atividades nas quais são abordados aspectos funcionais entre as variáveis e que utilize um ambiente computacional como uma das ferramentas de ensino? (p. 16).
28	Ao se propor um ambiente computacional cuja finalidade principal é auxiliar professores e alunos no ensino-aprendizagem de conceitos matemáticos, vai-se ao encontro a uma premente necessidade de se criar alternativas capazes de diminuir os efeitos negativos da forma atual de se ensinar matemática?
29	Como utilizar o computador no processo ensino-aprendizagem da Matemática, respeitando a realidade curricular – conteúdos, livros didáticos, grades curriculares etc? (p. 4).
30	A elaboração e aplicação de propostas de ensino leva a resultados eficientes no processo de construção do conceito de função, relativo à funções polinomiais do 1º Grau e funções polinomiais do 2º Grau, para alunos da 1ª Série do Ensino Médio.
31	Quais e como são contextualizadas as funções elementares em algumas disciplinas dos cursos de Ciências Administrativas? Quais são os pré-requisitos de Matemática necessários para o desenvolvimento das disciplinas afins? (p. 24).
32	Quais as influências do cotidiano no estudo de função na vida escolar do aluno?
33	Como a elaboração e a implementação de uma proposta metodológica que integra as disciplinas de Matemática e Física contribui para a construção do conceito de função? (p. 109).
34	O conceito que o professor possui sobre função matemática pode interferir no processo de ensino-aprendizagem da mesma? A relação interpessoal e a linguagem do professor com seus alunos podem se tornar uma ferramenta eficaz

	para aproximar ou distanciar o aluno do conteúdo matemático? Quais são as estratégias empregadas pelo professor para sistematização do conceito de função? Quais são as representações do conceito de função predominantes no processo ensino-aprendizagem? Quais obstáculos o professor enfrenta na sua prática e que são indicados como limitadores do uso das novas tecnologias na sua prática pedagógica? Qual a percepção que os professores e os alunos possuem sobre as contribuições que o computador estabelece no processo de aprendizagem das funções? (p.117).
35	Em que medida uma proposta de resolução de situações-problema num software dentro do estudo de funções, para alunos do ensino médio, apresentada num ambiente informatizado, contribui na aprendizagem e/ou recuperação desses alunos? (p. 33).
36	A ferramenta informática, pelas suas capacidades gráficas, calculatórias e de animação, pode proporcionar um ambiente de aprendizagem propício para o aluno construir seu conhecimento a respeito da conversão do registro gráfico para o algébrico da função afim? O uso de um software do tipo jogo ajuda na aprendizagem matemática, de modo que, fora do ambiente informático, o aluno seja capaz de utilizar tal aprendizagem? (p. 17).
37	Por que os alunos não conseguem reconhecer as funções do Movimento Uniforme (MU) e do Movimento Uniformemente Variado (MUV), conteúdos da Física com a função afim, conteúdo da Matemática estudado na 1ª série do ensino médio?
38	Qual a concepção de função dos alunos ao final do 2º grau?
39	O emprego do computador, como recurso didático, pode minimizar a aversão da maioria dos alunos em relação à Matemática?
40	Quais sistemas de registros de representação de conceitos de Máximos e Mínimos de Funções são reconhecidos pelos estudantes? Os estudantes dominam os tratamentos efetivados no interior dos sistemas de registros escolhidos e as conversões entre eles? Quais conversões entre os sistemas de registros dos conceitos de Máximos e Mínimos de Funções são mais, espontaneamente, utilizados pelos estudantes? É possível identificar que sistema de registros de conceitos de Máximos e Mínimos de Funções gera para o aluno maior dificuldade de interpretação? (p. 29).
41	Será que a aplicação de uma seqüência didática para o estudo de função do 2º grau construída de forma a privilegiar o pensamento ativo, a reflexão e descoberta e que leve os alunos a passarem do quadro algébrico para o quadro geométrico e vice-versa, encaminhará esses sujeitos a entenderem a função do 2º grau como “objeto” e a utilizá-la como “instrumento”, além de propiciar uma idéia intuitiva de função? (p. 50).
42	É possível ensinar o conceito de função para estudantes das 4ª, 5ª e 6ª séries?
43	Quais as influências dos discursos de professores de Matemática e autores de textos matemáticos acerca da função na construção deste conceito e na compreensão de sua simbologia matemática pelos alunos? (p.25).
44	A capacidade de tratar e fazer a conversão entre diferentes registros de representação de função linear colabora na utilização dessa capacidade como ferramenta na resolução de problemas que envolvam esse tipo de função, por alunos que cursam o primeiro ano do Ensino Médio? (p.17).
45	Qual a natureza da relação estudante-calculadora gráfica, em contraste com as relações estudante-lápis e papel e estudante-computador? Como a experiência dos estudantes com a calculadora gráfica influencia a proposta didático-pedagógica? (p. 3).
46	Quais são as experiências que o aluno do Ensino Médio compartilha, com

<p>relação à linguagem matemática e a lógica envolvida em sua expressão de fatos da Matemática, e qual é o papel de seus professores, como agente catalisador desses conceitos?</p> <p>Como se dá, em detalhes, a expressão do professor em sala de aula, através da linguagem matemática, e em que nível ocorre a influência dos textos didáticos nessa expressão?</p> <p>Quais são os outros fatores que influenciariam os modos de expressão do professor, em sala de aula para o conceito de função?</p> <p>Quais os obstáculos epistemológicos que podem ser detectados junto aos professores do Ensino Médio?</p> <p>Quais são as concepções evidenciadas no uso da linguagem matemática pelos professores investigados, tanto no que diz respeito à expressão de suas idéias próprias sobre o tema “funções”, quando na prática da sala de aula?</p> <p>Quais as definições utilizadas para o conceito de função, pelo professor do nível médio, ao se referir aos seus próprios conhecimentos e na sala de aula?</p> <p>Quais as imagens conceituais evidenciadas na linguagem matemática deste professor?</p> <p>Quais as relações entre tais definições e as imagens conceituais destacadas?</p> <p>Quais os enfoques dados ao conceito de função, a este respeito, a partir da expressão dos professores, no Ensino Médio?</p> <p>Quanto da linguagem matemática é assumido como “background” dos alunos, pelo professor, ao tratar do conceito de função, para orientar suas posturas de ensino?</p> <p>Quais dos três enfoques propostos por Fonseca se evidenciam na expressão do professor em sala de aula?</p> <p>Qual é o nível de conscientização do professor com relação ao uso que faz da linguagem matemática para o ensino? (p.131).</p>

As questões orientadoras das pesquisas geram novo agrupamento por temas abordados (Tabela 1).

TABELA 1: Agrupamento por temas abordados

TEMÁTICA	PESQUISAS	QTD	%
Uso de Tecnologias	01-04-06-09-10-16-27-28-29-34-35-36-37-39-45	15	32,5
Didática	02-07-14-17-21-22-25-26-30-40-41-42-44-46	14	30,4
História	05-11-12-15-19	05	10,9
Concepção de Função	18-23-24-38-43	05	10,9
Contextualização/Interdisciplinaridade	03-20-31-32-33	05	10,9
Modelagem Matemática	13	01	2,2
Outros	08	01	2,2

A Tabela 1 indica que as temáticas mais utilizadas foram: “Uso de Tecnologias” (32,5%) e “Didática” (30,4%), com destaque também as abordagens da “História”, “Concepção de Função” e “Contextualização /

Interdisciplinaridade” (10,9% cada). Em apenas um dos trabalhos, foi utilizada a “Modelagem Matemática”.

Foram incluídos na temática “Uso de Tecnologias” os trabalhos que analisam a utilização de *softwares*, os que utilizaram calculadoras gráficas e os que propõem um novo *software* para o estudo de uma função específica. As pesquisas dessa temática envolvem a representação gráfica das funções.

Na temática “Didática”, estão os trabalhos que propõem seqüências didáticas para o ensino aprendizagem do conceito de função, que buscam fatores que contribuem para a aprendizagem desse conceito, que avaliam o desempenho dos alunos na realização de tarefas, envolvendo a noção de função e dificuldades por eles apresentadas.

Na temática “História”, estão os trabalhos que buscam a evolução do conceito de função ou analisam livros didáticos quanto ao emprego da História da Matemática no ensino.

Na temática “Concepção de Função”, estão os trabalhos que tratam das concepções de alunos, de professores ou de alunos e professores sobre o conceito de função ou sobre uma função específica.

Na temática “Contextualização/Interdisciplinaridade”, inserimos os trabalhos que tratam de problemas político-sociais, que vinculam o ensino de funções ao ensino de outras disciplinas, e que tratam do uso das funções no cotidiano.

O único trabalho que utiliza como metodologia a “Modelagem Matemática” no ensino aprendizagem de função foi, obviamente, incluído nessa categoria.

Convém registrar que alguns trabalhos poderiam ser classificados em mais de uma temática, e a inserção numa determinada categoria dependeu do julgamento, por nós realizado, de maior ou menor identificação com a mesma.

Na categorização pelas temáticas, pudemos detectar trabalhos destinados ao Ensino Fundamental (sete trabalhos – 15,2%), ao Ensino Médio (vinte e sete trabalhos – 58,7%), ao Ensino Superior (cinco trabalhos – 10,9%), a História (seis trabalhos – 13,0%) e a Professores (um trabalho – 2,2%).

A maioria dos trabalhos mapeados utilizou como metodologia de pesquisa a engenharia didática. Houve a utilização dessa metodologia predominantemente na PUC/SP, a partir da década de 1990, baseada em estudos da Didática Francesa, e vem sendo utilizada por pesquisadores de outras universidades, indicando que a maioria das pesquisas teve como foco a sala de aula.

CAPÍTULO 5

TRABALHOS MAIS ESPECIFICAMENTE FOCADOS NO ESTUDO DE DIFICULDADES, NA APRENDIZAGEM E NO ENSINO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

A grande maioria das quarenta e seis pesquisas relacionadas nesta dissertação trata, de um modo geral, do ensino aprendizagem de função. Muitas delas abordam as dificuldades de alunos e concepções de professores sobre esse conceito.

Conforme destacamos no capítulo anterior, houve diferentes propostas de abordagem para investigar dificuldades do processo de aprendizagem do conceito de função, e diferentes propostas para a superação das mesmas.

Selecionamos entre os trabalhos da categoria “abordagem” nove trabalhos, sete dissertações de mestrado e duas teses de doutorado, mais diretamente relacionados ao nosso interesse de pesquisa, para análise mais minuciosa. São as pesquisas relacionadas no Quadro 5.

QUADRO 5: Trabalhos selecionados para análise

ANO	TÍTULO	AUTOR	M/D	IES
1994	O conceito de função: aspectos históricos e dificuldades apresentadas por alunos na transição do segundo para o terceiro grau.	MENDES, Maria Helena Monteiro	M	PUC-RJ
1995	Uma seqüência para o ensino/aprendizagem da função do 2º grau.	SIMÕES, Maria Helena Pinedo	M	PUC-SP
1995	Sobre as concepções de função dos alunos ao término do 2º grau.	SCHWARZ, Osmar	M	PUC-SP
1997	Conceito de função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem.	OLIVEIRA, Nanci de	M	PUC-SP
1998	A aquisição do conceito de função: perfil das imagens produzidas pelos alunos.	MACHADO, Airtton Carrião	M	UFMG
2000	Um estudo sobre a construção do conceito de função	RÊGO, Rogéria Gaudencio do	D	UFRN
2001	O tema “funções” e a linguagem matemática de professores do Ensino Médio: por uma aprendizagem de significados	ZUFFI, Edna Maura	D	USP
2003	Conceito de função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem utilizando-se o computador como recurso didático.	SANTOS FILHO, Constantino Veríssimo dos	M	CEFET-MG
2003	A construção da noção de função linear: transitando em diferentes registros semióticos.	SOUZA, Roberta Nara Sodré de	M	UNIVALI-SC

A seguir uma síntese das nove pesquisas referidas no Quadro 5, dos dois artigos, e do capítulo de livro anteriormente referenciados.

5.1 Dissertação de Maria Helena Monteiro Mendes

Mendes (1994), em sua dissertação “O conceito de função: aspectos históricos e dificuldades apresentadas por alunos na transição do segundo para o terceiro grau” busca identificar conhecimentos que estudantes ingressantes no curso Superior possuíam sobre o conceito de função. Foi também sua pretensão conhecer dificuldades na aprendizagem desse conceito. As reflexões da pesquisadora sobre o tema tiveram início quando ela era monitora de Cálculo I na PUC-RJ. No início da pesquisa, Mendes vai constatar que a problemática de identificação de conhecimentos e de dificuldades sobre o conceito de função entre estudantes que ingressam no ensino superior não havia sido explorada em outros trabalhos realizados no Brasil, o que reforçou para ela a importância de seu estudo naquela oportunidade.

A partir de um breve estudo histórico da evolução do conceito de função até meados do século XX, ela destaca que:

O conceito de função teve uma evolução lenta e gradual, através dos séculos, até chegar às formas que o apresentamos hoje aos nossos alunos. Atualmente, o conceito de função ocupa um papel central e unificador na Matemática. Um conhecimento amplo e consistente de funções é um dos objetivos a se alcançar na Educação Matemática. Desta forma, é importante procurar conhecer como se processa sua aprendizagem, identificar e analisar os principais problemas com os quais os alunos se deparam ao estudar função e detectar quais os principais obstáculos à aprendizagem deste conceito (MENDES, 1994, p. 58).

As ferramentas teóricas para essa dissertação foram desenvolvidas por Dubinsky & Harel (1992) e Sfard (1992).

Vinte e cinco professores que lecionavam Matemática no Ensino Médio foram entrevistados, e por meio dessas entrevistas, a autora constatou que a maioria deles tinha concepção tradicional, isto é, repetiam as definições de função dos livros didáticos.

As dificuldades dos alunos no entendimento do conceito de função foram relacionadas pelos professores como: univalência, restrição da manipulação, restrição da quantidade, restrição da continuidade, restrição da unicidade do *input* para um dado *output*, confusão entre as noções de função e equação, não entendimento dos conectivos lógicos, pré-requisitos necessários à aprendizagem do conceito de função. Nenhum dos professores entrevistados citou a noção de arbitrariedade presente no conceito de função como dificuldade de seus alunos.

Um questionário foi aplicado a sessenta e sete alunos de uma turma de Introdução ao Cálculo e Cálculo I. A partir da resolução desse questionário, as concepções dos estudantes foram classificadas como: concepção *pré-função e ação*, e concepção *processo*.

A autora destacou como a principal dificuldade dos estudantes a relativa à *arbitrariedade*, mas também referente à *restrição da manipulação* dificuldade revelada quando os estudantes indicavam que uma dada situação representa uma função, se há nela a presença de uma fórmula explícita. Para alguns estudantes, o conceito de função inclui a noção de continuidade. Dificuldades relacionadas à *restrição de quantidade* também foram reveladas quando os estudantes consideravam que o domínio e a imagem de uma função devem ser obrigatoriamente, conjuntos numéricos. Quanto à *restrição de unicidade do input* para um dado *output*, a autora pode encontrar estudantes que demonstraram confundir a univalência do conceito de função com a univalência da definição de função injetora.

Um resultado foi indicado como:

É interessante observar que para a maioria dos professores entrevistados, o conceito de função é um conceito simples, não havendo, portanto muitos obstáculos ou dificuldades à sua aprendizagem. Segundo estes professores, o problema maior seria o desestímulo dos alunos para estudar.

O que parece ocorrer, na verdade, é que os professores não conseguem detectar estes problemas nos seus alunos. Por exemplo, praticamente nenhum dos professores citou as restrições da quantidade, da continuidade e da unicidade do *input* para um dado *output* como problemas apresentados pelos alunos no entendimento do conceito de função. Se os professores não percebem estes problemas, é razoável, portanto, que os alunos cheguem ao 3º grau com estas falhas na aprendizagem (MENDES, 1994, p. 106).

A pesquisadora apresentou como sugestão aos futuros professores que:

... é fundamental que os professores que ensinam funções conheçam a evolução histórica deste conceito, para entender que há obstáculos na aprendizagem deste conceito e tentar superá-los. O professor deve ter conhecimento que muitas das dificuldades pelas quais seus alunos passam (e que muitas vezes o professor desconhece) são problemas que ocorreram no próprio desenvolvimento do conceito de função (MENDES, 1994, p. 107).

5.2 Dissertação de Maria Helena Pinedo Simões

A dissertação de Simões (1995) com título: “Uma seqüência para o ensino/aprendizagem de função do 2º grau” teve por objetivo:

Fornecer uma seqüência didática para o ensino e aprendizagem da função do 2º grau, que privilegie situações que permitam ao aluno utilizar o “jeux de cadres”, entre o quadro algébrico e geométrico (SIMÕES, 1995, p. 50).

Nessa dissertação é realizado um levantamento histórico da evolução do conceito de função com foco na função do 2º grau, quando são apontados os obstáculos: ligados à representação gráfica de função; ligados à função constante e referentes ao componente estrutural do conceito de função.

Por meio de análise de livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental e Médio, Simões constatou que a noção de função, na 8ª série do Ensino Fundamental e na 1ª série do Ensino Médio, é apresentada como conceito formal e de forma estruturada. Informou que nos livros analisados a ênfase está na passagem da representação algébrica para a gráfica, podendo ser fator de constituição de um obstáculo para a efetivação da passagem da representação gráfica para a algébrica. Houve indicação de que os autores dos livros didáticos não levam em conta muitos dos obstáculos e das dificuldades já consagrados em pesquisas.

Entraves existentes na aprendizagem do conceito de função do 2º grau foram classificados como entraves de natureza epistemológica; de natureza cognitiva e de natureza didática.

Simões elaborou uma seqüência didática para a função do 2º grau e a aplicou a uma turma de vinte e três alunos da 8ª série do Ensino Fundamental de uma escola particular. A análise das experimentações evidenciou que os alunos apresentaram um bom desempenho, mas que as dificuldades presentes em outras pesquisas puderam ser percebidas, dificuldades tais como: tomar como coeficiente de um monômio o seu valor absoluto; esboçar a parábola com seus ramos terminando na altura da maior ou menor ordenada obtida na tabela; esboçar o gráfico em forma de “ogiva”; entre outros.

Um resultado da pesquisa foi apresentado como:

A participação do aluno na construção do conceito de função do 2º grau foi um dos pontos fundamentais do processo ensino e aprendizagem, aqui proposto. Esta participação foi orientada, tendo em vista os conceitos a serem construídos e as tarefas a serem realizadas, para que elevasse a construção do conhecimento desejado (SIMÕES, 1995, p.250-251).

E como sugestão:

Acreditamos que exista uma necessidade imperiosa de se dar continuidade à seqüência de ensino por nós aqui apresentada, incorporando a resolução das equações do 2º grau, sem a sua tradicional resolução (fórmula de Bhaskara), mas por meio da fatorização das expressões algébricas e problemas que favoreçam a dialética “outil-objet”, conforme sugere Régine Douady. (SIMÕES, 1995, p. 253).

5.3 Dissertação de Osmar Schwarz

Com o tema “Sobre as concepções de função dos alunos ao término do 2º grau”, Schwarz (1995) pretendeu verificar qual a concepção de função de um aluno ao final do Ensino Médio.

O autor apresentou um breve histórico sobre o desenvolvimento do conceito de função e, em seguida, análise epistemológica apontando os obstáculos que se apresentam no desenvolvimento da concepção de função. São obstáculos tais como: obstáculo relativo à crença de que a Matemática nada tem a ver com problemas práticos; obstáculos de que proporção é um tipo de

relação privilegiada; obstáculo da crença que “tudo é número”; obstáculo de que os matemáticos decidiram por uma definição estrutural de função que lhes permitia operar com espaços de funções e operar com conceitos modernos.

Esse autor referencia de modo resumido idéias de Anna Sfard (1992), sobre concepção operacional e concepção estrutural de um conceito, e como ocorre a transição de uma a outra, a partir da proposta de um modelo com três fases: existência de um processo no objeto já familiar (interiorização); pode emergir a idéia de mudança desse processo num ainda mais compacto (condensação); habilidade de ver essa nova entidade como um objeto permanente (reificação).

Os dados da pesquisa foram colhidos a partir de um teste com questões relativas a representações gráficas e representações algébricas. Em uma das questões foram apresentadas três definições de função sendo duas operacionais e uma estrutural. A análise *a priori* das questões teve por alvo identificar os possíveis obstáculos com que os alunos pudessem se defrontar.

Foram sujeitos dessa pesquisa quarenta alunos voluntários, da 3ª série do Ensino Médio de uma Escola Pública de São Paulo. As análises *a posteriori* das resoluções de quatro duplas confirmaram as expectativas anunciadas na análise *a priori*. Essa expectativa era de que os alunos possuíam concepção operacional elementar ou pré-concepção operacional de função. Como um dos resultados a maioria dos alunos foi considerada não dominar a simbologia utilizada na representação algébrica de função. Foi constatado que os alunos confundiam domínio com contradomínio e evidenciando que não era habitual a análise da representação algébrica.

Outro resultado dessa dissertação apontado como importante foi que a função constante não faz parte do repertório de funções dos alunos confirmando resultados de pesquisas internacionais. Outra constatação foi que os alunos não estão habituados a passar do quadro geométrico para o algébrico.

Como sugestão, foi proposta uma revisão no processo de ensino do conceito de função, de modo a partir da realidade e do conhecimento dos alunos (fase operacional), dando tempo e espaço necessários para eles vivenciarem as

etapas de interiorização e condensação do conteúdo até chegar ao conceito estrutural.

5.4 Dissertação de Nanci de Oliveira

Na dissertação intitulada “Conceito de função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem”, Oliveira (1997) analisou os resultados da aplicação de uma seqüência didática realizada com estudantes do 1º ano do curso de Engenharia de uma universidade particular.

A motivação da pesquisa ocorreu no fato de a autora observar dificuldades apresentadas no processo de aprendizagem de função por seus alunos de Cálculo Diferencial e Integral, e da constatação de que essas dificuldades estavam presentes em artigos e em trabalhos apresentados em congressos.

Essa pesquisa fundamentou-se em diversas noções da Didática Francesa como: obstáculos de Guy Brousseau; transposição didática, de Yves Chevalard; “jogo de quadros” e dialética “ferramenta-objeto” de Régine Douady e registros de representação de Raymond Duval.

Nessa dissertação, foi apresentado um estudo histórico da noção de função cujo propósito foi a captação dos obstáculos epistemológicos ligados a esse conceito. Foram apresentados como obstáculos epistemológicos: proporção, homogeneidade e incomensurabilidade de grandezas, levantados por Cotret.

Oliveira indicou que na definição de função apresentada na Proposta Curricular de Matemática para Ensino Fundamental e Médio do Estado de São Paulo, os aspectos de variação e correspondência não estão claros. E que também, nessa proposta, não é feita menção à história das funções e nem aos obstáculos epistemológicos ligados a essas noções. Essa autora deixou como sugestão que sejam utilizadas novas metodologias de ensino e a incorporação nas mesmas de jogos de quadros.

Da análise de livros didáticos, a pesquisadora inferiu que neles pouco se encontra da história das funções. E inferiu também que função é, em geral,

tratada como objeto de estudo, e não como instrumento para resolver problemas. Destacou que obstáculos didáticos podem aparecer quando se apresentam, em primeiro lugar, as funções na forma algébrica e, depois na gráfica sem realizar a situação inversa, além do uso excessivo de digramas de flechas.

Um questionário foi aplicado a um grupo de dezessete professores de Matemática, com o objetivo de avaliar mecanismos de transposição didática do conceito de função, e de levantar as concepções desses professores sobre o conceito. Constatou que metade deles não conhecia a Proposta Curricular de Matemática, que a maioria fazia uso de aulas expositivas, e que mais da metade usava o livro didático. Constatou ainda que para os professores, os alunos apresentam mais facilidade em trabalhar com a representação gráfica do que com a representação algébrica. A conversão de registros de representação mais utilizada pelos professores foi da tabela para o gráfico. Como conclusão foi indicado que as concepções dos professores são as mesmas que aparecem nos livros didáticos. De acordo com a opinião dos professores, as maiores dificuldades dos alunos com relação às funções são:

a transposição dos problemas (linguagem escrita) para a expressão (linguagem algébrica); transferir para a realidade; o domínio da função; representação gráfica. Análise dos gráficos. Associar grandeza variável; a abstração, com rigores matemáticos, dos conceitos; a simbologia; a lei de correspondência; a definição abstrata; as diversas representações de uma função (OLIVEIRA, 1997, p.43).

Com o objetivo de apurar as concepções e dificuldades dos alunos sobre o conceito de função, uma atividade foi desenvolvida com um grupo de vinte e dois estudantes do 1º ano de Engenharia de uma universidade particular. Tendo com base as concepções de função: pré-função, ação, processo, propostas por Dubinsky, a análise das atividades foram efetivadas e propiciaram a constatação de que os estudantes confundiam função com equação, apresentavam deficiências no campo conceitual, consideravam a função apenas quando essa era contínua. Foi ainda destacado que muitos dos estudantes não reconhecem a função constante, e alguns deles não transitam pelos registros de representação e, assim, argumentou que a maioria dos estudantes encontrava-se na concepção pré-função.

Uma seqüência didática composta por cinco atividades e por exercícios que favorecem as mudanças de registros de representação foi aplicada a um grupo de dezesseis alunos. A análise *a priori* teve por alvo explicitar a intenção de cada atividade e dos possíveis obstáculos epistemológicos que os alunos poderiam encontrar.

O objetivo da pesquisa foi considerado atingido destacando-se os seguintes efeitos positivos da aplicação da seqüência didática: o trabalho em duplas permitiu que os alunos participassem ativamente da construção do conceito de função; eles compreenderam que gráfico e tabela podem representar uma função sem a necessidade da representação algébrica; realizaram passagens da linguagem escrita para tabela e para gráfico, e as passagens nos sentidos contrários; puderam resolver atividades com situações-problema distinguindo domínio e contradomínio. O principal efeito negativo apresentado foi a aplicação das atividades terem ocorrido fora do horário de aula. Isso porque se pode perceber certo desconforto/preocupação entre os estudantes com o tempo levando alguns a não participarem das discussões e institucionalizações dos conceitos e, possivelmente, houve comprometimento em algumas atividades.

5.5 Dissertação de Airton Carrião Machado

Machado (1998) na dissertação de tema “A aquisição do conceito de função: perfil das imagens produzidas pelos alunos” buscou contribuir com o estudo de concepções prévias dos alunos na aquisição do conceito de função a partir da análise das imagens que eles traziam dessa noção segundo o perfil conceitual de Mortimer (1994).

O objetivo dessa pesquisa foi caracterizar a Educação Matemática como campo científico a partir de um breve histórico de seu desenvolvimento no Brasil, o qual foi utilizado como referência na análise da mediação entre o professor e o livro didático.

Por embasamento teórico foram tomados os conceitos de imagem propostos por Vinner (1994) e a idéia de perfil conceitual de Mortimer (1994), sendo essa última o principal instrumento para a análise dos dados. Foi

destacado que, para Vinner, a apresentação e organização da Matemática são baseadas nas definições e que, por essas estarem distantes da linguagem cotidiana, geram dificuldades de assimilação dos conceitos pelos alunos, pois não são compatíveis com a forma que os alunos adquirem os conceitos. E ainda que a noção de perfil conceitual apresentada por Mortimer é “um modelo para descrever a evolução das idéias, tanto no espaço social da sala de aula como nos indivíduos, como consequência do processo de ensino” (MORTIMER, 1994, *apud* MACHADO, 1998, p. 92).

Testes foram aplicados a vinte e um alunos da 1ª série do Ensino Médio de uma escola municipal de Belo Horizonte. Quinze foram indicados pelo professor e seis foram selecionados a partir dos resultados de dois testes aplicados em três turmas da 1ª série do Ensino Médio. Todos os alunos apresentavam facilidades na resolução de problemas matemáticos não escolares ou tinham boas notas. A entrevista com esses alunos indicou que a maioria tinha como disciplina preferida a Matemática.

Constam da pesquisa um breve histórico da evolução do conceito de função e a análise de três livros didáticos.

Encontra-se como conclusão que nesses livros o conceito de função é apresentado quase que exclusivamente no conjunto dos números reais, e que as idéias de variação e dependência também são muito pouco exploradas por eles.

Para a identificação do perfil conceitual de função que os alunos apresentavam foram aplicados três testes, sendo o primeiro composto de problemas cotidianos. Os objetivos foram verificar as concepções espontâneas sobre o conceito de função; verificar se havia diferenças na resolução de exercícios apresentados na forma gráfica e na forma algébrica, e expor a necessidade dos alunos externarem suas idéias sobre função.

As zonas de perfil conceitual de função delimitadas no estudo foram:

- primeira zona: conceito primitivo de função – relação de ordem, que se relaciona com a idéia de ordenar, organizar dados de acordo com certa característica;
- segunda zona: instinto de funcionalidade, que se relaciona com o conceito de proporcionalidade e a idéia de relação entre grandezas;

- terceira zona: variação funcional – funções “bem comportadas” relacionam-se com o estudo da variação do comportamento de uma variável, supondo-se uma variação “bem comportada” de seu gráfico;
- quarta zona: lei algébrica relaciona-se com a algebrização do conceito e função, na qual a maior preocupação recai sobre o aspecto quantitativo em detrimento do qualitativo das variações;
- quinta zona: conceito formal relaciona-se com a definição de função apresentada por Bourbaki.

Foi observado que a principal dificuldade dos alunos que se utilizam da primeira zona está no fato de trabalharem apenas com subconjuntos discretos, ficando limitados a um pequeno número de elementos. Com relação à segunda zona, foi apontado que a minoria dos alunos usava a idéia de proporção. A principal dificuldade da terceira zona foi que os alunos passam a não considerar como função um grande número delas, por exemplo, as funções descontínuas. Dificuldades na quarta zona foram detectadas na interpretação dos enunciados dos problemas que não explicitam a lei algébrica de função. Com relação à quinta zona, o autor argumentou que a definição formalizada de função apresentada por Bourbaki era a definição apresentada nos livros didáticos, o que para ele implicava em distanciamento dos enunciados dos problemas do cotidiano, e acabava gerando dificuldades de internalização das idéias.

Como conclusão pode-se encontrar “que mesmo os alunos que obtém sucesso escolar em Matemática apresentam várias imagens de um mesmo conceito matemático, ou seja, eles apresentam várias leituras para uma mesma definição” (MACHADO, 1998, p. 175).

Foi posto em destaque a informação que a apresentação de conceitos matemáticos no ensino inicial sem partir de concepções prévias dos alunos pode gerar dificuldades para que seja percebida a necessidade de uma definição formal.

O autor indicou sua preocupação com a continuidade das pesquisas quando sugeriu a necessidade de realização de pesquisas semelhantes à sua, com públicos alvo em diferentes situações de aprendizado.

5.6 Tese de Rogéria Gaudencio do Rêgo

Rêgo (2000), em sua tese de doutorado “Um estudo sobre a construção do conceito de função”, pesquisou especificamente funções polinomiais do 1º e do 2º grau. O público alvo constituiu-se de duas turmas de 1ª série do ensino médio de uma escola pública em João Pessoa – PB.

O interesse pelo tema, para a pesquisadora, surgiu da observação do índice de abandono e reprovação nas disciplinas introdutórias de Matemática ministradas na Universidade Federal da Paraíba. O objetivo principal da pesquisa foi levar os alunos a vivenciarem uma intervenção construtivista e elaborarem o conceito de função como Covariação.

O referencial teórico foi o de Dubinsky sobre: ação, processo, objeto e esquema e os estudos sobre Atos de Compreensão e Obstáculos Epistemológicos apresentados por Anna Sierpiska. A metodologia da intervenção norteou-se pelo modelo proposto por Bergeron e Herwcovics.

A autora realizou uma descrição do ensino do conceito de função no estado da Paraíba, no final da década de 1990. Objetivou mostrar que a maneira tradicional adotada pela maioria dos professores impede que detectem as dificuldades apresentadas pelos alunos e que ofereçam meios de saná-las. Como modo tradicional, entende a apresentação de conteúdos de forma pronta e acabada, de acordo com o que está proposto no livro didático, com resoluções de exemplos e aplicações de exercícios.

Há, nessa tese, um breve histórico da evolução do conceito de função destacando que “a definição de Dirichlet repousou, sobretudo, em suas aplicações, tendo sido o primeiro a trabalhar sistematicamente a noção de função como correspondência arbitrária de variáveis” (RÊGO, 2000, p. 55) e que a definição de função apresentada por Bourbaki apoiava-se na teoria dos conjuntos. Foi resgatada a definição de função por Covariação proposta por Caraça na elaboração das atividades, e foi atribuída a essa definição uma alternativa ao ensino tradicional.

A intervenção foi realizada com os alunos em grupo, buscando incluir a dimensão social e a dimensão dialógica na construção do conhecimento.

A coleta de dados foi realizada em quatro etapas: estudo preliminar – realizada com estudantes recém ingressos nos cursos de Engenharia da Universidade Federal da Paraíba, para elaboração da proposta metodológica; pré-teste – realizado com alunos de turmas da 1ª série do Ensino Médio de uma Escola Estadual da cidade de João Pessoa, com o objetivo de analisar os níveis de conhecimento de todos os alunos das duas turmas; intervenção metodológica – realização das atividades em uma das turmas e acompanhamento da outra turma com trabalho de forma tradicional; e, pós-teste – realizado com os alunos das duas turmas, com a aplicação de duas provas escritas e individuais. Foi realizada análise desses dados e do registro da observação das aulas realizadas durante a intervenção e o pós-teste. Os estudos envolveram funções polinomiais do 1º e do 2º grau.

A autora classificou os resultados dos testes em duas categorias de apreensão de um conceito, desenvolvidas por Richard Skemp: compreensão instrumental – assimilação de novos conhecimentos sob um esquema relativamente pobre na qual o aluno limita-se a manipulação de regras algébricas mais simples; compreensão relacional – assimilação de novos conhecimentos sob esquemas mais ricos, tanto em ligações internas quanto externas, na qual o aluno seja capaz de generalizar os vários resultados relativos às funções estudadas. Relacionou as duas formas de compreensão do conceito de função com as concepções de função propostas por Dubinsky & Harel (1992), da seguinte maneira: nível de *compreensão instrumental* com a concepção de função como *ação* e nível de *compreensão relacional* com a concepção de função como *processo e objeto*.

As diferenças observadas entre os resultados da resolução do pré-teste pelas duas turmas foram mínimas, e os erros cometidos foram semelhantes, em sua maioria. No pós-teste, os resultados apresentados pela turma que vivenciou a intervenção foram um pouco melhores.

As principais diferenças foram em relação ao caráter qualitativo das resoluções apresentadas, e ao interesse e motivação dessa turma para o aprendizado de novos conhecimentos. Os alunos que apresentavam dificuldades sentiram-se animados com a troca de informações com os colegas e com a possibilidade de rever conteúdos já apreendidos e tomados como pré-requisito

na realização da intervenção. Esses alunos adquiriram um vocabulário mais elaborado e maior capacidade de expressar idéias matemáticas.

A respeito dos resultados alcançados, a autora assim se expressou:

Deste modo, embora a maioria dos alunos de ambas as turmas tenha, com base nos dados da avaliação, desenvolvido uma Compreensão Relacional do conceito de função polinomial do 2º Grau, devemos destacar que as diferenças, de caráter qualitativo, pesaram positivamente em prol da metodologia adotada na intervenção. (RÊGO, 2000, p. 180).

A autora concluiu que os alunos que vivenciaram a proposta de intervenção alcançaram um nível de *compreensão relacional* do conteúdo, pois estabeleceram relações mais complexas entre os diversos conceitos ligados ao conceito de função, bem como entre as suas diversas formas de representação. Com relação às concepções propostas por Dubinsky & Harel, ela afirmou que entre esses alunos pode-se detectar uma *concepção processo* da noção de função, mas alguns deles, ainda, permaneceram com a *concepção de ação*.

5.7 Tese de Edna Maura Zuffi

Zuffi (2001) em sua tese de doutorado intitulada “O tema ‘Funções’ e a Linguagem Matemática de Professores do Ensino Médio: por uma aprendizagem de significados” investigou as formas de utilização da linguagem matemática por professores do Ensino Médio em sala de aula, quando ensina o conceito de função.

O interesse da pesquisadora pelo tema se manifestou quando da constatação das dificuldades apresentadas por seus alunos universitários ao lidarem com a simbologia e a lógica que compõem a linguagem matemática. Apresentou, como proposta de pesquisa, investigar as concepções e o uso que pessoas escolarizadas fazem da linguagem matemática.

A revisão bibliográfica apresentada pela autora aponta os principais resultados das pesquisas que tratam do ensino-aprendizagem do conceito de função. Discutiu a importância da análise da “expressão do professor através da

linguagem matemática” (ZUFFI, 2001, p. 52) para compreender sua influência no entendimento do conceito de função por alunos da 1ª série do Ensino Médio.

Apontou de forma resumida, as características mais significativas da gênese do conceito de função na História da Matemática, bem como algumas particularidades da linguagem usadas para difundi-lo. Com relação às dificuldades dos alunos argumenta que:

Assim, parece-nos que a investigação da expressão dos professores do 2º grau através de uma simbologia e de uma lógica própria da linguagem matemática, poderá contribuir muito para compreendermos também as dificuldades apresentadas pelos alunos na transmissão de seus “saberes matemáticos”. (ZUFFI, 2001, p. 61).

Foram utilizados três instrumentos de pesquisa diferentes para coleta de dados: um questionário com vinte perguntas, visando a diagnosticar concepções de professores sobre a noção de função e obter informações sobre o uso da linguagem em sala de aula; entrevistas curtas semi-abertas para completar os dados e esclarecer dúvidas; e, observação de aulas para análise da linguagem usada pelos professores quando ensinavam função. Os sujeitos da pesquisa eram professores que atuavam na 1ª série do Ensino Médio.

Na análise das respostas dos questionários apontou as unidades de significados relativas às imagens conceituais, propostas por Vinner, e de concepções sobre função, propostas por Dubinsky & Harel: o termo “dependência” já traz implícita a idéia de função; a relação de correspondência deve ser determinada por uma “regra” ou “lei”; há ligação das concepções dos professores com a definição de função proposta por Euler; há ambigüidade no significado das notações entre variáveis e conjunto domínio e imagem; há necessidade de correspondência para todos os elementos do domínio; há ambigüidade no significado das notações “x” e “y”; confusão, para alguns professores, do que é constante e do que é variável; há dificuldades em lidar com as variáveis x e y, sendo variáveis dependentes e independentes, respectivamente; há forte associação entre a função e as ferramentas analíticas que a descrevem; há mais evidência de concepção ação do que concepção processo para funções; alguns professores apresentam problemas com a exatidão ou precisão na linguagem escrita; os exemplos explicitados restringem-se àqueles ensinados no 2º grau; há evidências de que a variação dos

elementos do domínio, do conjunto dos números reais, tem “modelos” no dos números inteiros; há problemas quando o domínio é restrito ao conjunto dos números naturais; não é possível trabalhar no 2º grau com o nível de formalização visto na universidade.

A partir dessas unidades de significados, construiu categoriais para obter uma visão mais ampla das concepções de função dos professores entrevistados, e também da linguagem matemática utilizada por eles. Em síntese, a autora disse que:

As categorias anteriores parecem mostrar que os professores usam, em suas expressões através da linguagem matemática, caracterizações formais para o conceito de função que vão além do que seria essencial para a boa compreensão do conceito e que, muitas vezes, ficam, também para eles, sem significado. Estas caracterizações estão impregnadas em sua prática, mas falta uma conscientização de como elas auxiliam em sua formação conceitual e também na do aluno. (ZUFFI, 2001, p. 118).

Das observações das aulas, a autora destacou que os professores: utilizavam o termo dependência como sinônimo de função; consideravam que a relação ou correspondência deve ser expressa por uma regra ou lei; a ausência de correspondência entre duas variáveis não os impediu de conceber uma dada expressão algébrica como função; demonstravam confundir lei de uma função (na forma algébrica) com a equação que determina seus zeros; utilizavam termos ou símbolos de forma inadequada.

Das análises das entrevistas, a autora destacou também que:

(...) os professores do Ensino Médio apresentam, em termos formais, a definição mais moderna do conceito. Entretanto, em suas manipulações com cálculos e construção de gráficos, tidas como “práticas”, não atingem toda a complexidade da definição. (ZUFFI, 2001, p. 181).

(...) o professor do Ensino Médio assume vários pressupostos sobre a lógica envolvida no conceito de função, seja como parte já integrante do pensamento de seus alunos, seja como algo que eles vão adquirindo sozinhos, e naturalmente, ao trabalharem com os exemplos algébricos, os cálculos de valores para as funções e as construções de seus gráficos, sem a necessidade de explicitação desses pressupostos. (ZUFFI, 2001, p. 183).

Para o caso de função, o que se verificou através da linguagem matemática utilizada pelos professores do Ensino Médio, é que os símbolos usados na representação das funções passam a se tornar objetos concretos, porém, sem que haja, antes disso, a abstração dos significados neles contidos. (ZUFFI, 2001, p. 186).

Na utilização de sua linguagem matemática para caracterizar o ‘objeto’ função, estes professores têm como prioridade a apresentação de

exemplos, os quais, por sua vez, não abrangem toda a profundidade da definição formal que eles apresentam. (ZUFFI, 2001, p. 192). Vemos, então, uma linguagem matemática de sala de aula que se pauta, ainda, pela apresentação de regras de sintaxe, que determinam o funcionamento de cálculos algébricos, aritméticos e a representação gráfica, sempre a partir do algébrico. (ZUFFI, 2001, p. 192).

5.8 Dissertação de Constantino Veríssimo dos Santos Filho

Na dissertação “Conceito de função – uma abordagem do processo ensino-aprendizagem utilizando-se o computador como recurso didático”, Santos Filho (2003) objetivou avaliar mudança metodológica do professor de matemática quanto ao uso do computador como ferramenta no estudo de funções.

Apresentou um estudo histórico epistemológico sobre o processo evolutivo do conceito de função dando ênfase a quatro tipos de representação: “verbal, numérica, visual e algébrica” (p.87). Discute funções básicas utilizadas no Ensino Médio e a geração de novas funções a partir de operações gráficas como translações por deslocamentos verticais e horizontais, reflexões e esticamentos horizontais e verticais e operações de funções.

O autor utilizou, em sua pesquisa, observação de aulas e entrevistas semi-estruturadas como ferramentas de coleta de dados. Observou quarenta e seis aulas de Matemática, quatorze delas no Laboratório de Informática. Essas aulas foram ministradas por dois professores em uma classe da 1ª série do Ensino Médio de uma escola particular. As entrevistas foram realizadas com quatro professores, sendo dois os que ministraram as aulas, e com oito dos alunos daquela classe. Como resultado das observações das aulas, foi destacado que predominantemente eram utilizadas as representações algébrica e visual, e que a construção de gráficos estava condicionada à construção de tabelas de valores. Constatou que os professores preocupam-se em contextualizar o ensino de funções, fazendo relações com o cotidiano dos alunos.

Os professores indicaram que seus alunos tinham dificuldade na interface entre as representações algébrica e visual, mesmo conseguindo estabelecer os estudos dessas duas representações isoladamente. Sobre a utilização do

laboratório de informática para o estudo das representações gráficas das funções, o autor ressaltou que antes os conceitos foram previamente discutidos em sala de aula.

Os professores apresentaram resistência na utilização do laboratório de informática, mesmo assim os alunos apontaram que as aulas se tornaram mais dinâmicas, pois eles puderam interagir com o *software* Graphmática na busca de estabelecer conexões entre a representação algébrica e a visual e, também, com o professor, mostrando assim, uma mudança no processo de interação entre aluno e professor.

Foi enfatizado pelo autor que, com o uso da informática, o professor deixa de ser o centro do processo para tornar-se um organizador de atividades, pronto a novas descobertas, promovendo a aliança entre teoria e prática. Destacou que houve maior proximidade dos professores com os alunos e entre os alunos, e que esses passaram a compartilhar dúvidas e estratégias quando da realização dos trabalhos em duplas.

5.9 Dissertação de Roberta Nara Sodr  de Souza

Souza (2003), em sua disserta o “A constru o da no o de fun o linear: transitando em diferentes registros de representa o semi ticos” teve como objetivo:

Verificar se a capacidade de tratar e fazer a convers o entre diferentes registros de representa o da fun o linear, no cotidiano escolar, possibilita o uso eficaz dessa capacidade como uma ferramenta na resolu o de problemas, que envolvam esse tipo de fun o, por adolescentes de 14 a 16 anos. (SOUZA, 2003, p. 18).

A autora adotou como referencial te rico as id ias de registro de representa o semi tica de Raymond Duval e classificou os registros da seguinte forma: linguagem natural, tabular, gr fico e alg brico. Adotou tamb m o jogo de quadros e a dial tica ferramenta - objeto de R gine Douady.

Realizou um levantamento hist rico do conceito de fun o e o papel dos registros de representa o em sua evolu o.

Realizou também análise de cinco coleções de livros didáticos para o Ensino Médio com foco na função linear e constatou que:

- os quatros registros de representação são utilizados em quase todos os livros;
- em geral não são apresentadas referências históricas do conceito de função;
- foram encontradas situações que envolvem conversões do registro gráfico para o algébrico;
- a maior parte dos livros não apresenta a conversão do registro algébrico para o registro geométrico do coeficiente angular;
- as soluções dos problemas se dão por meio de um único registro de representação;
- a maior parte dos livros apresenta a função linear como um caso específico de função afim;
- quase não se discute a função linear como um modelo de proporcionalidade;

Utilizou a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa que foi desenvolvida nas cinco fases seguintes:

- Fase 1: realização de um pré-teste – seqüência com quatorze questões aplicadas a noventa e nove alunos da 1ª série do Ensino Médio do colégio de aplicação de uma universidade particular. O objetivo foi observar concepções dos alunos referentes ao conceito de função linear, e condições de utilização dos registros de representação dessa função. A análise *a posteriori* do pré-teste indicou que o conceito de função linear, no sentido matemático, não era um conhecimento adquirido pelos alunos.
- Fase 2: elaboração e aplicação de uma seqüência didática – duas atividades aplicadas a noventa e dois alunos com o objetivo de construir o conceito de função linear.
- Fase 3: resolução de problemas, correção e discussão – continuação da aplicação da seqüência com resolução de seis problemas, em grupos de 2 a 4 alunos ou individualmente.
- Fase 4: realização de uma atividade com funções expressando atividades do cotidiano e em outros campos do conhecimento (Física, Biologia, Química, outros).
- Fase 5 – realização de pós-teste com o objetivo de avaliar os avanços dos alunos em relação ao pré-teste.

Os resultados apontaram que houve evolução no conhecimento dos alunos sobre o conceito de função e de função linear. Quanto às conversões de registros de representação, destacou: a dificuldade apresentada na transformação do registro tabular para o registro da linguagem natural; um número maior de acertos na conversão dos registros algébricos para o gráfico do que no sentido contrário.

Apontou que o maior número de erros ocorreu nas conversões dos registros gráficos para o da linguagem natural. Relatou que houve maior utilização da conversão e do tratamento como estratégia no desenvolvimento da resolução de problemas, acarretando um aumento significativo no número de acertos das atividades propostas.

5.10 Artigo de Dubinsky & Harel

Dubinsky & Harel (1992) apresentam, no artigo “The nature of the process conception of function”, o resultado da análise de entrevistas realizadas com quatro estudantes, escolhidos de um grupo de vinte e dois estudantes universitários que cursavam a disciplina Matemática Discreta. Essas entrevistas ocorreram após suas participações em atividades computacionais instrucionais realizadas no programa ISETL e baseadas na teoria construtivista de aprendizagem.

A análise das entrevistas foi realizada a partir de uma teoria sobre a compreensão do conceito de função elaborada pelos autores e outros colaboradores. Nessa teoria, apresentam as seguintes concepções do conceito de função:

- Conceção pré-função: é aquela em que estudantes não conseguem explicitar o que pensam sobre o conceito, ou ainda quando o fazem é sem clareza, embora possam reconhecer o conceito simbolicamente. Por exemplo, os estudantes que identificam uma equação com o conceito de função.
- Conceção ação: é aquela apresentada pelos estudantes que são capazes de realizar e repetir uma “manipulação mental ou física” de objetos. Tal concepção de função envolveria, por exemplo, a habilidade em substituir letra por número

em uma expressão algébrica e realizar o cálculo. É uma concepção estática na qual o indivíduo pensa e executa um passo de cada vez.

– Concepção processo: envolve uma transformação dinâmica de objetos de acordo com alguns meios que podem se repetir, isto é, a partir de um objeto dado, realizam manipulações que produzem o mesmo objeto transformado. Por exemplo, na presença da pergunta o que é uma função, os alunos respondem: uma função é uma operação que a um valor dado, devolve-lhe um valor correspondente.

– Concepção objeto: uma função é concebida como objeto, quando é possível executar ações que a transformem. Uma concepção objeto é construída encapsulando um processo. Não há interesse na concepção objeto no referido artigo.

Os autores evidenciaram que as atividades computacionais instrucionais possibilitaram uma evolução na concepção de função dos estudantes, passando da concepção pré-função ou ação para concepção processo. Mas detectaram algumas restrições dos estudantes que ainda permaneciam nela e isso se constituíam como dificuldades na compreensão do conceito de função: restrição de manipulação (devem-se executar manipulações explícitas para a saída de um dado); restrição de quantidade (entrada e saída de dados deve ser número); restrição de continuidade (gráfico da função deve ser contínuo).

Apresentaram de forma resumida quatro resultados, como segue:

Primeiro: a manipulação é um fator crucial para os estudantes decidirem se uma situação descreve ou não uma função.

Segundo: a autonomia dos estudantes para construir processos depende da presença do algoritmo.

Terceiro: uma concepção processo pode ajudar os estudantes a evitar a confusão da unicidade exigida na conceituação de função com a unicidade exigida na conceituação de função injetora.

Quarto: a maioria dos estudantes superou a restrição da continuidade do gráfico e alguns ficaram atentos à esta restrição.

5.11 Artigo de Anna Sierpinska

Sierpinska (1992), no artigo “On Understanding The Notion of Function”, realizou um estudo dos obstáculos epistemológicos da evolução histórica do conceito de função, discutiu a compreensão do conceito de função dos estudantes e as suas dificuldades. Essa discussão envolveu confronto com os obstáculos de modo a estabelecer um ato de compreensão (AC) dos estudantes para cada obstáculo epistemológico (OE), o que permite superar as dificuldades.

Para ela, a compreensão do conceito de função significa poder lidar com as várias relações entre as respostas dadas às duas questões: O que diz a definição de função? Sobre o que trata a definição?

A autora argumentou que a compreensão do significado de um conceito matemático é apresentada como uma relação à concepção representacional simbólica e como um objeto. A seguir, apresentaremos os obstáculos epistemológicos (OE) e os atos de compreensão (AC) que se relacionam a eles:

(OE1) Obstáculo ligado a uma filosofia matemática que não diz respeito a problemas práticos.

(AC1) Identificação de mudanças observadas no mundo como um problema prático a ser resolvido.

(OE2) Técnicas computacionais usadas para produzir tabelas de relações numéricas não são válidas como objetos de estudo da Matemática.

(AC2) Identificação de regularidades nas relações entre as variáveis, como maneira de lidar com elas.

(OE3) Nas mudanças tomadas como fenômenos, focaliza-se em como as coisas mudam e ignora-se o que muda.

(AC3) Identificação das quantidades constantes e das variáveis (sujeitos de mudança).

(OE4) Pensar em termos de equações e desconhecidos a serem extraídos delas.

(AC4) Discriminar dois modos de pensamento matemático: um, em termos de quantidades conhecidas e desconhecidas, outro, em termos de quantidades constantes ou variáveis.

(OE5) Considerar a ordem das variáveis como irrelevante.

(AC5) A discriminação entre as variáveis dependentes e as variáveis independentes.

(OE6) Concepção heterogênea do conceito de número.

(AC6) Generalização e síntese do conceito de número.

(OE7) Uma filosofia pitagórica do conceito de número: tudo é número.

(AC7) Discriminação entre número e quantidade.

(OE8) Lei em física e função em matemática não tem nada em comum, pertencem a domínios diferentes de pensamento.

(AC8) A síntese dos conceitos de lei e o conceito de função como ferramenta para modelar as magnitudes físicas e outras.

(OE9) Proporção é um tipo privilegiado de relação.

(AC9) Discriminação entre uma função e as ferramentas analíticas usadas para descrever sua lei.

(OE10) Forte crença no poder de operações formais em expressões algébricas.

(AC10) Discriminação entre definições matemáticas e descrições de objetos.

(OE11) Somente relacionamentos descritíveis por fórmulas analíticas são dignos de serem chamados de funções.

(AC11) Síntese da concepção geral de função como um objeto.

(OE12) Definição é uma descrição de um objeto. A definição não determina o objeto, e sim, o objeto determina a definição.

(AC12) Discriminação entre o conceito de definição e o de relação.

(OE13) Funções são seqüências.

(AC13) Discriminação entre as noções de função qualquer e seqüência.

(OE14) Coordenadas de um ponto são segmentos de retas, não números.

(AC14) Discriminação entre as coordenadas de um ponto e os segmentos de reta.

(OE15) O gráfico de uma função é um modelo geométrico de um relacionamento funcional.

(AC15) Discriminação entre as diferentes representações da função.

(OE16) As mudanças de uma variável são mudanças no tempo.

(AC16) As sínteses das diferentes abordagens sobre funções, representando funções e falando sobre elas.

A autora expõe os seguintes atos de compreensão, porém não indica a quais obstáculos se referem:

(AC17) Generalização de uma noção de variável.

(AC 18) A síntese dos papéis da noção de função na História da Ciência: as buscas por relacionamentos funcionais e causais são ambas expressões do empreendimento humano para entender e explicar as mudanças no mundo.

(AC 19) A discriminação entre as noções de relacionamentos funcionais e causais.

Sierpinska (1992) infere que uma das implicações pedagógicas dos obstáculos epistemológicos é que o conceito de função não aparece para os alunos como uma das possíveis ferramentas, para resolver problemas do cotidiano e, assim, esse conceito não tem sentido para eles fora da sala de aula.

Ela apontou que a análise epistemológica do conceito permite sugerir algumas recomendações pedagógicas para o ensino tais como:

- 1- Sobre motivação: dar oportunidades aos alunos de usarem o conhecimento sobre funções na explicação de fenômenos de seu dia-a-dia ou de outras ciências a partir de modelos de relacionamentos de variáveis que observam.
- 2- Sobre textos introdutórios: apresentar as funções na forma analítica como ferramenta de modelagem de situações da vida real ou da ciência a partir de discussões em sala de aula.
- 3- Sobre os conceitos de desenvolvimento: usar métodos de interpolação para construção de tabelas numéricas obtidas em contextos matemáticos, a fim de aprofundar os níveis de abordagem do conceito de função.
- 4- Sobre o desenvolvimento de um nível mais elaborado da compreensão de funções: incentivar os alunos a verbalizarem os sujeitos de mudanças, tornando-os capazes não somente a indicar como isso muda, mas também o que muda.
- 5- Sobre os pré-requisitos: desenvolver nos alunos uma cultura algébrica de nível estrutural antes de introduzir a definição geral de função.

6- Sobre representações: prover os alunos com um amplo espectro de formas de apresentar relações funcionais (aplicações, transformações, etc) e dar-lhes flexibilidade, para usá-las em situações aplicadas.

7- Sobre as definições: introduzir a definição de função no nível do Ensino Médio de um modo mais informal, como exemplo, a definição de Dirichlet e deixar o estudo das relações para o nível superior.

8- Sobre a discriminação entre similaridades e diferenças entre relações causais e funcionais, para contribuir na compreensão de ambas.

Sierpinska finalizou o artigo destacando a importância da ocorrência da tensão emocional durante a realização dos atos de compreensão dos conceitos matemáticos para superação de obstáculo, pois “a tarefa educacional verdadeira consiste em administrar e não em eliminar a tensão” (SIERPINSKA, 1992, p. 58, tradução nossa).

5.12 Artigo de Markovits, Eylon & Brucheimer

Markovits, Eylon & Brucheimer (1994), em seu artigo “Dificuldades dos alunos com o conceito de função”, discutem os resultados de uma pesquisa realizada com alunos da nona e décima série que já haviam estudado funções lineares e funções em geral, ou seja, conheciam o conceito de função. Os pesquisadores investigaram dificuldades e concepções errôneas dos alunos na tentativa de determinar as causas desses erros para tentar superá-los.

Na elaboração das tarefas para os alunos, estabeleceram alguns componentes de compreensão do conceito de função. Os componentes são: capacidade de classificar relações em funções e não-funções; capacidade de dar um exemplo de uma relação que é função e de uma que não é; para uma dada função, capacidade de identificar pré-imagens, imagens, e pares (pré-imagem, imagem); para uma dada função, capacidade de achar a imagem para uma dada

pré-imagem e vice-versa; capacidade de identificar duas funções iguais; capacidade de passar de uma forma de representação para outra; capacidade de identificar funções, satisfazendo certas condições dadas; capacidade de dar exemplos de funções, satisfazendo certas condições dadas.

Elaboraram uma seqüência de atividades, na qual cada um dos componentes foi contemplado em um ou dois exercícios por meio da apresentação de funções nas representações gráficas e algébricas.

Nos resultados, descreveram as dificuldades e concepções errôneas observadas e sugerem ações “corretivas” que visam à superação das dificuldades. Tais ações já estão sendo aplicadas em revisões curriculares que estão a seus encargos. São elas:

- dificuldades para localizar pré-imagens e imagens nos eixos em representações gráficas;
- ação “corretiva”: fazer perguntas a respeito das conexões entre os componentes de uma função e sua representação gráfica e exercitar nos primeiros passos da apresentação do conceito, o duplo papel dos eixos coordenados.
- dificuldades para identificar imagens e pares (pré-imagem, imagem), para funções dadas na representação algébrica.
- ação “corretiva”: ensinar a realizar a verificação em três passos, sendo o primeiro, verificar se o número pertence ao contradomínio, o segundo, calcular a pré-imagem e, o terceiro, testar se essa pré-imagem pertence ao domínio.
- dificuldade para distinguir entre o conjunto imagem e o contradomínio.
- ação “corretiva”: fazer perguntas específicas que obriguem os alunos a determinarem os dois conjuntos.
- concepções errôneas: toda função é uma função linear na concepção de muitos alunos.
- ação “corretiva”: incluir no capítulo de funções lineares algumas funções não-lineares, para que os alunos identifiquem as diferenças.
- dificuldades com certos tipos de funções: os alunos têm dificuldades com a função constante.

- ação “corretiva”: solicitar que encontrem a imagem para vários valores do domínio, que façam um diagrama de flechas para a função e, em seguida, que tracem o gráfico.

Na conclusão, os autores apontaram que os alunos têm mais facilidade em lidar com funções na representação gráfica do que algébrica e sugerem inversão nos estudos, iniciando com as representações gráficas. Recomendam, ainda, levar em conta um contexto histórico no ensino do conceito de função.

5. 13 Informações complementares sobre as doze pesquisas

Apresentamos, neste tópico, cinco quadros que visam à organização de dados.

No Quadro 6, indicamos o universo em que foram realizadas as pesquisas: Ensino Fundamental, Ensino Médio ou Ensino Superior; no Quadro 7, relacionamos os teóricos referenciados pelos pesquisadores; no Quadro 8, apresentamos os procedimentos metodológicos utilizados; no Quadro 9, indicamos dificuldades de alunos e professores com o conceito de função e; por fim, no Quadro 10, as sugestões dos pesquisadores para minimizar as dificuldades por eles apontadas.

QUADRO 6: Caracterização dos sujeitos de pesquisa

N	AUTOR	SUJEITOS DE PESQUISA
01	MENDES, Maria Helena Monteiro	25 Professores de Matemática do Ensino Médio; 67 alunos universitários.
02	SIMÕES, Maria Helena Pinedo	23 alunos da 8ª série do Ensino Fundamental.
03	SCHWARZ, Osmar	40 alunos da 3ª série do Ensino Médio.
04	OLIVEIRA, Nanci de	17 professores de Matemática do Ensino Médio; 22 alunos do 1º ano de engenharia.
05	MACHADO, Airton Carrião	21 alunos da 1ª série do Ensino Médio com bom desempenho em Matemática.
06	RÊGO, Rogéria Gaudencio do	Duas turmas da 1ª série do Ensino Medi.
07	ZUFFI, Edna Maura	7 professores do Ensino Médio.
08	SANTOS FILHO, Constantino Veríssimo dos	4 professores do Ensino Médio; 8 alunos da 8ª série do Ensino Fundamental.
09	SOUZA, Roberta Nara Sodré de	99 alunos da 1ª série do Ensino Médio.
10	DUBINSKY & HAREL	22 estudantes universitários.
11	SIERPINSKA, Anna	Material bibliográfico.
12	MARKOVITS, EYLON & BRUCHEIMER	Alunos da nona e décima série.

Podemos inferir do Quadro 6 que há: uma pesquisa bibliográfica; quatro em que os sujeitos de pesquisa são professores de Matemática do Ensino Médio; três pesquisas voltadas para estudantes universitários; duas para alunos da 8ª série do Ensino Fundamental e cinco para alunos do Ensino Médio.

Alguns pesquisadores como Simões; Oliveira e Machado realizaram, ainda, análise de livros didáticos.

Pelo exposto, podemos concluir que todos os níveis de ensino, nos quais o conceito de função é apresentado, foram contemplados pelos pesquisadores, e que a maioria das pesquisas tem como sujeitos, professores e alunos do Ensino Médio.

Machado (1998) inovou ao tomar como sujeitos de pesquisa alunos que possuíam bom desempenho em Matemática e para os quais essa disciplina era a preferida.

No Quadro 7, apresentamos os teóricos referenciados pelos pesquisadores.

QUADRO 7: Teóricos utilizados nas pesquisas

N	AUTOR	REFERENCIAL TEÓRICO
01	MENDES, Maria Helena Monteiro	Dubinsky & Harel (1992); Sfard (1992)
02	SIMÕES, Maria Helena Pinedo	Douady (1984)
03	SCHWARZ, Osmar	Sfard (1992)
04	OLIVEIRA, Nanci de	Brousseau (1988); Chevalard (1991); Douady (1986-1987); Duval (1988); Cotret (1987-1988); Dubinsky (1992)
05	MACHADO, Airton Carrião	Vinner (1994); Mortimer (1994)
06	RÊGO, Rogéria Gaudencio do	Dubinsky & Harel (1992); Caraça (1984); Sierpiska (1992)
07	ZUFFI, Edna Maura	Vygotsky (1989); Vinner (1991); Dubinsky & Harel (1992); Sierpiska (1992)
08	SANTOS FILHO, Constantino Veríssimo dos	Borba (2001)
09	SOUZA, Roberta Nara Sodré de	Duval (1993); Douady (1986)
10	DUBINSKY & HAREL	Dubinsky & Harel
11	SIERPINSKA, Anna	Sierpiska
12	MARKOVITS, EYLON & BRUCHEIMER	Markovits, Eylon & Brucheimer (1983)

No Quadro 7, podemos constatar que o teórico mais referenciado pelos pesquisadores foi Dubinsky & Harel. Douady foi referenciada em três das pesquisas; Sierpiska por três pesquisadores; Vinner e Duval, por dois pesquisadores e os demais por um pesquisador.

Pelo exposto, podemos notar que há uma diversidade de teorias utilizadas como referencial de pesquisa. Os teóricos mais citados, Dubinsky & Harel e Sierpinska, desenvolveram suas teorias nas décadas de 1980 e 1990.

No Quadro 8, apresentamos os procedimentos metodológicos.

QUADRO 8: Procedimentos metodológicos utilizados nas pesquisas

N	AUTOR	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS
01	MENDES, Maria Helena Monteiro	Aplicou questionário e entrevistou Professores de Matemática do Ensino Médio; Aplicou questionários a alunos universitários
02	SIMÕES, Maria Helena Pinedo	Aplicou seqüência didática a alunos da 8ª série do Ensino Fundamental; analisou livros didáticos.
03	SCHWARZ, Osmar	Aplicou seqüência didática a alunos da 3ª série do Ensino Médio
04	OLIVEIRA, Nanci de	Aplicou questionário a professores de Matemática do Ensino Médio; aplicou seqüência didática a alunos do 1º ano de engenharia; analisou livros didáticos.
05	MACHADO, Airton Carrião	Aplicou testes a alunos da 1ª série do Ensino Médio com bom desempenho em Matemática; analisou livros didáticos.
06	RÊGO, Rogéria Gaudencio do	Aplicou testes para duas turmas da 1ª série do Ensino Médio, sendo que uma turma teve aula tradicional e a outra vivenciou uma proposta pedagógica de intervenção. Tratou os dados quantitativamente e qualitativamente.
07	ZUFFI, Edna Maura	Aplicou questionário e entrevistas a professores do Ensino Médio; observou aulas de 3 professores.
08	SANTOS FILHO, Constantino Veríssimo dos	Entrevistou 4 professores do Ensino Médio e 8 alunos da 8ª série do Ensino Fundamental; observou aulas de 2 professores.
09	SOUZA, Roberta Nara Sodré de	Aplicou seqüência didática a alunos da 1ª série do Ensino Médio
10	DUBINSKY & HAREL	Análise de quatro entrevistas realizadas com 22 estudantes universitários que fizeram atividades instrucionais computacionais.
11	SIERPINSKA, Anna	Pesquisa bibliográfica
12	MARKOVITS, EYLON & BRUCHEIMER	Aplicou testes a alunos da nona e décima série.

Foram detectadas pesquisas que utilizaram questionário e entrevistas semi-estruturadas; seqüências didáticas; seqüência de atividades; aplicação de testes; análise de livros didáticos e de material bibliográfico em geral.

No Quadro 9, apresentamos as dificuldades de alunos e professores com o conceito de função.

QUADRO 9: Dificuldades de alunos e professores com o conceito de função

N	AUTOR	DIFICULDADES
01	MENDES, Maria Helena Monteiro	Univalência; restrição da manipulação; restrição da quantidade; restrição da continuidade; restrição da unicidade do <i>input</i> para um dado <i>output</i> ; confusão entre as noções de função e equação; não entendimento dos conectivos lógicos; noção de arbitrariedade; pré-requisitos necessários à aprendizagem do conceito de função.
02	SIMÕES, Maria Helena Pinedo	Usar como coeficiente dos monômios o valor absoluto do número; esboçar gráficos com seus ramos terminando na maior ou menor altura obtida na tabela; confusão de representação de pontos no plano cartesiano.
03	SCHWARZ, Osmar	Não dominar a simbologia de representação algébrica de função; confusão entre domínio e contradomínio; função constante não faz parte do repertório dos alunos; dificuldade em passar do quadro algébrico para o geométrico.
04	OLIVEIRA, Nanci de	Os alunos confundem função com equação; incluem noção de continuidade ao conceito de função; muitos não reconhecem a função constante; alguns não compreendem os registros de representação.
05	MACHADO, Airton Carrião	Trabalhar com conjuntos discretos; usar a idéia de proporção para resolver problemas; interpretar problemas na forma de texto.
06	RÊGO, Rogéria Gaudencio do	Manipular valores fracionários nas equações; baixa compreensão e domínio da linguagem algébrica; localização de pontos no sistema de coordenadas; trabalhar com números negativos.
07	ZUFFI, Edna Maura	Utilizar o termo dependência como sinônimo de função; a relação ou correspondência deve ser expressa por uma regra ou lei; ambigüidade na atribuição de significados para as notações das variáveis dependentes e independentes e aos conjuntos domínio e imagem; considerar um “domínio de validade” que atenda a situação do problema; não observar o caso de tratamento de não funcionalidade; apresentar exemplos apenas com expressões algébricas dadas por uma lei de formação.
08	SANTOS FILHO, Constantino Veríssimo dos	A construção de gráficos está condicionada à utilização de tabelas de valores; interface entre a representação algébrica e visual.
09	SOUZA, Roberta Nara Sodré de	Conversão de registros gráficos para o algébrico.
10	DUBINSKY & HAREL	Restrição de manipulação; restrição de quantidade; restrição de continuidade em relação à representação gráfica da função.
11	SIERPINSKA, Anna	Obstáculo ligado a uma filosofia matemática que não diz respeito a problemas práticos; técnicas computacionais usadas para produzir tabelas de relações numéricas não são válidas como objetos de estudo da Matemática; referindo-se às mudanças como fenômenos, focar em como as coisas mudam, ignorando o que muda; pensar em termos de equações e desconhecidos a serem extraídos delas; considerar a ordem das variáveis como irrelevante; concepção heterogênea do conceito de número; uma filosofia pitagórica do conceito de número: tudo é número; lei em física e função em matemática não tem nada em comum, pertencem a domínios diferentes de pensamento; proporção é um tipo privilegiado de relação; forte crença no poder de operações formais em expressões algébricas; somente relacionamentos descritíveis por fórmulas analíticas são dignas de serem chamadas de funções; definição é uma descrição de um objeto. A definição não determina o

		objeto, e sim, o objeto determina a definição; funções são seqüências; coordenadas de um ponto são segmentos de retas, não números; o gráfico de uma função é um modelo geométrico de um relacionamento funcional; as mudanças de uma variável são mudanças no tempo.
12	MARKOVITS, EYLON BRUCHEIMER &	Localizar pré-imagens e imagens nos eixos em representações gráficas: os alunos localizam incorretamente pré-imagens e imagens nos gráficos; identificar imagens e pares (pré-imagem, imagem) para funções dadas na forma algébrica: os alunos não conseguem obter imagens e pares para funções na forma algébrica; distinguir entre o conjunto imagem e o contradomínio: muitas vezes os alunos não distinguem o conjunto imagem do conjunto contradomínio; concepções erradas: toda função é um função linear na concepção de muitos alunos; com certos tipos de funções: os alunos têm dificuldades com a função constante; causadas por manipulações técnicas: os alunos apresentam dificuldades em que a regra de correspondência contém funções, pois é mais difícil encontrar as pré-imagens, dadas as imagens, do que vice-versa.

O Quadro 9 indica que nas pesquisas foram identificadas dificuldades tanto entre os alunos dos diversos níveis de ensino quanto com os professores. Indica também que as dificuldades com a conversão do registro gráfico para o algébrico e o não reconhecimento da função constante como função são as mais citadas pelos pesquisadores.

No Quadro 10, apresentamos as sugestões dos autores para minimizar as dificuldades na compreensão do conceito de função.

QUADRO 10: Sugestões para minimizar as dificuldades

N	AUTOR	SUGESTÕES
01	MENDES, Maria Helena Monteiro	Que os professores conheçam a evolução histórica do conceito de função, para entender que há obstáculos na aprendizagem desse conceito e tentar superá-los.
02	SIMÕES, Maria Helena Pinedo	Aplicar a seqüência didática na qual ocorra participação ativa dos alunos na construção do conceito de função do 2º grau, ou seja, mudar a forma de apresentação desse conteúdo.
03	SCHWARZ, Osmar	Revisão no processo de ensino do conceito de função, no qual se deve partir da realidade e do conhecimento do aluno, dando tempo e espaço necessários, para que eles vivenciem as etapas de interiorização e condensação do conteúdo, até chegar ao conceito estrutural.
04	OLIVEIRA, Nanci de	Trabalhar em duplas, acrescentar na apresentação do conceito a passagem da linguagem escrita para tabelas e gráficos e vice-versa; propor situações problemas nas quais haja necessidade de distinguir domínio de contradomínio; propor gráficos e tabelas que representem funções; propor a mudança de quadros do algébrico para o geométrico e vice-versa.
05	MACHADO, Airton Carrião	Levar em conta as concepções prévias dos alunos sobre o conceito de função. Ficar atento às imagens que os alunos possuem do conceito função.
06	RÊGO, Rogéria Gaudencio do	Desenvolvimento um trabalho especial de acompanhamento com aqueles alunos que apresentavam pouco domínio dos

		conteúdos anteriores ao ensino de funções. Resgatar a definição de função como Covariação e trabalhar com os alunos em grupo, para que troquem informações entre si.
07	ZUFFI, Edna Maura	O professor deve usar uma linguagem mais acessível aos alunos, para que esses compreendam o conceito de função, principalmente no início da apresentação, oferecendo condições aos alunos de compreenderem os símbolos usados na representação da função.
08	SANTOS FILHO, Constantino Veríssimo dos	Usar os recursos da informática no ensino de funções, principalmente, na interface entre as representações algébricas e gráficas. Com o uso de um <i>software</i> o professor deixa de ser o centro do processo, para tornar-se um organizador de atividades.
09	SOUZA, Roberta Nara Sodré de	Apresentar situações que exigem conversões entre os vários registros de representação da função e também que os tratamentos como estratégias de resoluções de problemas ocorram em todos os registros.
10	DUBINSKY & HAREL	Propor atividades computacionais instrucionais baseadas na teoria construtivista de aprendizagem.
11	SIERPINSKA, Anna	Identificação de mudanças observadas no mundo como um problema prático a ser resolvido; identificação de regularidades nas relações entre as variáveis, como maneira de lidar com elas; Identificação das quantidades constantes e as variáveis; a discriminação entre dois modos de pensamento matemático: um, em termos de quantidades conhecidas e desconhecidas, outro, em termos de quantidades constantes ou variáveis; a discriminação entre as variáveis dependentes e as variáveis independentes; generalização e síntese do conceito de número; discriminação entre número e quantidade; a síntese dos conceitos de lei e o conceito de função como ferramenta para modelar as magnitudes físicas e outras; discriminação entre uma função e as ferramentas analíticas usadas para descrever sua lei; discriminação entre definições matemáticas e descrições de objetos; Síntese da concepção geral de função como um objeto; discriminação entre o conceito de definição e o de relação; discriminação entre as noções de função e seqüência; discriminação entre as coordenadas de um ponto e os segmentos de reta de uma curva; discriminação entre diferentes meios de representação das funções e das próprias funções; as sínteses das diferentes formas de dar funções, representando funções e falando sobre elas; generalização de uma noção de variável; a síntese dos papéis da noção de função e causa na História da Ciência: as preocupações do fato que procura por relacionamentos funcionais e causais são ambas expressões do empreendimento humano para entender e explicar as mudanças no mundo; a discriminação entre as noções de relacionamentos funcionais e causais.
12	MARKOVITS, EYLON & BRUCHEIMER	Usar um tratamento direto, ou seja, fazer perguntas a respeito das conexões e os componentes da representação gráfica e exercitar nos primeiros passos da apresentação do conceito o duplo papel dos eixos coordenados; ensinar a realizar a verificação em três passos, sendo o primeiro, verificar se o número pertence ao contradomínio, o segundo, calcular a pré-imagem e, o terceiro, testar se essa pré-imagem pertence ao domínio; fazer perguntas específicas que obriguem os alunos a determinarem os dois conjuntos; incluir no capítulo de funções lineares algumas funções não-lineares, para que os alunos aprendam as diferenças; solicitar que encontrem a imagem para vários valores do domínio, que façam um diagrama de flechas para a função e, em seguida que tracem o gráfico.

Pelo Quadro 10, podemos constatar que, em geral, os pesquisadores avaliam que a forma como vem sendo apresentados os temas relacionados ao conceito de função nos livros didáticos e pelos professores, acarreta pouca ou nenhuma participação dos alunos na aprendizagem desse conceito. Deixam, como sugestão, a revisão de práticas com essa característica e propõem que as atividades elaboradas exijam maior participação dos alunos e que levem em consideração seus conhecimentos prévios. Há, como sugestão, a proposta de conversão dos registros de representação; do uso de ferramentas informáticas como facilitador na aprendizagem da representação gráfica da função.

É sugerido que os professores tomem conhecimento da evolução histórica do conceito de função, para poderem identificar as dificuldades de seus alunos; que construam seqüências didáticas; que realizem trabalhos em duplas e apresentem o conceito de função abordando a passagem da linguagem natural para tabelas e vice-versa; que proponham gráficos e tabelas que representem funções; que proponham atividades nos quadros algébrico e geométrico com as respectivas mudanças; que levem em conta as concepções prévias dos alunos sobre o conceito de função, quando de sua apresentação e que fiquem atentos com as imagens que são formadas pelos alunos sobre esse conceito; que os professores realizem um trabalho especial de acompanhamento com alunos que apresentavam pouco domínio dos conteúdos anteriores ao ensino de funções; que haja o resgate da definição de função como Covariação e realização de atividades em grupo, possibilitando troca de informações entre os alunos; que o professor utilize linguagens menos formais que possam ser acessíveis aos alunos no início da apresentação do conceito de função, e que fique atento às diversas representações existentes do conceito de função, oferecendo atividades de tratamento e conversões das mesmas.

Foi sugerido, ainda, o uso de recursos da informática no ensino de funções, principalmente, quando se busca a interface entre as representações algébricas e gráficas e que o professor apresente aos alunos situações que exijam conversões entre os vários registros de representação da função; que os tratamentos como estratégias de resoluções de problemas ocorram em todos os registros.

A seguir, apresentamos, com destaque, alguns dos resultados das doze pesquisas, que consideramos relevantes:

- os professores repetiam as definições de função apresentadas nos livros didáticos;

- a maioria dos alunos tinha concepção pré - função ou concepção ação;

- as dificuldades dos alunos eram aquelas apontadas pelos professores, acrescentando-se, a elas, a dificuldade com noção de arbitrariedade;

- os alunos tiveram melhor desempenho na passagem do quadro algébrico para o geométrico do que vice-versa;

- os livros didáticos dedicavam maior ênfase na passagem do quadro algébrico para o geométrico e, em alguns, nem mesmo apresentavam essa passagem;

- a abordagem, em livros didáticos, que apresenta primeiramente as funções na representação algébrica e depois, na gráfica, pode acarretar obstáculos didáticos;

- os alunos apresentam várias imagens de um mesmo conceito matemático;

- muitos alunos que vivenciaram intervenções pedagógicas propostas nas pesquisas puderam evoluir da concepção pré-função ou ação para a concepção processo;

- o desenvolvimento de atividades em grupo possibilita a evolução de conhecimento e superação de dificuldades por meio de troca de informações entre colegas;

- os professores utilizam uma linguagem formal que dificulta a compreensão do conceito pelo aluno;

- as aulas no laboratório de informática são mais dinâmicas e possibilitam que os alunos interajam com o *software*, na busca de estabelecer conexões entre a representação algébrica e visual e também com o professor;

– foi constatada uma evolução nas concepções dos alunos no pós-teste relativamente à do pré-teste, quando da aplicação de determinadas seqüências indicadas em algumas das pesquisas;

– houve evolução das concepções dos alunos com o desenvolvimento de atividades computacionais instrucionais baseadas na teoria construtivista de aprendizagem para o ensino de funções.

Sierpinska (1992) apresentou uma lista dos obstáculos e também sugestões para superação desses obstáculos a partir de atos de compreensão. Apresentou, também, algumas recomendações pedagógicas para o ensino de funções. Podemos dizer que as recomendações pedagógicas para ensino de funções sugeridas por Sierpinska resumem e ampliam as sugestões anteriormente apresentadas:

1- Sobre motivação: dar oportunidades aos alunos de usarem o conhecimento sobre funções na explicação de fenômenos de seu dia-a-dia ou de outras ciências, a partir de modelos de relacionamentos de variáveis que observam.

2- Sobre textos introdutórios: apresentar as funções na forma analítica como ferramenta de modelagem de situações da vida real ou da ciência a partir de discussões em sala de aula.

3- Sobre os conceitos de desenvolvimento: usar métodos de interpolação para construção de tabelas numéricas obtidas em contextos matemáticos, a fim de aprofundar os níveis da noção de função.

4- Sobre o desenvolvimento de um nível mais elaborado da compreensão de funções: incentivar os alunos a verbalizarem os sujeitos de mudanças, tornando-os capazes de perceberem não somente como isso muda, mas também o que muda.

5- Sobre os pré-requisitos: desenvolver nos alunos uma cultura algébrica de nível estrutural, antes de introduzir a definição geral de função.

6- Sobre representações: prover os alunos com um amplo espectro de funções e dar-lhes flexibilidade para usá-las em situações aplicadas e nos diversos modos de representação a partir das transformações.

7- Sobre as definições: introduzir a definição de função no nível secundário de forma mais informal, como exemplo, a definição de Dirichlet e deixar o estudo das relações para o nível superior.

8- Sobre a discriminação entre a noção de função e outras noções gerais: realizar discussões a respeito de similaridades e diferenças entre relações causais e funcionais, para contribuir na compreensão de ambas.

Markovits, Eylon & Brucheimer (1994) sugerem fazer perguntas a respeito das conexões entre os componentes de uma função e sua representação gráfica e exercitar nos primeiros passos da apresentação do conceito o duplo papel dos eixos coordenados.

Tanto Oliveira (1997) quanto Souza (2003) realizaram análises de livros didáticos, tendo inclusive analisado alguns livros de autores em comum, e podemos perceber que houve uma evolução neste período, pois enquanto Oliveira apontou que os exemplos de funções apresentados traziam, na grande maioria das vezes, as representações algébricas e tabulares e, em seguida, as representações gráficas, sendo dada pouca ênfase no sentido contrário, Souza apontou que houve preocupação da maioria dos autores dos livros analisados em realizar a passagem do registro gráfico para o registro tabular e algébrico, embora não ocorresse com a mesma frequência que no sentido inverso. Machado (1998) também analisou livros didáticos e constatou que as idéias de variação e dependência são pouco exploradas e que a maioria dos exemplos e exercícios envolviam o conjunto dos números reais, fato este que pode gerar obstáculos didáticos.

Com exceção de Dubinsky & Harel e Markovits, Eylon & Brucheimer, os outros pesquisadores realizaram um breve histórico da evolução do conceito de função, ou de seu ensino, na busca de compreender os obstáculos epistemológicos desse conceito e orientaram que os professores devem conhecer tais obstáculos, para identificar as dificuldades dos alunos na aprendizagem do conceito.

Vale ressaltar que essas observações, para melhorar a qualidade do ensino aprendizagem do conceito de função, estão de acordo com as sugestões apresentadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino

Fundamental e para o Ensino Médio. São observações tais como: valorizar as condições prévias dos alunos e abordar o conceito mediante a exploração de situações problemas significativos, além da importância do aluno desempenhar um papel ativo na construção desse conceito.

CAPÍTULO 6

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o objetivo de compreender as dificuldades de nossos alunos sobre o conceito de função, as quais detectamos em nossas experiências de ensino de Matemática e, também, em pesquisas que tratam do referido tema, desenvolvemos o presente estudo. Um estudo do tipo estado da arte foi considerado apropriado para atingir o objetivo anunciado. A elaboração da pesquisa teve como ponto de partida a definição dos tipos de produção científica e o período de suas produções.

A partir dessas definições, quarenta e seis pesquisas foram encontradas. O mapeamento das mesmas foi realizado e possibilitou, como pretendido, inventariar e sistematizar informações sobre o tema.

Sistematizamos informações relativas ao nível de ensino e ao ano de conclusão, as quais revelaram que temos apenas três teses de doutorado e que 52,2% das pesquisas foram concluídas de 2002 a 2005, mostrando o aumento do interesse da área para o tema; relativas à distribuição das pesquisas por região, IES e Programas de Pós-Graduação, mostrando que há uma concentração da produção na Região Sudeste (73,9%) e, especificamente, na PUC/SP (28,3%); relativas ao título, autor e orientador, possibilitaram a inferência de que não há continuidade nas pesquisas realizadas pelo mesmo autor; relativas às questões orientadoras de pesquisa, mostrando uma incidência alta de investigações realizadas com alunos.

Como um dos procedimentos metodológicos, os trabalhos foram organizados a partir das questões orientadoras de pesquisa. Essa categorização objetivou a identificação dos trabalhos que tratavam de forma mais específica o tema das dificuldades na aprendizagem do conceito de função. A partir daí, selecionamos e compilamos as pesquisas, o que permitiu chegar às conclusões agora apresentadas, as quais incluem dados obtidos em dois artigos, de periódico internacional, considerados relevantes na área de Educação Matemática e em um capítulo do livro “As idéias da Álgebra”.

Como resultados das doze pesquisas, podemos apresentar que os professores, de modo geral e os livros didáticos apresentam a noção de função com uma linguagem técnica e distante da realidade do aluno. Para minimizar esse efeito, foi apontada a necessidade de associar a noção de função com problemas ligados a situações contextualizadas, para permitir ao aluno compreender o conceito de função como ferramenta de resolução de problemas. Nessa direção de recomendações, citamos o trabalho de Chaves (2005) que desenvolve atividades de Modelagem Matemática, envolvendo a produção de aprendizagens significativas de funções polinomiais do 1º e 2º graus, função exponencial e logaritmos para a compreensão de questões ambientais relacionadas com a água.

Os quadros indicam que este estudo tenha apresentado respostas às questões tomadas como diretrizes elencadas no capítulo 2: o que as pesquisas realizadas, no período definido, revelam sobre as dificuldades de alunos (dos diversos níveis de ensino) na aprendizagem da noção de função? O que elas apontam como possibilidades ou alternativas para superar, minimizar essas dificuldades?

Os dados coletados contribuíram para que tomássemos contato com fatores de diversas ordens que podem gerar dificuldades na aprendizagem do conceito de função e que um primeiro passo para o enfrentamento dos mesmos é conhecê-los e, portanto, um estudo estado da arte é oportuno para isso. Pudemos também conhecer propostas dos pesquisadores de enfrentamento das dificuldades sob diversos prismas de ação e de embasamentos teóricos. Todas as reflexões apresentadas neste estudo trazem contribuições para a Educação Matemática, na medida em que apresentam resultados positivos das intervenções realizadas em sala de aula, o que os torna relevantes para a área.

Na maioria das quarenta e seis pesquisas, os autores realizaram estudos históricos sobre a evolução do conceito de função. Vale ressaltar que tais estudos são repetitivos e tinham como fonte de pesquisa Youschkevitch, 1976, ou ainda, pesquisas já realizadas que referenciavam esse autor. Pensamos que, numa perspectiva de continuidade das pesquisas, novos estudos podem referenciar estudos já realizados ao invés de repetir a cada momento os mesmos dados.

As pesquisas apontam sugestões para melhoria da qualidade do ensino, mas pouco disso é utilizado no dia a dia da sala de aula, assim, levantamos outra questão: o que podemos fazer para que os resultados de pesquisas sejam utilizados por autores de livros didáticos e assim cheguem até os professores, considerando que o principal instrumento utilizado por estes para o preparo de suas aulas é o livro didático?

O fato de inúmeros estudos mostrarem as dificuldades dos alunos, na leitura e interpretação das representações gráficas, levou vários pesquisadores a proporem alternativas como o uso de seqüências didáticas, o uso de meios informáticos, na busca de minimizar tais dificuldades. O uso de *software* no ensino de gráficos de função se mostrou uma possibilidade de superar as dificuldades apontadas em diversas pesquisas com relação ao registro de representação gráfica, na mudança de um registro para outro, já que os resultados apresentados foram bastante satisfatórios para os objetivos propostos nas pesquisas.

Em geral, quase a totalidade dos trabalhos focalizava separadamente o aluno e o professor. Poucos propõem verificar a explicitação dos significados para o conceito de função nas atividades de produção e negociação de significados entre acadêmico/professor, aluno/aluno, aluno/professor. Dentre elas, podemos destacar o trabalho de Barbosa (2002), que teve como sujeitos de pesquisa professores e alunos. As dificuldades apresentadas por alunos e professores, em geral, foram as mesmas e o curioso é que esses resultados pouco têm contribuído para a melhoria do ensino desse tema tão importante para a formação de um cidadão crítico e para mudanças no seu ensino nos cursos de Licenciatura.

Diante das dificuldades apresentadas e das possibilidades de superação, inferimos que os autores de livro didático têm um papel fundamental na contribuição da melhoria do ensino de funções, no que tange à forma de apresentação do conceito, visando a auxiliar os docentes em suas práticas. Além dos autores, o professor, que é o destinatário do livro didático, precisa conhecer os resultados de pesquisa, para melhor contribuir com a qualidade do ensino e apresentando aos alunos situações novas que sejam significativas. Só o professor pode, a cada situação, perceber quais resultados de pesquisa podem

auxiliá-lo em sua prática, pois esses resultados são sempre permeados pela situação da sala de aula.

Esperamos que este trabalho possa contribuir com professores e pesquisadores no sentido de possibilitar condições para melhoria de seus trabalhos e, também, com a continuidade de outras pesquisas. Podemos dizer que foi bastante oneroso a efetivação de levantamento das pesquisas, porém foi bastante compensador, na medida em que oferecemos à comunidade da Educação Matemática uma fonte considerável de consulta.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, Edson Pereira. **Significados Produzidos sobre o Conceito de Função Matemática em Sala de Aula: Análise de uma Trajetória da Formação de Professores de Matemática ao Ensino Fundamental**. 2002. 189p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio**. Brasília: MEC/Semtec, 1999.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Brasília: ME/SEB, 2006.

CHAVES, Maria Isaura de Albuquerque. **Modelando matematicamente questões ambientais relacionadas com a água a propósito do ensino-aprendizagem de funções na 1ª série do ensino médio**. 2005. 151f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico, Universidade Federal do Pará, Belém.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Educação Matemática: uma visão do estado da arte. **Pro-Posições**. Cortez, v. 4, nº 1, Unicamp, p.7-16, 1993.

DUBINSKY, Ed; HAREL, Guershon. The Nature Of The Process Conception Of Function. In: DUBINSKY, Ed; HAREL, Guershon (Edit.) **The Concept of Function, Aspects of Epistemology and Pedagogy**. Mathematical Association of America, MAA Notes and Reports Series, v.25, p. 85-106, 1992.

FERREIRA, Norma Sandra de Almeida. As pesquisas denominadas "estado da arte". **Educação & Sociedade**, ano XXIII, n. 79. Campinas, Unicamp, Cedes, 2002, p. 257-272.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006.

FIORENTINI, Dario. Tendências temáticas e metodológicas da pesquisa em Educação Matemática no Brasil. In: **Anais do I Encontro Paulista de Educação Matemática**, 1989.

_____. **Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática**. 1994. 414f. Tese (Doutorado em Metodologia de Ensino) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

JUNHO, Benedito Afonso Pinto. **Panorama das dissertações de Educação Matemática sobre o ensino superior da PUC-SP de 1994 a 2000.** 2003. 156f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

MACHADO, Airton Carrião. **A Aquisição do conceito de função: perfil das imagens produzidas pelos alunos.** 1998. 198p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

MARKOVITS, Zvia, EYLON, Bat S., BRUCKHEIMER, Maxim. Dificuldades dos alunos com o conceito de função. In: **As idéias da Álgebra.** São Paulo: Atual, 1994. p. 49-69.

MENDES, Maria Helena Monteiro. **O conceito de função: aspectos históricos e dificuldades apresentadas por alunos na transição do segundo para o terceiro grau.** 1994. 131f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

MESSINA, Graciela. Investigacion acerca de la formacion docente: um estado da arte en los noventa. **Revista Iberoamericana de Educación.** n. 19, 1999.

MORTIMER, E. F. **Evolução do atomismo em sala de aula: mudança de perfis conceituais.** 1994. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo.

OLIVEIRA, Eliane Alcântara de. **A Educação Matemática & Ensino Médio: um panorama das pesquisas produzidas na PUC/SP.** 2003. 160f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

OLIVEIRA, Nanci de. **Conceito de função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem.** 1997. 165f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

RÊGO, Rogéria Gaudencio do. **Um estudo sobre a construção do conceito de função.** 2000. 247p. Tese. (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal.

SANTOS FILHO, Constantino Veríssimo dos. **Conceito de função: uma abordagem do processo ensino - aprendizagem utilizando-se o computador como recurso didático.** 2003. 136p. Dissertação (Mestrado em Tecnologia) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte.

SCHWARZ, Osmar. **Sobre as concepções de função dos alunos ao término do 2º grau.** 1995. 161f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SFARD, Anna. Operational Origins of Mathematical Objects and The Quandary of Reification – The case of Function. In: DUBINSKY, Ed; HAREL, Guershon

(Edit.) **The Concept of Function, Aspects of Epistemology and Pedagogy.** Mathematical Association of America, MAA Notes and Reports Series, v.25, p. 59-84, 1992.

SIERPINSKA, Anna. On understanding the notion of function. In: DUBINSKY, Ed; HAREL, Guershon (Edit.) **The Concept of Function, Aspects of Epistemology and Pedagogy.** Mathematical Association of America, MAA Notes and Reports Series, v.25, p. 25-58, 1992.

SIMÕES, Maria Helena Pinedo. **Uma seqüência para o ensino/aprendizagem de função do 2º grau.** 1995. 259f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SOUZA, Roberta Nara Sodr  de. **A constru o da no o de fun o linear: transitando em diferentes registros semi ticos.** 2003. 164f. Disserta o (Mestrado em Educa o) – Universidade do Vale do Itaja , Itaja .

VINNER, S. The role of definitions in the teaching and learning of Mathematics. In: TAL, D. **Advanced Mathematical Thinking** – Mathematics Education Library, v. 11. Daordrecht/Boston/London: Kluver Academic Publishes.

ZUFFI, Edna Maura. **O tema “fun es” e a linguagem matem tica de professores do Ensino M dio:** por uma aprendizagem de significados. 1999. 307f. Tese (Doutorado em Educa o) – Faculdade de Educa o, Universidade de S o Paulo, S o Paulo.

ANEXO 1

DISSERTAÇÕES E TESES SOBRE O CONCEITO DE FUNÇÃO

PUC/SP

ARAÚJO, Elpidio de. **A concepção de um software de Matemática para auxiliar na aprendizagem dos alunos da primeira série do ensino médio no estudo das funções exponenciais e logarítmicas.** 2005. 154 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

BARBOSA, Iderval Alves. **Construção da função exponencial por um método de Cauchy.** 1989. 59p. Mestrado. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

BRAGA, Ciro. **O processo inicial de disciplinarização de função na Matemática do Ensino Secundário brasileiro.** 2003. 165f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

COSTA, Acylena Coelho. **Conhecimento de estudantes universitários sobre o conceito de função.** 2004. 163f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

COSTA, Nilce Meneguelo Lobo da. **Função seno e cosseno: uma seqüência de ensino a partir dos contextos do “mundo experimental” e do computador.** 1997. 179 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

LOPES, Wagner Sanches. **A Importância da utilização de Múltiplas Representações no Desenvolvimento do Conceito de Função: uma proposta de ensino.** 2003. 105p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

OLIVEIRA, Nanci de. **Conceito de função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem.** 1997. 165f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

PELHO, Edelweiss Benes Brandão. **Introdução ao conceito de função: a importância da compreensão das variáveis.** 2003. 146f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SANTOS, Antonio dos. **Revisando as funções do 1º e 2º grau com a interatividade de um hiperdocumento.** 2005. 117f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SANTOS, Edivaldo Pinto dos. **Função Afim $y = ax + b$: a articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxílio de um software educativo.** 2002. 118p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SCHWARZ, Osmar. **Sobre as concepções de função dos alunos ao término do 2º grau.** 1995. 161f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SIMÕES, Maria Helena Pinedo. **Uma seqüência para o ensino/aprendizagem de função do 2º grau.** 1995. 259f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SMITH, Dorrit Mattsson. **Investigação conduzida sobre ensino de funções a alunos do quarto, quinto e sexto anos.** 1972. 156f. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

PUC/RJ

ABRAHÃO, Ana Maria Carneiro. **O comportamento de professores frente a alguns gráficos de funções $f: \mathfrak{X} \rightarrow \mathfrak{X}$ obtidos com novas tecnologias.** 1998. 100f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

FONTE, Rachel Bergman. **Algumas concepções e dificuldades sobre o ensino-aprendizagem de funções envolvendo os contextos algébricos e gráficos e a conexão entre os mesmos.** 2002. 89p. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

MENDES, Maria Helena Monteiro. **O conceito de função: aspectos históricos e dificuldades apresentadas por alunos na transição do segundo para o terceiro grau.** 1994. 131f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

UNESP

ALONSO, Élen Patrícia. **Uma abordagem Político-Social para o Ensino de Funções no Ensino Médio.** 2004. 239p. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Bauru.

BENEDETTI, Francisco Carlos. **Funções, Software Gráfico e Coletivos Pensantes.** 2003. 316f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro.

COSTA, Lair de Queiroz. **Um estudo da gênese do conceito de funções a partir de um referencial piagetiano: subsídios para um estudo psicogenético.** 1995. 155p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro.

SILVA, Gilmara Aparecida da. **Desenvolvimento e Análise de uma Metodologia para o Ensino da Função Quadrática utilizando o microcomputador.** 2002. 170p. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Bauru.

SOUZA, Telma Aparecida de. **Calculadoras gráficas: uma proposta didático-pedagógica para o tema funções quadráticas.** 1996. 221f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro.

USP

MORETTI, Vanessa Dias. **O conceito de função: os conhecimentos prévios e as interações sociais como desencadeadoras da aprendizagem.** 1998. 158f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo.

ZUFFI, Edna Maura. **O tema “funções” e a linguagem matemática de professores do Ensino Médio: por uma aprendizagem de significados.** 1999. 307f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo.

UFMG

MACHADO, Airton Carrião. **A Aquisição do conceito de função: perfil das imagens produzidas pelos alunos.** 1998. 198p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

UFRJ

BARROS, Anna Paula Affonso. **Estudo de caso exploratório sobre gráficos de funções com estudantes de 8ª série do Ensino Fundamental utilizando o ambiente de modelagem computacional WLINKIT.** 2001. 201p. Dissertação (Mestrado em Informática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

USU

BARBOSA, Alceu Eschholz de Castilho. **Ensino de Funções por meio de Visualização Usando "Derive" : um Estudo de Caso.** 1997. 110p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Santa Úrsula, Niterói.

RODRIGUES, Chang Kuo. **A função do Cotidiano e o Cotidiano das funções.** 1999. 113p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Santa Úrsula, Niterói.

SANTOS, Ronald Ferreira dos. **Representações mediadas por computador no processo de construção do conhecimento da função afim.** 2000. 223p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Santa Úrsula, Niterói.

CEFET – MG

SANTOS FILHO, Constantino Veríssimo dos. **Conceito de função: uma abordagem do processo ensino - aprendizagem utilizando-se o computador como recurso didático.** 2003. 136p. Dissertação (Mestrado em Tecnologia) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte.

UFMT

BARBOSA, Edson Pereira. **Significados Produzidos sobre o Conceito de Função Matemática em Sala de Aula: Análise de uma Trajetória da Formação de Professores de Matemática ao Ensino Fundamental.** 2002. 189p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá.

UNICAMP

BARALLOBRES, Gustavo Nestor. **O Conceito de Função como Modelo Matemático.** 1998. 187p. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

BONETTO, Giácomo Augusto. **A Construção da Representação Gráfica e o seu papel no ensino de funções: uma visão histórica.** 1999. 313p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

UFSC

ABREU, Kelsei de. **Uma aplicação das inteligências múltiplas na aprendizagem de matemática: representação gráfica de funções de 1º e 2º graus.** 2002. 128p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

LOPES, Janice Pereira. **Fragmentações e Aproximações entre Matemática e Física no Contexto Escolar: problematizando o Conceito de Função Afim.** 2004. 205p. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

PEREIRA, Aécio Alves. **Um ambiente computacional para o ensino aprendizagem de funções trigonométricas.** 2002. 109p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

UFRN

RÊGO, Rogéria Gaudencio do. **Um estudo sobre a construção do conceito de função.** 2000. 247p. Tese. (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal.

UFPA

CHAVES, Maria Isaura de Albuquerque. **Modelando matematicamente questões ambientais relacionadas com a água a propósito do ensino-aprendizagem de funções na 1ª série do ensino médio.** 2005. 151f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico, Universidade Federal do Pará, Belém.

UFES

KILL, Tercio Girelli. **O estudo de funções à luz das reformas curriculares: reflexos em livros-didáticos.** 2004. 180p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

SOUZA, Maria Alice Veiga Ferreira de. **Uma análise de discursos no ensino e aprendizagem de função.** 2001. 258p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

UFMS

SILVA, José Roberto Damasceno da. **Um estudo de registros de representação semiótica na aprendizagem dos conceitos de máximos e mínimos de funções.** 2005. 120p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande.

UFU

MACHADO, Raquel Fernandes Gonçalves. **O ensino de funções na educação fundamental: o dito, o feito e o que pode ser feito.** 2005. 158p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS

PIMENTA, Adelino Cândido. **O Ensino de Funções Lineares numa Abordagem Dinâmica e Iterativa.** 2001. 123p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Católica de Goiás, Goiânia.

UEL

DOMINONI, Nilcéia Regina Ferreira. **Utilização de diferentes registros de representação: um estudo envolvendo funções exponenciais.** 2005. 122f. Dissertação. (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

PUC/RS

ROSA, Marlusa Benedetti da. **A construção do conceito de função em atividades integradas entre a matemática e a física.** 2005. 291p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

RIBEIRO, Rogério. **Redescobrimo as funções elementares nos cursos de ciências administrativas**. 2005. 140f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

UNIVALI – SC

SOUZA, Roberta Nara Sodré de. **A construção da noção de função linear: transitando em diferentes registros semióticos**. 2003. 164f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Vale do Itajaí, Itajaí.

ANEXO 2

FICHAMENTOS

1) Título: **O comportamento de professores frente a alguns gráficos de funções $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ obtidos com novas tecnologias.**

2) Autor: Ana Maria Carneiro Abrahão.

3) Orientador: Gilda de La Rocque Palis – Paola Sztajn (co-orientadora).

4) Ano da defesa: 1998.

5) Número de páginas: 100.

6) Nível de ensino: mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Matemática – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

A interpretação de gráficos de funções reais produzidos pelas novas tecnologias computacionais tem sido um assunto bastante discutido nas revistas especializadas em ensino de matemática do 2º grau. Embora pesquisas recentes mostrem muitos resultados positivos sobre o uso da tecnologia gráfica no ensino e aprendizagem de funções, a literatura também aponta alguns problemas que os alunos têm encontrado. Nenhum dos artigos da literatura pesquisada analisa as dificuldades do professor ao interpretar gráficos de funções. Esse estudo tem por objetivo observar como professores de 2º grau interpretam alguns gráficos de funções $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ produzidos em computadores.

9) Palavras-chave: Gráficos de Funções, Computadores e Ensino Universitário

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Observar como professores de 2º grau interpretam alguns gráficos de funções $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ produzidos em computadores.

11) Questões orientadoras:

Quais são as dificuldades do professor ao interpretar gráficos de funções usando a tecnologia?

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):
Sem informação.

13) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):
Sem informação.

14) Sujeitos da Pesquisa:
Sem informação.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:
Sem informação.

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:
Sem informação.

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento)
Sem informação.

1) Título: Uma aplicação das inteligências múltiplas na aprendizagem de matemática: representação gráfica de funções de 1º e 2º graus.

2) Autor: Kelsei de Abreu.

3) Orientador: Silvana Bernardes Rosa.

4) Ano da defesa: 2002.

5) Número de páginas: 128.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Com o advento de um grande número de novas Instituições de Ensino Superior, surgiu um novo perfil de aluno. São pessoas de mais idade que não tiveram a oportunidade de ingressar numa faculdade no momento certo ou o estão fazendo para terem uma melhor colocação dentro da empresa em que trabalham. Como estiveram um longo período de tempo, afastados de atividades acadêmicas, estes alunos representam um desafio ao professor, pois este, terá de fazer uso de métodos diferenciados de ensino a fim de garantir o aprendizado desses alunos. O trabalho a seguir aborda essa problemática. Como fazer com que esse tipo de aluno, que apresenta dificuldade no aprendizado e principalmente no aprendizado de matemática elementar ou mais especificamente falando, em Álgebra, possa superá-la no menor tempo possível sem que este se sinta prejudicado, no desenvolvimento das demais disciplinas do curso. Para tanto, este trabalho propõe uma seqüência didática desenvolvida e baseada nos conceitos apresentados por Jean Piaget (1967), Lev Semyonovich Vygotsky (1991), Howard Gardner (1994) e Phillipe Perrenoud (2000) e que aborda a aprendizagem de forma individual, coletiva (através do aprendizado colaborativo) e utilizando uma ferramenta tecnológica. O modelo de seqüência didática apresentado visa estimular no aluno a compreensão do conteúdo da disciplina ora estudado, através do estímulo da inteligência Lógico-Matemática, através do estímulo da inteligência Interpessoal e do estímulo da inteligência Visual-Espacial, tendo como suporte, o uso do computador como ferramenta tecnológica e os conceitos do aprendizado colaborativo.

9) Palavras-chave: Representação gráfica de funções, inteligências múltiplas, aprendizado colaborativo, engenharia didática.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Investigar uma seqüência didática para abordar a aprendizagem da "Representação Gráfica" e da "Leitura de Gráficos" de funções polinomiais de Primeiro e de Segundo Grau. (p.17)

11) Questões orientadoras:

Como fazer com que esse tipo de aluno, que possui dificuldade na matemática elementar ou mais especificamente falando, em Álgebra, possa superá-la no menor tempo possível sem que o aluno se sinta prejudicado no desenvolvimento das demais disciplinas do curso. (p. 17).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

A aplicação de atividades foi dividida em três módulos, sendo:

Primeiro módulo: aplicação de questionário diagnóstico com questões fechadas;

Segundo módulo: aulas de estilo tradicional; aulas utilizando o debate e trabalho em grupos, aulas utilizando o computador como artefato agregador do conhecimento.

Terceiro módulo: aplicação de questionário diagnóstico com questões abertas e fechadas.

13) Sujeitos da pesquisa:

Alunos do curso de Administração de Empresas do Instituto Hoyler.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Piaget (1987) – pregava que a informação produz o conhecimento.

Vygotsky (1991) – pregava o uso de outros tipos de instrumentos no desenvolvimento e produção do conhecimento (em nosso caso, usaremos o “computador” como o artefato usado para esse fim).

Gardner (1995) – prega o conceito de que os seres humanos não possuem um único tipo de inteligência e sim Múltiplas inteligências que formam uma Inteligência Global.

Rosa (1998) – Engenharia Didática.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

(...) é possível afirmar que o uso de diferentes esquemas representativos, que enfatizam diferentes tipos de inteligências pode ser útil e eficaz no ensino e no desenvolvimento do Raciocínio Lógico dos alunos e que os resultados apresentados, dentro das limitações estruturais e de tempo existentes no processo, são satisfatórios e, portanto, válidos para o modelo proposto. (p. 97).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

(...) sugere-se uma maior ênfase aos trabalhos em grupo e utilizando uma ferramenta tecnológica por terem sido os métodos que apresentaram um melhor aproveitamento, mas não podemos abandonar a abordagem individual uma vez que alguns alunos se sentem menos à vontade dentro de grupos de trabalho. (p. 97).

Uma outra sugestão para trabalhos futuros seria o uso de um “processofólio”. Desde o início dos trabalhos, os alunos montarem um portfólio para documentarem para eles mesmos, o pedregoso caminho que eles trilharam e pudessem assim verificar o quanto eles se desenvolveram dentro dos conteúdos trabalhados. (p. 98).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

GARDNER, Howard. **Inteligências Múltiplas**: a teoria na prática. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

PIAGET, Jean. **O nascimento da inteligência na criança**. Rio de Janeiro: Guanabara, 1987.

ROSA, Silvana Bernardes. **A integração do instrumento ao campo da engenharia didática: o caso do perspectógrafo**. 1998. 258f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos superiores**. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

1) Título: **Uma abordagem político-social para o ensino de funções no ensino médio.**

2) Autor: Élen Patrícia Alonso.

3) Orientador: Mara Sueli Simão Moraes.

4) Ano da defesa: 2004.

5) Número de páginas: 239.

6) Nível de ensino: mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação para a Ciência – Universidade Paulista Júlio de Mesquita Filho, Bauru.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Esta pesquisa teve como objetivo principal o desenvolvimento de uma alternativa para o estudo de FUNÇÕES no Ensino Médio, onde esse conteúdo fosse abordado vinculado a explicitação da relação entre grandezas variáveis, trabalhando em Grupos Co-operativos, através da resolução de problemas ampliados que envolvessem temas Político-sociais com a finalidade de contribuir para a formação de indivíduos transformadores e comprometidos com os aspectos sociais, políticos e culturais da sociedade brasileira. Para isso, utilizamos a teoria do desenvolvimento e da aprendizagem de Vigotski e a pedagogia Histórico-Crítica, enquanto psicologia e, respectivamente, pedagogia que fundamentaram o trabalho. Utilizamos, enquanto metodologia, a Pesquisa-Ação. Participaram da proposta 21 alunos da primeira série do Ensino Médio de uma escola pública de Bocaina. Para elaborar a alternativa citada, contamos com o Trabalho em Grupos Co-operativos, Contrato de Trabalho e modificações de problemas matemáticos, ampliando seus conteúdos com questões Político-Sociais emergenciais para a sociedade brasileira. Da análise dos resultados, pode-se concluir que houve melhora nas relações sociais em sala de aula, no desenvolvimento do conteúdo matemático e contribuições para a formação de indivíduos comprometidos em denunciar injustiças e anunciar a transformação da sociedade em JUSTA, para a maioria da população. P. 6.

9) Palavras-chave: Grupos Co-operativos, Justiça Social, Trabalho Produtivo, Temas Político-Sociais, Temas Transversais.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Esta pesquisa teve como objetivo principal o desenvolvimento de uma alternativa para o estudo de FUNÇÕES, no Ensino Médio, onde esse conteúdo fosse abordado vinculado à explicitação da relação entre grandezas variáveis, trabalhando em Grupos Co-operativos, através da resolução de problemas ampliados que envolvessem temas Político-sociais com a finalidade de contribuir para a formação de indivíduos transformadores e comprometidos com os aspectos sociais, políticos e culturais da sociedade brasileira. P.6

11) Questões orientadoras:

O conteúdo FUNÇÃO, abordado como maneira de exprimir a relação entre grandezas variáveis, trabalhado em Grupos Co-operativos, através da Resolução de Problemas Ampliados que envolvam Temas Político-Sociais, pode propiciar a transformação do Ensino e Aprendizagem desse conteúdo no Ensino Médio e a formação de indivíduos transformadores e comprometidos com os problemas da sociedade brasileira (P. 24).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

Pesquisa-ação na perspectiva proposta por Thiollent (2000).

O trabalho foi desenvolvido em três fases: diagnóstico, intervenção e avaliação.

Diagnóstico: realizada durante um ano e meio pela professora/pesquisadora na turma que leciona.

Intervenção: elaboradas e discutidas pela professora e um grupo de alunos do Ensino Médio (GPAEM), por um grupo de professores do Projeto Pró-Ciências (GPPPC) e um grupo composto pela pesquisadora e outras três orientadas (GOO).

A análise dos resultados ocorreu após a aplicação de cada problema modificado.

13) Sujeitos da pesquisa:

Participaram da proposta 21 alunos da primeira série do Ensino Médio de uma escola pública de Bocaina.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Para história do conceito de função: Caraça (1984) e Zuffi (2001).

Pedagogia Histórico-Crítica: Saviani (1995, 2000).

Teoria do Desenvolvimento e da aprendizagem: Vigotski (2001), Duarte (2001), Oliveira (1997).

Contrato de Trabalho e Trabalho Produtivo: Baldino (1995), Silva (1997).

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

O trabalho nas aulas de matemática desenvolveu-se de modo que o Tema Político-Social contido nas atividades fosse o gerador da Matemática ali envolvida. Com isso, percebemos que os alunos venceram o tabu de que a Matemática é difícil e que não poderiam aprendê-la. O trabalho com essa disciplina ficou mais prazeroso, pois os temas inflamavam as discussões. Acreditamos que a extensão dessa idéia para as outras disciplinas, geraria maior autonomia por parte dos professores e alunos. (p. 161).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:
Não apresenta sugestão para novas pesquisas.

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento)

BALDINO, R. R. Normas da Assimilação Solidária: Contrato de Trabalho. Rio Claro: Unesp (mimeo), 1995. 19p.

CARAÇA, B. J. Conceitos Fundamentais de Matemática. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1984.

DUARTE, N. Vygotski e o aprender a aprender – crítica às apropriações neoliberais e pós-modernas da teoria Vigotskiana. Campinas: Cortez-Editores Associados, 2001.

OLIVEIRA, M. K. Vygotsky aprendizado e desenvolvimento um processo sócio-histórico. São Paulo: Scipione, 1997.

SAVIANI, D. Escola e democracia. São Paulo: Cortez-Editores Associados, 2000.

SAVIANI, D. Pedagogia Histórico-Crítica: primeiras aproximações. São Paulo: Cortez-Editores Associados, 1995.

SILVA, M. R. G. Avaliação e trabalho em grupo em assimilação solidária: análise de uma intervenção. 1997. 378p. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro.

THIOLLENT, M. Metodologia da pesquisa-ação. São Paulo: Cortez-Editores Associados, 2000.

VIGOTSKI, L. S. A construção do pensamento e da linguagem. Trad. Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

ZUFFI, E. M. Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função. Inc Educação Matemática em Revista. Abo 8, n 9-10, 2001, p.10-16.

1) Título: **A concepção de um software de Matemática para auxiliar na aprendizagem dos alunos da primeira série do ensino médio no estudo das funções exponenciais e logarítmicas.**

2) Autor: Elpidio de Araújo.

3) Orientador: Vincenzo Bongiovanni.

4) Ano da defesa: 2005.

5) Número de páginas: 154.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Este trabalho tem como objetivo conceber para alunos do Ensino Médio um Software Educacional de Matemática. As questões desenvolvidas neste software têm como objetivo auxiliar na aprendizagem das funções exponenciais e logarítmicas. Elas proporcionarão aos seus usuários informações que contribuirão para o desenvolvimento das atividades. Como nosso foco principal é o aluno, a sua inserção num ambiente informatizado abre uma opção a mais para sua aprendizagem. O desenvolvimento do software utilizou como base pesquisas realizadas com os professores que ministram aulas no Ensino Fundamental e Médio da rede pública e privada do Estado de São Paulo. O tema principal da investigação foi a dificuldade que os alunos apresentam na compreensão das funções exponenciais e logarítmicas. Este trabalho procura responder a seguinte questão: em que medida a utilização de software como ferramenta didática no estudo de conteúdos matemáticos relacionados com as funções exponenciais e logarítmicas contribui na aprendizagem do aluno? As atividades foram concebidas a partir das necessidades identificadas na pesquisa com os professores. A aplicação do software desenvolveu nos alunos uma atitude positiva em relação à resolução das questões.

9) Palavras-chave: Softwares, Softwares Educacionais, Programas de Computadores, Matemática, Aprendizagem, Função, Exponenciais, Logaritmos.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Este trabalho tem como objetivo conceber para alunos do Ensino Médio um Software Educacional de Matemática, com o objetivo de contribuir com uma ferramenta pedagógica que poderá ser utilizada pelos professores e alunos na sala de aula informatizada ou em outro ambiente que possua essa tecnologia. (p.22)

11) Questões orientadoras:

Em que medida a utilização de um software como ferramenta didática no estudo de conteúdos matemáticos relacionados com as funções exponenciais e logarítmicas, contribui na aprendizagem do aluno? (p. 23).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

Realizou uma pesquisa, aplicando questionário para 27 professores do Ensino Fundamental, Médio e Superior para verificar as dificuldades dos alunos com potenciação, função exponencial e logarítmica. A partir da análise dos resultados da pesquisa construiu o software.

Após construção do software aplicou três questionários a 26 alunos da 3ª série do Ensino Médio de uma escola pública, procurando avaliar: **avaliação de habilidade** – identificar a familiaridade dos alunos com o computador; **conteúdo matemático** – nível de aprendizagem dos alunos nas funções do primeiro e segundo graus, exponenciais e logarítmicas; **avaliação do software** – avaliação do software matemático que haviam utilizado.

13) Sujeitos da pesquisa:

Realizou uma pesquisa, aplicando questionário para 27 professores do Ensino Fundamental, Médio e Superior do Estado de São Paulo da rede privada e particular.

Aplicou três questionários em 26 alunos da 3ª série do Ensino Médio da Escola Técnica Carlos de Campos, Brás, São Paulo.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):
Brookshear (1999) – construção de software.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:
Este programa proporcionou aos alunos que realizaram as atividades, acesso às mesmas informações dadas em sala de aula pelo professor. Contudo, a forma dinâmica e rápida da apresentação das informações, permitiu a eles a mudança de sua postura frente às atividades, como reflexão/depuração constante da informação recebida após a introdução de dados; agilização do tempo de estudo; o aluno como elemento ativo no processo de aprendizagem. (p.1128-29).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:
A possibilidade deste Software Educacional de Matemática conter os diversos tópicos que são desenvolvidos no Ensino Médio e estar disponível aos alunos da rede pública, nos traz satisfação e orgulho por iniciar este projeto. (p.130).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):
BROOKSHEAR, J. G. **Ciência da Computação**: uma visão abrangente. Porte Alegre: Bookman, 2000.

1) Título: **O conceito de função como Modelo Matemático.**

2) Autor: Gustavo Nestor Barallobres.

3) Orientador: Wilson Castro Ferreira Júnior.

4) Ano da defesa: 1998.

5) Número de páginas: 187.

6) Nível de ensino: mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Matemática Aplicada – Universidade de Campinas, Campinas.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):
O trabalho centra-se no conceito de função, levando em conta três aspectos fundamentais: a análise histórico-epistemológica, a análise didática e os resultados das pesquisas vinculadas às concepções dos alunos, em relação a este conceito, antes e depois de um ensino sistematizado. A problemática epistemológica ocupa um lugar central nesta tese, entendendo-se por ela não uma resenha histórica de fatos e datas, senão o intento de busca dos problemas que originaram a necessidade de construção do conceito de função, assim como

as questões que impediam o desenvolvimento do mesmo. As pesquisas vinculadas às concepções dos alunos são resumidas e analisadas em função de uma concepção teórica particular: a didática da matemática. Com o objetivo de apresentar elementos para compreender tal análise, apresenta-se alguns conceitos específicos da didática da matemática. O objetivo geral deste trabalho é a análise das diferentes abordagens dos conceitos matemáticos, tentando abrir uma discussão em relação ao ensino atual do conceito de função e sua possível reformulação.

9) Palavras-chave: Epistemologia; Modelos Matemáticos; Funções.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho).

Analisar as diferentes abordagens dos conceitos matemáticos, tentando abrir uma discussão em relação ao ensino atual do conceito de função e sua possível reformulação.

11) Questões orientadoras:

Quais foram os problemas que originaram a necessidade de construção do conceito de função assim como as questões que impediam o desenvolvimento do mesmo.

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho).

Pesquisa bibliográfica. Analisa artigos da Didática Francesa. Descreve resumidamente os resultados de pesquisas apresentadas em nove artigos que tratam do ensino aprendizagem e/ou concepções de função de alunos e/ou professores. Tece comentários sobre a validade ou não dos resultados apresentados de acordo com a fundamentação proposta no artigo, mostrando os pontos positivos e as falhas encontradas.

13) Sujeitos da pesquisa.

Pesquisa Bibliográfica.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho).

Artigue (1990) – didática epistemológica.

Brousseau (1990) – obstáculos epistemológicos.

Douady (1990) – jogo de quadros.

Youschkevitch (1976) – História da Matemática.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas.

O autor apresenta comentários dos nove artigos analisados, mas não apresenta resultados em sua pesquisa.

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas.

Não apresenta.

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento)

ARTIGUE, M. (1990). “Epistemologie et didactique”, En Recherches en Didactique des mathematiques 10 (vol 2/3) pág. 241-286.

BROUSSEAU, G. “Les obstacles epistemologiques et lês problemes em mathematiques. Recherches en Didactique des mathematiques Vol. 4 pág. 165-198.

DOUADY, R. “Jeux de cadres et dialectique outil-objet. Recherches en Didactique des mathematiques . vol.7. págs. 3-30 1990.

YOUSCHKEVITCH, A. P., The concept of function up to the middle of the 19th century. Archive for History of Exact Sciences, vol. 16, 36-85, 1976.

1) Título: **Ensino de funções por meio de visualização usando “Derive”: um estudo de caso.**

2) Autor: Alceu Eschholz de Castilho Barbosa.

3) Orientador: Gilda Helena Bernardino de Campos.

4) Ano da defesa: 1997.

5) Número de páginas: 110.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação Matemática, Universidade Santa Úrsula, Niterói.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

O uso da ciência da computação e dos sistemas computacionais através de programas aplicativos no ensino da Matemática, especialmente os sistemas computacionais algébricos, é uma forma de intermediação entre o aluno e o professor que pode favorecer o processo de ensino-aprendizagem. Este trabalho pretende evidenciar através de um estudo de caso com alunos da 1^a série do 2^o grau, quão profícuo pode vir a ser a visualização de problemas com o aplicativo “Derive” utilizado como uma ferramenta para o ensino das funções lineares e quadráticas no ensino de Segundo Grau.

9) Palavra-chave: Informática, Matemática, Cálculo.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Evidenciar através de um estudo de caso com alunos da 1^a série do 2^o grau, quão profícuo pode vir a ser a visualização de problemas com o aplicativo “Derive” utilizado como uma ferramenta para o ensino das funções lineares e quadráticas no ensino de Segundo Grau.

11) Questões orientadoras:

O uso do aplicativo “Derive” como ferramenta para o ensino das funções lineares e quadráticas com alunos da 1^a série do 2^o grau, através de um estudo de caso, pode evidenciar e facilitar a visualização e resolução de problemas?

- 12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):
Sem informação.
- 13) Sujeitos da pesquisa:
Sem informação.
- 14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):
Sem informação.
- 15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:
Sem informação.
- 16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:
Sem informação.
- 17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):
Sem informação.

1) Título: **Significados Produzidos sobre o Conceito de Função Matemática em Sala de Aula: Análise de uma Trajetória da Formação de Professores de Matemática ao Ensino Fundamental.**

2) Autor: Edson Pereira Barbosa.

3) Orientador: Marta Maria Pontin Darsie.

4) Ano da defesa: 2002.

5) Número de páginas: 189.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação da Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho)

Este trabalho de pesquisa teve como objetivo identificar e analisar a trajetória de produção e negociação de significados a respeito do conceito de função em situação de sala de aula. Tal trajetória compreende o acompanhamento da formação de professores de matemática em nível superior ao Ensino Fundamental. Constituímos a base do nosso referencial nas teorias de Bakhtin, Vygotsky e no Modelo Teórico dos Campos Semânticos. A partir da história da matemática, traçamos um percurso para o desenvolvimento do conceito de funcionalidade, determinamos os possíveis significados produzidos em diferentes épocas, antiga, moderna e contemporânea, buscando identificar os Campos Semânticos aos quais podem estar inseridos. Com base nas propostas curriculares de matemática do século XX no Brasil, apresentamos as noções de função que se fizeram presentes nas diretrizes da educação matemática brasileira. Para configurarmos a trajetória de produção de significados e negociação de significados do conceito de função, a presente pesquisa teve como cenários a sala de aula da disciplina de Instrumentação I na

UNEMAT/Cáceres e uma sala de aula de oitava série do Ensino Fundamental. Os sujeitos da pesquisa são uma professora formadora de professores, um acadêmico/professor e cinco alunos da oitava série, sendo o acadêmico/professor regente da turma de oitava série. Os dados para a constituição da trajetória foram coletados através de questionários e entrevistas e observações. Adotando uma metodologia qualitativa interpretativa na construção da trajetória, constatamos que a professora formadora de professores tem como principal modo de produção de significados as estipulações locais relativas ao Campo Semântico dos Elementos/Conjuntos; o acadêmico/professor, quebrando com a transposição de significados na trajetória, tem como principal núcleo de afirmação as estipulações relativas ao Campo Semântico das Variações entre Grandezas e os alunos de oitava série reproduziram os modos de produção apresentados pelo acadêmico/professor. Verificamos que, apesar da existência e convivência de vários significados a respeito de funcionalidade num mesmo contexto, a apresentação do conceito é realizada a partir do conceito de variação entre grandezas, ficando ausente o conceito de função como operação. Constatamos também, a conveniência do Modelo Teórico dos Campos Semânticos como suporte teórico para análise de significados produzidos/negociados, a respeito de conceitos matemáticos em situação de sala de aula.

9) Palavras-chave: Educação Matemática - Estudo e Ensino.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Verificar e analisar quais os significados produzidos/negociados a respeito de funções por professor formador de professores, acadêmico/professor e alunos da oitava série do Ensino Fundamental. (p. 15)

11) Questões orientadoras:

Quais os significados produzidos/negociados a respeito de função por professor/formador de professores, acadêmico/professor e alunos da oitava série do Ensino Fundamental? (p.15).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

Os dados para a constituição da trajetória foram coletados através de questionários e entrevistas e observações. Adotando uma metodologia qualitativa interpretativa na construção da trajetória, constatamos que a professora formadora de professores tem como principal modo de produção de significados as estipulações locais relativas ao Campo Semântico dos Elementos/Conjuntos; o acadêmico/professor, quebrando com a transposição de significados na trajetória, tem como principal núcleo de afirmação as estipulações relativas ao Campo Semântico das Variações entre Grandezas e os alunos de oitava série reproduziram os modos de produção apresentados pelo acadêmico/professor.

13) Sujeitos da pesquisa:

Observamos 13 sujeitos, sendo uma professora formadora de professores e 12 alunos em formação para professor de matemática.

Outro espaço, no qual ocorreram as observações, foi a Escola Estadual de Ensino Fundamental “Gabriel Pinto de Arruda”, na cidade de Cáceres/MT. Neste

espaço observamos a aula de um professor de matemática sobre o conceito de função na turma de 8ª série do Ensino Fundamental, constituída por 35 alunos. Desses 35 alunos do Ensino Fundamental, acompanhamos, com mais atenção cinco alunos. Dessa forma, do universo de sujeitos limitamos nossa descrição e acompanhamento sistemático a sete pessoas: uma professora formadora de professores, um acadêmico/professor e cinco alunos da oitava série. (p. 84).

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

BAKHTIN (1995); FREITAS (1994); LINS (1994); LINS & GIMENEZ (1997); VYGOTSKY (1993).

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

A dinâmica da sala de aula, em nossa análise, apresentou que os significados propostos aos alunos sofrem outras influências, além da do livro didático. Pois, o professor, ao interpretar ou adequar os conceitos à linguagem dos alunos, junta nessa elaboração suas crenças sobre o ensino, seu significado pré-construído sobre o conceito, sua concepção de organização do currículo que dependem também da dinâmica própria de cada sala de aula. (p. 172).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

(...) não encontramos, em nenhum dos ambientes observados, uma relação dialógica nas atividades de negociação/produção de significados a respeito de função. Os responsáveis pelo ensino assumiram o papel de propositores dos modos de negociação e produção de significados, cabendo aos alunos a função de se envolver na atividade proposta e produzir os significados apresentados pelo docente. Entendemos que esse é um aspecto que merece ser estudado em outras pesquisas. (p.171).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

BAKHTIN, M. *Marxismo e Filosofia da Linguagem*. São Paulo: Hucitec, 1995.

FREITAS, M. Teresa Assunção. *O pensamento de Vygotsky e Bakhtin no Brasil*. Campinas: Papirus, 1994.

LINS, R. C. Álgebra e pensamento algébrico na sala-de-aula. *Educação Matemática em Revista*. SBEM-Nacional, 1º semestre, 1994.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI*. Campinas, Papirus, 1997.

VYGOTSKY, L. S. *Pensamento e Linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

1) Título: **Construção da Função Exponencial por um método de Cauchy.**

2) Autor: Iderval Alves Barbosa.

3) Orientador: Alésio João de Carolli.

4) Ano da defesa: 1989.

5) Número de páginas: 59.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Estudo da função exponencial a partir da seguinte definição proposta por Cauchy: $\exp z = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + z/n)^n$ quando n tende ao infinito. No caso real demonstra-se a convergência usando-se seqüência monotônica. No caso complexo, a construção é feita por meio de critério de convergência de Cauchy, já que o campo complexo não é ordenado. O caso complexo engloba o real, mas são feitas exposições separadas em virtude da diferença nas técnicas de demonstração. A construção da exponencial complexa dá um tratamento unificado das funções trigonométricas e exponenciais. (p. 6)

9) Palavras-chave: Método de Cauchy, Função Exponencial.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Estudar a função exponencial a partir da definição proposta por Cauchy.

11) Questões orientadoras:

Não foi descrito pelo autor.

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

Estudo histórico bibliográfico da evolução do conceito de logaritmo.

Completar as demonstrações inacabadas usando a definição de Cauchy.

13) Sujeitos da pesquisa:

Pesquisa bibliográfica.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Demonstrações de August Cauchy.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

O autor conseguiu realizar as demonstrações propostas.

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Não apresenta sugestões.

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

CAUCHY, L. D'Augustin. Oeuvres Completes, Paris, Gauthier – Villars – 1982, vol. I da 1ª série.

1) Título: **Estudo de caso exploratório sobre gráficos de funções com estudantes de 8ª série do Ensino Fundamental utilizando o ambiente de modelagem computacional WLINKIT.**

2) Autor: Anna Paula Affonso Barros.

3) Orientador: Cláudia Lage Rabello da Motta
Co-orientador: Fabio Ferrentini Sampaio.

4) Ano da defesa: 2001

5) Número de páginas: 201.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Informática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Este trabalho apresenta um estudo de caso exploratório com o objetivo de levantar dados e hipóteses sobre a introdução do tópico de gráficos de funções na 8ª série do Ensino Fundamental. Tal estudo foi realizado através da utilização de um ambiente de modelagem computacional chamado WLINKIT. Este programa permite a criação e simulação de modelos e a representação gráfica das relações existentes entre seus elementos. O presente trabalho utiliza atividades envolvendo situações do cotidiano do aluno visando facilitar sua compreensão do tópico gráficos de funções. Espera-se que os dados obtidos por esta investigação sejam úteis para futuras pesquisas com uma abordagem mais ampla tanto do ponto de vista do conteúdo Matemático quanto do Computacional.

9) Palavras-chave: Não há.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Levantar dados e hipóteses sobre a introdução do tópico de gráficos de funções na 8ª série do Ensino Fundamental.

11) Questões orientadoras:

Sem informação.

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

Sem informação.

13) Sujeitos da pesquisa:

Sem informação.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Sem informação.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

Sem informação.

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Sem informação.

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

Sem informação.

1) Título: **Funções, software gráficos e coletivos pensantes.**

2) Autor: Francisco Carlos Benedetti.

3) Orientador: Marcelo de Carvalho Borba.

4) Ano da defesa: 2003.

5) Número de páginas: 316.

6) Nível de ensino: mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação Matemática – Universidade Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro/SP.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Esta pesquisa investiga as potencialidades de um software gráfico na coordenação das representações múltiplas de funções, por dois pares de estudantes de primeira série do Ensino Médio, os quais iniciavam o estudo desse assunto em suas aulas regulares. A relevância da investigação relaciona-se, sobretudo à emergência de softwares gráficos gratuitos, bem como ao tema das representações múltiplas de funções, tanto em termos de currículo quanto ao cotidiano dos alunos. Sendo uma pesquisa qualitativa, a estratégia metodológica “experimentos de ensino” foi utilizada ao se observarem ações desses estudantes no estudo das representações múltiplas de certas funções não tradicionalmente estudadas em sala de aula, na série considerada, como aquelas cujas expressões analíticas são $y = 1/x$, $y = \sqrt{x}$ e $y = x^3$. Tais análises foram assim realizadas, sob o ponto de vista teórico que entende o pensamento como a realização de um coletivo, o qual inclui seres humanos e tecnologias intelectuais, conforme noção desenvolvida por Lévy (1993, 1999): dessa forma, o uso articulado do software gráfico com outras mídias, como a escrita e a calculadora, também são considerados, bem como as interações entre estudantes e entre estes e o pesquisador. Os estudantes participantes coordenaram as representações de funções, especialmente a gráfica, a algébrica e tabular, de maneira que suas ações foram condicionadas pelo *design* do software, incluindo sua capacidade de representar muitas funções e seus comandos *zoom* e barra de rolagem. Outras conclusões decorrentes se referem à atuação dos alunos em processo de experimentação, os quais se caracterizam pela construção de conjecturas, confirmações e refutações, simultaneamente à interligação entre as representações, a qual se deu, em diversas ocasiões, mediante o uso entrelaçado das mídias citadas. Destaca-se, ainda, a forma como os grupos atribuíram significados que, anteriormente, relacionavam-se apenas às funções afins e quadráticas, a funções tais como $y = 1/x$, $y = \sqrt{x}$ e

$y = x^3$. A manipulação de gráficos de várias funções prototípicas foi, afinal, considerada positiva, embora outras pesquisas nessa área ainda sejam necessárias.

9) Palavras-chave: Não há.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Esta pesquisa tem como principal finalidade investigar como as representações múltiplas de funções podem ser trabalhadas por estudantes de Ensino Médio, com a atuação de um desses softwares e outras mídias, como lápis-e-papel e oralidade. (p. 7).

11) Questões orientadoras:

Como estudantes trabalham com aspectos algébricos, gráficos e numéricos de funções dentro de um coletivo pensante formado por estudantes, mídias e pesquisador? (p.7)

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

Utilizou uma abordagem qualitativa com experimentos de ensino. (p.52). Usou as fichas de trabalho e o software Graphmatica. Para elaboração das fichas de trabalho, realizou diversos estudos piloto das atividades com estudantes da 3ª série do Ensino Médio, no ano de 2001. (p. 67).

No processo de análise dos dados usou as gravações em vídeos dos encontros, algumas anotações do pesquisador e as anotações que os estudantes fizeram em folhas de papel. (p. 70).

13) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Utiliza como referencial para a pesquisa a “noção de coletivo pensante” de Pierre Lévy (1993, 1999) (p.9) e a metáfora **seres-humanos-com-mídias** (BORBA, 1999, 2002; BORBA, PENTEADO, 2001), utilizada para investigar como estudantes e pesquisador pensam as mídias e também é aplicada no aprendizado que o autor deste texto desenvolveu ao longo da pesquisa.

14) Sujeitos da Pesquisa:

Os sujeitos da pesquisa foram três duplas de alunos da 1ª série do Ensino Médio de uma escola particular do município de Itu/SP. O trabalho foi realizado fora da sala de aula, de tal forma que a coleta de dados, através de filmagens, pudesse fornecer subsídios para análises mais apuradas dessas interações, isentas das preocupações anteriormente citadas em relação ao trabalho com uma classe inteira. (p.56).

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

O fato de estudantes terem trabalhado em duplas, propiciou debates que levaram ao trânsito pelas representações múltiplas de funções, bem como a profícuas reflexões acerca de itens matemáticos não exclusivos do assunto aqui enfocado, como a divisão **de** e **por** zero, por exemplo. (p.278).

Trabalhando com funções de famílias diversas, como polinomiais e racionais, os estudantes puderam estudar conceitos particulares, como monotonicidade, simetria, raízes, domínio, imagem etc, utilizando-os não somente para alguns

casos específicos, mas estendendo-os para várias das funções estudadas durante os EE. (p. 292).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Parece-me razoável, então, que no início do tratamento com funções, tanto na 8ª série do Ensino Fundamental, quanto na 1ª série do Ensino Médio, sejam exploradas as diversas representações de funções, incentivando a coordenação das mesmas, para posteriormente investir-se no estudo sistemático de famílias específicas, como afins, quadráticas, exponenciais, logarítmicas, modulares e trigonométricas. E a mídia informática, conforme reiteradamente se defendeu, torna-se um ator extremamente importante nesse sentido. (p.292-293).

O estudo de limites, por exemplo, num panorama que envolve continuidade e infinito, discutidos no capítulo anterior, pode proporcionar férteis investigações a respeito de maneiras de se trabalhar com tais conceitos, já no Ensino Médio. (p. 295).

O debate sobre prova e demonstração, por sua vez, também é um desses caminhos que ainda me parecem interessantes para serem trilhados; ou seja, acredito que esta pesquisa tenha apresentado alguns dados que podem iniciar uma investigação mais rigorosa nesse tema. (p.295).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento).

BORBA, M. C. GPIMEM e UNESP: pesquisa, extensão e ensino em Informática e Educação Matemática. In: PENTEADO, M. G. et al (Org.). **A informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão**. São Paulo: Olho d'Água, 2000. p. 47-66.

BORBA, M. C. Tecnologias informáticas na Educação Matemática e reorganização do pensamento. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas**. São Paulo: Editora Unesp, 1999. cap. 16, p. 285-295.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. 140p. (Tendências em Educação Matemática).

LÉVY, P. **A inteligência coletiva: por uma antropologia do ciberespaço**. 3. ed. São Paulo: Edições Loyola, 1999. 212p.

LÉVY, P. **As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática**. 1. e. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993. 203 p.

1) Título: **A construção da representação gráfica e o seu papel no ensino de funções: uma visão histórica.**

2) Autor: Giácomo Augusto Bonetto.

3) Orientador: Maria do Carmo Domite Mendonça.

4) Ano da defesa: 1999.

5) Número de páginas: 313.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação da Universidade de Campinas, Campinas.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Neste trabalho investigamos a constituição da representação gráfica de funções no processo da história da matemática, procurando compreender seu papel histórico no ensino de funções. A investigação sob uma perspectiva histórica foi orientada pelo estudo teórico de textos clássicos da história da matemática mundial, perpassando livros didáticos usados no ensino brasileiro, desde o final do século XIX até a última década do século XX. De modo a analisar fatos significativos sobre as representações gráficas presentes nos livros didáticos, tomamos um caminho qualitativo de cunho teórico, com categorias elaboradas a partir da articulação entre a leitura histórica e evidências que emergem da investigação em livros didáticos. Resultados oriundos da nossa incursão pela história da matemática permitiram caracterizar a gênese da representação gráfica na antigüidade grega por meio da elaboração dos sistemas de coordenadas, assim como, discutir o aspecto funcional das representações gráficas na Idade Média. Tal tentativa de reconstituição histórica possibilitou também analisar as contribuições dos estudiosos renascentistas para o desenvolvimento da geometria analítica e representações gráficas, bem como avaliar a consolidação, sofisticação e início do ensino sistemático desses conteúdos, notados a partir do século XVII na Europa. Com apoio da abordagem histórica procuramos resgatar a evolução do ensino das representações gráficas no Brasil por meio da análise de livros didáticos de autores, de algum modo, considerados influentes.

9) Palavras-chave: Representação gráfica, história da matemática, livro didático.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Investigar a constituição da representação gráfica de funções no processo da história da matemática, procurando compreender seu papel histórico no ensino de funções.

11) Questões orientadoras:

Como se constituiu a representação gráfica de funções no processo da história da matemática? É possível reconhecer o papel histórico da representação gráfica no ensino de funções? (p. 33).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

Pesquisa de cunho histórico, na qual procura esboçar os conceitos gerais da representação gráfica de funções, caracterizar a gênese da representação gráfica, analisar livros didáticos utilizados no Brasil no final do século XIX até a primeira metade do século XX e analisar alguns livros didáticos de matemática da última década do século XX.

13) Sujeitos da pesquisa:

Pesquisa bibliográfica.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

BOYER (1996) – BRASIL (1998) – EVES (1998) – FERREIRA (1998) – HARIKI (1992) – STRUIK (1989) – VALENTE (1997).

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

De certa forma, parece natural afirmar que cada período da história possibilita, a sua forma, a criação inventiva de representações gráficas. Também parece natural afirmar que algumas das representações gráficas que foram se apresentando no decorrer da história do ensino da matemática escolar brasileira se mantiveram ao longo dos anos e se apresentam até hoje; outras porém, caíram em desuso; outras ainda, caíram em desuso mas ressurgiram em períodos posteriores. (p. 214).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

(...) outros esforços, como o de investigar a influência da obra de professores notáveis, que atuaram na primeira metade do século, na elaboração dos livros didáticos nacionais, a partir da análise dos livros didáticos de autores como Euclides de Medeiros Guimarães Roxo, Jacomo Stávele, Alagcyr Munhos Maeder, entre outros; ou ainda, estudar mais atentadamente as contribuições e o desenvolvimento das representações gráficas em associação com a história do desenvolvimento/ensino de funções, podem se mostrar como abordagens investigativas bastante ricas e interessantes. (p. 234).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

BOYER, C. B. *História da Matemática*. Trad. Elza F. Gomide. 2.ed. São Paulo, E. Blücher, 1996, 496p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental – *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática*, Brasília, 1998. 148p.

EVES, H. *Introdução à História da Matemática*. Trad. Hygino H. Domingues, n.6, ano 5, p.3-8, 1998.

FERREIRA, V. G. G. Conceito de Função Matemática Explorado de Forma Dinâmica, *Educação Matemática em Revista*, n.6, ano5, p. 3-8, 1998.

HARIKI, S. *Analysis of Mathematical Discourse: Multiple Perspectives*. Thesis for the degree of Doctor of Philosophy, University of Southampton, 1992. (Original em inglês).

STRUIK, D. J. *História Concisa das Matemáticas*. Trad. João C. S. Guerreiro. Lisboa, Gradiva, 1989. 360p.

VALENTE, W. R. *Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930)*, Tese de Doutorado, FEUSP, São Paulo, 1997. 204p.

1) Título: **O processo inicial de disciplinarização de função na Matemática do Ensino Secundário Brasileiro.**

2) Autor: Ciro Braga.

3) Orientador: Wagner Rodrigues Valente.

4) Ano da defesa: 2003.

5) Número de páginas: 165.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

O objeto de nosso estudo, o processo inicial de disciplinarização de função na disciplina matemática, está diretamente vinculado à criação, em 1929, de uma nova disciplina escolar denominada matemática, resultante da unificação de três outras: a aritmética, a álgebra e a geometria. Essa fusão foi feita a partir de uma referência internacional, cujo epicentro encontrava-se nas idéias do renomado matemático alemão Felix Klein, que propunha, ao lado da introdução do Cálculo Infinitesimal, uma renovação no ensino secundário. Tal transformação estrutural da matemática escolar brasileira foi referendada, em 1931, por uma reforma educacional - a Reforma Francisco Campos. O principal mentor e articulador dessa transformação do ensino de matemática no Brasil foi Euclides Roxo que, além de professor e diretor do Colégio Pedro II do Rio de Janeiro, tornou-se autor de vários didáticos que reservavam à função um papel de destaque. Para os seus primeiros volumes inovadores, Roxo apropriou-se também de concepções do professor norte-americano Ernst Breslich, que são objetos de estudo no capítulo III. No capítulo seguinte é feita uma análise dos livros didáticos brasileiros mais representativos do período de vigência da Reforma Francisco Campos. Alicerçados, principalmente, nas concepções do pesquisador francês Chervel sobre o funcionamento das disciplinas escolares e apoiados em levantamentos sobre a recepção dos princípios do movimento modernizador em outros países, como a França e Alemanha, concluímos ser possível estabelecer-se um novo olhar para os resultados da empreita de Euclides Roxo em introduzir função entre os conteúdos da nossa matemática escolar secundária. (p. 15).

9) Palavras-chave: Função; Cálculo Infinitesimal; Felix Klein; Euclides Roxo e Ernst Breslich.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

A presente dissertação tem como objetivo primordial estudar como se deu o processo inicial de disciplinarização de função na disciplina matemática do ensino secundário brasileiro. (p. 10).

11) Questões orientadoras:

Como ocorreu o processo inicial de disciplinarização de função na disciplina matemática?

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

Análise de livros didáticos editados na década de 1930.

13) Sujeitos da pesquisa:

06 coleções de livros didáticos.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Chervel (1990) – conceito de disciplina.

Klein (1927) – modernização da matemática.

Schubring (1999) – modernização da matemática.

Boyer (1974) – história da matemática.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

A exploração da noção de variação e dependência que deveria estar presente em todo curso fundamental só é constatada nos livros em que Roxo é autor ou co-autor. Em menor escala, observa-se essa ocorrência também na obra de Maeder. (p. 141).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Não apresenta.

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Edgard Blücher Ltda, 1974.

CHERVEL, A. A história das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. In: **Teoria & Educação**. Porto Alegre: Pannonica, 1970. n.2, p.117-229.

KLEIN, F. **Matemática Elemental desde um ponto de vista superior**. V.2. Coleção Biblioteca Matemática. Madrid, 1927.

SCHUBRING, G. O primeiro movimento internacional de reforma curricular em matemática e o papel da Alemanha. In: **Zetetiké**. V. 7. N. 11. Campinas: CEMPEM-UNICAMP, 1999. p. 29-50.

1) Título: **Modelando matematicamente questões ambientais relacionadas com a água a propósito do ensino-aprendizagem de funções na 1ª série do ensino médio.**

2) Autor: Maria Isaura de Albuquerque Chaves.

3) Orientador: Adilson Oliveira do Espírito Santo – Co-Orientador: Francisco Hermes Santos da Silva.

4) Ano da defesa: 2005.

5) Número de páginas: 151.

6) Nível de ensino: mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas – Universidade Federal do Pará, Pará/PA.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Este trabalho apresenta uma forma possível de se conhecer e materializar a Modelagem Matemática como método de ensino-aprendizagem em cursos regulares. Tal perspectiva de Modelagem foi organizada após considerações feitas sobre os obstáculos já apontados por aqueles que nos antecederam na área. Para observar como a professora e os alunos se envolvem em atividades de Modelagem e discutir, à luz de todo o conhecimento já produzido por pesquisas anteriores, os efeitos desse envolvimento para a prática docente no referido método, para a formação geral do educando, bem como para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, a proposta de Modelagem foi aplicada em uma turma de primeira série do Ensino Médio e avaliada quanto à produção de aprendizagens significativas de funções polinomiais do 1º e 2º graus, função exponencial e logaritmos, com enfoques de ferramentas para a compreensão de questões ambientais relacionadas com a água. Os resultados obtidos apontam que o ensino por Modelagem pode levar o aluno a tornar-se co-participante de seu processo de ensino-aprendizagem e, por conseqüência, ter sua aprendizagem significativa facilitada. Por outro lado, para o professor, entre o reconhecimento das vantagens quanto à utilização da Modelagem para o ensino e a sua aplicação, existe um caminho permeado de estudo e de pesquisa, que, para ser trilhado precisa de disposição e audácia para vencer os obstáculos que se afigurem. (p. 9)

9) Palavras-chave: Modelagem Matemática, ensino-aprendizagem de funções, questões ambientais e matemática.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Tal pesquisa tem como fim primordial elaborar/buscar uma adaptação do processo de Modelagem, que se encaixe no sistema educacional no qual estamos inseridos e que viabilize o ensino de conteúdos matemáticos preestabelecidos, a ponto de torná-los significativos para os alunos. (p.17).

11) Questões orientadoras:

Como podemos utilizar a Modelagem, para o ensino e a aprendizagem da Matemática em um curso regular com o Ensino Médio, por exemplo? (p.40).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

As técnicas utilizadas para a obtenção de dados foram a observação, a análise dos materiais escritos produzidos pelos alunos em atividades de Modelagem e das transcrições das aulas gravadas em áudio-vídeo. A observação foi livre, o que nos levou a registrar em um caderno de campo o que mais chamou a atenção do nosso olhar norteado pela questão da investigação. (p.14). Foi realizada também a análise das atividades aplicadas, buscando evidenciar a participação e interação dos alunos, bem como a utilização de conhecimentos matemáticos.

13) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Para justificar a utilização da modelagem matemática como método de ensino utiliza-se dos seguintes autores como referência: Barbosa (1999, 2003), Bassanezi (2002), Biembengut e Hein (2003), Burak (1992), Caldeira (2004), D'Ambrósio (2001).

Segue as categorias de análise da pauta de observações elaboradas por Coll et al (2003) para criar e analisar as atividades sobre funções.

Utiliza a noção de ambiente de aprendizagem proposta por Skovsmose (2000). Moreira (1999), Moretto (2003) e Zabala (19998) são utilizados para se referir ao conceito de aprendizagem significativa elaborado por David Ausubel.

14) Sujeitos da Pesquisa:

A pesquisa foi aplicada durante o 2º semestre, em uma turma da 1ª série do Ensino Médio de uma escola da rede Federal de ensino, da cidade de Belém-PA, num total de 28 alunos. (p.52 – 57).

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

...podemos inferir que, de um modo geral, esses alunos desenvolveram habilidades e capacidades em compreender os princípios matemáticos do problema, utilizar/transformar conhecimentos pré-adquiridos, identificar variáveis importantes no problema, transitar entre os diversos contextos propostos, inclusive o da Matemática, calcular valor numérico e raízes, identificar os conjuntos Domínio e Imagens das funções, analisar e interpretar gráficos. Dessa forma, acreditamos poder dizer que esses alunos aprenderam de forma significativa a utilizar funções como ferramenta para a compreensão de problemas com referência na realidade e que a Modelagem, nos termos aqui colocado, favoreceu essa aprendizagem. (p. 127).

Acreditamos que a original Modelagem Matemática, método de ensino-aprendizagem, que parte de uma situação-tema, escolhida pelos alunos e/ou pelos professores e, sobre os quais se desenvolvem questões que tentarão ser respondidas mediante o uso do ferramental matemático, para ser fielmente e continuamente aplicada em, nossas salas de aula para o ensino de Matemática, precisa de um projeto pedagógico que a contemple. Caso contrário, seu uso, ficará restrito a experiências isoladas. (p. 129).

De todos os argumentos favoráveis para a utilização da Modelagem Matemática, podemos classificar como os mais visíveis, a motivação para aprender, bem como a facilitação do aprendizado e a melhora nos níveis de participação, contribuindo dessa forma, para a diminuição da passividade do aluno perante a Matemática e sua própria aprendizagem, além da implantação e da manutenção de um atraente e agradável ambiente de ensino e de aprendizagem. (p.136).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Todavia, sugerimos que, na medida do possível ou conforme a sua disponibilidade, o professor, dentro do processo de Modelagem adaptado, transfira progressivamente mais tarefas para os alunos, assumindo uma postura cada vez mais dominante de mediador do conhecimento e, contribuindo para ensinar o aluno a aprender, o que certamente lhe será útil em qualquer fase de sua formação. (p.130).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento)

BARBOSA, J. C. O que pensam os professores sobre modelagem matemática? **Zetetiké**, Campinas, v. 7, n. 11, 1999. Disponível em: <http://sites.uol.com.br/joneicb>. Acesso em: 05/06/2004.

- _____. Uma perspectiva para a Modelagem Matemática. In: **Anais do IV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**. Rio Claro: Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2000.
- BASSANEZI, C. B. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.
- BIEMBENGUT, m. s.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 3.ed. São Paulo: Contexto, 2003.
- BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. Campinas: FE-UNICAMP, 1992. (Tese, Doutorado)
- CALDEIRA, A. D. Modelagem matemática: produção e dissolução da realidade. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2004. Recife. **Anais**. Recife: SBEM/PE, 2004, 1 CD-Rom.
- COLL, C. et al. A concepção construtivista como instrumento para análise das práticas escolares. In: _____. **Psicologia da aprendizagem no ensino médio**. Trad. Cristina M. Oliveira. Porto Alegre: Artmed, 2003.
- D'AMBRÓSIO, U. **Dos fatos reais à modelagem uma proposta de conhecimento matemático**, 1999. Disponível em: <http://vello.sites.uol.com.br/modelos.htm>. Acesso em 21/06/2004.
- MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa**. Brasília: Universidade de Brasília, 1999.
- MORETTO, V. P. **Construtivismo: a produção do conhecimento em aula**. 3. ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2003.
- SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**. Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.
- ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Trad. Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

1) Título: **Conhecimentos de estudantes universitários sobre o conceito de função.**

2) Autor: Acylena Coelho Costa.

3) Orientador: Sonia Barbosa Camargo Igliori.

4) Ano da defesa: 2004.

5) Número de páginas: 163.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

O presente trabalho apresenta um estudo de caráter diagnóstico, cujo intuito foi investigar conhecimentos de estudantes universitários sobre o conceito de função. A análise dos dados norteou-se pela teoria de Tall e Vinner sobre

conceitos imagem e definição constituídos na formação do pensamento científico do estudante. Foram analisados os conhecimentos de oito estudantes do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública do Estado do Pará, que cursavam a disciplina Cálculo I. Os dados foram obtidos pela aplicação de um questionário e realização de intervenções, e foram confrontados com os de pesquisas similares (nacionais e internacionais). Houve indicações de que havia elementos compondo os conceitos imagem e definição dos sujeitos pesquisados sobre o conceito de função, não coerentemente relacionados ao formal e, com alguma similaridade com os dos sujeitos investigados nas outras pesquisas.

9) Palavras-chave: Conceito imagem, conceito definição, função.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Contribuir com o ensino de função, tendo a convicção de que esse conceito é fundamental para os estudos em Matemática. Para tanto, nos propomos investigar concepções de estudantes universitários do curso de Licenciatura em Matemática, no que concerne a esse conceito. (p. 16).

11) Questões orientadoras:

Busca de identificação de elementos do conceito imagem e do conceito definição, no que concerne ao conceito de função, que possam ser mobilizados por estudantes universitários quando resolvem tarefas envolvendo este conceito. (p. 30).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

Realização de uma exploração histórica da evolução do conceito de função e a evolução de tal conceito através do tempo, além da análise de três livros didáticos de Cálculo Diferencial e Integral utilizados pelos sujeitos investigados, no que se refere à noção de função.

A pesquisa desenvolveu-se em duas fases, sendo que em ambas um dos instrumentos de coleta de dados foi um questionário. Na 1ª fase os estudantes responderam o questionário piloto. Na 2ª fase, dividida em duas etapas, sendo que na etapa 1 os estudantes responderam a um questionário com questões abertas e, na etapa 2?

Realização de entrevista com dois dos sujeitos investigados.

13) Sujeitos da pesquisa:

Sessenta e três estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Pará, sendo 36 do 1º ano e 27 do 2º ano.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Tall e Vinner (1981) – elementos constitutivos do pensamento dos indivíduos no processo de aprendizagem de um conceito científico.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

A partir do exposto, consideramos que os resultados encontrados confirmam os apontados na pesquisa de Mendes (2000), os quais evidenciam que alunos do ensino superior apresentam dificuldades com esse tipo de função. Assim, percebemos que a interpretação mobilizada pelos sujeitos de nossa pesquisa provocaram respostas equivocadas do ponto de vista matemático. (p. 69).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Os procedimentos metodológicos adotados nessa pesquisa não permitiram uma análise mais profunda dos elementos do conceito imagem mobilizados por esses estudantes, assim sugerimos que tal possibilidade seja investigada em pesquisas posteriores. (p. 89).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

TALL, D.; VINNER, S. Concept Image and concept Definition in Mathematics with particular reference to limits and continuity. **Educational Studies in Mathematics**, v.12, p. 151-169, 1981.

1) Título: **Um estudo da gênese do conceito de funções a partir de um referencial Piagetiano: subsídios para um estudo psicogenético.**

2) Autor: Lair de Queiroz Costa.

3) Orientador: Dair Ailly Franco de Camargo.

4) Ano da defesa: 1995.

5) Número de páginas: 155.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Este estudo teve como objetivo buscar na história algumas respostas para impasses pedagógicos ligados ao ensino de matemática. O tema matemático selecionado foi "funções". A teoria escolhida para proporcionar a compreensão do processo cognitivo foi a de Jean Piaget, principalmente os mecanismos genéricos do desenvolvimento do conhecimento, subdivididos em três etapas: intra, inter e trans-objetal. Para compreender esta fase, a terceira da teoria piagetiana, fez-se necessário um estudo histórico, pois muitas das idéias apresentadas originavam-se em uma das duas fases anteriores. Para entender a evolução do conceito de uma função, foi efetuada uma análise histórica. A junção da história do desenvolvimento de um conceito com uma das vertentes da teoria da cognição parece útil para as decisões pedagógicas, pois ao evidenciar estrangulamentos e obstáculos, facilita a busca de atalhos. Além disso, a teoria de Piaget auxilia o entendimento das atividades sugeridas pela Proposta Curricular de Matemática do estado de São Paulo. Algumas implicações pedagógicas sobre os aspectos evidenciados serão expostas no decorrer deste estudo.

9) Palavras-chave: História da Matemática; desenvolvimento cognitivo; estruturas mentais; funções.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Fornecer subsídios para que os professores:

- . verifiquem se as barreiras históricas que dificultaram a formalização de uma teoria são semelhantes àquelas que se apresentam em sala de aula;
- . analisem, construam e utilizem, no processo de ensino e aprendizagem, instrumentos semelhantes àqueles que possibilitaram a transposição de barreiras históricas. (p. 10).

11) Questões orientadoras:

O entendimento de um conceito é facilitado quando se conhece a sua gênese?

É possível e desejável o uso da História da Matemática como instrumento auxiliar no processo de ensino e aprendizagem?

Em que e por que a História é útil para a formação do professor de Matemática? (p. 6).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):
Pesquisa bibliográfica.

13) Sujeitos da pesquisa:
Pesquisa bibliográfica.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Jean Piaget – a sua teoria e biografia.

Youschkevitch – apresenta a história e o desenvolvimento do conceito de função.

José Babini – apresenta a história da Matemática Moderna.

Otte – história da matemática.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

(...), o esquema de organização da estrutura para a aprendizagem de um conceito, mesmo que não respeite a mesma seqüência cronológica, exige o mesmo tipo de adaptação das mesmas sub-estruturas verificadas no desenvolvimento histórico desse conceito.

O sujeito só reconhece a validade de uma construção quando a sente significativa, isto é, quando a necessidade intrínseca provoca a generalização das conexões estabelecidas. (p. 150).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

No entanto, é esse o conteúdo inaugural do 2º grau. Talvez seja desejável e conveniente sua introdução nessa fase escolar. Embora tal discussão não seja objeto deste trabalho, o fato é que no momento é assim. Resta saber até que ponto é possível trabalhar este conceito considerando o estágio do desenvolvimento cónito dos jovens. (p. 149).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

- BABINI, J. **História de lãs Ideas Modernas em Matemática**. Washington, Secr. Geral de la Organización de los Estados Americanos, 1967.
- OTTE, M. Concepção de História da Matemática. In: **Bolema**. Ed. Especial, n.2, Rio Claro, SP, 1992.
- PIAGET, J. & GARCIA, R. **Psicogênese e História de la Ciência**. México, Singlo Vinteuno Editores, 2ª edição, 1984, 252p.
- PIAGET, J. **Epistemologia Genética**. Trad. por Cabral, A., São Paulo, Martins Fontes, 1990.
- YOUSCHKEVITCH, A. P. The concept of function up to the middle of the 19th Century. In: **Archive for History of Sciences**, nª 16, Ed. Springer. 1975. pp.37-85.

1) Título: **Função seno e cosseno: uma seqüência de ensino a partir dos contextos do “mundo experimental” e do computador.**

2) Autor: Nilce Meneguelo Lobo da Costa.

3) Orientador: Sandra Maria Pinto Magina.

4) Ano da defesa: 1997.

5) Número de páginas: 179.

6) Nível de ensino: mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação Matemática – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo/SP.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

O objetivo deste trabalho é investigar a influência de dois diferentes contextos – computador e “mundo experimental” – na aprendizagem da trigonometria.

Escolhemos como assunto alvo as funções seno e cosseno e partimos da hipótese de que é possível introduzi-las de maneira significativa. Preparamos uma seqüência didática e trabalhamos com dois grupos de alunos, sendo que para um deles iniciamos o assunto por atividades no computador e demos continuidade por manipulações no “mundo experimental” e, para o outro grupo, a ordem de introdução foi invertida.

Nossa questão de pesquisa foi verificar qual a ordem de introdução, por contextos, que se apresenta mais eficaz para a aprendizagem. Assim sendo, aplicamos três testes escritos: um antes de iniciar a seqüência didática, um ao término das atividades de um dos contextos e um ao final do estudo.

Analisamos os dados sob os seguintes pontos de vista: desempenho dos grupos e dos sujeitos nos testes, taxa de variação de acertos por grupo, análise dos testes por objetivo, desempenho dos grupos nos ítems (subdivisões das questões), sua taxa de variação e análise dos erros e procedimentos. Concluimos que a ordem de introdução do assunto interferiu na aprendizagem. (p. 1).

9) Palavras-chave: Não há.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Observar a influência dos contextos na aprendizagem. Pesquisaremos se uma mesma seqüência, constituída de atividades nos contextos do computador e do mundo experimental, aplicadas a dois grupos de alunos, advindos de uma mesma população, sofre a influência da ordem de aplicação de tais contextos. (p. 80).

Construir uma seqüência que pudesse introduzir as funções seno e cosseno e suas transformações de forma significativa para o aluno e, a partir dela, investigar o tipo de interferência dos contextos (computador e “mundo experimental”) na construção desse conhecimento. (p. 165)

11) Questões orientadoras:

Verificar qual a ordem de introdução, por contextos, que se apresenta mais eficaz para a aprendizagem. (p. 1).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

A pesquisa envolverá 32 alunos distribuídos em três grupos A, B e C, sendo o primeiro o de referência e os dois últimos os grupos experimentais.

A realização do trabalho é dividida em cinco fases: na fase 1 é aplicado um pré-teste para os três grupos; na fase 2, aplica-se uma seqüência didática para os grupos B e C e aula tradicional para o grupo A; na fase 3, aplica-se um teste intermediário para os 3 grupos; na fase 4, aplica-se uma seqüência didática no computador para o grupo B, uma seqüência didática do mundo experimental para o grupo C e aula tradicional para o grupo A; na fase 5, aplica-se um pós-teste para os 3 grupos. (p. 82).

13) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Piaget (1961, 1971, 1978) – discutiremos a função simbólica e o conhecimento figurativo e operativo.

Vygotsky (1991, 1993) – utilizaremos os conceitos de mediador e de desenvolvimento proximal.

Vergnaud (1987, 1990, 1994) – a teoria dos campos conceituais, a questão da concepção e competência, e a resolução de problemas como formadora do conhecimento.

Nunes (1993) – o estudo do significado da situação.

Bachelard (1965) – a noção de obstáculo.

Brousseau (1983) – a teoria das situações didáticas.

Douady (1986) – a dialética Ferramenta-Objeto e o jogo de quadros.

Duval (1988) – registros de representação.

(p.6).

14) Sujeitos da Pesquisa:

A pesquisa envolverá 32 alunos de uma escola particular de São Paulo, distribuídos em três grupos A (16 alunos do 2º colegial), B (8 alunos, sendo 6 do 1º e 2 do 2º colegial) e C (8 alunos do 2º colegial, que trabalharam em duplas), sendo o primeiro o de referência e os dois últimos os grupos experimentais.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

A participação ativa dos estudantes na formação do conceito de trigonometria foi um dos pontos mais relevantes do estudo. (p.165)

Com relação ao uso do computador, identificar, inicialmente, antes de aplicar as atividades, se as mesmas são viáveis em termos de economia de tempo, simplificação do ensino e contribuição para a aprendizagem, e se as investigações dos estudantes podem ser controladas pelo professor de forma a atingir os objetivos didáticos. (p. 165-166)

Com relação ao contexto do mundo experimental, permite que o estudante aprenda enquanto está resolvendo um problema e também com os próprios enganos. (p. 166).

A análise geral do desempenho dos alunos que participaram de nosso experimento apontou para um crescimento constante na formação e desenvolvimento dos conceitos, para os dois grupos experimentais, evidenciado a partir de significativo aumento no número de respostas corretas do pré para o pós-teste. A aplicação da seqüência didática mostrou o quanto foi proveitoso trabalhar nos dois ambientes, uma vez que observamos, no desenrolar do trabalho, que os alunos estabeleceram correspondências entre as tarefas apresentadas em cada contexto. (p. 169).

A ordem de introdução dos contextos interferiu na aprendizagem. (p. 170).

Nosso estudo sugere que o aprendizado no contexto computacional torna-se mais eficiente quando:

- o aluno não teve contato anterior com o assunto,
- é precedido por manipulações concretas em situações menos comprometidas com o formalismo. (p. 170),

O trabalho em dupla mostrou-se extremamente produtivo e fundamental para atingir os objetivos. (p. 171).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Como a amostra foi pequena e o trabalho realizado em uma escola particular, futuras pesquisas poderiam ser feitas com um maior número de alunos e tendo várias duplas trabalhando simultaneamente no ambiente de laboratório e/ou com alunos de escolas públicas. Sugerimos que sejam feitos testes de retenção ou acompanhamento do desempenho dos estudantes na trigonometria, após a participação em pesquisas. (p. 173).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento)

BACHELARD, G. **L a Formation de l'Esprit Scientifique**. Ed. J. Vrin, France, 1965.

BROUSSEAU, G. **Lês Obstacles Épistémologiques et lês Problèmes em Mathématiques**. RDM, vol. 4, nº 2, 1983.

DOUADY, R. **Jeux de Cadres et Dialectique Outil-Objet**. RDM, Vol. 7, nº, 1986.

DUVAL, R. **Graphiques et Équations: L'Articulation deux Registres**. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, p. 235-253, IREM de Strasbourg, 1988.

NUNES, T; SCHIELMANN, A.; CAHARRER, D. **Street Mathematics and School Mathematics**. Cambridge University Press, Cambridge, 1993.

PIAGET, J. **A formação do símbolo na criança**. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1978.

- _____. **Mental image in the child.** London: Routledge and Kegan Paul, 1971.
- _____. **Play, dreams and imitation in childhood.** London: Routledge and Kegan Paul, 1961.
- VERGNAUD, G. **Problem solving and concept development in learning of mathematics.** E.A.R.L.I., Second Meeting, Tubigen, September, 1987.
- _____. **La théorie des champs conceptuels.** RDM, vol. 10/2.3, pp. 133-170, 1990.
- _____. **Epistemology and Psychology in Mathematics Education.** In: Mathematics and Cognition. Nesher, P: Kilpatrick, J. . pp. 14-30, Cambridge University Press, Cambridge, 1994.
- VYGOTSKY, L. S. **Formação social da mente – o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores.** São Paulo: Martins Fontes, 1991.
- _____. **Pensamento e linguagem.** São Paulo: Martins Fontes, 1993.

1) Título: **Utilização de diferentes registros de representação: um estudo envolvendo funções exponenciais.**

2) Autor: Nilcéia Regina Ferreira Dominoni.

3) Orientador: Lourdes Maria Werle de Almeida.

4) Ano da defesa: 2005.

5) Número de páginas: 122.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Londrina/PR.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Este estudo propõe verificar se a utilização de uma seqüência didática que considere o tratamento, a conversão e a coordenação dos diferentes Registros de Representação da Função Exponencial contribui para a apreensão do objeto matemático Função Exponencial. O estudo está fundamentado na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, que afirma que a coordenação de diferentes registros de representação pode proporcionar a apreensão de um conceito matemático. A metodologia utilizada segue os princípios da Engenharia Didática. Na análise a priori, foram elaboradas as atividades da seqüência visando a utilização de diferentes registros e analisando seus aspectos matemáticos e didáticos. Esta seqüência foi aplicada a alunos da primeira série do Ensino Médio de uma escola particular da cidade de Arapongas, Paraná. Foram analisadas as produções de dezesseis alunos que participaram de todas as atividades da seqüência. Com a análise das produções dos alunos, infere-se que as atividades envolvendo o tratamento, conversão e coordenação dos diferentes registros de representação contribuem para apreensão do conceito Função Exponencial.

9) Palavras-chave: Registros de Representação; Função Exponencial; Educação Matemática; Engenharia Didática.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho).

Observar se o desenvolvimento de atividades que consideram o tratamento, a conversão e a coordenação entre os diferentes registros de representação da Função Exponencial contribuem para a apreensão do objeto matemático Função Exponencial. (p. 11).

11) Questões orientadoras:

Existem fatores que podem contribuir para a aprendizagem? Como identificá-los? (p. 10).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho): Engenharia Didática proposta por Michele Artigue (1996).

Elaboração de uma seqüência didática baseada nos registros de representação de Duval.

13) Sujeitos da pesquisa:

Participaram da pesquisa 27 alunos da primeira série do Ensino Médio de uma escola particular da cidade de Arapongas, na faixa etária de 13 a 15 anos.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Duval (1993, 2003) – registros de representação semiótica.

Artigue (1996) – engenharia didática.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas :

(...) o que podemos concluir é que, com base nos resultados obtidos, os alunos que participaram desta seqüência didática, identificaram a Função Exponencial nos diferentes registros de representação e realizaram a coordenação entre eles. Se considerarmos o tratamento, a conversão e a coordenação entre os diferentes registros de representação de um objeto matemático, como um dos meios que permitem a apreensão de um conceito matemático, podemos considerar que o conceito Função Exponencial foi aprendido pelos alunos que participaram do desenvolvimento da seqüência didática que enfatizava o tratamento, a conversão e a coordenação entre os diferentes registros de representação da Função Exponencial. (p.11).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Com relação à nossa seqüência, temos também algumas considerações. Como no desenvolvimento da seqüência didática encontramos algumas dificuldades, acreditamos que estas poderiam ser amenizadas se incluíssemos mais algumas atividades no início da primeira fase que propiciassem a conversão entre o registro em linguagem natural e o registro algébrico, pois percebemos que este tipo de conversão apresentou dificuldades para o aluno. Analisando agora, poderíamos também incluir atividades que possibilitassem a conversão do registro gráfico para o algébrico, pois este tipo de conversão não foi muito enfatizado na nossa seqüência didática. (p.116).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: **Didactica das Matemáticas**. Org. Brun, Jean. Trad. Maria José Figueiredo, Delachaux et Niestlé, 1996, p. 193-217.

DUVAL, R. Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives**. Strasbourg: IREM-ULP, 1993.

DUVAL, R. Registros de Representação Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**. Org. Machado, Silvia D. A. Campinas: Papirus, 2003.

1) Título: **Algumas concepções e dificuldades sobre o ensino-aprendizagem de funções envolvendo os contextos algébricos e gráficos e a conexão entre os mesmos.**

2) Autor: Rachel Bergman Fonte.

3) Orientador: Gilda de La Rocque Palis.

4) Ano da defesa: 2002.

5) Número de páginas: 89.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Este trabalho teve como objetivo analisar alguns aspectos do ensino introdutório de funções no Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Para tal, foi realizada uma revisão bibliográfica acerca de concepções errôneas e dificuldades dos alunos relacionadas ao conteúdo de função e suas representações. Esta revisão serviu de fundamentação teórica para a análise de livros didáticos e de entrevistas realizadas com professores dos Ensinos Fundamental e Médio. As conclusões apresentadas ao final do trabalho abordam os aspectos que mais nos chamaram a atenção no decorrer das análises e algumas delas confirmam o que foi apresentado na revisão bibliográfica.

9) Palavras-chave: Representação Algébrica, Representação Gráfica.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Analisar alguns aspectos do ensino introdutório de funções no Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Sugerir alguns tipos de atividades que procurem conciliar as diferentes representações de funções e a conexão entre elas, bem como dar sugestões para o ensino-aprendizagem de funções nos níveis fundamental e médio. (p. 69-70).

11) Questões orientadoras:

Por isso mesmo, o ponto de partida deste trabalho foi o desempenho em Introdução ao Cálculo na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), sendo que a questão norteadora que levantamos foi o fraco desempenho de muitos desses estudantes nessa disciplina. (p. 1).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho): Pesquisa bibliográfica sobre concepções e dificuldades dos alunos relacionadas ao ensino-aprendizagem de funções no Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Análise de duas coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental e uma coleção de Ensino Médio, no tocante aos capítulos relacionados ao conteúdo funções.

Entrevistas com professores de Matemática do Ensino Fundamental e Médio. (p. 9).

13) Sujeitos da pesquisa:

Três professoras que lecionavam Matemática no 2º grau em escolas federais e particulares da Zona Sul do Rio de Janeiro. (p.51).

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Para análise do livro didático: Philipp, Martin e Richgels (1993), Yerushalmy e Schwartz (1993). (p. 68).

Para análise das entrevistas com os professores: Schoenfeld, Smith e Arcavi (1993). (p. 69).

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

No entanto, nossa opinião é de que somente demonstrar e, ao mesmo tempo, não procurar apresentar argumentos que tornem o resultado plausível para o aluno, também não é satisfatório. Portanto, é preferível tentar chegar a um ponto de equilíbrio entre demonstração e exemplos convincentes. (p.69).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Não apresentou sugestões.

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

PHILIPP, R.; MARTIN, W.; RICHGELS, G. Curricular Implications of Graphical Representations of Functions. In: ROMBERG, T.; CARPENTER, T.; FENNEMA, E. (Orgs.). Idem. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 1993, pp. 239-278.

SCHOENFELD, A. H.; SMITH, J. P.; ARCAVI, A. Learning: the microgenetic analysis of one student's evolving understanding of a complex subject matter domain. In: GLASER, R. (Org.). Advances in Instructional Psychology. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, v. 4, 1993, pp. 1-9.

YERUSHALMY, M. SCHWARTZ, J. Seizing the Opportunity to make algebra mathematically and pedagogically interesting. In: ROMBERG, T.; CARPENTER,

T. ; FENNEMA, E. (Orgs.) Idem. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 1993, pp. 41-68.

1) Título: **O estudo de funções à luz das reformas curriculares: reflexos em livros-didáticos.**

2) Autor: Tercio Girelli Kill.

3) Orientador: Circe Mary Silva da Silva Dynnikov.

4) Ano da defesa: 2004.

5) Número de páginas: 180.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

A pesquisa examina a abordagem dispensada ao estudo de funções em livros-didáticos de Matemática, desde a sua inserção oficial nos programas curriculares, no início da década de 30, até o declínio do Movimento da Matemática Moderna, sendo que para este último período o estudo enfocou, também, o Espírito Santo. A investigação leva em conta os aspectos sócio-históricos, baseando-se em programas oficiais de ensino, orientações curriculares, depoimentos, bem como na realidade política, econômica e social do país. Os livros analisados: Roxo (1930), Thiré & Mello e Souza (1933), Algacyr Munhoz Maeder (1942), Ary Quintella (1958), Osvaldo Sangiorgi (1969) e Merigueti & D'Avila (1974) foram escolhidos, principalmente, pelo envolvimento dos autores com as diferentes reformas curriculares e número de edições das obras. A análise foi realizada utilizando-se os diversos recursos disponíveis no texto, relativos ao estudo de funções como: a definição de função, as ilustrações, os exemplos, os exercícios e a contextualização. Verificam-se mudanças de abordagem constantes nos livros-didáticos. Os livros anteriores ao movimento modernista apresentavam a noção de função pautada na idéia de dependência, enquanto que a partir da década de 60 as obras analisadas definiram função como um tipo especial de relação. Buscou-se investigar as relações das obras com as propostas curriculares vigentes. Observa-se que os livros de Roxo e Thiré & Mello e Souza foram escritos atendendo plenamente a proposta curricular da época. A obra de Maeder contém a noção de função explicitada, num momento em que o seu estudo não constava nos programas. Quintella segue os programas da época, e sua obra não traz o estudo de funções explicitamente, porém a forma como expõe o item trinômio do 2º grau é bem similar ao estudo de funções. Sangiorgi segue os programas que ele mesmo participara da elaboração e apresenta funções de acordo com o padrão modernista. A obra de Merigueti & D'Avila, não foi influenciada por nenhuma

proposta oficial nacional, mas teve grande penetração na proposta curricular capixaba de 1974, sobretudo na forma como sugeriu o estudo de funções já na 5ª série do 1º grau. (p. 6).

9) Palavras-chave: Funções; livros-didáticos; reformas curriculares.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Num âmbito mais geral: Analisar historicamente o estudo de funções a partir das idéias modernizadoras, ocorridas, a partir de 1929, até o declínio do Movimento de Matemática Moderna.

E de forma mais específica: Historiar, de modo geral, os determinantes que contribuíram para um novo olhar sobre a Matemática, focando especificamente o estudo de funções; investigar como ocorreu a inserção do Movimento da Matemática Moderna no Espírito Santo e as conseqüentes influências acarretadas à apresentação do estudo e funções na Coleção Matemática Orgânica; comparar analiticamente o tratamento dispensado ao estudo de funções pelos diferentes autores de livros-didáticos selecionados para a pesquisa. (p.19)

11) Questões orientadoras:

O livro didático assume um papel de extrema importância, conformando, à sua maneira, o ensino-aprendizagem de um determinado tópico da Matemática, determinando as concepções dos professores.

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

A metodologia utilizada para a pesquisa foi a análise de conteúdos documentais e de livros-didáticos. A análise de conteúdos, à qual nos referimos segue as idéias e os pressupostos teóricos da professora Laurence Bardin. (p. 26)

13) Sujeitos da pesquisa:

Pesquisa bibliográfica.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

A contribuição de Bittencourt e de outros autores por ela citados, a exemplo de Allain Chopin, André Chervel, Michel Foucault, Dominique Julia, Gabriela Ossenbach e Miguel Somoza constituem o referencial teórico na elaboração do presente trabalho. (p.20)

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

A apresentação do estudo de funções, nos livros didáticos analisados, durante os anos de Matemática Moderna era precedido por um estudo envolvendo relações. Os autores modernistas objetivavam estender a noção de função para além de conjuntos numéricos, com isso, função no período modernista deixou de ser tratada como uma dependência entre grandezas. O caráter de maior generalidade envolvendo os elementos submetidos a uma relação que associava todo elemento de um conjunto qualquer (partida) a um único elemento de um segundo conjunto (chegada) tinha por finalidade conferir ao estudo de funções um nível maior de abstração. (168-169).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Quais os determinantes que influenciaram as atuais propostas curriculares? Quais as atuais recomendações para o estudo de funções, constantes nos atuais PCNs? De que forma os autores de livros didáticos se apropriaram das atuais recomendações específicas para o estudo de funções? Tais perguntas podem constituir-se em possíveis desdobramentos de nossa pesquisa. (p.171).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

BARDIN, Lawrence. **Análise de conteúdo**. Tradução de Luis Antero reto e Augusto Pinheiro. Lisboa, Portugal. Edições 70, 1988.

BITTENCOURT, C. M. F. **Livro didático e conhecimento histórico: uma história do saber escolar**. Tese de Doutorado. São Paulo: USP, 1993.

CHERVEL, A. **História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa**. In: Teoria e educação, nº 2. Porto Alegre: Pannonica, 1990.

CHOPPIN, A. **Passado y presente de los manuales escolares**. In: Berrió, J. R. La Cultura escolar de Europa. Madri: Editorial Biblioteca Nueva, 2000.

JULIA, D. **A cultura escolar como objeto histórico**. In: Revista Brasileira de História da Educação, nº 1. Campinas: Autores Associados, 2001.

OSSENBACH, G. e SOMOZA, M. **Los manuales escolares como fuente para la historia de la educacion em América Latina**. Madrid: UNED Educaciones, 2001.

1) Título: **Fragmentações e aproximações entre Matemática e Física no contexto escolar: problematizando o conceito de função afim.**

2) Autor: Janice Pereira Lopes.

3) Orientador: Jose André Peres Angotti; Méricles Thadeu Moretti (co-orientador).

4) Ano da defesa: 2004.

5) Número de páginas: 205.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

O presente trabalho teve como preocupação central à investigação do processo de construção e compreensão do conceito de função afim, no contexto atual do ensino de Matemática, apontando suas fragilidades e possibilidades de superação, bem como sua ligação com os fenômenos naturais, estudados na Física. Também tivemos a preocupação de discutir e identificar as potencialidades oriundas das interações conceituais entre as dimensões do ensino e da aprendizagem de Matemática e Física por meio da construção do

conceito de função afim. Para tanto, vinculamos nossa proposta a uma análise sistemática dos aspectos relativos à superação do cenário estabelecido no ensino atual. Nesse sentido, articulamos nossos objetivos a uma proposta alternativa para o ensino do conceito de função afim, através da abordagem conceitual e dos conceitos unificadores. Acreditamos que a associação desses elementos permite compreender o conceito de função afim, para além da Matemática, e proporciona aproximações entre o ensino desta com a disciplina de Física. Tais aproximações se efetivam na medida em que a construção de conhecimentos matemáticos, inerentes ao conceito de função afim, é vinculada a conceitos trabalhados no trato de fenômenos físicos, estudados na Física.

9) Palavras-chave: Matemática e Física; Função afim; Ensino de Ciências.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Nosso objetivo principal foi investigar e identificar a potencialidade dos conceitos na estruturação do ensino e da aprendizagem de Matemática, em particular do conceito de função. (p. 13).

11) Questões orientadoras:

O que se pretende ao ensinar Matemática? Por que as crianças devem aprender Matemática? (p. 25)

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

Aplicação de três atividades, sendo uma atividade com situações problema e duas atividades experimentais, sendo a última envolvendo fenômenos físicos. O trabalho realizado com os alunos totalizou vinte encontros, realizados duas vezes por semana, utilizando dois, dos quatro períodos semanais, destinados a disciplina de matemática.

A análise dos resultados foi feita a partir de cada atividade, destacando as dificuldades encontradas, os avanços e as contribuições verificadas com o desenvolvimento destas.

13) Sujeitos da pesquisa:

Grupo piloto de 5 alunos da 8ª série do Ensino Fundamental.

Grupo de 24 alunos da 8ª série do Ensino Fundamental, de uma escola pública do município de Florianópolis/SC.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Trindade (1996); Pinheiro (1996); Campos (2000); Zuffi & Pacca (2002), Santos (2002), Campitelle & Campitelle (2003); Pelho (2003), Moura & Moretti (2003) – pesquisas envolvendo a situação atual do ensino e aprendizagem do conceito de função, e as propostas mais recentes desenvolvidas na tentativa de atenuar as deficiências deste processo no contexto escolar. (p. 13).

Vergnaud (1990) – Teoria dos Campos Conceituais.

Brasil (1998) – discussão da importância da Matemática para o ensino de Ciências.

Angotti (1991) – conceitos unificadores.

Pietrocola (2002) – matemática como estruturante das idéias físicas do mundo.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

Não temos a intenção de relativizar os depoimentos, mas acreditamos que, dentro do quadro que nos foi imposto, o resultado obtido pode ser considerado satisfatório, já que conseguimos alcançar os objetivos iniciais traçados e, ainda, potencializar novas perspectivas para a proposta. (p. 167).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Portanto, o ensino de Matemática, particularmente o do conceito de função afim, apresenta-se como um campo repleto de desafios, que propiciam a construção individual de alternativas para a superação destes. As associações entre atividades desafiadoras, construções contínuas e às descrições do conceito de função afim, constituem-se em uma possibilidade de dar novo sentido à construção dos conceitos matemáticos, tanto dentro da Matemática quanto da Física. Pois, tais associações colocam o foco não no conteúdo pelo conteúdo, mas na capacidade do aluno em construir idéias que lhe permitam desempenhar-se na resolução de situações-problema diversas. (p. 172).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

ANGOTTI, J. A. **Fragmentos e totalidade no ensino de ciências**. Tese de Doutorado, FEUSP, 1991.

BRASIL. **Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: matemática (5ª a 8ª séries)**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CAMPITELLI, H. C.; CAMPITELLI, V. C. **Metodologia para o ensino de funções**. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2003.

CAMPOS, C. R. **O ensino de Matemática e de Física numa perspectiva integracionista**. Dissertação de Mestrado. PUC/SP, 2000.

MOURA, M. O.; MORETTI, V. D. Investigando a aprendizagem do conceito de função a partir dos conhecimentos prévios e das interações sociais. In: **Ciência e Educação**, v.9, n.1, p. 67-82, 2003.

PELHO, E. B. B. **Introdução ao conceito de função: a importância da compreensão das variáveis**. Dissertação de mestrado, PUC/SP, 2003.

PIETROCOLA, M. **A matemática como estruturante do conhecimento Físico**. In: Cad. Brás. Ens. Fís., v. 19, n.1: p.93-114, abr. 2002.

PINHEIRO, T. F. **Aproximações entre a ciência do aluno na sala de aula da 1ª série do 2º grau e a ciência dos cientistas: uma discussão**. Dissertação de mestrado. UFSC, 1996.

SANTOS, E. P. **Função afim $y = ax + b$: a articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxílio de um software educativo**. Dissertação de Mestrado, PUC/SP, 2002.

TRINDADE, J. A. **Os obstáculos epistemológicos e a educação matemática**. Dissertação de mestrado. UFSC, 1996.

VERGNAUD, g. **La théorie des champs conceptuels**. RDM 10 (2-3), p.133-170.

ZUFFI, E. M.; PACCA, J. L. A. O conceito de função e sua linguagem para os professores de Matemática e de Ciências. In: **Ciênci & Educação**, vol. 8, nº 1:p. 35-41, 2002.

1) Título: A Importância da utilização de Múltiplas Representações no Desenvolvimento do Conceito de Função: uma proposta de ensino.

2) Autor: Wagner Sanches Lopes.

3) Orientador: Anna Franchi.

4) Ano da defesa: 2003.

5) Número de páginas: 105.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

A pesquisa constituiu-se em uma proposta de avaliação de uma seqüência didática, visando a introdução ao conceito de função, em particular da função afim. Fundamentou-se em elementos teóricos propostos por R. Duval e B.J. Caraça. De modo mais específico pretendeu-se avaliar os fenômenos didáticos ocorridos em resolução de problemas, envolvendo a conversão do registro gráfico de uma função afim para o algébrico e vice-versa. A proposta foi desenvolvida em uma classe de 8a. série do ensino fundamental de uma escola pública na zona leste da cidade de São Paulo. Esta pesquisa revelou a importância da utilização de múltiplas representações no processo de conceitualização de função, favorecendo a coordenação entre as variáveis visuais pertinentes no registro gráfico e os correspondentes valores categoriais no registro algébrico.

9) Palavras-chave: Registros de representação; Conversão de registros.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Avaliar os fenômenos didáticos ocorridos em resolução de problemas, envolvendo a conversão do registro gráfico de uma função afim para o algébrico e vice-versa.

11) Questões orientadoras:

Que fenômenos didáticos ocorrem, quando o aluno faz o tratamento dentro de um mesmo registro, ou uma conversão entre diferentes registros, nas condições institucionais e de ensino em que se deu a pesquisa?

Que dificuldades eles encontram e de que procedimentos se utilizam nessa tarefa?

Em que medida uma proposta de ensino, voltada às atividades de conversão e tratamento de registros de representação, permite o domínio de aquisições funcionais dos diferentes sistemas de representação requeridos para a formação do conceito de função? (p. 18).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho): Desenvolvimento de uma seqüência didática em sala de aula. Por sua natureza participativa, essa é uma pesquisa interventiva. A seqüência, constituída por 12 atividades, foi aplicada durante 17 aulas e a professora de matemática da turma e um professor de matemática indicado pela direção da escola auxiliaram nas observações, porém sem realizar intervenções, apenas acompanhavam as discussões dos alunos na resolução das atividades. Após cada aula fazíamos uma reunião para registrar os fatos relevantes ocorridos durante a sessão. Os alunos realizaram as atividades em grupos de dois, três ou quatro.

13) Sujeitos da pesquisa:

Quarenta alunos da 8ª série do ensino fundamental de uma escola pública da cidade de São Paulo.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Duval (1995 – 1999) – registros de representação semiótica.

Caraça (1951) – aspectos teóricos relativos ao conceito de função.

Schon (1992) e Franchi (1995) – importância do provisório no processo de elaboração do conhecimento.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

Apesar de apresentar, durante a análise dos resultados, duas tabelas contendo as quantidades de acertos e erros, quero destacar que procurei avaliar a eficiência dos trabalhos “*pela modificação da qualidade de produção*” (Duval, 1995, p.6). Essa mudança de qualidade significando uma melhora nas iniciativas, nos procedimentos dos alunos para efetuar os tratamentos matemáticos, no interesse na execução das atividades. Nessa perspectiva, conclui que a pesquisa atingiu seus objetivos. (p. 93).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Entendo que as contribuições desta investigação para o ensino consistem em oferecer subsídios para orientar uma aprendizagem que considere a criatividade dos alunos; que se contraponha a uma institucionalização apressada e pronta e, pelo contrário, valorize a riqueza das produções individuais e permita institucionalizações parciais, pois, não foi assim construído o conhecimento? (p. 93).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais de matemática**. Lisboa: Tipografia Matemática, 1951. p. 107-152.

DUVAL, R. **Aprendizagens intelectuais**. Caderno do curso ministrado na PUC/SP, fevereiro, 1999.

DUVAL, R. Graphiques et Équations: L’Articulation de deux registres. **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives 5**. IREM de Strasbourg, 1995.

FRANCHI, A. **A compreensão das situações multiplicativas elementares**. Tese de Doutorado. Puc/SP, 1995.

SCHON, D. A. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NOVOA, A. (Coord.). **Os professores e sua formação**. Lisboa: Dom Quixote – Instituto de Inovação, 1992. p. 77-93.

1) Título: **A aquisição do conceito de função: perfil das imagens produzidas pelos alunos.**

2) Autor: Airton Carrião Machado.

3) Orientador: Maria Manuela Martins Soares David.

4) Ano da defesa: 1998.

5) Número de páginas: 198.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Estudar a aquisição de um conceito matemático é nosso principal objetivo. Para tanto, optamos por estudar como se dá a aquisição do conceito de função, por parte de alunos de bom resultado escolar em Matemática. A principal questão de nossa pesquisa foi: qual ou quais imagens o aluno possui desse conceito? Com o objetivo de analisar determinadas questões surgidas, apresentamos algumas concepções de Matemática e traçamos um painel da Educação Matemática no Brasil. Com o intuito de contextualizarmos o trabalho, fizemos uma descrição dos sujeitos da pesquisa - o aluno e o conceito de função - e de alguns elementos de mediação entre o aluno e o conceito - a escola, o professor e o livro didático. Desenvolvemos o trabalho numa escola pública onde acompanhamos alunos do 1º ano do segundo grau. A eles, foram aplicados testes com o objetivo de identificar quais eram as imagens apresentadas do conceito de função após o seu contato escolar com o conceito. Observamos que, mesmo os alunos que obtêm sucesso escolar em matemática, apresentaram várias imagens do conceito, utilizando-as de acordo com o contexto. Para analisarmos as imagens de função dos alunos nos utilizamos da idéia de perfil conceitual de Mortimer (1994), que é um modelo que descreve as mudanças no pensamento individual como resultado do processo de ensino. A partir das imagens identificadas, traçamos um perfil conceitual de função, caracterizando cada uma das cinco zonas delimitadas e estabelecendo algumas relações entre o perfil, a história e o ensino do conceito. Foram delimitadas cinco zonas distintas no perfil: as duas primeiras referem-se às idéias prévias do conceito de função – Conceito primitivo de função e Instinto funcional. As demais se referem às imagens formadas após o contato formal com o conceito e são: Variação funcional, Lei Algébrica e Conceito formal. Sugerimos uma estratégia de ensino do conceito de função, estruturada a partir das concepções prévias dos alunos, através de uma seqüência de atividades organizadas de acordo com as zonas do perfil

conceitual, criando gradativamente um contexto favorável à apresentação da definição formal. Acreditamos que esse tipo de estratégia favorece o aluno a tomar consciência do seu perfil conceitual, podendo assim se utilizar de todas as zonas, reconhecendo qual imagem é a mais adequada para a obtenção de um resultado em Matemática. O estudo das concepções prévias dos alunos é um interessante campo de pesquisa para a Educação Matemática, campo esse já bastante explorado no ensino de Ciências, mas ainda pouco estudado pela Educação Matemática e para o qual este trabalho pretendeu dar sua contribuição.

9) Palavras-chave: Não há.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Estudar a aquisição de um conceito matemático é nosso principal objetivo.

11) Questões orientadoras:

Qual ou quais imagens o aluno possui do conceito de função?

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

Desenvolvemos o trabalho numa escola pública onde acompanhamos 27 alunos do 1º ano do segundo grau. A eles foram aplicados testes com o objetivo de identificar quais eram as imagens apresentadas do conceito de função após o seu contato escolar com o conceito.

13) Sujeitos da pesquisa:

Os sujeitos dessa pesquisa foram selecionados da seguinte forma: quinze alunos foram selecionados pelo professor J (apresentado no capítulo 4) das 3 turmas do 1º ano, de acordo com a nossa solicitação de indicar os alunos de sucesso, ou bons alunos. Outros seis alunos foram escolhidos a partir dos resultados de dois testes que realizamos com todos os alunos dessas 3 turmas.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Gray & Tall (1993) – aborda a questão do sucesso e fracasso do aluno em Matemática, em uma perspectiva cognitivista.

Mortimer (1994) – idéia de perfil conceitual usada para analisar as imagens de função dos alunos.

Vinner (1994) – pressupostos que fundamentam a apresentação e a organização da Matemática nos livros didáticos.

Vygotsky (1979) – aquisição de um conceito científico e as possíveis relações com os conceitos cotidianos por parte de um aluno.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

Observamos que, mesmo os alunos que obtêm sucesso escolar em matemática, apresentaram várias imagens do conceito, utilizando-as de acordo com o contexto. (p.175).

Um fato que consideramos de grande importância é a existência de idéias prévias por parte dos alunos. (p.176)

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Apesar das tendências socioetnoculturalistas afirmarem que deve-se dar atenção especial aos conhecimentos prévios dos alunos isso está pouco estudado ainda pela Educação Matemática, sobretudo no caso de conceitos que têm pouca aplicabilidade no cotidiano e costumam ser trabalhados mais tarde na vida escolar dos estudantes. (p. 176).

Acreditamos que uma estratégia de ensino do conceito de função estruturada levando-se em conta as concepções prévias dos alunos, pode evitar que a definição formal se transforme em uma coisa vazia de significado para eles. (p. 182).

Acreditamos ainda que o estudo das concepções prévias dos alunos é um interessante campo de pesquisa para a Educação Matemática, campo esse já bastante explorado no ensino de Ciências, mas ainda pouco estudado pela Educação Matemática. (p.182)

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

GRAY, E.; TALL, D. Success Failure in Mathematics: The flexible meaning of symbols as process and concept. *Mathematics teaching*, 142: p. 6-10, march 1993.

MORTIMER, E. F. *Evolução do atomismo em sala de aula: mudança de perfis conceituais*. São Paulo: Faculdade de Educação da USP, 1994. (Tese de Doutorado em Educação).

VINNER, s. The role of Definitions in the teaching and learning of Mathematics. In: TALL, D. *Advanced Mathematical Thinking – Mathematics Education Library*, Vol. 11. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers.

VYGOTSKY, L. S. *Pensamento e Linguagem*. Lisboa: Ed. Antídoto, 1979.

1) Título: **O ensino de funções na educação fundamental: o dito, o feito e o que pode ser feito.**

2) Autor: Raquel Fernandes Gonçalves Machado.

3) Orientador: Arlindo José de Souza Júnior.

4) Ano da defesa: 2005.

5) Número de páginas: 158.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Neste trabalho, a questão inicial consistia na busca por compreender se o ensino de funções deveria ou não ser explorado com alunos do ensino fundamental. Ao

iniciarmos nossos estudos, e à medida que desenvolvemos essa pesquisa, percebemos que tínhamos uma questão maior que necessitávamos responder: Como compreender a dinâmica dos saberes docentes relacionados ao estudo de funções no ensino fundamental? Ainda, a partir desta questão, outras foram sendo formuladas, considerando os diferentes fatores que, de forma direta ou indireta, integram e interferem no ensino deste conteúdo. Nossa busca perpassa por estudos dos momentos da história da Educação Matemática, procurando compreender concepções que fundamentam o momento atual do ensino de funções. Recorremos também a documentos oficiais, como as propostas de MG e SP e os PCN, por considerarmos que representam recursos importantes para nortear tanto as ações dos(as) professores(as), quanto para fundamentar autores(as) no momento da elaboração de livros didáticos e paradidáticos. Nossas reflexões contaram diretamente com a valorosa ajuda das professoras de Matemática Maria José e Doralina, que se propuseram a caminhar conosco, e também com o grupo de professores(as) com os(as) quais estavam diretamente vinculados. Ao vivenciar situações do cotidiano desses profissionais, identificamos recursos que nos auxiliaram na elaboração de uma resposta à nossa pergunta. A orientação de nosso trabalho constituiu-se, segundo abordagem qualitativa, por considerarmos que a subjetividade perpassa por diversos aspectos, considerados significativos à nossa questão. Enfim, direcionamo-nos a uma reflexão sobre a resignificação ao enfoque dado a conteúdos abordados neste nível de ensino, que se constituem em pilares para elaboração do conceito de funções. Percebemos a importância desta pesquisa ao desvelarmos a ação de profissionais do ensino, no que se refere não apenas a ações efetivas quando estão envolvidos com seus alunos, mas considerando a ampliação desses momentos, estabelecidos na relação com os demais docentes que compõem o grupo e profissionais das instituições de ensino em que atuam, por constituírem elementos importantes, interferindo e influenciando na constituição de cada profissional. Ao final, apresentamos nossas considerações, acreditando que se efetivarão em importantes contribuições à busca por compreender a dinâmica dos saberes docentes envolvidos com o desenvolvimento de determinado conteúdo, para nós especificamente no trabalho com “funções” no ensino fundamental. Buscando aproximar o que caracterizamos com o dito e o feito envolvidos nesse ensino, apresentamos algumas possibilidades de trabalho, exemplificadas pela modelagem matemática e, ainda, por sugestão referente à formação inicial dos docentes, que se mostraram pertinente e com possibilidades de serem efetivadas. (p. 7).

9) Palavras-chave: Funções no ensino fundamental, saberes docentes, Euclides Roxo, formação docente, trabalho colaborativo.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Compreender se o conceito de funções deve ser ensinado no ensino fundamental.

11) Questões orientadoras:

Como compreender a dinâmica dos saberes docentes relacionados ao ensino de funções no ensino fundamental? (p.11).

O que há entre o dito e o feito no ensino de funções na educação fundamental? (p. 30).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):
Análise de três coleções de livros didáticos e duas coleções de livros paradidáticos.

Análise da abordagem do conceito de função desenvolvido nas propostas curriculares de São Paulo e Minas Gerais e, por último, os Parâmetros Curriculares Nacionais. (p. 31).

Realização de observação de 169 aulas de duas professoras do ensino fundamental de uma escola pública de Uberlândia-MG.

Realização de entrevista coletiva com cinco professores que atuam com Matemática na 8ª série em reunião com o grupo de professores de matemática ao qual as duas professoras observadas estavam vinculadas.

13) Sujeitos da pesquisa:

Cinco professores que atuam na 8ª série do Ensino Fundamental de uma escola pública de Uberlândia/MG.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Alves-Mazzotti e Gewandszajder (1998) – compreensão e interpretação das informações obtidas.

Rey (2003) e Cunha (2000) – a importância sobre considerações em duas dimensões: o singular e o coletivo.

Tardif (2002) – saberes da formação profissional.

Zuffi (1999) – evolução do conceito de função.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

As entrevistas reforçam a nossa crença de que a sala de aula é um local privilegiado de produção dos saberes docentes. Nesta perspectiva, vale lembrar que as aulas, por nós observadas, embora sejam também construídas com base em outros saberes, refletem concepções de documentos oficiais, livros didáticos e a própria história de vida dos profissionais que estão atuando. (p. 146).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

(...) consideramos ser necessário que professores se transformem, efetivamente, em professores-pesquisadores e busquem, juntos, em grupos, estratégias que possibilitem estabelecer o diálogo e, conseqüentemente, a aproximação entre esses dois momentos que, acreditamos, tornar-se-ão importantes, instrumentos para auxiliarem na identificação do que pode ser feito para viabilizar e efetivar esta aproximação. (p. 146-147).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER. O método nas Ciências Naturais e Sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa. São Paulo: Pioneira, 1998.
CUNHA, M. D. Constituição de professores no espaço-tempo da sala de aula. Tese de doutorado. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. 2000.

REY, F. L. G. Sujeito e subjetividade: uma aproximação histórico-cultural. Trad. Guzzo, Raquel S. L. São Paulo: Pioneira Thonsom Learnig, 2003.

TARDIF, M. Saberes docentes e formação profissional. Petrópolis: Vozes, 2002.

ZUFFI, E. M. O tema “funções” e a linguagem matemática de professores do ensino médio: por uma aprendizagem de significados. Tese de Doutorado. São Paulo: Faculdade de Educação, USP, 1999.

1) Título: **O conceito de função: aspectos históricos e dificuldades apresentadas por alunos na transição do segundo para o terceiro grau.**

2) Autor: Maria Helena Monteiro Mendes.

3) Orientador: Gilda de La Rocque Palis.
Co-orientador: Maria Aparecida Mamede Neves

4) Ano da defesa: 1994.

5) Número de páginas: 131.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Neste trabalho apresentamos uma visão sobre o conhecimento do conceito de função dos alunos que ingressam no terceiro grau na área tecno-científica. Para a elaboração desta visão foi feito, inicialmente, um estudo da evolução histórica do conceito de função, desde a antiguidade até meados do século XX. Além disso, foi realizada uma revisão da bibliografia existente no Brasil sobre este tema, e foram selecionadas algumas ferramentas teóricas desenvolvidas por pesquisadores estrangeiros. Estas ferramentas serviram como fundamentação para a elaboração do referencial teórico sobre concepções e dificuldades dos alunos relativas a funções. Este referencial teórico foi, então, utilizado na análise dos dados coletados com professores de Matemática do 2º grau e com alunos do 3º grau da área técnico-científica. O objetivo foi determinar como os alunos ingressam no 3º grau em termos do conhecimento do conceito de função, isto é, algumas de suas concepções e dificuldades sobre o tema. Ao final apresentamos algumas sugestões que podem possibilitar uma melhoria na aprendizagem do conceito de função. (p. ii).

9) Palavras-chave: O conceito de função, aspectos históricos; dificuldades apresentadas por alunos.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Determinar como os alunos ingressam no 3º grau em termos do conhecimento do conceito de função, isto é, algumas de suas concepções e dificuldades sobre o tema (p. ii).

11) Questões orientadoras:

Qual a visão do processo de aprendizagem do conceito de função de professores de 2º grau e de alunos iniciantes de cursos da área tecnológica do 3º grau.

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho): Entrevistas com 25 professores de 2º grau que lecionam Matemática em escolas públicas e particulares da cidade do Rio de Janeiro e 50 alunos da turma de Introdução ao Cálculo e 17 alunos da turma de Cálculo I do 1º período do ciclo básico do CTC (Centro Tecnológico Científico) da PUC-Rio.
Análise comparativa dos resultados.

13) Sujeitos da pesquisa:
Vinte e cinco professores que lecionam Matemática para o 2º grau e 67 alunos do 1º período do ciclo básico do CTC (Centro Tecnológico Científico) da PUC-Rio.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):
Ed Dubinsky (1992) - concepção do conceito de função.
Anna Sfard (1992) – concepção do conceito de função e suas dificuldades de aprendizagem.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:
É interessante observar que a maioria dos professores entrevistados, o conceito de função é um conceito simples, não havendo portanto muitos obstáculos ou dificuldades à sua aprendizagem. Segundo estes professores, o problema maior seria o desestímulo dos alunos para estudar. (p. 106).
O que parece ocorrer, na verdade, é que os professores não conseguem detectar estes problemas nos seus alunos. Por exemplo, praticamente nenhum dos professores citou as restrições da quantidade, da continuidade e da unicidade do input para um dado output como problemas apresentados pelos alunos no entendimento do conceito de função. Se os professores não percebem estes problemas, é razoável, portanto, que os alunos cheguem ao 3º grau com estas falhas na aprendizagem. (p. 106).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:
... é fundamental que os professores que ensinam funções conheçam a evolução histórica deste conceito, para entender que há obstáculos na aprendizagem deste conceito e tentar superá-los. O professor deve ter conhecimento que muitas das dificuldades pelas quais seus alunos passam (e que muitas vezes o professor desconhece) são problemas que ocorreram no próprio desenvolvimento do conceito de função. (p. 107).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):
DUBINSKY, Ed and HAREL, Guershon – *The Nature Of The Process Conception Of Function*, “The Concept of Function, Aspects of Epistemology and Pedagogy”, Editado por Guershon Harel e Ed Dubinsky, Mathematical Association of America, MAA Notes, Volume 25, 1992, USA, pág. 85 a 106.
SFARD, Anna. *Operational Origins of Mathematical Objects and The Quandary of Reification – The case of Function*, pág. 59 a 84.

1) Título: **O conceito de função: os conhecimentos prévios e as interações sociais como desencadeadores da aprendizagem.**

2) Autor: Vanessa Dias Moretti.

3) Orientador: Manoel Oriosvaldo de Moura.

4) Ano da defesa: 1998.

5) Número de páginas: 158.

6) Nível de ensino: mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação – Faculdade de Educação – Universidade de São Paulo.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

O objetivo desse trabalho é investigar a noção e o desenvolvimento do conceito de função de alunos em situação escolar anterior ao ensino formal. Em particular, as influências dos conceitos prévios e das interações sociais nesse processo. Para isso, escolhemos o conceito de função, devido à sua relevância social e ao seu papel dentro da estruturação lógica do conhecimento matemático. Definimos as categorias de compreensão do conceito, a partir de um estudo bibliográfico acerca das pesquisas realizadas após a aprendizagem formal do conceito, e de um breve levantamento do histórico do mesmo. Na última fase do trabalho, dois grupos distintos de alunos realizam algumas atividades envolvendo o conceito de função. O primeiro caracteriza-se pelo trabalho individual, enquanto, no segundo os alunos interagem com os colegas e com a professora. Na comparação dessas duas situações, constatamos que a situação de interação possibilita um movimento de compreensão do conceito, no sentido da abstração e da generalização, que não ocorre na situação de trabalho individual. (p.6).

9) Palavras-chave: não há.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Investigar a noção e o desenvolvimento do conceito de função de alunos em situação escolar anterior ao ensino formal. Em particular, as influências dos conceitos prévios e das interações sociais nesse processo. (p. 6).

11) Questões orientadoras:

Quanto o ensino da Matemática tem auxiliado na formação integral dos alunos? Estaria este cumprindo o seu papel social? Promoveria um exercício constante de análise crítica? Qual o papel que cabe a esta ciência, enquanto conteúdo específico, na formação do cidadão? Qual o trabalho desenvolvido em sala de

aula que pode vir a favorecer esta formação e a real aprendizagem dos conceitos matemáticos? (p. 9).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):
A pesquisa foi realizada em dois momentos. No primeiro, buscamos identificar qual o nível de compreensão do conceito de função pelos alunos antes de o terem aprendido na escola, ou seja, quais os conceitos prévios que traziam sobre este conceito. No segundo, apenas dispondo de seus conhecimentos prévios, um outro grupo de alunos, no mesmo nível escolar que o primeiro, foi colocado numa situação de interação social com o intuito de trabalhar alguns problemas envolvendo o conceito. Buscamos comparar os resultados obtidos nessas duas situações de modo a fornecer ao professor uma orientação quanto à influência desses dois fatores na aprendizagem. (p.37).

13) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):
Para a busca de uma aprendizagem significativa toma como referência na perspectiva construtivista Nunes (1996), La Taille (1992), Coll e Sole (1997) e Coll (1996); na perspectiva sócio-interacionista, Oliveira (1992), Vygotsky (1994), e Moysés (1997).
Para a construção das categorias de análise toma como referência os trabalhos realizados por Vinner e Dreyfus (1989) e Youschkevitch (1976).

14) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:
Na última fase do trabalho, dois grupos distintos de alunos realizam algumas atividades envolvendo o conceito de função. O primeiro caracteriza-se pelo trabalho individual, enquanto, no segundo os alunos interagem com os colegas e com a professora. Na comparação dessas duas situações constatamos que a situação de interação possibilita um movimento de compreensão progressiva do conceito de forma significativa, no sentido da abstração e da generalização, que não ocorre na situação de trabalho individual. (p. 150).
Na conclusão do trabalho a pesquisadora argumenta que a atuação do professor “se estende para além da sala de aula através da elaboração de atividades desencadeadoras, que viabilizem a interação entre os alunos, para que, através dessas relações sociais, passem a perceber a necessidade do conceito” (p. 150).

15) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:
Considerando os resultados obtidos suger que novas pesquisas desse tipo sejam realizadas para confirmar a vantagem do trabalho com situações de interação em relação ao trabalho individual.

16) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento).
COLL, C. Um marco de referência psicológico para a educação escolar: a concepção construtivista da aprendizagem e do ensino. In: COLL, C. et al. **Desenvolvimento psicológico e educação: psicologia da educação**. Proto Alegre: Artes Médicas, 1996, p. 389-406.
COLL, C.; SOLÉ, I. Os professores e a concepção construtivista. In: COLL, C. **O construtivismo na sala de aula**. São Paulo: Ática, 1997.
LA TAILLE, Y. O lugar da interação social na concepção de Jean Piaget. In: **Piaget, Vygotsky, Wallon**. São Paulo: Summus, 1992.

MADRUGA, J. A. Aprendizagem pela descoberta frente à aprendizagem pela recepção: a teoria da aprendizagem significativa. In: COLL, C. et al. **Desenvolvimento psicológico e educação: psicologia da educação**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996, p. 68-78.

NUNES, T. Sistemas alternativos de conhecimento de acordo com diferentes ambientes. In: GARNIER, C. **Após Piaget e Vygotsky**. Porto Alegre.

VINNER, S.; DEREYFUS, T. Images and definitions for the concept of function. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 20, n. 4, p. 356-366, 1989.

YOUSCHKEVITCH, A. P. The concept of function. In: **Archive for History of exact sciences**, v. 16, n. 1, p. 37-85, 1976.

1) Título: **Conceito de função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem.**

2) Autor: Nanci de Oliveira.

3) Orientador: Saddo Ag Almouloud; Benedito Antonio da Silva (Co-orientador).

4) Ano da defesa: 1997.

5) Número de páginas: 165.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Ensino da Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Motivados pela constatação, através de estudos preliminares (história, epistemologia da transposição didática do conceito de função...), da existência de dificuldades no campo conceitual das funções, pretendíamos elaborar uma seqüência didática para o ensino-aprendizagem do conceito de função. Tomamos por hipótese que é necessário colocar o aluno numa situação adidática, na qual ele compreenda as noções de correspondências, dependência e variação, e utilize jogo de quadros e mudanças de registros de representação, para a compreensão do que é uma função. Sendo assim, nosso objetivo era construir situações-problema, para fazer avançar as concepções dos alunos sobre o conceito de função, ou seja, para que houvesse uma evolução qualitativa na forma como os alunos concebem tal noção. Após a elaboração e análise a priori da seqüência, aplicamo-la em alunos do primeiro ano do curso de Engenharia. A análise a posteriori mostrou que atingimos o nosso objetivo com a maior parte dos alunos. (p. iii).

9) Palavras-chave: Função, Ensino-aprendizagem, Concepção, Representação.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Elaborar uma seqüência didática para fazer avançar as concepções dos alunos sobre o conceito de função, ou seja, para que haja uma evolução qualitativa na forma como os alunos concebem tal noção. (p.11)

11) Questões orientadoras:

Pretendemos responder às seguintes questões:

- nossa seqüência didática possibilitará a participação dos alunos na elaboração do conceito de função?

- após a aplicação de nossa seqüência didática, os alunos terão dado um salto qualitativo nas concepções do conceito de função?

- quais serão os efeitos positivos e negativos da aplicação da seqüência didática que construímos? (p. 3)

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

Realização de um estudo histórico, epistemológico, e da transposição didática do conceito de função, e ainda, a elaboração, aplicação e análise de uma seqüência didática de atividades propostas a um grupo de alunos, nos termos da engenharia didática proposta por Michele Artigue. (p. 11).

13) Sujeitos da pesquisa:

17 professores que atuam no ensino de Matemática. (p. 39)

22 alunos voluntários do 1º ano do curso de Engenharia diurno da Universidade de Mogi das Cruzes. (p. 47).

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Noção de obstáculo e contrato didático, segundo Guy Brousseau.

Transposição didática, segundo Yves Chevallard.

Jogo de quadros e dialética ferramenta-objeto, segundo Règine Douady.

Teoria construtivista de Jean Piaget.

Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud.

Noção de Representação Semiótica de Raymond Duval. (p. 4-9)

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

Através das análises preliminares de nossa pesquisa, verificamos que os alunos, em geral, confundem atributos do conceito com os exemplos de função, incluem a noção de continuidade a este conceito, definem função como uma equação, não compreendem funções dadas por mais de uma expressão algébrica, fazem confusão entre função constante e contínua, entendem que a existência de uma expressão algébrica ou gráfico é suficiente para afirmar que estes representam uma função. Além disso, vimos que o “jogo de quadros” e a mudança de registro de representação, no caso do estudo funções, são feitos de maneira inadequada, tanto nos livros didáticos, como na atual Proposta Curricular de Matemática do Estado de São Paulo, o que reflete na atuação dos professores em sala de aula. E ainda, no processo ensino-aprendizagem do conceito de função, não é levado em consideração o aspecto qualitativo da mesma, nem os obstáculos ligados ao conceito. (p. 130).

Parece que nossa seqüência didática provocou um avanço nas concepções dos alunos sobre o conceito de função, na medida em que começaram a relacioná-lo com seus aspectos de variação, correspondência e dependência entre variáveis. Muitos identificaram diversas funções entre tabelas, gráficos e expressões

algébricas. Eles perceberam que algumas funções podem corresponder a situações da realidade e que podemos utilizar vários registros de representação, entre outros, a tabela ou o gráfico, ou a fórmula (nos quadros numérico, geométrico e algébrico). (p. 131).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Quanto às perspectivas de continuidade do trabalho, sentimos a necessidade de trabalhar alguns aspectos mais detalhadamente, como as noções de domínio e contradomínio, destacando a diferença entre estes conjuntos e seus elementos. Percebemos também a necessidade de reinvestimento, ou seja, apresentar aos alunos novas situações-problema, em que apareçam algumas funções e/ou alguns de seus registros de representação. Talvez fosse mais produtivo se fizéssemos um intervalo de tempo maior entre um grupo de atividades e outro, para que o aluno tenha mais tempo para refletir sobre as atividades. (p.132).

Aos que pretendem aplicar a nossa seqüência didática, sugerimos que levem em consideração os principais resultados levantados, para tentar compreender como e em quais circunstâncias surgiu o conceito de função, bem como ter uma visão de como é feita a transposição didática deste conceito, para compreender o porquê e quais os objetivos de cada atividade de nossa seqüência. Salientamos ainda que é necessário que haja uma mudança de postura do professor para a aplicação da mesma, para que as atividades propiciem conflito nos estudantes e eles possam agir sobre o objeto em estudo, conforme a teoria construtivista de Piaget. É importante que os alunos discutam entre si cada uma das atividades, e que o professor faça as institucionalizações no momento adequado. (p. 133).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

ARTIGUE, Michele. "Ingeniería Didáctica". Ingeniería Didáctica em Educación Matemática, Grupo Editorial Iberoamérica, Bogotá, 1995, p. 33-59.

BROUSSEAU, Guy. "Le contrat didactique: le milieu", RDM, Vol. 9, n. 3, 1988, p. 309-336.

BROUSSEAU, Guy. "Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques", RDM, Vol. 4, n. 2, 1983.

CHEVALLARD, Yves / JOSHUA, Marie-Alberte. "La transposition didactique", Éditions la Pensée Sauvage, ed. 1991.

DOUADY, Régine. "Un exemple d'ingénierie didactique ou sont à l'oeuvre jeux de cadres et dialectique outil-objet". Séminaires de didactique des mathématiques, Années 1986-1987, IRMAR de Rennes1.

DUVAL, Raymond. "Graphiques et équations: l'articulation de deux registres", Annales de didactique et de Sciences Cognitives 1, IREM de Strasbourg, 1988, p. 235 a 253.

LÓPES, Rafael Ernesto. *Introdução à Psicologia Evolutiva de Jean Piaget*. Editora Cultrix, São Paulo, 1992-93.

VERGNAUD, Gerard. "La théorie des champs conceptuales", RDM, vol. 10, nº 2.3, 1990, p. 133 a 170.

1) Título: **Introdução ao conceito de função: a importância da compreensão das variáveis.**

2) Autor: Edelweiss Benes Brandão Pelho.

3) Orientador: Benedito Antonio da Silva.

4) Ano da defesa: 2003.

5) Número de páginas: 146.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

O objetivo deste trabalho é introduzir o conceito de função por meio da compreensão das variáveis dependentes, e do relacionamento entre elas. Fundamenta-se nos princípios da Engenharia Didática com a elaboração e aplicação de uma seqüência de ensino e posterior análise dos dados coletados. Está embasado na teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. A seqüência de ensino orienta-se em uma pesquisa de Kieran e Sfard (1999), sobre o ensino da álgebra escolar e em um trabalho de Duval (1988) sobre a articulação entre os registros gráfico e algébrico. Uma das ferramentas de ensino utilizadas na aplicação da seqüência foi o software Cabri-Géomètre II, além do uso de apenas papel e lápis. A seqüência foi aplicada com alunos do segundo ano do ensino médio de uma escola particular da cidade de Araçatuba, interior do Estado de São Paulo. Foram analisados os protocolos de seis duplas, que participaram de todas as sessões. Os resultados obtidos levam a concluir que houve uma evolução por parte dos alunos, na apreensão do conceito de função, propiciado pela compreensão e relacionamento entre as variáveis e pelas devidas articulações entre os diferentes registros de representação da função.

9) Palavras-chave: função, variáveis, dependência entre variáveis, aquisição de conceito, registros de representação.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Introduzir o conceito de função com estudantes do segundo ano do ensino médio, que já haviam estudado este conteúdo na série anterior, por meio da compreensão das variáveis dependentes, e do relacionamento entre elas

11) Questões orientadoras:

Os alunos do ensino médio conseguem compreender o conceito de função, rompendo com suas interpretações mecânicas, com a aplicação de uma seqüência didática, que envolva atividades nas quais são abordados aspectos funcionais entre as variáveis e que utilize um ambiente computacional como uma das ferramentas de ensino? (p. 16).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

Análises preliminares: estudo de algumas pesquisas sobre as concepções e dificuldades dos alunos sobre o conceito de função; análise da Proposta Nacional para o ensino de Matemática no segundo grau, breve estudo do conceito de função, escolha da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval para o embasamento do trabalho.

Análise a priori: aspecto descritivo das previsões possíveis do comportamento dos alunos.

Experimentação: aplicação da seqüência didática composta por 5 grupos de atividades.

Análise a posteriori: análise do conjunto de dados obtidos na fase de experimentação e às observações durante aplicação da aplicação da seqüência didática.

13) Sujeitos da pesquisa:

A seqüência foi aplicada com seis duplas de alunos do segundo ano do ensino médio de uma escola particular da cidade de Araçatuba, interior do Estado de São Paulo.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Kieran (1992) – aprendizagem e o ensino de álgebra escolar.

Kieran e Sfard (1999) – ensino de álgebra escolar.

Duval (1988) – articulação entre os registros gráfico e algébrico.

Schwartz e Dreyfus (1989, 1995) – uso de um software adequando para o ensino de funções.

PCNEM (1999) e Proposta Curricular do Estado de São Paulo (1994) – abordagens propostas para o ensino de funções.

Machado (1999) – metodologia da Engenharia Didática para o processo experimental e análise dos resultados.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

Verificamos que o uso do software propiciou aos alunos realizarem articulação entre diferentes registros de representação da função, ou seja, do gráfico para o numérico e deste para o algébrico.

O software Cabri-Géomètre II é uma ferramenta eficaz para introduzir o estudo de funções, pois possibilita a compreensão das variáveis e do relacionamente entre elas, bem como a conversão entre os diferentes registros de representação da função.

Constatamos que responder uma questão matemática, em linguagem natural, representa dificuldades para a maioria dos alunos.

Verificamos em nosso trabalho que os alunos apresentam dificuldade nas construções gráficas. Entretanto, das seis duplas analisadas, cinco delas apresentaram uma crescente melhora nestas construções, durante o desenrolar das atividades. (p. 117-119).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Queremos deixar como sugestão para futuros trabalhos, que sejam desenvolvidos estudos que envolvam a compreensão do domínio e imagem de função, noções estas que, por não estarem elencadas em nossas prioridades, não foram aprofundadas em nosso trabalho. (p. 120).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

BRASIL. Secretaria da Educação Média e Tecnológica do Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio*. Brasília: SEMT/MEC, 1999.

DUVAL, R. Graphiques et Equations: L'Articulation de deux registres. *Annales de Didactique et Sciences Cognitives*. IREM de Strasburgo. 1988. p. 235-253.

KIERAN, C. *Theaching and Learning of School Algebra*. Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. 1992. c-7.

KIERAN, C.; SFARD, A. Seeing Thought Symbols: The case of equivalent expressions. *Focus and Learning Problems in Mathematics*. Winter Edition, Center for Teaching/Learning of Mathematics, 1999. v. 21, n. 1.

MACHADO, S. D. A. Engenharia Didática. In: Educação Matemática: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999. p. 197-212.

SCHWARTZ, B.; DREYFUS, T. Transfer between function representations: A computational model. In: G. Vergnaud; J. Rogalski e Michele Artigue (eds.). *Proceedings of the International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Paris, France, G. R. Didactique, 1989, v. 3, p. 143-150.

São Paulo (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Proposta Curricular para o Ensino de Matemática: 2º grau*. São Paulo: SE/CENP, 3 ed., 1994.

1) Título: **Um ambiente educacional para o ensino aprendizagem de funções trigonométricas.**

2) Autor: Aécio Alves Pereira.

3) Orientador: Álvaro Guilherme Rojas Lezana.

4) Ano da defesa: 2002.

5) Número de páginas: 109.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Neste trabalho apresenta-se uma abordagem sobre as questões didáticas e pedagógicas que permeiam a utilização de computadores no processo educacional e propõe-se uma nova metodologia para o ensino-aprendizagem de conceitos matemáticos, baseados nos modelos Construtivista e Construcionista, onde se faz uso de uma atividade exploratória, construindo conceitos e conhecimentos, através de um pensar consciente. No que se refere ao desenvolvimento desta proposta, é apresentado um *software* computacional para aprendizagem matemática, desvinculado da forma tradicional de ensino. O

software apresentado foi desenvolvido em linguagem DELPHI 6.0, executado em ambiente Windows, contemplando os conceitos referentes às funções trigonométricas. (p. 13).

9) Palavras-chave: Educação, Informática, Trigonometria, *Software* Educacional.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Desenhar, propor e implementar um *software* computacional que auxilie professores e alunos na tarefa de ensinar e compreender os conceitos das funções trigonométricas, facilitando a formulação e a visualização de situações inerentes ao conteúdo, que poderão ser propostas pelo professor ou criada pelo próprio educando. (p. 20).

11) Questões orientadoras:

Ao se propor um ambiente computacional cuja finalidade principal é auxiliar professores e alunos no ensino-aprendizagem de conceitos matemáticos, vai-se de encontro a uma premente necessidade de se criar alternativas capazes de diminuir os efeitos negativos da forma atual de se ensinar matemática?

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

Avaliação de um software de matemática por professores e alunos.

Análise dos dados obtidos na avaliação a partir da aplicação de um questionário respondido após a utilização do software.

13) Sujeitos da pesquisa:

Oito professores de Matemática e quarenta alunos da 3ª série do Ensino Médio de uma escola pública de Urupá-RO.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Albuquerque (2000) – teorias do conhecimento.

Dante (2000) – resolução de problemas.

Oliveira (1997) – uso da informática na educação.

Papert (1994) – construcionismo.

Penteado (2000) – uso de tecnologias em sala de aula.

Valente (2001 b) – paradigma construcionista e instrucionista.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

Percebe-se que o *software* obteve conceituação positiva por parte dos professores que o avaliaram, ficando na maioria dos casos, com conceitos que variavam entre **Bom** e **Ótimo**. Tendo sido considerado de alta aplicabilidade.

Situação um pouco diferente observa-se em relação aos resultados obtidos na avaliação realizada pelos alunos da terceira série do Ensino Médio, onde, percebe-se uma conceituação variando entre **Às vezes, Muito e Sempre**, ou seja, na opinião dos alunos, existem mais elementos do *software* a serem aprimorados, do que na avaliação dos professores. (p. 98).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Para realização de trabalhos futuros, utilizando a mesma metodologia apresentada para o *software* 'trigonométriques', acredita-se que seria interessante e, portanto, recomenda-se aperfeiçoar a concepção do *software* para que possa auxiliar o estudo e a compreensão das relações trigonométricas fundamentais, relações trigonométricas derivadas, identidades trigonométricas, transformações trigonométricas e integrais e derivadas trigonométricas.

Recomenda-se também, realizar a avaliação ergonômica e uma avaliação para determinar a configuração mínima necessária para o funcionamento deste. Além destas, uma avaliação sobre a qualidade, com a preocupação na determinação estatística da amostra. Em outras palavras, identificar a verdadeira capacidade do *software* em melhorar a compreensão do tema proposto, ou seja, uma avaliação cognitiva. (p. 98)

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

ALBUQUERQUER, Marlos Gomes de. **Um ambiente Computacional para Aprendizagem Matemática Baseado no Modelo Pedagógico de Maria Montessori**. 2000. 67f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

Dante, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 12 ed. São Paulo: Ática, 2000.

OLIVEIRA, Ramon. **Informática Educativa**. 3. ed. Campinas: Papyrus, 1997.

PAPERT, Seymour. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática**. Trad. Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PENTEADO, Miriam G. et al. **A informática em Ação: formação de professores, pesquisa e extensão**. São Paulo: Olho d'Água, 2000.

VALENTE, José Armando. **Informática na Educação: instrucionismo x construcionismo**. Disponível em <http://www.divertire.com.br/artigos/valente2.htm>. Acesso em 18 de maio de 2001.

1) Título: **O ensino de Funções Lineares numa abordagem dinâmica e interativa.**

2) Autor: Adelino Candido Pimenta.

3) Orientador: Ovidio Candido de Oliveira Filho.

4) Ano da defesa: 2001.

5) Número de páginas: 123.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação, Universidade Católica de Goiás, Goiânia.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Este trabalho apresenta uma nova abordagem no estudo de funções lineares. Analisa, também os aspectos mais relevantes da história do tema e suas articulações com a informática. Inicialmente, procedeu-se a um levantamento nas principais escolas de ensino médio de Goiânia para identificar os livros didáticos por elas indicados. Nessa etapa, foi realizada uma identificação dos conceitos predominantes nos livros. Procurou-se fundamentar teoricamente essa proposta mantendo diálogo, do início ao fim, com as idéias dos principais pesquisadores que se preocupam com a temática eleita. No que diz respeito ao aspecto histórico e epistemológico, este trabalho apoiou-se especialmente nas análises de Almouloud, da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, ao passo que na área de informática a interlocução deu-se, permanente e atentamente, com a produção de Borba e seus discípulos e outros investigadores. O texto, objeto principal desta pesquisa, baseia-se nas publicações de Oliveira Filho. Finalmente, mediante a utilização do software Linear Web Applet, elaborou-se uma proposta que norteia o estudo de funções lineares de forma dinâmica e interativa, ao mesmo tempo que agrega novos conceitos.

9) Palavras-chave: Educação matemática; funções lineares; iteradas de funções; padrão de perseguição; novas tecnologias na educação.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Reestruturar, reconstruir, reescrever e produzir, na forma de dissertação, uma nova temática que possa se transformar em alternativas na utilização do computador e softwares, como ferramentas de ensino, em particular no ensino da Matemática. (p.10).

11) Questões orientadoras:

Como utilizar o computador no processo ensino-aprendizagem da Matemática, respeitando a realidade curricular – conteúdos, livros didáticos, grades curriculares etc? (p. 4).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

Realização de uma revisão bibliográfica básica relacionada ao assunto por intermédio de pesquisas na área de educação matemática.

Análise de livros didáticos de Matemática do Ensino Médio, particularmente os capítulos dedicados ao estudo de funções.

Desenvolvimento de uma proposta para o ensino de funções lineares apoiada no aplicativo Linear Web Applet e incorporando o Padrão de Perseguição. (p.14-17)

13) Sujeitos da pesquisa:

Proposta de ensino usando informática.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Saddo Almouloud – para o ensino de funções.

Marcelo de Carvalho Borba – para o uso de informática na educação.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

Elaboração da proposta para o ensino de funções lineares apoiada no aplicativo Linear Web Applet e incorporando o Padrão de Perseguição.

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Com base nesta pesquisa, outros investigadores podem encontrar inspiração para criar e produzir textos apropriados e orientados para sua utilização em sala de aula. A produção de material para o ensino de funções lineares deve incorporar aplicativos como ferramentas de ensino, com o propósito de promover a mediação que se defende e que se considera necessária.

Também, este estudo propõe que, além da relação entre grandezas proporcionais e funções lineares – conceitos tradicionais – os textos didáticos devam incorporar os novos conceitos de órbita, processo iterativo, ponto fixo atrator, ponto fixo repulsor etc., nas atividades regulares dos alunos. (p.88).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

ALMOULOUD, S. A. *Fundamentos da didática da matemática*. São Paulo: Ed. Da PUC-SP, 2000.

BORBA, M. C. *A informática trará mudanças na educação brasileira?* Revista Zetetikè, São Paulo, v. 4, n.6, p.123-134, 1996.

1) Título: **Um estudo sobre a construção do conceito de função.**

2) Autor: Rogéria Gaudencio do Rêgo.

3) Orientador: John Andrew Fossa.

4) Ano da defesa: 2000.

5) Número de páginas: 247.

6) Nível de ensino: Doutorado.

7) Programa de pós-graduação: Doutorado em Educação, Universidade Feral do Rio Grande do Norte, Natal.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

O principal objetivo do presente estudo foi levar o aluno à construção do conceito de função como covariação, através de uma proposta Construtivista. Para tanto, elaboramos, aplicamos e avaliamos dois conjuntos de atividades relacionados a funções polinomiais do 1º Grau e funções polinomiais do 2º Grau. A aplicação da proposta compreendeu uma intervenção metodológica, sob nossa coordenação, junto a alunos da 1ª Série do Ensino Médio de uma Escola Estadual da cidade de João Pessoa, Paraíba. O estudo foi realizado em três etapas: pré-teste, atividades e pós-testes. Os resultados dos testes foram analisados segundo critérios estabelecidos por Skemp (1978), de Compreensão Instrumental e

Compreensão Relacional, comparando-se estes com os obtidos pelos alunos de uma turma da mesma série e escola, na qual o conteúdo foi desenvolvido de maneira tradicional, pelo professor de Matemática da Escola, que acompanhamos como ouvinte. Os dados observados nos testes, relatórios e discussões, foram analisados ainda segundo critérios estabelecidos por Dubinsky (1991). Os resultados gerais apontaram para uma diferença qualitativa significativa em prol dos alunos que vivenciaram a intervenção. (p. 9).

9) Palavra-chave: Matemática (Ensino Médio), Ensino, Funções, Construtivismo.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Levar os alunos que vivenciassem a intervenção à construção do conceito de função como Covariação. (p. 189).

11) Questões orientadoras:

A elaboração e aplicação de propostas de ensino leva a resultados eficientes no processo de construção do conceito de função, relativo às funções polinomiais do 1º Grau e funções polinomiais do 2º Grau, para alunos da 1ª Série do Ensino Médio.

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):
Nosso trabalho de pesquisa realizou-se seguindo as etapas:

1- Estudo preliminar para a elaboração da proposta metodológica, baseado, dentre outros, em pesquisa realizada com alunos recém ingressos na Universidade Federal da Paraíba, nos cursos de Engenharia do segundo período letivo do ano de 1997.

2- Aplicação de pré-teste para os alunos de duas turmas de 1ª Série do Ensino Médio de uma Escola Estadual da cidade de João Pessoa/PB.

3- Intervenção Metodológica, compreendida pela realização das atividades em uma das turmas, sob nossa coordenação, e acompanhamento do desenvolvimento do conteúdo na turma em que este foi trabalhado de modo tradicional pelo professor da Disciplina.

4- Pós-Teste, realizado com todos os alunos das duas turmas e análise dos dados obtidos nesta e na etapa anterior, constituídos estes últimos pelos elementos presentes em relatórios, exercícios e registro de observações feitas durante as aulas pelos alunos, segundo critérios estabelecidos anteriormente. (p. 90).

13) Sujeitos da pesquisa:

Trabalhamos com duas turmas da 1ª Série do Ensino Médio do turno da manhã, de uma escola da rede Estadual de Ensino da cidade de João Pessoa/PB, sendo a turma I composta por 44 alunos e a turma II por 34 alunos.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Dubinsky (1991) – Dubinsky e Harel (1992) – processo de formação do conhecimento matemático.

Skemp (1978) – compreensão Instrumental e Compreensão Relacional.

Anna Sierpiska (1992) – estudo sobre a formação de Atos de Compreensão e Obstáculos Epistemológicos relacionados ao conceito de função.

Fossa e Fossa (1998) – formação do conceito de função como variação simultânea de duas ou mais variáveis (função como covariação).

Bergeron e Herscovics (1986) – metodologia da intervenção.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

A maioria dos alunos que participaram da intervenção construíram o conceito de função como covariação, bem como alcançaram um nível de compreensão relacional do conteúdo. (p.189).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Em primeiro lugar, destacamos a necessidade de aprofundar o estudo sobre os obstáculos epistemológicos que emergiram durante a intervenção.

O segundo ponto diz respeito às dificuldades dos alunos quanto ao estudo do sinal de uma função, sendo necessário um levantamento mais específico dos obstáculos epistemológicos a ele relacionados, bem como possíveis formas de superação dos mesmos.

O mesmo faz-se necessário realizar acerca das dificuldades que surgiram no trabalho com gráficos, levantando-se as causas dos fatores mais problemáticos, como a passagem desta para outras formas de representação de funções, e propostas de superação das dificuldades detectadas. (p. 202).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

BERGERON, J. e HERSCOVICS, H. Levels in understanding of the function concept. In: *Proceedings of the workshop on functions*. Netherland: Foundation for Curriculum Development, 1982.

DUBINSKY, Ed. *Reflective abstraction in advanced mathematical thinking*. Netherlands: Kluwer, 1991. Cap. 7

DUBINSKY, Ed., HAREL, Guershon. The nature of the process conception of function. In: *The concept of function: aspects of epistemology and pedagogy*. USA: MAA, 1992.

FOSSA, John Andrew, FOSSA, Maria da Glória. *Contribuições para a História do conceito de função*. Anais do I Simpósio Nacional de História da Matemática. Recife: UFPE, 1998.

SIERPINSKA, Anna. On understanding the notion of function. In: *The Concept of Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy*. USA: MAA, 1992.

SKEMP, R. Relational and instrumental understanding. In: *Arithmetic Teacher*, 1978.

1) Título: **Redescobrimo as funções elementares nos cursos de ciências administrativas.**

2) Autor: Rogério Ribeiro.

3) Orientador: Ruth Portanova.

4) Ano da defesa: 2005.

5) Número de páginas: 140.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação em Ciências Matemáticas, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Este trabalho tem como objetivo investigar quais são as funções elementares utilizadas em disciplinas dos cursos de Administração de Empresas e Ciências Contábeis. Foram consideradas funções elementares: Funções Polinomiais do 1º e 2º graus, Função Exponencial, Função Logarítmica e Funções Trigonométricas. Analisou-se de que forma acontecem as contextualizações e quais os pré-requisitos matemáticos considerados importantes pelos professores. O processo investigativo foi dividido em três etapas: na primeira, foram analisados depoimentos de professores, na segunda, foram analisadas entrevistas de alunos desses cursos, que já tinham cursado as disciplinas de Matemática, e a terceira etapa foi a análise dos programas oficiais das disciplinas mais citadas, pelos professores e alunos. Também foram analisados quais os pré-requisitos dos conteúdos de Matemática que se fazem necessários para o desenvolvimento das disciplinas afins. Os resultados obtidos confirmaram que o conteúdo de funções é muito utilizado no desenvolvimento dessas disciplinas. Também foram detectadas as maiores deficiências, por parte dos alunos, em relação aos pré-requisitos de conteúdos da Matemática. (p. 6).

9) Palavras-chave: Funções Elementares. Contextualização. Educação Matemática. Motivação-Pesquisa.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Investigar as funções elementares utilizadas em algumas disciplinas dos cursos superiores de Administração e de Ciências Contábeis, bem como verificar quais os pré-requisitos matemáticos que faltam para o desenvolvimento dessas disciplinas. (p. 24).

11) Questões orientadoras:

Quais e como são contextualizadas as funções elementares em algumas disciplinas dos cursos de Ciências Administrativas? Quais são os pré-requisitos de Matemática necessários para o desenvolvimento das disciplinas afins? (p. 24).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

Na pesquisa junto aos professores, foi utilizada uma entrevista “semi estruturada”, dando ênfase na análise qualitativa dos dados, enquanto a relativa aos estudantes, foi uma pesquisa estruturada.

Inicialmente, analisamos os dados obtidos juntos aos professores, que, para uma melhor compreensão, muitas vezes foram distribuídos em gráficos ou tabelas. Após, são analisados o instrumento respondido pelos alunos, e finalmente,

analisamos os programas oficiais, buscando com isso, ter uma visão total do assunto tratado em nosso trabalho.

13) Sujeitos da pesquisa:

Dezessete professores do curso de Administração de duas Instituições de Ensino Superior selecionados dentre aqueles que lecionam disciplinas que utilizam conteúdos da Matemática em algum tópico de sua disciplina.

Nove alunos que cursavam entre o 5º e o 8º semestre do curso de Administração.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

D'Ambrósio (1997) – contextualização da matemática.

Skovsmose (2001) – contextualização do ensino e uso de novas tecnologias.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

Verificamos na análise dos dados que o maior número de indicações foram para as funções do 1º e 2º graus, sendo que a primeira é utilizada por 82,2% dos professores, e a segunda alcança o índice de 76,5%, e suas contextualizações mais citadas foram: Demanda e oferta para a primeira e Custo para a segunda. (p. 115).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Defendo a idéia de que os conteúdos desenvolvidos nas disciplinas de Matemática, nos cursos de Ciências Administrativas, devam passar por uma análise rigorosa, para evitar assuntos que não sejam significativos dentro do curso, e incluir aqueles que possibilitem uma contextualização real. Esse estudo deve ser realizado envolvendo professores não só de Matemática, mas também aqueles das disciplinas afins. (p. 118).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

D'AMBRÓSIO. Ubiratan. **Transdisciplinaridade**. São Paulo: Palas Athena, 1997.

DEMO, Pedro. **Educar pela pesquisa**. Campinas: Autores Associados, 2002.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação Matemática Crítica**. Campinas: Papyrus, 2001.

1) Título: **A função do cotidiano e o cotidiano das funções.**

2) Autor: Chang Kuo Rodrigues.

3) Orientador: Estela Kaufman Fainguelernt; Renato José da Costa Valladares (co-orientador).

4) Ano da defesa: 1999.

5) Número de páginas: 113.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação Matemática, Universidade Santa Úrsula, Niterói.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

O presente trabalho apresenta um estudo da inter-relação entre a matemática da vida, a matemática aplicada e a matemática da escola. Desta forma, buscamos analisar determinados aspectos que envolvem o estudo do conceito de função especificamente e todas as variáveis que permeiam o ensino/aprendizagem de tal conteúdo. Julgamos necessário pontuarmos a importância dos jogos e das situações - problemas apresentadas durante o processo e suas influências sobre a compreensão do conceito de função pelos alunos. A primeira parte apresenta um breve histórico do conceito de função ao longo da história da Matemática, até que seja identificada a presença do conceito de função nos dias de hoje na escola. Na segunda parte, são analisados os referenciais teóricos que fundamentam a pesquisa. Na terceira parte, são analisadas as pesquisas feitas com os professores e, em seguida, apresentadas diversas atividades desenvolvidas pelos alunos, bem como a dinâmica do jogo sobre função. Foram apresentadas as atividades realizadas em Seminários e em Encontros de Educação Matemática, caracterizando fórum de debates da pesquisa - ação. Em considerações finais, o trabalho analisa as influências do cotidiano no estudo de função na vida escolar do aluno e apresenta sugestões em forma de questões que poderão servir como inspiração para futuros pesquisadores interessados.

9) Palavras-chave: Funções, Jogos, Matemática do Cotidiano, Ensino Médio.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Analisar determinados aspectos que envolvem o estudo do conceito de função especificamente e todas as variáveis que permeiam o ensino/aprendizagem de tal conteúdo.

11) Questões orientadoras:

Quais as influências do cotidiano no estudo de função na vida escolar do aluno?

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):
Sem informação.

13) Sujeitos da pesquisa:

Sem informação.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Sem informação.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

Sem informação.

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Sem informação.

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

Sem informação.

1) Título: A construção do conceito de função em atividades integradas entre a matemática e a física.

2) Autor: Marlusa Benedetti da Rosa.

3) Orientador: João Bernardes da Rocha Filho

4) Ano da defesa: 2005

5) Número de páginas: 291.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

A presente pesquisa tem como objetivo investigar o efeito das atividades integradas entre as disciplinas de Matemática e Física na construção do conceito de função. Utiliza a pesquisa-ação como metodologia e entende que, no contexto educacional, professor e aluno são partes indissociáveis do processo de aprendizagem. O trabalho integrado entre a Matemática e a Física foi desenvolvido durante o primeiro semestre de 2004, em uma turma de primeiro ano do Ensino Médio do Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. As atividades propostas foram elaboradas e desenvolvidas por um grupo composto por duas professoras de Matemática e dois professores de Física desta escola. A coleta de dados foi realizada em dois momentos distintos e, ao mesmo tempo, complementares. Uma parte dos dados foi coletada junto às reuniões de planejamento dos professores. Outra parte foi organizada a partir da análise do material produzido pelos alunos da turma 91/2004. A análise dos dados foi feita a partir das reuniões de planejamento, dos relatórios apresentados pelos alunos durante a realização das atividades, de um texto produzido individualmente por eles, bem como um questionário de avaliação do projeto respondido pelos mesmos. Tanto os dados obtidos junto aos alunos quanto os obtidos nas reuniões de planejamento foram analisados através da análise de conteúdo. O foco principal da pesquisa consistiu em identificar as contribuições que a implementação das atividades integradas trouxeram para a conceitualização das funções. Partindo de uma análise histórica do conceito de função e de pesquisas sobre o tema funções, avaliamos a aprendizagem dos alunos sob a luz da teoria dos Campos Conceituais proposta por Gérard Vergnaud.

9) Palavras-chave: Matemática, Física, Funções, Campos Conceituais.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Desenvolver e implementar atividades integradas entre as disciplinas de Matemática e Física, investigando as contribuições dessas atividades no processo de construção do conceito de função. (p. 21).

11) Questões orientadoras:

Como a elaboração e a implementação de uma proposta metodológica que integra as disciplinas de Matemática e Física contribui para a construção do conceito de função?

Questões específicas:

Quais são as contribuições das atividades integradas no processo de conceitualização das funções?

Como foi o envolvimento dos alunos e professores em relação as atividades integradas?

Quais as perspectivas de continuidade do trabalho segundo a opinião de alunos e professores? (p. 109)

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

As atividades integradas foram realizadas nos laboratórios de Física e de Informática, e durante as mesmas sempre houve a presença de pelo menos um professor representante de cada área. Além disso, as atividades foram realizadas em pequenos grupos, com no máximo cinco alunos, possibilitando assim o debate e a interação entre alunos e professores.

A análise foi realizada basicamente sobre os textos e dúvidas produzidas pelos alunos, bem como sobre as expectativas dos professores em relação às atividades integradas, e o impacto que estas atividades causaram na sala de aula. (p. 108).

A coleta dos dados foi realizada junto aos dois grupos participantes da pesquisa: os alunos e os professores. (p. 111).

13) Sujeitos da pesquisa:

Trinta alunos da turma 91/2004 da 1ª série do Ensino Médio do Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, três professoras de Matemática e dois professores de Física do mesmo Colégio.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Gerard Vergnaud – Teoria dos Campos Conceituais.

Mauricio Pietrocola – Atividades integradoras.

Moraes (1994) – Análise dos dados.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

Os resultados encontrados nesta categoria parecem indicar que as atividades integradas entre as disciplinas de Matemática e Física, implementadas durante nossa pesquisa, não foram suficientes para romper com os dogmas presentes na forma de ensinar priorizada pela escola. Tudo indica que o trabalho desenvolvido junto a esses jovens prioriza o ensino ao invés da aprendizagem, a transmissão ao invés da compreensão de conteúdos, deixando, assim, marcas profundas. (p. 126).

A proposta de integração da Matemática com a Física causou um impacto além do esperado, pois oportunizou aos alunos momentos de reflexão sobre o ambiente da sala de aula, sobre sua aprendizagem, sobre o papel do professor, sobre os conteúdos... (p. 135).

As atividades integradas envolvendo a Matemática e a Física possibilitaram o aumento da interação entre os envolvidos na proposta, quer no que diz respeito à relação entre alunos e alunos, alunos e professores, bem como professores e

professores. Além disso, o trabalho integrado promoveu a cooperação, aspecto este considerado pelo grupo como fundamental para o processo de aprendizagem. (p. 185).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Salientamos, ainda, em relação à continuidade da proposta, a necessidade da implementação de referenciais teóricos durante as reuniões de planejamento como forma de tornar o debate mais efetivo. Acreditamos que uma fundamentação teórica consistente auxiliaria o grupo de professores no sentido de ampliar sua visão em relação à aprendizagem matemática, além de fortalecer o grupo de pesquisa-ação. (p. 186).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

MORAES, Roque. Análise de conteúdo: possibilidades e limites. In: ENGERS, Maria Emília Amaral (Org.). **Paradigmas e Metodologias de Pesquisa em Educação**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 1994, p. 103-111.

PIETROCOLA, Maurício. A matemática como estruturante do conhecimento Físico. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**. v.19, n.1: p. 93-114, abril 2002.

VERGNAUD, Gerard. Piaget e Vygotsky: convergências e controvérsias. **Revista do GEMPA**, Porto Alegre, v.2, p.75-83, nov., 1993.

1) Título: **Conceito de função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem utilizando-se o computador como recurso didático.**

2) Autor: Constantino Veríssimo dos Santos Filho.

3) Orientador: João Bosco Laudares.

4) Ano da defesa: 2003.

5) Número de páginas: 136.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Tecnologia, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Esta dissertação originou-se de um estudo, na área de educação matemática, com a preocupação da mudança metodológica do professor de matemática, quanto ao uso do computador como ferramental ao estudo de funções. O conteúdo de funções é básico para o desenvolvimento da formalização matemática. O estudante apresenta dificuldades no entendimento deste conceito e também na sua utilização. A questão levantada então, refere-se à utilização de

softwares para complementação das aulas expositivas, no intuito de proporcionar uma melhor compreensão para o aluno. A troca de ambiente, bem como a utilização da máquina, traz motivação. Foi realizado, inicialmente, um estudo bibliográfico das obras referentes ao ensino de matemática, através da produção de textos originados de pesquisa. Também foi realizada uma pesquisa empírica em uma instituição de ensino médio e fundamental, que tem nos últimos anos trabalhado com inovações metodológicas no ensino da matemática. A análise das informações foi desenvolvida pelo discurso dos professores e alunos, bem como a observação no laboratório de informática, durante as aulas práticas e nas aulas expositivas, em sala de aula. A conclusão é que a utilização do computador já é uma preocupação por parte dos professores, que aceitam a sua presença como auxiliar de aprendizagem. Especificamente, quanto à função há relevantes contribuições para o auxílio ao aluno, no entendimento do conceito de função, principalmente pela diversificação da sua representação (visual, algébrica, numérica), especialmente no estudo gráfico, através do qual podem-se extrair as principais propriedades da função.

9) Palavras-chave: Educação Matemática, Função, Informática, Computador.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Discutir as possíveis contribuições da utilização do computador, como uma ferramenta no processo ensino-aprendizagem das funções matemáticas. (p.71).

11) Questões orientadoras:

O conceito que o professor possui sobre função matemática, pode interferir no processo de ensino-aprendizagem da mesma? A relação interpessoal e a linguagem do professor com seus alunos podem se tornar uma ferramenta eficaz para aproximar ou distanciar o aluno do conteúdo matemático? Quais são as estratégias empregadas pelo professor para sistematização do conceito de função? Quais são as representações do conceito de função, que são predominantes no processo ensino-aprendizagem? Quais são os obstáculos que o professor enfrenta na sua prática, e que são indicados como limitadores do uso das novas tecnologias na sua prática pedagógica? Qual a percepção que os professores e os alunos possuem sobre as contribuições que o computador estabelece no processo de aprendizagem das funções? (p.117).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

A pesquisa foi direcionada para o aspecto qualitativo, tendo-se como ferramentas: a observação e a entrevista semi-estruturada. Foram observadas quarenta e seis aulas dos professores C e V, sendo quatorze aulas no laboratório de informática e trinta e duas na sala de aula.

Realizou-se entrevistas semi-estruturadas com quatro professores e oito alunos.

13) Sujeitos da pesquisa:

Quatro professores: C, V, MZ e L.

Oito alunos de duas turmas da 1ª série do Ensino Fundamental.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Pais(2001) – caracterização da Educação Matemática como área de pesquisa.

Borba (2001) – justificando o uso da informática na educação matemática.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

Mesmo com uma quantidade reduzida de aulas com o auxílio do computador, os alunos já conseguiram estabelecer conexões entre a representação algébrica e a visual. O que pode ser constatado pela avaliação realizada, após uma aula no laboratório de informática em que os alunos efetuaram esse tipo de atividade. (p. 120).

Com esta estratégia (uso da informática), tornou-se possível uma maior proximidade dos professores com os alunos e dos alunos com os alunos. As dúvidas que antes eram pontuais, geralmente de alunos mais desinibidos, no laboratório tornam-se mais individualizadas. O atendimento é mais direcionado, a discussão é mais focada às necessidades específicas de cada aluno. Outro aspecto é que os alunos passam a estabelecer um diálogo mais próximo com o seu parceiro de trabalho; e muitas dúvidas e estratégias são compartilhadas entre eles. (p.122).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Não apresenta sugestão, mas pelo exposto em suas conclusões, o autor é amplamente favorável ao uso de softwares no ensino de funções.

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Mirian Godoy. *Informática e educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

PAIS, Luiz Carlos. *Didática da matemática: uma análise da influência francesa*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

1) Título: **Revisando as funções do 1º e 2º grau com a interatividade de um hiperdocumento.**

2) Autor: Antonio dos Santos.

3) Orientador: Vincenzo Bongiovanni.

4) Ano da defesa: 2005.

5) Número de páginas: 117

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Este trabalho constituiu-se em uma proposta para a revisão e recuperação dos alunos do Ensino Médio dentro do estudo das funções do 1º grau e do 2º grau, explorando-se as situações-problema. Esta proposta é baseada no uso de um

CD constituído de um software que, além de apresentar atividades exploradas por meio de situações-problema, engloba ajudas específicas nas atividades, teorias sobre diversos conteúdos envolvidos nas funções e aulas-filme sobre as funções e gráficos. Para a realização inicial dessa proposta, alguns professores dos diversos níveis de ensino contribuíram respondendo a questões que versavam sobre o uso de um software de matemática para auxiliar no entendimento do ensino das funções. Ao final, foi a vez dos alunos de uma escola técnica estadual de São Paulo serem os principais figurantes, ao participarem da aplicação do software, contribuindo para as conclusões e fechamento do trabalho. Os resultados da pesquisa mostram como foi significativo o uso do software pelos alunos, contribuindo como estímulo dentro do estudo e revisão das funções, um dos conteúdos mais importantes e difíceis de ser ensinado e aprendido no ensino da matemática. (p. 5).

9) Palavras-chave: função do 1º grau, função do 2º grau, software, teoria, gráficos.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Apresentar atividades num ambiente informático para revisão e recuperação de alguns aspectos das funções do 1º e do 2º grau. (p.31-32).

11) Questões orientadoras:

Em que medida uma proposta de resolução de situações-problema num software dentro do estudo de funções, para alunos do ensino médio, apresentada num ambiente informatizado, contribui na aprendizagem e/ou recuperação desses alunos? (p. 33).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):
Produção de um software educativo.

Aplicação de um teste com atividades de funções a 20 alunos de uma escola técnica da cidade de São Paulo a serem resolvidas com lápis e papel e, posteriormente, com o software produzido.

Análise comparativa das duas situações apresentadas.

13) Sujeitos da pesquisa:

Vinte alunos de uma escola técnica da cidade de São Paulo.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Tricot, A. (1998) – construção de conhecimentos num ambiente multimídia a partir de um hiperdocumento interativo.

Glenberg e Langston (1992) – apresentam simultânea de textos e imagens num ambiente multimídia sobre a construção dos conhecimentos.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

Ao usar o software, houve uma aceitação e até melhoria nas resoluções, pois os alunos, enquanto não acertavam a atividade proposta, buscavam novas formas de resolvê-los, baseadas nas ajudas disponíveis e nos conhecimentos adquiridos anteriormente em sala de aula ou em outro momento de sua vida escolar (chamado conhecimento disponível). Isso foi percebido, no momento em que

determinadas duplas discutiam o porque daquele resultado que digitaram, não corresponder a uma resposta correta. (p. 104).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Tenho a convicção de que, ao propor esse trabalho, o mesmo possa evoluir e crescer no sentido de fornecer mais condições aos alunos para revisarem e estudarem outros conteúdos de matemática do Ensino Médio. (p. 105).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

GLENBERG, A. M. LANGSTON, W. E. *Comprehension of illustrated text: Pictures help to built mental models*, Journal of memory and language, 31, 129-151, 1992.

TRICOT, A. *Seminaire didactique Rennes1. La definition d'aides spécifiques en fonction des situations d'apprentissages dans des environnentes hypermedias*. Institut de Recherche Mathématiqyue de Tennes. Université de Rennes 1, France, 1998.

1) Título: Função Afim $y = ax + b$: a articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxílio de um software educativo.

2) Autor: Edivaldo Pinto dos Santos.

3) Orientador: Benedito Antonio da Silva.

4) Ano da defesa: 2002.

5) Número de páginas: 118.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Este trabalho tem por objetivo estudar a aquisição de saberes relacionados aos coeficientes da equação $y = ax + b$ pela articulação dos registros gráfico e algébrico da função afim, com o auxílio de um software construído especialmente para esta finalidade. Para atingir este objetivo, foi elaborada uma seqüência didática baseada em alguns princípios da Informática na Educação e na teoria de Raymond Duval (1999), que considera importante para as representações gráficas o procedimento de interpretação global, e leva em consideração a discriminação de variáveis visuais pertinentes e a percepção das variações correspondentes na escrita algébrica. A seqüência foi trabalhada com 5 duplas de alunos da 2ª série do ensino médio de uma escola particular em São Paulo. Os resultados obtidos revelam que houve uma evolução em relação à construção de significados dos coeficientes da representação algébrica da

função afim, associados a sua representação gráfica, isto é, a reta correspondente. A investigação evidencia que o ambiente informático estabelecido possibilitou uma nova forma de trabalhar com os alunos, de avaliar seus desempenhos, ou seja, de desenvolver o processo de ensino-aprendizagem da função afim, mais especificamente da conversão do registro gráfico para o algébrico.

9) Palavras-chave: Função afim; registro de representação; software educativo.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Estudar a aquisição de saberes relacionados aos coeficientes da equação $y = ax + b$ pela articulação dos registros gráfico e algébrico da função afim, com o auxílio de um software educativo, por alunos da 2ª série do ensino médio de uma escola particular em São Paulo. (p. 10).

11) Questões orientadoras:

A ferramenta informática, pelas suas capacidades gráficas, calculatórias e de animação, pode proporcionar um ambiente de aprendizagem propício para o aluno construir seu conhecimento a respeito da conversão do registro gráfico para o algébrico da função afim?

O uso de um software do tipo jogo ajuda na aprendizagem matemática, de modo que fora do ambiente informático o aluno seja capaz de utilizar tal aprendizagem? (p. 17).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

Aplicamos um pré-teste e um pós-teste para serem executados somente com papel e lápis. No intervalo entre os testes, realizamos sessões de ensino em um ambiente informático, visando fazer com que o aluno compreendesse a relação dos coeficientes da equação associada a uma reta. (p. 10).

Uma dupla de alunos foi escolhida para uma análise das estratégias utilizadas pelos mesmos durante toda a pesquisa: pré-teste, sessões informáticas e pós-teste, caracterizando assim um estudo de caso. (p. 38).

13) Sujeitos da pesquisa:

Cinco duplas de alunos da 2ª série do ensino médio de uma escola particular de São Paulo.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Antonie Dagher (1993) – elaboração de um software educativo.

Duval (1999) – teoria dos registros de representação.

Balacheff (1994) – transposição informática.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

Os resultados mais expressivos foram os resultados obtidos nas questões que envolviam o coeficiente linear **b**. Mas, percebemos que a seqüência (sessões informáticas) possibilitou uma evolução da interpretação do coeficiente angular **a**. Sublinhamos que a dificuldade concernente a alguns saberes do coeficiente angular, resiste ao efeito da sessão informática, (p. 88).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Avaliar a qualidade dos conhecimentos construídos no ambiente informático com outros tipos de funções;
 Estudar as similaridades existentes entre os processos de aprendizagem num ambiente “tradicional” e os processos identificados por nossa pesquisa. (p. 98).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

BALACHEFF, N. *La transposition informatique note sur un nouveau probleme pour la didactique vingt ans de didactique dès mathematiques em France*, p. 364-370, Grenoble: La Pensée Sauvage Editions, 1994.

DAGHER, A. *Environnement Informatique et Apprentissage de l'articulation entre registres grafique et algébrique de représentation dès fonctions*. These de doctorat. Universite Paris VII, France, 1993.

DUVAL, R. *Aprendizagens intelectuais*. Caderno do curso ministrado na PUC/SP, fevereiro/1999.

1) Título: **Representações mediadas por computador no processo de construção do conhecimento da função afim.**

2) Autor: Ronald Ferreira dos Santos.

3) Orientador: Gilda Helena Bernardino de Campos; Rosa Maria Mazo Reis (Co-orientador).

4) Ano da defesa: 2000.

5) Número de páginas: 223.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação Matemática, Universidade Santa Úrsula, Niterói.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Porque os alunos não conseguem reconhecer as funções do Movimento Uniforme (MU) e do Movimento Uniformemente Variado (MUV), conteúdos da Física com a função afim, conteúdo da Matemática estudado na 1ª série do ensino médio? Em uma primeira abordagem da qual participaram professores da área de Ciências percebemos que o enfoque predominantemente algébrico é o enfoque adotado para este domínio de conteúdo. Este primeiro contato com a temática evidenciou que os professores, em geral, reproduzem situações sugeridas pelos livros didáticos que em sua maior parte parecem ignorar outras formas de representação como a gráfica e tabular. Neste trabalho, queremos investigar de que maneira os alunos constroem o conhecimento da função afim, a partir de um ambiente mediado por computador, utilizado como recurso pedagógico e a planilha EXCEL que possibilita a exploração eqüitativa de três formas de representação: algébrica, gráfica e tabular. Para tanto, selecionamos seis alunos de uma turma do 1º ano do ensino médio de uma escola municipal

onde pesquisador é professor. Os alunos desenvolveram, aos pares, seis atividades onde buscaram não só a construção do conhecimento da função afim como a forma de representação que evidenciasse esta construção.

9) Palavra-chave: Representação, computador, construção.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Investigar de que maneira os alunos constroem o conhecimento da função afim a partir de um ambiente mediado por computador, utilizado como recurso pedagógico e a planilha EXCEL que possibilita a exploração eqüitativa de três formas de representação: algébrica, gráfica e tabular.

11) Questões orientadoras:

Porque os alunos não conseguem reconhecer as funções do Movimento Uniforme (MU) e do Movimento Uniformemente Variado (MUV), conteúdos da Física com a função afim, conteúdo da Matemática estudado na 1ª série do ensino médio?

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

Os seis alunos selecionados desenvolveram, aos pares, seis atividades onde buscaram não só a construção do conhecimento da função afim como a forma de representação que evidenciasse esta construção.

13) Sujeitos da pesquisa:

Seis alunos de uma turma do 1º ano do ensino médio de uma escola municipal onde pesquisador é professor.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Sem informação.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

Sem informação.

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Sem informação.

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

Sem informação.

1) Título: Sobre as concepções de função dos alunos ao término do 2º grau.

2) Autor: Osmar Schwarz.

3) Orientador: Silvia Dias Alcântara Machado.

4) Ano da defesa: 1995.

5) Número de páginas: 161.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

O trabalho visa verificar qual a concepção de função do aluno ao final do 2º grau. No primeiro capítulo, apresentamos um histórico sobre o desenvolvimento do conceito de função, após o que fazemos uma epistemológica, evidenciando os obstáculos que se apresentaram no desenvolvimento dessa concepção. Apresentamos também os conceitos de definição operacional e de definição estrutural, utilizados na seqüência do trabalho. O segundo capítulo, é dedicado ao teste aplicado aos alunos, para verificar suas concepções de função. Primeiramente levantamos as variáveis didáticas, fizemos a análise a priori e após aplicarmos o teste, fizemos a análise a posteriori. No terceiro capítulo, apresentamos as conclusões finais, evidenciando que o aluno no final do 2º grau tem uma concepção ainda operacional de função, e às vezes até mesmo elementar.

9) Palavras-chave: não há.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

O trabalho visa verificar qual a concepção de função do aluno ao final do 2º grau.

11) Questões orientadoras:

Qual a concepção de função dos alunos ao final do 2º grau?

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

Aplicação de um teste com questões envolvendo funções a 20 duplas de alunos da 3ª série do 2º grau. Das 20 duplas escolhemos 4 para serem analisadas mais profundamente. O critério de escolha das 4 duplas foi o de terem todas as questões respondidas e comentadas. Das 4 duplas selecionadas, foi necessário entrevistar apenas 3 para maiores esclarecimentos. Realizamos também uma análise geral de cunho “mais quantitativo”, abrangendo a produção das 20 duplas participantes dos testes aplicados. (p.49).

13) Sujeitos da pesquisa:

O teste foi aplicado em 40 alunos da 3ª série do 2º grau, inciso III, da Escola Estadual “Prof. Américo de Moura”, 6ª DE da Capital. Os 40 alunos participantes da pesquisa foram selecionados aleatoriamente dentre os alunos de quatro classes da 3ª série que se apresentaram como voluntários para participar da pesquisa. (p. 47).

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Anna Sierpinska e Sophie René de Cotret – obstáculos epistemológicos que integram a construção da concepção de função.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

As observações feitas nas análises nos levam à conclusão de que a concepção dos oito alunos sobre funções é fundamentalmente operacional. (p. 112).

Outro fato importante que os resultados da pesquisa apontam, é de que a função constante não faz parte do repertório de funções dos alunos. (p. 114).

(...) o aluno não está habituado a passar do quadro geométrico para o algébrico. (p. 117).

A maior parte dos alunos por nós pesquisados está adentrando o 1º nível, justificando as observações da análise a posteriori, de que em alguns ainda persiste uma concepção **operacional elementar** de função (nível anterior ao da interiorização), outros estão francamente na 1ª fase da concepção de função. (p. 124-125).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Finalmente, diante do exposto, percebemos a necessidade de não só rever o processo de ensino e aprendizagem da concepção de função, voltando a dar o conceito de função aos alunos de 1º e 2º grau, mas também levar em conta nesse processo os pontos levantados por Duval de que é necessário trabalhar as diferentes representações centrando o “jeu de cadre” nas variáveis cognitivas tanto do ponto de vista algébrico como do ponto de vista gráfico. (p. 130-131).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

COTRET, Sophie René de. *Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique, Année 1986-1987, 1987 – 1998*. Equipe de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique – Jeune Equipe CNRS. LSD-IMAG, Institut Fourier, BP 53x – 38041 GRENOBLE Cedex.

SFARD, A. Operational origins of mathematical objects and the quandary of reification: the case of function. In: *The concept of function: aspects of epistemology and pedagogy*. USA: Dubinsky e Harel, p. 59-84, 1992.

1) Título: **Desenvolvimento e análise de uma metodologia para o ensino de função quadrática utilizando o microcomputador.**

2) Autor: Gilmara Aparecida da Silva.

3) Orientador: Aguinaldo Robinson de Souza.

4) Ano da defesa: 2002.

5) Número de páginas: 170.

6) Nível de ensino: mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação para a Ciência – Universidade Paulista Júlio de Mesquita Filho, Bauru.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Reconhecidamente, as dificuldades relativas ao ensino e aprendizagem de Matemática no Ensino Fundamental e no Ensino Médio apresentam uma

problemática singular. Nessa situação, um dos aspectos importante é uma forte aversão da maioria dos alunos em relação à Matemática. As ações no sentido de alterar esse quadro vão desde as políticas governamentais para a Educação até o cotidiano das salas de aula, que deve modificar-se, tornar-se mais atraente, mais de acordo com a realidade dos nossos alunos, que são jovens que estão inseridos num mundo de grandes progressos tecnológicos. Sendo assim, este trabalho visou minimizar essas dificuldades e tornar acessível aos alunos a utilização dessas novas tecnologias computacionais, empregando o computador como um recurso didático. Foram utilizados os softwares Parábola e Oficina de Funções, visando o estudo da função quadrática. O público alvo foram alunos do Ensino Médio. Os softwares foram apresentados aos alunos que trabalharam, apoiados em apostila previamente elaborada. Nessa apostila, foram elaboradas atividades em que os alunos interagissem com os softwares, experimentando e visualizando transformações feitas em funções quadráticas, respeitando o ritmo próprio de cada um, e privilegiando a aprendizagem cooperativa, em detrimento da competitiva. (p.5).

9) Palavras-chave: não há.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Este trabalho tem como objetivo estudar o desenvolvimento dos alunos da 1ª série do Ensino Médio de uma escola Pública Estadual em relação a alguns conteúdos matemáticos através da utilização do computador como ferramenta didática. (p. 15).

11) Questões orientadoras:

O emprego do computador como recurso didático pode minimizar a aversão da maioria dos alunos em relação à Matemática?

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

As atividades propostas foram apresentadas em uma apostila, *Atividades Matemáticas*, e foram desenvolvidas pelos alunos, em duplas, através da interação com os computadores e com os programas propostos. (p. 57).

O trabalho foi desenvolvido em três etapas:

A primeira constou da aplicação do Questionário do Pré-Teste. A segunda etapa foi o desenvolvimento das atividades pelos alunos através da interface com os computadores, e a terceira foi a aplicação do questionário do Pós-Teste.

Foram necessários 6 encontros de 3 horas cada para desenvolvimento das 3 etapas. (p.61).

Coleta de dados: os registros obtidos durante a realização da pesquisa foram: os questionários do pré e pós-teste; anotações dos alunos na apostila de atividades; anotações que a professora pesquisadora fazia durante os encontros. (p.69).

Análise dos dados: os dados foram analisados através de um estudo de caso etnográfico, tendo o pesquisador imerso no contexto da situação pesquisada para a coleta de dados relevantes para o estudo (Silva, 1997).

13) Sujeitos da pesquisa:

16 alunos do período da manhã da 1ª série do Ensino Médio da Escola Estadual Stela Machado, da cidade de Bauru. As atividades foram realizadas no período da tarde.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Para o uso da informática: Takahashi (2000), Ribeiro (2000), D'Ambrósio (1982), Valente (1998), Penteado (1998).

Para história da função: Zuffi (2000).

Para função e computadores: Souza (1996), Gracias (1998), Palis (1994).

Estudo sobre funções e funções quadráticas: Iezzi (1985).

Metodologia: Silva (1997).

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

Com o software Parábola, as duplas puderam trabalhar com funções com coeficientes não inteiros, geralmente não trabalhados em sala de aula, devidos aos cálculos trabalhosos. (p. 121).

O enfoque com ênfase na visualização, fez com que algumas transformações nas funções quadráticas fossem estudadas e conhecidas. (p. 125).

O computador, com os programas utilizados nos estudos, fez com que percebamos a Matemática pode ser vista como uma ciência exploratória na sala de aula. (p. 126).

Outro aspecto que percebemos foi em relação a participação mais ativa dos alunos, como maior autonomia na exploração de novas situações, buscando diferentes modos de resolver as questões propostas, avaliando, reunindo e organizando as informações. (p. 127).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Numa proposta para um próximo trabalho, sugerimos a implantação de atividades em que o aluno aplique os conceitos estudados na resolução de situações problemas em um ambiente de investigação onde as questões sejam mais abertas, isto é, menos direcionadas. (p.127).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento).

D'AMBRÓSIO, U. Desenvolvimento, avaliação, tecnologia e outras tantas considerações sobre a situação atual do ensino de ciências. *Ciência e Cultura*. 34(2), p.133-138, fevereiro de 1982.

GRACIAS, T. S., BORBA, M. C. Calculadoras gráficas e funções quadráticas. *Revista de Educação Matemática*, n 4, ano 6, 27-32, 1998.

IEZZI, G. et al. *Fundamentos de Matemática Elementar*. V. 1 e V. 7. São Paulo: Atual, 1985.

PALIS, G. de L. R. Tecnologia, gráficos e equações. *Revista do Professor de Matemática*. N 26, p. 30-38, 2 semestre de 1994.

PENTEADO, M. G., BORBA, M. C., GRACIAS, T. S. Informática como veículo para mudança. *Revista Zetetiké*. n. 10, vol. 6, p. 77-86, 1998.

RIBEIRO, J. Projeto Pedagógico e Projeto de Informática. *Revista de Educação e Informática*. N 14, p. 35-38. Secretaria de Estado da Educação. São Paulo, 2000.

SILVA, M. G. P. da. *O computador na perspectiva do desenvolvimento profissional do professor*. 1997. 127p. Tese (Doutorado em Educação na Área de concentração: Metodologia do Ensino). Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP.

- SOUZA, T. A. *Calculadoras gráficas: uma proposta didático-pedagógica para o tema funções quadráticas*. 1996. 221p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro.
- TAKAHASHI, T. (Org.). *Sociedade da Informação no Brasil: livro verde*. Brasília: Ministério da Ciência e Tecnologia, 2000.
- VALENTE, J. A. (Org.). *Computadores e conhecimento: repensando a educação*. Campinas: Unicamp, 1998.
- ZUFFI, E. M., PACCA, J. L. A. Sobre funções e a Linguagem Matemática de Professores do Ensino Médio. *Revista Zetetiké*. Campinas, v. 8, n 13-14, p. 7-28, jan dez 2000.

1) Título: **Um estudo de registros de representação semiótica na aprendizagem dos conceitos de máximos e mínimos de funções.**

2) Autor: José Roberto Damasceno da Silva.

3) Orientador: José Luiz Magalhães de Freitas.

4) Ano da defesa: 2005.

5) Número de páginas: 120.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul. Campo Grande, MS.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Esta é uma pesquisa de caráter diagnóstico, que tem como objetivo investigar o conhecimento de alunos, que já passaram por um curso de Cálculo Diferencial e Integral, sobre os conceitos de Máximos e Mínimos de funções, à luz da teoria dos Registros de Representações de Raymond Duval. Os dados experimentais foram obtidos pela aplicação de um teste. As análises são qualitativas e quantitativas. Como conclusão, destaca-se: as dificuldades dos alunos em reconhecer os vários sistemas de registros de representação dos conceitos de Máximos e Mínimos de Funções de uma variável. Como consequência disso, a não habilidade de efetuar conversões entre os sistemas de registros, bem como os tratamentos relacionados a eles. No caso das conversões, partindo-se de um sistema de registro gráfico e chegando-se a um sistema de registro simbólico ou em linguagem natural e vice-versa. E, finalmente, a não habilidade dos alunos em coordená-los para solucionar problemas de otimização. A pesquisa mostra indícios de práticas pedagógicas que privilegiam o enfoque procedimental em detrimento da compreensão conceitual. (p. 6).

9) Palavras-chave: Ensino/Aprendizagem, Cálculo, Máximos e Mínimos de Funções, Sistemas de Registros de Representação Semiótica.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

O objetivo desta pesquisa é contribuir para a análise de dificuldades relativas ao uso de registros de representação semiótica dos conceitos de Máximos e Mínimos de Funções e, conseqüentemente, indicar elementos que devem ser levados em consideração para nortear as abordagens que buscarão uma melhoria para o ensino de Cálculo. (p. 29).

11) Questões orientadoras:

Quais sistemas de registros de representação de conceitos de Máximos e Mínimos de Funções são reconhecidos pelos estudantes?

Os estudantes dominam os tratamentos efetivados no interior dos sistemas de registros escolhidos e as conversões entre eles?

Quais conversões entre os sistemas de registros dos conceitos de Máximos e Mínimos de Funções são mais, espontaneamente, utilizados pelos estudantes?

É possível identificar que sistema de registros de conceitos de Máximos e Mínimos de Funções gera para o aluno maior dificuldade de interpretação? (p. 29).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

Revisão bibliográfica referente a trabalhos que tratam de registros de representação no ensino de Cálculo.

Análise de cinco livros didáticos de Cálculo Diferencial e Integral quanto a apresentação de registros de representação de Máximo e Mínimos de Funções.

Foi aplicado um teste, com objetivo diagnóstico, para vinte e dois alunos, sendo em sua maioria de uma universidade pública do estado de Mato Grosso do Sul.

13) Sujeitos da pesquisa:

Vinte e dois alunos de uma universidade pública do estado de Mato Grosso do Sul, foram divididos em quatro grupos: o primeiro composto por cinco alunos da Licenciatura em Matemática; o segundo, por 8 alunos do Bacharelado em Ciência da Computação e um da Licenciatura em Matemática; o terceiro, por quatro da Licenciatura em Física, dois do Bacharelado em Engenharia Elétrica e um do Bacharelado em Ciência da Computação; o quarto, por um aluno da Licenciatura em Matemática.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Duval (1995-2003) – registros de representação semiótica.

Godoy (2004); Leme (2003); Meyer(2003) – processos de aprendizagem dos conceitos de Cálculo Diferencial e Integral.

Lopes (2003); Traldi (2002); Castro (2001) – registros de representação semiótica de outros conceitos utilizados no processo de aprendizagem da Matemática.(p. 31).

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

A definição por si só não permite que os alunos obtenham sucesso na solução de problemas envolvendo Máximos e Mínimos de Funções. De fato, os tratamentos ficam restritos aos registros algébricos, quando da utilização dos testes da derivada primeira e da derivada segunda, os quais são propriedades que podem ser deduzidas a partir da definição. (p. 109).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Não apresenta sugestões.

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

CASTRO, Samira Choukri de. **Os vetores do plano e do espaço e os registros de representação**. 2001. 111f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

DUVAL, Raymond. **Sémiosis et pensée humaine: Registres semiotiques at apprentissages intellectuels**. Neuchâtel (Suisse): Peter Lang, 1995.

GODOY, Luiz Felipe Simões de. **Registros de representação da derivada e o processo de aprendizagem**. 2004. 98f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

LEME, Jayme do Carmo Macedo. **Aspectos processuais e estruturais da noção de derivada**. 2003. 89f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

LOPES, Wager Sanches. **A importância da utilização de múltiplas representações do conceito de função: uma proposta de ensino**. 2003. 106f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

MEYER, Cristina. **Derivada/reta tangente: imagem conceitual e definição conceitual**. 2003. 159f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

TRALDI Jr, Armando. **Sistemas de Inequações do 1º grau: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem focando os registros de representações**. 2002. 120f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

1) Título: **Uma seqüência para o ensino aprendizagem de função do segundo grau.**

2) Autor: Maria Helena Pinedo Simões.

3) Orientador: Silvia Dias Alcântara Machado.

4) Ano da defesa: 1995.

5) Número de páginas: 259.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

O Ensino de função do 2º grau, de forma como vem sendo ministrado aos alunos da 8ª série do 1º grau, tem-se revelado deficiente em vários sentidos, deficiências essas que se refletem na formação matemática desses alunos. O objetivo de nossa pesquisa é apresentar uma seqüência didática para o ensino-aprendizagem da função do segundo grau, dedicada a alunos da oitava série do primeiro grau. Procuramos desenvolver um trabalho diferente do modelo tradicional, instrumentalizando o aluno para o "Jeux de Cadres" e incentivando-o a reflexão e a descoberta. Deste modo, optamos por utilizar como metodologia de pesquisa, uma engenharia didática, a qual garantisse a eficiência de nosso conteúdo. Após um estudo dos obstáculos epistemológicos e didáticos e das variáveis didáticas envolvidas no conceito de função, mais especificamente, função do segundo grau que o desempenho dos alunos foi satisfatório e que portanto, a seqüência de ensino aqui apresentada, colaborou para o ensino-aprendizagem da função do segundo grau, tornando-o mais significativo. (p. 4-5).

9) Palavras-chave: Seqüência didática; função do 2º grau.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Fornecer uma seqüência didática para o ensino e aprendizagem da função do 2º grau, que privilegie situações que permitam ao aluno utilizar o "jeux de cadres", entre o quadro algébrico e geométrico. (p. 50).

11) Questões orientadoras:

Será que a aplicação de uma seqüência didática para o estudo de função do 2º grau, construída de forma a privilegiar o pensamento ativo, a reflexão e descoberta e que leve os alunos a passarem do quadro algébrico para o quadro geométrico e vice-versa, encaminhará esses sujeitos a entenderem a função do 2º grau como "objeto" e a utilizá-la como "instrumento", além de propiciar uma idéia intuitiva de função? (p. 50).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

Aplicação de uma seqüência didática para alunos de uma 8ª série do Ensino Fundamental, baseados nos pressupostos da Engenharia Didática proposta por Michele Artigue. (p. 51).

13) Sujeitos da pesquisa:

Vinte e três alunos, com idade entre 14 e 15 anos, de uma 8ª série do 1º grau, de uma escola particular da cidade de Mogi das Cruzes/SP. (p.63)

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Osmar Schwarz, dificuldades dos alunos em reconhecer e utilizar as funções do 1º grau.

Regine Douady, sugere que para melhorar o ensino de funções deve-se utilizar o "jeux de cadres", ou seja, mudanças entre os quadros algébricos, aritméticos e geométricos. (p. 49).

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

A participação do aluno na construção do conceito de função do 2º grau, foi um dos pontos fundamentais do processo ensino e aprendizagem, aqui proposto. Esta participação, foi orientada, tendo em vista os conceitos a serem construídos

e as tarefas a serem realizadas, para que elevasse a construção do conhecimento desejado. (p.250-251).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Levantamos a seguinte questão: se nossas escolhas tivessem sido por coeficientes constituídos por números fracionários ou decimais, ou então, de grandezas maiores do que a dezena, com graduação diferente nos dois eixos, estaríamos enriquecendo e propiciando uma aprendizagem satisfatória no estudo da função do 2º grau? (p.252).

Acreditamos que exista uma necessidade imperiosa de se dar continuidade a seqüência de ensino, por nós aqui apresentada, incorporando a resolução das equações do 2º grau, sem a sua tradicional resolução (fórmula de Bhaskara), mas através da fatorização das expressões algébricas e por problemas que favoreçam a dialética “outil-objet”, conforme sugere Régine Douady. (p. 253).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

ARTIGUE, M. **Ingénierie Didactique**. Recherches em Didactique des Mathématiques. Vol. 9-3. Ed. La Pensée, França, 1989.

DOUADY, R. **Jeux de cadres et dialectique outil – objet**. Recherches em Didactique des Mathématiques. Vol. 7-3, R.D.M., França, 1986.

SCHWARZ, O. **Sobre as concepções de função dos alunos ao término do 2º grau**. Mestrado: Ensino de Matemática. PUC, SP, 1995.

1) Título: **Investigação conduzida sobre o ensino de funções a alunos do quarto, quinto e sexto anos.**

2) Autor: Dorrit Mattsson Smith.

3) Orientador: Joel Martins.

4) Ano da defesa: 1972.

5) Número de páginas: 156.

6) Nível de ensino: Doutorado.

7) Programa de pós-graduação: Doutorado em Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Este estudo referiu-se a um conceito matemático avançado que poderia ser efetivamente ensinado para estudantes da 4ª, 5ª e 6ª séries como menção aos níveis de QI. O conceito matemático escolhido foi o ensino de funções. A população consistia em estudantes da 4ª, 5ª e 6ª séries da Associação Escola Graduada de São Paulo. A amostra consistiu em estudantes americanos e brasileiros cujos níveis de QI ficaram entre 80 e 140. Os estudantes foram subdivididos em três níveis, de acordo com os pontos obtidos no teste de QI, 80-

99, 100-119, 120-139 e foram colocados nos grupos de controle e experimentais, de acordo com uma tabela de números aleatórios. Assim, de acordo com a análise os grupos foram novamente subdivididos por sexo.

9) Palavras-chave: não há.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

O objetivo principal era ensinar o conceito de função para estudantes da 4^a, 5^a e 6^a séries.

11) Questões orientadoras:

É possível ensinar o conceito de função para estudantes das 4^a, 5^a e 6^a séries?

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

A população foi dividida por série, nível QI (quociente de inteligência) e sexo para testar a hipótese nula. Os estudantes foram numerados e, a partir de uma tabela de números aleatórios foram divididos em dois grupos, um de controle e o outro experimental, de acordo com o seu respectivo nível.

Inicialmente foi aplicado um pré-teste, em seguida, o pesquisador procedeu com o ensino de funções por 6 dias. Os estudantes que faltaram a alguma dessas duas etapas foram excluídos da amostra. No 8^o dia aplicou um pós-teste a todos os estudantes da amostra. Seis semanas depois do pós-teste, um outro teste foi dado aos estudantes do grupo experimental.

13) Sujeitos da pesquisa:

A amostra consistia em 197 estudantes americanos e brasileiros das 4^a, 5^a e 6^a séries da Associação Escola Graduada de São Paulo (escola para estudantes brasileiros e americanos) cujos níveis de QI (obtidos pelo método californiano mental de maturidade administrado no sistema escolar) estavam entre 80 e 140. Em cada nível os estudantes foram subdivididos em três categorias: alta, média e baixa; de acordo com seus níveis de QI.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

Os estudantes da 4^a, 5^a e 6^a séries dos grupos experimentais aprenderam funções significativamente mais do que os estudantes dos grupos de controle.

Garotos da 6^a série e garotas da 5^a mostram-se mais aptos ao ensino de funções.

Garotos da 4^a, 5^a e 6^a série do grupo experimental parecem ter absorvido mais conhecimentos do que as garotas.

Estudantes da 6^a série do grupo experimental aprenderam mais do ensino sobre funções do que os estudantes da 5^a série do mesmo grupo.

Este estudo demonstrou que é possível ensinar conceitos matemáticos avançados em uma “idade precoce”.

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Na pesquisa, é necessário determinar quais conceitos matemáticos avançados podem e devem ser ensinados precocemente na escola, em quais séries seria mais apropriado e quanto tempo seria necessário.

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

1) Título: **Uma análise de discursos no ensino e aprendizagem de função.**

2) Autor: Maria Alice Veiga Ferreira de Souza.

3) Orientador: Ligia Arantes Sad.

4) Ano da defesa: 2001.

5) Número de páginas: 258.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Desde o princípio conduzimos nossos estudos centrados na produção discursiva em torno do ensino-aprendizagem de funções no âmbito do Ensino Médio. Entendemos que os discursos praticados por autores de livros didáticos e professores de Matemática são relevantes na construção do aprendizado dos alunos. Assim, nosso principal objetivo foi o de investigar os discursos de autores de textos matemáticos e de professores de Matemática no favorecimento da produção de significados pelo educando, em meio ao processo de construção do conceito de função e da compreensão da linguagem matemática específica utilizada. Para tanto, analisamos o tópico de funções dos livros didáticos utilizados por dois professores de Matemática que ministram aulas na primeira série do Ensino Médio, entrevistamos esses mesmos professores, observamos e filmamos as aulas relativas à abordagem inicial desse conteúdo matemático. Visando estudarmos as influências do discurso desses autores e professores pesquisados, elaboramos e analisamos um questionário aplicado aos alunos dos referidos professores, os quais selecionaram, cada qual, duas turmas diferentes de primeira série do Ensino Médio. Em uma das turmas, estudamos o discurso praticado pelos autores e as implicações na aprendizagem dos alunos a partir desses, antes de terem aulas referentes ao conteúdo de funções. Na outra, estudamos o discurso dos professores pesquisados e as implicações no ensino-aprendizagem dos alunos durante e após as primeiras aulas de funções. Os resultados e análises indicaram haver coincidência e pouca diversificação nos modos de discursos dos autores e professores pesquisados, o que influenciou de modo negativo na aprendizagem dos alunos, contribuindo para ocasionar baixa compreensão pelos educandos das idéias desse tópico matemático. Assim, esses discursos não parecem ter sido eficientes o bastante, pois a quantidade de pontos negativos superou os positivos, sendo fortes o suficiente para dificultar o processo de construção de função e da compreensão da linguagem matemática

representativa pelos alunos, segundo o que pudemos constatar em seus enunciados falados e escritos. (p.18)

9) Palavras-chave: não há.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Estudar as influências dos discursos de professores e autores de textos matemáticos na construção do conceito de função dos alunos da primeira série do Ensino Médio. (p.33)

11) Questões orientadoras:

Quais as influências dos discursos de professores de Matemática e autores de textos matemáticos acerca da função na construção deste conceito e na compreensão de sua simbologia matemática pelos alunos? (p.25)

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

Participação como observador, na classificação de Lüdke & André (1986), quando da observação de aulas ministradas por dois professores de Matemática. Realização de entrevistas do tipo semi-estruturadas com os respectivos professores após as aulas. Análise de dois livros didáticos de Matemática da 1ª série do Ensino Médio.

Aplicação de questionário aos alunos das quatro turmas observadas.

13) Sujeitos da pesquisa:

Dois professores de matemática, sendo um de escola pública e um de escola particular. Setenta alunos de duas turmas da 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública e 50 alunos de duas turmas da 1ª série do Ensino Médio de uma escola particular. (p. 71).

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Com o intuito de buscarmos apoio teórico para o trabalho, construímos o capítulo 2º segundo partes das teorias de L. S. Vygotsky, M. Bakhtin, J. Bruner e M. Foucault. (p. 35).

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

... a aprendizagem de função para os alunos de ambas as escolas mostrou ser predominantemente por repetição dos discursos dos professores e autores e não por compreensão.

A quantidade de pontos negativos superaram os positivos em relação aos discursos e, parecem indicar terem sido fortes o suficiente para dificultar o processo de aprendizagem de função. Tais deficiências nos discursos estão em sintonia com aqueles que esboçamos no capítulo de revisão bibliográfica. (p.230).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Uma questão que poderia ser estudada, diz respeito às diferenças entre os públicos que foram estudados por nós. Uma escola faz parte da rede privada de ensino, a outra da rede pública estadual. Que influências poderiam ter ocorrido na abordagem discursiva de cada professor mediante o contexto público/privado

em que se inseriam? Que culturas poderiam estar influenciando suas práticas? Os espaços físicos eram semelhantes? (p.233).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

BAKHTIN, M. **Marxismo e filosofia da linguagem**. 6.ed. Originalmente publicado em russo em 1929. Traduzido por Michel Lahud e Yara Frateschi Vieira. São Paulo: Hucitec, 1995.

BRUNER, J. **Atos de significação**. Originalmente escrito em inglês em 1990. Traduzido por Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

FOUCAULT, M. **A ordem do discurso**. Originalmente escrito em francês em 1970. Tradução de Laura Fraga de Almeida Sampaio. São Paulo: Loyola, 1996.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. Tradução de José Cipolla Neto, Luis S. M. Barreto e Solange C. Afeche. 4.ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

1) Título: **A Construção da Noção de Função Linear: transitando em diferentes registros de representação semióticos.**

2) Autor: Roberta Nara Sodr  de Souza.

3) Orientador: Maria Helena Baptista Vilares Cordeiro.

4) Ano da defesa: 2003.

5) N mero de p ginas: 164.

6) N vel de ensino: Mestrado.

7) Programa de p s-gradua o: Mestrado em Educa o, Universidade do Vale do Itaja , Itaja .

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Nesta disserta o, procuramos caracterizar a constru o da no o de fun o linear, com base num referencial em que a constru o de conceitos matem ticos se encontra vinculada ao tr nsito entre registros de representa o desses conceitos e   familiaridade com estes registros. Assim, procuramos desvelar se o desenvolvimento da capacidade de tratar e fazer convers o entre registros, por meio de uma seq ncia did tica, colabora na utiliza o dessa capacidade como ferramenta na resolu o de problemas que envolvam esse tipo de fun o. O estudo teve como pressuposto as afirma es de DUVAL de que o tr nsito entre diferentes registros de representa o pode proporcionar a apreens o de um conceito. A investiga o foi realizada aplicando-se um question rio com diversos problemas em tr s turmas, totalizando 99 alunos de uma escola particular. O question rio foi aplicado tr s meses antes (pr -teste) e imediatamente ap s

(pós-teste) o desenvolvimento de uma seqüência didática que enfatizava o reconhecimento e o trânsito entre diferentes registros de representação de função linear. A metodologia de pesquisa foi norteadada pelos princípios da Engenharia Didática. A observação das freqüências e a análise multidimensional dos dados obtidos com base no instrumento de Pré e Pós-Teste e os registros de vinte sujeitos selecionados aleatoriamente dentre o total de alunos que participaram de 75% das atividades da seqüência, mostraram um aumento no uso de estratégias de conversão e tratamento de registros, o que revela a ampliação da significação do conceito de função linear. Esta mudança está relacionada com o comportamento dos alunos diante das dificuldades encontradas e a adoção de diferentes estratégias na resolução de problemas, levando-os a uma maior autonomia na discussão de resultados ao final da seqüência, além de um aumento significativo; 1) na resolução correta de alguns problemas de nosso instrumento, sobretudo quando estes foram enunciados nas linguagens gráfica e algébrica, 2) na produção de registros e reconhecimento dos mesmos, 3) no número de conversões entre registros. Quanto às implicações educacionais de nossa pesquisa, podemos considerar que a construção conceitual também nesta série escolar se faz de forma morosa, sendo que os conceitos a serem construídos se dão num tempo didático que supera a ementa da série, além disso, muitos materiais didáticos disponíveis não atendem a proposta de construção conceitual, servindo mais de guia ao professor do que ao aluno.

9) Palavras-chave: representação, formação de conceitos, ferramentas conceituais.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Verificar se a capacidade de tratar e fazer a conversão entre diferentes registros de representação da função linear, no cotidiano escolar, possibilita o uso eficaz dessa capacidade como uma ferramenta na resolução de problemas, que envolvam esse tipo de função, por adolescentes de 14 a 16 anos. (p.18).

11) Questões orientadoras:

A capacidade de tratar e fazer a conversão entre diferentes registros de representação de função linear, colabora na utilização dessa capacidade como ferramenta na resolução de problemas que envolvam esse tipo de função, por alunos que cursam o primeiro ano do Ensino Médio? (p.17).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):

A metodologia de pesquisa foi norteadada pelos princípios da Engenharia Didática. A observação das freqüências e a análise multidimensional dos dados obtidos com base no instrumento de Pré e Pós-Teste e os registros de vinte sujeitos selecionados aleatoriamente, dentre o total de alunos que participaram de 75% das atividades da seqüência.

13) Sujeitos da pesquisa:

Noventa e nove alunos matriculados em três turmas do Colégio de Aplicação da UNIVALI, sendo 55 do sexo masculino e 44 do sexo feminino. (p.72)

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Artigue (1988) – engenharia didática.

Douady (1986) – mudança de registros de representação.

Duval (1993) – o papel das representações na construção do conhecimento.

Nunes (1998) – significação dos objetos matemáticos a partir da resolução de problemas.

Vergnaud (1985) – formação de conceitos.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

No desenvolvimento da seqüência, percebemos uma ampliação na utilização da conversão e do tratamento como estratégia no desenvolvimento da resolução de problemas; essa ampliação acarretou, nos problemas que se apresentavam nos registros de representação gráfico e algébrico, um aumento significativo no número de acertos nas atividades propostas. (p.143).

Quanto à concepção que os alunos formaram do conceito de função linear no decorrer do desenvolvimento de nossa seqüência, podemos dizer que ela foi ampliada para a maioria dos sujeitos de nossa pesquisa e percebemos isso não somente pelos dados apresentados na comparação de pré e pós-teste, mas também pela forma como os alunos, ao final da seqüência, discutiam a relação conceitual quando erravam na resolução dos problemas. Quanto ao reconhecimento das funções lineares, os dados mostraram uma expressiva evolução no reconhecimento dos mesmos, ligando a palavra ao significado e a suas formas de representação. (p. 143).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Os livros didáticos do Ensino Médio estão contribuindo de forma significativa para a ampliação dos conceitos matemáticos nos alunos? Os alunos têm os livros didáticos como fonte para aprender os conceitos matemáticos por meio de seus textos? Os livros didáticos do Ensino Médio são construídos pensando em servir ao professor ou ao aluno? (p. 144).

A mudança de estratégias que aconteceu no desenvolvimento dos problemas refletem a apropriação, pelos alunos, de novos instrumentos? Outras seqüências, considerando outros tipos de funções, desenvolvidas na perspectiva teórica discutida em nossa investigação, levariam também à mudança de estratégias e significação dos conceitos matemáticos pelos alunos? O olhar sobre as diferentes representações contribuindo para a formação de conceitos matemáticos é discutido na formação dos educadores matemáticos nos diferentes níveis de ensino? Os professores do Ensino Médio encontram nas diferentes formas de representar o objeto matemático, meios para discutir a formação desse objeto com seus alunos? (p.145).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

ARTIGUE, Michele. *Ingèniere didactique*. RDM, v9, n3, p231-308, 1988.

DOUADY, Règine. *Jeux de cadres et dialectique outil-objet*. RDM, v7.2, pp 5-31, 1986.

DUVAL, Raymond. *Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la apensée*. Annales de didactique et de Science Cognitives. Strasbourg: IREM-ULP, 1993.

NUNES, Teresinha. *Developing children's minds through literacy and numeracy*. Institute of Education University of London, 1998.

VERGNAUD, Gerard. Conceitos e esquemas numa teoria operatória da representação. *Revista Psychologie Française*. Nº 30-3/4 nov. 1985. trad. Anna Franchi e Dione Luchesi de Carvalho.

1) Título: **Calculadoras Gráficas: Uma Proposta Didático-Pedagógica para o tema Funções Quadráticas.**

2) Autor: Telma Aparecida de Souza.

3) Orientador: Marcelo de Carvalho Borba.

4) Ano da defesa: 1996.

5) Número de páginas: 221.

6) Nível de ensino: Mestrado.

7) Programa de pós-graduação: Mestrado em Educação Matemática, Universidade Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Neste estudo, investigamos o potencial da calculadora gráfica no ensino-aprendizagem de Matemática e para tal desenvolvemos uma proposta didático-pedagógica que envolve o tema funções quadráticas. Esta proposta materializa uma perspectiva de estudar funções quadráticas, enfocando-se predominantemente aspectos visuais e empíricos, aspectos estes que são influenciados pelo design da calculadora gráfica. A proposta didático-pedagógica foi utilizada em “experimentos de ensino”, uma variação da entrevista clínica de Piaget, desenvolvidos com estudantes de 2º grau. A análise destes “experimentos” sugere que o uso da calculadora não privou os alunos de estudar os conteúdos que são normalmente encontrados nos livros didáticos e abordados pelos professores na sala de aula. Mais ainda, além desses conteúdos, os estudantes consideraram temas que nem sempre são enfatizados, como transformações de funções e análise do coeficiente b da função quadrática escrita na forma $y = ax^2 + bx + c$. Visualização e experimentação foram aspectos marcantes das estratégias utilizadas pelos estudantes para lidar com as atividades propostas.

9) Palavras-chave: Calculadoras gráficas.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Apresentar uma proposta didático-pedagógica para o tema funções quadráticas com o auxílio da calculadora gráfica e analisar as estratégias que os estudantes utilizaram ao trabalhar com a seqüência de atividades e sua concepção de função quadrática relacionadas ao uso da calculadora gráfica. (p.75).

11) Questões orientadoras:

Qual a natureza da relação estudante-calculadora gráfica, em contraste com as relações estudante-lápis e papel e estudante-computador?

Como a experiência dos estudantes com a calculadora gráfica influencia a proposta didático-pedagógica? (p. 3).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):
Dois estudantes do 2º grau foram entrevistados individualmente ao trabalharem com as atividades da proposta didático-pedagógica, fazendo uso de calculadora gráfica. Realizou cinco sessões de 2 horas na qual os estudantes deveriam “pensar em voz alta”.

As principais atividades de pesquisa foram:

1- a realização das séries de entrevistas. O estudo envolveu uma ou duas sessões semanais de aproximadamente duas horas cada uma por um período de pelo menos quatro semanas.

2- filmagem de cada sessão.

3- aplicação de um pré-teste.

4- aplicação das questões da primeira parte da proposta didático-pedagógica que envolvia um tutorial sobre os principais comandos da calculadora gráfica e questões relacionadas com o plano cartesiano e funções lineares.

5- aplicação das questões da segunda parte da proposta didático-pedagógica que envolvia questões referentes ao estudo de gráficos de vários tipos de funções, onde se reconheciam as funções quadráticas como uma família de funções.

6- aplicação das questões da terceira parte da proposta e que envolvia questões mais tradicionais e menos abertas sobre funções quadráticas, abordando os tópicos normalmente estudados na escola.

7- revisão de cada sessão, assistindo as fitas de vídeo, durante o intervalo entre as entrevistas.

8- anotações sobre as impressões gerais de cada sessão e sobre o modo como nós achamos que o estudante está pensando, tanto durante as entrevistas, como após assistir as entrevistas, ao assistir as fitas de vídeo.

9- aplicação de um pós-teste para o estudante. (p.79-80).

13) Sujeitos da pesquisa:

Dois estudantes de um curso Técnico de Processamento de Dados de uma escola da rede particular de ensino da cidade de Rio Claro.

O teste piloto foi realizado com um estudante da 2ª série do 2º grau do curso e escola anteriormente mencionada.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Schaff (1990); Ponte (1990); Papert (1994); Machado (1995); Borba (1994c); Fey (1991) – utilização da informática na educação.

Leinhardt et al (1990); Meissner & Mueller-Philipp (1992) – funções e computadores.

Leinhardt (1990); Estes (1990); Rich (1990); Borba (1995) – calculadoras gráficas e educação matemática.

Carneiro (1993); Afamasaga-Fuata (1992) – calculadoras gráficas e funções quadráticas.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

Os resultados indicam que as concepções que Gustavo e Alessandra já tinham sobre função do 1º grau, foram modificando-se ao longo das entrevistas a medida que a calculadora gráfica era incorporada pelos estudantes na resolução das atividades. (p. 163).

O enfoque proposto permitiu, como considera Borba (1993), que justificativas visuais fossem encontradas para fatos algébricos e vice-versa. (p. 182).

Deste modo, consideramos que as limitações e as possibilidades oferecidas pela calculadora gráfica influenciaram as estratégias utilizadas pelos estudantes e, conseqüentemente, a sua compreensão sobre as funções quadráticas. (p. 185).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

Fica em aberto, para futuros estudos, a análise da necessidade de fazermos mudanças nas atividades da proposta didático-pedagógica, visando a superação de problemas como as ilusões de Alessandra. (p.185).

Esta forma de introduzir gráficos de diferentes funções teve, portanto, um resultado promissor, devendo ser mais investigado em futuras pesquisas, a fim de verificarmos se os aspectos positivos do seu uso se confirmam. (p.189).

Sugerimos também aos educadores, a partir deste estudo, a utilização de um enfoque com ênfases visuais e empíricas, não apenas no estudo de funções quadráticas, mas também no estudo de funções em geral, e de outros assuntos matemáticos que possuam descrições visuais. (p. 189).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

1) Título: O tema "Funções" e a Linguagem Matemática de Professores do Ensino Médio: por uma aprendizagem de significados.

2) Autor: Edna Maura Zuffi.

3) Orientador: Jesuína Lopes de Almeida Pacca.

4) Ano da defesa: 1999.

5) Número de páginas: 307.

6) Nível de ensino: Doutorado.

7) Programa de pós-graduação: Doutorado em Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo.

8) Resumo (escrito pelo autor do trabalho):

Neste trabalho, apresentamos um estudo qualitativo sobre a utilização da linguagem matemática por professores de Matemática do Ensino Médio, ao tratarem do tema "funções". Procuramos investigar as formas de expressão destes professores - vistos como mediadores e 'catalisadores' dos processos de desenvolvimento de seus alunos (Vygotsky, 1989a, 1989b) - ao lidarem com

suas próprias concepções sobre o tema, bem como ao explorá-lo nas situações pedagógicas em sala de aula. Ao investigarmos a linguagem matemática dentro de uma perspectiva teórica Vygotskiana, a questão dos contextos culturais em que se inserem os significados torna-se fundamental. Assim sendo, a pesquisa no ambiente natural em que se dá a expressão dos professores através da linguagem matemática, que é a sala de aula, constitui-se em um fundamental instrumento para a aquisição dos nossos dados. Também foi aplicado um questionário e entrevistas curtas foram realizadas com os professores investigadores. Trabalhamos especificamente com o conceito de função. Vimos que a linguagem formal do professor, exibida nas entrevistas e nas respostas ao questionário, tenta aproximá-lo das definições mais atuais do conceito, como as de Bourbaki e Dirichlet. Entretanto, em seu uso prático, através dos exemplos e da resolução de problemas, o conceito fica restrito a concepção mais clássicas, como a de Euler. Verifica-se uma coincidência na essência das concepções próprias dos professores, investigadores, com a sua prática pedagógica ao tratarem o tema "funções", em sala de aula. Em ambos os casos, parece haver uma dicotomia entre a linguagem matemática utilizada para lidar com o "teórico" e aquela para expressar as questões "práticas".

9) Palavras-chave: Funções; linguagem matemática.

10) Objetivos (de acordo com o trabalho):

Investigar as formas de utilização de linguagem Matemática de professores do Ensino Médio - vistos como mediadores e 'catalisadores' dos processos de desenvolvimento de seus alunos (Vygotsky, 1989a, 1989b) - ao lidarem com suas próprias concepções sobre o tema, bem como ao explorá-lo nas situações pedagógicas em sala de aula.

11) Questões orientadoras:

Quais são as experiências que o aluno do Ensino Médio compartilha, com relação à linguagem matemática e a lógica envolvida em sua expressão de fatos da Matemática, e qual é o papel de seus professores, como agente catalisador desses conceitos?

Como se dá, em detalhes, a expressão do professor em sala de aula, através da linguagem matemática, e em que nível ocorre a influência dos textos didáticos nessa expressão?

Quais são os outros fatores que influenciariam os modos de expressão do professor, em sala de aula para o conceito de função?

Quais os obstáculos epistemológicos que podem ser detectados junto aos professores do Ensino Médio?

Quais são as concepções evidenciadas no uso da linguagem matemática pelos professores investigados, tanto no que diz respeito à expressão de suas idéias próprias sobre o tema "funções", quando na prática da sala de aula?

Quais as definições utilizadas para o conceito de função, pelo professor do nível médio, ao se referir aos seus próprios conhecimentos e na sala de aula?

Quais as imagens conceituais evidenciadas na linguagem matemática deste professor?

Quais as relações entre tais definições e as imagens conceituais destacadas?

Quais os enfoques dados ao conceito de função, a este respeito, a partir da expressão dos professores, no Ensino Médio?

Quanto da linguagem matemática é assumido como “background” dos alunos, pelo professor, ao tratar do conceito de função, para orientar suas posturas de ensino?

Quais dos três enfoques propostos por Fonseca se evidenciam na expressão do professor em sala de aula?

Qual é o nível de conscientização do professor com relação ao uso que faz da linguagem matemática para o ensino? (p.131).

12) Metodologia e/ou Procedimentos Metodológicos (de acordo com o trabalho):
Observação de aulas de três professores da 1ª série do Ensino Médio, sendo duas escolas públicas da cidade de São Carlos e um em escola particular da região de São Paulo.

Aplicação de um questionário para sete professores que atuam em Matemática no Ensino Médio.

Entrevistas curtas e semi-estruturadas com os sete professores que responderam ao questionário.

13) Sujeitos da pesquisa:

Sete professores que atuam em Matemática no Ensino Médio, sendo três em escolas públicas de São Carlos, um em uma escola particular da região de São Paulo, um em uma escola particular de São Carlos e dois em escolas particulares na Região Norte do Estado de São Paulo.

14) Referencial Teórico (de acordo com o trabalho):

Sierpinska (1992) – Bachelard (1988) – noções de obstáculos epistemológicos.

Dubinsky & Harel (1992) – concepção de ação, processo e objeto.

Vinner (1991) – imagem conceitual.

Fonseca (1997) – caracterizações quanto às ênfases sintática, semântica ou sócio-cultural para a abordagem matemática.

Meira (1993) – idéias de concretude e abstração em Matemática.

Chevallard & Joshua (1991) e Oliveira (1997) – idéias de transposição didática.

Boyer (1974) – Youschkevitch (1976) – História da Matemática.

Norman (1992) e Machado (1998) – relações entre definições e imagens conceituais.

David Pimm (1987) – olhar a Matemática como uma linguagem.

15) Resultados obtidos e/ou contribuições teóricas:

(...) os professores do Ensino Médio apresentam, em termos formais, a definição mais moderna do conceito. Entretanto, em suas manipulações com cálculos e construção de gráficos, tidas como “práticas”, não atingem toda a complexidade da definição. (p. 181).

(...) o professor do Ensino Médio assume vários pressupostos sobre a lógica envolvida no conceito de função, seja como parte já integrante do pensamento de seus alunos, seja como algo que eles vão adquirindo sozinhos, e naturalmente, ao trabalharem com os exemplos algébricos, os cálculos de valores para as funções e as construções de seus gráficos, sem a necessidade de explicitação desses pressupostos. (p. 183).

Para o caso de função, o que se verificou através da linguagem matemática utilizada pelos professores do Ensino Médio, é que os símbolos usados na

representação das funções passam a se tornar objetos concretos, porém, sem que haja, antes disso, a abstração dos significados neles contidos. (p. 186).

Na utilização de sua linguagem matemática para caracterizar o 'objeto' função, estes professores têm como prioridade a apresentação de exemplos, os quais, por sua vez, não abrangem toda a profundidade da definição formal que eles apresentam. (p. 192).

Vemos, então, uma linguagem matemática de sala de aula que se pauta, ainda, pela apresentação de regras de sintaxe, que determinam o funcionamento de cálculos algébricos, aritméticos e a representação gráfica, sempre a partir do algébrico. (p. 192).

16) Sugestões de ensino e/ou sugestões de novas pesquisas:

O que os alunos esperam concretizar de seu aprendizado matemático em sua vida social e profissional, uma vez que muitos não pretendem ingressar em carreiras universitárias e muito pouco da problemática cotidiana é aproveitada como contexto para a associação de significados aos entes matemáticos "ensinados"?

Uma outra questão possível ao trabalho seria explorar em maior detalhe as diferentes formas pelas quais a linguagem matemática é veiculada em sala de aula, incluindo os aspectos globais de retórica empregados pelos professores. (p. 208).

17) Referências bibliográficas (citar aquelas que se referem a autores citados no fichamento):

BACHELARD, G. *La formación del espíritu científico*. Trad. José Babini, Siglo Veintiuno, México, 1988.

BOYER, c. *História da Matemática*, Trad. Elza F. Gomide, Ed. Edgard Blücher e Ed. Da Universidade de São Paulo, 1974.

CHEVALLARD, Y. & JOSHUA, M. A. *La transposition didactique*, Ed. La Pensée Sauvage, 1991.

DUBINSKY, E. & HAREL, g. *The nature of the process conception of function*, p.85-106, In: *The concept of function – aspects of epistemology and pedagogy*", Dubinsky & Harel Ed.), M.A.A. Notes, v. 25, 1992.

FONSECA, M. C. F. R. *O caráter evocativo da Matemática e suas possibilidades educativas*, 20ª Reunião Anual da ANPED, 1997.

MACHADO, A. C.. *A aquisição do conceito de função: perfil de imagens produzidas pelos alunos*, dissertação de mestrado, UFMG, Belo Horizonte, 1998.

MEIRA, L. L. *Aprendizagem e ensino de funções*, Estudos em Psicologia da Educação Matemática, Ed. Universitária da UFPE, Recife, p. 62-84, 1993.

NORMAN, A., *Teacher's mathematical knowledge of the concept of function*, In: *The concept of function – aspects of epistemology and pedagogy*", Dubinsky & Harel Ed.), M.A.A. Notes, v. 25, p. 215-232, 1992.

OLIVEIRA, N. *Conceito de Função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem*, dissertação de mestrado, PUC, São Paulo, 1997.

PIMM, D. *Speaking Mathematically –Communication in Mathematics Classrooms*, Routledge, N. Y. – London, 1987.

SIERPINSKA, a. *On understanding the notion of function*, In: *The concept of function – aspects of epistemology and pedagogy*", Dubinsky & Harel Ed.), M.A.A. Notes, v. 25, p. 25-28, 1992.

VINNER, S., *The role of definitions in the teaching and learning of mathematics*, in Tall, D. (ed.) – Advanced Mathematical Thinking. Mathematics Education Library, v. 11, Kluwer, p. 65-81, 1991.

YOUSCHKEVITCH, A. P., *The concept of function*, in Archive for History of Exact Sciences, vol. 16, n.1, 37-85, 1976.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)