

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP**

FABIANE GUIMARÃES

SENTIDOS DO ZERO

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

São Paulo

2008

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

FABIANE GUIMARÃES

SENTIDOS DO ZERO

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em **EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação do **Prof. Dr. Ubiratan D`Ambrosio**.*

São Paulo

2008

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____ **Local e Data:** _____

À minha família.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a **Deus**, pela vida.

Agradeço aos meus pais, **José Ivainer e Rosa Maria**, pela minha existência e por todo apoio dado a mim desde que nasci.

Agradeço ao meu noivo, **Marcio Marcondes**, pela paciência, companheirismo e o amor constante.

Agradeço a minha irmã, **Simone Braz e sua família**, pelos momentos de afeto durante a realização deste trabalho.

Agradeço ao **Prof. Dr. Ubiratan D`Ambrosio**, pela amizade, atenção, incentivo, paciência e dedicação demonstradas na orientação desta pesquisa.

Agradeço à banca examinadora, composta por **Dr. Walmir Thomazi Cardozo e Dra. Elenice de Souza Lodron Zuin**, pelas contribuições dadas e pela extrema competência na avaliação deste trabalho.

Agradeço a **todos os amigos do curso de mestrado**, pela amizade e luta para conquistar este título.

Agradeço ao **Francisco**, secretário do programa, por cuidar da parte burocrática.

Agradeço ao **pessoal da biblioteca**, que sempre dispôs seu trabalho para que as leituras devidas fossem encontradas.

Agradeço aos **colegas do trabalho**, que de alguma forma compartilharam e motivaram para que fosse realizado este trabalho, seja através de palavras, sugestões ou arranjo no horário de trabalho.

Agradeço aos **alunos**, que compartilharam suas idéias sobre o zero, essencial para a constituição desta pesquisa.

Agradeço a **todos os professores**, do programa de Mestrado em Educação Matemática da PUC-SP, por tudo que aprendi neste curso.

Em especial agradeço à **Prof. Dra. Siobhan Victoria Healy (Lulu Healy)**, pelas valiosas críticas e sugestões apresentadas no exame de qualificação.

Finalmente, agradeço à **Secretaria da Educação de São Paulo**, pela bolsa que propiciou a conclusão desta jornada.

RESUMO

Neste trabalho, alunos da Educação Infantil ao Ensino Médio incluindo alunos da Educação de Jovens e Adultos foram entrevistados sobre o que pensavam sobre o zero, que sentidos atribuíam-lhe.

Os alunos de diferentes séries e idades (ETNO), para explicar (MATEMA) o zero, utilizaram diferentes técnicas (TICA). Usando preceitos da pesquisa qualitativa e baseado na teoria do conhecimento Etnomatemática as TICA de MATEMA foram agrupadas em unidades de significado. O zero foi percebido como: uma técnica matemática, um conceito, uma técnica a serviço do social e como metáfora.

O trabalho está organizado em três capítulos: O capítulo Zero traz as reflexões iniciais, teóricas e metodológicas; O capítulo I traz reflexões históricas sobre o zero; Por fim no capítulo II encontram-se os relatos dos alunos sobre o zero.

Palavras-Chave: Etnomatemática, história do zero, zero, relato de alunos.

ABSTRACT

In this work, the students of Education Child Schooling including studentes Education of young people and adults were interviewed on what they think about the zero, which senses atribute him.

Students from different series in ages (ETHNO), to explain (MATHEMA) zero, used different technical (TICS). Using precepts of qualitative research and based on the theory of knowledge Ethnomathematics the TICS of MATHEMA were grouped into units of meaning. The zero was perceived as: a technique mathematical, a concept, a technique in the service of social and as metaphor,

The work is organized into three chapters: The chapter zero brings the thinking initials, theoretical and methodological; The chapter I brings reflections on the historical zero. And finally in chapter II are the stories of students on zero.

Keywords: Ethnomathematics, history of zero, report of students.

SUMÁRIO

CAPÍTULO ZERO.....	13
<i>INTRODUÇÃO.....</i>	<i>14</i>
<i>PESQUISAS SOBRE O ZERO.....</i>	<i>16</i>
<i>PROBLEMA DE PESQUISA</i>	<i>21</i>
<i>PROCEDIMENTO DE COLETA DOS DADOS.....</i>	<i>21</i>
<i>PROCEDIMENTO DE ANÁLISE DOS DADOS</i>	<i>25</i>
<i>PROGRAMA ETNOMATEMÁTICA</i>	<i>27</i>
<i>CONSIDERAÇÕES.....</i>	<i>30</i>
CAPÍTULO I – O ZERO NA HISTÓRIA	32
<i>QUEM DESCOBRIU O ZERO?.....</i>	<i>32</i>
<i>SISTEMAS DE NUMERAÇÃO E O ZERO.....</i>	<i>34</i>
<i>CONCEPÇÕES DO ZERO</i>	<i>50</i>
<i>O ZERO E AS OPERAÇÕES</i>	<i>54</i>
<i>ALGORISTAS E ABACISTAS</i>	<i>59</i>

CAPÍTULO II - O ZERO NAS FALAS DOS ALUNOS.....	63
<i>EDUCAÇÃO INFANTIL</i>	65
<i>ENSINO FUNDAMENTAL I – 1ª A 4ª SÉRIE</i>	68
<i>ENSINO FUNDAMENTAL II – 5ª A 8ª SÉRIE</i>	71
<i>ENSINO MÉDIO – 1ª E 3ª SÉRIE</i>	76
<i>ENSINO MÉDIO EJA – 1ª E 3ª SÉRIE</i>	80
<i>CONSIDERAÇÕES - O ZERO</i>	86
REFERÊNCIAS	94
ANEXOS	97

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1 – Números egípcios	35
FIGURA 2 – Números gregos.....	36
FIGURA 3 – Números babilônios.....	37
FIGURA 4 – Zero babilônio	39
FIGURA 5 – Números maias	40
FIGURA 6 – Zero maia	42
FIGURA 7 – Quadro comparativo: zero cardinal e zero ordinal na cultura maia.	44
FIGURA 8 – Números indianos	45
FIGURA 9 – A dança de Xiva – Hinduísmo.....	53
FIGURA 10 – “Abacistas” e “Algoristas”.....	62
FIGURA 11 – Elásticos da multiplicação e divisão.....	89

CAPÍTULO ZERO

“Zero me faz lembrar recomeço.
Vida, começar do zero e tentar mudar o futuro.”
Rodney¹

No CAPÍTULO ZERO encontram-se os passos percorridos para a constituição deste trabalho. No item INTRODUÇÃO, trato de minha história, como cheguei ao mestrado e ao tema deste trabalho. No item PESQUISAS SOBRE O ZERO, trato de dois trabalhos que têm semelhanças com o que desenvolvi. Após, trago à tona o meu PROBLEMA DE PESQUISA. Com o problema em mãos, parto para a fundamentação teórica e metodológica, nos itens PROCEDIMENTO DE COLETA DE DADOS e PROCEDIMENTO DE ANÁLISE DE DADOS.

Ainda no CAPÍTULO ZERO faço comentários à teoria base de todo este estudo, que é o PROGRAMA ETNOMATEMÁTICA. E no fim, no item CONSIDERAÇÕES, há reflexões sobre o estudo desenvolvido.

¹ Aluno entrevistado da 2ª série do Ensino Médio.

INTRODUÇÃO

Na oitava série do Ensino Fundamental, tomei a decisão de estudar Matemática, depois de alguns anos, ingressei neste universo. Quatros anos de Licenciatura Matemática e, já durante o curso, no 3º ano, me tornei professora. Início de carreira, tropeços e interrogações, mas, o destino estava traçado, minha profissão: professora de Matemática.

Na faculdade, aprendi a Matemática como um sistema de regras e fórmulas, em razão do meu curso estar ligado ao Departamento de Engenharia. O enfoque era dado em Matemáticas úteis para essa realidade, não discutíamos conceitos e nem questões pedagógicas.

Estava a decidida continuar minha profissão de professora de Matemática, e senti que precisava de mais informações além das adquiridas na faculdade. Foi então que, para me aperfeiçoar, busquei um curso de Especialização em Educação Matemática. Neste curso, tive contato com uma outra visão da Matemática, com outras discussões. Discutíamos conceitos matemáticos e também estratégias para explorar esses conceitos com nossos alunos.

No curso de especialização, descobri a possibilidade e o caminho para cursar um Mestrado, qual, ampliaria as minhas apropriações sobre conceitos Matemáticos e Educação Matemática. Aprendi a pensar, duvidar, entender e discordar.

Na especialização, me interessei muito por História da Matemática e pesquisei o zero nos sistemas de numeração Babilônio, Chinês, Maia e Hindu e algumas influências sociais desses sistemas.

No Mestrado, na busca pelo tema de pesquisa, senti necessidade de aprofundar meus estudos sobre o zero. Essa necessidade surgiu quando li uma reportagem intitulada “Os dois Zeros Maias” na revista Scientific American Brasil Especial Etnomatemática,. Houve também contato com o Programa de pesquisa Etnomatemática. A união da curiosidade de saber mais sobre o zero, que diferente

das minhas pesquisas anteriores, surgia duplamente na cultura Maia e pensando no Programa Etnomatemática escolhi o tema de pesquisa.

Pensei nas seguintes questões: Quantos são os zeros? Quais os significados do zero? Quais os sentidos dados ao zero em diferentes culturas?

Pesquisas bibliográficas me ajudariam a responder essas questões levantando uma bela história de aventura, de aceitação, rejeição, adoração, enfim uma história humana. Mas o meu orientador, Prof. Ubiratan D`Ambrosio, sutilmente foi me provocando e dizendo que era preciso fazer alguma coisa mais, afinal, a história do zero já está escrita.

Com o tempo, e participando das reuniões de orientação, o professor Ubiratan D`Ambrosio propôs que eu ouvisse os alunos: crianças, jovens e adultos (de hoje), para saber como eles explicam o zero, quais os sentidos atribuídos por eles.

Desafio lançado: entender o zero, não só com olhar bibliográfico, mas também com o olhar de crianças, jovens e adultos que freqüentam a escola hoje.

Uma primeira hipótese que tínhamos era que as crianças menores discutiriam o zero conceitualmente, e que com a medida dos anos de escolaridade, as explicações ficariam mais ligadas às técnicas matemáticas devido aos anos de escolarização.

Fundamentada nas reflexões do Programa Etnomatemática, pretendi dar “voz” aos alunos de diferentes séries e observar seus diferentes modos de explicar um conhecimento, no caso: o zero. Pretende-se com esta investigação *“entender a aventura da espécie humana na busca de conhecimentos e na adoção de comportamentos”* (D`AMBROSIO, 2002, p.17).

Para a coleta de dados, foram realizadas entrevistas em escolas públicas da cidade de Taubaté, no interior de São Paulo. Foram feitas entrevistas individuais e coletivas cuja a questão: *“O que é para você o zero?”* era apresentada e respondida oralmente. E também entrevistas individuais, em que a questão era escrita no

quadro e os alunos individualmente respondiam por escrito. As entrevistas foram realizadas com alunos do Ensino Infantil ao Ensino Médio Regular e Educação de Jovens e Adultos.

Foram realizadas 4 entrevistas orais de forma coletiva com os alunos do Ensino Infantil (3 a 7 anos de idade); 37 entrevistas orais e individuais com alunos da 1ª série do Ensino Fundamental (EF) à 3ª série do Ensino Médio (EM). E também 170 respostas escritas individuais a questão colocada no quadro, realizadas com os alunos de 7ª e 8ª série do EF, 1ª e 3ª série do EM Regular e 1ª e 3ª série do EM – Educação de Jovens e Adultos. Totalizando 211 relatos. Todos esses relatos encontram-se em anexo e alguns deles foram selecionados para análise e discussão no Capítulo II.

PESQUISAS SOBRE O ZERO

Das leituras realizadas durante o mestrado, duas tinham propostas semelhantes ao trabalho que eu pretendia desenvolver, um trabalho era de Salvador e Nacarato (2003) e outro de Teresa Vergani (2001).

Salvador e Nacarato (2003) desenvolveram um trabalho com alunos da 6ª série do Ensino Fundamental, em que investigaram sentidos atribuídos ao zero por esses alunos. A pesquisa foi dividida em três momentos, cuja a seguinte questão foi apresentada aos alunos: *“Qual o significado de zero para você?”*. No primeiro momento, ela foi feita sem nenhuma intervenção, como tarefa de casa.

No segundo momento, a pergunta foi feita após atividades realizadas em sala de aula, como: jogos relacionados aos números inteiros, história do zero, temperatura, transações comerciais. O objetivo desta etapa era ver se os alunos tinham atribuído novos sentidos ao zero, em referência ao primeiro momento.

E, no terceiro momento, ao final de todas as atividades sobre os números relativos, foi feita novamente a pergunta, com o objetivo de verificar se após o

estudo deste novo campo numérico, os alunos tinham atribuído outros novos sentidos ao zero.

Os sentidos atribuídos ao zero pelos 39 alunos pesquisados por Salvador e Nacarato (2003) são:

- O zero absoluto (contagem);
- O zero como medida (origem);
- O zero como valor posicional;
- E o zero como dado operatório.²

Salvador e Nacarato (2003, p.5) observaram que no primeiro momento as respostas mais freqüentes eram valor absoluto e valor posicional. No segundo momento, as respostas mais freqüentes foram zero absoluto e zero como origem e no terceiro momento, zero como valor posicional e zero como medida.

Segundo os autores, as respostas dadas pelos alunos são relacionadas às atividades pedagógicas vivenciadas por eles durante o período da investigação. Mas, não são só resgatadas experiências atuais, outras vivências escolares, ou não, que abordaram o conceito de zero, influenciam as respostas dadas.

Alguns alunos, no primeiro momento da pesquisa, utilizaram o dicionário para responder sobre o zero. Essa utilização despertou os autores, Salvador e Nacarato (2003, p.14), para uma reflexão sobre uso do dicionário como instrumento auxiliar na ampliação dos significados dos conceitos nas aulas de matemática.

Salvador e Nacarato (2003, p.15) acreditam que em sala de aula, quando se inicia o estudo dos números inteiros relativos, ao zero só se dá o papel de dividir os números positivos dos números negativos. Afirmam também, que por o zero estar impregnado de seu sentido de valor posicional, muitas vezes não se propõe outras discussões, e o conceito de zero não é construído em toda sua amplitude.

² Nomenclatura dada, aos sentidos do zero, pelos autores Salvador e Nacarato (2003)

Salvador e Nacarato (2003) sugerem a introdução da história do zero para problematizar o conceito de zero. Destacam a importância da formação do professor para que o mesmo possa promover situações de aprendizagem que permitam ao aluno maior profundidade com relação aos significados dos conceitos, no caso o conceito de zero.

Os autores constataram a não linearidade da apropriação do conhecimento, os alunos falaram de diferentes sentidos em diferentes momentos. Isto levanta a dificuldade de identificar as contribuições trazidas por uma prática pedagógica momentânea (SALVADOR e NACARATO, 2003, p.16). Constataram também que o processo de escolarização deixa marcas nos alunos. Nas respostas dos alunos foi possível identificar atitudes e valores escolarizados com relação a matemática.

O trabalho de Vergani (1991) consiste numa reflexão sobre educação matemática e a proposta de uma educação intercultural: Matemática, Sociedade e Cultura. A matemática escolar, segundo Vergani (1991) é

“- acusada pelos alunos de veicular o inteligível;
- fragmentada na sua capacidade integradora da pluridisciplinaridade operante pela inflexível sectorização dos currículos;
- psicológica e afetivamente amputada pelos professores, tanto da satisfação estética do rigor formal como da adequação aos porquês pragmáticos do real a Matemática tornou-se sinônimo de síndrome de pavor escolar.” (VERGANI, 1991, p.13)

E completa:

“Na generosa aventura da iniciação científica, vê-se aberrantemente condenada a ser exilada da Festa do Saber” (THILL 1973, p.156-181 apud VERGANI, 1991, p.13)

Diante desse quadro, segundo Vergani (1991, p.14), o discurso “*Damos a Matéria*” é mantido. A grande preocupação do professor é com relação ao cumprimento dos programas, dos conteúdos julgados pertinentes.

“A obrigatoriedade desta aceleração não permite verdadeiras clareiras onde processos de in-formação se transformem realmente em processos de maturação.” (VERGANI, 1991, p. 14)

Diante deste dilema, Vergani (1991) faz a proposta de uma educação integrando Matemática, Sociedade e Cultura. Sendo o principal objetivo despertar os alunos para “*a Matemática entendida como fenômeno fundamentalmente humano*” (VERGANI, 1991, p.15)

Vergani (1991) designa Educação Matemática mais que linguagem, treino, instrumento e estrutura lógica. Ela pretende sensibilizar à aquisição de “*atitudes matematizantes*”. Dentro deste contexto, faz entrevistas com alunos de 13 a 19 anos para observar como eles respondem a conceitos que tiveram contato por anos de escolaridade obrigatória.

“Como se precisam, crescem, coagulam, sedimentam, irradiam, generalizam, ganham raízes em domínios contíguos do pensamento, e se colorem simultaneamente da experiência sensível do cotidiano?” (VERGANI, 1991, p.34).

Vergani (1991), escolheu os conceitos de Zero e Infinito para realizar suas entrevistas. Suas entrevistas foram realizadas em salas de aula, ela escreveu a questão: “*Exprime, por palavras tuas, o que é para ti o ZERO e o que é para ti o INFINITO?*” no quadro e pediu que os alunos respondessem por escrito e individualmente.

Na análise das respostas, Vergani (1991, p.37) aponta nas falas dos alunos “*uma mistura de fantasia e saber concreto*” e focaliza “*dimensões essenciais da problemática que o zero suscita*”.

Primeira dimensão: “*Um número ou um nada*”, segundo Vergani (1991, p.38), “*A consciência da cardinalidade nula afronta a existência de uma realidade chamada Zero.*” Esta dimensão é vista porque muitos alunos tratam o zero como o nada, ou como não existente.

“O zero representa o “nada”, “o não existente”, “a falta de valor” e a “neutralidade”. Ele é a representação e não o fato em si.”(VERGANI, 1991, p.38)

Segunda dimensão: Falar de uma simbologia para representar o nada, o não existente é uma abstração que escapa da razão. Se “não é nada”, ou “é o nada” como representá-lo?. Esta é uma outra dimensão observada: a “*Representatividade do vazio*”, segundo Vergani (1991, p.38) “*Ele existe porque o representamos, ou é representável porque existe?*”.

Terceira dimensão: Vergani (1991, p.39) aponta que “*o zero como elemento neutro da adição “come” todos os números na multiplicação*”. Este nada que pode até passar despercebido desperta para a “*Operatividade do Neutro*”.

Quarta dimensão: Vergani aponta também a “*Grande perturbação: um zero no fim é o fim do zero*”. A cada zero acrescido a um número natural temos um número 10 vezes maior. Um zero que representa o nada, o vazio, no fim de um número aumenta o seu valor.

Quinta dimensão: O zero pode ser centro e também pode ser origem. O zero no centro pode ser observado na reta numérica, ou numa escala de temperatura e o zero origem numa régua graduada.

Sexta dimensão: “*É um zero emotivamente atingido pelo fracasso que o impregna na linguagem do dia a dia, ou pelo desafio que representa um ponto de partida.*” (VERGANI, 1991, p.39) . Nesta dimensão observamos o zero como uma metáfora, em que em alguns contextos sociais significa o fracasso e em outros o ponto de partida.

Vergani (1991), em seu trabalho traz as dimensões que o infinito suscita e conta também uma experiência vivida com uma turma seguindo uma proposta intercultural. Estes assuntos não foram ressaltados neste trabalho.

PROBLEMA DE PESQUISA

Este trabalho pretende responder a seguinte questão:

- ✓ Quais os sentidos atribuídos ao zero por alunos de diferentes idades e séries da escolaridade?

Com base nos dados colhidos, através de entrevistas, leituras realizadas e minhas reflexões, desenvolverei um estudo sobre os sentidos atribuídos ao zero pelos diferentes alunos que freqüentam a escola incluindo crianças, jovens e adultos.

Pretende-se entender melhor o zero partindo do olhar dos mais interessados no processo educativo: os alunos. Esta investigação contribuirá para discutirmos sobre como os alunos se apropriam de conceitos e os explicam durante os anos da escolaridade.

PROCEDIMENTO DE COLETA DE DADOS

No dia 18 de agosto de 2006 fui à duas escolas estaduais de ensino Fundamental e Médio, e a uma escola de Ensino Infantil Municipal em Taubaté interior de São Paulo, realizar as entrevistas.

Nas escolas de ensino Fundamental e Médio entrevistei alunos da 1ª série do Ensino Fundamental à 3ª série do Ensino Médio. Essas entrevistas foram realizadas individualmente, os professores responsáveis pelas salas escolhiam alunos aleatoriamente. Esses alunos se retiravam de suas salas e em uma sala separada e individualmente eram realizadas as entrevistas. Iniciadas com a seguinte questão: *“Fale o que você pensa sobre o zero”*. Se, por um acaso, não surgissem respostas, eu continuava, dizendo: *“Você usa o zero?” “Para que ele serve?” “E na aula de Matemática?”*.

No Ensino Infantil com alunos de 3 a 7 anos, a diretora orientou que as entrevistas fossem de forma coletiva, pois tirar as crianças de suas salas, segundo ela, iria intimidá-las. E assim a conversa foi oral e coletiva com essa faixa etária.

No total foram feitas 41 entrevistas orais sendo:

- No Ensino Infantil foram realizadas 4 entrevistas coletivas. As salas tinham em média 20 alunos;
- No Ensino Fundamental e Médio foram entrevistados: - 2 alunos da 1ª série do Ensino Fundamental – EF; - 2 alunos da 2ª série do EF; - 6 alunos da 3ª série do EF; - 5 alunos da 4ª série do EF; - 2 alunos da 5ª série do EF; - 2 alunos da 6ª série do EF; - 2 alunos da 7ª série da EF; - 5 alunos da 8ª série do EF; - 6 alunos do 1ª série do Ensino Médio - EM; - 3 alunos da 3ª série do 2º EM; - 2 alunos do 3ª série do EM.

Após a realização das entrevistas orais, li o livro “Os Zeros e os Infinitos” de Teresa Vergani (1991). E resolvi realizar com os meus alunos no início de 2007 a mesma experiência que Vergani. Vergani (1991) escreveu no quadro a questão e pediu que os alunos respondessem por escrito. A questão proposta por Vergani (1991) tratava do zero e do infinito.

No meu caso, escrevi no quadro uma questão que tratava apenas do zero, a questão era: *Escreva com suas palavras o que é para você “zero”*. Enfatizei que era uma resposta pessoal e que eu queria saber o que realmente eles pensavam. Essa questão foi aplicada no início do ano letivo de 2007. Realizei as entrevistas na primeira semana, pois eles não me conheciam muito bem e, então, a resposta não seria muito influenciada pelo nosso convívio.

A questão foi aplicada em: - 2 turmas de 7ª série do EF – 44 alunos; - 2 turmas de 8ª série do EF – 39 alunos; - 1 turma de 2ª série do EM – 19 alunos; - 1 turma de 3ª série do EM – 23 alunos; - 1 turma de 1ª série do EM /Educação de Jovens e Adultos – EJA – 22 alunos; - 1 turma de 3ª série do EM /EJA – 23 alunos.

Totalizou-se 4 entrevistas coletivas, 37 entrevistas individuais e 170 respostas individuais a questão. Um total de 211 relatos sobre o zero.

A escola é um ambiente onde os alunos compartilham e compatibilizam seus conhecimentos. Quando um aluno vai para escola ele não “deixa em casa” suas experiências cotidianas. As respostas dadas pelos alunos com relação ao que eles pensam sobre o zero, misturam reflexões que tiveram na escola e fora dela.

Assim, como o conceito de zero tem sua história, para cada sujeito da pesquisa, o zero tem sua história. Na hora da entrevista os alunos resgataram o que lhes era mais relevante naquele momento, o que não significa que o zero para eles não tenha outros sentidos.

A pergunta referia-se a uma palavra que, conforme Vygotsky (1993):

“Uma palavra não se refere a um objeto simples, mas a um grupo ou a uma classe de objetos e, por conseguinte, cada palavra é já de si uma generalização. A generalização é um ato verbal de pensamento e reflete a realidade numa forma totalmente diferente da sensação e da percepção.”(VYGOTSKY, 1993, p. 9)

Quando se trata, por exemplo do zero algarismo, pensamos em números como 101, 2006, onde o zero aparece como algarismo. Neste momento, por exemplo para mim essa seria uma primeira sensação e percepção do zero algarismo. Mas, as palavras “zero” e “algarismo” juntas na expressão “zero algarismo” referem-se a toda uma classe de números, onde o zero aparece como algarismo, ou seja, estas palavras são uma generalização.

O significado da palavra zero pode ser visto como uma unidade entre o pensamento generalizante e o intercâmbio social. A possibilidade de pensar a palavra em diferentes contextos, generalizando-a, e a interação social permitem que novos sentidos e significados sejam absorvidos sobre o zero.

O zero é percebido de diferentes maneiras pelos sujeitos, segundo Vygotsky (1993), o conceito não é:

“uma formação isolada, ossificada, imutável mas parte ativa de um processo intelectual, constantemente mobilizada ao serviço da comunicação, do conhecimento e da resolução de problemas.” (VYGOTSKY, 1993, p.101)

Para cada contexto, o zero surge com novos significados. No momento da entrevista, cada aluno pensou o zero em um ou mais contextos: na escola, na matemática, na vida monetária e descreveu o zero a partir dos sentidos despertados.

Segundo Paullan:

[]... o sentido de uma palavra é a soma de todos os acontecimentos psicológicos que essa palavra desperta na nossa consciência. É um todo complexo, fluido, dinâmico que tem várias zonas de estabilidade desigual. O significado não é mais do que uma das zonas do sentido, a zona mais estável e precisa. Uma palavra extrai o seu sentido do contexto em que surge; quando o contexto muda o seu sentido muda também. O significado mantém-se estável através de todas as mudanças de sentido. O significado de uma palavra tal como surge no dicionário não passa de uma pedra do edifício do sentido, não é mais do que uma potencialidade que tem diversas realizações no discurso.(PAULLAN apud VYGOTSKY, 1993, p. 102)

A palavra zero tem seus significados institucionalizados que, em diferentes contextos produz diferentes sentidos. Quando usamos expressões como: “Você é um zero!”, o zero aparece com um determinado sentido. Já em outra expressão como “carro zero”, outro sentido é percebido.

Usei neste trabalho a palavra sentido para a descrição feita pelos alunos, pois eles buscaram no subconsciente acontecimentos psicológicos que esta palavra desperta (PAULLAN apud VYGOTSKY, 1993). Os alunos abordaram diferentes contextos, nos quais o sentido do zero é diferente para cada um deles.

“Num determinado contexto, uma palavra significa simultaneamente mais ou menos do que a mesma palavra tomada isoladamente; significa mais, porque adquire um novo contexto; significa menos, porque o seu significado é limitado e estreitado pelo mesmo contexto. (VYGOTSKY, 1993, p.102)”

Por exemplo, a expressão “Você é um zero!”, representa o zero em um novo contexto, este zero, nesta expressão, representa mais ou menos o que pensamos na palavra zero isoladamente.

A partir do estudo de uma palavra, segundo Vygotsky (1993), podemos entrar num microcosmo da consciência humana.

“[] as palavras têm por característica fundamental serem um reflexo generalizado do mundo. Este aspecto da palavra conduz-nos ao limiar de um tema muito mais profundo e mais vasto – o problema geral da consciência. As palavras desempenham um papel fundamental, não só no desenvolvimento do pensamento, mas também no desenvolvimento histórico da consciência como um todo”. (VYGOTSKY, 1993, p.107)

PROCEDIMENTO DE ANÁLISE DOS DADOS

Esta pesquisa tem como objetivo estudar os sentidos atribuídos ao zero por alunos de diferentes idades da escolaridade obrigatória. Após as entrevistas feitas e digitalizadas, surgiu uma grande dificuldade: eu me vi no meio de um “mar” de sentidos atribuídos ao zero. Meu objetivo era mostrar esses sentidos, a grande dificuldade era como fazer, sem perder informações e possibilitar a compreensão.

Busquei leituras e encontrei embasamento e orientação nos preceitos da pesquisa qualitativa. Segundo Lüdke e André (1986), as características básicas de uma pesquisa qualitativa são:

“(i) ter o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento; (ii) coletar dados predominantemente descritivos; (iii) ter maior atenção ao processo que com o produto; (iv) o processo de análise tende a ser indutivo, sendo que os pesquisadores não se preocupam em buscar evidências que comprovem hipóteses definidas antes do início dos estudos. As abstrações formam-se ou se consolidam, basicamente, a partir da inspeção dos dados num processo de baixo para cima.” (LÜDKE e ANDRÉ, 1986, p. 6)

Mais do que pesquisar qualitativamente, segundo as características ditas acima, este estudo trata-se de um estudo da realidade, não se nega as influências dos processos mentais, do instrumento utilizado, da intencionalidade. Por ser um estudo onde a intencionalidade está presente, deixa de ser natural e a análise dos dados passa ser olhada como um fenômeno, não como um fato em si.

Para o estudo dos sentidos, houve a intenção de entrevistar os alunos para que eles descrevessem o zero. Não é natural explicar um conceito, no caso o zero. A atitude de entrevistar os alunos foi intencional. E as respostas dos alunos foram influenciadas pelos seus processos mentais. Não só influenciadas pelos processos mentais, mas também, pelo ambiente onde foi desenvolvida a investigação: o ambiente escolar. Bem como a minha intencionalidade, tanto na hora das entrevistas, como na organização dos dados para análise.

“... não existirá neutralidade do pesquisador em relação à pesquisa – pois ele atribuiu significados, seleciona o que do mundo quer conhecer, interage com o conhecido e se dispõe a comunicá-lo. Também não haverá “conclusões”, mas uma “construção de resultados”, posto que compreensões, não sendo encarceráveis, nunca serão definitivas.” (GARNICA, 1997, p.111):

O fenômeno a estudar é o zero e este foi feito através do discurso e descrições dos alunos (sujeitos da pesquisa). Busca-se entender melhor os aspectos do fenômeno pelo o que diz outros sujeitos, no caso os alunos. Estes comunicaram suas percepções, descreveram como percebem o fenômeno zero.

Segundo Bicudo (2006, p.112), o estudo do fenômeno deve considerar a análise dos “*aspectos da realidade presentes na manifestação*”.

E Garnica, aponta:

“Captada pela escrita, a descrição dá indicativos de como o sujeito percebe o fenômeno, que vai se revelando ao mesmo tempo em que as descrições, agora transcritas, vão sendo analisadas.” (GARNICA, 1997, p.115)

Com os dados em mãos, após muitas leituras foram observadas unidades de significado, que segundo Garnica (1997, p.116-117), são recortes julgados significativos pelo pesquisador que foram pensados à luz de sua interrogação. Sobre essas unidades de significado refletiu-se a presença dos sentidos socialmente e historicamente, sentidos que segundo Bicudo foram “*compreendidos na percepção, mas que se materializou nas palavras*” (2006, p.112)

Esta parte do estudo dos dados, onde são localizadas unidades de significado, é definido por análise Ideográfica, segundo Garnica (1997, p.116). Ela é assim chamada por permitir que vejamos a ideologia presente na descrição dos sujeitos da pesquisa.

Foram abertas quatro unidades de significados, que ao meu “olhar”, mostram os sentidos atribuídos ao zero pelos alunos:

- O zero como técnica matemática;
- O zero conceitual;
- O zero como uma técnica social;
- E o zero como metáfora.

O significado de cada unidade está descrito no Capítulo II.

O PROGRAMA ETNOMATEMÁTICA

As unidades de significado localizadas e analisadas têm como embasamento teórico o Programa Etnomatemática.

Para atender as necessidades de sobrevivência e transcendência, a espécie humana aventura-se na busca de conhecimentos, fazeres e saberes. O objetivo do programa Etnomatemática é o estudo desta aventura.

De acordo com D`Ambrosio (1997):

“... na sua aventura, enquanto espécie planetária, o homem, bem como as demais espécies que a precederam, tem seu comportamento alimentado pela aquisição – através da construção e da reconstrução – do conhecimento, do fazer e do saber que lhe permite sobreviver e transcender. A aquisição ocorre através de maneiras, modos, técnicas ou artes (tecnê) de explicar, conhecer, entender, lidar, conviver (matema) com a realidade natural e sociocultural (etno) na qual o indivíduo está inserido.”(D`AMBROSIO 1997, p.15 -16)

ETNOMATEMÁTICA – TICAS (maneiras, modos, técnicas)
de MATEMA (explicar, conhecer, entender, lidar, conviver)
em diversas ETNOS (realidade natural e sociocultural).

Os alunos de diferentes idades, séries, crenças (ETNOS) utilizaram de diferentes maneiras, modos, técnicas (TICAS) para explicar, entender (MATEMA) o zero. Alguns buscaram Ticas (formas, modos) ligados à disciplina matemática recorrendo à explicações matemáticas do zero, relacionando-o com as operações, posição na reta numérica e etc. Outros, buscaram Ticas de Matema, recorrendo a sentimentos que o zero traz em contextos diferentes, como a nota escolar, a expressão “zero a esquerda”. Alguns alunos, buscaram Ticas de Matema no sistema monetário. Cada aluno, a partir da sua realidade (ETNO) buscou maneiras, formas, modos (TICAS) para explicar, entender (MATEMA) o zero.

A palavra Etnomatemática por ter em sua formação o termo Matemática, muitas vezes limita o estudo a apenas manifestações matemáticas, mas segundo D`Ambrosio (2002) a significação é muito mais ampla.

Etnomatemática não se trata apenas do estudo de matemáticas em diversos ambientes culturais, mas sim trata-se de uma teoria do conhecimento. Esta teoria pretende estudar a geração, organização intelectual e social e difusão do conhecimento em geral. (D`AMBROSIO, 2002, p. 16)

O conhecimento, segundo D`Ambrosio (2002, p.16), está subordinado ao contexto natural, social e cultural. O conhecimento surge para atender as necessidades de sobrevivência e transcendência do ser humano que, ao longo da história da humanidade, vai criando instrumentos teóricos de reflexão e observação e associados a essas técnicas e habilidades para explicar entender, conhecer, aprender visando saber e fazer.

“Somente com a visão do processo cíclico de geração, organização sociointelectual e difusão do conhecimento e da dinâmica associada é que podemos nos situar num contexto mais amplo. Podemos transcender nossa existência, avaliando nossa dimensão como indivíduos na realidade cósmica. Não há, na descrição do conhecimento – tanto o individual quanto o dos grupos e da

humanidade como um todo -, um começo, delineado e preciso, nem um fim. É tudo parte de um processo em que o passado e o futuro se encontram para determinar o instante.” (D`AMBROSIO,2002, p. 20)

Entende-se por cultura, uma organização de indivíduos, que compartilham conhecimentos e compatibilizam comportamentos. Os comportamentos são concordados por sistemas de valores acordados pelos grupos.

Como a interação entre grupos é inevitável não pode-se falar em culturas finais, as interações permitem trocas de conhecimentos. As formas de explicar e conhecer são partes dos conhecimentos e comportamentos de uma cultura (D`AMBROSIO, 2002, p.19)

“O cotidiano está impregnado dos saberes e fazeres próprios da cultura. A todo instante, os indivíduos estão comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e, de algum modo, avaliando, usando os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura.” (D`AMBROSIO, 2002, p. 22)

A Etnomatemática é parte da vida do ser humano, ela é uma possibilidade de pensarmos uma nova organização educacional que permita a participação de todos ativamente em todo o processo.

No caso desta pesquisa, a participação dos alunos é essencial, o objetivo deste trabalho é o olhar o zero pelos sentidos por eles atribuídos. Esses sentidos atribuídos pelos alunos foram resultados de todo um passado individual e cultural. Conforme D`Ambrosio:

“A realidade percebida por cada indivíduo da espécie humana é a realidade natural, acrescida da totalidade artefatos e de mentefatos [experiências e pensares], acumulados por ele e pela espécie [cultura]. Essa realidade, através de mecanismos genéticos, sensoriais e de memória [conhecimento], informa cada indivíduo.” (D`AMBROSIO, 2002, p.28)

CONSIDERAÇÕES

Finalizo aqui a primeira parte deste trabalho, o Capítulo Zero, nele tecí comentários sobre a minha trajetória ao tema, o problema de pesquisa, como foram realizadas a coleta e análise dos dados e a teoria que embasa e motiva todo este estudo.

O Programa Etnomatemática aqui discutido e defendido é visto como uma teoria do conhecimento, aceitando esta teoria, se faz necessário a discussão de uma nova organização didática para a ação educativa.

D'Ambrosio (2002) propõe essa nova organização e reflete sobre um novo modelo de currículo. Lembra-se que para D'Ambrosio (2002, p.63) *“Currículo é a estratégia da ação educativa.”* No processo educativo, os alunos devem ser preparados com instrumentos comunicativos, analíticos e materiais *“para que eles possam viver, com capacidade de crítica, numa sociedade multicultural e impregnada de tecnologia”*.(Ibidem, p. 46)

D'Ambrosio (2002) propõe que as estratégias de ensino sejam organizadas nas vertentes Literacia, Materacia e Tecnoracia:

“Literacia: a capacidade de processar informação escrita e falada, o que inclui leitura, escritura, cálculo, diálogo, ecálogo, mídia, Internet na vida cotidiana. [Instrumentos Comunicativos]

Materacia: a capacidade de interpretar e analisar sinais e códigos, de propor e utilizar modelos e simulações na vida cotidiana, de elaborar abstrações sobre representações do real [Instrumentos Analíticos]

Tecnoracia: a capacidade de usar e combinar instrumentos, simples ou complexos, inclusive o próprio corpo, avaliando suas possibilidades e suas limitações e a sua adequação a necessidades e situações diversas [Instrumentos Materiais]” (D`AMBROSIO, 2002, p.66-67)

A capacidade de ler qualquer tipo de informação é essencial para participação ativa na sociedade de hoje (Literacia). Porém, não basta apenas ler as informações é preciso ser capaz de analisá-las criticamente e tomar decisões reais (Materacia). E também saber usar criticamente todos as tecnologias disponíveis (Tecnoracia).

Não se trata de novas disciplinas, ou novos nomes, a proposta de D`Ambrosio consiste em pensar as estratégias de ensino baseando-se neste *trivium*.

Em uma das entrevistas realizadas surgiu discussões sobre o zero no sistema monetário, refleti que para vivermos dignamente numa sociedade capitalista, os cidadãos precisam saber ler os sistemas de códigos que regem a organização monetária (Literacia), e mais do que isso, precisam ser capazes de analisar e tomar decisões reais sobre estas leituras (Materacia). Um instrumento que auxilia no tratamento dos sistemas de códigos que regem o sistema monetário é a calculadora, o cidadão deve saber utilizar este instrumento aproveitando todos os benefícios que a nova tecnologia oferece (Tecnoracia).

Sabemos que o sistema monetário já faz parte do currículo atual abordado nas escolas, o que se propõe é que as estratégias de ensino sobre este conteúdo e outros sejam pensadas no *trivium* – Literacia, Tecnoracia e Materacia.

CAPÍTULO I - O ZERO NA HISTÓRIA

“Antigamente não existia o zero,
assim não dava para fazer números redondos.
Por isso, o zero é melhor do que nada”
Rerison³

QUEM DESCOBRIU O ZERO?

Segundo Boyer (2003, p.54), em 662 nos escritos de um bispo sírio Severus Sebok, está a primeira referência aos numerais hindus⁴. Fechada as escolas de Atenas por Justiniano, alguns membros foram para a Síria e abriram centros de cultura grega. O bispo Sírio Sebok se sentia aborrecido com o tratamento dado aos membros destes centros, a conhecimentos advindos de outras culturas. Nos seus escritos lembra que *“também há outros que sabem alguma coisa”* e ilustrou essa frase tratando das descobertas astronômicas dos hindus, e especialmente do sistema de numeração e dos cálculos utilizados por eles.

Mesmo assim, Boyer (2003), acredita que o zero não se originou na Índia junto com o sistema de numeração decimal. Segundo ele só se tem ocorrência de um zero na Índia, numa inscrição de 876, depois dos outros nove numerais. Para Boyer (2003) o zero originou-se entre os gregos e foi passado à Índia.

Segundo Boyer (2003), as idéias necessárias para a constituição do sistema de numeração, como um símbolo para o zero, uma forma para os nove numerais, base decimal e uma notação posicional eram princípios de origem antiga, que não se deram originalmente nos hindus, eles apenas uniram essas idéias para formarem o sistema de numeração decimal.

Hogben (1956), critica em seu livro que historiadores do início do século tenham atribuído o mérito à Grécia antiga. Esses historiadores defendem que o

³ Aluno entrevistado da 3ª série do Ensino Médio.

⁴ Quando se cita hindus é com referência ao povo que se localizava próximo ao rio Hindu.

sistema de numeração tenha origem na Grécia no início da era cristã, e através do porto de Alexandria tenha passado a Roma, na época imperial. E, por via comercial, mais tarde, tenha sido transmitida a Índia. De Roma tenha também sido transmitida à Espanha e províncias do norte da África, onde os árabes teriam tido contato por conta de suas conquistas. Segundo Hogben (1956), a explicação é sedutora, mas não possui nenhum fundamento teórico, pois nenhum traço do emprego do sistema de numeração foi encontrado junto aos gregos antigos.

Hogben (1956), critica dizendo que estes fatos só foram sustentados para exaltar o famoso “milagre grego”. Afinal, durante a antiguidade, os helenos usavam apenas duas espécies de notação numérica. Uma equivalente matematicamente à dos romanos e a outra, como a dos judeus do tipo alfabético. Nenhuma dessas repousa sobre o princípio de posição e nem sobre a utilização de um zero.

Dantzig (1970), exalta a conquista do hindu que desenvolveu o princípio posicional. Princípio simples sem dificuldades para a compreensão e altamente necessário para o desenvolvimento da aritmética. Ele acha particularmente estranho que os matemáticos gregos não o tenham descoberto, segundo ele talvez pelo fato dos gregos não darem atenção à ciência aplicada. Dantzig (1970), indigna-se com o fato de que a nação que desenvolveu tanta ciência e nos forneceu a Geometria não desenvolveu nem mesmo uma Álgebra rudimentar. A explicação seria que como a mentalidade dos gregos era concreta, não podiam aceitar o vazio como número e nem atribuir-lhe um símbolo.

Segundo Hogben (1956), os gregos não desenvolveram o sistema de numeração, nem realizaram a descoberta do zero por causa de sua herança cultural, que os forçavam a usar uma escrita numeral já desenvolvida antes de se ter a necessidade de efetuar cálculos com grandes números. Já o povo que organizou seu sistema para esse fim, progrediu em direção ao sistema de numeração posicional e do zero. Outro incentivador de descobertas matemáticas é o comércio mundial, que só teve sua maior expansão nos tempos dos Romanos. Já na aritmética hindu, conserva-se no livro Lilavati problemas que mostram a preocupação com taxações, dívidas e juros.

Segundo Hogben (1956, p. 89)

“Só não compreendem porque foram os hindus os pioneiros da descoberta do zero e porque o problema escapou aos grandes matemáticos gregos, os que teimam em procurar a chave do progresso intelectual no gênio superior de uns poucos indivíduos talentosos, ao invés de na estrutura cultural da sociedade que lhes circunscreveu a inventividade. Toda cultura encerra o germe de sua própria destruição – a menos que se dedique tantos cuidados à educação das massas quanto à dos talentosos.” (HOGBEN, 1956, p. 89)

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO E O ZERO

As relações sociais exigem o ato de contar: o dinheiro a receber ou a pagar; o pastor para saber o número de ovelhas; o número de sacas produzidas numa plantação e muitas outras atividades da vida social, por exemplo: a contagem do tempo. As civilizações foram se desenvolvendo e com elas, a necessidade de novos números.

Os Egípcios, há mais de 5000 anos, representavam os números através de desenhos. Uma marca vertical representava 1 unidade, agrupavam 10 unidades e usavam um calcanhar para representar o 10, e agrupando 10 dezenas usavam um rolo de corda representando 100 e assim por diante:

Símbolo egípcio	Descrição	Numeração decimal de posição
	Bastão	1
	Calcanhar	10
	Rolo de corda	100
	Flor de lótus	1000
	Dedo apontando	10000
	Peixe	100000
	Homem	1000000

Figura 1 - Números egípcios⁵

Os números eram registrados juntando-se os símbolos e somando os seus valores (princípio aditivo). Por exemplo: o número 322 era escrito:

 ou seja, $100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 1 + 1$

O sistema numérico dos egípcios não necessitava do zero algarismo, porque os algarismos egípcios tinham valores fixos não importando a posição que se encontrassem, ou seja, não utilizavam o princípio de posição. Faziam agrupamentos de potências de 10. O sistema egípcio permitia escrever todos os números, no entanto, para números grandes, a escrita ficava trabalhosa.

Os gregos absorveram a cultura egípcia e a ampliaram, ao invés de utilizarem figuras como o sistema egípcio, utilizavam letras.

Inicialmente, só trocaram os símbolos por letras, mas o sistema era muito parecido com o dos egípcios. Com o tempo, desenvolveram um sistema mais

⁵ Figuras obtidas no site: <http://educar.sc.usp.br/matematica/11t5.htm>

sofisticado. Ao invés de representar a quantidade por número de letras, como era o caso, por exemplo, o número três era representado por III (três traços), os gregos tiraram do seu alfabeto o símbolo para o número três.

Símbolos gregos aos números:

$\alpha = 1$	$\iota = 10$	$\rho = 100$
$\beta = 2$	$\kappa = 20$	$\sigma = 200$
$\gamma = 3$	$\lambda = 30$	$\tau = 300$
$\delta = 4$	$\mu = 40$	$\upsilon = 400$
$\varepsilon = 5$	$\nu = 50$	$\phi = 500$
$\varsigma = 6$	$\xi = 60$	$\chi = 600$
$\zeta = 7$	$\omicron = 70$	$\psi = 700$
$\eta = 8$	$\pi = 80$	$\omega = 800$
$\theta = 9$	$\Upsilon = 90$	$\text{Α} = 900$

Figura 2 - Números gregos⁶

Para escrever o número 87, no sistema egípcio, era preciso 15 símbolos: oito calcanhares e sete bastões:



Já no novo sistema grego era necessário somente duas letras:

$\pi \zeta$

⁶ Figura - símbolos obtidos no site: http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm36/numeracao_grega.htm

Os gregos tiraram da representação do número sua característica de referência de quantidade, como utilizavam o princípio aditivo na escrita dos números, não era necessário à presença do zero algarismo.

Os romanos tiveram contato com o sistema grego, mas tinham seu próprio sistema de numeração que utilizava letras relacionadas a quantidades, por exemplo, o número 3, era escrito III. Faziam agrupamentos, por exemplo, 5 era escrito V, 10 por X e utilizavam o princípio aditivo. Para não repetirem 4 vezes o mesmo símbolo utilizavam o princípio subtrativo, por exemplo, para escrever 9 utilizavam IX, ou seja, I (1) antes do X(10).

A escrita de 87 em números romanos utilizava-se de sete símbolos.

L X X X V I I

O sistema romano não precisava do zero algarismo.

A presença do zero algarismo para a constituição dos números só é necessária quando se fala de um sistema de numeração posicional, característica essa que não aparece nos sistemas egípcio, grego e romano.

Em questão de economia, os gregos foram os que mais se aproximaram de um sistema de numeração eficiente, pois como observamos para a escrita do número 87, nos três sistemas, a mais econômica era a grega, porém para o domínio desta escrita, era necessária a memorização de muitos símbolos.

No mundo antigo, os Babilônios tinham um sistema posicional que utilizava apenas dois símbolos: uma cunha e um cravo.



Figura 3 - Números babilônios ⁷

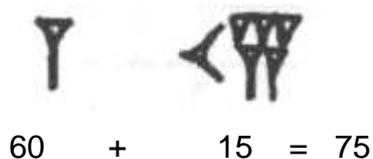
⁷ Figura – As figuras dos sistemas: babilônicos e indianos foram obtidas no livro: IFRAH, G. **Os Números**. A história de uma grande invenção. 9 ed. São Paulo: Globo, 1998.

Estes símbolos tinham valores diferentes a cada posição que ocupavam. O sistema babilônico permitia escrever qualquer número. Era um sistema de numeração sexagesimal, ou seja, de base 60.

De 1 até 59, o sistema utilizava o princípio aditivo, por exemplo, para a escrita do número dezenove utilizava-se uma asna, que representava 10, e 9 cravos, que representavam uma unidade cada, resultando em 9 e, assim, 10 + 9 igual a 19, conforme figura:



Para além de 59 o sistema passava a ser posicional, e um espaço era deixado entre os símbolos. Por exemplo, a representação do número 75 era:



Quando determinada ordem faltasse, inicialmente os babilônios não tinham um símbolo para indicar a posição vazia, e deixavam apenas um espaço entre as posições para indicar o zero. Isto significa que as escritas de 122 e 7202 eram muito parecidas, pois: YY YY podia significar $2(60)+2$ ou $2(60)^2+2$. Para resolver esses problemas recorriam ao contexto em que o número estava inserido.

Mas, para acabar com essas dúvidas, segundo Seife (2001), em torno de 300 a.C, para a falta de unidades sexagesimal, os Babilônios criaram o zero algarismo que surgiu, como duas cunhas inclinadas YY .

E assim foi possível distinguir números como 122 e 7202

$$\begin{array}{c} \text{YY YY} \\ 2(60)+2 \end{array} \quad \text{e} \quad \begin{array}{c} \text{YY } \nearrow \text{ YY} \\ 2(60)^2 + 2 \end{array}$$

Estas duas cunhas inclinadas significavam conforme Kaplan (2001), “Nada nesta coluna”. E existiam diferentes formas de representar estas duas cunhas:

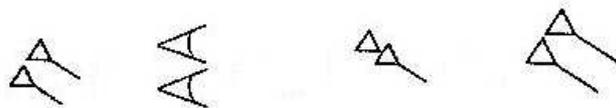


Figura 4 - Zero babilônio

Este zero algarismo babilônio era utilizado apenas em posições intermediárias, ele não era utilizado no final do número, o que provocava muitas ambigüidades que precisavam ser resolvidas recorrendo-se ao contexto. Surge nos babilônios, o zero, como marca lugar, mas ainda limitado.

De acordo com Seife (2001, p.40), os gregos eram apreciadores da astronomia e tiveram contato com a astronomia babilônica e seus textos, nos quais surgia o sistema numérico babilônico que tinham o zero como marca-lugar. Na construção das tabelas astronômicas gregas era utilizado o zero marca-lugar, os gregos utilizavam o ômicron minúsculo, \omicron , que é parecido com o zero de hoje. Segundo Seife (2001), é uma grande coincidência, pois os gregos o usavam muito raramente e, muitas vezes, após terminarem os cálculos utilizando o sistema babilônico, convertiam os números para o estilo grego – sem o zero.

Na América Central, outro povo desenvolveu muitas facetas matemáticas, os Maias. O sistema de numeração Maia era vigesimal, isto significa que o valor relativo de cada cifra é o produto da cifra por uma potência de base 20. Os maias utilizavam três símbolos para a representação das quantidades:



A figura abaixo representa os vinte primeiros números maias com seus nomes em Kaqchikel⁸:

	•	••	•••	••••
wa'ix	jun	ka'i'	oxi'	kaji'
—	•	••	•••	••••
wo'o'	waki'	wuku'	waqxaqi'	beleje'
==	•	••	•••	••••
lajuj	julajuj	kab'lajuj	oxlajuj	kajlajuj
===	•	••	•••	••••
wolajuj	waqlajuj	wuqlajuj	waqxaqlajuj	b'elejlajuj

Figura 5 - Números maias⁹

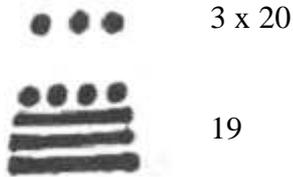
Os números superiores a 20 eram escritos numa coluna vertical, com uma fileira para cada ordem de unidades. Os algarismos das unidades simples nas casas de baixo e em cima os algarismos da unidade vinte vezes maior.

⁸ Uma variação lingüística da Guatemala

⁹ As figuras do sistema de numeração maia foram obtidas no livro: MACTZUL, J. P. **AJI'AY IXIM**. El contador de los granos de Maíz. Guatemala: Proyecto Movilizador de apoyo a la Educación Maya – PROMEM – UNESCO, 1998.

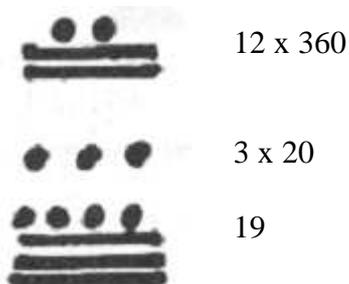
Por exemplo, o número 79 era representado por:

$$79 = 3 \times 20 + 19$$



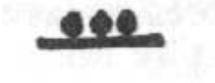
O sistema Maia, segundo Ibrah (1999), era de base 20, mas na terceira casa havia uma irregularidade. Em vez de, na terceira casa, se referir aos múltiplos de 400, refere se aos múltiplos de 360. Na quarta casa, trata-se dos múltiplos de 20×360 ; na quinta casa dos $20^2 \times 360$ e, assim por diante.

O numeral indicado abaixo corresponde a: $12 \times 360 + 3 \times 20 + 19 = 4399$ e não a $12 \times 20^2 + 3 \times 20 + 19 = 4879$



Quando determinada ordem viesse faltar, os Maias utilizavam o zero. Segundo Ibrah (1999), o zero tinha uma forma bastante semelhante a uma concha ou uma casinha de caracol.

Representação do número 1 231 480:

	8 x 144 000
	11 x 7200
	0 x 360
	14 x 20
	0

Segundo Ibrah (1999), os Maias estavam interessados na contagem do tempo e nas observações astronômicas. Esse interesse justifica o motivo pelo qual o sistema não é todo vigesimal, e possui uma irregularidade mudando na terceira ordem para os múltiplos de 360.

De acordo com Mactzul (1998, p.32), o zero é definido em *kaqchikel* como *maj rejq'alen* que traduzido significa “que no tiene carga alguna”.

Distintas representações Maia do zero:

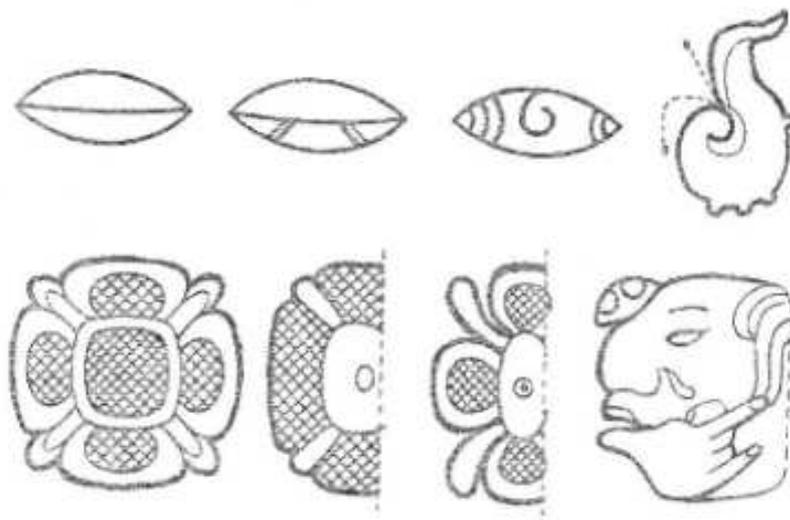


Figura 6 - Zero maia

O zero maia pode ser escrito em qualquer posição e indica a ausência de quantidade nessa posição. Lem (1999), traz outras significações Maia do zero. De acordo com Lem (1999), a representação simbólica dos números maias tem relação com a cosmologia, espiritualidade, estudo do corpo, ... A palavra *Nik* utilizada para denominar o zero representa o princípio, o centro e o fim das coisas, das ações e da unidade do tempo. A representação de *Nik* pode ser um adorno ou uma cabeça, esta representação significa determinação de tempo. Estes símbolos são utilizados nos monumentos e estelas Maias.

O zero representado por uma figura ovalada é denominado *Nek* (semente ovalada de casca dura) e o *T`OT`* (caracol) é utilizado para o cálculo matemático e aparece nos códices.

Nos monumentos e estelas, a representação do zero através de adornos e cabeças, segundo Lem (1999), se referem ao princípio, centro e fim das coisas. Para o cálculo matemático com referência ao tempo é utilizada a representação por adornos. O *Nek* também representa princípio, centro e fim e é utilizado para o cálculo matemático, mas em situações diferentes de tempo e é utilizado nos códices.

Hoppan e Cauty (s.d, p.18) diferenciaram dois tipos de zero Maia. Eles denominaram de zero cardinal e zero ordinal. O zero Cardinal serve para formar a escrita das durações, marcando a não contribuição de alguma unidade. O zero Ordinal serve para marcar o primeiro dia de um ciclo, que forma cada um dos meses do ano.

Esses dois zeros tinham variações dependendo onde apareciam. Segundo Cauty e Hoppan, um antropólogo, denominado Sylvanus Morley estudou no início do século XX, a distribuição desses zeros nos códices e monumentos. A figura a seguir evidencia este estudo, a forma dos zeros escritos nos códices difere dos monumentos.

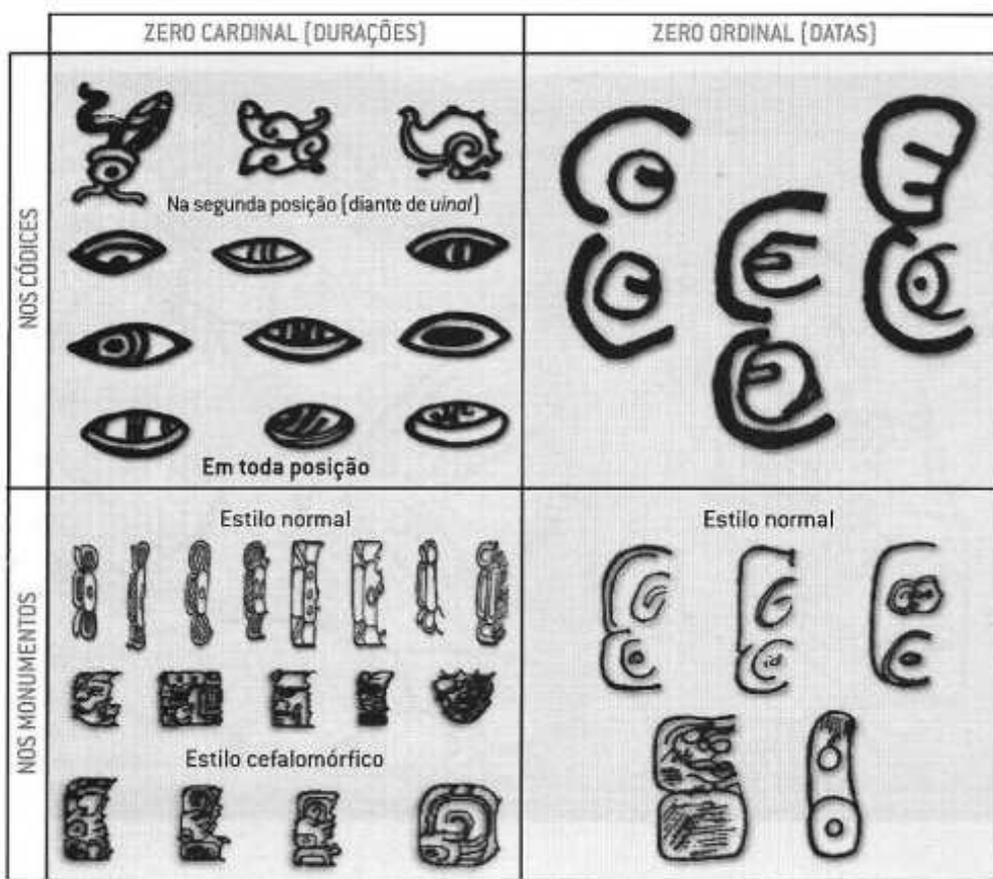


Figura 7 - Quadro comparativo¹⁰

O zero algarismo surge nos sistemas de numeração Babilônico e Maia. Os Maias utilizavam o zero algarismo em todas as posições, diferentes dos Babilônios que só o utilizaram nas posições intermediárias. Os indianos apropriam-se das idéias babilônicas e as aperfeiçoam, formando o nosso atual sistema de numeração decimal.

Segundo Seife (2001), no século IV a.C., Alexandre Magno marchou com suas tropas persas da Babilônia até a Índia, e possivelmente trouxe o sistema de numeração babilônico e seu zero. Os matemáticos indianos mudaram seu estilo de numeração, do estilo grego para o estilo babilônico, só que ao invés de utilizarem base sessenta, optaram pela base 10, escolheram para cada número de 1 a 9 um símbolo. E também um símbolo para o zero que era utilizado como marca lugar

¹⁰ Figura tirada: CAUTY, André; HOPPAN, Jean-Michel. Os dois zeros Maias. **Scientific American Brasil**, São Paulo, edição especial, n.11, p. 16-19, [s. d].

quando determinada ordem viesse a faltar. E para eles não havia limitações para este marcador de ausências, ele podia estar em todas as posições.

A apropriação das idéias dos babilônicos com algumas modificações com relação à base e simbologia, e também com o uso ilimitado do zero em todas as posições, constituiu o sistema de numeração decimal que utilizamos até os dias de hoje.

Na Índia, antes de chegar na escrita atual, os nove primeiros algarismos (unidades simples) eram símbolos distintos que não buscavam evocar visualmente os números correspondentes. Por exemplo, o algarismo 7 não era composto de 7 barras ou 7 pontos, ele tinha um símbolo específico:

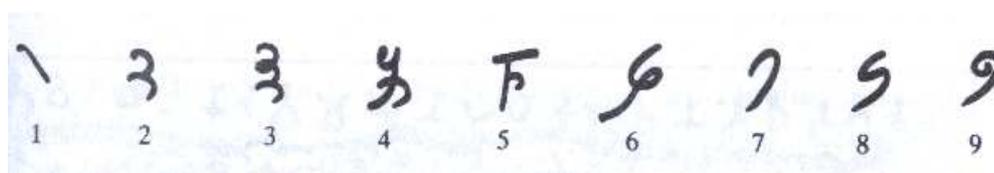


Figura 8 - Números indianos

Os indianos inicialmente não utilizavam o sistema posicional, utilizavam a base dez e o princípio aditivo. Os algarismos tinham representações diferenciadas para cada unidade simples, dezena, centena, milhar e dezena de milhar. Para representar 7629, era preciso colocar, nesta ordem os algarismos 7000, 600, 20 e 9.



De acordo com Ifrah (1998), esta representação era muito limitada para satisfazer a curiosidade dos sábios hindus. Afinal, este sistema não permite fazer cálculos aritméticos e nem escrever números muito grandes. Como os hindus tinham interesse pela astronomia, por cálculos e pela representação de números grandes, nasceu a necessidade do aperfeiçoamento deste sistema.

Primeiramente, começaram a representar os números através da escrita, conferiram a cada um dos nove números inteiros um nome particular: eka – 1; dvi – 2; tri – 3; catur – 4; pañca – 5; sat – 6; sapta – 7; asta – 8; nava – 9.

E, para cada um dos múltiplos de 10, também atribuíram um nome diferente. A representação era feita da esquerda para a direita, iniciando na unidade simples e ascendendo para as próximas potências de 10, em que diríamos “três mil setecentos e nove”, os indianos exprimiam:

nava sapta sata ca trisahasra
 (“nove, sete centos e três mil”)

Com o tempo, para abreviar a representação os sábios indianos tiraram os nomes indicadores das bases e preservaram a localização dos números na escrita.

Então, o número 7629 foi escrito:

“nava. dvi. sapta. asta.”

“nove. dois. seis. sete.”

(= $9 + 2 \times 10 + 6 \times 100 + 7 \times 1000$)

Ainda numa forma verbal, nasceu o sistema de posição indiano. Para a escrita de números como 301 não bastava dizer “Um, Três”, facilmente os sábios indianos contornaram esta situação recorrendo a palavra *sūnya*, que significa vazio.

E então 301 era escrito por:

eka sūnya tri

(“um.vazio.três.”)

A palavra *sūnya* e seus diversos sinônimos serviam para marcar a ausência das unidades de uma certa ordem decimal, tanto em posição medial, inicial ou final.

Segundo Ifrah (1998), depois dos babilônios e ao mesmo tempo em que os maias, os indianos inventaram o zero.

“Os hindus possuíam todos os ingredientes para a constituição do sistema de numeração, eles possuíam um símbolo para cada algarismo de 1 a 9, conheciam o princípio de posição e inventaram o zero.” (IFRAH, 1998, p. 293)

Ifrah (1998), destaca que os primeiros exemplos se encontram num tratado de cosmologia com o título de *Lokavibhāga*, publicado por membros do movimento religioso hindu jainista em 25 de agosto do ano 458 do calendário Juliano.

O número 13 107 200 000 era representado:

sūnya sūnya sūnya sūnya sūnya dvi sapta sūnya eka tri eka

(“vazio. vazio. vazio. vazio. vazio. dois. sete. vazio. um. três. um”)

No século VI, o sistema começou sua expansão para fora das fronteiras da Índia, sendo utilizado pelos gravadores de inscrições em pedra das civilizações Khmer (Camboja), Cham (sudoeste do Vietnã), javanesa, etc., para expressão de suas datas.

Os indianos, para expressarem seus grandes números, resolveram utilizar uma notação por extenso. E, para não repetir sempre as mesmas palavras, os poetas indianos atribuíam diversos sinônimos ao nome dos números. Ao zero:

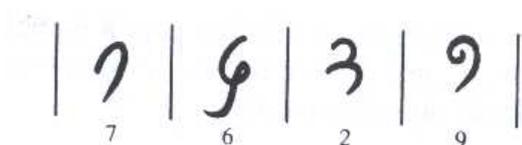
“Quanto ao *sūnya*, o “vazio”, que representava o zero nesta numeração, eles ficaram indecisos entre uma palavra como bindu, “ponto” (provavelmente porque o ponto constitui de certo modo a figura geométrica mais insignificante), e todos os sinônimos do “céu” (Kha, gagana etc.), da atmosfera (ambara, akasa, viyat etc.) e do espaço (abhra, nabahas etc.)” (IFRAH, 1998, p.272)

Este sistema permitia a representação de qualquer número de forma confiável por maior que fosse, mas ainda era insuficiente para as operações aritméticas.

Sem ainda um sistema de numeração eficiente para a execução de cálculos aritméticos os indianos utilizavam-se, como todos os calculadores do mundo antigo, instrumentos como o ábaco e a tábua de contar para resolverem seus problemas econômicos e de ordem prática.

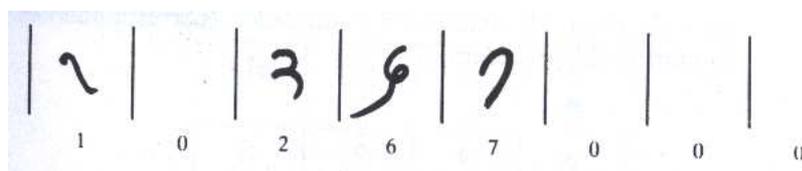
Utilizavam um ábaco de colunas, traçado sobre areia fina, ao contrário da forma como eles representavam os números no papel, a primeira coluna da direita representava à unidade simples, e da direita para a esquerda as colunas iam ascendendo, sendo a seguinte a coluna das dezenas, a terceira das centenas e assim por diante. Como desenvolveram um símbolo para cada um dos nove primeiros algarismos, em vez de pedrinhas utilizavam-se destes símbolos na representação no ábaco.

O número 7629 era representado assim:



Na falta de uma determinada ordem, deixava-se um espaço vazio.

Por exemplo, o número 10267000, era representado:



Com este procedimento executavam qualquer tipo de operação, sem que fosse necessário um símbolo para o zero.

Na hora de exprimirem de forma verbal ou oral o resultado de uma operação, por exemplo, 9100, eles diziam e anotavam o seguinte:

sūnya sūnya eka nava
 0 0 1 9

Aos poucos, segundo Ibrah (1998), os calculadores foram percebendo que poderiam representar os algarismos do ábaco, aplicando a regra de posição e inventando um símbolo para o zero. Sem ser necessário recorrer a palavras.

Tirando as colunas do ábaco e criando um símbolo para o zero, nasce o sistema de numeração decimal de posição indiano. Assim, os nove primeiros algarismos tinham um valor variável dependendo da posição que ocupavam, e a ausência de posições era representada com um símbolo para o zero. O zero foi simbolizado por um ponto, ou também por um pequeno círculo.

Segundo Ibrah (1998), o conceito de zero era expresso pelos conceitos de céu, espaço, atmosfera e firmamento. A abóbada celeste é representada nos desenhos dos homens, ou por um semicírculo, diagrama circular, ou por um círculo inteiro (IFRAH, 1997, p.157), e por simples transposição de idéias, um pequeno círculo veio simbolizar o zero.

“[] a associação natural de idéias com uma figura geométrica, que certamente é a mais elementar de todas, mas que contém em si todas as linhas e todas as formas possíveis. Vem daí também a aproximação simbólica com o zero, que seria considerado mais a frente não apenas a quantidade mais desprezível possível, mas sobretudo o conceito basilar de toda a matemática abstrata.” (IFRAH, 1997, p.158)

A representação escrita dos algarismos sofreu algumas mudanças por conta dos manuais feitos a mão, e só tomou uma forma estável com a introdução da imprensa no século XV.

A escrita dos números não obedeceu a ordem dos algarismos como era na representação verbal. E sim, os números foram escritos da mesma forma que a disposição das potências no ábaco de areia.

Assim, a representação do número nove mil e cem, ficou:



E este eficiente sistema indiano, que foi divulgado pelos árabes, e por isso é chamado de algarismos hindu - árabes é predominante nos dias de hoje.

CONCEPÇÕES DO ZERO

Baker (1969), refere-se a inquietação sobre a inclusão do número zero:

“Podemos imaginar, porém, que deve ter havido um movimento de inquietação quando os babilônios, desejando referir-se ao resultado obtido ao subtrair um número dele mesmo, introduziram um símbolo para o zero, tratando-o, depois, como se o zero fosse um dos números inteiros. Zero parece o vazio, é como o nada; como é possível, pois, fazer referências ao zero, admitindo que seria alguma coisa, um número genuíno? A inquietação decresceu gradualmente, sem dúvida, quando se percebeu que o zero é adequado para contar o número de animais de um campo vazio ou o número de reis de um período republicano.”(BAKER, 1969)

Concepções greco-romanas

Segundo Seife (2001, p.22), havia um medo do vazio, por o zero estar ligado ao vazio, havia um medo do zero.

“Nos primeiros tempos Ymir viveu:
sem mar, sem terra, sem ondas salgadas,
nem havia Terra, nem o Céu acima,
mas um penoso vazio, e verde em parte alguma.”
(O ANTIGO EDDA apud SEIFE, 2001, p.22)

Mitos hebraicos diziam que a terra era vazia antes de Deus aparecer e formar suas características. Os gregos não aceitavam esta idéia e diziam que a escuridão foi a mãe de todas as coisas e, da escuridão e do caos, todas as coisas foram criadas. (SEIFE, 2001, p.22).

As propriedades matemáticas e filosóficas do zero esbarravam na filosofia fundamental do Ocidente. Os Gregos pensavam os números como entidades geométricas, multiplicar 2×2 significava um quadrado com dois de largura por dois de altura. Este raciocínio não tem o mesmo sentido quando falamos de uma multiplicação por zero, como aceitar um quadrado sem altura e sem largura?

Os babilônios, nos seus escritos astronômicos, por volta de 500 a. C, adotavam o marca lugar zero. Os gregos tiveram contato com estes escritos, mas, segundo Seife (2001), os gregos fugiam do zero, faziam os cálculos usando o sistema babilônico usando o zero, e convertiam os resultados na numeração grega.

Os ocidentais conheciam desde a Antiguidade a noção de vazio, os gregos utilizavam-se da palavra *oudén* para expressarem o vazio, e os romanos utilizavam as palavras *vacuus* (vazio), *vacare* (estar vazio) e *vacuitas* (vacuidade), e outras palavras como *absens*, *absentia* e mesmo *nihil* (nada), *nullus* e *nullitas*. Para os gregos e romanos estes diferentes vocábulos tinham significados heterogêneos.

A palavra *absentia*, que deriva de *abest* (longe de), exprime: “do que está longe de”, essa é a denominação de ausência que se trata do oposto de presença. Ifrah (1997) define como: “*É por definição o fato de não estar presente num lugar que estamos habitualmente, em que se é esperado*”.

As palavras *vacuo* (lugar desocupado), *vacuum* (espaço vazio sem matéria) e *vacuitas* (vacuidade) derivam de *vacuus* (vazio). A vacuidade é o estado do que está vazio. Muitos de tanto pensar no vazio foram conduzidos ao *vacuismo*, outros de não pensarem optaram pelo *anti-vacuismo*. Segundo Ifrah:

“... vacuismo é uma espécie de física segundo a qual existiriam espaços em que toda realidade material estaria vazia de qualquer existência. Foi desenvolvida pelos epicuristas, que admiram a

existência de lugares em que qualquer matéria, visível ou invisível, estava ausente.” (IFRAH,1997, p.327)

Descartes optou pelo *anti-vacuismo*, sustentando que o vazio absoluto era uma noção contraditória. René Descartes, nascido em 1596, no centro na França, apesar de não aceitar a idéia de vazio, colocou-o no centro do seu mundo, Descartes trouxe o zero para o centro da linha numérica (plano cartesiano – com origem no ponto (0,0)). Mesmo assim ele tinha medo do vazio e negava sua existência.

A idéia de *nullidade* exprime o que é nulo, que não tem valor como o número zero, que quando acrescentado a outro número não aumenta em nada. No tempo dos romanos *nullus*, *nulla* correspondia a negação de uma coisa no sentido “nenhum”, “nem um sequer”, “sem nenhum”. Na Idade Média, influenciado pelos árabes, têm-se a palavra *nullitas* (nulidade).

A palavra nada (*néant*) é originária do latim; *non ens* (não existente), *nec entem* (nem um ser), e *ne gentem* (nem uma coisa). Hoje, o nada não corresponde mais a uma negação significando ausência. Pouco a pouco, o nada (*néant*) foi perdendo relação com a negação para se tornar o nada (*rien*), que provém do latim *rem*, acusativo de *res* (coisa). No velho francês, “*nada*” significava ainda “*alguma coisa*”, exprimia ao menos o sentido primitivo da “coisa”.

No fim da Idade Média, segundo Ifrah, a palavra nada tornou-se sinônimo de zero, de desprezível e de insignificante.

Concepções Indianas

O termo utilizado para designar o zero em sânscrito é *sūnya*, que significa vazio. Esta palavra existia entre os indianos desde a Antiguidade, sendo elemento central na sua filosofia mística e religiosa.

Segundo Seife, o vazio tinha lugar importante na religião hindu, como muitas religiões orientais, o hinduísmo estava embebido no símbolo da dualidade. O deus

Xiva era tanto criador como destruidor, era representado com o tambor da criação numa mão e a chama da destruição na outra. No entanto, Xiva também representava o nada. Um aspecto da divindade. Era o vazio último, o supremo nada – a falta de vida encarnada. A partir do vazio nasceu o Universo, assim como o infinito. O cosmo hindu era infinito em extensão, para além do próprio universo havia inumeráveis outros universos. Ao mesmo tempo, o cosmos nunca esquecia o seu vazio original, portanto a Índia, como uma sociedade que explorava o vazio e o infinito aceitou o zero.



Figura 9 - A dança de Xiva – Hinduísmo

Segundo Ifrah (1997), desde o século V de nossa era, o zero indiano sob suas diversas designações simbólicas em língua sânscrita, já ultrapassa as noções heterogêneas de vacuidade, de niilismo, de nulidade, de insignificância e de não ser das filosofias greco-romanas. O *sūnya* agrupava todas essas noções, seguindo uma perfeita homogeneidade; significava não só o vazio, o espaço, a atmosfera e o éter, mas também o não criado, o não produzido, o não ser, a não existência, o não formado, o não pensado, o não presente, o ausente, o nada, a não substancialidade, o pouco, o desprezível, o insignificante, o nada, o nulo, a nulidade, o não valor, o pouco valor, o sem valor e o nada-que-valha.

O ZERO E AS OPERAÇÕES

Os indianos, com o uso do sistema de numeração decimal de posição, desenvolveram a arte de calcular, somando, subtraindo, multiplicando números de todos os tamanhos, diferente dos gregos que não relacionavam o número à geometria, para eles os números se justificavam na sua própria lógica.

As operações, no mundo grego, tinham sentido geométrico, ou seja, não era possível remover uma área de 3 acres de um terreno de 2 acres (SEIFE, 2001, p.70). Quando resolviam equações e obtinham números negativos como solução, não os aceitavam como resultado possível. Como os números, para os gregos, tinham significados geométricos, nem o zero, nem os números negativos tinham algum sentido para eles. Já, para os Indianos tinha sentido, segundo Seife (2001), foi na Índia e na China que primeiro apareceram os números negativos.

A noção foi se enriquecendo pouco a pouco para fazer surgir o conceito do número zero tão importante para o desenvolvimento da matemática. A matemática hindu se iniciou com o Lilavati de Aryabhata (470 d.c.). Neste livro, o autor discute as regras aritméticas, aplica a lei dos sinais de Diofanto, atribui a π o valor de 3,1416. Anos depois, no século VI, nasce Brahmagupta, que se especializa em cálculos, série e equações. Foram esses dois matemáticos que formularam as leis do Zero, ou *sūnya*, em que se baseia toda nossa aritmética: $a \times 0 = 0$, $a + 0 = a$ e $a - 0 = a$

Brahmagupta ensina numa obra do ano de 628, o modo de efetuar as seis operações fundamentais, e definiu o resultado de uma subtração de número por si mesmo igual a zero ($a - a = 0$) e descreveu suas propriedades nestes termos:

“Quando o zero é acrescentado a um número ou subtraído de um número, este permanece inalterado; e um número multiplicado por zero se torna zero”. (IFRAH, 1997, p. 160)

Segundo Ifrah (1997, p.160), na mesma obra, Brahmagupta aponta regras para efetuar as operações com o que chama os “bens”, as “dívidas” e o nulo.

“Uma dívida menos zero é uma dívida.
Um bem menos zero é um bem.
Zero menos zero é nulo
Uma dívida tirada de zero é um bem
Enquanto que um bem tirado de zero é uma dívida.
O produto de zero por uma dívida ou por um bem é zero.
O produto de zero por si mesmo é nulo.
O produto ou o quociente de dois bens é um bem.
O produto ou o quociente de duas dívidas é um bem.
O produto ou o quociente de uma dívida por um bem é uma
dívida.
O produto ou quociente de um bem por uma dívida é uma
dívida.”

Bramagupta formulou suas regras de base, substituindo o “bem” e a “dívida” por “número positivo” e “número negativo”, percebemos que os matemáticos conheciam bem a popular “regra de sinais”.

Segundo Ifrah:

“A contribuição dos sábios indianos não se limitou apenas ao domínio da aritmética: abrindo a via para a idéia generalizante do número, permitiram o surgimento da álgebra e com isso desempenharam um papel essencial no desenvolvimento da matemática e de todas as ciências exatas”.(IFRAH, 1997, p. 161)

Os Indianos aceitavam o zero, mas não compreendiam inicialmente muito bem as operações com zero. Bramagupta calculou $0:0$ e $1:0$ e escreveu “Zero a dividir por zero é nada” e “positivo ou negativo a dividir por zero é uma fração com ele no denominador” (SEIFE, 2001, p. 70).

Mas logo, outro indiano no século XII, chamado Bhaskara, percebeu que $1:0$ era infinito e escreveu “Esta fração, cujo denominador é zero, é designada por uma quantidade infinita” (SEIFE, 2001, p. 71)

Seife (2001), discute a definição encontrada por D’Alembert para explicar a divisão por zero, que ocorre no desenvolvimento do Cálculo.

Segundo Seife (2001), Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz inventaram o cálculo, era um método poderoso, mas este método trazia um ato ilógico, dividia-se por zero.

O estilo de diferenciação de Newton baseava-se em fluxões. Na equação: $y = x^2 + x + 1$, para Newton y e x eram os fluentes. Newton supunha que y e x fluíam à medida que o tempo passava. As taxas de mudança eram simbolizadas por \dot{y} e \dot{x} . O método deixava as fluxões mudarem infinitesimalmente, mas não dava tempo para fluírem. Na notação de Newton, y muda no instante para $(y + o\dot{y})$ enquanto x muda para $(x + o\dot{x})$. A letra o representa o intervalo de tempo que tinha passado, era quase zero, mas não o próprio zero.

A equação se torna:

$$(y + o\dot{y}) = (x + o\dot{x})^2 + (x + o\dot{x}) + 1$$

Desenvolvendo:

$$y + o\dot{y} = x^2 + 2x(o\dot{x}) + (o\dot{x})^2 + x + o\dot{x} + 1$$

$$y + o\dot{y} = (x^2 + x + 1) + 2x(o\dot{x}) + 1(o\dot{x}) + (o\dot{x})^2$$

Como $y = x^2 + x + 1$, podemos subtrair y ao lado esquerdo e $x^2 + x + 1$ do lado direito:

$$o\dot{y} = 2x(o\dot{x}) + 1(o\dot{x}) + (o\dot{x})^2$$

Nesta etapa, Newton declarou que uma vez que $o\dot{x}$ é pequeno, $(o\dot{x})^2$ era ainda menor e desaparecia. Na essência era zero, e podia ser ignorado.

Resultando em:

$$o\dot{y} = 2x(o\dot{x}) + 1(o\dot{x})$$

Isso significa que $o\dot{y}/o\dot{x} = 2x + 1$, é o declive da linha tangente a qualquer ponto x da curva. O método dava a resposta certa, mas se $(o\dot{x})^2$, $(o\dot{x})^3$ e potências mais elevadas de $o\dot{x}$ eram iguais a zero, este $o\dot{x}$ deveria ser zero, se $a^2 = 0$, seria $a.a = 0$ e $a = 0$. Se $o\dot{x}$ era zero, então dividir por $o\dot{x}$ é a mesma coisa que dividir por zero. Pela lógica este ato é considerado ilógico.

Segundo Seife (2001), o método de Newton baseava-se numa operação matemática ilegal, mas o cálculo era poderoso, pois combinava duas ferramentas a diferenciação e a integração. Em 1673, Gottfried Wilhelm Leibniz desenvolveu o cálculo independente de Newton. Os dois trocaram correspondências, mas não se sabe ao certo se foram influenciados um pelo outro, embora as duas teorias tenham surgido com as mesmas respostas, as notações e as filosofias eram diferentes.

Segundo Seife (2001), Newton não gostava de infinitesimais, os pequenos os eram infinitamente pequenos, de algum modo maiores que zero. Para os matemáticos desse tempo era complicado aceitar este conceito. *“Newton estava embaraçado com os infinitesimais nas suas equações e varre-os para debaixo do tapete”* (Seife, 2001). Leibniz aceitou o infinitesimal, e onde Newton escreveu $o\dot{x}$ ele escreveu dx um pequeníssimo e infinitesimal pedacinho de x . Estes infinitesimais permaneciam inalterados ao longo dos cálculos de Leibniz; a derivada de y em ordem a x não era a razão de fluxões livre de infinitesimais \dot{y}/\dot{x} , mas a razão dos infinitesimais dy/dx .

Os diferenciais de Leibniz tinham os mesmos $0/0$ proibidos que atormentavam as fluxões de Newton. Enquanto esta deficiência persistia o cálculo, segundo Seife (2001), se baseava na fé, não na lógica.

De acordo com Seife (2001), Jean Lê Rond d’Alembert foi quem domesticou os zeros no cálculo. Ele criou a idéia de limite e resolveu os problemas do cálculo com zeros.

D'Alembert percebeu que, por exemplo, a soma infinita:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$$

pode ser escrita como a expressão:

$$\text{limite (quando } n \text{ tende para } \infty) \text{ de } 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$$

De acordo com Seife (2001), uma mudança sutil que fez toda a diferença. Quando havia o infinito numa expressão ou quando dividia-se por zero as operações matemáticas não faziam sentido. Pondo o sinal de limite em frente de uma série, separou-se o processo do objetivo. Deste modo, evitou-se manipular infinitos e zeros, pode-se fazer qualquer operação, pois as regras matemáticas ainda funcionam, já que tudo é finito. Depois que todas as manipulações estiverem completas, obtém-se o limite. O mesmo se aplica à derivada.

A derivada $f'(x)$ está em terreno lógico e firme porque definimos em termos de limites.

$$f'(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} de \frac{[f(x + \varepsilon) - f(x)]}{\varepsilon}$$

Isto livra dos truques de Newton. Observando a mesma equação utilizada acima: $f'(x) = x^2 + x + 1$, a derivada desta função é igual a:

$$f'(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} de \frac{[(x + \varepsilon)^2 + x + \varepsilon + 1 - (x^2 + x + 1)]}{\varepsilon}$$

Desenvolvendo:

$$f'(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} de \frac{[(x^2 + 2\varepsilon x + \varepsilon^2) + x + \varepsilon + 1 - x^2 - x - 1]}{\varepsilon}$$

$$f'(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} de \frac{[2\varepsilon x + \varepsilon^2 + \varepsilon]}{\varepsilon}$$

Dividindo por ε , que é sempre não nulo porque não tiramos o limite.

$$f'(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} de 2x + \varepsilon + 1$$

Obtendo o limite, deixando ε tender a zero.

$$f'(x) = 2x + 1 + 0 = 2x + 1$$

ALGORISTAS E ABACISTAS

No período da extensão do império mulçumano, ao longo do caminho para a China, os mulçumanos conquistaram a Índia. Os mulçumanos absorviam os conhecimentos dos povos que conquistavam, e os sábios traduziam os textos para o árabe. E assim, os árabes tiveram contato com os algarismos indianos.

O árabe Al – Khowarizmi, um dos primeiros estudantes da Casa da Sabedoria¹¹, escreveu um livro em 825 d.C sobre o sistema de numeração indiano e suas técnicas para operar com estes números, que foram denominadas algoritmos, uma corruptela de seu nome.

Nos combates entre cristãos e mulçumanos, durante o reinado de Carlos Magno, no século IX, e nas cruzadas, séculos XI, XII e XII, era inevitável o intercâmbio de conhecimentos e os cristãos voltavam enriquecidos com o contato com as novas culturas. Estes contatos contribuíram para que muitos aprendessem os cálculos ao modo de Al-Khowarizmi. Surgiriam, assim, conforme Ifrah (1997), os primeiros algoristas europeus.

¹¹ Um importante centro de aprendizado do mundo oriental fundado no século IX pelo califa al-Mamun

A partir do século XI, iniciou-se também um período de tradução de obras árabes, gregas e hindus na Espanha. O contato entre os dois mundos, Oriente e Ocidente, tornou-se cada vez mais freqüente.

De volta ao lar, os cruzados divulgaram os novos métodos de calcular muito mais fáceis e práticos do que os cálculos com ábacos, e muitos aderiram aos novos métodos.

No século XIII, o italiano Leonardo de Pisa, conhecido como Fibonacci, teve contato com árabes que o ensinaram o seu sistema numérico, regras do cálculo algébrico e princípios fundamentais de geometria. Fibonacci, em 1202, escreveu um tratado em que apresentava os algarismos e explicava todas as regras de cálculo denominado *Líber abaci* (Tratado do ábaco). Logo, mercadores e banqueiros começaram a aderir ao novo sistema.

Era o início da democratização do cálculo na Europa. Mas ainda, segundo Ifrah:

“A resistência ainda era muito forte, e os defensores encarniçados da velha tradição não tinham abandonado suas armas. Os calculadores, aqueles que praticavam as operações no ábaco, queriam ciumentamente conservar para si os segredos desta arte: não queriam ouvir falar desses métodos revolucionários que colocavam as operações aritméticas ao alcance de todos”.(IFRAH, 1997, p.315)

A resistência não vinha só dos calculadores:

“Do mesmo modo, determinadas autoridades eclesiásticas espalharam boato de que, sendo tão fácil e tão engenhoso, o cálculo ao modo árabe devia ter algo de mágico ou até de demoníaco só podia vir do próprio Satanás!” (IFRAH, 1997, p.315)

Segundo Ifrah (1997), a igreja não favorecia a democratização do cálculo, para ela seria uma perda de poder, preferia que a arte de calcular ficasse em poder de alguns especialistas que pertenciam ao clero.

Os “algarismos arábicos” ficaram proibidos e muitos os utilizavam às escondidas. Esta disputa entre abacistas (defensores dos ábacos) e algoristas

(defensores dos cálculos com os algarismos) durou muitos séculos. Segundo Ifrah, mesmo com a vitória dos novos métodos, o ábaco prevaleceu, sendo ensinado ainda no século XVIII.

É claro que a eficiência era comprovada, e os conservadores tiveram grande dificuldade de se separar dos ábacos, mas a nova “tecnologia” era inevitável.

A figura seguinte ilustra a vitória dos algoristas.



Figura 10 - “Abacistas” e “Algoristas”

¹² Gravura em madeira que orna a Margarita Philosophica de Gregorius Reish (Frelburg, 1503): A aritmética, simbolizada pela mulher de pé ao centro, parece decidir o debate que opõe “abacistas” e “algoristas”, ela olha na direção do calculador que usa algarismos arábicos, com os quais sua roupa está enfeitada.

CAPÍTULO II – O ZERO NAS FALAS DOS ALUNOS

Este capítulo traz as falas dos alunos sobre o zero. As entrevistas estão divididas por ciclos: Educação Infantil; Ensino Fundamental I (1ª a 4ª série); Ensino Fundamental II (5ª a 8ª série); Ensino Médio (1ª a 3ª); e Ensino Médio – Educação de Jovens e Adultos (1ª e 3ª).

Em cada ciclo, as entrevistas estão separadas pelas unidades de significado identificadas. Foram selecionadas algumas falas para exemplificar as unidades de significados, os demais relatos sobre o zero encontram-se em anexo. Em algumas falas aparecem algumas informações entre parênteses, estes são comentários acrescentados por mim, durante as entrevistas. As reticências representam minutos de silêncio durante a entrevista. Os relatos foram transcritos fiéis a escrita ou fala do aluno.

As quatro unidades de significado destacadas por mim nos sentidos do zero observados pelos alunos foram: - O zero como técnica matemática; - O zero conceitual; - O zero como técnica social; - E o zero como metáfora.

O ZERO COMO TÉCNICA MATEMÁTICA

Nesta unidade de significado foram observadas as entrevistas que faziam referências a Técnicas (TICAS) para explicar (MATEMA) o zero, dentro do contexto Matemático Acadêmico (ETNO).

O ZERO CONCEITUAL

Nesta unidade de significado identifiquei as entrevistas onde os alunos buscaram explicações conceituais ao zero, referindo-se a idéias como “sem valor”, “tem valor”, “vazio”, “nada” e... Uma maneira (TICA) de explicar (MATEMA) o zero dentro de um contexto não necessariamente Matemático. O contexto das reflexões conceituais pode ser uma mistura de experiências Matemáticas Acadêmicas com as relações sociais dos alunos em outros contextos (ETNO).

O ZERO COMO UMA TÉCNICA SOCIAL

Nesta unidade de significado observo as entrevistas onde alunos explicaram (MATEMA) o zero como uma técnica (TICA), utilizada para situações diversas nas relações sociais (ETNO). Como por exemplo, o zero nota no ambiente escolar ou o zero algarismo e número relacionado ao sistema monetário.

O ZERO COMO METÁFORA

Nesta unidade de significado estão as entrevistas onde alunos se referiram (MATEMA) ao zero como uma metáfora (TICA) da realidade. Para exemplificar, cito as expressões “zero a esquerda” ou “começar do zero”. O uso das metáforas é fruto do convívio social (ETNO).

Os alunos de mesma faixa etária ou série exploraram diferentes sentidos do zero. Podemos querer acreditar que os alunos estão na mesma série, tem a mesma idade, então se apropriaram dos conceitos da mesma forma. Este capítulo mostra que não é verdade. Tratando-se de educação não podemos esquecer da autenticidade e do individualismo de cada um.

Em cada ciclo apresentado, estão exemplificadas as unidades de significado através das entrevistas:

EDUCAÇÃO INFANTIL

O ZERO COMO TÉCNICA MATEMÁTICA

5, 6 A 7 ANOS – (uso) No 10, no 20, no 30, no 50,... No 2006 tem zero... dois zeros... no caderno tem zeros.

5 A 6 ANOS - Se for o três junto com o zero daí vai ficar três...

Estas duas falas tratam das seguintes técnicas para explicar (TICAS DE MATEMA) o zero dentro do contexto matemático (ETNO):

- O zero algarismo, tanto em posições finais como intermediárias para a constituição dos números;
- E também a referência a operação da adição, penso isso quando observo a fala “se for o três junto com o zero daí vai ficar três”.

O ZERO CONCEITUAL

5 A 6 ANOS - O zero é nada... o zero quando ele tá com um, ele fica com um monte, (e sozinho?) ele fica com nenhum... se o zero tiver junto com 5 ele vai ser um monte, mas se o zero tiver ali, ele vai ficar só com zero, nada...

Estas falas são modos de explicar o zero (TICAS de MATEMA) ligadas ao conceitual. Podemos observar os conceitos; “um monte”, para quando o zero está acompanhado por um algarismo. E também, os conceitos; “é nada”, “ele fica com nenhum”, para quando se fala do zero sozinho.

O ZERO COMO UMA TÉCNICA SOCIAL

3 A 4 ANOS - O zero, a minha mãe usa pra liga pra minha tia... ela aperta o zero... Aquele número lá no telefone da minha mãe...

5 A 6 ANOS - (Usa o zero para pular corda?) Não. Quando a gente bate é um, quando a gente não bate é zero...

5, 6 A 7 ANOS – pra contar de esconde esconde - 0, 1, 2,... Pra brincar... pra pular corda - 0, 1, 2,3...

Estas falas trazem técnicas (TICAS) envolvendo o zero no contexto social. Os alunos de 3 a 4 anos lembraram do zero que aparece no teclado do telefone. A entrevista com os alunos de 5, 6 e 7 anos foi feita antes da entrevista realizada com os alunos de 5 a 6 anos. Achei interessante a fala dos alunos de 5, 6 a 7 anos quando afirmaram que usavam o zero para iniciar a contagem, quando brincavam de pular corda e esconde e esconde. Então, resolvi perguntar na sala de 5 a 6 anos se eles usavam o zero para pular corda e uma aula refletiu: “Não. Quando a gente bate é um, quando a gente não bate é zero”. Esta reflexão se refere a idéia de zero como número no contexto de uma brincadeira.

O ZERO COMO METÁFORA

3 A 4 ANOS - Pra perder...

5, 6 A 7 ANOS – Zero para não fumar... (por quê?) Porque faz mal pra saúde...

Em ambas as falas são dadas ao zero juízo de valor negativo, por isso os alunos relacionaram dois fatos negativos; perder e fumar, com o zero. Juízos de valor são construídos socialmente, fazem parte da cultura (ETNO).

Quando fiz a apresentação da fala “Pra perder” para meus colegas de orientação, um deles disse-me que seu filho de 4 anos pensaria também no zero com o sentido “pra perder”, e ele estaria relacionando esta idéia com os jogos de futebol, onde o time que fica com zero, perde.

As entrevistas deste ciclo foram realizadas numa escola de Educação Infantil na cidade de Taubaté. Inicialmente eu pretendia entrevistar os alunos oralmente e individualmente, e perguntar sobre o que eles pensavam do zero.

Cheguei à escola, fui conversar com a diretora e expliquei para ela o que pretendia fazer. Ela achou muito interessante e sugeriu que eu entrevistasse os alunos coletivamente, segundo ela, se eu os chamasse individualmente eles ficariam intimidados.

A escola possuía quatro salas: Em uma das salas havia somente alunos de 3 anos; outra, alunos de 3 e 4 anos; outra com alunos de 5 e 6 anos; e, por fim uma sala com alunos de 5, 6 e 7 anos.

Iniciei as entrevistas na sala com os alunos de 3 anos. Cheguei à sala, conversei com a professora e perguntei coletivamente o que era para eles o zero. Nenhuma resposta foi dada. O silêncio predominou por um tempo, eu repeti a pergunta, não houve resposta. Na hora, considerei a idéia de perguntar aos alunos quantos lápis tinham em sua mesa. Os alunos estavam dispostos, em grupos de quatro alunos, e não havia nada em cima das mesas. O silêncio prevaleceu, insisti na pergunta, e os alunos começaram a falar números aleatórios.

Observei que a minha insistência para ouvir alguma resposta fez com que os alunos, mesmo sem entender bem a pergunta, respondessem algo para atender minhas expectativas. Como a pergunta trazia a palavra “quantos”, com certeza a resposta deveria ser um número. Então, os alunos começaram a dizer números diversos.

Notei que para os alunos de 3 anos a noção “não ter lápis” não é facilmente relacionada ao número zero. A professora da sala ficou um pouco incomodada com a falta da resposta correta e interveio, questionando-os, até os alunos responderem zero.

Com os alunos de 3 a 4 anos, 5 a 6 anos e de 5, 6 e 7 anos apliquei a mesma pergunta “*Quantos lápis há em sua mesa?*”. Na sala dos alunos de 3 a 4

anos e de 5 a 6 anos, eles responderam vários números, e no meio das respostas foi possível observar a presença de algumas respostas referindo-se ao número zero. Já na sala de 6 a 7 anos, todos os alunos responderam que havia zero lápis sobre a mesa.

ENSINO FUNDAMENTAL I - (1ª a 4ª série)

O ZERO COMO TÉCNICA MATEMÁTICA

1ª série - FLÁVIO – Nada... Um número... Um número que começa antes do um... Pra escrever os números...Escrever os números até 50, até 100... do 30, do 40, do 50, do 60

2ª série - JAMES – Não sei... Pra colocar no 10... no 20, nos números que no fim é zero

3ª série - JÉFERSON - (uso) Numa continha assim... (exemplo) 8×0 que dá 0... (por quê?) Por causa que se fosse 8×1 assim, dava pra fazer a continha, mas como é um zero, que é zero mesmo, não dá, tem que ser zero.

4ª série - NATALI – Esse número, ele é o primeiro...(uso) Quando é pra uma conta

4ª série - WESLEY – (na aula de matemática) Pra por 200... resultados também dá zero, por exemplo $1-1$ dá zero

Estas falas tratam das seguintes técnicas para explicar (TICAS DE MATEMA) o zero dentro do contexto matemático (ETNO):

- A presença do zero antes do um, o primeiro da seqüência dos números naturais;
- O zero algarismo, utilizado na escrita de números e especificamente para a escrita de números onde no fim é zero;

- O zero como resultado e como operador nas operações da multiplicação e divisão.

Na fala de Jéferson temos a mistura do conceito de zero ligado a idéias de “nada”, “sem valor”, com o seu papel na resolução de uma operação por zero, para Jéferson, o zero, como ele mesmo afirma “é um zero mesmo”. Ele conclui que não é possível realizar a operação por zero. Já Wesley, ressalta uma operação em que resultado é igual a zero.

O ZERO CONCEITUAL

2ª série- KATRYNE – O zero?... Como assim?... O zero? É um número que não existe...

3ª série - VINÍCIUS - Zero pra mim é um número que... sozinho não significa nada, e com alguns números ele faz alguns números maiores... igual o 20, o 20 sem o zero, ele não é nada, ele é um 2 só.

4ª série - NATALI – Um número que não vale nada...

4ª série - TALITA – O zero? Bom, eu não sei o que que é isso, mais acho que é nada né?...

Alguns conceitos observados nestas entrevistas: - “não existe”; - “não significa nada”; - “faz alguns números maiores”; - “não vale nada”; - “é nada”.

Vinícius trata de dois conceitos ao zero em sua fala, para ele o zero acompanhado de outros algarismos “faz números maiores”, mas sozinho “não significa nada”.

O ZERO COMO UMA TÉCNICA SOCIAL

3ª série - LUANA – Quando eu vou brincar de amarelinha, essas coisas tem o zero

4ª série - WESLEY – Muito ruim... (Por quê?) Porque? Não sei explicar... há quando a gente toma um zero assim na prova, em qualquer lugar assim, a gente fica muito triste...

4ª série - DANIELE – Uma nota... idade... zero que não tem nada, que é bebezinho...

4ª série - TALITA – (uso) Mais ou menos, às vezes... Em matemática pra fazer minha idade (sua idade?)... é porque 10 anos, tem que ter o um e o zero... pra marcar alguma coisa que tem o zero

O zero aparece para Wesley como algo negativo quando relacionado a nota de uma prova. Muitos alunos, quando questionados sobre o zero, referiram-se a ele como nota. Dentro da realidade escolar (ETNO) o zero nota (TICA) é uma explicação (MATEMA) do zero.

O zero aparece na brincadeira de amarelinha, e também na escrita de idades. Na amarelinha temos o zero como o início das casas a serem puladas. Já, na escrita das idades, o zero tem papel diferente nos casos levantados por Daniele e Talita: Daniele tratou do zero como número para indicar a idade de um bebezinho que ainda não completou um ano de vida, ou seja, tem zero anos. Já, Talita, falou do zero algarismo, que no seu caso junto com o algarismo 1, forma os seus 10 anos de idade.

Das entrevistas realizadas com os alunos do Ensino Fundamental I, ninguém referiu-se ao zero como uma metáfora.

ENSINO FUNDAMENTAL II (5ª A 8ª SÉRIE)

O ZERO COMO TÉCNICA MATEMÁTICA

5ª série - GISLAINE – Nada... (uso) Também a gente usa como número natural... tem vários tipos de usar o número zero... no 10, no 20, 30, 40, em vários números.

6ª série - EMANUELE – (na aula de matemática) Quase todas tem o zero, em contas, em problemas em tudo, principalmente em conta de equação, em multiplicação bastante, usa também pra fazer o resultado errado, certo, tudo... usa o zero bastante... zero é o zero

7ª série - CINTIA - Eu penso que o zero não é apenas um simples número, ele é além de um simples número porque: sem o zero, não teremos 10, 20, 30 ou 1000, pois senão, vai ser apenas 1, 2, 3, e não será mais infinito, vai ser apenas 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, daí não continuará. Pois, por isso, o zero é um número muito importante! Mas também precisa de seus companheiros, 1, 2,... para dar valor a eles. Então, o zero, é um exemplo de amizade, um ajuda o outro.

7ª série - MAIRA - O zero para mim é um número que acompanha vários algarismos. Além de acompanhar vários números, ele também serve para preencher contas onde faltam algarismos. Na minha opinião, o zero é muito importante, ele serve para várias coisas.

7ª série - DENIS - O zero é o número menor da ordem numérica

7ª série - CAMILA M. - Zero é um número menor que um, e que vem antes do um negativo. Mas, no positivo, é o número menor. É um número sem valor.

8ª série - DANIELA - Eu lembro que não é nada, e que é um número, que é um círculo, que dá origem a nenhum número menos do que ele.

8ª série - VANDERLEIA - Eu penso que o zero é um número para ajudar os outros números a ficarem com o valor maior.

Estas falas tratam das seguintes técnicas para explicar (TICAS DE MATEMA) o zero dentro do contexto matemático (ETNO):

- O zero algarismo para constituição de números e quando o zero está no fim do número, o número fica com valor maior;
- O zero nas operações, uma das entrevista enfatizou o zero para “preencher contas”, ou seja, procedimentos algoritmos que se completa com zeros para em seguida resolver a operação;
- O menor número na seqüência dos números naturais;
- E também o número menor que um e “que vem, antes do um negativo”, na seqüência dos números inteiros.

O zero algarismo é importante para a constituição do sistema de numeração decimal. Cíntia enfatiza a importância do zero, pois sem ele não teria como escrever todos os números, e então só poderíamos ir até o 9. Assim, a seqüência numérica deixaria de ser infinita. Ela completa que o zero é importante, mas sem os seus companheiros, amigos (os outros números) nada seria possível. O zero depende dos algarismos de 1 a 9 e os algarismos de 1 a 9 dependem do zero, “um exemplo de amizade, um ajuda o outro”.

O ZERO CONCEITUAL

6ª série - EMANUELE – Zero? Um nada... não existe pra mim, eu acho...

7ª série - NAYARA - Eu acho que o zero é um número e também significa que não é nada, ou seja, que não tem quantidade, não tem valor

7ª série - LUCAS A. - Zero não é nada, se falar zero pensamos em nada, coisa que não tem nada, que não existe.

7ª série - ALINE - Bom pra mim o número 0 significa nada, quando algumas pessoas dizem zero em minha cabeça, vem a sensação de nada, vazio, sem conteúdo,... Bom, na verdade é que o zero não conta, não faz diferença.

8ª série - DÉBORA - Zero para mim é um algarismo que não tem valor algum, mas atrás do número 1 ele pode virar 10, enfim às vezes não tem importância alguma, mas às vezes, vale mais que o número 1.

8ª série - JEFERSON - Zero é igual a nada, é um número que não tem valor, que não se multiplica, se você multiplicar vai dar zero. Zero é como um círculo, vazio sem nada.

8ª série - JOSEANE C. - É um número que não significa nada, ou seja, zero, um número que ajuda outros números a formarem números maiores, mais quando está sozinho, ele é só zero!

8ª série - CRISTIELE - Zero para mim é um número neutro, mas que dependendo da sua posição pode valer muito. Por exemplo: se estiver a direita pode duplicar, triplicar ou mais o número em questão, mas à esquerda, ele vale nada.

8ª série - MELQUE - É um número que parece de pouco valor, mas na verdade tem um valor muito grande, pois junto com qualquer número ele significa o início de uma grande seqüências de números.

8ª série - JÉSSICA - É um número que só não significa nada, pois não tem valor, mas ao lado de algum número maior, ele se transforma.

Os alunos deram conceitos ao zero: “um nada”, “não existe”, “não tem valor”, “vazio”, “sem conteúdo”, “não faz diferença”, “sensação de nada”, “não tem importância”. E também conceitos como: “vale mais”, “pode valer muito”, “tem importância”, “ajuda outros números”, “tem valor”.

É interessante observar que algumas entrevistas enfatizaram o fato de que se o zero estiver sozinho ele é um “sem valor”, mas quando acompanhado, ele passa a ter valor. O aluno Melque enfatiza que o zero “parece” de pouco valor, mas as aparências enganam, pois o zero junto com os outros algarismos significa o início de uma grande seqüência de números.

O ZERO COMO UMA TÉCNICA SOCIAL

5ª série - JONATAN – De que forma?... O zero de nota? O zero é para um aluno que não faz nada, que não presta atenção na professora, não faz matéria, fica só conversando no fundo, toma muita advertência a mãe é chamada muito aqui...

6ª série - GUILHERME – Sobre negócio de escola?... É quando o aluno não tá tendo muita nota boa...

7ª série - PAMELA - É nada, é zerado, é nada mesmo, se for nota significa que você repetiu, então, acabou tudo. Você perdeu o ano inteiro indo e vindo no sol e repetiu.

7ª série - RAFAEL O. - Zero é uma nota que todos temem, mas zero pode participar do 10, o que todos querem, zero tanto pode ser bom como ruim.

7ª série - ANA - O zero para mim significa na escola uma nota para quem merece, como uma prova, matéria. O zero é nota vermelha e bem vermelha.

7ª série - LARISSA - É um número que se for para nota é horrível. Agora se for para o meu bem, fazer o que vai.

8ª série - CÉSAR – É negativo, é ruim, está abaixo de todo mundo... tipo da nota pra alguém... zero pra você, porque que não fez nada certo... (na aula de Matemática) quando não estuda... quando não

estuda assim, quando a gente dá preguiça... quando tem preguiça assim, daí tira zero.

8ª série - DANIELLE - Eu acho que zero é um número muito ruim, porque sempre que você vai mal em prova, em competição,... e tira zero todo mundo dá risada, e você tem que fazer tudo de novo. Por isso eu acho que zero é o número “do azar”.

8ª série - FÁBIO - Nota ruim... tirei um monte já... (sensação) horrível mais depois estudo para a recuperação...

8ª série - JOSIANE M. - Zero pra mim é um algarismo, ou seja, um número usado para fazer contas, ou para dizer idades, enfim é isso que eu acho.

No Ensino Fundamental II (5ª a 8ª séries), muitos alunos referiram-se ao zero como nota. No ambiente escolar (ETNO), o zero é uma técnica (TICA de MATEMA) utilizada para “punir” no caso, como colocado pelos alunos, a indisciplina, a preguiça, a falta de conteúdo. E o resultado para quem tem muitos zeros, esta nota que é bem vermelha, é a reprovação, mesmo que tenha “ido e vindo no sol”, o ano foi perdido.

Para alguns alunos, como podemos observar nos relatos de Rafael O. e Larissa o zero nota pode ser bom. Para Rafael se o zero estiver junto com o 1 formando o número 10 isto é muito bom. Já, Larissa, pensa que a nota zero é horrível, mas pode ser boa se for para o seu bem, ou seja, se tirar zero ela vai estudar mais para melhorar esta nota, contribuindo para a sua aprendizagem.

O ZERO COMO MÉTAFORA

6ª série - EMANUELE – Sei lá, um zero é um zero mesmo, um zero a esquerda... uma pessoa que não tem nada ver, não tem significado... uma pessoa que não sabe o que fala, uma pessoa babaca...

7ª série - EVERTON - Baixo, neutro, sem valor... quando tá sozinho, quando tá precisando de amigo, quando tá sem ninguém...

7ª série - JENIFER - O zero significa pra mim, além de ser um número, acho que significa acabou, final, etc... chegou ao fim.

7ª série - LUCAS - Vindo no pensamento a palavra zero é começar do zero.

8ª série - LUÍS GUSTAVO - O zero para mim é um começo, também é um número comum, um fim e talvez nada.

Observamos na fala de Emanuele o uso da expressão “zero a esquerda” para falar de uma pessoa, como dito por ela mesmo, “que não tem nada a ver”. Já, Everton fala do zero para expressar o sentimento de vazio, vejo isto quando ele fala as seguintes frases “quando tá precisando de amigo”, “quando tá sem ninguém”.

Jenifer fala do zero como o “chegou ao fim” e Lucas refere-se ao “começar do zero”. Duas expressões com sentidos diferentes. O “chegou ao fim” e o “começar do zero” dependendo do contexto podem ser negativos ou positivos. Em algumas situações é melhor chegar ao fim e começar do zero. Em outras, começar do zero pode ser muito ruim assim como chegar ao fim.

ENSINO MÉDIO (1ª A 3ª SÉRIE)

O ZERO COMO TÉCNICA MATEMÁTICA

1ª série - LUCAS – (uso) Pra dizer que quando no resultado de uma conta dá zero, quando quantas pessoas tem lá, zero, quantas é dependendo de um tipo, pode dizer de uma categoria está dividido em categorias. Cada categoria, uma pode ter zero... (na aula de matemática) se aparecer o zero ele é um neutro né, zero não é nem

positivo nem negativo, a gente usa muito zero na matemática só se for acompanhado de outro número... se for 0,1 ; 0,5, isso tem valor... agora zero, zero, não tem

2ª série - ALINE – É um número, nem par nem ímpar, serve para ficar entre os números, para separá-los do positivo e negativo de uma conta.

2ª série - PRISCILA – Eu acho que é um início dos números, mais não vale para nada.

3ª série - JOÃO PAULO – É um número utilizado para dizer que não tem nenhuma unidade de completar outros números, como o 105, se não existisse o 0, não teria como escrevê-lo

3ª série - RERISON – Antigamente não existia o 0, assim não dava para fazer números redondos. Por isso 0 é melhor do que nada.

3ª série - MATHEUS – Zero: É um número nem positivo e nem negativo.

Estas falas tratam das seguintes técnicas para explicar (TICAS DE MATEMA) o zero dentro do contexto matemático (ETNO):

- O zero número, para representar a ausência de algo;
- O zero no centro, que separa os números positivos dos números negativos;
- O zero algarismo que aparece em posições intermediárias, como afirma João Paulo, “105, se não existisse o 0 não teria como escrevê-lo”;
- O zero algarismo para escrita de números menores que um inteiro e também para a escrita de “números redondos”, ou seja, números que terminam em zero;
- O zero neutro: nem positivo e nem negativo.

O zero algarismo, em posições intermediárias, na constituição dos números, tem a função de indicar que se têm zero unidades de determinada ordem, no caso do 105, zero dezenas. Pensando neste algarismo zero, que representa a ausência de dezenas, estamos refletindo sobre uma característica do zero número: a representação da ausência.

O ZERO CONCEITUAL

1ª série - MARIANE - Zero pra mim é nada... não sei pra mim zero não é nada... zero um número que não significa nada...

1ª série - LUCAS – Nada... zero é um número que não significa nada... não sei é que... pra mim o zero é mesmo o nada... a gente usa muito zero na matemática só se for acompanhado de outro número... se for 0,1 ; 0,5, isso tem valor... agora zero, zero, não tem.

2ª série - BRUNO – Nota baixa... sei lá uma coisa sem valor... zero uma coisa baixa, pra baixo assim, sem valor algum... número

2ª série - JEFERSON – É um número que serve pra pouco, O, e para muito, 1000000.

2ª série - REGINALDO – Quando eu ouço alguém falando zero, eu logo penso em nada, tipo não nada sem pensamento, mas que a pessoa quis dizer nada, tipo não tenho sei lá.

3ª série - CIRO - O zero é para simbolizar o nada

Alguns conceitos são dados ao zero por estes alunos: “é nada”, “não significa nada”, “tem valor”, “não tem valor”, “serve para pouco e para muito”, “não tem”.

Mais uma vez aparece nas reflexões conceituais o zero valendo pouco e ao mesmo tempo muito. Quando sozinho o zero representa a ausência, o nada, o que

faz ele ser julgado como “pouco”. Já quando o zero acompanha outros algarismos, e principalmente quando inclui-se muitos zeros no fim de um número o zero passa a ser “muito”.

O ZERO COMO UMA TÉCNICA SOCIAL

1ª série - CAMILA – Zero?... Vem a minha mãe ela vai me matar... tirar zero para ela é um crime, posso tirar até cinco, até vai, agora zero... daí nossa fico vermelha, fico quente, como é que eu fiz isso...

1ª série - TIAGO – Quando eu vou pagar alguma coisa lá 10 reais dá até tristeza, eu vejo o zero, né, mais... porque tem o zero na nota de 10, eu vejo o zero ali...

3ª série - CIRO - O zero? Dependendo da onde ele é usado, igual na nota assim é muito ruim...

3ª série - SUZELI – Ele também representa em uma prova uma nota indesejada por todos, pois todos gostariam de tirá-lo mas acompanhado do número 1 na frente, formando assim o 10.

3ª série - JEAN – Zero é algo que nunca foi usado, como carro zero, ou o ponto de partida de algum lugar.

3ª série - ALEXANDRE – Zero é o número do limite do meu cartão de crédito.

A nota zero é sempre lembrada pelos alunos e no caso de Camila lhe traz sensações físicas “fico vermelha, fico quente”. O zero sozinho é indesejado, quando tratamos da nota escolar, mas como dito por Suzeli, “todos gostariam de tirá-lo” somente se ele estiver junto com o 1 formando a nota 10.

É interessante observar que o mesmo zero na nota 10 tão desejada por todos, não é desejado por Tiago quando ele precisa pagar algo e ele vê o zero junto com o número 1 formando o 10.

A nota zero é ruim, assim como o limite zero do cartão de crédito de Alexandre. Este mesmo zero com tanto peso negativo simboliza o carro zero, nunca utilizado, desejo de muitos.

O ZERO COMO MÉTAFORA

2ª série - RODNEY – Zero me faz lembrar recomeço. Ex. Vida começar do zero e tentar mudar o futuro

2ª série - MARCOS – Um início de um problema

3ª série - GRAZIELLE – Tudo começa do zero.

3ª série - JEAN – O ponto de partida de algum lugar.

Na fala de Rodney ele pensa no recomeço, um recomeço que começa do zero. Esquecendo de tudo que se fez de errado e pensando numa nova vida com o objetivo de mudar o futuro. Grazielle e Jean também apontam o zero como início, ponto de partida. Já Marcos pensou-o como um início, mas de um problema.

ENSINO MÉDIO (1ª e 3ª SÉRIE) – EJA

O ZERO COMO TÉCNICA MATEMÁTICA

1ª série - TÂNIA – Eu julgo um número muito importante, porque ele faz a diferença. Já ouvi, muita frase assim: - Sou um zero a esquerda. Mas não se esqueça que o número sempre é começado com 0, 1, 2, 3, ... infinitamente e o zero nunca pode ser descartado.

Porque é o número que faz uma das mais importante falta na matemática.

1ª série - NIVALDO – O zero é uma forma numeral para utilizarmos em união dos numerais, equivale em geral, para completar tudo o que usamos no nosso dia a dia, aumenta, diminui.

3ª série - RAFAEL – Pode significar mais número vazio na matemática, que só serve para ser incluído junto com os outros números.

3ª série - FRANCISCO – O zero não altera o resultado, mas é um número importante na matemática.

3ª série - EDSON – Zero é como se eu não tivesse nada. Mais na conta é como tirar ou somar, daria o mesmo zero.

3ª série - ANTONIO – O zero é nada, é um número ou divisão dos números negativos $-1, -2, 0, 1, 2$, eu vejo por esse lado.

Estas falas tratam de técnicas para explicar (TICAS DE MATEMA) o zero dentro do contexto matemático (ETNO):

- O zero como início da seqüência numérica, encadeando uma seqüência infinita;
- O zero algarismo, que quando está à direita do número aumenta-o;
- O zero na operação da adição e subtração que “não altera o resultado”, somar ou tirar zero daria o mesmo resultado;
- O zero como divisão dos números inteiros, localizado entre os números positivos e negativos.

O ZERO CONCEITUAL

1ª série - VERA – Zero para mim significa uma coisa que não tem valor nenhum.

1ª série - PATRICIA – Sem valor algum, sem significado nenhum, quando é apenas zero.

3ª série - FÁTIMA – O zero na matemática depende do lado em que é colocado não tem valor. Por exemplo: zero à esquerda, o zero à direita soma. O zero tem seu valor em várias atividades.

3ª série - MARIA APARECIDA – Significa na minha opinião nada, não vale nada, final de um número

3ª série - DIEGO – O número zero só não é nada, mas ele acompanhado com outros números na sua frente, ele pode ser muito.

Estas falas são modos de explicar o zero (TICAS de MATEMA) ligadas ao conceitual, podemos identificar os seguintes conceitos: “O zero não tem valor nenhum”; “O zero não tem significado”; “O zero não vale nada”; “O zero tem seu valor”; “O zero pode ser muito”.

Mais uma vez, temos a reflexão sobre o zero acompanhado de outros algarismos sendo conceituado como “pode ser muito”, e quando sozinho ser relacionado as idéias de nenhum, nada, sem significado.

O ZERO COMO UMA TÉCNICA SOCIAL

1ª série - JAILSON – Eu penso na palavra zero é quando eu vou comer um salgado e não tenho dinheiro.

1ª série - MARIA – Penso que é um número lindo, quando mais se for para receber e ele tiver muitos zeros, mas muito triste se for a pagar. É um nº do infinito, pois não tem fim. Mas também muito difícil de encarar se for para recebê-lo como nota, seja ela qual atividade for.

1ª série - ERILENE – Se zero for relacionado em questão de acidentes, mortes, roubos e fome tenho certeza que é muito bom.

1ª série - IVANI – Eu penso que jamais poderei tirar zero em minhas notas, pois o zero é um número negativo, é sinal de que não se esforçou nem um pouco para alcançar um objetivo em aprendizagem.

3ª série - SILVIA – Gosto do zero, por que eu e minha mãe temos o zero no dia de nosso aniversário 10, adoro o nº 0 por ser nossa data.

3ª série - FABRICIO – Zero:significa que quanto mais dinheiro você têm mais zeros aparecerão na sua conta bancária. Por exemplo R\$ 50 reais 1 zero, R\$ 500 dois zeros, R\$ 1000 três zeros, e R\$ 100000 5 zeros, isso significa que mais zero melhor.

3ª série - ELIANE – É o que sobra dia seguinte do meu pagamento, quando pago tudo que devo, me sobra R\$ 0,00 É também a nota que dou aos meus 10 anos de casada.

3ª série - JAIR – Alguma coisa negativa financeiramente.

Nestas falas temos técnicas para explicar o zero (TICAS de MATEMA) relacionadas à contextos sociais diversos (ETNO).

O zero aparece relacionado á falta de dinheiro nas reflexões de Jailson, Eliane e Jair. Ainda falando de dinheiro, para Fabrício quantos mais zeros aparecerem em sua conta bancária melhor. A diferença é que no primeiro caso a reflexão é feita sobre o zero número e no caso do Fabrício temos o zero algarismo. Mas é claro que estes muitos zeros devem ser para receber não para pagar conforme o relato da Maria.

Temos também referência a nota zero no contexto escolar que segundo Ivani representa que “não se esforçou para alcançar um objetivo de aprendizagem”. O

mesmo peso negativo da nota escolar é utilizado por Eliane para falar dos seus 10 anos de casamento.

O zero número é visto como positivo, quando Erilene, aponta os índices de acidentes, mortes, roubos e fome. Assim como o zero algarismo que forma junto com o 1, o dia 10, aniversário de Silvia e sua mãe.

O ZERO COMO MÉTAFORA

1ª série - JULIO – Eu penso que o zero é uma forma de perder na vida, mais claro que não é um fim de jogo. Você pode perder e pode começar tudo de novo, desde o começo, isso que eu acho do zero.

1ª série - TELMA – O começo e o fim...

3ª série - JANAINA - Seria muito bom se o zero fosse o começo de todas as coisas no mundo, pois assim o mundo seria o começo de um fim.

3ª série - LUIZ GUSTAVO – Zero pra mim significa que acabou, que não tem saída.

3ª série - KARINA – É o começo de uma vida ou algo parecido.

3ª série - ANDRÉIA – Zero acho que significa uma pessoa que está começando tudo, um namoro, uma casa. Ou está terminando suas contas, ou também significa pessoas que não sabem nada, não fazem nada. Não servem para nada.

3ª série - JAIR – Um ponto de partida. Começar do zero.

3ª série - EUNICE – Zero significa nada, zerado, sem valor nenhum. Como ser humano derrotado, sem objetivo algum. Como ditado popular um zero esquerda.

3ª série - VANESSA – É um nada, tem várias pessoas que dizem: você é um zero à esquerda, significado você é um nada.

As maneiras e modos de explicar (TICAS DE MATEMA) o zero, recorrendo a metáforas, são fruto de relações sociais entre as pessoas, que atribuem significados diversos às palavras (ETNO).

Algumas das falas acima lembraram da expressão, “zero à esquerda”, expressão usada para pessoas que “não servem para nada”, “seres humanos derrotados, sem objetivo algum”.

O zero está relacionado ao sentimento de “perder”, “fim de jogo”, “não tem saída”, mas ao mesmo tempo também relaciona-se com o “começar de novo”, “começo de uma vida”, “um ponto de partida”. Conforme dito por Telma “o começo e o fim”.

CONSIDERAÇÕES – O ZERO

A disputa entre o Um e o Zero

“Eu valho muito pouco, sou sincero, dizia o um ao zero. No entanto, quanto vales tu? Na pratica és tão vazio e inconcludente quanto na matemática. Ao passo que eu, se me coloco à frente de cinco zeros bem iguais a ti, sabes acaso quanto fico?

Cem mil, meu caro, nem um tico a mais. Questão de números. Aliás é aquilo que sucede com todo ditador que cresce em importância e valor quanto mais são os zeros a segui-lo” (Trilussa¹³)

O zero algarismo: no fim, no meio e na frente. Em todas as posições, o zero tem importante papel para a constituição do sistema de numeração decimal que utilizamos hoje. No fim do número, além de representar a falta da unidade, aumenta o número, dependendo da quantidade de zeros 10, 100, 1000 vezes. No meio, representa a ausência de unidades e, sem ele, seria impossível escrever 102 ou 2007. Na frente, permite a escrita de números menores que uma unidade, nos fazendo viajar pelo mundo das partes.

O zero tem papel importante para podermos escrever qualquer número que possamos imaginar, nos permitindo pensar no infinito, mas este papel do zero só é possível com a ajuda de seus amigos – os outros algarismos de 1 a 9.

Conceitualmente o zero é visto como o “*sem valor*”, “*o nada*”, “*o sem significado*”, mais também “*tem valor*”, “*pode valer muito*” quando se trata do zero acompanhando outros algarismos.

O zero tem o seu valor, o seu valor zero. O zero representa o nada. Uma idéia um pouco confusa. Mas não pular corda, não ter aluno fora da escola, não ter quantidade, o número de reis de um período republicano e o que sobra no meu salário um dia após o pagamento. Como expressar numericamente estas situações? Só pode ser com o zero.

¹³ Poeta italiano que viveu no tempo de Mussolini

O zero representa uma situação negativa quando no dia após o pagamento tem-se como saldo zero reais, por outro lado pode ser muito positivo, ver muitos zeros numa conta bancária, quando atrás de outro algarismo, claro, se for um crédito, não um débito. Em questões financeiras é melhor o zero algarismo do que o zero número.

Malba Tahan¹⁴ no livro *“Os números governam o Mundo”* tem um capítulo tratando do zero, capítulo intitulado de “Zero, o último a aparecer”. Entre outras discussões sobre o zero, Tahan (1999) faz de forma curiosa a diferenciação entre as palavras algarismo e número.

Tahan (1999, p. 43), exemplifica a diferenciação com a seguinte citação, onde segundo ele um professor americano gostaria de colocar ênfase na prática com relação a teoria:

“A prática vale 1, a teoria vale 0. Ambas juntas valem 10”

Nesta frase o 1 e 0 inicialmente são tratados como números e após compor o número 10 viram algarismos. Interessante frase que além de trazer curiosa transformação números em algarismo, também nos faz pensar sobre o valor da teoria.

E para exemplificar a transformação contrária algarismos em números, Tahan (1999, p. 43), se refere a uma poesia de Bastos Tigre, pseudônimo de D. Xiquote:

¹⁴ Malba Tahan pseudônimo de Julio César de Mello e Souza, professor, escritor e humanista muito conhecido por sua obra “O homem que Calculava”.

A aritmética conjugal

“É feliz o casal
Se o marido e a mulher somam apenas um.
Provém o mal,
Da vida conjugal,
De não ser o caso mais comum,
Pois,
Como regra geral,
Esposo e esposa somam dois.
E o caso de passagem considero
Em que da sorte, por um revés,
Os dois são dez.
Ela é um; ele é zero.”

D. Xiquote apud Tahan

Tanto na fala do educador como na poesia em que são abordados zero e um como algarismo e número, observamos que o zero carrega uma outra característica. Devido a questões culturais o zero vem ligado ao ruim, sem importância, sem valor. Este juízo de valor atribuído ao zero questiona a importância da teoria na fala do professor e também o papel masculino no relacionamento.

Um zero que praticamente surge como se fosse um nada, mas também com grande valor como algarismo, traz grandes confusões para o campo das operações. Resolve todos os problemas ajudando no sistema de numeração decimal e, com isso facilitando os cálculos, contudo ele só é bem comportado quando está junto com algum algarismo, porém, sozinho! Somar e subtrair zero é como não se fazer nada. A multiplicação é destruída e tudo vira zero. E a divisão? Um grande dilema como dividir algo por zero?

Se pensarmos na adição, um número adicionado a ele mesmo mudará, mas se pensarmos no zero, zero mais zero é sempre zero o que não vai ao encontro com o chamado axioma de Arquimedes, que diz que, “*se adicionarmos uma quantidade a si própria um número de vezes suficientes, excederá em magnitude qualquer outro número*” (SEIFE, 2001, p.23).

Se somarmos um com um não será um, será dois. Se somarmos dois com dois será quatro, e não dois. E quando somamos zero com o zero temos zero. Nas operações o zero representa uma quebra da “lógica”.

Nas aulas de matemática, muitas vezes os professores utilizam-se de generalizações, por exemplo enfatiza-se que quando adicionamos ou multiplicamos, o resultado sempre aumenta. Mas quando pensamos em operações, por exemplo, com 0, números negativos e números fracionários, esta lógica é quebrada o que pode dificultar a aprendizagem desses conceitos.

Para Seife (2001), a multiplicação é um alongamento. Para explicar esta relação ele compara a operação de multiplicação com um elástico.

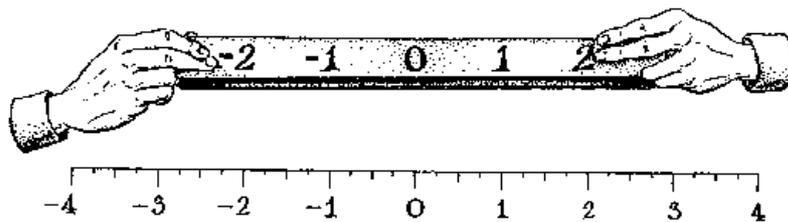
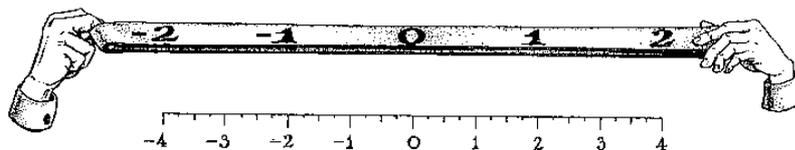


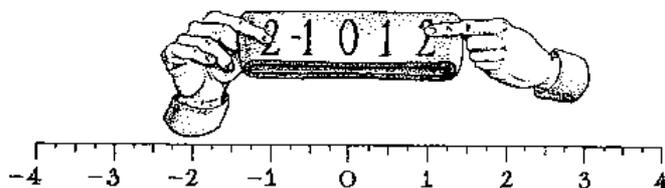
Figura 11 - Elásticos da multiplicação e divisão ¹⁵

O primeiro elástico mostra os números em suas posições. No segundo elástico, multiplicou-se por dois, então o elástico esticou duas unidades. O um está no lugar do dois, o dois, no lugar do quatro.

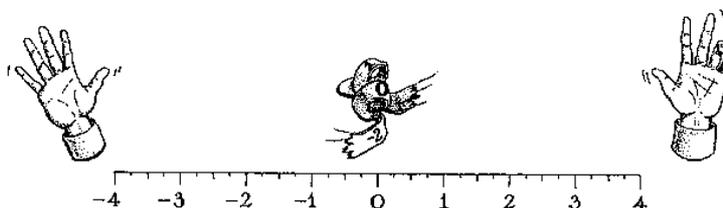


¹⁵ Figuras tiradas de SEIFE, 2001, p.23

Na divisão, o elástico se contrai, o dois passa a estar no lugar do um, o um, no meio.



E quando multiplica-se por zero:



Toda linha numérica se reduz em um só ponto, no zero.

Observamos que multiplicar por dois estica duas unidades o elástico, e dividir por dois, esta operação é desfeita e o elástico encolhe duas unidades. Esta característica é percebida quando multiplicamos ou dividimos por qualquer número diferente de zero.

Se a multiplicação por zero reduz a linha numérica a um só ponto, dividir deveria refazê-la. Então, se $2 \times 0 = 0$ então $(2 \times 0)/0$ deveria levar de volta ao dois. Igualmente $(3 \times 0)/0$ deveria levar ao três e assim por diante. Mas se $2 \times 0 = 0$ então $0/0$ seria igual a dois. E também igual a 3 e, assim por diante, o que não faz muito sentido.

Conforme Seife (2001, p. 26), “multiplicar por zero colapsa a linha numérica. Mas dividir por zero, destrói toda a estrutura da matemática.”

O zero nas operações ou produz uma impossibilidade na resolução ou é possível, mas a definição não abrange, sendo necessárias outras definições.

No caso $0 \cdot a = 0 + 0 + 0 + \dots + 0$ (a vezes 0) não tem significado em face a definição de produto, como também a^0 , não há produtos com nenhum fator. Novas definições devem ser dadas. Definições, segundo Caraça (1984, p. 27):

“ $a \cdot 0$

Sabemos, por um lado, que a operação da multiplicação é comutativa e, por outro lado, que $0 \cdot a = 0$; logo, se queremos conservar esta lei formal – comutatividade – a definição a dar deve ser tal que $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$; tomamos, portanto, como nova definição $a \cdot 0 = 0$

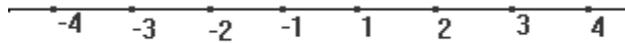
a^0

Sabemos que a potenciação goza da propriedade multiplicativa $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$; se queremos manter esta lei formal, a entidade a definir, $X = a^0$, deve vir a ser tal que o produto $X \cdot a^n$ se efetue segundo ela; isto é, deve vir a ser tal que $a^0 \cdot a^n = a^{0+n}$; mas $0+n = n$, logo deve ser $a^0 \cdot a^n = a^n$ e esta igualdade exige que seja $a^0 = 1$. A manutenção da lei exige, portanto, que seja $a^0 = 1$.”

O zero representa o início da seqüência dos números naturais e o centro dos números inteiros. Caraça (1984, p.4), discorda que o zero deva fazer parte dos números naturais. Para ele a idéia de número natural (1, 2, 3, 4,...), não foi desenvolvida independente da experiência, os números naturais foram-se formando lentamente pela prática diária de contagens. Segundo Caraça (1984), não ocorre ao homem primitivo considerar o zero como número, por isso Caraça não considera o zero como número natural. E a seqüência 0, 1, 2, 3,... é denominada por ele de “*sucessão dos números inteiros*”.

“Waclaw Sierpinski, o grande matemático polonês estava preocupado por ter perdido uma mala da sua bagagem:
 - Não, querido!- disse-lhe a mulher - Estão aqui as seis malas.
 -Não pode ser - disse Sierpinski - contei-as várias vezes: zero, um, dois, três, quatro, cinco.”
 John Conway e Richard Guy, O Livro dos Números.

O zero aparece como o centro quando falamos dos números reais, não há outra posição para o número zero na reta numérica. O único lugar que ele pode estar é entre o um e o menos um. Se pensarmos numa reta numérica sem zero teremos:



Se partimos da direita para esquerda, subtraindo o número de seu antecessor temos:

$$4 - 3 = 1$$

$$3 - 2 = 1$$

$$2 - 1 = 1$$

E quando chegamos em 1, sem o zero teremos:

$$1 - (-1) = 1 + 1 = 2$$

Sem o zero entre o um e o menos um a lógica da reta numérica é quebrada. O zero tem seu lugar garantido na reta numérica:



Assim:

$$1 - 0 = 1$$

$$0 - (-1) = 1$$

$$-1 - (-2) = 1$$

O zero no centro aparece também nas medidas de temperatura em graus Celsius. Este zero não tem o sentido de falta de temperatura, corresponde ao ponto de congelamento da água pura observados a uma pressão atmosférica padrão. O zero é o centro da medição onde são considerados também os valores abaixo e acima de zero.

Os sentidos matemáticos do zero estendem-se para sentidos sociais, como o zero representa o “nada” ele vem punir os alunos através da nota zero. E essa nota produz sentimentos negativos. Essa nota é dada por que o aluno não fez, não estudo ou não sabe.

A nota zero transcende a escola e para ações do cotidiano, ações negativas, é dado nota zero, e também surge a expressão “zero à esquerda” para julgar as pessoas.

O zero aparece em linguagem popular como estar humilhado, desprestigiado. Álvares apud Tahan (1999, p. 39):

“ No momento ninguém se considerava humilhado, reduzido a zero, elemento insignificativo no panorama político-social.”

Tahan ainda retrata a pessoa que não tem opinião própria, esta pessoa vale como um zero e cita um trecho de “Vinte anos de sertão”, Bahia, 1953.

“O chefe político por si mesmo é, em regra geral, um zero bojudo.” (ARAÚJO apud TAHAN, 1999, p. 40)

Malba Tahan traz também uma curiosa citação de Érico Veríssimo sobre um sujeito zero a esquerda:

“Sou um pobre homem derrotado, sacrificado, desmoralizado. A mulher não me ouve, a filha não me ouve – fazia a enumeração batendo com o indicador da mão direita nos dedos da esquerda – o chefe da sessão não me ouve, ninguém me ouve. Sou um zero à esquerda.” (VERÍSSIMO apud TAHAN, 1999, p. 40)

Uma expressão popular que dá ao zero o sentido de fracasso, relacionando a atitude das pessoas. Uma pessoa que não serve pra nada, um ser humano derrotado, um babaca.

O zero “nada”, o zero “muito”, o zero “fracasso”, o zero “início”, o zero “centro”, “o zero nas operações”, “o zero na história” quantos zeros foram discutidos neste trabalho. E o mais importante a ressaltar é a participação dos alunos para a discussão destes tantos zeros.

REFERÊNCIAS

BARKER, Stephen F.. **Filosofia da Matemática**. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1969.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, Marcelo C. & ARAÚJO, Jussara L (orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2003.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1984

CAUTY, André; HOPPAN, Jean-Michel. Os dois zeros Maias. **Scientific American Brasil**, São Paulo, edição especial, n.11, p. 16-19, [s. d].

D`AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática** – Elo entre as tradições e a modernidade. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

_____. **Transdisciplinaridade**. São Paulo: Palas Athena, 1997.

_____. **Educação Matemática** – da teoria à prática. 2. ed. Campinas: Papirus, 1997

_____. **Etnomatemática** – arte ou técnica de explicar e conhecer. São Paulo: Ática, 1993.

_____. **Da realidade à ação** – reflexões sobre Educação e Matemática. 3. ed. São Paulo: Summus, 1986.

DANTZIG, Tobias. **Número: a linguagem da Ciência**. 4. ed. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1970.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: Editora Unicamp, 2004.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. Algumas notas sobre pesquisa qualitativa e Fenomenologia. In: Mesa Redonda Paradigmas de interpretação da realidade organizada pelas disciplinas de Pedagogia Médica e Didática Especial do Depto de Educação em 20/08/1996, UNESP/BOTUCATU.

HOGBEN, L. **Maravilhas da Matemática**. 2. ed. Porto Alegre: Globo, 1956.

HOUAISS, Antonio. **Mini dicionário Houaiss de Língua Portuguesa**. (Organizado pelo Instituto Antonio Houaiss de Lexicografia e Banco de Dados da Língua Portuguesa S/C Ltda). 2. ed. Rio de Janeiro: Objetiva, 2004.

IFRAH, G. **Os Números**. A história de uma grande invenção. 9 ed. São Paulo: Globo, 1998.

_____. **História universal dos algarismos**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. 2 v.

LEM, J. M. B. **KOJAJILAN**. Guía didáctica de la Matemática Maya. Guatemala: Proyecto Movilizador de apoyo a la Educación Maya – PROMEM – UNESCO, 1998.

MACTZUL, J. P. **AJIÄY IXIM**. El contador de los granos de Maíz. Guatemala: Proyecto Movilizador de apoyo a la Educación Maya – PROMEM – UNESCO, 1998.

KAPLAN, Robert. **O nada que existe**. Uma história natural do zero. Rio de Janeiro: Rocco, 2001.

LÜDKE, M. & ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: E. P. U., 1986.

RIBEIRO, José Pedro Machado; DOMITE, Maria do Carmo Santos; FERREIRA, Rogério. (org). **Etnomatemática**: papel, valor e significado. São Paulo: Zouk, 2004.

SALVADOR, Célia M. Ananias; NACARATO, Adair Mendes. Sentidos atribuídos ao zero por alunos da 6ª série. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 26, 2003, Poços de Caldas. **Anais...** Poços de Caldas: ANPED, 2003.

Disponível em:

<www.anped.org.br/reunioes/26/trabalhos/celiamariaananiassalvador.rtf>. Acesso em: 4 jun. 2007.

SEIFE, Charles. **Zero**: a biografia de uma idéia perigosa. Lisboa: Gradiva, 2001.

TAHAN, Malba. **Os números governam o mundo**: folclore da Matemática. 3 ed. Rio de Janeiro: Ediouro, 1999.

VERGANI, Teresa. **O zero e os infinitos**. Portugal: Minerva, 1991.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

_____. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1987.

ANEXOS

Todas as entrevistas realizadas:

EDUCAÇÃO INFANTIL

ORAIS

3 A 4 ANOS - Pra perder... O zero a minha mãe usa pra ligar pra minha tia... ela aperta o zero... Aquele número lá no telefone da minha mãe... O zero parece até um pneu.

5 A 6 ANOS - O zero é nada... o zero quando ele tá com um ele fica com um monte, (e sozinho?) ele fica com nenhum... se o zero tiver junto com 5 ele vai ser um monte, mas se o zero tiver ali ele vai ficar só com zero nada... se for o três junto com o zero dai vai ficar três... uma borracha... um ovo... lá na quadra tem uma bola assim... a bola... Não tem nada... o ventilador...Pipa, na minha pipa tem um zero... O O parece o zero...

(Usa o zero para pular corda?) Não quando a gente bate é um quando a gente não bate é zero...

5, 6 A 7 ANOS – Nada... (uso) no 10, no 20, no 30, no 50,... nos números, nas palavras... pra contar de esconde esconde (0, 1, 2,...)... Pra brincar... pra pular corda (0, 1, 2,3,...)... Zero para não fumar... (por que?) porque faz mal pra saúde... No 2006 tem zero... dois zeros... no caderno tem zeros.

ENSINO FUNDAMENTAL I

ORAIS

1ª SÉRIE

1- FLÁVIO – Nada... Um número... Um número que começa antes do um... pra escrever os números...escrever os números até 50, até 100... do 30, do 40, do 50, do 60

2- CAMILA – Nada ... (uso) pra nada

2ª SÉRIE

1- KATRYNE – O zero?... como assim?... o zero? é um número que não existe...para os numerais... eu uso quando vou escrever no caderno os numerais.

2- JAMES – Não sei... pra colocar no 10... no 20, nos números que no fim é zero

3ª SÉRIE

1- VINÍCIUS - Zero pra mim é um número que... sozinho não significa nada, e com alguns números ele faz alguns números maiores... igual o 20, o 20 sem o zero ele não é nada, ele é um 2 só.

2- GABRIEL – O zero?... zero é o zero... pra fazer conta

3- JONAS – Zero?... Não sei...Penso que é um número assim... (uso) pra fazer várias contas assim...Conta de matemática contas de problemas (exemplo) 340 dividido por 4... depois do 4.

4- JÉFERSON - Zero?...Um número... Uma bola é tipo um zero... (uso) numa continha assim... (exemplo) 8×0 que dá 0... (por que?) por causa que se fosse 8×1 assim, dava pra fazer a continha, mas como é um zero, que é zero mesmo, não dá, tem que ser zero.

5- LUANA – Zero?... pra mim é nada... zero pra mim não é nada... tem vários números que a gente usa o zero... no 10, no 200, no 100, no 2000, no 202... quando eu vou brincar de amarelinha, essas coisas tem o zero

6- FLÁVIA – Nada... só nada... (uso) conta... nos números... quando vai fazer ordem de números

4ª SÉRIE

1- NATALI – Um número que não vale nada... Esse número ele é o primeiro...(uso) quando é pra uma conta

2- MAICON - Um número... (uso) para interar os números...(exemplo) o 1000, e colocar só 100 daí está faltando um zero... (uso) para fazer conta

3- WESLEY – Muito ruim... (por quê?) porque? não sei explicar... há quando a gente toma um zero assim na prova, em qualquer lugar assim, a gente fica muito triste... (na aula de matemática) pra por 200... resultados também dá zero, por exemplo $1-1$ dá zero

4-DANIELE – Uma nota... idade... zero, que não tem nada, que é bebezinho... e também por que é número... (uso) pra fazer conta

5- TALITA – O zero? bom eu não sei o que que é isso, mais acho que é nada né?... (uso) mais ou menos, as vezes... em matemática pra fazer minha idade (sua idade?)... é porque 10 anos, tem que ter o um e o zero... pra marcar alguma coisa que tem o zero

ENSINO FUNDAMENTAL II

ORAIS

5ª SÉRIE

1- JONATAN – De que forma?... o zero de nota? O zero é para um aluno que não faz nada, que não presta atenção na professora, não faz matéria, fica só conversando no fundo, toma muita advertência, a mãe é chamada muito aqui... (nas aulas de matemática) pra fazer conta um monte coisa...

2- GISLAINE – Nada... (uso) também a gente usa como número natural... tem vários tipos de usar o número zero... no 10, no 20, 30, 40, em vários números.

6ª SÉRIE

1- EMANUELE – Zero? um nada... não existe pra mim eu acho... sei lá, um zero é um zero mesmo, um zero a esquerda... uma pessoa que não tem nada ver, não tem significado... uma pessoa que não sabe o que fala, uma pessoa babaca... (na aula de matemática) quase todas tem o zero, em contas, em problemas em tudo principalmente em conta de equação, em multiplicação bastante, usa também pra fazer o resultado errado, certo, tudo... usa o zero bastante... zero é o zero

2- GUILHERME – Sobre negócio de escola?... é quando o aluno não tá tendo muita nota boa... (na aula de matemática) o zero na aula de matemática serve pra fazer conta também

7ª SÉRIE

1- JONATAN – Zero? zero é uma coisa que não vale nada... penso em mais nada acho... (na aula de matemática) na verdade quase nunca eu uso zero, né (por que?) porque daí fica muito fácil né.

2- EVERTON - Baixo, neutro, sem valor... quando tá sozinho, quando tá precisando de amigo, quando tá sem ninguém... (na aula de matemática) nota ruim... aparece o zero nas equações... nada assim

ESCRITAS

1- PAMELA - É nada, é zerado, é nada mesmo, se for nota significa que você repetiu, então acabou tudo. Você perdeu o ano inteiro indo e vindo no sol e repetiu.

2- RAFAEL O. - Zero é uma nota que todos temem, mas zero pode participar do 10, o que todos querem, zero pode ser bom como ruim.

3- CINTIA - Eu penso que o zero não é apenas um simples número, ele é além de um simples número porque: sem o zero, não teremos 10, 20, 30 ou 1000, pois senão, vai ser apenas 1, 2, 3, e não será

mais infinito, vai ser apenas 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, daí não continuará. Pois, por isso, o zero é um número muito importante! Mas também precisa de seus companheiros, 1, 2,... para dar valor a eles. Então, o zero, é um exemplo de amizade, um ajuda o outro.

4- JOSÉ G. - Eu penso que o zero é um número, mas não serve para nada, veja como todas contas com zero não conta nada. $2 + 0 = 2$, $2 \times 0 = 2$. Viu como não é nada.

5- JENIFER - O zero significa pra mim, além de ser um número, acho que significa acabou, final, etc... chegou ao fim.

6- MAICON - É um número importante, sem ele não existiria nenhum número.

7- ISRAEL - Zero é um número que não serve para muita coisa, é um número que não serve para nada, zero é um número insignificante.

8- RODRIGO A. - O zero para mim praticamente um número, ou ao mesmo tempo nada, não tem como derivar com palavras é isso o que eu acho.

9- MULLER - O zero é um número neutro, nós não usamos ele no dia a dia.

10- RODRIGO M. - Pra mim o zero é um número que não tem muito valor na matemática, não o usamos muito em respostas, e nem em cálculos, pra mim zero é um número muito solitário.

11- RAISSA - Zero pode significar muitas coisas, algumas serão, citadas abaixo: você tirou zero; o nível da água chegará a 0,11, as chances dele sobreviver é 0,0. Fui no banco e me disseram você tem 0,15, reais na sua conta! (Desenhou o símbolo 0)

12- NAYARA - Eu acho que o zero é um número e também significa que não é nada, ou seja, que não tem quantidade, não tem valor.

13- VANDERSON - Eu acho que o zero é um número, não é nada, não tem importância para algumas coisas. O zero nas provas significa que você não acertou nada, ou porque você estava colando e o professor (a) descobriu.

14- ALISSON L. - O zero para mim é um número neutro, é utilizado para várias contas.

15- PAULO D. - Zero para mim é um número que não significa à nada, mas quando eu faço conta ele é muito útil enfim só.

16- DIEGO A. - Um círculo, bola, vale nada, é um número, nenhum aluno fora da escola.

17- ANA - O zero para mim significa na escola uma nota para quem merece, como uma prova, matéria. O zero é nota vermelha e bem vermelha.

18- SÔNIA - A letra zero é para uma coisa para ajudar os outros números, para somar esta letra zero, é um significado para os outros números como para um, dois ou três.

19- TALITA - É um número que quando tirado na prova por alguma pessoa ele é muito ruim, e significa que a pessoa não sabe de nada da matéria, ou sabe e errou tudo na prova porque não lembrava.

20- RAFAEL F. - Zero em nota é muito ruim, mas sem ser nota é um número.

21- TIAGO - Eu penso que o zero para mim é um número.

22- MAIRA - O zero para mim é um número que acompanha vários algarismos. Além de acompanhar vários números, ele também serve para preencher contas onde falta algarismo. Na minha opinião o zero é muito importante, ele serve para várias coisas.

23- WELLINGTON - O zero é um número neutro, porque não tem nenhum valor.

24- MATHEUS - Um, uma nota, dois, um número e três uma pontuação.

25- GIBSON - Zero é um número que ajuda nas contas matemáticas. E não usamos muito o zero.

26- DAIANE - Não sei o que significa isso no momento. O zero é um número sem lógica.

27- DENIS - O zero é o número menor da ordem numérica, e o zero é quanto eu vou tirar na prova mensal e oficial.

28- CAMILA AP. - Zero pra mim é um número, e também é a pior nota de uma prova.

29- LUCAS A. - Zero não é nada, se falar zero pensamos em nada, coisa que não tem nada, que não existe.

30- EWERTON - Um zero para mim é uma bola, corda, barril ou uma cabeça.

31- TIAGO - Eu penso o zero como fosse prova, é pior coisa se eu tirar zero na prova meu pai me mata.

32- THAMIRES - Bom é que o zero não conta e não faz diferença

33- ALINE - Bom pra mim o número 0 significa nada, quando algumas pessoa diz zero em minha cabeça, vem a sensação de nada, vazio, sem conteúdo etc. bom na verdade é que o zero não conta, não faz diferença.

34- ÁLEFE - Zero é um número neutro, que parece que não serve pra nada. É uma bola simples, sem mais nem menos, é um pouco esquisito.

35- AYRTON - Absolutamente nada, vazio, nada.

36- LUCAS - Vindo no pensamento a palavra zero é começar do zero, matemática.

37- LARISSA - É um número que se for para nota é horrível. Agora se for para o meu bem, fazer o que vai.

38- FRANCIELE - Para mim o zero significa tira zero em alguma coisa por ex. tira zero na prova, no caderno etc.

39- CAMILA M. - Zero é um número menor que um, e que vem antes do um negativo. Mas no positivo é o número menor. É um número sem valor.

40- DEIVID - É um número para justificar quando não existe nada.

41- BRUNO - Um zero para mim é um desânimo tirar um zero, e a mim mãe me mata, deixa de castigo mais eu posso tirar um.

42- PATRICK - Passa na minha cabeça quando a professora fala zero é zero na prova.

43- ALEX - Eu acho que o zero é um número que deixa qual quer um nervoso, quando se passa o zero na minha cabeça.

44- BEATRIZ - É um número sem significado, é uma coisa que não tem nada a ver. Zero é zero!

8ª SÉRIE

ORAIS

1- RAFAELA - Como assim?... sei lá... (uso) em várias coisas... em números, por exemplo, quando você vai falar alguma coisa... em lista telefônica, em restaurante, estas coisas, em lanchonete, pra coisas de preços, essas coisas ai.

2- CÉSAR – É negativo, é ruim, está abaixo de todo mundo... tipo da nota pra alguém... zero pra você, porque que não fez nada certo... (na aula de Matemática) quando não estuda... quando não estuda assim, quando a gente da preguiça... quando tem preguiça assim, daí tira zero.

3- BENEDITO - Aiii ai é... um momento assim que não pretende passar pela minha cabeça... é fogo né. (uso) serve assim com os filhos da gente pra fazer atos corretos... quando você fazer assim tem que usar a palavra zero, como letra e como número... quando tem conta assim que é obrigatório usar.

4- THAILA - Zero?...um negócio redondo... (uso) em contas... em tudo praticamente...(na aula de matemática) nas continhas lá que a professora ta ensinando... (exemplo) ai meu Deus do Céu... tem que

dá o valor sabe do a e do b, ai é x^2 vezes menos, assim ai, tem igual a zero

5- FÁBIO - Nota ruim... tirei um monte já... (sensação) horrível mais depois estuda para a recuperação... (na aula de matemática) conta... exemplo $4+0$ dá 4

ESCRITAS

1- LUÍS GUSTAVO - O zero para mim é um começo, também é um número comum, um fim e talvez nada.

2- DÉBORA - Zero para mim é um algarismo que não tem valor algum, mas atrás do número 1, ele pode virar 10, enfim às vezes não tem importância alguma, mais as vezes vale mais que o número 1.

3- JEFERSON - Zero é igual a nada, é um número que não tem valor, que não se multiplica, se você multiplicar vai dar zero. Zero é como um círculo, vazio sem nada.

4- MATHEUS - Zero para mim, é praticamente um número, ou algarismo romano, ou seja, um nada.

5- BRUNO - O zero para mim, é um número que não tem nenhum valor, por isso é zero.

6- KARLA - Zero para mim é só uma bola, e zero é só um zero.

7- FELIPE P. - Zero é um número como qualquer número, ele indica que não tem nada nas contas, ele é usado, ele é um número importante.

8- ANTONIAR - Uma roda de bicicleta

9- DIEGO W. - É um ovo.

10- ANDERSON - Zero é uma bola de futebol

11- DAVI D. - Para mim é um algarismo, imagine só se a professora passe uma conta que no final tem que terminar com 0, daí eu ia ter que usar o zero.

12- DIONE - É um número, ou nada, ou algarismo e bola?

13- KELLY - Zero para mim é a mesma coisa que nada, uma coisa que não existe, em número como todos os outros.

14- DANIELA - Eu lembro que não é nada, e que é um número, que é um círculo, que dá origem a nenhum número menos do que ele.

15- PALOMA - Nada, nenhum, um número, um algarismo.

16-JOSÉ FLAVIO - Zero para mim não é nada, é uma bolinha sem importância, ele é só um algarismo.

17- THOMAS - Na minha opinião 0 é simplesmente um número.

18- LUAN - O zero é um número muito ruim quando é para prova

19- JOSEANE C. - É um número que não significa nada, ou seja, zero, um número que ajuda outros números a formarem números maiores, mais quando está sozinho ele é só zero.

20- JÉSSICA A. - Nada, é um número que não tem valor, a não ser atrás de outro número, não significa nada zero.

21- JOSIANE M. - Zero pra mim é um algarismo, ou seja, um número usado para fazer contas, ou para dizer idades, enfim é isso que eu acho.

22- CRISTIELE - Zero para mim é um número neutro, mas que dependendo da sua posição pode valer muito. Por exemplo: se estiver à direita pode duplicar, triplicar ou mais o número em questão, mas à esquerda ele vale nada.

23- BIANCA - Pode ser desde um número utilizado na matemática, até a nota de quem não se “familiariza” com o mesmo. Também pode ser desde uma expressão, até mesmo algo redondo, parecido com um círculo. Zero é zero!

24- DANIELLE - Eu acho que zero é um número muito ruim, porque sempre que você vai mal em prova, em competição, etc e tira zero, todo mundo da risada, e você tem que fazer tudo de novo. Por isso eu acho que zero é o número “do azar”.

25- NÍCOLAS - Para mim o número zero é um número neutro, fácil nas contas, é um número que para mim não representa absolutamente nada. É lógico que na matemática eu acredito que tenha uma ótima importância.

26- LUCAS G - Para mim o zero serve para fazer continhas de +. -, : , serve para montar números com zero, etc... serve para muitas coisas, e, etc...

27- MELQUE - É um número que parece de pouco valor, mas na verdade tem um valor muito grande, pois junto com qualquer número ele significa o início de uma grande seqüências de números.

28- LUCAS P. - Eu penso que o zero é um número só.

29- SABRINA - Sei lá pra mim eu acho que é nada. Zero e o infinito. Zero e nada de nada.

30- JÉSSICA - É um número que só não significa nada, pois não tem valor, mas ao lado de algum número maior ele se transforma.

31- VANDERLEIA - Eu penso que o zero é um número para ajudar os outros números a ficarem com o valor maior.

32- ANA JULIA - Zero para mim é um número qualquer, ou também significa nada, tanto faz.

33- JONATAS - Para mim o número zero é o número do azar, um número neutro, muito importante hoje em dia.

34- BRUNO G. - Eu penso que o zero é uma bola redonda

35- ALAN - Zero é um número redondo, é uma bolinha

36- DAVID - Eu acho que o número significa um símbolo, como uma bola

37- JANE - Eu penso que é um número, é negativo, pois...

38- MILENA - Bom, zero pra mim é um número. Também uma resposta de uma conta.

39- NATHALI - O zero é um algarismo como qualquer outro como o 1, 2, 3,...

ENSINO MÉDIO

ORAIS

1ª série

1- RENATO - Zero?... uma nota ruim... nada... um número... (na aula de matemática) aparece... numa conta... na nota também... (você tira zero?) às vezes né, às vezes não... quando eu não faço, mas às vezes eu tiro uma nota boa também

2- CAMILA – Zero?... vem a minha mãe ela vai me matar... tirar zero para ela é um crime, posso tirar até cinco, até vai, agora zero... daí nossa fico vermelha, fico quente, como é que eu fiz isso... (na aula de matemática) uso zero nas aulas para fazer os cálculos

3- MARIANE - Zero pra mim é nada... não sei pra mim zero não é nada... zero que um número que não significa nada... (na aula de matemática) um exemplo é nota zero, contas também... situações de nota, assim que o professor tá dando nota, assim ficar com zero é meio... o aluno que não faz as coisas, que conversa muito, que atrapalha a aula

4- TIAGO – Nada... um número só... (uso) não tem, quase nunca eu uso zero... só usa na matéria de matemática... quando vou fazer o 10, 100 e 1000... quando eu vou pagar alguma coisa lá 10 reais, dá até tristeza, eu vejo o zero, né, mais... porque tem o zero na nota de 10, eu vejo o zero ali... (mas o zero você não falou que é nada?) então, é uma coisa muito vaga assim de falar... porque ele passa a ser alguma coisa quando ele está atrás do um, se ele estivesse na frente do um daí ele seria um.

5- RENATA - Depende do assunto que vai esse zero... sei lá eu acho que de primeiro momento tipo numa escola, vem a nota... (e que outro momento?) há eu acho que na maioria das vezes é a nota mesmo... nota zero, muito ruim, péssimo... (na aula de matemática) zero no meio de contas, assim tal... difícil de explicar

6- LUCAS – Nada... zero é um número que não significa nada... não sei é que... pra mim o zero é mesmo o nada... (uso) pra dizer que quando no resultado de uma conta da zero, quando quantas pessoas tem lá zero, quantas é dependendo de um tipo, pode dizer de uma categoria, está dividido em categorias, cada categoria uma pode ter zero... (na aula de matemática) se aparecer o zero ele é um neutro né, zero não é nem positivo nem negativo, agente usa muito zero na matemática só se for acompanhado de outro número... se for 0,1 ; 0,5, isso tem valor... agora zero, zero, não tem

2ª série

1- WILLIAM – Zero nada... nada assim vem um símbolo nada... é um número que tem vários significados só que... deixa eu ver, pode significar uma bolinha... deixo eu ver, tem vários, eu não sei agora... zero? Ah zero... (se não existisse o zero, faria falta?) Ah! ia porque daí a gente ia ficar meio difícil fazer conta né? A maioria das contas a gente usa o zero, todos os tipos de conta mais, menos, dividir, todos os tipos de conta a gente usa o zero... entendeu? Quando dá zero é porque não deu nada a conta, deu nulo a conta... Ah eu to com vergonha!

2- BRUNO – Nota baixa... sei lá uma coisa sem valor... zero uma coisa baixa, pra baixo assim, sem valor algum... número

3- RENATA - Zero é nada... não sei é um nada... (uso) para somar para escrever... não sei... um número pra somar, uma coisa, um número, nada.

ESCRITAS

1- LUAN – Eu penso que é um número

2- RAFAEL – Uma coisa sem valor

3- LEILANY – Zero é nada

4- ALINE – É um número nem par nem ímpar, serve para ficar entre os números, para separá-los do positivo e negativo de uma conta.

5- PAULA – De nota, não

6- PAULO – Penso sobre nada, é uma bola grande ou pequena, com um buraco ao meio.

7- PRISCILA – Eu acho que é um início dos números, mais não vale para nada.

8- DAIANA – Um número que não tem valor para algumas pessoas, mas pra outras são um número muito valioso.

9- LUCILENE – É um número, ou uma situação, que possa indicar nada, em uma soma, ou situação qualquer.

10- JEFERSON – É um número que serve pra pouco O, e para muito 1000000.

11- ANDERSON – Zero pra mim é como se fosse nada, um número, é um número que não especifica quantidade.

12- RODNEY – Zero me faz lembrar recomeço. Ex. Vida começar do zero e tentar mudar o futuro

13- MAICON – Negação

14- KAREN – É um número que equivale a nada. Então zero é nada!

15- MARCOS – Um início de um problema

16- REGINALDO – Quando eu ouço alguém falando zero, eu logo penso em nada, tipo não, nada, sem pensamento, mas que a pessoa quis dizer nada, tipo não tenho, sei lá.

17- JÚLIO – Nada, círculo

18- DANILO – É uma nota ruim da prova

19- KAUAN – É um número

3ª série

ORAIS

1- CIRO - O zero? Dependendo da onde ele é usado, igual na nota assim é muito ruim... no mais né, eu vejo como um número normal, igual os outros também... o zero é para simbolizar o nada

2- WILLIAM – Uma finalidade matemática... um número... somente isso, ele trabalha para efetuar uma equação, nada mais, somente isso, não tem finalidade em português, não tem finalidade em nada, somente na matemática, pra você poder trabalhar... o zero nada... o zero é como se fosse um número que trabalha exatamente do 0 até 9, você trabalha com esses números, você podendo resolver suas equações, você pode fazer tudo o que você precisar, exatamente como ele é um número primo, você trabalha com ele

ESCRITAS

1- JOÃO PAULO – É um número utilizado para dizer que não tem nenhuma unidade de completar outros números, como o 105, se não existisse o 0, não teria como escrevê-lo

2- RERISON – Antigamente não existia o 0, assim não dava para fazer números redondos. Por isso 0 é melhor do que nada.

3- MARCEL – Com o 0 eu lembro em um número.

4- MAURÍCIO – O zero não significa nada, só um número

5- SUZELI – Zero: um número que na matemática tem seu valor apesar de muitas vezes ser excluído. Ele também representa em uma prova uma nota indesejada por todos, pois todos gostariam de tirá-lo mais acompanhado do número 1 na frente, formando assim o 10.

6- VALDIRENE – O zero é um número algarismo, que sempre está no nosso dia –dia. Zero é a nota usada pelas coisas mal-feita, ou pela atitude de uma pessoa.

7- DAIANE – Nada – só tem uma forma redonda

8- MICHELY – Um número como qualquer outro, como nota pode assustar, faz lembrar um círculo ou a letra O

9- MARCELA – Um número como qualquer outro; até bonitinho quando feito com atenção 0; mas pensando em nota me deixa com medo.

10- FLÁVIA – É um número que pode significar muito, e também diferenciar entre um outro número qualquer.

11- RONY – O zero é um nada.

12- CAMILE – É uma nota ruim

13- GRAZIELLE – Tudo começa do zero.

14- ISIS – Não contém nada, não tem valor, lembra a letra O do alfabeto

15- JEAN – Zero é algo que nunca foi usado, como carro zero, ou o ponto de partida de algum lugar.

16- DAIANE – Nada

17- ANDERSON – Sempre que lembro do zero, penso que é a letra O

18- VANESSA – Zero é uma coisa vaga que não tem sentido algum

19- PAMELA – Eu penso em um ovo

20- MATHEUS – Zero: É um número nem positivo e nem negativo.

21- FERNANDO – Nada, porque o zero é nada

22- DIEGO – O número zero pra mim não é nada, é só parecido com uma circunferência

23- ALEXANDRE – Zero é o número do limite do meu cartão de crédito.

ENSINO MÉDIO - EJA

1ª série

1- TÂNIA – Eu julgo um número muito importante, porque ele faz a diferença. Já ouvi, muita frase assim: - Sou um zero a esquerda. Mas não se esqueça que o número sempre é começado com 0, 1, 2, 3,... infinitamente e o zero nunca pode ser descartado. Porque e o número que faz uma das mais importante falta na matemática.

2-ODISSEIA – Eu penso que o zero é um número que me assusta, principalmente na matemática.

3-JAILSON – Eu penso na palavra zero, quando eu vou comer um salgado e não tenho dinheiro.

4-JULIO – Eu penso que o zero é uma forma de perder na vida, mais claro que não é um fim de jogo. Você pode perder e pode começar tudo de novo, desde o começo, isso que eu acho do zero.

5-MARIA – Penso que é um número lindo, quando mais se for para receber e ele tiver muitos zeros, mas muito triste se for a pagar. É um nº do infinito, pois não tem fim. Mas também muito difícil de encarar se for para recebê-lo como nota, seja ela qual atividade for.

6- ERILENE – Se zero for relacionado em questão de acidentes, mortes, roubos e fome tenho certeza que é muito bom. Na matemática em questão de resultado de soma, divisão ou subtração ou qualquer outro cálculo é legal. Zero não deixa de ser zero, por ele ser neutro.

7- VERA – Zero para mim significa uma coisa que não tem valor nenhum. Se for na escola é óbvio que você não está interessado nos seus estudos.

8- OSVALDO – Para mim zero significa um fracasso.

9- GILSON – Bem, penso que zero é zero, ou seja nada. Algo vamos dizer assim: Na matemática, zero quer dizer zero. O mesmo que não ter nada, nulo.

10- BRUNO – Um nada, uma coisa sem valor sem importância as vezes, ou então matemática

11- ALMIR – Eu penso que o zero é uma palavra muito inferior. Porque ela pode deixar muitas pessoas pra baixo. E ela não ajuda muito no dia a dia.

- 12- WENDEL – Vazio
- 13- TELMA – O começo e o fim...
- 14- ANA CLAUDIA – Zero é nada significativo
- 15- MARIA – Depende no que e onde. Se for zero na prova de avaliação, sinal que precisa estudar bem mais.
- 16- TATIANA – Eu penso que tudo que conte zero é algo negativo.
- 17- PATRICIA – Sem valor algum, sem significado nenhum, quando é apenas zero.
- 18- ROMILDA – Eu penso que não estudei o suficiente para não tirar nota boa.
- 19- MARIA – A palavra para mim significa que a gente não tem capacidade para aprender etc., não presta atenção nas coisas.
- 20- LUCIANA – Eu penso que o zero é um número muito negativo. Por exemplo, quando você vai mal em uma prova você tira zero, não é legal.
- 21- IVANI – Eu penso que jamais poderei tirar zero em minhas notas, pois o zero é um número negativo, é sinal de que não se esforçou nem um pouco para alcançar um objetivo em aprendizagem.
- 22- NIVALDO – O zero é uma forma numeral para utilizarmos em união dos numerais, equivale em geral, para completar tudo o que usamos no nosso dia a dia, aumenta, diminui.

3ª série

- 1- JANAINA - Seria muito bom se o zero fosse o começo de todas as coisas no mundo, pois assim o mundo seria o começo de um fim.
- 2- SILVIA – Gosto do zero, por que eu e minha mãe temos o zero no dia de nosso aniversário 10, adoro o nº 0 por ser nossa data.
- 3- FÁTIMA – O zero na matemática depende do lado em que é colocado não tem valor. Por exemplo: zero à esquerda, o zero à direita soma. O zero tem seu valor em várias atividades.
- 4- RODRIGO – Zero: É uma palavra que significa quando algo de errado acontece, ou então significa uma nota zero, e que você não consegue atingir o seu objetivo.
- 5- SUELEN – Bom p/ mim o 0 não deixa de ser um número que seria um número par. Ah! Também é uma bolinha bem bonitinha que serve para denominar um indivíduo, a zero esquerda, que ele não seria nada.

6- MARIA APARECIDA – Significa na minha opinião nada, não vale nada, final de um número.

7- LEANDRA – zero é nada, ele pode ser o começo, ou ser o fim de um número Também é um círculo.

8- CLAUDINEI – Zero é uma circunferência que não tem começo nem fim.

9- RAFAEL – Pode significar mais número vazio na matemática, que só serve para ser incluído junto com os outros números, na vida ele serve como exemplo de pobreza.

10-ZULEICA – Para mim significaria um nº negativo, no vocabulário também usamos muito como uma expressão talvez negativa. Ou dependem como o expressarão

11- FABRICIO – Zero:significa que quanto mais dinheiro você têm mais zeros aparecerão na sua conta bancária. Por exemplo R\$ 50 reais 1 zero, R\$ 500 dois zeros, R\$ 1000 três zeros, e R\$ 100000 5 zeros, isso significa que mais zero melhor.

12- LUIZ GUSTAVO – Zero pra mim significa que acabou, que não tem saída.

13- KARINA – É a soma de uma matemática. É o começo de uma vida ou algo parecido

14- FRANCISCO – O zero não altera o resultado, mas é um número importante na matemática.

15- ANDRÉIA – Zero acho que significa uma pessoa que está começando tudo, um namoro, uma casa. Ou está terminando suas contas, ou também significa pessoas que não sabem nada, não fazem nada. Não servem para nada

16- ANDRÉA – É o início ou o final.

17- JAIR – Alguma coisa negativa financeiramente ou um ponto de partida. Começar do zero.

18- ELIANE – É o que sobra dia seguinte do meu pagamento, quando pago tudo que devo, me sobra R\$ 0,00 É também a nota que dou aos meus 10 anos de casada.

19- IZABEL – Zero o dinheiro, quando acaba fica zero, zero quando uma pessoa não serve para nada, é um zero a esquerda

20- DIEGO – O número zero só não é nada, mas ele acompanhado com outros números na sua frente, ele pode ser muito.

21- EDSON – Zero é como se eu não tivesse nada. Mais na conta é como tirar ou somar, daria o mesmo zero.

22- VALÉRIA – O zero em tudo que se olha, em espécie de número de 1 a 0 ele é usado. Não se fica sem o zero.

23- EUNICE – Zero significa nada, zerado, sem valor nenhum. Como ser humano derrotado, sem objetivo algum. Como ditado popular um zero esquerda.

24- VANESSA – É um nada, tem várias pessoas que dizem: você é um zero a esquerda, significado você é um nada.

25- ANTONIO – O zero é nada, é um número, ou divisão dos números negativos $-1, -2, 0, 1, 2$, eu vejo por esse lado.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)