

**Aplicação de um Modelo com Fronteira
Móvel para Descrição do Estado Térmico
de uma Massa de Grãos Sujeita a Aeração.**

Por

KARIN ROBERTA VOLKWEIS

Dissertação de Mestrado

Ijuí, RS – Brasil

2007

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

Registro da Biblioteca

UNIVERSIDADE REGIONAL DO NOROESTE DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL
DEPARTAMENTO DE FÍSICA, ESTATÍSTICA E MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE TECNOLOGIA

**Aplicação de um Modelo com Fronteira Móvel para Descrição do
Estado Térmico de uma Massa de Grãos Sujeita a Aeração.**

por

KARIN ROBERTA VOLKWEIS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática da universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUI), como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Modelagem Matemática.

Ijuí, RS – Brasil

2007

UNIVERSIDADE REGIONAL DO NOROESTE DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL
DeFEM - DEPARTAMENTO DE FÍSICA, ESTATÍSTICA E MATEMÁTICA
DeTec - DEPARTAMENTO DE TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA

**Aplicação de um Modelo com Fronteira Móvel para Descrição do Estado
Térmico de uma Massa de Grãos Sujeita a Aeração.**

Elaborada por

KARIN ROBERTA VOLKWEIS

Como requisito para obtenção do grau de Mestre em Modelagem Matemática

Comissão Examinadora

Prof^a. Dra. Fabiane Avena de Oliveira – DeFEM (Orientadora)

Prof. Dr. Oleg A.Khatchatourian – DeFEM (Co-Orientador)

Prof. Dr. Manuel José Malasquez Negron - UNISC

Prof. Dr. Pedro Augusto Pereira Borges – DeFEM

Ijuí, RS, 31 de Agosto de 2007.

AGRADECIMENTOS

A minha orientadora Prof^a. Dra. Fabiane A. de Oliveira, pela sua paciência e dedicação, ao meu co-orientador Prof. Dr. Oleg A. Khatchatourian, que juntos através dos ensinamentos que me passaram tive subsídios para desenvolver o presente trabalho. Também aos professores do mestrado, colegas e funcionários do DeFEM.

Aos meus pais, **Eloi e Bernadete**, minhas irmãs, **Keila Regina e Cátia Raquel**, pelo apoio, compreensão, amor, força, amizade, críticas, por sempre estarem comigo nos momentos de maior angústia, onde mais uma vez me fizeram compreender o verdadeiro significado da palavra **FAMÍLIA**. Meu eterno obrigado, pois sem vocês minha vida não teria sentido.

A uma grande amiga, Sandra Regina Flores, pois sempre que precisei pude contar com suas palavras de conforto, independente das circunstâncias, alegres, tristes, sempre me mostrou um ombro amigo onde pude e posso descansar e buscar conselhos.

A dona Leda Weber pelo espaço cedido em sua casa onde morei todos estes dias, pela acolhida, também pelo colo de mãe quando precisei e não havia a minha por perto.

Por DEUS, o qual torna tudo em nossas vidas possível, pela fortaleza que és lugar onde em nossas maiores aflições encontramos amparo, consolo, confiança e onde sabemos que estando com ele nada nos faltará.

“Bom mesmo é ir a luta com determinação,
abraçar a vida e vencer com paixão, perder com classe
e vencer com ousadia, porque o mundo pertence a quem
se atreve e a vida é MUITO para ser insignificante”.

Charles Chaplin

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	ix
LISTA DE TABELAS	xi
LISTA DE SÍMBOLOS	xii
RESUMO	xiv
ABSTRACT	xv
1 INTRODUÇÃO.....	1
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	4
2.1 ASPECTOS GERAIS.....	4
2.2 A SOJA NA NUTRIÇÃO HUMANA	5
2.3 ARMAZENAMENTO DE GRÃOS EM SILOS	6
2.3.1 ARMAZENAGEM.....	6
2.3.2 ARMAZENAMENTO DE GRÃOS A GRANEL	8
2.3.3 CARACTERÍSTICAS DOS GRÃOS ARMAZENADOS	9
2.3.4 UMIDADE E TEMPERATURA DA ARMAZENAGEM.....	12
2.4 SILOS	12
2.5 AERAÇÃO.....	13
3 DESCRIÇÃO DO EQUIPAMENTO E EXPERIMENTOS.....	16
3.1 ESTUDOS EXPERIMENTAIS	16
3.2 DESCRIÇÃO DOS EXPERIMENTOS	18
3.2.1 RESFRIAMENTO DA MASSA DE GRÃOS.....	19
4 MODELOS MATEMÁTICOS	22
4.1 PROBLEMA DE STEFAN.....	22
4.2 RESULTADOS	30
4.2.1 MODELO MATEMÁTICO: CONTORNO MÓVEL	31
4.2.2 RESULTADOS E DISCUSSÃO	39
5 CONCLUSÃO.....	22

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS46

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Silos de concreto	8
Figura 2: Silos metálicos	8
Figura 3: Graneleiro tipo horizontal	9
Figura 4: Gráfico da diferença de temperatura do ar ambiente pela umidade relativa do ar ambiente.	14
Figura 5: Esquema do equipamento construído para estudar o resfriamento de grãos de soja com isolamento térmico nas laterais.....	16
Figura 6: Temperatura da massa de grãos em função do tempo, para diferentes alturas da coluna de grãos e $v_2 = 0,23\text{ m/s}$, dados experimentais.	19
Figura 7: Temperatura da massa de grãos em função do tempo, para diferentes alturas da coluna de grãos e $v_2 = 0,41\text{ m/s}$, dados experimentais.	20
Figura 8: Temperatura da massa de grãos em função do tempo, para diferentes alturas da coluna de grãos e $v_2 = 0,53\text{ m/s}$, dados experimentais.	20
Figura 9: Esquema do Problema Matemático.....	23
Figura 10: Posição da fronteira $S(t)$ em função do tempo para diferentes velocidades do ar. .	30
Figura 11: Esquema do problema-modelo de contorno móvel.....	32
Figura 12: Velocidade da frente de resfriamento em função da velocidade do ar	40
Figura 13: Valores α_1 e α_2 para diferentes velocidades do ar.....	41
Figura 14: Dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para diferentes secções na coluna de grãos para uma velocidade do ar de $0,23\text{ m.s}^{-1}$	42
Figura 15: Dinâmica de resfriamento de grãos de soja para diferentes secções na coluna de grãos para uma velocidade do ar de $0,41\text{ m.s}^{-1}$	42

Figura 16: Dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para diferentes secções na coluna de grãos para uma velocidade do ar de $0,53\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	43
Figura 17: Temperatura adimensional ao longo da coluna de grãos, para diferentes velocidades do ar para $t=570$ s.	44

LISTA DE TABELAS

Tabela 1:Tabela que permite determinar a umidade de equilíbrio higroscópico da soja em várias situações de umidades e temperatura do ar e do grão.	11
--	----

LISTA DE SÍMBOLOS

$T_a \rightarrow$ temperatura ambiente ($^{\circ}C$);

$T_0 \rightarrow$ temperatura inicial ($^{\circ}C$);

$T_1 \rightarrow$ temperatura na região 1 ($^{\circ}C$);

$T_2 \rightarrow$ temperatura na região 2 ($^{\circ}C$);

$L \rightarrow$ calor latente (cal/g);

$S(t) \rightarrow$ localização da interface (m);

$\lambda_1, \lambda_2, k \rightarrow$ constante de proporcionalidade;

$erfc(Z) \rightarrow$ função erro complementar;

$erf(x) \rightarrow$ função erro;

$T_s \rightarrow$ temperatura de mudança de fase ($^{\circ}C$);

$\Delta T_l \rightarrow$ variação da temperatura na fase líquida ($^{\circ}C$);

$\Delta T_1, \Delta T' \rightarrow$ variação da temperatura ($^{\circ}C$);

$T_f \rightarrow$ temperatura de fusão ($^{\circ}C$);

$k_1 \rightarrow$ coeficiente de condutividade térmica da região 1 (W/mk);

$k_2 \rightarrow$ coeficiente de condutividade térmica da região 2 (W/mk);

$\rho \rightarrow$ densidade da substância líquida/densidade do grão (kg/m^3);

$\alpha_1 \rightarrow$ coeficiente de difusividade térmica da região 1 (m^2/s);

$\alpha_2 \rightarrow$ coeficiente de difusividade térmica da região 2 (m^2/s);

$A \rightarrow$ área (m^2);

$A_1 \rightarrow$ área da secção reta da tubulação (m^2);

$A_2 \rightarrow$ área da secção reta do tubo (m^2);

$A_0 \rightarrow$ área do orifício (m^2);

$x \rightarrow$ distância (m);

$y \rightarrow$ altura do coluna de grãos (m);

$t \rightarrow$ tempo (s);

$B, C, C_1, C_2, C_3, D, G \rightarrow$ são constantes arbitrárias;

$\Omega^1, \Omega^2 \rightarrow$ domínios;

$\zeta \rightarrow$ posição em relação a fronteira (m);

$Q \rightarrow$ vazão (m^3/s);

$h \rightarrow$ coeficiente de transferência de calor;

$C \rightarrow$ coeficiente da placa de orifício;

$\Delta p_1 \rightarrow$ variação da pressão (N/m^2);

$v \rightarrow$ velocidade (m/s);

$Q_1, Q_2 \rightarrow$ vazão do tubo onde esta a placa de orifício (m^3/s);

$v_1 \rightarrow$ velocidade na entrada da tubulação (m/s);

$v_2 \rightarrow$ velocidade do ar (m/s);

$\psi \rightarrow$ constante de proporcionalidade;

RESUMO

A cada ano tem-se um aumento significativo no plantio e consumo de grãos de soja, não só tornando necessária uma ampliação das unidades de armazenamento como também, gerando uma preocupação maior com as condições para manter as características e nutrientes dos grãos armazenados em silos. Para diminuir perdas nos grãos armazenados, é necessário conhecer os fatores que geram mudanças em sua qualidade e procurar maneiras de minimizá-los. Diante do fato de que os grãos permanecem por longos períodos armazenados, as variações de temperatura nestes grãos são um dos fatores que mais contribuem para a deteriorização do produto armazenado, tornando-se necessário um controle rigoroso desta temperatura. Uma das maneiras mais eficazes de realizar este controle é através da aeração. Neste trabalho, estudou-se a dinâmica de resfriamento dos grãos por aeração, calculando a distribuição de temperatura para a massa de grãos a partir de um modelo matemático análogo ao Problema de Stefan. Foi proposto dividir a massa de grãos em duas regiões definidas com coeficientes de difusividade térmica diferentes em cada uma delas. Pelo modelo proposto a fronteira entre as regiões é móvel e depende da velocidade do ar de aeração. Foram obtidos dados experimentais da temperatura dos grãos durante o resfriamento a diferentes velocidades do ar de aeração. Os resultados das simulações utilizando o modelo, quando comparadas com os dados experimentais obtido apresentam boa concordância para todas as velocidades do ar analisadas neste trabalho.

ABSTRACT

In this work the dynamics of cooling of grains through aeration was studied, calculating the temperature distribution for the mass of grains from a mathematical model similar to the Stefan Problem. Every year there is a significant increase in the consumption of soy grains not only making necessary an enlargement of the storage units but also generating a larger concern with the conditions to maintain the characteristics and nutrients of the grains stored at silos. So that the losses of stored grains can be decreased, it is necessary to know the factors that generate changes in its quality and to seek for ways to minimize them. Concerning the fact that the grains stay stored for long periods, the temperature variations in these grains is one of the factors that contribute to the deterioration of the stored product, making a rigorous control of this temperature necessary. One of the most effective ways of accomplishing this control is through the aeration. In this research it was intended to divide the mass of grains into two areas defined with coefficients of different thermal diffusivity each. For the proposed model the frontier between the areas is movable and it depends on the velocity of the aeration air. Experimental data of the temperature of grains during the cooling process at different velocities of the aeration air were obtained. The results of the simulations using the model, when compared with the obtained experimental data, present good agreement to all the velocities of the air analyzed in this work.

1 INTRODUÇÃO

Cada ano que passa a preocupação com a produção de alimentos e sua conservação se torna mais importante e existe uma exigência cada vez maior, por parte da população, por produtos de boa qualidade, acarretando assim um aumento da produção de grãos em todo o território brasileiro.

No momento da colheita, os grãos de soja apresentam quantidade elevada de umidade e impurezas, fatores que comprometem seu armazenamento de maneira segura e duradoura. Devido a isso pode-se comprometer a durabilidade do produto fazendo com que ocorra deterioração por causa de ações biológicas como: fermentação, fungos, desenvolvimento de insetos e microorganismos que influenciam de maneira significativa na qualidade do produto.

Pode-se por meio de secadores eficientes, localizados junto aos silos, diminuir perdas no grão mantendo a qualidade do mesmo, controlando a umidade do produto a ser armazenado. Para que isso possa ocorrer deve se considerar o tempo, a temperatura, a umidade e a velocidade do ar utilizado.

Um dos componentes da secagem para a preservação das propriedades dos grãos armazenados é a aeração, processo muito utilizado para controlar a umidade e a temperatura dos grãos por períodos longos. Um dos motivos para modelar matematicamente a dinâmica de resfriamento de grãos em silos, utilizando a aeração é que conhecendo todo o processo e seus benefícios, pode-se diminuir as perdas e os custos da armazenagem e conseqüentemente aumentar o período de armazenagem de grãos.

Alguns trabalhos já foram realizados com o objetivo de modelar matematicamente o resfriamento dos grãos em silos sob aeração.

Em Khatchatourian,(2006), obteve-se dados experimentais de resfriamento de grãos e comparou-se com as simulações de um modelo matemático utilizado para descrever o resfriamento de uma massa de grãos de soja armazenados em um silo sujeito a aeração. O modelo utilizado considerava que a transferência de calor, ou seja, o resfriamento dos grãos ocorria, preferencialmente, através da condução entre os grãos. A variação de temperatura foi analisada, para o caso unidimensional, ao longo do silo (altura), sendo desconsiderada sua variação em outras direções.

Em Miranda,(2005), foram realizados experimentos de resfriamento de grãos de soja, considerando diferentes temperaturas iniciais e velocidades de aeração. O modelo matemático proposto para descrever a dinâmica da temperatura era o modelo do Reator Homogêneo Ideal. A massa de grãos armazenada era dividida em camadas finas, que entravam em equilíbrio térmico com o ar frio de aeração, depois de passado certo tempo. Este modelo foi usado para comparar as dinâmicas de resfriamento para diferentes geometrias, áreas da secção reta constante (cilindro) e variável (tronco de pirâmide).

Também em Enck,(2006), utilizando dados experimentais novos, fez-se um estudo em relação à massa de grãos de soja contida num silo utilizando aeração, porém sujeito as condições de contorno diferentes dos abordados por Menegol,(2005). Para esta situação, foi proposto um modelo matemático capaz de descrever as curvas de resfriamento dessa massa de grãos, levando em consideração as perdas de calor nas laterais do silo e não mais somente ao longo do mesmo. Foi realizada uma comparação entre os dados experimentais e os do modelo matemático (simulação), onde mostrou-se que este modelo não oferecia boa concordância com os dados experimentais apresentados no trabalho.

No decorrer deste trabalho realizou-se experimentos de resfriamento de grãos e procurou-se adaptar os resultados obtidos a um modelo matemático, cujas simulações mostraram uma concordância favorável com as curvas de resfriamento. O objetivo deste trabalho foi desenvolver um modelo matemático que descrevesse a dinâmica de resfriamento da massa de grãos armazenados em silos, sujeitos a aeração, para diferentes velocidades de aeração.

No trabalho de Menegol,(2005), o processo de resfriamento de grãos foi descrito por um modelo matemático unidimensional, assumindo que a transferência de calor ocorria somente por condução. Dividiu-se o processo de resfriamento em duas etapas, caracterizadas por seus respectivos coeficientes de difusividade térmica. A primeira etapa ocorre quando a diferença das temperaturas do grão e do ar é mais significativa e há predominância de transferência de calor entre o ar e o grão de uma mesma camada. Numa segunda etapa, a diferença das temperaturas do grão e do ar diminui e ocorre transferência de calor para as camadas mais altas da coluna de grãos.

Neste trabalho, pretende-se aprofundar os resultados obtidos em Menegol,(2005) e desenvolver um modelo matemático que descreva o processo de transferência de calor na massa de grãos. Estendendo os resultados já obtidos, pretende-se dividir o processo de resfriamento em duas regiões com coeficientes de difusividade térmica característico para

cada uma delas, onde a fronteira entre as regiões varia com o tempo (contorno móvel). Pretende-se resolver a equação do calor para o caso unidimensional com contorno móvel, caso análogo ao Problema de Stefan (Carslaw,1959).

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo será abordada a origem da soja, seu crescimento (enquanto regiões plantadas), mecanismos necessários e utilizados para seu armazenamento com qualidade, visando assim menores perdas, controlando a umidade, seus benefícios quando consumidos diariamente, lugares (silos) onde a produção de grãos de soja é armazenada e a aeração, processo estudado para resfriar a massa de grãos.

2.1 ASPECTOS GERAIS

A soja tem papel de destaque no cenário agrícola brasileiro, deixando de ser uma preocupação somente de quem a produz para gerar discussões e ser foco de pesquisas e estudo nos mais diversos centros tecnológicos e universidades de todo o país. Da mesma forma passou-se a pensar em novos e mais eficientes mecanismos de armazenagem, melhores meios de transportes e adequação dos já existentes, tendo-se em vista um aumento do índice de exportação, como também da produção em outras regiões e não somente nas que já vinham plantando soja.

Com o crescimento da produção de grãos e o avanço de tecnologias para sua conservação já somos o segundo maior produtor de soja. Em 1914, no município de Santa Rosa (região Noroeste do RS), tem-se o primeiro registro de soja no Brasil e somente nos anos 40 a soja passa a adquirir uma importância econômica no RS. Em 1949, o Brasil estava pela primeira vez atuando como produtor de soja em estatísticas internacionais.

A soja é originária do Oriente, onde é explorada há mais de cinco mil anos e é reconhecida como uma das plantas mais antigas já cultivadas. Entre os anos 60 e 70 a soja conseguiu conquistar seu espaço no Sul do Brasil, como uma importante cultura e logo após nos anos de 80 e 90 impôs seu cultivo no cerrado e no Brasil central.

Na região Sul seu avanço se deu devido ao fato do mercado internacional estar em alta, como substituição das gorduras animais por óleos vegetais, facilidades de mecanização da cultura, surgimento de um sistema cooperativo, estabelecimento de agroindústrias, baixo valor da terra, mecanização e facilidade para o uso de máquinas, entre outras razões.

No Mato Grosso, o crescimento de sua produção foi significativo na safra de 1995/96 onde conseguiu assumir a posição de segundo maior produtor. O Rio Grande do Sul, berço da produção, apresenta grandes variações em sua produção em razão das variações climáticas, prejudicando a época da colheita. Devido a isso, a área plantada vem diminuindo e apresentando nas últimas safras o menor índice de produção dos produtores do país. O maior produtor brasileiro é considerado o Paraná que, a partir dos anos 90, teve um crescimento em sua produção como também na área plantada.

2.2 A SOJA NA NUTRIÇÃO HUMANA

Leguminosas, mais especificamente a soja, são um aliado do ser humano devido aos benefícios que seu consumo diário representa. Sua composição conta com dois componentes que agem diminuindo riscos de doenças que são a proteína e componentes ativos conhecidos como isoflavonas. Os estudos mostram as vantagens de seu consumo, mas ainda está longe da mesa dos brasileiros nas medidas recomendadas.

Sua proteína participa como incremento funcional ou como um dos principais nutrientes de alimentos comerciais. Na farinha de soja temos 40% de proteína, ela é usada na produção de farelo para animais, tendo na região noroeste do RS o maior destaque nesta atividade. O farelo é o mais consumido no mundo, com uma participação de 62% do consumo mundial. Seu consumo se dá principalmente no arração de animais, seja para a produção de carne, leite e ovos ou para animais de competição e estimação.

É considerado o produto vegetal de maior concentração protéica e o principal produto de exportação. O consumo brasileiro de farelo de soja teve acréscimo médio, nos últimos 10 anos, de 6% a.a. e está relacionado com o crescimento da produção de frango e suínos, sendo responsável pelo consumo de 67% e 30%, respectivamente. O óleo de soja teve também um crescimento interno, nos últimos 10 anos, a uma taxa de 3,4% a.a., e a tendência é de que este nível não seja ultrapassado, em virtude do crescente consumo de forma significativa de óleos de canola, girassol e palma. A canola e o girassol competem com o óleo de soja no consumo doméstico, já o de palma (óleo de dendê), na área industrial.

Ainda em seu estágio verde, as leguminosas podem ser consumidas na alimentação humana, podendo apresentar considerada aceitabilidade, devido ao sabor suave, textura macia e coloração verde. São ainda fontes de minerais, principalmente cálcio, fósforo

e ferro, devido a sua cor apresentam quantidades satisfatórias de vitaminas A, C, tiamina e riboflavina.

2.3 ARMAZENAMENTO DE GRÃOS EM SILOS

No início desta década a estimação dos locais de armazenagem no Brasil para a soja que era colhida nas diversas regiões não era apropriada, uma vez que o crescimento da produção se dava de maneira muito rápida e os locais próprios para fazer sua armazenagem não cresciam na mesma proporção. A armazenagem em silos (sua principal função) é uma atividade importante uma vez que pode conservar as características do produto limpo e seco, não alterando sua qualidade, desde sua entrada na unidade armazenadora até sua saída no momento da venda.

Os silos podem ser metálicos ou de concreto. Na maioria dos casos encontram-se localizados em áreas urbanas levando em consideração as temperaturas das regiões onde serão instalados para assim minimizar perdas. Existem formas variadas de silos podendo ser: vertical, vertical de fundo plano, vertical de fundo cônico elevado, horizontais.

Mesmo o produto estando armazenado de forma adequada podem ocorrer perdas quantitativas e da mesma forma perdas em relação a sua qualidade causada principalmente por ataque de insetos, isto no momento em que são comercializados. Segundo Weber,(2005), as perdas por ataques de pragas chegam a 10%. Por estes índices, que se mantêm ao longo dos anos, é que deve-se repensar as maneiras de reduzir perdas para níveis mais aceitáveis, sendo importante para isso que ocorram mudanças nas unidades armazenadoras.

Se as pessoas que trabalham com essas unidades estiverem por dentro de seu funcionamento, pode-se ter um maior cuidado no controle da entrada de insetos e sua possível permanência no mesmo.

2.3.1 ARMAZENAGEM

Quando pensa-se em armazenar um produto tem-se que ter em mente que o principal organismo a ser levado em consideração é o próprio produto. Sendo assim, após a

colheita os grãos devem ser conservados em locais que apresentem condições favoráveis para garantir que todas as propriedades do produto sejam mantidas, independentes do tempo no qual ficaram armazenados. E este é o problema, pois a grande maioria dos produtores, por não ter locais próprios para armazenar sua produção, acaba perdendo parte dela devido às precárias instalações armazenadoras. Os lugares mais adequados para que sejam armazenados os grãos devem ser em silos de alvenaria, concreto ou ainda metálico, onde a massa de grãos é separada por setores.

Segundo Brooker,(1982) citado por Savicki,(2001) as perdas dos grãos vão desde o amadurecimento até o seu consumo, variam para diferentes grãos, condições climáticas e geográficas. As principais fontes de perdas na qualidade e quantidade de grãos durante o armazenamento são fungos, insetos e grãos de baixa qualidade. Assim, pode-se entender perdas por qualquer prejuízo que possa ocorrer no grão como: perda física, qualidade, nutricional e como consequência a perda comercial.

As perdas (prejuízo sofrido pelo grão) físicas estão relacionadas com a perda de peso através do ataque de insetos e pela perda de umidade, e em relação à qualidade tem-se o aparecimento de fungos que causam a fermentação acarretando mudanças quanto ao cheiro, gosto e reduzindo seu valor nutritivo. Tanto as perdas físicas como as de qualidade estão associadas ao tempo de permanência nos estoques e às condições de armazenamento dos mesmos. Aquecimento dos grãos, aparecimento de insetos, proliferação de fungos, diminuição de peso, são mais alguns fatores que acarretam perdas para os grãos.

Segundo Toniazzi,(1997) citado por Savicki,(2001) mesmo não descuidando do teor de umidade dos grãos, aos colocá-los nos silos tem-se que ter cuidado com os desníveis de umidade que possam ser detectados posteriormente. Os grãos mais próximos das paredes e superfície sofrem influência do ambiente externo e se diferem das camadas mais centrais.

A umidade passa a ser um grande ou o maior causador de perdas sofridas pelos grãos, pois pode causar danos em grãos estocados, uma vez que está diretamente relacionada com a temperatura, com o teor de umidade do grão e com a umidade do ar atmosférico. Ela favorece a atividade de fungos e insetos, podendo estabelecer um aumento da respiração dos grãos através da multiplicação e crescimento dos focos de aquecimento.

2.3.2 ARMAZENAMENTO DE GRÃOS A GRANEL

Para que se possa ter uma boa resposta quanto à armazenagem utilizada tem-se a necessidade de proceder de maneira correta quanto à limpeza e secagem dos grãos, aeração e controle de pragas.

Os silos a granel são construídos com chapas metálicas ou de concreto que devem ser bem vedadas permitindo assim que se tenha um maior controle de insetos, através do método de fumigação [aplicação de um produto na forma de gás, cuja vantagem é a dispersão rápida sem deixar resíduos], utilizando gases tóxicos, como a fosfina, sem esquecer que é necessário possuir um sistema de termometria e aeração. Além disso, contam com baixa utilização de mão-de-obra, longa durabilidade e suas construções são geralmente em formato cilíndrico, utilizando sistema de aeração. Apresentam algumas vantagens como: o produto precisa de menor tempo de manipulação; não precisa ensacar; economia na mão-de-obra e grande velocidade de operação.



Figura 1: Silos de concreto



Figura 2: Silos metálicos

Fonte: Embrapa (www.cnpms.embrapa.br/publicacoes/sorgo)

Existem também os silos graneleiros horizontais que apresentam grande dimensão de base, porém pouca altura. Possuem sistema de aeração e termometria, mas não são vedados de maneira adequada para que se possa realizar o método de fumigação, não permitindo o uso de nenhum gás para combater insetos. Neste tipo de silo, as pragas devem ser combatidas de outra forma, aplicando inseticida sobre os grãos na correia transportadora. Os produtos estocados podem permanecer por longos períodos de tempo usando a aeração. Este tipo de silo é o mais usado atualmente na armazenagem, pois a sua tecnologia faz com que se tenha uma boa qualidade no armazenamento.



Figura 3: Graneleiro tipo horizontal

Fonte: Embrapa (www.cnpms.embrapa.br/publicacoes/sorgo)

2.3.3 CARACTERÍSTICAS DOS GRÃOS ARMAZENADOS

Leguminosas, especificamente a soja, são colhidas geralmente quando seus grãos atingem o conteúdo máximo de matéria seca. Quando chegam da lavoura apresentam um teor de impurezas acima daquele adequado para que possa ocorrer seu armazenamento. A massa de grãos armazenada é constituída de um sistema físico, biológico e químico, sendo os principais causadores de possíveis deteriorações que possam vir a ocorrer na massa de grãos. O fator de maior influência na reprodução e distribuição de insetos e fungos é a temperatura. Estabelecendo uma redução de temperatura da massa de grãos pode-se encontrar uma velocidade limite para os processos de deterioração e assim inibir a atividade biológica.

A massa de grãos nada mais é do que uma formação de massa porosa, surgindo da junção de grãos e espaços intergranulares. Estes espaços continuam existindo enquanto armazenados nos silos e são os responsáveis pela passagem do ar da aeração. Se conhecermos

a temperatura e o teor de umidade dos grãos, podemos garantir a longevidade durante o tempo de estocagem.

O processo respiratório é outro fator importante relacionado à massa de grãos. É um processo no qual é produzido calor, água e dióxido de carbono. A presença de água serve como um indicador para a atividade biológica do grão e de microorganismos que possa vir a atacá-lo. Os grãos, assim como as plantas em geral, pelo fato de respirarem, liberam gás carbônico (CO_2), água (H_2O) e também energia na forma de calor. Quanto mais úmido, mais calor é liberado, fazendo com que o grão se aqueça. Isto prejudica todo o armazenamento, pois acima de uma determinada umidade, acelera-se o processo respiratório e aumenta a temperatura comprometendo a conservação Weber,(1995). Para que se consiga saber ao certo os riscos da deterioração que o grão possa vir a sofrer, deve-se analisar a atividade da água em conjunto com a temperatura Pereira,(1995) citado por Savicki,(2001).

O calor tem a capacidade de se propagar de três maneiras distintas:

a) Condução: na transferência de calor através da condução o grão tem seu calor propagado por contato dos grãos entre si, mas como a área de contato entre eles é pequena devido à porosidade dos grãos esse processo torna-se complexo e lento, isso tudo ocorrendo dentro da massa de grãos.

b) Convecção: a transferência de calor por convecção se dá através das correntes convectivas, onde o ar frio é aquecido junto a uma fonte de calor, fazendo com que ela suba. Esse processo de transferência ocorre na vertical, sempre debaixo para cima. Essas correntes convectivas devido aos gradientes de temperatura transferem umidade de uma parte para outra do silo.

c) Irradiação: ou radiação, são ondas eletromagnéticas que se propagam sem que se precise de um meio material para ocorrer à transferência. Dentro dos silos temos uma quantidade quase que insignificante do calor que se transfere desta maneira, sendo desconsiderado em estudos de transferência de calor.

Os grãos alcançam sua maturidade fisiológica (momento em que possuem metade da matéria seca) em níveis de umidade que impedem a colheita mecânica, além de não permitir armazenamento seguro. Na maioria dos grãos, este nível de umidade está acima de 30% Savicki,(2001) citado por Enk,(2006). As máquinas utilizadas pelos produtores em sua maioria, não são adequadas para realizar a colheita quando os grãos se encontram com sua umidade elevada. Em relação a isso é que deve-se esperar até que os grãos encontrem-se mais

secos, já acarretando perdas. Em algumas regiões, os grãos são colhidos com teor de umidade menor de 17% e seu armazenamento pode ocorrer diretamente no silo contanto que se tenha um eficiente sistema de aeração.

No inverno, o ar frio entre os grãos junto às paredes do silo desce e no centro, local onde o ar se encontra mais quente, a frente de calor, ar e a umidade sobe localizando-se no alto do silo. Para este caso, tem-se que resfriar a massa de grãos através da aeração de manutenção. No verão, ao contrário do que ocorre no inverno, o ar intergranular junto às paredes aquece e sobe sendo que o ar mais frio no silo, desce carregando calor, umidade, fungos, insetos e poderá se dar intenso aquecimento dos grãos (deterioração), neste caso deverá ser utilizado a aeração de manutenção.

Tabela 1: Tabela que permite determinar a umidade de equilíbrio higroscópico da soja em várias situações de umidades e temperatura do ar e do grão.

Teor de umidade e equilíbrio da Soja													
Temperatura (°C) ar	Umidade relativa bu (%)												
	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
16	5,8	6,6	7,5	8,3	9,2	10,0	10,9	11,9	12,9	14,1	15,4	17,0	19,1
18	5,7	6,5	7,4	8,2	9,1	9,9	10,8	11,8	12,8	14,0	15,3	16,9	19,0
20	5,6	6,4	7,3	8,1	9,0	9,8	10,7	11,7	12,8	13,9	15,2	16,9	19,0
22	5,4	6,3	7,2	8,0	8,9	9,7	10,7	11,6	12,7	13,8	15,2	16,8	18,9
24	5,3	6,2	7,1	7,9	8,8	9,6	10,6	11,5	12,6	13,7	15,1	16,7	18,8
26	5,2	6,1	7,0	7,8	8,7	9,6	10,5	11,4	12,5	13,7	15,0	16,6	18,7
28	5,1	6,0	6,9	7,7	8,6	9,5	10,4	11,3	12,4	13,6	14,9	16,5	18,6
30	5,0	5,9	6,8	7,6	8,5	9,4	10,3	11,3	12,3	13,5	14,8	16,5	18,6
32	4,9	5,8	6,7	7,5	8,4	9,3	10,2	11,2	12,2	13,4	14,8	16,4	18,5

Se conhecermos as propriedades térmicas da massa de grãos poderemos falar sobre a taxa de secagem, distribuição de temperatura dos grãos úmidos sujeitos a secagem, aquecimento/resfriamento também dos mecanismos de transferência de calor.

As condições térmicas dos grãos como condutividade e difusividade térmica estão diretamente ligadas às características dos grãos sendo elas: natureza do produto, variedade, teor de umidade e também temperatura. Cada massa de grão, metal, líquido ou mesmo o ar,

possui a sua própria condutividade térmica, quem vem a ser a facilidade (ou dificuldade) que uma substância tem em transmitir calor.

2.3.4 UMIDADE E TEMPERATURA DA ARMAZENAGEM

Os grãos vindos da lavoura devem passar por máquinas de limpeza para a redução das impurezas, secadores para deixá-los num percentual de umidade adequada para seu armazenamento, podendo assim garantir uma qualidade boa do produto em períodos pequenos, médios ou longos.

Durante o processo de armazenagem a umidade do produto deve ser mantida em torno de 14,6 % e sua temperatura deve ser 39°C. Além disto, tem-se que ter um controle muito rígido da temperatura e da umidade da massa de grãos, pelo processo de aeração, que dá uma adequação desses níveis.

Os grãos têm um poder de se auto-aquecer e a termometria através da aeração é o recurso utilizado para fazer frente a esse processo natural. Com o aumento do calor e da umidade, haveria maior perda da massa seca, provocando a descoloração e a queima biológica, tornando os grãos enegrecidos, causando assim uma desvalorização do produto.

2.4 SILOS

a) Sem Tratamento e Sem Aeração: tem seu uso limitado, não podem armazenar por períodos prolongados. Pode chegar a causar prejuízos de 2 % no peso final do produto.

b) Com Aeração e Sem Termometria: o silo possui a solução, mas lhe falta o monitoramento que diz quando a aeração se torna necessária. Neste caso, o monitoramento deverá ser feito de forma manual através de descarga de amostra utilizando registros do fundo do silo.

c) Com Aeração e Com Termometria: nos dias de hoje não existem mais unidades armazenadoras onde não se encontram termometria, já que é através dela que se indica a elevação de temperatura e a localização das fontes de calor.

Em caso de graneleiros a aeração será feita por partes, serão abertos canais de aeração na região onde se encontrar o foco de calor. A aeração de manutenção se faz com ar a

uma temperatura de 6°C abaixo da temperatura média da massa de grãos, para que a aeração se torne mais eficaz. A umidade também deve ser levada em consideração para que não ocorra risco de secar os grãos que já estão secos enquanto estão sendo resfriados.

2.5 AERAÇÃO

A aeração é um processo de resfriamento caracterizado pela passagem forçada de ar ambiente que tem como finalidade manter a massa de grãos armazenada com temperatura adequada e homogênea e diminuir a temperatura da mesma quando preciso para que assim, se consiga obter um maior tempo de armazenagem segura. Também garante uma boa conservação dos grãos sem perda de massa seca, retirando a umidade e o calor em excesso garantindo condições seguras por períodos longos.

É o processo de controle mais difundido e utilizado na preservação da qualidade dos grãos e tem como objetivo: resfriar os grãos armazenados a temperatura ambiente evitando assim processos de deterioração; manter os grãos a uma temperatura constante prevenindo a migração de umidade para algumas regiões do silo que podem causar o aumento de microorganismos e fungo; remover odores dos grãos e, além disto, servir como meio para a aplicação de fumigantes. A aeração se dá das mais variadas formas, e existem três tipos que são utilizados em silos metálicos, de concreto ou graneleiros horizontais:

1) AERAÇÃO DE MANUTENÇÃO: pode ser chamada também de corretiva e visa garantir a qualidade dos grãos armazenados em silos. Os grãos são armazenados secos, frios e limpos e a aeração terá como finalidade evitar que haja aquecimento, fazendo com que na menor elevação de temperatura, os ventiladores sejam acionados para manter a massa de grãos fria.

2) AERAÇÃO DE RESFRIAMENTO: leva em consideração os grãos recebidos para armazenagem já limpos, secos, mas quentes e a aeração terá a função de, através de um fluxo de ar, resfriar os grãos sem riscos de perda.

3) AERAÇÃO DE SECAGEM: é a mais crítica de todas, exige maior vazão do ar por volume de grãos, o silo terá um fundo falso totalmente perfurado, necessitando assim de mais potência no motor do ventilador.

A aeração por insuflação é a mais utilizada. O ar entra na massa de grãos pela parte inferior do silo através de canais de fundo falso e sobe pelos respiros ou outros espaços existentes dentro do silo onde se encontram os grãos quentes e úmidos. Em caso da aeração de manutenção em silos com termometria, onde os focos de calor estão na parte alta da massa de grãos, da metade para cima, a insuflação é o sistema de aeração recomendado.

A aeração de aspiração é utilizada quando se verificam focos de calor do meio do silo para baixo e o ar frio da aeração entra pela parte superior, pelos respiros e também pela porta do telhado quando aberta, sua trajetória será de cima para baixo, sendo aspirado pelo ventilador.

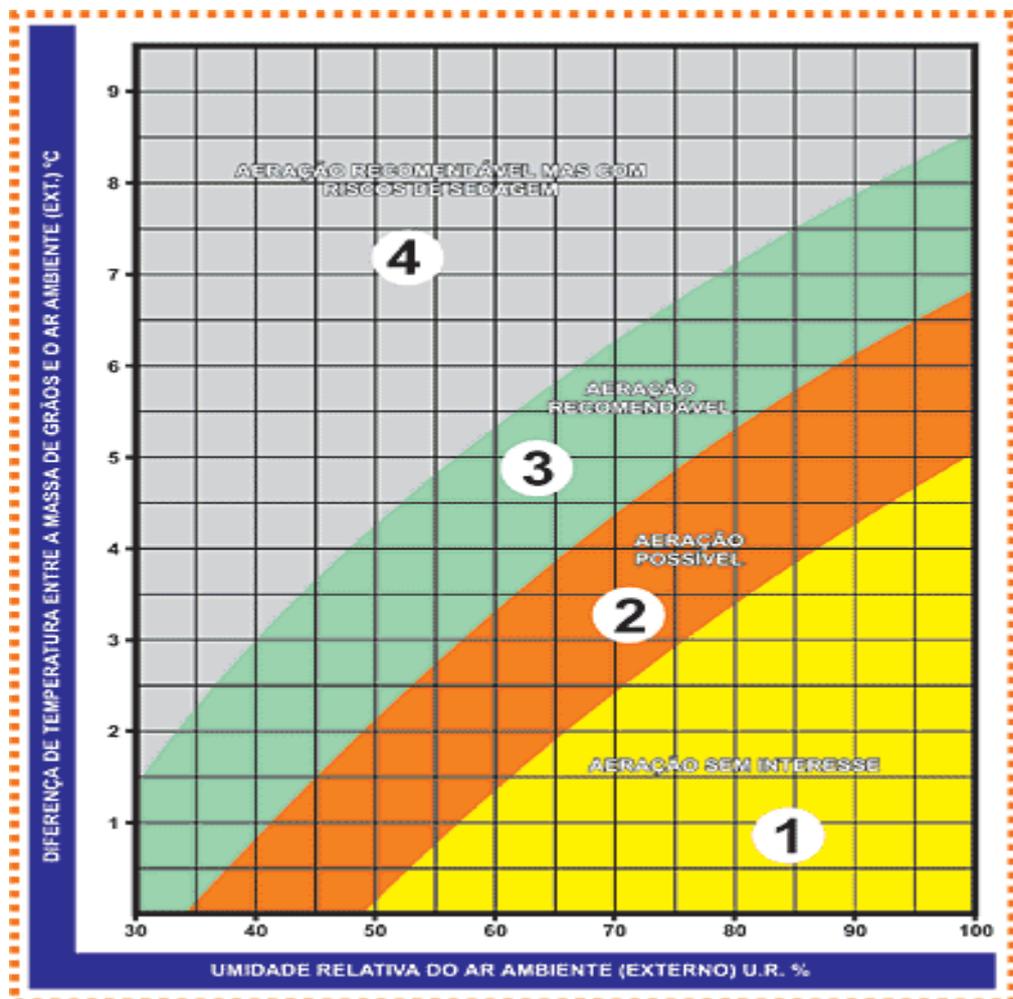


Figura 4: Gráfico da diferença de temperatura do ar ambiente pela umidade relativa do ar ambiente.

Se a aeração possuir uma velocidade lenta, seu efeito será lento e ineficaz, se for muito elevado corre-se o risco de ter a formação de canais por onde circulará ar sem que o resfriamento ocorra de forma igual em toda a massa de grãos. O ar que entrar pelo ventilador da aeração deverá ter temperatura e umidade adequada ao tipo de aeração que estará sendo feita (manutenção, resfriamento ou secagem) para que gere um fluxo total capaz de atingir os objetivos previstos.

Um sistema de aeração é composto por um ventilador que movimenta o ar através da massa de grãos, perfurações para possibilitar a passagem do ar e tubos que servem de conexão entre o ventilador e as perfurações. O fluxo de ar que sai do ventilador para o silo pode variar de uma região para outra, os ventiladores podem ser centrífugos ou axiais. Para Puzzi,(1977) os ventiladores centrífugos são mais eficientes quando precisa-se de mais pressão.

3 DESCRIÇÃO DO EQUIPAMENTO E EXPERIMENTOS

Através de experimentos feitos no Laboratório de Modelagem Matemática utilizando grãos de soja, foi possível analisar como ocorre o resfriamento na massa de grãos para as seguintes posições: 0,15m, 0,27m, 0,40m e 0,53m, nas quais estão localizados termopares que nos mostra as curvas de resfriamento.

3.1 ESTUDOS EXPERIMENTAIS

Os estudos experimentais foram realizados no Laboratório de Medidas Físicas e Modelagem Matemática da Unijuí, com grãos de soja adquiridos na Cotrijuí, já limpos e secos, com teor de umidade em torno de 12 %.

Para que fosse possível analisar o resfriamento de uma massa de grãos no interior de um silo com auxílio do sistema de aeração, foi necessário construir uma bancada que fornecesse dados muito próximos de um silo real que utilize sistema de aeração.

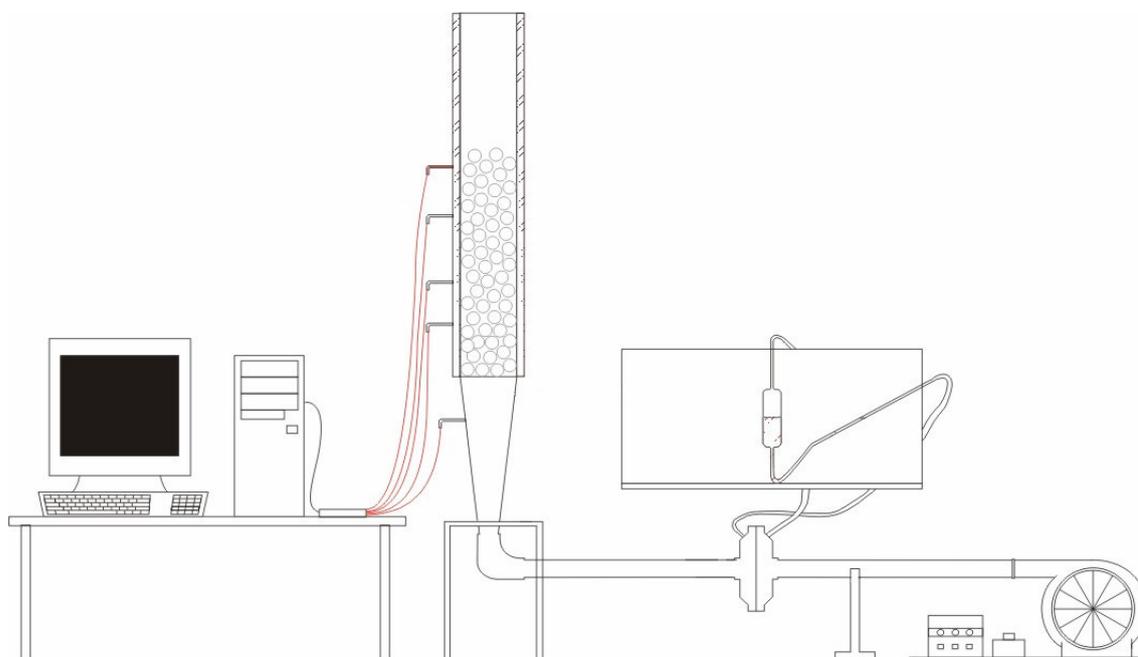


Figura 5: Esquema do equipamento construído para estudar o resfriamento de grãos de soja com isolamento térmico nas laterais.

O equipamento construído é composto por:

1) Ventilador Centrífugo – é utilizado pelo sistema de aeração, por onde entra o ar a (T_a) temperatura ambiente. É composto por um motor elétrico, com $3/4 Hp$ e rotação de $3450rpm$, para fazer com que o ar passe por uma tubulação de $50mm$ de diâmetro, onde também se encontra um inversor de frequência que controla sua velocidade.

2) Placa de orifício – é acoplada a um manômetro (tubo em U com inclinação de 30°) que mede a pressão Δp_1 . Com os valores medidos pode-se calcular a vazão (Q) do ar que atravessa a placa de orifício e conseqüentemente a velocidade de entrada do ar (v), através da expressão:

$$Q = CA_0 \sqrt{\frac{2\Delta p_1}{\rho}} \quad (3.1)$$

onde A_0 ($0,001017m^2$) é a área da placa de orifício, Δp_1 é a variação da pressão medida pelo manômetro, ρ ($1,1614kg/m^3$) é a massa específica do fluido e C ($0,72$) é o coeficiente da placa de orifício.

3) Na placa é possível fazer a medição de quanto à pressão Δp_1 varia quando muda-se a frequência de rotação do motor.

A vazão de um fluido (Q) em escoamento num tubo é obtido por:

$$Q = vA \quad (3.2)$$

onde v é a velocidade de escoamento deste fluido (m/s) e A é a área da secção reta do tubo (m^2). Considerando que a vazão é a mesma ao longo do tubo experimental, independente a posição escolhida, tem-se:

$$Q_1 = Q_2 \quad (3.3)$$

onde Q_1 é a vazão do tubo onde foi colocado a placa de orifício em (m^3/s) (tubo com 50mm de diâmetro) e Q_2 é a vazão do tubo no qual estão sendo realizados os experimentos e onde foi colocada a massa de grãos (tubo com 150mm de diâmetro). Então:

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 \quad (3.4)$$

onde v_1 é a velocidade do ar na entrada da tubulação, A_1 ($0,0018m^2$) é a área da seção reta da tubulação, v_2 é a velocidade do ar, A_2 é a área da seção reta do tubo onde serão feitos os experimentos.

Portanto:

$$v_2 = \frac{v_1 A_1}{A_2} \quad (3.5)$$

Os valores de A_1 , A_2 e v_1 sendo conhecidos, pode-se medir v_1 através da placa de orifício e desta forma tem-se condições suficientes para encontrar o valor de v_2 para diferentes valores de frequência do motor.

4) Para simular um silo utilizou-se um tubo de PVC de 150mm de diâmetro, isolado termicamente nas laterais, onde foram colocados termopares ao longo da massa de grãos. Os termopares foram introduzidos em quatro alturas diferentes e os mesmos estavam ligados a um processador de dados.

5) As informações sobre a variação da temperatura, foram obtidas através de termopares modelo MTK – Tipo K – Universal, e foram arquivados eletronicamente com o auxílio de uma placa de aquisição de dados analógico/digital (placa A/D do tipo LR 7018, 16 bits, 8 canais de leitura de dados).

3.2 DESCRIÇÃO DOS EXPERIMENTOS

Para dar início a descrição do resfriamento da massa de grãos (transferência de calor) que ocorre no interior dos silos em relação ao ambiente, aqueceu-se numa estufa de

maneira uniforme os grãos de soja. Os grãos foram colocados em sacos, os quais eram mexidos de hora em hora trocando suas posições na própria estufa, permanecendo lá até atingirem uma homogeneidade na sua temperatura. Após, estes foram colocados no tubo de PVC com isolamento; o qual foi utilizado por permitir que se realize uma boa coleta de dados, tanto para altas quanto para baixas vazões; preenchendo-o com grãos a uma altura de $0,60m$ e em seguida ligando o sistema de aeração com uma velocidade já conhecida.

Termopares foram distribuídos ao longo da altura do tubo ($0.15m$, $0.27m$, $0.40m$ e $0.54m$), e foram conectados a uma placa que nos forneceu os dados das respectivas temperaturas para cada termopar.

3.2.1 RESFRIAMENTO DA MASSA DE GRÃOS.

Pela análise dos resultados de experimentos já realizados anteriormente, neste trabalho não foi levado em consideração à diferença das temperaturas do interior do grão e de fora dele (temperatura uniforme), durante o processo de resfriamento, por esta não ser significativa. (Menegol,2005) Os termopares foram distribuídos para as alturas de $y = 0,15m$, $y = 0,27m$, $y = 0,40m$, $y = 0,54m$ na coluna de grãos.

Nestes experimentos, houve a variação da velocidade do ar de aeração v^2 , da temperatura ambiente e da temperatura inicial da massa de grãos e os seguintes resultados foram obtidos:

$$v_2 = 0,23 m/s, T_a = 33^\circ C .$$

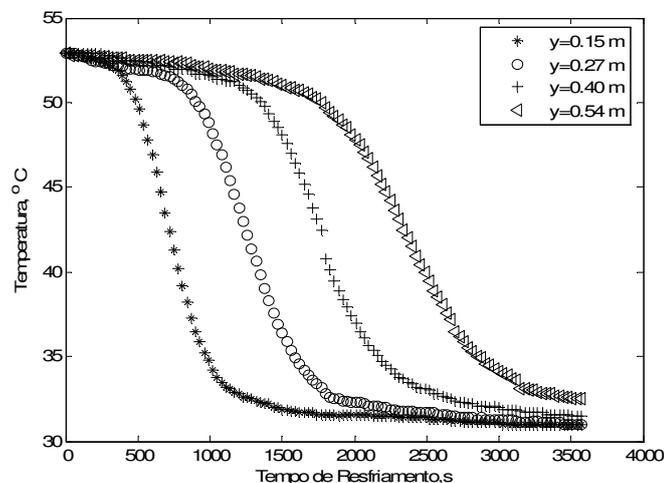


Figura 6: Temperatura da massa de grãos em função do tempo, para diferentes alturas da coluna de grãos e $v_2 = 0,23 m/s$, dados experimentais.

$$v_2 = 0,41 \text{ m/s}, T_a = 31^\circ \text{C}$$

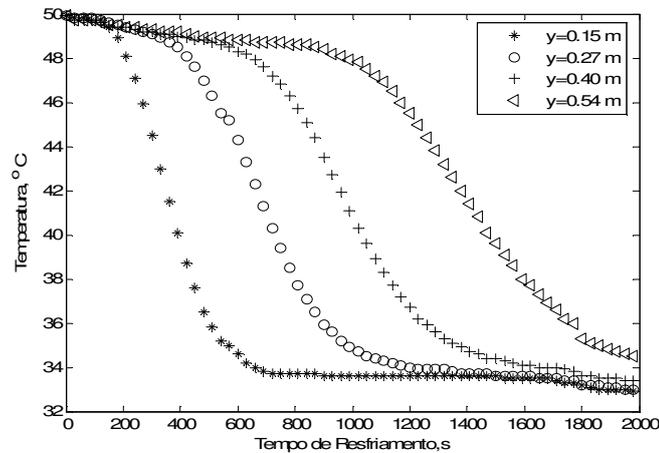


Figura 7: Temperatura da massa de grãos em função do tempo, para diferentes alturas da coluna de grãos e $v_2 = 0,41 \text{ m/s}$, dados experimentais.

$$v_2 = 0,53 \text{ m/s}, T_a = 34^\circ \text{C}$$

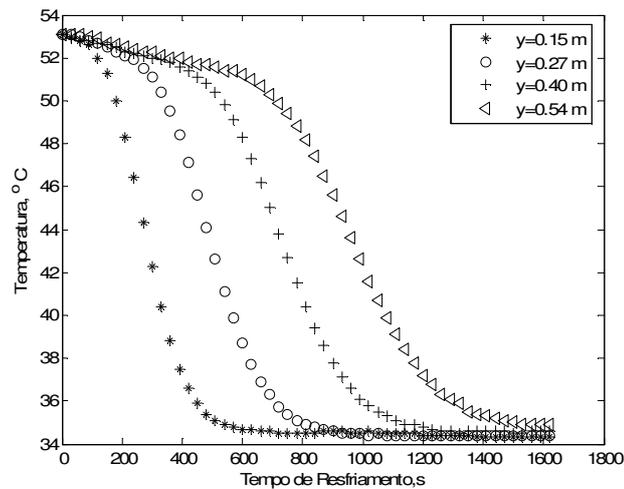


Figura 8: Temperatura da massa de grãos em função do tempo, para diferentes alturas da coluna de grãos e $v_2 = 0,53 \text{ m/s}$, dados experimentais.

De acordo com os resultados experimentais obtidos (figuras 6, 7 e 8) pode-se observar que o processo de resfriamento para os pontos mais próximos da entrada do ar ocorre mais rápido. Já nos locais mais distantes da entrada de ar, o processo de resfriamento acontece de maneira lenta, tendo uma considerável aceleração e ocorrendo após um determinado tempo. O resfriamento lento das camadas posteriores acontece, pois o ar retira calor do grão dos pontos anteriores e reduz a capacidade de resfriamento dos pontos mais distantes.

Conforme isto ocorre há uma aceleração do resfriamento das camadas mais distantes por aumentar a capacidade do ar de resfriar estes grãos.

Pela análise dos dados experimentais, pode-se notar a existência de uma frente de resfriamento, que indica que a temperatura dos grãos é menor na base do coluna de grãos em relação ao topo e varia no decorrer do tempo, onde a velocidade da frente de resfriamento muda conforme se desenvolve o processo.

Nos instantes iniciais do processo de resfriamento, as curvas apresentadas nas figuras 6, 7 e 8 mostram que a temperatura da massa de grãos praticamente não varia para as camadas mais distantes da fonte de ar (formação de um platô) significando uma velocidade de resfriamento pequena (para estas camadas). Depois de passado um intervalo de tempo e atingida uma determinada temperatura (constante para todas as camadas), a velocidade de resfriamento aumenta rapidamente acelerando o processo de resfriamento da massa de grãos.

Pela análise das curvas de resfriamento apresentadas nas figuras acima também, pode-se observar que a temperatura de transição do processo e a velocidade de resfriamento variam conforme a velocidade do ar de aeração ($v_2 = 0,23\text{ m/s}$, $v_2 = 0,41\text{ m/s}$, $v_2 = 0,53\text{ m/s}$).

Isto sugere a possibilidade de descrever o processo de resfriamento da massa de grãos a partir de modelos matemáticos onde a transferência de calor ocorra, preferencialmente por condução e sejam utilizados coeficientes de difusividade térmica para caracterizar as regiões de resfriamento da massa de grãos.

Pode-se observar também que a frente de resfriamento move-se com o passar do tempo, para as camadas de grãos mais distantes da fonte de ar, sugerindo a possibilidade de utilizar modelos matemáticos com fronteira móvel, tipo Problema de Stefan (Sisson,1998).

4 MODELOS MATEMÁTICOS

No presente capítulo pretende-se mostrar a dinâmica de resfriamento de uma massa de grãos de soja armazenada em silos sujeita a aeração utilizando inicialmente o Problema de Stefan. Adaptando o Problema de Stefan as curvas de resfriamento obtidas através dos dados experimentais, não consegue-se uma boa concordância entre os dados experimentais e os dados de simulação do modelo. Devido a isso surge a necessidade de um novo modelo que possa satisfazer os dados experimentais obtidos através da leitura dos termopares. Assim passa-se a utilizar um modelo matemático intermediário com contorno móvel ainda levando em consideração algumas suposições do Problema de Stefan, onde consegue-se ter uma boa concordância entre dados experimentais e simulação numérica.

4.1 PROBLEMA DE STEFAN

A mudança de fase ocorre em muitos problemas práticos, incluindo o congelamento e o degelo de alimentos e solos, na fabricação de gelo e na solidificação, fundição e soldagem de metais.

No final do século 19, J. Stefan formulou o problema para encontrar a distribuição da temperatura num sólido, resolvendo a equação do calor com contorno móvel. Particularmente nos últimos 30 anos, este problema foi estendido para incluir fenômenos mais complexos como por exemplo, a solidificação de sistemas ligados a derretimento devido à irradiação do laser.

Uma mudança de fase envolve transferência de calor. Para que a mudança ocorra de uma fase para outra, deve haver absorção ou emissão de calor latente (que caracteriza a mudança de fase), ocorrendo em alguma temperatura onde a estabilidade de uma fase é quebrada em favor da outra de acordo com a energia disponível. Para o Problema de Stefan, a região de mudança de fase onde a fase sólida e líquida coexiste é chamada de interface.

O Problema de Stefan propõe calcular a distribuição de temperatura de duas fases distintas através da equação do calor onde, como condição de contorno do problema tem-se que, na interface, as temperaturas das duas fases sejam as mesmas, sendo que a posição da interface varia com o tempo (contorno móvel).

Para resolver este problema algumas suposições são feitas: 1) a transferência de calor ocorre somente por condução; 2) o calor latente é constante (liberado ou absorvido) e a temperatura na mudança de fase (T_s) é considerada fixa.

Para aplicar o Problema de Stefan neste trabalho, considerando o resfriamento de grãos e calcular as temperaturas das camadas de grãos durante o resfriamento por aeração é necessário dividir a massa de grãos armazenados em duas regiões separadas por uma fronteira móvel $S(t)$, cuja velocidade depende da velocidade do ar de aeração. Cada uma das regiões é caracterizada por um coeficiente de difusividade térmica constante (α), conforme figura 9.

No desenho esquemático apresentado na figura abaixo que se propõe a resolver neste trabalho.

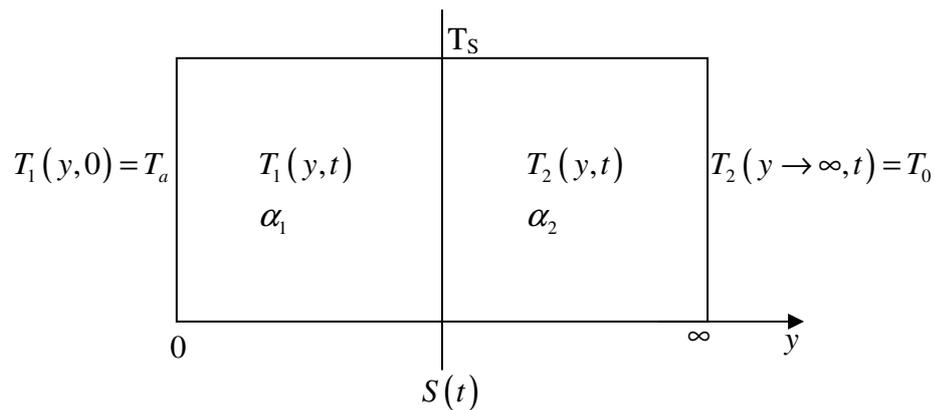


Figura 9: Esquema do Problema Matemático

Para o caso analisado neste trabalho, a região 1 da massa de grãos tem sua temperatura calculada a partir da equação do calor para o caso unidimensional para $0 < y < S(t)$ com $t > 0$, onde a temperatura T_s já foi atingida.

Para a região 1, a distribuição de temperatura é calculada a partir da equação do calor, dada por:

$$\rho c_s \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left(k_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} \right) \quad (4.1)$$

onde:

ρ é a densidade do grão;

c_g é o calor específico do grão;

t é o tempo;

y é a posição na coluna de grão;

T_1 é a temperatura na região 1;

k_1 é o coeficiente de condutividade térmica da massa de grãos na região 1;

$S(t)$ é a posição da fronteira 1, que se move no tempo (contorno móvel);

Para descrever o processo de resfriamento na região onde a temperatura T_s ainda não foi atingida utiliza-se a equação do calor, caso unidimensional, para $S(t) < y < \infty$. (região 2).

$$\rho c_g \frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left(k_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} \right) \quad (4.2)$$

onde:

T_2 é a temperatura na região 2;

k_2 é o coeficiente de condutividade térmica da massa de grãos na região 2.

Para este caso, a temperatura na fronteira móvel (T_s) é constante dada por:

$$T_1(S(t), t) = T_2(S(t), t) = T_s \quad (4.3)$$

Para o Problema de Stefan, a condição de transferência de calor na fronteira com mudança de fase é indicada abaixo, onde L é o calor latente de mudança de fase.

$$k_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} - k_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} = \rho L \frac{dS(t)}{dt} \quad (4.4)$$

Para o caso do processo de resfriamento da massa de grãos não há mudança de fase envolvida, apenas uma modificação na velocidade de resfriamento, caracterizado pela presença de dois coeficientes de difusividade térmica dados por:

$$\alpha_1 = \frac{k_1}{\rho c_g} \text{ e } \alpha_2 = \frac{k_2}{\rho c_g} \quad (4.5)$$

Para este caso, $L = 0$ na equação (4.4), então tem-se a condição na fronteira $S(t)$;

$$\alpha_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} = \alpha_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} \quad (4.6)$$

Escrevendo as equações para cada região tem-se, para a região 1 o seguinte problema a ser resolvido:

$$\rho c_g \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left(k_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} \right) \quad (4.7)$$

Com as seguintes condições de contorno:

$$T_1(0, t) = T_a < T_s \quad (4.8)$$

$$T_1(S(t), t) = T_s \quad (4.9)$$

Considerando a seguinte condição inicial:

$$T_1(y, 0) = T_0, S(0) = 0 \quad (4.10)$$

onde T_0 é a temperatura inicial dos grãos.

Para simplificar os cálculos fez-se uma mudança de variável:

$$x = \frac{y}{\sqrt{t}} \quad (4.11)$$

Para que a solução satisfaça as condições de contorno em todos os instantes, a localização da fronteira móvel deve ser dada por: [Sisson]

$$S(t) = A\sqrt{t} \quad (4.12)$$

onde A é uma constante a ser determinada e pode ser substituída por:

$$A = 2\lambda_1\sqrt{\alpha_1} \quad (4.13)$$

considerando λ_1 como uma constante de proporcionalidade.

A solução para a equação diferencial parcial (4.1) é conhecida e tem a seguinte forma : [Sisson]

$$T_1(x) = B\sqrt{\pi\alpha_1} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha_1}}\right) + C \quad (4.14)$$

onde B e C são constantes arbitrárias e $\operatorname{erf}(x)$ é a função erro, definida por:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-z^2} dz \quad (4.15)$$

Substituindo a condição de fronteira, equação (4.8), na solução, encontra-se o valor de C, sabendo que $erf(0) = 0$:

$$C = T_a \quad (4.16)$$

Substituindo a segunda condição de fronteira (4.9) na equação (4.14) é possível calcular o valor do coeficiente B:

$$T_1(S(t), t) = T_s = B\sqrt{\pi\alpha_1} erf\left(\frac{S(t)}{2\sqrt{t}\sqrt{\alpha_1}}\right) + T_a \quad (4.17)$$

Substituindo a expressão (4.12) para $S(t)$, calcula-se o valor de B, onde $\Delta T = T_s - T_a$ corresponde a uma variação de temperatura então. Então:

$$B = \frac{\Delta T}{\sqrt{\pi\alpha_1} erf\left(\frac{A}{2\sqrt{\alpha_1}}\right)} \quad (4.18)$$

Substituindo o valor de A da expressão (4.13) tem-se:

$$B = \frac{\Delta T}{\sqrt{\pi\alpha_1} erf(\lambda_1)} \quad (4.19)$$

A partir da expressão calculada para B e C substitui-se os valores encontrados para as constantes arbitrárias na expressão para a temperatura, T_1 e tem-se:

$$T_1(y, t) = \frac{\Delta T}{erf(\lambda_1)} erf\left(\frac{y}{2\sqrt{t}\sqrt{\alpha_1}}\right) + T_a \quad (4.20)$$

onde:

$$\operatorname{erf}\left(\frac{y}{2\sqrt{t}\sqrt{\alpha_1}}\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{y}{2\sqrt{t}\sqrt{\alpha_1}}} e^{-z^2} dz \quad (4.21)$$

Para a região 2, tem-se que resolver a equação do calor equação (4.2) com as seguintes condições de contorno:

$$T_2(y \rightarrow \infty, t) = T_0 \quad (4.22)$$

$$T_1(S, (t)) = T_2(S, (t)) = T_s \quad (4.23)$$

A solução para $T_2(y, t)$ tem a forma (4.14):

$$T_2(y, t) = D\sqrt{\pi\alpha_2} \operatorname{erf}\left(\frac{y}{2\sqrt{\alpha_2}\sqrt{t}}\right) + G \quad (4.24)$$

Aplicando na solução da equação (4.22) a condição (4.26) tem-se a expressão para a constante G

$$T_2(\infty, t) = T_0 = D\sqrt{\pi\alpha_2} \operatorname{erf}\left(\frac{\infty}{2\sqrt{\alpha_2}\sqrt{t}}\right) + G \quad (4.25)$$

$$G = T_0 - D\sqrt{\pi\alpha_2} \quad (4.26)$$

onde utilizou-se $\operatorname{erf}(\infty) = 1$

Utilizando agora a segunda condição de fronteira (4.23) na equação (4.24):

$$T_2(S(t), t) = T_s = D\sqrt{\pi\alpha_2} \operatorname{erf}\left(\frac{S(t)}{2\sqrt{\alpha_2}\sqrt{t}}\right) + (T_0 - D\sqrt{\pi\alpha_2}) \quad (4.27)$$

então tem-se o valor da segunda constante:

$$D = \frac{\Delta T'}{\sqrt{\pi\alpha_2} [\operatorname{erf}(\lambda_2) - 1]} \quad (4.28)$$

com $\Delta T' = T_s - T_0$. Substituindo este valor na expressão para a distribuição de temperatura

$T_2(y, t)$ e fazendo $\lambda_2 = \frac{S(t)}{2\sqrt{\alpha_2}\sqrt{t}}$:

$$T_2(y, t) = T_0 - \frac{(T_s - T_0)}{\operatorname{erfc}(\lambda_2)} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{y}{2\sqrt{t}\sqrt{\alpha_2}}\right) - 1 \right] \quad (4.29)$$

onde $\operatorname{erfc}(Z) = \operatorname{erf}(Z) - 1$

Com as expressões obtidas para T_1 e T_2 pode-se calcular $\frac{\partial T_1}{\partial y}$ e $\frac{\partial T_2}{\partial y}$ e substituir

os valores encontrados na equação (4.6) e obtem-se a seguinte equação:

$$\frac{(T_s - T_0)e^{-\lambda_1^2}}{\operatorname{erf}(\lambda_1)} + \sqrt{\frac{\alpha_2}{\alpha_1}} \frac{(T_s - T_0)e^{-\lambda_2^2}}{\operatorname{erfc}(\lambda_2)} = 0 \quad (4.30)$$

Considerando a relação entre λ_1 e λ_2 , dada por $\lambda_2 = \lambda_1 \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}}$ e substituindo esta relação na equação (4.30) tem-se a equação transcendente que calcula os valores de λ_1 a partir dos parâmetros α_1 e α_2 .

$$\frac{e^{-\lambda_1^2}}{\operatorname{erf}(\lambda_1)} + \frac{\sqrt{\frac{\alpha_2}{\alpha_1}} (T_s - T_0) e^{-\lambda_1^2 \frac{\alpha_1}{\alpha_2}}}{(T_s - T_0) \operatorname{erfc}\left(\lambda_1 \frac{\sqrt{\alpha_1}}{\sqrt{\alpha_2}}\right)} = 0 \quad (4.31)$$

4.2 RESULTADOS

Para encontrar a dependência da fronteira móvel $S(t)$ em relação ao tempo, escolheu-se a mesma temperatura constante para T_s , para diferentes velocidades. Esta temperatura foi escolhida pela análise dos dados experimentais, observando-se para que temperatura ocorria uma aceleração no processo de resfriamento. A temperatura escolhida (T_s) era a mesma para todas as posições dos termopares na coluna de grãos. Era analisado os tempos necessários para que a temperatura em determinada secção atingisse a temperatura (T_s). com os valores da posição e os correspondentes valores dos tempos, contruiu-se o gráfico abaixo.

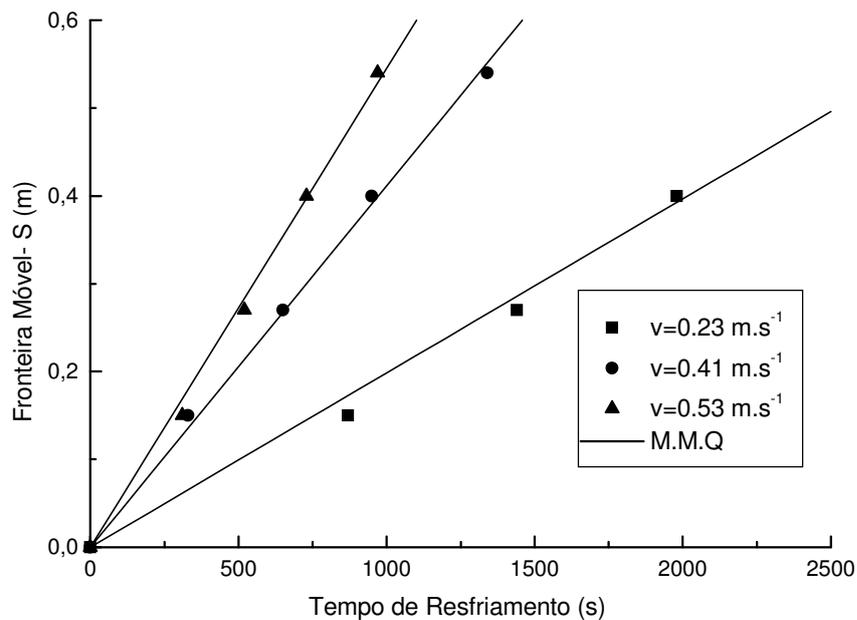


Figura 10: Posição da fronteira $S(t)$ em função do tempo para diferentes velocidades do ar.

Pela análise dos pontos do gráfico considerando as velocidades do ar analisadas neste trabalho, pode-se notar que a dependência da fronteira móvel com o tempo de resfriamento é linear e varia com a velocidade do ar de aeração.

Pode-se notar que esta dependência não concorda com a expressão para a localização da fronteira móvel para o Problema de Stefan, $S(t) = A\sqrt{t}$, mostrando que, para o caso do

resfriamento de grãos de soja a temperatura das duas regiões não podem ser calculadas diretamente pelo problema de Stefan.

Em trabalhos anteriores (Menegol, 2005), foram obtidos resultados de simulações para o resfriamento de uma massa de grãos descritos a partir de um modelo matemático que descreve o estado térmico de uma barra com isolamento térmico lateral, considerando a temperatura fixa em uma das extremidades e a ocorrência de transferência de calor por convecção na outra. Estes resultados não apresentaram boa concordância com os dados experimentais quando utilizou-se o coeficiente de difusividade térmica e o coeficiente de transferência de calor h constantes durante todo o processo. Por outro lado, a necessidade de variar estes coeficientes ao longo do processo de resfriamento, torna o problema não-linear e exige um conhecimento das dependências destes coeficientes com a temperatura.

4.2.1 MODELO MATEMÁTICO: CONTORNO MÓVEL

Para transformar o problema não-linear de propagação do calor numa seqüência de problemas lineares com contorno móvel foi desenvolvido um modelo matemático parecido com o problema de Stefan.

Seja o domínio $\Omega = \{(y, t) | 0 < y < \infty; 0 < t < t_{\max}\}$ dividido por dois subdomínios $\Omega_2 = \{(y, t) | 0 < y < S(t); 0 < t < t_{\max}\}$ e $\Omega_1 = \{(y, t) | S(t) < y < \infty; 0 < t < t_{\max}\}$, onde $S(t)$ é alguma fronteira móvel inicialmente desconhecida. Os subdomínios Ω_1 e Ω_2 possuem diferentes difusividades térmicas e as temperaturas $T_1(y, t)$ e $T_2(y, t)$ nestes subdomínios satisfazem (4.33 e 4.34) às correspondentes equações de condução de calor:

$$\frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha_1} \frac{\partial T_1}{\partial t}, (y, t) \in \Omega_1 \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial^2 T_2}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha_2} \frac{\partial T_2}{\partial t}, (y, t) \in \Omega_2 \quad (4.33)$$

onde $T(y, t)$ é a temperatura da massa de grãos; y é a posição na coluna de grãos e α é a difusividade térmica da massa de grãos.

Um esquema do problema pode ser visualizado na figura 11.

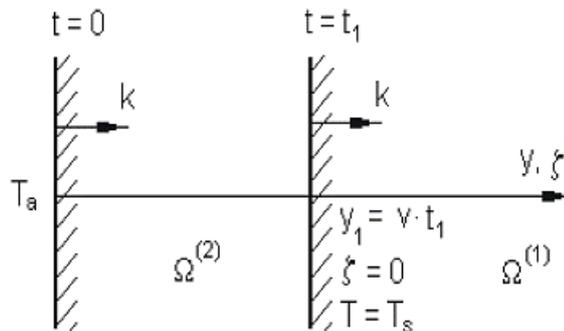


Figura 11: Esquema do problema-modelo de contorno móvel.

Conforme o modelo proposto e satisfazendo as condições de continuidade da solução, foi obtida a temperatura constante da fronteira móvel (T_s) de separação dos dois domínios, como Problema de Stefan.

A posição da fronteira móvel S em função do tempo foi escolhida na forma linear, dada pela expressão:

$$S(t) = \psi t \quad (4.34)$$

onde ψ é a constante de proporcionalidade e representa a velocidade da frente de resfriamento que depende da velocidade do ar no tubo.

Conforme a posição desta fronteira, a camada de grãos foi dividida em dois intervalos separados pela posição da fronteira.

À direita da fronteira, relacionando a posição da fronteira com a nova origem, foi introduzida uma nova coordenada dada por:

$$\zeta = y - S(t) \quad (4.35)$$

Fazendo a mudança de variáveis, substituindo as expressões (4.34) e (4.35) na equação de condução de calor unidimensional equação (4.32) tem-se:

$$\frac{d^2 T_1(\zeta)}{d\zeta^2} + \frac{k}{\alpha_1} \frac{dT_1(\zeta)}{d\zeta} = 0 \quad (4.36)$$

As condições de contorno para este caso são:

$$T_1(\zeta = 0) = T_s \quad (4.37)$$

e

$$T_1(\zeta \rightarrow \infty) = T_0 \quad (4.38)$$

A temperatura inicial da massa de grãos (T_0) é constante para toda a massa de grãos.

A solução para a equação (4.36) é da seguinte forma:

$$T_1(\zeta) = C_1 + C_2 e^{-k/\alpha_1 \zeta} \quad (4.39)$$

onde C_1 e C_2 são constantes arbitrárias.

Utilizando as condições de contorno dadas e substituindo em (4.39), calcula-se os valores das constantes:

$$C_1 = T_0 \quad (4.40)$$

e

$$C_2 = T_s - T_0 \quad (4.41)$$

Substituindo estes valores na equação (4.39), tem-se a forma final da distribuição de temperatura na região 1.

$$T_1(y,t) = T_0 + (T_s - T_0) e^{-k/\alpha_1(y-s(t))} \quad (4.42)$$

A distribuição da temperatura no intervalo à esquerda da fronteira (região 2) pode ser descrita pela equação de condução de calor equação (4.33) para uma barra limitada com extremos mantidos a temperaturas constantes; onde nos extremos, tem-se as seguintes temperaturas:

$$T_2(0,t) = T_a \quad (4.43)$$

e

$$T_2(S,t) = T_s \quad (4.44)$$

Neste caso, a distribuição de temperatura será representada pela soma da distribuição de temperatura para o caso estacionário $v(y)$ e uma outra distribuição (transiente) de temperatura $w(y,t)$, portanto:

$$T_2(y,t) = v(y) + w(y,t) \quad (4.45)$$

A temperatura para o caso estacionário, $v(y)$, deve satisfazer a equação do calor, substituindo a equação (4.45) na equação (4.33) onde:

$$\frac{d^2v(y)}{dy^2} = 0 \quad (4.46)$$

Com as seguintes condições de contorno:

$$v(0) = T_a \quad (4.47)$$

e

$$v(S) = T_s \quad (4.48)$$

A solução da equação (4.46) que satisfaz as condições dadas em (4.47 e 4.48) é dada por:

$$v(y) = (T_s - T_a) \frac{y}{S} + T_a \quad (4.49)$$

Para a distribuição de temperatura $w(y, t)$, utilizando a expressão (4.45) e substituindo as equações (4.43) (4.44) e (4.47) (4.48) nos extremos da barra tem-se :

$$w(0, t) = T_2(0, t) - v(0) = 0 \quad (4.50)$$

$$w(S, t) = T_2(S, t) - v(S) = 0 \quad (4.51)$$

Para a condição inicial:

$$w(y, 0) = T_2(y, 0) - v(y) \quad (4.52)$$

onde $T_2(y, 0)$ é a distribuição inicial de temperatura.

Substituindo a expressão para a temperatura $T_2(y, t)$ na equação do calor (4.33), calcular-se a função $w(y, t)$ pela seguinte expressão:

$$\alpha_2 \frac{\partial^2 w(y, t)}{\partial y^2} = \frac{\partial w(y, t)}{\partial t} \quad (4.53)$$

onde a distribuição inicial de temperatura para este problema é dada por (4.52).

A solução desta equação é calculada pelo método de separação de variáveis onde a função $w(y,t)$ é substituída por outras duas funções que dependem unicamente do tempo ($Z(t)$) e da posição ($U(t)$):

$$w(y,t) = U(y)Z(t) \quad (4.54)$$

Quando substituiu-se esta expressão na equação (4.53) e separa-se as equações obtém-se duas equações diferenciais ordinárias para as novas variáveis:

$$\frac{1}{Z(t)} \frac{dZ(t)}{dt} = -\lambda^2 \quad (4.55)$$

$$\alpha_2 \frac{1}{U(y)} \frac{d^2U(y)}{dy^2} = -\lambda^2 \quad (4.56)$$

onde λ^2 é uma constante arbitrária.

A solução para a equação (4.55) é dada por:

$$Z(t) = C_1 e^{-\lambda^2 t} \quad (4.57)$$

e para a equação (4.56):

$$U(y) = C_2 \cos\left(\frac{\lambda}{\sqrt{\alpha_2}} y\right) + C_3 \text{sen}\left(\frac{\lambda}{\sqrt{\alpha_2}} y\right) \quad (4.58)$$

onde C_1 , C_2 e C_3 são constantes arbitrárias a serem determinadas.

As soluções encontradas devem satisfazer as condições de contorno (4.51) e (4.52).

Quando substitui-se o extremo onde $y=0$, ($w(0,t)=0$). Na equação (4.54), isto implica que $U(0)=0$ e substituindo este valor na solução para $U(y)$ encontra-se $C_2=0$, então:

$$U(y) = C_3 \operatorname{sen} \left(\frac{\lambda}{\sqrt{\alpha_2}} y \right) \quad (4.59)$$

Para o outro extremo $y=S$, ($w(S,t)=0$). Na equação (4.54), isto implica que $U(S)=0$. Substituindo este valor na expressão (4.58) implica que:

$$\operatorname{sen} \left(\frac{\lambda}{\sqrt{\alpha_2}} S \right) = 0 \quad (4.60)$$

Para esta condição, tem-se que:

$$\frac{\lambda}{\sqrt{\alpha_2}} S = n\pi \quad (4.61)$$

Com isto é possível calcular os valores para λ_n :

$$\lambda_n = \frac{n\pi\sqrt{\alpha_2}}{S} \quad (4.62)$$

Substituindo esta expressão $U(y)$ e $Z(t)$, tem-se:

$$U_n(y) = C_3 \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{S} y\right); Z_n(t) = C_1 e^{-\left(\frac{n\pi\sqrt{\alpha_2}}{S}\right)^2 t} \quad (4.63)$$

Substituindo estas expressões na função $w(y,t)$ tem-se:

$$w(y,t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n e^{-\frac{n^2\pi^2\alpha_2 t}{S^2}} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi y}{S}\right) \quad (4.64)$$

onde

$$w(y,0) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi y}{S}\right) \quad (4.65)$$

Para encontrar a solução para a temperatura $T_2(y,t)$ substitui-se as expressões calculadas para $v(y)$ e $w(y,t)$ na equação (4.45), obtendo a seguinte função:

$$T_2(y,t) = T_a + (T_s - T_a) \frac{y}{S} + \sum_{n=0}^{\infty} C_n e^{-\frac{n^2\pi^2\alpha_2 t}{S^2}} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi y}{S}\right) \quad (4.66)$$

Para determinar os valores de C_n , calcula-se solução para o caso onde $t = 0$:

$$T_2(y,0) = T_a + (T_s - T_a) \frac{y}{S} + \sum_{n=0}^{\infty} C_n \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi y}{S}\right) \quad (4.67)$$

então, neste caso:

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi y}{S}\right) = T_2(y, 0) - \left[T_a + (T_s - T_a) \frac{y}{S} \right] \quad (4.68)$$

Utilizando a propriedade de ortogonalidade das funções *seno* tem-se a expressão para as constantes C_n :

$$C_n = \frac{2}{S} \int_0^S T_2(y, 0) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi y}{S}\right) dy + \frac{2}{n\pi} \left[T_s (-1)^n - T_a \right] \quad (4.69)$$

Substituindo esta expressão na equação (4.67) tem-se a expressão para a distribuição de temperatura para a região 2:

$$\begin{aligned} T_2(y, t) = & T_a + (T_s - T_a) \frac{y}{S} + \frac{2}{S} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{n^2 \pi^2 \alpha_2 t}{S^2}} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi y}{S}\right) \times \\ & \times \left\{ \frac{2}{S} \int_0^S T_2(y, 0) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi y}{S}\right) dy + \frac{2}{\pi n} \left[T_s (-1)^n - T_a \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.70)$$

4.2.2 RESULTADOS E DISCUSSÃO

O problema considerado é intermediário entre o problema de estado térmico de um corpo constituído por dois materiais diferentes (com fronteira fixa) e o problema de Stefan onde a fronteira móvel separa os domínios de fases diferentes. As difusividades térmicas de cada domínio foram determinadas para minimizar a discrepância entre os dados experimentais e simulados.

A partir dos resultados do modelo foram realizadas simulações numéricas do processo de resfriamento da massa de grãos para diferentes velocidades do ar.

Para realizar as simulações, foi necessário determinar os valores das difusividades térmicas de cada domínio, a posição da fronteira móvel e os valores da temperatura nesta fronteira para cada velocidade do ar estudada. Estes valores foram obtidos a partir da análise dos dados experimentais.

As simulações da posição da fronteira móvel $S(t)$ foram realizadas utilizando a equação (4.35) onde os valores de ψ foram calculados pelo Método de Mínimos Quadrados (M.M.Q.), cuja variação com a velocidade do ar é mostrada na figura 12. Pelos resultados da simulação apresentados na figura 10, pode-se notar que, conforme a hipótese inicial (equação 4.35), a posição da fronteira varia linearmente com o tempo e depende da velocidade do ar.

A relação entre a velocidade da frente de resfriamento e velocidade do ar é mostrada na figura abaixo:

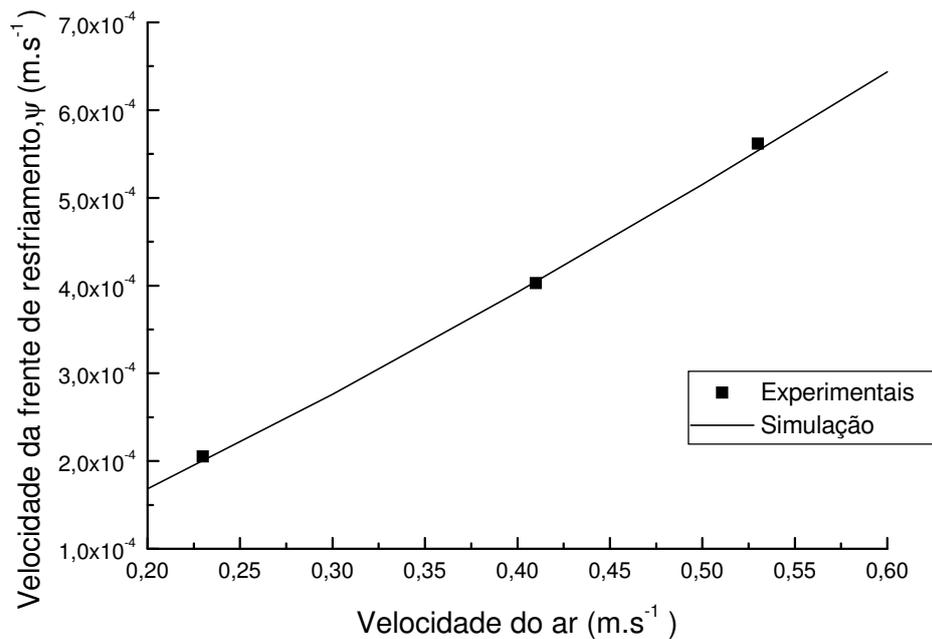


Figura 12: Velocidade da frente de resfriamento em função da velocidade do ar

Na figura 13 são mostrados os valores da difusividade térmica do primeiro e segundo domínio para diferentes velocidades do ar.

Pode-se observar que a difusividade térmica α_1 do primeiro domínio é maior que α_2 do segundo domínio. Com o aumento da velocidade os valores absolutos de coeficientes α_1 e α_2 crescem.

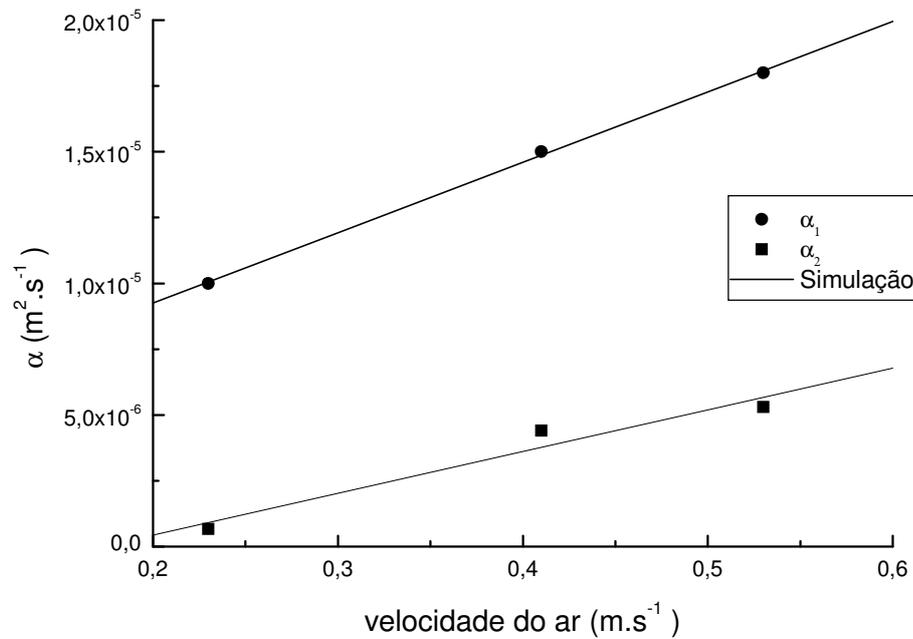


Figura 13: Valores α_1 e α_2 para diferentes velocidades do ar.

As simulações do modelo para as velocidades do ar de $0,23 m/s$, $0,41 m/s$ e $0,53 m/s$ são mostradas a partir das equações (4.70) e (4.42) abaixo e comparadas com os dados experimentais. Pela análise dos resultados apresentados observa-se que o modelo matemático contorno móvel proposto descreve razoavelmente o processo de resfriamento.

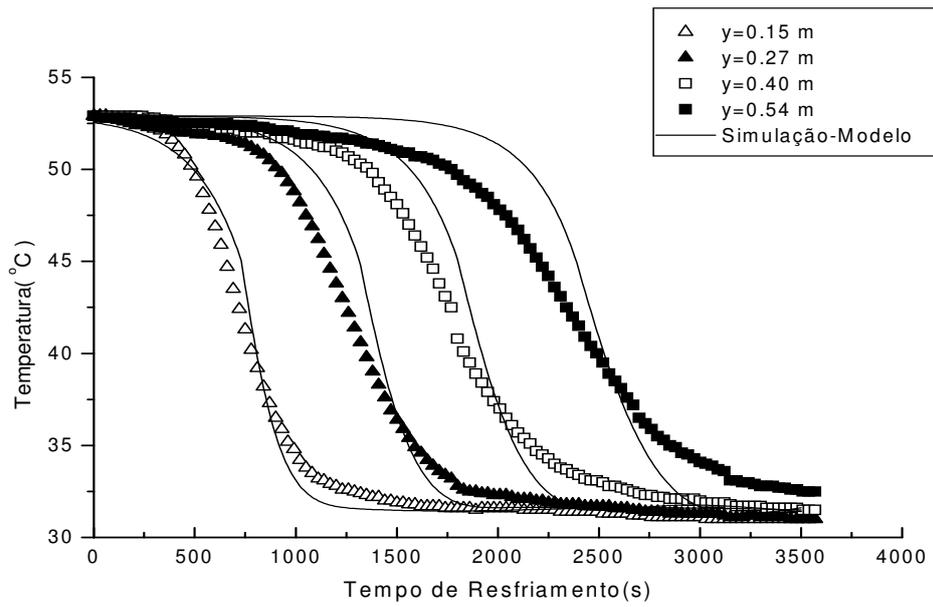


Figura 14: Dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para diferentes seções na coluna de grãos para uma velocidade do ar de $0,23 \text{ m.s}^{-1}$.

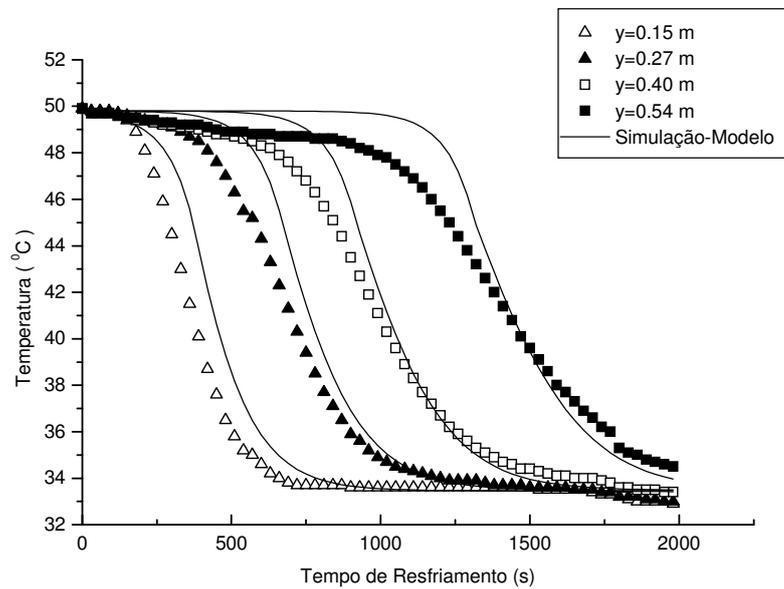


Figura 15: Dinâmica de resfriamento de grãos de soja para diferentes seções na coluna de grãos para uma velocidade do ar de $0,41 \text{ m.s}^{-1}$.

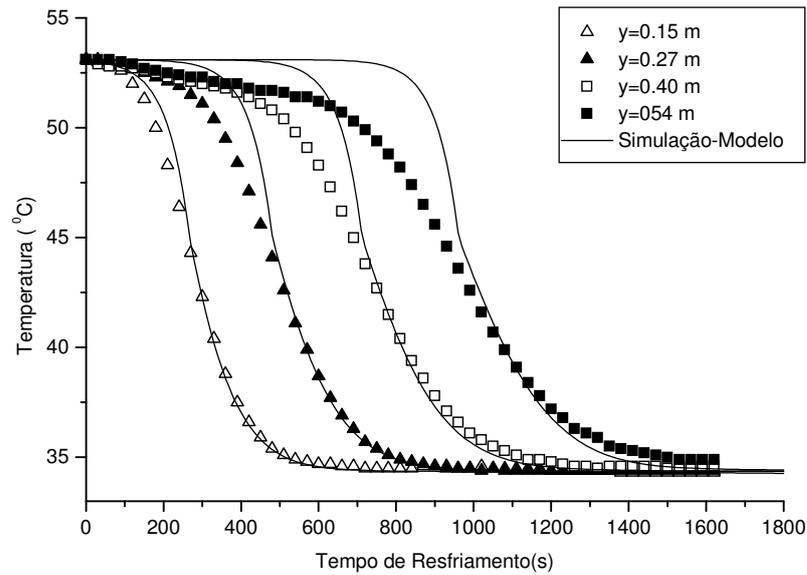


Figura 16: Dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para diferentes secções na coluna de grãos para uma velocidade do ar de $0,53\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Uma discrepância entre os dados experimentais e calculados, é causada, provavelmente pela linearização do modelo, onde escolheu-se as difusividades térmicas constantes. Na figura 17 são mostradas as curvas para este modelo junto com os dados experimentais para os valores da temperatura adimensional ao longo da massa de grãos para um tempo fixo para as três velocidades do ar analisadas neste trabalho.

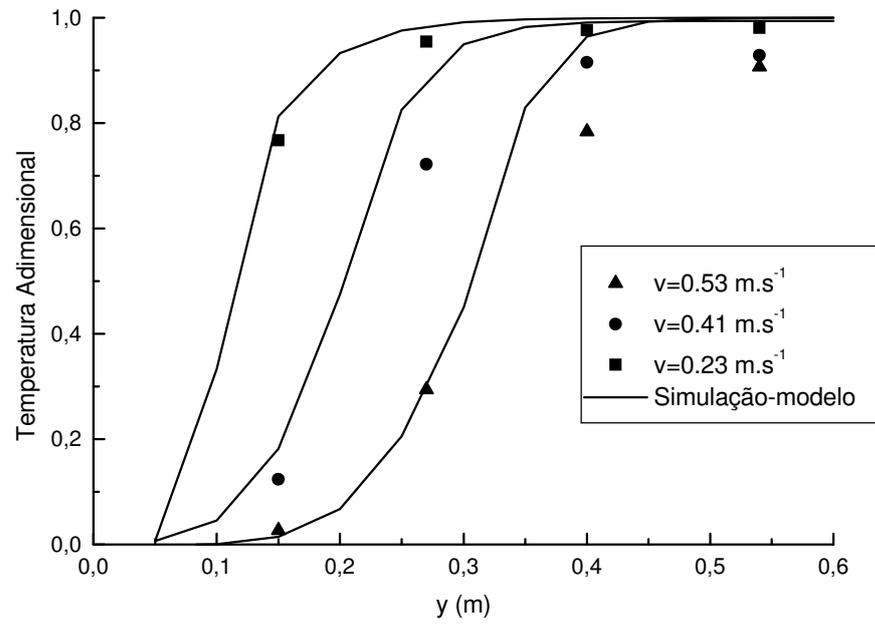


Figura 17: Temperatura adimensional ao longo da coluna de grãos, para diferentes velocidades do ar para $t=570$ s.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi realizado um estudo sobre o estado térmico de uma massa de grãos de soja armazenadas em silos sujeita ao resfriamento por aeração. Foram utilizados dados experimentais de resfriamento para três velocidades do ar diferentes e comparadas as curvas da dinâmica de resfriamento com as simulações obtidas a partir de um modelo matemático.

Para descrever a distribuição de temperatura no interior de um silo, foi proposto primeiramente um modelo matemático análogo ao Problema de Stefan (equação 4.1 e 4.2) onde, como característica principal, tem-se que a massa de grãos pode ser dividida em duas regiões separadas por uma fronteira móvel com temperatura constante e coeficientes de difusividade térmica diferentes para cada região. Através da análise dos dados experimentais foi mostrado que a posição da fronteira móvel depende da velocidade do ar de aeração e varia linearmente com o tempo, sendo que esta dependência não obedece à relação calculada para o Problema de Stefan.

Apresentou-se um novo modelo como intermediário entre o problema de estado térmico de um corpo constituído por dois materiais diferentes, com fronteira fixa, e o Problema de Stefan onde a fronteira móvel separa duas regiões de coeficientes de difusividade térmica diferentes. Foi calculada também a dependência do coeficiente de difusividade térmica para a primeira e segunda região. A comparação da simulação do modelo com os dados experimentais mostrou uma boa concordância.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDRADE, E.T; MOLIN, L; COUTO, S.M; CARDOSO, E.G.; **Distribuição de Temperatura em Grãos Armazenados em Silos: Modelagem por Elementos Finitos.** Revista Bras. De Armazenagem. Viçosa(26), pg. 28-35. 2001.

- BAKKER-ARKEMA, F.W; BICKERT, W.G.; **A deep-bed computational cooling procedure for biological products.** Transactions ASAE, v.9, n.6, p.834-6, 1966.

- BAKKER-ARKEMA, F.W; L.E. LEREW; S.F. DEBOER; M.G. ROTH.; **Grain dryer simulation. Agricultural Experiment Station Report No. 224.** Michigan State University, East Lansing. MI, 1974.

- BOYCE, W. e Di Prima, R.; **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno.** Guanabarra-Koogan, 1994.

- BOYCE, D.S.; **Heart and moisture transfer in ventilated grain.** Journal of Agricultural Engineering Research. 11(4), 225-265, 1966.

- BROOCKER, D.B; BAKKER-ARKEMA, F.W; HALL, C.W.; **Drying Cereal Grains.** A VI Publishing, Westport, CT, 1974.

- BURRELL, N.J; LAUNDON, J.H.J.; **Grain cooling studies–I: observations during a large scale refrigeration test on damp grain.** Journal of Stored Products Research, 3(2), 125-126, 1967.

- CARSLAW, H.S; AND JAEGER, J.C.; **Conduction of Heat in Solids**. Oxford Universtiy Press, Londres. 1959.

- Composição Química média da Soja em grão.
www.cnpso.embrapa.br/html/compsoja.htm.

- COURTOIS, F; LEBERT, A; LASSERAN, J.C; BIMBENET, J.J.; **Simulation of industrial dryers: solving numerical and computer problems**. Drying Technology, 9(4), 927-945, 1991.

- DEVILLA, Ivano A.; COUTO, Sandra M. and QUEIROZ, Daniel M. de. **Distribuição do fluxo de ar em silos com sistema de aeração: análise por elementos finitos**. Rev. Bras. Eng. Agríc. Ambient., Apr./June 2005, vol.9, no.2, p.256-262. ISSN 1415-4366.

- DEVILLA, Ivano A., COUTO, Sandra M., ZOLNIER, Sérgio et al. **Variação da temperatura e umidade de grãos armazenados em silos com aeração**. Rev. Bras. Eng. Agríc. Ambient., May/Dec. 2004, vol.8, no. 2-3, p.284-291. ISSN 1415-4366.

- ENCK, M.R.; **Modelagem Matemática da Temperatura de Grãos de Soja no Interior de um Silo com aeração Sujeito a Condições de Contorno**. Dissertação de Mestrado. Ijuí. 2006.

- FRANCK P. Incropera, David P. D. e Witt.; **Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa**, Editora LTC, Rio de Janeiro-RJ, 2003, 5ªedição.

- FOSTER, G.M.; **Moisture changes during aeration of grain**. Transactions of the ASAE, 10(3), 344-347, 351, 1967.

- FURNAS, C.C.; **Heat transfer from a gas stream to a bed of broken solids.** Industrial and Engineering Chemistry, 22(7), 721-730, 1930.

- HENDERSON, J.M; HENDERSON, S.M.; **A computational procedure for deep-bed drying analysis.** Journal of Agricultural Engineering Research, 13(2), 87-95, 1968.

- HUNTER, A.; **Temperature and moisture front movement in an aerated seed bulk.** Journal of Agricultural Engineering Research, 40(2), 113-127, 1988.

- IGUAZ, A; ARROQUI, C; ESNOZ, A; VÍRSEDA, P.; **Modelling and validation of heat transfer in stored rough rice without aeration.** Biosystems Engineering, 88(4), 429-439, 2004a.

- IGUAZ, A; ARROQUI, C; ESNOZ, A; VÍRSEDA, P.; **Modelling and simulation of heat transfer in stored rough rice with aeration.** Biosystems Engineering, 89(1), 69-77, 2004b.

- INCROPERA, F.P; DEWITT, D.P.; **Fundamentals of Heat and Mass Transfer.** 4 th ed. New York: John Wiley and Sons, 1996.

- INGRAM, G.W.; **Solution of grain cooling and drying problems by the method of characteristics in comparison with finite difference solutions.** Journal of Agricultural Engineering Research, 24(3), 219-232, 1979.

- KHATCHATOURIAN, O.A; BORGES, P.A.P; VIELMO, H.A.; **Simulation of soy grains drying dynamics in camera of fixed bed.** Proceeding of the 17th International Congress of Mechanical Engineering. São Paulo, Brazil, 2003.

- KHATCHATOURIAN, O.A; SAVICKI, D.L.; **Mathematical modeling of airflow in an aerated soya bean stors under non-uniform conditions.** Biosystems Engineering, v.88, n.2, p.201-11, 2004.

- KHATCHATOURIAN, O.A.; de OLIVEIRA, F.A.; **Mathematical Modelling of airflow and Thermal State in Large Aerated Grain Storage.** IADC-2005 3rd Inter-American Drying Conference, 2005, Montreal, Canada, 2005.

- KHATCHATOURIAN, O.A; OLIVEIRA, F.A; TONIAZZO, N.A.; **Airflow and Thermal State in Large Aerated Grain Stronge.** COBEM-2005 18th International Congress of Mechanical Engineering, 2005, Ouro Preto, MG.

- KHATCHATOURIAN, O.A; de OLIVEIRA, F.A.; **Mathematical Modelling of Airflow and Thermal State in Large Aerated Grain Storage.** Biosystems Engineering, v.95, n.2,p. 159-69, 2006.

- KURPASKA, S; Z. SLIPEK; Z. BOZEK; B. FRACZEK.; **Simulation of Heat and Moisture Transfer in the Greenhouse Substrate due to a Heating System by Buried Pipes.** Biosystems Engineering 90(1):p63-74,2004.

- LAMRANI, M.A; BOULARD, T; ROY, J.C; JAFFRIN, A.; **Airflows and temperature patterns induced in a confined greenhouse.** Journal of Agricultural Engineering Research, 78(1), 75-88, 2001.

- Leighton E. Sisson; Donald R. Pitts.; **Fenômenos de Transporte.** Editora Guanabarra, Rio de Janeiro-RJ, 1988.

- LUIKOV, A.V.; **Heat and Mass Transfer in Capillary-porous Bodies**. Pergamon, New York, 1966.

- LUIKOV, A.V; MIKHAILOV, Y.A.; **Theory of Heat and Mass Transfer**. Energoizdat, Moscow, 1963.

- MENEGOL, A. P. W.; **Modelagem Matemática do Resfriamento da Massa de Grãos de Soja**. Dissertação de Mestrado em Modelagem Matemática. Ijuí,2005.

- MIRANDA, A.A.; **Modelagem Matemática do Resfriamento de Grãos de Soja em Silos com Aeração Utilizando o Modelo de Reator Ideal Homogêneo**. Dissertação de Mestrado em Modelagem Matemática, Ijuí, RS, 2005.

- MOHSENIN, N.N.; **Thermal Properties of Foods and Agricultural Materials**. New York, USA, 1980.

- MONTROSS, M.D; D.E. MAIER.; **Simulated performance of conventional high-temperature drying, dryeration, and combination of shelled corn with automatic conditioning**. Transactions of the ASAE 43(3):p691-699,2000.

- NAVARRO, S; R.T. NOYES (editors).; **The Mechanics and Physics of Modern Grain Aeration Management**. CRC Press LLC. USA,2002.

- OLIVEIRA, F.A; KHATCHATOURIAN, O.A.; WENDT, A.P.; **Mathematical Modelling of Termal Stante Products in Silos with Aeration System**. Proceedings do XXV

CILAMCE – Iberian Latin American Congresso n Computational Methods in Engineering. Recife/Pe. CD, 2004.

- OLIVEIRA, F.A; WENDT, A.P; KHATCHATOURIAN, O.A.; **Modelagem Matemática do Estado Térmico de Produtos Armazenados em Silos com Sistema de Aeração.** XXV CILAMCE-2004 CDRom,p1-12-Recife-Pe.

- PIROZZI, Daniela C. Z. e AMENDOLA, Mariângela. **Modelagem matemática e simulação numérica do resfriamento rápido de morango com ar forçado.** Eng. Agríc., Jan./Abr. 2005, vol.25, no.1, p.222-230. ISSN 0100-6916.

- PUZZI, D.; **Manual de Armazenamento de Grãos.** São Paulo: Editora Agronômica Ceres Ltda. 1977.

- RANALLI, R.P; HOWELL, Jr.A; ARTHUR, F.H; GARDISSER, D.R.; **Controlled ambient aeration during rice storage for temperature and insect control.** Applied Engineering in agriculture, 18(4), 485-490, 2002.

- SANDERSON, D.B; MUIR, W.E; SINHA, R.N.; **Intergranular air temperatures of ventilated bulks of wheat.** Journal of Agricultural Engineering Research, 40(1), 33-43, 1988.

- SAVICKI, D.L.; **Modelagem Matemática do Processo de Aeração em Condições Não-Homogêneas da Massa de Grãos de Soja.** Dissertação de Mestrado. Ijuí. 2001.

- SCHUMAN, T.E.; **Heat transfer: a liquid flowing through a porous prism.** Journal of Franklin Institute, 208(5), 405, 1929.

- SISSOM, L.E; PITTS, D.R.; **Fenômenos de Transporte**. Rio de Janeiro: Guanabarra. 1998.

- SOARES, J.B.; **Curvas de secagem em camada fina e propriedades físicas de soja**. [Thin layer drying and physical properties of soybeans.] Master's Thesis, University of Viçosa, MG Brazil, 1986.

- SUN, D.W; WOODS, J. L.; **Deep-bed simulation of the cooling of stored grain with ambient air: a test bed for ventilation control strategies**. Journal of Stored Products Research, 33(4), 299-312, 1997.

- SUTHERLAND, J.W; BANKS, P.J; ELDER, W.B.; **Interaction between successive temperature or moisture fronts during aeration of deep grain beds**. Journal of Agricultural Engineering Research, 28(1), 1-19, 1971.

- TONIAZZO, N.; **Modelagem Matemática do Escoamento do Ar em Sistemas de Armazenamento de Grãos**. Dissertação de Mestrado. Ijuí, 1997.

- WEBER, E.A.; **Excelência em beneficiamento e armazenamento de grãos**, p.586, edt. Salles, Panambi, 2005.

- WHITE, G.G.; **Temperature changes in bulk stored wheat in sub-tropical Austrália**. Journal of Stored Products Research, 24(1), 5-11, 1988.

- William, E. Boyce; Richard C. Di Prima.; **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno**, 5º edição, editora LTC, Rio de Janeiro-RJ, 1994.

- Grupo Kepler Weber
Gráficos

http://www.kepler.com.br/portugues/produtos/armazenagem/dt_sis_aeração.asp.

No google obtida em 12 de outubro de 2006.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)