

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE CIÊNCIAS JURÍDICAS E ECONÔMICAS
INSTITUTO COPPEAD DE ADMINISTRAÇÃO

Dissertação de Mestrado

Modelagem de Liquidez por Opções

Maurício Baum

Orientador:
Prof. Eduardo Facó Lemgruber

**Rio de Janeiro
2004**

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

Modelagem de Liquidez por Opções

Maurício Baum

Dissertação submetida ao corpo docente da COPPEAD da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de mestre.

Aprovada por:

_____ Presidente da Banca
Prof. Eduardo Facó Lemgruber (COPPEAD/UFRJ)

Prof. Ricardo P. C. Leal (COPPEAD/UFRJ)

Prof. Antônio Carlos Figueiredo (IAG/PUC)

**Rio de Janeiro
2004**

FICHA CATALOGRÁFICA

Baum, Maurício.

Modelagem de Liquidez por Opções./Maurício Baum – Rio de Janeiro, 2004.

xv, 81p.: il.

Dissertação (Mestrado em Administração) – Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, Instituto de Pós-Graduação em Administração – COPPEAD, 2004.

Orientador: Eduardo Facó Lemgruber

1. Opções. 2. Liquidez. 3. Administração - Teses. I. Lemgruber, Eduardo faço (Orient.). II. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Instituto COPPEAD de Administração. Dissertação (Mestrado – UFRJ/COPPEAD). III. Título.

DEDICATÓRIA

Dedico esta dissertação aos meus pais Moisés e Ida, meu irmão Michel, minha querida avó Rachela e ao grande amor da minha vida Geiza que me apóiam, me incentivam e me amam mesmo nos momentos mais difíceis da minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador Eduardo Facó Lemgruber pelo comprometimento, dedicação e longas horas de discussão sobre o tema.

Ao Prof. Ricardo Leal pela ajuda na obtenção de informações relevantes e às construtivas críticas que enriqueceram este trabalho.

E aos meus amigos de turma que transformaram esses dois anos de estudos em uma verdadeira lição de amizade e companheirismo.

RESUMO

Baum, Maurício. **Modelagem de Liquidez por Opções**. Orientador: Eduardo Facó Lemgruber. Rio de Janeiro: UFRJ/COPPEAD, 2003. Dissertação.

Liquidez é um conceito amplamente conhecido no mercado. Não há um investidor que não leve a liquidez em consideração na tomada de decisões. Apesar disso, em geral os modelos de precificação, de risco e de otimização de carteiras ainda assumem as premissas dos trabalhos clássicos de escolha de carteiras de Merton (1969) e os de precificação de opções tais como os de Black e Sholes (1973) e Merton (1973): assumem que ativos podem ser negociados continuamente e em qualquer quantidade. Essa premissa mostrou-se ineficaz e bastante perigosa nas crises da Ásia e Rússia, quando muitos gestores – em particular os do LTCM – sofreram duras perdas causadas pela falta de liquidez.

A necessidade de entender-se os efeitos da liquidez na dinâmica do mercado fomentou na última década um grande interesse da comunidade científica para o tema liquidez, que avançou em diversas linhas distintas. Este trabalho segue a linha de Longstaff (1995) e Koziol e Sauerbier (2003) e propõe uma modelagem para o desconto de liquidez considerando a possibilidade de venda diária, mas com uma restrição em relação à quantidade máxima a ser vendida.

A aplicação do modelo foi feita recalculando-se o valor de mercado da carteira própria de renda variável dos fundos de pensão Previ e Petros. Os resultados indicam que os gestores da Previ tendem a sofrer mais perdas do que os da Petros devido à liquidez. O motivo dessa diferença é parcialmente explicado pela maior posição da Previ na bolsa, o que dificulta a gestão de sua carteira e pela sua maior posição em ativos pouco negociados.

ABSTRACT

Baum, Maurício. **Modelagem de Liquidez por Opções**. Orientador: Eduardo Facó Lemgruber. Rio de Janeiro: UFRJ/COPPEAD, 2003. Dissertação.

Liquidity is a wide known concept in the financial markets. There's no investor that doesn't consider liquidity in its decision making. However, most current pricing, risk and portfolio optimization models still make the same assumption of the classic work of the Merton (1969) portfolio choice and of Black and Scholes (1973) and Merton (1973) option pricing: They presume that assets can be continuously traded at any amount. The Asian and Russian crisis showed that this premise is ineffective and extremely dangerous when investors – particularly those of the LTCM – had suffered hard losses because of the lack of liquidity.

The need to understand the liquidity effects in the market dynamics yielded in the last decade interest from the scientific community, which researched liquidity in several different approaches. This work develops the Longstaff (1995) and Koziol and Sauerbier (2003) approach and proposes a model to calculate the liquidity discount allowing the daily trading but restricting the maximum amount to the sold.

The model was used to recalculate the market value of the own managed stock portfolio of the two largest Brazilian pension funds – Previ and Petros. The results indicate that Previ tend to suffer more losses due to liquidity than Petros. The possible reasons are partially explained by the Previ's bigger portfolio, which make the portfolio management more difficult and by the Previ's concentration in low trading assets.

RESUMO DAS TABELAS

Tabela 1 Desconto calculado para diferentes horizontes de investimento e número de dias para se liquidar a carteira. São mantidas constantes a volatilidade anualizada de 30% e a taxa de juros livre de risco em 15% ao ano. Ao longo das colunas varia-se o horizonte de investimento, expresso em anos enquanto nas linhas varia-se o número de dias para se liquidar a posição. Verifica-se, por exemplo, que o desconto que deve ser aplicado sobre o valor de mercado para carteira composta de um ou mais ativos com um horizonte de investimento de três anos e numa quantidade tal que levaria 40 dias para ser vendido seria de 6,64%.

Tabela 2 Desconto calculado para diferentes volatilidades e número de dias para se liquidar a carteira. São mantidos constantes o horizonte de investimento em cinco anos e a taxa de juros livre de risco em 15% ao ano. Ao longo das colunas varia-se a volatilidade anualizada, expresso em dias enquanto nas linhas varia-se o número de dias para se liquidar a posição. Verifica-se, por exemplo, que o desconto que deve ser aplicado sobre o valor de mercado para carteira composta de um ou mais ativos com uma volatilidade anualizada de 20% e numa quantidade tal que levaria 40 dias para ser vendida seria de 4,36%.

Tabela 3 Desconto calculado para diferentes taxas de juros livres de risco e número de dias para se liquidar a carteira. São mantidos constantes o horizonte de investimento em cinco anos e a volatilidade anualizada em 30%. Ao longo das colunas varia-se a taxa de juros livre de risco, expressa ao ano enquanto nas linhas varia-se o número de dias para se liquidar a posição. Verifica-se, por exemplo, que o desconto que deve ser aplicado sobre o valor de mercado para carteira composta de um ou mais ativos em um mercado com uma taxa de juros livre de risco de 15% ao ano e com uma posição numa quantidade tal que levaria 40 dias para ser vendida seria de 6,88%.

- Tabela 4** Cinco maiores fundos de pensão, com seus respectivos ativos totais em valores absolutos e os ativos pertencentes ao segmento de renda variável em valores absolutos e percentuais em 31/12/2003.
- Tabela 5** Na terceira e quarta coluna apresentam-se respectivamente a divisão do total de ativos de renda variável em gestão terceirizada e em carteira própria. Na última coluna apresenta-se o total de ativos geridos em carteira própria que é listado em bolsa.
- Tabela 6** Valores de mercado iniciais dos fundos de pensão Previ e Petros, o novo valor de mercado ajustado à liquidez calculado pelo modelo proposto, bem com o percentual de desconto do valor de mercado inicial. O valor de mercado inicial considerado compreende apenas os ativos listados em bolsa, não excluídos pelos critérios apresentados no item 4.4.5.
- Tabela 7** Estratificação por Setor Econômico. Para cada fundo, divide-se a amostra em 13 setores econômicos. Para cada setor econômico mostra-se o valor de mercado antes e depois do ajuste de liquidez, o número de ativos neste setor, o percentual do setor na carteira de cada fundo e o percentual de redução no valor de mercado.
- Tabela 8** Estratificação por tamanho da empresa. Utiliza-se o patrimônio líquido contábil divulgado no Economática como proxy de tamanho e divide-se a amostra de cada fundo em quintis. Para cada quintil calcula-se a média de patrimônio líquido, os valores de mercado antes e depois do ajuste de liquidez, o número de ativos, o percentual do valor de mercado do quintil em relação ao valor de mercado total da carteira do fundo e o desconto devido a liquidez.
- Tabela 9** Estratificação por Liquidez. É utilizado como Proxy de liquidez o índice “Liquidez em Bolsa” do Economática. Com base neste índice a carteira

de cada fundo foi dividida em quintis. Para cada quintil mostra-se os valores de mercado antes e depois do ajuste de liquidez, a quantidade de ativos em cada quintil, o percentual do quintil em valor de mercado e o desconto devido a liquidez do quintil.

Tabela 10 Carteira da Petros aberta por ativos. Para cada um dos 84 ativos que compõem a carteira própria do segmento de venda variável, é exibido o nome, código utilizado na bolsa de valores e o valor de mercado divulgado pela própria Petros. Além disso, para cada ativo são exibidas sua amostra de pregões e de retornos, ambas detalhadas nos itens 4.3 e 4.4.1 respectivamente. Por último a coluna observação informa se o ativo é listado em bolsa e se não foram encontrados preços para o ativo apesar dele ser listado em bolsa.

Tabela 11 Carteira da Previ aberta por ativos. Para cada um dos 160 ativos que compõem a carteira própria do segmento de venda variável, é exibido o nome, código utilizado na bolsa de valores e o valor de mercado divulgado pela própria Previ. Além disso, para cada ativo são exibidas sua amostra de pregões e de retornos, ambas detalhadas nos itens 4.3 e 4.4.1 respectivamente. Por último a coluna observação informa se o ativo é listado em bolsa e se não foram encontrados preços para o ativo apesar dele ser listado em bolsa.

Tabela 12 Ativos da carteira própria de renda variável da Petros que foram excluídos da amostra. Para cada um dos 22 ativos é exibido o nome, código utilizado na bolsa de valores, o valor de mercado divulgado pela própria Petros, a média diária de volume negociado em reais, o número de dias para negociar e os critérios de exclusão definidos no item 4.5. Cada critério que eliminou um determinado ativo é marcado com um “X”. O não enquadramento em apenas um critério já é suficiente para a exclusão da amostra. O ativo Telemig Celular PNC, por exemplo, foi excluído da amostra por ter menos de 20 retornos na amostra e por

necessitar de mais de 1.000 dias para ser liquidado no mercado.

Tabela 13 Ativos da carteira própria de renda variável da Previ que foram excluídos da amostra. Para cada um dos 81 ativos é exibido o nome, código utilizado na bolsa de valores, o valor de mercado divulgado pela própria Previ, a média diária de volume negociado em reais, o número de dias para negociar e os critérios de exclusão definidos no item 4.5. Cada critério que eliminou um determinado ativo é marcado com um “X”. O não enquadramento em apenas um critério já é suficiente para a exclusão da amostra. O ativo Açominas ON, por exemplo, foi excluído da amostra por não ser listado em bolsa e por ser uma posição de valor de mercado menor que R\$10 mil.

Tabela 14 Descontos ajustados a liquidez para a Petros. Para cada um dos 63 ativos é exibido o nome, o código utilizado na bolsa de valores, o valor de mercado divulgado pela própria Petros em milhares de reais, a volatilidade anualizada, a média diária de volume negociado em reais e o número de dias necessários para liquidar toda a posição. A partir desses parâmetros, é calculado o desconto, considerando o horizonte de investimento de 10 anos e a taxa de juros de 15% ao ano. Aplicando-se esse desconto sobre o valor de mercado divulgado pela Petros, obtém-se o valor de mercado ajustado à liquidez. O ativo Bradesco PN, por exemplo, possuindo 31,7% de volatilidade e sendo necessários 17 dias para que a Petros consiga liquidar a posição nesse ativo, seu valor de desconto é de 4,3% sobre o valor de mercado oficialmente divulgado. Assim, seu valor de mercado ajustado a liquidez é de R\$100,4 milhões.

Tabela 15 Descontos ajustados a liquidez para a Previ. Para cada um dos 79 ativos é exibido o nome, o código utilizado na bolsa de valores, o valor de mercado divulgado pela própria Previ em milhares de reais, a volatilidade anualizada, a média diária de volume negociado em reais e o número de dias necessários para liquidar toda a posição. A partir desses

parâmetros, é calculado o desconto, considerando o horizonte de investimento de 10 anos e a taxa de juros de 15% ao ano. Aplicando-se esse desconto sobre o valor de mercado divulgado pela Previ, obtém-se o valor de mercado ajustado à liquidez. O ativo Bradesco PN, por exemplo, possuindo 31,7% de volatilidade e sendo necessários 72 dias para que a Previ consiga liquidar a posição nesse ativo, seu valor de desconto é de 9,4% sobre o valor de mercado oficialmente divulgado. Assim, seu valor de mercado ajustado a liquidez é de R\$ 402 milhões.

RESUMO DAS FIGURAS

- Figura 1** Descontos calculados a partir da média aritmética de diferentes números de simulações, cada uma com 10.000 passos. Os parâmetros utilizados foram horizonte de investimento de cinco anos, taxa de juros de 15% ao ano, volatilidade de 30% e 40 dias para se liquidar a posição. Com 100 simulações, por exemplo, o desconto calculado é de 6,27%.
- Figura 2** Desconto calculado em função dos dias necessários para se liquidar a posição. Cada curva do gráfico representa um horizonte de investimento, em anos. São mantidas constantes a volatilidade anualizada de 30% e a taxa de juros livre de risco em 15% ao ano.
- Figura 3** Desconto calculado em função do horizonte de investimento, em anos. Cada curva do gráfico representa um diferente número de dias necessários para se liquidar a posição. São mantidas constantes a volatilidade anualizada de 30% e a taxa de juros livre de risco em 15% ao ano.
- Figura 4** Desconto calculado em função da volatilidade anualizada. Cada curva do gráfico representa diferentes dias necessários para a liquidação da posição. São mantidos constantes o horizonte de investimento em 5 anos e a taxa de juros livre de risco em 15% ao ano.
- Figura 5** Desconto calculado em função da taxa de juros livre de risco. Cada curva do gráfico representa diferentes dias necessários para a liquidação da posição. São mantidos constantes o horizonte de investimento em 5 anos e a volatilidade anualizada em 30%.
- Figura 6** Desconto calculado em função dos dias necessários para se liquidar a

posição. Cada curva do gráfico representa uma taxa de juros livre de risco praticada no mercado, expressa ao ano. São mantidas constantes a volatilidade anualizada de 30% e o horizonte de investimento em cinco anos.

Figura 7 Divisão do valor total à mercado do segmento de renda variável em carteira própria e carteira de terceiros (barra sólida na 2ª coluna de ambos os gráficos). A carteira própria é subtraída das exclusões (barra sólida na 3ª coluna de ambos os gráficos), e é formada a amostra que de fato é analisada pelo modelo. Por fim o modelo calcula o desconto sobre o valor marcado à mercado (barra hachurada na 4ª coluna de ambos os gráficos) e calcula o novo valor de mercado para cada fundo (barra sólida na 4ª coluna de ambos os gráficos). As barras hachuradas representam os valores subtraídos da barra localizada imediatamente à direita.

Figura 8 Histogramas dos descontos calculados, que devem ser aplicados ao valor marcado à mercado das posições da Previ e da Petros. No histograma da Previ a amostra de descontos contém 84 elementos, enquanto a da Petros contém 67 elementos, correspondentes ao número de ativos analisados de cada fundo. Os descontos estão expressos na forma percentual.

ÍNDICE

1. Introdução	1
1.1. Objetivos	1
1.2. O que é liquidez	3
1.3. O problema da falta de liquidez	5
1.4. O caso LTCM	6
1.5. Liquidez e opções	9
2. Revisão Bibliográfica	10
3. Modelagem	23
3.1. Introdução	23
3.2. O modelo	25
3.3. Premissas	28
3.4. Implementação computacional	30
3.5. Análise de Sensibilidade	32
3.5.1. Sensibilidade ao horizonte de investimento e aos dias para se liquidar	33
3.5.2. Sensibilidade à volatilidade	37
3.5.3. Sensibilidade à taxa de juros	39
3.6. Considerações Finais	41
4. Análise	43
4.1. Introdução	43
4.2. Objetivos	45
4.3. Dados	45
4.4. Metodologia	48
4.4.1. Cálculo da Volatilidade dos retornos	48
4.4.2. Cálculo do Volume médio negociado	49
4.4.3. Premissas	50
4.4.4. Dias para Liquidação	51
4.5. Critérios de Exclusão	52
4.6. Resultados	53
5. Conclusões	59
Referências Bibliográficas	66
Anexos	70

1. INTRODUÇÃO

1.1. Objetivos

Este trabalho identifica a necessidade de se considerar a liquidez dos ativos e mercados nos modelos de alocação de portfólio e de precificação de ativos. No entanto pelo fato de ainda não haver consenso em como inserir os efeitos da liquidez nas modelagens, os trabalhos recentemente desenvolvidos ainda buscam diferentes formas de se definir e abordar a liquidez.

Longstaff (1995), em uma tentativa de modelar os efeitos da liquidez no preço de ações em emissões especiais no mercado americano que não podem ser negociadas por dois anos, cria uma fórmula fechada abordando a liquidez como uma opção de venda. Este novo conceito, posteriormente utilizado por Koziol e Sauerbier (2003), é utilizado para precificar ativos de uma forma diferente da que é utilizada na prática pelo mercado.

Uma posição em um ativo negociado em bolsa geralmente é precificada pelo produto da quantidade do ativo pelo seu valor de mercado, que é preço de fechamento. A grande questão é: será que se o gestor dessa posição conseguiria vendê-la inteiramente a esse preço? Um pequeno investidor talvez sim, mas um grande investidor como um fundo de pensão certamente não. Uma grande oferta de ativos em mercados com pouca liquidez faria os preços caírem, reduzindo substancialmente o caixa resultante da venda dos ativos.

Tentando responder essa questão, este trabalho calcula um fator de desconto que deve ser aplicado sobre o valor de mercado, que leva em conta a dificuldade que o gestor terá de vender seu ativo por conta da liquidez.

As próximas seções deste trabalho estão divididas da seguinte forma:

A seção revisão bibliográfica identifica as principais linhas de pesquisa sobre liquidez, mostra que como a pesquisa neste tema ainda é relativamente recente, os trabalhos ainda tentam encontrar uma definição completa de liquidez. Os trabalhos de Longstaf (1995) e Koziol e Sauerbier (2003), por serem as bases para o modelo proposto neste trabalho, são descritos com mais detalhes.

A seção modelagem apresenta o desenvolvimento do modelo proposto neste trabalho bem como sua sensibilidade. É possível ver como o modelo se comporta variando-se parâmetros como volatilidade, taxa de juros e a quantidade de dias necessários para se desfazer da posição em um ativo. Esta seção descreve também quais foram as premissas adotadas no modelo e suas conseqüências.

A penúltima seção aplica o modelo no mercado brasileiro, calculando o novo valor de mercado ajustado para os dois maiores fundos de pensão no Brasil: A Previ, do Banco do Brasil e a Petros, da Petrobrás. Suas carteiras próprias negociadas em bolsa foram listadas, e o modelo calculou o desconto sobre o valor de mercado divulgado oficialmente para cada ativo.

Na seção de conclusão, a performance e as limitações do modelo são discutidas bem como os resultados obtidos para cada fundo de pensão. O valor oficial da carteira de cada fundo é comparado com o valor após aplicar-se o desconto calculado pelo modelo.

Por fim, algumas sugestões de futuras pesquisas relacionadas ao tema são propostas.

1.2. O que é liquidez

A grande maioria das pessoas tem uma razoável percepção do que seja liquidez. No exemplo abaixo, um corretor de imóveis verifica que em períodos de alta violência urbana, a liquidez no mercado imobiliário diminui drasticamente.

Num momento com tanta repercussão negativa em relação ao bairro, o proprietário vai perder dinheiro com certeza. O ideal é esperar a situação se acalmar – Disse Sandra Tristão gerente de vendas da Apisa Imóveis... A reação do mercado é imediata. Onde há conflito, as pessoas desistem de comprar e a desvalorização é imediata – explicou a corretora.

O Globo, 15 de abril de 2004.

Trabalhos clássicos como o de escolha de carteiras de Merton (1969) e os de precificação de opções tais como os de Black e Sholes (1973) e Merton (1973) assumem que ativos podem ser negociados continuamente e em qualquer quantidade.

Apesar disso, os participantes do mercado conhecem muito bem o significado e os efeitos da liquidez e a levam em conta nas tomadas de decisões. Entretanto, é grande a dificuldade de se conseguir uma definição formal de o que é liquidez onde a maioria concorde. É difícil definir até mesmo o que é um ativo ou mercado ilíquido, já que há muitas formas de um ativo ou mercado estar em uma condição considerada ilíquida por participantes do mercado.

Keynes (1930) já tentava definir liquidez e considerava um ativo mais líquido se era “maior a certeza de ele ser vendido rapidamente sem prejuízo”. Essa definição já

atribuía à liquidez duas dimensões: a dimensão tempo (rapidamente) e a dimensão preço (sem prejuízo).

Medeiros (1989), que também compartilha o conceito de Keynes (1930) acrescenta que a liquidez estende-se tanto para a compra como para a venda de ativos e um ativo será considerado líquido se seu preço não for afetado por novas ordens de compra ou de venda.

Alguns modelos buscam outros parâmetros para definir liquidez. Longstaff (2001), por exemplo, considera que as dimensões tempo e preço são afetadas pela quantidade a ser negociada. Assim, um lote grande de ativos terá uma liquidez menor do que um pequeno lote. Neste caso a dimensão quantidade está contida nas dimensões tempo e preço. Para acrescentar a variável quantidade em seu modelo, Longstaff (2001) adicionou uma restrição quanto à quantidade a ser negociada no tempo por ativos ilíquidos.

Uma outra forma de se definir liquidez muito utilizada na literatura é pela diferença entre as ofertas de compra e venda. Essa diferença de ofertas de compra e venda, considerada um custo de transação, é utilizada por Amihud e Mendelson (1986), Constantinides (1986), Easley e O'Hara (1987), Glosten (1987), Stoll (1989), Grossman e Laroque (1990), Huang (2003) e muitos outros. Nestes trabalhos considerou-se que o grau de liquidez era dado pelo valor do custo de transação em relação ao preço do ativo. É importante observar que esse modelo assume que é sempre possível negociar qualquer ativo desde que se pague o custo de transação, mesmo que muito alto.

1.3. O problema da falta de liquidez

A premissa de que sempre é possível negociar um ativo, bastando-se pagar o custo de transação associado à liquidez, em muitos casos pode ser considerada não realista. Operadores na prática vêem a falta de liquidez como uma limitação ou até restrição de se poder negociar ativos, independente do seu preço. Essa falta de liquidez, ocorrida em alguns casos como os das crises da Ásia e da Rússia, pode fazer alguns mercados simplesmente desaparecer. Nestes casos a liquidez está muito mais associada com a quantidade de operadores dispostos a negociar do que propriamente com o custo de transação.

Algumas citações de jornais ilustram casos de extrema falta de liquidez:

“Perdia dinheiro e ficava noites em claro tentando vender ativos, mas não conseguindo vender nada a preço de mercado,” lembra o gerente financeiro Michael Steinhardt. Para frear as perdas, o Sr. Steinhardt disse aos seus estrategistas para desfazer-se de grandes lotes de títulos europeus; eles só podiam ser vendidos bem abaixo dos seus preços de compra. Poucos dias depois o Sr. Steinhardt mal conseguia encontrar compradores para pequenos lotes. “Quando vendemos nosso último título...” ele disse, “a liquidez acabara de desaparecer”.

Wall Street Journal, 20 de Maio de 1994.

Quando um programa de computador aponta um ganho de arbitragem, assume-se que existirá um comprador na outra ponta quando o negócio é fechado. Mas as crises da Rússia e Ásia perturbaram tanto o mercado que os compradores desapareceram.

Business Week, 21 de Setembro de 1998.

Os que tinham títulos russos estavam presos. Não havia negócios. Nenhuma oferta de compra ou de venda. Uma estratégia que havia sido lucrativa – os operadores da unidade de Nomura em Nova Iorque fizeram um total de \$100 milhões de dólares na Rússia nos três anos anteriores – subitamente foi destruída... Merrill possuía títulos corporativos brasileiros que eram travados na venda a descoberto de títulos públicos de curto prazo – tinham apostado na queda dos títulos públicos ao vendê-los sem os ter. Na crise, as poucas ofertas de compra

apareciam na tela, mas eram instantaneamente executadas. “Qualquer compra era rapidamente satisfeita,” disse Sr. Komansky. “Não era possível cobrir as posições vendidas. Não era possível vender as posições longas.”

Wall Street Journal, 22 de setembro de 1998.

1.4. O caso LTCM¹

Em 1993, Meriwether, ex-chefe da mesa de renda fixa do Salomon Brothers, dava os primeiros passos na criação da nata dos fundos mútuos, o Long Term Capital Management (LTCM). Administrado por nada menos que Robert Merton e Myron Sholes entre outros, o LTCM era o sonho de consumo dos investidores, apesar da suas taxas de administração serem quase o dobro das usuais.

Ainda em janeiro de 1998, poucos meses após Merton e Sholes dividirem o prêmio Nobel de economia, o LTCM ainda era considerado um dos melhores fundos de investimento.

Assim como muitos fundos faziam, o LTCM usava as ferramentas para a avaliação de risco. Uma delas era o VaR, que definia a maior perda potencial em um dia com um determinado nível de significância. O LTCM usava os VaR de 95% e 99% e com base nessas técnicas estimava que sua perda ou ganho ficariam em torno de 45 milhões de dólares. Ainda de acordo com os modelos apresentados em *roadshows*, uma queda de 10% em um dia era considerada um evento de três desvios padrão.

¹ Maiores informações em Lowenstein (2001) e em também em <http://www.derivativesstrategy.com/magazine/archive/1999/0499fea1.asp>

Em 1998, a carteira do fundo estava basicamente vendida em títulos de curto prazo e comprado em títulos longos de pior qualidade. Essa estratégia apesar de bastante lucrativa, dependia da rolagem dos títulos de curto prazo, que a princípio sempre foi muito fácil de se realizar.

De acordo com os administradores do LCTM, os problemas começaram em maio e junho de 1998. Uma queda no mercado fez com que muitos fundos desfizessem suas posições em títulos de mercados emergentes. Além disso, os títulos de curto prazo do tesouro tiveram uma forte pressão que fizeram com que seu *spread* de compra e venda aumentasse.

Enquanto isso, bancos como o Salomon que sempre garantiram as rolagens de curto prazo, começaram a sair do mercado. As conseqüências desse fato foram subestimadas, pois acharam que outros *players* assumiriam essas posições devido a atratividade dos títulos de curto prazo, o que de fato ocorreu, mas em quantidade insuficiente.

O LCTM perdeu 16% entre maio e junho. Os administradores decidiram rebalancear e reduzir a carteira de modo a reduzir o VaR de US\$45 para 36 milhões ao dia. No entanto cometeram um erro crítico: Ao reduzirem a carteira, preferiram reduzir muito os investimentos de baixo retorno esperado e manter os de alto.

O modelo de risco indicava que tudo estava sob controle. O risco estava previsto em US\$36 milhões ao dia. No entanto o LCTM estava carregado de papéis ilíquidos e os

modelos não consideravam esse fato. As variações diárias atingiam US\$100 milhões e os administradores já percebiam que algo estava errado na forma de se prever o risco.

Então chegou a crise da Rússia em agosto de 1998. No dia 17 deste mês o governo russo anunciou o *default* dos títulos e o mercado despencou. Todos os fundos de investimentos começaram a se desfazer de suas posições e buscaram títulos mais seguros: os títulos do tesouro americano. Somente no dia 21 de agosto o LTCM perdeu US\$550 milhões. Em agosto o fundo perdeu 44% do seu valor. O modelo considerava essa perda um evento de 14 desvios padrão, algo que demoraria bilhões de vezes o tempo de formação do universo. Mas ele ocorreu em um período de cinco anos de existência do fundo.

Reunião às 7 da manhã de domingo. Os sócios do LTCM, um atrás do outro, ligando de Tóquio e Londres, reportavam que os seus mercados haviam secado. Não havia compradores nem vendedores. Estava nada menos que impossível de se administrar grandes carteiras.

Wall Street Journal, 16 de Novembro de 1998.

Apesar da tentativa desesperada de aporte de capital e a tentativa de zerar as posições, o fundo não conseguiu recuperar as perdas e divulgou o resultado anual em 1º de setembro, com uma perda de 50% do seu valor. Após a divulgação ocorreu uma fuga dos investidores das cotas do LTCM e o fundo foi vítima do apetite voraz de Wall Street, que tirou proveito ao máximo de sua crise.

Na metade de setembro já era fato de que o fim do LTCM estava próximo. A alavancagem estava em 1:100. Finalmente, em 23 de setembro de 1998 o equilíbrio foi restabelecido por um consórcio de 14 bancos, que compraram 90% do fundo.

Após o colapso, os administradores reconhecerem que não estavam conscientes de todos os fatores que regem a dinâmica do mercado. Mostraram-se surpresos com o efeito da liquidez nos retornos. No auge da crise, os mercados secaram e ninguém quis ficar na outra ponta das operações do LTCM, independentemente do preço. E isso não era previsto no cálculo do VaR, baseado em dados históricos e em preços de mercado.

1.5. Liquidez e Opções

Apesar de num primeiro momento liquidez e opções parecerem assuntos completamente distintos, liquidez pode também ser definida como a possibilidade (ou opção) de um investidor vender um ativo quando desejasse pelo seu preço de mercado. De acordo com essa definição, se um investidor puder sempre que quiser vender seu ativo ao preço de mercado, o ativo será perfeitamente líquido. Mais ainda: quanto maiores forem as restrições de negociação, sejam elas restrições de negociação em determinados dias ou acima de determinadas quantidades, menores são as opções de venda do ativo e sua liquidez no mercado. Longstaff (1995) e Koziol e Sauerbier (2003) passam esse conceito intuitivo para um modelo e buscam precificar o prêmio ou desconto de liquidez por opções.

Outra motivação interessante em abordar a liquidez como uma opção é o fato de que quando um ativo aumentar sua liquidez, ele terá mais valor do que tinha antes. Essa abordagem está perfeitamente coerente com o conceito de opções, já que ter mais opções sempre agrega valor. Assim, um ativo com mais liquidez possui na prática mais opções de venda, que aumentam seu valor de mercado. Essa relação direta entre liquidez e valor do ativo, além de intuitiva, é citada por Amihud e Mendelson (1986).

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os modelos tradicionais de precificação de ativos baseiam-se na premissa de que os mercados financeiros são sempre líquidos e que seus agentes podem negociar sempre e quanto quiserem. Porém, sabe-se há muito tempo que na prática isso não é sempre verdade. Apesar disso, o tema liquidez foi pouco explorado na literatura em comparação com outros temas relacionados, por exemplo, a otimização de portfólio.

Devido a grande necessidade de se levar em conta os efeitos da liquidez nos mercados, é observado um crescente interesse pela comunidade científica pelo tema na última década. Por ser um assunto relativamente novo, as pesquisas ainda avançam em diversas direções e muito pouco consenso existe em relação a como deve ser a forma de se tratar a liquidez em nossos mercados. Esta revisão bibliográfica mostra as principais linhas de pesquisa e alguns resultados obtidos. O presente trabalho segue a linha de Longstaff (1995), que cria um modelo baseado em opções para chegar aos resultados empíricos de Silber (1991). Esse modelo de Longstaff (1995) é posteriormente melhorado por Koziol e Sauerbier (2003). Esse último modelo é adaptado para considerar restrições de volume e utilizado neste trabalho.

Amihud e Mendelson (1986) propõem que a liquidez afeta o preço dos ativos, pois os investidores requerem uma compensação pelos custos de transação associados à falta de liquidez. Propõem também que esses custos são a diferença entre os preços de compra e venda (*bid-ask spread*). Criam um modelo onde diferentes investidores formam diferentes carteiras sobre um conjunto de ativos. Esses ativos possuem diferentes *spreads* de compra e venda e são comprados pelo preço de venda, mantidos em carteira por um período aleatório modelado por uma distribuição exponencial e vendidos pelo

preço de compra. Cada ativo gera uma quantidade específica de fluxo de caixa. Os investidores foram numerados e ordenados de forma crescente pelo seu horizonte de investimento e os ativos foram ordenados de forma crescente pelo seu spread. A regra criada no modelo foi que cada investidor teria como objetivo maximizar o fluxo de caixa esperado de sua carteira de ativos. Assim, cada investidor, dependendo do seu horizonte de investimento médio esperado, escolhe os ativos cuja diferença entre o fluxo de caixa esperado descontado e o custo descontado associado à liquidez seja a maior possível. Amihud e Mendelson (1986) chegam a interessantes conclusões. A primeira é que o retorno esperado dos ativos cresce diretamente com o spread. A segunda conclusão é que existe um efeito clientela onde papéis com maiores *spreads* são comprados com maiores horizontes de investimento. Esse efeito é intuitivo, já que investidores que possuem horizontes de investimento de curto prazo estarão avessos a comprar ativos com alto custo de liquidez, pois esses custos certamente irão se sobrepor sobre os eventuais altos retornos do ativo. Já um investidor de maior horizonte de tempo irá se interessar por esse mesmo ativo, pois neste caso o custo de liquidez se diluirá no tempo e o alto retorno do ativo compensará o investimento. Outra conclusão é que esse efeito clientela faz com que a sensibilidade do retorno exigido pelo *spread* diminua à medida que o próprio *spread* aumenta. Nos resultados do seu modelo, os investidores de curtíssimo prazo requerem um retorno adicional de 11% para ativos com *spread* (diferença entre o preço de compra e venda) de 1%. Já os investidores de curto prazo, requerem 14% de retorno adicional para ativos com *spread* de 2%. Os investidores de médio prazo requerem 15% para um *spread* de 3% e os de longo prazo requerem 15,5% para um *spread* de 4%. Essa concavidade na relação entre o retorno esperado e o spread também se reflete na relação entre valor do ativo com spread e o seu ativo espelho sem

spread. Para um *spread* de 1% o valor cai rapidamente de 100% para 90%, e a medida que o *spread* aumenta, o valor decai até 87% com um *spread* de 4%. Assim, Amihud e Mendelson (1986) concluem também que o valor do ativo cai em função da falta de liquidez. Lippman (1986) busca definir a liquidez em termos do tempo em que um ativo é trocado por dinheiro. Mostra que essa definição é compatível com a de Keynes (1930) e aponta os fatores que determinam o aumento de liquidez como a frequência de ofertas e a previsibilidade do preço de um ativo, isto é sobre o quanto um ativo pode ser vendido pelo seu preço previsto. Também verifica o custo causado pela venda antecipada de um ativo.

Silber (1991) estuda os descontos em emissões de ações pela *SEC's rule 144*.² Essas emissões, por não requererem o registro na SEC, têm a contrapartida de ter uma restrição que obriga os compradores que mantenham a ação em carteira por pelo menos dois anos. É intuitivo que um investidor irá requerer alguma compensação por não poder vender sua ação por dois anos o que poderá acarretar a perda de várias oportunidades de bons negócios. Silber (1991) verifica uma amostra de 310 emissões pela *SEC's rule 144* ocorridas entre 1981 e 1988. Eliminando emissões com *warrants* ou outras compensações ficou com uma amostra de 69 emissões. Para cada emissão extrai-se as informações como a data da emissão e o preço dessa mesma ação que era livremente negociada no mercado nesta data. Calcula-se o preço pela média do preço de compra e venda. Silber (1991) verifica que o desconto médio percentual foi de 33,75%, e a razão média entre a quantidade de ações emitidas pela quantidade de ações totais (incluindo emitidas) é de 13,6%. O valor médio das emissões é de US\$4,3 milhões de

² Para uma análise sobre a regra SEC 144 ver Fogelson (1982).

empresas com faturamento e lucro médio de US\$40 e US\$0,9 milhões de dólares. O próximo passo foi dividir a amostra em duas partes, uma com descontos maiores de 35% e outra com descontos menores que esse percentual. Silber (1991) constata que o percentual de desconto da amostra de emissões com desconto maior de 35% foi de 53,9% contra 14,1% do grupo com desconto menor que 35%. Outras constatações interessantes ocorreram quando Silber (1991) comparou alguns dados entre os grupos. No grupo com desconto maior que 35% a razão média entre a quantidade de ações emitidas pela quantidade de ações totais (incluindo emitidas) é maior (16,3% contra 10,9%). No grupo com desconto maior que 35% é menor e negativo (-US\$1,4 milhões contra US\$3,1 milhões). Além disso, o grupo com maior desconto é formado por empresas com menor faturamento (US\$14 milhões contra US\$65 milhões) e com menor valor de mercado (US\$33 milhões contra US\$74 milhões). A partir dessas informações, Silber (1991) constrói um modelo estatístico simples para verificar quais fatores mais influem na exigência de desconto pelo mercado nessas emissões.

Silber (1991) mostra que o fator que mais contribuiu para o desconto foi o percentual da emissão em relação ao valor total do patrimônio da empresa o que sugere que emissões com altos percentuais em relação ao patrimônio inicial requerem um maior desconto pelo mercado.

Longstaff (1995), a partir das evidências empíricas apresentadas por Silber (1991), desenvolve uma fórmula fechada para calcular um limite superior para o desconto de liquidez para ativos que são impossibilitados de serem vendidos por um determinado período. Para modelagem da fórmula, considera um investidor hipotético com tempo de mercado perfeito, isto é, sabe o melhor momento de vender seu ativo e ele teria um

horizonte de investimento T. Se não existisse a restrição de liquidez, o investidor poderia vender o ativo quando atingisse o seu máximo. No entanto ele só poderá vendê-lo no instante T devido a restrição de liquidez. Portanto, é esperado que ele exija alguma compensação para comprar o ativo restrito.

Longstaf (1995) considera que o ativo segue um processo estocástico definido por:

$$dV = \mathbf{m}Vdt + \mathbf{s}VdZ \quad 2.1$$

Sendo \mathbf{m} e \mathbf{s} constantes e Z um processo padrão de Wiener e assumiu que a taxa livre de risco r era constante.

Para o investidor que só poderá vender o ativo em T devido a restrição de liquidez, o valor do ativo será o valor presente do caixa referente a venda do ativo V_T na data T. Se a restrição de liquidez não existisse, o investidor venderia o ativo de forma ótima ente 0 e T, maximizando o valor do caixa M_T proveniente da venda do ativo levado para o tempo T, sendo:

$$M_T = \max_{0 \leq t \leq T} (e^{r(T-t)} V_t) \quad 2.2$$

Longstaff (1995) observa que a diferença $M_T - V_T$ também pode ser vista como o valor de uma opção de venda do tipo *lookback* de máximo e de preço de exercício flutuante.³ Assim, para o desenvolvimento da fórmula, definiu-se $F(V,T)$ como o valor presente de $M_T - V_T$. Esse valor presente é:

$$F(V,T) = e^{-rT} E[M_T] - e^{-rT} E[V_T] \quad 2.3$$

³ Uma opção de venda *lookback* de máximo com preço de exercício flutuante é uma opção que paga a diferença entre o preço máximo que o ativo objeto atingiu desde a emissão da opção até o seu vencimento e o preço do ativo objeto no vencimento.

Usando as funções densidade para o máximo de um movimento browniano, Longstaff

(1995) desenvolve a fórmula fechada:

$$F(V, T) = V \left(2 + \frac{\mathbf{s}^2 T}{2} \right) N \left(\frac{\sqrt{\mathbf{s}^2 T}}{2} \right) + V \sqrt{\frac{\mathbf{s}^2 T}{2\mathbf{p}}} \exp \left(-\frac{\mathbf{s}^2 T}{8} \right) - V \quad 2.4$$

Onde $N(\cdot)$ é a função de distribuição normal acumulada.⁴ Essa fórmula fornece o desconto máximo que um investidor pode exigir por não poder negociar por um período T um ativo de volatilidade \mathbf{s} . Analisando a fórmula podemos ver que $F(V, T)$ é uma função que cresce em função de T . Esse comportamento é intuitivo, pois quanto mais tempo o ativo ficar sem negociar maiores são as chances de se ter uma oportunidade de venda a um preço muito alto entre 0 e T que é perdida devido a restrição de venda. O crescimento de $F(V, T)$ em função do aumento de \mathbf{s} também é intuitivo, pois quanto maior a volatilidade, maiores as chances do ativo atingir altos valores entre 0 e T .

Longstaff (1995) calcula com base nesta fórmula, os descontos para ações e títulos e verificou que mesmo para poucos dias de restrição de negócios, já existem significativos descontos requeridos pela falta de liquidez. Para títulos com uma volatilidade anual de $0,025$ os descontos variam de $0,235\%$ para cinco dias sem liquidez até $1,001\%$ para 90 dias sem liquidez. Para ações, com volatilidade anuais de $0,30$ os descontos podem variar de $2,852\%$ para cinco dias até $12,542\%$ para 90 dias. Essa diferença entre os descontos dos títulos e das ações deve-se unicamente pela diferença de volatilidade. Aumentando-se o prazo da ação para dois anos, que foi é o prazo de

⁴ A fórmula proposta por Longstaff (1995) difere da fórmula de Goldman e Gatto (1979), citada em Hull (2002) pg 441, apesar de ambas serem fórmulas fechadas de opções de venda lookback de máximo com preço de exercício flutuante. Isso se deve ao fato da abordagem de Longstaff (1995) maximizar o valor presente do ativo entre a emissão e o vencimento da opção enquanto que a fórmula de Goldman e Gatto (1979) maximiza apenas o valor do ativo entre a emissão e o vencimento da opção.

restrição de venda para ações emitidas pela *SEC's rule 144*, temos um desconto de 38,605%, que se aproxima do desconto encontrado empiricamente por Siber (1991).

Depois de Longstaff (1995), vários trabalhos foram publicados tentando mostrar o efeito da liquidez nos ativos e no mercado como um todo. Apesar dos estudos seguirem linhas distintas, todos contribuem para o avanço do entendimento dos efeitos da liquidez.

Chordia, Roll e Subrahmanyam (2001) estudam de forma agregada os *spreads* e a frequência de negócios (*trading activity*) em uma longa série de dados. O estudo mostrou a influência de variáveis como a volatilidade, taxas de longo e custo prazo, grandes anúncios macroeconômicos e inclusive o dia da semana como determinantes da liquidez e da frequência de negócios. Verificam também uma assimetria de resposta do spread, pois o spread aumenta muito em mercados em baixa, mas não diminui o suficiente na alta. Bernardo e Welch (2003) modelam corridas no mercado financeiro. Argumentam que o medo de um futuro choque de liquidez faz com que os investidores prefiram vender seus ativos imediatamente a ter que vender após a corrida ao mercado. Assim concluem que as crises de liquidez não são causadas pelo choque de liquidez em si, mas sim pelo medo do choque. Longstaff (2001) mostra que a estratégia ótima de uma carteira muda se o investidor estiver em um mercado com restrições de liquidez. Nesse mercado ele irá se comportar como se tivesse restrições de captação e de venda a descoberto. Além disso, o investidor tenderá a escolher períodos de investimentos mais longos. Longstaff (2001) mostra que o desconto requerido pelos investidores para compensar a falta de liquidez é compatível com os descontos substanciais observados no mercado. Huang (2003) verifica que o prêmio de liquidez requerido para investir um

determinado ativo depende das restrições de crédito. Além disso, a falta de liquidez possui maior efeito no retorno dos ativos quando o investidor não tem um horizonte de investimento definido, o que ajuda a explicar o efeito de certos ativos terem um prêmio de liquidez apesar de sua baixa frequência de negociação. Kahl e Longstaff (2003) estudam os custos que recaem em investidores que enfrentam fortes restrições de liquidez na hora de vender suas ações e diversificar o risco de sua carteira. O estudo mostra que esse custo pode ser grande o suficiente para fazer com que o investidor aceite vender seus ativos por uma pequena fração de seu valor caso não houvesse restrição de liquidez.

Koziol e Sauerbier (2003) utilizam os conceitos de Longstaff (1995) para desenvolver um novo modelo para o cálculo de desconto de liquidez em títulos alemães. Verificam que o modelo de Longstaff (1995) possui muitas limitações, sendo as principais a ausência total de negociação no período de negociação e a premissa de taxas de juros constantes. Ao contrário de Longstaff (1995), Koziol e Sauerbier (2003) utilizam taxas de juros estocásticas do tipo Vasicek (1977) e permitem que os títulos sejam negociados em vários momentos. Outra diferença fundamental é que enquanto Longstaff (1995) usa sua fórmula fechada para definir um limite superior, Koziol e Sauerbier (2003) calculam o desconto propriamente dito, e não um limite superior ou inferior. Koziol e Sauerbier (2003) definem dois títulos que só pagam na data de vencimento T , sendo $P(t,T)$ seus valores de mercado na data t . A diferença entre os dois títulos está na sua liquidez, já que enquanto o líquido pode ser negociado em qualquer ponto do intervalo $[0,T]$, o ilíquido só pode ser negociado nos tempos $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_N \leq T$. Se fizermos a mesma assunção de Longstaff (1995) a respeito do tempo de mercado perfeito dos

investidores, podemos observar que o título líquido deverá ter valor de mercado maior ou igual ao ilíquido, pois o investidor poderá vendê-lo a preços maiores ou iguais ao preço do ilíquido.

O preço de venda do título líquido será;

$$\max_{0 \leq t \leq T} \left\{ P(t, T) e^{\int_t^T r_s ds} \right\} \quad 2.5$$

Que é o valor no vencimento de uma opção *lookback* de compra com preço de exercício fixo e igual a zero.

O mesmo raciocínio é feito para o título ilíquido, mas satisfazendo a condição de que ele só pode ser negociado em alguns instantes compreendidos no intervalo $[0, T]$. Koziol e Sauerbier (2003) assumem que devido a falta de liquidez o título já seria negociado com um desconto $g(T)$ constante ao longo da vida do título ilíquido.

Assim, o preço de venda do título ilíquido seria dado por:

$$e^{-g(T)(T-t)} P(t, T) \quad 2.6$$

Como consequência, assumindo mais uma vez que o investidor tem um tempo de mercado perfeito, o ganho para o investidor em T com sua estratégia ótima será:

$$\max_{i=1, \dots, N} \left\{ e^{-g(T)(T-t_i)} P(t_i, T) e^{\int_{t_i}^T r_s ds} \right\} \quad 2.7$$

Esse ganho, assim como no resultado do título líquido, é também igual ao ganho no vencimento de uma opção de compra *lookback* com preço de exercício fixo e igual a zero, sendo neste caso o ativo objeto é expresso por:

$$e^{-g(T)(T-t)} P(t, T) e^{\int_t^T r_s ds} = P(t, T) e^{\int_t^T (r_s - g(T)) ds} \quad 2.8$$

Além disso, o valor máximo terá que estar contido entre os valores discretos $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_N \leq T$.

Koziol e Sauerbier (2003) argumentam a que diferença relativa entre as opções *lookback* líquida e ilíquida fornecem o valor do desconto de liquidez do título. Assim, o valor do desconto é calculado por:

$$e^{g(T)T} = \frac{\text{valor do título líquido}}{\text{valor do título ilíquido}} = \frac{\text{valor da opção líquida}}{\text{valor da opção ilíquida}} \quad 2.9$$

Para o calculo do valor das opções *lookback* foi utilizado uma taxa de juros r_t seguindo o processo de Vasicek (1977) com reversão a média $\mathbf{f}(t)$ introduzido por Hull e White (1990) dado por:

$$dr_t = k(\mathbf{f}(t) - r_t) \cdot dt + \mathbf{s} \cdot dz_t \quad 2.10$$

sendo z_t o valor do processo padrão de Wiener e k a velocidade de reversão a média.

Koziol e Sauerbier (2003) definem $\bar{S}(t, T)$ como o valor da opção *lookback* na data t , com vencimento em T . Assim, o valor no vencimento para a opção contínua será:

$$\bar{S}(T, T) = \max_{0 \leq t \leq T} \left\{ P(t, T) e^{\int_t^T r_s ds} \right\} \quad 2.11$$

E o valor da opção discreta será:

$$\underline{S}(T, \mathbf{g}(T), t_1, t_2, \dots, t_N) = \max_{i=1, \dots, N} \left\{ e^{-\mathbf{g}(T)(T-t_i)} P(t_i, T) e^{\int_{t_i}^T r_s ds} \right\} \quad 2.12$$

Assim o valor do desconto para um título será dado por:

$$\mathbf{g}(T) = \frac{1}{T} \ln \left(\frac{\bar{S}(0, T)}{\underline{S}(0, \mathbf{g}(T), t_1, t_2, \dots, t_N)} \right) \quad 2.13$$

Koziol e Sauerbier (2003) observam que o valor do desconto $\mathbf{g}(T)$ é função dele mesmo, e para isso utilizam uma solução de um problema de ponto fixo. Para chegar a resultados numéricos, utilizaram simulação de Monte Carlo com 100.000 repetições.

Os resultados obtidos indicaram que além do número de dias em que é possível se fazer a negociação, o posicionamento do dia no intervalo $[0, T]$ também influencia significativamente o *spread*. Se os dias onde são possíveis de serem negociados estiverem relativamente perto da data de emissão do título, o desconto será mínimo. A medida em que os dias negociáveis vão se afastando da data de emissão, o desconto

aumenta até um valor máximo que é quanto os dias coincidem com a data de vencimento, o que significa que só se poderia vender o título no seu vencimento em T .

Outra conclusão interessante é que quanto maior a volatilidade, maior o desconto, pois apesar de tanto o numerador (opção líquida) quanto o denominador (opção discreta) aumentarem em função do aumento da volatilidade, o aumento percentual será maior no numerador pois a opção líquida conseguirá absorver melhor as oportunidades causadas pelo aumento da volatilidade do que a opção discreta. Uma constatação intrigante do modelo é que a relação entre o desconto e o tempo de vencimento T do título é uma função com concavidade para baixo. À medida que o prazo para o vencimento aumenta, o desconto aumenta, mas a partir de um certo ponto esse desconto começa a diminuir e tende a zero quanto T tende a infinito. Esse resultado difere do encontrado por Longstaff (1995) que verificou que o desconto sempre cresce em função do aumento do prazo e à medida que o prazo torna-se muito longo, o valor do desconto acaba convergindo. Esse efeito é análogo ao de Amihud e Mendelson (1986), que sugerem que essa diminuição da sensibilidade do desconto com o tempo ocorre devido ao efeito clientela, já que investidores com maiores horizontes de investimento terão o efeito da falta de liquidez diluídos no tempo.

Por fim, Koziol e Sauerbier (2003) aplicaram o modelo em títulos alemães. Para os títulos líquidos utilizaram os títulos governamentais alemães, e para os ilíquidos os títulos *Pfandbriefe* que são títulos garantidos por hipotecas ou empréstimos para o setor público e possuem o mesmo risco de crédito dos títulos governamentais, porém menor liquidez. Verificou-se empiricamente que de janeiro do 2000 até dezembro de 2001 o desconto de liquidez ficou entre zero e 30 pontos base, média 19 e desvio-padrão 10.2 pontos base. Após fazer a calibração do modelo, estimando os parâmetros k , \mathbf{u} , \mathbf{f} do

comportamento dos juros estocásticos, verificou-se que os descontos calculados foram praticamente o dobro do empírico. A interpretação desse resultado é que o modelo considera que os investidores possuem tempo de mercado perfeito, o que não é verdade. Assim, Koziol e Sauerbier (2003) calcularam uma constante de valor 0,49 que é um fator de ajuste do desconto de liquidez para um tempo de mercado não-perfeito.

O modelo que este trabalho apresenta é uma adaptação do modelo apresentado por Koziol e Sauerbier (2003) para que seja restringido o volume de negociação além dos momentos em que se pode negociar. Ao evoluir o modelo de Longstaff (1995), Koziol e Sauerbier (2003) incorporaram o conceito de precificação de liquidez por opções, que também é usado neste trabalho.

Como se pode observar, ainda não há consenso em relação a quais são as dimensões da liquidez nem como ela deve ser tratada. Talvez o único consenso em relação à liquidez é que ela certamente impacta os preços de mercado, mesmo fora de tempos de crise de liquidez.

3. MODELAGEM

3.1. Introdução

Este trabalho modela a liquidez por opções com restrição ao volume de negócios. O modelo de Longstaff (1995), apesar de muito simples e eficaz, é aplicável somente para ativos que ficarão não poderão ser negociados por um determinado período e após esse período tornar-se-ão perfeitamente líquidos. Ativos que seguem esse comportamento são, por exemplo, ações emitidas com cláusulas de não-revenda. No entanto, na maioria dos ativos, ainda que com certa restrição, podem ser negociados ao longo do tempo.

Koziol e Sauerbier (2003) buscam justamente adaptar o modelo de Longstaff (1995) para considerar a possibilidade de se negociar ao longo do tempo, utilizando o mesmo conceito para precificar os ativos: a modelagem da liquidez por opções *lookback*. Ao contrário de Longstaff (1995), Koziol e Sauerbier (2003) possibilitam a negociação ao longo do tempo utilizando opções *lookback* discretas cujo caminho discreto são as datas negociáveis e comparam o valor dessa opção com o valor da opção *lookback* contínua.

A grande crítica para o modelo de Koziol e Sauerbier (2003) é que nos períodos negociáveis a liquidez é perfeita, isto é, o investidor não pode escolher qualquer data de negociação, mas dentre as datas possíveis, pode negociar o quanto desejar. Essa premissa faz com que a liquidez assuma valores binários a cada dia, podendo haver falta total de liquidez em alguns dias e liquidez total em outros. Para investidores com grandes posições essa premissa parece pouco realista, pois se já existe uma falta de liquidez que impede a negociação de um ativo em vários dias, não parece lógico que nos poucos dias possíveis de negociação seja possível negociar o ativo em grandes

quantidades. Outro ponto fraco no modelo de Koziol e Sauerbier (2003) é que o modelo é insensível ao tamanho da posição do investidor.

O modelo apresentado neste trabalho é uma adaptação do modelo de Koziol e Sauerbier (2003) onde é adicionada a restrição de volume à negociação. Enquanto no modelo de Koziol e Sauerbier (2003) é considerado que o investidor com tempo de mercado perfeito venderá seus ativos no máximo valor que o ativo atingiu dentre os dias possíveis de negociação, no modelo proposto, o ativo será vendido neste mesmo dia – no seu máximo valor – limitado por um determinado volume máximo. O resto então será vendido pelo segundo maior valor que o ativo atingiu no período limitado pelo mesmo volume máximo determinado, e assim por diante.

Assim, por exemplo, se um investidor tiver uma posição dez vezes maior que o volume máximo de venda, ele só conseguirá desfazer de sua posição em dez dias, e aproveitará dentre os dias negociáveis, os dez melhores preços que o ativo atingir. O preço final será a média dos valores presentes dos preços de venda desses dez dias.

Esse comportamento parece mais realista que o modelo anterior, pois um investidor tentando desfazer-se de uma grande carteira tentará vender ao longo do tempo os ativos de sua carteira pelo melhor preço, aproveitando as melhores oportunidades, limitando a quantidade a ser vendida por dia para não derrubar os preços. Além disso, pelo modelo proposto, um investidor com uma carteira igual, porém muito maior que a de outro investidor terá mais dificuldades de vender seus ativos pelo preço desejado, já que não conseguirá vender o mesmo percentual da carteira do outro investidor nas melhores

oportunidades. Assim, é esperado que o investidor com a menor carteira consiga um melhor preço de venda por seus ativos devido a sua menor exposição à liquidez.

3.2. O modelo

O modelo proposto tem o objetivo de calcular o desconto que um investidor deve aplicar no valor de mercado de seu ativo, devido à restrição de liquidez existente no mercado, que afetará o preço de venda do ativo no momento de realizar os ganhos ou perdas. Assim como o de Koziol e Sauerbier (2003), o modelo proposto calcula o valor do desconto propriamente dito, e não um limite superior como o de Longstaff (1995).

Supondo que o ativo S possui um comportamento estocástico definido por:

$$dS = \mathbf{m}dt + \mathbf{s}dZ \quad 3.1$$

Sendo \mathbf{m} e \mathbf{s} constantes e Z um processo padrão de Wiener e assumiu que a taxa livre de risco r era constante.

Considerando que os investidores possuem um tempo de mercado perfeito e seu horizonte de investimento será T , conclui-se que o ativo S será vendido na melhor oportunidade entre $[0, T]$ dadas as restrições impostas pelo modelo.

O investidor que não sofre nenhuma restrição de liquidez venderá seu ativo no período entre $[0, T]$ que maximizará o valor presente do caixa proveniente da venda do ativo S .

Esse valor é dado por:

$$\max_{0 \leq t \leq T} \{S(t)e^{-rt}\} \quad 3.2$$

Esse valor, assim como em Koziol e Sauerbier (2003), pode ser considerado uma opção *lookback*, com preço de exercício fixo igual a zero.

O investidor que possui restrições de venda devido a liquidez só poderá vender seus ativos em determinados instantes de tempo e restrito por um limite constante de volume Q_M por instante de tempo. Assim, o número de dias que serão necessários para se desfazer de toda a carteira é dado por:

$$n_D = \frac{Q_T}{Q_M} \quad 3.3$$

Sendo Q_T a posição total do investidor no ativo S.

Define-se que existirá um e apenas um instante por dia em que será possível negociar até o volume máximo. Supondo existir N instantes possíveis para se vender entre $[0, T]$, os valores presentes de todos os possíveis caixas provenientes da venda do ativo S entre $[0, T]$ é dado por:

$$\begin{bmatrix} V(t_1) \\ V(t_2) \\ \vdots \\ V(t_N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S(t_1) \\ S(t_2) \\ \vdots \\ S(t_N) \end{bmatrix} \bullet EXP \left(-r \cdot \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_N \end{bmatrix} \right) \quad 3.4$$

Sendo $V(t_i)$ o valor presente do caixa proveniente da venda do ativo S no tempo t_i pelo preço $S(t_i)$, r taxa de desconto *flat*, sendo t_1, t_2, \dots, t_N instantes discretos diários

de negociação entre $[0,T]$ e sendo \bullet o produto termo a termo dos vetores. Reescrevendo a equação 3.4 na forma vetorial temos:

$$\bar{V} = \bar{S} \bullet EXP(-r \cdot \bar{T}) \quad 3.5$$

Define-se $O_{N \times 1}$ como o vetor $V_{N \times 1}$ ordenado de forma descendente. Assim, a média aritmética dos n_D maiores valores de $V_{N \times 1}$ é dado por:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n_D} O_{N \times 1}(i,1)}{n_D} \quad 3.6$$

Sendo $O_{N \times 1}(i,1)$ o i -ésimo elemento do vetor $O_{N \times 1}$.

Substituindo n_D pela razão entre Q_T e Q_M temos:

$$\frac{\sum_{i=1}^{Q_T/Q_M} O_{N \times 1}(i,1)}{Q_T/Q_M} \quad 3.7$$

Este é o caixa proveniente da venda do ativo S entre $[0,T]$, restrito pelo volume Q_M , com um investidor com uma posição Q_T , com N instantes diários para a venda. Podemos interpretar esse valor como o valor de uma opção lookback discreta, com vencimento em T, com N valores discretos e que paga a média dos n_D maiores valores presentes com preço de exercício fixo e igual a zero.

Seguindo Koziol e Sauerbier (2003), definimos o desconto de liquidez como a razão entre as opções *lookback* líquida pela ilíquida:

$$\text{desconto} = \frac{\text{valor da opção líquida}}{\text{valor da opção ilíquida}} \quad 3.8$$

Para evitarmos a assimetria nos descontos e evitar que ele seja maior que 100%, definimos o desconto de liquidez \mathbf{g} como:

$$\mathbf{g} = \ln \left(\frac{\text{valor da opção líquida}}{\text{valor da opção ilíquida}} \right) \quad 3.9$$

Substituindo em \mathbf{g} o valor das opções líquidas e ilíquidas encontradas obtemos:

$$\mathbf{g} = \ln \left(\frac{\max_{0 \leq t \leq T} \{S(t)e^{-rt}\}}{\frac{\sum_{i=1}^{Q_T/Q_M} O_{Nx1}(i,1)}{Q_T/Q_M}} \right) = \ln \left(\max_{0 \leq t \leq T} \{S(t)e^{-rt}\} \right) - \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^{Q_T/Q_M} O_{Nx1}(i,1)}{Q_T/Q_M} \right) \quad 3.10$$

3.3. Premissas

O modelo proposto assume algumas premissas que são analisadas nessa seção. A primeira delas é que o investidor possui tempo de mercado perfeito. Essa premissa,

apesar de muito forte, tem o objetivo de impedir que argumentos, como o de que um bom investidor conseguiria driblar os efeitos da falta de liquidez, ponham em risco a validade do modelo. Na prática, o desconto já considera que o investidor não é apenas muito bom, mas sim perfeito, pois sabe exatamente o momento de vender os seus ativos no melhor momento possível. Se os investidores não tiverem tempo de mercado perfeito, o que não seria nenhum absurdo, as opções líquidas e ilíquidas valerão menos, pois a venda dos ativos em ambos os casos não será feita no preço ótimo. No entanto essa distorção no resultado será atenuada já que a perda ocorrerá tanto no numerador quanto no denominador da equação 3.9. Como a venda da opção líquida é realizada exclusivamente na melhor data, é esperado que a opção líquida tenha uma maior redução do que a ilíquida. Assim, também é esperado que quanto pior o tempo de mercado do investidor, menor será o desconto de liquidez g .

Outra premissa importante está na definição de um volume máximo negociável por ativo. Esse volume, além de arbitrado, é mantido constante ao longo do tempo. A razão dessa definição está na simplicidade de se calcular o número de dias que se levará para liquidar a posição no ativo, pois ele é calculado pela razão entre a posição total do investidor no ativo Q_T e o volume máximo negociável Q_M .

Ainda em relação ao volume máximo negociável, assume-se que o preço de venda não será afetado se o investidor vender até o volume máximo negociável. Uma restrição do modelo é não permitir ao investidor vender um volume acima do volume máximo negociável. O investidor poderia aceitar vender por um preço mais baixo em troca de um volume acima do volume máximo negociável, o que de certa forma é realista

principalmente em momentos de crise, onde a decisão possa ser vender ativos independentemente do preço. Se isso fosse possível, o investidor poderia fazer uma estratégia ótima onde verificaria se aumentaria seu retorno esperado vender seu ativo por um preço mais baixo. Assim, o desconto de liquidez g seria conseqüentemente menor do que o calculado pelo modelo considerando a atual premissa. No entanto, para considerar essa hipótese, seria necessário modelar também a elasticidade do preço em relação à quantidade a ser vendida, o que além de ser bastante complexo, foge do escopo deste trabalho.

A última importante premissa é que existe um horizonte de investimento de cada ativo. Na prática, qualquer investidor quando compra um ativo, seja ele uma ação ou título de longo prazo, imagina que irá desfazer-se de seu investimento em algum momento no futuro, vendendo no mercado seu ativo e convertendo-o em caixa. A única ressalva para esta premissa é que é muito difícil para um investidor saber *a priori* qual é seu horizonte de investimento para cada ativo de sua carteira. Além disso, o horizonte de investimento está intimamente ligado à estratégia do investidor, que varia ao longo do tempo.

3.4. Implementação computacional

Devido à dificuldade de se chegar uma fórmula fechada, utilizou-se a simulação de Monte Carlo para obter os resultados desejados. A programação foi feita em MatLab 6.5, que devido a sua estrutura matricial de processamento, obteve uma velocidade quase dez vezes mais rápida do que na versão inicial desenvolvida em macro para Microsoft Excel.

Seguindo a definição do modelo, o comportamento do ativo na simulação é descrito pelo processo estocástico definido por:

$$dS = \mathbf{m}Sdt + \mathbf{s}Sdz \quad 3.11$$

Sendo S o ativo simulado, \mathbf{m} o retorno esperado, \mathbf{s} a volatilidade e dz um processo de Wiener. Reescrevendo a equação 3.1 em uma forma discreta temos:

$$S(t + \mathbf{d}) - S(t) = \mathbf{m}S(t) \cdot \mathbf{d} + \mathbf{s}S(t)\mathbf{e}\sqrt{\mathbf{d}} \quad 3.12$$

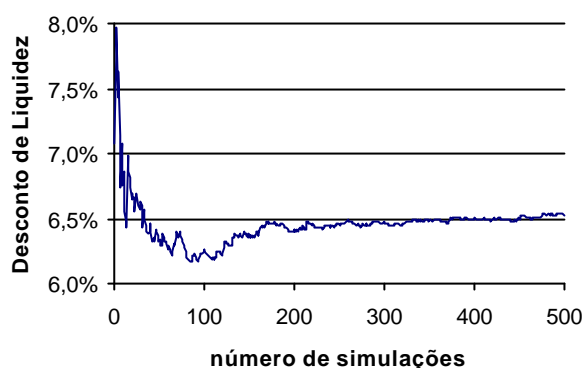
sendo \mathbf{d} pequenos intervalos de tempo e \mathbf{e} um valor aleatório de uma distribuição normal padronizada de média zero e desvio-padrão um, $N(0,1)$. Aplicando-se o Lemma de Itô na equação 3.2, obtemos:

$$S(t + \mathbf{d}) = S(t) \cdot \exp \left[\left(\mathbf{m} - \frac{\mathbf{s}^2}{2} \right) \mathbf{d} + \mathbf{s}\mathbf{e}\sqrt{\mathbf{d}} \right] \quad 3.13$$

Para cada simulação, o ativo percorre um caminho aleatório em um determinado número de passos, e com base neste caminho, as opções líquidas e ilíquidas descritas na equação 3.9 são calculadas. Com base nesses valores é calculado o desconto causado pela liquidez. Essa simulação é realizada diversas vezes e o resultado do modelo será a média aritmética dos descontos calculados em cada simulação.

Para o cálculo de cada desconto neste trabalho são realizadas 500 simulações, cada uma com 10.000 passos. A figura abaixo mostra que para 10.000 passos e 500 simulações já são suficientes para que o resultado consiga convergir.

Figura 1: Descontos calculados a partir da média aritmética de diferentes números de simulações, cada uma com 10.000 passos. Os parâmetros utilizados foram horizonte de investimento de cinco anos, taxa de juros de 15% ao ano, volatilidade de 30% e 40 dias para se liquidar a posição. Com 100 simulações, por exemplo, o desconto calculado é de 6,27%.



Em um teste de performance, o tempo de processamento para uma amostra de 100 diversos ativos hipotéticos com diferentes valores para cada parâmetro teve uma média de 15,54 segundos com um desvio-padrão de 0,62 segundos.⁵ Pode-se observar que a dispersão foi muito baixa e o tempo de processamento rápido o suficiente para um processamento de carteiras com uma grande quantidade de ativos.

3.5. Análise de Sensibilidade

Com base na implementação computacional do modelo desenvolvido, são calculados os descontos que devem ser aplicados sobre o valor de mercado de ativos com diferentes volatilidades, com diferentes horizontes de investimento, sob as mais diversas taxas de juros livres de risco e com quantidades tais que demorassem diferentes dias para serem liquidadas completamente pelos investidores.

⁵ O computador utilizado é um Pentium II 400Mhz com 64Mb de RAM.

Assim, variou-se o horizonte de investimento de um ano até 10 anos, a volatilidade anualizada de 10% até 50%, a taxa de juro livre de risco de 0% até 45% ao ano e o número de dias necessários para se liquidar a posição de 1 até 100 dias.

Para cada uma dessas combinações de parâmetros, foram calculados os descontos. Com base nos resultados, foi feita uma análise de sensibilidade do modelo aos parâmetros.

3.5.1. Sensibilidade ao horizonte de investimento e os dias para se liquidar

Nesta análise, manteve-se constante a volatilidade anualizada em 30% e a taxa de juros livre de risco em 15% ao ano. Calcula-se então todos os descontos gerados pela combinação dos valores 1, 2, 3, 4, 5 e 10 anos para o parâmetro horizonte de investimento, com os valores 1, 2, 5, 10, 20, 40 e 100 que são o número de dias para se liquidar a posição.

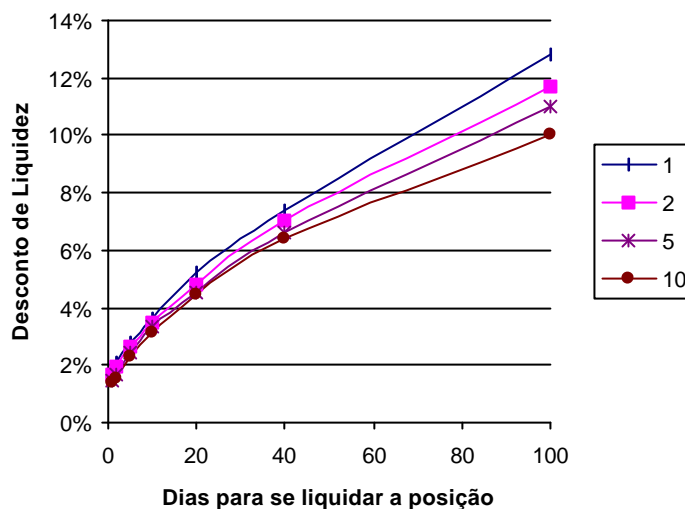
Os descontos encontrados estão na Tabela 1:

Tabela 1: Desconto calculado para diferentes horizontes de investimento e número de dias para se liquidar a carteira. São mantidas constantes a volatilidade anualizada de 30% e a taxa de juros livre de risco em 15% ao ano. Ao longo das colunas varia-se o horizonte de investimento, expresso em anos enquanto nas linhas varia-se o número de dias para se liquidar a posição. Verifica-se, por exemplo, que o desconto que deve ser aplicado sobre o valor de mercado para carteira composta de um ou mais ativos com um horizonte de investimento de três anos e numa quantidade tal que levaria 40 dias para ser vendido seria de 6,64%.

		Horizonte de Investimento em anos					
		1	2	3	4	5	10
Dias para se liquidar a posição	1	1,73%	1,67%	1,52%	1,50%	1,45%	1,36%
	2	2,07%	1,95%	1,76%	1,78%	1,70%	1,52%
	5	2,80%	2,62%	2,38%	2,46%	2,44%	2,28%
	10	3,64%	3,49%	3,42%	3,42%	3,36%	3,11%
	20	5,21%	4,83%	4,66%	4,62%	4,56%	4,46%
	40	7,37%	7,02%	6,69%	6,60%	6,59%	6,38%
	100	12,79%	11,71%	11,31%	11,11%	11,03%	10,06%

Com base nos resultados obtidos na Tabela 1, elabora-se o seguinte gráfico mostrado na Figura 2:

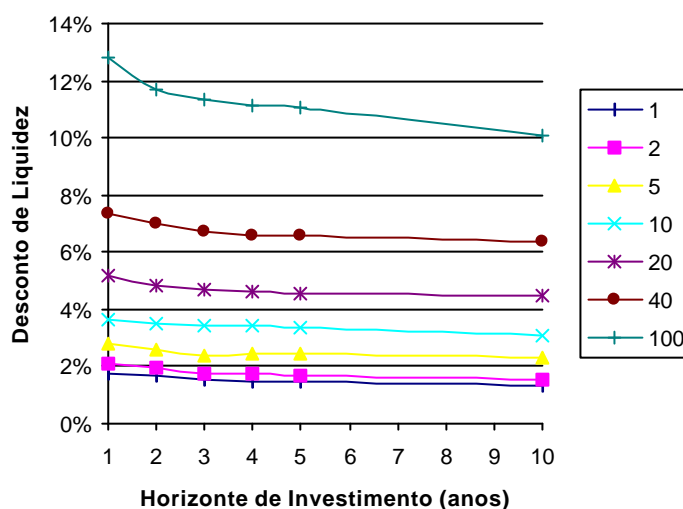
Figura 2: Desconto calculado em função dos dias necessários para se liquidar a posição. Cada curva do gráfico representa um horizonte de investimento, em anos. São mantidas constantes a volatilidade anualizada de 30% e a taxa de juros livre de risco em 15% ao ano.



Na Figura 2, pode-se observar claramente que à medida que o número de dias para se liquidar a posição aumenta, aumenta também o desconto de liquidez. Esses resultados encontrados são bastante realistas, pois um investidor que possui uma pequena posição em um ativo pode facilmente liquidá-la no momento em que desejar, sendo neste caso, o efeito da falta de liquidez mínimo ou até nulo. Mas no caso de um grande investidor, com uma posição muito grande em um determinado ativo, terá maiores dificuldades de vendê-lo quando desejar. Com isso esse grande investidor, mesmo sendo muito eficiente – no modelo considerado com tempo de mercado perfeito – não conseguirá vender toda a sua posição em um só dia, perdendo oportunidades. Assim, a sensibilidade do desconto calculado pelo modelo em função dos dias para de liquidar a posição parece intuitiva.

Na Figura 2, observa-se que quanto maior o horizonte de investimento, menor é o desconto calculado para um determinado número de dias para se liquidar a posição. O Gráfico exibido na Figura 3 explora com mais clareza a sensibilidade do desconto com o horizonte de investimento:

Figura 3: Desconto calculado em função do horizonte de investimento, em anos. Cada curva do gráfico representa um diferente número de dias necessários para se liquidar a posição. São mantidas constantes a volatilidade anualizada de 30% e a taxa de juros livre de risco em 15% ao ano.



A Figura 3 mostra que à medida que o horizonte de investimento aumenta o desconto diminui. Ao contrário da sensibilidade ao número de dias para se liquidar a posição, a sensibilidade do desconto ao horizonte de investimento é baixa. Se analisarmos a série correspondente a 40 dias para se liquidar a posição, podemos ver que o desconto variou de 7,37% para um horizonte de investimento de um ano para 6,38% para um horizonte de investimento de dez anos.

A explicação para essa baixa sensibilidade está no fato do desconto ser calculado pela razão da opção *lookback* líquida pela ilíquida. Ao aumentarmos o prazo da opção,

aumentamos o seu valor. Mas esse aumento reflete-se tanto no numerador quanto no denominador. Mas o aumento relativo no denominador é maior do que no denominador. Para a série de 40 dias para se liquidar a posição do exemplo anterior, a variação do valor da opção causada pelo aumento o horizonte de investimento foi de 57,24% no numerador e de 58,53% no denominador. Essa maior variação no valor da opção no denominador aumentando-se o horizonte de investimento ocorre devido ao aumento de boas oportunidades de venda que minimizam a restrição de não poder vender toda a posição na melhor oportunidade. Com isso, observa-se o efeito do desconto cair suavemente à medida que aumentamos o horizonte de investimento. Esse resultado é semelhante ao de Koziol e Sauerbier (2003), que mostram que no limite quando o horizonte de investimento tende a infinito, ambas as opções *lookback* líquidas e ilíquidas tendem ao mesmo valor, fazendo com que o desconto de liquidez tenda a zero. A única diferença para o modelo proposto, que pode ser atribuída basicamente a questões metodológicas, refere-se ao fato do desconto também tender a zero quando o horizonte de investimento também aproximar-se de zero.

A baixa sensibilidade do desconto em relação ao horizonte de investimento é particularmente interessante na aplicação do modelo. Na prática, é muito difícil um investidor saber precisar qual é seu horizonte de investimento. O mais comum é atribuir-se um intervalo de tempo amplo e à medida que a carteira for apresentando seu resultado, o investidor decide de antecipa ou prolonga seu horizonte de investimento dentro desse intervalo. Assim, a incerteza em relação ao horizonte de investimento não será um fator que prejudicará a performance do modelo de forma significativa.

3.5.2. Sensibilidade à volatilidade

Nesta análise, manteve-se constante o horizonte de investimento em cinco anos e a taxa de juros livre de risco em 15% ao ano. Calculou-se então todos os descontos gerados pela combinação dos valores 10%, 20%, 30% e 50% para o parâmetro volatilidade anualizada, com os valores 1, 2, 5, 10, 20, 40 e 100 que são o número de dias para se liquidar a posição.

Os descontos encontrados estão na Tabela 2:

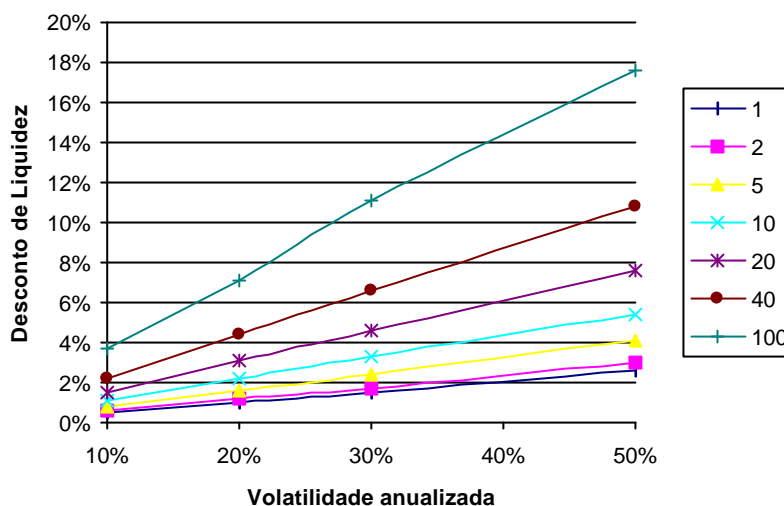
Tabela 2: Desconto calculado para diferentes volatilidades e número de dias para se liquidar a carteira. São mantidos constantes o horizonte de investimento em cinco anos e a taxa de juros livre de risco em 15% ao ano. Ao longo das colunas varia-se a volatilidade anualizada, expresso em dias enquanto nas linhas varia-se o número de dias para se liquidar a posição. Verifica-se, por exemplo, que o desconto que deve ser aplicado sobre o valor de mercado para carteira composta de um ou mais ativos com uma volatilidade anualizada de 20% e numa quantidade tal que levaria 40 dias para ser vendida seria de 4,36%.

Dias para se liquidar a posição	Volatilidade			
	10%	20%	30%	50%
1	0,50%	1,00%	1,52%	2,58%
2	0,61%	1,19%	1,70%	3,05%
5	0,82%	1,64%	2,39%	4,13%
10	1,12%	2,23%	3,33%	5,44%
20	1,54%	3,07%	4,64%	7,61%
40	2,23%	4,36%	6,65%	10,79%
100	3,69%	7,13%	11,09%	17,58%

Com base nos resultados obtidos na Tabela 2, elaborou-se um gráfico que é exibido na

Figura 4:

Figura 4: Desconto calculado em função da volatilidade anualizada. Cada curva do gráfico representa diferentes dias necessários para a liquidação da posição. São mantidos constantes o horizonte de investimento em 5 anos e a taxa de juros livre de risco em 15% ao ano.



Conforme mostrado na Tabela 2 e na Figura 4, à medida que aumentamos a volatilidade do ativo, aumenta-se o desconto. Esse resultado também é intuitivo e realista. Um ativo hipoteticamente sem incerteza – volatilidade zero – terá sempre um desconto igual a zero, pois não faria diferença para um investidor vender o ativo em qualquer instante dentro do horizonte de investimento. Neste caso, as oportunidades que seriam afetadas pela falta de liquidez simplesmente não existiriam. Assim, o valor da opção *lookback* ilíquida seria igual ao valor da opção líquida.

À medida que aumentamos a volatilidade, maiores são as chances do ativo atingir valores altos. Esses valores altos são as excelentes oportunidades de se vender o ativo que um investidor teria. Nestes casos, o efeito da restrição causada pela liquidez, que faz com que o investidor tenha que vender seu ativo em vários dias acaba sendo muito

mais drástico. Portanto o modelo apresenta uma resposta realista no que tange a sensibilidade do desconto com a volatilidade do ativo.

3.5.3. Sensibilidade à taxa de juros

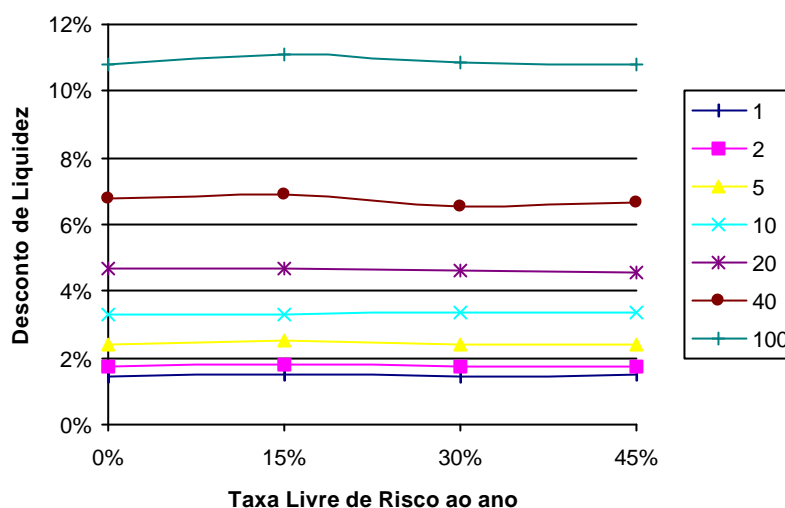
Nesta análise, manteve-se constante o horizonte de investimento em cinco anos e a volatilidade anualizada em 30%. Calcula-se então todos os descontos gerados pela combinação dos valores 0%, 15%, 30% e 45% para o parâmetro taxa de juros livre de risco ao ano, com os valores 1, 2, 5, 10, 20, 40 e 100 que são o número de dias para se liquidar a posição. Os descontos encontrados estão na Tabela 3:

Tabela 3: Desconto calculado para diferentes taxas de juros livres de risco e número de dias para se liquidar a carteira. São mantidos constantes o horizonte de investimento em cinco anos e a volatilidade anualizada em 30%. Ao longo das colunas varia-se a taxa de juros livre de risco, expressa ao ano enquanto nas linhas varia-se o número de dias para se liquidar a posição. Verifica-se, por exemplo, que o desconto que deve ser aplicado sobre o valor de mercado para carteira composta de um ou mais ativos em um mercado com uma taxa de juros livre de risco de 15% ao ano e com uma posição numa quantidade tal que levaria 40 dias para ser vendida seria de 6,88%.

		Taxa de Juros			
		0%	15%	30%	45%
Dias para se liquidar a posição	1	1,47%	1,50%	1,45%	1,51%
	2	1,72%	1,79%	1,77%	1,77%
	5	2,42%	2,50%	2,39%	2,39%
	10	3,30%	3,32%	3,35%	3,38%
	20	4,68%	4,68%	4,65%	4,58%
	40	6,76%	6,88%	6,53%	6,65%
	100	10,79%	11,10%	10,88%	10,79%

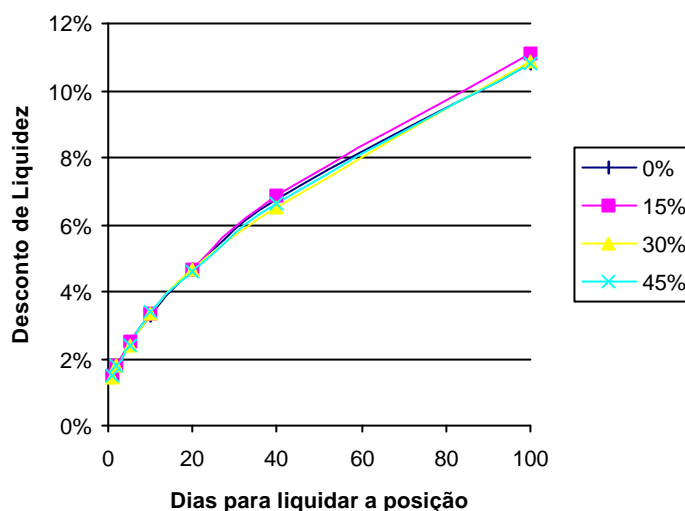
Com base nos resultados obtidos na Tabela 3, elaborou-se o gráfico exibido na Figura 5:

Figura 5: Desconto calculado em função da taxa de juros livre de risco. Cada curva do gráfico representa diferentes dias necessários para a liquidação da posição. São mantidos constantes o horizonte de investimento em cinco anos e a volatilidade anualizada em 30%.



Conforme observa-se na Tabela 3 e na Figura 5, o desconto não depende da taxa de juros. As variações observadas ocorrem devido a pequena variância observada no resultado da simulação. Esse resultado já era esperado, pois na simulação, o ativo tem um *drift* que é justamente o valor dos juros livre de risco. Ao se calcular o valor presente da opção, traz-se o caixa referente ao valor obtido pela venda do ativo por essa mesma taxa de juros. Assim, o modelo está se comportando conforme o previsto. Uma outra forma de ver a falta de sensibilidade do desconto com os juros pode ser vista no gráfico apresentado na Figura 6:

Figura 6: Desconto calculado em função dos dias necessários para se liquidar a posição. Cada curva do gráfico representa uma taxa de juros livre de risco praticada no mercado, expressa ao ano. São mantidas constantes a volatilidade anualizada de 30% e o horizonte de investimento em cinco anos.



Pode-se observar na Figura 6 que mesmo para uma grande variação das taxas de juros – de 0% até 45% ao ano – os descontos praticamente não se alteraram. Conforme já explicado a pequena variação observada é resultado da variância do resultado na simulação.

3.6. Considerações finais

O modelo mostra-se bastante sensível à volatilidade e o número de dias necessários para se liquidar a posição. O desconto aumenta quando se aumenta tanto a volatilidade quanto o número de dias para se liquidar a posição. Esse resultado é bastante realista, pois é intuitivo esperar que um investidor com um ativo mais volátil seja mais prejudicado se não puder vendê-lo quando quiser. Da mesma forma é esperado que um

investidor com uma posição maior que a de outro tenha mais dificuldade de vender seus ativos pelo preço desejado.

A pouca sensibilidade do modelo ao horizonte de investimento, causada pela variação das opções *lookback* tanto no numerador quanto do denominador do desconto, mostra-se útil na aplicabilidade do modelo devido a pouca precisão dos investidores a respeito do horizonte de investimento.

Ainda em relação à sensibilidade, os resultados do modelo mostram que o desconto independe das taxas de juros livre de risco praticadas no mercado. Isso ocorre devido à premissa que todos os investidores podem aplicar e captar a mesma taxa de juros livre de risco.

Analisando-se os valores encontrados pelo modelo, observa-se que para carteiras ou ativos líquidos – número de dias para se liquidar a posição baixo – os descontos ficam entre 0% e 2%. No entanto, quando se analisam carteiras ou ativos com pouca liquidez, os descontos sobem para valores entre 5% e 15%. Esse resultado é interessante, pois o modelo indica que mesmo para investidores com tempo de mercado perfeito, em um mercado sem nenhum choque de liquidez, a carteira sofrerá perdas significativas que reduzirão seu valor de mercado devido à impossibilidade de se poder vender seus ativos quando se desejar.

4. ANÁLISE

4.1. Introdução

No Brasil, grande parte da posição acionária está nas mãos dos fundos de pensão. Conforme mostrado na Tabela 4, somente em Fundos de Pensão possuem uma posição de R\$62,4 bilhões em ativos classificados no segmento de renda variável.^{6,7}

Tabela 4: Cinco maiores fundos de pensão, com seus respectivos ativos totais em valores absolutos e os ativos pertencentes ao segmento de renda variável em valores absolutos e percentuais em 31/12/2003.

Posição	Fundo de Pensão	Ativos Totais em milhões (R\$)	Ativos no Segmento de Renda Variável em milhões (R\$)	Percentual de ativos de Renda Variável sob o total de ativos
1º	Previ/BB	57.854	35.276	61,0%
2º	Petros	21.853	4.341	19,9%
3º	Funcef	14.941	2.577*	17,2%
4º	Sistel	10.936	2.614	23,9%
5º	Fundação CESP	8.083	1.564*	19,4%
	Outras	102.204	16.115	15,8%
	TOTAL	215.872	62.486	28,9%

* Dado disponível apenas para o 3º Trimestre de 2003

Analisando-se os demonstrativos de investimentos, observa-se que os fundos de pensão marcam a mercado seus ativos negociados em bolsa multiplicando a quantidade do ativo pelo último preço negociado. Como o objetivo da marcação a mercado é indicar qual seria o valor que o ativo teria se fosse vendido no mercado, os fundos estão assumindo que conseguiriam vender toda a sua carteira de ativos pelo último preço de mercado.

⁶ Fonte: Secretaria de Previdência Complementar, Informe Estatístico, Dezembro de 2003, link http://www.mpas.gov.br/docs/informe_estatistico_dez2003_spc.pdf

⁷ O segmento de Renda Variável subdivide-se nas carteiras de ações em mercado, de participações e de renda variável outros ativos. A classificação dos investimentos em cada uma das carteiras é definida pela Resolução do Conselho Monetário Nacional CMN nº 3121 de 25 de setembro de 2003.

Devido a enorme posição dos fundos - comparado com o volume negociado no mercado acionário brasileiro - é extremamente improvável, para não dizer impossível, que os fundos consigam desfazer-se totalmente de sua posição vendendo seus ativos nas bolsas pelo último preço de mercado.

Assim, a primeira conclusão que chegamos é que o valor de mercado de sua posição em renda variável, apesar de estar em conformidade com as normas vigentes, é certamente menor do que o valor realmente informado. Na prática, se os fundos tentarem vender mesmo que uma pequena parte dos seus ativos, as ofertas desses ativos nas bolsas aumentariam de forma substancial e ocorreria uma queda de preços.

Se um fundo desejasse desfazer-se de um ativo sem derrubar seu preço, ele teria que vendê-lo aos poucos. Com isso, dependendo do tamanho da sua posição, o fundo levaria dias ou até meses para vender seu ativo. O grande problema que essa demora gera é que o gestor não conseguirá aproveitar boas oportunidades para liquidar sua posição. Mesmo que em um determinado dia o preço do ativo suba para um patamar considerado excelente pelo gestor para uma liquidação total da posição, o gestor estará limitado a vender apenas parte de sua posição, desperdiçando o potencial da oportunidade.

O modelo proposto parece simular com muita semelhança as dificuldades e restrições as quais os gestores de fundos de pensão lidam no seu dia-a-dia. Analogamente ao ambiente de gestão dos fundos de pensão, o modelo simula carteiras de ativos com quantidades muito maiores do que as máximas que podem ser negociadas. No caso do fundo de pensão, volumes vendidos acima desse máximo derrubariam os preços de mercado.

4.2. Objetivos

Devido às similaridades entre a dinâmica do modelo proposto e dos fundos de pensão, utilizou-se o modelo para recalcular o valor de mercado das posições em renda variável dos dois maiores fundos de pensão brasileiros – Previ e Petros – considerando os efeitos da liquidez.

O novo valor encontrado deve ser interpretado como o valor de mercado ajustado à liquidez, que é o valor que o fundo terá após seus gestores venderem os ativos com bastante eficiência durante um longo horizonte de tempo, respeitando os volumes diários máximos que podem ser vendidos para que não se derrube o preço de mercado dos ativos.

4.3. Dados

Com base nos relatórios de investimento divulgados pela Previ e Petros, levanta-se para cada fundo a carteira de renda variável e a posição em cada um dos ativos da carteira.⁸ Depois, verifica-se do total de ativos de renda variável, quais são geridos por terceiros – no caso fundos de investimentos – e quais são geridos em carteira própria.

Na Tabela 5 é possível observar a divisão da gestão da carteira de renda variável em terceirizada e em própria, bem como o quanto da carteira é listada em bolsa.

⁸ Os dados das posições da Previ e da Petros foram extraídos dos Demonstrativo Analítico de Investimentos e Enquadramento das Aplicações – DAIEA 4º trimestre de 2003 de cada fundo, disponíveis na internet nos endereços <http://www.previ.com.br> e <http://www.petros.com.br> respectivamente em 22/05/2004.

Tabela 5: Na terceira e quarta coluna apresentam-se respectivamente a divisão do total de ativos de renda variável em gestão terceirizada e em carteira própria. Na última coluna apresenta-se o total de ativos geridos em carteira própria que é listado em bolsa.

Fundo de Pensão	Ativos do Segmento de Renda Variável em milhões (R\$)	Gestão terceirizada dos ativos de Renda Variável em milhões (R\$)	Carteira Própria dos ativos de Renda Variável em milhões (R\$)	Carteira Própria dos ativos de Renda Variável Listada em bolsa em milhões (R\$)
Previ/BB	35.276	12.073	23.203	19.830
Petros	4.341	1.041	3.300	2.596

Nas Tabelas 10 e 11, localizadas no Anexo, são exibidas as listas de ativos que compõem a carteira própria de renda variável da Previ e Petros com seu respectivo volume e quais ativos dessa carteira são listados em bolsa.

Após o levantamento de todos os ativos que compõem a carteira da Previ ou da Petros, buscou-se na base de dados Economática os preços diários de fechamento e volumes diários negociados no período de 02/01/2003 até 06/04/2004. Para cada ativo, a base de dados Economática retorna uma série que se inicia a partir do primeiro dia em que houve negociação a partir da data 02/01/2003 até o último dia em que houve negociação até 06/04/2004. Assim, enquanto a amostra do ativo Petrobrás PN (PETR4), que é negociado todos os dias, possui 329 registros, a amostra do ativo Eletrolux PN (REPA4), que é negociado com menos frequência, possui 270 registros. Os dois fundos possuem juntos em carteira 130 diferentes ativos listados em bolsa, sendo que a Previ possui 118 e a Petros 71 dos 130 ativos. Os 130 diferentes ativos formaram um banco de dados com 41.992 registros, cada registro contendo o nome do ativo, a data do pregão, o preço de fechamento, o volume negociado e se pertence à Previ, Petros ou

ambos. Dentre os registros mencionados, incluem-se ativos que em certas datas não tiveram negócios.

4.4. Metodologia

4.4.1. Cálculo da Volatilidade dos retornos

Calcula-se a volatilidade pelo desvio-padrão do logaritmo natural dos retornos diários r_t pela fórmula:

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t + D_t}{P_{t-1}}\right) \quad 4.1$$

Sendo P_t o preço de fechamento na data t. Só foram calculados os retornos em t se existiram preços de fechamento em t e em t-1. Assim, em ativos com pouca negociação, o tamanho da amostra de retornos diários apresenta-se substancialmente inferior ao tamanho da amostra total do ativo. Por exemplo, a Petrobrás PN (PETR4) possui uma amostra de 329 pregões e de 307 retornos diários. Apesar de ser negociada todos os dias, o número de retornos só não foi 306 (número de dias menos um) devido a existência de feriados de ano novo, carnaval etc... Já a Inepar Energia PNA (IENG5) possui uma amostra de 325 pregões, mas somente 122 de retornos diários. Isso ocorreu devido a grande quantidade de dias sem negociação distribuídos ao longo dos dias de pregão.

Com base na amostra de retornos diários, o desvio-padrão do ativo k é calculado pela expressão:

$$DP_k = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\bar{E}(r_k) - r_{k,i})^2}{NR_k - 1}} \quad 4.2$$

sendo NR_k o número de retornos diários da amostra do ativo k, $r_{k,i}$ o i-ésimo retorno da amostra do ativo k e $\overline{E}(r_k)$ o valor esperado dos retornos calculado pela média aritmética dos retornos do ativo k.

A volatilidade é anualizada multiplicando-se o valor encontrado pelo desvio padrão DP_k por raiz de 252, chegando-se a expressão:

$$Vol_k = DP_k \cdot \sqrt{252} \quad 4.3$$

Sendo Vol_k a volatilidade anualizada dos retornos diários do k-ésimo ativo da carteira.

4.4.2. Cálculo do Volume Diário Médio negociado

Para o cálculo do Volume Diário Médio de cada ativo, calcula-se a média aritmética dos volumes diários negociados (em reais) de todos os pregões para cada ativo. Nos dias em que não ocorreram negócios para um determinado ativo, o volume negociado para ele neste dia foi considerado igual a zero e esse dado contou no denominador da média. Assim, se um ativo é negociado em poucos dias, mesmo que nesses dias o volume seja razoável, a média do volume diário negociado será baixa em função dos muitos dias sem negociação. Assim o volume diário médio negociado o ativo k VDM_k é definido por:

$$VDM_k = \frac{\sum_{i=1}^N VD_{k,i}}{N_k} \quad 4.4$$

Sendo $VD_{k,i}$ o i -ésimo Volume Diário negociado do ativo k , de uma amostra com N_k pregões, independentemente do fato de se ter tido ou não negócios para esse ativo neste dia.

4.4.3. Premissas

Para o cálculo dos descontos que devem ser aplicados sobre os valores de mercado dos ativos pertencentes à carteira dos fundos analisados são necessárias à assunção de algumas premissas. A primeira premissa é que assim como o modelo assume, os gestores dos fundos possuem tempo de mercado perfeito, isto é, sabem o momento certo de vender seus ativos de modo a maximizar o valor presente do caixa gerado pela venda. Além disso, assim como no modelo, todos os gestores das carteiras da Previ e da Petros possuem um horizonte de investimento, assumido nesta análise em anos. Dessa forma, os gestores sabem que deverão carregar todos os ativos pelo prazo máximo de uma década. Possuindo o tempo de mercado perfeito, os gestores poderão vender cada ativo em um tempo tal que maximize o valor presente do caixa proveniente da venda de cada ativo.

A restrição que o gestor terá é a falta de liquidez que o impedirá de vender um volume maior do que um determinado volume máximo por ativo. Para esta análise, assumiu-se que o maior volume que o gestor poderá vender por dia será a quarta parte do volume diário médio negociado VDM_k . Assume-se que limitando-se a venda a um quarto do volume diário médio negociado, o gestor não irá alterar o preço de mercado do ativo. Assim como no modelo, é vedado ao gestor vender uma quantidade maior que a quarta

parte do volume diário médio negociado, mesmo que ele aceite vender por um preço menor que o de mercado.

Ainda em relação às possibilidades de venda, é assumido que a única forma de negociação dos ativos é na bolsa, excluindo-se a possibilidade de negociações no mercado de balcão. O prêmio de controle, muitas vezes existente devido a grandes posições em determinado ativo também não é considerado na análise. Por fim, é assumido que a taxa de juros livre de risco no mercado permanecerá em 15% *flat* durante o horizonte de tempo considerado.

4.4.4. Dias para Liquidação

Os dias para Liquidação representam a quantidade de dias que o gestor necessitará para vender um determinado ativo. Ele é calculado pela razão entre a posição total do fundo em um ativo dividido pelo volume máximo permitido de venda que foi assumido em um quarto do Volume Diário Médio VDM_k negociado. Assim o número de Dias para Liquidação DL_k do ativo k pode ser expresso por;

$$DL_k = \frac{V_k}{V \max_k} = \frac{V_k}{\frac{VDM_k}{4}} = 4 \cdot \frac{V_k}{VDM_k} \quad 4.5$$

Sendo V_k a posição em reais do fundo no ativo k e $V \max_k$ o volume máximo permitido ao gestor de vender o ativo k.

4.5. Critérios de Exclusão

De todos os ativos do segmento de renda variável dos fundos de pensão Previ e Petros, analisou-se apenas os ativos pertencentes às carteiras próprias dos fundos e que são listados na bolsa de valores. Devido à premissa de que o único mercado possível de negociação é o de bolsa de valores, os ativos não listados na bolsa foram excluídos da análise.

Posições em ativos que demorem mais de 1.000 dias para serem liquidados foram consideradas totalmente ilíquidas e excluídas da análise. Na prática, uma posição 250 vezes maior do que o volume diário médio negociável representa ou uma posição simplesmente gigantesca no caso de um ativo de relativa liquidez ou uma posição pequena de um ativo que praticamente não é negociado no mercado. Na prática, em qualquer uma das situações é improvável que o gestor consiga liquidar essa posição no mercado de bolsa. Também foram excluídas posições menores do que R\$10.000 devido à irrelevância no resultado.

Por último, foram excluídos da análise todos os ativos com amostra de retornos diários menores do que 20 retornos. Nestes casos, além de serem ativos muito pouco negociados, podem acabar distorcendo de forma significativa a estimativa histórica da volatilidade.

As listas completas de ativos excluídos de cada fundo são exibidas nas Tabelas 12 e 13, localizadas no Anexo.

4.6. Resultados

Para cada fundo de pensão, após as exclusões, lista-se os ativos com suas respectivas posições. Para cada ativo, verifica-se qual era a sua volatilidade anualizada e o número de dias para liquidar a posição. Juntando-se a esses parâmetros a taxa de juros livre de risco de 15% e o horizonte de investimentos de uma década, obtém-se todos os parâmetros requeridos pelo modelo para o cálculo do desconto que deve ser aplicado sobre o valor de mercado. Os descontos calculados e os novos valores de mercado ajustados à liquidez da posição em cada ativo de cada fundo são exibidos nas Tabelas 14 e 15, localizadas no Anexo.

Os novos valores de mercado ajustados à liquidez calculados para os fundos de pensão Previ e Petros, considerando apenas os ativos listados em bolsa que não foram excluídos da amostra podem ser observados na Tabela 6:

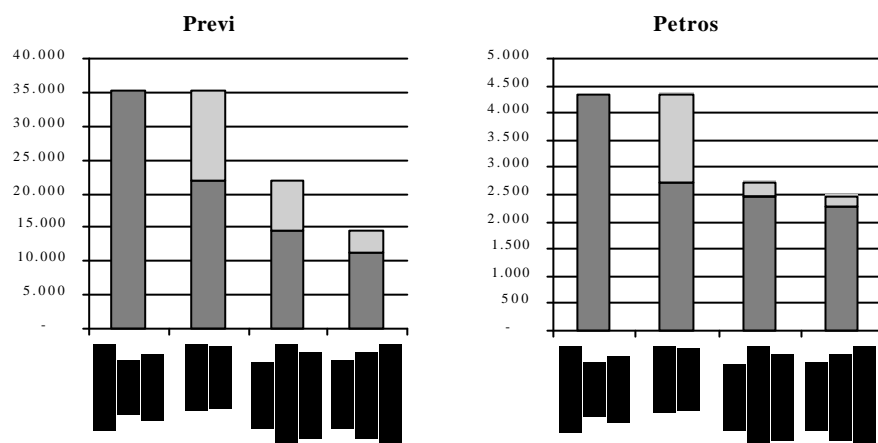
Tabela 6: Valores de mercado iniciais dos fundos de pensão Previ e Petros, o novo valor de mercado ajustado à liquidez calculado pelo modelo proposto, bem com o percentual de desconto do valor de mercado inicial. O valor de mercado inicial considerado compreende apenas os ativos listados em bolsa, não excluídos pelos critérios apresentados no item 4.4.5.

Fundo	Valor de mercado inicial	Valor de Mercado ajustado à liquidez	% de perda do valor ajustado
Previ	14.495	11.317	21,9%
Petros	2.469	2.292	7,2%

A comparação do valor de mercado ajustado à liquidez com o valor de mercado inicial, com o valor da carteira própria e finalmente com o valor total do segmento de renda variável de cada fundo é ilustrada na Figura 7. A Previ, por exemplo, tem uma carteira de gestão própria de R\$21,8 bilhões, mas foram excluídos da análise R\$7,3 bilhões de

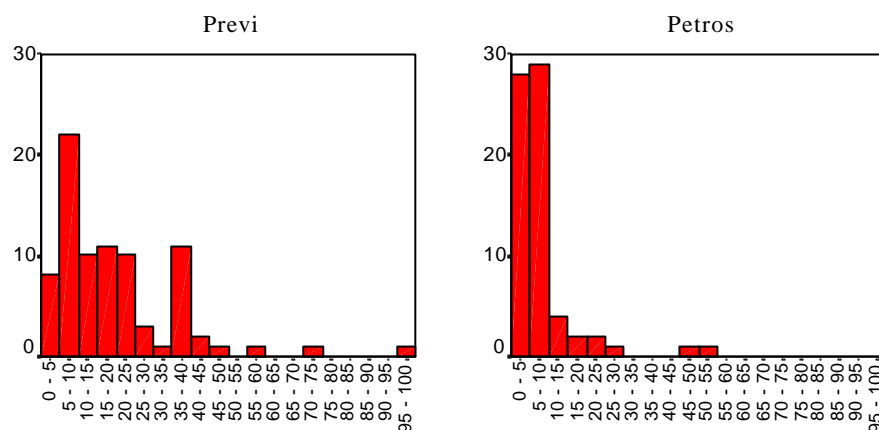
acordo com os critérios de exclusão definidos em itens anteriores. Assim, o modelo analisou uma carteira de ativos de R\$14,5 bilhões e após o cálculo do desconto, a carteira analisada ficou ajustada em R\$11,3 bilhões.

Figura 7: Divisão do valor total à mercado do segmento de renda variável em carteira própria e carteira de terceiros (barra sólida na 2ª coluna de ambos os gráficos). A carteira própria é subtraída das exclusões (barra sólida na 3ª coluna de ambos os gráficos), e é formada a amostra que de fato é analisada pelo modelo. Por fim o modelo calcula o desconto sobre o valor marcado à mercado (barra hachurada na 4ª coluna de ambos os gráficos) e calcula o novo valor de mercado para cada fundo (barra sólida na 4ª coluna de ambos os gráficos). As barras hachuradas representam os valores subtraídos da barra localizada imediatamente à direita.



O último resultado a ser mostrado é um histograma dos descontos calculados para a Previ e a Petros, que indica como está a distribuição dos descontos encontrados para cada fundo de pensão. Os histogramas são exibidos na Figura 8:

Figura 8: Histogramas dos descontos calculados, que devem ser aplicados ao valor marcado à mercado das posições da Previ e da Petros. No histograma da Previ a amostra de descontos contém 84 elementos, enquanto a da Petros contém 67 elementos, correspondentes ao número de ativos analisados de cada fundo. Os descontos estão expressos na forma percentual.



Para entender que fatores determinam um maior ou menor desconto de liquidez, realiza-se uma estratificação do conjunto de ativos analisados de cada fundo de pensão. Os fatores são o setor econômico, o tamanho e algum outro índice de liquidez. Outro objetivo desta análise é verificar se um fundo possui um desconto maior que outro porque possui ativos concentrados em um determinado setor da economia ou em ativos de pequeno tamanho ou de baixa liquidez.

Para a estratificação por setor econômico, a amostra de ativos de cada fundo de pensão foi dividida entre 13 setores. O critério para a separação dos ativos nos setores econômicos foi extraído do Economática. Para cada setor mostra-se o total do valor de mercado antes e depois do ajuste de liquidez, o número de ativos que se enquadraram no setor, o percentual do valor de mercado da categoria em relação e o desconto médio aplicado no setor econômico. O resultado da estratificação por setor econômico por fundo pode ser vista na Tabela 7.

Tabela 7: Estratificação por Setor Econômico. Para cada fundo, divide-se a amostra em 13 setores econômicos. Para cada setor econômico mostra-se o valor de mercado antes e depois do ajuste de liquidez, o número de ativos neste setor, o percentual do setor na carteira de cada fundo e o percentual de redução no valor de mercado.

Setor da Economia	PREVI					PETROS				
	Valor de Mercado em 31/12/2003 em milhares de R\$	NOVO Valor de Mercado em 31/12/2003 em milhares de R\$	Número de Ativos	% da carteira	Desconto	Valor de Mercado em 31/12/2003 em milhares de R\$	NOVO Valor de Mercado em 31/12/2003 em milhares de R\$	Número de Ativos	% da carteira	Desconto
Alimentos e Beb	2.893	2.114	5	20,0%	26,9%	100	93	2	4,1%	7,5%
Comércio	51	42	1	0,4%	17,5%	16	15	1	0,7%	5,6%
Energia Elétrica	748	587	12	5%	21,5%	367	331	12	15%	9,8%
Finanças e Seguros	2.235	1.830	6	15,4%	18,1%	200	191	3	8,1%	4,3%
Mineração	673	614	3	4,6%	8,8%	142	137	3	5,8%	3,5%
Papel e Celulose	420	337	5	2,9%	19,9%	102	85	4	4,1%	17,2%
Petróleo e Gás	2.819	2.425	5	19,4%	14,0%	308	296	4	12,5%	3,7%
Química	146	27	2	1,0%	81,4%	29	14	1	1,2%	50,6%
Siderur & Metalur	663	431	9	4,6%	34,9%	210	194	8	8,5%	7,7%
Telecomunicações	1.512	1.327	20	10,4%	12,2%	770	726	17	31,2%	5,7%
Têxtil	39	32	2	0,3%	19,7%	23	21	1	0,9%	8,9%
Veículos e peças	1.598	987	4	11,0%	38,2%	96	89	2	3,9%	7,6%
Outros	697	564	5	4,8%	19,1%	105	99	5	4,2%	6,1%
TOTAL	14.495	11.317	79	100%	21,9%	2.469	2.292	63	100%	7,2%

Para a estratificação por tamanho, utiliza-se o patrimônio líquido contábil divulgado pelo Economática como proxy de tamanho. A amostra de ativos de cada fundo de pensão é dividida em quintis e para cada quintil calcula-se a média do patrimônio líquido, os valores de mercado antes e depois do ajuste de liquidez, o número de ativos, o percentual do quintil em relação à carteira toda e o desconto aplicado sobre o valor de mercado original. O resultado da estratificação pode ser visto na Tabela 8.

Tabela 8: Estratificação por tamanho da empresa. Utiliza-se o patrimônio líquido contábil divulgado no Economática como proxy de tamanho e divide-se a amostra de cada fundo em quintis. Para cada quintil calcula-se a média de patrimônio líquido, os valores de mercado antes e depois do ajuste de liquidez, o número de ativos, o percentual do valor de mercado do quintil em relação ao valor de mercado total da carteira do fundo e o desconto devido a liquidez.

Quintil	PREVI						PETROS					
	Média de PL em milhares de R\$	Valor de Mercado em 31/12/2003 em milhares de R\$	NOVO Valor de Mercado em 31/12/2003 em milhares de R\$	Número de Ativos	% da carteira em valor	Desconto	Média de PL em milhares de R\$	Valor de Mercado em 31/12/2003 em milhares de R\$	NOVO Valor de Mercado em 31/12/2003 em milhares de R\$	Número de Ativos	% da carteira	Desconto
1	271	387	174	16	2,7%	55,1%	702	261	225	13	10,6%	13,9%
2	905	618	460	16	4,3%	25,6%	1.473	249	223	12	10,1%	10,8%
3	2.048	1.490	1.136	15	10,3%	23,8%	3.589	424	384	12	17,2%	9,4%
4	5.170	5.256	3.776	16	36,3%	28,2%	6.417	473	445	13	19,2%	5,9%
5	23.765	6.744	5.772	16	46,5%	14,4%	27.230	1.062	1.015	13	43,0%	4,4%
TOTAL	6.487	14.495	11.317	79	100%	21,9%	8.052	2.469	2.292	63	100%	7,2%

A última estratificação da amostra é por liquidez. Nesta análise, utilizou-se o índice de liquidez “Liquidez em Bolsa” disponível no Economática como Proxy de liquidez. Esse índice é definido pela equação:

$$IL = 100 \cdot \frac{p}{P} \cdot \sqrt{\frac{n}{N} \cdot \frac{v}{V}} \quad 4.6$$

Sendo p o número de dias em que houve pelo menos um negócio com a ação em um determinado período, P número de dias no determinado período, n o número de negócios ocorridos com a ação escolhida no período, N o número de negócios ocorridos com todas as ações no período, v o volume em dinheiro negociado com a ação escolhida no período e V o volume em dinheiro negociado com todas as ações no período.

O objetivo é verificar se o desconto de liquidez é menor para ativos considerados mais líquidos pelo índice e para verificar se esse índice é suficiente para medir a liquidez de uma carteira. Os ativos são organizados em quintis pelo índice de liquidez. O 5º quintil de cada fundo contém os ativos com os maiores índices de liquidez enquanto o 1º quintil contém os ativos com os menores índices de liquidez. Para cada quintil calculou-se os valores de mercado antes e depois do ajuste de liquidez, o percentual da carteira total do fundo em valor de mercado, e o desconto devido a liquidez de cada quintil. Os resultados são apresentados na Tabela 9.

Tabela 9: Estratificação por Liquidez. É utilizado como Proxy de liquidez o índice “Liquidez em Bolsa” do Economática. Com base neste índice a carteira de cada fundo foi dividida em quintis. Para cada quintil mostra-se os valores de mercado antes e depois do ajuste de liquidez, a quantidade de ativos em cada quintil, o percentual do quintil em valor de mercado e o desconto devido a liquidez do quintil.

Quartil	PREVI					PETROS				
	Valor de Mercado em 31/12/2003 em milhares de R\$	NOVO Valor de Mercado em 31/12/2003 em milhares de R\$	Número de Ativos	% da carteira em valor	Desconto	Valor de Mercado em 31/12/2003 em milhares de R\$	NOVO Valor de Mercado em 31/12/2003 em milhares de R\$	Número de Ativos	% da carteira	Desconto
1	258	177	16	1,8%	31,6%	203	166	13	8,2%	18,5%
2	1.151	705	16	7,9%	38,7%	182	168	12	7,4%	7,5%
3	1.546	1.218	15	10,7%	21,2%	348	323	13	14,1%	7,3%
4	3.213	2.251	16	22,2%	29,9%	441	402	12	17,9%	8,9%
5	8.328	6.966	16	57,5%	16,4%	1.294	1.233	13	52,4%	4,8%
TOTAL	14.495	11.317	79	100%	21,9%	2.469	2.292	63	100%	7,2%

CONCLUSÕES

Exemplos práticos como os das crises da Ásia e Rússia mostraram que a liquidez tem papel fundamental no comportamento do mercado. Apesar disso, os modelos tradicionais de precificação, de risco e de otimização de carteiras assumem que sempre é possível negociar os ativos no mercado em qualquer instante de tempo e em qualquer quantidade. Muitos gestores que confiaram exageradamente nesses modelos, como os do LTCM, sofreram duras perdas causadas pela falta ou ausência total de liquidez.

Apesar disso, pesquisas e trabalhos sobre liquidez ainda estão no início, se comparados a outros temas como o de otimização de carteiras por exemplo. Assim, por não haver ainda um consenso sobre como definir ou modelar a liquidez, observa-se diversas linhas de pesquisas. Enquanto alguns trabalhos seguem a linha de Amihud e Mendelson (1986), onde a liquidez é modelada pelo *spread* de compra e venda, outros como o de Bernardo e Welch (2003) tentam modelar a liquidez em seus momentos de crises. Longstaff (1995) e Koziol e Sauerbier (2003) modelam a liquidez por opções para calcular seu desconto, respectivamente para ações e títulos, com restrições de venda no mercado.

Este trabalho segue a linha de Longstaff (1995) e Koziol e Sauerbier (2003) e propõe uma modelagem para o desconto de liquidez considerando a possibilidade de venda diária, mas com uma restrição em relação à quantidade máxima a ser vendida.

O modelo apresentou uma grande sensibilidade a volatilidade e ao número de dias necessários para se liquidar a posição. Para volatilidades de 30%, muito comum para ações negociadas em bolsa, os descontos chegaram atingir mais de 10% sobre o valor de

mercado inicial com um horizonte de investimento de cinco anos para mais de 100 dias para se liquidar o ativo. Assim uma posição em uma ação, grande o suficiente para demorar 100 dias para ser liquidada, perderia mais de 10% do seu valor, mesmo que o gestor, com tempo de mercado perfeito, tivesse cinco anos para vender-la nos melhores preços. Um ponto interessante a ressaltar é que existe uma perda de valor no ativo mesmo sem haver um choque de liquidez ao longo desse horizonte de tempo, o que é coerente com Amihud e Mendelson (1986).

Ao contrário de Medeiros (1989), que calcula a liquidez de um ativo somente em função de dados intrínsecos ao ativo como o preço de abertura e fechamento, volume negociado e volatilidade, o modelo proposto calcula a liquidez também em função do tamanho da posição do ativo, de varia de investidor para investidor. Assim, investidores distintos, tendo composições de carteiras idênticas poderão ter descontos completamente diferentes única e exclusivamente devido à diferença de tamanho das suas posições. Essa característica é bem intuitiva, pois um pequeno investidor pessoa física, por exemplo, certamente sofrerá menos perda para vender totalmente um de seus ativos do que um gestor de um fundo de pensão, com uma grande posição neste mesmo ativo.

O cálculo do desconto de liquidez, que é implementado computacionalmente por simulação de Monte Carlo, mostra-se bem satisfatório, pois além de convergir em um determinado número de simulações, mostra-se suficientemente rápido para processar carteiras com uma grande quantidade de ativos.

A aplicação do modelo é realizada recalculando-se o valor de mercado da carteira própria de ações dos fundos de pensão Previ e Petros. Escolheu-se esses fundos por possuírem uma das maiores posições em bolsa do mercado brasileiro, assim, eles supostamente seriam os mais afetados devido à falta de liquidez no mercado. Após excluir-se de cada fundo a carteira gerida por terceiros, os ativos não listados em bolsa e algumas exceções, calculou-se um novo valor de mercado ajustado à liquidez para cada fundo. Obteve-se um desconto de 21,9% para a carteira analisada da Previ e 7,2% da carteira da Petros.

Busca-se entender as razões da diferença de descontos tão grande entre os fundos de Previ e Petros e se esse resultado pode ser considerado um indicio de que a Previ está mais exposta à liquidez do que a Petros. A primeira razão para a diferença está no tamanho das carteiras analisadas: O valor de mercado da carteira da Previ é de R\$19,8 bilhões contra apenas R\$2,5 bilhões da Petros. Como o modelo é muito sensível ao número de dias para se vender o ativo e o número de dias para se vender o ativo é assumido proporcional à razão entre a posição no ativo e seu volume diário médio, uma maior posição nos ativos implica em um maior desconto de liquidez. Um exemplo é a Ambev PN. Enquanto a posição da Petros totaliza R\$53 milhões e leva apenas 11 dias para ser totalmente liquidada no mercado, a da Previ totaliza R\$2,5 bilhões, levando 506 dias para ser totalmente liquidada. Assim, o desconto da Ambev PN na Petros é de apenas 3,5%, enquanto o desconto dela na Previ é de 28,2%. Outra razão é a diferença na diversificação das carteiras de cada fundo. A amostra analisada da Previ, por exemplo, tem 79 ativos, enquanto a da Petros apenas 63. Posições relativamente altas em ativos com liquidez relativamente baixa como as em Bunge PN, Forjas Taurus PN e

Telemig Celular Part ON também contribuem para uma maior quantidade de ativos com maiores descontos na carteira da Previ.

A análise de estratificação das carteiras por setor econômico mostra que a diferença dos descontos entre os fundos não pode ser explicada por concentrações em diferentes setores econômicos. Em todos os setores econômicos, o desconto aplicado nos ativos da Previ foi maior que nos da Petros. Na Tabela 7, observa-se que em um setor relevante como o de telecomunicações, por exemplo, o desconto na carteira da Previ foi de 12,2% enquanto o desconto na carteira da Petros foi de apenas 5,7%. Apesar da pouca quantidade de ativos em alguns setores como o têxtil, comércio e químico, observa-se que os setores de mineração e telecomunicação em ambos os fundos possuem baixos descontos de liquidez enquanto o setor químico possui o maior percentual de desconto para ambos os fundos.

A estratificação por tamanho também mostra que tanto a Previ quanto a Petros possuem ativos com uma distribuição bastante semelhante no que tange ao patrimônio líquido. Observa-se na Tabela 8 que a média de PL em milhares de reais para o maior quintil é R\$23.765 para a Previ e R\$27.230 para a Petros, representando respectivamente 46,5% e 43,0% da carteira de cada fundo em valor. Uma diferença a se observar é que a Previ apresenta uma leve concentração em ativos de maior PL. Isso seria um fator que reduziria o efeito do desconto de liquidez, pois uma interessante observação na Tabela 8 mostra que em ambos os fundos quanto maior a média de PL do quintil, menor é o desconto de liquidez. Esse resultado indica que as maiores empresas possuem maior liquidez. Apesar da Previ possuir uma maior concentração em ativos de

maior PL, a Previ apresentou descontos de liquidez maiores para todos os quintis, o que sugere que a distribuição dos ativos por tamanho não também explica as diferenças de desconto de liquidez.

A estratificação por liquidez divide os ativos de cada fundo em quintis de forma que os ativos no maior quintil possuem, de acordo com o índice “Liquidez em Bolsa”, uma maior liquidez. Observa-se na Tabela 9 que quanto maior o quintil menor é o desconto de liquidez, Essa constatação mostra que para uma mesma carteira, quanto maior a liquidez calculada pelo modelo proposto, maior é a liquidez calculada pelo índice. No entanto, quando comparamos os mesmos ativos em carteiras diferentes em quantidades diferentes o índice “Liquidez em Bolsa” não tem o mesmo resultado. Podemos observar na Tabela 9 que o quintil mais ilíquido da Petros praticamente iguala-se em termos de desconto de liquidez com o quintil mais líquido da Previ. Isso ocorre porque o índice “Liquidez em Bolsa” calcula a liquidez de um ativo sem considerar o tamanho da posição do investidor.

A resposta para a questão se esses resultados podem ser considerados um indício de que a carteira da Previ está mais exposta à liquidez do que a da Petros é controversa. Por um lado, observamos claramente que o desconto da carteira da Previ é bem maior que a da Petros e que isso é causado principalmente pela carteira de maior tamanho e de maior diversificação da Previ, que acaba sofrendo um desconto maior no seu valor de mercado. Mas por outro lado, devemos prestar atenção no percentual da amostra analisada de cada fundo: Após todas as exclusões, somente 56% e 58% das carteiras do segmento de renda variável respectivamente da Previ e Petros foram analisados. Assim,

é prematuro afirmar que um fundo é mais ou menos exposto a liquidez do que a do outro somente com uma análise parcial. Além disso, o modelo não considera o efeito do prêmio de controle sobre a liquidez. Podemos observar que a Previ, por exemplo, possui uma posição de R\$724 milhões na empresa Guaraniana ON, que não é listada em bolsa. Apesar de teoricamente uma empresa não listada em bolsa ter uma baixíssima liquidez, a Previ possui 21,7% da empresa, atrás apenas da Iberdrola Energia com 37,7%.⁹ A Previ pode eventualmente ter o poder de utilizar sua grande participação na empresa para alterar a política de dividendos ou até mesmo vender toda a sua participação para outro grupo. Neste último caso, a liquidação seria feita em um dia. Outro caso semelhante a se considerar é a Embraer ON, onde a Previ tem uma posição de R\$1,1 bilhão e é excluído da amostra já que demoraria mais de 1.000 dias para ser liquidado. A Previ possui 20% da empresa, junto com o Grupo Bozano (20%), a Sistel (20%) e um grupo Europeu (20%).¹⁰ Assim, certamente o poder de controle da Previ facilitaria uma venda de um grande bloco de ações para um desses grandes acionistas, o que não é considerado no modelo. Por último, o modelo tem como premissa que os investidores possuem tempo de mercado perfeito, o que além de não ser verdade e alterar o valor do desconto conforme explicado no item 3.3, o tempo de mercado também pode variar de investidor para investidor. Assim, os gestores de um fundo podem ser substancialmente piores do que os do outro, o que ajustaria os descontos de forma diferenciada. Portanto, apesar de se observar uma diferença considerável entre os descontos dos fundos, não se pode chegar a uma conclusão definitiva sobre qual deles é mais exposto aos efeitos da liquidez. No entanto, considerando apenas a amostra utilizada de cada fundo, é possível

⁹ Fonte: <http://www.guaraniana.com.br/>

¹⁰ Fonte: <http://www.embraer.com.br/>

afirmar que os gestores da Previ teriam em geral maiores dificuldades de liquidar suas posições no mercado de bolsa do que os gestores da Petros.

Perguntado se existe alguma política de seleção de ativos de maior liquidez, um gestor da Petros informou que não existe uma restrição formal para ativos com menor liquidez, mas que a gestão ativa só é feita com os ativos com maior liquidez no mercado e a decisão de compra de qualquer ativo que tenha uma liquidez mais baixa é tomada em um comitê específico.

É importante destacar outros *insights* que o modelo proposto oferece. Um deles é que os investidores devem preocupar-se não só com o retorno esperado de um ativo, mas também das dificuldades que existirão ao se tentar vendê-lo. Outro é que nem sempre uma carteira muito diversificada é sinônimo de um investimento de menor risco. Em um mercado pouco líquido como o brasileiro, adicionar mais papéis à carteira pode significar um aumento de risco de liquidez muito maior do que uma diminuição do risco específico.

Por fim, é importante ressaltar que o interesse neste tema aumentou enormemente na última década e que ainda há muito que se descobrir sobre os efeitos da liquidez sobre o mercado. Sugere-se analisar as diversas linhas de pesquisa sobre o tema para tentar-se desenvolver modelos mais abrangentes e realistas no cálculo da liquidez, já que ela influencia conceitos importantes como o de VaR, otimização de carteiras e precificação de ativos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMIHUD, Y.; MENDELSON H. **Asset Pricing and the Bid-Ask Spread**, Journal of Financial Economics 17, 1986, p. 223-249.

BERNARDO, A.; WELCH, I. **Liquidity and Financial Market Runs**, Yale ICF Working Paper No. 02-11, May 27 2003.

BLACK, F.; SHOLES, M. **The pricing of Options and Corporate Liabilities**, Journal of Political Economy 81, 1973, p. 637-654.

CHORDIA, T.; ROLL, R.; SUBRAHMANYAM, A. **Market Liquidity and Trading Activity**, Journal of Finance 56, 2001, p. 501-530.

CONSTANTINIDES, G. **Capital Market Equilibrium with Transaction Costs**, Journal of Political Economy 94, 1986, p. 842-862.

EASLEY, D.; O'HARA, M. **Price, Trade Size and Information in Securities Markets**, Journal of Financial Economics 19, 1987, p. 69-90.

FOGELSON, J. **Rule 144 – A Summary review**, The business Lawyer 37 Issue 4, 1982, p. 1519-49.

GLOSTEN, L. **Components of the Bid-Ask Spread and the Statistical Properties of Transaction Prices**, *Journal of Finance* 42, 1987, p. 1293-1307.

GOLDMAN, H.; GATTO, M. **Path-Dependent Options: Buy at the Low, Sell at the High**, *Journal of Finance* 34, 1979, p. 1111-27.

GROSSMAN, S.; LAROQUE, G. **Asset Pricing and Optimal Portfolio Choice in the presence of Illiquid Durable Consumption Goods**, *Econometrica* 58, 1990, p. 25-52.

HUANG, M. **Liquidity Shocks and Equilibrium Liquidity Premia**, *Journal of Economic Theory* 109, 2003, p. 104-129.

HULL, J.; WHITE, A. **Pricing Interest-Rate-Derivative Securities**, *Review of Financial Studies* 3, 1990, p. 573-592.

HULL, J. **Options, Futures and other derivatives**. Prentice Hall, 5a ed, 2002.

KAHL, M.; LIU, J.; LONGSTAFF, F. **Paper Millionaires: How Valuable is Stock to a Stockholder who is Restricted from Selling it?** *Journal of Financial Economics* 67, 2003, p. 385-410.

KEYNES, J. **A Treatise on Money**, Vol. II, Macmillan, London, 1930.

KOZIOL, C.; SAUERBIER, P. **Valuation of Bond Illiquidity: An Option-Theoretical Approach**, Mannheim Working Paper 03-02, 2003.

LIPPMAN, S.; MCCALL, J. **An Operational Measure of Liquidity**, American Economic Review 76, 1986, p. 43-55.

LONGSTAFF, F. **How Much Can Marketability Affect Security Values?**, The Journal of Finance 50, 1995, p. 1767-74.

_____, **Optimal Portfolio Choice and the Valuation of Illiquid Securities**, Review of Financial Studies 14, 2001, p. 407-431.

LOWENSTEIN, R. **When Genius Failed: The Rise and Fall of Long-Term Capital Management**, Random House, 2001.

MEDEIROS, P. **Mecanismos de liquidez nas bolsas de valores**, Instituto Brasileiro de Mercados de Capital – IBMEC, 1989.

MERTON, R. **Lifetime Portfolio Selection under Uncertainty: The Continuous Time Model**, Review of Economics and Statistics 51, 1969, p. 247-257.

_____. **The Theory of Rational Option Pricing**, Bell Journal of Economics and Management Science 4, 1973, p. 141-183.

SILBER, W. **Discounts on Restricted Stock: The Impact of Illiquidity on Stock Prices**, Financial Analysts Journal, July/August, 1991, p. 60-64.

STOLL, H. **Inferring the Components of the Bid-Ask Spread: Theory and Empirical Tests**, Journal of Finance 44, 1989, p. 115-134.

VASICEK, O. **An Equilibrium Characterization of the Term Structure**, Journal of Financial Economics, 5, 1977, p. 177-188.

ANEXOS

Tabela 10: Carteira da Petros aberta por ativos. Para cada um dos 84 ativos que compõem a carteira própria do segmento de venda variável, é exibido o nome, código utilizado na bolsa de valores e o valor de mercado divulgado pela própria Petros. Além disso, para cada ativo são exibidas sua amostra de pregões e de retornos, ambas detalhadas nos itens 4.3 e 4.4.1 respectivamente. Por último a coluna observação informa se o ativo é listado em bolsa e se não foram encontrados preços para o ativo apesar dele ser listado em bolsa.

Ativo	Ticker	Valor de Mercado em 31/12/2003 R\$	Amostra de pregões	Amostra de Retornos	Observação
1 Acesita ON	ACES3	9.328.963,97	329	305	
2 Acesita PN	ACES4	23.562.218,86	329	307	
3 Ambev PN	AMBV4	53.150.245,72	329	307	
4 Aracruz PNB	ARCZ6	7.036.743,84	329	307	
5 Bco Itau Hold Finan PN	ITAU4	75.056.022,00	329	307	
6 Bradesco PN	BBDC4	104.879.120,28	329	307	
7 Bradespar PN	BRAP4	6.772.504,32	329	307	
8 Brasil ON	BBAS3	19.916.010,70	329	307	
9 Brasil T Par ON	BRTP3	11.006.367,24	329	307	
10 Brasil T Par PN	BRTP4	31.321.434,79	329	307	
11 Brasil Telecom PN	BRT04	55.592.548,00	329	307	
12 Braskem ON	BRKM3	34.745.888,06	302	28	
13 Braskem PNA	BRKM5	28.999.200,00	329	307	
14 Caemi Metal PN	CMET4	29.536.768,80	329	307	
15 Celesc PNB	CLSC6	19.159.448,12	329	307	
16 Cemig ON	CMIG3	3.586.335,62	329	307	
17 Cemig PN	CMIG4	90.810.361,99	329	307	
18 Cesp PN	CESP4	4.867.970,55	329	307	
19 Coelce PNA	COCE5	25.388.289,68	329	294	
20 Comgas PNA	CGAS5	3.710.254,90	329	307	
21 Copel PNB	CPL6	33.403.094,96	329	307	
22 Coteminas ON	CTNM3	21.657.490,00	324	80	
23 Coteminas PN	CTNM4	23.130.203,96	329	307	
24 CRT Celular PNA	CRTP5	11.589.188,25	329	307	
25 Eletrobras ON	ELET3	41.132.386,49	329	307	
26 Eletrobras PNB	ELET6	81.885.955,20	329	307	
27 Eletropaulo Metropro PN	ELPL4	40.149.303,71	329	307	
28 Embraer ON	EMBR3	26.873.098,00	329	307	
29 Embraer PN	EMBR4	69.325.072,55	329	307	
30 Embratel Part ON	EBTP3	17.122.159,54	329	307	
31 Embratel Part PN	EBTP4	111.528.393,29	329	307	
32 FRAS-LE ON	FRAS3	14.125.000,00	-	-	Série de preços não encontrada
33 GAZETA MERCANTIL PN	-	77.611,67	-	-	Não Listado em Bolsa
34 Gerdau Met PN	GOAU4	15.390.984,00	329	307	
35 Gerdau PN	GGBR4	23.562.397,80	329	307	
36 GTD ON	-	20.590.476,00	-	-	Não Listado em Bolsa
37 GTD PN	-	9.197.071,56	-	-	Não Listado em Bolsa
38 INEPAR ENERGIA ON	IENG3	1.081.099,87	-	-	Série de preços não encontrada
39 Inepar Energia PNA	IENG5	2.044.757,82	325	122	
40 INEPAR ON	INEP3	67.648,01	-	-	Série de preços não encontrada
41 INVITEL ON	-	21.469.085,10	-	-	Não Listado em Bolsa
42 Ipiranga Pet PN	PTIP4	2.048.669,76	329	307	
43 Itausa PN	ITSA4	42.623.532,40	329	307	
44 Klabin PN	KLBN4	2.452.778,40	329	307	
45 Light ON	LIGH3	1.755.964,02	329	307	
46 LITEL ON	-	1.297,94	-	-	Não Listado em Bolsa
47 LITEL PNA	-	2.595,88	-	-	Não Listado em Bolsa
48 Net PN	PLIM4	31.638.845,73	329	307	
49 NEWTEL ON	-	18.876.837,06	-	-	Não Listado em Bolsa
50 Pao de Acucar PN	PCAR4	16.118.932,70	329	307	

51 Parapanema ON	PMAM3	8.647.778,49	205	138	
52 Perdígao ON	PRGA3	47.366.844,00	325	5	
53 Perdígao PN	PRGA4	47.040.894,09	329	307	
54 Petrobras ON	PETR3	85.959.011,25	329	307	
55 Petrobras PN	PETR4	216.056.881,95	329	307	
56 PQ. HOPI HARI ON	-	0	-	-	Não Listado em Bolsa
57 PQ. HOPI HARI PN	-	0	-	-	Não Listado em Bolsa
58 Ripasa PN	RPSA4	76.919.247,44	329	307	
59 Sabesp ON	SBSP3	12.803.581,99	329	307	
60 Sid Nacional ON	CSNA3	34.084.663,80	329	307	
61 Sid Tubarao PN	CSTB4	24.213.623,98	329	307	
62 Souza Cruz ON	CRUZ3	11.079.199,63	329	307	
63 TEL. DATA BRASIL PN	-	138.379,92	-	-	Não Listado em Bolsa
64 Tele Celular Sul ON	TCSL3	5.803.801,01	329	307	
65 Tele Celular Sul PN	TCSL4	31.437.210,94	329	307	
66 Tele Centroeste Cel PN	TCOC4	54.317.974,32	329	307	
67 Tele Leste Celular PN	TLCP4	2.687.271,87	329	307	
68 Tele Nordeste Celul PN	TNEP4	18.427.882,65	329	307	
69 TELEBRAS RECIBO PN	-	34.027.850,10	-	-	Não Listado em Bolsa
70 Telebras Remanesc PN	TELB4	6.805,57	329	307	
71 Telemar Norte Leste PNA	TMAR5	49.535.737,60	329	307	
72 Telemar-Tele NL Par ON	TNLP3	39.763.224,67	329	307	
73 Telemar-Tele NL Par PN	TNLP4	207.911.762,67	329	307	
74 Telemig Celular ON	TMGC3	0,02	316	33	
75 Telemig Celular PNC	TMGC7	20.707.476,80	289	8	
76 Telesp Cel Part PN	TSPP4	86.388.184,12	329	307	
77 Telesp Operac PN	TLPP4	26.953.470,00	329	307	
78 Tim Sul PNB	TPRC6	8.388.042,00	329	299	
79 Tractebel ON	TBLE3	5.841.408,52	329	307	
80 Transmissao Paulist PN	TRPL4	19.502.482,00	329	307	
81 Usiminas PNA	USIM5	71.256.393,00	329	307	
82 Vale Rio Doce ON	VALE3	37.455.674,00	329	307	
83 Vale Rio Doce PNA	VALE5	75.320.271,00	329	307	
84 Votorantim C P PN	VCPA4	15.823.952,21	329	307	
TOTAL		2.715.215.610,72	22.813	19.732	

Tabela 11: Carteira da Previ aberta por ativos. Para cada um dos 160 ativos que compõem a carteira própria do segmento de venda variável, é exibido o nome, código utilizado na bolsa de valores e o valor de mercado divulgado pela própria Previ. Além disso, para cada ativo são exibidas sua amostra de pregões e de retornos, ambas detalhadas nos itens 4.3 e 4.4.1 respectivamente. Por último a coluna observação informa se o ativo é listado em bolsa e se não foram encontrados preços para o ativo apesar dele ser listado em bolsa.

Ativo	Ticker	Valor de Mercado em 31/12/2003 R\$	Amostra de pregões	Amostra de Retornos	Observação
1 Acesita ON	ACES3	77.816.738,56	329	305	
2 Acesita PN	ACES4	85.957.219,06	329	307	
3 AÇOMINAS ON	-	245,19	-	-	Não Listado em Bolsa
4 AES Tiete ON	GETI3	5.338.866,39	329	275	
5 AES Tiete PN	GETI4	3.815.565,00	324	127	
6 Alfa Financeira ON	CRIV3	6.686.200,00	324	5	
7 Alfa Financeira PN	CRIV4	32.581.390,00	324	33	
8 Alfa Investimentos ON	BRIV3	16.938.715,20	329	34	
9 Alfa Investimentos PN	BRIV4	36.319.514,40	329	70	
10 Alpargatas ON	ALPA3	20.951.437,68	314	73	
11 Alpargatas PN	ALPA4	16.778.807,00	329	206	
12 Ambev ON	AMBV3	46.815.613,71	329	287	
13 Ambev PN	AMBV4	2.502.034.084,19	329	307	
14 ARACRUZ CELULOSE S.A., PN	ARCZ5	333.423.699,36	-	-	Série de preços não encontrada
15 Aracruz ON	ARCZ3	5.709.920,02	327	83	
16 Bco Itau Hold Finan ON	ITAU3	105.495.476,45	329	238	
17 Bco Itau Hold Finan PN	ITAU4	1.166.128.888,45	329	307	
18 Belgo Mineira ON	BELG3	177.319.383,10	325	142	
19 Belgo Mineira PN	BELG4	228.817.428,08	329	307	
20 Bic Monark ON	BMKS3	17.494.291,00	160	2	
21 Bombril PN	BOBR4	39.268.204,00	329	307	
22 Bradesco ON	BBDC3	316.333.343,26	329	307	
23 Bradesco PN	BBDC4	443.791.134,26	329	307	
24 Bradespar ON	BRAP3	19.040.997,57	329	307	
25 Bradespar PN	BRAP4	28.845.319,87	329	307	
26 BRASIL FERROVIAS S.A., ON	-	83,57	-	-	Não Listado em Bolsa
27 BRASIL FERROVIAS S.A., PN	-	40,06	-	-	Não Listado em Bolsa
28 Brasil ON	BBAS3	83.150.505,89	329	307	
29 Brasil ON	BBAS3	120.592.546,56	329	307	
30 Brasil ON	BBAS3	2.417.811.849,61	329	307	
31 Brasil T Par ON	BRTP3	126.397.856,96	329	307	
32 Brasil T Par PN	BRTP4	169.992.070,12	329	307	
33 Brasil Telecom ON	BRTO3	15,09	328	286	
34 Brasil Telecom PN	BRTO4	75.313.372,03	329	307	
35 Braskem ON	BRKM3	35.370.502,63	302	28	
36 Braskem PNA	BRKM5	106.561.163,04	329	307	
37 Bunge Brasil ON	MSAN3	244.395.422,55	328	211	
38 Bunge Brasil PN	MSAN4	95.808.491,10	328	253	Série de preços não encontrada
39 Caemi Metal PN	CMET4	202.569.427,77	329	307	
40 Capitalpart Participações ON	-	0,13	-	-	Não Listado em Bolsa
41 CEG ON	CEGR3	22.588.215,33	293	21	
42 Celesc ON	CLSC3	31.272.648,80	313	6	
43 Celesc PNB	CLSC6	17.445.664,82	329	307	
44 Celpe ON	CEPE3	0,03	-	-	Série de preços não encontrada
45 Cemig ON	CMIG3	58.884.553,30	329	307	
46 Cemig PN	CMIG4	96.178.806,08	329	307	
47 Cesp ON	CESP3	3.293.437,29	329	297	
48 CIA Transm En Elétrica Paulista ON	-	3.379.404,60	-	-	Não Listado em Bolsa
49 CIA Transm En Elétrica Paulista PN	-	18.618.057,79	-	-	Não Listado em Bolsa
50 Coelba ON	CEEB3	14.847.155,00	315	25	
51 Coelba PNA	CEEB5	4.077.040,00	54	0	
52 Confab PN	CNFB4	31.878.222,70	329	307	
53 Copel PNB	CPL6	53.428.854,29	329	307	

54 Coteminas ON	CTNM3	36.682.156,74	324	80	
55 Coteminas PN	CTNM4	22.673.782,92	329	307	
56 DURATEX S.A., PN	-	86.360.905,44	-	-	Não Listado em Bolsa
57 Electrolux PN	REPA4	9.156.349,13	270	44	
58 Eletrobras ON	ELET3	307.883.260,56	329	307	
59 Eletrobras PNB	ELET6	91.440.448,66	329	307	
60 Eletropaulo Metropro PN	ELPL4	58.079.501,01	329	307	
61 EMAE PN	EMAE4	2.058.244,36	329	302	
62 Embraer ON	EMBR3	1.104.662.183,94	329	307	
63 Embraer PN	EMBR4	1.546.759.501,98	329	307	
64 Embratel Part ON	EBTP3	94.923.243,78	329	307	
65 Embratel Part PN	EBTP4	64.409.951,27	329	307	
66 EUCATEX S.A. IND COM , PN	-	3.165.011,27	-	-	Não Listado em Bolsa
67 Ferbasa PN	FESA4	155,64	329	298	
68 FERROBAN ON	FESA3	20,26	-	-	Série de preços não encontrada
69 Forjas Taurus PN	FJTA4	23.896.060,05	329	307	
70 Fras-Le PN	FRAS4	677.885,03	329	150	
71 FRAS-LE S.A., ON	FRAS3	36.505.500,00	-	-	Série de preços não encontrada
72 GAZETA MERCANTIL S.A., PN	-	209.675,01	-	-	Não Listado em Bolsa
73 Gerdau Met ON	GOAU3	2.534.160,00	323	35	
74 Gerdau Met PN	GOAU4	48.755.801,43	329	307	
75 Gerdau PN	GGBR4	72.262.806,78	329	307	
76 GTD PARTICIPAÇÕES S.A., ON	-	75.852.768,00	-	-	Não Listado em Bolsa
77 GTD PARTICIPAÇÕES S.A., PN	-	33.878.140,09	-	-	Não Listado em Bolsa
78 GUARANIANA S.A., ON	-	724.698.107,98	-	-	Não Listado em Bolsa
79 HERING ON	LHER3	5.336.576,53	-	-	Série de preços não encontrada
80 HOPI HARI ON	-	41,01	-	-	Não Listado em Bolsa
81 HOPI HARI PN	-	22,00	-	-	Não Listado em Bolsa
82 INEPAR S.A. IND CONSTRUÇÕES, ON	INEP3	377.165,08	-	-	Série de preços não encontrada
83 INVITEL S.A., ON	-	106.104.383,99	-	-	Não Listado em Bolsa
84 Ipiranga Pet ON	PTIP3	5.095.497,29	329	43	
85 Ipiranga Pet PN	PTIP4	118.067.357,27	329	307	
86 Ipiranga Ref PN	RIPI4	16.896.709,90	329	252	
87 Itausa PN	ITSA4	370.960.215,10	329	307	
88 Kepler Weber ON	KEPL3	68.479.857,60	290	78	
89 Klabin PN	KLBN4	117.015.721,80	329	307	
90 LA FONTE PARTICIPAÇÕES ON	MLFT3	17.749.627,35	-	-	Série de preços não encontrada
91 LA FONTE PARTICIPAÇÕES PN	MLFT4	59.234.325,50	-	-	Série de preços não encontrada
92 LA FONTE TELECOM ON	LFTE3	28.769.687,28	-	-	Série de preços não encontrada
93 LA FONTE TELECOM PN	LFTE4	17.524.517,76	-	-	Série de preços não encontrada
94 LITEL PARTICIPAÇÕES S.A., ON	-	825,00	-	-	Não Listado em Bolsa
95 LITEL PARTICIPAÇÕES S.A., PN	-	5.475,00	-	-	Não Listado em Bolsa
96 Loj Americanas ON	LAME3	30.658.348,84	329	153	
97 Loj Americanas PN	LAME4	51.409.701,07	329	307	
98 Magnesita PNA	MAGS5	401.907,74	329	305	
99 Marcopolo PN	POMO4	18.127.305,60	329	307	
100 Marisol PN	MRSI4	16.455.470,28	308	1	
101 Melpaper PN	MLPA4	42.259,29	138	0	
102 NEWTEL PARTICIPAÇÕES S.A., ON	-	96.239.695,66	-	-	Não Listado em Bolsa
103 NOVA FERROBAN, ON	-	13.838.480,34	-	-	Não Listado em Bolsa
104 NOVA FERROBAN, PN	-	11.475.341,58	-	-	Não Listado em Bolsa
105 Paranapanema ON	PMAM3	133.715.029,61	205	138	
106 Paranapanema PN	PMAM4	124.210.909,48	329	270	
107 Perdigao ON	PRGA3	57.854.143,03	325	5	
108 Perdigao PN	PRGA4	98.079.247,32	329	307	
109 Petrobras ON	PETR3	57.183.929,25	329	307	
110 Petrobras PN	PETR4	2.555.606.210,22	329	307	
111 Petroflex ON	PEFX3	11.616.414,58	315	3	
112 RANDON ON	RAPT3	14.300.000,00	-	-	Série de preços não encontrada
113 Randon Part PN	RAPT4	31.946.560,81	329	295	
114 Rasip Agro Pastoral PN	RSIP4	2.321.376,39	329	75	
115 RASIP AGROPASTORIL S.A., ON	RSIP3	1.207.833,00	-	-	Série de preços não encontrada
116 Ripasa PN	RPSA4	87.928.782,24	329	307	
117 Sabesp ON	SBSP3	2.582.469,61	329	307	
118 Sadia SA ON	SDIA3	7.986.044,00	325	38	
119 Sadia SA PN	SDIA4	236.252.282,60	329	307	
120 SANTOS BRASIL S.A., ON	-	27.643.096,04	-	-	Não Listado em Bolsa
121 SAUÍPE ON	-	0,01	-	-	Não Listado em Bolsa

122 SAUÍPE PN	-	0,05	-	-	Não Listado em Bolsa
123 Seara Alim ON	SALM3	40.349.045,30	328	111	
124 Seara Alim PN	SALM4	9.850.620,14	328	234	
125 Souza Cruz ON	CRUZ3	275.356.851,00	329	307	
126 Suzano Petroquim PN	SZPQ4	39.649.806,00	329	269	
127 Suzano PN	SUZA4	138.265.273,68	329	305	
128 TEKA ON	TEKA3	111.340,10	-	-	Série de preços não encontrada
129 Teka PN	TEKA4	3.453.956,55	325	113	
130 Tele Celular Sul ON	TCSL3	20.968.644,23	329	307	
131 Tele Celular Sul PN	TCSL4	24.622.239,58	329	307	
132 Tele Centroeste Cel PN	TCOC4	95.027.204,80	329	307	
133 Tele Leste Celular ON	TLCP3	4.907.009,85	329	307	
134 Tele Leste Celular PN	TLCP4	4.565.279,76	329	307	
135 Tele Nordeste Celul ON	TNEP3	20.682.204,12	329	307	
136 Tele Nordeste Celul PN	TNEP4	24.349.952,46	329	307	
137 Tele Norte Celular ON	TNCP3	7.529.322,45	329	307	
138 Tele Norte Celular PN	TNCP4	3.733.604,82	329	307	
139 Telemar Norte Leste PNA	TMAR5	33.929.063,68	329	307	
140 Telemar-Tele NL Par ON	TNLP3	240.438.971,00	329	307	
141 Telemar-Tele NL Par PN	TNLP4	379.136.153,31	329	307	
142 Telemig Celul Part ON	TMCP3	53.201.008,43	329	307	
143 Telemig Celul Part PN	TMCP4	28.565.159,26	329	307	
144 Telemig Celular ON	TMGC3	2.182.415,30	316	33	
145 Telemig Celular PNC	TMGC7	3.434.133,68	289	8	
146 TELEPAR CELULAR S.A., ON	-	2.745.692,62	-	-	Não Listado em Bolsa
147 TELEPAR CELULAR S.A., PN	-	2.162.466,08	-	-	Não Listado em Bolsa
148 Telesp Cel Part ON	TSPP3	0,00	329	307	
149 Telesp Cel Part PN	TSPP4	45.142.980,00	329	307	
150 Terminais Portuários Ponta Félix ON	-	26.425.449,25	-	-	Não Listado em Bolsa
151 Terminais Portuários Ponta Félix PN	-	45.553.195,17	-	-	Não Listado em Bolsa
152 Tractebel ON	TBLE3	50.219.899,07	329	307	
153 TUPY S.A., ON	TUPY3	38.134.550,03	-	-	Série de preços não encontrada
154 Usiminas ON	USIM3	415.486.249,88	327	163	
155 Usiminas PNA	USIM5	44.947.071,00	329	307	
156 Vale Rio Doce ON	VALE3	848,95	329	307	
157 Vale Rio Doce PNA	VALE5	469.707.849,00	329	307	
158 Votorantim C P PN	VCPA4	71.527.180,72	329	307	
159 Weg PN	ELMJ4	183.493.592,36	329	256	
160 WEG S.A., ON	ELMJ3	22.852.000,00	-	-	Série de preços não encontrada
TOTAL		21.779.643.591,72	38.047	27.633	

Tabela 12: Ativos da carteira própria de renda variável da Petros que foram excluídos da amostra. Para cada um dos 22 ativos é exibido o nome, código utilizado na bolsa de valores, o valor de mercado divulgado pela própria Petros, a média diária de volume negociado em reais, o número de dias para negociar e os critérios de exclusão definidos no item 4.5. Cada critério que eliminou um determinado ativo é marcado com um “X”. O não enquadramento em apenas um critério já é suficiente para a exclusão da amostra. O ativo Telemig Celular PNC, por exemplo, foi excluído da amostra por ter menos de 20 retornos na amostra e por necessitar de mais de 1.000 dias para ser liquidado no mercado.

Ativo	Ticker	Valor de Mercado em 31/12/2003 R\$	Média Diária de Volume R\$	Nº de Dias para liquidar	Critérios				
					Não Listada	Sem preço	Menos de 20 retornos	Mais de 1.000 dias para se liquidar	Valor de Mercado menor que R\$10.000
1 Braskem ON	BRKM3	34.745.888,06	17.110	8.123				X	
2 Coteminas ON	CTNM3	21.657.490,00	24.800	3.493				X	
3 FRAS-LE ON	FRAS3	14.125.000,00	-	-		X			
4 GAZETA MERCANTIL PN	-	77.611,67	-	-	X				
5 GTD ON	-	20.590.476,00	-	-	X				
6 GTD PN	-	9.197.071,56	-	-	X				
7 INEPAR ENERGIA ON	IENG3	1.081.099,87	-	-		X			
8 Inepar Energia PNA	IENG5	2.044.757,82	2.316	3.531				X	
9 INEPAR ON	INEP3	67.648,01	-	-		X			
10 INVITEL ON	-	21.469.085,10	-	-	X				
11 LITEL ON	-	1.297,94	-	-	X				X
12 LITEL PNA	-	2.595,88	-	-	X				X
13 NEWTEL ON	-	18.876.837,06	-	-	X				
14 Perdigaon ON	PRGA3	47.366.844,00	4.220	44.898			X	X	
15 PQ. HOPI HARI ON	-	0	-	-	X				X
16 PQ. HOPI HARI PN	-	0	-	-	X				X
17 TEL. DATA BRASIL PN	-	138.379,92	-	-	X				
18 Tele Norte Celular ON	TNCP3	0	17.272	0					X
19 TELEBRAS RECIBO PN	-	34.027.850,10	-	-	X				
20 Telebras Remanesc PN	TELB4	6.805,57	19.786	1					X
21 Telemig Celular ON	TMGC3	0,02	21.735	0					X
22 Telemig Celular PNC	TMGC7	20.707.476,80	23.319	3.552			X	X	
TOTAL		246.184.215,38			42,4%	6,2%	27,7%	51,4%	0,0%

Tabela 13: Ativos da carteira própria de renda variável da Previ que foram excluídos da amostra. Para cada um dos 81 ativos é exibido o nome, código utilizado na bolsa de valores, o valor de mercado divulgado pela própria Previ, a média diária de volume negociado em reais, o número de dias para negociar e os critérios de exclusão definidos no item 4.5. Cada critério que eliminou um determinado ativo é marcado com um “X”. O não enquadramento em apenas um critério já é suficiente para a exclusão da amostra. O ativo Açominas ON, por exemplo, foi excluído da amostra por não ser listado em bolsa e por ser uma posição de valor de mercado menor que R\$10 mil.

Ativo	Ticker	Valor de Mercado em 31/12/2003 R\$	Média Diária Volume R\$	Nº de Dias para liquidar	Critérios				
					Não Listada	Sem preço	Menos de 20 retornos	Mais de 1.000 dias para se liquidar	Valor de Mercado menor que R\$10.000
1 Acesita ON	ACES3	77.816.738,56	219.228	1.420				X	
2 AÇOMINAS ON	-	245,19	-	-	X				X
3 Alfa Financeira ON	CRIV3	6.686.200,00	1.115	23.979			X	X	
4 Alfa Financeira PN	CRIV4	32.581.390,00	4.148	31.422				X	
5 Alfa Investimentos ON	BRIV3	16.938.715,20	4.328	15.654				X	
6 Alfa Investimentos PN	BRIV4	36.319.514,40	39.312	3.696				X	
7 Alpargatas ON	ALPA3	20.951.437,68	30.140	2.781				X	
8 ARACRUZ CELULOSE S.A., PN	ARCZ5	333.423.699,36	-	-		X			
9 Belgo Mineira ON	BELG3	177.319.383,10	162.234	4.372				X	
10 Bic Monark ON	BMKS3	17.494.291,00	779	89.872			X	X	
11 BRASIL FERROVIAS S.A., ON	-	83,57	-	-	X				X
12 BRASIL FERROVIAS S.A., PN	-	40,06	-	-	X				X
13 Brasil ON	BBAS3	2.417.811.849,61	4.162.759	2.323				X	
14 Brasil Telecom ON	BRTO3	15,09	168.610	0					X
15 Braskem ON	BRKM3	35.370.502,63	17.110	8.269				X	
16 Bunge Brasil ON	MSAN3	244.395.422,55	154.934	6.310				X	
17 Capitalpart Participações ON	-	0,13	-	-	X				X
18 CEG ON	CEGR3	22.588.215,33	2.362	38.253				X	
19 Celesc ON	CLSC3	31.272.648,80	2.424	51.602			X	X	
20 Celpe ON	CEPE3	0,03	-	-		X			X
21 CIA Transm En Elétrica Paulista ON	-	3.379.404,60	-	-	X				
22 CIA Transm En Elétrica Paulista PN	-	18.618.057,79	-	-	X				
23 Coelba ON	CEEB3	14.847.155,00	7.271	8.168				X	
24 Coelba PNA	CEEB5	4.077.040,00	237	68.789			X	X	
25 Coteminas ON	CTNM3	36.682.156,74	24.800	5.916				X	
26 DURATEX S.A., PN	-	86.360.905,44	-	-	X				
27 Electrolux PN	REPA4	9.156.349,13	1.167	31.382				X	
28 Embraer ON	EMBR3	1.104.662.183,94	3.017.499	1.464				X	
29 EUCATEX S.A. IND COM , PN	-	3.165.011,27	-	-	X				
30 Ferbasa PN	FESA4	155,64	212.637	0					X
31 FERROBAN ON	FESA3	20,26	-	-		X			X
32 FRAS-LE S.A., ON	FRAS3	36.505.500,00	-	-		X			
33 GAZETA MERCANTIL S.A., PN	-	209.675,01	-	-	X				
34 GTD PARTICIPAÇÕES S.A., ON	-	75.852.768,00	-	-	X				
35 GTD PARTICIPAÇÕES S.A., PN	-	33.878.140,09	-	-	X				
36 GUARANIANA S.A., ON	-	724.698.107,98	-	-	X				
37 HERING ON	LHER3	5.336.576,53	-	-		X			
38 HOPI HARI ON	-	41,01	-	-	X				X
39 HOPI HARI PN	-	22,00	-	-	X				X
40 INEPAR S.A. Ind Construções, ON	INEP3	377.165,08	-	-		X			
41 INVITEL S.A., ON	-	106.104.383,99	-	-	X				
42 Ipiranga Pet ON	PTIP3	5.095.497,29	4.319	4.720				X	
43 Kepler Weber ON	KEPL3	68.479.857,60	8.362	32.759				X	
44 LA FONTE PARTICIPAÇÕES ON	MLFT3	17.749.627,35	-	-		X			
45 LA FONTE PARTICIPAÇÕES PN	MLFT4	59.234.325,50	-	-		X			

46 LA FONTE TELECOM ON	LFFE3	28.769.687,28	-	-		X			
47 LA FONTE TELECOM PN	LFFE4	17.524.517,76	-	-		X			
48 LITEL PARTICIPAÇÕES S.A., ON	-	825,00	-	-	X				X
49 LITEL PARTICIPAÇÕES S.A., PN	-	5.475,00	-	-	X				X
50 Loj Americanas ON	LAME3	30.658.348,84	98.520	1.245				X	
51 Marisol PN	MRSL4	16.455.470,28	10.087	6.526			X	X	
52 Melpaper PN	MLPA4	42.259,29	17	10.003			X	X	
53 NEWTEL PARTICIPAÇÕES S.A., ON	-	96.239.695,66	-	-	X				
54 NOVA FERROBAN, ON	-	13.838.480,34	-	-	X				
55 NOVA FERROBAN, PN	-	11.475.341,58	-	-	X				
56 Paranapanema ON	PMAM3	133.715.029,61	124.255	4.305				X	
57 Perdigo ON	PRGA3	57.854.143,03	4.220	54.838			X	X	
58 Petroflex ON	PEFX3	11.616.414,58	1.169	39.736			X	X	
59 RANDON ON	RAPT3	14.300.000,00	-	-		X			
60 Rasip Agro Pastoral PN	RSIP4	2.321.376,39	3.877	2.395				X	
61 RASIP AGROPASTORIL S.A., ON	RSIP3	1.207.833,00	-	-		X			
62 Sadia SA ON	SDIA3	7.986.044,00	10.416	3.067				X	
63 SANTOS BRASIL S.A., ON	-	27.643.096,04	-	-	X				
64 SAUÍPE ON	-	0,01	-	-	X				X
65 SAUÍPE PN	-	0,05	-	-	X				X
66 Seara Alim ON	SALM3	40.349.045,30	22.912	7.044				X	
67 Suzano Petroquim PN	SZPQ4	39.649.806,00	94.528	1.678				X	
68 TEKA ON	TEKA3	111.340,10	-	-		X			
69 Teka PN	TEKA4	3.453.956,55	2.936	4.706				X	
70 Tele Norte Celular ON	TNCP3	7.529.322,45	17.272	1.744				X	
71 Telemig Celular PNC	TMGC7	3.434.133,68	23.319	589			X		
72 TELEPAR CELULAR S.A., ON	-	2.745.692,62	-	-	X				
73 TELEPAR CELULAR S.A., PN	-	2.162.466,08	-	-	X				
74 Telesp Cel Part ON	TSPP3	0,00	206.891	0					X
75 Terminais Portuários Ponta Félix ON	-	26.425.449,25	-	-	X				
76 Terminais Portuários Ponta Félix PN	-	45.553.195,17	-	-	X				
77 TUPY S.A., ON	TUPY3	38.134.550,03	-	-		X			
78 Usiminas ON	USIM3	415.486.249,88	129.307	12.853				X	
79 Vale Rio Doce ON	VALE3	848,95	11.002.909	0					X
80 Weg PN	ELMJ4	183.493.592,36	310.769	2.362				X	
81 WEG S.A., ON	ELMJ3	22.852.000,00	-	-		X			
TOTAL		7.284.284.696,79			17,5%	9,2%	2,0%	73,2%	0,0%

Tabela 14: Descontos ajustados a liquidez para a Petros. Para cada um dos 63 ativos é exibido o nome, o código utilizado na bolsa de valores, o valor de mercado divulgado pela própria Petros em milhares de reais, a volatilidade anualizada, a média diária de volume negociado em reais e o número de dias necessários para liquidar toda a posição. A partir desses parâmetros, é calculado o desconto, considerando o horizonte de investimento de 10 anos e a taxa de juros de 15% ao ano. Aplicando-se esse desconto sobre o valor de mercado divulgado pela Petros, obtem-se o valor de mercado ajustado à liquidez. O ativo Bradesco PN, por exemplo, possuindo 31,7% de volatilidade e sendo necessários 17 dias para que a Petros consiga liquidar a posição nesse ativo, seu valor de desconto é de 4,3% sobre o valor de mercado oficialmente divulgado. Assim, seu valor de mercado ajustado a liquidez é de R\$100,4 milhões.

Ativo	Ticker	Valor de Mercado em 31/12/2003 em milhares de R\$	Vol anualizada	Média Diária Volume em milhares de R\$	Nº de Dias para liquidar	Desconto	NOVO Valor de Mercado em 31/12/2003 em milhares de R\$
1 Acesita ON	ACES3	9.329	42,0%	219	170	19,2%	7.541
2 Acesita PN	ACES4	23.562	42,7%	4.531	21	6,5%	22.042
3 Ambev PN	AMBV4	53.150	32,6%	19.778	11	3,5%	51.300
4 Aracruz PNB	ARCZ6	7.037	32,0%	4.500	6	2,6%	6.852
5 Bco Itau Hold Finan PN	ITAU4	75.056	31,4%	21.944	14	3,9%	72.163
6 Bradesco PN	BBDC4	104.879	31,7%	24.498	17	4,3%	100.405
7 Bradespar PN	BRAP4	6.773	35,6%	1.658	16	4,7%	6.453
8 Brasil ON	BBAS3	19.916	41,1%	4.163	19	5,9%	18.732
9 Brasil T Par ON	BRTP3	11.006	39,6%	1.908	23	6,3%	10.313
10 Brasil T Par PN	BRTP4	31.321	34,3%	12.468	10	3,5%	30.223
11 Brasil Telecom PN	BRTO4	55.593	37,5%	15.669	14	4,6%	53.054
12 Braskem PNA	BRKM5	28.999	273,5%	4.109	28	50,6%	14.318
13 Caemi Metal PN	CMET4	29.537	35,7%	9.168	13	4,2%	28.291
14 Celesc PNB	CLSC6	19.159	43,9%	2.932	26	7,4%	17.750
15 Cemig ON	CMIG3	3.586	43,6%	464	31	8,0%	3.300
16 Cemig PN	CMIG4	90.810	40,8%	20.663	18	5,9%	85.450
17 Cesp PN	CESP4	4.868	58,7%	1.696	11	6,0%	4.574
18 Coelce PNA	COCE5	25.388	37,8%	228	446	29,9%	17.799
19 Comgas PNA	CGAS5	3.710	43,7%	1.767	8	4,2%	3.556
20 Copel PNB	CPLE6	33.403	47,6%	8.570	16	6,0%	31.394
21 Coteminas PN	CTNM4	23.130	32,9%	1.478	63	8,9%	21.072
22 CRT Celular PNA	CRTP5	11.589	35,6%	3.804	12	4,1%	11.112
23 Eletrobras ON	ELET3	41.132	58,5%	6.318	26	10,1%	36.984
24 Eletrobras PNB	ELET6	81.886	51,7%	18.102	18	7,0%	76.117
25 Eletropaulo Metropro PN	ELPL4	40.149	67,0%	3.160	51	15,7%	33.843
26 Embraer ON	EMBR3	26.873	42,4%	3.017	36	8,6%	24.561
27 Embraer PN	EMBR4	69.325	45,5%	12.496	22	7,1%	64.371
28 Embratel Part ON	EBTP3	17.122	69,4%	4.779	14	8,2%	15.710
29 Embratel Part PN	EBTP4	111.528	61,1%	23.216	19	8,5%	102.097
30 Gerdau Met PN	GOAU4	15.391	30,3%	2.867	21	4,5%	14.697
31 Gerdau PN	GGBR4	23.562	36,4%	11.506	8	3,4%	22.751
32 Ipiranga Pet PN	PTIP4	2.049	45,1%	1.051	8	4,3%	1.961
33 Itausa PN	ITSA4	42.624	30,5%	7.412	23	4,8%	40.584
34 Klabin PN	KLBN4	2.453	42,5%	3.171	3	2,6%	2.388
35 Light ON	LIGH3	1.756	69,7%	692	10	7,1%	1.632
36 Net PN	PLIM4	31.639	79,5%	8.349	15	9,8%	28.554
37 Pao de Acucar PN	PCAR4	16.119	32,8%	2.454	26	5,6%	15.214
38 Paranapanema ON	PMAM3	8.648	82,5%	124	278	48,9%	4.418
39 Perdigo PN	PRGA4	47.041	35,6%	2.101	90	12,0%	41.389
40 Petrobras ON	PETR3	85.959	31,2%	20.593	17	4,1%	82.474
41 Petrobras PN	PETR4	216.057	30,4%	70.929	12	3,6%	208.387
42 Ripasa PN	RPSA4	76.919	34,3%	979	314	21,9%	60.103
43 Sabesp ON	SBSP3	12.804	39,8%	6.462	8	3,7%	12.327
44 Sid Nacional ON	CSNA3	34.085	42,6%	21.722	6	3,5%	32.880
45 Sid Tubarao PN	CSTB4	24.214	40,6%	7.049	14	5,0%	23.013
46 Souza Cruz ON	CRUZ3	11.079	31,8%	2.946	15	4,0%	10.634
47 Tele Celular Sul ON	TCSL3	5.804	52,9%	971	24	8,3%	5.323

48 Tele Celular Sul PN	TCSL4	31.437	42,9%	3.947	32	7,9%	28.956
49 Tele Centroeste Cel PN	TCOC4	54.318	49,0%	9.643	23	7,7%	50.148
50 Tele Leste Celular PN	TLCP4	2.687	50,2%	840	13	6,0%	2.526
51 Tele Nordeste Celul PN	TNEP4	18.428	45,1%	3.803	19	6,5%	17.236
52 Telemar Norte Leste PNA	TMAR5	49.536	39,8%	11.999	17	5,4%	46.884
53 Telemar-Tele NL Par ON	TNLP3	39.763	40,1%	7.396	22	6,1%	37.322
54 Telemar-Tele NL Par PN	TNLP4	207.912	36,0%	118.354	7	3,1%	201.451
55 Telesp Cel Part PN	TSPP4	86.388	52,9%	21.033	16	6,9%	80.460
56 Telesp Operac PN	TLPP4	26.953	32,1%	4.277	25	5,2%	25.549
57 Tim Sul PNB	TPRC6	8.388	37,0%	660	51	8,9%	7.646
58 Tractebel ON	TBLE3	5.841	67,1%	876	27	11,2%	5.188
59 Transmissao Paulist PN	TRPL4	19.502	43,5%	1.350	58	11,2%	17.325
60 Usiminas PNA	USIM5	71.256	48,7%	16.185	18	6,7%	66.453
61 Vale Rio Doce ON	VALE3	37.456	31,6%	11.003	14	4,0%	35.975
62 Vale Rio Doce PNA	VALE5	75.320	29,2%	29.527	10	3,0%	73.045
63 Votorantim C P PN	VCPA4	15.824	30,4%	6.117	10	3,1%	15.332
TOTAL		2.469.031				7,2%	2.291.601

Tabela 15: Descontos ajustados a liquidez para a Previ. Para cada um dos 79 ativos é exibido o nome, o código utilizado na bolsa de valores, o valor de mercado divulgado pela própria Previ em milhares de reais, a volatilidade anualizada, a média diária de volume negociado em reais e o número de dias necessários para liquidar toda a posição. A partir desses parâmetros, é calculado o desconto, considerando o horizonte de investimento de 10 anos e a taxa de juros de 15% ao ano. Aplicando-se esse desconto sobre o valor de mercado divulgado pela Previ, obtem-se o valor de mercado ajustado à liquidez. O ativo Bradesco PN, por exemplo, possuindo 31,7% de volatilidade e sendo necessários 72 dias para que a Previ consiga liquidar a posição nesse ativo, seu valor de desconto é de 9,4% sobre o valor de mercado oficialmente divulgado. Assim, seu valor de mercado ajustado a liquidez é de R\$402,0 milhões.

Ativo	Ticker	Valor de Mercado em 31/12/2003 em milhares de R\$	Vol anualizada	Média Diária Volume em milhares de R\$	Nº de Dias para liquidar	Desconto	NOVO Valor de Mercado em 31/12/2003 em milhares de R\$
1 Acesita PN	ACES4	85.957	42,7%	4.531	76	12,5%	75.184
2 AES Tiete ON	GETI3	5.339	29,7%	468	46	6,8%	4.977
3 AES Tiete PN	GETI4	3.816	72,1%	174	88	22,3%	2.965
4 Alpargatas PN	ALPA4	16.779	37,4%	119	566	34,4%	11.011
5 Ambev ON	AMBV3	46.816	33,6%	1.321	142	13,6%	40.459
6 Ambev PN	AMBV4	2.502.034	32,6%	19.778	506	28,2%	1.796.135
7 Aracruz ON	ARCZ3	5.710	43,0%	29	793	47,7%	2.985
8 Bco Itau Hold Finan ON	ITAU3	105.495	35,9%	923	457	29,2%	74.717
9 Bco Itau Hold Finan PN	ITAU4	1.166.129	31,4%	21.944	213	16,2%	977.018
10 Belgo Mineira PN	BELG4	228.817	23,9%	1.447	633	23,3%	175.450
11 Bombril PN	BOBR4	39.268	52,3%	478	329	35,0%	25.509
12 Bradesco ON	BBDC3	316.333	31,0%	1.338	946	37,5%	197.718
13 Bradesco PN	BBDC4	443.791	31,7%	24.498	72	9,4%	402.024
14 Bradespar ON	BRAP3	19.041	41,5%	117	653	40,1%	11.410
15 Bradespar PN	BRAP4	28.845	35,6%	1.658	70	10,0%	25.975
16 Brasil ON	BBAS3	83.151	41,1%	4.163	80	12,2%	72.984
17 Brasil ON	BBAS3	120.593	41,1%	4.163	116	12,2%	105.848
18 Brasil T Par ON	B RTP3	126.398	39,6%	1.908	265	23,3%	96.980
19 Brasil T Par PN	B RTP4	169.992	34,3%	12.468	55	8,5%	155.478
20 Brasil Telecom PN	BRTO4	75.313	37,5%	15.669	19	5,5%	71.172
21 Braskem PNA	BRKM5	106.561	273,5%	4.109	104	98,5%	1.652
22 Bunge Brasil PN	MSAN4	95.808	57,9%	463	827	64,6%	33.916
23 Caemi Metal PN	CMET4	202.569	35,7%	9.168	88	11,4%	179.566
24 Celesc PNB	CLSC6	17.446	43,9%	2.932	24	7,0%	16.224
25 Cemig ON	CMIG3	58.885	43,6%	464	507	38,3%	36.336
26 Cemig PN	CMIG4	96.179	40,8%	20.663	19	5,9%	90.500
27 Cesp ON	CESP3	3.293	52,2%	139	95	17,9%	2.703
28 Confab PN	CNFB4	31.878	35,7%	1.660	77	10,7%	28.457
29 Copel PNB	CPLE6	53.429	47,6%	8.570	25	8,1%	49.116
30 Coteminas PN	CTNM4	22.674	32,9%	1.478	61	8,8%	20.672
31 Eletrobras ON	ELET3	307.883	58,5%	6.318	195	28,7%	219.555
32 Eletrobras PNB	ELET6	91.440	51,7%	18.102	20	8,0%	84.153
33 Eletropaulo Metro PN	ELPL4	58.080	67,0%	3.160	74	19,7%	46.646
34 EMAE PN	EMAE4	2.058	44,6%	117	70	13,0%	1.791
35 Embraer PN	EMBR4	1.546.760	45,5%	12.496	495	38,6%	950.437
36 Embratel Part ON	EBTP3	94.923	69,4%	4.779	79	21,9%	74.123
37 Embratel Part PN	EBTP4	64.410	61,1%	23.216	11	6,8%	60.009
38 Forjas Taurus PN	FJTA4	23.896	32,9%	318	301	20,5%	19.002
39 Fras-Le PN	FRAS4	678	37,2%	16	171	18,3%	554
40 Gerdau Met ON	GOAU3	2.534	50,0%	171	59	12,8%	2.210
41 Gerdau Met PN	GOAU4	48.756	30,3%	2.867	68	8,6%	44.546
42 Gerdau PN	GGBR4	72.263	36,4%	11.506	25	6,2%	67.767
43 Ipiranga Pet PN	PTIP4	118.067	45,1%	1.051	449	36,3%	75.177

44 Ipiranga Ref PN	RIPI4	16.897	61,6%	263	257	37,1%	10.622
45 Itausa PN	ITSA4	370.960	30,5%	7.412	200	16,0%	311.492
46 Klabin PN	KLBN4	117.016	42,5%	3.171	148	18,4%	95.541
47 Loj Americanas PN	LAME4	51.410	36,8%	1.141	180	17,5%	42.431
48 Magnesita PNA	MAGS5	402	28,2%	396	4	2,1%	393
49 Marcopolo PN	POMO4	18.127	29,7%	878	83	9,3%	16.446
50 Paranapanema PN	PMAM4	124.211	95,6%	696	714	80,9%	23.662
51 Perdigao PN	PRGA4	98.079	35,6%	2.101	187	17,2%	81.238
52 Petrobras ON	PETR3	57.184	31,2%	20.593	11	3,5%	55.186
53 Petrobras PN	PETR4	2.555.606	30,4%	70.929	144	12,4%	2.238.890
54 Randon Part PN	RAPT4	31.947	40,5%	197	649	39,4%	19.360
55 Ripasa PN	RPSA4	87.929	34,3%	979	359	24,8%	66.134
56 Sabesp ON	SBSP3	2.582	39,8%	6.462	2	2,1%	2.527
57 Sadia SA PN	SDIA4	236.252	32,7%	3.291	287	20,2%	188.603
58 Seara Alim PN	SALM4	9.851	46,6%	184	215	24,6%	7.424
59 Souza Cruz ON	CRUZ3	275.357	31,8%	2.946	374	22,9%	212.240
60 Suzano PN	SUZA4	138.265	36,1%	1.724	321	23,8%	105.358
61 Tele Celular Sul ON	TCSL3	20.969	52,9%	971	86	16,7%	17.462
62 Tele Celular Sul PN	TCSL4	24.622	42,9%	3.947	25	7,2%	22.862
63 Tele Centroeste Cel PN	TCOC4	95.027	49,0%	9.643	39	10,3%	85.285
64 Tele Leste Celular ON	TLCP3	4.907	66,0%	26	766	72,9%	1.327
65 Tele Leste Celular PN	TLCP4	4.565	50,2%	840	22	7,9%	4.206
66 Tele Nordeste Celul ON	TNEP3	20.682	42,0%	155	533	38,1%	12.802
67 Tele Nordeste Celul PN	TNEP4	24.350	45,1%	3.803	26	8,5%	22.284
68 Tele Norte Celular PN	TNCP4	3.734	50,8%	371	40	10,9%	3.325
69 Telemar Norte Leste PNA	TMAR5	33.929	39,8%	11.999	11	4,5%	32.419
70 Telemar-Tele NL Par ON	TNLP3	240.439	40,1%	7.396	130	16,5%	200.860
71 Telemar-Tele NL Par PN	TNLP4	379.136	36,0%	118.354	13	4,2%	363.357
72 Telemig Celul Part ON	TMCP3	53.201	50,4%	479	444	38,5%	32.713
73 Telemig Celul Part PN	TMCP4	28.565	44,1%	4.653	25	7,1%	26.524
74 Telemig Celular ON	TMGC3	2.182	55,5%	22	402	41,9%	1.268
75 Telesp Cel Part PN	TSPP4	45.143	52,9%	21.033	9	5,3%	42.758
76 Tractebel ON	TBLE3	50.220	67,1%	876	229	35,7%	32.315
77 Usiminas PNA	USIM5	44.947	48,7%	16.185	11	5,4%	42.502
78 Vale Rio Doce PNA	VALE5	469.708	29,2%	29.527	64	7,7%	433.543
79 Votorantim C P PN	VCPA4	71.527	30,4%	6.117	47	6,9%	66.567
TOTAL		14.495.359				23,7%	11.317.096

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)