

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO



João Paulo Castagnoli

**Uma Implementação Numérica do Acoplamento Água
Superficial - Água Subterrânea**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Eurípedes do Amaral Vargas Júnior

Rio de Janeiro

Abril de 2007

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO



João Paulo Castagnoli

**Uma Implementação Numérica do Acoplamento Água
Superficial - Água Subterrânea**

Dissertação apresentada como requisito parcial
para obtenção do grau de Mestre pelo Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-
Rio. Área de concentração: Geotecnia. Aprovada
pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Eurípedes do Amaral Vargas Júnior

Orientador

Departamento de Engenharia Civil - PUC/RIO

Tácio Mauro Pereira Campos

PUC/RIO

Antonio Roberto Barboza de Oliveira

PUC/RIO

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do

Centro Científico Tecnológico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 13 de abril de 2007

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

João Paulo Castagnoli

Graduou-se em Engenharia Ambiental pela Universidade Federal do Paraná (UFPR), em março de 2005. Ingressou no Curso de Mestrado em Engenharia Civil da Puc-Rio em março de 2005, atuando na área de Geotecnia Ambiental.

Ficha Catalográfica

Castagnoli, João Paulo

Uma implementação numérica do acoplamento
água superficial - água subterrânea / João Paulo
Castagnoli ; Eurípedes do Amaral Vargas Júnior. – 2007.
121 f. : il. (col.) ; 30 cm

Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil)–
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio
de Janeiro, 2007.

Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Elementos
finitos. 3. Fluxo superficial. 4. Fluxo subterrâneo. 5.
Acoplamento numérico. I. Vargas Júnior, Eurípedes do
Amaral. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de
Janeiro. Engenharia Civil. III. Título.

CDD: 624

Aos meus queridos pais,
pelo amor e apoio.

Agradecimentos

Ao professor Eurípedes do Amaral Vargas Júnior, pela orientação recebida ao longo da realização deste trabalho.

Aos meus queridos pais, pelo incentivo, apoio, carinho ao longo deste trabalho que só foi possível por acreditarem no meu sucesso e estarem sempre ao meu lado.

A todos os amigos conquistados durante esse período na PUC-Rio, que me acompanharam nas horas acadêmicas e principalmente nas horas não acadêmicas.

Ao Cnpq, CAPES e Puc-Rio pelo apoio financeiro.

Aos professores e funcionários da PUC-Rio.

A todas as pessoas que contribuíram de maneira direta ou indireta para a realização deste trabalho.

Resumo

Castagnoli, João Paulo; Vargas, Eurípedes do Amaral Júnior. **Uma Implementação Numérica do Acoplamento Água Superficial - Água Subterrânea**. Rio de Janeiro, 2007. 121p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A relação entre os processos hidrológicos de escoamento superficial e subterrâneo apresenta uma grande variabilidade espacial e temporal. Podendo ser representado de forma qualitativa como parte sequencial do ciclo hidrológico, estes processos, demonstram sua grande dependência e importância nos estudos de balanços hídricos. Visando uma representação quantitativa, este trabalho faz o acoplamento, entre os modelos numéricos de escoamento superficial e de fluxo em meios porosos. Para o meio poroso adotou-se o modelo numérico SWMS_3D (Simunek et al, 1995), o qual resolve a equação de Richards, para fluxo em meios porosos saturados e não saturados nas três dimensões. Na simulação da dinâmica superficial, foram desenvolvidos dois modelos derivados das equações de Saint-Venant: o modelo da Onda Cinemática e o modelo de Difusão. Para a solução numérica foi empregado o método dos elementos finitos através da formulação de Galerkin, adotando uma malha tridimensional de elementos tetraédricos, formando uma sub-malha de elementos triangulares na superfície. O modelo de escoamento superficial emprega a malha triangular e interage com o programa SWMS_3D modificado (que utiliza a malha de tetraédros) através das imposições das condições de contorno transientes. Este, responderá com uma parcela de fluxo correspondente à recarga ou descarga no contorno a cada passo de tempo. Com isso, o modelo gerado é capaz de quantificar espacialmente e temporalmente as cargas de pressão em todos os pontos do domínio de estudo.

Palavras-chave

Elementos Finitos; Fluxo Superficial; Fluxo Subterrâneo, Acoplamento numérico.

Abstract

Castagnoli, João Paulo; Vargas, Eurípedes do Amaral Júnior. **Numerical Implementation of Acoppling Surface Water - Groundwater**. Rio de Janeiro, 2007. 121p. MSc. Dissertation – Civil Engineering Department, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

While analyzing the interaction between the hydrological processes of surface and groundwater flow, it is seen that there is a big difference in its interaction in the space and time. These processes can be represented in a qualitative form as part of the hydrological cycle, demonstrating its dependences and importance in the hydrological balance. This work does the numerical coupling of the surface and groundwater flow. This work adopted the SWMS_3D numerical model (Simunek et. al., 1995), which resolves the Richards equation for saturated and non saturated porous media flow in 3D. In order to simulate the superficial dynamic flow, two models from Saint-Vennat equation were developed, these models are: the cinematic wave model and the diffusion model. These two models consider the average outflow in sections in a 2D scenario. For the numerical solution the finite element method was adopted through the Galerkin formulation. Adopting a 3D domain mesh of tetrahedral elements, seen from above, in 2D, we can see a triangular element mesh. The superficial flow model uses the triangular mesh and iterates with the SWMS_3D modified software, which uses the tetrahedral elements mesh. This was done by changes in the boundary conditions to the models. The SWMS_3D will answer with a flow portion corresponding to a sink or source action in the surface, in each time step. Finally the generated model is able to quantify in space and in time the pressure head in the study domain.

Keywords

Finite Elements; Surface Flow; Groundwater Flow, Numerical Coupling.

Sumário

1 Introdução	16
1.1. Escopo	19
1.2. Objetivo	20
2 Formulação Matemática	21
2.1. Fluxo Superficial	21
2.1.1. Equação da continuidade	21
2.1.2. Equação da quantidade de movimento	23
2.1.3. Modelo bidimensional de onda cinemática	29
2.1.4. Solução analítica do modelo cinemático 1D	30
2.1.5. Modelo bidimensional de difusão	35
2.2. Equação de fluxo em meios porosos	37
2.2.1. Propriedades hidráulicas de solos não saturados	40
3 Análise numérica do fluxo superficial e subterrâneo	42
3.1. Modelo numérico da onda cinemática	43
3.1.1. Modelo numérico unidimensional da onda cinemática	43
3.1.2. Modelo numérico bidimensional da onda cinemática	49
3.2. Modelo numérico de difusão	54
3.2.1. Modelo numérico unidimensional de Difusão	55
3.2.2. Modelo numérico bidimensional de Difusão	58
3.3. Análise numérica do fluxo em meios porosos	59
3.3.1. Condição de contorno atmosférica	62
4 Acoplamento entre água superficial – água subterrânea	64
4.1. Conceitos gerais da interação água superficial – subterrânea	64
4.1.1. Interação entre escoamentos em rios e solo	65
4.1.2. Interação entre escoamentos superficiais lentos e solo	66
4.1.3. Infiltração	68
4.2. Descrição da implementação numérica de acoplamento	72
4.3. Módulo de interação	75
4.3.1. Acoplamento temporal	79

4.4. Geração das malhas dos modelos	82
5 Exemplos	84
5.1. Análise de sensibilidade do modelo Analítico	84
5.1.1. Variação do coeficiente de Manning	85
5.1.2. Variação do comprimento do plano	86
5.1.3. Variação da declividade do plano	87
5.1.4. Variação da intensidade da chuva	88
5.1.5. Variação do período de precipitação.	89
5.2. Validação dos modelos numéricos de escoamento superficial	90
5.2.1. Validação do modelo cinemático	91
5.2.2. Validação do modelo de difusão	93
5.3. Validação da implementação numérica de acoplamento	95
5.3.1. Dados utilizados	95
5.3.2. Resultados Obtidos	96
5.4. Exemplo 1 – Escoamento superficial com infiltração constante	105
5.5. Exemplo 2 – Drenagem superficial	106
5.6. Exemplo 3 – Interação entre fluxo superficial imposto e solo não saturado utilizando o modelo cinemático	108
5.7. Exemplo 4 - Interação entre fluxo superficial imposto e solo não saturado, com evento de runoff, utilizando modelo de difusão	111
6 Conclusão e sugestões	113
6.1. Sugestões	115
7 Referências	116

Lista de Figuras

Figura 2.1 - Volume de controle para balanço de massa.	22
Figura 2.2 – Perfil da altura da lâmina d'água ao longo de um plano de comprimento L.	32
Figura 2.3 - Hidrogramas típicos de saída para três situações relacionando o tempo de precipitação D com o tempo de concentração t_c .	34
Figura 2.4 - Curva A - curva que representa a relação umidade volumétrica versus carga de pressão. Curva B - curva que representa a relação permeabilidade não saturada versus carga de pressão (fonte Simunek et al., 1995).	40
Figura 3.1 – fluxo sobre plano de largura unitária.	45
Figura 3.2 – Elemento unidimensional.	45
Figura 3.3 – Elemento triangular de três nós isoparamétrico.	50
Figura 4.1 - Representação dos processos hidrológicos abordados, para uma fatia de solo em uma bacia hidrográfica. (Fonte USDA, 1995)	64
Figura 4.2 - Fluxo entre rio e lençol freático conectados. (A) Sentido de fluxo solo – superfície. (B) Sentido de fluxo superfície – solo. (C) Rios desconectados são separados do nível freático através de uma zona não saturada (fonte USGS 1998).	66
Figura 4.3 - Interações entre lago – solo e pântanos – solo.	67
Figura 4.4 – Água subterrânea e superficial interagindo através do relevo, na direção das montanhas para o oceano. Descrição do modelo conceitual: M – Montanhas; K – Karst, G – Glacial; R – rio de vale pequeno; V – rio de vale largo; C – costa oceânica. (fonte USGS, 1998)	68
Figura 4.5 - Perfil de umidade e suas características, após algum tempo de iniciada a infiltração (Fonte Prevedello, 1996, modificada).	69
Figura 4.6 – Perfis de grau de saturação em relação ao tempo de empocamento.	71
Figura 4.7 – Velocidade de infiltração e infiltração acumulada dada um valor constante de precipitação.	72
Figura 4.8 – Fluxograma de interação entre os módulos principais.	74
Figura 4.9 – fluxograma de ações da rotina SHIFT.	77
Figura 4.10 – Diferenças de cargas entre os modelos BRANCH' e MODFLOW (Fonte USGS, 1996).	80

Figura 4.11 – Sincronia temporal entre os modelos superficial e subterrâneo.	81
Figura 4.12 - Extração da malha superficial.	82
Figura 4.13 – Correspondência nodal na superfície de escoamento do domínio.	83
Figura 5.1 – Hidrogramas no exutor para diferentes coeficientes de Manning.	85
Figura 5.2 - Hidrogramas no exutor para diferentes comprimentos de planos.	87
Figura 5.3 - Hidrogramas no exutor para diferentes declives de planos	88
Figura 5.4 - Hidrogramas no exutor para diferentes precipitações incidentes.	89
Figura 5.5 - Hidrogramas no exutor para diferentes períodos de precipitações.	90
Figura 5.6 – Hidrograma no exutor, dos modelos cinemáticos e analítico $t_c < t_p$.	91
Figura 5.7 – Hidrograma no exutor, dos modelos cinemático e analítico $t_c = t_p$.	92
Figura 5.8 – Hidrograma no exutor, dos modelos cinemático e analítico $t_c > t_p$.	92
Figura 5.9 – Hidrograma no exutor, dos modelos de difusão e analítico $t_c < t_p$.	93
Figura 5.10 – Hidrograma no exutor, dos modelos de difusão e analítico $t_c = t_p$.	94
Figura 5.11 – Hidrograma no exutor, dos modelos de difusão e analítico $t_c > t_p$.	95
Figura 5.12 - Carga de pressão no centro da superfície superior do cilindro.	97
Figura 5.13 – Carga de pressão na superfície superior do cilindro.	98
Figura 5.14 – Carga de pressão no centro da superfície superior do cilindro.	99
Figura 5.15 – Velocidade de infiltração e de precipitação no centro da superfície superior do cilindro.	100
Figura 5.16 - Velocidade de infiltração e de precipitação no centro da superfície superior do cilindro.	101
Figura 5.17 – Gráfico de volume de água ao longo do tempo, utilizando os seguintes parâmetros: $K_s = 0.000772\text{cm/s}$, $K_k = 0.000695\text{cm/s}$, $S_s = 0.0001\text{cm}^{-1}$	102
Figura 5.18 – Gráfico de volume de água ao longo do tempo, utilizando os seguintes parâmetros: $K_s = 0.0000772\text{cm/s}$, $K_k = 0.0000695\text{cm/s}$, $S_s = 0.0001\text{cm}^{-1}$	102
Figura 5.19 – Gráfico do erro relativo entre o volume no modelo numérico e o volume analítico.	103
Figura 5.20 – Seqüência nos tempos 1100, 2700 e 4300 s para o perfil de infiltração.	105
Figura 5.21 – Exemplo 1: Relevo adotado para simulação de escoamento	

superficial cinemático.	105
Figura 5.22 – Exemplo 1: Resultados de carga de pressão no tempo 4h.	106
Figura 5.23 – Mapa dos declives superficiais calculados pelo programa superficial cinemático.	107
Figura 5.24 – Seqüência temporal do rebaixamento do nível da água no solo, pelo efeito da drenagem superficial.	108
Figura 5.25 – Nó de atribuição de condição de contorno de montante.	109
Figura 5.26 - Seqüência temporal da formação lençol freático, através da interação “rio” – solo.	110
Figura 5.27 – Seqüência de resultados entre formação do lençol freático, “runoff” e drenagem do solo.	112

Lista de Tabelas

Tabela 1.1 - Softwares que retratam as fases de escoamento superficial e subterrâneo de modo acoplado.	19
Tabela 5.1 – Parâmetros do coeficiente de Manning utilizados e tempos de concentração.	85
Tabela 5.3 – Declividade dos planos e tempos de concentração.	87
Tabela 5.4 - Precipitações adotadas - tempos de concentração.	88
Tabela 5.5 – Períodos de precipitações.	89
Tabela 5.6 – Parâmetros hidrológicos.	96

Lista de Símbolos

Caracteres Romanos

A	Área da seção [L^2]
b	Largura de seção [L]
c	Celeridade da onda cinemática [L/T]
F_b	Força de corpo [N]
g_n	Aceleração da gravidade a direção n [L/T]
h	Carga de pressão [L]
H	Carga de total [L]
i	Velocidade de infiltração [L/T]
K_d	Coefficiente de difusão do modelo de difusão [L^2/T]
$K(\theta)$	Permeabilidade do meio poroso em função da umidade volumétrica na direção do fluxo [L/T]
K_s	Permeabilidade do solo na saturação [L/T]
K_r	Condutividade hidráulica relativa [-]
k	Constante adimensional [-]
m	Expoente da equação de Manning [-]
n	Coefficiente de Manning [$T/L^{1/3}$]
P	Perímetro molhado
Q	Descarga por unidade de largura [L^2/T]
Q_n	Vazão superficial por unidade de largura na direção n, ou densidade de fluxo em meios porosos [L^2/T]
r	Velocidade de chuva [L/T]
R	Raio hidráulico [L]
S_0	Declividade topográfica [-]

S_f	Declividade da linha de energia total para escoamento de superfície livre [-]
S_v	Fluxo extraído pela vegetação no solo [T^{-1}]
S_r	Declividade resultante na direção normal ao contorno do domínio [-]
S	Grau de saturação [-]
S_{ek}	Grau de saturação correspondente a variável θ_k [-]
\vec{V}	Campo de velocidades do escoamento superficial [L/T]
u	Componente da velocidade na direção x [L/T]
V	Volume [L^3]
V_D	Velocidade de Darcy
v	Componente da velocidade na direção y [L/T]
w	Componente da velocidade na direção z [L/T]

Caracteres Gregos

ξ	Porosidade [-]
γ	Peso específico [N/L^3]
θ	Umidade volumétrica do solo
θ_r	Umidade volumétrica residual [-]
θ_s	Umidade volumétrica saturada do solo [-]
θ_a	Umidade volumétrica residual do modelo de Mualem
θ_m	Umidade volumétrica de saturação de Mualem
ρ	Massa específica do fluido [M/L^3]
σ_{xx}	Tensão normal [N/L^2]
τ_{ij}	Tensão cisalhante [N/L^2]

1 Introdução

O clima úmido brasileiro propicia uma das mais densas redes hidrográficas do planeta, com rios de grande volume, predominantemente perenes, com exceção de alguns rios no sertão nordestino, que secam por alguns meses. No entanto, uma grande parcela da água em estado líquido encontra-se armazenadas na matriz porosa dos solos ou nas fissuras das rochas, dificultado sua utilização.

A realização de estudos hidrológicos em bacias hidrográficas vem da necessidade de se compreender o funcionamento do balanço hídrico, ou seja, os processos que controlam o movimento da água e os impactos de mudanças do uso da terra sobre a quantidade e qualidade das águas (Whitehead *et al.*, 1993).

Os processos físicos que controlam a distribuição e o movimento de água são melhores compreendidos se forem descritos através do ciclo hidrológico. Este ciclo pode ser dividido nas seguintes etapas: precipitação, interceptação, infiltração, escoamento superficial, escoamento subterrâneo, transpiração e evaporação. A descrição destas etapas é amplamente abordada na literatura e formam um conjunto complexo de variáveis.

Os modelos hidrológicos, ou representações matemáticas do fluxo de água e seus constituintes sobre alguma parcela da superfície e/ou subsuperfície terrestre, podem ser classificados sobre diferentes aspectos. Comumente, os modelos podem ser classificados de acordo com o tipo de variável utilizada (estocástico ou determinístico), tipo de relações entre as variáveis (empírico ou baseado em processos), forma de relações espaciais (pontual ou distribuído) e a existência de dependência temporal (transiente ou não) (Rennó *et al.*, 2000).

O foco deste trabalho está baseado na modelagem hidrológica determinística, distribuída e transiente, englobando as etapas do ciclo hidrológico de precipitação, infiltração, escoamento superficial e escoamento subterrâneo, considerando a precipitação um parâmetro de entrada.

A interpretação do ciclo hidrológico sugere que os fluxos entre as etapas (comumente chamadas de sistemas neste trabalho), estejam interligados de forma que, os processos aconteçam simultaneamente e a resposta de um seja o

estímulo de outro, dado um evento. Este evento pode ser precipitação, percolação solo-superfície, infiltração ou fluxo imposto.

O modelo proposto resolve numericamente, através do método dos elementos finitos, as equações bidimensionais simplificadas e comumente conhecidas por equações de Saint-Venant nas formas cinemática e de difusão, acoplando-as com o modelo numérico modificado SWMS3D (Simunek *et al.*, 1995) que resolve a equação de Richards 3D para a solução do escoamento em meios porosos. A representação de uma bacia hidrográfica, através deste modelo, fica restrita às condições de simplificações dos modelos de escoamento superficial, assim como, pelo aumento do tempo de processamento, resultante de um número elevado de nós na malha ou pela redução do passo de tempo do SWMS3D modificado, requerendo um tempo de processamento maior que o tempo real do fenômeno natural.

A literatura na área de escoamento superficial é muito vasta, dando destaque ao trabalho de Taylor *et al.* (1974), que apresentaram o método dos elementos finitos para a equação da continuidade e da quantidade de movimento, numa análise bidimensional em bacias hidrográficas ou canais. Ross *et al.* (1982), empregaram o método de Galerkin para a equação unidimensional da onda cinemática, representando a bacia hidrográfica através de planos e canais. Goodrich *et al.* (1991), implementaram o modelo da onda cinemática através do método dos elementos finitos, para uma malha de triângulos irregulares. Jaber *et al.* (2003) utilizaram o método dos elementos finitos para resolver o modelo da onda cinemática 1D, discutindo em seu trabalho o valor do passo de tempo empregado, assim como a aplicação da variabilidade espacial das propriedades físicas da bacia e da acurácia dos resultados obtidos. Posteriormente, estes mesmos autores desenvolveram o modelo bi-dimensional da onda cinemática, implementando o Lumped na matriz de massa, além das variabilidades espaciais das propriedades físicas da bacia, assim como uma formulação para o passo de tempo dinâmico diferente da proposta por Courant *et al.* (1956). Liu *et al.* (2003) apresentaram a importância das microravinas no escoamento superficial bidimensional, as quais geram caminhos preferenciais de escoamento. Para o cálculo da infiltração, estes autores, implementaram o método de Green-Ampt.

Com enfoque nos trabalhos que utilizaram o modelo hidrológico difusivo (MHD) para escoamento superficial, cabe referenciar Akan *et al.* (1981) que apresentaram a solução por diferenças finitas do modelo de difusão para uma rede de canais abertos (modelo unidimensional). Hromadka *et al.* (1985),

utilizaram o método de diferenças finitas na equação 2D para o estudo de rompimento de barragens. Gottardi *et al.* (1993), implementaram o método de controle de volume - elementos finitos (CVFE) para a equação 2D, Giammarco *et al.* (1996), compararam o método CVFE com os métodos de elementos finitos e diferenças finitas, Gottardi *et al.* (1996), apresentam um programa computacional para solução bidimensional de fluxo superficial com solução por elementos finitos (FE) ou CVFE. Lal A. M. (1998), comparou o desempenho de três formulações diferentes de diferenças finitas para a equação 2D.

Os métodos de diferenças finitas, volume de controle ou CVFE apresentados nos trabalhos acima, não serão abordados neste trabalho, sendo citados apenas como ilustração da evolução e da diversidade de trabalhos na área de escoamentos superficiais, que adotam os modelos cinemáticos e difusivos.

O desenvolvimento de modelos numéricos de escoamentos superficial e subterrâneo, de forma independente, vem sendo feito há décadas. Contudo, os trabalhos de acoplamento são mais recentes, nos quais se discutem formas de acoplamento, como modelos matemáticos e numéricos adotados. Dentre os trabalhos publicados nesta área, pode-se citar Gandolfi *et al.* (2000) que apresentaram um modelo de acoplamento entre escoamento superficial bidimensional e a equação unidimensional de Richards. Fiedler *et al.* (2000), apresentaram um modelo acoplado de escoamento bidimensional com a equação de Gren-Ampt para o cálculo da infiltração. Estes autores resolveram às equações completas de Saint-Venant para escoamento superficial, baseados no esquema de diferenças finitas de MacCormak. Panday *et al.* (2004), utilizaram à equação de escoamento superficial de difusão (resolução pelo método dos volumes finitos), para uma rede de rios e canais, acoplada com um modelo tridimensional de escoamento em meios porosos, saturado/não saturado. Kollet *et al.* (2006), formularam um modelo excluindo o conceito de condutância entre os domínios, acoplado o modelo bidimensional cinemático, com a equação tridimensional saturada /não saturada de Richards.

Dada à tendência de tratar os processos hidrológicos de forma integrada, órgãos públicos ou algumas empresas da área, já disponibilizam softwares que simulam as fases de escoamento superficial e subterrâneo de modo acoplado. A tabela 1.1, mostra uma relação dos principais softwares encontrados.

Modelo	Desenvolvedor	Ano	Características
MIKE SHE	DHI Water & Environment	2003	Solução da equação de Richards 3D e do modelo difusivo 2D utilizando diferenças finitas.
Duflow & MicroFem	Smits & Hemker	2004	Solução da equação de Richards 3D e do modelo difusivo por elementos finitos.
WEPP	USDA-ARS National Soil Erosion Research Laboratory	1995	Modelo para cálculo de erosão, utilizando o modelo modificado de Green-Ampt para infiltração e o modelo cinemático para escoamento superficial.
MODBRANCH	USGS	1996	Acoplamento do modelo 3D em diferenças finitas MODFLOW-96 e do modelo de escoamento em rede de canais unidimensional cinemático BRANCH.

Tabela 1.1 - Softwares que retratam as fases de escoamento superficial e subterrâneo de modo acoplado.

1.1. Escopo

O presente trabalho foi dividido em seis capítulos. O capítulo 2 trata das formulações matemáticas dos fluxos superficiais e subterrâneos, apresentando as equações governantes, assim como, os principais aspectos de suas deduções e a solução analítica para o modelo cinemático unidimensional, utilizado para validação dos modelos numéricos desenvolvidos.

O capítulo 3 descreve a implementação do método numérico utilizado para solução das equações governantes.

O capítulo 4 aborda a descrição dos algoritmos e rotinas desenvolvidas para o acoplamento numérico das equações.

O capítulo 5 apresenta os exemplos de validação dos modelos numéricos, assim como, exemplos de aplicabilidade do modelo acoplado e superficial desenvolvidos.

O capítulo 6 apresenta as conclusões deste trabalho.

1.2. Objetivo

Este trabalho busca desenvolver uma rotina de acoplamento entre as soluções numéricas da equação de Richards 3D (fluxo em meios poros) e dos modelos de escoamento superficial cinemático e de difusão. Desta forma, será obtida uma formulação numérica capaz de representar as interações entre os fluxos superficiais e subterrâneos, dadas as condicionantes de modelagem.

2 Formulação Matemática

Este capítulo descreve a formulação matemática utilizada neste trabalho. O modelo sugerido engloba o acoplamento numérico, através do método dos elementos finitos, das equações de fluxo superficial e da equação que rege o fluxo em meio poroso saturado e não saturado. As equações governantes que regem o fluxo superficial são descritas primeiramente, seguida da dedução da equação que dita o fluxo em meios porosos.

2.1. Fluxo Superficial

As equações usualmente utilizadas que descrevem o fenômeno de escoamento em canais abertos são comumente conhecidas como equações de Saint-Venant. Deduzidas pela primeira vez por Barre de Saint-Venant em 1871, elas descrevem o fluxo não permanente e não uniforme em canal aberto unidirecional. Estas equações são referências base deste trabalho, sendo estendida para escoamento superficial com superfície livre em duas dimensões. Na suas formas diferenciais, possibilitam o conhecimento ponto a ponto do campo de escoamento formulando um modelo hidrográfico distribuído.

O modelo para escoamento superficial é constituído pela equação da continuidade integrada na profundidade e pelas equações da quantidade de movimento nas direções x e y . Estas equações serão deduzidas a seguir.

2.1.1. Equação da continuidade

Para a dedução da equação da continuidade, adota-se um volume de controle infinitesimal com lados de comprimento dx , dy , h , conforme mostrado na Figura 2.1, sendo h a altura da lâmina da água.

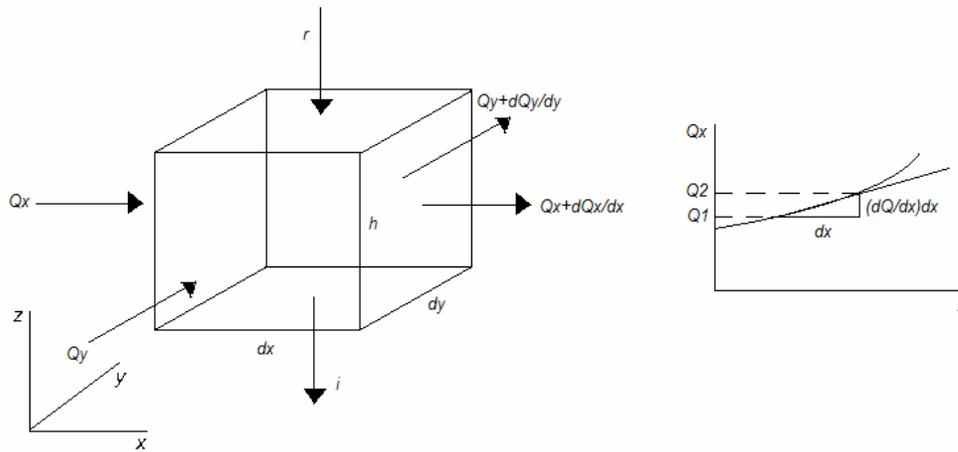


Figura 2.1 - Volume de controle para balanço de massa.

Avaliando o fluxo de massa em cada uma das seis faces da superfície de controle, deve-se contabilizar a equação da continuidade através do teorema de transporte de Reynolds, dado por:

$$\frac{d}{dt} \iiint_{v.c.} \rho dV + \iint_{s.c.} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (2.1)$$

onde ρ é a massa específica do fluido e \vec{V} é a velocidade, ambos no centro do volume de controle.

A parcela correspondente ao fluxo de entrada no sistema é definida como:

$$\iint_{entrada} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = -\rho(Q_x dy + Q_y dx + r dx dy) \quad (2.2)$$

e a parcela correspondente ao fluxo de saída é expressa por:

$$\iint_{saída} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = \rho \left(Q_x dy + Q_y dx + \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx dy + \frac{\partial Q_y}{\partial y} dx dy + i dx dy \right) \quad (2.3)$$

onde Q_j [$L^3/T/L$] é a vazão de entrada por unidade de largura, r [L/T] a velocidade de chuva, i [L/T] a velocidade infiltração e $\frac{\partial Q_j}{\partial j}$ a variação do fluxo ao longo do volume de controle, sendo $j = x, y$. O sinal negativo da equação (2.2)

deve-se ao fluxo de entrada ser considerado negativo no teorema de transporte de Reynolds, ou oposto ao vetor normal da superfície do sistema.

A massa dentro do volume de controle, em qualquer instante, é o produto da massa específica do fluido, ρ , pelo volume, $dx dy h$ (FOX *et al.*, 1995) e a variação da massa dentro do volume de controle é dada por:

$$\frac{d}{dt} \iiint_{v.c.} \rho dV = \frac{\partial(\rho dx dy h)}{\partial t}. \quad (2.4)$$

Substituindo as equações (2.2), (2.3) e (2.4) em (2.1) e considerando fluido incompressível, obtém-se:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = (r - i) \quad (2.5)$$

Esta equação fornece a altura da lâmina de água para escoamento com superfície livre e fluidos Newtonianos, permitindo que, a variação da altura da água em uma coluna esteja de acordo com o padrão de fluxo nas direções x e y , além das imposições dos contornos que possibilitam fluxo de entrada e saída do domínio.

2.1.2. Equação da quantidade de movimento

A análise do movimento de fluxo resulta na avaliação de forças em uma partícula infinitesimal ou de um volume de controle. As forças atuantes são classificadas como internas ou externas. As forças internas ou forças de corpo por unidade de massa atuam no centro de massa do elemento, denotadas por F_{bx} , F_{by} e F_{bz} em um sistema cartesiano. As forças externas por unidade de área, podem ser tangencias ou normais à superfície, considerando as tensões normais como positivas para compressão (FOX *et al.*, 1996).

Para deduzir a equação de quantidade de movimento linear, aplica-se a segunda lei de Newton a um volume de controle infinitesimal definido na Figura 2.1. Para esta dedução denotará a altura do elemento h por dz .

A segunda lei de Newton para um sistema é dada por:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \Bigg)_{\text{sistema}}$$

onde a quantidade de movimento, \vec{P} , do sistema, é definida como:

$$\vec{P}_{\text{sistema}} = \int_{\text{massa(sistema)}} \vec{V} dm$$

Para um sistema com massa dm em um campo de velocidade \vec{V} , a segunda lei de Newton pode ser escrita:

$$d\vec{F} = dm \frac{d\vec{V}}{dt} \Bigg)_{\text{sistema}}$$

Conhecendo a aceleração de um elemento fluido de massa dm , pode-se escrever a segunda lei de Newton como uma expressão vetorial.

$$d\vec{F} = dm \frac{D\vec{V}}{Dt} = dm \left[u \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \right] = dm \left((\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \right) \quad (2.6)$$

sendo $D\vec{V}/Dt$ a aceleração total da partícula, $\vec{V}(x,y,z,t)$ o campo de velocidade e u , v e w as componentes da velocidade nas direções ortogonais x , y e z respectivamente.

Apresentada a segunda lei de Newton na forma vetorial, deve-se definir uma formulação adequada para a força $d\vec{F}$, ou suas componentes, $d\vec{F}_x, d\vec{F}_y, d\vec{F}_z$, atuando sobre o elemento.

Partindo de um elemento de massa dm e volume $dV = dx dy dz$ (Figura 2.1), apenas as componentes de tensão superficial atuando na direção x darão origem às forças nessa direção. Se as tensões no centro do elemento diferencial forem tomadas como $\sigma_{xx}, \tau_{yx}, \tau_{zx}$, obtém-se as tensões atuantes nas faces do elemento através de um desenvolvimento em série de Taylor em relação ao seu centro (FOX *et al.*, 1996).

Assim, para a componente x , as forças de superfície podem ser definidas como:

$$\begin{aligned}
dF_{sx} &= \left(\sigma_{xx} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dx dz - \left(\sigma_{xx} - \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dx dz \\
&+ \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) dx dz - \left(\tau_{yx} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) dx dz \\
&+ \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) dx dy - \left(\tau_{zx} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) dx dy
\end{aligned}$$

Simplificando, obtém-se:

$$dF_{sx} = \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) dx dy dz \quad (2.7)$$

Como a única força de campo atuante no volume de controle é a força da gravidade, sua componente na direção x é definida pelo produto entre o peso específico do fluido pelo seu volume e o seno do ângulo de inclinação do fundo. Para pequenas inclinações o seno é aproximadamente igual à tangente, ou o declive (S_{ox}) do terreno (Chow *et al.*, 1988), desta forma:

$$dF_{bx} = \rho g (dx dy dz) \text{sen} \theta_x = \rho g (dx dy dz) S_{ox} \quad (2.8)$$

A força líquida na direção x é a soma das forças de corpo e de superfície, equações (2.7) e (2.8):

$$\begin{aligned}
dF_x &= dF_{Bx} + dF_{sx} \\
&= \left(\rho g S_{ox} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) dx dy dz
\end{aligned}$$

De forma análoga podem-se obter as equações para as forças nas direções y e z :

$$\begin{aligned}
dF_y &= dF_{By} + dF_{sy} \\
&= \left(\rho g S_{oy} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) dx dy dz
\end{aligned}$$

$$dF_z = dF_{Bz} + dF_{sz}$$

$$= \left(\rho g_z + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \right) dx dy dz$$

Substituindo as componentes das forças em x , y e z na equação (2.6), obtém-se as equações diferenciais da quantidade de movimento.

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t} \right) = \rho g S_{ox} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \quad (2.9)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial t} \right) = \rho g S_{oy} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \quad (2.10)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial t} \right) = \rho g_z + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} \quad (2.11)$$

As equações acima são as equações diferenciais do movimento de qualquer partícula fluida que satisfaça a hipótese do contínuo (FOX *et al.*, 1996). Para se obter as equações desejadas, devem ser obtidas expressões adequadas para as tensões, a fim de se obter o campo de velocidade e as cargas hidráulicas na superfície de uma bacia hidrográfica.

Segundo Julien 2002, as tensões normais podem ser definidas como:

$$\sigma_x = -p + \tau_{xx}, \quad (2.12)$$

$$\sigma_y = -p + \tau_{yy}, \quad (2.13)$$

$$\sigma_z = -p + \tau_{zz}. \quad (2.14)$$

Iniciando a dedução das equações 2D para escoamento superficial empregadas neste trabalho, será analisada primeiramente a equação (2.11). Considerando a aceleração em z nula ($a_z = 0$) e as variações das tensões cisalhantes desprezíveis, esta equação resulta em:

$$\rho g_z + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = 0. \quad (2.15)$$

Substituindo a equação (2.14) em (2.15) e considerando g_z aproximadamente igual a g (aceleração gravitacional normal à superfície da Terra), integra-se a expressão resultante em relação à z da forma:

$$\int_p^o dp = \rho \int_z^{z+h} -g dz.$$

Deste modo, obtém-se a distribuição de pressão hidrostática na coluna do elemento, através da equação (2.11), dada por:

$$p = \rho gh. \quad (2.16)$$

A tensão cisalhante no fundo do elemento é definida através da análise de fluxo permanente e uniforme pela equação: $\tau_{zi} = \gamma R S_{fi}$, onde γ é o peso específico ($\gamma = \rho g$), R é o raio hidráulico definido como $R=A/P$, sendo A a área da seção do elemento e P o perímetro molhado. Para escoamento superficial, considera-se que o escoamento desenvolve-se sobre um plano de largura infinita, assim, o raio hidráulico simplifica-se para o valor da carga hidráulica, sendo esta a altura da lâmina da água sobre a superfície, resultando na seguinte equação para a tensão cisalhante:

$$\tau_{zi} = \rho gh S_{fi} \quad (2.17)$$

onde $i = x, y$.

De acordo com as considerações: velocidade em z nula ($w = 0$), efeito das variações das tensões cisalhantes das bordas desprezíveis, $\partial S_f / \partial z = \partial H / \partial z = 0$, fluido incompressível ($\tau_{xx} = \tau_{yy} = \tau_{zz} = 0$) e substituindo a equação (2.16) em (2.12) e (2.13) e estas respectivamente em (2.9) e (2.10) e reescrevendo a equação (2.17) em termos de carga total ($H=h+z$), obtém-se as equações de Saint Venant nas direções x e y :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial t} = g S_{ox} - g \frac{\partial h}{\partial x} - g S_{fx} \quad (2.18)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial t} = g S_{oy} - g \frac{\partial h}{\partial y} - g S_{fy} \quad (2.19)$$

A Tabela 2.1 (Rossman, 1997) explica o significado dos termos da equação (2.18), da mesma forma aplicadas à equação (2.19).

$\frac{\partial u}{\partial t}$	Representa a aceleração local do escoamento, i.e. em uma dada posição, a taxa de variação temporal do fluxo de quantidade de movimento por unidade de massa. Em escoamento permanente, esse termo é igual à zero.
$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}$	Representa a aceleração advectiva do escoamento, i.e. em um determinado instante, esses termos representam a taxa de variação espacial do fluxo de quantidade de movimento na direção x por unidade de massa. Em escoamento uniforme, esses termos são iguais à zero.
$-g \frac{\partial h}{\partial x}$	Representa a resultante da pressão hidrostática na direção x (gradiente de pressão), devido à declividade da superfície da água na direção x . O sinal negativo representa que o fluxo desenvolve-se na direção da maior elevação para a de menor elevação.
gS_{ox}	Representa a ação da força de campo gravitacional, sendo proporcional à declividade do elemento.
$-gS_{fx}$	Representa a ação de atrito com o fundo.

Tabela 2.1 - Significado físico dos termos da equação de Saint Venant na direção x .

Estas equações originam o modelo hidrodinâmico, o qual pode ser utilizado para qualquer escoamento superficial. No entanto, para escoamentos com grandes declividades e pequena coluna de água, a força gravitacional torna-se preponderante, Henderson (1966). Desta forma, os termos advectivos (ou de inércia) e de pressão podem ser negligenciados tornando o ângulo de declive da energia total igual à declividade do fundo topográfico, limitando a direção de escoamento apenas de montante para jusante, dando origem ao modelo da onda cinemática.

Em sistemas onde existam efeitos de jusante sobre o escoamento e os efeitos do gradiente de pressão são significativos, o modelo cinemático torna-se obsoleto. Todavia, suas representações podem ser dadas, introduzindo o termo de pressão hidrostática no modelo da onda cinemática, com isso, originando o modelo de difusão.

O modelo de difusão não considera os termos de inércia presentes no modelo hidrodinâmico. Estes termos são importantes quando se tem grande variação temporal e espacial do campo de velocidade (Bedient *et al.*, 2002).

2.1.3. Modelo bidimensional de onda cinemática

O modelo da onda cinemática assume que os efeitos inerciais e de pressão são desprezíveis e que a força gravitacional do fluido está balanceada com a força de resistência gerada pelo atrito com o solo. A onda cinemática não vai apresentar acelerações locais e deve fluir apenas na direção do maior declive, não contabilizando efeitos de jusante. Ainda assim, este modelo representa as variações de vazão, elevação ou declínio da superfície da água, em qualquer instante ou localização no domínio de escoamento, sempre seguindo suas premissas. Este modelo é classificado como uniforme e não permanente (Bedient *et al.*, 2002), sendo composto pela equação da continuidade e pela equação simplificada da quantidade de movimento, expressas por:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = (r - i)$$

$$S_{ox} = S_{fx}$$

$$S_{oy} = S_{fy}$$

Devido às suas simplificações este modelo restringe de forma significativa sua aplicação. Segundo Bedient *et al.* (2002), ao considerar a declividade do fundo igual à declividade da linha de atrito, na equação de quantidade de movimento, o escoamento tem as seguintes características:

- As forças de atrito e de gravidade são preponderantes sobre os termos da equação dinâmica;
- A relação entre a vazão e a altura da água torna-se unívoca;
- O modelo simula somente os efeitos de montante e não pode ser utilizado para simular escoamentos com influência de jusante, isto é efeito de remanso, marés ou tomadas de águas como na ocorrência de fraturas numa superfície rochosa de escoamento;

- O amortecimento da onda simulada neste modelo é devido à infiltração no solo, não ocorrendo amortecimento devido a efeitos dinâmicos.

Para as condições da onda cinemática, a vazão pode se escrita como uma função da área de seção de um rio.

$$Q = \alpha A^m$$

onde Q é a vazão [L^3/T], A a área da seção [L^2] e α e m são parâmetros. Definindo esses parâmetros, através do sistema internacional de unidades (SI) e considerando escoamento desenvolvido em superfície plana, (onde o raio hidráulico iguala-se à altura da lamina de água h), obtém-se a equação de Manning:

$$Q = \frac{1}{n} \sqrt{S_o} h^{5/3}. \quad (2.20)$$

onde n é o coeficiente de rugosidade (ou de Mannig) [$T/L^{1/3}$], Q a descarga por unidade de largura [$L^3/T/L$].

2.1.4. Solução analítica do modelo cinemático 1D

Com a finalidade de validar os modelos numéricos, será descrita a solução analítica para uma condição simples de escoamento. Considerando o caso de um plano impermeável, com: $h = A/b$, $q = Q/b$, e $R = h$, onde h [L] é a altura da lâmina da água, A a área da seção transversal, b [L] a largura da seção, Q [L^3/T] o fluxo na seção, q [L^2/T] o fluxo por unidade de largura e R o raio hidráulico [L]. A resultante entre velocidade de precipitação e de infiltração será dada por i_e , obtendo-se a equação da onda cinemática da forma:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = i_e \quad (2.21)$$

com

$$q = \alpha h^m \quad (2.22)$$

Substituindo a equação (2.22) na equação (2.21) e aplicando a regra da cadeia, o segundo termo da equação (2.21) pode ser escrito da forma:

$$\frac{\partial q}{\partial x} = \frac{\partial q}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial x} = \alpha m h^{m-1} \frac{\partial h}{\partial x}.$$

Podendo rescrever a equação (2.21):

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \alpha m h^{m-1} \frac{\partial h}{\partial x} = i_e \quad (2.23)$$

Um incremento de altura d'água pode ser escrito como

$$dh = \frac{\partial h}{\partial x} dx + \frac{\partial h}{\partial t} dt$$

dividindo por dt

$$\frac{dh}{dt} = \frac{\partial h}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial h}{\partial t}. \quad (2.24)$$

As equações (2.23) e (2.24) são idênticas se

$$\frac{dh}{dt} = i_e \quad (2.25)$$

e

$$\frac{dx}{dt} = \alpha m h^{m-1} = c \quad (2.26)$$

Onde c é a celeridade da onda cinemática. Um observador deslocando-se a uma velocidade c , no sentido do fluxo, poderia ver a variação da vazão nesta direção dada pela taxa de entrada no sistema, da forma $dQ/dx = i_e$, e para o caso $i_e = 0$, o observador veria uma descarga uniforme ou constante. A celeridade da onda cinemática pode também ser descrita como $c = dQ/dA$, onde $dA = b dh$ (chow *et al.*, 1988).

As equações (2.25) e (2.24) são equações diferenciais ordinárias de primeira ordem, facilmente integráveis. Onde a solução da equação (2.25) para uma superfície inicialmente seca é dada por:

$$h = i_e t \quad (2.27)$$

Substituindo esse resultado na equação (2.26) e resolvendo-a obtém-se:

$$x = x_o + \alpha i_e^{m-1} t^m$$

ou

$$x = x_o + \alpha h^{m-1} t \quad (2.28)$$

A equação (2.28) fornece a posição de uma coluna de água h no tempo t , em um plano de escoamento de comprimento L (onde $L = x - x_o$). O tempo necessário para que a onda cinemática percorra completamente um plano de escoamento linear é denominado tempo de concentração, o qual pode ser obtido, isolando a variável tempo na equação (2.28) da forma:

$$t_c = \left(\frac{L}{\alpha i_e^{m-1}} \right)^{1/m} .$$

Note que este é o tempo para que a onda cinemática percorra o plano, e não uma gota d' água.

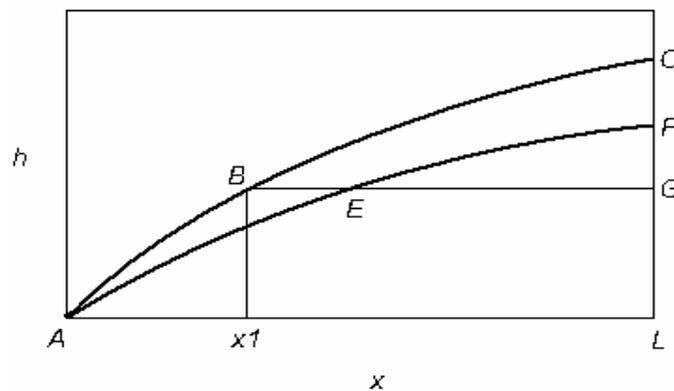


Figura 2.2 – Perfil da altura da lâmina d' água ao longo de um plano de comprimento L .

Henderson *et al.* (1964) deduziram a equação cinemática para duas situações possíveis: caso (1), quando o hidrograma atinge o equilíbrio e caso (2), quando o hidrograma fica abaixo do equilíbrio.

Caso (1): a curva ABC representa um perfil de profundidade em equilíbrio, que após um período de escoamento sem recarga passa a ser formado pela curva AEF. Durante esse período a profundidade no ponto B move-se para o ponto E, percorrendo uma distância Δx dada por:

$$\Delta x = \alpha m h^{m-1} \Delta t$$

ou

$$x = x_1 + \alpha m h^{m-1} (t - D)$$

onde D é a duração da chuva, x_1 é a posição do ponto B. Substituindo x_1 em termos da profundidade h , através da relação entre as equações (2.28) e (2.27), obtém-se:

$$x = \frac{\alpha h^m}{i_e} + \alpha m h^{m-1} (t - D) \quad (2.29)$$

Finalmente, para o ponto $x = L$ e $q_L = \alpha h_L^m$, obtém-se a equação para o recesso da hidrógrafa.

$$L = \frac{q_L}{i_e} + m \alpha^{1/m} q^{(1-1/m)} (t - D)$$

Esta equação é implícita e deve ser resolvida iterativamente para obtenção da vazão de saída do sistema.

Caso 2: a período de chuva D é menor que o tempo de concentração t_c , e o perfil de profundidade assemelha-se à curva ABG. A profundidade no ponto B mover-se-á a uma taxa constante até alcançar o fim do plano no tempo t^* , avaliado como:

$$t^* = D + \frac{L - x_1}{dx/dt}$$

Rearranjando os termos, chega-se em:

$$t^* = D \left(1 + 1/m \left((t_c / D)^m - 1 \right) \right)$$

A vazão de saída do plano de escoamento permanece constante durante o intervalo de tempo $D \leq t \leq t^*$ definido por:

$$q = \alpha(i_e D)^m .$$

Para $t > t^*$, o recesso segue a equação (2.29).

A Figura 2.3 mostra hidrogramas típicos de saída para várias situações possíveis relacionando o tempo de precipitação com o tempo de concentração do modelo. A vazão de saída no intervalo de tempo $t < D$ e $t < t_c$ é sempre calculado pelas equações acopladas (2.22) e (2.27).

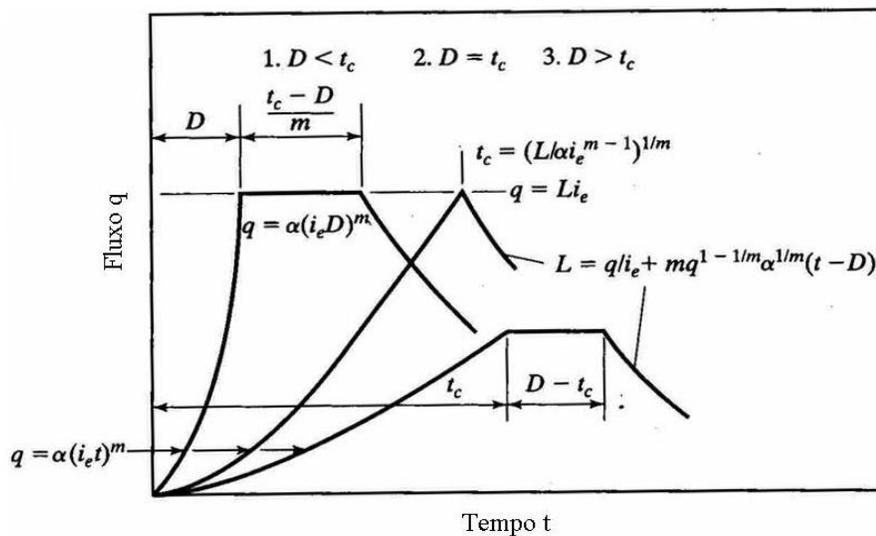


Figura 2.3 - Hidrogramas típicos de saída para três situações relacionando o tempo de precipitação D com o tempo de concentração t_c .

Analisando a Figura 2.3, pode-se verificar o seguinte comportamento de acordo com a duração do evento de precipitação: Se o período de precipitação for maior que o tempo de concentração calculado ($D > t_c$), tem-se o aumento da vazão de saída até atingir o equilíbrio ditado pelo tempo de concentração, passando a ter um comportamento linear e horizontal, como indicado na curva 3. Na curva 2, quando o tempo de precipitação D se igualar ao tempo de concentração t_c , o comportamento é semelhante à curva 3, no entanto com a presença de um pico, ao invés de um período de vazão constante na saída do plano. Por último, (curva 1) quando a duração da chuva é menor que o tempo de concentração, o comportamento linear e horizontal ocorre entre o término da precipitação e a chegada da onda cinemática na jusante do plano.

2.1.5. Modelo bidimensional de difusão

O modelo de difusão considera a equação (2.5) e as equações de quantidade de movimento (2.18) e (2.19). Negligenciando os termos de aceleração local e advectivos destas equações, obtém-se o seguinte sistema:

$$S_{ox} - \frac{\partial h}{\partial x} = S_{fx}$$

$$S_{oy} - \frac{\partial h}{\partial y} = S_{fy}$$

Por definição sabe-se que $S_{ox} = -\partial z/\partial x$ e a carga total é definida por $H = h + z$, onde z representa a carga de elevação. Desta forma, pode se escrever para ambas as direções o seguinte sistema:

$$\frac{\partial H}{\partial x} + S_{fx} = 0 \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial H}{\partial y} + S_{fy} = 0. \quad (2.31)$$

Para a descrição do ângulo de atrito das equações anteriores, aplica-se a lei de Manning-Stricker (Giammarco *et al.*, 1996), expressando as componentes nas coordenadas x e y como:

$$S_{fx} = \frac{n_x^2}{h^{4/3}} |V| V \times i = \frac{n_x^2}{h^{4/3}} (u^2 + v^2)^{1/2} u \quad (2.32)$$

$$S_{fy} = \frac{n_y^2}{h^{4/3}} |V| V \times j = \frac{n_y^2}{h^{4/3}} (u^2 + v^2)^{1/2} v \quad (2.33)$$

onde $\vec{V} = \vec{u} + \vec{v}$ é a velocidade resultante, e n_x e n_y os coeficientes de Manning nas direções x e y respectivamente.

Isolando as componentes da velocidade, \vec{u} e \vec{v} , das equações (2.32) e (2.33) e substituindo no módulo da velocidade resultante \vec{V} , obtém-se:

$$\vec{V} = h^{2/3} \left(\frac{S_{fx}^2}{n_x^4} + \frac{S_{fy}^2}{n_u^4} \right)^{1/4}.$$

Substituindo as equações (2.32) e (2.33) nas equações (2.30) e (2.31) respectivamente e considerando meio isotrópico ($n_x = n_y$), podemos isolar as componentes \bar{u} e \bar{v} , encontrando:

$$u = -D \frac{\partial H}{\partial x} \quad (2.34)$$

$$v = -D \frac{\partial H}{\partial y} \quad (2.35)$$

onde:

$$D = \frac{h^{2/3}}{n} \frac{1}{\left| \frac{\partial H}{\partial s} \right|^{0.5}}$$

sendo s a direção de máximo declive da superfície da água. O gradiente da carga total, $\partial H / \partial s$ pode ser expresso pela equação:

$$\frac{\partial H}{\partial s} = \sqrt{\left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^{0.5} + \left(\frac{\partial H}{\partial y} \right)^{0.5}}$$

Considerando a superfície topográfica invariável ao longo do tempo, pode-se reescrever a equação (2.5):

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial hu}{\partial x} + \frac{\partial hv}{\partial y} = (q - i) \quad (2.36)$$

Substituindo as equações (2.34) e (2.35) na equação (2.36), obtém-se uma nova equação diferencial, em termos de cargas totais, não linear, da forma:

$$\frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(K_d \frac{\partial H}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(K_d \frac{\partial H}{\partial y} \right) = (r - i) \quad (2.37)$$

Onde a constante K_d é dada pela seguinte expressão:

$$K_d = \frac{h^{5/3}}{n} \frac{1}{\left| \frac{\partial H}{\partial s} \right|^{0.5}}$$

A equação (2.37) define o modelo de difusão para escoamento superficial, sendo o coeficiente de difusão K_d [L^2/T], dependente da altura da coluna de água e do coeficiente de Manning.

2.2. Equação de fluxo em meios porosos

Analisando o fluxo de massa líquida num volume de controle infinitesimal de solo, cuja base é $dxdy$, tal como esquematizado na Figura 2.1, considera-se que todas as componentes do fluxo sofrem variações ao longo de suas direções. Sendo o significado geométrico da variação da vazão Q_x para $Q_x + (\partial Q_x / \partial x)dx$ apresentado na mesma figura (Prevedello, 1996). O termo diferencial $\partial Q_x / \partial x$ representa a inclinação da curva Q_x . A densidade de fluxo representa a vazão por unidade de área da seção transversal de solo, não representando a velocidade real do fluido entre os poros.

Concebendo o fluxo nas faces do elemento de acordo com a Figura 2.1, a massa de água no volume de controle pode ser calculada por $\rho \theta dx dy dz$ onde ρ é a massa específica do fluido, θ a umidade volumétrica e $dxdydz$ o volume do sistema (considerando novamente $h = dz$). Aplicando o balanço de massa, de acordo com a equação (2.1), obtém-se a equação da continuidade para fluxo em meios porosos:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + \frac{\partial Q_z}{\partial z} = 0 \quad (2.38)$$

O cálculo da velocidade e sentido do fluxo em meios porosos saturados é feito em função da permeabilidade e do estado de energia do fluido no meio, como foi demonstrado em 1856, por Henry Darcy.

A extensão da equação de Darcy para meios não saturados consiste em escrever a permeabilidade como uma função da umidade do solo, reescrevendo a equação de Darcy na forma:

$$V_D = -K(\theta) \frac{dH}{ds} \quad (2.39)$$

Onde: V_D é a densidade de fluxo [L/T], $K(\theta)$ é a permeabilidade do meio em função da umidade volumétrica na direção do fluxo [L/T], H é a energia total da água por unidade de peso ou carga hidráulica total [L] e s é a direção de fluxo. O sinal negativo advém de que o sentido do fluxo é contrário à convenção de sinal do gradiente matemático.

Considerando meio anisotrópico e incorporando a equação (2.39) na (2.40) em suas respectivas direções, obtém-se a equação governante de fluxo tridimensional transiente em meios porosos, denominada equação de Richards:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[K \left(K_{ij}^A \frac{\partial h}{\partial x_j} + K_{iz}^A \right) \right] - S_v. \quad (2.40)$$

onde h é a carga de pressão [L], θ é a umidade volumétrica [-], S_v é o termo que representa a taxa de umidade volumétrica extraído pela vegetação [T^{-1}], x_i são as coordenadas no espaço [L], t é o tempo [T], K_{ij}^A são as componentes adimensionais do tensor de anisotropia K^A [-] e K é a permeabilidade saturada e não saturada do solo [LT^{-1}], sendo expressa por:

$$K(h, x, y, z) = K_s(x, y, z) K_r(h, x, y, z).$$

onde K_r é a condutividade hidráulica relativa [-] e K_s a permeabilidade saturada do meio [LT^{-1}]. De acordo com a definição o valor de K_{ij}^A na equação (2.40) deve ser positivo e menor ou igual a zero. Em meios isotrópicos essa matriz é a matriz identidade. A equação (2.40) é a equação adotada pelo SWMS3D original.

O termo transiente da equação (2.40) é escrito em termos de umidade volumétrica. Desta forma, quando o solo está saturado, esta equação passa para uma condição de fluxo permanente. No entanto, para uma variação de carga na superfície ao longo do tempo, o estado de energia total do solo se modifica. Com

isso o modelo original não faz uma boa estimativa de carga de pressão na superfície no instante de saturação. Essa ocorrência foi verificada através de uma imposição de fluxo prescrito constante na superfície. Quando esse ultrapassa o potencial de infiltração do solo, cargas não condizentes eram calculadas no contorno.

Buscando solucionar esse problema, optou-se em introduzir o conceito de armazenamento específico, que leva em conta o efeito de compressibilidade do solo e do fluido.

A umidade volumétrica referente ao termo transiente da equação (2.40) é dada por $\theta = \xi S$ onde ξ é porosidade e S é o grau de saturação. Desenvolvendo o termo transiente da equação (2.40), em derivadas parciais:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \rho S \frac{\partial \xi}{\partial t} + \rho \xi \frac{\partial S}{\partial t} + S \xi \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.41)$$

Empregando os conceitos de compressibilidade dos grãos sólidos e de compressibilidade do fluido na equação (2.41) e, substituindo na equação (2.40) tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[K \left(K_{ij}^A \frac{\partial h}{\partial x_j} + K_{iz}^A \right) \right] - S\nu = \xi \frac{\partial S}{\partial t} + S_s S_{sat} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.33)$$

Sendo o termo do armazenamento específico expresso por:

$$S_s = S \rho g (C_s + \xi C_w)$$

O termo de armazenamento específico representa a quantidade de água liberada por um aquífero confinado para uma variação unitária de carga.

Admitindo que não ocorram variações volumétricas durante o processo de fluxo e reescrevendo o termo transiente do grau de saturação da equação (2.41) (Andrade, 2003), tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[K \left(K_{ij}^A \frac{\partial h}{\partial x_j} + K_{iz}^A \right) \right] - S\nu = \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{S_s \theta(h)}{\xi} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.42)$$

Essa equação é geralmente aplicada para estudos de rebaixamento de poços em aquíferos confinados e não confinados.

2.2.1. Propriedades hidráulicas de solos não saturados

A permeabilidade em meios não saturados pode ser escrita em função do grau de saturação, ou em termo da carga hidráulica no solo. Essas duas grandezas podem ser relacionadas graficamente através da curva característica (Figura 2.4), obtida por meio de ensaios laboratoriais. Van Genuchten (1980) sugeriu uma expressão analítica que relaciona as variáveis de umidade e de carga de pressão, baseado no modelo estatístico de distribuição do tamanho dos poros de Mualem (1976). O modelo SWMS3D utiliza uma formulação modificada da equação de Van Genuchten, que sugere maior flexibilidade das propriedades hidráulicas na eminência de saturação (Sir *et al.*, 1985; Vogel *et al.*, 1988).

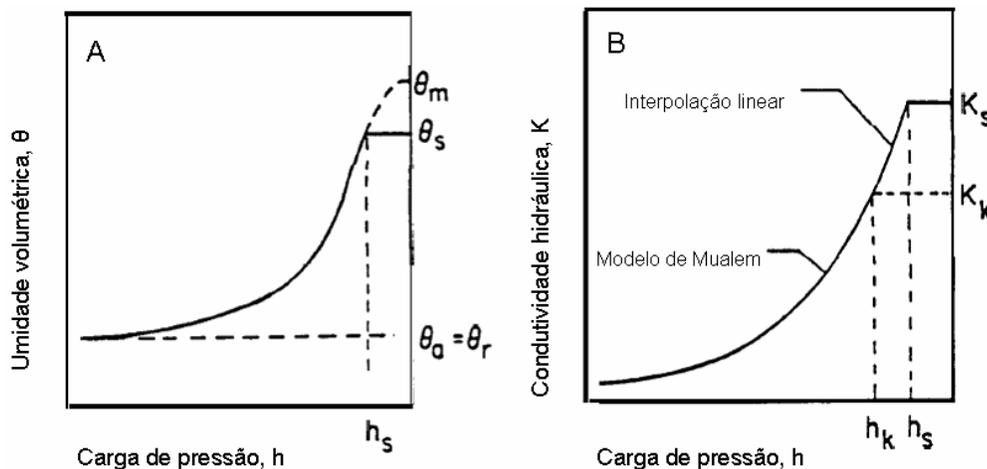


Figura 2.4 - Curva A - curva que representa a relação umidade volumétrica versus carga de pressão. Curva B - curva que representa a relação permeabilidade não saturada versus carga de pressão (fonte Simunek et al., 1995).

A equação modificada de Van Genuchten e da permeabilidade implementadas no modelo SWMS3D são respectivamente dadas por:

$$\theta(h) = \begin{cases} \theta_a + \frac{\theta_m - \theta_a}{(1 + |\alpha h|^n)^m} & h < h_s \\ e_s & h \geq h_s \end{cases}$$

$$K(h) = \begin{cases} K_s K_r(h) & h \leq h_k \\ K_k + \frac{(h-h_k)(K_s-K_k)}{h_s-h_k} & h_k < h < h_s \\ K_s & h \geq h_s \end{cases}$$

Onde K_r é expresso por:

$$K_r = \frac{K_k}{K_s} \left[\frac{S_e}{S_{ek}} \right]^{1/2} \left[\frac{F(\theta_r) - F(\theta)}{F(\theta_r) - F(\theta_k)} \right]^{1/2}$$

$$F(\theta) = \left[1 - \left(\frac{\theta - \theta_a}{\theta_m - \theta_a} \right)^{1/m} \right]^m$$

$$m = 1 - 1/n, \text{ onde } n > 1$$

Os parâmetros S_e e S_{ek} são obtidos pela equação (2.43) genérica:

$$S_n = \frac{E - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (2.43)$$

onde E representa θ e θ_k respectivamente com S_n representando S_e e S_{ek} respectivamente, sendo S_e o grau de saturação e S_{ek} o grau de saturação correspondente à variável θ_k , a qual corresponde à umidade volumétrica correspondente a permeabilidade K_k , definida nos arquivos de entrada do modelo. As variáveis θ_r e θ_s são a umidade residual e de saturação. Quando $\theta_a = \theta_r$, $\theta_m = \theta_k = \theta_s$ e $K_k = K_s$ as funções hidráulicas do solo se reduzem ao modelo de van Genuchten.

3

Análise numérica do fluxo superficial e subterrâneo

Soluções analíticas geralmente são vantajosas do ponto de vista da facilidade e rapidez de seus cálculos, no entanto trazem uma série de simplificações e limitações do fenômeno abordado. Desta forma, para o problema em discussão, utilizou-se uma estratégia numérica de solução das equações governantes de modo a aumentar a gama de casos possíveis a serem estudados, todavia, ainda limitados e sujeito a erros numéricos. Tradicionalmente, a acoplagem entre os domínios superficial e subterrâneo é fundamentada via trocas de fluxos que aparecem como termos de tomada/fonte nas equações governantes (Kollet *et al.*, 2005).

O modelo sugerido consiste em acoplar dois sistemas vistos inicialmente como independentes, fazendo necessária a compatibilidade entre os modelos adotados, para que sejam interligados através de suas condições de contorno. Para isso, o modelo desenvolvido por Simunek *et al.* em 1995, denominado por SWMS3D foi utilizado como programa base. Trata-se de um modelo em Elementos Finitos, tridimensional, que resolve a equação de Richards utilizando elementos tetraédricos, formando uma malha de elementos triangulares no contorno. A compatibilidade sugerida ocorre da criação de um programa também em elementos finitos que utilize a malha superficial extraída da malha 3D.

A solução das equações diferenciais é fundamentada no método de ponderação de resíduos, que consiste em aplicar uma solução aproximada na equação governante. A solução aproximada não satisfaz a solução exata, gerando um resíduo que deve ser minimizado. O resíduo é multiplicado por uma função peso e a integral do produto entre eles no domínio deve ser nula. Quando as funções empregadas para a aproximação da solução são iguais às funções para a minimização do residual, este método é denominado como formulação de Galerkin (Segerlind, 1984).

3.1. Modelo numérico da onda cinemática

Desconsiderando os termos de gradiente de pressão, de aceleração convectiva e de aceleração local a equação da quantidade de movimento, simplifica-se para uma simples igualdade entre o declive topográfico e a linha de energia total, acarretando que as forças originárias do peso do fluido ou forças gravitacionais são balanceadas pelas forças resistivas ou de atrito do leito. Neste modelo o fluido toma apenas a direção de descida, sem considerar efeitos de jusante. Notando suas simplificações e limitações este modelo afere bons resultados quando a declividade é mais acentuada e a lâmina da água é baixa, fazendo com que a ordem de grandeza dos termos de pressão e aceleração tornem-se desprezíveis.

Este modelo foi adotado baseando-se nas últimas considerações do parágrafo anterior e possibilitando o desenvolvimento de um modelo simplificado e de rápida solução.

O modelo acoplado envolve tanto fenômenos de fluxo no sentido, superfície – solo como solo – superfície. No caso de fluxo solo – superfície, este ocorre nas denominadas superfícies de percolação, termo muito utilizado em barragens, resultando em pequenas lâminas de água na superfície. No caso de fluxo superfície – solo, este advém do escoamento ocasionado pelo déficit de infiltração em relação à precipitação, gerando pequenas lâminas de água que se distribuem pela bacia concentrando-se em ravinas e sulcos para águas rasas.

O modelo da onda cinemática foi desenvolvido primeiramente da forma unidimensional, considerando uma infiltração constante, sem estar acoplado a nenhum modelo de fluxo subterrâneo. Em seguida, estendeu-se para a forma bidimensional, considerando fluxo nas direções x e y e infiltração ditada pelo modelo de fluxo subterrâneo para o modelo acoplado, ou constante para o modelo unicamente superficial.

3.1.1. Modelo numérico unidimensional da onda cinemática

O estudo de fluxo superficial engloba escoamentos de superfície livre, como runoff, devido a eventos de precipitação, fluxo em canais abertos, propagação de ondas de cheias em rios ou devido a rompimentos de barragens (Desai, 1979). O modelo distribuído mais simples para representar tais eventos é o modelo unidimensional da onda cinemática. Dadas suas simplificações este

modelo pode ser utilizado para resolver escoamentos livres unidirecionais em canais ou planos.

O escoamento em uma bacia hidrográfica ocorre sobre a superfície do terreno tomando a direção de maior declividade. Desta forma, diversos autores adotaram o modelo unidimensional, para descrever escoamentos em bacias, como em Lança (2000), que dividiu a bacia em células quadradas com oito direções de escoamentos e interligadas entre si ou em Ross (1978), que simulou uma bacia hidrográfica através de planos de escoamentos e canais abertos, representando as encostas e os fundos de vales respectivamente.

Neste trabalho, o modelo 1D da onda cinemática foi implementado apenas como base para seqüência do desenvolvimento do modelo 2D e dos modelos 1D e 2D de difusão, sendo desenvolvido apenas para escoamento em planos de largura unitária, sem estar acoplado a nenhum modelo de fluxo em meios porosos.

Este modelo é formado pela equação da continuidade unidimensional e pela equação simplificada de quantidade de movimento, sendo estas:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (3.1)$$

$$S_o = S_f$$

onde,

$$q = r - i$$

A vazão Q é escrita pela equação de Manning, definida por unidade de largura do plano de escoamento, caracterizando o tipo de escoamento adotado. A equação original é escrita em termos do raio hidráulico e do declive da linha de energia total. O raio hidráulico, dado pela expressão $R = A/P$, onde A é a área de seção transversal do escoamento e P é o perímetro molhado, simplifica-se para o valor da altura da lâmina de água sobre um plano de largura infinita. No modelo cinemático, a equação de Manning pode ser escrita em função da declividade do fundo (Bedient *et al.*, 2002). Desta forma, o modelo considera que o escoamento em cada ponto do domínio representa um escoamento em planos infinitos.

Dadas às considerações, o fluxo é idealizado de acordo com a Figura 3.1, onde i representa a infiltração [L/T], r a velocidade de precipitação [L/T], Q a vazão de escoamento gerado pela precipitação excedente à infiltrabilidade do

solo [$L^3/T/L$], S a declividade do plano [-] e h representa a altura de lamina de água [L] (Desai, 1979). A declividade S é definida pela variação da cota altimétrica em relação a uma distância percorrida.

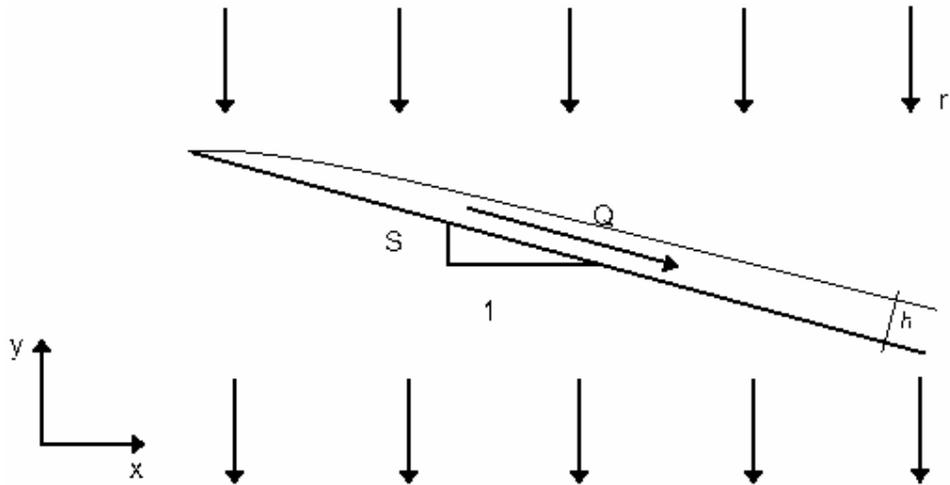


Figura 3.1 – fluxo sobre plano de largura unitária.

A solução numérica é feita através da formulação de Galerkin, adotando elementos unidimensionais lineares como apresentado na Figura 3.2.

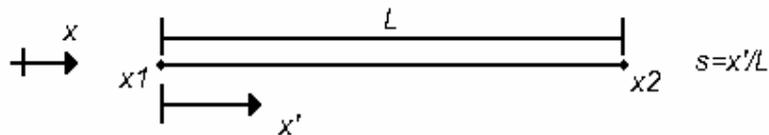


Figura 3.2 – Elemento unidimensional.

Onde L é o comprimento do elemento, x_1 e x_2 são as coordenadas globais dos nós 1 e 2. Referenciando o elemento no sistema de coordenada local x' , obtém-se duas funções de interpolação dentro do domínio local.

$$N_1 = 1 - s$$

$$N_2 = s$$

A altura h e a vazão Q sobre o plano são assumidas desconhecidas sendo aproximadas através de funções lineares dadas por:

$$\begin{aligned}
 \hat{h}(x, t) &= (1-s)h_1(t) + (s)h_2(t) \\
 &= [N]\{h_n(t)\} \\
 &= \sum_{n=1}^2 N_n h_n(t)
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

e

$$\begin{aligned}
 \hat{Q}(x, t) &= (1-s)Q_1(t) + (s)Q_2(t) \\
 &= [N]\{Q_n(t)\} \\
 &= \sum_{n=1}^2 N_n Q_n(t)
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

onde $\{\hat{h}_n(t)\}^T = [h_1(t) \ h_2(t)]$ é o vetor das cargas de pressão nodais e $\{\hat{Q}_n(t)\}^T = [Q_1(t) \ Q_2(t)]$ é o vetor das vazões nodais. O valor das vazões será calculado pela equação de Manning para cada passo de tempo, resultando a altura da lâmina de água como a única variável dependente do tempo.

Escrevendo a equação da continuidade em termos de suas soluções aproximadas e considerando a função de ponderação de minimização dos resíduos igual às funções de interpolação, obtêm-se:

$$\int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{\partial \hat{Q}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{h}}{\partial t} - r + i \right) N_i dx = 0. \tag{3.4}$$

Substituindo as equações (3.2) e (3.3) em (3.4), o termo de derivada espacial pode ser reescrito como:

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial x} = \frac{1}{L} [-1 \ 1] \{Q_i\} = [B] \{Q_i\}. \tag{3.5}$$

No entanto, as funções de interpolação são constantes no tempo sendo reescrito da forma:

$$\frac{\partial \hat{h}}{\partial t} = [1-s \ s] \{\dot{h}_n\} = [N] \{\dot{h}_n\}. \tag{3.6}$$

Substituindo as equações (3.5) e (3.6) em (3.4) e transformando o espaço de integração de global para local, obtém-se:

$$L \int_0^1 [N]^T [N] ds \{\dot{h}_n\} + L \int_0^1 [N]^T [B] ds \{Q_n\} = L(r-i) \int_0^1 [N]^T ds. \quad (3.7)$$

Onde o jacobiano é dado por $|J| = dx/ds = L$

Resolvendo as integrais da equação (3.7), o resultado é um sistema de duas equações, dada por:

$$\frac{L}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial t} \\ \frac{\partial h_2}{\partial t} \end{Bmatrix} = \frac{Q_1 - Q_2}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} + \frac{L(r-i)}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

ou em forma matricial:

$$[K] \{\dot{h}_n\} = \{Q\} + \{R\} \quad (3.8)$$

O termo transiente pode ser aproximado utilizando um esquema de diferença finita ascendente, dado pela equação:

$$\{\dot{h}_n\} \cong \frac{\{h_n\}_{t+dt} - \{h_n\}_t}{dt} \quad (3.9)$$

Onde dt é o intervalo de tempo. Substituindo a equação (3.9) na equação (3.8),

$$\frac{1}{dt} [K] \{h_n\}_{t+dt} = \{Q\}_t + \{R\}_t + \frac{1}{dt} [K] \{h_n\}_t. \quad (3.10)$$

Onde:

$$[K] = \frac{L}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}; \quad \{Q\} = \frac{Q_1 - Q_2}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}; \quad \{R\} = \frac{L(r-i)}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

A forma dos elementos é freqüentemente a mesma para um dado problema, e as funções de aproximação (3.2) e (3.3) são empregadas de maneira repetitiva ao longo de todo o domínio, desta forma, pode-se trabalhar a formulação para um único elemento Ω_e e estendê-la por todo o domínio Ω . Tal propriedade consiste na principal característica dos métodos de elementos finitos (Elias, 2003).

A solução do sistema geral foi dada através do método pivotal de Gauss-Jordan.

3.1.1.1. Condição inicial e de contorno

A solução da equação (3.10) requer a definição da condição inicial, para as cargas de pressão. O vetor de vazões para o tempo $t = 0$ será calculado em função das cargas de pressão inicial. Por exemplo:

$$\left. \begin{array}{l} h_n(x,0) = 0 \\ Q(x,0) = f(h_n(x,0)) \end{array} \right\} n=1,2,\dots,N,$$

onde N é o número total de nós. Na equação (3.10), o vetor $\{R\}$, definido no início de cada iteração do tempo, é a resultante entre a precipitação e a infiltração definidas como dados de entrada para o modelo.

A condição de contorno deve ser atribuída a montante do domínio podendo ser em termos de carga de pressão (Dirichlet) ou de vazão imposta (Neumann). Exemplificando para uma condição de contorno sem fluxo, pode-se ter:

$$h(0,t) = 0 \text{ ou } Q(0,t) = 0.$$

À jusante do plano de escoamento não deve ocorrer nenhuma restrição ao fluxo, dadas às características conceituais do modelo. Contudo, o cálculo de vazão de saída do domínio procede da mesma forma que em todo o domínio utilizando a equação de Manning, significando fluxo de saída com gradiente nulo.

3.1.2.

Modelo numérico bidimensional da onda cinemática

Para um modelo distribuído de uma bacia hidrográfica, o modelo unidimensional da onda cinemática limita sua interpretação por meio de redes de canais interligados ou através de planos de escoamentos, ou por ambos acoplados. A utilização do método de elementos finitos na formulação bidimensional da equação cinemática implica numa boa discretização do domínio através de sua malha. Assim, as declividades ou as direções de escoamentos, estão explícitas na malha gerada.

O modelo cinemático $2D$ é composto pelas equações (2.5), (2.18), (2.19) e pela relação unívoca entre as cargas de pressão e vazão, dada pela equação (2.20), resultante das simplificações do modelo conceitual. Sua solução numérica é dada pela formulação de Galerkin, sendo a metodologia inicial a mesma descrita para o modelo unidimensional, onde se obtém a minimização residual da solução aproximada da forma:

$$\sum_{i=1}^n \int_{\Omega} \left(\frac{\partial h_i}{\partial t} N_i N_i + \frac{\partial N_i}{\partial x} N_i Q_{xi} + \frac{\partial N_i}{\partial y} N_i Q_{yi} - q N_i \right) d\Omega = 0 \quad (3.11)$$

sendo n o número total de nós no domínio global. Esta equação pode ser reescrita na forma:

$$\int_{\Omega} [N]^T [N] d\Omega \{\dot{h}\} + \int_{\Omega} [N]^T \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right] d\Omega \{Q_x\} + \int_{\Omega} [N]^T \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right] d\Omega \{Q_y\} - \int_{\Omega} [N]^T d\Omega \{q\} = 0 \quad (3.12)$$

O formato do elemento utilizado é recorrente do uso do SWMS3D como programa base, ocasionando na implementação de elementos triangulares de três nós isoparamétricos, com funções de forma lineares, como apresentado na Figura 3.3.

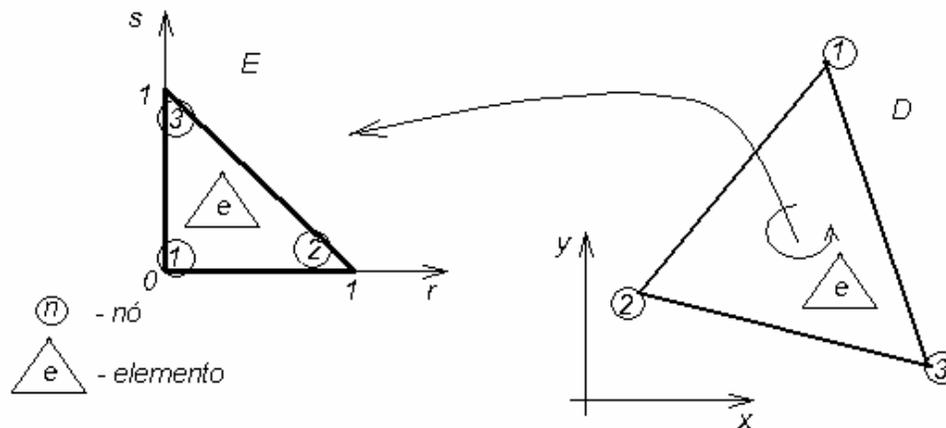


Figura 3.3 – Elemento triangular de três nós isoparamétrico.

Segundo Segerlind (1984), a área de um triângulo mapeado do domínio D para um contradomínio E de acordo com a Figura 3.3, é dada por:

$$\int_A f(x, y) dA = \int_0^1 \int_0^{1-s} g(r, s) dr ds$$

onde a função $g(r, s)$ inclui o termo do determinante da matriz jacobiana $|\det[J]|$, pertencendo ao contradomínio E , ou domínio local. Desta forma, a equação (3.12) pode ser mapeada para o domínio local pela expressão:

$$\int_0^1 \int_0^{1-s} [N]^T [N] |J| dr ds \{h\} + \int_0^1 \int_0^{1-s} [N]^T \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right] |J| dr ds \{Q_x\} + \int_0^1 \int_0^{1-s} [N]^T \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right] |J| dr ds \{Q_y\} - \int_0^1 \int_0^{1-s} [N]^T |J| dr ds \{q\} = 0 \quad (3.13)$$

O mapeamento do elemento global ocorre utilizando funções de forma, partindo das coordenadas cartesianas globais para as coordenadas locais r, s do elemento mestre. No sistema local tem-se um elemento na forma de um triângulo retângulo com catetos de comprimento unitário. Em um elemento isoparamétrico, as funções de forma são iguais às funções de interpolação (Segerlind, 1984), e nesse caso definadas pelas equações:

$$N_1 = 1 - r - s$$

$$N_2 = r$$

$$N_3 = s$$

A formulação das matrizes do elemento requer que as funções de interpolação sejam derivadas em relação às coordenadas cartesianas (Elias, 2003), desta forma, aplicando a regra da cadeia, podem-se escrever as derivadas das funções de interpolação com relação ao sistema local:

$$\frac{\partial N_i}{\partial r} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial s} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s}$$

onde $i=1,2,3$. Escrevendo as equações acima na forma matricial, obtém-se a matriz jacobiana transposta, que expressa uma relação de escala entre os sistemas de coordenadas.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} \\ \frac{\partial N_i}{\partial s} \end{bmatrix} = [J]^T \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix}$$

O jacobiano entre as coordenadas cartesianas em relação às coordenadas locais, denotado por $\partial(x, y)/\partial(r, s)$, é dado por (Swokowski, 1926):

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial s} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial s} \end{bmatrix},$$

Percorrendo o domínio D da Figura 3.3, no sentido anti-horário, deve-se percorrer o contradomínio E no mesmo sentido, indicando que o jacobiano não deve mudar de sinal ficando sempre positivo. No método dos elementos finitos a inversão de sinal do jacobiano em um elemento triangular indica a inversão da conectividade, isto é a inversão do sentido de mapeamento.

As derivadas das funções de interpolação em relação ao sistema cartesiano são obtidas invertendo a matriz jacobiana, formando o sistema:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} \\ \frac{\partial N_i}{\partial s} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

A matriz jacobiana inversa é definida por:

$$[J]^{-1} = \frac{1}{|J|} \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial s} & -\frac{\partial y}{\partial r} \\ -\frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial x}{\partial r} \end{bmatrix}.$$

Onde $|J|$ é o determinante da matriz jacobiana, dado pela equação:

$$|J| = \frac{\partial x}{\partial r} \frac{\partial y}{\partial s} - \frac{\partial y}{\partial r} \frac{\partial x}{\partial s}$$

Definindo as posições dentro um elemento no sistema global, como função das posições nodais, pode-se escrever:

$$x = N_1 x_1 + N_2 x_2 + N_3 x_3$$

$$y = N_1 y_1 + N_2 y_2 + N_3 y_3$$

No contradomínio, conhecendo as posições nodais r e s e suas funções de interpolação, mapeamos as coordenadas x e y , em função das coordenadas do sistema mestre da forma:

$$x = (1-r-s)x_1 + (r)x_2 + (s)x_3 \quad (3.15)$$

$$y = (1-r-s)y_1 + (r)y_2 + (s)y_3 \quad (3.16)$$

Utilizando as equações (3.15) e (3.16), na relação dada pelo sistema de equações (3.14), obtém-se a derivada das funções de interpolação expressas por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_1}{\partial x} &= \frac{1}{2A} y_{23}; & \frac{\partial N_2}{\partial x} &= \frac{1}{2A} y_{31}; & \frac{\partial N_3}{\partial x} &= \frac{1}{2A} y_{12} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} &= \frac{1}{2A} x_{32}; & \frac{\partial N_2}{\partial y} &= \frac{1}{2A} x_{13}; & \frac{\partial N_3}{\partial y} &= \frac{1}{2A} x_{23} \end{aligned}$$

Sendo x_i e y_i coordenadas globais do elemento, e $x_{ij} = x_i - x_j$, $i, j = 1, 2, 3$ da mesma forma para y_{ij} .

Definidas as matrizes da equação (3.13), resolvendo as integrais e implementando o mesmo esquema de diferenças finitas ascendente do modelo unidimensional da onda cinemática, resulta-se no sistema de equações no domínio local dado por:

$$\frac{1}{dt} [K] \{h\}_{t+dt} = -[R_x] \{Q_x\} - [R_y] \{Q_y\} + q[R_r] + \frac{1}{dt} [K] \{h\}_t$$

Onde se tem:

$$[K] = \frac{1}{24} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}; \quad R_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} \frac{\partial N_1}{\partial i} & \frac{1}{6} \frac{\partial N_2}{\partial i} & \frac{1}{6} \frac{\partial N_3}{\partial i} \\ \frac{1}{6} \frac{\partial N_1}{\partial i} & \frac{1}{6} \frac{\partial N_2}{\partial i} & \frac{1}{6} \frac{\partial N_3}{\partial i} \\ \frac{1}{6} \frac{\partial N_1}{\partial i} & \frac{1}{6} \frac{\partial N_2}{\partial i} & \frac{1}{6} \frac{\partial N_3}{\partial i} \end{bmatrix}; \quad R_r = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} \end{bmatrix}$$

sendo $i = x, y$. Cabe notar, que o termo do jacobiano presente em todos os termos da equação (3.13) pôde ser cancelado, aparecendo unicamente na matriz R_x e R_y , devido os termos de derivadas parciais. Este fato não será notado para o modelo de difusão.

A solução do sistema geral é direta quando adotado o critério de Lumping de massa, concentrando a matriz de massa $[K]$ na diagonal principal, descarta-se a necessidade de métodos de solução de sistemas como eliminação de Gauss ou métodos otimizados como gradiente conjugado ou biconjugado. Com isso a matriz $[K]$ pode ser reescrita como:

$$[K] = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

O ganho computacional utilizando o Lumping de massa ocorre tanto na redução do tempo de processamento, quanto na redução do consumo de espaço na memória RAM, e numericamente na redução das oscilações dos resultados.

3.2. Modelo numérico de difusão

Este modelo considera o gradiente de pressão na equação da quantidade de movimento, aumentando sua gama de aplicações, de forma a incorporar o modelo cinemático e ampliá-lo para escoamentos em regiões de baixa declividade, além de possibilitar influências de jusante (Chow *et al.*, 1988). Ilustrando estas vantagens com exemplos, podemos simular estudos de casos envolvendo regiões alagadiças como pântanos ou casos onde há influência de jusante, como efeito de marés ou possíveis fraturas sobre a superfície com expressiva tomada de água.

O modelo difusivo considera escoamentos nas dimensões x e y , sendo a dimensão z responsável pela carga de elevação, um dos agentes responsáveis pela criação de fluxo. Este modelo possibilita o cálculo da geometria do escoamento através das estimativas das cargas totais, variáveis da equação de difusão. Tratando-se de uma equação não linear, que através da aplicação da formulação de Galerkin, obtém-se um novo sistema não linear resolvido pelo método iterativo de Picard.

Este modelo é escrito em função das cargas totais, considerando a carga de elevação constante ao longo do tempo, variando apenas as cargas de pressão ou coluna da água em todo o domínio estudado e em qualquer tempo de simulação, permitindo fluxo de jusante para montante e distribuição de cargas em relevos planos de modo a anular o gradiente de pressão. A hipótese de carga de elevação constante implica em cota topográfica constante, sem consideração de efeitos erosivos ou de deposição de sedimentos.

A implementação do método de elementos finitos possibilita uma boa aproximação do relevo real da bacia ou encosta a ser estudada, além de atribuição da variabilidade espacial das propriedades relevantes de acordo com o grau de refinamento da malha gerada.

A apresentação do modelo será de forma similar ao de onda cinemática, iniciando pelo caso mais simples, o modelo unidimensional, seguindo pelo modelo bidimensional.

3.2.1. Modelo numérico unidimensional de Difusão

Este modelo aborda a forma unidimensional da equação (2.37) que escrita na direção x , chega-se na equação abaixo:

$$\frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial H}{\partial x} \right) = q$$

Adotando o mesmo elemento utilizado no modelo unidimensional cinemático e aplicando a formulação de Galerkin para um domínio Ω , chega-se em:

$$\int_{x1}^{x2} \left(\frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial H}{\partial x} \right) - q \right) N_i dx = 0 \quad (3.17)$$

As funções de interpolação lineares adotadas são descontínuas entre um elemento e outro, fazendo com que seja necessário transformar o segundo termo do lado esquerdo da equação (3.17) em um termo de primeira ordem. Desta forma, pode-se reescrevê-lo aplicando a regra do produto do cálculo diferencial, seguido do teorema de Green, obtendo-se:

$$-D \int_{x1}^{x2} N_i \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} dx = -D \int_{\Gamma} N_i \frac{\partial H}{\partial x} \cos(\omega) d\Gamma + D \int_{x1}^{x2} \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial H}{\partial x} dx \quad (3.18)$$

A utilização do teorema de Green implica na obtenção de um termo referente ao domínio do elemento com derivadas de primeira ordem e um termo que integra o fluxo no contorno do domínio. Este termo será responsável pela atribuição de fluxo de entrada ou de saída do sistema.

Aproximando a variável de carga total H por uma função linear da forma:

$$\begin{aligned}
 H(x,t) &= (1-s)H_1(t) + (s)H_2(t) \\
 &= [N]\{H_n(t)\} \\
 &= \sum_{n=1}^2 N_n H_n(t)
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

Substituindo as equações (3.18) e (3.19) em (3.17), obtêm-se:

$$\begin{aligned}
 &\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \left(\int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial H_i}{\partial t} N_i N_j dx - \int_{x_1}^{x_2} D \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} dx H_i \right) + \\
 &\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \left(\int_{\Gamma} DN_i \frac{\partial H}{\partial x} \cos(\varpi) d\Gamma - \int_{x_1}^{x_2} q N_i dx \right) = 0
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Em notação matricial e no domínio do elemento, a equação (3.20) é descrita por:

$$\begin{aligned}
 &\int_0^1 [N]^T [N] J |ds \{ \dot{H} \} - \int_0^1 D \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} |J| ds \{ H \} + \int_{\Gamma} DN_i \frac{\partial H}{\partial x} \cos(\varpi) d\Gamma - \\
 &\int_0^1 q [N] |J| ds = 0
 \end{aligned}$$

Sendo o jacobiano dado por $|J| = L$. Resolvendo as integrais obtém-se:

$$\frac{L}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial H_1}{\partial t} \\ \frac{\partial H_2}{\partial t} \end{Bmatrix} = DL \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix} + \frac{L(q)}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

ou

$$[K]\{\dot{H}_n\} = [B]\{H\} - \{Q_n\} + \{R\}$$

A variável Q_n , onde $n = 1, 2$, expressa a imposição de fluxo no contorno, podendo este ser um valor imposto ou calculado. Para fins de cálculo da vazão de saída utilizou-se a equação de Manning, de modo a obter fluxo proporcional a

altura da coluna d'água e das propriedades relevantes como o coeficiente de Manning e declividade, simulando fluxo com gradiente de pressão nulo.

A discretização no tempo é dada através de um esquema de diferenças finita descendente, incondicionalmente estável.

$$[K] \frac{H^{j+1} - H^j}{\Delta t} - [B(H^{j+1})] \{H^{j+1}\} = -\{Q(H^{j+1})\} + \{R^{j+1}\} \quad (3.21)$$

A não linearidade que aparece na equação (3.21) é resolvida pelo método iterativo de Picard, derivado pelo truncamento da expansão por série de Taylor da equação (3.21), reescrita da forma:

$$U'(H^{k+1,m})(\Delta H) = -U(H^{k+1,m}) \quad (3.22)$$

Onde ΔH é a variação de carga entre as iterações definida por $\Delta H = H^{k+1,m+1} - H^{k+1,m}$. Os vetores $U(H^{k+1,m})$ e $U'(H^{k+1,m})$ são definidos da forma:

$$U(H^{k+1,m}) = [K] \frac{H^{j+1,m} - H^{j,m}}{\Delta t} - [B(H^{j+1,m})] \{H^{j+1,m}\} + \{Q(H^{j+1,m})\} - \{R^{j+1}\} \quad (3.23)$$

$$U'(H^{k+1,m}) = \frac{1}{\Delta t} K - [B(H^{k+1,m})]$$

Neste método a primeira iteração é uma estimativa no tempo $j+1$ a partir dos valores iniciais do problema. Com esses valores são montadas as matrizes $[B]$ e $[K]$, os vetores $\{Q\}$ e $\{R\}$ e resolve-se o sistema de equações (3.22). Em seguida, calcula-se as cargas totais $H^{j+1,m+1}$ a partir dos incrementos resultantes. A convergência do método é avaliada através de um critério de tolerância nodal que verifica se o módulo da diferença das cargas totais nodais ($tol = |H^{j+1,m+1} - H^{j+1,m}|$) é menor que uma tolerância mínima definida previamente. Caso não haja convergência, a matriz $[B]$ e o vetor $\{Q\}$ são recalculados e volta-se ao sistema (3.22), enquanto o critério de convergência não seja satisfeito.

3.2.2. Modelo numérico bidimensional de Difusão

A equação (2.37) rege o modelo difusivo bidimensional e sua solução aproximada também foi obtida utilizando o método dos resíduos ponderados, ou método de Galerkin. Os conceitos e a metodologia do modelo bidimensional é uma extensão do modelo unidimensional, sendo sua principal diferença a mudança das funções de forma ou de interpolação ocasionada pela mudança do elemento utilizado. Desta forma, adotou-se o elemento triangular linear de três nós, sendo o mesmo utilizado no modelo bidimensional da onda cinemática mostrado na Figura 3.3. Desta forma, a equação integral no domínio elementar obtida é dada por:

$$\int_0^{1-s} \int_0^s [N]^T [N] \frac{\partial H}{\partial t} |J| dr ds - D \int_0^{1-s} \int_0^s \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} |J| dr ds \{H\} -$$

$$D \int_0^{1-s} \int_0^s \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} |J| dr ds \{H\} + D \int_{\Gamma} [N]^T \frac{\partial H}{\partial x} \cos(\varpi) d\Gamma +$$

$$D \int_{\Gamma} [N]^T \frac{\partial H}{\partial y} \sin(\varpi) d\Gamma - \int_0^{1-s} \int_0^s [N]^T |J| dr ds \{q\} = 0$$

Onde as derivadas das funções de interpolação são as mesmas das definidas no modelo cinemático bidimensional. Resolvendo as integrais acima, obtém-se:

$$[K]\{\dot{H}\} = -[B]\{H\} + \{Q\} + \{R\}$$

A Matriz [K] e o vetor {R} estão definidos no item 3.1.2. A matriz [B] é definida por:

$$[B] = \frac{D|J|}{2} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} \frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial N_1}{\partial y} \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} \frac{\partial N_2}{\partial x} + \frac{\partial N_1}{\partial y} \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} \frac{\partial N_3}{\partial x} + \frac{\partial N_1}{\partial y} \frac{\partial N_3}{\partial y} \\ \frac{\partial N_2}{\partial x} \frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial y} \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} \frac{\partial N_2}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial y} \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} \frac{\partial N_3}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial y} \frac{\partial N_3}{\partial y} \\ \frac{\partial N_3}{\partial x} \frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial N_3}{\partial y} \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial x} \frac{\partial N_2}{\partial x} + \frac{\partial N_3}{\partial y} \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial x} \frac{\partial N_3}{\partial x} + \frac{\partial N_3}{\partial y} \frac{\partial N_3}{\partial y} \end{bmatrix}$$

O vetor $\{Q\}$ representa a vazão de saída nodal, sendo atribuída ou calculada pela equação de Manning, utilizando a declividade nodal normal ao contorno, multiplicado pela soma da metade do comprimento de cada aresta no contorno ($L1$ e $L2$) em contato com nó (n), de acordo com a Figura 3.4, da forma:

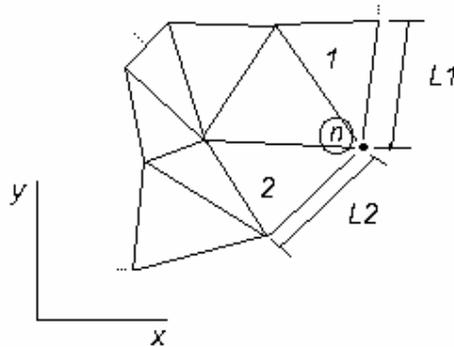


Figura 3.4 - Elementos no contorno de domínio.

$$Q_n = \frac{1}{n} \sqrt{S_r} h^{5/3} \left(\frac{L1}{2} + \frac{L2}{2} \right)$$

A discretização temporal do modelo bidimensional utiliza o esquema descendente de diferenças finitas e o método iterativo de Picard para solução da não linearidade, da mesma forma como apresentado para o modelo unidimensional.

3.3. Análise numérica do fluxo em meios porosos

O método utilizado pelo SWMS3D para solução numérica da equação de fluxo em meios porosos é o método de Galerkin, com funções de interpolação lineares, sujeito as condições iniciais e de contorno. A descrição detalhada do método pode ser encontrada nas referências do trabalho de Simunek *et al.*, 1995.

O programa originalmente adota elementos tetraédricos e não considera o termo de armazenamento específico do solo. Todavia, no modelo acoplado este parâmetro foi incorporado, adicionando mais um termo a equação original. A solução numérica para a equação modificada (equação (2.42)) baseia-se no método inicialmente sugerido, que permite a alteração sem perder seu sentido físico.

A região de fluxo é dividida em uma rede de elementos tetraédricos cujos vértices consistem nos pontos nodais. A variável dependente, ou a carga de pressão, é aproximada pela função:

$$\hat{h}(x, y, z, t) = \sum_{l=1}^N \phi_l(x, y, z) h_l(t) \quad (3.24)$$

onde $\phi_l(x, y, z)$ são um conjunto de funções de interpolação e N é o número total de nós na malha.

Aplicando o método de Galerkin obtém-se a seguinte equação:

$$\int_{\Omega} \left\{ \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{S_s \theta(h)}{\xi} \frac{\partial \hat{h}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left[K \left(K_{ij}^A \frac{\partial \hat{h}}{\partial x_j} + K_{iz}^A \right) \right] + S \right\} \phi_n d\Omega = 0.$$

Substituindo a equação (3.24) na equação acima:

$$\begin{aligned} \sum_e \int_{\Omega_e} \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \phi_l + \frac{S_s \theta(h)}{\xi} \frac{\partial \hat{h}}{\partial t} \phi_l \phi_c + K K_{ij}^A \frac{\partial \phi_l}{\partial x_j} \frac{\partial \phi_c}{\partial x_i} \hat{h} \right) d\Omega = \\ \sum_e \int_{\Gamma_e} K \left(K_{ij}^A \frac{\partial \phi_l}{\partial x_i} \hat{h} + K_{iz}^A \right) n_i \phi_c d\Gamma + \sum_e \int_{\Omega_e} \left(-K K_{iz}^A \frac{\partial \phi_l}{\partial x_i} - S_v \phi_l \right) d\Omega \end{aligned}$$

Fazendo a integração no domínio local ou elementar, encontra-se o seguinte sistema diferencial ordinário dependente no tempo com coeficientes não lineares, escrito na forma matricial:

$$[F] \frac{d\{\theta\}}{dt} + [F'] \frac{d\{h\}}{dt} + [A(h)]\{h\} = \{Q\} - \{B(h)\} - \{D\}. \quad (3.25)$$

A discretização no tempo dos termos transientes da equação (3.25) é feita através de um esquema descendente de diferenças finitas da forma:

$$\begin{aligned} [F] \frac{\{\theta\}_{j+1} - \{\theta\}_j}{dt_j} + [F'] \frac{\{h\}_{j+1} - \{h\}_j}{dt_j} + [A(h)]_{j+1} \{h\}_{j+1} = \\ \{Q\}_j - \{B(h)\}_{j+1} - \{D\}_j \end{aligned} \quad (3.26)$$

A presente versão do SWMS3D traz a formulação modificada do método iterativo de Picard, proposto por Celia *et al.* (1990). Este método apresenta melhores resultados com relação à conservação de massa, o qual consiste em expandir o primeiro termo à direita da equação (3.26) em dois termos, da forma:

$$[F] \frac{\{\theta\}_{j+1} - \{\theta\}_j}{dt_j} = [F] \frac{\{\theta\}_{j+1}^{k+1} - \{\theta\}_{j+1}^k}{dt_j} + [F] \frac{\{\theta\}_{j+1}^k - \{\theta\}_j}{dt_j} \quad (3.27)$$

onde k+1 e k representam os níveis de iteração atual e anterior, respectivamente; j+1 e j representam os níveis de tempo atual e anterior, respectivamente. O segundo termo do lado direito da equação (3.27) é conhecido a priori no início de cada iteração e o primeiro termo pode ser expresso em termos de carga de pressão, reescrevendo a equação (3.27):

$$[F] \frac{\{\theta\}_{j+1} - \{\theta\}_j}{dt_j} = [F][C]_{j+1} \frac{\{h\}_{j+1}^{k+1} - \{h\}_{j+1}^k}{dt_j} + [F] \frac{\{\theta\}_{j+1}^k - \{\theta\}_j}{dt_j} \quad (3.28)$$

onde [C] representa os valores nodais de capacidade de retenção específica. O primeiro termo do lado direito da equação (3.28) deve desaparecer ao final da iteração se a solução numérica convergir (Andrade, 2003).

O termo responsável pelo armazenamento específico pode ser discretizado dentro do processo iterativo da forma:

$$[F'] \frac{\{h\}_{j+1} - \{h\}_j}{dt_j} = [F'] \frac{\{h\}_{j+1}^{k+1} - \{h\}_j}{dt_j} \quad (3.29)$$

Incorporando a equação (3.29) e (3.28) na equação (3.26), tem-se:

$$[F][C]_{j+1} \frac{\{h\}_{j+1}^{k+1} - \{h\}_{j+1}^k}{dt_j} + [F] \frac{\{\theta\}_{j+1}^k - \{\theta\}_j}{dt_j} + [F'] \frac{\{h\}_{j+1}^{k+1} - \{h\}_j}{dt_j} + [A(h)]_{j+1} \{h\}_{j+1} = \{Q\}_j - \{B(h)\}_{j+1} - \{D\}_j \quad (3.30)$$

Os termos de cargas de pressão da equação (3.30) avaliados no tempo j+1 e iteração k+1 podem ser associados. No entanto, cabe notar que os outros dois termos de carga de pressão na equação (3.30), o primeiro, originado do método

de Celia *et al.* (1990) é avaliado no tempo $j+1$ e iteração k , todavia o segundo, provém da discretização temporal da equação (3.29), ficando fixo no processo iterativo e com valor avaliado no tempo j . Desta forma a equação (3.30) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} & ([F][C]_{j+1} + [F']) \frac{\{h\}_{j+1}^{k+1} + \{h\}_{j+1}^{k+1}}{dt_j} - [F][C]_{j+1} \frac{\{h\}_{j+1}^k}{dt_j} - [F'] \frac{\{h\}_j}{dt_j} + \\ & [F] \frac{\{\theta\}_{j+1}^k - \{\theta\}_j}{dt_j} + [A(h)]_{j+1} \{h\}_{j+1} = \{Q\}_j - \{B(h)\}_{j+1} - \{D\}_j \end{aligned} \quad (3.31)$$

Isolando os termos de acordo com a montagem do sistema de equações lineares característico do método de elementos finitos, obtém-se:

$$([F][C]_{j+1} + [F']) \frac{\{h\}_{j+1}^{k+1} + \{h\}_{j+1}^{k+1}}{dt_j} + [A(h)]_{j+1} \{h\}_{j+1} = \quad (3.32)$$

$$\{Q\}_j - \{B(h)\}_{j+1} - \{D\}_j + [F'] \frac{\{h\}_j}{dt_j} + [F][C]_{j+1} \frac{\{h\}_{j+1}^k}{dt_j} - [F] \frac{\{\theta\}_{j+1}^k - \{\theta\}_j}{dt_j} \quad (3.31)$$

O sistema resultante é resolvido pelo modelo SWMS3D modificado, desenvolvido para a simulação do fluxo em meios porosos, o qual foi acoplado ao modelo superficial.

3.3.1. Condição de contorno atmosférica

A condição de contorno atmosférica presente no SWMS3D original permite que a condição de contorno, na superfície do solo, mude de fluxo prescrito para carga imposta e vice-versa. A atribuição da condição de contorno é ditada pelas seguintes condições:

$$\left| K \left(K_{ij}^A \frac{\partial h}{\partial x_j} + K_{iz}^A \right) n_i \right| \leq E \quad (3.33)$$

e

$$h_A \leq h \leq h_s \quad (3.34)$$

Onde E é o máximo potencial de infiltração ou evaporação, h é a carga de pressão na superfície do solo, e h_A e h_s , são respectivamente, mínima e máxima carga de pressão permitida no solo. O valor de h_A é determinado como a condição de equilíbrio entre a umidade no solo e a umidade atmosférica e h_s é usualmente atribuído zero. O SWMS3D original assume que qualquer excesso de água na superfície é imediatamente removido.

A rotina de condição atmosférica baseia-se no seguinte algoritmo genérico, em função das equações (3.33) e (3.34):

- Se a equação (3.34) não é satisfeita, atribui-se a condição de contorno de Dirichlet.
- Se em qualquer tempo de simulação o fluxo calculado exceder o fluxo potencial especificado (E), este é atribuído ao respectivo nó.

O termo utilizado pelo SWMS3D original de fluxo potencial refere-se ao fluxo imposto, que no caso deste trabalho será a precipitação. De acordo com a Figura 4.7, quando a capacidade de infiltração for maior que a precipitação, essa é totalmente absorvida pelo solo. As atribuições das condições de contorno ocorrem em cada iteração da solução da não linearidade, podendo fazer com que ao longo da convergência numérica haja a troca de condição de contorno.

No modelo acoplado, o sentido da interação superfície-solo é feito de forma que, as condições de Neumann e Dirichlet sejam atribuídas para o sistema subterrâneo pela rotina de acoplamento, baseada na rotina de condição atmosférica do SWMS3D original descrita acima.

Em linhas gerais, as cargas positivas geradas ou presentes na superfície são atribuídas no contorno do SWMS3D modificado, entrando no processo iterativo e tendo como resposta o cálculo da infiltração, que é passado ao programa superficial no início do intervalo de tempo correspondente, como apresentado na Figura 4.11. A precipitação é atribuída ao sistema subterrâneo nos nós onde não há carga de pressão positiva, sendo passada para o sistema de escoamento superficial através do cálculo da precipitação líquida, quando a capacidade de infiltração é inferior à precipitação.

4

Acoplamento entre água superficial – água subterrânea

Os processos hidrológicos presentes no modelo proposto, incluem a precipitação, infiltração, escoamento superficial e subterrâneo de acordo com a Figura 4.1. O processo de extração de água pelas plantas, está implementado no SWMS3D. No entanto, não foi utilizado em nenhuma simulação do modelo acoplado.

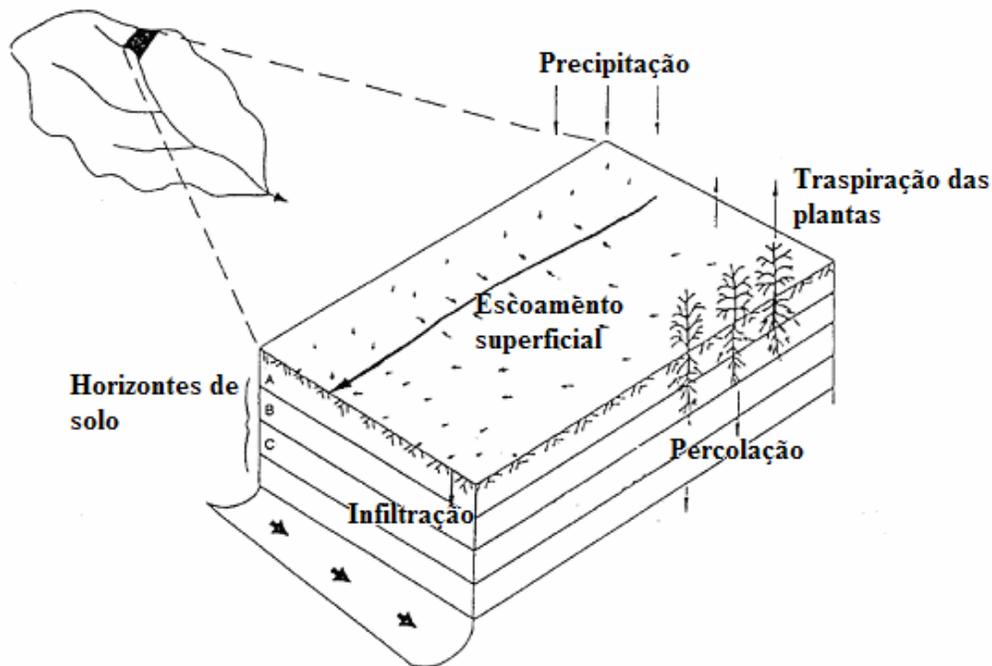


Figura 4.1 - Representação dos processos hidrológicos abordados, para uma fatia de solo em uma bacia hidrográfica. (Fonte USDA, 1995)

4.1.

Conceitos gerais da interação água superficial – subterrânea

Inicialmente, cabe definir o conceito de água superficial, como a parcela armazenada ou fluindo sobre a superfície, que está continuamente interagindo com a atmosfera e com o solo (Chow *et al.*, 1988). Sua ocorrência é espacialmente e temporalmente distribuída, dependendo de fatores climáticos,

topográficos, tipo de cobertura vegetal e das propriedades hidráulicas do solo (Kollet *et al.*, 2005).

Horton (1933) sugere a seguinte definição para escoamento superficial: “Negligenciando a interceptação pela vegetação, escoamento superficial é a parcela de chuva que não é absorvida pelo solo através da infiltração. Se o solo tem uma capacidade de infiltração f , expressa por comprimento da lâmina de água absorvida por tempo, então, quando a intensidade de chuva i é menor que f a precipitação é totalmente absorvida, não havendo empoçamento. No entanto, se a precipitação i for maior que a infiltração f , o empoçamento vai ocorrer na taxa $(i-f)$ ”.

Escoamento superficial hortoniano raramente ocorre em superfícies com densa vegetação em regiões úmidas. Abaixo destas condições, a capacidade de infiltração do solo excede a intensidade de precipitação. Nestas situações, o fluxo subsuperficial passa a ser o principal mecanismo de transporte de águas de chuva para rios. (Chow *et al.*, 1988).

Modelos acoplados são comumente baseados no conceito de condutância, que presume uma distinta interface entre a superfície do solo e o domínio do subsolo. Estes tipos de modelos ligam o domínio superficial ao subterrâneo via fluxos, dependentes das direções e magnitude do gradiente hidráulico e da constante de proporcionalidade ou condutividade do meio (Kollet *et al.*, 2005)

Diferentes formas de escoamento podem ser desenvolvidas sobre uma bacia hidrográfica, tais como: rios, lagos ou escoamentos lentos em regiões pantanosas, os quais estão diretamente ligados às características de drenagem da bacia e hidráulicas do solo.

4.1.1. Interação entre escoamentos em rios e solo

Considerando a relação entre um rio perene ou canal aberto, conectado ao lençol freático, o padrão de fluxo pode ocorrer de duas formas básicas como apresentado na Figura 4.2 (USGS, 1998).

No caso onde, o nível piezométrico da água subterrânea é maior que o nível do rio, esse é abastecido ou alimentado pelo lençol freático, como mostra a Figura 4.2A.

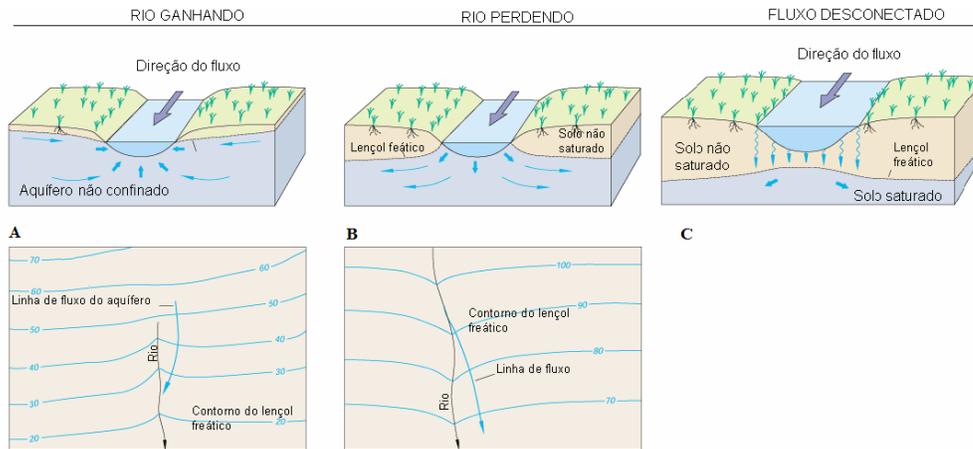


Figura 4.2 - Fluxo entre rio e lençol freático conectados. (A) Sentido de fluxo solo – superfície. (B) Sentido de fluxo superfície – solo. (C) Rios desconectados são separados do nível freático através de uma zona não saturada (fonte USGS 1998).

Uma segunda situação, ou a situação inversa, ocorre quando o nível do lençol freático está abaixo do nível do rio, fazendo com que o sentido do fluxo aponte do rio para o solo, como mostra a Figura 4.2B. Contudo, situações onde não há fluxo entre os sistemas ou mistas também podem ocorrer.

A situação mista retrata o fluxo no sentido solo – rio, em um lado da margem e no sentido oposto na outra margem.

O equilíbrio do sistema pode ocorrer quando não há gradiente de pressão, de modo que o nível do lençol freático iguale-se ao nível da água no rio.

Tanto a Figura 4.2A quanto Figura 4.2B, trazem um mapa simbólico de curvas de nível para cargas totais, mostrando o sentido do fluxo subterrâneo em planta.

Nem sempre encontramos o solo abaixo de um rio completamente saturado. Nesse caso, o aquífero e o rio encontram-se desconectados, como mostra a Figura 4.2C. Neste caso o fluxo superficial contribui com o soerguimento do nível freático. Esta contribuição ocorre através de fluxo descendente na zona não saturada.

4.1.2. Interação entre escoamentos superficiais lentos e solo

Os tipos de interação entre fluxo subterrâneo e lagos são similares às interações descritas no item anterior. A principal diferença, é que lagos em geral, possuem uma extensa área de fundo e um padrão de circulação na superfície lento, propiciando o acúmulo de sedimentos de baixa permeabilidade. A

velocidade de percolação é frequentemente maior ao redor dos lagos, onde as ações das ondas podem restringir a deposição de sedimentos finos (USGS, 1998).

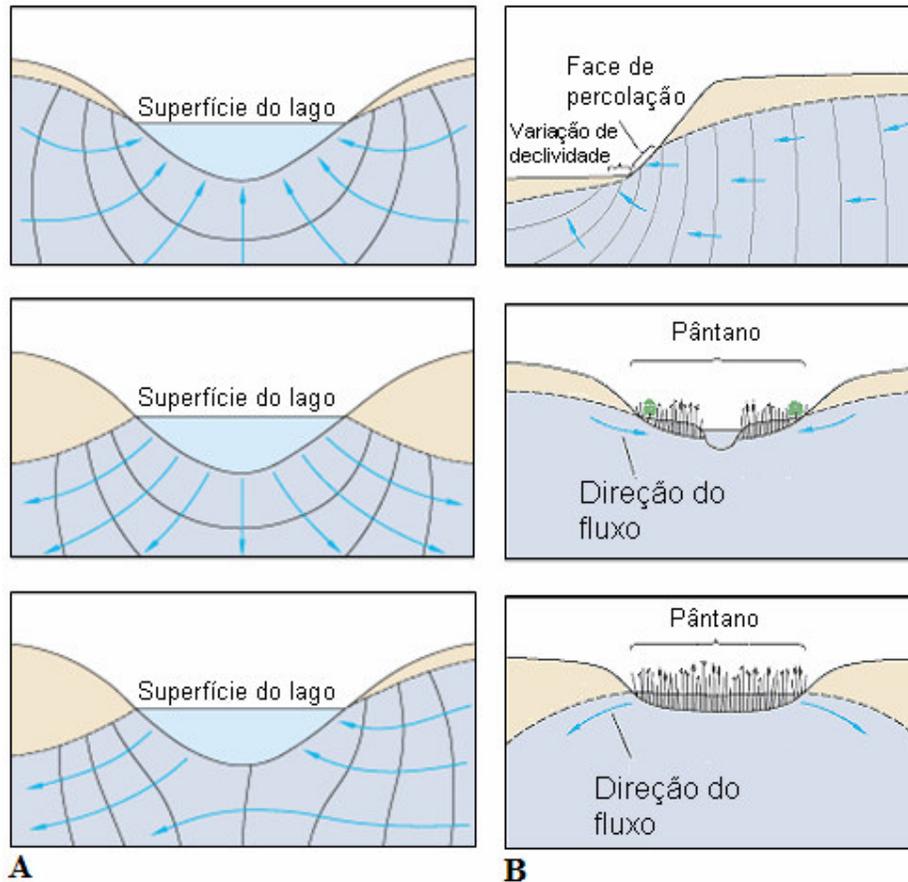


Figura 4.3 - Interações entre lago – solo e pântanos – solo.

Regiões pantanosas podem ocorrer em baixadas ou zonas de baixa declividade, formando zonas com características hidráulicas particulares, com muita resistência ao escoamento e ambiente de baixo gradiente hidráulico, os quais controlam o escoamento superficial (Feng *et al*, 1998).

Muitas vezes, todas essas situações podem estar presentes em uma bacia hidrográfica, mostrando a dificuldade de retratá-la como ilustrada na Figura 4.4. Desta forma, a escolha do modelo e sua implementação, devem ser coerentes com a realidade, observando as simplificações adotadas e relacionando-as com a possibilidade de estar aferindo bons resultados na simulação.

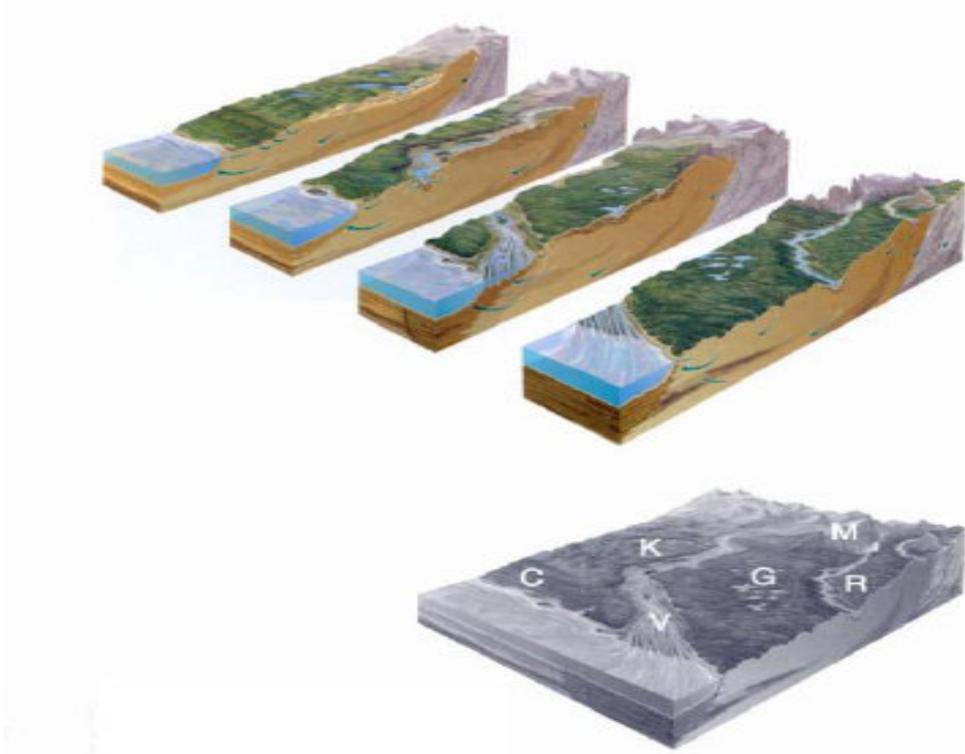


Figura 4.4 – Água subterrânea e superficial interagindo através do relevo, na direção das montanhas para o oceano. Descrição do modelo conceitual: M – Montanhas; K – Karst, G – Glacial; R – rio de vale pequeno; V – rio de vale largo; C – costa oceânica. (fonte USGS, 1998)

4.1.3. Infiltração

O ponto central no processo de interação entre água superficial e subterrânea é o fenômeno de infiltração, que pode ser definida como o processo de penetração de água no estado líquido da superfície do solo para seu interior. Muitos fatores influenciam sua taxa, incluindo as condições da superfície do solo, sua cobertura vegetal e suas propriedades hidráulicas, como porosidade, condutividade hidráulica e umidade (Chow *et al.*, 1988). A água é absorvida pelo solo não saturado, em função da ação gravitacional e da umidade do solo, constituindo-se de um processo tipicamente transiente (Prevedello, 1996)

Em condições de não saturação, a permeabilidade do solo é inferior à sua permeabilidade de saturação e pode ser escrita em função da carga de pressão ou da umidade volumétrica do solo. No entanto, esse efeito é inverso para o potencial de infiltração no solo. Quando o solo não está saturado, a carga de pressão é negativa e os vazios entre os grãos do solo atuam como tubos

capilares que “succionam” a água da superfície. Quando os vazios estão preenchidos apenas por água, o fluxo é geralmente ocasionado pelo efeito da força gravitacional ou cargas impostas.

A infiltração é um processo que ocorre somente na direção vertical, simplificando a equação de Richards. Contudo, trata-se de uma equação diferencial parcial de segunda ordem, não linear. Devido a não linearidade, sua solução analítica geral não é conhecida. Uma alternativa para contornar esse problema é procurar simplificações que visem linearizá-la e tornar o problema solúvel, sem, contudo comprometer as características essenciais do processo de fluxo. Outra alternativa é fazer uso do cálculo numérico (Prevedello, 1996).

Após um determinado período de tempo de infiltração num perfil de solo uniforme, a distribuição da umidade com a profundidade pode ser caracterizada pelas seguintes zonas: zona saturada, zona de transição, zona de transmissão, zona de molhamento e frente de molhamento.

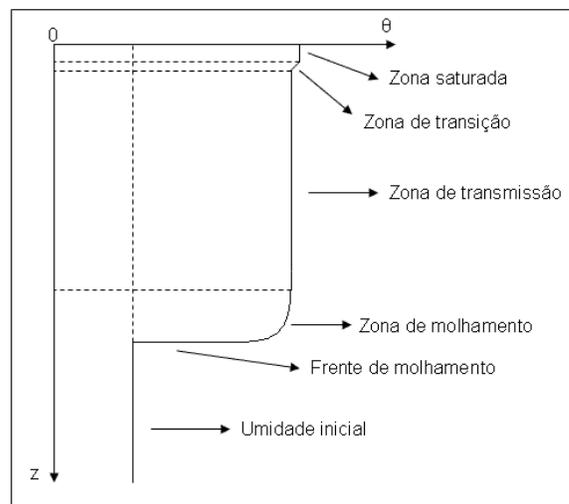


Figura 4.5 - Perfil de umidade e suas características, após algum tempo de iniciada a infiltração (Fonte Prevedello, 1996, modificada).

A zona saturada é normalmente próxima à superfície, seguida da zona de transição caracterizada como pouco espessa e de decréscimo de umidade, muitas vezes imperceptível. Na zona de transmissão ocorre fluxo não saturado, com pouca variação de umidade ao longo da profundidade, mas com variação significativa de espessura. A zona de molhamento apresenta uma variação brusca de umidade e pouca espessura. Por fim, a frente de molhamento, limite visível da penetração da água, apresenta grande gradiente de pressão.

A infiltração acumulada F [L] é a coluna de água acumulada durante um período de tempo ou o volume de água que penetrou no solo por unidade de área de infiltração. A infiltração acumulada pode ser escrita em função da infiltração f [L/T], pela sua integral no tempo dada por:

$$F(t) = \int_{t_0}^{t_f} f(t) dt \quad (4.1)$$

Segundo Prevedello (1996) a infiltração acumulada para um intervalo de tempo definido pode ser expressa da forma:

$$F = \int_{z=0}^{z=z} (\theta - \theta_i) dz.$$

Onde z é a profundidade na direção do fluxo, θ é a umidade volumétrica ao longo da profundidade e θ_i é a umidade volumétrica inicial do perfil.

A velocidade de infiltração para um solo não saturado pode ser relacionada com o tempo ou com a infiltração acumulada. O aumento da umidade ou decréscimo do potencial mátrico do solo, com relação à infiltração acumulada, é apresentado na Figura 4.9. O início do gráfico representa uma situação de solo seco onde o potencial de infiltração é muito grande e à medida que o solo umedece, pela imposição de uma carga na superfície, a velocidade de infiltração decai até atingir uma taxa constante.

Diversos autores que desenvolveram modelos acoplados, baseados na visão hortoniana, utilizam soluções analíticas para o cálculo da velocidade de infiltração (Lança, 2000; Fiedler *et al.*, 2000; Flanagan, 1995). Neste trabalho, o cálculo da infiltração é feito numericamente pelo programa SWMS3D modificado. Os modelos analíticos como de Horton (1933,1939), Philip (1957) e Green-Ampt (1911), supõem uma pequena e constante lâmina d'água na superfície do solo (Chow *et al.*, 1988). No entanto, durante um evento de chuva, só haverá empoçamento se a precipitação for maior que a capacidade de infiltração do solo. O tempo para iniciar o empoçamento a partir do início de um evento constante de precipitação é denominado tempo de empoçamento (t_e).

Considerando que, um evento de chuva inicia-se com a superfície do solo inicialmente seca e um perfil de umidade como mostra a Figura 4.6, a capacidade de infiltração do solo pode ser maior que a intensidade da chuva,

enquanto o tempo de precipitação (t_p) for menor que o tempo de empoçamento ($t_p < t_e$). Quando a duração da chuva se iguala ao tempo de empoçamento ($t_p = t_e$), imediatamente a superfície do solo passa de não saturada para saturada. Com a continuidade da precipitação ($t_p > t_e$) a zona saturada estende-se no perfil do solo e o excesso de precipitação gera o escoamento superficial segundo Horton (1933).

No modelo acoplado desenvolvido pode ocorrer a presença de cargas na superfície, fluxo imposto ou uma condição sem fluxo no contorno. Esta última condição permite uma redistribuição natural da umidade no solo, tendendo para um conceito muito utilizado na agricultura que é o de capacidade de campo, definida na física do solo como a máxima quantidade de água que o solo pode reter contra a ação da força gravitacional terrestre (Prevedello, 1996).

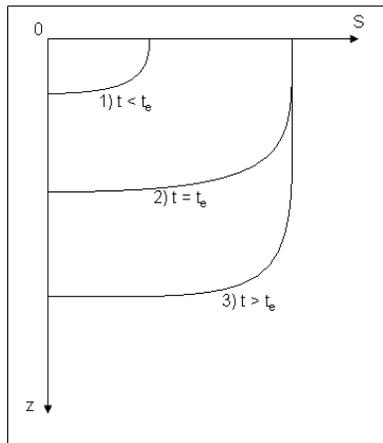


Figura 4.6 – Perfis de grau de saturação em relação ao tempo de empoçamento.

Considerando uma precipitação p [L/T] sobre um solo com perfil dado pela curva 1 da Figura 4.6, a capacidade de infiltração do solo é maior que a intensidade da chuva p . Desta forma, a velocidade de infiltração i [L/T] é dada por p sendo $i = p$, como mostra a Figura 4.7A. Quando as curvas a e b (Figura 4.7A) se encontram, ocorre o início do empoçamento (t_e) e a capacidade de infiltração passa a ser inferior a precipitação, ocasionando um déficit na infiltração e a saturação da superfície. É neste ponto que um modelo acoplado passa a ser mais realista que um modelo unicamente de meios porosos. No modelo acoplado o empoçamento é considerado, gerando uma carga na superfície, que é tratada pelo modelo superficial. Desta forma, a velocidade de infiltração calculada pelo SWMS3D modificado, passa a considerar o efeito do empoçamento, ao contrário dos modelos analíticos citados.

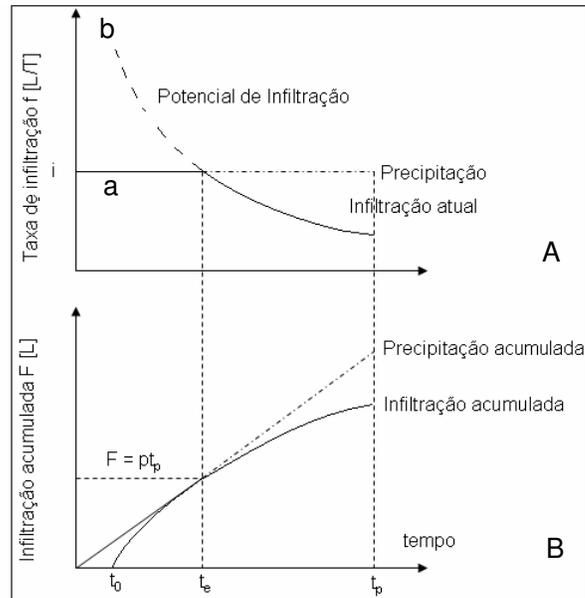


Figura 4.7 – Velocidade de infiltração e infiltração acumulada dada um valor constante de precipitação.

No instante do empoçamento, a infiltração acumulada é dada pela expressão $F = p \cdot t_p$ tendo um comportamento linear até este ponto. O tempo t_0 ilustrado na Figura 4.7B representa o tempo inicial equivalente que um evento de precipitação p teria para que toda a capacidade de infiltração do solo fosse utilizada.

Se ao invés de um fluxo prescrito houvesse uma carga imposta na superfície, a capacidade de infiltração seria totalmente aproveitada ao longo do tempo.

4.2.

Descrição da implementação numérica de acoplamento

Visto algumas características da interação entre os sistemas, este trabalho partiu de uma abordagem tratando-os como independentes e interligados através de uma rotina de acoplamento que atua entre as interfaces. Essa idéia está apoiada na solução numérica adotada, interpretando que um sistema atua diretamente no outro, de forma a condicionar as trocas de fluxos através das variáveis de contorno.

Dessa forma, o modelo acoplado gerado pode ser dividido em três módulos principais: o módulo de fluxo em meios porosos (SWMS3D' ou

SWMS3D modificado), de escoamento superficial (SURF) e módulo de interação.

Inicialmente, adotou-se como modelo de fluxo em meios porosos, o programa SWMS3D desenvolvido por Simunek *et al.*, (1995), intitulado pelos autores como código de domínio público, podendo ser copiado e utilizado livremente. Este programa simula transporte de água e soluto nas três dimensões em um meio de saturação variável. O programa resolve numericamente a equação de Richards, para fluxo em meio saturado e não saturado e a equação do transporte de soluto. A região de fluxo, considerada no modelo, pode ser composta de solos heterogêneos e anisotrópicos, permitindo atribuir às condições de carga, fluxo ou gradientes, nos contornos, sendo os dois primeiros constantes ou variáveis (controlados por condições atmosféricas).

O programa de escoamento superficial foi desenvolvido em dois submódulos distintos baseados nas equações de Saint Venant, sendo estes: o modelo da onda cinemática e o modelo difusivo. O modelo da onda cinemática permite a imposição de cargas ou fluxos a montante do seu contorno e chuvas distribuídas em todo seu domínio, considerando o modelo hortoniano de escoamento superficial. Neste modelo, as características físicas da bacia são atribuídas ao coeficiente de Manning e declividade.

Esse modelo, apesar de suas limitações físicas (descritas no capítulo 2), foi amplamente utilizado na literatura. O modelo cinemático foi implementado, dada sua simplicidade e por se enquadrar a casos como escoamentos em micro bacias ou encostas, atribuídos à chuva efetiva. A direção do fluxo superficial é fixa tomando o sentido da declividade nodal. Cabe lembrar, que no modelo cinemático, a declividade da superfície da carga total é igual à declividade topográfica.

O modelo de difusão abrange o modelo da onda cinemática e extrapola seus conceitos, incorporando o efeito de gradiente de pressão na superfície d'água, além de permitir efeitos de jusante como marés, zonas com superfície fraturada ou barramento de fluxo.

A ordem de execução dos módulos principais durante a solução do problema transiente, é cíclica e está representada pelo fluxograma de Figura 4.8. Cada ciclo completo representa a evolução de um passo de tempo do modelo acoplado.

Este fluxograma é um esquema macro de interações entre os módulos, não discriminando as variáveis de intercâmbio, simbolizando apenas a ordem dos chamados das rotinas no modelo acoplado.

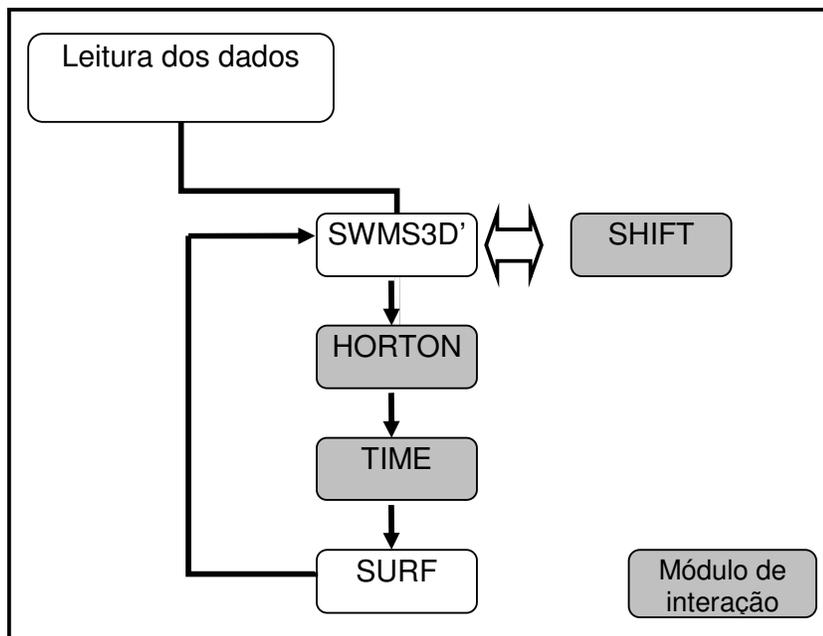


Figura 4.8 – Fluxograma de interação entre os módulos principais.

Os quadros preenchidos de cor cinza fazem parte do módulo de interação e será descrito com detalhe neste capítulo.

O início do ciclo é dado após a leitura dos dados de entrada de forma independente para cada sistema. Em seguida, o programa inicia o módulo SWMS3D', para a montagem do sistema de equações, referente ao intervalo de tempo $t+dt$ do meio poroso. Suas atribuições de condições de contorno são feitas pela função SHIFT. Estas atribuições fazem à interação nos sentidos, superfície-solo e solo-superfície, retornando ao SWMS3D', para a solução do sistema de equações e verificação do teste de convergência em cada iteração. Caso não haja a convergência do método, extrapolando o número máximo de iterações permitidas, o módulo SWMS3D' diminui o intervalo de tempo utilizado, mantendo as condições de contorno fixas, sempre retornando a função SHIFT. Na seqüência, o programa chama a função HORTON, que calcula o valor do escoamento hortoniano e a função TIME que determina o número de passos de tempo a rodar do módulo SURF, a partir da defasagem temporal entre os modelos. Para fechar um ciclo, o programa resolve o escoamento superficial através da rotina SURF, retornando para o módulo SWMS3D'.

Desta forma, o modelo acoplado é o produto final da junção dos modelos de escoamento superficial e do programa SWMS3D'. O módulo de interação

representa o meio de comunicação entre os modelos, assumindo o papel de gerenciá-lo e coordená-los.

4.3. Módulo de interação

O módulo de interação consiste em três rotinas principais: SHIFT, HORTON e TIME.

TIME: Esta rotina está implementada no módulo de escoamento superficial e calcula o número de iterações no tempo para que haja uma sincronia temporal entre os modelos. Essa rotina será discutida na seção 4.3.1. e faz a acoplagem no sentido solo - superfície.

HORTON: função responsável pelo chamado do módulo superficial pelo SWMS3D'. Nela está o cálculo do escoamento hortoniano, passando para o módulo superficial à precipitação líquida, podendo ser positiva, quando a taxa de chuva é maior que a velocidade de infiltração, negativa na situação oposta, ou nula quando o solo permite toda a infiltração da água da chuva. Esta função faz o acoplamento no sentido solo - superfície.

SHIFT: Rotina implementada no SWMS3D', responsável pela acoplagem em ambos os sentidos, tanto solo-superfície como superfície-solo. Baseada na condição de contorno atmosférica do SWMS3D', esta rotina visa impor as condições de carga ou de fluxo no contorno superior do domínio subterrâneo, de acordo com as condições apresentadas no módulo superficial, além de atribuir a todo o domínio superficial do relevo, uma possível condição de superfície de percolação, isto é, possibilitando o afloramento do lençol freático na superfície.

A função HORTON calcula a precipitação líquida através da equação:

$$R_n = P_n - I_n \quad (4.2)$$

Onde R é a precipitação líquida que será atribuída ao sistema superficial [L/T], podendo ser positiva, negativa ou nula, P é a precipitação conhecida [L/T] e I é a infiltração calculada pelo SWMS3D' [L/T]. O contador n representa o nó

da malha na superfície topográfica. O valor do índice n varia de acordo com o sistema, para um mesmo nó.

Os valores de precipitação no tempo são dados inicializados pelo SWMS3D', sendo necessário fornecer o período de cada precipitação, isto é, o tempo de início e término de cada taxa de chuva, sendo que um evento de precipitação, pode ter taxas variadas, contanto que esses valores sejam indicados temporalmente. No entanto, a limitação vem do fato da precipitação ser considerada constante no espaço.

A função SHIFT, responsável pela interação em ambos os sentidos, é implementada inteiramente no módulo subterrâneo. Sua função é atribuir nas condições de contorno do SWMS3D' as condições superficiais. Na existência de carga positiva na superfície em um dado nó, esta será prioritariamente imposta ou na existência de carga negativa a condição de fluxo será imposto. No caso de imposição de fluxo, este será o valor da precipitação, podendo ser nulo nos tempos onde não ocorre chuva.

O algoritmo da função SHIFT baseia-se na hipótese, de que a condição de contorno pode ser de fluxo (Neumann) ou de carga (Dirichlet). A cada interação do módulo SWMS3D', as condições de contorno são impostas e as trocas seguem o seguinte algoritmo base:

- Se a condição é do tipo de Dirichlet, testa-se sua conversão para condição de fluxo;
- Se a condição é do tipo de Neumann, testa-se sua conversão para condição de Dirichlet.

No processo iterativo a cada atribuição de contorno, a função SHIFT é chamada para avaliar as atribuições de contorno a cada nó. O fluxograma da Figura 4.9 mostra a interação entre o módulo SWMS3D' e a função SHIFT (representada pelos quadros brancos), apresentando a implementação detalhada do algoritmo descrito acima.

De acordo com a Figura 4.9, a primeira avaliação da rotina é verificar se a condição nodal atual é de Dirichlet (carga prescrita). Caso seja verdadeiro e não havendo cargas de pressão positivas na superfície, é feita a transferência de condição de Dirichlet para Neumann (fluxo prescrita). Nota-se que, se a precipitação for nula, a última verificação sempre será atendida e uma situação

de fluxo zero é imposta, ocorrendo à redistribuição natural da umidade no solo.

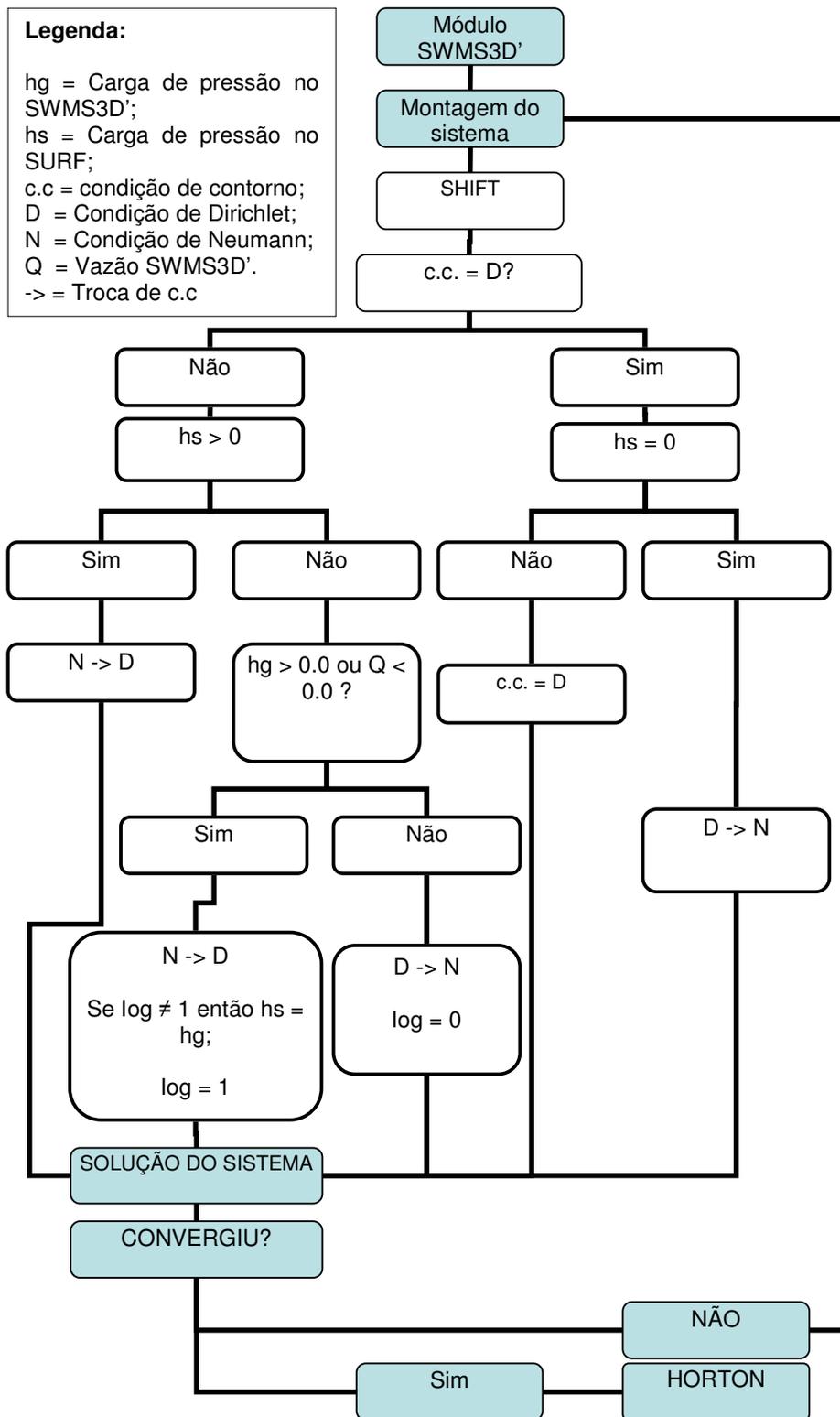


Figura 4.9 – fluxograma de ações da rotina SHIFT.

No entanto, se a verificação de carga não for verificada, a condição de Dirichlet se mantém e a carga do sistema superficial é imposta no sistema subterrâneo.

Se a primeira verificação não for verdadeira, isto é, não há uma atribuição para condição nodal de Dirichlet, o programa entrará no segundo item do algoritmo base descrito acima e fará a verificação para transferência da condição de Neumann para Dirichlet. Esse procedimento se inicia pelo questionamento prioritário, da existência de lâmina de água na superfície. Caso seja verdadeira, ocorre à transferência de condição de fluxo para carga.

Uma variável lógica (log) foi criada para o auxílio na identificação de superfícies de percolação e início de empoçamento. Seus valores nodais atribuídos são 0 para nós sem afloramento de água na superfície e 1 para nós que estão em processo de percolação no sentido solo - superfície.

Para um nó com condição de contorno de Neumann e carga nula no modelo superficial, onde, verifica-se que a carga calculada pelo SWM3D' é positiva, ou o fluxo no contorno aponta para fora do domínio, a condição de contorno é automaticamente transformada para uma condição de Dirichlet. Se a variável lógica for nula, a carga calculada pelo SWMS3D' é imposta no vetor do sistema superficial. Após essa etapa, a carga na superfície do módulo SWMS3D` é igualada a carga do modelo superficial e o programa segue suas iterações.

A variável lógica (log) atribuída por nó da malha (inicializada com zero), e retrata a informação do momento e do ponto onde ocorre o afloramento de água ou o início do empoçamento, tornando espacialmente variável esse fenômeno. Após a mudança de valor da variável log de 0 para 1 e impondo a condição de Dirichlet, sua imposição de carga refletirá no cálculo de uma vazão que será atribuída ao módulo superficial. A vazão tenderá a ser negativa ou de saída do sistema subterrâneo, contribuindo para o fluxo superficial.

Após a formação de fluxo superficial e o término da precipitação, se um agente drenante estiver atuando no sistema subterrâneo, a vazão de percolação passará a ser positiva, ou seja, ao invés de fluxo de saída haverá uma tendência de fluxo de entrada no domínio subterrâneo. Caso não haja precipitação, o fluxo para o solo é nulo, causando o rebaixamento do nível do lençol freático e conseqüentemente, do nível da água na superfície do terreno. Quando a lâmina de água na superfície infiltrar no solo ou escoar pela superfície por completo, a variável lógica voltará a ser 0 (nula), podendo admitir fluxo imposto no terreno. Situação que pode ser interpretada como a passagem do solo do estado de

saturado para não saturado na superfície e com capacidade de infiltração maior que a precipitação prescrita.

Ao fim da função SHIFT o sistema de equações é resolvido e testa-se a convergência da solução. Se o erro da solução não convergir para uma determinada tolerância, reinicia o processo iterativo. Caso contrário, o programa segue para o módulo superficial (SURF), passando antes pelo módulo de interação chamando a rotina HORTON e TIME, essa que será abordada no próximo item.

Cabe ressaltar, que essas rotinas de acoplamento são baseadas na condição de que, quando existe carga imposta na superfície, o programa SWMS3D' retorna uma vazão e quando há uma vazão prescrita, o programa retorna uma carga calculada, sempre avaliando os valores nodalmente.

4.3.1. Acoplamento temporal

A escala temporal das variações do fluxo superficial é da ordem dos minutos e horas enquanto que a escala para meios porosos geralmente varia na escala de horas, dias ou meses (USGS, 1996). Assim, é necessário permitir que decorram vários passos de tempos no modelo superficial, para que haja a sincronia com um único intervalo de tempo do modelo subterrâneo.

Ao fim de cada passo de tempo do SWMS3D', é feita uma chamada ao modelo superficial, o qual roda o número de passos de tempo que correspondem ao tempo simulado pelo SWMS3D'. Esse esquema requer que o intervalo de tempo do modelo superficial seja menor ou igual ao modelo de meios porosos. A necessidade da existência de um intervalo de tempo para o modelo superficial maior que o de água subterrânea é descartado.

O modelo de acoplamento desenvolvido pela USGS denominado MODBRANCH faz a integração do programa MODFLOW (fluxo em meio porosos) e BRANCH (fluxo em canais abertos) (Swain *et al*, 1996), fazendo uso da relação entre as escalas temporais descritas acima, com a restrição de serem múltiplas. Esse modelo calcula o fluxo entre rios e aquíferos a partir dos gradientes de cargas totais entre eles, onde cabe salientar, que o modelo BRANCH não possuía, em sua versão inicial, a consideração de perdas por percolação. Assim, após essa implementação é referenciado como BRANCH'.

O esquema de interação desenvolvido para o MODBRANCH é iterativo. No qual, cargas totais no início e no fim de um passo de tempo são inicializadas

com os valores do fim do passo de tempo anterior. O BRANCH' é chamado, e com a interpolação das cargas do modelo subterrâneo no tempo, os fluxos superficiais são calculados para cada intervalo de tempo do modelo BRANCH'. A percolação total é calculada simultaneamente. O modelo retorna para o início do passo de tempo do MODFLOW e as cargas são recalculadas com a imposição da percolação gerada. O modelo BRANCH' é chamado novamente, suas cargas e fluxos retornam aos valores referentes ao início do passo de tempo do modelo subterrâneo e suas cargas e fluxos são recalculados utilizando os novos valores das cargas do modelo de água subterrânea (Figura 4.10). Esse processo é repetido até atingir o critério de convergência baseado nas cargas e fluxos calculados (Swain *et al*, 1996). Aprovado o critério, inicia-se o próximo passo de tempo, voltando ao processo iterativo.

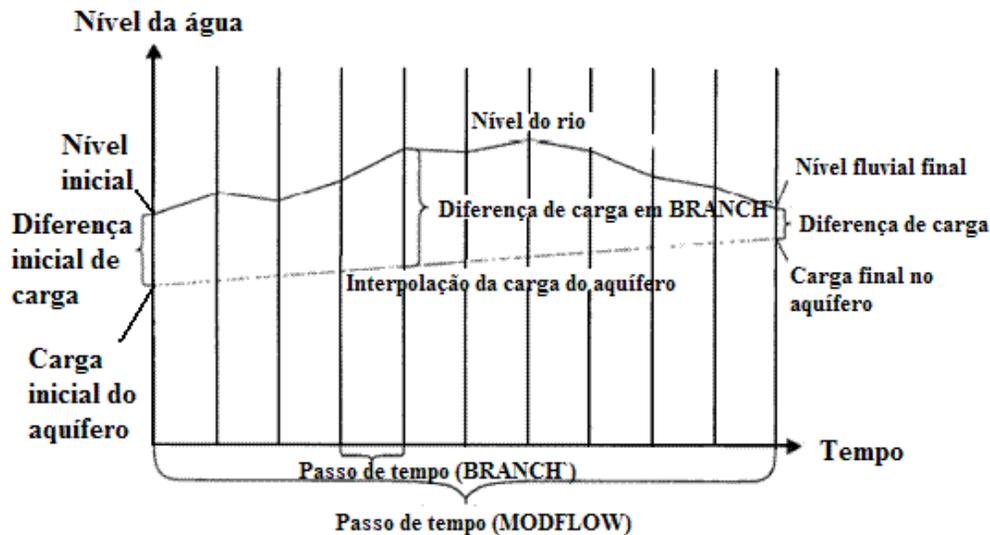


Figura 4.10 – Diferenças de cargas entre os modelos BRANCH' e MODFLOW (Fonte USGS, 1996).

A escala de tempo sugerida neste trabalho utiliza uma formulação semelhante à apresentada no modelo MODBRANCH. A mudança é referente à relação entre os intervalos de tempo que não precisam ser múltiplos entre si. A evolução no tempo dos sistemas é ditada pelo SWMS3D', que a cada interação chama o modelo de escoamento superficial e passa o valor do passo de tempo. Este é comparado com o valor inicial do modelo superficial, se o valor passado for menor, igualam-se os intervalos, no entanto, se o passo de tempo for maior, o programa calcula o número de iterações necessárias para a sincronia dos modelos. O cálculo do número de iterações (representado na Figura 4.11 por n

dt_SURF , onde, n representa o número de intervalos e dt_SURF , o valor do intervalo de tempo do modelo superficial) é dado pela razão entre os intervalos, com o passo de tempo do SWMS3D' no numerador. O resto da divisão é incrementado no último passo de tempo do modelo superficial (representado pelo passo dt_+ na Figura 4.11).

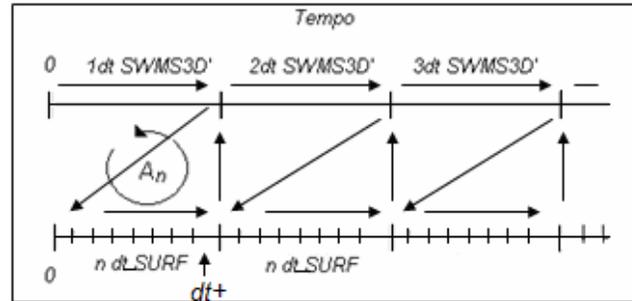


Figura 4.11 – Sincronia temporal entre os modelos superficial e subterrâneo.

O passo de tempo do SWMS3D' é dinâmico e varia em função da convergência do método iterativo de solução da não linearidade, fazendo com que o intervalo de tempo do modelo superficial seja adaptável. O intervalo de tempo é lido nos arquivos de entrada e seus incrementos ou decrementos são ajustados automaticamente de acordo com a seguinte regra:

- A discretização da solução numérica deve coincidir com a prescrita para as condições de contorno e de plotagem;
- O intervalo de tempo calculado entre as iterações deve estar entre os valores de máximo e mínimo atribuídos nos arquivos de entrada;
- Se durante um particular passo de tempo, o número de iterações necessárias para obter a convergência for menor ou igual a 3, o passo de tempo é acrescido entre 20 a 50% do seu valor. Se o número de iterações for menor que 7 o passo de tempo é decrescido de 10 a 70% do seu valor;
- Se durante um particular passo de tempo, o número de iterações for maior que um número definido pelo usuário (usualmente entre 10 e 50), o passo de tempo atual é interrompido, o passo de tempo é dividido por 3 e o passo é reiniciado.

No modelo acoplado a rotina do SWMS3D' foi preservada, definindo um intervalo de tempo dinâmico para o sistema de fluxo em meios porosos e um passo de tempo adaptável para o modelo de escoamento superficial.

4.4. Geração das malhas dos modelos

A utilização de elementos tetraédricos no domínio subterrâneo implica em uma malha de elementos triangulares na superfície. Este fato foi o motivo da adoção de elementos triangulares no desenvolvimento dos modelos superficiais. No método dos elementos finitos, a solução das cargas é atribuída nos nós e os fluxos que cortam os contornos são atribuídos nos nós referentes, os quais recebem uma parcela da área ou da linha do contorno a que fazem parte. Dessa forma, definida uma malha para todo o domínio tridimensional do problema, esta será utilizada tanto para o sistema superficial quanto para o sistema subterrâneo, descartando a geração de duas malhas distintas e a necessidade de interpolações dos resultados nas passagens de fluxo de um sistema para outro.

A malha para o modelo acoplado é formada pela malha tridimensional de elementos tetraédricos, da qual é extraída a malha de elementos triangulares para o escoamento superficial, como simbolizado na Figura 4.12. Na realidade, obtêm-se duas malhas que se sobrepõem identicamente na superfície e possuem uma correspondência de identificação entre os nós dos sistemas. Em outras palavras, um nó na superfície superior da malha tridimensional possui dois valores de identificação, um para cada sistema. A numeração dos elementos é diferente entre os sistemas, não havendo a necessidade da correspondência entre o elemento tetraédrico degenerado e o elemento triangular criado. Cada sistema possui sua conectividade de acordo com o elemento que utiliza e da numeração dos nós em seu sistema.

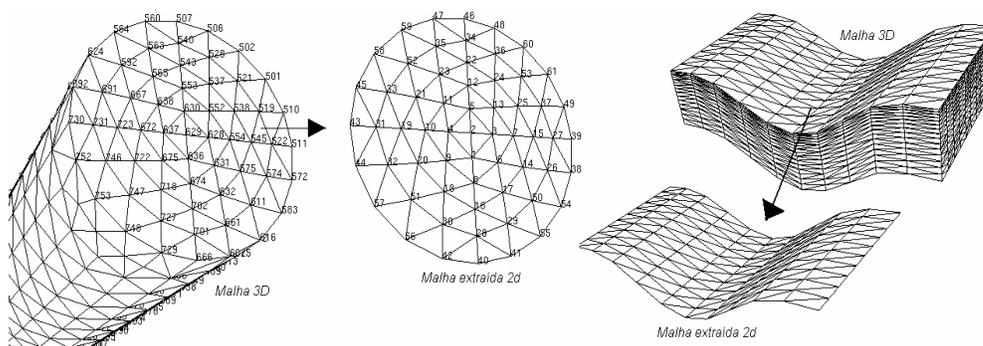


Figura 4.12 - Extração da malha superficial.

A correspondência nodal, é dada por um vetor que relaciona os identificadores (IDs) entre os nós dos sistemas, como ilustrado na Figura 4.13.

Os nós que não possuem correspondência, isto é, aqueles que não estão na superfície, possuem um ID referente ao domínio subterrâneo e um ID de correspondência com valor nulo para o sistema superficial, não sendo contabilizado para este sistema.

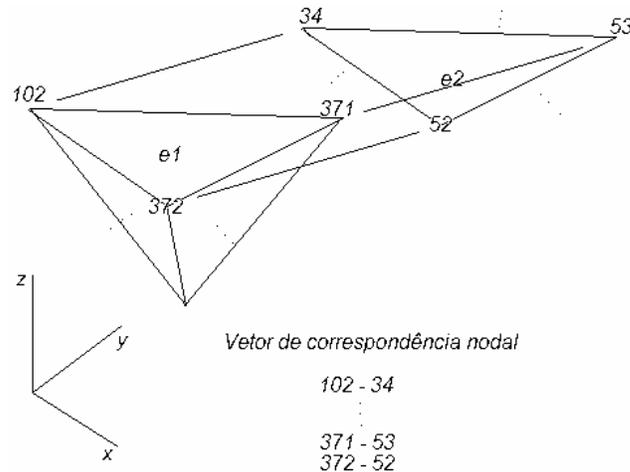


Figura 4.13 – Correspondência nodal na superfície de escoamento do domínio.

A rotina de extração da malha superficial identifica os nós superficiais, de uma malha tridimensional gerada pelo Software MG (Tecgraf), atribuindo a condição de contorno de imposição à translação na direção z . A partir destes dados e da conectividade dos elementos tetraédricos, é possível identificar os elementos que possuam três de seus nós marcados como nós da superfície. Identificado este elemento, basta tirar o nó que não pertence a este conjunto de nós superficiais e montar a conectividade do elemento triangular baseada no elemento tetraédrico. O algoritmo desta rotina está apresentado abaixo mostrando o “loop” que percorre toda a conectividade da malha 3D, comparando e extraíndo a malha superficial.

- Toma o nó N_k do elemento E_i da matriz de conectividade; ($i=1, k=1$);
- Toma o nó N_j do vetor dos nós da superfície; ($j=1$);
- Compara N_k com N_j ;
- Se $N_k = N_j$: contador = contador +1, $k = k+1$;
- Se contador = 3: extrai elemento superficial; ($k=1, i=i+1, j=1$);
- Se $N_k \neq N_j$: $j=j+1$;
- Se $j =$ número de nós do contorno: $k=k+1$
- Se $k = 4$: $i = i+1$; ($k=1$);

5 Exemplos

Este capítulo apresenta o modelo analítico de escoamento superficial e os exemplos para validação e demonstração das implementações computacionais realizadas. A validação do modelo superficial será dada pela comparação, entre os resultados numéricos e obtidos através da solução analítica. Em seguida, um exemplo para validação do modelo acoplado será apresentado, considerando a conservação da massa no sistema como parâmetro de validação. A escolha desse parâmetro foi dada, considerando que, os modelos de escoamento já validados, tratam corretamente seu fenômeno, dependendo somente das trocas de massa entre os sistemas, a qual é gerenciada pela rotina de acoplamento. Após a validação dessa rotina, serão apresentados exemplos que demonstrarão a aplicabilidade dos modelos desenvolvidos.

5.1. Análise de sensibilidade do modelo Analítico

Expressões analíticas, para fluxo superficial, são deduzidas para planos retangulares, de comprimento definido L , largura W e declividade S , abaixo de taxa de chuva constante i_e . É considerado que o plano está inicialmente seco ($h=0$ e $q=0$) antes do início de precipitação ($t=0$). A altura da coluna de água aumenta linearmente com o tempo ($h=i_e t$), até atingir a vazão de equilíbrio no exutor. Quando o tempo de concentração (t_c) é menor que o tempo de precipitação (t_p), sua vazão de saída é dada por $q = i_e L$. Durante o período de equilíbrio, o fluxo é permanente e não uniforme, com a vazão em um ponto do plano definido a uma distancia x da montante (origem), dada por $q = i_e x$. A depleção da vazão inicia-se, com o fim da precipitação ou, a partir do tempo de concentração, dependendo das relações entre eles.

A solução analítica será o parâmetro de validação dos modelos numéricos de escoamento superficial, visto que, nenhum programa computacional existente foi adotado para comparações de resultados. Os dados utilizados para validação foram retirados de Gotardi *et al.*, 1993, também adotados por outros autores

como em Jaber *et al.* (2003), para validação dos modelos numéricos desenvolvidos.

Cinco análises de sensibilidade foram apresentadas, a fim de, verificar as diferentes respostas do hidrograma no exutor do plano de escoamento, para variações de somente um parâmetro por análise.

5.1.1. Variação do coeficiente de Manning

Os parâmetros utilizados para obtenção do Figura 5.1, foram: declividade do plano = 0.0005m/m , comprimento do plano = 400m , precipitação = 19.8 mm/h , duração = 3.3h . Os coeficientes de Manning e os tempos de concentração calculados estão na Tabela 5.1.

Curva	1	2	3
Manning [$\text{m}^{-1/3}\text{h}$]	5.56E-05	5.56E-06	5.56E-07
tc [h]	4.78	1.2	0.793

Tabela 5.1 – Parâmetros do coeficiente de Manning utilizados e tempos de concentração.

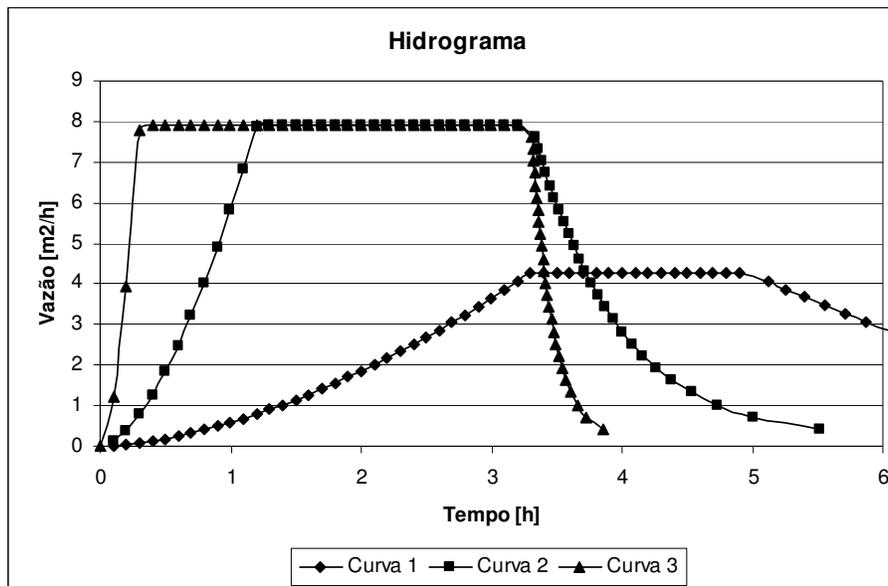


Figura 5.1 – Hidrogramas no exutor para diferentes coeficientes de Manning.

A curva 3, com menor coeficiente de Manning, apresenta menor resistência ao escoamento, reduzindo seu valor de t_c , alcançando a vazão de pico neste tempo. ($t_c = 0.793h$, $n = 0.000000556m^{-1/3}.h$).

Para a curva 2, com coeficiente 10 vezes maior, o tempo de concentração calculado (1.2h) foi inferior ao período de precipitação, conseqüentemente a característica hidrológica é a mesma apresentada pela curva 3.

A curva 1 (grande resistência ao escoamento) apresentou período de concentração (4.78h) superior ao período chuvoso, iniciando o regime permanente, após término da chuva. Esse resultado implica que a vazão de saída, a partir de 3.3h, será alimentada apenas pelo fluxo de montante, sem contribuição externa, até que a onda alcance o fim do plano e ocorra o decréscimo do fluxo.

5.1.2. Variação do comprimento do plano

Os parâmetros utilizados para obtenção da Figura 5.2, foram: declividade do plano = 0.0005, coeficiente de Manning = $5.56E-06m^{1/3}h$, precipitação = 19.8mm/h, duração = 3.3h. Os comprimentos e os tempos de concentração calculados estão na tabela 5.2.

Curva	1	2	3
Comprimento [m]	200	400	600
t_c [h]	0.793	1.2	1.53

Tabela 5.2 – Comprimentos dos planos utilizados e tempos de concentração.

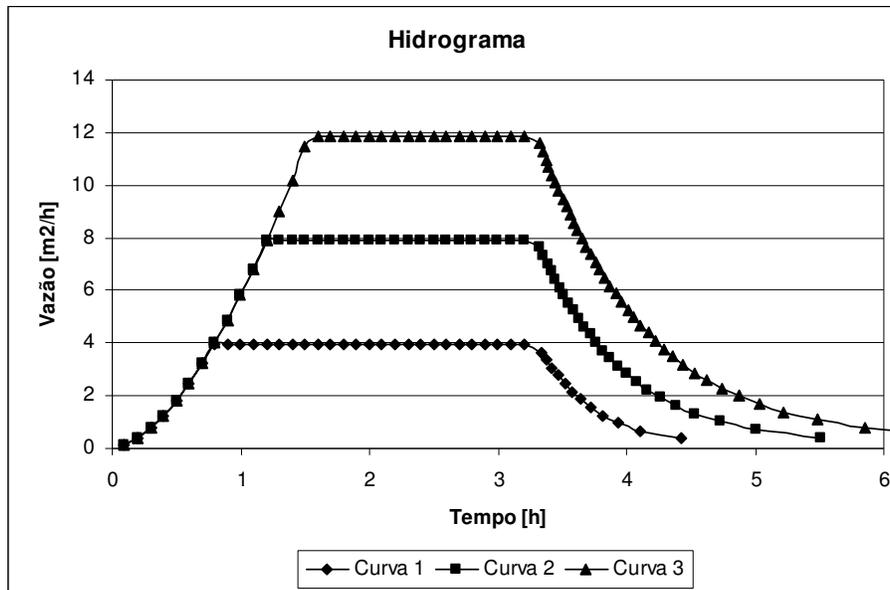


Figura 5.2 - Hidrogramas no exutor para diferentes comprimentos de planos.

A variação do comprimento do plano, utilizando o mesmo conjunto de dados, altera o volume de água no sistema e o tempo de concentração. Desta forma, planos maiores possuem pico de vazão mais elevados e maiores t_c . O comportamento hidráulico decorrente da relação t_c , t_p (tempo de precipitação), segue a teoria de acordo com o item 2.1.4 para $t_c < t_p$.

5.1.3. Variação da declividade do plano

Os parâmetros utilizados para obtenção da Figura 5.3, foram: comprimento = 400m, coeficiente de Manning = $5.56E-05 m^{1/3}h$, precipitação = 19.8 mm/h, duração = 3.3 h. Os declives e os tempos de concentração calculados estão na Tabela 5.3.

Curva	1	2	3	4
Declividade [-]	0.5	0.05	0.005	0.0005
t_c [h]	0.6	1.2	2.4	4.78

Tabela 5.3 – Declividade dos planos e tempos de concentração.

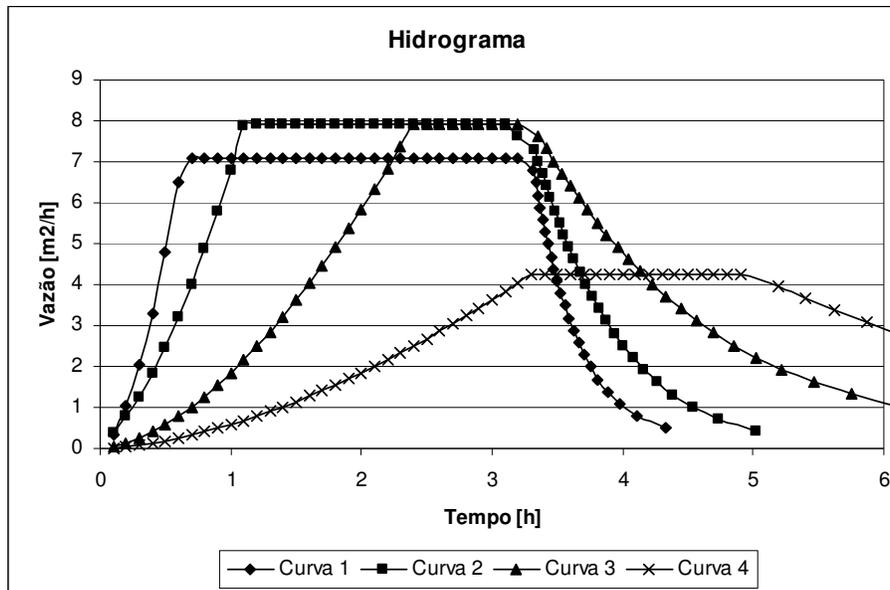


Figura 5.3 - Hidrogramas no exutor para diferentes declives de planos

Analisando a Figura 5.3, verifica-se que a cada redução de uma ordem de grandeza da declividade, ocorre um aumento de t_c e a variação de volume de água no plano. Cabe salientar que, com o aumento do declive, há uma redução de área efetiva de chuva, pois, essa é considerada perpendicular ao plano de declive nulo. Essa formulação caracteriza a redução do pico de vazão ($7.08 \text{ m}^2/h$) para o caso de maior declive, curva 1 ($S = 0.5$). As demais curvas 2, 3 e 4, possuem os respectivos valores de vazão de pico no exutor, 7.910 , 7.919 e $4.32 \text{ m}^2/h$ verificando seu comportamento não linear.

5.1.4. Variação da intensidade da chuva

Os parâmetros utilizados para obtenção do gráfico 5.4, foram: comprimento = $400m$, coeficiente de Manning = $5.56E-06m^{1/3}h$, declividade = 0.0005 e duração de $3.3h$. As precipitações e os tempos de concentração calculados estão na Tabela 5.4.

Curva	1	2	3
Precipitação [mm/h]	19.8	10.	1
t_c [h]	1.2	1.58	3.96

Tabela 5.4 - Precipitações adotadas - tempos de concentração.

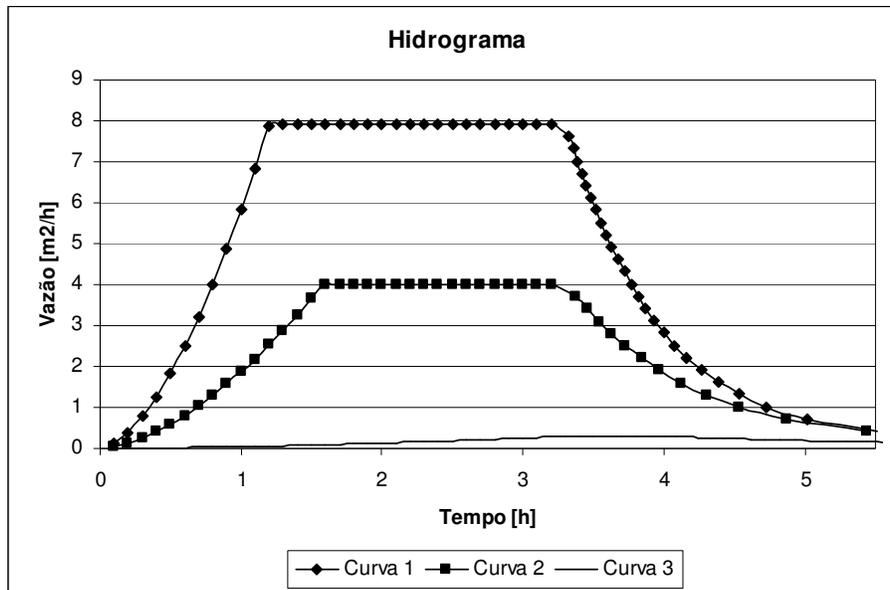


Figura 5.4 - Hidrogramas no exutor para diferentes precipitações incidentes.

A variação da intensidade de precipitação afeta diretamente o valor de vazão máxima e o t_c no exutor, notando que, quanto mais raso for o escoamento, menor será a velocidade de propagação da onda, para um mesmo declive, comprimento e coeficiente de Manning.

5.1.5. Variação do período de precipitação.

Os parâmetros utilizados para obtenção da Figura 5.5, foram: comprimento = 400m, coeficiente de Manning = $5.56E-06m^{1/3}h$, precipitação = 19.8mm/h, declividade = 0.0005m/m e tempo de concentração resultante de 1.2h. Os períodos de precipitação estão na Tabela 5.5.

Curva	1	2	3
Duracao [h]	3.3	1.2	.6

Tabela 5.5 – Períodos de precipitações.

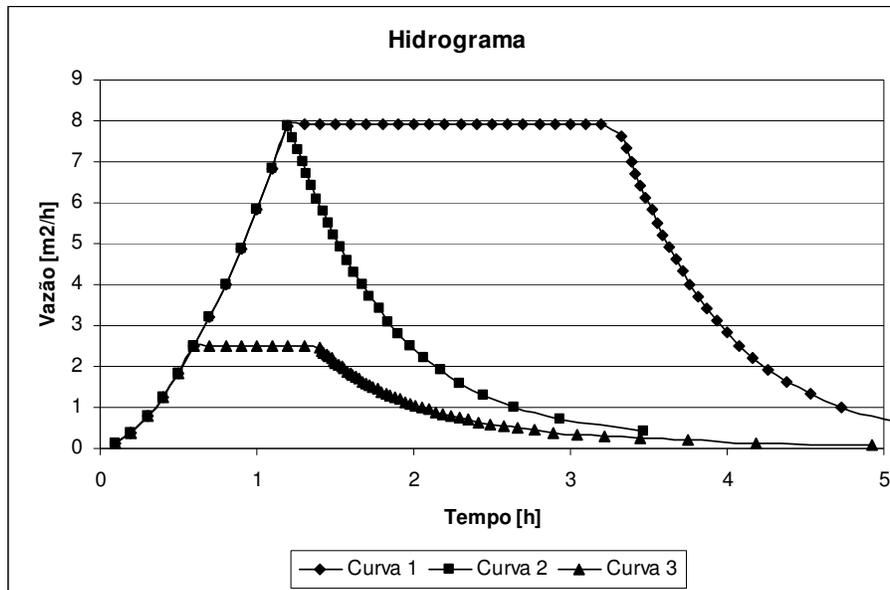


Figura 5.5 - Hidrogramas no exutor para diferentes períodos de precipitações.

A variação do período chuvoso influencia a forma do hidrograma, não alterando o t_c do plano. Os diferentes hidrogramas na Figura 5.5 representam a relação entre t_c e t_p . A curva 1 possui $t_p > t_c$, alcançando o regime permanente no exutor no tempo t_c e o tempo de depleção no tempo t_p , a curva 2 tem $t_c = t_p$, alcançando o pico de vazão, ao mesmo tempo em que a onda atinge o fim do plano, não estabelecendo o regime permanente. A curva 3 com $t_c > t_p$ alcança o regime permanente no tempo t_p e a vazão máxima inicia sua depleção no momento em que a onda chega ao fim do plano no tempo t^* (definido no item 2.1.4).

5.2.

Validação dos modelos numéricos de escoamento superficial

Os parâmetros utilizados para a validação dos modelos numéricos, foram apresentados no item 5.1.5, sendo analisados para os diferentes períodos de precipitação da Tabela 5.5 e considerando uma tolerância de erro de 5%. Desta forma, utilizou-se à formulação do erro relativo dado por:

$$\varepsilon = \frac{(N - \bar{N})}{N} 100.$$

Onde ε é o erro relativo em porcentagem, N é o valor real e \bar{N} é o valor estimado.

5.2.1. Validação do modelo cinemático

$t_c < t_p$

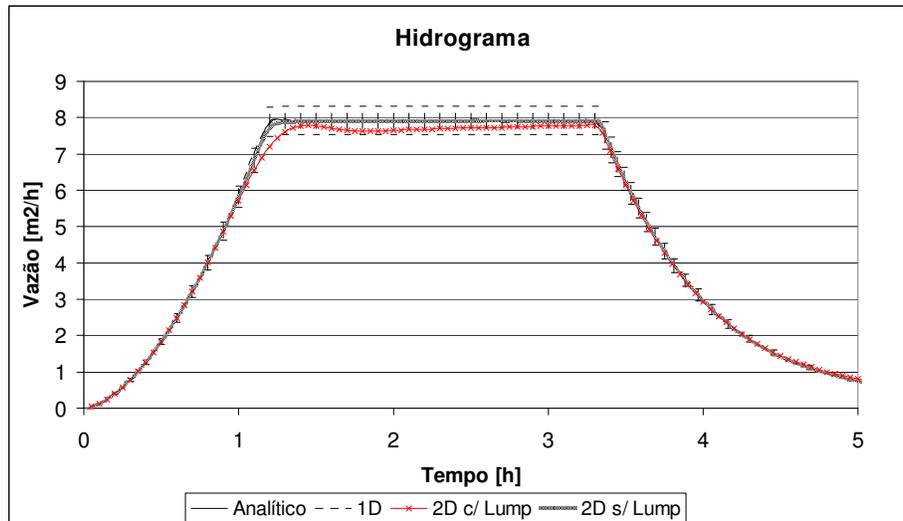


Figura 5.6 – Hidrograma no exutor, dos modelos cinemáticos e analítico $t_c < t_p$.

A Figura 5.6 apresenta o resultado analítico e a faixa de erro de 5% de tolerância. O modelo numérico utilizou os parâmetros da Tabela 5.5, coluna *curva 1*. Os resultados cinemáticos 1D e 2D sem o emprego de LUMPING, estiveram muito próximos da solução analítica, no entanto, para o modelo bidimensional com LUMPING o valor de vazão de pico foi subestimado na ordem de 3% em relação a solução analítica, com erros maiores que a tolerância no início do regime permanente.

$t_c = t_p$

Para a análise entre períodos coincidentes de t_c e t_p , adotaram-se os parâmetros da Tabela 5.5, coluna *curva 2*.

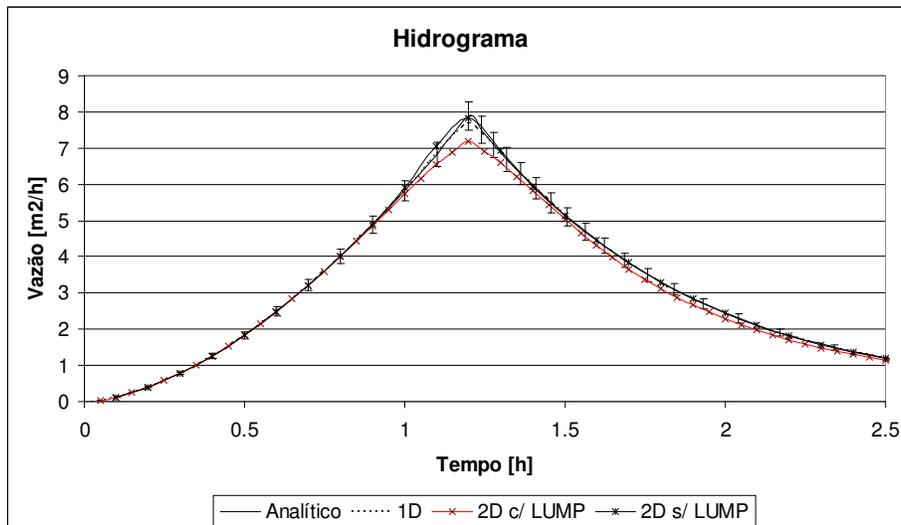


Figura 5.7 – Hidrograma no exutor, dos modelos cinemático e analítico $t_c = t_p$.

Novamente as curvas que não utilizaram o LUMPING na matriz de massa aferiram melhores resultados, no entanto, para a curva com LUMPING (curva 2D c/ LUMP), o erro na de vazão de pico em relação a solução analítica foi superior a 5%.

$t_c > t_p$

Para o gráfico de $t_c > t_p$ foram utilizados os parâmetros da Tabela 5.5, curva 3.

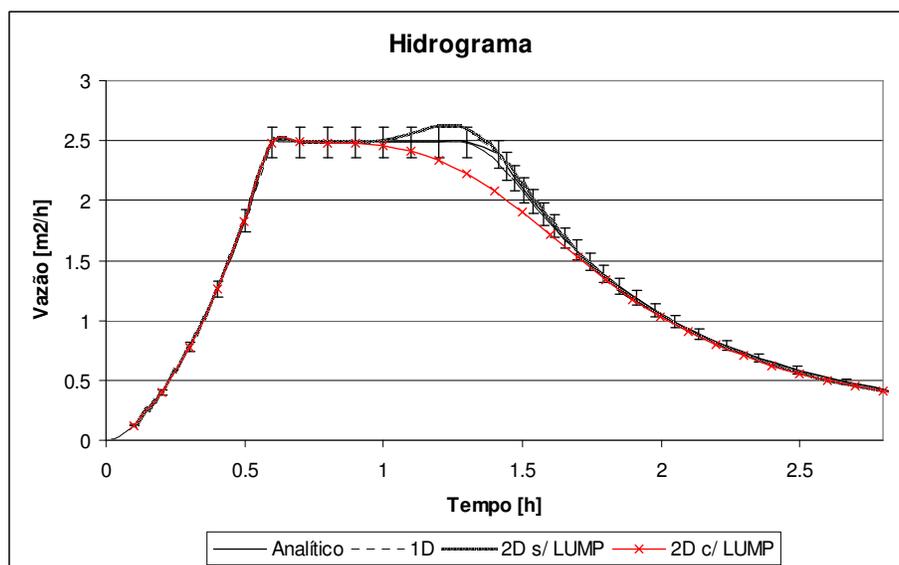


Figura 5.8 – Hidrograma no exutor, dos modelos cinemático e analítico $t_c > t_p$.

Para o caso onde o t_p é inferior ao t_c , o regime permanente inicia-se quando $t = t_p$. Neste tempo, tanto o modelo utilizando LUMPING quanto os que não utilizaram, aproximaram-se da solução analítica obtendo erros na ordem de: 0.02% para o modelo 1D, 0.28% para o modelo 2D sem LUMPING e 0.27% para o modelo 2D com LUMPING. Ao fim do regime permanente, nota-se um pico para o modelo bidimensional e uma queda gradativa na vazão do modelo 2D com LUMPING antecedendo o tempo $t^* = 1.29h$.

5.2.2. Validação do modelo de difusão

Para validação do modelo de difusão, foi adotado o mesmo conjunto de dados utilizado para verificação do modelo cinemático.

$t_c < t_p$

O período de precipitação utilizado ($t_c < t_p$) está apresentado na Tabela 5.5, coluna “curva 1”. Este modelo apresenta a particularidade de amortecimento da onda ao longo do escoamento, suavizando o início do regime permanente. Sua validação está baseada na curva da solução analítica do modelo cinemático, a qual esteve muito próxima dos resultados numéricos obtidos (Figura 5.9).

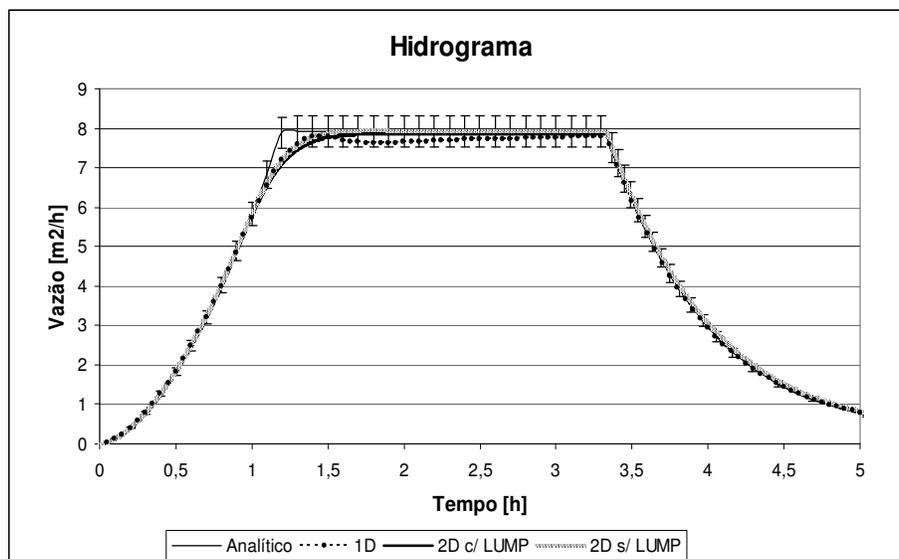


Figura 5.9 – Hidrograma no exutor, dos modelos de difusão e analítico $t_c < t_p$.

$t_c = t_p$

Utilizando os parâmetros da Tabela 5.5, coluna “curva 2”, para $t_c = t_p$, o hidrograma apresenta um pico de vazão bem definido, tanto para o modelo numérico quanto para o modelo analítico. No entanto, devido à suavização aferida ao modelo de difusão o valor de vazão máxima é inferior ao analítico (Figura 5.10).

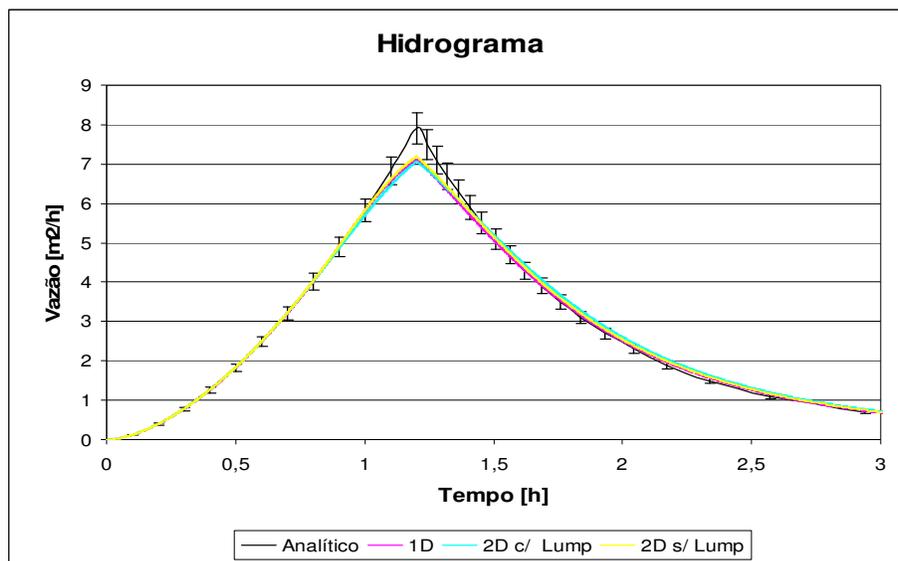


Figura 5.10 – Hidrograma no exutor, dos modelos de difusão e analítico $t_c = t_p$.

 $t_c > t_p$

Utilizando os parâmetros da Tabela 5.5, coluna “curva 3”, para $t_c > t_p$, neste caso o efeito difusivo não foi percebido no início do regime permanente, mas sim no término da precipitação, com depleção gradativa da vazão no exutor. Todas as curvas situam-se fora do limite de erro estimado em 5% ao fim do período permanente.

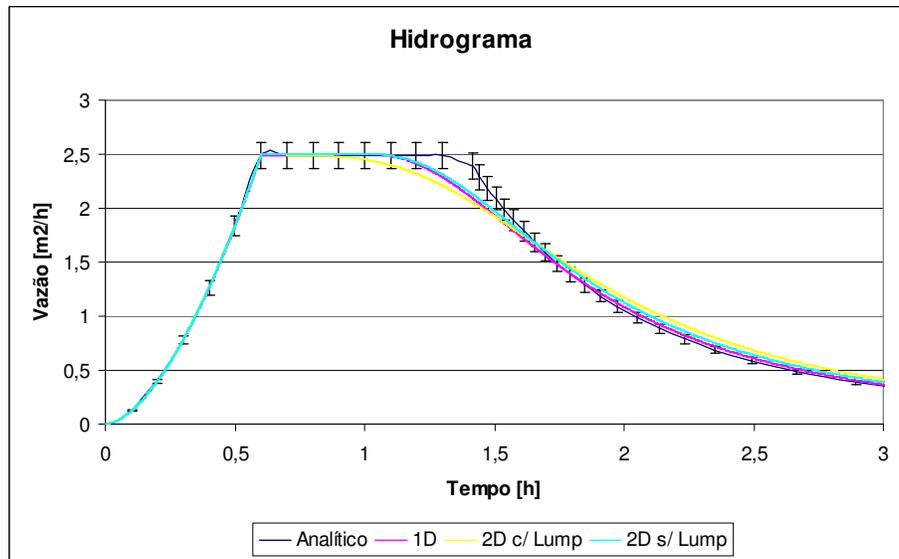


Figura 5.11 – Hidrograma no exutor, dos modelos de difusão e analítico $tc > tp$.

5.3. Validação da implementação numérica de acoplamento

A validação do modelo acoplado será dada, através da análise da velocidade de infiltração e da conservação da massa no domínio, para um exemplo simples de infiltração, em uma coluna cilíndrica vertical com diâmetro de 8cm e altura de 20cm .

5.3.1. Dados utilizados

Para a geração das malhas, primeiramente foi utilizado o modelador MG (gerador da malha tridimensional) seguido da rotina de extração, responsável pela obtenção da malha superficial e do vetor de correspondências nodais. A malha tridimensional conta com 753 nós e 3361 elementos e a malha superficial contém 61 nós e 100 elementos. O período de modelagem foi de 4300 segundos, com intervalo mínimo de tempo de 0.01 e máximo de 60 segundos para o SWMS3D' e de 1 segundo para o modelo superficial. A precipitação teve duração de 2600 segundos e intensidade de 0.002 cm/s ou 7.2 cm/h , com início no tempo 0 (zero) e distribuição uniforme sobre o domínio superficial. A condição inicial foi definida em termos de carga de pressão e adotou-se um valor de -150 cm . Uma condição de contorno impermeável foi imposta na superfície inferior e ao redor do domínio do cilindro. Com relação aos contornos laterais do modelo

superficial, este foi considerado impermeável, como se houvesse um recipiente que confinasse o fluido, permitindo apenas o empoçamento da precipitação efetiva e sua distribuição sobre a superfície. Os dados hidrológicos utilizados para cada domínio estão apresentados na Tabela 5.6.

SWMS3D'	θ_r	θ_s	θ_a	θ_m	Alfa	n	Ks [cm/s]	Kk [cm/s]	θ_k
	0.02	0.35	0.02	0.35	0.041	1.96	1) 7.2E-04 2) 7.2E-06	6.95E-04 6.95E-06	
SURF	Manning [$m^{1/3}h^{-1}$]					Declividade			
	5.56E-06					0.0			

Tabela 5.6 – Parâmetros hidrológicos.

A simulação foi realizada para dois valores de K_s e K_k , como apresentados na Tabela 5.6, de modo que, os pares utilizados na mesma simulação apresentam-se alinhados.

A partir dos dados apresentados, quatro simulações foram realizadas, de modo que, para cada valor de permeabilidade saturada, utilizaram-se dois valores de armazenamento específico, a fim de avaliar seu efeito. Nesse exemplo, será apresentado: os históricos de carga de pressão, velocidade de infiltração e precipitação efetiva para um nó no centro da malha circular superficial, um estudo de balanço de massa no sistema e os perfis de carga de pressão no cilindro 3D.

5.3.2.

Resultados Obtidos

Cargas na superfície

Tomando os valores de K_s e K_k da linha 1 da Tabela 5.6, a análise da carga superficial no centro do cilindro, para os valores de armazenamento específico de 0.00001 e $0.0cm^{-1}$ estão apresentados na Figura 5.12.

A Figura 5.12 delimita a escala temporal durante o intervalo de empoçamento. A carga de pressão, inicialmente de $-150cm$ apresenta um pico no instante da saturação, que pode variar de nó para nó, como mostrado na

Figura 5.13, pela variação espacial, das cargas de pressão positivas na superfície. Dada sua variabilidade espacial, cabe ressaltar que seu valor é muito baixo, tornando o efeito do pico desprezível e puntual.

Para estes dados, o efeito do armazenamento específico não reduziu o pico inicial, apresentando um resultado muito próximo do modelo com armazenamento nulo.

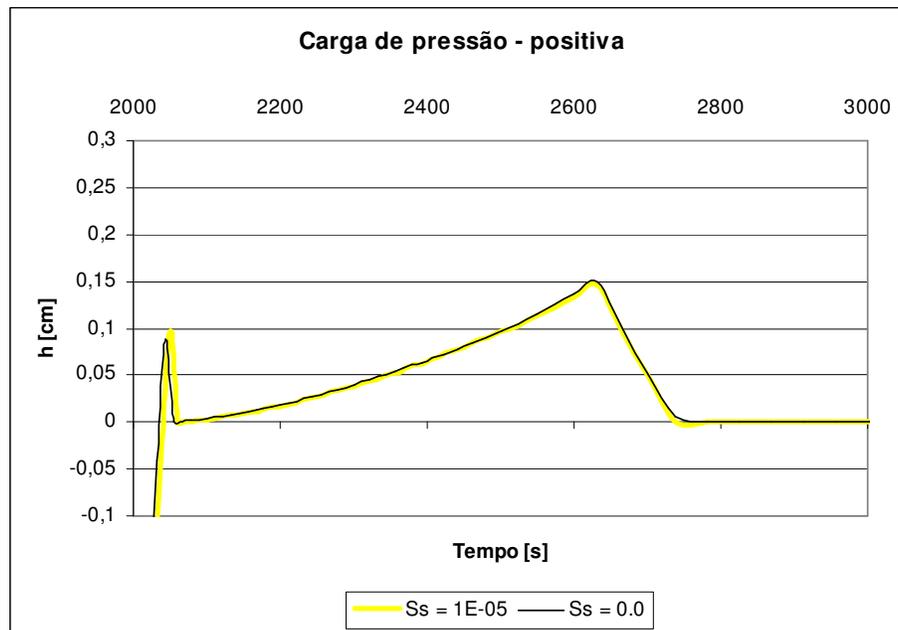


Figura 5.12 - Carga de pressão no centro da superfície superior do cilindro.

Neste gráfico, o início do empocamento ocorreu no tempo 2044s. No tempo 2600s, ocorreu o término da precipitação permanecendo apenas o processo de infiltração no solo, responsável pela redução da carga de pressão na superfície. A carga foi zerada no tempo 2781,25s, passado a atuar apenas o processo de redistribuição da umidade no solo.

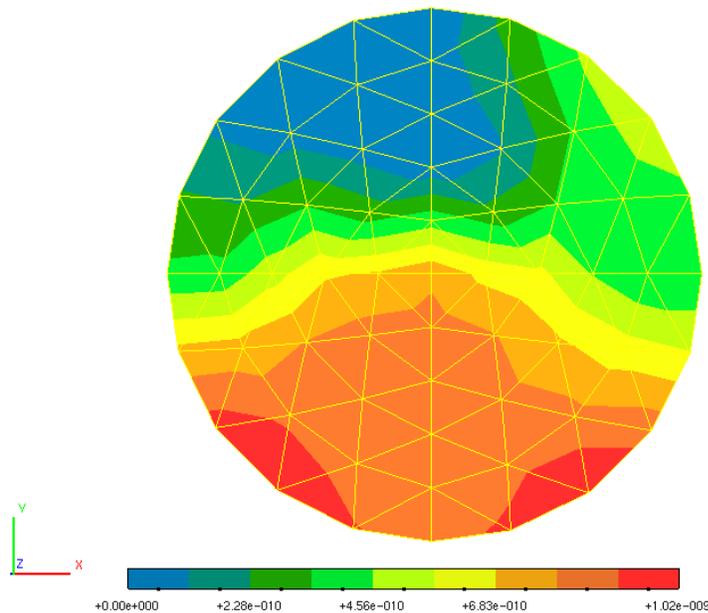


Figura 5.13 – Carga de pressão na superfície superior do cilindro.

A Figura 5.14, utilizando os valores de permeabilidade da linha 2 na Tabela 5.6, apresenta uma redução no tempo de empoçamento. O pico da carga de pressão na transição de não saturado para saturado, na superfície, é mais expressivo para a curva com armazenamento nulo, sendo reduzido significativamente para a curva com armazenamento específico de 0.00001cm^{-1} . Os valores de pico estão indicados através de pontos plotados no início das curvas da Figura 5.14.

A redução da permeabilidade antecipou o tempo de empoçamento, assim como reduziu a velocidade de infiltração, aumentando a coluna de água sobre o solo.

Este gráfico apresenta toda a escala temporal da simulação, reduzindo apenas a escala representativa da carga de pressão, que começa com o valor de -25cm .

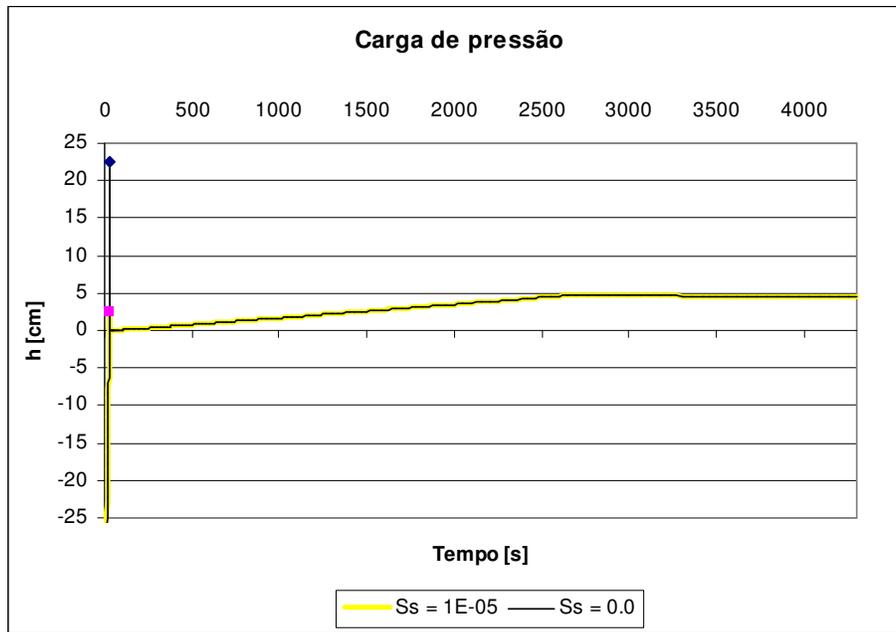


Figura 5.14 – Carga de pressão no centro da superfície superior do cilindro.

Velocidade de infiltração e precipitação efetiva

A velocidade de infiltração é dependente do grau de saturação do solo e de suas propriedades. Neste exemplo, o grau de saturação é variável ao longo do tempo, e dita a capacidade do solo em absorver a precipitação incidente.

A Figura 5.15 apresenta o comportamento da infiltração (I [cm/s]), precipitação efetiva (i_e [cm/s]) e o valor da permeabilidade do solo (Ks [cm/s]), que corresponde ao limite mínimo de infiltração, para um gradiente unitário. Nesta curva utilizaram-se como parâmetros a linha 1 na coluna de permeabilidades da Tabela 5.6 e o coeficiente de armazenamento de 0.00001 cm^{-1} .

A curva da velocidade de infiltração (curva I) apresenta um comportamento linear, desde o início da simulação, até o tempo 2044s, quando, a capacidade de infiltração torna-se inferior ao fluxo imposto na superfície. Neste ponto a taxa de empocamento é dada pela diferença entre a velocidade de infiltração e de precipitação. A curva de precipitação efetiva (curva i_e) inicia-se no tempo 2044s e passa a ser negativa no tempo 2600s, quando possui apenas a parcela subtrativa da infiltração. É este valor negativo que é passado ao modelo superficial, reduzindo o valor da carga de pressão na superfície.

Quando cessada a precipitação e toda a água acumulada na superfície infiltra no solo, não há mais fluxo no contorno superficial e tanto a curva I quanto

a curva i_e tornam-se nulas, passando a haver somente a redistribuição da umidade do solo advindo da força gravitacional.

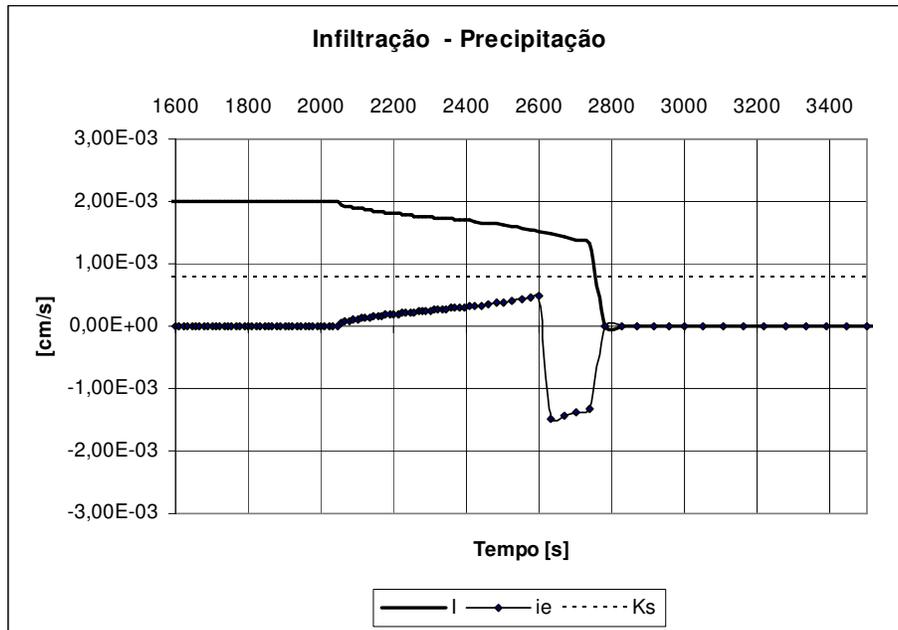


Figura 5.15 – Velocidade de infiltração e de precipitação no centro da superfície superior do cilindro.

A Figura 5.16 apresenta os resultados utilizando os parâmetros da linha 2 da coluna de permeabilidade da Tabela 5.6 e o coeficiente de armazenamento específico de 0.00001 cm^{-1} . Como visto na Figura 5.14, o tempo de empocamento é pequeno, reduzindo o período com velocidade de infiltração linear (curva I). Nesta curva a permeabilidade (K_s) é duas ordens de grandeza inferior à utilizada na Figura 5.15, gerando um aumento de precipitação efetiva (curva i_e). Como apresentado na curva 5.14, há um significativo acúmulo de água na superfície e a baixa velocidade de infiltração, após o término da precipitação (tempo 2600s), não foi suficiente para zerar a carga de pressão na superfície, mostrando que para essas condições a maior parte de uma precipitação, fará parte da água superficial no ciclo hidrológico.

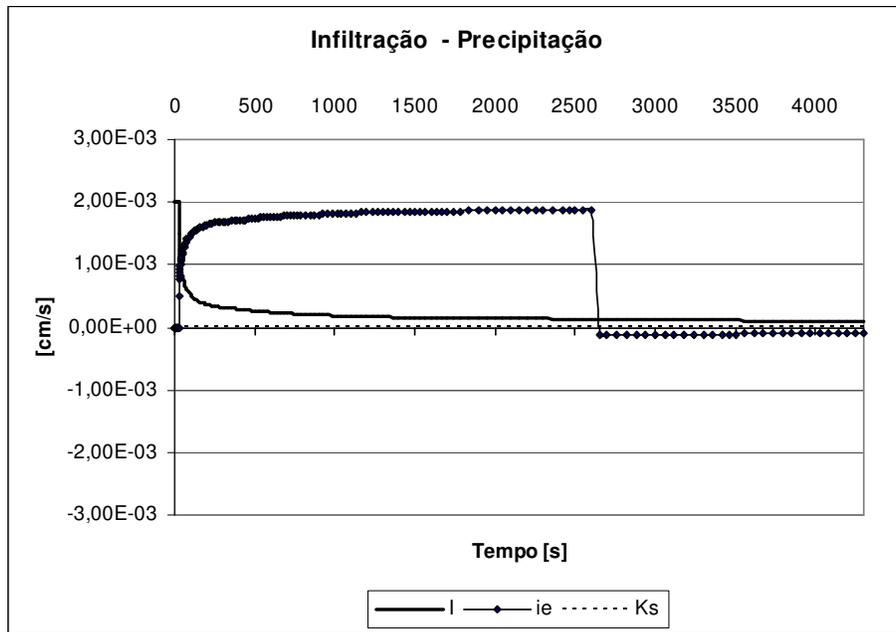


Figura 5.16 - Velocidade de infiltração e de precipitação no centro da superfície superior do cilindro.

Balanco de massa no sistema

Conhecendo a velocidade de precipitação e seu tempo de duração, calcula-se analiticamente o volume de água que adentra ao sistema. A comparação com o resultado numérico está apresentada nas Figura 5.17 e Figura 5.18, onde se representa o volume total de água ao longo do tempo de simulação.

O cálculo do volume numérico é dado pela parcela de água no solo somada a parcela que se encontra empoçada na superfície. A parcela subterrânea é subtraída da umidade inicial para se obter apenas o volume acrescido pelo evento de precipitação. Estes volumes são mostrados pelas curvas tracejadas das Figura 5.17 e Figura 5.18 que representam as simulações com permeabilidades da linha 1 e 2 respectivamente e coeficiente de armazenamento específico de 0.00001 cm^{-1} para ambas as curvas.

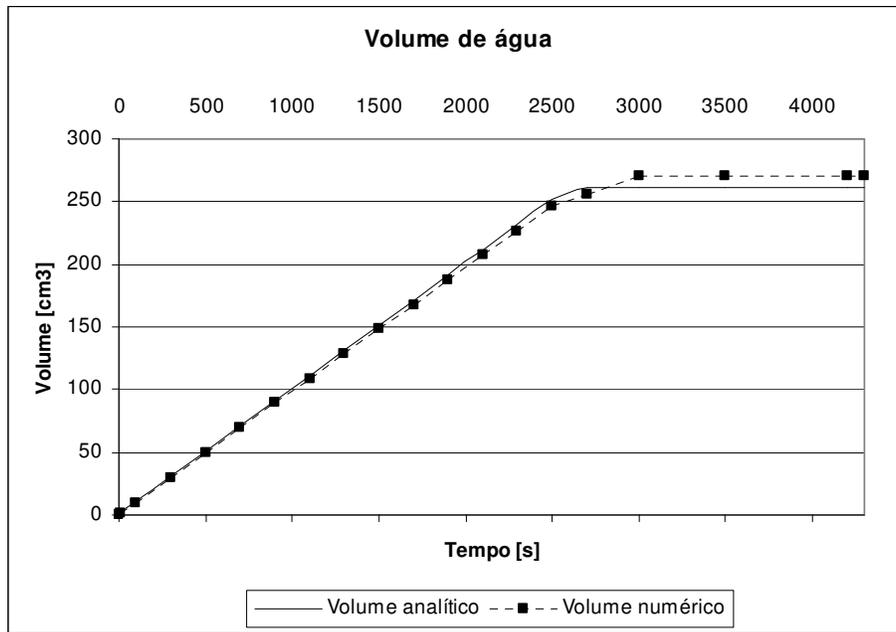


Figura 5.17 – Gráfico de volume de água ao longo do tempo, utilizando os seguintes parâmetros: $K_s = 0.000772 \text{ cm/s}$, $K_k = 0.000695 \text{ cm/s}$, $S_s = 0.0001 \text{ cm}^{-1}$

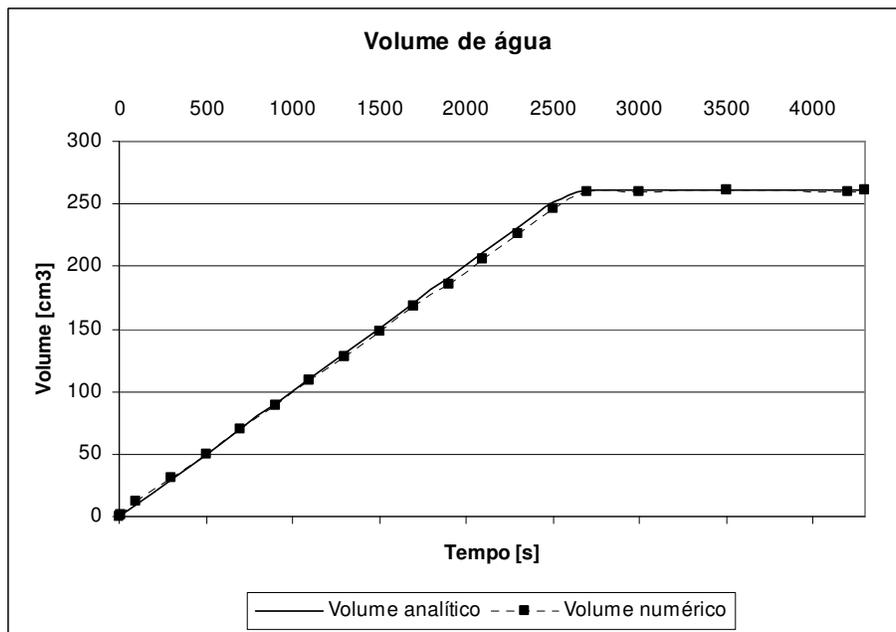


Figura 5.18 – Gráfico de volume de água ao longo do tempo, utilizando os seguintes parâmetros: $K_s = 0.0000772 \text{ cm/s}$, $K_k = 0.0000695 \text{ cm/s}$, $S_s = 0.0001 \text{ cm}^{-1}$

A avaliação das curvas de volume ao longo do tempo é a principal ferramenta para validação do modelo acoplado. A Figura 5.19 apresenta o erro

relativo entre os volumes calculados e analíticos, para ambas as Figura 5.17 e Figura 5.18 ao longo do tempo.

No início da simulação, para a curva $Ks = 7.7E-06\text{cm/s}$, nota-se uma superestimação do volume de água no sistema, esse tempo coincide com o tempo de empoçamento desta curva e seu erro pode estar associado à rotina de acoplamento e ao pico de carga calculado nesse instante que é passada ao sistema superficial. No entanto, esse erro retrata uma situação com pequeno volume de água no sistema, dando a falsa impressão de um erro significativo, mas, quando comparado com a Figura 5.18 esse erro pode ser desprezado.

No tempo 2044s, quando se inicia o empoçamento na curva $Ks = 7.7E-04\text{cm/s}$, não se nota um pico de erro dado pelo evento do pico de carga calculada neste instante para alguns nós, afirmando que essa oscilação é desprezível. No entanto, para essa mesma curva houve um crescimento do erro após o termino da precipitação, no tempo 2600s, assim como, uma redução do erro, após esse tempo, para a curva $Ks = 7.7E-06\text{cm/s}$.

Considerando o efeito do pico no instante da saturação na superfície desprezível, torna-se válido o algoritmo que atribui o valor da carga nesse instante para o sistema superficial, possibilitando a ocorrência de superfícies de percolação.

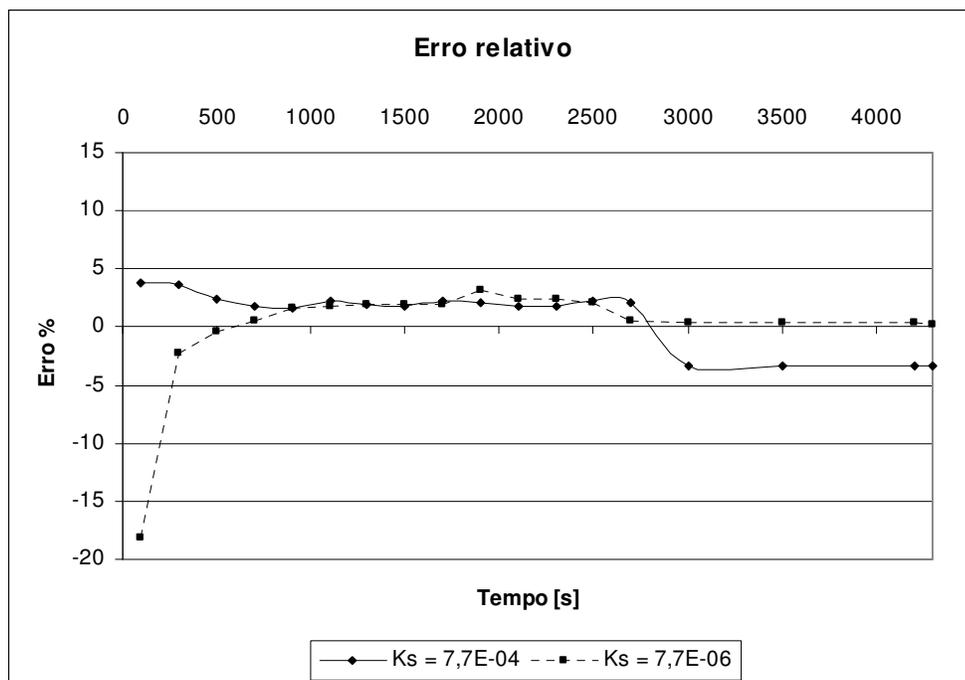
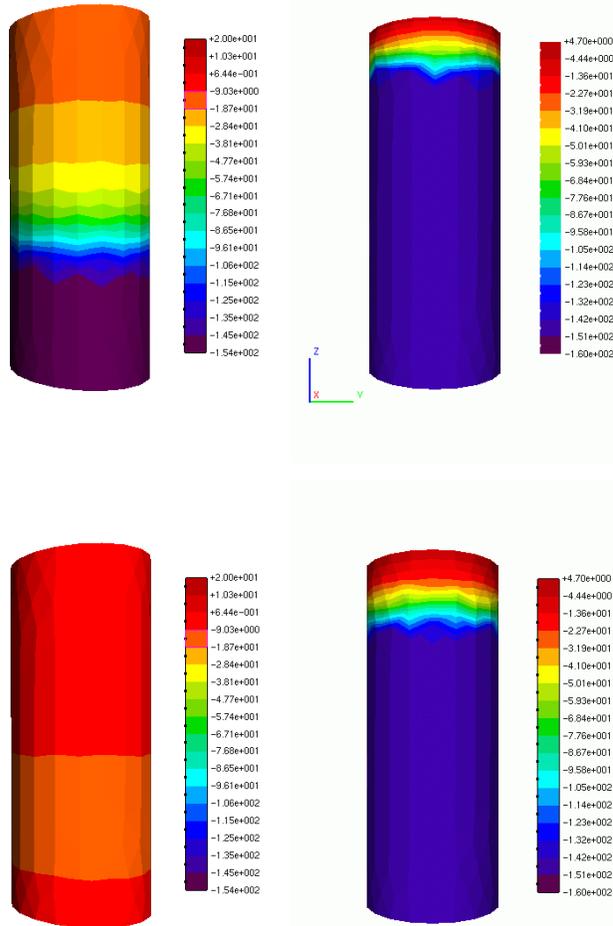


Figura 5.19 – Gráfico do erro relativo entre o volume no modelo numérico e o volume analítico.

Perfis de carga de pressão

A visualização 3D dos perfis de cargas de pressão, apresenta o avanço da frente de molhamento no tempo, como mostra a Figura 5.20.



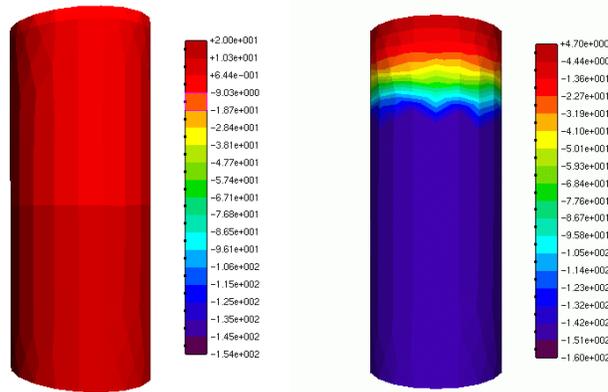


Figura 5.20 – Seqüência nos tempos 1100, 2700 e 4300 s para o perfil de infiltração.

5.4.

Exemplo 1 – escoamento superficial com infiltração constante

Neste exemplo, resolve-se o escoamento em superfície livre, considerando uma velocidade de precipitação e infiltração uniforme. O evento de precipitação tem duração de uma hora e intensidade de 5 mm/h . Uma velocidade de infiltração de 1 mm/h foi imposta durante toda a simulação, resultando numa velocidade de precipitação efetiva de 4 mm/h . A malha consiste em 14337 nós e 28160 elementos. A topografia é complexa e está apresentada na Figura 5.21.

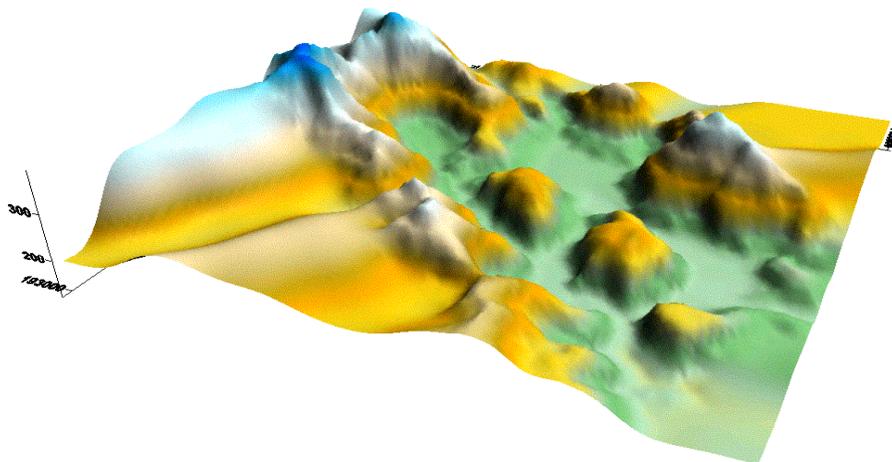


Figura 5.21 – Exemplo 1: Relevo adotado para simulação de escoamento superficial cinemático.

A condição inicial adotada foi de carga nula na superfície e o coeficiente de Manning de $0.9m^{1/3}/h$, aferindo grande resistência ao escoamento. Valores testados, inferiores a $0.07m^{1/3}/h$, apresentaram pontos de instabilidade numérica durante as simulações. O modelo cinemático foi adotado, a fim de verificar sua aplicabilidade, desprezando os efeitos difusivos e advectivos. Essa consideração é condizente nas regiões das encostas, no entanto gera erros significativos nas regiões de baixadas onde o efeito do gradiente de pressão é preponderante.

A Figura 5.22 apresenta o resultado de carga de pressão para o tempo 4h de simulação, onde se pode observar, as formações de córregos nas partes baixas do relevo.

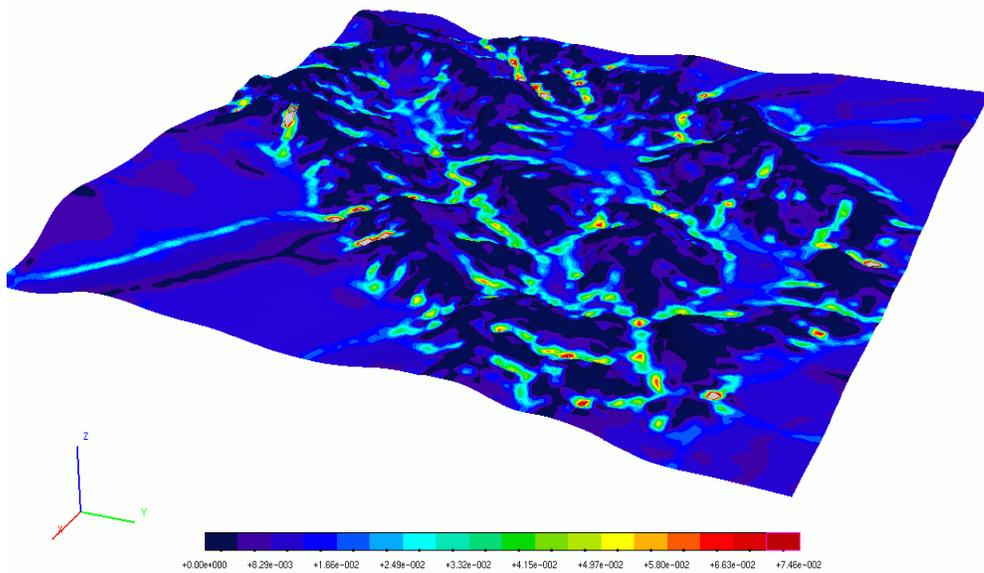


Figura 5.22 – Exemplo 1: Resultados de carga de pressão no tempo 4h.

5.5.

Exemplo 2 – Drenagem superficial

Este exemplo representa o rebaixamento do nível de água no solo, através da drenagem superficial. Trata-se de um relevo em forma de cela com espessura constante (Figura 5.24), sua condição inicial é saturada, com carga de pressão nula na superfície. Os parâmetros utilizados estão apresentados na Tabela 5.6, adotando a permeabilidade da linha 1 e declive variável. As condições de contorno para o meio poroso são consideradas impermeáveis, com exceção da

superfície. No domínio superficial, foi adotada a condição inicial de carga nula ($h = 0$), assim como nenhum fluxo foi imposto. A malha utilizada é constituída de 121 nós e 200 elementos no domínio superficial e 2170 nós e 10386 elementos no domínio subterrâneo.

A Figura 5.23, apresenta o mapa dos declives superficiais calculados pelo programa superficial cinemático. Os declives são calculados por elemento e atribuídos por nó. Cada nó recebe o maior declive dos elementos a que ele pertence, fixando a direção e o sentido do fluxo conforme a declividade nodal.

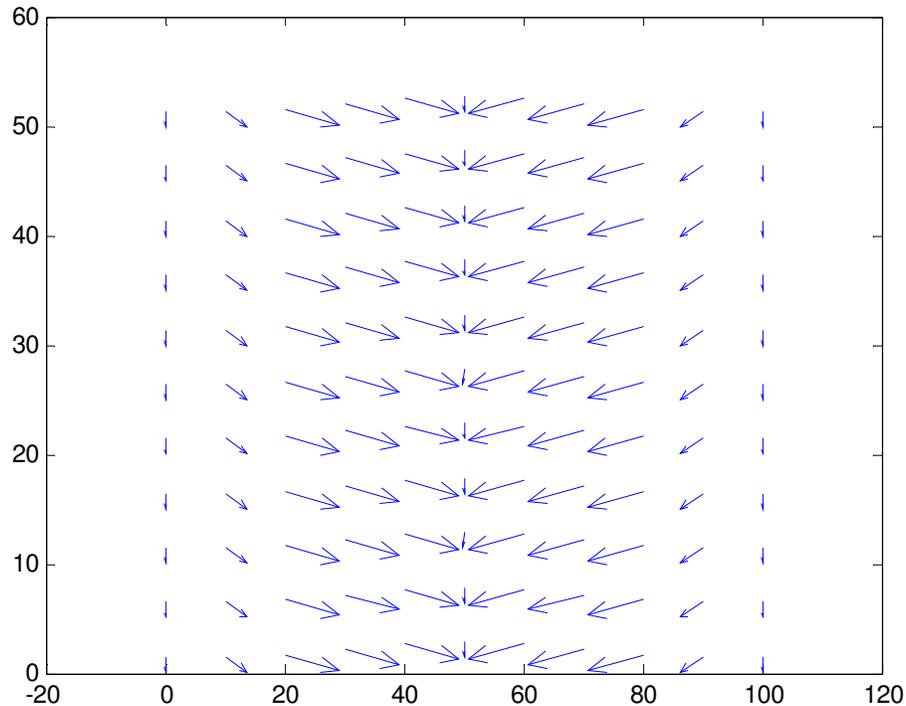


Figura 5.23 – Mapa dos declives superficiais calculados pelo programa superficial cinemático.

O modelo de escoamento superficial cinemático foi adotado para este caso, visto que, as percolações no sentido solo – superfície são lentas e de pequenas dimensões em relação à lâmina de água resultante. A Figura 5.24 apresenta os resultados de carga de pressão para vários passos de tempos de simulação, com o domínio subterrâneo à esquerda e o domínio superficial à direita.

A condição inicial está apresentada na Figura 5.24a com o nível da água coincidindo com superfície. A Figura 5.24b apresenta o início do rebaixamento do lençol freático e seu afloramento na superfície. Na seqüência, a Figura 5.24c apresenta um nível freático mais abaixo e um padrão de cargas superficiais

parecido com o anterior. O último passo de tempo representa uma situação de equilíbrio, com o nível freático estabelecido na menor cota topográfica.

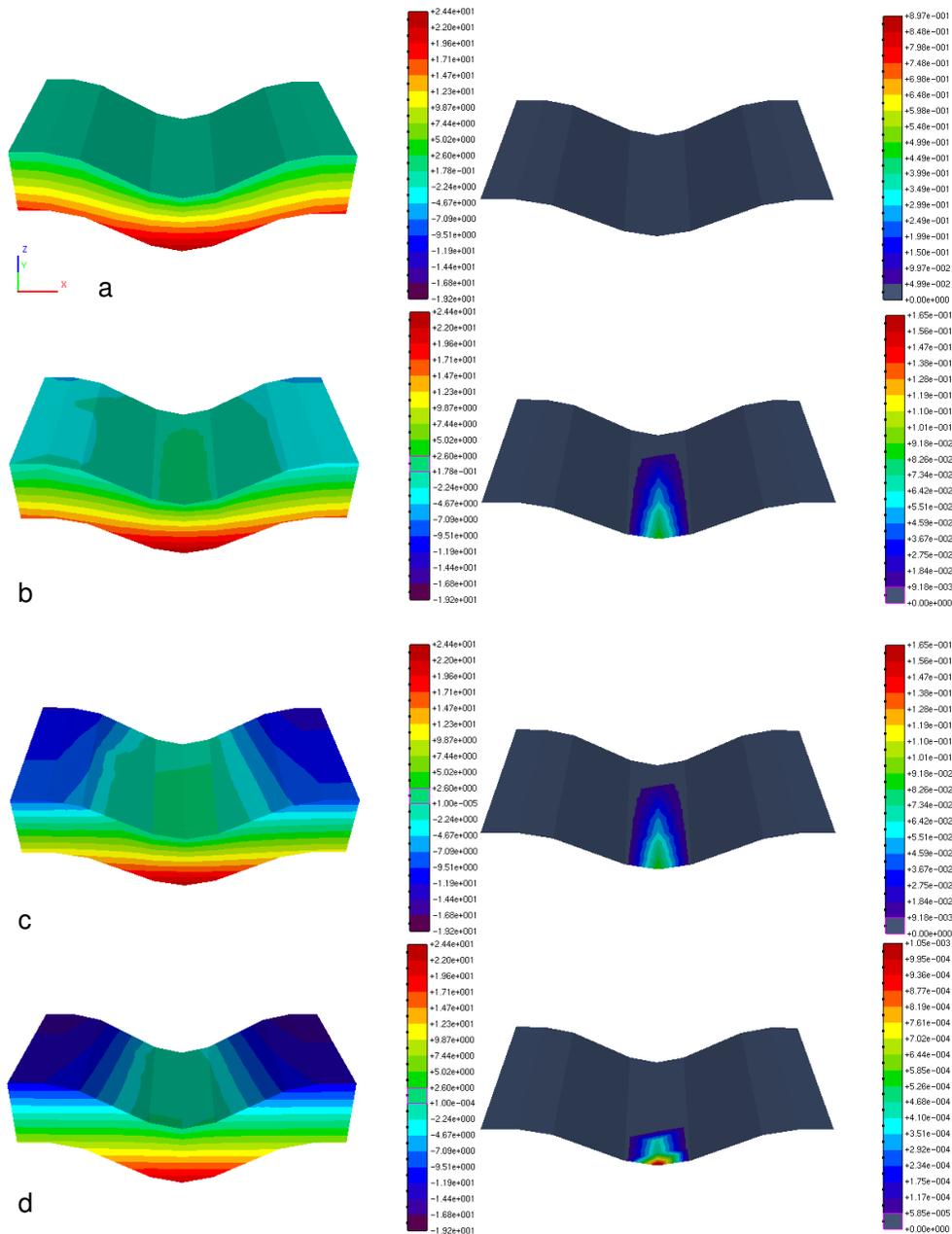


Figura 5.24 – Seqüência temporal do rebaixamento do nível da água no solo, pelo efeito da drenagem superficial.

5.6.

Exemplo 3 – Interação entre fluxo superficial imposto e solo não saturado utilizando o modelo cinemático

A imposição de fluxo a montante do domínio superficial, sobre um domínio não saturado, faz com que a interação entre esses sistemas seja dinâmica. A

carga gerada na superfície é contraposta pela velocidade de infiltração, fazendo com que nos instantes iniciais, esta carga seja depreciada totalmente.

Esta interação pode representar um sistema rio – solo, onde o rio abastece o lençol freático até atingirem uma condição de equilíbrio. Os parâmetros hidrológicos foram os mesmos que os utilizados no exemplo 2, variando a condição inicial para uma carga uniforme de -50cm e impondo uma carga constante, a montante da superfície, de 0.5cm , em apenas 1 (um) nó, como apresentado na figura abaixo:

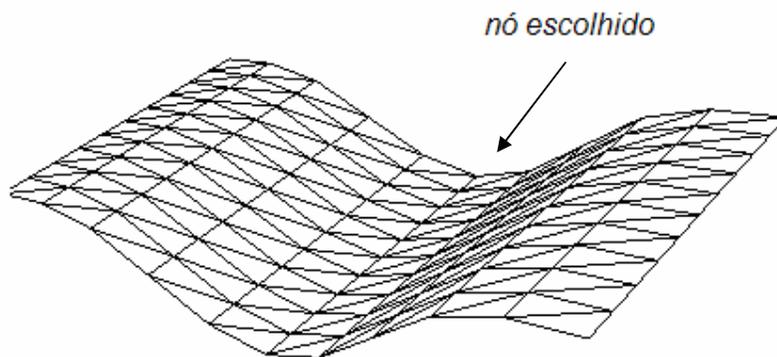


Figura 5.25 – Nó de atribuição de condição de contorno de montante.

O modelo cinemático foi empregado dado que, o escoamento ocorre exclusivamente de montante para jusante como mostra a Figura 5.23. Dois eventos foram permitidos neste exemplo, sendo estes: evento de precipitação no tempo $t = 0$, com duração de 30 minutos e intensidade de 5mm/h e início de fluxo imposto no tempo $t = 2\text{h}$ durante o restante da simulação. A Figura 5.26 apresenta os resultados para vários passos de tempos de simulação.

A Figura 5.26a, apresenta a distribuição das cargas no domínio subterrâneo, após o evento de precipitação e equilíbrio de fluxo. Na seqüência, a Figura 5.26b mostra a interação do fluxo superficial imposto sobre um solo não saturado. Nesse instante, o fluxo subsuperficial ocasionado pela infiltração da água superficial, caminha a frente do escoamento superficial, fazendo com que a frente de molhamento subsuperficial atinja mais rapidamente o exutor do sistema. Em seguida a Figura 5.26c apresenta a situação onde o “rio” está formado, atingindo o exutor. As figuras seguintes apresentam a formação do nível freático, de modo a obter o equilíbrio entre os sistemas.

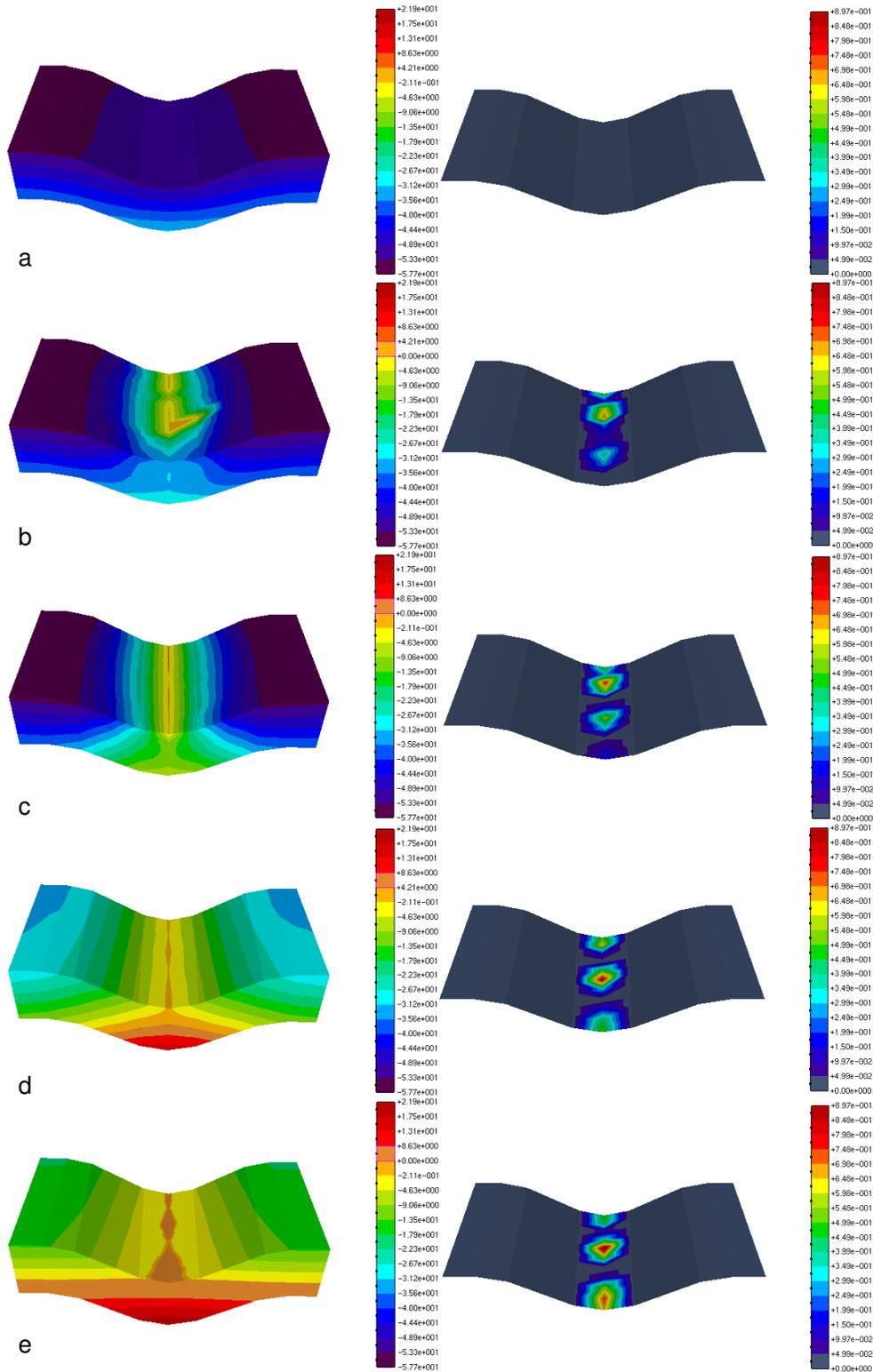


Figura 5.26 - Seqüência temporal da formação lençol freático, através da interação “rio” – solo.

5.7.

Exemplo 4 - Interação entre fluxo superficial imposto e solo não saturado, com evento de runoff, utilizando modelo de difusão

Neste exemplo, utilizou-se ou mesmos parâmetros hidrológicos dos exemplos anteriores, no entanto, atribuindo um evento de precipitação. As condições iniciais de carga de pressão foram às mesmas do exemplo anterior e na condição de contorno foi imposta uma velocidade de precipitação de 0.002cm/s durante 2600s e uma vazão de entrada a montante de $0.4\text{cm}^3/\text{s}$. O nó escolhido para atribuição da vazão de contorno está apresentado na Figura 5.25.

A Figura 5.27 apresenta os resultados para vários passos de tempos de simulação. Neste exemplo, não se utiliza o mapa dos declives, dado que o fluxo é calculado em função dos gradientes de cargas totais do escoamento. A Figura 5.27a, apresenta os instantes iniciais de simulação e na Figura 5.27b é observado o fluxo subsuperficial ditado pela influência do escoamento superficial e da frente de infiltração dado o evento de precipitação. As Figura 5.27c, Figura 5.27d e Figura 5.27e apresentam a evolução do sistema até o início do escoamento hortoniano e a saturação completa do domínio subterrâneo. Após o término da precipitação, inicia-se o processo de drenagem, através do escoamento superficial, estabelecendo o nível freático, em função das cargas superficiais. Neste exemplo observa-se uma distribuição mais uniforme das cargas superficiais.

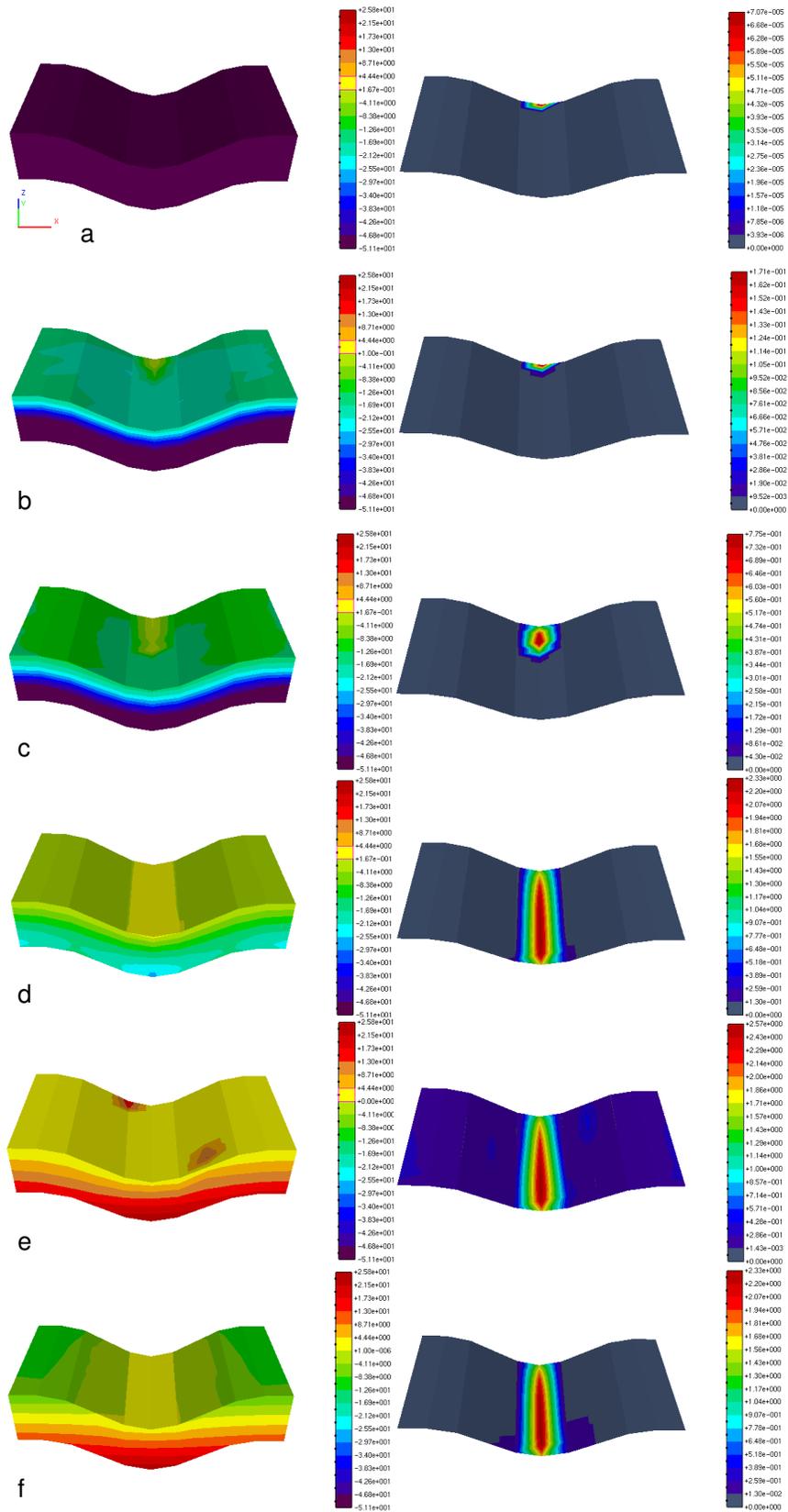


Figura 5.27 – Seqüência de resultados entre formação do lençol freático, “runoff” e drenagem do solo.

6 Conclusão e sugestões

A representação matemática do fluxo de água na superfície e subsuperfície da Terra é um processo complexo com grande variabilidade temporal e espacial. Dada sua complexidade algumas considerações e simplificações foram adotadas nesse trabalho, restringindo sua aplicação.

O método de elementos finitos apresentou-se muito apropriado, possibilitando representar a grande variabilidade espacial e temporal das variáveis analisadas. A utilização de elementos triangulares na superfície fornece uma boa discretização e representação da superfície topográfica, formando planos bem definidos e possibilitando o cálculo dos declives do terreno para cada elemento. Este método também possibilita que as condições iniciais das cargas de pressão sejam bem caracterizadas espacialmente, no entanto, fazendo-se necessário um pré-processamento. A atribuição das condições de contorno, de forma variável, permite fazer o acoplamento entre os sistemas com trocas de fluxo e/ou carga de pressão entre os nós comuns das malhas. Com isso, obtém-se variações espaciais e temporais durante o processo de solução, enquadrando-se no algoritmo de acoplamento proposto.

A geração de malhas regulares é muito importante, principalmente sabendo que o escoamento superficial é diretamente influenciado pelas características desta. No modelo cinemático, o cálculo do declive é feito diretamente pelos dados das posições nodais e as cargas totais, no modelo de difusão, são funções das elevações nodais.

As condições de contorno não representam unicamente as condições impostas pelo modelador, mas também as condições secundárias ou respostas de um sistema a variações do seu gradiente hidráulico, que modificam seu padrão de fluxo, resultando em vazões no contorno comum entre os sistemas.

A formulação de acoplamento, entre as soluções numéricas das equações governantes, apresenta-se como uma tendência na área de modelos hidrológicos numéricos, visto que, isoladamente, essas soluções já foram desenvolvidas, estando bem relatadas na literatura.

O modelo de escoamento em meios porosos, não apresentou necessidade de validação, sendo consideradas satisfatórias as validações apresentadas em

Simunek et al, 1995. Os modelos de escoamento superficial foram validados, com a solução analítica do modelo cinemático. Nestas comparações foram possibilitados erros da ordem de 5%, justificado pela possibilidade de oscilações numéricas na solução. Analisando as validações, considerou-se positivo os resultados sendo esperadas as diferenças dos modelos difusivos nas zonas de transições como observado nas Figura 5.9, Figura 5.10 e Figura 5.11.

Frente aos métodos hidrológicos de previsão de vazão fundamentados em valores históricos, os modelos determinísticos, apresentam a vantagem em relação à previsão de cenários, permitindo empregar novas características as bacias e obtendo a resposta em termos de vazões e altura da lâmina da água. Ampliando o leque de aplicações, um modelo acoplado, permite analisar as influências do uso da água subterrânea no comportamento e estado das águas superficiais. No entanto, este modelo apresenta a desvantagem do seu custo computacional, que pode limitar sua aplicação. Esta questão ocorre, dada a não convergência do método e conseqüentemente, a diminuição do intervalo de tempo (item 4.3.1), fazendo com que, o tempo de processamento de um passo de tempo numérico seja superior ao tempo real que representa esse intervalo.

A obtenção dos parâmetros hidráulicos do solo e da superfície, assim como a definição da complexa geometria do problema, é um fator de suma importância para se obter bons resultados na modelagem.

O desenvolvimento, dos diferentes modelos de escoamento superficial é justificado, pelas diferenças de aplicabilidades e eficiência computacional. O modelo cinemático restringe o campo de aplicações, contudo, apresenta uma grande eficiência computacional, descartando a solução de sistemas de equações e de processos iterativos. O modelo difusivo é um modelo mais abrangente, que possibilita influências de jusante. No entanto, é necessária a solução de um sistema de equação a cada iteração do processo de solução da não linearidade, aumentando seu custo computacional.

O modelo acoplado sugerido interpreta os sistemas como independentes e interligado, de modo que, no método dos elementos finitos, há a necessidade da solução de dois sistemas de equações a cada iteração, justificando o custo do tempo de processamento.

Dadas essas considerações, é muito importante definir qual modelo superficial utilizar, analisando as condições de escoamento e sua finalidade. Este modelo pode ser uma importante ferramenta na previsão de cenários hidrológicos para diferentes condições do uso, ocupação e características do solo, a partir de boas estimativas dos parâmetros de modelagem.

6.1. Sugestões

Aperfeiçoar os modelos de escoamento superficial, acrescentando novas características reológicas do fluido, a fim de representar fluxos de corridas de massa, ou óleos por exemplo.

Implementar o termo advectivo no modelo superficial, afim de, aumentar o leque de aplicações e confiabilidade do modelo.

Acoplar o modelo difusivo de escoamento superficial, com fluxo em meios fraturados.

Validar o modelo para áreas complexas e com monitoramento real.

Implementar ou adaptar um gerador de malhas específico, que possibilite implementar as condições de contorno e iniciais, de modo amigável para o usuário, através de um sistema visual ligado a um programa de sistema de informação geográfica (SIG).

Aperfeiçoar o modelo computacional, com programações de alto desempenho ou paralelização do código, para melhorar seu desempenho em relação ao tempo de processamento.

7

Referências

AKAN A. O.; YEN B. C. **Diffusion-Wave Flood Routing in Channel Networks. Journal of Hydraulics Division.** Proceedings of the American society of Civil Engineers, ASCE, v. 107, n HY6, p. 719-731, Jun. 1981

ANDRADE H. A. C. **Implementação de Procedimentos Numéricos para a Análise de Elementos Drenantes no solo.** Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio, Rio de Janeiro – RJ – Brasil, 2003

BEAR J. **Hydraulics of Ground Water.** McGraw Hill, 1979

BEDIENT P.B; HEBER W.C. **Hydrology and Floodplain Analysis.** Prattice Hall, Inc, 2002

CECÍLIO R.A.; SILVA D.D.; PRUSKI F.F.; MARTINEZ M.A. **Modelagem da infiltração de água no solo sob condições de estratificação utilizando-se a equação de Green-Ampt.** Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, v. 7, n. 3, p. 415-422, 2003

CELIA, M. A., E. T. BOULOUTAS, AND R. L. ZARBA.. **A general mass-conservative numerical solution for the unsaturated flow equation,** Water Resour. Rex, v. 26, p. 1483-1496, 1990

CHOW VT, MAIDMENT DR, MAYS LW. **Applied hydrology.** New York: McGraw-Hill; 1988.

COURANT, R.; FRIEDRICHS K.; LEWY H. **On the Partial Difference equations of Mathematical Physics,** New York University Institute of Mathematics. 1956

CUNNINGHAM A.B.; SINCLAIR P.J. **Application and Analysis of a Coupled Surface and Groundwater Model.** Journal of Hydrology, v. 43,p 129-148, 1979.

DESAI, C. S.. **Elemental finite element method.** Prentice-Hall. 1979

ELIAS R. N. **Métodos Tipo-Newton Inexatos para a Solução de Problemas Não-Lineares Resultantes da Formulação SUPG/PSPG das Equações de Navier-Stokes Incompressíveis em Regima Permente.** Dissertação de

Mestrado, Departamento de Engenharia Civil - COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro – RJ – Brasil, 2003

DHI, Introduction to Integrated Surface Water and Groundwater Modeling using MIKE SHE. 2003

FENG K. MOLZ F. J. **A 2-D diffusion-based, wetland flow model.** Journal of Hydrology, v. 196, p 230-250, 1997.

FLANAGAN, D. C.; NEARING, N. A. USDA - **Water Erosion Prediction Project. Hillslope Profile and watershed model documentation.** USDA-ARS, National Soil Erosion Research Laboratory. 1995.

FIEDLER F. R.; RAMIREZ J. A. **A numerical method for simulating discontinuous shallow flow over an infiltrating surface.** International Journal for Numerical Methods in Fluids. v. 32, p. 219–240, 2000.

FOX, R.W.; MCDONALDS, A.T. **Introdução à Mecânica dos Fluidos.** . Guanabara-Koogan, 1995;

GANDOLF C.; SAVI F. **A Mathematical Model for the Coupled Simulation of Surface Runoff and Infiltration.** J. agric. Eng Res., v. 75,p. 49 – 55, 2000.

GIAMMARCO P.; TODINI E.; LAMBERTI P. **A conservative finite elements approach to overland flow: the control volume finite element formulation.** Journal of Hydrology, v. 175, p. 267-291, 1996.

GOODRICH, D.C.; WOOLHISER, D.A.; KEEFER T.O. **Kinematic Routing Using Finite Elements on a Triangular Irregular Network.** Water Resource Research, v. 27, n. 6, p. 995-1003, 1991.

GOTTARDI G.; VENUTELLI M.. **A control-volume finite element model for two-dimensional overland flow.** Adv Water Resource, v 16, p. 227–84, 1993.

GOTTARDI G.; VENUTELLI M. **LANDFLOW: Computer program for the numerical simulation of two-dimensional overland flow.** Computer and Geosciences. v 23, n. 1, pp. 77-89, Fev 1997.

GREEN, W.H.; AMPT, G.A. **Studies on soil physics-1. The flow of air and water through soils.** Journal of Agricultural Science, Cambridge, v.4, n.1, p.1-24, 1911. Hachum, A.Y.; Alfaro, J.F. Rain infiltration

HEMKER C.J.; SMITS F. L. C. **Modelling the interaction of surface-water and groundwater flow by linking Duflow to MicroFem.** FEM_MODFLOW, 2004

HENDERSON F.M.; R.A. Wooding. **Overland Flow and Groundwater Flow from a steady Rainfall of Finite Duration.** J. Geo Res. V. 69, n 8, p 1531-1540, 1964

HORTON, R.E. **The role of infiltration in the hydrologic cycle.** American Geophysical Union, Transaction, v. 14, p. 446-460, 1933

HORTON, R.E. **Analysis of runoff plant experiments with varying infiltration capacity.** Trans American Geophysical Union, Transaction, v. 20, p. 693-711, 1939

HROMADKA T. V.; LAI C. **Solving the two-dimensional diffusion flow model.** Proc. of the Specialty Conf. sponsored by the Hydraulics Div. of ASCE, Lake Buena Vista, p 12-17, Aug. 1985

JABER F.H , MOHTAR R.H , **Stability and accuracy of two-dimensional kinematic wave overland flow modeling.** Advances in Water Resources, v. 26, p. 1189–1198, 2003.

JULIEN P. Y. **River Mechanics**, Cambridge University Press, 2002

KOLLET S. J.; MAXWELL R.M. **Integrated surface–groundwater flow modeling: A free-surface overland flow boundary condition in a parallel groundwater flow model.** Advances in Water Resources, v. 29, p. 945–958, 2006.

LANÇA R. M. M.; RODRIGUES A. C. **Um Modelo Distribuído de Precipitação/Escoamento Superficial. Aplicação à Ribeira de Alportel em Condições de Cheia**”, in Recursos Hídricos, Revista da APRH, v. 21, n. 3, pp. 107-116, 2000.

WASANTHA LAL, A. M. **Performance comparison of overland flow algorithms.**J. Hydr. Engrg., ASCE, v. 124, n. 4, 1998.

LIU Q.Q, CHEN L, LI J.C., SINGH V.P, **Two-dimensional kinematic wave model of overland-flow.** Journal of Hydrology, v.291, p. 28–41, 2004

MUALEM, Y. 1976. **A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media**, Water Resow. Res., 12(3), 5 13-522.

PANDAY S.; HUYAKORN P. S. **A fully coupled physically-based spatially-distributed model for evaluating surface/subsurface flow**. *Advances in Water Resources*, v. 27, p. 361–382, 2004

PHILIP J. R. **The Theory of Infiltration: The infiltration equation and its solution**. *Soil Sci*, v. 83, n. 5, p 345-357, 1957.

PREVEDELLO C. L. **Física do solo com problemas resolvidos**, Curitiba, 1996

PRUSKI F.F.; RODRIGUES L.N.; SILVA D.D. **Modelo hidrológico para estimativa do escoamento superficial em áreas agrícolas**. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, v. 5, n. 2, p. 301-307, 2001

REDDY J.N. **An Introduction to the Finite Element Method**, Second Edition, McGraw Hill, 1993

RENNÓ D. C.; SOARES J. V. **Modelos Hidrológicos para Gestão Ambiental**, INPE, relatório parcial, 2000.

ROSMAN P. C. C. **Referência Técnica do SisBAHIA – Sistema Base de Hidrodinâmica Ambiental**, COPPE/UFRJ, 2005

ROSS B.B.; CONTRACTOR D.N; SHANHOLTZ V.O. **A Finite-Element Model of Overland Chanel flow for Assessing the hydrology Impact of Land-use Change**, *Journal of Hydrology*, v. 41, p 11-30, 1979.

RUAN H.; ILLANGASEKARE T. H. **A model to couple overland flow and infiltration into macroporous vadose zone**. *Journal of Hydrology*. v. 210, p 116–127, 1998.

RUBIN H. ATKINSON J. **Environmental Fluid Mechanics**. Maral Dekker, Inc, New York, New York, Basel, 2001.

SCIBEK J.; ALLEN D. M.; CANNON A. J.; WHITFIELD P.H. **Groundwater–surface water interaction under scenarios of climate change using a high-resolution transient groundwater model**. *Journal of Hydrology*. v. 333, p. 165–181, 2007.

SEGERLIND L. J. **Applied finite element analysis**. 2nd ed. New York: John Wiley and Sons; 1984.

SIMUNEK J.; HUANG K.; VAN GENUCHTEN M. T. **The SWMS- 3D Code for Simulating Water Flow and Solute Transport in Three-Dimensional Variably-**

Saturated Media. Research Report No. 139 U. S. SALINITY LABORATORY AGRICULTURAL RESEARCH SERVICE U. S. DEPARTMENT OF AGRICULTURE RIVERSIDE, California, 1995.

Singh, V.P. Kinematic **Wave Modeling in water Resources**, John Wiley and Sons, Inc, New York, New York , 1996

SIR, M., T. VOGEL, AND M. CISLEROVA.. **Analytical expression of the retention curve and hydraulic conductivity for porous material**, Vodohosp. &s., v. 33(I), p. 74-85, 1985

SMITS F. J. C.; HEMKER C. J. **Modelling the interaction of surface-water and groundwater flow by linking DufLOW to MicroFem**, 2004

SOULSBY C.; TETZLAFF D.; VAN DEN BEDEM N.; MALCOLM I. A.; BACON P.J.; YOUNGSON A.F. **Inferring groundwater influences on surface water in montane catchments from hydrochemical surveys of springs and streamwaters**. Journal of Hydrology v. 333, p. 199– 213, 2007.

SWAIN E. D.; WEXLER E. J. **A couple Surfaces-Water and Ground-Water flow model (MODBRANCHT) For Simulation of Stream-Aquifer Interaction**, Techniques of Water Simulation of the United States Geological Survey. Chapter A6, Modeling Techniques, USGS, 1996.

SWOKOWSKI E. W. **Cálculo com Geometria Analítica**, McGraw Hill, Segunda Edição, v. 2, 1994

TAYLOR C.; AL-MASHIDANI G.; DAVIS J. M. **A finite element approach to watershed runoff**. J Hydrol. v. 21, p. 231–46, 1974.

VAN GENUCHTEN, M. Th.. **A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils**, Soil Sci. Soc. Am. J., v. 44, p. 892-898, 1980

VIEIRA J. H. D. **CONDITIONS Governing the Use of Approximations for the Saint-Venant Equations for Shallow Surface Water Flow**. Journal of Hydrology, v. 60, p 43-58, 1983

VOGEL, T., AND M. CISLEROVA.. **On the reliability of unsaturated hydraulic conductivity calculated from the moisture retention curve**, Transport in Porous Media, v. 3, p I-I 5, 1988

WHITEHEAD P.G.; **Robinson M. Experimental basin studies: an international and historic perspective of forest impacts.** Journal de Hydrology, v. 145, p. 217-230, 1993.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)