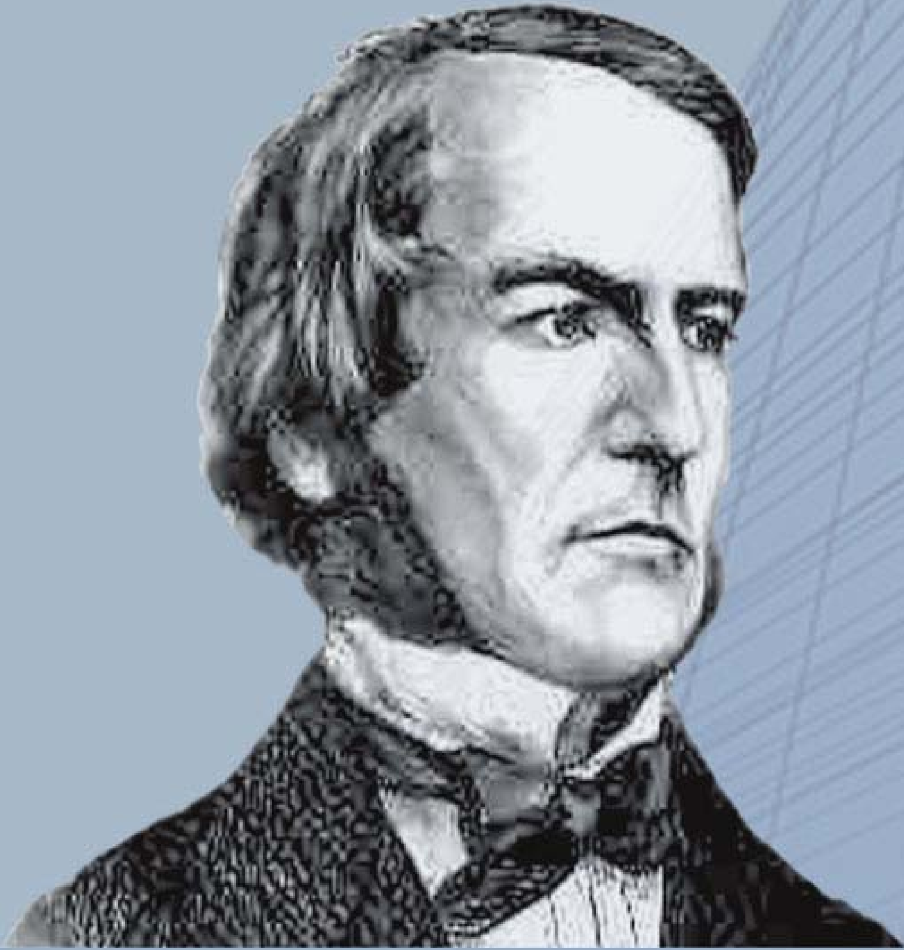
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO



UMA REAVALIAÇÃO DO PENSAMENTO LÓGICO DE GEORGE BOOLE À LUZ DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

GISELLE COSTA DE SOUSA
NATAL - RN
2005

Livros Grátis

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.

UFRN

GISELLE COSTA DE SOUSA

UMA REAVALIAÇÃO DO PENSAMENTO LÓGICO

DE GEORGE BOOLE

À LUZ DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Dissertação a ser apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Departamento de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, como um dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Educação.

Prof. Orientador: John Andrew Fossa - PhD

NATAL – RN

2005

GISELLE COSTA DE SOUSA

UMA REAVALIAÇÃO DO PENSAMENTO LÓGICO

DE GEORGE BOOLE

À LUZ DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Dissertação a ser apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Departamento de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, como um dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Educação.
Prof. Orientador: John Andrew Fossa - PhD

Aprovado em ____/____/____

BANCA EXAMINADORA

____

John Andrew Fossa
Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN

____

Lígia Arantes Sad
Universidade Federal do Espírito Santos - UFES

____

Iran Abreu Mendes
Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN

Arlete de Jesus Brito
Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN

Este trabalho contou com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

A todos aqueles que acreditaram em mim e contribuíram com este trabalho.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela iluminação, força e discernimento, sempre.

Aos meus pais, José Alves de Sousa e Marinalva Costa de Sousa, a quem tudo devo e que me guiaram durante toda minha caminhada. São meus ídolos incondicionais pelas pessoas que são. A eles dedico e ofereço este trabalho.

À minha irmã Girlane Costa de Sousa, disposta a auxiliar-me quando necessário, especialmente, com relação ao português.

Ao meu irmão, Geovany Jhonata Costa de Sousa, que em sua tênue idade soube me compreender.

A todos os demais familiares, sempre presentes e confiantes no alcance de meus objetivos, bem como pelas orações e força.

A John Andrew Fossa, orientador deste estudo, pelo incentivo e pelas competentes, pacientes e, sobretudo, amigas orientações.

A Jallys do Nascimento Miranda, que especialmente passou a fazer parte de minha vida.

A Emerson Souza de Sena, pelos vários auxílios quanto à informática.

Aos amigos que, compreenderam minha ausência necessária em momentos especiais e me deram muita força e confiança.

À Marta Figueredo dos Anjos, pela cumplicidade cognitiva.

Aos professores, colegas e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Educação da UFRN, do qual faço parte, pelo apoio proporcionado.

RESUMO

O presente estudo tem como objetivo fazer uma reavaliação do pensamento lógico do matemático inglês George Boole (1815 – 1864). Desta forma, nossa pesquisa versa sobre reflexões concernentes a análise matemática da lógica permeada pela história da matemática. Para isso, realizamos uma coletânea de considerações biográficas deste personagem à luz de um estudo dos acontecimentos ocorridos no século XIX e seu reflexo na produção matemática. Descrevemos brevemente as inovações feitas por Boole nas áreas de equações diferenciais e da teoria de invariantes. Fizemos ainda uma análise da lógica de Boole, especialmente como formulada no livro *The Mathematical Analysis of Logic,* fazendo uma comparação desta tanto com a lógica aristotélica tradicional, quanto à lógica moderna. Concluímos que Boole, como pretendia, expandiu a lógica, não somente em termos do seu conteúdo, mas também em termos dos seus métodos e elaboração formal. Concluímos ainda que o seu propósito foi a modelagem matemática do raciocínio dedutivo, o que o levou a apresentar um formalismo que marcou época para a lógica e que, através de suas interpretações distintas, levou Boole a uma nova conceituação do que é a própria matemática.

ABSTRACT

The aim of the present study is to reevaluate the logical thought of the English mathematician George Boole (1815 - 1864). Thus, our research centers on the mathematical analysis of logic in the context of the history of mathematics. In order to do so, we present various biographical considerations about Boole in the light of events that happened in the 19th century and their consequences for mathematical production. We briefly describe Boole's innovations in the areas of differential equations and invariant theory and undertake an analysis of Boole's logic, especially as formulated in the book *The Mathematical Analysis of Logic*, comparing it not only with the traditional Aristotelian logic, but also with modern symbolic logic. We conclude that Boole, as he intended, expanded logic both in terms of its content and also in terms of its methods and formal elaboration. We further conclude that his purpose was the mathematical modeling of deductive reasoning, which led him to present an innovative formalism for logic and, because the different ways it can be interpreted, a new conception of mathematics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

O HISTORIÓGRAFO
Quem pensa que livro de História
É um monumento, acabado,
Não sabe que historiógrafo
É um profeta do passado
E que suas retro-profecias
São apenas estripulias.
(PREIS, 2000, p. 76)

INTRODUÇÃO

A Matemática despida de suas longas tradições perde-se enquanto própria ciência e veste-se apenas de objetos de ensino que se bastam por si só, descontextualizados da problemática que lhe deu origem e que torna viva a noção do saber. Sem a perspectiva crítica que a história nos dá, a matemática ensinada e os objetos matemáticos ficam desnaturados. Deste modo, acreditamos que contribuições concernentes à história da matemática sejam de extrema relevância para seu ensino e para a própria reafirmação da matemática enquanto ciência.

Segundo o professor Iran Abreu Mendes (em uma palestra proferida no ciclo de debates do CCSA/ UFRN em 2005), atualmente, os estudos em história da matemática são concebidos a partir de quatro linhas gerais: o estudo da obra de um matemático particular; o estudo do desenvolvimento histórico de uma área ou subárea da matemática; o uso da história da matemática como recurso pedagógico nas aulas de matemática e; por último, investigações sobre a história regional, por exemplo, o desenvolvimento da matemática no Brasil. Nosso estudo se direciona para a primeira destas linhas que busca a clarividência da matemática produzida na obra de um matemático e suas implicações no ensino, haja vista que de tais investigações emergem fortes pontos na história, colaboradores para a educação, que podem contribuir para a prática do professor e para o ensino de matemática.

Falta-nos agora explicitar que obra é esta e de qual matemático estamos falando. Trata-se, pois, do livro *The Mathematical Analysis of Logic* ou como é conhecido em português *A Análise Matemática da Lógica,* produzido pelo matemático inglês autodidata George Boole, em 1847.

Neste sentido, nosso estudo objetiva fazer uma reavaliação de pensamento lógico de

George Boole frente aos acontecimentos históricos de sua época. Admitindo-nos como fruto do nosso meio, nossa investigação pretende analisar o que Boole queria sustentar no sistema contido em seu livro à luz de seu tempo.

Para tanto, investigamos a biografia deste personagem e realizamos uma pesquisa bibliográfica contextualizando o período em que Boole viveu (1815 – 1864) a fim de caracterizá-lo enquanto homem e cientista inserido na história. Para compreender melhor o que Boole queria sustentar com *A Análise Matemática da Lógica* fizemos uma apreciação de sua matemática, a partir dos trabalhos por ele elaborados ao longo de sua vida, bem como uma análise textual da referida obra.

Visando alcançar nossos objetivos, dispomos também de pesquisas em documentos correlatos ─ que trazem comentários e mostram a posição dos matemáticos e filósofos diante das idéias e resultados de Boole, como correspondências entre Boole e outros que compartilhavam de suas idéias como De Morgan e Gregory ─ assim como, revistas e outros materiais que surgiram na época, observando, por exemplo, a repercussão, aceitação de seus contemporâneos e observação de possível existência de divergências de seus pensamentos.

Permeamos ainda estas investigações pela apresentação pontual da visão de ensino de Boole, especialmente de matemática e, as implicações que seu ponto de vista sobre a lógica tenha para a pedagogia ou vice-versa. Neste sentido observamos que Boole encara o conhecimento matemático com resultado da interação do indivíduo com o meio e serve para propiciar a formação de valores humanísticos tornando-se um instrumento eficaz no processo de tomada de consciência e formação de cidadãos.

Com este fim, estruturamos nosso trabalho sobre cinco capítulos. No primeiro deles, intitulado *Dados Biográficos*, apresentamos a figura do matemático George Boole, elucidando as características que retratam sua personalidade. Com esta finalidade, começamos mostrando o jovem Boole, em seguida, partimos para apreciação de seu momento como professor de matemática em Lincoln, depois falamos sobre a relação de Boole com a docência universitária a partir do caminho trilhado para chegar ao Queen´s College. Em seguida, relatamos sobre sua estadia na Irlanda e, finalmente, apresentamos seu lado afetivo e seus últimos dias. Ao longo deste capítulo também permeia pontualmente a relação de George Boole com o ensino, especialmente de matemática, ressaltando sua postura de vanguarda, sobretudo no que concerne à visão da matemática como ciência e arte, bem como a crença de que sua beleza deveria ser acessível a todos, desde que bem abordada e apresentada àqueles que ainda não a conheciam.

O segundo capítulo de nosso estudo chama-se *Atividades Literárias.* Nele mostramos um outro lado, até esquecido, de nossa figura científica, o envolvimento de George Boole com as atividades literárias. Assim, explanamos sobre a relação de Boole com a poesia e o estudo de clássicos, pois compreendemos que não apenas seus feitos matemáticos, mas também toda a atividade que se relacione com seu desenvolvimento intelectual embasa-nos ao entendimento de sua vida e obra. Desta forma, apresentamos a trajetória de Boole no campo das atividades literárias com algumas pinceladas históricas da literatura do momento e a possível influência em sua produção poética, bem como desta por sua matemática, destacada por alguns poemas como *To the number three.*

Em *Matemática de Boole e sua época,* fizemos um breve apanhado da matemática desenvolvida em sua idade áurea, especialmente, no período correspondente à produção de Boole e às áreas abordadas em seus trabalhos as quais também foram pesquisadas por outros. Desta maneira, investigamos a produção daqueles que se envolveram com cálculo, equações diferenciais, teoria de invariantes, álgebra e lógica, temas estes que foram alvo de investigação de Boole. Iniciamos com considerações sobre a matemática do século XIX, apresentamos mais detalhes sobre a matemática inglesa deste centenário e uma breve história dos ramos da matemática em que Boole trabalhou. Por fim, destacamos a matemática de Boole e sua influência, mediante os trabalhos por ele elaborados.

No capítulo nomeado como *Lógica,* analisamos o primeiro livro de George Boole chamado *The Mathematical Analysis of Logic* (1847), que contém a essência do sistema lógico por ele desenvolvido e que marcou época, pois conseguiu dar uma nova roupagem a esta ciência, como afirma Bool (1992). Assim, seu conteúdo inaugurou este ramo, hoje conhecido como lógica matemática e lhe concedeu o título de pai da lógica moderna[1]. Embora mencionado anteriormente, no presente capítulo o conteúdo deste livro foi tratado com mais detalhe. Assim, apresentamos o teor desta obra acompanhado de sua análise, objetivando enfatizar as inovações nele contidas, a relação com os padrões lógicos existentes até a época e se o desígnio de Boole nesta obra foi alcançado. Para tanto, explicitamos os objetivos de Boole, externamos o sistema formal contido no referido trabalho acompanhado de sua análise pontual e, por último, fizemos a avaliação da lógica contida na obra à luz dos objetivos externados inicialmente.

Por fim, em nossa *Conclusão* destacamos os resultados advindos deste estudo juntamente com suas implicações futuras. De tal modo, retomamos os objetivos relatados na *Introdução*, mostrando sucintamente como foram alcançados e abrimos espaço para as possibilidades de futuras investigações.

---

[1] Segundo A HISTÓRIA ... (2003).

CAPÍTULO 1: DADOS BIOGRÁFICOS

FACES
Em que terra nascerá
homem que só homem
mulher que só mulher
sentidos opostos da mesma direção?
De que ventre verterá
um homem, uma mulher
que não seja Maria nem José?
De que espaço romperão desnudos
as faces do mesmo existir.
(CRUZ, 2000, p. 89)

1.1 - CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Ao longo das páginas que compõem o presente capítulo, apresentaremos alguns dados biográficos do matemático inglês George Boole, elucidando as mais refinadas características que retratam sua personalidade. Para tanto, além das fontes que serão citadas ao longo deste capítulo, teremos como fonte primordial o livro de MacHale (1985) que constitui o trabalho mais completo e recente neste sentido.

É relevante também mencionar que durante nossa exposição não entraremos em detalhes a respeito da essência de seu trabalho matemático, bem como aspectos referentes a sua ligação com as atividades literárias, pois estes serão alvo de discussão em capítulos posteriores nos quais tais pontos serão analisados com mais vagar.

1.2 - O JOVEM BOOLE

George Boole nasceu no dia 02 de novembro de 1815 às 16 horas na cidade de Lincoln, localizada no norte da Inglaterra.

Lincoln foi uma cidade colonizada inicialmente por romanos em 48 a.C. e teve o comércio e a exportação de lã (que entrou em declínio a partir do século XVI) como principais atividades econômicas. A partir do século X surgiu seu primeiro subúrbio chamado Wigford onde havia artesãos, oleiros, ferreiros, joalheiros e sapateiros. Na idade média, surgiram também atividades que perduraram até o século XIX, dentre elas estão as profissões de açougueiro, padeiros, cervejeiros e carpinteiros. As casas de Lincoln eram de madeira, em sua maioria, e para a classe de mais posses, de alvenaria. No século XIX, Lincoln tinha mais de 7.000 habitantes que, nesta época, passaram a concentrar-se ainda mais no centro (o qual sofreu as conseqüências de tornar-se sujo, superpopuloso e insalubre), principalmente devido ao fato desta passar a ser um pólo industrial. Foi um período em que diversas firmas de engenharia foram fundadas na cidade. Tal aspecto foi uma característica geral na Inglaterra que também apresentou um considerável crescimento populacional tendo o número de habitantes dobrado nos 50 primeiros anos deste século (LAMBERT, 2003; NEW SURVEY..., 1962a).

Os pais de Boole casaram-se em 1806 em Londres, mas só passaram a viver juntos após seis meses de casamento quando conseguiram formar um lar em Lincoln. Tal acontecimento foi devido às condições financeiras, pois John Boole (29 anos) e Mary Ann Joyce (26 anos) eram de famílias humildes. John Boole era sapateiro e na ocasião também estabeleceu uma loja de botas e sapatos que se localizou próximo a sua residência.

Para MacHale (1985), John Boole foi honesto e trabalhador, mas não dava tanta prioridade ao comércio. Tinha paixão pelos estudos e pesquisas na área de matemática aplicada, especialmente os relacionados a instrumentos ópticos, mesmo não lhe concedendo retorno financeiro.

As dificuldades financeiras também devem ter sido o motivo que fizeram com que o casal esperasse cerca de dez anos até a chegada de seu primogênito, George Boole, que foi batizado pelo Reverendo Thomas Francis Beckwith, na St. Swithin´s Parish Church no dia seguinte ao seu nascimento (MACHALE, 1985). Ver foto de George Boole na ilustração 01 da página que segue.

Ilustração 01 (apud NÓBREGA FILHO, 2003)

Sobre a profissão de sapateiro, E. T. Bell (1953, p. 434) afirma que, na época, a classe a que o pai de Boole pertencia era tratada com desprezo ou que simplesmente não existia aos olhos da parcela da sociedade que tinha posses. O autor fala ainda que Boole era “the son of a petty shopkeeper”. A expressão de Bell pode ser considerada um exagero, pois embora não fosse uma profissão que permitia ascensão social, era uma atividade antiga na Inglaterra e em particular em Lincoln, como já mencionado.

Analisando o texto de MacFarlane (1916), observamos que o mesmo também concorda com este julgamento, reafirmando a paixão de John Boole pela matemática aplicada e sua habilidade com instrumentos ópticos. O referido autor menciona que John Boole era de poucas posses, mas não se refere a qualquer forma de menosprezo por parte das pessoas de posses e sim, que John Boole e sua família eram respeitados em sua cidade e conhecidos como trabalhadores e honestos (MACFARLANE, 1916).

Logo após o nascimento de George Boole, sua família mudou-se para a Rua Silver, nº 49 na mesma cidade, onde nasceram os três irmãos de Boole, Mary Ann (1818), William (1819) e Charles (1821). Nesta residência, Boole passou os quinze primeiros anos de sua vida, sendo boa parte deles dedicados aos estudos.

Na concepção de Bell (1953), a dedicação de Boole aos estudos era um dos aspectos que o destacava dentre os demais. O autor afirma que as crianças cujas famílias se incluíam na condição de classe da família de Boole, por terem pouco acesso à escola, tinham a tendência de permanecer submissas e sem perspectivas de transgredir as barreiras que lhes eram impostas pelos estreitos limites da condição social. Assim, passavam a dar pouca prioridade aos estudos e, normalmente, se acomodavam em aprender o ofício exercido pelos pais, o que os levava a permanecer nas mesmas condições.

Mesmo sem concordar com a conclusão de Bell, de que Boole tinha obsessão de mudança de classe social, é natural pensar que existisse por parte de Boole, uma legítima ambição de obter uma vida financeiramente melhor para si e a sua família. Para tanto, a sua dedicação aos estudos provaria ser um mecanismo de ascensão social. Por outro lado, esta dedicação também se justificaria pelo fato de que Boole apresentou um verdadeiro encantamento com a ciência e a verdade. Este encantamento seria baseado no progresso científico do século XIX, na sua concepção religiosa e até mesmo por influência de seu pai.

A vida de George Boole como estudante[2] iniciou-se numa escola conduzida pela senhora Holmes, onde ele permaneceu por um ano e meio. Em seguida, Boole passou a estudar numa escola preparatória para filhos de comerciantes que era conduzida pelas senhoras Clarke. Depois, estudou numa escola comercial de Mint Lane em Lincoln e lá permaneceu até os 17 anos tendo a oportunidade de passar um tempo como monitor, pois já se destacava como aluno.

Por fim, Boole foi transferido para uma escola primária, onde teve como mestre John Walter Reeves.

Além do conhecimento que a escola poderia lhe conceder, Boole recebeu também instrução de seu pai nos rudimentos da matemática elementar e suas aplicações, experimentando empregar criações práticas no campo da óptica e astronomia. Juntos eles construíram câmeras, caleidoscópios, microscópios, telescópios e um relógio de sol. Segundo nos diz MacHale (1985), eles teriam tentado construir, inclusive, uma máquina de calcular primitiva.

No período em que freqüentou a escola elementar, Boole mostrou interesse especial pelo estudo de línguas, para a surpresa de seu pai que não havia despertado para a beleza desta área.

Foi no ramo de clássicos que a genialidade de Boole foi inicialmente revelada. Começou a estudar o latim aos 10 anos, mostrando tanto talento para a tradução que seu pai, sempre orgulhoso, decidiu contratar os serviços de um tutor chamado William Broke. Em seguida, Boole partiu para o estudo de grego onde também fez traduções, mas desta vez sem auxílio tutorial. Por último, no período em que esteve na escola comercial, dedicou-se ao estudo do francês, alemão e italiano.

Sua irmã, Mary Ann, relatou que Boole sempre preferiu atividades menos tumultuosas a jogos com outras crianças e, de acordo com MacHale (1985), especula-se que esta atitude era causada por um problema visual que seria gerado pela leitura excessiva.

---

[2] De fato, Boole teve um pouco de escolaridade que foi interrompida em decorrência de dificuldades financeiras e, em geral, podemos pensar que ele foi autodidata.

Tal fato não se confirma por não termos encontrado outra comprovação além da especulação deste autor.

Aos 14 anos, Boole traduziu o poema grego Ode à Primavera (de Meleager). Seu pai mandou a tradução para o senhor Amphlett, editor do *Lincoln Herald* e o trabalho de Boole acabou sendo publicado em 28 de maio de 1830 no referido jornal local. Por revelar a tênue idade do autor, a publicação gerou a primeira controvérsia na vida de Boole. Na ocasião, um certo cidadão de Bracebridge que assinava como P.W.B. escreveu uma nota para a revista duvidando que a versão publicada seria de autoria de um jovem de 14 anos. Diante do fato, o editor do jornal abriu uma discussão sobre o assunto e passou a receber outros julgamentos que concordavam ou não com a legitimidade da autoria. Boole, por sua vez, não ficou a margem das acusações e replicou defendendo-se das falsas insinuações. A polêmica se encerrou com o reconhecimento de que Boole era realmente o autor da tradução e não poderia ser diferente já que o próprio editor, diante da controvérsia, sempre mostrou estar do lado de Boole tanto que aceitou, posteriormente, outras publicações do jovem em seu jornal.

Com pesar, esta foi apenas a primeira controvérsia na vida de Boole. Como fazia parte de sua personalidade não gostar de envolver-se em polêmicas, Boole mostrou-se desde já incomodado, assim como, também se sentiu durante os demais conflitos por que passou durante sua vida. Tais traços devem ter sido provavelmente herdados por sua mãe que, assim como John Boole, contribuiu para a formação de seu filho orientado-o e passando princípios que considerava relevantes como cavalheirismo, amor pela verdade, bondade, temperamento calmo e generosidade, não acreditando no rancor e repugnando a violência.

A respeito da opção pelo estudo de clássicos, especialmente latim e grego, MacHale (1985) concorda com MacFarlane (1916) quando aponta como motivo o desejo de Boole de tentar seguir a carreira religiosa, pois a mesma representava *status* na época e seria uma oportunidade de transgredir os limites que a classe social lhe impunha, como já mencionado na concepção de Bell.

Sobre a decisão de estudar clássico, Bell (1953, p. 435) comenta:

> Making a pathetically mistaken diagnosis of the abilities which enabled the propertied class to govern those beneath them in the scale of wealth, Boole decided that he must learn Latin e Greek if he was ever to get his feet out of the mire.

O presente extrato traz um comentário, de certa forma, cínico deste autor que não mediu palavras para tentar expressar sua opinião em relação ao desejo de um jovem que, segundo Bell, tentou explorar a herança clássica ocidental exclusivamente com o desejo de subir na vida e tentar adquirir uma profissão a qualquer custo.

Mas este desejo não sobreleva os princípios de Boole que resolveu abandonar a intenção de seguir a carreira religiosa por duvidar de muitas doutrinas usuais do cristianismo, em particular, a doutrina da Santíssima Trindade (Trinity) que considera O Pai, O Filho e O Espírito Santo como uma unidade.

As convicções de Boole acerca da religião ficam bem explicadas quando nos voltamos à realidade da Inglaterra e particularmente de Lincoln durante este período do século XIX. Na verdade, a igreja inglesa já aceitava uma ampla variedade de opiniões desde o século XVI (NEW SURVEY..., 1962a), sofrendo algumas reformas que originaram diversas doutrinas, especialmente, as protestantes que surgiram com mais força nos séculos XVIII e XIX.

Dentre as doutrinas que surgiram nesta época, trazendo reformas para a igreja católica, estão a Metodista, Batista, Presbiteriana, Congressista e o Unitarismo. George Boole não pode ser considerado membro formal de nenhuma das doutrinas citadas na sentença anterior, pois durante sua vida ele não freqüentou oficialmente nenhum templo. Entretanto, Boole teve inclinações religiosas ao Unitarismo, haja vista que seguia os princípios que esta doutrina pregava, bem como, sua teologia. Esta identificação teológica de Boole com o Unitarismo diz respeito a questões como a liberdade de religião e o respeito as diferentes formas de fé; um outro aspecto recai sobre a figura de Jesus, pois Boole, acreditando na unidade da divindade, tendia a pensar que Cristo não era divino, embora fosse um exemplo importante para o homem.

A terminologia Unitarismo deriva da doutrina central desta religião que tem como única personalidade divina o Deus Pai, em contraste com a concepção da Santíssima Trindade (NEW SURVEY..., 1962c).

Unitarismo tem questões religiosas sobre Deus, o homem, a natureza e o trabalho de Jesus, assim como, prega a liberdade de religião e a tolerância a todas as formas sinceras de fé religiosa (NEW SURVEY..., 1962c). Surgiu na Inglaterra durante os séculos XVI e XVII, tendo como fundador John Biddle. Na ocasião, teve como maior característica à forma de pensar que via Jesus Cristo puramente como uma figura humana. No início do século XIX, o *Unitarian Christianity* tornou-se uma religião bíblica aceitando milagres e tornando-se uma religião espiritual.

Para Bell (1953), o período em que Boole se preparava para a carreira religiosa não foi em vão, pois enquanto estudava, aprofundou-se no estudo de francês, grego, latim, italiano e alemão.

MacHale (1985) aponta, como motivo mais forte para o abandono de Boole em seguir a carreira religiosa, a falência nos negócios de seu pai. Isso o forçou a deixar também os estudos escolares (aos 17 anos) e trabalhar para ajudar a sua família.

Recapitulando, então, vemos que os primeiros anos da vida de George Boole o caracterizam como um jovem amante do saber. Esta ânsia por conhecimento seria motivada por prazer pessoal e até mesmo por uma legítima ambição de ascensão social, como já explanado. Sua juventude se apresenta como um momento em que fortes características de sua personalidade foram formadas, provavelmente, devido à educação fornecida por seus pais. Mesmo diante das dificuldades financeiras, Boole não hesitou em buscar um melhoramento a partir de um esforço pessoal já que a sociedade havia fechado as portas das oportunidades. Provavelmente, a partir daí seu senso de justiça começou a florescer, assim como o comprometimento com as questões sociais. Foi também um momento de formação de seus princípios religiosos que se tendiam à doutrina do Unitarismo.

No que segue, nos referiremos a um novo momento da vida de Boole, que trata de seus primeiros contatos com a profissão de professor.

1.3 - PROFESSOR DE MATEMÁTICA EM LINCOLN

Os percalços da vida impulsionaram o jovem Boole a lançar-se na profissão de professor para auxiliar sua família que passava por dificuldades financeiras devido à falência nos negócios de seu pai.

Sendo forçado a abandonar a escola por razões econômicas e diante da necessidade de sua família, Boole buscou a saída que se mostrou mais imediata e passou a dar aula. Assim, em julho de 1831 Boole obteve o posto de professor-assistente do professor Heighman na sua escola, localizada no sul de Doncaster (MAPA p. 31) a algumas milhas de Lincoln. Provavelmente a oportunidade tenha surgindo em conseqüência de seu desempenho enquanto aluno e pelo fato de ter sido uma espécie de monitor.

No exercício de sua primeira profissão, Boole passou a ter mais contato com estudos matemáticos e passou a avançar nos rudimentos desta ciência. Provavelmente, sua atenção tenha sido voltada para esta área pelo fato de que ele já se preocupava em dar boas aulas e, para tanto, existia a necessidade de pesquisas freqüentes.

A respeito de sua postura como professor, vale salientar que Boole já era bastante respeitado como docente em Doncaster e com o passar dos anos este respeito foi reafirmado cada vez mais em decorrência de sua forma humanista de encarar o ensino, sobretudo, o de matemática.

Boole teve uma postura de vanguarda com relação ao ensino, pois via a matemática como ciência e arte, bem como acreditava que a beleza desta ciência deveria ser acessível a todos, desde que bem abordada e apresentada àqueles que ainda não a conheciam. Desta maneira, a matemática deveria ser vista como uma forma de pensar necessária para a formação de pessoas conscientes e críticas e assim, servir como um instrumento de inclusão social e não de exclusão, como também afirma D´Ambrosio (1986, p. 09) na citação:

> Havia, e ainda há, infelizmente, matemáticos e mesmo educadores matemáticos que vêem a Matemática como uma forma privilegiada de conhecimento, acessível apenas a alguns especialmente dotados, e cujo ensino deve ser estruturado levando em conta que apenas certas mentes, de alguma maneira "especiais", podem assimilar e apreciar a Matemática em sua plenitude.

De fato, a preocupação de tornar a matemática acessível foi uma constância na vida de Boole enquanto docente e pesquisador. Este, por sua vez, preocupou-se com o aprendizado do aluno e com as condições para a promoção do saber, especialmente, a partir da elaboração de livros textos como os referentes às equações diferenciais.

Como exemplo de sua ânsia em dar boas aulas MacHale (1985, p. 17) diz que "Boole made every effort to stimulate the boy´s interest in science and caused quite a stir bringing to the school a camera obscura which he and his father had constructed." É notório que sua visão de educação está baseada em sua própria experiência de instrução e condiz com a forma como Boole encarava a matemática já que esta visão tem implicações diretas sobre como ensiná-la.

Outro ponto relevante a ser levantado e que também nos permite adentrar e compreender um pouco mais da personalidade de George Boole trata-se do fato de que, mesmo diante das dificuldades financeiras enfrentadas neste período por sua família, ele resolveu dar prioridade e maior valor aos livros, tendo que comprar seu próprio material de leitura. Outra opção encontrada por ele para adquirir livros foi o empréstimo com amigos.

Um outro fator que contribuiu para o aprofundamento de suas pesquisas foi devido à solidão que Boole enfrentou em Doncaster que o levou a preencher o tempo com os estudos. No entanto, não foi este o motivo que o levou a sair de Doncaster e sim, um outro, ligado à religião, que provocou sua demissão. Mesmo não sendo um membro formal do Unitarismo, Boole foi reconhecido como tal, pois tomou algumas atitudes consideradas sacrilégio para uma escola, como a do professor Heighman, onde os alunos eram em sua maioria Metodistas. Uma destas atitudes refere-se ao fato de ter estudado matemática aos domingos e resolvido problemas no templo. Isto causou tanta revolta nos alunos, que ele foi demitido.

Em 1833 Boole retornou a Lincoln com o intuito de empregar-se em sua cidade natal, mas a oportunidade só surgiria em Liverpool (MAPA, p. 31). Nesta cidade, Boole passou a ensinar na escola conduzida pelo senhor Marrat, autor de um livro de mecânica. Embora tenha passado a ganhar três vezes mais que em Doncaster, Boole não permaneceu por muito tempo nesta instituição, pois lhe incomodava a desorganização do senhor Marrat.

Por volta da segunda metade de 1833, Boole conseguiu a posição de professor de matemática na Academia de Robert Hall. Esta escola localizava-se em Waddington (MAPA, p. 31) a quatro milhas de Lincoln, o que significa que Boole ficaria de novo mais próximo de sua família.

Mesmo com o aumento de salário que Boole recebeu com a posição na escola do senhor Marrat, sua estadia em Liverpool, bem como havia sido em Doncaster, foi marcada por dificuldades financeiras e uma baixa qualidade de vida. Sua volta a Lincolnshire (Waddington), porém, mudou este cenário, pois Boole apreciou a qualidade de vida desta cidade e não passou pelas mesmas dificuldades enfrentadas em Doncaster ou Liverpool. Mesmo assim, Boole reconhecia que seu salário ainda não era suficiente para o sustento de sua família e ainda lhe incomodava o fato de não poder aplicar à vontade suas idéias e convicções já adquiridas sobre educação através de sua própria experiência como autodidata e professor, como veremos mais adiante.

Assim, em 1834, Boole decidiu abrir sua própria escola em Lincoln e começou a se envolver com questões sociais. A respeito do envolvimento social de Boole, vale salientar que, em nenhum momento, ele visava o estabelecimento de instituições sociais, mas sim a justiça, o que refletia seu alto grau de caridade cristã. Boole estava preocupado com o bem estar do próximo, mas não *levantava bandeiras*, era algo informal e de alcance mais imediato.

Ilustração 02 - MAPA DA INGLATERRA

(PICTURES OF ENGLAND.COM, 2003)

No retorno a Lincoln, Boole envolveu-se profundamente como o Instituto de Mecânica que já contava com a participação de John Boole como curador.

O Instituto de Mecânica foi fundado em 31 de outubro de 1833 e tinha como objetivo principal à promoção da educação de adultos, concedendo-lhes instrução no campo da mecânica. Foi criado por seus fundadores com a visão de que seria um lugar de libertação da mente, de consciência das capacidades individuais e os que nele se envolviam tinham o propósito de que o Instituto seria um lugar onde se poderia trabalhar para a mudança da sociedade a partir do melhoramento pessoal, do indivíduo (SMITH, M. 2003).

Diante do que foi comentado do Instituto, não há o que questionar a respeito da participação de Boole. É natural pensar que um homem, com as convicções de Boole, tenha se envolvido com esta instituição. Um outro motivo, seria o fato de que o Instituto de Mecânica já contava com a colaboração de John Boole e, o mesmo, pode ter influenciado a vinda de seu filho para esta instituição. Provavelmente, pelas dificuldades que passou e inspirado em sua própria de vida, Boole adquiriu a consciência de que as pessoas precisavam de oportunidades.

No Instituto, Boole trabalhou como professor voluntário de aritmética, matemática e ciências. Depois, passou a contribuir com a biblioteca realizando recomendações para o acervo.

Para termos idéia do que Boole considerou relevante para leitura dos alunos e para o acervo da biblioteca do Instituto, é interessante mencionarmos algumas de suas recomendações como os livros: *Trigonometry* de Hind, *Geometry of Three Dimensions* de Gregory, *Examples of the Differential and Integral Calculus* de Gregory, *Analytical Mechanics* de Walton, *Principia Mathematica* de Newton, *Tracts* de Airy, *Mécanique Analytique* de Laplace, *Théorie Mathematique de la Chaleur* de Poisson, *Théorie de l´Action Capillaire* de Poisson e *Exercise* de Cauchy (MACHALE, 1985).

A lista apresentada levanta-nos questões interessantes, pois tratam-se de obras complexas para o nível de alunos que freqüentavam o Instituto. Por que então indicá-las para o acervo da biblioteca de uma instituição que visava o assistencialismo a membros da sociedade que, *a priori*, não tinham desenvolvido seu nível intelectual? Seria egoísmo de Boole? Com a recomendação destas obras, será que Boole pensava em seu próprio interesse, ou será que acreditava que todos poderiam compreender o conteúdo destas obras dependendo, apenas, da abordagem e dedicação dada a elas? Não há registros históricos a respeito das intenções de Boole com as recomendações destas obras, mas dentre as questões levantadas, acreditamos que Boole realmente apostasse no potencial de seus alunos e, neste sentido, que ele achava que a compreensão de um determinado assunto dependeria da forma como ele seria abordado e não de sua complexidade.

Outro ponto que também condiz com a personalidade de Boole é que, em suas recomendações para o acervo, ele defendia que a escolha deveria ser imparcial à questão religiosa e também que o critério deveria ser a qualidade da obra e não a religião ou a política do seu autor.

Devido suas relevantes contribuições ao Instituto e em reconhecimento à sua precocidade, Boole, que na época só tinha 19 anos, foi escolhido para produzir e proferir um discurso, sobre Isaac Newton e suas descobertas, para marcar de maneira especial a apresentação, aos membros do Instituto, de um busto marmóreo em homenagem a Newton. Diante da magnitude do tópico e da grandeza da tarefa a que foi incumbido, Boole resolveu aceitar, pois tinha muito orgulho da sua cidade natal (Lincoln) e dos homens famosos de lá. Newton era considerado o homem mais celebre da região e, desde jovem, Boole teve muito respeito por este grande cientista, não apenas pelo fato de ser seu conterrâneo, mas, sobretudo pelo fato de Newton ter desenvolvido idéias revolucionárias em relação à matemática, óptica, física e astronomia, assim como, por ter quebrado a tradição aristotélica no campo da gravitação (FOSSA; SOUSA, 2004b).

O referido discurso foi feito no dia 05 de fevereiro de 1835 perante uma platéia constituída por membros do Instituto, cidadãos proeminentes de Lincoln e especialmente o Lord Yarborough, o primeiro *patron* do Instituto, que foi o responsável pela comissão que preparou o busto marmóreo em homenagem a Newton. Na ocasião, Boole surpreendeu a todos os presentes, pois apresentou não somente amplo conhecimento sobre o assunto, mas também um estilo textual aprimorado, mostrando ter sua personalidade filosófica bastante desenvolvida aos 19 anos. No discurso, Boole não fez um mero elogio a Newton e a sua obra, mas uma análise penetrante tanto das suas inovações, quanto das suas falhas. Diante da grande aceitação do público presente, a palestra foi indicada, pelo referido Lord, para ser publicada na forma de um folheto impresso na gazeta oficial e ofertado ao público de Lincoln e Londres. Assim o discurso veio a ser uma das primeiras publicações de Boole e serviu para ampliar sua reputação.

Em 1838 ocorreu o falecimento do senhor Robert Hall que foi o último patrão de Boole (antes da abertura de sua própria escola) na Academia Waddington. Na ocasião, Boole foi convidado para fazer uma reformulação da referida instituição e, mesmo já estando envolvido com a administração de sua própria escola e com o Instituto de Mecânica, Boole resolveu aceitar com a condição de que sua família viesse a morar com ele. Para a reformulação, Boole pôde contar com sua experiência como administrador e educador, implementando seu método de instrução. Tais atitudes fizeram com que a academia fosse bem vista pelos habitantes da cidade.

No verão de 1840 Boole, aos 24 anos, abriu uma nova escola localizada próximo a catedral de Lincoln e agora já podia contar com a ajuda de seus irmãos Mary Ann (22 anos) e William Boole (21 anos) que lecionaram em turmas elementares sob a sua supervisão.

Como uma das convicções de Boole era que as pessoas precisam de oportunidades devendo estar preparadas para ela, a introdução dos seus irmãos nas atividades da escola pode ter sido intencional e com o propósito que os mesmos adquirissem uma profissão, preparando-os para a vida.

O envolvimento com os negócios e com as atividades como professor trouxeram conseqüências para suas idéias matemáticas. Como já observamos, a constante preocupação em ministrar aulas de boa qualidade fez com que Boole aguçasse seu caráter investigador e impulsionaram o aprofundamento de seus estudos matemáticos. O reflexo do aprofundamento deste período surgiu através de diversas pesquisas e da produção de uma série de artigos originais (que serão analisados no Capítulo 03).

O fato de conhecer cinco línguas também foi um fator que contribuiu para o avanço das pesquisas de Boole, que contemplavam assuntos diversos. Segundo nos diz Macfarlane (1916), neste período, os principais matemáticos escreviam em francês e Boole por dominar esta língua foi conduzido a estudar obras francesas tendo a possibilidade de recorrer aos textos originais como as obras de Lagrange e Laplace. No entanto, o mesmo não foi feito pela maioria de seus contemporâneos que tiveram hesitação em aprender novas línguas como o francês. Este fato foi, parcialmente um reflexo da disputa da paternidade do cálculo (de Newton e de Leibniz) que gerou um isolamento da matemática inglesa dos acontecimentos do continente, mas também foi causado pela competição entre a Inglaterra e a França para a hegemonia mundial e pela inquietude que os ingleses sentiram sobre os excessos da revolução francesa. (BOYER, 1974; CROUZET, 1995).

Embora seus trabalhos apresentassem significativa qualidade, Bell (1953) afirma que George Boole enfrentou algumas dificuldades para a publicação de seus artigos, pois a maioria dos jornais restringia suas publicações aos membros das sociedades científicas ou a personalidades já conhecidas. Felizmente, o *Cambridge Mathematical Journal* (recém fundado em 1837) se abriu aos trabalhos de Boole devido o interesse de seu primeiro editor, Duncan F. Gregory, que se esforçou em encorajar Boole matematicamente e pessoalmente. Gregory nasceu em 1813 na cidade de Edinburgh, formou-se em 1837 no Trinity College em Cambridge e teve uma carreira matemática importante, mas morreu logo aos 30 anos (MACHALE, 1985, p. 50).

MacHale (1985) afirma que Boole, neste período, teria expressado o desejo de freqüentar um curso universitário em Cambridge. Tal decisão seria motivada pelas dificuldades encontradas por Boole em publicar seus artigos, certamente, um reflexo de seu isolamento como autodidata. Diante do fato, Gregory aconselhou Boole a desistir desta idéia argumentando, que se Boole fosse para Cambridge ele teria que se submeter aos padrões de um curso universitário como os demais estudantes e, portanto, limitar suas pesquisas originais.

Um outro fator relevante para que Boole desistisse de ir para Cambridge era a questão financeira, pois sua família era totalmente dependente de Boole e a universidade seria mais um ônus financeiro para ele (BELL, 1953). Assim, Boole abandonou a idéia de obter um diploma e decidiu voltar-se para a produção de seus artigos. Neste empreendimento, passou a ter a contribuição de Gregory que o orientou no estilo de suas produções, por ter experiência como editor.

Boole seguiu com suas contribuições ao *Cambridge Mathematical Journal* até que em 1843 ocorreu um fato que influenciou fortemente sua carreira. Neste momento, Boole havia preparado um trabalho intitulado *On a General Method in Analysis* que, segundo MacHale (1985), seria um trabalho longo e, portanto, o *Cambridge Mathematical Journal* não o comportaria por ser um jornal essencialmente para publicações curtas. Como o artigo *On a General Method in Analysis* não poderia ser publicado no *Cambridge Mathematical Journal*, Boole pensou inicialmente em custear a edição e publicá-lo por conta própria. No entanto, Gregory sugeriu uma outra alternativa, a publicação nos *Transactions of the Royal Society*. Para tanto, Boole também contou com a ajuda de Augustus de Morgan que leu uma versão do artigo antes de ser enviado para a publicação.

Augustus de Morgan nasceu na Índia em 1806 e logo veio para a Inglaterra onde formou-se em 1823 no Trinity College, Cambridge. De Morgan também era produtor de artigos para o *Cambridge Mathematical Journal* e havia sido apresentado a Boole em 1842. Desde então passaram a ser grandes amigos, pois ambos os homens tinham diversos interesses em comum, dentre eles estão a questão religiosa (De Morgan foi eventualmente Unitarista como Boole) e os interesses em pesquisas como: tópicos de astronomia, produção de livros textos de matemática, educação matemática e, especialmente, a lógica matemática.

O artigo foi publicado em 1844 e pouco tempo depois foi considerado pela *Royal Society* como a maior e mais significante contribuição matemática do período de junho de 1841 a junho de 1844, fazendo com que Boole se tornasse o primeiro matemático a receber, desta sociedade, uma medalha de ouro, em consideração aos méritos de seu trabalho. O prêmio foi entregue a Boole em novembro de 1844 durante o encontro da *Royal Society* e teve o Marquês de Northampton como presidente. O conselho descreveu o artigo de Boole como: "containing matter as useful as it is original in classifying and comprehending analytical operations" (MACHALE, 1985).

A *Royal Medal* é um prêmio concedido até hoje pela *Royal Society* a trabalhos considerados mais relevantes para o avanço das ciências naturais ou para contribuições distintas nas ciências aplicadas (feitos dentro da comunidade britânica). No entanto, as premiações da *Royal Society* não são limitadas a esta categoria e nem apenas a seus membros. Também está aberta para qualquer idioma e as seguintes variedades de disciplinas: em ciência e tecnologia, nas ciências sociais e nas ciências humanas. Para tanto, além da medalha a que nos referimos inicialmente e que Boole foi premiado, existem cerca de dez tipos diferentes de medalhas que tem a premiação variando anualmente, bienalmente ou trienalmente, de acordo com a categoria. A escolha dos medalhistas é feita pelos membros da sociedade e mais de um prêmio pode ser concedido ao mesmo nome (THE ROYAL ..., 2004).

Após a premiação, Boole passou a ter sua reputação mais firmemente estabelecida e a partir daí passou a ter mais confiança para submeter seus trabalhos para eventos importantes como o Encontro Anual da Associação Britânica do Avanço da Ciência, onde apresentou o trabalho intitulado *On the Equation of Laplace´s Functions* em junho de 1845. A associação tinha muita influência sobre o desenvolvimento da ciência na Europa do século XIX e, portanto, o encontro era um lugar onde se reuniam os principais matemáticos e homens da ciência. Por isto, foi certamente um evento relevante para Boole, pois foi um momento em que ele pôde entrar em contato com personalidades que ele ainda não conhecia.

Isto nos mostra que Boole, mesmo não freqüentando um curso universitário, não permaneceu isolado e sempre esteve envolvido com a produção científica tanto para acrescentar e receber opiniões em suas pesquisas quanto para estar por dentro do que se produzia e se tinha de novidade. Dentre os contatos que Boole pôde estabelecer no encontro da associação estão Airy, Babbage, Faraday, Herschel, Peacock, Whewell William Thomson e George Everest (sendo este o primeiro contato com a família de sua futura esposa).

Curiosamente, o matemático Sir William Rowan Hamilton esteve presente no encontro, mas Boole não foi apresentado a ele. Hamilton e Boole desenvolveram pesquisas de interesse comum e mais tarde morariam em cidades próximas (Dublin e Cork); no entanto, não há evidências de que os dois homens tenham se encontrado ou mantido contato científico, profissional ou pessoal. A respeito desta situação, MacHale (1985) comenta que é muito estranho que os dois não tenham se encontrado, embora aparentemente não há algo que justifique o desencontro. Há várias tentativas de explicar o fato. Uma delas seria a existência de algumas diferenças entre os dois homens como a de classe social, o fato de Hamilton ter tido a oportunidade de freqüentar a universidade, ter sofrido diversas decepções amorosas, enquanto que Boole foi bem sucedido em seu casamento e o fato de Hamilton ser amigo de Robert Kane (presidente do Queen´s College), com que Boole tinha conflitos. No entanto, estas explicações não parecem convincentes.

O período da vida de Boole que relatamos nesta seção e que teve início na sua decisão de tornar-se professor foi, sem dúvida, assentado no progresso intelectual. O ditado popular *há males que vêm para bem* traduz este momento, pois foi diante da dificuldade financeira de sua família que Boole passou a ser professor e isto lhe trouxe consideráveis avanços a partir de seu comprometimento com os estudos e investigações originais que culminaram em diversas publicações. A primeira destas publicações (artigo sobre Newton) foi oriunda de seu envolvimento social que, neste momento, começou a florescer. Uma outra, intitulada *On a general method in analysis,* lhe rendeu a medalha de ouro da *Royal Society*. Caracteriza-se aqui também sua autonomia como educador a partir da abertura de sua própria escola. No entanto, seu progresso profissional não cessaria por aqui, pois Boole estaria destinado a avançar ainda mais. Tal assunto será contemplado na próxima seção na qual veremos a relação de Boole com a docência universitária.

1.4 - BOOLE E O CAMINHO PARA DOCÊNCIA NO QUEEN´S COLLEGE

Como vimos anteriormente, Boole apresentou consideráveis avanços de caráter intelectual e passou a afirmar-se como professor e cientista, a partir da administração de sua escola e a produção de artigos para o *Cambridge Mathematical Journal* e os *Transactions of the Royal Society*. Tornou-se também mais conhecido e ampliou sua relação com pesquisadores como Gregory, De Morgan, os membros do Instituto de Mecânica, George Everest e outros.

Assim, num momento de consideráveis progressos Boole foi encorajado, por volta de 1846, pelos amigos de Cambridge para candidatar-se à docência em uma das unidades do Queen´s College, ilustrado abaixo.

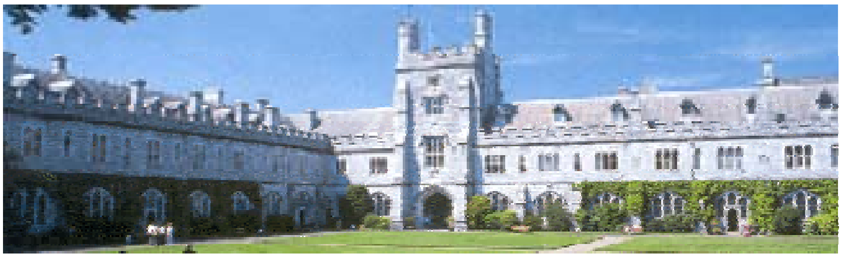


Ilustração 03 - Queen´s College (UNIVERSITY..., 2004)

O Queen´s College foi fundado pela rainha Victoria no ano de 1845 para o avanço da educação na Irlanda. Foi projetado para ser uma alternativa sectária à *Trinity College* em Dublin que era controlada pela igreja anglicana. A Universidade composta por três unidades Cork, Galway e Belfaste foi a primeira Universidade católica da Irlanda (HISTORY OF QUEEN´S, 2003; HISTORICAL …, 2003).

É certo que Boole foi atraído pela idéia de lecionar no Queen´s College, mas ficou preocupado pelo fato de não ter um diploma, pois isto prejudicaria suas chances de ser aceito como docente pela referida instituição.

Orientado por William Thomson, editor de uma nova revista chamada *The Mathematical Journal*, Boole resolveu instaurar sua candidatura ao cargo apresentando suas habilidades a instância administrativa encarregada do castelo de Dublin. Para tanto, Boole tratou de agilizar os procedimentos corriqueiros e necessários para a ocasião correspondendo-se com aqueles que poderiam testemunhar ao seu favor, como Thomson, Cayley, Graves, Kelland e De Morgan. Outra providência tomada foi reunir testemunhos de ex-alunos que poderiam depor sobre suas habilidades como professor.

Além de reunir informações e documentos que poderiam validar sua candidatura, Boole também passou a preparar sua escola para sofrer as conseqüências de sua ausência, treinando seus irmãos.

Dentre os testemunhos estava o de Charles Kirk que foi aluno de Boole e conseguiu entrar na universidade e os de algumas outras personalidades já citadas. É relevante apresentar alguns para observarmos o que eles atestam sobre Boole na visão de quem o conheceu. Começamos com o de De Morgan:

> *From Augustus De Morgan, Esq., Professor of Mathematics in University College, London*
>
> *September 1st, 1846:* Mr. Boole, now of Lincoln, having requested me to state what I know of him, with reference to his application for an appointment in one of the Colleges to be established in Ireland, I very readily comply with his request.
> My acquaintance with Mr. Boole has consisted in knowledge of his Mathematical Writings and correspondence on Mathematical Subjects. From these sources, I can speak confidently to the fact of his being not only well-versed in the highest branches of Mathematics, but possessed of original power for their extension which gives him a very respectable rank among their English Cultivators of this day. In support of this opinion, I refer to his paper in the *Philosophical Transactions* (which I believe obtained the Royal Society´s Medal) and which is of itself, I say most positively, sufficient to justify every word of the opinion which I have given. It gives very important extension to one of the most recent, and most abstruse, of Mathematical Speculations. Mr. Boole´s other writings and his correspondence confirm me in my impression.
> If Mr. Boole had to submit his pretensions to a board of Mathematicians, he ought simply to send in the paper above-mentioned, which does credit to the state of Mathematics in this country.
>
> (apud MACHALE, 1985, p. 76 – 77)

O referido testemunho de De Morgan vem confirmar mais uma vez a admiração que ele tinha pelo trabalho de Boole e o estreito conhecimento das produções do mesmo. De Morgan referiu-se ao artigo publicado por Boole no *Transactions of the Royal Society* e observou que lhe rendeu a medalha de ouro.

O próximo testemunho que vamos considerar é o de William Thomson (apud MACHALE, 1985, p. 78 – 79):

> *From William Thomson, Esq., Fellow of St. Peter´s College, Cambridge, Professor Of Natural Philosophy in the University of Glasgow, and Editor of the Cambridge and Dublin Mathematical Journal*
>
> Mr. Boole, of Lincoln, has established a high reputation among Mathematicians by his numerous and valuable memoirs on various subjects in pure Mathematics, and in the Mathematical Analysis of many of the most important questions in Natural Philosophy. These papers have been published in the *Cambridge and Dublin Mathematical Journal,* and in the *Philosophical Transactions;* and for one of them he obtained the gold medal of the Royal Society. Nothing that I can say could add to the testimony afforded by such works to Mr. Boole´s Mathematical genius, and to his high acquirements. I may, however, be allowed to state my opinion, founded on personal acquaintance and on much correspondence with him on scientific subjects, as well as on the knowledge that he has had much valuable experience as a Teacher, that Mr. Boole is highly qualified for a Professorship of Mathematics or Natural Philosophy. His appointment to such a situation would be highly desirable for the sake of

> Science, to which a devoted cultivator would thus be secured. On this account, as well as for the prosperity of the College which would be fortunate enough to obtain him for a Professor, I most earnestly hope that he may be successful in his present application.

O testemunho acima é relevante, pois apresenta a visão de Thomson sobre Boole e, portanto, porque ele resolveu apóia-lo em sua candidatura. Thomson afirmou que Boole tinha estabelecido uma alta reputação entre os matemáticos devido à competência em suas produções. Mencionou também a respeito de suas qualidades como professor.

Segue o testemunho coletivo de habitantes proeminentes de Lincoln:

> *From the Mayor and other Inhabitants of the City of Lincoln*
>
> We, the undersigned Inhabitants of the City of Lincoln, understanding that our fellow-citizen, Mr. George Boole, is about to become a candidate for a Professorship in one of the new Colleges intended to be established in Ireland, have much pleasure in bearing our unaffected testimony to the great respectability and correctness of Mr. Boole´s private character and habits. We have been acquainted with him nearly from his childhood, and can without hesitation state, that in respect of correctness of demeanour and moral rectitude of conduct, he is highly qualified for the important and responsible position which he seeks to occupy.
>
> James Bruce, *Mayor*
> Henry Moss, *Sheriff*
> Rd. Mason, *Town Clerk*
> Henry Blyth, *Alderman*
> Wm. Gresham, *Alderman*
> W. Rudgard, *Magistrate*
> Richd. Whitton, *Magistrate*
> Jno. Stevenson, *Magistrate*
> Edwd. Jas. Willson, *Magistrate*
> Wm. Brooke
> (apud MACHALE, 1985, p. 80)

Por fim, temos um testemunho coletivo atestando sobre o caráter moral de Boole, que é apresentado como cidadão respeitável, correto e de considerável retidão de conduta, sendo altamente qualificado para a posição importante que buscava ocupar.

Provavelmente por questões políticas e financeiras, as autoridades do castelo de Dublin demoram bastante em dar uma resposta para Boole. Isto fez com que ele ficasse extremamente frustrado e abandonasse temporariamente o desejo de ocupar o cargo de professor do Queen´s College.

A partir de então, George Boole voltou-se para o aprofundamento de seus estudos e o envolvimento com novas questões sociais. Por volta de 1847, Boole prestou serviços a uma casa de detenção feminina, apresentando um comprometimento com a recuperação das detentas e concedendo instrução moral e religiosa além de habilidades industriais.

Uma outra questão social em que Boole se envolveu neste período foi com a *Closing Association* que se assemelhava ao Instituto de Mecânica, pois era uma espécie de centro de educação de adultos. Nesta instituição, Boole foi um dos vinte e quatro vice-presidentes juntamente com William Broke e o Reverendo E. R. Larken. Visando a saúde e a qualidade de vida dos trabalhadores, Boole e os que compunham a associação conseguiram garantir o direito dos trabalhadores de terem uma jornada de trabalho de 10 horas, bem como a realização de jogos intelectuais com o objetivo de conceder recreação e vigor mental, de acordo com um de seus lemas, *mens sana in corpore sano*.

Estas novas ações sociais em que Boole se envolveu vêm reafirmar o comprometimento e a preocupação que ele tinha com o próximo. Parece ter sido constante em sua vida o intuito de criar condições para o progresso pessoal dos indivíduos e conseqüentemente da sociedade. Este intuito era calcado num pensamento religioso e não político ou institucional. Segundo nos diz MacHale (1985), George Boole não foi um reformador social no sentido político.

O ano de 1847 foi marcado também por seu progresso intelectual, especialmente a partir do desenvolvimento de suas idéias referentes à teoria matemática da lógica que gerou a publicação de seus dois primeiros livros.

Segundo Boole, M. (1931, p. 28): “the thought of expressing logical propositions in algebraical terms had first struck him when he was boy, during a walk across a field; but he had laid it aside for many years, being interested in other pursuits.” Em outras palavras, Mary Boole afirma que as idéias relativas à lógica já passavam pela cabeça de Boole bem antes desta época, mas só agora começavam a serem trabalhadas mais formalmente.

O próprio Boole, G. (1998), no prefácio de seu livro, aponta a controvérsia (entre duas grandes personalidades, Augustus de Morgan e Sir Willilam Hamilton) surgida no início da primavera de 1847, como o motivo que teria levado Boole a se voltar para esta questão.

De Morgan, como já vimos, foi amigo pessoal de Boole e Hamilton era um filósofo e metafísico escocês. Segundo Bell (1953), Sir William Hamilton tinha pouco conhecimento matemático e talvez por isto tenha feito críticas à matemática dizendo que ela congelava a mente levando a uma estagnação do talento. A controvérsia girou em torno da acusação de Hamilton de que De Morgan o havia plagiado na doutrina da quantificação do predicado[3].

Por ter aversão a controvérsias, Boole decidiu permanecer publicamente neutro diante da questão, embora, é certo que ele tinha uma opinião sobre o assunto e reconhecia que De Morgan estava certo, não por ser seu amigo, mas porque De Morgan realmente tinha razão.

A controvérsia durou muitos anos e chamou a atenção da comunidade científica para o assunto. Em especial, parece ter motivado George Boole a aprofundar-se na questão. Segundo MacHale (1985, p. 70):

[3] A questão da quantificação do predicado versa sobre mudanças nas estruturas das quatro proposições categóricas propostas pela lógica clássica. Neste sentido, o segundo termo das proposições (ou predicado) seria quantificado assim como o primeiro termo (ou sujeito) o era. Desta forma, as proposições: Todos A são B, nenhum A é B, algum A é B e alguns A não são B, passariam a ser encaradas como: Todos A são todos B, nenhum A é algum B, etc.

> Why not, thought Boole, synthesize the two approaches by representing each class of objects by a single symbol and allow relations between classes to be expressed by algebraic equations between the symbols? This devastatingly simple but ingenious notion intrigued and excited him and he set to work at once on a book expounding a new mathematical theory of logic.

Neste trecho o referido autor afirma que após esta polêmica uma questão teria intrigado Boole e o impulsionado para trabalhar em um livro que exporia uma nova teoria matemática da lógica. A questão era: por que não sintetizar as duas aproximações, de De Morgan e Hamilton, representando cada classe de objetos por um único símbolo permitindo expressar relações entre classes através de equações algébricas ou simbólicas?

Para Bell (1953), De Morgan teria preparado o caminho de Boole. Já Kneale, W. e Kneale, M. (1980) afirmam que o interesse de Boole pela lógica teria sido influenciado não só pela controvérsia, mas também por leituras feitas dos ensaios de Gregory, De Morgan e Sir Willian Rowan Hamilton. Sabemos, pelo próprio Boole, G. (1998), que este interesse já existia em sua vida desde muito jovem.

O primeiro fruto destas idéias foi a elaboração de um ensaio chamado *An Essay Towards a Calculus of Deductive Reasoning.* Como uma espécie de prévia do que seria proposto no primeiro livro de Boole, o texto foi enviado para Charles Graves, professor de matemática do Trinity College em Dublin, que propôs sugestões adicionais e mostrou-se entusiasmado com as idéias.

Sobre o assunto alvo de suas atuais investigações e que seria usado na elaboração de seu primeiro livro, Boole ainda escreveu para o Reverendo Dickson e para De Morgan. Este último escreveu a Boole, no sentido de que não poderia conceder-lhe sugestões nem se corresponder naquele período, pois ambos estavam trabalhando em livros sobre o mesmo assunto. O receio de De Morgan, em trocar os manuscritos, tinha fundamento, pois ele já havia passado pela incômoda acusação de plágio. Curiosamente, os dois livros acabaram chegando às lojas quase simultaneamente – alguns até dizem que chegaram no mesmo dia. O trabalho de De Morgan chamou-se *Formal Logic* e o de Boole foi intitulado *The Mathematical Analysis of Logic*, ambos publicados em 29 de outubro de 1847.

O livro *The Mathematical Analysis of Logic* marcou o início da lógica simbólica mostrando que a lógica clássica constituía um ramo da matemática. A análise do conteúdo desta obra será tratada no capítulo 04.

Mesmo tendo sua qualidade reconhecida, o livro ainda não foi amplamente lido, provavelmente porque o assunto ainda não era de interesse da grande maioria ou até mesmo por dificuldades financeiras que dificultavam o acesso da população à leitura de material impresso. No entanto, Boole seguiu com suas produções a partir da publicação de artigos que contemplam assuntos diversos e que passaram a atingir um público cada vez maior.

Em 12 de dezembro de 1848 ocorreu um fato marcante em sua vida e que teve não só influência em sua vida emocional, mas também em sua vida financeira. Nesta data ocorreu o falecimento de John Boole e a ausência da figura paterna em sua família deixou Boole diante de uma responsabilidade ainda maior de prover sua família levando-o a re-instaurar sua candidatura no Queen´s College.

Desta vez, Boole não mencionou o fato de ter sido professor de clássicos e não cogitou a possibilidade de ser professor de filosofia natural (como havia feito em sua primeira tentativa de candidatura), somente de matemática. Diz ainda que, dentre as três unidades do Queen´s ele preferia ir para Cork ou Belfast por estarem próximas ao mar.

Finalmente, em agosto de 1849, após esperar cerca de dois anos desde sua primeira candidatura, o corpo de eleitores anunciou seu veredicto favorável à candidatura de George Boole como o primeiro professor de matemática do Queen´s College em Cork na Irlanda.

Como vimos ao longo desta seção, o caminho de Boole em direção ao Queen´s College não foi fácil, mas também não foi maléfico, pois o longo percurso percorrido por ele trouxe-lhe benefícios como a publicação de seu primeiro livro e o envolvimento com novas questões sociais. Teoricamente, o alcance de seu objetivo em obter o cargo no Queen´s College lhe traria uma maior seguridade financeira e tranqüilidade pessoal. Na seqüência, veremos como foi a estadia de Boole em Cork, especialmente, no Queen´s College*,* e se suas expectativas foram atingidas.

1.5 - ESTADIA NA IRLANDA

A estadia de Boole na Irlanda não poderia ficar a margem de influências externas como as transformações sociais por que passava a cidade de Cork e a Irlanda. Veremos então quais foram estas mudanças e em que aspectos elas influenciaram a vida de Boole nesta cidade e no Queen´s College.

A Irlanda no século XIX, especialmente no período que compreende os anos de 1800 e 1877, foi marcada por alguns fatos importantes como a ação de união, a emancipação e a grande fome.

O primeiro, se refere à ação de fundar, em 1800, um novo país chamado de O Reino Unido da Grã Bretanha e Irlanda pela união da Inglaterra, Wales, Irlanda e Escócia. Esta ação marcou o final do processo de colonização já que a Irlanda havia sido ocupada pelos ingleses há séculos. Uma mudança oriunda da ação ocorreu no campo da segurança, pois em 1813 o Sir Robert Peel criou uma força conhecida como *Peelers* ou *Bobbies* e que passaram a ser conhecidos como a primeira força policial do mundo. O papel da polícia era o de fazer cumprir as leis, prendendo aqueles que a rompiam, e o de administrar a prevenção do crime. Em se tratando das leis penais as mudanças prometidas com a união não ocorreram, pois as discriminações com os não anglicanos, principalmente os católicos e presbiterianos não foram abolidas.

O segundo fato que marcou a Irlanda neste período consistiu da emancipação católica que foi liderada pelo coronel Daniel e ocorreu em 1829. Esta campanha colheu as opiniões do público inglês e conduziu para a formação da legislação necessária neste mesmo ano. Foi um processo que tentou aliviar as opressões sofridas pelos católicos romanos das inaptidões civis que eram fundamentadas em regras opressivas e pelo sentimento anti-católico entre os protestantes irlandeses (CATHOLIC ..., 2004).

A descriminação ocorrida nas leis penais também se refletiu no campo da agricultura. Este ramo foi o pivô do terceiro fato que marcou a Irlanda no século XIX, a grande fome.

Em 1800 a população da Irlanda estava em torno de 4 a 5 milhões de habitantes. Entretanto, com a revolução industrial esta população cresceu drasticamente para mais de 8 milhões de habitantes em 1841. A maioria dos proprietários irlandeses eram protestantes, simplesmente porque a lei proibia os católicos de possuir terra. Já os camponeses irlandeses que eram protestantes e católicos tinham como principal alimento as batatas, entretanto, em 1845 (um pouco antes da chegada de Boole a Cork, Irlanda) uma praga chamada *phytophthora infestans* ou ferrugem de batata atingiu a colheita de batata destruindo a safra neste período.

Este acontecimento foi um desastre, principalmente, para os camponeses que confiavam na colheita para seu sustento. Aqueles que viviam no centro das cidades não foram tão atingidos, pois tinham outras fontes de alimentação.

Por volta de 1846, muitas pessoas começaram a sofrer fome e o governo britânico teve que importar da América o valor de £100,000 em milho para alimentar aqueles que estavam sofrendo com as conseqüências da praga na colheita de batata (1845). A atitude do governo ajudou prevenir a morte de uma grande massa durante o primeiro ano da escassez. Porém, a colheita de 1846 também falhou e quase todas as batatas tiveram que ser descartadas. Milhares das pessoas simplesmente sofreram fome, particularmente em áreas rurais. Felizmente a colheita de 1847 foi boa e, embora em 1848 a colheita tenha falhado, a fome nunca foi tão ruim quanto em 1846. Devido a este fato, milhares de irlandeses decidiram emigrar para a América. Centenas de irlandeses morreram em navios lotados que se tornaram conhecidos como *coffin ships*. Em 1851, a população diminuiu cerca de 25% e a emigração continuou até meados de 1900 (HISTORICAL..., 2003; NEW SURVEY..., 1768b).

Podemos observar pela história que pouco antes da chegada de Boole em Cork, a Irlanda havia passado por importantes transformações políticas e sociais que influenciaram fortemente seus habitantes. Também se verifica que o país passou por conflitos religiosos que não puderam permanecer à margem da fundação do Queen´s College que passou por muitas controvérsias envolvendo esta questão. No entanto, não temos evidências de que Boole se preocupava com esta situação – que é provavelmente explicada pelas suas atitudes caridosas, mas apolíticas.

A primeira residência de George Boole em Cork foi em Strawberry Hill. Em seguida, ele viveu no Grenville Place, nº 05 ao norte do canal do River Lee que se localizava entre o Queen´s College e o centro de Cork.

Segundo MacHale (1985), quando Boole assumiu o cargo ele foi presenteado com uma bela corrente de prata, uma valiosa coleção de livros e um Atlas de física geográfica dado pelos membros do Instituto de Mecânica. Na cerimônia de posse, Boole proferiu uma espécie de juramento, mandado pela lei.

O referido juramento foi retirado de MacHale (1985, p. 89 - 90):

> We do hereby promise to the President and Council of the Queen´s College, Cork, that we will faithfully, and to the best of our ability, discharge the duties of professors in said college and we further promise and engage that in lectures and examinations and in the performance of all other duties connected with our chairs, we will carefully abstain from teaching or advancing any doctrine, or making any statement derogatory of the truth of revealed religion, or injurious or disrespectful to the religious convictions of any portion of our classes or audience. And we, moreover, promise to the said President and Council of the Queen´s College, Cork, that we will not introduce or discuss in our place or capacity of professors any subject of politics or polemics tending to produce contention or excitement, nor will we engage in any avocations which the President and Council shall judge inconsistent with our offices, but will, as far as in us lies, promote on all occasions the interests of education and the welfare of the College.

O trecho acima, se refere ao compromisso que seria assumido por Boole e seus companheiros no exercício de suas atividades no Queen´s College. Dentre as promessas estava o fato de que os professores deveriam desempenhar o melhor de suas habilidades e cumprir as tarefas que condiziam com a cadeira ocupada por cada um, os docentes não deveriam fazer declarações que prejudicassem ou desrespeitassem as convicções religiosas existentes, não deveriam também discutir assuntos políticos ou polêmicos e que o presidente julgasse ser incompatível com seus ofícios e tentariam sempre promover os interesses da educação, assim como, o bem estar da instituição. Por ser algo pronto e não convicto de todos os que ali lhe tomava como palavra, veremos que muito do que foi prometido, na verdade, não foi cumprido.

O Queen´s College havia sido fundado sob forte tensão religiosa e, como já mencionado, esta tensão acabaria também por influir nas atividades da instituição, gerando diversos conflitos. A primeira situação destoante era o fato do presidente, Robert Kane, ser católico e o vice-presidente, John Ryall, assim como a maioria dos professores, serem protestantes. No entanto, as principais polêmicas surgiram em relação à forma de administração do presidente e a sua interferência nas atividades dos outros professores.

Uma das primeiras controvérsias apareceu com a publicação do livro intitulado *An Historical Analysis of Christian Civilisation* do autor Raymond de Vericour que teve suas atividades suspensas pelo fato do livro ter sido considerado uma declaração anti-católica. Boole certamente deve ter se incomodado com esta questão, pois pregava a liberdade de religião, mas ele permaneceu neutro por não gostar de conflitos e por acreditar que se poderia superar esta situação desagradável.

Uma outra controvérsia surgiu a partir da interferência do presidente Kane nas atividades do professor de engenharia civil, Chistopher Lane, que foi acusado de negligência. Este conflito provocou a polarização do presidente de um lado e os demais professores, incluindo o vice-presidente, do outro, haja vista que, para os professores, Kane não tinha o direito de interferir na ação dos mesmos, ditando a maneira de realizar seu trabalho.

Sempre relutante em envolver-se nestes confrontos por repudiar controvérsias, Boole decidiu passar uma temporada em Lincoln. O interesse em se envolver com pesquisas que ele considerava prazerosas seria provavelmente um refúgio a estes conflitos que o incomodavam.

Dentre estas pesquisas estava a área da probabilidade a partir da cogitação de fazer uma expansão das idéias contidas em seu primeiro livro. Com o desenvolvimento deste trabalho, Boole começou a preparar o seu segundo livro buscando a aplicação de seu sistema lógico ao cálculo de probabilidade.

Em 1850, Boole também passou a contribuir com a biblioteca da instituição apresentando propostas de esquemas de organização dos livros através de catalogação e um sistema de empréstimo.

Neste mesmo ano, Boole tornou-se freqüentador regular dos encontros de todos os comitês passando a se envolver com questões administrativas embora em muitas das reuniões se discutiam o desenrolar de controvérsias.

Devido seus envolvimentos administrativos e às contribuições na biblioteca, Boole foi eleito por votação secreta, em 30 de maio de 1851, para o cargo de *Deanship* (espécie de pró-reitor) da divisão de ciência da faculdade de Artes. Na posse, Boole proferiu um discurso que foi carregado de passagens que fazem referências às suas pesquisas atuais relacionadas à elaboração de seu segundo livro. A oratória teve como título: *The Claims of Science, Especially as Founded in its Relations to Human Nature* (MACHALE, 1985).

No mesmo ano em que foi eleito *Dean*, Boole recebeu com merecimento, a honra de LL. D (doutor de lei) concedida pelo Trinity College, Dublin, por apreciação de seu talento.

A partir do momento em que passou a ocupar o cargo de *Dean* tornou-se cada vez mais difícil para Boole permanecer fora dos conflitos, e Boole sempre esteve incomodado, principalmente, com as atitudes de Kane.

Uma outra controvérsia veio a interferir diretamente nos afazeres internos do departamento de Boole. A interferência surgiu a partir de uma carta que Kane recebeu do coronel Portlock, superintendente da academia militar de Woolwich, dizendo que os alunos que vinham de Cork não tinham sido devidamente instruídos nos elementos de geometria. Kane entregou, sob forma de crítica, a carta para Boole, avisando que se deveria dar mais importância à geometria que à álgebra abstrata. Esta crítica colocava em dúvida a competência de Boole como professor ferindo sua integridade profissional, pois colocava sua habilidade acadêmica em questão. Não há dúvida que Boole se ressentiu com a crítica de Kane e, na ocasião, se opôs à acusação dizendo que ele nunca foi negligente na instrução de seus alunos de geometria e acrescentou que, em sua opinião, a geometria elementar recebia muita atenção nos cursos universitários. O conflito não teve desenrolar institucional e nem acarretou nenhuma espécie de punição aos envolvidos, a única, mas não menos grave conseqüência, foi o estremecimento na relação entre Boole e Kane.

Em meio a estas situações incômodas e plausíveis, Boole desenvolveu as idéias do seu segundo livro que tratou da unificação dos dois assuntos, lógica e probabilidade. A obra surgiu em 1854 e foi intitulada *An Investigation of the Laws of Thought on which are founded the Mathematical Theory of Logic and Probabilities* ou *As Leis do Pensamento.*

Especula-se que De Morgan tenha ajudado Boole a custear as despesas deste livro, pois segundo MacHale (1985, p. 128), De Morgan escreveu a Sir William Rowan Hamilton em busca de ajuda na publicação.

> [...] Please send me the name and address of your printer. My publisher will, perhaps, have to ask him for an estimate for a work – not of mine. It is, in fact, Boole who is meditating typography on his mathematical logic, which is a very original thing, and, for power of thought, worthy to be printed by the printer of the Quaternions. As he has Hibernicised himself, it is fit he should have an Irish

> printer, and I rather suspect that the Dublin man prints more cheaply than the London ones […]

O livro em questão foi dedicado a John Ryall, LL. D. e vice-presidente do Queen´s College em Cork. Seu maior impacto consistiu na relação apresentada entre lógica e probabilidade a partir da manipulação puramente simbólica de relações lógicas (cuja essência havia sido inaugurada em sua primeira obra).

Anos depois do lançamento do livro, Bertrand Russell (apud BELL, 1953), descreveu o trabalho como uma obra onde a matemática pura foi descoberta. Já Kneale, W. e Kneale, M. (1980, p. 410) usam os termos: "renovação da lógica e primeira ruptura com a tradição confusa dos séculos XVII e XVIII". Bell (1953) cita o trabalho de Boole dentre as maiores contribuições para o progresso da matemática. Enquanto que Moore (1980) afirma que quando o trabalho de Boole surgiu, a lógica aristotélica passou a ser tratada como uma interpretação particular do sistema algébrico e a lógica passou a ser parte da matemática como também compreendida como *As Leis do Pensamento*. Vale salientar que tais méritos também se remetem ao primeiro livro, já que é nele que há a inauguração do tratamento matemático da lógica, mas como tal tratamento foi ampliado do segundo livro, este retém mais julgamentos.

Por todos os méritos surgidos a partir de suas idéias inovadoras, George Boole foi convidado para ser presidente da Sociedade Cuvierian da qual já fazia parte desde 1849.

A Sociedade Cuvierian foi fundada em 1835 por muitos dos que pertenciam ao Royal Cork Institution (RCI) e queriam dar continuidade ao ensino científico popular já que o RCI era privado. A RCI foi fundada em 1807 e modelada na Royal Institution of London (1799), foi também a primeira instituição provincial científica do século XIX na Irlanda e precursora do Queen´s College. A sociedade Cuvierian foi nomeada em homenagem a um distinto naturalista francês, zoologista e geólogo, chamado Barão Cuvier (1769-1832). Tinha como um dos objetivos a promoção de um relacionamento amigável entre essas pessoas que sentiam um prazer no cultivo de ciência, literatura e belas artes. Os assuntos produzidos pelos membros da sociedade, que eram em sua maioria professores do Queen´s College, não deveriam tratar de assuntos polêmicos ou políticos.

Nesta sociedade, Boole apresentou diversos artigos e, dentre eles, destacamos *On Some Astronomical Figures, from a Manuscript of the 14th Century, Representing the Earth´s Motion* e o *A Memoir of Robert Grosseteste*, em comemoração ao seu 600th aniversário de morte em 1853.

Robert Grosseteste nasceu em 1168 na cidade de Suffork. Estudou na universidade de Oxford, assumiu algumas posições eclesiásticas e eventualmente tornou-se bispo de Lincoln, onde ficou até seu falecimento em outubro de 1253. Fez investigações sobre geometria, óptica e astronomia trazendo inovações para o campo da física a partir de estudos matemáticos (BRUNNER et al., 2003; CONNOR; ROBERTSON, 2003).

Desmond MacHale (1985, p. 120), sugere que "it is interesting to speculate on whether Boole was attempting to bring about the same changes in mathematics and logic that Grosseteste brought about in physical science". Como Boole foi orgulhoso de sua cidade natal e Grosseteste foi bispo de Lincoln por muitos anos é natural pensar que ele fosse atraído pelo trabalho do físico e também pelo fato de Grosseteste ter enfrentado a autoridade aristotélica da mesma forma que Boole foi ciente que precisava fazer no campo da lógica para efetuar suas inovações (FOSSA; SOUSA, 2004a).

Mesmo não sendo uma temporada tão confortável como almejava, a estadia de Boole na Irlanda, trouxe-lhe realizações, sobretudo, no campo profissional, com o cargo de professor no Queen´s College e o recebimento de algumas honras como LL.D. pelo Trinity College. Como veremos ao longo da seção que segue, ocorreram também, neste período, realizações referentes a seu lado afetivo e, de certa forma, inesperadas.

1.6 - O LADO AFETIVO DE UMA MENTE CIENTÍFICA E SEUS ÚLTIMOS DIAS

Em 1850, George Boole encontrava-se no auge de seu poder intelectual, pois já ocupava o cargo de professor de matemática no Queen´s College e colhia os frutos da repercussão de sua primeira obra sobre lógica, bem como, de sua postura enquanto docente e pesquisador.

Nesta época, Boole passou a estreitar suas relações científicas e dentre elas, está a amizade estabelecida com John Ryall (vice-presidente e professor de grego do Queen´s College). Através de Ryall, George Boole foi apresentado à jovem Mary Everest. O encontro ocorreu neste mesmo ano quando a senhorita Everest fez uma visita a seu tio, professor Ryall, na residência do vice-presidente no campus do Queen´s College. Na ocasião, Mary tinha 18 anos e Boole tinha 35 anos.

Mary Everest nasceu em 1832 no vilarejo de Wickwar e cresceu numa atmosfera de grande estímulo intelectual, sendo influenciada por seu pai (o reverendo e homeopata Thomas Roupell Everest que foi amigo dos matemáticos de Cambridge, Babbage e Herschel) e seus tios George Everest (agrimensor militar que trabalhou muitos anos na Índia) e John Ryall. Desde a tênue idade Mary Everest se interessou por matemática e por esta razão estudava no acervo bibliotecário de seu pai. Após o primeiro encontro, Mary e Boole passaram a se corresponder regularmente (entre 1850 e 1852) sobre matemática e ciência e com isto uma profunda relação de amizade passou a surgir entre eles.

Após uma visita feita a famíla Everest (em Wickwar), em julho de 1852, Boole passou a tutoriar a jovem Mary sobre matemática pura e aplicada, a pedido de seu amigo Ryall. A partir de então Boole e a jovem Everest foram ficando cada vez mais próximos e mesmo no período em que esteve ocupado com a preparação de seu segundo livro (entre 1852 e 1854) Boole sempre encontrou tempo para a Mary.

O ano seguinte trouxe a Boole grandes mudanças no aspecto afetivo, pois no dia 11 de setembro de 1855 ele e a jovem Mary Everest decidiram se casar na *Parish Church of Wickwar.* Por terem perdido ambos parentes recentemente, a cerimônia de casamento não foi ostensiva e os noivos aumentaram ainda mais o desejo de constituir uma família própria e feliz. Na época, Mary tinha 23 anos e Boole 40 anos, no entanto, a diferença de idade não constituiu um obstáculo para o casal, pois tinham uma unidade de propósitos e de espírito.

Os primeiros anos de vida conjugal foram passados numa casa chamada *College View* localizada na Rua Sunday´s Well numa área agradável da cidade de Cork e a apenas 10 minutos do Queen´s College.

Com pouco tempo de casado, a primogênita da família Boole nasceu, em 19 de junho de 1856, e veio a ser chamada de Mary Ellen. Segundo MacHale (1985), Mary Ellen foi a menos notável entre as filhas do casal, mas ela se casou com Charles Howard Hinton que se interessou pelo trabalho matemático de Boole e recebeu a mais alta honra na matemática concedida em Oxford na época em que foi estudante. No início de 1857, Boole e sua família mudaram-se para uma nova casa que ficava na Rua *Castle* próximo ao vilarejo de Blackrock a 4 milhas do Queen´s College e ao lado do mar (que era uma preferência de Boole).

Neste mesmo ano, Boole passou a ser membro oficial da *Royal Society* e posteriormente foi eleito membro honorário da Sociedade Filosófica de Cambridge.

Para sua felicidade e a de sua esposa, em 1858 nasceu a segunda filha do casal que recebeu o nome de Margaret. De acordo com MacHale (1985), Margaret parece ter herdado a genialidade de seu pai e o passou para seu filho, Geoffrey Ingram Alfaiate, que se tornou um dos físicos matemáticos mais brilhantes e influentes do século XX.

Enquanto pai, Boole parece ter sido muito orgulhoso e feliz. A reação expressa em uma carta a William Brooke diante da chegada da filha evidencia suas crenças nos poderes ocultos da mente e revela o bem querer em relação a sua filha descrevendo-a para o amigo Brooke e fazendo especulações sobre o futuro de Margaret.

> *September 3rd, 1858:* [...] We intend to call the baby Margaret. She is a very fine child but so different from your friend Pussy (Mary) that no one would suppose them to be related. We think she will be of a more grave and serious character than the volatile Pussy. She has longer limbs and her features are much more marked. She is so quiet that we could not tell there was a baby in the house. It is idle perhaps to speculate on the future of a child, and yet I cannot help fancy that if she lives she will be a child of remarkable character. I never had any anticipation about Pussy – so that it is called up by something real… (MACHALE, 1985, p. 157 - 158).

Em 1859 a Universidade de Oxford premiou George Boole com o grau de doutor *honoris causa* (DCL). Foi também um ano importante para suas publicações, pois lançou mais um de seus livros. Desta vez, a obra não se referiu a suas idéias no campo da lógica e sim no ramo das equações diferenciais e recebeu o título de *A Treatise on Differential Equations.* Na verdade, se observarmos os artigos produzidos por Boole no início de sua vida, iremos constatar que as idéias referentes às equações diferenciais já eram trabalhadas por Boole antes mesmo que a lógica.

No dia 08 de junho de 1860, nasceu Alicia, a terceira filha de Boole e que herdou diretamente o talento matemático do pai, pois se tornou uma matemática de certo destaque, sendo particularmente interessada nos sólidos geométricos regulares de quatro dimensões (MACHALE, 1985).

Dois anos depois veio ao mundo mais uma herdeira do casal Boole que foi chamada de Lucy Everest. A referida jovem se tornou química, conferencista e demonstradora da escola de medicina para mulheres londrinas. Segundo nos diz MacHale (1985), Lucy apresentou ao longo de sua vida sinais de grande talento científico.

Com agora quatro filhas, Boole e Mary resolveram mudar-se para uma casa mais confortável, pois a atual já estava pequena para a família. O novo lar situou-se na Rua Blackrock numa vila em Ballintemple a cerca de uma milha de Cork.

Em 11 de maio de 1864, a família de Boole ficaria então completa com o nascimento de sua quinta filha chamada Ethel Lilian. Para MacHale (1985) a caçula da família Boole foi, sem dúvida, a mais notável da família, mas pouco conviveu com seus pais. Foi uma garota sensível e apaixonada por música, também foi atraída pelas causas revolucionárias da Rússia e Europa Central.

Boole foi um esposo e pai amável considerando sua família como um dos melhores e maiores presentes que Deus poderia lhe conceder. Acreditava que não havia nada mais importante para o bem-estar das crianças que a harmonia familiar. Encorajou Mary na educação superior permitindo, inclusive, que ela participasse de suas aulas no Queen´s College. Entretanto, Mary foi criticada pelas mulheres conservadoras da cidade e teve que desistir, mas os alunos de Boole, assim como seu professor, tinham uma cabeça mais aberta e insistiram que as aulas fossem realizadas na casa do casal onde Mary poderia participar.

A estadia de Boole na Irlanda, particularmente em Cork, foi marcada por grandes mudanças profissionais e pessoais. Foi um período em que sua carreira culminou, mas infelizmente, foi interrompida prematuramente devido sua morte aos 64 anos em decorrência de complicações na saúde (BELL, 1953).

Segundo MacHale (1985), George Boole teria tido uma premunição de sua morte. Tal fato se confirma a partir do comentário de Boole, M. (1931) que menciona que ele gostava de imaginar como a vida dela seria quando as crianças tivessem crescido e pudessem ajudá-la e confortá-la em sua ausência. Mary também afirma que Boole tinha uma constante preocupação em falar o que ela deveria fazer em sua ausência e parecia desejar acostumá-la com a idéia da morte dele:

> He was very fond of picturing in our conversations what my life would be when the children grew old enough to be a help and comfort to me. But if I brought him into the picture he would stop me at once. “No my child”, he would say, “you will be very happy but I shall not be there.” He used constantly to talk to me of what I ought to do about different things in the event of his death. He would allow no shrinking from the subject but seemed to wish to accustom me to the idea of being happy without him.

Pouco antes de sua morte, em outubro de 1864, Boole sentiu um desejo inesperado de visitar aqueles que ele não via há algum tempo.

Por fim no dia 08 de dezembro de 1864, numa tarde de terça-feira, ocorreu a prematura morte de George Boole. A fatalidade foi bem narrada por MacFarlane (1916, p. 53) como segue: “One day in 1864 he walked from his residence to the College, a distance of two miles, in a drenching rain, and lectured in wet clothes. The result was a feverish cold which soon fell upon his lungs and terminated his career[…]”. Neste trecho, o autor afirma que Boole percorria a pequena distância do Queen´s College para sua casa, quando foi surpreendido por uma forte chuva que deixou suas roupas completamente molhadas. Em decorrência deste fato, Boole teve febre e seus pulmões foram atingidos causando-lhe a pneumonia que lhe levou a morte.

Mary Boole conta em seu livro, *Home Side of a Scientific Mind,* que durante o período em que seu esposo esteve doente ela cuidou atenciosamente dele, seguindo as orientações médicas e o assistindo nos momentos de delírio procurando sempre mantê-lo calmo. Menciona também as últimas palavras de George Boole (MACHALE, 1985, p. 241):

> ‘And use it for God’, he said, very solemnly. Our youngest child had been taken to pay a visit to his room every day. On the last day of his life he asked me to bring her. “Let me see her again”, he said. *Meine Engelchen, sie ist eine Erscheinung* (My little angel, she is a vision).

O fato de Boole ter falado em alemão com sua filha nos leva a cogitar que isto era, provavelmente, natural em sua família como uma forma de promover a educação das suas crianças, haja vista que ele considerava importante a compreensão de outras línguas.

A realidade pode não ter sido como Mary Boole conta em seu livro e, ela mesma pode ter acelerado, mesmo inconscientemente, a morte de seu marido por acreditar na medicina não ortodoxa, na homeopatia. Ela acreditava que um remédio para um mal era o próprio mal, assim, teria colocado Boole numa cama e jogado baldes de água sobre ele, agravando o quadro de pneumonia.

Até o livro de MacFarlane[4], não havia aparecido nenhuma biografia de Boole, somente uma nota biográfica feita pelo Reverendo Robert Harley para o *Procedings of Royal Society of London.* Para o autor a razão disto seria o temperamento infortúnio da viúva Mary Boole. MacFarlane (1916) afirma ainda que, em sua opinião, o mais qualificado para a tarefa seria De Morgan por ser o homem mais qualificado para julgar o valor do trabalho de Boole, bem como, para narrar sua vida.

Boole foi sepultado na *Churchyard at St. Michael´s Church of Ireland*, Blackrock, Cork na manhã do dia 12 de dezembro de 1864 e, na ocasião, sua morte foi bastante noticiada pelas revistas locais.

Em seu túmulo há a seguinte inscrição (MACHALE, 1985, p. 244-245):

> GEORGE BOOLE
> DIED DECEMBER 8 1864
>
> While within the church, a few yards away, a marble tablet placed there by his widow pays the following tribute:
> To the memory of George Boole, LL.D, DCL, FRS, Cork, in whom the highest order of intellect cultivated by unwearied industry produced the fruits of deep humility and childlike trust. He was born in Lincoln on the 2 Nov. 1815 and died at Ballintemple on the 8 Dec. 1864.
> For ever O Lord Thy word is settled in Heaven

É relevante mencionar a inscrição acima para verificarmos o que se pensava de Boole na época e podemos notar que ela realmente atesta que Boole já tinha importância reconhecida entre seus contemporâneos, não somente como um intelectual, mas também como homem.

No dia que sucedeu a morte de George Boole, *The Cork Examiner* publicou uma carta de W. J. Knight, ex-aluno de Boole, em tributo ao seu professor caracterizando-o como “a man great in the noblest and highest acception of the term”. A partir de então, seguiram-se diversas homenagens póstumas a Boole, uma delas foi um memorial feito por seus colegas no Queen´s College. Outra homenagem foi prestada pelo presidente da

---

[4] A primeira biografia extensa de Boole é MacHale (1985).

sociedade Curvierian, Richard Caulfield, através de um tributo baseado em seu contato pessoal com Boole.

No final de 1866 uma bela janela de vidro colorida foi erguida, na Aula Maxima do Queen´s College, em homenagem a Boole trazendo os seguintes tópicos como painéis em seus vitrais: Religião e Música, representados pelo santo Augostinho, santo Stephen e o rei Davi; Navegação, representada por Colombo e Vasco da Gama; Fama, representado por uma figura feminina sentada e engrinalda de folhas de baía; Medicina, representada por Harvey, Hipócrates e Galen; Engenharia e Arquitetura, representados por Archimedes, Phidias e (talvez) Leonardo da Vinci; Astronomia, representada por Copernicus, Hipparchus e Galileo; Matemática, representada por Bacon, Napier e Newton; O painel central representa a Lógica com Euclides e Aristóteles ilustrados em pé ao lado Boole, que está sentado e escrevendo sobre uma mesa; Filosofia, representada por Pascal, Leibniz e Descartes; Geografia, representado por Strabo e Ptolomy (MACHALE, 1985). Cada painel representa uma arte ou ciência através de um ou mais personagens. Trata-se, pois de uma maneira artística de identificar os principais fundadores e contribuintes da humanidade.

Enquanto isso, seus amigos de Lincoln decidiram erguer um outro memorial em sua terra natal.

Já em 1957, ocorreu uma importante homenagem, pois uma das crateras da lua recebeu o nome de George Boole reafirmando sua imortalidade como matemático.

Mais recentemente, em 1982, o corpo de governo da University College, Cork (antigo Queen´s College, Cork) resolveu nomear a biblioteca, recém construída, por The Boole Library. Vale salientar que esta biblioteca recebeu, como já mencionado, grandes e relevantes contribuições de Boole.

Atualmente a biblioteca apresenta-se da seguinte forma:

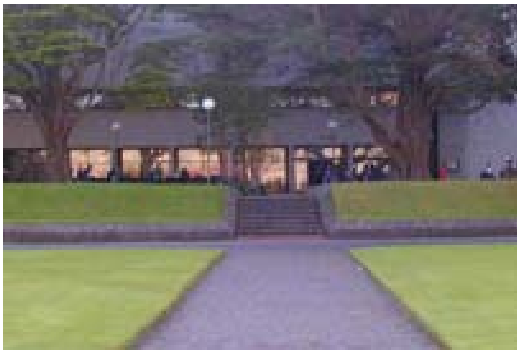


Ilustração 04 – Vista de frente da biblioteca[5]

Ilustração 05- Entrada da biblioteca[6]

[5] Disponível no site: http://booleweb.ucc.ie/info/PhotoTour/Photo_Tour.htm (LIBRARY..., 2004a)
[6] Disponível no site: http://booleweb.ucc.ie/info/PhotoTour/Photo_Tour2.htm (LIBRRARY..., 2004b)

Ilustração 06 – Recepção da biblioteca[7]

Ao longo do capítulo que aqui se encerra, percorremos pelos dados biográficos do matemático inglês George Boole, inserindo-os no contexto histórico e enfatizando os traços mais marcantes de sua personalidade. Tentamos apresentar quem foi este homem que segundo J. L. Synge, emérito professor do *Dublin Institute for Advanced Studies* (apud MACHALE, 1985), foi um homem muito humano e que também aconteceu de ser um gênio. Para MacHale (1985), Boole além de ser um grande homem, também foi envolvido por um espírito de época (referindo a idade áurea da matemática que corresponde ao século XIX). Este encontro é sugerido pelo autor como uma combinação perfeita para o surgimento da grande descoberta que marcou a história da lógica e que concedeu a Boole o título de O Pai da Lógica Moderna.

Há ainda um outro aspecto na vida de Boole que também o destaca por caracterizá-lo não só como um cientista, mas também como um humanista. Sua vida intelectual e todo o seu complexo se completa com a particularidade de Boole ter se envolvido com atividades literárias. É neste sentido, que decidimos reservar o próximo capítulo para investigarmos a respeito deste envolvimento.

[7] Disponível no site: http://booleweb.ucc.ie/info/PhotoTour/Photo_Tour4.htm (LIBRARY..., 2004c)

O SER POETA

Tenho aqui dentro
o ressoar de cantos,
futuros acordes-
palavras-meio-acordadas.

É um sentir ouvindo
que me deixa livre.
o amanhã sabe andar
guardado na memória.

O mundo flui para quem
o tempo cedeu o presente
e mais a dar
mais consciência à mente.

Enche-me o peito
um útero poético.
Tudo se encontra escrito
palavras-feto

Meu trabalho é parir.

(ALBUQUERQUE, 2003, p. 21)

2.1 - CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Tendo em vista que ainda seja comum ocorrer dissociação entre as áreas científica e humanística, pouco se tem de material a disposição da comunidade científica a respeito do envolvimento de George Boole com as atividades literárias, provavelmente por não se dar prioridade a este aspecto da vida dele. Até recentemente, nenhum de seus biógrafos havia tratado desta questão, a não ser de forma superficial. Somente em 1985, com o livro de MacHale, é que passamos a ter a disposição algum material que se refere a este envolvimento. É, pois, por este motivo, que decidimos dedicar este capítulo para explanarmos sobre a relação de Boole com a poesia e o estudo de clássicos. A compreensão de sua vida intelectual e todo o seu complexo passa sem dúvida não só por seus feitos matemáticos, como também por toda a atividade que se relacione com seu desenvolvimento intelectual, com sua formação como investigador e o desenvolvimento de seu potencial o qual não se limita a uma área apenas.

2.2 - TRAJETÓRIA DE BOOLE NO CAMPO DAS ATIVIDADES LITERÁRIAS

Normalmente, argüir sobre a vida de George Boole é falar sobre sua lógica, seus estudos referentes ao cálculo e seu trabalho matemático em geral. No entanto, pouco se sabe ou se menciona sobre seu envolvimento em atividades literárias. Uma das razões para a ocorrência deste fato concerne de questões culturais. De fato, nossa cultura admite que matemática não se mistura com atividade literária e estes assuntos estão sempre dissociados.

Tradicionalmente, delimita-se uma linha divisória entre as ciências humanas e exatas ou entre aqueles que fazem estas ciências. Mas, esta linha pode muitas vezes ser constituída por pontos de intersecção. Foi o caso de George Boole e outros que se aventuraram em ambos os ramos e que têm uma visão mais aberta, que priorizam o saber sem distinção de área. Ante a esta argumentação observemos a opinião de MacHale (1985, p. 171):

> It is an unfortunate but indisputable fact that mathematics is nowadays almost invariably regarded as a science rather than an art. Mathematicians are by implication deemed to be soulless calculating fellows, totally incapable of appreciating imprecise and beautiful expressions of human feeling such as art and poetry.

O referido autor, nesta citação se lamenta por ainda existir, atualmente, aqueles que acreditam que a matemática é uma ciência antes que uma arte. Ainda há aqueles que crêem que os matemáticos são apenas calculistas incapazes de apreciar expressões que revelam o sentimento humano, como a arte e a poesia.

Carpindo-se da mesma forma que o autor acima, citamos agora Weierstrass (apud MACHALE, 1985, p. 171): “It is true that a mathematician who is not also something of a poet will never be a perfect mathematician.” Para Weierstrass, um matemático que não é um pouco poeta nunca será um matemático perfeito. Este foi o caso de George Boole que além de ser um grande matemático foi também um poeta, como veremos.

Ao investigarmos o trabalho de Boole na matemática e com as atividades literárias percebemos que ocorreram relações entre elas, mas estas foram sucintas e nem sempre conscientes, contudo bastante prazerosas.

Os primeiros passos de Boole em direção as atividades literárias foram dados ainda na sua infância enquanto freqüentava a escola elementar. Em sua tênue idade Boole revelou uma genialidade na tradução de clássicos e o estudo de línguas.

A história da instrução escolar de Boole se confunde com sua trajetória nas atividades literárias, pois elas ocorreram simultaneamente. A relação com estas atividades se deu através da proficiência em línguas, estudo de clássicos e traduções, bem como, a composição de poesias ao longo de sua vida.

Já sabemos, pelo capítulo anterior que, afora os poucos anos de instrução escolar resumidos a escola elementar, George Boole foi inteiramente autodidata. Isto foi uma realidade não só na matemática como também no estudo das atividades literárias.

Boole ainda criança foi tido como um lingüístico prodígio capaz de se instruir no latim, grego, francês, alemão e italiano. Estes conhecimentos capacitaram-no a ler trabalhos dos grandes matemáticos continentais e libertaram-no do isolamento inglês.

Para falarmos do ponto de partida de Boole nas atividades literárias vejamos a afirmação:

> It is difficult to overemphasise the importance of the informal education John Boole personally gave to his eldest son. George first studied English under his father´s guidance and developed an interest in its literature and the structure of language. (MACHALE, 1985, p. 05)

O trecho acima nos revela que o interesse de Boole na literatura e estrutura de linguagem surgiu ainda enquanto ele era alfabetizado em sua língua mãe e foi motivado pelas orientações de seu pai que instruiu seu filho mais velho no estudo do inglês além dos rudimentos matemáticos. A partir daqui, para a surpresa de seu pai, Boole passou a se interessar também pelo estudo de outras línguas e, quando ainda freqüentava a escola comum, decidiu estudar o latim. Na ocasião, por mostrar talento nas traduções, seu pai decidiu contratar os serviços de um tutor chamado William Broke (livreiro e amigo de John Boole) para auxiliar seu filho no latim. Broke emprestou livros de sua biblioteca para Boole e o encorajou neste ramo.

Após o latim, Boole partiu para o grego, agora sem assistência tutorial, como também ocorreu nas outras línguas que Boole veio a aprender. Fez diversas traduções e aos 14 anos sua primeira publicação, em um jornal local, fez com que Boole se tornasse o centro de uma controvérsia literária. Tal polêmica foi abordada com maiores detalhes no capítulo anterior. A referida produção tratou-se de uma tradução do poema grego *Ode to the Spring* (de Meleager) que foi publicado no *Lincoln Herald* no dia 28 de maio de 1830. Vejamos:

> Winter with all its storms is past,
> No more the cold and bitter blast
> Obscures our tranquil sky;
> And smiling Spring with look serene,
> Enrobed in flow´r-empurpled green,
> Again salutes the eye.
>
> She clothes with verdant herbs the earth,
> Gives to the tender leaves their birth,
> And decks the budding trees;
> The fragrant rose with blooming hue,
> Fresh opens to the breeze.

The happy shepherd tunes his reed,
His fleecy care around him feed,
Upon the mountain´s side;
The Goatherd like a parent dear
Delights his tender kids to rear;
(His kids, are all his pride.)

Borne on the wave the sailors now,
Their trackless course through ocean plough
Nor fear the tempest´s low´r.
The Zephyrs fill their swelling sails,
And wafted by propitious gales,
They gain the destined shore.

And now around the leafy shrine,
Sacred to joy and sparkling wine,
The Bacchanalians wait;
The ivy round their temples spread,
(The cluster´d honours of the head.)
Their God they celebrate.

By instinct led, the Bees prepare,
With liquid wax their ceaseless care,
And form the celly comb;
Some cull the sweetness of the flowers,
While others give their busy hours
To decorate their home.

From every bush, from every tree,
In the full tide of harmony,
Symphonious music floats;
The swallow from the jutting beam,
And the king-fisher from the stream,
Send forth their welcome notes.

By the slow-winding river´s side,
Responsive to the silver tide,
The swan´s low murmurs sound;
The nightingale in every grove
Pours the wild melody of love,
Re-echo´d all around.

If, them, all nature smile around,
If livening verdure deck the ground
And clothe the fertile mead;
If the blithe shepherd on the rock,
While round him frisk his mountain flock,
Attune his simple reed;

If Bacchus lead his sportive train,
And if across the tranquil main
The sailor bend his way;
If the bee plume its active wing,
And birds their swelling anthems sing,
Shall not the Poet hail the Spring,
With an enraptur´d lay?

(BOOLE apud MACHALE, 1985, p. 07- 08)

Esta tradução resultou dos estudos literários de Boole e é caracterizada pelo toque pessoal de um jovem adolescente de 14 anos que já apresentava maturidade intelectual concernente a estudiosos de clássicos mais experientes.

O mesmo jornal ainda publicou as seguintes traduções de Boole, G. (apud MACHALE, 1985, p. 13 – 14):

LINES TO A DEPARTED FRIEND
(from the Greek)

Thy soul, superior to the stings
That arm death´s icy hand,
Hath spread its swift, unwearied wings
To reach a lovelier land;
And thou hast gained, from all thy toils
An everlasting rest,
In those for ever festive isles,
The regions of the blest.

Unknown to thee the winter´s cold,
The summer´s scorching heat,
Elysian flowers their tents unfold
Beneath thy bounding feet:
The brightness of Olympian day
Around thy head is thrown:
Thou art where sickness, and decay,
And want, are never known!

The sorrows that on *mortals* wait,
To thee no sting impart,
Earth has no joys to captivate
Thy undesiring heart;
Thou art beneath a happier clime,
A sky more brightly fair,
Beyond the narrow bounds of time
To shine unfading there!

O poema é uma obra dedicatória feita pelo autor à lembrança de um amigo falecido.

Uma outra tradução publicada no *Lincoln Herald* foi:

TO THE EVENING STAR
(from the Greek of Bion)

Hail! Brightest wanderer of the west,
Light of the golden realms of love;
Hail! Glory of the starry vest
That evening spreads above;
Night´s sacred queen alone can boast,
The splendour of thy silver ray;
Though fairest of the heavenly host –
Star of departing day!
Thy softest, sweetest influence shed,
On the lone stillness of the night,
And cast around a shepherd´s head,
The magic of thy light;
No thirst of gold thy heart impels
Or prompts thy wandering feet to roam;
I seek the bower where beauty dwells,
Of love the peaceful home.
(BOOLE apud MACHALE, 1985, p. 14)

The evening star é um poema sobre *a estrela Vênus*, ou seja, o planeta Vênus quando aparece de noite.

Os méritos de Boole com estas traduções, em especial a primeira, deram-lhe a reputação de garoto prodígio. Assim, sua genialidade foi revelada no campo dos clássicos antes mesmo que na matemática. No entanto, a primeira ocorreu no âmbito local e a segunda num contexto internacional.

Após o latim e o grego Boole, enquanto estudava na escola comercial, teve a oportunidade de ler os melhores autores ingleses e de se instruir no francês, alemão e italiano. Nesta instituição, Boole estudou Valphy´s *Greek Gradual* e o poeta Virgil, além de material matemático.

O interesse por leituras em diferentes línguas também pode ter surgido pelo fato de Boole ter sido um leitor voraz desde muito jovem e, por isso, fez rápidos progressos nos estudos. Consumia livros não só de matemática, como também de história, viagem, ciência, poesia e novelas de ficção. Nas palavras de MacHale (1985, p. 06): “He was often to be found perched on a favourite tree, reading Scott´s Romances or dreamily composing poetry.” MacHale (1985, p. 6) conta ainda que:

> On one occasion while his mother was away from home, he shut himself away in the library of the Reverend Richard Andrew, one of his early teachers of Latin and Greek, and had ‘an overdose of reading’ which caused him to become ‘quite booksick’.

Notamos que a motivação de Boole no estudo de clássicos foi inicialmente impulsionada por prazer pessoal o qual fez com que ele se interessasse pelo estudo de latim e grego. Sabemos que este interesse não parou por aí e, como já foi comentado no capítulo anterior, Boole teria seguido para o estudo de outras línguas, pois almejava obter uma carreira religiosa e não apenas por gosto pessoal.

É certo que, consciente ou não, a proficiência de Boole nestas línguas lhe proporcionaram grandes avanços no desenvolvimento de suas idéias matemáticas e no desenvolvimento de sua vida intelectual já que o libertava do isolamento inglês (mencionado no capítulo anterior e causado pela controvérsia entre Leibniz e Newton) e abria a possibilidade de estudar materiais de matemáticos continentais.

Entretanto, o envolvimento de Boole com as atividades literárias não se limitou ao estudo de línguas e traduções, mas também passou pela composição de poesias. Vale salientar que esta atividade não foi encarada por Boole no âmbito profissional, mas como *hobby* e uma maneira alternativa de desenvolvimento intelectual afora a matemática.

Boole escreveu poesias e fez traduções desde sua infância até a adolescência. Por volta dos 19 anos ele parou um pouco para se dedicar a sua outra paixão que era a matemática. O período de recesso poético permaneceu até 1849, quando George Boole chegou na Irlanda e retomou sua produção literária, provavelmente, inspirado pela paisagem de Cork e pelas grandes mudanças em sua vida afetiva.

Segundo MacHale (1985), os temas preferidos de Boole eram religião, clássicos e amizade. Pouco de seus poemas falavam de amor entre homem e mulher, talvez por considerar o assunto pessoal demais para ser divulgado.

Boole foi influenciado pela segunda geração de romancistas que emergia no período (MACHALE, 1985). Para Crouzet (1996), o romantismo era encontrado desde o limiar do século XIX, mas data desde 1777 com o combate ao nacionalismo por Klinger com *Sturn und Drang* ou em 1773 com Gluck que se propôs a introduzir a natureza no drama musical. Segundo nos diz Burns (1979), Jacques Rousseau (1712 – 1778) foi considerado o pai do romantismo. Burns (1979) ainda afirma que no fim do século XVIII, iniciou-se uma revolta romântica contra tendências clássicas dominantes na literatura. A essência do romantismo era a glorificação dos instintos e emoções em oposição ao culto do intelecto. Havia uma profunda veneração da natureza, desprezo ao formalismo, amor sentimental aos humildes e um zelo ardoroso de reformar o mundo. No início do século XIX (período de Boole) o romantismo, que teve suas bases no século XVIII, floresceu rapidamente e no âmbito literário teve suas raízes profundas e extensas na Inglaterra. A importância deste romantismo literário emergiu como fator de progresso social e intelectual, tendo como um dos resultados benéficos o combate à opressão (BURNS, 1979).

Dentre vários poetas, o favorito de Boole foi o italiano Dante Aligheri e o trabalho preferido foi o *Paradiso* de Dante (MACHALE, 1985). Boole também apreciou os trabalhos de Wordsworth e Milton, assim como, Scott, Shelley, Keats, Byron, Cowper, e Tennyson.

Segundo Burns (1979) William Wordsworth foi um dos primeiros a dar uma expressão importante do Romantismo, durante o século XVIII, a partir da adoração mística da natureza. John Milton foi o último grande poeta do renascimento inglês. Sir Walter Scott escreveu uma série de poemas narrativos que glorificavam as virtudes da singela e vigorosa vida na Inglaterra na Idade Média, mas não se limitou à poesia e também escreveu prosas (LITERATURA ..., 2003).

A geração que segue Scott também é constituída de grandes poetas como Percy Bysshe Shelley, John Keats e Lord Byron que é considerado um exemplo de personalidade trágica em luta contra a sociedade. Destacamos Keats que, segundo Burns (1979), é tido como o mais típico dos poetas românticos e difere de seus contemporâneos por identificar a beleza com a paixão intelectual, mais ou menos como os gregos identificam a beleza com o bem. A substância de seu credo é expressa pelos versos de Keats: *Ode a uma urna grega*: A beleza é verdade, a verdade é beleza – isto é tudo quanto conheceis na terra e tudo quanto necessitais conhecer. A concepção de Keats era a de beleza ideal que perdura ainda que flores feneçam e o encanto da mocidade exista. Já William Cowper cultivou uma sensibilidade reflexiva e uma melancolia que foram desconhecidas pelas gerações anteriores ao século XVIII (LITERATURA ..., 2003).

Por fim, Alfred Tennyson juntamente com Dante Gabriel Rosetti pertenceram ao movimento Pré-rafaelita e a Era Vitoriana (1837 – 1901). Esta foi uma época de grandes transformações sociais e que teve o reinado da Rainha Vitória como o tema principal das obras dos poetas. (LITERATURA ..., 2003).

A produção literária de Boole teria sido interrompida a pedido de sua esposa um ano após seu casamento. MacHale (1985) afirma que a primeira preocupação de Mary, como esposa, foi com a saúde de Boole para que não tivesse trabalho excessivo e não fosse sobrecarregado com as tarefas do Queen´s College simultaneamente as atividades sociais e literárias. O mesmo menciona ainda que Mary encontrou um dos poemas de Boole e, na ocasião, provavelmente por não considerá-lo de boa qualidade, ela pediu para que seu esposo se dedicasse somente à matemática e às tarefas no Queen´s College. Assim, desde 1856, Boole parou de escrever seus poemas a pedido de sua esposa. A própria Boole, M. (1931, p. 24) menciona em seu livro *Home Side of a Scientific Mind* que o cerceamento das produções literárias de seu esposo ocorreu após seu pedido, o que podemos perceber no seguinte trecho “all written before my prohibition” que se refere ao fato de Mary ter encontrado, após a morte de Boole, alguns poemas que haviam sido produzidos por ele, mas que ela não conhecia e enfatiza que todos tinham sido escritos antes de sua proibição.

É relatado por MacHale (1985) e outros que tiveram contato com as produções literárias de Boole, que ele não pode ser considerado um grande poeta (de caráter profissional), mas devido seu amor à beleza, sobretudo das formas e sistemas, (que se relacionam com a elegância de um teorema matemático) torna-se quase inevitável admitir que Boole se tornasse um amante da arte literária e que tentasse expressar seus sentimentos na forma de poemas.

Sobre a análise dos méritos ou não de George Boole neste ramo, reservamos a seção seguinte para abordar sua real produção literária.

2.3 - PRODUÇÃO POÉTICA DE GEORGE BOOLE

Após o conhecimento da trajetória de Boole, no campo das atividades literárias, estamos aptos a apresentar sua produção poética, já ressaltando que ele foi um matemático que se aventurou na arte das composições literárias por admirar a beleza das estruturas de linguagem e que não tinha intenção de ser um profissional neste ramo, mas que encontrou nele uma forma de lazer e de expressar seus sentimentos.

Antes de apresentarmos seus poemas, vejamos a opinião do poeta, crítico e professor de inglês moderno da University College (antigo Queen´s College, Cork) Lucy (apud MACHALE, 1985, p. 172) que fez um estudo detalhado dos poemas de Boole:

> Boole was a very able versifier who sometimes rose to poetry. His works gave an earnest, serious, dutiful quality one expects of the Victorian period. They are 'improving', showing the typical nineteenth-century moral imperative, the willed optimism, the insistence on industry and responsibility. These solemnities, with a fondness for abstraction and a lack of originality of language, make most of his verses heavy, and many of them dull.

Para Lucy, Boole foi um versificador muito capaz, com produções de boa qualidade e que obedeciam a corrente dos romancistas vitorianos, como também observamos que pertenciam alguns dos poetas admirados por Boole. Seus trabalhos apresentam o típico imperativo moral do século XIX influenciado pelo otimismo, a insistência sobre a indústria e a responsabilidade. Entretanto, eram construídos sobre formas solenes e abstratas que, junto com uma falta de originalidade de expressão, deixavam seus versos pesados.

Na opinião de MacHale (1985), na qual também acreditamos, Boole pelas influências das personalidades que admirava neste ramo e que citamos anteriormente, mas principalmente por sua perspectiva de vida e formação matemática, teria sido conduzido a uma forma de versificação mecânica que o levava inevitavelmente a aderir à rigidez de estruturas e formas altamente versadas como os sonetos.

Para compreendermos qual realmente foi o estilo de Boole, bem como, quais suas características neste campo, vejamos algumas composições de sua autoria seguidas de alguns comentários relevantes.

> O Ireland! Ireland! though thy tale be told
> On history´s darkest page, and to such strains
> Of Sorrow´s harp attuned, that there remains
> No chord of grief untouched, though Want be bold
> And clamours in thy streets, and where the gold
> Of plenteous yellow harvests waves, lie plashy plains,
> Oér which the bulrush towers, the ragweed reigns;
> Yet thou in *wisdom* still art young, though old
> In misery and tears. Oh that thy store
> Of bitter thoughts, which brood upon the past,
> Were from thy bosom quite erased and worn.
> Then in the Future might´st thou live once more
> And from the darkness and the stormy blast
> Emerge the brightness of thy coming *Morn*.
> (BOOLE apud MACHALE, 1985, p. 173)

O soneto acima foi feito por Boole para a Irlanda. Data do dia 02 de novembro de 1849 (ano de sua chegada em Cork, Irlanda). Nele, Boole descreve a paisagem da Irlanda, especialmente a de Cork, onde residia. Segundo o professor Lucy, as únicas linhas desta composição que têm poder poético, bem como, uma estrutura tátil e forte, no entanto, pouco original, são aquelas que expõem as características desta paisagem.

Boole reportou-se à paisagem da Irlanda, sobretudo de Cork, pois ele acreditava que a natureza e a arte nos ensinam (LUCY apud MACHALE, 1985). Também sabemos que ele admirou o cenário de Cork e isto o inspirava.

O poema que segue é parte de um poema maior que citaremos na íntegra mais adiante. Trata de uma carta, escrita em forma de verso, para um amigo onde Boole (apud MACHALE, 1985, p. 173) fala de uma pintura vista por ele na Royal Academy Exhibition em Londres.

> I have not seen
> Elsewhere so wondrous, so sublime a scene;
> Though others, to a painter´s eye, might be
> More strictly beautiful – yet, as to me,
> Music is then divinest when some chain
> Of thought sublime gives meaning to the strain,
> So, in the sister art, a theme which swells
> The breast with recollections ever tells
> Most on the canvas […]

A imagem a que Boole se referiu nesta obra é a de um homem antes de seu martírio na presença de sua esposa e filho (LUCY apud MACHALE, 1985). Para Boole, a cena retratada na tela tinha uma beleza sublime, pois expressava a bravura do homem que se submetia àquela situação de tensão.

Nos versos que seguem, Boole compõe uma espécie de soneto moralista inspirada principalmente em Wordsworth que é caracterizado por Lucy (apud MACHALE, 1985) como um poeta moralista. Mas é relevante também relembrar que Boole também tinha intenções moralistas já que se envolvia em questões sociais e muitos de seus princípios versam de defesas de direitos, especialmente, da liberdade de opinião.

> Thou that in secret chambers dost portray
> The pictures of the past, whence some return,
> And some, like ashes in the buried urn,

Lie hid, not lost, till one Diviner Ray
Shall through thy inmost caverns pour the day;
Oh, Memory! If to me thy lessons stern
Sometimes appear, let me not less discern
The deep and wholesome wisdom they convey;
But when the years to vanity betrayed
Rise threat´ning from the gulfs to which they fled,
Give me to see in each reproachful shade
A messenger, on solemn errand sped:
´Tis not with purpose vain that they invade
The nightly pillow and the wakeful bed.
(BOOLE apud MACHALE, 1985, p. 173 - 174)

O soneto acima exposto foi composto por Boole no mês de junho do seu primeiro ano em Cork e no Queen´s College. Como já comentado este foi um período em que ele próprio esteve ante de questões incômodas, sobretudo, as de âmbito moral e as relacionadas à condução administrativa do Queen´s College. Provavelmente em defesa de uma maior liberdade docente acrescida de sua ânsia por oportunidades a todos (ressaltada por seus envolvimentos sociais), da crença de que somos igualmente capazes e de que os mais privilegiados não devem se deixar corromper pela vaidade, Boole teria se inspirado para tal composição.

Apresentamos o mais lírico dos poemas de Boole e que releva claramente, na opinião do professor Lucy (apud MACHALE, 1985, p. 174), a influência de Boole pela segunda geração de romancistas através dos poetas filosóficos Shelley e Keats.

Fellowship of spirits bright,
Crowned with laurel, clad with light,
From what labours are ye sped,
By what common impulse led,
With what deep remembrance bound,
´Mid the mighty concourse round,
That ye thus together stand,
An inseparable band?

A estrofe acima e a seguinte fazem parte da composição intitulada *The Fellowship of the Dead* que, na opinião de Lucy (apud MACHALE, 1985, p. 174), seria uma imitação do poema de Keats chamado *Bards of Passion and of Mirth*. Neste trabalho, Boole referiu-se aos seus irmãos cientistas como campeões imortais responsáveis pela melhoria da vida humana.

> All that to the love of truth
> Gave the fervour of their youth,
> Then for others spread the store
> Of their rich and studious lore,
> Bringing starry wisdom down
> To the peasant and the clown,
>   Are with us in spirit-land,
>   An inseparable band.
> (BOOLE apud MACHALE, 1985, p. 174)

Boole celebra o compromisso que os cientistas têm com a verdade, o progresso e a melhoria do bem-estar da humanidade a partir de suas descobertas.

O poema abaixo é intitulado *To the number three*. Na opinião do professor Lucy (apud MACHALE, 1985), neste poema Boole especula sobre o fato que o senso mundial é tridimensional enquanto que o pensamento é multidimensional. O autor ainda conjectura que esta obra seria novamente uma lição de moral no sentido de que devemos reconhecer que Deus conhece mais que nós sabemos. Nossa visão de mundo é restrita a três dimensões, mas Deus vê além disto e existe muito mais do que imaginamos conhecer.

> When the great Maker, on creation bent,

Thee from thy brethren chose, and framed by thee
The world to sense revealed, yet left it free
To those whole intellectual gaze intent
Behind the veil phenomenal is sent,
Space diverse systems manifold to see,
Revealed by thought alone; was it that we,
In whose mysterious spirits thus are blent
Finite of sense and Infinite of thought,
Should feel how vast, how little is our store;
As yon excelling arch with orbs deep fraught
To the light wave that dies along the shore;
That from our weakness and our strength may rise
One worship unto Him the Only Wise?
(BOOLE apud MACHALE, 1985, p. 174 - 175)

A inspiração para esta utilização de passagens religiosas em seu trabalho seria motivada por suas próprias convicções teológicas e por poetas como Cowper, Scott, Byron e Moore.

De acordo com MacHale (1985), o poema que segue foi escrito por Boole enquanto participava do Encontro Anual da British Association for the Advancement of Science que ocorreu em Cambridge no ano de 1845. Esta informação já permite-nos especular que Boole trataria de expor seus sentimentos em relação à importância que ele mesmo concebia do evento. Como realmente foi, Boole mostrou neste trabalho a importância que ele prendia para a amizade humana. A obra foi escrita para o amigo William Broke que foi tutor de Boole nos rudimentos de latim. Trata-se de uma obra bastante longa, mas merecedora de citação completa em virtude de ser a mais elaborada e a composição em que ele conseguiu libertar-se do formalismo apresentado na maioria de suas produções literárias. Na concepção do professor Lucy, este é o poema mais atrativo produzido por Boole.

I did not think that I again should feel
The old enthusiasm through my bosom steal,
Or that my thoughts again would flow in rhyme
Albeit uncouth, but sitting at this time
Alone, in my most quiet hostelry,

With twilight slowly darkening o´er the sea.
My thoughts to you are turned in current strong,
And cannot choose but shape themselves in song.
For, have we not together walked beside
Old streams and classic floods! Have we not pried
Into dim nooks of ancient piles, and read
Memorials quaint of monks and warriors dead!
And, have we not together sought retreat
In Skellingthorpian shades, when the fierce heat
Of Cancer, smiting on the barren plain,
Called to your memory that familiar strain
Of Haemus gelid vales enrapt in shade,
By ivied trunks and boughs innumerous made.

You know I mentioned when you saw me last
That I was going to Cambridge – there I passed
A pleasant week – sometimes with footsteps slow
Musing where Cam´s o´ershaded waters flow,
Sometimes through gardens trim my steps were bent,
And feastful hours in College halls I spent;
In ancient chapels heard the organ swell,
While hues of heaven through pictured windows fell,
Where martyrs, prophets, saints in glory shone,
The judgment hall, the scourge, the cross, the throne.
Nor be quite unremembered in my strain
Those world renowned men who trace the chain
Of nature´s linked wonders to the laws,
Blending harmoniously effect and cause.
´Twas something on the banks of Cam, to see
Men known to Science, known to History;
Airy, who trod the subtlest paths of light,
And Herschel, worn by many a watchful night,
Whewell and Brewster, Challis, large of brow,
And Hamilton, the first of those to know.
Then that stone-cracking miscellaneous rout,
Who seek for monster´s bones, and peer about,
Reading strange secrets of the beldame Earth;
How, with volcanic throes the first gave birth
To isle and mountain chain, and how the rocks
Are riven and fissured by her earthquake shocks.
With these was many an archimage, whose name
From Gallic chiefs, or northern heathen came;
Boutigny, making fire its power disown,
And Boguslawski – here, the muse breaks down.

At Cambridge too, I met a friend of yore
Bernard, replete with all the Talmud´s lore;
Age has not cooled his warmth of soul, but fanned
The inborn enthusiasm of his Fatherland.
And so we talked old stories o´er again,
Until his daughters roused us, with a strain
Of German words, to German music set,
Listening to which, entranced, I did forget
All time and place, for sooth to say,
That German music steals the soul away.
So with sweet converse and with sweeter song

We passed a summer eve, nor thought it long,
Till, one by one, the stars came out on high,
The assembled council of the northern sky.

I made short stay in London, for I thought
With loss of rest its pleasure dearly bought,
And longed in quiet indolence to be
On some lone shore of the resounding sea,
Where winds blow freely o´er the broad expanse,
And sea-birds stream and rocking billows dance.
But as I wandered idly up and down
The Babylonian streets of this huge town,
A friend, in much compassion, bade me view
The Academicians´ pictures – not a few
Of these were portraits of aldermen renowned
In city feasts, in calipash profound.
But there were some that spoke of higher themes.
Worthy of some great poet, when he dreams
Of the death conquering might of Truth and Love;
There was the patriot Russell, from above
Light streamed into his dungeon and lit up
The face of Tillotson, who held the cup
Of the last sacrament – the heroic wife
Knelt by her husband, dearer than her life,
And looked at him but wept not – while behind
Sat one of rougher sec, with head reclined,
Who could not veil his tears. I have not seen
Elsewhere so wondrous, so sublime a scene;
Though others, to a painter´s eye, might be
More strictly beautiful – yet, as to me
Music is then divinest when some chain
Of thought sublime gives meaning to the strain,
So, in the sister art, a theme which swells
The breast with recollections ever tells
Most on the canvas – well, I ween, shall not
That martyr´s eve of death be soon forgot!

Leaving the world´s great Babylon behind
In quest of health I wooed the southern wind,
Beside Southampton´s sheltered waters stayed,
And mused awhile in Netley´s holy shade,
Viewed her grey walls with matted ivy hung,
Heard the wind murmur where the mass was sung,
And thought, how many a worn unquiet breast
In penance and the cowl had sought for rest,
And found it in the last the narrow cell!
"After life´s fitful fever they sleep well".
Today I trod the chalky down of Wight,
That verge on many a cliff and wondersworld height
O´erlooking the broad sea, upon whose face
The impress of the changing heavens we trace;
And as I gaze here on the shingled shore,
And hear the solemn never ceasing roar
Of the white billows, I almost repine,
Where the free mind might exercise her powers,
And place look smiling on the studious hours;

But impious were the wish, for well I know,
That Peace is no inhabitant below
Apart from Duty – little recks it where
Our lot be cast, so that we do and bear
That which to do and bear our souls were made,
All else is but the shadow of a shade.
(BOOLE apud MACHALE, 1985, p. 175 - 178)

Para o professor Lucy (apud MACHALE, 1985), o estilo literário de Boole pecava justamente pelo fato de apresentar uma certa falta de originalidade. Os pensamentos expressos por Boole, em seus poemas, eram quase sempre meros clichês, o que tornava a linguagem e o ritmo das obras fatalmente previsíveis. No entanto, o poema citado anteriormente apresenta-se, na opinião de Lucy, de forma mais humana e flexível, assim como, assemelha-se muito mais a versos heróicos que a uma carta em verso.

Como mencionado anteriormente, as atividades literárias eram para Boole uma forma de expressar seus sentimentos, desenvolver o intelecto e um *hobby*. Por esta última razão suas obras poéticas foram muitas vezes produzidas em momentos de lazer ou férias. Este foi o caso do trabalho mencionado abaixo e que foi produzido durante as férias de Boole em Hornsea no mês de agosto de 1850.

Child, rejoicing in the beauty
Of the earth, the sky, the sea,
Happiness to thee is duty,
  Living is felicity.
Guileless, simple, free from sadness
Open all thy heart to gladness
Think no, think not, of the morrow,
What hast thou to do with sorrow?

Young man, whom the pride and glory
Of the world´s great scene engage,
Half way on from childhood´s story
  To the quiet rest of age:
Scorn the trifler´s aims and manners

Write not Pleasure on thy banners,
Work with might, while day yet shineth,
Soon, how soon, thy sun declineth

Old man wasted, old man weary,
Whom the waves of life have cast,
Helpless on the margin dreary
    Waiting for the next, the last:
Joy of youth is thine no longer,
Nor to struggle with the stronger:
Rest and wait in calm endurance,
Patient hope shall breed assurance.
(BOOLE apud MACHALE, 1985, p. 178)

Sabe-se que as saídas de Boole da cidade de Cork eram várias vezes criadas como um refúgio às controvérsias que o incomodavam extremamente no Queen´s College. Como ilustração do estilo de escrever, adotado por Boole, assim como da forma de expressar seus sentimentos, mencionamos o poema acima e o que segue.

The Communion of Sanits

When the light of day declineth,
    And the fields in shadow lie,
And the dewy Hesper shineth
    Fairest in the western sky,
Visions in the twilight rise,
Night unseals the spirit´s eyes.

Then the dead, in thought arriving,
    From the far-off regions bright,
Seem to aid our earnest striving
    For the holy and the right;
Even they who sailed before
O´er this ocean to that shore.

Yes, the dead of all the nations
    Who, in patient hope and sure,
Laboured in their generations,
    For the Lovely and the Pure;
Heavenly sympathizing yield
To their followers in the field.

Seeks after Truth´s deep fountain,
    Delver in the soul´s deep mine,

Toiler up the rugged mountain
    To the upper Light Divine,
Think, beyond the stars there be
Who have toiled and wrought like thee.

Good is even as its Giver,
    As the Universal light,
And its time is the For-Ever,
    And its space the Infinite;
As a linked chain of gold
All the world it shall enfold.
(BOOLE apud MACHALE, 1985, p. 178 - 179)

Neste trabalho, Boole exibe um raro e delicado senso de beleza que aflora ao longo dos versos expostos.

Já foi comentado anteriormente que Boole raramente abordava em seus poemas temas como o amor entre homem e mulher. No entanto, a composição abaixo é uma exceção, pois nela Boole retrata a diferença que o amor pode fazer na vida de um indivíduo quando ele se encontra apaixonado.

LOVE
Three Aspects of Nature

Thy outward shape is still the same,
    Thy hues as vivid as of yore,
Thy skies as bright, thy fields as green,
    Thy waves as sparkling on the shore.

But not to me, O Nature, smiles
    With equal joy thy varied face;
A darkness o´er the scene has come,
    And dimmed its glory and its grace.

In vain I seek in sunny skies
    The brighter sunshine of the breast;
In vain I ask the peaceful stars
    Where Peace hath built her halcyon nest.

To me their luster only brings
    A vision of those vanished days
When the pure flame that burned within
    Robed all without in purple rays.

Oh, golden promise of life´s morn!
Oh, happy days of hope and youth
When Virtue first her shape revealed,
And first I sought the face of truth!
(BOOLE apud MACHALE, 1985, p. 179 - 180)

Segundo MacHale (1985), o relato apresentado na obra intitulada *Love*, bem como, no trabalho que segue seria baseado na própria experiência de Boole em relação ao estado de estar apaixonado e de viver um amor bem sucedido. Para o referido autor Boole teria escrito outros poemas neste estilo, mas os considerava muitos pessoais para divulgar.

TEN YEARS LATER

The woods and fields did once alone suffice
To fill the heart with joy I was not nice
To question Heaven´s good gifts, but took the blessing
Just as it came, without or care or guessing.
But with departed youth the splendour fell,
The meads were daisies and not asphodel.
But now the common earth again is bright,
Sweet peace is on the grass and on the flower;
The rainbow spans the fields and gilds the shower,
And sunset glows once more with golden lignt.
Who hath restored the bright and fairy time?
Who hath lit up the world with morning prime?
Mighty enchanter, Love! The change was thine;
Thou camest, and the world again did bloom;
A light renewed and glory half divine
Showed even beyond the confines of the tomb.
(BOOLE apud MACHALE, 1985, p. 180)

O poema acima foi escrito por Boole em 1855 (ano em que casou com Mary) e na ocasião ele decidiu apresentar em verso as transformações ocorridas em sua vida durante os dez anos anteriores ao seu casamento. Boole reportou-se na obra como sua vida se encontrava em 1845 e como ela passou a ser quando ele conseguiu realizar-se afetivamente. Ao interpretar o poema, MacHale (1985) afirma que, por volta de 1845, a matemática tinha perdido um pouco de sua magia para Boole e ele buscava intensamente a felicidade, entretanto, em 1855 o amor transformou sua visão sobre a vida e o mundo floresceu novamente. Curiosamente, durante este mesmo período surgiram as grandes obras matemáticas de George Boole (*The mathematical Analysis of Logic* – 1847 e *An Investigation of the Laws of Thought* – 1854).

Por fim, ao investigarmos algumas obras literárias de Boole vemos que muitas de suas características pessoais emergiam em suas composições, o que não poderia ser diferente já que se tratavam de convicções pessoais. Seus poemas expunham sentimentos em relação à importância que Boole dava a amizade, especialmente, às relações de troca de idéia entre personalidades científicas (por exemplo, o poema composto sobre o encontro da sociedade britânica). As obras de Boole contemplavam ainda sobre suas teologias como muitos da era vitoriana. O tema religioso merecia destaque principalmente devido às transformações religiosas ocorridas durante o século XIX no Reino Unido, especialmente na Inglaterra, e para Boole o tópico merecia atenção especial também pelos conflitos gerados no Queen´s College.

Vemos ainda que a matemática foi contemplada nos trabalhos literários de Boole, pois para MacHale (1985, p. 180) "Mathematics he regarded as one of God´s most wonderful and beautiful creations, intrinsically linked with the workings of the human mind and totally in harmony with nature". Boole também valorizou a natureza em seus poemas, sobretudo, por ver as paisagens como obras divinas.

Percebe-se que Boole não foi um grande poeta, um profissional, mas seu interesse por estruturas e clássicos o levou a exprimir em versos seus mais profundos sentimentos e convicções pessoais e o conduziram, sem dúvida, a elevar seu nível intelectual e pessoal.

Compreendendo Boole como um amante da arte e entendendo que a matemática faz parte dela, o capítulo que segue tratará de nos levar a conhecer qual matemática se produzia no século XIX, qual a visão que se tinha desta ciência, ao lado da concepção de Boole sobre a mesma e sua produção neste ramo.

"As matemáticas não são neutras quando entram na prática social, quando se prestam a determinadas pessoas e não a outras".

(MIGUEL, 1993, p. 03)

3.1 - CONSIDERAÇES PRELIMINARES

O presente capítulo se destina a fazer um breve apanhado da matemática desenvolvida no século XIX, especialmente, no período correspondente à produção de Boole e às áreas abordadas em seus trabalhos as quais também foram pesquisadas por outros. Assumindo que somos frutos de nosso meio, torna-se relevante estudar a matemática produzida na época de Boole, de um modo geral e, sobretudo em sua região para que possamos entender suas concepções, contribuições e idéias desenvolvidas no tocante a esta ciência as quais também objetivamos abordar neste capítulo. Assim como, pretende-se investigar a produção daqueles que se envolveram com cálculo, equações diferenciais, teoria de invariantes, álgebra e lógica, temas estes que foram alvo de investigação de Boole. Compreender a concepção e evolução do pensamento matemático no século XIX nos ajudará a perceber melhor a visão de Boole desta ciência, assim como, nos auxiliará a identificar as influências que o mesmo teve para o desenvolvimento de suas pesquisas, especialmente, com relação à lógica matemática.

3.2 - CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE A MATEMÁTICA DO SÉCULO XIX

O século XIX é conhecido como a idade áurea da matemática, pois se trata de um período especialmente importante para a esta ciência. Segundo Boyer (1996) os cem anos que compreenderam esta época apresentaram um crescimento matemático que superou a soma total de produtividade dos períodos precedentes. O mais significativo é que esta superação se deu não só quantitativamente, mas também qualitativamente o que também o caracteriza como um período historicamente revolucionário, pois uma diversidade de ramos e descobertas distintas passaram a surgir a partir de uma gama enorme de mudanças.

O alcance da potencialidade deste período não ocorreu à revelia das mudanças e exigências da sociedade e nem foram frutos somente de sua época. Smith, D. (1906) afirma que a história da matemática moderna deve ser também a história moderna dos ramos antigos. Alguns acontecimentos, como a revolução francesa e o período napoleônico também tiveram sua parcela de contribuição, pois criaram condições favoráveis ao crescimento da matemática a partir da abertura do caminho para a revolução industrial que trouxe mudanças rápidas e profundas nos modos de vida. Estas alterações impulsionaram o aparecimento de classes sociais com uma nova visão sobre a vida, interessados em ciência e educação técnica. Esta nova ótica da sociedade alavancou novas concepções sobre as ciências e dentre elas a matemática. Muitas destas novas concepções foram oriundas dos novos objetos de estudo surgidos em decorrência do próprio cotidiano humano.

De acordo com Struik (1967), os matemáticos do século XIX normalmente trabalhavam em universidades ou escolas técnicas e, assim, eram professores tanto quanto investigadores. Como muitas destas instituições, neste período, tinham o ensino de matemática como parte do treinamento de engenheiros, por exemplo, e visavam a aplicabilidade desta ciência em ramos diversos, sobretudo da indústria emergente, os matemáticos começaram a trabalhar em ramos especializados. Uma característica desta época foi que nela a matemática começou a ser fragmentada em campos diversos com resultados de suma importância haja vista que os especialistas, por focarem um objetivo específico, tinham a oportunidade de aprofundá-lo cada vez mais. Enquanto Gottfried Wilhelm Leibniz, Leonhard Euler e Jean Le Rond D´Alembert poderiam ser descritos como matemáticos, nós pensamos em Augustin Louis Cauchy como analista, Arthur Cayley como algebrista, Jakob Steiner como um geômetra e Georg Cantor como um pioneiro da teoria dos conjuntos, por exemplo. Esta fragmentação trouxe um amadurecimento em áreas como a física matemática, a matemática estatística e a lógica matemática (em que se insere George Boole).

Para Smith, D. (1906) além do estabelecimento de escolas científicas e academias (que contribuíram para a especialização da matemática), o surgimento de jornais e periódicos também influenciaram, de forma especial, a grande expansão e qualidade do conhecimento matemático produzido no século XIX. Dentre estes jornais destacamos os primeiros números do jornal francês da *l´École Polytechnique* (estabelecido em 1796), o *Crelle´s Journal für die reine und angewandte Mathematik* (1826), o *The Cambridge Mathematical Journal* (1839) e o *Cambridge and Dublin Mathematical Journal* (1846). Além destes veículos surgiram também diversos periódicos como: o *Nouvelles Annales de Mathématiques* (1842), *Archiv der Mathematik* de Grunert (1843), *Annali di Scienze Matematiche e Fisiche* de Tortolini (1850), *Zeitschrift für Mathematik und Physik* de Schlömilch (1856), o *Quarterly Journal of Mathematics* (1857) e o *Giornale di Matematiche* de Battaglini (1863).

Um outro aspecto relevante do século XIX foi a redistribuição geográfica da atividade matemática. Boyer (1996) afirma que muitas das mudanças ocorridas no tocante a esta ciência foram frutos desta redistribuição e isto aconteceu, por exemplo, a partir da quebra do monopólio francês e do isolamento inglês. Assim, enquanto nos últimos anos do século XVIII os principais matemáticos eram franceses, na primeira metade do século XIX as atividades matemáticas tornaram-se difusas. No entanto, a preponderância continental francesa foi quebrada gradualmente, pois até 1830 (CROUZET, 1996) ainda era a França que dava o sinal. Esta redistribuição geográfica permitiu a troca de idéias e uma maior flexibilidade do conhecimento matemático.

Outro tópico a considerar sobre as transformações que contribuíram para o avanço da idade de ouro da matemática é mencionado por Struik (1967) em seu livro *A Concise History of Mathematics*. Nesta obra o referido autor diz que durante o século XIX o latim científico foi gradualmente substituído pelas línguas nacionais. Tal fato ocorreu, por exemplo, quando associações como Analytical Society[8] (fundada por George Peacock, Charles Babbage e John Herschel) fez uma tradução inglesa de Lacroix (*Traité élémentaire de calcul différentiel et de calcul integral*). A plausibilidade das traduções de clássicos, em sua língua de origem para a língua materna de outras comunidades, recai, dentre outros aspectos, no acesso a materiais de qualidade e fontes primárias que permitiram o avanço da matemática local.

O conjunto destas transformações, como a especialização, a redistribuição geográfica e a abertura a novas línguas, renderam à matemática transformações radicais que mudaram não só a aparência como também as definições matemáticas. O próprio conceito do que é esta ciência mudou em decorrência de diferentes discussões e concepções

---

[8] Veremos mais detalhes sobre esta sociedade na seção seguinte.

ocorridas no período. Uma destas discussões girou em torno da diferença entre matemática pura e aplicada muito bem abordada, por Nagel (1935), em seu artigo *Impossible Numbers: A chapter in the History of Modern Logic*. Neste trabalho, Nagel tem como objetivo geral a clarificação da história da compreensão do que é matemática a partir da discussão da aceitabilidade dos números imaginários.

Ao abordar esta questão, o referido autor passa por diversos aspectos históricos, inclusive, do surgimento da lógica moderna e é neste aspecto que Nagel menciona a divisão entre matemática pura[9] e matemática aplicada, citando ainda uma outra dualidade proferida por De Morgan (apud NAGEL, 1935, p. 458): "Technical algebra[10]" e "Logical algebra[11]". O mesmo autor afirma, ainda, que o problema dos números impossíveis foi uma crise na história da ciência, especialmente para a matemática, e a sua solução conduziu para uma nova compreensão da noção tradicional da matemática (NAGEL, 1935).

Durante os primeiros vinte e cinco anos do século XIX, a matemática foi universalmente entendida como ciência de quantidade. Somente com a solução do dilema dos números imaginários foi que a matemática passou de ciência de magnitude para se tornar a ciência que explora as mais abstratas propriedades de qualquer assunto- problema. Para Nagel (1935), existem dois estágios que caracterizam o crescimento desta visão. O primeiro se refere à tentativa de dar uma interpretação geométrica aos números imaginários

---

[9] Matemática pura é além da manipulação de símbolos, a análise da estrutura de sistemas simbólicos.
[10] Álgebra técnica é concebida por De Morgan como a arte de usar símbolos sob regras as quais, quando esta parte de assunto é considerada independentemente da outra, são prescritos como as definições de símbolos.
[11] Álgebra lógica é, para este último autor, a ciência que investiga o método de dar significado para os símbolos primários e interpretar os resultados simbólicos. O primeiro passo para álgebra lógica é a separação das leis de operação da explanação dos símbolos operados.

tão bem quanto se deu aos números negativos. O segundo consiste na consideração da matemática como ciência pura que tem estruturas simbólicas bem definidas capazes de modelar diferentes situações (pensamento semelhante às intenções de Boole).

Assim, foi o paradoxo dos números negativos e das quantidades imaginárias, um dos pontos essenciais que levaram ao exame dos fundamentos da matemática no século

XIX. A visão errônea que concebia a matemática como ciência exclusivamente dos números foi vencida também com os trabalhos de Peacock, Gregory, De Morgan, Hamilton e Boole que resolveram estabelecer uma nova fundamentação para a álgebra. De acordo com Nagel (1935) antes destas personalidades não se havia encontrado uma expressão tolerável para a compreensão nova da natureza da matemática.

A partir da nova compreensão da matemática, como já mencionado, uma gama diversa de novos ramos especializados surgiu no século XIX. Estas especialidades contemplam a introdução de conceitos como o de geometrias não-euclidianas, espaços n-dimensionais, álgebras não-comutativas, processos infinitos e estruturas não-quantitativas. Struik (1967) afirma que esta especialização tem crescido constantemente até os dias de hoje e tem alcançado enormes proporções. A maioria dos conhecimentos importantes, tanto do século XIX quanto atualmente, tem sido resultado da síntese de diferentes domínios da matemática desenvolvida em diferentes países. O que hoje também é caracterizado por Vergani (2003), em seu livro *A Surpresa do Mundo*, como a ocorrência de uma eclosão de convergência no atual rosto das ciências.

Como vimos, no século XIX a França já não era o centro reconhecido da matemática mundial e a difusão da produção matemática foi marcada, por exemplo, pelas pesquisas na Inglaterra, Alemanha, Estados Unidos e Itália. Cada um destes países trouxe contribuições em diferentes níveis e campos e ao primeiro deles nos referiremos, com mais vagar, na seção posterior.

Pelos meados do século XIX, os matemáticos alemães estiveram bem à frente dos de outras nacionalidades no que se refere à análise e geometria (BOYER, 1996). O conceito de espaço vetorial n-dimensional foi aprofundado por Hermann Grassman que também estudou a interpretação geométrica dos números negativos e salientou o desenvolvimento de espaços e subespaços. Outra figura importante da matemática alemã do século XIX foi Carl Friedrich Gauss que, segundo Struik (1967), foi o responsável pela linha divisória entre a matemática do século XVIII e XIX. Gauss demonstrou pela primeira vez a lei da reciprocidade quadrática (que já era conhecida por Euler e cuja primeira tentativa de prova havia sido feita, sem sucesso, por Legendre) na teoria dos números e deu a primeira prova rigorosa do teorema fundamental da álgebra. Também se interessou por astronomia, funções elípticas, geometria não-euclidiana, séries hiper-geométricas, geodésia e álgebra dos complexos.

Boyer (1996) traz a classificação das álgebras lineares associativas como o marco da contribuição americana para a álgebra moderna do século XIX.

Já a contribuição italiana é destacada por Struik (1967) pela figura de personalidades como Francesco Brioschi, Luigi Cremona e Enrico Betti que foram fortemente influenciados por Karl Riemann, Felix Klein, Alfred Clebsch e Arthur Cayley.

Mesmo perdendo o posto de centro da matemática mundial, a França também teve sua parcela de contribuição à idade áurea da matemática. O início do novo período da matemática francesa foi marcado pelo surgimento de escolas militares e academias que foram responsáveis pela maior parte das pesquisas desenvolvidas neste país. Muitos dos matemáticos franceses foram professores e estudantes da École Polytechnique, onde foram produzidos os melhores livros textos do início do século XIX. Um dos diretores desta instituição, o geômetra Gaspard Monge (desenvolveu a geometria projetiva), foi também um dos primeiros matemáticos a ser especialista. Assim como ele, a maior parte dos matemáticos ligados a École Polytchnique foram interessados na matemática aplicada à mecânica. Dentre eles destacamos: Siméon Poisson, Joseph Fourier e Augustin Cauchy. Poisson pesquisou sobre equações diferenciais, elasticidade, integral e equações de Laplace. Fourier é tido como fundador do instrumento de operação na teoria das equações diferenciais parciais. Já Cauchy estudou a teoria da luz, mecânica e análise.

Ao falarmos da matemática do século XIX não poderíamos deixar de mencionar algumas de suas conquistas mais relevantes. Boyer (1974) aponta as seguintes: o novo mundo da geometria, descoberto em 1829, por Lobachevsky, a álgebra moderna que se firmou principalmente na universidade de Cambridge e a matemática do infinito de Georg Cantor.

Observando a produção matemática, bem como as personalidades surgidas em diferentes países durante o século XIX, confirmamos o fato desta ciência se tornar difusa e também verificamos que o processo de especialização da matemática não colocava os matemáticos à margem de outras pesquisas que não contemplassem especificamente sua área de especialização. Os cientistas citados, como vimos, abordaram diversos ramos, mas não deixaram de se focar no cerne de seus projetos específicos. Deste modo, estas outras áreas acabavam muitas vezes norteando suas pesquisas mais relevantes. Isto sem dúvida contribuiu para a qualidade dos trabalhos desenvolvidos neste período.

Com a quebra do monopólio matemático, as trocas de idéias tornaram-se mais constantes e as contribuições mais relevantes. Os matemáticos deixaram de trabalhar como em um vaso fechado e passaram a aceitar a matemática produzida por outros.

Diante destes aspectos e ainda levando em consideração que a própria matemática passou a ser vista com outros olhos e a ser definida de forma mais abrangente, ficamos convictos de que realmente o espírito de época que envolvia o século XIX viabilizaria valiosas e numerosas contribuições para a humanidade. Enquanto que, nas épocas precedentes, Crouzet (1995) afirma que foram publicados numerosos trabalhos que tinha importância, mas que não se tratava de nenhum princípio novo e essencial, Smith, D. (1906) nos diz que os séculos XVII e XVIII foram responsáveis pela criação dos fundamentos matemáticos.

A afirmação de Smith está calcada nas descobertas de René Descartes (1596 – 1650) na geometria analítica, as contribuições de Pierre Fermat (1601 – 1665) à teoria dos números, as inovações de Harriot no campo da álgebra, o aporte na geometria e física matemática por parte de Pascal e a descoberta do cálculo diferencial de Isaac Newton (1642 – 1727) e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 – 1716) que tornam o século XVII memorável. Da mesma forma Smith, D. (1906) cita Leonhard Euler (1707 – 1783), a família Bernoulli (na Suíça), Jean Le Rond D´Alembert (1717 – 1783), Joseph Louis Lagrange (1736 – 1813), Pierre Simon Laplace (1749 – 1827) (em Paris) e Johann Heinrich Lambert (1728 – 1777) (na Alemanha) como personalidades responsáveis pela popularização e expansão das descobertas de Newton e que tornaram o século XVIII um dos mais ativos.

No entanto, este comentário de Smith, D. (1906) não invalida a afirmação de Crouzet (1996) sobre a superioridade do século XIX sob seus períodos precedentes, haja vista que o próprio Smith, D. (1906) nos diz ainda que uma dada época sempre deixa fundamentos para serem fortalecidos pelas gerações posteriores. Neste sentido, Smith, D. (1906) coloca que o século XIX foi um período de intenso estudo dos primeiros princípios, o que fez com extrema competência.

Algumas das descobertas do século XIX foram pautadas nas investigações das produções precedentes a partir da tentativa de refutar um conhecimento já tido como verdade. Estas tentativas quando não invalidavam o conceito prévio culminavam em sua reafirmação verificando que ele era passível de credibilidade. Outras vezes, o caminho da refutação conduzia a outras vertentes de conhecimento e ao surgimento de novos conceitos.

Levando em consideração as ideologias que permeavam o século XIX voltaremos agora a nossa atenção para os ramos da matemática que foram investigados por Boole e que também foram trabalhados por outros na Europa e na Inglaterra.

3.3 - MAIS DETALHES SOBRE A MATEMÁTICA INGLESA NO SÉCULO XIX E UMA BREVE HISTÓRIA DOS RAMOS DA MATEMÁTICA EM QUE BOOLE TRABALHAVA

George Boole trabalhou em ramos diversos da matemática não deixando, como seus contemporâneos, de ser um especialista. Sua área específica de pesquisa foi a lógica matemática, para a qual Boole deixou suas mais significativas contribuições. Isto, entretanto, não prescinde comentar que ele também deixou contribuições significativas concernentes a outras áreas como a teoria dos anéis, equações diferenciais, teoria da probabilidade, teoria de invariantes, teoria de operador e teoria de grupos. Sabe-se que esta gama densa de conhecimentos também foi pesquisada por outras personalidades em diferentes regiões, pela própria ideologia que permeava o século XIX e ainda, sabemos que foram tópicos abordados por outros até mesmo em épocas precedentes ao século XIX e ao longo da história. Trataremos aqui de mais detalhes sobre os ramos da matemática aos quais Boole fez suas maiores contribuições.

3.3.1 - A RE-EMERGÊNCIA DA INGLATERRA NO CENÁRIO EUROPEU DURANTE O SÉCULO XIX

Como já vimos, uma das características mais relevantes da matemática do século XIX foi sua difusão, mas vale a pena considerar um pouco mais sobre este aspecto, sobretudo, porque ainda se observa a supremacia do continente europeu sobre os demais e, especialmente neste, há a emergência desta difusão com a tendência de passar esta liderança à Inglaterra aliada a outros países do continente europeu como a Alemanha, Rússia, etc.

Durante muitos anos a matemática inglesa esteve estéril ou atrasada por isolar-se e não assumir a matemática de outros. Boyer (1974) explicita bem esta idéia quando afirma que enquanto os matemáticos continentais estavam desenvolvendo a representação gráfica dos números complexos, na Inglaterra havia protestos de que mesmo os números negativos não tinham validade. A virada da matemática inglesa ocorreu principalmente com a formação do Trinity College em 1815 e a Analytical Society a partir da ajuda de um grupo de jovens matemáticos de Cambridge liderados por George Peacock (1791 – 1858), Charles Babbage (1792 – 1871), e John Herschel (1792- 1871). De acordo com Struik (1967), a nova geração inglesa começou a partir daí a participar da matemática moderna, sobretudo no campo da álgebra.

Sobre a figura de Peacock recai a responsabilidade de liderança no processo de reforma da matemática inglesa. Segundo Boyer (1974), Peacock não produziu resultados novos e notáveis para a matemática, mas juntamente com Augustus de Morgan fundaram a British Association for the Advancement of Science (1831) e formaram a escola britânica que tentou quebrar a tendência conservadora da matemática inglesa, especialmente de Cambridge, em relação à álgebra, geometria e análise. Segundo Bell (1953), a grande contribuição da escola britânica foi a renovação da álgebra que contribuiu para que o trabalho de Boole fosse admirado por seus contemporâneos.

Mesmo tendo a álgebra como enfoque das pesquisas matemáticas, os matemáticos ingleses do século XIX, assim como Boole, também tiveram as equações diferenciais, a probabilidade e a lógica matemática como objeto de estudo.

Destacamos estes tópicos por serem os principais assuntos abordados por Boole em suas investigações matemáticas. Nestas áreas Boole produziu uma série de artigos e ainda quatro livros, sendo o primeiro deles sobre lógica matemática, o segundo sobre lógica e probabilidade e os dois últimos contemplam as equações diferenciais.

Ao passo que Boole trabalhou nestes ramos, outros de seus contemporâneos ingleses e europeus trabalharam nestas áreas. Alguns deles inclusive se corresponderam com Boole sobre suas pesquisas. Entretanto, estes tópicos não foram monopólio do século XIX e, muitos deles foram abordados por outros em épocas diferentes ao longo da história.

Na seção anterior mencionamos alguns dos maiores investigadores do período, sobretudo do continente europeu, ao lado de seus principais feitos. Agora funilaremos os aspectos gerais abordados anteriormente àquelas personalidades que se dispuseram a pesquisar especialmente sobre a matemática também produzida por Boole.

3.3.2 – RAMOS ESPECÍFICOS INVESTIGADOS POR BOOLE E TAMBÉM TRATADOS POR OUTROS AO LONGO DA HISTÓRIA

Nesta seção veremos uma breve história dos assuntos mais influentes nas pesquisas de Boole, bem como a abordagem de algumas personalidades que se aventuraram nestes ramos os quais se referem à lógica matemática, o cálculo, as equações diferenciais, a teoria de invariantes e a probabilidade.

a) Lógica

Dentre os tópicos relacionados, este é o que mais merece destaque quando se fala de matemática de Boole haja vista sua íntima ligação com seu nome e sua obra, sobretudo os livros *A análise matemática da lógica* e *As leis do pensamento* que renderam o título a Boole de O Pai da Lógica Moderna. Tal tema era tratado desde a Grécia clássica e permaneceu concebido como arquétipo nos moldes aristotélicos por muito tempo.

Kneale, W. e Kneale, M. (1980) no prefácio de seu livro *O Desenvolvimento da Lógica*, afirmam que no final da Antiguidade Clássica e ainda durante a Idade Média, a lógica era estudada com propedêutica fundamental às formas superiores de conhecimento.

Por passar a se relacionar com sistemas filosóficos, durante o Renascimento e o Iluminismo, a lógica deixou o caráter próprio das épocas precedentes e acabou sendo desprezada. Neste período, no entanto, Leibniz transgrediu a regra geral de desinteresse e passou a proclamar a relevância da lógica para a ciência em geral. Este, por sinal, foi um dos primeiros a tentar quebrar a tradição aristotélica. Com o passar dos tempos este ramo passou a ser alvo de investigação de filósofos e matemáticos como De Morgan, Boole e Hamilton os quais contribuíram significantemente para esta área. De Morgan escreveu vários artigos e um livro, *Formal Logic*, e envolveu-se na controvérsia com o escocês Hamilton a respeito da quantificação do predicado. Como já relatamos no capítulo anterior, tal polêmica impulsionou importantes discussões a respeito do assunto e chamou a atenção da comunidade científica, propiciando inclusive a uma melhor aceitabilidade do trabalho de Boole neste ramo, sobretudo, ao aparecimento dos livros *The Mathematical Analysis of Logic* e *An Investigation of the Laws of Thought.*

b) Cálculo

Ao ramo do cálculo, Boole contribuiu com diversos artigos oriundos de suas investigações concernentes a esta área, por exemplo, o intitulado *On Certain Theorems in the Calculus of Variations*. Assim como ele, outras personalidades trataram e vêm tratando o assunto desde sua fundação até hoje.

De acordo com Smith, D. (1906), até o fim do século XVIII, o cálculo de Newton e Leibniz era considerado completo, em sua gama geral. O estudo dos primeiros princípios teve as contribuições de figuras como Gauss, Cauchy, Jordan, Picard, Méray e outros relacionados à teoria das funções. Ao lado deste estudo, existia o desenvolvimento dos métodos simbólicos, a teoria das integrais definidas, o cálculo de variações, a teoria das equações diferenciais (para a qual Boole deixou contribuições mais significantes) e também o surgimento de numerosas aplicações à física.

De acordo com Smith, D. (1906), Abel foi o primeiro a considerar, de forma geral, a questão sobre quais expressões diferenciais podem ser integradas a uma forma finita pelo acréscimo de funções ordinárias. Tal trabalho foi, também, estendido por Liouville. Já Cauchy estudou a determinação de integrais definidas, ao passo que as integrais eulerianas foram investigadas primeiro por Euler e depois por Legendre que as classificou em primeira e segunda espécie e assegurou o símbolo Γ (hoje chamada de função gama).

Para Smith, D. (1906), os métodos simbólicos podem ser identificados até mesmo antes de Taylor e a analogia entre diferenciação sucessiva e exponenciais ordinárias são observadas mesmo antes do século XIX. Arbogast (no início do século XIX) foi o primeiro a separar o símbolo de operação de quantidade em equações diferenciais. Já François (em 1812) e Servois (1814) deram as primeiras regras corretas ao assunto, que também foi tratado por Hargreave (1848), ao aplicar este método nos seus estudos sobre equações diferenciais e por Boole, que empregou estas regras livremente.

O cálculo de variações começou com um problema de Johann Bernoulli (em 1696) e seguiu com Jakob Bernoulli, Marquês de L´Hospital e Euler.

A aplicação ao cálculo infinitesimal para problemas em física e astronomia foi, seguindo Smith, D. (1906), contemporânea da origem da ciência e ao longo do século XVIII estas aplicações foram multiplicadas.

c) Equações diferenciais

> O ramo particular do cálculo em que Boole mais se envolveu, trazendo contribuições significantes, foi o das equações diferenciais e suas soluções. Especialmente por sua instrução pessoal ao longo da vida e por seu posterior envolvimento com educação, particularmente com as aulas no Queen´s College, Boole deixou duas grandes obras que são consideradas livros clássicos neste ramo.
> Tal teoria é tida por Lie (um dos representantes da escola moderna) como a mais

importante da matemática moderna, tendo forte influência na geometria, física e astronomia. Foi inaugurada por Newton e Leibniz e seguida pelos Bernoullis, Riccati, Clairaut, d´Alembert e Euler (os quais marcaram-na especialmente sobre a teoria das equações diferencias parciais lineares com coeficientes constantes). A Euler se deve também o primeiro método de integração destas equações. Lagrange tratou das equações diferenciais entre 1779 e 1785 e Monge (em 1809) estudou estas equações nos casos particulares de primeira e segunda ordem unindo à teoria da geometria. Também Pfaff (em 1814 e 1815) deu um método de integração para elas e Cauchy (em 1827) conseguiu desenvolver um método ainda mais simples. Outros métodos de solução também são devidos a Boole com suas obras de 1859 e 1864 e este foi seguido por Korkine (em 1869) e A. Mayer (em 1872). (WUSSING, 1998).

Segundo Smith, D. (1906), a integração de equações diferenciais parciais com três ou mais variáveis foi objeto de estudo de Lagrange. Enquanto que Leibniz pesquisou a teoria das soluções singulares destas equações ordinárias. Para o referido autor, um anseio dos algebristas do século XVIII era o de generalizar estas soluções e encontrar um método para resolver a equação geral de grau *n*, o que também foi almejado pelos analistas que buscaram um método geral para integração de qualquer equação diferencial.

d) Teoria de invariantes

Boole foi o criador desta teoria, pois inaugurou este assunto em alguns de seus artigos, mas atualmente, é a Cayley que se atribui este título, haja vista que Boole interrompeu seu trabalho nesta área. Mesmo assim, reconhece-se que as idéias de Boole inerentes a este ramo da matemática inauguraram o mesmo e, ao lançar suas bases, impulsionaram fortes e primordiais desenvolvimentos nesta área. Segundo Smith, D.

(1906), o embrião da teoria (quantics) nasceu com Lagrange (por volta da década de 70 no século XVIII) que considerou a forma quadrática binária do tipo $ax^2+bxy+cy^2$ e estabeleceu a invariância do discriminante quando $x+\lambda y$ é substituído em x. Lagrange também introduziu as idéias de transformações e equivalências. Já Gauss (no primeiro ano do século XIX) conseguiu provar a invariância de um discriminante de formas binárias e ternos quadráticos, enquanto Galois insere-se no assunto com sua teoria de grupos.

Entretanto, todos estes trataram o assunto de forma embrionária, somente Boole conseguiu germinar o embrião ao ponto de inaugurar a real fundação da teoria de invariantes, mostrando a generalidade da propriedade de invariância do discriminante (situações para as quais seus predecessores, como Lagrange e Gauss, tinham apenas formas especiais).

Inspirado nas descobertas de Boole, Eisenstein (em 1844) descobriu uma nova classe de invariantes. Já Cayley conseguiu colocar a teoria de invariantes na sua forma atual, com o estudo *On the Theory of Linear Transformations* (em 1845), com as investigações sobre covariantes e com a descoberta do método simbólico de encontrar invariantes (em 1846). Por estas descobertas, a paternidade da teoria de invariantes é atribuída a Cayley, embora também se reconheça o papel de Boole como um desbravador da mesma. Após Cayley surge Sylvester, para quem se deve-se as fundações da teoria geral. Posteriormente, Aronhold (em 1849) juntou-se a Cayley e Sylvester e estudou as equações diferenciais que são satisfeitas pela invariância e covariância de quantics binárias. Em 1868, Gordan entrou no ramo com críticas às investigações de Cayley e calcado nestas críticas conseguiu dar sua contribuição fazendo crescer a referida teoria. Clebsch conseguiu introduzir na Alemanha os trabalhos de Cayley e Sylvester, bem como interpretar a geometria projetiva pela teoria de invariantes. A partir desta introdução, estudantes como Weierstrass, Kronecker, Hilbert e Lie passaram a se dedicar ao assunto.

Com o passar dos tempos a teoria de invariantes encontrou importantes aplicações na matemática, especialmente em geometria. De fato, o conceito de invariância teve papel crucial em grandes descobertas como no desenvolvimento da teoria da relatividade de Einstein (1901).

e) Probabilidade

Tal teoria foi amplamente desenvolvida no século XIX e também abordada por Boole em suas pesquisas. Para este assunto Boole reservou boa parte de seu segundo livro que investiga as leis do pensamento.

No entanto, Smith, D. (1906) afirma que a doutrina deste ramo da matemática já existia mesmo antes de Fermat e Pascal (em 1654). O primeiro tratamento científico foi dado por Huygens (em 1657) e *Jakob Bernoulli´s Ars Conjectandi* (em 1713), *De Moivre´s Doctrine of Chances* (em 1718) elevaram o assunto para o plano de um ramo matemático.

Laplace (em 1774) fez a primeira tentativa de deduzir uma regra para a combinação de observações dos princípios da teoria das probabilidades e também representou a lei da probabilidade e do erro por uma curva $y = \phi(x)$ (sendo x o erro e y a probabilidade).

Entre os contribuintes da teoria da probabilidade do século XIX estão ainda Laplace, Lacroix (em 1816), Littrow (em 1833), Quatelet (em 1853), Dedekind (em 1860), Helmert (em 1872), Laurent (em 1873), Liagre, Dedion e Pearson. Como também De Morgan e Boole, que conseguiram dar um melhoramento à teoria.

3.4 - A MATEMÁTICA DE BOOLE E SUA INFLUÊNCIA

Tomando como verdadeiras as considerações levantadas sobre a matemática do século XIX, apresentaremos agora a produção de Boole a partir da análise de alguns dos seus trabalhos mais relevantes no campo da matemática. Como reflexo da concepção desta ciência, concebida por ele, veremos sua maior descoberta referente à lógica matemática.

Iniciamos com as considerações de Bertrand Russell sobre a relação entre matemática e lógica e que acreditamos serem relevantes para a compreensão da obra de George Boole, já que cremos que sua lógica seja um reflexo da definição de matemática concebida por ele. Russell (1981) menciona em seu livro *Introdução à Filosofia da Matemática* que a matemática e a lógica foram assuntos historicamente tomados como distintos. A matemática era relacionada com ciência e a lógica com o idioma grego. No entanto, na última análise é impossível traçar uma linha divisória entre elas.

Para Russell (1981, p. 185), o maior expoente do logicismo[12], "a Lógica é a juventude da Matemática e esta é a maturidade da Lógica". Esta visão de Russell está pautada no ponto de vista de que a matemática não é a ciência dos números, já que existem ramos como a geometria descritiva (que não usa coordenadas ou medidas) que não tem nada a ver com os números. Na concepção do referido autor, quem deseja

[12] De acordo com Costa (1992), uma das três tendências atuais da filosofia da matemática é o logicismo que tem como objetivo fundamental, segundo Machado (1987), a redução da matemática à lógica. Para Costa (1992), a tese logicista é composta de duas partes. A primeira afirma que toda idéia matemática pode ser definida por intermédio de conceitos lógicos e a segunda concebe que um enunciado matemático verdadeiro pode ser demonstrado a partir de princípios lógicos, por meio de raciocínios puramente lógicos.

dominar princípios da matemática não pode fugir ao trabalho de dominar os símbolos e ainda afirma que todas as constantes da matemática pura são constantes lógicas, por este motivo, Russel afirma que George Boole (através de seu sistema lógico) foi o descobridor da matemática pura.

A visão que Boole tinha sobre a matemática também era de que esta ciência não deve ser vista apenas como a ciência dos números, mas sim, deve ser concebida num sentido mais amplo. Boole (apud MACHALE, 1985, p. 99) em um discurso diz:

> I speak here not of the mathematics of number and quantity alone, but a mathematics in its larger, and I believe, truer sense, as universal reasoning expressed in symbolical forms, and conducted by laws, which have their ultimate abode in the human mind.

A matemática deve ser vista como aquela que prioriza o raciocínio lógico e não se prende unicamente a operações numéricas.

Na introdução de seu primeiro livro (*Análise Matemática da Lógica),* Boole já apresenta sua objeção à concepção então corrente (e que começou a mudar no século XIX) da matemática e defende uma visão mais ampla. Boole, G. (1998, p. 4) escreveu:

> We might justly assign it as the definitive character of a true Calculus, that it is a method resting upon the employment of Symbols, whose laws of combination are known and general, and whose results admit of a consistent interpretation [...] It is upon the foundation of this general principle, that I purpose to establish the Calculus of Logic, and that I claim for it a place among the acknowledged forms of Mathematical Analysis.

O trecho acima nos remete não somente a pensar que as inovações que Boole trouxe para a lógica estão calcadas na sua visão inovadora de matemática, como também nos confirma a afirmação de Brandão (2003) que nos diz que Boole insistia em seu livro que a lógica deveria ser associada à matemática e não à metafísica, como defendia o filósofo Hamilton. Boole, G. (1998, p. 13) disse, inclusive: “Nós não necessitamos mais de associar lógica e metafísica, mas sim lógica e matemática”.

Vale salientar que quando usamos a expressão *visão inovadora de matemática* ou *objeção à concepção então corrente da matemática* não estamos querendo dizer que Boole era o único que concebia a matemática sob o aspecto citado anteriormente ou que ele foi quem inventou esta visão – pois já mencionamos anteriormente que esta mudança na própria definição de matemática foi um aspecto que começava a emergir no século XIX e fundamentado especialmente nas discussões surgidas como o dilema acerca dos números imaginários – mas, queremos enfatizar que, por ser diferente da visão tradicionalmente concebida, esta visão mais ampla não era aceita por todos como até hoje vemos, por exemplo, em alguns livros textos de qualidade inferior ou até mesmo impregnada na postura daqueles profissionais matemáticos mais conservadores.

Estamos convictos de que sem esta visão mais ampla do conceito do que é matemática, George Boole provavelmente não tivesse conseguido obter o êxito e a abrangência que seu trabalho tem até hoje, tornando-se precursor de tantas inovações tecnológicas que o próprio Boole não pudesse imaginar em sua época. Caso Boole não estivesse aberto a esta nova visão da matemática seu trabalho teria sido podado, assim como o de seus precedentes que iniciaram no mesmo ramo, mas não obtiveram o êxito de

Boole.

Fundamentados nesta concepção apresentaremos agora um levantamento de algumas das produções matemáticas de George Boole acompanhadas de uma breve explanação de seus conteúdos. Vale esclarecer que o conteúdo, de seu primeiro livro referente à lógica matemática, será abordado com mais detalhe ao longo do capítulo 04, no qual faremos uma análise desta obra a partir das noções pré-concebidas neste capítulo.

O interesse de Boole em pesquisas matemáticas foi despertado (com mais vigor) desde a época em que começou a dar aulas. Neste período ele percebeu que precisava aprender mais matemática para tornar suas aulas melhores para seus alunos e para ser um melhor professor. Assim, as habilidades matemáticas, já adquiridas até então, foram unidas a um espírito investigativo através do garimpo de novas fontes e materiais para suas aulas, bem como para seus alunos.

Sua primeira produção matemática foi inspirada em suas leituras referentes à *Mecânica Analítica de Lagrange* e intitulada *On Certain Theorems in the Calculus of Variations*. Segundo MacHale (1985), este trabalho, produzido quando Boole tinha 23 anos (1838), é atualmente equivalente à elaboração de uma tese de doutorado. O artigo objetivava propor alguns melhoramentos, do ponto de vista de Boole, ao método de Lagrange e também apresentava um pequeno corte na derivação do *Principle of Least Action* de uma equação generalizada de movimento. Como se tratava de considerações sobre o trabalho de Lagrange, Boole posteriormente demonstrou insatisfação com o título atribuído e acreditou que seria mais justo atribuir ao trabalho a seguinte intitulação *Notes on Lagrange*. Mesmo tendo sido sua primeira produção matemática, esta não foi a primeira a ser publicada por Boole.

A estréia de suas publicações matemáticas veio em 1839, com o artigo *Researches* *on the Theory of Analytical Transformations, with a Special Application to the Reduction of the General Equation of the Second Order*, publicado no *Cambridge Mathematical Journal.* Novamente inspirada nas leituras feitas por Boole da obra de Lagrange, esta publicação lida com as transformações de funções homogêneas por substituição linear. MacHale (1985) menciona que os métodos, apresentados por Boole neste trabalho foram logo substituídos por outros posteriores, que traziam uma visão melhorada do assunto. Mas, é um trabalho relevante, pois apresenta os caminhos pelos quais a mente de Boole percorreu e progrediu por volta de 1839. Ou seja, esta primeira publicação embora tenha sido superada ou melhorada depois, foi uma representante do estado de pensamento matemático de Boole nesta época e, sobretudo, sobre sua visão acerca da *Mecânica Celeste de Lagrange*.

Sua segunda publicação também saiu no *Cambridge Mathematical Journal* que, aliás, como já comentamos foi o primeiro jornal a se abrir aos trabalhos de George Boole, a partir da figura de seu editor Duncan F. Gregory. O referido trabalho teve como título *Analytical Transformations* e recebeu consideráveis contribuições de Gregory, principalmente, em relação ao estilo. Por este motivo, esta produção não foi imediatamente aceita para a publicação, sendo publicada apenas em fevereiro de 1841 após as considerações de Gregory.

Segue-se a este artigo, o *On the Integration of Linear Differential Equations with Constant Coefficients,* publicado no mesmo ano que o trabalho anterior.

MacHale (1985) afirma que cerca de 24 artigos de Boole foram publicadas no *Cambridge Mathematical Journal* e tais trabalhos contemplavam vários tópicos da matemática, dentre os quais destacamos as equações diferenciais, integração, lógica, probabilidade, geometria e transformações lineares. Entretanto, o referido autor ressalta que o mais importante a ser notado não é apenas a quantidade ou conteúdos destes trabalhos e sim, o fato de que estas publicações enfatizam a importância da manipulação de operadores simbólicos nas várias áreas matemáticas abordadas. Este fato é relevante, pois nos leva a perceber que Boole sempre esteve atento a este aspecto que fortemente influenciou seus maiores resultados, especialmente, referentes à lógica.

Foi ainda em 1841 que George Boole se aventurou em um novo ramo da matemática e desta experiência surgiu o artigo intitulado *Exposition of a General Theory of Linear Transformations* que contempla a teoria algébrica de invariantes. Tal publicação foi submetida ao *Cambridge Mathematical Journal* e contém o cerne do assunto.

Como já indicamos anteriormente, Boole é o fundador desta teoria, mas geralmente é esquecido como tal porque não continuou a trabalhar na área. O referido título pode ser atribuído a ele em virtude do mesmo ter instalado a base para seu desenvolvimento, principalmente, com o surgimento deste artigo que trouxe as inovações fundamentais para o estabelecimento da teoria de invariantes e influenciou Cayley (a quem normalmente se confere o título de fundador).

Observemos um extrato desta produção inaugural citada por MacHale (1985, p. 54) em seu livro:

> The transformation of homogeneous functions by linear substitutions is an important and oft-recurring problem of analysis. In the *Mécanique Analytical* of Lagrange, it occupies a very prominent place, and it has been made the subject of a special memoir by Laplace. More recently it has engaged the attention of Lebesque and Jacobi […]. A memoir on this subject has also been given to the world by Cauchy and there is an ingenious paper by Professor de Morgan on its geometrical relations.

Com este trecho podemos notar em quais leituras Boole se inspirou para obter suas novas descobertas, haja vista que ele cita alguns dos trabalhos relevantes como o de Lagrange, Laplace, Lebesque, Jacobi, Cauchy e De Morgan que serviram como fundamentação teórica para seu artigo.

O conteúdo do artigo, *Exposition of a General Theory of Linear Transformations*, consiste na percepção de Boole, a partir de suas investigações pessoais, da significância de considerar uma forma quadrática binária que é uma expressão algébrica homogênea de segundo grau da forma $ax^2 + 2hxy + by^2$. Tal fato, pelo que Boole percebeu em seus estudos, foi primeiro notado por Lagrange e nos trabalhos aritméticos de Gauss. A inovação de Boole consiste em aplicar uma transformação linear para estas formas pela substituição $pX + qY$ por x e $rX + Sy$ por y, para render ou gerar a forma quadrática binária $AX^2 + 2HXY + BY^2$. Efetuando os cálculos obtemos a seguinte relação entre os coeficientes a, b e h com A, B e H:

$$H^2 - AB = (ps - qr)^2 (h^2 - ab)$$

A mudança obtida em decorrência destas substituições do ponto de vista de Boole é que o fator $(h^2 - ab)$ aparece como multiplicado por um outro fator que depende apenas de p, q, r e s, o que define uma transformação linear (MACHALE, 1985). Desta forma, a expressão $(h^2 - ab)$ é chamada de discriminante da equação original $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ e este fator surge exatamente quando resolvemos esta equação usando a fórmula quadrática sugerida por Boole. De fato, $h^2 - ab = 0$ é uma condição necessária e suficiente para as duas soluções desta equação serem iguais. Entretanto, o que Boole mostra em seu trabalho é que o discriminante de uma equação quadrática homogênea em duas variáveis é um invariante relativo sobre uma transformação linear, que é uma invariante para a multiplicação por uma constante que depende apenas da transformação linear em questão. Daí a essência da teoria de invariante que, como já mencionamos, foi inaugurada por Boole, mas que tomou corpo no trabalho de outros como Arthur Cayley.

Curiosamente, George Boole deu pouca atenção para esta área e abandonou suas pesquisas por um interesse maior em outros assuntos. Foi então que Boole resolveu voltar sua atenção para as equações diferenciais e a lógica, ramo que ele considerava mais atrativo. A teoria de invariantes, como já vimos anteriormente, tomou corpo na segunda metade do século XIX, com a figura do alemão Eisenstein (1844), o inglês James Joseph Sylvester, além do inglês Cayley (1845). Não entraremos em detalhes nesta teoria, mas vale mencionar que Boole teve importante contribuição na própria fundação deste ramo que encontrou importantes aplicações na matemática, tendo o conceito de invariância um papel extremamente importante no desenvolvimento da teoria da relatividade de Einstein.

Posteriormente, no primeiro mês do ano de 1844, George Boole produziu o artigo *On a General Method in Analysis* que foi publicado nos *Transactions of the Royal Society.* Relatamos antes, que a maior parte dos artigos de Boole foram publicados no *Cambridge Mathematical Journal*, no entanto, desta vez sua produção era demasiadamente extensa para os padrões do jornal editado por Gregory, o que impossibilitou sua publicação neste veículo e, em decorrência deste fato o referido editor aconselhou Boole a submeter seu trabalho às *Transactions*. Tal acontecimento marcou a carreira de Boole, pois se tratava de um veículo de publicação mais abrangente tanto quanto importante e ainda pelo fato de seu trabalho ter sido tão bem aceito pelos leitores e responsáveis pelo jornal que eles resolveram premiar George Boole em reconhecimento ao mérito de sua produção.

Na verdade, o artigo começou a ser preparado por Boole em 1843 e somente após entrar em contato com Gregory e De Morgan foi que Boole resolveu submetê-lo para a publicação. A correspondência com estas personalidades se deu não somente em forma de encorajamento, mas também com trocas de idéias sobre o assunto. George Boole se apresentou a De Morgan em 1842 através de uma carta que tratava do trabalho intitulado *Differential and Integral Calculus*, de autoria de De Morgan e, a partir de então, construíram uma forte amizade calcada não somente nas afinidades matemáticas como também pessoais.

De acordo com MacHale (1985), o próprio Boole considerava que seu mérito também era devido aos livros e artigos de Gregory onde o método havia sido fundamentado inicialmente. Numa nota de rodapé do referido trabalho, Boole (apud MACHALE, 1985, p. 62) refere-se com gratidão e reconhecimento a Gregory, como segue: "Few in so short a life have done so much for science. The high sense which I entertain for his merits as a mathematician, is mingled with feelings of gratitude for much valuable assistance rendered to me in my earlier essays". Boole também cita Servois e De Morgan como proeminentes no desenvolvimento deste ramo e ainda, o irlandês Robert Murphy, como influente em suas idéias, principalmente com seu trabalho *A First Memoir on the Theory of Analytical Operations* (também publicado nos T*ransactions of Royal Society* em 1837).

O artigo que fez Boole se tornar o primeiro matemático a receber a medalha de ouro da Royal Society (correspondente à publicação mais significante do período de junho de 1841 a junho de 1844), trata das suas investigações a respeito da teoria das equações diferenciais onde ele apresenta o cálculo de operadores ou o método de separação de variáveis. Na ocasião de sua premiação, o trabalho *On a General Method in Analysis* foi descrito como contendo um assunto tão útil quanto original na classificação e compreensão das operações analíticas e ainda, em decorrência de sua importância, deveria dar a Boole um lugar de destaque permanente na ciência.

Já em 1845, Boole retornou pela última vez a teoria de invariantes com o forte trabalho intitulado *Notes on Linear Transformations*, publicado no *Cambridge Mathematical Journal*. Neste artigo, Boole produziu dois invariantes para a equação geral de quarto grau. MacHale (1985) conjectura que neste trabalho reside uma razão provável para a falta de interesse de Boole por esta teoria, pois nele há uma descrição de um certo invariante cujo cálculo é um tanto tedioso. Assim, após este trabalho, Boole abandonaria definitivamente este ramo para voltar-se a questões sobre a lógica.

Com toda a repercussão e reconhecimento dos méritos de seu mais recente artigo, publicado nas *Transactions of Royal Society*, Boole passou a sentir mais confiança em suas produções e na submissão destas para outros veículos de publicação além do *Cambridge Mathematical Journal*. Anteriormente, Boole poderia se sentir receoso em submeter seus trabalhos para outros veículos de publicação, não por desconfiar do seu trabalho, mas por lembrar das dificuldades que ele enfrentou para publicar seus primeiros artigos. A maioria dos jornais e revistas restringiam suas publicações a seus membros, como também a personalidades já reconhecidas, bem como a membros de academias ou universitários e, Boole como já mencionado era um autodidata.

Após a medalha de ouro em 1844, Boole desenvolveu um artigo baseado, em suas pesquisas mais recentes, e resolveu apresentá-lo no encontro anual da British Association for the Advancement of Science, ocorrido em Cambridge durante o mês de junho de 1845. O trabalho apresentado neste evento teve como título *On the Equation of Laplace´s Functions.*

A apresentação de um trabalho neste encontro representava para Boole não só um novo mecanismo de divulgação de seus resultados mais recentes, mas, sobretudo, uma forma de se introduzir mais fortemente na comunidade científica. Era um momento muito rico de troca de experiência, pois a British Association tinha muita importância e influência no desenvolvimento científico no oeste europeu do século XIX haja vista que reunia personalidades especialistas em diferentes ramos como a matemática, física, astronomia, química, geologia, biologia, mecânica, estatística e medicina. Segundo MacHale (1985) dentre as ilustres personalidades estavam Babbage, Faraday, Hamilton, Peacock, Charles Graves, George Everest e William Thomson. Alguns destes tiveram forte influência na carreira de Boole, pois a partir do encontro passaram a se corresponder com ele, havendo uma estimulação mútua de produções.

Dentre os novos contatos estabelecidos destacamos o encontro com, o físico matemático, Thomson que tinha interesse na teoria matemática da eletricidade e gravitação assim como Boole. Thomson havia se tornado editor de um novo jornal matemático chamado *The Mathematical Journal* e, na ocasião, convidou Boole para publicar, em seu jornal, o artigo apresentado no encontro da British Association. Boole aceitou e após este fato se tornou amigo de Thomson que, assim como Gregory havia feito anteriormente, passou a estimular Boole a produzir mais artigos e a adquirir mais confiança nele mesmo. Thomson também foi responsável por apresentar Boole a outros matemáticos como Charles Graves.

Assim, a formação matemática de Boole ia ficando cada vez mais completa e seu nome cada vez mais reconhecido na comunidade científica, mesmo sem ter freqüentado um curso universitário e ter obtido seu conhecimento quase que completamente sozinho, com exceção ao da escola elementar. Este autodidata, que já apresentava fortes resultados em suas pesquisas pessoais, iria fornecer à comunidade resultados ainda maiores e relevantes a partir do desenvolvimento de idéias que permeavam sua mente desde muito jovem, quando ainda tinha 17 anos. Estas idéias referem-se a sua teoria matemática da lógica que já apresentava fragmentos, ao menos de concepção geral, em seus trabalhos já publicados.

Vários fatores são apontados pelos historiadores atualmente na tentativa de explicar o motivo pelo qual Boole teria se envolvido neste ramo (lógica matemática) e a forma como ele chegou a seu resultado. Nem todas as opiniões são concordantes, principalmente acerca das intenções de Boole na sua teoria matemática da lógica e é, pois, por este motivo, que decidimos nos aprofundar em seu trabalho para tentarmos identificar seu verdadeiro desígnio.

No início da primavera de 1847, Boole publicou seu primeiro livro como resultado de suas mais primorosas investigações lógicas. A obra foi intitulada *The Mathematical Analysis of Logic, Being an Essay Towards a Calculus of Dedutive Reasoning* ou como é mais conhecida atualmente no português: *A Análise Matemática da Lógica.* Este trabalho inaugura as publicações de Boole sobre sua teoria matemática da lógica, no entanto, não podemos dizer que são idéias que tenham surgido apenas nesta época. Acreditamos, pelo que já foi relatado, que os princípios fundamentais que permeiam esta descoberta estavam presentes na mente de Boole há muito tempo.

O ponto apontado pelos pesquisadores como acionador do interesse de Boole na elaboração deste livro foi uma controvérsia surgida, por volta de 1847, entre as personalidades de Augustus de Morgan e Sir William Hamilton (filósofo escocês). Tal polêmica despertou o interesse da comunidade científica que se perguntava a respeito da paternidade da questão da quantificação do predicado[13].

Boole, por sua vez, aproveitou o momento de interesse da comunidade no assunto e percebeu o oportuno momento para divulgar suas idéias referentes à lógica. De fato, não

---

[13] Mais detalhes ver nota de rodapé na página 45.

temos relatos de que Boole tenha publicado outro trabalho anterior a este livro após o artigo apresentado na British Association (1845), provavelmente devido ao seu maior envolvimento com questões sociais e a um maior comprometimento com sua escola nesta época, como abordado anteriormente.

Também nos induz a conjecturar que foi após este encontro, tão frutífero para Boole, que ele começou a preparar seu livro, publicado em 1847. O fato é que, neste período de elaboração, Boole reuniu toda sua experiência e maturidade científica para desenvolver seu sistema lógico. Um exemplo disto é que quando Boole começou a estudar línguas ele já se interessava pelos processos de raciocínio e formação da linguagem, assim como suas estruturas e pela maneira como diversas culturas expressavam seu pensamento (MACHALE, 1985). Acrescentamos ainda o fato de que muitos de seus trabalhos publicados já mostram sua preocupação com estruturas e manipulação de símbolos.

Seu desejo de colocar a lógica sob o domínio da matemática, de tornar a lógica uma ciência precisa e bem estruturada já era almejado pelos filósofos e lógicos durante toda a história do pensamento, desde Aristóteles até Leibniz que, por sinal, foi o investigador precedente que mais se aproximou das descobertas de Boole.

Segundo MacHale (1985) os filósofos e lógicos anteriores a Boole desejavam compreender os princípios precisos que governam o pensamento lógico, bem como, almejavam formalizá-los e simbolizá-los para então poder aplicá-los de uma forma mais ou menos mecânica ou automática para a análise de uma gama diversa de campos da sociedade como em situações lingüísticas, éticas e científicas. Isto foi tentado por outros (como Leibniz) sem sucesso até o aparecimento do livro *The Mathematical Analysis of Logic* de George Boole que conseguiu atingir tal intuito, por este feito a ele foi concedido o título de *O Pai da Lógica Moderna*.

Para sabermos do que estamos falando vejamos em linhas gerais em que consiste o trabalho desenvolvido nesta obra.

O livro *The Mathematical Analysis of Logic* versa sobre a questão do desenvolvimento de uma linguagem artificial que pudesse expressar matematicamente as proposições lógicas e fosse capaz de formalizar as regras da lógica tradicional (aristotélica) a partir de um cálculo algébrico satisfatório. Para tanto, o sistema desenvolvido por Boole nesta obra é baseado no uso de letras, sinais operacionais como +, - , . , = e ainda os símbolos 0 e 1, além, das leis fundamentais da álgebra numérica (comutatividade, associatividade, distributividade e transitividade) acrescidas da lei dos índices ($x^n = x$).

Queremos ressaltar que a explanação feita acima consiste apenas da essência do trabalho de Boole apresentado no livro *The Mathematical Analysis of Logic*, mas esta obra aborda ainda outros conhecimentos e conceitos relevantes para a formação da lógica moderna. Deixaremos, no entanto, a abordagem de tais aspectos para o capítulo posterior que se destinará a analisar o referido livro com mais vagar.

Seguindo as referências que estávamos fazendo sobre a produção matemática de Boole, partiremos agora para os trabalhos posteriores a seu primeiro livro (publicado em 1847).

Um ano após a publicação do livro referido acima, Boole, G. (1848) publicou, no *Cambridge and Dublin Mathematical Journal*, um artigo intitulado *Calculus of Logic* no qual Boole fez uma apresentação dos resultados publicados em seu primeiro livro e acrescentou algumas descobertas novas referentes ao sistema já desenvolvido, como uma espécie de melhoramento de suas idéias as quais culminariam, posteriormente, em um outro livro mais completo. Neste artigo, Boole traz noções das leis do pensamento através da extensão de seu sistema para uma teoria que pode ser aplicada às operações mentais e ao ramo da probabilidade.

As idéias contidas neste trabalho ainda continuaram a serem trabalhadas nos próximos seis anos. Enquanto isso, Boole tornou-se professor do Queen´s College (1849) e prosseguiu produzindo artigos diversos. Alguns deles foram oriundos do seu envolvimento com a Sociedade Cuvierian da qual Boole passou a ser membro desde outubro de 1850.

A primeira produção de Boole, apresentada nesta sociedade, foi publicada em 1851 e tratou da biografia de um excêntrico matemático chamado John Walsh que viveu em Cork e havia falecido em 1847. Em novembro de 1851, esta mesma produção foi publicada no *Philosophical Magazine*. MacHale (1985) apresenta o artigo por completo em seu livro, nós, no entanto, nos limitaremos a apresentar alguns trechos relevantes que nos permitirão ter uma visão do estilo e qualidade dos trabalhos de Boole, bem como, do conhecimento que ele tinha do assunto e o motivo que o levou a produzi-lo. Sobre este fato, vale ressaltar que neste trabalho Boole revela um interesse pela matemática local (o que já constatávamos desde os artigos em homenagem a Newton e Grosseteste), haja vista que ele se prontifica a falar de mais uma personalidade da região em que residia, mesmo sendo contrário a algumas convicções de Walsh, especialmente a respeito de Newton, como veremos.

Boole começa a pequena biografia da seguinte forma:

> John Walsh was born at Shandrum, on the border of Country of Limerick, probably about the year 1786. His parents were small farmers; and the only education which he appears to have received was from itinerant school-masters, [….] Of his mother, Mr. Walsh always spoke with great affection, attributing to her influence his first love of letters. He also held in kind remembrance one of his early school-fellows, John Harding, to whom in latter life he dedicated a little tract on *The General Principles of the Theory of Sound.*

> When about 28 years of age, John Walsh, in company with Harding, removed to Cork. … The teaching of writing and arithmetic appears to have been his chief source of subsistence; … Mr. Walsh is said to have been a careful and diligent writing-master, and to have succeeded in making his pupils in arithmetic understand and like the subject.
>
> (BOOLE apud MACHALE, 1985, p. 114 - 115).

No trecho que destacamos acima, Boole faz uma apresentação de John Walsh mencionando onde e quando ele nasceu, suas principais influências e atividades realizadas quando passou a morar em Cork. Na seqüência, Boole (apud MACHALE, 1985, p. 115) passa a falar sobre a matemática de Walsh.

> At what time Mr. Walsh began to write on mathematical topics I am not able to determine. By degree, however, this class of speculations appears to have absorbed his entire interest. He became convinced that the differential calculus was a delusion; that Sir Isaac Newton was a shallow sciolist, if not an impostor; and that the universities and academics of Europe were engaged in the interested support of a system of error.

Aqui, pela primeira vez, Boole se referiu ao fato de Walsh ser considerado um matemático excêntrico. Sua excentricidade recai sobre as especulações que o envolveram, como por exemplo, a acusação feita por Walsh que o cálculo diferencial de Newton era ilusão e que o mesmo era um impostor. Vale destacar que Newton era um herói de Boole, mas mesmo assim ele fez o artigo em respeito à relevância da personalidade de Walsh para a localidade. Tal preocupação é interessante, pois se caracteriza, de certa forma, como de vanguarda, em virtude de não ser comum na época e só hoje, com o surgimento da história local, o assunto ter se tornado algo concreto e reconhecido (FOSSA; SOUSA, 2005a). Além disto Walsh fez críticas às universidades e academias européias por aceitarem e se comprometerem com o sistema falho de Newton.

Boole segue comentando que provavelmente devido a seu ponto de vista (divergente da maioria), Walsh teria tido dificuldades em publicar seus artigos e que, por este motivo, ele tenha ficado desapontado. No entanto, Walsh conseguiu publicar seus trabalhos como podemos perceber no trecho que segue:

> Failing in every effort to this nature, he published at his own expense a large number of tracts, in which he endeavoured to establish his views, …
> The printed tracts and papers are for the most part occupied with the announcement of some discovery which was designed to supersede the differential calculus in its application to problems respecting curves.
>
> (BOOLE apud MACHALE, 1985, p. 115)

O trecho acima versa sobre o principal assunto abordado nos trabalhos de Walsh. Refere-se, pois, às descobertas que pudessem substituir o cálculo diferencial (considerado falho por Walsh), particularmente, na aplicação de problemas referentes à curvas. Além disso, Boole destaca o constante esforço de Walsh em convencer as principais sociedades européias a publicarem seus trabalhos.

Após alguns comentários sobre os trabalhos de Walsh, Boole faz sua apreciação sobre a figura de John Walsh, destacando os pontos mais relevantes de sua personalidade:

> The freedom of his opinions upon religion operated also unfavourably upon his temporal interests. I have reason to think, from an examination of his papers, that the looseness of his sentiments upon this subject was not the result of any desire to release himself from the restraints of moral obligation, but of an

> exaggerated self-esteem, and a too great confidence in his own not very exalted powers of intellect, the source probably of nearly all his errors and misfortunes […]
> Mr. Walsh is an extreme instance of a class of persons, who, without having mastered the very elements of received science, spend their lives in attempting its subversion and in the vain endeavour to substitute in its place some visionary creation of their own fancy […]
> (BOOLE apud MACHALE, 1985, p. 118)

A biografia de John Walsh foi habilmente escrita por Boole e, neste trecho em especial, podemos observar seu julgamento a respeito dos principais pontos que levaram Walsh a desenvolver raciocínios errôneos que o conduziram a falsas conclusões. Dentre esses raciocínios errôneos Boole destaca a liberdade de opinião religiosa da parte de Walsh e a autoconfiança exagerada em seu próprio intelecto. Devido à habilidade com que tratou a apresentação da figura excêntrica de John Walsh, ao escrever esta biografia (início de 1851), Boole teve seu talento imediatamente reconhecido na Sociedade Cuvierian aonde veio ocupar diversos cargos chegando inclusive a presidente em 1854.

No mesmo ano em que preparou a biografia de Walsh, Boole foi eleito Dean da divisão de ciências da faculdade de artes do Queen´s College. Na ocasião de sua posse ele proferiu um discurso com diversas passagens que fazem alusão às pesquisas que Boole trabalhava na época e que objetivavam a composição de seu segundo livro sobre as leis do pensamento. O discurso de 30 páginas foi intitulado *The Claims of Science, especially as founded in its Relations to Human Nature*.

Após este discurso e ainda em decorrência de seu envolvimento com a Sociedade Cuvierian surgem novas publicações produzidas por Boole nas sessões de encontro desta sociedade. Uma delas foi intitulada *On some Astronomical Figures, from a manuscirpt of the 14th century, representing the Earth´s Motion.*

Outra foi publicada em maio de 1853, em decorrência do 600th aniversário de morte de Robert Grosseteste, bispo de Lincoln. Segundo MacHale (1985, p. 120, grifo do autor), nesta espécie de memorando: “he tells of his discovery in the British Museum of a tract by Grosseteste (1168? - 1253), *Concerning the physical lines, angles and figures, according to which all natural actions are accomplished*.” Para o autor, Boole declarou neste artigo as descobertas de Grosseteste a respeito da constituição do universo físico, com referência particular a reflexão e refração da luz e apresentou alguns exemplos de Grosseteste a respeito das investigações científicas de Aristóteles sobre o mesmo assunto. Na concepção de Boole estes exemplos eram engenhosos e, sem dúvida, instigaram sua admiração, sobretudo pela coragem de enfrentar a tradição aristotélica, assim como o próprio Boole tinha consciência de que era necessário fazer para dar desenvolvimento as suas idéias[14].

É perceptível que os trabalhos produzidos por Boole após o seu primeiro livro, mesmo que contemplassem assuntos diversos, permeavam pelo encaminhamento que ele mesmo considerava necessário da ampliação do sistema lógico, publicado em 1847 com a *Análise Matemática da Lógica*.

A originalidade das pesquisas do período que compreende os anos de 1850 e 1854 emerge do seu interesse na teoria matemática da probabilidade, especialmente nos aspectos filosóficos. Este interesse está conectado, segundo MacHale (1985), com os estudos de Boole com física, especialmente a astronomia donde deduzimos mais uma relação com as pesquisas de Boole e com os trabalhos publicados nesta época, particularmente com os de Grosseteste. MacHale (1985, p. 212) retrata muito bem este aspecto na seguinte passagem: “ It is significant to note once again the close connection in Boole´s mind between pure

---

[14] Para mais detalhes, ver Fossa e Sousa (2004a).

mathematics and applied science. His interest in probability seems to have stemmed from his interest in astronomy[…]"

Finalmente, em 1854 Boole publicou sua principal obra que recebeu o título de *An Investigation of the Laws of Thought on which are founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities* ou *As Leis do Pensamento*, como é conhecido no português. Tal livro é resultante de intensa pesquisa e provindo da maturidade intelectual adquirida por Boole até então. Seu segundo livro, *As Leis do Pensamento,* não inaugura o sistema lógico de Boole, haja vista que este já havia sido apresentado no livro *A Análise Matemática da Lógica*, mas dá uma visão maior ao assunto ao apresentar as possibilidades de aplicações.

Desta questão reside a importância do trabalho de Boole para a nossa sociedade atual já que alcançou proporções que nem ele mesmo poderia esperar culminando, por exemplo, no desenvolvimento da informática tão vital para a nossa sociedade. Aliás, é justamente na avaliação do feito de Boole concernente à lógica que residem algumas incompatibilidades e para clarificarmos esta questão nos dispomos a desenvolver as investigações que comporão o capítulo 04.

As Leis do Pensamento foi um livro em que Boole trabalhou com o intuito de aperfeiçoar e aprofundar sua álgebra da lógica dando um desenvolvimento análogo à teoria da probabilidade. Boole passou a se interessar por este assunto após a publicação de seu primeiro livro e desejou ver em que ele poderia contribuir para esta área. Na abordagem deste tópico, Boole destinou a segunda metade do seu livro, *As Leis do Pensamento.* De acordo com MacHale (1985, p. 212), Boole postula duas condições necessárias para a construção de um método perfeito para o cálculo de probabilidades:

> (1) The prior construction of a general method for determining the logical dependence of any proposition upon another given proposition, or set of propositions.
> (2) The deduction from that expression of the corresponding relation among their probabilities.

Ambas as condições se referem à garantia que um sistema lógico bem elaborado pode assegurar ao cálculo de probabilidades. A primeira condição faz menção à construção prévia de um método geral (como sua lógica simbólica) que determine a dependência lógica entre as proposições envolvidas na situação probabilística. Já a segunda alude ao fato de se deduzir ou interpretar as expressões que representam a relação entre as probabilidades.

Apropriando-se destas condições asseguradas por seu sistema lógico, Boole desenvolveu a aplicação de sua lógica simbólica a teoria da probabilidade. *As leis do pensamento* denota a dependência desta última teoria sobre uma teoria matemática da lógica mostrando a verdadeira conexão entre estes assuntos.

Seu sistema lógico já foi apresentado anteriormente, em linhas gerais, quando nos referimos ao livro *A Análise Matemática da Lógica*. Como uma ilustração da teoria das probabilidades, vejamos a seguinte passagem apresentada por Boole (apud MACHALE, 1985, p. 129) como exemplo:

> Opposite the window of the room in which I write is a field, liable to be overflowed from two causes, distinct but capable of being combined, viz. floods from the upper sources of the River Lee, and tides from the ocean. Suppose that observations made on N separate occasions have yielded the following results: on A occasions the river was swollen was freshets and on P occasions it was inundated, whether from this cause or not. On B occasions the river was swollen by the tide, and on Q occasions it was inundated, whether from this cause or not. Supposing, then, that the field cannot be inundated in the absence of *both* these causes, let it be required to determine the total probability of inundation.

Trata-se da citação de uma situação onde Boole analisa a probabilidade da ocorrência de uma inundação nos arredores de sua residência que se localizava próxima ao Rio Lee, em Cork.

Não somente a aplicação à probabilidade como também o próprio sistema lógico de Boole se fundamentam em observações de situações cotidianas. Aliás, o próprio título de seu segundo livro ilustra esta intenção e assegura o fato de que as leis pelas quais a mente humana opera (que estão completamente presentes em nossas atividades diárias) são governadas por princípios algébricos.

Para Boole as leis do pensamento são incorporadas na linguagem diária e estabelecem a forte ligação entre a matemática e a linguagem com sua analogia entre o cálculo de classes e o cálculo de proposições simples. Desta forma, simples proposições como *todo homem é mortal* ou *Rio Grande do Norte é um estado* poderiam ser manipuladas e analisadas de forma tão precisa quanto às classes (desenvolvidas em seu sistema) poderiam. Como veremos no próximo capítulo, o fato de que o formalismo pode ter duas interpretações distintas constitui o grande impacto da obra de Boole.

No ano seguinte a seu grande feito, George Boole casou com Mary Everest e entre os anos de 1855 e 1856 passou a se dedicar aos aspectos filosóficos de sua teoria da probabilidade. Um dos artigos deste período foi intitulado *On the Application of the Theory of Probabilities to the Question of the Combination of Testimonies or Judgements* e publicado nos *Transactions of Royal Society of Edinburgh.* Como mérito deste artigo, Boole foi premiado com uma medalha de ouro referente ao prêmio Keith. Sobre o conteúdo do artigo vejamos a descrição feita pelo professor Kelland, vice-presidente da Royal Society (na época da premiação) e mencionada no livro de MacHale (1985, p. 215- 217):

> The problems which the author proposes to solve are these: 1st, That of combining testimonies whose different values may be regarded as numerical measures of a physical magnitude. 2nd, The same problem in which the testimonies are not only expressible, as in the former, but relate to some fact or hypothesis of which it is sought to determine the probability. Relative to the former of these, an important element, now, I believe, first completely discussed, is the determination of the 'Condition of Possible Experience'. Suppose, for example, it were asserted that of all cases of a certain disease, two-fifths of the patients were affected with shivering and sweating and thirst, this very assertion would be found to contain within itself the elements of its own condemnation, seeing that it violates the conditions of possibility.
> The other problem has for its object, to combine the force of two testimonies in support of a fact, the strength of each separate testimony being given. That a complete discussion of this problem is most valuable in itself cannot be doubted. What has here been written may rather be regarded as material for a future judgement than as exhausting the consideration of the question. There are so many conditions to be taken into account, and such a tendency exists in writers to adopt one general standard of reference, that a critical examination like the present, which certainly does much towards throwing down the buildings of others, cannot fail to have great value, even should its own foundations not stand. This is not like a discovery in pure analysis – the opening up of a royal road from one position to another – so much as a survey of the ground, with a view to the assertion that the right road lies on this side, and not on that, of some given obstacle.

O próprio título deste artigo nos remete a considerar que Boole tinha neste trabalho o propósito de considerar questões sobre a teoria da probabilidade aplicada a combinação de testemunhos ou julgamentos. Neste sentido, o professor Kelland afirma que Boole se propõe a resolver dois problemas. O primeiro seria o de combinar testemunhos cujos diferentes valores podem ser considerados como medidas numéricas de uma magnitude ou grandeza física. Para Kelland este problema tem o objetivo de combinar dois testemunhos para assegurar ou garantir um fato, considerando a força e a importância de cada um deles. O outro problema que Boole busca resolver diferencia-se do primeiro, pois os testemunhos não são apenas expressáveis, mas relacionados a algum fato que busca determinar a probabilidade. Neste problema Kelland considera a determinação da *Condição da Possível Experiência* como um elemento importante tratado por Boole. Ou seja, o estabelecimento de uma condição que não viole a possibilidade do evento ocorrer, como ilustrado no exemplo dado por Kelland na análise dos sintomas apresentados por dois quintos dos pacientes que apresentavam uma certa doença.

Curiosamente, após a publicação de seus dois primeiros e mais importantes livros, Boole começou a se desligar um pouco da lógica. Inicialmente tratando da teoria da probabilidade (ainda ligada a seu sistema lógico) e posteriormente ligando esta última a aspectos filosóficos. Com o passar dos anos isto foi ficando mais evidente, sobretudo, nos conteúdos de suas publicações. Boole começou a tender para um outro ramo da matemática, agora ligado ao cálculo, especialmente, no que se refere ao tratamento das equações diferenciais. Este assunto, aliás, remete-se a suas primeiras pesquisas nesta área, pois sabemos que os primeiros trabalhos publicados por Boole já abordavam este campo da matemática.

Provavelmente inspirado em sua carreira docente, Boole sentiu a necessidade de produzir um livro texto sobre equações diferenciais (um dos seus primeiros objetos de estudo na matemática e que o conduziram a muitas descobertas, bem como, reconhecimento). A obra foi publicada em 1859 e recebeu o título de *A Treatise on Differential Equations.* Foi adotado como livro texto na Universidade de Cambridge, mas seu alcance não se restringiu a esta instituição, pois o referido livro foi amplamente lido e ainda permanece sendo publicado. Seu sucesso deve-se principalmente a aceitação dos estudantes e não poderia ser diferente, haja vista que a obra foi cuidadosamente preparada para estes.

Boole preocupou-se em elaborar um material que fosse acessível a seus alunos. Para tanto, preparou cautelosamente cada capítulo deste livro com uma parte introdutória planejada para iniciantes, de forma que estes pudessem passar para a seqüência com mais segurança e habilidade. Segundo MacHale (1985) isto era possível, pois Boole apresentava um amplo conhecimento sobre o assunto tendo em vista a gama diversa de fontes citadas por ele como Legendre, Monge, Lagrange, Poisson, de Morgan, Gregory, Jacobi, Donkin, Stokes, Cauchy, Euler, Leibniz, Clairaut, Sir W. R. Hamilton e Taylor.

Outro motivo para a grande aceitabilidade dos estudantes é que o livro *Differential Equations* contém uma grande variedade de exemplos e exercícios, bem como, idéias originais sobre o assunto. O próprio Boole (apud MACHALE, 1985) afirma que, mesmo dispondo desta diversidade de materiais como fonte, ele teve que acrescentar pesquisas originais para que seu trabalho fosse bem desenvolvido, sobretudo, em relação às equações de Riccati, fatores integrantes, soluções singulares, aplicações para a geometria e óptica, equações diferenciais parciais e métodos simbólicos.

Ao continuar trabalhando neste assunto, Boole começou a perceber que os métodos e técnicas desenvolvidos por ele tinham uma aplicabilidade ainda maior e abarcavam tópicos ainda não tratados em seu terceiro livro. Foi assim que resolveu inteirar-se sobre *difference equations* e, ao notar que existia pouca informação sobre este assunto disponível aos alunos, decidiu produzir seu último livro.

Este quarto trabalho foi chamado *A Treatise on the Calculus of Finite Differences* e publicado em 1860, sendo amplamente aceito pela comunidade matemática. Assim como o livro anterior, este foi elaborado como seqüência de seu trabalho com as equações diferenciais e também com o intuito de tornar-se um livro texto de referência. De acordo com MacHale (1985, p. 220), não só o foi como também antecipou as tendências e necessidades do século XX, pois os computadores modernos e as máquinas de calcular são baseados nas equações de diferenças discretas ao invés de equações diferenciais contínuas. Ainda destacamos que, por ser uma obra de vanguarda, *The Calculus of Finite Differences* (como é mais conhecido) foi usado como livro texto em Cambridge até 1920, quando então foi superado por livros mais avançados.

Segundo Carver (apud MACHALE, 1985), Boole foi o primeiro a apresentar este assunto da forma que melhor atendeu às necessidades dos alunos e professores e por este motivo, tal obra é tida como um clássico nesta área da matemática. Os métodos de solução, desenvolvidos por Boole neste trabalho, são tão eficientes, sobretudo quando se trata da solução de equações diferenciais lineares homogêneas, (para as quais Boole desenvolveu o famoso algoritmo de solução que as reduz a solução de um simples polinômio) que têm sobrevivido e sido estendidos até hoje.

Quando se fala destas duas obras de Boole referentes às equações diferenciais, é relevante observamos algumas diferenças consideradas por ele, especialmente a respeito do cálculo diferencial e o cálculo de diferenças finitas. Assim, começamos com a consideração de que, para Boole, o operador diferença (diferencial) do cálculo de diferenças finitas é definido da seguinte forma: $\frac{\Delta U_x}{\Delta x} = \frac{U_{x+\Delta x} - U_x}{\Delta x}$. Enquanto que a operação fundamental do cálculo diferencial é tomada por: $\frac{df}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$. Desta distinção Boole enfatiza que Δ/Δx é uma fração e não um cálculo de limites como observamos, pela fórmula, que d/dx é.

Outro fato, notório nestas obras (*A Treatise on Differential Equations* e *A Treatise on the Calculus of Finite Differences*) é que Boole apresentou uma grande maturidade na manipulação de símbolos, o que lhe permitiu desenvolver métodos simbólicos eficientes de solução, assim como, conseguiu dar um tratamento mais prático às equações diferenciais.

A respeito do segundo destes livros considerados, MacHale (1985) tece alguns comentários relevantes destacando alguns capítulos. Para o referido autor, um dos capítulos que merece ser enfatizado é intitulado *Interpolation and Mechanical Quadrature*, onde Boole fornece um método que hoje pertence à análise numérica e refere-se à interpolação de Lagrange, interpolação estatística e integração aproximada. Por terem sido tão bem escritos, do ponto de vista da acessibilidade aos alunos e professores, os capítulos referentes a integrais finitas e somação de séries poderiam, segundo MacHale (1985), até mesmo serem abordados nas escolas de ensino médio (high-schools). Outro aspecto, destacado por MacHale, diz respeito à ênfase no rigor dada por Boole nos capítulos referentes à convergência e divergência, investigação especialmente importante no estudo das séries.

Após estas considerações iniciais e o embasamento teórico, Boole destina a segunda metade de seu livro às soluções de diferenças e equações funcionais, fazendo o uso de uma teoria análoga a das equações diferenciais. Neste aspecto, percebe-se que Boole introduziu uma gama vasta de considerações novas que ele mesmo considerava relevantes e não abordadas em seus livros de referência. Depois da abordagem detalhada do assunto, acompanhada de uma vasta lista de exemplos e exercícios primorosos presentes ao longo de todo o livro, Boole finaliza seu livro trazendo algumas aplicações do conteúdo abordado às curvas geométricas e ópticas.

Mesmo consciente da necessidade de uma obra como a sua e tendo esta sido elaborada com extremo cuidado, sobretudo no que se refere à acessibilidade, Boole sentiu necessidade de reformulá-la. Neste propósito devotou muito tempo, trabalhando em bibliotecas como a da Royal Society e no museu britânico, em busca de materiais que o apoiassem. Este trabalho de pesquisa culminou numa reedição de sua obra (*Differential Equations)* a qual só veio a ser publicada (por Todhunter) postumamente em 1865 com um material adicional que ampliou o livro de 500 páginas para 750 páginas. De acordo com MacHale (1985), durante este período de investigação, Boole produziu cerca de cinco artigos sobre o assunto, um deles escrito em francês e chamado *Considérations sur la recherche dês intégrales preières dês equations différentielles partielles du second ordre*. Tal trabalho foi publicado em 1862 no boletim da academia imperial das ciências de St. Petersbourg. Mostrando sua versatilidade lingüística, destacamos ainda um outro destes artigos que foi escrito em alemão e intitulado *Ueber die partielle Differentialgeichungen zweiter Ordnung* $Rr + Ss + Tt + U(s^2\text{-}rt) = V$.

Curiosamente, Boole devotou os últimos anos de sua vida não a lógica, mas ao tema equações diferenciais e aos aspectos filosóficos de suas descobertas. Nessa parte de sua vida, Boole ainda teve alto índice qualitativo nas suas produções, embora diminuiu em quantidade, provavelmente em decorrência da demasiada quantidade de afazeres administrativos assumidos por ele desde 1860. Por este motivo, muitos dos seus últimos trabalhos foram produzidos enquanto ele estava de férias.

Meses antes de sua morte, em 1864, Boole publicou um artigo onde pretendeu estender o método desenvolvido por Jacobi para a solução de equações diferenciais parciais de primeira ordem, tratando especialmente da forma das raízes de equações algébricas. MacHale (1985) atribui o interesse de Boole por este tópico ao artigo do reverendo Robert Harley, com o qual Boole havia iniciado uma estreita amizade.

A última produção matemática de Boole, publicada em vida, também se referiu às equações diferenciais e teve influência de Harley. Tratou-se de uma espécie de generalização de uma equação apresentada em seu famoso trabalho *On a General Method in Analysis* (premiado com medalha de ouro pela Royal Society). Neste artigo Boole ainda considerou que a equação de Harley para n = 4 havia sido resolvida por John Scott Russell (1808-1882) usando uma integral tripla definida e fez examinações sobre o assunto.

Mesmo reconhecendo a abrangência de suas descobertas e os avanços que elas permitiram, atualmente se observa entre os historiadores algumas controvérsias referentes às avaliações incompatíveis ao feito de Boole, especialmente, em relação a suas intenções ao elaborar seu sistema lógico. Apropriando-nos das discussões logradas nos capítulos precedentes comporemos uma investigação deste aspecto na obra de Boole. Para tanto, reservamos o capítulo seguinte que se destinará a analisar o livro *A Análise Matemática da Lógica*.

“A lógica serve a todas as classes (assim como o faz a língua). Todavia, ela só é ‘neutra’ enquanto é vazia; e na medida em que, implicando a possibilidade de pensar, não seja um pensamento. ”
(MIGUEL, 1993, p. 03)

4.1 - CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Diante da argumentação oriunda dos capítulos precedentes os quais trataram da caracterização de Boole enquanto homem e personalidade científica inserida na história, bem como, a partir da apresentação dos fatores contribuintes para a formação de sua maturidade intelectual que culminou no surgimento de obras imprescindíveis à humanidade, entraremos agora numa investigação mais minuciosa de uma delas. Trata-se, pois, do primeiro livro de George Boole o qual foi intitulado *The Mathematical Analysis of Logic* e publicado em 1847. Esta obra já foi mencionada anteriormente, mas agora será tratada com mais detalhamento. Assim, destinaremos este capítulo a uma apresentação do conteúdo do referido livro acompanhada de uma análise do mesmo objetivando enfatizar as inovações nele contidas, a relação com os padrões lógicos existentes até a época e se o desígnio de Boole nesta obra foi alcançado. Para tanto, iniciaremos com a apresentação dos objetivos de Boole neste livro a partir do que ele diz na referida obra que elucida suas finalidades.

4.2 - OBJETIVOS DE GEORGE BOOLE

Recorrendo aos dicionários Ferreira (1990), Ximenes (2004) e Luft (2001), buscamos o significado da palavra *objetivo*, a fim de elucidarmos nosso caminho nesta seção. Como resultado, constatamos que *objetivo* é uma palavra referente ao fenômeno natural que se determina conforme os critérios científicos vigentes; também pode ser usada como o valor final para o qual convergem progressivamente os resultados das sucessivas interações e, ainda está relacionada com as palavras meta ou finalidade.

O emprego e os sinônimos deste termo orienta-nos ao caminho que será trilhado nesta seção. Após externarmos o que Boole pretendia fazer com o seu sistema e o que ele aspirava compilar em seu primeiro livro de lógica, torna-se necessária uma exposição do formalismo contido na referida obra, para então conseguirmos, posteriormente, avaliarmos seu pensamento lógico. Para tanto, nos alimentaremos das informações advindas do *prefácio* e a *introdução*, preparados pelo próprio Boole nesta obra.

O *prefácio* e a *introdução* do livro, *The Mathematical Analysis of Logic*, elucidam os objetivos do autor ao escrevê-lo, bem como os motivos que o levaram a compor a referida obra, sobretudo porque neles Boole expõe os seus propósitos com relação à lógica, seu estudo e análise, passando também pela real concepção de ciência sob a ótica da maturidade intelectual de George Boole. Passam ainda pela exposição da composição da obra por meio da explicitação dos principais tópicos trabalhados. Tais aspectos são concernentes à própria definição dos nossos elementos orientadores, o *prefácio* e a *introdução*. Segundo Ferreira (1990), o *prefácio* corresponde a um texto ou advertência, ordinariamente breve, que antecede uma obra escrita e que serve para apresentá-la ao leitor e, a palavra *introdução,* pode ser concebida como um texto ou artigo que serve de preparação para o estudo de uma matéria, no caso de Boole, a análise matemática da lógica.

A fim de apresentarmos estes objetivos e compreendermos melhor qual o propósito de Boole ao fazer uma análise matemática da lógica, selecionamos também alguns trechos considerados relevantes a este intuito, acompanhados de breves comentários.

Primeiramente, vale ressaltar as considerações de Boole sobre as origens de suas idéias. No prefácio de seu livro, Boole, G. (1998, p. 01) diz que:

> I deem it not irrelevant to observe, that speculations similar to those which it records have, at different periods, occupied my thoughts. In the spring of the present year my attention was directed to the questions then moved between Sir

> W. Hamilton and Professor De Morgan; and I was induced by the interest which it inspired, to resume the almost-forgotten thread of former inquiries.

Percebe-se claramente no trecho citado, que suas idéias concernentes à análise matemática da lógica já existiam muito antes de 1847. De fato, Mary Boole, na sua obra *The Home Side of a Scientific Mind* (BOOLE, M., 1931), relata que seu marido confidenciou a ela que a idéia básica de elaborar a lógica como um sistema de equações matemáticas lhe ocorreu quando ele era ainda jovem, embora tenha ficado adormecida por muito tempo.

A controvérsia entre Hamilton e De Morgan, descrita com mais detalhes em capítulos anteriores, fez com que a idéia de matematizar a lógica emergisse na mente de Boole. Tal polêmica o impulsionou a compilar numa obra, os pensamentos oriundos de inquietações e especulações residentes em sua mente desde a adolescência, quando Boole teria tido uma espécie de iluminação mística, não completamente compreendida de imediato, mas maturada com o tempo e acionada pela referida controvérsia levando-o, inclusive, a discutir sobre a natureza da ciência.

Afinal, que idéias são estas? O que Boole quis fazer neste livro? Refletindo sobre o que ele escreveu no referido livro, podemos resumir as respostas no seguinte item que constitui o pilar básico sustentador dos objetivos de Boole, G. (1998) em seu primeiro livro: modelar o raciocínio dedutivo por um cálculo puramente matemático.

Concernente a esse item, Boole, G. (1998, p. 01) afirma que:

> it was lawful to regard it from *without*, as connecting itself through the medium of Number with the intuitions of Space and Time, it was lawful also to regard it

> from *within*, as based upon facts of another order which have their abode in the constitution of the Mind.

Ainda mais Boole, G. (1998, p. 02) diz: " It is in the general theorems which occupy the latter chapters of this work, – that the claims of the method, as a Calculus of Deductive Reasoning, are most fully set forth". Para Boole, os teoremas postos em sua obra reivindicam que o método por ele elaborado e utilizado em seu silogismo funcionava como um cálculo de raciocínio dedutivo.

Historicamente o cálculo está ligado ao conceito de número, mas Boole concebe o seu cálculo de forma mais geral ainda, já que está ligado não apenas a aritmética, mas também ao raciocínio. Além disto, Boole segue Kant (1724 - 1804)[15], para quem a aritmética está ligada à intuição de tempo e a geometria ligada à do espaço. Desta forma temos que o cálculo aspirado por Boole deve modelar a mente em uma de suas funções, a de raciocinar.

Em seguida, Boole, G. (1998, p. 03) comenta acerca da validade do processo de análise e menciona que este processo "does not depend upon the interpretation of the symbols which are employed, but solely upon the laws of their combination." Isto destaca a soberania das leis de combinação em relação à interpretação dos símbolos, pois seu método pode ser empregado sem considerar, dentro de suas manipulações operacionais, a interpretação dos símbolos envolvidos, apenas levando em consideração as leis de combinação envolvidas. De acordo com Boole, G. (1998), os avanços da análise pura estavam ocorridendo nesta direção e foi este o motivo que o levou a optar por ela.

---

[15] Para mais detalhes ver Fontes (2005); Edwald (1996).

Assim, ao adotar esta direção de análise desenvolvendo a lógica à luz da matemática ele estaria permitindo ampliar seu campo de aplicação.

Em suma, orientando-se nestes aspectos, Boole, G. (1998, p. 04) pretende desenvolver neste livro um verdadeiro cálculo, concebido como "[...] a method resting upon the employment of Symbols, whose laws of combination are known and general, and whose results admit of a consistent interpretation". É sob este verdadeiro cálculo, assumido como um método simbólico preciso e amplamente aplicável, que Boole propõe estabelecer o cálculo da lógica, reivindicando um lugar entre as formas reconhecidas da análise matemática. A sua pretensão no desenvolvimento de seu sistema lógico não está calcada apenas na interpretação de símbolos ou cálculos isolados, mas sim na união deles empregados concomitantemente para formar uma lógica mais poderosa e igualmente útil.

De acordo com Boole, G. (1998, p. 04), a lógica está intimamente ligada a linguagem à medida que "that which renders Logic possible, is the existence in our minds of general notions, – our ability to conceive of a class, and to designate its individuals members by a common name." O que também condiz com a opinião de Chauvineau (1974) o qual afirma que a lógica tem suas pesquisas incidindo primeiramente sobre a linguagem que, por sua vez, fornece ao pensamento os meios de expressão habituais.

Diante destas concepções, Boole aspira expressar as proposições lógicas por símbolos e combiná-los através de leis calcadas em processos mentais. Neste sentido, elaborou seu formalismo em termos da função mental de eleição e assumiu a noção de classe a partir de nossa capacidade de selecionar dentro de uma coleção de objetos aqueles que pertencem ou não a uma classe aliado a nossa habilidade de os contemplar aparte do resto, por função mental.

Vale destacar que tais operações mentais são sujeitas a leis específicas, pois segundo Boole, quando o intelecto humano raciona este processo está sujeito a leis específicas. O alvo de seu sistema lógico constitui em expressar proposições por símbolos e combinação de símbolos, para isto, as leis da lógica devem refletir as leis do processo mental e a base deste raciocínio está no ato de eleição (uma operação da mente).

Em virtude da validação do processo de pensamento aqui posto, Boole, G. (1998, p. 06) ressalta:

> Every process will represent deduction, every mathematical consequence will express a logical inference. The generality of the method will even permit us to express arbitrary operations of the intellect, and thus lead to the demonstration of general theorems in logic analogous, in no slight degree, to the general theorems of ordinary mathematics.

Qual a maior constância no pensamento proposto nesta obra? Sem dúvida, as palavras de Boole afirmam ser a permanente relação entre matemática e lógica que, inclusive, fortificará a generalidade do método sugerido.

Posteriormente, Boole, G. (1998, p. 07) julga que “the laws we have to examine are the laws of one of the most important of our mental faculties. The mathematics we have to construct are the mathematics of the human intellect” e ainda que cada detalhe “in the form of the Calculus represents a corresponding feature in the constitution of their own minds”, dando assim uma altivez a uma nova concepção de matemática advinda de sua maturidade intelectual e da fala aqui exposta.

Sob esta nova matemática Boole deleita e alicerça as idéias acerca do trabalho proposto neste livro. Muito disso, deve-se a controvérsia surgida, na primavera de 1847, entre o filósofo Sir William Hamilton e o matemático Augustus De Morgan, como já mencionado acima.

No *The Mathematical Analysis of Logic*, estas considerações aparecem quando se discorre sobre o método proposto para seu sistema. Tal método busca expressar proposições por equações cuja manipulação representa inferências lógicas.

Boole, G. (1998, p. 09) diz que o uso da linguagem simbólica em matemática é baseado nos seguintes aspectos: "First, it may be considered with reference to the progress of scientific discovery, and secondly, with reference to its bearing upon the discipline of the intellect". Desta forma, seja com relação ao progresso das descobertas científicas ou por sua presença no processo de disciplina do intelecto, o uso dos símbolos sempre estará presente na matemática e, portanto, na lógica.

Na época de Boole, a álgebra simbólica estava emergindo, sobretudo, com Peacock e a axiomatização da álgebra. Antes era a aritmética geral que ditava as leis fundamentais e o que não era possível na aritmética, não valia para a álgebra. Ocorreram várias tentativas de simbolismo, a começar com a álgebra simbólica de François Viète (1540 – 1603)[16], mas dentro da comunidade algébrica houve muita resistência e até eles questionavam a legitimidade de raciocinar sobre símbolos.

Muitos matemáticos contemporâneos de Boole alegaram que quando se raciocina com símbolos facilmente se cai em erro, caso não estejamos atentos aos significados – isto porque chegamos a erros quando inferências lógicas são assumidas como verdade em

---

[16] Para mais detalhes ver os sites: <http://www.hmat.hpg.ig.com.br/historia/álgebra.htm> (ÁLGEBRA,2005) e <http://www.col-camus-souffllenheim.ac-strasbourg.fr/Page.php?|DP=296&|DD=0> (FRANÇOIS, 2005).

contextos errados. Entretanto, Boole juntamente com outros como Peacock e De Morgan, afirmavam o contrário, ou seja, podemos manipular símbolos

sem estarmos atentos aos significados.

Tal discussão passa pela concepção de ciência lógica que, na explicação de Boole, G. (1998, p. 11), é considerada por Hamilton como:

> [...] a branch of Philosophy, and defining Philosophy as the 'science of a real existence,' and 'the research of causes,' and assigning as its *main* business the investigation of the 'why, (τò *δίοτι*),' while Mathematics display only the 'that, (τò ότ*ὶ*),' Sir W. Hamilton has contended, not simply, that the superiority rests with the study of Logic, but that the study of Mathematics is at once dangerous and useless.

Desta forma, a posição de Hamilton resulta não apenas a definição de lógica como um ramo da filosofia, mas também na polarização entre filósofos e matemáticos que, por sinal, ainda insiste em permanecer nos dias de hoje. Diante do assunto, Boole, G. (1998, p. 12) não se julga em nenhuma das vertentes e diz: "My object is not controversy, and the observations which follow are offered not in the spirit of antagonism, but in the hope of contributing to the formation of just views upon an important subject." Formar uma visão mais ampla diante da polêmica era uma condição essencial para a concretização dos objetivos de Boole nesta obra.

Para Boole, G. (1998, p. 12), filosofia é a ciência de uma existência real e pesquisa de causas e, a verdadeira ciência é a que tem seu alvo nas leis e fenômenos que a envolve. Desta forma, Boole, G. (1998, p. 13) complementa que, de acordo com a visão da natureza da filosofia “[...] Logic forms no part of it” e assim, se deve associar lógica e matemática em detrimento a associação de lógica e metafísica. Boole acrescenta ainda que “he will there see Logic resting like Geometry upon axiomatic truths” e, portanto, quer elaborar um sistema lógico axiomático como existe na geometria (FOSSA, 2004).

Neste sentido, a lógica é concebida como um sistema axiomático e possui teoremas que são construídos em cima de doutrinas gerais e simbólicas as quais constituem a fundação da análise pretendida neste livro.

A respeito da lógica, Boole, G. (1998, p. 13) a enaltece, dizendo: “[...] Logic not only constructs a science, but also inquires into the origin and the nature of its own principles, – a distinction which is denied to Mathematics”.

Avulta-nos que, como já mencionado anteriormente, o objetivo maior de Boole neste trabalho era elaborar um cálculo de proposições lógicas que buscava unir, intimamente, lógica e matemática. Para tanto, uma visão mais ampla de ambas ciências foi exigida e elaborada no livro. Assim Boole, G. (1998, p. 01) afirma que “[..] Logic might be viewed with reference to the Idea of quantity, it had also another and a deeper system of relations” e culmina num método que ele próprio chama de cálculo de raciocínio dedutivo.

A utilidade da matemática para a lógica não é apenas uma questão de notação, este fato é digno de respeito na relação entre estas ciências e relevante na evolução, especialmente, da última delas. Mas, Boole, G. (1998, p. 02) afirma também:

> To supersede the employment of common reason, or to subject it to the rigour of technical forms, would be the last desire of one who knows the value of that intellectual toil and warfare which imparts to the mind an athletic vigour, and teaches it to contend with difficulties and to rely upon itself in emergencies.

Nota-se que o desejo de Boole vai além da questão de dotar a lógica de um formalismo simbólico análogo ao da matemática. Este seria um dos seus maiores intuitos, mas ele almeja também estabelecer uma relação entre matemática e lógica e não a substituição de uma pela outra, ou seja, a substituição do emprego da razão comum pelo rigor de formas técnicas isoladas.

Voltamos mais uma vez à passagem de Boole, G. (1998, p. 07), já citada acima, em que um dos seus objetivos é explicado da seguinte forma: "[...] every peculiarity which they will notice in the form of the Calculus represents a corresponding feature in the constitution of their own minds". Isto porque Boole concebe que a matemática que ele tem trabalhado é a matemática do intelecto humano e, portanto, cujo cálculo é uma característica inerente à constituição de nossa mente. Mas, se assim o for, teria Boole libertado a lógica do psicologismo, como alguns historiadores alegam?

Segundo Ferreira (1990) psicologismo significa uma tendência a fazer prevalecer o ponto de vista psicológico sobre o de outra ciência, num assunto de domínio comum. Sendo assim, podemos dizer que psicologismo é uma doutrina que considera todos os nossos conhecimentos meros fatos psicológicos.

De posse da definição de psicologismo e da argumentação apresentada até agora não se percebe claramente que o que Boole almejava era libertar a lógica do psicologismo. De fato nossa exposição ressalta exatamente que sua lógica é um cálculo do raciocínio dedutivo, ou seja, sustentado pelo fenômeno de raciocinar que é um fato psicológico.

O aporte para resolver este impasse foi encontrado por nós ao investigarmos a definição de lógica defendida por outros autores. Copi (1978, p. 20), por exemplo, afirma que: "A lógica tem sido freqüentemente definida como a ciência das leis do pensamento.

Mas esta definição, conquanto ofereça um indício sobre a natureza da lógica, não é exata". Copi (1978) julga esta inexatidão pelo fato de considerar que o pensamento é um dos processos estudados pelos psicólogos e a lógica não poderia ser a ciência das leis do pensamento, porque a psicologia também é uma ciência que trata das leis mentais (entre outras coisas), mas a lógica não é um ramo da psicologia e sim estes são campos de estudo separados e distintos.

Copi (1978) menciona ainda que se o pensamento é um processo mental que se produz na psique das pessoas, nem todo pensamento constitui um objeto de estudo para o lógico, haja vista que todo raciocínio é pensamento, mas nem todo pensamento é raciocínio. Tal afirmação é ilustrada pelo exemplo de que é possível pensar num número de 1 a 10 sem elaborar raciocínio. Desta forma é possível associar um sistema lógico ao processo de raciocinar sem estar preso à psicologia, ou seja, sem fazer prevalecer o ponto de vista psicológico sobre o da lógica e, portanto, estando liberto do psicologismo. Assim, ao modelar o raciocínio dedutivo através de um cálculo puramente matemático, Boole também liberta a lógica do psicologismo.

Nosso segundo aporte concernente à discussão de Boole ter tirado a lógica do psicologismo é encontrado na argüição de Richards (1980) em seu artigo intitulado *Boole and Mill: differing perspectives on logical psychologism*. Neste trabalho, publicado na revista *History and philosophy*, o autor examina a relação entre lógica e psicologia a partir das figuras de Boole e Mill.

Para Richards (1980), o psicologismo lógico é a posição que assume a lógica como um ramo especial da psicologia, sendo as leis lógicas vistas como leis psicológicas e ainda acrescenta que o psicologismo é dividido em dois ramos, o metodológico e o epistemológico.

Ao analisar os trabalhos de J. S. Mill e Boole, Richards (1980) conclui que Mill é um psicologista lógico enquanto que Boole não é. Segundo o referido autor, Boole seria um lógico psicologista, mas não defende o psicologismo lógico por rejeitar o discurso epistemológico e metodológico do psicologismo, ou seja, a lógica pode apoiar-se na psicologia, mas não vê esta como um o ramo mais fundamental da ciência. A diferença entre Boole e Mill estaria na natureza da lógica[17].

Outro fato relevante no estudo dos objetivos de Boole ao compor o livro *The Mathematical Analysis of Logic* é que ele próprio explicita ainda outras considerações sobre o alvo das investigações pertinentes a esta obra. Tal fato evidencia-se quando Boole, G. (1998, p. 07) expõe:

> The aim of these investigations was in the first instance confined to the expression of the received logic, and to the forms of the Aristotelian arrangement, but it soon became apparent that restrictions were thus introduced, which were purely arbitrary and had no foundation in the nature of things.

É notório o reconhecimento de que o sistema lógico almejado por Boole deveria respeitar a lógica aristotélica e, portanto, também ser válido para ela além de permitir o acréscimo de novas idéias concernentes à lógica sem agredir a natureza das coisas.

Boole encarou seu sistema não como algo completamente novo, mas como um aprofundamento do sistema vigente. Assim, seu sistema não deveria ser admitido em detrimento ao padrão aristotélico, pois tudo que vale no sistema de Aristóteles é válido no

---

[17] Para mais detalhes sobre a questão do psicologismo ver Fossa e Sousa (2005c).

de Boole. De fato, é como se Boole tivesse uma lógica madura enquanto Aristóteles uma jovem.

Diante da exposição feita até agora, é perceptível que os objetivos de Boole ao desenvolver a análise matemática da lógica estão fundamentados em suas convicções

pessoais as quais foram advindas dos estudos por ele desenvolvidos desde sua inspiração na adolescência até o ano de 1847, como também da sua investigação da epistemologia da matemática e das ciências em geral. Boole acreditava que o avanço da ciência dependia da harmonia dos seus ramos e foi isto que ele almejou ao buscar o avanço da lógica.

Segundo Boole, as ciências têm muito para ensinar umas às outras e se assim formos convictos estaremos caminhando para uma realização mais completa e perfeita, unindo pensamento e ação.

Por isso, Boole faz críticas aos lógicos e matemáticos que tem uma visão separatista e concebem estas ciências como água e óleo. É convicto de que se deve admitir uma ciência liberal cuja característica fundamental não seja nos conduzir a virtude, mas nos preparar para ela.

Devemos reconhecer que os objetivos externados por um autor ao elaborar uma obra nem sempre se concretizam ao longo desta. Assim, mediante a retórica exposta nesta seção, é importante investigarmos se este foi ou não o caso de George Boole. Teria ele conseguido compilar neste livro seus intuitos referentes à lógica e a um sistema lógico útil e eficaz? A fim de respondermos a esta questão, destinaremos a próxima seção deste capítulo a uma análise destes aspectos mediante a apresentação do sistema formal presente no livro em questão.

4.3 - O SISTEMA FORMAL

O livro *The Mathematical Analysis of Logic* traz ao longo de seu corpo uma linguagem rica em símbolos e analogias com a aritmética elementar que propiciou a Boole a criação de uma lógica moderna que enfrentou a tradição aristotélica. Nesta seção nos deteremos à apresentação do formalismo oriundo na referida obra.

4.3.1 - SÍMBOLOS E LEIS DE FORMAÇÃO

Boole, G. (1998) propõe uma teoria matemática da lógica calcada nos seguintes princípios fundamentais:

i. O uso de letras minúsculas (*x, y, z,* ...) e maiúsculas (X, Y, Z, ...) como símbolos literais que representam, respectivamente, o processo mental de separar ou eleger os elementos das classes (ato eletivo característico do raciocínio na mente humana) e um elemento arbitrário de uma classe, ou equivalentemente, a classe destes elementos.

ii. Sinais operacionais como +, -, · oriundos da analogia com a álgebra numérica.

iii. Sinal de identidade (=) que envolve igualdade, donde tem-se que classes iguais são aquelas que têm os mesmos elementos.

iv. O símbolo 1 representando a classe universal.

v. O símbolo 0 designando a classe nula ou vazia.

vi. As leis fundamentais da álgebra como a comutatividade, associatividade, distributividade e transitividade, acrescidas da lei do índice ou *index law*.

Para uma melhor compreensão do método de Boole, presente na *Análise Matemática da Lógica* (como o referido livro é conhecido em português), faz-se necessária uma explanação mais detalhada acerca dos itens acima.

Assim, primeiro torna-se conveniente mencionar que os símbolos apresentados no item (i) classificam-se em duas categorias. As letras minúsculas também chamadas de símbolos eletivos e as letras maiúsculas consistem num elemento arbitrário de uma classe que se chega através do ato de eleição.

Os sinais operacionais do item (ii) são as operações da mente pelas quais as concepções das coisas são combinadas ou resolvidas. A adição representa a união de classes, obtida através da junção de elementos selecionados de duas classes. Já multiplicação é tomada como a interseção de classes por meio de justaposição. Assim como a primeira, esta se refere ao ato de eleição fundamentado no raciocínio, ou seja, xy é obtido elegendo o y e dele elegendo o x. Por fim, temos a diferença que é encarada como o complemento de classes, obtido pela eleição (separação) dos elementos que não pertencem a uma dada classe.

De fato, diante do que foi explicitado acima, vemos que esta função mental de eleição é tão forte para Boole que ele a usa na definição das operações matemáticas envolvidas em seu sistema. Desta forma, com o conceito de operação fundamentado pelo raciocínio, Boole analisa-o e faz sua matemática de forma paralela. Assim, mostra o que é esta modelação matemática do nosso pensamento e comprova que o que ele faz é exatamente o que diz fazer: as leis do pensamento (ANJOS et al., 2001).

Já que somos familiarizados com as outras leis da álgebra, falaremos com mais detalhes da última lei do item (vi), a do índice, que permitiu a elaboração do sistema nos moldes que hoje em dia chamamos *booleanos* e contribuiu para torná-lo tão eficiente. Vale enfatizar que ela também consiste na principal desanalogia do seu sistema com a álgebra numérica ou a álgebra ordinária. A referida lei é a seguinte: $x^n = x$ e significa assumir que a interseção de uma classe com ela mesma resulta na própria classe.

Em virtude, de um maior esclarecimento façamos uso de um exemplo elementar que clarifique a essência do método de Boole. Desta forma, se o símbolo 1 representasse todos os brasileiros, o símbolo x poderia ser todos os brasileiros que são cidadãos nordestinos, um outro símbolo y poderia representar todos os homens brasileiros maiores de 21 anos e z poderia ser todos os brasileiros que possuem diploma de nível superior de ensino. Assim, a expressão $x + y$ na lógica booleana seria tomada como a união de x com y (isto é, o conjunto formado por todos os elementos pertencentes a x ou y ou até mesmo pertencente a ambos) que consiste de todos os brasileiros que são cidadãos nordestinos ou são homens maiores de 21 anos, ou ambos. Já a expressão $x \cdot y$ ou xy significa o conjunto formado pelos elementos ou objetos que estão no subconjunto x e também no subconjunto y. Desta forma, xy seria o conjunto de todos os cidadãos nordestinos que são homens maiores de 21 anos. Ou ainda, a expressão $(1- z)$ representa a classe complementar de z, isto é, o conjunto de todos os elementos que não pertencem ao conjunto z o que corresponde ao conjunto de todos os brasileiros que não possuem diploma de nível superior de ensino.

Em razão de uma validação de seu sistema, além dos símbolos eletivos já apresentados, Boole dota-o ainda das seguintes terminologias: funções eletivas e equações eletivas. Por funções eletivas se compreende as expressões nas quais os símbolos eletivos são envolvidos e, por equação eletiva, entende-se uma equação na qual os membros são funções eletivas. Por exemplo: $\phi (xyz) = y \{1 - z (1 - x)\}$ é uma função eletiva e $y \{1 - z (1 - x)\} = 0$ é uma equação eletiva.

4.3.2 - OS AXIOMAS

Boole, G. (1998) faz valer em seu sistema lógico alguns axiomas os quais são baseados nos processos mentais e regem as operações contidas no mesmo. Tais axiomas são trazidos em seu livro (BOOLE, 1998, p. 16 – 17) da seguinte forma:

> 1st. The result of an act of election is independent of the grouping or classification of the subject.
> 2nd. It is indifferent in what order two successive acts of election are performed.
> 3rd. The result of a given act of election performed twice, or any number of times in succession, is the result of the same act performed once.

O que cada uma das regras acima significam? Em linhas gerais podemos assegurar que se tratam de axiomas baseados numa análise do processo de eleição fundamental para o processo do raciocínio, como já mencionado. Este ato de eleição significa o ato de selecionar símbolos para então operar com eles.

Chamamos atenção aqui que, as definições fundamentais do sistema de Boole estão ligadas a esta função mental de eleição, de seleção. Desta forma, Boole modela nosso raciocínio dedutivo correto porque ele vê como o mesmo é representado. Seus axiomas são justificados por representarem as coisas básicas da função fundamental do pensamento dedutivo que está baseada na eleição, a faculdade de raciocinar. De fato, temos a descrição matemática das leis do pensamento.

O primeiro axioma é a lei de distributividade e se baseia nos processos mentais à medida que afirma que é indiferente se de um grupo de objetos $(u + v)$ como um todo, nós elegemos a classe X e obtemos como resultado o grupo $x (u + v)$ ou, se pegamos este grupo inicial e dividimos em duas classes, eleitas como u e v e, em seguida, de cada uma destas classes nós elegemos separadamente os X nelas contidas (xu e xv) para então conectarmos o resultado e obtermos $xu + xv$. Este fato se traduz na seguinte forma simbólica: $x (u + v) = xu + xv$.

O segundo dos axiomas nada mais é que a lei comutativa da aritmética (a qual já mencionamos anteriormente) e que pode ser expressa da seguinte maneira: $xy = yx$. A expressão xy significa que elegemos inicialmente os y e dele elegemos os x. Mas, se elegermos inicialmente os x e dele elegemos os y, obteremos o mesmo resultado, isto é, os dois processos de eleição são equivalentes. Podemos, por exemplo, de uma classe de alunos selecionarmos as meninas, e das meninas selecionarmos as que foram aprovadas, ou, desta mesma classe selecionarmos primeiramente os aprovados, e destes selecionarmos as meninas. Nos dois casos o resultado é a classe das meninas aprovadas.

Já o terceiro dos axiomas apresentados acima se refere à lei do índice que também foi tratada antes. Neste caso, daremos ênfase à importância desta lei para base do cálculo de proposições proposto por Boole em virtude de ser uma peculiaridade de seu sistema, já que as duas primeiras são aplicadas também à álgebra comum. Para Boole, G. (1998, p. 18): "The third law we shall denominate the index law. It is peculiar to elective symbols, and will be found of great importance in enabling us to reduce our results to forms meet for interpretation." Desta forma o último axioma citado se refere à expressão: $x^n = x$ e nos diz que se de um grupo de objetos nós elegermos os X, obteremos uma classe da qual todos os elementos são X. Se repetirmos a operação nesta classe um número ilimitado de vezes, o resultado sempre será a classe inicial completa X. Isto é: $x \,.\, x = x \Rightarrow x^2 = x$ e ao realizarmos n vezes temos:

$$\underbrace{x.x....x}_{\text{n vezes}} = x \Rightarrow x^n = x$$

Desta forma temos que Boole supõe, além das propriedades de igualdade, que as propriedades operacionais da aritmética valem para o tratamento dos símbolos eletivos, fazendo uso das mesmas na manipulação simbólica de seu sistema que, por este motivo, admite, por exemplo, a existência de elemento simétrico e a multiplicação de uma equação por um número negativo.

4.3.3 – UM TEOREMA NÃO PROVADO

De posse de todo o embasamento teórico exposto até aqui, Boole desenvolve diversas manipulações nas expressões oriundas de seu sistema e, entre estas manipulações percebe-se que ele usa o seguinte teorema sem justificá-lo:

$$x\,(1 - x) = 0$$

Este, segundo Macfarlane (1916), é considerado por Boole como uma expressão do princípio da não-contradição e nada mais é que a afirmação de que a interseção de uma classe com o seu complemento é vazia, ou seja, se elegemos X e dele elegemos os não-X obteremos a classe vazia. Tal teorema por ser uma decorrência direta da teoria usada por Boole tem sua prova omitida no livro *The Mathematical Analysis of Logic*, provavelmente por considerá-la desnecessária. No entanto, poderíamos considerar esta supressão, embora simples, como uma falha que pode ser vista em seu sistema e, mesmo tendo prova trivial poderemos verificá-la a título de ilustração.

Aplicando a lei da distributividade primeiramente e usando a lei dos índices para garantir que $x^2 = x$, chegamos a seguinte demonstração:

$$x\,(1 - x) = x \,.\, 1 - x^2 = x - x = 0.$$

Vale salientar que nesta demonstração Boole, G. (1998, p. 17) assume da aritmética que $x \,.\, 1 = x$, o que também resulta do fato de que se elegemos do universo os X, o resultado é a classe dos X.

Sabemos que seu sistema baseia-se na matemática e nas operações aritméticas, no entanto, percebemos que Boole não usa todas as leis dos números comuns. Este é o caso da lei do cancelamento não está incluída nas leis válidas para o sistema de Boole.

De fato, de $x^2 = x$, não podemos concluir que para $x \neq 0$, $x = 1$. No tratamento do silogismo, particularmente no item 4.3.5.2 das figuras silogísticas veremos, por meio de um exemplo concreto, outro caso em que a lei do cancelamento, se fosse assumida, geraria problemas.

4.3.4 - O SÍMBOLO AUXILIAR *v*

No sistema lógico desenvolvido por Boole no livro *A Análise Matemática da Lógica* há um símbolo eletivo que requer interpretação. Trata-se, pois, do *v* que tem suposição existencial a mais e exige uma interpretação concomitante à sua manipulação. Desta forma, fere o objetivo de Boole que citamos na seção 4.2 deste capítulo em virtude de deixar de ser, neste caso, um cálculo puramente matemático e formal.

Com referência a estas considerações Boole (1998, p. 23) justifica que:

> […] difference of form implies a difference of interpretation with respect to the auxiliary symbol v, and each form is interpretable by itself.
> Further, these differences do not introduce into the Calculus a needless perplexity. It will hereafter be seen that they give a precision and a definiteness to its conclusions, which could not otherwise be secured.

Desta forma assume que o símbolo *v* é tratado diferentemente dos demais já que exige sua interpretação aliada à operação, mas justifica que estas diferenças não introduzem no seu cálculo uma perplexidade, ao contrário, dão uma precisão às conclusões as quais não poderiam ser obtidas se *v* não fosse encarado desta forma.

O símbolo *v* representa uma nova classe que alude ao fato de que a interseção de duas outras classes (X e Y) existe, ou seja, é não vazia. Assim, ao afirmarmos $v = xy$

subtende-se que há algum elemento na interseção da classe X com Y. Desta igualdade derivam ainda diversas outras, dentre elas temos: $v\ (1 - x) = 0$ e $v\ (1 - y) = 0$. A primeira delas é obtida quando multiplicamos $v = xy$ por x, como segue:

$vx = xyx = xxy = x^2y = xy$ (aplicando a lei dos índices), donde:

$vx = xy$, mas sabemos que $xy = v$, então chegamos a

$vx = v$ que equivale a

$vx - v = v - vx = 0 \Rightarrow v\ (1\text{-}\ x) = 0.$

Analogamente, se multiplicarmos $v = xy$ por y e efetuarmos as mesmas transformações anteriores tem-se:

$vy = xyy = xy^2 = xy$ (aplicando a lei dos índices), donde:

$vy = xy$, mas sabemos que $xy = v$, então chegamos a

$vy = v$ que equivale a

$vy - v = v - vy = 0 \Rightarrow v\ (1\text{-}\ y) = 0.$

Em decorrência do fato do símbolo elitivo v infringir o objetivo de Boole, este tem sido alvo das principais críticas recaídas sobre seu primeiro livro de lógica.

Kneale, W.; Kneale, M (1980) criticam o símbolo v e em seu livro, *O Desenvolvimento da Lógica,* notam que as proposições particulares são expressas por desigualdade e as universais por equações. Já que Boole decide exprimir todas as proposições categóricas por meio de equações, o símbolo v surge com o intuito de tornar possível tal representação. Os Kneale julgam que a possibilidade desta letra ser manipulada a respeito de certas coisas como se fosse um símbolo para designar uma classe é um defeito e não um mérito da notação adotada por Boole. Tal colocação refere-se ao fato de que fazendo este uso do v podem surgir inferências falaciosas, como por exemplo, nos levar a acreditar que das equações $ab = v$ e $cd = v$ obtemos $ab = cd$. Salientam ainda que Boole não comete estes erros porque observa restrições sobre o uso da letra v que são inconscientes com sua própria descrição de v como um símbolo para designar uma classe. Por fim, acrescentam que o intuito de Boole é garantir as inferências aristotélicas que dependem de implicação existencial.

Assim, vale ressaltar que estes mesmos críticos não menosprezam os méritos de Boole com esta obra e, portanto, não enaltecem esta falha em detrimento da importância das demais contribuições oriundas deste livro.

4.3.5 – O SILOGISMO

Seguindo sua intenção de reformular a lógica aristotélica a partir da modelagem de nosso raciocínio dedutivo utilizando um cálculo puramente matemático, Boole passa em sua obra a tratar a lógica tradicional sob o ponto de vista de seus objetivos e mostra como esta pode ser vista de forma puramente simbólica. Assim, vejamos como Boole aborda o silogismo, bem como a teoria silogística adaptada à suas idéias, sobretudo tendo a lógica baseada na constituição da mente.

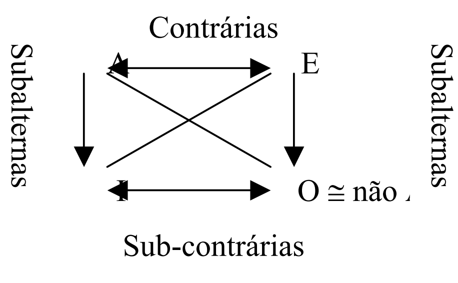
Em um cálculo de predicados (CP) ou classes, Boole mostra como expressar proposições categóricas através de equações eletivas, como manipular estas equações para obter a conversão das proposições e, por fim, desenvolve a lógica do silogismo.

A fim de nos inteirarmos destes aspectos, torna-se necessária ac;. exposição do conceito de proposição categórica sob a ótica da tradição aristotélica. Esta a concebe como sendo uma sentença que pode ser afirmativa ou negativa, universal ou particular e que possui necessariamente dois termos, o sujeito e o predicado. Por sujeito entende-se sobre quem se fala na proposição e predicado trata-se do que é falado a respeito do sujeito da proposição. Assim, as proposições categóricas da lógica aristotélica se dividem nos seguintes tipos:

A: Todo X é Y (universal afirmativa) **E:** Nenhum X é Y (universal negativa)

I: Algum X é Y (particular afirmativa) **O:** Algum X é não Y (particular negativa)

Compõem desta forma o que é conhecido como quadro de oposição:



Nesta obra de Boole, as quatro proposições categóricas acima apresentadas ganharam uma nova roupagem por meio de sua representação por equações matemática.

4.3.5.1 – Conversão

Sabemos que a doutrina de conversão faz parte da lógica tradicional, mas Boole, G. (1998) mostra em sua obra que o que foi feito na lógica tradicional ele também faz em seu silogismo e isso começa pela conversão de proposições.

Boole afirma ter sido mais aprofundado no estudo das conversões, pois acrescentou outras regras às já admitidas tradicionalmente. Estas, por sua vez, permitem uma maior habilidade no tratamento das equações e funções eletivas, isto é, em seu cálculo de proposições aplicado à lógica tradicional. Vejamos então que regras são estas.

4.3.5.1.1- Regras de conversão

As referidas regras permitem que uma dada proposição seja convertida em outra proposição por meio de transformações na equação que a representa. Da lógica tradicional temos que estas transformações ocorrem através de um dos três tipos de conversão:

a) Uma conversão simples: quando os termos da proposição são invertidos, ou seja, quando na equação representante se permuta x e y.

Por exemplo: Se X representa a classe das mulheres gordas e Y representa as mulheres saudáveis, a proposição:

Nenhuma mulher gorda é saudável ($xy = 0$) é convertida em

Nenhuma saudável é uma mulher gorda ($yx = 0$).

b) Conversão por limitação: quando a proposição deixa de ser universal e passa a ser particular, isto é, há uma translação de uma proposição de um tipo em outro. Desta forma, este é o único tipo de conversão que muda o tipo da proposição.

Por exemplo: Se X representa a classe de crianças e Y significa a classe das crianças que são espertas, então:

Todas as crianças são espertas: $x\ (1\text{-}y) = 0$, pode ser convertida em

Algumas crianças são espertas: $v = xy$.

c) Conversão por negação (contraposição): quando se negam e trocam os termos da proposição original. Em sua equação substitui-se x por $(1\text{-}y)$ e y por $(1\text{-}x)$.

Por exemplo: Se X representasse todos os cientistas e Y os cientistas que são loucos, então poderíamos converter a proposição:

Todo cientista é um louco: $x\ (1\text{-}y) = 0$, em

Ele que não é um louco não é um cientista: $(1\text{-}y)\ [1\text{-}(1\text{-}x)] = 0$.

De acordo com Whately[18] (apud BOOLE, 1998) toda proposição pode ser convertida por dedução através de um destes três modos. Proposições do tipo E e I admitem conversão simples, A e O por negação e A e E podem ser convertidas por limitação.

---

[18] Autor de livro de lógica que Boole usa como ponto de partida para se referir a resultados da lógica aristotélica mostrando que o que vale nela também é válido no sistema por ele proposto.

Entretanto, Boole ressalva em sua obra que há escritores que não admitem a conversão negativa. Neste sentido, ele argumenta que a questão de não aceitação depende da concessão de usar não-X e não-Y como termos categóricos.

Sabe-se que o silogismo trata de proposições categóricas e na concepção destes que não admitem a conversão negativa, o uso dos termos não-X e não-Y implica na mudança do tipo da proposição. Boole considera que esta classificação é errônea, pois assume que é possível utilizar estes termos sem mudar o tipo da proposição, já que em sua formulação matemática o que acontece é claro. Por exemplo, podemos usar a conversão negativa para transformar,

Todo X é Y $\quad x(1-y)=0$ em

Todo não-Y é não-X $\quad (1-y)[1-(1-x)]=0.$

Para clarificarmos a compreensão de que, com esta transformação, não ocorre a mudança do tipo de proposição, utilizaremos o símbolo $\overline{\mathrm{Y}}$ para representar $(1-y)$ da mesma forma que $\overline{\mathrm{X}}$ para $(1-\mathrm{x})$. Assim ficamos com:

Todo X é Y $\quad x(1-y)=0$ em

Todo $\overline{\mathrm{Y}}$ é $\overline{\mathrm{X}}$ $\quad \overline{y}(1-\overline{x})=0.$

Observe que tanto as expressões quanto as equações das proposições têm a mesma forma. É interessante observar que a linguagem comum às vezes sanciona a posição de Boole e às vezes não. Assim, *Todo homem é mortal* pode ser convertido em *Todo imortal é não-homem*. O complemento da classe *mortais* é a classe *imortais*. No entanto, não temos uma palavra que sanciona a classe *não-homem*. Mas, Boole pode evitar as limitações da linguagem comum por se guiar pelo formalismo. Deste modo, Boole conclui que a conversão de *Nenhum X é Y* em *Todo Y é não-X* é perfeitamente legítima, embora não seja reconhecida na lógica clássica.

Ao analisar matematicamente o argumento de Whately, Boole, G. (1998) conclui que:

1º) A proposição particular afirmativa (I) e a universal negativa (E) admitem a conversão simples.

2º) A proposição universal afirmativa (A) e a particular negativa (O) podem ser convertidas por contraposição (negação).

3º) Já a conversão por limitação pode ser usada para a proposição universal afirmativa (A) ou universal negativa (E).

Estas, por sua vez, não são apenas leis de conversão, mas, além disso, são exemplos de leis de transformação geral de proposições. Assim, Boole, G. (1998, p. 30) lista as seguintes regras, nas quais as de conversão estão contidas:

> 1st. Na affirmative Proposition may be changed into its corresponding negative (A into E, or I into O), and *vice versa,* by negation of the predicate.
> 2nd. A universal Proposition may be changed into its corresponding particular Proposition, (A into I, or E into O).
> 3rd. In a particular-affirmative, or universal-negative Proposition, the terms may be mutually converted.

A ampliação das regras de transformação é efetuada pela negação dos termos.

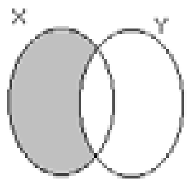
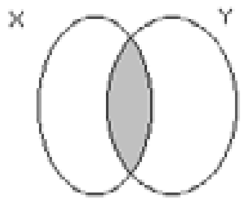
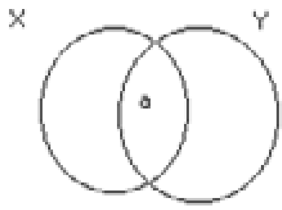
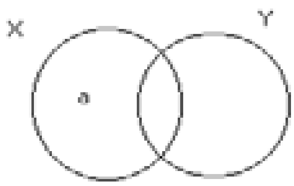
Vejamos a tabela:

Proposição	Equação	Conversão	Tipo de conversão
A		$(1-y)\,[1-(1-x)]=0$ Todo $\overline{\mathrm{Y}}$ é $\overline{\mathrm{X}}$	contraposição

Todo X é Y	$x = xy$ $x\,(1\text{-}y) = 0$	$x\,(1\text{-}y) = 0$ Nenhum X é $\overline{\text{Y}}$	novo
		$v = xy$ Algum X é Y	limitação
E Nenhum X é Y	$xy = 0$	$yx = 0$ Nenhum Y é X	simples
		$v = x\,(1\text{-}y)$ Algum X não é Y	limitação
I Algum X é Y	$v = xy$	$v = \; yx$ Algum Y é X	simples
		$v = x\,[1 - (1 - y)]$ Algum X não é $\overline{\text{Y}}$	novo
O Algum X não é Y	$v = x\,(1\text{-}y)$	$v = (1 - y)[\,1 - (1\text{-}x)\,]$ Algum $\overline{\text{Y}}$ não é $\overline{\text{X}}$	contraposição

Frente às ampliações postas por Boole, vemos que a lógica aristotélica passa a ser refeita em seu formalismo o qual pode também ser traduzido por meio do que é conhecido como *diagramas de Venn* (Em homenagem a John Venn, contemporâneo de George Boole). Nestes diagramas, subconjuntos vazios são sombreados, não-vazios são sinalizados por conter um elemento, digamos a, e os sobre os quais não se têm informações são deixados em branco. Desta forma, as proposições categóricas são representadas da seguinte maneira:

Proposição	Diagrama	Equação

A	 Ilustração 07	$x\,(1\text{-}y) = 0$
E	 Ilustração 08	$xy = 0$
I	 Ilustração 09	$v = xy$
O	 Ilustração 10	$v = x\,(1\text{-}y)$

Exemplificamos o uso dos diagramas de Venn com uma das novas regras de Boole. Consideramos a proposição Nenhum X é não-Y. Isto é uma proposição do tipo E e assim devemos sombrear a região do diagrama que representa a interseção de X e não-Y (ver Ilustrações 11 e 12). Primeiramente, localizamos não-Y,

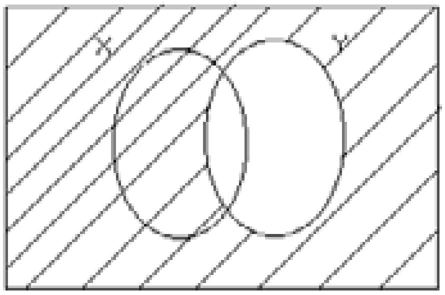


Ilustração 11: A região hachurada é não-Y,

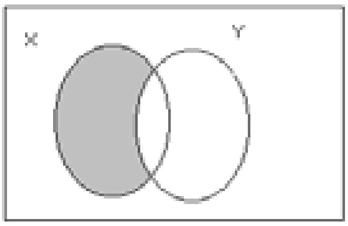


Ilustração 12: A interseção de X e não-Y é vazia.

É interessante notar que, as equações e os diagramas são estruturalmente isomórficos. Mesmo assim, há divergência, como veremos mais adiante, entre os silogismos válidos para a matemática moderna e no sistema de Boole. Assim sendo, a discrepância vem das regras de inferência que são diferentes nos dois casos.

4.3.5.1.2- Dedução matemática das regras

Após a discussão das regras de conversão, sintetizamos tais leis nos três itens acima e agora partiremos para sua dedução matemática. Assim, a *primeira regra* nos diz que é possível transformar uma proposição afirmativa na negativa correspondente pela negação do predicado.

CASO (i). Todo X é Y $\Rightarrow$ Nenhum X é não-Y.

A premissa é Todo X é Y, que é simbolizada por $x\,(1 - y) = 0$.

Fazendo $\bar{y} = 1 - y$, temos $x\,\bar{y} = 0$, o que significa Nenhum X é não-Y.

A transformação depende da aceitação de predicados negativos, o que, como já vimos, Boole faz. Ressaltamos ainda que Boole é tão hábil com a interpretação de seu sistema que ele nem usa $\overline{y}$, ele já vê (1-y) como uma só variável.

CASO (ii). Algum X é Y $\Rightarrow$ Algum X não é não-Y.

A premissa é dada pela equação $v = xy$, o que pode ser reescrita com $v = x\,[1 - (1 - y)]$.

Fazendo $\overline{y} = 1 - y$, obtemos $v = x(1- \overline{y})$, ou seja, Algum X não é não-Y.

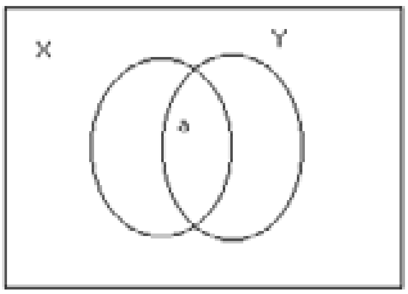
A *segunda regra* é que uma proposição universal pode ser transformada na particular correspondente.

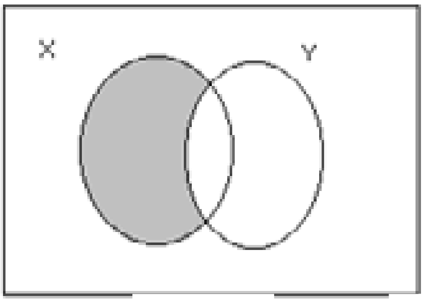
CASO (i). Todo X é Y $\Rightarrow$ Algum X é Y.

A premissa é representada pela equação $x\,(1\text{-}y) = 0$.

Multiplicando por v, temos $vx(1\text{-}y) = 0$. Mas, visto que v, e portanto vx (algum X), não é vazio pela hipótese contida na definição de v, os X que existem tem de ser Y. Logo, Algum X é Y. O argumento, é claro, depende da interpretação do símbolo v. Poderemos formalizar o argumento, usando a premissa auxiliar de que $vx \neq 0$. Assim, de $vx(1\text{-}y) = 0$ e $vx \neq 0$, teríamos $1 - y = 0$, ou seja $1 - y$. Isto implica que $vx = vxy$, isto é Algum X é Y.

É fácil mostrar, usando diagramas de Venn, que a regra proposta por Boole, embora aceita na lógica aristotélica, não é correta na lógica moderna. Uma premissa da forma A seria representada pelo diagrama (a) em Ilustração 13, enquanto a conclusão proposta é representada por diagrama (b).





(a) Ilustração 13 (b)

Desde que diagrama (b) contém algo (um elemento na interseção de X e Y) que não está contido em diagrama (a), Algum X é Y não é conseqüência lógica de Todo X é Y. Vale observar, porém, que Algum X é Y é conseqüência, mesmo na lógica moderna, das duas premissas Todo X é Y e Existe algum X. Considerações análogas se aplicam à inferência E $\Rightarrow$ O.

A *terceira regra* nos permite a conversão simples das proposições particulares afirmativas ou universais negativas.

Esta regra é uma conseqüência imediata da comutatividade de *xy*.

4.3.5.2 – As figuras silogísticas

Segundo Aristóteles, o silogismo consiste de três proposições categóricas, as duas primeiras são chamadas de premissas e a última é chamada de conclusão a qual é deduzida por inferência a partir das duas primeiras postas. Trata-se, pois, de uma espécie de combinação das proposições apresentadas anteriormente mediante conseqüências lógicas. O silogismo é dotado ainda de três elementos, o sujeito da conclusão (termo inferior ou menor), o predicado da conclusão (termo principal ou maior) e o termo comum as duas premissas (termo médio).

É mediante o silogismo que ocorre a funcionalidade de um sistema lógico. A lógica aristotélica, bem como, as precedentes a Boole já eram dotadas de um silogismo, mas o que Boole mostra neste livro é uma ampliação dos silogismos tradicionais.

De fato, no capítulo destinado ao silogismo aparecem evidências em sua obra de uma espécie de quebra de paradigmas em benefício da validação do sistema lógico proposto por Boole. Este sistema pretende ser eminentemente utilitário, embora abstrato em sua essência, buscando adquirir um significado concreto mediante coerência lógica. Desta forma, Boole concebe o conhecimento lógico como não imutável e suporta a concepção não da deturpação da lógica aristotélica, mas sim na desmistificação da mesma ao sabor de sua reformulação. Assim, o silogismo posto propõe inovações ao aristotélico destacando os casos não abarcados na lógica clássica, como veremos em seqüência.

Quando representamos as premissas e a conclusão de um silogismo através de seu símbolo e as dispomos numa determinada ordem estamos formando o que se chama de figura do silogismo (da lógica tradicional), cuja forma depende de onde fica o termo médio. Por exemplo:

Premissas: $\begin{cases} \text{Todo Y é X} \\ \text{Todo Z é Y} \end{cases}$ OU	Figura 1: YX ZY ZX
Conclusão: Todo Z é X.	

Tal exemplo pertence ao modo AAA (Todas as proposições são universais afirmativas – proposição categórica do tipo A), mas temos ainda:

Premissas: $\begin{cases} \text{Todo X é Y} \\ \text{Todo Z é Y} \end{cases}$ OU	Figura 2: XY ZY ZX

Conclusão: Todo Z é X.

Premissas: $\begin{cases}\text{Todo Y é X}\\ \text{Todo Y é Z}\end{cases}$ OU Conclusão: Todo Z é X.	Figura 3: YX YZ ZX
Premissas: $\begin{cases}\text{Todo X é Y}\\ \text{Todo Y é Z}\end{cases}$ OU Conclusão: Todo Z é X.	Figura 4: XY YZ ZX

4.3.5.2.1 – Modos tradicionalmente válidos (suposição de existência implícita)

Os modos do silogismo, tradicionalmente aceitos como válidos, são citados por Boole, G. (1998, p. 31), usando palavras mnemônicas[19] desenvolvidas na Idade Média:

> Fig. 1 – bArbArA, cElArEnt, dArII, fErIO que prioris.
> Fig. 2 – cEsArE, cAmEstrEs, fEstIno, bArOkO, secundae.
> Fig. 3 – Tertia dArAptI, dIsAmIs, dAtIsI, fElAptOn, bOkArdO, fErIsO, habet: quarta insuper addit.
> Fig. 4 – brAmAntIp, cAmEnEs, dImArIs, fEsapO, frEsIsOn.

---

[19] Segundo Estudo .... (2005) as palavras mnemônicas estão relacionadas a um método de associação que compõe uma técnica de memorização desenvolvida na idade média.

As vogais destacadas em maiúsculo na citação concebem o tipo de proposição categórica caracterizada nas premissas e na conclusão, respectivamente.

4.3.5.2.2 – Modos válidos segundo a matemática moderna

Dentro do conjunto de figuras de 1 a 4, apresentadas anteriormente e tradicionalmente válidas, há uma suposição aristotélica de que todas as classes têm elementos. Mas, partindo desta suposição de existência implícita, o silogismo aristotélico sofre conseqüências na matemática moderna e por isso, veremos que nem todas as figuras válidas no item 4.3.5.2.1 são verdadeiras segundo a matemática moderna. Isto porque, neste sentido, se admitirmos que uma classe pode ser vazia (como no caso da matemática moderna), não garantimos a existência de um elemento em certos casos como: Se todo Y é X e todo Y é Z, não podemos garantir que algum Z é X (como admitia Aristóteles com sua suposição de existência) já que a interseção pode ser vazia ou não e as premissas não garantem que há um elemento em $Z \cap X$. Assim, analisaremos tais figuras utilizando os diagramas de Venn para a representação das proposições categóricas apresentadas nas páginas 168, bem como faremos uso dos modos da página 173.

Lembramos que os diagramas funcionam como explicitado na página 167 de forma que nada que não está nas premissas não está na conclusão. Vale salientar ainda que em todas as figuras, X é o termo maior, Y o médio e Z o menor.

Figura 1(tradicionalmente válida): – bArbArA, cElArEnt, dArII, fErIO que prioris

– bArbArA (AAA)

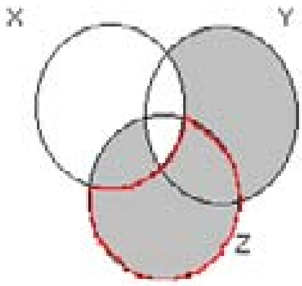
(A): Todo Y é X

(A): Todo Z é Y

(A): Todo Z é X

Conclusão: figura válida, pois pelo diagrama, o que é Z, mas não é X está vazio.

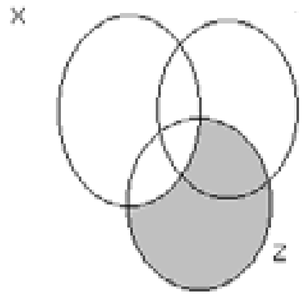
Ilustração 14



termo médio

Ilustração 15

Diagrama da conclusão:



- cElArEnt (EAE)

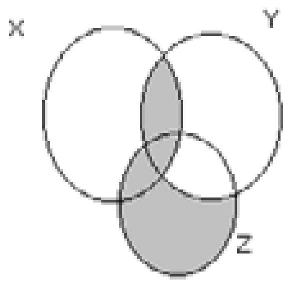
(E): Nenhum Y é X

(A): Todo Z é Y

(E): Nenhum Z é X

Conclusão: figura válida, pois pelo diagrama, a interseção de Z e X está vazia.

Ilustração 16



- dArII (AII)

(A): Todo Y é X

(I): Algum Z é Y

(I): Algum Z é X

Conclusão: Argumento válido, haja vista que podemos garantir que o

Ilustração 17

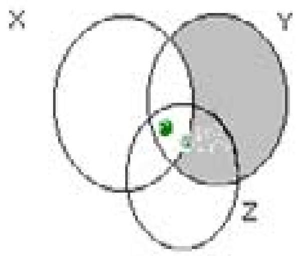


Ilustração 18

- fErIO (EIO)

(E): Nenhum Y é X

(I): Algum Z é Y

(O): Algum Z não é X.

Conclusão: Argumento válido em virtude de que garantimos a existência de um elemento <u>b</u> $\in$ Z tal que <u>b</u> $\notin$ X.

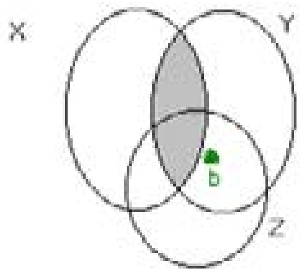


Ilustração 19

Figura 2 (tradicionalmente válida): – cEsArE, cAmEstrEs, fEsInO, bArOkO, secundae

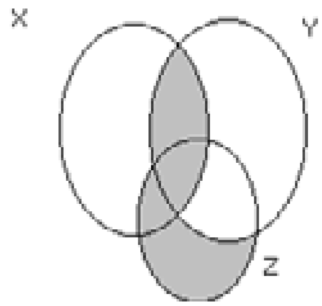
– cEsArE (EAE)

(E): Nenhum X é Y

(A): Todo Z é Y

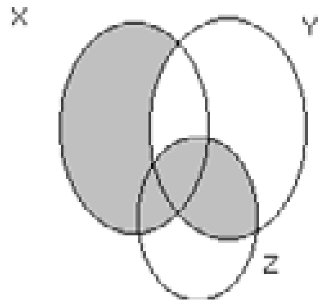
(E): Nenhum Z é X.

Conclusão: Figura válida, pois a interseção de X com Z é vazia.



– cAmEstrEs (AEE)

Ilustração 20



(A): Todo X é Y

(E): Nenhum Z é Y

(E): Nenhum Z é X.

Conclusão: Figura válida, já que a interseção de Z e X é vazia.

– fEstIno (EIO)

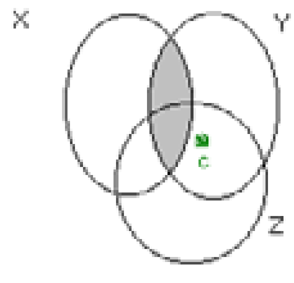
Ilustração 21

(E): Nenhum X é Y

(I): Algum Z é Y

(O): Algum Z não é X.

Conclusão: Argumento válido, haja vista que há um elemento c que pertence a Z e não pertence a X.



– bArOkO (AOO)

Ilustração 22

(A): Todo X é Y

(O): Algum Z não é Y

(O): Algum Z não é X.

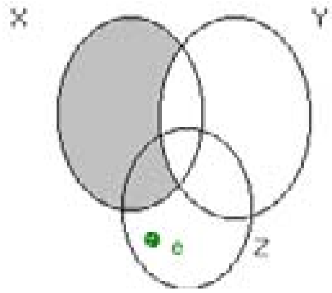


Figura 3 (tradicionalmente válidas): – Tertia dArAptI, dIsAmIs, dAtIsI, fElAptOn, bOkArdO, fErIsO, habet: quarta insuper addit.

– dArAptI (AAI)

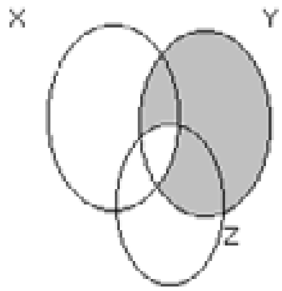
Ilustração 23

(A): Todo Y é X

(A): Todo Y é Z

(I): Algum Z é X.

Conclusão: Argumento inválido, pois não garantimos, pelo diagrama, que existe um elemento na interseção de Z e X.



– dIsAmIs (IAI)

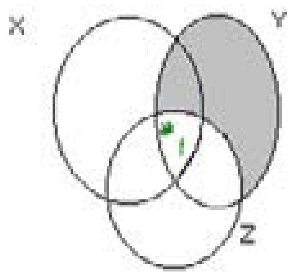
Ilustração 24

(I): Algum Y é X

(A): Todo Y é Z

(I): Algum Z é X.

Conclusão: Figura válida, pois a interseção de Z e X não é vazia, isto é, há pelo menos um elemento f $\in$X e f $\in$ Z.



– dAtIsI (AII)

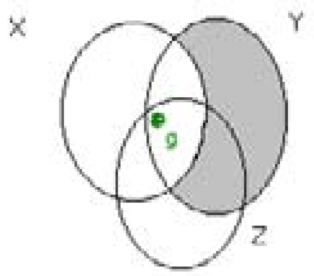
Ilustração 25

(A): Todo Y é X

(I): Algum Y é Z

(I): Algum Z é X.

Conclusão: Argumento válido em virtude de haver um elemento g na interseção de Z e X.



– fElAptOn (EAO)

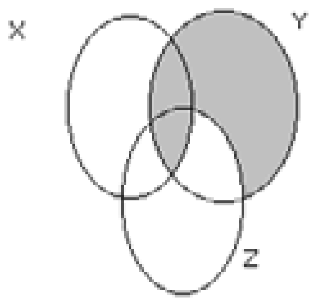
Ilustração 26

(E): Nenhum Y é X

(A): Todo Y é Z

(O): Algum Z não é X.

Conclusão: Figura inválida, já que não podemos afirmar que existe um elemento que pertence a Z e não a X.



– bOkArdO (OAO)

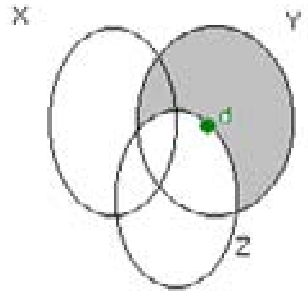
Ilustração 27

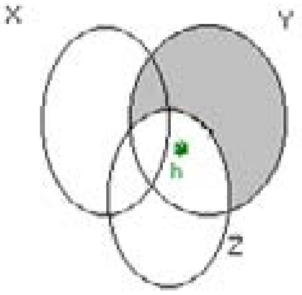
(O): Algum Y não é X

(A): Todo Y é Z

(O): Algum Z não é X.

Conclusão: Figura válida, já que podemos ver que tem um elemento h que pertence a Z e não pertence a X.





– fErIsO (EIO)

Ilustração 28

(E): Nenhum Y é X

(I): Algum Y é Z

(O): Algum Z não é X.

Conclusão: Figura válida, pois há um elemento i que pertence a Z, mas que não pertence a X.

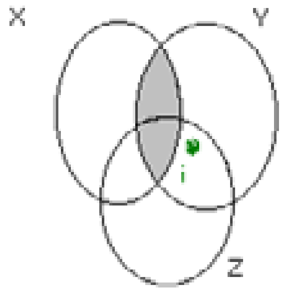


Figura 4 (tradicionalmente válidas): – brAmAntIp, cAmEnEs, dImArIs, fEsapO, frEsIsOn.

– brAmAntIp (AAI)

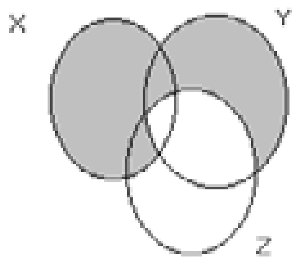
(A): Todo X é Y

Ilustração 29

(A): Todo Y é Z

(I): Algum Z é X.

Conclusão: Inválido, pois não podemos



– cAmEnEs (AEE)

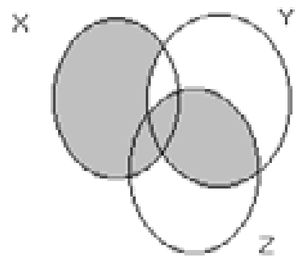
Ilustração 30

(A): Todo X é Y

(E): Nenhum Y é Z

(E): Nenhum Z é X.

Conclusão: Argumento válido, haja vista que a interseção de Z e X é vazia.



– dImArI (IAI)

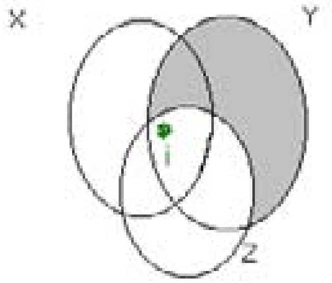
Ilustração 31

(I): Algum X é Y

(A): Todo Y é Z

(I): Algum Z é X.

Conclusão: Figura válida, pois a interseção de Z e X possui pelo menos o elemento j .



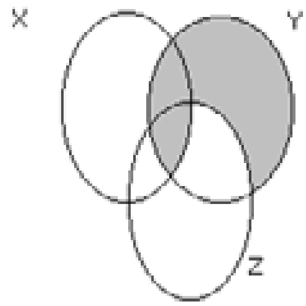
– fEsApO (EAO)

Ilustração 32

(E): Nenhum X é Y

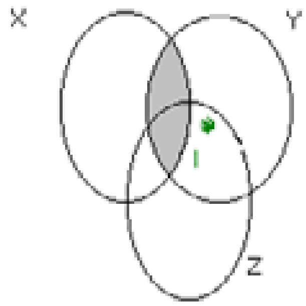
(A): Todo Y é Z

(O): Algum Z não é X.



– frEsIsOn (EIO)

Ilustração 33



(E): Nenhum X é Y

(I): Algum Y é Z

(O): Algum Z não é X.

Conclusão: Argumento válido, haja vista que há pelo menos o elemento 1 que está em Z e não está em X.

Com a ajuda de diagramas de Venn, observamos que nem toda figura tradicionalmente válida é também válida segundo a matemática moderna. De fato, os modos AAI e EAO são inválidos tanto na Figura 3 (ver Ilustrações 23 e 26) quanto na Figura 4 (ver Ilustrações 29 e 32). Isto ocorre porque as premissas universais não garantem a asserção de existência na conclusão. A suposição implícita de existência feita por Aristóteles leva-o a considerar estes modos como válidos.

4.3.5.2.3 – Modos válidos pelo sistema de Boole (suposição de existência explícita usando *v*)

A suposição de existência implícita nas figuras tradicionalmente válidas passa a ser explícita no sistema de Boole a partir do uso do símbolo *v* que representa a existência de algum elemento na classe. Verificaremos então quais as mudanças acarretadas neste processo a partir da demonstração matemática da validade de tais figuras de acordo com o que é proposto pelo sistema de Boole no livro *The Mathematical Analysis of Logic.*

Para tanto, vale ressaltar que as proposições serão expressas por meio de equações as quais devem ser compostas pelos mesmos símbolos que foram escolhidos para as classes representantes de tais proposições. Portanto, se a primeira premissa se refere às classes Y e X, esta deve ser representada por uma equação em função de *y* e *x*; se a segunda premissa é relativa às classes Z e X, ela deve ser expressa por uma equação composta pelos símbolos *z* e *x* e, como conseqüência da eliminação do termo médio *y*, teremos a equação da conclusão contendo os símbolos elitivos *x* e *z*. Este é, pois, o princípio básico que utilizaremos no tratamento das demonstrações.

Para que os pontos destacados acima sejam mormente esclarecidos observemos um caso particular que evidencia esta classificação fundada sobre distinções matemáticas. Para tanto, tomemos como exemplo um caso do primeiro modo onde as premissas são universais afirmativas (como já citamos anteriormente) e também representadas pela figura 1. Assim,

$$\left\{\begin{array}{l}\text{Todo Y é X}\\ \text{Todo Z é Y}\end{array}\right. \longrightarrow \text{Ambas proposições do tipo A, cujas equações são: } \left\{\begin{array}{l} y\,(1-x) = 0\\ z\,(1-y) = 0\end{array}\right.$$

Comutando as variáveis da primeira equação e distribuindo o z na segunda (bem como multiplicando por -1), temos: $\begin{cases}(1\text{-}x)\,y = 0\\ zy - z = 0\end{cases}$.

O resultado é a configuração das premissas segundo Figura 4 do silogismo.

Com base nestas equações, Boole, G. (1998) propõe um método geral de eliminação do y (termo médio) e conseqüente obtenção da equação da conclusão que, como já relatamos, deve envolver os símbolos elitivos z e x. Tal método consiste em escrever a equação das premissas de modo que o y apareça como um único fator do primeiro membro da primeira equação e como um único fator do segundo membro da segunda equação (ou vice-versa). Posteriormente, procede-se eliminando os y de ambos os membros e por fim, multiplicando as equações restantes. Desta forma, as equações do formato (AA, Fig. 4) expressas anteriormente poderiam ser transformadas da seguinte forma:

$$\begin{cases}(1\text{-}x)\,y = 0\\ zy - z = 0\end{cases} \longrightarrow \begin{cases}(1\text{-}x)\,y = 0\\ zy = z\end{cases} \text{ ou ainda } \begin{cases}(1\text{-}x)\,y = 0\\ z = zy\end{cases}$$

Eliminando os y, temos $(1\text{-}x) \,.\, z = z \,.\, 0$ ou $(1\text{-}x).z = 0$

Desta forma a equação resultante $(1\text{-}x)z = 0$ corresponde à conclusão de que Todo Z é X.

A única restrição enfatizada por Boole, G. (1998) neste processo de eliminação é que as equações que representarão as premissas não devem ser ambas da forma $ay = 0$ (a podendo ser substituído por funções de x ou y e até mesmo o símbolo v), haja vista que, neste caso, a eliminação não seria possível. Caso este fato ocorra, a opção seria resolver uma delas. Por exemplo, se escolhemos a equação $xy = 0$, sua solução seria $y = v\,(1\text{-}x)$ e se a equação selecionada for $(1\text{-}x)\,y = 0$, sua solução seria $y = vx$.

É justamente no que concerne às formas a serem desenvolvidas em seu silogismo, assim como na estruturação do mesmo que Boole declara a opção de não permanecer inerte ao padrão aristotélico. Para isto, ele destaca alguns pontos dicotômicos que devem ser observados.

Por um lado, Boole acredita que a estrutura essencial de um silogismo deve ser arbitrária e se fixamos a ordem das premissas, a distinção entre o termo maior (*majo*r) e o menor (*minor*) passa a ser apenas um problema de escolha de qual deles terá precedência na conclusão. Segundo Boole, G. (1998, p. 33): “Convenience is *perhaps* in favour of the adopted arrangement, but it is to be remembered that is *merely* an arrangement.” O que avulta em seu trabalho que o método proposto não ficará preso a um esquema de arranjo, mas sim, terá conclusões mais gerais que estarão embasadas na legalidade abstrata e serão oriundas de puro raciocínio. Além disto, Boole, como já vimos, aceita predicados negativos. A não aceitação dos mesmos é caracterizada (BOOLE, G. 1998, p. 33) como uma limitação da lógica aristotélica:

> The Aristotelian canons, however, beside restricting the order of the terms of a conclusion, limit their nature also; - and this limitation is of more consequence than the former.

Em virtude desta visão, Boole encontra relevância em um trabalho que perpasse por expansões, mas que não seja excludente ao já existente. Por isso, Boole, G. (1998, p. 34) assegura:

> We may by restricting the canon of interpretation confine our expressed results within the limits of the scholastic logic; but this would only be to restrict ourselves to the use of a part of the conclusions to which our analysis entitles us.

Afirma assim que seu método pode apoiar-se na lógica tradicional, mas que não deve restringir-se apenas a ela.

Acreditando que a lógica possa ser concebida como uma exposição matemática das leis do pensamento, Boole adota uma classificação puramente matemática nomeando apenas as premissas e as figuras (já apresentadas anteriormente) em que elas se encontram. Desta forma, Boole divide os modos do silogismo em quatro categorias, dependendo, não da posição do termo médio, como na lógica tradicional, mas das características das equações eletivas que representam as premissas. Através destas categorias veremos a demonstração dos modos válidos do silogismo no sistema de Boole. Antes, porém, apresentamos, no seguinte quadro, os modos válidos para Boole, classificados em três categorias: aristotélicas diretas, aristotélicas indiretas e não-aristotélicas. Os modos classificados como aristotélicos são os que são dados pelas palavras mnemônicas citadas anteriormente. Os aristotélicos indiretos são os que podem ser deduzidos dos modos aristotélicos diretos (freqüentemente em mais do que uma maneira), usando as regras aristotélicas de conversão ou intercâmbio da ordem das premissas (mutação). Os modos não-aristotélicos são os que são deduzidos por Boole usando *Regra 1*, a regra não-aristotélica de conversão.

CATEGORIA 1		
A Aristotélica direta	Figura 1	AAA
		EAE
	Figura 2	AEE
		EAE
	Figura 4	AEE
B Aristotélica indireta	Figura 4	AAA
C Não-aristotélica	-	-

CATEGORIA 2		
A Aristotélica direta	Figura 3	AAI
		EAO
	Figura 4	EAO
B Aristotélica indireta	Figura 1	AEO
	Figura 3	AEO
C Não-aristotélica	Figura 1	EEO
	Figura 2	EEO
	Figura 3	EEO

	Figura 4	EEO

CATEGORIA 3		
A Aristotélica direta	Figura 1	AII
		EIO
	Figura 2	AOO
		EIO
	Figura 3	AII
		EIO
		IAI
		OAO
	Figura 4	IAI
B Aristotélica indireta	Figura 2	OAO
		IEO
	Figura 3	AOO
		EOO
		IEO
		OEO
	Figura 4	IEO
C Não-aristotélica	Figura 1	OEO
	Figura 4	EOO

A primeira categoria é a das formas nas quais *v* (considerado como representativo de algum) não entra. Boole, G. (1998) demonstra matematicamente em seu livro os casos AAA das figuras 1 e 4 e AEE, EAE da figura 2. Assim, nos restringiremos à prova matemática dos demais casos.

* EAE da figura 1

YX (E): Nenhum Y é X: $yx = 0$

ZY (A): Todo Z é Y: $z\,(1-y) = 0$

$$\begin{cases} (\mathrm{E}): yx = 0 \\ (\mathrm{A}): z - zy = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} yx = 0 \\ z = zy \end{cases}$$

Eliminando o *y* e multiplicando ambas as expressões, temos:

$$zx = z.0 = 0$$

Portanto, obtemos um argumento válido, com a conclusão Nenhum Z é X.

* AEE da figura 4

XY (A): Todo X é Y: $x\,(1-y) = 0$

YZ (E): Nenhum Y é Z: $yz = 0$

$$\begin{cases} (\mathrm{A}): x - xy = 0 \\ (\mathrm{E}): yz = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} xy = x \\ 0 = yz \end{cases}$$

eliminando o *y*

$$x.0 = zx \Rightarrow zx = 0$$

ou seja, modo válido com conclusão Nenhum Z é X.

A segunda categoria constitui-se daquelas formas em que *v* é introduzido na solução de uma. Entre as formas concernentes a categoria 2, Boole, G. (1998) mostra os casos AEO e EEO da figura 1, AAI da figura 3 e EAO, EEO da figura 4. Os demais demonstraremos agora.

* AEO da figura 3

YX (A): Todo Y é X: $y\,(1\text{-}x)$[20] $= 0$

YZ (E): Nenhum Y é Z: $yz = 0$

$\begin{cases}(\text{A}): (1-x)y = 0 \\ (\text{E}): yz = 0\end{cases}$. Desenvolvendo a primeira equação, $\begin{cases} y = vx \\ 0 = yz \end{cases}$ eliminando y

$0 = vxz$, ou seja, modo

* EAO da figura 3

YX (E): Nenhum Y é X: $yx = 0$

YZ (A): Todo Y é Z: $y\,(1\text{-}z) = 0$

$\begin{cases}(\text{A}): yx = 0 \\ (\text{E}): (1-z)y = 0\end{cases}$ Resolvendo a segunda equação $\begin{cases} 0 = yx \\ y = vz \end{cases}$ eliminando o y

$0 = vzx$ isto é, modo

válido com conclusão Algum Z não é X.

* EEO da figura 2

XY (E): Nenhum X é Y: $xy = 0$

ZY (E): Nenhum Z é Y: $zy = 0$

$\begin{cases}(\text{E}): xy = 0 \\ (\text{E}): zy = 0\end{cases}$ Resolvendo a segunda equação $\begin{cases} 0 = xy \\ y = v\,(1 - z) \end{cases}$ eliminando o y

$0 = v\,(1\text{-}z)x$, portanto, modo válido

com conclusão Algum não-Z não é X.

* EEO da figura 3

[20] Segundo Boole, G. (1998, p. 27) a inferência $(1\text{-}x)y = 0 \Rightarrow y = vx$.

YX (E): Nenhum Y é X: $yx = 0$

YZ (E): Nenhum Y é Z: $yz = 0$

$\begin{cases} \text{(E)}: yx = 0 \\ \text{(E)}: yz = 0 \end{cases}$ Resolvendo a segunda equação, depois de comutar o primeiro membro

$\begin{cases} 0 = xy \\ y = v(1\text{-}z) \end{cases}$ eliminando o y

---

$0 = v\,(1\text{-}z)x$, logo, temos um modo válido com conclusão Algum não-Z não é X.

A terceira categoria é formada pelos casos em que v é encontrado em uma das equações, mas não foi introduzido pela solução. Nesta categoria Boole, G. (1998) demonstra os modos AII e OEO da figura 1, AOO e OAO da figura 2 e EOO e IAI da figura 4. Mostramos a seguir os demais casos.

* EIO da figura 1

YX (E): Nenhum Y é X: $yx = 0$

ZY (I): Algum Z é Y: v = zy

ZX (O): Algum Z não é X: $vz\,(1\text{-}x)$

$\begin{cases} \text{(E)}: yx = 0 \\ \text{(I)}: v = zy \end{cases}$. De acordo com Boole, G. (1847, p. 25) substituiremos uma equação

$\begin{cases} yx = 0 \\ vz = vy \end{cases}$ equivalente à segunda equação. Em seguida, eliminando o y

---

$v\,zx = 0$ isto é, modo válido com conclusão Algum Z não é X.

* EIO da figura 2

XY (E): Nenhum X é Y: $xy = 0$

ZY (I): Algum Z é Y: $v = zy$

$$\begin{cases}(\text{E}): xy = 0 \\ (\text{I}): v \;=\; zy\end{cases} \text{ Substituindo } \begin{cases}xy = 0 \\ vz \;=\; vy\end{cases} \text{ eliminando o } y$$

$vzx = 0$. Logo, modo válido com conclusão Algum Z não é X.

* IEO da figura 2

XY (I): Algum X é Y: $v = xy$

ZY (E): Nenhum Z é Y: $zy = 0$

$$\begin{cases}(\text{I}): v = xy \\ (\text{E}): zy = 0\end{cases} \text{ Substituindo } \begin{cases}vz = vy \\ xy = 0\end{cases} \text{ eliminando o } y$$

$v\,zx = 0$ isto é, modo válido com conclusão Algum Z é não X: (O).

* AII da figura 3

YX (A): Todo Y é X: $y\,(1\text{-}x) = 0$

YZ (I): Algum Y é Z: $v = yz$

$$\begin{cases}(\text{A}): y\,(1 - x) = 0 \\ (\text{I}): v = yz\end{cases} \text{ Substituindo } \begin{cases}y\,(1 - x) = 0 \\ vz \;=\; vy\end{cases} \text{ eliminando o } y$$

$vz\,(1\text{-}x) = 0$ resolvendo esta equação $v = zx$, ou seja, modo válido com conclusão Algum Z é X.

* AOO da figura 3

YX (A): Todo Y é X: $y\,(1\text{-}x) = 0$

YZ (O): Algum Y não é Z: $v = y\,(1\text{-}z)$

$$\begin{cases}(\text{A}): y\,(1\text{-}x) = 0 \\ (\text{O}): v = y(1 - z)\end{cases} \text{ Substituindo } \begin{cases}y\,(1\text{-}x) \;=\; 0 \\ v(1 - z) \;=\; vy\end{cases} \text{ eliminando o } y$$

$v\,(1\text{-}z)\,(1\text{-}x) = 0$, ou seja, $vxz = 0$ pela

contra-positiva. Assim, o modo é válido
com conclusão Algum Z é não X.

* EIO da figura 3

YX (E): Nenhum Y é X: $yx = 0$

YZ (I): Algum Y é Z: $v = yz$

$$\begin{cases} (\mathrm{E}) : yx = 0 \\ (\mathrm{I}) : v = yz \end{cases} \quad \text{Substituindo} \quad \begin{cases} yx = 0 \\ vz = vy \end{cases} \quad \text{eliminando o } y$$

$vzx = v\,.0 = 0$ isto é, modo válido com
conclusão Algum Z não é X.

* EOO da figura 3

YX (E): Nenhum Y é X: $yx = 0$

YZ (O): Algum Y não é Z: $v = y(1\text{-}z)$

$$\begin{cases} (\mathrm{E}) : yx = 0 \\ (\mathrm{O}) : v = y(1 - y) \end{cases} \quad \text{Substituindo} \quad \begin{cases} yx = 0 \\ v(1 - z) = vy \end{cases} \quad \text{eliminando o } y$$

$v\,(1\text{-}z)x = v\,.0 = 0$ isto é, modo válido com conclusão
Algum não-Z não é X.

* IAI da figura 3

YX (I): Algum Y é X: $v = yx$

YZ (A) Todo Y é Z: $y(1\text{-}z) = 0$

$$\begin{cases}(\mathrm{I}): v = yx \\ (\mathrm{A}):\ y(1-z) = 0\end{cases} \quad \text{Substituindo} \begin{cases} vy = vx \\ 0 = y\,(1-z)\end{cases} \quad \text{eliminando o } y$$

$v.0 = 0 = vx(1\text{-}z)$ isto é, modo válido com conclusão Algum X é Z, ou, por conversão simples, Algum Z é X.

* IEO da figura 3

YX	(I): Algum Y é X: $v = yx$
YZ	(E) Nenhum Y é Z: $yz = 0$

$$\begin{cases}(\mathrm{I}): v = yx \\ (\mathrm{A}):\ yz = 0\end{cases} \quad \text{Substituindo} \begin{cases} vy = vx \\ 0 = yz\end{cases} \quad \text{eliminando o } y$$

$v.0 = 0 = vxz$, portanto, modo válido com conclusão Algum X não é Z.

* OAO da figura 3

YX	(O): Algum Y não é X: $v = y(1\text{-}x)$
YZ	(A) Todo Y é Z: $y\,(1\text{-}z) = 0$

$$\begin{cases}(\mathrm{O}): v = y\,(1\text{-}x) \\ (\mathrm{A}): y(1\text{-}z) = 0\end{cases} \quad \text{Substituindo} \begin{cases} vy = v(1-x) \\ 0 = y(1-z)\end{cases} \quad \text{eliminando o } y$$

$v.0 = 0 = v\,(1\text{-}x)(1\text{-}z)$ portanto, modo válido com conclusão Algum não- X não é não-Z, ou seja, por contraposição Algum Z não é X.

* OEO da figura 3

YX (O): Algum Y é não X: $v = y(1\text{-}x)$

YZ (E) Nenhum Y é Z: $yz = 0$

$$\begin{cases}(\text{O}): v = y\ (1\text{-}x) \\ (\text{E}): yz\ = 0\end{cases} \text{ Substituindo } \begin{cases} vy\ =\ v(1-x) \\ 0\ = yz\end{cases} \text{ eliminando o } y$$

$v.0 = 0 = v\ (1\text{-}x)z$ ou seja, modo válido com conclusão Algum não-X não é Z.

* IEO da figura 4

XY (I): Algum X é Y: $v = xy$

YZ (E) Nenhum Y é Z: $yz = 0$

$$\begin{cases}(\text{I}): v = xy \\ (\text{E}): yz = 0\end{cases} \text{ Substituindo } \begin{cases} vx\ =\ vy \\ yz\ =\ 0\end{cases} \text{ eliminando o } y$$

$vxz = v\ .\ 0 = 0$ isto é , modo válido com conclusão Algum X não é Z.

A última categoria reúne os casos em que v entra em ambas as equações. Neste caso, não se pode fazer inferências silogísticas válidas.

> Boole também mostra que seu cálculo pode ser usado para verificar que certas premissas categóricas não implicam em conclusões silogística válidas. Isto acontece quando as duas premissas, depois da eliminação de y (o termo médio), se reduzam a $0 = 0$ ou $vv' = 0$. Para os nossos propósitos, porém, não será necessário entrar em detalhes.

Mediante a distinção das categorias por critérios matemáticos, Boole, G. (1998) acrescenta que elas podem ser concebidas da seguinte forma:

i. Primeira categoria: compreende todos os casos legais em que de duas premissas universais obtemos uma conclusão universal.

ii. Segunda categoria: constituída por todos os casos legais nos quais uma conclusão particular é oriunda de duas premissas universais.

iii. Terceira categoria: formada pelos casos onde a conclusão é dedutível de uma premissa universal e a outra particular.

iv. Quarta categoria: não possui casos legais; todas as duas premissas são particulares.

Desta forma, se vê que as quatro categorias — que foram definidas através de condições matemáticas — também encerram condições lógicas.

4.3.6 – O SILOGISMO HIPOTÉTICO

Seguindo a apresentação do formalismo contido no livro *The Mathematical Analysis of Logic,* abordaremos agora o tratamento dado às proposições hipotéticas. Para esta abordagem, nos apropriaremos do apanhado conceitual já apresentado e o empregaremos a este tipo particular de proposição que se desdobra em duas categorias: a condicional, caracterizada pela partícula *se ... então*, e a disjuntiva, caracterizada pela partícula *ou*.

Dentro do silogismo condicional existem ainda dois tipos:

1º) o construtivo	2º) destrutivo
Se A é B, então C é D.	Se A é B, então C é D,
Mas A é B,	Mas C não é D,
Portanto C é D.	Portanto A não é B.

Ao analisar estas formas Boole diz que a validade do argumento não depende de qualquer consideração feita aos termos A, B, C ou D os quais, como já relatamos, podem representar objetos ou classes de objetos. Desta forma, uma proposição como: A é B pode ser representada apenas pelo símbolo arbitrário X, da mesma maneira que: C é D pode ser expresso por Y, o que transformaria o silogismo destacado acima em:

Se X é verdade, então Y é verdade,

Mas X é verdade,

Portanto Y é verdade.

Em termos de equações, podemos ainda utilizar em tal silogismo os símbolos x, y ou z no lugar de X, Y ou Z como também o número 1 para representar o universo hipotético.

Assim, uma proposição hipotética X pode assumir duas possibilidades, ou X é verdadeira ou X é falsa e os dois casos juntos compõem o universo, donde temos que x pode designar uma proposição verdadeira e $(1-x)$ uma proposição falsa, haja vista que $x + (1-x) = 1$. Vale salientar ainda que o universo hipotético não depende do número de casos que consideramos e então a soma de todos os casos concebíveis deve ser sempre igual a 1. Se designarmos X como sendo o fenômeno de fazer sol, Y para representar o fato de eu ir a praia e Z o acontecimento de eu tomar banho de mar, então teremos os seguintes casos:

	Casos	Expressões
1	Fez sol, fui à praia e tomei banho de mar.	xyz
2	Fez sol e fui à praia, mas não tomei banho de mar.	$xy(1\text{-}z)$
3	Fez sol e tomei banho de mar, mas não fui à praia.	$xz(1\text{-}y)$
4	Tomei banho de mar e fui à praia, mas não fez sol.	$yz(1\text{-}x)$
5	Fez sol, mas nem fui à praia nem tomei banho de mar.	$x(1\text{-}y)(1\text{-}z)$
6	Fui à praia, mas nem fez sol nem tomei banho de mar.	$y(1\text{-}x)(1\text{-}z)$
7	Tomei banho de mar, mas nem fez sol nem fui à praia.	$z(1\text{-}x)(1\text{-}y)$
8	Nem fez sol, nem fui à praia, nem tomei banho de mar.	$(1\text{-}x)(1\text{-}y)(1\text{-}z)$
Soma	xyz + xy(1-z) + xz(1-y) + yz(1-x) + x(1-y)(1-z) + y(1-x)(1-z) + z(1-x)(1-y) + (1-x)(1-y)(1-z) = 1	1

De posse desta tabela podemos observar também que expressões de proposições hipotéticas, se são verdadeiras, podem ser iguais a 1 e, no caso de serem falsas, são iguais a 0. Particularmente, se uma dada proposição Y é verdadeira, ela pode ser expressa por $y = 1$ ou $1\text{-}y = 0$; caso contrário, se esta proposição fosse falsa, teríamos a expressão $y = 0$. Poderíamos ter ainda, por exemplo, duas proposições X e Z sendo verdadeiras e sua expressão representante seria $xz = 1$. Se ambas fossem falsas, a expressão usada poderia ser da forma $(1\text{-}x)(1\text{-}z) = 0$ ou $x + z - xz = 1$.

Historiadores da ciência da informação concordam em proferir nesta dicotomia veracidade e falsidade das proposições atribuídas a binária 1 ou 0, um dos fertilizantes encontrados pela computação para fecundar o seu campo de desenvolvimento.

Já Kneale, W. e Kneale, M. (1980, p. 418) dizem que o sistema de Boole não pode ser visto como uma álgebra de dois valores, pois ao interpretarmos este sistema como álgebra de classes não se supõe que qualquer classe seja co-extensa com a classe universal ou com a nula. Isto só seria possível se às premissas

(1)	$xy = yx$	(5) Se $x = y$ então $xz = yz$
(2)	$x+y = y+x$	(6) Se $x = y$ então $x + z = y + z$
(3)	$x(y+z) = xy + xz$	(7) Se $x = y$ então $x - z = y - z$
(4)	$x(y-z) = xy - xz$	(8) $x(1-x) = 0$

que exprimem todas as proposições verdadeiras fossem acrescidas uma outra: (9) Ou $x = 1$ ou $x = 0$. Segundo estes autores, Boole faz nítida distinção entre o sistema original (premissas de 1 a 8) e o mais restrito que resultada da adição de (9).

Desta discussão temos ferramentas suficientes para a interpretação do sistema de Boole em termos de valores de verdade das proposições com os símbolos 1 e 0 representando verdade e falsidade, embora, Boole nunca tenha usado a expressão *valor de verdade*. Trata-se, pois de uma analogia com a *tabela verdade* que antecipa Frege no século XX. Fato este, também confirmado por Kneale, W. e Kneale, M. (1980), quando ressaltam que no livro *The Mathematical Analysis of Logic* há um trecho que fica a um passo das tabelas verdade de Frege que, de acordo com tais autores, teria sido o primeiro a conceber uma teoria geral da lógica. Neste sentido, uma comprovação desta analogia é encontrada quando Boole, G. (1998, p. 50) escreve um esquema em seu livro e associa às proposições X e Y, o número total de casos concebíveis como segue:

Cases	Elictive expressions
1st X true, Y true...	xy
2nd X true, Yfalse..	$x(1\text{-}y)$
3rd X false, Y true…………………………	$(1\text{-}x)y$
4th X false, Y false………………………..	$(1\text{-}x)(1\text{-}y)$

donde se observa que seja qual for o número de circunstâncias, a soma das expressões eletivas (que representa cada caso concebível) é sempre a unidade. Vale ressaltar que se associarmos as duas primeiras, $xy + x(1\text{-}y) = xy + x - xy = x$, obtemos x que é o símbolo o qual representa o caso de X ser verdadeira independentemente de qualquer consideração sobre Y e, quando associamos as duas últimas, obtemos $(1\text{-}x)$ como resultado que representa o fato de X ser falsa. Outras comprovações, de tal analogia, encontraremos no tratamento das funções eletivas.

A proposição *Se X é verdadeira, então Y é verdadeira* afirma que X é uma condição suficiente para Y. Desta forma, não podemos ter X verdadeira e Y falsa. Assim, a referida proposição (se ... então) será representada pela equação $x(1\text{-}y) = 0$.

Para expressar a disjunção *X é verdadeira ou Y é verdadeira*, basta observar que todas as duas não podem ser falsas. Desta forma, temos a equação $(1\text{-}x)(1\text{-}y) = 0$. Desenvolvendo a equação, temos $1 - x - y + xy = 0$, ou seja, $x + y - xy = 1$.

Quando concebemos as condições como exclusivas, temos X é verdadeira e Y falsa, $x(1\text{-}y)$, ou Y é verdadeira ou X é falsa, $y\ (1\text{-}x)$. Como já sabemos que a soma dos casos possíveis deve ser a unidade (que representa o universo hipotético), temos:

$$\begin{array}{rl} & y(1\text{-}x) \\ + & x(1\text{-}y) \\ \hline \end{array}$$

$$y(1-x) + x(1-y) = y - yx + x - xy = x - 2xy + y = 1 \ (*).$$

Tal resultado (como em todos os outros casos) particular pode ser verificado de diversas formas. Por exemplo, se X é verdadeira, então temos que $x = 1$, donde obtemos a expressão $1 - 2.1.y + y = 1$ por substituição do valor de x na expressão (*). Efetuando os cálculos chegamos à expressão $-y = 1 - 1 = 0$ e, portanto, $y = 0$, o que implica em Y ser falsa, como deveria. Quando X é falsa, temos que $x = 0$. Substituindo este valor em (*), obtemos a expressão $0 - 2.0.y + y = 1$ que equivale a $y = 1$, o que significa que Y é verdadeira. Ainda podemos fazer uso da lei dos índices ($x^n = x$), transformando a equação (*) no trinômio quadrado perfeito $x^2 - 2xy + y^2 = 1$, ou seja $(x-y)^2 = 1$. Assim temos que $(y-x) = \pm\sqrt{1} = \pm 1$. Daí obtemos $x = 1$ ou 0 e $y = 0$ ou 1 como raízes da expressão (*). Logo, temos que quando X é verdadeira ou falsa, Y deve ser falsa ou verdadeira, respectivamente.

Este tratamento dado às proposições hipotéticas, ao transformá-las em equações que representam as premissas, eliminar um símbolo comum a elas e chegar à expressão representante da conclusão, é o que Boole, G. (1998) chama de silogismo hipotético.

Para Boole, G. (1998), as principais formas de silogismo hipotético consideradas pelos lógicos compreendem os casos de silogismo disjuntivo, silogismo condicional construtivo, silogismo condicional destrutivo, dilema construtivo simples, dilema construtivo complexo e dilema destrutivo complexo. Sendo que o termo dilema é empregado neste estudo como aquele constituído de um silogismo condicional complexo. Mas, Boole atesta que esta lista dos seis casos pode ser ampliada a partir da combinação do caráter disjuntivo e condicional de uma mesma proposição. Vejamos o exemplo dado por Boole, G. (1998, p. 57) em seu livro:

If X is true, then either Y is true, or Z is true, $x\,(1-y-z+yz) = 0$
But Y is not true, $y = 0$
Therefore If X is true, Z is true, $\therefore x\,(1-z) = 0$.

Para mostrar mais uma vez como a lógica clássica pode ser tratada a partir de terminologia algébrica e por operações matemáticas, Boole, G. (1998) apresenta, em seqüência as proposições hipotéticas, as propriedades das funções eletivas as quais, como relatado anteriormente, são concebidas como aquelas cujos membros são compostos por equações eletivas e, portanto, que tem como variáveis os símbolos eletivos. Para Kneale, W. e Kneale, M. (1980) a novidade do sistema de Boole recai justamente sob esta teoria das funções eletivas e o seu desenvolvimento.

Segundo Boole, G. (1998), as funções eletivas podem ser expandidas pelo teorema de Maclaurin haja vista que as combinações de suas variáveis são feitas de acordo com as mesmas leis de quantidade. Neste processo, Boole também atenta à possibilidade de usarmos a lei dos índices ($x^n = x$) para que toda função de x que envolva apenas potências inteiras de x possa ser reduzida a uma de primeira ordem, o que facilitaria os cálculos, a obtenção de resultados e conseqüente interpretação.

Para maiores esclarecimentos, vejamos o exemplo apresentado por Boole, G. (1998, p. 60 - 61):

Considere a função

$$\phi\,(x) = \phi(0) + \phi'(0)x + \frac{\phi''(0)}{1.2}x^2 + \ldots \qquad (1)$$

Usando a lei dos índices temos que $x^2 = x$, bem como, $x^3 = x$ e assim por diante. Portanto, a função (1) se transforma em:

$$\phi(x) = \phi(0) + \phi'(0)x + \frac{\phi''(0)}{1.2}x + ...$$

que equivale a

$$\phi(x) = \phi(0) + x\left\{\phi'(0) + \frac{\phi''(0)}{1.2} + ... \right\} \qquad (2)$$

Substituindo $x = 1$ na equação (1) obtemos

$$\phi(1) = \phi(0) + \phi'(0).1 + \frac{\phi''(0)}{1.2}.1^2 + ... ,$$

passando $\phi(0)$ para o 1º membro, tem-se

$$\phi(1) - \phi(0) = \phi'(0).1 + \frac{\phi''(0)}{1.2}.1^2 + ...,$$

donde

$$\phi(1) - \phi(0) = \phi'(0) + \frac{\phi''(0)}{1.2} + \frac{\phi'''(0)}{1.2.3} + ...$$

Por fim, se substituirmos esta diferença de $\phi(1)$ e $\phi(0)$ para o coeficiente de x no 2º membro de (2), chegamos à forma da função (1) reduzida a primeira ordem:

$$\phi(x) = \phi(0) + \{\phi(1) - \phi(0)\}.x \qquad (3)$$

ou,

$$\phi(x) = \phi(0) + \phi(1).x - \phi(0).x$$

e ainda, colocando $\phi(0)$ em evidência:

$$\phi(x) = \phi(1).x + \phi(0).(1-x) \qquad (4)$$

A função resultante (4), além de ser uma redução de (1) a primeira ordem é também uma função de x com coeficientes $\phi(0)$ e $\phi(1)$ aos quais Boole atribui a terminologia de módulos (*moduli*) da função $\phi(x)$. Estes coeficientes, de acordo com Boole, G. (1998), são de extrema importância para a teoria das funções eletivas, assim como os seguintes princípios:

i. Todas os resultados válidos para funções eletivas de uma variável podem ser estendidos para funções de mais de uma variável ou símbolos eletivos;

ii. A expansão das funções eletivas que tiverem m símbolos, terá 2^m módulos (*moduli*);

iii. Os coeficientes das funções eletivas serão obtidos pela substituição nas variáveis destas funções por todos as combinações possíveis dos valores 0 e 1;

iv. Os termos da expansão de uma função são formados pelos coeficientes (módulos) e pelos produtos das combinações de x e 1-x;

v. Todas as funções eletivas satisfazem a lei dos índices;

vi. A soma de todos os constituintes de uma função expandida dever ser igual à unidade.

Estes princípios também nos remetem a discussão iniciada na página 196 deste capítulo a partir dos comentários de Kneale, W. e Kneale, M. (1980) concernentes a analogia com as tabelas de verdade e o cálculo sentencial do sistema de Boole. Neste caso, vemos que quando elaboramos uma tabela de verdade, precisamos descriminar as proposições existentes associadas a todas as combinações possíveis de verdade (V ou 1) e falsidade (F ou 0) das mesmas (condizente ao item iii). Sabemos ainda que se existirem m proposições estas tabelas serão constituídas por 2^m combinações (condizente ao item ii). Desta forma, podemos concluir que Boole usa implicitamente as tabelas de verdade, mas que isto não aparece explicitamente porque sua preocupação era mais com uma análise matemática e não uma análise lógica.

Vale salientar ainda que a teoria das funções eletivas está calcada também em cinco propriedades que as regem e que enumeraremos agora.

Primeira propriedade: Duas funções eletivas $\phi(x)$, $\psi(x)$ são equivalentes quando seus módulos correspondentes são iguais.

Segunda propriedade: Se o primeiro membro da equação geral $\phi(xy...) = 0$, for expandido numa série de termos, cada um deles da forma $at = 0$, a sendo um módulo da função dada e t a combinação das variáveis envolvidas, então para todo módulo numérico a que não desaparecer, nós teremos a equação $at = 0$, e as interpretações combinadas destas equações expressarão o significado completo da equação original.

Terceira propriedade: Se $w = \phi(xy...)$, w, x, y, ... são símbolos eletivos, e se o segundo membro for completamente expandido e organizado em uma série de termos da forma at, nós poderemos igualar separadamente a zero todos os termos cujo módulo a não satisfaz a condição $a^n=a$, e deixar w ser a soma dos termos restantes.

Quarta propriedade: Para as funções $t_1, t_2, ..., t_r$ que são mutuamente exclusivas, nós sempre teremos $\psi(a_1t_1+a_2t_2...+a_rt_r) = \psi(a_1\ )t_1+\psi(a_2\ )t_2...+\ \psi(a_r\ )t_r$, tudo que pode ser os valores de $a_1a_2a_3...a_r$ ou a forma de ψ.

Quinta propriedade: Qualquer processo de argumentação ou raciocínio que nós aplicamos a uma única determinada proposição, o resultado ou será a mesma proposição ou uma limitação dela.

Mediante a argumentação acerca das funções eletivas, o próprio Boole, G. (1998) atenta para o fato do capítulo destinado a este assunto ser voltado mais para o aspecto matemático que lógico, por isso, é evidente que nesta exposição ele tenha se despendido um pouco mais das interpretações (timidamente presentes como, por exemplo, na terceira propriedade) em benefício de uma análise matemática mais profunda da lógica.

Para assegurar sua idéia principal de associar lógica e matemática, Boole, G. (1998, p. 69) afirma que: “[...] when the original equation expresses a logical Proposition, every member of the derived series, even when obtained by expansion under a functional sign, admits of exact and consistent interpretation”. Macfarlane (1916) ressalta que Boole fala de interpretação em vez de significado, mas refere-se a uma interpretação fixa sujeita a regras para o processo de solução, não arbitrário e fundado num sistema particular de interpretação de símbolos.

Outro fato relevante na discussão do silogismo e silogismo hipotético é que estes poderiam ser encarados como distintos do ponto de vista adotado por Kneale, W. e Kneale, M. (1980) em seu livro e apresentado na página 196 e 197 deste capítulo. Desta forma, Kneale, W. e Kneale, M. (1980) alegam que se tratariam de dois formalismos distintos à medida que o silogismo abarca as premissas de 1 a 8 e o silogismo hipotético tem uma hipótese a mais, a premissa 9. Assim, Boole teria apresentado em seu livro duas interpretações diferentes de um mesmo formalismo? Seja isto como for, o mais importante para a história da matemática é que Boole pensou que se tratava do mesmo sistema com duas interpretações. O primeiro deles, o cálculo de predicados, é provido do símbolo v que, como mencionado em 4.3.4, é um símbolo problemático. No entanto, este mesmo símbolo é omitido no cálculo sentencial (silogismo hipotético) e esta ausência indicaria a distinção entre o silogismo e o silogismo hipotético.

4.3.7 – RESOLVENDO EQUAÇÕES ELETIVAS

Tomando o conceito, já posto anteriormente, de equações eletivas assim como apropriando-nos da teoria colocada até então, partiremos agora para a apresentação da resolução destas equações por meio de alguns exemplos apresentados no livro *The Mathematical Analysis of Logic*.

A análise matemática da lógica, feita por Boole, completa-se com a exposição das soluções das equações eletivas, fundamentais para o sistema lógico proposto nesta obra e alicerce para uma lógica moderna simbólica. Tal lógica fundamentou o que hoje conhecemos como álgebra booleana, bem como, o cálculo de proposições, já que tanto os símbolos eletivos quanto às funções eletivas estão relacionados com proposições lógicas (inclusive, as tradicionalmente aceitas como verdade), assim como também estão relacionados com a álgebra numérica ou aritmética vulgar.

Neste sentido, Boole, G. (1998) faz uso da teorização envoltória das funções eletivas e elege algumas considerações, baseadas também na conceituação já posta na obra, acerca da solução das equações eletivas. Tais considerações revelam-se claramente através da seguinte colocação de Boole, G. (1998, p. 70):

> In whatever way an elective symbol, considered as unknown, may be involved in a equation, it is possible to assign its complete value in terms of the remaining elective symbols considered as known. It is to be observed of such equations, that from the very nature of elective symbols, they are necessarily linear, and that their

> solutions have a very close analogy with those of linear differential equations, arbitrary elective symbols in the one, occupying the place of arbitrary constants in the other.

Em que aspecto a solução de uma equação diferencial estaria relacionada com a solução de uma equação eletiva? Para Boole, estas soluções possuem uma estreita analogia em virtude de ambas poderem ser obtidas a partir da eleição de um símbolo, considerado desconhecido, cujo valor será dado em função dos outros símbolos envolvidos na equação os quais são considerados como conhecidos e constantes. Vale salientar que isto se dá em função da linearidade destes símbolos.

Para Bell (1953), a solução de equações lógicas são obtidas pelo desenvolvimento de problemas lógicos que são traduzidos nestas equações. Estas, por sua vez, são resolvidas por dispositivos da álgebra e sua solução é reinterpretada em termos de dados lógicos de acordo com o problema original.

Frente a esta exposição, pretende-se, pois, chegar a um método de solução que possa ser aplicado como um teorema geral e que permita não só resolver qualquer equação eletiva como também interpretá-la. Para tanto, iniciamos com o seguinte exemplo:

Exemplo: Dada a equação $(1\text{-}x)\,zy = 0$, determinar y em função de x e z.

Se y é uma função de x e z, podemos assumir, de uma forma geral, (pelo que já apresentado anteriormente acerca das equações eletivas) que

$$y = v(1\text{-}x)(1\text{-}z) + v'\,(1\text{-}x)z + v''x\,(1\text{-}z) + v'''xz\,, \qquad (5)$$

em que v, v', v'' e v''' são os módulos. Sabemos pela equação dada que $(1\text{-}x)zy = 0$ e, como $y \neq 0$, então $(1\text{-}x)z = 0$, donde temos que $v'(1\text{-}x)z = 0$ em (5). Assim, a solução completa da equação proposta ser expressa por

$$y = v(1\text{-}x)(1\text{-}z) + \underbrace{v'(1-x)z}_{0} + v''x\,(1\text{-}z) + v'''xz \quad \text{ou}$$

$$y = v(1\text{-}x)(1\text{-}z) + v''x\,(1\text{-}z) + v'''xz. \qquad (6)$$

Lembrando que os símbolos *v, v′, v′′* e *v′′′* representam os módulos, ou classes arbitrárias, concluímos que a interpretação desta solução seria que a classe Y é não X e não Z ou composta por uma classe X e não Z ou ainda constituída pelos elementos que são concernentes a uma classe X e Z ao mesmo tempo.

Boole, G. (1998, p. 71) observa que:

> It is deserving of note that the above equation may, in consequence of its linear form, be solved by adding the two particular solutions with reference to x and z; and replacing the arbitrary constants which each involves by an arbitrary function of the orther symbol, the result is $y = x\,\phi\,(z) + (1\text{-}z)\,\psi\,(x)$.
>
> (7)

Ressalta neste trecho que as funções eletivas podem ser usadas no método de solução proposto para as equações eletivas mediante sua substituição no lugar das constantes arbitrárias. Posteriormente, Boole prova tal argumento mostrando a equivalência das equações (6) e (7) a partir do uso da substituição proposta. Assim, se:

$\phi\,(z) = wz + w'(1\text{-}z)$ e $\psi\,(x) = w''x + w'''(1\text{-}x)$ então, substituindo estes valores em (7) temos que $y = x\,.\,[\underbrace{wz + w'(1\text{-}z)}_{\varphi(x)}] + (1\text{-}z).[\underbrace{w''x + w'''(1\text{-}x)}_{\psi(x)}]$, que equivale a

$$y = wxz + (w' + w'')\,x\,(1\text{-}z) + w'''(1\text{-}x)(1\text{-}z).$$

Como *w, w′* e *w′′′* são arbitrários e podemos reorganizar a soma acima, nos permitimos escrever *y* ainda da seguinte forma:

$$y = wxz + w'x(1\text{-}z) + w'''(1\text{-}x)(1\text{-}z) \qquad (8)$$

O que nos leva a concluir que a argumentação apresentada no trecho exposto por Boole é pertinente, pois provamos a equivalência entre (6) e (7) mediante a igualdade de (6) e (8) oriunda da substituição proposta.

Seguindo a sugestão de utilizar as funções eletivas para resolver equações eletivas, partiremos para um outro exemplo que revela um aspecto mais amplo e que clarifica o alcance do objetivo inicialmente almejado, haja vista que possui um caráter geral em virtude de ser aplicado para qualquer equação eletiva envoltória por um número arbitrário de símbolos eletivos.

Exemplo (BOOLE, G., 1998, p. 72): Resolver a equação $\phi(xy) = 0$, com relação a y.

Primeiramente, se expandimos a equação com relação a x e y (como já apresentado) teremos

$$\phi(00)\,(1\text{-}x)\,(1\text{-}y) + \phi(01)\,(1\text{-}x)\,y + \phi(10)\,x\,(1\text{-}y) + \phi(11)\,xy = 0, \qquad (9)$$

onde os coeficientes $\phi(00)$, $\phi(01)$, $\phi(10)$ e $\phi(11)$ são os módulos da equação e correspondem a valores constantes obtidos pela substituição de x e y pelas combinações dos valores 0 e 1 na equação dada. Mas, sabemos que a expressão geral de y em função de x é

$$y = vx + v'(1\text{-}x) \qquad (10)\,.$$

Se substituirmos esta expressão em (9) temos

$$\phi(00).\,(1\text{-}x).\,(1\text{-}\,[\underbrace{vx\ +\ v'(1\text{-}x)}_{y}]) + \phi(01).\,(1\text{-}x).\,[\underbrace{vx\ +\ v'(1\text{-}x)}_{y}] +$$

$$\phi(10).\,x.\,(1\text{-}\,[\underbrace{vx\ +\ v'(1\text{-}x)}_{y}]) + \phi(11)\,.x.\,[\underbrace{vx\ +\ v'(1\text{-}x)}_{y}] = 0.$$

Efetuando os cálculos, escrevemos a equação (9) da seguinte maneira:

$$[\phi(10) + \{\phi(11) - \phi(10)\}v]x + [\phi(00) + \{\phi(00) - \phi(00)\}v'].(1\text{-}x) = 0.$$

Para que esta equação seja satisfeita sem qualquer restrição a generalidade de x, nós temos que ter as seguintes condições:

$$\phi(10) + \{\phi(11) - \phi(10)\}v = 0 \text{ e } \phi(00) + \{\phi(00) - \phi(00)\}v' = 0,$$

donde deduz-se

$$v = \frac{\phi(10)}{\phi(10) - \phi(11)} \quad \text{e} \quad v' = \frac{\phi(00)}{\phi(01) - \phi(00)}.$$

Substituindo estes valores em (10) obtemos a seguinte expressão geral:

$$y = \frac{\phi(10)}{\phi(10) - \phi(11)}x + \frac{\phi(00)}{\phi(01) - \phi(00)}(1\text{-}x). \qquad (11)$$

Se tivéssemos expandido a equação original apenas com relação a y chegaríamos a $\phi(x0) + \{\phi(x1) - \phi(x0)\}y = 0$, donde deduzimos a seguinte fórmula geral

$$y = \frac{\phi(x0)}{\phi(x0) - \phi(x1)} \qquad (12)$$

Vale atentar, como já observado, que este resultado pode ser estendido para uma equação com qualquer quantidade de símbolos eletivos e que os resultados podem sempre ser interpretados. Para Boole, quando formos interpretar a solução de equações da natureza do último exemplo, devemos levar em consideração que os valores dos módulos podem assumir os valores indeterminados $\frac{0}{0}$ ou $\frac{1}{0}$. Nestes casos, Boole elege as seguintes considerações:

i. a interpretação deve seguir a orientação de que o símbolo $\frac{0}{0}$ deve ser substituído pelo símbolo v (que representa uma classe arbitrária);

ii. já para os termos cujos coeficientes apresentem a forma indefinida $\frac{1}{0}$ devem ser separadamente igualados a zero.

Em decorrência desta exposição vejamos mais um exemplo apresentado por Boole, G. (1998, p. 75): Dada a equação $y\{1\text{-}z(1\text{-}x)\} = 0$, determinar a classe Z e interpretá-la mediante a solução obtida.

Inicialmente, determinaremos os módulos ou coeficientes da expansão desta equação. Para tanto, utilizaremos a função ϕ de três símbolos eletivos:

$$\phi(xyz) = y\{1\text{-}z(1\text{-}x)\},$$

donde chegamos aos valores:

$$\phi(110) = 1.\{1 - 0.\ (1\text{-}1)\} = 1.\ \{1 - 0.0\} = 1$$

$$\phi(111) = 1.\{1 - 1.\ (1\text{-}1)\} = 1.\ \{1 - 1.0\} = 1$$

$$\phi(100) = 0.\{1 - 0.\ (1\text{-}1)\} = 0.\ \{1 - 0.0\} = 0$$

$$\phi(101) = 0.\{1 - 1.\ (1\text{-}1)\} = 0.\ \{1 - 1.0\} = 0$$

$$\phi(010) = 1.\{1 - 0.\ (1\text{-}0)\} = 1.\ \{1 - 0.1\} = 1$$

$$\phi(011) = 1.\{1 - 1.\ (1\text{-}0)\} = 1.\ \{1 - 1.1\} = 0$$

$$\phi(000) = 0.\{1 - 0.\ (1\text{-}0)\} = 0.\ \{1 - 0.1\} = 0$$

$$\phi(001) = 0.\{1 - 1.\ (1\text{-}0)\} = 0.\ \{1 -1.1\} = 0.$$

Diante deste exemplo percebemos claramente mais uma analogia às tabelas de verdade. Vejamos como ficaria a relação destes *modulus* ou coeficientes, obtidos acima, encarados como valores de uma tabela verdade, por exemplo:

p	q	r	$\phi(xyz)$

V	V	F	$\phi(110)$
V	V	V	$\phi(111)$
V	F	F	$\phi(100)$
V	F	V	$\phi(101)$
F	V	F	$\phi(010)$
F	V	V	$\phi(011)$
F	F	F	$\phi(000)$
F	F	V	$\phi(001)$

Voltando a solução do exemplo e considerando a expansão oriunda da fórmula geral de solução em termos de *z* chegamos a:

$$z = \frac{\varphi(110)}{\varphi(110) - \varphi - 111)}xy + \frac{\varphi(100)}{\varphi(100) - \varphi - 101)}x(1-y) +$$

$$\frac{\varphi(010)}{\varphi(010)\text{-}\varphi\text{-}\varphi 011)}(1-x)y + \frac{\phi(000)}{\phi(000) - \phi(001)}(1\text{-}x)(1\text{-}y) \qquad (13)$$

e, substituindo os valores dos módulos obtidos, tem-se:

$$z = \frac{1}{1-1}xy + \frac{0}{0-0}x(1-y) + \frac{1}{1-0}(1-x)y + \frac{0}{0-0}(1\text{-}x)(1\text{-}y)$$

ou ainda,

$$z = \underbrace{\frac{1}{0}.xy}_{0} + \underbrace{\frac{0}{0}}_{v}.x(1-y) + \frac{1}{1}.(1-x)y + \underbrace{\frac{0}{0}}_{v'}.(1\text{-}x)(1\text{-}y) =$$

$$z = v.x(1\text{-}y) + (1\text{-}x)y + v'(1\text{-}x)(1\text{-}y) = (1\text{-}x)y + v.x(1\text{-}y) + v'(1\text{-}x)(1\text{-}y) =$$

$$z = (1\text{-}x)y + (1\text{-}y).\ [v.x + v'(1\text{-}x)] = y(1\text{-}x) + (1\text{-}y).\ \phi(x).$$

Deste resultado, temos toda a informação a respeito da classe Z e seus elementos à medida que a interpretamos como sendo a classe constituída de todo Y o qual não é X e por um resto indefinido de não-Y.

Finalmente, a apresentação do formalismo contido no livro *The Mathematical Analysis of Logic* encerra-se com a admissão que tanto as interpretações quanto o método de solução exposto para as equações eletivas também são aplicáveis nas situações hipotéticas e tal consideração resume-se nas seguintes colocações de Boole, G. (1998, p. 77 – 78):

> i. Thus all categorical Propositions are resolvable into a denial of the existence of certain compound classes, no member of one such class being a member of another.
> ii. […] all hypothetical Propositions may be resolved into denials of the coexistence of the truth of falsity of certain assertions.
> iii. […] there is a Universe of conceptions, and that each individual it contains either belongs to a proposed class or does not belong to it; in hypotheticals, by the assumption (equally prerequisite) that there is a Universe of conceivable cases, and that any given Proposition is either true or false.

Em suma, Boole finaliza sua análise matemática da lógica afirmando que seu sistema assume um caráter geral à medida que pode ser amplamente utilizado, inclusive, no caso das proposições categóricas e hipotéticas. Nesta concepção, se existe um universo de conceitos constituído de elementos ou indivíduos, estes podem pertencer ou não a uma classe concernente a tal universo e, no caso das hipotéticas, se há um universo de casos concebíveis composto de proposições, estas podem ser verdadeiras ou falsas.

Boole salienta que o próprio Aristóteles já admitia que a questão da existência de conceitos é anterior a qualquer declaração de suas qualidades ou suas relações. Ainda, acrescenta a demonstração de um método de multiplicadores indeterminados aplicado simultaneamente às equações eletivas, mas elucida que a conceituação exposta nesta obra permite apenas observar que há uma combinação com o método de multiplicadores indeterminados de Lagrange, no entanto, não possibilita oferecer exemplos aprimorados de tal analogia que, para ele, merece uma investigação mais minuciosa e posterior.

Consonantes ao formalismo amplamente apresentado e pontualmente discutido nesta seção, partiremos agora para uma avaliação de sua lógica à luz dos objetivos que permearam a mente de Boole ao desenvolver seu primeiro livro de lógica.

4.4 - AVALIAÇÃO DA LÓGICA À LUZ DOS OBJETIVOS

Frente ao já posto nas seções (2) e (3) pretendemos nesta seção proferir uma apreciação a respeito do livro *The Mathematical Analysis of Logic* a partir do confronto dos objetivos ao realmente posto na referida obra. Neste sentido, tentaremos responder a questão levantada no encerramento da segunda seção deste capítulo.

Norteado pelas idéias primárias de sua juventude e instigado pela erupção da controvérsia entre De Morgan e William Hamilton, Boole desenvolveu um trabalho que marcou fortemente a história da lógica e inaugurou o que hoje conhecemos por lógica moderna, como já relatado. Este marco se deu em virtude da relevância e capacidade de ampliação de horizontes a partir dos resultados procedentes do sistema lógico apresentado por Boole neste livro.

The Mathematical Analysis of Logic traz ao longo de seu corpo conceitos oriundos de uma idéia principal que seria a pedra angular do sistema lógico desenvolvido por Boole e que se refere à expressão de relações lógicas em formas simbólicas ou algébricas. Isto porque, Boole aproveitou a crescente evolução da álgebra neste período e o reingresso ao estudo da lógica, acionada pela polêmica entre De Morgan e William Hamilton, para externar a analogia que ele havia percebido entre estes dois ramos.

Na introdução a edição moderna de Boole, G. (1998), Slater observou que o que Boole fez nesta obra foi libertar as regras algébricas de sua dependência dos números. Mas, acrescentamos que seria mais que isto, pois Boole conseguiu ainda matematizar a lógica a partir da modelagem de nosso raciocínio dedutivo por um cálculo puramente matemático, bem como libertou a matemática da definição de que esta seria apenas uma ciência de quantidade. É, pois, uma obra que trouxe não só contribuições para a lógica como também trouxe notórios aportes à epistemologia da ciência.

Primeiramente, vale ressaltar que os exemplos e relações expostos no formalismo (mencionado na seção 3) compilado neste livro evidenciam constantemente a relação entre matemática e lógica. Percebe-se claramente que Boole reconhece nesta relação à força e a capacidade de generalidade de seu trabalho por acreditar que o avanço da ciência depende da harmonia dos ramos separados.

Como um de seus maiores intuitos, ao analisar matematicamente a lógica, era desenvolver um verdadeiro cálculo de proposições lógicas também chamado de cálculo de raciocínio dedutivo (que é característica pertinente à constituição de nossa mente), Boole deleitou sua obra em investigações acerca da natureza da ciência, isto porque, reconhecia a necessidade de uma visão mais ampla para obter com êxito a união almejada entre matemática e lógica.

A altivez desta investigação reside na concepção de matemática como a do intelecto humano e a lógica como intimamente ligada à linguagem, também presente na matemática em dois aspectos: na visão de progresso científico e no processo ou exercício ou disciplina de intelecto.

Por acreditar que as ciências têm muito para ensinar umas as outras, Boole desejou estabelecer a relação entre matemática e lógica, não almejando a substituição de uma pela outra. Assim, em diversos trechos do seu formalismo, Boole é condizente a esta intenção ao evidenciar o respeito à tradição aristotélica e esclarecer a necessidade de sua expansão, isto é, do acréscimo de novas idéias sem agredir a natureza das coisas.

Para Kneale, W. e Kneale, M. (1980), o sistema de Boole tal como está apresentado é suficiente para exprimir as proposições categóricas da lógica tradicional. Kneale, W. e Kneale, M. (1980, p. 432) acrescentam ainda que:

> O sucesso de Boole ao construir uma álgebra que continha todos os teoremas da lógica tradicional levou alguns lógicos a supor que toda a lógica podia ser apresentada na forma algébrica e na geração seguinte fizeram-se algumas tentativas para elaborar uma lógica das relações do mesmo modo que se tinha elaborado uma lógica de classes.

Com a mesma linha de pensamento, Struik (1967) diz que este trabalho de Boole mostrou como a lógica formal de Aristóteles, ensinada por séculos nas universidades, poderia ser reformulado como um cálculo.

A respeito deste aspecto (o formalismo), Boole, G. (1998) constitui a espinha dorsal do livro *The Mathematical Analysis of Logic* composta pelos seguintes elementos:

i) Prefácio: onde caracteriza seus objetivos e apresenta a obra, elucidando seus objetivos e aspirações concernentes ao trabalho proposto;

ii) Introdução: mediante um texto curto, Boole mostra os axiomas admitidos como proposições verdadeiras e a partir dos quais se podem deduzir as demais proposições decorrentes da teoria ou sistema lógico proposto para este estudo o qual também é apresentado neste momento. Em suma, neste ponto Boole prepara o leitor para o estudo do assunto proposto, a análise matemática da lógica;

iii) Primeiros princípios: apresenta as premissas que servirão de base para as conclusões almejadas;

iv) Da expressão e interpretação: forte contribuição e elemento inovador pela convicção de uma lógica útil, prática, abstrata, mas não isolada ou vazia e sim interpretável e especialmente, aplicável. Nesta parte da obra, Boole, G. (1998) elucida e concretiza sua intenção de ampliação do campo de aplicação da lógica, iluminado na direção dos avanços da pura análise que já condiziam com esta necessidade de aplicação crescente;

v) Conversão das proposições lógicas: onde se prosseguem mais evidentemente as inovações e claramente se percebe a concretização de seu desejo de desenvolver um cálculo de proposições que modele matematicamente nosso pensamento. Percebe-se ainda que as leis de combinação se sobressaem em relação à interpretação dos símbolos, em decorrência da evidência do tratamento matemático;

vi) Silogismo: emergem neste trecho da obra as principais propriedades modernas concernentes aos intuitos referentes à lógica e a um sistema lógico útil e eficaz e se percebe os aspectos mais fortes inerentes a sua inovação. Há uma quebra de paradigmas em benefício da validação do seu sistema lógico, no entanto, não se caracteriza uma deturpação da lógica aristotélica e sim uma desmistificação da mesma ao sabor de sua reformulação. É no silogismo que se percebe a funcionalidade de um sistema lógico. Boole destaca os casos não abarcados antes e chama atenção para uma visão mais ampla de silogismo. Para ele a estrutura essencial de um silogismo (constituído por três elementos: duas premissas e uma conclusão) deve ser arbitrária e, por isso, opta por não permanecer inerte ao padrão aristotélico. Boole considera que este padrão limitava a lógica e foi convicto que o sistema vigorante deveria perpassar por expansões, mas não considerando que o proposto por ele fosse excludente ao já existente. Outro ponto relevante no capítulo referente ao silogismo é emergência da crença de Boole na possibilidade de impor condições de interpretação e na classificação matemática das proposições ao sabor da distinção de classes por critérios matemáticos, como a presença ou ausência de um termo médio entre as premissas. Propõe ainda um método geral de obtenção do terceiro elemento do silogismo, a equação da conclusão. Em suma, Boole consegue, nesta parte da obra, apresentar uma reformulação dos silogismos arquétipos;

vii) Proposições hipotéticas: neste ponto, Boole mostra mais uma vez como a lógica clássica pode ser tratada algebricamente e por operações matemáticas. Introduz a analogia entre a dicotomia falsidade e verdade de uma proposição e a binária 0 e 1. Tal aspecto, como já relatamos, foi habilmente aproveitado pelos cientistas das novas gerações, especialmente, no tratamento da ciência da informação tão vital para a sociedade moderna;

viii) Propriedades das funções eletivas: trata-se do trecho da obra que mais enfatiza o tratamento matemático e é embebido de toda a conceituação já posta. Por isso, há uma relevância ao principal axioma do sistema lógico proposto por Boole, a lei dos índices ($x^n = x$) que se faz presente, sobretudo no tratamento dos coeficientes das funções eletivas também chamados de módulos e onde também se utiliza a binária 0 e 1. Este é, sem dúvida, o principal instrumento para a garantia da funcionalidade das intenções de Boole concernentes à lógica, haja vista que permite que de toda função eletiva, que envolva apenas potências de seus símbolos eletivos, seja reduzida a uma de primeira ordem. Assim, Boole despe-se um pouco mais da interpretação (timidamente presente, como na terceira propriedade) em benefício de uma análise mais profunda da lógica, o que garante o cumprimento de mais um de seus propósitos, a elaboração de uma lógica útil, precisa, fácil e eficaz;

ix) Solução de equações eletivas: aqui, Boole utiliza-se das funções eletivas para desenvolver um método de solução que possa ser aplicado como teorema geral e que possibilite não apenas resolver qualquer equação eletiva como também interpretá-la. Acrescenta ainda, uma relação entre as soluções de equações eletivas e as das equações diferenciais e, completa sua exposição, apresentando o referido método e sua funcionalidade a partir de exemplos. Assim, constrói um alicerce para o surgimento da lógica moderna a qual fundamentou o que hoje conhecemos como álgebra booleana.

Mesmo frente aos méritos aqui expostos mediante a apreciação dos objetivos de Boole à luz de seu sistema formal, vale ressaltar que ele próprio considera alguns aspectos que necessitariam de um melhoramento ou que deveriam, mas não foram abarcados ao longo deste livro. Para tanto, Boole destina o encerramento desta obra a um item intitulado *Postscript* (PS.), onde ele mesmo tece comentários norteadores de alterações futuras a seu feito. Tais colocações referem-se a:

i. Conexão entre lógica e linguagem: a qual Boole considera que não foi suficientemente explicitada. Ressalta que a linguagem é um instrumento da lógica;

ii. Considerações sobre causa: onde Boole acrescenta que considerando causa como um antecedente invariável em natureza, se associado ou não a idéia de poder, o conhecimento de sua existência é um conhecimento que é expressado corretamente pela palavra *that* (que ou o quê?) e não por *why* (por quê?), cuja dicotomia é discutida a partir das ideologias das duas autoridades da lógica, moderna e antiga, caracterizadas pelas figuras de William Hamilton e Aristóteles.

iii. Colocações a respeito das considerações feitas nesta obra a respeito da presença ou ausência de um termo médio entre as premissas: segundo Boole, o tratado posto nesta obra é notável, mas ele renuncia qualquer reivindicação de descoberta em decorrência de considerar a visão proposta pela doutrina de De Morgan prontamente mais eficaz.

iv. Mudança de opinião acerca do que foi escrito sobre a expressão de proposições em um silogismo: aqui, Boole considera que o sistema de equações dado em sua obra nas páginas 42 e 43 é preferível em relação ao já empregado pelos precedentes (como na lógica aristotélica), haja vista que se sobressai em generalidade e facilidade de interpretação. Assim, torna-se irrelevante, como ele próprio havia colocado nas páginas recém citadas, impor condições de interpretação de seus resultados para restringi-los ao cálculo aristotélico;

v. Apreciações concernentes a intenção de relacionar a teoria lógica posta com a teoria de probabilidades: neste sentido, Boole afirma que é possível partir da teoria de probabilidades e se chegar a um sistema de métodos e processos para o tratamento das proposições hipotéticas que seja semelhante aos que foram determinados. Isto porque, da relação entre a falsidade e verdade de uma proposição com a atribuição dos valores 0 e 1 aos símbolos eletivos, Boole enxerga uma quantificação da teoria posta (em virtude destas serem as únicas formas quantitativas de um símbolo eletivo) que também é concernente à teoria da probabilidade (que é puramente quantitativa). Por fim, considera a doutrina geral de símbolos eletivos e todas as aplicações características são bastante independentes de qualquer origem quantitativa.

No livro de Boyer (1996) encontramos que, embora, Bertrand Russell afirme que a matemática pura teria sido descoberta por Boole na obra *As leis do pensamento* (2º livro), este marco deveria ser atribuído ao primeiro livro, *A análise matemática da lógica,* em virtude de muitas das mesmas idéias (fundamentais) do segundo já terem sido apresentadas neste. Esta obra, na opinião do referido autor, contém muito sobre a álgebra de conjuntos e provocou uma seqüência de estudos axiomáticos que conduziram a um completo conjunto de postulados para a álgebra da lógica (posteriormente trabalhados por W. S. Jevons, C. S. Pierce e E. Schöder).

Macfarlane (1916) diz que o mérito deste trabalho de Boole recai no uso do poder imenso da notação da álgebra ordinária como uma linguagem exata. Seguindo este mesmo raciocínio, Nagel (1935) menciona que Boole desenvolveu uma formulação matemática da lógica tradicional.

De acordo com Moore (1980), o primeiro livro de Boole marcou era, pois ao formalizar a lógica conseguiu libertar os pensadores do silogismo arquétipo de Aristóteles. Tal cálculo foi baseado na álgebra convencional a qual foi sutilmente modificada para o uso na lógica. Neste sentido, Bell (1953) também menciona que Boole reduziu a lógica para um tipo de álgebra extremamente fácil através de uma espécie de algoritmo simples para o raciocínio silogístico.

Outro julgamento relevante, que se refere ao cerne do trabalho de Boole, é o de Laita (1980) o qual afirma que este cálculo da lógica é possível por causa da habilidade humana de conceber a idéia de classe e de nomeá-la. Desta forma, lógica e linguagem são intimamente conectadas.

Diante a argumentação recém exposta torna-se latente a visão de que Boole divagou nesta obra sobre conceitos e concepções que confluíam para a adoção de um formalismo para a lógica, análogo ao da matemática e baseado na manipulação de símbolos interpretáveis de diversas formas. Para tanto, embora respeitasse, Boole não se embebeu na lógica tradicional e se livrou de erros como os cometidos por seus predecessores como Leibniz. Avultou um sistema de leis com um número indefinido de interpretações e calcado em inovações como a utilização da binária 0 e 1, o símbolo v (embora um tanto problemático) para classe indefinida e a lei dos índices ($x^n = x$).

Kneale, W. e Kneale, M. (1980) admitem que Boole, ao construir um cálculo de classes, não descobriu apenas a matemática pura, como afirma Russell, mas uma nova visão de ciência.

Frente à retórica exposta vemos que os objetivos, externados por Boole ao longo de sua primeira obra, concretizaram-se em sua maioria, mas observamos também que há alguns pontos que ainda não foram abarcados na mesma. O próprio Boole encerra o referido livro com o *Postscript* e nele ressalta sua particular apreciação acerca de melhoramentos. Provavelmente e naturalmente, era de se esperar que pretensões tão fortes, a respeito da lógica e das ciências em geral, não fossem compiladas por completo em um livro produzido em apenas algumas semanas, como afirma Smith, G. (1983), o qual também julga que Boole teria se precipitado ao publicar a primeira obra. Desta forma, torna-se fácil entender o porque de Boole, desde o encerramento desta produção, ter sentido a necessidade de uma reformulação e expansão da mesma. Assim ocorreu até que surgisse seu segundo livro intitulado *An Investigation of the Laws of Thought* (1854).

“A lógica serve a todas as classes (assim como o faz a língua). Todavia, ela só é ‘neutra’ enquanto é vazia; e na medida em que, implicando a possibilidade de pensar, não seja um pensamento. ”
(MIGUEL, 1993, p. 03)

4.1 - CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Diante da argumentação oriunda dos capítulos precedentes os quais trataram da caracterização de Boole enquanto homem e personalidade científica inserida na história, bem como, a partir da apresentação dos fatores contribuintes para a formação de sua maturidade intelectual que culminou no surgimento de obras imprescindíveis à humanidade, entraremos agora numa investigação mais minuciosa de uma delas. Trata-se, pois, do primeiro livro de George Boole o qual foi intitulado *The Mathematical Analysis of Logic* e publicado em 1847. Esta obra já foi mencionada anteriormente, mas agora será tratada com mais detalhamento. Assim, destinaremos este capítulo a uma apresentação do conteúdo do referido livro acompanhada de uma análise do mesmo objetivando enfatizar as inovações nele contidas, a relação com os padrões lógicos existentes até a época e se o desígnio de Boole nesta obra foi alcançado. Para tanto, iniciaremos com a apresentação dos objetivos de Boole neste livro a partir do que ele diz na referida obra que elucida suas finalidades.

4.2 - OBJETIVOS DE GEORGE BOOLE

Recorrendo aos dicionários Ferreira (1990), Ximenes (2004) e Luft (2001), buscamos o significado da palavra *objetivo*, a fim de elucidarmos nosso caminho nesta seção. Como resultado, constatamos que *objetivo* é uma palavra referente ao fenômeno natural que se determina conforme os critérios científicos vigentes; também pode ser usada como o valor final para o qual convergem progressivamente os resultados das sucessivas interações e, ainda está relacionada com as palavras meta ou finalidade.

O emprego e os sinônimos deste termo orienta-nos ao caminho que será trilhado nesta seção. Após externarmos o que Boole pretendia fazer com o seu sistema e o que ele aspirava compilar em seu primeiro livro de lógica, torna-se necessária uma exposição do formalismo contido na referida obra, para então conseguirmos, posteriormente, avaliarmos seu pensamento lógico. Para tanto, nos alimentaremos das informações advindas do *prefácio* e a *introdução*, preparados pelo próprio Boole nesta obra.

O *prefácio* e a *introdução* do livro, *The Mathematical Analysis of Logic*, elucidam os objetivos do autor ao escrevê-lo, bem como os motivos que o levaram a compor a referida obra, sobretudo porque neles Boole expõe os seus propósitos com relação à lógica, seu estudo e análise, passando também pela real concepção de ciência sob a ótica da maturidade intelectual de George Boole. Passam ainda pela exposição da composição da obra por meio da explicitação dos principais tópicos trabalhados. Tais aspectos são concernentes à própria definição dos nossos elementos orientadores, o *prefácio* e a *introdução*. Segundo Ferreira (1990), o *prefácio* corresponde a um texto ou advertência, ordinariamente breve, que antecede uma obra escrita e que serve para apresentá-la ao leitor e, a palavra *introdução,* pode ser concebida como um texto ou artigo que serve de preparação para o estudo de uma matéria, no caso de Boole, a análise matemática da lógica.

A fim de apresentarmos estes objetivos e compreendermos melhor qual o propósito de Boole ao fazer uma análise matemática da lógica, selecionamos também alguns trechos considerados relevantes a este intuito, acompanhados de breves comentários.

Primeiramente, vale ressaltar as considerações de Boole sobre as origens de suas idéias. No prefácio de seu livro, Boole, G. (1998, p. 01) diz que:

> I deem it not irrelevant to observe, that speculations similar to those which it records have, at different periods, occupied my thoughts. In the spring of the present year my attention was directed to the questions then moved between Sir W. Hamilton and Professor De Morgan; and I was induced by the interest which it inspired, to resume the almost-forgotten thread of former inquiries.

Percebe-se claramente no trecho citado, que suas idéias concernentes à análise matemática da lógica já existiam muito antes de 1847. De fato, Mary Boole, na sua obra *The Home Side of a Scientific Mind* (BOOLE, M., 1931), relata que seu marido confidenciou a ela que a idéia básica de elaborar a lógica como um sistema de equações matemáticas lhe ocorreu quando ele era ainda jovem, embora tenha ficado adormecida por muito tempo.

A controvérsia entre Hamilton e De Morgan, descrita com mais detalhes em capítulos anteriores, fez com que a idéia de matematizar a lógica emergisse na mente de Boole. Tal polêmica o impulsionou a compilar numa obra, os pensamentos oriundos de inquietações e especulações residentes em sua mente desde a adolescência, quando Boole teria tido uma espécie de iluminação mística, não completamente compreendida de imediato, mas maturada com o tempo e acionada pela referida controvérsia levando-o, inclusive, a discutir sobre a natureza da ciência.

Afinal, que idéias são estas? O que Boole quis fazer neste livro? Refletindo sobre o que ele escreveu no referido livro, podemos resumir as respostas no seguinte item que constitui o pilar básico sustentador dos objetivos de Boole, G. (1998) em seu primeiro livro: modelar o raciocínio dedutivo por um cálculo puramente matemático.

Concernente a esse item, Boole, G. (1998, p. 01) afirma que:

> it was lawful to regard it from *without*, as connecting itself through the medium of Number with the intuitions of Space and Time, it was lawful also to regard it from *within*, as based upon facts of another order which have their abode in the constitution of the Mind.

Ainda mais Boole, G. (1998, p. 02) diz: " It is in the general theorems which occupy the latter chapters of this work, – that the claims of the method, as a Calculus of Deductive Reasoning, are most fully set forth". Para Boole, os teoremas postos em sua obra reivindicam que o método por ele elaborado e utilizado em seu silogismo funcionava como um cálculo de raciocínio dedutivo.

Historicamente o cálculo está ligado ao conceito de número, mas Boole concebe o seu cálculo de forma mais geral ainda, já que está ligado não apenas a aritmética, mas também ao raciocínio. Além disto, Boole segue Kant (1724 - 1804)[15], para quem a aritmética está ligada à intuição de tempo e a geometria ligada à do espaço. Desta forma temos que o cálculo aspirado por Boole deve modelar a mente em uma de suas funções, a de raciocinar.

Em seguida, Boole, G. (1998, p. 03) comenta acerca da validade do processo de análise e menciona que este processo "does not depend upon the interpretation of the symbols which are employed, but solely upon the laws of their combination." Isto destaca a soberania das leis de combinação em relação à interpretação dos símbolos, pois seu método pode ser empregado sem considerar, dentro de suas manipulações operacionais, a interpretação dos símbolos envolvidos, apenas levando em consideração as leis de combinação envolvidas. De acordo com Boole, G. (1998), os avanços da análise pura estavam ocorrendo nesta direção e foi este o motivo que o levou a optar por ela.

[15] Para mais detalhes ver Fontes (2005); Edwald (1996).

Assim, ao adotar esta direção de análise desenvolvendo a lógica à luz da matemática ele estaria permitindo ampliar seu campo de aplicação.

Em suma, orientando-se nestes aspectos, Boole, G. (1998, p. 04) pretende desenvolver neste livro um verdadeiro cálculo, concebido como "[...] a method resting upon the employment of Symbols, whose laws of combination are known and general, and whose results admit of a consistent interpretation". É sob este verdadeiro cálculo, assumido como um método simbólico preciso e amplamente aplicável, que Boole propõe estabelecer o cálculo da lógica, reivindicando um lugar entre as formas reconhecidas da análise matemática. A sua pretensão no desenvolvimento de seu sistema lógico não está calcada apenas na interpretação de símbolos ou cálculos isolados, mas sim na união deles empregados concomitantemente para formar uma lógica mais poderosa e igualmente útil.

De acordo com Boole, G. (1998, p. 04), a lógica está intimamente ligada a linguagem à medida que "that which renders Logic possible, is the existence in our minds of general notions, – our ability to conceive of a class, and to designate its individuals members by a common name." O que também condiz com a opinião de Chauvineau (1974) o qual afirma que a lógica tem suas pesquisas incidindo primeiramente sobre a linguagem que, por sua vez, fornece ao pensamento os meios de expressão habituais.

Diante destas concepções, Boole aspira expressar as proposições lógicas por símbolos e combiná-los através de leis calcadas em processos mentais. Neste sentido, elaborou seu formalismo em termos da função mental de eleição e assumiu a noção de classe a partir de nossa capacidade de selecionar dentro de uma coleção de objetos aqueles que pertencem ou não a uma classe aliado a nossa habilidade de os contemplar aparte do resto, por função mental.

Vale destacar que tais operações mentais são sujeitas a leis específicas, pois segundo Boole, quando o intelecto humano raciona este processo está sujeito a leis específicas. O alvo de seu sistema lógico constitui em expressar proposições por símbolos e combinação de símbolos, para isto, as leis da lógica devem refletir as leis do processo mental e a base deste raciocínio está no ato de eleição (uma operação da mente).

Em virtude da validação do processo de pensamento aqui posto, Boole, G. (1998, p. 06) ressalta:

> Every process will represent deduction, every mathematical consequence will express a logical inference. The generality of the method will even permit us to express arbitrary operations of the intellect, and thus lead to the demonstration of general theorems in logic analogous, in no slight degree, to the general theorems of ordinary mathematics.

Qual a maior constância no pensamento proposto nesta obra? Sem dúvida, as palavras de Boole afirmam ser a permanente relação entre matemática e lógica que, inclusive, fortificará a generalidade do método sugerido.

Posteriormente, Boole, G. (1998, p. 07) julga que “the laws we have to examine are the laws of one of the most important of our mental faculties. The mathematics we have to construct are the mathematics of the human intellect” e ainda que cada detalhe “in the form of the Calculus represents a corresponding feature in the constitution of their own minds”, dando assim uma altivez a uma nova concepção de matemática advinda de sua maturidade intelectual e da fala aqui exposta.

Sob esta nova matemática Boole deleita e alicerça as idéias acerca do trabalho proposto neste livro. Muito disso, deve-se a controvérsia surgida, na primavera de 1847, entre o filósofo Sir William Hamilton e o matemático Augustus De Morgan, como já mencionado acima.

No *The Mathematical Analysis of Logic*, estas considerações aparecem quando se discorre sobre o método proposto para seu sistema. Tal método busca expressar proposições por equações cuja manipulação representa inferências lógicas.

Boole, G. (1998, p. 09) diz que o uso da linguagem simbólica em matemática é baseado nos seguintes aspectos: "First, it may be considered with reference to the progress of scientific discovery, and secondly, with reference to its bearing upon the discipline of the intellect". Desta forma, seja com relação ao progresso das descobertas científicas ou por sua presença no processo de disciplina do intelecto, o uso dos símbolos sempre estará presente na matemática e, portanto, na lógica.

Na época de Boole, a álgebra simbólica estava emergindo, sobretudo, com Peacock e a axiomatização da álgebra. Antes era a aritmética geral que ditava as leis fundamentais e o que não era possível na aritmética, não valia para a álgebra. Ocorreram várias tentativas de simbolismo, a começar com a álgebra simbólica de François Viète (1540 – 1603)[16], mas dentro da comunidade algébrica houve muita resistência e até eles questionavam a legitimidade de raciocinar sobre símbolos.

Muitos matemáticos contemporâneos de Boole alegaram que quando se raciocina com símbolos facilmente se cai em erro, caso não estejamos atentos aos significados – isto

---

[16] Para mais detalhes ver os sites: <http://www.hmat.hpg.ig.com.br/historia/álgebra.htm> (ÁLGEBRA,2005) e <http://www.col-camus-soufflenheim.ac-strasbourg.fr/Page.php?|DP=296&|DD=0> (FRANÇOIS, 2005).

porque chegamos a erros quando inferências lógicas são assumidas como verdade em contextos errados. Entretanto, Boole juntamente com outros como Peacock e De Morgan, afirmavam o contrário, ou seja, podemos manipular símbolos

sem estarmos atentos aos significados.

Tal discussão passa pela concepção de ciência lógica que, na explicação de Boole, G. (1998, p. 11), é considerada por Hamilton como:

> [...] a branch of Philosophy, and defining Philosophy as the 'science of a real existence,' and 'the research of causes,' and assigning as its *main* business the investigation of the 'why, (τὸ δ*ίοτi*),' while Mathematics display only the 'that, (τὸ ότ*ὶ*),' Sir W. Hamilton has contended, not simply, that the superiority rests with the study of Logic, but that the study of Mathematics is at once dangerous and useless.

Desta forma, a posição de Hamilton resulta não apenas a definição de lógica como um ramo da filosofia, mas também na polarização entre filósofos e matemáticos que, por sinal, ainda insiste em permanecer nos dias de hoje. Diante do assunto, Boole, G. (1998, p. 12) não se julga em nenhuma das vertentes e diz: "My object is not controversy, and the observations which follow are offered not in the spirit of antagonism, but in the hope of contributing to the formation of just views upon an important subject." Formar uma visão mais ampla diante da polêmica era uma condição essencial para a concretização dos objetivos de Boole nesta obra.

Para Boole, G. (1998, p. 12), filosofia é a ciência de uma existência real e pesquisa de causas e, a verdadeira ciência é a que tem seu alvo nas leis e fenômenos que a envolve.

Desta forma, Boole, G. (1998, p. 13) complementa que, de acordo com a visão da natureza da filosofia "[...] Logic forms no part of it" e assim, se deve associar lógica e matemática em detrimento a associação de lógica e metafísica. Boole acrescenta ainda que "he will there see Logic resting like Geometry upon axiomatic truths" e, portanto, quer elaborar um sistema lógico axiomático como existe na geometria (FOSSA, 2004).

Neste sentido, a lógica é concebida como um sistema axiomático e possui teoremas que são construídos em cima de doutrinas gerais e simbólicas as quais constituem a fundação da análise pretendida neste livro.

A respeito da lógica, Boole, G. (1998, p. 13) a enaltece, dizendo: "[...] Logic not only constructs a science, but also inquires into the origin and the nature of its own principles, – a distinction which is denied to Mathematics".

Avulta-nos que, como já mencionado anteriormente, o objetivo maior de Boole neste trabalho era elaborar um cálculo de proposições lógicas que buscava unir, intimamente, lógica e matemática. Para tanto, uma visão mais ampla de ambas ciências foi exigida e elaborada no livro. Assim Boole, G. (1998, p. 01) afirma que "[..] Logic might be viewed with reference to the Idea of quantity, it had also another and a deeper system of relations" e culmina num método que ele próprio chama de cálculo de raciocínio dedutivo.

A utilidade da matemática para a lógica não é apenas uma questão de notação, este fato é digno de respeito na relação entre estas ciências e relevante na evolução, especialmente, da última delas. Mas, Boole, G. (1998, p. 02) afirma também:

> To supersede the employment of common reason, or to subject it to the rigour of technical forms, would be the last desire of one who knows the value of that

> intellectual toil and warfare which imparts to the mind an athletic vigour, and teaches it to contend with difficulties and to rely upon itself in emergencies.

Nota-se que o desejo de Boole vai além da questão de dotar a lógica de um formalismo simbólico análogo ao da matemática. Este seria um dos seus maiores intuitos, mas ele almeja também estabelecer uma relação entre matemática e lógica e não a substituição de uma pela outra, ou seja, a substituição do emprego da razão comum pelo rigor de formas técnicas isoladas.

Voltamos mais uma vez à passagem de Boole, G. (1998, p. 07), já citada acima, em que um dos seus objetivos é explicado da seguinte forma: "[...] every peculiarity which they will notice in the form of the Calculus represents a corresponding feature in the constitution of their own minds". Isto porque Boole concebe que a matemática que ele tem trabalhado é a matemática do intelecto humano e, portanto, cujo cálculo é uma característica inerente à constituição de nossa mente. Mas, se assim o for, teria Boole libertado a lógica do psicologismo, como alguns historiadores alegam?

Segundo Ferreira (1990) psicologismo significa uma tendência a fazer prevalecer o ponto de vista psicológico sobre o de outra ciência, num assunto de domínio comum. Sendo assim, podemos dizer que psicologismo é uma doutrina que considera todos os nossos conhecimentos meros fatos psicológicos.

De posse da definição de psicologismo e da argumentação apresentada até agora não se percebe claramente que o que Boole almejava era libertar a lógica do psicologismo. De fato nossa exposição ressalta exatamente que sua lógica é um cálculo do raciocínio dedutivo, ou seja, sustentado pelo fenômeno de raciocinar que é um fato psicológico.

O aporte para resolver este impasse foi encontrado por nós ao investigarmos a definição de lógica defendida por outros autores. Copi (1978, p. 20), por exemplo, afirma que: “A lógica tem sido freqüentemente definida como a ciência das leis do pensamento. Mas esta definição, conquanto ofereça um indício sobre a natureza da lógica, não é exata”. Copi (1978) julga esta inexatidão pelo fato de considerar que o pensamento é um dos processos estudados pelos psicólogos e a lógica não poderia ser a ciência das leis do pensamento, porque a psicologia também é uma ciência que trata das leis mentais (entre outras coisas), mas a lógica não é um ramo da psicologia e sim estes são campos de estudo separados e distintos.

Copi (1978) menciona ainda que se o pensamento é um processo mental que se produz na psique das pessoas, nem todo pensamento constitui um objeto de estudo para o lógico, haja vista que todo raciocínio é pensamento, mas nem todo pensamento é raciocínio. Tal afirmação é ilustrada pelo exemplo de que é possível pensar num número de 1 a 10 sem elaborar raciocínio. Desta forma é possível associar um sistema lógico ao processo de raciocinar sem estar preso à psicologia, ou seja, sem fazer prevalecer o ponto de vista psicológico sobre o da lógica e, portanto, estando liberto do psicologismo. Assim, ao modelar o raciocínio dedutivo através de um cálculo puramente matemático, Boole também liberta a lógica do psicologismo.

Nosso segundo aporte concernente à discussão de Boole ter tirado a lógica do psicologismo é encontrado na argüição de Richards (1980) em seu artigo intitulado *Boole and Mill: differing perspectives on logical psychologism*. Neste trabalho, publicado na revista *History and philosophy*, o autor examina a relação entre lógica e psicologia a partir das figuras de Boole e Mill.

Para Richards (1980), o psicologismo lógico é a posição que assume a lógica como um ramo especial da psicologia, sendo as leis lógicas vistas como leis psicológicas e ainda acrescenta que o psicologismo é dividido em dois ramos, o metodológico e o epistemológico.

Ao analisar os trabalhos de J. S. Mill e Boole, Richards (1980) conclui que Mill é um psicologista lógico enquanto que Boole não é. Segundo o referido autor, Boole seria um lógico psicologista, mas não defende o psicologismo lógico por rejeitar o discurso epistemológico e metodológico do psicologismo, ou seja, a lógica pode apoiar-se na psicologia, mas não vê esta como um o ramo mais fundamental da ciência. A diferença entre Boole e Mill estaria na natureza da lógica[17].

Outro fato relevante no estudo dos objetivos de Boole ao compor o livro *The Mathematical Analysis of Logic* é que ele próprio explicita ainda outras considerações sobre o alvo das investigações pertinentes a esta obra. Tal fato evidencia-se quando Boole, G. (1998, p. 07) expõe:

> The aim of these investigations was in the first instance confined to the expression of the received logic, and to the forms of the Aristotelian arrangement, but it soon became apparent that restrictions were thus introduced, which were purely arbitrary and had no foundation in the nature of things.

[17] Para mais detalhes sobre a questão do psicologismo ver Fossa e Sousa (2005c).

É notório o reconhecimento de que o sistema lógico almejado por Boole deveria respeitar a lógica aristotélica e, portanto, também ser válido para ela além de permitir o acréscimo de novas idéias concernentes à lógica sem agredir a natureza das coisas.

Boole encarou seu sistema não como algo completamente novo, mas como um aprofundamento do sistema vigente. Assim, seu sistema não deveria ser admitido em detrimento ao padrão aristotélico, pois tudo que vale no sistema de Aristóteles é válido no de Boole. De fato, é como se Boole tivesse uma lógica madura enquanto Aristóteles uma jovem.

Diante da exposição feita até agora, é perceptível que os objetivos de Boole ao desenvolver a análise matemática da lógica estão fundamentados em suas convicções pessoais as quais foram advindas dos estudos por ele desenvolvidos desde sua inspiração na adolescência até o ano de 1847, como também da sua investigação da epistemologia da matemática e das ciências em geral. Boole acreditava que o avanço da ciência dependia da harmonia dos seus ramos e foi isto que ele almejou ao buscar o avanço da lógica.

Segundo Boole, as ciências têm muito para ensinar umas às outras e se assim formos convictos estaremos caminhando para uma realização mais completa e perfeita, unindo pensamento e ação.

Por isso, Boole faz críticas aos lógicos e matemáticos que tem uma visão separatista e concebem estas ciências como água e óleo. É convicto de que se deve admitir uma ciência liberal cuja característica fundamental não seja nos conduzir a virtude, mas nos preparar para ela.

Devemos reconhecer que os objetivos externados por um autor ao elaborar uma obra nem sempre se concretizam ao longo desta. Assim, mediante a retórica exposta nesta seção, é importante investigarmos se este foi ou não o caso de George Boole. Teria ele conseguido compilar neste livro seus intuitos referentes à lógica e a um sistema lógico útil e eficaz? A fim de respondermos a esta questão, destinaremos a próxima seção deste capítulo a uma análise destes aspectos mediante a apresentação do sistema formal presente no livro em questão.

4.3 - O SISTEMA FORMAL

O livro *The Mathematical Analysis of Logic* traz ao longo de seu corpo uma linguagem rica em símbolos e analogias com a aritmética elementar que propiciou a Boole a criação de uma lógica moderna que enfrentou a tradição aristotélica. Nesta seção nos deteremos à apresentação do formalismo oriundo na referida obra.

4.3.1 - SÍMBOLOS E LEIS DE FORMAÇÃO

Boole, G. (1998) propõe uma teoria matemática da lógica calcada nos seguintes princípios fundamentais:

i. O uso de letras minúsculas (*x, y, z, ...*) e maiúsculas (X, Y, Z, ...) como símbolos literais que representam, respectivamente, o processo mental de separar ou eleger os elementos das classes (ato eletivo característico do raciocínio na mente humana) e um elemento arbitrário de uma classe, ou equivalentemente, a classe destes elementos.

ii. Sinais operacionais como +, -, · oriundos da analogia com a álgebra numérica.

iii. Sinal de identidade (=) que envolve igualdade, donde tem-se que classes iguais são aquelas que têm os mesmos elementos.

iv. O símbolo 1 representando a classe universal.

v. O símbolo 0 designando a classe nula ou vazia.

vi. As leis fundamentais da álgebra como a comutatividade, associatividade, distributividade e transitividade, acrescidas da lei do índice ou *index law*.

Para uma melhor compreensão do método de Boole, presente na *Análise Matemática da Lógica* (como o referido livro é conhecido em português), faz-se necessária uma explanação mais detalhada acerca dos itens acima.

Assim, primeiro torna-se conveniente mencionar que os símbolos apresentados no item (i) classificam-se em duas categorias. As letras minúsculas também chamadas de símbolos eletivos e as letras maiúsculas consistem num elemento arbitrário de uma classe que se chega através do ato de eleição.

Os sinais operacionais do item (ii) são as operações da mente pelas quais as concepções das coisas são combinadas ou resolvidas. A adição representa a união de classes, obtida através da junção de elementos selecionados de duas classes. Já multiplicação é tomada como a interseção de classes por meio de justaposição. Assim como a primeira, esta se refere ao ato de eleição fundamentado no raciocínio, ou seja, xy é obtido elegendo o y e dele elegendo o x. Por fim, temos a diferença que é encarada como o complemento de classes, obtido pela eleição (separação) dos elementos que não pertencem a uma dada classe.

De fato, diante do que foi explicitado acima, vemos que esta função mental de eleição é tão forte para Boole que ele a usa na definição das operações matemáticas envolvidas em seu sistema. Desta forma, com o conceito de operação fundamentado pelo raciocínio, Boole analisa-o e faz sua matemática de forma paralela. Assim, mostra o que é esta modelação matemática do nosso pensamento e comprova que o que ele faz é exatamente o que diz fazer: as leis do pensamento (ANJOS et al., 2001).

Já que somos familiarizados com as outras leis da álgebra, falaremos com mais detalhes da última lei do item (vi), a do índice, que permitiu a elaboração do sistema nos moldes que hoje em dia chamamos *booleanos* e contribuiu para torná-lo tão eficiente. Vale enfatizar que ela também consiste na principal desanalogia do seu sistema com a álgebra numérica ou a álgebra ordinária. A referida lei é a seguinte: $x^n = x$ e significa assumir que a interseção de uma classe com ela mesma resulta na própria classe.

Em virtude, de um maior esclarecimento façamos uso de um exemplo elementar que clarifique a essência do método de Boole. Desta forma, se o símbolo 1 representasse todos os brasileiros, o símbolo x poderia ser todos os brasileiros que são cidadãos nordestinos, um outro símbolo y poderia representar todos os homens brasileiros maiores de 21 anos e z poderia ser todos os brasileiros que possuem diploma de nível superior de ensino. Assim, a expressão $x + y$ na lógica booleana seria tomada como a união de x com y (isto é, o conjunto formado por todos os elementos pertencentes a x ou y ou até mesmo pertencente a ambos) que consiste de todos os brasileiros que são cidadãos nordestinos ou são homens maiores de 21 anos, ou ambos. Já a expressão $x \,.\, y$ ou xy significa o conjunto formado pelos elementos ou objetos que estão no subconjunto x e também no subconjunto y. Desta forma, xy seria o conjunto de todos os cidadãos nordestinos que são homens maiores de 21 anos. Ou ainda, a expressão $(1- z)$ representa a classe complementar de z, isto é, o conjunto de todos os elementos que não pertencem ao conjunto z o que corresponde ao conjunto de todos os brasileiros que não possuem diploma de nível superior de ensino.

Em razão de uma validação de seu sistema, além dos símbolos eletivos já apresentados, Boole dota-o ainda das seguintes terminologias: funções eletivas e equações eletivas. Por funções eletivas se compreende as expressões nas quais os símbolos eletivos são envolvidos e, por equação eletiva, entende-se uma equação na qual os membros são funções eletivas. Por exemplo: $\phi\,(xyz) = y\,\{1 - z\,(1 - x)\}$ é uma função eletiva e $y\,\{1 - z\,(1 - x)\} = 0$ é uma equação eletiva.

4.3.2 - OS AXIOMAS

Boole, G. (1998) faz valer em seu sistema lógico alguns axiomas os quais são baseados nos processos mentais e regem as operações contidas no mesmo. Tais axiomas são trazidos em seu livro (BOOLE, 1998, p. 16 – 17) da seguinte forma:

> 1st. The result of an act of election is independent of the grouping or classification of the subject.
> 2nd. It is indifferent in what order two successive acts of election are performed.
> 3rd. The result of a given act of election performed twice, or any number of times in succession, is the result of the same act performed once.

O que cada uma das regras acima significam? Em linhas gerais podemos assegurar que se tratam de axiomas baseados numa análise do processo de eleição fundamental para o processo do raciocínio, como já mencionado. Este ato de eleição significa o ato de selecionar símbolos para então operar com eles.

Chamamos atenção aqui que, as definições fundamentais do sistema de Boole estão ligadas a esta função mental de eleição, de seleção. Desta forma, Boole modela nosso raciocínio dedutivo correto porque ele vê como o mesmo é representado. Seus axiomas são justificados por representarem as coisas básicas da função fundamental do pensamento dedutivo que está baseada na eleição, a faculdade de raciocinar. De fato, temos a descrição matemática das leis do pensamento.

O primeiro axioma é a lei de distributividade e se baseia nos processos mentais à medida que afirma que é indiferente se de um grupo de objetos $(u + v)$ como um todo, nós elegemos a classe X e obtemos como resultado o grupo $x\ (u + v)$ ou, se pegamos este grupo inicial e dividimos em duas classes, eleitas como u e v e, em seguida, de cada uma destas classes nós elegemos separadamente os X nelas contidas (xu e xv) para então conectarmos o resultado e obtermos $xu + xv$. Este fato se traduz na seguinte forma simbólica: $x\ (u + v) = xu + xv$.

O segundo dos axiomas nada mais é que a lei comutativa da aritmética (a qual já mencionamos anteriormente) e que pode ser expressa da seguinte maneira: $xy = yx$. A expressão xy significa que elegemos inicialmente os y e dele elegemos os x. Mas, se elegermos inicialmente os *x* e dele elegemos os *y,* obteremos o mesmo resultado, isto é, os dois processos de eleição são equivalentes. Podemos, por exemplo, de uma classe de alunos selecionarmos as meninas, e das meninas selecionarmos as que foram aprovadas, ou, desta mesma classe selecionarmos primeiramente os aprovados, e destes selecionarmos as meninas. Nos dois casos o resultado é a classe das meninas aprovadas.

Já o terceiro dos axiomas apresentados acima se refere à lei do índice que também foi tratada antes. Neste caso, daremos ênfase à importância desta lei para base do cálculo de proposições proposto por Boole em virtude de ser uma peculiaridade de seu sistema, já que as duas primeiras são aplicadas também à álgebra comum. Para Boole, G. (1998, p. 18): "The third law we shall denominate the index law. It is peculiar to elective symbols, and will be found of great importance in enabling us to reduce our results to forms meet for interpretation." Desta forma o último axioma citado se refere à expressão: $x^n = x$ e nos diz que se de um grupo de objetos nós elegermos os X, obteremos uma classe da qual todos os elementos são X. Se repetirmos a operação nesta classe um número ilimitado de vezes, o resultado sempre será a classe inicial completa X. Isto é: $x \,.\, x = x \Rightarrow x^2 = x$ e ao realizarmos n vezes temos:

$$\underbrace{x.x....x}_{\text{n vezes}} = x \Rightarrow x^n = x$$

Desta forma temos que Boole supõe, além das propriedades de igualdade, que as propriedades operacionais da aritmética valem para o tratamento dos símbolos eletivos, fazendo uso das mesmas na manipulação simbólica de seu sistema que, por este motivo, admite, por exemplo, a existência de elemento simétrico e a multiplicação de uma equação por um número negativo.

4.3.3 – UM TEOREMA NÃO PROVADO

De posse de todo o embasamento teórico exposto até aqui, Boole desenvolve diversas manipulações nas expressões oriundas de seu sistema e, entre estas manipulações percebe-se que ele usa o seguinte teorema sem justificá-lo:

$$x\,(1-x) = 0$$

Este, segundo Macfarlane (1916), é considerado por Boole como uma expressão do princípio da não-contradição e nada mais é que a afirmação de que a interseção de uma classe com o seu complemento é vazia, ou seja, se elegemos X e dele elegemos os não-X obteremos a classe vazia. Tal teorema por ser uma decorrência direta da teoria usada por Boole tem sua prova omitida no livro *The Mathematical Analysis of Logic*, provavelmente por considerá-la desnecessária. No entanto, poderíamos considerar esta supressão, embora simples, como uma falha que pode ser vista em seu sistema e, mesmo tendo prova trivial poderemos verificá-la a título de ilustração.

Aplicando a lei da distributividade primeiramente e usando a lei dos índices para garantir que $x^2 = x$, chegamos a seguinte demonstração:

$$x\,(1-x) = x\,.\,1 - x^2 = x - x = 0.$$

Vale salientar que nesta demonstração Boole, G. (1998, p. 17) assume da aritmética que $x \cdot 1 = x$, o que também resulta do fato de que se elegemos do universo os X, o resultado é a classe dos X.

Sabemos que seu sistema baseia-se na matemática e nas operações aritméticas, no entanto, percebemos que Boole não usa todas as leis dos números comuns. Este é o caso da lei do cancelamento não está incluída nas leis válidas para o sistema de Boole.

De fato, de $x^2 = x$, não podemos concluir que para $x \neq 0$, $x = 1$. No tratamento do silogismo, particularmente no item 4.3.5.2 das figuras silogísticas veremos, por meio de um exemplo concreto, outro caso em que a lei do cancelamento, se fosse assumida, geraria problemas.

4.3.4 - O SÍMBOLO AUXILIAR *v*

No sistema lógico desenvolvido por Boole no livro *A Análise Matemática da Lógica* há um símbolo eletivo que requer interpretação. Trata-se, pois, do *v* que tem suposição existencial a mais e exige uma interpretação concomitante à sua manipulação. Desta forma, fere o objetivo de Boole que citamos na seção 4.2 deste capítulo em virtude de deixar de ser, neste caso, um cálculo puramente matemático e formal.

Com referência a estas considerações Boole (1998, p. 23) justifica que:

> […] difference of form implies a difference of interpretation with respect to the auxiliary symbol v, and each form is interpretable by itself.
> Further, these differences do not introduce into the Calculus a needless

> perplexity. It will hereafter be seen that they give a precision and a definiteness to its conclusions, which could not otherwise be secured.

Desta forma assume que o símbolo *v* é tratado diferentemente dos demais já que exige sua interpretação aliada à operação, mas justifica que estas diferenças não introduzem no seu cálculo uma perplexidade, ao contrário, dão uma precisão às conclusões as quais não poderiam ser obtidas se *v* não fosse encarado desta forma.

O símbolo *v* representa uma nova classe que alude ao fato de que a interseção de duas outras classes (X e Y) existe, ou seja, é não vazia. Assim, ao afirmarmos $v = xy$ subtende-se que há algum elemento na interseção da classe X com Y. Desta igualdade derivam ainda diversas outras, dentre elas temos: $v\,(1 - x) = 0$ e $v\,(1 - y) = 0$. A primeira delas é obtida quando multiplicamos $v = xy$ por x, como segue:

$vx = xyx = xxy = x^2y = xy$ (aplicando a lei dos índices), donde:

$vx = xy$, mas sabemos que $xy = v$, então chegamos a

$vx = v$ que equivale a

$vx - v = v - vx = 0 \Rightarrow v\,(1\text{-}\,x) = 0.$

Analogamente, se multiplicarmos $v = xy$ por y e efetuarmos as mesmas transformações anteriores tem-se:

$vy = xyy = xy^2 = xy$ (aplicando a lei dos índices), donde:

$vy = xy$, mas sabemos que $xy = v$, então chegamos a

$vy = v$ que equivale a

$$vy - v = v - vy = 0 \Rightarrow v\,(1 - y) = 0.$$

Em decorrência do fato do símbolo elitivo *v* infringir o objetivo de Boole, este tem sido alvo das principais críticas recaídas sobre seu primeiro livro de lógica.

Kneale, W.; Kneale, M (1980) criticam o símbolo *v* e em seu livro, *O Desenvolvimento da Lógica,* notam que as proposições particulares são expressas por desigualdade e as universais por equações. Já que Boole decide exprimir todas as proposições categóricas por meio de equações, o símbolo *v* surge com o intuito de tornar possível tal representação. Os Kneale julgam que a possibilidade desta letra ser manipulada a respeito de certas coisas como se fosse um símbolo para designar uma classe é um defeito e não um mérito da notação adotada por Boole. Tal colocação refere-se ao fato de que fazendo este uso do *v* podem surgir inferências falaciosas, como por exemplo, nos levar a acreditar que das equações $ab = v$ e $cd = v$ obtemos $ab = cd$. Salientam ainda que Boole não comete estes erros porque observa restrições sobre o uso da letra *v* que são inconscientes com sua própria descrição de *v* como um símbolo para designar uma classe. Por fim, acrescentam que o intuito de Boole é garantir as inferências aristotélicas que dependem de implicação existencial.

Assim, vale ressaltar que estes mesmos críticos não menosprezam os méritos de Boole com esta obra e, portanto, não enaltecem esta falha em detrimento da importância das demais contribuições oriundas deste livro.

4.3.5 – O SILOGISMO

Seguindo sua intenção de reformular a lógica aristotélica a partir da modelagem de nosso raciocínio dedutivo utilizando um cálculo puramente matemático, Boole passa em sua obra a tratar a lógica tradicional sob o ponto de vista de seus objetivos e mostra como esta pode ser vista de forma puramente simbólica. Assim, vejamos como Boole aborda o silogismo, bem como a teoria silogística adaptada à suas idéias, sobretudo tendo a lógica baseada na constituição da mente.

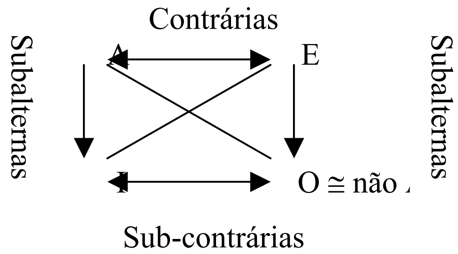
Em um cálculo de predicados (CP) ou classes, Boole mostra como expressar proposições categóricas através de equações eletivas, como manipular estas equações para obter a conversão das proposições e, por fim, desenvolve a lógica do silogismo.

A fim de nos inteirarmos destes aspectos, torna-se necessária ac;. exposição do conceito de proposição categórica sob a ótica da tradição aristotélica. Esta a concebe como sendo uma sentença que pode ser afirmativa ou negativa, universal ou particular e que possui necessariamente dois termos, o sujeito e o predicado. Por sujeito entende-se sobre quem se fala na proposição e predicado trata-se do que é falado a respeito do sujeito da proposição. Assim, as proposições categóricas da lógica aristotélica se dividem nos seguintes tipos:

A: Todo X é Y (universal afirmativa) **E:** Nenhum X é Y (universal negativa)

I: Algum X é Y (particular afirmativa) **O:** Algum X é não Y (particular negativa)

Compõem desta forma o que é conhecido como quadro de oposição:



Nesta obra de Boole, as quatro proposições categóricas acima apresentadas ganharam uma nova roupagem por meio de sua representação por equações matemática.

4.3.7.1 – Conversão

Sabemos que a doutrina de conversão faz parte da lógica tradicional, mas Boole, G. (1998) mostra em sua obra que o que foi feito na lógica tradicional ele também faz em seu silogismo e isso começa pela conversão de proposições.

Boole afirma ter sido mais aprofundado no estudo das conversões, pois acrescentou outras regras às já admitidas tradicionalmente. Estas, por sua vez, permitem uma maior habilidade no tratamento das equações e funções eletivas, isto é, em seu cálculo de proposições aplicado à lógica tradicional. Vejamos então que regras são estas.

4.3.5.1.1- Regras de conversão

As referidas regras permitem que uma dada proposição seja convertida em outra proposição por meio de transformações na equação que a representa. Da lógica tradicional temos que estas transformações ocorrem através de um dos três tipos de conversão:

d) Uma conversão simples: quando os termos da proposição são invertidos, ou seja, quando na equação representante se permuta x e y.

Por exemplo: Se X representa a classe das mulheres gordas e Y representa as mulheres saudáveis, a proposição:

Nenhuma mulher gorda é saudável ($xy = 0$) é convertida em

Nenhuma saudável é uma mulher gorda ($yx = 0$).

e) Conversão por limitação: quando a proposição deixa de ser universal e passa a ser particular, isto é, há uma translação de uma proposição de um tipo em outro. Desta forma, este é o único tipo de conversão que muda o tipo da proposição.

Por exemplo: Se X representa a classe de crianças e Y significa a classe das crianças que são espertas, então:

Todas as crianças são espertas: $x(1-y) = 0$, pode ser convertida em

Algumas crianças são espertas: $v = xy$.

f) Conversão por negação (contraposição): quando se negam e trocam os termos da proposição original. Em sua equação substitui-se x por $(1-y)$ e y por $(1-x)$.

Por exemplo: Se X representasse todos os cientistas e Y os cientistas que são loucos, então poderíamos converter a proposição:

Todo cientista é um louco: $x\,(1\text{-}y) = 0$, em

Ele que não é um louco não é um cientista: $(1\text{-}y)\,[1\text{-}(1\text{-}x)] = 0$.

De acordo com Whately[18] (apud BOOLE, 1998) toda proposição pode ser convertida por dedução através de um destes três modos. Proposições do tipo E e I admitem conversão simples, A e O por negação e A e E podem ser convertidas por limitação.

Entretanto, Boole ressalva em sua obra que há escritores que não admitem a conversão negativa. Neste sentido, ele argumenta que a questão de não aceitação depende da concessão de usar não-X e não-Y como termos categóricos.

Sabe-se que o silogismo trata de proposições categóricas e na concepção destes que não admitem a conversão negativa, o uso dos termos não-X e não-Y implica na mudança do tipo da proposição. Boole considera que esta classificação é errônea, pois assume que é possível utilizar estes termos sem mudar o tipo da proposição, já que em sua formulação matemática o que acontece é claro. Por exemplo, podemos usar a conversão negativa para transformar,

Todo X é Y $\quad x\,(1 - y) = 0$ em

Todo não-Y é não-X $\quad (1 - y)\,[1 - (1 - x)] = 0$.

Para clarificarmos a compreensão de que, com esta transformação, não ocorre a mudança do tipo de proposição, utilizaremos o símbolo $\overline{\mathrm{Y}}$ para representar $(1 - y)$ da mesma forma que $\overline{\mathrm{X}}$ para $(1 - \mathrm{x})$. Assim ficamos com:

[18] Autor de livro de lógica que Boole usa como ponto de partida para se referir a resultados da lógica aristotélica mostrando que o que vale nela também é válido no sistema por ele proposto.

Todo X é Y $\qquad x(1-y)=0$ em

Todo $\overline{\mathrm{Y}}$ é $\overline{\mathrm{X}}$ $\qquad \overline{y}(1-\overline{x})=0.$

Observe que tanto as expressões quanto as equações das proposições têm a mesma forma. É interessante observar que a linguagem comum às vezes sanciona a posição de Boole e às vezes não. Assim, *Todo homem é mortal* pode ser convertido em *Todo imortal é não-homem*. O complemento da classe *mortais* é a classe *imortais*. No entanto, não temos uma palavra que sanciona a classe *não-homem*. Mas, Boole pode evitar as limitações da linguagem comum por se guiar pelo formalismo. Deste modo, Boole conclui que a conversão de *Nenhum X é Y* em *Todo Y é não-X* é perfeitamente legítima, embora não seja reconhecida na lógica clássica.

Ao analisar matematicamente o argumento de Whately, Boole, G. (1998) conclui que:

1º) A proposição particular afirmativa (I) e a universal negativa (E) admitem a conversão simples.

2º) A proposição universal afirmativa (A) e a particular negativa (O) podem ser convertidas por contraposição (negação).

3º) Já a conversão por limitação pode ser usada para a proposição universal afirmativa (A) ou universal negativa (E).

Estas, por sua vez, não são apenas leis de conversão, mas, além disso, são exemplos de leis de transformação geral de proposições. Assim, Boole, G. (1998, p. 30) lista as seguintes regras, nas quais as de conversão estão contidas:

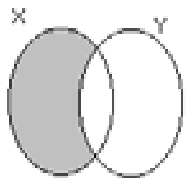
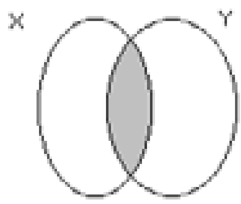
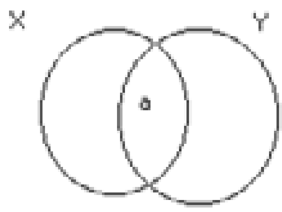
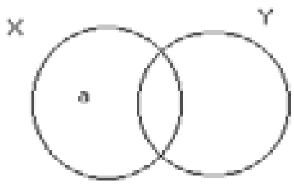
> 1st. Na affirmative Proposition may be changed into its corresponding negative (A into E, or I into O), and *vice versa,* by negation of the predicate.
> 2nd. A universal Proposition may be changed into its corresponding particular Proposition, (A into I, or E into O).
> 3rd. In a particular-affirmative, or universal-negative Proposition, the terms may be mutually converted.

A ampliação das regras de transformação é efetuada pela negação dos termos.

Vejamos a tabela:

Proposição	Equação	Conversão	Tipo de conversão
A Todo X é Y	$x = xy$ $x\,(1-y) = 0$	$(1-y)\,[1 - (1-x)] = 0$ Todo $\overline{\text{Y}}$ é $\overline{\text{X}}$	contraposição
		$x\,(1-y) = 0$ Nenhum X é $\overline{\text{Y}}$	novo
		$v = xy$ Algum X é Y	limitação
E Nenhum X é Y	$xy = 0$	$yx = 0$ Nenhum Y é X	simples
		$v = x\,(1-y)$ Algum X não é Y	limitação
I Algum X é Y	$v = xy$	$v = yx$ Algum Y é X	simples
		$v = x\,[1 - (1-y)]$ Algum X não é $\overline{\text{Y}}$	novo
O Algum X não é Y	$v = x\,(1-y)$	$v = (1-y)[\,1 - (1-x)\,]$ Algum $\overline{\text{Y}}$ não é $\overline{\text{X}}$	contraposição

Frente às ampliações postas por Boole, vemos que a lógica aristotélica passa a ser refeita em seu formalismo o qual pode também ser traduzido por meio do que é conhecido como *diagramas de Venn* (Em homenagem a John Venn, contemporâneo de George Boole). Nestes diagramas, subconjuntos vazios são sombreados, não-vazios são sinalizados por conter um elemento, digamos a, e os sobre os quais não se têm informações são deixados em branco. Desta forma, as proposições categóricas são representadas da seguinte maneira:

<table>
<tr><th>Proposição</th><th>Diagrama</th><th>Equação</th></tr>
<tr><td>A</td><td>
Ilustração 07</td><td>$x\ (1\text{-}y) = 0$</td></tr>
<tr><td>E</td><td>
Ilustração 08</td><td>$xy = 0$</td></tr>
<tr><td>I</td><td>
Ilustração 09</td><td>$v = xy$</td></tr>
<tr><td>O</td><td>
Ilustração 10</td><td>$v = x\ (1\text{-}y)$</td></tr>
</table>

Exemplificamos o uso dos diagramas de Venn com uma das novas regras de Boole. Consideramos a proposição Nenhum X é não-Y. Isto é uma proposição do tipo E e assim devemos sombrear a região do diagrama que representa a interseção de X e não-Y (ver Ilustrações 11 e 12). Primeiramente, localizamos não-Y,

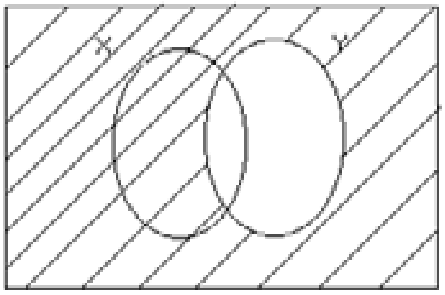


Ilustração 11: A região hachurada é não-Y,

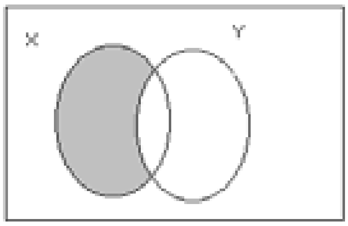


Ilustração 12: A interseção de X e não-Y é vazia.

É interessante notar que, as equações e os diagramas são estruturalmente isomórficos. Mesmo assim, há divergência, como veremos mais adiante, entre os silogismos válidos para a matemática moderna e no sistema de Boole. Assim sendo, a discrepância vem das regras de inferência que são diferentes nos dois casos.

4.3.5.1.2- Dedução matemática das regras

Após a discussão das regras de conversão, sintetizamos tais leis nos três itens acima e agora partiremos para sua dedução matemática. Assim, a *primeira regra* nos diz que é possível transformar uma proposição afirmativa na negativa correspondente pela negação do predicado.

CASO (i). Todo X é Y $\Rightarrow$ Nenhum X é não-Y.

A premissa é Todo X é Y, que é simbolizada por $x\,(1 - y) = 0$.

Fazendo $\bar{y} = 1 - y$, temos $x\bar{y} = 0$, o que significa Nenhum X é não-Y.

A transformação depende da aceitação de predicados negativos, o que, como já vimos, Boole faz. Ressaltamos ainda que Boole é tão hábil com a interpretação de seu sistema que ele nem usa $\bar{y}$, ele já vê $(1-y)$ como uma só variável.

CASO (ii). Algum X é Y $\Rightarrow$ Algum X não é não-Y.

A premissa é dada pela equação $v = xy$, o que pode ser reescrita com $v = x\,[1 - (1 - y)]$.

Fazendo $\bar{y} = 1 - y$, obtemos $v = x(1- \bar{y})$, ou seja, Algum X não é não-Y.

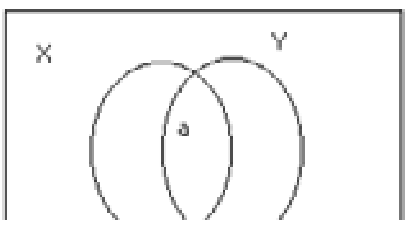
A *segunda regra* é que uma proposição universal pode ser transformada na particular correspondente.

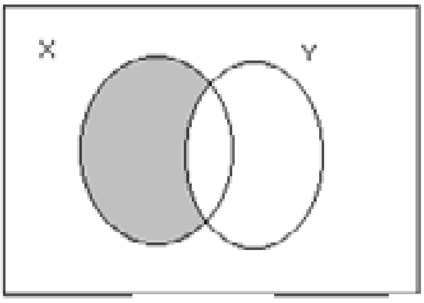
CASO (i). Todo X é Y $\Rightarrow$ Algum X é Y.

A premissa é representada pela equação $x\,(1-y) = 0$.

Multiplicando por v, temos $vx(1-y) = 0$. Mas, visto que v, e portanto vx (algum X), não é vazio pela hipótese contida na definição de v, os X que existem tem de ser Y. Logo, Algum X é Y. O argumento, é claro, depende da interpretação do símbolo v. Poderemos formalizar o argumento, usando a premissa auxiliar de que $vx \neq 0$. Assim, de $vx(1-y) = 0$ e $vx \neq 0$, teríamos $1 - y = 0$, ou seja $1 - y$. Isto implica que $vx = vxy$, isto é Algum X é Y.

É fácil mostrar, usando diagramas de Venn, que a regra proposta por Boole, embora aceita na lógica aristotélica, não é correta na lógica moderna. Uma premissa da forma A seria representada pelo diagrama (a) em Ilustração 13, enquanto a conclusão proposta é representada por diagrama (b).





(a) Ilustração 13 (b)

Desde que diagrama (b) contém algo (um elemento na interseção de X e Y) que não está contido em diagrama (a), Algum X é Y não é conseqüência lógica de Todo X é Y. Vale observar, porém, que Algum X é Y é conseqüência, mesmo na lógica moderna, das duas premissas Todo X é Y e Existe algum X. Considerações análogas se aplicam à inferência E $\Rightarrow$ O.

A *terceira regra* nos permite a conversão simples das proposições particulares afirmativas ou universais negativas.

Esta regra é uma conseqüência imediata da comutatividade de *xy*.

4.3.7.2 – As figuras silogísticas

Segundo Aristóteles, o silogismo consiste de três proposições categóricas, as duas primeiras são chamadas de premissas e a última é chamada de conclusão a qual é deduzida por inferência a partir das duas primeiras postas. Trata-se, pois, de uma espécie de combinação das proposições apresentadas anteriormente mediante conseqüências lógicas. O silogismo é dotado ainda de três elementos, o sujeito da conclusão (termo inferior ou menor), o predicado da conclusão (termo principal ou maior) e o termo comum as duas premissas (termo médio).

É mediante o silogismo que ocorre a funcionalidade de um sistema lógico. A lógica aristotélica, bem como, as precedentes a Boole já eram dotadas de um silogismo, mas o que Boole mostra neste livro é uma ampliação dos silogismos tradicionais.

De fato, no capítulo destinado ao silogismo aparecem evidências em sua obra de uma espécie de quebra de paradigmas em benefício da validação do sistema lógico proposto por Boole. Este sistema pretende ser eminentemente utilitário, embora abstrato em sua essência, buscando adquirir um significado concreto mediante coerência lógica. Desta forma, Boole concebe o conhecimento lógico como não imutável e suporta a concepção não da deturpação da lógica aristotélica, mas sim na desmistificação da mesma ao sabor de sua reformulação. Assim, o silogismo posto propõe inovações ao aristotélico destacando os casos não abarcados na lógica clássica, como veremos em seqüência.

Quando representamos as premissas e a conclusão de um silogismo através de seu símbolo e as dispomos numa determinada ordem estamos formando o que se chama de figura do silogismo (da lógica tradicional), cuja forma depende de onde fica o termo médio. Por exemplo:

$$\text{Premissas: } \begin{cases} \text{Todo Y é X} \\ \text{Todo Z é Y} \end{cases} \qquad \text{OU}$$

Conclusão: Todo Z é X.

Figura 1:

YX

ZY

ZX

Tal exemplo pertence ao modo AAA (Todas as proposições são universais afirmativas – proposição categórica do tipo A), mas temos ainda:

$$\text{Premissas: } \begin{cases} \text{Todo X é Y} \\ \text{Todo Z é Y} \end{cases} \qquad \text{OU}$$

Figura 2:

XY

ZY

ZX

Conclusão: Todo Z é X.

Premissas: $\begin{cases} \text{Todo Y é X} \\ \text{Todo Y é Z} \end{cases}$	OU	Figura 3: YX YZ ZX
Conclusão: Todo Z é X.		

Premissas: $\begin{cases} \text{Todo X é Y} \\ \text{Todo Y é Z} \end{cases}$	OU	Figura 4: XY YZ ZX
Conclusão: Todo Z é X.		

4.3.5.2.1 – Modos tradicionalmente válidos (suposição de existência implícita)

Os modos do silogismo, tradicionalmente aceitos como válidos, são citados por Boole, G. (1998, p. 31), usando palavras mnemônicas[19] desenvolvidas na Idade Média:

> Fig. 1 – bArbArA, cElArEnt, dArII, fErIO que prioris.
> Fig. 2 – cEsArE, cAmEstrEs, fEstIno, bArOkO, secundae.
> Fig. 3 – Tertia dArAptI, dIsAmIs, dAtIsI, fElAptOn, bOkArdO, fErIsO, habet: quarta insuper addit.
> Fig. 4 – brAmAntIp, cAmEnEs, dImArIs, fEsapO, frEsIsOn.

[19] Segundo Estudo .... (2005) as palavras mnemônicas estão relacionadas a um método de associação que compõe uma técnica de memorização desenvolvida na idade média.

As vogais destacadas em maiúsculo na citação concebem o tipo de proposição categórica caracterizada nas premissas e na conclusão, respectivamente.

4.3.5.2.2 – Modos válidos segundo a matemática moderna

Dentro do conjunto de figuras de 1 a 4, apresentadas anteriormente e tradicionalmente válidas, há uma suposição aristotélica de que todas as classes têm elementos. Mas, partindo desta suposição de existência implícita, o silogismo aristotélico sofre conseqüências na matemática moderna e por isso, veremos que nem todas as figuras válidas no item 4.3.5.2.1 são verdadeiras segundo a matemática moderna. Isto porque, neste sentido, se admitirmos que uma classe pode ser vazia (como no caso da matemática moderna), não garantimos a existência de um elemento em certos casos como: Se todo Y é X e todo Y é Z, não podemos garantir que algum Z é X (como admitia Aristóteles com sua suposição de existência) já que a interseção pode ser vazia ou não e as premissas não garantem que há um elemento em $Z \cap X$. Assim, analisaremos tais figuras utilizando os diagramas de Venn para a representação das proposições categóricas apresentadas nas páginas 168, bem como faremos uso dos modos da página 173.

Lembramos que os diagramas funcionam como explicitado na página 167 de forma que nada que não está nas premissas não está na conclusão. Vale salientar ainda que em todas as figuras, X é o termo maior, Y o médio e Z o menor.

Figura 1(tradicionalmente válida): – bArbArA, cElArEnt, dArII, fErIO que prioris

– bArbArA (AAA)

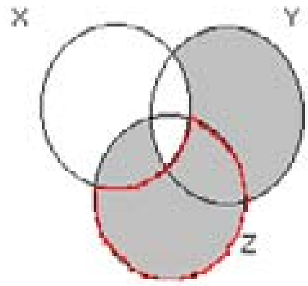
(A): Todo Y é X

(A): Todo Z é Y

(A): Todo Z é X

Conclusão: figura válida, pois pelo diagrama, o que é Z, mas não é X está vazio.

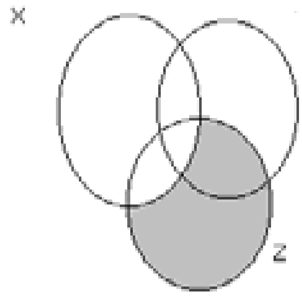
Ilustração 14



termo médio

Ilustração 15

Diagrama da conclusão:



- cElArEnt (EAE)

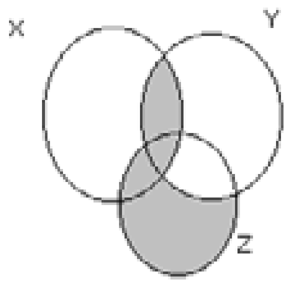
(E): Nenhum Y é X

(A): Todo Z é Y

(E): Nenhum Z é X

Conclusão: figura válida, pois pelo diagrama, a interseção de Z e X está vazia.

Ilustração 16



- dArII (AII)

(A): Todo Y é X

(I): Algum Z é Y

(I): Algum Z é X

Conclusão: Argumento válido, haja vista que podemos garantir que o

Ilustração 17

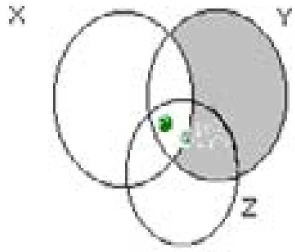


Ilustração 18

- fErIO (EIO)

(E): Nenhum Y é X

(I): Algum Z é Y

(O): Algum Z não é X.

Conclusão: Argumento válido em virtude de que garantimos a existência de um elemento b ∈ Z tal que b ∉ X.

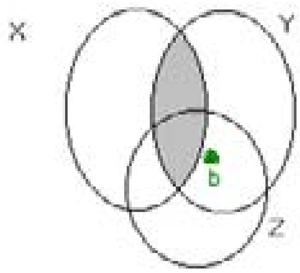


Figura 2 (tradicionalmente válida): – cEsArE, cAmEstrEs, fEsInO, bArOkO, secundae

– cEsArE (EAE)

(E): Nenhum X é Y

Ilustração 19

(A): Todo Z é Y

(E): Nenhum Z é X.

Conclusão: Figura válida, pois a interseção de X com Z é vazia.

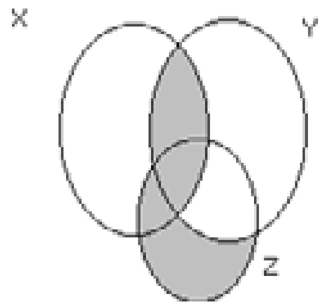


Ilustração 20

– cAmEstrEs (AEE)

(A): Todo X é Y

(E): Nenhum Z é Y

(E): Nenhum Z é X.

Conclusão: Figura válida, já que a interseção de Z e X é vazia.

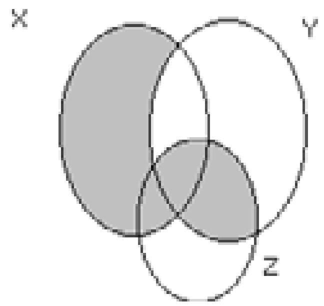


Ilustração 21

– fEstIno (EIO)

(E): Nenhum X é Y

(I): Algum Z é Y

(O): Algum Z não é X.

Conclusão: Argumento válido, haja vista que há um elemento c que pertence a Z e não pertence a X.

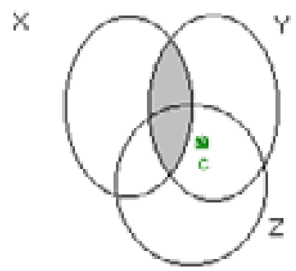


Ilustração 22

– bArOkO (AOO)

(A): Todo X é Y

(O): Algum Z não é Y

(O): Algum Z não é X.

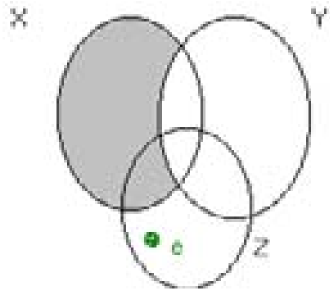


Figura 3 (tradicionalmente válidas): – Tertia dArAptI, dIsAmIs, dAtIsI, fElAptOn, bOkArdO, fErIsO, habet: quarta insuper addit.

– dArAptI (AAI)

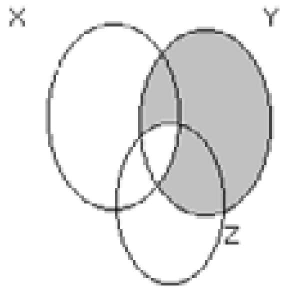
Ilustração 23

(A): Todo Y é X

(A): Todo Y é Z

(I): Algum Z é X.

Conclusão: Argumento inválido, pois não garantimos, pelo diagrama, que existe um elemento na interseção de Z e X.



– dIsAmIs (IAI)

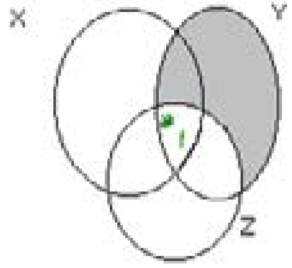
Ilustração 24

(I): Algum Y é X

(A): Todo Y é Z

(I): Algum Z é X.

Conclusão: Figura válida, pois a interseção de Z e X não é vazia, isto é, há pelo menos um elemento $\underline{f} \in X$ e $\underline{f} \in Z$.



– dAtIsI (AII)

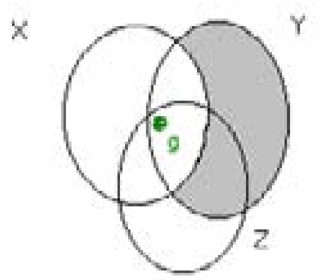
Ilustração 25

(A): Todo Y é X

(I): Algum Y é Z

(I): Algum Z é X.

Conclusão: Argumento válido em virtude de haver um elemento g na interseção de Z e X.



– fElAptOn (EAO)

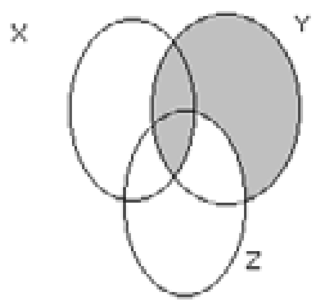
Ilustração 26

(E): Nenhum Y é X

(A): Todo Y é Z

(O): Algum Z não é X.

Conclusão: Figura inválida, já que não podemos afirmar que existe um elemento que pertence a Z e não a X.



– bOkArdO (OAO)

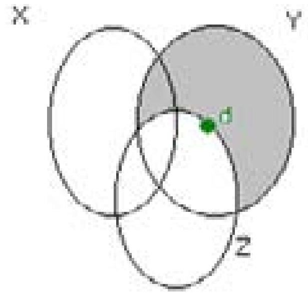
(O): Algum Y não é X

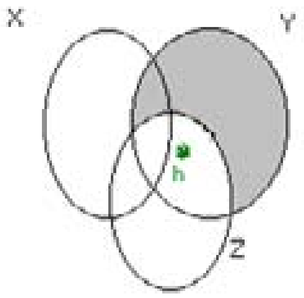
Ilustração 27

(A): Todo Y é Z

(O): Algum Z não é X.

Conclusão: Figura válida, já que podemos ver que tem um elemento h que pertence a Z e não pertence a X.





– fErIsO (EIO)

(E): Nenhum Y é X

(I): Algum Y é Z

(O): Algum Z não é X.

Conclusão: Figura válida, pois há um elemento i que pertence a Z, mas que não pertence a X.

Ilustração 28

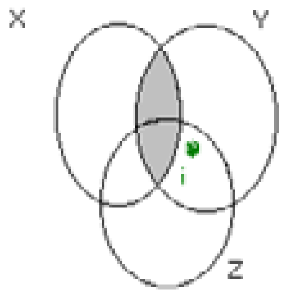


Figura 4 (tradicionalmente válidas): – brAmAntIp, cAmEnEs, dImArIs, fEsapO, frEsIsOn.

– brAmAntIp (AAI)

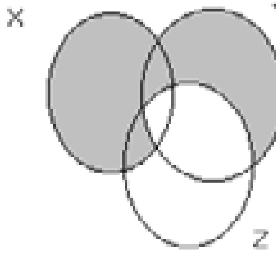
(A): Todo X é Y

(A): Todo Y é Z

(I): Algum Z é X.

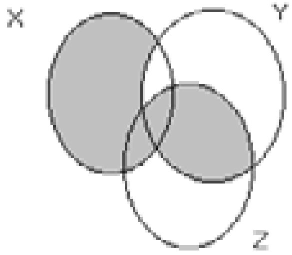
Conclusão: Inválido, pois não podemos

Ilustração 29



– cAmEnEs (AEE)

Ilustração 30



(A): Todo X é Y

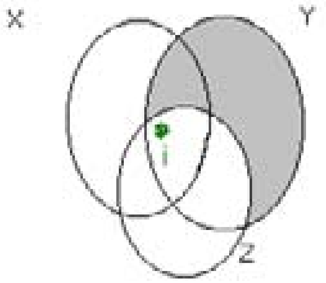
(E): Nenhum Y é Z

(E): Nenhum Z é X.

Conclusão: Argumento válido, haja vista que a interseção de Z e X é vazia.

– dImArI (IAI)

Ilustração 31



(I): Algum X é Y

(A): Todo Y é Z

(I): Algum Z é X.

Conclusão: Figura válida, pois a interseção de Z e X possui pelo menos o elemento <u>j .</u>

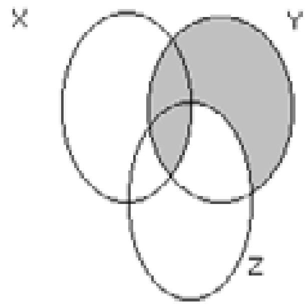
– fEsApO (EAO)

Ilustração 32

(E): Nenhum X é Y

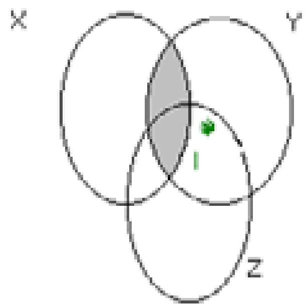
(A): Todo Y é Z

(O): Algum Z não é X.



– frEsIsOn (EIO)

Ilustração 33



(E): Nenhum X é Y

(I): Algum Y é Z

(O): Algum Z não é X.

Conclusão: Argumento válido, haja vista que há pelo menos o elemento 1 que está em Z e não está em X.

Com a ajuda de diagramas de Venn, observamos que nem toda figura tradicionalmente válida é também válida segundo a matemática moderna. De fato, os modos AAI e EAO são inválidos tanto na Figura 3 (ver Ilustrações 23 e 26) quanto na Figura 4 (ver Ilustrações 29 e 32). Isto ocorre porque as premissas universais não garantem a asserção de existência na conclusão. A suposição implícita de existência feita por Aristóteles leva-o a considerar estes modos como válidos.

4.3.5.2.3 – Modos válidos pelo sistema de Boole (suposição de existência explícita usando *v*)

A suposição de existência implícita nas figuras tradicionalmente válidas passa a ser explícita no sistema de Boole a partir do uso do símbolo *v* que representa a existência de algum elemento na classe. Verificaremos então quais as mudanças acarretadas neste processo a partir da demonstração matemática da validade de tais figuras de acordo com o que é proposto pelo sistema de Boole no livro *The Mathematical Analysis of Logic.*

Para tanto, vale ressaltar que as proposições serão expressas por meio de equações as quais devem ser compostas pelos mesmos símbolos que foram escolhidos para as classes representantes de tais proposições. Portanto, se a primeira premissa se refere às classes Y e X, esta deve ser representada por uma equação em função de *y* e *x*; se a segunda premissa é relativa às classes Z e X, ela deve ser expressa por uma equação composta pelos símbolos *z* e *x* e, como conseqüência da eliminação do termo médio *y*, teremos a equação da conclusão contendo os símbolos elitivos *x* e *z*. Este é, pois, o princípio básico que utilizaremos no tratamento das demonstrações.

Para que os pontos destacados acima sejam mormente esclarecidos observemos um caso particular que evidencia esta classificação fundada sobre distinções matemáticas. Para tanto, tomemos como exemplo um caso do primeiro modo onde as premissas são universais afirmativas (como já citamos anteriormente) e também representadas pela figura 1. Assim,

$$\begin{cases}\text{Todo Y é X}\\ \text{Todo Z é Y}\end{cases} \longrightarrow \text{Ambas proposições do tipo A, cujas equações são: } \begin{cases} y\,(1-x) = 0 \\ z\,(1-y) = 0 \end{cases}$$

Comutando as variáveis da primeira equação e distribuindo o z na segunda (bem como multiplicando por -1), temos: $\begin{cases}(1\text{-}x)\, y = 0 \\ zy - z = 0\end{cases}$.

O resultado é a configuração das premissas segundo Figura 4 do silogismo.

Com base nestas equações, Boole, G. (1998) propõe um método geral de eliminação do *y* (termo médio) e conseqüente obtenção da equação da conclusão que, como já relatamos, deve envolver os símbolos elitivos *z* e *x*. Tal método consiste em escrever a equação das premissas de modo que o *y* apareça como um único fator do primeiro membro da primeira equação e como um único fator do segundo membro da segunda equação (ou vice-versa). Posteriormente, procede-se eliminando os *y* de ambos os membros e por fim, multiplicando as equações restantes. Desta forma, as equações do formato (AA, Fig. 4) expressas anteriormente poderiam ser transformadas da seguinte forma:

$$\begin{cases}(1\text{-}x)\, y = 0 \\ zy - z = 0\end{cases} \longrightarrow \begin{cases}(1\text{-}x)\, y = 0 \\ zy = z\end{cases} \text{ ou ainda } \begin{cases}(1\text{-}x)\, y = 0 \\ z = zy\end{cases}$$

Eliminando os y, temos $(1\text{-}x) \,.\, z = z \,.\, 0$ ou $(1\text{-}x).z = 0$

Desta forma a equação resultante $(1\text{-}x)z = 0$ corresponde à conclusão de que Todo Z é X.

A única restrição enfatizada por Boole, G. (1998) neste processo de eliminação é que as equações que representarão as premissas não devem ser ambas da forma $ay = 0$ (*a* podendo ser substituído por funções de *x* ou *y* e até mesmo o símbolo *v*), haja vista que, neste caso, a eliminação não seria possível. Caso este fato ocorra, a opção seria resolver uma delas. Por exemplo, se escolhemos a equação $xy = 0$, sua solução seria $y = v\,(1\text{-}x)$ e se a equação selecionada for $(1\text{-}x)\, y = 0$, sua solução seria $y = vx$.

É justamente no que concerne às formas a serem desenvolvidas em seu silogismo, assim como na estruturação do mesmo que Boole declara a opção de não permanecer inerte ao padrão aristotélico. Para isto, ele destaca alguns pontos dicotômicos que devem ser observados.

Por um lado, Boole acredita que a estrutura essencial de um silogismo deve ser arbitrária e se fixamos a ordem das premissas, a distinção entre o termo maior (*majo*r) e o menor (*minor*) passa a ser apenas um problema de escolha de qual deles terá precedência na conclusão. Segundo Boole, G. (1998, p. 33): "Convenience is *perhaps* in favour of the adopted arrangement, but it is to be remembered that is *merely* an arrangement." O que avulta em seu trabalho que o método proposto não ficará preso a um esquema de arranjo, mas sim, terá conclusões mais gerais que estarão embasadas na legalidade abstrata e serão oriundas de puro raciocínio. Além disto, Boole, como já vimos, aceita predicados negativos. A não aceitação dos mesmos é caracterizada (BOOLE, G. 1998, p. 33) como uma limitação da lógica aristotélica:

> The Aristotelian canons, however, beside restricting the order of the terms of a conclusion, limit their nature also; - and this limitation is of more consequence than the former.

Em virtude desta visão, Boole encontra relevância em um trabalho que perpasse por expansões, mas que não seja excludente ao já existente. Por isso, Boole, G. (1998, p. 34) assegura:

> We may by restricting the canon of interpretation confine our expressed results within the limits of the scholastic logic; but this would only be to restrict ourselves to the use of a part of the conclusions to which our analysis entitles us.

Afirma assim que seu método pode apoiar-se na lógica tradicional, mas que não deve restringir-se apenas a ela.

Acreditando que a lógica possa ser concebida como uma exposição matemática das leis do pensamento, Boole adota uma classificação puramente matemática nomeando apenas as premissas e as figuras (já apresentadas anteriormente) em que elas se encontram. Desta forma, Boole divide os modos do silogismo em quatro categorias, dependendo, não da posição do termo médio, como na lógica tradicional, mas das características das equações eletivas que representam as premissas. Através destas categorias veremos a demonstração dos modos válidos do silogismo no sistema de Boole. Antes, porém, apresentamos, no seguinte quadro, os modos válidos para Boole, classificados em três categorias: aristotélicas diretas, aristotélicas indiretas e não-aristotélicas. Os modos classificados como aristotélicos são os que são dados pelas palavras mnemônicas citadas anteriormente. Os aristotélicos indiretos são os que podem ser deduzidos dos modos aristotélicos diretos (freqüentemente em mais do que uma maneira), usando as regras aristotélicas de conversão ou intercâmbio da ordem das premissas (mutação). Os modos não-aristotélicos são os que são deduzidos por Boole usando *Regra 1*, a regra não-aristotélica de conversão.

<table>
<tr><th colspan="3">CATEGORIA 1</th></tr>
<tr><td rowspan="5">A
Aristotélica direta</td><td rowspan="2">Figura 1</td><td>AAA</td></tr>
<tr><td>EAE</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Figura 2</td><td>AEE</td></tr>
<tr><td>EAE</td></tr>
<tr><td>Figura 4</td><td>AEE</td></tr>
<tr><td>B
Aristotélica indireta</td><td>Figura 4</td><td>AAA</td></tr>
<tr><td>C
Não-aristotélica</td><td>-</td><td>-</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">CATEGORIA 2</th></tr>
<tr><td rowspan="3">A
Aristotélica direta</td><td rowspan="2">Figura 3</td><td>AAI</td></tr>
<tr><td>EAO</td></tr>
<tr><td>Figura 4</td><td>EAO</td></tr>
<tr><td rowspan="2">B
Aristotélica indireta</td><td>Figura 1</td><td>AEO</td></tr>
<tr><td>Figura 3</td><td>AEO</td></tr>
<tr><td rowspan="3">C
Não-aristotélica</td><td>Figura 1</td><td>EEO</td></tr>
<tr><td>Figura 2</td><td>EEO</td></tr>
<tr><td>Figura 3</td><td>EEO</td></tr>
</table>

	Figura 4	EEO

CATEGORIA 3		
A Aristotélica direta	Figura 1	AII
		EIO
	Figura 2	AOO
		EIO
	Figura 3	AII
		EIO
		IAI
		OAO
	Figura 4	IAI
B Aristotélica indireta	Figura 2	OAO
		IEO
	Figura 3	AOO
		EOO
		IEO
		OEO
	Figura 4	IEO
C Não-aristotélica	Figura 1	OEO
	Figura 4	EOO

A primeira categoria é a das formas nas quais *v* (considerado como representativo de algum) não entra. Boole, G. (1998) demonstra matematicamente em seu livro os casos AAA das figuras 1 e 4 e AEE, EAE da figura 2. Assim, nos restringiremos à prova matemática dos demais casos.

* EAE da figura 1

YX (E): Nenhum Y é X: $yx = 0$

ZY (A): Todo Z é Y: $z\,(1\text{-}y) = 0$

$$\begin{cases}(\mathrm{E}): yx = 0 \\ (\mathrm{A}): z - zy = 0\end{cases} \qquad \begin{cases}yx = 0 \\ z = zy\end{cases}$$

Eliminando o *y* e multiplicando ambas as expressões, temos:

$$zx = z.0 = 0$$

Portanto, obtemos um argumento válido, com a conclusão Nenhum Z é X.

* AEE da figura 4

XY (A): Todo X é Y: $x\,(1\text{-}y) = 0$

YZ (E): Nenhum Y é Z: $yz = 0$

$$\begin{cases}(\mathrm{A}): x - xy = 0 \\ (\mathrm{E}): yz = 0\end{cases} \qquad \begin{cases}xy = x \\ 0 = yz\end{cases}$$

eliminando o *y*

$$x.0 = zx \Rightarrow zx = 0$$

ou seja, modo válido com conclusão Nenhum Z é X.

A segunda categoria constitui-se daquelas formas em que *v* é introduzido na solução de uma. Entre as formas concernentes a categoria 2, Boole, G. (1998) mostra os casos AEO e EEO da figura 1, AAI da figura 3 e EAO, EEO da figura 4. Os demais demonstraremos agora.

* AEO da figura 3

YX (A): Todo Y é X: $y\ (1\text{-}x)$[20] $= 0$

YZ (E): Nenhum Y é Z: $yz = 0$

$\begin{cases}(\text{A}) : (1-x)y = 0 \\ (\text{E}) : yz = 0\end{cases}$. Desenvolvendo a primeira equação, $\begin{cases}y = vx \\ 0 = yz\end{cases}$ eliminando y

$0 = vxz$, ou seja, modo

* EAO da figura 3

YX (E): Nenhum Y é X: $yx = 0$

YZ (A): Todo Y é Z: $y\ (1\text{-}z) = 0$

$\begin{cases}(\text{A}) : yx = 0 \\ (\text{E}) : (1-z)y = 0\end{cases}$ Resolvendo a segunda equação $\begin{cases}0 = yx \\ y = vz\end{cases}$ eliminando o y

$0 = vzx$ isto é, modo

válido com conclusão Algum Z não é X.

* EEO da figura 2

XY (E): Nenhum X é Y: $xy = 0$

ZY (E): Nenhum Z é Y: $zy = 0$

$\begin{cases}(\text{E}) : xy = 0 \\ (\text{E}) : zy = 0\end{cases}$ Resolvendo a segunda equação $\begin{cases}0 = xy \\ y = v\,(1 - z)\end{cases}$ eliminando o y

$0 = v\ (1\text{-}z)x$, portanto, modo válido

com conclusão Algum não-Z não é X.

* EEO da figura 3

[20] Segundo Boole, G. (1998, p. 27) a inferência $(1\text{-}x)y = 0 \Rightarrow y = vx$.

YX (E): Nenhum Y é X: $yx = 0$

YZ (E): Nenhum Y é Z: $yz = 0$

$\begin{cases} \text{(E)}: yx = 0 \\ \text{(E)}: yz = 0 \end{cases}$ Resolvendo a segunda equação, depois de comutar o primeiro membro

$\begin{cases} 0 = xy \\ y = v(1-z) \end{cases}$ eliminando o y

---

$0 = v\,(1-z)x$, logo, temos um modo válido com conclusão Algum não-Z não é X.

A terceira categoria é formada pelos casos em que v é encontrado em uma das equações, mas não foi introduzido pela solução. Nesta categoria Boole, G. (1998) demonstra os modos AII e OEO da figura 1, AOO e OAO da figura 2 e EOO e IAI da figura 4. Mostramos a seguir os demais casos.

* EIO da figura 1

YX (E): Nenhum Y é X: $yx = 0$

ZY (I): Algum Z é Y: $v = zy$

ZX (O): Algum Z não é X: $vz\,(1-x)$

$\begin{cases} \text{(E)}: yx = 0 \\ \text{(I)}: v = zy \end{cases}$. De acordo com Boole, G. (1847, p. 25) substituiremos uma equação

$\begin{cases} yx = 0 \\ vz = vy \end{cases}$ equivalente à segunda equação. Em seguida, eliminando o y

---

$v\,zx = 0$ isto é, modo válido com conclusão Algum Z não é X.

* EIO da figura 2

XY (E): Nenhum X é Y: $xy = 0$

ZY (I): Algum Z é Y: $v = zy$

$$\begin{cases}(\mathrm{E}): xy = 0 \\ (\mathrm{I}): v = zy\end{cases} \text{ Substituindo } \begin{cases} xy = 0 \\ vz = vy \end{cases} \text{ eliminando o } y$$

$vzx = 0$. Logo, modo válido com conclusão Algum Z não é X.

* IEO da figura 2

XY (I): Algum X é Y: $v = xy$

ZY (E): Nenhum Z é Y: $zy = 0$

$$\begin{cases}(\mathrm{I}): v = xy \\ (\mathrm{E}): zy = 0\end{cases} \text{ Substituindo } \begin{cases} vz = vy \\ xy = 0 \end{cases} \text{ eliminando o } y$$

$v\,zx = 0$ isto é, modo válido com conclusão Algum Z é não X: (O).

* AII da figura 3

YX (A): Todo Y é X: $y\,(1\text{-}x) = 0$

YZ (I): Algum Y é Z: $v = yz$

$$\begin{cases}(\mathrm{A}): y\,(1 - x) = 0 \\ (\mathrm{I}): v = yz\end{cases} \text{ Substituindo } \begin{cases} y\,(1 - x) = 0 \\ vz = vy \end{cases} \text{ eliminando o } y$$

$vz\,(1\text{-}x) = 0$ resolvendo esta equação $v = zx$, ou seja, modo válido com conclusão Algum Z é X.

* AOO da figura 3

YX (A): Todo Y é X: $y\,(1\text{-}x) = 0$

YZ (O): Algum Y não é Z: $v = y\,(1\text{-}z)$

$$\begin{cases}(\mathrm{A}): y\,(1\text{-}x) = 0 \\ (\mathrm{O}): v = y(1 - z)\end{cases} \text{ Substituindo } \begin{cases} y\,(1\text{-}x) = 0 \\ v(1 - z) = vy \end{cases} \text{ eliminando o } y$$

$v\,(1\text{-}z)\,(1\text{-}x) = 0$, ou seja, $vxz = 0$ pela

contra-positiva. Assim, o modo é válido
com conclusão Algum Z é não X.

* EIO da figura 3

YX (E): Nenhum Y é X: $yx = 0$

YZ (I): Algum Y é Z: $v = yz$

$$\begin{cases}(\mathrm{E}): yx = 0 \\ (\mathrm{I}): v = yz\end{cases} \text{ Substituindo } \begin{cases} yx = 0 \\ vz = vy \end{cases} \text{ eliminando o } y$$

$vzx = v\,.0 = 0$ isto é, modo válido com
conclusão Algum Z não é X.

* EOO da figura 3

YX (E): Nenhum Y é X: $yx = 0$

YZ (O): Algum Y não é Z: $v = y(1\text{-}z)$

$$\begin{cases}(\mathrm{E}): yx = 0 \\ (\mathrm{O}): v = y(1-y)\end{cases} \text{ Substituindo } \begin{cases} yx = 0 \\ v(1-z) = vy \end{cases} \text{ eliminando o } y$$

$v\,(1\text{-}z)x = v\,.0 = 0$ isto é, modo válido com conclusão
Algum não-Z não é X.

* IAI da figura 3

YX (I): Algum Y é X: $v = yx$

YZ (A) Todo Y é Z: $y(1\text{-}z) = 0$

$$\begin{cases}(\text{I}): v = yx \\ (\text{A}): \ y(1-z) = 0\end{cases} \quad \text{Substituindo} \quad \begin{cases} vy = vx \\ 0 = y\,(1-z)\end{cases} \quad \text{eliminando o } y$$

$v.0 = 0 = vx(1\text{-}z)$ isto é, modo válido com conclusão Algum X é Z, ou, por conversão simples, Algum Z é X.

* IEO da figura 3

YX (I): Algum Y é X: $v = yx$

YZ (E) Nenhum Y é Z: $yz = 0$

$$\begin{cases}(\text{I}): v = yx \\ (\text{A}): \ yz = 0\end{cases} \quad \text{Substituindo} \quad \begin{cases} vy = vx \\ 0 = yz\end{cases} \quad \text{eliminando o } y$$

$v.0 = 0 = vxz$, portanto, modo válido com conclusão Algum X não é Z.

* OAO da figura 3

YX (O): Algum Y não é X: $v = y(1\text{-}x)$

YZ (A) Todo Y é Z: $y\,(1\text{-}z) = 0$

$$\begin{cases}(\text{O}): v = y\,(1\text{-}x) \\ (\text{A}): y(1\text{-}z) = 0\end{cases} \quad \text{Substituindo} \begin{cases} vy = v(1-x) \\ 0 = y(1-z)\end{cases} \quad \text{eliminando o } y$$

$v.0 = 0 = v\,(1\text{-}x)(1\text{-}z)$ portanto, modo válido com conclusão Algum não- X não é não-Z, ou seja, por contraposição Algum Z não é X.

* OEO da figura 3

YX (O): Algum Y é não X: $v = y(1\text{-}x)$

YZ (E) Nenhum Y é Z: $yz = 0$

$$\begin{cases}(\mathrm{O}) : v = y\ (1\text{-}x) \\ (\mathrm{E}) : yz\ = 0\end{cases} \text{ Substituindo } \begin{cases} vy\ =\ v(1-x) \\ 0\ = yz\end{cases} \text{ eliminando o } y$$

$v.0 = 0 = v\ (1\text{-}x)z$ ou seja, modo válido com conclusão Algum não-X não é Z.

* IEO da figura 4

XY (I): Algum X é Y: $v = xy$

YZ (E) Nenhum Y é Z: $yz = 0$

$$\begin{cases}(\mathrm{I}) : v = xy \\ (\mathrm{E}) : yz = 0\end{cases} \text{ Substituindo } \begin{cases} vx\ =\ vy \\ yz\ =\ 0\end{cases} \text{ eliminando o } y$$

$vxz = v\ .\ 0 = 0$ isto é , modo válido com conclusão Algum X não é Z.

A última categoria reúne os casos em que v entra em ambas as equações. Neste caso, não se pode fazer inferências silogísticas válidas.

> Boole também mostra que seu cálculo pode ser usado para verificar que certas premissas categóricas não implicam em conclusões silogística válidas. Isto acontece quando as duas premissas, depois da eliminação de y (o termo médio), se reduzam a $0 = 0$ ou $vv' = 0$. Para os nossos propósitos, porém, não será necessário entrar em detalhes.

Mediante a distinção das categorias por critérios matemáticos, Boole, G. (1998) acrescenta que elas podem ser concebidas da seguinte forma:

i. Primeira categoria: compreende todos os casos legais em que de duas premissas universais obtemos uma conclusão universal.

ii. Segunda categoria: constituída por todos os casos legais nos quais uma conclusão particular é oriunda de duas premissas universais.

iii. Terceira categoria: formada pelos casos onde a conclusão é dedutível de uma premissa universal e a outra particular.

iv. Quarta categoria: não possui casos legais; todas as duas premissas são particulares.

Desta forma, se vê que as quatro categorias ─ que foram definidas através de condições matemáticas ─ também encerram condições lógicas.

4.3.8 – O SILOGISMO HIPOTÉTICO

Seguindo a apresentação do formalismo contido no livro *The Mathematical Analysis of Logic,* abordaremos agora o tratamento dado às proposições hipotéticas. Para esta abordagem, nos apropriaremos do apanhado conceitual já apresentado e o empregaremos a este tipo particular de proposição que se desdobra em duas categorias: a condicional, caracterizada pela partícula *se ... então*, e a disjuntiva, caracterizada pela partícula *ou*.

Dentro do silogismo condicional existem ainda dois tipos:

1º) o construtivo	2º) destrutivo
Se A é B, então C é D.	Se A é B, então C é D,
Mas A é B,	Mas C não é D,
Portanto C é D.	Portanto A não é B.

Ao analisar estas formas Boole diz que a validade do argumento não depende de qualquer consideração feita aos termos A, B, C ou D os quais, como já relatamos, podem representar objetos ou classes de objetos. Desta forma, uma proposição como: A é B pode ser representada apenas pelo símbolo arbitrário X, da mesma maneira que: C é D pode ser expresso por Y, o que transformaria o silogismo destacado acima em:

Se X é verdade, então Y é verdade,

Mas X é verdade,

Portanto Y é verdade.

Em termos de equações, podemos ainda utilizar em tal silogismo os símbolos x, y ou z no lugar de X, Y ou Z como também o número 1 para representar o universo hipotético.

Assim, uma proposição hipotética X pode assumir duas possibilidades, ou X é verdadeira ou X é falsa e os dois casos juntos compõem o universo, donde temos que x pode designar uma proposição verdadeira e $(1-x)$ uma proposição falsa, haja vista que $x + (1-x) = 1$. Vale salientar ainda que o universo hipotético não depende do número de casos que consideramos e então a soma de todos os casos concebíveis deve ser sempre igual a 1. Se designarmos X como sendo o fenômeno de fazer sol, Y para representar o fato de eu ir a praia e Z o acontecimento de eu tomar banho de mar, então teremos os seguintes casos:

	Casos	Expressões
1	Fez sol, fui à praia e tomei banho de mar.	xyz
2	Fez sol e fui à praia, mas não tomei banho de mar.	$xy(1-z)$
3	Fez sol e tomei banho de mar, mas não fui à praia.	$xz(1-y)$
4	Tomei banho de mar e fui à praia, mas não fez sol.	$yz(1-x)$
5	Fez sol, mas nem fui à praia nem tomei banho de mar.	$x(1-y)(1-z)$
6	Fui à praia, mas nem fez sol nem tomei banho de mar.	$y(1-x)(1-z)$
7	Tomei banho de mar, mas nem fez sol nem fui à praia.	$z(1-x)(1-y)$
8	Nem fez sol, nem fui à praia, nem tomei banho de mar.	$(1-x)(1-y)(1-z)$
Soma	xyz + xy(1-z) + xz(1-y) + yz(1-x) + x(1-y)(1-z) + y(1-x)(1-z) + z(1-x)(1-y) + (1-x)(1-y)(1-z) = 1	1

De posse desta tabela podemos observar também que expressões de proposições hipotéticas, se são verdadeiras, podem ser iguais a 1 e, no caso de serem falsas, são iguais a 0. Particularmente, se uma dada proposição Y é verdadeira, ela pode ser expressa por $y = 1$ ou $1-y = 0$; caso contrário, se esta proposição fosse falsa, teríamos a expressão $y = 0$. Poderíamos ter ainda, por exemplo, duas proposições X e Z sendo verdadeiras e sua expressão representante seria $xz = 1$. Se ambas fossem falsas, a expressão usada poderia ser da forma $(1-x)(1-z) = 0$ ou $x + z - xz = 1$.

Historiadores da ciência da informação concordam em proferir nesta dicotomia veracidade e falsidade das proposições atribuídas a binária 1 ou 0, um dos fertilizantes encontrados pela computação para fecundar o seu campo de desenvolvimento.

Já Kneale, W. e Kneale, M. (1980, p. 418) dizem que o sistema de Boole não pode ser visto como uma álgebra de dois valores, pois ao interpretarmos este sistema como álgebra de classes não se supõe que qualquer classe seja co-extensa com a classe universal ou com a nula. Isto só seria possível se às premissas

(5) $xy = yx$	(5) Se $x = y$ então $xz = yz$
(6) $x+y = y+x$	(6) Se $x = y$ então $x + z = y + z$
(7) $x(y+z) = xy + xz$	(7) Se $x = y$ então $x - z = y - z$
(8) $x(y-z) = xy - xz$	(8) $x(1-x) = 0$

que exprimem todas as proposições verdadeiras fossem acrescidas uma outra: (9) Ou $x = 1$ ou $x = 0$. Segundo estes autores, Boole faz nítida distinção entre o sistema original (premissas de 1 a 8) e o mais restrito que resultada da adição de (9).

Desta discussão temos ferramentas suficientes para a interpretação do sistema de Boole em termos de valores de verdade das proposições com os símbolos 1 e 0 representando verdade e falsidade, embora, Boole nunca tenha usado a expressão *valor de verdade*. Trata-se, pois de uma analogia com a *tabela verdade* que antecipa Frege no século XX. Fato este, também confirmado por Kneale, W. e Kneale, M. (1980), quando ressaltam que no livro *The Mathematical Analysis of Logic* há um trecho que fica a um passo das tabelas verdade de Frege que, de acordo com tais autores, teria sido o primeiro a conceber uma teoria geral da lógica. Neste sentido, uma comprovação desta analogia é encontrada quando Boole, G. (1998, p. 50) escreve um esquema em seu livro e associa às proposições X e Y, o número total de casos concebíveis como segue:

Cases	Elictive expressions
1st X true, Y true...	xy
2nd X true, Yfalse..	$x(1\text{-}y)$
3rd X false, Y true…………………………	$(1\text{-}x)y$
4th X false, Y false………………………..	$(1\text{-}x)(1\text{-}y)$

donde se observa que seja qual for o número de circunstâncias, a soma das expressões eletivas (que representa cada caso concebível) é sempre a unidade. Vale ressaltar que se associarmos as duas primeiras, $xy + x(1\text{-}y) = xy + x - xy = x$, obtemos x que é o símbolo o qual representa o caso de X ser verdadeira independentemente de qualquer consideração sobre Y e, quando associamos as duas últimas, obtemos $(1\text{-}x)$ como resultado que representa o fato de X ser falsa. Outras comprovações, de tal analogia, encontraremos no tratamento das funções eletivas.

A proposição *Se X é verdadeira, então Y é verdadeira* afirma que X é uma condição suficiente para Y. Desta forma, não podemos ter X verdadeira e Y falsa. Assim, a referida proposição (se ... então) será representada pela equação $x(1\text{-}y) = 0$.

Para expressar a disjunção *X é verdadeira ou Y é verdadeira*, basta observar que todas as duas não podem ser falsas. Desta forma, temos a equação $(1\text{-}x)(1\text{-}y) = 0$. Desenvolvendo a equação, temos $1 - x - y + xy = 0$, ou seja, $x + y - xy = 1$.

Quando concebemos as condições como exclusivas, temos X é verdadeira e Y falsa, $x(1\text{-}y)$, ou Y é verdadeira ou X é falsa, $y\ (1\text{-}x)$. Como já sabemos que a soma dos casos possíveis deve ser a unidade (que representa o universo hipotético), temos:

$$\begin{array}{ll} & y(1\text{-}x) \\ + & x(1\text{-}y) \\ \hline \end{array}$$

$y(1\text{-}x) + x(1\text{-}y) = y - yx + x - xy = x - 2xy + y = 1$ (*).

Tal resultado (como em todos os outros casos) particular pode ser verificado de diversas formas. Por exemplo, se X é verdadeira, então temos que $x = 1$, donde obtemos a expressão $1 - 2.1.y + y = 1$ por substituição do valor de x na expressão (*). Efetuando os cálculos chegamos à expressão $-y = 1 - 1 = 0$ e, portanto, $y = 0$, o que implica em Y ser falsa, como deveria. Quando X é falsa, temos que $x = 0$. Substituindo este valor em (*), obtemos a expressão $0 - 2.0.y + y =1$ que equivale a $y = 1$, o que significa que Y é verdadeira. Ainda podemos fazer uso da lei dos índices ($x^n = x$), transformando a equação (*) no trinômio quadrado perfeito $x^2 - 2xy + y^2 = 1$, ou seja $(x\text{-}y)^2 = 1$. Assim temos que $(y\text{-}x) = \pm\sqrt{1} = \pm 1$. Daí obtemos $x = 1$ ou 0 e $y = 0$ ou 1 como raízes da expressão (*). Logo, temos que quando X é verdadeira ou falsa, Y deve ser falsa ou verdadeira, respectivamente.

Este tratamento dado às proposições hipotéticas, ao transformá-las em equações que representam as premissas, eliminar um símbolo comum a elas e chegar à expressão representante da conclusão, é o que Boole, G. (1998) chama de silogismo hipotético.

Para Boole, G. (1998), as principais formas de silogismo hipotético consideradas pelos lógicos compreendem os casos de silogismo disjuntivo, silogismo condicional construtivo, silogismo condicional destrutivo, dilema construtivo simples, dilema construtivo complexo e dilema destrutivo complexo. Sendo que o termo dilema é empregado neste estudo como aquele constituído de um silogismo condicional complexo. Mas, Boole atesta que esta lista dos seis casos pode ser ampliada a partir da combinação do caráter disjuntivo e condicional de uma mesma proposição. Vejamos o exemplo dado por Boole, G. (1998, p. 57) em seu livro:

If X is true, then either Y is true, or Z is true, $x\,(1\text{-}y\text{-}z\text{+}yz) = 0$
But Y is not true, $y = 0$
Therefore If X is true, Z is true, $\therefore x\,(1\text{-}z) = 0.$

Para mostrar mais uma vez como a lógica clássica pode ser tratada a partir de terminologia algébrica e por operações matemáticas, Boole, G. (1998) apresenta, em seqüência as proposições hipotéticas, as propriedades das funções eletivas as quais, como relatado anteriormente, são concebidas como aquelas cujos membros são compostos por equações eletivas e, portanto, que tem como variáveis os símbolos eletivos. Para Kneale, W. e Kneale, M. (1980) a novidade do sistema de Boole recai justamente sob esta teoria das funções eletivas e o seu desenvolvimento.

Segundo Boole, G. (1998), as funções eletivas podem ser expandidas pelo teorema de Maclaurin haja vista que as combinações de suas variáveis são feitas de acordo com as mesmas leis de quantidade. Neste processo, Boole também atenta à possibilidade de usarmos a lei dos índices ($x^n = x$) para que toda função de x que envolva apenas potências inteiras de x possa ser reduzida a uma de primeira ordem, o que facilitaria os cálculos, a obtenção de resultados e conseqüente interpretação.

Para maiores esclarecimentos, vejamos o exemplo apresentado por Boole, G. (1998, p. 60 - 61):

Considere a função

$$\phi\,(x) = \phi(0) + \phi'(0)x + \frac{\phi''(0)}{1.2}x^2 + \ldots \qquad (1)$$

Usando a lei dos índices temos que $x^2 = x$, bem como, $x^3 = x$ e assim por diante. Portanto, a função (1) se transforma em:

$$\phi(x) = \phi(0) + \phi'(0)x + \frac{\phi''(0)}{1.2}x + \ldots$$

que equivale a

$$\phi(x) = \phi(0) + x\left\{\phi'(0) + \frac{\phi''(0)}{1.2} + \ldots\right\} \qquad (2)$$

Substituindo $x = 1$ na equação (1) obtemos

$$\phi(1) = \phi(0) + \phi'(0).1 + \frac{\phi''(0)}{1.2}.1^2 + \ldots,$$

passando $\phi(0)$ para o 1º membro, tem-se

$$\phi(1) - \phi(0) = \phi'(0).1 + \frac{\phi''(0)}{1.2}.1^2 + \ldots,$$

donde

$$\phi(1) - \phi(0) = \phi'(0) + \frac{\phi''(0)}{1.2} + \frac{\phi'''(0)}{1.2.3} + \ldots$$

Por fim, se substituirmos esta diferença de $\phi(1)$ e $\phi(0)$ para o coeficiente de x no 2º membro de (2), chegamos à forma da função (1) reduzida a primeira ordem:

$$\phi(x) = \phi(0) + \{\phi(1) - \phi(0)\}.x \qquad (3)$$

ou,

$$\phi(x) = \phi(0) + \phi(1).x - \phi(0).x$$

e ainda, colocando $\phi(0)$ em evidência:

$$\phi(x) = \phi(1).x + \phi(0).(1-x) \qquad (4)$$

A função resultante (4), além de ser uma redução de (1) a primeira ordem é também uma função de x com coeficientes $\phi(0)$ e $\phi(1)$ aos quais Boole atribui a terminologia de módulos (*moduli*) da função $\phi(x)$. Estes coeficientes, de acordo com Boole, G. (1998), são de extrema importância para a teoria das funções eletivas, assim como os seguintes princípios:

vii. Todas os resultados válidos para funções eletivas de uma variável podem ser estendidos para funções de mais de uma variável ou símbolos eletivos;

viii. A expansão das funções eletivas que tiverem m símbolos, terá 2^m módulos (*moduli*);

ix. Os coeficientes das funções eletivas serão obtidos pela substituição nas variáveis destas funções por todos as combinações possíveis dos valores 0 e 1;

x. Os termos da expansão de uma função são formados pelos coeficientes (módulos) e pelos produtos das combinações de x e $1\text{-}x$;

xi. Todas as funções eletivas satisfazem a lei dos índices;

xii. A soma de todos os constituintes de uma função expandida dever ser igual à unidade.

Estes princípios também nos remetem a discussão iniciada na página 196 deste capítulo a partir dos comentários de Kneale, W. e Kneale, M. (1980) concernentes a analogia com as tabelas de verdade e o cálculo sentencial do sistema de Boole. Neste caso, vemos que quando elaboramos uma tabela de verdade, precisamos descriminar as proposições existentes associadas a todas as combinações possíveis de verdade (V ou 1) e falsidade (F ou 0) das mesmas (condizente ao item iii). Sabemos ainda que se existirem m proposições estas tabelas serão constituídas por 2^m combinações (condizente ao item ii). Desta forma, podemos concluir que Boole usa implicitamente as tabelas de verdade, mas que isto não aparece explicitamente porque sua preocupação era mais com uma análise matemática e não uma análise lógica.

Vale salientar ainda que a teoria das funções eletivas está calcada também em cinco propriedades que as regem e que enumeraremos agora.

Primeira propriedade: Duas funções eletivas $\phi(x)$, $\psi(x)$ são equivalentes quando seus módulos correspondentes são iguais.

Segunda propriedade: Se o primeiro membro da equação geral $\phi(xy...) = 0$, for expandido numa série de termos, cada um deles da forma $at = 0$, a sendo um módulo da função dada e t a combinação das variáveis envolvidas, então para todo módulo numérico a que não desaparecer, nós teremos a equação $at = 0$, e as interpretações combinadas destas equações expressarão o significado completo da equação original.

Terceira propriedade: Se $w = \phi(xy...)$, w, x, y, ... são símbolos eletivos, e se o segundo membro for completamente expandido e organizado em uma série de termos da forma at, nós poderemos igualar separadamente a zero todos os termos cujo módulo a não satisfaz a condição $a^n=a$, e deixar w ser a soma dos termos restantes.

Quarta propriedade: Para as funções $t_1, t_2, ..., t_r$ que são mutuamente exclusivas, nós sempre teremos $\psi(a_1t_1+a_2t_2...+a_rt_r) = \psi(a_1\ )t_1+\psi(a_2\ )t_2...+\ \psi(a_r\ )t_r$, tudo que pode ser os valores de $a_1a_2a_3...a_r$ ou a forma de ψ.

Quinta propriedade: Qualquer processo de argumentação ou raciocínio que nós aplicamos a uma única determinada proposição, o resultado ou será a mesma proposição ou uma limitação dela.

Mediante a argumentação acerca das funções eletivas, o próprio Boole, G. (1998) atenta para o fato do capítulo destinado a este assunto ser voltado mais para o aspecto matemático que lógico, por isso, é evidente que nesta exposição ele tenha se despendido um pouco mais das interpretações (timidamente presentes como, por exemplo, na terceira propriedade) em benefício de uma análise matemática mais profunda da lógica.

Para assegurar sua idéia principal de associar lógica e matemática, Boole, G. (1998, p. 69) afirma que: "[...] when the original equation expresses a logical Proposition, every member of the derived series, even when obtained by expansion under a functional sign, admits of exact and consistent interpretation". Macfarlane (1916) ressalta que Boole fala de interpretação em vez de significado, mas refere-se a uma interpretação fixa sujeita a regras para o processo de solução, não arbitrário e fundado num sistema particular de interpretação de símbolos.

Outro fato relevante na discussão do silogismo e silogismo hipotético é que estes poderiam ser encarados como distintos do ponto de vista adotado por Kneale, W. e Kneale, M. (1980) em seu livro e apresentado na página 196 e 197 deste capítulo. Desta forma, Kneale, W. e Kneale, M. (1980) alegam que se tratariam de dois formalismos distintos à medida que o silogismo abarca as premissas de 1 a 8 e o silogismo hipotético tem uma hipótese a mais, a premissa 9. Assim, Boole teria apresentado em seu livro duas interpretações diferentes de um mesmo formalismo? Seja isto como for, o mais importante para a história da matemática é que Boole pensou que se tratava do mesmo sistema com duas interpretações. O primeiro deles, o cálculo de predicados, é provido do símbolo v que, como mencionado em 4.3.4, é um símbolo problemático. No entanto, este mesmo símbolo é omitido no cálculo sentencial (silogismo hipotético) e esta ausência indicaria a distinção entre o silogismo e o silogismo hipotético.

4.3.9 – RESOLVENDO EQUAÇÕES ELETIVAS

Tomando o conceito, já posto anteriormente, de equações eletivas assim como apropriando-nos da teoria colocada até então, partiremos agora para a apresentação da resolução destas equações por meio de alguns exemplos apresentados no livro *The Mathematical Analysis of Logic*.

A análise matemática da lógica, feita por Boole, completa-se com a exposição das soluções das equações eletivas, fundamentais para o sistema lógico proposto nesta obra e alicerce para uma lógica moderna simbólica. Tal lógica fundamentou o que hoje conhecemos como álgebra booleana, bem como, o cálculo de proposições, já que tanto os símbolos eletivos quanto às funções eletivas estão relacionados com proposições lógicas (inclusive, as tradicionalmente aceitas como verdade), assim como também estão relacionados com a álgebra numérica ou aritmética vulgar.

Neste sentido, Boole, G. (1998) faz uso da teorização envoltória das funções eletivas e elege algumas considerações, baseadas também na conceituação já posta na obra, acerca da solução das equações eletivas. Tais considerações revelam-se claramente através da seguinte colocação de Boole, G. (1998, p. 70):

> In whatever way an elective symbol, considered as unknown, may be involved in a equation, it is possible to assign its complete value in terms of the remaining elective symbols considered as known. It is to be observed of such equations, that from the very nature of elective symbols, they are necessarily linear, and that their

> solutions have a very close analogy with those of linear differential equations, arbitrary elective symbols in the one, occupying the place of arbitrary constants in the other.

Em que aspecto a solução de uma equação diferencial estaria relacionada com a solução de uma equação eletiva? Para Boole, estas soluções possuem uma estreita analogia em virtude de ambas poderem ser obtidas a partir da eleição de um símbolo, considerado desconhecido, cujo valor será dado em função dos outros símbolos envolvidos na equação os quais são considerados como conhecidos e constantes. Vale salientar que isto se dá em função da linearidade destes símbolos.

Para Bell (1953), a solução de equações lógicas são obtidas pelo desenvolvimento de problemas lógicos que são traduzidos nestas equações. Estas, por sua vez, são resolvidas por dispositivos da álgebra e sua solução é reinterpretada em termos de dados lógicos de acordo com o problema original.

Frente a esta exposição, pretende-se, pois, chegar a um método de solução que possa ser aplicado como um teorema geral e que permita não só resolver qualquer equação eletiva como também interpretá-la. Para tanto, iniciamos com o seguinte exemplo:

Exemplo: Dada a equação $(1\text{-}x)\, zy = 0$, determinar y em função de x e z.

Se y é uma função de x e z, podemos assumir, de uma forma geral, (pelo que já apresentado anteriormente acerca das equações eletivas) que

$$y = v(1\text{-}x)(1\text{-}z) + v'\,(1\text{-}x)z + v''x\,(1\text{-}z) + v'''xz\,, \qquad (5)$$

em que v, v', v'' e v''' são os módulos. Sabemos pela equação dada que $(1\text{-}x)zy = 0$ e, como $y \neq 0$, então $(1\text{-}x)z = 0$, donde temos que $v'(1\text{-}x)z = 0$ em (5). Assim, a solução completa da equação proposta ser expressa por

$$y = v(1\text{-}x)(1\text{-}z) + \underbrace{v'(1-x)z}_{0} + v''x\,(1\text{-}z) + v'''xz \quad \text{ou}$$

$$y = v(1\text{-}x)(1\text{-}z) + v''x\,(1\text{-}z) + v'''xz. \qquad (6)$$

Lembrando que os símbolos *v, v′, v′′* e *v′′′* representam os módulos, ou classes arbitrárias, concluímos que a interpretação desta solução seria que a classe Y é não X e não Z ou composta por uma classe X e não Z ou ainda constituída pelos elementos que são concernentes a uma classe X e Z ao mesmo tempo.

Boole, G. (1998, p. 71) observa que:

> It is deserving of note that the above equation may, in consequence of its linear form, be solved by adding the two particular solutions with reference to x and z; and replacing the arbitrary constants which each involves by an arbitrary function of the orther symbol, the result is $y = x\ \phi\ (z) + (1\text{-}z)\ \psi\ (x)$.
>
> (7)

Ressalta neste trecho que as funções eletivas podem ser usadas no método de solução proposto para as equações eletivas mediante sua substituição no lugar das constantes arbitrárias. Posteriormente, Boole prova tal argumento mostrando a equivalência das equações (6) e (7) a partir do uso da substituição proposta. Assim, se:

$\phi\ (z) = wz + w'(1\text{-}z)$ e $\psi\ (x) = w''x + w'''(1\text{-}x)$ então, substituindo estes valores em (7) temos que $y = x\ .\ [\underbrace{wz\ + w'(1\text{-}z)}_{\varphi(x)}\ ] + (1\text{-}z).[\ \underbrace{w'''x\ +\ w'''(1\text{-}x)}_{\psi(x)}]$, que equivale a

$$y = wxz + (w' + w'')\,x\,(1\text{-}z) + w'''(1\text{-}x)(1\text{-}z).$$

Como *w, w′* e *w′′′* são arbitrários e podemos reorganizar a soma acima, nos permitimos escrever *y* ainda da seguinte forma:

$$y = wxz + w'x(1\text{-}z) + w'''(1\text{-}x)(1\text{-}z) \qquad (8)$$

O que nos leva a concluir que a argumentação apresentada no trecho exposto por Boole é pertinente, pois provamos a equivalência entre (6) e (7) mediante a igualdade de (6) e (8) oriunda da substituição proposta.

Seguindo a sugestão de utilizar as funções eletivas para resolver equações eletivas, partiremos para um outro exemplo que revela um aspecto mais amplo e que clarifica o alcance do objetivo inicialmente almejado, haja vista que possui um caráter geral em virtude de ser aplicado para qualquer equação eletiva envoltória por um número arbitrário de símbolos eletivos.

Exemplo (BOOLE, G., 1998, p. 72): Resolver a equação $\phi(xy) = 0$, com relação a y.

Primeiramente, se expandimos a equação com relação a x e y (como já apresentado) teremos

$$\phi(00)\,(1\text{-}x)\,(1\text{-}y) + \phi(01)\,(1\text{-}x)\,y + \phi(10)\,x\,(1\text{-}y) + \phi(11)\,xy = 0, \qquad (9)$$

onde os coeficientes $\phi(00)$, $\phi(01)$, $\phi(10)$ e $\phi(11)$ são os módulos da equação e correspondem a valores constantes obtidos pela substituição de x e y pelas combinações dos valores 0 e 1 na equação dada. Mas, sabemos que a expressão geral de y em função de x é

$$y = vx + v'(1\text{-}x) \qquad (10)\,.$$

Se substituirmos esta expressão em (9) temos

$$\phi(00).\,(1\text{-}x).\,(1\text{-}\,[\underbrace{vx\ +\ v'(1\text{-}x)}_{y}]) + \phi(01).\,(1\text{-}x).\,[\underbrace{vx\ +\ v'(1\text{-}x)}_{y}] +$$

$$\phi(10).\,x.\,(1\text{-}\,[\underbrace{vx\ +\ v'(1\text{-}x)}_{y}]) + \phi(11)\,.x.\,[\underbrace{vx\ +\ v'(1\text{-}x)}_{y}] = 0.$$

Efetuando os cálculos, escrevemos a equação (9) da seguinte maneira:

$$[\phi(10) + \{\phi(11) - \phi(10)\}v]x + [\phi(00) + \{\phi(00) - \phi(00)\}v'].(1-x) = 0.$$

Para que esta equação seja satisfeita sem qualquer restrição a generalidade de x, nós temos que ter as seguintes condições:

$$\phi(10) + \{\phi(11) - \phi(10)\}v = 0 \text{ e } \phi(00) + \{\phi(00) - \phi(00)\}v' = 0,$$

donde deduz-se

$$v = \frac{\phi(10)}{\phi(10) - \phi(11)} \quad \text{e} \quad v' = \frac{\phi(00)}{\phi(01) - \phi(00)}.$$

Substituindo estes valores em (10) obtemos a seguinte expressão geral:

$$y = \frac{\phi(10)}{\phi(10) - \phi(11)}x + \frac{\phi(00)}{\phi(01) - \phi(00)}(1-x). \qquad (11)$$

Se tivéssemos expandido a equação original apenas com relação a y chegaríamos a $\phi(x0) + \{\phi(x1) - \phi(x0)\}y = 0$, donde deduzimos a seguinte fórmula geral

$$y = \frac{\phi(x0)}{\phi(x0) - \phi(x1)} \qquad (12)$$

Vale atentar, como já observado, que este resultado pode ser estendido para uma equação com qualquer quantidade de símbolos eletivos e que os resultados podem sempre ser interpretados. Para Boole, quando formos interpretar a solução de equações da natureza do último exemplo, devemos levar em consideração que os valores dos módulos podem assumir os valores indeterminados $\frac{0}{0}$ ou $\frac{1}{0}$. Nestes casos, Boole elege as seguintes considerações:

iii. a interpretação deve seguir a orientação de que o símbolo $\frac{0}{0}$ deve ser substituído pelo símbolo v (que representa uma classe arbitrária);

iv. já para os termos cujos coeficientes apresentem a forma indefinida $\frac{1}{0}$ devem ser separadamente igualados a zero.

Em decorrência desta exposição vejamos mais um exemplo apresentado por Boole, G. (1998, p. 75): Dada a equação $y\{1\text{-}z(1\text{-}x)\} = 0$, determinar a classe Z e interpretá-la mediante a solução obtida.

Inicialmente, determinaremos os módulos ou coeficientes da expansão desta equação. Para tanto, utilizaremos a função ϕ de três símbolos eletivos:

$$\phi(xyz) = y\{1\text{-}z(1\text{-}x)\},$$

donde chegamos aos valores:

$$\phi(110) = 1.\{1 - 0.\ (1\text{-}1)\} = 1.\ \{1 - 0.0\} = 1$$

$$\phi(111) = 1.\{1 - 1.\ (1\text{-}1)\} = 1.\ \{1 - 1.0\} = 1$$

$$\phi(100) = 0.\{1 - 0.\ (1\text{-}1)\} = 0.\ \{1 - 0.0\} = 0$$

$$\phi(101) = 0.\{1 - 1.\ (1\text{-}1)\} = 0.\ \{1 - 1.0\} = 0$$

$$\phi(010) = 1.\{1 - 0.\ (1\text{-}0)\} = 1.\ \{1 - 0.1\} = 1$$

$$\phi(011) = 1.\{1 - 1.\ (1\text{-}0)\} = 1.\ \{1 - 1.1\} = 0$$

$$\phi(000) = 0.\{1 - 0.\ (1\text{-}0)\} = 0.\ \{1 - 0.1\} = 0$$

$$\phi(001) = 0.\{1 - 1.\ (1\text{-}0)\} = 0.\ \{1 - 1.1\} = 0.$$

Diante deste exemplo percebemos claramente mais uma analogia às tabelas de verdade. Vejamos como ficaria a relação destes *modulus* ou coeficientes, obtidos acima, encarados como valores de uma tabela verdade, por exemplo:

p	q	r	$\phi(xyz)$

V	V	F	$\phi(110)$
V	V	V	$\phi(111)$
V	F	F	$\phi(100)$
V	F	V	$\phi(101)$
F	V	F	$\phi(010)$
F	V	V	$\phi(011)$
F	F	F	$\phi(000)$
F	F	V	$\phi(001)$

Voltando a solução do exemplo e considerando a expansão oriunda da fórmula geral de solução em termos de z chegamos a:

$$z = \frac{\varphi(110)}{\varphi(110) - \varphi - 111)} xy + \frac{\varphi(100)}{\varphi(100) - \varphi - 101)} x(1-y) +$$

$$\frac{\varphi(010)}{\varphi(010)\text{-}\varphi\text{-}\varphi 011)}(1-x)y + \frac{\phi(000)}{\phi(000) - \phi(001)}(1\text{-}x)(1\text{-}y) \qquad (13)$$

e, substituindo os valores dos módulos obtidos, tem-se:

$$z = \frac{1}{1-1} xy + \frac{0}{0-0} x(1-y) + \frac{1}{1-0}(1-x)y + \frac{0}{0-0}(1\text{-}x)(1\text{-}y)$$

ou ainda,

$$z = \underbrace{\frac{1}{0}}_{0}.xy + \underbrace{\frac{0}{0}}_{v}.x(1-y) + \frac{1}{1}.(1-x)y + \underbrace{\frac{0}{0}}_{v'}.(1\text{-}x)(1\text{-}y) =$$

$$z = v.x(1\text{-}y) + (1\text{-}x)y + v'(1\text{-}x)(1\text{-}y) = (1\text{-}x)y + v.x(1\text{-}y) + v'(1\text{-}x)(1\text{-}y) =$$

$$z = (1\text{-}x)y + (1\text{-}y).\ [v.x + v'(1\text{-}x)] = y(1\text{-}x) + (1\text{-}y).\ \phi(x).$$

Deste resultado, temos toda a informação a respeito da classe Z e seus elementos à medida que a interpretamos como sendo a classe constituída de todo Y o qual não é X e por um resto indefinido de não-Y.

Finalmente, a apresentação do formalismo contido no livro *The Mathematical Analysis of Logic* encerra-se com a admissão que tanto as interpretações quanto o método de solução exposto para as equações eletivas também são aplicáveis nas situações hipotéticas e tal consideração resume-se nas seguintes colocações de Boole, G. (1998, p. 77 – 78):

> iv. Thus all categorical Propositions are resolvable into a denial of the existence of certain compound classes, no member of one such class being a member of another.
> v. […] all hypothetical Propositions may be resolved into denials of the coexistence of the truth of falsity of certain assertions.
> vi. […] there is a Universe of conceptions, and that each individual it contains either belongs to a proposed class or does not belong to it; in hypotheticals, by the assumption (equally prerequisite) that there is a Universe of conceivable cases, and that any given Proposition is either true or false.

Em suma, Boole finaliza sua análise matemática da lógica afirmando que seu sistema assume um caráter geral à medida que pode ser amplamente utilizado, inclusive, no caso das proposições categóricas e hipotéticas. Nesta concepção, se existe um universo de conceitos constituído de elementos ou indivíduos, estes podem pertencer ou não a uma classe concernente a tal universo e, no caso das hipotéticas, se há um universo de casos concebíveis composto de proposições, estas podem ser verdadeiras ou falsas.

Boole salienta que o próprio Aristóteles já admitia que a questão da existência de conceitos é anterior a qualquer declaração de suas qualidades ou suas relações. Ainda, acrescenta a demonstração de um método de multiplicadores indeterminados aplicado simultaneamente às equações eletivas, mas elucida que a conceituação exposta nesta obra permite apenas observar que há uma combinação com o método de multiplicadores indeterminados de Lagrange, no entanto, não possibilita oferecer exemplos aprimorados de tal analogia que, para ele, merece uma investigação mais minuciosa e posterior.

Consonantes ao formalismo amplamente apresentado e pontualmente discutido nesta seção, partiremos agora para uma avaliação de sua lógica à luz dos objetivos que permearam a mente de Boole ao desenvolver seu primeiro livro de lógica.

4.4 - AVALIAÇÃO DA LÓGICA À LUZ DOS OBJETIVOS

Frente ao já posto nas seções (2) e (3) pretendemos nesta seção proferir uma apreciação a respeito do livro *The Mathematical Analysis of Logic* a partir do confronto dos objetivos ao realmente posto na referida obra. Neste sentido, tentaremos responder a questão levantada no encerramento da segunda seção deste capítulo.

Norteado pelas idéias primárias de sua juventude e instigado pela erupção da controvérsia entre De Morgan e William Hamilton, Boole desenvolveu um trabalho que marcou fortemente a história da lógica e inaugurou o que hoje conhecemos por lógica moderna, como já relatado. Este marco se deu em virtude da relevância e capacidade de ampliação de horizontes a partir dos resultados procedentes do sistema lógico apresentado por Boole neste livro.

The Mathematical Analysis of Logic traz ao longo de seu corpo conceitos oriundos de uma idéia principal que seria a pedra angular do sistema lógico desenvolvido por Boole e que se refere à expressão de relações lógicas em formas simbólicas ou algébricas. Isto porque, Boole aproveitou a crescente evolução da álgebra neste período e o reingresso ao estudo da lógica, acionada pela polêmica entre De Morgan e William Hamilton, para externar a analogia que ele havia percebido entre estes dois ramos.

Na introdução a edição moderna de Boole, G. (1998), Slater observou que o que Boole fez nesta obra foi libertar as regras algébricas de sua dependência dos números. Mas, acrescentamos que seria mais que isto, pois Boole conseguiu ainda matematizar a lógica a partir da modelagem de nosso raciocínio dedutivo por um cálculo puramente matemático, bem como libertou a matemática da definição de que esta seria apenas uma ciência de quantidade. É, pois, uma obra que trouxe não só contribuições para a lógica como também trouxe notórios aportes à epistemologia da ciência.

Primeiramente, vale ressaltar que os exemplos e relações expostos no formalismo (mencionado na seção 3) compilado neste livro evidenciam constantemente a relação entre matemática e lógica. Percebe-se claramente que Boole reconhece nesta relação à força e a capacidade de generalidade de seu trabalho por acreditar que o avanço da ciência depende da harmonia dos ramos separados.

Como um de seus maiores intuitos, ao analisar matematicamente a lógica, era desenvolver um verdadeiro cálculo de proposições lógicas também chamado de cálculo de raciocínio dedutivo (que é característica pertinente à constituição de nossa mente), Boole deleitou sua obra em investigações acerca da natureza da ciência, isto porque, reconhecia a necessidade de uma visão mais ampla para obter com êxito a união almejada entre matemática e lógica.

A altivez desta investigação reside na concepção de matemática como a do intelecto humano e a lógica como intimamente ligada à linguagem, também presente na matemática em dois aspectos: na visão de progresso científico e no processo ou exercício ou disciplina de intelecto.

Por acreditar que as ciências têm muito para ensinar umas as outras, Boole desejou estabelecer a relação entre matemática e lógica, não almejando a substituição de uma pela outra. Assim, em diversos trechos do seu formalismo, Boole é condizente a esta intenção ao evidenciar o respeito à tradição aristotélica e esclarecer a necessidade de sua expansão, isto é, do acréscimo de novas idéias sem agredir a natureza das coisas.

Para Kneale, W. e Kneale, M. (1980), o sistema de Boole tal como está apresentado é suficiente para exprimir as proposições categóricas da lógica tradicional. Kneale, W. e Kneale, M. (1980, p. 432) acrescentam ainda que:

> O sucesso de Boole ao construir uma álgebra que continha todos os teoremas da lógica tradicional levou alguns lógicos a supor que toda a lógica podia ser apresentada na forma algébrica e na geração seguinte fizeram-se algumas tentativas para elaborar uma lógica das relações do mesmo modo que se tinha elaborado uma lógica de classes.

Com a mesma linha de pensamento, Struik (1967) diz que este trabalho de Boole mostrou como a lógica formal de Aristóteles, ensinada por séculos nas universidades, poderia ser reformulado como um cálculo.

A respeito deste aspecto (o formalismo), Boole, G. (1998) constitui a espinha dorsal do livro *The Mathematical Analysis of Logic* composta pelos seguintes elementos:

x) Prefácio: onde caracteriza seus objetivos e apresenta a obra, elucidando seus objetivos e aspirações concernentes ao trabalho proposto;

xi) Introdução: mediante um texto curto, Boole mostra os axiomas admitidos como proposições verdadeiras e a partir dos quais se podem deduzir as demais proposições decorrentes da teoria ou sistema lógico proposto para este estudo o qual também é apresentado neste momento. Em suma, neste ponto Boole prepara o leitor para o estudo do assunto proposto, a análise matemática da lógica;

xii) Primeiros princípios: apresenta as premissas que servirão de base para as conclusões almejadas;

xiii) Da expressão e interpretação: forte contribuição e elemento inovador pela convicção de uma lógica útil, prática, abstrata, mas não isolada ou vazia e sim interpretável e especialmente, aplicável. Nesta parte da obra, Boole, G. (1998) elucida e concretiza sua intenção de ampliação do campo de aplicação da lógica, iluminado na direção dos avanços da pura análise que já condiziam com esta necessidade de aplicação crescente;

xiv) Conversão das proposições lógicas: onde se prosseguem mais evidentemente as inovações e claramente se percebe a concretização de seu desejo de desenvolver um cálculo de proposições que modele matematicamente nosso pensamento. Percebe-se ainda que as leis de combinação se sobressaem em relação à interpretação dos símbolos, em decorrência da evidência do tratamento matemático;

xv) Silogismo: emergem neste trecho da obra as principais propriedades modernas concernentes aos intuitos referentes à lógica e a um sistema lógico útil e eficaz e se percebe os aspectos mais fortes inerentes a sua inovação. Há uma quebra de paradigmas em benefício da validação do seu sistema lógico, no entanto, não se caracteriza uma deturpação da lógica aristotélica e sim uma desmistificação da mesma ao sabor de sua reformulação. É no silogismo que se percebe a funcionalidade de um sistema lógico. Boole destaca os casos não abarcados antes e chama atenção para uma visão mais ampla de silogismo. Para ele a estrutura essencial de um silogismo (constituído por três elementos: duas premissas e uma conclusão) deve ser arbitrária e, por isso, opta por não permanecer inerte ao padrão aristotélico. Boole considera que este padrão limitava a lógica e foi convicto que o sistema vigorante deveria perpassar por expansões, mas não considerando que o proposto por ele fosse excludente ao já existente. Outro ponto relevante no capítulo referente ao silogismo é emergência da crença de Boole na possibilidade de impor condições de interpretação e na classificação matemática das proposições ao sabor da distinção de classes por critérios matemáticos, como a presença ou ausência de um termo médio entre as premissas. Propõe ainda um método geral de obtenção do terceiro elemento do silogismo, a equação da conclusão. Em suma, Boole consegue, nesta parte da obra, apresentar uma reformulação dos silogismos arquétipos;

xvi) Proposições hipotéticas: neste ponto, Boole mostra mais uma vez como a lógica clássica pode ser tratada algebricamente e por operações matemáticas. Introduz a analogia entre a dicotomia falsidade e verdade de uma proposição e a binária 0 e 1. Tal aspecto, como já relatamos, foi habilmente aproveitado pelos cientistas das novas gerações, especialmente, no tratamento da ciência da informação tão vital para a sociedade moderna;

xvii) Propriedades das funções eletivas: trata-se do trecho da obra que mais enfatiza o tratamento matemático e é embebido de toda a conceituação já posta. Por isso, há uma relevância ao principal axioma do sistema lógico proposto por Boole, a lei dos índices ($x^n = x$) que se faz presente, sobretudo no tratamento dos coeficientes das funções eletivas também chamados de módulos e onde também se utiliza a binária 0 e 1. Este é, sem dúvida, o principal instrumento para a garantia da funcionalidade das intenções de Boole concernentes à lógica, haja vista que permite que de toda função eletiva, que envolva apenas potências de seus símbolos eletivos, seja reduzida a uma de primeira ordem. Assim, Boole despe-se um pouco mais da interpretação (timidamente presente, como na terceira propriedade) em benefício de uma análise mais profunda da lógica, o que garante o cumprimento de mais um de seus propósitos, a elaboração de uma lógica útil, precisa, fácil e eficaz;

xviii) Solução de equações eletivas: aqui, Boole utiliza-se das funções eletivas para desenvolver um método de solução que possa ser aplicado como teorema geral e que possibilite não apenas resolver qualquer equação eletiva como também interpretá-la. Acrescenta ainda, uma relação entre as soluções de equações eletivas e as das equações diferenciais e, completa sua exposição, apresentando o referido método e sua funcionalidade a partir de exemplos. Assim, constrói um alicerce para o surgimento da lógica moderna a qual fundamentou o que hoje conhecemos como álgebra booleana.

Mesmo frente aos méritos aqui expostos mediante a apreciação dos objetivos de Boole à luz de seu sistema formal, vale ressaltar que ele próprio considera alguns aspectos que necessitariam de um melhoramento ou que deveriam, mas não foram abarcados ao longo deste livro. Para tanto, Boole destina o encerramento desta obra a um item intitulado *Postscript* (PS.), onde ele mesmo tece comentários norteadores de alterações futuras a seu feito. Tais colocações referem-se a:

i. Conexão entre lógica e linguagem: a qual Boole considera que não foi suficientemente explicitada. Ressalta que a linguagem é um instrumento da lógica;

ii. Considerações sobre causa: onde Boole acrescenta que considerando causa como um antecedente invariável em natureza, se associado ou não a idéia de poder, o conhecimento de sua existência é um conhecimento que é expressado corretamente pela palavra *that* (que ou o quê?) e não por *why* (por quê?), cuja dicotomia é discutida a partir das ideologias das duas autoridades da lógica, moderna e antiga, caracterizadas pelas figuras de William Hamilton e Aristóteles.

iii. Colocações a respeito das considerações feitas nesta obra a respeito da presença ou ausência de um termo médio entre as premissas: segundo Boole, o tratado posto nesta obra é notável, mas ele renuncia qualquer reivindicação de descoberta em decorrência de considerar a visão proposta pela doutrina de De Morgan prontamente mais eficaz.

iv. Mudança de opinião acerca do que foi escrito sobre a expressão de proposições em um silogismo: aqui, Boole considera que o sistema de equações dado em sua obra nas páginas 42 e 43 é preferível em relação ao já empregado pelos precedentes (como na lógica aristotélica), haja vista que se sobressai em generalidade e facilidade de interpretação. Assim, torna-se irrelevante, como ele próprio havia colocado nas páginas recém citadas, impor condições de interpretação de seus resultados para restringi-los ao cálculo aristotélico;

v. Apreciações concernentes a intenção de relacionar a teoria lógica posta com a teoria de probabilidades: neste sentido, Boole afirma que é possível partir da teoria de probabilidades e se chegar a um sistema de métodos e processos para o tratamento das proposições hipotéticas que seja semelhante aos que foram determinados. Isto porque, da relação entre a falsidade e verdade de uma proposição com a atribuição dos valores 0 e 1 aos símbolos eletivos, Boole enxerga uma quantificação da teoria posta (em virtude destas serem as únicas formas quantitativas de um símbolo eletivo) que também é concernente à teoria da probabilidade (que é puramente quantitativa). Por fim, considera a doutrina geral de símbolos eletivos e todas as aplicações características são bastante independentes de qualquer origem quantitativa.

No livro de Boyer (1996) encontramos que, embora, Bertrand Russell afirme que a matemática pura teria sido descoberta por Boole na obra *As leis do pensamento* (2º livro), este marco deveria ser atribuído ao primeiro livro, *A análise matemática da lógica,* em virtude de muitas das mesmas idéias (fundamentais) do segundo já terem sido apresentadas neste. Esta obra, na opinião do referido autor, contém muito sobre a álgebra de conjuntos e provocou uma seqüência de estudos axiomáticos que conduziram a um completo conjunto de postulados para a álgebra da lógica (posteriormente trabalhados por W. S. Jevons, C. S. Pierce e E. Schöder).

Macfarlane (1916) diz que o mérito deste trabalho de Boole recai no uso do poder imenso da notação da álgebra ordinária como uma linguagem exata. Seguindo este mesmo raciocínio, Nagel (1935) menciona que Boole desenvolveu uma formulação matemática da lógica tradicional.

De acordo com Moore (1980), o primeiro livro de Boole marcou era, pois ao formalizar a lógica conseguiu libertar os pensadores do silogismo arquétipo de Aristóteles. Tal cálculo foi baseado na álgebra convencional a qual foi sutilmente modificada para o uso na lógica. Neste sentido, Bell (1953) também menciona que Boole reduziu a lógica para um tipo de álgebra extremamente fácil através de uma espécie de algoritmo simples para o raciocínio silogístico.

Outro julgamento relevante, que se refere ao cerne do trabalho de Boole, é o de Laita (1980) o qual afirma que este cálculo da lógica é possível por causa da habilidade humana de conceber a idéia de classe e de nomeá-la. Desta forma, lógica e linguagem são intimamente conectadas.

Diante a argumentação recém exposta torna-se latente a visão de que Boole divagou nesta obra sobre conceitos e concepções que confluíam para a adoção de um formalismo para a lógica, análogo ao da matemática e baseado na manipulação de símbolos interpretáveis de diversas formas. Para tanto, embora respeitasse, Boole não se embebeu na lógica tradicional e se livrou de erros como os cometidos por seus predecessores como Leibniz. Avultou um sistema de leis com um número indefinido de interpretações e calcado em inovações como a utilização da binária 0 e 1, o símbolo *v* (embora um tanto problemático) para classe indefinida e a lei dos índices ($x^n = x$).

Kneale, W. e Kneale, M. (1980) admitem que Boole, ao construir um cálculo de classes, não descobriu apenas a matemática pura, como afirma Russell, mas uma nova visão de ciência.

Frente à retórica exposta vemos que os objetivos, externados por Boole ao longo de sua primeira obra, concretizaram-se em sua maioria, mas observamos também que há alguns pontos que ainda não foram abarcados na mesma. O próprio Boole encerra o referido livro com o *Postscript* e nele ressalta sua particular apreciação acerca de melhoramentos. Provavelmente e naturalmente, era de se esperar que pretensões tão fortes, a respeito da lógica e das ciências em geral, não fossem compiladas por completo em um livro produzido em apenas algumas semanas, como afirma Smith, G. (1983), o qual também julga que Boole teria se precipitado ao publicar a primeira obra. Desta forma, torna-se fácil entender o porque de Boole, desde o encerramento desta produção, ter sentido a necessidade de uma reformulação e expansão da mesma. Assim ocorreu até que surgisse seu segundo livro intitulado *An Investigation of the Laws of Thought* (1854).

CUME
Não há pedras verticais nem paralelas.
Nas entranhas do tato vive a escalada.
(CRUZ, 2000, p. 55)

CONTINUIDADE
Há sempre restos de tuas sobras
mesmo depois de colocada a pedra em cima.
(CRUZ, 2000, p. 107)

5.1 - CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

O conhecimento matemático em sua essência alude considerações históricas em virtude de sua própria natureza. Sabe-se que a sociedade está em constante transformação e estas mudanças implicam novos anseios às pessoas. Destes anseios emergem a produção do conhecimento, em especial, do saber matemático historicamente acumulado e elaborado. Assim, é imprescindível abordar reflexões históricas quando se fala de matemática da mesma forma que de seu ensino.

Sobre a história, o professor Mendes (2001, p. 17) menciona que:

> Não se pode, contudo, perder a certeza de que somos hoje o resultado das revoluções mentais, sociais, físicas e climáticas do ontem. O ontem é ocorrido, às vezes, documentado, ou mesmo transmitido oralmente e que assim se transforma em história.

Neste sentido Vianna (2001, p. 223) relata que "o passado nos conduz de modo causal ao presente e as coisas estão hoje do modo como estão porque tinha que ser assim!". Em seguida ele diz que "a História da Matemática e a Educação Matemática podem ser muitas. [...] estão elas próprias imersas em uma historicidade" e, ainda acrescenta que "a história não apenas nos remete ao passado, mas nos coloca em perspectiva de futuro" (VIANNA, 2001, p. 227).

No entanto, este pensamento ainda não é compartilhado por uma considerável parcela de pessoas, sobretudo, envolvidas com a matemática, seu ensino e pesquisa. No livro *Ensaios sobre Educação Matemática,* o professor Fossa (2001, p. 59) menciona que "poucos têm o tempo, ou mesmo a índole, de mergulhar nas profundas águas geladas do passado a fim de trazer à tona um pedacinho do tesouro ali submerso". Frente a esta constatação temos que, apesar da existência de diversos estudos na área, as investigações históricas concernentes à matemática não estão esgotadas, ao contrário, estão a mercê daqueles que se aventurarem a garimpar sua mina de informações e conhecimento.

Diante de tais considerações e posta a importância do livro *The Mathematical Analysis of Logic* aliado à proeminência da figura de George Boole para a história, percebemos a relevância de um estudo como o proposto neste trabalho de dissertação. Acreditamos que o rol de investigações abordadas aqui seja de grande valor para aqueles interessados não apenas em lógica matemática ou história da matemática (concomitantes a matemática e a educação matemática) que foram nossos alvos centrais de pesquisa, como também na epistemologia da ciência em geral.

É nesta perspectiva que apontamos em seguida os resultados de nosso estudo à luz dos objetivos explicitados na introdução.

5.2 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Primeiramente, ao constatar na literatura a existência de avaliações incompatíveis ao feito de George Boole, decidimos fazer uma reavaliação de seu pensamento lógico frente aos acontecimentos históricos de sua época.

Iluminados por este objetivo geral decidimos estudar a fundo a personalidade de

George Boole, haja vista que, como já relatamos, sua própria esposa Mary Boole admitiu que as idéias lógicas de Boole são inspiradas em suas convicções intelectuais, religiosas e pessoais, ou seja, são oriundas de sua experiência enquanto autodidata e de sua forma de encarar a vida (LAITA, 1980).

Em nosso estudo constatamos que as alusões de Mary às origens das descobertas de Boole confirmam-se, em virtude de que, ao longo de sua vida, Boole foi despertado pela beleza da ciência e foi constantemente envolvido por um caráter investigador. Averiguamos ainda que este anseio de saber seria um mecanismo de ascensão social encontrado por Boole para transgredir as barreiras impostas pelos estreitos limites de sua condição social, mas vale salientar que, além disso, ele foi inspirado por seu encantamento com a ciência e a verdade, baseado no progresso científico do século XIX, e ainda por sua concepção religiosa.

Percebemos ao longo de nosso estudo que todos estes desejos não sobrelevam os princípios de Boole os quais também incorporam as questões sociais, já que Boole se preocupou com o bem estar do próximo, provavelmente inspirado pelos ensinamentos de seus pais e pela crença na justiça e caridade cristã, mas vale esclarecer que ele não levantava bandeiras, nem visava grandes mudanças nas instituições sociais.

Boole ainda apresenta uma característica peculiar em sua personalidade, o envolvimento com atividades literárias que, ao ser investigado, revelou a sua visão de amante da ciência, primeiramente, enquanto arte. Mostrou especialmente a possibilidade de conexão da matemática com este ramo literário (estudo de clássicos e produção de poemas) os quais não deveriam ser dissociados, segundo sua convicção.

O cientista enquanto ser pensante é, sobretudo, um amante do saber indiscriminado e desta forma, não se deleita apenas em sua especialidade, mas contempla outras áreas que por natureza estão ligadas, sendo nesta comunhão que se encontra a riqueza do saber. Boole pode ser assim qualificado.

Compreendendo sua personalidade, sua maturidade intelectual e todo seu complexo, partirmos para um estudo da matemática de Boole e sua época. Assim como os aspectos da personalidade, esta investigação nos alicerçou para o alcance de nosso objetivo, isto é, nos embasou a fazer a reavaliação do pensamento lógico de Boole, pois cremos que a compreensão da sua produção matemática e da elaborada por outros em sua época serviu de aporte para entendermos o que Boole queria sustentar com sua lógica. Deste modo, percebemos que a maneira como ele compreendeu a matemática esteve intimamente ligada com sua postura enquanto pesquisador e professor, pois ele mesmo foi ciente de que uma visão mais ampla de matemática era necessária para o êxito de seus propósitos concernentes à lógica.

Recordamos então, as considerações de MacHale (1985), já explicitadas, a respeito do surgimento de grandes descobertas. Na concepção do autor há duas teorias a serem levadas em consideração quando se fala da emergência de grandes descobertas. São elas: *Spirit of the Age* e *Great Man*. A primeira delas refere-se a um momento histórico que estava maduro para uma invenção particular ou descoberta de qualquer cientista ou matemático que viveu durante este período. Já a segunda sustenta que descobertas e invenções são devidas simplesmente a gênios particulares.

Para MacHale (1985), as grandes descobertas ocorrem na verdade quando estas duas teorias se encontram, isto é, quando um homem gênio é envolvido por um espírito de época. Este foi então o caso de George Boole que trabalhou imerso nos anos dourados da matemática e conseguiu fornecer à sociedade primorosos resultados, sobretudo, referente à lógica matemática. Diante de tais considerações, apontamos mais um subterfúgio para nossa investigação da matemática de Boole e de sua época.

Nesta pesquisa constatamos que o século XIX foi um período de extrema relevância não só para a matemática como também para a humanidade. O referido centenário foi marcado por diversas mudanças, muitas delas oriundas da revolução industrial. Sabe-se, pois, que o desenvolvimento oriundo da industrialização foi além da revolução dos transportes, do progresso significante da comunicação e da urbanização crescente da sociedade, porque trouxe também novas formas de encarar a própria ciência a partir da nova visão sobre a vida.

Para falarmos das contribuições desta época para a construção e o avanço da matemática, bem como, para o ensino da matemática, levamos em consideração que muitos dos princípios e conceitos em curso atualmente foram oriundos deste tempo e dos personagens que nele viveram. O mérito maior esteve não somente nos feitos, mas, sobretudo, na mudança de postura diante da vida. Quando tratamos, particularmente, da matemática estas considerações tornam-se ainda mais intensas, pois a produção advinda desta época superou tanto em quantidade quanto em qualidade os séculos anteriores, e por este motivo, o século XIX é considerado a idade áurea da matemática.

Como resultado de nosso estudo constatamos ainda que este fato se deveu a alguns aspectos que marcaram fortemente a produção matemática como: o aparecimento de novas classes sociais com uma nova visão sobre a vida, interessados em ciência e educação técnica; o estabelecimento de escolas científicas e academias (que contribuíram para a especialização da matemática); o surgimento de jornais e periódicos; a difusão da produção matemática a partir da redistribuição geográfica (marcada especialmente pelo fato da França, que era considerada o centro da produção matemática, ir perdendo seu posto para outros países como a Inglaterra e a Alemanha) e; por fim, a especialização da matemática[21].

Vale ressaltar ainda que a alteração mais radical ocorrida foi com a própria definição do que é a matemática. Esta por sua vez, começou a ser admitida num sentido mais amplo e a ser vista como aquela que prioriza o raciocínio lógico, não se prendendo unicamente a operações numéricas. No entanto, como toda inovação, esta não foi imediatamente aceita e, portanto, exigiu um tempo para ser *digerida*.

Ao investigarmos a produção matemática de George Boole constatamos que ele se mostrou aberto a esta novidade e foi ciente de que esta visão mais ampla de matemática era necessária para o desenvolvimento de suas idéias. Assim, Boole foi um adepto a esta intenção de definir matemática num sentido mais aberto e a adotou tanto no âmbito escolar quanto em suas pesquisas.

Dentre os vários ramos investigados por Boole destacamos neste estudo suas produções matemáticas de mais relevância. Estas, por sua vez, se referem à lógica matemática, o cálculo, as equações diferenciais, a teoria de invariantes e a probabilidade.

Ao primeiro deles Boole deixou duas obras, os livros *The Mathematical Analysis of Logic* e *An Investigation of the Laws of Thought,* cujo conteúdo também abarca a probabilidade. No ramo do cálculo e equações diferenciais podemos destacar as obras *A Treatise on Differential Equations* e *A Treatise on the Calculus of Finite Differences*, além de diversos artigos, muitos dos quais foram premiados. Já a teoria de invariantes não foi contemplada como um livro como as citadas anteriormente, mas merece relevo em virtude de ter a paternidade atribuída a Boole por meio dos artigos por ele produzidos neste ramo.

Frente às investigações postas até então estamos aptos a compreender seu silogismo. Dessa forma, partimos para uma análise do que Boole queria sustentar em seu sistema

[21] Mais detalhes ver Fossa e Sousa (2004b); Fossa e Sousa (2005b).

lógico e fizemos apreciações no tocante a uma análise textual da obra *The Mathematical Analysis of Logic*, publicada em 1847.

Averiguamos em nossa pesquisa que, o objetivo maior de Boole, na elaboração do livro que nos propusemos a investigar, era elaborar um cálculo de proposições lógicas que modelasse matematicamente nosso pensamento e unisse intimamente, desta forma, lógica e matemática. O que se justifica pelo fato de que, como relatado anteriormente, Boole concebeu que a matemática por ele trabalhada é a matemática do intelecto humano e, portanto, cujo cálculo é uma característica inerente à constituição de nossa mente.

Frente a este objetivo geral, detectamos que Boole quis sustentar seu sistema lógico na modelagem do raciocínio dedutivo por meio de um cálculo puramente matemático. Tal pensamento se fundamenta na sua concepção de matemática e se justifica pelo fato de que Boole propôs um cálculo por ele mesmo chamado de *Cálculo de Raciocínio Dedutivo*. De fato, constatamos que Boole atribuiu a legitimidade deste cálculo ao fato deste ser mais geral do que o comumente empregado já que, na sua concepção, une aritmética (o tratamento numérico) e o raciocínio.

Em nossa avaliação textual do referido livro constatamos que todos os referidos desígnios foram atingidos por Boole, entretanto, concluímos que os mesmos merecem alguns esclarecimentos, pois nem sempre se apresentam com clareza na obra e em decorrência desta o*missão* existem avaliações incompatíveis ao feito de Boole.

Assim, em nossa reavaliação do pensamento lógico de Boole tecemos alguns comentários esclarecedores a consistência de seu sistema a fim de apontar elucidações a estas incompatibilidades.

Um outro conflito diz respeito ao seguinte questionamento: Teria Boole libertado a lógica do psicologismo como atualmente se atribui a ele? Vale salientar que este é um resultado que não foi enfocado na época de Boole. A fim de esclarecermos esta dúvida buscamos estudar o que é psicologismo e nos deparamos com artigos que apresentam este conceito aliado a considerações sobre Boole. Um deles aponta que Boole não deve ser visto como um psicologista, ao passo que o outro, assinala a possibilidade de que a intenção de tirar o psicologismo da lógica por parte de Boole não teria sido intencional ou até mesmo que ele era um psicologista e, portanto, que ele não teria libertado a lógica do psicologismo. Assim, emergem avaliações incompatíveis com o feito de George Boole. De fato, enquanto outros afirmam que Boole teria tirado o psicologismo da lógica, Kneale, W.; Kneale, M.(1980) questionam, em seu livro *O desenvolvimento da lógica moderna,* se este feito seria advindo de George Boole.

Como resultado destas investigações encontramos que psicologismo consiste em uma tendência a fazer prevalecer o ponto de vista psicológico sobre o de outra ciência, num assunto de domínio comum, bem como, seria uma doutrina que considera todos os nossos conhecimentos como meros fatos psicológicos. Mas, constatamos também que é possível associar um sistema lógico ao processo de raciocinar sem estar preso à psicologia, ou seja, sem fazer prevalecer o ponto de vista psicológico sobre o da lógica e, portanto, estando liberto do psicologismo. Destacamos a visão de Richards (1980) que considera Boole como um lógico psicologista, mas não um psicologista lógico por rejeitar o discurso epistemológico e metodológico do psicologismo. Deste modo, Richards (1980) admite que a lógica pode apoiar-se na psicologia, mas não vê esta como um o ramo mais fundamental da ciência.

No entanto, um estudo mais recente sobre a relação de Boole e o psicologismo aponta no sentido oposto ao que foi apresentado até aqui. Trata-se, pois, do artigo intitulado *Psychologism in logic: some similarities between Boole and Frege* de autoria de Nicla

Vassallo (2000). Neste trabalho Vassallo (2000) desafia a visão de que Boole é um psicologista e Frege um anti-psicologista. Assim, sua proposta recai sob a concepção de que se Boole pode ser visto como um psicologista, Frege também deve ser em virtude da existência de similaridades entre ambos. O aporte para suas colocações está fundamentalmente na maneira como ele descreve o psicologismo a qual se contrapõe às formas postas até aqui.

Mas, então, parece que chegamos a um paradoxo, isto é, Boole seria e não seria um defensor do psicologismo. Contudo, este conflito não nos impede de avançar em nossa análise do feito de George Boole no campo da lógica, ao contrário, permite-nos tirar ricas conclusões. Neste sentido, averiguamos primeiramente que o psicologismo tem seu conceito definido não de maneira axiomática, ou seja, não podemos apontar de maneira uniforme e única seu significado. Parece-nos que é algo maleável e que depende do ponto de vista para ser apreciado. Desta forma, julgar o trabalho de alguém pelo fato deste ser ou ter sido psicologista seria de nossa parte ingênuo. Nesta ótica, defendemos que o mérito de Boole com seu sistema lógico não recai sob esta questão, mas sim sob os avanços que seu trabalho proporcionou para a lógica e a humanidade.

Acreditamos, pois, que o mais importante a destacar e que ainda não foi notado é que em seu sistema lógico Boole está fazendo um modelo matemático do raciocínio correto, ou seja, ele quis um sistema formal constituído só de cálculos matemáticos e nele o conteúdo psicológico não entra, é apenas formalismo. Boole olha como a matemática funciona para ver as leis do pensamento correto que é modelado matematicamente, isto é, ele pensa que as leis do pensamento de fato existem na mente e mostra sua relação com a matemática por meio de uma função eletiva que fundamenta todos os axiomas vigentes em seu sistema lógico e revelam como a mente funciona. Daí a proeminência de seu trabalho, colocar a lógica sob o domínio da matemática.

Assim, ao analisarmos o sistema lógico desenvolvido por Boole percebemos que ele, embora, tenha pretendido estudar as leis do pensamento, não se prendeu a questões psicológicas e buscou matematizar a lógica a partir de um cálculo formal.

Neste sentido, detectamos que Boole mostra em seu trabalho o que é modelação matemática do pensamento a partir de suas considerações sobre os símbolos envolvidos, sobre as leis de formação e, especialmente, na forma como ele apresenta e define as operações possíveis. De fato, percebemos que a função mental de eleição é tão forte para ele que Boole a usa nas operações matemáticas envolvidas em seu sistema fazendo com que o conceito de operação seja fundamentado no raciocínio e sua matemática seja desenvolvida de forma paralela. Assim, comprova que o que ele faz é exatamente o que diz fazer: as leis do pensamento.

Verificamos que o sistema almejado por Boole respeitava a lógica aristotélica, mas foi elaborado de forma a se permitir ir além e acrescentar novas idéias, sendo encarado como um aprofundamento do sistema vigente. Em seu trabalho, Boole mostra como a lógica clássica pode ser tratada a partir da terminologia algébrica e por operações numéricas.

No que concerne ao cálculo puramente formal, verificamos pela exposição do formalismo e explicitação dos objetivos de Boole que este deveria ser feito sem recorrer dentro dele à interpretação dos símbolos deixando-a somente para o final, quando todas as operações matemáticas tivessem sido realizadas. Atualmente é o que se faz quando se tenta modelar situações problemas. No entanto, ao trabalhar com o símbolo v surge um conflito, já que percebemos que este deve ser manipulado com o sentido de representar a existência de algum elemento (uma espécie de interpretação aliada à operação).

À parte de sua importância para o sistema proposto por Boole vemos que o símbolo v é benéfico por um lado e maléfico por outro, em virtude de fazer com que o cálculo proposto por Boole deixe de ser, de certa forma um cálculo puramente formal. Neste sentido, este símbolo tem sido alvo de críticas a obra de Boole.

Em virtude de clarificarmos este aspecto resolvemos destacar em nosso estudo algumas demonstrações matemáticas que foram omitidas no livro de Boole. Acreditamos, pois que de posse delas os conflitos oriundos do cálculo matemático da lógica proposto por Boole seja melhor entendido e assim, aliado as demais considerações aqui expostas, as incompatibilidades referentes ao julgamento do feito de Boole sejam sanadas.

No silogismo presente no referido livro percebemos mais uma vez a ampliação do tradicionalmente válido, principalmente, no que concerne à conversão de proposições a partir da apresentação de novas regras chamadas por Boole de leis independentes de interpretação e conversão de proposições. Boole mostra ainda habilidade no tratamento da conversão negativa e o uso do termo não-X sem mudar o tipo da proposição. Sugerimos neste caso, ver não-X como $\overline{\mathrm{X}}$.

No tratamento das conversões percebemos também que Boole interpreta de várias formas não só o seu formalismo, mas, além disso, suas fórmulas são vistas de maneira diferente dentro do próprio formalismo. Desta forma, notamos a habilidade de Boole ao mudar a propriedade de investigação. Por exemplo, ora toma y como propriedade, ora $(1-y)$ de maneira tão competente que nem usa $\overline{y}$, já vê $(1-y)$ como variável.

Em nossa análise observamos o formalismo de Boole sob os *diagramas de Venn* e usamos isto para comparar as figuras válidas no sistema tradicional, no proposto por Boole e segundo a matemática moderna.

Nossa investigação ainda apontou considerações sobre a ausência da lei do cancelamento no sistema de Boole. Esta desperta certa ambigüidade do ponto de vista da relação com as leis da aritmética, pois apesar de Boole querer um sistema algébrico dos números comuns ele não tem todas as leis e, desta forma, não faz valer o mesmo que na aritmética. Entretanto, esta ausência é necessária já que se fosse admitida, a lei do cancelamento geraria erros e justifica-se pela restrição (da página 159) de interpretação assumida por Boole, não tirando a força do resultado por ele obtido.

Com referência ao livro analisado em nosso estudo, vale salientar ainda que, observamos a existência de uma antecipação a um resultado advindo apenas no século XX a partir de uma analogia do cálculo de coeficientes (*modulus)* do sistema de Boole com as *tabelas de verdade* de Frege. Daí mais um mérito atribuído ao trabalho de Boole.

Para Kneale, W. e Kneale, M. (1980) a maior novidade oriunda desta obra recai sobre a teoria das funções eletivas e seu desenvolvimento que tem um aspecto mais matemático e são usados, sobretudo, nas soluções de equações eletivas.

Por ser um livro pequeno, de poucas páginas alguns detalhes foram excluídos e por isso, desde sua concepção o próprio Boole externou o desejo de expandi-lo. Tal fato se concretizou mais ainda pela colocação de um *post-script* (P. S.) no encerramento da obra. Muitas das considerações nele contidas culminaram na elaboração de um segundo livro intitulado *An Investigation of the Laws of the Thought* que, por sua vez, consistiu numa reformulação e expansão do primeiro.

Alimentando-nos da exposição posta sobre a personalidade de Boole e a caracterização de sua época com relação aos acontecimentos sociais, políticos, da produção do conhecimento (especialmente o matemático) e sua transmissão, advogamos em nosso estudo uma postura de vanguarda de George Boole frente ao ensino.

Nosso ponto de vista apóia-se na visão que Boole teve sobre a matemática e na preocupação de torná-la acessível por meio de sua humanização. Para tanto, deve ser encarada como aquela que prioriza o raciocínio lógico e não se prende apenas a operações numéricas. Desta forma, é vista por ele como uma forma de pensar necessária para a formação de pessoas conscientes e críticas. Julgamos então que Boole não deve ser visto apenas como um matemático que se aventurou no ensino, mas um educador matemático.

Entre seus contemporâneos, entretanto, prevalecia a idéia de educação calcada em concepções que priorizam a técnica em virtude dos próprios acontecimentos sociais, como a expoente industrialização. Os professores imprimiam aos alunos numerosos exercícios práticos contidos nas lições dos livros textos. No entanto, esta aplicabilidade não se dava de maneira a fazer o aluno enxergar a matemática viva em seu dia-a-dia e sim, de maneira mecânica e repetitiva. Neste cenário, a matemática dispõe-se a serviço do processo de produção capitalista e passa a ser uma ferramenta para manutenção de estruturas sociais discriminatórias já que impede a consciência crítica.

Boole, por sua vez, acreditou que a prática deveria tornar o conhecimento próximo e não distante da realidade do aluno. Desta forma, usou sua experiência de instrução e relevância à prática para estimular seus alunos a se interessar em ciência, como por exemplo, o uso de uma câmera escura por ele construída, em suas aulas. Não creditava mérito à repetição ou à imitação monótona de conceitos, pois achava ser desinteressante aos alunos. Assim, seus alunos eram orientados a não memorizar nada antes de compreender.

Assumiu uma postura de professor-pesquisador e viu a prática como aliada à aprendizagem, contudo não por meio de repetições exacerbadas, como predominava entre seus contemporâneos, mas sim através de ligações com o cotidiano.

Por considerar em sua própria educação o balanceamento entre o estudo de ciência, matemática, línguas, literatura, clássicos e suas relações, Boole aconselhou seus alunos a dedicar um tempo para estes estudos.

Durante a realização de nossa pesquisa, vimos que Boole se preocupou com aprendizado do aluno e com as condições para a promoção do saber, sobretudo, a partir da elaboração de livros textos como os referentes às equações diferenciais. Tais produções foram fruto de sua docência no Queen´s College para a qual Boole também concedeu considerações aos cursos de bacharéis e pós-graduação.

Finalmente, em nossa avaliação do pensamento pedagógico de Boole encontramos pressupostos atuais os quais admitem que a matemática é uma produção humana, uma vez que o conhecimento matemático resulta do intercâmbio reflexivo do indivíduo com o meio. Assim, constatamos o ensino da matemática feito de forma a propiciar a formação de valores humanísticos, tornando-se eficiente no processo de tomada de consciência, devendo ir além do espaço acadêmico (escolar) e contribuir para a construção epistemológica do conhecimento e sua articulação na formação de cidadãos.

Frente à exposição posta neste capítulo compreendemos que Boole foi tanto matemático quanto educador matemático deixando importantes contribuições a estes ramos, sobretudo ao primeiro.

Constatamos falhas em seu silogismo. No entanto, vale salientar que elas não sobrelevam o mérito de trabalho lógico de Boole reconhecidamente importante e marcante na história da ciência já que representou importante passo no desenvolvimento da eletrônica, computação e outras aplicações que envolvem pesquisa operacional, bem como sua presença marcante nos estudos de automação. Visto isto, compreendemos que nosso trabalho abre possibilidade de investigações futuras, pois sentimos a necessidade de realizar um estudo referente à origem da lógica moderna. Acreditamos que a clarividência do surgimento deste ramo influirá na maneira de ensiná-lo e servirá como compreensão não só desta disciplina como também de todas as outras nela fundamentadas. Neste sentido almejamos fazer uma comparação das idéias lógicas de Boole com as de outros contemporâneos inovadores os quais também se aventuraram no estudo da lógica. Um deles, por exemplo, é o inovador matemático Augustus de Morgan, ao qual nos referimos pontualmente durante nosso estudo.

Nossa opção pelo destaque deste personagem é devida ao fato dele ter sido amigo de Boole, ter se correspondido com ele e, principalmente, pelo fato de De Morgan ter publicado um livro sobre lógica, intitulado *Formal Logic*, na mesma época que o livro de Boole chamado *The Mathematical Analysis of Logic,* cuja análise apresentamos neste estudo. Em pesquisas preliminares constatamos que os dois livros tinham propósitos pedagógicos e eram para serem livros textos, assim, pretendemos ainda investigar a pedagogia contida nos dois.

Encerramos nossa exposição com as palavras da professora Lígia Arantes Sad (2001, p. 259) que diz “assim seguimos em meio aos ricos veios indicados, mas sempre buscando algum novo filão, novos amálgamas que possam enriquecer ainda mais a ciência a serviço do homem”. Perante nossa contribuição, seguimos para novos horizontes, instigados pela necessidade de promoção do saber a partir de investigações posteriores e desafiamos aqueles que procurem buscar o pedacinho de tesouro mencionado nas palavras professor Fossa, no início deste capítulo.

REFERÊNCIAS:

A HISTÓRIA da informática. Disponível em: <www.niconti.com.br/curioso/histinfim.html>. Acesso em: 20 mar. 2003.

ALBUQUERQUE, Alexandre Magnus Abrantes de. **20 poetas novos.** Natal: Fundação José Augusto, 2003.

ÁLGEBRA. Disponível em: <http://www.hpg.ig.com.br/historia/algebra.htm>. Acesso em: 22 ago. 2005.

ANJOS, Marta F. dos; COSTA, Janaína A.; FOSSA. John A. **Boole e as leis do pensamento**. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA*,* 4., 2001, Rio Claro. **Anais ...**: SBHMat, 2001. p. 319-324.

BELL, E.T. **Men of mathematics**. London: Penguin Books, 1953, v. 2.

BOLL, Marcel; REINHART, Jacques. **A história da lógica.** Lisboa: Edições 70.1992.

BOOLE, George. **The mathematical analysis of logic.** Toronto: Thoemmes Press, 1998.

BOOLE, George. **The calculus of logic.** Cambridge and Dublin Mathematical Journal, v. 3, n. 1848, p. 138 – 198. Disponível em: <www.maths.tcd.ie/pub/HistMath/People/Boole/CalcLogic/CalcLogic.html>. Acesso em: 10 fev. 2003.

BOOLE, Mary Everest. **Home side of scientific mind.** London: The C. W. Daniel Company, 1931.

BOYER, Carl B.. **História da matemática.** Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blücher ltda., 1974.

______. **História da matemática.** 2.ed. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blücher ltda, 1996.

BRANDÃO, André Luis. **Grandes matemáticos/** Biografias: Boole. Disponível em :

<www.clinicadematematica.com.br/ Boole.html>. Acesso em: 22 mar. 2003.

BRUNER, Melanie et al.. **The eletronic Grosseteste**. Disponível em: <www.grosseteste.com/index2.html>. Acesso em: 20 nov. 2003.

BURNS, Edward McNall. **História da civilização ocidental.** Tradução: Lourival Gomes Machado, Lourdes Santos Machado e Leonel Vallandro. Porto Alegre: Editora Globo, 1979, v. 2.

CATHOLIC emancipation. Disponível em: <http://reference.allrefer.com/encyclopedia/C/CatholicEm.html>. Acesso em: 25 abr. 2004.

CONNOR, J.J.; ROBERTSON, E. F. **Robert Grossetest**. Disponível em: <www-gaps.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Grosseteste.html>. Acesso em: 19 nov. 2003.

COPI, Irving M. **Introdução à lógica.** Tradução: Álvaro Cabral. 2.ed. São Paulo: Mestre Jou, 1978.

COSTA, Newton C. A. da **Introdução aos fundamentos da matemática.** 3. ed. São Paulo: Hucitec, 1992.

CHAUVINEAU, Jean. **A lógica moderna.** 6.ed. Tradução: André Infante. França: Press Universitaires de France. Publicações Europa-América, Ltda, 1974.

CROUZET, Maurice. **História geral das civilizações:** O séc. XVII: O último século do Antigo Regime**.** Tradução: Vitor Ramos, Roland Moousnier, Ernest Labrousse e Marc Bouloiseau. Rio de Janeiro –RJ: Editora Bertrand Brasil S. A, 1995, v. 11.

______. **História geral das civilizações:** O séc. XIX: O apogeu da civilização Européia. Tradução: J. Guinsburg. Rio de Janeiro – RJ: Bertrand Brasil S. A., 1996, v. 13.

CRUZ, Denize. **Fio da pele.** Rio de Janeiro: 7 Letras, 2000.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática.** São Paulo: Summus editorial, 1986.

EDWALD, William (Ed.). **From Kant to Hilbert:** a source book in the foundations of mathematics. Oxford: Clarendon Press, 1996.

ESTUDO legal.com. Disponível em: <http://estudolegal.com.br/associação.htm>. Acesso em: 16 set. 2005.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Novo Aurélio:** dicionário de língua portuguesa**.** São Paulo: Editora Nova Fronteira. 1990.

FONTES, Carlos. **Navegando na filosofia.** Disponível em: <http://afilosofia.no.sapo.pt/12Kant.htm>. Acesso em: 22 agost. 2005.

FOSSA, John Andrew. **Ensaios sobre a educação matemática.** Belém: EDUEPA, 2001.

______. **Dois momentos notáveis na vida da matemática:** o nascimento e a maioridade. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004. Recife. **Anais...,** Recife: UFPE, 2004.

FOSSA, John Andrew; SOUSA, Giselle Costa de. **As vidas paralelas de George Boole.** In: COLÓQUIO DE HISTÓRIA E TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA, 2., 2004a. Rio de Janeiro. **Anais ...,** Rio de Janeiro: IME - UERJ, 2004a. p. 75 - 78.

______. **A idade de ouro da matemática e a era booleana.** In: SEMINÁRIO PESQUISA DO CCSA, 10, 2004b, Natal. **Anais ...,** Natal: EDUFRN, 2004b, p.1 - 4.

______. **George Boole e a história local.** In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 6, 2005a, Brasília. **Anais ...,** Brasília: UnB, 2005a.

______. **O triângulo dos algebristas e a idade áurea da matemática.** In: ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORTE-NORDESTE, 7, 2005b, Belém. **Anais ...,** Belém: EDUFPa, 2005b, p. 131.

______ . **George Boole e o psicologismo.** Natal, 2005c. (mimeo).

FRANÇOIS, Viète. Disponível em: <http://www.col-camus-soufflenheim.ac-strasbourg.fr/Page.php?|DP=296&|DD=0>. Acesso em: 22 agost. 2005.

HISTORICAL Background, 2003. Disponível em: <www.ucc.ie/generalinfo/histiryofucc2.htm>. Acesso em: 19 dez. 2003.

HISTORICAL [sic.] of Ireland, 2003. Disponível em: <www.irelandstory.com/past/index.htm>. Acesso em: 12 nov. 2003.

HISTORY of Queen´s, 2003. Disponível em: <www.university/wegpages/history.htm>. Acesso em: 19 dez. 2003.

KNEALE, William; KNEALE, Martha. **O desenvolvimento da lógica**. Tradução: Manuel Lourenço. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1980.

LAITA, Luis M. Boolean algebra and its extra-logical sources: the testimony of Mary Everest Boole. **History and philosophy of logic,** London and Philadelphia: Abacus Press, 1980, v. 1.

LAMBERT, Tim. **A brief history of Lincoln.** Disponível em: <www.geocities.com/localhistories/Lincoln.html>. Acesso em: 16 nov. 2003.

LIBRARY University College Cork**.** Disponível em: <http://booleweb.ucc.ie/info/PhotoTour/Photo_Tour.htm>. Acesso em: 06 out. 2004a.

______. Disponível em: <http://booleweb.ucc.ie/info/PhotoTour/Photo_Tour2.htm>. Acesso em: 06 out. 2004b.

______. Disponível em:
< http://booleweb.ucc.ie/info/PhotoTour/Photo_Tour4.htm >. Acesso em: 06 out. 2004c.

LITERATURA Inglesa, 2003. Disponível em: <www.falalingua.hpg.ig.com.br/index98_litinglesa.htm>. Acesso em: 27 jan. 2004.

LUFT, Celso Pedro. **Minidicionário Luft.** 20. ed. São Paulo: Editora Ática, 2001.

MACFARLANE, Alexander. **Lectures on ten British mathematicians of the nineteenth century**, London: Chapman and Hall Limeted, 1916.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e realidade.** São Paulo: Cortez, 1987.

MACHALE, Desmond. **George Boole:** his life and work. Dublin: The George Boole Press, 1985.

MENDES, Iran Abreu. **O uso da história no ensino da matemática:** reflexões teóricas e experiências. Belém: EDUEPA, 2001.

MIGUEL, Antonio. **Três estudos sobre história e educação matemática.** 1993. 274f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de pós-graduação em educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1993.

MOORE, Gregory H. A house divided against itself: the emergence of first-order logic as the basic for mathematics. **History and philosophy of logic,** London and Philadelphia, v. 1, p. 95 – 135, 1980.

NAGEL, Ernest. **Studies in the history of ideas:** impossible numbers: a chapter in the history of modern logic. Columbia University Press, 1935, v. 3.

NEW SURVEY of universal knowledge. **Encyclopaedia Britannica.** Chicago: William Benton, 1962a, v. 8.

______. Chicago: William Benton, 1962b, v. 12.

______. Chicago: William Benton, 1962c, v. 22.

NÓBREGA FILHO, Raimundo G.. **Boole:** Investigação das Leis do Pensamento. Caderno de textos da disciplina Introdução ao Computador: A Evolução do Computador. Disponível em: <www.di.ufpb.br/raimundo/Revolução/doscomputadores/Histpages.html >. Acesso em: 22 mar. 2003.

PICTURES of England.com. Disponível em : <www.picturesofengland.com/mapofengland/counties-map.html>. Acesso em: 01 dez. 2003.

PREIS, Robert. **Procurando um caminho.** Niterói: Gráfica Falcão LTDA., 2000.

RICHARDS, John. Grattan-Guiness (Ed.) Boole and Mill: Differing perspectives on logical psychologism. **History and philosophy,** London and Philadelphia: Abacus Press, v. 1, p. 19-36, 1980.

RUSSELL, Bertrand. **Introdução à filosofia matemática.** 4. ed. Tradução: De Giasone Rebuá. Rio de Janeiro: Zahar, 1981.

SAD, Lígia Arantes. **História da matemática e filosofia da matemática:** veios entrelaçados e fecundos **.** In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 4, 2001, Natal. **Anais ...,** Natal: SBHMat, 2001, p. 253 - 259.

SMITH, David E. **Mathematical monographs:** history of modern mathematics. 4. ed., London: Chapman and Hall limeted, 1906.

SMITH, G. C. Taylor and Francis (Ed.). Boole´s annotations on the mathematical analysis of logic. **History and philosophy of logic,** London and Philadelphia, v. 4, p. 27 – 39, 1983.

SMITH, Mark. **George birkback and the London mechanics institute.** Disponível em: <www.infed.org/walking/wa-birb.htm>. Acesso em: 20 nov. 2003.

STRUIK, Dirk J. **A concise history of mathematics.** 3. ed. New York: Dover Publications, inc., 1967.

THE ROYAL Society: medals. Disponível em: <www.royalsoc.ac.uk/awards/medals>. Acesso em: 16 fev. 2004.

UNIVERSITY COLLEGE Cork. Disponível no site: <http://www.ucc.ie/>. Acesso em: 06 out. 2004.

VASSALLO, Nicla. **Psicologism in logic: Boole.....** In: Gasser, Janes (Ed.). A Boole Anthology. Dordrecht: Klüwer, 2000.

VERGANI, Teresa. **A surpresa do mundo:** ensaios sobre cognição, cultura e educação. Carlos Aldemir da Silva (Org.), Iran Abreu Mendes (Org.). Natal: Editorial Flecha do Tempo, 2003.

VIANNA, Carlos Roberto. **História da matemática e educação matemática.** In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 4, 2001, Natal. **Anais ...,** Natal: SBHMat, 2001, p. 222 - 227.

WUSSING, H.. **Lecciones de historia de las matematicas.** México: Siglo Ventiuno editores, 1998.

XIMENES, Sérgio. **Minidicionário de língua portuguesa.** São Paulo: Ediouro, 2004.

Livros Grátis

(http://www.livrosgratis.com.br)

Milhares de Livros para Download:

Baixar livros de Administração
Baixar livros de Agronomia
Baixar livros de Arquitetura
Baixar livros de Artes
Baixar livros de Astronomia
Baixar livros de Biologia Geral
Baixar livros de Ciência da Computação
Baixar livros de Ciência da Informação
Baixar livros de Ciência Política
Baixar livros de Ciências da Saúde
Baixar livros de Comunicação
Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE
Baixar livros de Defesa civil
Baixar livros de Direito
Baixar livros de Direitos humanos
Baixar livros de Economia
Baixar livros de Economia Doméstica
Baixar livros de Educação
Baixar livros de Educação - Trânsito
Baixar livros de Educação Física
Baixar livros de Engenharia Aeroespacial
Baixar livros de Farmácia
Baixar livros de Filosofia
Baixar livros de Física
Baixar livros de Geociências
Baixar livros de Geografia
Baixar livros de História
Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura
Baixar livros de Literatura de Cordel
Baixar livros de Literatura Infantil
Baixar livros de Matemática
Baixar livros de Medicina
Baixar livros de Medicina Veterinária
Baixar livros de Meio Ambiente
Baixar livros de Meteorologia
Baixar Monografias e TCC
Baixar livros Multidisciplinar
Baixar livros de Música
Baixar livros de Psicologia
Baixar livros de Química
Baixar livros de Saúde Coletiva
Baixar livros de Serviço Social
Baixar livros de Sociologia
Baixar livros de Teologia
Baixar livros de Trabalho
Baixar livros de Turismo