UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE

CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

IVANILKA LIMA DE AZÊVEDO

GEOMETRIZANDO NO SEGUNDO CICLO:
RELATO DE UMA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA VOLTADA À CONSTRUÇÂO DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL

NATAL

2005

Livros Grátis

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.

IVANILKA LIMA DE AZÊVEDO

GEOMETRIZANDO NO SEGUNDO CICLO:

RELATO DE UMA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA VOLTADA À CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Educação pelo Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Ciências Sociais Aplicadas da Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

Orientador:
Prof. Dr. Francisco Peregrino Rodrigues Neto

NATAL
2005

Divisão de Serviços Técnicos

Catalogação da Publicação na Fonte. UFRN / Biblioteca Central Zila Mamede

Azevedo, Ivanilka Lima de.
Geometrizando no segundo ciclo: relato de uma intervenção pedagógica voltada à construção de conceitos geométricos no ensino fundamental / Ivanilka Lima de Azevedo. – Natal, RN, 2005.
197 f.

Orientador: Francisco Peregrino Rodrigues Neto.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Ciências Sociais Aplicadas. Programa de Pós-Graduação em Educação.

1. Educação social – Dissertação. 2. Educação matemática – Dissertação. 3. Geometria – Ensino Fundamental – Dissertação. 4. Intervenção pedagógica – Dissertação. 5. Aprendizagem – Dissertação. I. Rodrigues Neto, Francisco Peregrino. II. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. III. Título.

RN/UF/BCZM CDU 37.035 (043.3)

IVANILKA LIMA DE AZÊVEDO

GEOMETRIZANDO NO SEGUNDO CICLO:

RELATO DE UMA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA VOLTADA À CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação examinada e aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Educação pelo Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Ciências Sociais Aplicadas da Universidade Federal do Rio Grande do Norte pela Comissão Examinadora formada pelos professores:

Aprovado em

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Francisco Peregrino Rodrigues Neto
Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN

Prof. Dr. John Andrew Fossa
Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN

Profª. Drª. Rogéria Gaudêncio do Rêgo
Universidade Federal da Paraíba – UFPB

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus dois amores:

Ao meu companheiro, cúmplice e incentivador e a pequena Jéssika na esperança de que esta possa vivenciar ricas e variadas experiências que lhe auxilie na construção dos conhecimentos geométricos.

Dedico ainda esta dissertação de mestrado as 31 crianças que contribuíram diretamente com a realização desta pesquisa, permitindo-nos conviver, interagir e refletir durante os bons momentos compartilhados ao longo de aproximadamente sete meses.

AGRADECIMENTOS

Elevo a Deus a minha gratidão pela oportunidade de vivenciar esta rica experiência. Pelo conforto nos momentos em que fomos assaltados pelas incertezas e pensamos termos fracassado.

Ao Professor Peregrino meu orientador, pela paciência,incentivo, competência e orientações concedidas, bem como pela compreensão e tolerância dispensada no momento de extrema dificuldade enfrentados no decorrer da realização deste.

A Direção, equipe técnica e demais funcionários da Escola Municipal Prof. Carlos Bello Moreno, pela acolhida e apoio integral durante todo o período em que realizamos nossas atividades na escola.

Em especial a professora Maria de Fátima Costa da Silva, professora regente da turma em que realizamos as intervenções, pela colaboração e companheirismo demonstrado a cada situação de aprendizagem proposta.

Aos educado que de forma tal calorosa nos receberam e interagiram, oferecendo os subsídios tão preciosos e essenciais a realização deste trabalho.

Aos pais dos alunos que ao tomarem conhecimento do desenvolvimento da pesquisa incentivaram o trabalhado autorizando a utilização das imagens e participando da oficina de construção de caixas e embalagens.

Aos professores do PPGEd pelas ricas discussões e reflexões que resultaram na produção de conhecimentos. Aos colegas da Base de Pesquisa pelo apoio e companheirismo.

RESUMO

Este trabalho se propõe a relatar a experiência fruto de uma intervenção pedagógica, realizada em uma instituição pública de ensino situada nesta capital. Teve por objetivo validar a aplicação de um módulo de ensino de geometria, mais especificamente sobre os conceitos de perímetro e área no segundo ciclo do ensino fundamental. Esta dissertação apresenta a problemática que envolve o ensino de geometria em diferentes contextos. Adota a abordagem do construtivismo radical enquanto referencial teórico-metodológico através do qual busca explicar os fenômenos que envolvem o ensinar e o aprender. Apropria-se das contribuições de Jean Piaget relativas aos estágios de desenvolvimento, enquanto referencial que dialogará na busca por sentido e compreensão do processo de aprendizagem geométrica e recorre a teoria de Richard Skemp (1980) a fim de categorizar a aprendizagem dos alunos segundo os níveis de "compreensão instrumental" e "compreensão relacional". A pesquisa apresenta dados relativos a avaliação diagnostica inicial, a intervenção pedagógica e analise das atividades e desempenho dos alunos explicitando ainda os resultados da avaliação final. Conforme os resultados obtidos, pudemos verificar o crescimento dos alunos da turma frente à aquisição dos conceitos de perímetro e área em comparação aos conhecimentos prévios demonstrados na avaliação diagnóstica inicial dos alunos participantes da pesquisa. Concluímos avaliando os objetivos da pesquisa, relacionando as estratégias e raciocínios empregados pelos alunos a fim de resolverem as questões e consequentemente atingirem os objetivos propostos pelo módulo de ensino. Apresentamos ainda os principais obstáculos à aprendizagem de tais conceitos.

Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino fundamental. Intervenção Pedagógica. Aprendizagem. Geometria

ABSTRACT

This work has proposed to relate the experience product of a pedagogical intervention, performed in a public institution of teaching situated in this capital. It had as objective to validade the applying of a teaching module of geometry, more specifically about the conceptions of perimeter and área in the second cycle of fundamental teaching. This dissertation has presented the problematic which involves the teaching of geometry in different contexts. It has adopted the broach of the radical constructivism while methodological theoretical referencial through which it has tried to explain the phenomena that involves the teaching and the apprenticeship. It appropriates Jean's Piaget contributions related to the development stages, while referencial that will dialogue in the search by sense and comprehension of the geometric apprenticeship process and it runs over Richard's Skemp (1980) theory in order to explicit the student's apprenticeship according to the levels of "instrumental comprehesion" and "relacional comprehension". The research has presented datum related to initial diagnosis evaluantion, the pedagogical intervention and analysis of the activities and students' perfomance displaying still the results of the final evaluation. According to the results got, we could check the students' group growth front to the acquisition of the concepts of perimeter and área in comparison with the previous knowledges presented in the initial diagnosis evoluation of the students participants of the research. We have concluded evaluating the objectives of the research, connecting the strategies and reasoning employed by the students in order to resolve the questions and then to reach the objectives proposed by the teaching module. We have presented still the main obstacles to the apprenticeship of such concepts.

Keywords: Mathematics; Education; Fundamental teaching, apprenticeship; geometry.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....09

1 **CONTEXTUALIZANDO A PESQUISA EDUCACIONAL.....13**
1.1 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: POR UMA REFLEXÃO DE FORMAS E ESPAÇO.....18
1.2 COMPREENDENDO O ESPAÇO E RELACIONANDO-SE NO MUNDO.....20
1.3 ENSINO DE GEOMETRIA: DADOS INQUIETANTES... UM PROBLEMA INSTAURADO.....24
1.4 O ENSINO DE MATEMÁTICA SOB A PERSPECTIVA CONSTRUTIVISTA: UMA ALTERNATIVA PARA A RE-SIGNIFICAÇÃO DO ENSINO DE GEOMETRIA.....29
1.5 OBJETIVOS 35
1.5.1 Objetivo geral.....36
1.5.2 Objetivos específicos.....36
1.6 ABORDAGEM TEÓRICO-METODOLÓGICA.....37
1.7 CONTEXTUALIZANDO O CAMPO DE PESQUISA: A TENTATIVA DE DESCREVER UMA REALIDADE DINÂMICA.....41
1.7.1 Caracterização do espaço da escola.....42
1.7.2 Condições estruturais do prédio.....42
1.7.3 Caracterização do atendimento: Dados relativos a oferta e a procura de vagas.....43
1.7.4 Quadro docente.....44
1.7.5 Classe enquanto ambiente de aprendizagem e interação.....45
1.7.6 Nossa inserção no campo de pesquisa e apresentação dos nossos interlocutores.....46
1.7.7 Dados da turma.....50
1.8 AVALIANDO OS LIMITES DA PESQUISA.....51

2 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DA AVALIAÇÃO INICIAL.....53
2.1 OBJETIVOS DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....54
2.2 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS.....55
2.2.1 Questão 01:.....57
2.2.2 Questão 02 - Pinte as figuras do item 01 que possuem eixo de simetria.....60
2.2.3 Questão 03 - Situação problema envolvendo o cálculo do perímetro do retângulo.....62
2.2.4 Questão 04 - Observe as figuras abaixo e assinale a que possui a maior área. Não esqueça de justificar sua resposta.....64

2.2.5 Questão 05 - Nomear sólidos geométricos.....66
2.2.6 Questão 06: O quadro que se segue é referente às figuras do item 05, observe atentamente e responda o que se pede.....70
2.3. CONCLUSÕES SOBRE A AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....71
3 A INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA E APRESENTAÇÃO DO MÓDULO DE ENSINO DE GEOMETRIA.....74
3.1 O QUE É O MÓDULO DE ENSINO DE GEOMETRIA.....75
3.1.1 Atividade 01.....76
3.1.2 Atividade 02.....79
3.1.3 Atividade 03.....80
3.1.4 Atividade 04.....83
3.1.5 Atividade 05.....86
3.1.6 Atividade 06.....88
3.1.7 Atividade 07.....95
3.1.8 Atividade 08.....100
3.1.9 Atividade 09.....105
3.1.10 Atividade 10.....107
3.1.11 Atividade 11.....109
3.1.12 Atividade 12.....112
3.1.13 Atividade 13.....113
3.1.14 Atividade 14.....114
3.1.15 Atividade 15.....119
3.2. CONTEXTUALIZANDO O MÓDULO DE ENSINO E SUAS IMPLICAÇÕES PARA O PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM.....126

4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DA AVALIAÇÃO FINAL.....130
4.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS.....131
4.2 RETOMANDO OS OBJETIVOS DA AVALIAÇÃO FINAL.....134
4.3 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS.....135
4.3.1 Questão 01.....136
4.3.2 Questão 02 - Pinte as figuras do item 01 que possuem eixo de simetria.....143
4.3.3 Questão 03: situação problema envolvendo o cálculo do perímetro do retângulo.....144
4.3.4 Questão 04: observe as figuras abaixo e assinale a que possui a maior área. Não esqueça de justificar sua resposta.....149
4.3.5 Questão 04 - Nomear sólidos geométricos.....159
4.3.6 Questão 06 - O quadro que se segue é referente as figuras do item 05, observe atentamente e responda o que se pede:.....161
4.3 CONCLUSÕES SOBRE A AVALIAÇÃO FINAL.....163
CONCLUSÕES.....165

REFERÊNCIAS.....122

ANEXOS 196

Catalogação da Publicação na Fonte. UFRN / Biblioteca Setorial do CCSA
Divisão de Serviços Técnicos

Azevedo, Ivanilka Lima de.

Geometrizando no segundo ciclo: relato de uma intervenção pedagógica voltada à construção de conceitos geométricos no ensino fundamental / Ivanilka Lima de Azevedo. – Natal, 2005.

197 p. il.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Peregrino Rodrigues Neto..

Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Ciências Sociais Aplicadas. Programa de Pós-Graduação em Educação.

1. Educação - Tese. 2. Matemática - Tese. 3. Ensino Fundamental – Tese. 4. Aprendizagem – Tese. 5. Geometria – Tese.. I. Rodrigues Neto, Francisco Peregrino. II. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. III. Título.

RN/BS/CCSA CDU 37.035 (81) (043.3)

INTRODUÇÃO

Ao ingressamos no magistério, no decorrer da nossa formação inicial, tivemos acesso a uma série de discussões, orientações e teorias com o intuito de subsidiar *nosso fazer docente* ao nos confrontarmos com a realidade de sala de aula. O confronto, no entanto, com a *prática*, revelou-nos uma verdade bem concreta: nossa formação apresentava várias lacunas, e dentre elas, omitira a discussão acerca do ensino de geometria, nada havíamos visto ou ouvido sobre tal conteúdo.

Os encaminhamentos que dávamos durante as aulas de geometria eram mecânicos e tinham como parâmetro a paupérrima experiência de estudo de geometria do curso primário, o que resultava em aulas sem muito significado, tendo sua tônica na repetição e memorização de fórmulas vazias de sentido.

Felizmente ao ingressarmos no curso de pedagogia nos defrontamos com uma abordagem do ensino de geometria instigante e desafiadora, que nos convidava a refletir sobre o porquê e como ensinar determinados conteúdos, cobrando de nós, professores em formação, conhecimentos que até então não havíamos construído, confrontando-nos a tomada de consciência da fragilidade de nossos saberes enquanto discente e posteriormente enquanto professores. Um ciclo de omissão no ensino de geometria tinha ali sua ruptura.

O encontro com tais reflexões e posteriormente a necessidade de desenvolver o trabalho de coordenação pedagógica junto a outros professores confrontando teoria e prática docente convidando-nos ao pensar e repensar o processo de ensino, suscitou-nos novamente o *caso do ensino de geometria*: Era um conteúdo sempre apresentando ao fim dos livros

didáticos, ficando pouco tempo para ser abordado em sala, e por isso seu ensino acontecia de forma aligeirada e pouco instigante.

Curiosamente pudemos observar através de pesquisas que a problemática do ensino de geometria assumia uma abrangência mais ampla, em nível nacional Lima, apud, Bellemain e Lima (2002), Rodrigues Neto e Fossa (1997) e internacional Lindquist e Shulte, (1998) corroborado pelos resultados do Sistema Nacional de Educação Básica: SAEB (BRASIL, 2003), constatando que anualmente os alunos estão ingressando no terceiro ciclo e até concluindo o Ensino Fundamental portando aprendizagem insatisfatória dos conceitos geométricos. Confrontando tais resultados, percebemos ainda que as regiões Nordeste e Norte ficaram abaixo da média nacional.

Frente a fragilidades concernentes ao ensino de geometria nas escolas públicas, a presente dissertação propõe-se a contribuir com a problemática instaurada ao adotar uma alternativa metodológica que priorizou a construção do conhecimento. Este trabalho relata a experiência fruto de uma intervenção pedagógica, cuja finalidade foi validar a aplicação de um módulo de ensino de geometria para o segundo ciclo.

Este trabalho está sistematizado constando desta introdução, quatro partes e uma conclusão.

Na primeira parte detalhamos a problemática que envolve o ensino de geometria em diferentes contextos: internacional, nacional e local. Explicitamos os objetivos deste trabalho, bem como o postulado teórico-metodológico adotado, procurando justificar nossa opção pela abordagem do construtivismo radical enquanto teoria que busca explicar os fenômenos que envolvem o ensinar e o aprender. Buscamos ainda, nas contribuições de Jean Piaget relativas aos estágios de desenvolvimento, o referencial que dialogará na busca por sentido e compreensão do

processo de aprendizagem geométrica; recorrendo a teoria de Richard Skemp (1980) e interpretação de Fossa (2001) a fim de categorizar os níveis de aprendizagens alcançados em *compreensão instrumental* e *compreensão relacional.*

Quanto à modalidade de investigação adotada neste trabalho, elegemos a pesquisa de natureza experimental *antes-depois* conforme Gil (1991). Entendemos que tal formato: intervenção pedagógica, adequa-se a concepção qualitativa da pesquisa, permitindo desta forma, sua interseção no campo da pesquisa-ação, ao permitir e valorizar a interação da pesquisadora na efetivação e dinamização do processo de ensino-aprendizagem, quanto à busca de significados e compreensão das experiências e contexto da pesquisa.

Nesta parte ainda, contextualizamos e descrevemos o ambiente onde se desenvolveu a pesquisa e consequentemente a intervenção didática.

Na segunda parte apresentamos a avaliação diagnostica inicial, instrumento que se constituiu de uma atividade escrita individual, na qual os alunos dispuseram do tempo normal de duas horas/aula para responder, com mediação ocasional da pesquisadora. Tal avaliação foi elaborada tendo como o objetivo avaliar a aprendizagem da turma em relação a saberes geométricos elementares e pré-requisitos para o segundo ciclo, conforme revisão bibliográfica realizada em livros didáticos e nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2001). Esta avaliação priorizou os conteúdos abordados pelo bloco de conteúdos: Espaço e forma e Grandezas e medidas, tendo por objetivo: i) Sondar o nível de conhecimento dos alunos sobre figuras geométricas planas (polígonos e círculo), figuras geométricas espaciais (paralelepípedo retângulo, cubo, cone, prisma, pirâmide, cilindro), e eixo de simetria; ii) Verificar a habilidade dos alunos para resolver uma situação problema usando o conceito de perímetro; iii) Identificar o entendimento do aluno quanto ao conceito

de medir área do retângulo. O resultado da avaliação diagnóstica inicial apontou para uma fragilidade generalizada em relação à aprendizagem dos conceitos elencados por esta avaliação.

A terceira parte expõe os encaminhamentos adotados pela intervenção pedagógica. Analisa as atividades e o desempenho dos alunos buscando estabelecer relações entre estas e suas implicações para o processo de ensino aprendizagem dos conceitos geométricos dos alunos participantes da pesquisa.

A quarta parte apresenta os resultados da avaliação final, que objetivou redimensionar o desempenho da turma após a intervenção pedagógica. Optamos pela aplicação do mesmo instrumento da avaliação diagnóstica a fim de verificarmos com maior precisão o alcance dos objetivos e questões anteriormente propostas. Conforme os resultados obtidos, pudemos verificar o crescimento da turma frente à aquisição dos conceitos de perímetro e área, bem quanto ao desenvolvimento de outros conceitos geométricos relacionados ao objeto desta pesquisa, em comparação ao desempenho demonstrado pelos alunos na primeira avaliação.

A conclusão deste trabalho avalia os objetivos propostos pela pesquisa, relacionando as estratégias e raciocínios empregados pelos alunos a fim de resolverem as questões e conseqüentemente atingirem os objetivos definidos a partir do módulo de ensino: aquisição dos conceitos de perímetro e área; explicita os principais obstáculos à aprendizagem de tais conceitos; apresenta os resultados de uma análise mais criteriosa realizada com base na última atividade do módulo, a fim de comparar com maior riqueza de detalhes o desempenho dos alunos participantes da pesquisa em relação à avaliação de saída que assumiu um caráter mais simplificado. Atentamos ainda que os resultados obtidos a partir destas avaliações e desenvoltura dos alunos no decorrer do desenvolvimento do

trabalho sinalizam para o alcance dos objetivos da pesquisa. Finalizamos o presente trabalho com a análise da pesquisa e expondo as possíveis contribuições e limites para o processo de ensino de geometria para o Ensino Fundamental referente ao segundo ciclo.

1 CONTEXTUALIZANDO A PESQUISA EDUCACIONAL

> "Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar constatando, intervenho, intervindo educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade." (FREIRE, 2000)

O adentrar no universo material subjetivo e envolto nas contradições sociais que permeiam o processo ensino-aprendizagem é essencial à pesquisa na educação que busca compreender as relações que envolvem o fazer docente, tirar lições e ampliar assim, a visão deste complexo processo. É através do adentrar e aproximar-se dos problemas e fenômenos educativos, que o pesquisador busca desmistificar os conhecimentos cristalizados, as generalizações, detectar a raiz dos problemas propondo soluções e alternativas. Esta necessidade de compreender e explicar os fenômenos educativos, aliados ao entendimento da difícil tarefa de pesquisar as ciências humanas, redimensionou os objetivos da pesquisa, que agora não só elege como prioridade a quantificação de dados, mas a escolha de uma abordagem "que esteja a serviço do objeto de pesquisa, e não o contrário, com o objetivo de daí tirar, o melhor possível, os saberes desejados*"* (LAVILLE; DIONE, 1999, p. 43)

Os fenômenos sociais e em especial os educacionais possuem uma natureza distinta diferindo nitidamente dos fenômenos naturais, em função do caráter inacabado, dinâmico, criativo e intencional, sendo relevante considerar ainda a dimensão semiótica, onde se instaura uma relação polissêmica entre o significante e o significado, inerente aos fenômenos sociais e educativos. Tais aspectos são ressaltados por Gómez e Sacristán (2000), que advoga a instauração de modelos metodológicos de investigação que considerassem o caráter dos fenômenos estudados para, a partir destas características, adotar as proposições dos processos, técnicas e instrumentos de investigação utilizados.

O caráter intencional que assume esta pesquisa voltada á educação matemática é caracterizada e condicionada pela relação entre teoria e prática, consolidando a atividade

investigativa enquanto espaço de aprendizagem ao possibilitar o confronto entre a prática e o que se pretende afirmar ou valorizar. Neste caso específico, a aprendizagem dos conceitos de perímetro e área conforme a concepção construtivista. Acerca desta perspectiva de investigação científica em que a intervenção e a intencionalidade do pesquisador é explicitada**,** Gómez e Sacristán (2000,p.1001) esclarecem:

> A investigação educativa propõe transpor o vazio entre a teoria e a prática, entre a investigação e a ação, formando e transformando o conhecimento e a ação dos que participam na relação educativa, experimentando ao mesmo tempo que investigando ou refletindo sobre a prática. Desta forma, o conhecimento que se pretende elaborar neste modelo de investigação encontra-se incorporado ao pensamento e à ação dos que intervêm na prática, o que determina a origem dos problemas, a forma de estudá-los e a maneira de oferecer a informação.

Com base nessa perspectiva, o grande desafio desta pesquisa é o estabelecimento da relação entre teoria e prática, bem como a reflexão sobre as intervenções pedagógicas, sendo importante ressaltar, que tais intervenções estão respaldadas nas opções teórico-metodológicas explicitas pelo pesquisador.

Dentre as inúmeras possibilidades de teorias que se apresentam, adotamos nesta pesquisa aquelas que julgamos oferecer maior coerência e respaldo as nossas

concepções. Destacamos a abordagem do construtivismo radical enquanto lente de percepção e compreensão dos fenômenos que envolvem o ensinar e o aprender; as contribuições de Jean Piaget relativas aos estágios de desenvolvimento, enquanto referencial que dialogará na busca por sentido e compreensão do processo de aprendizagem geométrica.

Apropriamos-nos ainda da teoria de Skemp (1989 apud FOSSA, 2001) a fim de categorizar os níveis de aprendizagens alcançados em compreensão instrumental e compreensão relacional. Tais níveis, na concepção de Skemp (1980), relacionam-se a abrangência e complexidade dos conceitos adquiridos, que podem abranger dois níveis: Os conceitos primários, oriundos das experiências sensoriais e motoras e os conceitos secundários de ordem mais elevadas, provenientes de outros conceitos.

Fossa (2001) explica que a compreensão instrumental e a compreensão relacional se constituem em dois estágios de um mesmo processo de conhecimento. Para esse autor, o conhecimento instrumental está relacionado à adoção de um esquema de ação simples relacionando-se a poucos esquemas. Neste nível, a aprendizagem assume a característica de fácil assimilação e automação e por esta razão torna-se ineficaz quando se solicita do aprendiz o exercício da reprodução e comparação de conhecimentos, limitando consideravelmente a interação do aprendiz em situações inovadoras.

O conhecimento relacional implica segundo Skemp (1980) na capacidade de combinar e relacionar muitas e diferentes experiências, conforme este autor, quanto mais abstratos forem os conceitos, maior será a capacidade de relaciona-se a outros conceitos. Por esta razão Fossa (2001) interpreta que tal nível de compreensão permite

que o aprendiz desenvolva características como criatividade, criticidade e uso eficaz da memória.

Considerando o caráter provisório da realidade enquanto construção social, faz-se necessário ressaltar que, as generalizações nesta área tornam-se ultrapassadas no decorrer do tempo, assumindo desta forma um caráter provisório e probabilístico, por estarem atreladas a um determinado espaço e tempo, ou seja, a um contexto particular. Por essa razão, as realidades sociais por mais que apresentem matizes comuns, sempre vão apontar para categorias que se diferenciam.

Em conformidade com Gómez e Sacristán (2000), ao adentrarmos no universo educacional em busca de respostas e compreensão dos fenômenos investigativos, é imprescindível que o pesquisador utilize procedimentos que não o aliene dos significados provenientes das complexas e diversas relações do cotidiano escolar, situando-o no âmbito físico, psicossocial e pedagógico enquanto elementos condicionantes do processo em estudo, nas palavras desse autor:

> [...] Serão o julgamento, a sensibilidade e a competência profissional do investigador os melhores e insubstituíveis instrumentos para captar a complexidade e polissemia dos fenômenos educativos, bem como para adaptar-se com flexibilidade às mudanças e ao surgimento de acontecimentos imprevistos e anômalos. (GÓMES; SACRISTÁN 2000, p.108-109)

A observância aos imprevistos decorrentes do percurso investigativo é de indiscutível relevância por possibilitarem aprofundamento em aspectos inicialmente não dimensionados pelo problema, que ao serem confrontados através das observações, registros, informação e visão dos agentes sociais inseridos no processo, conduzirão a uma maior compreensão da realidade.

É sob esta perspectiva e ancorada no substrato material do processo ensino-aprendizagem cercado por contradições e relações das mais diversas naturezas que se desenvolveu a nossa intervenção pedagógica. Estando ela passível aos condicionantes, limites, sucessos e insucessos que subjazem o complexo processo ensino-aprendizagem.

1.1 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: POR UMA REFLEXÃO DE FORMAS E ESPAÇO.

Neste início de terceiro milênio, a preocupação com o acesso e a permanência das crianças à escolarização vem ganhando vulto e levantando inquietações, haja vista a importância da educação escolar enquanto instrumento de participação na vida social, econômica e política dos indivíduos.

A consciência da relação entre o ensino e a prática social associada aos avanços nos estudos científicos sobre a construção do conhecimento pelo indivíduo, provenientes do século XIX em diante, têm proporcionado a revisão das práticas educativas.

Esta pesquisa visa dar continuidade a esse processo de resignificação da prática pedagógica mediante a análise do ensino da matemática. Temos, portanto, como temática de estudo a relação educação e matemática, voltada à prática social.

Elegemos a matemática por ser ela uma disciplina imprescindível à formação do indivíduo, como consta nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2001,p.29):

> [...] é importante que a Matemática desempenhe, equilibrada e indissociavelmente seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares.

O PCN define a matemática como disciplina necessária tanto numa perspectiva individual, referente ao desenvolvimento de habilidades e competências pelo aprendiz, quanto coletiva, quando estabelecem os vínculos da matemática com o cotidiano e o mundo do trabalho, além de destacar o seu caráter interdisciplinar. Essa reflexão nos faz considerar que a importância do ensino da matemática extrapola o espaço escolar, isto é,

a matemática precisa ser trabalhada na escola porque ela é uma ciência relevante a nossa vida, particular e social.

No PCN de matemática (BRASIL, 2001, p.19-20) são descritos princípios gerais ao ensino desta a área:

> A Matemática precisa estar ao alcance de todos e a democratização do seu ensino deve ser meta prioritária do trabalho docente;
>
> A atividade matemática escolar não é "olhar para coisas prontas e definitivas", mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno que se servirá dele para compreender e transformar a realidade.
>
> No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos.
>
> A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado;

Entre os princípios acima citados, destacamos o referente à observação do mundo real por meio de representações. Esse destaque é proveniente do fato de delimitarmos a geometria como foco de análise no estudo acerca do ensino da matemática, haja vista sua

importância e a situação problemática para com os conteúdos de geometria na prática escolar.

1.2. COMPREENDENDO O ESPAÇO E RELACIONANDO-SE NO MUNDO.

Dentre os temas, no ensino da matemática, que poderiam ser abordadas nesta pesquisa, selecionamos a Geometria, por entender que a partir dela o educando será capaz de perceber a organização do espaço (natural e culturalmente construído) em que vive, estabelecendo relações diversas entre pessoas, lugares e objetos. A consciência sobre esse aspecto nos leva a refletir sobre como o sujeito se apropria das noções de espaço.

Conforme já explicitamos recorremos às contribuições de Piaget e seus colaboradores a fim de esclarecer aspectos relacionados à aquisição e ampliação dentre outros, de conceitos como os de espaço, enquanto generalização mais abrangente, área, perímetro e volume, dos quais destacaremos o perímetro e área como objetos desta pesquisa.

Piaget (1999) concebe a evolução da criança e do adolescente enquanto um processo de constante equilibração, comparando-o a construção de um grande edifício, em que sua edificação é gradativa e cada etapa serve de fundamento para a estrutura posterior. Este processo subjetivo de busca de equilíbrio pelo sujeito cognoscente envolve a assimilação do meio ambiente pelas estruturas psíquicas e o ajuste de tais estruturas quando necessário. Tal processo de incorporação de objetos externos é por Piaget chamado de

acomodação, persistindo e se complexificando por toda a vida do indivíduo: *"*Nesse ponto de vista, toda vida mental e orgânica tende a assimilar progressivamente o meio ambiente, realizando esta incorporação graças às estruturas ou órgão psíquicos, cujo raio de ação se torna cada vez mais amplo*."* (PIAGET, 1999, p.17)

Tomando por premissa a idéia de desenvolvimento enquanto somatório de níveis sucessivos e mais complexos, Piaget sistematiza quatro estágios de desenvolvimento: Sensório motor **(**de zero a 2 anos); Pré-operatório (2 anos a 6 anos); Operatório concreto (7 a 10 anos); Operatório formal (11 a 12 anos). Cada estágio é caracterizado pela especificidade com a qual o indivíduo através de sua atividade, seja ela física ou intelectual sobre o meio, adquire e sistematiza os conhecimentos oriundos do ambiente externo a sua mente. Neste estudo nos deteremos nos últimos estágios, haja vista, serem neste momento específico do desenvolvimento que ocorrem ampliação das noções de espaço e a aquisição dos conceitos que envolvem nossa pesquisa.

Para este autor, inicialmente a criança tem como referencia o próprio corpo, que lhe possibilita a tomada de consciência dos objetos externos a si, e o estabelecimento de relações em torno do corpo e dos deslocamentos que realiza:

> Na pequena infância só dão lugar a intuições, extremamente limitadas e deformadas. O espaço primitivo não é homogêneo, nem isótropo (apresenta dimensões privilegiadas), nem contínuo, etc., sobretudo, está centrada no sujeito, em vez de ser representável sob qual quer ponto de vista. (PIAGET, 1999, p.48)

Segundo o autor, é durante o estágio pré-operatório que a criança fórmula as primeiras articulações corretas do espaço longínquo, pois já apresenta memória semi-reversível e o pensamento imagético e intuitivo, que lhe permitem as primeiras coordenações de pontos de vistas acerca da representação de um objeto em sua ausência.

No período operatório, surge a intuição propriamente geométrica, que se diferencia drasticamente da intuição espacial ingênua do nível anterior. A intuição geométrica caracteriza-se pela "reversibilidade inteira atingida pelo pensamento*"* (PIAGET, 1990, p.343). Tal estágio refere-se à capacidade do indivíduo raciocinar sobre o espaço interagindo harmonicamente quanto ao emprego das capacidades sensível (esquema imagético) e operatório.

> A grande diferença entre a intuição espacial ingênua, do nível do pensamento intuitivo ou pré-operatório, e a intuição propriamente geométrica que subsiste no nível das operações infralógicas ou espaços-temporais, é que a primeira substitui o raciocínio ou pelo menos o determina, ao passo que a segunda acompanha simplesmente o raciocínio operatório até onde pode, e lhe fica subordinada. (PIAGET, 1990, p.344).

Na progressão demonstrada por Piaget (1990), percebemos que a aquisição de noções de espaço e formas está articulada ao desenvolvimento do raciocínio lógico, que possibilita ao ser humano dar saltos qualitativos na sua compreensão acerca de si e do mundo. Nesta ótica, o trabalho sistemático e gradativo com conhecimentos geométricos possibilitará ao aprendiz torna-se suscetível as mais variadas generalizações.

Fonseca (2001) ressalta que a aprendizagem dos conceitos geométricos favorece a aquisição de habilidades envolvendo aspectos utilitaristas (o desenvolvimento da capacidade de medir) e formativos (o desenvolvimento da capacidade de pesquisar regularidades). Esta autora analisa os conteúdos geométricos propostos nos PCN destacando a importância da geometria à luz desse documento:

> **No bloco "espaço e forma"**, **é destacado a importância da Geometria no currículo de Matemática do ensino fundamental, visto que através dela o aluno desenvolve a compreensão do mundo em que vive, aprendendo a descrevê-lo e a se localizar nele. Além disso, o trabalho com as noções geométricas estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças e a identificar regularidades, e permite ao aluno estabelecer conexões dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato no contexto da sala de aula. O bloco "Grandezas e Medidas", destaca-se por sua forte relevância social e seu evidente caráter prático e utilitário. Embora se incluam nesse bloco conteúdos que extrapolam idéias propriamente geométricas, a abordagem de algumas noções de grandezas e medidas**

> **proporciona melhor compreensão de conceitos métricos relativos ao espaço e às formas. (FONSECA, et al, 2001, p.25)**

A autora elucida a importância da geometria na relação matemática-vida e compreensão do mundo. Ainda sobre a importância da geometria, Usiskin (1994), menciona que o conhecimento geométrico oferece excelentes oportunidades de ilustração e representação de outros conceitos matemáticos inerentes à álgebra, aritmética e análise.

Usiskin (1994) destaca ainda para a relevância do ensino da geometria ao favorecer a compreensão de conceitos de diferentes níveis de complexidade, propiciando a utilização de medições, permitirem o emprego de representação e proporcionalidade, além de envolver o traçado de figuras simples e, ou complexas e ainda possibilitar utilização e interpretação de modelos visuais.

Considerando as reflexões dos autores, ressaltamos ainda o caráter, lúdico, criativo e instigante que deve assumir o ensino da geometria, quando pensado enquanto instrumento de reflexão e fruto de uma construção pessoal, haja vista dispormos de várias possibilidades de recursos para intervenção pedagógica. Sobre a potencialidade do ensino da Geometria, Fonseca ancora-se em Freudenthal, que afirma:

> **A Geometria é uma das melhores oportunidades que existem para aprender como matematizar a realidade [...] as descobertas feitas pelos próprios olhos e mãos são mais surpreendentes e convincentes.**

Até que possam ser dispensadas, as formas no espaço são um guia insubstituível para a pesquisa e a descoberta. (FREUDENTHAL apud FONSECA, 2001.p.92-93).

A potencialização do ensino da geometria descrita por Fonseca, revela-se uma questão urgente levando-se em consideração o nível de desempenho apresentado pelos alunos nos exames educacionais a nível nacional.

1.3 O ENSINO DE GEOMETRIA: DADOS INQUIETANTES...

UM PROBLEMA INSTAURADO

Na busca por dados que retratassem o desempenho dos alunos brasileiros concernentes ao ensino de geometria nos reportamos aos resultados apresentados no relatório do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica SAEB (BRASIL, 2001). O desempenho dos alunos no relatório do SAEB denuncia o quadro problemático no ensino da geometria: os alunos estão concluindo o ensino fundamental apresentando noções elementares de geometria. Confrontando tais resultados, percebemos ainda que as regiões Nordeste e Norte ficaram abaixo da média nacional.

A defasagem de conteúdos geométricos, descrita no relatório do SAEB corroborou a importância da pesquisa, aliando-se a necessidade de aprimorar nossa

prática enquanto professora e suporte pedagógico na escola pública. Tal experiência profissional possibilitou-nos a constatação do caráter assistemático e mecânico dispensado ao ensino da geometria, motivo pelo qual recorremos à Pós-Graduação em Educação, no sentido de analisarmos mais profundamente essa realidade e conseqüentemente oferecer através deste trabalho contribuições concernentes a busca de um ensino reflexivo, visando, segundo Freire (1998), a qualificação, a fim de experimentar uma tensão dialética entre teoria e prática, o que se configura por uma avaliação constante e consciente da docência.

Ao analisar a evolução do ensino de geometria no Brasil, bem como sua ausência nas séries iniciais do Ensino Fundamental, Nacarato (2001), conclui que a ênfase ou explicitação curricular presentes nos documentos e referências oficiais[1] em relação ao enfoque de ensino geométrico é insuficiente para implementar e efetivar tal ensino na prática, atenuando assim o caráter predominantemente aritmético dos 1° e 2° ciclos do Ensino Fundamental. Esta autora defende ainda, que a atual configuração do ensino de matemática, é ocasionada por professores com uma experiência de formação ineficiente, desprovidos ainda, de um referencial de conhecimentos geométricos oriundos da escolarização (experiência discente).

Uma revisão literária fez-nos perceber que tais dificuldades na prática de ensino de geometria no Brasil também são vivenciadas por outros países. Pesquisas demonstraram que professores apresentaram concepções geométricas incorretas,

[1] A autora analisa os pressupostos teóricos implícitos na Proposta curricular para o Ensino de Matemática para o 1° grau no Estado de São Paulo; Os Parâmetros Curriculares Nacionais e os Standards elaborados pelo National Council of Teachers of Mathematics _ NCTM.

similares a de alunos de 5ª e 8ª séries (HERSHKOWITZ; VINNER, 1984 apud LINDQUIST; SHULTE, 1994), e ainda que os entraves no processo de ensino de geometria são apropriações resultantes não apenas do processo de formação docente, mas também de experiências discentes de tais professores conforme Dana (apud LINDQUIST; SHULTE, 1994, p.273):

> A decisão dos professores sobre a geometria a ser ensinada é profundamente influenciada pela geometria que eles tiveram (geralmente uma pincelada durante o primeiro grau seguida de um curso com definições e demonstrações no segundo grau), por aquilo que está contido nos manuais escolares de uso corrente (muito pouco) e pelo que é exigido nos exames finais de seu nível (não muito). A mensagem de todas essas fontes geralmente é a mesma: a geometria é maçante, sem importância, irrelevante e inadequada para a escola elementar.

Constatamos nas palavras da autora que o ensino de geometria se constituiu uma problemática instaurada que assume a perspectiva de ciclo. Não obstante, urge que se redimensione tal modelo de docência, haja vista que a manutenção de tal quadro, implica em desconsiderar a relevância da geometria na formação do indivíduo, descrita pelos autores no tópico anterior.

Atentamos ainda para a existência de dificuldades recorrentes relacionadas à aprendizagem de conteúdos mais específicos como, por exemplo, a aquisição dos conceitos de perímetro e área, objeto de estudo deste trabalho. Bellemain e Lima (2002) apresentam resultados de pesquisas Baltar (1996) e Lima (1995) retratando contextos distintos em que se percebem as dificuldades conceituais reincidentes na construção de tais conceitos:

- Baltar (1996) detectou fragilidades na aprendizagem nos conceitos de área e perímetro entre alunos franceses, no nível equivalente ao 2° e 3° ciclos do Ensino Fundamental no Brasil. Dentre as dificuldades mais freqüentes estão: As confusões entre área e perímetro; Utilização de fórmulas erradas; Uso inadequado de unidades.

- Lima (1995) enumera dificuldades recorrentes relacionadas à aprendizagem de grandezas geométricas no contexto do ensino brasileiro: "[...] confusão entre área e perímetro; outra é a extensão indevida da validade das fórmulas de área: a área de um paralelogramo é o produto dos lados" (LIMA apud BELLEMAIN, LIMA, 2002, p.27)

Estes autores ressaltam que a dificuldade em distinguir as noções de área e perímetro é fato constatado por autores como: Vinh Bang e Luzer, 1965; Histein et al., 1978; Hart, 1981; Vergnaud et al., 1983; Balacheff, 1988; Douady e Perin-Glorian, 1989, Moreira Baltar e Comiti, 1993.

Bellemain e Lima (2002) apresentam ainda, resultados de pesquisas de vários autores como Vinh Bang e Luzer, 1965; Douady e Perin-Glorian, 1989, Moreira Baltar 1996, nas quais os alunos apresentaram freqüentemente a tendência em conceberem paralelogramos enquanto retângulos deformados, o que de certa forma ressalta a propriedade da igualdade de superfície e, no entanto, se constitui um entrave à

compreensão da propriedade de variação do perímetro. O que na prática, sugere o pré-conceito de que a área do paralelogramo se dá pelo produto das medidas de seus lados, aspecto observado por Moreira Baltar (1996).

Os autores já referidos analisam a natureza dos erros recorrentes no processo de ensino-aprendizagem de conceitos geométricos no Ensino Fundamental atribuindo-lhes como causas a falta de domínio numérico e geométrico, bem como fragilidade na compreensão das relações algébricas e funcionais entre grandezas de diferentes dimensões.

Destacamos ainda o resultado da avaliação diagnóstica apresentada por Rodrigues Neto e Fossa (1997) ao constatarem que alunos oriundos da 5° série do Ensino Fundamental (rede privada e pública), apresentaram nível de compreensão instrumental, quando avaliados em relação a conhecimentos básicos de geometria como classificação de figuras planas, conceito de medir e a generalização de um padrão. Tal resultado sinaliza para a ausência do ensino de geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Conforme observamos o ensino de geometria constitui-se um campo promissor enquanto espaço para produção de conhecimentos e contribuições na área pedagógica. Nacarato (2001) ressalta a necessidade urgente de realizações de pesquisas que aconteçam no âmbito da sala de aula, priorizando as interações e intervenções pedagógicas, com fins a produção de conhecimentos que envolvam os aspectos teóricos e curriculares do ensino de geometria.

Tal constatação demonstra a importância, viabilidade e singularidade desta pesquisa enquanto trabalho que propõe situações de aprendizagens nas quais os aprendizes são solicitados a realizarem a reflexão e construção conceitual. Instiga o educador a refletir sobre a natureza e objetivo de cada situação de ensino, oportunizando a este uma visão

da teoria de Skemp (1980) a fim de que possa acompanhar com mais atenção à evolução da construção conceitual dos seus alunos, ampliando sua tolerância quanto aos erros e avanços que serão entendidos enquanto implicações cognitivas do processo ensino-apredizagem.

Esperamos que a adoção de tal perspectiva culmine na tematização da prática docente, aspecto imprescindível ao professor na busca por romper com a repetição e o mecanicismo, transformando sua docência em uma práxis, que segundo Paulo Freire "implica na ação e reflexão dos homens sobre o mundo para transformá-lo" (FREIRE, 1983, p.76)

1.4 O ENSINO DE MATEMÁTICA SOB A PERSPECTIVA CONSTRUTIVISTA: UMA ALTERNATIVA PARA A RE-SIGNIFICAÇÃO DO ENSINO DE GEOMETRIA.

O debate crescente e a adoção explicita das teorias construtivistas por grande parte dos professores são insuficientes para garantir a falência da influência tradicional no ensino, e em especial, podemos destacar o ensino de matemática, caracterizado pela objetividade com que os conhecimentos são transmitidos.

Apesar de todo debate e "modismo" que se instaura em torno das teorias construtivistas, fato que constatamos através de pesquisa da qual participamos enquanto

bolsista do CNPq realizada pela UFRN, vinculada à base de pesquisa "Formação e profissionalização docente" realizada de agosto de 1999 a julho de 2000, (AZEVÊDO, NUÑEZ, RAMALHO, 2000) e posteriormente através de nossa pesquisa monográfica (AZEVÊDO, 2000), sinalizaram para a fragilidade e pouca fundamentação dos professores contemplados pela pesquisa quanto à compreensão do processo e categorias que envolvem a aprendizagem sob perspectiva da construção do pensamento.

Essas pesquisas demonstraram que um número significativo de professores, quando questionados autodenominavam-se construtivistas, no entanto, apresentavam idéias vagas e por vezes desconexas, não apresentando respaldo teórico para as argumentações. As poucas referências feitas diziam respeito ao núcleo comum das abordagens construtivistas, poucas inferências referiram-se ao núcleo diferenciado desta teoria.

O ensino tradicional é abordado por Freire (1983), que critica o caráter expositivo e narrador do ensino tradicional, marcado por conhecimentos dissociado de sentido para os aprendizes. De acordo com este modelo teórico, o educando se constitui um mero receptor passivo dos conhecimentos que são memorizados e repetidos mecanicamente, ou seja, são nele depositados, por essa razão é denominado educação bancária.

Nessa estrutura pedagógica tão rígida os atores sociais têm seus papéis bem definidos: o educador é aquele que sabe e por isso transmite os conhecimentos, não admitindo ser questionado em sua autoridade pedagógica. A este compete o ato de pensar e expressar-se. O educando, sujeito da aprendizagem, se constituiu o ser em processo de adaptação e ajustamento, restando a esse, poucas opções que são as de ouvir, receber e submeter-se, tendo pouco a acrescentar, graças a sua insignificante ou nenhuma experiência.

A teoria construtivista surge então, enquanto teoria que rompe com a perspectiva tradicional do ensino, por adotar pressupostos filosóficos contrários a essa perspectiva. Afinal, como se posiciona a abordagem construtivista da aprendizagem? Evocar a perspectiva construtivista ou interacionista pressupõe a ruptura com as teorias aprioristas e empiristas.

A teoria inatista ou apriorista, propõe que o conhecimento é adquirido a partir das estruturas inatas, que o predestinariam á aprendizagem. Nesta perspectiva a atividade do aprendiz apenas estimularia o conhecimento interno do indivíduo: "dependeria de estruturas mentais inatas altamente especializadas, que seriam capazes de abstrair a essência dos objetos para a formação dos conceitos*"* (SCHCH apud MORAES, 2000, p.117)

Ainda de acordo com Moraes (2000), o empirismo, apresenta-se enquanto tendência mais freqüente entre os professores, postulando que a aprendizagem é resultante da sobreposição da experiência ao pensamento. Sendo esta experiência produzida por intermédio dos estímulos captados pelos órgãos dos sentidos, em especial a observação do meio.

A concepção construtivista da aprendizagem concebe que o conhecimento é adquirido através da interação do sujeito (e complexificação de sua estrutura mental) com o meio físico ou social sendo, portanto um *construtor ativo de significados,* por não conhecer a realidade em sua plenitude, apropriando-se da cultura na qual está circundado e da linguagem cria as teorias e representações da realidade.

A perspectiva construtivista adotada neste trabalho está fundamentada nas idéias de von Glasersfeld (1990), chamado de construtivismo radical. Segundo Fossa (1998), o construtivismo radical se constitui a perspectiva que melhor se adequa e respalda o ensino da matemática. O construtivismo radical é definido por esse autor como a "teoria do

conhecimento ou um modelo que mostra como a mente racional funciona na organização de suas experiências." *(FOSSA, 1998, p. 15-16)*

Ancorando-se nas idéias de filósofos pré-socráticos, Montaingne, Berkeley, Vico e Kant, apropriando-se ainda das contribuições mais recentes da escola operacional italiana e da epistemologia genética de Jean Piaget, o construtivismo radical adota uma visão pós-epistemológica lançando seu foco na *teoria do conhecer* ao invés da teoria do conhecimento.

Conforme o construtivismo radical o educando assume papel destacado, se constituindo o alvo do processo ensino-aprendizagem. Este é o sujeito de sua própria aprendizagem, desde que desafiado a resolver problemas e vivenciar situações que o auxiliarão na estruturação mental. O construtivismo atribui grande importância à experiência, concebendo-a enquanto objeto do conhecimento[2], conforme enuncia Fossa: "a experiência é separada da sua suposta fonte objetiva e, portanto, a independência do objeto do sujeito não é mais sustentável*" (FOSSA, 1998, p.16).*

Outro aspecto imprescindível ao processo ensino-aprendizagem na perspectiva construtivista é interatividade. Interação esta que condicionará a eficácia do processo de aprendizagem e acontece em diversos âmbitos: do aprendiz com objeto do conhecimento, aprendiz e o professor, aprendiz e demais colegas.

O construtivismo radical atribui importância especial à noção de verdade, não reivindicando as prerrogativas de ter *"*encontrado uma verdade ontológica, mas apenas propõe um modelo hipotético que pode vir a ser útil" *(VON* GLASRSFELD,1990, p.10). Nesta perspectiva a *verdade objetiva* se constitui de uma experiência pessoal sistematizada

[2] Na perspectiva de Piaget (1937, apud, VON GLASERSFELD, 1990. p.06),Um objeto se constitui em*"* algo que o sujeito cognoscente construiu através de distinções e coordenações em seu campo de percepção."

com coerência, haja vista a impossibilidade de mensuração significativa desta realidade, aspecto discutido por von Glasersfeld e ressaltado por Fossa (1998, p.16-17):

> [...] é impossível verificar a correspondência proposta porque "não há um meio lógico possível para checar a 'verdade objetiva' do conhecimento se o objeto desse conhecimento for acessível apenas por um ato do conhecimento" (VON GLASERSFELD, 1985, p.52) Em outras palavras, não temos uma posição independente pela qual possamos comparar nossas estruturas cognitivas com aquelas da realidade extramental pretendida.

No entanto, apesar do caráter abstrato e pessoal da concepção da realidade pelo sujeito, esta apresenta três características: "é estável, não arbitrária e publicamente compartilhada" (FOSSA, 1998 p.19). Apesar da aceitação desses atributos sem contestação, a ausência de uma argumentação que explique convincentemente a existência generalizada de tais características da realidade se constitui em uma controvérsia do construtivismo radical.

A concepção de realidade para esta teoria é dotada de um relativismo por ser esta dependente da experiência perceptiva do sujeito, a fim de averiguar a relação de fidedignidade entre o objeto e a construção do conhecimento (sua representação) pelo aprendiz. Desta forma as impressões que se abstrai do mundo, são produtos da experiência sobre este, não se constituindo de uma cópia exata de uma realidade ontológica. Fossa (1998, p. 24) explica: *"*O sujeito é, antes de tudo, um participante ativo no processo de

conhecimento. Deve selecionar e organizar suas experiências de modo a conferir significado a todas as suas aquisições sensoriais".

A aquisição e ampliação conceitual se dão pelo aprendiz através da abstração reflexiva enquanto estratégia de compreensão, aspecto proposto por Piaget (1995) e esclarecido por Fossa (1998, p.25):

> [...] a abstração reflexiva é, então uma crítica das nossas atividades de reflexão, que resulta num todo conceitual consistente, quer seja pela soma de novas experiências ao esquema já construído, ou pela reorganização de esquemata para acomodar o novo material

Considerando os aspectos já relacionados quanto a gênesis do conhecimento pelo educando, a abordagem construtivista da aprendizagem pressupõe um redimensionamento metodológico no qual a ação de ensinar anteriormente marcada pelo enfoque transmissivo dará lugar a atividades que priorizem "[...] a organização bem sucedida pelo aluno da sua própria experiência" (VON GLASERFLD apud FOSSA, 1998, p.27)

Os erros são redimensionados e até valorizados na concepção de ensino construtivista, por darem indícios do pensamento empregado na construção conceitual. Estes sinalizam para os equívocos conceituais e instrumentalizam o processo de mediação. O garimpar de tais sintomas de aprendizagem sugerem a necessidade de uma avaliação processual e individualizada.

A organização e inclusão do educando num ambiente desafiante e matematizador é uma das atribuições do professor construtivista, especialmente nas séries iniciais, visando à construção de conceitos matemáticos, a partir da abstração reflexiva. A esse respeito Fossa (1998), escreve ressaltando a importância da utilização dos recursos e atividades de ensino para efetivação do processo ensino-aprendizagem.

A avaliação pautada nos pressupostos construtivistas sinalizará sobre a eficiência ou caso contrário, ineficiência da metodologia de ensino empregada pelo professor para alcance de seus objetivos frente ao desenvolvimento de cada aluno, ou seja, esta se constitui em uma referência ao professor ao permitir que esse reflita sobre sua prática, reformulando e re-planejando quando necessário sua ação docente. Como tal, a avaliação assume as seguintes peculiaridades: é processual, portanto contínua, dialógica e individualizada.

A autonomia, segundo Fossa (1998), é um requisito indispensável ao processo de ensino-aprendizagem na perspectiva construtivista haja vista que é a partir desta que o aprendiz vivencia as experiências que culminarão na aquisição do próprio conhecimento, bem como selecionará os saberes de seu interesse avaliando criticamente as estruturas por ele mesmo construídas.

O autor a que nos referimos destaca ainda o caráter ético da abordagem construtivista ao possibilitar e incentivar o exercício de valores como tolerância, cooperação, confiança e amizade no âmbito das relações de sala de aula, ao considerar que cada educando é único, dotado de ritmo de desenvolvimento e subjetividade própria, o que reivindica uma prática constante de diálogo e interação.

O entendimento da sala de aula enquanto espaço rico e vivo de interações, e a efetivação de situações de aprendizagem que envolva o trabalho em grupo e a

participação dos sujeitos envolvidos no processo, na maioria das vezes implica em um desvio ao padrão tradicionalmente instituído para a disciplina em sala de aula. O barulho produzido pelas interações, que comumente é interpretado por "bagunça ou falta de domínio do professor", cria uma situação a ser administrada pelo educador requerendo desse um perfil de coordenador e orientador das situações de aprendizagem, contribuindo assim, para a configuração de um paradigma de disciplina menos autoritário, possibilitando conseqüentemente uma maior participação e responsabilidade no processo de aprendizagem por parte do aprendiz.

Por acreditamos no potencial desta abordagem e por entendermos ser esta a que melhor se adequa as exigências sociais de uma aprendizagem que desperta no educando a criatividade, autonomia, possibilitando-lhe a atribuir significados efetivos ao situar-se no espaço, fazendo-o estabelecer múltiplas relações entre os conhecimentos geométricos e as demais áreas do conhecimento, justificamos nossa opção teórica, nos sentido desafiados a buscar a coerência, tão necessária e por vezes difícil de ser atingida e administrada entre a teoria e a prática em uma sala de aula real.

1.5. OBJETIVOS

A presente pesquisa, por adotar os pressupostos teórico-metodológicos construtivista já explicitados, corrobora o posicionamento de Nacarato, ao defender

> [...] que a ênfase do ensino de geometria nas séries iniciais seja no aspecto experimental, privilegiando atividades de visualização e percepção espacial, representação e criação de modelos, transformações em figuras bi e tridimensionais, estabelecimento de relações e inferências. (NACARATO,2001, p.96)

Desta forma assume como objetivo geral:

1.5.1 Objetivo geral:

Elaborar e aplicar um módulo de ensino sobre os conceitos geométricos de área e perímetro de polígonos, com fases de avaliação, no 2º ciclo do Ensino Fundamental.

1.5.2 Objetivos específicos:

- Avaliar os conhecimentos geométricos prévios dos alunos participantes da pesquisa.

- Elaborar um módulo de ensino, envolvendo um cronograma de intervenção, seleção dos conteúdos e atividades de ensino.

- Promover intervenções junto aos educandos, a fim de efetivar a aplicação do módulo.

- Relacionar as estratégias utilizadas pelos educandos na resolução das situações problemas propostas.

- Avaliar, identificando as possíveis dificuldades e avanços na aprendizagem dos conceitos de geometria relativos a perímetro e área.

1.6 ABORDAGEM TEÓRICO-METODOLÓGICA

Neste trabalho adotamos uma pesquisa de natureza experimental, denominada por Gil (1991), enquanto experimento "antes-depois" com um único grupo. Ao optar tal modalidade de investigação científica, o pesquisador deve determinar com objetividade o grupo que participará da intervenção, bem como as variáveis a serem observadas e avaliadas durante o processo. Esse autor descreve os procedimentos que envolvem este opção metodológica:

> Consiste em determinar um objeto de estudo, selecionar as variáveis que seriam capazes de influenciá-lo, definir as formas de controle e de observação dos efeitos que a variável produz no objeto.(GIL, 1991, p.53)

A seleção da instituição de ensino, e conseqüentemente do grupo para colaborar com a realização deste trabalho e se tornar nosso campo de pesquisa obedeceu aos seguintes critérios**:** oferecer funcionamento de turmas do segundo ciclo; pertencer à rede pública de ensino; estar situada geograficamente na cidade do Natal e constar de um (a) profissional disponível a colaborar com esta pesquisa.

Em conformidade com a modalidade da pesquisa, elaboramos e aplicamos uma avaliação[3] diagnóstica inicial (pré-teste), a fim de levantar dados sobre os conhecimentos

geométricos prévios dos alunos participantes da pesquisa a fim de dimensionarmos os conhecimentos que serviriam de substrato para a nossa intervenção.

Tais dados foram analisados conforme critério matemático, no qual as respostas foram categorizadas em corretas, incorretas e resposta em branco. Estes foram apresentados por números absolutos e relativos seguido de comentários da pesquisadora.

[3] Os objetivos, conteúdos abordados, dados e resultados da avaliação diagnóstica inicial e final serão apresentados e analisados detalhadamente respectivamente nas partes 2 e 4 desta dissertação.

Com base nos resultados apresentados pela avaliação diagnóstica, organizamos um plano de ação envolvendo o cronograma de intervenção, seleção de conteúdos e objetivos de ensino. Os planos de aula e as atividades que compõem o módulo de atividades foram elaborados no decorrer das intervenções, de acordo com a evolução constatada a partir das participações, respostas e resultados das atividades aplicadas.

As atividades e resultados obtidos a partir da aplicação do módulo de ensino foram descritos, comentados e analisados na tentativa de estabelecer um diálogo entre os objetivos de cada situação de ensino, o processo de construção dos conhecimentos dos educandos com os autores que ancoraram nosso referencial teórico metodológico. O desempenho de tais alunos recebeu também um tratamento quantitativo, pois, tais dados foram categorizados matematicamente, conforme o mesmo critério adotado para análise da avaliação diagnóstica.

Ao final da intervenção, aplicamos uma avaliação diagnóstica de saída, a fim de mensurar os níveis de aprendizagem alcançados pelos alunos após o processo de intervenção, buscando estabelecer as relações entre a eficácia das atividades propostas e o nível de conceitos geométricos demonstrados na avaliação.

Neste momento específico da pesquisa os dados obtidos através da avaliação final, foram analisados através do critério matemático, tendo o desempenho dos alunos apresentados em números absolutos e relativos aliada a análise subjetiva ancorada nas categorias de compreensão propostas por Skemp (1980). Tal categorização foi subsidiada por eventuais entrevistas com alunos, a fim de ampliar a compreensão da pesquisadora em determinadas situações.

A participação da pesquisadora na busca por relações e indícios, seu pensamento e interpretação (com toda subjetividade) ao classificar os níveis de aprendizagem a partir

das categorias de Richard Skemp (1989): *compreensão instrumental* e *compreensão relacional*; o formato da pesquisa: o caráter marcado pela interação entre pesquisadora e professora colaboradora, e pesquisadora e alunos, constituem aspectos que demonstram a apropriação do caráter qualitativo da presente pesquisa, permitindo desta forma, sua intercessão no campo da pesquisa-ação[4].

Segundo Bogdan e Bilklen (1997), esta perspectiva de pesquisa acadêmica tem como pressuposto a investigação de aspectos relevantes de um determinado "problema" com fins a oferecer contribuições e conseqüentemente desencadear "mudanças sociais". Thiollent, (1985 apud GIL,1991, p.60) define a pesquisa-ação como:

> **[...] um tipo de pesquisa com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo.**

[4] A pesquisa ação assim como a pesquisa experimental, apresenta seus limites sendo desacreditada por alguns pesquisadores. Segundo Gil (1991) o relacionamento do pesquisador com o grupo envolvido no problema, foco do estudo, se constitui uma fragilidade desta modalidade de pesquisa, podendo comprometer a objetividade do pesquisador, o que por sua vez, pode desqualificar a investigação científica.

Bogdan e Bilklen (1997) entendem que tal investigação é pautada pela objetividade, e que esta, no entanto, não exclui as impressões do pesquisador. Em contrapartida, estes autores advertem para a importância da tomada de precauções quanto à necessidade da descrição detalhada dos aspectos observados, atentando para a honestidade, o rigor e o dimensionamento da amplitude de relações em que o objeto de estudo está imerso.

Ressaltaremos ainda, algumas características que foram consideradas por esta pesquisa se constituem apropriações da pesquisa ação, de origem etnográfica, proposto por André (1995):

- Ênfase no processo da investigação em detrimento ao resultado final ou produto da investigação.

  Acreditamos que o sucesso da pesquisa está intrinsecamente relacionado à análise do processo, relativa à compreensão de como se desenvolve e se dinamiza o processo de aprendizagem de geometria.

- Atenção aos significados.

  Ao adentrarmos no universo escolar objetivamos a busca de significados, apreensão e descrição das visões, experiências e contexto dos participantes da pesquisa: os alunos inseridos no processo de aprendizagem. Interessou-nos investigar como esta se processa bem como as suas implicações para a vida prática de vida dos educandos, entre outras questões.

- Envolvimento do pesquisador – trabalho de campo: "O pesquisador aproxima-se de pessoas, situações, locais, eventos, mantendo com eles um contato direto" (ANDRÉ, 1995, p.29).

  A pesquisa[5] constou de uma intervenção (trabalho de campo) que teve a duração de aproximadamente cinco meses, equivalendo a um semestre letivo.

[5] A presente pesquisa não atende ao critério "Envolvimento prolongado do pesquisador" empregado originalmente em uma pesquisa etnográfica conforme propõe André (1995), no entanto, tal aspecto não foi omitido sendo, portanto, parcialmente considerado nesta conforme explicitamos.

- O pesquisador se constitui instrumento principal da investigação científica.

Em virtude dessa característica, destacamos a intervenção direta da pesquisadora com a realidade investigada, bem como o tratamento descritivo e interpretativo utilizado para análise dos dados.

1.7 CONTEXTUALIZANDO O CAMPO DE PESQUISA: A TENTATIVA DE DESCREVER UMA REALIDADE DINÂMICA

A Escola Municipal Prof. Carlos Bello Moreno acolheu-nos para realização da pesquisa atendendo aos requisitos predefinidos e contemplando os critérios de objetividade e viabilidade da realização da pesquisa. A referida instituição de ensino situa-se a Rua Arapiraca S/n, Conjunto Jiqui, Bairro: Neópolis, Natal, RN, Fone: (084) 3232-4761.

Situada à zona sul desta capital, a escola está estrategicamente localizada. De fácil acesso, atende a uma clientela de classes média e baixa, recebendo, no entanto, alunos oriundos de bairros circunvizinhos. Esta funciona nos turnos matutino e vespertino, oferecendo Educação Infantil e Ensino Fundamental I e II (1º e 2º ciclos).

1.7.1 Caracterização do espaço da escola

A caracterização do espaço da escola contemplou os seguintes aspectos: Condições estruturais do prédio; Caracterização do atendimento; Quadro docente; Classe enquanto ambiente de aprendizagem e interação; Nossa inserção no campo de pesquisa e apresentação dos nossos interlocutores, finalizamos com a apresentação dos dados da turma.

1.7.2 Condições estruturais do prédio:

A escola apresenta um ambiente agradável e acolhedor. Sua estrutura física, recentemente reformada e ampliada, se adequa as atividades docentes oferecendo conforto e bem estar aos discentes, docentes e funcionários que nela convivem. Portando uma estrutura física de médio porte, composta por: 05 salas de aula; sala de leitura e vídeo, coordenação, 02 parques infantis, quadra sem cobertura, banheiro para funcionário, 02 banheiros (masculino e feminino) contendo 03 cabines e chuveiro; copa com dispensa; sala de professores; secretaria; sala de direção e almoxarifado.

1.7.3 Caracterização do atendimento: Dados relativos à oferta e a procura de vagas:

Distribuição dos alunos atendidos[6]:			
Modalidades de ensino oferecido:	**Número de alunos por turnos**		
	Matutino:	**Vespertino**	**Totais:**
Educação Infantil	_	24	24
Ensino. Fundamental I e II	130	111	241
Total:	130	135	265

Observa-se que a escola atende a um baixo número de alunos, apesar da excelente estrutura oferecida pela instituição de ensino. Tendo uma distribuição de 26 alunos por sala no turno matutino e 27 alunos no turno vespertino. O que representa um número ideal na visão dos professores de forma geral, e um número inferior ao estipulado pela Secretaria de Educação do Município que é de 35 alunos por sala de aula.

A pequena procura das escolas públicas na zona sul da Cidade do Natal se constitui em um problema peculiar a essa área distrital. Uma das supervisoras pedagógica da escola analisa a dificuldade enfrentada pela escola frente ao pequeno número de alunos em relação às escolas da zona oeste e norte atribuindo como causa de tal "esvaziamento" a provável melhoria das condições sócio-econômica dos moradores deste setor e a oferta de escolas privadas de pequeno e médio porte que competem diretamente pela clientela. O que também demonstra, em nossa percepção, certo descrédito no potencial da escola pública.

1.7.4 Quadro docente.

[6] Os dados apresentados são relativos ao ano letivo de 2004. ano em que a pesquisa se efetivou.

A Escola dispõe de 10 professores polivalentes[7] que lecionam nas turmas de Educação Infantil e Ensino Fundamental I e II, e ainda dispõe de 02 professores com formação específica, conforme apresentando na tabela abaixo:

Distribuição dos docentes:		
Séries	**Professores por turno:**	
	Matutino	**Vespertino**
Educação Infantil:	_	01
I ciclo (1º série)	01	01
I ciclo (2º série)	01	01
II ciclo (3º série)	01	01
II ciclo (4º série)	02	01
Prof. de sala de leitura	01	01
Prof. de ed. física	01	01
Totais:	07	07

Durante todo o período em que estivemos na escola desenvolvendo a intervenção presenciamos o funcionamento efetivo do quadro docente, aspecto que

[7] O termo Professor polivalente é utilizado para designar o docente com habilitação no magistério (em nível do Ensino médio) e, ou pedagogo (nível superior), habilitado para ensinar as turmas de Educação infantil

demonstrou a adequação e o perfeito funcionamento deste.

1.7.5 Classe enquanto ambiente de aprendizagem e interação:

A escola dispõe de 05 salas de aula, funcionando em dois turnos (10 turmas), onde 09 destas atendem ao Ensino Fundamental I e II (1° e 2° ciclos). As salas em geral são arejadas, possuindo em média dois ventiladores por sala, 02 armários (um para cada turno) onde são guardados os materiais didáticos e de expediente, 01 quadro branco, 01 birô com cadeira, e as carteiras dos alunos.

A sala de aula enquanto espaço e palco em que se desenvolve o processo formal de ensino-aprendizagem se constitui um ambiente agradável: com luminosidade adequada proveniente das janelas e combogós. Observa-se a intenção de tornar a sala de aula em um ambiente agradável e diríamos acolhedor em relação às salas de aulas de escola pública a que esta pesquisadora está acostumada a freqüentar. No interior das salas há um relógio de parede; quadro para avisos onde são fixados os horários de aula e o cardápio de lanches mensal; nas paredes das salas são expostos os trabalhos e cartazes confeccionados pelos alunos. Também compõe este cenário uma planta pendurada ao teto em um vaso. Aspectos que dão um tom humanizante e de certo requinte ao ambiente escolar.

---

e Ensino fundamental.

1.7.6 Nossa inserção no campo de pesquisa e apresentação dos nossos interlocutores:

Movida pela curiosidade de professora e pesquisadora realizamos o nosso primeiro contato junto à direção da escola em Janeiro de 2003, durante o período de recesso dos professores e alunos. Neste momento expusemos nossa intenção que foi prontamente acolhida e agendamos um próximo encontro com a equipe técnica e professores do turno matutino.

Este encontro se daria durante o planejamento que antecederia o início das aulas, e aconteceu a 27 de fevereiro de 2004. Nosso primeiro contato com o grupo de professores e especialistas que participavam do planejamento foi breve: fomos apresentados a estes pela diretora da escola, sendo explicitado os objetivos do nosso trabalho, bem como a proposta de intervenção. Por alguns segundo sentimo-nos como em meio a um leilão: a sorte estava lançada! Quem nos arrematariа?

Nosso impasse foi resolvido em muito pouco tempo. A professora Maria de Fátima Costa da Silva espontaneamente concordou em receber-nos em sua turma, II ciclo B. Marcamos a seguir nosso primeiro contato com a turma que seria no dia 04 de março, no decorrer da primeira semana de aula.

Ao chegarmos à escola no dia marcado nos surpreendemos com a acolhida. A escola havia se preparado para recepcionar seus alunos: um belo jardim havia sido ambientado com Branca de neve e os sete anões e um cesto de flores. Havia faixa de boas vindas, corbelha de bexigas na entrada nas cores que caracterizam a escola (azul e branca), e um vaso com flores em cada sala. Observamos a satisfação e surpresa no olhar das crianças que adentravam a escola.

Nossa chegada na sala de aula foi marcada pela surpresa e curiosidade por parte das crianças. Fomos apresentadas ao grupo pela professora Fátima, como a professora que ia desenvolver um trabalho junto à turma. Não sentimos rejeição por parte dos alunos e isso animou-nos. No segundo encontro com os alunos dispusemos de maior tempo de observação com a turma.

A listagem da professora constava de 26 alunos matriculados. Confirmamos a impressão de que a classe apresentava um nível de desempenho adequado ao segundo nível do segundo ciclo[8], demonstrando ser participativa. Um grupo, no entanto, se destacou por sua pouca concentração e grande nível de dispersão.

Os alunos estavam dispostos no espaço da sala de forma não convencional, no centro da sala as cadeiras estavam dispostas em seis duplas, estando às carteiras nas laterais e no interior da sala organizadas em fileiras. Tal disposição adequou-se a nossa proposta de intervenção voltada à interação e trabalho cooperativo, de sorte que em momento algum necessitamos modificá-la. Observamos, no entanto, que a possibilidade do aluno buscar suas parcerias e afinidades implicava na necessidade de maior esforço para manter a disciplina necessária à compreensão e realização das atividades. Sem dúvida este aspecto representou um grande desafio à pesquisadora durante todo tempo em que passamos trabalhando junto a esta turma: a luta para estabelecer uma comunicação eficiente e

[8] Tal avaliação realizada pela pesquisadora, tem por critério sua experiência de docência e apoio pedagógico em turmas do mesmo nível em outras escolas da rede municipal, e os exames oficiais e extra-oficiais que atestam a ineficiência da educação brasileira. Weinberg (2004, P.120), apresentando os dados da pesquisa realizada pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), segundo a qual, os alunos "[...]estão concluindo o ensino fundamental sem saber somar nem subtrair...Já na prova que mediu a capacidade de leitura, eles não conseguiram reter nem interpretar textos indicados nas primeiros anos escolares". A fim de minimizar o problema da qualidade do ensino, a rede municipal de ensino na cidade do Natal, acrescentou ao 1°ciclo do Ensino Fundamental mais um ano, de modo que este nível possui a partir de 2005 vai possuir a duração de três anos e o segundo ciclo permanece constando de dois anos letivos.

Observamos, no entanto, que com exceção de um aluno que esteve temporariamente freqüentando esta turma, todos os alunos estavam alfabetizados e apresentava o entendimento das quatro operações

conseqüentemente ser entendida.

No terceiro encontro realizamos a avaliação diagnóstica inicial. Pedimos que os alunos acompanhassem a leitura da atividade com a pesquisadora, exploramos o significado de cada enunciado, solicitamo-lhes que respondessem a atividade da forma mais atenciosamente possível, pois o resultado de tal atividade iriam auxiliar-nos na realização da pesquisa.

De posse de tais resultados e ciente das inúmeras possibilidades do ensino de geometria lançamo-nos ao desafio de adentrar a sala de aula a fim de interagir, instigar e fazer pensar sobre as questões geométricas elencadas em nosso plano de ação. Planejamos um módulo de ensino envolvendo os conteúdos de geometria essenciais, proposto para o 2º ciclo conforme uma revisão bibliográfica nos livros didáticos e Parâmetros Curriculares Nacionais. (BRASIL, 2001).

A intervenção pedagógica teve a duração de quatro messes (abril a julho de 2004), tendo sido reservado para aplicação do módulo de ensino dois momentos semanais.

A intervenção didática teve sua tônica nas atividades de ensino, através das quais os alunos foram desafiados a refletirem e buscarem soluções que respondessem satisfatoriamente as situações problemas. O envolvimento da turma frente ao processo de aprendizagem foi aspecto visível através da motivação, interesse e participação nas atividades propostas pelo módulo de ensino. A manipulação de material físico diversificado, bem como o emprego de instrumentos de medições variados como régua, transferidor, fita métrica, papel quadriculado, cubos de isopor entre outros, além atividades de recorte envolvendo interação constante (trabalho em grupo) foram aspectos que se

---

fundamentais, fato quase inédito nas turmas deste nível (equivalente a 4° série) na rede pública. Outro aspecto observado foi a inexistência de distorção idade X série nesta turma.

fizeram presentes durante todo o período da intervenção.

Ao final da intervenção foi organizada uma oficina de construção de embalagens e caixas retangulares de presentes que foi orientada pela pesquisadora e ministrada pelos alunos aos convidados (seus pais e colegas).

A oficina de construção de caixas e embalagens, ponto alto da intervenção teve por objetivo geral:

- *Identificar e aplicar os conhecimentos geométricos (elementos dos poliedros, área e volume) presentes na confecção de embalagens e caixas de presentes.*

Como objetivos específicos:

- Ampliar as possíveis noções dos educandos sobre o conceito de área.
- Calcular área dos quadriláteros, empregando estratégias diversas que conduzissem a uma generalização do processo (contagem de malha quadriculada, combinatória e desenvolvimento da fórmula específica).
- Calcular através de processo de contagem (malha quadriculada), e através da aplicação da fórmula para a área do retângulo a área de papel utilizada na construção de caixas retangulares.
- Reconhecer e identificar as três dimensões envolvidas no cálculo de volume do bloco retangular das embalagens e caixas de presentes.
- Diferenciar medida de capacidade de medida de volume.
- Encontrar medida de capacidade de caixas retangulares por estimativa (contagem de cubos).
- Expressar matematicamente o cálculo (volume e capacidade), resultado da

contagem dos cubos.

- Construir e generalizar a fórmula para calcular o volume e capacidade de caixas retangulares.
- Identificar nos sólidos geométricos seus elementos constitutivos nomeando e quantificando-os: Arestas, vértices, faces.
- Explicitar a medida de capacidade de cada embalagem confeccionada.

A oficina voltada para a construção de caixas retangulares (paralelepípedo retângulo) constituiu-se numa rica oportunidade de explorar de forma criativa, prática e significativa os conteúdos e conceitos estudados, que até então não estavam sendo empregados de forma consciente no dia-a-dia dos educando, inerentes à identificação dos elementos dos paralelepípedos retângulos, do conceito de área, de volumes, da identificação de formas planas, utilização de régua, simetria, entre outros.

1.7.7 Dados da turma

Um aspecto relevante e peculiar à realidade escolar da rede pública, em especial, específica à instituição aonde se realizou a pesquisa foi o ingresso de alunos[9] durante todo o ano letivo. No decorrer da realização da intervenção o número de alunos matriculados foi

[9] O número de alunos matriculados no ano anterior é o critério que determina o porte da escola e consequentemente os percentuais da gratificação da direção e vice-direção, bem como as verbas destinadas a escola: PDE (plano de Desenvolvimento da Escola), PDDE (Programa de dinheiro direto na escola), e valor per capto da merenda escolar.

Além disso, a Secretaria Municipal de Educação desautoriza o funcionamento de turmas com número inferior a vinte alunos.

alterado constantemente. Há um mês para o encerramento da aplicação do módulo de ensino, a turma recebeu três novos alunos, dos quais um era integrante de uma caravana circense temporariamente fixada ao bairro, este aluno se manteve na classe até o final da pesquisa, no entanto, ao retornarmos no mês de outubro ele já havia sido transferido. Ao concluirmos nosso trabalho, a caderneta da professora constava de 31 alunos matriculados dos quais dois haviam sido transferidos.

Outro aspecto observado foi à alta rotatividade na freqüência dos alunos. A média diária de alunos que freqüentavam as intervenções era de 24 alunos[10]. Fato que nos fez adotar como critério de seleção para participação na pesquisa a realização das duas avaliações

diagnósticas inicial e a final. Desta forma participaram inicialmente da avaliação vinte e um alunos e na segunda dispusemos de vinte e quatro. A fim de garantirmos uma coerência no processo de análise dos dados, consideramos como universo da pesquisa apenas os vinte e um alunos que participaram dos dois momentos avaliativos pressupondo que vivenciaram todo o processo de intervenção pedagógica.

Os alunos participantes da pesquisa possuiam a faixa etária de 9 a 11 anos, não apresentando, portanto, índices de dispersão idade × série. O Quadro abaixo mostra a distribuição dos alunos por sexo:

[10] Tal percentual foi obtido considerando as atividades desenvolvidas durante todas as intervenções. Se considerarmos apenas a atividades específicas voltadas ao ensino dos conceitos de perímetro e área este índice se torna inferior: dezenove alunos.

DISTRIBUIÇÃO DE ALUNOS POR SEXO:					
Masculino		**Feminino**		**Totais**	
Nº	%	Nº	%	Nº	%
10	*48*	*11*	*52*	*21*	*100*

1. 8 AVALIANDO OS LIMITES DA PESQUISA

Encerraremos este parte expondo as situações próprias dos contextos materiais, cenário desta pesquisa e sua realidade enquanto aspectos a serem considerados condicionantes ou não do resultado final deste trabalho. Dentre os quais destacamos:

As interrupções constantes na dinâmica de continuidade das intervenções em função das paradas de advertência dos professores e luta pela valorização profissional. Tais paralisações impuseram à necessidade de retomar e revisar determinados conteúdos, prolongando nossa permanência na escola.

A rotatividade na freqüência dos alunos

O término do horário, momento exato em que estávamos oferecendo orientação individualizada aos grupos com maiores dificuldades era sempre interrompido pelo que chamamos de *assalto do lanche*, momento em que as serventes adentravam a sala a fim de distribuir a merenda. Após sua entrega era inviável a realização de qualquer atividade ou explicação, o recreio consolidava-se no interior da sala de aula.

A falta de concentração e indisciplina de determinados alunos que os impediam de finalizar determinadas atividades, necessitando sempre da supervisão e mediação da

pesquisadora.

Entendemos que se tais aspectos se constituíram de alguma forma entraves ao processo de mediação, no entanto, a realidade de sala de aula não está isenta de condicionantes que exigem do professor a busca constante por alternativas que minimizem os efeitos desse para o processo de aprendizagem.

2 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DA AVALIAÇÃO INICIAL

> Gosto de ser homem, de ser gente, porque sei que a minha passagem pelo mundo não é predeterminada, preestabelecida. Que o meu "destino" não é um dado mas algo que precisa ser feito e de cuja responsabilidade não posso me eximir. Gosto de ser gente porque a História em que me faço com os outros e de cuja feitura tomo parte é um tempo de possibilidades e não de determinismo. Daí que insista tanto na *problematização* do futuro e recuse sua inexorabilidade.
>
> Gosto de ser gente porque, inacabado, sei que sou um ser condicionado mas, consciente do inacabamento, sei que posso ir mais além dele. Esta é a diferença profunda entre o ser condicionado e o ser determinado. (FREIRE, 2000)

Nesta parte apresentamos os objetivos, questões e desempenho dos alunos relativos à avaliação inicial. Encerramo-a tecendo algumas considerações sobre os resultados obtidos.

2.1 OBJETIVOS DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

A avaliação foi elaborada e aplicada com finalidade de dimensionar o perfil da turma em relação aos conhecimentos geométricos considerados pré-requisitos para o segundo ciclo, conforme revisão bibliográfica realizada em livros didáticos: Imenes (1995), Sosso (2000), Tosatto (2001), Dante (2003), e Parâmetros Curriculares Nacionais (2001).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2001), enquanto documento oficial que sistematiza e orienta o currículo nacional para o Ensino Fundamental sistematiza os conteúdos matemáticos para o segundo ciclo (4ª série) distribuindo-os em duas grandes categorias: *Conteúdos conceituais e procedimentais* e *Conteúdos atitudinais*. Na primeira, os conteúdos matemáticos estão organizados em blocos, a saber: Números naturais, sistema de numeração decimal e números racionais; Operações com números naturais e racionais; Espaço e forma; Grandezas e medidas; Tratamento de informação.

Esta pesquisa e em especial os conteúdos abordados pela avaliação diagnóstica inicial tiveram sua tônica no bloco de conteúdos: Espaço e forma e Grandezas e medidas.

O instrumento da avaliação diagnóstica foi uma avaliação escrita individual, versando sobre conhecimentos elementares de figuras planas (polígonos e o círculo),

identificação de eixo de simetria em figuras geométricas planas, uso do conceito de perímetro aplicado a um retângulo numa situação problema, verificação do conceito de medir aplicado a área de dois retângulos quadriculados pela mesma malha, e conhecimentos elementares sobre as figuras tridimensionais mais conhecidas (forma, número de faces, vértices e arestas). Os alunos tiveram o tempo normal de duas horas/aula para responder ao trabalho, com mediação ocasional da pesquisadora.

A avaliação diagnóstica teve por objetivo:

i) Avaliar o nível de conhecimento dos alunos sobre figuras geométricas planas (polígonos e círculo), figuras geométricas espaciais (paralelepípedo retângulo, cilindro, cone, prisma, cubo, pirâmide), e eixo de simetria;

ii) Verificar a habilidade dos alunos para resolver uma situação problema usando o conceito de perímetro;

iii) Identificar o entendimento do aluno quanto ao conceito de medir área do retângulo.

2.2 **APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS:**

Os dados coletados são apresentados de acordo com cada questão da avaliação e compreende: o enunciado da questão; um quadro com números absolutos e porcentagens e um comentário sobre os resultados obtidos.

As respostas dos alunos foram tabuladas em certas, incorretas (ou erradas) ou

questão não respondida (em branco), para possibilitar uma quantificação e interpretação dos dados obtidos. Na interpretação das respostas são considerados: uma análise quantitativa dos dados, levando-se em conta o currículo de matemática para a o segundo ciclo (4ª série) e, por hipótese, o que se poderia supor para conhecimento dos alunos.

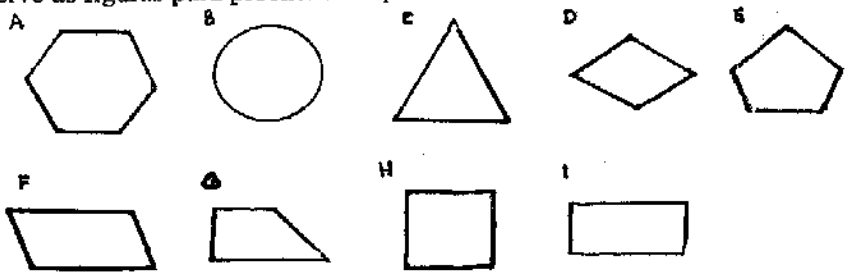
Apresentamos a seguir questão e o quadro de resultados referentes ao desempenho dos alunos.

ESCOLA MUNICIPAL PROF. CARLOS BELO MORENO
MESTRANDA: Ivanilka L. de Azevêdo.
Aluno(a):_____Data:__/__/__

Testando conhecimentos:

Leia com atenção as questões e responda-as da forma mais completa possível. Não esqueça de registras os cálculos e respostas.

01.Observe as figuras para preencher o quadro abaixo:



	Nome da figura	Número de lados	Número de vértices	Número De diagonais
A				
B				
C				
D				
E				
F				
G				
H				
I				

2.2.1 Questão 01:

Questão 1.a: **Nomear as figuras**

Figuras	Certo		Errado		Branco	
	N°	**%**	**N°**	**%**	**N°**	**%**
Heptágono					21	100
Círculo	15	71				
Bola*			05	24		
Redondo*			01	05		
Triângulo	21	100				
Losango	01	05			20	95
Pentágono					21	100
Paralelogramo					21	100
Trapézio					21	100
Quadrado	21	100				
Retângulo	16	76			05	24

A maioria dos alunos nomeou corretamente a figura do círculo, mas para alguns essa figura está associada às suas características ou ainda a objetos que lembrem sua forma. Tal característica é denominada por Piaget (apud Lovell, 1988) como preconceito, se constituindo a etapa inicial do processo de formação conceitual. Neste momento específico (a partir dos dois anos) a criança abstrai os objetos a partir de suas propriedades e usos.

No nível posterior de construção conceitual (entre sete a onze anos), nível ideal em que esperava-se teoricamente que tais alunos estivessem, a criança apresenta um salto

qualitativo ao desenvolver o pensamento reversível[11], elemento pré-requisito ao desenvolvimento do pensamento lógico e matemático, possibilitando ao educando a elaboração conceitual de classe, relação, número, peso e tempo.

Neste nível, o desenvolvimento de esquemas de ação está intrisencamente relacionada à formação conceitual, recebendo o suporte da percepção (observação), sendo que esta última dissociada do esquema de ação, não é suficiente para conduzir a formação conceitual. Em síntese, a formação conceitual neste momento é resultado imediato do contato e interação do indivíduo com a realidade.

Seis alunos apresentaram nível preconceitual relativa à identificação e nomeação da figura do círculo.

O resultado sinaliza para a ausência de um trabalho sistemático no sentido de diferenciar o círculo, uma figura plana, da esfera, uma figura espacial.

Observamos ainda, que o quadrado e o triângulo foram as formas geométricas mais conhecidas apresentando um índice de 100% de acerto por estes alunos. Alguns não lembraram (ou não sabiam) nomear a figura do retângulo, no entanto, tal figura apresentou o segundo maior índice de acertos: dezesseis alunos.

Alguns polígonos como o pentágono, hexágono, paralelogramo e o trapézio não foram nomeados, apontando para uma ausência absoluta deste conhecimento ou informação.

O diagnóstico demonstrou que as figuras mais conhecidas dos alunos são: o triângulo (isósceles, ainda que eles desconheçam as suas propriedades), o quadrado, o retângulo e o círculo (não obstante a existência de crianças em nível inicial de formação

[11] A reversibilidade é definida por Lovell (1988, p.17), enquanto "[..], a possibilidade permanente que uma pessoa tem de retomar em pensamento ao seu ponto de partida."

conceitual desta figura). Essas são as mais comumente trabalhadas na Educação Infantil e séries anteriores do Ensino Fundamental.

Questão 1.b: **Registrar os números dos lados das figuras**

	Figuras	**Certo**		**Errado**		**Branco**	
		N°	**%**	**N°**	**%**	**N°**	**%**
	Heptágono	16	76			05	24
	Círculo	13	62	07	33	01	05
	Triângulo	20	95			01	05
	Losango	16	76			05	24
	Pentágono	16	76			05	24
	Paralelogramo	16	76			05	24
	Trapézio	16	76			05	24
	Quadrado	21	100				
	Retângulo	19	90	01	05	01	05

Com relação à observação, contagem e registro dos lados das figuras destacamos em ordem decrescente de acertos o quadrado com 100%, o triângulo com 95%, o retângulo com 90%, o heptágono, losango, pentágono, paralelogramo e trapézio com respectivamente 76% e o círculo com o menor índice de acerto: 62%, ou seja, não atribuição de lados na figura.

Chama atenção o fato de que 33% dos alunos que responderam este item

incluíram lados no círculo. Uma possibilidade de interpretação dessa resposta é que esses alunos, menos atentos, talvez, tenham sido *induzidos* pelo enunciado da questão a determinar um certo *número de lados* para o círculo, desde que no quadro de respostas havia uma referência a essa figura.

Questão 1.c: **Registrar o número de vértices das figuras**

	Certo		**Errado**		**Branco**	
Número de vértices	**N°**	**%**	**N°**	**%**	**N°**	**%**
	03	15	01	05	17	80

Questão 1.d: **Registrar o número de diagonais das figuras**

	Certo		**Errado**		**Branco**	
Número de diagonais.	**N°**	**%**	**N°**		**N°**	**%**
	01	05	01	05	19	90

Quanto às outras propriedades dos polígonos explorados pela atividade, vértices e diagonais observamos um índice que consideramos baixo de acertos, e o conseqüente aumento no número de alunos que não responderam as questões que foram de respectivamente 17 e 19 crianças.

2.2.2 Questão 02:.Pinte as figuras do item 01 que possuem eixo de simetria.

Objetivo: **Identificar simetria nas figuras propostas no item 01**					
	Certo		**Errado**	**Branco**	
Simetria	**N°**	**%**	**N°**	**N°**	**%**
	07	33		14	67

Nessa questão os alunos foram solicitados a pintarem as figuras da questão 01 que possuíssem eixo de simetria. Desenhar uma linha dividindo-as em duas iguais seria uma estratégia natural para identificar as simétricas0, se não fosse o desconhecimento demonstrado pelos alunos sobre o assunto. Na maioria das figuras a simetria está bem visível. No caso do círculo qualquer corda passando pelo centro (este não foi explicitado) identificaria a simetria.

Observamos que apenas 07 alunos responderam de forma parcialmente correta, pois alguns alunos se restringiram a identificar simetria apenas nas figuras nomeadas na questão 01.a. Os demais 14 deram demonstração de desconhecimento dessa característica.

A propósito, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2001), sugerem como conteúdos conceituais e procedimentais para o primeiro ciclo, exercício de observação das formas geométricas presentes na natureza e nas produções humanas, sejam elas objetos ou artes; tal observação deve contemplar a exploração de características como forma, simetria entre outros. A mesma proposta curricular sinaliza para um ensino de geometria rico, diversificado e interdisciplinar a fim de favorecer a aquisição de atitudes de observação, identificação e análise de formas geométricas por parte do educando:

*"*Observação de formas geométricas presentes em elementos naturais e nos objetos criados pelo homem e de suas características: arredondadas ou não, simétricas ou não, etc." (BRASIL, 2001, p.73).

Quanto às potencialidades do trabalho com simetria, este referencial curricular amplia as possibilidades de sua exploração ao explicitar como conteúdos conceituais e procedimentais a: "Identificação de simetria em figuras tridimensionais; Identificação de semelhanças e diferenças entre polígonos, usando critérios como número de lados, número de ângulos, eixos de simetria, etc." (BRASIL, 2001, p. 88-89)

Conforme demonstra o resultado da avaliação diagnóstica inicial, a maior parte dos alunos não adquiriram a competência proposta para o primeiro ciclo que seria a identificação de simetría nas figuras planas.

2.2.3 Questão 03:. Situação problema envolvendo o cálculo do perímetro do retângulo.

Objetivo: **Interpretar e responder corretamente a situação problema envolvendo o conceito de perímetro.**

QUESTÃO 03: Arthur quer construir uma cerca viva em torno de sua casa de praia que mede 7,50 m de comprimento por 4,30 m de largura. De quantos metros será esta cerca, lembrando que na frente da casa ele reservou 2m pra o acesso a casa?

	Certo		**Errado**		**Branco**	
Registro do Cálculo	**N°**	**%**	**N°**	**%**	**N°**	**%**
Somou 03 medidas			11	52		
Somou 02 medidas			04	19		
Somou 02 medidas e subtraiu a medida do			01	05		

portão.						
Totais			16	76	05	24
	Certo		**Errado**		**Branco**	
Ilustração do problema	**N°**	**%**	**N°**	**%**	**N°**	**%**
	13	62	05	24	03	14
Registro da resposta por extenso	**Certo**		**Errado**		**Branco**	
	N°	**%**	**N°**		**N°**	**%**
			09	43	12	57

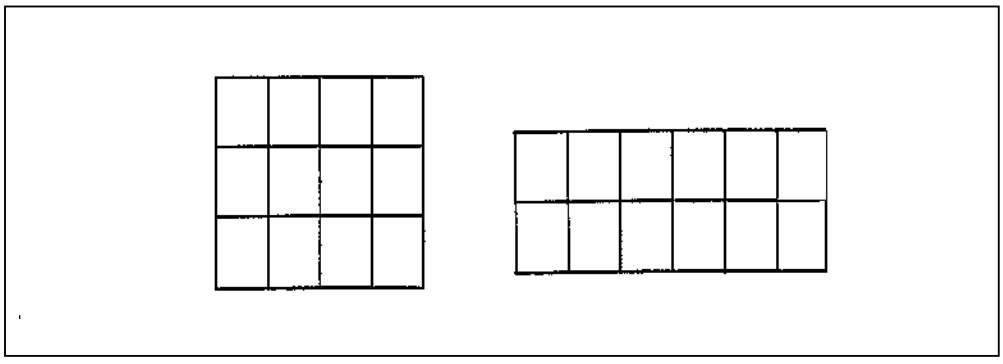
Nessa questão o aluno deveria calcular o comprimento de uma cerca cujo comprimento e largura são conhecidos. Estava implícito no enunciado do problema o comprimento que deveria ser reservado para o acesso a casa. Em virtude dos dados, poder-se-ia chegar ao resultado a partir do uso do conceito de perímetro do retângulo. O quadro de respostas mostra que embora dezesseis alunos tenham tentado resolvê-lo, apenas um deles aproximou-se da resposta correta, porém usando o semi-perímetro (ainda que não necessariamente com propriedade) e descontando a largura para o acesso. Vale salientar que as dimensões explicitadas parecem ter sido suficientes para eles concluírem pela solução do problema, que usa a forma *2×medida do comprimento + 2×medida da largura*, fórmula do perímetro do paralelogramo (inclusive retângulo).

Outro aspecto destacado nessa questão é a exigência de um nível mais elevado de reflexão por parte do aluno, pressupondo a aquisição de habilidades como: leitura e compreensão da situação problema; conhecimento de perímetro do retângulo; utilização de diferentes operações matemáticas envolvidas na resolução; registros da situação (ilustração

do problema, registro do cálculo bem como resposta por extenso). A exploração de registros gráficos diferenciados é um aspecto ressaltado pelos PCN (BRASIL, 2001), enquanto objetivo de Matemática para o segundo ciclo, ao sugerir que o aprendiz deve ser estimulado a empregar desenhos, esquemas, escritas numéricas a fim de expressar idéias, estratégias de resolução e resultados. Observamos que dezesseis alunos tentaram resolver e formalizar o resultado do problema através do registro do cálculo, mas apresentaram equívocos quanto à compreensão do conceito de perímetro.

Conforme pudemos observar, os alunos não utilizaram à ilustração da situação proposta como suporte para compreensão e sistematização dos cálculos que envolviam a resolução da questão.

2.2.4 Questão 04: Observe as figuras abaixo e assinale a que possui a maior área. Não esqueça de justificar sua resposta.



Objetivo: Estabelecer comparação entre as áreas das figuras propostas

	Certo		Errado		Branco	
Conservação de área.	**N°**	**%**	**N°**	**%**	**N°**	**%**
	11	52	08	38	02	10

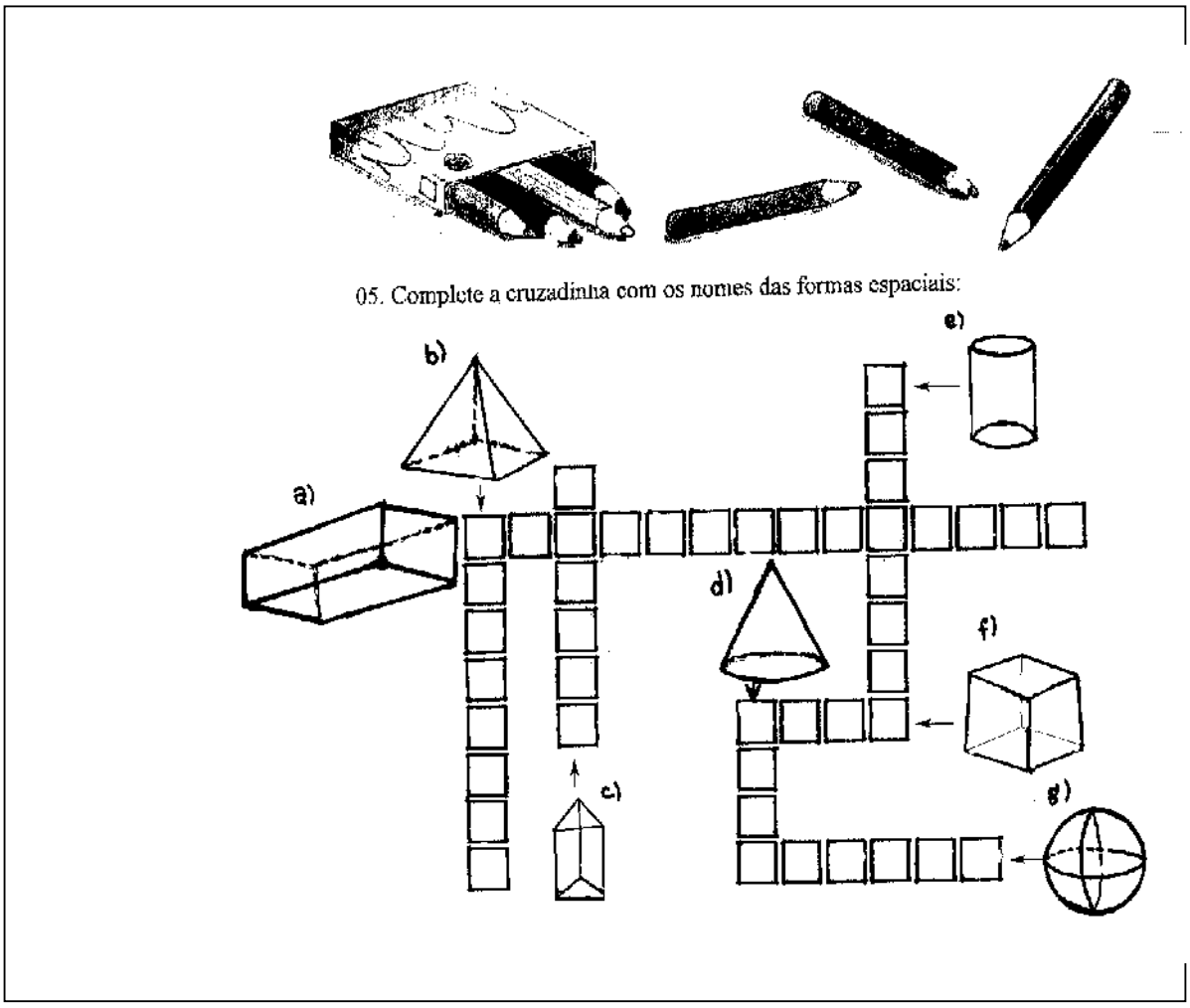
A questão 04 solicitou que os alunos observassem duas figuras quadriculadas pela mesma malha, de dimensões diferentes, porém com áreas iguais. O aspecto quadriculado dos retângulos deveria ser intuitivo para o aluno visualizar a comparação das áreas através do processo de contagem, ou uma estratégia mais sofisticada se fosse o caso. A questão desafiou a dezoito alunos. Os resultados apresentaram um aspecto curioso, pois onze destes responderam corretamente a essa questão, justificando com a coerência inerente ao esquema de ação em desenvolvimento, demonstrando assim conservarem área, conforme Lovell (1988), aspecto pré-requisito para comparação desta. Estes alunos utilizaram-se da contagem e perceberam a igualdade das áreas não obstante a diferença das formas das figuras.

Os demais oito alunos, não conservaram área, estando num nível qualitativo pouco inferior aos demais, pois apesar de utilizarem à abstração empírica, e explicitarem a igualdade de “Quadradinhos”, se deixaram levar pela aparência da figura e em geral indicavam uma das figuras como tendo maior área em função do maior comprimento (06 alunos), e/ou largura (02 alunos). Salientamos, portanto, que esses alunos não dominam o conceito científico de medir como comparação entre grandezas de mesma natureza.

Esta atividade, bem como a do item 03, acena para a importância da exploração de conteúdos como interpretação de imagens (figuras, gráficos, etc.), e registro diferenciado do pensamento lógico matemático, estando este último presente na justificativa da resposta

concernente a comparação estabelecida entre as figuras.

2.2.5 Questão 05: Nomear sólidos geométricos.



Questão 05 Nomear sólidos geométricos.

Figuras	**Certo**		**Errado**		**Branco**	
	N°	**%**	**N°**	**%**	**N°**	**%**
Paralelepípedo Retângulo					17	81
Retângulo*			04	19		
Pirâmide	04	19			17	81
Prisma					*20*	*95*
Triângulo*			01	05		
Cone	*06*	*29*			*15*	*71*
Cilindro	04	19			15	71
Coca-cola*			02	10		
Cubo	11	52			08	38
Dado*			02	10		
Esfera	06	29			11	52
Bola*			01	05		
Globo*			03	14		

A denominação dos sólidos apresentou um índice considerável de participação na atividade, quinze alunos dentre os vinte e um participantes realizaram-na esforçando-se para tentar de alguma maneira expressar os conhecimentos explorados pela questão. Seis alunos não a responderam.

A exemplo da questão 01 desta avaliação, não surpreendeu-nos detectar que as figuras mais conhecidas e nomeadas tenham sido a esfera, o cubo e o cone, não obstante as denominações genéricas registradas, o que corrobora o diagnóstico de que um número considerável de alunos que ainda encontram-se em um nível inicial de formação conceitual, conforme explicitamos na análise da questão 01. Tais respostas são dadas em função da aparente semelhança estabelecida entre a figura geométrica desenhada e alguma forma espacial conhecida.

Atentamos para estratégia de resolução em que o todo (figura espacial) é identificada coerentemente por uma de suas partes (faces) como foi o caso do paralelepípedo retângulo e o prisma.

Outra estratégia utilizada foi à denominação dos sólidos por objetos conhecidos com a mesma forma que as figuras exploradas pela atividade, o cilindro foi nomeado por coca-cola, o cubo foi identificado por dado e a esfera foi denominada de bola e globo. Observamos nesses casos que as relações entre as respostas dadas estão coerentes com a categoria forma das figuras espaciais, sinalizando, no entanto, para aquisição de um nível inicial de formação conceitual dos sólidos geométricos.

Atentamos, no entanto, para a existência de um índice baixo de respostas corretas em relação às respostas em branco, o que denota a apreensão parcial e frágil das formas espaciais.

Esta lacuna de conhecimento geométrico apresentada pela avaliação denuncia a

ausência de conteúdos como à comparação entre objetos físicos e geométricos, a percepção de semelhanças e diferenças entre as formas espaciais e planas. Aspectos propostos como conteúdos do primeiro ciclo, pelo referencial curricular oficial. Segundo esta, tais conteúdos devem ser verticalizados no segundo ciclo, no qual o aprendiz deve ser cobrados ao:

> Reconhecimento de semelhanças e diferenças entre poliedro (como os prismas, as pirâmides e outros) e identificação de elementos como faces, vértices e arestas.
>
> Composição e decomposição de figuras tridimensionais, identificando diferentes possibilidades.
>
> Identificação da simetria em figuras tridimensionais.
>
> Identificação de figuras poligonais e circulares nas superfícies planas das figuras tridimensionais.(BRASIL, 2001, p. 88-89)

Na perspectiva dos Parâmetros, a percepção das crianças em relação a características inerentes as formas espaciais tridimensionais (volume e superfícies) precede aos aspectos peculiares a figuras bidimensionais, dos planos e linhas. Por esta razão a exploração das figuras tridimensionais enquanto recurso à abstração empírica deve ser priorizado no ensino de geometria, haja vista que a partir destas se faz imprescindível a exploração dos demais conceitos.

2.2.6 Questão 06: O quadro que se segue é referente às figuras do item 05, observe atentamente e responda o que se pede:

06. O quadro que se segue é referente as figuras do item 05, observe atentamente e responda o que se pede:

Sólido	Número de faces	Número de arestas	Número de vértices
A			
B			
C			
D			
E			
F			
G			

Esta questão complementa a análise do item anterior, ao demonstrar que os alunos apresentaram dificuldades em nomear as formas espaciais bem como solicitados a analisar e decompor os elementos constituintes dos sólidos.

Apenas um aluno identificou parcialmente o número de faces das figuras por este nomeada. Os demais não responderam as questões. Nenhum dos sujeitos quantificou as arestas e vértices, o que sinaliza para total desconhecimento de tais aspectos.

Os resultados obtidos das questões 5 e 6, revelam a falta de um trabalho

sistemático de geometria com os alunos. No item 05, observamos a ausência de competências direcionadas ao ensino no primeiro ciclo (1° e 2° séries), haja vista que os Parâmetros Curriculares Nacionais propõem como encaminhamentos didáticos a observação, identificação e comparação entre as características peculiares as formas geométricas presentes no cotidiano dos educandos, sejam elas inerentes a elementos naturais ou objetos de criação humana.

Entendemos que o trabalho pautado na formação de tais competências, favoreceria a formação de um repertório mínimo de conhecimentos geométricos de sorte a possibilitar pelo menos a nomeação de tais formas.

A questão 06 explora conteúdos específicos do segundo ciclo (3° e 4° séries), conforme a revisão bibliográfica adotada nessa pesquisa. Conforme as diretrizes propostas pelos PCN, para os conteúdos conceituais e procedimentais o aluno deve estar apto a realizar o *"*Reconhecimento de semelhanças e diferenças entre poliedros (como os prismas, as pirâmides e outros) e identificação de elementos como faces, vértices e arestas.*"* (BRASIL, 2001, p. 88)

O desempenho apresentado pelos alunos na questão 05 (que explorou os conteúdos em nível elementar), serviu para antecipar que uma análise mais elaborada das formas espaciais ainda não poderia ser realizada em função da necessidade de formação conceitual dos elementos dos poliedros. O resultado acima, confirma a tendência já apresentada pelos testes e avaliações oficiais, ao detectarem que os alunos estão concluindo o segundo ciclo com um repertório de conhecimentos defasados equivalendo ao esperado por alunos em nível de primeiro ciclo.

2.3. CONCLUSÕES SOBRE A AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Concluímos sintetizando o desempenho atingido pelos alunos frente aos principais objetivos propostos pela avaliação diagnóstica inicial.

1. Verificar o nível de conhecimento dos alunos sobre figuras geométricas planas (polígonos e círculo), figuras geométricas espaciais, e eixo de simetria.

Conforme demonstrado pela avaliação os alunos possuem conceitos incompletos sobre os principais polígonos (o triângulo, o quadrado e o retângulo), desconhecendo suas propriedades. Outros polígonos, como o paralelogramo, não foram identificados demonstrando o total desconhecimento.

O círculo foi incluído por alguns alunos erroneamente na categoria de polígono, quando teve "seus lados identificados e numerados". Atentamos ainda para a existência de idéias em nível de preconceitos no tocante a identificação e nomeação das figuras exploradas (planas: polígonos e círculo bem como as figuras geométricas espaciais), o que implica em uma compreensão restrita e inadequada para o nível cognitivo esperado de tais sujeitos.

Esta avaliação também revela que o conhecimento dos alunos sobre sólidos geométricos limita-se ao reconhecimento e denominação (nem sempre correta) das formas espaciais mais comuns: a esfera, o cubo e o cone. Todavia, observa-se que estes "vêem" uma semelhança entre as figuras e objetos do cotidiano no processo de identificação e denominação.

Os alunos desconhecem o conceito de simetria: 33% destes possuem apenas uma noção fragmentada sobre esse conceito, não obstante este característica ser tão comum

nos objetos.

2. Verificar a habilidade do aluno para resolver uma situação problema usando o conceito de perímetro.

O diagnóstico indica que os alunos não adquiriram o conceito de perímetro. Nenhum participante conseguiu resolver a situação problema proposta, de modo satisfatório. Esse resultado foi de certo modo inesperado desde que as medições lineares são procedimentos comuns.

3. Verificar o entendimento do aluno quanto ao conceito de medir área do retângulo.

Embora o problema fosse intuitivo, devido à malha quadriculada, a maioria dos alunos não soube tirar proveito desse fato para responder a pergunta. Conclui-se que a maioria destes não tinha o conceito de medir como comparação entre grandezas de mesma natureza.

3 A INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA E APRESENTAÇÃO DO MÓDULO DE ENSINO DE GEOMETRIA.

> A geometria da criança é experimental antes de ser dedutiva, mas nem toda experiência é uma experiência de física. As experiências iniciais que o espaço engendra são, com efeito, sobretudo experiências feitas pelo sujeito sobre suas próprias ações, e consistem em determinar como essas ações encadeiam-se umas nas outras. (PIAGET, 1993)

Nesta parte apresentamos o desenvolvimento da intervenção pedagógica, descrevendo as atividades que compuseram o módulo de ensino de geometria bem como seus respectivos objetivos. Discutimos ainda os resultados obtidos tentando estabelecer um diálogo entre o desempenho dos participantes e o referencial adotado pela pesquisa relacionado à concepção da construção dos conceitos trabalhados, níveis de desenvolvimento e conflitos cognitivos envolvidos no processo de aprendizagem.

3.1 O QUE É O MÓDULO DE ENSINO DE GEOMETRIA

Conforme explicitamos anteriormente deste trabalho, a idéia de elaboração do módulo de ensino surgiu da necessidade de pensarmos situações e atividades de ensino voltado à construção conceitual de geometria. As situações propostas visaram atender a evolução específica do grupo que colaborou com a pesquisa, respeitando o processo de desenvolvimento cognitivo destes.

Tendo como parâmetro os resultados da avaliação diagnóstica, realizada a priori à nossa intervenção, sentimos a necessidade de introduzir no módulo de ensino de perímetro e áreas uma discussão sobre o que é geometria, sua importância e utilização no dia-a-dia. Observamos ainda, a necessidade de abordar assuntos que julgávamos relevantes e compõem o currículo de ensino de geometria no segundo ciclo.

Este primeiro bloco de atividades tratou de assuntos como: Introdução à geometria; Sólidos geométricos (paralelepípedo retângulo, cubo, cone, cilindro, prisma pirâmide): seus elementos e decomposição em figuras planas; Circunferência: diâmetro e raio; Ângulos: mediadas e classificação; Polígonos regulares e irregulares; Simetria em figuras planas.

Após o desenvolvimento das atividades de ensino que exploraram estes assuntos introduzimos as atividades específicas a construção do conceito de perímetro e áreas. Aplicamos quinze atividades de ensino, sendo que uma dessas foi relativa ao cálculo de volume. Embora esse assunto que extrapole o objetivo geral deste trabalho, contudo resolvemos introduzi-lo em função de sua relevância.

Apresentaremos a seguir as situações de ensino aplicadas no módulo comentando em seguida as implicações das atividades para a dinâmica do processo de ensino-aprendizagem. Em anexo apresentamos as tabelas referentes ao desempenho da turma em cada situação específica.

No decorrer deste trabalho nos apropriamos de respostas dos alunos relativas à participação oral (registradas no diário de campo da pesquisadora) e escrita proveniente das atividades e situações de ensino a fim de ilustrar, esclarecer e enriquecer as análises dos raciocínios utilizados; para tal, optamos pela adoção de nomes fictícios a fim preservarmos as identidades dos sujeitos que contribuíram com a realização desta pesquisa.

3.1.1 Atividade 01

Iniciamos a aula apresentando a turma figuras geométricas e de objetos (triângulos isósceles e eqüilátero, quadrado, retângulo, trapézio isósceles, círculo). A seguir indagamos se era possível, e de que maneira as figuras poderiam ser divididas de modo que as partes se mantivessem iguais.

Os alunos perceberam que algumas figuras admitiam mais de uma divisão. Levantamos a discussão de que na natureza, em nosso próprio corpo e nos objetos podemos identificar esta propriedade chamada de *simetria.*

Perguntamos se estes já haviam ouvido falar em simetria e conhecia o seu significado. O termo era desconhecido à turma. Orientamos a consulta ao dicionário e o registro do significado da palavra simetria. Os alunos foram encorajados a citarem, registrarem e ilustrarem exemplos de objetos que possuem simetria. Informamos a turma que a reta ou corte que divide uma figura em duas partes iguais é chamado *eixo de simetria.*

A atividade proposta à turma teve por objetivos: Identificar traçando o(s) eixo(s) de simetria das figuras; Medir os lados e indicar o perímetro dos polígonos; Medir e registrando o raio e diâmetro da circunferência.

Para tal foi distribuído aleatoriamente entre os alunos recortes de figuras geométricas (círculo, triângulo equilátero, retângulo, quadrado, trapézio isósceles). Cada aluno seria contemplado com pelo menos quatro das figuras acima relacionadas.

As questões relativas à identificação do eixo de simetria, medição e cálculo do diâmetro da circunferência apresentaram índices satisfatórios de acertos[12]

Vivenciamos uma situação interessante quanto aos resultados relacionados ao cálculo do perímetro. Obtivemos diferentes resultados provenientes das medições encontradas pelos alunos, aspecto que revelou a necessidade de adquirir e, ou aperfeiçoar a habilidade de medir e utilizar a régua enquanto instrumento de medição.

Necessitamos orientá-los quanto ao posicionamento correto da régua (a medição inicia-se no zero), a leitura e notação das medidas encontradas também representaram um desafio a ser vencido junto a alguns alunos (apesar desta atividade priorizar medidas inteiras). Observamos, no entanto, que tais diferenças obtidas através das medições, não alteraram em sua maioria a realização correta do cálculo.

O perímetro do triângulo obteve um número superior de acertos em relação ao retângulo respectivamente (70% e 60%). Acreditamos que o número menor de lados (em relações aos demais polígonos) e dimensões iguais (por se tratar de um triângulo eqüilátero), certamente contribuíram para a efetivação do índice maior de acertos para este questão.

O perímetro do trapézio apresentou um dado interessante: este apresentou um índice proporcionalmente maior de acerto que o quadrado. Haja vista que na primeira figura obtivemos um percentual de 82% de acerto. Na questão alusiva ao perímetro do quadrado dezessete alunos responderam-na, Destes, dez o fizeram corretamente, perfazendo um percentual de 59% de acerto.

Queremos ressaltar que o trapézio, em nossa visão apresentou um desafio maior pelo fato de possuir três dimensões diferentes, o que exigia maior atenção a fim de efetivar as

medições e cálculos. Outro aspecto a ser destacado é a menor familiaridade deste quadrilátero em relação ao retângulo e quadrado.

Observamos, entretanto, um percentual de erros que nos surpreendeu, bem como a natureza deste em se tratando do cálculo do perímetro do quadrado (29%) e retângulo (27%). Houve casos em que as medidas do quadrado foi somadas cinco vezes. Foram efetuados apenas o cálculo de duas medidas (em se tratando do retângulo), o que aponta para a inconclusão do cálculo, que poderia ser finalizado se multiplicado por dois. Atentamos ainda para casos onde o raciocínio operatório estava correto, contudo, o somatório foi efetuado errado. O típico caso em que a ausência de conhecimentos aritméticos interfere no alcance da resposta certa.

3.1.2 Atividade 02

A segunda atividade teve por objetivos: Construir quadriláteros (retângulo e paralelogramo); Registrar formas de calcular o perímetro das figuras; Medir e registrar as medidas dos ângulos internos dos paralelogramos.

O primeiro item da atividade explorou a construção do retângulo e paralelogramo através da colagem de palitos de fósforos. Os alunos deveriam construir as figuras propostas com base nas dimensões determinadas pela atividade: três palitos de comprimento e dois palitos de largura.

A segunda questão solicitava que o aluno fizesse o registro escrito de todas as formas possíveis de cálculo do perímetro dessas figuras.

O item três explorou a medição e registro dos ângulos internos das figuras construídas.

A primeira questão representou um desafio atingido por todos os vinte e um alunos que realizaram a atividade tendo com base a observação, no entanto, alguns alunos apresentaram dificuldades para coordenar a construção das figuras e em especial o paralelogramo. Por diversas vezes a pesquisadora foi solicita a auxiliar quanto ao alinhamento dos palitos. Tal dificuldade, já constatada anteriormente quando utilizamos o compasso para desenhar circunferências sinalizou para a necessidade de realizarmos atividades que explorassem o desenvolvimento de habilidades motoras, como o traçado a mão livre, recorte, o uso da régua e outros instrumentos de medição como o transferidor e compasso.

Tal aspecto resultou na existência de diferenças de ângulos internos e deformações de alguns paralelogramos.

A segunda questão, relativa às possibilidades e registro cálculo do perímetro das figuras construídas, assim com as demais questões que foram lidas e questionado quanto ao que era necessário para resolvê-la. Percebemos, no entanto, uma agitação generalizada que sinalizou-nos a necessidade em direcionar uma observação a fim de estes identificassem e descrevessem as propriedades dos quadriláteros. Observamos que após esta intervenção um número satisfatório de alunos, 86% dos vinte e um alunos alcançaram os objetivos propostos. Atentamos que dentre os alunos que responderam corretamente, houveram níveis diferenciados de resposta, algumas destas próximas à generalização.

Quanto à medição dos ângulos internos, dezenove alunos mensuraram com precisão os ângulos do paralelogramo e dois deixaram sem resposta a questão. Com relação às medidas do paralelogramo dezessete alunos acertaram, dois alunos erraram e o mesmo

número de alunos não responderam-na.

3.1.3 Atividade 03

Esta atividade teve por objetivos construir um quadrado com palitos, conforme dimensões explicitadas; medir os ângulos internos; registrar o cálculo do perímetro, explorando suas propriedades.

No primeiro item o aluno deveria construir com palitos de fósforos um quadrado com as dimensões determinadas (2×2).

Na segunda questão, deveriam medir os ângulos internos do quadrado com o auxílio do transferidor.

A terceira questão solicitava o registro de todas as formas possíveis de calcular o perímetro da figura.

Todos os quinze alunos que estavam na aula realizaram corretamente a primeira questão.

Quanto à medição dos ângulos internos do quadrado doze alunos, o fizeram com precisão, dois alunos responderam incorretamente, o que demonstrou a necessidade de aquisição da habilidade de manejo com instrumentos de medição como régua e transferidor. Um aluno não respondeu a esta questão.

Durante a realização da medição dos ângulos observou-se uma intensa inquietação, a mediação da pesquisadora, professora titular e alguns alunos foram

indispensáveis à realização da atividade.

Foi muito interessante acompanhar a reação de espanto do aluno Ismael ao verificar a diferença de 10° no lado inferior esquerdo do seu quadrado, em função do desalinhamento na construção da figura. Outra reação inesperada foi a do aluno Pablo ao estranhar as medidas iguais nos quatro vértices de sua figura. Aproveitamos para retomar as propriedades dos quadriláteros, em especial do quadrado, tranqüilizando-o ao explicar que sua construção estava correta.

Tais constatações corroboram a importância da experiência concreta, enquanto forma de confronto cognitivo. Nacarato (2001) ressalta o valor de atividades que priorizem a descoberta indutiva e empírica no ensino geométrico, por atenderem a necessidade cognitiva do aprendiz em comprovar a *"*a veracidade de suas conjecturas" (NACARATO, 2001, p.90), além de fortalecer a estrutura intuitiva essencial ao pensamento dedutivo.

A terceira questão, relativa ao registro do cálculo do perímetro do quadrado, foi respondida corretamente por oito alunos. Um aluno registrou o algoritmo demonstrando ter compreendido a idéia de perímetro, contudo os cálculos foram efetuados de forma incorreta. Obtivemos um número de seis alunos que não responderam a esta questão.

Observamos que a discussão inicial da questão não foi suficiente para que um grupo respondesse-a com autonomia, fazendo com que retomássemos a discussão e questionássemos as formas de registro. Dentre as formas sugeridas obtivemos os seguintes encaminhamentos para resolução da questão: Soma dos quatro lados; A soma de dois lados e multiplicação deste resultado por dois, Pablo sugeriu que poderíamos multiplicar uma medida por quatro, já que todas as medidas eram iguais.

Conforme pudemos observar, as respostas indicaram o início de uma formação conceitual. Acerca da formação conceitual Lovell (1988) esclarece que este processo

provavelmente é auxiliado por lembranças e imagens, e acontece na criança de forma gradativa, sofrendo apropriações de preconceitos[13] que estreitam a categorização. O ensaio e erro são estratégias utilizadas na formação conceitual, pois através destes a criança seleciona o relevante e rejeita o irrelevante.

Nos primeiros estágios, os conceitos são fragmentados e limitados, havendo sempre uma relação de usos concretos, exemplos e experiências isoladas. O pensamento infantil desloca-se essencialmente do concreto para o abstrato. [...] a medida que prossegue o desenvolvimento intelectual, aumenta a discriminação; e quando o número de distinções se torna maior, o número de categorias aumenta e elas se tornam menores e mais concretas" (LOVELL, 1988, p.14)

Considerando os aspectos já explicitados por este teórico, destacamos a importância do desafio concreto proposto pela atividade, e a elaboração crescente explicitada pelas respostas advindas do processo de interação e observação.

3.1.4 Atividade 04

Com esta atividade introduzimos o estudo de áreas e continuamos a explorar o cálculo do perímetro. A atividade teve por objetivos: Construir os quadriláteros a partir das dimensões explicitadas; Registrar a área das figuras através de contagem (malha quadriculada padrão); Registro da medida do perímetro das figuras dadas.

Na primeira questão utilizando-se do recurso da malha quadriculada, o aluno deveria construir os quadriláteros solicitados pela atividade com suas respectivas dimensões.

Quadrado:dois quadrados de comprimento por dois quadrados de altura;

Retângulo: seis quadrados de comprimento e quatro quadrados de altura;

Paralelogramo: seis quadrados de comprimento e quatro quadrados de altura

A segunda questão propõe que se determine e registre a área de cada figura a partir da contagem dos quadradinhos.

Na terceira questão deveria se calcular o perímetro de cada uma das figuras.

Quanto à construção das figuras na malha quadriculadas todos os vinte e um alunos construíram o quadrado, vinte construíram corretamente o retângulo e um aluno estruturou o retângulo de forma errada. O paralelogramo representou, no entanto um desafio maior, alcançado por dezessete alunos que construíram a figura corretamente, dois destes não responderam e outros dois traçaram a figura de forma errada.

Durante a leitura, interpretação e discussão da segunda questão relativa ao registro da área dos quadriláteros, vivenciamos um rico momento de aprendizagem. Quando questionados sobre qual o significado do termo área: obtivemos como resposta: Ramsés: -“ É um terreno.”

Josane:“ É o tamanho do espaço.” (fragmento do diário da pesquisadora referente a 04/05/2004).

Comentamos que realmente a unidade de medida usada para medição de terrenos é a área, e que esta tem relação direta com o tamanho de um determinado espaço. Direcionamos a pesquisa ao dicionário e orientamos o registro da definição no caderno.

Quando questionamo-lhes sobre as possibilidades de contagem e registro dos quadrinhos que constituem a superfície da figura do retângulo os alunos apresentaram várias sugestões e alternativas de registro matemático: A contagem um a um; A forma 6+6+6+6;

- Ramsés sugeriu o uso da multiplicação: 6×4

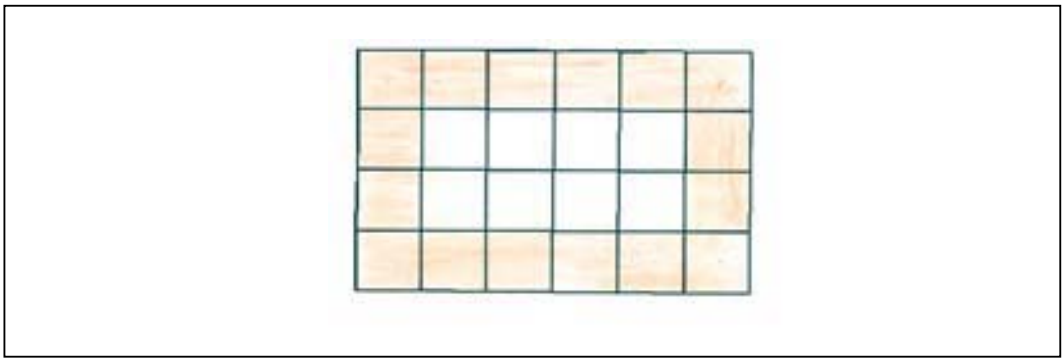
Os resultados alcançados quanto ao registro da área do quadrado e retângulo foram satisfatórios constando de respectivamente 81% e 71% de acerto. O quadrado apresentou um percentual menor de erro, apenas um aluno, enquanto que para o retângulo dois alunos.

O calculo da área do paralelogramo, no entanto, consistiu em um desafio cognitivo não solucionável para um número considerável de alunos: 14% responderam de forma incorreta e 24% não responderam, totalizando 38% dos alunos. Os demais 62% da turma registraram corretamente a área do paralelogramo.

A fim de demonstrar a equivalência de área entre o paralelogramo e retângulo (ambos com as mesmas dimensões), sugerimos a decomposição do paralelogramo em duas figuras: um trapézio e um triângulo. Orientamos a seguir a recomposição do retângulo. Atentamos que a utilização dessa estratégia auxiliou a compreensão de um número considerável dos alunos que responderam corretamente a questão.

O terceiro item que solicitava o cálculo de perímetro dos quadriláteros apresentou desempenho inferior em relação às questões inerentes ao cálculo de área. Os acertos relativos aos cálculos do perímetro apresentaram-se em ordem decrescente considerando-se a ordem das figuras: Quadrado, retângulo e paralelogramo e foram de respectivamente: 57%, 10% e 6%. O índice de respostas erradas consequentemente

apresentou inversamente em ordem crescente: 5% calculou errado o perímetro do quadrado, 14% erraram o perímetro do retângulo e 28% erraram o cálculo do perímetro do paralelogramo. Um aluno não registrou o cálculo e conseqüentemente a resposta, contudo destacou as bordas dos quadriláteros demonstrando ter apreendido a idéia de perímetro.



Resposta de Joana

Um número significante de alunos não respondeu as questões referentes ao cálculo de perímetro: 38% se omitiram de responder o perímetro do quadrado e retângulo e 44% dos alunos não responderam a questão sobre ao perímetro do paralelogramo.

Os resultados desta questão apontaram para um provável conflito conceitual, bem como para a necessidade de retomarmos os conceitos de perímetro e área.

Observamos ainda que a construção dos conceitos de perímetro e área, em especial do paralelogramo envolve maior desafio e abstração, o que reivindica uma metodologia que possibilite maior interação e manipulação entre o aprendiz e o objeto a ser explorado a fim de favorecer a construção desta representação espacial por parte do educando. A gênesis de tal representação é explicada por Piaget, assim: "Toda

representação espacial pode depender, em parte, da geometria do objeto e, em parte, da geometria do sujeito, em dosagens difíceis de determinar" (Piaget, 1995, p.197)

3.1.5 Atividade 05

Iniciamos a aula retomando os conceitos trabalhados na aula anterior. Para isso confeccionamos as figuras do quadrado, retângulo e paralelogramo em E.V.A (material emborrachado) tendo o cuidado de explicitar nas figuras o quadriculado que serviria de suporte visual para revisão dos conceitos.

Com base na observação dos cartazes/figuras exploramos o significado, operacionalização e registro dos cálculos do perímetro e área de cada figura. Retomamos os procedimentos da aula anterior para demonstrar a proporcionalidade da área do retângulo e paralelogramo, decompondo o paralelogramo em retângulo ao dividí-lo em triângulo e trapézio.

Quando desafiamos a turma a propor as possibilidades de registro dos cálculos, Pablo e Raimundo indicaram que poderíamos substituir a adição pela multiplicação para calcular a área do retângulo.

A atividade propunha que o aluno construísse na malha quadriculada os quadriláteros seguindo as dimensões explicitadas e calculassem o perímetro e área dos mesmos.

- Quadrados: 2×2 e 3×3
- Retângulos: 5×2 e 3×2;

- Paralelogramos: 5×2 e 3×2;

Observamos que em todas as figuras o índice de acertos relativos ao cálculo de área foi superior. Em relação aos quadrados dezesseis alunos acertaram a área e treze dos vinte alunos responderam corretamente a questão referente ao perímetro do quadrado pequeno.

No quadrado grande (Qg) obtivemos um índice de acerto de área de 60% correspondentes a doze alunos. Quanto à resolução do cálculo do perímetro, esta questão apresentou-se como atípica ao apresentar um índice maior de acerto do perímetro em relação à área: dezesseis alunos responderam corretamente. Dois alunos responderam incorretamente e dois não responderam a questão.

Em relação aos retângulos (Rp) e (Rg) respectivamente retângulo pequeno e retângulo grande observamos, quanto ao cálculo de área resultados muito próximos 90% do (Rg) e 85% para o (Rp). Quanto ao perímetro observamos um percentual maior de acerto para a menor figura: dezesseis alunos certaram a questão, treze alunos acertaram o cálculo de perímetro do Rg.

Quanto ao cálculo de área e perímetro do paralelogramo observamos índices menores de acerto em relação ao quadrado e retângulo. O cálculo de área obteve 65% (correspondente a treze alunos) de acerto para o Pp e 55%, (equivalente a onze alunos) de acerto para o Pg. Em relação ao cálculo do perímetro, obtivemos um índice de acerto inferior, 55% relativos ao perímetro do Pp e 45% de acertos para o cálculo do Pg.

O resultado desta atividade permitiu-nos atentarmos para os seguintes aspectos:

- O cálculo de área do retângulo teve um maior índice de acertos em relação ao quadrado.

- Os índices de acertos para perímetro para o retângulo e quadrado foram os mesmos.
- Os índices de acerto para os cálculos de área e perímetro do paralelogramo foram menores em relação às outras figuras.
- Em seis figuras propostas pela atividade, em apenas uma (Qg) o número de acertos do perímetro foi superior ao da área. O que sinalizou para a necessidade de retomar o conceito de perímetro.
- As figuras de dimensões menores apresentaram um maior índice de acertos.

Comparando-se as porcentagens de acertos obtidas nas atividades 4 e 5 observou-se que os alunos foram melhores na área do quadrado por contagem, mas no cálculo do perímetro demonstraram resultado superior na atividade 5; atentamos ainda para o melhor desempenho dos alunos na referida atividade quanto ao cálculo do retângulo em comparação ao obtido na atividade 4. Nos cálculos relativos a área do paralelogramo não constatamos diferenças significativas nos resultados, porém o desempenho no cálculo do perímetro foi bem evidente, principalmente para o retângulo.

3.1.6 Atividade 06

Nesta atividade, objetivamos retomar o cálculo de perímetro e área dos quadriláteros através da malha quadriculada, introduzindo, no entanto, no decorrer da atividade figuras com as medidas explícitas sem o quadriculado (itens 04, 05 e 06) a fim de que os alunos pudessem avançar frente a generalizações.

Nos itens 01, 02 e 03, solicitava-se o calculo do perímetro e a área dos seguintes

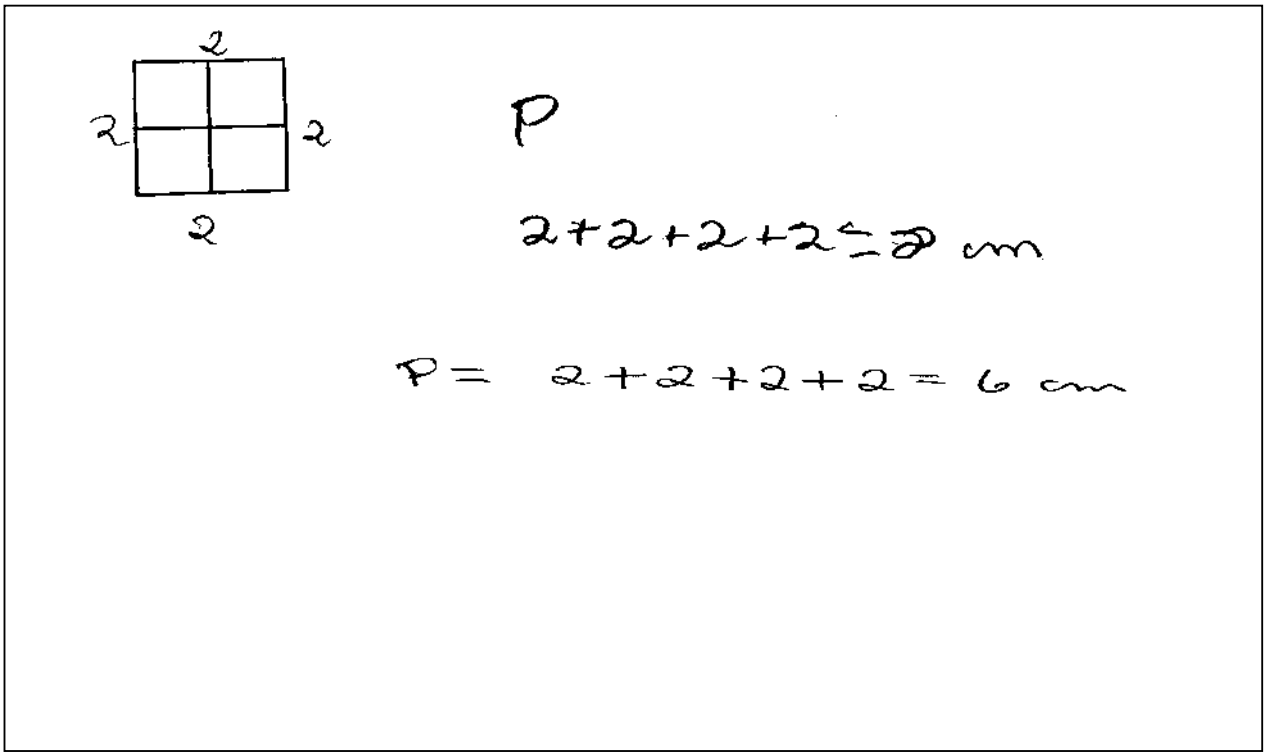
quadriláteros:

- 01 quadrado 02 × 02 e 03 × 03;
- 01 retângulo 03×02 e 05 × 02;
- 01 paralelogramo 05 × 02;

Apresentaremos os resultados referentes ao perímetro em ordem crescente de acertos: quinze alunos; quadrado e paralelogramo treze alunos.

Observamos a existência de diferentes níveis qualitativos na formalização e registro do cálculo de perímetro. Acreditamos que adoção de tais procedimentos sinaliza para o grau de compreensão inerente aos conceitos de polígonos, bem como possibilita estabelecer relações entre as propriedades destes e as operações aritméticas que envolvem o cálculo de perímetro. A seguir apresentamos algumas estratégias empregadas para resolver as questões:

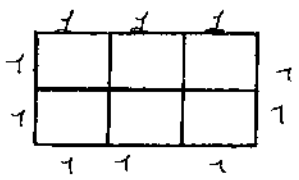
Respostas de Antony, Josane e Monique

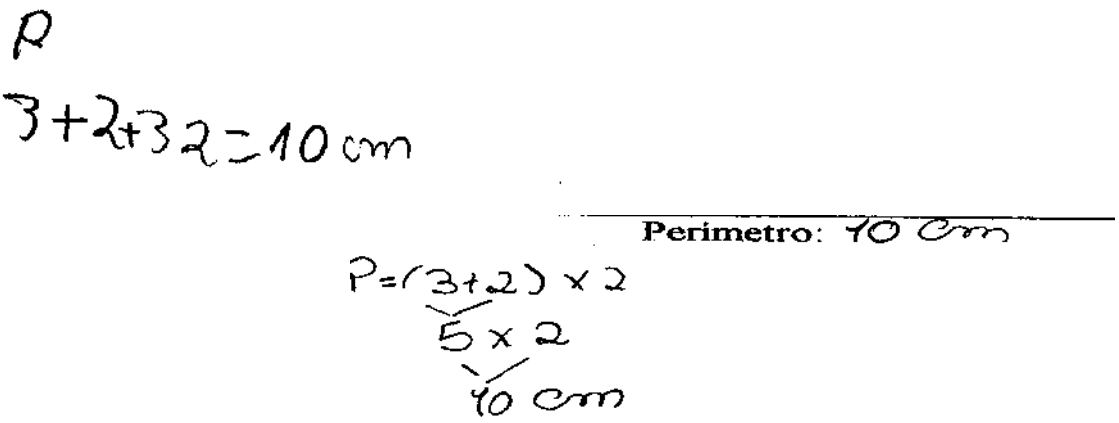


P=(2+2) + (2+2)=
4 + 4 = 8cm²

Antony, Josane, Monique e outros alunos, conforme se pode observar nos exemplos que se seguirão, utilizaram-se da adição de mesmas parcelas (referentes às medidas dos lados da figura). Estes alunos empregaram um raciocínio elementar, e como podemos atentar, na resposta de Josane, há uma dificuldade quanto ao processamento da adição, apesar de dispor do recurso da malha quadriculada. O registro da contagem na figura quadriculada demonstra um pensamento elementar bem dependente do concreto, contudo mais elaborado que o utilizado no retângulo (3cm×2cm) do item abaixo.

A resposta de Monique apresenta um nível mais elaborado de raciocínio, utilizando coerentemente da propriedade associativa da adição. Em contrapartida, emprega equivocadamente a unidade referente à área, demonstrando vivenciar um conflito cognitivo relativo à compreensão das dimensões envolvidas nos cálculos de perímetro e área.

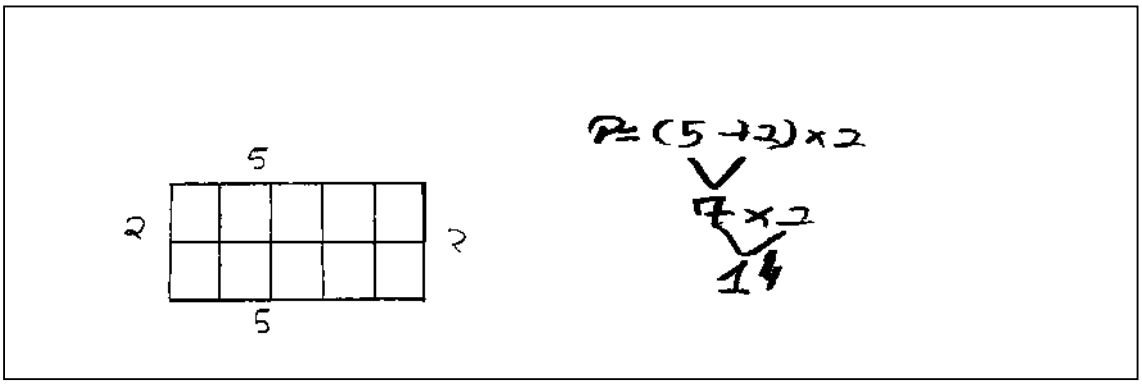




Resposta de Antony e Kelly

Observamos na formalização do cálculo do perímetro acima, a utilização do mesmo procedimento elementar comentado na questão anterior, destacamos neste exemplo, a omissão do sinal de adição apesar do resultado estar correto, o que indica a necessidade de maior afinidade e apropriação da linguagem matemática essencial ao desenvolvimento e compreensão dos conceitos lógicos matemáticos.

A resposta de Kelly, no entanto, demonstra um nível mais elaborado de compreensão, explicitando consequentemente um pensamento mais generalizado. A aluna adiciona duas medidas da figura, multiplicando-as por dois, o que explicita o conhecimento desta sobre as propriedades do polígono em destaque. Esta registra organizada e paulatinamente as etapas de resolução do cálculo de perímetro, demonstrando ter construído tal conceito bem como ter se apropriado da linguagem e pensamento lógico matemático.



Resposta de Érico.

A resposta de Èrico, assim como a de Kelly, demonstra uma maior compreensão por parte do aluno quanto ao conceito de conceito de polígono, o cálculo do perímetro e o processo matemático que envolve este cálculo. Observamos, contudo que este precisa ampliar seu entendimento quanto a compreensão do cálculo enquanto mensuração e emprego da unidade de medida, etapa provavelmente vencida por Monique que percebeu a necessidade de tal emprego, no entanto, ainda não distingue o porquê do uso das unidades quadradas para o registro da área.

O cálculo da área do quadrado e do retângulo foi respondido corretamente por dezesseis alunos que participaram dessa atividade. O cálculo da área do paralelogramo foi respondido corretamente por treze alunos das vinte e uma crianças que participaram da intervenção. Um número significativo destas efetuaram os cálculos de perímetro e área do paralelogramo de forma incorreta, os índices foram de respectivamente 44% e 29%. Tais percentuais corroboram a tendência de que o conceito de área foi melhor assimilado pelos alunos.

As questões 04, 05 e 06 requeriam os cálculos de perímetro e área dos quadriláteros propostos com suas dimensões explicitadas e sem o recurso da malha

quadriculada, visando avaliar a capacidade de interpretação e aplicação das fórmulas de perímetro e área. A seguir as figuras com suas dimensões na ordem em que se apresentam na atividade.

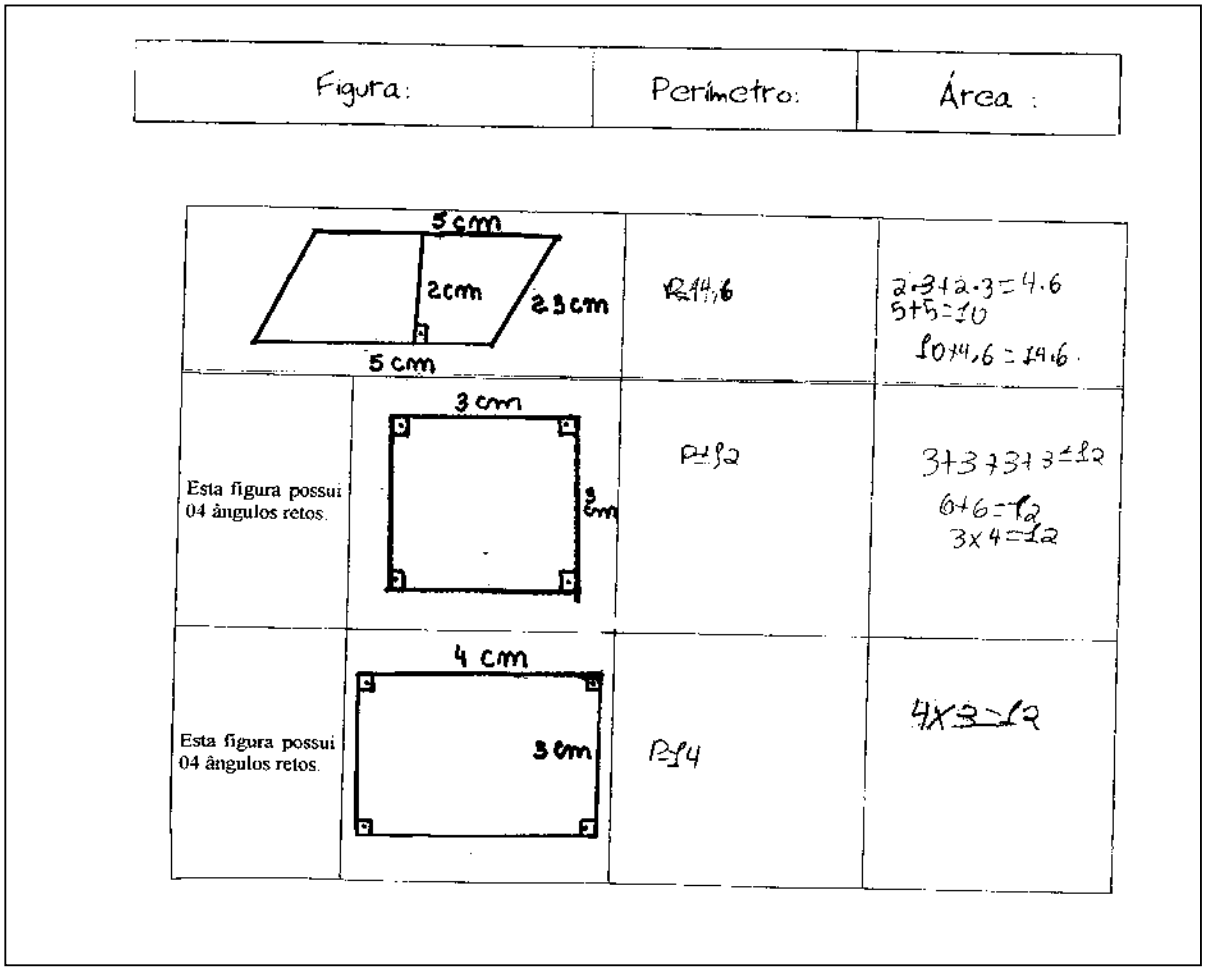
- Paralelogramos: lados: 5cm e 2,3cm, h=2 cm
- Quadrado: 3 cm × 3 cm
- Retângulo: 3 cm × 4 cm

A questão 04, relacionada ao cálculo do perímetro e área do paralelogramo, exigiu da pesquisadora a mediação e o direcionamento de observação e retomada dos procedimentos operatórios para resolução da atividade, contudo, apesar da orientação, um aluno respondeu de forma incorreta a questão referente ao cálculo do perímetro desta figura.

Quanto ao cálculo de área do paralelogramo dezesseis alunos responderam corretamente. O mesmo percentual respondeu corretamente a questão 05 referente à área do quadrado e dezoito responderam corretamente a questão relativa à área do retângulo.

Observamos nestes três últimos itens da atividade uma freqüência de quatro alunos que demonstraram conflito cognitivo ao confundir o cálculo de perímetro com área. Aspecto compreensível pelo fato de estarmos introduzindo a operacionalização de tais cálculos sem oferecer o suporte da malha quadriculada, aspecto este que torna a superfície mais concreta ao possibilitar a medição através da contagem e conferência empírica conforme ilustramos na resposta abaixo:

Resposta de Mariana



Conforme podemos observar Mariana responde corretamente a questão referente ao perímetro do paralelogramo. Esta se utiliza do espaço reservado para registro do cálculo de área sistematizando as operações por ela empregadas para resolver o cálculo do perímetro que é realizado a partir do somatório das parcelas iguais correspondente aos mesmos lados da figura. Posteriormente esta adiciona corretamente os resultados obtidos, fazendo uso da propriedade associativa da adição.

O mesmo equívoco se repete quanto ao cálculo de perímetro do quadrado. O

perímetro da figura é registrado no espaço correto, no entanto os cálculos são explicitados no espaço destinado a área. Mariana expressa a soma das quatro parcelas, a seguir esta aplica a propriedade associativa da adição apresentando um raciocínio mais elaborado, finalizando o registro com a generalização do cálculo do perímetro multiplicando a medida explicitada na figura pelo número de lados desta.

No enunciado da questão os alunos são solicitados apenas a observarem as figuras e responderem o que se pede (medidas do perímetro e área) não esquecendo de registrar os cálculos. Atentamos, no entanto, que em atividades anteriores os alunos foram solicitados a registrarem todas as formas possíveis de calcularem o perímetro das figuras, provavelmente por esta razão a aluna se propôs a registrar as diferentes formas de cálculo tomando como ponto de partida um raciocínio mais detalhado, vinculado ao concreto e gradativamente ampliando a abstração até chegar ao nível de generalização, o que demonstrou a compreensão do conceito de perímetro.

Na última questão relativa ao cálculo de perímetro e área do retângulo, Mariana registra o resultado do cálculo do perímetro, não formalizando o raciocínio utilizado para obter o resultado. Nesta questão o resultado referente a área é explicitado, o que foge ao padrão das respostas anteriores.

Atentamos que outras crianças incorreram no erro de detalhar o cálculo do perímetro no espaço destinado ao cálculo de área. O que foi por nós interpretado como a existência de um provável conflito cognitivo envolvendo o entendimento do conceito de área, aspecto compatível considerando-se que o conceito foi introduzido durante esta situação de ensino.

A analisar a evolução da aquisição dos conceitos de área e volume Lovell (1988) esclarece que as dificuldades inerentes a compreensão do conceito de área são superadas

gradativamente: por volta dos sete anos a criança desenvolve a conservação operacional de área, possibilitando-a estabelecer comparações entre superfícies. Só a seguir, esta desenvolve a capacidade de empregar unidades de medida a fim de calcular, ou seja, mensurar a área de uma determinada superfície. Este autor apresenta, no entanto, várias sugestões de atividades visando à exploração empírica e manipulação concreta de situações que culminarão na generalização do conceito de área pelos educandos.

Outro erro recorrente nesta atividade foi à falta de registro da unidade de medida (cm) nas respostas. Caso referendado por Bellemain e Lima (2002) enquanto aspecto conflituoso e recorrente voltado à aprendizagem de grandezas geométricas, também explicitado por Lovell (1988) enquanto desafio cognitivo a ser resolvido no decorrer da aquisição conceitual a que perseguimos.

3.1.7 Atividade 07

Esta atividade tem por objetivo determinar as medidas de base e altura nas figuras dadas. Registrar os cálculos de área e perímetro. Determinar a medida da altura relacional das figuras, a partir do referencial explicitado. Desenhar um retângulo utilizando a régua e o esquadro. Determinar as medidas do perímetro e área do retângulo construído.

A atividade apresentou três quadriláteros: o quadrado, o paralelogramo e retângulo, a fim de que, com o auxílio da régua os alunos encontrassem suas dimensões e aplicassem a fórmula de perímetro e área.

A segunda questão solicitou a construção de retângulo utilizando régua e

esquadro, com dimensões a critério do aluno. Em continuidade estes deveria efetuar o cálculo de perímetro e área da figura construída.

Todos os alunos (100%) registraram corretamente as mediadas das figuras do quadrado e paralelogramo. Dezenove alunos registraram corretamente as dimensões do retângulo. Um aluno respondeu errado e outro não registrou resposta.

Tais resultados sinalizaram para o crescimento da turma em relação à utilização da régua e conseqüentemente aquisição da habilidade de medir. Registramos ainda a existência de uma medida decimal referente ao lado do paralelogramo, aspecto que necessitou ser ressaltado durante a discussão da questão e posteriormente durante o acompanhamento individualizado a fim de minimizar as dificuldades inerentes a resolução das questões. Tal aspecto vencido em âmbito de medição resultou, no entanto, em dificuldade em se tratando da resolução das operações de adição e multiplicação que envolveu o cálculo de perímetro e área.

Nesta atividade observamos o crescimento da turma em relação à apreensão do conceito de perímetro. Obtivemos os índices de 90% de respostas corretas para o perímetro do quadrado, 81% de acertos referentes ao perímetro do paralelogramo e 71% de acertos em relação ao cálculo do perímetro do retângulo.

Os resultados inerentes ao cálculo de área apresentaram um declínio no índice de acertos: treze alunos responderam corretamente ao cálculo da área do quadrado e paralelogramo e 43% responderam corretamente a questão referente a área do retângulo.

A fim de explorarmos a relatividade da grandeza base/comprimento, direcionamos a observação das formas retangulares presente na sala de aula. Quando solicitados a indicarem objetos com tal formato os alunos citaram o quadro branco, as janelas, porta da sala e porta do armário, o tampo das carteiras. A seguir pedimos que estes

identificassem o lado que representava o comprimento/base de tais objetos: no quadro, janelas e tampo das carteiras o lado maior, na porta da sala e porta do armário o lado menor. Demonstrando assim, que a determinação das dimensões base/comprimento e altura/largura dependem da configuração ou apresentação da figura geométrica, haja vista que o retângulo possui dois lados adjacentes perpendiculares, então qualquer lado pode ser base e, consequentemente, o lado adjacente se constituirá a altura.

Quando questionados pela atividade em relação à relatividade da altura nas figuras frente à configuração apresentadas obtivemos os seguintes índices de acertos, 43% dos alunos indicaram corretamente a outra dimensão para altura do paralelogramo em relação ao maior lado da figura. Sete alunos indicaram corretamente a altura do retângulo em relação ao lado menor. Entretanto, tal questão apresentou como índices de respostas em branco, respectivamente 43% referentes ao paralelogramo e 57% relativos ao retângulo. Sinalizando para a falta do domínio de reversibilidade em mais de 50% da turma, demonstrando desta forma que tais alunos apresentam nível de compreensão instrumental, o que os impede de entender que a grandeza altura é variável, sendo determinada conforme o posicionamento apresentado pela figura.

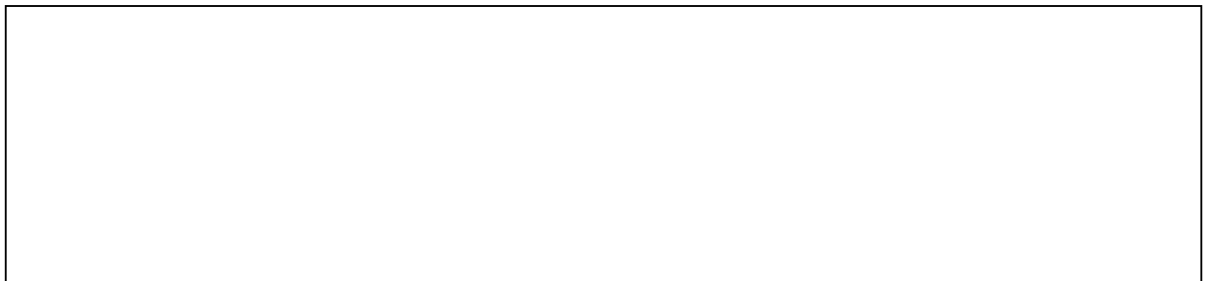
A questão dois, relativa a construção de um retângulo com dimensões determinadas pelo aluno, bem como a efetivação dos cálculos de perímetro e área desta figura, foi parcialmente respondida por todas as vinte e uma crianças que participaram da situação de aprendizagem. No entanto, 71% destes construíram o retângulo solicitado satisfatoriamente. Um grande entrave a resolução desta questão foi o esquecimento quase generalizado do esquadro por parte dos alunos. A situação foi contornada, pois dispusemos alguns instrumentos e conseguimos outros com a professora regente e um grupo reduzido de alunos. O material circulou pela sala, entre os grupos e apenas um número reduzido dos

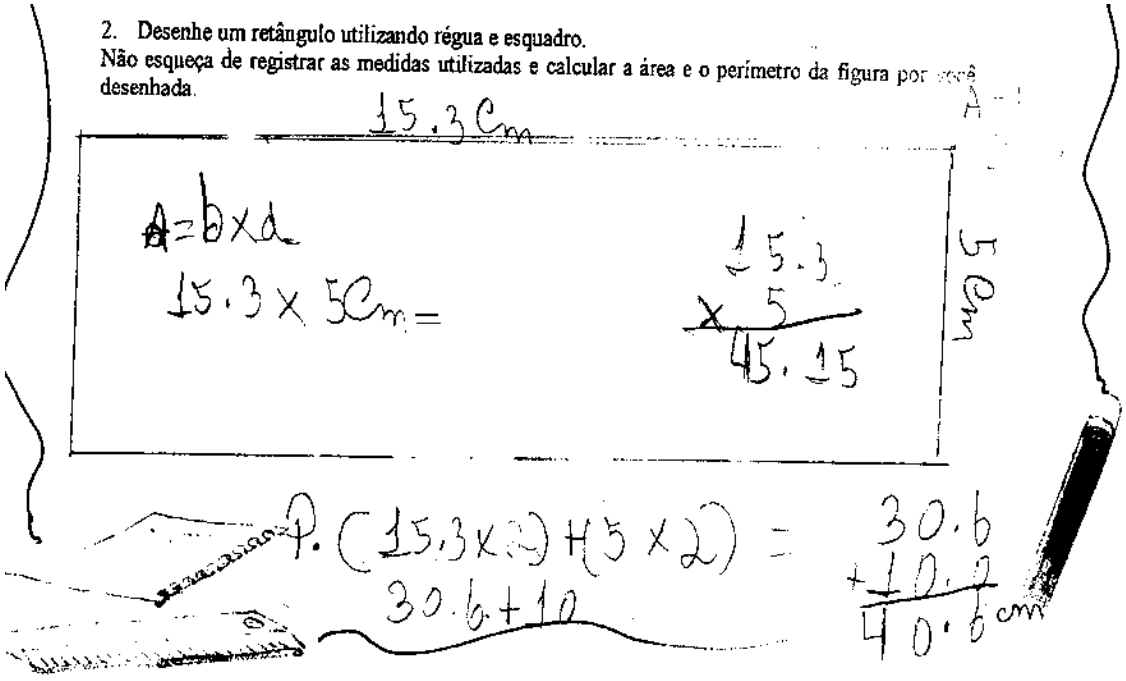
participantes não construíram a figura a contento.

Novamente observamos um maior índice de acertos relativos ao cálculo do perímetro (48%) em relação ao cálculo da área (38%), e um número significativo de alunos que não responderam a estas questões de respectivamente (33%) e (43%). Além do índice de questões sem resposta, atentamos para a obtenção de um índice homogêneo de questões erradas: 19% em relação ao cálculo de área e perímetro. Atribuímos tais índices a imprecisão das medidas empregadas na construção de tais figuras, aspecto que dificultou a efetivação dos cálculos. Além de sinalizar para a necessidade de maior compreensão das propriedades do retângulo, corroborando mais uma vez a pouca familiaridade dos alunos quanto ao uso de instrumentos como a régua e compasso.

Destacamos dentre as respostas obtidas a produção de Vicente e Ismael ilustradas abaixo.

Conforme podemos observar Vicente consegue realizar o traçado do retângulo e registra corretamente as medidas obtidas. Este aluno realiza coerentemente os cálculos envolvendo o perímetro do retângulo, apesar de necessitar operar adicionando números decimais. Quando solicitado a calcular a área da figura Vicente organiza corretamente as informações necessárias à resolução da questão, no entanto, observamos que o aluno atrapalha-se especificamente com a operacionalização do algoritmo da multiplicação envolvendo decimais, o que o impede de efetivar corretamente o cálculo de área.





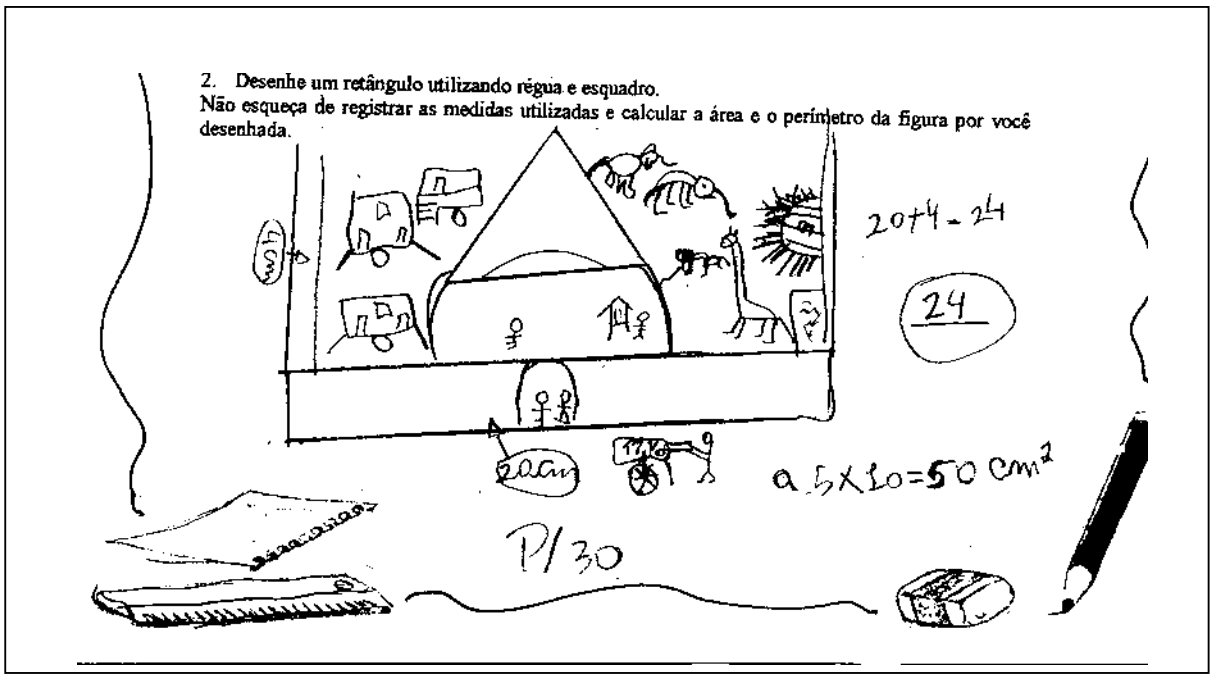
Resposta de Vicente

Em relação a produção de Ismael, observamos uma construção mais subjetiva e no entanto rica. Ismael desenha uma figura em forma de retângulo aberto na parte superior. O registro das medidas formalizado pelo aluno exigiu da pesquisadora o exercício de interpretação. A dimensão da base registrada pelo aluno aparentemente envolveu a soma dos dois lados da figura, haja vista que a medida inerente a base do retângulo é de 10 cm. Outro aspecto ao qual buscamos entender foi a medida registrada nas laterais do retângulo, considerando-se que a figura ilustrada pelo aluno possui um centímetro a mais que o explicitado por este no desenho se considerarmos como base a

primeira linha horizontal do retângulo; se no entanto, considerarmos como base a linha horizontal superior a medida indicada está correta implicando em um equívoco na medição.

O aluno demonstrou coerência quanto ao raciocínio empregado para a realização dos cálculos de perímetro e área e as medidas por este explicitada, atentamos especialmente para a medida da base controvertida e, no entanto, surpreendemo-nos com a explicitação correta para a área do retângulo.

Destacamos ainda a notação das unidades de medidas no desenho, bem como na finalização e emprego da unidade de medida ao quadrado no cálculo da área, fato que não acontece no registro do cálculo do perímetro. A riqueza de detalhes presentes no desenho é outro aspecto revelador, ao que indica Ismael projeta no retângulo imagens que fazem lembrar uma paisagem, iniciativa exclusiva desse aluno.



Resposta de Ismael

3.1.8 Atividade 08

Com base no resultado da atividade anterior, elaboramos esta atividade a fim de reforçar o conceito de área, apesar de abordar uma questão sobre perímetro relacionando tais conceitos a uma situação prática, no entanto, distinta das abordagens até então exploradas pela intervenção.

A atividade apresentou a planta baixa de um apartamento, sendo solicitado o cálculo da área dos diferentes ambientes que compunham a moradia. A planta apresentou as medidas de cada compartimento nas bordas externas, além disso, é traçada sobre uma discreta malha quadriculada, o que pode representar para o aluno observador mais um recurso físico para medição.

Os resultados da atividade serão apresentados na ordem decrescente de acertos. Os alunos registraram com precisão e índice de 100% de acertos, a área do banheiro (Retângulo 4m×2m) e a lavanderia (Quadrado 3m×3m). Observamos um índice de 95% de acertos para o cálculo de área da varanda (Retângulo 8m×2m), sala (Retângulo 5m×3m) e cozinha (Retângulo 3m×5m).

As áreas do quarto (Retângulo 4m×3m) e corredor (Retângulo 1m×8m) obtiveram um índice de acerto de 86%. Observamos que estes itens apresentaram-se como desafio, haja vista que três alunos em ambas as questões responderam de forma incorreta, aspecto que na avaliação da pesquisadora sinaliza para a importância de

explorar a construção conceitual de área de forma contextualizada e atrelada a situações em que o educando seja desafiado a interpretar gráficos e imagens estabelecer relações de pertinências, observando semelhanças e diferenças entre as formas apresentadas na planta e as figuras geométricas exploradas até então nas situações de aprendizagem.

Nacarato (2001) ressalta a relevância dos aspectos figurais no ensino dos conceitos geométricos. Segundo esta autora o conceito figural possibilitou a "resolução de problemas e a invenção em geometria". (NACARATO, 2001, p. 89). Esta autora fundamentada em Fischbein (1993) entende que parte dos erros cometidos pelos alunos são provocados pela falta de relação entre os aspectos figurais e conceituais. A autora defende que um dos desafios da educação matemática seria a inserção dos alunos em situações de aprendizagem que explorassem a utilização de ambos os conceitos possibilitando sua fusão, considerando-se que a aquisição e desenvolvimento dos conceitos figurais dependem da intervenção pedagógica.

A última questão relativa ao cálculo da área total do apartamento apresentou o menor índice de acertos: 43%. Consideramos como correto o somatório das áreas encontradas. Estratégia utilizada pela maioria dos alunos, haja visto que ninguém propôs como resposta a aplicação da fórmula: o produto *base* × *altura* (comprimento × largura) empregando as dimensões explicitadas na planta. Fato que demonstrou mais uma vez a dificuldade de aplicar o conceito de área em um âmbito maior: o espaço total da planta, que provavelmente não foi percebida enquanto um retângulo de maior proporção. Conforme observamos a percepção das partes da planta sobressaíram-se ao todo, denotando a necessidade da aquisição das habilidades de conservação e reversibilidade de área.

Doze alunos responderam incorretamente a questão. Em geral tal índice é justificado pela dificuldade de efetuar uma adição com reserva envolvendo muitas parcelas.

Quanto à questão que solicitava a medida do perímetro do apartamento, obtivemos um índice de 90% e acerto, um aluno respondeu incorretamente a questão, e outro não respondeu.

Um aspecto interessante observado nesta atividade foi à necessidade de preenchimento ou ocupação do espaço e a criatividade demonstrada por dois alunos, ao *mobiliar* a planta ilustrando todos os ambientes da planta proposta pela atividade. Acreditamos que o ato de organizar e preencher os espaços da planta torna o espaço/área mais concreto, próximo ao real e, portanto, menos abstrato. Além de demonstrar a capacidade em desenvolvimento pelos alunos de *"*interpretar e construir representações espaciais*"*[14] (BRASIL 2001, p.94). Tal atividade, sem que tivéssemos esta pretensão, desafiou tais alunos a empregarem noções de proporcionalidades e orientação espacial. Conforme podemos observar nas ilustrações abaixo:

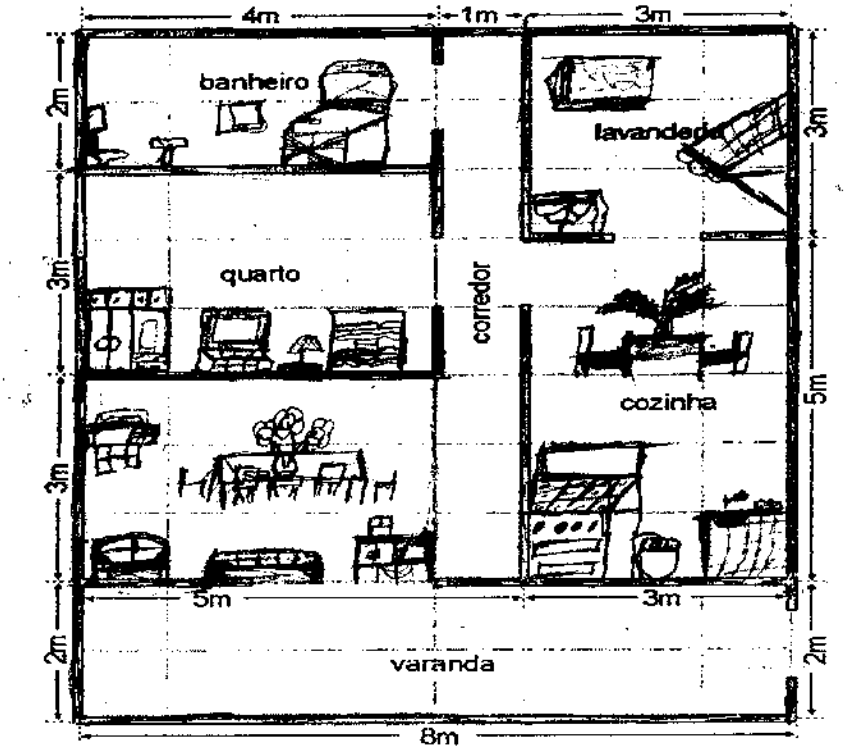


Ilustração de Helen.

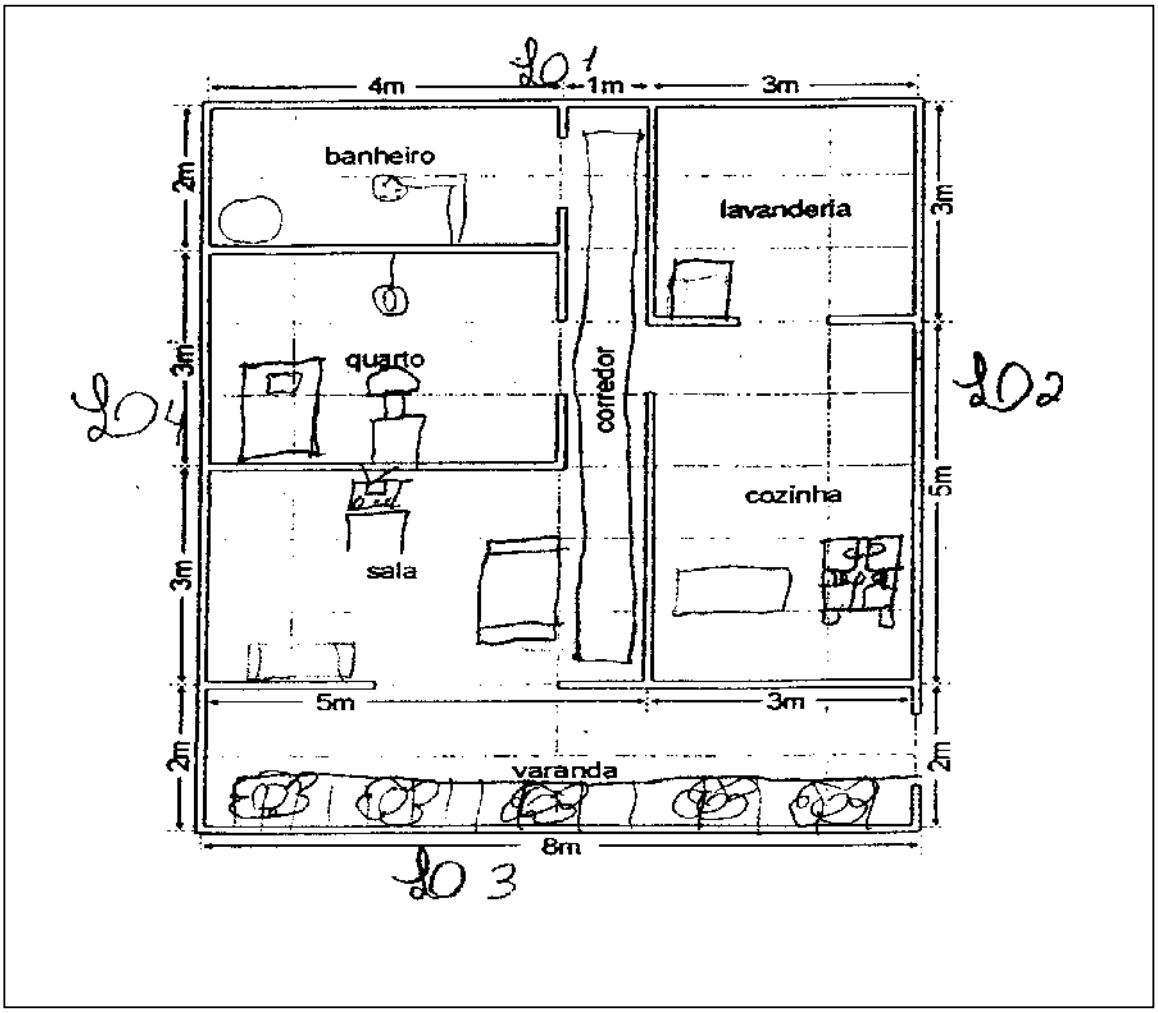


Ilustração de Antôny

Observamos ainda que os desenhos apresentam níveis de elaboração crescente. As representações gráficas retratam imagens aéreas e em determinados momentos figuras em perfil, denotando o caráter onipresente do desenhista, bem como a dificuldade do indivíduo em determinar o ponto específico em que está realizando a representação gráfica. O que de certa forma demonstra a construção processual marcada pela transição entre a percepção do objeto, em nível de imaginação e a representação espacial deste em sua materialidade. O que sem dúvida se constitui um exercício de abstração reflexionante segundo a concepção piagetiana:

> A interiorização das ações espaciais é efetuada, aliás, segundo etapas muito graduais, o que nos possibilitou seguir passo a passo. Depois da atividade sensório-motriz elementar, ligada à percepção do objeto, vem a ação evocada em imaginação, mas após somente ela ter sido executada materialmente: o pensamento forma-se, então, da reprodução do ato efetivo na sua materialidade e irreversibilidade (PIAGET, 1993, p. 475)

Observamos que a representação espacial é uma habilidade pouco explorada na escola, e, no entanto, se constitui uma necessidade real, explicitada nos parâmetros curriculares enquanto critério de avaliação de matemática para o segundo ciclo, quando propõe como competência procedimental a ser alcançada pelos alunos: *"*Interpretar e construir representações espaciais (croquis, itinerários, maquetes), utilizando-se de elementos de referência e estabelecendo relações entre eles." (BRASIL, 2001, p. 94)

3.1.9 Atividade 09

Esta atividade se propõe a demonstrar o cálculo de área do triângulo retângulo a partir da decomposição do retângulo em dois triângulos iguais. Seus objetivos foram registrar as medidas de base e altura das figuras, e explorar a propriedade dos ângulos internos destas.

Para tal, os alunos receberam um retângulo que deveria ter suas dimensões medida e registrada na atividade, bem como sua área e perímetro.

No item 02 deveria traçar-se uma linha diagonal interligando os vértices inferiores e superiores do retângulo, dividindo-o ao meio para obter dois triângulos iguais. A seguir registrar suas dimensões, calculando a área e perímetro do triângulo.

Quando questionados, após dividirmos o retângulo ao meio, sobre qual figura foi formada, a aluna Maria respondeu: "- Esta figura é quase um retângulo." (fragmento do diário da pesquisadora referente a 25/05/2004).

Outro fato revelador aconteceu durante esta intervenção, um aluno muito inquieto e disperso Fausto, não atentou para as explicações e enunciado da atividade de decomposição do retângulo em triângulo, e ao perceber a figura que os colegas haviam construído, este deformou o retângulo, recostando-o aleatoriamente, de modo a obter um novo triângulo próximo a um triângulo eqüilátero. Após atentarmos para a situação, este foi confrontado a ler o enunciado e realizar os procedimentos propostos a fim de resolver a atividade.

Tais episódios sinalizaram para a existência de um preconceito em torno do conceito de triângulo, corroborando a concepção de que a categoria triângulo é atendida satisfatoriamente pelo do triângulo eqüilátero, no entanto, os demais triângulos isósceles, retângulo e escaleno ainda não foram aparentemente incluídos pelo menos para este dois alunos nesta categorização.

Todos os alunos registraram corretamente as dimensões do retângulo e triângulo retângulo. Uma peculiaridade observada em relação a atribuição da dimensão determinada como base para as figuras do retângulo e triângulo retângulo, foi a determinação do lado maior do retângulo para representar a base desta figura e posteriormente, a manutenção desta opção para representar a base do triângulo retângulo (cateto) e entre os que responderam a esta questão, o que corroborou a idéia anteriormente observada de que o maior lado se constitui a base da figuras como retângulo, triângulo isósceles e escaleno

Quanto ao cálculo de área obtivemos um índice de 67% de acerto para o retângulo e 81% para o perímetro do triângulo retângulo. O cálculo de área do retângulo e triângulo retângulo foi efetuado corretamente por respectivamente 71% e 62% dos participantes. Com relação à verificação das medidas dos ângulos internos 43% dos alunos responderam corretamente e 57% não responderam à questão.

Esta atividade em especial apresentou um alto grau de atividade por parte dos alunos. Necessitamos orientar por diversas vezes a medição das dimensões das figuras bem como a medição dos ângulos internos.

A estratégia de dividir ao meio o retângulo a fim de formar o triângulo, foi outro aspecto ressaltado pela pesquisadora e observamos que alguns alunos estabeleceram a relação de proporcionalidade (metade) entre a área do retângulo e do triângulo, os demais demonstraram necessitar de mais tempo e manipulações físicas para construírem tal conceito.

Outro entrave à realização dos cálculos é a dificuldade enfrentada pela turma para operar com números decimais (adição e multiplicação).

3.1.10 Atividade 10

A atividade que se segue apresenta estrutura semelhante a anterior, contudo, as figuras exploradas foram o paralelogramo e triângulo escaleno. O objetivo desta foi

demonstrar o cálculo de área do triângulo escaleno através da decomposição do paralelogramo em dois triângulos iguais.

Ao trabalharmos as propriedades do paralelogramo (figura inicial), percebemos pela participação de determinadas alunas, a assimilação dos conceitos trabalhados. Helen demonstrou a altura do paralelogramo, explicitando que esta é uma medida distinta da lateral inclinada dessa. Josane respondeu que a medida lateral do paralelogramo proposto pela atividade media 6,6 cm e seria utilizada para efetivação do cálculo do perímetro da figura. A coerência de tais argumentações aliada ao desempenho satisfatório dessas na resolução das atividades demonstraram que tais alunos atingiram um nível de compreensão relacional proposta por Skemp (1980).

A seguir exploramos as propriedades da nova figura obtida a partir da decomposição do paralelogramo em duas partes. Direcionamos a observação dos alunos para o número de lados: medidas de cada lado e ainda para as medidas internas de cada ângulo interno. Ao perguntarmos se a figura era conhecida não obtivemos resposta. Denominamo-lhe de triângulo escaleno, orientando uma consulta ao dicionário e o registro da definição encontrada no caderno.

Quanto à verificação das dimensões das figuras observamos que 100% dos alunos indicaram e mensuraram corretamente a base do paralelogramo e do triângulo. No entanto, observamos que a identificação da altura constitui-se um desafio para um número discreto de alunos em ambas as figuras. A altura do paralelogramo, apesar de ter sido mais explorado, apresentou um índice menor de acerto em relação ao triângulo escaleno de respectivamente 89% e 95%. Conflito este, até então não explicitado em

atividades anteriores, provavelmente ocasionados pela imprecisão na medição realizada por tais alunos.

O desempenho dos alunos quanto ao cálculo de área do paralelogramo foi de 79%, percentual inferior ao demonstrado quanto ao cálculo de perímetro, que foi de 89%.

A mesma tendência observou-se em relação aos cálculos de área e perímetro do triângulo escaleno. O índice de acertos do cálculo do perímetro foi de 73% e os índices relativos ao cálculo de área foram de 58%. Em ambos os casos 16%, equivalentes a três alunos não concluíram a resolução da atividade.

Dois alunos registraram os cálculos que envolviam a resolução do perímetro, contudo não efetivaram as operações; um terceiro aluno registrou apenas o resultado (correto), não formalizando o processo pelo qual alcançou tal resultado.

Os erros relacionados à área do triângulo também se constituíram na inconclusão na efetivação do cálculo. Os três alunos inicialmente substituíram corretamente a fórmula da área do triângulo, dois deles efetivaram a multiplicação e encerraram a questão. Em outro caso observado, o aluno apenas substituiu a fórmula não efetivando os cálculos.

3.1.11 Atividade 11

Iniciamos a situação de ensino utilizando as figuras/cartazes do retângulo, paralelogramo e triângulos retângulo e escaleno. Retomamos através de questionamentos as propriedades de cada figura (lados paralelos, ângulos internos, altura), denominação, bem como os procedimentos que envolviam o cálculo de perímetro e área das referidas figuras.

A atividade proposta objetivava reforçar a compreensão do conceito de perímetro e área dos triângulos, desenvolvendo a identificação das dimensões envolvidas nos cálculos, além de aprimorar habilidades inerentes a medição pelos alunos.

Para realização da atividade os alunos receberam as figuras do paralelogramo e retângulo em papel ofício 40g. De posse das figuras, e utilizando régua e transferidor estes deveriam responder a uma tabela registrando as dimensões e os cálculos de perímetro e área de ambas as figuras.

Concluída esta etapa, estes deveriam decompor o paralelogramo e o retângulo em dois triângulos iguais, a partir dos quais novamente deveriam ser realizados novos registros das dimensões e cálculos.

Em relação à identificação e determinação das dimensões das figuras quinze alunos acertaram. Novamente o lado maior do retângulo foi tomado como base para o triângulo retângulo e o cateto oposto para o triângulo retângulo.

O perímetro do paralelogramo se constituiu um desafio para grande parte da turma, que se embaraçaram para operacionalizar os cálculos envolvendo medidas decimais, por esta razão a questão sofreu a interferência da pesquisadora que direcionou uma observação, questionando os alunos que foram respondendo-a coletivamente. Apesar disso, um aluno não respondeu a esta questão.

O perímetro do retângulo foi respondido corretamente por treze alunos. Três destes não responderam a questão.

Em relação ao perímetro dos triângulos o resultado obtido foi de respectivamente 88% e 81% para os triângulos escaleno e retângulo sendo importante ressaltar a necessidade de mediação da pesquisadora nos grupos de trabalho.

O índice de resposta errada foi semelhante: 6%, para ambos os triângulos, caracterizando-se pela efetivação equivocada da somatória de números decimais. No entanto, observamos a redução na taxa de respostas corretas para o perímetro do triângulo retângulo é motivada pelo aumento de resposta em branco (19%).

O cálculo de área dos triângulos apresentou o índice de 88% de acerto para o triângulo retângulo e 75% para o triângulo escaleno. Apesar de o triângulo escaleno apresentar um menor índice de erros (6%) em relação ao triângulo retângulo (12%), este apresentou um percentual maior de respostas em branco, o que foi equivalente a 19% do universo da pesquisa.

Um aspecto observado durante esta intervenção é o crescimento da turma[15] quanto a aquisição da habilidade de medir empregando a régua.. Determinados alunos encontraram medidas com precisão envolvendo inclusive os milímetros (medidas decimais do centímetro). Atentamos ainda que o conceito de área foi construído por alguns alunos. Helen fez uma importante observação: -*"* a área do paralelogramo não é dividida por dois, porque a figura está inteira." (fragmento do diário da pesquisadora referente a 01/06/2004). Demonstrando a compreensão da fórmula do cálculo do triângulo, bem como a proporcionalidade deste em relação à figura inicial (paralelogramo), aspecto que nos fez inferir que esta aluna atingiu o nível de conhecimento relacional.

Um desafio, no entanto a ser superado é a medição dos ângulos internos dos polígonos em geral. Necessitamos auxiliar alguns alunos na realização da atividade, contudo, parte desses não realizaram a medição de ângulos, dada a dificuldade de orientar, ainda que em duplas, aos vinte e um aluno[16].

A dispersão constante da turma representou um desafio diário ao trabalho da pesquisadora, considerando a opção metodológica voltada para atividades interativas que envolveram vários procedimentos como medir, registrar, recortar e colar, bem como o uso de material coletivo como transferidores, réguas, colas e tesouras, exercitou ao longo de toda intervenção nossa paciência e posicionamento firme da pesquisadora, a fim de manter um ambiente de interação que, no entanto, possibilitasse aprendizagem.

3.1.12 Atividade 12

A aula foi iniciada relembrando as propriedades dos triângulos já estudados (retângulo e escaleno). Indagamos a turma que triângulo havíamos obtidos a partir do retângulo e Galiano respondeu corretamente demonstrando para os colegas como o triângulo retangular foi obtido. Vicente explicou corretamente a decomposição do paralelogramo em triângulo escaleno, dando provas de que alcançou o nível de compreensão relacional em relação ao cálculo da área do triângulo.

Apresentamos a seguir uma figura (quadrado), que teve suas propriedades e dimensões exploradas. Perguntamos se aquela figura poderia ser transformada em outra.

Vicente disse que sim, recortando corretamente o quadrado e obtendo um triângulo isósceles. Perguntamos se os restos provenientes do antigo quadrado poderiam formar uma nova figura, como não obtivemos sugestões, a figura foi construída pela pesquisadora que aproveitou para demonstrar a equivalência dos dois triângulos obtidos.

Direcionamos a observação para as características do triângulo encontrado, que foi familiar a grande parte dos alunos, *todos já tinham visto um triângulo daqueles.* Estes atentaram que a figura possuía dois lados iguais, dando-nos a oportunidade de nomeá-lo.

Apresentamos então nossa proposta de trabalho para aquela manhã que foi aceita com interesse pelos alunos. A atividade explorou a identificação e registro das dimensões do quadrado e triângulo isósceles, além do Cálculo do perímetro e área destes polígonos.

Os alunos receberam um quadrado (6cm) e deveriam com auxílio da régua, medir e registrar as medidas de base altura bem como os cálculos de perímetro e área do quadrado.

A seguir estes receberam outro quadrado com o mesmo lado (6cm), sendo orientados a traçarem duas linhas dos vértices inferiores ao meio da figura na parte superior do quadrado a fim de formarem um triângulo isósceles. Da nova figura, solicitamos o registro das medidas de base, altura, perímetro e área.

Quanto às questões relacionadas ao quadrado, todos os quatorze alunos responderam com precisão as dimensões da figura fornecidas, bem como registraram corretamente os cálculos de perímetro e área.

Com relação ao item 02, observou-se que treze alunos responderam corretamente aos itens relativos ao registro das dimensões do triângulo, apenas um aluno registrou as medidas de base e altura erroneamente. O percentual de acerto dos cálculos de perímetro foi discretamente menor: doze alunos, em comparação com o perímetro do quadrado. Quanto ao cálculo de área todos os alunos responderam corretamente.

3.1.13 Atividade 13

Esta atividade teve por objetivo a efetivação do cálculo do volume dos sólidos, a partir da contagem de cubos.

Com esta atividade de ensino concluímos nossa programação de conteúdos, propondo uma discussão sobre as medidas de capacidade e volume dos sólidos. Salientando não ser este assunto objeto desta pesquisa, contudo, resolvemos introduzir o assunto discutindo o significado e sentido dos termos, bem como através da manipulação de material físico: preenchimento de caixas de diferentes dimensões e formas com cubos com arestas de 5cm. Vide foto: Anexo B

Depois de preenchidas as caixas, realizávamos o registro matemático da capacidade das caixas através do produto do comprimento, largura e altura preenchida pelos cubos, unidade de medida empregada.

Apresentamos as figuras: um cubo (unidade de medida) e quatro caixas retangulares de dimensões diferentes esclarecemos o emprego do cm^3 como unidade de

medida. Os alunos foram solicitados a observar os empilhamentos a fim de registrar as quantidades de cubos em cada dimensão e conseqüentemente efetuar o cálculo de volume.

Observamos que as caixas retangulares de dimensão 5cm × 1cm × 2cm e 4cm × 2 cm × 4 cm apresentaram índice de 100% de acerto.

O cálculo de volume do cubo apresentou 92% de acerto, Um aluno respondeu incorretamente a esta questão.

Destacamos, no entanto, as caixas de dimensão 4cm × 2cm × 1cm com índice de acerto de 83% e a caixa 4cm × 2cm × 2cm com o percentual de 75% de acerto. Tais paralelepípedos apresentaram os maiores índices de erros de respectivamente 17% e 25%. Dentre os equívocos mais comuns observados nestes itens ressaltamos o registro incorreto de uma das dimensões, e em especial a altura e ainda, erros provenientes da efetivação das multiplicações.

3.1.14 Atividade 14

Esta visou aplicar os conceitos estudados em situações do dia-a-dia. Consistiu em dois problemas envolvendo os conceitos de área e perímetro nas quais foi solicitado o cálculo do custo do material empregado em cada circunstância, para tal o educando deveria multiplicar a área encontrada pelo valor explicitado no enunciado da atividade.

Sugerimos, ainda, o registro do cálculo e desenhos a fim de representar as situações. Explicitamos questões abaixo:

1. O pai de Flávio vai revestir o piso da cozinha com ladrilhos. As dimensões da cozinha são de 3m × 5 m.

a) Quantos metros quadrados de ladrilho ele deve comprar?

b) Sabendo-se que 1 metro quadrado de ladrilho custa R$20,00 quanto ele gastará?

c) Se o pai de Flávio resolvesse colocar um roda-teto na cozinha, quantos metros ele teria de comprar?

Buscamos acionar os conceitos trabalhados sem oferecer inicialmente o recurso da figura do retângulo na primeira situação problema. Solicitamos, entretanto, que o aluno ilustrasse a situação a fim concretizar o raciocínio bem como no sentido de aferir a apreensão das propriedades do polígono (retângulo) não explicitado no enunciado.

Atentamos que um número considerável de treze alunos empregaram corretamente beneficiando-se inclusive do recurso da ilustração e para resolução, haja vista que o mesmo percentual acertaram a questão referente ao cálculo de área necessária para revestir o piso da cozinha.

Em relação às ilustrações do problema, constatamos ainda, que uma dupla não conseguiu representar a idéia do espaço apresentado pelo problema (uma cozinha). Estes, no entanto, relacionaram corretamente a idéia do polígono (retângulo), não

obstante, ao que parece os alunos representaram equivocadamente a idéia de perímetro. Conforme observamos nas ilustrações:

Ilustração da dupla A

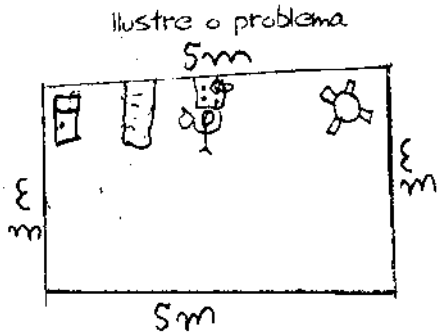
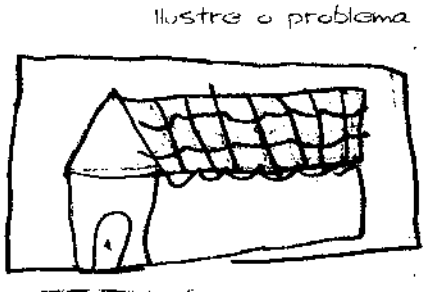


Ilustração da dupla B



As duplas demonstraram entendimento claro quanto à interpretação das dimensões e construção da figura explicitada. No entanto, a primeira dupla destacou-se dos demais doze colegas que também a responderam por enriquecê-la com detalhes inerentes ao ambiente específico. A ilustração da dupla "A" aponta, ainda, para a necessidade de uma maior orientação espacial, em função da organização e disposição dos objetos expostos no desenho.

A dupla "B", que não conseguiu responder corretamente a questão referente à área, demonstrou através da ilustração apresentar uma idéia equivocada acerca deste conceito, provavelmente confundindo-o com o perímetro. Aspecto corroborado pela questão A do item 02 na qual o cálculo da área do triângulo é realizado a partir da somas das dimensões da base e altura da figura.

Quanto à questão relativa ao cálculo do perímetro da cozinha obtivemos um índice menor de acerto em comparação como conceito de área: dez alunos responderam corretamente a questão, sete de forma incorreta e uma aluna não respondeu. Dentre os raciocínios equivocados mais freqüentes destacamos: A soma das duas dimensões apresentadas pelo problema; O uso da fórmula para cálculo de área.

Item 02:

2. A turma de Mônica quer fazer uma grande bandeira triangular. A base da bandeira terá 4 metros e a altura, 3 metros.

a) Quantos metros quadrados de tecido terá a bandeira?

b) Sabendo que o metro de tecido que elas querem custa R$4,00 quanto vão gastar no mínimo?

b) Qual a medida do perímetro desta bandeira?

Com relação ao item 02, seis alunos responderam corretamente a questão “a” referente ao cálculo da área do triângulo, que como no enunciado não foi explicitado podendo admitir como resposta correta os triângulos retângulo, isósceles ou escaleno.

Como a questão não determinou a tipologia do triângulo atentamos para o surgimento de dois tipos de estratégias para resolução do problema, seis alunos responderam-na corretamente tomando como parâmetro para a bandeira o triângulo isósceles. Esses não empregaram as medidas exatas (que resultaria em um número decimal), arredondando o resultado para o maior valor aproximado. No entanto, fazendo uso dessa estratégia obtiveram êxito nos cálculos relativos à área e perímetro.

Outra estratégia utilizada para resolução do cálculo foi empregada por uma dupla ao desenhar um triângulo retângulo com as dimensões e medidas exatas. Estes alunos desenvolveram corretamente o cálculo do perímetro da figura, no entanto, não finalizaram o cálculo da área, omitindo a divisão do resultado.

Uma dupla não respondeu a questão. Dez alunos responderam-na incorretamente. Destacamos como erros mais freqüentes relacionados ao cálculo de área da bandeira triangular:

- Inconclusão do cálculo. O produto da base pela altura dada não foi divido por dois.
- A soma das dimensões explicitadas no problema;
- Equívoco ao empregar o cálculo do perímetro. Alguns alunos aleatoriamente atribuíram ao lado não dimensionado o valor de 3 metros (repetindo uma das dimensões). Provavelmente fazendo uma relação imediata com o triângulo isósceles, pela possível familiaridade com a figura.

Quanto ao cálculo do perímetro oito alunos responderam corretamente, cinco deixaram-na em branco e o mesmo percentual calculou o perímetro equivocadamente.

Quanto aos quesitos “b” dos itens 01 e 02, nos quais se solicitava o levantamento de custo realizado a partir da multiplicação das áreas encontradas pelos valores dados, observa-se um índice baixo de acertos: ambas as questões apresentaram o mesmo índice de seis alunos. Um número pouco significativo deixou a questão sem resposta: um e dois alunos respectivamente para os itens 01 e 02.

Em relação às respostas incorretas observamos a incidência de índices maiores e muito próximos comparando aos itens relativos ao levantamento dos custos,

obtivemos nove respostas erradas para o item 01 e dez em relação ao item 02. Os erros mais comuns foram:

- Os dados do problema foram empregados corretamente, o produto da multiplicação foi efetuado incorretamente.
- A área empregada para o cálculo estava errada.

Tais questões sinalizam para a fragilidade dos conhecimentos aritméticos dos alunos, aspecto que interferiram diretamente quanto à aquisição e operacionalização dos saberes geométricos. Acerca da apropriação dos conhecimentos matemáticos Lovell (1988) explica que esse raciocínio pressupõe maior abstração e complexidade em relação aos conhecimentos aritméticos e geométricos, no entanto, tais saberes implicam em uma atividade de natureza mental, cuja representação gráfica através da escrita se constitui apenas em auxílio, ou recurso à expressão de tal pensamento.

Para este autor, o desenvolvimento dos conceitos matemáticos pressupõe a apropriação da linguagem e símbolos inerentes, bem como os métodos e provas que lhe são peculiares. Em sua concepção, a aquisição dos conceitos matemáticos acontece paralelamente à apreensão da linguagem e simbologia específica: “Algumas dessas coisas têm de ser aprendidas, retidas e reproduzidas; têm de ser combinadas com outros conceitos, símbolos, métodos e provas, e “manobrados” em conjunto; e têm de ser usados na solução de tarefas matemáticas.” (LOVELL, 1988, p.19)

Atribuímos a esta atividade importância especial por se tratar de uma situação que se distinguiu das anteriores que visavam consolidar a construção conceitual, situações com ênfase no cálculo de área a partir da composição e decomposição dos

quadriláteros. Esta, bem como a atividade 08, e as avaliações de pré-teste e pós-teste assumem o caráter voltado à aplicação dos conhecimentos adquiridos em situações práticas, nas quais se faz necessário relacionar conhecimentos conceituais e procedimentais a fim de solucionar as situações propostas.

3.1.15 Atividade 15

Esta atividade foi elaborada com a finalidade de averiguar os o nível de apreensão dos principais conhecimentos abordados durante o período de nossa intervenção. Seus objetivos eram calcular a área e perímetro dos polígonos explorados: quadrado, triângulo isósceles, retângulo, triângulo retângulo, paralelogramo e triângulo escaleno.

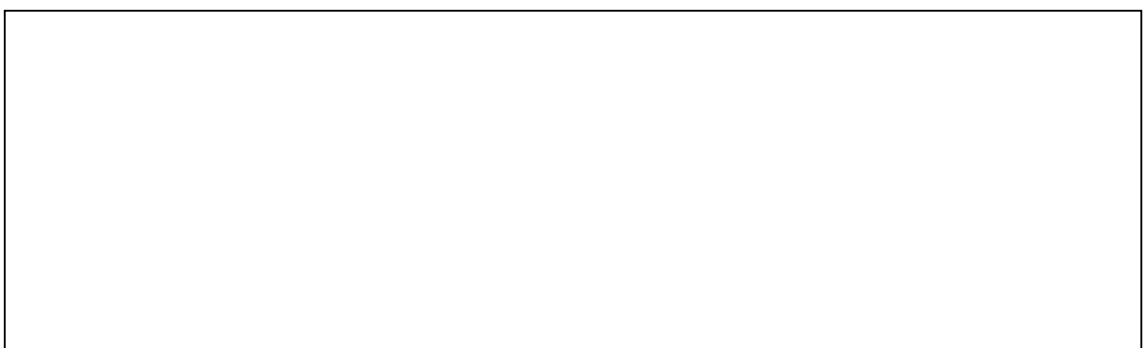
Apresentamos as figuras e solicitamos que com auxílio da régua os alunos registrassem as dimensões e os cálculos de perímetro e área. Por se tratar de uma atividade longa, ao ser distribuída demonstrou-se entre a turma uma reação de dispersão fazendo-se necessário que questionássemos várias vezes os procedimentos necessários para resolvê-la.

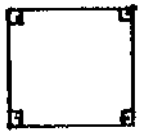
Considerando ser esta a última atividade aplicada junto à turma e seu caráter mais específico e abrangente em comparação ao adotado pela avaliação de saída, selecionamo-na para realizarmos uma análise mais detalhada quanto aos níveis de compreensão[17] atingidos pelos alunos a fim de confrontarmos os resultados obtidos a partir da avaliação final.

Para tal elegemos como critério para categorização no nível relacional de compreensão para o conceito de perímetro o registro correto das dimensões das figuras; a operacionalização precisa dos cálculos bem como a notação adequada das unidades de medidas.

No nível de compreensão instrumental foram categorizados os alunos que apesar de terem demonstrado aquisição da idéia de perímetro, demonstraram embaraço quanto à resolução integral da questão ao omitirem ou empregarem unidades de medidas inadequadas, interpretando incorretamente as figuras induzindo a utilização de dimensões ou números de lados incorretos e ainda operacionalização incoerente das questões aritméticas. Os resultados referentes ao cálculo do perímetro são apresentados em nível decrescente do desempenho obtido.

Treze alunos responderam corretamente a questão relativa ao perímetro do quadrado. Destes oito alunos demonstraram ter atingido nível de compreensão relacional atendendo aos critérios já conhecidos. Observamos dentre os mesmos, níveis de compreensão diferenciados nas respostas empregadas, conforme ilustramos abaixo:





Base: 2 cm
Altura: 2 cm
Perímetro:
2x4=8cm

Base: 2,0 cm
Altura: 2,0
Perímetro: 8cm
(2+2+2+2=8cm

Base: 2cm
Altura: 2 cm
Perímetro (2x2)+(2x2)=8cm

Respostas de Célia, Luana, Marcos

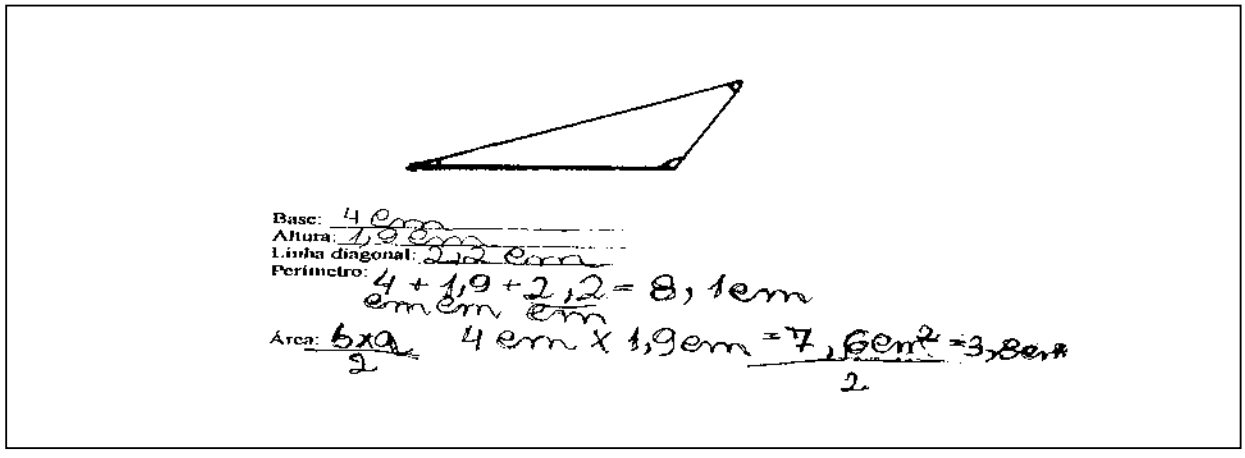
Podemos observar que os três níveis de resposta acima ilustrados atendem ao objetivo proposto pela questão: calcular o perímetro do quadrado. Os alunos mensuraram com precisão as dimensões da figura e desenvolveram raciocínios análogos, contudo, demonstrando níveis crescentes em termos de generalização e apropriação da linguagem matemática. Em um nível qualitativo elementar Luana expressa sua compreensão e encaminhamento para resolução da questão empregando a soma de mesmas parcelas.

Marcos avança ao empregar a propriedade de associativa da adição. Este aluno faz uso dos parênteses a fim de isolar os termos equivalentes soma de dois lados do quadrilátero. Atentamos ainda, para o registro mais elaborado de Célia, ao sintetizar as operações anteriores fazendo uso da multiplicação e conseqüentemente, empregando um raciocínio generalizado. Observamos ainda que tais alunos empregaram corretamente as unidades de medidas respondendo integralmente as questões.

Os demais oito alunos demonstraram ter alcançado o nível de compreensão instrumental ao responderam de forma incompleta da questão.

Treze alunos responderam corretamente a questão relativa ao cálculo do perímetro de retângulo. Cinco destes demonstraram ter alcançado compreensão relacional e oito sinalizaram portar nível de compreensão instrumental.

Nove alunos que responderam à atividade calcularam corretamente o perímetro do triângulo escaleno. Quatro destes demonstraram estar no nível de compreensão relacional respondendo a contento a questão. Cinco crianças se mantiveram no nível de compreensão instrumental. Abaixo uma resposta ilustrando o nível de compreensão instrumental para esta questão.

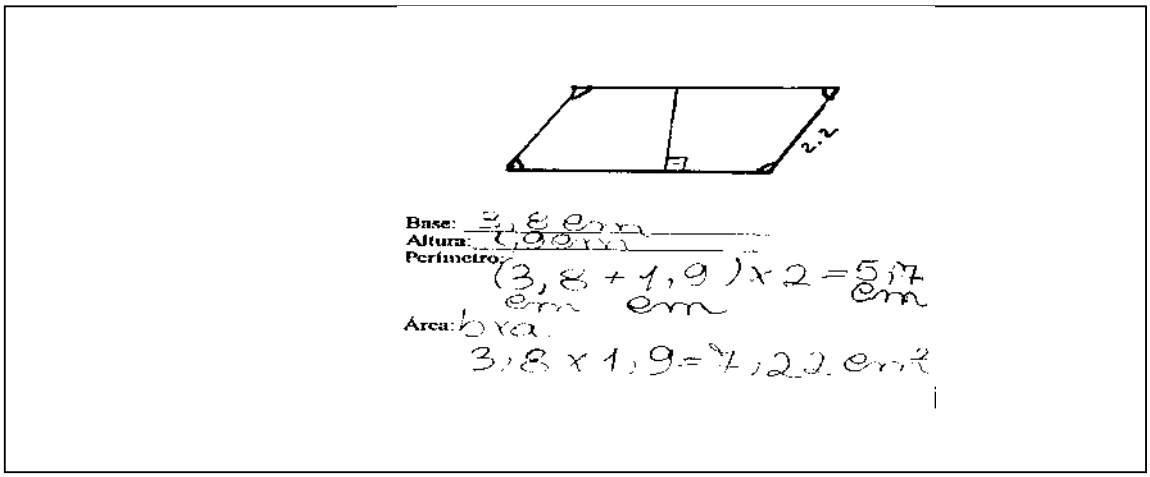


Resposta de Helen

A resposta de Helen exemplifica o nível de compreensão instrumental para o conceito de perímetro, ilustrando, no entanto, nível de compreensão relacional para área. Conforme podemos observar, a aluna demonstra clareza quanto aos conceitos explorados, operacionaliza os cálculos com coerência e explicita as unidades de medidas adequadas a cada situação específica. Para o primeiro cálculo (perímetro) esta emprega a dimensão altura em lugar do lado (menor e inclinado) do triângulo, incorrendo em um equívoco. Atentamos ainda, em relação ao registro das unidades de medida do perímetro, que a mesma registra-os abaixo dos números (notação não convencional), dando idéia de um provável esquecimento e indicação posterior à sistematização do cálculo.

Oito alunos calcularam corretamente o perímetro do triângulo isósceles. Quatro destes atingiram o nível de compreensão relacional e o mesmo percentual alcançou o nível de compreensão instrumental.

Onze alunos responderam acertadamente o cálculo do perímetro do paralelogramo. Dentre estes, cinco foram categorizados no nível de compreensão relacional e seis responderam a questão se mantiveram no nível de compreensão instrumental. A resposta abaixo demonstra o nível de compreensão instrumental para esta questão:



Resposta de Helen

Conforme observamos, Helen demonstra clareza quanto à aquisição do conceito de perímetro e ainda em relação à apropriação da linguagem matemática, que é empregada de forma adequada. A operacionalização do cálculo é feito com precisão, no entanto, a aluna equívoca-se ao empregar a dimensão altura ao invés da medida lateral da figura para resolução da questão. Erro típico em se tratando do cálculo do perímetro do paralelogramo.

Oito alunos responderam corretamente aos cálculos de perímetro do triângulo retângulo. Destes, seis alunos alcançaram o nível de compreensão relacional e dois alunos foram categorizados no nível de compreensão instrumental.

Elencamos como critérios para categorização em nível de compreensão relacional para o conceito de área o entendimento do conceito e realização correta do

cálculo envolvendo a aplicação de sua fórmula além da notação adequada das unidades de medidas.

No nível de compreensão instrumental foram categorizados os alunos que apresentaram distorção no emprego da fórmula de cálculo de área, influenciada por equívocos na interpretação das dimensões dos polígonos ou erros relativos às operações fundamentais envolvidas no cálculo, bem como inadequação ou omissão das unidades de medidas.

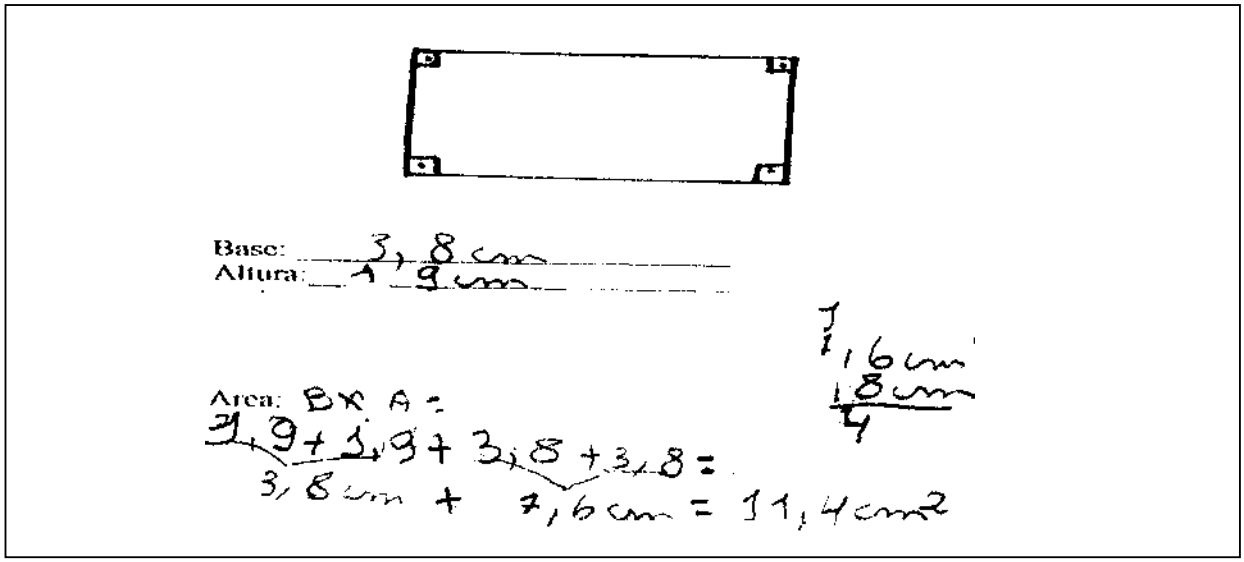
Apresentaremos a seguir os resultados relativos ao cálculo de área segundo os índices decrescentes obtidos:

Quatorze alunos responderam corretamente a área do quadrado. Nove alunos demonstraram terem atingido o nível de compreensão relacional. Cinco destes foram categorizados no nível de compreensão instrumental.

Nove alunos responderam corretamente aos cálculos de área do triângulo isósceles. Destes quatro responderam à questão sinalizaram ter adquirido o nível de compreensão relacional. Cinco indivíduos denotaram ter se mantido no nível de compreensão instrumental.

Doze alunos responderam corretamente aos cálculos de área do paralelogramo. Oito destes atingiram o nível de compreensão relacional. A resposta de Helen (pág. 123) ilustra este nível de compreensão para o cálculo de área do paralelogramo. Quatro crianças responderam corretamente demonstrando estar no nível de compreensão instrumental.

Doze alunos calcularam corretamente as áreas do paralelogramo e retângulo. Dentre estes, nove alcançaram o nível de compreensão relacional e três demonstraram estarem no nível de compreensão instrumental. A resposta abaixo, ilustra um conflito cognitivo reincidente em relação ao cálculo de área em geral.



Resposta de Luana

Esta resposta ilustra um erro típico de natureza conceitual sinalizando para existência de um conflito cognitivo relativo à compreensão do conceito de área, haja vista o encaminhamento adotado pela aluna para resolução da questão apresentar-se satisfatória a obtenção do perímetro da figura. Atentamos que apesar da

operacionalização incorreta do cálculo, Luana registrou corretamente a unidade de medida inerente à área.

Sete alunos efetivaram corretamente o cálculo de área do triângulo escaleno. Quatro destes deram indícios de terem alcançado o nível de compreensão relacional e três demonstraram manter-se no nível de compreensão instrumental.

Seis alunos responderam corretamente ao cálculo da área do triângulo retângulo. Destes, quatro foram categorizados em nível de compreensão relacional e dois demonstraram portar nível de compreensão instrumental.

Observamos um índice considerável de respostas em branco a partir da segunda figura da atividade, em especial os itens relativos aos cálculos, haja vista que as questões que solicitavam dos alunos o registro das dimensões das figuras foram bem respondidas. Atentamos ainda, que este percentual superou o índice de respostas erradas referentes ao cálculo de perímetro e área das figuras do retângulo, triângulo retângulo, triângulo escaleno e área do paralelogramo.

Em nossa avaliação, a extensão da atividade interferiu nos resultados obtidos. Tais resultados serão retomados na conclusão deste trabalho.

2.2. CONTEXTUALIZANDO O MÓDULO DE ENSINO E SUAS IMPLICAÇÕES PARA O PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM.

A narrativa e condições sobre a aplicação do módulo de ensino não teria sentido se desvinculado do contexto onde se deu a intervenção. O medo e a sensação de ter fracassado misturava-se a impressão de que a experiência estava sendo válida ao percebermos a alegria com que éramos recepcionados pelos alunos e ainda ao acompanhamos a evolução da turma a partir dos raciocínios e respostas advindas das participações nas atividades.

Em muitas ocasiões saíamos da escola extremamente frustrada com a dispersão da turma:

> O término da atividade foi extremamente tumultuado em função da grande quantidade de alunos que haviam terminado a atividade e ficaram circulando pela sala.
>
> [...] Terminei a aula e entreguei à turma a professora, após o lanche, que é um verdadeiro assalto à turma. (fragmento do diário da pesquisadora referente a13/05/2004)
>
> Hoje durante a aula Fausto deu um grito, chamando-me para dizer que aquilo ali (área do triângulo), ele não sabia responder. Fui até o mesmo a fim de orientá-lo e no decorrer da explicação ele iniciou uma discussão com os colegas. (fragmento do diário da pesquisadora referente à 25/05/2004)

Constatamos ao longo das intervenções, a necessidade de apropriação por parte da turma de atitudes e habilidades como observação, reflexão e concentração a fim de sistematizar as experiências essenciais à aprendizagem: a classe se mantém "ocupada" em atividades como cópia, no entanto, quando se trabalha com a reflexão e atividades que envolvam a medição (uso de régua/transferidor), recorte e colagem a dispersão é grande" (fragmento do diário da pesquisadora referente à 27/05/2004)

Detectamos ainda a falta do hábito de estudo diário por parte dos alunos: - "Hoje iniciamos a aula corrigindo a atividade encaminhada para casa na aula anterior. Apenas três dos vinte alunos que estavam na sala haviam-na realizado. Retomamos as questões, tentando envolver o grupo, solicitando a participação destes." (fragmento do diário da pesquisadora referente à 27/05/2004).

Poderíamos expor outros registros que revelariam nossas inquietações, no entanto, os fatos aqui mencionados se propõem a demonstrar que o processo ensino-aprendizagem se deu a partir de situações concretas que muitas vezes conspiraram contra os objetivos definidos e perseguidos pela pesquisadora. Os entraves acontecem desafiando o educador a exercitar sua criatividade e versatilidade a fim de burlar as dificuldades.

Em certa ocasião, discutimos junto ao orientador a necessidade de demonstrar a equivalência da área do retângulo e paralelogramo de mesma dimensão, além de modelar conceitos como base e altura, diferenciando esta última do lado do paralelogramo. A situação de ensino foi planejada, na qual seria utilizando o retro projetor (recurso existente na escola), a fim de podermos sobrepor as figuras ressaltando gradativamente as características a serem trabalhadas: figura com a área quadriculada,

outra com sua dimensão explicitada sem o recurso do quadriculado, a figura com a altura em destaque, a outra tendo a medida da base exposta, o paralelogramo decomposto em retângulo.

O retro projetor foi agendado três aulas antes da data prevista para o uso, na véspera da utilização telefonamos lembrando a reserva feita para utilização do mesmo. No entanto, no momento em que seria usado, o recurso estava indisponível, pois a pessoa responsável pela chave do almoxarifado não se encontrava na escola durante o inicio das aulas. A aula foi dada, mas o recurso de ensino (material físico), não pode ser utilizado.

As dificuldades descritas como situações adversas e externas[18] que interferem na dinâmica da aula como a ausência das habilidades e atitudes de observação, reflexão e concentração, bem como a falta de um hábito regular de estudo extra-escolar, defasagem no domínio de conhecimentos aritméticos (compreensão das operações básicas) não se constitui,

contudo, peculiaridade da turma que cooperou com a realização desta pesquisa, na prática se constitui um desafio vivenciado pelos demais educadores que lecionam a crianças nesta faixa etária e em especial na rede pública de ensino.

Encerramos esta parte expondo tais reflexões a fim de situarmos os leitores nas condições complexas e concretas em que se processou a pesquisa, a fim de afastar a falsa percepção de que as atividades aqui propostas aconteceram em um ambiente isento dos condicionantes reais de uma sala de aula concreta.

Os dados obtidos através do desempenho dos alunos apontaram para um potencial de aprendizagem que excedeu e determinou os bons resultados, avanços e conquistas alcançadas no decorrer da intervenção. Freire (2000) descreve com propriedade a

dinâmica de interação e retro alimentação peculiar ao processo ensino-aprendizagem, ressaltando a capacidade inata dos educando a aprendizagem, e destacando ainda a participação e responsabilidade do educador enquanto agente que ao ensinar também aprende, e provavelmente é o maior favorecido pela experiência, como foi o nosso caso:

> [...] Quando saio de casa para trabalhar com os alunos, não tenho dúvida nenhuma de que, inacabados e conscientes do inacabamento, abertos à procura, curiosos, "programados, mas para aprender", exercitaremos tanto mais e melhor a nossa capacidade de aprender e de ensinar quanto mais sujeitos e não puro objetos do processo nos façamos. (FREIRE, 2000,p.65)

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DA AVALIAÇÃO FINAL

> [...] somos os únicos em que *aprender* é uma aventura criadora, algo por isso mesmo, muito mais rico do que meramente repetir a *lição dada.* Aprender para nós *é construir,* reconstruir *constatar para mudar,* o que não se faz sem abertura ao risco e a aventura do espírito. (FREIRE, 2000)

Nesta parte apresentamos os resultados obtidos através da avaliação final. Os dados receberam tratamento estatístico bem como análise sob a perspectiva da teoria de R. Skemp (1989).

4.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

A avaliação diagnóstica final foi aplicada com o objetivo de redimensionarmos o perfil da turma após as intervenções pedagógicas. Optamos pela reaplicação do mesmo instrumento avaliativo a fim de verificarmos com maior precisão os objetivos e questões anteriormente propostas.

Esta foi aplicada no dia dezesseis de junho de dois mil e quatro, durante a última semana de aula, ainda no primeiro semestre, antecedendo o recesso escolar do meio do ano. Sua realização havia sido programada junto à professora colaboradora que já estava ciente de que esta atividade marcava o final das atividades de intervenção pedagógica[19].

Ao chegarmos à escola conforme o planejado, tivemos uma surpresa desconcertante ao iniciarmos a aula com a presença de dez alunos apenas. Ao indagarmos a professora pelas crianças, esta nos respondeu que os demais estavam no pátio da escola participando do ensaio de uma apresentação para o encerramento do semestre letivo que

culminaria com a festa junina, já que o encarregado dos ensaios (amigo da escola) só dispunha deste horário para ensaiar a quadrilhas com todos os alunos interessados em participar desta apresentação. Tal fato nos deixou apreensivos, pois com certeza influenciaria no resultado da avaliação final.

Neste encontro com a turma, nos deparamos com um novo aluno, oriundo de uma família circense que estava de passagem pelo bairro. A professora afirmou-nos que esta criança estudou o primeiro e parte do segundo bimestre em uma escola pública em outro bairro de nossa cidade (Nova Descoberta) e que provavelmente ao retornarmos no segundo semestre não o encontraríamos mais na sala[20] em função do estilo de vida nômade imposto por seus pais.

Contudo, encaminhamos a aplicação da avaliação diagnóstica de saída com os alunos que estavam na sala, inclusive com os que estavam ingressando na turma neste dia. Orientamos uma leitura da atividade na qual questionávamos o que era necessário à resolução de cada questão. Alguns destes lembraram já ter respondido aquela atividade. Solicitamo-lhes que respondessem com atenção, de forma mais completa possível.

Quando encerramos a discussão da avaliação e esta começou a ser respondida os demais alunos adentraram a sala eufóricos, se fazendo necessário retomar os encaminhamentos anteriores. Com a entrada destes, iniciou-se uma disputa entre duas crianças pela ocupação de um mesmo lugar, situação que necessitou ser mediada pela

pesquisadora, haja vista que a professora titular não se encontrava no recinto (estava entregando o fardamento dos alunos a alguns pais).

Após recobrarmos a tranqüilidade e concentração da turma, propusemos a

retomada da resolução da atividade, aspecto que foi alcançado com dificuldade, em função da agitação generalizada.

Com a chegada do lanche a situação de dispersão chegou ao limite, fazendo-nos entender a inviabilidade de esperar mais concentração e consequentemente melhor rendimento por parte destes. Posteriormente em discussão com o orientador a respeito da situação, percebemos a necessidade de sentarmos e entrevistarmos os alunos a fim de checarmos as respostas explicitadas e/ou ignoradas. A realização de tal procedimento representou uma oportunidade de confronto de grande relevância, pois propiciou-nos grandes constatações, possibilitando-nos testemunhar momentos ricos de aprendizagem e conflitos cognitivos vivenciados pelos sujeitos da pesquisa.

Outro aspecto que saltou-nos aos olhos neste momento específico da pesquisa, foi à necessidade de delimitarmos o universo da pesquisa, buscando contemplar os indivíduos que participaram com assiduidade de todo o processo de desenvolvimento da pesquisa, frente à baixa freqüência destes. Para tal realizamos uma análise da assiduidade, considerando a freqüência relativa apenas às atividades selecionadas para análise e avaliação neste trabalho, obtivemos uma média de freqüência de dezenove alunos por intervenção.

Contudo, para não eliminarmos aleatoriamente nenhum participante[21], firmamos como critério para seleção da amostra contemplada pela pesquisa a participação nas duas avaliações que compuseram o processo de intervenção didática.

No primeiro momento responderam à atividade avaliativa vinte e um alunos, na avaliação diagnóstica de saída este número aumentou para vinte e quatro, o que levou-nos a

desconsiderar para efeito de amostra, a participação de três sujeitos que não vivenciam a experiência anterior.

4.2 RETOMANDO OS OBJETIVOS DA AVALIAÇÃO FINAL

A avaliativa diagnóstica de saída constou de uma atividade escrita e individual empregada para avaliar a apreensão e evolução dos conhecimentos geométricos dos participantes da pesquisa após a intervenção que envolveu a aplicação de um módulo de ensino versando principalmente sobre os conceitos de perímetro e área dos paralelogramos.

Este instrumento explorou conteúdos relativos a figuras planas (polígonos e o círculo), identificação de eixo de simetria em figuras geométricas planas, uso do conceito de perímetro aplicado a um retângulo numa situação problema, verificação do conceito de medir aplicado a área de dois retângulos quadriculados pela mesma malha, e conhecimentos elementares sobre as figuras tridimensionais mais conhecidas (forma, número de faces, vértices e arestas). Os alunos tiveram o tempo normal de duas horas/aula para responder ao trabalho, com mediação ocasional da pesquisadora.

A avaliação diagnóstica manteve por objetivos:

i) Diagnósticar o nível de conhecimento dos alunos sobre figuras geométricas planas (polígonos e círculo), figuras geométricas espaciais, e eixo de simetria;

ii) Avaliar a habilidade dos alunos para resolver uma situação problema usando o conceito de perímetro;

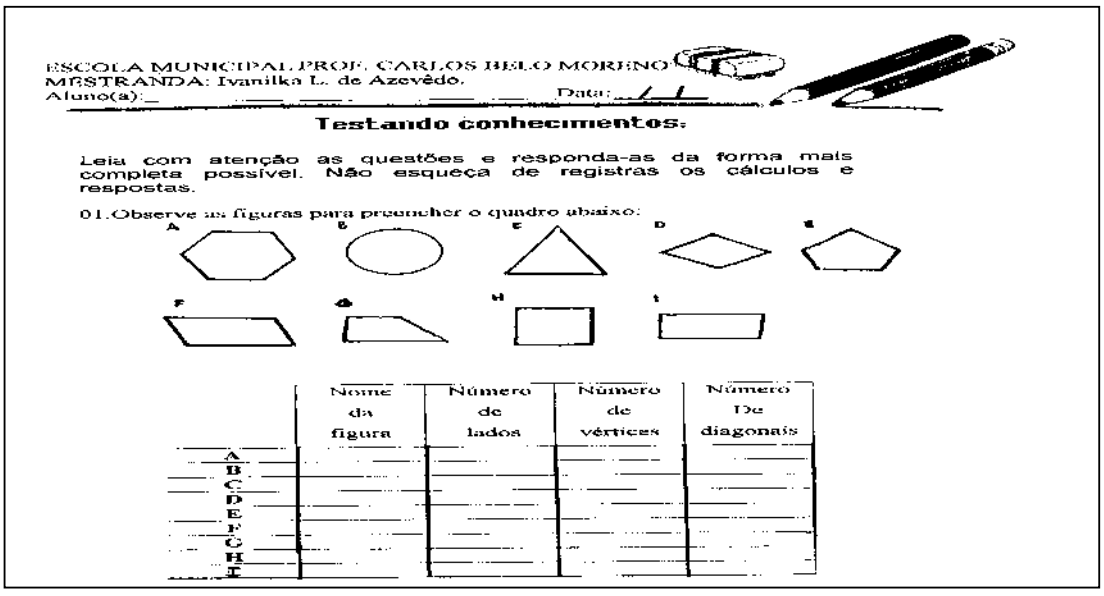
iii) Identificar o entendimento do aluno quanto ao conceito de medir área do retângulo.

4.3 **APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS:**

Conforme padrão adotado, apresentaremos as questões com seus enunciados na seqüência em que foram proposta aos alunos, acompanhadas de um quadro contendo os números absolutos e porcentagens dos resultados que serão comentados.

As respostas foram tabuladas em certas, incorretas (ou erradas) ou questão não respondida (em branco) como critério para quantificação e interpretação dos dados obtidos. Estes foram analisados sob a perspectiva quantitativa e qualitativa, considerando-se o currículo de matemática para a o segundo ciclo (4ª série) e, como por hipótese, o que se poderia supor ser de conhecimento de tais alunos.

Apresentamos a seguir as questões e os quadros de resultados referentes ao desempenho obtidos:



ESCOLA MUNICIPAL PROF. CARLOS BELO MORENO
MESTRANDA: Ivanilka L. de Azevêdo.
Aluno(a):_____ Data: ___/___/___

Testando conhecimentos:

Leia com atenção as questões e responda-as da forma mais completa possível. Não esqueça de registras os cálculos e respostas.

01.Observe as figuras para preencher o quadro abaixo:

	Nome da figura	Número de lados	Número de vértices	Número De diagonais
A				
B				
C				
D				
E				
F				
G				
H				

4.3.1 Questão 01:.

Questão 1.a: **Nomear as figuras**						
	Certo		**Errado**		**Branco**	
Figuras	**N°**	**%**	**N°**	**%**	**N°**	**%**
Heptágono	21	100				
Esfera			05	24	01	05
Círculo	15	71				
Triângulo	21	100				
Losango	02	10			05	24
Quadrilátero	14	66				
Pentágono	18	86			03	14
Paralelogramo	14	66			02	10
Quadrilátero	05	24				
Trapézio	01	05	01	05		
Quadrilátero	19	90				
Quadrado	16	76			01	05
Quadrilátero	04	19				
Retângulo	16	76			02	10
Quadriláteros	03	14				

Observamos o crescimento da turma em relação à identificação e nomeação das figuras exploradas pela questão 01.

Estabelecemos como critério para categorização das respostas em nível de compreensão relacional a identificação precisa das principais características dos polígonos: Número de lados, vértices, diagonais, bem como paralelismo, igualdade e perpendicularidade dos lados adjacentes, consideramos ainda a nomeação correta das figuras. (No caso dos paralelogramos, a identificação de sua nomenclatura específica).

A resolução global desta questão (itens 1.a; 2.b e 1.c) quando correta, serviu de indicador para aquisição do conceito de polígono, haja vista solicitar do educando a compreensão das propriedades inerentes a cada polígono específico.

Um dado significativo, reincidente e verificado após as intervenções, na primeira questão foi o emprego do nome genérico para os polígonos, em especial os quadriláteros. Analisando o percentual de acertos para o heptágono (100%), figura pouco explorada em relação às demais, assim como o pentágono anteriormente não nomeado apresentou um índice de acertos de 86%, e o índice de respostas em branco de 14%.

Observamos que parte da turma utilizou-se de um cartaz como suporte para resolução da questão. Tal recurso foi explorado e exposto na sala a fim de apresentar os polígonos relacionando o número de lados a sua denominação específica. Ao percebermos que os alunos estavam *colando*, ou seja, respondendo a questão apoiados no recurso físico, orientamos o grupo a tentar realizar a atividade sem consultas, mas não os impedimos por entender que o fato de buscar e empregar corretamente a resposta implica em um tipo de conhecimento necessário e pouco empregado didaticamente.

Tal competência contribui para o exercício da autonomia intelectual defendida por Piaget e autores como Kamii (1993), e Skemp (1980), se constituindo em um dos

pilares da

Educação[22] para o século XXI: *Aprender e conhecer*. Tal competência pressupõe a autonomia necessária para construir, selecionar e empregar com eficiência conhecimentos num contexto de efervescência de produção e propagação de informações.

Em relação à identificação do círculo, a turma manteve-se com o mesmo desempenho de 71% de acertos. Um aspecto relevante a ser destacado foi à ausência do equívoco quanto à identificação de lados e vértices na figura, anteriormente detectado. Tais indícios sinalizaram para aquisição do conceito de polígono, aspecto que possibilitou aos alunos não incluírem o círculo nessa categoria, demonstrando assim que estes alcançaram o nível de compreensão relacional quanto ao conceito de polígono.

Atentamos ainda para uma discreta redução no índice de erros de 29% para 24%, ainda que os cinco alunos que responderam equivocadamente a esta questão denominando o círculo de esfera, deixando implícito a existência de um conflito cognitivo comum ao processo de acomodação e assimilação de um novo conceito, segundo a perspectiva de Piaget de equilibração.

Este autor concebe a aprendizagem enquanto um processo resultante do desequilíbrio ou conflito cognitivo. A busca pelo equilíbrio aciona os processos de assimilação e acomodação propiciando o que chamamos de aprendizagem.

Pozo (1998) analisa a concepção de aprendizagem piagetiana, explicando que esta ou mudança conceitual é resultante dos desequilíbrios entre os processos de assimilação e acomodação. Segundo ele a assimilação é "[…] o processo pelo qual o sujeito interpreta a

informação que provém do meio, em função de seus esquemas ou estruturas conceituais

disponíveis" (POZO, 1998, p.178). Este mesmo autor explica a acomodação enquanto *"*[...] não somente uma modificação dos esquemas prévios em função da informação assimilada, mas também uma nova assimilação, ou reinterpretação dos dados ou conhecimentos anteriores em função dos novos esquemas construídos*."* (POZO, 1998, p.180)

Conforme as definições acima, e o perfil apresentado pelas respostas equivocadas dos alunos pudemos entender que os mesmos estavam vivenciando o processo de assimilação do conceito da esfera (figura espacial), necessitando formular uma síntese mais adequada e completa (acomodação) deste a fim de não mais incluir o círculo nesta categoria.

Comparando-se os resultados atuais e os obtidos através da avaliação diagnóstica inicial, entendemos ter havido um avanço qualitativo no teor das respostas, haja vista que na primeira situação surgiram respostas em nível de preconceito e nesta ultima não houve nenhuma referência a objetos e suas características, identificamos, no entanto, nas respostas atuais da existência de um conflito cognitivo relativo à formação conceitual de classe, no caso figuras planas e figuras espaciais.

O triângulo foi nomeado por todos os alunos mantendo o mesmo percentual de acertos, confirmando que estes realmente atingiram o nível de compreensão relacional.

Quanto a identificação dos quadriláteros, especificamente os paralelogramos, atribuímos o nível de compreensão relacional a aqueles alunos que conseguiram denominar as figuras empregando a nomenclatura específica, por acreditarmos estarem estes estabelecendo as relações conceituais mais amplas entre características e especificidades de cada caso. Os indivíduos que incluíram tais polígonos na categoria de quadrilátero foram categorizados como portadores do nível de compreensão instrumental.

A identificação da figura do paralelogramo, anteriormente não nomeada,

obteve um índice considerável de 90% de acertos. Observamosque 66% dos alunos denominaram a figura por seu nome específico. Cinco alunos (24%) incluíram-no na categoria de quadrilátero, nomeando a por sua denominação genérica, por esta razão foram classificados no nível de conhecimento instrumental.

O trapézio foi nomeada por um único aluno, contudo dezenove alunos identificaram-no de quadrilátero, realizando uma categorização genérica e, portanto demonstrando nível de aprendizagem instrumental.

A identificação do losango apresentou um desempenho semelhante ao do trapézio, sendo nomeado corretamente por dois alunos que demonstraram ter atingido o nível de conhecimento relacional (anteriormente havia sido nomeado por um), contudo quatorze alunos identificaram-no por quadrilátero, implicitando consequentemente estarem no nível de conhecimento instrumental.

Em relação ao quadrado, observamos um resultado inesperado, haja vista que na avaliação inicial todos os vinte e um alunos que responderam à atividade, nomearam-no corretamente. Na avaliação de saída, dezesseis alunos nomearam corretamente o quadrado demonstrando terem atingido nível de conhecimento relacional, quatro alunos empregaram o nome genérico para denominá-lo, demonstrando ter assimilado a nova informação (conceito de quadrilátero) e provavelmente estar vivenciando um conflito cognitivo, necessitando ampliar este esquema conceitual a fim de incluí-lo em uma nova categoria: a classe dos quadriláteros. Provavelmente tais alunos, apesar de anteriormente terem nomeado corretamente, já portavam e se mantiveram no nível de conhecimento instrumental. Um aluno não respondeu essa questão.

O retângulo apresentou o mesmo índice de acerto obtido na avaliação inicial 76% de acerto. Destes 62% dos alunos demonstraram estar no nível de conhecimento

relacional. Três alunos denominaram-no de quadrilátero, apresentando o mesmo perfil anteriormente analisado, e, portanto nível de conhecimento instrumental, o percentual de respostas em branco reduziu de 24% para 10% nesta última avaliação.

A nomeação dos quadriláteros, em geral apresentou melhor resultado. Observamos, no entanto, a tendência dos alunos identificarem genericamente as figuras utilizando como critério apenas o número de lados, desprezando consequentemente as outras características específicas. Esta tendência foi evidenciada inclusive quanto à denominação do quadrado, anteriormente nomeado por 100% dos sujeitos. Tal fato sinaliza para a existência de um conflito cognitivo quanto à formação conceitual dos quadriláteros e suas especificidades bem como a necessidade de ampliação da inclusão de classes por parte destes.

Atribuímos que os alunos que conseguiram denominar as figuras utilizando os nomes específicos destas apresentaram um nível de compreensão relacional, pois naturalmente apresentaram a formação conceitual satisfatória quanto a identificação e nomeação dos polígonos.

Em contra partida, atentamos que um número razoável de alunos que apresentaram nível instrumental de aprendizagem estabelecendo apenas a relação entre a denominação da figura ao seu número de lados, lançaram mão do recurso da consulta ao cartaz para resolução da atividade. Ressaltamos ainda, que tal consulta poderia ter sido ineficiente os mesmos não obtivessem noções de conceito de número a fim de estabelecer a contagem, noção de lado (segmento de reta), e ainda compreensão quanto ao que estava sendo solicitado pelo enunciado da questão. Contudo, as respostas indicam que todos estes obstáculos foram vencidos por que ainda assim, apresentaram nível de compreensão instrumental.

Questão 1.b: **Registrar os números dos lados das figuras**

Número de lados	**Certo**		**Errado**		**Branco**	
	N°	**%**	**N°**	**%**	**N°**	**%**
	21	100				

Quando solicitados à contagem e registro o número de lados de cada figura explorada observamos a evolução da turma em relação à identificação dos lados dos polígonos. Neste item não ocorreu nenhuma resposta em branco ou errada, o que demonstra que tais alunos internalizaram a propriedade do "lado" do polígono.

Observamos ainda que o erro de numerar o círculo, cometido por sete alunos na avaliação diagnóstica inicial não se repetiu na avaliação final demonstrando que estes atingiram o nível de compreensão relacional ao efetivarem a formação conceitual do polígono.

Questão 1.c: **Registrar o número de vértices das figuras**

	Certo		**Errado**		**Branco**	
Número de vértices	**N°**	**%**	**N°**	**%**	**N°**	**%**
	20	95	01	05		

Questão 1.d: **Registrar o número de diagonais das figuras**

	Certo		**Errado**		**Branco**	
Número de diagonais.	**N°**	**%**	**N°**		**N°**	**%**
	20	95	01	05		

Em relação às propriedades dos polígonos relativos aos vértices e diagonais, detectamos um avanço no nível qualitativo nas respostas obtidas. Um índice de 95% de acerto foi obtido em ambas as categorias avaliadas, Um mesmo aluno respondeu errado ambas as questões. Contudo os dados inerentes aos acertos corroboram a idéia de que o conceito de polígono foi construído, bem como suas propriedades incorporadas pela maioria dos sujeitos da pesquisa.

4.3.2 Questão 02:.pinte as figuras do item 01 que possuem eixo de simetria.

Objetivo: **Identificar simetria nas figuras propostas no item 01**

	Certo		**Errado**	**Branco**	
Simetria	**N°**	**%**	**N°**	**N°**	**%**
	19	90		02	10

Com relação à identificação da simetria nas figuras propostas pelo item 01, obtivemos o índice superior de acertos na avaliação final, atingindo 90% de acertos em detrimento aos 33% obtidos na avaliação inicial, o que demonstra o crescimento da turma

frente ao conceito de simetria.

Obtivemos para esta questão duas respostas em branco, demonstrando, portanto, uma diferença significativa em relação às quatorze provenientes da avaliação inicial.

4.3.3 Questão 03: situação problema envolvendo o cálculo do perímetro do retângulo.

Objetivo: Interpretar e responder corretamente a situação problema envolvendo o conceito de perímetro.

QUESTÃO 03: Arthur quer construir uma cerca viva em torno de sua casa de praia que mede 7,50 m de comprimento por 4,30 m de largura. De quantos metros será esta cerca, lembrando que na frente da casa ele reservou 2m pra o acesso a casa?

	Certo		**Errado**		**Branco**	
Registro do Cálculo	**N°**	**%**	**N°**	**%**	**N°**	**%**
	15	71	05	24	01	05

	Certo		**Errado**		**Branco**	
Ilustração do problema	**N°**	**%**	**N°**	**%**	**N°**	**%**
	17	81			04	19

	Certo		**Errado**		**Branco**	
Registro da resposta por extenso	**N°**	**%**	**N°**		**N°**	**%**

Rememorando a questão, solicitamos que os alunos calculassem o comprimento de uma cerca em volta de uma casa, de comprimento e largura conhecidos. A situação problema explicitava uma medida que deveria ser reservada para o acesso a casa. A resolução implicaria na utilização do conceito de perímetro do retângulo.

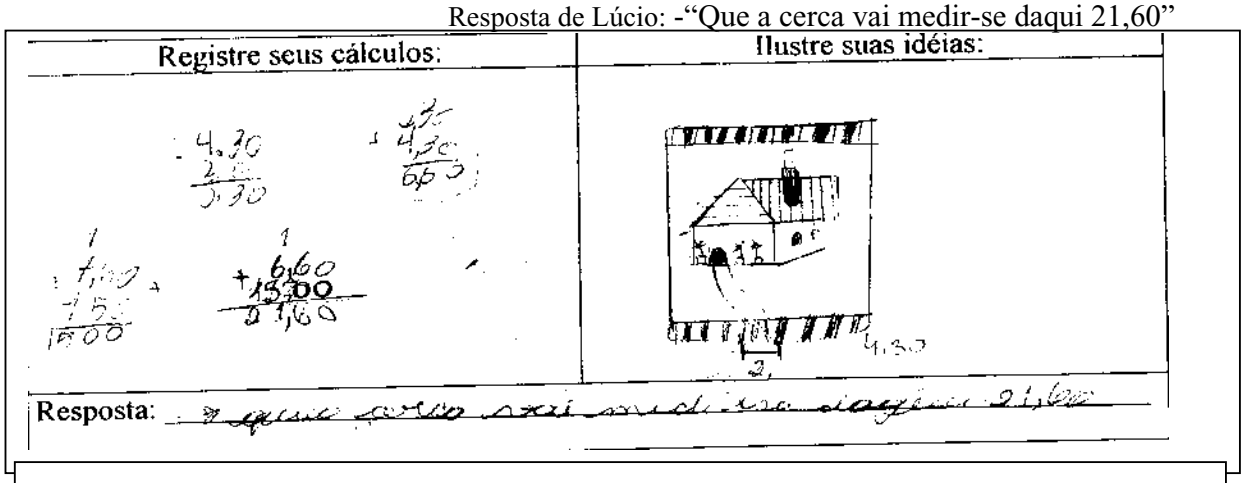
Atentamos que em função das circunstâncias já mencionadas esta questão e as que se seguiram apresentaram o resultado comprometido ocasionalmente, por requerer um maior nível de concentração e abstração. A fim de confirmar os resultados e esclarecer possíveis dúvidas, selecionamos as respostas inconclusas e realizamos entrevistas com os autores. O quadro acima reflete os resultados após o momento individualizado com a pesquisadora.

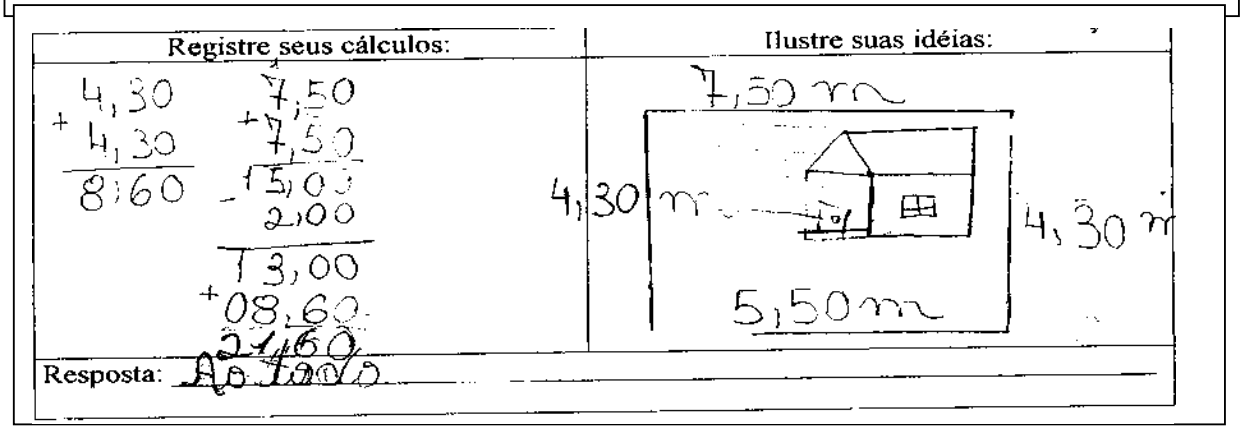
Dentre os quinze alunos que responderam corretamente esta questão, treze destes o fizeram com autonomia, indicando que os mesmos atingiram o nível de compreensão relacional relativo ao conceito de perímetro, ao demonstrarem clareza quanto ao conceito; efetivarem corretamente os cálculos e ilustrarem com coerência o problema, aplicando o conceito à informação enunciada pelo problema: subtração do espaço destinado ao acesso a casa. Consideramos ainda, o registro por extenso da resposta envolvendo a notação das unidades de medida adequada.

Dois alunos responderam a questão de forma parcialmente correta e após serem confrontados a refizeram a contento, demonstrando portarem o nível de conhecimento instrumental por necessitarem de mediação a fim de serem alertados para informações relevante do problema como o espaço reservado ao acesso (subtração) e, ou

operacionalizações de cálculos. Destacamos os dois exemplos que se seguem a fim de ilustrar este grupo:

Resposta de Lúcio: -"Que a cerca vai medir-se daqui 21,60"



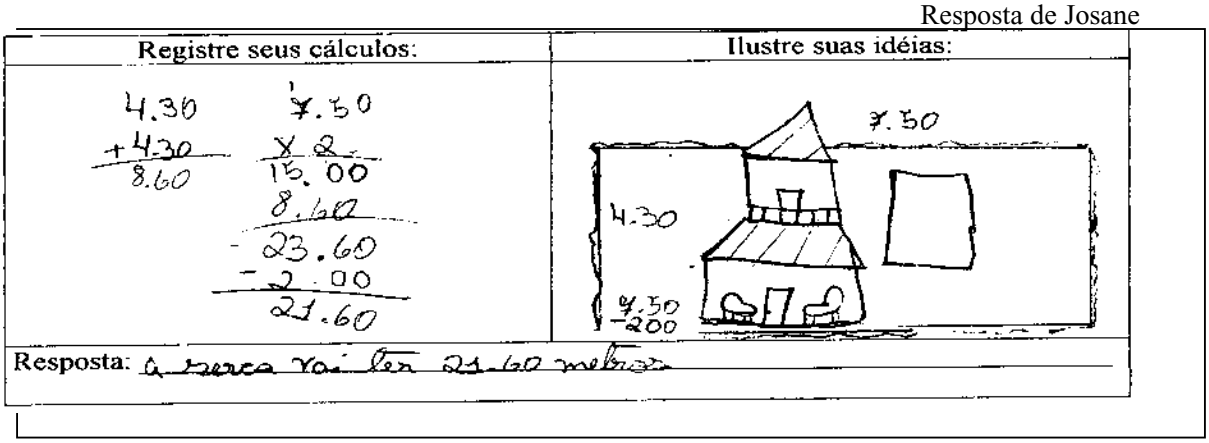


Resposta de Helen

Em geral, os alunos utilizaram-se do recurso da adição das medidas explicitadas e subtração da medida determinada para o acesso. Entendemos que a opção por tal mecanismo de resolução efetivada a partir de adições de mesmas parcelas, sinaliza para a necessidade de uma abstração dependente de manipulações e operações concretas, haja vista que o emprego da multiplicação requer do educando um domínio maior do algoritmo e de processos mais elaborados como o transporte de casas decimais.

Um grupo menor de crianças utilizou-se das operações de adição e multiplicação concomitantemente apresentando um avanço qualitativo quanto mecanismo de resolução da situação em relação aos demais, conforme podemos se pode observar na resposta abaixo:

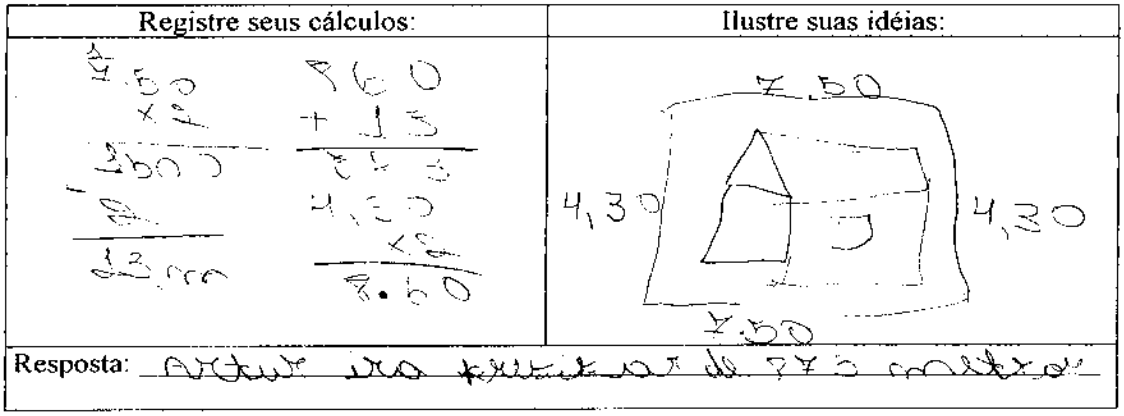
Resposta de Josane



Dentre as formas equivocadas que surgiram como tentativas de solução destacamos:

- Somatório das cinco medidas; estratégia utilizada por dois alunos;
- Somatório das quatro medidas, multiplicado pela medida do portão empregado por um aluno;
- Somou apenas duas medidas. Raciocínio empregado por um aluno;
- Erro de cálculo envolvendo número decimal. Raciocínio empregado por um aluno. Ressaltamos que este aluno demonstrou entendimento para resolução do problema.

Destacamos ainda os procedimentos utilizados por Luísa na tentativa de solucionar a situação problema:



Resposta de Luísa

A aluna multiplicou corretamente a medida maior do retângulo, subtraindo do produto obtido a dimensão determinada para o acesso a casa. Atentamos ainda para a notação utilizada para representar a subtração da metragem do recuo da cerca - viva o que permitiu inferir a dificuldade desta quanto a compreensão e notação de números decimais. Luísa continua seu raciocínio multiplicando corretamente as dimensões menores da figura. Para finalizar a resolução do problema, esta necessitou adicionar os resultados já obtidos sendo confrontada novamente a realizar uma adição empregando números decimais, só que neste caso necessita adicionar um número inferior a um número composto por inteiros e centésimos. Conforme podemos interpretar faltou a Luisa o entendimento a fim de discernir que o resultado do primeiro bloco de operações se constituía em um número inteiro: Treze metros, com dimensão inclusive superior a oito metros e sessenta centímetros, ocasionando o equívoco quanto à ordenação do algoritmo da adição e consequentemente o erro do resultado final do problema.

Constatamos que Luisa construiu a idéia de perímetro, contudo não articulou tal conceito aos conteúdos procedimentais que permitiriam a resolução de tal questão, por esta

razão demonstrou ter alcançado o nível de conhecimento instrumental.

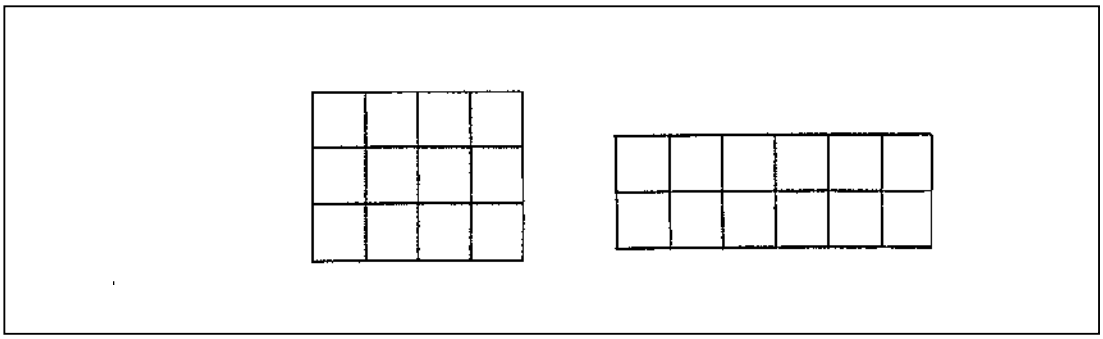
Atentamos ainda, para o crescimento da turma quanto à ilustração coerente e uso adequado da mesma enquanto recurso para resolução da situação. Dos dezessete alunos que ilustraram o problema, quinze responderam corretamente sugerindo que tal procedimento pode ter favorecido a compreensão e consequentemente a abstração reflexionante neste nível específico.

Na avaliação diagnóstica inicial, cinco crianças ilustraram a situação incoerentemente. Na avaliação final observamos a evolução da turma quanto à coerência nas ilustrações, ressaltamos que todos os que responderam a este item interpretaram corretamente os dados, compreendendo que a figura sugerida pelas dimensões do enunciado tratava-se de um retângulo. Constatamos ainda, que tais ilustrações não se detiveram apenas em transmitir a idéia ou esboço da figura (retângulo), estas representavam com riqueza de detalhes a referência de tais crianças acerca da idéia de moradia, conforme mostra as ilustrações de Lúcio e Josane.

O índice de respostas em branco na avaliação final, no entanto, foi superior: 19% em relação aos 14% obtidos na atividade avaliativa anterior. O que em nossa compreensão é justificado pelo contexto de dispersão vivenciado pela turma no momento da resolução do instrumento ora analisado.

Quanto ao registro do resultado por extenso, observamos a seguinte configuração: na avaliação inicial não obtivemos respostas por extenso corretas. Na presente atividade, quatorze alunos registraram corretamente o resultado por extenso, seis destes não o fizeram e uma criança apesar de responder corretamente não concluiu o registro, perfazendo um percentual de 33% de respostas em branco, índice relativamente inferior aos 57% obtidos na primeira avaliação.

4.3.4 Questão 04: observe as figuras abaixo e assinale a que possui a maior área. Não esqueça de justificar sua resposta.



Objetivo: Estabelecer comparação entre as áreas das figuras propostas

	Certo		Errado		Branco	
Conservação de área.	**N°**	**%**	**N°**	**%**	**N°**	**%**
	16	76	05	24		

Esta questão exigia do aluno o conhecimento de medir como comparação, isto é, a habilidade de comparar as áreas de dois retângulos de dimensões diferentes quadriculados pela mesma malha. As figuras tinham áreas iguais. O quadriculado utilizado intencionalmente nas figuras teve por objetivo servir de suporte visual para o favorecimento da comparação entre as áreas, que poderia ser feito através do processo de contagem, ou utilização de mecanismos mais elaborados como a aplicação desta fórmula.

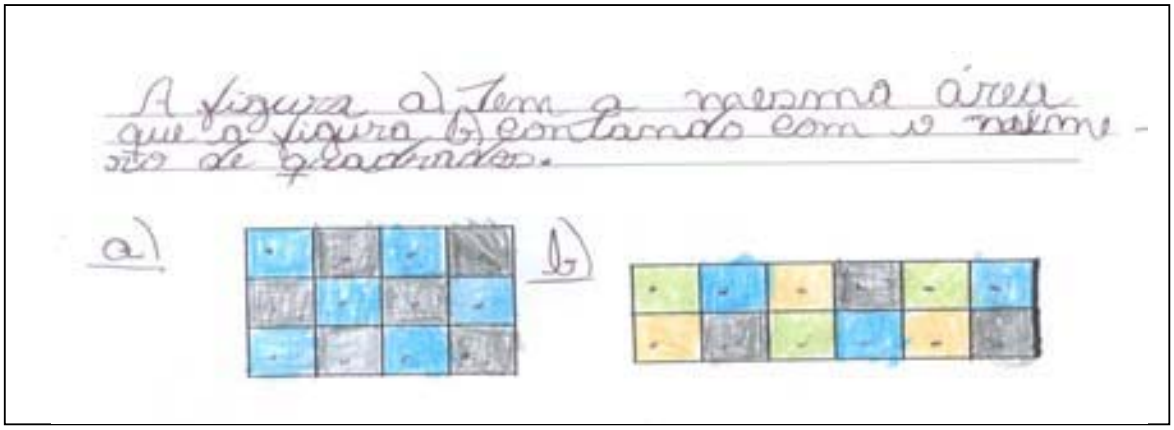
Na avaliação diagnóstica final todos os alunos se propuseram a responder a questão, representando um percentual discretamente maior em relação à avaliação anterior,

na qual 90% dos alunos tentaram responder.

Conforme observamos os alunos apresentaram desempenho superior de 76% em relação ao índice de acertos obtidos na avaliação inicial que foi de 53%, equivalente a onze respostas corretas.

Através de um olhar mais criterioso pudemos diagnosticar que dentre os dezesseis alunos que responderam corretamente a esta questão, apenas oitos destes além de responder corretamente, justificaram com coerência seus resultados demonstrando, portanto terem obtido o nível de conhecimento relacional ao explicitarem a idéia de medida como comparação.

Observamos, ainda nesta avaliação, o crescimento da turma frente às justificativas empregadas, apresentando um caráter qualitativo que forneceu um rico material para análise. Apresentamos algumas dessas respostas abaixo:

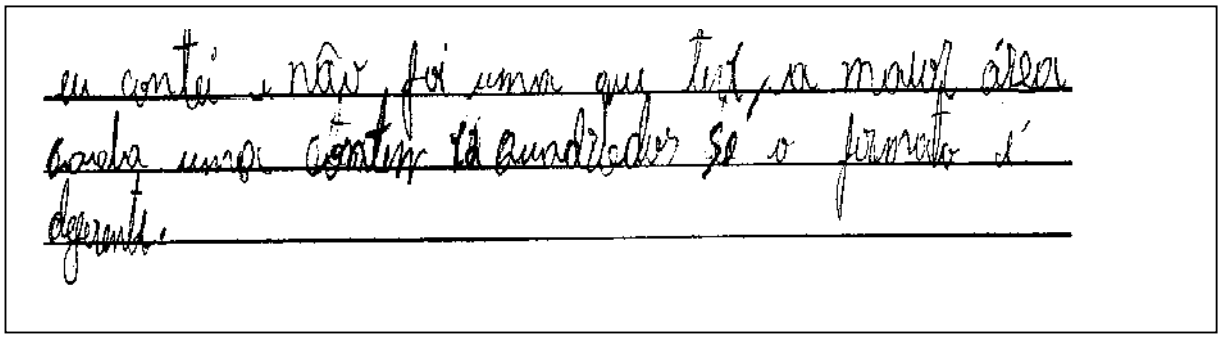


Resposta de Helen: -"A figura a) tem a mesma área que figura b) contando com o número de quadrados."

A resposta de Helen, bem como sua justificativa demonstra clareza e coerência do raciocínio empregado para resolução da questão. Além da indicação de que o mecanismo de comparação foi à contagem, a aluna deixou indícios físicos de que se utilizou da contagem um-a-um dos quadrinhos.

A estratégia cognitiva empregada ilustra a necessidade do aprendiz de manipular e estabelecer relações com recursos físicos a fim de desenvolverem o pensamento lógico que originarão os conceitos geométricos. A importância do emprego da imagem enquanto recurso a aquisição do raciocínio espacial é advogada por Lovell (1988, p.88), tomando como pressuposto às idéias de Piaget :

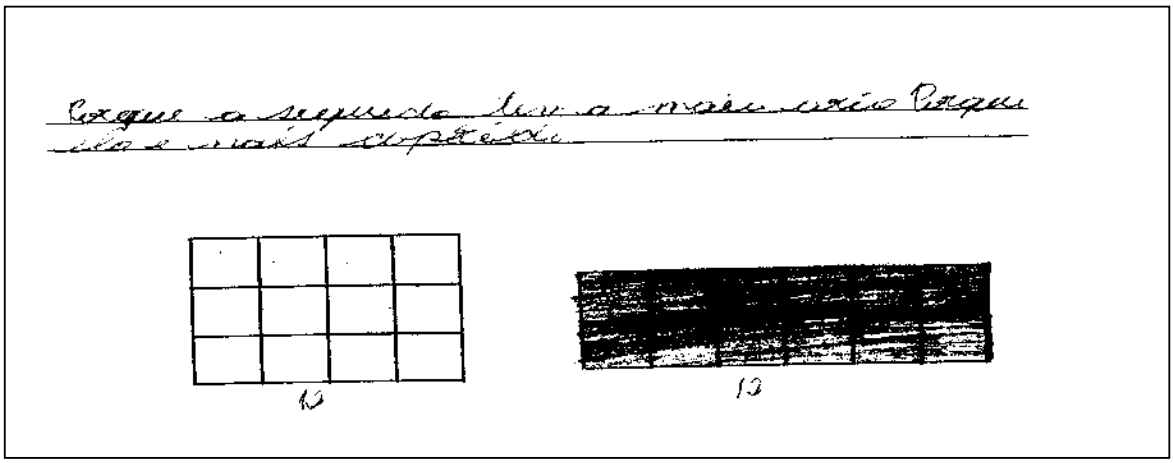
> [...] o pensamento geométrico é em essência um sistema de operações interiorizadas. A imagem, surgindo da atividade perceptual, certamente adquire a capacidade de servir como um suporte ao raciocínio espacial.



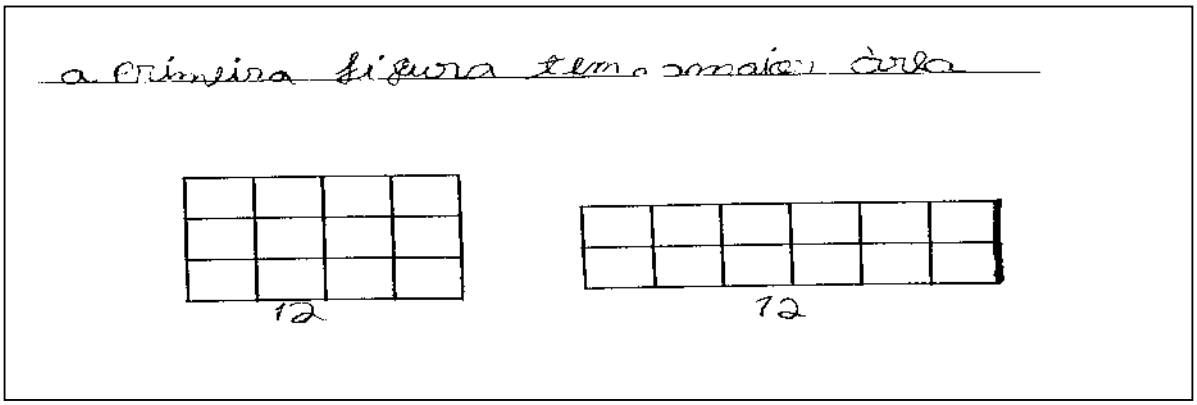
Resposta de Pablo: "Eu contei e não foi uma que teve a maior área cada uma contém 12 quadrados só o formato é diferente."

Assim como Helen, Pablo responde corretamente explicitando que o resultado foi obtido através da contagem da malha quadriculada. Um elemento novo que surge na resposta é a referência ao formato diferenciado das figuras apesar da igualdade das áreas.

Pablo, ao contrário da compreensão expressa por Lúcio e Raísa, demonstrou ter estabelecido de forma coerente as relações entre o conceito de área e os aspectos figurais envolvidos nas imagens exploradas. Tal obstáculo vivenciado por estes e superado por Pablo é um aspecto explicitado por Piaget enquanto desafio a ser vencido no processo de aquisição do conceito de área.



Resposta de Lúcio: -"Porque a segunda tem a maio ária porque ela e mais cuprida".



Resposta de Raísa: -“A primeira figura tem a maior área.”

Nas duas respostas (Lúcio e Raísa) observamos que a configuração figurativa dos desenhos influenciou o julgamento dos alunos quanto a indicação da figura com maior área, a pesar de ambos utilizarem-se do recurso da contagem dos quadrados, a percepção da dimensão diferenciada das figuras influenciou-lhes mais que o critério *quantidade de quadradinhos* (igualdade da área).

A fim de aprofundarmos nosso entendimento acerca destas respostas, resolvemos confrontá-los. Inicialmente perguntamos a Raísa qual era a figura de maior área. Ela examinou as figuras e respondeu: _“ É a primeira figura*”*

Pedimos à aluna que contasse e comparasse a quantidade de quadrados, registrando a baixo das figuras os resultados. Mesmo constatando a igualdade entre as figuras, ao perguntarmos novamente qual era a figura de maior área, Raísa respondeu: -“É a figura 01 porque ela é mais comprida.” (Raísa, entrevista em 22/06/2004)

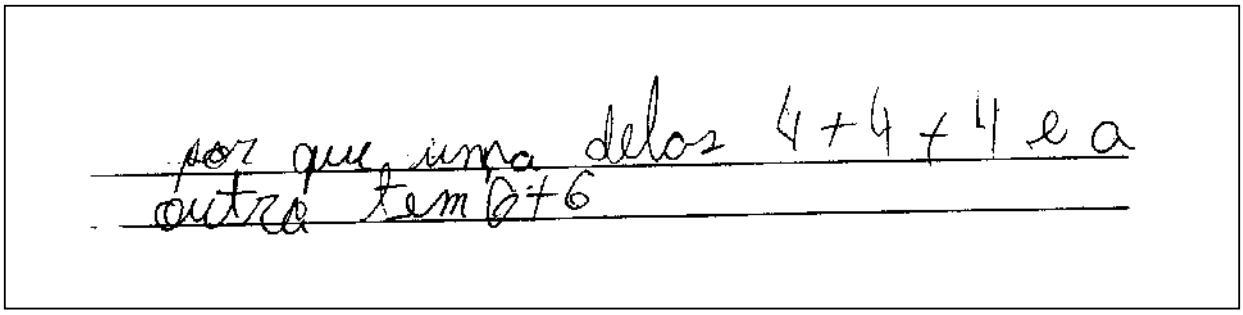
A respeito deste tipo de conflito cognitivo Piaget (1995) esclarece que inicialmente a percepção da criança é influenciada pela configuração espacial dos objetos, ou seja, a percepção de mudanças provenientes de aumentos ou diminuições das superfícies e dos perímetros são resultantes das abstrações empíricas ou pseudo-empíricas.

Nacarato (2001) ressalta a importância da exploração dos aspectos figurais e conceituais de forma concomitante em situações de aprendizagem[23], De acordo com esta autora, ancorada nas idéias de Fischebein (1993 apud NACARATO, 2001, p.90) “Muitas vezes a “força” da imagem acaba enfraquecendo os aspectos conceituais. (...) A estrutura figural pode dominar a dinâmica do raciocínio, em vez de ser controlada pelas restrições

formais correspondentes”

Observamos ainda o emprego equivocado do termo *cumprido* usado por Lúcio para justificar sua resposta. Outro aspecto que ressaltamos foi o critério subjetivo de cada sujeito para indicar a figura que no entender próprio possui a maior área. Identificamos a adoção de um padrão de comportamento para esta questão ao atentarmos que 19% dos alunos que responderam equivocadamente foram influenciados pela largura/base da figura. Apenas Raísa atribuiu que a primeira figura possuía a maior área influenciada figuralmente pela altura/comprimento do retângulo.

Outro nível de resposta obtido foi a empregada por Galiano:



Resposta de Galiano: -“ Por que uma delas 4+4+4 e a outra tem 6+6.”

Ao nos deparamos com a resposta de Galiano, inferimos que este estava tentando justificar a igualdade entre as áreas das figuras. Por isso buscamos obter maiores esclarecimentos através da entrevista.

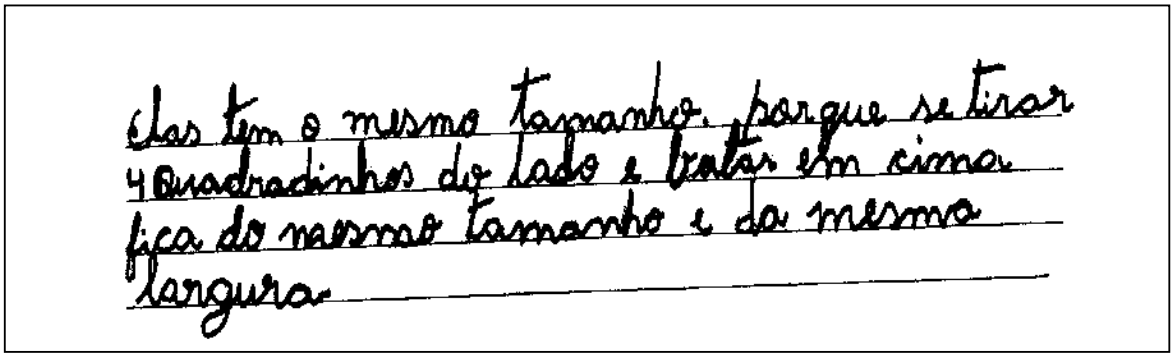
Ao ser indagado sobre que figura apresentava maior área o aluno respondeu:

_“ Nenhuma é maior, porque tem o mesmo tanto de quadradinhos: uma tem

4+4+4 e a outra tem 6+6**”.** (Galiano, entrevista em 22/06/2004)

A entrevista de Galiano confirmou a compreensão deste acerca da comparação e aquisição do conceito de área. Com base na resposta pudemos entender que este aluno estabeleceu a relação na qual a mensuração das áreas dos retângulos é obtida a partir do somatório dos quadradinhos, no entanto o mesmo avança em um raciocínio mais elaborado e próximo ao geral ao propor uma soma envolvendo a quantidade de quadrinhos que compõem as colunas (largura/base) da figura. Tais parcelas são somadas conforme o número de linhas (comprimento/altura) que constam no quadriculado demonstrando ter alcançado o nível de conhecimento relacional.

Outro raciocínio utilizado para justificar a igualdade das áreas entre as figuras foi o explicitado por Karol:



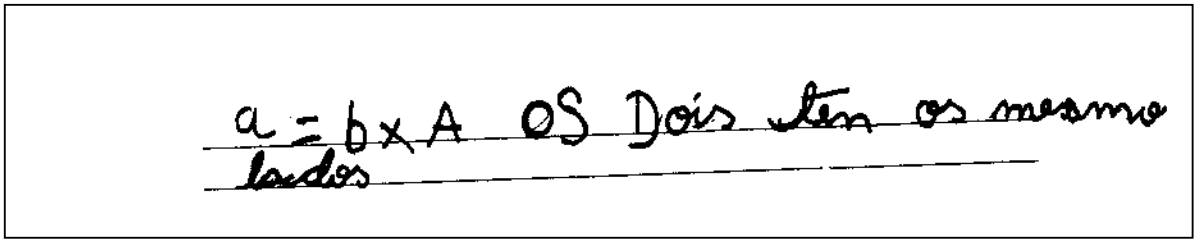
Resposta de Karol: -“Elas tem o mesmo tamanho. Porque se tirar 4 quadradinhos do lado e botar em cima fica do mesmo tamanho e da mesma largura.”

Este raciocínio ilustra o pensamento regido pela idéia de comutabilidade explicitada por Piaget enquanto entendimento *“*Segundo a qual o que é acrescentado num ponto (aqui, o comprimento) corresponde, quantitativamente, ao que é retirado em um outro

(neste caso a largura)" (Piaget, 1995, p.198). Este autor ressalta que neste nível de compreensão, a impressão perceptiva global do sujeito e a consciência das possibilidades de ação, bem como as modificações e suas implicações são aspectos essenciais para a ampliação do conceito de área.

Ainda sobre a aquisição da idéia de comutabilidade Lovell (1988), defende a interação tátil e visual do aprendiz ao compor, decompor e transformar figuras como estratégias de internalização dos conceitos geométricos. Neste caso, Karol demonstra vivenciar o nível de conhecimento instrumental em função de sua dependência de manipulação concreta a fim de estabelecer o critério de comparação e consequentemente admitir a igualdade das áreas.

Outra modalidade de resposta relevante, e para nós especialmente surpreendente por ter advindo de um aluno que em diversos momentos nos surpreendeu com raciocínios brilhantes, contudo, sempre demonstrou alto grau de dispersão e comportamento irreverente:

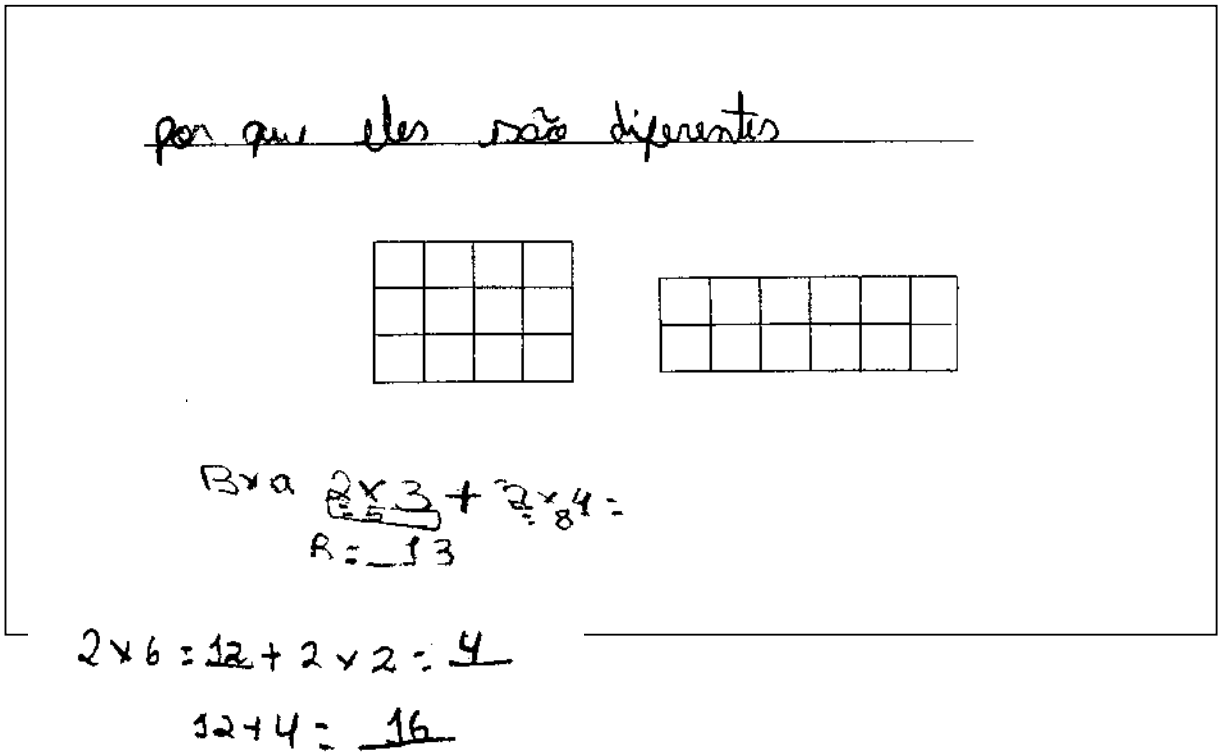


Resposta de Érico:-" $a=b\times A$ os dois tem os mesmos lados."

O aluno estabelece autonomamente uma referência explícita à fórmula do cálculo de área e sinaliza para o entendimento correto da comparação e conceito de área,

apesar de utilizar inadequadamente o termo lado, demonstrando um possível conflito cognitivo provavelmente influenciado pela configuração figurativa fazendo alusão ainda ao conceito de perímetro.

Outra tentativa, contudo insatisfatória para explicar a desigualdade das áreas através da utilização da fórmula foi utilizado por Luana:



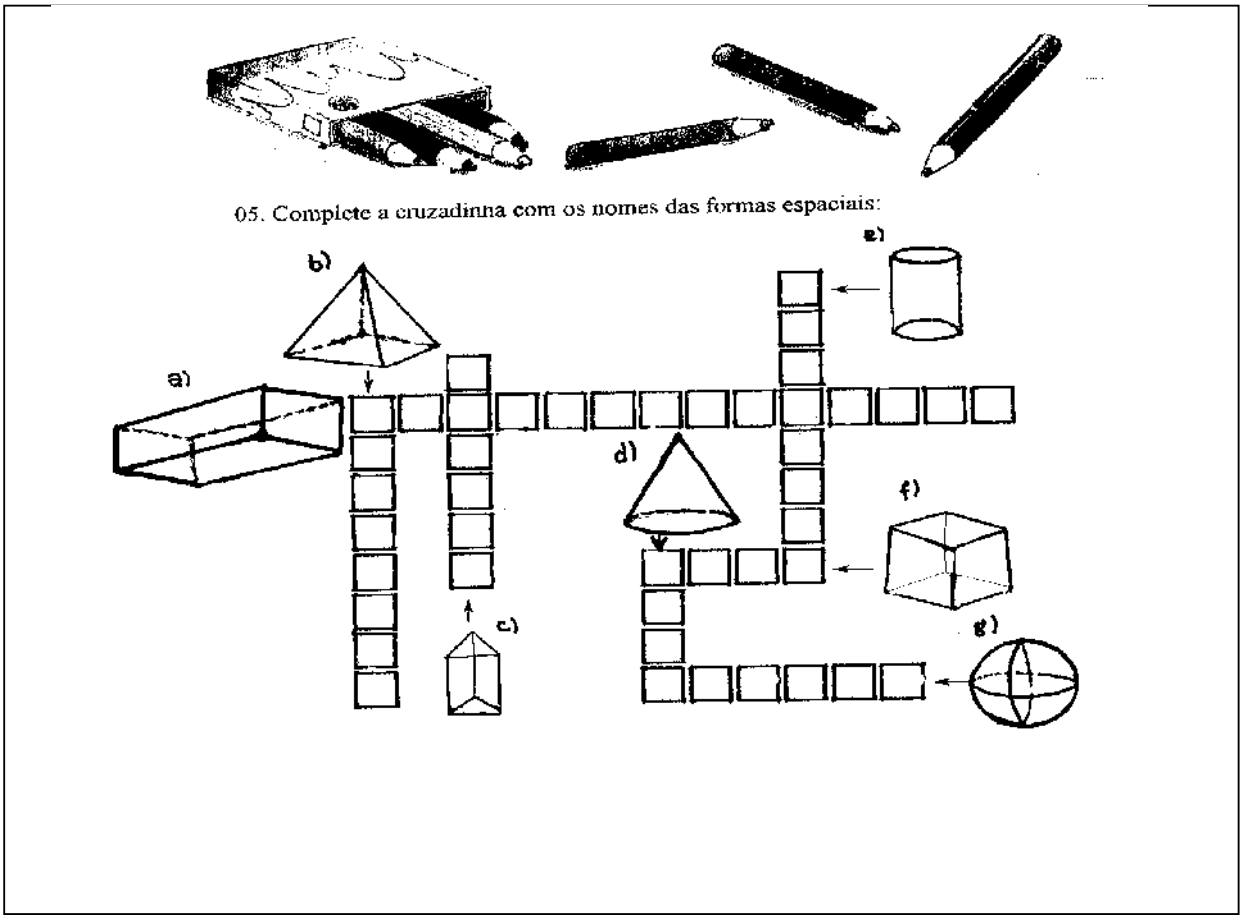
Resposta de Luana: -"por que eles são diferentes."

Esta se propõe de forma espontânea a justificar sua resposta através da representação da estratégia por ela utilizada para resolver a questão. Como podemos observar o raciocínio empregado é complexo e tem por base a demonstração da fórmula do

cálculo da área.

Em sua resposta Luana, confunde os conceitos de perímetro com área, apesar de demonstrar clareza quanto à aquisição deste primeiro conceito, sendo este aplicado ao retângulo: *2× altura + 2 × base.* A finalidade do registro matemático, que necessita ser aperfeiçoado se propôs a demonstrar a diferença de perímetro entre os dois retângulos.

4.3.5 Questão 05 – Nomear sólidos geométricos.



Questão 05 Nomear sólidos geométricos.

Figuras	**Certo**		**Errado**		**Branco**	
	N°	**%**	**N°**	**%**	**N°**	**%**
Paralelepípedo Retângulo	17	80			02	10
Retângulo*			02	10		
Pirâmide	17	80			03	15
Triângulo*			01	05		
Prisma	15	71			04	19
Quadrado*			02	10		
Cone	16	76			05	24
Cilindro	18	86			03	14
Cubo	18	86			02	09
Quadrado*			01	05		
Esfera	18	86			01	05
Círculo*			02	09		

A denominação dos sólidos geométricos na avaliação diagnóstica final desafiou um número superior de alunos 95% em comparação aos 71% que se propuseram a responder a avaliação anterior. Destacamos nesta última a obtenção de melhores resultados.

Dentre as figuras mais nomeadas estão o cilindro, cubo e esfera com a participação de dezoito dos vinte e um alunos. A seguir o paralelepípedo e a pirâmide foram nomeados atingindo um índice de 17 de acertos. O cone obteve o índice de 16 e o prisma foi denominado por 15 alunos corretamente.

Atentamos que um número reduzido de participantes demonstrou idéias em nível de preconceito, no quais os sólidos geométricos foram nomeados por figuras planas, a pesar de apresentar coerência entre estas e suas faces: o paralelepípedo foi identificado por retângulo, o prisma foi nomeado de quadrado e a esfera relacionada à figura do círculo. Tais equívocos foram cometidos por dois alunos. Observamos ainda que a pirâmide foi nomeada de triângulo e o cubo de quadrado por um aluno.

Verificamos que tais equívocos aconteceram em proporções maiores na avaliação inicial, acenando para formação conceitual em nível elementar, atentamos ainda que as respostas dadas apresentaram certa similaridade com as formas geométricas, fato que não se repetiu na avaliação final. Interpretamos que o padrão de respostas erradas obtidas na última avaliação demonstrou um conflito cognitivo semelhante ao observado no item 01 desta atividade quando alguns alunos nomearam figuras planas por sólidos com certa semelhança. Apesar de demonstrarem estar em processo de assimilação e distinção entre as categorias planas e espaciais entendemos que estes estão mais próximos a formação conceitual que no nível anterior dada a coerência entre as figura nomeadas e a inserção

destas na composição dos respectivos sólidos.

Observamos que esta questão obteve índices de respostas em branco menores que as alcançadas na avaliação inicial, fato por nós interpretado, no primeiro caso, como ausência do conhecimento avaliado, e na segunda situação pela dinâmica de dispersão vivenciada pela turma no momento da aplicação do instrumento.

4.3.6 Questão 06 - O quadro que se segue é referente às figuras do item 05, observe atentamente e responda o que se pede:

06. O quadro que se segue é referente as figuras do item 05, observe atentamente e responda o que se pede:

Sólido	Número de faces	Número de arestas	Número de vértices
A			
B			
C			
D			
E			
F			
G			

Questão 06: Identificação do número de faces, arestas e vértices

	Certo		Errado		Branco	
Número de faces	**N°**	**%**	**N°**	**%**	**N°**	**%**
	07	33	01	05	13	62
Número de arestas	04	19	04	19	13	62
Número de vértices	06	28	02	10	13	62

Esta última questão referente à análise e decomposição dos sólidos geométricos apresentou o menor índice de desempenho dentre as demais, apenas oito alunos se dispuseram a tentar respondê-la em relação ao resultado anterior no qual nenhum aluno se propôs a fazê-lo. Índice, no entanto superior aos obtidos anteriormente tendo em vista que nenhum aluno se propôs a respondê-lo.

Em relação à identificação e quantificação das propriedades dos sólidos geométricos obtivemos o seguinte resultado que será apresentado em ordem crescente de acertos:

- Número de faces: cinco acertos e um erro;
- Número de vértices: seis respostas corretas e duas incorretas;
- Número de arestas: quatro respostas corretas e o mesmo índice para as incorretas.

Ressaltamos que os conteúdos explorados pelos itens 05 e 06 foram contemplados parcialmente nas intervenções pedagógicas em forma de complementação curricular, haja vista termos como foco da pesquisa o processo ensino-aprendizagem referente aos conceitos de perímetros e áreas. Contudo não desconsiderando a relevância, encadeamento e efetividade do conhecimento para a vida social dos educandos e ainda por defender o direito de que estes tenham acesso integral aos conteúdos que compõe o

programa voltado ao segundo ciclo incluímos em nosso plano de intervenção o estudo dos sólidos, cálculo de volumes e medidas de capacidade.

A fim fazermos uma relação ente os conteúdos e seu emprego efetivo e consciente dos conhecimentos geométricos, buscamos estabelecendo o maior número de relações possíveis entre os conceitos já estudados e suas implicações no processo de confecções das caixas retangulares durante a preparação da oficina realizada inicialmente com os alunos. Posteriormente estes a ministraram aos seus convidados, em sua maioria os pais e/ou responsáveis, bem como aos colegas de outras turmas, professores e funcionários da escola que visitaram a sala no dia proposto para realização da culminância do projeto de intervenção.

Acreditamos que uma nova avaliação envolvendo a análise e identificação dos elementos dos sólidos geométricos após a realização da oficina didática incorreria na obtenção de dados mais atuais retratando melhor desempenho por parte dos alunos. Tal fato não ocorreu em função da necessidade de atendermos ao cronograma proposto para realização da conclusão desta pesquisa.

2.3. CONCLUSÕES SOBRE A AVALIAÇÃO FINAL

Concluímos esta parte sintetizando o desempenho atingido pelos participantes da pesquisa frente aos três principais objetivos propostos pela avaliação diagnóstica final:

i) Diagnósticar o nível de conhecimento dos alunos sobre figuras geométricas planas (polígonos e círculo), figuras geométricas espaciais, e eixo de simetria;

De acordo com os resultados obtidos os alunos avançaram quanto à compreensão do conceito de polígonos.

Observamos a ampliação do repertório inerente à nomeação destes, bem como a identificação da categoria dos quadriláteros que foram distinguidos e identificados.

O círculo que anteriormente havia sido incluído na categoria de polígono teve esta tipologia de erro reduzido, e as denominações diversas que surgiram no primeiro momento da avaliação deram lugar a um conflito cognitivo envolvendo a distinção conceitual entre figuras planas e figuras espaciais, haja vista ter sido confundido e denominado de esfera.

Em relação às figuras espaciais os alunos apresentaram desempenho superior, tendo demonstrado uma tendência de confundirem os sólidos com as figuras planas que compõem suas faces, o que corrobora a hipótese de tais alunos estarem vivenciando um momento de assimilação e distinção entre as classes de figuras planas e espaciais.

O número considerável de 90% dos alunos envolvidos na pesquisa demonstrou ter internalizado o conceito de simetria, no nível em que foi discutido.

ii). Avaliar a habilidade dos alunos para resolver uma situação problema usando o conceito de perímetro.

Conforme os resultados alcançados 71% dos alunos adquiriram o conceito de perímetro resolvendo de modo satisfatório a situação problema relativa a tal conhecimento.

iii) Identificar o entendimento do aluno quanto ao conceito de medir área do retângulo.

O conceito de medir foi internalizado por 76% da turma abrangendo níveis diferenciados e crescentes de raciocínios desde os mais elementares como contagem um-a-um das unidades de medidas, até adoção de procedimentos mais gerais como a aplicação da fórmula de cálculo de área.

CONCLUSÕES

"[...] Não importa com que faixa etária trabalhe o educador ou educadora. O nosso trabalho realizado com gente, miúda, jovem ou adulta, mas gente em permanente processo de busca. Gente formando-se, mudando, crescendo, reorientando-se, melhorando, mas porque gente, capaz de negar os valores, de distorcer-se, de recuar, de transgredir. Não sendo superior nem inferior a outra prática profissional, a minha, que é a prática docente, exige de mim um alto nível de responsabilidade ética de que a minha própria capacitação cientifica faz parte. É que lido com gente." (Freire, 2000)

CONCLUSÕES

AVALIANDO OS OBJETIVOS DA PESQUISA:

Concluímos este trabalho avaliando os objetivos adotados como referência a serem alcançadas por esta intervenção pedagógica:

OBJETIVO GERAL:

Elaborar e aplicar um módulo de ensino sobre os conceitos geométricos de área e perímetro de polígonos, com fases de avaliação, no 2º ciclo do Ensino Fundamental.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- **Avaliar os conhecimentos geométricos prévio dos alunos participantes da pesquisa.**

Em relação aos conhecimentos geométricos que julgamos pré-requisitos a aquisição dos conceitos objetos desta pesquisa e, portanto, contemplados pelas duas avaliações inicial e final elencamos:

Avaliar o nível de conhecimento dos alunos sobre figuras geométricas planas (polígonos e círculo), figuras geométricas espaciais, e eixo de simetria;

Detectamos ao iniciarmos a pesquisa que os alunos possuíam noções conceituais que permitiram lhes identificar os polígonos comumente explorados como o triângulo, o quadrado e o retângulo, no entanto, percebemos o desconhecimento das propriedades como vértices, diagonais e medida dos ângulos internos. Outros polígonos, como o paralelogramo, não foram identificados demonstrando o total desconhecimento. Inicialmente o círculo foi incluído na categoria de polígono, por ter seus *lados numerados*.

Identificamos ainda, respostas em nível de preconceito, quanto a nomeação e identificação das figuras planas: polígonos e círculo, bem como as figuras geométricas espaciais), o que implicou na adoção de uma compreensão elementar e restrita.

A avaliação diagnóstica inicial revelou ainda que os alunos portavam conhecimento limitado sobre figuras espaciais, restringindo-se ao reconhecimento e denominação (nem sempre correta) das formas espaciais mais comuns: a esfera, o cubo e o cone. Obtivemos respostas em nível de preconceito em relação à identificação e denominação das formas espaciais.

Os alunos em geral demonstraram desconhecer o conceito de simetria.

Em relação aos demais objetivos contemplados por esta avaliação relativos à

mensuração dos conceitos de perímetro e área, diagnosticamos o desconhecimento generalizado em se tratando da idéia de perímetro e dado o desempenho dos alunos quanto a comparação de áreas concluímos que a maioria deles não possuíam a habilidade de medir como comparação entre grandezas de mesma natureza. A abordagem de tais conceitos foi introduzida no instrumento de avaliação a fim de sondarmos as impressões iniciais da turma em relação a estes saberes específicos, até por entendemos que tais conteúdos são inerentes ao programa direcionado ao segundo ciclo, se constituindo foco e intenção de ensino do módulo de atividades elaborado.

- **Elaborar um módulo de ensino, envolvendo um cronograma de intervenção, seleção dos conteúdos e atividades de ensino.**

A partir dos resultados obtidos através da avaliação diagnóstica inicial um módulo de ensino foi elaborado contemplando não apenas os conteúdos referentes aos conceitos de perímetro e área, mas abordando assuntos como: Introdução à geometria; Sólidos geométricos: seus elementos e decomposição em figuras planas; Circunferência: diâmetro e raio; Ângulos: medidas e classificação; Polígonos regulares e irregulares; Simetria em figuras planas.

- **Promover intervenções junto aos educandos a fim de efetivar a aplicação do módulo.**

A efetivação da intervenção pedagógica permitiu o desenvolvimento e aplicação das quatorze atividades de ensino voltadas ao ensino de perímetro e área, sendo uma desta relativa ao cálculo de volume.

- **Relacionar as estratégias utilizadas pelos educandos na resolução das situações problemas propostas.**

Dentre as estratégias entregadas pelos alunos a fim de calcularem o perímetro dos polígonos trabalhados destacamos as seguintes:

Processo de contagem um-a-um, quando utilizamos a malha quadriculada enquanto recurso e ainda ao solicitarmos que os alunos construírem polígonos com palitos de fósforos.

Posteriormente os alunos foram desafiados a interpretarem e utilizarem-se das medidas explicitadas nas figuras. Em continuidade estes foram encorajados a medirem as dimensões implícitas nestas. Com o aumento do grau de complexidade das questões atentamos para o emprego de estratégias diferenciadas e gradativamente mais elaboradas:

Detectamos que ao final da intervenção uns números consideráveis dos alunos utilizaram como estratégia o uso da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição

para calcular o perímetro dos quadriláteros (quadrado, retângulo e paralelogramo), demonstrando ter atingido um entendimento mais geral, e conseqüentemente a aquisição de uma linguagem matemática mais aprimorada.

Observamos, no entanto a existência e emprego de estratégias mais elementares, no entanto, coerentes como o uso da propriedade associativa da adição, onde as quatro parcelas são somadas duas a duas, tendo as dimensões diferentes isoladas e posteriormente somadas. Um percentual ainda menor empregou a soma de quatro parcelas sem utilizar o critério associativo.

Considerando as estratégias utilizadas para a efetivação do cálculo da área detectamos o processo de contagem do quadriculado (estimativa); a adição (de parcelas iguais) envolvendo a área ladrilhada; produto do quadriculado das linhas pelas colunas e a multiplicação da dimensão base pela altura. No caso específico dos triângulos a aplicação da fórmula de cálculo de área dos quadriláteros dividida por dois.

- **Avaliar, identificando as possíveis dificuldades e avanços na aprendizagem dos conceitos de geometria relativos a perímetro e área.**

Entre as ocorrências mais comuns de equívocos destacamos os erros de interpretação de figuras, por falta de clareza quanto ao conceito de perímetro e propriedades dos

polígonos, aspecto que por vezes implicou na adição de parcelas não condizentes com o número de lados da figura em análise.

Imprecisão nas medidas obtidas, em função da necessidade de aperfeiçoamento da habilidade de mensurar e utilizar instrumentos de medidas (régua e transferidor) fato que induziu em determinadas situações os alunos a incorrerem em respostas erradas. A omissão ou equívoco no emprego de unidades de medidas. Erros inerentes as operações aritméticas envolvidas nos cálculos de perímetro, em geral adição e multiplicação.

Ainda em relação ao caso específico do paralelogramo, observamos o uso indevido da dimensão altura em lugar da medida lateral deste quadrilátero a fim de efetuar o cálculo do perímetro.

Em relação ao cálculo de área, atentamos para a adoção de uma tendência similar a utilizada para o cálculo do perímetro bem como a sofisticação gradual das estratégias empregadas para a resolução.

Dentre os equívocos mais freqüentes destacamos a aplicação indevida da fórmula da área em função do uso de medidas erradas.

Conflito cognitivo entre o conceito de perímetro e área ocasionando a efetivação do cálculo relativo ao primeiro conceito. Atentamos ainda para a utilização de raciocínios que remetiam ao conceito de perímetro: a adição das dimensões envolvidas no cálculo de área (base e altura) multiplicadas por dois, permitindo-nos fazer uma inferência à propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição muito empregada pelos alunos para efetivação deste cálculo.

Ainda quanto ao conflito entre os conceitos de perímetro e área observamos o emprego da seguinte estratégia de resolução para o cálculo de área: o somatório dos quadrinhos referente à figura ladrilhada multiplicado por quatro, provavelmente fazendo referencia a quantidade de lados do quadrilátero e consequentemente a idéia de perímetro. Skemp (1980) ao discorrer sobre esquema esclarece o porquê, não fortuitos dos equívocos entre perímetro e área, ao propor que a ampliação da compreensão, ou acomodação de novos conhecimentos estabelece resistência a experiências assimiladas anteriormente com sucesso, que ao serem confrontadas em novas situações apresentam-se inadequadas a pesar de propiciarem a impressão de conforto ou equilíbrio ao aprendiz, ao camuflar um conflito cognitivo.

Constatamos ainda, a falta de compreensão quanto à proporcionalidade da área do triângulo em relação aos quadriláteros explorados. A não assimilação de tal aspecto implicou em um conflito cognitivo que impediu a um número considerável de alunos adquirirem o conceito de área do triângulo, incorrendo na inconclusão do cálculo a ponto destes omitirem, a divisão da área por dois.

Outros equívocos muito comuns à aquisição dos conceitos de perímetro e área, já mencionados, se constituiu a omissão ou emprego inadequado das unidades de medidas, entrave a resolução das operações aritméticas fundamentais: adições simples, adições e multiplicações com decimais, divisão. Inadequação no emprego da linguagem matemática marcado pela omissão de sinais de igualdade e símbolos como parênteses e colchetes para isolar termos diferentes em uma dada operação.

CLASSIFICAÇÃO DO DESEMPENHO DA APRENDIZAGEM DOS ALUNOS QUANTO AO NÍVEL DE COMPREENSÃO

Conforme já havíamos mencionado, buscando confrontar o desenvolvimento da turma no decorrer da aplicação do módulo selecionamos a última atividade para servir como indicador e referencial a fim de obtermos mais um parâmetro de comparação entre os resultados obtidos a partir da avaliação de saída.

É importante ressaltar que a avaliação de saída não detalha aspectos que foram explorados dos quais sentimos a necessidade de maiores esclarecimentos, por esta razão adotamos a Atividade 15 como indicador mesmo ciente de que a extensão desta possa ter interferido no resultado, e que um número abaixo da média de freqüência a tenha respondido.

A fim de categorizarmos a aprendizagem dos conceitos estudados na pesquisa, as respostas dos alunos foram classificadas em nível de conhecimento instrumental ou conhecimento relacional, adotamos como critério o índice qualitativo apresentado nestas.

Classificamos em nível de conhecimento relacional as respostas que demonstraram clareza e coerência no raciocínio utilizado para resolução do cálculo sem omitir elementos essenciais à resposta, como por exemplo, unidades de medidas; consideramos ainda dois outros fatores: o estabelecimento de relações entre o conceito avaliado e situações diversas; e o emprego de estratégias mais elaboradas para efetivação do

cálculo. Neste nível obtivemos os seguintes resultados[24]: em relação ao conceito de perímetro:

- Quadrado: oito alunos (52%);

- Retângulo e paralelogramo: cinco alunos (34%);
- Triângulos isósceles e escaleno: quatro alunos (27%);
- Triangulo retângulo: seis alunos (40%);

No nível intrumental enquadraram-se os indivíduos que sinalizaram ter apreendido a idéia do conceito avaliado, contudo, se embaraçaram de alguma forma na resolução da questão: omitindo ou empregando unidades de medidas equivocadas, interpretando incorretamente as figuras induzindo a utilização de dimensões ou número de lados errados, ou ainda apresentaram desempenho insatisfatório quanto à operacionalização de ordem aritmética. Diagnosticamos neste patamar os seguintes resultados:

- Retângulo: oito alunos (53%);
- Paralelogramo: seis alunos (40%);
- Quadrado: cinco alunos (34%);
- Triângulo isósceles: quatro alunos (26%);
- Triângulo escaleno: cinco alunos (33%);
- Triângulo retângulo: dois alunos (13%);

Considerando as estratégias e os conflitos reincidentes mencionados para resolução satisfatória dos cálculos concernente ao conceito de área, estabelecemos como critério para categorização no nível de conhecimento relacional a realização coerente do cálculo envolvendo este conceito: a aplicação correta da fórmula, bem como a operacionalização coerente dos processos e utilização eficaz da linguagem matemática. Neste nível de compreensão classificamos os seguintes índices:

- Quadrado e retângulo: nove alunos (60%);
- Paralelogramo: oito alunos (53%);
- Triângulos isósceles, retângulo e escaleno: quatro alunos (27%);

Adotamos como critério para determinação de nível de compreensão instrumental a inadequação do emprego na fórmula de cálculo de área, ocasionada por erro na interpretação de dimensões ou dificuldades motivadas pela operacionalização de saberes aritméticos, omissão ou distorção na notação das unidades de medidas, limitação no estabelecimento de relações mais gerais deste conceito. Enquadraram-se neste perfil o seguinte percentual de alunos:

- Quadrado e triângulo isósceles: cinco alunos (33%);
- Paralelogramo: quatro alunos (27%);
- Retângulo e triângulo escaleno: três alunos (20%);
- Triângulo retângulo: dois alunos (13%).

Buscando estabelecer uma comparação entre os resultados obtidos através da avaliação de saída e atividade selecionada como indicador, detectamos na primeira situação o índice alcançado foi de 61% equivalendo a treze alunos que demonstraram portar nível de compreensão relacional frente a aquisição do conceito de perímetro, atentamos que tal

resultado foi superior e próximo aos obtidos se considerarmos a totalidade dos índices de acertos, contudo, os índices alcançados após determinarmos os critérios qualitativos dos que foi categorizado enquanto conhecimento relacional, foram inferiores. Anexamos uma tabela do desempenho dos alunos.

Avaliando-se os resultados obtidos quanto à comparação e mensuração de área, obtivemos na avaliação de saída índice de 38%, equivalente a oito alunos portando conhecimento relacional. Na atividade os resultados alcançados foram mais próximos, observando-se inclusive a obtenção de índices superiores aos atingidos na avaliação de saída.

Salientamos ainda, o caráter mais geral e simplificado desta avaliação. Destacamos ainda que a questão referente ao cálculo do perímetro exigia do aluno o exercício da habilidade de interpretar e solucionar situações problemas, além de envolver a compreensão do conceito de perímetro, no entanto, já era uma situação conhecida destes, uma vez que os mesmos já haviam sidos desafiados, sem sucesso, a responderem esta questão na avaliação diagnóstica inicial.

Em relação à atividade, esta apresentou um caráter mais detalhado, portanto, um caráter mais abrangente por explorar aspectos e especificidades não contempladas pela avaliação de saída. Acreditamos que fatores como a conhecimento prévio das questões que envolveram a avaliação de saída, e, por conseguinte a extensão e especificidades inerentes à atividade avaliativa influenciaram na aparente discrepância entre os índices obtidos nas duas atividades comparadas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS: CONTRIBUIÇÕES E LIMITES.

Finalizamos este trabalho vivenciando várias e contraditórias impressões: a satisfação por termos alcançado os objetivos a que nos propomos de forma prazerosa e sentindo que tal experiência se tornou um diferencial demarcando nossa trajetória de docência em antes e depois desta experiência.

Contraditoriamente somos confrontadas pela impressão de que poderíamos ter feito melhor, estando mais atentos às fragilidades demonstradas a cada atividade a que corrigíamos, retomando com mais cautela e de formas mais desafiadora os conflitos que iam surgindo no decorrer do trabalho. O que fazer? Infelizmente ou felizmente não sei ao certo, mas necessariamente o tempo não espera, e hoje relatamos esta grata, contudo, limitada experiência.

Concluímos esta pesquisa diagnosticando a tendência ao equilíbrio quanto à aprendizagem dos conceitos de perímetro e área pelos alunos. Observamos que cada conceito apresentou seus níveis de exigências e conflitos cognitivos específicos; acreditávamos inicialmente que o conceito de área seria mais facilmente assimilado por implicar em uma operação direta em comparação ao cálculo de perímetro que envolve um raciocínio de síntese com dados fragmentados (segmentos de retas). Fato não confirmado nesta pesquisa.

Os resultados obtidos neste trabalho confirmaram a visão defendida por Skemp (1980) ao destacar nitidamente a interferência do esquema conceitual formalizado inicialmente

(conceito de perímetro) enquanto empecilho (conflito cognitivo) a acomodação do novo conceito (conceito de área).

Dentre outras prováveis contribuições que poderiam ser elencadas por este trabalho, destacamos a potencialidade, criatividade e inteligência, muitas vezes subestimada, dos alunos oriundos das classes populares que integram a escola pública, e por esta razão parecem estar predestinados a uma educação empobrecida quantitativa e qualitativamente. Esta experiência demonstrou-nos que a capacidade de aprender e raciocinar está viva mesmo em alunos como Érico e Walter, para os quais, a experiência de freqüentar a escola parecia não despertar muito interesse.

Corroboramos a idéia de Skemp (1980) de que fazer da matemática uma atividade para construção de conhecimentos pode ser mais motivador que a mera absorção, via repetição, de verdades infalíveis, no entanto, por vezes inatingíveis.

E para finalizar, destacamos a necessidade do professor refletir sobre sua prática, exercitando aquilo que Piaget (1995) chamou de meta-reflexão, ou seja, “refletir sobre o refletido”, a fim de redimensionar o seu fazer docente no sentido de semear um ensino que tenha por meta a formação de conhecimentos que propicie aos aprendizes a capacidade tornarem-se autônomos e plenos.

REFERÊNCIAS

ANDRÉ, Marly Elisa de .A..**Etnografia da prática escolar.** Campinas, SP: Papirus, 1995

AZEVÊDO, Ivanilka Lima de, **Tipos de construtivismos:**estudo das idéias de professores da rede pública de ensino. 2000. 80f. Monografia (Graduação em Pedagogia) Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2000.

AZEVÊDO, Ivanilka Lima de; NUÑEZ, Isauro Beltran; RAMALHO, Betânia. Leite. **Estudo e caracterização das concepções de aprendizagem de professores em formação**. Natal: UFRN, 2000, Relatório da pesquisa.

BRASIL, Ministério da Educação/Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais** Matemática, Brasília: MEC/SEF, 2001. v. 3

_____. Ministério da Educação/Instituto Nacional de Estatística e Pesquisa/Departamento de Avaliação e Estatística Brasileiro/Sistema Nacional de Educação Básica- 2001/ **Relatório Nacional** , Brasília: 2002. Disponível em:<http://www.inep.gov.br > Acesso em 20 maio2003

BELLEMAIN, Paula Moreira; LIMA, Paulo Figueiredo. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental.** Natal: SBHM, 2002.

BOGDAN, Roberto C.; BILKEN, Sari Knopp, **Investigação qualitativa em educação.** Portugal: Porto editora, 1997

DANTE, Luis Roberto.**Vivência & construção. Matemática.** São Paulo: Editora Ática. 2003

DELORS, Jacques et al. **Educação: um tesouro a descobrir.** 4 ed. São Paulo: Cortez. Relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre Educação para o Século XXI.

FONSECA, Maria da Conceição F. R et al. **O ensino de geometria na escola fundamental.** Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

FOSSA, John Andrew. **Teoria intuícionista da educação matemática.** Natal: EDUFRN, 1998.

_____.**Ensaios sobre a educação matemática**. Belém: EDUEPA, 2001

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido.** 16 ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1983.
_____. **Pedagogia da Autonomia:** Saberes necessários à prática educativa. 15 ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

_____. **Professora sim, tia não.** Cartas a quem ousa ensinar. 9 ed. São Paulo: Olho d'agua.1998.

OS QUATRO Pilares da Educação: O seu Papel no Desenvolvimento Humano." São Paulo, SP, 2003. **Disponível em ; www.unseco.org.br. Acesso em 14 abr 2005.**
GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa. 3 ed. São Paulo: Atlas, 1991**

VON GLASERSFELDE, Ernst, A introduction to radical constructivism**.** In**:** P. Watzlawick; **The invented reality**. New York: Norton, 1984

_____. Na exposition of constritivism; Why some like it radical. In: R. Davis et al. **Construtivism views on the teaching and learning of mathematics.** Reston:NCTM, 1990

_____."Construtivismo: Aspectos introdutórios" In: FOSNOT, Catherine Twomey. **Construtivismo.** Teoria, perspectivas e práticas pedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 1998.

KAMII, Constance. **A criança e o número.** 17° ed. Campinas, SP: Papirus, 1993.

LAVILLE, Christian; DIONNE, Jean. **A construção do saber.** Porto Alegre; Artes Médicas, 1999

LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. (Orgs.). **Aprendendo e ensinando geometria.** São Paulo: Atual,1994

LOVELL, Kurt, **O desenvolvimento dos conceitos matemáticos e científicos na criança.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1988

MORAES, Roque. (Org.). **Construtivismo e ensino de Ciências:** reflexões epistemológicas e metodológicas. Edipucrs: Porto Alegre.2000.

NACARATO, Adair Mendes, “A geometria no ensino fundamental: fundamentos e perspectivas de incorporação no currículo das séries iniciais” In: SISTO, Fermino Fernandes; DOBRÁNSZKY, Enid Abreu; MONTEIRO, Alexandrina. (Orgs.). **Cotidiano escolar:** questões de leitura, mate,Ática e aprendizagem. Petrópolis: Vozes, 2001.

PIAGET, Jean. **Seis estudos de Psicologia.** 24 ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1999.

_____. **A formação do símbolo na criança.** Imitação, jogo e sonho; imagem e representação. 3 ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1990

_____.**Abstração Reflexionante**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995

PIAGET, Jean; INHELDER, Bärbel. **A representação do espaço na criança.** Porto Alegre: Artes médicas, 1993

POZO, Juan Ignacio. **Teorias cognitivas da aprendizagem.** 3 ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

RODRIGUES NETO, Francisco Peregrino; FOSSA, John Andrew Uma avaliação diagnóstica sobre números e geometria na 5ª série**. Revista Educação em Questão,**. Natal, v 7 n. ½, jan./dez. 1997.

RODRIGUES NETO, Francisco Peregrino. **Um estudo sobre aprendizagem de conceitos algébricos fundamentais.** 1998. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 1998.

SACRISTÁN, J.Gimeno ; GÓMEZ, A. I. Pérez. **Compreender e transformar o ensino.** 4 ed. Porto Alegre:ArtMed, 2000.

SKEMP, Richard. **Psicologia del aprendizaje de lãs matemáticas.** Madrid: Ediciones Morata, 1980.

SOSSO, Juliana. **Convivendo com a Matemática**. SP: Atual, 2000

TOSATTO, Carla Cristina. et al. **Matemática.** Idéias e relações. Curitiba: Nova Didática, 2001.

USISKIN, Zalman, "Resolvendo os dilemas permanents da geometria escolar" In: LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. (Orgs.). **Aprendendo e ensinando geometria.** São Paulo: Atual,1994.

WEINBERG, Mônica. Educação Assim vai mal. **Veja**, São Paulo: ano 37, n 50, p.120, dez 2004.

Livros Grátis

(http://www.livrosgratis.com.br)

Milhares de Livros para Download:

Baixar livros de Administração
Baixar livros de Agronomia
Baixar livros de Arquitetura
Baixar livros de Artes
Baixar livros de Astronomia
Baixar livros de Biologia Geral
Baixar livros de Ciência da Computação
Baixar livros de Ciência da Informação
Baixar livros de Ciência Política
Baixar livros de Ciências da Saúde
Baixar livros de Comunicação
Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE
Baixar livros de Defesa civil
Baixar livros de Direito
Baixar livros de Direitos humanos
Baixar livros de Economia
Baixar livros de Economia Doméstica
Baixar livros de Educação
Baixar livros de Educação - Trânsito
Baixar livros de Educação Física
Baixar livros de Engenharia Aeroespacial
Baixar livros de Farmácia
Baixar livros de Filosofia
Baixar livros de Física
Baixar livros de Geociências
Baixar livros de Geografia
Baixar livros de História
Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura
Baixar livros de Literatura de Cordel
Baixar livros de Literatura Infantil
Baixar livros de Matemática
Baixar livros de Medicina
Baixar livros de Medicina Veterinária
Baixar livros de Meio Ambiente
Baixar livros de Meteorologia
Baixar Monografias e TCC
Baixar livros Multidisciplinar
Baixar livros de Música
Baixar livros de Psicologia
Baixar livros de Química
Baixar livros de Saúde Coletiva
Baixar livros de Serviço Social
Baixar livros de Sociologia
Baixar livros de Teologia
Baixar livros de Trabalho
Baixar livros de Turismo