

**UNESP**  
**Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá**

**Guaratinguetá**  
**2007**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

WILLY ROGER DE PAULA MENDONÇA

ESTUDO E IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DE EWINS-GLEESON PARA  
IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS MODAIS

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica na área de Projetos e Materiais.

Orientador: Prof. Dr. Mauro Hugo Mathias

Co-orientador: Dr. Everaldo de Barros

Guaratinguetá

2007

M539e	<p>Mendonça, Willy Roger de Paula Estudo e implementação do método de Ewins-Gleeson para identificação de parâmetros modais. / Willy Roger de Paula Mendonça.- Guaratinguetá : [s.n.], 2007 97f.: il.</p> <p>Bibliografia: f. 94-97 Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2007 Orientador: Prof. Dr. Dr. Mauro Hugo Mathias Co-orientador: Dr. Everaldo de Barros</p> <p>1. Vibrações I. Título</p>
-------	--

CDU 534.1

UNESP  UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá

**"ESTUDO E IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DE EWINS-GLEESON PARA  
IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS MODAIS"**

**WILLY ROGER DE PAULA MENDONÇA**

ESTA TESE FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
"MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA"

PROGRAMA: ENGENHARIA MECÂNICA  
ÁREA: PROJETOS

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Prof. Dr. Marcelo S. Pereira  
Coordenador

**BANCA EXAMINADORA:**

Prof. Dr. MAURO HUGO MATHIAS  
Orientador / UNESP-FEG

Prof. Dr. JOSÉ ELIAS TOMAZINI  
UNESP-FEG

Prof. Dr. EDSON ANTONIO CAPELO SOUSA  
UNESP-FEB

Dezembro de 2007

## **DADOS CURRICULARES**

### **WILLY ROGER DE PAULA MENDONÇA**

NASCIMENTO	25.05.1979 – SÃO JOSÉ DOS CAMPOS / SP
FILIAÇÃO	Mário Lisboa Mendonça Beatriz Paula Pinto
1998/2002	Curso de Graduação Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista.

Aos meus pais, Beatriz Paula Pinto e Mário Lisboa Mendonça pelo apoio incondicional e grande incentivo em todos os dias da minha vida.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu professor e mestre Mauro Hugo Mathias, pela dedicação em me ensinar e me orientar nestes vários anos, por ser amigo além de professor, pelas horas de sono mal dormidas, pelas madrugadas corrigindo meus trabalhos e por me ajudar a subir mais este degrau.

Aos pesquisadores do Comando-Geral de Tecnologia Aeroespacial da Divisão de integração e Ensaio pelo apoio técnico ao desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores, técnicos e funcionários do departamento de mecânica por me concederem os recursos necessários ao desenvolvimento deste trabalho.

Às funcionárias da biblioteca por sempre me receberem com um sorriso mesmo quando meu mau humor era notado a distância.

À minha mãe Beatriz, por me mostrar às virtudes do conhecimento, ao meu pai Mário, por me dar tranquilidade enquanto segui o meu caminho nos estudos, aos meus irmãos Michele, Diego, Matheus e Lucas por me dar alegria nos momentos de descanso.

À minha namorada Cristiane, pelo companheirismo, compreensão e por me motivar a finalizar este trabalho quando o seu fim parecia distante.



“Existem apenas duas maneiras de ver a vida.  
Uma é pensar que não existem milagres e a outra  
é que tudo é um milagre.”

Albert Einstein

MENDONÇA, W. R. P. **Estudo e implementação do método de Ewins-Gleeson para identificação de parâmetros modais**. 2007. 97 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2007.

## **RESUMO**

Estruturas e máquinas em regime operacional usualmente são submetidas a carregamentos dinâmicos ocasionados por vibração. Este fenômeno é em grande parte prejudicial, tendo em vista que podem causar falhas por fadiga, ruídos indesejáveis, etc. Com objetivo de minimizar e avaliar níveis de vibração em sistemas estruturais, técnicas de modelagem teórica e experimental vêm sendo utilizadas com frequência. Dentre diferentes técnicas aplicadas à avaliação do comportamento dinâmico de estruturas, a análise modal figura como uma das principais. O presente trabalho tem como objetivo implementar um método de identificação de parâmetros modais no domínio da frequência, de estruturas com vários graus de liberdade (MDOF). O método foi implementado em um ambiente computacional de baixo custo. O programa desenvolvido possibilita através de suas interfaces gráficas identificar os parâmetros modais de dados experimentais de uma estrutura metálica ensaiada, simular os modos de vibrar identificados da estrutura e permite de forma prática que os usuários com poucos conhecimentos em análise modal interajam com todo o processo de análise dos dados experimentais.

**PALAVRAS-CHAVE:** Análise modal, Sistemas Estruturais, Identificação de Sistemas

MENDONÇA, W. R. P. **Study and implementation of the Ewins-Gleeson method applied to modal parameters identification.** 2007. 97 f. Dissertation (Masters degree in Mechanical Engineering) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2007.

### **ABSTRACT**

Structures and machines in operational regime are usually submitted to dynamic loads caused by vibration. This phenomenon is largely harmful, considering can cause cracks for fatigue, undesirable noises, etc. With objective of minimize and evaluate vibration levels in structural systems, techniques of theoretical and experimental modeling have been used frequently. Among different techniques applied to the evaluation of the dynamic behavior of structures, the modal analysis present as one of the main. The present work has as objective implements a method of identification of modal parameters in the domain of the frequency to structures with multi degrees of freedom (MDOF). The method should be implemented in a low cost software. The developed software had made possible through their graphic interfaces to identify the modal parameters of experimental data of a rehearsed metallic structure, to simulate the modes of vibration identified and make possible users with few knowledge in modal analysis interact with the whole the process of analysis of the experimental data.

**KEYWORDS:** Modal analysis, Structural Systems, System Identification

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - Exemplo de modelo de N graus de liberdade .....	22
FIGURA 2 - Formas de vibrar de uma placa .....	24
FIGURA 3 - Representações de uma FRF .....	37
FIGURA 4 - Amortecimento proporcional e não-proporcional .....	38
FIGURA 5 - Diferentes representações de uma FRF .....	38
FIGURA 6 – Gráfico de Nyquist para um MDOF .....	41
FIGURA 7 - Exemplo de frequências $\Omega$ escolhidas .....	44
FIGURA 8 - Ajuste para 2 modos de vibrar .....	49
FIGURA 9 - Ajuste para 3 modos de vibrar .....	50
FIGURA 10 - Ajuste para 6 modos de vibrar .....	50
FIGURA 11 - Frequências ajustadas com as mesmas fases .....	51
FIGURA 12 - Frequências ajustadas com fases diferentes .....	52
FIGURA 13 - Seleção ideal das frequências do método de Ewins-Gleeson .....	52
FIGURA 14 - Entrada do programa .....	54
FIGURA 15 - Definição dos parâmetros de ensaio .....	54
FIGURA 16 - Janela de procura .....	56
FIGURA 17 - Gráficos da parte real e imaginária da FRF .....	57
FIGURA 18 - Gráficos da fase e amplitude logarítmica da FRF .....	57
FIGURA 19 - Gráfico de Nyquist .....	58
FIGURA 20 - Delimitação da região de análise .....	59
FIGURA 21 - Tela de definição dos parâmetros de análise .....	60
FIGURA 22 - Controle de definição dos parâmetros .....	60
FIGURA 23 - Sétima frequência ajustada .....	60
FIGURA 24 - Ajuste da FRF e resultados obtidos .....	61
FIGURA 25 - Tela de obtenção dos modos de vibrar .....	62
FIGURA 26 - Campo de um modo de vibrar .....	62
FIGURA 27 - Controles para analisar o modo de vibrar .....	64
FIGURA 28 - Ajuste do modo de Vibrar .....	65

FIGURA 29 - Descontinuidade nas amplitudes .....	65
FIGURA 30 - Ponto fora da trajetória .....	66
FIGURA 31 - Matriz com ponto incorreto .....	67
FIGURA 32 - Matriz com ponto ajustado .....	67
FIGURA 33 - Modo ajustado .....	67
FIGURA 34 - Aparato experimental .....	69
FIGURA 35 - Pontos de excitação .....	71
FIGURA 36 - Arquivo com informações do ensaio .....	72
FIGURA 37 - Arquivo gerado para uma FRF .....	73
FIGURA 38 - Realocação dos dados no arquivo .....	74
FIGURA 39 - Ajuste para a primeira frequência .....	75
FIGURA 40 - Ajuste para a segunda frequência .....	75
FIGURA 41 - Ajuste para a terceira frequência .....	76
FIGURA 42 - Ajuste para a quarta e quinta frequência .....	76
FIGURA 43 - Ajuste para sexta, sétima e oitava frequência .....	76
FIGURA 44 - Ajuste para a nona frequência .....	77
FIGURA 45 - Ajuste para a décima frequência .....	77
FIGURA 46 - Primeiro modo .....	78
FIGURA 47 - Segundo modo .....	78
FIGURA 48 - Terceiro modo .....	79
FIGURA 49 - Quarto modo .....	79
FIGURA 50 - Quinto Modo .....	79
FIGURA 51 - Sexto Modo .....	79
FIGURA 52 - Sétimo Modo .....	79
FIGURA 53 - Oitavo Modo .....	79
FIGURA 54 - Nono modo .....	80
FIGURA 55 - Décimo modo .....	80
FIGURA 56 - Correções efetuadas no primeiro e segundo modo de vibrar .....	81
FIGURA 57 - Correção efetuada para o oitavo modo de vibrar .....	82
FIGURA 58 - Modelo em elementos finitos .....	84
FIGURA 59 - Definição dos parâmetros do material da placa .....	84

FIGURA 60 - Comparação para o primeiro modo .....	85
FIGURA 61 - Comparação para o segundo modo .....	86
FIGURA 62 - Comparação para o terceiro modo .....	86
FIGURA 63 - Comparação para o quarto modo .....	86
FIGURA 64 - Comparação para o quinto modo .....	87
FIGURA 65 - Comparação para o sexto modo .....	87
FIGURA 66 - Comparação para o sétimo modo .....	87
FIGURA 67 - Comparação para o oitavo modo .....	88
FIGURA 68 - Comparação para o nono modo .....	88
FIGURA 69 - Comparação para o décimo modo .....	88

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - Frequências ajustadas pelo método de Ewins-Glesson .....	77
TABELA 2 - Resultados da análise .....	78
TABELA 3 - Frequências obtidas na análise em elementos finitos .....	85
TABELA 4 - Comparação de resultados .....	89

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SDOF	- Single Degree of Freedom
MDOF	- Multi Degree of Freedom
FRF	- Função Resposta em Frequência
FRI	- Função Resposta ao Impulso
MIMO	- Multiple Input Multiple Output
AME	- Análise Modal Experimental
MAC	- Modal Assurance Criterion
VBA	- Visual Basic for Applications



## LISTA DE SÍMBOLOS

$c$	Coeficiente de amortecimento viscoso
$d$	Coeficiente de amortecimento histerético
$k$	Constante de rigidez
$e$	Erro quadrático
$m$	Massa
$s$	Operador Laplaciano
$r$	Referência ao modo de vibrar
$i$	Ponto de medição
$k$	Ponto de medição
$c_c$	Coeficiente de amortecimento crítico
$\omega_d$	Frequência natural amortecida
$s_k$	Autovalor
$\omega_n$	Frequência natural não amortecida
$A$	Resíduo
$B$	Constante complexa
$L$	Número de pontos
$R$	Raio
$N$	Graus de liberdade
$f(t)$	Força de excitação aplicada ao sistema
$x(t)$	Coordenada de deslocamento
$\dot{x}(t)$	Coordenada de velocidade
$\ddot{x}(t)$	Coordenada de aceleração
$q(t)$	Coordenada generalizada de deslocamento
$\dot{q}(t)$	Coordenada generalizada de velocidade
$\ddot{q}(t)$	Coordenada generalizada de aceleração
$u(t)$	Vetor de coordenada espaço-estado
$\dot{u}(t)$	Vetor de coordenada espaço-estado
$F(\omega)$	Transformada de Fourier do sinal de entrada $x(t)$
$X(\omega)$	Transformada de Fourier do sinal de saída
$H(\omega)$	Função resposta de frequência do sistema
$H(s)$	Função de transferência do sistema
$[M]$	Matriz de massa
$[K]$	Matriz de rigidez
$[C]$	Matriz de amortecimento
$[I]$	Matriz identidade
$[A]$	Matriz espaço-estado
$[B]$	Matriz espaço-estado
$[D]$	Matriz histerética de amortecimento
$[\mathcal{G}]$	Matriz de amortecimento em coordenadas generalizadas
$[m_r]$	Matriz diagonal de massa modal
$[k_r]$	Matriz diagonal de rigidez modal
$[\omega_r]$	Matriz diagonal de frequências
$[a_r]$	Matriz diagonal

$[b_r]$	Matriz diagonal
$[^A]$	Matriz de coeficientes da receptância
$[\Phi]$	Matriz modal de massa normalizada
$[\Psi]$	Matriz modal
$[c_r]$	Matriz de amortecimento modal
$\text{Re}(\alpha)$	Parte real da função de transferência
$\text{Im}(\alpha)$	Parte imaginária da função de transferência
$N \times N$	Ordem da matriz
$\xi$	Fator de amortecimento viscoso
$n$	Fator de amortecimento histerético
$\omega$	Frequência
$\varepsilon$	Constante
$\upsilon$	Constante
$\lambda$	Autovalores complexos
$\gamma$	Constante arbitrária
$\theta$	Ângulo
$\Omega$	Frequência escolhida
$o$	Origem
$\{\Psi\}$	Autovetores
$\alpha(\omega)$	Receptância
$Y(\omega)$	Mobilidade
$A(\omega)$	Acelerância
$[\alpha(\omega)]$	Matriz receptância
$\{f\}$	Vetor de resposta
$\{\bar{X}\}$	Vetor
$\det$	Determinante
$m_R$	Coeficiente angular da reta
$n_R$	Coeficiente angular da reta
$m_I$	Coeficiente angular da reta
$n_I$	Coeficiente angular da reta
$h(t)$	Função resposta ao impulso

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	19
1.1 OBJETIVO .....	20
1.2 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO .....	21
<b>2 REVISÃO DA TEORIA DA ANÁLISE MODAL</b> .....	22
2.1 FORMULAÇÃO PARA SISTEMAS DE VARIOS GRAUS DE LIBERDADE .....	22
<b>2.1.1 Tipos de amortecimento</b> .....	23
<b>2.1.2 Freqüências naturais e modos de vibrar de sistemas</b> .....	24
2.1.2.1 Sistemas sem amortecimento .....	25
2.1.2.2 Sistema com amortecimento viscoso .....	27
2.1.2.3 Sistemas com amortecimento histerético .....	30
<b>2.1.3 Resposta forçada de sistemas</b> .....	32
2.1.3.1 Modelo de amortecimento histerético .....	33
2.1.3.2 Modelo de amortecimento viscoso .....	35
2.2 REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA FRF PARA SISTEMAS DE VÁRIOS GRAUS DE LIBERDADE .....	36
2.3 MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS MODAIS .....	39
<b>2.3.1 Método de Ajuste de Círculos</b> .....	40
<b>2.3.2 Método de Dobson</b> .....	41
<b>2.3.3 Método de Ewins-Gleeson</b> .....	43
<b>2.3.4 Método da Exponencial Complexa</b> .....	45
<b>3 METODOLOGIA</b> .....	48
3.1 MÉTODO DE IDENTIFICAÇÃO ESCOLHIDO PARA O PROGRAMA .....	48
<b>3.1.1 Aplicação do método de Ewins-Gleeson</b> .....	48
3.2 DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA .....	53
<b>3.2.1 Rotinas computacionais</b> .....	53
<b>3.2.2 Utilização do programa</b> .....	53
<b>4 RESULTADOS</b> .....	68
4.1 DADOS EXPERIMENTAIS UTILIZADOS NA ANÁLISE .....	68
<b>4.1.1 Aparato experimental</b> .....	68

<b>5.3 RESULTADOS DO PROGRAMA</b> .....	91
<b>6 CONCLUSÕES</b> .....	92
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	94
<b>BIBLIOGRAFIA CONSULTADA</b> .....	96

## 1 INTRODUÇÃO

Estruturas e máquinas em regime operacional usualmente são submetidas a carregamentos dinâmicos ocasionados por vibração. Este fenômeno é em grande parte prejudicial, tendo em vista que pode causar falhas por fadiga, ruídos indesejáveis, aquecimento etc. Com objetivo de minimizar e avaliar níveis de vibração em sistemas estruturais, técnicas de modelagem teórica e experimental vêm sendo utilizadas com freqüência. Dentre diferentes técnicas aplicadas à avaliação do comportamento dinâmico de estruturas, a análise modal figura como uma das principais.

Esta teoria, ao longo das últimas décadas, tornou-se uma poderosa ferramenta aplicada à análise dinâmica de estruturas. Com o decorrer do tempo, a análise modal evoluiu para diferentes abordagens, interagindo com técnicas experimentais, com análise de sinais e com a teoria de álgebra aplicada à solução de sistemas dinâmicos. Atualmente, a análise modal experimental e a teoria de elementos finitos compreendem a teoria de análise modal aplicada tanto na validação numérica quanto experimental.

O critério de escolha das diferentes abordagens existentes é influenciado por aspectos do grau de complexidade do problema em questão, dos recursos de instrumentação existentes, da disponibilidade de pacotes computacionais dedicados e, principalmente, das informações modais que o analista almeja extrair do sistema.

As pesquisas na área de análise modal são relacionadas a um conjunto de técnicas que possibilitam a obtenção de modelos matemáticos de estruturas em estudo [Ewins, 1984; Maia, 1997]. As abordagens aplicadas ao assunto são divididas em duas classes, que compreendem as *técnicas do domínio do tempo* e do *domínio da freqüência*. A última é usualmente tratada na literatura como abordagem clássica da análise modal, tendo em vista que, historicamente, foi pioneira, em especial pelo advento do analisador de Fourier e pela técnica da transformada de Fourier discreta.

As técnicas no domínio do tempo, que são baseadas no conteúdo de informação original dos sinais (não requerendo manipulações), são tratadas na literatura como técnicas modernas. A conotação moderna foi utilizada em razão destas técnicas terem sido mais bem exploradas a partir da recente evolução dos recursos computacionais. A

estrutura das técnicas de estimação no domínio do tempo se baseia na obtenção de um sistema de equações a diferenças finitas formuladas a partir de componentes discretas no tempo de sinais medidos em sistemas estruturais.

O retrospecto histórico da teoria de análise modal pode ser classificado em três fases distintas. A primeira, na década de 60, quando predominavam técnicas formuladas a partir de informações analógicas de sinais medidos em sistemas estruturais. A segunda fase teve início na década de 70, quando surgiram novas abordagens de técnicas de medida em decorrência da evolução dos computadores digitais. Assim, modernas técnicas de aquisição e processamento de sinais começaram a ser aplicadas. Finalmente, a terceira fase, que segue aos dias atuais, teve início na década de 80. Os fatores principais que alavancaram a terceira fase foram: i) o aparecimento de computadores de menor porte físico, minicomputadores e microcomputadores, com maior capacidade de processamento de dados; ii) o desenvolvimento de novos aplicativos computacionais dedicados à análise modal de estruturas [Varoto, 1991].

## 1.1 OBJETIVO

O presente trabalho tem como objetivo implementar um método de identificação de parâmetros modais no domínio da frequência, de estruturas com vários graus de liberdade (MDOF). O método foi implementado em um ambiente computacional de baixo custo.

O software desenvolvido permite, através de suas interfaces gráficas, identificar os parâmetros modais de dados experimentais de uma estrutura metálica ensaiada, simular os modos de vibrar identificados da estrutura e possibilitar, de forma prática, que os usuários com poucos conhecimentos em análise modal interajam com todo o processo de análise dos dados experimentais, assimilando os conceitos da teoria de análise modal através de uma tecnologia refinada.

O presente trabalho é uma continuidade das pesquisas desenvolvidas pelo autor nos projetos: *Técnicas de regularização numérica aplicada à identificação de sinais*

*de sistemas mecânicos* [Mendonça, 2000]; *Identificação de parâmetros modais através de técnicas do domínio da frequência* [Mendonça, 2001]; e *Implementação de ferramentas numéricas de processamento de sinais como recurso ao ensino de análise modal* [Mendonça, 2002].

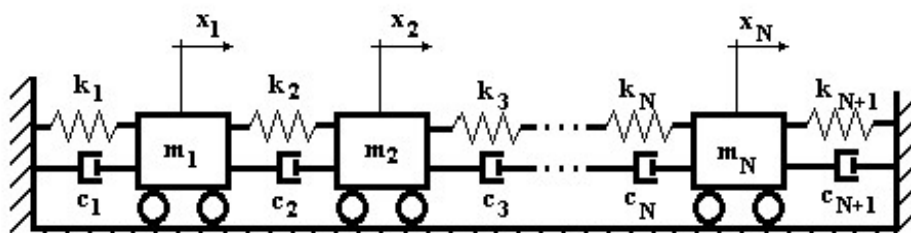
## 1.2 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A dissertação apresenta no *Capítulo 1* a introdução, no *Capítulo 2*, uma revisão da teoria de análise modal, abrangendo a teoria utilizada no desenvolvimento do presente trabalho, na revisão é abordados os seguintes teorias: formulação de sistemas MDOF, amortecimento em estruturas, resposta livre e forçada de estruturas, representações gráficas da função resposta em frequência de sistemas MDOF e métodos de identificação de parâmetros modais do domínio da frequência. Posteriormente, no *Capítulo 3* é apresentado a metodologia, com o método de identificação modal escolhido para o desenvolvimento do trabalho e a apresentação do programa desenvolvido.

No *Capítulo 4*, é apresentado os dados experimentais utilizados para a validação do programa desenvolvido, também é apresentado a análise modal dos dados experimentais e por último a validação dos resultados obtidos, por meio de corroboração com os resultados obtidos de uma análise modal em elementos finitos.

Finalizando o trabalho, é apresentado no *Capítulo 5* as discussões e no *Capítulo 6* as Conclusões.

## 2 REVISÃO DA TEORIA DA ANÁLISE MODAL





$$\begin{bmatrix} m & \cdots & \cdots \\ \vdots & m & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ \vdots & \vdots & \vdots & m_N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \vdots \\ \ddot{x}_N \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c+c & -c & \cdots & \cdots \\ -c & c+c & \cdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & c_N+c_{N+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_N \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k+k & -k & \cdots & \cdots \\ -k & k+k & \cdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & k_N+k_{N+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_N \end{Bmatrix}$$

$$M \ddot{x} + C \dot{x} + K x = f$$

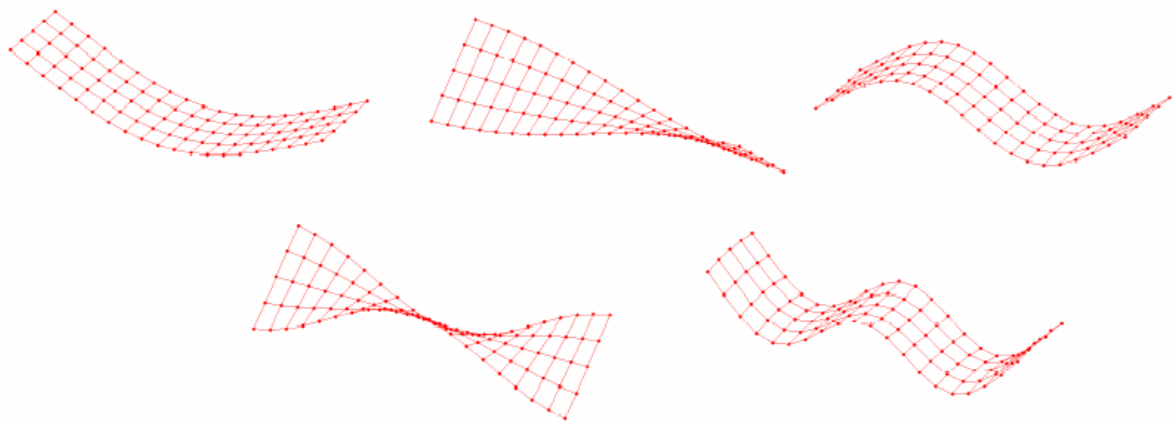
$\ddot{x} \quad \dot{x} \quad e \quad x$

### 2.1.1 Tipos de amortecimento

$$f = c \dot{x}$$

$\omega$ .

### 2.1.2 Freqüências naturais e modos de vibrar de sistemas



$$M \ddot{x} + K x =$$

$$\begin{matrix} x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t) & x \\ \gamma(x_1(t)), \gamma(x_2(t)), \dots, \gamma(x_N(t)) & \gamma \end{matrix}$$

$$x(t) = \{\bar{X}\} e^{i\omega t}$$

$$\{\bar{X}\}$$

$$K - \omega^2 M \{\bar{X}\} e^{i\omega t} =$$

$$\{\bar{X}\} \quad \gamma \{\bar{X}\}$$

$$K - \omega^2 M =$$

$\omega \quad \omega \quad \omega$

$\omega \quad \omega \quad \omega$

$\{\bar{X}\}$

$\Psi$

$\Psi$ 

$$[\omega_r] = \begin{bmatrix} \omega & & \cdots & \\ & \omega & \cdots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ & & \cdots & \omega_N \end{bmatrix}$$

$$[\Psi] = \begin{bmatrix} \psi & \psi & \cdots & \psi_n \\ \psi & \psi & \cdots & \psi_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_N & \psi_N & \cdots & \psi_{NN} \end{bmatrix}$$

 $\Psi$  $\Phi$  $\phi \quad \gamma \quad \Psi$ 

$$m_r \ddot{q}_t + k_r q_t =$$

$$\Phi^T M \Phi = I$$

$$\Phi^T K \Phi = \omega_r$$

$$C = \varepsilon K + \nu M$$

$$\Phi^T M \Phi \ddot{q} t + \Phi^T C \Phi \dot{q} t + \Phi^T K \Phi q t =$$

$$\ddot{q} t + \mathcal{G} \dot{q} t + \omega_r q t =$$

$\mathfrak{D}$

$$\ddot{q} t + \Phi^T \varepsilon K + \nu M \Phi \dot{q} t + \omega_r q t =$$

$$\ddot{q} t + \nu + \varepsilon \omega_r \dot{q} t + \omega_r q t =$$

$$\ddot{q}(t) + \xi_r \omega_r \dot{q}(t) + \omega_r^2 q(t) =$$

$$\xi_r = \frac{\nu}{\omega_r} + \frac{\varepsilon \omega_r}{\omega_r}$$

$$\xi_r = \frac{c_r}{\sqrt{m_r k_r}}$$

9

$$x(t) = \bar{X} e^{st}$$

$$s^2 M + s C + K \bar{X} =$$

$$u(t) = \begin{Bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C & M \\ M & \end{bmatrix} \dot{u}(t) + \begin{bmatrix} K & \\ & -M \end{bmatrix} u(t) =$$

$$A \dot{u}(t) + B u(t) =$$

$\bar{X}$

$$u(t) = \begin{Bmatrix} \bar{X} \\ s \bar{X} \end{Bmatrix} e^{st} = \bar{U} e^{st}$$

$$\dot{u}(t) = \begin{Bmatrix} s \bar{X} \\ s \bar{X} \end{Bmatrix} e^{st} = s \bar{U} e^{st}$$

$$sA + B \bar{U} =$$

Ψ    Ψ

$$\psi_r = \begin{Bmatrix} \psi_r \\ \psi_r s_r \end{Bmatrix}$$

$$\psi_r = \begin{Bmatrix} \psi_r \\ \psi_r s_r \end{Bmatrix}$$

Ψ    Ψ

$x$

$$u(t) = \Psi q(t)$$

$$a_r \dot{q}(t) + b_r q(t) =$$

$$q_r(t) = \bar{Q}_r e^{s_r t}$$

$\bar{Q}$ 

$$u(t) = \sum_{r=1}^N \psi_r \bar{Q}_r e^{s_r t}$$

 $\bar{Q}$  $\Psi$  $\Psi$ 

$$s_r = -\omega_r \xi_r + i\omega_r \sqrt{-\xi_r}$$

 $\Psi$  $\Psi$ 

$$\frac{\psi_r^T C \psi_r}{\psi_r^T M \psi_r} = \frac{c_r}{m_r} = \omega_r \xi_r$$

$$\frac{\psi_r^T K \psi_r}{\psi_r^T M \psi_r} = \frac{k_r}{m_r} = \omega_r^2$$



$$M \ddot{x} + i D \dot{x} + K x = f$$

$$D = \varepsilon K + \nu M$$

$$\varepsilon \quad \nu$$

$$x(t) = \bar{X} e^{i\lambda t}$$

$$\bar{X}$$

$$K - \lambda M + i \varepsilon K + \nu M \bar{X} =$$

$\lambda$

$\Psi$

$\lambda$

$$\lambda_r = \omega_r + i\eta_r$$

$$\omega \quad \eta$$

$$\omega_r = \frac{k_r}{m_r}$$

$$\eta_r = \varepsilon + \frac{\nu}{\omega_r}$$

$\lambda$

$\Psi$

$$\lambda_r = \frac{\psi_r^T K + i D \psi_r}{\psi_r^T M \psi_r} = \frac{k_r}{m_r}$$

### 2.1.3 Resposta forçada do sistema

$$f(t) = F e^{i\omega t}$$

$$x(t) = \bar{X} e^{i\omega t}$$

$$[K - \omega^2 M + i\omega C] \bar{X} e^{i\omega t} = F e^{i\omega t}$$

$$\bar{X} = [K - \omega^2 M + i\omega C]^{-1} F = \alpha(\omega) F$$

$$\bar{X} = [K - \omega^2 M + i\omega D]^{-1} F = \alpha(\omega) F$$

$\alpha(\omega)$

$\alpha$

$\alpha(\omega)$

$\alpha(\omega)$

$\alpha \omega$

$\lambda$

$$\begin{matrix} & \Psi \\ K + i D - \lambda_r M & \psi_r = \end{matrix}$$

$\bar{X}$

$$\bar{X} = \sum_{r=1}^N \gamma_r \psi_r$$

$$\begin{matrix} & \Psi \\ \psi_s^T K + i D \sum_{r=1}^N \gamma_r \psi_r - \omega \psi_s^T M \sum_{r=1}^N \gamma_r \psi_r & = \psi_s^T F \end{matrix}$$

$$\gamma_r \psi_r^T K + i D \psi_r - \omega \gamma_r \psi_r^T M \psi_r = \psi_r^T F$$

$$\gamma_r k_r - \omega \gamma_r m_r = \psi_r^T F$$

$$\gamma_r = \frac{\psi_r^T F}{k_r - \omega m_r}$$

$$x(t) = \bar{X} e^{i\omega t} = \sum_{r=1}^N \frac{\psi_r^T F}{k_r - \omega m_r} \psi_r e^{i\omega t}$$

$$\bar{X} = \sum_{r=1}^N \frac{\psi_r^T F \psi_r}{m_r \omega_r - \omega + i\eta_r \omega_r}$$

$$\bar{X}_j = \sum_{r=1}^N \frac{\psi_{jr} F_k \psi_{kr}}{m_r \omega_r - \omega + i\eta_r \omega_r}$$

$$\alpha_{jk} \omega = \frac{\bar{X}_j}{F_k} = \sum_{r=1}^N \frac{\psi_{jr} \psi_{kr}}{m_r \omega_r - \omega + i\eta_r \omega_r}$$

$\Psi \quad \Psi$

$\Psi$

$$\alpha_{jk} \omega = \frac{\bar{X}_j}{F_k} = \sum_{r=1}^N \frac{\phi_{jr} \phi_{kr}}{\omega_r - \omega + i\eta_r \omega_r}$$

$$\alpha_{jk} \omega = \frac{\bar{X}_j}{F_k} = \sum_{r=1}^N \frac{r \bar{A}_{jk}}{\omega_r - \omega + i\eta_r \omega_r}$$

$$\alpha_{jk} = \frac{\bar{X}_j}{F_k} = \alpha_{kj} = \frac{\bar{X}_k}{F_j}$$

$$\begin{aligned} {}_r\bar{A}_{jk} &= \phi_{jr} \phi_{kr} \\ {}_r\bar{A}_{jj} &= \phi_{jr} & {}_r\bar{A}_{kk} &= \phi_{kr} \end{aligned}$$

α ω

$$A \dot{u}(t) + B u(t) = f(t)$$

$$f(t) = \left\{ \begin{array}{c} f(t) \end{array} \right\}$$

$$a_r \dot{q}(t) + b_r q(t) = \Psi^T f(t)$$

$$\dot{q}_r(t) - s_r q_r(t) = \frac{1}{a_r} \psi_r^T \left\{ \begin{array}{c} f(t) \end{array} \right\}$$

$$f(t) = \bar{F} e^{i\omega t}$$

$$q(t) = \bar{Q} e^{i\omega t}$$

$$\bar{X} = \sum_{r=1}^N \phi_r \left( \frac{\quad}{i\omega - s_r} \right) \phi_r^T \bar{F}$$

$\alpha \quad \omega$

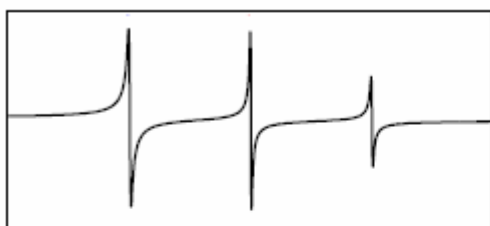
$$\alpha_{jk} \omega = \frac{\bar{X}}{\bar{F}} = \sum_{r=1}^N \frac{\phi_{jr} \phi_{kr}}{i\omega - s_r}$$

$$\alpha_{jk} \omega = \frac{\bar{X}}{\bar{F}} = \sum_{r=1}^N \left( \frac{\phi_{jr} \phi_{kr}}{i\omega - s_r} + \frac{\phi_{jr} \phi_{kr}}{i\omega - s_r} \right)$$

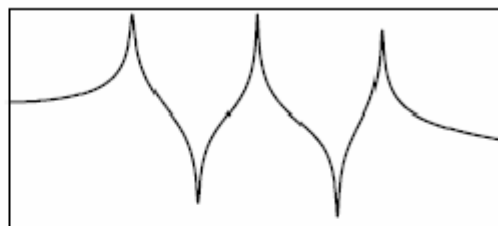
$\phi_{jr} \phi_{kr}$

$$\alpha_{jk} \omega = \sum_{r=1}^N \left( \frac{{}_r A_{jk}}{\omega_r \xi_r + i\omega - \omega_r \sqrt{-\xi_r}} + \frac{{}_r A_{jk}}{\omega_r \xi_r + i\omega - \omega_r \sqrt{-\xi_r}} \right)$$

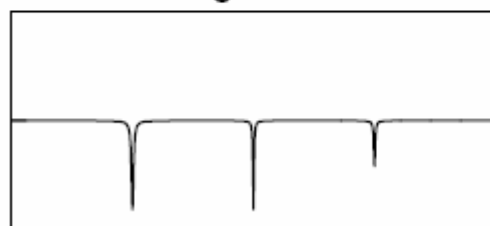
**Real**



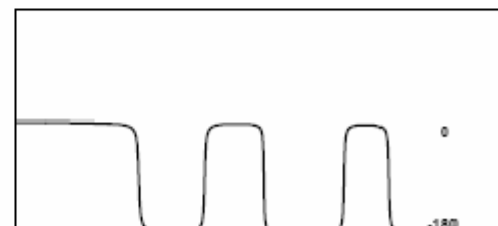
**Módulo**

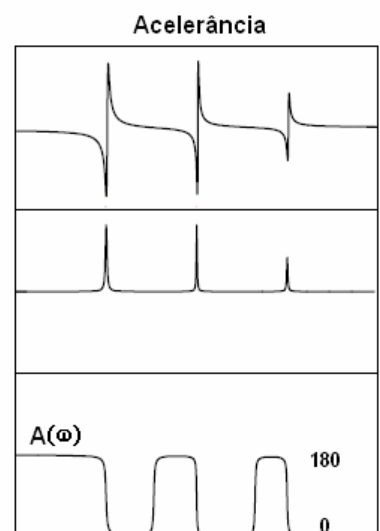
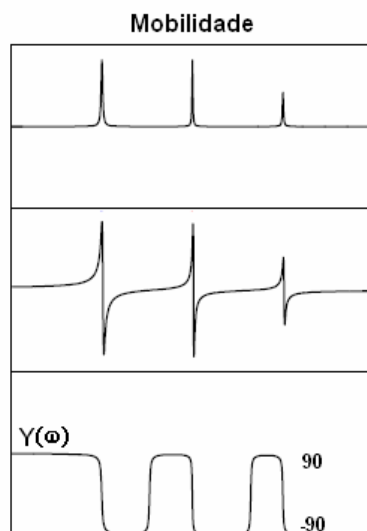
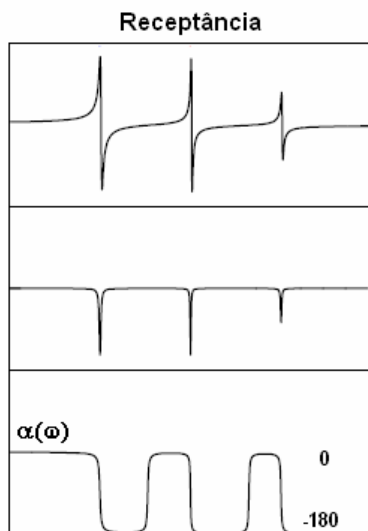
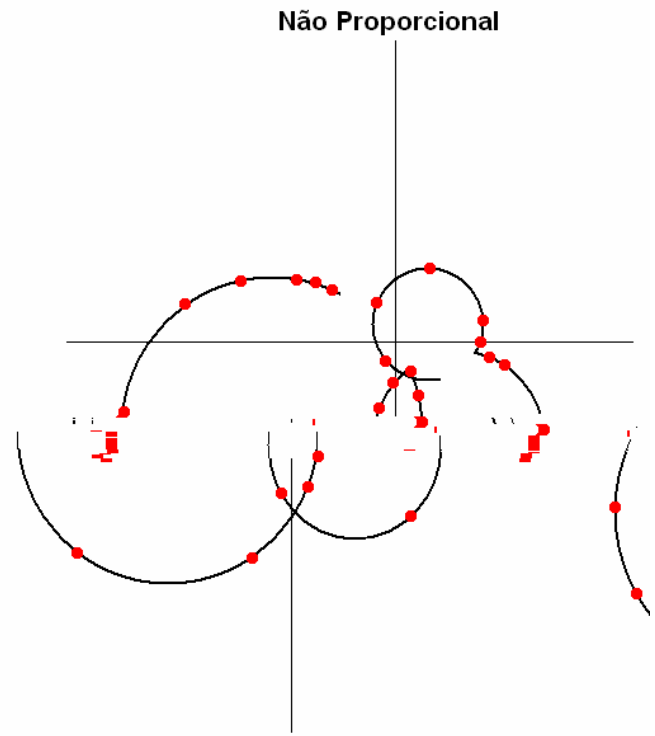
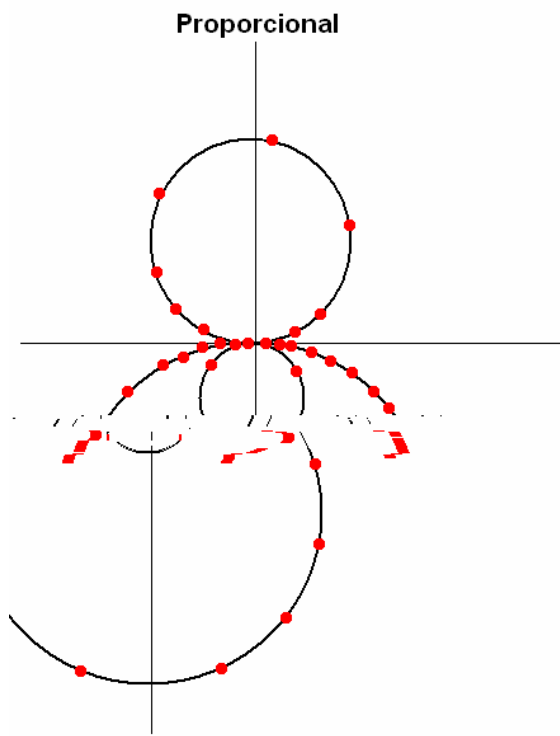


**Imaginário**



**Fase**









### 2.3.1 Método de Ajuste de Círculos

$$\alpha_{jk} \omega = \sum_{s=1}^N \frac{{}_s A_{jk}}{\omega_s - \omega + i\eta_s \omega_s}$$

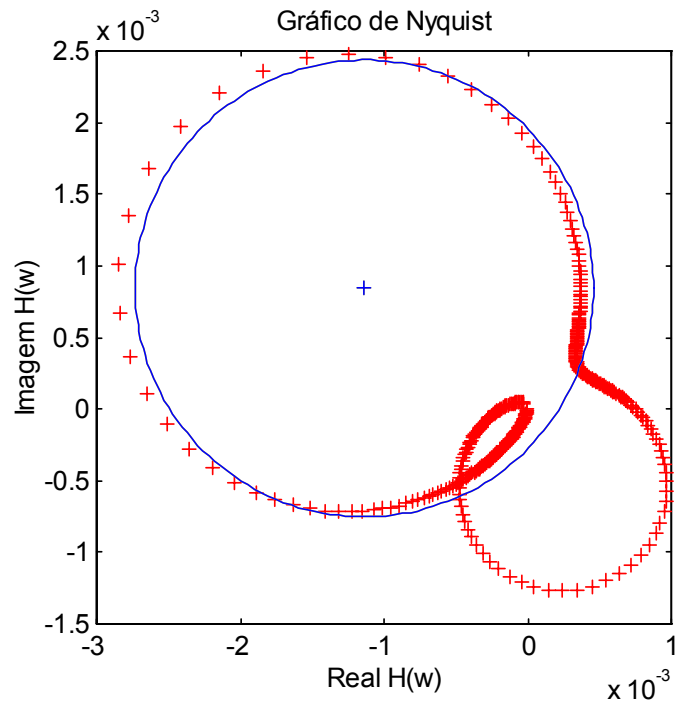
$\eta$

$\phi$

$$\alpha_{jk} \omega = \frac{{}_r A_{jk}}{\omega_r - \omega + i\eta_r \omega_r} + \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq r}}^N \frac{{}_s A_{jk}}{\omega_s - \omega + i\eta_s \omega_s}$$

$\omega$

$$\alpha_{jk} \omega = \frac{{}_r A_{jk}}{\omega_r - \omega + i\eta_r \omega_r} + {}_r B_{jk}$$



### 2.3.2 Método de Dobson

$$\alpha_r = \frac{C_r e^{i\phi_r}}{\omega_r - \omega + i\eta_r \omega_r}$$

$$\frac{1}{\alpha_r} = \frac{\omega_r - \omega + i\eta_r \omega_r}{C_r e^{i\phi_r}}$$

$$\frac{1}{\alpha_r} = \frac{\omega_r - \omega + i\eta_r \omega_r}{A_r + iB_r}$$

$\phi$

$\phi$

$$\left( \frac{1}{\alpha_r} \right) = \frac{A_r + B_r \eta_r \omega_r - A_r \omega}{A_r + B_r}$$

$$\left( \frac{1}{\alpha_r} \right) = \frac{A_r \eta_r + B_r \omega_r - B_r \omega}{A_r + B_r}$$

$\omega$

$$\left( \frac{1}{\alpha_r} \right) = m_R + n_R \omega$$

$$\left( \frac{1}{\alpha_r} \right) = m_I + n_I \omega$$

$$m_R = \frac{A_r + B_r n_r \omega_r}{A_r + B_r} \quad n_R = -\frac{A_r}{A_r + B_r}$$

$$m_I = \frac{A_r n_r + B_r \omega_r}{A_r + B_r} \quad n_I = -\frac{B_r}{A_r + B_r}$$

$$\omega_r = \sqrt{\frac{-m_R n_R - m_I n_I}{n_R + n_I}}$$

$$\eta_R = \frac{m_R n_I - m_I n_R}{-m_R n_R - m_I n_I}$$

$$C_R = \frac{1}{\sqrt{n_R + n_I}}$$

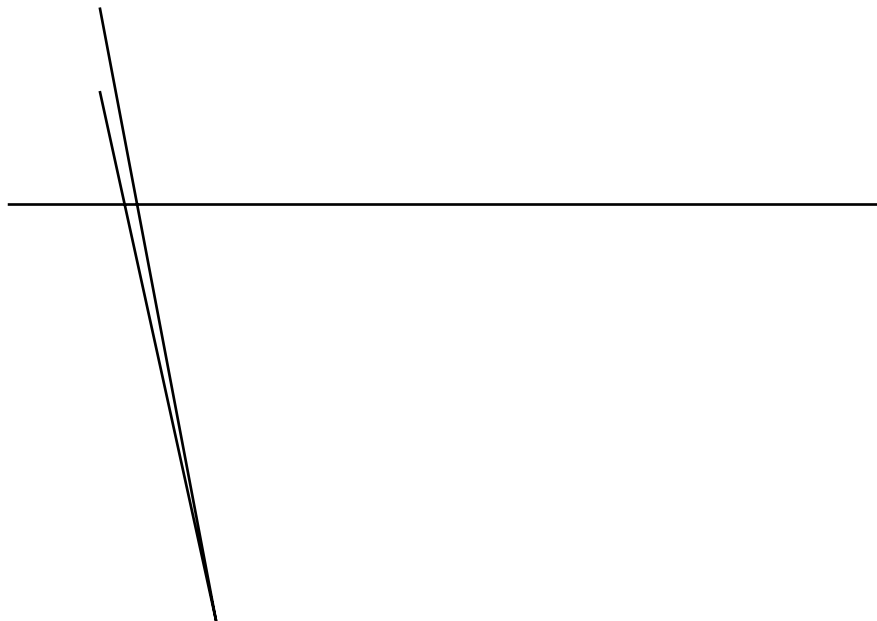
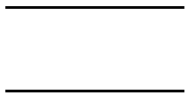
$$\phi_R = \text{tg}^{-1} \left( -\frac{n_I}{n_R} \right)$$

### 2.3.3 Método de Ewins-Gleeson

$$\alpha \omega = \sum_{r=1}^N \frac{C_r}{\omega_r - \omega + i\eta_r \omega_r}$$

$$\alpha \omega = \sum_{r=1}^N \frac{C_r}{\omega_r - \omega}$$

$\Omega$



$\eta$

$$\eta_r \approx \frac{C_r}{\alpha \omega_r \omega_r}$$

### 2.3.4 Método da Exponencial Complexa

$$h(t) = \sum_{r=1}^N A'_r e^{s_r t}$$

$$\alpha(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{A'_r}{i\omega - s_r}$$

$$h(t) = h(t + kT)$$

$$\alpha(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{A'_r e^{s_r kT}}{i\omega - s_r}$$

$$\alpha \omega = \begin{bmatrix} A'e^{sT} & A'e^{sT} & \dots & A'_N e^{sNT} \\ A'e^{sT} & A'e^{sT} & \dots & A'_N e^{sNT} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A'e^{sT} & A'e^{sT} & \dots & A'_N e^{sNT} \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{c} \overline{i\omega - s} \\ \overline{i\omega - s} \\ \vdots \\ \overline{i\omega - s_N} \end{array} \right\}$$

$$\alpha \omega \quad \alpha \omega \quad \dots \quad \alpha \omega_L = \begin{bmatrix} A'e^{sT} & A'e^{sT} & \dots & A'_N e^{sNT} \\ A'e^{sT} & A'e^{sT} & \dots & A'_N e^{sNT} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A'e^{sNT} & A'e^{sNT} & \dots & A'_N e^{sNT} \end{bmatrix} \left[ \begin{array}{cccc} \overline{i\omega - s} & \overline{i\omega - s} & \dots & \overline{i\omega_L - s} \\ \overline{i\omega - s} & \overline{i\omega - s} & \dots & \overline{i\omega_L - s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{i\omega - s_N} & \overline{i\omega - s_N} & \dots & \overline{i\omega_L - s_N} \end{array} \right]$$

$$\alpha = A_T \wedge$$

$\Delta$

$$\alpha'_k \omega = \sum_{r=1}^N \frac{A'_r e^{s_r k T} e^{s_r \Delta t}}{i\omega - s_r}$$

$$\alpha''_k \omega = \sum_{r=1}^N \frac{A'_r e^{s_r k T} e^{s_r \Delta t}}{i\omega - s_r}$$

$$\alpha' = A_T \begin{bmatrix} e^{s \Delta t} & & \dots & \\ & e^{s \Delta t} & \dots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ & & \dots & e^{s_N \Delta t} \end{bmatrix} \wedge = A'_T \wedge$$



$$\alpha'' = A_T \begin{bmatrix} e^{s_1 \Delta t} & & \dots & \\ & e^{s_2 \Delta t} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ & & \dots & e^{s_N \Delta t} \end{bmatrix} \wedge = A_T'' \wedge$$

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \alpha' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_T \\ A_T' \end{bmatrix} \wedge \quad \alpha_A = A_A \wedge$$

$$\begin{bmatrix} \alpha' \\ \alpha'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_T' \\ A_T'' \end{bmatrix} \wedge \quad \alpha_A = A_A \wedge$$

$$A_A^{-1} \alpha_A = \wedge$$

$$\alpha_A = A_A A_A^{-1} \alpha_A$$

$\alpha$

$$A_S = \alpha_A \alpha_A^{-1} = A_A A_A^{-1}$$

$$A_S A_A = A_A$$

$\hat{A}$

$$A_{A_r} = A_{A_r} e^{s_r \Delta t}$$

$$A_S - e^{s_r \Delta t} I A_{A_r} =$$

### 3 METODOLOGIA

Este capítulo apresenta a metodologia utilizada no desenvolvimento deste trabalho, apresentando primeiramente o método de identificação de parâmetros modais escolhido e depois o desenvolvimento do programa baseado no método.

#### 3.1 MÉTODO DE IDENTIFICAÇÃO ESCOLHIDO PARA O PROGRAMA

O método escolhido para o desenvolvimento do programa foi o método de Ewins-Gleeson, cuja escolha possibilitara atender os objetivos propostos para este trabalho, sendo um método de identificação multi-modos e que necessita de uma análise gráfica na busca da identificação dos parâmetros modais, desta forma, possibilitando a interatividade do usuário com o programa na aplicação do método em todas suas etapas até a obtenção dos resultados, que somente serão satisfatórios quando o usuário aplicar corretamente os conceitos deste método.

##### 3.1.1 Aplicação do método de Ewins-Gleeson

A formulação do método de Ewins-Gleeson foi apresentada na revisão bibliográfica no item 2.3.3. Neste item serão apresentados conceitos do método que devem ser aplicados na identificação dos parâmetros modais para a obtenção de melhores resultados na análise.

O sucesso da identificação dos parâmetros modais pelo método depende principalmente de dois fatores, a qualidade da informação obtida do experimento e do ajuste das frequências  $\omega$  e  $\Omega$ .

Na grande maioria dos casos práticos, a aquisição é realizada para uma faixa de frequências maior do que a faixa de frequências de interesse da estrutura. Sendo impossível realizar a identificação de todas as frequências naturais contidas na FRF adquirida, o usual é selecionar um trecho, que contenha as frequências de interesse

para a análise. Devido ao acoplamento entre os modos de vibrar, ao se realizar o ajuste de curvas para um trecho da FRF, os resultados obtidos apresentam erros devido ao fato de se ignorar as outras freqüências da FRF. As Figuras 8, 9 e 10 ilustram exemplos de erros nos ajustes realizados. As linhas em vermelho representam as FRFs regeneradas para as freqüências ajustadas e as linhas pretas representam as FRFs experimentais.

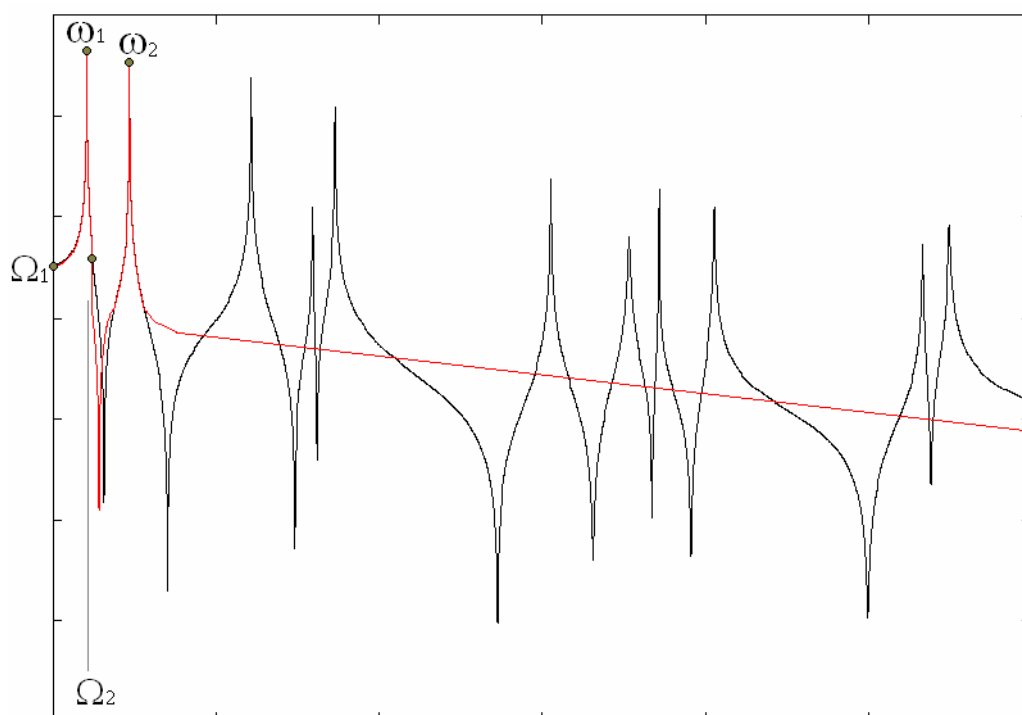


Figura 8 - Ajuste para 2 modos de vibrar

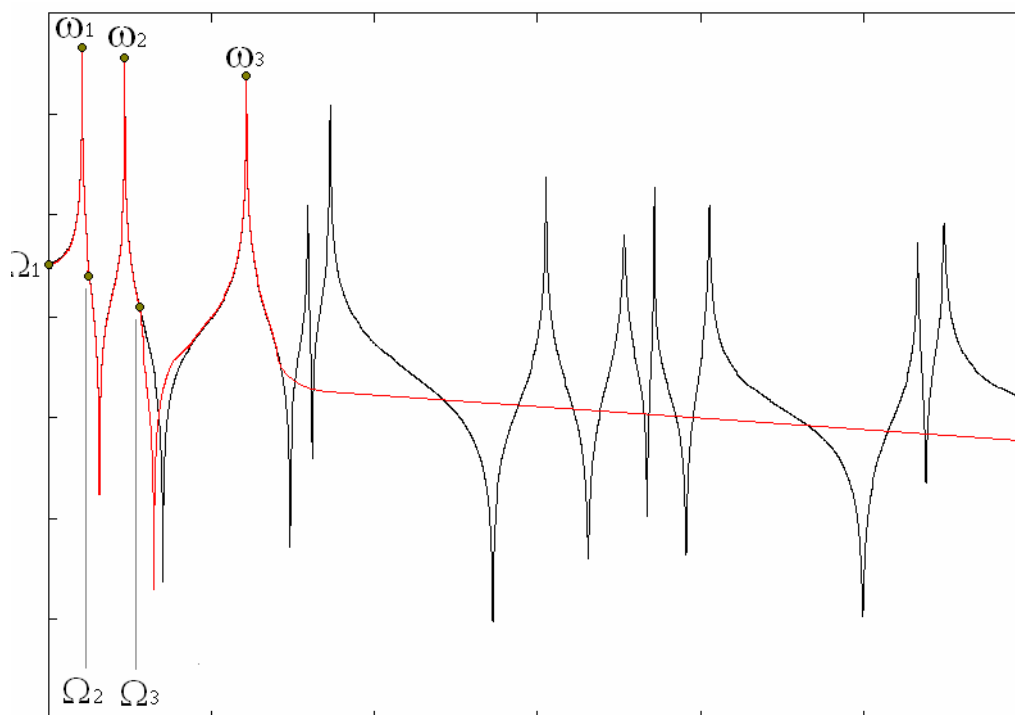


Figura 9 - Ajuste para 3 modos de vibrar

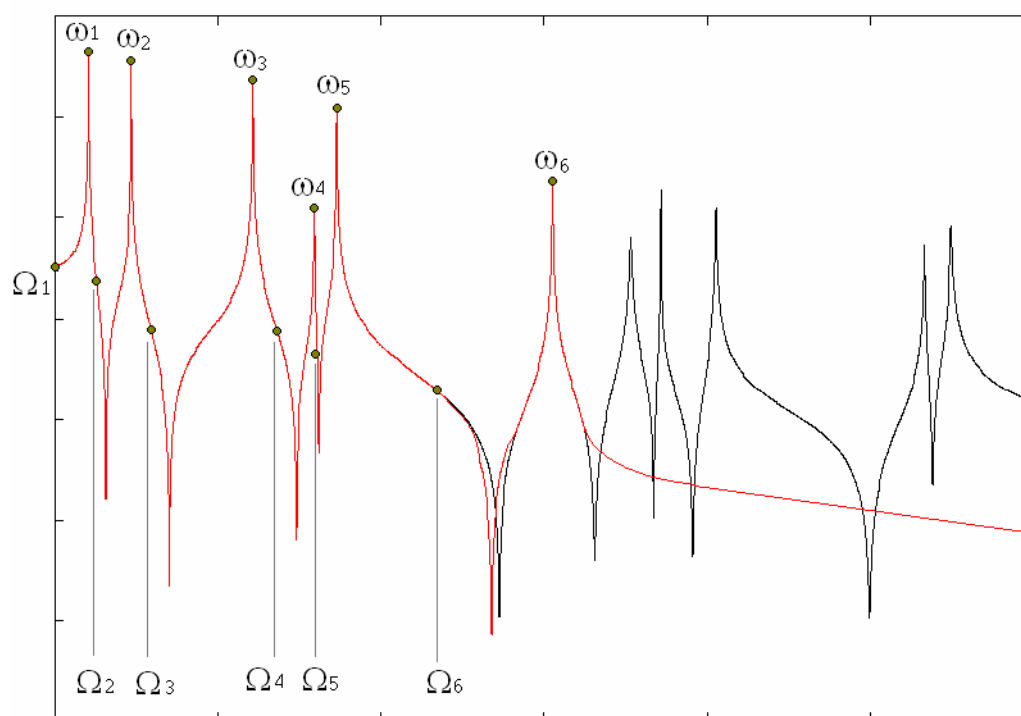


Figura 10 - Ajuste para 6 modos de vibrar

Nos exemplos ilustrados, as FRFs regeneradas foram prejudicadas nos últimos modos ajustados, devido à falta da contribuição dos modos seguintes a eles, que foram ignorados na análise. Desta forma, o ideal para se obter a identificação de um grupo de

freqüências é ajustar um número suficiente de modos além dos desejados para, assim, minimizar o erro existente nos modos em análise.

A escolha da fase das freqüências de ajuste do método também pode ter uma grande influência nos resultados obtidos. Os exemplos a seguir ilustram este erro: quando não se intercalam uniformemente as freqüências  $\omega$  e  $\Omega$ , as figuras apenas apresentam as freqüências  $\Omega$  ajustadas, as freqüências  $\omega$  encontram-se nas ressonâncias.

Na Figura 11, as freqüências  $\Omega$  foram ajustadas na fase positiva da FRF e intercaladas pelas freqüências  $\omega$ . Assim, observa-se que a FRF regenerada ( linha vermelha) está sincronizada com a variação de fase da FRF experimental, e os erros observados nos últimos modos se devem aos modos ignorados nesta análise . Já na Figura 12 é possível ver o erro que ocorre quando as freqüências não são ajustadas na fase correta: embora as ressonâncias e amplitudes das freqüências tenham sido identificadas corretamente, a FRF regenerada está defasada.

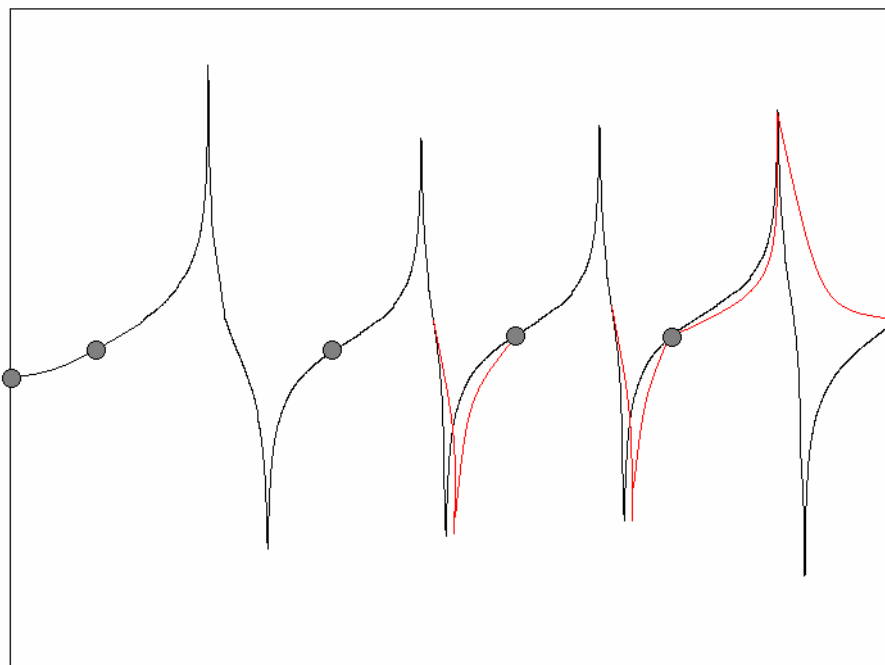


Figura 11 - Freqüências ajustadas com as mesmas fases

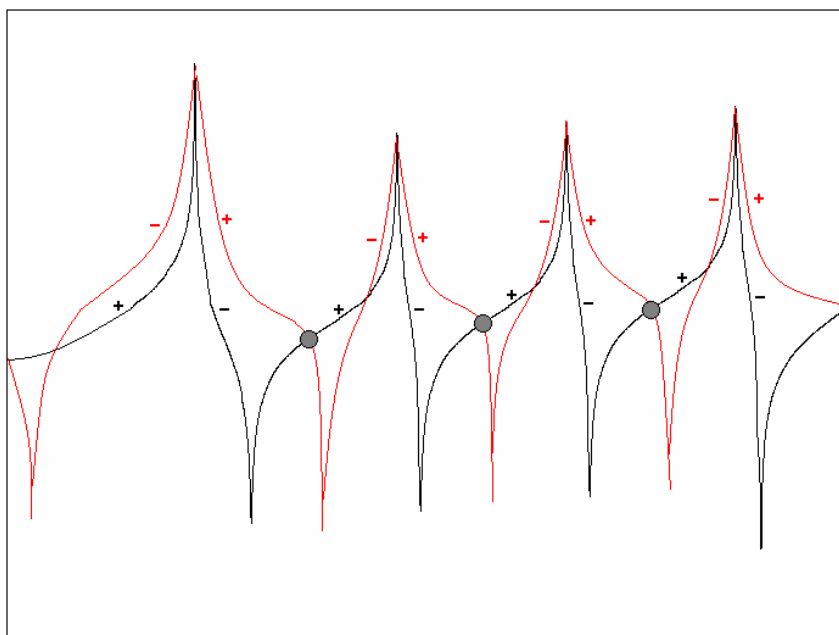


Figura 12 - Frequências ajustadas com fases diferentes

Os estudos do método de Ewins-Gleeson mostram que as FRF regeneradas são mais bem ajustadas usualmente quando, dentre as frequências  $\Omega$  ajustadas, existe um maior número de anti-ressonâncias possível. Isto ocorre porque as anti-ressonâncias estão associadas com zeros na matriz  $[R]$  da equação (87) e desta forma reduz os efeitos de erros de medidas dos casos práticos [Ewins, 1982]. Um co.jeuçãideal da os

## 3.2 DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA

A escolha da plataforma computacional Excel para o desenvolvimento do programa cumpriu com parte dos objetivos propostos para este trabalho, o de ser um ambiente computacional de baixo custo e que possibilitasse ao usuário interagir com o método. Este ambiente computacional permitiu, através da linguagem VBA, a criação das rotinas computacionais necessárias para a aplicação do método, principalmente com o processamento matricial dos dados experimentais e, ainda, criar controles de manipulação gráfica que fizeram a conexão entre o usuário e o método proposto.

### 3.2.1 Rotinas computacionais

As rotinas computacionais desenvolvidas no VBA do Excel podem ser divididas em dois grupos.

O primeiro engloba as rotinas responsáveis em realizar o tratamento dos dados experimentais durante todo o processo de análise, possibilitando extrair as informações do banco de FRFs, organizando os dados para gerar recursos gráficos para a interface com o usuário, separando dados do conjunto de informação através de comandos efetuados pelo usuário no processo de análise, e realizando cálculos matriciais.

O segundo grupo de rotinas computacionais tem a função de possibilitar ao usuário interagir com o programa, sendo responsável em realizar a mudança entre as telas do programa e responder aos comandos efetuados pelo usuário através dos controles existentes nas telas e gráficos.

### 3.2.2 Utilização do programa

Após a preparação dos dados a análise poderá ser iniciada. O programa desenvolvido é o *Análise Modal*. Para iniciá-lo, basta clicar sobre o ícone do arquivo, como se faz para qualquer arquivo do aplicativo Excel. A Figura 14 ilustra a entrada

do programa. No canto inferior direito existe um botão “INICIAR” que nos leva à tela de definição dos parâmetros de ensaio.

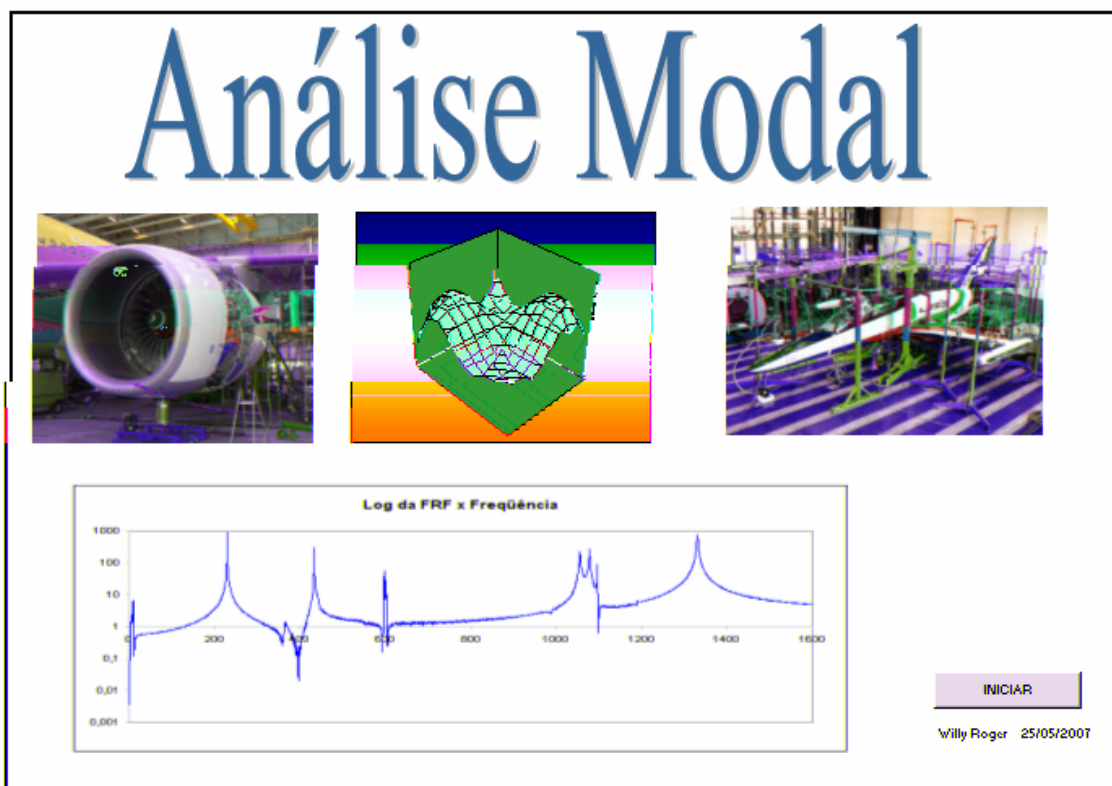


Figura 14 - Entrada do programa

## DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS DE ENSAIO

ESPESSURA DA PLACA	7	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td></tr> <tr><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td></tr> <tr><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td>31</td><td>32</td><td>33</td></tr> <tr><td>34</td><td>35</td><td>36</td><td>37</td><td>38</td><td>39</td><td>40</td><td>41</td><td>42</td><td>43</td><td>44</td></tr> <tr><td>45</td><td>46</td><td>47</td><td>48</td><td>49</td><td>50</td><td>51</td><td>52</td><td>53</td><td>54</td><td>55</td></tr> <tr><td>56</td><td>57</td><td>58</td><td>59</td><td>60</td><td>61</td><td>62</td><td>63</td><td>64</td><td>65</td><td>66</td></tr> <tr><td>67</td><td>68</td><td>69</td><td>70</td><td>71</td><td>72</td><td>73</td><td>74</td><td>75</td><td>76</td><td>77</td></tr> <tr><td>78</td><td>79</td><td>80</td><td>81</td><td>82</td><td>83</td><td>84</td><td>85</td><td>86</td><td>87</td><td>88</td></tr> <tr><td>89</td><td>90</td><td>91</td><td>92</td><td>93</td><td>94</td><td>95</td><td>96</td><td>97</td><td>98</td><td>99</td></tr> <tr><td>100</td><td>101</td><td>102</td><td>103</td><td>104</td><td>105</td><td>106</td><td>107</td><td>108</td><td>109</td><td>110</td></tr> <tr><td>111</td><td>112</td><td>113</td><td>114</td><td>115</td><td>116</td><td>117</td><td>118</td><td>119</td><td>120</td><td>121</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	
1	2		3	4	5	6	7	8	9	10	11																																																																																																																	
12	13		14	15	16	17	18	19	20	21	22																																																																																																																	
23	24		25	26	27	28	29	30	31	32	33																																																																																																																	
34	35		36	37	38	39	40	41	42	43	44																																																																																																																	
45	46		47	48	49	50	51	52	53	54	55																																																																																																																	
56	57		58	59	60	61	62	63	64	65	66																																																																																																																	
67	68		69	70	71	72	73	74	75	76	77																																																																																																																	
78	79		80	81	82	83	84	85	86	87	88																																																																																																																	
89	90		91	92	93	94	95	96	97	98	99																																																																																																																	
100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110																																																																																																																		
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121																																																																																																																		
COMPRIMENTO DA PLACA	300																																																																																																																											
LARGURA DA PLACA	300																																																																																																																											
NUMERO DE LINHAS DA FRF	1067																																																																																																																											
NUMERO DE COLUNAS DA FRF	6																																																																																																																											
NUMERO DE PONTOS POR FRF	3200																																																																																																																											
DISCRETIZACAO DA FRF	0,5																																																																																																																											
NUMERO DE COLUNAS DA PLACA	11																																																																																																																											
NUMERO DE LINHAS DA PLACA	11																																																																																																																											
PONTO DE EXITAÇÃO ( IN )	91																																																																																																																											
PONTO DE AQUISIÇÃO ( OUT )	121																																																																																																																											

Localizar Amostras
Carregar FRF
Voltar
Proximo

Figura 15 - Definição dos parâmetros de ensaio



A Figura 15 ilustra a tela de definição dos parâmetros de ensaio. Os dados devem ser inseridos nos campos localizados à esquerda da tela.

Os três primeiros campos de cima para baixo definem a geometria da placa:

- 1- espessura da placa;
- 2- comprimento da placa;
- 3- largura da placa.

Os quatro campos seguintes devem ser preenchidos com as informações referentes a FRF a ser analisada:

- 1- número de linhas da FRF;
- 2- número de colunas da FRF;
- 3- número de pontos da FRF;

Discretização da FRF.

Os últimos campos restantes definem a discretização da placa, o máximo permitido é (15 x 15), também é definido o ponto de excitação “IN” e o ponto de aquisição “OUT”. Lembrando que os dois últimos campos definem a FRF que será analisada:

- 1- número de colunas da placa;
- 2- número de linhas da placa;
- 3- ponto de excitação (IN);
- 4- ponto de aquisição (OUT).

Definidos os parâmetros do ensaio, é necessário selecionar a FRF que será analisada. Este procedimento é efetivado por dois botões localizados no canto inferior esquerdo da tela. O primeiro botão a ser acionado é o “LOCALIZAR AMOSTRAS”. Após o acionamento, uma janela de procura aparecerá, como a ilustrada na Figura 16, e nela deverá ser indicada a localização da pasta que contém os arquivos das FRF's preparados previamente. Ao término da localização deverá ser acionado o botão “OK”. A FRF selecionada no campo será carregada com o acionamento do botão “Carregar FRF”.



Figura 16 - Janela de procura

Automaticamente, ao finalizar o carregamento dos dados da FRF selecionada, o programa passará para a próxima tela que exibirá dois gráficos da FRF, como ilustrado na Figura 17. Os gráficos ilustrados apresentam no eixo vertical a amplitude da FRF e no eixo horizontal a frequência que cada amplitude ocorre. Nesta tela também se pode observar dois botões no canto inferior direito, que possuem a função de possibilitar ao usuário passar para a próxima tela ou retornar a anterior.

O gráfico superior ilustra as amplitudes da parte real da FRF, enquanto que o gráfico inferior exibe as amplitudes da parte imaginária da FRF.

Acessando a próxima tela, se observará, como na Figura 18, outros dois gráficos: no superior, a fase da FRF ao longo das frequências, e no inferior a amplitude logarítmica da FRF. Este gráfico ajuda a observar ruídos que contaminam a FRF e também a evidenciar os picos das frequências naturais. Da mesma forma que a tela anterior, esta possui dois botões que permitem avançar ou regredir.

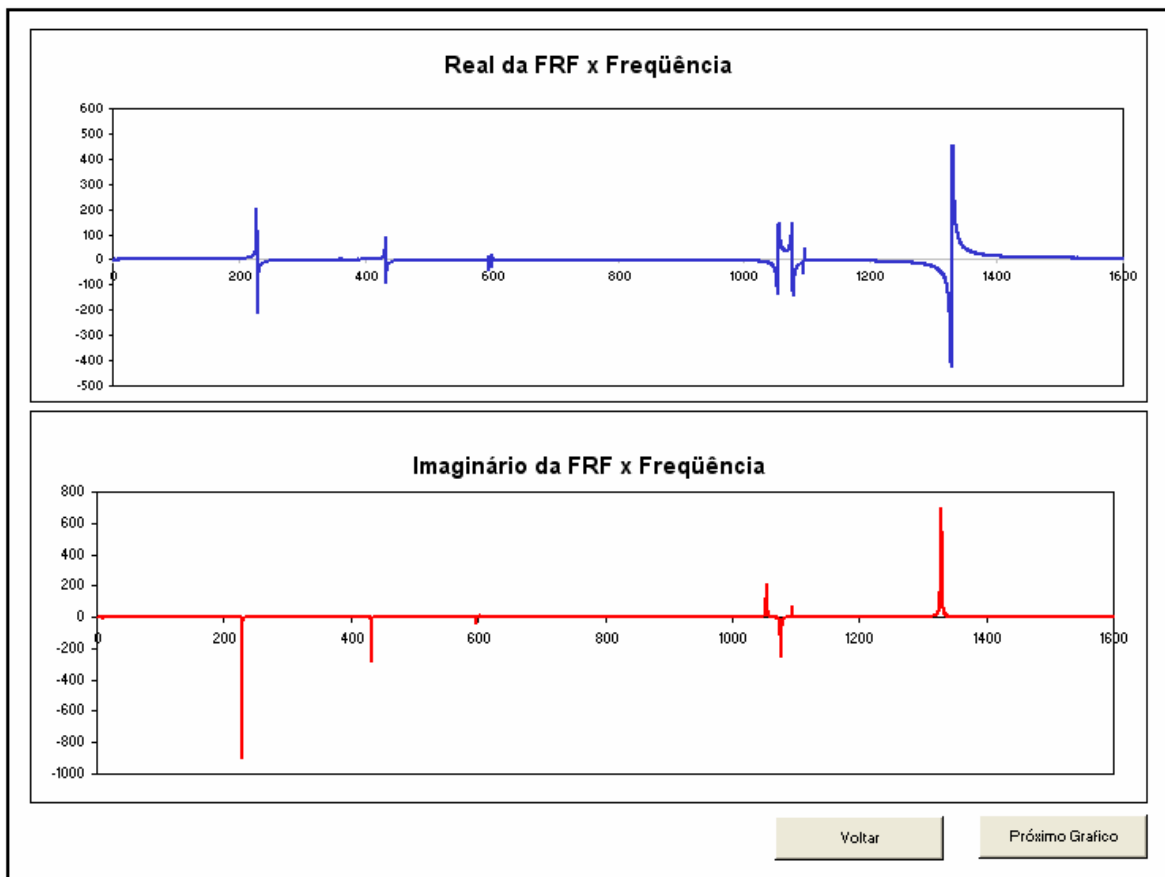


Figura 17 - Gráficos da parte real e imaginária da FRF

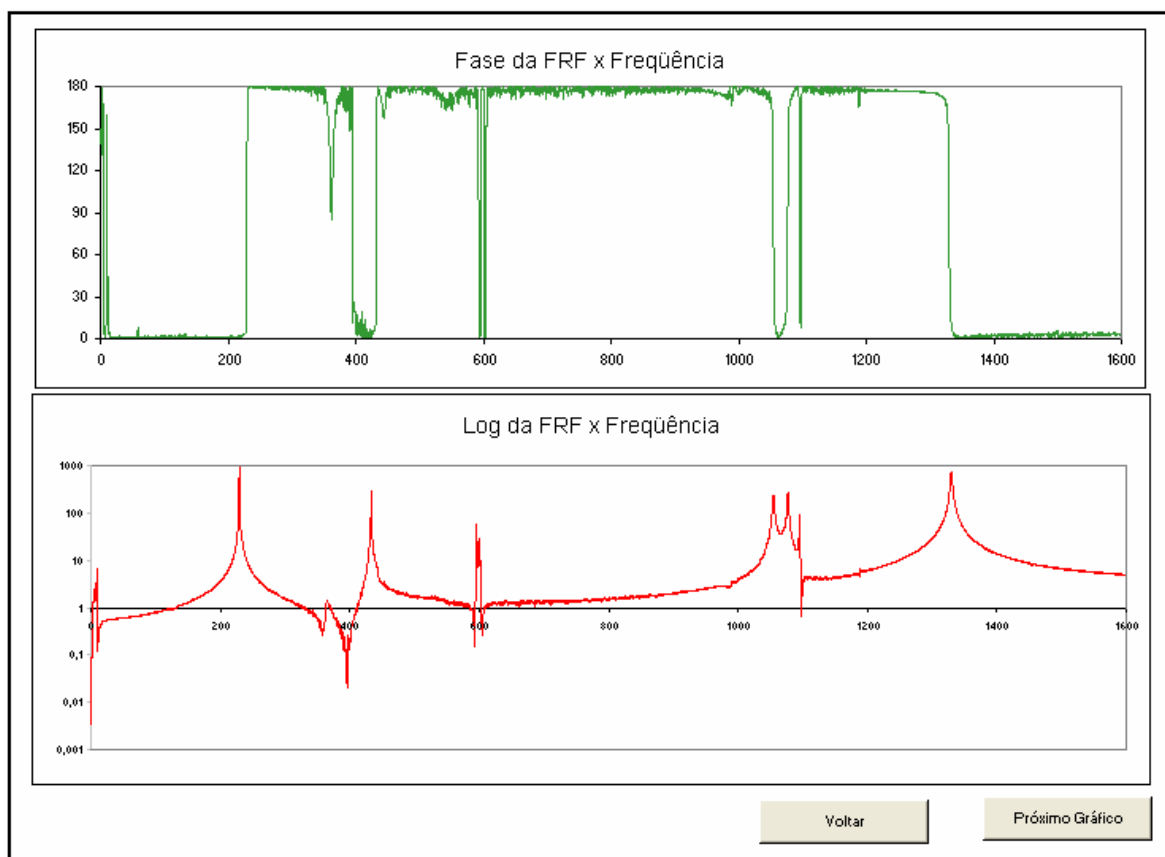


Figura 18 - Gráfica da fase e amplitude logarítmica da FRF

A última tela antes de se iniciar a análise, Figura 19, ilustra o gráfico da parte real pela parte imaginária da FRF, também conhecido como gráfico de Nyquist. Este gráfico fornece várias informações a respeito da FRF e serve como base de vários modelos de estimação modal, um dos mais conhecidos é o *Ajuste de Círculos*.

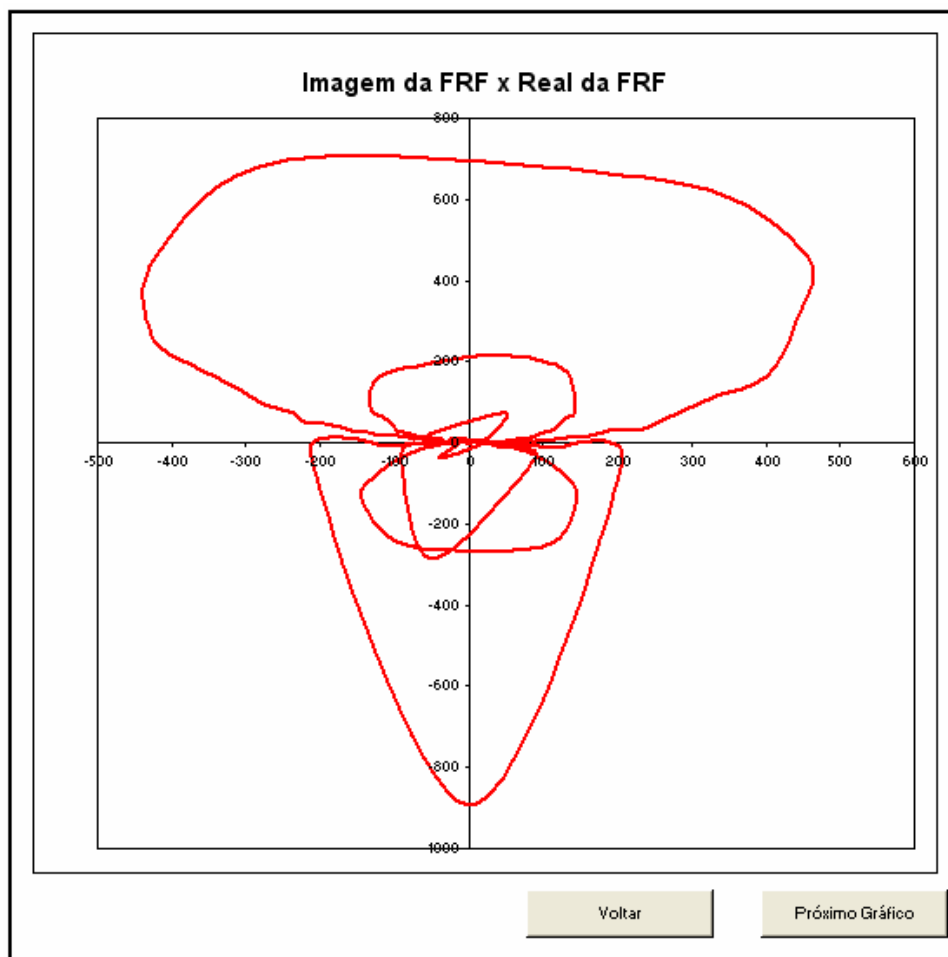


Figura 19 - Gráfico de Nyquist

Repetindo o procedimento apresentado, até a tela ilustrada na Figura 19, para algumas FRFs aquiritadas, mesmo para o usuário com poucos conhecimentos em análise modal, é possível avaliar algumas características das FRFs, como por exemplo: se o sinal aquiritado está com muitas perturbações de ruídos, quantas freqüências existem na faixa aquiritada, quais freqüências apresentam maiores amortecimentos e o quão acopladas estão as freqüências naturais com as suas adjacentes. Essas informações ajudarão a traçar uma estratégia de análise.

A partir desta etapa, com a estratégia de análise definida, o usuário inicia a identificação dos parâmetros modais e, conseqüentemente as formas modais.

A Figura 20 ilustra a tela onde a FRF em análise está representada com amplitudes logarítmicas. Na parte inferior da tela existem duas barras de rolagem, que são responsáveis por limitar a região que será analisada no próximo momento; os limites são representados por um quadro verde igual ao ilustrado abaixo. No exemplo ilustrado, os limites definidos foram 263 Hz e 1393 Hz. Definida a faixa de análise, pode-se apertar o botão “Zoom”, localizado na parte inferior direita da tela.



Figura 20 - Delimitação da região de análise

A Figura 21 exibe no gráfico superior o trecho da parte real FRF delimitada entre as frequências selecionadas na tela anterior. O gráfico inferior mostra a parte real da FRF na totalidade da faixa de frequência adquirida. Na esquerda da tela existem vinte barras de rolagem, as quais têm como função indicar as frequências existentes na FRF, que são parâmetros necessários para o desenvolvimento do método.

Com o posicionamento dos parâmetros  $\omega$  é possível identificar as frequências naturais, e com a amplitude da parte imaginária da FRF para as mesmas frequências se determina as amplitudes que definirão o modo de vibrar da frequência; com os parâmetros  $\Omega$  selecionados são calculados os amortecimentos e a fase do sistema para cada frequência.

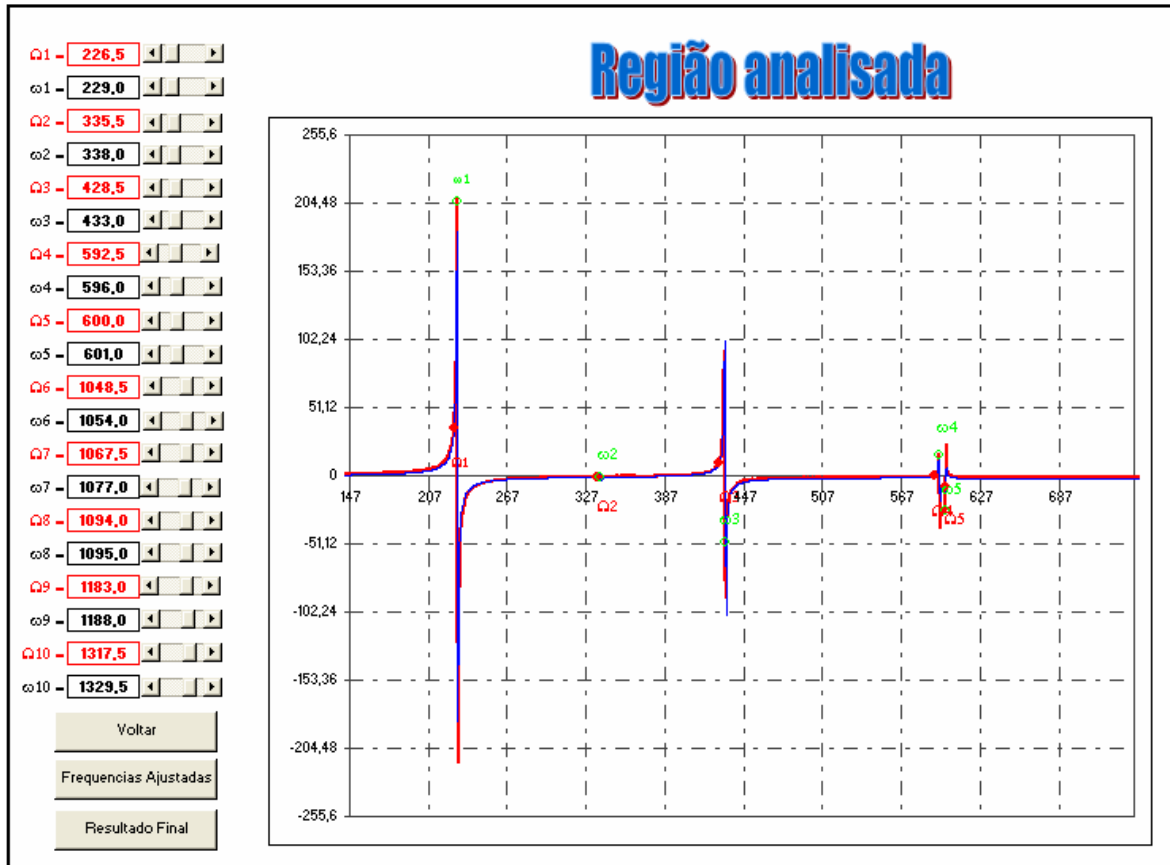


Figura 21 - Tela de definição dos parâmetros de análise

A Figura 22 ilustra o ajuste realizado através das barras de rolagem para a terceira frequência. Neste exemplo,  $\omega_3 = 432,5$  Hz. A Figura 23 ilustra um modo ajustado, a linha vermelha corresponde a FRF adquirida e a linha azul a FRF ajustada.

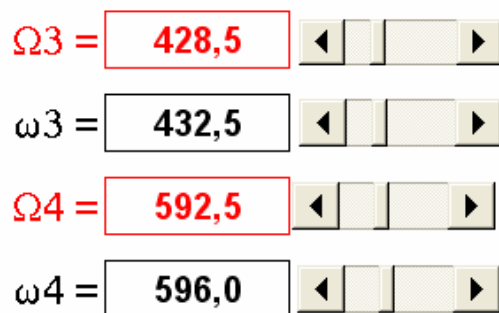


Figura 22 - Controle de definição dos parâmetros

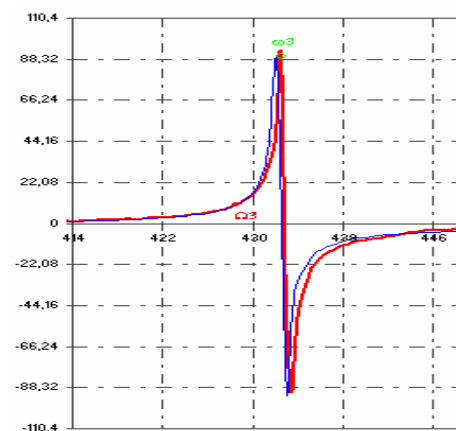


Figura 23 - Sétima frequência ajustada

A próxima etapa consiste em verificar o ajuste da FRF no gráfico e verificar os amortecimentos obtidos com o ajuste realizado para os modos de vibrar analisado na tabela que se encontra no canto inferior direito da tela.

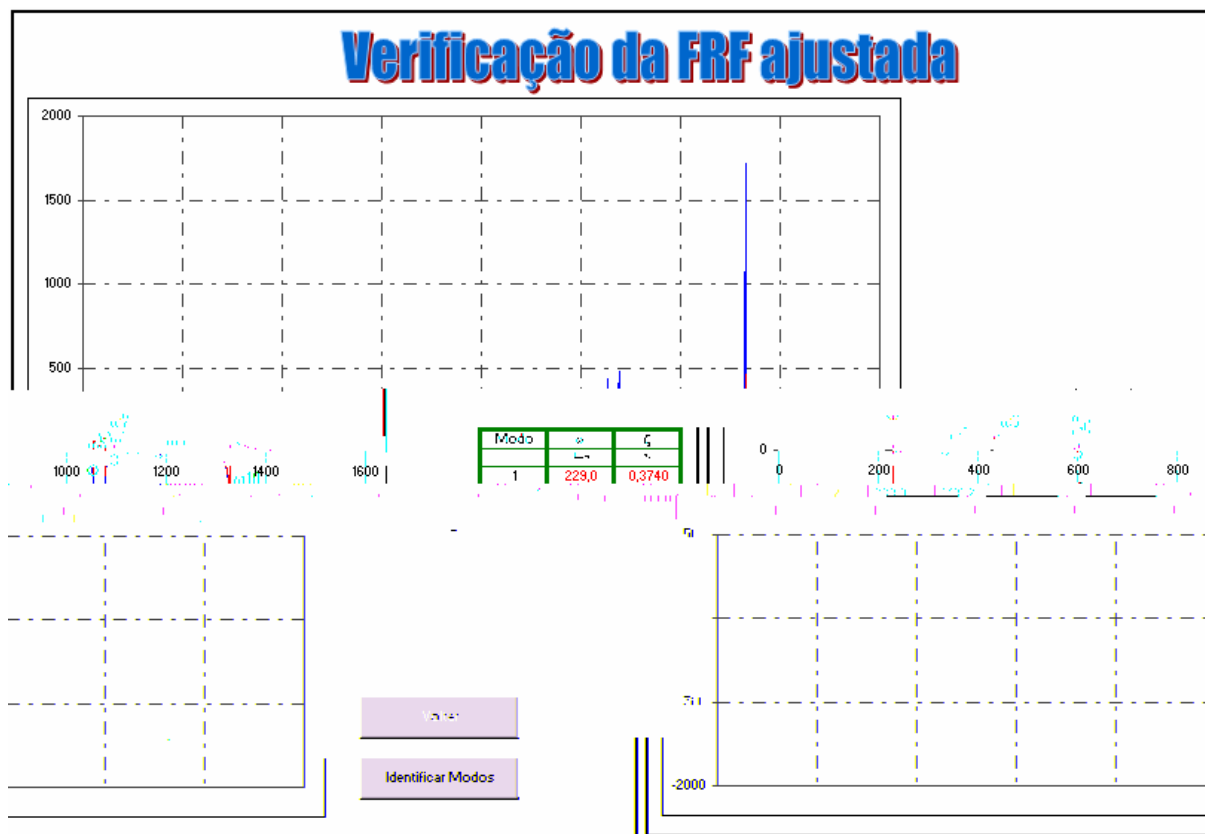


Figura 24 - Ajuste da FRF e resultados obtidos

A próxima tela apresenta os comandos que farão a identificação da forma modal da estrutura analisada em cada frequência natural obtida. O programa permite identificar o máximo de dez formas de vibrar da estrutura, de cada vez.

Na Figura 25, a tela ilustra dez gráficos, os quais têm a função de mostrar a forma modal da estrutura para cada frequência estimada anteriormente; também exibe dez matrizes, as quais dispõem de informação referente ao deslocamento de cada ponto medido no experimento; mostra os controles responsáveis em proceder à análise e outras informações, como o modo e frequência também são informados.

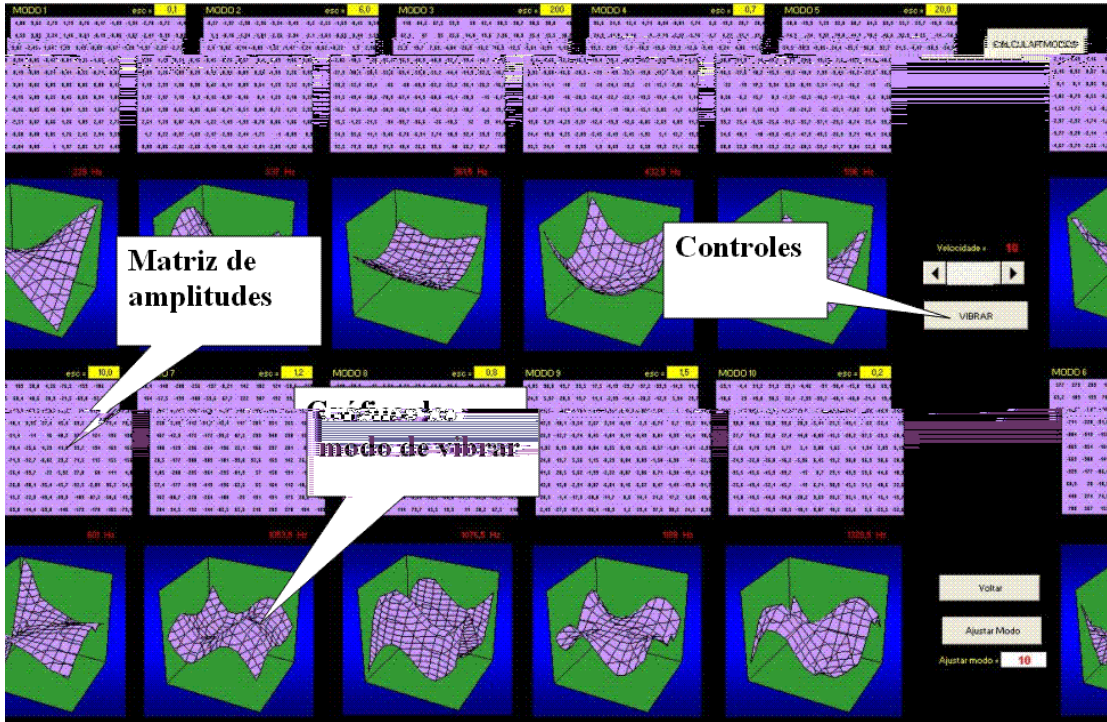


Figura 25 - Tela de obtenção dos modos de vibrar

Na Figura 26, pode-se observar o campo correspondente para um modo de vibrar. Cada campo como o ilustrado na figura apresenta informações que identificam o modo: a frequência, a matriz de amplitudes, a representação gráfica da forma modal, que é obtida através da matriz de amplitudes, e um campo onde o usuário pode escalar a matriz, para que o gráfico projete de forma mais clara o modo de vibrar.

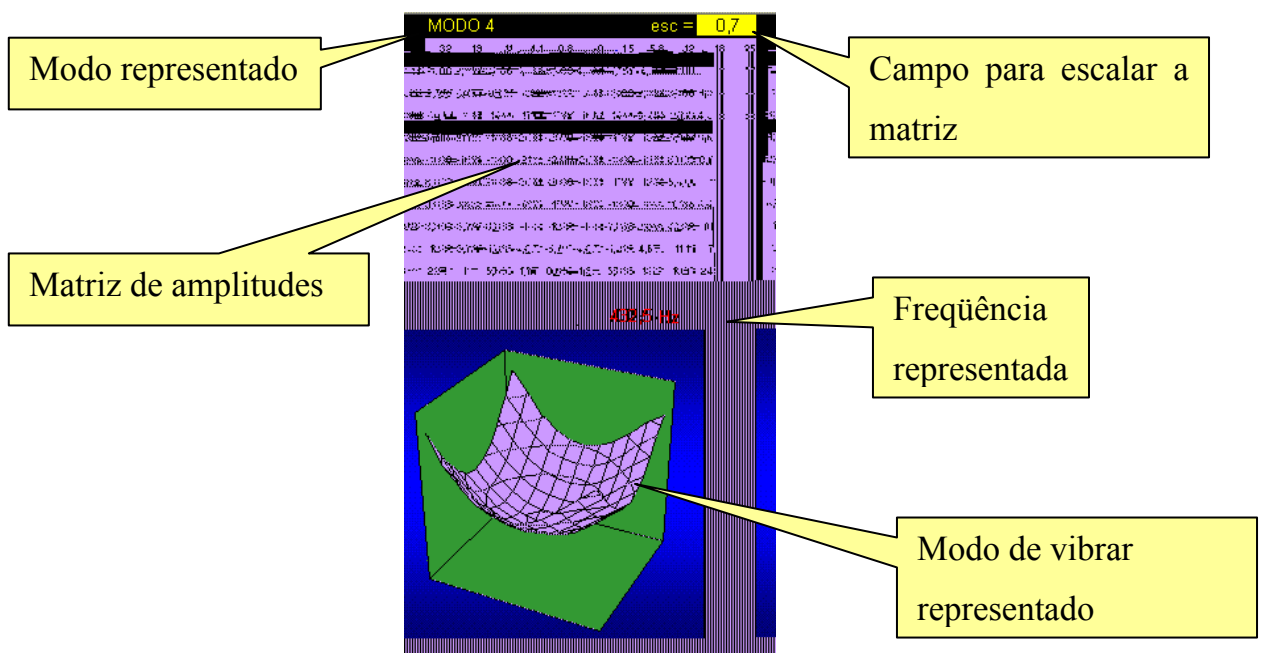


Figura 26 - Campo de um modo de vibrar



A Figura 27 ilustra os controles desta tela, e a seqüência correta para se obter os modos é: pressionar o botão “ CALCULAR MODOS”; este, ao ser pressionado, dá início a rotina computacional que obtém os dados que compõem a matriz de amplitudes. O procedimento desta programação é carregar cada uma das FRF’s armazenadas, identificar as amplitudes das freqüências identificadas e armazenar as informações na matriz de amplitudes.

O botão central “VIBRAR” fará os gráficos que ilustram a forma modal oscilarem, produzindo na tela um efeito dinâmico que tem o intuito de possibilitar uma melhor interpretação do modo de vibrar e identificar pontos mal estimados, que aparecerão como prováveis descontinuidades no gráfico representado. Os pontos com erro poderão ser corrigidos na próxima etapa da análise. Acima do botão “VIBRAR” existe uma barra de rolagem, a qual permite controlar com dez níveis diferentes a velocidade da oscilação do gráfico.

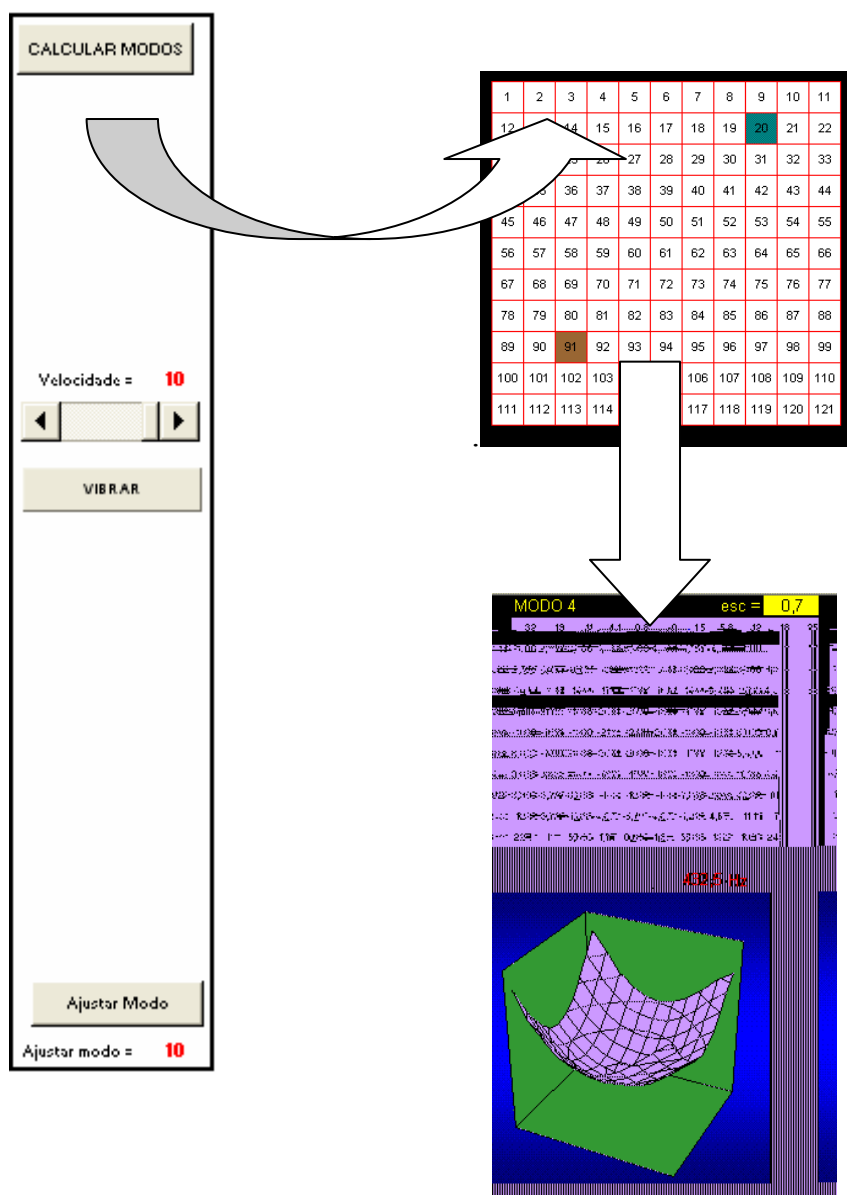


Figura 27 - Controles para analisar o modo de vibrar

No canto inferior direito da tela localizam-se dois botões que permitem regressar à tela anterior ou seguir para a última parte da análise. Abaixo do botão “Ajustar Modo” existe um campo de entrada, e neste deverá ser inserido o número do modo cujas amplitudes representadas nos gráficos necessitam de ajustes.

Na última tela do programa, Figura 28, o usuário poderá ajustar estatisticamente os pontos que fogem do padrão e depois gravá-los, melhorando a visualização do modo obtido.

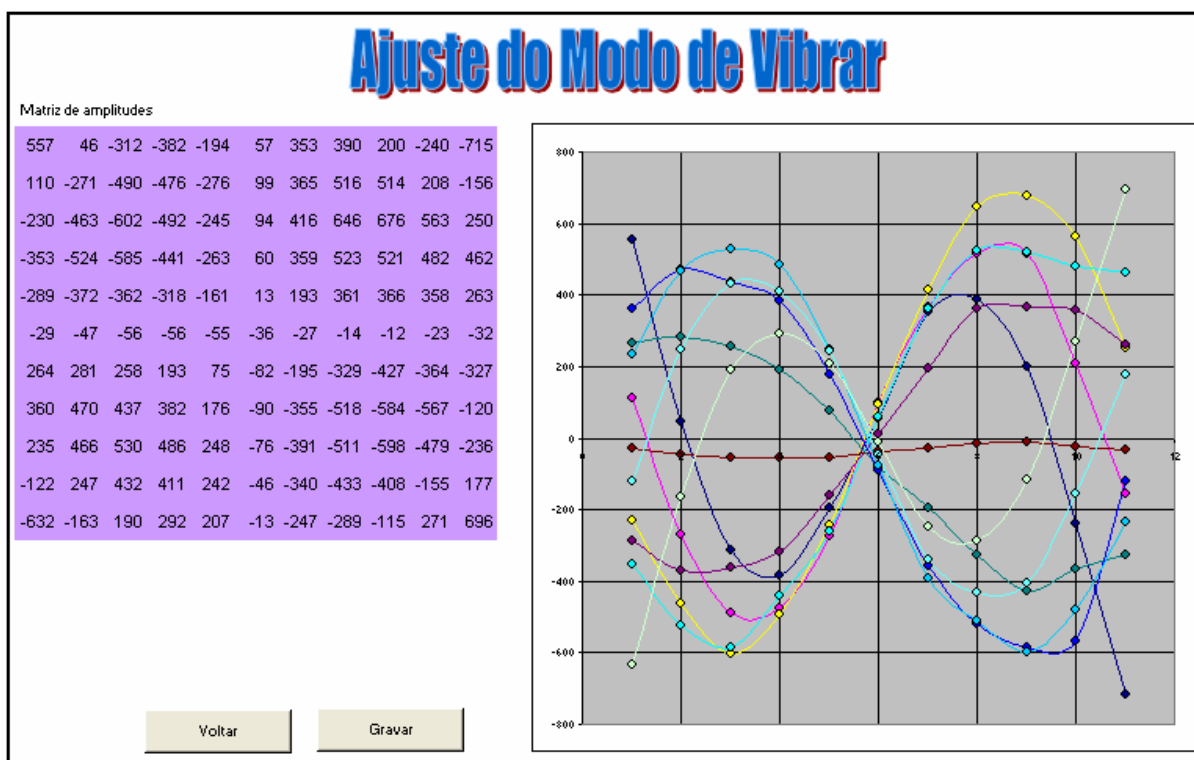


Figura 28 - Ajuste do modo de Vibrar

Na tela se observa, à esquerda, a matriz de amplitudes para o modo a ser corrigido e, à direita, o gráfico 2D da matriz, onde cada linha do gráfico corresponde a uma linha da matriz.

O exemplo a seguir ilustra como se deve proceder para a correção de um ponto. Na Figura 29 pode-se observar um modo de vibrar de uma placa, o qual apresenta uma descontinuidade no gráfico.

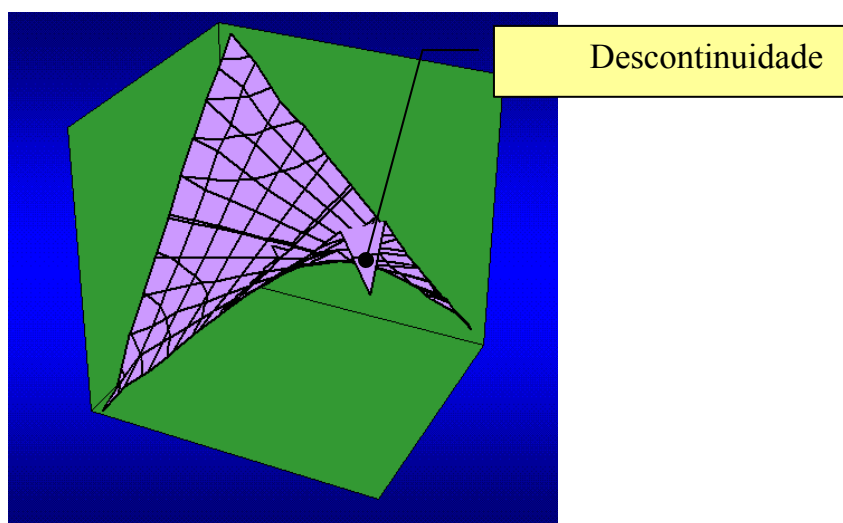


Figura 29 - Descontinuidade nas amplitudes

A Figura 30 ilustra o modo de vibrar no gráfico 2D. Observando as tendências das linhas do gráfico que refletem as linhas da matriz de amplitudes, é fácil identificar o ponto que desvia da trajetória das demais linhas.

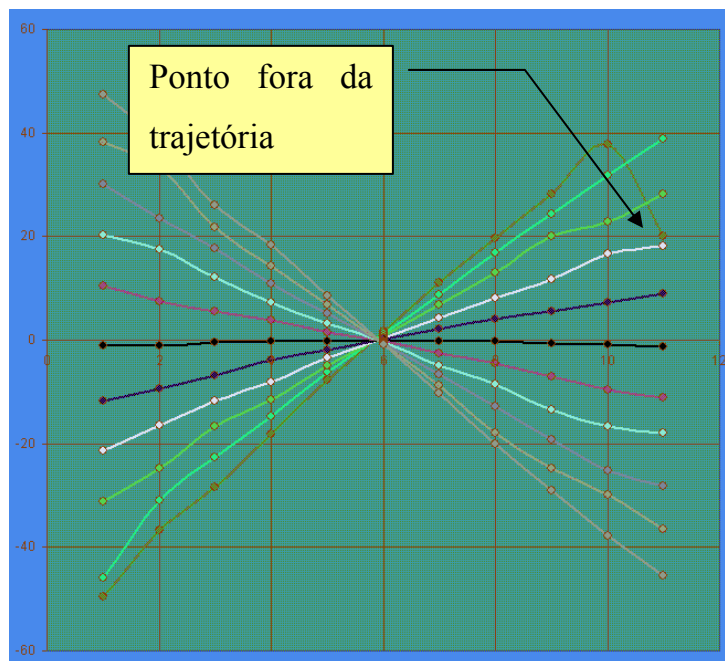


Figura 30 - Ponto fora da trajetória

Selecionando a linha no gráfico em que o ponto está contido, é possível localizar na matriz a linha em que o ponto se encontra, através de recursos estatísticos, ou simplesmente visuais e ajustar o ponto. Os modos normalmente possuem algum tipo de simetria ou assimetria, esta característica possibilita na maioria das vezes o usuário refletir valores da matriz para se obter o ajuste necessário.

O novo valor a ser adotado deverá ser inserido na matriz na posição correspondente, e após observar a regularização das curvas no gráfico 2D, efetuar o arquivamento da nova matriz de amplitudes através da seleção do botão “GRAVAR”, localizado na parte inferior esquerda da tela. Este processo poderá ser efetuado sucessivamente para vários pontos, se necessário, até que o resultado seja satisfatório para o usuário. Para analisar outro modo o usuário deverá apertar o botão “VOLTAR”, selecionar um novo modo e retornar à tela para repetir o processo descrito.

As Figura 31 e Figura 32 ilustram a correção efetuada no exemplo.

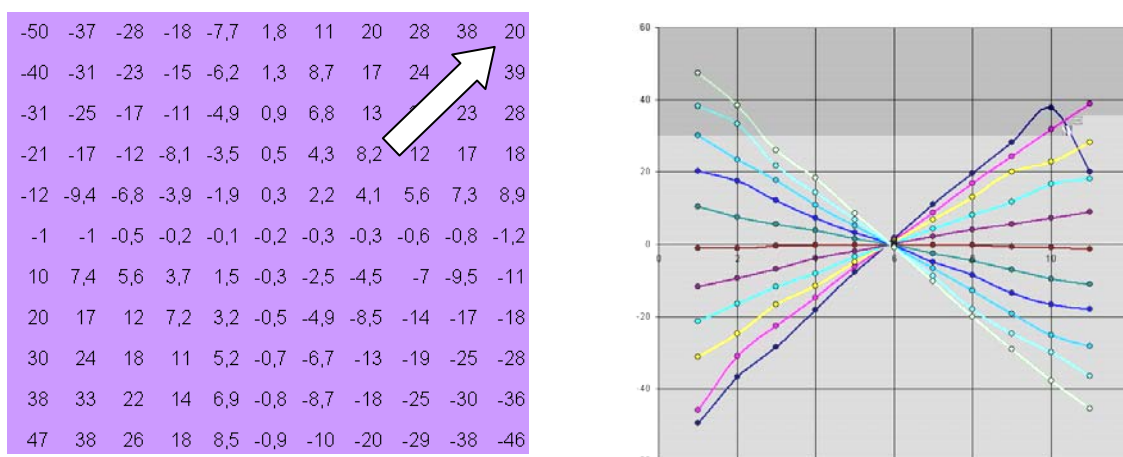


Figura 31 - Matriz com ponto incorreto

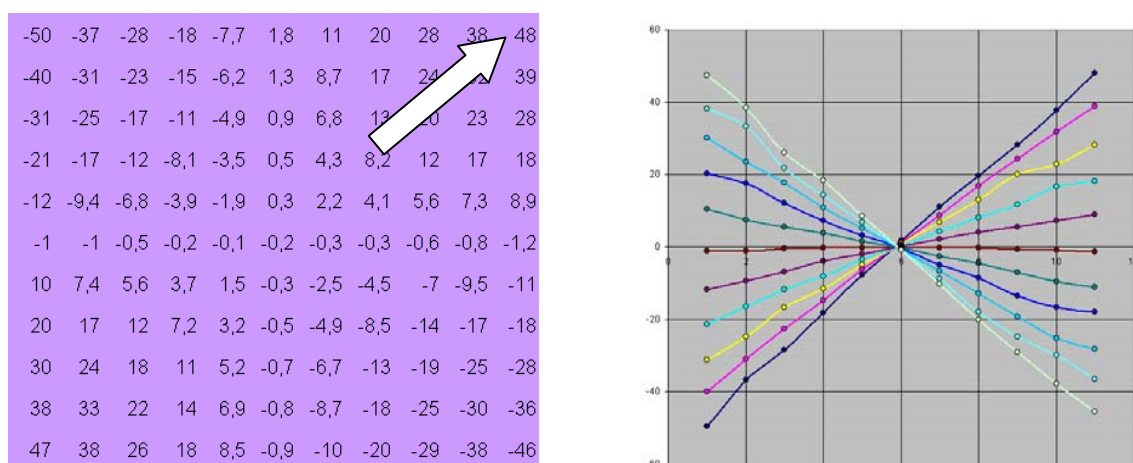


Figura 32 - Matriz com ponto ajustado

A Figura 33 ilustra o gráfico do modo de vibrar após a correção na matriz descrita anteriormente; a descontinuidade apresentada na Figura 29 foi solucionada.

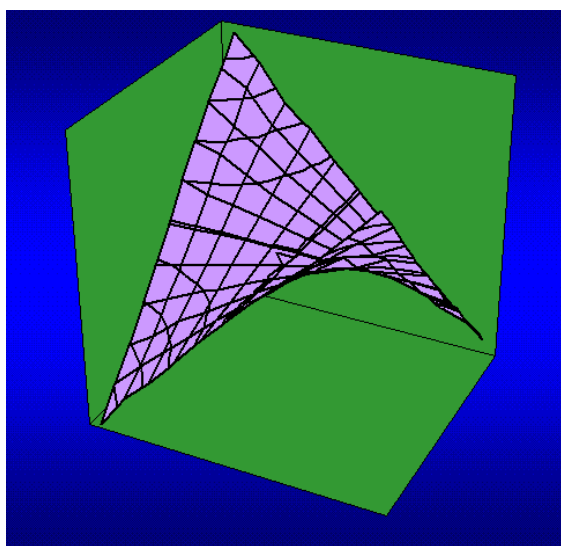


Figura 33 - Modo ajustado

## 4 RESULTADOS

Este capítulo apresenta resultados obtidos na identificação de uma estrutura com aplicação do programa computacional de análise e identificação modal desenvolvido na pesquisa. Inicialmente são discutidos aspectos dos dados experimentais de entrada, utilizados para a validação do programa. Na etapa seguinte são apresentados a análise das FRFs experimentais através programa , abrangendo a preparação dos dados experimentais, o ajuste de curvas através do programa e os parâmetros modais identificados. Por último, a validação dos resultados obtidos com o programa foi desenvolvida através da comparação de resultados obtidos com o software de identificação modal LMS CADA-X e por intermédio de modelo de elementos finitos da estrutura.

### 4.1 DADOS EXPERIMENTAIS UTILIZADOS NA ANÁLISE

Os dados experimentais utilizados neste estudo foram obtidos nos laboratórios do Comando-Geral de Tecnologia Aeroespacial (CTA), Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE), Divisão de Integração e Ensaio [Dezotti, 2006].

#### 4.1.1 Aparato experimental

Os dados experimentais de entrada do programa desenvolvido com recursos do Excel, foram obtidos através de um experimento realizado na Divisão de Integração e Ensaio do IAE/CTA [Dezotti, 2006]. O experimento desenvolvido teve por objetivo avaliar o comportamento dinâmico de uma placa de alumínio do tipo 2024-T3, de dimensões (300 x 300 x 7) mm na condição livre-livre. A estrutura sob ensaio foi suspensa por dois elásticos, respeitando o princípio de que a frequência natural do sistema (placa e elásticos), fosse inferior a 20% do valor da primeira frequência natural da placa, [Ewins, 1984].

Para excitar a placa, foi utilizado um excitador eletrodinâmico da LDS, modelo V201, que opera em conjunto com um amplificador, também da LDS, modelo TPO 25. Este sistema tem capacidade máxima de 17,8 N numa faixa de frequência de 5Hz a 10000 Hz. As medidas de força aplicada à estrutura para estimar as FRFs, foram obtidas através de um sensor dinâmico Endevco - 2311-10. No desenvolvimento dos ensaios, os sinais de medida foram monitorados no domínio da frequência através do aparato ilustrado na Figura 34, que essencialmente é um sistema de vibrômetro laser Polytec PSV 400 B.

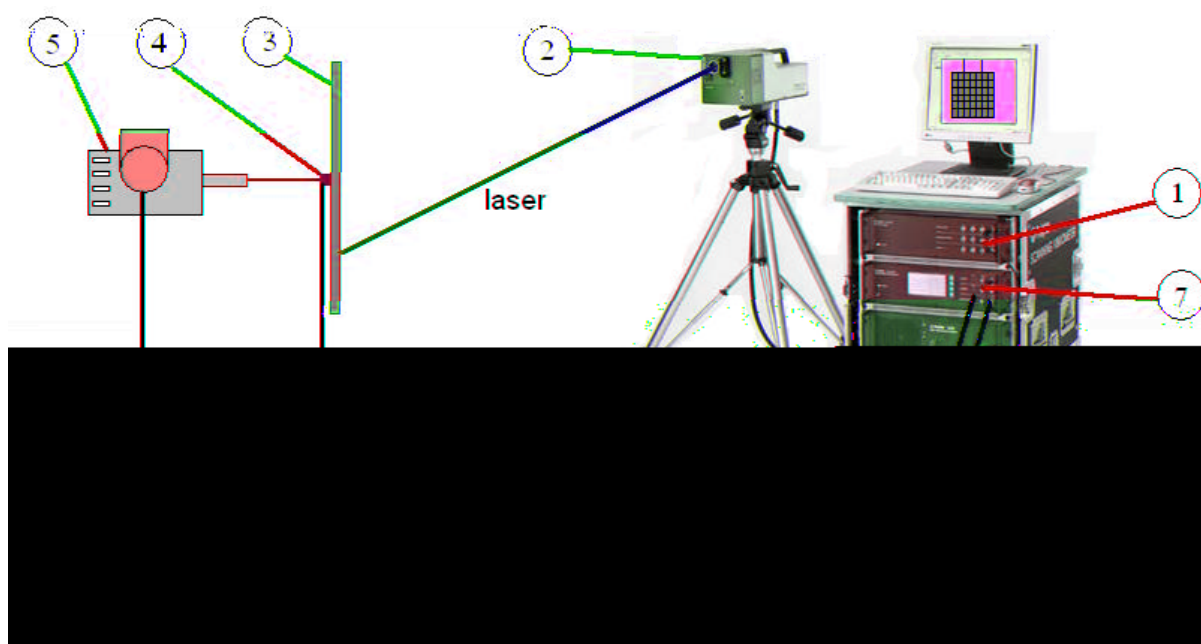


Figura 34 - Aparato experimental

O aparato do experimental da Figura 34 é constituído dos seguintes elementos:

- 1 – Controlador Polytec OFV – 5000
- 2 – Sensor a laser Polytec PSV-I-400
- 3 – Placa de Alumínio 2024-T3
- 4 – Sensor de força Endevco 2311-10
- 5 – Vibrador eletrodinâmico LDS V201
- 6 – Estação de trabalho Polytec
- 7 – Interface Polytec PSV-E-400
- 8 – Amplificador de potência LDS TPO25

#### **4.1.2 Vibrômetro a laser POLYTEC PSV 400 B**

O vibrômetro a laser é uma das tecnologias mais avançadas utilizadas atualmente na medição de vibração. Este sistema tem como características, medição sem contato físico entre a estrutura investigada e o sistema de medição, varredura de grandes superfícies de medição e alta mobilidade.

O sistema do vibrômetro a laser Polytec é composto por um sensor PSV-I-400, responsável pela medição a laser, um controlador OFV-5000 e uma interface entre o controlador e o sensor PSV-E-400, na qual é realizada a geração do sinal de vibração, aquisição dos sinais de velocidade e de força (referência). Uma estação de trabalho equipada com processador AMD Athlon XP-3200 e software Polytec Scanning Vibrometer V. 8,21 completam o sistema.

A unidade de varredura de imagem pode trabalhar em distâncias na ordem de 30m da estrutura investigada, realizando medições em velocidade (limitadas em 10m/s). Uma ampla área de varredura ( $\pm 20^\circ$  nas coordenadas X, Y), densa malha de medidas (256 x 256 pontos) e larga faixa de frequência de medida (0.2 Hz – 40 kHz) proporcionam excelente discretização da estrutura.

#### **4.1.3 Dados coletados**

Os dados coletados no procedimento experimental objetivam a

(AME) de uma placa flexível de alumínio com a utilização de um vibrômetro a laser [Dezotti, 2006]. A análise modal foi conduzida com excitação simples na direção normal ao plano da estrutura, a qual foi discretizada em uma malha de 121 pontos. Quatro pontos de excitação foram definidos, após uma análise preliminar dos modos vibracionais, visando comparar a influência de cada posição sobre os parâmetros modais da placa investigada.

O sistema do vibrômetro a laser foi aplicado no processamento dos sinais dinâmicos de excitação e resposta da placa. A excitação foi variada sobre os quatro pontos previamente definidos conforme ilustra a Figura 35, de forma que para cada



excitação as respostas dos 121 pontos da malha discretizada foram medidas sob a forma velocidade.

Os dados de saída do sistema consiste de um conjunto de 121 FRFs, necessárias para identificação dos parâmetros modais por meio do programa de identificação desenvolvido. Os resultados obtidos foram posteriormente validados com resultados de identificação modal através do sistema LMS CADA-X.

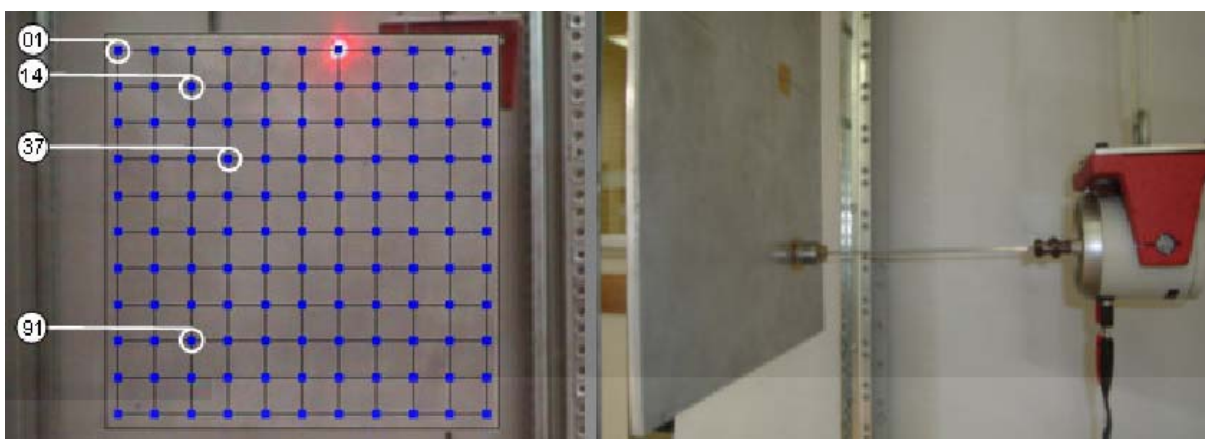


Figura 35 - Pontos de excitação

Para cada ponto de excitação foi gerado um arquivo com extensão ( \*.uff ), que contém as informações das 121 FRFs. Este arquivo pode ser visualizado num bloco de notas (\*.txt). No arquivo, além dos dados das FRFs, pode-se encontrar informações pertinentes ao ensaio realizado, como podemos se observa na Figura 36.

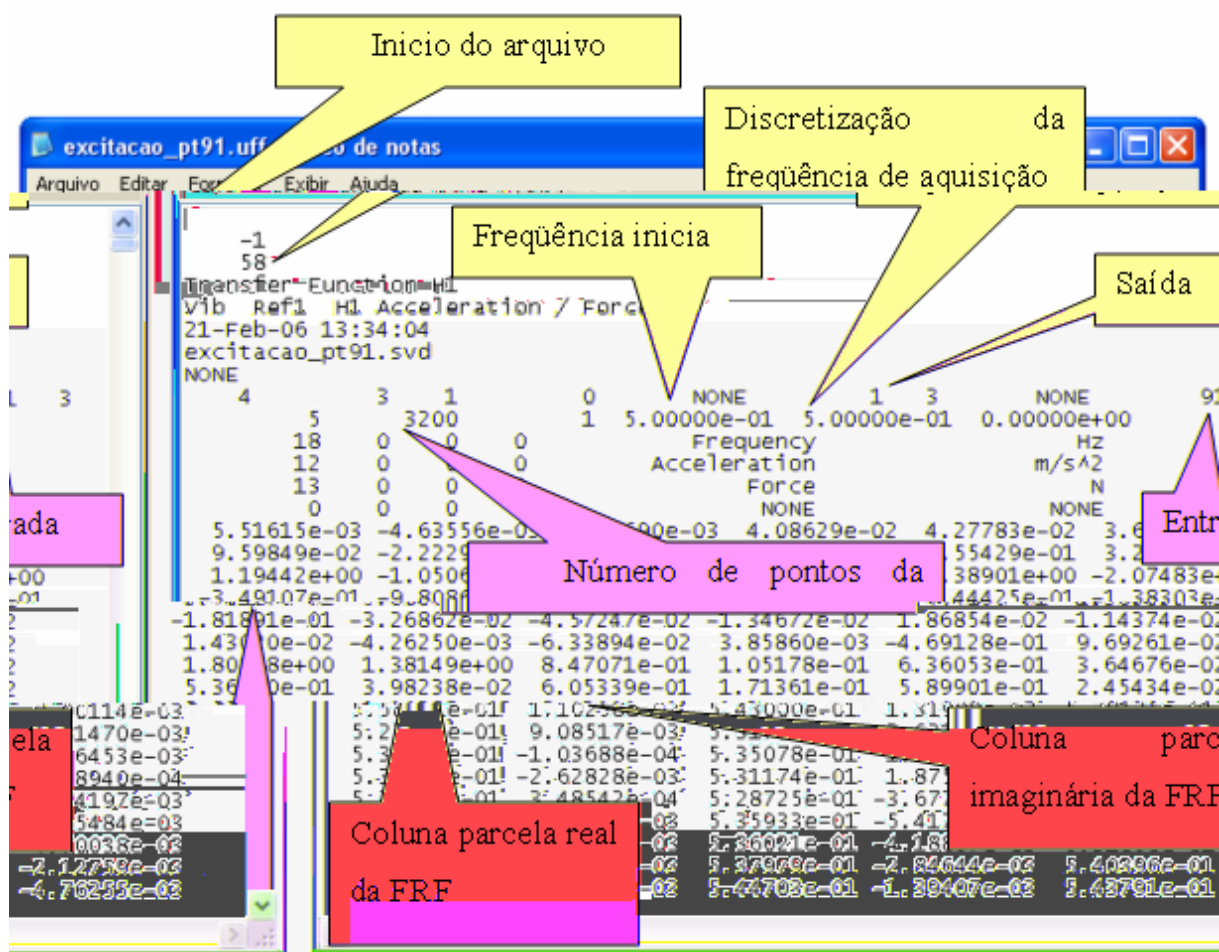


Figura 36 - Arquivo com informações do ensaio

## 4.2 ANÁLISE DAS FRFS EXPERIMENTAIS

Dentre os diversos conjuntos de FRFs obtidos com os diferentes pontos de excitação da Análise Modal Experimental, foi selecionado um dos conjuntos de dados. O critério de escolha foi a qualidade da informação dos dados coletados. A definição da qualidade dos dados foi estabelecida com base no critério

(MAC). Os resultados de Dezotti (2006), utilizando o critério mencionado indicaram uma coerência maior das informações para os dados das FRFs correspondentes à excitação no ponto 91. Estes dados foram os escolhidos como os dados de entrada do programa desenvolvido nesta pesquisa.

### 4.2.1 Preparação dos dados para análise

O procedimento se inicia com a adequação dos dados coletados na Análise Modal Experimental. O arquivo contém 121 FRFs obtidas através da excitação do ponto 91 da placa. O programa somente analisa uma FRF por vez, assim se faz necessário separar as FRFs.

Cada FRF foi alocada em um arquivo diferente do aplicativo Excel e nomeada adequadamente, segundo um critério estabelecido que possibilita a identificação da FRF através da posição que foi obtida na placa ensaiada. A Figura 37 ilustra um arquivo gerado com este critério.

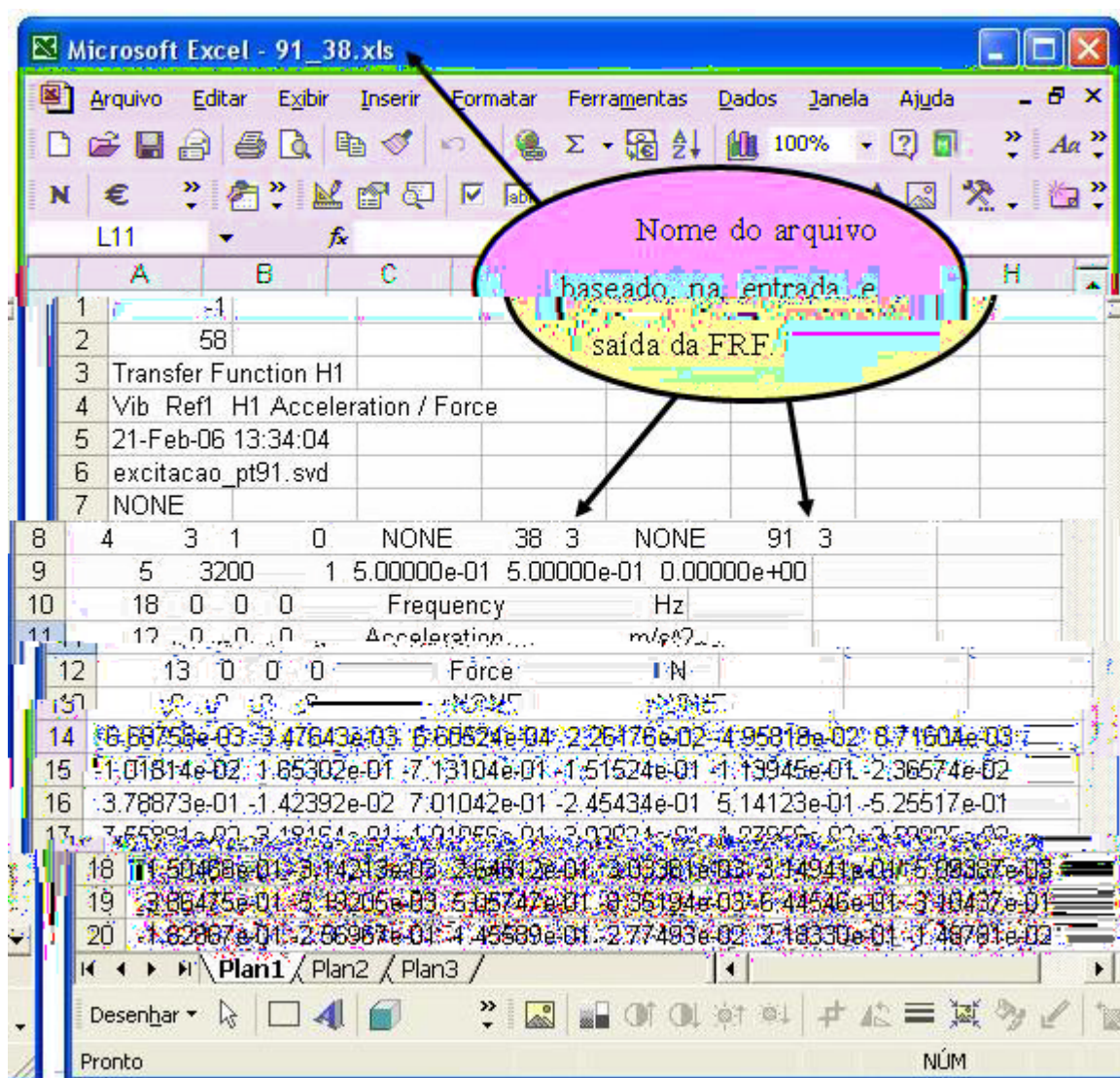


Figura 37 - Arquivo gerado para uma FRF

Os dados alocados na ilustração anterior ainda não estão posicionados no arquivo de forma a possibilitar uma correta leitura pelo programa. Os dados estão agrupados em seis colunas, onde a primeira corresponde à parte real da FRF, a segunda à parte imaginária da FRF, e as seguintes seguem o mesmo padrão. Por meio de uma rotina computacional implementada no VBA do próprio aplicativo, foi possível organizar os 3200 dados em apenas duas colunas e durante o processo substituir os [bracketed text] por [bracketed text] nos algarismos. O novo arquivo foi renomeado acrescentando o sufixo “-o”; a Figura 38 ilustra o resultado deste procedimento. O mesmo processo foi efetuado para as 121 FRFs.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	0,006688	-0,00348						
2	0,000661	0,022618						
3	-0,04958	0,008716						
4	-0,01018	0,165302						
5	-0,7131	-0,15152						
6	-0,11395	-0,02366						
7	0,378873	-0,01424						
8	0,701042	-0,24543						

Figura 38 - Realocação dos dados no arquivo

#### 4.2.2 Ajuste de curvas com o programa

Foi escolhida dentre as 121 FRFs a obtida no ponto 89 da AME. Com esta amostra, foram executados os procedimentos de análise descritos no Capítulo 3 deste trabalho. Posicionando as frequências, segundo os critérios especificados pelo Método de Ewins-Glesson, e com o auxílio dos recursos computacionais do programa, o ajuste para a identificação de parâmetros dos 10 primeiros modos da estrutura ensaiada foi desenvolvido.

As figuras a seguir ilustram os ajustes realizados para cada frequência na FRF do ponto 89, onde as linhas amarelas representam a FRF experimental, e as linhas azuis ilustram o ajuste efetuado utilizando os recursos do método.

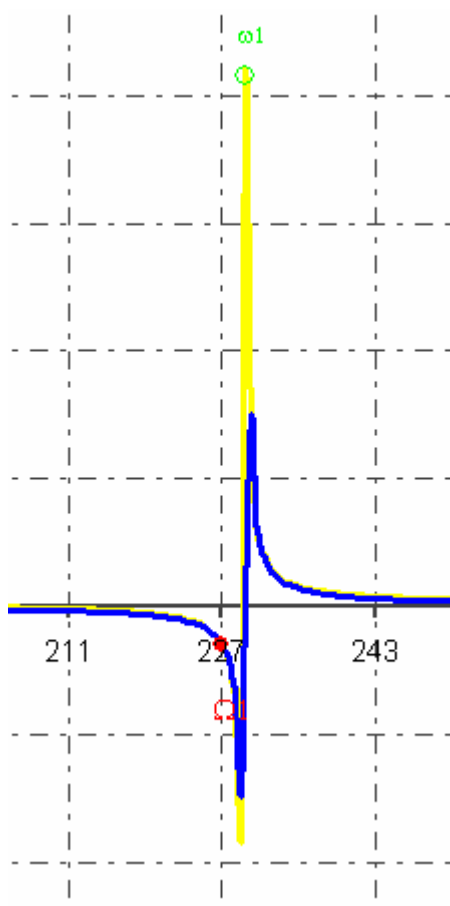


Figura 39 - Ajuste para a primeira frequência

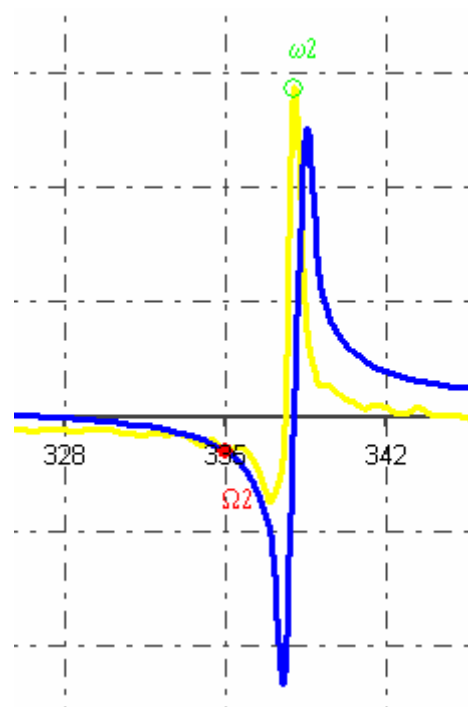


Figura 40 - Ajuste para a segunda frequência

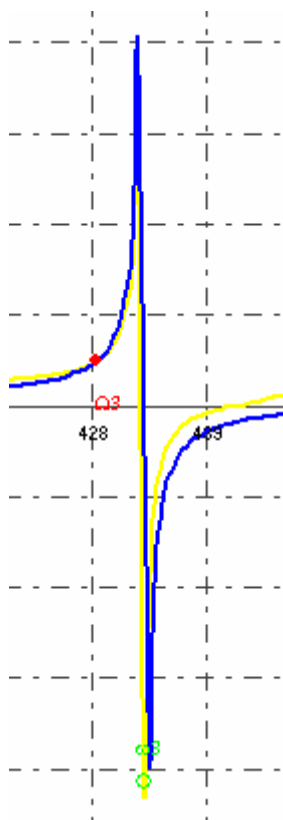


Figura 41 - Ajuste para a terceira frequência

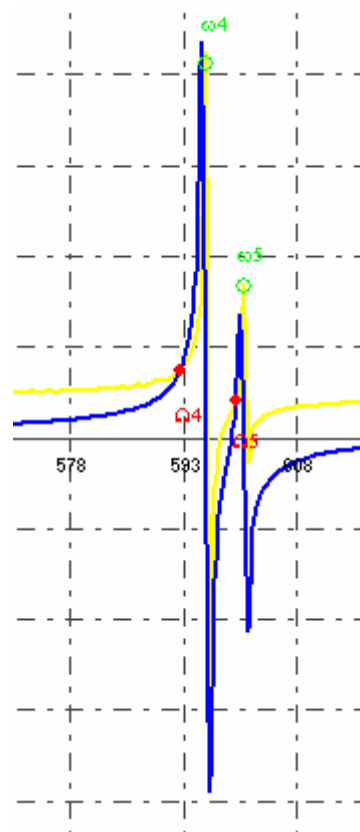


Figura 42 - Ajuste para a quarta e quinta frequência

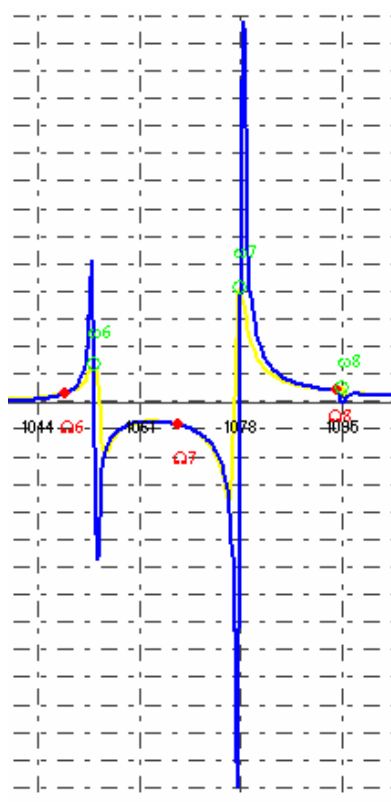


Figura 43 - Ajuste para sexta, sétima e oitava frequência

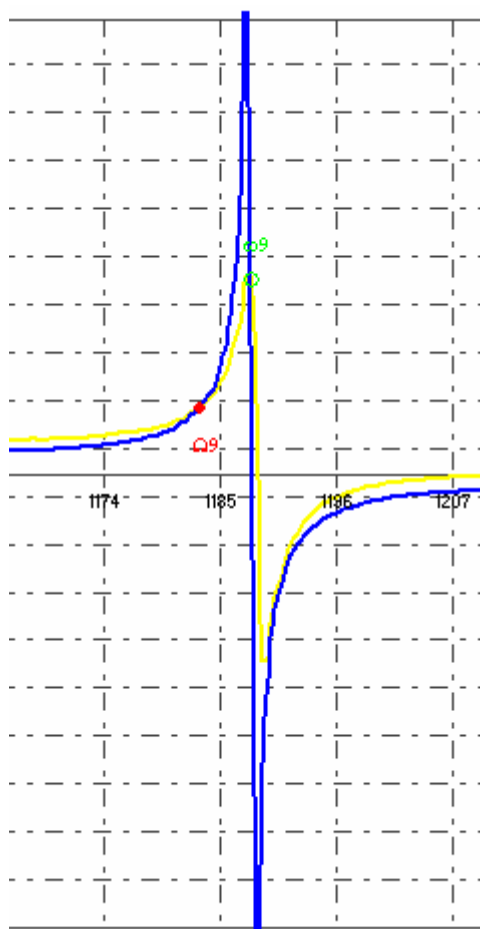


Figura 44 - Ajuste para a nona frequência

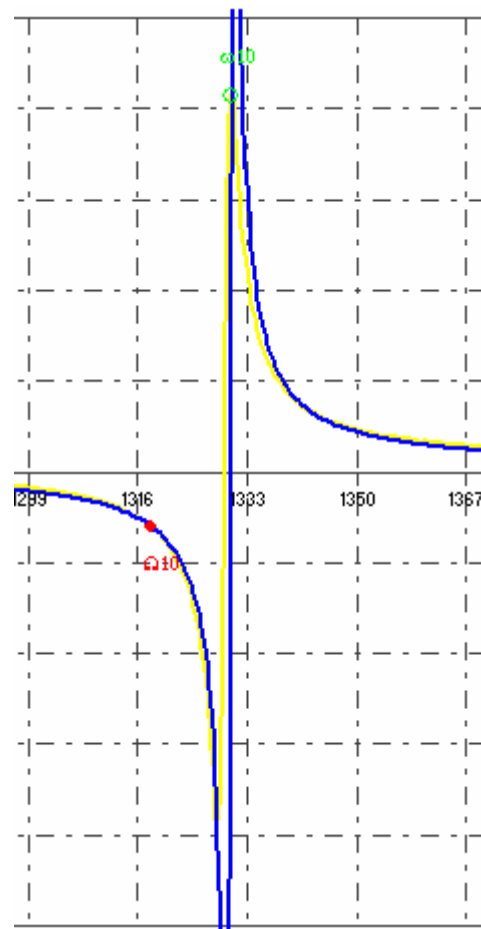


Figura 45 - Ajuste para a décima frequência

A Tabela 1 ilustra as frequências posicionadas para obter os ajustes de curvas apresentados nas figuras.

Tabela 1 - Frequências ajustadas pelo método de Ewins-Glesson

$\Omega_1 =$	<b>227,0</b>	$\omega_1 =$	<b>229,5</b>
$\Omega_2 =$	<b>335,5</b>	$\omega_2 =$	<b>338,0</b>
$\Omega_3 =$	<b>428,5</b>	$\omega_3 =$	<b>433,0</b>
$\Omega_4 =$	<b>592,5</b>	$\omega_4 =$	<b>596,0</b>
$\Omega_5 =$	<b>600,0</b>	$\omega_5 =$	<b>601,0</b>
$\Omega_6 =$	<b>1048,5</b>	$\omega_6 =$	<b>1054,0</b>
$\Omega_7 =$	<b>1067,5</b>	$\omega_7 =$	<b>1077,0</b>
$\Omega_8 =$	<b>1094,0</b>	$\omega_8 =$	<b>1095,0</b>
$\Omega_9 =$	<b>1183,0</b>	$\omega_9 =$	<b>1188,0</b>
$\Omega_{10} =$	<b>1317,5</b>	$\omega_{10} =$	<b>1329,5</b>

### 4.2.3 Parâmetros modais identificados pelo programa

Os ajustes ilustrados no item anterior resultaram na identificação das seguintes frequências e amortecimentos, apresentados na Tabela 2:

Tabela 2 - Resultados da análise

Modo	Frequência ( $\omega$ ) Hz	Amortecimento ( $\zeta$ ) %
1° modo	229,5	0,3808
2° modo	338,0	0,2346
3° modo	433,0	0,3034
4° modo	596,0	1,7419
5° modo	601,0	0,0625
6° modo	1054,0	0,0833
7° modo	1077,0	0,1407
8° modo	1095,0	0,0510
9° modo	1188,0	0,0612
10° modo	1329,5	0,1697

Com o ajuste efetuado, o programa analisou, através das rotinas desenvolvidas para o método de Ewins-Gleeson, as 121 FRFs da AME, resultando nos modos de vibrar ilustrados nas figuras a seguir.

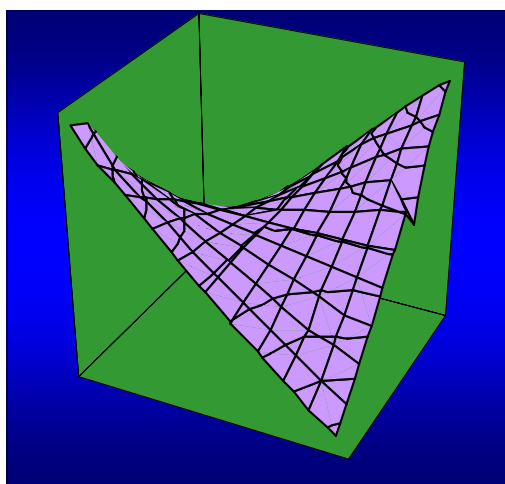


Figura 46 - Primeiro modo

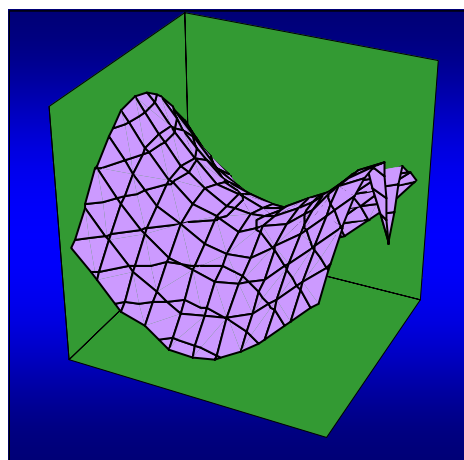


Figura 47 - Segundo modo



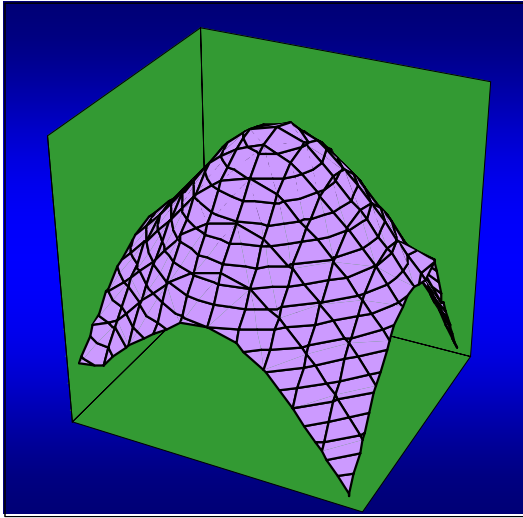


Figura 48 - Terceiro modo

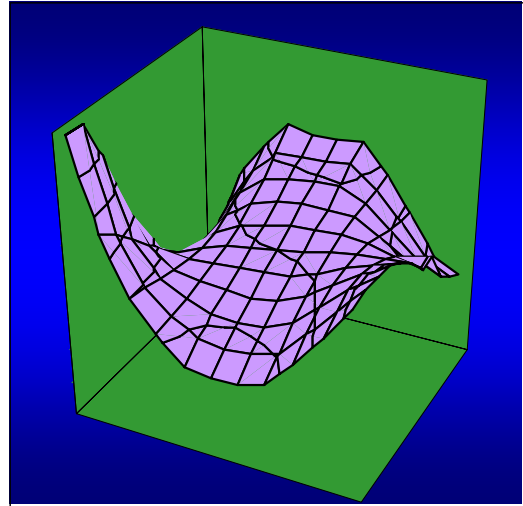


Figura 49 - Quarto modo

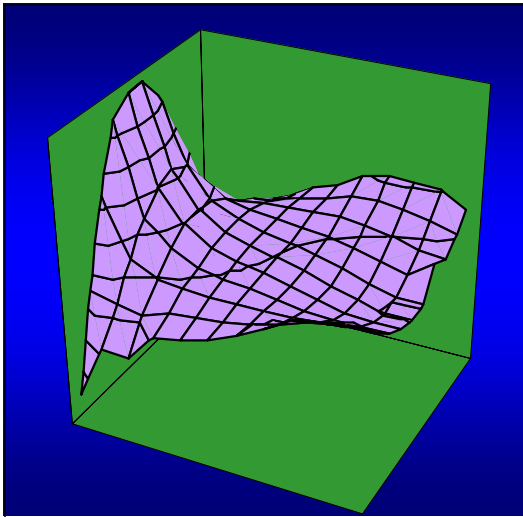


Figura 50 - Quinto modo

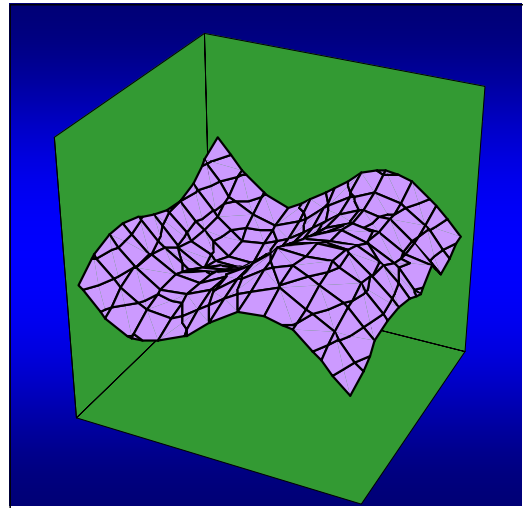


Figura 51 - Sexto modo

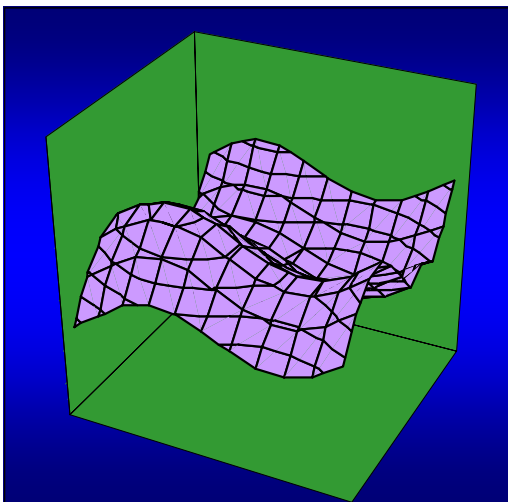


Figura 52 - Sétimo modo

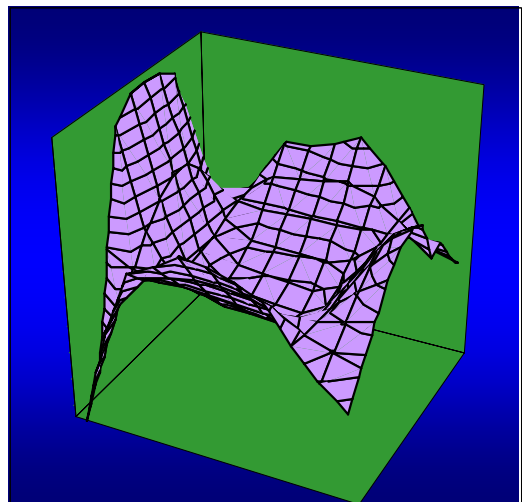


Figura 53 - Oitavo modo

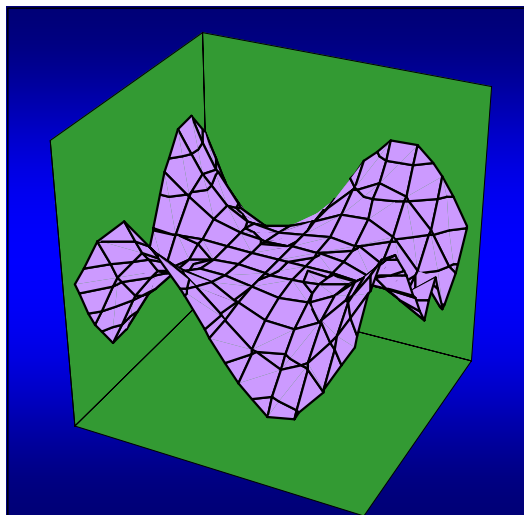


Figura 54 - Nono modo

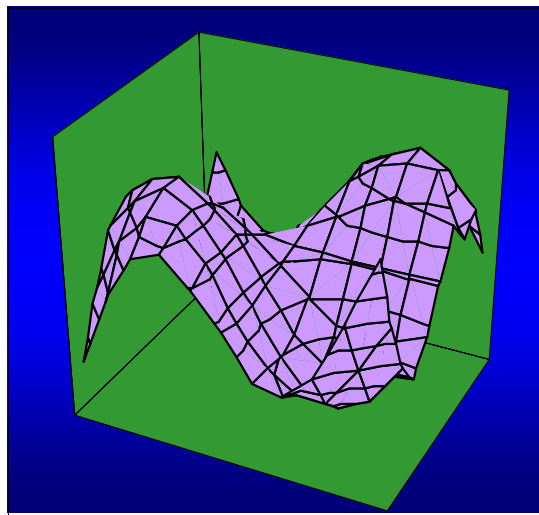
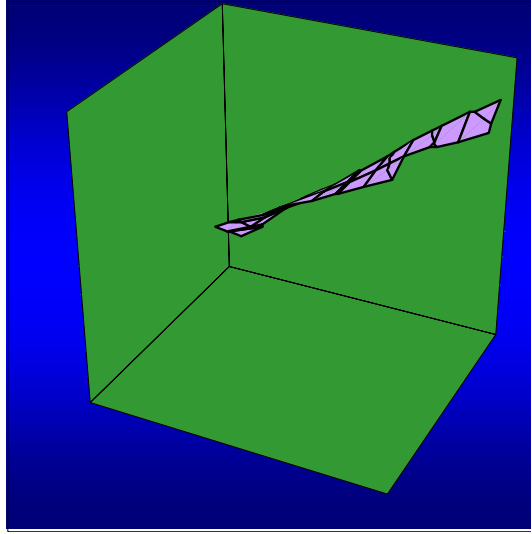
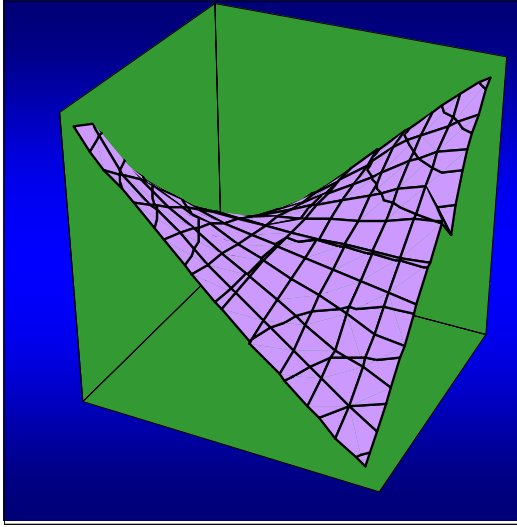


Figura 55 - Décimo modo

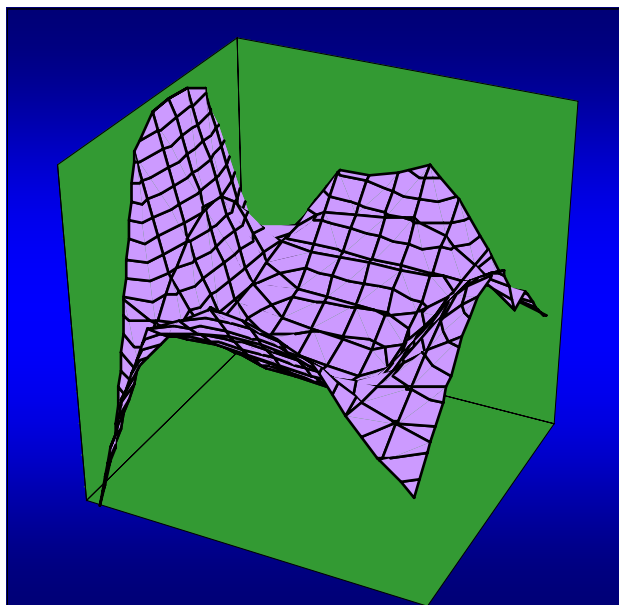
As formas de vibrar apresentadas não foram melhoradas através dos recursos existentes no programa, por este motivo, é possível verificar distorções nas formas de vibrar, como por exemplo, uma distorção pontual na forma modal do segundo modo, ou mesmo as diferentes amplitudes no oitavo modo, quando na verdade deveria apresentar uma simetria.

A última fase da análise consistiu em melhorar a forma dos modos de vibrar obtidos, através de correções de distorções verificadas nos gráficos de ajuste. A correção foi efetuada com manipulações estatísticas dos dados representados nas matrizes de amplitudes, por meio de um recurso desenvolvido no programa.

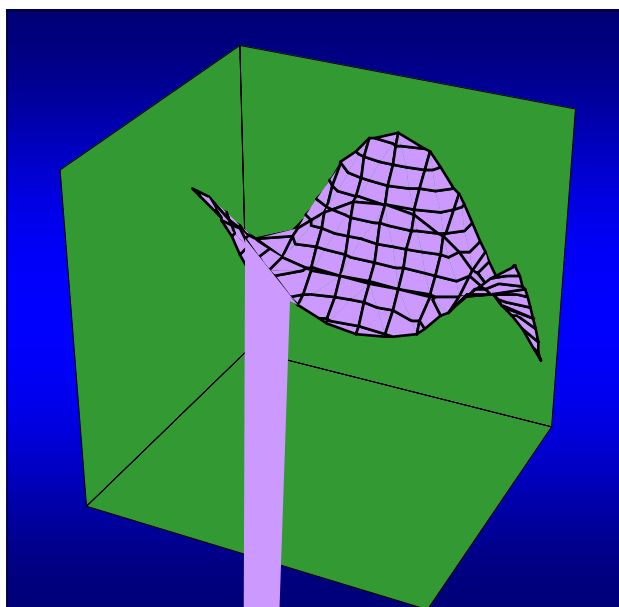
As figuras a seguir ilustram algumas das correções efetuadas.



O mesmo não ocorreu com modos de vibrar mais complexos como, por exemplo, o oitavo modo de vibrar, onde as discrepâncias se apresentavam por toda forma modal. No entanto o modo de vibrar evidenciou as simetrias existentes, desta forma foi possível com um pouco mais de trabalho estatístico conseguir ótimos resultados. A Figura 57 ilustra a correção efetuada para o oitavo modo de vibrar.



99	19	-13	-20	-28	-26	-22	-17	0	14	25
49	12	-3,5	-8,2	-11	-10	-8,1	-4,9	2,1	7,4	11
-5,4	1	3,9	3,3	4,3	4,6	5,5	5,8	3,6	-0,3	-3,9
-58	-11	8	13	16	16	17	15	3,5	-7,9	-17
-97	-21	9,5	19	22	24	25	20	3,3	-14	-25
-111	-28	8,5	21	24	26	26	20	2,4	-17	-27
-99	-27	6,3	18	20	22	23	17	1,3	-15	-23
-63	-18	3,5	12	12	13	14	9,4	0,3	-9,7	-1
-13	-3,1	1,2	2,5	1,5	1,3	1,1	0,3	-0,5	-1,2	-1,6
38	17	-0,8	-9,3	-10	-12	-15	-9,6	-1,1	8,4	11
82	38	-2,9	-21	-22	-25	-31	-20	-2	17	21



### 4.3 VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS

A validação da identificação modal implementada como programa foi processada através da comparação com os resultados obtidos pelo método de elementos finitos e método da exponencial complexa, do software de identificação modal LMS CADA-X.

#### 4.3.1 Análise em elementos finitos

A análise modal efetuada em elementos finitos, neste trabalho, foi desenvolvida no software ANSYS 10.0. O modelo representa a placa ensaiada no experimento, com as dimensões (300 x 300 x 7) [mm]. Para aproximar os resultados da forma modal, optou-se por uma discretização da placa com elementos Shell 63, e a discretização apresenta um nó para cada ponto de medição efetuado no ensaio, ou seja, 121 nós. O objetivo desta discretização foi para que as formas modais obtidas apresentassem a mesma resolução dos pontos aquisitados na AME e, conseqüentemente, dos resultados extraídos do programa desenvolvido.

O elemento Shell 63 é indicado para análise estrutural. Este elemento tem seis graus de liberdade para cada nó: translação nas coordenadas nodais no eixo x, y e z, e rotação em torno do eixo x, y e z. É definido por quatro nós e pode ter 4 lados ou 3 lados, com a sobreposição de 2 nós.

A Figura 58 ilustra a placa modelada em elementos finitos.

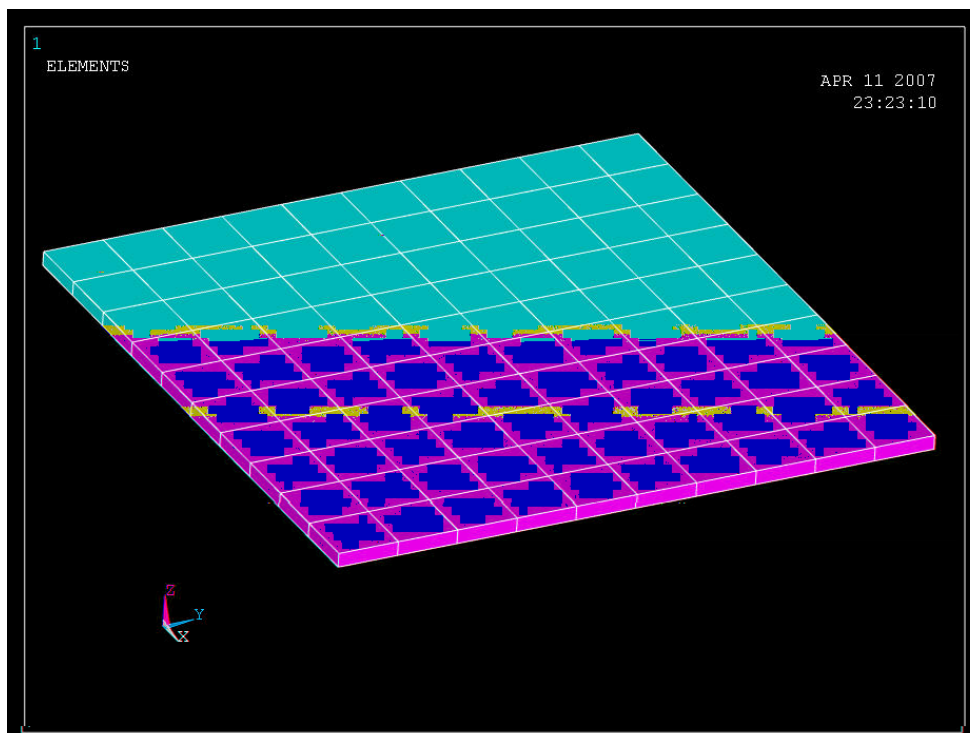


Figura 58 - Modelo em elementos finitos

O alumínio 2024-T3 apresenta módulo de elasticidade de 70 GPa e coeficiente de poisson de 0.33, os quais foram definidos para a placa modelada, assim como ilustrado na Figura 59.

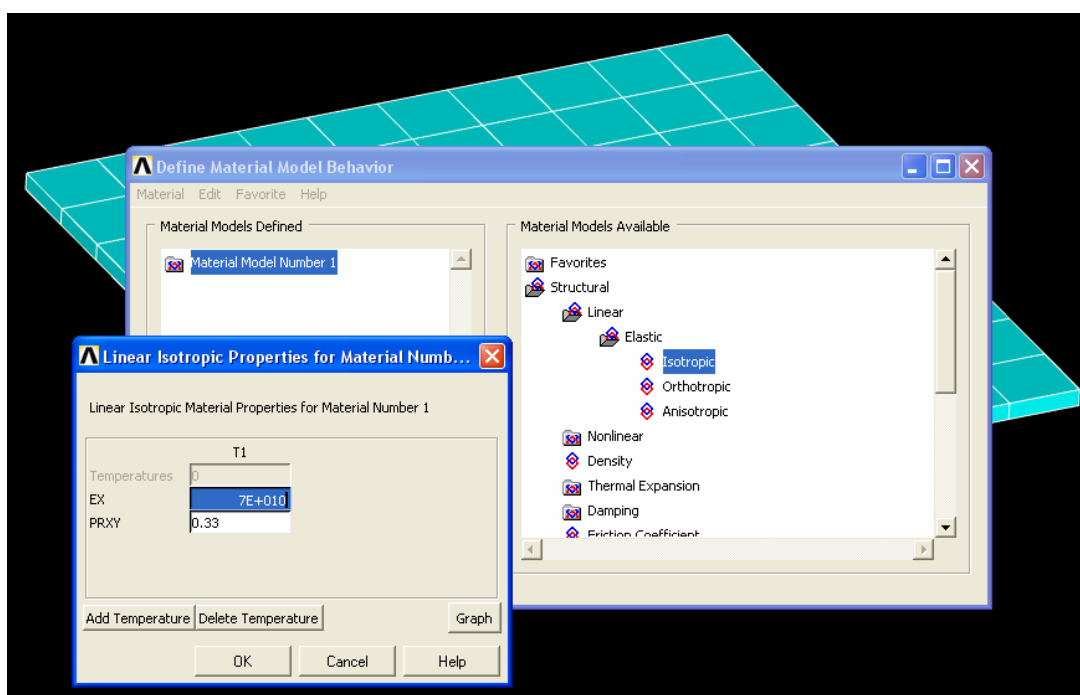


Figura 59 - Definição dos parâmetros do material da placa

A Tabela 3 apresenta o resultado comparativo entre parâmetros modais obtidos para os primeiros 10 modos da estrutura analisada, utilizando o método de elementos finitos e método de identificação modal Ewins-Gleeson do programa

Tabela 3 - Frequências obtidas na análise em elementos finitos

Modo	Elementos Finitos - Ansys	Método de Ewins-Gleeson	
	$\omega$ [Hz]	$\omega$ [Hz]	$\zeta$ [ % ]
1° modo	237,1	229,5	0,3808
2° modo	339,1	338,0	0,2346
3° modo	433,1	433,0	0,3034
4° modo	605,3	596,0	1,7419
5° modo	605,3	601,0	0,0625
6° modo	1056,2	1054,0	0,0833
7° modo	1056,2	1077,0	0,1407
8° modo	1100,4	1095,0	0,051
9° modo	1171,4	1188,0	0,0612
10° modo	1339,5	1329,5	0,1697

Na coluna da Tabela 3, referente às frequências obtidas na análise em elementos finitos, é apresentada a mesma frequência natural para o 4° e 5° modos e para o 6° e 7° modos; isso ocorre devido à simetria da estrutura. As figuras a seguir mostram os modos de vibrar obtidos na análise em elementos finitos corroborados com os obtidos no programa. É possível verificar as simetrias dos modos ilustrados na tabela anterior.

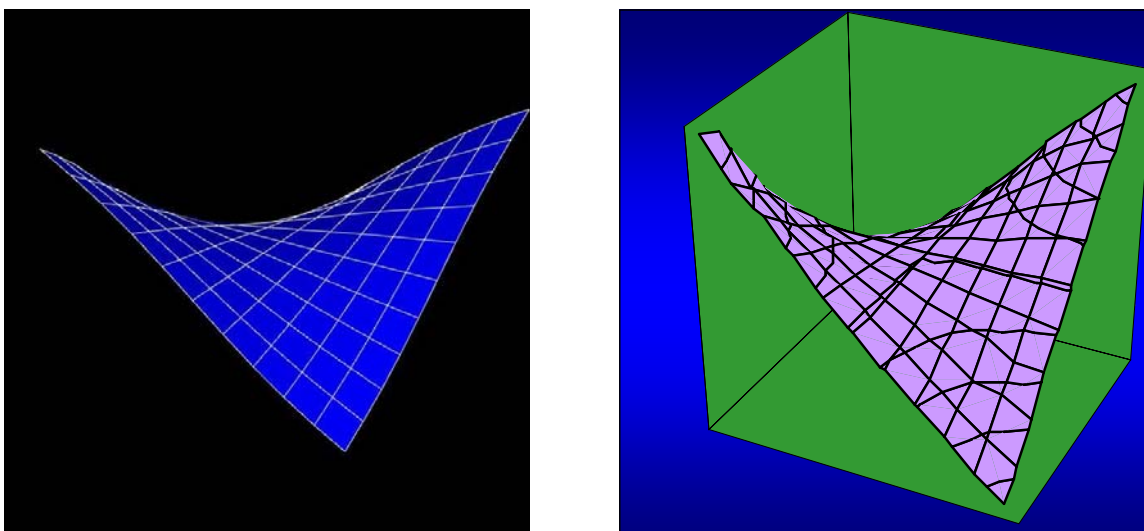


Figura 60 - Comparação para o primeiro modo

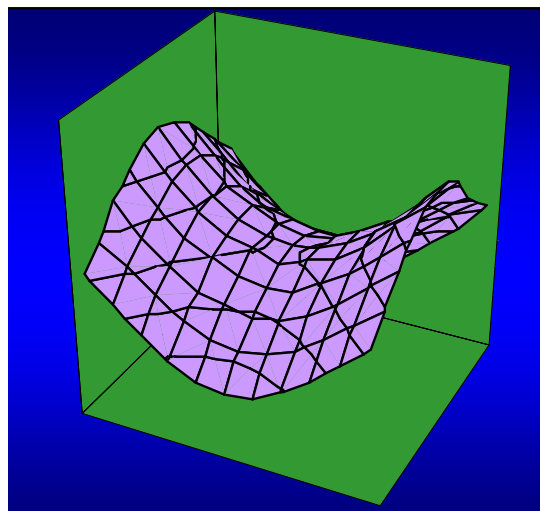
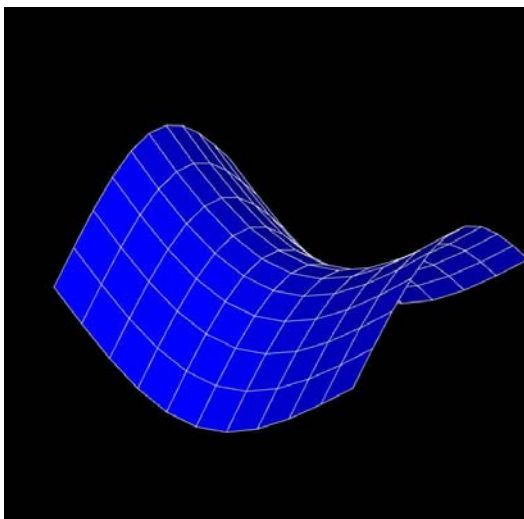


Figura 61 - Comparação para o segundo modo

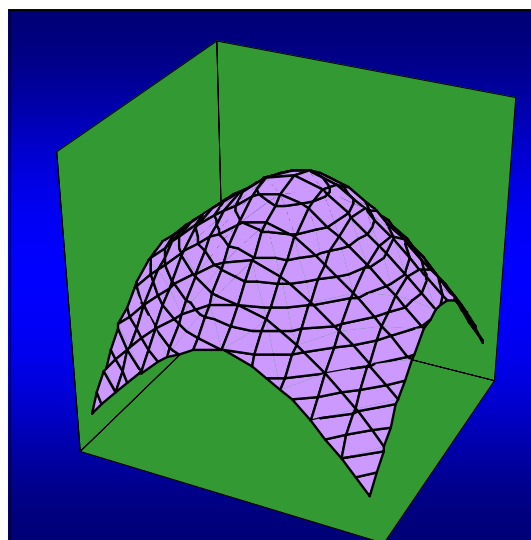
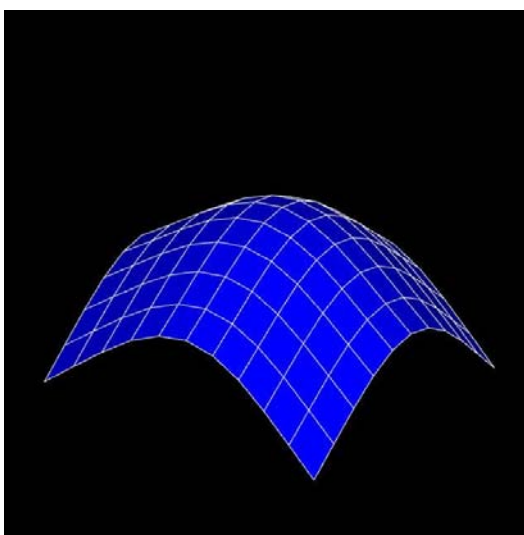


Figura 62 - Comparação para o terceiro modo

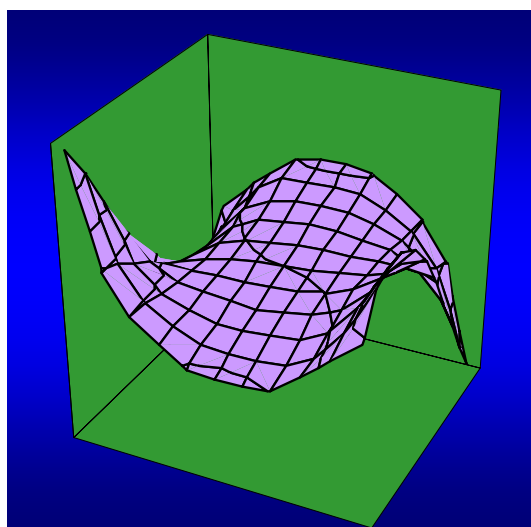
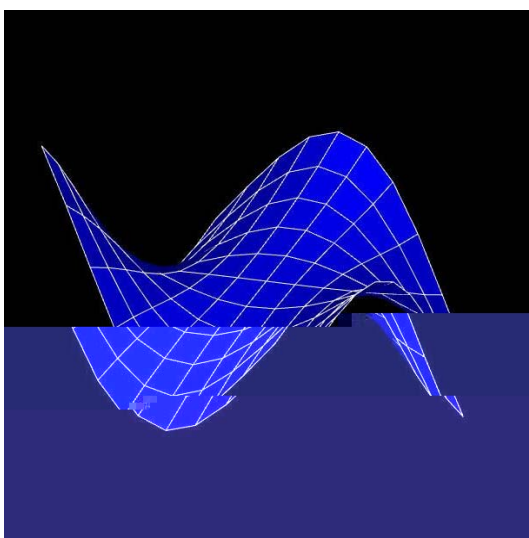


Figura 63 - Comparação para o quarto modo



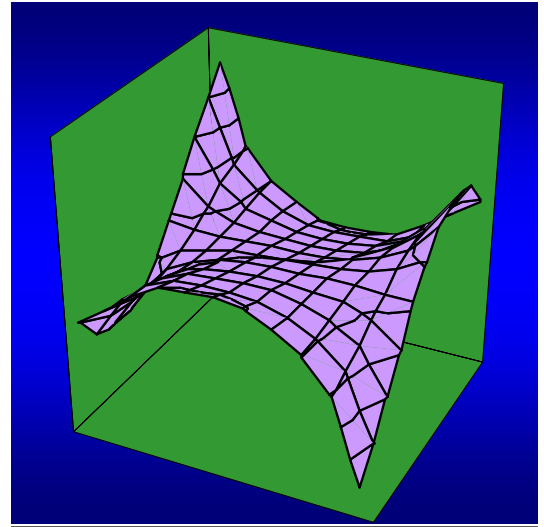
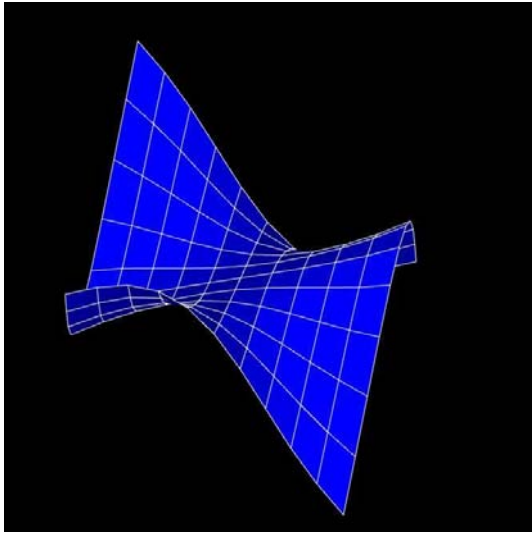


Figura 64 - Comparação para o quinto modo

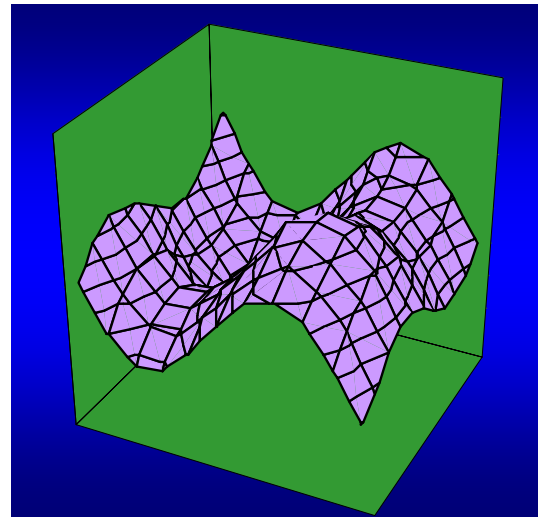
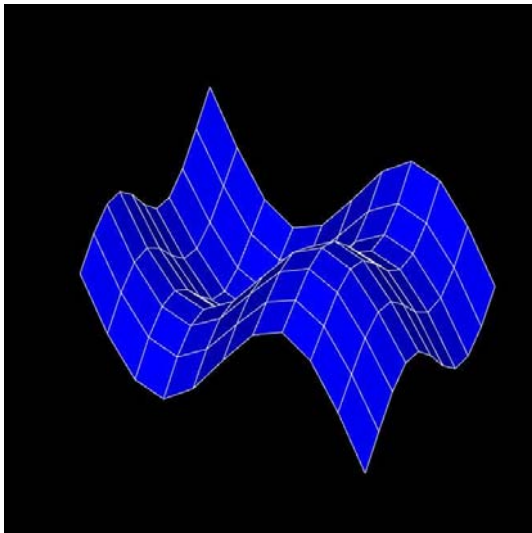


Figura 65 - Comparação para o sexto modo

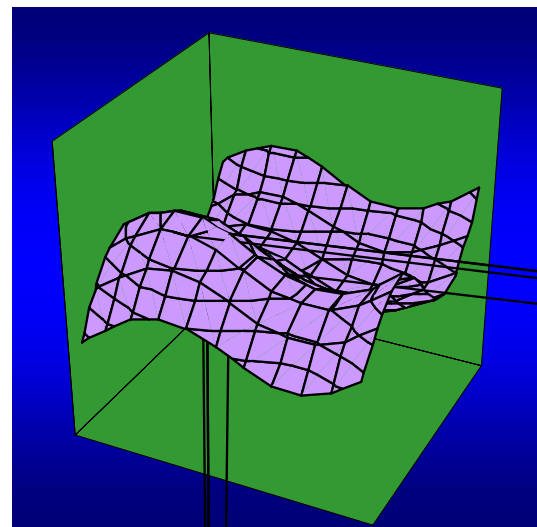
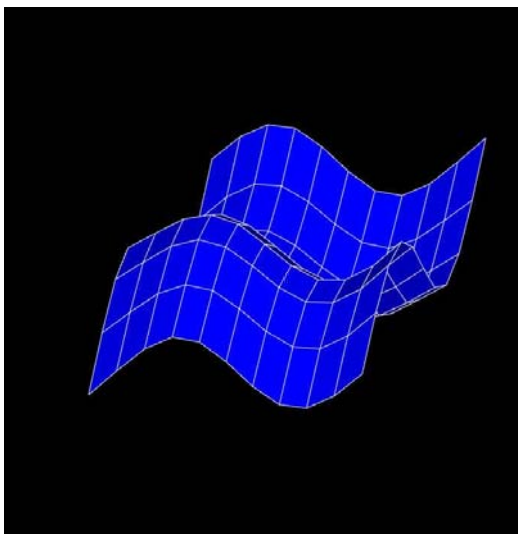


Figura 66 - Comparação para o sétimo modo

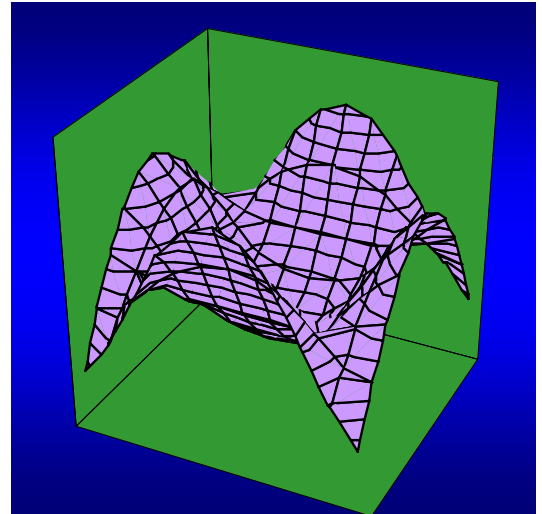
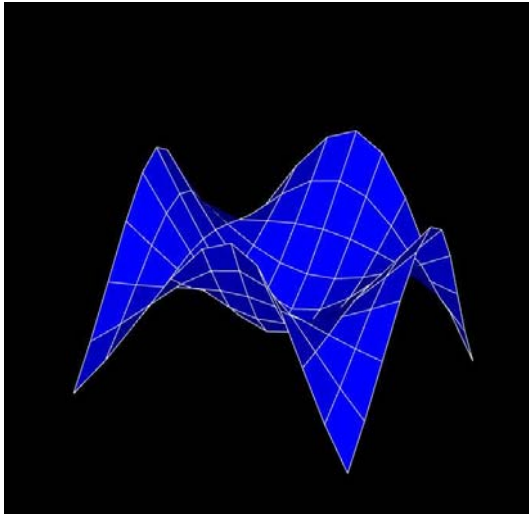
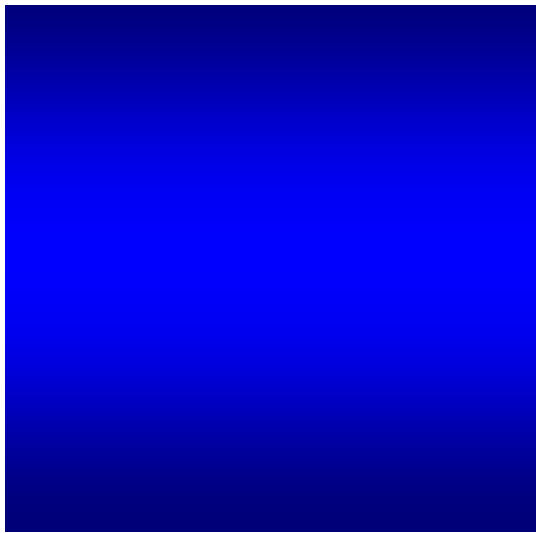
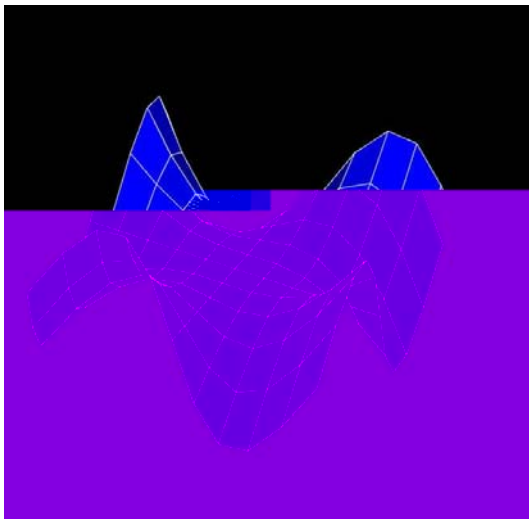


Figura 67 - Comparação para o oitavo modo



### 4.3.2 Comparação dos resultados

Na Tabela 4 são apresentados à comparação entre os resultados da identificação modal obtidos na identificação dos 10 primeiros modos através dos métodos, de elementos finitos, da exponencial complexa e de Ewins-Gleeson. A identificação processada corresponde as FRFs obtidas com a excitação no ponto 91 da malha da estrutura.

Tabela 4 – Comparação de resultados

Modo	Elementos Finitos - Ansys	Método da Exponencial Complexa		Método de Ewins-Gleeson	
	$\omega$ [Hz]	$\omega$ [Hz]	$\zeta$ [ % ]	$\omega$ [Hz]	$\zeta$ [ % ]
1° modo	237,1	230,20	0,38	229,5	0,38
2° modo	339,1	338,54	0,24	338,0	0,23
3° modo	433,1	431,65	0,31	433,0	0,30
4° modo	605,3	597,21	0,59	596,0	1,74
5° modo	605,3	600,98	1,06	601,0	0,06
6° modo	1056,2	1045,83	0,09	1054,0	0,08
7° modo	1056,2	1078,77	0,14	1077,0	0,14
8° modo	1100,4	1094,99	0,05	1095,0	0,05
9° modo	1171,4	1191,68	0,06	1188,0	0,06
10° modo	1339,5	1329,08	0,16	1329,5	0,17

Os resultados do modelo em elementos finitos desenvolvido neste trabalho são coerentes com os obtidos através do programa NASTRAN desenvolvido pela equipe do IAE/CTA [Dezotti, 2006]

## 5 DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentadas discussões dos aspectos dos resultados da pesquisa que podem ser importantes para o desenvolvimento futuro deste trabalho em um programa de doutorado.

### 5.1 DADOS EXPERIMENTAIS

Os dados experimentais obtidos nos laboratórios do CTA apresentaram a qualidade esperada para o desenvolvimento deste trabalho, demonstrando consistência entre as FRFs, o que possibilitou estimar com clareza os modos de vibrar da estrutura e, com poucos ruídos nas FRFs, resultou numa correta estimação dos parâmetros modais, validados através da corroboração entre as análises efetuadas.

Avaliando os modos de vibrar obtidos através da Análise Modal Experimental, foi observado que um ponto dentre os 121 usados na aquisição das FRFs apresentou discrepância nas amplitudes das formas modais, conforme observado nas Figuras, 46, 47, 48, 53 e 54. No entanto, este erro evidenciou a importância das ferramentas desenvolvidas para a correta avaliação das formas modais de sistemas dinâmicos através da correlação de resultados de modelos analíticos e modelos experimentais. Foi verificada que a qualidade dos resultados foram excelentes e que o programa Análise Modal aliado a modelos de elementos finitos é uma ferramenta adicional no auxílio à avaliação da qualidade de testes experimentais e também para o ajuste de modelos modais.

### 5.2 AJUSTES EFETUADOS

Durante o processo de ajuste das frequências através do modelo de Ewins-Gleeson, foi possível vivenciar as situações citadas no item 3.1.1, as quais conduziam a uma FRF regenerada incorreta. Foi observada a importância do ajuste

com respeito às fases da FRF analisada para não se ter uma inversão de fases na FRF regenerada; também foi evidenciado o acoplamento entre os modos.

### 5.3 RESULTADOS DO PROGRAMA

Por meio de dados experimentais, foi efetuada uma análise completa utilizando o programa *Análise Modal* desenvolvido em ambiente Excel, mostrando a estimativa proposta para o conjunto de dados experimentais.

Por meio dos parâmetros modais: frequências, amortecimentos e modos de vibrar foram realizadas as validações, com os resultados obtidos em elementos finitos e, pelos resultados obtidos pelo software LMS CADA-X

As frequências e amortecimentos obtidos pelo programa ficaram muito próximos dos parâmetros de comparação, mostrando apenas divergência nos amortecimentos do quarto e quinto modos de vibrar. Devido à aproximação dos modos de vibrar, a identificação dos amortecimentos foi prejudicada. Ressalta-se o fato de que o amortecimento é o parâmetro mais sensível a ser estimado numa análise modal, desta forma, a proximidade dos modos de vibrar podem justificar a incoerência dos resultados matemáticos na estimativa para estes modos.

Os modos de vibrar identificados e ilustrados no Capítulo 4 foram satisfatoriamente validados, pelo o método de elementos finitos. Ressalta-se a facilidade de ajuste dos modos de vibrar pelo programa, os quais permitiram os ótimos resultados.

## 6 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentada a revisão da teoria de análise modal necessária para o desenvolvimento de rotinas computacionais. A revisão conceituou a formulação dos modelos matemáticos para sistemas dinâmicos de vários graus de liberdade. Outros conceitos abordados foram as possíveis respostas a serem obtidas de sistemas (resposta livre e forçada) e os tipos de amortecimentos empregados nos modelos (viscoso e histerético).

Os métodos de identificação modal do domínio da frequência mais utilizados foram abrangidos pela revisão da teoria de análise modal. Nesta revisão foram verificados as formulações dos métodos de Dobson, Ajuste de círculos, Ewins-Gleeson e Exponencial Complexa.

Foi apresentado o desenvolvimento do programa *Análise Modal* em ambiente Excel dedicado à análise modal. O método escolhido para o desenvolvimento das rotinas computacionais foi o método de Ewins-Gleeson, o qual é indicado para análises de sistemas MDOF. O programa foi elaborado de forma a permitir uma fácil transição entre as etapas da análise e procurou fornecer de forma gráfica a totalidade de informações contidas nos dados analisados. Os procedimentos de coleta de dados, cálculos e interatividade com o usuário foram transcritos no código VBA contido no Excel.

Os dados utilizados para o desenvolvimento e validação do programa foram fornecidos pelos colaboradores, que executaram o ensaio de uma placa de alumínio numa condição próxima de “corpo-livre”. Na coleta dos dados foi utilizado um vibrômetro a laser que gerou as FRFs de 121 pontos especificados sobre a placa.

O procedimento sugerido para a análise utilizando o programa foi transcrito passo a passo:

- Ilustrando todas as telas do programa e a forma de utilizá-las;
- Enfocando o procedimento para adequar os dados experimentais para análise;
- Detalhando o procedimento para inserção das informações experimentais no programa;

- Apresentando os procedimentos de análise das FRFs experimentais, baseados no método de Ewins-Gleeson,
- Evidenciando os problemas mais comuns que podem ser encontrados numa análise modal, propondo soluções para obter os melhores resultados.

Ao fim do desenvolvimento deste trabalho, ficou claro que, com os ótimos resultados obtidos, e com as aplicações que podem ser dadas a este, são diversas as possibilidades para a ampliação e melhorias do que foi desenvolvido até aqui. Dentre elas podemos citar:

- Ampliação dos recursos de análise para estruturas mais complexas;
- Implementação de outros métodos de análise como, por exemplo, o método de Dobson e de Ajuste de Círculos, estudados em trabalhos anteriores;
- Elaboração de um guia dos procedimentos de análise, que poderia ser colocado num campo de “Ajuda” e baseado no item 3.2.2 deste trabalho;
- Biblioteca com dados experimentais, para aplicação em sala de aula.

Com a qualidade dos resultados obtidos e a praticidade demonstrada para a utilização do programa *Análise Modal*, considera-se cumprido o principal objetivo deste trabalho, o de possibilitar a difusão de conceitos da teoria de análise modal e a tecnologia refinada, por meio de um recurso de baixo custo.

## REFERÊNCIAS

EWINS, D. J., *Modal testing: Theory and Practice*, Research Studies Press Ltd., Taunton, England, 1984.

EWINS, D. J.; Gleeson, P. T., *A method for modal identification of lightly damped structures*. Journal of Sound and Vibration, Vol. 84, No. 1, 1982, pp. 57-79.

MAIA, M. M. N., *Theoretical and experimental modal analysis*, Research Studies Press, Taunton, England, 1997.

MENDONÇA, W. R. P., *Técnicas de regularização numérica aplicada à identificação de sinais de sistemas mecânicos*. Relatório Final de Projeto de Iniciação Científica, CNPq Pibic, 2000.

MENDONÇA, W. R. P., *Identificação de parâmetros modais através de técnicas do domínio da frequência*. Relatório Final de Projeto de Iniciação Científica, CNPq Pibic, 2001.

MENDONÇA, W. R. P., *Implementação de ferramentas numéricas de processamento de sinais com recurso ao ensino de análise modal*. Trabalho de Graduação, UNESP, Guaratinguetá, 2002.

VAROTO, P. S., *Análise modal no domínio da frequência: um método de identificação multi-modos*, Dissertação de Mestrado, USP, São Carlos, 1991.

FERREIRA, V. J., *Dynamic Response Analysis of Structures with Nonlinear Components*, Tese de Doutorado, University of London, London, 1998.

DEZOTTI, V. H.; MOREIRA, A. C.; CAMARGO, L. R.; de BARROS, E., *Análise Modal Experimental de Uma Placa Flexível Utilizando um Vibrômetro a Laser*. In: IV



Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 2006, Recife. Anais do IV CONEM, 2006.

**BIBLIOGRAFIA CONSULTADA**

ALLEMANG, R. J.; BROWN, D. L., *Experimental modal analysis and dynamic component synthesis*. University of Cincinnati, U.S.A., 1987.

AVITABILE, P., *Modal space back to basic*, Experimental techniques, Vol. 23, No. 5, 1999, pp.17-18.

AVITABILE,P., *Modal space back to basic*, Experimental techniques, Vol. 24, No. 1, 2000, pp.15-16.

AVITABILE, P., *Modal space back to basic*, Experimental techniques, Vol. 24, No. 2, 2000, pp.17-18.

AVITABILE, P., *Modal space back to basic*, Experimental techniques, Vol. 24, No. 3, 2000, pp.13-14.

BENDAT, J. S., *Engineering applications of correlation and spectral analysis*, John Wiley & Sons, New York, U.S.A., 1993.

BOTURA, C. P., *Análise linear de sistemas*, Editora Guanabara 2, Rio de Janeiro, Brasil, 1982.

BRAUN, S., *Mechanical signature analysis*, Academic Press, 1986.

DILLON, M. J.; BONO, R. W.; BROW, L. D., *Scaling use of photogrammetry for sensor location and orientation*, Journal of Sound and Vibration, November, 2004, pp. 23-27

IMBRAHIN, S. R.; Mikulcik, E. C., *A method for the direct identification of vibration parameters from the free response*. The Shock and Vibration Bulletin. Vol.46, No. 5, 1976, pp. 187-196.

MATHIAS, M. H., *Aplicação da técnica paramétrica ARMA de processamento de sinais na caracterização de estruturas mecânicas*. Tese de Doutorado, Universidade de Campinas, Campinas, 1998.

MCCONNELL, G. K., *Vibration Testing: Theory and Practice*, Wiley Interscience, 1995.

MEIROVITCH, L., *Elements of vibration analysis*, McGraw-Hill Book Company, Virginia, 1986.

SCHWARZ, B.; RICHARDSON, M., *Scaling mode shapes obtained from operating data*, Journal of Sound and Vibration, November, 2003, pp. 18-22.

PEETERS, B.; LOWET, G.; AUWERAER, H. V.; LEURIDAN, J., *A new procedure for modal parameter estimation*, Journal of Sound and Vibration, January, 2004, pp. 24-28.

SEVER, I. A., *Experimental validation of turbomachinery blade vibration predictions*, Tese de Doutorado, University of London, Londres, 2004.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)