



**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**  
**CAMPUS DE CURITIBA**  
**DEPARTAMENTO DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**  
**E DE MATERIAIS - PPGEM**

**EVELINE MARTINS MATTIUSI**

**ESCOAMENTO LAMINAR DE FLUIDOS NEWTONIANOS**  
**GENERALIZADOS EM TUBOS DE SEÇÃO TRANSVERSAL ELÍPTICA**

**CURITIBA**

**DEZEMBRO – 2007**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**EVELINE MARTINS MATTIUSI**

**ESCOAMENTO LAMINAR DE FLUIDOS NEWTONIANOS  
GENERALIZADOS EM TUBOS DE SEÇÃO TRANSVERSAL ELÍPTICA**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Área de Concentração em Engenharia Térmica, do Departamento de Pesquisa e Pós-Graduação, do Campus de Curitiba, da UTFPR.

**Orientador:** Prof. Admilson T. Franco, Dr.

**Co-orientador:** Prof. Rigoberto E. M. Morales, Dr.

**CURITIBA**

**DEZEMBRO – 2007**

## TERMO DE APROVAÇÃO

EVELINE MARTINS MATTIUSI

# ESCOAMENTO LAMINAR DE FLUIDOS NEWTONIANOS GENERALIZADOS EM TUBOS DE SEÇÃO TRANSVERSAL ELÍPTICA

Esta Dissertação foi julgada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia, área de concentração em Engenharia Térmica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais.

---

Prof. Neri Volpato, PhD  
Coordenador de Curso

### Banca Examinadora

---

Prof. Admilson T. Franco, Dr.  
(UTFPR)

---

Prof. Paulo Roberto S. Mendes, PhD  
(PUC - Rio)

---

Prof. Silvio L. M. Junqueira, Dr  
(UTFPR)

---

Prof. Cezar O. R. Negrão, PhD  
(UTFPR)

Curitiba, 07 de Dezembro de 2007

## AGRADECIMENTOS

A Deus por me dar forças para enfrentar as dificuldades.

Aos meus pais Maria Aparecida e José Augusto pelo incentivo e compreensão.

Aos meus orientadores Admilson e Rigoberto pela orientação, dedicação e paciência.

À Agência Nacional do Petróleo (ANP) e à Financiadora de Estudos e Projetos (FINEP) por meio do Programa de Recursos Humanos da ANP para o Setor de Petróleo e Gás – PRH – ANP/MCT (PRH10 – UTFPR) pelo apoio financeiro.

Aos meus amigos Andréia, Cristiane, Yara, Henrique, Wellington e Willian.

Ao Adriano por ter acreditado na minha capacidade e me dar forças durante estes dois anos difíceis.

MATTIUSI, E. M., **Escoamento Laminar de Fluidos Newtonianos Generalizados em Tubos de Seção Transversal Elíptica**, 2007, Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

## RESUMO

Em atividades de perfuração de poços de petróleo, comumente trabalha-se com geometrias circulares e por vezes elípticas. A geometria elíptica ocorre pela ovalização do poço, causada pela passagem e oscilações da broca, tornando importante a compreensão da fluidodinâmica do escoamento do fluido de perfuração em um tubo de seção transversal elíptica. Assim, o presente trabalho apresenta o estudo do escoamento 3-D de um fluido viscoplástico do tipo Herschel-Bulkley através de três configurações distintas de tubos de seção transversal elíptica. O objetivo deste estudo é analisar o efeito dos parâmetros geométricos do tubo, cinemáticos do escoamento e reológicos do fluido na perda de carga. A modelagem matemática foi realizada com base nas equações de conservação da massa e da quantidade de movimento e uma equação constitutiva que estabelece o tensor tensões do fluido. Para a solução numérica das equações de conservação foi utilizado o Método de Volumes Finitos, o Esquema Híbrido de Interpolação e o Método SIMPLEC para o acoplamento pressão-velocidade. As simulações numéricas foram realizadas com o programa comercial PHOENICS-CFD. Para efeito de validação do método numérico implementado e dos resultados obtidos, foram realizadas comparações com resultados analíticos ou numéricos sempre que possível. Como resultados, são apresentados os perfis de velocidade e o fator de atrito de Fanning para as três diferentes configurações de tubos de seção transversal elíptica. No caso do tubo de seção transversal elíptica e tubo interno cilíndrico excêntrico, é apresentada a proposta de uma correção para correlação de fator de atrito de Fanning para escoamento laminar de fluido Herschel-Bulkley.

**Palavras-chave:** Fluido Herschel-Bulkley, Tubo elíptico, DFC

MATTIUSI, E. M., **Laminar Flow of Generalized Newtonian Fluids in Elliptical Cross-Section Pipes**, 2007, Dissertation (Master in Engineering) - Programm of Postgraduate in Engineering Mechanics and Materials, Federal Technological University - Paraná, Curitiba, 2007.

## ABSTRACT

In activities of drilling oil wells circular and elliptical geometries are common. Elliptical geometry is related to the oval shape of the oil well, caused by the drill. Thus, the understanding of the fluid dynamics of the drilling fluid flow in an elliptical pipe becomes important. This work presents the study of a 3-D viscoplastic flow of a Herschel-Bulkley fluid through three different geometries of elliptical cross section pipes. The objective is to analyse the pipe geometrical parameters effects, the kinematics parameters effects of the flow and the rheological parameters effects of the fluid, over the pressure drop. The mathematical modeling is done based on the mass and momentum conservation equations and a constitutive equation expressing the stress tensor of the fluid. For the solution of the conservation equations, the Finite Volumes Method, the Hybrid Interpolation Scheme and the SIMPLEC Method for the coupling pressure-velocity are used. The numerical simulations are carried out in the commercial software PHOENICS-CFD. For validation between the implemented numerical method and the results obtained, comparisons with numerical and analytical results are done. As results, the velocity profile and the behavior of Fanning friction factor are presented in the three different configurations of elliptical cross section tubes to laminar flow of Herschel-Bulkley fluid. In the case of elliptical cross section tube with eccentric cylindrical internal pipe, is proposed a correction in the correlation of Fanning factor attrition to the laminar flow of Herschel-Bulkley fluid.

**Keywords:** Herschel-Bulkley fluid, Elliptic tube, CFD

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	Propriedades Reológicas de Fluidos Não-Newtonianos.....	3
1.2	Classificação dos Fluidos Viscopoplásticos.....	4
1.3	Objetivos.....	10
1.4	Justificativa.....	10
1.5	Estrutura do Trabalho.....	11
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	12
2.1	Revisão dos Trabalhos.....	12
3	EQUAÇÕES GOVERNANTES.....	19
3.1	Equações de Conservação.....	19
3.2	Coordenadas Generalizadas Não-Ortogonais.....	20
3.3	Equação Constitutiva para o Fluido Herschel-Bulkley.....	25
3.4	Casos Estudados.....	29
3.4.1	Tubo de Seção Transversal Circular.....	30
3.4.2	Tubo de Seção Transversal Anular Circular.....	30
3.4.3	Tubo de Seção Transversal Elíptica.....	31
4	TRATAMENTO NUMÉRICO.....	36
4.1	Discretização das Equações da Conservação.....	36
4.1.1	Esquema Híbrido de Interpolação.....	43
4.2	Tratamento Numérico dos Termos Fonte no PHOENICS-CFD.....	46
4.3	Tipos de Condições de Contorno.....	46
4.4	Método Elíptico GCV (General Colocated Velocity Method).....	47
4.5	O Acoplamento Pressão-Velocidade.....	48
4.6	Malha utilizada.....	51
5	VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS NUMÉRICOS.....	54
5.1	Perfis de Velocidade.....	54
5.2	Fator de atrito de Fanning.....	57
5.3	Teste de Malha.....	59
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	63
6.1	Resultados para a Geometria G1.....	63
6.1.1	Efeito do Número de Escoamento para a Geometria G1.....	64

6.1.2	Efeito do Índice da Lei de Potência para a Geometria G1 .....	71
6.1.3	Número de Reynolds Crítico para Escoamento de Fluido Herschel-Bulkley na Geometria G1 .....	78
6.1.4	Aspectos Gerais da Influência do Número de Escoamento e Índice da Lei de Potência no Escoamento de Fluido Herschel-Bulkley na Geometria G1 .....	80
6.2	Resultados para Geometria G2.....	83
6.2.1	Efeito da Razão $D_i / D_e$ no Fator de Atrito .....	84
6.2.2	Campos de Velocidade e Pressão para Escoamento de Fluido Herschel-Bulkley na Geometria G2.....	85
6.3	Resultados para Geometria G3.....	89
6.3.1	Fator de Atrito Analítico para a Geometria G3.....	101
7	CONCLUSÕES.....	104
	REFERÊNCIAS.....	107
	APÊNDICE A – SOLUÇÕES ANALÍTICAS PARA PERFIL de VELOCIDADE.....	111
	APÊNDICE B – ROTINAS Q1 .....	124
	APÊNDICE C – COMPARAÇÃO ENTRE O MÉTODO GCV E O MÉTODO STAGGERED.....	129
	APÊNDICE D – FATOR DE ATRITO PARA GEOMETRIA G3 .....	131

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Evolução da altura de lâmina d'água na produção de petróleo em águas profundas ( <i>fonte: PETROBRAS, 2006</i> ).....	1
Figura 1.2 - Esquema do processo de perfuração ( <i>fonte: SEED, 2006</i> ). ....	2
Figura 1.3 – Viscosidade não-newtoniana para fluido plástico de Bingham.....	7
Figura 1.4 -Tensão cisalhante ( $\tau$ ) em função da taxa de deformação ( $\dot{\gamma}$ ) para (a) Fluido de Bingham, (b) Fluido pseudoplástico e (c) Fluido dilatante. A linha pontilhada representa o comportamento newtoniano. ( <i>fonte: Tanner, 2002</i> ).....	9
Figura 1.5 – Seções transversais das geometrias G1, G2 e G3. ....	10
Figura 3.1 – Sistema de coordenadas curvilíneas $\xi_1, \xi_2, \xi_3$ (Maliska, 1995).....	21
Figura 3.2 – Perfis de tensão e velocidade para escoamento de fluido Herschel-Bulkley.....	29
Figura 3.3 – Tubo de seção transversal circular.....	30
Figura 3.4 - Tubo de seção transversal anular circular. ....	31
Figura 3.5 – Tubo de seção transversal elíptica. ....	32
Figura 3.6 - Seção transversal do tubo elíptico – G1. ....	33
Figura 3.7 - Seção transversal do tubo elíptico com tubo interno cilíndrico concêntrico – G2. ....	34
Figura 3.8 - Seção transversal do tubo elíptico com tubo interno cilíndrico excêntrico – G3. ....	35
Figura 4.1 – Volume de controle (célula) 3-D para o sistema de coordenadas generalizadas.....	37
Figura 4.2 – Malha e nomenclatura para integração das equações: (a) plano $\xi_1 - \xi_2$ ; (b) plano $\xi_2 - \xi_3$ e (c) plano $\xi_1 - \xi_3$ .....	38
Figura 4.3 – Disposição das coordenadas generalizadas no tubo de seção transversal elíptica. ....	38

Figura 4.4 – Malha $21 \times 21 \times 40$ , seção transversal do domínio .....	52
Figura 5.1 – Teste de malha para escoamento de fluido Herschel-Bulkley (a) malha $10 \times 10 \times 30$ ; (b) malha $15 \times 15 \times 30$ ; (c) malha $21 \times 21 \times 30$ ; (d) malha $25 \times 25 \times 30$ ; (e) malha $21 \times 21 \times 40$ . .....	60
Figura 6.1 – Tubo de seção transversal elíptica (G1).....	63
Figura 6.2 - Perfil da componente axial da velocidade para o escoamento de fluido Herschel-Bulkley ao longo do eixo maior da seção transversal do tubo elíptico ( $Re = 500$ ) – Parâmetros utilizados: $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ , $k = 0,118 \text{ Pa.s}^n$ , $n = 0,8$ .....	65
Figura 6.3 - Perfil da componente axial da velocidade para escoamento de fluido Herschel-Bulkley ao longo do eixo menor da seção transversal do tubo elíptico ( $Re = 500$ ) – Parâmetros utilizados: $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ , $k = 0,118 \text{ Pa.s}^n$ , $n = 0,8$ .....	65
Figura 6.4 – Influência do Número de Escoamento ( $Y$ ) no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e $b/a = 1,0$ .....	66
Figura 6.5 – Influência do Número de Escoamento ( $Y$ ) no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e $b/a = 0,9$ .....	67
Figura 6.6 – Influência do Número de Escoamento ( $Y$ ) no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e $b/a = 0,7$ .....	67
Figura 6.7 – Influência do Número de Escoamento ( $Y$ ) no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e $b/a = 0,5$ .....	68
Figura 6.8 – Influência da razão de aspecto $b/a$ no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e $Y = 0$ .....	69
Figura 6.9 – Influência da razão de aspecto $b/a$ no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e $Y = 0,5$ .....	69
Figura 6.10 – Influência da razão de aspecto $b/a$ no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e $Y = 1,0$ .....	70
Figura 6.11 – Influência da razão de aspecto $b/a$ no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e $Y = 5,0$ .....	70

- Figura 6.12 - Perfil da componente axial da velocidade para o escoamento de fluido Herschel-Bulkley ao longo do eixo maior da seção transversal do tubo elíptico ( $Re = 500$ ) – Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa.s}^n$ ,  $Y = 0,5$  .....72
- Figura 6.13 - Perfil da componente axial da velocidade para o escoamento de fluido Herschel-Bulkley ao longo do eixo menor da seção transversal do tubo elíptico ( $Re = 500$ ) – Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa.s}^n$ ,  $Y = 0,5$  .....72
- Figura 6.14 – Influência do Índice da Lei de Potência ( $n$ ) no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e  $b/a = 1,0$  .....73
- Figura 6.15 – Influência do Índice da Lei de Potência ( $n$ ) no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e  $b/a = 0,9$  .....74
- Figura 6.16 – Influência do Índice da Lei de Potência ( $n$ ) no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e  $b/a = 0,7$  .....74
- Figura 6.17 – Influência do Índice da Lei de Potência ( $n$ ) no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e  $b/a = 0,5$  .....75
- Figura 6.18 – Influência da razão de aspecto  $b/a$  no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e  $n = 1$  .....76
- Figura 6.19 – Influência da razão de aspecto  $b/a$  no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e  $n = 0,8$  .....76
- Figura 6.20 – Influência da razão de aspecto  $b/a$  no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e  $n = 0,5$  .....77
- Figura 6.21 – Número de Reynolds crítico para G1 com  $b/a = 1$  .....79
- Figura 6.22 - Escoamento de fluido Herschel-Bulkley na geometria G1 ( $b/a = 0,9$ ). Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa.s}^n$ ,  $n = 0,8$  e  $Y = 0,5$ . (a) Campo de velocidade na direção radial e (b) Campo de velocidade na direção axial e (c) Campo de pressão na direção axial. ....81
- Figura 6.23 – Tubo de seção transversal elíptica e tubo interno cilíndrico concêntrico (G2).....83

- Figura 6.24 – Influência do diâmetro interno ( $D_i$ ) no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e tubo interno concêntrico.....84
- Figura 6.25 – Número de Reynolds crítico para G2 com  $D_i / D_e = 0,6$  .....85
- Figura 6.26 - Escoamento de fluido Herschel-Bulkley na geometria G2 e razão  $D_i / D_e = 0,4$ . Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa.s}^n$ ,  $n = 0,8$  e  $\tau_y = 4,543 \text{ Pa}$ . (a) Campo de velocidade na direção radial, (b) e (c) Campos de velocidade na direção axial e (d) Campo de pressão na direção axial. ....86
- Figura 6.27 - Escoamento de fluido Herschel-Bulkley na geometria G2 e razão  $D_i / D_e = 0,6$ . Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa.s}^n$ ,  $n = 0,8$  e  $\tau_y = 4,543 \text{ Pa}$ . (a) Campo de velocidade na direção radial, (b) e (c) Campos de velocidade na direção axial e (d) Campo de pressão na direção axial. ....87
- Figura 6.28 - Escoamento de fluido Herschel-Bulkley na geometria G2 e razão  $D_i / D_e = 0,8$ . Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa.s}^n$ ,  $n = 0,8$  e  $\tau_y = 4,543 \text{ Pa}$ . (a) Campo de velocidade na direção radial, (b) e (c) Campos de velocidade na direção axial e (d) Campo de pressão na direção axial. ....88
- Figura 6.29 – Tubo de seção transversal elíptica e tubo interno cilíndrico excêntrico (G3).....89
- Figura 6.30 – Disposição das excentricidades do tubo circular na geometria G3. ....90
- Figura 6.31 – Escoamento de fluido Herschel-Bulkley na geometria G2 ou  $\xi_0$ . Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa.s}^n$ ,  $\tau_y = 4,543 \text{ Pa}$  e  $n = 0,8$ . (a) Campo de velocidade na direção radial; (b) e (c) Campos de velocidade na direção axial e (d) Campo de pressão na direção axial. ....91
- Figura 6.32 – Escoamento de fluido Herschel-Bulkley em  $\xi_1$ . Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa.s}^n$ ,  $\tau_y = 4,543 \text{ Pa}$  e  $n = 0,8$ . (a) Campo de velocidade na direção radial; (b) e (c) Campos de velocidade na direção axial e (d) Campo de pressão na direção axial. ....92

Figura 6.33 - Escoamento de fluido Herschel-Bulkley em  $\xi_2$ . Parâmetros utilizados:

$\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa.s}^n$ ,  $\tau_y = 4,543 \text{ Pa}$  e  $n = 0,8$ . (a) Campo de velocidade na direção radial; (b) e (c) Campos de velocidade na direção axial e (d) Campo de pressão na direção axial. ....93

Figura 6.34 - Escoamento de fluido Herschel-Bulkley em  $\xi_3$ . Parâmetros utilizados:

$\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa.s}^n$ ,  $\tau_y = 4,543 \text{ Pa}$  e  $n = 0,8$ . (a) Campo de velocidade na direção radial; (b) e (c) Campos de velocidade na direção axial e (d) Campo de pressão na direção axial. ....94

Figura 6.35 - Escoamento de fluido Herschel-Bulkley em  $\xi_4$ . Parâmetros utilizados:

$\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa.s}^n$ ,  $\tau_y = 4,543 \text{ Pa}$  e  $n = 0,8$ . (a) Campo de velocidade na direção radial; (b) e (c) Campos de velocidade na direção axial e (d) Campo de pressão na direção axial. ....95

Figura 6.36 - Escoamento de fluido Herschel-Bulkley em  $\xi_5$ . Parâmetros utilizados:

$\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa.s}^n$ ,  $\tau_y = 4,543 \text{ Pa}$  e  $n = 0,8$ . (a) Campo de velocidade na direção radial; (b) e (c) Campos de velocidade na direção axial e (d) Campo de pressão na direção axial. ....96

Figura 6.37 - Escoamento de fluido Herschel-Bulkley em  $\xi_6$ . Parâmetros utilizados:

$\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa.s}^n$ ,  $\tau_y = 4,543 \text{ Pa}$  e  $n = 0,8$ . (a) Campo de velocidade na direção radial; (b) e (c) Campos de velocidade na direção axial e (d) Campo de pressão na direção axial. ....97

Figura 6.38 – Campo de velocidade na direção radial nas sete excentricidades da geometria G3 para  $Re = 500$ : (a) Disposição das excentricidades do tubo circular interno na geometria G3; (b)  $\xi_0$ ; (c)  $\xi_1$ ; .....99

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Valores de $\phi$ e $\Gamma^\phi$ .....	24
Tabela 4.1 – Coeficientes para o caso convecção-difusão 3-D. ....	45
Tabela 5.1 – Comparação entre os perfis da componente axial da velocidade, resultantes da redução do modelo Herschel-Bulkley, para tubo de seção transversal circular, circular anular e elíptica. ....	55
Tabela 5.2 – Equações utilizadas para cálculo do fator de atrito de Fanning. ....	58
Tabela 5.3 - Comparação entre os fatores de atrito, resultantes da redução do modelo Herschel-Bulkley, em tubo de seção transversal circular, anular circular e elíptica.....	59
Tabela 5.4 – Comparação entre resultados analíticos e numéricos para malha $21 \times 21 \times 40$ .....	61
Tabela 6.1 – Comparação entre o $f Re$ para tubo circular e $n = 0,8$ .....	71
Tabela 6.2 – Comparação entre o $f Re$ para tubo circular e $Y = 0,5$ .....	78
Tabela 6.3 – Comparação da influência do Número de Escoamento ( $Y$ ) e do Índice da Lei de Potência ( $n$ ) no fator de atrito. ....	82
Tabela 6.4 – Excentricidades do tubo interno da geometria G3.....	90
Tabela 6.5 – Valores dos fatores de atrito para as diferentes excentricidades da geometria G3. ....	100
Tabela 6.6 – Fatores de atrito numérico, analítico e analítico corrigido .....	102

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- BFC - *Body Fitted Coordinates*
- G1 - Tubo com seção transversal elíptica
- G2 - Tubo com seção transversal elíptica e tubo interno cilíndrico
- G3 - Tubo com seção transversal elíptica e tubo interno cilíndrico excêntrico
- GCV - *General Colocated Velocity Method*
- MVF - Método de Volumes Finitos
- DFC - Dinâmica dos Fluidos Computacional

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	Raio maior da seção transversal elíptica	$[m]$
$b$	Raio menor da seção transversal elíptica	$[m]$
$C$	Coeficiente positivo para maior estabilidade durante a convergência	$[-]$
$D$	Diâmetro	$[m]$
$D_{eff}$	Diâmetro efetivo	$[m]$
$D_h$	Diâmetro hidráulico	$[m]$
$d^F$	Diferencial do domínio físico	$[-]$
$d^T$	Diferencial do domínio transformado	$[-]$
$D$	Termo difusivo	$[Pa.s^n]$
$\Delta V$	Volume da célula no domínio transformado	$[m^3]$
$E\%$	Erro percentual	
$f$	Fator de atrito de Fanning	$[-]$
$F$	Termo convectivo	$[kg / m.s]$
$\Gamma^\phi$	Produto da difusividade pela massa específica da propriedade transportada	$[Pa.s^n]$
$\mathbf{g}$	Vetor gravidade	$[m / s^2]$
$J$	Jacobiano	$[-]$
$k$	Índice de consistência do fluido	$[Pa.s^n]$
$L$	Comprimento do tubo	$[m]$
$L[\hat{P}^\phi]_P$	Pressão na direção $\phi$	$[Pa]$
$\dot{m}^n$	Vazão mássica	$[kg / s]$
$n$	Índice da Lei de Potência	$[-]$
$P$	Pressão	$[Pa]$
$P^*$	Campo de pressão estimado	$[Pa]$

$Pe$	Peclet local	$[-]$
$P'$	Campo de pressão corrigido	$[Pa]$
$\hat{P}'_\phi$	Correção da pressão na direção $\phi$	$[Pa]$
$r, \theta, z$	Coordenadas cilíndricas	$[m, rad, m]$
$r$	Direção radial	$[m]$
Re	Número de Reynolds	$[-]$
$R$	Raio do tubo	$[m]$
$R_G$	Resíduo global	$[-]$
$r_0$	Raio do escoamento empistonado	$[m]$
$S$	Termo fonte	
$S_c$	Termo fonte linearizado	
$T$	Área da face	$[m^2]$
$t$	Tempo	$[s]$
$U, V, W$	Componentes contravariantes da velocidade	$[m/s]$
$u, v, w$	Componentes da velocidade	$[m/s]$
$U^*, V^*, W^*$	Componentes estimadas contravariantes da velocidade	$[m/s]$
$u^*, v^*, w^*$	Componentes estimadas da velocidade	$[m/s]$
$V_i$	Componente da velocidade na direção $i$	$[m/s]$
$V_1, V_2, V_3$	Componentes da velocidade	$[m/s]$
$V$	Valor atribuído	
$\mathbf{V}$	Vetor velocidade	$[m/s]$
$V_m$	Velocidade média	$[m/s]$
$W, E, N, S, H, L$	Centros dos volumes de controle	$[-]$
$w, e, n, s, h, l$	Faces dos volumes de controle	$[-]$
$x, y, z$	Coordenadas cartesianas	$[m]$
$Y$	Número de escoamento	$[-]$

## Letras Gregas

$\xi_j$	Coordenada curvilínea na direção $j$ .	
$\xi_1, \xi_2, \xi_3$	Coordenadas curvilíneas	
$\xi_a$	Deslocamento do centro do tubo interno com relação ao raio maior da elipse	$[m]$
$\xi_b$	Deslocamento do centro do tubo interno com relação ao raio menor da elipse	$[m]$
$\xi_{1(x)} dx$	Derivada parcial de $\xi_1$ na direção $x$	
$\xi_{1(y)} dy$	Derivada parcial de $\xi_1$ na direção $y$	
$\xi_{1(z)} dz$	Derivada parcial de $\xi_1$ na direção $z$	
$d\xi_1$	Derivada de $\xi_1$	
$d\xi_2$	Derivada de $\xi_2$	
$d\xi_3$	Derivada de $\xi_3$	
$\eta$	Viscosidade não-newtoniana	$[Pa.s^n]$
$\eta_\infty$	Viscosidade a taxa de cisalhamento infinita	$[Pa.s^n]$
$\varepsilon$	Excentricidade da elipse	$[-]$
$\phi$	Variável transportada	
$\gamma_{ij}$	Componente do tensor taxa de deformação	$[s^{-1}]$
$\dot{\gamma}$	Taxa de deformação	$[s^{-1}]$
$\cdot$	Tensor taxa de deformação	$[s^{-1}]$
$\mu$	Viscosidade dinâmica	$[Pa.s^n]$
$\mu_p$	Viscosidade plástica	$[Pa.s^n]$
$\rho$	Massa específica	$[kg / m^3]$
	Tensor tensões total	$[Pa]$

	Tensor tensões	[Pa]
$\tau_{ij}$	Tensão cisalhante	[Pa]
$\tau_w$	Tensão na parede	[Pa]
$\tau_y$	Tensão limite de escoamento	[Pa]

## 1 INTRODUÇÃO

A extração de petróleo em águas profundas tem se tornado cada vez mais freqüente, e isso tem impulsionado estudos para solucionar problemas de perfuração de poços, gerando assim grandes desafios para a engenharia.

A crescente demanda no consumo de combustíveis fósseis justifica o desenvolvimento de novas tecnologias no campo da perfuração de poços e exploração de petróleo em águas profundas. A altura da lamina d'água sobre os poços perfurados pela PETROBRAS cresceu progressivamente, atingindo a marca dos 1800m em 2003 (ver Figura 1.1). Atualmente já foi superada a marca dos 2000m de lâmina d'água.

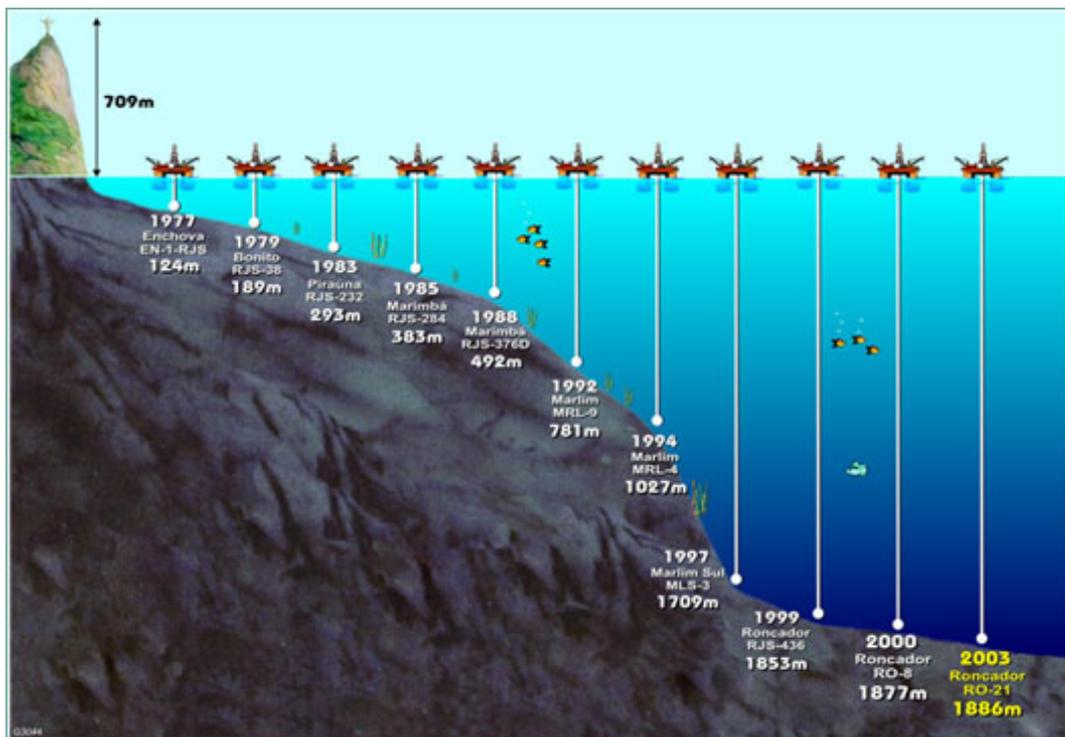


Figura 1.1 - Evolução da altura de lâmina d'água na produção de petróleo em águas profundas (fonte: PETROBRAS, 2006).

Na atividade de perfuração de poços de petróleo as geometrias são geralmente anulares circulares e por vezes elípticas. A geometria elíptica refere-se a ovalização do poço, causada pela passagem e oscilações da broca de perfuração.

Durante o processo de perfuração, o fluido é bombeado pela parte interna da broca, e retorna através do espaço anular formado entre a broca e a formação

rochosa do poço. A Figura 1.2 apresenta o esquema de um processo de perfuração de poços. O fluido entra pelo interior da broca e retorna através do espaço anular, realizando o carreamento dos cascalhos. Ao retornar à superfície os cascalhos são separados do fluido de perfuração, através de uma peneira. Novamente, o fluido retorna ao fundo do poço através da broca dando continuidade ao processo de perfuração.



Figura 1.2 - Esquema do processo de perfuração (fonte: SEED, 2006).

Para auxiliar os processos de perfuração são empregados os fluidos de perfuração, os quais majoritariamente apresentam comportamento não-newtoniano.

As principais finalidades dos fluidos de perfuração são: refrigerar e lubrificar a broca, carrear o cascalho proveniente do processo, estabilizar o poço contra o colapso das paredes da formação rochosa, sustentar parte do peso da coluna de perfuração através do empuxo e não permitir a deposição de cascalhos no fundo do poço em eventuais paradas do processo de perfuração, de modo que esses cascalhos permaneçam em suspensão no fluido de perfuração. As propriedades destes fluidos, controladas através de suas composições, devem ser projetadas para um desempenho ótimo destas funções (Guimarães e Rossi, 2007).

A viscosidade do fluido de perfuração, por exemplo, deve ser tal que a pressão hidrostática desenvolvida na região anular seja alta a baixas taxas de deformação

por cisalhamento para garantir um bom carregamento de cascalhos e baixa a altas taxas de deformação por cisalhamento para diminuir a perda de carga do sistema e, conseqüentemente, a potência de bombeamento (Mattuti, 2002). Esse comportamento da viscosidade, detalhado mais adiante, pode ser representado por um modelo de fluido viscoplástico, tornando assim a análise do escoamento de fluidos de perfuração mais complexa.

Machado (2002) também discute a importância do controle rigoroso da pressão e da velocidade na região anular. Segundo o autor, velocidades altas implicam possibilidades de provocar erosão, enquanto velocidades muito baixas podem ser insuficientes para transportar o cascalho. Do mesmo modo, pressões excessivas podem permitir que o fluido invada a formação rochosa danificando a capacidade produtiva do poço, enquanto pressões insuficientes dificultam o bombeamento e podem permitir o fluxo descontrolado de fluidos da formação para o interior do poço.

De acordo com as características do processo de perfuração de poços de petróleo, o objeto de estudo deste trabalho é o estudo numérico do escoamento laminar de um fluido de perfuração, de comportamento não-newtoniano viscoplástico, em tubos de seção transversal elíptica.

## 1.1 Propriedades Reológicas de Fluidos Não-Newtonianos

Um fluido newtoniano é aquele que quando sujeito a uma tensão de cisalhamento apresenta viscosidade constante, ou seja, a viscosidade é independente da taxa de deformação por cisalhamento. Já um fluido não-newtoniano é caracterizado por apresentar a viscosidade, a uma dada temperatura, dependente da taxa de deformação por cisalhamento.

Dessa maneira, para melhor compreensão dessas diferenças de comportamento de fluidos, faz-se uso da *Reologia*, a qual se caracteriza pelo estudo do escoamento e deformação de matéria. A *Reologia* analisa as respostas de um material provocadas pela aplicação de uma tensão ou deformação (Bretas e d'Avila, 2000).

O escoamento de fluidos que apresentam comportamento não-newtoniano é mais complexo de ser descrito quando comparado ao escoamento de fluidos newtonianos. Em geral, os fluidos newtonianos são caracterizados por uma única

função material, a viscosidade dinâmica, a qual é independente da taxa de deformação sofrida pelas partículas do fluido. Para os fluidos não-newtonianos, são necessárias mais funções materiais para descrever o seu comportamento, como a função viscosidade, a primeira e a segunda diferença de tensões normais, entre outras (Bird, 1987).

Devido à necessidade do conhecimento de várias funções materiais para a caracterização de um fluido não-newtoniano, as equações constitutivas para o tensor de tensões são complexas, além de não terem generalidade, isto é, são específicas para uma determinada classe de fluidos.

A equação constitutiva de um determinado fluido manifesta a sua natureza, pois fornece uma expressão para o tensor de tensões,  $\boldsymbol{\tau}$ . Dessa forma, a viscosidade newtoniana é completamente inadequada para descrever fenômenos de fluidos macromoleculares, como por exemplo, as soluções poliméricas. O entendimento das equações constitutivas para fluidos não-newtonianos representa um passo fundamental na compreensão dos escoamentos de fluidos não-newtonianos. Além disso, o conhecimento dos parâmetros que controlam os fenômenos dos escoamentos não-newtonianos também é de extremo interesse (Bird, 1987).

Dos modelos de equações constitutivas para fluidos não-newtonianos, os mais utilizados para descrever o comportamento dos fluidos de perfuração, são os modelos viscoplásticos.

## 1.2 Classificação dos Fluidos Viscoplásticos

Os fluidos viscoplásticos são fluidos não-newtonianos, que exibem deformação acima de um certo nível de tensão, conhecida como tensão limite de escoamento. Alguns exemplos de fluidos viscoplásticos são as fibras em suspensão, produtos alimentícios, tintas, argilas, ceras, sangue, creme dental e os próprios fluidos de perfuração.

A tensão limite de escoamento ( $\tau_y$ ), quando menor que a tensão cisalhante, descreve o comportamento do fluido como um sólido rígido. Sob o campo de tensões o fluido escoar com uma relação entre a tensão e a taxa de cisalhamento, o que representa a viscosidade do fluido. A consequência direta dessa propriedade é

que o campo de escoamento é dividido em duas regiões: a região de escoamento e a região de não escoamento (Huilgol et al., 2005).

A explicação para o comportamento dos fluidos viscoplásticos, é que essa classe de fluidos apresenta uma estrutura tridimensional suficientemente rígida para resistir a qualquer tensão menor que  $\tau_y$  (Tanner, 2002)

A taxa de deformação ( $\dot{\gamma}$ ), para escoamento de fluidos viscosos não-newtonianos, no caso unidimensional, pode ser descrita sob a forma da Equação (1.1).

$$\frac{dV_i}{d\xi_j} = \dot{\gamma} = f(\tau_{ij}) \quad (1.1)$$

onde  $V_i$  é a componente da velocidade na superfície do escoamento e  $\xi_j$  é a direção do escoamento. Essa equação implica que a taxa de deformação ( $\dot{\gamma}$ ) do fluido é uma função da tensão cisalhante ( $\tau_{ij}$ ).

Os dois modelos de fluidos de viscosidade de viscoplásticos largamente empregados na indústria são:

- (a) Plástico de Bingham;
- (b) Herschel-Bulkley.

Antes de apresentar as definições dos modelos do tipo plástico de Bingham e Herschel-Bulkley, é importante definir fluidos pseudoplásticos (*shear-thinning*) e fluidos dilatantes (*shear-thickening*).

**Fluidos pseudoplásticos (*shear-thinning*):** nesses fluidos a viscosidade reduz-se progressivamente com o aumento da tensão cisalhante (linha cheia da Figura 1.4.b), e a curva de escoamento torna-se linear somente em altas taxas de cisalhamento. O limite da inclinação é conhecido como viscosidade na taxa infinita de cisalhamento,  $\eta_\infty$ . Como resultado, a equação empírica conhecida como Power-Law é largamente usada para caracterizar fluidos desse tipo. Está relação pode ser escrita como:

$$\tau = k |\dot{\gamma}|^{n-1} \dot{\gamma} \quad (1.2)$$

onde  $\dot{\gamma}$  é a taxa de deformação,  $\tau$  é a tensão cisalhante,  $k$  e  $n$  são constantes.  $k$  é o índice de consistência do fluido. Para  $k$  muito alto o fluido é muito viscoso.  $n$  é a medida do afastamento do comportamento newtoniano (Índice da Lei de Potência). A viscosidade não-newtoniana para um fluido Power-Law pode ser expressa da seguinte maneira:

$$\eta = \tau / \dot{\gamma} = k |\dot{\gamma}|^{n-1} \quad (1.3)$$

se  $n < 1$  a viscosidade decresce com o aumento da tensão cisalhante. Este tipo de comportamento é comum em polímeros de alta ordem e em muitas soluções com suspensão (Tanner, 2002). Na Equação (1.3), se  $n = 1$ , obtém-se a viscosidade newtoniana.

**Fluidos dilatantes (*shear-thickening*):** possuem comportamento inverso aos fluidos pseudoplásticos, ou seja, a viscosidade cresce com o crescimento da tensão cisalhante (linha cheia da Figura 1.4.c). A equação Power-Law também é aplicável, porém com  $n > 1$ . Nos processos industriais os fluidos dilatantes são tão comuns quanto os pseudoplásticos, porém a aplicação da equação Power-Law é similar nos dois casos (Tanner, 2002).

A seguir são apresentadas as definições dos modelos do tipo fluido plástico de Bingham e fluido Herschel-Bulkley.

**Fluido Plástico de Bingham:** um fluido do tipo plástico de Bingham é caracterizado por uma curva de escoamento (linha cheia da Figura 1.4.a) a qual intercepta com  $\tau_y$ , no eixo da tensão cisalhante.  $\tau_y$  é a magnitude da tensão a qual deve ser excedida para o escoamento se iniciar, ou seja, é a tensão limite de escoamento. A equação reológica para plástico de Bingham pode ser escrita da seguinte forma para  $\dot{\gamma} \geq 0$ :

$$\dot{\gamma} = 0 \quad \text{se} \quad \tau \leq \tau_y \quad (1.4)$$

$$\tau = \tau_y + \mu_p \dot{\gamma} \quad \text{se} \quad \tau > \tau_y$$

sendo  $\mu_p$  é a viscosidade plástica, obtida da inclinação da curva de escoamento.

A viscosidade não-newtoniana para um fluido plástico de Bingham pode ser expressa da seguinte maneira:

$$\eta = \tau / \dot{\gamma} = \tau_y / \dot{\gamma} + \mu_p \quad (1.5)$$

Exemplos comuns de fluido plástico de Bingham são cimentos, gorduras, tintas a óleo e creme dental. A explicação para o comportamento do plástico de Bingham, é que ele contém uma estrutura tridimensional, suficientemente rígida para resistir a tensões menores que  $\tau_y$ . Se essa tensão for excedida a estrutura se desintegra e o comportamento torna-se newtoniano (Tanner, 2002).

A Figura 1.3 apresenta o comportamento da viscosidade não-newtoniana de um fluido plástico de Bingham.

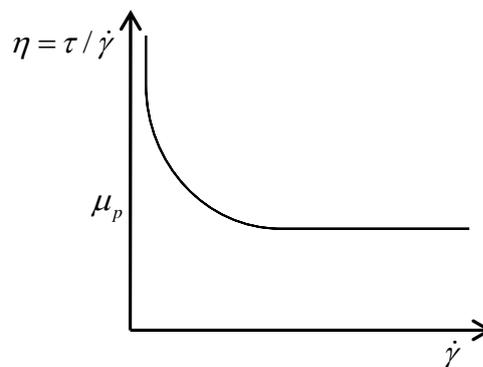


Figura 1.3 – Viscosidade não-newtoniana para fluido plástico de Bingham.

Da Figura 1.3 é possível observar que a viscosidade torna-se constante, ou igual a  $\mu_p$ , somente a altas taxas de deformação.

**Fluido Herschel-Bulkley:** o fluido Herschel-Bulkley é conhecido por possuir características de dois outros fluidos, o fluido de Bingham (Equação (1.4)) e o

Power-Law (Equação (1.2)). A equação constitutiva para um fluido Herschel-Bulkley é escrita como:

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} &= 0 & \text{se} & \tau \leq \tau_y \\ \tau &= \tau_y + k\dot{\gamma}^n & \text{se} & \tau > \tau_y \end{aligned} \tag{1.6}$$

Quando  $\tau_y$  é excedido e  $n$  é diferente da unidade, o fluido escoar com uma relação não-linear entre a tensão e a taxa de cisalhamento (Tanner, 2002).

Para um melhor entendimento do comportamento dos fluidos viscoplásticos, a Figura 1.4 representa o comportamento da tensão cisalhante em função da taxa de deformação para os fluidos de Bingham, pseudoplástico e dilatante.

Na Figura 1.4.a, após  $\tau$  exceder  $\tau_y$ , o fluido de Bingham escoar com uma relação linear entre  $\dot{\gamma}$  e  $\tau$ . A inclinação da reta é a viscosidade plástica do fluido ( $\mu_p$ ). Na Figura 1.4.b, a viscosidade do fluido pseudoplástico diminui com o aumento da tensão. Na Figura 1.4.c, a viscosidade do fluido dilatante aumenta com o aumento da tensão. Na Figura 1.4, a linha pontilhada ilustra o comportamento da tensão cisalhante em função da taxa de cisalhamento para um fluido newtoniano.

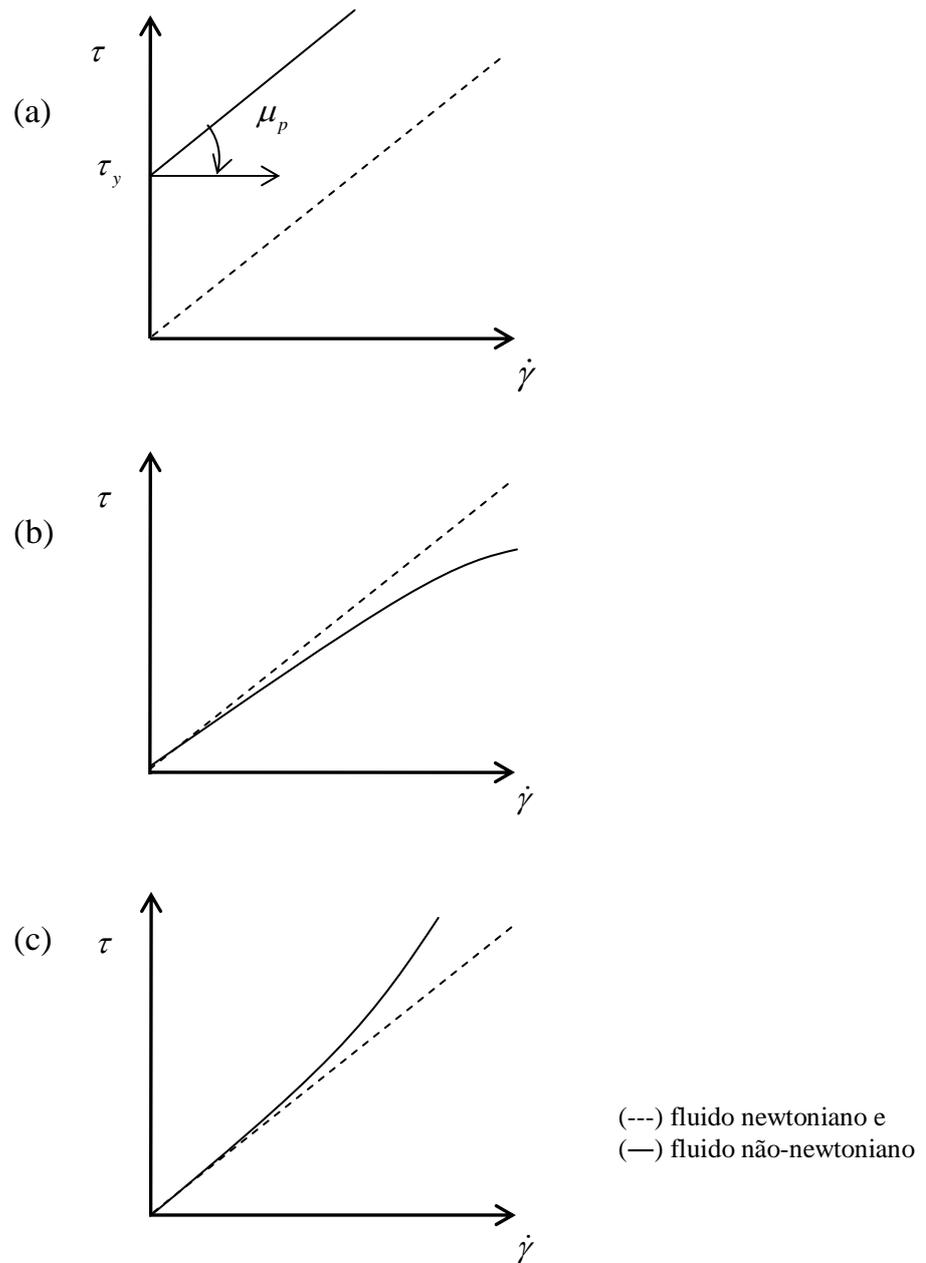


Figura 1.4 -Tensão cisalhante ( $\tau$ ) em função da taxa de deformação ( $\dot{\gamma}$ ) para (a) Fluido de Bingham, (b) Fluido pseudoplástico e (c) Fluido dilatante. A linha pontilhada representa o comportamento newtoniano. (fonte: Tanner, 2002).

### 1.3 Objetivos

Em operações de perfuração de poços de petróleo estão presentes tubos de seção transversal circular e elíptica. A geometria elíptica ocorre devido a ovalização do poço, causada pela passagem e oscilação da broca de perfuração.

Neste trabalho realiza-se um estudo numérico do escoamento de fluido não-newtoniano, viscoplástico, em tubos de seção transversal elíptica, utilizando a técnica numérica da dinâmica de fluidos computacional com um programa comercial.

Será investigado o efeito dos parâmetros geométricos do tubo, cinemáticos do escoamento e reológicos do fluido no fator de atrito para escoamentos em três diferentes configurações geométricas, as quais são, o tubo de seção transversal elíptica (G1), o tubo anular com seção transversal elíptica e tubo interno cilíndrico concêntrico (G2) e por fim, o tubo anular com seção transversal elíptica e tubo interno cilíndrico excêntrico (G3). A Figura 1.5 ilustra as seções transversais das geometrias G1, G2 e G3.

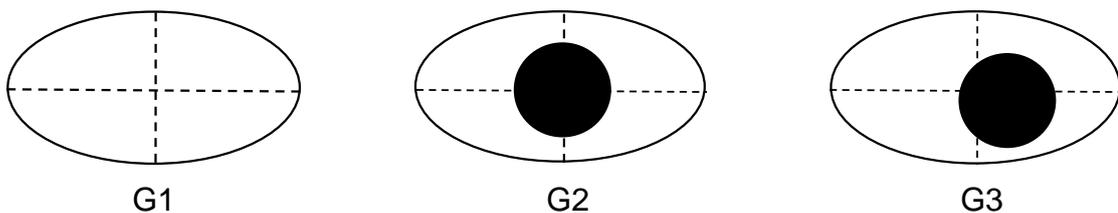


Figura 1.5 – Seções transversais das geometrias G1, G2 e G3.

As geometrias G2 e G3 são as que mais se aproximam da geometria que se encontra numa atividade de perfuração. Nesses casos, de maneira simplificada, o tubo interno representa a broca e o tubo elíptico a parede do poço.

### 1.4 Justificativa

Na atividade de perfuração de poços e implantação de plataformas de petróleo são investidos milhões de dólares, a exemplo do poço Ingre-X na Bolívia, perfurado pela PETROBRAS, no qual foi feito um investimento inicial de 40 milhões de dólares (Folha On-Line, (2008)). Diante desse cenário, é possível concluir que investimento em pesquisas é algo muito lucrativo, pois melhoramentos que podem vir a ocorrer nessa atividade podem ser convertidos em altos lucros. E mais, com a descoberta

de novas tecnologias, pode-se produzir mais petróleo com menos poços perfurados, obtendo-se maiores lucros com menos agressões ao meio ambiente.

Como existem poucos trabalhos sobre escoamento de fluidos não-newtonianos em tubos de seção transversal elíptica, um trabalho de simulação numérica sobre escoamento de fluido viscoplástico em tubos de seção transversal elíptica é um assunto de interesse. Em um futuro próximo pode ser uma referência para novos trabalhos e auxiliar no desenvolvimento de novos polímeros, os quais constituem a base dos fluidos de perfuração.

## 1.5 Estrutura do Trabalho

Quanto à estrutura do presente trabalho, o Capítulo 1 apresenta alguns conceitos referentes aos fluidos não-newtonianos e a classificação dos fluidos viscoplásticos, deixando claro as principais diferenças entre um fluido newtoniano e um fluido não-newtoniano. São também apresentados os objetivos do presente trabalho.

O capítulo 2 apresenta uma revisão de trabalhos realizados na área de escoamento de fluidos viscoplásticos.

Os Capítulos 3 e 4 descrevem a metodologia utilizada para implementação das equações constitutivas de um fluido viscoplástico e os métodos numéricos utilizados pelo pacote comercial PHOENICS-CFD (Cham, 2005).

O Capítulo 5 apresenta a validação dos resultados numéricos, obtidos do modelo viscoplástico implementado, junto aos resultados provenientes de equações analíticas.

O capítulo 6 apresenta os resultados da análise do escoamento de um fluido viscoplástico em três geometrias distintas.

As conclusões e sugestões para trabalhos futuros encontram-se no Capítulo 7.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A compreensão das características do escoamento de fluidos não-newtonianos é fundamental para diversas atividades industriais, como por exemplo, a extrusão e o processamento de polímeros, o processamento de tintas, alimentos produtos farmacêuticos e a perfuração de poços de petróleo e gás. O desenvolvimento tecnológico, nessas atividades industriais, tem motivado estudos com a finalidade de compreender os fenômenos físicos envolvidos nesse tipo de escoamento.

O comportamento de fluidos de perfuração são comumente representados através dos modelos viscoplásticos. O escoamento de fluidos viscoplásticos tem sido bastante estudado nas últimas décadas. Quaresma et al. (1998), Soares et al.(1999), Viana et al. (2001), entre outros, exploraram características do escoamento, como o perfil de velocidade, fator de atrito e Número de Escoamento. Há também estudos de fluidos viscoplásticos em diversas geometrias, como o tubo de seção transversal circular, quadrada, retangular e elíptica, apesar de que a última geometria ainda é pouco explorada de acordo com Maia et al. (2006).

Alguns trabalhos exploram experimentalmente o escoamento de fluidos viscoplásticos, outros numericamente. Kelessidis et al. (2006), apresentam resultados experimentais sobre fluidos viscoplásticos. Apresentam também um conteúdo teórico bastante interessante, que discute as vantagens e desvantagens de cada modelo viscoplástico. Quaresma et al. (1998) e Escudier et al. (2002), apresentam resultados numéricos do escoamento de fluido viscoplástico. Discutem a influência dos parâmetros geométricos, como a excentricidade do tubo interno em geometrias anulares e também parâmetros reológicos dos fluidos, como o Índice da Lei de Potência e o Número de Escoamento.

### 2.1 Revisão dos Trabalhos

O presente capítulo traz uma revisão de trabalhos que tratam do escoamento de fluidos não-newtonianos, especialmente os viscoplásticos, e também os newtonianos, em tubos de diversas geometrias. Em alguns trabalhos foram realizadas comparações entre o comportamento de fluidos newtonianos e não-newtonianos.

**Velusamy e Garg (1996):** analisaram o escoamento em regime permanente completamente desenvolvido de fluido newtoniano no interior de dutos elípticos verticais e apresentam resultados como perfil de velocidade, fator de atrito e número de Nusselt. Observaram que o fator de atrito para o fluido newtoniano é maior em tubos de seção elíptica comparados aos de seções circulares. Foram utilizadas coordenadas cilíndricas elípticas. O sistema de coordenadas consiste de uma família ortogonal de elipses confocais e hipérbolas em um plano transladado na terceira direção. Foi utilizado o método de discretização de volumes finitos.

**Escudier e Presti (1996):** realizaram estudos experimentais, do escoamento completamente desenvolvido em tubos, para soluções aquosas de laponita, uma argila sintética.

A motivação do trabalho de Escudier e Presti (1996), é a necessidade de um melhor entendimento da mecânica e do escoamento de fluidos de perfuração de poços de petróleo e gás, os quais são bombeados para dentro da broca, através do interior da coluna, e retornam pelo anular entre a coluna e a formação.

Os autores verificaram que os perfis de velocidade para a solução aquosa tixotrópica de laponita, são melhor caracterizados pelo modelo Herschel-Bulkley. Afirmam também que, medidas detalhadas dos níveis de velocidade média e velocidade de flutuação (axial, tangencial e radial) para a solução de laponita têm sido obtidas utilizando o anemômetro laser Doppler. Segundo os autores, devido ao fato de muitos fluidos de interesse prático serem opacos, técnicas de medidas ópticas não intrusivas, como o anemômetro laser Doppler são utilizadas.

**Mazumdar et al. (1997):** realizaram estudos sobre transferência de calor em geometrias anulares, como o tubo anular circular, o anular quadrado e o anular elíptico, porém tubo interno também elíptico. O objetivo desse trabalho foi apresentar os perfis de velocidade ao longo da seção transversal dos tubos. Para isso, a equação diferencial parcial para a velocidade na seção transversal do tubo é reduzida a uma equação diferencial ordinária de segunda ordem. É apresentado o perfil de velocidade no plano  $r-\theta$  (isolinhas do perfil de velocidade) para fluido viscoso, com diferentes Índices da Lei de Potência ( $n$ ).

**Quaresma et al. (1998):** estudaram a região de entrada térmica em regime laminar, para convecção forçada no escoamento de um fluido Herschel-Bulkley. O problema é resolvido analiticamente através da técnica de transformação integral generalizada, para tubo circular e placas paralelas. Um diferencial desse trabalho é a apresentação da solução analítica do perfil de velocidade para fluido Herschel-Bulkley, tanto para placas paralelas quanto para tubo circular. São também apresentadas as equações do fator de atrito de Fanning e do Número de Escoamento. Os autores apresentam resultados do produto  $f Re$  para placas paralelas e tubo circular. Nos dois casos, quanto maior o Índice da Lei de Potência e o Número de escoamento, maior o produto  $f Re$ .

**Soares et al. (1999):** apresentam a análise da transferência de calor na região de entrada de escoamentos de fluidos viscoplásticos em tubos. O escoamento é laminar e a viscosidade é modelada segundo a equação de Herschel-Bulkley. As equações da conservação são resolvidas numericamente via método de volumes finitos. O efeito da dependência da temperatura nas propriedades reológicas é também investigado e o número de Nusselt, por exemplo, é obtido como função da coordenada axial, do campo de tensões e do Índice da Lei de Potência.

Soares et al. (1999) apresentam também, os perfis de velocidade em quatro diferentes posições axiais ao longo da região de entrada. É possível perceber que há uma velocidade próxima à parede, devido à difusão axial da quantidade de movimento, e além do mais a velocidade não pode ser determinada por formulações que consideram a difusão radial somente. Esse fator deve ser considerado para fluidos newtonianos, visto que isto deve ter um importante impacto na transferência de calor.

**Viana et al. (2001):** estudaram a transferência de calor para escoamento de fluido Herschel-Bulkley em tubos de seção anular concêntrica. As equações da conservação são resolvidas analiticamente usando a técnica de transformação integral. São apresentados os resultados do produto  $f Re$  em função do Índice da Lei de Potência e do Número de Escoamento e também da razão de aspecto. Assim como os resultados apresentados por Quaresma et al. (1998) para placas paralelas

e tubo circular, quanto maior o Índice da Lei de Potência e o Número de Escoamento, maior o produto  $f Re$ .

**Escudier et al. (2002):** estudaram o escoamento de fluido Power-Law em tubo anular excêntrico com cilindro interno em rotação. Apresentaram um extenso número de resultados numéricos, utilizando um método de volumes finitos altamente preciso, para o escoamento laminar completamente desenvolvido de um fluido Power-Law inelástico *shear-thinning*.

São também apresentados cálculos adicionais para modelos reológicos mais complexos, incluindo Cross, Carreau e Herschel-Bulkley, os quais são comparados sistematicamente com o modelo Power-Law. Comparações são feitas com outros resultados numéricos recentes. Os autores perceberam que para fluido Power-Law há um crescimento do produto  $f Re$  (fator de atrito de Fanning multiplicado pelo número de Reynolds) com o crescimento do  $Ta$  (Número de Taylor), e um crescimento de  $f Re$  com a baixa e alta excentricidade, mas um decréscimo com uma excentricidade intermediária.

Os autores concluíram que esses efeitos resultam da distorção da componente axial da velocidade criada pela combinação dos efeitos de excentricidade e rotação do cilindro interno. No entanto, devido a suas características *shear-thinning*, um fluido Power-Law geralmente exibe menores fatores de atrito se comparados com o fluido newtoniano.

**Uzun (2002):** obteve soluções numéricas para transferência de calor em regime de escoamento laminar para fluido não-newtoniano, em dutos com seções triangulares, quadradas, senoidais, etc. A equação da continuidade, da energia e da quantidade de movimento em coordenadas cartesianas foram transformadas por técnica de geração elíptica de malha na nova coordenada não-ortogonal. As equações transformadas são resolvidas pelo método de diferenças finitas. Como uma aplicação do método, resultados do escoamento e transferência de calor são apresentados para dutos com seções triangulares, quadradas e senoidais. Os resultados são comparados com trabalhos anteriores.

**Huilgol e You (2005):** estudaram escoamentos em regime permanente para os fluidos de Bingham, Casson e Herschel-Bulkley em tubos de diferentes seções transversais, como a circular e a quadrada, através da aplicação do método dos multiplicadores de Lagrange. Os resultados revelaram o efeito da não-linearidade da viscosidade nos escoamentos examinados.

O maior mérito desse estudo, segundo os autores, consiste na resolução do problema de escoamento permanente de fluidos viscoplásticos em tubos, por combinação de desigualdades variacionais com o método de elementos finitos e a efetiva minimização da técnica.

Huilgol e You (2005) ilustram também a localização das regiões de escoamento e não-escoamento para os três modelos de fluidos não-newtonianos. Os valores do escoamento empistonado, da taxa de escoamento, do número crítico de Oldroyd e o fator de atrito foram também determinados. A influência evidente do Número de Oldroyd no perfil de velocidade, no escoamento empistonado e na região de estagnação (região de não-escoamento) foram apresentados.

Da comparação entre os resultados numéricos e analíticos, há uma melhor concordância para o caso do tubo de seção transversal circular. No tubo quadrado, as regiões de não-escoamento são precisamente determinadas.

**Kelessidis et al. (2006):** como exemplo de estudo de fluido Herschel-Bulkley em tubos de geometria circular e anular circular tem-se o trabalho de Kelessidis et al. (2006), que realizaram estudos experimentais de fluidos de perfuração que contém bentonita como aditivo e exibem comportamento não-newtoniano, os quais podem ser descritos pelos três parâmetros do modelo reológico de Herschel-Bulkley.

Nesse trabalho os autores explicam que a bentonita é adicionada para controlar a viscosidade dos fluidos e para prevenir a infiltração dos fluidos de perfuração nos poros das formações rochosas. Vários modelos reológicos têm sido propostos para descrever o comportamento reológico de misturas de bentonita, particularmente para aplicações de perfuração.

Segundo os autores os dois parâmetros do modelo de fluido plástico de Bingham e de fluido Power-Law são usados com maior frequência, devido sua simplicidade e concordância com os reogramas. O modelo Power-Law é utilizado como a primeira correção do comportamento não-newtoniano.

De acordo com Kelessidis et al. (2006) um modelo de três parâmetros foi proposto por Herschel e Bulkley. Existem modelos ainda mais complexos, com cinco parâmetros, como os modelos propostos por Maglione et al. (2000). Os modelos reológicos mais complexos são avaliados mais precisamente em estudos do comportamento de fluidos de perfuração do que os modelos mais simples, como Bingham e Power-Law. Porém, modelos mais complexos não são largamente aplicados devido à dificuldade de se encontrar soluções analíticas para as equações diferenciais da quantidade de movimento, seguido pela complexidade dos cálculos para parâmetros hidráulicos apropriados, como o Número de Reynolds. Também há complexidade na determinação do perfil de velocidade, queda de pressão em tubos circulares e anulares e critério de transição de escoamento laminar para turbulento.

Os autores explicam que, os parâmetros hidráulicos podem ser obtidos somente por métodos numéricos para modelos reológicos complexos. E como atualmente, há um compromisso entre a precisão nos cálculos e a simplicidade no seu uso, o melhor caminho é o uso do modelo reológico de Herschel-Bulkley.

Os três parâmetros do modelo Herschel-Bulkley não têm sido muito utilizados, no entanto é o modelo que melhor descreve os dados reológicos do fluido de perfuração. A razão para essa não utilização deve-se à complexidade dos três parâmetros. O trabalho de Maglione e Romagnoli (1999), citado por Kelessidis et al. (2006), sugeriu que a variação do Índice da Lei de Potência ( $n$ ) do modelo Herschel-Bulkley pode ser o fator mais importante, porque isto indica a influência de todos os parâmetros hidráulicos do circuito de perfuração no perfil de velocidade, queda de pressão e taxas de penetração. Maglione e Romagnoli (1999), mostraram então, que a queda de pressão deve-se aos baixos  $n$  em seções anulares e circulares.

Desse modo, Kelessidis et al. (2006) propuseram uma metodologia diferente e ótima para determinar os dados reológicos dos três parâmetros de fluidos de perfuração do modelo Herschel-Bulkley, e também discutem que a escolha de parâmetros reológicos pode afetar a determinação da queda de pressão e dos perfis de velocidade dos fluidos de perfuração ao longo do circuito de perfuração (tubo anular e circular).

**Maia et al. (2006):** apresentam dados sobre o desenvolvimento térmico e hidrodinâmico para transferência de calor em convecção forçada no interior de tubos

de geometrias simples como o tubo circular, placas paralelas e tubos anulares. Segundo os autores esses problemas têm sido bem estudados e documentados em vários livros e artigos, sendo que para o tubo de seção elíptica ainda não existem muitos relatos na literatura.

O foco deste trabalho, segundo Maia et al. (2006), é o escoamento laminar de fluido Power-Law num tubo elíptico. Para resolver o desenvolvimento térmico do problema, os autores utilizaram a técnica de transformação integral generalizada, também conhecido como transformação de Sturm-Liouville. Maia et al. (2006) apresentam a solução analítica para perfil de velocidade para fluido Power-Law em tubo de seção transversal elíptica.

Realizada esta revisão bibliográfica, foi possível perceber que o modelo Herschel-Bulkley é o que melhor descreve os fluidos de perfuração, motivação pela qual desenvolveu-se esse trabalho e que estudos de escoamento de fluido Herschel-Bulkley em tubos de seção elíptica consiste numa significativa contribuição, visto que o fluido e a geometria em questão ainda foram pouco explorados. Desse modo, o diferencial deste trabalho encontra-se no desenvolvimento de uma rotina no PHOENICS-CFD (Cham, 2005), para simulações de escoamento laminar de fluido Herschel-Bulkley através de tubos de seção transversal elíptica.

### 3 EQUAÇÕES GOVERNANTES

Neste capítulo apresenta-se a modelagem matemática realizada com base nas equações de conservação da massa, da quantidade de movimento e de uma equação constitutiva que estabelece o tensor tensões do fluido, além das condições iniciais e de contorno.

As geometrias estudadas consistem em um tubo com seção transversal elíptica (G1), em um tubo anular com seção transversal elíptica e tubo interno cilíndrico concêntrico (G2) e em um tubo anular com seção transversal elíptica e tubo interno cilíndrico excêntrico (G3). Para a construção dessas geometrias utiliza-se um sistema de coordenadas ajustadas ao corpo (*Body Fitted Coordinates–BFC*).

#### 3.1 Equações de Conservação

As equações de conservação da massa e quantidade de movimento escritas na forma conservativa, por meio de operadores tensoriais, são dadas pelas seguintes equações (Warsi, 1999):

**Equação da conservação da massa:**

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + (\nabla \cdot \rho \mathbf{V}) = 0 \quad (3.1)$$

**Equação da conservação da quantidade de movimento:**

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \mathbf{V} + (\nabla \cdot \rho \mathbf{V} \mathbf{V}) = (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}) + \rho \mathbf{g} \quad (3.2)$$

onde na Equação (3.2) representa o tensor de tensões total. O tensor de tensões total é representado pela Equação (3.3).

**Tensor de tensões total:**

$$= -p + \quad (3.3)$$

sendo  $\tau$  é o tensor tensões viscoso e  $\delta_{ij}$  o delta de Kronecher, que indica pressão somente nas direções normais.

**3.2 Coordenadas Generalizadas Não-Ortogonais**

Devido à utilização do sistema de coordenadas ajustadas ao corpo – *Body Fitted Coordinates (BFC)* – é necessário escrever as equações da conservação em coordenadas generalizadas não-ortogonais (Maliska, 1995).

Antes de apresentar as equações em coordenadas generalizadas, é necessário apresentar um sistema de coordenadas  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  referentes ao sistema cartesiano  $(x, y, z)$ . As coordenadas curvilíneas de um ponto são relacionadas ao sistema cartesiano por três equações de transformação do tipo (Maliska, 1995):

$$\xi_1 = \xi_1(x, y, z) \quad (3.4.a)$$

$$\xi_2 = \xi_2(x, y, z) \quad (3.4.b)$$

$$\xi_3 = \xi_3(x, y, z) \quad (3.4.c)$$

A Figura 3.1 apresenta o sistema de coordenadas curvilíneas  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$ .

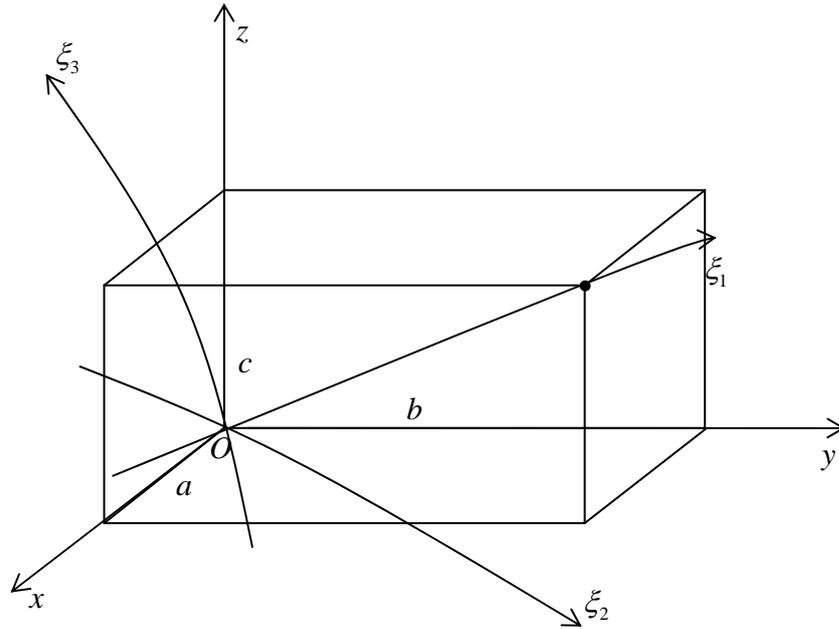


Figura 3.1 – Sistema de coordenadas curvilíneas  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  (Maliska, 1995).

Na Figura 3.1 as componentes da velocidade ao longo de  $x, y, z$  são as componentes cartesianas da velocidade e as componentes das velocidades ao longo de  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  são as componentes contravariantes da velocidade.

As métricas desta transformação podem ser obtidas através da função inversa. Os diferenciais em cada eixo coordenado no domínio transformado são fornecidos a seguir em função de suas derivadas parciais (Maliska, 1995):

$$d\xi_1 = \xi_{1(x)} dx + \xi_{1(y)} dy + \xi_{1(z)} dz \quad (3.5.a)$$

$$d\xi_2 = \xi_{2(x)} dx + \xi_{2(y)} dy + \xi_{2(z)} dz \quad (3.5.b)$$

$$d\xi_3 = \xi_{3(x)} dx + \xi_{3(y)} dy + \xi_{3(z)} dz \quad (3.5.c)$$

ou na forma matricial

$$\begin{pmatrix} d\xi_1 \\ d\xi_2 \\ d\xi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_{1(x)} & \xi_{1(y)} & \xi_{1(z)} \\ \xi_{2(x)} & \xi_{2(y)} & \xi_{2(z)} \\ \xi_{3(x)} & \xi_{3(y)} & \xi_{3(z)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

ou ainda como

$$[d^T] = [\mathbf{A}][d^F] \quad (3.7)$$

sendo  $d^T$  e  $d^F$  os diferenciais no domínio transformado e no domínio físico respectivamente. Através dos diferenciais no plano físico, encontra-se (Maliska, 1995):

$$\begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{(\xi_1)} & x_{(\xi_2)} & x_{(\xi_3)} \\ y_{(\xi_1)} & y_{(\xi_2)} & y_{(\xi_3)} \\ z_{(\xi_1)} & z_{(\xi_2)} & z_{(\xi_3)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\xi_1 \\ d\xi_2 \\ d\xi_3 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

ou

$$[d^F] = [\mathbf{B}][d^T] \quad (3.9)$$

Usando as Equações (3.7) e (3.9) encontra-se,

$$\mathbf{A} = \mathbf{B}^{-1} = J \begin{pmatrix} y_{\xi_2} z_{\xi_3} - y_{\xi_3} z_{\xi_2} & -(x_{\xi_2} z_{\xi_3} - x_{\xi_3} z_{\xi_2}) & x_{\xi_2} y_{\xi_3} - x_{\xi_3} y_{\xi_2} \\ -(y_{\xi_1} z_{\xi_3} - y_{\xi_3} z_{\xi_1}) & x_{\xi_1} z_{\xi_3} - x_{\xi_3} z_{\xi_1} & x_{\xi_1} y_{\xi_3} - x_{\xi_3} y_{\xi_1} \\ y_{\xi_1} z_{\xi_2} - y_{\xi_2} z_{\xi_1} & -(x_{\xi_1} z_{\xi_2} - x_{\xi_2} z_{\xi_1}) & x_{\xi_1} y_{\xi_2} - x_{\xi_2} y_{\xi_1} \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

sendo  $J$  o Jacobiano, definido na Equação (3.12).

Logo, comparando  $[\mathbf{A}]$  com  $[\mathbf{B}^{-1}]$ , elemento por elemento, as métricas são dadas por (Maliska, 1995):

$$\begin{aligned}
 \xi_{1(x)} &= J \left( y_{\xi_2} z_{\xi_3} - y_{\xi_3} z_{\xi_2} \right) \\
 \xi_{1(y)} &= -J \left( x_{\xi_2} z_{\xi_3} - x_{\xi_3} z_{\xi_2} \right) \\
 \xi_{1(z)} &= J \left( x_{\xi_2} y_{\xi_3} - x_{\xi_3} y_{\xi_2} \right) \\
 \\ 
 \xi_{2(x)} &= -J \left( y_{\xi_1} z_{\xi_3} - y_{\xi_3} z_{\xi_1} \right) \\
 \xi_{2(y)} &= J \left( x_{\xi_1} z_{\xi_3} - x_{\xi_3} z_{\xi_1} \right) \\
 \xi_{2(z)} &= J \left( x_{\xi_1} y_{\xi_3} - x_{\xi_3} y_{\xi_1} \right) \\
 \\ 
 \xi_{3(x)} &= J \left( y_{\xi_1} z_{\xi_2} - y_{\xi_2} z_{\xi_1} \right) \\
 \xi_{3(y)} &= -J \left( x_{\xi_1} z_{\xi_2} - x_{\xi_2} z_{\xi_1} \right) \\
 \xi_{3(z)} &= J \left( x_{\xi_1} y_{\xi_2} - x_{\xi_2} y_{\xi_1} \right)
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

onde

$$J = \det[A] = \frac{1}{\det[B]} \tag{3.12}$$

A Equação (3.13) mostra a equação geral da conservação em coordenadas

onde  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  e  $\xi_3$  são as três direções do sistema de coordenadas não-ortogonal,  $V_1$ ,  $V_2$  e  $V_3$  são as componentes da velocidade nas três direções,  $\rho$  é a massa específica,  $\phi$  é a variável transportada,  $\Gamma^\phi$  é o produto da difusividade pela massa específica da propriedade transportada e  $S$  é o termo fonte. O termo fonte é o responsável por acomodar todos os termos que não se encaixam na Equação (3.13). Quando o fluido estudado é newtoniano, ou seja,  $\Gamma^\phi = \mu$ , onde  $\mu$  é a viscosidade newtoniana. A Tabela 3.1 apresenta os valores de  $\phi$  e  $\Gamma^\phi$  para obter as equações da conservação da massa e da quantidade de movimento a partir da Equação (3.13).

Tabela 3.1 – Valores de  $\phi$  e  $\Gamma^\phi$ .

Equação da conservação	$\phi$	$\Gamma^\phi$
Massa	1	0
Quantidade de movimento em $\xi_1$	$V_1$	$\eta$
Quantidade de movimento em $\xi_2$	$V_2$	$\eta$
Quantidade de movimento em $\xi_3$	$V_3$	$\eta$

As variáveis  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $f$  são detalhadas a seguir (Maliska, 1995):

$$a = \xi_{1(x)}^2 + \xi_{1(y)}^2 + \xi_{1(z)}^2 \quad (3.14.a)$$

$$b = \xi_{2(x)}^2 + \xi_{2(y)}^2 + \xi_{2(z)}^2 \quad (3.14.b)$$

$$c = \xi_{3(x)}^2 + \xi_{3(y)}^2 + \xi_{3(z)}^2 \quad (3.14.c)$$

$$d = \xi_{1(x)}\xi_{2(x)} + \xi_{1(y)}\xi_{2(y)} + \xi_{1(z)}\xi_{2(z)} \quad (3.14.d)$$

$$e = \xi_{1(x)}\xi_{3(y)} + \xi_{1(y)}\xi_{3(y)} + \xi_{1(z)}\xi_{3(z)} \quad (3.14.e)$$

$$f = \xi_{2(x)}\xi_{3(x)} + \xi_{2(y)}\xi_{3(y)} + \xi_{2(z)}\xi_{3(z)} \quad (3.14.f)$$

Com as informações sobre as equações de conservação, pode-se analisar os casos a serem estudados. Informações mais detalhadas sobre a equação constitutiva do fluido Herschel-Bulkley e da geometria desses casos, são apresentadas nos itens a seguir.

### 3.3 Equação Constitutiva para o Fluido Herschel-Bulkley

O modelo newtoniano é completamente inadequado para descrever fenômenos de líquidos macromoleculares, ou seja, aqueles compostos por longas cadeias de carbono.

Um fluido newtoniano, incompressível e isotérmico pode ser caracterizado por apenas duas constantes materiais: a massa específica  $\rho$  e a viscosidade dinâmica  $\mu$ . Uma vez que essas grandezas tenham sido medidas, as equações governantes para a velocidade e distribuição de tensões no fluido são fixadas para qualquer sistema.

A caracterização experimental de fluidos não-newtonianos incompressíveis, por outro lado, é muito mais complexa. Pode-se naturalmente, medir a massa específica, mas como não se tem uma equação para  $\mu$  análoga à dos fluidos newtonianos, não se sabe quais outras propriedades têm necessidade de serem medidas. Se, por exemplo, para um fluido não-newtoniano, tentar-se medir a viscosidade num viscosímetro, essa viscosidade não será constante (Bird, 1987).

Antes de apresentar novamente e comentar as características da equação constitutiva para fluido Herschel-Bulkley, agora sob a forma da Equação (3.15), é importante enfatizar que o pacote comercial PHOENICS-CFD (Cham, 2005) não possui a equação de fluido Herschel-Bulkley disponível como possui para fluido newtoniano, plástico de Bingham e Power-Law. Sendo assim, torna-se necessária a implementação desse modelo via *Inform*.

*Inform* é um suplemento da linguagem de entrada do PHOENICS-CFD, que facilita a entrada de dados. Especificamente, permite que os usuários expressem suas exigências com equações algébricas, como por exemplo para discretização do espaço e do tempo, propriedades materiais, valores iniciais, termos fontes, condições limites, formas e movimentos de corpos, ou outras características especiais. As equações são colocadas no arquivo Q1 por um editor de texto (Spalding, 1994).

Como já mencionado no Capítulo 1 deste trabalho, o fluido Herschel-Bulkley é conhecido por possuir características de dois outros fluidos, o fluido de Bingham e o Power-Law. A equação constitutiva para um fluido Herschel-Bulkley tem a forma:

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} &= 0 & \text{se } \tau &\leq \tau_y \\ \tau &= \tau_y + k \dot{\gamma}^n & \text{se } \tau &> \tau_y \end{aligned} \tag{3.15}$$

onde  $\tau_y$  é a tensão limite de escoamento,  $\tau$  é o tensor tensão,  $\dot{\gamma}$  é o tensor taxa de deformação,  $k$  é o Índice de consistência do fluido e  $n$  é o Índice da Lei de Potência, o qual se for menor que a unidade caracteriza um fluido pseudoplástico (*shear thinning*) e quando maior que a unidade caracteriza um fluido dilatante (*shear thickening*).

Comparando a equação constitutiva do fluido Herschel-Bulkley (Equação (3.15)) com o modelo de fluido newtoniano generalizado (Equação (3.16)) encontra-se a Equação (3.17) para a viscosidade não-newtoniana do fluido Herschel-Bulkley.

**Fluido Newtoniano Generalizado:**

$$\tau = \eta \dot{\gamma} \tag{3.16}$$

**Viscosidade Não-Newtoniana para Fluido Herschel-Bulkley:**

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} + k \dot{\gamma}^{n-1} \tag{3.17}$$

A Equação a ser implementada no PHOENICS-CFD (Cham, 2005) é a Equação (3.18)

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} &= 0 & \text{se } \tau &\leq \tau_y \\ \eta &= \frac{\tau}{\dot{\gamma}} + k \dot{\gamma}^{n-1} & \text{se } \tau &> \tau_y \end{aligned} \tag{3.18}$$

No PHOENICS-CFD, quando  $\dot{\gamma} = 0$  admite-se um valor infinito para a viscosidade.

A magnitude do tensor tensão,  $\tau$ , e da taxa de deformação,  $\dot{\gamma}$ , são dadas pelas seguintes equações:

$$|\tau| = \sqrt{\frac{1}{2}(\tau : \tau)} \quad \text{ou} \quad |\tau| = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_i \sum_j \tau_{ij}^2} \quad (3.19.a)$$

$$|\dot{\gamma}| = \sqrt{\frac{1}{2}(\dot{\gamma} : \dot{\gamma})} \quad \text{ou} \quad |\dot{\gamma}| = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_i \sum_j \dot{\gamma}_{ij}^2} \quad (3.19 b)$$

onde  $\tau_{ij} = \eta \dot{\gamma}_{ij}$  e  $\dot{\gamma}_{ij} = \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i}$  quando  $i \neq j$  e  $\dot{\gamma}_{ij} = 2 \frac{\partial V_i}{\partial x_j}$  quando  $i = j$ .  $\tau$  e  $\dot{\gamma}$  são os tensores tensão e taxa de deformação transpostos.

Da Equação (3.15) pode-se obter as equações constitutivas para fluido newtoniano, Power-Law e Bingham, se forem aplicadas as seguintes condições:

Se  $\tau_y = 0$ ,  $n = 1$  e  $k = \mu$ , tem-se um fluido newtoniano;

Se  $\tau_y = 0$  e  $n \neq 1$  tem-se um fluido Power-Law;

Se  $\tau_y \neq 0$  e  $n = 1$  tem-se um fluido de Bingham.

A expressão para Número de Escoamento (*Yield Number*), Equação (3.20), representa a relação entre os parâmetros geométricos, reológicos e cinemáticos para escoamento de fluido Herschel-Bulkley.

$$Y = \frac{\tau_y}{k} \left( \frac{D_h}{V_m} \right)^n \quad (3.20)$$

A expressão para fator de atrito de Fanning, Equação (3.21), surge da adimensionalização da tensão de cisalhamento com a pressão dinâmica do tubo.

$$f = \left( -\frac{dp}{dz} \right) \frac{D_h}{2\rho V_m^2} \quad (3.21)$$

sendo  $D_h$  o diâmetro hidráulico,  $V_m$  a velocidade média e  $\left( -\frac{dp}{dz} \right)$  o gradiente de pressão.

No caso do fluido Herschel-Bulkley utiliza-se a Equação (3.23) para cálculo do número de Reynolds (Quaresma et al., 1998), que surge naturalmente da definição de coeficiente de atrito, porém quando a tensão de cisalhamento é adimensional. Da Equação (3.23) é possível obter o Número de Reynolds para o caso newtoniano ( $Re = \rho V_m D_h / \mu$ ) fazendo  $n = 1$  e  $k = \mu$ .

$$C_f = \frac{\tau}{1/2 \rho u^2} = \frac{1}{Re} \quad (3.22)$$

$$Re = \frac{\rho V_m^{2-n} D_h^n}{k} \quad (3.23)$$

sendo  $C_f$  o coeficiente de atrito.

A seguir apresenta-se a solução analítica para perfil de velocidade para o caso de um fluido Herschel-Bulkley em regime de escoamento laminar em tubo de seção circular (Quaresma et al. (1998)). A dedução das Equações (3.24) e (3.25) são apresentadas no Apêndice A.

$$r_0 = \frac{2\tau_y}{\left(-\frac{\partial p}{\partial z}\right)} \quad (3.24)$$

sendo  $r_0$  o raio do escoamento empistonado, Figura 3.2.

para  $r \geq r_0$

$$v_z(r) = \frac{n \left(-\frac{\partial P}{\partial z}\right)^{1/n} R^{(n+1)/n}}{(n+1)(2)^{1/n} k^{1/n}} \left( \left( 1 - \frac{2\tau_y}{\left(-\frac{\partial P}{\partial z}\right) R} \right)^{(n+1)/n} - \left( \frac{r}{R} - \frac{2\tau_y}{\left(-\frac{\partial P}{\partial z}\right) R} \right)^{(n+1)/n} \right) \quad (3.25)$$

para  $r \leq r_0$

$$v_z(r) = \frac{n \left( -\frac{\partial P}{\partial z} \right)^{1/n} R^{(n+1)/n}}{(n+1)(2)^{1/n} k^{1/n}} \left( 1 - \frac{r_0}{R} \right)^{(n+1)/n} \quad (3.26)$$

Da Figura 3.2 é possível visualizar os perfis de tensão e velocidade e o raio do escoamento empistonado para escoamento de fluido Herschel-Bulkley.

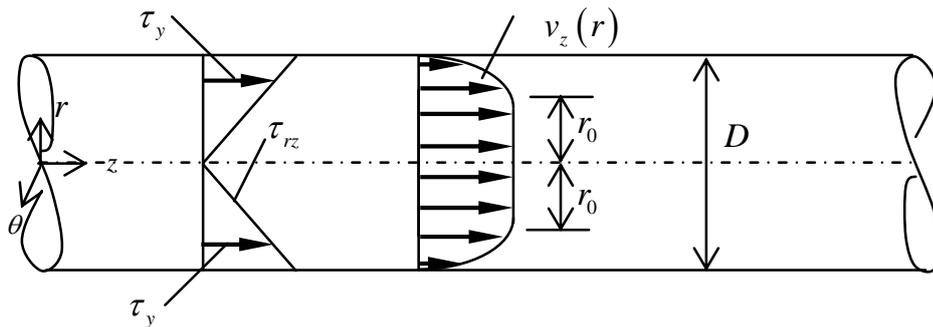


Figura 3.2 – Perfis de tensão e velocidade para escoamento de fluido Herschel-Bulkley.

### 3.4 Casos Estudados

As cinco configurações geométricas investigadas neste trabalho são:

1. O tubo de seção transversal circular;
2. O tubo anular circular;
3. Os tubos de seção transversal elíptica (G1);
4. Os tubos de seção transversal elíptica e tubo interno cilíndrico concêntrico (G2);
5. Os tubos de seção transversal elíptica e tubo interno cilíndrico excêntrico (G3).

A seguir as cinco configurações são apresentadas com maiores detalhes.

As hipóteses simplificadoras para todas as geometrias investigadas são escoamento isotérmico, incompressível, laminar, sem influência da gravidade e em regime permanente.

### 3.4.1 Tubo de Seção Transversal Circular

A Figura 3.3 ilustra o tubo de seção transversal circular. O estudo do escoamento no tubo de seção transversal circular tem por objetivo validar o modelo viscoplástico a ser implementado nas geometrias G1, G2 e G3. No tubo circular o escoamento é 2-D devido às condições de simetria, portanto,  $V_\theta = 0$ .

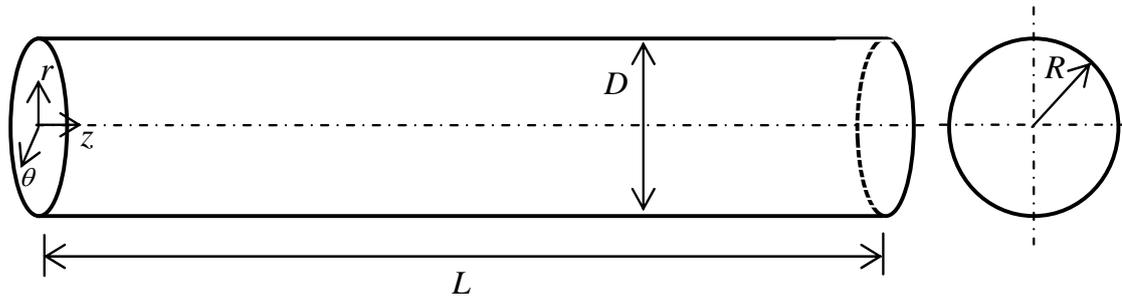


Figura 3.3 – Tubo de seção transversal circular.

As condições de contorno utilizadas são:

- Velocidade nula na parede do tubo:  $V_r = V_z = 0$  em  $r = R$ ;
- Perfil de velocidade uniforme na entrada do tubo:  $V_z = \bar{V}_z$ ;
- Escoamento completamente desenvolvido na saída do tubo:  $P = P_{ref} = 0$ ;
- Condição de simetria:  $\partial(\ ) / \partial r = 0$ .

Para o caso do tubo de seção transversal circular o diâmetro hidráulico ( $D_h$ ) é igual a  $D$ . A seguir tem-se a definição de diâmetro hidráulico.

$$D_h = \frac{4A}{P} \quad (3.27)$$

sendo  $A$  a área da seção transversal e  $P$  o perímetro molhado.

### 3.4.2 Tubo de Seção Transversal Anular Circular

A Figura 3.4 ilustra o tubo de seção transversal circular anular. O estudo do escoamento no tubo de seção transversal anular circular também tem por objetivo

validar o modelo viscoplástico a ser implementado nas geometrias G1, G2 e G3. No tubo anular circular o escoamento também é 2-D devido às condições de simetria, portanto  $V_\theta = 0$ .

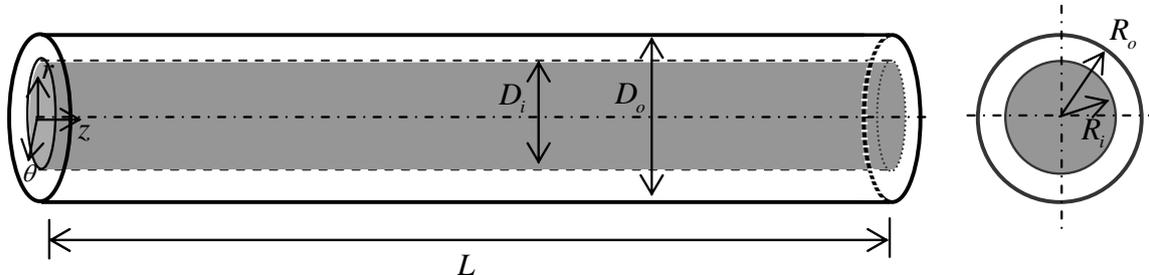


Figura 3.4 - Tubo de seção transversal anular circular.

As condições de contorno utilizadas são:

- Velocidade nula nas paredes dos tubos:  $V_r = V_z = 0$  em  $r = R_o$  e  $r = R_i$ ;
- Perfil de velocidade uniforme na entrada do tubo:  $V_z = \bar{V}_z$ ;
- Escoamento completamente desenvolvido na saída do tubo:  $P = P_{ref} = 0$ ;
- Condição de simetria:  $\partial(\ ) / \partial r = 0$ .

Nesse caso o diâmetro hidráulico é descrito como:  $D_h = (D_o - D_i)$ , onde  $D_o$  é o diâmetro externo e  $D_i$  o diâmetro interno do anular

### 3.4.3 Tubo de Seção Transversal Elíptica

A Figura 3.5 ilustra o tubo de seção elíptica de raio maior e menor iguais a  $a$  e  $b$  respectivamente. No tubo de seção transversal elíptica o escoamento é 3-D, pois a geometria não apresenta simetria azimutal.



Figura 3.5 – Tubo de seção transversal elíptica.

Antes de apresentar as condições de contorno do tubo elíptico é importante destacar as equações da excentricidade de uma elipse e do raio de uma elipse. As Equações (3.28) a (3.31) descrevem a equação da excentricidade, do raio, do diâmetro hidráulico e da área da elipse, respectivamente.

**Excentricidade da elipse:**

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} \quad (3.28)$$

Outro parâmetro importante utilizado no estudo do escoamento em tubos elípticos é a razão de aspecto  $b/a$ , que é a razão entre o raio menor pelo raio maior da elipse. Da análise dos resultados (Capítulo 6), é possível observar que o fator de atrito independe de  $b/a$ .

**Raio de uma elipse:**

$$r = \sqrt{\frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta}} \quad (3.29)$$

**Diâmetro hidráulico de uma elipse:**

$$D_h = \frac{4ab}{\sqrt{2(a^2 + b^2)}} \quad (3.30)$$

**Área de uma elipse:**

$$A = \pi ab \quad (3.31)$$

As condições de contorno utilizadas são:

- Velocidade nula nas paredes do tubo:  $V_r = V_\theta = V_z = 0$  em

$$r = \sqrt{\frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta}}, \text{ onde } \theta \text{ é o valor do ângulo na Figura 3.5;}$$

- Perfil de velocidade uniforme na entrada do tubo:  $V_z = \bar{V}_z$ ;
- escoamento completamente desenvolvido na saída do tubo:  $P = P_{ref} = 0$ ;

O estudo da geometria elíptica subdivide-se em três casos, que são o próprio tubo de seção transversal elíptica (G1), o tubo anular de seção transversal elíptica com tubo interno cilíndrico concêntrico (G2) e o tubo anular de seção transversal elíptica com tubo interno cilíndrico excêntrico (G3). A seguir são apresentados esses três casos de forma mais detalhada.

### **Tubo de seção transversal elíptica (G1)**

Para esse caso serão investigados os parâmetros geométricos do tubo (razão de aspecto da elipse -  $b/a$ ), cinemáticos do escoamento (Número de Reynolds -  $Re$ ) e reológicos do fluido (Número de escoamento e Índice da Lei de Potência -  $Y$  e  $n$ ) para escoamento no tubo de seção transversal elíptica e comprimento  $L$ , mostrado na Figura 3.6.

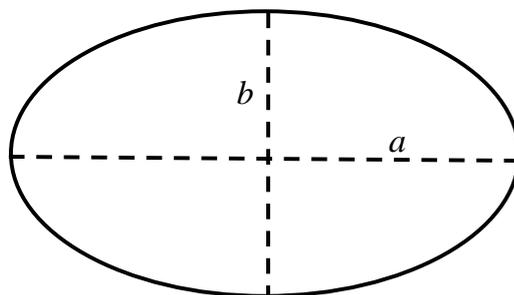


Figura 3.6 - Seção transversal do tubo elíptico – G1.

Nesse caso determina-se a perda de carga para o escoamento em função da razão de aspecto da elipse, do comprimento do tubo e da vazão volumétrica de

fluido. Os campos de velocidade e os fatores de atrito são comparados com os de um tubo de seção circular.

### **Tubo anular de seção transversal elíptica e tubo interno cilíndrico concêntrico (G2)**

Nesse caso serão estudados o efeito dos parâmetros  $Di/De$  (razão entre diâmetro interno e diâmetro externo do tubo anular) e  $Re$  para escoamento em tubo anular de comprimento  $L$  com seção transversal elíptica e tubo interno cilíndrico concêntrico, como apresentado na Figura 3.7.

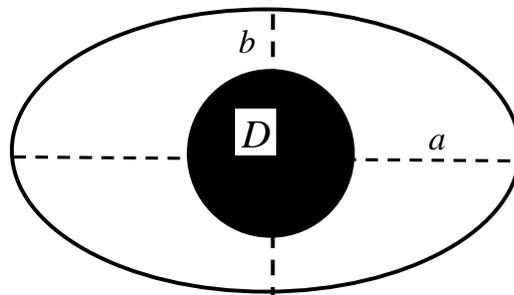


Figura 3.7 - Seção transversal do tubo elíptico com tubo interno cilíndrico concêntrico – G2.

Nesse caso a perda de carga será determinada em função do comprimento do tubo, da área anular e da vazão volumétrica de fluido. As condições de contorno são similares ao do caso G1, porém difere na condição de contorno nas paredes do tubo, que agora passam a ser:

- Velocidade nula nas paredes do tubo interno e externo do anular:

$$V_r = V_\theta = V_z = 0 \text{ em } r = \sqrt{\frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta}} \text{ e } r = R, \text{ onde } R = D/2 \text{ e } \theta \text{ é o}$$

valor do ângulo na Figura 3.5.

### **Tubo anular de seção transversal elíptica e tubo interno cilíndrico excêntrico (G3)**

Nesse caso serão estudados o efeito dos parâmetros  $\xi_a$  e  $\xi_b$  (deslocamento do centro do tubo interno com relação ao raio maior e menor da elipse) para

escoamento em tubo anular de comprimento  $L$  com seção transversal elíptica e tubo interno cilíndrico excêntrico apresentado na Figura 3.8.

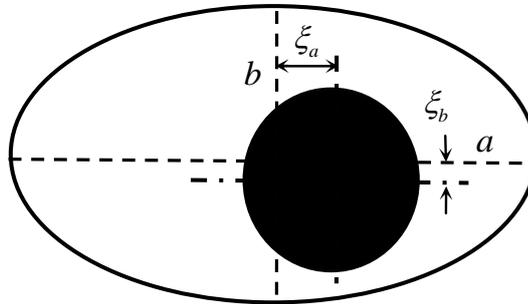


Figura 3.8 - Seção transversal do tubo elíptico com tubo interno cilíndrico excêntrico – G3.

A perda de carga será determinada em função do comprimento do tubo, da área anular e da vazão volumétrica de fluido. Os efeitos das excentricidades ao longo do eixo maior e menor da elipse nos campos de velocidade e pressão serão investigados.

Neste capítulo foi apresentada a modelagem matemática, necessária para a implementação do modelo Herschel-Bulkley em tubos de seção transversal elíptica através do PHOENICS-CFD (Cham, 2005), as geometrias investigadas, as equações governantes e as condições de contorno. Portanto, o próximo passo do estudo do escoamento de um fluido Herschel-Bulkley consiste na discussão dos métodos numéricos utilizados na solução das equações governantes, que são apresentados no Capítulo 4 deste trabalho.

## 4 TRATAMENTO NUMÉRICO

A solução de problemas de escoamento de fluidos exige a resolução de sistemas de equações diferenciais parciais não-lineares. No caso estudado neste trabalho, as equações diferenciais parciais não-lineares expressam a conservação da massa e quantidade de movimento. Na resolução de equações não-lineares são necessários métodos numéricos de discretização para obtenção de um conjunto de equações algébricas.

O Método de Volumes Finitos, desenvolvido por Patankar (1980), é uma técnica de fácil compreensão e interpretação física. Nesse método, o domínio de cálculo é dividido em um número determinado de volumes, de tal forma que a vizinhança para cada ponto da malha é constituída de volumes de controle. A vantagem do Método de Volumes Finitos, é que a solução satisfaz a conservação integral de massa, da quantidade de movimento e energia nos volumes de controle em todo o domínio. Esta característica independe do número de volumes de controle (Morales, 2000).

Neste trabalho, as equações da conservação em coordenadas generalizadas, apresentadas no Capítulo 3, são resolvidas através do programa comercial PHOENICS-CFD (Cham, 2005). Este código foi desenvolvido por Spalding e é baseado no método de discretização de Volumes Finitos. O esquema de interpolação utilizado é o Esquema Híbrido e o método para resolver o acoplamento pressão velocidade é o SIMPLEX (SIMPLE-Consistent) desenvolvido por Spalding (1980).

Neste capítulo, define-se a malha colocada a ser utilizada e discretiza-se a equação geral da conservação em coordenadas generalizadas.

### 4.1 Discretização das Equações da Conservação

No Método de Volumes Finitos (MVF), o domínio de cálculo é dividido em volumes de controle, nos quais é feita a integração numérica para a obtenção das equações linearizadas da conservação.

A Figura 4.1 apresenta um volume de controle típico. As letras maiúsculas representam o centro do volume de controle e as letras minúsculas as faces.

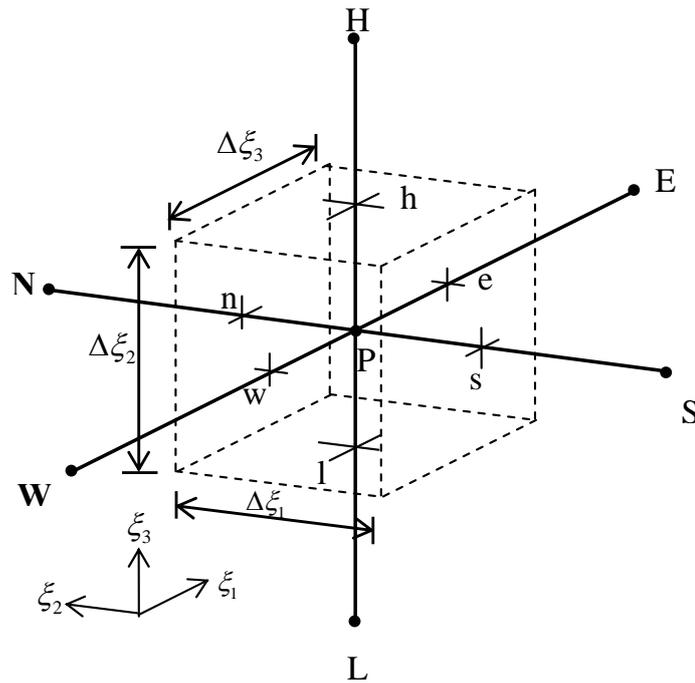


Figura 4.1 – Volume de controle (célula) 3-D para o sistema de coordenadas generalizadas.

A direção de variação da coordenada  $\xi_1$  é  $W - E$  (west - east), da coordenada  $\xi_2$  é  $N - S$  (north - south) e da coordenada  $\xi_3$  é  $H - L$  (high - low).  $\Delta \xi_1$ ,  $\Delta \xi_2$  e  $\Delta \xi_3$  são as distâncias entre as faces.

A Figura 4.2 apresenta a malha numérica e a nomenclatura para integração das equações da conservação em coordenadas generalizadas. Para um melhor entendimento, a Figura 4.3 apresenta a disposição das coordenadas generalizadas no tubo de seção transversal elíptica.

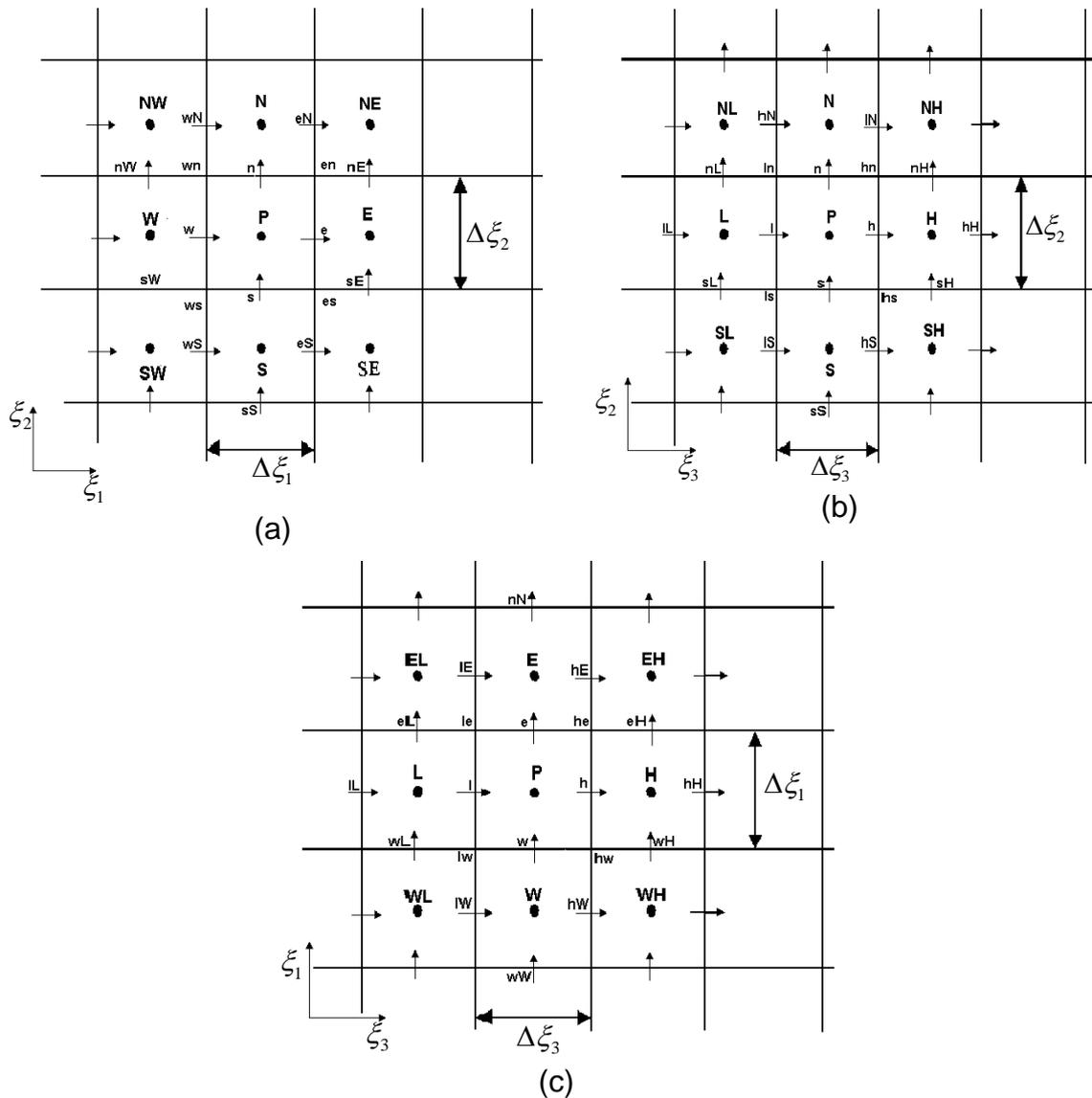


Figura 4.2 – Malha e nomenclatura para integração das equações: (a) plano  $\xi_1 - \xi_2$ ; (b) plano  $\xi_2 - \xi_3$  e (c) plano  $\xi_1 - \xi_3$ .

Os eixos coordenados do sistema de coordenadas curvilíneas, Figura 3.1, são posicionados no caso do tubo elíptico, como mostrado na Figura 4.3.

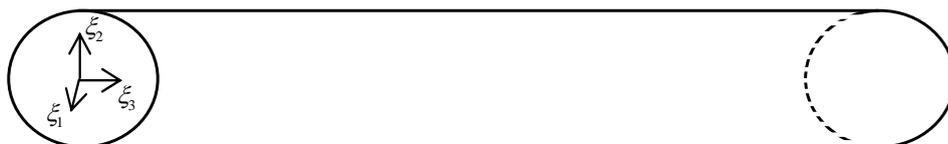


Figura 4.3 – Disposição das coordenadas generalizadas no tubo de seção transversal elíptica.

A discretização da equação geral da conservação é feita para uma variável genérica  $\phi$  que pode representar  $V_1$ ,  $V_2$  e  $V_3$ . Reescrevendo a equação geral da conservação em regime de escoamento permanente (Equação (3.13)), tem-se (Maliska, 1995):

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \xi_1}(\rho V_1 \phi) + \frac{\partial}{\partial \xi_2}(\rho V_2 \phi) + \frac{\partial}{\partial \xi_3}(\rho V_3 \phi) = \\
& \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left( \alpha_{11} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} + \alpha_{12} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} + \alpha_{13} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right) + \\
& \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left( \alpha_{21} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} + \alpha_{22} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} + \alpha_{23} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right) + \\
& \frac{\partial}{\partial \xi_3} \left( \alpha_{31} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} + \alpha_{32} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} + \alpha_{33} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right) + S
\end{aligned} \tag{4.1}$$

onde  $\Gamma^\phi$  refere-se a viscosidade não-newtoniana, implementada no PHOENICS-CFD (Cham, 2005) de acordo com a Equação (3.18). A implementação realizada no PHOENICS está apresentada em detalhes no Apêndice B deste trabalho. Os  $\alpha_{ij}$  são dados por:

$$\alpha_{11} = \frac{a}{J^2} \tag{4.2.a}$$

$$\alpha_{22} = \frac{b}{J^2} \tag{4.2.b}$$

$$\alpha_{33} = \frac{c}{J^2} \tag{4.2.c}$$

$$\alpha_{31} = \alpha_{13} = \frac{e}{J^2} \tag{4.2.d}$$

$$\alpha_{32} = \alpha_{23} = \frac{f}{J^2} \tag{4.2.e}$$

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = \frac{d}{J^2} \tag{4.2.f}$$

e  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$  e  $f$  podem ser vistos no Capítulo 3, Equações (3.14.a) até (3.14.f).

A integração da Equação (4.1) no volume de controle mostrado na Figura 4.1 resulta em :

$$\begin{aligned}
& F_e \phi_e - F_w \phi_w + F_n \phi_n - F_s \phi_s + F_h \phi_h - F_l \phi_l = \\
& \left[ D_{11} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} + D_{12} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} + D_{13} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right]_e - \left[ D_{11} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} + D_{12} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} + D_{13} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right]_w + \\
& \left[ D_{21} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} + D_{22} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} + D_{23} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right]_n - \left[ D_{21} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} + D_{22} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} + D_{23} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right]_s + \\
& \left[ D_{31} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} + D_{32} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} + D_{33} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right]_h - \left[ D_{31} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} + D_{32} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} + D_{33} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right]_l + S \Delta V
\end{aligned} \tag{4.3}$$

onde  $F$  refere-se aos termos convectivos da equação da conservação.

$$F_e = (\rho V_1)_e \Delta \xi_2 \Delta \xi_3 \tag{4.4.a}$$

$$F_w = (\rho V_1)_w \Delta \xi_2 \Delta \xi_3 \tag{4.4.b}$$

$$F_n = (\rho V_2)_n \Delta \xi_1 \Delta \xi_3 \tag{4.4.c}$$

$$F_s = (\rho V_2)_s \Delta \xi_1 \Delta \xi_3 \tag{4.4.d}$$

$$F_h = (\rho V_3)_h \Delta \xi_1 \Delta \xi_2 \tag{4.4.e}$$

$$F_l = (\rho V_3)_l \Delta \xi_1 \Delta \xi_2 \tag{4.4.f}$$

e  $D$  aos termos difusivos da equação da conservação.

$$D_{11} = \Gamma^\phi J \alpha_{11} \Delta \xi_2 \Delta \xi_3 \tag{4.5.a}$$

$$D_{12} = \Gamma^\phi J \alpha_{12} \Delta \xi_2 \Delta \xi_3 \tag{4.5.b}$$

$$D_{13} = \Gamma^\phi J \alpha_{13} \Delta \xi_2 \Delta \xi_3 \tag{4.5.c}$$

$$D_{21} = \Gamma^\phi J \alpha_{21} \Delta \xi_1 \Delta \xi_3 \tag{4.5.d}$$

$$D_{22} = \Gamma^\phi J \alpha_{22} \Delta \xi_1 \Delta \xi_3 \tag{4.5.e}$$

$$D_{23} = \Gamma^\phi J \alpha_{23} \Delta \xi_1 \Delta \xi_3 \tag{4.5.f}$$

$$D_{31} = \Gamma^\phi J \alpha_{31} \Delta \xi_1 \Delta \xi_2 \tag{4.5.g}$$

$$D_{32} = \Gamma^\phi J \alpha_{32} \Delta \xi_1 \Delta \xi_2 \tag{4.5.h}$$

$$D_{33} = \Gamma^\phi J \alpha_{33} \Delta \xi_1 \Delta \xi_2 \quad (4.5.i)$$

O volume no domínio transformado é dado por:

$$\Delta V = \Delta \xi_1 \Delta \xi_2 \Delta \xi_3 \quad (4.6)$$

As derivadas diretas, que são parte do fluxo difusivo são dadas por:

$$\left[ \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} \right]_e = \frac{(\phi_E - \phi_P)}{\Delta \xi_1} \quad (4.7.a)$$

$$\left[ \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} \right]_w = \frac{(\phi_P - \phi_W)}{\Delta \xi_1} \quad (4.7.b)$$

$$\left[ \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} \right]_n = \frac{(\phi_N - \phi_P)}{\Delta \xi_2} \quad (4.7.c)$$

$$\left[ \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} \right]_s = \frac{(\phi_P - \phi_S)}{\Delta \xi_2} \quad (4.7.d)$$

$$\left[ \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right]_h = \frac{(\phi_H - \phi_P)}{\Delta \xi_3} \quad (4.7.e)$$

$$\left[ \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right]_l = \frac{(\phi_P - \phi_L)}{\Delta \xi_3} \quad (4.7.f)$$

As derivadas cruzadas, aproximadas por diferenças centrais, são dadas por:

$$\left[ \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} \right]_e = \frac{(\phi_N + \phi_{NE} - \phi_S - \phi_{SE})}{4\Delta \xi_2} \quad (4.8.a)$$

$$\left[ \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right]_e = \frac{(\phi_H + \phi_{HE} - \phi_L - \phi_{LE})}{4\Delta \xi_3} \quad (4.8.b)$$

$$\left[ \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} \right]_w = \frac{(\phi_N + \phi_{NW} - \phi_S - \phi_{SW})}{4\Delta \xi_2} \quad (4.8.c)$$

$$\left[ \frac{\partial \phi}{\partial \xi_3} \right]_w = \frac{(\phi_H + \phi_{HW} - \phi_L - \phi_{LW})}{4\Delta \xi_3} \quad (4.8.d)$$

$$\left[ \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} \right]_n = \frac{(\phi_E + \phi_{NE} - \phi_W - \phi_{NW})}{4\Delta\xi_1} \quad (4.8.e)$$

$$\left[ \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} \right]_n = \frac{(\phi_H + \phi_{HN} - \phi_L - \phi_{LN})}{4\Delta\xi_2} \quad (4.8.f)$$

$$\left[ \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} \right]_s = \frac{(\phi_E + \phi_{SE} - \phi_W - \phi_{SW})}{4\Delta\xi_1} \quad (4.8.g)$$

$$\left[ \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} \right]_s = \frac{(\phi_H + \phi_{HS} - \phi_L - \phi_{LS})}{4\Delta\xi_2} \quad (4.8.h)$$

$$\left[ \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} \right]_h = \frac{(\phi_E + \phi_{HE} - \phi_W - \phi_{FW})}{4\Delta\xi_1} \quad (4.8.i)$$

$$\left[ \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} \right]_h = \frac{(\phi_N + \phi_{HN} - \phi_S - \phi_{FS})}{4\Delta\xi_2} \quad (4.8.j)$$

$$\left[ \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} \right]_l = \frac{(\phi_E + \phi_{LE} - \phi_W - \phi_{LW})}{4\Delta\xi_1} \quad (4.8.k)$$

$$\left[ \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} \right]_l = \frac{(\phi_N + \phi_{NL} - \phi_S - \phi_{SL})}{4\Delta\xi_2} \quad (4.8.l)$$

onde os termos como  $NE$ ,  $SE$ ,  $HE$ , etc, podem ser visualizados na Figura 4.2.

Introduzindo as expressões para  $\phi$  e suas derivadas na Equação (4.3), encontra-se a equação discretizada para o volume de controle  $P$ , dada por:

$$\begin{aligned} a_p \phi_p &= a_e \phi_e + a_w \phi_w + a_n \phi_n + a_s \phi_s + a_h \phi_h + a_l \phi_l + \\ & a_{ne} \phi_{ne} + a_{nw} \phi_{nw} + a_{se} \phi_{se} + a_{sw} \phi_{sw} + \\ & a_{he} \phi_{he} + a_{hw} \phi_{hw} + a_{hn} \phi_{hn} + a_{hs} \phi_{hs} + \\ & a_{le} \phi_{le} + a_{lw} \phi_{lw} + a_{ln} \phi_{ln} + a_{ls} \phi_{ls} + S_C \Delta V \end{aligned} \quad (4.9)$$

onde:

$$a_p \phi_p = \sum a_{nb} \phi_{nb} + S_C \Delta V \quad (4.10)$$

O coeficiente de  $\phi_p$  é o somatório dos coeficientes dos pontos vizinhos de  $P$  mais o termo  $\Delta F$ .

$$a_p = \sum_{nb} a_{nb} + \Delta F \quad (4.11)$$

O termo  $\Delta F$  é apresentado na Tabela 4.1.

Os termos de pressão são avaliados usando diferenças centrais e no caso das equações de Navier-Stokes escreve-se (Maliska, 1995):

$$L[\hat{P}^u]_P = \frac{(P_E - P_W)}{2\Delta\xi_1} \left( \frac{\xi_{1x}}{J} \right)_P + \frac{(P_N - P_S)}{2\Delta\xi_2} \left( \frac{\xi_{2x}}{J} \right)_P + \frac{(P_H - P_L)}{2\Delta\xi_3} \left( \frac{\xi_{3x}}{J} \right)_P \quad (4.12)$$

$$L[\hat{P}^v]_P = \frac{(P_E - P_W)}{2\Delta\xi_1} \left( \frac{\xi_{1y}}{J} \right)_P + \frac{(P_N - P_S)}{2\Delta\xi_2} \left( \frac{\xi_{2y}}{J} \right)_P + \frac{(P_H - P_L)}{2\Delta\xi_3} \left( \frac{\xi_{3y}}{J} \right)_P \quad (4.13)$$

$$L[\hat{P}^w]_P = \frac{(P_E - P_W)}{2\Delta\xi_1} \left( \frac{\xi_{1z}}{J} \right)_P + \frac{(P_N - P_S)}{2\Delta\xi_2} \left( \frac{\xi_{2z}}{J} \right)_P + \frac{(P_H - P_L)}{2\Delta\xi_3} \left( \frac{\xi_{3z}}{J} \right)_P \quad (4.14)$$

Os coeficientes da Equação (4.9) são determinados através de um esquema de interpolação, que nesse caso é o esquema Híbrido. Para facilitar a nomenclatura, a partir da Equação (4.12), as componentes  $V_1$ ,  $V_2$  e  $V_3$  da velocidade passam a ser chamadas de  $u$ ,  $v$  e  $w$ .

#### 4.1.1 Esquema Híbrido de Interpolação

No âmbito do Método dos Volumes Finitos, o tipo de função de interpolação que se adota pode ser considerado com 34 To da principrais cartacnteísticaés de ute pore função de interpolações, uo

faces dos volumes de controle que são usados para discretizar o domínio de cálculo (Versteeg e Malalasekera, 1995).

O esquema de interpolação utilizado na resolução dos casos apresentados neste trabalho é o esquema Híbrido de interpolação. Este esquema foi desenvolvido por Spalding (1972). É uma combinação entre o método de diferenças centradas e o Upwind. O esquema de diferenças centradas é utilizado para  $Pe < 2$  e o esquema Upwind para  $Pe \geq 2$ , onde  $Pe = F/D$  é o Número de Peclet local. O Número de Peclet representa a razão entre os termos convectivos e difusivos. O esquema Híbrido utiliza uma interpolação baseada no  $Pe$  para avaliar o fluxo através da face do volume de controle. O  $Pe$  local é avaliado na face do volume de controle. Por exemplo, para a face leste (Versteeg e Malalasekera, 1995).

$$Pe_e = \frac{F_w}{D_w} = \frac{(\rho u)_w}{\Gamma_w / \delta x_{WP}} \quad (4.15)$$

A Tabela 4.1 apresenta os coeficientes da Equação (4.9) obtidos pelo esquema Híbrido de interpolação.

Tabela 4.1 – Coeficientes para o caso convecção-difusão 3-D.

Coeficiente	Valor (Esquema Híbrido)	Coeficiente	Valor (Esquema Híbrido)
$a_e$	$\max \left[ -F_e, \left( D_e - \frac{F_e}{2} \right), 0 \right]$	$a_{he}$	$\max \left[ -F_{he}, \left( D_{he} - \frac{F_{he}}{2} \right), 0 \right]$
$a_w$	$\max \left[ F_w, \left( D_w + \frac{F_w}{2} \right), 0 \right]$	$a_{hw}$	$\max \left[ F_{hw}, \left( D_{hw} - \frac{F_{hw}}{2} \right), 0 \right]$
$a_n$	$\max \left[ -F_n, \left( D_n - \frac{F_n}{2} \right), 0 \right]$	$a_{hn}$	$\max \left[ -F_{hn}, \left( D_{hn} - \frac{F_{hn}}{2} \right), 0 \right]$
$a_s$	$\max \left[ F_s, \left( D_s + \frac{F_s}{2} \right), 0 \right]$	$a_{hs}$	$\max \left[ F_{hs}, \left( D_{hs} - \frac{F_{hs}}{2} \right), 0 \right]$
$a_t$	$\max \left[ -F_t, \left( D_t - \frac{F_t}{2} \right), 0 \right]$	$a_{te}$	$\max \left[ -F_{te}, \left( D_{te} - \frac{F_{te}}{2} \right), 0 \right]$
$a_b$	$\max \left[ F_b, \left( D_b - \frac{F_b}{2} \right), 0 \right]$	$a_{tw}$	$\max \left[ F_{tw}, \left( D_{tw} - \frac{F_{tw}}{2} \right), 0 \right]$
$a_{ne}$	$\max \left[ -F_{ne}, \left( D_{ne} - \frac{F_{ne}}{2} \right), 0 \right]$	$a_{ln}$	$\max \left[ -F_{ln}, \left( D_{ln} - \frac{F_{ln}}{2} \right), 0 \right]$
$a_{nw}$	$\max \left[ F_{nw}, \left( D_{nw} - \frac{F_{nw}}{2} \right), 0 \right]$	$a_{ls}$	$\max \left[ F_{ls}, \left( D_{ls} - \frac{F_{ls}}{2} \right), 0 \right]$
$a_{se}$	$\max \left[ -F_{se}, \left( D_{se} - \frac{F_{se}}{2} \right), 0 \right]$	$\Delta F$	$F_e - F_w + F_n - F_s + F_t - F_b$ $F_{ne} - F_{nw} + F_{se} - F_{sw} +$ $F_{he} - F_{hw} + F_{hn} - F_{hs}$
$a_{sw}$	$\max \left[ F_{sw}, \left( D_{sw} - \frac{F_{sw}}{2} \right), 0 \right]$		

## 4.2 Tratamento Numérico dos Termos Fonte no PHOENICS-CFD

No Método de Volumes Finitos, os termos  $\phi_p$  para cada volume de controle são escritos em função de seus vizinhos, como apresentado na Equação (4.16).

$$\phi_p = \frac{\sum a_{nb} \phi_{nb} + S_C \Delta V}{a_p} \quad (4.16)$$

Porém quando o ponto  $P$  não possui vizinhos, torna-se necessária a utilização de condições de contorno. No PHOENICS-CFD, as informações do contorno e as fontes no interior do domínio podem ser representadas de forma generalizada como (Spalding, 1994):

$$S_C = S = TC(V - \phi) \quad (4.17)$$

onde  $T$  é uma área (da face onde atua) ou um volume,  $C$  é um coeficiente (positivo para maior estabilidade na convergência) e  $V$  é um valor (que se deseja atribuir). Dependendo dos valores que  $T$ ,  $C$  e  $V$  assumem, é possível definir todos os termos fontes e condições de contorno, para um dado problema (Morales, 2000).

Substituindo a Equação (4.17) na Equação (4.16), tem-se:

$$\phi_p = \frac{\sum a_{nb} \phi_{nb} + \sum TCV}{a_p + \sum TC} \quad (4.18)$$

## 4.3 Tipos de Condições de Contorno

O PHOENICS-CFD utiliza-se de duas classes de condições de contorno, que são as condições de contorno de valor fixo e de fluxo prescrito.

**Valor Fixo:** quando é necessário especificar o valor da variável em uma célula ou região do domínio, deve-se ajustar o valor do coeficiente  $C$  como um número muito grande, e  $V$  como sendo o valor requerido. Fazendo-se isto na Equação (4.18) tem-

se que o produto  $TCV$  é muito maior que  $\sum a_i \phi_i$ , a Equação (4.18) pode ser simplificada para (Morales, 2000):

$$TCV \geq \sum a_i \phi_i \quad (4.19)$$

**Fluxo Prescrito:** quando é necessário especificar um fluxo em uma célula ou numa região do domínio de contorno, deve-se ajustar o coeficiente  $C$  como sendo um número muito pequeno, e ajustar o valor do fluxo como sendo  $V/C$ . Observa-se que na Equação (4.18), que o produto  $TC$  é muito pequeno, então seu denominador não muda. Assim, o produto  $TCV$  torna-se numericamente igual a  $V$ , e então (Morales, 2000):

$$\phi_p = \frac{\sum a_i \phi_i + V}{a_p + V} \quad (4.20)$$

Para a utilização de números muito grandes ou muito pequenos em programas computacionais é mais conveniente associá-los a “*flags*” mnemônicos, para facilitar o usuário. No PHOENICS-CFD, por exemplo, eles assumem os valores de FIXVAL e FIXFLU, quando se quer fixar um valor ou um fluxo respectivamente.

#### 4.4 Método Elíptico GCV (General Colocated Velocity Method)

Para o sistema de equações generalizado não-ortogonal, obtêm-se melhores resultados quando se utiliza o método elíptico GCV (*General Colocated Velocity Method*) se comparado ao método elíptico de malha deslocada (Spalding, 1994).

O GCV é um algoritmo alternativo para resolver as equações de Navier-Stokes em coordenadas ajustadas ao corpo (BFC). As características do método GCV são:

- Uma implementação bloco estruturado com capacidade para malhas altamente não-ortogonais;
- Convergência pode ser obtida em ângulos menores que 10 graus.

- A descrição do acoplamento é baseada no conceito sobreposto da malha multibloco, mas requer célula extra somente no espaço computacional (espaço transformado) e não no espaço físico.
- A opção de resolver velocidades cartesianas no centro das células ou as projeções contravariantes também no centro das células, sem influenciar o resultado;
- A escolha da interpolação cartesiana ou contravariante para estimativa dos fluxos de massa nas faces dos volumes de controle. As componentes da velocidade contravariante são usadas como velocidades de face.
- O método GCV utiliza uma estratégia de solução baseada na segregação da pressão com uma correção adicional das componentes da velocidade nos centros das células, o qual proporciona uma convergência mais rápida se comparado à correção padrão de um passo da velocidade na face. O algoritmo de acoplamento pressão-velocidade é baseado na linearização, o qual é similar ao conhecido procedimento SIMPLEC (Item 4.5), e é geral para geometrias BFC arbitrárias;
- A solução é realizada no modo bloco por bloco, mas os acoplamentos entre os blocos são feitos implicitamente, o que garante convergência mais rápida.

Uma outra observação importante quanto ao uso de BFC está relacionado com a direção principal do escoamento. Na utilização deste método é mandatório que a direção principal do escoamento e o eixo z coincidam.

#### 4.5 O Acoplamento Pressão-Velocidade

O algoritmo SIMPLEC (SIMPLE-Consistent) de acoplamento pressão velocidade, de Van Doormal e Raithby (1984), segue os mesmos passos do algoritmo SIMPLE, com a diferença que as equações de conservação da quantidade de movimento são manipuladas tal que a correção das equações da velocidade omitem os termos que são menos significativos que aqueles omitidos no SIMPLE (Versteeg e Malalasekera, 1995).

Seguindo o procedimento proposto por Patankar (1980), utilizando a Equação (4.9) para  $\phi = u$ ,  $\phi = u^*$  e subtraindo-as tem-se (Maliska, 1995):

$$u_e = u_e^* + \frac{\sum (a_{nb} u'_{nb})}{a_p^u} - \frac{L[\hat{P}'^u] \Delta \xi_1 \Delta \xi_2 \Delta \xi_3}{a_p^u} \quad (4.21)$$

No método SIMPLE, o segundo termo do lado direito da Equação (4.21) é desprezado. Para não desprezar as correções das velocidades vizinhas, como feito no SIMPLE, o método SIMPLÉC propõe desprezar a diferença das correções das velocidades vizinhas, subtraindo de ambos os lados da Equação (4.21) a expressão  $\sum (a_{nb} u'_e)$ . Desta forma, a equação resulta em:

$$u_e = u_e^* - \frac{L[\hat{P}'^u]_e \Delta \xi_1 \Delta \xi_2 \Delta \xi_3}{a_p^u - \sum (a_{nb}^u)} \quad (4.22)$$

ou

$$u_e = u_e^* - \bar{d}_e^u L[\hat{P}'^u]_e \Delta \xi_1 \quad (4.23)$$

de onde se infere, com facilidade, por comparação com a Equação (4.22), a expressão para  $\bar{d}_e^u$ . Os termos do tipo  $\hat{P}'^u$  referem-se à correção da pressão. Neste caso a pressão está na direção da componente  $u$  da velocidade.

Imaginando agora, que existam as componentes  $v$  e  $w$  armazenadas na mesma interface  $e$ , cria-se uma equação de correção semelhante para  $v$  e  $w$ , como:

$$v_e = v_e^* - \bar{d}_e^v L[\hat{P}'^v]_e \Delta \xi_1 \quad (4.24)$$

$$w_e = w_e^* - \bar{d}_e^w L[\hat{P}'^w]_e \Delta \xi_1 \quad (4.25)$$

As componentes contravariantes, sem normalização métrica, são:

$$U_e = U_e^* - \bar{d}_e^U \{ \alpha_{11} (P'_E - P'_P) \}_e \Delta \xi_1 \quad (4.26)$$

$$U_w = U_w^* - \bar{d}_w^U \{ \alpha_{11} (P'_P - P'_W) \}_w \Delta \xi_1 \quad (4.27)$$

$$V_n = V_n^* - \bar{d}_n^V \{ \alpha_{22} (P'_N - P'_P) \}_n \Delta \xi_2 \quad (4.28)$$

$$V_s = V_s^* - \bar{d}_s^V \{ \alpha_{22} (P'_P - P'_S) \}_s \Delta \xi_2 \quad (4.29)$$

$$W_h = W_h^* - \bar{d}_h^W \{ \alpha_{33} (P'_H - P'_P) \}_h \Delta \xi_3 \quad (4.30)$$

$$W_l = W_l^* - \bar{d}_l^W \{ \alpha_{33} (P'_P - P'_L) \}_l \Delta \xi_3 \quad (4.31)$$

Substituindo as expressões de  $U$ ,  $V$  e  $W$  na Equação (4.9), obtém-se a equação para  $P'$ , ou para a correção da pressão, na forma:

$$a_p P'_P = a_e P'_E + a_w P'_W + a_n P'_N + a_s P'_S + a_h P'_H + a_l P'_L + S_c \Delta V \quad (4.32)$$

Para as velocidades  $u^*$  centradas em  $P$  e  $E$  pode-se escrever:

$$(a_P)_P u_P^* = \sum (a_{nb} u_{NB}^*)_P + L [\hat{S}^u]_P^* \Delta V - L [\hat{P}^u]_P^* \Delta V \quad (4.33)$$

$$(a_E)_E u_E^* = \sum (a_{nb} u_{NB}^*)_E + L [\hat{S}^u]_E^* \Delta V - L [\hat{P}^u]_E^* \Delta V \quad (4.34)$$

Interpolando linearmente os termos das duas equações anteriores, exceto os dois últimos, obtém-se:

$$U_e^* = \frac{\left\{ \sum (a_{nb} u_{NB}^*)_P + \sum (a_{nb} u_{NB}^*)_E + 2L [\hat{S}^u]_P^* \Delta V - 2L [\hat{P}^u]_E^* \Delta V \right\}}{\left\{ (a_P)_P + (a_P)_E \right\}} \quad (4.35)$$

Os sistemas lineares representados pela Equação (4.9) para  $\phi = u, v, w$  e pela Equação (4.32) para a correção da pressão, formam a aproximação do sistema de quatro equações e quatro incógnitas do problema de escoamento incompressível tridimensional. No procedimento de solução segregada, uma possível seqüência de solução é dada a seguir (Maliska, 1995):

1. Estima-se os campos de  $u, v, w$  e  $P$ ;
2. Calcula-se os coeficientes e termos fontes para as equações de  $u, v$  e  $w$ .

Estes coeficientes envolvem as componentes contravariantes  $U, V, W$ . Estas

- são calculadas com  $u$ ,  $v$  e  $w$  estimados no item 1. No cálculo do termo fonte para  $u$ ,  $v$  e  $w$  está envolvido o operador  $L[P^\phi]$ , que é avaliado com o campo de pressões  $P^*$  estimado;
3. Resolve-se os sistemas lineares para  $u$ ,  $v$  e  $w$ . As soluções são os campos estimados  $u^*$ ,  $v^*$  e  $w^*$ . Calculam-se  $U^*$ ,  $V^*$  e  $W^*$ ;
  4. Calcula-se os coeficientes e o termo fonte para  $P'$  e resolve-se a Equação (4.32);
  5. Corrige-se as componentes contravariantes do vetor velocidade utilizando  $P'$ . É importante lembrar que, para realizar o processo de correção, é necessário obter as equações dadas pela Equação (4.35) e análogas. A correção das componentes contravariantes dá-se através das Equações (4.26) a (4.31). Conhecendo-se as contravariantes nas interfaces, é possível calcular as contravariantes no centro do volume de controle e, com estas, as cartesianas se forem de interesse. É possível, agora, tratar o acoplamento  $u$ ,  $v$ ,  $w$  e  $P$ . Retorna-se ao item 2 e itera-se até a convergência. Neste ponto, foi calculado um campo de  $u$ ,  $v$ ,  $w$  e  $P$  que satisfazem as equações da conservação da quantidade de movimento e massa. As não-linearidades poderiam não ter sido tratadas, considerando-se apenas o acoplamento  $u$ ,  $v$ ,  $w$  e  $P$ . Neste caso, ao retornar ao item 2, apenas o termo  $L[P^\phi]$  é recalculado com o novo campo de pressão dado por  $P = P^* + P'$ .

#### 4.6 Malha utilizada

Na modelagem das geometrias elípticas, G1, G2 e G3, é necessário utilizar um sistema de coordenadas ajustadas ao corpo (*BFC*) para escrever as equações governantes e construir a malha computacional. A malha computacional a ser utilizada é não-ortogonal e uniforme. No Apêndice B está apresentada em detalhes a rotina para gerar um domínio elíptico no PHOENICS-CFD (Cham, 2005).

A Figura 4.4 apresenta a malha computacional utilizada. A utilização de um quarto da seção do tubo ocorre devido ao escoamento apresentar simetria em relação aos raios maior e menor da elipse, tornando desnecessária sua simulação por completo, pelo menos no que diz respeito às geometrias G1 e G2. Com relação

a G3 deve-se utilizar toda a seção do tubo, pois nesse caso o escoamento não apresenta simetria.

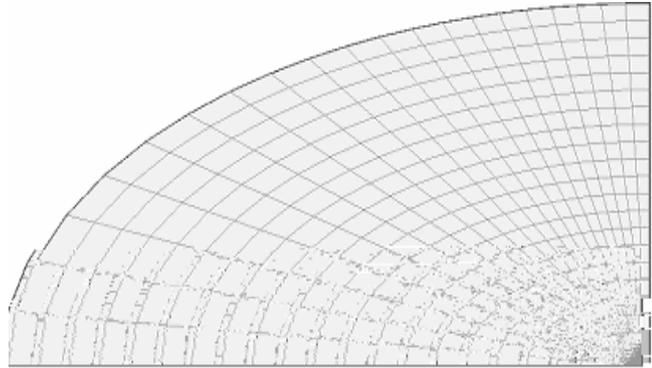


Figura 4.4 – Malha  $21 \times 21 \times 40$ , seção transversal do domínio computacional.

Existem ainda dois fatores importantes a serem citados neste capítulo: o critério de convergência para as simulações realizadas no PHOENICS-CFD (Cham, 2005) e a definição de Erro Relativo.

### **Critério de Convergência**

O PHOENICS-CFD utiliza um controle baseado na convergência de iteração para iteração (local) e um controle da convergência global a partir dos dados médios do problema (Morales, 2000). A Equação (4.36) define o critério de convergência local.

$$R_{ij} = \sum a_{nb} \phi_{nb} + S_c \Delta V - a_p \phi_p \quad (4.36)$$

onde  $R_{ij}$  é o valor do resíduo local. A solução é considerada convergida para a equação da quantidade de movimento, quando a soma dos resíduos locais para cada variável é da ordem de  $1.10^{-6}$ .

O controle de convergência global do problema é realizado a partir da vazão mássica calculada. A Equação (4.37) mostra a equação para convergência global.

$$R_G = \frac{|\dot{m}^n - \dot{m}^{n-1}|}{\dot{m}^n} \quad (4.37)$$

onde  $R_G$  é o resíduo global,  $\dot{m}^n$  é o valor da vazão mássica no passo atual e  $\dot{m}^{n-1}$  é o valor da vazão mássica no passo anterior. A solução do problema é considerada como certa quando  $R_G \leq 1.10^{-4}$

### **Definição de Erro Relativo (E%)**

O conceito de Erro Relativo é muito utilizado ao longo do Capítulo 5 desse trabalho, com a finalidade de validar os problemas estudados e também definir a melhor malha numérica para resolução dos problemas estudados. O Erro Relativo é expresso através da seguinte equação:

$$E\% = \left| \frac{V_{referência} - V_{calculado}}{V_{referência}} \right| 100$$

onde  $V_{referência}$  são dados da literatura e de soluções analíticas e  $V_{calculado}$  são os resultados das simulações numéricas.

Neste capítulo foram apresentados os métodos numéricos necessários para a solução das equações governantes do Capítulo 3. O próximo passo do estudo do escoamento de um fluido Herschel-Bulkley consiste na implementação e validação do modelo, que serão apresentadas no Capítulo 5 deste trabalho.

## 5 VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS NUMÉRICOS

No Capítulo 3, foram apresentados os conceitos básicos para obtenção da solução de um escoamento de fluido Herschel-Bulkley em sistema de coordenadas não-ortogonal. Foram também apresentadas as características do método BFC (*Body Fitted Coordinates*) de geração de malha.

O presente capítulo apresenta resultados numéricos dos campos de velocidade e pressão, obtidos através do programa computacional PHOENICS-CFD (Cham, 2005), para o fluido viscoplástico Herschel-Bulkley. Para certificar-se que a implementação foi feita sem erros, é necessário validar os resultados comparando-os com soluções analíticas ou resultados existentes na literatura.

Desse modo, neste capítulo são apresentados os resultados da validação do método de implementação do fluido Herschel-Bulkley no PHOENICS-CFD. Os resultados apresentados a seguir foram obtidos para o escoamento laminar plenamente desenvolvido em um tubo de seção transversal circular, reduzindo-se o modelo Herschel-Bulkley aos modelos newtoniano, Power-Law e Bingham. Na segunda etapa da validação é tomado o mesmo procedimento anterior para fluidos newtoniano e Power-Law, porém em um tubo anular circular. A terceira etapa, também é similar às anteriores, porém em tubo de seção elíptica.

No final do capítulo é apresentado o teste de malha para tubo cilíndrico gerado a partir do método BFC (*Body Fitted Coordinates*) para fluido Herschel-Bulkley.

### 5.1 Perfis de Velocidade

Neste tópico, são apresentadas as comparações entre os perfis de velocidade analíticos e numéricos do modelo Herschel-Bulkley implementado, reduzido para fluido newtoniano, Power-Law e Bingham. Por último é apresentada a comparação com a solução analítica para o próprio fluido Herschel-Bulkley. Todas as comparações apresentadas neste tópico são para tubo de seção transversal circular, anular circular e elíptica.

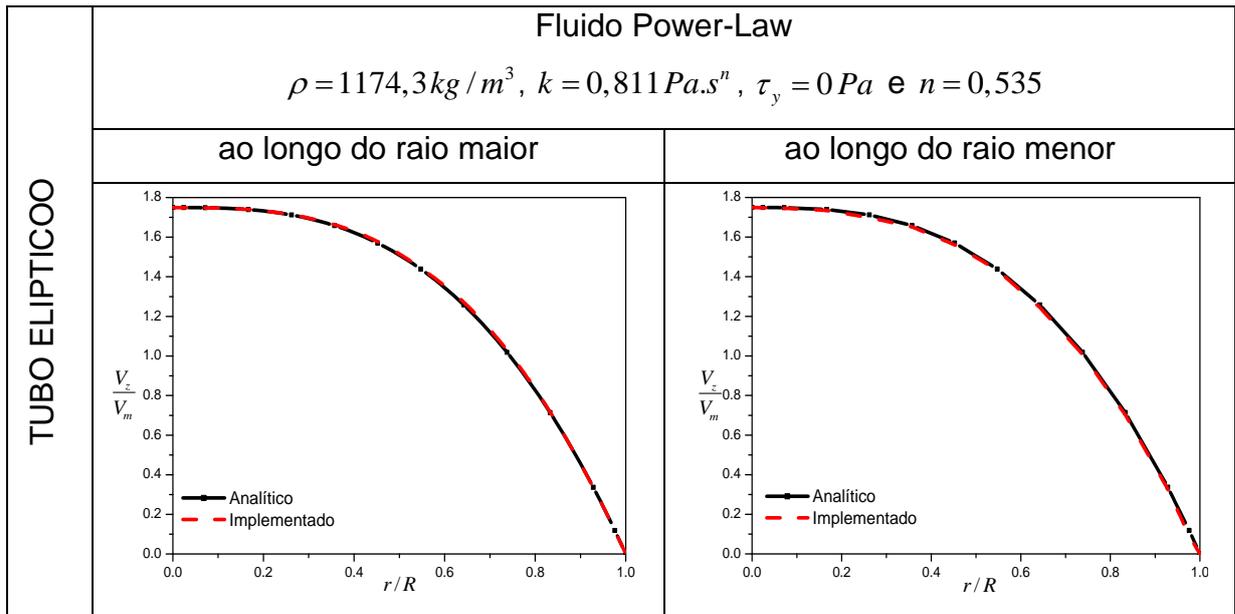
A Tabela 5.1 apresenta a comparação entre os perfis de velocidade analíticos e numéricos (implementados).

Tabela 5.1 – Comparação entre os perfis da componente axial da velocidade, resultantes da redução do modelo Herschel-Bulkley, para tubo de seção transversal circular, circular anular e elíptica.

TUBO CIRCULAR	<p><b>Fluido newtoniano</b></p> <p><math>\rho = 1000 \text{ kg/m}^3</math>, <math>\mu = 0,001 \text{ Pa.s}</math>, <math>\tau_y = 0 \text{ Pa}</math> e <math>n = 1</math></p>	<p><b>Fluido Power-Law</b></p> <p><math>\rho = 1174,3 \text{ kg/m}^3</math>, <math>k = 0,760 \text{ Pa.s}^n</math>, <math>\tau_y = 0 \text{ Pa}</math> e <math>n = 0,5</math></p>
	<p><b>Fluido de Bingham</b></p> <p><math>\rho = 1100 \text{ kg/m}^3</math>, <math>\mu_p = 0,029 \text{ Pa.s}</math>, <math>\tau_y = 5,768 \text{ Pa}</math> e <math>n = 1</math></p>	<p><b>Fluido Herschel-Bulkley</b></p> <p><math>\rho = 1100 \text{ kg/m}^3</math>, <math>k = 0,118 \text{ Pa.s}^n</math>, <math>\tau_y = 4,543 \text{ Pa}</math> e <math>n = 0,8</math></p>

TUBO ANULAR CIRCULAR	<p>Fluido newtoniano</p> <p><math>\rho = 1000 \text{ kg/m}^3</math>, <math>\mu = 0,001 \text{ Pa.s}</math>, <math>\tau_y = 0 \text{ Pa}</math> e <math>n = 1</math></p>	<p>Fluido Power-Law</p> <p><math>\rho = 1174,3 \text{ kg/m}^3</math>, <math>k = 0,811 \text{ Pa.s}^n</math>, <math>\tau_y = 0 \text{ Pa}</math> e <math>n = 0,535</math></p>
TUBO ELIPTICO	<p>Fluido newtoniano</p> <p><math>\rho = 1000 \text{ kg/m}^3</math>, <math>\mu = 0,001 \text{ Pa.s}</math>, <math>\tau_y = 0 \text{ Pa}</math> e <math>n = 1</math></p>	
	<p>ao longo do raio maior</p>	<p>ao longo do raio menor</p>

1.



Da Tabela 5.1, é possível observar excelente concordância entre os perfis de velocidade analíticos e os implementados, os quais foram obtidos da redução do modelo Herschel-Bulkley para o modelo de fluido newtoniano, Power-Law, Bingham e para o próprio fluido Herschel-Bulkley. As variáveis  $V_z$ ,  $V_m$ ,  $r$  e  $R$ , referem-se à componente da velocidade na direção axial, à velocidade média do escoamento, à direção radial e o raio do tubo de seção circular, respectivamente. A malha numérica utilizada, assim como todas as malhas utilizadas neste capítulo, é a malha uniforme  $21 \times 21 \times 40$ , nas direções  $(r, \theta, z)$ , respectivamente. Ao final deste capítulo é apresentado o teste de malha realizado. As expressões analíticas para o perfil de velocidade, citadas neste trabalho, estão apresentadas em detalhes no Apêndice A.

## 5.2 Fator de atrito de Fanning

Antes de apresentar a comparação entre os fatores de atrito analíticos e os paramétricos, com os calculados a partir dos dados do escoamento em questão, a Tabela 5.2 traz todas as equações utilizadas para cálculo do fator de atrito de Fanning.

Tabela 5.2 – Equações utilizadas para cálculo do fator de atrito de Fanning.

<p>Fator de atrito de Fanning analítico - tubo circular (White, 1999)</p>	$f = 16 / \text{Re}$
<p>Fator de atrito de Fanning paramétrico - tubo elíptico (Cheremisinoff, 1988)</p>	$\frac{4(V_m - V_w)}{R_h} = \left(\frac{\tau_w}{k}\right)^{1/n} \left(\frac{n}{a^* + b^* n}\right)$ $a^* = 0,25 \text{ e } b^* = 0,75$ $f = \frac{2\tau_w}{\rho V_m^2}$
<p>Fator de atrito de Fanning analítico corrigido – tubo anular (White, 1999)</p>	$16 / \text{Re}$

Tabela 5.3 - Comparação entre os fatores de atrito, resultantes da redução do modelo Herschel-Bulkley, em tubo de seção transversal circular, anular circular e elíptica.

Geometria do tubo	Fluido	Fator de atrito de Fanning analítico	Fator de atrito de Fanning corrigido	Fator de atrito de Fanning (Cheremisinoff, 1988)	Fator de atrito de Fanning calculado	<i>E</i> %
Tubo circular	Newtoniano	16,000	—	—	16,050	0,291
	Power-Law	—	—	6,400	6,350	0,358

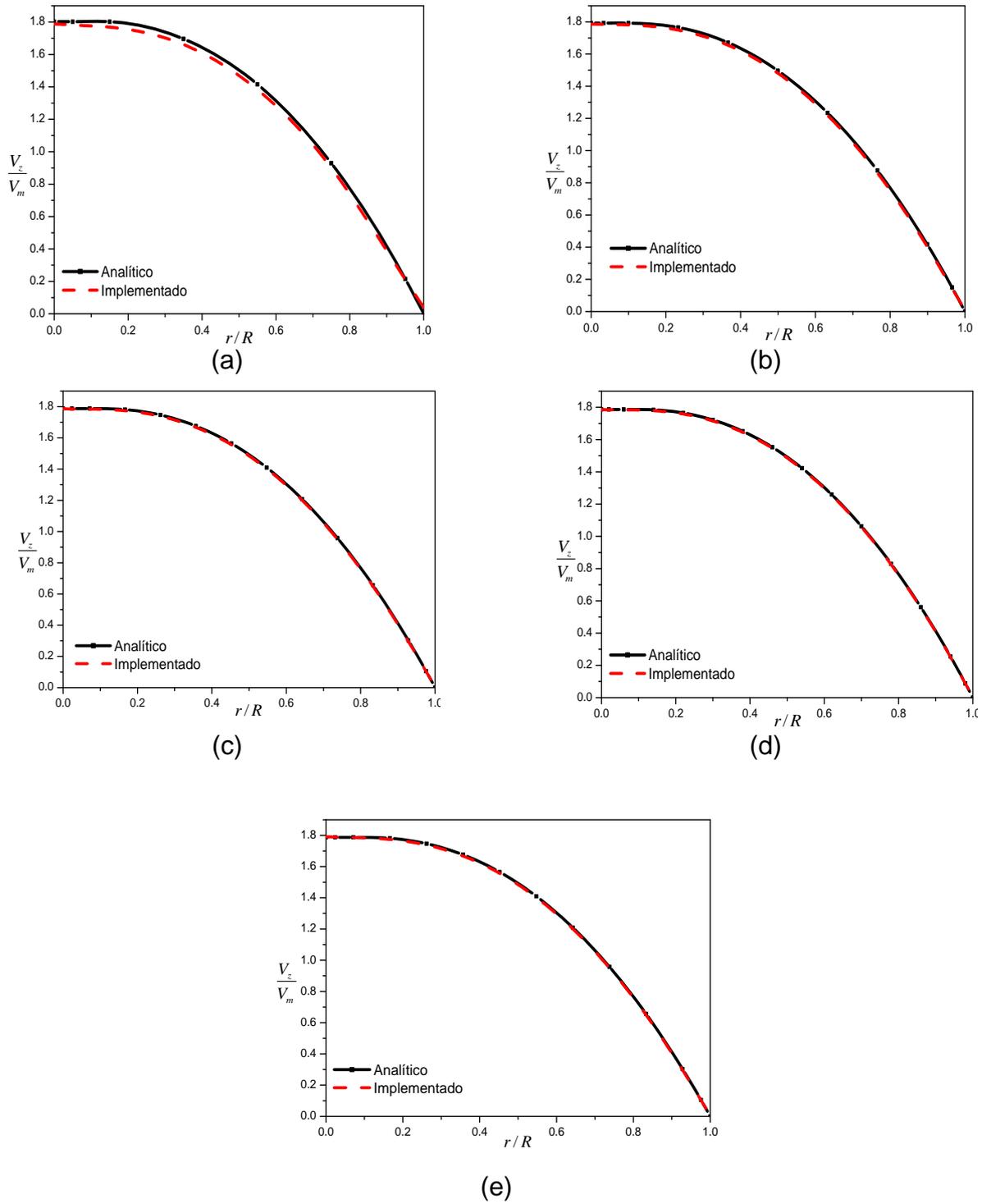


Figura 5.1 – Teste de malha para escoamento de fluido Herschel-Bulkley (a) malha  $10 \times 10 \times 30$ ; (b) malha  $15 \times 15 \times 30$ ; (c) malha  $21 \times 21 \times 30$ ; (d) malha  $25 \times 25 \times 30$ ; (e) malha  $21 \times 21 \times 40$ .

Como a malha escolhida é a  $21 \times 21 \times 40$ , a Tabela 5.4 apresenta os erros em relação à solução analítica e os resultados numéricos referentes a malha  $21 \times 21 \times 40$ .

Tabela 5.4 – Comparação entre resultados analíticos e numéricos para malha  $21 \times 21 \times 40$ .

$r/R$	$V_z/V_m$ (Analítico)	$V_z/V_m$ (Implementado)	$E(\%)$
0,000	3,364	3,364	0,000
0,024	3,364	3,368	0,101
0,071	3,364	3,362	0,056
0,167	3,352	3,338	0,418
0,262	3,287	3,272	0,469
0,357	3,154	3,139	0,484
0,452	2,945	2,929	0,512
0,547	2,653	2,638	0,561
0,643	2,273	2,259	0,643
0,738	1,802	1,788	0,793
0,833	1,235	1,221	1,123
0,928	0,569	0,557	2,229
0,976	0,198	0,194	2,124
1,000	0,000	0,000	0,000

Como apresentado na Tabela 5.4, os erros em relação à solução analítica e os resultados numéricos referentes a malha  $21 \times 21 \times 40$  são da ordem de no máximo 2%. Isso indica que a malha escolhida é adequada, considerando a necessidade de compatibilizar a precisão dos resultados com o nível aceitável de esforço computacional.

Nesse capítulo, todos os resultados referentes à validação do modelo de fluido Herschel-Bulkley implementado e teste de malha apresentam ótima concordância com as equações analíticas, tanto para perfil da componente axial da velocidade

como para fator de atrito nos tubos de seção transversal circular, anular circular e elíptica. Isso é um indicativo de que o modelo de fluido Herschel-Bulkley foi corretamente implementado no programa PHOENICS-CFD (Cham, 2005).

## 6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados apresentados nesse capítulo correspondem ao estudo numérico do escoamento do fluido Herschel-Bulkley nas geometrias G1, G2 e G3, apresentadas no Capítulo 3. Para o estudo numérico, o escoamento está em regime permanente e laminar com simetria radial. A condição de simetria radial não foi empregada para o caso G3.

Este capítulo apresenta como resultados do estudo numérico, os campos de velocidade e pressão, o perfil de velocidade e o fator de atrito de Fanning ( $f$ ). Para o caso da geometria G1 também foram realizados testes do número de escoamento ( $Y$ ) e do Índice da Lei de Potência ( $n$ ). Para a geometria G2, foi estudado o efeito do diâmetro do tubo interno. Para o caso da geometria G3, foram investigadas diferentes excentricidades do tubo interno.

### 6.1 Resultados para a Geometria G1

A geometria G1 consiste de um tubo de seção transversal elíptica, para o qual foram investigados os efeitos dos parâmetros geométricos do tubo ( $b/a$ ), cinemáticos do escoamento ( $Re$ ) e reológicos do fluido ( $Y$  e  $n$ ) na perda de carga, ou seja, a perda de pressão para o escoamento desenvolvido através do tubo horizontal, expressa na forma do fator de atrito  $f$ . Como na Figura 3.5 a Figura 6.1 apresenta a ilustração da geometria G1.

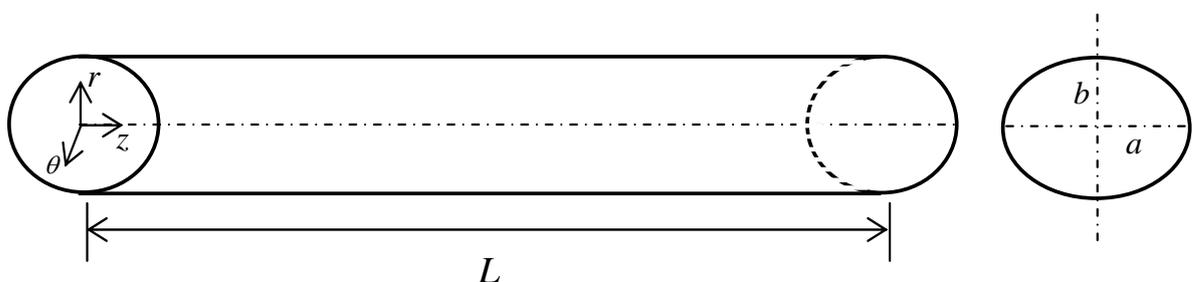


Figura 6.1 – Tubo de seção transversal elíptica (G1).

Para o tubo de seção transversal elíptica, são feitas as seguintes considerações: escoamento em regime permanente, incompressível e isotérmico. As condições de contorno para este caso são: velocidade nula na parede do tubo, perfil de velocidade uniforme na entrada do tubo e escoamento completamente desenvolvido na saída do tubo.

Na análise do escoamento de fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica, foram realizados dois testes com relação aos seguintes parâmetros reológicos: Número de Escoamento ( $Y$ ) e Índice da Lei de Potência ( $n$ ). No primeiro teste o  $n$  é fixado em 0,8 e o  $Y$  varia entre 0 e 5,0. No segundo teste o  $Y$  é fixado em 0,5 e o  $n$  varia entre 0,5 e 1,0. A utilização dessas faixas de  $Y$  e  $n$  representam valores comumente encontrados em fluidos utilizados em atividades de perfuração.

### 6.1.1 Efeito do Número de Escoamento para a Geometria G1

As figuras a seguir apresentam a influência do Número de Escoamento ( $Y$ ) no perfil de velocidade de um fluido Herschel-Bulkley para uma razão  $b/a = 0,5$ .

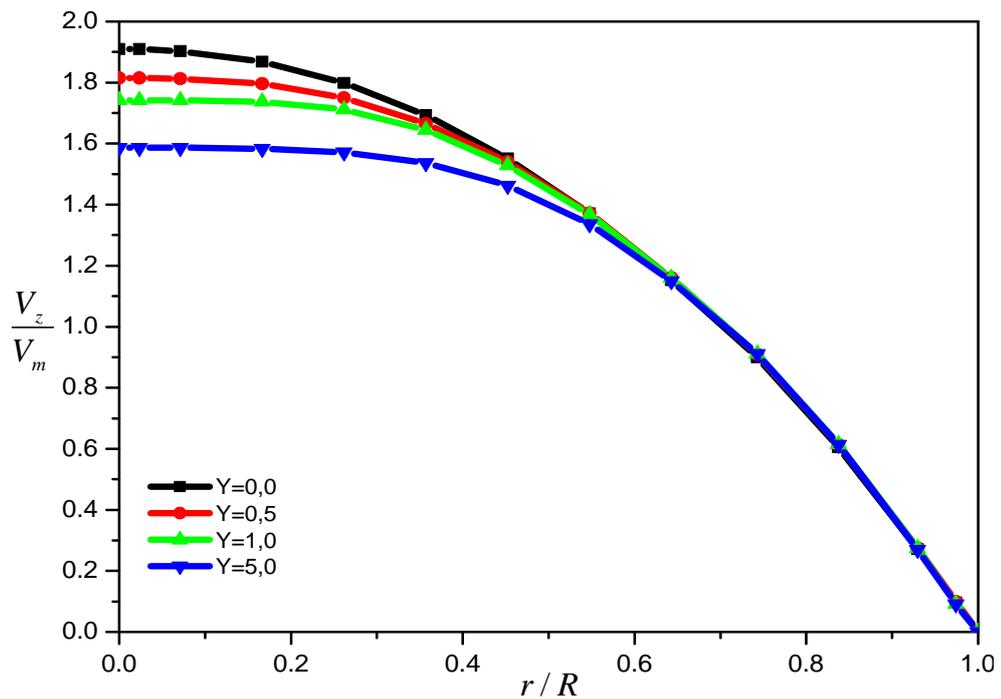


Figura 6.2 - Perfil da componente axial da velocidade para o escoamento de fluido Herschel-Bulkley ao longo do eixo maior da seção transversal do tubo elíptico ( $Re = 500$ ) – Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa.s}^n$ ,  $n = 0,8$ .

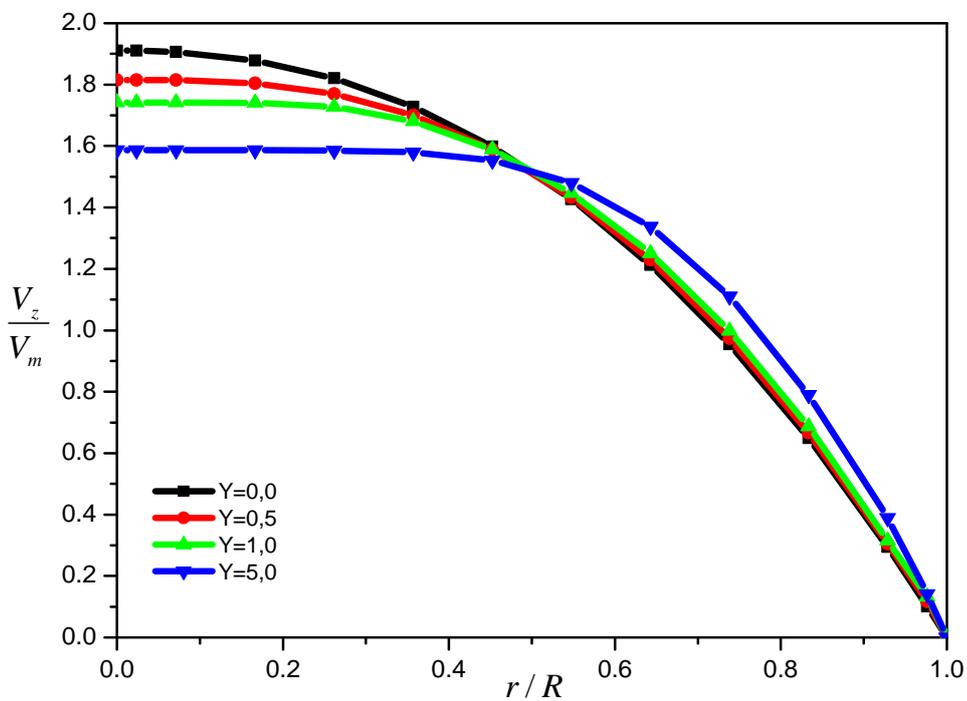


Figura 6.3 - Perfil da componente axial da velocidade para escoamento de fluido Herschel-Bulkley ao longo do eixo menor da seção transversal do tubo elíptico ( $Re = 500$ ) – Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa.s}^n$ ,  $n = 0,8$ .

As Figuras 6.2 e 6.3 mostram que, quanto maior o valor do  $Y$  mais achatado é o perfil de velocidade. Observa-se também o aumento do gradiente de velocidade na parede ao longo do eixo menor (Figura 6.3). O achatamento do perfil de velocidade ocorre devido a formação do chamado escoamento empistonado, região onde a tensão no fluido não supera o valor da tensão limite de escoamento ( $\tau_y$ ).

O próximo passo do estudo da influência do Número de Escoamento ( $Y$ ) para  
x

de atrito de Fanning em função de  $Y$  para o caso de um fluido Herschel-Bulkley, é representada pela Equação (6.1).

$$f = \frac{C_Y}{Re} \tag{6.1}$$

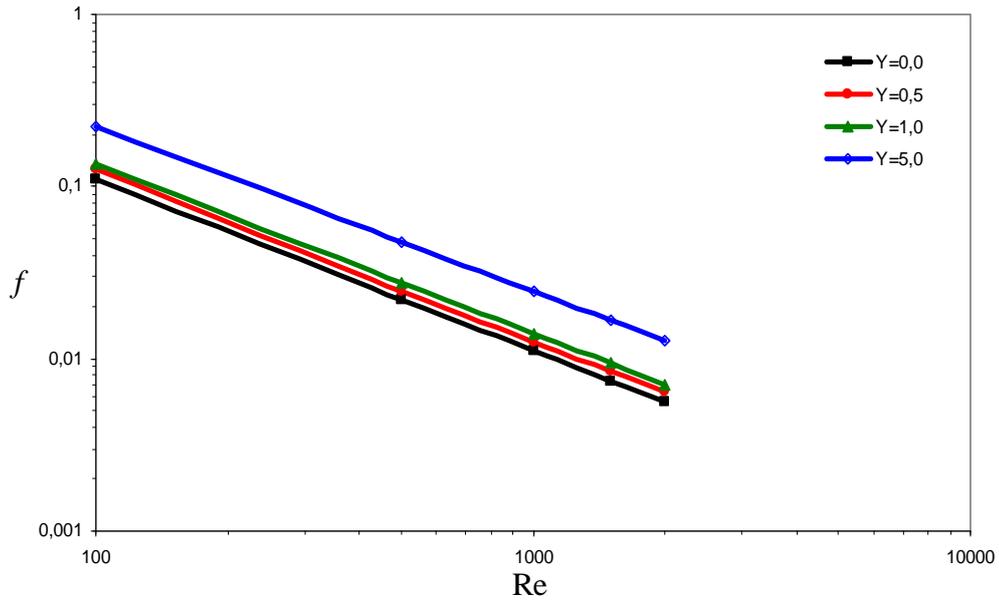


Figura 6.5 – Influência do Número de Escoamento ( $Y$ ) no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e  $b/a = 0,9$ .

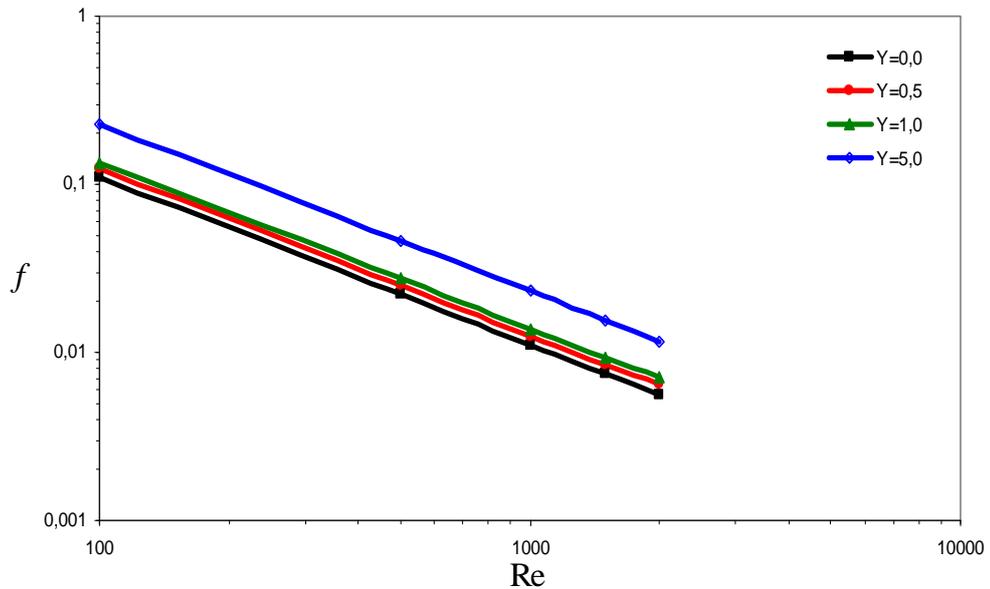


Figura 6.6 – Influência do Número de Escoamento ( $Y$ ) no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e  $b/a = 0,7$ .

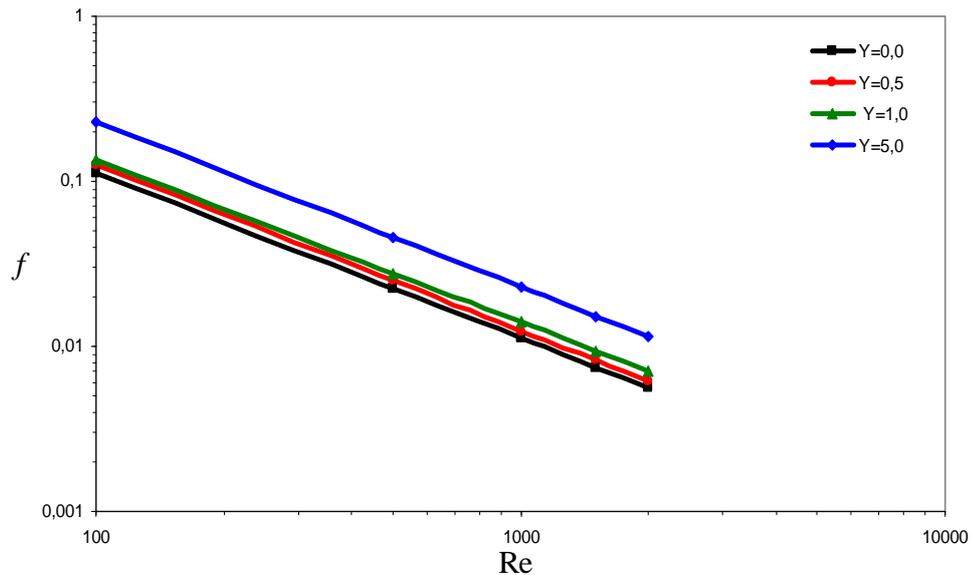


Figura 6.7 – Influência do Número de Escoamento ( $Y$ ) no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e  $b/a = 0,5$ .

As Figuras 6.4 a 6.7 mostram que o aumento do Número de Escoamento ( $Y$ ) provoca também um aumento do fator de atrito, para uma razão  $b/a$  fixa. O Número de Reynolds crítico, ou seja, o ponto no qual ocorre a transição do regime laminar para turbulento é discutido no item 6.1.3, para o caso da geometria G1.

Com relação ao comportamento do fator de atrito, observado nos gráficos das Figuras 6.4 a 6.7, quanto maior o  $Y$  maior a viscosidade do fluido (Equação(3.17)), pois ocorre um aumento de  $\tau_y$ , o que faz com que o fluido adquira comportamento de um sólido. É possível observar que quanto maior o  $Y$  maior o  $f$ , ou seja, o  $f$  é diretamente proporcional à viscosidade.

As Figuras 6.4 a 6.7 mostram claramente que todas as curvas para um valor fixo de  $Y$  estão sobrepostas. A seguir os gráficos das Figuras 6.8 a 6.11 mostram o comportamento do fator de atrito quando o  $Y$  é fixado e as razões  $b/a$  estão variando, com objetivo de confirmar a sobreposição das curvas já observada nas Figuras 6.4 a 6.7.

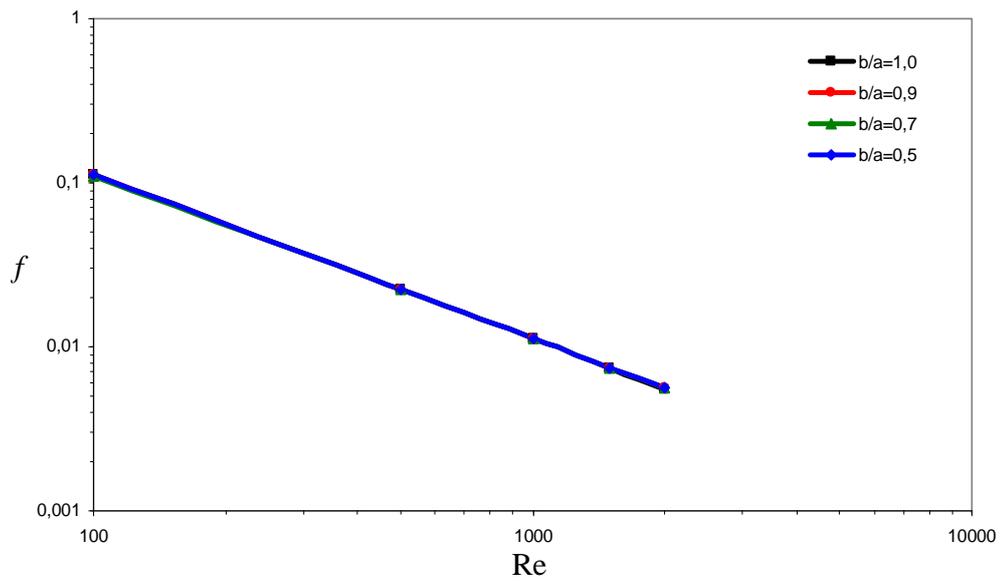


Figura 6.8 – Influência da razão de aspecto  $b/a$  no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e  $Y = 0$ .

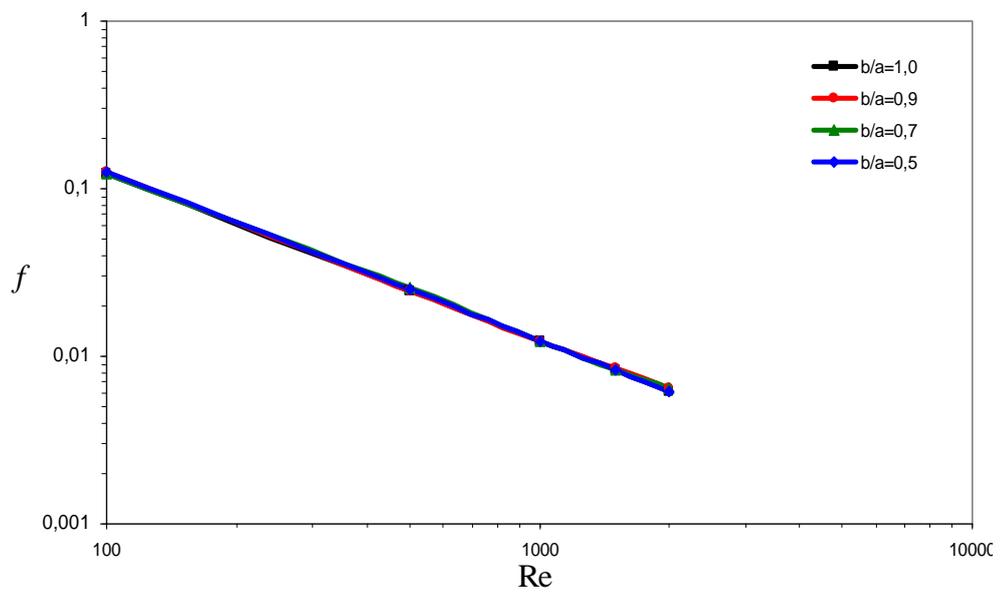


Figura 6.9 – Influência da razão de aspecto  $b/a$  no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e  $Y = 0,5$ .

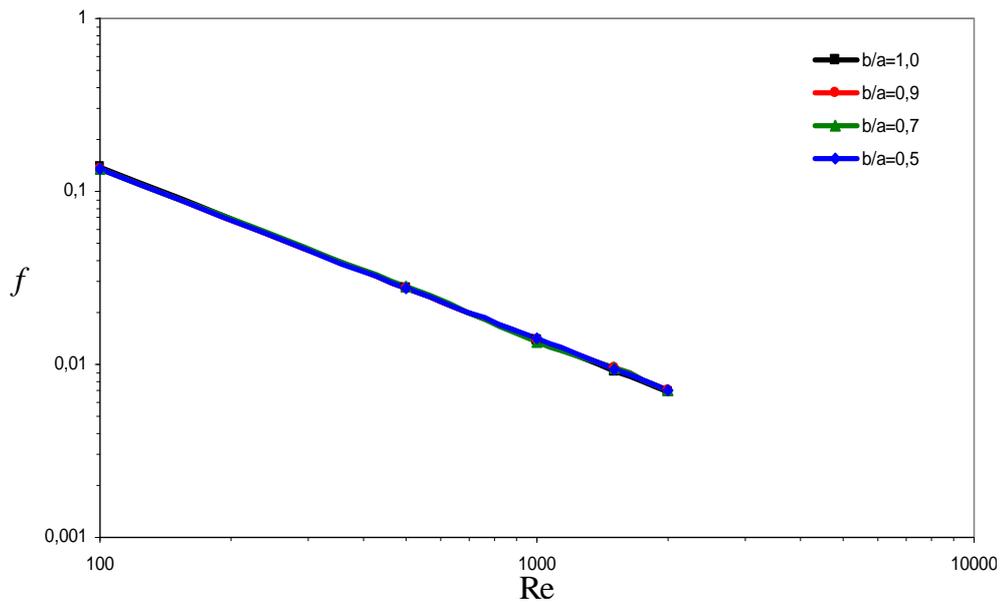


Figura 6.10 – Influência da razão de aspecto  $b/a$  no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e  $Y = 1,0$ .

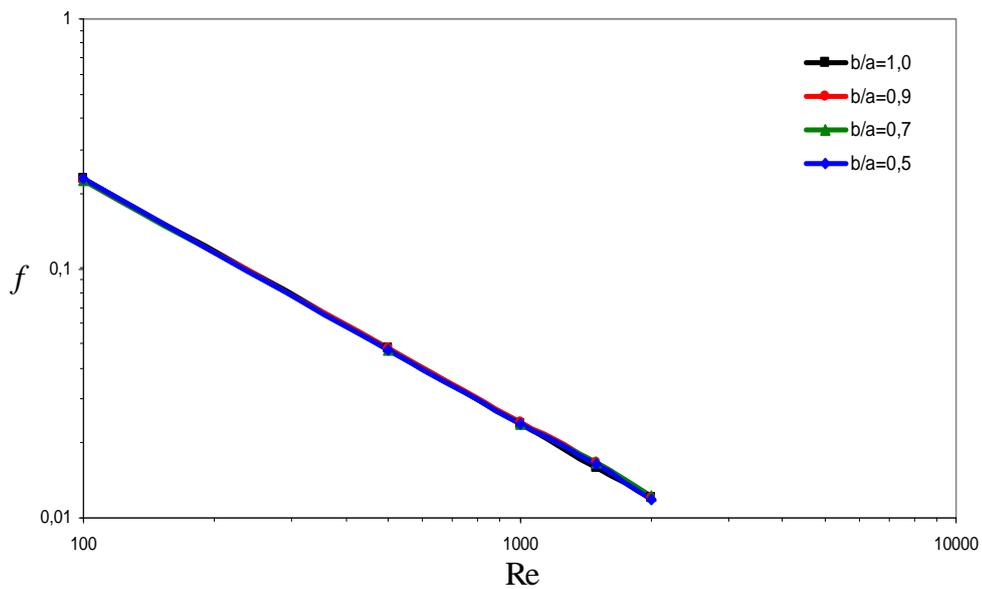


Figura 6.11 – Influência da razão de aspecto  $b/a$  no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e  $Y = 5,0$ .

Os gráficos das Figuras 6.8 a 6.11 não apresentam influência no fator de atrito quando  $Y$  está fixo e  $b/a$  variando. Constata-se que os parâmetros reológicos do fluido e cinemáticos do escoamento são os que exercem influência no

comportamento do fator de atrito ( $f$ ). O  $f$  aumenta com o aumento de  $Y$  como discutido anteriormente.

Realizados os testes da influência do Número de Escoamento ( $Y$ ) no escoamento do fluido Herschel-Bulkley, a Tabela 6.1 apresenta a comparação entre o produto  $f Re$  (fator de atrito multiplicado pelo Número de Reynolds) obtido por Quaresma et al. (1998) e o  $f Re$  obtido através do modelo Herschel-Bulkley implementado. Para todos os resultados apresentados a razão de aspecto ( $b/a$ ) é igual a 1,0, o Índice de comportamento da Lei de Potência ( $n$ ) é igual a 0,8 e o Número de escoamento ( $Y$ ) está variando entre 0 e 5,0.

Tabela 6.1 – Comparação entre o  $f Re$  para tubo circular e  $n = 0,8$ .

$Y$	$f Re$ (Quaresma et al. (1998))	$f Re$ (Implementado)	$E(\%)$
0	11,282	11,088	1,717
0,5	12,619	12,403	1,735
1,0	13,885	13,715	1,226
5,0	24,015	23,920	0,396

Para todos os casos da Tabela 6.1 é possível observar concordância entre os resultados de  $f Re$  obtidos por Quaresma et al. (1998) e  $f Re$  obtidos do modelo de fluido Herschel-Bulkley implementado. Os erros relativos são todos menores que 2%.

### 6.1.2 Efeito do Índice da Lei de Potência para a Geometria G1

As figuras a seguir apresentam a influência do Índice da Lei de Potência ( $n$ ) no perfil de velocidade de um fluido Herschel-Bulkley para uma razão  $b/a = 0,5$ .

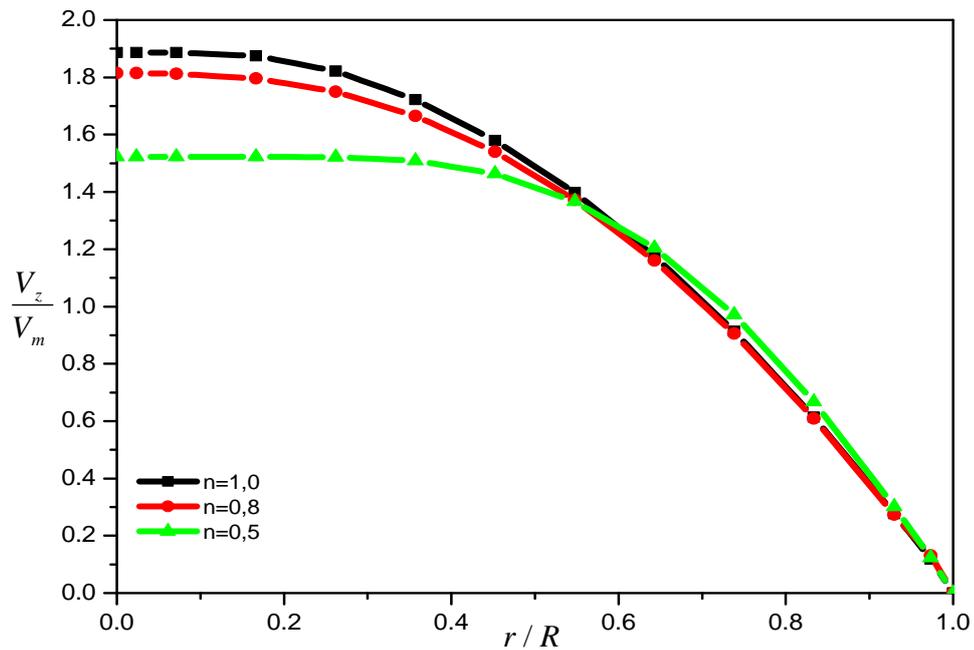


Figura 6.12 - Perfil da componente axial da velocidade para o escoamento de fluido Herschel-Bulkley ao longo do eixo maior da seção transversal do tubo elíptico ( $Re = 500$ ) – Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa.s}^n$ ,  $Y = 0,5$ .

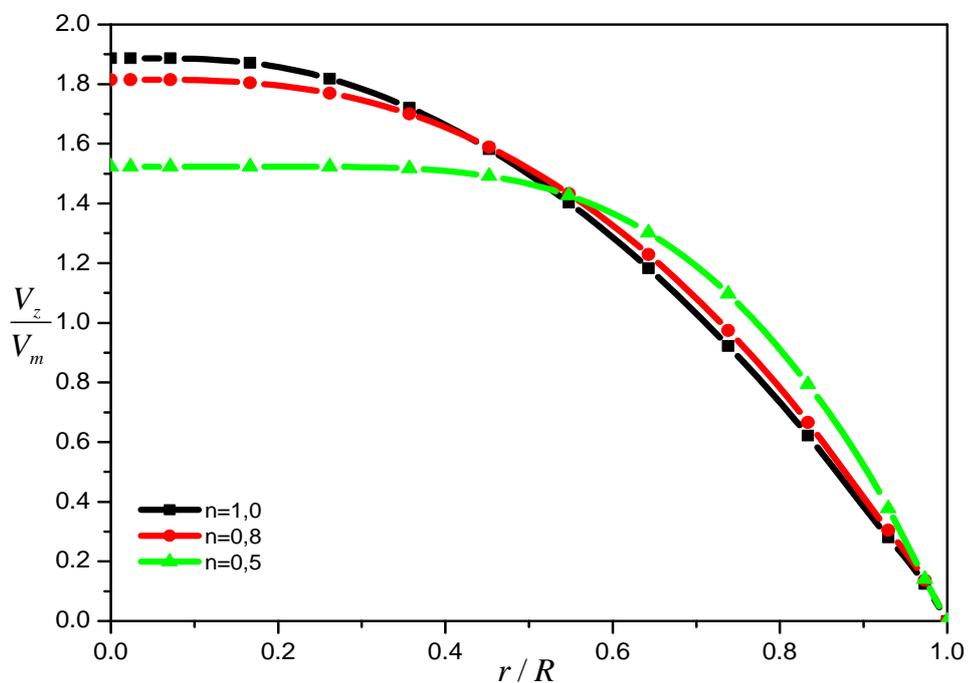


Figura 6.13 - Perfil da componente axial da velocidade para o escoamento de fluido Herschel-Bulkley ao longo do eixo menor da seção transversal do tubo elíptico ( $Re = 500$ ) – Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa.s}^n$ ,  $Y = 0,5$ .

As Figuras 6.12 e 6.13 mostram que quanto menor o valor de  $n$  mais achatado é o perfil de velocidade e maiores os gradientes de velocidade na parede do tubo. Quanto menor o  $n$  mais pseudoplástico é o fluido, ou seja, a viscosidade do fluido diminui com o aumento da taxa de deformação ( $\dot{\gamma}$ ).

O próximo passo do estudo da influência do parâmetro  $n$  no escoamento de um fluido Herschel-Bulkley em regime de escoamento permanente, consiste em obter dados para o fator de atrito ( $f$ ) nos seguintes números de Reynolds ( $Re$ ): 100, 500, 1000, 1500 e 2000. O fluido possui massa específica ( $\rho$ ) de  $1100\text{kg}/\text{m}^3$ , uma viscosidade não-newtoniana ( $k$ ) de  $0,118\text{Pa}\cdot\text{s}^n$  e um Número de Escoamento ( $Y$ ) de 0,5.

Foram estudados três diferentes Índices da Lei de Potência ( $n$ ). Todos esses resultados foram obtidos para tubo elíptico com  $b/a = 1,0$ ; 0,9; 0,7 e 0,5. Esses resultados estão apresentados nas figuras a seguir.

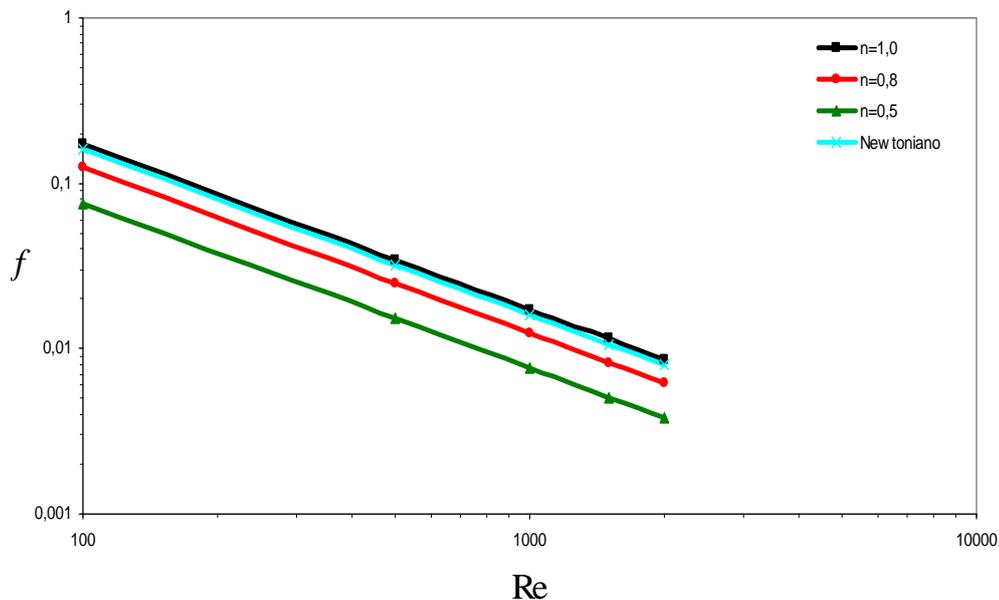


Figura 6.14 – Influência do Índice da Lei de Potência ( $n$ ) no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e  $b/a = 1,0$ .

Da Figura 6.14, os resultados para fluido newtoniano não coincidem com  $n = 1,0$ , porque para  $n = 1,0$  existe um  $\tau_y \neq 0$ , portanto esse fluido é um fluido de Bingham. De maneira análoga a  $C_Y$ , é possível determinar as constantes  $C_n$  da equação do fator de atrito para o caso de um fluido Herschel-Bulkley. De modo que

$C_n = 17,33; 12,41$  e  $7,60$  para os casos de  $n = 1,0; 0,8$  e  $0,5$  respectivamente. A equação que representa o fator de atrito de Fanning em função de  $n$  para o caso de um fluido Herschel-Bulkley, é representada pela Equação (6.2).

$$f = \frac{C_n}{Re} \tag{6.2}$$

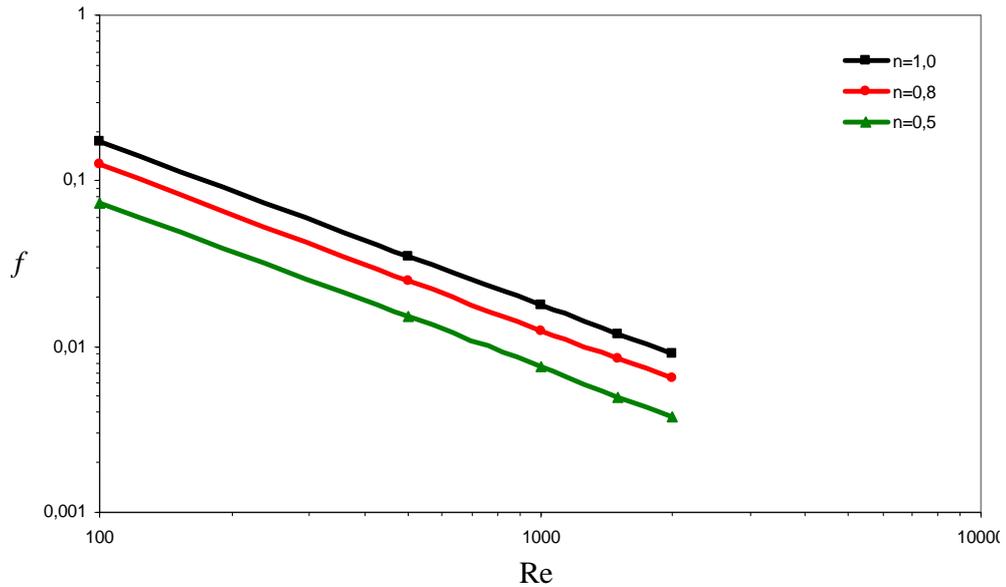


Figura 6.15 – Influência do Índice da Lei de Potência ( $n$ ) no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e  $b/a = 0,9$ .

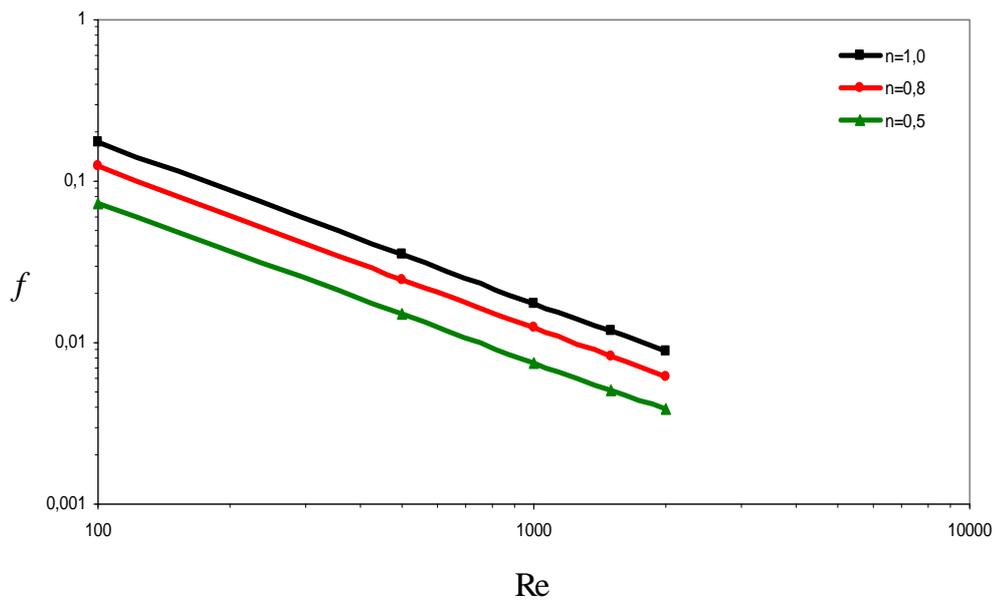


Figura 6.16 – Influência do Índice da Lei de Potência ( $n$ ) no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e  $b/a = 0,7$ .

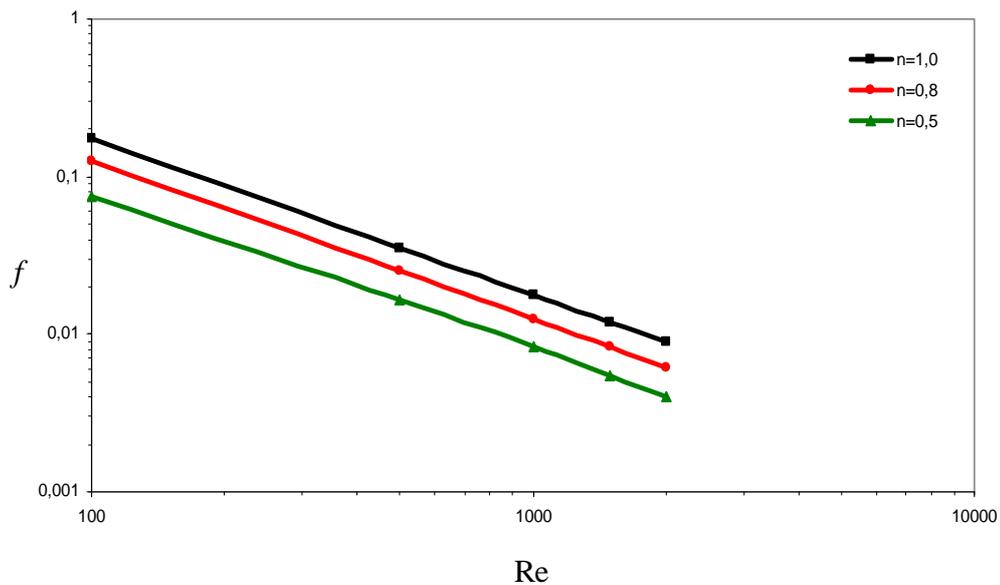


Figura 6.17 – Influência do Índice da Lei de Potência ( $n$ ) no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e  $b/a = 0,5$ .

As Figuras 6.14 a 6.17 mostram que o Índice da Lei de Potência exerce forte influência no valor do fator de atrito, para uma razão  $b/a$  fixa. É possível observar que as curvas para  $n$  são idênticas para todos os valores de  $b/a$  investigados, na faixa estudada. O fator de atrito nunca é uma constante, pois a tensão de cisalhamento depende do expoente  $n$ . Essa dependência pode ser facilmente observada através da Equação (3.15).

Se o fator de atrito ( $f$ ) aumenta com o aumento de  $n$  e a viscosidade do fluido também aumenta a medida que  $n$  cresce, então  $f$  é diretamente proporcional a viscosidade.

As Figuras 6.18 a 6.20 confirmam o que já foi observado nas Figuras 6.14 a 6.17, que as curvas para  $n$  são idênticas para todos os valores de razão de aspecto ( $b/a$ ).

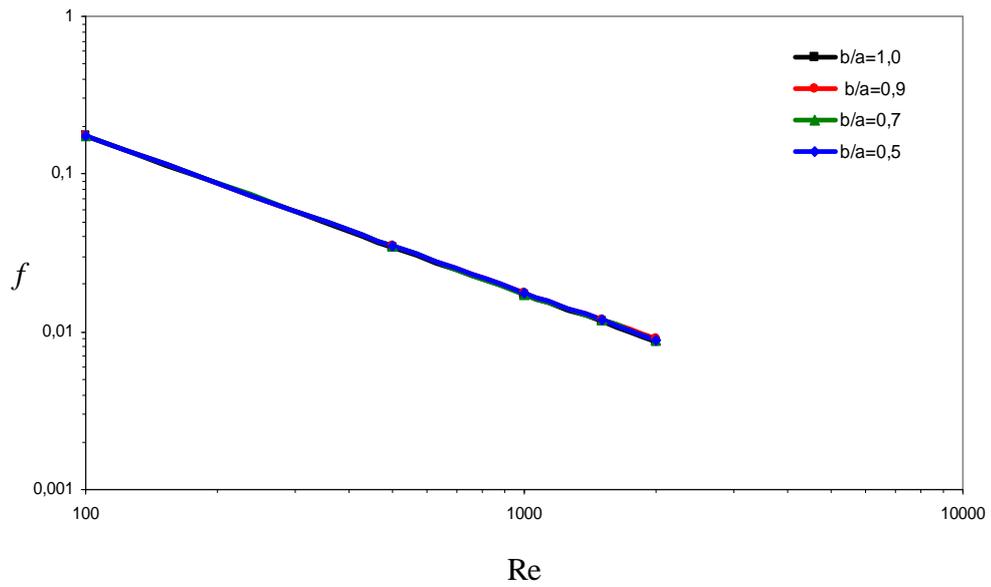


Figura 6.18 – Influência da razão de aspecto  $b/a$  no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e  $n = 1$ .

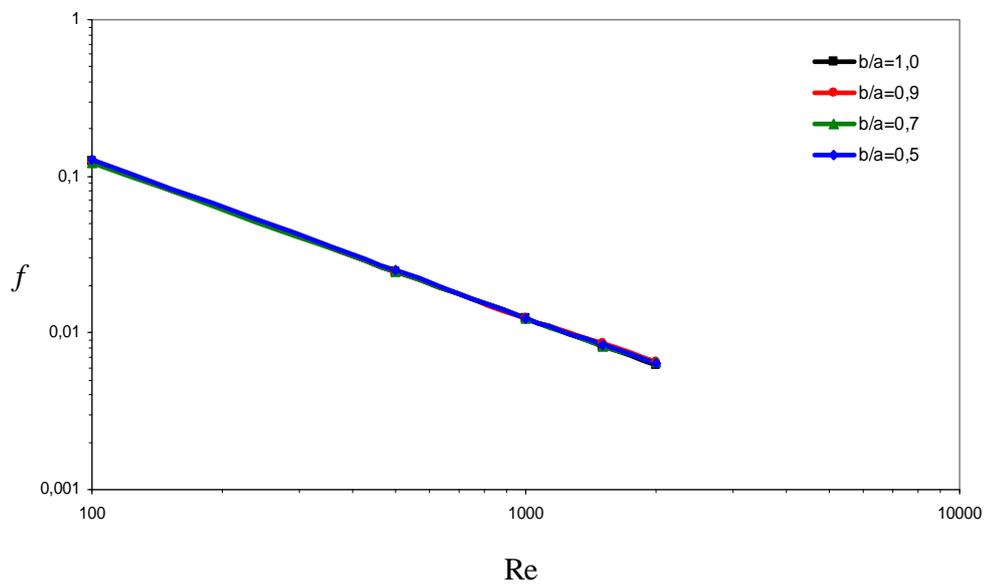


Figura 6.19 – Influência da razão de aspecto  $b/a$  no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e  $n = 0,8$ .

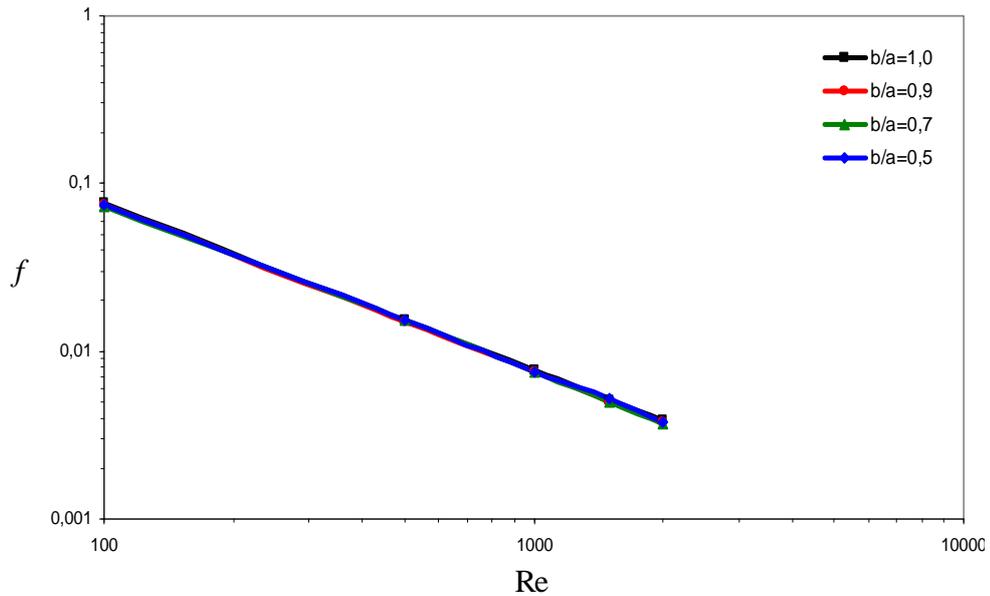


Figura 6.20 – Influência da razão de aspecto  $b/a$  no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e  $n = 0,5$ .

As Figuras 6.18 a 6.20 não apresentam influência no fator de atrito quando  $n$  está fixo e  $b/a$  variando. Constata-se novamente uma forte dependência do fator de atrito ( $f$ ) com relação aos parâmetros reológicos do fluido e cinemáticos do escoamento.

Realizados os testes da influência do Índice da Lei de Potência ( $n$ ) no escoamento do fluido Herschel-Bulkley, a Tabela 6.2 apresenta a comparação entre o produto  $f Re$  (fator de atrito multiplicado pelo Número de Reynolds) obtido por Quaresma et al. (1998) e o  $f Re$  obtido através do modelo Herschel-Bulkley implementado. Para todos os resultados apresentados a razão de aspecto ( $b/a$ ) é igual a 1,0, o Número de escoamento ( $Y$ ) é igual a 0,5 e o Índice de comportamento Power-Law ( $n$ ) está variando entre 0,5 e 1,0.

Tabela 6.2 – Comparação entre o  $f Re$  para tubo circular e  $Y = 0,5$ .

$n$	$f Re$ (Quaresma et al. (1998))	$f Re$ (Implementado)	$E(\%)$
1	17,349	17,327	0,129
0,8	12,619	12,403	1,735
0,5	7,618	7,614	0,050

Para todos os casos da Tabela 6.2 é possível observar ótima concordância entre os resultados de  $f Re$  obtidos por Quaresma et al. (1998) e  $f Re$  obtidos do modelo de fluido Herschel-Bulkley implementado. O valor de  $f Re$  para  $n=0,8$ , nos resultados de Quaresma et al. (1998), foi obtido por interpolação. Todos os erros relativos são menores que 2%.

### 6.1.3 Número de Reynolds Crítico para escoamento de Fluido Herschel-Bulkley na Geometria G1

Da subseção 6.1.1 foi possível observar a dependência do fator de atrito em relação ao  $Y$ , que para um valor fixo de  $n$  pode ser:  $f Re = C_Y$ . Da mesma forma, a subseção 6.1.2 mostra que a dependência do fator de atrito em relação ao  $n$ , para um valor fixo de  $Y$ , é da forma:  $f Re = C_n$ .

A correlação para o fator de atrito laminar de um fluido Herschel-Bulkley é mostrada na Equação (6.3). A função  $\psi$  que expressa os efeitos de  $Y$  e  $n$ , é mostrada na equação Equação (6.3). A correlação analítica para fator de atrito utilizada por Malin, (1998), representa resultados experimentais para o fator de atrito.

Para se determinar o Número de Reynolds crítico, ou seja, o Número de Reynolds no qual ocorre a transição de escoamento laminar para escoamento turbulento, é necessário utilizar as correlações para fator de atrito em regime laminar e regime turbulento. As Equações (6.3) e (6.4) apresentam as correlações para regime laminar e turbulento respectivamente (Malin, 1998).

#### Correlação para Regime Laminar:

$$f = \frac{16}{\psi Re}; \quad \psi = (1+3n)^n (1-\varepsilon_0)^{(1+n)} \left[ \frac{(1-\varepsilon_0)^2}{(1+3n)} + \frac{2\varepsilon_0(1-\varepsilon_0)}{(1+2n)} + \frac{\varepsilon_0^2}{(1+n)} \right]^n \quad (6.3)$$

onde  $\varepsilon_0 = \frac{\tau_y}{\tau_w}$  é a razão entre a tensão limite de escoamento e a tensão de cisalhamento na parede e  $\tau_w = \frac{D_h}{4} \frac{\partial P}{\partial z}$  surge do balanço de forças para escoamento plenamente desenvolvido. A Equação (6.3), para fator de atrito em regime laminar, é semelhante à correlação para fluido newtoniano. O diferencial está na função  $\psi$ , a qual representa os efeitos do comportamento não-newtoniano do fluido Herschel-Bulkley.

**Correlação para Regime Turbulento:**

$$\sqrt{f} = \frac{4}{n^{0,75}} \log_{10} \left( \text{Re} f^{(2-n)/2} \right) - \frac{0,4}{n^{1,2}} \tag{6.4}$$

A Equação (6.4) é conhecida como Correlação de Dodge-Metzner.

A Figura 6.21 apresenta as curvas para a correlação de regime laminar, para a correlação de regime turbulento e resultados numéricos para o caso de um fluido Herschel-Bulkley com  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa.s}^n$ ,  $n = 0,8$ ,  $Y = 0,5$  e  $b/a = 1$ , de modo que essa análise pode ser estendida para todos os casos apresentados neste trabalho.

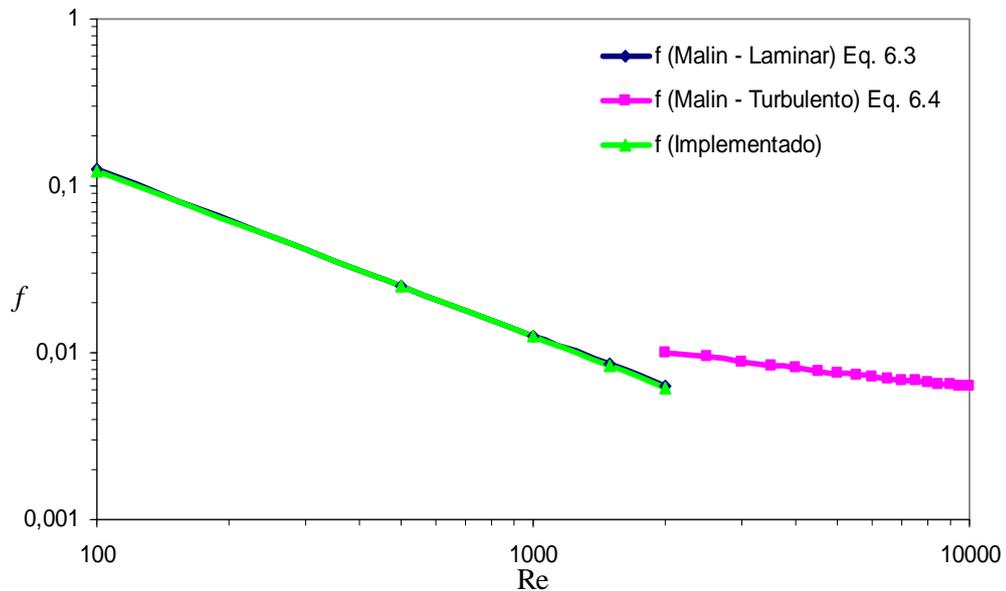


Figura 6.21 – Número de Reynolds crítico para G1 com  $b/a = 1$ .

Da Figura 6.21 é possível observar que a reta para o fator de atrito implementado possui a mesma inclinação que a reta para a correlação laminar, sendo praticamente coincidentes. O comportamento das retas apresenta coerência com os resultados obtidos por Malin, (1998), também para um fluido Herschel-Bulkley com  $n = 0,8$  e  $Y = 0,5$ . Malin, (1998) sugere que o  $Re$  crítico para este fluido Herschel-Bulkley ocorre na faixa  $2000 < Re < 4000$ . Com relação ao regime turbulento, não são possíveis comparações entre a correlação turbulenta e resultados numéricos, pois os resultados numéricos deste trabalho limitam-se ao regime laminar, onde  $Re \leq 2000$ .

#### **6.1.4 Aspectos Gerais da Influência do Número de Escoamento e Índice da Lei de Potência no escoamento de Fluido Herschel-Bulkley na Geometria G1**

Para ilustrar melhor o escoamento do fluido Herschel-Bulkley através de um tubo de seção elíptica, a Figura 6.22 apresenta o campo de velocidade da componente radial em um quadrante da seção transversal, o campo de velocidade da componente axial e o campo de pressão para o escoamento de um fluido Herschel-Bulkley para  $Re = 1000$ . A apresentação de parte da geometria justifica-se pela simetria apresentada. O fluido possui os seguintes parâmetros: massa específica ( $\rho$ ) de  $1100 \text{Kg}/\text{m}^3$ , uma viscosidade não-newtoniana ( $k$ ) de  $0,118 \text{Pa.s}^n$ , um Índice da Lei de Potência ( $n$ ) de  $0,8$  e Número de Escoamento ( $Y$ ) de  $0,5$ .

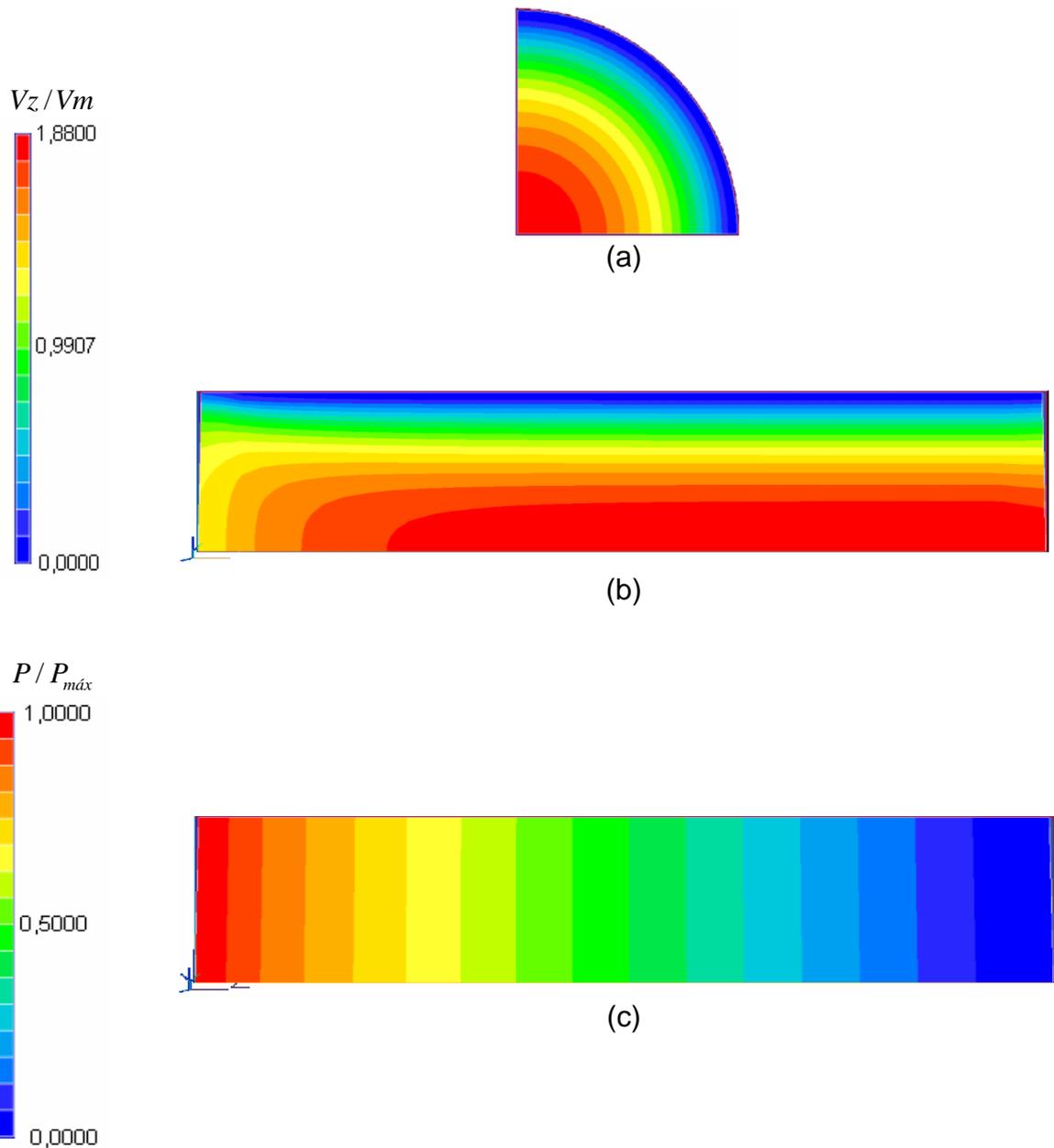


Figura 6.22 - escoamento de fluido Herschel-Bulkley na geometria G1 ( $b/a = 0,9$ ). Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$ ,  $n = 0,8$  e  $Y = 0,5$ . (a) Campo de velocidade na direção radial e (b) Campo de velocidade na direção axial e (c) Campo de pressão na direção axial.

A Figura 6.22 apresenta os campos de velocidade completamente desenvolvido na componente radial (a). Através do perfil de velocidade na componente axial, é possível visualizar um comprimento de desenvolvimento  $L_e \cong 1/4L$ . Através do campo de pressão, é possível visualizar que  $\partial P/\partial z$  torna-se constante a partir de  $L_e$ .

Para finalizar o estudo da influência dos parâmetros reológicos  $Y$  e  $n$  no fator de atrito para a geometria G1, a tabela a seguir apresenta o grau de influência de cada uma dessas propriedades no fator de atrito de Fanning ( $f$ ) para  $Re = 100$  e  $Re = 2000$ .

Tabela 6.3 – Comparação da influência do Número de Escoamento ( $Y$ ) e do Índice da Lei de Potência ( $n$ ) no fator de atrito.

$b/a$	Re = 100		Re = 2000	
	$\frac{\Delta f}{\Delta Y}$	$\frac{\Delta f}{\Delta n}$	$\frac{\Delta f}{\Delta Y}$	$\frac{\Delta f}{\Delta n}$
1,0	0,023	0,194	0,001	0,010
0,9	0,023	0,197	0,001	0,010
0,7	0,023	0,199	0,001	0,010
0,5	0,023	0,203	0,001	0,010

Para ilustrar os cálculos da Tabela 6.3, toma-se como exemplo a razão de aspecto  $b/a = 1$ , onde  $\frac{\Delta f}{\Delta Y}$  e  $\frac{\Delta f}{\Delta n}$  são calculados da seguinte maneira:

$$\frac{\Delta f}{\Delta Y} = \frac{f(Y = 5,0) - f(Y = 0,0)}{5,0 - 0,0} \quad \text{e} \quad \frac{\Delta f}{\Delta n} = \frac{f(n = 1,0) - f(n = 0,5)}{1,0 - 0,5}$$

Dos resultados da Tabela 6.3 é possível observar que a variação do Índice da Lei de Potência ( $n$ ) exerce maior influência no fator de atrito para o escoamento do fluido Herschel-Bulkley, na faixa de valores estudada. Para todas as razões de aspecto  $b/a$  os resultados da variação de  $f$  com  $n$  são bem maiores que os resultados da variação de  $f$  com  $Y$ . Isso confirma a sugestão de Maglione e Romagnoli (1999), citado por Kelessidis et al (2006), de que a variação do Índice de comportamento ou Índice da Lei de Potência ( $n$ ) do modelo Herschel-Bulkley pode ser o fator mais importante.

## 6.2 Resultados para Geometria G2

A geometria G2 consiste de um anular formado por um tubo de seção transversal elíptica e tubo interno cilíndrico concêntrico, para o qual foram determinados os efeitos dos parâmetros geométricos do tubo e cinemáticos do escoamento na perda de carga. A Figura 6.23 apresenta a geometria G2.

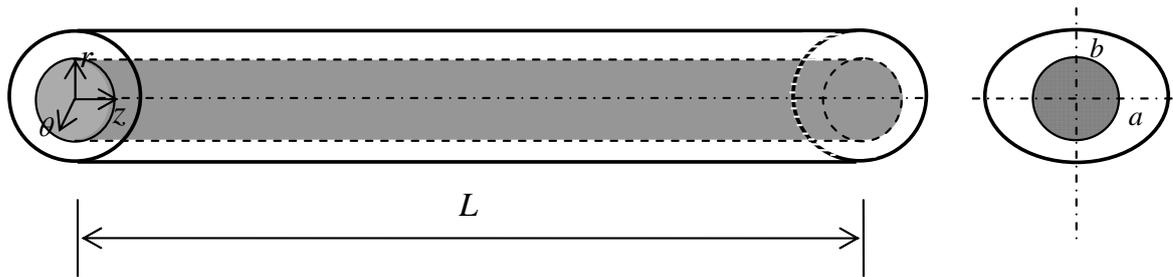


Figura 6.23 – Tubo de seção transversal elíptica e tubo interno cilíndrico concêntrico (G2).

Para a geometria G2 são feitas as seguintes considerações: escoamento laminar, em regime permanente, incompressível e isotérmico. As condições de contorno para este caso são: velocidade nula nas paredes dos tubos, perfil de velocidade uniforme na entrada do tubo e escoamento completamente desenvolvido na saída do tubo.

Os dados a seguir foram obtidos para o escoamento de fluido Herschel-Bulkley na geometria G2 e em regime permanente, com Números de Reynolds ( $Re$ ) de 100, 500, 1000, 1500 e 2000. O fluido possui massa específica ( $\rho$ ) de  $1100 \text{ kg/m}^3$ , uma viscosidade não-newtoniana ( $k$ ) de  $0,118 \text{ Pa.s}^n$ , um Índice da Lei de Potência ( $n$ ) de 0,8 e tensão limite de escoamento ( $\tau_y$ ) de  $4,543 \text{ Pa}$ .

Foram estudadas três configurações distinguidas pelos diferentes diâmetros do tubo interno. Em todas as configurações, o tubo externo possui razão de aspecto  $b/a = 0,9$  e as razões entre o diâmetro interno e o diâmetro externo,  $D_i/D_e$ , são de 0,4, 0,6 e 0,8. Onde o diâmetro externo ( $D_e$ ) equivale ao diâmetro hidráulico do tubo elíptico apresentado na Equação (3.30). Em operações de perfuração de poços de petróleo, a razão entre o diâmetro da broca e o diâmetro do poço aproxima-se de 0,6. Portanto, a escolha das três razões  $D_i/D_e$ , têm por objetivo determinar, de

forma bastante simplificada, as características do escoamento para uma razão menor, igual e maior que a razão utilizada na atividade de perfuração.

Uma outra questão importante a ser observada, é a comparação entre o método de malha colocada (GCV) e o método de malha deslocada (*Staggered*) para o caso da geometria G2 onde  $b/a = 0,9$ . Comparando-se os perfis de velocidade para as três razões  $D_i/D_e$ , é possível observar a grande semelhança entre os resultados obtidos através dos dois métodos. Essa comparação é apresentada em detalhes no Apêndice C.

### 6.2.1 Efeito da Razão $D_i/D_e$ no Fator de Atrito

A seguir a Figura 6.24 mostra o comportamento do fator de atrito quando as razões  $D_i/D_e$  estão variando. O fluido possui massa específica ( $\rho$ ) de  $1100\text{kg}/\text{m}^3$ , uma viscosidade não-newtoniana ( $k$ ) de  $0,118\text{Pa}\cdot\text{s}^n$ , um Índice da Lei de Potência ( $n$ ) de 0,8 e tensão limite de escoamento ( $\tau_y$ ) de  $4,543\text{Pa}$ . O fator de atrito depende, a exemplo de um fluido newtoniano, fortemente do Número de Reynolds.

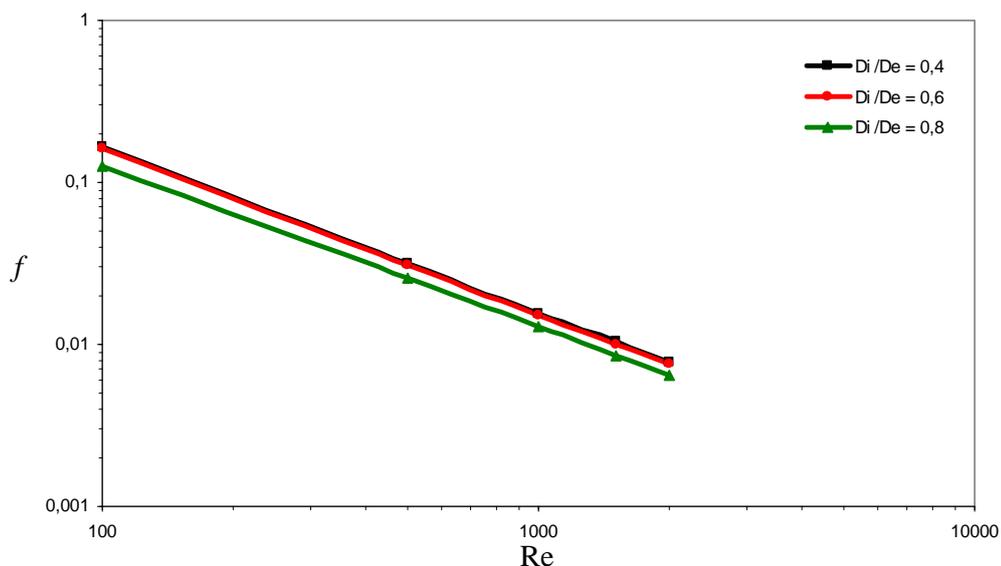


Figura 6.24 – Influência do diâmetro interno ( $D_i$ ) no fator de atrito para fluido Herschel-Bulkley em tubo de seção transversal elíptica e tubo interno concêntrico.

Analogamente à análise para determinação do Número de Reynolds crítico realizado para a geometria G1, é feita a comparação dos resultados numéricos e os resultados obtidos da correlação para escoamento laminar e turbulento (Equações (6.3) e (6.4)) para a geometria G2. A Figura 6.25 apresenta as curvas para a correlação de regime laminar, para a correlação de regime turbulento e resultados numéricos para o caso da razão  $Di/De = 0,6$ , de modo que essa análise pode ser estendida de forma qualitativa para  $Di/De = 0,4$  e  $Di/De = 0,8$ .

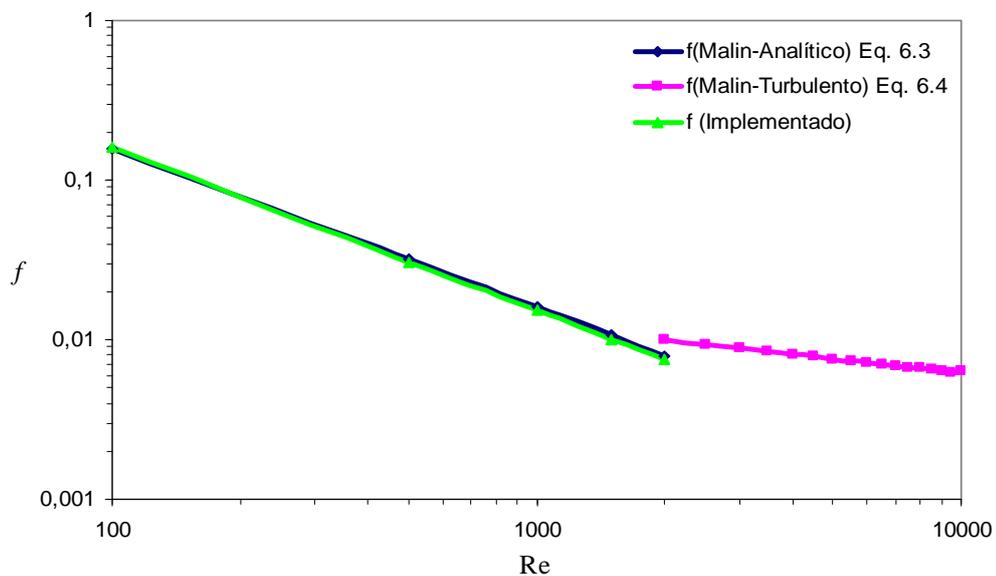


Figura 6.25 – Número de Reynolds crítico para G2 com  $Di/De = 0,6$ .

Assim como para G1, as curvas para a correlação laminar de Malin (1998) e da solução numérica, apresentam boa concordância.

### 6.2.2 Campos de Velocidade e Pressão para Escoamento de Fluido Herschel-Bulkley na Geometria G2

Para ilustrar melhor o escoamento do fluido Herschel-Bulkley através da geometria G2, as Figuras 6.26 a 6.28 apresentam o campo de velocidade da componente radial, o campo de velocidade da componente axial e o campo de pressão para o escoamento de um fluido Herschel-Bulkley a um  $Re = 1000$ . A apresentação de parte da geometria, como no caso de G1, justifica-se pela simetria

apresentada. O fluido possui massa específica ( $\rho$ ) de  $1100\text{kg}/\text{m}^3$ , uma viscosidade não-newtoniana ( $k$ ) de  $0,118\text{Pa}\cdot\text{s}^n$ , um Índice da Lei de Potência ( $n$ ) de 0,8 e tensão de escoamento ( $\tau_y$ )  $4,543\text{Pa}$  e a razão  $D_i/D_e$  é igual a 0,4, 0,6 e 0,8.

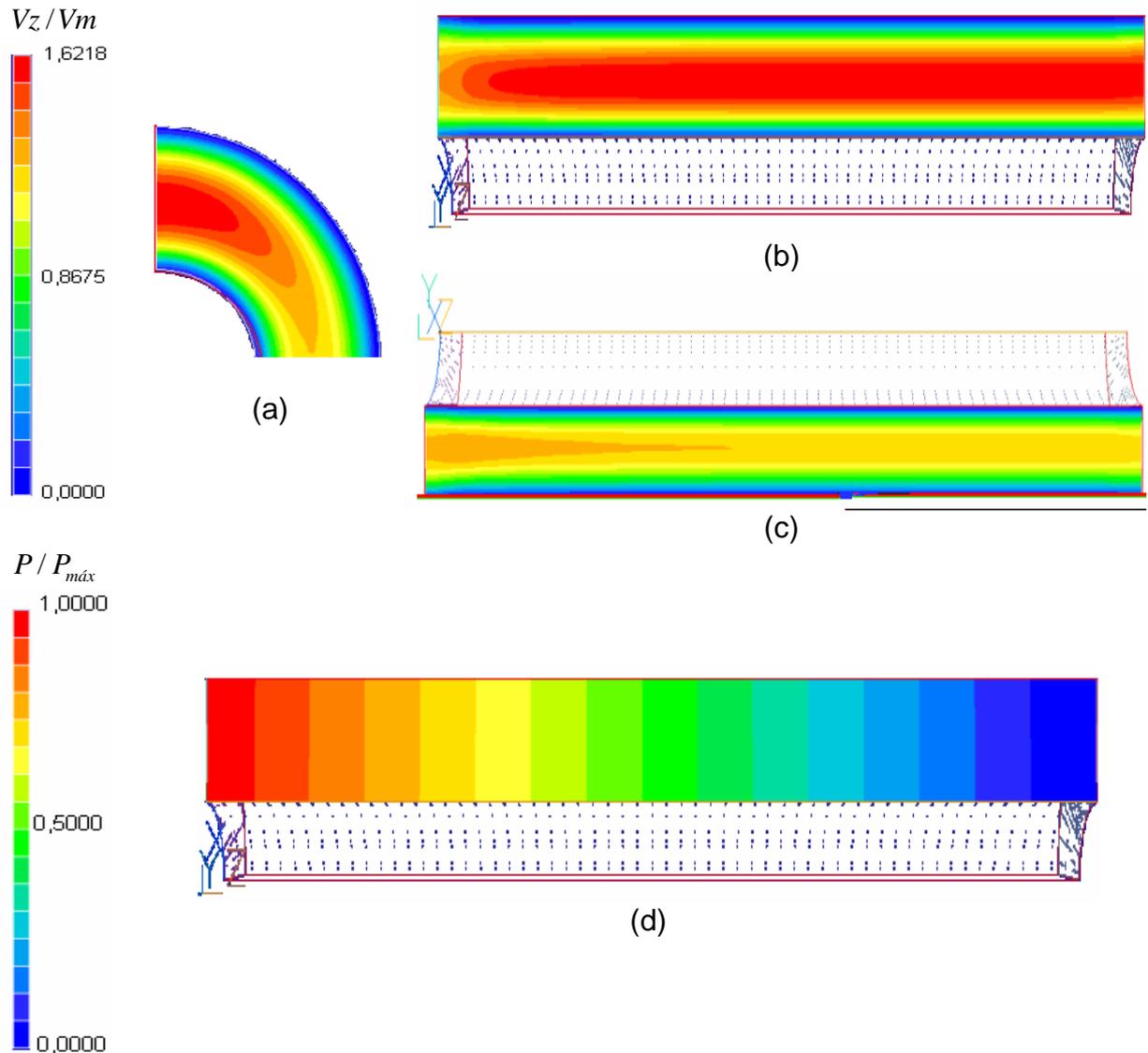


Figura 6.26 - Escoamento de fluido Herschel-Bulkley na geometria G2 e razão  $D_i/D_e = 0,4$ . Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100\text{kg}/\text{m}^3$ ,  $k = 0,118\text{Pa}\cdot\text{s}^n$ ,  $n = 0,8$  e  $\tau_y = 4,543\text{Pa}$ . (a) Campo de velocidade na direção radial, (b) e (c) Campos de velocidade na direção axial e (d) Campo de pressão na direção axial.

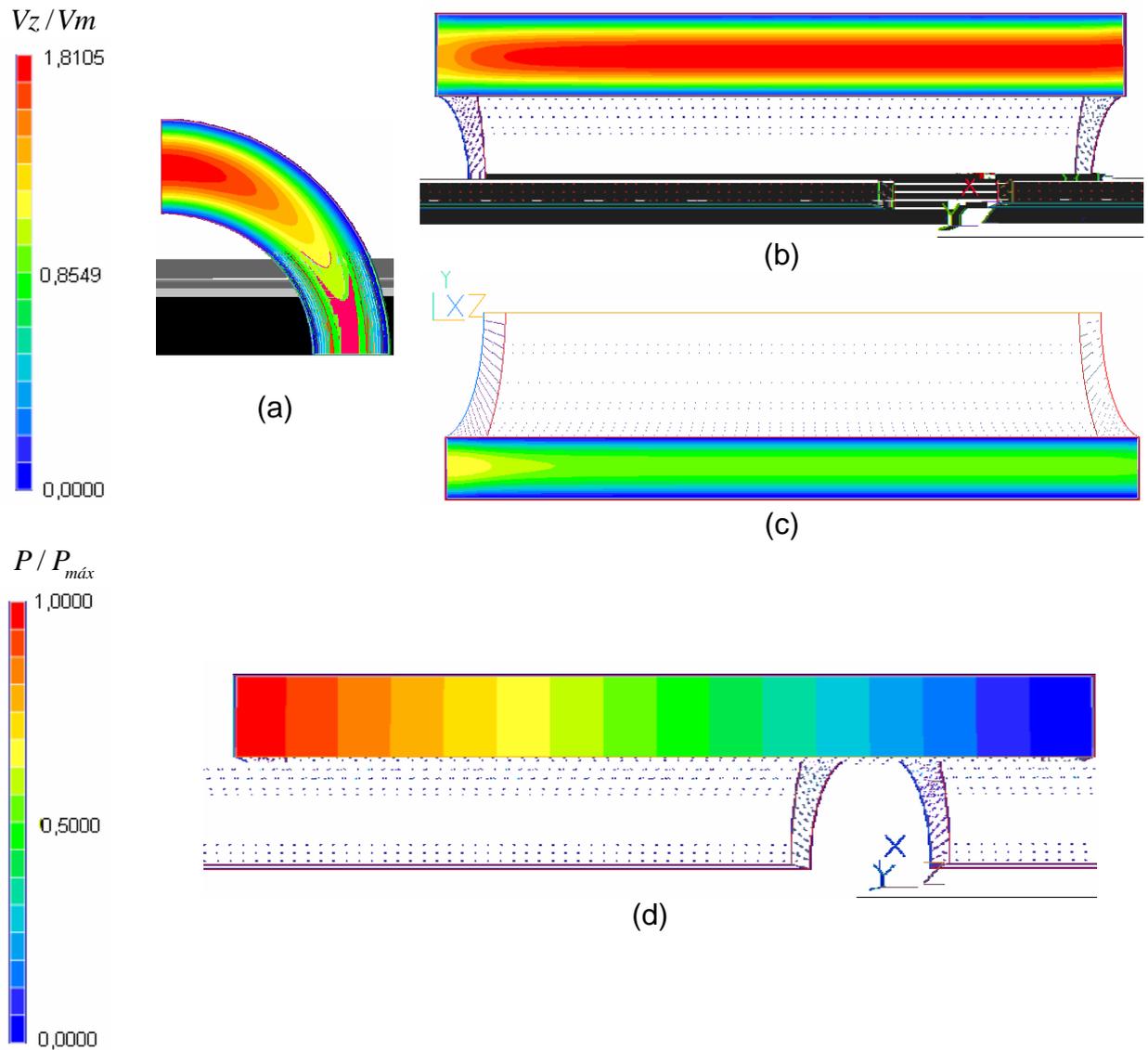


Figura 6.27 - Escoamento de fluido Herschel-Bulkley na geometria G2 e razão  $D_i / D_e = 0,6$ . Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$ ,  $n = 0,8$  e  $\tau_y = 4,543 \text{ Pa}$ . (a) Campo de velocidade na direção radial, (b) e (c) Campos de velocidade na direção axial e (d) Campo de pressão na direção axial.

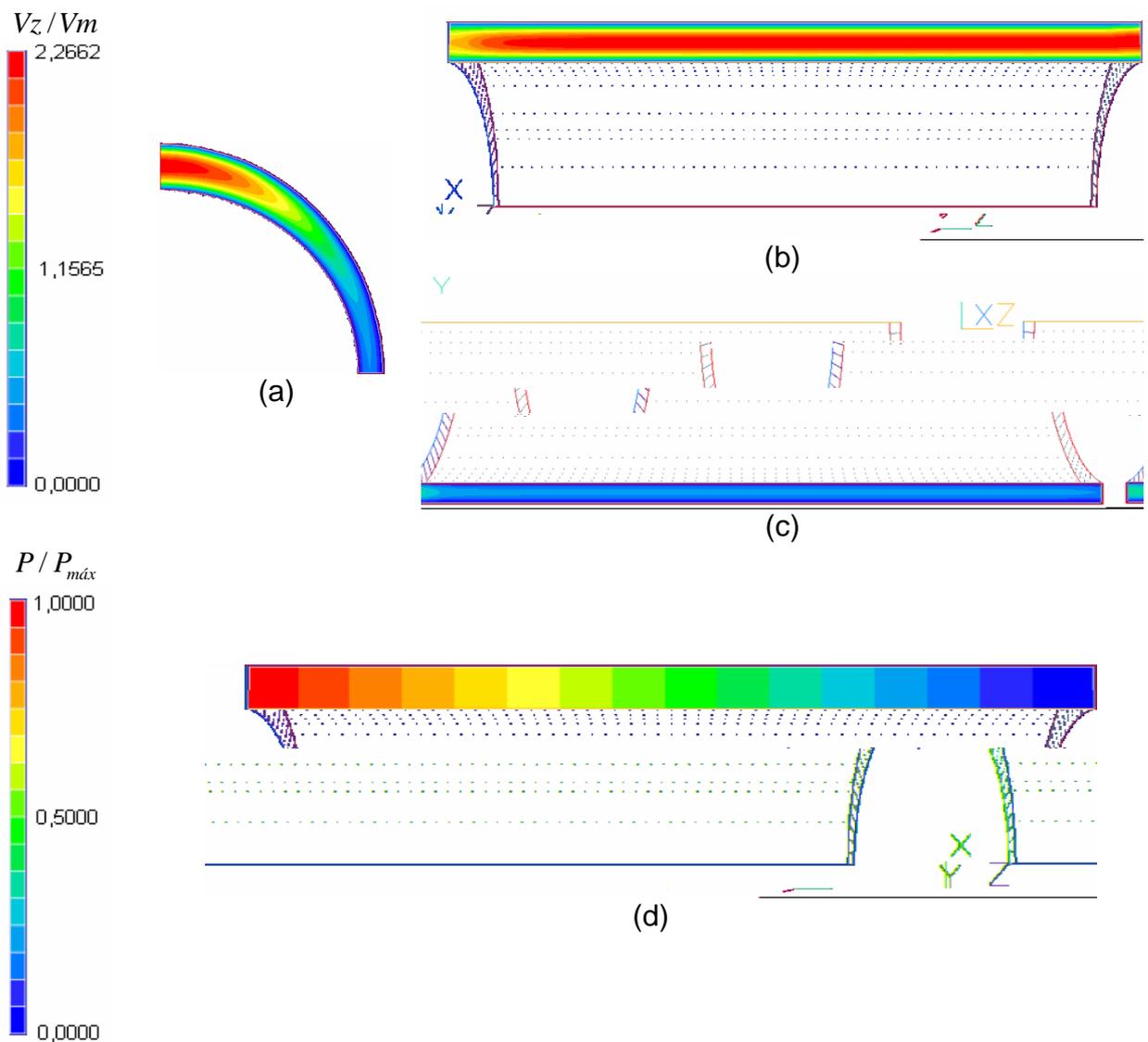


Figura 6.28 - escoamento de fluido Herschel-Bulkley na geometria G2 e razão  $D_i/D_e = 0,8$ . Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$ ,  $n = 0,8$  e  $\tau_y = 4,543 \text{ Pa}$ . (a) Campo de velocidade na direção radial, (b) e (c) Campos de velocidade na direção axial e (d) Campo de pressão na direção axial.

Das Figuras 6.26 a 6.28 para campo de velocidade na componente axial, a medida que a razão  $D_i/D_e$  aumenta, as folgas anulares ao longo dos raios maior e menor tornam-se mais delgadas, sendo que para  $D_i/D_e = 0,8$  o fluido está praticamente estagnado na região de menor folga anular.

### 6.3 Resultados para Geometria G3

A geometria G3 consiste de um tubo anular de seção transversal elíptica e tubo interno cilíndrico excêntrico, para o qual foram determinados apenas os efeitos dos parâmetros geométricos do tubo na perda de carga. A redução do número de parâmetros analisados em comparação a geometria G1, deve-se ao custo computacional das simulações da geometria G3. A Figura 6.29 apresenta a ilustração da geometria G3.

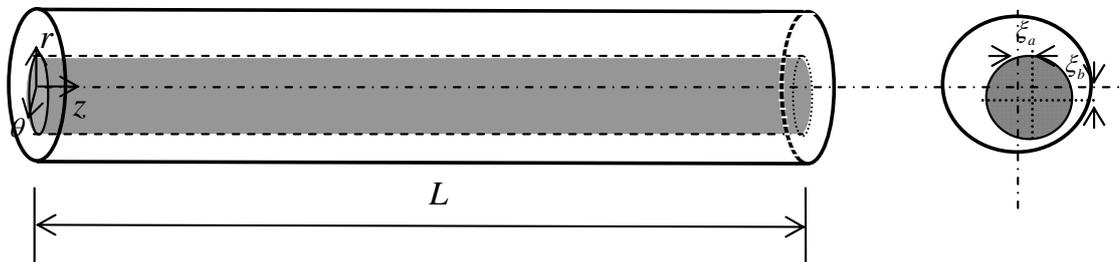


Figura 6.29 – Tubo de seção transversal elíptica e tubo interno cilíndrico excêntrico (G3).

Para a geometria G3 são feitas as mesmas considerações dos casos G1 e G2. As condições de contorno são: a velocidade nula nas paredes dos tubos, perfil de velocidade uniforme na entrada do tubo e escoamento completamente desenvolvido na saída do tubo.

Os dados a seguir foram obtidos para um fluido Herschel-Bulkley em regime de escoamento permanente, com um Número de Reynolds ( $Re$ ) igual a 500, massa específica ( $\rho$ ) de  $1100\text{kg}/\text{m}^3$ , uma viscosidade não-newtoniana ( $k$ ) de  $0,118\text{Pa}\cdot\text{s}^n$ , um Índice da Lei de Potência ( $n$ ) de 0,8 e tensão de escoamento ( $\tau_y$ ) de  $4,543\text{Pa}$ .

Em todas as configurações o tubo elíptico possui  $b/a = 0,9$  e a razão entre o diâmetro interno e o diâmetro externo,  $Di/De$ , é de 0,6, porém com seis diferentes excentricidades. Os valores de  $\xi_a/a$  e  $\xi_b/b$  para as seis excentricidades são apresentados na Tabela 6.4. A escolha para a razão  $Di/De$  igual a 0,6 e as seis excentricidades, é que essas configurações são consideradas próximas das encontradas nas atividades de perfuração. Os perfis de velocidade para as componentes radiais e axiais nas seis excentricidades são comparados com o perfil

da geometria G2 (tubo de seção transversal elíptica e tubo interno cilíndrico) ou  $\xi_0$ , para escoamento de fluido Herschel-Bulkley a um  $Re = 500$ , massa específica ( $\rho$ ) de  $1100\text{kg}/\text{m}^3$ , uma viscosidade não-newtoniana ( $k$ ) de  $0,118\text{Pa}\cdot\text{s}^n$ , um Índice da Lei de Potência ( $n$ ) de 0,8 e tensão limite de escoamento ( $\tau_y$ ) de  $4,543\text{Pa}$ .

A Figura 6.30 apresenta a disposição das excentricidades do tubo circular ao longo da seção transversal do tubo elíptico. O valor do ângulo  $\theta$  é de  $45^\circ$ .

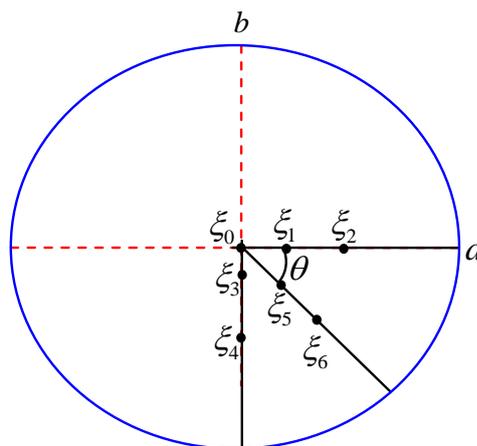


Figura 6.30 – Disposição das excentricidades do tubo circular na geometria G3.

A Tabela 6.4 apresenta os valores das excentricidades do tubo interno da geometria G3 apresentados na Figura 6.30.

Tabela 6.4 – Excentricidades do tubo interno da geometria G3.

Excentricidade	$\xi_a / a$	$\xi_b / b$
0	0,000	0,000
1	0,133	0,000
2	0,267	0,000
3	0,000	0,111
4	0,000	0,222
5	0,083	0,092
6	0,166	0,184

As Figuras 6.31 a 6.37 apresentam os campos de velocidade ao longo da coordenada radial e axial e campo de pressão ao longo da coordenada axial para todas as excentricidades citadas na Tabela 6.4.

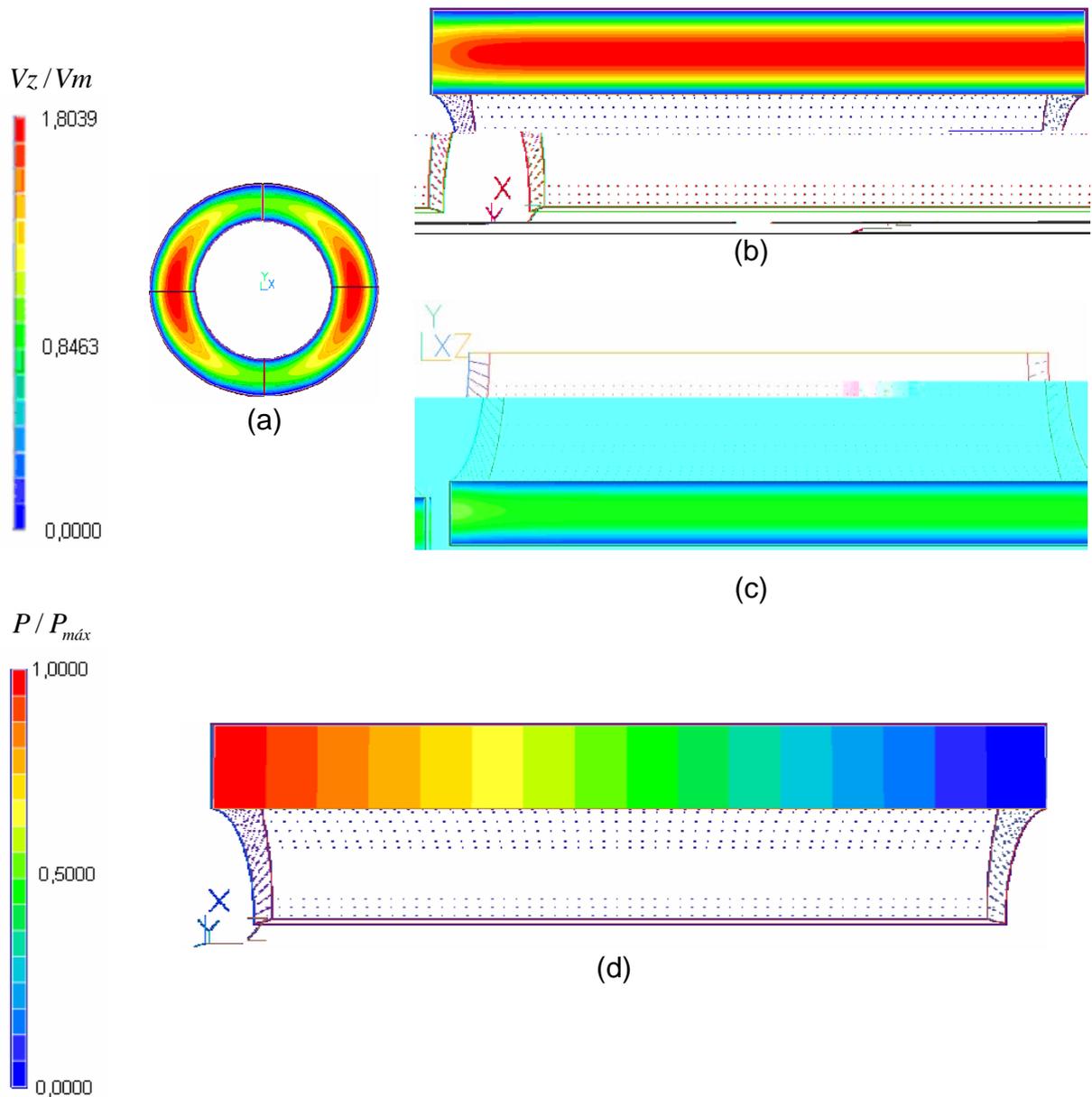


Figura 6.31 – Escoamento de fluido Herschel-Bulkley na geometria G2 ou  $\xi_0$ .  
 Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$ ,  $\tau_y = 4,543 \text{ Pa}$  e  $n = 0,8$ . (a) Campo de velocidade na direção radial; (b) e (c) Campos de velocidade na direção axial e (d) Campo de pressão na direção axial.

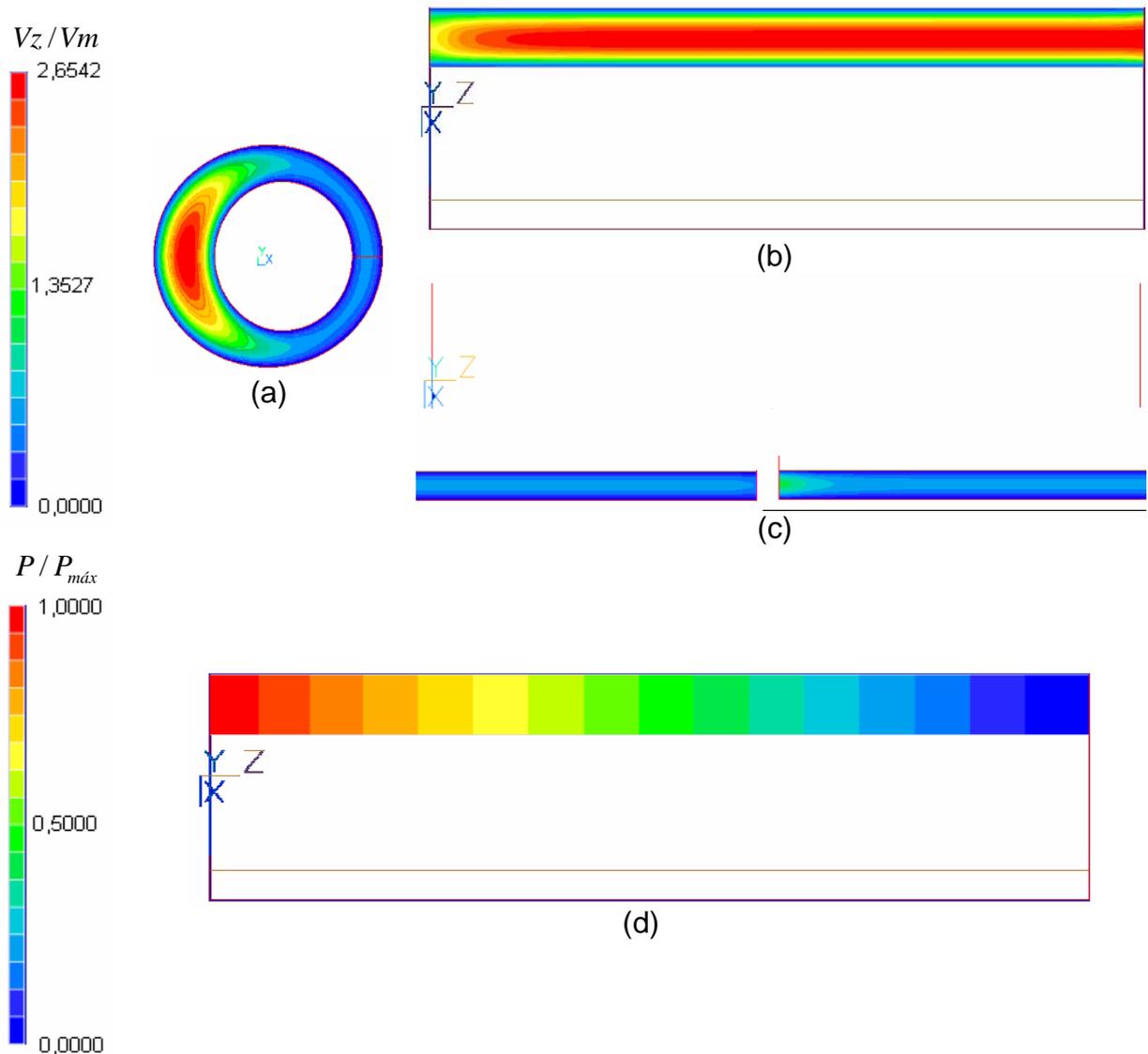


Figura 6.32 – escoamento de fluido Herschel-Bulkley em  $\xi_1$ . Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa.s}^n$ ,  $\tau_y = 4,543 \text{ Pa}$  e  $n = 0,8$ . (a) Campo de velocidade na direção radial; (b) e (c) Campos de velocidade na direção axial e (d) Campo de pressão na direção axial.

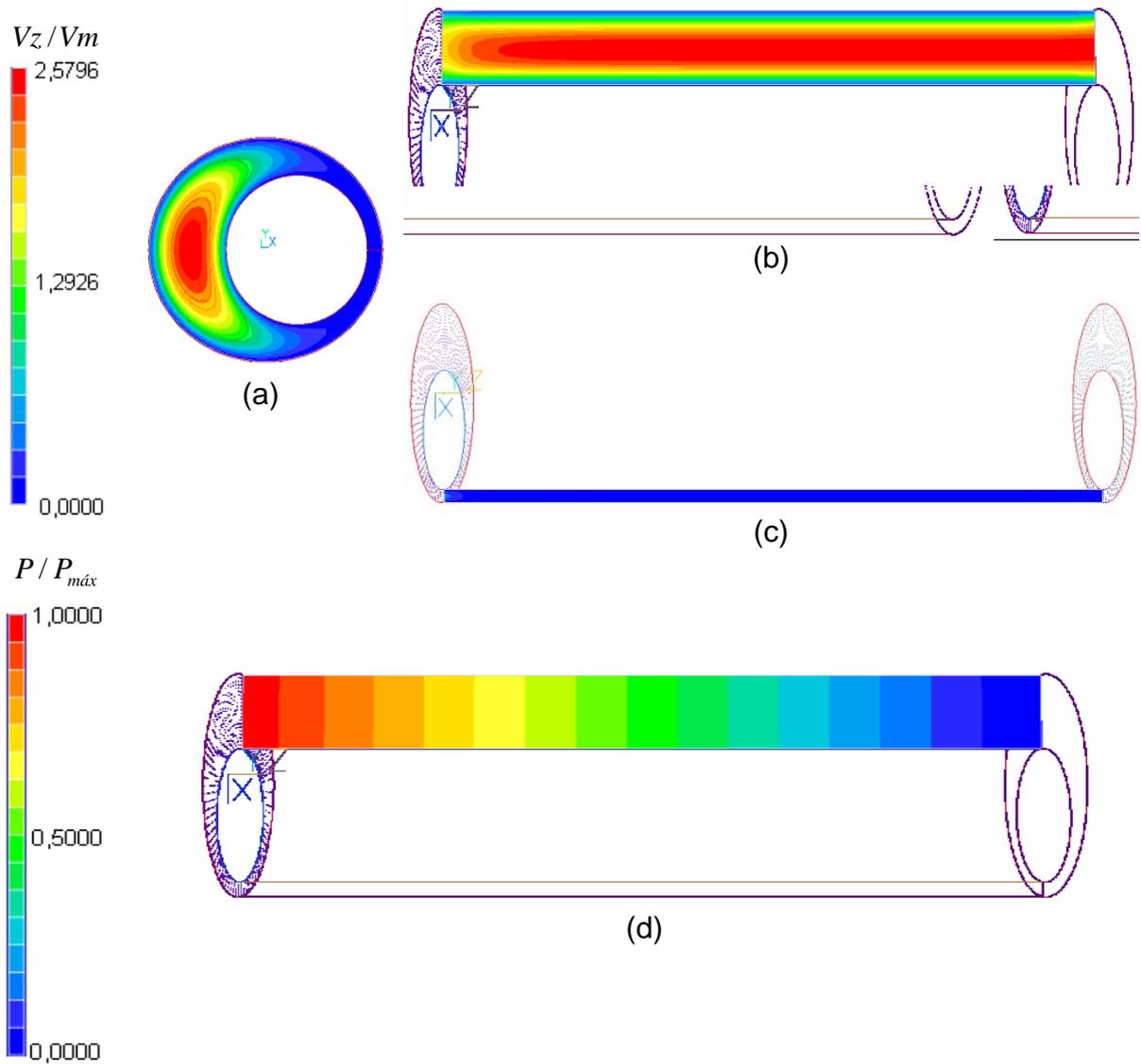


Figura 6.33 - Escoamento de fluido Herschel-Bulkley em  $\xi_2$ . Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$ ,  $\tau_y = 4,543 \text{ Pa}$  e  $n = 0,8$ . (a) Campo de velocidade na direção radial; (b) e (c) Campos de velocidade na direção axial e (d) Campo de pressão na direção axial.

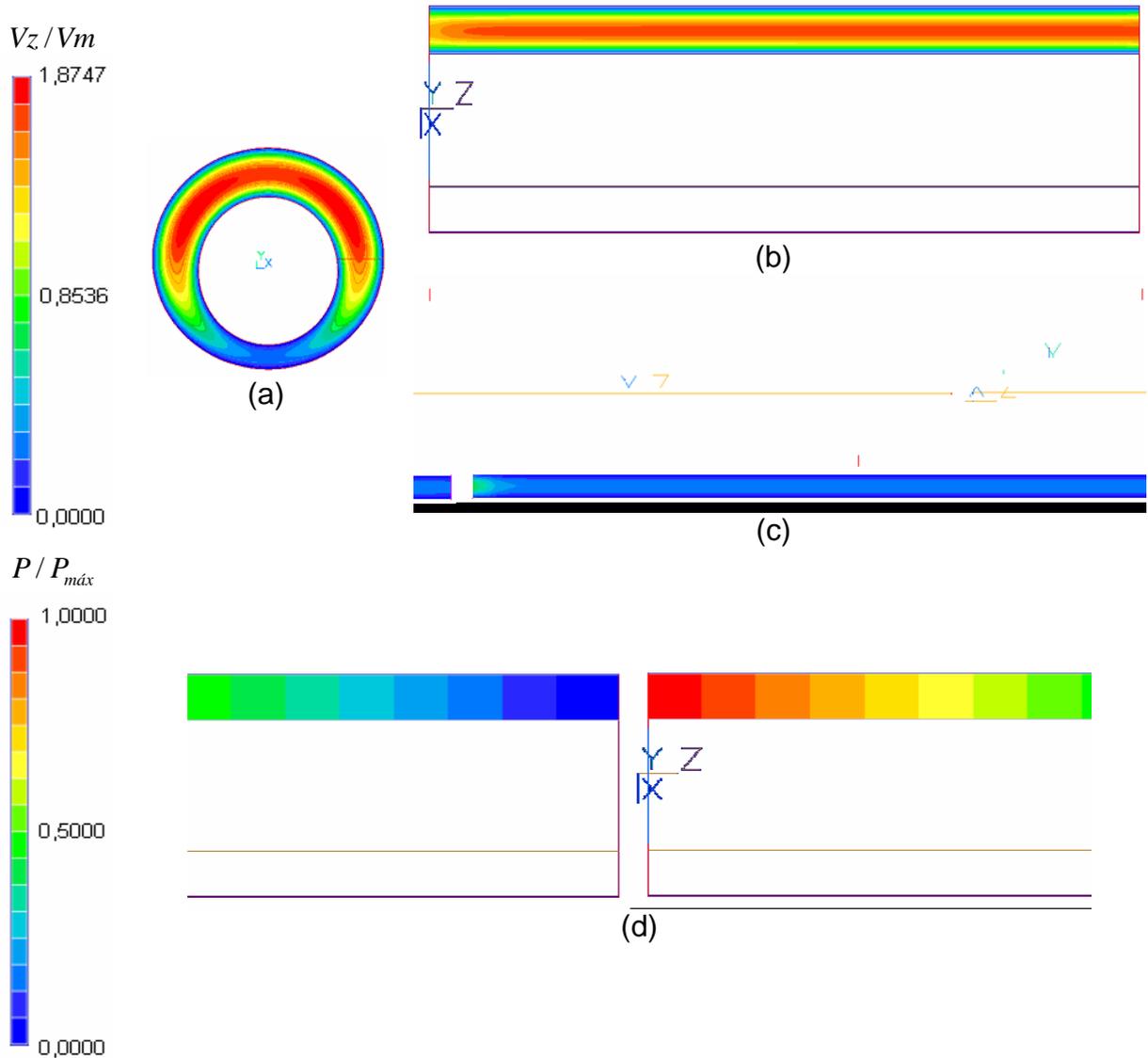


Figura 6.34 - Escoamento de fluido Herschel-Bulkley em  $\xi_3$ . Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$ ,  $\tau_y = 4,543 \text{ Pa}$  e  $n = 0,8$ . (a) Campo de velocidade na direção radial; (b) e (c) Campos de velocidade na direção axial e (d) Campo de pressão na direção axial.

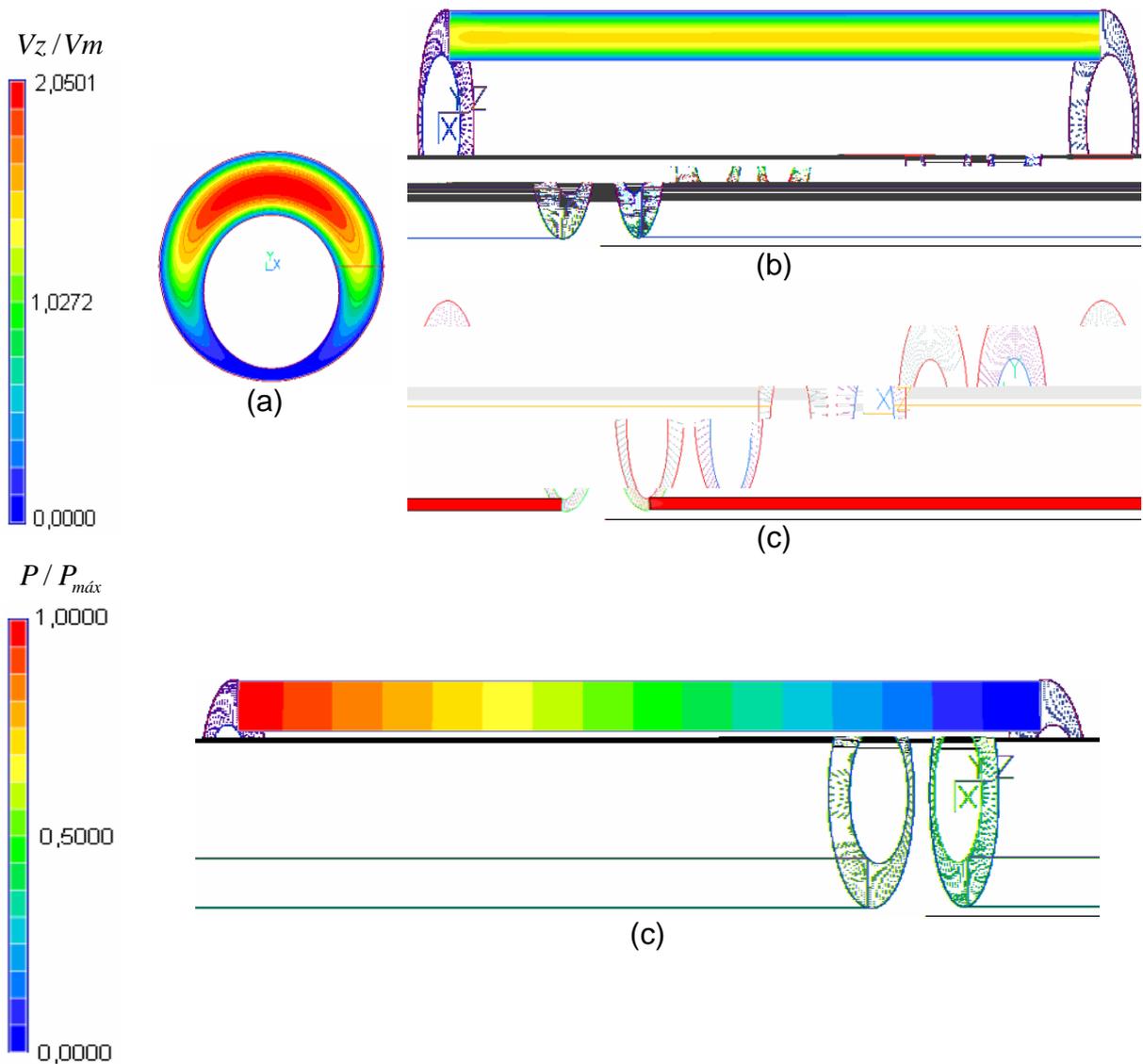


Figura 6.35 - Escoamento de fluido Herschel-Bulkley em  $\xi_4$ . Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$ ,  $\tau_y = 4,543 \text{ Pa}$  e  $n = 0,8$ . (a) Campo de velocidade na direção radial; (b) e (c) Campos de velocidade na direção axial e (d) Campo de pressão na direção axial.

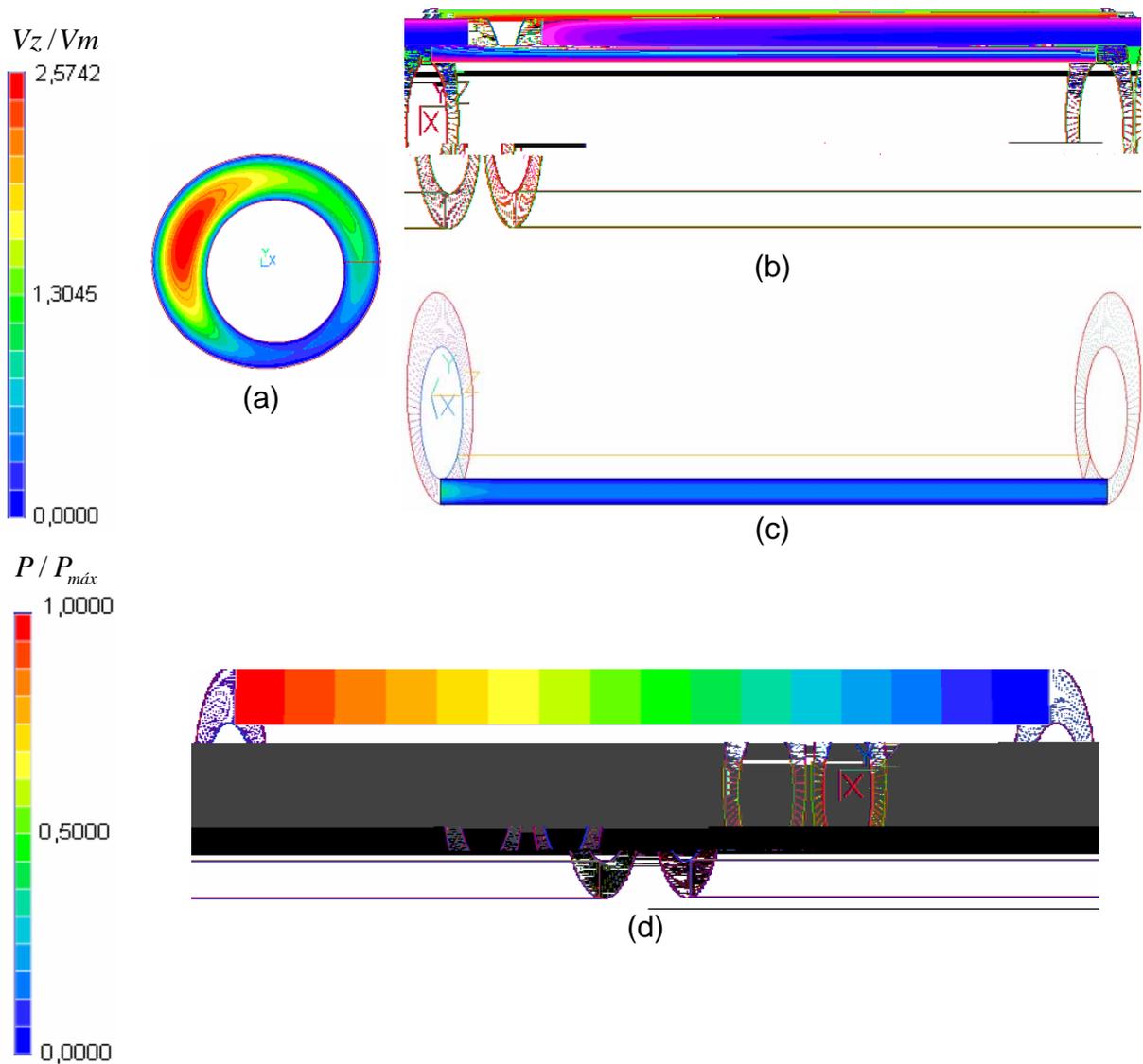


Figura 6.36 - Escoamento de fluido Herschel-Bulkley em  $\xi_5$ . Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$ ,  $\tau_y = 4,543 \text{ Pa}$  e  $n = 0,8$ . (a) Campo de velocidade na direção radial; (b) e (c) Campos de velocidade na direção axial e (d) Campo de pressão na direção axial.

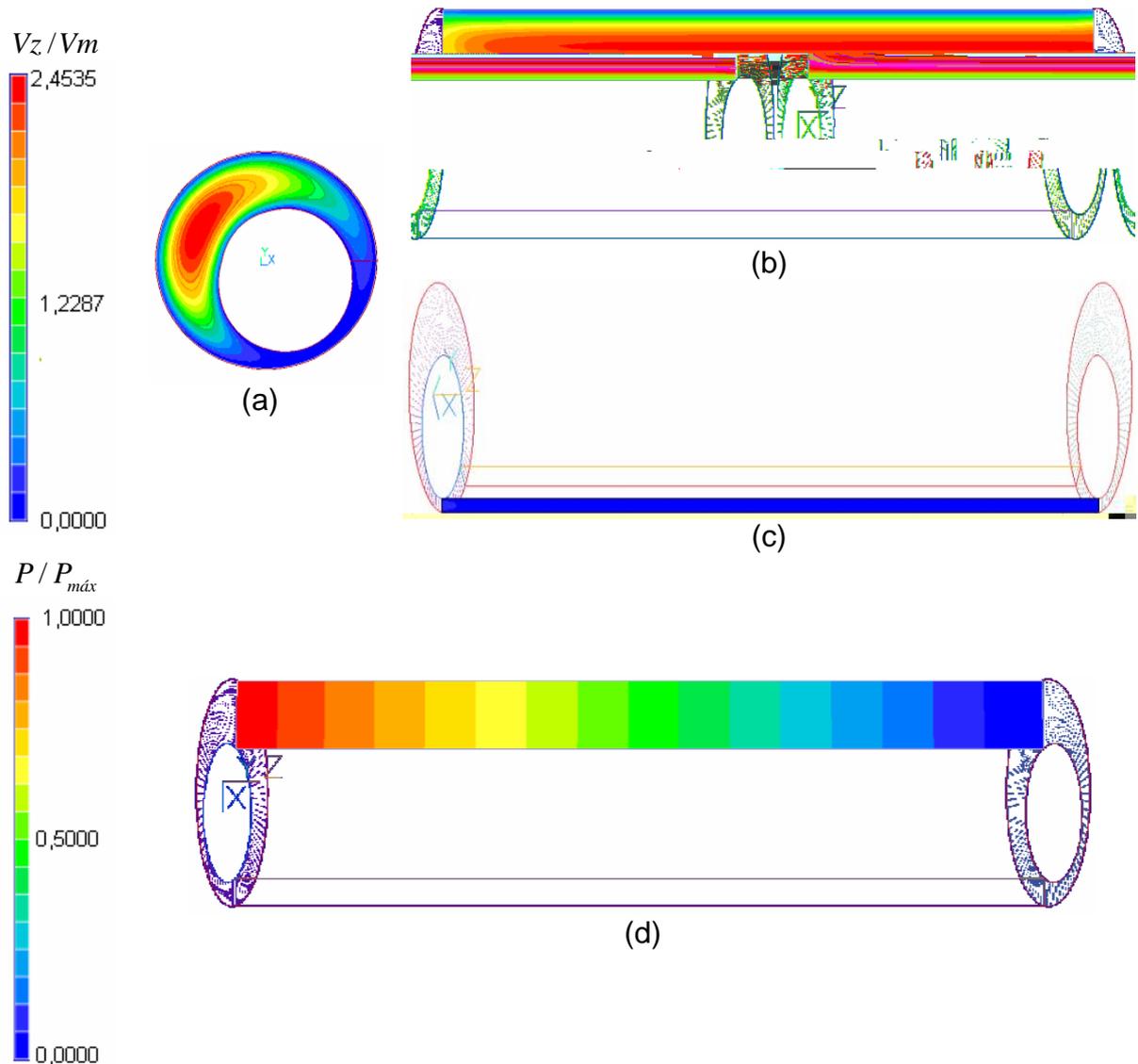


Figura 6.37 - escoamento de fluido Herschel-Bulkley em  $\xi_6$ . Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$ ,  $\tau_y = 4,543 \text{ Pa}$  e  $n = 0,8$ . (a) Campo de velocidade na direção radial; (b) e (c) Campos de velocidade na direção axial e (d) Campo de pressão na direção axial.

Analisando os campos de velocidade das Figuras 6.35 a 6.37, é possível observar a tendência, em todas as sete excentricidades, do fluido se deslocar para a região do anular que oferece menor resistência ao escoamento, ou seja, a região onde o tubo externo e interno estão o mais afastados um do outro. Ao contrário, onde os tubos encontram-se mais próximos, são observadas regiões próximas da estagnação, pois quanto menor a folga anular, maior a tendência de estagnação do

fluido. A Figura 6.38 demonstra ainda de maneira mais eficiente a tendência do fluido deslocar-se para a região de maior folga anular, ilustrando os campos de velocidade na seção transversal do anular para as sete excentricidades investigadas.

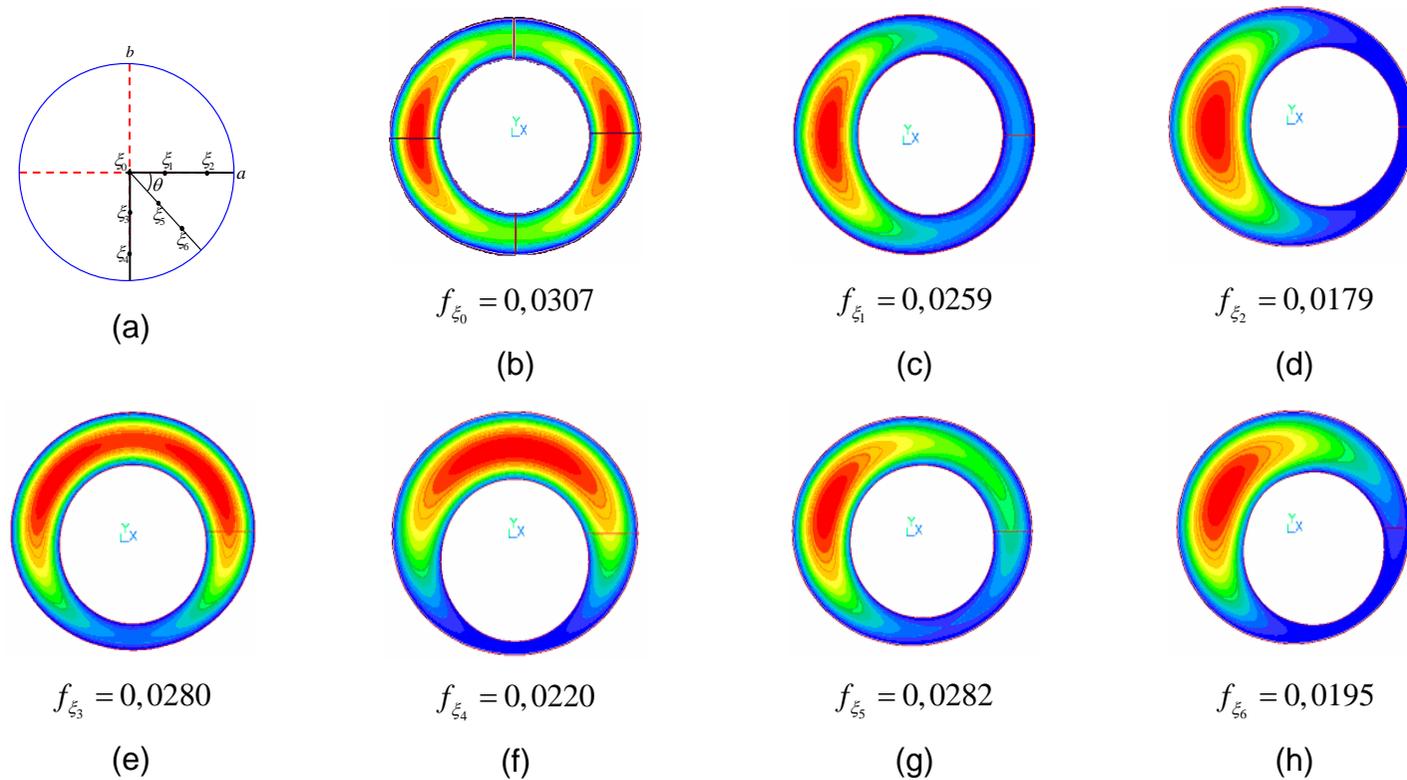


Figura 6.38 – Campo de velocidade na direção radial nas sete excentricidades da geometria G3 para  $Re = 500$ : (a) Disposição das excentricidades do tubo circular interno na geometria G3; (b)  $\xi_0$ ; (c)  $\xi_1$ ; (d)  $\xi_2$ ; (e)  $\xi_3$ ; (f)  $\xi_4$ ; (g)  $\xi_5$ ; (h)  $\xi_6$  (  $\bullet$  → baixas velocidades e  $\bullet$  → altas velocidades).

A Tabela 6.5 apresenta os valores dos fatores de atrito para todas as excentricidades da geometria G3.

Tabela 6.5 – Valores dos fatores de atrito para as diferentes excentricidades da geometria G3.

		$f$
Geometria G2	$\xi_0$	0,0307
Excentricidades da geometria G3	$\xi_1$	0,0259
	$\xi_2$	0,0179
	$\xi_3$	0,0280
	$\xi_4$	0,0220
	$\xi_5$	0,0282
	$\xi_6$	0,0195

Da Tabela 6.5 é possível constatar que o maior fator de atrito ocorre na geometria G2. Para o caso de G2 ( $\xi_0$ ), Lee (2001) apresenta  $f = 0,0470$ , porém para um fluido newtoniano. A comparação se mostra coerente, pois o valor de  $f = 0,0307$ , para G2 e  $n = 0,8$  confirma que o fator de atrito é menor para o caso de um fluido pseudoplástico quando comparado a um fluido newtoniano.

Para uma melhor compreensão do conteúdo da Tabela 6.5 é indispensável observar a configuração do item (a) da Figura 6.38, ou ainda pode-se fazer o seguinte: primeiro divide-se as excentricidades em pares, assim tem-se os pares  $\xi_1$  e  $\xi_2$ , em que o tubo interno desloca-se apenas na coordenada  $X$ ,  $\xi_3$  e  $\xi_4$ , em que o tubo interno desloca-se apenas na coordenada  $Y$  e  $\xi_5$  e  $\xi_6$ , em que o tubo interno desloca-se simultaneamente nas coordenadas  $X$  e  $Y$ . Quando esses pares são comparados entre si, nota-se que as excentricidades  $\xi_2$ ,  $\xi_4$  e  $\xi_6$  apresentam os menores fatores de atrito.

A ocorrência de menores fatores de atrito nas excentricidades  $\xi_2$ ,  $\xi_4$  e  $\xi_6$ , é resultado da região em que a folga anular é maior que em  $\xi_1$ ,  $\xi_3$  e  $\xi_5$ , proporcionando assim menor resistência ao escoamento, de modo que a maior parte do fluido tende a escoar através dessa região.

### 6.3.1 Fator de Atrito Analítico para a Geometria G3

Para o cálculo do fator de atrito no regime laminar, tanto para G1 como para G2, foi utilizada a correlação analítica de Malin (1998). No entanto, para a geometria G3 não é possível utilizar a mesma correlação, a menos que se faça uma correção.

A Equação (6.3) leva em consideração apenas o diâmetro hidráulico ( $D_h$ ) como parâmetro geométrico. No caso de G3, todas as excentricidades investigadas possuem o mesmo  $D_h$ , resultando assim em valores de atrito muito próximos para todas as excentricidades quando utilizada a Equação (6.3).

Para alcançar resultados confiáveis a partir de uma equação analítica para fator de atrito na geometria G3, é necessário levar em consideração os valores de  $\xi_a/a$  e  $\xi_b/b$  apresentados na Tabela 6.4. Para adequar a Equação (6.3) para o caso de G3 é preciso reescrevê-la da seguinte maneira:

$$f = \frac{16}{\beta \text{Re}} \quad (6.5)$$

$$\beta = \psi + \alpha \quad (6.6)$$

onde  $\beta = \psi + \alpha$  é o termo que descreve o comportamento não-newtoniano,  $\psi$  assume o mesmo valor descrito na Equação (6.3) e  $\alpha$  é o termo a ser acrescentado para adequar a equação para o caso G3, de modo que,  $\alpha = \alpha(\xi_a/a, \xi_b/b)$ . Calculando o  $\alpha$  para cada excentricidade é possível determinar a equação que relaciona  $\alpha$ ,  $\xi_a/a$  e  $\xi_b/b$ :

$$\alpha = A e^{\left( B \sqrt{(\xi_a/a)^2 + (\xi_b/b)^2} \right)} \quad (6.7)$$

onde para o presente caso:  $A = 0,0327$  e  $B = 11,710$ .

A metodologia utilizada para determinar a Equação (6.7) está apresentada em detalhes no Apêndice D.

A Tabela 6.6 apresenta os resultados para  $f_{\text{Numérico}}$ ,  $f_{\text{Malin}}$  e  $f_{\text{Malin-corrigido}}$ . O  $f_{\text{Malin-corrigido}}$  é calculado através das Equações (6.5) e (6.7). Observa-se uma boa

concordância entre o fator de atrito numérico ( $f_{Numérico}$ ) e o fator de atrito calculado a partir da Equação 6.5 ( $f_{Malin-corrigido}$ ), com erros menores que 6,02%.

Tabela 6.6 – Fatores de atrito numérico, analítico e analítico corrigido

Excentricidades da Geometria G3	$f_{Numérico}$	$f_{Malin}$	$f_{Malin-corrigido}$	$\frac{(f_{Numérico} - f_{Malin-corrigido})}{f_{Numérico}} \cdot 100$
$\xi_0$	0,0307	0,0317	0,0307	0,078
$\xi_1$	0,0259	0,0311	0,0270	4,174
$\xi_2$	0,0179	0,0311	0,0181	0,888
$\xi_3$	0,0280	0,0312	0,0279	0,356
$\xi_4$	0,0220	0,0310	0,0217	1,357
$\xi_5$	0,0282	0,0312	0,0274	2,873
$\xi_6$	0,0195	0,0308	0,0196	0,383

Com o uso da equação para  $\alpha$  e da equação para  $\psi$  (Equação (6.3)), calcula-se o valor de beta (Equação (6.6)) e substitui-se esse valor na Equação (6.5) para o fator de atrito.

Dessa forma, de maneira simplificada, pode-se estimar o valor do fator de atrito para casos de escoamento de fluidos viscoplásticos em tubos anulares excêntricos, G3, e da razão de aspecto  $b/a = 0,9$ .

Naturalmente, a investigação do comportamento do escoamento para outras razões de aspecto e número de Reynolds, são fatores essenciais para ajustar adequadamente a Equação (6.3) para beta.

Das três geometrias analisadas, a geometria G3 foi a menos explorada com relação aos parâmetros geométricos, cinemáticos e reológicos. As simulações do escoamento de fluido Herschel-Bulkley na geometria G3 eram razoavelmente dispendiosas com relação ao tempo. Foi gasto um tempo médio de 36 horas para cada simulação. A geometria G3 não apresenta simetria radial, por isso simular um

quadrante apenas era impossível. Enquanto a malha computacional era  $21 \times 21 \times 40$  nos casos de G1 e G2, passou a ser  $84 \times 21 \times 40$  para G3.

Apesar de poucos casos investigados para G3, possivelmente o fator de atrito apresenta um comportamento similar aos dos casos G1 e G2, para  $Re = 100, 1000, 1500$  e  $2000$ .

Um estudo para se encontrar escalas adequadas para a adimensionalização das equações governantes, ou, a possibilidade de realizar uma mudança de coordenadas, pode auxiliar significativamente a solução nas geometrias estudadas.

## 7 CONCLUSÕES

No presente trabalho foi feito o estudo numérico do escoamento laminar e em regime permanente de um fluido viscoplástico, descrito pelo modelo Herschel-Bulkley, em tubos de seção transversal elíptica. Este estudo constituiu especificamente, em verificar o efeito de alguns parâmetros geométricos, reológicos e cinemáticos no fator de atrito.

Para a execução deste estudo, foi necessária a utilização de um sistema de coordenadas generalizadas não-ortogonais, juntamente com o método BFC (*Body Fitted Coordinate*) do pacote comercial PHOENICS-CFD (Cham, 2005).

O primeiro passo do estudo trata-se da validação dos resultados numéricos. A validação foi realizada em três etapas distintas, cada etapa corresponde a uma geometria diferente, as quais são: um tubo de seção transversal circular, um tubo anular de seção transversal circular e um tubo de seção transversal elíptica.

No decorrer das três etapas da validação, o modelo Herschel-Bulkley implementado foi reduzido a outros modelos de fluido, como o fluido newtoniano, o fluido Power-Law e o fluido de Bingham, para fins de comparação do perfil de velocidade numérico com o analítico. Para os tubos de seção circular e anular circular utilizou-se coordenadas cilíndricas e para o tubo de seção elíptica o método BFC.

Durante a validação dos resultados, foi possível verificar que a maneira de implementar um modelo de fluido viscoplástico no PHOENICS-CFD (Cham, 2005) para sistema de coordenadas cilíndricas difere da maneira de implementar utilizando o método BFC. A diferença está em como escrever o tensor tensões para os dois casos. Os algoritmos para implementação do modelo Herschel-Bulkley para os dois casos estão descritos em detalhes no Anexo B desse trabalho.

Realizada a validação dos resultados para o estudo numérico de escoamento laminar em regime permanente para o fluido Herschel-Bulkley, foi possível observar ótima concordância entre todos os resultados numéricos e analíticos, tanto para perfil de velocidade quanto para o valor do fator de atrito, inclusive no tubo elíptico.

Como resultados do estudo numérico do escoamento do fluido Herschel-Bulkley no interior de tubos de seção transversal elíptica, tem-se a análise do efeito

dos parâmetros geométricos ( $b/a$ ), reológicos ( $Y$  e  $n$ ) e cinemáticos ( $V_m$ ) no fator de atrito. São analisadas três geometrias distintas: G1 (tubo de seção transversal elíptica), G2 (tubo de seção transversal elíptica e tubo interno cilíndrico) e G3 (tubo de seção transversal elíptica e tubo interno cilíndrico excêntrico).

Dos resultados apresentados nesse trabalho, a geometria mais explorada com relação a todos os parâmetros, foi a geometria G1. Para a geometria G2, exploraram-se os parâmetros geométricos e cinemáticos e para a geometria G3 exploraram-se os parâmetros geométricos, que no caso trata-se da excentricidade do tubo interno. A análise procedeu dessa maneira devido ao custo computacional das simulações.

Para os testes do Número de Escoamento ( $Y$ ) e Índice da Lei de Potência ( $n$ ) na geometria G1, são observadas a formação de escoamento empistonado no perfil de velocidade, altos fatores de atrito em Números de Reynolds baixos e diminuição do fator de atrito para altos Números de Reynolds. Verifica-se também que o  $n$  causa maior efeito no fator de atrito do que o  $Y$  conforme sugestão encontrada na literatura para as faixas estudadas.

Esses fenômenos observados ao longo do estudo do comportamento do fator de atrito para geometria G1, ocorrem basicamente devido à variação da viscosidade de fluidos viscoplásticos mediante aplicação de uma tensão. No estudo da geometria G1, verifica-se que os parâmetros reológicos e cinemáticos causam maior influência no comportamento do fator de atrito do que os parâmetros geométricos.

Para a geometria G2, é possível observar uma concordância entre os resultados gerados a partir do método GCV de malha co-localizada e o método elíptico de malha deslocada. A geometria G2 possui uma não-ortogonalidade pouco acentuada, possibilitando assim, o uso do método elíptico, que por sua vez, reduz drasticamente o tempo de simulação.

Ainda para as geometrias G1 e G2, foram também comparados os valores do fator de atrito numérico, na faixa do Número Reynolds estudada (100 a 2000), com os valores obtidos da correlação para regime laminar (Malin, 1998). Os resultados numéricos apresentam concordância com todos os resultados da correlação laminar. Esta concordância confirma a hipótese de escoamento laminar para toda a faixa de Número de Reynolds estudada.

Da análise da geometria G3, que dentre as geometrias apresentadas nesse trabalho, é a que mais se aproxima da configuração broca-poço, encontrada em atividades de perfuração, é possível constatar que excentricidades maiores para o tubo interno causam diminuição no fator de atrito.

Por último, para realização desse trabalho, não foram considerados aspectos como porosidade da formação rochosa, rotação e translação da broca de perfuração. Desse modo, a consideração desses fatores pode ser vista como sugestão para trabalhos futuros, como também a implementação de modelos mais complexos como a classe dos fluidos viscoelásticos, nas geometrias G1, G2 e G3. Outras sugestões são: ampliar as análises paramétricas nas geometrias G2 e G1; propor uma correção adequada para a correlação de Malin, no caso da geometria G3; transformar o domínio elíptico em uma geometria com eixos ortogonais ou descrever o problema em coordenadas elípticas, com o objetivo de reduzir o esforço computacional e por último, estender o estudo para o escoamento em regime turbulento.

## REFERÊNCIAS

- BIRD, R. B.; Armstrong, R. C. Hassager, O.; **Dynamics of Polimeric Liquids**, Editora John Wiley e Sons, v. 1, 2ª edição, New York, 1987.
- BRETAS, R. E., D'AVILA, M. A., **Reologia de Polímeros Fundidos**, Editora da UFSCar, São Carlos – SP, 2000.
- CHEREMISINOFF, N. P.; **Encyclopedia of Fluid Mechanics – Volume 7 – Rheology and Non-Newtonian Flows**; GPC, Houstoun, 1988.
- ESCUDIER, M. P.; PRESTI, F.; **Pipe Flow of a Thixotropic Liquid**; **J. Non-Newtonian Fluid Mech.**, v. 62, pp 291-306, 1996.
- ESCUDIER, M.P.; OLIVEIRA, P.J.; PINHO, F.T.; **Fully Developed Laminar Flow of Purely Viscous Non-Newtonian Liquids Through Annuli, Including the Effects of Eccentricity and Inner-Cylinder Rotation**, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, v. 23, pp 52-73, 2002.
- GUIMARÃES, I. B., ROSSI, L. F. S, **Estudo dos Constituintes dos Fluidos de Perfuração: Proposta de uma Formulação Otimizada e Ambientalmente Correta**, 4º PDPETRO, Campinas – SP, 2007.
- HUGHES, W. F.; BRIGHTON, J. A.; **Theory and Problems of Fluid Dynamics**, Ed. McGraw Hill, Nova York, 1991.
- HUILGOL, R.R.; YOU, Z.; **Application of the Augmented Lagrangian Method to Steady Pipe Flows of Bingham, Casson and Herschel–Bulkley Fluids**, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, v. 128, pp 126-143, 2005.
- KELESSIDIS, V.C.; MAGLIONE, R.; TSAMANTAKI; ASPIRTAKIS, Y.; **Optimal Determination of Rheological Parameters for Herschel–Bulkley Drilling Fluids and Impact on Pressure Drop, Velocity Profiles and Penetration Rates During Drilling**, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v.

v. 8, nº 8, pp 1115-1124, 2001.

MACHADO, J.C.V. **Reologia e Escoamento de Fluidos: Ênfase na Indústria do Petróleo**. Rio de Janeiro: Ed. Interciência, 2002.

MAIA, C.R.M.; APARECIDO, J. B.; MILANEZ, L. F; **Heat Transfer in Laminar Flow of Non-Newtonian Fluids in Ducts of Elliptical Section**, *Internacional Journal of Thermal Sciences*, v. 45, pp 1066-1072, 2006.

MALIN, M. R.; **Turbulent Pipe Flow of Herschel-Bulkley Fluids**, *Int. Comm. Heat Transfer*, v. 25, nº. 3, pp 321-330, 1998.

MALISKA, C. R.; **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**, Editora LTC, Rio de Janeiro, 1995.

MATUTTI, O. C.; **Instabilidade de Taylor-Couette em Escoamentos de Fluidos Viscoplásticos**, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-Rio, 2002.

MAZUMDAR, J.; HOPKINS, D.; **Further Studies of Fully Developed Flow Throught Ducts of Arbitrary Section by the Contour Line-Conformal Mapping Technique**, *Internat. J. Math. And Math. Sci.*, v. 20, nº 4, pp 783-798, 1997.

MORALES, R.E.M.; **Simulação Numérica do Escoamento Livre em um Canal Helicoidal de Seção Retangular**. Tese de Doutorado. Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP, Brasil, 2000.

**Nas Profundezas do Mar**, *Scientific American Brasil*, Edição Especial nº 3, pp 29-35, 2003.

PATANKAR, S.V. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**. Hemisphere Publishing Corp, 1980.

PETROBRAS inicia exploração de poço de petróleo na Bolívia. <Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br/folha/dinheiro/ult91u376160.shtml>>. Acesso em: 5 de março de 2008.

PETROBRAS. **Águas Profundas**. Disponível em: <[http://www2.petrobras.com.br/Petrobras/espanhol/plataforma/pla\\_aguas\\_profundas.htm](http://www2.petrobras.com.br/Petrobras/espanhol/plataforma/pla_aguas_profundas.htm)>. Acesso em: 6 de

setembro de 2006.

QUARESMA, J. N. N.; MACÊDO, E.N.; **Integral Transform Solution for the Forced Convection of Herschel-Bulkley Fluids in Circular tubes and Parallel-Plates Ducts**, Braz. J. Chem. Eng. v.15 nº 1, 1998.

SEED, **Um Programa Schlumberger de Desenvolvimento Comunitário sem Fins Lucrativos**. Disponível em:< <http://www.seed.slb.com> > Acesso em: 6 de março de 2007.

SOARES, M.; NACCACHE, M.; MENDES, P.R.S; **Heat Transfer to Viscoplastic Materials Flowing Laminarly in the Entrance Region of Tubes**; International Journal of Heat and Fluid Flow, v. 20, pp 60-67, 1999.

SPALDING, D. B.; **The PHOENICS Encyclopedia**, CHAM Ltda, UK, 1994.

TANNER, R. I.; **Engineering Rheology**, Oxford University Press, 2ª edição, New York, 2002.

UZUN, I.; **Heat Transfer to a Power-law Fluid in Arbitrary Cross-Sectional Ducts**, Turkish J. Eng. Env. Sci., v. 26, pp 7-14, 2002.

VELUSAMY, K.; GARG, V. K.; **Laminar Mixed Convection in Vertical Elliptic Ducts**; Int. J. Heat Mass Transfer, v. 39, nº4, pp 745-752, 1996.

VERSTEEG, H. K. ,MALALASEKERA, W. ; **An Introduction to Computational Fluid Dynamics – The Finite Volume Method**, Ed. Pearson Education Limited, England, 1995.

VIANA, M.J.G; NASCIMENTO, U.C.S; QUARESMA, J. N. N.; MACÊDO, E.N.; **Integral Transform Method for Laminar Heat Transfer Convection of Herschel-Bulkley Fluids within Concentric Annulus Ducts**; Braz. J. Chem. Eng. v. 18, nº1, 2001.

WARSI, Z.U.A., **Fluid Dynamics, Theoretical and Computational Approaches**, 2ª Ed, Editora CRC, Boca Raton, 1999.

WHITE, F.; **Mecânica dos Fluidos**, Editora McGraw-Hill – Tradução da 4ª edição em Inglês, 1999.



## APÊNDICE A – SOLUÇÕES ANALÍTICAS PARA PERFIL DE VELOCIDADE

Neste tópico, são apresentadas as deduções das equações analíticas para perfil de velocidade utilizadas ao longo deste trabalho, bem como as hipóteses e condições de contorno para cada caso. O conteúdo deste tópico está apresentado de acordo com a geometria em questão. Primeiro são apresentadas as soluções analíticas para perfil de velocidade em um tubo circular de comprimento  $L$ , em seguida para um anular circular e por último para um tubo de seção transversal elíptica.

### Tubo Circular

Para o tubo circular são apresentadas as deduções das soluções analíticas do perfil de velocidade para os fluidos newtoniano, Power-Law, Bingham e Herschel-Bulkley. A figura a seguir apresenta o tubo de seção circular.

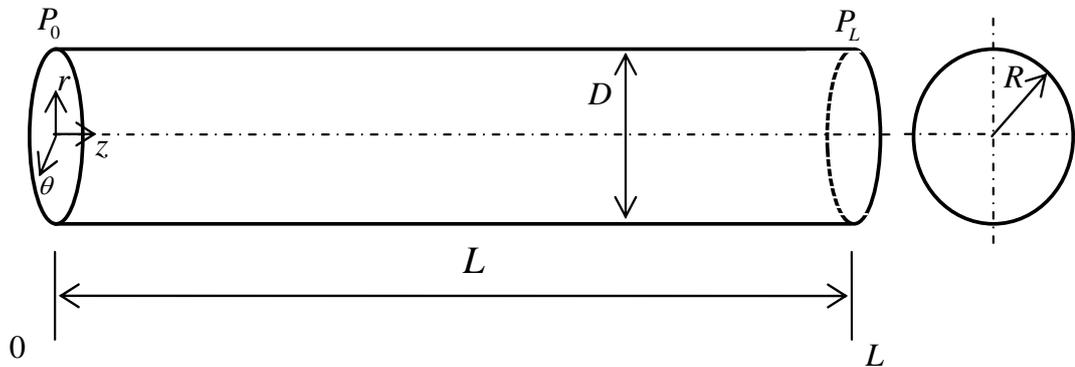


Figura A. 1 – Tubo de seção transversal circular, comprimento  $L$  e raio  $R$ .

onde  $\frac{\partial p}{\partial z} = \left( \frac{P_L - P_0}{L} \right)$

### **Fluido newtoniano em tubo circular (Bird et al., 1987)**

*Hipóteses:*

$$v_z = v_z(r), v_\theta = 0, v_r = 0 \text{ e } p = p(z)$$

Aplicando as hipóteses nas equações da conservação da quantidade de movimento, tem-se da componente z a seguinte equação:

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \rho g_z$$

onde a pressão é dada por:  $P = p - \rho g_z$ , portanto:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \quad (\text{A } 1)$$

Integrando a Equação (A.1), tem-se :

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) v_z = \frac{1}{4\mu} \left( \frac{\partial P}{\partial z} \right) r^2 + C_1 \ln r + C_2 \quad (\text{A } 2)$$

*Condições de contorno:*

$$v_z = 0 \text{ em } r = R, v_z = \textit{finita} \text{ em } r = 0 \text{ e } C_1 = 0$$

Aplicando as condições de contorno na Equação (A.2), tem-se a equação analítica do perfil de velocidade para fluido newtoniano em tubo circular.

$$v_z(r) = \frac{(P_0 - P_L) R^2}{4\mu L} \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (\text{A } 3)$$

onde  $P_0$  e  $P_L$  são respectivamente a pressão na entrada e na saída do tubo.

### **Fluido Power-Law em tubo circular (Bird et al., 1987)**

*Hipóteses:*

$$v_z = v_z(r), v_\theta = 0, v_r = 0 \text{ e } P = P(z)$$

Após aplicar as hipóteses, a componente z da equação da conservação da quantidade de movimento, em termos de  $v_z$ , é:

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}) \quad (\text{A 4})$$

Condições de contorno:

$$v_z = 0 \text{ em } r = R \text{ e } v_z = \textit{finita} \text{ em } r = 0$$

Integrando e aplicando as condições de contorno na Equação (A 4), tem-se:

$$\tau_{rz} = \frac{(P_0 - P_L)r}{2L} + \frac{C_1}{r}$$

onde  $C_1 = 0$ , pois o  $r$  pode ser igual a zero e a tensão seria infinita.

$$\tau_{rz} = \tau_R \cdot \frac{r}{R}$$

onde  $\tau_R$  é a tensão cisalhante na parede;  $\tau_{rz} = \tau_R$  em  $r = R$ .

A seguir apresenta-se a comparação das equações constitutivas para fluido newtoniano generalizado e fluido Power-Law.

$$\tau_{rz} = -\eta \dot{\gamma} = -k \dot{\gamma}^{n-1} \dot{\gamma}^n = k (-\dot{\gamma})^n$$

$$k \left( -\frac{\partial v_z}{\partial r} \right)^n = \tau_R \cdot \frac{r}{R}$$

Como  $\dot{\gamma}$  é sempre positivo e para o caso do tubo,  $v_z$  é reduzido com o aumento de

$$r. \text{ Então, } \dot{\gamma} = \left| -\frac{\partial v_z}{\partial r} \right| \text{ para } \dot{\gamma} \geq 0$$

$$v_z = \left( \frac{\tau_R}{kR} \right)^{1/n} \frac{r^{(1/n)+1}}{(1/n)+1} + C_2$$

Aplicando condição de contorno  $v_z = 0$  em  $r = R$ , tem-se a equação analítica para perfil de velocidade para fluido Power-Law.

$$v_z(r) = \left(\frac{\tau_R}{k}\right)^{1/n} \frac{R}{(1/n)+1} \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{(1/n)+1}\right]$$

OU

$$v_z(r) = \frac{nR}{n+1} \left(\frac{\Delta P \cdot R}{2kL}\right)^{1/n} \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{(1/n)+1}\right] \quad (\text{A 5})$$

### **Fluido de Bingham em tubo circular (Hughes and Brighton, 1991)**

Seja a equação constitutiva do fluido de Bingham para  $\tau > \tau_y$ :

$$\tau = \tau_y + \eta \dot{\gamma}$$

Então se  $\dot{\gamma} = 0$  e o fluido move-se com um raio de plug  $r_0$ .

$$\tau = \frac{1}{2} rG = \tau_y + \eta \frac{\partial v_z}{\partial r} \quad (\text{A 6})$$

onde  $G = \frac{\Delta P}{L}$

para  $r_0 < r < R$ , e para  $r < r_0$ ,  $\frac{\partial v_z}{\partial r} = 0$ . Em  $r = r_0$ ,  $\frac{\partial v_z}{\partial r} = 0$ , resultando

$$r_0 = \frac{2\tau_y}{G}$$

Integrando a Equação (A 6) e aplicando G

E para  $r_0 > r > 0$  e  $r = r_0 = \frac{2\tau_y}{G}$ ,

$$v_z(r) = \frac{\tau_y^2}{4\eta G} \left( \frac{r}{r_0} - 1 \right)^2 \quad (\text{A } 8)$$

### Fluido de Herschel-Bulkley em tubo circular

Hipóteses:

$$v_z = v_z(r), \quad v_\theta = 0, \quad v_r = 0 \quad \text{e} \quad P = P(z)$$

Após aplicar as hipóteses, a componente z da equação da conservação da quantidade de movimento, em termos de  $\tau_{rz}$ , é:

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\tau_{rz}) \quad (\text{A } 9)$$

Seja a equação constitutiva do fluido Herschel-Bulkley para  $\tau > \tau_y$ :

$$\tau = \tau_y + k\dot{\gamma}^n$$

Para  $r_0$  tem-se que:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\tau_{rz}) = \frac{\partial P}{\partial z}$$

Integrando,

$$\tau_{rz} = \frac{r}{2} \left( -\frac{\partial P}{\partial z} \right)$$

para  $r = r_0$  tem-se  $\tau_{rz} = \tau_y$ . Portanto,  $r_0 = \frac{2\tau_y}{\left( -\frac{\partial P}{\partial z} \right)}$ .

Para  $v_z(r)$  tem-se que:

Para  $r > r_0$ :

$$\tau_{rz} = \frac{r}{2} \left( -\frac{\partial P}{\partial z} \right) = \tau_y - k \dot{\gamma}^n$$

$$\frac{r}{2} \left( -\frac{dP}{dz} \right) = \tau_y - k \left( -\frac{\partial v_z}{\partial r} \right)^n$$

O sinal negativo do gradiente de velocidade corresponde ao escoamento positivo na direção z.

$$-\int_{v_z}^0 \partial v_z = \int_r^R \left[ -\frac{\tau_y}{k} + \frac{r}{2} \left( -\frac{dP}{dz} \right) \right]^{1/n} \partial r$$

Integrando e substituindo as condições de contorno,

$$v_z = \frac{n}{n+1} \frac{(-dP/dz)^{1/n}}{(2k)^{1/n}} R^{1/n+1} \left[ \left( 1 - \frac{2\tau_y}{(-dP/dz)R} \right)^{1/n+1} - \left( \frac{r}{R} - \frac{2\tau_y}{(-dP/dz)R} \right)^{1/n+1} \right] \quad (\text{A } 10)$$

Para  $r \leq r_0$ :

Basta substituir  $r = r_0$  na Equação (A.10):

$$v_z = \frac{n}{n+1} \frac{(-dP/dz)^{1/n}}{(2k)^{1/n}} R^{1/n+1} \left( 1 - \frac{r_0}{R} \right)^{1/n+1} \quad (\text{A } 11)$$

### Tubo Anular Circular

Para o tubo anular circular são apresentadas as deduções das soluções analíticas para perfil de velocidade para o fluido newtoniano e fluido Power-Law. A figura a seguir apresenta o tubo de seção anular circular.

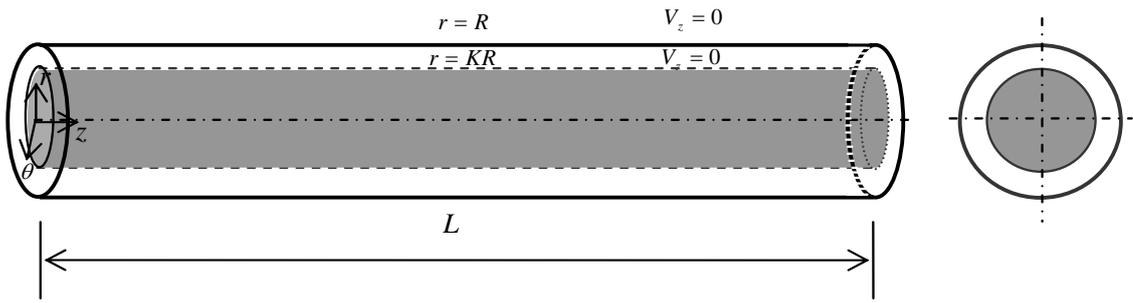


Figura A. 2 – Tubo de seção transversal anular circular, comprimento  $L$  e raio externo  $R$  e raio interno  $KR$ .

**Fluido Newtoniano em tubo anular circular (Bird et al., 1987)**

Hipóteses:

$$v_z = v_z(r), v_\theta = 0, v_r = 0 \text{ e } p = p(z)$$

Aplicando as hipóteses nas equações da conservação da quantidade de movimento, tem-se da componente  $z$  a seguinte equação:

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \rho g_z$$

onde a pressão é dada por:  $P = p - \rho g_z$ , portanto:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \tag{A 12}$$

Integrando a Equação (A 12), tem-se:

$$v_z = \frac{1}{4\mu} \frac{\partial P}{\partial z} r^2 + C \ln r + C$$

Aplicando as condições de contorno tem-se a equação analítica do perfil de velocidade para fluido newtoniano em tubo anular circular.

$$v_z(r) = \frac{(P_0 - P_L)R^2}{4\mu L} \left[ R^2 - r^2 + \frac{(R^2 - (KR)^2)}{\ln(R/KR)} (\ln(r/R)) \right] \quad (\text{A } 13)$$

onde  $P_0$  e  $P_L$  são respectivamente a pressão na entrada e na saída do tubo anular.

### Fluido Power-Law em tubo anular circular (Bird et al., 1987)

A dedução da solução analítica do perfil de velocidade para fluido Power-Law em tubo anular circular, constitui de uma solução variacional ou aproximada, apresentada por Bird, 1987.

*Hipóteses:*

$$v_z = v_z(r), v_\theta = 0, v_r = 0 \text{ e } p = p(z).$$

*Condições de contorno:*

$$\text{Em } r = R, \xi = KR \quad \sigma = -1$$

$$\text{Em } r = KR, \xi = R, \sigma = +1$$

Uma forma aproximada para o perfil de velocidade que satisfaz as condições de contorno é:

$$v_z = a \left( 1 - |\sigma|^{(1/n)+1} \right)$$

onde

$$a = \frac{2\xi - (1+K)}{(1+K)}$$

Esta distribuição de velocidade contém  $a \left( 1 - |\sigma|^{(1/n)+1} \right)$  como parâmetro variacional;  $\xi = r/R$  é a coordenada radial adimensional. Então,

$$\dot{\gamma} = \pm \frac{dv_z}{dr} = \pm \frac{1}{R} \frac{dv_z}{d\xi} = \pm \left( \frac{2/R}{1-K} \right) \frac{dv_z}{d\sigma} = \mp \frac{2a \left( \frac{1}{n} + 1 \right)}{R(1-K)} |\sigma|^{1/n}$$

onde o sinal mais alto é para  $\sigma < 0$  e o mais baixo para  $\sigma > 0$ .

A variável funcional  $J$  para o problema torna-se:

$$\begin{aligned}
 J &= 2\pi L \int_{KR}^R \frac{k}{n+1} \dot{\gamma}^{n+1} r dr - 2\pi \Delta p \int_{KR}^R v_z r dr \\
 J &= \frac{2\pi L R^2 m}{n+1} \int_{-1}^{+1} \dot{\gamma}^{n+1} \left[ \left( \frac{1-K}{2} \right) \sigma + \left( \frac{1+K}{2} \right) \right] \left( \frac{1-K}{2} \right) d\sigma \\
 &\quad - 2\pi \Delta p R^2 \int_{-1}^{+1} v_z \left[ \left( \frac{1-K}{2} \right) \sigma + \left( \frac{1+K}{2} \right) \right] \left( \frac{1-K}{2} \right) d\sigma \\
 J &= \frac{\pi L R^2 m}{n+1} (1-K^2) \left( \frac{2a \left( \frac{1}{n} + 1 \right)}{R(1-K)} \right)^{n+1} \int_0^1 \sigma^{(1/n)+1} d\sigma \\
 &\quad - \pi \Delta p R^2 (1-K^2) a \int_0^1 \sigma^{(1/n)+1} d\sigma \\
 J &= \frac{\pi L R^2 m}{(n+1) \left( \frac{1}{n} + 2 \right)} (1-K^2) \left( \frac{2a \left( \frac{1}{n} + 1 \right)}{R(1-K)} \right)^{n+1} - \frac{\left( \frac{1}{n} + 1 \right)}{\left( \frac{1}{n} + 2 \right)} \pi \Delta p R^2 (1-K^2) a
 \end{aligned}$$

Quando  $\frac{\partial J}{\partial a} = 0$  tem-se que

$$a = \left( \frac{\Delta p R}{2kL} \right)^{1/n} \frac{R(1-K)^{(1/n)+1}}{2 \left( \frac{1}{n} + 1 \right)}$$

Substituindo o valor de  $a$  na equação  $v_z = a \left( 1 - |\sigma|^{(1/n)+1} \right)$ , encontra-se a solução analítica para perfil de velocidade de fluido Power-Law em tubo anular circular.

$$v_z(r) = \left(\frac{\Delta p R}{2kL}\right)^{1/n} \frac{R(1-K)^{(1/n)+1}}{2\left(\frac{1}{n}+1\right)} \left(1-|\sigma|^{(1/n)+1}\right) \quad (\text{A } 14)$$

### Tubo de Seção Transversal Elíptica

Para o tubo de seção transversal elíptica são apresentadas as deduções das soluções analíticas do perfil de velocidade para o fluido Power-Law e para o fluido newtoniano respectivamente. A figura a seguir apresenta o tubo de seção transversal elíptica.

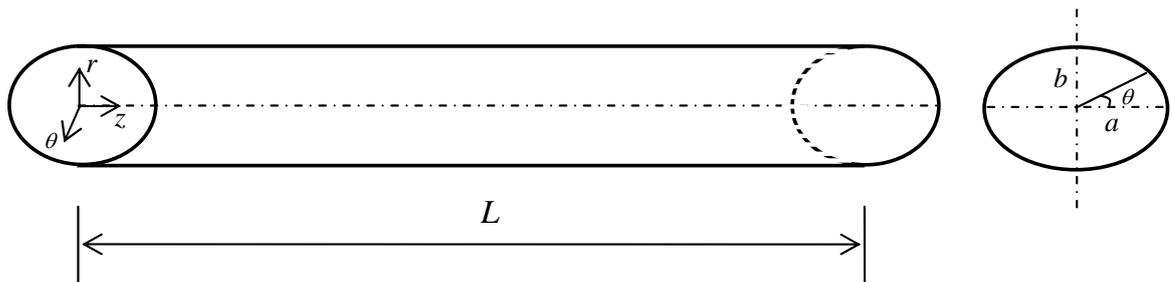


Figura A. 3 – Tubo de seção transversal elíptica, comprimento  $L$  e raio maior  $a$  e raio menor  $b$ .

### Fluido Power-Law em tubo elíptico

Antes de iniciar a dedução das equações analíticas do perfil de velocidade em tubo de seção elíptica, é necessário reduzir esse tubo a um tubo de seção circular.

*Equação da elipse:*

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$$

*Equação da circunferência:*

$$\left(\frac{r}{R}\right)^2 = 1 = X^2 + Y^2$$

onde:

$$X = x/a \text{ e } Y = y/b$$

*Hipóteses:*

$$v_z = v_z(r), \quad v_\theta = 0, \quad v_r = 0 \text{ e } P = P(z)$$

Após aplicar as hipóteses, a componente z da equação da conservação da quantidade de movimento, em termos de  $r$ , é:

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\tau_{rz}) \quad (\text{A 15})$$

Equação constitutiva para fluido Power-Law:

$$\tau_{rz} = k \left( -\frac{\partial v_z}{\partial r} \right)^n$$

Substituindo a equação constitutiva do fluido Power-Law na Equação (A 15), tem-se que:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\tau_{rz})$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( rk \left( -\frac{\partial v_z}{\partial r} \right)^{n-1} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} = \varphi$$

$$r \left( -\frac{\partial v_z}{\partial r} \right)^n = \frac{r^2 \varphi}{2k} + C_1$$

$$\left( -\frac{\partial v_z}{\partial r} \right)^n = \frac{r\varphi}{2k} + \frac{C_1}{r}$$

Como  $v_z$  é finita em  $r = 0$ , então  $C_1 = 0$

$$-\frac{\partial v_z}{\partial r} = \left(\frac{r\varphi}{2k}\right)^{1/n} \quad (\text{A } 16)$$

Condições de contorno:

$$v_z = 0 \text{ em } r = R \text{ e } v_z = \textit{finita} \text{ em } r = 0$$

Aplicando as condições de contorno na Equação (A 16), tem-se a equação analítica para perfil de velocidade do fluido Power-Law em tubo circular.

$$v_z(r) = \left(\frac{n}{n+1}\right) \left(\frac{\varphi}{2k}\right)^{1/n} R^{1/n+1} \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{(1/n)+1}\right]$$

$$v_z(r) = \left(\frac{n}{n+1}\right) \left(\frac{1}{2k}\right)^{1/n} \left(-\frac{\partial P}{\partial z}\right)^{1/n} R^{(1+n)/n} \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{(1+n)/n}\right]$$

O valor do raio  $R$  é dado pelo raio hidráulico da elipse:

$$R = \sqrt{\frac{2}{a^2 + b^2}} \cdot ab \text{ e } R^2 = \frac{2a^2b^2}{a^2 + b^2}$$

O valor de  $r/R$  é obtido da Equação:

$$\left(\frac{r}{R}\right)^2 = 1 = X^2 + Y^2 \quad \left(\frac{r}{R}\right) = 1 = \left[\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2\right]^{1/2}$$

Assim, a equação analítica para perfil de velocidade do fluido Power-Law no tubo elíptico consiste em:

$$v_z(r) = \left(\frac{n}{n+1}\right) \frac{1}{(2k)^{1/n}} \left(-\frac{\partial P}{\partial z}\right)^{1/n} \left(\sqrt{\frac{2}{a^2 + b^2}} \cdot ab\right)^{(1+n)/n} \left[1 - \left[\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2\right]^{(1+n)/2n}\right] \quad (\text{A } 17)$$

### Fluido Newtoniano em tubo elíptico

Para obter-se a solução analítica para perfil de velocidade para fluido newtoniano em tubo de seção transversal elíptica, basta fazer  $n=1$  e  $k=\mu$  na Equação (A.17):

$$v_z(r) = \frac{1}{(2\mu)^{1/n}} \left( -\frac{\partial P}{\partial z} \right) \left( \frac{a^2 b^2}{(a^2 + b^2)} \right) \left[ 1 - \left( \frac{x}{a} \right)^2 - \left( \frac{y}{b} \right)^2 \right] \quad (\text{A } 18)$$

pois na equação constitutiva de um fluido Power-Law  $\left( \tau_{rz} = k \left( -\frac{dv_z}{dr} \right)^n \right)$ , quando

$n=1$  e  $k=\mu$  tem-se a equação constitutiva para fluido newtoniano.

## APÊNDICE B – ROTINAS Q1

A seguir são apresentadas as rotinas para geração do domínio elíptico e para a implementação do fluido Herschel-Bulkley no pacote comercial PHOENICS-CFD.

### **Rotina de Geração do Domínio para Geometria G1**

A malha foi definida pela seguinte rotina programada diretamente no Q1, partindo de um Q1 completamente vazio:

```

REAL(AA,BB,ZPWR,PI,RR,Raio,TETA)
PI=3.1416
AA=0.005
BB=0.0035
NX=21;   NY=21;   NZ=40
XULAST=.5*PI; YVLAST=AA; ZWLAST=.1.5; ZPWR=1.0

BFC=T
GSET(D,NX,NY,NZ,XULAST,YVLAST,ZWLAST)
+ DO KK=1,NZ+1
+ DO JJ=1,NY+1
+ DO II=1,NX+1
+ TETA=XULAST*(II-1)/NX
+ Raio=((AA**2)*(BB**2))/((AA**2)*(sin(TETA))**2+(BB**2)*(cos(TETA))**2)**(1/2)
+ RR=Raio*(JJ-1)/NY
+ XC(II,JJ,KK)=RR*COS(TETA)
+ YC(II,JJ,KK)=RR*SIN(TETA)
+ ZC(II,JJ,KK)=ZWLAST*((KK-1)/NZ)**ZPWR
+ ENDDO
+ ENDDO
+ ENDDO

```

### **Rotina de Geração do Domínio para Geometria G2 e G3**

Para geração da geometria G2 é necessário seguir os seguintes passos:

1. Definir os pontos no Excel, escrevendo a equação da elipse e do círculo para x e y;
2. No VR-Editor do PHOENICS-CFD, entrar em Menu – Geometry e selecionar *Body Fitted Coordinate*;
3. No VR-Editor mostrar malha e clicar no domínio, entrar em new-points – xyz e clicar em OK;
4. Ir até o arquivo Q1 e escrever os pontos obtidos do Excel no Grupo 6;
5. Voltar para o VR-Editor, Lines – New Lines – New curves e ligar os pontos referentes à elipse. Novamente Lines – New Lines – New Arcs e ligar os pontos referentes ao círculo;
6. Voltar em Lines – Modify Lines – e determinar o número desejado de células para as linhas criadas no passo anterior;
7. Retornar ao Menu – Surfaces – Frame e selecionar os quatro principais pontos do domínio;
8. Menu – Dimension e determinar o número de células nas direções x, y e z;
9. Menu – Match-Grid selecionar por exemplo o ponto P1 e determinar a qual célula do domínio ele pertencerá;
10. Menu – Extrude e selecionar direção K, determinar a dimensão e em z.

### ***Rotina de Implementação do Fluido Herschel-Bulkley***

Após a geração do domínio elíptico, devem ser realizadas as seguintes modificações no arquivo Q1 para a implementação do fluido Herschel-Bulkley. Sendo o primeiro caso para implementação de Herschel-Bulkley em coordenadas cilíndricas e o segundo caso para implementação de Herschel-Bulkley em coordenadas ajustadas ao corpo (BFC).

#### **Caso 1**

\*\*\*\*\*

*Group 7. Variables: STOREd,SOLVEd,NAMEd*

*ONEPHS = T*

*\* Non-default variable names*

*NAME(136) =DWDX ; NAME(137) =DVDX*

```

NAME(138) =DUDZ ; NAME(139) =DUDY
NAME(140) =DUDX ; NAME(141) =DVDY
NAME(142) =DWDZ ; NAME(143) =DVDZ
NAME(144) =DWDY ; NAME(145) =DEN1
NAME(146) =VISL ; NAME(147) =ENUL
NAME(148) =WCRT ; NAME(149) =VCRT
NAME(150) =UCRT

```

*\* Solved variables list*

```
SOLVE(P1 ,U1 ,V1 ,W1 )
```

*\* Stored variables list*

```
STORE(UCRT,VCRT,WCRT,ENUL,VISL,DEN1,DWDY,DVDZ)
STORE(DWDZ,DVDY,DUDX,DUDY,DUDZ,DVDX,DWDX)
```

*\* Additional solver options*

```
SOLUTN(P1 ,Y,Y,Y,N,N,Y)
```

\*\*\*\*\*

*Group 9. Properties*

```

PRESS0 = 1.000000E+05 ;TEMPO = 2.730000E+02
RHO1   = 1.100000E+03
ENUL   = 1.070000E-04
CP1    = 1.000000E+00
ENUT   = 0.000000E+00

```

\*\*\*\*\*

*Echo InForm settings for Group 9*

```
inform9begin
```

```
(STORED var EVE is 0.118)
```

```
(STORED var TAUo is 4.543)
```

```

(STORED var GXX is (ABS(2*DUDX)))
(STORED var GXY is (ABS(DUDY+DVDX)))
(STORED var GXZ is (ABS(DUDZ+DWDX)))
(STORED var GYX is (ABS(DUDY+DVDX)))
(STORED var GYY is (ABS(2*DVDY)))
(STORED var GYZ is (ABS(DVDZ+DWDY)))
(STORED var GZX is (ABS(DUDZ+DWDX)))
(STORED var GZY is (ABS(DVDZ+DWDY)))
(STORED var GZZ is (ABS(2*DWDZ)))

```

```
(STORED GAM is SQRT(ABS(GXX^2+2*(GXY^2)+2*(GXZ^2)+GYY^2+2*(GZY^2))+$
```

GZZ^2)/2))

(STORED TAU is (TAUo+EVE\*(GAM^0.5)))

(STORED var AUX9 is (GAM+1.0E-08))

(STORED var AUX1 is (TAUo/(AUX9)))

(STORED var AUX2 is (EVE\*(AUX9)^(0.5-1)))

(PROPERTY VISL is (AUX1+AUX2)/RHO1 WITH IF(TAU.GE.TAUo))

(PROPERTY VISL is 1.0E10 WITH IF(TAU.LT.TAUo))

inform9end

\*\*\*\*\*

Group 19. EARTH Calls To GROUND Station

USEGRD = T ;USEGRX = T

DUDX = T ;DVDX = T ;DWDX = T

DUDY = T ;DVDY = T ;DWDY = T

DUDZ = T ;DVDZ = T ;DWDZ = T

PARSOL = T

\*\*\*\*\*

## Caso 2

\*\*\*\*\*

Group 7. Variables: STOREd,SOLVEd,NAMEd

ONEPHS = T

\* Non-default variable names

NAME(144) =VISL ; NAME(145) =GEN1

NAME(146) =ENUL ; NAME(147) =DEN1

NAME(148) =WCRT ; NAME(149) =VCRT

NAME(150) =UCRT

\* Solved variables list

SOLVE(P1 ,U1 ,V1 ,W1 )

\* Stored variables list

STORE(UCRT,VCRT,WCRT,DEN1,ENUL,GEN1,VISL)

\* Additional solver options

SOLUTN(P1 ,Y,Y,Y,N,N,Y)

GCV = T

\*\*\*\*\*

Group 9. Properties

RHO1 = 1.100000E+03

ENUL = 1.070000E-04

CP1 = 1.000000E+00

ENUT = 0.000000E+00

\*\*\*\*\*

Echo InForm settings for Group 9

inform9begin

(STORED var EVE is 0.118)

(STORED var TAUo is 4.543)

(STORED var AUX1 is (GEN1))

(STORED var AUX5 is (ABS(AUX1)))

(STORED var AUX6 is ((AUX5)^(0.5)))

(STORED var AUX2 is (AUX6+1.0E-08))

(STORED var TAU is (TAUo+EVE\*((AUX2)^(0.8))))

(STORED var AUX3 is (TAUo/(AUX2)))

(STORED var AUX4 is (EVE\*((AUX2)^(0.8)-1)))

(PROPERTY VISL is ((AUX3+AUX4)/RHO1) WITH IF(TAU.GE.TAUo))

(PROPERTY VISL is 1.0E10 WITH IF(TAU.LE.TAUo))

inform9end

\*\*\*\*\*

Group 19. EARTH Calls To GROUND Station

USEGRD = T ;USEGRX = T

GENK = T

PARSOL = T

## APÊNDICE C – COMPARAÇÃO ENTRE O MÉTODO GCV E O MÉTODO STAGGERED

Como discutido no Capítulo 4, para sistemas de equações generalizados não-ortogonais, obtêm-se melhores resultados quando se utiliza o método *General Colocated Velocity Method* (GCV) comparado ao método elíptico de malha deslocada (*Staggered*).

As Figuras C.1 e C.2 apresentam os perfis da componente axial da velocidade para as três razões  $D_i/D_e$ , obtidos através do método GCV de malha co-localizada e do método elíptico de malha deslocada, com o objetivo de demonstrar a semelhança, neste caso em particular, entre os resultados obtidos através dos dois métodos.

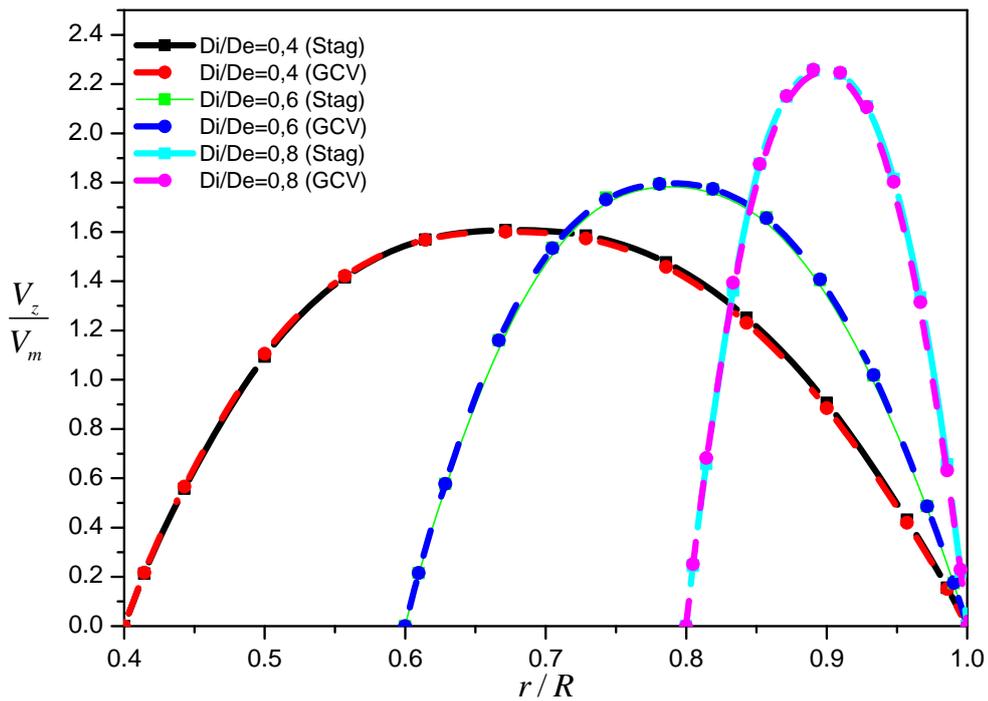


Figura C.1 - Perfil da componente axial da velocidade ao longo do raio maior do tubo elíptico – Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa.s}^n$ ,  $n = 0,8$  e  $\tau_y = 4,543 \text{ Pa}$ .

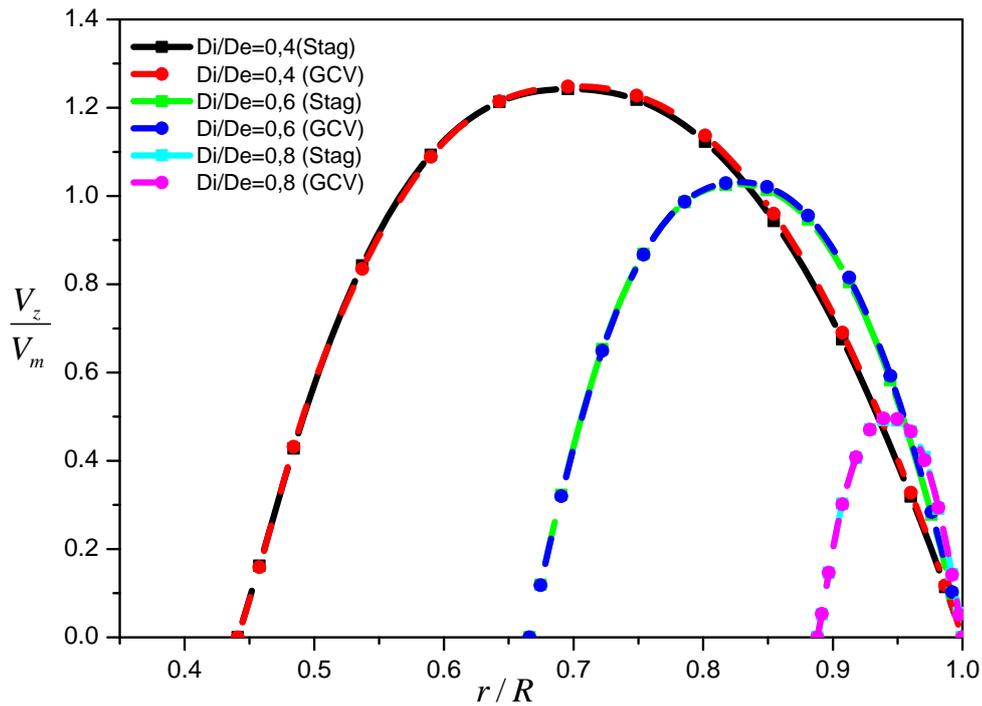


Figura C.2 - Perfil da componente axial da velocidade ao longo do raio menor do tubo elíptico – Parâmetros utilizados:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ ,  $k = 0,118 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$ ,  $n = 0,8$  e  $\tau_y = 4,543 \text{ Pa}$ .

Das Figuras C.1 e C.2 é possível observar a semelhança entre os resultados gerados a partir do método GCV de malha co-localizada e o método elíptico de malha deslocada. A geometria G2 possui uma não-ortogonalidade pouco acentuada, possibilitando assim, o uso do método elíptico, que por sua vez, minimiza drasticamente o tempo de simulação.

## APÊNDICE D – FATOR DE ATRITO PARA GEOMETRIA G3

A seguir é apresentada a metodologia de obtenção da correção da correlação de Malin para Geometria G3, Equação (6.7), agora sob a forma da Equação (D.1).

$$f = \frac{16}{\beta Re} \quad (D.1)$$

onde  $\beta = \psi + \alpha$  é o termo que descreve o comportamento não-newtoniano,  $\psi$  assume o mesmo valor descrito na correlação de Malin, Equação (6.3), e  $\alpha$  é o termo a ser acrescentado para adequar a correlação para o caso G3.

A Tabela D.1 apresenta o fator de atrito numérico e o fator de atrito calculado a partir da equação de Malin.

Tabela D. 1 – Comparação entre fator de atrito numérico e fator de atrito de Malin.

Excentricidades da Geometria G3	$f_{Numérico}$	$f_{Malin}$	$\beta$	$\psi$
$\xi_0$	0,0307	0,0317	1,042	1,009
$\xi_1$	0,0259	0,0311	1,236	1,029
$\xi_2$	0,0179	0,0311	1,787	1,029
$\xi_3$	0,0280	0,0312	1,142	1,026
$\xi_4$	0,0220	0,0310	1,455	1,034
$\xi_5$	0,0282	0,0312	1,133	1,026
$\xi_6$	0,0195	0,0308	1,641	1,038

Da Tabela D.1 é possível observar que o  $f_{Malin}$  e o  $\psi$  assumem praticamente o mesmo valor para todas as excentricidades. O valor de  $\beta$  ( $\beta = 16 / fRe$ ) calculado a partir dos dados numéricos são distintos para todas as geometrias. Portanto, para adequar a correlação de Malin para o caso G3 é necessário calcular  $\alpha$  ( $\alpha = \beta - \psi$ ) para todas as excentricidades.

A Tabela D.2 apresenta todas as excentricidades de G3 juntamente com os seus respectivos  $\sqrt{(\xi_a/a)^2 + (\xi_b/b)^2}$  e  $\alpha$ , de modo que os valores de  $\alpha$  apareçam em ordem crescente.

Tabela D. 2 – Excentricidades da geometria G3 em ordem crescente de  $\alpha$ .

Excentricidades da Geometria G3	$\xi_a/a$	$\xi_b/b$	$\sqrt{(\xi_a/a)^2 + (\xi_b/b)^2}$	$\alpha$
$\xi_0$	0,000	0,000	0,000	0,0335
$\xi_5$	0,133	0,000	0,124	0,1072
$\xi_3$	0,267	0,000	0,111	0,1160
$\xi_1$	0,000	0,111	0,133	0,2074
$\xi_4$	0,000	0,222	0,222	0,4214
$\xi_6$	0,083	0,092	0,248	0,6033
$\xi_2$	0,166	0,184	0,267	0,7587

A Figura D.1 apresenta o gráfico de  $\alpha = \alpha\left(\sqrt{(\xi_a/a)^2 + (\xi_b/b)^2}\right)$ .

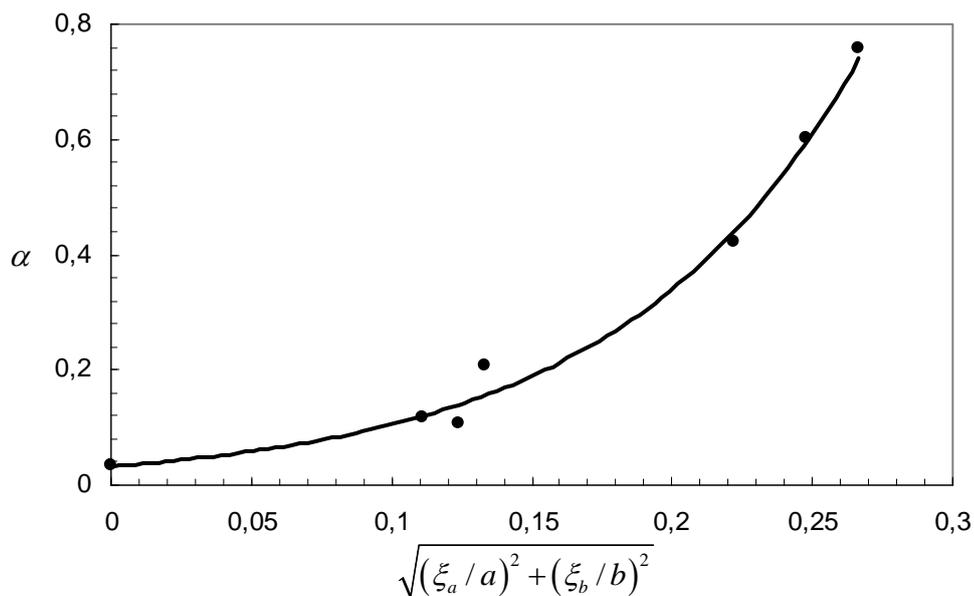


Figura D. 1 – Curva de  $\alpha = \alpha\left(\sqrt{(\xi_a/a)^2 + (\xi_b/b)^2}\right)$ .

A curva que ajusta os pontos do gráfico da Figura D.1 é representada pela Equação (D.2).

$$\alpha = Ae^{\left( B\sqrt{\left(\xi_a/a\right)^2 + \left(\xi_b/b\right)^2} \right)} \quad (D.2)$$

onde caso:  $A = 0,0327$  e  $B = 11,710$ . Através do valor de  $\alpha$  obtido da Equação (D.2) é possível obter a correção da correlação de Malin através da Equação (D.1).

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)