

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA

CLAUDIA NATALIA LARA HERRERA

Algoritmo de Tomografia por Impedância Elétrica baseado em
Simulated Annealing

São Paulo
Setembro de 2007

CLAUDIA NATALIA LARA HERRERA

Algoritmo de Tomografia por Impedância Elétrica baseado em
Simulated Annealing

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do
título de Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Engenharia mecânica

Orientador: Prof. Dr. Raul Gonzalez Lima

São Paulo

Setembro de 2007

FICHA CATALOGRÁFICA

Lara Herrera, Claudia Natalia

Algoritmo de Tomografia por Impedância Elétrica baseado em *Simulated Annealing* / C.N. Lara Herrera. – São Paulo, 2007.

59 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Tomografia 2. Análise numérica (otimização) 3. Método de Monte Carlo 4. Método dos Elementos Finitos I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.

A minha querida e prezada
família...

AGRADECIMENTOS

Ao professor Dr. Raul Gonzalez Lima, pela confiança depositada em mim. Ele esteve presente para dar explicações e direção ao meu trabalho;

Ao amigo Dr. Julio Cesar Ceballos Aya, de quem recebi sempre conselhos e ajuda incondicional;

Aos amigos do grupo de pesquisa, em especial a Fernando Silva de Moura por sua disposição para resolver as minhas dúvidas;

A minha prezada família, pelo amor que dia a dia me brindam e porque sempre me incentivaram a seguir adiante;

A todos os professores com quem já tive aula até a presente data, pela dedicação e paciência para educar;

A Miguel, pelo amor, compreensão, dedicação e apoio infinitos;

A todos os que contribuíram direta ou indiretamente na realização deste trabalho,

Finalmente, à Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo, FAPESP, pelo apoio financeiro durante os dois anos da bolsa de mestrado através do processo 04/11159 – 1.

"Quando nada parece dar certo, vou ver o cortador de pedras martelando sua rocha talvez cem vezes, sem que uma única rachadura apareça. Mas na centésima primeira martelada a pedra se abre em duas, e eu sei que não foi aquela que conseguiu isso, mas todas as que vieram antes."

J. Riis

RESUMO

A Tomografia por Impedância Elétrica (TIE) é uma técnica não invasiva usada para produzir imagens que representam a distribuição de resistividade, ou condutividade, de uma seção transversal dentro de um domínio, por vezes o tórax humano, a partir do conhecimento de medidas elétricas feitas através de eletrodos distribuídos na sua fronteira. Correntes injetam-se e medem-se voltagens ou vice-versa.

Distribuição de variação de resistividade ou distribuição de valor absoluto de resistividade podem ser estimadas, gerando algoritmos ditos de diferenças ou absolutos. O presente trabalho avalia o desempenho de um algoritmo probabilístico baseado no método *Simulated Annealing* (SA) para obter distribuições absolutas de resistividade em duas dimensões (2D). O SA difere dos métodos tradicionais de busca, tem a capacidade de escapar de mínimos locais graças ao emprego do critério de Metropolis para a aceitação dos novos pontos no espaço de busca e não precisa da avaliação de derivadas da função objetivo. O algoritmo desenvolvido soluciona o problema inverso da TIE ao resolver iterativamente um problema direto, utilizando distribuições de resistividade obtidas por sorteio aleatório. O sorteio é realizado pelo algoritmo de Metropolis. Na ausência de regularizações, assume-se que a imagem sorteada que minimiza a diferença entre as voltagens medidas na fronteira do domínio e as calculadas é a que mais se aproxima da distribuição de resistividade real. Neste sentido, a imagem final maximiza a verossemelhança. Este trabalho contribui com o desenvolvimento de algoritmos para estimação de imagem aplicados para monitorar a ventilação mecânica dos pulmões. Uma vez que se pretende resolver um problema inverso, não-linear e mal-posto é necessário introduzir informação *a priori*, na forma de restrições do espaço solução ou de regularizações. São realizados ensaios com dados simulados por meio de um fantoma numérico, dados de bancada experimental e dados provenientes de um tórax humano. Os resultados mostram que a localização, o tamanho e a resistividade do objeto estão dentro da precisão da TIE obtida por métodos clássicos, mas o esforço computacional é grande. Verificam-se, assim, as vantagens e a viabilidade do algoritmo proposto.

Palavras-chave: Tomografia por Impedância Elétrica, *Simulated Annealing*, Reconhecimento simulado, problemas inversos, otimização.

ABSTRACT

The Electrical Impedance Tomography (EIT) is a non-invasive technique used to produce images that represent the cross-sectional electrical resistivity distribution, or conductivity, within a domain, for instance the human thorax, from electrical measurements made through electrodes distributed on its boundary. Currents are injected and voltages measured, or vice-versa. Distributions of resistivity variations or distributions of absolute resistivity can be estimated, producing difference or absolute algorithms. The present work develops and evaluates the performance of a probabilistic algorithm based on the Simulated Annealing method (SA) to obtain absolute resistivity distributions in two dimensions (2D). The SA differs from the traditional search methods, no evaluation of objective function derivatives is required and it is possible to escape from local minima through the use of the Metropolis criterion for acceptance of new points in the search space. The developed algorithm solves the inverse problem of EIT by solving iteratively a direct problem, using random resistivity distributions. The random search is accomplished by the Metropolis algorithm. In the absence of regularizations, it is assumed that the resistivity distribution, an image, that minimizes the difference between the measured electrical potentials on the boundary and computed electrical potentials is the closest to the real resistivity distribution. In this sense, the algorithm maximizes the likelihood. This work contributes to the development of image estimation algorithms applied to lung monitoring, for instance, during mechanical ventilation. To solve this non-linear ill-posed inverse problem it is necessary to introduce *prior* information in the form of restrictions of the solution space or regularization techniques. The tests are carried out using simulated data obtained from a numerical phantom, an experimental phantom and human thorax data. The results show that the localization of an object, the size of an object and the resistivity of an object are within the accuracy of EIT obtained by classical methods, but the computational effort is large. The advantages and feasibility of the proposed algorithm were investigated.

Key-words: Electrical Impedance Tomography, Simulated Annealing, inverse problems, optimization.

SUMÁRIO

Lista de Figuras	ix
Lista de Símbolos	1
Lista de Siglas	4
1 Introdução	5
1.1 Organização do trabalho	8
2 Objetivos	9
3 Revisão da Literatura	10
3.1 TIE	10
3.2 Problema Direto e Inverso	14
3.2.1 Equações Governantes da TIE	15
3.2.1.1 Modelo do domínio	15
3.2.1.2 Modelo do Eletrodo	17
3.2.1.3 Padrões de corrente e de potencial elétrico	18
3.2.2 Uso do MEF na TIE	20
3.2.2.1 Discretização do domínio	20
3.2.2.2 Discretização dos eletrodos	23

3.2.3	Resolvendo o problema direto	24
3.3	Método <i>Simulated Annealing</i> (Recozimento Simulado)	25
3.3.1	Descrição do Algoritmo	28
3.3.2	Convergência assintótica e Cadeias de Markov	29
3.3.3	Aproximação da convergência e parâmetros heurísticos	31
4	Metodologia e Ensaios	34
4.1	Fantoma numérico	34
4.2	Adaptação de SA à TIE	35
4.3	Restrições do espaço solução e procedimento de regularização	36
4.3.1	Restrições	36
4.3.2	Regularização	37
4.4	Ensaio com simulações numéricas	38
4.4.1	Ensaio 1	39
4.4.2	Ensaio 2	40
4.5	Ensaio com dados de bancada experimental	41
4.5.1	Ensaio 3	42
4.6	Ensaio com dados de tórax humano	42
4.6.1	Ensaio 4	43
5	Resultados	44
5.1	Resultados com dados de simulações numéricas	44
5.2	Resultados com dados de bancada experimental	45

5.3 Resultados com dados de tórax humano	46
6 Discussão dos resultados	48
7 Conclusões	50
Referências	52

LISTA DE FIGURAS

Figura - 3.1	Representação do domínio Ω com eletrodos posicionados em $\partial\Omega$	15
Figura - 3.2	Método dos padrões adjacentes	19
Figura - 3.3	(a) Método de injeção <i>pula um eletrodo</i> e (b) <i>pula três eletrodos</i>	20
Figura - 3.4	Discretização da interface eletrodo-meio.	23
Figura - 3.5	O SA escapa de mínimos locais	27
Figura - 3.6	Pseudo-código do Algoritmo SA.	29
Figura - 3.7	Explicação do valor de Γ no teorema de Hajek	30
Figura - 4.1	(a) imagem original e (b) malha do problema inverso para o Ensaio 1.	40
Figura - 4.2	(a) imagem original e (b) malha do problema inverso para o Ensaio 2.	41
Figura - 4.3	(a) malha do problema inverso e (b) disposição para o ensaio 3	42
Figura - 4.4	malha do problema inverso para o ensaio 4.	43
Figura - 4.5	(a) Fixação dos eletrodos no tórax; (b) Tomógrafo usado no ensaio 4.	43
Figura - 5.1	(a) Imagem estimada e (b) evolução da função objetivo no ensaio 1.	45
Figura - 5.2	(a) Imagem estimada e (b) evolução da função objetivo no ensaio 2.	45
Figura - 5.3	(a) Imagem estimada e (b) evolução da função objetivo no ensaio 3.	46
Figura - 5.4	(a) Imagem estimada e (b) evolução da função objetivo para ensaio 4.	47

LISTA DE SÍMBOLOS

Ω	domínio de interesse
$\partial\Omega$	superfície de contorno do domínio de interesse
σ	condutividade elétrica do meio
ϵ	permitividade elétrica do meio
\mathbf{J}	densidade de corrente livre
\mathbf{E}	campo elétrico
ϵ_0	permitividade do espaço livre
ϕ	potencial elétrico dentro do domínio de interesse
l	número de eletrodos
$\hat{\mathbf{n}}$	vetor normal á superfície de contorno do domínio orientado para fora
I_j	corrente elétrica que atravessa o j -ésimo eletrodo
z_j	impedância de contato do j -ésimo eletrodo
\mathbf{V}	potencial elétrico nos eletrodos
V_j	potencial elétrico no j -ésimo eletrodo
n	número de elementos da malha de elementos finitos
m	número de nós da malha de elementos finitos
σ_i	condutividade do i -ésimo elemento finito
ϕ_i	potencial elétrico no interior do i -ésimo eletrodo
$\tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}$	coeficientes interpoladores
f_i	função de forma
\mathbb{A}_i	área do i -ésimo elemento da malha
π_i	energia potencial presente no i -ésimo elemento da malha
\mathbb{A}_i	volume do i -ésimo elemento da malha
$\tilde{\mathbf{V}}_i$	vetor das voltagens no i -ésimo elemento da malha
\mathbf{G}	matriz gradiente das funções de forma
$\tilde{\mathbf{Y}}_i$	matriz local de condutividade do i -ésimo elemento da malha
e	altura dos elementos finitos
ξ, τ	coeficientes geométricos
\mathbf{Y}	matriz global de condutividade da malha
t	espessura da camada que representa a interface eletrodo-pele

$2a$	largura do eletrodo
b	a espessura da interface eletrodo-pele
$\tilde{\mathbf{Y}}_j^e$	matriz local de condutividade do j -ésimo eletrodo
$\bar{\mathbf{Y}}_j^e$	matriz local de condutividade do j -ésimo eletrodo em coordenadas globais
z_{e_j}	condutância efetiva de contato
\mathbf{I}	vetor de corrente elétrica injetada
$\Delta\epsilon$	variação resultante da energia do sistema
P	probabilidade de aceitação
T	parâmetro de controle análogo à temperatura do sistema
K_B	constante de Boltzmann
ϵ	energia do sistema
\mathbf{F}	função objetivo do problema de otimização
\mathbf{S}	espaço solução do problema
φ	função de recozimento que converge para um número infinito de iterações
Γ	máxima profundidade necessária para escapar de qualquer ótimo local
α	fator de resfriamento
$\boldsymbol{\rho}$	distribuição de resistividade
T_0	valor inicial do parâmetro de controle
N_t	número de iterações a cada temperatura
N	número total de iterações
$\boldsymbol{\rho}^*$	vetor de resistividade verdadeira
\mathbf{V}_m	vetor das voltagens medidas
p	número de padrões de corrente
\mathbf{V}_c	vetor das voltagens calculadas
$\boldsymbol{\rho}_{novo}$	nova configuração dentro da vizinhança da configuração atual
$\Delta\rho$	vetor aleatório gerado entre -1 e 1
\mathbf{a}	vetor limite inferior
\mathbf{b}	vetor limite superior
r	número aleatório gerado entre -1 e 1
$\boldsymbol{\beta}_h$	vetor da h -ésima coordenada
$\boldsymbol{\gamma}$	vetor de passo
γ_h	componente do vetor de passo ao longo da h -ésima coordenada
$\boldsymbol{\rho}'$	solução candidata
ac	proporção de aceitação
M_a	número de movimentos aceitos

- M_t número total de movimentos avaliados
- ς parâmetro constante para definir um novo componente do vetor de passo
- \mathbf{R} matriz de regularização
- λ parâmetro de regularização
- \mathbb{I} matriz identidade
- \mathbb{F} Filtro passa alta frequências espaciais

LISTA DE SIGLAS

TIE	Tomografia por Impedância Elétrica
TC	Tomografia Computadorizada
RM	Ressonância Magnética
SA	<i>Simulated Annealing</i>
APT	<i>Applied Potential Tomography</i>
NR	<i>Newton-Raphson</i>
MNR	<i>Modified Newton-Raphson</i>
NOSE	<i>Newton's One-Step Error Reconstructor</i>
MEF	Método dos Elementos Finitos
MEC	Modelo de Eletrodo Completo
MAP	<i>Maximum A Posteriori</i>
SI	Sistema Internacional de Unidades
AM	Algoritmo de Metropolis
MC	Cadeia de Markov
RGT	Regularização Generalizada de Tikhonov
ASA	Adaptative Simulated Annealing

1 INTRODUÇÃO

Nas duas últimas décadas tem sido desenvolvida uma nova técnica não invasiva de obtenção de imagens, a Tomografia por Impedância Elétrica (TIE), que visa estimar a distribuição de resistividade, ou condutividade, elétrica no interior de um domínio. Na TIE, uma corrente elétrica, ou diferença de potencial elétrico, é injetada no domínio por meio de eletrodos colocados na fronteira. A corrente é aplicada por dois ou mais eletrodos, com uma intensidade constante, e o potencial elétrico gerado é medido em todos os demais eletrodos equi-espaçados entre si (BARBER; BROWN, 1984). O par de eletrodos usados na injeção da corrente é mudado sucessivamente, até que um número de observações suficiente permita a estimação de uma imagem. A imagem é a distribuição de resistividade mais provável no domínio em estudo.

A TIE é uma ferramenta de monitoração inovativa para aplicações em ramos como medicina, geofísica, ciências ambientais e ensaios não destrutivos de materiais. Alguns exemplos de aplicações médicas da TIE são a detecção de embolia pulmonar (CHENEY et al., 1999; HARRIS et al., 1987; HOLDER, 1993), monitoração de apnéia (AKBARZADEH et al., 1990), monitoração da função cerebral (BAGSHAW et al., 2003), monitoração da função do coração e fluxo sanguíneo (NOORDEGRAAF et al., 1997) e detecção de câncer de mama (CHEREPENIN et al., 2002b). Em geofísica e ciências ambientais, a TIE pode ser útil para localizar depósitos minerais subterrâneos (PARKER, 1984), detecção de vazamento em tanques de armazenamento subterrâneos (RAMIREZ et al., 1996) e para monitoração de fluxos de fluidos injetados na terra, na extração de petróleo ou limpeza ambiental (RAMIREZ et al., 1993). Finalmente, em ensaios

não destrutivos, a TIE pode ser usada para a detecção de corrosão (KAUP et al., 1996) e de pequenos defeitos, como fissuras ou vazios, em metais (ALESSANDRINI et al., 1995; EGGLESTON et al., 1989; SANTOSA; VOGELIUS, 1991).

Atualmente, o foco de pesquisa e uso mais comum da TIE é para monitoração e diagnóstico médico, onde é empregada na obtenção de imagens de uma seção interna do corpo humano, baseada na não-uniformidade das propriedades elétricas dos diferentes tecidos vivos como pulmão, sangue, músculo, osso, etc. (BARBER; BROWN, 1984).

Além de ser uma técnica não invasiva, sem efeitos colaterais, as exigências de custo de hardware da TIE são relativamente baixas, não utiliza nenhum tipo de radiação e seu equipamento é portátil, se comparada às outras técnicas como a tomografia computadorizada (TC), ressonância magnética (RM) ou ultrassom. A TIE apresenta uma boa resposta temporal, isto permite a estimação rápida de mudanças abruptas na resistividade dos tecidos que estejam sendo observados. Infelizmente, a maior limitação desta técnica é sua baixa resolução espacial que está relacionada com o número de eletrodos usados.

A TIE não deve ser vista como uma técnica para obter imagens anatômicas como a TC ou RM, mas sim para obter imagens funcionais, já que identifica a função dos órgãos e não sua estrutura (ASFAW, 2005); permite estimar imagens funcionais de processos fisiológicos que causam mudanças na impedância, como aqueles associados com fluidos ou gases no corpo.

A busca da distribuição de resistividade pode ser feita com auxílio de modelos que dependem ou não do tempo, gerando métodos *estáticos* ou *dinâmicos*. Os estáticos são usados quando as mudanças das propriedades elétricas do domínio não variam significativamente no intervalo de tempo em que os dados necessários para a estimação da imagem são coletados. Já nas situações onde existem mudanças mais rápidas das propriedades elétricas do domínio no momento da coleta de dados, os efeitos da dinâmica do sistema devem ser levados em conta e um método dinâmico deve ser utilizado.

Além disso, dependendo do tipo de imagem estimada, os métodos estáticos podem ser divididos em duas categorias, algoritmos de *diferenças de imagem* e algoritmos *absolutos*. Nos de diferenças de imagem são coletados dois conjuntos de medidas de potencial elétrico correspondentes a duas distribuições de resistividade diferentes. Com base na diferença destes conjuntos de medições é possível estimar uma imagem onde ficam refletidas as zonas que experimentam variações de resistividade no domínio. Nos absolutos apenas um único conjunto de medidas de potencial elétrico é usado para obter a imagem que representa a distribuição absoluta de resistividade no domínio.

Uma das aplicações mais promissórias da TIE é para supervisionar a função pulmonar (FRERICHS, 2000), para medir a quantidade e distribuição de ar inspirado. O tamanho e alta resistividade do pulmão geram uma vantagem para estimar imagens deste tecido através da TIE com respeito a outros tecidos do corpo. Este trabalho pretende desenvolver um algoritmo probabilístico e contribuir no desenvolvimento de algoritmos absolutos de estimação de imagem aplicados para monitorar pacientes submetidos à ventilação artificial através da TIE.

A TIE é um *problema inverso* difícil de resolver, pois a distribuição de resistividade elétrica no interior do domínio deve ser calculada apenas com dados de potencial elétrico coletados na fronteira através dos eletrodos, além disso, as equações governantes são não-lineares. Matematicamente, este problema inverso é também mal-posto, mal-condicionado, isto é, pequenas mudanças nos potenciais elétricos medidos podem causar mudanças muito grandes na distribuição de resistividade calculada. Portanto para obter soluções estáveis do problema é necessário usar alguma *técnica de regularização*¹.

Muitos dos algoritmos desenvolvidos ultimamente consideram modelos 3D para estimação de imagens (BLUE et al., 2000; CHATEAUX; NADI, 2000; HYARIC; PIDCOCK,

¹Genericamente, estas técnicas permitem a inclusão de informação *a priori*, que é toda informação que se conhece sobre a distribuição de resistividade no domínio. Por exemplo, sabe-se que as resistividades de tecidos ósseos possuem pequenas variações, por isso, podem ser consideradas constantes, ou aproximadamente constantes, sob certas circunstâncias.

2001). Embora estes algoritmos sejam mais complexos e requeiram mais tempo de processamento do que os desenvolvidos para 2D, na maioria das vezes geram resultados mais precisos e fornecem maiores informações para o diagnóstico. Esta maior precisão deve-se a que os algoritmos 2D assumem que a corrente elétrica injetada só circula pela seção do corpo estudada e isto pode-se traduzir na distorção das imagens produzidas.

O desenvolvimento matemático da TIE foi iniciado por (CALDERÓN, 1980), quem pela primeira vez estudou a unicidade do problema inverso da TIE. Depois disto, foram feitos muitos outros trabalhos acerca da unicidade da solução da distribuição de resistividade dentro de um domínio a partir das medições feitas na fronteira. As provas da unicidade no caso de um meio isotrópico em duas e três dimensões com diferentes tipos de suposições podem ser encontradas em (KOHN; VOGELIUS, 1984; KOHN; VOGELIUS, 1985; SYLVESTER; UHLMANN, 1987; RAMM, 1988; ISAKOV, 1988; FRIEDMAN; ISAKOW, 1989; SUN, 1990; CHEREDNICHENKO; VERYOVKINA, 1992; KIM; SEO, 1996; NACHMAN, 1996). (SYLVESTER, 1990) mostra que ao se tratar de um meio anisotrópico a solução não apresenta unicidade.

1.1 Organização do trabalho

Este trabalho está dividido em sete capítulos. Os capítulos 1 e 2, abordam a introdução e os objetivos do trabalho respectivamente. O capítulo 3, fornece uma breve revisão bibliográfica de alguns dos diferentes métodos de estimação de imagens em TIE propostos até o presente e são focalizados os conceitos básicos envolvidos na pesquisa. No capítulo 4, é detalhada a metodologia usada no trabalho para a implementação do algoritmo e para o desenvolvimento dos ensaios. Já os capítulos 5 e 6, apresentam os resultados e a discussão dos resultados para os ensaios feitos com dados de simulações numéricas, com dados de bancada experimental e com dados provenientes de tórax humano. No capítulo 7, são descritas as conclusões e algumas sugestões para trabalhos futuros. O capítulo 8, reúne as referências bibliográficas citadas ao longo do trabalho.

2 OBJETIVOS

O objetivo principal deste trabalho é desenvolver um algoritmo probabilístico baseado no método *Simulated Annealing* (SA) para solucionar o problema inverso da TIE. O algoritmo deve utilizar um modelo invariante no tempo, estático, para obter a distribuição absoluta de resistividade, ou condutividade, no interior de um domínio discretizado através do Método dos Elementos Finitos (MEF), que clinicamente poderia representar uma seção transversal do tórax humano. Noutras palavras, pretende-se *verificar a viabilidade de usar este método para obter distribuições absolutas de resistividade nas regiões em estudo*.

O problema de aplicar o SA à TIE estabelece um problema não-linear de otimização para estimar um número limitado de parâmetros. Portanto, neste trabalho deseja-se calcular a distribuição de resistividade absoluta que minimize o erro quadrático dos potenciais elétricos medidos nos eletrodos da fronteira e os potenciais elétricos calculados usando um modelo computacional. Uma vez que se pretende resolver um problema inverso, não-linear e mal-posto é necessário introduzir informação *a priori*, na forma de restrições ou de regularizações. Quando se utiliza uma densidade de probabilidade *a priori* para regularizar o problema, a imagem que se obtém é aquela que apresenta Máxima Probabilidade a Posteriori (MAP)¹.

¹A estimação do *Maximum A Posteriori* (MAP) da imagem utiliza uma função densidade de probabilidade da imagem, que é extraída da informação *a priori* disponível. Para estimar a imagem de MAP requer-se a solução de um problema de otimização (KAPIO; SOMERSALO, 2004).

3 REVISÃO DA LITERATURA

3.1 TIE

Durante as últimas décadas a TIE tem sido amplamente estudada e diversos artigos já foram publicados, tanto no campo médico quanto no industrial, como resultado dos progressos substanciais feitos em ambos dos aspectos: teóricos e aplicados do problema. Este capítulo fornece uma breve revisão de alguns dos diferentes métodos de estimação de imagens em TIE propostos até o presente, bem como suas limitações teóricas e práticas. Uma consideração importante é que muitos dos algoritmos apresentados na bibliografia foram unicamente verificados por simulações numéricas, sendo poucos os que foram provados com dados experimentais de fantasmas e ainda menos com medidas *in-vivo* sobre humanos.

O sistema de TIE compõe-se do *hardware* para a aplicação de correntes e medição de potenciais elétricos, e do *software* para resolver o processo matemático de encontrar a distribuição de resistividade conhecido como *problema de reconstrução*¹ (BRECKON; PIDCOCK, 1988). A aproximação matemática para resolver o problema de estimação é dividida em duas partes (MURAI; KAGAWA, 1985; KALLMAN; BERRYMAN, 1992). A primeira parte, o *problema direto*, consiste em modelar os potenciais elétricos da fronteira como uma função explícita da resistividade, ou condutividade, no meio. A segunda parte, o *problema inverso*, consiste em inverter a relação do problema direto para calcular a distribuição interna de resistividade.

¹Neste trabalho considerou-se mais apropriado chamá-lo de *problema de estimação*

Dentre os poucos sistemas de TIE comercialmente disponíveis até o momento, encontra-se o primeiro aparelho desenvolvido pelo grupo da Universidade de Sheffield, em Inglaterra, baseado no método *backprojection* (BARBER; BROWN, 1984), para produzir imagens de uma seção do corpo humano. O sistema APT está composto por uma fonte simples de corrente elétrica com 16 eletrodos para a aplicação de padrões de corrente² adjacentes e permite obter imagens de baixa resolução espacial, porém, a uma taxa de 10 imagens por segundo, adequada para registrar modificações relacionadas com o ciclo cardíaco (BROWN; SEAGAR, 1987). Os estudos realizados de monitoramento do fluxo sanguíneo no tórax e problemas de pulmão mostram que as imagens geradas apresentam distorção, fato este resultante de se considerar um domínio circular (HARRIS et al., 1987). Uma revisão mais detalhada dos demais sistemas de coleta de dados desenvolvidos pelo grupo de Sheffield e das estratégias adotadas por outros grupos de pesquisa para gerar novos sistemas de TIE, pode-se encontrar em (BROWN, 1993) e (BOONE; HOLDER, 1996) respectivamente.

Na literatura, existem várias formas para classificar os métodos usados na solução do problema inverso da TIE, dentre eles: os métodos *não-iterativos* (lineares), os métodos *iterativos* (não-lineares) e o método de camadas (*layer-stripping method*).

Freqüentemente, os métodos não-iterativos são usados para obter imagens diferenciais de TIE. Nestes assume-se que a resistividade, ou condutividade, não difere muito de uma constante, isto é, considera-se que a distribuição de potencial elétrico é uma função linear da distribuição de resistividade. Alguns exemplos destes são *backprojection* (BARBER; BROWN, 1984) e métodos relacionados (SANTOSA; VOGELIUS, 1990; BERENSTEIN; TARABUSI, 1991); aproximação de Calderón (CALDERÓN, 1980; ISAACSON; ISAACSON, 1989; CHENEY et al., 1990a; ISAACSON; CHENEY, 1990); métodos de momentos (CONNOLLY; WALL, 1998; ALLERS; SANTOSA, 1991). Os algoritmos não-iterativos são geralmente rápidos e de baixo custo computacional, porém, ignoram

²Utiliza-se o termo *padrão de corrente* para definir a maneira como as correntes elétricas são impostas, ou medidas, como será discutido na seção 3.2.1.3.

o efeito da não-linearidade do problema levando a resultados imprecisos e limitando sua aplicação a resolver problemas qualitativos como o funcionamento de órgãos.

Os métodos que resolvem a não-linearidade do problema inverso são por natureza iterativos, com a exceção do método de camadas (SOMERSALO et al., 1991; SYLVESTER, 1992). Estes métodos consideram a relação não-linear que existe entre os potenciais elétricos e a resistividade elétrica e fornecem resultados mais precisos, mas o custo computacional é muito maior do que nos métodos não-iterativos. As soluções iterativas geralmente seguem estratégias semelhantes. Tendo uma distribuição de resistividade inicial assumida e a corrente elétrica conhecida, resolve-se a equação de Laplace do domínio em estudo. Os potenciais elétricos encontrados no contorno do domínio, calculados através do problema direto, são comparados com os potenciais elétricos reais, medidos previamente, e a diferença é usada para ajustar os valores de resistividade, de tal forma, que os potenciais elétricos calculados movem-se, a cada iteração, em direção dos valores que mais se aproximam dos potenciais elétricos reais. Os diferentes algoritmos diferem principalmente na maneira em que os valores de resistividade são ajustados a cada iteração (BARBER, 1989). Alguns exemplos destes métodos são citados a seguir.

Em (KIM et al., 1983) é proposto um novo algoritmo *backprojection* que perturba a matriz de sensibilidade de tal forma que a cada iteração seja corrigida a distribuição de condutividade estimada. Os autores identificam variáveis importantes que afetam a qualidade da imagem estimada e discutem a resolução e acuidade da técnica usada.

Imagens absolutas preliminares *in vivo* do estudo clínico de um sistema mono-freqüência de TIE são apresentadas em (CHEREPENIN et al., 2002a). Para o estudo foi usado um algoritmo de estimação baseado em *weighted backprojection*, aplicável para padrões de injeção de corrente adjacente (KORJENEVSKY, 1995) ou não-adjacente (KORJENEVSKY et al., 1998). No artigo são apresentadas imagens de tórax humano, as quais permitem observar que a condutividade absoluta de um pulmão em estado anormal, geralmente difere da condutividade de um pulmão são. No entanto, os resultados obtidos

não têm boa resolução espacial e por isso são considerados qualitativos.

Um algoritmo iterativo baseado no método de *Newton-Raphson* (NR) foi introduzido por (YORKEY et al., 1987) para estimar imagens absolutas de TIE. Os resultados revelam um desempenho relativamente bom em termos de taxa de convergência e erro residual, se comparado com outros métodos. Infelizmente, em situações reais, o *Modified Newton-Raphson* (MNR), apresenta artefatos se a geometria do modelo não for precisa (ADLER; GUARDO, 1996). Muitos grupos têm feito melhorias no MNR, porém, este ainda sofre de erros de sensibilidade (BARBER; BROWN, 1988; KORJENEVSKY et al., 1997).

Um outro algoritmo iterativo baseado em NR, foi desenvolvido por (CHENEY et al., 1990b), o *Newton's One-Step Error Reconstructor* (NOSER) obtém a imagem em apenas uma iteração e usando uma condutividade constante como suposição inicial. Por isso, a maior parte dos cálculos, podem ser feitos analiticamente. Os resultados para uma malha com 496 elementos demonstram que o código não reproduz a condutividade exatamente, a menos que ela se diferencie muito pouco de uma constante, mas ele produz imagens úteis, qualitativas. Outras aplicações do método de Newton de uma iteração se encontram em (EGGLESTON et al., 1989; FUKS et al., 1991; GOBLE et al., 1992).

Na Universidade de São Paulo, no Brasil, vêm-se desenvolvendo um projeto temático que envolve a construção de *hardware* e o desenvolvimento de *software*. O projeto visa estudar as técnicas de estimação de imagem aplicadas a um sistema de TIE para monitorar de forma precisa a ventilação artificial do pulmão (AMATO, 2001). Neste projeto a obtenção de imagem é estudada por meio de algoritmos baseados em métodos originais como: NR (ARUCA, 2002); Filtro de Kalman (TRIGO, 2001; VANEGAS, 2002; TRIGO et al., 2004; MOLINA et al., 2003; TRIGO et al., 2003; TRIGO, 2004); Otimização Topológica (LIMA et al., 2003; MOTTA, 2005; LIMA, 2006).

Todos os algoritmos mencionados anteriormente estão baseados em métodos de otimização local, isto é, eles não podem evitar ser "presos" em mínimos locais. Outra

desvantagem é que não permitem lidar com variáveis discretas. Nesse caso o espaço solução é disjunto e desconexo e as informações de derivadas são inúteis ou não definidas. Para lidar com estas limitações podem-se utilizar algoritmos iterativos que realizem buscas aleatórias através de todo o espaço solução. Existem vários algoritmos probabilísticos na literatura, alguns deles se inspiram em fenômenos naturais e baseiam-se no processo de seleção randômica guiados por decisões probabilísticas, além de que permitem lidar com variáveis discretas. Exemplos de eles são os Algoritmos Genéticos (OLMI et al., 2000) e *Simulated Annealing* (Recozido Simulado).

Este trabalho se concentra no desenvolvimento de um algoritmo absoluto baseado no método probabilístico SA, mediante o qual, pretende-se obter distribuições absolutas de resistividade que minimizem o erro quadrático entre os potenciais elétricos medidos e os calculados. Embora este método requeira maior esforço computacional, se comparado com outros métodos iterativos, a sua principal vantagem é a capacidade de encontrar o mínimo global ou, pelo menos, o ponto mais próximo do mínimo global. O mínimo global tem grande relevância clínica.

Na literatura já existem estudos referentes á implementação do SA na TIE (KIM et al., 2005; CHENG; CHEN, 1998; CHENG; CHEN, 2004), neles obtiveram-se bons resultados preliminares para testes com dados simulados, porém discute-se o tempo de processamento, que é grande devido ao número de graus de liberdade do problema. No entanto, demonstra-se que os algoritmos para estimação de imagem baseados no SA são factíveis na aplicação da TIE mas deve-se incorporar informação *a priori* para melhoria das suas convergências.

3.2 Problema Direto e Inverso

Nos problemas inversos, um problema direto é usado para prever observações. No caso particular da TIE, um modelo que prediz as medidas de potencial elétrico dados os estímulos de corrente elétrica e a distribuição de condutividade no interior do domínio,

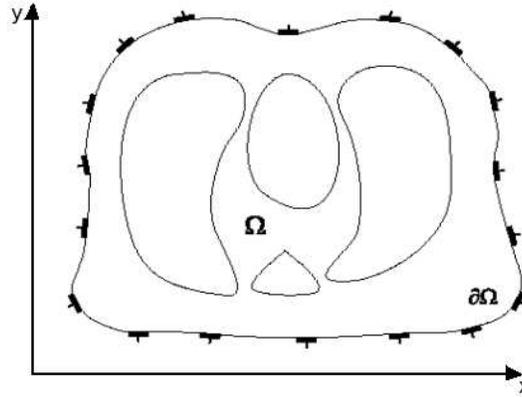


Figura 3.1: Representação do domínio Ω com eletrodos posicionados no contorno $\partial\Omega$. (Adaptado de (BORSIC, 2002))

deve ser adotado como problema direto. A solução de um problema inverso pode ser obtida resolvendo-se iterativamente o problema direto a ele associado. Para tal fim, é importante modelar adequadamente o fenômeno da condutividade no meio, considerando os efeitos mais relevantes. Neste trabalho, o Método dos Elementos Finitos (MEF) é utilizado para discretizar tanto o domínio quanto os eletrodos e resolver numericamente os problemas direto e inverso da TIE.

3.2.1 Equações Governantes da TIE

3.2.1.1 Modelo do domínio

O domínio de estudo é considerado uma região bidimensional fechada Ω e limitada por uma superfície de contorno $\partial\Omega$. Assume-se que o fenômeno é puramente condutivo, não há nenhuma fonte de corrente interna influenciando nas medições e o campo resultante obedece às equações de Maxwell. Para reduzir a complexidade do problema da TIE algumas hipóteses simplificadoras devem ser adotadas. O modelo matemático consiste num meio isotrópico³ com distribuição estacionária de carga, cujas propriedades elétricas estão representadas pela condutividade $\sigma(x, y)$ e a permitividade relativa $\epsilon(x, y)$. A corrente elétrica injetada

³Assume-se que o corpo humano é homogêneo e isotrópico, com exceção dos tecidos dos músculos e o cérebro os quais são anisotrópicos, onde σ e ϵ são independentes da posição e a direção.

na fronteira do meio, gera em seu interior a densidade de corrente \mathbf{J}

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} + \epsilon \epsilon_o \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (3.1)$$

onde \mathbf{E} é o campo elétrico do meio e ϵ_o é uma constante que representa a permissividade do espaço livre. Neste trabalho é desconsiderado o efeito da permissividade por ser pouco significativa quando a excitação tem baixa frequência, 125 KHz.

Segundo (HUA et al., 1993) se a frequência da corrente que atravessa o meio for inferior a 30MHz, pode-se considerar $\mathbf{E} = -\nabla\phi$ e $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$. Assim chega-se à equação de Laplace que governa o potencial elétrico $\phi(x, y)$ dentro do domínio Ω

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \phi) = 0 \quad (3.2)$$

Para limitar o número infinito de soluções de $\phi(x, y)$ que possui a eq. (3.2), são aplicadas condições de contorno que especificam o valor de certos parâmetros na fronteira $\partial\Omega$. Na TIE, as medidas de potenciais elétricos e a injeção de correntes são feitas através de l eletrodos colocados no contorno $\partial\Omega$, com isto, podem ser estabelecidas as seguintes condições de contorno

$$\sigma \frac{\partial \phi(\sigma)}{\partial \hat{\mathbf{n}}} = \begin{cases} J_i, & i = 1, 2, \dots, l \\ 0, & \text{nos demais pontos de } \partial\Omega \end{cases} \quad (3.3)$$

onde $\hat{\mathbf{n}}$ é um versor⁴ normal à fronteira $\partial\Omega$ e orientado para fora.. A solução da eq. (3.2) para uma dada distribuição de condutividade com as condições de contorno da eq. (3.3) é geralmente conhecida como o *problema direto*.

A unidade no Sistema Internacional de Unidades (SI) para a condutividade σ é $[\Omega \cdot m]^{-1}$, enquanto que, a resistividade ρ está relacionada com σ por $\rho = 1/\sigma$.

(KIBER et al., 1990)⁵ mostraram que a distribuição de ϕ depende da distribuição de σ , da forma do objeto e da posição dos eletrodos. A solução analítica da eq. (3.2) é somente possível para geometrias simples e impondo condições de contorno. Atualmente,

⁴é chamado de *versor* ou *vetor unitário* ao vetor cujo módulo seja igual à unidade.

⁵(KIBER et al., 1990 apud METHERALL, 1998).

os métodos mais utilizados na TIE resolvem o problema direto por meio do MEF.

3.2.1.2 Modelo do Eletrodo

Para conseguir modelar completamente o domínio Ω em estudo, é também necessário modelar a interação dos eletrodos no contorno $\partial\Omega$. Vários métodos foram desenvolvidos para o uso em TIE (CHENG et al., 1989), começando pelo mais simples, *Modelo de Eletrodo Pontual*, ao mais sofisticado, *Modelo de Eletrodo Completo* (MEC). O MEC considera três fenômenos na interface entre cada eletrodo e a fronteira $\partial\Omega$ que não são levados em conta pelos outros modelos. O primeiro, é a discretização de \mathbf{J} , pois atravessa efetivamente só uma fração da fronteira $\partial\Omega$ conforme mostram as eq. (3.3). O segundo fenômeno é a queda de potencial elétrico devida à impedância de contato entre o eletrodo e o meio. Particularmente, em aplicações médicas, os valores da impedância de contato entre o tecido e o eletrodo é alta, sendo que, as dimensões do eletrodo influenciam as medições de potencial elétrico e devem ser incorporadas ao modelo (HUA et al., 1993)⁶. O último fenômeno admite que não há diferença de potencial elétrico ao longo da superfície metálica do eletrodo. As equações deste modelo são:

$$\nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma} \nabla \phi) = 0, \quad (3.4)$$

$$\int_{\partial\Omega_j} \boldsymbol{\sigma} \frac{\partial \phi}{\partial \hat{\mathbf{n}}} = I_j, \quad j = 1, 2, \dots, l \quad (3.5)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \frac{\partial \phi}{\partial \hat{\mathbf{n}}} = 0, \quad (3.6)$$

$$\phi + z_j \boldsymbol{\sigma} \frac{\partial \phi}{\partial \hat{\mathbf{n}}} = V_j, \quad j = 1, 2, \dots, l \quad (3.7)$$

onde I_j na eq. (3.5), representa a corrente elétrica que atravessa o j -ésimo eletrodo. O fluxo nulo de corrente elétrica nos espaços do contorno $\partial\Omega$ sem eletrodos é modelado na eq. (3.6). Na eq. (3.7), z_j é a impedância de contato efetiva entre o j -ésimo eletrodo e o meio e \mathbf{V} representa o potencial elétrico nos eletrodos.

⁶Segundo (HUA et al., 1993) eletrodos com maior área distribuem de forma mais uniforme a corrente elétrica pelo contorno $\partial\Omega$, pois a área e a impedância de contato são inversamente proporcionais. Isto aumenta a sensibilidade das medições em relação às variações de resistividade internas.

3.2.1.3 Padrões de corrente e de potencial elétrico

Em (BROWN, 2001) salienta-se que uma das limitações da TIE é a baixa resolução espacial das imagens, devida ao número reduzido de medidas independentes de corrente ou potencial elétrico. O modo como as correntes elétricas são injetadas, ou medidas, é conhecido como *padrão de corrente*, enquanto que o modo como os potenciais elétricos são medidos, ou aplicados, é conhecido como *padrão de potencial elétrico*. O número de eletrodos distribuídos no contorno $\partial\Omega$ e os padrões de corrente e potencial elétrico usados, estão ligados ao número de medidas independentes possíveis na TIE. Existem na literatura diversos trabalhos que estudam vários métodos para a aplicação dos padrões de corrente e potencial elétrico, (TRIGO, 2004) descreve quatro destes métodos.

Quando o circuito eletrônico de medida dos potenciais elétricos tem ganho fixo e nenhum sinal de medida de potencial elétrico satura, os sinais de menor amplitude apresentam baixa relação sinal/ruído devido ao ruído de quantização introduzido na operação de conversão de analógico para digital. Através de uma criteriosa escolha de padrões de injeção de corrente e de padrões de medida de potenciais elétricos, é possível minimizar a faixa dinâmica das medidas e aproveitar ao máximo o número de bits do conversor de analógico para digital. Dentre as combinações de padrões de injeção e padrões de medida de potencial elétrico que minimizam a faixa dinâmica das medidas encontram-se os padrões *pula um eletrodo* e *pula três eletrodos* descritos nesta seção.

Um dos métodos é o dos *padrões adjacentes* proposto por (BROWN; SEAGAR, 1987)⁷. O método consiste em injetar correntes através de eletrodos adjacentes e medir potenciais elétricos sucessivamente através de pares de eletrodos adjacentes. Para começar, escolhe-se um par de eletrodos para a aplicação de corrente, por exemplo, o par (1,2) e efetuam-se medidas de potenciais elétricos desde o próximo par, no caso o par (3,4), até o par $(l-1, l)$ como mostra a Fig. (3.2). Em seguida, muda-se o par de injeção de corrente para (2,3) e os potenciais elétricos são medidos novamente da mesma forma.

⁷(BROWN; SEAGAR, 1987 apud TRIGO, 2004).

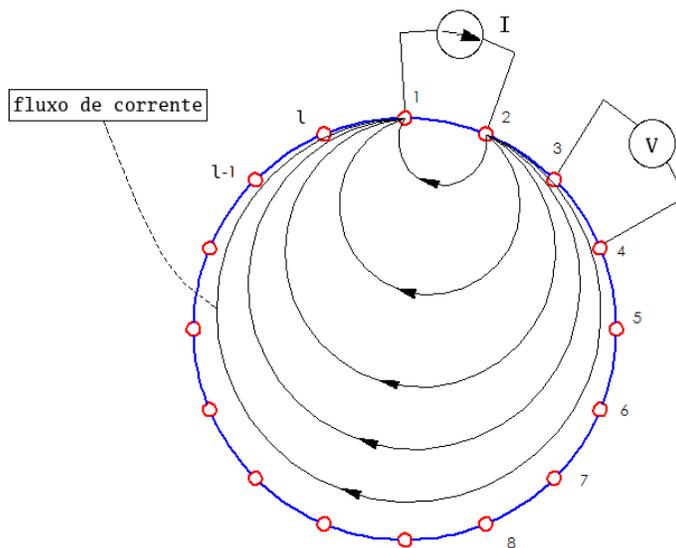


Figura 3.2: Método dos padrões adjacentes

O fato de se medir os potenciais elétricos entre 2 eletrodos e não entre um eletrodo e uma referência, ou terra, faz com que as medições sejam diferenciais; isto traz a vantagem de cancelar interferências eletromagnéticas e eletrostáticas que ocorrem simultaneamente nos condutores ligados aos dois eletrodos (MOURA, 2006).

Os métodos usados para realizar os testes neste trabalho são baseados no método dos padrões adjacentes. No método, chamado aqui de *padrão pula um eletrodo*, a corrente é injetada entre dois eletrodos separados por um eletrodo, por exemplo, o primeiro par é (1,3) e mantendo esta corrente medem-se os potenciais elétricos entre pares de eletrodos pulando também um eletrodo, desde o par (1,3) até o par (l , 2), conforme a Fig. (3.3(a)). Depois é alterado o par de injeção de corrente adicionando uma unidade, o segundo par é (2,4), e os potenciais elétricos são novamente medidos.

O outro método de injeção usado no trabalho e chamado aqui de *padrão pula três eletrodos*, difere do *padrão pula um eletrodo* só no número de eletrodos que existem entre os eletrodos de injeção, que passa a ser três, como se mostra na Fig. (3.3(b)). A resolução de imagens obtidas perto da fronteira do domínio aumenta quando a distância entre os eletrodos de injeção diminui. Este fato poderia induzir o raciocínio de que é mais conveniente usar o *padrão pula um eletrodo*, mas isto diminuiria a resolução nos elementos perto do centro do domínio, distantes do contorno. A relação sinal/ruído deve ser alta

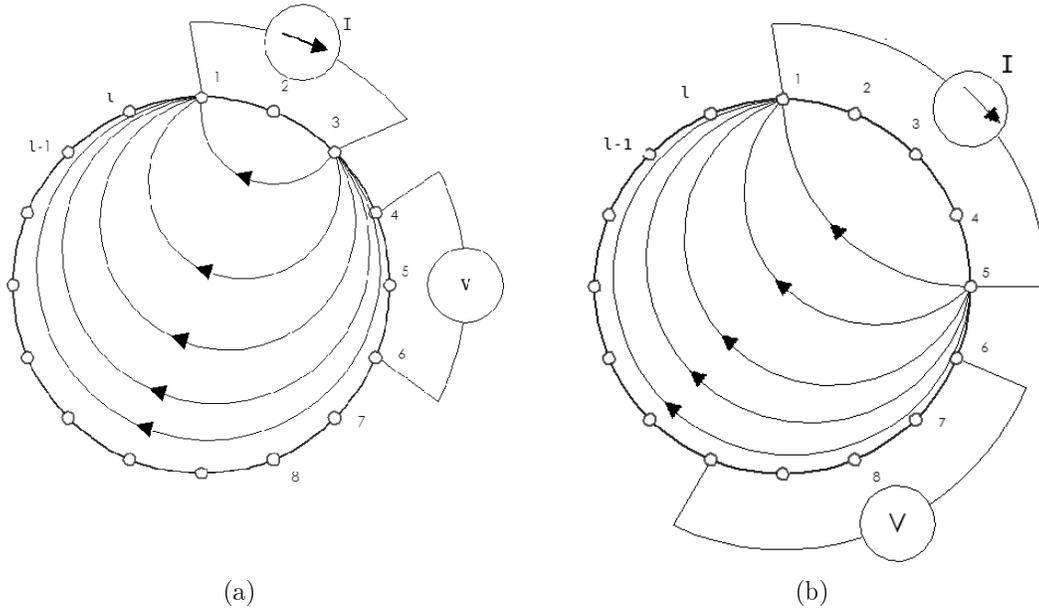


Figura 3.3: (a) Método de injeção *pula um eletrodo* e (b) *pula três eletrodos*.

para maximizar a informação e poder estimar melhores imagens, se esta razão for baixa, a imagem também torna-se ruidosa.

3.2.2 Uso do MEF na TIE

3.2.2.1 Discretização do domínio

O MEF permite uma solução aproximada para o problema direto da TIE por meio da discretização do domínio Ω . Uma malha com m nós e n elementos finitos planos triangulares de condutividade σ_i , com $i = 1, 2, \dots, n$, é feita para dividir o domínio. Considera-se que toda região compreendida por um elemento da malha de elementos finitos possui a mesma condutividade elétrica. O domínio é discretizado de forma tal que as regiões que experimentam elevados gradientes na condutividade têm elementos menores, o que resulta em um modelo mais exato. Estas grandes mudanças na condutividade ocorrem sobretudo na fronteira $\partial\Omega$, devido à intensidade da corrente injetada.

A função que descreve a distribuição de potencial elétrico $\phi_i(x, y)$ ⁸ no interior de um elemento genérico i , é determinada com base nos potenciais elétricos nodais,

⁸O potencial ϕ_i é diferente de zero no interior do i -ésimo elemento, e zero no exterior dele.

utilizando-se uma função de interpolação linear (MURAI; KAGAWA, 1985; YORKEY et al., 1987)

$$\mathbf{V}(x, y) \simeq \sum_{i=1}^n \phi_i(x, y) \quad (3.8)$$

onde

$$\phi_i(x, y) = \tilde{a} + \tilde{b}x + \tilde{c}y \quad (3.9)$$

é a função de interpolação linear cujos coeficientes \tilde{a} , \tilde{b} e \tilde{c} são funções dos potenciais elétricos dos três vértices do elemento triangular. Sejam (x_j, y_j) , $j = 1, 2, 3$, as coordenadas nodais do elemento i , então, resolvendo a equação matricial resultante da utilização da eq. (3.9) em cada um dos nós, determinam-se os coeficientes

$$\begin{bmatrix} \phi_{i1} \\ \phi_{i2} \\ \phi_{i3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{a} \\ \tilde{b} \\ \tilde{c} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

ao se resolver o sistema da eq. (3.10), pode-se simplificar a eq. (3.9) para

$$\phi_i = \sum_{j=1}^3 f_j(x, y) \phi_{ij} \quad (3.11)$$

onde f_j são denominadas *funções de forma*, que dependem exclusivamente das características geométricas do elemento e são expressadas por:

$$f_1 = \frac{1}{2\mathbb{A}_i} [(x_2y_3 - x_3y_2) + (y_2 - y_3)x + (x_3 - x_2)y] \quad (3.12)$$

$$f_2 = \frac{1}{2\mathbb{A}_i} [(x_3y_1 - x_1y_3) + (y_3 - y_1)x + (x_1 - x_3)y] \quad (3.13)$$

$$f_3 = \frac{1}{2\mathbb{A}_i} [(x_1y_2 - x_2y_1) + (y_1 - y_2)x + (x_2 - x_1)y] \quad (3.14)$$

e \mathbb{A}_i é a área do elemento. A eq. (3.11) fornece o potencial elétrico em qualquer ponto dentro do elemento desde que os potenciais nos nós sejam conhecidos (TRIGO, 2001).

O princípio variacional correspondente à equação de Laplace, eq. (3.2), está dado

por:

$$\pi_i = \frac{1}{2} \int_{\mathbb{V}_i} \boldsymbol{\sigma} | \mathbf{E} |^2 d\mathbb{V} = \frac{1}{2} \int_{\mathbb{V}_i} \boldsymbol{\sigma} | -\nabla\phi_i |^2 d\mathbb{V} \quad (3.15)$$

que é usado para associar o potencial elétrico do elemento com sua condutividade. \mathbb{V}_i é o volume do i -ésimo elemento.

O gradiente da eq. (3.9) pode ser descrito como

$$\nabla\phi_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial\phi_i}{\partial x} \\ \frac{\partial\phi_i}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_3}{\partial x} \\ \frac{\partial f_1}{\partial y} & \frac{\partial f_2}{\partial y} & \frac{\partial f_3}{\partial y} \end{bmatrix} = \mathbf{G}\tilde{\mathbf{V}}_i \quad (3.16)$$

onde $\tilde{\mathbf{V}}_i$ é o vetor que contem os potenciais nodais no elemento. Usando o resultado da eq. (3.16), a eq. (3.15) pode ser escrita de forma compacta da seguinte forma:

$$\pi_i = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{V}}_i^T \left[\int_{\mathbb{V}_i} \boldsymbol{\sigma} \mathbf{G}^T \mathbf{G} d\mathbb{V} \right] \tilde{\mathbf{V}}_i \quad (3.17)$$

para achar o extremo da eq. (3.17) faz-se

$$\frac{\partial\pi_i}{\partial\tilde{\mathbf{V}}_i} = \left[\int_{\mathbb{V}_i} \boldsymbol{\sigma} \mathbf{G}^T \mathbf{G} d\mathbb{V} \right] \tilde{\mathbf{V}}_i = \tilde{\mathbf{Y}}_i \tilde{\mathbf{V}}_i = [0] \quad (3.18)$$

A matriz $\tilde{\mathbf{Y}}_i(\sigma_i) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ é denominada *matriz de condutividade local* do i -ésimo elemento. Considerando e a altura do elemento e a condutividade homogênea e isotrópica, os componentes $[\tilde{\mathbf{Y}}_i(\sigma_i)]_{(k,m)}$, $(k, m = 1, 2, 3)$, da matriz $\tilde{\mathbf{Y}}_i$ são dados por:

$$[\tilde{\mathbf{Y}}_i(\sigma_i)]_{(k,m)} = \frac{e\sigma_i}{4\mathbb{A}_i} (\xi_k \xi_m + \tau_k \tau_m) \quad (3.19)$$

com

$$\begin{aligned} \xi_1 &= (y_2 - y_3) \quad , \quad \tau_1 = (x_3 - x_2) \\ \xi_2 &= (y_3 - y_1) \quad , \quad \tau_2 = (x_1 - x_3) \\ \xi_3 &= (y_1 - y_2) \quad , \quad \tau_3 = (x_2 - x_1) \end{aligned} \quad (3.20)$$

Logo, o somatório de todas as matrizes locais dos elementos equivale à aplicação do princípio variacional em todo o domínio discretizado, utiliza-se o princípio da superposição

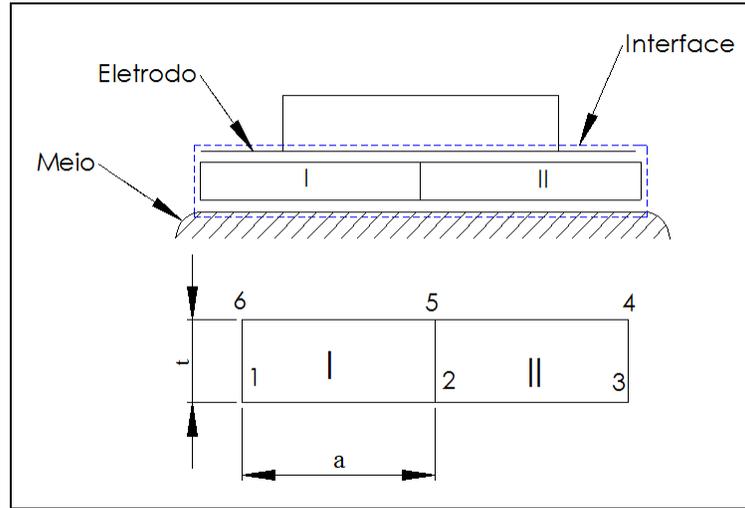


Figura 3.4: Discretização da interface eletrodo-meio. (Adaptado de (HUA et al., 1993))

de efeitos, ver (LOGAN, 1986)

$$\mathbf{Y}(\boldsymbol{\sigma}) = \sum_{i=1}^n [\tilde{\mathbf{Y}}_i(\sigma_i)] \quad (3.21)$$

onde $\boldsymbol{\sigma} \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de condutividade dos elementos e $\mathbf{Y}(\boldsymbol{\sigma}) \in \mathbb{R}^{m \times m}$ representa a *matriz global de condutividade* a qual é simétrica e singular.

3.2.2.2 Discretização dos eletrodos

Os eletrodos são discretizados em elementos finitos 2D seguindo o trabalho proposto por (HUA et al., 1993), no qual são resolvidas a eq. (3.5), a eq. (3.6) e a eq. (3.7) com o auxílio do MEF. Os detalhes da dedução não serão apresentados aqui.

A interface entre o eletrodo e o meio é discretizada em dois elementos finitos quadrangulares, com 6 nós no total, conforme mostrado na Fig. (3.4). A grande dificuldade consiste em se determinar a espessura t da camada intermediária, que é a responsável pela impedância de contato. Neste modelo de eletrodo são adotadas duas hipóteses para simplificar sua formulação matemática: a espessura da interface de contato t considera-se muito pequena em relação à largura do eletrodo $2a$, duas vezes a largura do elemento, ($t \ll 2a$), e os potenciais elétricos nodais na superfície em contato com o eletrodo (nós 4, 5 e 6), possuem valores iguais.

Para determinar a *matriz local de condutividade do eletrodo*, $\tilde{\mathbf{Y}}_j^e$, os autores seguem o mesmo procedimento utilizado para encontrar a matriz local de condutividade dos elementos do domínio Ω chegando em:

$$\tilde{\mathbf{Y}}_j^e = \frac{b\sigma_j}{t} \begin{bmatrix} \frac{a}{2} & 0 & 0 & \frac{-a}{2} \\ & a & 0 & -a \\ \text{sim} & & \frac{a}{2} & \frac{-a}{2} \\ & & & 2a \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

onde a é a largura do elemento, b é a espessura da interface, perpendicular a a e a t . Define-se

$$z_{e_j} = \frac{\sigma_j}{t} \quad (3.23)$$

como a condutância efetiva de contato em $[\Omega m^2]^{-1}$, em unidade do SI. A matriz $\tilde{\mathbf{Y}}_j^e$ representa a matriz de condutividade local do eletrodo escrita em termos das coordenadas globais da malha de elementos finitos com a que foi discretizado o domínio Ω . Assim, de forma semelhante à eq. (3.21) é adicionada a matriz $\tilde{\mathbf{Y}}_j^e$ de cada um dos l eletrodos à matriz global de condutividade

$$\mathbf{Y}(\boldsymbol{\sigma}) = \sum_{i=1}^n [\tilde{\mathbf{Y}}_i(\sigma_i)] + \sum_{j=1}^l [\tilde{\mathbf{Y}}_j^e(z_{e_j})] \quad (3.24)$$

com isto, a matriz global de condutividade $\mathbf{Y}(\boldsymbol{\sigma})$ tem m nós, l eletrodos e n elementos.

3.2.3 Resolvendo o problema direto

O vetor dos potenciais elétricos nodais desconhecidos $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^m$ é resolvido através do sistema de equações lineares dado por:

$$\mathbf{Y}(\boldsymbol{\sigma})\mathbf{V} = \mathbf{I} \quad (3.25)$$

onde $\boldsymbol{\sigma} \in \mathbb{R}^{n+l}$ é o vetor que contém as condutividades dos n elementos e a condutância efetiva de contato dos l eletrodos e $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^m$ é o vetor que agrupa as correntes injetadas. Para resolver a eq. (3.25) que governa o problema direto é necessário eliminar

a singularidade da matriz \mathbf{Y} , isto pode ser feito ao se escolher um nó arbitrário com valor nulo, chamado de terra. A imposição desta condição de contorno faz-se igualando a zero a linha e a coluna da matriz \mathbf{Y} correspondentes ao nó eleito e atribuindo ao elemento da intersecção o valor unitário, em seguida o sistema dado pela eq. (3.25) pode ser solucionado para \mathbf{V} . (YORKEY et al., 1987) descrevem este procedimento de forma pormenorizada.

Neste trabalho, escolheu-se utilizar para a realização dos ensaios a grandeza **resistividade** e não seu inverso, a **condutividade**. A resistividade é proporcional à quantidade de ar dentro do pulmão.

A exatidão dos valores de potenciais elétricos resultantes da eq. (3.25) depende da forma e o número total de elementos finitos disponíveis da malha. Uma malha com um número de elementos grande geralmente fornece valores de potencial elétrico mais exatos. A desvantagem de se ter uma malha muito refinada é o tempo computacional usado para gerar a solução do problema direto.

Para resolver o problema inverso é usada uma função objetivo a otimizar que mede as discrepâncias entre os potenciais elétricos medidos na fronteira $\partial\Omega$ e os potenciais elétricos calculados mediante o problema direto. O método de otimização usado aqui para minimizar a função objetivo é o *Simulated Annealing* (SA).

3.3 Método *Simulated Annealing* (Recozimento Simulado)

O *Simulated Annealing* (SA) é um método heurístico derivado de um algoritmo que simula o processo de recristalização de átomos num metal durante o recozimento, *annealing*, usando técnicas do tipo Monte Carlo. O algoritmo do qual se deriva o SA foi desenvolvido em 1953 por METROPOLIS et al. e conhecido como Algoritmo de Metropolis (AM). A analogia com a otimização combinatória foi introduzida em 1983 por KIRKPATRICK et al. e aperfeiçoada em 1985 por CERNY, quem perceberam a semelhança que existe entre o procedimento de recozimento estudado com o AM e os processos de otimização

combinatorial.

O termo recozimento, refere-se a um processo de resfriamento térmico que começa pela liquidação de um cristal a alta temperatura, seguido pela lenta e gradativa diminuição da temperatura, até que o ponto de solidificação seja alcançado quando o sistema atinge um estado de "energia mínima". Estados mínimos de energia caracterizam-se por uma perfeição estrutural do material submetido ao recozimento que não se obteria se o resfriamento não fosse gradual. Em condições menos cuidadosas de resfriamento, o material se cristalizaria com uma energia "localmente mínima", ou seja, a estrutura atômica do material seria irregular e fraca, com imperfeições.

O SA combina as vantagens das técnicas de melhoramento iterativo com técnicas de randomização resultando num poderoso instrumento de otimização, que vem sendo utilizado em diversos campos como problemas de agendamento (*scheduling problems*, *timetabling problems*), processamento de imagem, pesquisa operacional e num problema muito tradicional, o Problema do caixeiro viajante. Pode-se destacar a sua aplicabilidade geral para grande variedade de problemas de otimização combinatorial (AARTS; KORST, 1988), produzindo de forma consistente, soluções aproximadas de alta qualidade.

A principal vantagem do SA e pela qual difere dos métodos tradicionais de busca, é sua capacidade para escapar de mínimos locais, ver Fig. (3.5), graças ao emprego do critério de Metropolis para a aceitação dos deslocamentos, sendo capaz de encontrar o mínimo global, solução ótima, ou pelo menos o mínimo local mais próximo, solução quase ótima. Isto faz com que o método seja especialmente atrativo quando as funções a serem otimizadas apresentam múltiplos mínimos locais (LUTFIYYA et al., 1992). O método proposto por (METROPOLIS et al., 1953) calcula a distribuição de equilíbrio térmico de um conjunto de átomos para as diferentes temperaturas. Em cada iteração do AM é realizado um pequeno deslocamento aleatório de um átomo e é calculada a variação resultante da energia do sistema, $\Delta\epsilon$. Se $\Delta\epsilon \leq 0$, o deslocamento é aceito e esta configuração é usada como ponto de partida para o próximo passo, porém, o caso de que $\Delta\epsilon > 0$ é tratado

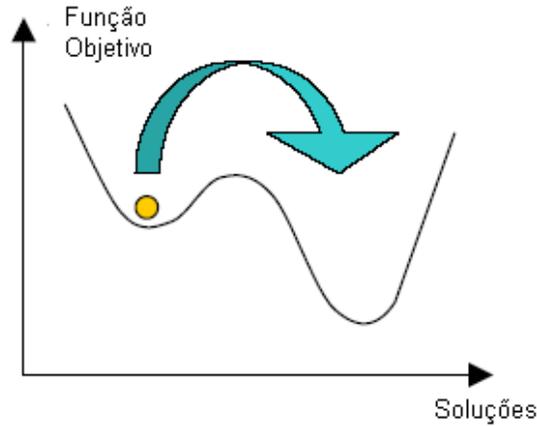


Figura 3.5: O SA escapa de mínimos locais

probabilisticamente. A probabilidade de aceitar o aumento de energia $\Delta\epsilon$ é,

$$P = \exp\left(\frac{-\Delta\epsilon}{K_B T}\right) \quad (3.26)$$

onde T é a temperatura do sistema e K_B é uma constante física chamada de constante de Boltzmann. A seguir, o valor de $P(\Delta\epsilon)$ calculado com a eq. (3.26), é comparado com um número aleatório gerado uniformemente entre 0 e 1. Se esse número for menor do que $P(\Delta\epsilon)$, então o aumento de energia é aceito, ou seja, a configuração original é substituída pela nova. Caso contrário, a configuração candidata é descartada.

Logo, aplicando-se o AM iterativamente, pode-se simular a movimentação térmica de átomos em contato com um banho térmico à temperatura T . A escolha de $P(\Delta\epsilon)$ tem como consequência a evolução do sistema de acordo com a distribuição de Boltzmann.

Ao aplicar o AM a um problema de otimização, a analogia física seria a seguinte:

- a energia ϵ do sistema \Leftrightarrow função objetivo F do problema de otimização,
- estado do sistema \Leftrightarrow solução do problema de otimização,
- estado atual do sistema \Leftrightarrow solução candidata,
- configuração de energia mínima \Leftrightarrow solução ótima,
- a temperatura T do sistema \Leftrightarrow parâmetro de controle.

O SA pode trabalhar com funções objetivo com múltiplos graus de liberdade que incluem não-linearidades, descontinuidades e estocasticidade; além de processar condições de fronteira e imposição de restrições completamente arbitrárias, (KIRKPATRICK et al., 1983; INGBER, 1983). (GEMEN; GEMAN, 1984) demonstraram que com uma temperatura inicial "suficientemente grande" e usando parâmetros adequados para o problema de otimização, o SA garante uma solução global ótima.

3.3.1 Descrição do Algoritmo

No Algoritmo SA devem-se definir uma série de parâmetros, uns específicos do problema em questão e outros genéricos independentes da natureza do problema em questão e que controlam o funcionamento. Como parâmetros específicos do problema têm-se:

- Um espaço de soluções \mathcal{S} , que é o conjunto finito de todas as soluções do problema,
- uma função objetivo F definida como $F : \mathcal{S} \rightarrow \mathfrak{R}$,
- um mecanismo de geração randômico, que permite o deslocamento desde uma solução a outra.

O ponto central do algoritmo localiza-se no processo de aceitação probabilística de uma solução vizinha, mesmo que esta apresente um aumento em F , que significa um custo maior. Resumindo, o algoritmo SA é basicamente caracterizado por duas operações: a primeira é a diminuição do valor do parâmetro de controle T sucessivamente ao longo das iterações k com base numa determinada *função de recozimento*; a segunda é a realização do ciclo de geração e aceitação de soluções descrito anteriormente e equivalente ao AM, de modo a serem encontradas as soluções correspondentes ao equilíbrio térmico a cada temperatura. O algoritmo termina quando é satisfeito um determinado *critério de parada*. A constante de Boltzmann K_B , em geral não se considera, toma valor unitário, pois não tem significado nos problemas de otimização. Portanto, a descrição do algoritmo básico do SA para problemas de minimização pode-se ser feita como na Fig. (3.3.1).

```

Algoritmo SA:

Início

S:= Solução inicial

T=T0; (Temperatura inicial)

Enquanto não (Critério de Parada) faça
  Enquanto não (Equilíbrio para T) faça
    S'= Vizinha de S;
    Faça  $\Delta\epsilon = F(S') - F(S)$ ;
    P= min(1, exp(- $\Delta\epsilon/T$ ));
    Se (random [0, 1) < P) então
      Faça S=S';
  Fim-Enquanto;
  Atualizar T; (segundo função de recozimento)
Fim-Enquanto;

Informar melhor solução como saída;

Fim

```

Figura 3.6: Pseudo-código do Algoritmo SA.

3.3.2 Convergência assintótica e Cadeias de Markov

A meta-heurística SA pode ser vista como um algoritmo que continuamente procura transformar uma solução atual S em outra vizinha S' . Este mecanismo probabilístico pode ser modelado matematicamente através de uma Cadeia de Markov (MC), a qual é uma seqüência de testes, onde o resultado de cada teste depende somente do resultado do teste anterior. A exploração do espaço das soluções do SA é equivalente ao percurso de uma MC onde os estados são as possíveis soluções do problema e as transições são os movimentos de uma possível solução para outra, que é muito dependente da vizinhança.

Neste trabalho não se pretende entrar em considerações teóricas sobre o modelo matemático do algoritmo. Uma abordagem detalhada a este nível pode ser encontrada

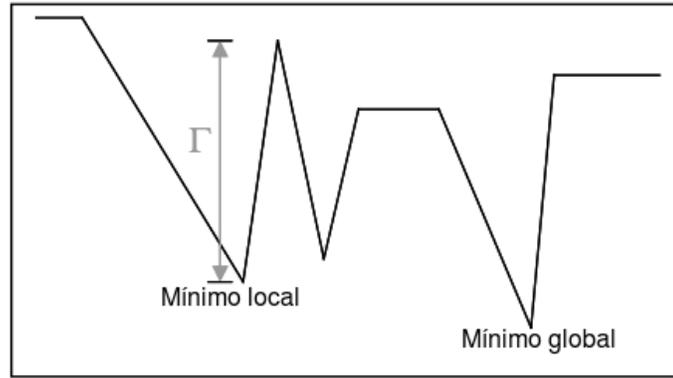


Figura 3.7: Explicação do valor de Γ no teorema de Hajek

em (AARTS; KORST, 1989) e (LAARHOVEN; AARTS, 1987), no entanto, existem alguns aspectos teóricos conclusivos que importa aqui salientar.

No modelo teórico é provado que o algoritmo SA converge assintoticamente para o conjunto das soluções ótimas globais sob a condição da distribuição de Boltzmann, eq. (3.26), ser atingida para cada valor de T . A convergência assintótica é caracterizada pela diminuição gradual do valor de T que tende para zero à medida que o número de iterações do algoritmo tende para o infinito.

(HAJEK, 1988) propôs uma função de recozimento baseado em resultados teóricos que assegura a convergência assintótica do algoritmo. Essa função é dada por:

$$\varphi(k) = \frac{\Gamma}{\log(1+k)} \quad (3.27)$$

onde Γ é a máxima profundidade necessária para escapar de qualquer ótimo local -não global-, ver Fig. (3.7). (HAJEK, 1988) definiu a profundidade de um mínimo local como o aumento na função objetivo necessário para escapar desse mínimo para o vale de um qualquer outro mínimo da função. No entanto, na prática, esta função de recozimento não tem provado ser muito útil porque: o valor de Γ é difícil de se estimar; implica uma taxa de recozimento tão baixa que o algoritmo se torna demasiado lento e, portanto, impraticável na resolução de muitos problemas. Este resultado teórico é, contudo, não especialmente útil, já que o tempo de recozimento requerido para assegurar uma grande probabilidade de sucesso, excederá normalmente o tempo requerido para uma busca

completa no espaço de soluções. Assim, a garantia de convergência para a solução ótima em qualquer implementação prática é inviável, logo, deve-se proceder a uma aproximação da convergência assintótica em tempo polinomial. Pesquisas nesta área tem levado ao desenvolvimento de várias funções de recozimento que constituem uma aproximação do comportamento do SA em tempo finito e permitem a obtenção de soluções finais muito perto do ótimo conforme testado numa variedade de problemas.

3.3.3 Aproximação da convergência e parâmetros heurísticos

De acordo com o modelo matemático estabelecido para o SA, pode-se realizar uma implementação do algoritmo em tempo finito pela geração de MC homogêneas de comprimento finito⁹ e para uma seqüência finita de valores decrescentes de T . Para conseguir isto, requer-se determinar uma função de recozimento, *cooling schedule*, que defina a evolução de T durante um número limitado de iterações.

Embora muitas funções de recozimento sejam possíveis, só duas delas são geralmente usadas na prática: o "resfriamento geométrico" (*geometric cooling*) e o "resfriamento logarítmico" (*logarithmic cooling*). (HAJEK, 1988) provou que após um número muito grande de iterações tendendo a infinito, a primeira destas funções de recozimento encontra o mínimo global. Ambas funções de recozimento se comportam de forma similar, pois enquanto T tende assintoticamente a zero elas tendem assintoticamente ao mínimo global. No entanto, segundo a aplicação, às vezes a convergência do resfriamento logarítmico é mais lenta do que a do geométrico. Conforme apresentado na literatura, quando o SA é usado numa nova aplicação é preferível começar com uma destas duas funções de recozimento e apenas considerar outras no caso das primeiras falharem em dar resultados satisfatórios. Levando em conta isto, neste trabalho optou-se por usar num começo o resfriamento geométrico, cuja fórmula geral é dada por:

$$T_{k+1} = \alpha T_k \quad (3.28)$$

⁹Uma MC é *finita* se tem um conjunto finito de resultados e *homogênea* se as probabilidades de transição são independentes do número do evento.

o fator α é uma constante próxima do valor unitário (0.8 - 0.99) que dita o ritmo de decremento de T , sendo denominado "fator de resfriamento" (*cooling factor*).

Finalmente, dentre os parâmetros genéricos que devem ser definidos encontram-se:

- O valor inicial para o parâmetro de controle, T_0 , deve ser um valor suficientemente elevado tal que todas as soluções candidatas na vizinhança, tanto as que melhoram como as que pioram o valor da função objetivo, tenham uma probabilidade próxima de 1 de ser escolhidas.
- O valor do fator de resfriamento α é determinante na convergência do SA. Se α é bastante alto, a probabilidade de convergir para um ótimo local se incrementa mas aumenta desnecessariamente o tempo de cômputo. Os valores mais comumente usados, e também testados neste trabalho, estão entre 0.8 e 0.99 (ELLIOTT, 2001).
- O número de iterações para atingir o equilíbrio em uma dada temperatura, N_t . O critério mais simples é fazer um número fixo de iterações antes de se mudar o parâmetro de controle, ou temperatura.
- O critério de parada mais simples de todos é a pré-definição do número total de iterações N a executar pelo algoritmo. No entanto, este critério necessita ser cuidadosamente escolhido em conjunto com os demais parâmetros a fim de que o algoritmo chegue a temperaturas suficientemente baixas que garantam a convergência. Teoricamente T deveria atingir o valor zero antes do critério de parada ser satisfeito. Contudo, não existe necessidade de diminuí-la exatamente até o valor zero. De fato, a uma T próxima de zero a probabilidade de uma transição traduzir-se num aumento da função objetivo é muito pequena, praticamente nula. Nestas condições, é improvável que a solução atual escape completamente de um vale que contem um ótimo local para outro vale. Este critério de parada foi usado neste trabalho.

Os parâmetros heurísticos acima mencionados devem ser introduzidos para

melhorar o desempenho (i.e, eficiência, convergência, rapidez) como também a eficácia (i.e, qualidade das soluções encontradas) do algoritmo.

4 METODOLOGIA E ENSAIOS

Neste capítulo serão descritos a metodologia usada, a adaptação do Simulated Annealing à Tomografia por Impedância Elétrica e os ensaios realizados para sua implementação.

4.1 Fantoma numérico

Será usado um fantoma numérico para calcular um conjunto de dados de potenciais elétricos, simulando os dados que normalmente são coletados pelo tomógrafo, e desta forma testar o algoritmo de estimação de imagem. Este fantoma consiste no domínio Ω discretizado em elementos finitos, cuja distribuição de resistividade ρ^* é escolhida, e permite obter os potenciais elétricos medidos \mathbf{V}_m na fronteira $\partial\Omega$ através dos l eletrodos para cada um dos p padrões de corrente injetados. Isto é, para encontrar os potenciais elétricos medidos nos eletrodos resolve-se o problema direto para cada padrão de corrente mediante a eq. (3.25), sendo que, o vetor \mathbf{V}_m contém apenas os potenciais elétricos dos eletrodos. Logo, estes potenciais elétricos são usados para a estimação de imagem através do algoritmo implementado a qual é comparada com a distribuição ρ^* escolhida para o fantoma numérico. Os ruídos provenientes do *hardware* e de agentes externos como campos elétricos, podem ou não ser simulados no fantoma.

Para simular uma situação mais próxima da real, a malha usada para discretizar o domínio do fantoma deve possuir um número maior de elementos finitos do que a malha usada para resolver o problema inverso. Porém, é interessante também verificar a resposta no caso em que as duas malhas de elementos finitos sejam iguais, situação conhecida como

crime de inversão, para detectar erros grosseiros de programação.

4.2 Adaptação de SA à TIE

Na ausência de regularizações, assume-se que pela minimização da diferença entre os potenciais elétricos medidos \mathbf{V}_m e os potenciais elétricos calculados \mathbf{V}_c a imagem estimada convergirá para a imagem real. Nestas condições o algoritmo maximizará a verossemelhança. Desta forma, escolheu-se como função objetivo o erro quadrático entre estes potenciais elétricos e o problema é descrito por meio do seguinte modelo de otimização não-linear

$$\begin{aligned} \min_{\boldsymbol{\rho} \in \Omega} \quad & F(\boldsymbol{\rho}) \\ F(\boldsymbol{\rho}) = \quad & \frac{1}{2} \|\mathbf{V}_m - \mathbf{V}_c(\boldsymbol{\rho})\|_2^2 \end{aligned} \quad (4.1)$$

Na i -ésima iteração o SA começa com a configuração $\boldsymbol{\rho}_i$ e gera uma nova configuração dentro da vizinhança definida como:

$$\boldsymbol{\rho}_{novo} = \boldsymbol{\rho}_i + \Delta\boldsymbol{\rho} \quad (4.2)$$

onde $\Delta\boldsymbol{\rho}$ é um vetor aleatório gerado no intervalo $[-1, 1]$. Os valores da função objetivo para estas duas configurações $F(\boldsymbol{\rho}_i)$ e $F(\boldsymbol{\rho}_{novo})$, são calculados pela eq. (4.1). No problema de minimização, se

$$\Delta F = F(\boldsymbol{\rho}_{novo}) - F(\boldsymbol{\rho}_i) < 0 \quad (\text{i.e., } \boldsymbol{\rho}_{novo} \text{ é melhor}) \quad (4.3)$$

então, o novo movimento é aceito, caso contrário, é aceito com uma probabilidade $P(i)$

$$P(i) = \exp\left(-\frac{\Delta F}{T_i}\right) \quad (4.4)$$

onde T_i é o parâmetro de controle, ou temperatura, na i -ésima iteração que é controlado pela função de recozimento usando o fator de resfriamento geométrico como definido na eq. (3.28).

O problema direto da TIE é utilizado no cálculo de $\mathbf{V}_c(\boldsymbol{\rho})$ que faz parte da eq. (4.3) através da eq. (4.1). Isto significa que para cada transição no espaço de soluções, resolve-se primeiro a eq. (3.25) para obter $\mathbf{V}_c(\boldsymbol{\rho})$. A seguir, calcula-se $F(\boldsymbol{\rho})$ baseando-se na eq. (4.1). Depois disto, utiliza-se o critério de Metropolis para aceitar ou rejeitar uma nova configuração como foi mencionado acima.

4.3 Restrições do espaço solução e procedimento de regularização

4.3.1 Restrições

Na TIE é necessário incluir informação adicional no problema de estimação. Esta informação podem ser dados anatômicos obtidos por exemplo de uma imagem de ressonância Magnética (RM) junto com as resistividades conhecidas dos diferentes tecidos ou ainda o nível de ruído do sistema de medição. Este procedimento já foi usado por (WOO et al., 1992; VAUHKONEN et al., 1995) com excelentes resultados.

Neste trabalho a busca cobre o domínio inteiro da distribuição de impedância restringindo o espaço solução tal que cada valor de resistividade esteja limitado entre um limite superior e um limite inferior. Os valores dos limites são definidos segundo a informação que se tem acerca do problema.

Foram necessárias algumas modificações no algoritmo descrito anteriormente. As modificações se centram na obtenção do novo ponto candidato, ou configuração candidata, que deve ser gerado na vizinhança do ponto atual, aplicando movimentos aleatórios ao longo de cada direção coordenada e satisfazendo os limites impostos (CORANA et al., 1987). Basicamente, a diferença deste novo algoritmo, é que as variáveis da função a minimizar $F(\boldsymbol{\rho})$ definidas pelo vetor $\boldsymbol{\rho} \in \mathbb{R}^n$, variam num intervalo finito e contínuo, isto é, $a_1 < \rho_1 < b_1$, $a_2 < \rho_2 < b_2, \dots, a_n < \rho_n < b_n$. Portanto, para uma iteração i é gerado um

ponto aleatório na direção h , assim

$$\boldsymbol{\rho}' = \boldsymbol{\rho}_i + r\gamma_h\boldsymbol{\beta}_h \quad (4.5)$$

onde r é o número aleatório gerado no intervalo $[-1, 1]$, $\boldsymbol{\beta}_h$ é o vetor da h -ésima coordenada e γ_h é o componente do vetor de passo $\boldsymbol{\gamma}$ ao longo da mesma direção. Se a h -ésima coordenada de $\boldsymbol{\rho}'$ se encontrar fora do domínio de definição de $F(\boldsymbol{\rho})$, ou seja, se $\rho'_h < a_h$ ou $\rho'_h > b_h$, então deve-se gerar um novo ponto aleatório nessa direção. Com isto, garante-se que a probabilidade de aceitar um novo ponto que esteja fora dos limites impostos seja nula e que todo o domínio definido seja percorrido.

A magnitude do vetor de passo $\boldsymbol{\gamma}$ está relacionada à proporção de aceitação $ac \equiv M_a/M_t$, onde M_a é o número de movimentos aceitos e M_t é o número total de movimentos avaliados, ambos para um certo valor do parâmetro de controle T . Para cada direção h , o novo componente de $\boldsymbol{\gamma}'$ é definido como:

$$\gamma'_h = \begin{cases} \gamma_h \left(1 + \zeta \frac{M_a/M_t - 0.6}{0.4} \right) & \text{se } M_a > 0.6M_t, \\ \frac{\gamma_h}{1 + \zeta \frac{0.4 - M_a/M_t}{0.4}} & \text{se } M_a < 0.4M_t, \\ \gamma_h & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (4.6)$$

onde ζ é um parâmetro constante. O objetivo dessas variações no comprimento de passo é manter a porcentagem média de movimentos aceitos em aproximadamente 50% do número total de movimentos, para um dado valor de T . As referências (CORANA et al., 1987; VANDERBILT; LOUIE, 1984; BOHACHEWSKY et al., 1986) fornecem uma discussão mais detalhada na escolha de um tamanho de passo do domínio contínuo e na adoção de outros esquemas.

4.3.2 Regularização

Para resolver problemas mal-condicionados é necessário fornecer informação adicional. Na TIE para estimar a distribuição de resistividade do domínio são necessárias técnicas de regularização. Uma regularização consiste na determinação da solução aproximada mais

suave compatível com os dados de observação, para certo nível de ruído. A busca da solução mais suave, regular, é um tipo de informação *a priori* que transforma o problema mal-condicionado num problema bem-condicionado.

A Regularização Generalizada de Tikhonov (RGT) incorpora uma filtragem das elevadas taxas de variação espacial de resistividade, na prática é um filtro passa-baixa, ao problema de estimação e permite obter soluções mais suaves. A versão da RGT do problema inverso da TIE pode ser escrita como:

$$\min_{\boldsymbol{\rho} \in \Omega} F(\boldsymbol{\rho})$$

$$F(\boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{2} \left\{ \|\mathbf{V}_m - \mathbf{V}_c(\boldsymbol{\rho})\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{R}\boldsymbol{\rho}\|^2 \right\} \quad (4.7)$$

onde \mathbf{R} e λ são a matriz de regularização e o parâmetro de regularização respectivamente. Na literatura existem várias aproximações para determinar \mathbf{R} e λ (COHEN-BACRIE et al., 1997; VAUHKONEN et al., 1996; GROOTVELD et al., 1998), porém a mais freqüentemente escolhida, fixa \mathbf{R} com a matriz de identidade \mathbb{I} e ajusta λ empiricamente.

Neste trabalho será implementado, para os ensaios com dados provenientes do tórax humano, um filtro gaussiano passa altas freqüências espaciais \mathbf{F} , e \mathbf{R} será substituído por \mathbf{F} na eq. (4.7) (GONZALEZ; WOODS, 2002).

4.4 Ensaios com simulações numéricas

As simulações numéricas e avaliações experimentais são efetuadas em computadores com sistema operacional Linux, distribuição Fedora Core. Os algoritmos são desenvolvidos em linguagem C e compilados com *Gnu C*. As malhas de elementos finitos são geradas no software *Gmsh* da *Free Software Foundation* em plataforma Linux.

Para calcular os potenciais elétricos, simulando uma coleta de potenciais, é usado o fantoma numérico como explicado na seção 4.1. O objetivo de trabalhar com simulações numéricas é identificar um algoritmo estável para ser utilizado na avaliação dos ensaios experimentais. Nas simulações numéricas basicamente seguem-se os seguintes passos:

- Adotam-se uma distribuição de resistividade $\rho^* \in \mathbb{R}^n$, os parâmetros dos modelos de eletrodos e um domínio de interesse Ω ;
- gera-se uma primeira malha de elementos finitos, para o domínio adotado, incluindo os eletrodos posicionados no contorno $\partial\Omega$, a qual é usada no fantoma numérico;
- resolve-se o problema direto e encontra-se o vetor dos potenciais elétricos calculados, $\mathbf{V}_m \in \mathbb{R}^{l^2}$, formado pelo empilhamento dos vetores potenciais elétricos de cada um dos padrões de corrente p ;
- gera-se uma segunda malha de elementos finitos menos refinada com n elementos e l eletrodos, utilizando a mesma geometria da malha do problema direto.
- resolve-se o problema inverso através de iterações do algoritmo SA implementado para minimizar o erro quadrático entre $\mathbf{V}_m \in \mathbb{R}^{l^2}$ e $\mathbf{V}_c \in \mathbb{R}^{l^2}$. A cada iteração é atualizado \mathbf{V}_c por meio do problema direto até chegar numa solução, numa distribuição de resistividade, que minimiza F .

Para os ensaios será adotado um domínio circular de 300 mm de diâmetro bem como a região perturbada que é também circular. A corrente injetada é de 2mA e é usado o método *padrão pula um eletrodo*, ver Fig. (3.3(a)). Em nenhum dos casos é cometido o chamado *crime de inversão*, a malha do problema direto é mais refinada que a malha do problema inverso.

4.4.1 Ensaio 1

Para resolver o problema direto com o fantoma numérico o domínio é discretizado por 547 nós, 980 elementos triangulares 2D e 16 eletrodos. A resistividade dos elementos do domínio na imagem original é de $10\Omega\text{m}$ exceto para uma região circular na qual é imposta uma resistividade de $500\Omega\text{m}$ para simular o objeto. A malha de elementos finitos usada para o problema inverso tem 229 nós, 344 elementos e 16 eletrodos. A Fig. (4.1(a)) mostra a imagem original, o objeto é representado em vermelho e os demais elementos

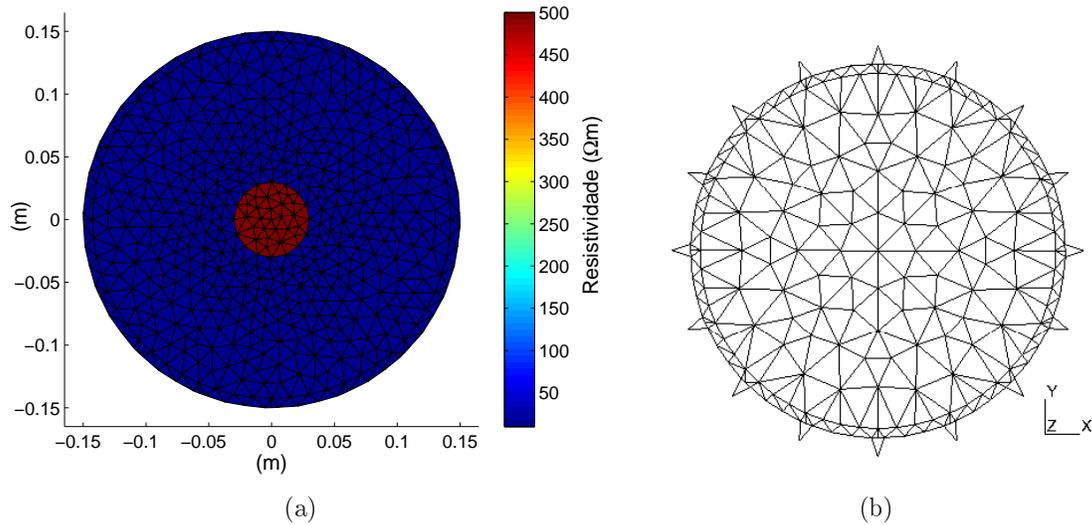


Figura 4.1: (a) imagem original e (b) malha do problema inverso para o Ensaio 1.

são representados em azul. A Fig. (4.1(b)) apresenta a malha do problema inverso.

O parâmetro de controle inicial T_0 é 100, o fator de resfriamento α é 0,9, o critério de parada é 22 iterações, o número de iterações a cada temperatura N_t é 15, o vetor de passo γ é mudado a cada 2 iterações e o parâmetro ζ que controla sua variação é igual a 2. Os valores de resistividade estão entre $10\Omega\text{m}$ e $500\Omega\text{m}$ e o valor da distribuição inicial de resistividade ρ_0 , igual para todo o domínio, é de $12\Omega\text{m}$. O valor do parâmetro do modelo de eletrodo é $0,02\Omega\text{m}^2$ para todos os eletrodos.

4.4.2 Ensaio 2

A finalidade deste teste é verificar se o algoritmo identifica o movimento do objeto, definido pela região perturbada, para um lugar diferente dentro do domínio. A resistividade dos elementos do domínio na imagem verdadeira é de $10\Omega\text{m}$ e para o objeto é de $1000\Omega\text{m}$. Para resolver o problema direto com o fantoma numérico o domínio é discretizado por 648 nós, 1114 elementos triangulares 2D e 30 eletrodos. A malha de elementos finitos utilizada no problema inverso tem 304 nós, 426 elementos e 30 eletrodos. A Fig. (4.2(a)) mostra a imagem original, o objeto é representado em vermelho e os demais elementos são representados em azul, e a Fig. (4.2(b)) mostra a malha do problema inverso.

T_0 é 1,0, α é 0,95, o critério de parada é de 28 iterações, N_t é 20, γ muda-se a cada 3

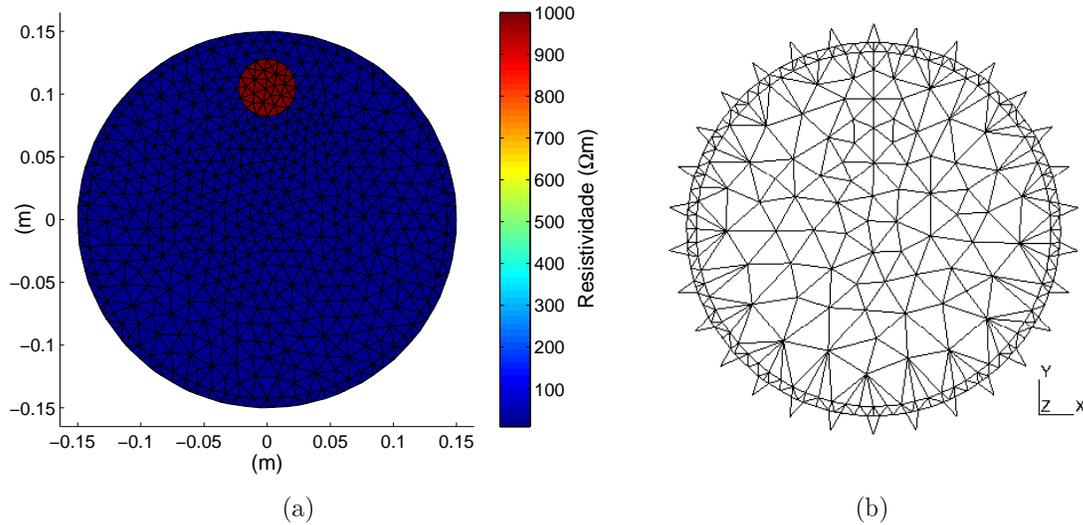


Figura 4.2: (a) imagem original e (b) malha do problema inverso para o Ensaio 2.

iterações, ζ é igual a 0,02. Os limites de resistividade estão entre $10\Omega\text{m}$ e $1000\Omega\text{m}$ e ρ_0 , igual para todo o domínio, é igual a $12\Omega\text{m}$. O parâmetro do modelo de eletrodo é $0,02\Omega\text{m}^2$ para todos os eletrodos.

4.5 Ensaios com dados de bancada experimental

Para os ensaios com bancada experimental segue-se um procedimento similar ao usado nas simulações numéricas, exceto que o vetor de potenciais elétricos \mathbf{V}_m , é medido. Uma fonte de corrente injeta uma corrente senoidal alternada de 2mA pico a 125 kHz num par dos eletrodos. Os eletrodos são posicionados ao redor de uma cuba cilíndrica de 300mm de diâmetro interior, contendo 0,3 g/L de solução salina (NaCl) e com uma resistividade aproximada de $17\Omega\text{m}$ e 5mm de altura. As correntes são injetadas e os potenciais elétricos são medidos através de uma placa de aquisição de dados, seguindo os padrões de corrente representados na Fig. (3.3(a)). O objetivo deste teste é identificar um objeto circular de vidro de 32mm de diâmetro e resistividade de $10^6 \Omega\text{m}$ aproximadamente, o qual é imerso dentro da cuba. Os 30 eletrodos são retangulares com 35mm de altura e 10mm de largura.

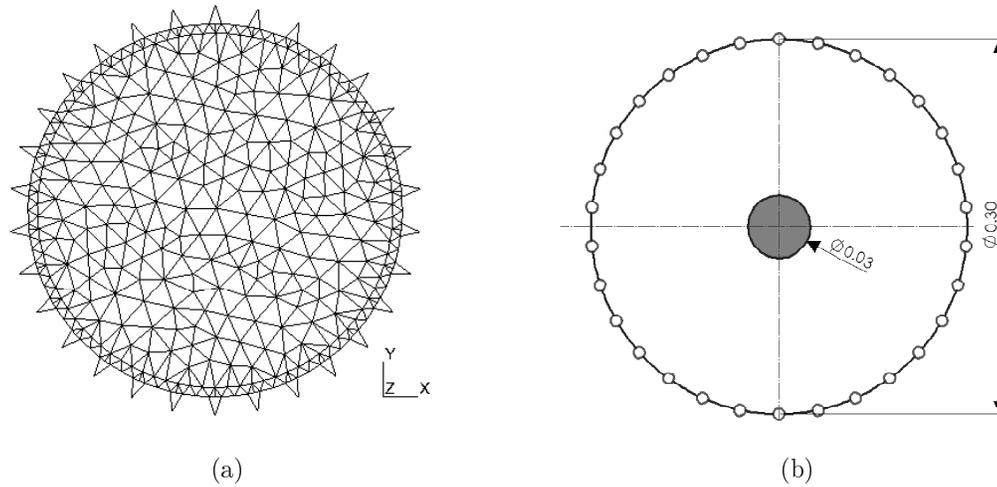


Figura 4.3: (a) malha do problema inverso e (b) disposição para o ensaio 3

4.5.1 Ensaio 3

O objeto é posicionado no centro da cuba como mostrado na Fig. (4.3(b)). A malha de elementos finitos utilizada para o problema inverso é de 409 nós, 636 elementos e 30 eletrodos, ver Fig. (4.3(a)). O teste é implementado usando T_0 igual a 5, α igual a 0,99, o critério de parada é 50 iterações, N_t igual a 15, γ muda-se a cada 2 iterações, ζ igual a 1. Os limites de resistividade estão entre $10\Omega\text{m}$ e $200\Omega\text{m}$, ρ_0 é igual a $25\Omega\text{m}$. O parâmetro do modelo de eletrodo é igual a $0.02\Omega\text{m}^2$, para todos os eletrodos.

4.6 Ensaios com dados de tórax humano

Os dados foram coletados dentro do projeto temático FAPESP número 01/05303 – 4, vigente de 01/07/2002 até 31/08/2008. As medidas de potencial elétrico resultantes da injeção do *padrão pula três eletrodos* de corrente, ver Fig. (3.3(b)), para 32 eletrodos dispostos ao redor do tórax de um indivíduo, ver Fig. (4.5(a)), foram adquiridas durante 1000 *frames*, enquanto os pulmões permaneciam com ar, durante inspiração. Para o ensaio foi usado o sistema de TIE, tomógrafo, mostrado na Fig. (4.5(b)) através do qual injetou-se uma corrente senoidal alternada de 4,33 mA pico a uma frequência de 125 kHz.

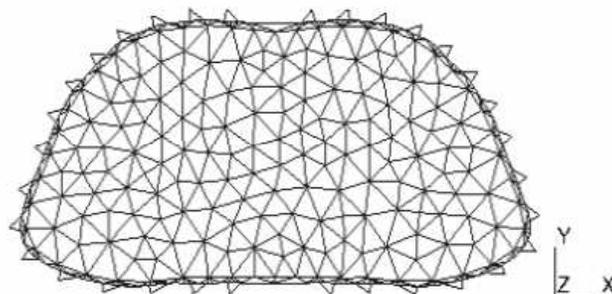
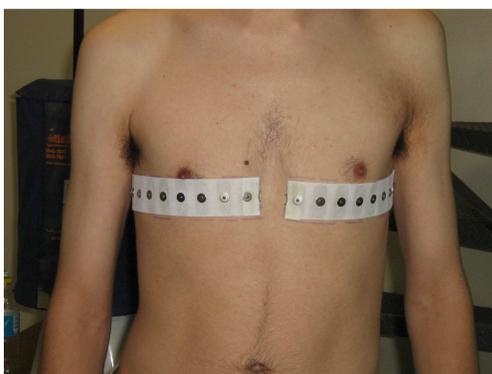


Figura 4.4: malha do problema inverso para o ensaio 4.

4.6.1 Ensaio 4

Para resolver o problema inverso é gerada uma malha não-circular levando em conta o perímetro do indivíduo, a separação dos eletrodos, a largura e comprimento da caixa torácica, entre outras medidas, com a finalidade de reconstruir uma geometria mais próxima do tórax real; esta malha é de 371 nós, 515 elementos e 32 eletrodos, ver Fig. (4.4). O teste é implementado usando T_0 igual a 30000, α igual a 0,75, o critério de parada de 100 iterações, N_t igual a 1, γ muda-se a cada iteração e ζ igual a 2. Os limites de resistividade estão entre $1\Omega\text{m}$ e $8\Omega\text{m}$ e ρ_0 igual a $2,5\Omega\text{m}$. O parâmetro do modelo de eletrodo é igual a $0,02\Omega\text{m}^2$, para todos os eletrodos. O parâmetro de regularização para o filtro gaussiano passa-altas frequências espaciais, λ , é igual a $5,0e - 06$.



(a)



(b)

Figura 4.5: (a)Fixação dos eletrodos no tórax; (b)Tomógrafo usado no ensaio 4.

5 RESULTADOS

Neste capítulo apresentam-se os resultados obtidos nos ensaios e alguns comentários a respeito deles.

5.1 Resultados com dados de simulações numéricas

As figuras 5.2(a), 5.2(b), 5.1(a) e 5.1(b) mostram as imagens e a evolução da função objetivo obtidas com o algoritmo SA implementado para os ensaios 1 e 2¹. Em ambos dos ensaios a posição e o tamanho do objeto simulado foram recuperados corretamente e a amplitude alcançou o valor previsto, tanto a região perturbada quanto o resto do domínio. Entretanto, devido às malhas não serem muito refinadas e à dificuldade para sintonizar os parâmetros do SA, alguns elementos do vetor de resistividade não atingiram o limite superior. Para o ensaio 1 o tempo decorrido foi de 103 minutos e o valor final da função objetivo foi $4,02e - 04$. Já o ensaio 2 levou 202 minutos e o valor final da função objetivo foi de 0.0650. A função objetivo no ensaio 2 convergiu mais rapidamente do que no ensaio 1, devido a particular escolha de parâmetros do SA, ao número maior de elementos na malha do ensaio 2 e ao número maior de eletrodos usados no ensaio 2, 30 eletrodos, que equivale a 900 medidas de potencial elétrico.

Estes resultados atestam a capacidade do algoritmo de estimar imagens com elevadas descontinuidades espaciais na resistividade. Isto ocorre por dois motivos, não foi utilizada regularização que limite a derivada espacial da resistividade e o algoritmo não requer o

¹Nas figuras da evolução da função objetivo foi representado o valor médio da F.O depois de cada $Nt * Ns * n$ iterações, ou seja, mostra-se o valor médio de F.O para cada iteração geral N . Ns é o número de iterações antes de se mudar o tamanho do passo e n o número de elementos da malha.

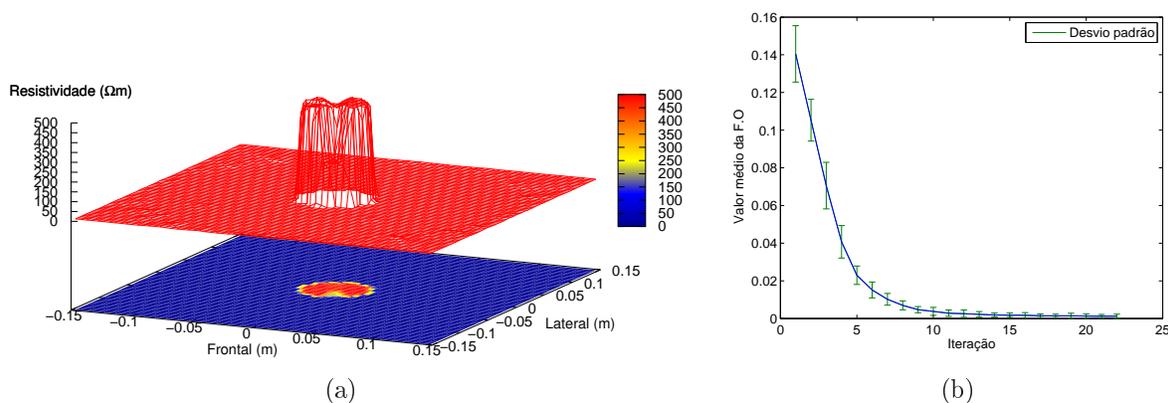


Figura 5.1: (a)Imagem estimada e (b) evolução da função objetivo no ensaio 1.

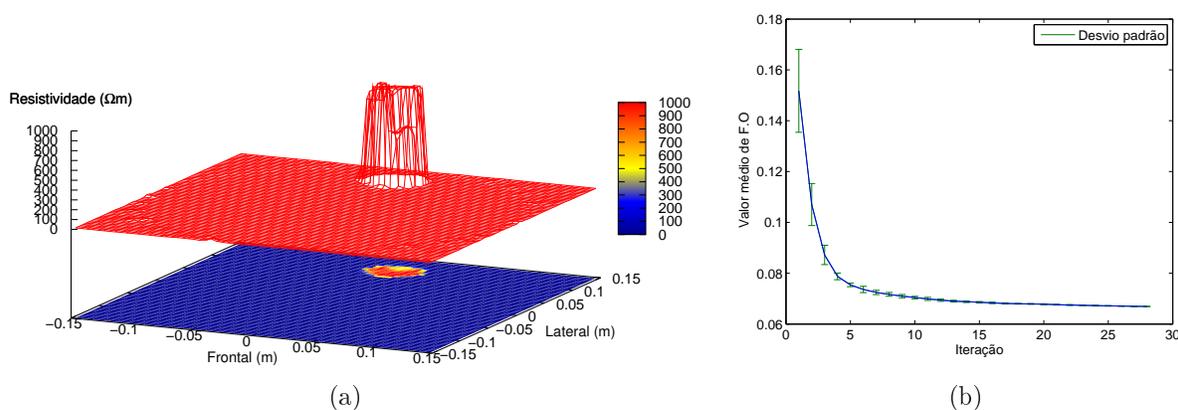


Figura 5.2: (a)Imagem estimada e (b)evolução da função objetivo no ensaio 2.

cálculo de derivadas da função objetivo, fato que introduz erros numéricos na imagem final. Ao usar a função objetivo diretamente, aumenta o tempo de busca da solução, em geral, visto que a busca se torna um pouco mais exaustiva por não estar guiada por derivadas.

5.2 Resultados com dados de bancada experimental

As figuras 5.3(a) e 5.3(b) mostram a imagem e a evolução da função objetivo obtidas com o algoritmo SA implementado no ensaio 3. A posição do objeto foi recuperada propriamente mas seu diâmetro resultou maior que o esperado, isto está provavelmente relacionado ao pequeno refinamento da malha e à ausência de uma informação *a priori* razoável, o limite inferior de resistividade foi admitido $10,0 \Omega m$. A região de alta resistividade foi

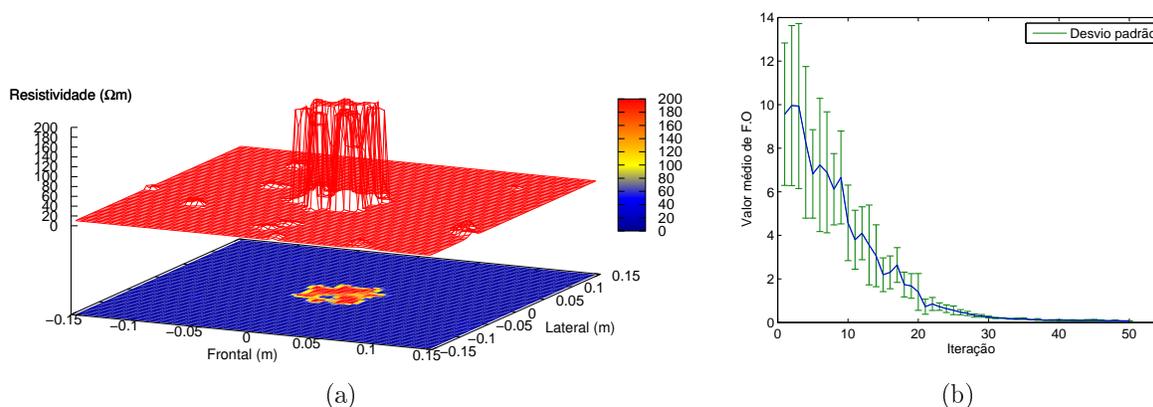


Figura 5.3: (a)Imagem estimada e (b)evolução da função objetivo no ensaio 3.

identificada mas alguns elementos em torno dela, que não deveriam, atingiram um valor de resistividade acima do previsto. No entanto, devido à discretização e à dificuldade para sintonizar os parâmetros do SA, não todos os elementos que deveriam alcançar o limite superior, de fato, alcançaram. O tempo que levou o teste foi de 413 minutos e o valor final da função objetivo foi 0.0728.

Utilizando dados experimentais é usual que os valores de resistividade absoluta sejam subestimados. Os valores nominais de corrente informados ao algoritmo não estão necessariamente corretos. Nos valores de potenciais elétricos há ruído e viés de calibração. A calibração difere de canal para canal de medida.

5.3 Resultados com dados de tórax humano

As figuras 5.4(a) e 5.4(b) mostram a imagem e a evolução da função objetivo obtidas com o algoritmo SA implementado no ensaio 4. A posição dos pulmões foi recuperada mais não completamente, pois seu tamanho resultou abaixo do esperado, isto está provavelmente relacionado ao pequeno refinamento da malha, à ausência de informação *a priori* precisa e à falta de alguns dos potenciais elétricos que foram retirados devido à saturação das medidas durante a aquisição dos dados. O valor de resistividade para os pulmões com ar alcançou aproximadamente o valor esperado, cerca de $8 \Omega m$. Do ponto de vista anatômico, os órgãos aparecem deslocados para a borda do modelo, sinal característico

de sensibilidade não uniforme ao longo do domínio. A região da coluna vertebral ou não foi identificada, ou foi deslocada para o contorno do domínio. O menor valor permitido de resistividade foi de $2 \Omega\text{m}$. A imagem apresenta poucos artefatos perto do contorno do domínio. O ensaio levou 429 minutos para ser realizado e o valor final da função objetivo foi 0,45.

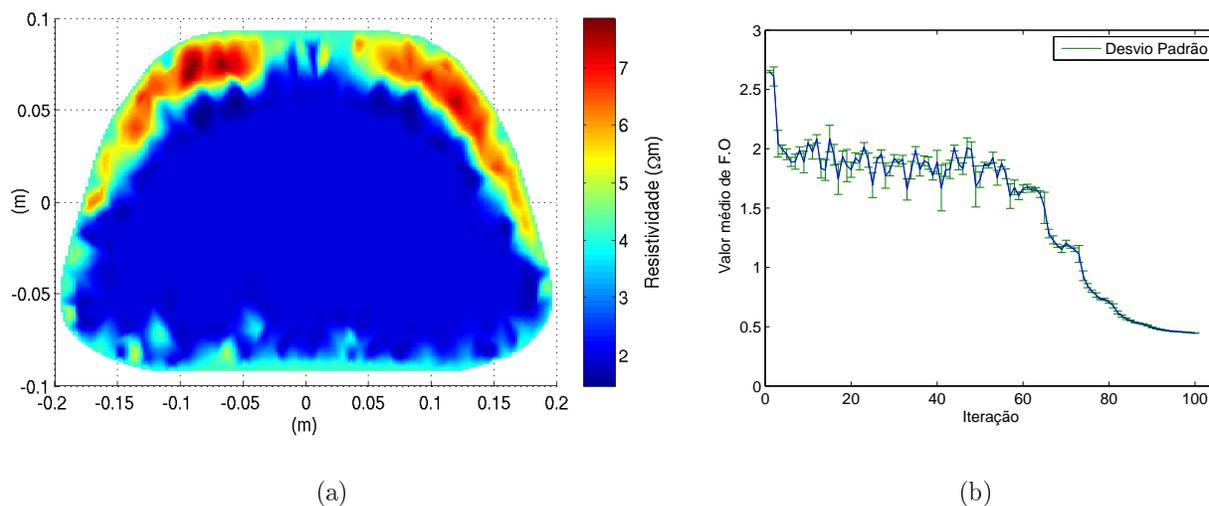


Figura 5.4: (a)Imagem estimada e (b)evolução da função objetivo para ensaio 4.

O uso de um modelo 2D para representar o tórax provoca um aumento da não uniformidade da sensibilidade no domínio e isto explica parcialmente o desvio da localização dos pulmões para perto do contorno do domínio, região que apresenta a maior sensibilidade no domínio.

6 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A respeito das imagens decorrentes de dados simulados, Ensaio 1 e Ensaio 2, podemos dizer que o método mostrou ser dos mais precisos em termos de localização do objeto, tamanho do objeto e em termos de precisão na resistividade. O Simulated Annealing permite estimar a distribuições de resistividade com elevadas descontinuidades no espaço, nestas condições ideais, praticamente sem ruído, porém com erros de modelagem. Estas imagens revelam também a necessidade de introdução de uma regularização que favoreça imagens mais suaves no espaço, elas contém elevadas variações espaciais dentro da região do objeto.

O Ensaio 3 nos revela como se comporta o método quando os dados provém de medidas em uma bancada experimental. Diversos fatores devem ser levados em conta ao analisar a imagem obtida, cada padrão de corrente injeta intensidade de corrente ligeiramente diferentes, cada canal de medida de potencial elétrico tem calibração ligeiramente diferente, cada medida de potencial elétrico tem ruído de quantização e ruído proveniente de interferências eletromagnéticas e eletrostáticas, e finalmente, não foi utilizada nenhuma regularização que controle a maior frequência espacial da imagem obtida. A imagem obtida apresentou boa localização do objeto, tamanho do objeto um pouco superior ao esperado e elevadas frequências espaciais. As elevadas frequências espaciais são facilmente evitadas com o emprego de uma regularização generalizada de Tikhonov, sendo, portanto, um efeito que não desqualifica o método como método utilizável para gerar imagens médicas.

O Ensaio 4 é o ensaio mais exigente. A imagem obtida decorre de dados

provenientes de um tórax humano, tendo ocorrido em condições próximas daquelas que se espera no ambiente clínico. Neste ensaio foi utilizada uma regularização generalizada de Tikhonov que tem o efeito de evitar altas frequências espaciais na imagem e que decorre de um filtro Gaussiano passa-alta. Não se deve esperar deste método, e com esta regularização, uniformidade de sensibilidade ao longo do domínio. De fato, a imagem obtida apresenta severa deformação no sentido de deslocar os órgãos para fora do domínio aproximando-os da fronteira do domínio. A não uniformidade da sensibilidade dentro do domínio decorre, parcialmente, de erros de modelagem como o pequeno refinamento da malha na proximidade dos eletrodos e, parcialmente, por causa do uso de um modelo 2D

A faixa de resistividades na imagem do Ensaio 4 encontra-se dentro da faixa relatada na literatura, pulmões com cerca de $8,0 \Omega\text{m}$ e os outros tecidos com resistividade acima de $2,0 \Omega\text{m}^1$.

O custo computacional do método mostrou-se elevado, em torno de 7 horas para estimar a imagem do Ensaio 4 num laptop, processador Centrino de 1.6 GHz. Para algumas aplicações da medicina, utilizando processadores mais velozes, otimizando o algoritmo do ponto de vista da velocidade e principalmente implementando o Adaptive Simulated Annealing, este algoritmo pode servir para detectar imagens geradas por outros algoritmos que atingiram um mínimo local, uma vez que o Simulated Annealing tende, com elevada probabilidade, a encontrar o mínimo global.

¹Ver <http://niremf.ifac.cnr.it/tissprop/htmlclie/htmlclie.htm>

7 CONCLUSÕES

Foi desenvolvido um algoritmo de Tomografia por Impedância Elétrica baseado no método de busca Simulated Annealing. O algoritmo desenvolvido herda uma das grandes vantagens do método Simulated Annealing que é sua elevada probabilidade de encontrar o mínimo global de uma função não-linear de múltiplas variáveis.

O espaço solução do problema inverso mal-condicionado foi restrito de duas maneiras distintas. O espaço solução foi restrito a uma região tipo *caixa* ao restringir novos pontos de teste da função objetivo apenas dentro deste espaço. Altas frequências espaciais foram evitadas através de uma regularização generalizada de Tikhonov que implementa um filtro espacial passa-alta Gaussiano. Este trabalho seminal demonstrou assim que é possível implementar uma gama variada de regularizações. De grande interesse para aplicações na Medicina seria desenvolver uma regularização baseada em um Atlas Anatômico. Fica sendo esta uma sugestão de trabalhos futuros.

O algoritmo foi testado e avaliado através de quatro ensaios. Dois ensaios utilizaram dados provenientes de simulações numéricas, um ensaio utilizou dados proveniente de bancada experimental e um ensaio utilizou dados provenientes de um tórax humano. Os ensaios com dados simulados revelaram que o algoritmo é capaz de identificar distribuições de resistividade com elevadas descontinuidades. Isto é possível somente porque o Simulated Annealing não requer o cálculo de derivadas da função objetivo. Este fato o torna preciso e demorado. O ensaio com dados de bancada revelou a necessidade da introdução de uma regularização que evitasse altas frequências espaciais na imagem decorrentes de ruído eletrônico, erros de medição de potencial elétrico, erros de injeção

de corrente elétrica e erros de modelagem do domínio. O ensaio com dados de tórax humano revelou que além de evitar altas frequências espaciais na imagem é necessário introduzir uma regularização que torne a sensibilidade no domínio mais uniforme. O desenvolvimento desta regularização é também uma sugestão de trabalhos futuros.

Diversas modificações deste algoritmo devem torná-lo útil do ponto de vista clínico. A implementação de uma versão mais rápida do Simulated Annealing é sem dúvida uma delas, por exemplo, deve ser implementado o Adaptive Simulated Annealing. A introdução de uma regularização baseada em Atlas Anatômico ou uma regularização que torne a sensibilidade uniforme é outra modificação importante. Outra modificação que parece ser necessária é o emprego de modelos 3D do domínio, associado ao posicionamento dos eletrodos fora de um único plano. O uso de modelos 3D com eletrodos fora do plano tornam a sensibilidade mais uniforme e permitem a localização de objetos na direção crânio-caudal.

REFERÊNCIAS

- AARTS, E.; KORST, J. **Simulated Annealing and Boltzmann Machines: A Stochastic Approach to Combinatorial Optimization and Neural Computing**. [S.l.]: J. Wiley & Sons, 1988.
- AARTS, E.; KORST, J. **Simulated Annealing and Boltzmann Machines**. [S.l.]: J. Wiley & Sons, 1989.
- ADLER, A.; GUARDO, R. Electrical impedance tomography: Regularized imaging and contrast detection. **IEEE Trans. Medical Imag.**, v. 15, p. 170–179, 1996.
- AKBARZADEH, M.; TOMPKINS, W.; WEBSTER, J. Multichannel impedance pneumography for apnea monitoring. **Proceedings of the Twelfth Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society**, v. 12, n. 3, p. 1048–1049, 1990.
- ALESSANDRINI, G.; BERETTA, E.; SANTOSA, F.; VESSELLA, S. Stability in crack determination from electrostatic measurements at the boundary—a numerical investigation. **Inverse Problems**, v. 11, p. L17–L24, 1995.
- ALLERS, A.; SANTOSA, F. Stability and resolution analysis of a linearized problem in electrical impedance tomography. **Inverse Problems**, v. 7, p. 515–533, 1991.
- AMATO, M. Diagnóstico e prevenção do barotrauma/biotrauma através da tomografia de impedância elétrica (tie). Março 2001.
- ARUCA, D. **Algoritmo de Tomografia por Impedância Elétrica Baseado em Newton-Raphson**. Dissertação (Mestrado) — Departamento de Engenharia Mecânica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2002.
- ASFAW, Y. **Automatic detection of detached and erroneous electrodes in Electrical Impedance Tomography**. Dissertação (Mestrado) — School of Information Technology and Engineering, University of Ottawa, 2005.
- BAGSHAW, A.; LISTON, A.; BAYFORD, R.; TIZZARD, A.; GIBSON, A.; TIDSWELL, A.; SPARKES, M.; DEGHANI, H.; BINNIE, C.; HOLDER, D. S. Electrical impedance tomography of human brain function using reconstruction algorithms based on the finite element method. **NeuroImage**, v. 20, p. 752–764, 2003.
- BARBER, D. A review of image reconstruction techniques for electrical impedance tomography. **Medical Physics**, v. 16, n. 2, p. 162–169, 1989.
- BARBER, D.; BROWN, B. Applied potential tomography. **Journal of Physics E:Scientific Instruments**, v. 17, p. 723–733, 1984.

- BARBER, D.; BROWN, B. Errors in reconstruction of resistivity images using a linear reconstruction technique. **Clin. Phys. Physiol. Meas. Suppl. A**, v. 9, p. 101–104, 1988.
- BERENSTEIN, C.; TARABUSI, E. Inversion formulas for the k-dimensional random transform in real hiperbolic space. **Duke math J.**, v. 62, p. 1–19, 1991.
- BLUE, R.; ISAACSON, D.; NEWELL, J. Real-time three-dimensional electrical impedance imaging. **Physiol. Meas.**, v. 21, p. 15–26, 2000.
- BOHACHEWSKY, I.; JOHNSON, M.; STEIN, M. Generalised simulated annealing for function optimization. **Technometrics**, v. 28, p. 209–217, 1986.
- BOONE, K.; HOLDER, D. Current approaches to analogue instrumentation design in electrical impedance tomography. **Physiol. Meas.**, v. 17, p. 229–247, 1996.
- BORSIC, A. **Regularisation Methods for Imaging from Electrical Measurements**. Tese (Doutorado) — School of Engineering, Oxford Brookes University, July 2002.
- BRECKON, W.; PIDCOCK, M. Data errors and reconstruction algorithms in electrical impedance tomography. **Clin. Phys. Physiol. Meas. Suppl. A**, v. 9, p. 105–109, 1988.
- BROWN, B. **Review of EIT Systems Available for Medical Use**. [S.l.]: UCL Press, 1993. 41–45 p.
- BROWN, B. Medical impedance tomography and process impedance tomography: a brief review. **Meas. Sci. Technol.**, v. 12, p. 991–996, 2001.
- BROWN, B.; SEAGAR, A. The sheffield data collection system. **Clin. Phys. Physiol. Meas Suppl. A**, v. 8, p. 91–97, 1987.
- CALDERÓN, A. On an inverse boundary value problem. In: **Proc. Seminar on Numerical Analysis and its Applications to Continuum Physics**. [S.l.]: Soc. Brasileira de Matemática, 1980. p. 65–73.
- CERNY, V. Thermodynamical approach to the traveling salesmanproblem: an efficient simulation algorithm. **Journal of Optimization Theory and Applications**, v. 45, n. 1, p. 41–51, 1985.
- CHATEAUX, J.; NADI, M. Comparison of performances of electrical impedance tomography evaluated with 2-d and 3-d models. **IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques**, v. 48, p. 1874–1878, 2000.
- CHENEY, M.; ISAACSON, D.; ISAACSON, E. Exact solutions to a linearized inverse boundary value problem. **Inverse Problems**, v. 6, p. 923–934, 1990.
- CHENEY, M.; ISAACSON, D.; NEWELL, J.; GOBLE, J.; SIMSKE, S. Noser: An algorithm for solving the inverse conductivity problem. **Int. J. Imaging Systems and Technology**, v. 2, p. 66–75, 1990.
- CHENEY, M.; ISAACSON, D.; NEWELL, J.; GOBLE, J.; SIMSKE, S. Electrical impedance tomography. **SIAM Journal on Applied Mathematics**, v. 41, n. 1, p. 85–101, 1999.

CHENG, K.; CHEN, B. Simulated annealing and genetic algorithms based methods for impedance image reconstruction. In: **2nd Int. Conference on Bioelectromagnetism**. [S.l.: s.n.], 1998. p. 97–98.

CHENG, K.; CHEN, B. Three algorithms and three electrode models for electrical impedance image reconstruction. **ournal of Medical and Biological Engineering**, v. 24, n. 2, p. 99–108, 2004.

CHENG, K.; ISAACSON, D.; NEWELL, J.; GISSER, D. Electrode models for electric current computed tomography. **IEEE Trans Biomed Eng.**, v. 36, n. 9, p. 918–924, set. 1989.

CHEREDNICHENKO, V.; VERYOVKINA, G. Inverse conductivity problem in the two-dimensional case. **Ill-Posed Problems in Natural Science**, p. 270–276, 1992.

CHEREPENIN, V.; KARPOV, A.; KORJENEVSKY, A.; KORNIENKO, V.; KULTIASOV, Y.; MAZALETSKAYA, A.; MAZOUROV, D. Preliminary static eit images of the thorax in health and disease. **Physiol. Meas.**, v. 23, p. 33–41, 2002.

CHEREPENIN, V.; KARPOV, A.; KORJENEVSKY, A.; KORNIENKO, V.; KULTIASOV, Y.; OCHAPKIN, M.; TROCHANOVA, O.; MEISTER, D. Three-dimensional eit imaging of breast tissues: system design and clinical testing. **IEEE Trans. Medical Imaging**, v. 21, n. 6, p. 662–667, 2002.

COHEN-BACRIE, C.; GOUSSARD, Y.; GUARDO, R. Regularized reconstruction in electrical impedance tomography using a variance uniformization constraint. **IEEE Trans. Medical Imaging**, v. 16, n. 5, p. 170–179, 1997.

CONNOLLY, T.; WALL, D. On an inverse problem, with boundary measurements for the steady state diffusion equation. **Inverse Problems**, v. 4, p. 995–1012, 1998.

CORANA, A.; MARCHESI, M.; MARTINI, C.; RIDELLA, S. Minimizing multimodal functions of continuous variables with the simulated annealing algorithm. **ACM Transactions on Mathematical Software**, v. 13, p. 262–280, 1987.

EGGLESTON, M.; SCHWABE, R.; ISAACSON, D.; COFFIN, L. The application of electric current computed tomography to defect imaging in metals. In: THOMPSON, D.; CHIMENTI, D. (Ed.). **in Review of Progress in Quantitative NDE**. [S.l.]: Plenum Press, 1989.

ELLIOTT, S. **Signal Processing for Active Control**. [S.l.]: Academic Press Inc., 2001.

FRERICHS, I. Electrical impedance tomography (eit) in applications related to lung and ventilation: a review of experimental and clinical activities. **Physiol. Meas.**, v. 21, p. R1–R21, 2000.

FRIEDMAN, A.; ISAKOW, V. On the uniqueness in the inverse conductivity problem with one measurement. **Indiana University Mathematics Journal**, v. 38, p. 563–579, 1989.

- FUKS, L.; CHENEY, M.; ISAACSON, D.; GISSER, D.; NEWELL, J. Detection and imaging of electric conductivity and permittivity at low frequency. **IEEE Trans. Biomed. Eng.**, v. 38, p. 1106–1110, 1991.
- GEMEN, S.; GEMAN, D. Stochastic relaxation, gibbs distribution and the bayesian restoration in images. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 6, n. 3, p. 721–741, 1984.
- GOBLE, J.; CHENEY, M.; ISAACSON, D. Electrical impedance tomography in three dimensions. **Appl. Comput. Electromagn. Soc. J.**, v. 7, p. 128–147, 1992.
- GONZALEZ, R.; WOODS, R. **Digital Image Processing**. Second. [S.l.]: Prentice Hall, 2002. ISBN 0-201-18075-8.
- GROOTVELD, C.; SEGAL, A.; SCARLETT, B. Regularized modified newton-raphson technique applied to electrical impedance tomography. **International Journal of Imaging Systems and Technology**, v. 9, p. 60–65, 1998.
- HAJEK, B. Cooling schedules for optimal annealing. **Math. Oper. Res.**, v. 13, p. 311–329, 1988.
- HARRIS, N.; SUGGET, A.; BARBER, D.; BROWN, B. Applications of applied potential tomography (apt) in respiratory medicine. **Clin. Phys. Physiol. Meas.**, v. 8, p. 155–165, 1987.
- HOLDER, D. **Clinical and Physiological Applications of Electrical Impedance Tomography**. [S.l.]: UCL Press, 1993. ISBN 1-85728-164-0 HB.
- HUA, P.; WOO, J.; WEBSTER, J.; TOMPKINS, W. Finite element modeling of electrode-skin contact impedance in electrical impedance tomography. **IEEE Transactions on Biomedical Engineering**, v. 40, n. 4, p. 335–343, 1993.
- HYARIC, A.; PIDCOCK, M. An image reconstruction algorithm for three-dimensional electrical impedance tomography. **IEEE Trans. Biomed. Eng.**, v. 48, p. 230–235, 2001.
- INGBER, L. Simulated annealing: Practice and theory. **Journal of Mathematical Computation Modelling**, v. 220, p. 671–680, 1983.
- ISAACSON, D.; CHENEY, M. Current problems in impedance imaging. In: COLTON, D.; EWING, R.; RUNDELL, W. (Ed.). **Inverse Problems in Partial Differential**. [S.l.]: SIAM, 1990. p. 139–148.
- ISAACSON, D.; ISAACSON, E. Comment on calderón's paper: 'on an inverse boundary value problem'. **Math of Computation**, v. 52, p. 553–559, 1989.
- ISAKOV, V. On uniqueness of recovery of a discontinuous conductivity coefficient. **Commun Pure Appl Math**, v. 41, p. 865–877, 1988.
- KAIPIO, J.; SOMERSALO, E. **Statistical and Computational Inverse Problems**. [S.l.]: Springer Verlag, 2004. (Applied Mathematical Sciences, v. 160).
- KALLMAN, J.; BERRYMAN, J. Weighted least-squares criteria for electrical impedance tomography. **IEEE Trans. Medical Imaging**, v. 11, p. 284–292, 1992.

- KAUP, P.; SANTOSA, F.; VOGELIUS, M. A method for imaging corrosion damage in thin plates from electrostatic data. **Inverse Problems**, v. 12, p. 279–293, 1996.
- KIBER, M.; BARBER, D.; BROWN, B. Estimation of object boundary shape from the voltage gradient measurements. In: HAMES, T. K. (Ed.). **Proc. Meet. on Electrical Impedance Tomography**. [S.l.: s.n.], 1990. p. 55–59.
- KIM, H.; BOO, C.; LEE, Y. Image reconstruction using simulated annealing algorithm in eit. **International Journal of Control, Automation and Systems**, v. 3, n. 2, p. 211–216, 2005.
- KIM, H.; SEO, J. Unique determination of a collection of a finite number of cracks from two boundary measurements. **SIAM J Math Anal**, v. 27, p. 1336–1340, 1996.
- KIM, Y.; WEBSTER, J.; TOMPKINS, W. Electrical impedance imaging of the thorax. **J. Microwave Power**, v. 18, p. 245–257, 1983.
- KIRKPATRICK, S.; GELLAT, C.; VECCHI, M. Optimization by simulated annealing. **Science**, v. 220, p. 671–680, 1983.
- KOHN, R.; VOGELIUS, M. Determining conductivity by boundary measurements. **Commun Pure Appl Math**, v. 37, p. 289–298, 1984.
- KOHN, R.; VOGELIUS, M. Determining conductivity by boundary measurements ii. interior results. **Commun Pure Appl Math**, v. 38, p. 643–667, 1985.
- KORJENEVSKY, A. Reconstruction of absolute conductivity distribution in electrical impedance tomography. In: **Proc. of 9th Int. Conf. on Electrical Bio-Impedance**. [S.l.: s.n.], 1995. p. 532–535.
- KORJENEVSKY, A.; CHEREPENIN, V.; KORNIENKO, V.; KULTIASOV, Y. Electrical impedance tomography with non-adjacent current injection and back projection image reconstruction. In: **Proc. of 10th Int. Conf. on Electrical Bio-Impedance**. [S.l.: s.n.], 1998. p. 451–453.
- KORJENEVSKY, A.; KORNIENKO, V.; KULTIASOV, M.; KULTIASOV, Y.; CHEREPENIN, M. Electrical impedance computerized tomograph for medical applications instruments and experimental techniques. **Instruments and Experimental Techniques**, v. 40, p. 415–421, 1997.
- LAARHOVEN, P.; AARTS, E. **Simulated Annealing: Theory and Applications**. [S.l.]: D. Reidel Publishing Company, 1987.
- LIMA, C. **Estudo da Obtenção de Imagens de Tomografia de Impedância Elétrica do Pulmão pelo Método de Otimização Topológica**. Tese (Doutorado) — Departamento de Engenharia Mecatrônica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2006.
- LIMA, C.; SILVA, E.; LIMA, R. Topology optimization method applied to obtain images from electrical impedance tomography technique. In: **Proc. of 17th International Conference of Mechanical Engineering**. [S.l.: s.n.], 2003. p. 535–538.

- LOGAN, D. **A First Course in the Finite Element Methods**. [S.l.]: Boston : PWS Engineering, 1986.
- LUTFIYYA, H.; MCMILLIN, B.; POSHYANONDA, P.; DAGLI, C. Composite stock cutting through simulated annealing. **Mathematical and Computer Modelling**, v. 34, p. 111–124, 1992.
- METHERALL, P. **Three Dimensional Electrical Impedance Tomography of the Human Torax**. Tese (Doutorado) — Department of Medical Physics and Clinical Engineering, University of Sheffield, 1998.
- METROPOLIS, N.; ROSENBLUTH, A.; ROSENBLUTH, M.; TELLER, A.; TELLER, E. Equation of state calculation by fast computing machines. **Journal of Chemistry Physics**, v. 21, p. 1087–1091, 1953.
- MOLINA, N.; AYA, J.; TRIGO, F.; LIMA, R. Redução de erro numérico no filtro de kalman estendido aplicado à tomografia por impedância elétrica. In: **Proc. of the 17th International Conference of Mechanical Engineering**. [S.l.: s.n.], 2003. p. 571–574.
- MOTTA, L. **Estudo da Obtenção de Imagens Tridimensionais de Tomografia por Impedância Elétrica pelo Método de Otimização Topológica**. Dissertação (Mestrado) — Departamento de Engenharia Mecatrônica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2005.
- MOURA, F. Identificação da matriz de transição do modelo de evolução utilizado no filtro estendido de kalman aplicado à tomografia por impedância elétrica. T.F na área de Engenharia Mecânica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. 2006.
- MURAI, T.; KAGAWA, Y. Electrical impedance computed tomography based on a finite element model. **IEEE Transactions on Biomedical Engineering**, v. 32, n. 3, p. 177–184, 1985.
- NACHMAN, A. Global uniqueness for a two-dimensional inverse boundary value problem. **Annals of Math**, v. 143, p. 71–96, 1996.
- NOORDEGRAAF, A.; FAES, T.; JANSE, A.; MARCUS, J.; BRONZWAER, J.; POSTMUS, P.; VRIES, P. de. Noninvasive assessment of right ventricular diastolic function by electrical impedance tomography. **CHEST**, v. 111, p. 1222–1228, 1997. Disponível em: <<http://www.chestjournal.org>>.
- OLMI, R.; BINI, M.; PRIORI, S. A genetic algorithm approach to image reconstruction in electrical impedance tomography. **IEEE Trans. on Evolutionary Computation**, v. 4, n. 1, p. 83–88, 2000.
- PARKER, R. The inverse problem of resistivity sounding. **Geophysics**, v. 49, n. 12, p. 2143–2158, December 1984.
- RAMIREZ, A.; DAILY, W.; LABREQUE, D.; OWEN, E.; CHESNUT, D. Monitoring an underground steam injection process using electrical resistance tomography. **Water Resources Research**, v. 29, p. 73–88, 1993.

- RAMIREZ, A.; DAILY, W.; LABREQUE, D.; ROELANT, D. Detection of leaks in underground storage tanks using electrical resistance method. **Journal of Environmental and Engineering Geophysics**, v. 1, p. 189–203, 1996.
- RAMM, A. A simple proof of the uniqueness theorem in impedance tomography. **Appl Math Lett**, v. 1, p. 287–290, 1988.
- SANTOSA, F.; VOGELIUS, M. Backprojection algorithm for electrical impedance imaging. **SIAM Journal on Applied Mathematics**, v. 50, p. 216–243, 1990.
- SANTOSA, F.; VOGELIUS, M. A computational algorithm for determining cracks from electrostatic boundary measurements. **Int. J. Engng Sci.**, v. 29, p. 917–937, 1991.
- SOMERSALO, E.; CHENEY, M.; ISAACSON, D.; ISAACSON, E. Layer stripping: A direct numerical method for impedance imaging. **Inverse Prob.**, v. 7, p. 899–926, 1991.
- SUN, Z. The inverse conductivity problem in two dimensions. **Journal of Differential Equations**, v. 87, p. 227–255, 1990.
- SYLVESTER, J. An anisotropic inverse boundary value problem. **Commun Pure Appl Math**, v. 43, p. 201–232, 1990.
- SYLVESTER, J. A convergent layer stripping algorithm for the radially symmetric impedance tomography problem. **Commun. Partial Differential Equations**, v. 17, p. 1955–1994, 1992.
- SYLVESTER, J.; UHLMANN, G. A uniqueness theorem for inverse boundary value problem. **Ann Math**, v. 125, p. 153–169, 1987.
- TRIGO, F. **Filtro Estendido de Kalman Aplicado à Tomografia por Impedância Elétrica**. Dissertação (Mestrado) — Departamento de Engenharia Mecânica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2001.
- TRIGO, F. **Desempenho de Variantes do Filtro de Kalman na Tomografia por Impedância Elétrica**. Tese (Doutorado) — Departamento de Engenharia Mecânica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2004.
- TRIGO, F.; LIMA, R.; AMATO, M. A two phases kalman filter algorithm for electrical impedance tomography. In: **in 17th International Conference on Biomedical Applications of Electrical Impedance Tomography**. [S.l.: s.n.], 2003.
- TRIGO, F.; LIMA, R.; AMATO, M. Electrical impedance tomography using the extended kalman filter. **IEEE Trans Biomed Eng.**, v. 45, p. 72–81, 2004.
- VANDERBILT, D.; LOUIE, S. A monte carlo simulated annealing approach to optimization over continuous variables. **J. Comput. Phys.**, v. 56, p. 259–271, 1984.
- VANEGAS, N. **Propagação de Erro Numérico no Filtro Estendido de Kalman Aplicado à Tomografia por Impedância Elétrica**. Dissertação (Mestrado) — Departamento de Engenharia Mecânica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2002.

VAUHKONEN, M.; KAIPIO, J.; SOMERSALO, E.; KARJALAINEN, P. A. Basis constraint method for estimating conductivity distribution of the human thorax. In: **in Proceedings of the IX International Conference on Electrical Bio-Impedance**. [s.n.], 1995. p. 528–531. Disponível em: <citeseer.ist.psu.edu/vauhkonen95basis.html>.

VAUHKONEN, M.; VADASZ, D.; KARJALAINEN, P.; KAIPIO, J. Subspace regularization method for electrical impedance tomography. In: **Proc 1st Int. Conf. Bioelectromagnetism**. [S.l.: s.n.], 1996. p. 9–13.

WOO, E.; HUA, P.; WEBSTER, J.; TOMPKINS, W. Measuring lung resistivity using electrical impedance tomography. **IEEE Trans. Biomed. Eng.**, v. 39, p. 756–760, 1992.

YORKEY, T.; WEBSTER, J.; TOMPKINS, W. Comparing reconstruction algorithms for electrical impedance tomography. **IEEE Trans. on Biomed. Eng.**, v. 34, n. 11, p. 843–852, 1987.