



**DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA DE LOCALIZAÇÃO 3D  
PARA APLICAÇÃO EM ROBÔS AÉREOS**

**ANTÔNIO PADILHA LANARI BÓ**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.



**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA DE LOCALIZAÇÃO 3D  
PARA APLICAÇÃO EM ROBÔS AÉREOS**

**ANTÔNIO PADILHA LANARI BÓ**

**ORIENTADOR: PROF. GEOVANY ARAÚJO BORGES, ENE/UNB**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**PUBLICAÇÃO: PPGENE.DM - 306A/2007**

**BRASÍLIA/DF: JULHO - 2007**



UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
Faculdade de Tecnologia

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Desenvolvimento de um sistema de localização 3D  
para aplicação em robôs aéreos**

**Antônio Padilha Lanari Bó**

*Relatório submetido ao Departamento de Engenharia  
Elétrica como requisito parcial para obtenção  
do grau de Mestre em Engenharia Elétrica*

Banca Examinadora

Prof. Geovany Araújo Borges, ENE/UnB  
*Orientador*

\_\_\_\_\_

Prof. Antonio Marcus Nogueira Lima,  
DEE/UFMG  
*Examinador externo*

\_\_\_\_\_

Prof. Ricardo Zelenovsky, ENE/UnB  
*Examinador interno*

\_\_\_\_\_



*Dedico este trabalho a minha prima Marina.*





## AGRADECIMENTOS

*Apesar de sua natureza individual, este trabalho não poderia ser realizado sem o apoio de diversas pessoas, para as quais manifesto meu profundo agradecimento.*

*Em especial, agradeço ao meu orientador, Geovany Araújo Borges, pela dedicação e paciência, fundamentais para a realização de cada uma das etapas desse trabalho. Sua paixão pela atividade de pesquisa e desenvolvimento, capaz de contribuir na construção de uma sociedade mais justa e de um mundo mais próspero, me incentivou durante todo mestrado e definitivamente me motiva para futuros projetos.*

*É de importante também agradecer a todos aqueles que fazem parte do Laboratório de Robótica e Automação (LARA) da Universidade de Brasília (UnB), com os quais compartilhei as conquistas e frustrações que permearam este trabalho. Merecem destaque os amigos Bruno Vilhena Adorno e Alexandre Simões Martins, que prestaram valiosas contribuições ao trabalho, seja pelo auxílio na condução do experimentos, seja pelo desenvolvimento do ambiente de simulação 3D utilizado no trabalho. Não há como deixar de citar também os frutíferos debates psico-tecno-filosóficos e a companhia nos prazos que se estendem para além do horário comercial.*

*Aos demais professores e funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica (ENE) da (UnB) com os quais tive contato durante o mestrado, agradeço pelo apoio para a confecção do protótipo e durante as disciplinas.*

*Sem a compreensão dos colegas do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), este trabalho certamente não seria possível. Por este motivo, sou extremamente grato pelo voto de confiança.*

*Pelo financiamento parcial deste trabalho, agradeço ao apoio da empresa Expansion.*

*Por fim, é de essencial importância agradecer aqueles que não estavam presentes no ambiente de desenvolvimento do sistema de localização 3D, mas que, ao escutar devaneios periódicos sobre representações de rotações, tiveram papel fundamental neste trabalho. Aos meus pais, irmãs e irmão, ao amigo Manoel Brod, à Laís Garcia e aos demais amigos e familiares, meu muito obrigado!*



## **RESUMO**

### **DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA DE LOCALIZAÇÃO 3D PARA APLICAÇÃO EM ROBÔS AÉREOS**

**Autor: Antônio Padilha Lanari Bó**

**Orientador: Prof. Geovany Araújo Borges, ENE/UnB**

**Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica**

**Brasília, julho de 2007**

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um sistema de localização 3D para aplicação em um Veículo Aéreo Não-Tripulado (VANT). O sistema é capaz de fornecer em tempo real estimativas da posição, velocidade e atitude do veículo. Devido a restrições impostas pelo veículo no qual o sistema será embarcado, o sistema é composto por dispositivos leves, de dimensões reduzidas e de baixo custo e o uso de sensores baseados em referências externas é limitado. Sob tais requisitos de projeto, os seguintes sensores foram escolhidos para compor o sistema: girômetros, acelerômetros, magnetômetros, sensor de pressão e receptor GPS. O manuscrito descreve o modelo de cada sensor individualmente e os projeto do *hardware* e do *software* envolvidos. Os procedimentos de calibração e o algoritmo de fusão sensorial, em que o magnetômetro e o receptor GPS são utilizados para corrigir as estimativas fornecidas pelos sensores inerciais, são apresentados em detalhe. Resultados experimentais provenientes de testes realizados no ambiente do laboratório e em ambientes externos, que confirmam a possibilidade de emprego de tal sistema em diferentes aplicações, também são apresentados.



## **ABSTRACT**

### **DESIGN OF A 3D SYSTEM LOCALIZATION FOR APPLICATION IN AERIAL ROBOTICS**

**Author: Antônio Padilha Lanari Bó**

**Supervisor: Prof. Geovany Araújo Borges, ENE/UnB**

**Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica**

**Brasília, july of 2007**

This work presents the development of a 3D localization system for application on a small Unmanned Air Vehicle (UAV). The system is able to provide real time position, velocity and attitude estimates of the vehicle. Due to restrictions imposed by the host vehicle, the system is composed by low cost, small and light devices and the use of sensors based on external references is limited. Under those constraints, the following sensors were chosen to compose the system: gyrometers, accelerometers, magnetometers, pressure sensor and GPS receiver. The manuscript describes each sensor model individually and the hardware and software design. Calibration procedures and the sensor fusion algorithm are presented in detail, in which magnetometer and GPS receiver are used to correct the estimates updated by inertial sensors. Experimental results from tests carried out in laboratory and outdoors confirm the possibility to employ the system on different applications.



# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	1
1.1.1	PROJETO CARCARAH	1
1.2	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	2
1.2.1	LOCALIZAÇÃO Vs. NAVEGAÇÃO	3
1.3	OBJETIVOS DO PROJETO	4
1.4	DEMAIS APLICAÇÕES	5
1.5	RESULTADOS E CONTRIBUIÇÕES	6
1.6	APRESENTAÇÃO DO MANUSCRITO	7
<b>2</b>	<b>SISTEMAS DE LOCALIZAÇÃO 3D PARA APLICAÇÃO EM VANTS</b>	<b>9</b>
2.1	INTRODUÇÃO	9
2.2	SISTEMAS DE COORDENADAS	9
2.2.1	SISTEMA $E$ E COORDENADAS GEODÉSICAS	10
2.2.2	SISTEMA $NED$	12
2.3	SISTEMAS DE NAVEGAÇÃO INERCIAL DO TIPO <i>strapdown</i>	13
2.3.1	SENSORES INERCIAIS	13
2.3.2	SISTEMAS <i>gimbaled</i> vs. <i>strapdown</i>	15
2.3.3	EQUAÇÕES CINEMÁTICAS DE NAVEGAÇÃO	16
2.4	SISTEMA DE POSICIONAMENTO GLOBAL	18
2.4.1	PRINCÍPIOS DE FUNCIONAMENTO	19
2.4.2	SINAL	22
2.4.3	QUALIDADE DA SOLUÇÃO	23
2.4.4	GPS DIFERENCIAL	24
2.5	MAGNETÔMETROS	25
2.5.1	LIMITAÇÕES	26
2.5.2	DETERMINAÇÃO DA ATITUDE A PARTIR DE MAGNETÔMETROS E ACELERÔMETROS	27
2.6	ALTÍMETRO	27
2.6.1	MEDIÇÃO DA PRESSÃO	27
2.6.2	ESTIMAÇÃO DA VARIAÇÃO DE ALTITUDE	28
2.7	MODELOS DE ERRO DOS SENSORES	28
2.8	FUSÃO SENSORIAL PARA SISTEMAS DE LOCALIZAÇÃO APLICADOS A VANTS	29
2.8.1	INTEGRAÇÃO INS/GPS	30
2.8.2	INTEGRAÇÃO COM OUTROS SENSORES	32
<b>3</b>	<b>PROJETO DO SISTEMA DE LOCALIZAÇÃO</b>	<b>33</b>
3.1	INTRODUÇÃO	33
3.2	COMPONENTES	33



3.2.1 ACELERÔMETROS .....	34
3.2.2 GIRÔMETROS .....	34
3.2.3 MAGNETÔMETRO .....	36
3.2.4 SENSOR DE PRESSÃO .....	37
3.2.5 GPS .....	37
3.3 PROJETO DA PLACA DE CIRCUITO IMPRESSO .....	39
3.4 <i>Firmware</i> .....	42
3.5 PROCEDIMENTOS INICIAIS DE CALIBRAÇÃO .....	45
3.5.1 CONVERSÃO ANALÓGICA/DIGITAL .....	45
3.5.2 ACELERÔMETROS E MAGNETÔMETROS .....	46
3.5.3 GIRÔMETROS .....	52
3.5.4 SENSOR DE PRESSÃO .....	53
<b>4 ALGORITMOS DE FUSÃO SENSORIAL PARA LOCALIZAÇÃO 3D .....</b>	<b>55</b>
4.1 INTRODUÇÃO .....	55
4.2 ATITUDE .....	55
4.2.1 PREDIÇÃO .....	56
4.2.2 CORREÇÃO .....	57
4.2.3 PSEUDO-OBSERVAÇÃO .....	58
4.2.4 ALGORITMO DE FUSÃO SENSORIAL .....	59
4.2.5 CALIBRAÇÃO <i>online</i> DOS GIRÔMETROS .....	61
4.2.6 RESULTADOS .....	64
4.3 LOCALIZAÇÃO 3D.....	66
4.3.1 INICIALIZAÇÃO DO SISTEMA .....	66
4.3.2 PREDIÇÃO .....	70
4.3.3 CORREÇÃO .....	70
4.3.4 ALGORITMO DE FUSÃO SENSORIAL .....	71
4.3.5 CALIBRAÇÃO <i>online</i> DOS ACELERÔMETROS E GIRÔMETROS .....	73
4.3.6 RESULTADOS .....	75
<b>5 CONCLUSÕES .....</b>	<b>89</b>
5.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	89
5.2 PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS .....	91
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>92</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>97</b>
<b>A. REPRESENTAÇÃO DE ROTAÇÕES .....</b>	<b>99</b>
A..1 MATRIZES DE ROTAÇÃO .....	99
A..1.1 SUCESSIVAS ROTAÇÕES COM MATRIZES DE ROTAÇÃO .....	100
A..1.2 PROPAGAÇÃO DA ATITUDE COM MATRIZES DE ROTAÇÃO .....	100
A..2 ÂNGULOS DE EULER.....	101
A..2.1 PROPAGAÇÃO DA ATITUDE COM ÂNGULOS DE EULER .....	102
A..3 QUATÉRNIOS .....	103

A..3.1	CONCEITOS BÁSICOS .....	103
A..3.2	QUATÉRNIOS REPRESENTANDO ROTAÇÕES .....	104
A..3.3	SUCESSIVAS ROTAÇÕES COM QUATÉRNIOS .....	105
A..3.4	PROPAGAÇÃO DA ATITUDE COM QUATÉRNIOS .....	106
<b>B.</b>	<b>FILTRO DE KALMAN ESTENDIDO .....</b>	<b>109</b>
B..1	FILTRO DE KALMAN .....	109
B..2	FILTRO DE KALMAN ESTENDIDO .....	110
<b>C.</b>	<b>DIAGRAMAS ESQUEMÁTICOS DO PROTÓTIPO.....</b>	<b>111</b>



## LISTA DE FIGURAS

2.1	Alguns sistemas de coordenadas utilizados neste trabalho. ....	11
2.2	O Sistema $B$ . ....	12
2.3	Problema de trilateração quando há erro de sincronização entre os relógios do receptor e dos satélites. O ponto A representa a posição correta, obtida por meio dos círculos que representam o caso em que não há erros de sincronização. Caso haja tais erros, a posição pode ser calculada por meio das equações (2.23). ....	21
2.4	Exemplos de arquitetura de integração INS/GPS. Em (a) integração direta e fracamente acoplada e em (b) uma integração indireta e fortemente acoplada. ....	31
3.1	Componentes utilizados no projeto: (a) acelerômetro MMA7260QT, da Freescale Semiconductor, (b) girômetro ADXRS150, da Analog Devices, e (c) girômetro IDG300, da Invensense. ....	34
3.2	$f^b$ medida pelo conjunto de acelerômetros, quando parado. Os desvios-padrão estimados com tais dados são $\hat{\sigma}_{fx} = 0,0659 \text{ m/s}^2$ , $\hat{\sigma}_{fy} = 0,0639 \text{ m/s}^2$ e $\hat{\sigma}_{fz} = 0,0624 \text{ m/s}^2$ . ....	35
3.3	$\omega_{ib}^b$ medida pelo conjunto de girômetros, quando parado. Os desvios-padrão estimados com tais dados são $\hat{\sigma}_{gx} = 0,0085 \text{ }^\circ/\text{s}$ , $\hat{\sigma}_{gy} = 0,0075 \text{ }^\circ/\text{s}$ e $\hat{\sigma}_{gz} = 0,0213 \text{ }^\circ/\text{s}$ . ....	36
3.4	O módulo MicroMag3, disponibilizado pela PNI Corporation, que proporciona medição das três componentes ortogonais do campo magnético. ....	37
3.5	$m^b$ medida pelo conjunto de magnetômetros, quando parado. Os desvios-padrão estimados são $\hat{\sigma}_{mx} = 0,0624 \text{ } \mu\text{T}$ , $\hat{\sigma}_{my} = 0,0274 \text{ } \mu\text{T}$ e $\hat{\sigma}_{mz} = 0,0546 \text{ } \mu\text{T}$ . Nesse experimento, os magnetômetros estavam sob influência de um campo magnético adicional ao campo terrestre provocado pela presença de um alto-falante próximo ao sensor. ....	38
3.6	O módulo GPS ET-102, comercializado pela Globalsat Technology. ....	39
3.7	Dados fornecidos pelo receptor GPS, quando parado. Os desvios-padrão estimados são $\hat{\sigma}_{gpsx} = 2,108 \text{ m}$ , $\hat{\sigma}_{gpsy} = 3,169 \text{ m}$ , $\hat{\sigma}_{gpsz} = 1,551 \text{ m}$ , $\hat{\sigma}_{gpsvx} = 0,0623 \text{ m/s}$ , $\hat{\sigma}_{gpsvy} = 0,0622 \text{ m/s}$ e $\hat{\sigma}_{gpsvz} = 0,0078 \text{ m/s}$ . ....	40
3.8	Sistema de localização 3D projetado e construído nos laboratórios da universidade: (a) diagrama de blocos e (b) fotografia. ....	41
3.9	Fluxograma do firmware que é executado no microcontrolador AT91SAM7S256, da Atmel. ....	43
3.10	Representação do erro de estimação do ângulo de arfagem, $\theta$ . ....	47
3.11	Erro provocado na estimação de posição do eixo X a partir dos acelerômetros, caso haja erros na estimação de $\theta$ . Foi adotado período de amostragem de $10 \text{ ms}$ e integração retangular. ....	47
3.12	Evolução dos parâmetros estimados em simulação. Os valores reais estão destacados em vermelho. Antes da calibração, tinha-se $V = 0,276$ ; após, $V = 0,058$ . ....	49

3.13	Evolução dos parâmetros estimados em simulação. Os valores reais estão destacados em vermelho. Antes da calibração, tinha-se $V = 7,623$ ; após, $V = 0,067$ . .....	52
4.1	Diagrama de blocos do FKE de atitude. ....	61
4.2	Diagrama de blocos do FKE de atitude e calibração <i>online</i> dos girômetros. ....	62
4.3	Ambiente de experimentação em tempo real do FKE de atitude.....	65
4.4	(a) atitude estimada em movimentos seqüências de rolagem e guinada com o FKE de atitude. (b) desempenho do FKE de atitude e calibração <i>online</i> dos girômetros.....	67
4.5	A evolução dos parâmetros dos girômetros no experimento ilustrado na Figura 4.4(b)..	68
4.6	Mesmo movimento de guinada das Figuras 4.4(a) e 4.4(b) com erro de $0,05^\circ/s$ na estimação de $b_{gz}$ . ....	68
4.7	Efeito de aceleração inercial provocada no sistema. ....	69
4.8	Diagrama de blocos do FKE de localização 3D.....	71
4.9	Estimativas de posição e atitude fornecidas pelo sistema em situação na qual todos dados disponíveis foram utilizados. Fonte: Google Earth. ....	76
4.10	Representação 3D dos dados da Figura 4.9. ....	77
4.11	Evolução da atitude estimada. São mostrados os ângulos de Euler estimados pelos girômetros a partir dos parâmetros obtidos no procedimento de calibração inicial, com o conjunto de acelerômetros e magnetômetros e fornecidos pelo FKE. ....	77
4.12	Evolução das estimativas de (a) posição e (b) velocidade. São representadas as três componentes do Sistema <i>NED</i> . As setas roxas indicam os erros mais pertinentes do receptor GPS.....	79
4.13	Estimativas de posição e atitude fornecidas pelo sistema em situação na qual as informações de posição fornecidas pelo receptor GPS não foram utilizadas. Fonte: Google Earth. ....	80
4.14	Desempenho do sistema em diversas configurações. São comparados os caso em que todos os dados disponíveis são utilizados (em laranja) com outras configurações específicas (em cinza). ....	81
4.15	Evolução da atitude estimada caso não se utilize o artifício da pseudo-observação.....	82
4.16	Comparação das seguintes estimativas de atitude: girômetros apenas com procedimento inicial de calibração (chamados de <i>descalibrados</i> ), FKE que não promove a calibração <i>online</i> dos sensores inerciais e girômetros calibrados a partir dos valores finais estimados pelo FKE que promove a calibração <i>online</i> dos sensores inerciais (chamados de <i>calibrados</i> ). ....	83
4.17	Evolução dos parâmetros dos (a) girômetros e (b) acelerômetros com FKE que promove tal calibração.....	85
4.18	Estimativas de posição e atitude fornecidas pelo sistema em situação na qual todos dados disponíveis foram utilizados, mas em que a medida do magnetômetro foi deliberadamente perturbada. Fonte: Google Earth.....	86
4.19	Evolução das estimativas de (a) posição e (b) velocidade em configuração na qual não são utilizados dados de posição e velocidade do receptor GPS, mas sim $\ \tilde{\mathbf{r}}^n\ $ .....	87
A.1	Rotação em torno do eixo <i>Z</i> . ....	100
A.2	Ângulos de Euler: rolagem ( $\phi$ ), arfagem ( $\theta$ ) e guinada ( $\psi$ ). ....	102

## LISTA DE TABELAS

2.1	Características do campo magnético da Terra em Brasília, DF ( $\lambda = 14,47^\circ S$ e $\Lambda = 47,55^\circ W$ ). Nesta representação, a declinação para leste e a inclinação para baixo assumem valores positivos. Além disso, $X$ aponta para o norte verdadeiro, $Y$ para o leste e $Z$ para baixo. ....	26
3.1	Comparações entre desempenhos e custos de alguns acelerômetros de 3 eixos.....	33
3.2	Dados relativos aos girômetros utilizados. ....	35
3.3	Exemplos de <i>biases</i> e fatores de escala obtidos com procedimento inicial de calibração dos acelerômetros. Antes da calibração, tinha-se $V = 0,232$ ; após, $V = 0,080$ . ...	50
3.4	Exemplos de <i>biases</i> e fatores de escala obtidos com procedimento inicial de calibração dos magnetômetros. Antes da calibração, tinha-se $V = 6,094$ ; após, $V = 1,610$ ...	52

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Símbolos

$X, Y, Z$	eixos ortonormais de um sistema de coordenadas tridimensional
$\mathbf{a}$	vetor de aceleração inercial
$\mathbf{v}$	vetor de velocidade
$\mathbf{f}$	vetor de força específica
$\mathbf{g}$	vetor de aceleração gravitacional
$\mathbf{m}$	vetor de campo magnético
$\mathbf{C}_f^m$	matriz de rotação do sistema $M$ para o sistema $F$
$\mathbf{q}_f^m$	quatérnio que representa a rotação do sistema $M$ para o sistema $F$
$\phi, \psi, \theta$	rolagem, guinada e arfagem ou cabeceio, respectivamente
$\omega_{fm}^m$	velocidades de rotação do sistema $M$ em relação ao sistema $F$ expresso em termos de medidas nos eixos do sistema $M$
$\mathbf{\Omega}_{fm}^m$	matriz anti-simétrica de dimensão $3 \times 3$ definida pelos componentes de $\omega_{fm}^m$
$\mathbf{W}_{fm}^m$	matriz anti-simétrica de dimensão $4 \times 4$ definida pelos componentes de $\omega_{fm}^m$
$\lambda$	latitude
$\Lambda$	longitude
$h$	altitude
$\rho_i$	<i>pseudorange</i> relativo ao $i$ -ésimo satélite
$t_r$	tempo indicado pelo relógio do receptor
$t_{si}$	tempo indicado pelo relógio do $i$ -ésimo satélite
$P$	pressão atmosférica
$T$	temperatura
$h$	altitude
$b_x$	<i>bias</i> referente ao sensor X
$s_x$	fator de escala referente ao sensor X
$w_{fx}$	ruído branco gaussiano de média nula associado ao sensor X

## Constantes

$c$	velocidade da luz no vácuo	299.792.458 $m/s$
$R_T$	semi-eixo maior médio da Terra	6.378.137 $m$
$r_T$	semi-eixo menor médio da Terra	6.356.752,314 $m$
$R$	constante específica dos gases relativa ao ar seco	287,04 $J/KKg$

## Sobrescritos

$\cdot$	variação temporal
$\sim$	valor corrompido por erros
$\hat{\phantom{x}}$	valor estimado

## Siglas

VANT	Veículo Aéreo Não-Tripulado
UAV	<i>Unmanned Air Vehicle</i>
IMU	<i>Inertial Measurement Unit</i>
INS	<i>Inertial Navigation System</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
GLONASS	<i>Global Navigation Satellite System</i>
DGPS	<i>Differential GPS</i>
LADGPS	<i>Local-Area DGPS</i>
WAAS	<i>Wide Area Augmentation System</i>
MEMS	<i>Micro-Electro-Mechanical Systems</i>
ARM	<i>Advanced RISC Machine</i>
SRAM	<i>Static Random Access Memory</i>
USART	<i>Universal Synchronous/Asynchronous Receiver Transmitter</i>
SPI	<i>Serial Peripheral Interface</i>
RTOS	<i>Real-Time Operating System</i>
FKE	Filtro de Kalman Estendido
UKF	<i>Unscented Kalman Filter</i>
DCM	<i>Direction Cosine Matrix</i>
ECI	<i>Earth-Centered Inertial</i>
ECEF	<i>Earth-Centered, Earth-Fixed</i>
NED	<i>North-East-Down</i>
DIP	<i>Dual In-Line Package</i>
BGA	<i>Ball-Grid Array</i>
QFN	<i>Quad Flat No-Lead</i>





# 1 INTRODUÇÃO

*Não sou eu quem me navega  
Quem me navega é o mar*

Paulinho da Viola

## 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Para as máquinas e para os animais, localizar-se no espaço é fundamental para a realização de uma infinidade de atividades. Felizmente, para a grande maioria dos animais esta uma capacidade inata.

O ser humano, por exemplo, utiliza prioritariamente a informação dos olhos para estabelecer sua posição no espaço. Porém, o labirinto, tato, olfato, audição e até mesmo os músculos são dotados de grande importância. Naturalmente, outros animais possuem sistemas diferentes. Formigas operárias, por exemplo, utilizam marcos bioquímicos criados pelas formigas batedoras. Já os morcegos possuem um sistema baseado em ultra-som capaz de detectar obstáculos ao seu redor. Por fim, até o campo magnético da Terra é utilizado para localização, como, por exemplo, por bactérias, pombos, tartarugas.

Nesses exemplos, a localização se dá pela identificação de marcos naturais ou artificiais no espaço, a partir dos quais pode-se estimar a posição do corpo. Em alguns casos, porém, a localização se dá de maneira distinta. O labirinto, por exemplo, fornece uma noção dos movimentos da cabeça fundamental para manutenção do equilíbrio, mas também importante para a localização. Nesse caso, não há utilização de referências externas.

Neste contexto, diversas técnicas foram utilizadas historicamente em sistemas de localização. A bússola, capaz de fornecer orientação em relação ao pólo norte magnético da Terra, e o astrolábio, que mede a altura dos astros acima do horizonte, possibilitaram as grandes navegações em mar aberto, onde em geral não há marcos visuais disponíveis. Hoje em dia, complexos sistemas envolvendo diversos sensores possibilitam desde a exploração espacial até a navegação de robôs construídos em escala extremamente reduzida.

### 1.1.1 Projeto Carcarah

Todo sistema de localização faz parte de um sistema maior ou de uma aplicação específica, que possui seus objetivos particulares. Neste contexto, a escolha de um sistema de localização se dá em função desse sistema ou dessa aplicação na qual será instalado. Diante disso, este trabalho é executado no contexto de um projeto de robótica aérea desenvolvido pela Universidade de Brasília, o Projeto Carcarah. Este projeto visa adaptar um helimodelo teleoperado, concedendo-lhe determinados graus

de autonomia, para aplicações em operações de inspeção de linhas de transmissão.

A robótica aérea surgiu como uma alternativa para superar limitações de deslocamento existentes em aplicações de robótica móvel terrestre. Em especial, robôs que se deslocam sem o contato com o solo têm maior facilidade para transpor certos tipos de obstáculos e alcançar localidades de difícil acesso em topologias mais complexas. Essa versatilidade confere aos Veículos Aéreos Não-Tripulados (VANTs) ou, em inglês, *Unmanned Aerial Vehicles* (UAVs) variadas aplicações de cunho civil ou militar. Apesar das evidentes vantagens, porém, os robôs aéreos possuem algumas desvantagens quando comparados aos seus pares terrestres. Pode-se citar, por exemplo, a limitada capacidade de carga, a exigência do cumprimento de normas rígidas de segurança e a inerente dificuldade de se controlar robôs que não estão apoiados sobre uma superfície. Por esta última razão, os sistemas de controle de tais veículos necessitam de informação de maior qualidade acerca da sua posição, velocidade e atitude, quando comparados a controladores utilizados em veículos terrestres ou aquáticos. Maiores informações acerca de conceitos relacionados à robótica aérea, as diversas plataformas disponíveis e os respectivos desafios envolvidos podem ser encontradas em [1, 2].

Entretanto, mesmo em relação aos sistemas de localização utilizados em VANTs, sistemas de diversas naturezas podem ser empregados. Caso o robô seja projetado para operar em ambientes internos e altamente estruturados, por exemplo, podem ser empregados métodos baseados em visão computacional ou balizadores ativos, que possibilitam determinação da localização por meio de triangulação ou trilateração.

No contexto do Projeto Carcarah, porém, a aeronave, um sistema de pequeno porte, curto alcance e que não atuará em modos de voo extremos, deve ser capaz de realizar inspeção de linhas de transmissão localizadas em ambientes externos e, em muitas vezes, de difícil acesso. Diante disso, torna-se indispensável a utilização de um sistema de localização confiável e que funcione sob tais condições. Além disso, apesar da comunicação contínua entre o veículo e uma estação-base, é desejável que a aeronave possua total condição de determinar sua localização caso tal comunicação seja perdida, de maneira a disponibilizar informação de localização ao sistema de controle. Por fim, devido a restrições impostas pelo veículo, tal sistema deve apresentar reduzidas dimensões, peso e consumo de energia. O desenvolvimento desse sistema foi a principal motivação para este trabalho.

É importante destacar também que, no Projeto Carcarah, planeja-se ainda a concepção de um sistema de localização especializado para as tarefas de pouso e decolagem, baseado num sistema de visão auxiliado por sonares. Este sistema, porém, não é tema deste trabalho. Além disso, deve-se acrescentar que não houve intenção de incorporar capacidade de detecção de obstáculos ao sistema de localização projetado.

## 1.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Um sistema de localização 3D pode ser definido como um sistema que, a partir de informação disponibilizada por sensores, é capaz de fornecer estimativas confiáveis de posição, velocidade e atitude em relação a um sistema de coordenadas tridimensional de referência. Assim, é um sistema que, a partir dos dados fornecidos por dispositivos capazes de detectar ou quantificar parâmetros

específicos de determinada grandeza física, fornecem estimativas de  $\mathbf{r}^n$ ,  $\mathbf{v}^n$  e  $\mathbf{q}_n^b$  (posição, velocidade e orientação, respectivamente).

Diante dessa definição, torna-se clara a necessidade de se estabelecer a natureza dos sensores utilizados, visto que, a partir de diferentes sensores, diferentes abordagens são utilizadas no projeto do sistema de localização. Assim, os sensores passíveis de emprego em tal sistema podem ser classificados em:

- **Proprioceptivos**, que medem estados internos do veículo, tais como codificadores incrementais (em inglês, *encoders*) ou sensores inerciais.
- **Exteroceptivos**, que utilizam algum tipo de referência externa ao veículo para fornecer informações relativas à localização, tais como sensores ultra-sônicos, baseados em visão computacional, sensores de contato. Alguns desses sistemas requerem a instalação de dispositivos adicionais no ambiente de operação, como sistemas baseados em balizadores ativos.

Naturalmente, deve-se considerar que os dois tipos de sensores possuem vantagens e desvantagens distintas. Uma das principais desvantagens de sistemas que utilizam referências externas para auxílio na determinação da posição, por exemplo, é que suas estimativas podem se tornar inutilizáveis caso a referência externa seja degradada ou simplesmente retirada. É o caso, por exemplo, de bússolas posicionadas próximas a campos magnéticos de alta intensidade. Os sensores proprioceptivos, por outro lado, bem como alguns sensores exteroceptivos, não são capazes de fornecer estimativas diretas de posição, até mesmo porque a posição só pode ser definida em relação a um referencial externo. Nesse contexto, como sensores dessa natureza fornecem apenas medidas relativas da localização, tais estimativas possuem erros que se acumulam com passar do tempo devido a erros de medição ou de calibração. É o caso, por exemplo, de *encoders* instalados junto a rodas que momentaneamente perdem o contato com o chão.

Diante desse contexto, em muitos casos são projetados sistemas integrados de localização, ou seja, sistemas que, a partir das informações fornecidas por um conjunto de sensores, promovem a fusão desses dados para fornecer a estimativa de localização 3D. Muitos desses sistemas empregam, tal como o sistema proposto neste trabalho, sensores que fornecem medidas absolutas para corrigir a estimativa fornecida pelos sensores proprioceptivos.

### 1.2.1 Localização Vs. Navegação

É comum que os conceitos de localização e navegação se confundam e sejam empregados de forma indistinta. Neste sentido, é importante diferenciar os conceitos, explicitando a maneira com a qual são assumidos neste trabalho.

Assim, a localização (relativo ao latim *locus*, que significa local), como já foi dito, pode ser vista como a determinação, no decorrer do tempo, da posição no espaço. A posição pode ser determinada em relação a um sistema de coordenadas absoluto ou a simplesmente em relação um sistema de coordenadas definido pela posição inicial do veículo. Além disso, em alguns casos, também a determinação da atitude faz parte do problema de determinação da localização.

Já a navegação (relativo ao latim *navigare*, em que *navis* e *igare* significam, respectivamente, veículo e conduzir) diz respeito não apenas a saber onde se está, mas também a saber onde se está em referência ao caminho que se deve tomar para alcançar o destino desejado. Ou seja, assume-se aqui que a navegação envolve não apenas o problema de localização, mas também o problema de determinação da trajetória que será executada, bem como os sistemas de controle, responsáveis por manter o veículo na trajetória desejada.

Considerados estes termos, reforça-se o fato de que este trabalho preocupa-se apenas com o problema de localização.

### 1.3 OBJETIVOS DO PROJETO

Diante do exposto, é objetivo deste trabalho o desenvolvimento de um sistema de localização 3D baseado em diferentes tipos de sensores, todos de baixo custo, cujas informações serão fundidas para gerar uma única e precisa estimativa da posição, velocidade e atitude do veículo. É necessário também que tal sistema atenda aos requisitos do projeto no qual este trabalho está inserido (Seção 1.1.1). Dessa maneira, o sistema deve apresentar reduzidas dimensões, peso e consumo de energia e não utilizar sensores exteroceptivos cujas referências externas não estejam disponíveis globalmente. Assim, deve apresentar capacidade de funcionamento em ambientes externos variados e não-estruturados.

Neste contexto, optou-se por empregar o seguinte conjunto de sensores no sistema de localização proposto, cujos papéis serão mais detalhadamente descritos no Capítulo 2.1:

- **Acelerômetros**, sensores que medem as componentes tridimensionais da força específica atuando sobre o veículo;
- **Girômetros**, que medem a velocidade de rotação em torno de seu eixo de máxima sensibilidade;
- **Magnetômetros**, que medem a intensidade do campo magnético local;
- **Sensor de pressão absoluta**, utilizado para fornecer estimativa da variação da altitude;
- **Receptor GPS**, dispositivo capaz de fornecer estimativas de posição e velocidade relativos ao Sistema  $E$ , definido na Seção 2.2, a partir de sinais transmitidos por satélites artificiais.

Diante das informações fornecidas por tais sensores, uma unidade embarcada de processamento deve ser capaz de, por meio de um algoritmo de fusão sensorial, fornecer estimativas de  $\mathbf{r}^n$ ,  $\mathbf{v}^n$  e  $\mathbf{q}_n^b$ .

Nesse contexto, o trabalho envolve o estudo dos sensores utilizados, bem como suas fundamentações matemáticas, o projeto eletrônico do sistema, a confecção do software embarcado responsável pelo processamento das informações e disponibilização dos dados e, por fim, o projeto e implementação do algoritmo responsável pela estimação da localização do veículo. Vale destacar também que os sensores utilizados são dispositivos de baixíssimo custo que, assim, apresentam desempenho reduzido quando comparados a sensores utilizados, por exemplo, pela indústria aeronáutica. Assim, há

contínua preocupação com a calibração de tais sensores, com o objetivo de fornecer estimativas de maior qualidade.

## 1.4 DEMAIS APLICAÇÕES

Em função das características do sistema proposto, apresentadas na seção anterior, o dispositivo projetado pode ser considerado, até certo ponto, um sistema de localização 3D de uso geral. Devido a este fato, diversas são as aplicações encontradas para tal dispositivo. Além disso, o sistema também pode ser utilizado em casos em que não é necessária informação completa de localização, como, por exemplo, em situação em que apenas a determinação da atitude é suficiente. Nesse contexto, algumas das demais aplicações ou áreas de aplicação relacionadas ao sistema proposto são as seguintes:

- **Veículos autônomos aquáticos ou terrestres.** Devido ao ambiente em que operam tais veículos, um conjunto distinto de sensores pode ser empregado. Em robôs que se locomovem sobre um plano, por exemplo, não há necessidade da estimação da variação de altitude ou dos ângulos de arfagem e rolagem. Sistemas como o proposto neste trabalho, porém, são capazes de auxiliar sistemas mais especializados existentes nesses veículos;
- **Realidade virtual e realidade aumentada.** Um sistema com tais características é geralmente instalado junto aos óculos utilizados pelo usuário. Em muitos sistemas de realidade virtual, apenas a atitude do capacete é informação fundamental;
- **Animação e computação gráfica.** Um conjunto de diversos sistemas de localização 3D de dimensões reduzidas pode ser utilizado para determinar, por exemplo, a evolução das posições e atitudes das articulações de um ator. Tais técnicas são já utilizadas pela indústria cinematográfica e de jogos eletrônicos;
- **Reconstrução 3D.** A localização e atitude relativas entre a câmera e o objeto ou ambiente reconstruído é indispensável para o sucesso do procedimento;
- **Sistemas de navegação para veículos automotivos.** Em automóveis modernos, é cada vez mais comum a presença de sistemas de navegação que podem, inclusive, fornecer informações em tempo real do tráfego em determinada localidade. Atualmente, porém, grande parte desses sistemas ainda é baseada unicamente em receptores GPS, que apresentam diversos problemas, como impossibilidade de determinação da posição no interior de túneis.
- **Navegação pessoal.** Não apenas para deficientes visuais, mas também para diversas outras atividades humanas, um sistema de localização 3D com tais características é de grande utilidade;
- **Agricultura de precisão.** Sistemas de localização 3D dessa natureza podem ser empregados tanto na aquisição dos dados relativos à atividade, quanto nos veículos que, em terra ou no ar, atuam na plantação.
- **Treinamento esportivo.** Sistemas similares já são utilizados para avaliação dos movimentos executados pelos atletas. Na natação, por exemplo, acelerômetros e uma câmera de vídeo são empregados para estimar a aceleração provocada em cada instante da braçada;

- **Posicionamento dinâmico de antenas.** Em sistemas desta natureza, em muitos casos é indispensável uma robusta determinação da atitude relativa a um sistema baseado em coordenadas geográficas, o que pode ser alcançado com os sensores empregados no sistema proposto;
- **Manuseio de cargas pesadas por guindastes.** Visto que em geral tais atividades requerem grande perícia do operador, sistemas de localização 3D podem ser utilizados em sistema automáticos de auxílio à operação do guindaste;
- **Brinquedos diversos.** As aplicações nessa área são as mais variadas, envolvendo desde brinquedos com algum grau de movimentação automática até dispositivos que reagem ao movimento;
- **Instrumentação industrial variada.** Uma das aplicações para o ambiente fabril envolve a localização 3D do objeto de interesse em linhas de produção altamente flexíveis, baseadas em manipuladores robóticos;
- **Demais dispositivos para interface homem-máquina.** Sistemas de localização 3D de baixo custo representam uma das principais alternativas às tradicionais formas com as quais o homem interage com o computador (botões, *mouse*);
- **Aplicações médicas.** Espera-se um número cada vez maior de aplicações médicas para sistemas dessa natureza. Por enquanto, um dos dispositivos desenvolvidos é um bisturi modificado que compensa vibrações indesejadas provocadas pelo médico;
- **Aplicações militares.** As aplicações militares representam grande parte dos casos em que já foi utilizado sistema semelhante ao proposto neste trabalho. Alguns exemplos são veículos autônomos de combate e mísseis e projéteis de baixo custo.

## 1.5 RESULTADOS E CONTRIBUIÇÕES

O principal objetivo deste trabalho, a construção de um sistema de localização 3D com as características estabelecidas na Seção 1.2, foi alcançado a partir da obtenção de outros resultados que enriquecem o trabalho realizado. Por exemplo, o estudo realizado inicialmente com o intuito de estabelecer o estado atual dos sensores de baixo custo disponíveis no mercado, bem como a avaliação do *hardware* mais indicado para realizar o processamento dos dados e os estudos relativos à fundamentação matemática do sistema de localização 3D, podem contribuir para o desenvolvimento de outros projetos, seja no contexto da universidade ou fora dela. Uma outra contribuição importante diz respeito aos procedimentos de calibração desenvolvidos, que podem ser utilizados em diversos projetos compostos por dispositivos de características semelhantes. Por fim, o algoritmo de integração desenvolvido, bem como as bibliotecas relativas às estimações da atitude e posição e à fusão sensorial, podem ser empregados também em outros projetos.

Parte do conteúdo desse manuscrito já foi submetido a congressos científicos, com o intuito de divulgar a metodologia adotada e os resultados obtidos. Em [3], descreve-se o desenvolvimento de um sistema de determinação em tempo real de atitude baseado em girômetros, acelerômetros e

magnetômetros de baixo custo. São apresentados o algoritmo responsável pela fusão sensorial e os resultados alcançados. Já os resultados referentes ao sistema completo de estimação da posição, velocidade e atitude são apresentados em [4]. Por fim, alguns dos procedimentos iniciais de calibração desenvolvidos no contexto foram apresentados em [5].

Além disso, cabe destacar algumas contribuições relativas a atividades desenvolvidas junto ao Projeto CARCARAH, projeto no qual este trabalho está inserido. Apesar de ainda não terem sido realizados experimentos de certificação do sistema de localização 3D no VANT, em [6] e [7] são apresentados resultados à regulação da velocidade do rotor principal do helimodelo, etapa importante para os outros níveis de controle do veículo.

## 1.6 APRESENTAÇÃO DO MANUSCRITO

Este manuscrito está distribuído em cinco capítulos principais e dois capítulos adicionais, disponibilizados em Anexo. Os três capítulos principais, em que são descritas as atividades de pesquisa realizadas, foram ordenados de acordo com o andamento cronológico da pesquisa. Tais capítulos representam também fases distintas do projeto, caso se considere a natureza das atividades realizadas em cada etapa.

O Capítulo 1 apresenta a motivação para o desenvolvimento do trabalho, bem como os seus principais objetivos. São brevemente justificadas algumas das decisões tomadas no início do projeto, bem como introduzidos alguns conceitos fundamentais relativos ao sistema proposto. Tais discussões são aprofundadas nos capítulos seguintes.

No Capítulo 2 são expostos alguns dos conceitos básicos utilizados no decorrer do projeto. Inicialmente, são apresentados os sistemas de coordenadas utilizados. Em seguida, são descritas individualmente as tecnologias empregadas no projeto, com destaque para as vantagens, desvantagens e formulações matemáticas. Por fim, o capítulo é concluído com algumas considerações acerca dos modelos de erro adotados e com uma breve introdução acerca das arquiteturas de fusão sensorial aplicadas a sistemas de localização.

Uma descrição detalhada do projeto do sistema de localização é apresentada no Capítulo 3. São apresentados inicialmente os sensores escolhidos para compor o sistema, bem como suas características de desempenho. Os projetos da placa de circuito impresso e do *software* embarcado, bem como os principais problemas e desafios enfrentados nessa fase, são discutidos em seguida. Por fim, são descritos os procedimentos iniciais de calibração empregados. Tais procedimentos podem, em geral, ser executados no período de inicialização do sistema, que ocorre à cada operação e que é detalhadamente descrito no Capítulo 4.

O Capítulo 4, então, expõe o algoritmo que promove a fusão dos dados disponibilizados pelos sensores. Inicialmente, é discutido o procedimento para determinação apenas da atitude. Em seguida, apresenta-se o algoritmo responsável pela determinação completa da localização do veículo a partir das informações disponíveis. Tais algoritmos executam também a calibração *online* de alguns sensores. Os resultados experimentais obtidos com o sistema são também apresentados e discutidos nesse capítulo. Por fim, alguns testes com o sistema em outras configurações são apresentados.



No Capítulo 5, é apresentado um breve resumo do manuscrito e dos resultados obtidos, bem como as conclusões mais pertinentes. Estão presentes também algumas propostas de trabalhos futuros relacionadas ao tema desenvolvido neste trabalho.

Por fim, nos Anexos A. e B., relativos a rotações em  $\mathbb{R}^3$  e ao Filtro de Kalman Estendido, são apresentados conceitos e notações fundamentais utilizados durante toda extensão do manuscrito, e no Anexo C. são apresentados os diagramas esquemáticos do protótipo construído.

## 2 SISTEMAS DE LOCALIZAÇÃO 3D PARA APLICAÇÃO EM VANTS

*There is no truth  
There is only perception*

Gustave Flaubert

### 2.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo descreve tecnologias passíveis de emprego em um sistemas de localização 3D para Veículos Aéreos Não-Tripulados (VANTS) de pequeno porte, curto alcance e baixo custo. Trata-se de sistemas disponíveis atualmente e que possibilitam, caso haja criteriosa integração das informações disponíveis, a obtenção de estimativas de posição, velocidade e atitude em um sistema de coordenadas tridimensional.

É importante recordar, porém, que o sistema proposto deve atender a determinados requisitos, que foram apresentados na Seção 1.3. Diante desse contexto, não foi considerada o emprego de sistemas como radares, balizadores ativos, entre outros, visto que possuem características operacionais bastante distintas das pretendidas neste caso. Também não há, neste trabalho, qualquer preocupação com a detecção de obstáculos ou áreas de interesse presentes nesse espaço. Assim, não são aqui descritos sistemas que poderiam ser utilizados para tal fim, como sensores ultra-sônicos ou *laser rangefinders*, apesar de que tais sistemas deverão ser empregados em um sistema especialista de auxílio ao pouso do VANT. Por fim, também não foram considerados sistemas baseados em visão computacional, pois também fogem ao escopo do presente trabalho. Vale dizer que tais decisões foram tomadas no intuito de conservar a generalidade do sistema proposto e não limitar o escopo de suas aplicações a ambientes estruturados.

O capítulo é organizado da seguinte forma: inicialmente, são apresentados os sistemas de coordenadas utilizados ao longo desse manuscrito. Tal descrição é importante para a exposição das tecnologias individualmente empregadas (sistemas baseados em sensores inerciais, GPS, magnetômetros e altímetro). Em seguida, breves seções introduzem os modelos de erros utilizados e conceitos relativos à fusão dos dados dos respectivos sensores para obtenção de um sistema integrado de localização 3D.

### 2.2 SISTEMAS DE COORDENADAS

Os sistemas de coordenadas são utilizados para referenciar pontos no espaço. Neste trabalho, estamos interessados em determinar tais posições tanto em relação a referências arbitrárias quanto a coordenadas geográficas. Dessa forma, os seguintes sistemas de coordenadas são empregados (Figuras 2.1 e 2.2):

- **Sistema de coordenadas inercial**, ECI (do inglês, *Earth-Centered Inertial*) ou Sistema  $I$ , é o sistema de coordenadas em que a origem está localizada no centro de gravidade da Terra, o eixo  $X$  aponta para a intersecção da eclíptica com o equador celestial (no momento do equinócio da primavera no hemisfério norte), o eixo  $Z$  para o pólo norte e o eixo  $Y$  é determinado pela regra da mão direita. Recebe este nome por manter-se fixo em relação à rotação da Terra.
- **Sistema de coordenadas centrado e fixado na Terra**, ECEF (do inglês, *Earth-Centered, Earth-Fixed*) ou Sistema  $E$ , em que, como no caso anterior, a origem está localizada no centro de gravidade da Terra. A diferença reside no fato que o eixo  $X$  está apontado para a intersecção entre o Equador e o meridiano de Greenwich.
- **Sistema de coordenadas fixo ao veículo** ou Sistema  $B$ , também conhecido como Sistema RPY (do inglês, *Roll-Pitch-Yaw*). Como indica o próprio nome, é um sistema em que a origem é fixa num veículo, preferencialmente no seu centro de gravidade. Seus eixos também são fixos no veículo e, a partir dos movimentos de rotação que podem ser realizados por tais eixos, são definidos os ângulos de rolagem ( $\phi$ ), arfagem ( $\theta$ ) e guinada ( $\psi$ ). Caso se defina tais ângulos como ângulos de Euler, a equação (A..7) pode ser utilizada para transformar coordenadas desse sistema para um sistema de referência. É o sistema em que as medidas dos sensores são geradas.
- **Sistema de coordenadas de navegação** ou Sistema  $N$ , em que os mais utilizados são sistemas geográficos locais, como o  $NED$  (do inglês, *North-East-Down*) ou  $ENU$ . Em geral, são sistemas cuja origem coincide com o Sistema  $B$  e, então, pode ser estabelecida em qualquer ponto da Terra. No caso do Sistema  $NED$ , utilizado neste trabalho, o eixo  $X$  aponta para o norte geográfico, o eixo  $Z$  aponta para o centro da Terra e o eixo  $Y$  é ortogonal aos anteriores. Caso o veículo esteja sobre a superfície terrestre, os eixos  $X$  e  $Y$  formam um plano tangente a essa superfície. Vale dizer que, no contexto deste trabalho, conforme descrito na Seção 2.3.3.4, a origem do Sistema  $N$  é mantida fixa e, assim, não mais coincidirá com a origem do Sistema  $B$ . Além disso, em alguns casos considera-se que o Sistema  $N$  é definido simplesmente pela posição e atitude iniciais do dispositivo.

Neste trabalho, todos os vetores possuem índices que representam a qual sistema as referidas coordenadas estão referenciadas. Assim, o vetor de força específica no Sistema  $B$ , por exemplo, é identificado por  $\mathbf{f}^b$ .

### 2.2.1 Sistema $E$ e coordenadas geodésicas

O Sistema  $E$ , conforme definido anteriormente, gira em torno do Sistema  $I$  segundo a seguinte velocidade de rotação:

$$\omega_{ie}^e = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_e \end{bmatrix}, \quad (2.1)$$

em que  $\omega_e = 7,2921158 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$ , considerando que a velocidade de rotação da Terra é constante.

Outra característica importante é que, ao invés de sistemas cartesianos, sistemas de coordenadas cujas origens residem no centro da Terra costumam representar as posições em sistemas esféricos. Ou

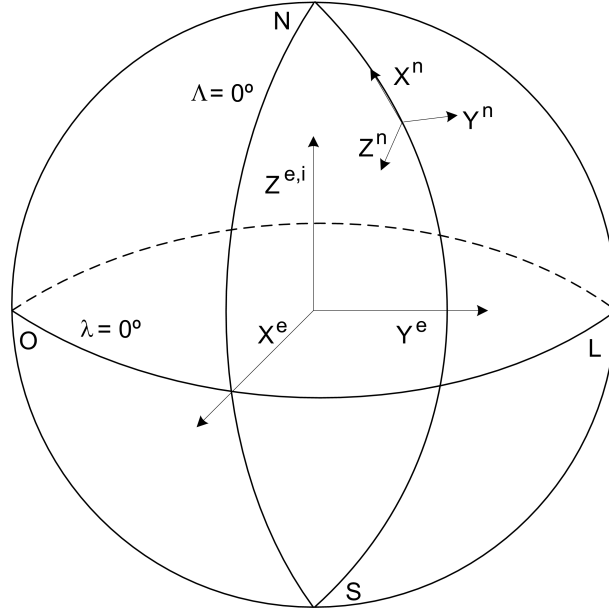


Figura 2.1: Alguns sistemas de coordenadas utilizados neste trabalho.

seja, ao invés das coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ , as posições são representadas pelas suas latitude, longitude e altitude. A latitude  $\lambda$  varia de  $-90^\circ$  a  $90^\circ$  a partir do plano equatorial, a longitude  $\Lambda$  de  $-180^\circ$  a  $180^\circ$  a partir do plano definido pelo meridiano de Greenwich e a altitude é a altura medida a partir do nível médio do mar.

Caso o nosso planeta fosse uma esfera perfeita, a conversão das coordenadas de um sistema cartesiano com origem no centro da Terra para um sistema esférico com mesma origem se daria por meio das seguintes equações:

$$\lambda_{geocentrica} = \arctan \left( \frac{r_z^e}{\sqrt{(r_x^e)^2 + (r_y^e)^2}} \right) \quad (2.2)$$

$$\Lambda = \arctan \left( \frac{r_y^e}{r_x^e} \right) \quad (2.3)$$

$$h_{geocentrica} = \|\mathbf{r}^e\| - R_T \quad (2.4)$$

em que

$$\|\mathbf{r}^e\| = \sqrt{(r_x^e)^2 + (r_y^e)^2 + (r_z^e)^2}$$

e  $\lambda_{geocentrica}$  e  $h_{geocentrica}$  são a latitude e a altitude representadas em coordenadas esféricas,  $\Lambda$  a longitude,  $\|\mathbf{r}^e\|$  a distância do ponto em questão ao centro da Terra e  $\bar{R}_T$  o raio médio da Terra.

Todavia, a Terra não é uma esfera perfeita e convencionou-se representar sua geometria irregular por um elipsóide de revolução, modelo adotado neste trabalho. Para um elipsóide, os cálculos de latitude e altitude diferem de um sistema esférico (equações (2.2) e (2.4)). A computação da longitude (eq. (2.3)) se dá da mesma forma.

De fato, para o elipsóide, há duas representações possíveis da latitude. Uma delas é chamada de latitude geocêntrica, ou  $\lambda_{geocentrica}$ , e é medida em relação ao centro da Terra. A outra é chamada

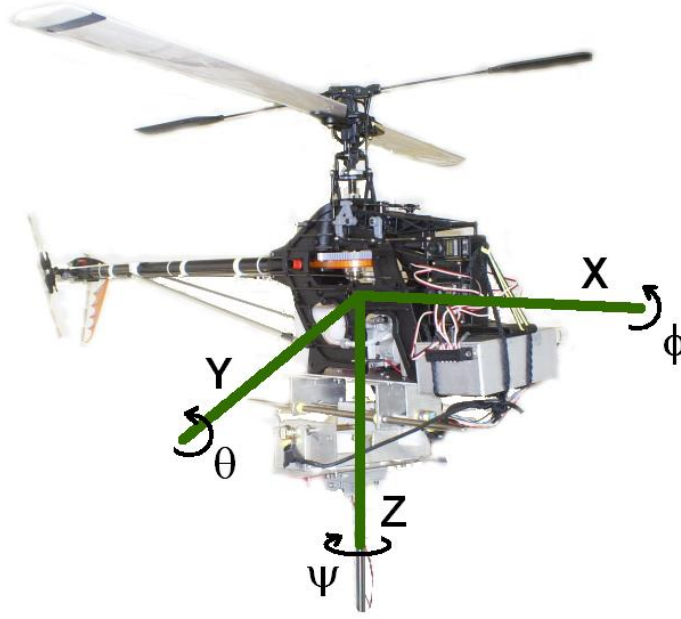


Figura 2.2: O Sistema  $B$ .

de latitude geodésica, ou  $\lambda_{geodesica}$ , e é relativa ao ângulo formado pelo segmento perpendicular à superfície terrestre e o plano equatorial. Neste trabalho e na grande maioria dos mapas, ao se mencionar a latitude, faz-se referência à latitude geodésica.

Diante disso, para se obter as coordenadas geodésicas a partir das coordenadas cartesianas ou geocêntricas, diversos procedimentos podem ser adotados. O seguinte método iterativo é frequentemente utilizado [8]:

$$\lambda_{geodesica}(k+1) = \lambda_{geocentrica} + e_T \sin(2\lambda_{geodesica}(k)), \quad (2.5)$$

em que

$$e_T = \frac{R_T - r_T}{R_T} = 0,00335281070319$$

é conhecida como elipticidade da Terra e  $R_T$  e  $r_T$  são respectivamente os semi-eixos médios maior e menor da Terra. Costuma-se fazer  $\lambda_{geodesica}(0) = \lambda_{geocentrica}$ .

Para o cálculo da altitude, pode-se utilizar a seguinte aproximação:

$$h_{geodesica} \approx \|\mathbf{r}^e\| - R_T(1 - e_T \sin(\lambda_{geodesica})^2). \quad (2.6)$$

Por fim, vale acrescentar que, nesse trabalho,  $\lambda$  refere-se a  $\lambda_{geodesica}$  e  $h$  refere-se a  $h_{geodesica}$ .

### 2.2.2 Sistema $NED$

A matriz que transforma os vetores do Sistema  $E$  para suas representações no Sistema  $NED$  é dada por:

$$\mathbf{C}_n^e = \begin{bmatrix} -\sin \lambda \cos \Lambda & -\sin \lambda \sin \Lambda & \cos \lambda \\ -\sin \Lambda & \cos \Lambda & 0 \\ -\cos \lambda \cos \Lambda & -\cos \lambda \sin \Lambda & -\sin \lambda \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Assim, caso se deseje representar  $\omega_{ie}^e$  no Sistema  $NED$ , faz-se

$$\omega_{ie}^n = \mathbf{C}_n^e \omega_{ie}^e = \begin{bmatrix} \omega_e \cos \lambda \\ 0 \\ -\omega_e \sin \lambda \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

No Sistema  $NED$ , singularidades surgem nos pólos da Terra. Por exemplo,  $\omega_{en}^n$  pode ser expressa por

$$\omega_{en}^n = \left[ \frac{v_E}{R_T+h} \quad \frac{-v_N}{R_T+h} \quad \frac{-v_N \tan \lambda}{R_T+h} \right]^T. \quad (2.9)$$

Por este motivo, utiliza-se em sistemas de navegação globais um Sistema  $N$  que se rotaciona em torno do eixo  $Z$  de forma a evitar tal singularidade. Neste trabalho, porém, será utilizada o sistema de coordenadas tal como descrito.

## 2.3 SISTEMAS DE NAVEGAÇÃO INERCIAL DO TIPO *STRAPDOWN*

A navegação inercial é baseada em um princípio relativamente simples: a partir da medição da taxa de movimento do veículo, obtém-se suas coordenadas em relação a um ponto inicial. Naturalmente, para que se possa calcular esse deslocamento corretamente, deve-se conhecer a orientação (ou a atitude<sup>1</sup>) do veículo em relação a esse ponto no decorrer de seu deslocamento. Essa atitude pode ser estimada, por exemplo, por meio de medições sucessivas das taxas de rotação do veículo.

Sistemas como esse possuem diversas vantagens. Não há, por exemplo, necessidade de contar com referências externas para o funcionamento. Além disso, devido a este fato, não ocorrerão interferências no sinal, sejam intencionais ou não. Porém, como a posição é obtida por operações de integração, pequenos erros de medida são acumulados no decorrer da operação do dispositivo, ocasionando erros ilimitados em tempo infinito. Em especial, sistemas de navegação inercial são sensíveis a erros de alinhamento, *biases* e fatores de escala dos sensores, visto que componentes de alta frequência têm efeito reduzido devido a limite de banda do sistema. Por este motivo, em muitos casos os sistemas de navegação inercial operam em conjunto com sistemas de medição absolutos, como o GPS. Alguns destes sistemas serão os temas das próximas seções deste capítulo.

### 2.3.1 Sensores inerciais

Sensores capazes de medir grandezas cinemáticas em relação a um sistema de coordenadas inercial são geralmente chamados de sensores inerciais. Nesse trabalho, são utilizados acelerômetros e girômetros, descritos sucintamente a seguir.

---

<sup>1</sup>A atitude é caracterizada pelos 3 ângulos de orientação do veículo em relação a um sistema de coordenadas tridimensional conhecido.

### 2.3.1.1 Acelerômetros

Como o próprio nome diz, acelerômetro é um instrumento que mede a aceleração. Entretanto, essa definição pode ser um pouco difusa, pois, mesmo quando imóvel em relação a um referencial inercial, em geral o instrumento ainda gera uma saída diferente de zero, referente ao campo gravitacional no qual o dispositivo em geral se encontra. Isso se dá porque, na verdade, ao invés da aceleração, os acelerômetros medem a força necessária para manter um corpo de prova no interior do instrumento. Assim, como a massa do corpo de prova<sup>2</sup> é conhecida, a partir da medida da força pode-se calcular a aceleração. Por conta deste motivo, muitos consideram que, na realidade, acelerômetros medem a *força específica*, ou  $f$ , que age sobre o corpo.

A força específica, porém, não pode ser diretamente utilizada para se obter a aceleração inercial do dispositivo. Caso o instrumento esteja em queda livre, por exemplo, o valor medido será zero, visto que tanto o dispositivo quanto o corpo de prova estarão submetidos à mesma força. Ao mesmo tempo, caso o dispositivo esteja imóvel em uma bancada de laboratório, sua saída será diferente de zero. Assim, em termos práticos pode-se assumir que os acelerômetros fornecem medida da aceleração inercial do instrumento subtraída da aceleração gravitacional local.

Nesse contexto, os acelerômetros são também utilizados para determinar a inclinação de um objeto estático em relação ao plano perpendicular à aceleração da gravidade (que muitas vezes está alinhado ao plano da superfície terrestre). Para tanto, basta dispor dois acelerômetros ortogonalmente entre si e, a partir das componentes da aceleração da gravidade medidas pelo instrumento, calcular o ângulo de inclinação do plano definido pelos eixos sensíveis dos sensores. Não se pode, naturalmente, determinar rotações em torno do vetor da aceleração gravitacional, visto que as medidas dos dois acelerômetros se mantêm constantes caso o corpo seja girado em torno desse eixo. Mesmo com a utilização de três acelerômetros, não se pode determinar por completo a atitude do dispositivo.

Atualmente, uma série de acelerômetros de dimensões extremamente reduzidas são comercializados. São baseados em tecnologia MEMS (em inglês, *Micro-Electro-Mechanical Systems*) e em muitos casos contêm três elementos sensores dispostos ortogonalmente e grande parte da eletrônica necessária para tratamento do sinal encapsulados em um circuito integrado. O desenvolvimento desses dispositivos de baixo custo e consumo reduzido de energia se deu principalmente devido a demanda da indústria automobilística, que o utiliza para detectar colisões. Entretanto, muitas outras aplicações são encontradas para tais dispositivos, como detecção de queda livre, medição de vibrações e inclinação, bem como aplicações de localização. Diversas grandes indústrias de semicondutores produzem tais dispositivos hoje em dia, como Analog Devices, Freescale Semiconductor e ST Microelectronics.

### 2.3.1.2 Girômetros

Girômetros são dispositivos que medem a velocidade de rotação em relação a um sistema de coordenadas inercial. Também são chamados de giroscópios<sup>3</sup>, mas aqui prefere-se utilizar a nomenclatura formal, visto que giroscópio foi o nome dado historicamente ao aparelho mecânico composto por um

---

<sup>2</sup>Os corpos de prova utilizados em sensores da Analog Devices pesam menos de 0,1  $\mu g$  [9].

<sup>3</sup>De fato, em inglês *gyroscope* pode representar tanto um girômetro (*rate gyroscope*) quanto um gôniometro (*displacement gyroscope*), dispositivo usado para medir deslocamentos angulares.

disco rotativo e anéis concêntricos (em inglês, *gimbals*).

Ao contrário dos acelerômetros, um grande número de técnicas pode ser utilizado para a construção de girômetros. Atualmente, o estado-da-arte são dispositivos óticos, como o *Ring Laser Gyroscope* ou o *Fiber Optic Gyroscope* [10]. Neste trabalho, porém, a preferência é por dispositivos de dimensões reduzidas e de baixos custo e consumo de energia. Tais dispositivos geralmente utilizam a aceleração de Coriolis para efetuar a medição da velocidade de rotação. A aceleração de Coriolis é provocada em um corpo que possui velocidade não-nula em relação a um outro corpo que gira e sobre o qual o primeiro está apoiado. Ocorre, por exemplo, quando um veículo se desloca sobre a superfície da Terra. Uma das tecnologias mais utilizadas, por exemplo, baseia-se numa massa que vibra linearmente no plano ortogonal ao eixo de medição. Quando ocorre uma rotação, o corpo em movimento sofre uma aceleração tangencial proporcional à velocidade de rotação e à velocidade do corpo, a aceleração de Coriolis. Em muitos casos, para aumentar rejeição a vibrações, utiliza-se dois elementos que oscilam com mesma amplitude, mas em direções opostas, como no girômetro *tuning fork* (uma tradução possível é forquilha ajustável). Os girômetros da família ADXRS, da Analog Devices, são baseados em um princípio de operação semelhante. Em [11], são descritas as principais tecnologias comercializadas atualmente.

É importante destacar, por fim, que os girômetros, da mesma forma que os acelerômetros, medem velocidade de rotação em referência a um sistema inercial. Neste sentido, caso o dispositivo opere na Terra, por exemplo, em geral será sensível também à rotação do planeta.

### 2.3.2 Sistemas *gimbaled* vs. *strapdown*

Sistemas inerciais utilizados para navegação podem ser divididos em duas categorias [12]. Os primeiros sistemas disponíveis utilizavam três anéis concêntricos ou *gimbals* para isolar o conjunto de acelerômetros das rotações realizadas pelo veículo. Desta forma, caso se considere um sistema ideal, os eixos de medida do conjunto de acelerômetros estarão sempre alinhados com o plano perpendicular à aceleração da gravidade. Na prática, entretanto, devido principalmente ao atrito entre os *gimbals* e a plataforma e ao desbalanceamento de massa das peças que compõem o sistema, girômetros são também montados na plataforma para detectar rotações residuais. As respectivas medidas são utilizadas para acionar motores, que realinham a plataforma. Vale destacar ainda que, em veículos que executam manobras complexas, torna-se necessário instalar mais um *gimbal*, visto que há a possibilidade de ocorrência de um *gimbal lock*, efeito em que dois ou três *gimbals* se alinham, impedindo a detecção de rotação no(s) eixo(s) restante(s).

Com o avanço da tecnologia de processadores digitais, tornou-se possível a construção de dispositivos que dispensam o uso dos *gimbals*. São conhecidos como sistemas *strapdown* ou solidários, em que os conjuntos ortogonais de acelerômetros e girômetros são fixados diretamente no corpo do veículo, sem a instalação de *gimbals*. Nessa configuração, as medidas provenientes dos girômetros são utilizadas para se computar a atitude do veículo, que, por sua vez, é utilizada para representar as forças específicas medidas pelos acelerômetros no sistema de referência.

Acerca das vantagens e desvantagens de cada sistema, pode-se dizer que os sistemas *gimbaled* (ou estabilizados) são mais caros, maiores e mais pesados. Já os sistema *strapdown* são menores, mas



requerem girômetros mais sensíveis e software mais complexo.

### 2.3.3 Equações cinemáticas de navegação

Um conjunto de sensores inerciais dispostos ortogonalmente costuma ser chamados de Unidade de Medição Inercial ou IMU (em inglês, *Inertial Measurement Unit*). A partir do momento em que tais dados tornam-se as entradas de um algoritmo que determinará a posição e atitude do veículo a partir de seu estado inicial, tem-se um Sistema de Navegação Inercial ou INS (em inglês, *Inertial Navigation System*). Neste contexto, essa seção pretende definir os principais passos deste algoritmo, considerando uma configuração *strapdown*.

Inicialmente, serão descritas tais equações para o caso em que se deseja determinar as coordenadas do veículo em relação a um sistema de coordenadas inercial. Nesse caso, será considerado que o veículo sofre apenas os efeitos da aceleração gravitacional local e da aceleração causada por forças locais, como de seu próprio sistema de propulsão e do atrito. Em seguida, serão considerados os casos em que os sistemas de referências são o Sistema  $E$  e o Sistema  $N$ , em que são acrescentados os efeitos relativos à rotação da Terra.

Os sistemas de coordenadas utilizados foram descritos na Seção 2.2, enquanto que grande parte dos fundamentos matemáticos necessários para este desenvolvimento estão descritos no Anexo A..

#### 2.3.3.1 Em referência a um sistema inercial

Caso o veículo não realize nenhuma rotação, o procedimento para se obter a posição é simplesmente uma dupla integração da aceleração inercial. Entretanto, normalmente alguma rotação é realizada e torna-se necessário representar o vetor de acelerações no sistema do corpo,  $\mathbf{a}^b$ , no sistema inercial,  $\mathbf{a}^i$ . Assim, caso seja utilizada a representação de rotações com quatérnios, a velocidade no Sistema  $I$  evoluirá de acordo com:

$$\dot{\mathbf{v}}^i = \mathbf{C}_i^b \mathbf{a}^b,$$

em que  $\mathbf{v}^i$  é o vetor de velocidades no Sistema  $I$ ,  $\mathbf{C}_i^b$  é a matriz de rotação do Sistema  $B$  para o Sistema  $I$  e  $\mathbf{a}^b$  é o vetor de acelerações no Sistema  $B$ .

Entretanto, como visto na Seção 2.3.1.1, o acelerômetro mede, na verdade, a força específica agindo sobre o dispositivo. Assim, a equação utilizada é:

$$\dot{\mathbf{v}}^i = \mathbf{C}_i^b \mathbf{f}^b + \mathbf{g}^i, \quad (2.10)$$

em que  $\mathbf{g}^i$  é o vetor da gravidade no sistema de referência inercial e  $\mathbf{f}^b$  é o vetor de medidas dos acelerômetros.

Resta ainda, porém, a obtenção de  $\mathbf{q}_i^b$ , o quatérnio que representa a rotação do Sistema  $B$  para o Sistema  $I$ , a partir das medidas dos girômetros, que é dada conforme a eq. (A..23), ou seja,

$$\dot{\mathbf{q}}_i^b = \frac{1}{2} \mathbf{W}_{ib}^b \mathbf{q}_i^b. \quad (2.11)$$

A partir de  $\mathbf{q}_i^b$ ,  $\mathbf{C}_i^b$ , a matriz de rotação correspondente, é calculada por meio da equação (A..19).

### 2.3.3.2 Em referência a um sistema rotativo

Em grande parte dos casos, entretanto, a navegação se dá em referência a um sistema de coordenadas não-inercial, como o Sistema  $E$ , que acompanha a rotação da Terra. Nesta situação, como as medições dos girômetros e acelerômetros são feitas em relação a um sistema inercial, uma série de compensações deve ser feita para se representar tais medidas no sistema de referência rotativo.

Assim, para o cálculo da posição, utiliza-se a equação de Coriolis, que neste caso relaciona a velocidade de um corpo expressa no Sistema  $I$  com a velocidade expressa em coordenadas no Sistema  $E$ , a velocidade de rotação entre os sistemas e a posição do Sistema  $E$ :

$$\mathbf{v}^i = \mathbf{v}^e + \omega_{ie}^e \times \mathbf{r}^e. \quad (2.12)$$

A partir daí, tem-se a seguinte relação, segundo [10]:

$$\dot{\mathbf{v}}^e = \mathbf{C}_e^b \mathbf{f}^b - 2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{v}^e + \mathbf{g}^e - \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{r}^e, \quad (2.13)$$

em que  $\mathbf{r}^e$  é a posição do veículo no Sistema  $E$  e  $\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e$ , definido na Seção 2.2, diz respeito à velocidade de rotação da Terra e, assim, possui apenas a componente  $\omega_z \neq 0$ . Os termos acrescentados à equação de navegação dizem respeito à aceleração de Coriolis experimentada quando o conjunto de sensores possui movimento relativo ao sistema não-inercial e à aceleração centrífuga, respectivamente.

Em relação à determinação da atitude feita por meio de matrizes de rotação, o cálculo de  $\mathbf{C}_e^b$  é dado por:

$$\mathbf{C}_e^b = \mathbf{C}_e^i \mathbf{C}_i^b \quad (2.14)$$

e sua derivada por

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{C}}_e^b &= \dot{\mathbf{C}}_e^i \mathbf{C}_i^b + \mathbf{C}_e^i \dot{\mathbf{C}}_i^b \\ &= (-\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{C}_e^i) \mathbf{C}_i^b + \mathbf{C}_e^i (\mathbf{C}_i^b \boldsymbol{\Omega}_{ib}^b) \\ &= -\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{C}_e^b + \mathbf{C}_e^b \boldsymbol{\Omega}_{ib}^b. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Tal procedimento é equivalente a fazer

$$\dot{\mathbf{C}}_e^b = \mathbf{C}_e^b \boldsymbol{\Omega}_{eb}^b,$$

com

$$\boldsymbol{\omega}_{eb}^b = \boldsymbol{\omega}_{ib}^b - \mathbf{C}_e^b \boldsymbol{\omega}_{ie}^e.$$

Analogamente, a propagação da atitude por meio de quatérnios se dá por meio de

$$\dot{\mathbf{q}}_e^b = -\frac{1}{2} \mathbf{W}_{ie}^b \mathbf{q}_e^b + \frac{1}{2} \mathbf{W}_{ib}^b \mathbf{q}_e^b. \quad (2.16)$$

### 2.3.3.3 Em referência a um sistema geográfico local

Um outro sistema de referência muito utilizado em sistemas de navegação é definido por um plano tangente à superfície terrestre. Os eixos  $X$  e  $Y$  são definidos, no caso do Sistema  $NED$ , descrito na Seção 2.2, pelas direções norte e leste e o eixo  $Z$  é perpendicular a este plano, em direção ao centro da Terra. A origem do sistema coincide com a origem do Sistema  $B$  e, portanto, é muito utilizado em sistemas *gimbaled*.

Neste caso, porém, as equações cinemáticas tornam-se mais complexas devido ao deslocamento do sistema de referência em relação ao sistema rotativo que, por sua vez, já possui movimento relativo ao sistema inercial, do qual são obtidas as medidas. Na prática, há a incorporação do termo  $\Omega_{en}^n$  às equações:

$$\dot{\mathbf{v}}^n = \mathbf{C}_n^b \mathbf{f}^b - (2\Omega_{ie}^n + \Omega_{en}^n) \mathbf{v}^n + \mathbf{g}^n. \quad (2.17)$$

Em relação à propagação da rotação da atitude, tem-se a seguinte expressão:

$$\dot{\mathbf{q}}_n^b = -\frac{1}{2} \mathbf{W}_{in}^b \mathbf{q}_n^b + \frac{1}{2} \mathbf{W}_{ib}^b \mathbf{q}_n^b, \quad (2.18)$$

em que  $\omega_{in}^n = \omega_{ie}^n + \omega_{en}^n$ .

### 2.3.3.4 Considerações

Seja devido ao tempo reduzido de operação e à extensão do raio da Terra em comparação aos deslocamentos do sistema proposto, seja pela magnitude dos erros aleatórios dos sensores utilizados, neste trabalho serão desconsiderados os efeitos relativos à rotação da Terra (cerca de  $15^\circ/hora$ ), representados por  $\Omega_{ie}^n$  e  $\Omega_{en}^n$ . Além disso, não haverá qualquer preocupação em relação às singularidades que ocorrem nos pólos ao se utilizar o sistema geográfico local. Dessa maneira, tem-se o seguinte conjunto de equações:

$$\dot{\mathbf{v}}^n = \mathbf{C}_n^b \mathbf{f}^b + \mathbf{g}^n \quad (2.19)$$

e

$$\dot{\mathbf{q}}_n^b = \frac{1}{2} \mathbf{W}_{ib}^b \mathbf{q}_n^b. \quad (2.20)$$

Assim, de forma distinta à utilizada normalmente, no contexto deste trabalho o Sistema  $N$  é mantido fixo no ponto inicial de operação. A orientação do Sistema  $N$  é, em geral, alinhada aos eixos *North-East-Down*. Em alguns casos, porém, é assumida a atitude inicial do dispositivo. As outras medições obtidas, como aquelas provenientes do GPS, são referenciadas a esse sistema de coordenadas.

## 2.4 SISTEMA DE POSICIONAMENTO GLOBAL

O GPS, acrônimo de *Global Positioning System* (em português, Sistema de Posicionamento Global) é um sistema de localização baseado em ondas de rádio e satélites controlado pelo governo dos

EUA. É capaz de fornecer a qualquer pessoa (ou veículo autônomo) munido de um aparelho receptor apropriado informação de tempo e de posição e velocidade no Sistema *E*.

Entretanto, o GPS não é o único sistema de posicionamento que opera com tais princípios. Muitos sistemas baseados em ondas de rádio já funcionavam mesmo antes da Segunda Guerra Mundial [13]. De fato, também não foi o primeiro sistema de localização baseado em satélites. Na década de 60, por exemplo, passou a funcionar o Transit, também desenvolvido pelos EUA. O desempenho deste sistema, entretanto, era consideravelmente inferior ao desempenho alcançado pelo GPS. Além disso, vale dizer que existem outros sistemas de natureza similar ao GPS. O sistema russo de posicionamento global, o GLONASS (em inglês, *Global Navigation Satellite System*), está em funcionamento desde 1993, mesmo ano em que o GPS iniciou sua operação. Uma nova promessa em termos de localização global baseada em satélites é o Galileo, sistema europeu que se encontra em fase de implantação. Esta Seção, entretanto, se concentrará em discussões acerca do GPS.

### 2.4.1 Princípios de funcionamento

O sistema GPS é composto por pelo menos 24 satélites dispostos em 6 planos orbitais contendo 4 satélites, em que pelo menos um deles funciona apenas como satélite reserva. Eles viajam em torno da Terra numa órbita de cerca de 20.000 *km* acima da superfície terrestre e suas órbitas e posições nas órbitas são planejadas de forma que estejam distribuídos uniformemente pela alta atmosfera do planeta. Nessa configuração cerca de 4 a 10 satélites são visíveis de qualquer ponto da Terra a qualquer instante, se considerarmos um ângulo de elevação de  $10^\circ$  a partir do horizonte [14]. Eles são monitorados pelo segmento de controle do sistema, formado por estações em terra que rastreiam as posições dos satélites, verificam o comportamento dos relógios atômicos, entre outras funções.

Cada um desses satélites emite um sinal de rádio com informações relativas à sua posição em função do tempo, entre outras. Este sinal é recebido pelo receptor, aparelho sobre o qual se deseja conhecer a posição, e este o utiliza para medir a distância entre o receptor o satélite, visto que possuem relógios sincronizados. Assim, com os sinais captados, é possível determinar a posição do receptor, conforme procedimento descrito a seguir.

#### 2.4.1.1 Determinação da posição

O cálculo da posição do receptor GPS baseia-se no fato de que é possível obter as coordenadas de um ponto no espaço ao se conhecer a posição de outros pontos e a distância relativa entre esses e o ponto de interesse. Tal procedimento também é conhecido como trilateração.

Caso seja considerado um espaço bidimensional, representado na Figura 2.3, tem-se a situação em que três pontos são necessários para determinar uma solução única ao problema. Um raciocínio similar leva a crer que, no caso tridimensional, necessita-se de quatro pontos, visto que a intersecção das esferas representadas pelas distâncias a dois pontos de referência forma uma circunferência de possibilidades de solução. Ao realizar-se a intersecção dessa circunferência com mais uma esfera, limita-se o espaço de solução a dois pontos. Daí, a partir de mais um ponto de referência, obtém-se uma única solução.

Entretanto, no problema específico de localização de um receptor GPS próximo à superfície terrestre, um dos dois pontos gerados pela intersecção de três esferas está afastado da Terra e não representa uma solução viável. Assim, são necessárias apenas três equações:

$$\begin{aligned}\rho_1 &= \sqrt{(x_1^e - x_r^e)^2 + (y_1^e - y_r^e)^2 + (z_1^e - z_r^e)^2} \\ \rho_2 &= \sqrt{(x_2^e - x_r^e)^2 + (y_2^e - y_r^e)^2 + (z_2^e - z_r^e)^2} \\ \rho_3 &= \sqrt{(x_3^e - x_r^e)^2 + (y_3^e - y_r^e)^2 + (z_3^e - z_r^e)^2},\end{aligned}\tag{2.21}$$

em que  $\begin{bmatrix} x_r^e & y_r^e & z_r^e \end{bmatrix}^T$  representa a posição que deseja-se calcular,  $\begin{bmatrix} x_i^e & y_i^e & z_i^e \end{bmatrix}^T$  a posição do  $i$ -ésimo satélite ou ponto de referência e  $\rho_i$  a distância entre o  $i$ -ésimo satélite e o receptor.

O valor de  $\rho_i$  é determinado a partir do produto entre o intervalo de tempo referente à transmissão e a recepção de um sinal proveniente do satélite e a velocidade da luz,  $c$ , que é uma estimativa da velocidade de propagação do sinal. Desta forma, a determinação deste intervalo de tempo é influenciada pelos erros de sincronização entre os relógios dos satélites e do receptor. Pode-se formalizar a tal erro da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\tilde{t}_{si} &= t_{si} + \delta_{t_{si}} \\ \tilde{t}_r &= t_r + \delta_{t_r},\end{aligned}\tag{2.22}$$

em que  $\tilde{t}_{si}$  e  $\tilde{t}_r$  são os tempos indicados pelo  $i$ -ésimo satélite e pelo receptor, respectivamente,  $t_{si}$  e  $t_r$  os tempos verdadeiros e  $\delta_{t_{si}}$  e  $\delta_{t_r}$  os erros, representados apenas por *biases*, ou seja, fatores constantes.

Naturalmente, existem outras fontes de erro que afetam a medida da referida distância (Seção 2.4.3). Este fato é de tal forma verdadeiro que convencionou-se chamar os termos  $\rho_i$  de pseudodistâncias (em inglês, *pseudoranges*), explicitando o fato de que são apenas estimativas da distância real. Entretanto, a maior parte desses erros pode ser corrigida por meio de modelos existentes ou compensados a partir da utilização de mais um receptor (Seção 2.4.4). Porém, o erro referente ao relógio do receptor,  $\delta_{t_r}$ , é de natureza completamente desconhecida e, dessa forma, é incluído como mais uma incógnita nas equações (2.21), conforme mostra a Figura 2.3, justificando a utilização de mais um satélite:

$$\begin{aligned}\rho_1 &= \sqrt{(x_1^e - x_r^e)^2 + (y_1^e - y_r^e)^2 + (z_1^e - z_r^e)^2} + c\delta_{t_r} \\ \rho_2 &= \sqrt{(x_2^e - x_r^e)^2 + (y_2^e - y_r^e)^2 + (z_2^e - z_r^e)^2} + c\delta_{t_r} \\ \rho_3 &= \sqrt{(x_3^e - x_r^e)^2 + (y_3^e - y_r^e)^2 + (z_3^e - z_r^e)^2} + c\delta_{t_r} \\ \rho_4 &= \sqrt{(x_4^e - x_r^e)^2 + (y_4^e - y_r^e)^2 + (z_4^e - z_r^e)^2} + c\delta_{t_r},\end{aligned}\tag{2.23}$$

em que  $c$  é a velocidade da luz no vácuo.

Como se trata de um sistema não-linear de equações, a maior parte das soluções está fundamentada em procedimentos iterativos [8], como o método de Newton-Raphson, que baseia-se na solução de sistemas linearizados a partir de uma estimativa inicial. Para a aplicação do método, primeiramente

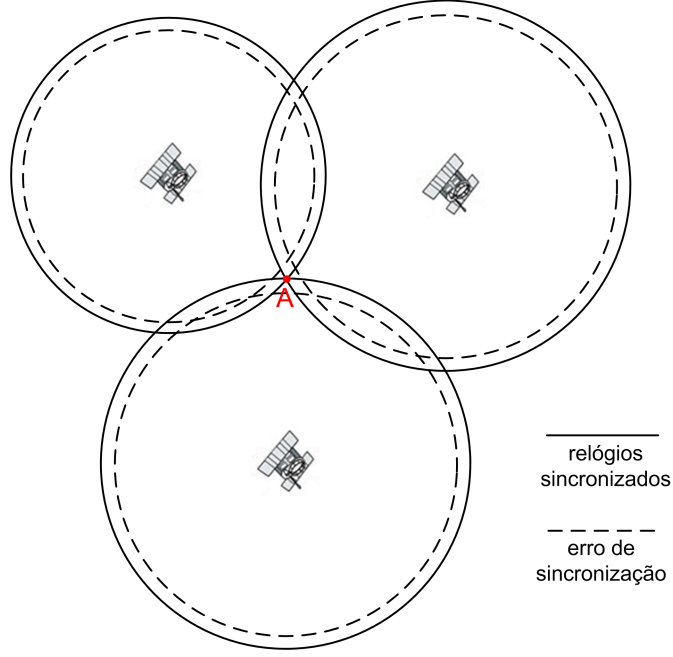


Figura 2.3: Problema de trilateração quando há erro de sincronização entre os relógios do receptor e dos satélites. O ponto A representa a posição correta, obtida por meio dos círculos que representam o caso em que não há erros de sincronização. Caso haja tais erros, a posição pode ser calculada por meio das equações (2.23).

define-se a função que representa o erro da estimação dos valores de  $x_r^e$ ,  $y_r^e$ ,  $z_r^e$  e  $\delta_{tr}$ :

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_1^e - x_r^e)^2 + (y_1^e - y_r^e)^2 + (z_1^e - z_r^e)^2} + c\delta_{tr} - \rho_1 \\ \sqrt{(x_2^e - x_r^e)^2 + (y_2^e - y_r^e)^2 + (z_2^e - z_r^e)^2} + c\delta_{tr} - \rho_2 \\ \sqrt{(x_3^e - x_r^e)^2 + (y_3^e - y_r^e)^2 + (z_3^e - z_r^e)^2} + c\delta_{tr} - \rho_3 \\ \sqrt{(x_4^e - x_r^e)^2 + (y_4^e - y_r^e)^2 + (z_4^e - z_r^e)^2} + c\delta_{tr} - \rho_4 \end{bmatrix}. \quad (2.24)$$

A partir daí, caso o erro calculado seja maior do que determinado limiar,  $\epsilon$ , calcula-se os incrementos às incógnitas, a partir da matriz jacobiana do sistema:

$$\mathbf{J}(x_r^e(k), y_r^e(k), z_r^e(k), \delta_{tr}(k)) \begin{bmatrix} \Delta x_r^e(k) \\ \Delta y_r^e(k) \\ \Delta z_r^e(k) \\ \Delta \delta_{tr}(k) \end{bmatrix} = \mathbf{e}(x_r^e(k), y_r^e(k), z_r^e(k), \delta_{tr}(k)), \quad (2.25)$$

em que  $\mathbf{J}$  é a matriz jacobiana, ou seja,

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \rho_1}{\partial x_r^e} & \frac{\partial \rho_1}{\partial y_r^e} & \frac{\partial \rho_1}{\partial z_r^e} & \frac{\partial \rho_1}{\partial \delta_{tr}} \\ \frac{\partial \rho_2}{\partial x_r^e} & \frac{\partial \rho_2}{\partial y_r^e} & \frac{\partial \rho_2}{\partial z_r^e} & \frac{\partial \rho_2}{\partial \delta_{tr}} \\ \frac{\partial \rho_3}{\partial x_r^e} & \frac{\partial \rho_3}{\partial y_r^e} & \frac{\partial \rho_3}{\partial z_r^e} & \frac{\partial \rho_3}{\partial \delta_{tr}} \\ \frac{\partial \rho_4}{\partial x_r^e} & \frac{\partial \rho_4}{\partial y_r^e} & \frac{\partial \rho_4}{\partial z_r^e} & \frac{\partial \rho_4}{\partial \delta_{tr}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(x_1^e - x_r^e)}{\sqrt{\alpha}} & \frac{(y_1^e - y_r^e)}{\sqrt{\alpha}} & \frac{(z_1^e - z_r^e)}{\sqrt{\alpha}} & c \\ \frac{(x_2^e - x_r^e)}{\sqrt{\alpha}} & \frac{(y_2^e - y_r^e)}{\sqrt{\alpha}} & \frac{(z_2^e - z_r^e)}{\sqrt{\alpha}} & c \\ \frac{(x_3^e - x_r^e)}{\sqrt{\alpha}} & \frac{(y_3^e - y_r^e)}{\sqrt{\alpha}} & \frac{(z_3^e - z_r^e)}{\sqrt{\alpha}} & c \\ \frac{(x_4^e - x_r^e)}{\sqrt{\alpha}} & \frac{(y_4^e - y_r^e)}{\sqrt{\alpha}} & \frac{(z_4^e - z_r^e)}{\sqrt{\alpha}} & c \end{bmatrix}, \quad (2.26)$$

em que  $\alpha = \sqrt{(x_i^e - x_r^e)^2 + (y_i^e - y_r^e)^2 + (z_i^e - z_r^e)^2}$  ou  $\alpha = \rho_i - c\delta_{tr}$ , referente ao  $i$ -ésimo satélite considerado.

Daí resta apenas calcular

$$\begin{bmatrix} x_r^e(k+1) \\ y_r^e(k+1) \\ z_r^e(k+1) \\ \delta_{tr}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_r^e(k) \\ y_r^e(k) \\ z_r^e(k) \\ \delta_{tr}(k) \end{bmatrix} - \mu \begin{bmatrix} \Delta x_r^e(k) \\ \Delta y_r^e(k) \\ \Delta z_r^e(k) \\ \Delta \delta_{tr}(k) \end{bmatrix}. \quad (2.27)$$

em que  $\mu$  é uma constante que define a velocidade de convergência.

Caso informações de mais de quatro satélites sejam consideradas, a principal diferença residiria no cálculo de (2.25). Neste caso, calcula-se a estimativa de mínimos quadrados do referido sistema linearizado, ou seja,

$$\begin{bmatrix} \Delta x_r^e(k) \\ \Delta y_r^e(k) \\ \Delta z_r^e(k) \\ \Delta \delta_{tr}(k) \end{bmatrix} = (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{e}. \quad (2.28)$$

Com relação aos valores da estimativa inicial, pode-se simplesmente assumir que os valores iniciais são zero, ou seja: posição do receptor no centro da Terra e erro nulo do relógio do receptor.

Vale ressaltar que as soluções aqui apresentadas representam soluções instantâneas ao problema de determinação da posição do receptor. Entretanto, por meio do efeito Doppler, os receptores também são capazes de estimar a velocidade  $\mathbf{v}_{gps}^e$  do veículo, uma estimativa consideravelmente independente de  $\mathbf{r}_{gps}^e$ . Assim, é possível utilizar um filtro estocástico, como o Filtro de Kalman, para estimar a posição e velocidade do receptor. De fato, muitos receptores GPS, como o utilizado neste trabalho, utilizam, quando possível, tal método para obter as estimativas de posição e velocidade.

## 2.4.2 Sinal

O sinal enviado por cada satélite é composto por duas portadoras moduladas por dois sinais digitais codificados e uma mensagem. As duas portadoras são geradas nas frequências de 1.575,42 MHz (portadora L1) e 1.227,60 MHz (portadora L2) [12]. O emprego das portadoras em frequências distintas permite a correção de um dos maiores erros verificados no sistema, conhecido como atraso ionosférico. Atualmente, a codificação C/A (do inglês, *coarse/acquisition*) disponível a todos usuários, é transmitida na portadora L1, enquanto que a codificação P (do inglês, *precise*), disponível apenas a usuários autorizados, é transmitida em ambas portadoras.

Com relação à natureza da codificação C/A, o sinal é uma seqüência de 1.023 *bits* que se repete a cada 1 *ms*, numa taxa de 1.023 *Mbps*. Cada satélite possui um código próprio, o que permite ao receptor identificar o satélite que envia a mensagem. Além disso, o sinal contém uma mensagem com informações acerca das coordenadas do satélite em função do tempo, o estado de *saúde* do satélite, a correção do relógio do satélite, o calendário do satélite e dados atmosféricos. Este sinal é transmitido a 50 *Kbps*, possui 37.500 *bits* em sua totalidade e contém ainda informações sobre outros satélites.

Uma modernização do sinal transmitido por cada satélite está em curso. De fato, os satélites da

nova geração já transmitem o código C/A pela portadora L2, permitindo o alcance de maior precisão. Planeja-se para o futuro o acréscimo de outra portadora, a L5, para diminuir efeitos relativos à interferência, entre outros problemas.

### 2.4.3 Qualidade da solução

Como a determinação da posição é realizada por meio da medição do tempo em que um sinal de rádio se propaga no espaço, os principais erros associados à estimativa calculada pelo GPS dizem respeito a erros de sincronização dos relógios dos transmissores com o relógio do receptor e a atrasos na propagação do sinal devido a fenômenos atmosféricos, que ocorrem principalmente na ionosfera. Além desses dois erros críticos, há aqueles associados a erros nas posições assumidas dos satélites, à reflexão do sinal transmitido, entre outros [14].

Em relação aos erros relativos à dessincronização dos relógios, utiliza-se o procedimento descrito na Seção 2.4.1.1, visto que, como são utilizados relógios atômicos constantemente monitorados nos satélites, os erros desses dispositivos são, em geral, ignorados.

Outro tipo de erro relativo à medição do intervalo de tempo decorrido desde o envio do sinal não provém de falhas na sincronização dos relógios, mas sim da própria natureza do sinal. Ocorre que, devido à frequência de transmissão do código C/A, não é possível detectar as bordas de transição do sinal binário com uma precisão temporal que se traduza numa elevada precisão espacial. Para diminuir o efeito deste problema, utiliza-se o próprio sinal da portadora disponível para a maior parte dos receptores civis (L1) para aumentar a precisão na medida desse intervalo de tempo. Em inglês, a correção do *pseudorange* a partir de medidas do sinal da portadora é conhecida como *Carrier-phase Correction*.

O erro associado à posição do satélite em sua órbita se deve principalmente às diferenças entre a órbita real descrita pelo satélite e àquela calculada pelos operadores, durante os intervalos de monitoração das posições. Para minimizar esse problema, os receptores atuais costumam selecionar os quatro satélites que estejam mais afastados entre si, de maneira a diminuir a chamada Diluição da Precisão (em inglês, *Dilution of Precision*). Entretanto, mesmo ao selecionar satélites consideravelmente afastados entre si, o erro da estimativa de altitude do receptor costuma ser maior do que o erro da estimativa horizontal, visto que o receptor apenas pode utilizar satélites que se encontram acima da linha do horizonte.

Considerando que as técnicas acima citadas são utilizadas, os atrasos que ocorrem na propagação do sinal de rádio ao cruzar a ionosfera e a troposfera formam a principal componente do erro encontrado nos receptores civis atualmente. Os atrasos ocorridos na ionosfera são causados principalmente pela interação do sinal de rádio com o gás ionizado presente nesta região da atmosfera. Como a quantidade de elétrons livres na ionosfera é de difícil previsão (depende de fatores como hora do dia, período do ano, latitude e estágio do ciclo solar), não é fácil quantificar esse atraso. Além disso, os atrasos são diferentes para diferentes frequências de sinal<sup>4</sup>. Uma das medidas propostas para diminuir o efeito deste tipo de erro é a utilização das duas frequências de sinal disponíveis para efetuar as

---

<sup>4</sup>Apesar de serem tratados genericamente como atraso, a passagem pela ionosfera adianta o sinal da portadora e atrasa o sinal modulado [14].



devidas compensações. Entretanto, apenas alguns receptores são capazes de receber os dois sinais, visto que a portadora L2 contém códigos exclusivos para uso militar norte-americano.

Já ao atravessar a troposfera, o atraso verificado independe da frequência do sinal que a atravessa. De fato, pode-se separar o atraso ocorrido na troposfera em componentes seco e molhado. Para o caso seco, que corresponde a 90% do atraso, os modelos matemáticos disponíveis permitem uma razoável compensação do efeito. Porém, tais modelos precisos não estão disponíveis para a componente molhada.

Acerca dos erros causados pela passagem do sinal nas camadas ionosférica e troposférica da atmosfera, ainda vale dizer que ambos erros são reduzidos quando o ângulo de elevação para o satélite aproxima-se do zênite, situação em que, o sinal incide perpendicularmente na atmosfera e, assim, minimiza-se a distância percorrida no meio.

Outro erro presente na operação de sistemas GPS, em especial em ambientes com obstáculos, como uma zona urbana, diz respeito à reflexão do sinal transmitido pelo satélite, que, assim, percorre múltiplos caminhos e pode causar a degradação do código C/A recebido. Atualmente, existem técnicas para minimizar tais efeitos, possibilitando, em alguns casos, utilização do sistema em locais consideravelmente fechados.

Em períodos anteriores ao ano 2000, outro tipo de erro incidia sobre o sistema. Era um erro intencionalmente provocado pelo operador do sistema chamado de Disponibilidade Seletiva (ou, em inglês, *Selective Availability*). Por meio da alteração de certas informações contidas no código C/A a intervalos regulares de algumas horas, erros na posição estimada normalmente ultrapassavam 100 m. Seu principal objetivo era dificultar a utilização do sistema GPS para atividades ilegais e criminosas, porém, em maio de 2000, decidiu-se por cancelar a incidência dessa interferência deliberada no sinal.

#### 2.4.4 GPS Diferencial

Entende-se como GPS Diferencial ou DGPS (do inglês, *Differential GPS*) o conjunto de técnicas que utiliza um receptor GPS de referência em uma posição conhecida (estação-base ou, em inglês, simplesmente *base*) para reduzir o erro de um receptor GPS móvel (estação-móvel ou, em inglês, *rover*). A partir dessa definição, infere-se que os erros referentes aos satélites podem ser cancelados totalmente, enquanto que os erros referentes a atrasos na atmosfera são reduzidos quanto mais próximos estiverem os receptores.

Se por um lado a vantagem da utilização de um sistema DGPS é clara, por outro lado suas desvantagens podem tornar seu emprego inviável. Em primeiro lugar, caso se deseje obter as correções em tempo real (necessárias para o presente trabalho, por exemplo), torna-se necessário o estabelecimento de um *link* de comunicação entre a estação-base e a estação-móvel. Além disso, é necessário obter solução inversa do procedimento descrito em 2.4.1.1, ou seja, a partir de uma posição conhecida, deve-se calcular os *pseudoranges* correspondentes, para que os devidos fatores de correção possam ser encontrados e transmitidos da estação-base para a estação-móvel.

A melhora no desempenho do sistema depende das características da estação-base e do algoritmo de correção utilizado. Nos casos em que se utiliza uma estação-base próxima à estação-móvel, com

um *link* de comunicação direto entre eles, conhecidos como LADGPS (do inglês *Local-Area DGPS*), a precisão pode atingir patamares submétricos. Porém, no caso do WAAS (do inglês *Wide Area Augmentation System*), sistema em funcionamento nos EUA que utiliza satélites geoestacionários para transmitir fatores de correção calculados a partir de 25 estações-base, a melhora em geral não alcança tais patamares.

## 2.5 MAGNETÔMETROS

A Terra possui um campo magnético, da mesma forma que um simples ímã. As linhas desse campo percorrem seu caminho em uma trajetória aproximadamente paralela à superfície terrestre, do pólo sul magnético em direção ao pólo norte magnético. A determinação da direção das linhas deste campo magnético é utilizada há centenas de anos para auxiliar a navegação. Os primeiros instrumentos utilizados para determinar tal direção baseavam-se em agulhas imantadas boiando em um líquido. Assim eram as primeiras bússolas.

Hoje em dia, porém, outras opções estão disponíveis para realizar tal medição. Uma delas é baseada em sensores capazes de medir a intensidade do campo magnético incidente em determinado eixo sensível do componente. Assim, a partir de dois sensores deste tipo, dispostos ortogonalmente entre si num plano paralelo ao campo magnético da terra, é possível determinar a orientação do dispositivo em relação a este campo. Para este caso, o cálculo do ângulo em relação ao pólo norte magnético da Terra ( $\psi$ ) é dado pela seguinte relação:

$$\psi = \arctan \frac{m_x}{m_y}. \quad (2.29)$$

Nos casos em que não se pode garantir que o plano dos sensores está alinhado ao plano da Terra, situação em que não se pode simplesmente aplicar a equação (2.29), uma solução possível é utilizar um sensor adicional que forneça a inclinação do corpo em que estão montados os sensores. Tal situação é característica, por exemplo, de aeronaves e dispositivos manuais, como aparelhos celulares. Como visto na Seção 2.3.1.1, um acelerômetro de dois eixos pode ser utilizada para tal fim, caso o dispositivo esteja parado.

Num sistema de localização baseado em coordenadas geográficas, entretanto, tal medida não pode ser imediatamente utilizada como estimativa de orientação. Isso se dá porque os pólos magnéticos da Terra não coincidem com os pólos geográficos, determinados a partir do eixo de rotação do planeta. Porém, a partir de  $\psi$ , para se encontrar a direção do pólo norte geográfico, simplesmente adiciona-se o valor da declinação correspondente ao local. A declinação, bem como dados de outros elementos magnéticos da Terra, são obtidos com o auxílio de mapas do campo magnético terrestre, que variam no decorrer dos anos.

Em caráter meramente ilustrativo, foi feita uma consulta à base de dados do National Geophysical Data Center (NGDC) do National Oceanic & Atmospheric Administration (NOAA) dos Estados Unidos<sup>5</sup>, que revelou a configuração do campo magnético da Terra em Brasília, DF, apresentada na

<sup>5</sup>Disponível em <http://www.ngdc.noaa.gov/seg/geomag/jsp/IGRFWMM.jsp>, acesso em setembro de 2006.

Tabela 2.1. Consultas posteriores não indicaram grande variação nesses valores.

Tabela 2.1: Características do campo magnético da Terra em Brasília, DF ( $\lambda = 14,47^\circ S$  e  $\Lambda = 47,55^\circ W$ ). Nesta representação, a declinação para leste e a inclinação para baixo assumem valores positivos. Além disso,  $X$  aponta para o norte verdadeiro,  $Y$  para o leste e  $Z$  para baixo.

Elemento magnético	Valor
Declinação ( $D$ )	$-20,574^\circ$
Inclinação ( $I$ )	$-21,231^\circ$
Intensidade total ( $\ \mathbf{m}^n\ $ )	$23.837,25 nT$
Componente X ( $m_x^n$ )	$20.802,24 nT$
Componente Y ( $m_y^n$ )	$-7.808,2 nT$
Componente Z ( $m_z^n$ )	$-8.632,13 nT$

### 2.5.1 Limitações

A utilização de magnetômetros e do campo magnético da Terra em sistemas de localização, entretanto, apresenta dificuldades específicas [15].

Em termos gerais, o principal problema reside no fato de que os sensores de densidade de fluxo do campo magnético são, naturalmente, sensíveis a campos magnéticos de qualquer natureza. Assim, como o campo magnético da Terra possui intensidade relativamente baixa, pequenas variações locais causadas pela presença de outros campos podem causar grandes interferências nas medidas. Além disso, mesmo nos casos em que não há outro campo magnético presente, a mera presença de materiais ferromagnéticos, seja na própria base em que é montado o sensor, seja apenas próximo ao dispositivo, distorce o campo magnético que incide no elemento sensor e, assim, degrada a qualidade de sua medida.

A influência de materiais ferromagnéticos na própria base em que é montado o sensor pode ser quantificada e compensada. Entretanto, tal erro pode ser determinante, por exemplo, numa situação em que se deseja medir a direção campo magnético da Terra próxima a uma linha de transmissão. Neste caso, pode-se filtrar o sinal medido para rejeitar frequências próximas a  $60 Hz$ . No entanto, há que se verificar o simples emprego dessa solução caso o campo seja muito intenso.

Outros problemas surgem em tecnologias específicas utilizadas para medição do campo magnético. Caso se utilize os sensores magnetoresistivos de baixo custo comercializados pela Honeywell, por exemplo, sugere-se que seja aplicado um pulso de corrente a cada sensor periodicamente, para que o elemento sensor se realinhe ao eixo de medição especificado. Já os sensores magnetointutivos, como os magnetômetros fabricados pela PNI Corporation, apesar de apresentarem *biases* mais constantes quando comparado a sensores magnetoresistivos, não permite taxas de amostragem elevadas.

Devido a esse conjunto de fatores, costuma-se assumir que os magnetômetros (em especial aqueles de baixo custo), possuem *biases* variantes no tempo [12]. Por esse motivo, uma calibração em operação torna-se necessária para aplicações de alto desempenho.

## 2.5.2 Determinação da atitude a partir de magnetômetros e acelerômetros

No caso do presente trabalho, entretanto, o conjunto de três magnetômetros ortogonais não será utilizado apenas para determinar o ângulo em relação ao norte geográfico, mas sim para auxiliar na obtenção de uma completa estimativa da atitude.

Para tanto, inicialmente recorda-se que

$$\mathbf{m}^n = \mathbf{C}_n^b \mathbf{m}^b,$$

em que  $\mathbf{m}$  é o vetor que representa as componentes do campo magnético local.

Porém, sabe-se que a medição no Sistema  $B$  das componentes de um vetor cujas componentes no Sistema  $N$  são conhecidas não é suficiente para determinar a matriz de rotação  $\mathbf{C}_n^b$  (Seção 2.3.1.1). Entretanto, caso dois vetores não paralelos estejam disponíveis, é possível determinar a atitude do veículo. De fato, diferentes soluções foram propostas ao longo dos anos para esse problema, baseadas em métodos iterativos ou determinísticos [16, 17].

Neste trabalho, utiliza-se a estimativa da aceleração gravitacional da Terra, medida pelo acelerômetro, como dado complementar, ou seja,

$$\mathbf{g}^n = \mathbf{C}_n^b \mathbf{g}^b,$$

em que  $\mathbf{g}$  é o vetor de aceleração da gravidade representado nos referidos sistemas. Naturalmente, como o acelerômetro mede a força específica, deve-se adotar procedimentos para se obter apenas a aceleração gravitacional desta medida.

Neste trabalho, utiliza-se uma solução determinística ao problema, por vezes conhecida como algoritmo TRIAD [18]:

$$\mathbf{C}_n^b = \begin{bmatrix} \mathbf{i}^b & \vdots & \mathbf{j}^b & \vdots & \mathbf{k}^b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}^n & \vdots & \mathbf{j}^n & \vdots & \mathbf{k}^n \end{bmatrix}^T, \quad (2.30)$$

em que

$$\mathbf{i} = \mathbf{u} \quad (2.31)$$

$$\mathbf{j} = \frac{\mathbf{u} \times \mathbf{v}}{|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|} \quad (2.32)$$

$$\mathbf{k} = \mathbf{i} \times \mathbf{j}. \quad (2.33)$$

e  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{v}$  são vetores unitários referentes a  $\mathbf{g}$  e  $\mathbf{m}$ , respectivamente.

Pode-se dizer que, quando comparados às soluções iterativas, como em [16], nos casos em que há dois vetores disponíveis os algoritmos TRIAD são mais simples e consomem menor tempo de processamento em computador digital.

## 2.6 ALTÍMETRO

### 2.6.1 Medição da pressão

A pressão de um fluido pode ser definida como uma medida da força por unidade de área exercida pelo fluido sobre uma superfície em contato. A medição da pressão, porém, é normalmente dividida

em três categorias: absoluta, diferencial ou *gage*. A pressão absoluta refere-se ao valor absoluto de força por unidade de área exercido sobre uma superfície por um fluido. Já os dispositivos que medem a pressão diferencial fornecem medida da diferença de pressão entre dois pontos. Por fim, os sensores que medem a pressão *gage* medem a diferença entre a pressão absoluta e a pressão atmosférica local.

No contexto deste trabalho, deseja-se obter uma estimativa da variação da altitude por meio de informação relativa à pressão atmosférica local. Assim, torna-se claro que se necessita de um dispositivo de medição da pressão absoluta, visto que a pressão atmosférica local é definida como a pressão absoluta naquele ponto.

## 2.6.2 Estimação da variação de altitude

Sabe-se que a pressão atmosférica diminui com o aumento da altitude, pois, em tais condições, o ar se torna mais rarefeito, menos denso. Uma das formas de se modelar essa relação é por meio da equação hipsométrica:

$$\Delta h = h - h_0 = \frac{RT}{g} \ln \left( \frac{P_0}{P} \right), \quad (2.34)$$

em que  $h$  [m] é a altitude,  $T$  [K] é a temperatura média entre os dois pontos,  $R$  [J/KKg] é a constante do gás,  $g$  [m/s<sup>2</sup>] o módulo da aceleração da gravidade e  $P$  e  $P_0$  as pressões atmosféricas no local e de referência, respectivamente. A relação é obtida ao se combinar a equação hidrostática e a equação de estado de um gás perfeito [19].

A partir dessa relação, ao se conhecer o valor da pressão atmosférica local, pode-se então obter uma estimativa da variação da altitude. Deve-se dizer que este é apenas um modelo simplificado da distribuição do ar na atmosfera. Sua estimativa, porém, pode ser considerada de qualidade para pequenos deslocamentos e para casos em que não há grandes variações climáticas.

## 2.7 MODELOS DE ERRO DOS SENSORES

Uma análise dos erros presentes em sistemas de localização 3D se inicia com a análise dos tipos de erro de cada sensor. De fato, a calibração de um sensor, fundamental para a qualidade da estimativa fornecida pelo sistema, é o procedimento no qual são obtidos os parâmetros do modelo de erro referente àquele sensor. Nesse contexto, o seguinte modelo é adotado para os acelerômetros, girômetros, magnetômetros e sensor de pressão utilizados:

$$\tilde{f}_x = s_{fx} f_x + b_{fx} + w_{fx}. \quad (2.35)$$

Nessa representação, exemplificada pelo modelo do acelerômetro no eixo  $X$ ,  $\tilde{f}_x$  é a saída do sensor,  $f_x$  é o verdadeiro valor da força específica em tal eixo,  $s$  representa o ganho ou fator de escala (ou, em inglês, *scale factor*),  $b$  o *bias* ou *offset* e  $w$  um ruído branco gaussiano de média nula,  $w_{fx} \sim N(0, \sigma_{fx}^2)$ .

Esse modelo, entretanto, não explicita diversos fatores que influenciam o desempenho de tais componentes. A variação de temperatura, por exemplo, causa efeitos de diferentes magnitude em

diferentes componentes. De fato, diversos sensores, como o sensor de pressão utilizado neste trabalho, possuem um sensor de temperatura integrado para promover compensação interna quando sujeito a variações de temperatura. Outros, como um dos girômetros empregados, possui sensor interno de temperatura, mas a compensação deve ser realizada externamente.

Além disso, outros parâmetros podem ser identificados para compor um modelo de erro mais completo para os sensores utilizados. Por exemplo, pode-se utilizar o seguinte modelo de erro para o girômetro, em que foram omitidos alguns subíndices:

$$\tilde{\omega}_x = s_x \omega_x + m_{xy} \omega_y + m_{xz} \omega_z + b_{ax} a_x + b_{ay} a_y + b_{az} a_z + b_x + w_x.$$

Note que, nesta representação, os elementos  $m$  representam não apenas o desalinhamento entre os sensores, mas também a sensibilidade daquele sensor a medidas em outros eixos. Já os coeficientes  $b_a$  representam a sensibilidade do girômetro a acelerações nos respectivos eixos.

A este modelo, pode-se ainda incluir outros aspectos do comportamento do sensor, como considerar  $s_x$  um polinômio para representar as não-linearidades do fator de escala, ou mesmo termos que variam a cada operação do sensor, como o *turn-on to turn-on bias*. Pode-se também incluir explicitamente nesse modelo, por exemplo, efeitos relativos à aceleração tangencial causada pelo afastamento do acelerômetro do centro do rotação (por exemplo,  $f_x = \dot{w}_z r$ ) ou efeitos relativos às acelerações centrífugas (por exemplo,  $f_y = w_z^2 r$ ), apesar da pequena distância  $r$  que existe em geral do elemento sensor ao centro de rotação, que minimiza tais efeitos.

Para conjuntos de três sensores ortogonais, como acelerômetros, girômetros ou magnetômetros, a seguinte representação vetorial é usualmente utilizada:

$$\tilde{\mathbf{f}} = \begin{bmatrix} s_{fx} & m_{fxy} & m_{fzx} \\ m_{fyx} & s_{fy} & m_{fyz} \\ m_{fzx} & m_{fzy} & s_{fz} \end{bmatrix} \mathbf{f} + \mathbf{b}_f + w_f. \quad (2.36)$$

## 2.8 FUSÃO SENSORIAL PARA SISTEMAS DE LOCALIZAÇÃO APLICADOS A VANTS

Chega a ser intuitiva a noção de que a fusão de dados de diversos sensores é capaz de aumentar a qualidade da estimativa obtida. Entre as variadas técnicas existentes para tal fim, existem aquelas baseadas em conceitos de estatística, priorizadas neste trabalho.

Um dos casos mais simples, por exemplo, é o caso em que há dois ou mais sensores medindo a mesma grandeza. Neste caso, que pode ser ilustrado por um *array* de termômetros em um forno de temperatura uniforme, cada medida  $T_i$  possui uma variância  $\sigma_i^2$  a ele relacionada. Assim, a estimativa de mínima variância da temperatura do forno seria dada por uma média ponderada, em que os pesos são funções das respectivas variâncias. Para o caso em que há dois sensores, tem-se

$$\hat{T} = \hat{k} T_1 + (1 - \hat{k}) T_2 \quad (2.37)$$

$$\sigma_{\hat{T}}^2 = \hat{k}^2 \sigma_1^2 + (1 - \hat{k})^2 \sigma_2^2, \quad (2.38)$$

em que

$$\hat{k} = \arg \min_k \sigma_{\hat{T}}^2 \quad (2.39)$$

$$= \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}. \quad (2.40)$$

Neste caso, observa-se que o objetivo da fusão sensorial é obter uma estimativa de menor incerteza do que aquela obtida com os sensores individualmente. Entretanto, em problemas de localização e em vários outros, a fusão sensorial atinge outros patamares. Nesses casos, em geral a informação dos sensores apresenta características de complementaridade, ou seja, apenas a utilização de ambos sensores pode proporcionar informação acerca da variável de interesse.

Um caso emblemático para ilustrar essa idéia diz respeito a um sistema composto de uma bússola e de um sensor de velocidade (um tacômetro acoplado às rodas de um automóvel, por exemplo), em que se deseja obter estimativa da posição do veículo [12]. Está claro que a obtenção das componentes  $X$  e  $Y$  da velocidade, necessárias para o cálculo da posição a partir do conhecimento da posição inicial, depende da utilização dos dados dos dois sensores.

Em ambos casos, observam-se claramente melhoras no desempenho do sistema e aumento da tolerância a falhas.

### 2.8.1 Integração INS/GPS

Baseado no exposto nas seções anteriores, está claro que dificilmente é possível obter um sistema de localização com as características desejadas a partir de apenas um tipo de sensor. Por um lado, um INS cujos erros mantêm-se em patamares aceitáveis durante o tempo de operação do veículo é proibitivo em termos de custo, dimensões e consumo de energia. Por outro lado, o GPS não fornece, caso se use apenas um receptor embarcado, informações sobre a atitude do veículo, além de outras desvantagens.

Assim, a utilização de dados de diferentes sensores em um sistema integrado de localização torna-se muito atraente. No caso em questão, diversas características são, na verdade, de natureza complementar: enquanto o INS gera erros ilimitados com o decorrer do tempo, mas possui alta taxa de amostragem e pequeno ruído de medida, o GPS, apesar dos longos períodos de amostragem e da possibilidade de perda do sinal e de sofrer *jamming*<sup>6</sup>, disponibiliza estimativas da posição e velocidade independentes e que, em geral, não sofrem deriva com o passar do tempo.

Em [20] e [12], são descritas diversas arquiteturas de integração dos dados dos referidos subsistemas. De uma forma geral, duas principais caracterizações são utilizadas:

- **Fortemente acoplada** (em inglês, *tightly coupled*), que emprega as medidas brutas dos sensores envolvidas no filtro de integração, ou **fracamente acoplada** (em inglês, *loosely coupled*), em que os dados empregados são previamente filtrados. Naturalmente, existem diversos níveis de acoplamento.

---

<sup>6</sup>Interferência intencional e deliberada no sinal.

- **Indireta**, em que os estados do filtro são os erros das variáveis de interesse, ou **direta**, em que estima-se diretamente as variáveis de interesse.

A Figura 2.4 ilustra duas possíveis arquiteturas de integração INS/GPS. Na Figura 2.4(a), observa-se que a etapa de predição do filtro baseia-se nas equações cinemáticas apresentadas na Seção 2.3.3, enquanto que a etapa de correção utiliza informação processada pelo receptor GPS. Em [21], por exemplo, é apresentado um filtro ainda mais simples, em que apenas as estimativas de posição e velocidade do INS são fusionadas às mesmas estimativas disponibilizadas pelo GPS. Já na Figura 2.4(b), tem-se arquitetura semelhante à utilizada em [22], em que o filtro estima os erros das variáveis de interesse, realiza calibração *online* de alguns parâmetros dos sensores utilizados e utiliza diretamente os *pseudoranges* fornecidos pelo receptor GPS. Nessa configuração, a taxa de amostragem do filtro pode ser mais lenta que a atualização dos dados por meio das equações de navegação, visto que o filtro estima os erros das variáveis de interesse..

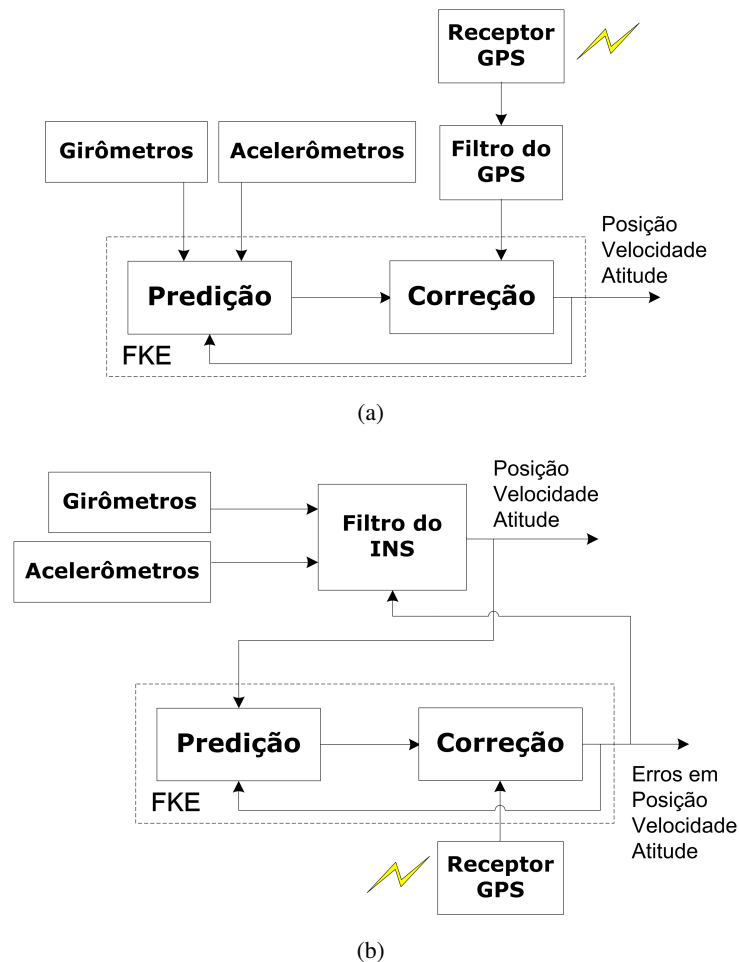


Figura 2.4: Exemplos de arquitetura de integração INS/GPS. Em (a) integração direta e fracamente acoplada e em (b) uma integração indireta e fortemente acoplada.

Naturalmente, há diversos algoritmos para realizar a integração dos dados. Historicamente, tem sido largamente o Filtro de Kalman Estendido (em inglês, *Extended Kalman Filter*). Como o sistema em questão é não linear, efetua-se uma linearização de 1ª ordem da função em torno da estimativa e,



assim, procede-se com o cálculo do ganho de Kalman. Uma descrição detalhada do filtro, acompanhada da derivação de suas equações, pode ser encontrada em [23] ou [12]. O Anexo B. apresenta brevemente o filtro, com destaque para a notação adotada neste manuscrito. Outros algoritmos, porém, já foram aplicados ao problema, como o *Unscented Kalman Filter* [24] e o Filtro de Partículas [25]. Um completo *survey* dos métodos de integração utilizados para estimação da atitude pode ser encontrado em [26].

### 2.8.2 Integração com outros sensores

Apesar da vasta literatura dedicada à integração INS/GPS, há, naturalmente, sistemas de localização que utilizam dados provenientes de outros sensores.

A utilização de altímetros, por exemplo, em sistemas de localização compostos por INS e GPS também é bastante comum. O altímetro fornece uma estimativa da variação da altitude e, assim, limita o acúmulo de erros no eixo  $Z$  do Sistema  $N$ . Diversos outros sistemas utilizados pela indústria aeronáutica são descritos em [10]. Em sistemas de baixo custo, não apenas a utilização de altímetros de diversos tipos, mas também de magnetômetros de três eixos torna-se cada vez mais comum para auxiliar a estimação da atitude, como proposto em [27]. Ambos sensores foram selecionados para compor o sistema integrado de localização 3D proposto neste trabalho.

Naturalmente, há também a possibilidade de utilizar o próprio modelo do veículo como informação adicional, como em [28]. No presente trabalho, tanto pela dificuldade em se obter um modelo confiável para o helimodelo, quanto pelo anseio de generalizar as possíveis aplicações do sistema, tal abordagem não foi adotada.

### 3 PROJETO DO SISTEMA DE LOCALIZAÇÃO

*Things should be made as simple as possible  
But not any simpler*

Albert Einstein

#### 3.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta os detalhes do protótipo do sistema de localização 3D de baixo custo projetado e manufaturado nos próprios laboratórios da Universidade de Brasília. O custo dos sensores que compõem o sistema, excluídos os gastos com impostos de importação e fretes, é cerca de US\$ 220.

Inicialmente, são descritos os sensores utilizados. Em seguida, é descrito o projeto eletrônico do protótipo, bem como o projeto do *software* embarcado implementado em um microcontrolador ARM de 32 *bits*. Em seguida, descreve-se os procedimentos iniciais de calibração executados.

#### 3.2 COMPONENTES

Os componentes utilizados no protótipo construído para este trabalho representam alguns dos últimos avanços proporcionados pela tecnologia MEMS. São sensores de dimensões reduzidas (encapsulamentos com menos de 1  $cm^2$ ), baixíssimo consumo de energia (em alguns casos, menos de 1 *mA*) e cujos preços não chegam a US\$ 50. Naturalmente, porém, o desempenho é prejudicado, conforme ilustra a Tabela 3.1 para o caso dos acelerômetros, cujos dados relativos aos desempenhos foram obtidos dos respectivos manuais técnicos, [29, 30, 31, 32].

Tabela 3.1: Comparações entre desempenhos e custos de alguns acelerômetros de 3 eixos.

<b>Modelo</b>	<b>Bias [g]</b>	<b>Erro no fator de escala [%]</b>	<b>Preço Indiv. [US\$]</b>
ADXL330, Analog	±1,00	±10,0	cerca de 12,00
MMA7260QT, Freescale	±0,21	±7,5	cerca de 9,00
LIS3LV02DL, ST	±0,10	±10,0	cerca de 16,00
CXL04LP3, Crossbow	±0,20	±5,0	a partir de 314,00

Entretanto, apesar do reduzido desempenho, o baixo custo de tais sensores permitiu o surgimento de diversas novas aplicações. Por este motivo, a indústria de sensores MEMS encontra-se em legítimo crescimento e, no momento em que é elaborado este documento, já estão disponíveis no mercado

novos dispositivos cujos desempenhos podem já ter ultrapassado o desempenho dos componentes utilizados neste projeto.

É importante destacar também que a seleção de componentes feitas neste trabalho levou em consideração a facilidade de aquisição de tais dispositivos em pequenas quantidades. Em alguns casos, foram realizados contatos com fabricantes de sensores inerciais, mas não houve resposta sobre o procedimento para adquirir poucas unidades de tais produtos para utilização em pesquisa científica.

### 3.2.1 Acelerômetros

Conforme descrito na Seção 2.3.1.1, os acelerômetros foram os primeiros sensores inerciais utilizados largamente pela indústria. Aplicações incluem detecção de desaceleração para sistemas de *airbag* em automóveis, determinação da inclinação em relação à gravidade e detecção de queda de produtos eletrônicos. Diversas indústrias já produzem dispositivos com três acelerômetros ortogonais e *interface* digital em um mesmo encapsulamento.

Para o presente projeto, foi escolhido o MMA7260QT, comercializado pela Freescale. O sensor mede as forças específicas em três eixos ortogonais e disponibiliza as medidas em formato analógico. A sensibilidade do sensor é ajustável ( $\pm 1,5; 2; 4$  e  $6 g$ ), sua alimentação se dá com  $3,3 V$  e, de acordo com [30], requer apenas  $500 \mu A$ . Além disso, as dimensões do componente, disponível em encapsulamento QFN, não ultrapassam  $10 mm$  de aresta. Por este motivo, foi adquirido componente pré-montado em placa de circuito impresso com conector em espaçamento DIP, que pode ser visto na Figura 3.1(a). A Figura 3.2 mostra as medidas fornecidas pelo conjunto de acelerômetros em experimento em que se procurou manter o dispositivo parado, com o intuito de ilustrar os ruídos de medição.

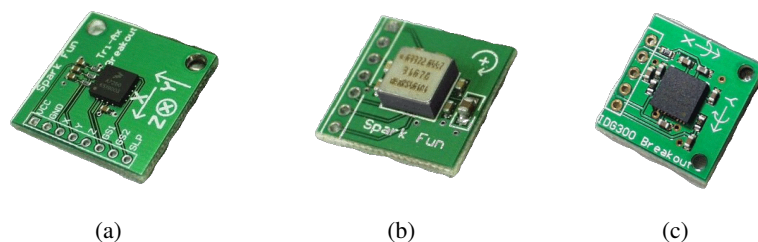


Figura 3.1: Componentes utilizados no projeto: (a) acelerômetro MMA7260QT, da Freescale Semiconductor, (b) girômetro ADXRS150, da Analog Devices, e (c) girômetro IDG300, da Invensense.

### 3.2.2 Girômetros

Em relação aos girômetros fabricados com tecnologia MEMS, estes ainda não são tão largamente comercializados quanto os acelerômetros. Entretanto, espera-se que o volume de componentes comercializados cresça consideravelmente assim que os preços unitários dos componentes alcancem o patamar de US\$ 10. Algumas aplicações atuais incluem sistema de controle de estabilidade de veículos, estabilização de câmeras e sistema de interface com o usuário para aplicações em realidade virtual e videogames.

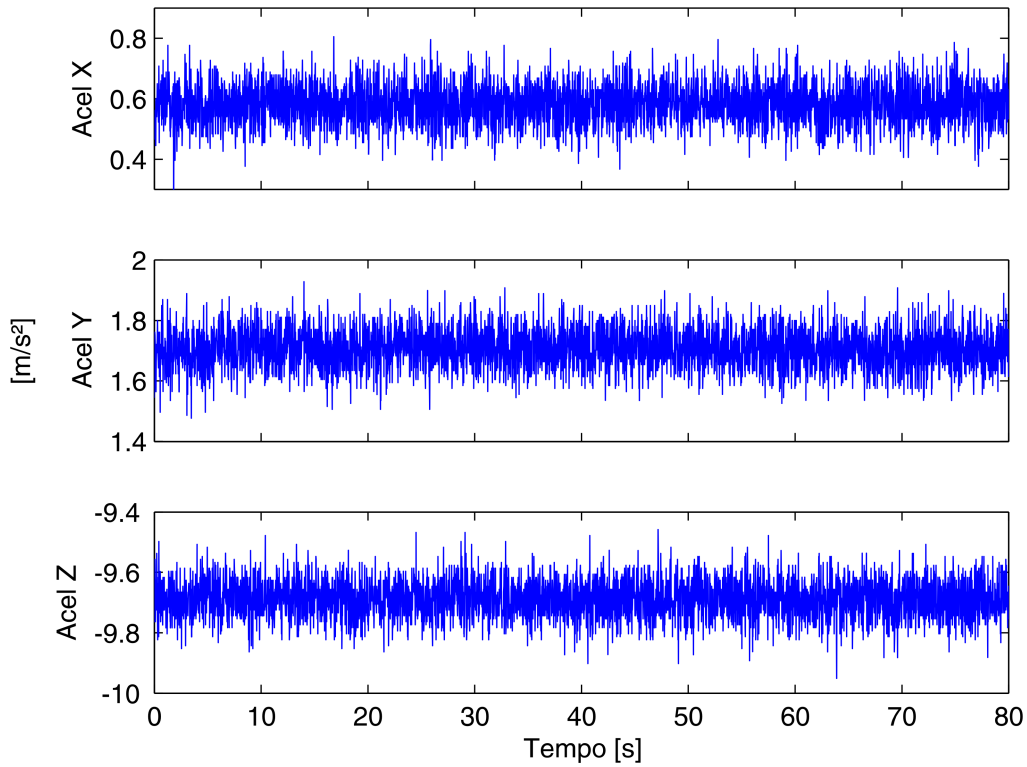


Figura 3.2:  $f^b$  medida pelo conjunto de acelerômetros, quando parado. Os desvios-padrão estimados com tais dados são  $\hat{\sigma}_{f_x} = 0,0659 \text{ m/s}^2$ ,  $\hat{\sigma}_{f_y} = 0,0639 \text{ m/s}^2$  e  $\hat{\sigma}_{f_z} = 0,0624 \text{ m/s}^2$ .

De fato, a reduzida disponibilidade de sensores compatíveis com os requisitos de custo, dimensão e consumo do protótipo conduziu ao projeto inicial de um sistema com três placas de circuito impresso ortogonais. Tal disposição seria necessária caso fossem utilizados apenas componentes cujos eixos sensíveis são perpendiculares ao plano do sensor, como é o caso do ADXRS, fabricado pela Analog Devices. Essa situação é indesejável, pois invariavelmente se aumentará os erros de alinhamento entre os sensores. Entretanto, com o lançamento de um sensor sensível aos eixos paralelos ao plano do sensor (o IDG, fabricado pela Invensense), tornou-se possível projetar um sistema de medição de rotação de 3 eixos com apenas uma placa de circuito impresso. A Tabela 3.2, cujos dados foram obtidos dos respectivos manuais técnicos [33, 34], mostra algumas das características dos girômetros utilizados.

Tabela 3.2: Dados relativos aos girômetros utilizados.

Modelo	Eixo de medição	Faixa de operação [ $^{\circ}/s$ ]	Bias [ $g$ ]	Erro no fator de escala [%]	Preço Indiv. [US\$]
ADXRS150, Analog	Z	$\pm 150$	—	$\pm 10,0$	cerca de 36,00
IDG300, Invensense	X, Y	$\pm 500$	—	$\pm 10,0$	cerca de 54,00

Em relação ao desempenho dos sensores, a Figura 3.3 mostra as medidas fornecidas pelos girômetros em experimento em que procurou-se manter o sistema parado, com o intuito de ilustrar os

rúidos de medição. Uma análise superficial da figura pode induzir a conclusão de que o girômetro IDG apresenta melhor desempenho, quando comparado ao girômetro ADXRS, pois não apenas o ruído é inferior, mas em um dos eixos de medição o *bias* é também menor. Durante a seqüência de experimentos realizados, entretanto, não foi essa a conclusão final. O girômetro ADXRS apresentou, nos diversos testes realizados, um *bias* consideravelmente mais constante no tempo, enquanto que os *bias* do girômetro IDG apresentaram grande variação a cada operação. Além disso, é notável também a baixa sensibilidade do girômetro IDG, devido a sua larga faixa de operação.

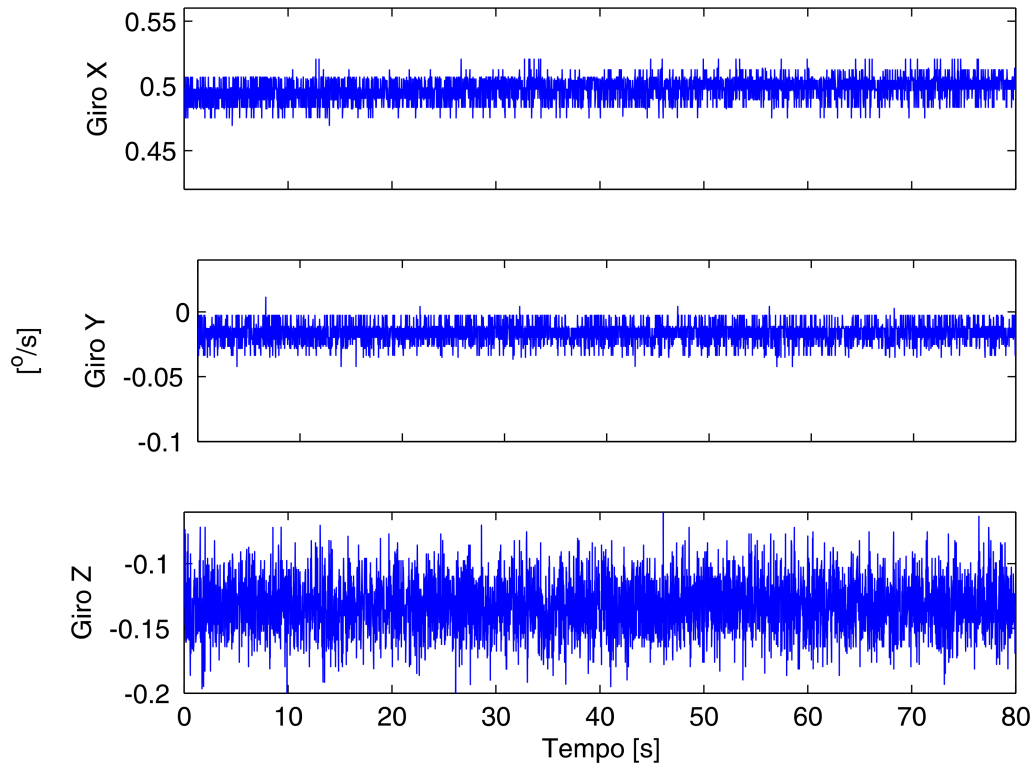


Figura 3.3:  $\omega_{ib}^b$  medida pelo conjunto de girômetros, quando parado. Os desvios-padrão estimados com tais dados são  $\hat{\sigma}_{gx} = 0,0085 \text{ } ^\circ/s$ ,  $\hat{\sigma}_{gy} = 0,0075 \text{ } ^\circ/s$  e  $\hat{\sigma}_{gz} = 0,0213 \text{ } ^\circ/s$ .

### 3.2.3 Magnetômetro

Foi escolhido o MicroMag3 (Figura 3.4) para realizar as medidas de campo magnético neste protótipo. Trata-se de um módulo integrado para medição das três componentes ortogonais do campo magnético. O módulo utiliza sensores magnetoindutivos da PNI Corporation (Seção 2.5) e disponibiliza as medidas por meio de interface SPI. A taxa de amostragem alcançada para os três eixos, caso se utilize procedimento que proporciona maior resolução de medida, é de cerca de 6 *Hz*, ou seja, consideravelmente mais lenta quando comparada àquela utilizada com os sensores analógicos. O preço do dispositivo é cerca de US\$ 60.

Em relação ao desempenho do sistema, o manual técnico [35] do sensor não traz maiores informações acerca do desempenho do dispositivo. Durante sua operação, entretanto, observou-se a presença

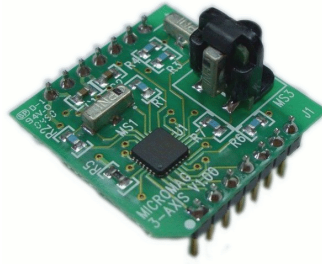


Figura 3.4: O módulo MicroMag3, disponibilizado pela PNI Corporation, que proporciona medição das três componentes ortogonais do campo magnético.

de *biases* e fatores de escala consideráveis nas medidas dos três sensores, apesar da dificuldade em se avaliar com precisão as medidas, visto que não havia disponibilidade de um sensor de referência do campo magnético. Ao mesmo tempo, porém, não foi observada grande variação destes valores durante a seqüência de experimentos realizados. A Figura 3.5 mostra as medidas fornecidas pelos magnetômetros em experimento em que se procurou manter o sistema parado e o campo magnético ao redor do dispositivo constante, com o intuito de ilustrar o ruído de medição do sensor.

### 3.2.4 Sensor de pressão

Foi escolhido um sensor de pressão absoluta da Freescale para se obter uma estimativa da altitude. O sensor escolhido, o MPXA6115A, é um componente de baixo custo, baixo consumo de energia e reduzidas dimensões, mas que já possui integrado em seu encapsulamento compensação de temperatura e circuito de condicionamento [36]. O elemento sensor é baseado no efeito piezoresistivo: um cristal de silício sofre variações em sua resistência elétrica ao sofrer uma deformação, o que permite a medição da pressão.

Conforme descrito na Seção 3.5.4, a resolução do sensor de pressão representada em termos de altitude alcançada com o dispositivo escolhido frustrou a tentativa de utilizá-lo neste trabalho.

### 3.2.5 GPS

O módulo GPS utilizado no trabalho foi o ET-102 (Figura 3.6), comercializado pela Globalsat Technology. O módulo utiliza o *chipset* SiRF Star II LP, produzido pela SiRF Technology. Não é, de fato, o produto mais novo oferecido pela SiRF, porém é capaz de rastrear até 12 satélites e fornece os dados a cada 1 *ms* por meio de comunicação serial com taxa de até 115200 *bps* [37]. O preço do módulo é cerca de US\$ 60. Vale dizer também que o receptor não disponibiliza os *pseudoranges* a partir dos quais é calculada a posição do dispositivo. Tal informação permitiria a implementação de filtros fortemente acoplados, conforme classificação descrita na Seção 2.8.1.

É difícil estabelecer critérios objetivos para avaliação do desempenho de receptores GPS. Isso ocorre simplesmente porque um receptor GPS não mede diretamente uma grandeza física. De fato, conforme descrito na Seção 2.4.3, as qualidades das soluções fornecidas por um receptor GPS dependem de diversos fatores, desde condições atmosféricas até a existência de obstáculos nas proximidades. Devido a estes aspectos, em muitos casos, para se avaliar o desempenho de um módulo GPS, são

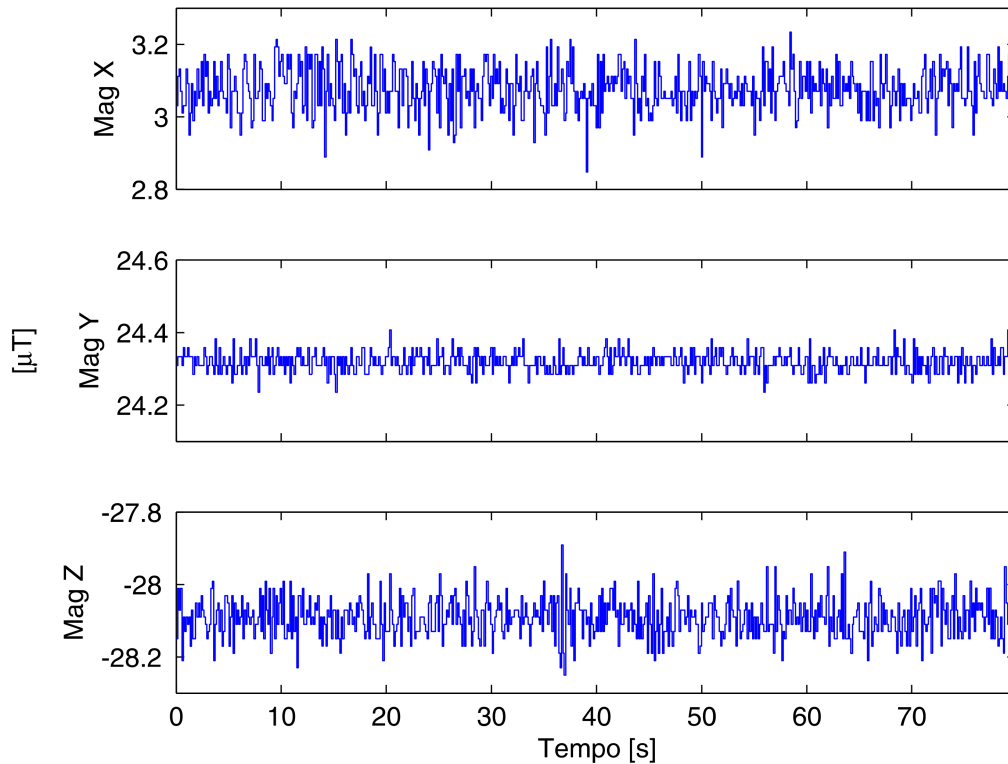


Figura 3.5:  $\mathbf{m}^b$  medida pelo conjunto de magnetômetros, quando parado. Os desvios-padrão estimados são  $\hat{\sigma}_{m_x} = 0,0624 \mu T$ ,  $\hat{\sigma}_{m_y} = 0,0274 \mu T$  e  $\hat{\sigma}_{m_z} = 0,0546 \mu T$ . Nesse experimento, os magnetômetros estavam sob influência de um campo magnético adicional ao campo terrestre provocado pela presença de um alto-falante próximo ao sensor.

realizadas análises comparativas, em que dois ou mais receptores operam nas *mesmas* condições.

No contexto deste trabalho, não houve possibilidade de avaliar o desempenho do sistema com outros receptores GPS. Foram realizados, entretanto, diversos experimentos com este receptor GPS. A Figura 3.7 ilustra experimento em que o receptor foi mantido parado. As soluções que, de acordo com informação fornecida pelo próprio receptor, não possuíam qualidade atestada, foram automaticamente descartadas pelo sistema. Tal procedimento também foi adotado na operação usual do sistema (Capítulo 4).

Por fim, vale dizer que houve problemas com a configuração do dispositivo. A configuração é feita por meio de comandos que, quando aceitos pelo receptor, são seguidos de mensagem de reconhecimento do comando (em inglês, *acknowledge message*). Entretanto, mesmo com tal confirmação, o dispositivo não adotou a configuração e continuou a enviar mensagens além daquelas desejadas, o que dificultou o projeto do *software* embarcado (Seção 3.4).

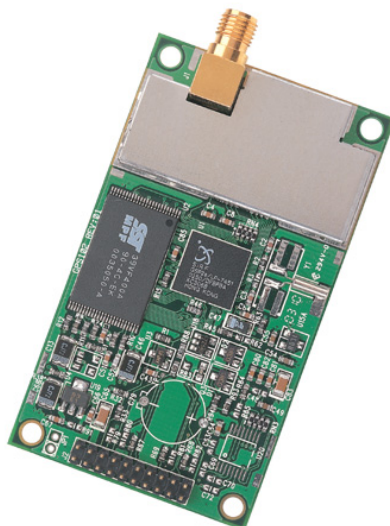


Figura 3.6: O módulo GPS ET-102, comercializado pela Globalsat Technology.

### 3.3 PROJETO DA PLACA DE CIRCUITO IMPRESSO

A placa de circuito impresso descrita nessa Seção representa a *alma* do sistema de localização, pois, entre todos sensores utilizados, apenas o receptor GPS não está diretamente soldado sobre ela, mas sim conectado por cabo. Seu projeto foi realizado com o auxílio do *software* Protel. A Figura 3.8(a) ilustra o diagrama de blocos do sistema, enquanto que a Figura 3.8(b) mostra a referida placa em conjunto com os demais elementos do sistema, como o receptor GPS e a bateria.

Uma das principais decisões do projeto foi a confecção da placa nas próprias instalações da universidade, o que impediu alcançar uma maior miniaturização do protótipo. Por exemplo, tornou-se necessário adquirir os componentes já soldados em placas de teste (Figura 3.1), pois não teria-se condições de confeccionar placas contendo componentes em encapsulamentos mais complexos, como o BGA (*Ball Grid Array*) utilizado pelo girômetro ADXRS. Ao mesmo tempo, devido a essa decisão não foi possível confeccionar placas com trilhas de dimensões reduzidas.

A partir daí, pode-se dizer que a principal preocupação do projeto foi garantir uma configuração ortogonal dos eixos de medição que compõem o sistema de localização. Em outras palavras, dispôs-se os sensores de modo que se alcançasse o melhor alinhamento possível entre os eixos sensíveis. Naturalmente, essa preocupação não se limitou a garantir a ortogonalidade entre sensores de mesma natureza, mas também entre os três conjuntos de sensores de três eixos: acelerômetros, girômetros e magnetômetros. A origem do Sistema *B* foi definida como a origem do sistema definido pelo acelerômetro e os girômetros foram posicionados ao longo ou paralelamente aos eixos estabelecidos pelo acelerômetro.

Outra grande preocupação foi minimizar interferências causados pelos sinais digitais de alta frequência do sistema, que poderiam comprometer o desempenho dos sensores analógicos. Neste sentido, procurou-se inicialmente separar fisicamente os sensores analógicos da porção digital do circuito. Assim, a decisão de dispor os sensores analógicos em uma placa de circuito impresso isolada,



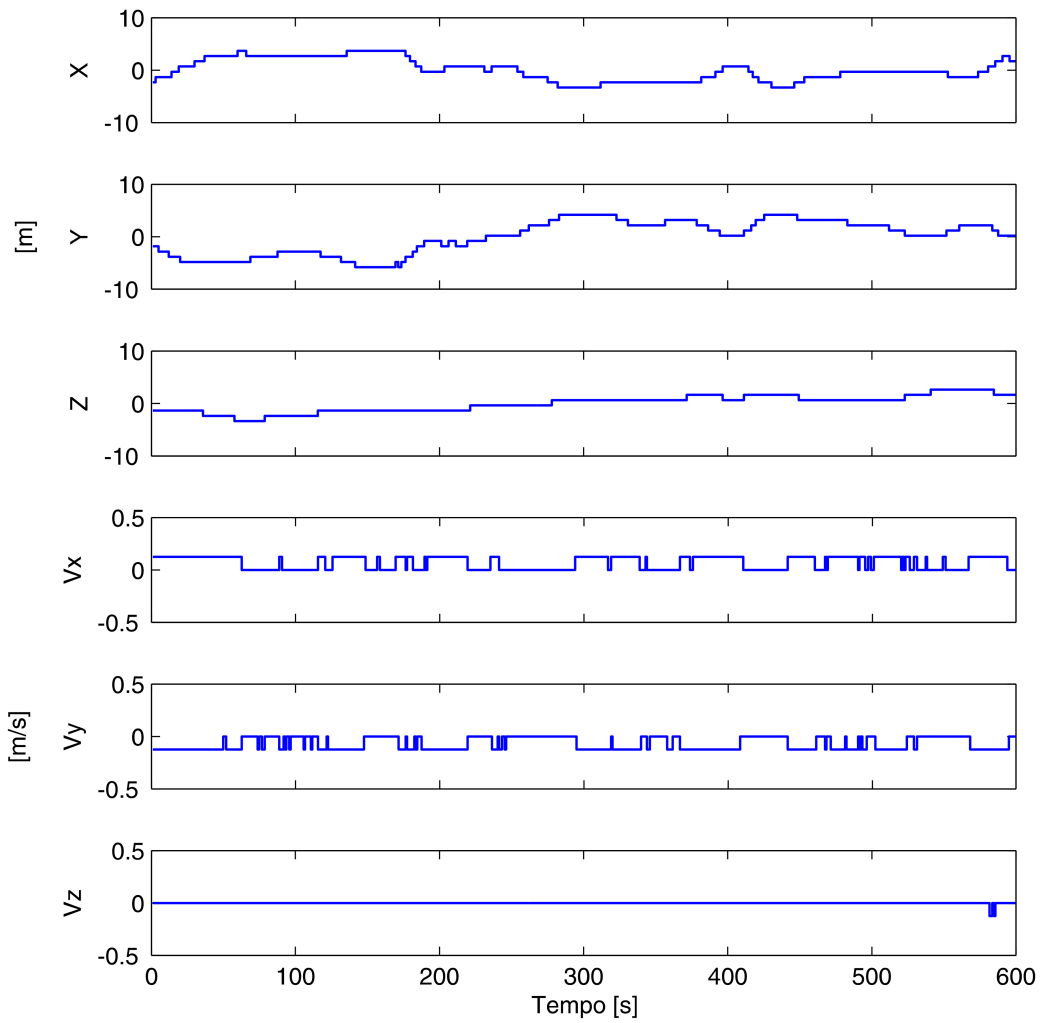
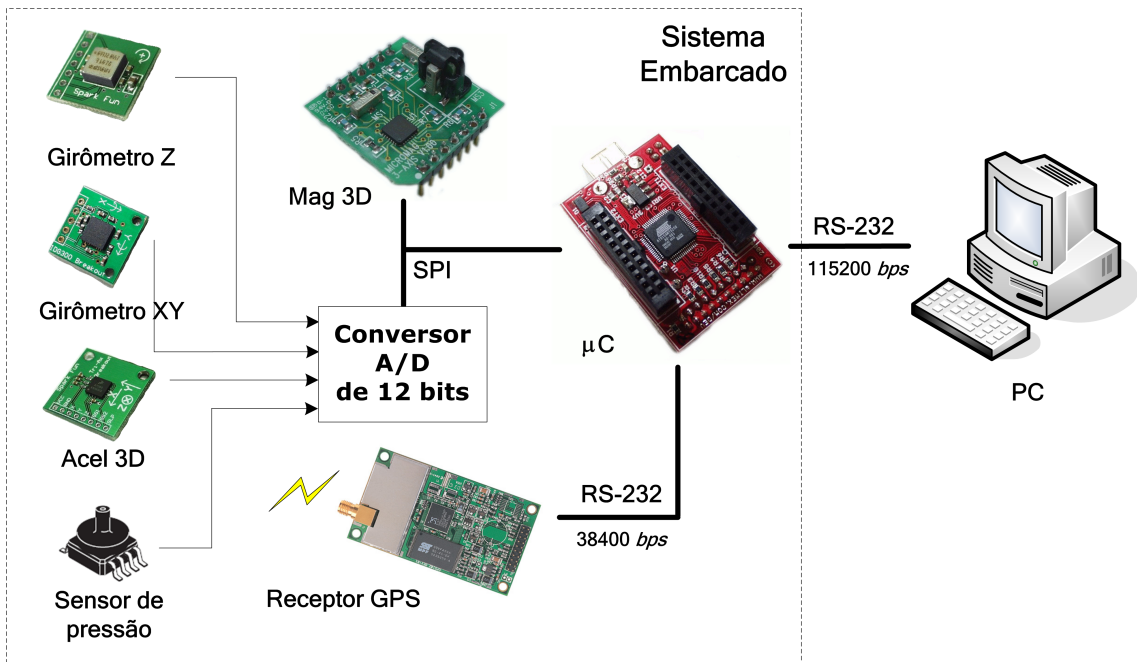
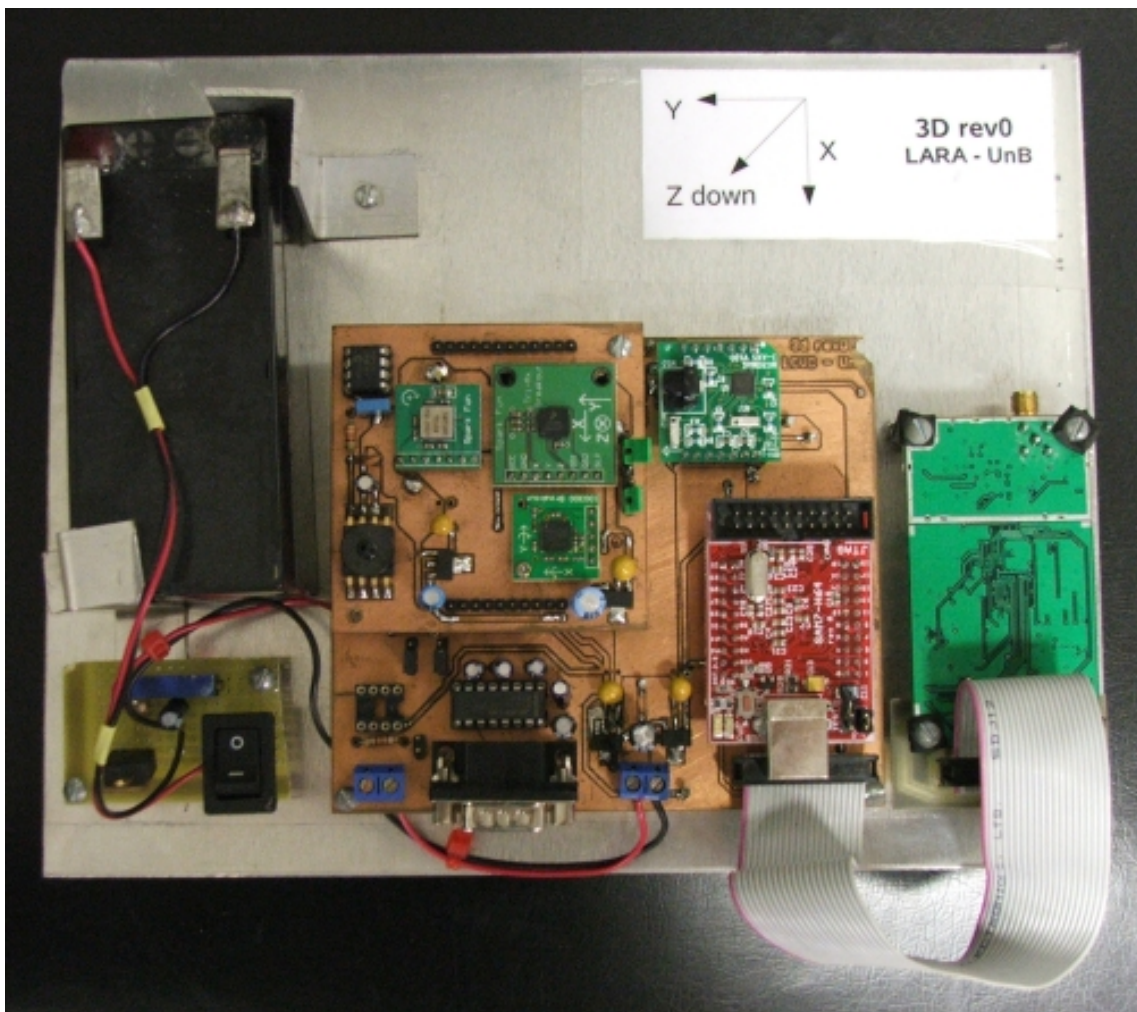


Figura 3.7: Dados fornecidos pelo receptor GPS, quando parado. Os desvios-padrão estimados são  $\hat{\sigma}_{gpsx} = 2,108 \text{ m}$ ,  $\hat{\sigma}_{gpsy} = 3,169 \text{ m}$ ,  $\hat{\sigma}_{gpsz} = 1,551 \text{ m}$ ,  $\hat{\sigma}_{gpsvx} = 0,0623 \text{ m/s}$ ,  $\hat{\sigma}_{gpsvy} = 0,0622 \text{ m/s}$  e  $\hat{\sigma}_{gpsvz} = 0,0078 \text{ m/s}$ .



(a)



(b)

Figura 3.8: Sistema de localização 3D projetado e construído nos laboratórios da universidade: (a) diagrama de blocos e (b) fotografia.

acabou por aumentar a modularidade do sistema. Tal placa, então, conecta-se à placa-mãe, onde se encontram os conversores A/D de 12 *bits*. Os conversores A/D foram dispostos imediatamente próximos ao conector que transmite os sinais analógicos à placa-mãe.

Além disso, mas ainda para este fim, foram utilizados reguladores independentes para a placa analógica, capacitores de desacoplamento em todos componentes, filtros passa-baixas em todos sensores, plano de terra em ambas placas e disposição das trilhas de alimentação e terra em topologia tipo estrela, quando possível. Naturalmente, procurou-se também seguir algumas das recomendações básicas para projetos de circuito impresso, tais como: não dispor trilhas com sinais de alta frequência próximas a sinais analógicos, não utilizar ângulos oblíquos em trilhas de sinais de alta frequência, entre outras.

Durante a operação do sistema, um dos contratempos relacionados à placa de circuito impresso foi a ineficiência dos conectores utilizados para conectar a placa-mãe ao microcontrolador. Em uma próxima versão, deve-se substituí-lo, até mesmo devido ao seu tamanho elevado. Modificações também foram realizadas para conexão com o magnetômetro por meio de outros pinos, conforme explanado na Seção 3.4. De uma forma geral, porém, o sistema mostrou-se eficiente, visto que não foi registrada grande interferência causada pela porção digital do circuito e, ao mesmo tempo, não foram verificadas grandes flutuações na tensão de alimentação, o que poderia degradar a medida dos sensores. Entende-se, entretanto, que a próxima versão do sistema deve ser ainda mais reduzida, de forma a ampliar a lista de possíveis aplicações do dispositivo.

### 3.4 FIRMWARE

O *firmware* desenvolvido é responsável pela aquisição dos dados dos diferentes sensores, integração completa dessa informação e disponibilização das variáveis de localização do protótipo por meio de comunicação serial. A figura 3.9 representa o fluxograma simplificado do programa desenvolvido, que foi baseado nos padrões de comunicação dos dispositivos utilizados e nos periféricos disponíveis na unidade de processamento empregada.

A unidade de processamento central é um microcontrolador AT91SAM7S256, da Atmel. Este dispositivo é baseado em um núcleo ARM7 de 32 *bits* e possui 256 *kbytes* de memória Flash e 64 *kbytes* de SRAM. Além disso, dispõe dos periféricos necessários para o funcionamento do sistema, como duas USARTs (em inglês, *Universal Synchronous/Asynchronous Receiver Transmitter*) e SPI (em inglês, *Serial Peripheral Interface*). Como ferramenta de desenvolvimento, utilizou-se o *arm-gcc*, compilador gratuito e aberto para processadores ARM, bem como outros aplicativos gratuitos.

A principal característica do *firmware* diz respeito à necessidade de sincronização dos dados de sensores com diferentes frequências de amostragem. Deve ser lembrado que o sistema de localização trabalha com frequências de amostragem na ordem de 50 a 100 *Hz*, porém o GPS e o magnetômetro não disponibilizam dados nessa frequência (cerca de 1 *Hz* e 6 *Hz*, respectivamente).

Nesse contexto, avaliou-se a possibilidade de se instalar no microcontrolador um sistema operacional em tempo real, como o FreeRTOS, visto que facilitaria o gerenciamento das múltiplas tarefas necessárias. Ao invés disso, optou-se pelo desenvolvimento de todo código responsável pelo geren-

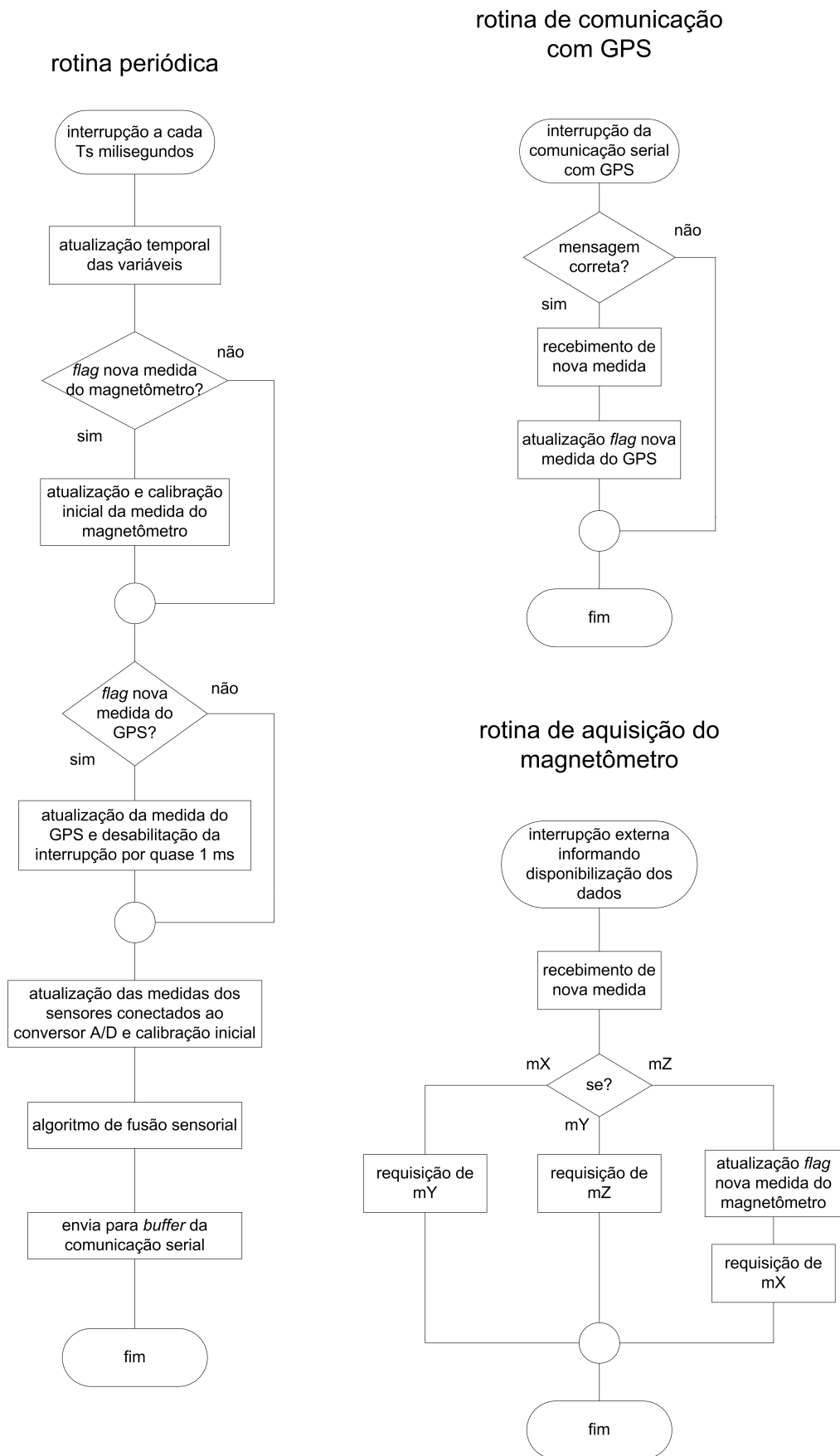


Figura 3.9: Fluxograma do firmware que é executado no microcontrolador AT91SAM7S256, da Atmel.

ciamento das tarefas, comunicação com outros dispositivos e cálculos diversos. Tal opção se deu devido ao tempo que seria gasto para se adquirir o conhecimento necessário para desenvolvimento do *software* com tal o sistema operacional, ao custo em termos de memória e ao fato de que o gerenciamento de múltiplas tarefas não se mostrou impeditivo, visto que foram organizadas de forma que o compartilhamento de recursos foi mínimo.

Outra característica do *software* é a utilização de um *buffer* para comunicação serial (padrão físico RS-232) entre o protótipo e o receptor. A partir deste canal de comunicação é disponibilizado o dado para sistemas externos, como o processador responsável pelas tarefas de controle e navegação do veículo ou o PC utilizado nos experimentos descritos nesse trabalho.

Por fim, como boa parte dos cálculos executados envolvem vetores e matrizes, foi utilizada a biblioteca matricial Gmatrix<sup>1</sup>. A partir dessa biblioteca, foram desenvolvidas todas as funções responsáveis pelas transformações de coordenadas e integração dos dados. Procurou-se minimizar a quantidade de alocações dinâmicas de memória relativas às matrizes auxiliares utilizadas nos cálculos, visto que foi verificado que longo tempo de processamento era gasto em tal operação. Vale dizer que tais funções podem ser disponibilizadas para outros usuários na forma de uma biblioteca.

Acerca das dificuldades encontradas na elaboração do *software*, um dos primeiros problemas se deu devido a escolha de ferramentas de desenvolvimento gratuitas. Apesar de reduzir drasticamente os custos do sistema, a escassa documentação disponível, bem como a ausência de bibliotecas mais avançadas, atrasaram o desenvolvimento do *firmware*. Como resultado desse esforço, foi confeccionada nota técnica que visa facilitar a utilização dessa arquitetura em outros projetos<sup>2</sup>.

Além disso, outra dificuldade encontrada foi a incompatibilidade entre os protocolos de comunicação utilizados pelo magnetômetro e pelos conversores A/D. Inicialmente, ambos estavam conectados ao mesmo barramento SPI. Entretanto, a forma com a qual é realizada a comunicação com o magnetômetro impediria a utilização de taxas de amostragem maiores que cerca de 6 Hz para o sistema. Assim, por entender que tal frequência iria reduzir a qualidade da estimativa obtida, o sistema foi adaptado para possibilitar a comunicação com o magnetômetro por outro barramento SPI. Como o SAM7 não disponibiliza duas SPIs, criou-se um driver específico a partir dos outros periféricos disponíveis. Além disso, houve necessidade de cortar trilhas na placa de circuito impresso, referentes à ligação do magnetômetro com o barramento SPI original, e implementar outras alternativas de ligação.

Diante de todo esse contexto, a frequência de amostragem utilizada em grande parte dos experimentos descritos neste trabalho foi de 50 Hz, principalmente quando todos sensores foram utilizados. Um dos principais responsáveis pela impossibilidade de se diminuir ainda mais o período de amostragem foi o receptor GPS. O módulo utilizado não opera de acordo com as especificações, ao enviar mensagens além daquelas solicitadas no procedimento de configuração, o que dificultou e alongou o procedimento de obtenção das medidas do GPS.

Vale acrescentar que o *firmware* foi organizado de maneira a facilmente permitir a alteração de

---

<sup>1</sup>A biblioteca está disponível em <http://www.ene.unb.br/~gaborges/recursos/programacao/index.htm>.

<sup>2</sup>A nota técnica está disponível em <http://www.ene.unb.br/~gaborges/recursos/notas/index.htm>.

características do sistemas de localização, tais como relação dos sensores utilizados, frequência de amostragem, entre outros. De tal forma, simplificou-se o procedimento experimental e aumentou-se a generalidade do sistema.

### 3.5 PROCEDIMENTOS INICIAIS DE CALIBRAÇÃO

No protótipo construído para este trabalho, há sensores analógicos e sensores que já disponibilizam suas medidas em formato digital. Naturalmente, ambos tipos de sensores apresentam erros de diversas naturezas. Inclusive, como são utilizados sensores de baixo custo neste projeto, tais erros apresentam fatores além daqueles explicitados no modelo (2.35), conforme descrito na Seção 2.7. As contribuições de tais fatores são, em alguns casos, relevantes de tal forma que não poderiam ser desconsideradas caso se dispusesse de um aparato de calibração mais criterioso. Este trabalho, entretanto, se concentra no desenvolvimento de um sistema de localização 3D de baixo custo, que almeja obter desempenho satisfatório a partir da combinação dos dados de sensores com níveis de desempenho sequer comparáveis aos semelhantes de alto custo. Assim, a utilização de métodos sofisticados e caros de calibração não foi considerada, até mesmo pela ausência de comprovação de que tais métodos alcançariam sucesso com os sensores utilizados, que possuem ruído considerável e outros parâmetros de natureza aleatória. Para maiores informações sobre tais procedimentos de calibração, em que invariavelmente são necessário dispositivos de precisão para medição, por exemplo, da atitude do dispositivo, recomenda-se consulta a [10] e [38].

Neste contexto, esta seção descreve os procedimentos executados para obter estimativas iniciais dos parâmetros dos sensores utilizados, considerando o modelo estabelecido pela equação (2.35). Além disso, descreve alguns experimentos projetados especificamente para a calibração de alguns sensores, em oposição aos algoritmos de calibração *online* apresentados no Capítulo 4, que são executados durante a operação do sistema de localização.

#### 3.5.1 Conversão Analógica/Digital

Caso se utilize os dados de sensores analógicos em um sistema digital de processamento, necessita-se que, a partir de um valor contínuo de tensão elétrica<sup>3</sup>, obtenha-se informação com significado físico. Para tanto, utiliza-se, além das informações de *bias*, fator de escala e outras disponíveis no manual técnico do sensor, um conversor analógico/digital. Uma descrição do funcionamento desse dispositivo foge ao escopo deste trabalho, entretanto algumas considerações devem ser feitas quando estas influenciam a medida obtida dos sensores.

Os conversores A/D utilizados neste trabalho são dispositivos que fornecem um número de 12 *bits* que representa a razão entre a variável de interesse e a tensão de referência (em inglês, *ratiometric*). Na prática, isso indica que, caso haja uma flutuação na tensão de referência utilizada pelo conversor A/D, ocorrerá uma flutuação proporcional no valor digital obtido.

---

<sup>3</sup>Naturalmente, a informação analógica não é sempre transmitida na forma de uma tensão elétrica, mas este é o caso nos sensores utilizados.

Os manuais técnicos do acelerômetro e medidor de pressão utilizados neste trabalho, por exemplo, informam que a tensão de saída do respectivo dispositivo é proporcional à tensão de alimentação e, assim, caso o sensor e o conversor estejam alimentados com a mesma tensão, estaria-se imune aos efeitos da flutuação da tensão de alimentação. Em relação ao acelerômetro utilizado no trabalho, por exemplo, é dito no manual que o *bias* e o fator de escala do dispositivo variam linearmente com a variação da tensão de alimentação.

Alguns sensores dos quais se espera maior precisão, como os girômetros empregados neste trabalho, porém, utilizam uma técnica diferente. Tais sensores utilizam um regulador interno de tensão, o que proporciona imunidade à flutuação da tensão de alimentação. Além disso, fornecem uma tensão de referência que pode ser medida e, assim, utilizada para corrigir os erros provenientes da flutuação da tensão de referência [39].

No protótipo construído, a tensão de referência empregada é a própria tensão de alimentação da porção digital do circuito. Além disso, o valor dessa tensão de referência não é medida pelo próprio conversor. Assim, a sistemática utilizada pode apresentar variações no desempenho do acelerômetro e do sensor de pressão ao ocorrer flutuações de alimentação, principalmente em termos de sensibilidade. Por outro lado, a tensão de referência proveniente dos girômetros é fornecida ao processador digital, que utiliza esse valor para calcular as devidas correções.

### 3.5.2 Acelerômetros e magnetômetros

#### 3.5.2.1 Acelerômetros

Os acelerômetros, como foi visto na Seção 2.3.1.1, fornecem, quando imóveis em relação a um referencial inercial, medida da aceleração gravitacional a qual estão submetidos. Neste sentido, considerando que as acelerações derivadas do movimento de rotação da Terra são desprezíveis quando comparadas ao ruído do sensor, a principal dificuldade existente em um procedimento de calibração de baixo custo para esse dispositivo é o conhecimento dessa aceleração gravitacional. Em relação a sua magnitude,  $g = 9,7808439 \text{ m/s}^2$ , o valor foi obtido junto ao Laboratório de Metrologia Dinâmica do Departamento de Eng. Mecânica da UnB. O maior problema, porém, se dá na determinação da orientação desse vetor no ambiente de calibração. Em outras palavras, ao manter um acelerômetro imóvel sobre a mesa de calibração, não há como determinar se as medidas resultantes são erros do sensor ou componentes da aceleração da gravidade, caso esta não esteja precisamente alinhada ao plano perpendicular ao vetor da gravidade da Terra. Para se solucionar tal problema, não se poderia utilizar, por exemplo, medidores de inclinação utilizados geralmente em obras, pois tais instrumentos não proporcionariam a resolução adequada.

A fim de se visualizar tal efeito, foi realizada simulação para verificar a evolução do erro provocado na estimação da posição no eixo  $X$  a partir dos acelerômetros, caso haja erros na estimação do ângulo de arfagem  $\theta$ , conforme ilustrado na Figura 3.10. Para tanto, utilizou-se as equações 2.10 e 2.11. A Figura 3.11 mostra os resultados obtidos com erros de  $0^\circ$ ,  $2^\circ$ ,  $1^\circ$  e  $2^\circ$ . Considerou-se sensores inerciais ideais.

Assim, tendo em vista a dificuldade de se garantir tais condições, optou-se por procedimentos

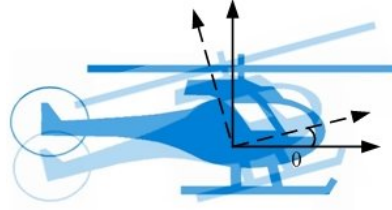


Figura 3.10: Representação do erro de estimação do ângulo de arfagem,  $\theta$ .

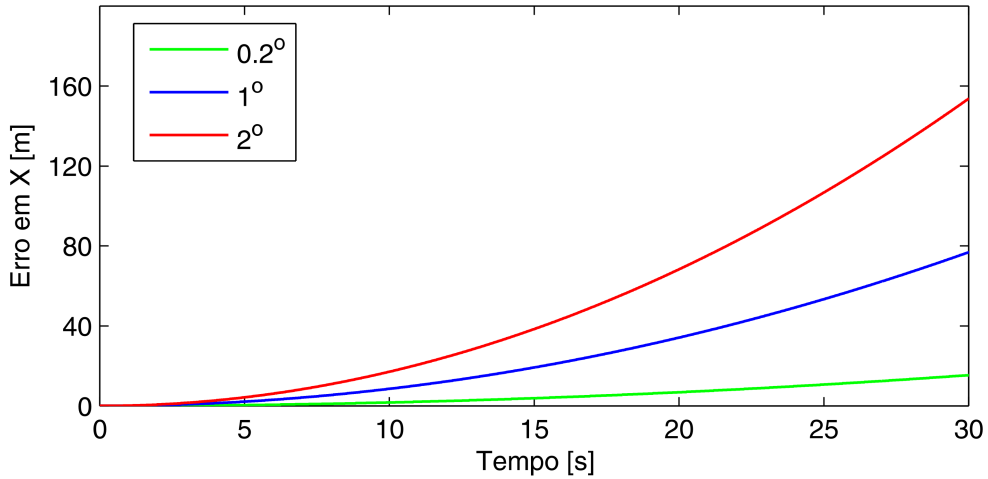


Figura 3.11: Erro provocado na estimação de posição do eixo X a partir dos acelerômetros, caso haja erros na estimação de  $\theta$ . Foi adotado período de amostragem de 10 ms e integração retangular.

alternativos para se determinar os *biases* e fatores de escala dos acelerômetros. Primeiramente, foi proposto método em que inicialmente são definidas 3 configurações de atitude e, para cada uma dessas configurações, realizam-se pares de medidas com a plataforma orientada em ângulos opostos. Dessa forma, caso se considere que a mesa é plana, mesmo que desalinhada em relação à aceleração da gravidade, os erros relativos a esse desalinhamento serão cancelados. Procedimento semelhante é sugerido em [40]. Porém, devido à dificuldade de se garantir a orientação do protótipo em algumas configurações estabelecidas, devido a sua própria silhueta, o desempenho do procedimento não foi satisfatório.

Diante disso, foi proposto outro procedimento, baseado na aquisição de medidas dos acelerômetros quando imóveis, mas em atitudes diversas e em que não há necessidade de alinhamentos precisos entre diferentes configurações. Primeiramente, recorda-se que, quando parado, o acelerômetro mede apenas componentes da aceleração da gravidade,  $\mathbf{g}^b$ . De fato, a seguinte relação é válida para todas medidas disponibilizadas pelo conjunto de acelerômetros quando estático em relação a um referencial inercial:

$$\begin{aligned}
 \|\mathbf{g}^b\| &= \|\mathbf{f}^b\| \\
 &= \sqrt{f_x^{b2} + f_y^{b2} + f_z^{b2}} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{\tilde{f}_x^b - b_{fx}}{s_{fx}}\right)^2 + \left(\frac{\tilde{f}_y^b - b_{fy}}{s_{fy}}\right)^2 + \left(\frac{\tilde{f}_z^b - b_{fz}}{s_{fz}}\right)^2}, \tag{3.1}
 \end{aligned}$$



em que  $\|\cdot\|$  é a norma euclidiana do vetor.

A partir daí, considerando  $\|\mathbf{g}^b\|$  conhecido, o problema não-linear de se encontrar os parâmetros  $\mathbf{b}_f$  e  $s_f$  pode ser resolvido de maneira iterativa. Uma das formas de se solucionar tal problema se dá por meio da minimização do erro entre o valor estimado com os parâmetros,  $\|\mathbf{f}^b\|$ , e o valor real,  $\|\mathbf{g}^b\|$ . Tal função, caso se considere que  $\|\mathbf{g}^b\|$  é conhecido, é dada por

$$e(\boldsymbol{\theta}, k) = \|\mathbf{g}^b\| - \|\mathbf{f}^b(\boldsymbol{\theta}, k)\|, \quad (3.2)$$

em que  $\boldsymbol{\theta}$  é o vetor de parâmetros a ser estimado, composto por seis elementos, notadamente os *biases* e fatores de escala dos três elementos sensores, ou seja,

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} b_{fx} & b_{fy} & b_{fz} & s_{fx} & s_{fy} & s_{fz} \end{bmatrix}^T. \quad (3.3)$$

Nesse contexto, o critério de minimização pode ser dado pela seguinte função de custo quadrática:

$$V(\boldsymbol{\theta}, k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} e(\boldsymbol{\theta}, k)^2, \quad (3.4)$$

em que  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  será dado por

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} V(\boldsymbol{\theta}, k). \quad (3.5)$$

Diante desse contexto, diversos algoritmos podem ser empregados para fornecer uma solução ao problema [41]. Um dos algoritmos mais simples é o gradiente descendente, em que, a partir de um  $\boldsymbol{\theta}(0)$  inicial, a atualização de  $\boldsymbol{\theta}$  se dá por meio de

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(i+1) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(i) - \mu \frac{\partial V(\boldsymbol{\theta}, k)}{\partial \boldsymbol{\theta}(i)}, \quad (3.6)$$

em que a jacobiana  $\frac{\partial V(\boldsymbol{\theta}, k)}{\partial \boldsymbol{\theta}(i)}$  é dada por

$$\frac{\partial V(\boldsymbol{\theta}, k)}{\partial \boldsymbol{\theta}(i)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} \frac{\tilde{f}_x^b(k) - \theta_1(i)}{(\theta_4(i))^2 \|\mathbf{f}^b(\boldsymbol{\theta}, k)\|} \\ \frac{\tilde{f}_y^b(k) - \theta_2(i)}{(\theta_5(i))^2 \|\mathbf{f}^b(\boldsymbol{\theta}, k)\|} \\ \frac{\tilde{f}_z^b(k) - \theta_3(i)}{(\theta_6(i))^2 \|\mathbf{f}^b(\boldsymbol{\theta}, k)\|} \\ \frac{(\tilde{f}_x^b(k) - \theta_1(i))^2}{(\theta_4(i))^3 \|\mathbf{f}^b(\boldsymbol{\theta}, k)\|} \\ \frac{(\tilde{f}_y^b(k) - \theta_2(i))^2}{(\theta_5(i))^3 \|\mathbf{f}^b(\boldsymbol{\theta}, k)\|} \\ \frac{(\tilde{f}_z^b(k) - \theta_3(i))^2}{(\theta_6(i))^3 \|\mathbf{f}^b(\boldsymbol{\theta}, k)\|} \end{bmatrix} e(\boldsymbol{\theta}, k). \quad (3.7)$$

O algoritmo do gradiente descendente, porém, é lento em regiões próximas à solução. Um procedimento mais eficiente é o algoritmo conhecido como Gauss-Newton, análogo ao Newton-Raphson, utilizado na Seção 2.4.1.1. Nele, a atualização de  $\boldsymbol{\theta}$  se dá por meio de

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(i+1) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(i) - \mu \mathbf{N}^{-1}(\boldsymbol{\theta}, k) \frac{\partial V(\boldsymbol{\theta}, k)}{\partial \boldsymbol{\theta}(i)}, \quad (3.8)$$

em que  $\mathbf{N}(\boldsymbol{\theta}, k)$ , uma aproximação da hessiana de (3.4), é dada por

$$\mathbf{N}(\boldsymbol{\theta}, k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{\|\mathbf{f}^b(\boldsymbol{\theta}, k)\|}{d\boldsymbol{\theta}(i)} \right) \left( \frac{\|\mathbf{f}^b(\boldsymbol{\theta}, k)\|}{d\boldsymbol{\theta}(i)} \right)^T. \quad (3.9)$$

O procedimento descrito foi validado em simulação. Na simulação, os parâmetros de sensores fictícios foram escolhidos previamente. A obtenção das medições ao se considerar o modelo (2.35) foi realizada da seguinte forma: os ângulos de Euler, limitados ao intervalo  $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ , foram gerados aleatoriamente e, a partir deles, foi obtida a matriz de rotação correspondente,  $\mathbf{C}_n^b$ , por meio de (A.7). Assim, foram obtidas seqüências de medidas  $\tilde{\mathbf{f}}^b$  correspondentes à determinada atitude por meio de

$$\tilde{\mathbf{f}}^b = (\mathbf{C}_n^b)^T \mathbf{g}^n,$$

às quais foi adicionado uma simulação de ruído branco gaussiano de média nula e desvio-padrão semelhante ao apresentado na Figura 3.2. A Figura 3.12 mostra a evolução dos parâmetros estimados em simulação. Vale dizer que o sucesso do algoritmo na validação em simulação não garante o mesmo desempenho na situação real, visto que os modelos reais dos sensores podem ser muito mais complexos.

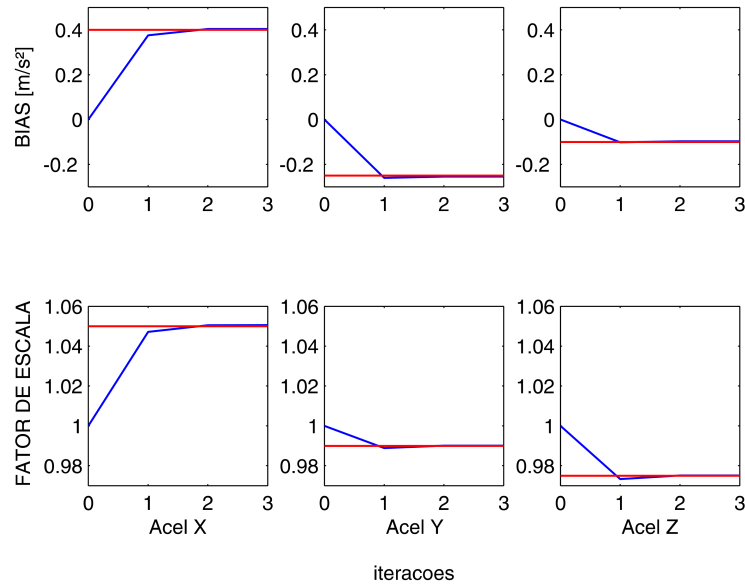


Figura 3.12: Evolução dos parâmetros estimados em simulação. Os valores reais estão destacados em vermelho. Antes da calibração, tinha-se  $V = 0,276$ ; após,  $V = 0,058$ .

Em relação à validação experimental, os valores obtidos em um dos experimentos realizados estão disponíveis na Tabela 3.3. Cabe destacar que o valor inicial utilizado foi  $\boldsymbol{\theta}(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1]^T$ , tal como realizado em simulação.

É importante notar que o procedimento descrito mostrou-se robusto a pequenas variações no valor da gravidade local, especialmente em relação à estimação dos *biases*. Assim, caso experimento semelhante seja realizado em localidades com acelerações da gravidade distintas, espera-se que os pa-

Tabela 3.3: Exemplos de *biases* e fatores de escala obtidos com procedimento inicial de calibração dos acelerômetros. Antes da calibração, tinha-se  $V = 0,232$ ; após,  $V = 0,080$ .

Elemento sensor	Bias [ $m/s^2$ ]	Fator de escala
$f_x$	$-0,005 \pm 0,0641$	$1,007 \pm 0,0000$
$f_y$	$-0,513 \pm 0,0624$	$1,003 \pm 0,0001$
$f_z$	$-0,146 \pm 0,0650$	$0,996 \pm 0,0000$

râmetros obtidos não sejam sobremaneira diferentes daqueles obtidos com o valor correto do módulo da gravidade.

Entretanto, caso o valor adotado para a gravidade local difira consideravelmente do real, a estimação dos fatores de escala se degradará, devido à própria natureza do modelo (3.2) empregado. Por este mesmo motivo, foi desenvolvido procedimento de estimação conjunta dos parâmetros do sensor e de  $\|\mathbf{g}^b\|$ . O procedimento foi baseado na estimação alternada dos parâmetros de interesse. Ou seja, em um momento mantém-se o módulo da gravidade constante e calibra-se os parâmetros do sensor e, no seguinte, faz-se o contrário. Na estimação da magnitude da gravidade local, a equivalente à função (3.2) será

$$e(\theta, k) = \theta - \|\mathbf{f}^b(k)\|, \quad (3.10)$$

em que  $\theta$  representa, naturalmente,  $\|\mathbf{g}^b\|$ .

Tal procedimento foi validado a partir dos mesmos dados utilizados para gerar a Tabela 3.3. Em dois ciclos de estimação dos parâmetros dos sensores e do módulo da gravidade, os valores estimados convergiram, considerando a precisão utilizada na referida Tabela, para os mesmos parâmetros e para o valor correto da aceleração gravitacional local.

Vale dizer, entretanto, que, apesar do desempenho satisfatório do procedimento ao se considerar o modelo (2.35) para os acelerômetros, o sensor provavelmente possui um modelo mais complexo, tal qual o modelo de girômetro apresentado na Seção 2.7, por exemplo. Assim, devido a parâmetros que variam no tempo, a cada operação do dispositivo ou devido ao ambiente de operação (em função de fatores como temperatura, umidade), os valores obtidos com o procedimento descrito podem não garantir desempenho satisfatório durante toda vida útil do sensor. Neste contexto, porém, uma das vantagens do método proposto é que o mesmo pode ser realizado em um procedimento de inicialização efetuado a cada operação do dispositivo. Para tanto, basta implementar o algoritmo descrito no *software* embarcado e estabelecer uma *interface* de orientação para que o usuário execute o experimento (baseada em sons, por exemplo).

Um outro aspecto do procedimento inicial de calibração é a caracterização de  $w_f$ , que representa, para cada um dos eixos de medição, o ruído de medição do sensor. Caso se considere que  $w_f$  possui natureza gaussiana, conforme o modelo (2.35),  $w_f \sim N(0, \sigma_f^2)$ . A partir daí, uma estimativa de  $\sigma_f^2$  para determinado acelerômetro pode ser dada por

$$\hat{\sigma}_f^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (f(i) - \bar{f})^2. \quad (3.11)$$

Essa estimativa de  $\sigma_{\tilde{f}}^2$  é utilizada nos algoritmos de fusão sensorial e, da mesma forma, é necessário obter uma estimativa da variância das estimativas  $\mathbf{b}_f$  e  $\mathbf{s}_f$  obtidas a partir do procedimento anterior. Para tanto, utiliza-se o método descrito em [42], em que a matriz de covariância de  $\boldsymbol{\theta}$  é estimada por

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\theta}} = \left( \frac{\partial V(\boldsymbol{\theta}, k)'}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right)^{-1} \frac{\partial V(\boldsymbol{\theta}, k)'}{\partial \tilde{\mathbf{f}}} \boldsymbol{\Sigma}_{\tilde{\mathbf{f}}} \left( \frac{\partial V(\boldsymbol{\theta}, k)'}{\partial \tilde{\mathbf{f}}} \right)^T \left[ \left( \frac{\partial V(\boldsymbol{\theta}, k)'}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right)^T \right]^{-1}, \quad (3.12)$$

em que  $V(\boldsymbol{\theta}, k)' = \frac{\partial V(\boldsymbol{\theta}, k)}{\partial \boldsymbol{\theta}}$ .

É importante destacar que métodos semelhantes já foram propostos. Em [43], por exemplo, é proposto procedimento que utiliza também a magnitude da aceleração da gravidade para calibrar os acelerômetros. É utilizado, inclusive, modelo mais complexo para o sensor, semelhante ao modelo (2.36). Contudo, o método define orientações específicas para a calibração e não apresenta maneira de se obter as variâncias dos parâmetros estimados. Além disso, não é estendido para a estimação conjunta do módulo da gravidade.

### 3.5.2.2 Magnetômetros

O procedimento inicial utilizado para calibração do conjunto de magnetômetros baseou-se no alinhamento visual da plataforma ao campo magnético da Terra com o auxílio de uma bússola cartográfica. A partir do conhecimento das coordenadas geográficas do local de calibração e das componentes do campo magnético, tal como ilustrou a Tabela 2.1, é possível estimar os *biases* dos sensores. Naturalmente, tais estimativas estarão influenciadas por erros decorrentes da imprecisão desse alinhamento, tal qual a calibração do acelerômetro. Porém, como os dados dos magnetômetros são utilizados diretamente e unicamente para a determinação da atitude em um cálculo que não envolve integração numérica (descrição detalhada na Seção 2.5.2), tais erros não resultariam numa grande degradação do desempenho do sistema.

Entretanto, tendo em vista que a metodologia desenvolvida para calibração dos acelerômetros (Seção 3.5.2.1) é aplicável ao caso dos magnetômetros com mínimas adaptações, empregou-se com sucesso mesmo procedimento para estimação dos parâmetros dos referidos sensores. Tal procedimento também foi validado em simulação (Figura 3.13) e o valor de  $\|\mathbf{m}^b\|$  foi obtido da mesma fonte citada na Seção 2.5. Neste caso, porém, deve haver a preocupação de se efetuar os procedimentos de calibração em locais onde, na medida do possível, se crêem ausentes outros campos magnéticos ou materiais ferromagnéticos que possam distorcer o campo magnético da Terra.

A Tabela 3.4 disponibiliza o resultado obtido no mesmo experimento utilizado para calcular os parâmetros da Tabela 3.3. Note que os parâmetros obtidos diferem bastante dos valores nominais. Entretanto, foi verificada considerável estabilidade temporal de tais valores, ao contrário do previsto, por exemplo, em [12], o que talvez demonstre a melhora na qualidade da medida obtida ao se escolher uma frequência de amostragem mais reduzida [35].

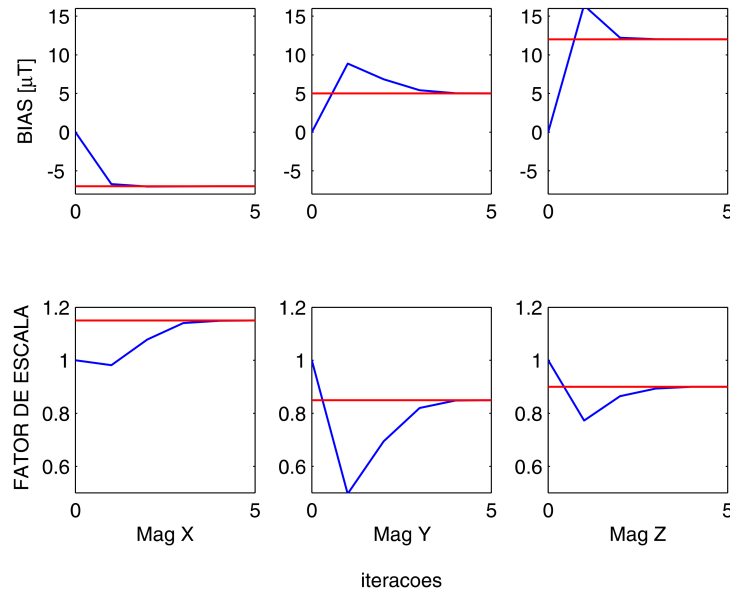


Figura 3.13: Evolução dos parâmetros estimados em simulação. Os valores reais estão destacados em vermelho. Antes da calibração, tinha-se  $V = 7,623$ ; após,  $V = 0,067$ .

Tabela 3.4: Exemplos de *biases* e fatores de escala obtidos com procedimento inicial de calibração dos magnetômetros. Antes da calibração, tinha-se  $V = 6,094$ ; após,  $V = 1,610$ .

Elemento sensor	<i>Bias</i> [ $\mu T$ ]	Fator de escala
$m_x$	$-13,397 \pm 0,0365$	$0,943 \pm 0,0000$
$m_y$	$8,065 \pm 0,0110$	$0,996 \pm 0,0001$
$m_z$	$1,667 \pm 0,0285$	$0,827 \pm 0,0001$

### 3.5.3 Girômetros

Partindo-se do modelo apresentado na Seção 2.7, o procedimento utilizado para fornecer estimativas iniciais dos girômetros pode ser dividido em duas etapas.

Em uma primeira etapa, procurou-se manter os sensores em uma situação em que não havia qualquer rotação. Naturalmente, entende-se que a rotação da Terra pode ser desprezada, visto que seu valor é consideravelmente menor do que o ruído apresentado pelos sensores<sup>4</sup>. Assim, a partir dos dados obtidos, encontrou-se os *bias* dos respectivos sensores a partir da média ou mediana dos valores medidos. Tal procedimento também é utilizado no procedimento de inicialização do sistema de localização, descrito no Capítulo 4, em que os parâmetros obtidos em tal procedimento são utilizados como estimativas iniciais no algoritmo de fusão sensorial.

O procedimento utilizado para obtenção dos fatores de escala dos respectivos sensores foi um pouco diferente. Como não havia disponibilidade de um sistema que nos proporcionasse uma velocidade de rotação constante e que, mesmo se tal sistema estivesse disponível, haveria o problema

<sup>4</sup>Mesmo com essa suposição, a obtenção dos dados para esta etapa foi realizado com o conjunto de sensores em diversas orientações diferentes em relação ao eixo de rotação da Terra.

do cabo de comunicação que conecta o sistema ao computador, utilizou-se o seguinte método: primeiramente, realizou-se rotação conhecida no eixo de interesse e, em seguida, a partir dos cálculos de propagação da atitude descritos no Anexo A., obteve-se estimativa do respectivo fator de escala. Os resultados obtidos com tal procedimento não foram satisfatórios, o que reforçou a necessidade de obtenção de um algoritmo confiável para calibração *online* dos girômetros.

#### **3.5.4 Sensor de pressão**

A partir da equação (2.34) e do manual técnico do sensor, pode-se calcular a mínima variação de altitude mensurável. Com as informações de resolução do conversor A/D e com os dados do manual, chega-se à variação mínima de pressão percebida pelo sistema:  $0,027126 \text{ kPa}$ . Munido desse valor e considerando uma temperatura constante de  $25^\circ\text{C}$ , tem-se que a resolução do sistema para a variação de altitude é de cerca de  $2,4 \text{ m}$ .

Diante dessa informação, chega-se à conclusão que o protótipo construído não permite a realização de procedimentos de calibração que utilizem como referência a própria variação da altitude. Além disso, considerando as características do projeto de robótica aérea em que o presente trabalho está inserido, não é possível avaliar experimentalmente o desempenho da medição da variação da altitude proveniente do sensor de pressão na estimativa da posição do veículo.

Tal fato infelizmente não foi observado no projeto do protótipo. Entretanto, optou-se por não retirar as Seções referentes a tal sensor deste trabalho, pois o mesmo pode ser útil em sistemas utilizados em UAVs que operem em outros envelopes de vôo.



## 4 ALGORITMOS DE FUSÃO SENSORIAL PARA LOCALIZAÇÃO 3D

*Um por todos*

*Todos por um*

Alexandre Dumas

### 4.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta os algoritmos que promovem a fusão dos dados dos sensores com o intuito de proporcionar uma melhor estimativa da localização do sistema. A fim de que a descrição da metodologia seja mais clara, primeiramente são apresentados aqueles procedimentos relacionados apenas à estimação da atitude. Em seguida, é apresentado o algoritmo completo.

### 4.2 ATITUDE

Nas Seções 2.3.3 e 2.5.2 são brevemente descritos dois métodos de obtenção de uma estimativa da atitude do veículo. Um deles é baseado na medição das velocidades de rotação do veículo nos eixos do Sistema  $B$ , proporcionada por girômetros. A partir da integração numérica de tais medidas e do conhecimento da atitude inicial em relação ao sistema de coordenadas de referência, é possível obter uma estimativa da atitude. A outra abordagem é baseada na medição dos campos gravitacional e magnético locais. A partir do conhecimento dos valores desses vetores no sistema de referência, também é possível determinar uma estimativa da atitude.

Diante disso, nesta Seção é descrito algoritmo de fusão sensorial dessas duas estimativas baseado no Filtro de Kalman Estendido (FKE) para obtenção do quatérnio que representa a atitude do sistema. Conforme descrito na Seção 2.3.3.4, serão desconsiderados efeitos relativos à rotação da Terra e, assim, o algoritmo pode ser utilizado indiscriminadamente tanto para obter as variações de atitude em relação à atitude inicial, como para determinação da atitude em relação a um sistema de referência.

No filtro descrito a seguir, o girômetro, cuja frequência de amostragem é consideravelmente alta quando comparada àquela obtida do magnetômetro, fornece informação necessária para determinação da estimativa da atitude no decorrer do tempo (etapa de predição), enquanto que os acelerômetros e magnetômetros fornecem medida para corrigir tal estimativa (etapa de correção). Ou seja, considerando a classificação usualmente utilizada para algoritmos de fusão sensorial aplicados à problemas de localização (Seção 2.8.1), pode-se dizer que este é um filtro direto, pois seus estados são as próprias variáveis de interesse, mas não é fortemente acoplado, já que é utilizado na etapa de correção diretamente o quatérnio calculado a partir das medições dos acelerômetros e girômetros.



### 4.2.1 Predição

O processo a ser estimado é representado pelas equações cinemáticas de navegação descritas na Seção 2.3.3, em que as entradas são dadas pelas medidas dos sensores inerciais. Assim, as equações de predição do filtro de atitude podem ser representadas pelo seguinte processo não-linear:

$$\mathbf{q}_n^b(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{q}_n^b(k), \boldsymbol{\omega}_{ib}^b(k+1)) + \boldsymbol{\eta}_q(k+1), \quad (4.1)$$

em que  $\boldsymbol{\eta}_q$  representa o ruído e  $\mathbf{f}$  é dada pela equação (A.25), ou seja, referente à propagação da atitude a partir das medidas dos girômetros:

$$\mathbf{q}(k+1) = e^{-\mathbf{W}(k+1)\Delta t} \mathbf{q}(k)$$

$$\begin{bmatrix} q_0(k+1) \\ q_1(k+1) \\ q_2(k+1) \\ q_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(v/2) & s_x \frac{\sin(v/2)}{v} & s_y \frac{\sin(v/2)}{v} & s_z \frac{\sin(v/2)}{v} \\ -s_x \frac{\sin(v/2)}{v} & \cos(v/2) & -s_z \frac{\sin(v/2)}{v} & s_y \frac{\sin(v/2)}{v} \\ -s_y \frac{\sin(v/2)}{v} & s_z \frac{\sin(v/2)}{v} & \cos(v/2) & -s_x \frac{\sin(v/2)}{v} \\ -s_z \frac{\sin(v/2)}{v} & -s_y \frac{\sin(v/2)}{v} & s_x \frac{\sin(v/2)}{v} & \cos(v/2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0(k) \\ q_1(k) \\ q_2(k) \\ q_3(k) \end{bmatrix}, \quad (4.2)$$

em que os índices de  $\mathbf{q}_n^b$  e  $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$  e o ruído foram omitidos.

Em relação ao ruído do processo, deve-se reconhecer a limitação do modelo adotado. Entre os componentes do ruído referente à propagação da atitude a partir dos girômetros, sabe-se que os ruídos dos próprios girômetros fornecem grande contribuição. Diante desse contexto, provavelmente a abordagem mais completa envolveria a inclusão do referido ruído na função  $\mathbf{f}$ , visto que eles incidem diretamente no cálculo de  $s$ , e a manutenção de  $\boldsymbol{\eta}_q(k+1)$  para representar incorreções no modelo ou efeitos não modelados. Entretanto, optou-se pelo modelo (4.1), de natureza certamente mais simplificada. A opção por tal modelo se deu também devido à necessidade de se implementar o algoritmo de fusão sensorial em um microcontrolador. De fato, devido a aspectos relatados na Seção 3.4, a frequência de amostragem utilizada em alguns experimentos foi maior do que a inicialmente desejada e a inclusão do ruído na função  $\mathbf{f}$  poderia resultar em um aumento do período de amostragem, tendo em vista a necessidade de cálculos referentes às jacobianas e multiplicações de matrizes.

Diante da decisão de se assumir um ruído aditivo, surgiu o problema de determinar a covariância associada a tal ruído, representada pela matriz  $\mathbf{Q}$ . Naturalmente, pode-se proceder com a sintonia experimental da matriz  $\mathbf{Q}$  ao observar-se o desempenho alcançado pelo filtro. Entretanto, com o intuito de melhor investigar a natureza da covariância do processo, foi utilizado o método da Transformação *Unscented*, apresentado em [44], para propagar as variâncias dos girômetros e estimar  $\mathbf{Q}$  para a situação em que o sistema apresenta-se parado. Recorda-se que, a partir do modelo (2.35), a variância dos girômetros, dada por  $w_g$ , é um ruído branco gaussiano de média nula e variâncias semelhantes às demonstradas na Figura 3.3. Assim, ao se utilizar o referido método, chegou-se à seguinte matriz,

que representa uma estimativa do ruído de processo  $\mathbf{Q}$ :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0.24609374644 & 0.00000803428 & -0.00000031876 & -0.00000763867 \\ 0.00000803428 & 0.00000000170 & -0.00000000021 & -0.00000000080 \\ -0.00000031876 & -0.00000000021 & 0.00000000109 & -0.00000000034 \\ -0.00000763867 & -0.00000000080 & -0.00000000034 & 0.00000000468 \end{bmatrix}.$$

É importante mencionar, porém, que tal matriz não foi utilizada diretamente em alguns experimentos, visto que foi promovida sintonia experimental dos parâmetros do FKE para ajuste do seu desempenho, com a qual obteve-se desempenho superior.

#### 4.2.2 Correção

A correção aplicada pelo FKE de atitude é dada pela estimativa de atitude calculada a partir das medições de  $\mathbf{m}^b$  e  $\mathbf{f}^b$ . Como visto na Seção 2.5.2, as soluções ao problema de determinação da atitude a partir de dois vetores não-colineares podem ser classificadas como métodos iterativos ou determinísticos. Não foi objetivo deste trabalho a avaliação minuciosa de diferentes algoritmos para solução de tal problema. De qualquer maneira, verificou-se considerável sensibilidade da solução a erros nas medidas dos vetores utilizados ao se utilizar a equação (2.30) para determinação da atitude. Por esta razão, foi utilizado o algoritmo TRIAD melhorado (*Improved TRIAD algorithm*, em inglês), proposto por [45], que minimiza tal efeito. Nesse caso,  $\mathbf{C}_n^b$  é calculado por meio de

$$\mathbf{C}_n^b = \begin{bmatrix} \mathbf{i}^b & \vdots & \mathbf{j}^b & \vdots & \mathbf{k}^b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}^n & \vdots & \mathbf{j}^n & \vdots & \mathbf{k}^n \end{bmatrix}^T, \quad (4.3)$$

em que

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{u} + \mathbf{v}}{|\mathbf{u} + \mathbf{v}|} \quad (4.4)$$

$$\mathbf{j} = \frac{\mathbf{i} \times (\mathbf{u} - \mathbf{v})}{|\mathbf{i} \times (\mathbf{u} - \mathbf{v})|} \quad (4.5)$$

$$\mathbf{k} = \mathbf{i} \times \mathbf{j} \quad (4.6)$$

e  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{v}$  são vetores unitários referentes a  $\mathbf{g}$  e  $\mathbf{m}$ , respectivamente. Note que, nesse método, há também menores alterações de desempenho caso sejam invertidos  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{v}$ , o que não ocorre em (2.30).

Com a matriz de rotação obtida com (4.3), utiliza-se (A..20), para se obter o quatérnio correspondente. Dessa maneira, pode-se assumir o seguinte modelo de correção:

$$\mathbf{y}(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{q}_n^b(k+1) + \boldsymbol{\eta}_y(k+1). \quad (4.7)$$

A partir dessa abordagem ao problema, adotada com algumas diferenças em [27], simplifica-se o projeto do filtro e reduz-se o custo computacional, apesar da simplificação causada referente ao ruído de medição. Assim, diante desse contexto, novamente optou-se por utilizar o método da Transformação *Unscented* para estimar a covariância  $\mathbf{R}$  associada ao ruído  $\boldsymbol{\eta}_y(k+1)$ . Assim, a partir

das variâncias das medidas dos sensores e das variâncias estimadas de seus parâmetros (calculadas por meio de (3.12)), a matriz  $\mathbf{R}$  obtida com o mesmo conjunto de dados utilizado para calcular os parâmetros das Tabelas 3.3 e 3.4 foi:

$$\mathbf{R} = 10^{-4} \begin{bmatrix} 0,00003282374 & 0,00061438876 & -0,00111374582 & -0,00056777359 \\ 0,00061438876 & 0,08635446309 & -0,06342171386 & -0,01650822394 \\ -0,00111374582 & -0,06342171386 & 0,18545325709 & 0,03572519777 \\ -0,00056777359 & -0,01650822394 & 0,03572519777 & 0,01408748490 \end{bmatrix}.$$

Por fim, há o problema de determinação dos vetores  $\mathbf{g}^b$  e  $\mathbf{m}^b$ . Em relação a  $\mathbf{m}^b$ , caso seja considerado que o campo magnético local não sofre variações consideráveis no envelope de tempo e espaço de operação do veículo, podem ser tomadas as próprias medidas dos magnetômetros. Entretanto, não se pode realizar o mesmo procedimento com os acelerômetros, pois tal sensor também mede, naturalmente, a aceleração inercial do veículo,  $\mathbf{a}^b$ .

Diante disso, algumas alternativas surgem para solucionar a questão. Como o sistema não é projetado para veículos com acelerações extremas, uma das alternativas seria simplesmente assumir toda medição do acelerômetro como uma estimativa da aceleração gravitacional e, para compensar os erros decorrentes dessa suposição, aumentar significativamente a covariância  $\mathbf{R}$ . Outra alternativa natural seria, por meio de um filtro passa-baixas, obter a componente de regime permanente da força específica medida pelo acelerômetro, que representa a aceleração gravitacional. Nesse caso, teria-se a desvantagem do atraso gerado por tal processo de filtragem. Por fim, uma outra alternativa seria incluir como estado do filtro a aceleração inercial do veículo no Sistema  $B$ , o que possibilitaria o cálculo direto de  $\hat{\mathbf{g}}^b$  a partir de  $\tilde{\mathbf{f}}^b$ .

Neste trabalho, porém, considerando que a estimativa de atitude gerada pelos girômetros já possui desempenho razoavelmente satisfatório e que o período de amostragem dos magnetômetros não é consideravelmente grande quando comparado ao disponibilizado pelo GPS, optou-se simplesmente por rejeitar aquelas medidas dos acelerômetros em que  $|\|\tilde{\mathbf{f}}^b\| - \|\mathbf{g}^b\|| > \epsilon$ , além de se promover alguma sintonia da matriz  $\mathbf{R}$ . O valor de  $\epsilon$  foi determinado experimentalmente. A facilidade de implementação foi um fator importante para a utilização de tal abordagem. Além disso, o desempenho alcançado com tal abordagem justificou seu emprego. De qualquer forma, sugere-se a avaliação das outras metodologias propostas em trabalhos futuros.

### 4.2.3 Pseudo-observação

Um dos problemas encontrados na propagação da atitude a partir das medidas dos girômetros é que, devido aos erros decorrentes do processo numérico de integração ou do algoritmo de fusão, o quatérnio resultante pode não respeitar a restrição entre seus elementos,  $\|\mathbf{q}_n^b\| = 1$ , condição necessária para a representação correta de uma transformação de coordenadas. Para solucionar o problema, em geral é utilizado um procedimento específico para corrigir o quatérnio obtido.

Uma das alternativa mais simples para solucionar a questão, por exemplo, é normalização do quatérnio estimado. Naturalmente, porém, existem formas mais elegantes para ajustar a velocidade de convergência do quatérnio em direção à unicidade.

O método utilizado neste trabalho é baseado em uma pseudo-observação ou pseudo-medição referente a

$$e_{pseudo}(k+1) = 1 - \|\mathbf{q}_n^b(k+1)\|. \quad (4.8)$$

Essa pseudo-observação, assim chamada porque não há real medida do erro de unicidade do quatérnio, pode ser aplicada a todo instante, inclusive quando há medida disponibilizada pelo magnetômetro. Assim, a correção aplicada pelo FKE de atitude será no sentido de garantir a unicidade do quatérnio e, dessa forma, (4.7) se tornará não-linear.

Entretanto, um aspecto importante é que, caso o modelo (4.8) seja adotado para a pseudo-observação, o FKE gerará um alto ganho para garantir que a restrição seja atingida, mas possivelmente reduzindo equivocadamente as contribuições fornecidas pelos girômetros, acelerômetros e magnetômetros. Assim, a fim de minimizar tal problema, pode-se incluir um ruído aditivo gaussiano de média nula ao modelo (4.8), de forma a possibilitar o ajuste da velocidade de convergência da restrição do quatérnio.

Metodologia similar já foi empregada em alguns trabalhos, como em [24], que utiliza também outro método, baseado na modificação do sub-vetor de estados referente ao quatérnio:

$$\mathbf{q}_n^b(k+1) = -\frac{1}{2}\mathbf{W}(k+1)\mathbf{q}_n^b(k) + \mu e(k)\mathbf{q}_n^b(k),$$

em que  $\mu$  determina a velocidade de convergência.

#### 4.2.4 Algoritmo de fusão sensorial

Nesta Seção, descreve-se mais detalhadamente o FKE que realiza a fusão da estimativa de atitude proveniente dos girômetros com aquela proveniente do acelerômetro e magnetômetro. Os modelos de predição e correção foram descritos nas Seções anteriores e no presente momento discute-se como a estimativa de atitude é calculada no decorrer do tempo.

A operação do sistema requer um procedimento de inicialização, em que são determinadas as estimativas iniciais dos estados,  $\hat{\mathbf{x}}(0)$ , bem como a covariância associada,  $\mathbf{P}(0)$ . Naturalmente, tais dados podem ser fixos no algoritmo. Caso deseje-se calcular a atitude a partir de uma atitude inicial, por exemplo, o quatérnio inicial será dado por  $\hat{\mathbf{q}}_n^b(0) = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$  e a matriz de covariância associada poderá assumir valor nulo. Entretanto, caso o intuito seja determinar a atitude em relação a um sistema conhecido, deve-se utilizar procedimento específico. Se for escolhido o Sistema *NED*, por exemplo,  $\hat{\mathbf{q}}_n^b(0)$  pode ser obtido com o mesmo procedimento descrito na Seção 4.2.2, visto que  $\mathbf{g}^n$  é conhecido e  $\mathbf{m}^n$  pode ser obtido a partir de mapas do campo magnético da Terra, ao se conhecer as coordenadas geográficas do local de operação do sistema, como descrito na Seção 2.5. Tal procedimento é mais detalhadamente descrito na Seção 4.3.

Finalizado o procedimento de inicialização, as estimativas *a priori* do estado  $\hat{\mathbf{x}}^-(k+1)$  e da covariância associada são calculadas por meio das equações (B.8). Os elementos da matriz jacobiana  $\mathbf{A}$ , ou seja

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{f}(\hat{\mathbf{q}}_n^b(k), \boldsymbol{\omega}_{ib}^b(k+1))}{\partial \hat{\mathbf{q}}_n^b(k)}. \quad (4.9)$$

são dados por

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_{1,1} &= \cos(v/2) & \mathbf{A}_{3,1} &= -\frac{\sin(v/2)s_y}{v} \\
\mathbf{A}_{1,2} &= -\frac{\sin(v/2)s_x}{v} & \mathbf{A}_{3,2} &= \frac{\sin(v/2)s_z}{v} \\
\mathbf{A}_{1,3} &= -\frac{\sin(v/2)s_y}{v} & \mathbf{A}_{3,3} &= \cos(v/2) \\
\mathbf{A}_{1,4} &= -\frac{\sin(v/2)s_z}{v} & \mathbf{A}_{3,4} &= -\frac{\sin(v/2)s_x}{v} \\
\mathbf{A}_{2,1} &= \frac{\sin(v/2)s_x}{v} & \mathbf{A}_{4,1} &= -\frac{\sin(v/2)s_z}{v} \\
\mathbf{A}_{2,2} &= \cos(v/2) & \mathbf{A}_{4,2} &= -\frac{\sin(v/2)s_y}{v} \\
\mathbf{A}_{2,3} &= \frac{\sin(v/2)s_z}{v} & \mathbf{A}_{4,3} &= \frac{\sin(v/2)s_x}{v} \\
\mathbf{A}_{2,4} &= -\frac{\sin(v/2)s_y}{v} & \mathbf{A}_{4,4} &= \cos(v/2).
\end{aligned}$$

Em relação à etapa de correção do FKE, caso não haja medição e não se utilize a pseudo-observação referente à restrição do quatérnio, considera-se que  $\hat{\mathbf{x}}(k+1)$  e  $\mathbf{P}(k+1)$  são, respectivamente,  $\hat{\mathbf{x}}^-(k+1)$  e  $\mathbf{P}^-(k+1)$ , em que  $\mathbf{x}$  refere-se a  $\mathbf{q}_n^b$ . Porém, caso esteja disponível medida para corrigir o estado predito e a covariância associada, o procedimento de correção se inicia com o cálculo do ganho de Kalman, que se dá por meio da equação (B..14).

A matriz ou vetor  $\mathbf{C}$  é a jacobiana de  $\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}^-(k+1))$  em relação a  $\hat{\mathbf{x}}^-(k+1)$  e depende, naturalmente, da informação corretiva disponível. Caso haja apenas a estimativa da atitude fornecida pelo acelerômetro e magnetômetro,  $\tilde{\mathbf{q}}_n^b$ , a matriz  $\mathbf{C}$  será dada pela matriz identidade, ou seja,

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{I}_4. \quad (4.10)$$

Porém, caso nesse instante se utilize apenas a pseudo-observação,  $\mathbf{C}$  será apenas um vetor:

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_{pseudo} = \frac{\partial e_{pseudo}}{\partial \hat{\mathbf{q}}^{-1}} = \begin{bmatrix} -\frac{q_0(k+1)}{\|\mathbf{q}(k+1)\|} & -\frac{q_1(k+1)}{\|\mathbf{q}(k+1)\|} & -\frac{q_2(k+1)}{\|\mathbf{q}(k+1)\|} & -\frac{q_3(k+1)}{\|\mathbf{q}(k+1)\|} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

em que foram omitidos índices dos quatérnios.

Por fim, caso as duas medidas estejam presentes,  $\mathbf{C}$  será uma matriz de dimensão  $5 \times 4$  que incorpora as jacobianas de ambas medidas, ou seja,

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{q_0(k+1)}{\|\mathbf{q}(k+1)\|} & -\frac{q_1(k+1)}{\|\mathbf{q}(k+1)\|} & -\frac{q_2(k+1)}{\|\mathbf{q}(k+1)\|} & -\frac{q_3(k+1)}{\|\mathbf{q}^-(k+1)\|} \end{bmatrix}. \quad (4.12)$$

A partir daí, as estimativas *a posteriori* de  $\hat{\mathbf{x}}(k+1)$  e  $\mathbf{P}(k+1)$  serão dadas pelas equações (B..15).

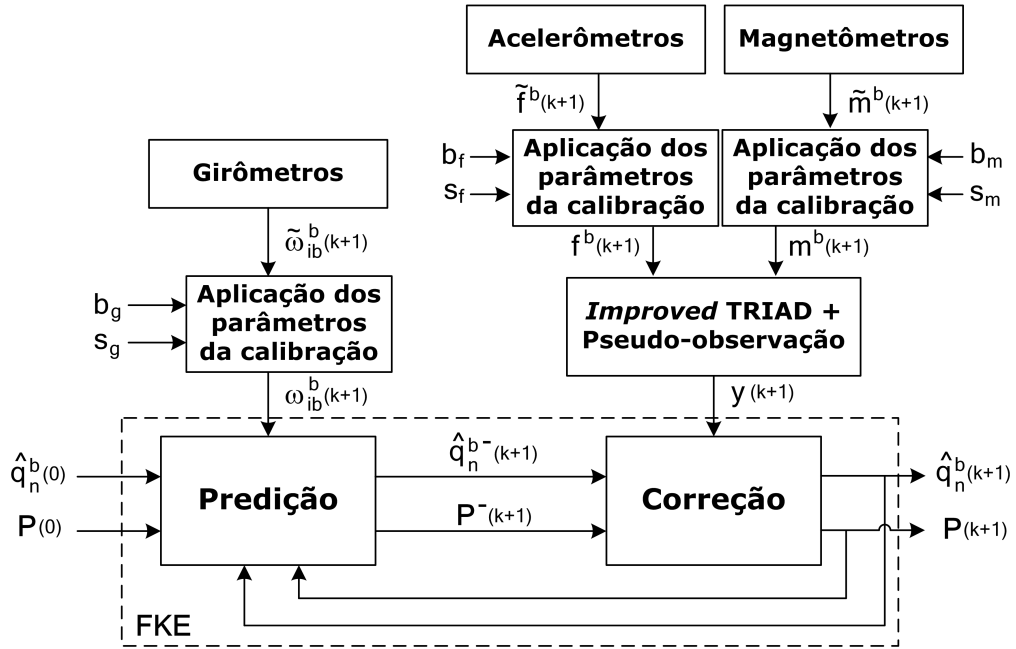


Figura 4.1: Diagrama de blocos do FKE de atitude.

#### 4.2.5 Calibração *online* dos girômetros

No filtro descrito na Seção anterior, representado na Figura 4.1, há um período de inicialização do sistema em que são obtidas estimativas de  $\mathbf{g}^b$  e  $\mathbf{m}^b$ . Durante esse mesmo período inicial, também são calculadas estimativas dos *biases* dos girômetros, conforme descrito na Seção 3.5.3. Tal procedimento mostrou-se necessário devido ao comportamento dos girômetros utilizados, que, diferente do estabelecido pelo modelo (2.35), apresentam alterações dos *biases* a cada operação, da mesma forma como descrito na Seção 3.5.2. Como já é sabido, caso os parâmetros dos girômetros não sejam corretamente estimados, a estimativa da atitude se degradará com o passar do tempo. Após o período de inicialização, a operação do sistema se dá com a utilização das medidas já calibradas dos sensores no vetor de entradas.

Entretanto, tendo em vista que tal método abrange apenas a calibração do *bias* do referido sensor no momento de inicialização do sistema, outra alternativa para a calibração dos girômetros é a inclusão dos parâmetros do sensor no vetor de estados do filtro, de maneira a calibrar tais parâmetros continuamente durante a operação do sistema. Tal abordagem já é usualmente adotada. Entretanto, de forma distinta a [46] e [22], neste trabalho procede-se com a calibração do *bias* e do fator de escala. Assim, o vetor de estados passou a ter 10 elementos, ou seja,

$$\mathbf{x} = \left[ q_0 \quad q_1 \quad q_3 \quad q_4 \quad b_{gx} \quad b_{gy} \quad b_{gz} \quad s_{gx} \quad s_{gy} \quad s_{gz} \right]^T.$$

Em relação aos modelos dos parâmetros, neste trabalho assume-se que os *biases*  $\mathbf{b}_g$  e os fatores de escala  $\mathbf{s}_g$  são constantes adicionadas de um ruído branco gaussiano de média nula  $e$ , assim, evoluem de acordo com as seguintes expressões:

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_g(k+1) &= \mathbf{b}_g(k) + \mathbf{w}_{bg} \\ \mathbf{s}_g(k+1) &= \mathbf{s}_g(k) + \mathbf{w}_{sg} \end{aligned} \quad (4.13)$$

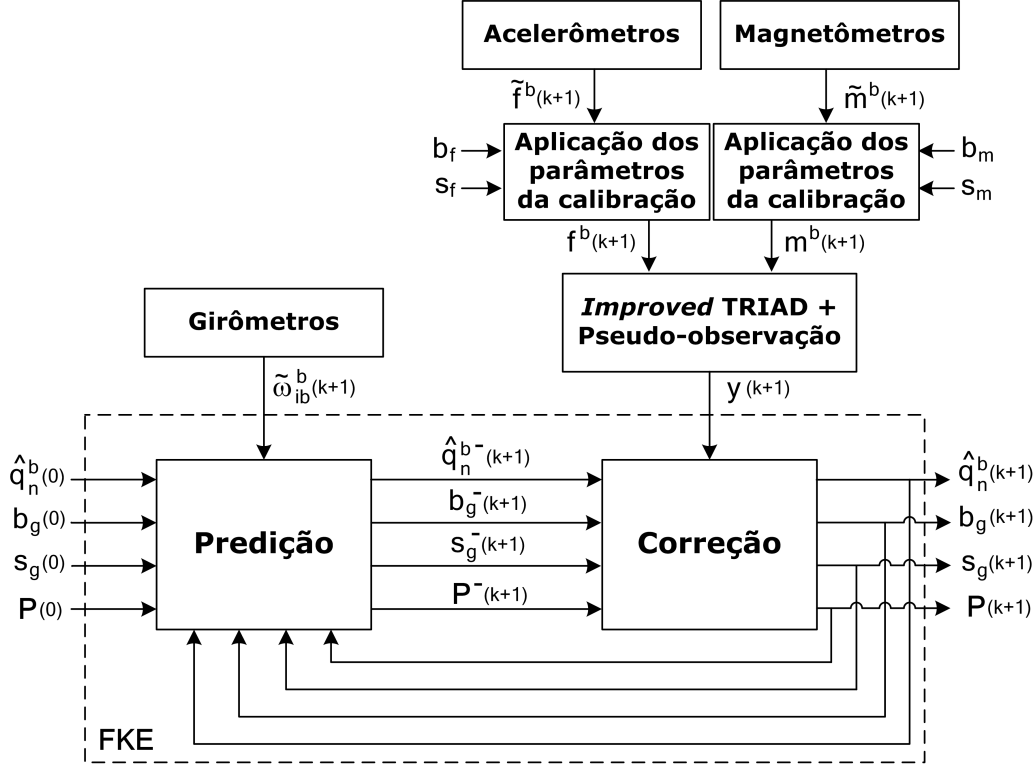


Figura 4.2: Diagrama de blocos do FKE de atitude e calibração *online* dos girômetros.

Diante dessa nova configuração do FKE, o cálculo de novas matrizes  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{C}$  tornou-se necessário. O cálculo de  $\mathbf{A}$  torna-se especialmente mais complexo, visto que as equações de predição da atitude passam a assumir as medidas descalibradas dos girômetros como entrada, conforme ilustrado pela Figura 4.2. Considerando o modelo (2.35), tem-se

$$s = \omega(k+1)\Delta t = \frac{(\tilde{\omega}(k+1) - b_g(k))\Delta t}{s_g(k)}. \quad (4.14)$$

A partir daí, a matriz  $\mathbf{A}$ , de dimensão  $10 \times 10$ , terá a seguinte configuração:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_4 & \frac{\partial \mathbf{q}_n^b}{\partial b_g} & \frac{\partial \mathbf{q}_n^b}{\partial s_g} \\ \mathbf{0}_{3 \times 4} & \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 4} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}. \quad (4.15)$$

Os termos adicionais, em que foram omitidos os instantes de tempo, serão dados por:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{1,5} &= \frac{s_x \sin(v/2)q_0 \Delta t}{2s_{gx}v} + \frac{\sin(v/2)q_1 \Delta t}{s_{gx}v} + s_x q_1 \left( -\frac{s_x \Delta t}{s_{gx}v^3} + \frac{s_x \cos(v/2)\Delta t}{2s_{gx}v^2} \right) \\ \mathbf{A}_{1,6} &= \frac{s_y \sin(v/2)q_0 \Delta t}{2s_{gy}v} + \frac{\sin(v/2)q_2 \Delta t}{s_{gy}v} + s_y q_2 \left( -\frac{s_y \Delta t}{s_{gy}v^3} + \frac{s_y \cos(v/2)\Delta t}{2s_{gy}v^2} \right) \\ \mathbf{A}_{1,7} &= \frac{s_z \sin(v/2)q_0 \Delta t}{2s_{gz}v} + \frac{\sin(v/2)q_3 \Delta t}{s_{gz}v} + s_z q_3 \left( -\frac{s_z \Delta t}{s_{gz}v^3} + \frac{s_z \cos(v/2)\Delta t}{2s_{gz}v^2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_{1,8} &= \frac{(\tilde{\omega}_x - b_{gx})s_x \sin(v/2)q_0\Delta t}{2s_{gx}^2v} + \frac{(\tilde{\omega}_x - b_{gx}) \sin(v/2)q_1\Delta t}{s_{gx}^2v} \\
&\quad + s_x q_1 \left[ -\frac{(\tilde{\omega}_x - b_{gx})s_x \sin(v/2)\Delta t}{s_{gx}^2v^3} + \frac{(\tilde{\omega}_x - b_{gx})s_x \cos(v/2)\Delta t}{2s_{gx}^2v^2} \right] \\
\mathbf{A}_{1,9} &= \frac{(\tilde{\omega}_y - b_{gy})s_y \sin(v/2)q_0\Delta t}{2s_{gy}^2v} + \frac{(\tilde{\omega}_y - b_{gy}) \sin(v/2)q_2\Delta t}{s_{gy}^2v} \\
&\quad + s_y q_2 \left[ -\frac{(\tilde{\omega}_y - b_{gy})s_y \sin(v/2)\Delta t}{s_{gy}^2v^3} + \frac{(\tilde{\omega}_y - b_{gy})s_y \cos(v/2)\Delta t}{2s_{gy}^2v^2} \right] \\
\mathbf{A}_{1,10} &= \frac{(\tilde{\omega}_z - b_{gz})s_z \sin(v/2)q_0\Delta t}{2s_{gz}^2v} + \frac{(\tilde{\omega}_z - b_{gz}) \sin(v/2)q_3\Delta t}{s_{gz}^2v} \\
&\quad + s_z q_3 \left[ -\frac{(\tilde{\omega}_z - b_{gz})s_z \sin(v/2)\Delta t}{s_{gz}^2v^3} + \frac{(\tilde{\omega}_z - b_{gz})s_z \cos(v/2)\Delta t}{2s_{gz}^2v^2} \right] \\
\mathbf{A}_{2,5} &= \frac{s_x \sin(v/2)q_1\Delta t}{2s_{gx}v} - \frac{\sin(v/2)q_0\Delta t}{s_{gx}v} - s_x q_0 \left( -\frac{s_x\Delta t}{s_{gx}v^3} + \frac{s_x \cos(v/2)\Delta t}{2s_{gx}v^2} \right) \\
\mathbf{A}_{2,6} &= \frac{s_y \sin(v/2)q_1\Delta t}{2s_{gy}v} + \frac{\sin(v/2)q_3\Delta t}{s_{gy}v} + s_y q_3 \left( -\frac{s_y\Delta t}{s_{gy}v^3} + \frac{s_y \cos(v/2)\Delta t}{2s_{gy}v^2} \right) \\
\mathbf{A}_{2,7} &= \frac{s_z \sin(v/2)q_1\Delta t}{2s_{gz}v} - \frac{\sin(v/2)q_2\Delta t}{s_{gz}v} - s_z q_2 \left( -\frac{s_z\Delta t}{s_{gz}v^3} + \frac{s_z \cos(v/2)\Delta t}{2s_{gz}v^2} \right) \\
\mathbf{A}_{2,8} &= \frac{(\tilde{\omega}_x - b_{gx})s_x \sin(v/2)q_1\Delta t}{2s_{gx}^2v} - \frac{(\tilde{\omega}_x - b_{gx}) \sin(v/2)q_0\Delta t}{s_{gx}^2v} \\
&\quad - s_x q_0 \left[ -\frac{(\tilde{\omega}_x - b_{gx})s_x \sin(v/2)\Delta t}{s_{gx}^2v^3} + \frac{(\tilde{\omega}_x - b_{gx})s_x \cos(v/2)\Delta t}{2s_{gx}^2v^2} \right] \\
\mathbf{A}_{2,9} &= \frac{(\tilde{\omega}_y - b_{gy})s_y \sin(v/2)q_1\Delta t}{2s_{gy}^2v} + \frac{(\tilde{\omega}_y - b_{gy}) \sin(v/2)q_3\Delta t}{s_{gy}^2v} \\
&\quad + s_y q_3 \left[ -\frac{(\tilde{\omega}_y - b_{gy})s_y \sin(v/2)\Delta t}{s_{gy}^2v^3} + \frac{(\tilde{\omega}_y - b_{gy})s_y \cos(v/2)\Delta t}{2s_{gy}^2v^2} \right] \\
\mathbf{A}_{2,10} &= \frac{(\tilde{\omega}_z - b_{gz})s_z \sin(v/2)q_1\Delta t}{2s_{gz}^2v} - \frac{(\tilde{\omega}_z - b_{gz}) \sin(v/2)q_2\Delta t}{s_{gz}^2v} \\
&\quad - s_z q_2 \left[ -\frac{(\tilde{\omega}_z - b_{gz})s_z \sin(v/2)\Delta t}{s_{gz}^2v^3} + \frac{(\tilde{\omega}_z - b_{gz})s_z \cos(v/2)\Delta t}{2s_{gz}^2v^2} \right] \\
\mathbf{A}_{3,5} &= \frac{s_x \sin(v/2)q_2\Delta t}{2s_{gx}v} - \frac{\sin(v/2)q_3\Delta t}{s_{gx}v} - s_x q_3 \left( -\frac{s_x\Delta t}{s_{gx}v^3} + \frac{s_x \cos(v/2)\Delta t}{2s_{gx}v^2} \right) \\
\mathbf{A}_{3,6} &= \frac{s_y \sin(v/2)q_2\Delta t}{2s_{gy}v} - \frac{\sin(v/2)q_0\Delta t}{s_{gy}v} - s_y q_0 \left( -\frac{s_y\Delta t}{s_{gy}v^3} + \frac{s_y \cos(v/2)\Delta t}{2s_{gy}v^2} \right) \\
\mathbf{A}_{3,7} &= \frac{s_z \sin(v/2)q_2\Delta t}{2s_{gz}v} + \frac{\sin(v/2)q_1\Delta t}{s_{gz}v} + s_z q_1 \left( -\frac{s_z\Delta t}{s_{gz}v^3} + \frac{s_z \cos(v/2)\Delta t}{2s_{gz}v^2} \right) \\
\mathbf{A}_{3,8} &= \frac{(\tilde{\omega}_x - b_{gx})s_x \sin(v/2)q_2\Delta t}{2s_{gx}^2v} - \frac{(\tilde{\omega}_x - b_{gx}) \sin(v/2)q_3\Delta t}{s_{gx}^2v} \\
&\quad - s_x q_3 \left[ -\frac{(\tilde{\omega}_x - b_{gx})s_x \sin(v/2)\Delta t}{s_{gx}^2v^3} + \frac{(\tilde{\omega}_x - b_{gx})s_x \cos(v/2)\Delta t}{2s_{gx}^2v^2} \right]
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_{3,9} &= \frac{(\tilde{\omega}_y - b_{gy})s_y \sin(v/2)q_2 \Delta t}{2s_{gy}^2 v} - \frac{(\tilde{\omega}_y - b_{gy}) \sin(v/2)q_0 \Delta t}{s_{gy}^2 v} \\
&\quad - s_y q_0 \left[ -\frac{(\tilde{\omega}_y - b_{gy})s_y \sin(v/2) \Delta t}{s_{gy}^2 v^3} + \frac{(\tilde{\omega}_y - b_{gy})s_y \cos(v/2) \Delta t}{2s_{gy}^2 v^2} \right] \\
\mathbf{A}_{3,10} &= \frac{(\tilde{\omega}_z - b_{gz})s_z \sin(v/2)q_2 \Delta t}{2s_{gz}^2 v} + \frac{(\tilde{\omega}_z - b_{gz}) \sin(v/2)q_1 \Delta t}{s_{gz}^2 v} \\
&\quad + s_z q_1 \left[ -\frac{(\tilde{\omega}_z - b_{gz})s_z \sin(v/2) \Delta t}{s_{gz}^2 v^3} + \frac{(\tilde{\omega}_z - b_{gz})s_z \cos(v/2) \Delta t}{2s_{gz}^2 v^2} \right] \\
\mathbf{A}_{4,5} &= \frac{s_x \sin(v/2)q_3 \Delta t}{2s_{gx} v} + \frac{\sin(v/2)q_2 \Delta t}{s_{gx} v} + s_x q_2 \left( -\frac{s_x \Delta t}{s_{gx} v^3} + \frac{s_x \cos(v/2) \Delta t}{2s_{gx} v^2} \right) \\
\mathbf{A}_{4,6} &= \frac{s_y \sin(v/2)q_3 \Delta t}{2s_{gy} v} - \frac{\sin(v/2)q_1 \Delta t}{s_{gy} v} - s_y q_1 \left( -\frac{s_y \Delta t}{s_{gy} v^3} + \frac{s_y \cos(v/2) \Delta t}{2s_{gy} v^2} \right) \\
\mathbf{A}_{4,7} &= \frac{s_z \sin(v/2)q_3 \Delta t}{2s_{gz} v} - \frac{\sin(v/2)q_0 \Delta t}{s_{gz} v} - s_z q_0 \left( -\frac{s_z \Delta t}{s_{gz} v^3} + \frac{s_z \cos(v/2) \Delta t}{2s_{gz} v^2} \right) \\
\mathbf{A}_{4,8} &= \frac{(\tilde{\omega}_x - b_{gx})s_x \sin(v/2)q_3 \Delta t}{2s_{gx}^2 v} + \frac{(\tilde{\omega}_x - b_{gx}) \sin(v/2)q_2 \Delta t}{s_{gx}^2 v} \\
&\quad + s_x q_2 \left[ -\frac{(\tilde{\omega}_x - b_{gx})s_x \sin(v/2) \Delta t}{s_{gx}^2 v^3} + \frac{(\tilde{\omega}_x - b_{gx})s_x \cos(v/2) \Delta t}{2s_{gx}^2 v^2} \right] \\
\mathbf{A}_{4,9} &= \frac{(\tilde{\omega}_y - b_{gy})s_y \sin(v/2)q_3 \Delta t}{2s_{gy}^2 v} - \frac{(\tilde{\omega}_y - b_{gy}) \sin(v/2)q_1 \Delta t}{s_{gy}^2 v} \\
&\quad - s_y q_1 \left[ -\frac{(\tilde{\omega}_y - b_{gy})s_y \sin(v/2) \Delta t}{s_{gy}^2 v^3} + \frac{(\tilde{\omega}_y - b_{gy})s_y \cos(v/2) \Delta t}{2s_{gy}^2 v^2} \right] \\
\mathbf{A}_{4,10} &= \frac{(\tilde{\omega}_z - b_{gz})s_z \sin(v/2)q_3 \Delta t}{2s_{gz}^2 v} - \frac{(\tilde{\omega}_z - b_{gz}) \sin(v/2)q_0 \Delta t}{s_{gz}^2 v} \\
&\quad - s_z q_0 \left[ -\frac{(\tilde{\omega}_z - b_{gz})s_z \sin(v/2) \Delta t}{s_{gz}^2 v^3} + \frac{(\tilde{\omega}_z - b_{gz})s_z \cos(v/2) \Delta t}{2s_{gz}^2 v^2} \right]
\end{aligned}$$

$$\mathbf{A}_{5-10,5-10} = \mathbf{I}_6.$$

Em relação à matriz  $\mathbf{C}$ , caso se considere que tanto a medida do magnetômetro quanto a pseudo-observação são utilizadas, sua dimensão será, naturalmente,  $5 \times 10$ . Os termos adicionais em comparação a (4.12) serão todos nulos.

É importante destacar também que, a fim de que a evolução dos parâmetros dos girômetros seja lenta, a covariância inicial associada é reduzida, bem como os ruídos referentes aos referidos parâmetros.

#### 4.2.6 Resultados

A fim de avaliar o desempenho do FKE de atitude proposto, foram realizados experimentos no ambiente do laboratório. Nesses experimentos, o sistema estava conectado a um PC, conforme mostrado na Figura 3.8(a), no qual foi instalado um ambiente de simulação 3D desenvolvido no contexto do Projeto Carcarah. O simulador permitiu a visualização em tempo real da atitude estimada pelo sistema. O vídeo `attitude\_estimation\_with\_ekf\_highres.wmv`, disponível no CD anexo a este documento, e a Figura 4.3, ilustram tal ambiente de experimentação. É importante destacar que o *software* embarcado desenvolvido possui a modularidade necessária para permitir sua

disponibilização a outros usuários, na forma de uma biblioteca.



Figura 4.3: Ambiente de experimentação em tempo real do FKE de atitude.

Em um dos experimentos realizados, foram executados manualmente movimentos de rotação na plataforma. O sistema sofre um movimento de rolagem e, em seguida, um movimento de guinada. Note que, infelizmente, não há um sensor de referência que forneça medidas dos movimentos realizados. Na Figura 4.4(a) pode-se observar o desempenho do algoritmo de fusão sensorial, bem como dos outros métodos individualmente, em experimento no qual o FKE não incorporou a calibração *online* dos parâmetros dos girômetros. Na figura, *girômetros* indica estimativa gerada apenas a partir dos girômetros, *accel & mag* diz respeito às soluções fornecidas pelo acelerômetro e magnetômetro e *FKE* diz respeito à estimativa fornecida pelo filtro descrito nessa Seção ao utilizar todos sensores. Os acelerômetros e magnetômetros foram calibrados previamente conforme método descrito na Seção 3.5.2 e os *biases* dos girômetros foram estimados no procedimento de inicialização do sistema. Além disso, para facilitar a visualização das atitudes estimadas nos experimentos realizados, os quatérnios obtidos foram transformados, por meio das Eqs. (A..19) e (A..7), para suas respectivas representações em ângulos de Euler, em que  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$  representam, respectivamente, os movimentos de rolagem, arfagem e guinada.

Quando a calibração *online* dos girômetros foi incorporada ao filtro, o desempenho foi semelhante, como pode ser observado na Figura 4.4(b), obtida a partir da mesma seqüência de movimentos.

Tal fato confirma a suposição de que os parâmetros do sensor não sofrem variação considerável em tal tempo de operação. Na Figura 4.5, referente à evolução dos parâmetros dos girômetros, percebe-se maior variação e também maior convergência dos *bias* dos sensores que foram mais estimulados no experimento realizado, quando comparados ao girômetro sensível ao movimento de arfagem.

Foram ainda realizados experimentos especificamente projetados para validar o conjunto de sensores empregados, bem como o algoritmo de fusão sensorial utilizado nesse trabalho, em situações em que os sistemas individualmente geram estimativas insatisfatórias da atitude. A Figura 4.6 representa o caso em que o *bias* de um dos girômetros não é estimado corretamente. Tal situação pode ocorrer quando o sistema não foi mantido imóvel durante o período de inicialização ou quando, por exemplo, não houver condições de realização de tal procedimento inicial, como no caso em que o sistema é desligado abruptamente em operação por falha no sistema de alimentação e deve ser religado rapidamente. Percebe-se, na figura, como a estimativa da atitude é degradada rapidamente, mesmo em um movimento suave.

Já a Figura 4.7 diz respeito ao caso em que o veículo apresenta uma aceleração inercial determinada, ou seja,  $\|\mathbf{a}^b\| \neq 0$ , mas a medida de  $\mathbf{f}^b$  ainda é utilizada como estimativa de  $\mathbf{g}^b$ . Tal cenário representa o maior problema da utilização de uma estimativa da atitude baseada em acelerômetros e magnetômetros, conforme discutido na Seção 4.2.2. O outro grande problema é, naturalmente, a reduzida frequência de amostragem disponibilizada pelo magnetômetro empregado neste trabalho.

### 4.3 LOCALIZAÇÃO 3D

Esta Seção descreve o algoritmo utilizado para estimar não apenas a atitude do sistema em relação a um sistema de coordenadas de referência, mas também as posições e velocidades do veículo representadas nesse sistema. Nesse contexto, o vetor de estados será dado por

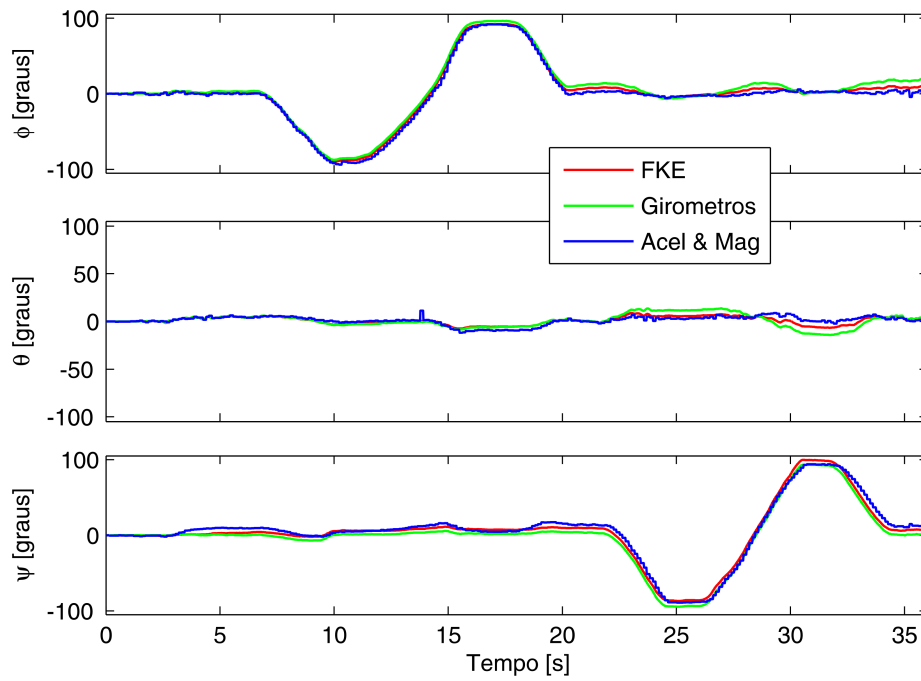
$$\mathbf{x} = \left[ q_0 \quad q_1 \quad q_3 \quad q_4 \quad v_x^n \quad v_y^n \quad v_z^n \quad r_x^n \quad r_y^n \quad r_z^n \right]^T. \quad (4.16)$$

em que foram omitidos os índices relativos aos quatérnios.

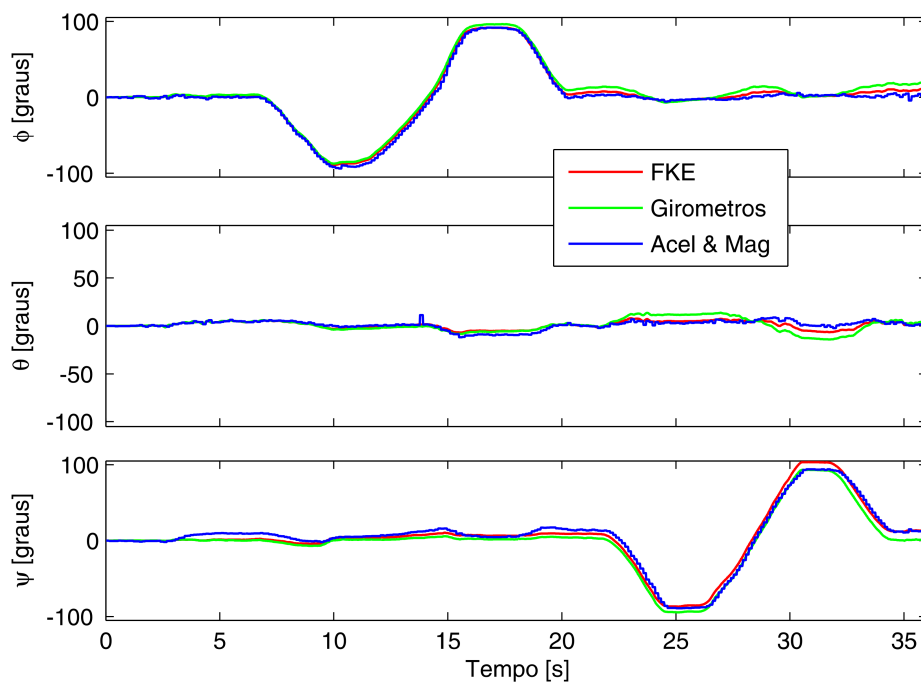
Os modelos matemáticos de predição e correção acrescentados ao filtro de atitude para compor o filtro completo são de natureza simples, com exceção da transformação de coordenadas necessária para representar as medidas dos acelerômetros no sistema de coordenadas de referência, o Sistema  $N$ . Entretanto, o procedimento de inicialização do filtro torna-se mais complexo, visto que é necessário a determinação do Sistema  $N$  e do quatérnio que transforma as coordenadas do Sistema  $B$ , relativo à posição inicial do dispositivo, para o Sistema  $N$ ,  $\mathbf{q}_n^b(0)$ . Por esse motivo, é descrito na seção seguinte tal procedimento de inicialização.

#### 4.3.1 Inicialização do sistema

O sistema de localização projetado neste trabalho requer um procedimento de inicialização prévio, em que o sistema permanece imóvel e cuja duração pode ser inferior a 60 *segundos*, sendo que tal período depende da qualidade das soluções fornecidas pelo receptor GPS. Este procedimento visa



(a)



(b)

Figura 4.4: (a) atitude estimada em movimentos sequências de rolagem e guinada com o FKE de atitude. (b) desempenho do FKE de atitude e calibração *online* dos girômetros.

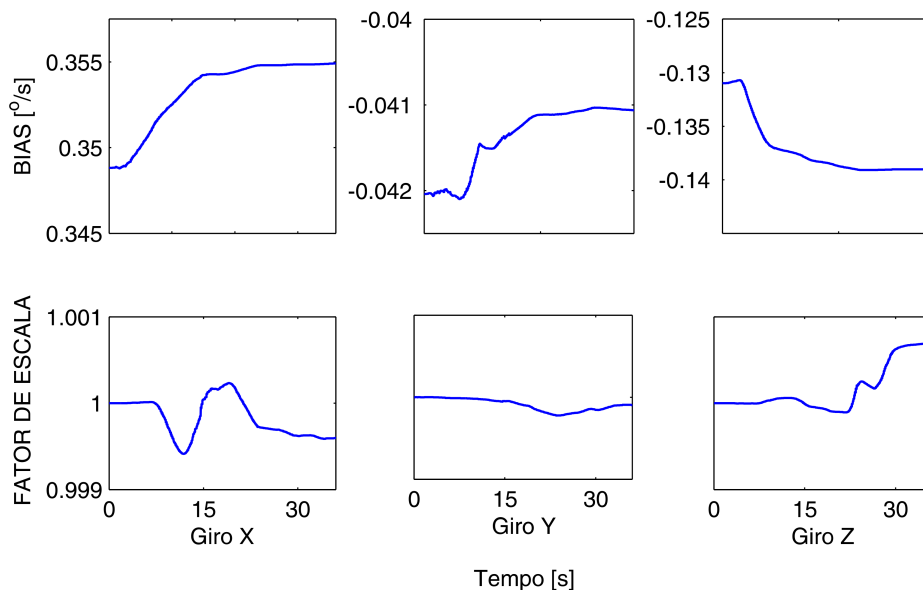


Figura 4.5: A evolução dos parâmetros dos girômetros no experimento ilustrado na Figura 4.4(b).

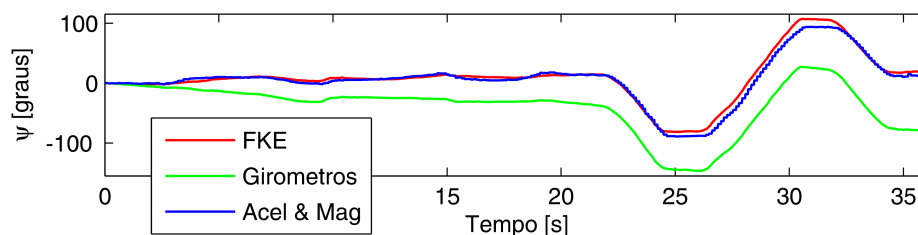


Figura 4.6: Mesmo movimento de guinada das Figuras 4.4(a) e 4.4(b) com erro de  $0,05 \text{ }^\circ/\text{s}$  na estimação de  $b_{gz}$ .

efetuar a calibração inicial dos girômetros, conforme mencionado nas Seções 3.5.3 e 4.2.5, e as estimações da origem do Sistema  $N$  representada no Sistema  $E$ ,  $\mathbf{r}^e(0)$ , da matriz  $\mathbf{C}_n^e$  e do quatérnio  $\mathbf{q}_n^b(0)$ .

A determinação do Sistema  $N$ , definido por sua origem  $\mathbf{r}^e(0)$  e pela matriz  $\mathbf{C}_n^e$ , é feita a partir das medidas de posição disponibilizadas pelo receptor GPS,  $\tilde{\mathbf{r}}^e$ . Acerca da determinação de  $\hat{\mathbf{C}}_n^e$ , após sucessivas estimativas de posição fornecidas pelo receptor GPS, pode-se calcular a matriz  $\hat{\mathbf{C}}_n^e$  por meio da equação (2.7). Recordar-se que, no contexto deste trabalho, a origem do Sistema  $N$ , bem como a matriz de rotação correspondente, são mantidas constantes durante a operação do dispositivo.

A origem do Sistema  $N$  também é obtida a partir dessas sucessivas medidas, sendo definida pela simples média ou mediana da seqüência de medidas  $\tilde{\mathbf{r}}^e$ . Assim, obtém-se  $\hat{\mathbf{r}}^e(0)$ . Esta estimativa, por sua vez, é utilizada durante a operação do sistema de localização 3D para transformar as estimativas de posição fornecidas pelo receptor GPS para o Sistema  $N$ . Tal transformação se dá por meio da seguinte relação:

$$\tilde{\mathbf{r}}^n(k) = \hat{\mathbf{C}}_n^e (\tilde{\mathbf{r}}^e(k) - \hat{\mathbf{r}}^e(0)). \quad (4.17)$$

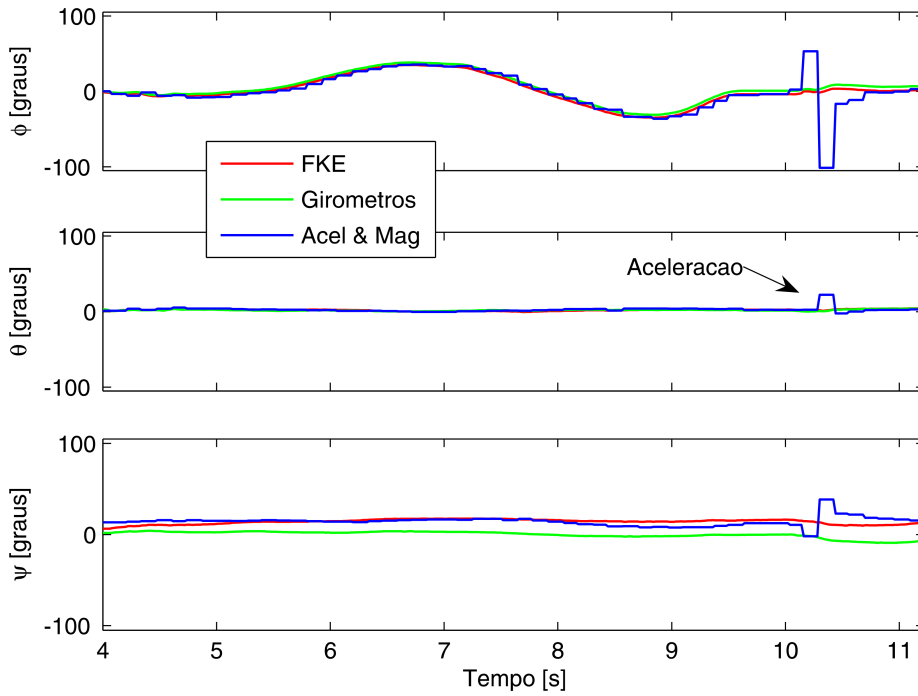


Figura 4.7: Efeito de aceleração inercial provocada no sistema.

Resta então, para concluir o procedimento de inicialização, o cálculo de  $\hat{\mathbf{q}}_n^b(0)$ . Este procedimento é muitas vezes conhecido por alinhamento inicial. Uma das formas de se realizar tal operação seria simplesmente posicionar o sistema de localização de maneira alinhada ao Sistema  $N$  recém definido. Porém, tal procedimento não apenas requisitaria uma *interface* específica com o operador responsável, como também impossibilitaria a operação do sistema em casos em que simplesmente não é possível efetuar tal alinhamento manual. Neste contexto, optou-se por utilizar os acelerômetros e magnetômetros, conforme mencionado na Seção 4.2.4 para fornecer a estimativa de  $\mathbf{q}_n^b(0)$ . As estimativas de  $\mathbf{g}^b$  e  $\mathbf{m}^b$  são computadas a partir das medidas acumuladas no período de inicialização e, como são conhecidos  $\mathbf{g}^n$  e  $\mathbf{m}^n$ , o quatérnio correspondente pode ser obtido por meio das equações (4.3) e (A..20).

Tal procedimento mostrou-se simples e eficiente nos experimentos realizados para avaliar o desempenho do algoritmo de fusão sensorial descrito nessa seção. Em alguns casos, entretanto, verificou-se existência de certa sensibilidade da estimativa de  $\mathbf{q}_n^b(0)$  nas situações em que se viam presentes campos magnéticos ou materiais ferrosos próximos aos magnetômetros. Tal problema se torna especialmente grave na estimação de  $\mathbf{q}_n^b(0)$ , quando comparado às estimativas fornecidas durante a operação do sistema, visto que tal estimativa depende apenas da solução fornecida pelos acelerômetros e magnetômetros, enquanto que sua evolução no tempo depende das estimativas fornecidas pelos girômetros e das demais correções aplicadas pelo algoritmo de fusão. Tal problema, não se mostrou excessivamente grave, como pode ser observado nos resultados apresentados na Seção 4.3.6.

### 4.3.2 Predição

Da mesma forma como ocorre no FKE de atitude, a etapa de predição é dada por um processo não-linear, como representado pela equação (4.1). Mais uma vez, o processo tem como entrada as medidas fornecidas pelos sensores inerciais, cujas frequências de amostragem são consideravelmente altas quando comparadas aos demais sensores, ou seja,

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \boldsymbol{\omega}_{ib}^b(k+1), \mathbf{f}^b(k+1)) + \boldsymbol{\eta}_x(k+1), \quad (4.18)$$

em que o vetor de estados  $\mathbf{x}$  é definido pelo vetor (4.16).

Nesse contexto, recordando a equação (2.19), a evolução do quatérnio, da velocidade e da posição pode ser dada, em tempo discreto, por

$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_n^b(k+1) \\ \mathbf{v}^n(k+1) \\ \mathbf{r}^n(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\mathbf{W}_{nb}^b(k+1)\Delta t} \mathbf{q}_n^b(k) \\ (\mathbf{C}_n^b(k) \mathbf{f}^b(k+1) + \mathbf{g}^n) \Delta t + \mathbf{v}^n(k) \\ (\mathbf{C}_n^b(k) \mathbf{f}^b(k+1) + \mathbf{g}^n) \frac{\Delta t^2}{2} + \mathbf{v}^n(k) \Delta t + \mathbf{r}^n(k) \end{bmatrix}, \quad (4.19)$$

em que a matriz  $\mathbf{C}_n^b(k)$  é calculada por meio de (A.19), relativa à transformação do quatérnio para a representação em matriz de rotação.

Acerca do ruído de processo, novamente evidencia-se a simplificação do modelo adotado, visto que assumiram-se as mesmas considerações apresentadas na Seção 4.2. Assim, os termos da matriz  $\mathbf{Q}$  referentes ao quatérnio assumiram valores iguais aos utilizados na Seção 4.2. Em relação aos outros termos, foi promovida sintonia experimental dos parâmetros da matriz, a fim de se ajustar o desempenho do algoritmo de fusão.

### 4.3.3 Correção

Além das informações corretivas disponibilizadas pelos magnetômetros e acelerômetros e pela pseudo-observação, o sistema utiliza, neste caso, as informações provenientes do receptor GPS. Como já mencionado na Seção 4.2, o filtro projetado é fracamente acoplado e, assim, são utilizadas as medidas de posição e velocidade disponibilizadas pelo GPS. De fato, o receptor GPS utilizado não fornece *pseudoranges* necessários para implementação de um filtro fortemente acoplado, conforme mencionado na Seção 3.2.5.

As medidas de velocidade e posição são tratadas como medidas independentes, visto que são estimativas calculadas de forma razoavelmente distinta pelo receptor GPS (Seção 2.4). Assim, após transformação efetuada por meio da equação (4.17), as medidas do receptor GPS tornam-se observações diretas dos respectivos estados do filtro. Nesse contexto, caso todas as medidas corretivas sejam disponibilizadas no mesmo instante, se terá o seguinte vetor de observações:

$$\mathbf{y}(k+1) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}}_n^b(k+1) \\ \tilde{\mathbf{v}}^n(k+1) \\ \tilde{\mathbf{r}}^n(k+1) \\ e_{pseudo} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\eta}_y(k+1). \quad (4.20)$$

Em relação à covariância  $\mathbf{R}$  relativa ao GPS em um filtro fracamente acoplado, sua obtenção é complexa mesmo experimentalmente. Diversos fatores justificam tal argumentação, tal como a não

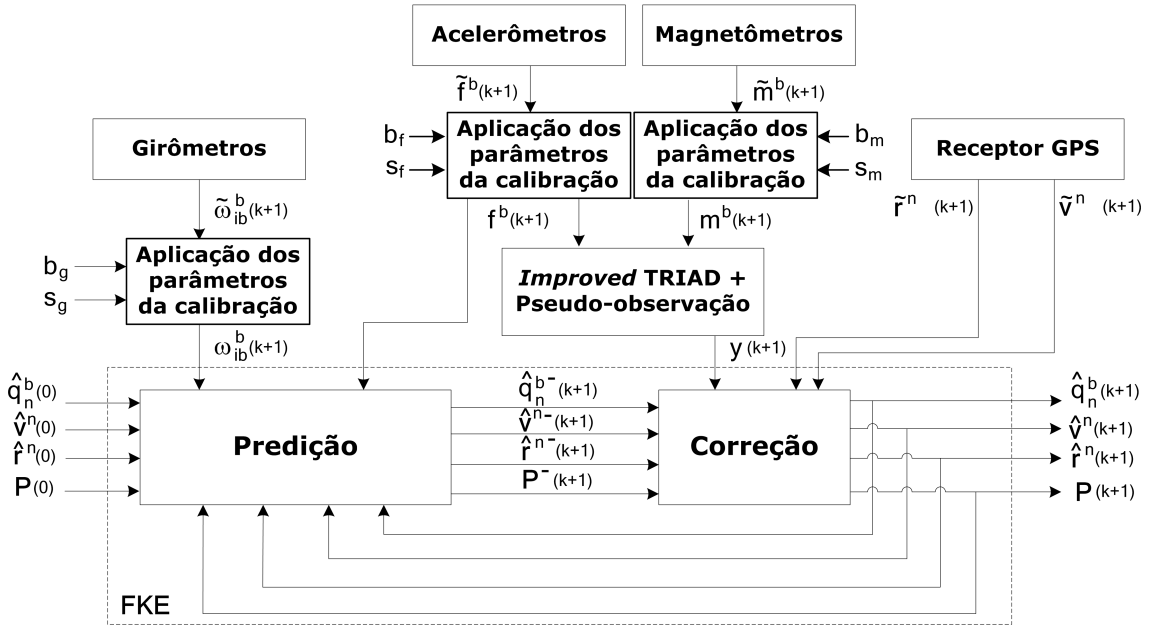


Figura 4.8: Diagrama de blocos do FKE de localização 3D.

indicação da qualidade da solução obtida pelo receptor ou mesmo fato de que a solução é influenciada por diversas variáveis, conforme descrito na Seção 2.4.3. Por este motivo, a matriz  $\mathbf{R}$  foi ajustada experimentalmente. Fica, porém, como sugestão para trabalhos futuros, uma maior caracterização dos erros de medida do GPS, tal como proposto em [47].

#### 4.3.4 Algoritmo de fusão sensorial

O algoritmo de fusão sensorial utilizado, cujo diagrama de blocos está ilustrado na Figura 4.8, é semelhante àquele utilizado para estimação da atitude (Seção 4.2). As estimativas *a priori* e *a posteriori* são calculadas novamente por meio das Equações (B.8), (B.14) e (B.15). Naturalmente, no presente caso, são acrescentados ao FKE os estados referentes à posição e velocidade,  $\mathbf{r}^n$  e  $\mathbf{v}^n$ , e as medidas corretivas disponibilizadas pelo GPS,  $\tilde{\mathbf{r}}^n$  e  $\tilde{\mathbf{v}}^n$ .

Assim, para concluir a caracterização do algoritmo, torna-se necessário o cálculo das jacobianas  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{C}$ . Em relação à matriz  $\mathbf{A}$ , tem-se que, a partir do modelo representado pela Equação (4.19), ela apresenta a seguinte configuração:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_4 & \mathbf{0}_{4 \times 3} & \mathbf{0}_{4 \times 3} \\ \frac{\partial \mathbf{v}^n}{\partial \mathbf{q}_n^b} & \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \frac{\partial \mathbf{r}^n}{\partial \mathbf{q}_n^b} & \Delta t \mathbf{I}_3 & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}, \quad (4.21)$$

em que a submatriz  $\mathbf{A}_{1-4,1-4}$  será idêntica à matriz  $\mathbf{A}$  apresentada na Seção 4.2.4, visto que diz respeito aos estados do quatérnio. A submatriz  $\mathbf{A}_{1-4,5-10}$  terá, naturalmente, apenas elementos nulos. Os elementos restantes são dados, caso sejam omitidos os instantes de tempo, por:



$$\begin{aligned}\mathbf{A}_{5,1} &= (2q_0f_x + 2f_y - 2f_z) \Delta t \\ \mathbf{A}_{5,2} &= (2q_1f_x + 2f_y + 2f_z) \Delta t \\ \mathbf{A}_{5,3} &= (-2q_2f_x + 2f_y - 2f_z) \Delta t \\ \mathbf{A}_{5,4} &= (-2q_3f_x + 2f_y + 2f_z) \Delta t\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_{5,5} &= 1 \\ \mathbf{A}_{5,6} &= 0 \\ \mathbf{A}_{5,7} &= 0 \\ \mathbf{A}_{5,8} &= 0 \\ \mathbf{A}_{5,9} &= 0 \\ \mathbf{A}_{5,10} &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_{6,1} &= (-2f_x + 2q_0f_y + 2f_z) \Delta t \\ \mathbf{A}_{6,2} &= (2f_x - 2q_1f_y + 2f_z) \Delta t \\ \mathbf{A}_{6,3} &= (2f_x + 2q_2f_y + 2f_z) \Delta t \\ \mathbf{A}_{6,4} &= (-2f_x - 2q_3f_y + 2f_z) \Delta t \\ \mathbf{A}_{6,5} &= 0 \\ \mathbf{A}_{6,6} &= 1 \\ \mathbf{A}_{6,7} &= 0 \\ \mathbf{A}_{6,8} &= 0 \\ \mathbf{A}_{6,9} &= 0 \\ \mathbf{A}_{6,10} &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_{7,1} &= (2f_x + 2f_y + 2q_0f_z) \Delta t \\ \mathbf{A}_{7,2} &= (2f_x - 2f_y - 2q_1f_z) \Delta t \\ \mathbf{A}_{7,3} &= (2f_x - 2f_y - 2q_2f_z) \Delta t \\ \mathbf{A}_{7,4} &= (2f_x + 2f_y + 2q_3f_z) \Delta t \\ \mathbf{A}_{7,5} &= 0 \\ \mathbf{A}_{7,6} &= 0 \\ \mathbf{A}_{7,7} &= 1 \\ \mathbf{A}_{7,8} &= 0 \\ \mathbf{A}_{7,9} &= 0 \\ \mathbf{A}_{7,10} &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_{8,1} &= (2q_0f_x + 2f_y - 2f_z) \frac{\Delta t^2}{2} \\ \mathbf{A}_{8,2} &= (2q_1f_x + 2f_y + 2f_z) \frac{\Delta t^2}{2} \\ \mathbf{A}_{8,3} &= (-2q_2f_x + 2f_y - 2f_z) \frac{\Delta t^2}{2} \\ \mathbf{A}_{8,4} &= (-2q_3f_x + 2f_y + 2f_z) \frac{\Delta t^2}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_{8,5} &= \Delta t \\ \mathbf{A}_{8,6} &= 0 \\ \mathbf{A}_{8,7} &= 0 \\ \mathbf{A}_{8,8} &= 1 \\ \mathbf{A}_{8,9} &= 0 \\ \mathbf{A}_{8,10} &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_{9,1} &= (-2f_x + 2q_0f_y + 2f_z) \frac{\Delta t^2}{2} \\ \mathbf{A}_{9,2} &= (2f_x - 2q_1f_y + 2f_z) \frac{\Delta t^2}{2} \\ \mathbf{A}_{9,3} &= (2f_x + 2q_2f_y + 2f_z) \frac{\Delta t^2}{2} \\ \mathbf{A}_{9,4} &= (-2f_x - 2q_3f_y + 2f_z) \frac{\Delta t^2}{2} \\ \mathbf{A}_{9,5} &= 0 \\ \mathbf{A}_{9,6} &= \Delta t \\ \mathbf{A}_{9,7} &= 0 \\ \mathbf{A}_{9,8} &= 0 \\ \mathbf{A}_{9,9} &= 1 \\ \mathbf{A}_{9,10} &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_{10,1} &= (2f_x + 2f_y + 2q_0f_z) \frac{\Delta t^2}{2} \\ \mathbf{A}_{10,2} &= (2f_x - 2f_y - 2q_1f_z) \frac{\Delta t^2}{2} \\ \mathbf{A}_{10,3} &= (2f_x - 2f_y - 2q_2f_z) \frac{\Delta t^2}{2} \\ \mathbf{A}_{10,4} &= (2f_x + 2f_y + 2q_3f_z) \frac{\Delta t^2}{2} \\ \mathbf{A}_{10,5} &= 0 \\ \mathbf{A}_{10,6} &= 0 \\ \mathbf{A}_{10,7} &= \Delta t \\ \mathbf{A}_{10,8} &= 0 \\ \mathbf{A}_{10,9} &= 0 \\ \mathbf{A}_{10,10} &= 1.\end{aligned}$$

Acerca das matrizes  $\mathbf{C}$ , sua configuração varia de acordo com as medições disponíveis. Caso todos sensores sejam utilizados, será dada por

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_4 & \mathbf{0}_{4 \times 3} & \mathbf{0}_{4 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{C}_{pseudo} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \end{bmatrix}, \quad (4.22)$$

em que  $\mathbf{C}_{pseudo}$  é dado pela equação (4.11).

Em relação à determinação das estimativas iniciais dos estados do filtro,  $\hat{\mathbf{x}}(0)$ , e da covariância associada,  $\mathbf{P}(0)$ , a obtenção dos estados iniciais foi discutida na Seção 4.3.1. Devido às incertezas inerentes ao procedimento de inicialização descrito em tal Seção,  $\mathbf{P}(0)$  pode assumir valor consideravelmente maior que zero, de maneira a incorporar tais incertezas ao FKE.

#### 4.3.5 Calibração *online* dos acelerômetros e girômetros

Da mesma maneira como proposto na Seção 4.2, o filtro que fornece dados completos sobre a localização 3D do veículo pode ser utilizado para calibração *online* dos sensores inerciais, os girômetros e acelerômetros. Para tanto, os parâmetros dos sensores são incluídos no vetor de estados do filtro, que passa a ser composto por 22 elementos. Novamente considera-se que os *biases* e fatores de escala dos sensores evoluem de acordo com os modelos (4.13). Assim, considerando-se que a calibração de ambos sensores é realizada, a matriz  $\mathbf{A}$  passa a ter dimensão  $22 \times 22$  e a seguinte configuração:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_4 & \mathbf{0}_{4 \times 3} & \mathbf{0}_{4 \times 3} & \frac{\partial \mathbf{q}_n^b}{\partial \mathbf{b}_g} & \frac{\partial \mathbf{q}_n^b}{\partial \mathbf{s}_g} & \mathbf{0}_{4 \times 3} & \mathbf{0}_{4 \times 3} \\ \frac{\partial \mathbf{v}^n}{\partial \mathbf{q}_n^b} & \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \frac{\partial v^n}{\partial \mathbf{b}_f} & \frac{\partial v^n}{\partial \mathbf{s}_f} \\ \frac{\partial \mathbf{r}^n}{\partial \mathbf{q}_n^b} & \Delta t \mathbf{I}_3 & \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \frac{\partial r^n}{\partial \mathbf{b}_f} & \frac{\partial r^n}{\partial \mathbf{s}_f} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}, \quad (4.23)$$

em que os seguintes elementos foram acrescentados:

$$\mathbf{A}_{5,17} = -\frac{(q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)\Delta t}{s_{fx}}$$

$$\mathbf{A}_{5,18} = -\frac{(2q_1q_2 + 2q_0q_3)\Delta t}{s_{fy}}$$

$$\mathbf{A}_{5,19} = -\frac{(2q_1q_3 - 2q_0q_2)\Delta t}{s_{fz}}$$

$$\mathbf{A}_{5,20} = -\frac{(q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)(\tilde{f}_x - b_{fx})\Delta t}{s_{fx}^2}$$

$$\mathbf{A}_{5,21} = -\frac{(2q_1q_2 + 2q_0q_3)(\tilde{f}_y - b_{fy})\Delta t}{s_{fy}^2}$$

$$\mathbf{A}_{5,22} = -\frac{(2q_1q_3 - 2q_0q_2)(\tilde{f}_z - b_{fz})\Delta t}{s_{fz}^2}$$

$$\mathbf{A}_{6,17} = -\frac{(2q_1q_2 - 2q_0q_3)\Delta t}{s_{fx}}$$

$$\mathbf{A}_{6,18} = -\frac{(q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2)\Delta t}{s_{fy}}$$

$$\mathbf{A}_{6,19} = -\frac{(2q_2q_3 + 2q_0q_1)\Delta t}{s_{fz}}$$

$$\mathbf{A}_{6,20} = -\frac{(2q_1q_2 - 2q_0q_3)(\tilde{f}_x - b_{fx})\Delta t}{s_{fx}^2}$$

$$\mathbf{A}_{6,21} = -\frac{(q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2)(\tilde{f}_y - b_{fy})\Delta t}{s_{fy}^2}$$

$$\mathbf{A}_{6,22} = -\frac{(2q_2q_3 + 2q_0q_1)(\tilde{f}_z - b_{fz})\Delta t}{s_{fz}^2}$$

$$\mathbf{A}_{7,17} = -\frac{(2q_1q_3 + 2q_0q_2)\Delta t}{s_{fx}}$$

$$\mathbf{A}_{7,18} = -\frac{(2q_2q_3 - 2q_0q_1)\Delta t}{s_{fy}}$$

$$\mathbf{A}_{7,19} = -\frac{(q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2)\Delta t}{s_{fz}}$$

$$\mathbf{A}_{7,20} = -\frac{(2q_1q_3 + 2q_0q_2)(\tilde{f}_x - b_{fx})\Delta t}{s_{fx}^2}$$

$$\mathbf{A}_{7,21} = -\frac{(2q_2q_3 + 2q_0q_1)(\tilde{f}_y - b_{fy})\Delta t}{s_{fy}^2}$$

$$\mathbf{A}_{7,22} = -\frac{(q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2)(\tilde{f}_z - b_{fz})\Delta t}{s_{fz}^2}$$

$$\mathbf{A}_{8,17} = -\frac{(q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)\Delta t^2}{2s_{fx}}$$

$$\mathbf{A}_{8,18} = -\frac{(2q_1q_2 + 2q_0q_3)\Delta t^2}{2s_{fy}}$$

$$\mathbf{A}_{8,19} = -\frac{(2q_1q_3 - 2q_0q_2)\Delta t^2}{2s_{fz}}$$

$$\mathbf{A}_{8,20} = -\frac{(q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)(\tilde{f}_x - b_{fx})\Delta t^2}{2s_{fx}^2}$$

$$\mathbf{A}_{8,21} = -\frac{(2q_1q_2 + 2q_0q_3)(\tilde{f}_y - b_{fy})\Delta t^2}{2s_{fy}^2}$$

$$\mathbf{A}_{8,22} = -\frac{(2q_1q_3 - 2q_0q_2)(\tilde{f}_z - b_{fz})\Delta t^2}{2s_{fz}^2}$$

$$\mathbf{A}_{9,17} = -\frac{(2q_1q_2 - 2q_0q_3)\Delta t^2}{2s_{fx}}$$

$$\mathbf{A}_{9,18} = -\frac{(q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2)\Delta t^2}{2s_{fy}}$$

$$\mathbf{A}_{9,19} = -\frac{(2q_2q_3 + 2q_0q_1)\Delta t^2}{2s_{fz}}$$

$$\mathbf{A}_{9,20} = -\frac{(2q_1q_2 - 2q_0q_3)(\tilde{f}_x - b_{fx})\Delta t^2}{2s_{fx}^2}$$

$$\mathbf{A}_{9,21} = -\frac{(q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2)(\tilde{f}_y - b_{fy})\Delta t^2}{2s_{fy}^2}$$

$$\mathbf{A}_{9,22} = -\frac{(2q_2q_3 + 2q_0q_1)(\tilde{f}_z - b_{fz})\Delta t^2}{2s_{fz}^2}$$

$$\mathbf{A}_{10,17} = -\frac{(2q_1q_3 + 2q_0q_2)\Delta t^2}{2s_{fx}}$$

$$\mathbf{A}_{10,18} = -\frac{(2q_2q_3 - 2q_0q_1)\Delta t^2}{2s_{fy}}$$

$$\mathbf{A}_{10,19} = -\frac{(q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2)\Delta t^2}{2s_{fz}}$$

$$\mathbf{A}_{10,20} = -\frac{(2q_1q_3 + 2q_0q_2)(\tilde{f}_x - b_{fx})\Delta t^2}{2s_{fx}^2}$$

$$\mathbf{A}_{10,21} = -\frac{(2q_2q_3 + 2q_0q_1)(\tilde{f}_y - b_{fy})\Delta t^2}{2s_{fy}^2}$$

$$\mathbf{A}_{10,22} = -\frac{(q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2)(\tilde{f}_z - b_{fz})\Delta t^2}{2s_{fz}^2}$$

$$\mathbf{A}_{17-22,17-22} = \mathbf{I}_6$$

Vale destacar que, tal como na Seção 4.2, a fim de que a evolução dos parâmetros dos sensores inerciais seja lenta, a covariância inicial associada é reduzida, bem como os ruídos referentes aos

referidos parâmetros.

#### 4.3.6 Resultados

Para avaliar o desempenho do sistema projetado, foram realizados testes em veículo automotivo no campus da universidade. Um PC, instalado no interior do veículo, foi responsável pela aquisição dos dados durante os experimentos. Os dados foram processados posteriormente no Matlab a fim de possibilitar a comparação das diversas configurações oferecidas pelo sistema construído. É importante remarcar que, embora os experimentos tenham sido realizados num veículo que, naturalmente, encontra-se sempre apoiado sobre o solo, nenhuma restrição dessa natureza foi imposta ao filtro. Tal limitação, porém, impede uma análise mais detalhada do desempenho da estimação de altitude fornecida pelo sistema.

O principal experimento realizado consistiu no posicionamento do sistema na caçamba de uma caminhonete. Neste local, constatou-se que a intensidade de perturbações sofrida pelo magnetômetro é reduzida, quando comparada ao posicionamento do dispositivo no interior do veículo. O teste contou com um período de inicialização de 40 s, período no qual foram recolhidos os dados para execução do procedimento de inicialização descrito na Seção 4.3.1. Em seguida, o veículo foi conduzido, a partir da origem do Sistema  $N$ , pelo caminho mostrado nas Figuras 4.9 e 4.13. A partida se deu na direção Norte. O experimento foi realizado em condições normais de tráfego e, assim, não foi possível manter velocidade constante durante todo trajeto percorrido. Em diversos instantes, o receptor GPS não forneceu medida válida, havendo caso em que um atraso de 4 s entre duas medidas do GPS foi verificado. Tal fato, porém, possibilitou a análise do desempenho do sistema em tais condições.

Diante desse contexto, as Figuras 4.9 e 4.10 ilustram o desempenho do sistema em situação na qual todos sensores disponíveis foram utilizados durante a operação do sistema. Nas figuras, a posição estimada está representada em laranja, a atitude em um sistema de coordenadas RGB e as medidas de posição do GPS em círculos amarelos. As setas em roxo representam momentos em que não houve informação disponibilizada pelo receptor GPS no instante esperado. O eixo  $X$  representa a direção Norte e o eixo  $Y$  aponta para o Leste. O início da trajetória percorrida se deu na origem do sistema  $NED$  representado.

As Figuras 4.11, 4.12(a) e 4.12(b) ilustram o desempenho do sistema a partir de uma perspectiva diferente. Mostram, de fato, a evolução no tempo da estimativa de localização 3D do FKE durante o referido experimento.

Em relação à Figura 4.11 nota-se que as estimativas de arfagem e principalmente de rolagem fornecidas pelos girômetros não foram satisfatórias, visto que o automóvel não alcançou tais inclinações. Em  $\phi$ , os dados sugerem que o bias estimado no procedimento de inicialização foi incorreto ou que este sofre variação no início da operação do dispositivo, pois verifica-se acúmulo de erro no tempo de forma similar ao mostrado na Figura 4.6. Já no movimento de  $\theta$ , os erros podem ter sido provocado tanto por erros no fator de escala do dispositivo, que não é calibrado no procedimento de inicialização, quanto por acelerações lineares no eixo  $X^b$ . Já a estimativa fornecida pelos acelerômetros e magnetômetros, além de muito mais ruidosa, apresentou em determinado instante um erro considerável devido a um valor espúrio fornecido pelo magnetômetro. O FKE, porém, foi capaz de

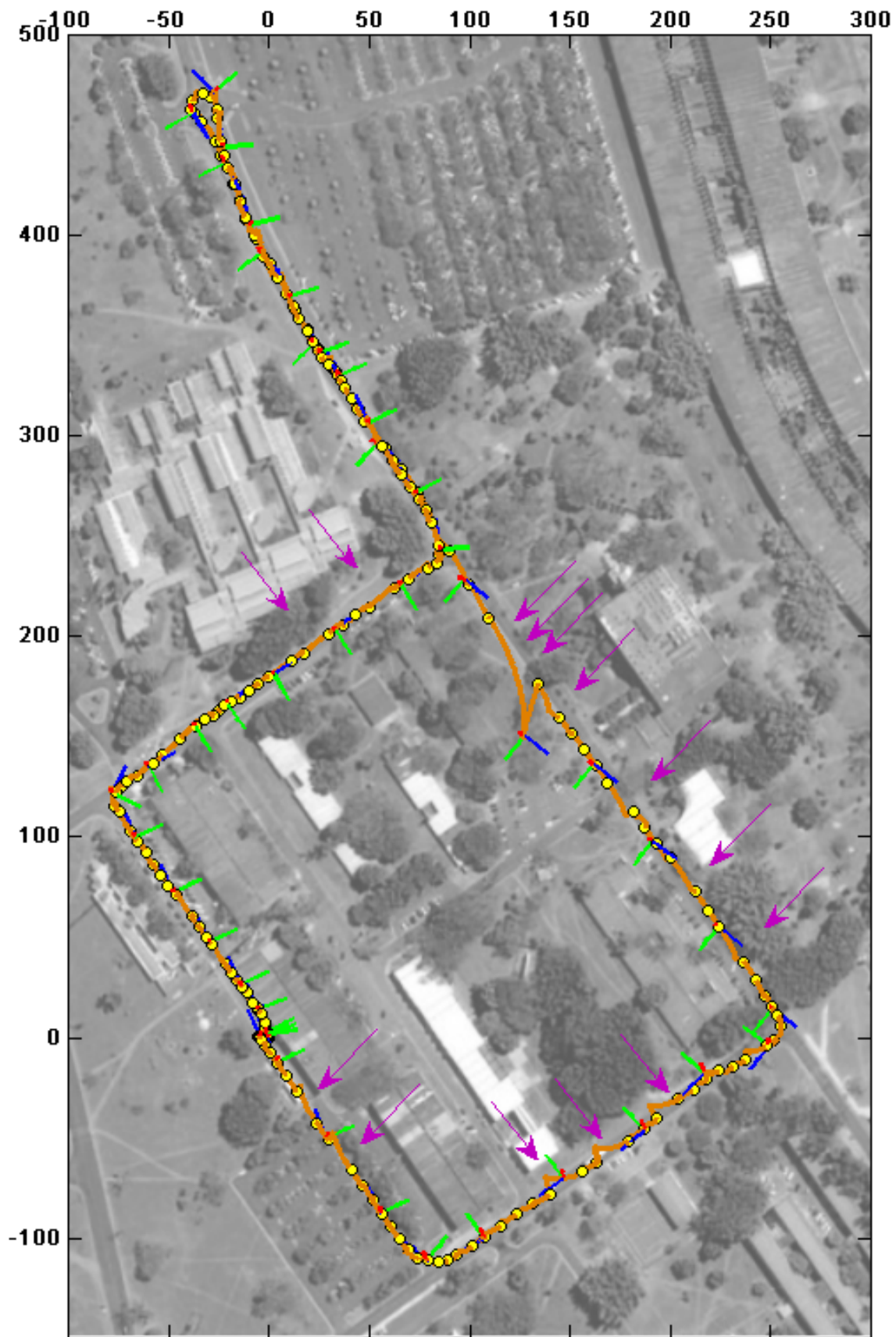


Figura 4.9: Estimativas de posição e atitude fornecidas pelo sistema em situação na qual todos dados disponíveis foram utilizados. Fonte: Google Earth.

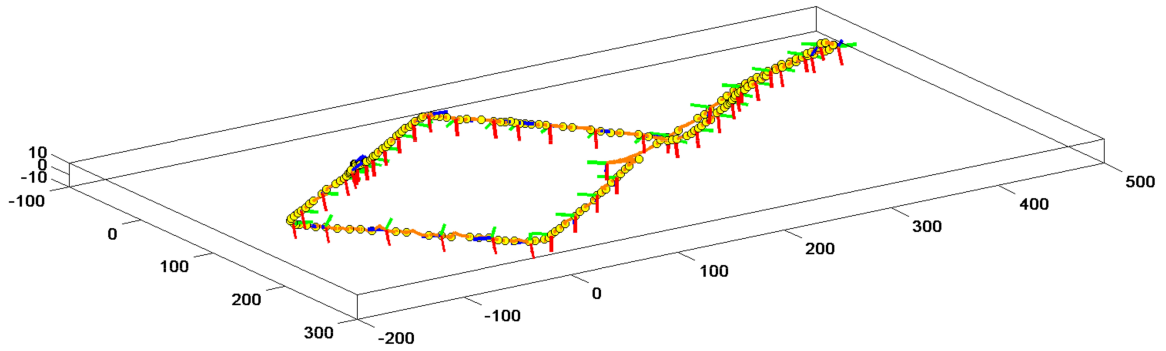


Figura 4.10: Representação 3D dos dados da Figura 4.9.

gerar uma estimativa de qualidade sob ambos efeitos, apesar de que, na Figura 4.9, vê-se o efeito de erro na estimativa de posição provocado por erro na estimativa de  $\phi$ .

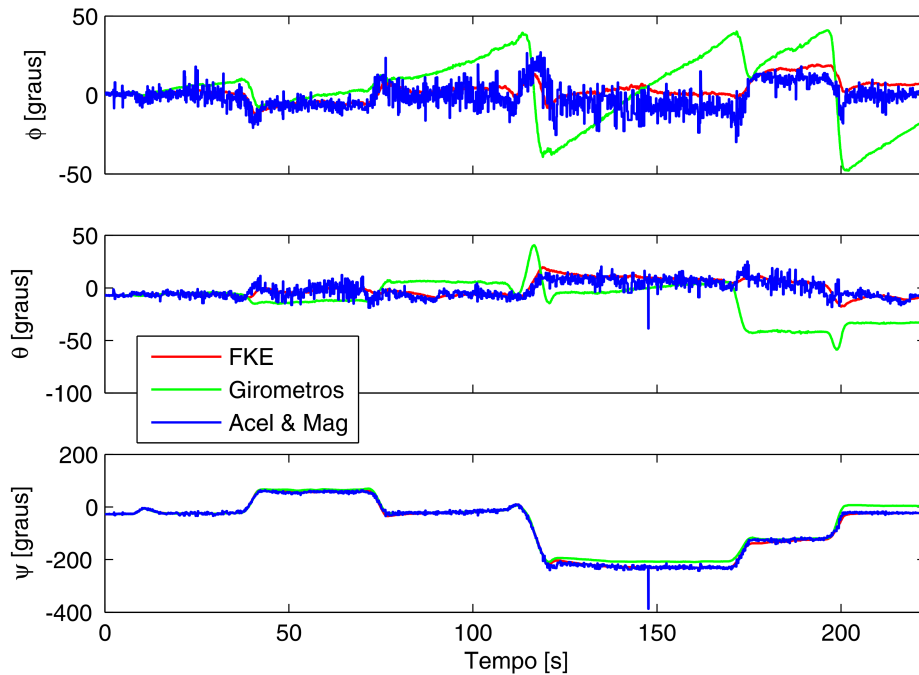


Figura 4.11: Evolução da atitude estimada. São mostrados os ângulos de Euler estimados pelos girômetros a partir dos parâmetros obtidos no procedimento de calibração inicial, com o conjunto de acelerômetros e magnetômetros e fornecidos pelo FKE.

Acerca das Figuras 4.12(a) e 4.12(b), em que estão ilustradas as estimativas de  $\mathbf{r}^n$  e  $\mathbf{v}^n$  no decorrer do tempo fornecidas pelo receptor GPS e geradas pelo FKE, vale destacar que as estimativas fornecidas pelos acelerômetros unicamente não foram mostradas, visto que elas divergem rapidamente quando nenhuma correção é aplicada, como pode ser observado na Figura 4.14(b). Em relação ao desempenho do sistema, é importante observar o comportamento do sistema diante dos erros do receptor GPS, causados nesse caso possivelmente pela presença de obstáculos ao sinal naquela porção do trajeto. Vale remarcar que, além da ausência de informação de posição fornecida pelo GPS (instante indicado pelas setas roxas na Figura 4.12(a)), em momento anterior já houve erro na esti-

mativa de velocidade proveniente do receptor, conforme indicado pelas setas roxas na Figura 4.12(b). Caso ocorresse apenas um erro na posição fornecida, o desempenho do sistema seria provavelmente superior.

Para se avaliar de forma mais objetiva tal suposição, é importante comparar o desempenho do sistema em situações em que não estão disponíveis dados de todos os sensores. Além disso, tal iniciativa é importante também para prever a qualidade da estimativa nos casos em que ocorrer falha de outros dispositivos, justificar o emprego dos elementos que compõem o sistema e eventualmente descartar algum.

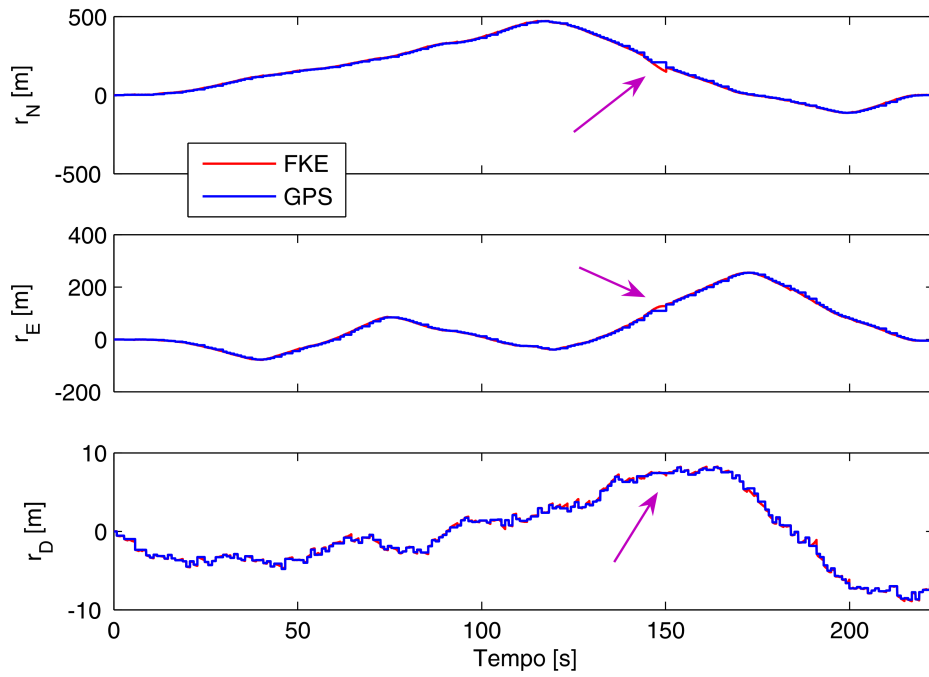
Assim, a Figura 4.13 ilustra o desempenho do sistema no caso em que não foram utilizadas as informações de posição fornecidas pelo receptor GPS. Como já era de se esperar, a qualidade da estimativa se degrada no decorrer do tempo devido à falta de uma medida corretiva de posição. Ao mesmo tempo, porém, quando comparado ao desempenho do sistema quando nenhum dos dados do GPS é utilizado, ilustrado na Figura 4.14(b), percebe-se a considerável melhora quando há informação disponível referente ao Sistema  $N$ . De fato, a Figura 4.14(b) ilustra de forma exemplar como pequenos erros de atitude propagam-se para as estimativas de posição.

Já a Figura 4.14(a) ilustra a situação oposta à Figura 4.13, ou seja, quando não são utilizados os dados de velocidade fornecidos pelo receptor GPS. Pode-se observar que, nesse caso, o desempenho do sistema é muito superior, possivelmente indicando que não há necessidade de se utilizar a informação de velocidade fornecida pelo receptor GPS. Vale dizer, contudo, que não apenas a informação de velocidade no Sistema  $N$  é extremamente importante para o filtro interno do receptor GPS, mas também para o sistema proposto, principalmente em casos como o indicado pela seta roxa na Figura 4.14(a). Ou seja, caso apenas a informação de posição seja perdida, o sistema é capaz de fornecer uma estimativa de qualidade apenas com a informação de velocidade.

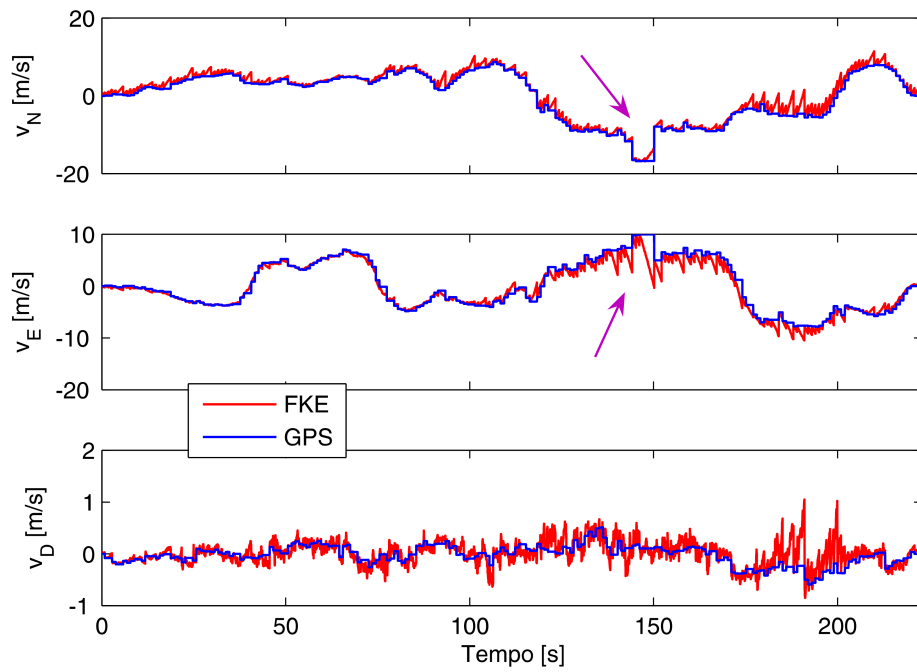
A Figura 4.14(c) pretende ilustrar o benefício de se utilizar o magnetômetro no sistema de localização. Nela, percebe-se como, no decorrer do experimento, a estimativa fornecida pelos girômetros acumula erros. No gráfico mostrado, é especialmente visível o erro referente ao ângulo de rolagem, já que, devido a tais erros, a aceleração da gravidade traduz-se erroneamente em acelerações inerciais no cálculo da equação (4.19). Tais acelerações causam erros na estimação da posição, que afasta-se das vias onde foi realizado o experimento. Erros na arfagem não são detectados com facilidade, pois provocam movimentos no mesmo sentido do caminho percorrido, a não ser quando há perda do sinal do GPS por longo período. Os erros de guinada são ainda mais difíceis de serem detectados, visto que as acelerações em  $X^b$  e  $Y^b$  são consideravelmente inferiores à aceleração da gravidade.

Em seguida, é também importante avaliar a evolução da estimativa de atitude do FKE em situação em que não são utilizadas a correção de atitude proporcionada pelo conjunto de acelerômetros e magnetômetros e a pseudo-observação. Nota-se na Figura 4.15 que, quando a correção proporcionada pelo GPS é grande, como no caso em que o sinal do GPS foi perdido por alguns instantes, a correção aplicada provoca a divergência do quatérnio estimado, que, naturalmente, não mais observa a restrição de módulo unitário. Demonstra-se, assim, a necessidade de se utilizar artifícios como a pseudo-observação nos casos em que não há outra medida corretiva de atitude, como em um sistema INS/GPS.

A avaliação do FKE que promove a calibração *online* dos sensores foi realizada a partir dos mesmos dados utilizados nas Figuras 4.9 a 4.15. A Figura 4.14(d) compara o desempenho do sistema



(a)



(b)

Figura 4.12: Evolução das estimativas de (a) posição e (b) velocidade. São representadas as três componentes do Sistema *NED*. As setas roxas indicam os erros mais pertinentes do receptor GPS.



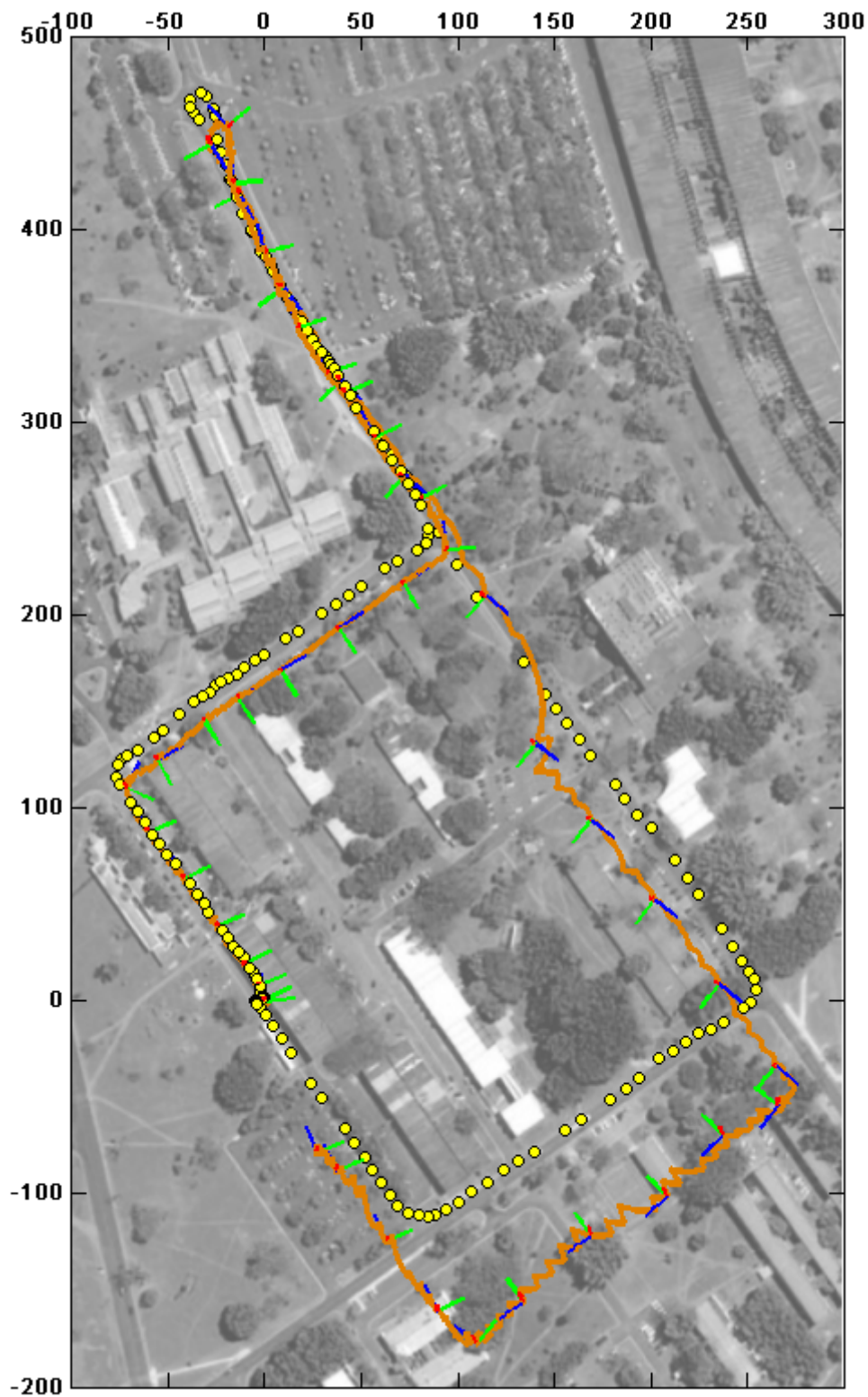


Figura 4.13: Estimativas de posição e atitude fornecidas pelo sistema em situação na qual as informações de posição fornecidas pelo receptor GPS não foram utilizadas. Fonte: Google Earth.

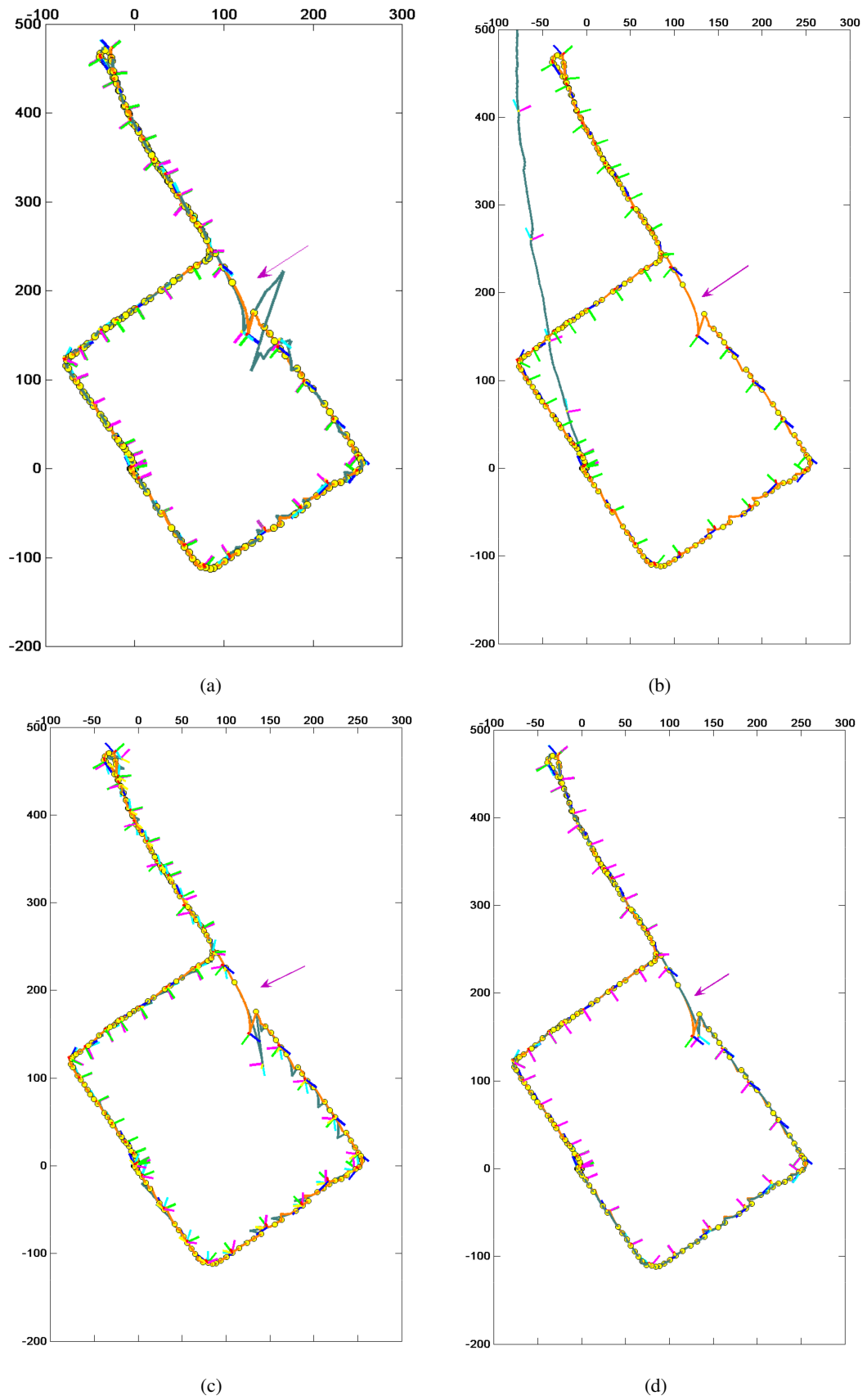


Figura 4.14: Desempenho do sistema em diversas configurações. São comparados os caso em que todos os dados disponíveis são utilizados (em laranja) com outras configurações específicas (em cinza).

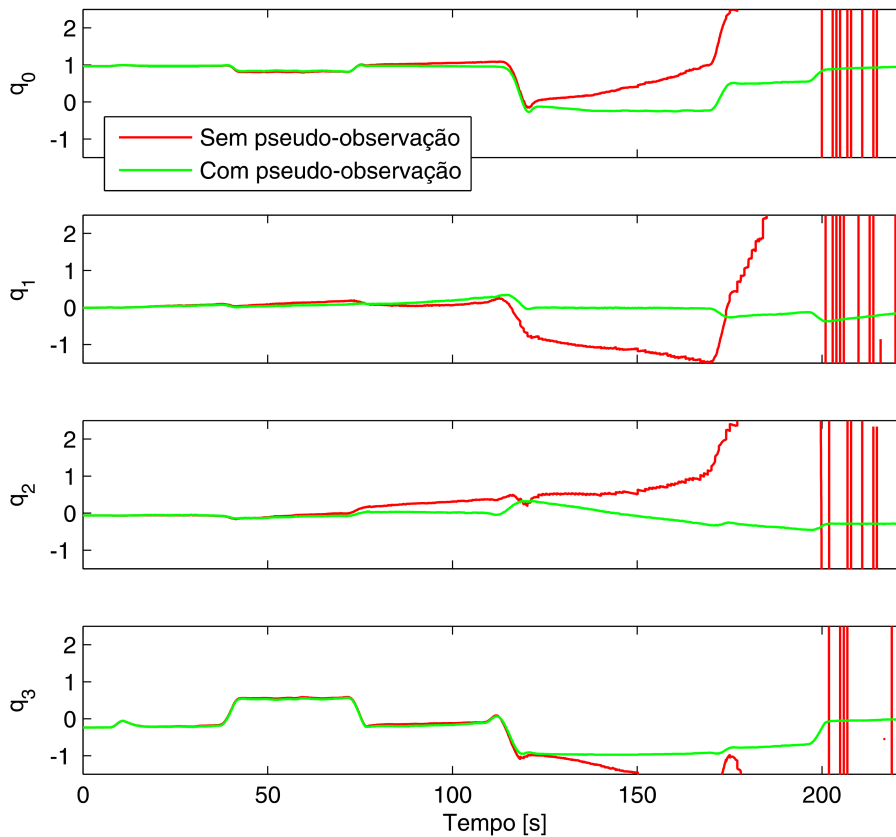


Figura 4.15: Evolução da atitude estimada caso não se utilize o artifício da pseudo-observação.

em situações em que todos dados disponíveis foram utilizados, mas em que o FKE promoveu ou não a calibração *online* dos sensores inerciais. Em princípio, pode-se pensar que o desempenho do sistema em que há calibração dos sensores foi melhor, visto que os erros de posição apresentados foram menores. Entretanto, caso os valores finais das estimativas dos parâmetros dos girômetros sejam utilizados para se avaliar a estimativa de atitude dos girômetros, como mostra a Figura 4.16, percebe-se que tal impressão inicial é incorreta. De fato, a partir da discussão relativa à Figura 4.11 e a partir da Figura 4.17(a), se por um lado a calibração dos *biases* dos girômetros parece convergir para valores corretos, a estimação dos fatores de escala demonstra sensibilidade a outros fatores, tais como uma maior complexidade do modelo real do sensor e erros da estimação de atitude fornecida pelo conjunto de acelerômetros e magnetômetros. Em relação à calibração dos acelerômetros, representada na Figura 4.17(b), é difícil realizar uma avaliação mais criteriosa, visto que os efeitos nas estimativas de posição do FKE são, até certo ponto, imperceptíveis.

A conclusão acerca de tal fato é de que a utilização do algoritmo de calibração *online* dos sensores inerciais durante a operação do robô aéreo deve ser realizada com parcimônia. De fato, caso os movimentos executados pelo veículo não sejam muito suaves, ela não é recomendada para operação contínua do dispositivo, mas apenas para procedimentos iniciais de calibração dos girômetros, situação na qual o movimento efetuado é controlado. Após tal procedimento inicial, pode-se utilizar filtro que promova apenas a calibração dos *biases* de tais sensores, com o intuito de se compensar variações

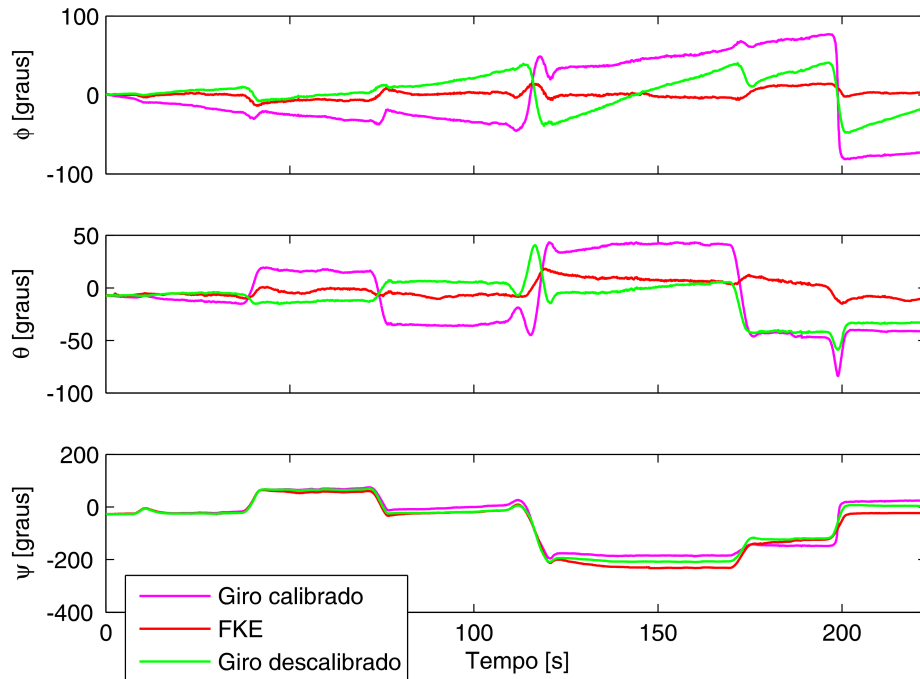


Figura 4.16: Comparação das seguintes estimativas de atitude: girômetros apenas com procedimento inicial de calibração (chamados de *descalibrados*), FKE que não promove a calibração *online* dos sensores inerciais e girômetros calibrados a partir dos valores finais estimados pelo FKE que promove a calibração *online* dos sensores inerciais (chamados de *calibrados*).

desse parâmetro durante a operação do dispositivo.

Um outro experimento foi realizado no campus da universidade em que a estimativa de  $\mathbf{m}^b$  a partir do magnetômetro foi deliberadamente prejudicada. A principal perturbação sofrida pelo magnetômetro foi causada por um campo magnético constante próximo ao dispositivo. Este campo foi provocado pela presença de um alto-falante. Houve também, contudo, visto que o sistema estava posicionado no interior do veículo, efeito relativo às distorções causadas no campo magnético da Terra devido à estrutura do automóvel. Nesse contexto, a estimativa de atitude foi prejudicada desde o início da operação do dispositivo, visto que o procedimento de alinhamento inicial já conta com a medida do magnetômetro. Os resultados finais, entretanto, mostram relativa robustez a tais efeitos, como pode ser observado na Figura 4.18.

Por fim, com o intuito de avaliar o desempenho do sistema proposto caso sensores de outras naturezas venham a substituir o receptor GPS, simulações foram realizadas, a partir dos dados obtidos no experimento principal executado, nas quais não foram utilizadas as informações de posição e velocidade do veículo no Sistema  $N$ , mas sim  $\|\mathbf{r}^n\|$ , ou seja, a distância ou *range* do veículo até a origem do sistema de referência. Tal avaliação foi efetuada com o intuito de verificar a generalidade do sistema para operação, por exemplo, em ambientes internos, onde raramente receptores GPS apresentam bom desempenho e outros sensores podem ser empregados a um custo menor.

Caso o sistema de localização apresente essa configuração, há forte necessidade de uma boa estimativa da atitude do veículo para estimação da posição e velocidade. Tal exigência não é tão

fundamental no caso em que há medição direta das coordenadas do veículo no sistema de interesse, como no caso das informações disponibilizadas pelo receptor GPS. De fato, pode ser considerado que um sistema que utiliza apenas a distância relativa à origem do sistema de referência como medida corretiva aplica uma normalização nas velocidades e posições medidas. Tal normalização, entretanto, será ponderada por  $(\mathbf{C}_n^b(k)\mathbf{f}^b + \mathbf{g}^n)$ , o que pode conduzir a grandes erros, caso não haja uma estimativa precisa da atitude. Assim, caso se garanta um bom desempenho do sistema de determinação da atitude, a utilização de tais sensores poderá minimizar os efeitos dos erros de estimativa de posição e velocidade ao se utilizar unicamente os acelerômetros.

Assim, considera-se que o receptor GPS fornece  $\|\tilde{\mathbf{r}}^n\|$ . Nesse contexto, a matriz  $\mathbf{C}_{range}$  será dada pela jacobiana de  $\|\tilde{\mathbf{r}}^n\|$  em relação aos estados do filtro, ou seja,

$$\mathbf{C}_{range} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 7} & \vdots & \frac{r_x^n(k+1)}{\|\mathbf{r}^n(k+1)\|} & \frac{r_y^n(k+1)}{\|\mathbf{r}^n(k+1)\|} & \frac{r_z^n(k+1)}{\|\mathbf{r}^n(k+1)\|} \end{bmatrix}. \quad (4.24)$$

A Figura 4.19 ilustra o desempenho do sistema em tal configuração. Nela, pode-se observar que, no início da operação do dispositivo, as estimativas de posição fornecidas são satisfatórias. Entretanto, à medida que a estimativa de atitude sofre alguma deterioração, as estimativas de posição do sistema degradam consideravelmente.

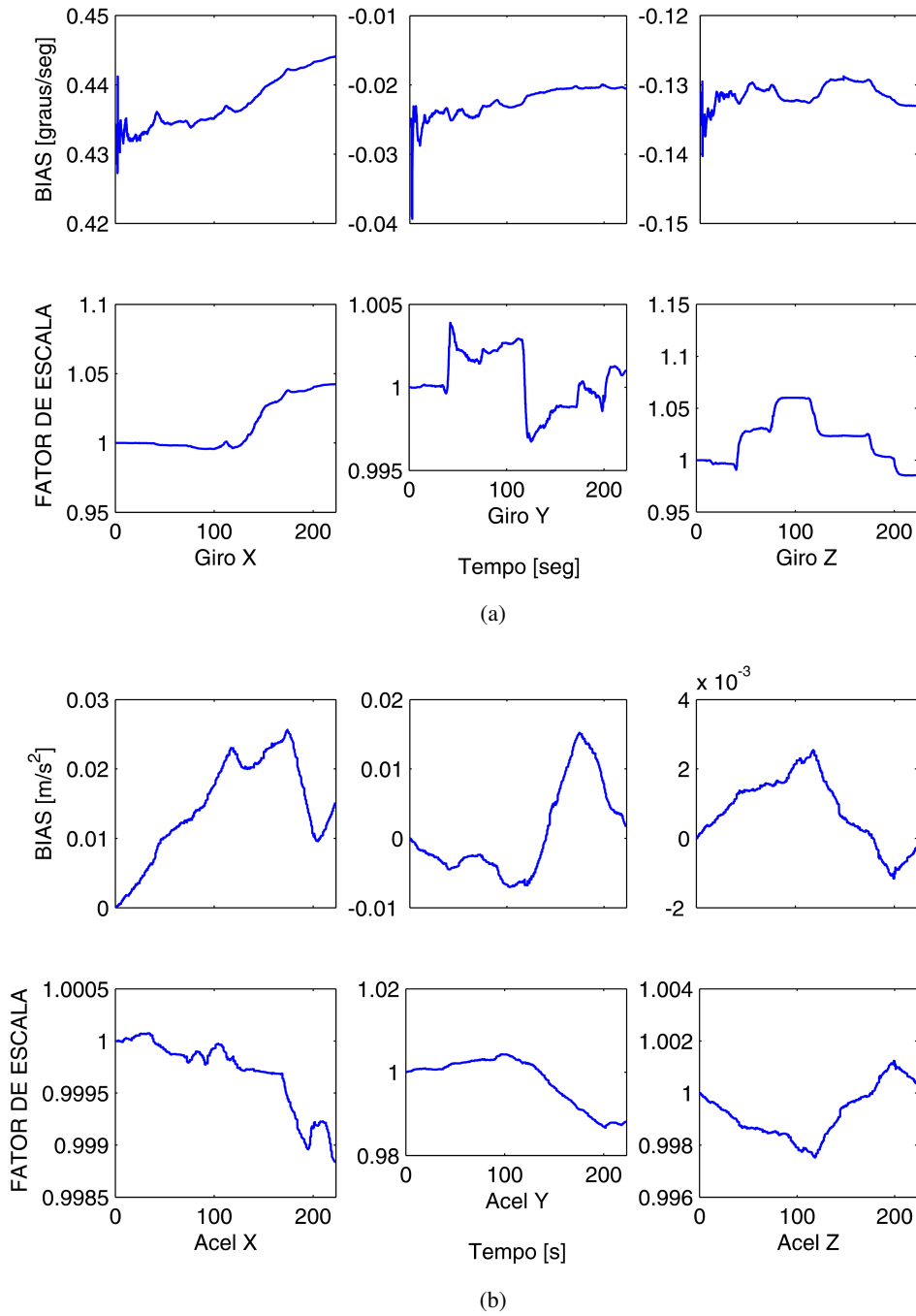


Figura 4.17: Evolução dos parâmetros dos (a) girômetros e (b) acelerômetros com FKE que promove tal calibração.

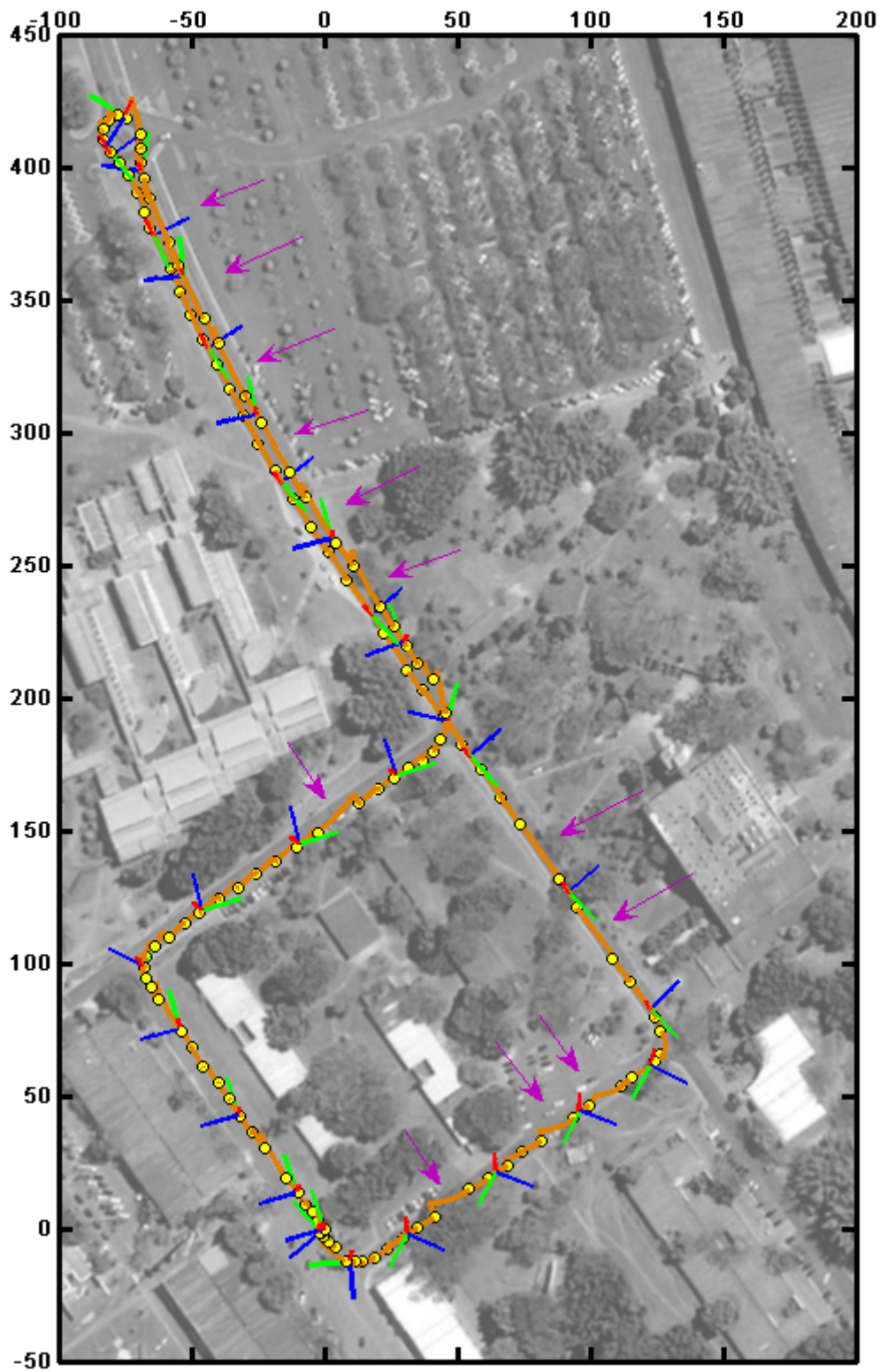
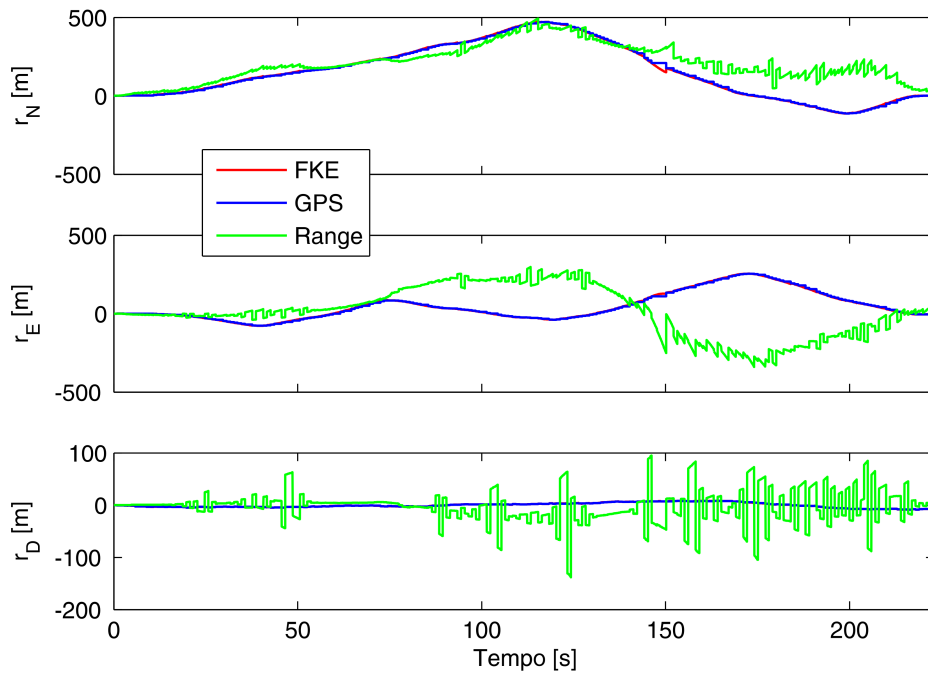
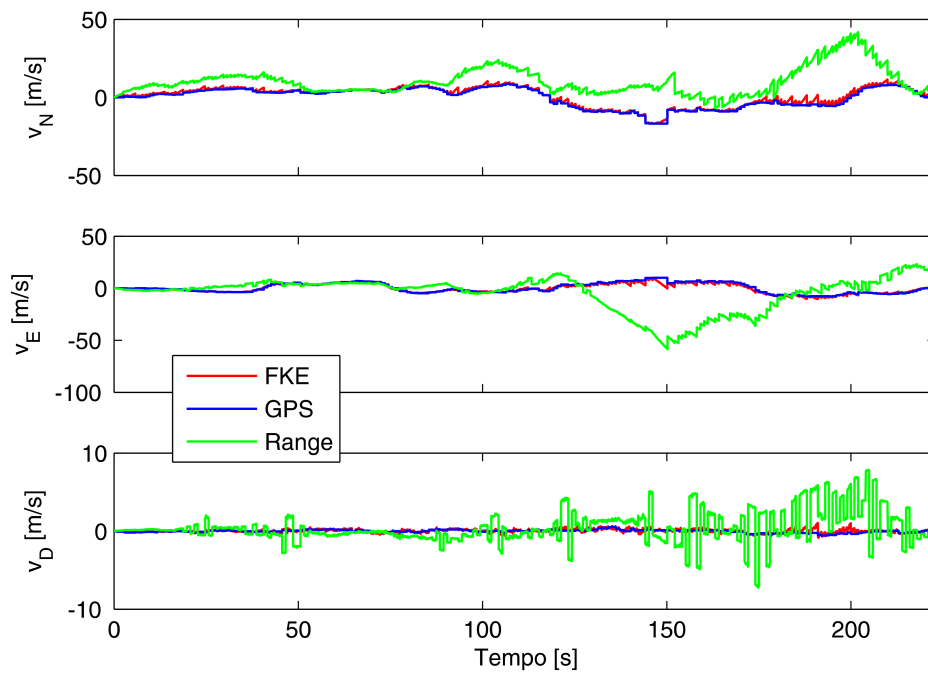


Figura 4.18: Estimativas de posição e atitude fornecidas pelo sistema em situação na qual todos dados disponíveis foram utilizados, mas em que a medida do magnetômetro foi deliberadamente perturbada.  
Fonte: Google Earth



(a)



(b)

Figura 4.19: Evolução das estimativas de (a) posição e (b) velocidade em configuração na qual não são utilizados dados de posição e velocidade do receptor GPS, mas sim  $\|\tilde{\mathbf{r}}^n\|$ .





## 5 CONCLUSÕES

*O centro do mundo é onde você está.*

Milton Santos

### 5.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este manuscrito descreveu o desenvolvimento completo de um sistema de localização 3D de baixíssimo custo para aplicação em robôs aéreos de pequeno porte, curto alcance e que não atuem em modos de voo extremos. O sistema é capaz de, a partir de uma estimativa de seu estado inicial, fornecer estimativas de posição, velocidade e atitude durante seu período de operação. Apesar da aparente especificidade, o sistema possui muitas outras aplicações, desde animação e realidade virtual até treinamento esportivo.

Foram apresentadas diversas considerações acerca dos componentes indicados para compor o sistema, diante das diversas restrições apresentadas por tais aeronaves, entre as quais podem ser citadas as limitações de peso, dimensão, consumo de energia e custo. Além disso, há restrições relacionadas ao ambiente no qual o veículo para o qual se projetou o presente sistema irá operar. Assim, sistemas exteroceptivos baseados em ambientes específicos ou que necessitem de instalação de dispositivos adicionais em tal ambiente foram descartados. Dessa maneira, o sistema projetado confirmou sua tendência generalista, visto que suas estimativas independem do ambiente de operação e da instalação de demais dispositivos.

Diante desse contexto, os seguintes componentes foram escolhidos para compor o sistema: sensores inerciais baseados em tecnologia MEMS, receptor GPS, conjunto de magnetômetros e sensor de pressão. A partir de então, foi promovido um estudo dos modelos de tais sensores, de forma a se conhecer as limitações e as contribuições que tais elementos poderiam fornecer ao sistema integrado de localização 3D. O Capítulo 2 trata desses componentes, bem como de considerações acerca dos sistemas de coordenadas utilizados e das arquiteturas de integração disponíveis. Nesse capítulo, apresentam-se algumas considerações acerca dos sistemas de coordenadas adotados e define-se que a representação da atitude se dará por quatérnios. O Anexo A. também trata da representação de rotações em sistemas de coordenadas 3D.

Uma das principais etapas do trabalho desenvolvido foi a escolha dos componentes que seriam empregados no sistema e o próprio projeto do protótipo confeccionado. Além de um grande aprendizado pessoal, tal trabalho estabeleceu as bases para projetos de sistemas de dimensões mais reduzidas e desempenho superior. Além disso, as atividades desenvolvidas possibilitaram maior compreensão das possíveis aplicações que tais componentes de baixo custo podem ter na engenharia. A construção do sistema envolveu a montagem da placa de circuito impresso e o desenvolvimento do *software* embarcado, etapa em que uma série de contratempos teve de ser superada. Neste contexto, foi de-

envolvido neste trabalho, por exemplo, um procedimento de calibração inicial simples e rápido que produz consistentes melhorias no desempenho individual de cada sensor, em especial dos acelerômetros e magnetômetros. Tal procedimento de calibração inicial, que pode ser utilizado em outros projetos que empregam dispositivos de natureza semelhante, confirma as características de baixo custo do presente projeto. O Capítulo 3 trata destes temas.

A partir do instante em que o sistema foi finalizado e decretou-se que o mesmo estava pronto para os diversos experimentos de localização 3D, a elaboração dos algoritmos de fusão sensorial passou a ser a maior preocupação do projeto. O algoritmo escolhido inicialmente foi o Filtro de Kalman Estendido (FKE), tanto por ter sido largamente utilizado em problemas dessa natureza, quanto pela relativa facilidade de implementação e facilidade de sintonização. Primeiramente, foi projetado um filtro capaz de fornecer apenas estimativas da atitude a partir das medidas disponibilizadas pelo conjunto de girômetros, acelerômetros e magnetômetros. A execução em tempo real de tal algoritmo no microcontrolador mostrou-se factível e a visualização da atitude estimada foi realizada com o auxílio de um ambiente de simulação 3D. Os resultados evidenciaram a robustez do sistema projetado às principais limitações apresentadas pelos dois métodos utilizados para determinação da atitude. Tal desenvolvimento foi descrito no início do Capítulo 4.

Em seguida, partiu-se para o desenvolvimento do algoritmo completo para determinação da atitude, posição e velocidade do sistema a partir dos dados disponíveis. Tal desenvolvimento foi descrito no restante do Capítulo 4. A integração dos dados foi novamente baseada no FKE e novamente houve preocupação de se projetar um algoritmo que permitisse facilmente a avaliação de diversas configurações do filtro. Assim, pôde-se avaliar o desempenho do sistema nos casos em que apenas parte dos sensores estavam disponíveis. Além disso, pôde-se avaliar com maior precisão o desempenho de algumas outras características do filtro projetado, como a calibração *online* dos *biases* e fatores de escala dos sensores inerciais e a utilização de pseudo-observação para se garantir a unicidade do quatérnio. O desempenho desse algoritmo foi verificado experimentalmente em uma série de experimentos realizados com o apoio de um automóvel. Dados foram coletados também relativos a situações em que o sistema operou em condições menos favoráveis, como durante ausência de informações do receptor GPS e em ambientes nos quais a medida do magnetômetro era corrompida por efeitos diversos.

Diante de todas essas considerações, o sistema projetado foi capaz de fornecer estimativas de qualidade da atitude, posição e velocidade do veículo sob condições de operação semelhantes às encontradas em VANTs de pequeno porte, curto alcance e que não atuem em modos de voo extremos. Há de se destacar, porém, algumas limitações do sistema, em especial a degradação da estimativa fornecida quando a informação proveniente do receptor GPS não é disponibilizada por longos períodos de tempo. Em tal situação, pequenos erros na estimativa de atitude propagam-se para as estimativas de velocidade e posição. Infelizmente, porém, não foi possível avaliar o desempenho do sistema em um robô aéreo em operação. Porém, assim que as condições para tal experimento sejam estabelecidas, será conduzida tal verificação.

Por fim, é importante destacar mais uma vez a generalidade do sistema projetado. Tal generalidade não se manifesta apenas no grande número de aplicações em que se pode utilizar um sistema de localização 3D com as características do sistema projetado, mas também na possibilidade de se utilizar diretamente o mesmo algoritmo de integração apresentado, que é o principal produto forne-

cido por este trabalho, com outros modelos de sensores e, assim, obter um sistema de desempenho distinto. De fato, acredita-se que, num futuro breve, sensores de baixo custo e de qualidade superior estarão disponíveis no mercado, o que possibilitará a construção de sistemas ainda mais precisos, porém baseados no mesmo algoritmo.

## 5.2 PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS

Nesta seção são apresentadas algumas propostas de trabalho que venham a enriquecer os resultados alcançados nesse trabalho. Não se trata de sugestões de cunho tecnológico, como a utilização de componentes de outros fabricantes na composição do sistema, mas sim de sugestões de linhas de pesquisa que venham a preencher lacunas deixadas pela metodologia adotada e percorrer caminhos abertos pelos resultados alcançados.

Assim, as seguintes proposições são listadas:

- Inclusão dos ruídos de processo nas funções não-lineares correspondentes e avaliação do desempenho do FKE em tal configuração, conforme discutido na Seção 4.2.1;
- Projeto de um FKE fortemente acoplado ao invés do modelo fracamente acoplado adotado neste trabalho, de forma semelhante ao proposto em [12] e [22]. Nesse contexto, ao invés das informações de posição e velocidade fornecida pelo receptor GPS, os *pseudoranges* seriam os estados correspondentes do filtro e, para tanto, outro receptor GPS haveria de ser utilizado;
- Avaliação de outros algoritmos de fusão sensorial. Trabalhos recentes, como [24] e [25], têm ressaltado, respectivamente, o desempenho do UKF e do Filtro de Partículas em sistemas semelhantes.
- Desenvolvimento de um DGPS, confeccionado a partir de dois receptores GPS regulares e um modelo de estimação dos erros dos *pseudoranges*;
- Caracterização analítica ou experimental do erro apresentado pelo GPS. Uma das metodologias existentes foi apresentada em [47];
- Extensão dos métodos de calibração para o modelo (2.36), de maneira semelhante à realizada em [43]. Possivelmente a calibração *online* dos sensores inerciais não resultaria em desempenho consideravelmente superior, porém a calibração inicial a partir do método proposto na Seção 3.5.2 poderia ser beneficiada de maneira considerável;
- Incorporação dos atrasos referentes às medidas do GPS e do magnetômetros nos modelos utilizados, de maneira similar à proposta em [48].
- Avaliação dos diferentes métodos propostos na Seção 4.2.2 para rejeição da aceleração para determinação da atitude a partir dos acelerômetros e magnetômetros;
- Avaliação dos métodos de calibração e integração propostos com sistemas de medição de referência, para fins de certificação do sistema construído.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] A. Ollero e L. Merino. Control and perception techniques for aerial robotics. *Annual Reviews in Control*, 28:167–178, 2004.
- [2] P. Castillo, R. Lozano, e A. E. Dzul. *Modelling and Control of Mini-Flying Machines*. Springer, 2005.
- [3] A. P. L. Bo e G. A. Borges. Sistema de baixo custo para determinação da atitude com aplicação em VANTs. In *VIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI 2007)*, 2007.
- [4] A. P. L. Bo e G. A. Borges. Low cost 3D localization system for applications on UAVs (SUBMETIDO). In *19th International Congress of Mechanical Engineering (COBEM 2007)*, 2007.
- [5] A. P. L. Bo e G. A. Borges. Automatic calibration procedure for low cost inertial and magnetic measurement unit (RESUMO ESTENDIDO SUBMETIDO). In *V Simpósio Brasileiro de Engenharia Inercial (SBEIN 2007)*, 2007.
- [6] A. S. Martins, A. P. L. Bo, J. Y. Ishihara, e G. A. Borges. Projeto e avaliação de reguladores da velocidade do rotor principal para robô aéreo baseado em helimodelo. In *XVI Congresso Brasileiro de Automática (CBA 2006)*, 2006.
- [7] A. S. Martins, A. P. L. Bo, J. Y. Ishihara, e G. A. Borges. Design and experimental evaluation of rotor speed regulators for model helicopters in a test bench. In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2007)*, 2007.
- [8] James Bao-Yen Tsui. *Fundamentals of Global Positioning Systems Receivers: a Software Approach*. John Wiley & Sons, 2005.
- [9] J. Doscher. A high performance surface micromachined accelerometer for machine health and tactical inertial applications. Nota técnica, Analog Device, Inc, 2000.
- [10] D. H. Titterton e J. L. Weston. *Strapdown inertial navigation technology*. Peter Peregrinus LTD. on behalf of the Institution of Electrical Engineers, 1997.
- [11] Steven Nasiri. A critical review of MEMS gyroscopes technology and commercialization status. Nota técnica, Invensense, Inc, 2005.
- [12] M. S. Grewal, L. R. Weill, e A. P. Andrews. *Global Positioning Systems, Inertial Navigation and Integration*. John Wiley & Sons, 2001.
- [13] G. T. French. *Understanding the GPS: An Introduction to the Global Positioning System*. Baker GeoResearch, 1996.
- [14] A. El-Rabbany. *Introduction to GPS: the Global Positioning System*. Artech House Mobile Communications Series, 2001.

- [15] M.J. Caruso. Applications of magnetic sensors for low cost compass systems. In *IEEE Position Location and Navigation Symposium*, 2000.
- [16] D. Gebre-Egziabher, G.H. Elkaim, J.D. Powell, e B.W. Parkinson. A gyro-free quaternion-based attitude determination system suitable for implementation using low cost sensors. In *IEEE 2000 Position Location and Navigation Symposium*, pages 185–192, 2000.
- [17] J.F. Vasconcelos, J. Calvário, P. Oliveira, e C. Silvestre. GPS aided IMU for unmanned air vehicles. In *5th IFAC/EURON Symposium on Intelligent Autonomous Vehicles*, 2004.
- [18] M. D. Shuster. Deterministic three-axis attitude determination. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 52(3):405–419, 2004.
- [19] D. Halliday, R. Resnick, e J. Walker. *Fundamentos de Física 2: Gravitação, Ondas e Termodinâmica*. LTC, 1996.
- [20] J. F. Wagner e T. Wieneke. Integrating satellite and inertial navigation - conventional and new fusion approaches. *Control Engineering Practice*, 11(5):543–550, 2003.
- [21] Honghui Qi e J.B. Moore. Direct Kalman filtering approach for GPS/INS integration. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 38(2):687–693, 2002.
- [22] E. M. Hemerly e V. R. Schad. Sistema de navegação de baixo custo baseado na fusão INS/GPS usando filtro de kalman. In *XV Congresso Brasileiro de Automática*, 2004.
- [23] A. H. Jazwinski. *Stochastic processes and filtering theory*. Academic Press Inc., London, 1970.
- [24] R. van der Merwe. *Sigma-Point Kalman Filters for Probabilistic Inference in Dynamic State-Space Models*. PhD thesis, Oregon Health & Science University, USA, 2004.
- [25] H. Carvalho, P. Del Moral, A. Monin, e G. Salut. Optimal nonlinear filter for GPS/INS integration. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 33(3):835–850, 1997.
- [26] J. L. Cassidis, F. L. Markley, e Y. Cheng. Survey of nonlinear attitude estimation methods. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 30(1), 2007.
- [27] J. L. Marins, X. Yun, E. R. Bachmann, R. B. McGhee, e M. J. Zyda. An extended Kalman filter for quaternion-based orientation estimation using MARG sensors. In *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2001.
- [28] J.F. Wagner e G. Kasties. Applying the principle of integrated navigation systems to estimating the motion of large vehicles. *Aerospace Science and Technology*, 8(2):155–166, 2004.
- [29] Analog Devices Inc. *Analog Devices ADXL330 Technical Data*, 2006.
- [30] Freescale Semiconductor Inc. *Freescale Semiconductor MMA7260QT Technical Data*, 2007.
- [31] ST Microelectronics Inc. *ST Microelectronics LIS4LV02DL Technical Data*, 2006.
- [32] Crossbow Technology Inc. *Crossbow Technology CXL-LP Series Technical Data*, 2002.
- [33] Analog Devices Inc. *Analog Devices ADXRS150 Technical Data*, 2004.

- [34] Invensense Inc. *Invensense IDG300 Technical Data*, 2007.
- [35] PNI Corporation Inc. *PNI Corporation MicroMag3 Technical Data*, 2005.
- [36] Freescale Semiconductor Inc. *Freescale Semiconductor MPX6115A Technical Data*, 2007.
- [37] Globalsat Technology Corporation. *Globalsat Technology Corporation ET-102 Technical Data*, 2005.
- [38] Robert M. Rogers. *Applied mathematics in integrated navigation systems*. AIAA Education Series, 2003.
- [39] H. Weinberg. AN-767: Using absolute output iMEMS gyroscopes with ratiometric ADCs. Nota técnica, Analog Devices Inc., 2005.
- [40] K. Tuck. AN-3447: Implementing auto-zero calibration technique for accelerometers. Nota técnica, Freescale Semiconductor Inc., 2007.
- [41] L. Ljung. *System identification: theory for the user*. Prentice Hall, 1999.
- [42] Robert M. Haralick. Propagating covariance in computer vision. In *12th IAPR International Conference on Pattern Recognition*, volume 1, pages 493–498, 1994.
- [43] I. Skog e P. Handel. Calibration of a MEMS inertial measurement unit. In *XVII IMEKO World Congress - Metrology for a Sustainable Development*, 2006.
- [44] S. Julier, J. Uhlmann, e H. F. Durrant-Whyte. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45(3):477–482, 2000.
- [45] Y. Li e J. Yuan. Attitude determination using GPS vector observations. *GNSS World of China*, 33(3):51–56, 2005.
- [46] N. Metnia, J.-M. Pflimlin, T. Hamel, e P. Soueres. Attitude and gyro bias estimation for a VTOL UAV. *Control Engineering Practice*, 14(12):1511–1520, 2006.
- [47] E. M. Nebot, H. Durrant-Whyte, e S. Scheduling. Kalman filtering design techniques for aided GPS land navigation applications. In *First Australian Data Fusion Symposium*, 1996.
- [48] D. Kingston e R. Beard. Real-time attitude and position estimation for small UAVs using low-cost sensors. In *AIAA 3rd Unmanned Unlimited Technical Conference, Workshop and Exhibit*, 2004.
- [49] R. J. Schilling. *Fundamentals of robotics: analysis and control*. Prentice Hall, 1990.
- [50] Jack B. Kuipers. *Quaternions and rotation sequences: a primer with applications to orbits, aerospace, and virtual reality*. Princeton University Press, 1998.
- [51] F. L. Markley. Attitude estimation or quaternion estimation? *Advances in the Astronautical Sciences*, 115:113–128, 2003.









## A. REPRESENTAÇÃO DE ROTAÇÕES

Representar rotações no espaço tridimensional é o tema deste anexo. Em especial, o tema de interesse é a obtenção, a partir de um vetor  $\mathbf{v}^m$  definido em um sistema de coordenadas  $M$ , de  $\mathbf{v}^f$ , que é o mesmo vetor, porém representado em um sistema de coordenadas  $F$ . Em outras palavras, trata-se do problema de transformação de coordenadas entre sistemas com as origens coincidentes. Além disso, é de interesse geral encontrar representações de rotações que podem ser utilizadas para representar sucessivas rotações de uma maneira simples e por meio de medidas de velocidade de rotação dos eixos do sistema  $M$ .

### A.1 MATRIZES DE ROTAÇÃO

Se  $F$  e  $M$  são sistemas de coordenadas ortonormais com origens em comum e definidos em  $\mathfrak{R}^3$ , então existe uma matriz  $\mathbf{C}_f^m$  que mapeia os vetores do sistema  $M$  para o sistema  $F$ , por meio de

$$\mathbf{p}^f = \mathbf{C}_f^m \mathbf{p}^m, \quad (\text{A..1})$$

em que foi adotada a convenção  $\mathbf{C}_{para}^{de}$ . Tal matriz [12, 49] é dada por:

$$\mathbf{C}_f^m = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_x \cdot \mathbf{m}_x & \mathbf{f}_x \cdot \mathbf{m}_y & \mathbf{f}_x \cdot \mathbf{m}_z \\ \mathbf{f}_y \cdot \mathbf{m}_x & \mathbf{f}_y \cdot \mathbf{m}_y & \mathbf{f}_y \cdot \mathbf{m}_z \\ \mathbf{f}_z \cdot \mathbf{m}_x & \mathbf{f}_z \cdot \mathbf{m}_y & \mathbf{f}_z \cdot \mathbf{m}_z \end{bmatrix}, \quad (\text{A..2})$$

em que  $\mathbf{f}_{x,y,z}$  e  $\mathbf{m}_{x,y,z}$  são vetores unitários coincidentes com os eixos de coordenadas correspondentes. Entretanto, como tais vetores unitários definem os respectivos sistemas de coordenadas, a mesma matriz pode ser calculada por meio de

$$\mathbf{C}_f^m = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{\mathbf{f}_x \mathbf{m}_x}) & \cos(\theta_{\mathbf{f}_x \mathbf{m}_y}) & \cos(\theta_{\mathbf{f}_x \mathbf{m}_z}) \\ \cos(\theta_{\mathbf{f}_y \mathbf{m}_x}) & \cos(\theta_{\mathbf{f}_y \mathbf{m}_y}) & \cos(\theta_{\mathbf{f}_y \mathbf{m}_z}) \\ \cos(\theta_{\mathbf{f}_z \mathbf{m}_x}) & \cos(\theta_{\mathbf{f}_z \mathbf{m}_y}) & \cos(\theta_{\mathbf{f}_z \mathbf{m}_z}) \end{bmatrix}, \quad (\text{A..3})$$

em que  $\cos(\theta_{\mathbf{f}_{x,y,z} \mathbf{m}_{x,y,z}})$  é o ângulo entre os vetores  $\mathbf{f}_{x,y,z}$  e  $\mathbf{m}_{x,y,z}$ .

Por esse motivo, tais matrizes são comumente chamadas em inglês de *Direction Cosine Matrix* ou simplesmente DCM. Vale dizer também que, de todas as matrizes que compõem o conjunto de matrizes de rotação em  $\mathfrak{R}^3$ , as seguintes características são observadas: são matrizes ortogonais ( $A^T = A^{-1}$ ) com  $\det(A) = 1$ . O conjunto de todas as matrizes com tais características em  $\mathfrak{R}^3$  é denominado  $SO(3)$ .

Tais definições e propriedades também são válidas para casos bidimensionais. Neste caso, como o ângulo entre os sistemas  $M$  e  $F$  é definido apenas por  $\alpha$ , a matriz será

$$\mathbf{C}_f^m = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}.$$

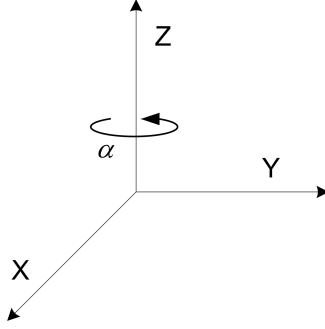


Figura A..1: Rotação em torno do eixo  $Z$ .

Da mesma forma, num sistema de coordenadas tridimensional *right-handed* uma rotação em torno de  $Z$  (Figura A..1) será representada pela seguinte matriz:

$$\mathbf{C}_f^m = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Nota-se também que as matrizes de rotação permitem a realização da seguinte transformação de coordenadas:

$$\omega_{fm}^f = \mathbf{C}_f^m \omega_{fm}^m,$$

em que  $\omega_{fm}^m$  representa velocidades de rotação do sistema  $M$  em relação ao sistema  $F$  expresso em termos de medidas nos eixos do sistema  $M$ .

### A..1.1 Sucessivas rotações com matrizes de rotação

Por sucessivas rotações, entende-se que são rotações subseqüentes executadas pelo sistema  $M$ , enquanto que o sistema  $F$  se mantém fixo em relação a um referencial comum. Caso as rotações se dêem em torno do mesmo eixo, naturalmente basta somar os respectivos ângulos. Já em casos em que as rotações são definidas em eixos distintos, a matriz que representa todas  $N$  rotações efetuadas em  $M$  [50] será dada por

$$\mathbf{C}_f^m = \mathbf{C}_f^{m(N)} = \mathbf{C}_f^{m(0)} \cdots \mathbf{C}_{m(N-2)}^{m(N-1)} \mathbf{C}_{m(N-1)}^{m(N)} \quad (\text{A..4})$$

em que os índices  $N, N-1, \dots, 1, 0$  representam as rotações do sistema  $M$ .

### A..1.2 Propagação da atitude com matrizes de rotação

Neste trabalho, entende-se como propagação da atitude a determinação do operador de rotação no decorrer do tempo a partir de medidas de velocidade de rotação dos eixos do sistema  $M$ . No caso das matrizes de rotação, esse cálculo [50] se dá da seguinte forma:

$$\dot{\mathbf{C}}_f^m = \mathbf{C}_f^m \boldsymbol{\Omega}_{fm}^m, \quad (\text{A..5})$$

em que

$$\mathbf{\Omega}_{fm}^m = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A..6})$$

é uma matriz anti-simétrica (em inglês, *skew symmetric matrix*), que representa a velocidade de rotação do sistema  $M$  em relação ao sistema  $F$  expresso em termos de medidas nos eixos do sistema  $M$ .

Para fins de implementação em processador digital [10, 38], deve-se solucionar a equação de diferenças correspondente para obter-se a representação no decorrer do tempo. Nos passos que se seguem foram omitidos os respectivos índices:

$$\mathbf{C}(k+1) = \mathbf{C}(k)\mathbf{A},$$

em que  $\mathbf{A}$  representa as velocidades de rotação entre os instantes  $k+1$  e  $k$ . Considerando-se que as respectivas velocidades mantiveram-se constantes durante os instantes em questão, tem-se que

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= e^{\mathbf{\Omega}\Delta t} \\ &= \mathbf{I}_3 + \mathbf{\Omega}\Delta t + \mathbf{\Omega}^2 \frac{\Delta t^2}{2} + \mathbf{\Omega}^3 \frac{\Delta t^2}{3!} + \mathbf{\Omega}^4 \frac{\Delta t^2}{4!} + \dots, \end{aligned}$$

em que  $\mathbf{I}_3$  é a matriz identidade de dimensão 3.

Devido aos erros decorrentes da integração, em muitos algoritmos de propagação da atitude costuma-se aplicar procedimento de ortogonalização da matriz de rotação após cada passo de integração.

## A.2 ÂNGULOS DE EULER

Os ângulos de Euler recebem este nome em tributo ao matemático suíço Leonard Euler, que formulou teorema que, em termos gerais, diz que quaisquer dois sistemas de coordenadas ortonormais podem ser relacionados por meio de três rotações sucessivas em torno dos eixos de coordenadas. Entretanto, caso as mesmas rotações sejam efetuadas em ordens distintas, possivelmente a rotação representada também será diferente. Assim, para representação correta da atitude, é necessária também a informação da ordem em que ocorreram as três rotações, ilustradas na Figura A.2. Neste sentido, normalmente a seguinte ordem de rotações em torno do sistema  $M$  é utilizada:

1. Rotação em torno do eixo  $Z$  (guinada) do sistema  $M$ , inicialmente alinhado com o sistema  $F$ .
2. Rotação em torno do eixo  $Y$  (arfagem ou cabeceio).
3. Rotação em torno do eixo  $X$  (rolagem).

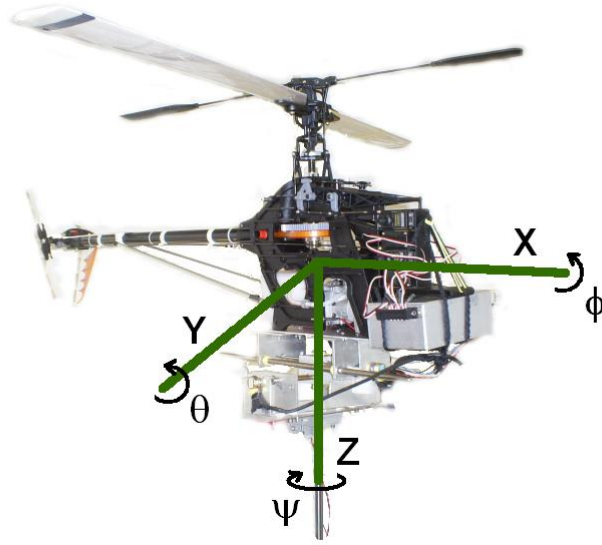


Figura A..2: Ângulos de Euler: rolagem ( $\phi$ ), arfagem ( $\theta$ ) e guinada ( $\psi$ ).

A matriz de rotação obtida com essa seqüência de operações é a seguinte:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_f^m &= \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} C\theta C\psi & -C\phi C\psi + S\phi S\theta C\psi & S\phi S\psi + C\phi S\theta C\psi \\ C\theta S\psi & C\phi C\psi + S\phi S\theta S\psi & -S\phi C\psi + C\phi S\theta S\psi \\ -S\theta & S\phi C\theta & C\phi C\theta \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A..7})$$

Note que, caso os ângulos em questão sejam de tal forma pequenos que permitam considerar  $\sin \alpha \approx \alpha$ ,  $\cos \alpha \approx 1$  e  $\sin \alpha \cos \alpha \approx 0$ , (A..7) pode ser representada pela seguinte matriz:

$$\mathbf{C}_f^m \approx \begin{bmatrix} 1 & -\psi & \theta \\ \psi & 1 & -\phi \\ -\theta & \phi & 1 \end{bmatrix}.$$

### A..2.1 Propagação da atitude com ângulos de Euler

Para se representar a propagação da atitude com os ângulos de Euler [50], faz-se

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\omega_y \sin \phi + \omega_z \cos \phi) \tan \theta + \omega_x \\ \omega_y \cos \phi - \omega_z \sin \phi \\ (\omega_y \sin \phi + \omega_z \cos \phi) \sec \theta \end{bmatrix} \quad (\text{A..8})$$

Nota-se da equação (A..8) que a solução de  $\dot{\phi}$  e  $\dot{\psi}$  torna-se indeterminada com  $\theta = \pm 90^\circ$ . Tal fato restringe a utilização de ângulos de Euler para aplicações que requerem a propagação da atitude por meio de medições de velocidade de rotação do sistema  $M$ .

### A..3 QUATÉRNIOS

Apesar de intuitivamente simples, as matrizes de rotação não são a única forma de representar tais operações no espaço. De fato, não são também as mais eficientes, ao menos em termos de custo computacional. Existem outras alternativas e todas elas possuem, naturalmente, vantagens e desvantagens em relação às outras. Uma dessas alternativas é a representação baseada em quatérnios, que são tema desta breve seção.

#### A..3.1 Conceitos básicos

Os quatérnios foram criados por Sir W. Hamilton, em 1843. A palavra é de origem grega e significa *conjunto de quatro*. De fato, um quatérnio pode ser visto como um número complexo (ou hipercomplexo) definido em  $\mathfrak{R}^4$ , ou seja, ao invés de apenas um elemento imaginário, tem-se três:

$$\mathbf{q} = q_0 + q_1\mathbf{i} + q_2\mathbf{j} + q_3\mathbf{k} = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}, \quad (\text{A..9})$$

em que  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  são as unidades imaginárias ou, alternativamente, as bases ortonormais em  $\mathfrak{R}^3$ , definindo a parte vetorial do quatérnio. As relações que os caracterizam foram definidas por Sir Hamilton:

$$\mathbf{i}^2 = \mathbf{j}^2 = \mathbf{k}^2 = -1$$

$$\mathbf{ij} = -\mathbf{ji} = \mathbf{k}, \mathbf{ki} = -\mathbf{ik} = \mathbf{j}, \mathbf{jk} = -\mathbf{kj} = \mathbf{i}, \mathbf{ijk} = -1$$

Além disso, as seguintes definições fundamentais foram estabelecidas:

- Conjugado de  $\mathbf{q}$ :

$$\mathbf{q}^* = \begin{bmatrix} q_0 \\ -q_1 \\ -q_2 \\ -q_3 \end{bmatrix} \quad (\text{A..10})$$

- Norma de  $\mathbf{q}$ :

$$\|\mathbf{q}\| = \sqrt{\mathbf{q} \otimes \mathbf{q}^*} = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} \quad (\text{A..11})$$

Acompanhadas das operações fundamentais:

- Soma de quatérnios:

$$\mathbf{q} + \mathbf{p} = \begin{bmatrix} q_0 + p_0 \\ q_1 + p_1 \\ q_2 + p_2 \\ q_3 + p_3 \end{bmatrix} \quad (\text{A..12})$$



- Multiplicação por escalar:

$$\alpha \mathbf{q} = \begin{bmatrix} \alpha q_0 \\ \alpha q_1 \\ \alpha q_2 \\ \alpha q_3 \end{bmatrix} \quad (\text{A..13})$$

- Produto de quatérnios:

$$\begin{aligned} \mathbf{q} \otimes \mathbf{p} &= \begin{bmatrix} q_0 p_0 - q_1 p_1 - q_2 p_2 - q_3 p_3 \\ q_0 p_1 + p_0 q_1 - q_2 p_3 + q_3 p_2 \\ q_1 p_1 - q_2 p_2 - q_3 p_3 - q_4 p_4 \\ q_2 p_1 + q_1 p_2 + q_3 p_4 - q_4 p_3 \\ q_1 p_3 - q_2 p_4 + q_3 p_1 + q_4 p_2 \\ q_1 p_4 + q_2 p_3 - q_3 p_2 + q_4 p_1 \end{bmatrix} \\ &= \end{bmatrix} \quad (\text{A..14}) \end{aligned}$$

- Inversão:

$$\mathbf{q}^{-1} = \frac{\mathbf{q}^*}{\|\mathbf{q}\|} \quad (\text{A..15})$$

### A..3.2 Quatérnios representando rotações

As representações de rotações baseadas em três parâmetros possuem singularidades ou descontinuidades para determinadas atitudes. Por esse motivo, representações de dimensões superiores são normalmente utilizadas [51]. As matrizes de rotação, por exemplo, requerem a determinação de nove elementos. Entretanto, devido à restrição de ortogonalidade, percebe-se que apenas três desses elementos são necessários para representar a transformação de um sistema de coordenadas em outro. Caso a atitude faça parte do vetor de estados de um sistema, como em sistemas de controle ou processos de filtragem, a sua representação por meio de matrizes de rotação torna-se complexa.

Uma outra representação de rotações baseada em três parâmetros é baseada nos chamados *vetores de rotação*, que representam um eixo e uma magnitude de rotação entre dois sistemas de coordenadas. Naturalmente, porém, não é uma representação única, visto que, adicionando-se múltiplos de  $\pm 2\pi$  à magnitude, o vetor de rotação resultante ainda estará correto. Além disso, de acordo com [12], a representação de sucessivas rotações e a propagação da atitude torna-se complexa. Neste contexto, uma das formas de facilitar tais cálculos, mas ainda minimizar a quantidade de parâmetros associados, é baseada em quatérnios unitários.

Para representar rotações, os quatérnios utilizam idéias semelhantes às utilizadas em vetores de rotação. O eixo de rotação é determinado pelos três elementos vetoriais do quatérnio, enquanto que o elemento restante representa a magnitude dessa rotação. Além disso, os quatro elementos estão organizados sob uma restrição:  $\|\mathbf{q}\| = 1$ . De fato, um quatérnio unitário pode ser representado da seguinte forma:

$$\mathbf{q} = \cos(\theta) + \mathbf{u} \sin(\theta), \quad (\text{A..16})$$

em que  $\mathbf{u}$  define o eixo de rotação e  $\theta/2$  a magnitude. Analogamente, a representação do vetor de rotação

$$\mathbf{r} = r \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix}, \|\mathbf{r}\| = r$$

se dá pelo seguinte quatérnio:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \cos(r/2) \\ r_1 \sin(r/2) \\ r_2 \sin(r/2) \\ r_3 \sin(r/2) \end{bmatrix}.$$

A partir dessa definição a transformação dos vetores do sistema  $M$  para o sistema  $F$  se dará por meio da relação

$$\mathbf{p}^f = \mathbf{q}_f^m \otimes \mathbf{p}^m \otimes \mathbf{q}_f^{m*} \quad (\text{A..17})$$

e a transformação dos vetores do sistema  $F$  para o sistema  $M$

$$\mathbf{p}^m = \mathbf{q}_f^{m*} \otimes \mathbf{p}^f \otimes \mathbf{q}_f^m. \quad (\text{A..18})$$

Caso a equação (A..17) seja desenvolvida, será obtida a matriz de rotação equivalente:

$$\mathbf{p}^f = \mathbf{C}_f^m \mathbf{p}^m = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2q_1q_2 + 2q_0q_3 & 2q_1q_3 - 2q_0q_2 \\ 2q_1q_2 - 2q_0q_3 & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2q_2q_3 + 2q_0q_1 \\ 2q_1q_3 + 2q_0q_2 & 2q_2q_3 - 2q_0q_1 & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \mathbf{p}^m. \quad (\text{A..19})$$

De fato, essa relação define uma maneira de se obter a matriz de rotação a partir do quatérnio. Além disso, evidencia que os quatérnios  $\mathbf{q}$  e  $-\mathbf{q}$  representam a mesma rotação. Caso se deseje obter o quatérnio a partir da matriz de rotação, as seguintes relações podem ser utilizadas:

$$\begin{aligned} q_0 &= \frac{\sqrt{1 + C_{1,1} + C_{2,2} + C_{3,3}}}{2} \\ q_1 &= \frac{C_{3,2} - C_{2,3}}{4q_0} \\ q_2 &= \frac{C_{1,3} - C_{3,1}}{4q_0} \\ q_3 &= \frac{C_{2,1} - C_{1,2}}{4q_0}. \end{aligned} \quad (\text{A..20})$$

### A..3.3 Sucessivas rotações com quatérnios

De forma análoga à observada no caso das matrizes de rotação, a representação de  $N$  sucessivas rotações efetuadas pelo sistema  $M$  se dá simplesmente por meio do uso de:

$$\mathbf{q}_f^m = \mathbf{q}_f^{m(N)} = \mathbf{q}_f^{m(0)} \otimes \dots \otimes \mathbf{q}_{m(N-2)}^{m(N-1)} \otimes \mathbf{q}_{m(N-1)}^{m(N)} \quad (\text{A..21})$$

### A..3.4 Propagação da atitude com quatérnios

A propagação da atitude com quatérnios [10] se dá por meio de

$$\dot{\mathbf{q}}_f^m = \frac{1}{2} \mathbf{q}_f^m \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_{fm}^m \end{bmatrix}. \quad (\text{A..22})$$

Alternativamente, pode-se representar tal relação por

$$\dot{\mathbf{q}} = -\frac{1}{2} \mathbf{W} \mathbf{q} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ -\omega_x & 0 & -\omega_z & \omega_y \\ -\omega_y & \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_z & -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \mathbf{q}, \quad (\text{A..23})$$

em que foram omitidos os respectivos índices do quatérnio, ou

$$\dot{\mathbf{q}} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \\ -q_0 & q_3 & -q_2 \\ -q_3 & -q_0 & q_1 \\ q_2 & -q_1 & -q_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}. \quad (\text{A..24})$$

A solução numérica [10, 38, 24] da equação (A..23) é dada por

$$\mathbf{q}(k+1) = e^{-\mathbf{W} \Delta t} \mathbf{q}(k), \quad (\text{A..25})$$

em que

$$e^{-\mathbf{W} \Delta t} = \mathbf{I}_4 \cos(v/2) - \mathbf{W} \Delta t \frac{\sin(v/2)}{v},$$

$$v = \sqrt{s_x^2 + s_y^2 + s_z^2},$$

e

$$s = \omega(k+1) \Delta t,$$

ou seja, considera-se que a velocidade de rotação manteve-se constante durante o período  $\Delta t$ . Caso a

equação (A..25) seja desenvolvida, chega-se a

$$\mathbf{q}(k+1) = \begin{bmatrix} \cos(v/2) & s_x \frac{\sin(v/2)}{v} & s_y \frac{\sin(v/2)}{v} & s_z \frac{\sin(v/2)}{v} \\ -s_x \frac{\sin(v/2)}{v} & \cos(v/2) & -s_z \frac{\sin(v/2)}{v} & s_y \frac{\sin(v/2)}{v} \\ -s_y \frac{\sin(v/2)}{v} & s_z \frac{\sin(v/2)}{v} & \cos(v/2) & -s_x \frac{\sin(v/2)}{v} \\ -s_z \frac{\sin(v/2)}{v} & -s_y \frac{\sin(v/2)}{v} & s_x \frac{\sin(v/2)}{v} & \cos(v/2) \end{bmatrix} \mathbf{q}(k)$$

$$\mathbf{q}(k+1) = \begin{bmatrix} \cos(v/2)q_0(k) - \frac{\sin(v/2)}{v} (s_x q_1(k) + s_y q_2(k) + s_z q_3(k)) \\ \cos(v/2)q_1(k) - \frac{\sin(v/2)}{v} (-s_x q_0(k) - s_z q_2(k) + s_y q_3(k)) \\ \cos(v/2)q_2(k) - \frac{\sin(v/2)}{v} (-s_y q_0(k) + s_z q_1(k) - s_x q_3(k)) \\ \cos(v/2)q_3(k) - \frac{\sin(v/2)}{v} (-s_z q_0(k) - s_y q_1(k) + s_x q_2(k)) \end{bmatrix}.$$

Em geral, costuma-se adotar também algum procedimento para normalização do quatérnio como medida para minimizar os erros decorrentes da integração.



## B. FILTRO DE KALMAN ESTENDIDO

Este anexo apresenta o algoritmo de fusão sensorial utilizado neste trabalho, o Filtro de Kalman Estendido (FKE). Não se pretende fornecer descrição detalhada do filtro, apenas apresentar suas equações de acordo com a notação adotada neste manuscrito.

### B..1 FILTRO DE KALMAN

O Filtro de Kalman é um estimador recursivo cujo objetivo é fornecer uma estimativa do estado  $\mathbf{x}(k+1)$ , cuja evolução se dá segundo o seguinte sistema dinâmico linear estocástico em tempo discreto:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k+1) + \boldsymbol{\eta}_x(k+1) \quad (\text{B..1})$$

$$\mathbf{y}(k+1) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k+1) + \boldsymbol{\eta}_y(k+1). \quad (\text{B..2})$$

Nessa representação,  $\mathbf{A}$  é a matriz de transição de estados,  $\mathbf{B}$  relaciona a entrada opcional  $\mathbf{u}(k+1)$  ao estado  $\mathbf{x}(k+1)$  e  $\boldsymbol{\eta}_x(k+1)$  e  $\boldsymbol{\eta}_y(k+1)$  representam o ruído de processo e de medição, respectivamente. Note que, apesar de consideradas invariantes no tempo, as matrizes  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{C}$  não possuem tal restrição. Além disso, assume-se que  $\mathbf{x}(0) \sim N(\hat{\mathbf{x}}(0), \mathbf{P}(0))$  e que os ruídos são decorrelacionados e possuem natureza gaussiana de média nula e covariâncias  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ , ou seja,

$$\boldsymbol{\eta}_x \sim N(0, \mathbf{Q})$$

$$\boldsymbol{\eta}_y \sim N(0, \mathbf{R}).$$

A partir dessas definições, como não se pode garantir que medições estejam disponíveis a cada instante, divide-se o processo de estimação em duas etapas: a predição e a correção. Na fase de predição, obtém-se as estimativas *a priori*  $\hat{\mathbf{x}}^-(k+1)$  e  $\mathbf{P}^-(k+1)$ :

$$\hat{\mathbf{x}}^-(k+1) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k+1) \quad (\text{B..3})$$

$$\mathbf{P}^-(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{P}(k)\mathbf{A}^T + \mathbf{Q}^T. \quad (\text{B..4})$$

Na fase de correção, é calculado o ganho de Kalman que minimiza a covariância estimada *a priori* por meio de

$$\mathbf{K}(k+1) = \mathbf{P}^-(k+1)\mathbf{C}^T (\mathbf{C}\mathbf{P}^-(k+1)\mathbf{C}^T + \mathbf{R})^{-1}. \quad (\text{B..5})$$

A partir daí, dada a medição  $\mathbf{y}(k+1)$ , calculam-se as estimativas *a posteriori*  $\hat{\mathbf{x}}(k+1)$  e  $\mathbf{P}(k+1)$ :

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \hat{\mathbf{x}}^-(k+1) + \mathbf{K}(k+1) (\mathbf{y}(k+1) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}^-(k+1)) \quad (\text{B..6})$$

$$\mathbf{P}(k+1) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}(k+1)\mathbf{C})\mathbf{P}^-(k+1). \quad (\text{B..7})$$

## B..2 FILTRO DE KALMAN ESTENDIDO

O Filtro de Kalman é o estimador ótimo para sistemas lineares que apresentam ruídos gaussianos. Entretanto, em muitos casos deseja-se estimar estados que evoluem de maneira não-linear ou que apresentam ruídos de naturezas distintas. Para estes casos, um dos métodos mais utilizados é o Filtro de Kalman Estendido (FKE), que promove uma linearização de primeira ordem do modelo em torno da estimativa atual.

Nesse contexto, considera-se que o estado  $\mathbf{x}(k+1)$  evolue segundo o seguinte sistema dinâmico não-linear estocástico em tempo discreto:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k+1)) + \boldsymbol{\eta}_x(k+1) \quad (\text{B..8})$$

$$\mathbf{y}(k+1) = \mathbf{g}(\mathbf{x}(k+1)) + \boldsymbol{\eta}_y(k+1), \quad (\text{B..9})$$

em que as funções  $\mathbf{f}$  e  $\mathbf{g}$  representam, respectivamente, as funções não-lineares do processo e da medição.

Primeiramente, procede-se com a linearização do modelo:

$$\mathbf{x}(k+1) \approx \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(k), \mathbf{u}(k+1)) + \mathbf{A}(\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k)) + \boldsymbol{\eta}_x(k+1) \quad (\text{B..10})$$

$$\mathbf{y}(k+1) \approx \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}^-(k+1)) + \mathbf{C}(\mathbf{x}(k+1) - \hat{\mathbf{x}}^-(k+1)) + \boldsymbol{\eta}_y(k+1), \quad (\text{B..11})$$

em que  $\mathbf{A}$  é a matriz jacobiana de  $\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(k), \mathbf{u}(k+1))$  em relação a  $\mathbf{x}$ , ou seja

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(k), \mathbf{u}(k+1))}{\partial \hat{\mathbf{x}}(k)}.$$

e  $\mathbf{C}$  é a matriz jacobiana de  $\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}^-(k+1))$  em relação a  $\hat{\mathbf{x}}^-(k+1)$ .

A partir daí, tem-se um sistema modificado sobre o qual pode-se aplicar as equações do Filtro de Kalman. A fase de predição é composta pelos cálculos das estimativas *a priori*  $\hat{\mathbf{x}}^-(k+1)$  e  $\mathbf{P}^-(k+1)$ :

$$\hat{\mathbf{x}}^-(k+1) = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(k), \mathbf{u}(k+1)) \quad (\text{B..12})$$

$$\mathbf{P}^-(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{P}(k)\mathbf{A}^T + \mathbf{Q}. \quad (\text{B..13})$$

Na fase de correção, primeiramente calcula-se o ganho de Kalman

$$\mathbf{K}(k+1) = \mathbf{P}^-(k+1)\mathbf{C}^T (\mathbf{C}\mathbf{P}^-(k+1)\mathbf{C}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (\text{B..14})$$

e em seguida as estimativas *a posteriori*

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \hat{\mathbf{x}}^-(k+1) + \mathbf{K}(k+1) (\mathbf{y}(k+1) - \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}^-(k+1))) \quad (\text{B..15})$$

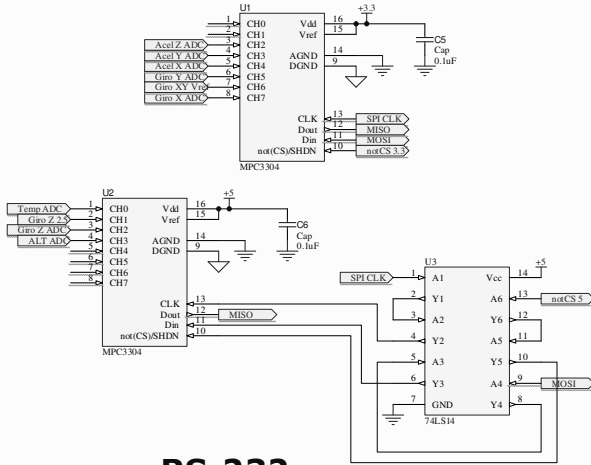
$$\mathbf{P}(k+1) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}(k+1)\mathbf{C})\mathbf{P}^-(k+1). \quad (\text{B..16})$$

## **C. DIAGRAMAS ESQUEMÁTICOS DO PROTÓTIPO**

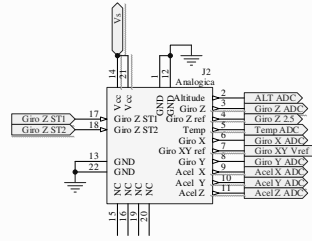
Este anexo apresenta os diagramas do protótipo construído. Inicialmente, são apresentados os diagramas esquemáticos das duas placas de circuito impresso que compõem o sistema, conforme descrito na Seção 3.3. É importante destacar que o protótipo, que pode ser visto já completamente montado nas Figuras 3.8(b) e 4.3, sofreu algumas modificações após sua confecção, como a alteração da conexão entre o microcontrolador e o magnetômetro (Seção 3.3).



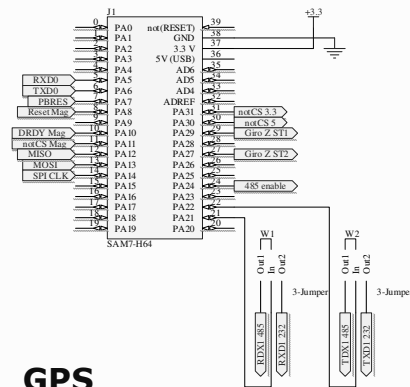
## Conversão A/D



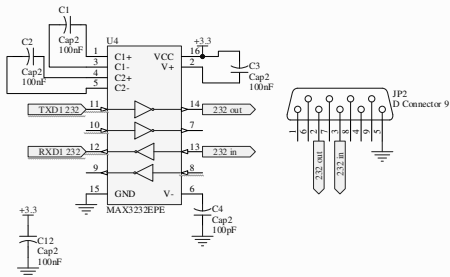
## Analógica



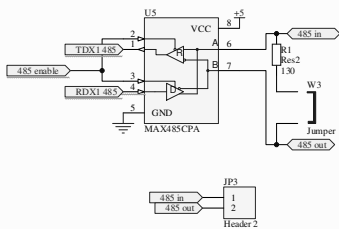
## SAM7



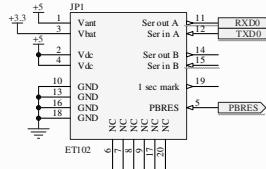
## RS-232



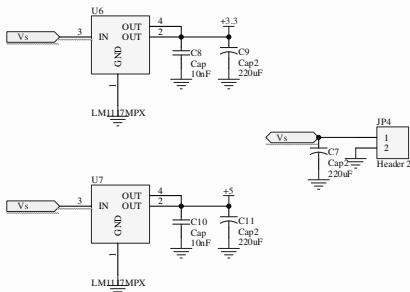
## RS-485



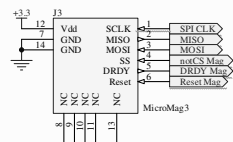
## GPS

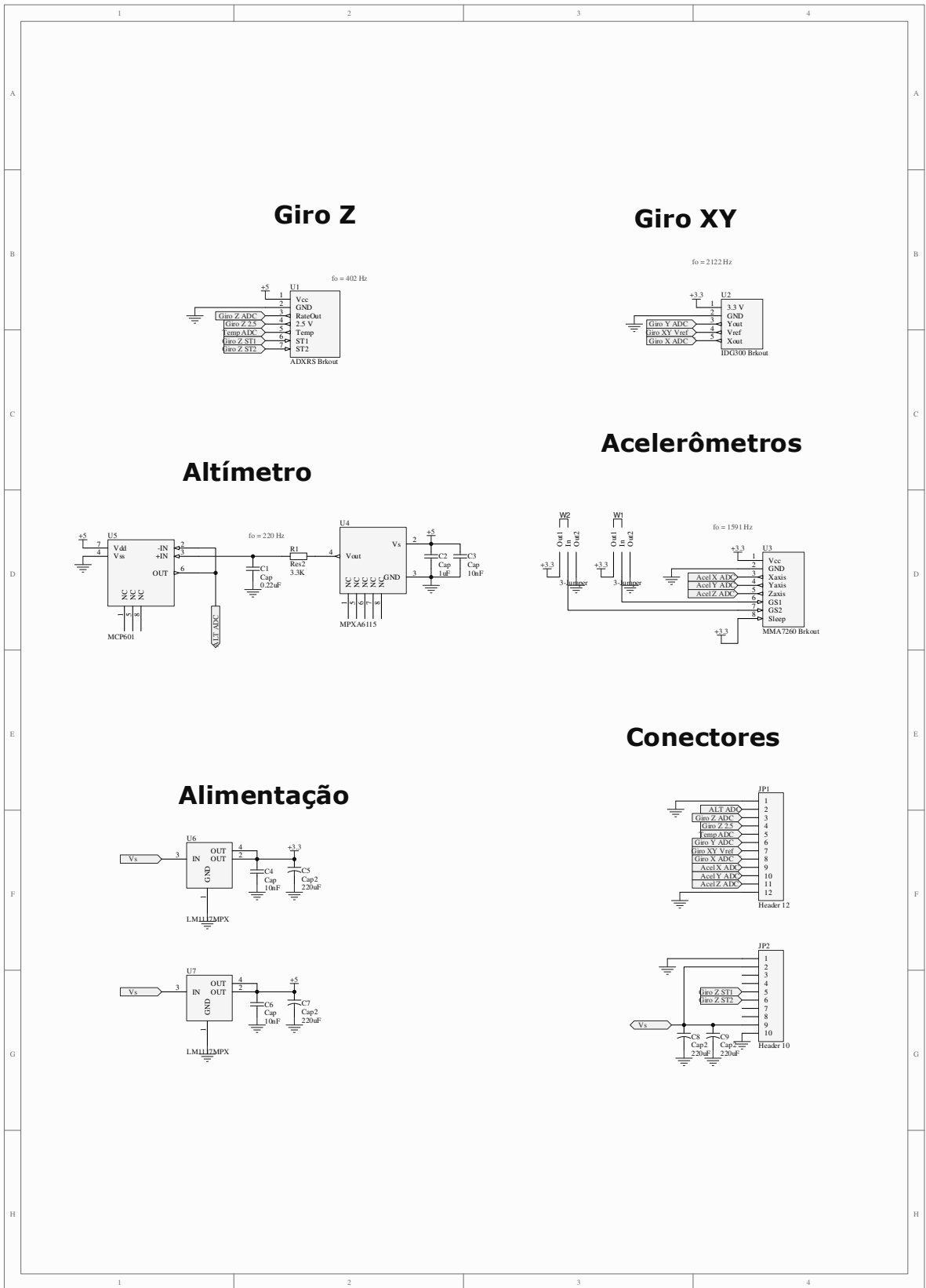


## Alimentação



## MicroMag 3





# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)