UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA

FRANCISCO CANINDÉ DE OLIVEIRA

DIFICULDADES NA CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS DE FUNÇÕES

NATAL

2006

FRANCISCO CANINDÉ DE OLIVEIRA

DIFICULDADES NA CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS DE FUNÇÕES

Dissertação apresentada como exigência parcial para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática à banca examinadora na Universidade Federal do Rio Grande do Norte, sob a orientação da Profa. Dra. Bernadete Barbosa Morey.

NATAL

2006

Catalogação na publicação na Fonte. UFRN/ SISBI/Biblioteca Setorial
do Centro de Ciências Exatas e da Terra – CCET

Oliveira, Francisco Canindé
Dificuldades na construção de gráficos de funções / Francisco Canindé de Oliveira. – Natal (RN), 2006.

117 f. il.
Orientadora: Dra. Bernadete Barbosa Morey

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Ciências exatas e da Terra. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

1. Função-Dissertação. 2. Gráficos de Função-Dissertação. 3. Matemática- Educação-Dissertação. I. Morey, Bernadete Barbosa. II.Título.

RN/UF/BSE-CCET CDU 510.2

FRANCISCO CANINDÉ DE OLIVEIRA

DIFICULDADES NA CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS DE FUNÇÕES

Dissertação apresentada como exigência parcial para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática à banca examinadora na Universidade Federal do Rio Grande do Norte, sob a orientação da Profa. Dra. Bernadete Barbosa Morey.

Aprovada em:_____/______/2006

BANCA EXAMINADORA

____

Profª. Drª Bernadete Barbosa Morey (Universidade Federal do Rio Grande do Norte) -

Orientadora

____

Profª. Drª. Maria Gilvanise de Oliveira Pontes (Universidade Estadual do Ceará)

Examinador Externo

____

Prof. Dr. Iran Abreu Mendes (Universidade Federal do Rio Grande do Norte)

Examinador Interno

NATAL

2006

Aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

À professora Doutora Bernadete Barbosa Morey, pela orientação e incentivo.

Ao professor Iran Abreu Mendes pelo apoio e dedicação.

Aos alunos do curso de Engenharia Civil 2005.2 da UFRN, participantes, voluntariamente, das atividades, as quais possibilitaram este trabalho.

Ao Professor Izaque de Holanda Almeida, amigo e colega de trabalho pelo incentivo rotineiro durante toda a trajetória.

A todas as pessoas que direta ou indiretamente contribuíram para que eu não desistisse.

À professora Maria das Graças Felipe Damasceno, pela colaboração.

A todos os amigos, entre ele o mais presente: Manoel Ferreira de Melo.

À aluna do curso de Matemática Iguaracy Medeiros dos Santos pela paciência e horas dedicada à digitação deste trabalho.

À querida esposa, Terezinha e aos filhos: George, Jane, Dalton e Keila, e meu genro Daniel pela compreensão, colaboração, e por me transmitirem o sentimento de vitória ao longo desta caminhada.

À meus pais, Miguel e Geralda por me ajudarem a galgar mais um degrau, bem os quais, definitivamente, isto não poderia acontecer.

RESUMO

Neste estudo descrevemos as dificuldades de um grupo de alunos de graduação no que diz respeito ao ato de traçar gráficos de funções. Especificamente, investigamos a evolução das suas habilidades, assim como suas dificuldades no decorrer da disciplina Cálculo I, no curso de Engenharia. Para tanto, analisamos publicações sobre elaboração de gráficos e suas dificuldades em termos de obstáculo, bem como abordamos alguns relatórios de pesquisa relacionados ao tema em questão e que foram realizadas no âmbito dos estudos da pós-graduação em Educação Matemática. Mostramos que através dos aspectos relacionados à linha francesa da Didática da Matemática e de algumas teorias da Psicologia Cognitiva, é possível estabelecer uma importante conexão teórico-metodológica entre ambas as concepções teóricas acerca dos modos de compreender e ensinar matemática. Esta metodologia fundamenta-se na proposta da Engenharia Didática, que consiste em análises preliminares, concepção e análise a priori da seqüência didática, experimentação através de sua aplicação seguida da análise a posteriori e conclusão. Houve, também, a necessidade de recorremos a Intervenção Pedagógica e Análise dos Resultados Obtidos, para classificarmos e analisarmos os vários tipos de erros apresentados pelos alunos durante o segundo semestre de 2005, a partir das concepções referentes aos obstáculos epistemológicos e didáticos.

Palavras—chaves: Gráfico de funções; engenharia didática; didática da matemática.

ABSTRACT

This study describes about graduation’s students difficulties of to draw functions graph. Specifically, we intend to observe their abilities evolution, as well as their difficulties during Calculus I subject in engineering course. For that, we show them publications about the elaboration of graphs and its difficulties in obstacle terms and some researches witch contain this subject and that it was done during postgraduate studies in mathematical education. It shows by research methodology aspects related to French didatic’s mathematic and some theories of cognitive psychology considering the high value between theoretical-methodological relation that was evidenced in both theoretical conceptions about ways to understand and teach mathematic. This methodology is based on didactic engineering purpose, that consist in preliminaries analysis, conception and didactic sequence analysis prior, trials by application followed analysis up and conclusion. We had also used pedagogicals actions and analysis of results achieved, to classify types of errors made by the 2005’s students during second semester, from conceptions related to the episthemologic and didactics obstacles.

Word-keys: Functions graph; didactic engineering; didactic’s mathematics.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

No século XIV, Nicole Oresme (c. 1310-1388) representou, graficamente, através da sua Teoria das latitudes e longitudes das Formas, uma relação funcional que ligou tempo e velocidade, mostrando a percepção de que as leis da natureza são do tipo funcional. Este tipo foi a precursora da representação gráfica da função.

Em 1638, Galileu publicou o “Discurso Concernente a duas Ciências Novas”, no qual demonstrou que a trajetória da bala de canhão no vácuo é uma porção de parábola. A grande contribuição de Galileu, em relação à evolução da noção de função, foi sua insistência em procurar os resultados e as relações provenientes de suas experiências. Assim, os gráficos de Galileu, embora sejam algumas vezes semelhantes aos de Oresme, são originados da sua experiência e medidas. As leis de causa e efeitos são expressa de forma quantitativa justificável e verificada.

Os gráficos apresentam uma importância muito grande para o aprendizado da matemática, uma vez que eles são a fotografia da compreensão e do entendimento da solução de um problema matemático e, na maioria das vezes, é essa solução geométrica que nos permite apresentar a solução do problema de forma analítica. É tão importante que é usado com freqüência como recurso didático para o ensino da matemática, pela visão de conjunto e rapidez do problema.

A representação gráfica de um fenômeno físico ou sociológico ou de uma função matemática ou simplesmente de uma situação matemática fornece uma visão de conjunto mais rápida do que a observação direta dos dados numéricos.

A formação do engenheiro é toda sedimentada no estudo e compreensão de gráficos, qualquer que seja sua área de formação. Por exemplo, na área de resistência dos materiais, temos os mais variados gráficos de deformações em função dos esforços; na área de hidráulica, temos gráficos padrões para dimensionamentos de bombas, de perdas de carga. Na área de estruturas de aço, madeira e concreto temos diversos gráficos que representam o desempenho de estruturas sujeitas a determinados esforços. Como se pode ver, há um amplo conjunto de gráficos padrões e o aluno de engenharia precisa interpretá-los e compreendê-los muito bem, para o seu bom desempenho profissional.

Ao ministrar as disciplinas de Cálculo e Matemática para Engenharia nos diversos cursos da UFRN, constatamos que os alunos sentem muita dificuldade em situações nas quais é necessário esboçar o gráfico de funções. Há uma evidência de como é pouca a habilidade dos alunos em lidar com gráfico, bem como é grande a dependência do uso de tabelas, mostrada por eles, durante o processo de construção de qualquer gráfico.

Os gráficos das funções afim e quadrática são abordados no final da 8ª série do Ensino Fundamental e continuam durante todo o 1º ano do Ensino Médio. No 1º ano faz-se um estudo exaustivo dos conceitos relacionados a função que inclui domínio e imagem, gráficos e os diversos tipos de função como: quadráticas, funções crescentes e decrescentes, funções pares e ímpares, dentre outros. Na maioria das escolas particulares, nos dois primeiros bimestres do 2º ano do ensino médio, ensinam-se as funções trigonométricas e seus gráficos. Observamos que o assunto fica praticamente um ano adormecido, para ser visto, outra vez, no 3º ano como revisão para o vestibular.

Ao ingressar na universidade nos cursos das áreas Tecnológicas, Humanística II e Biomédica, em que a disciplina de Cálculo faz parte do currículo, o assunto é abordado novamente como pré-requisito para o estudo de Limites, Continuidade, Derivadas e aplicações, Integral e aplicações.

Nos cursos de Engenharia, a disciplina Cálculo se inicia com o tópico *Funções e seus gráficos.* Já na primeira avaliação, podemos perceber certas dificuldades, as quais são recorrentes, ano após ano. Entre tais dificuldades, podemos citar: marcar pontos no plano cartesiano, operar com números inteiros e racionais, determinar domínio e imagem. Além disso, os alunos apresentam grandes dificuldades em traçar gráfico de uma função definida por mais de uma sentença. Quando se trata de funções trigonométricas, às dificuldades já citadas se sobrepõem as relacionadas ao cálculo do valor da função num ponto, fazer a diferença entre graus e radianos, encontrar domínio, imagem e período.

Este trabalho pretende examinar as dificuldades dos alunos de graduação no que diz respeito ao ato de traçar gráficos de funções. Especificamente, pretendemos observar a evolução das suas habilidades deles assim como suas dificuldades no decorrer da disciplina Cálculo I no curso de Engenharia.

Tal disciplina, na UFRN, vem sendo, há muito tempo, ministrada seguindo a ementa que começa com o estudo das funções elementares e seus gráficos; e continua com o estudo de Limites, Derivadas e Integrais. O tópico *Funções e seus Gráficos* é o primeiro a ser abordado na disciplina e tem a finalidade de ser constituir em uma revisão do que se estudou (ou deveria ter sido estudado) no Ensino Médio. Em seguida, desenvolve-se o estudo de Limites, o qual mostra gráficos de funções outra vez, mas já na condição de exemplos ilustrativos de limite de uma função no ponto. No tópico seguinte, (*Derivadas)*, os gráficos reaparecem. Desta vez, no entanto, eles são elaborados com os recursos do Cálculo (aplicações de derivadas) que evidenciam as propriedades das funções como crescimento, decrescimento e concavidade.

Vale notar que, comumente, neste tipo de disciplina, os gráficos esboçados são, via de regra, de outras funções distintas daquelas esboçadas por métodos mais elementares no início do semestre. Já no estudo do tópico *Integrais*, os gráficos reaparecem mais uma vez ao se fazer cálculo de comprimento de um segmento de uma curva, cálculo da área abaixo do trecho de uma curva, entre outros.

Observamos, então, que durante todo o semestre letivo, na disciplina Cálculo I, os gráficos de funções aparecem em diversos momentos. Há dois momentos em que eles são objetos de estudo direto, nos tópicos *Funções e seus gráficos* e em *aplicações de Derivadas*. Nos demais momentos da disciplina, eles estão presentes, mas não como objeto de estudo direto.

Por outro lado, a avaliação do desempenho do aluno é feita em três momentos. A primeira, na maioria das vezes, é feita depois do tópico *Funções e seus gráficos*; a segunda, depois do tópico *Aplicações de derivadas* e a terceira e última do semestre, depois do estudo de *Integrais.*

Compreendemos que a elaboração de gráficos passa por um estudo minucioso e direto, apenas, no início do semestre, antes da primeira avaliação. No entanto, a tarefa de elaborar gráficos está presente durante, praticamente, toda a disciplina de Cálculo I. Não poderia ser, então, que o estudo dos tópicos seguintes melhorasse, de algum modo, a habilidade do aluno, ao que se refere a elaboração de gráficos? Em outras palavras, será que o estudo de Limites e Derivadas ajuda de um modo ou de outro na elaboração de gráficos? E se ajuda, de que forma isto ocorre? Quais são as habilidades dos alunos que sofrem um implemento depois da primeira e da segunda avaliação?

Os instrumentos de coleta de dados foram, prioritariamente, testes e provas aplicados na turma durante todo o semestre letivo e observações de sala de aula. Vale salientar que a análise das dificuldades foi fundamentada nos conceitos de obstáculo didático, obstáculo epistemológico, de registro de representação e da engenharia didática.

Desse modo, podemos dizer que nosso **objeto de estudo** é o processo ensino-aprendizagem da elaboração de gráficos de funções na disciplina Cálculo I. Conseqüentemente, o **objetivo geral** do presente estudo foi analisar a evolução das habilidades dos alunos assim como suas dificuldades no decorrer da disciplina Cálculo I com relação à construção de gráficos de funções.

Para atingir tal objetivo tivemos de desdobrá-lo em etapas que correspondem aos **objetivos específicos** apresentados a seguir.

- Identificar as dificuldades apresentadas pelos alunos com relação a construção de gráficos;
- Propor recomendações para caracterizar o ensino de elaboração de gráficos e para o desenvolvimento da disciplina de Cálculo I;
- Comparar as atividades desenvolvidas sobre gráficos com o teste de sondagem;
- Apontar caminhos para melhorias de ensino de funções.

O presente trabalho será apresentado em três ou capítulos. O primeiro capítulo aborda alguns relatórios de pesquisa sobre elaboração de gráficos e sua dificuldade em termos de obstáculos. Neste capítulo, descrevemos e analisamos os pontos de vista de cada pesquisador, tomando o nosso problema de estudo como referência de análise.

No segundo capítulo, intitulado Metodologia da Pesquisa, fundamentamos teoricamente os aspectos relacionados à linha francesa da Didática da Matemática e algumas teorias da Psicologia Cognitiva, considerando a importância da conexão teórico-metodológica evidenciada em ambas as concepções teóricas acerca dos modos de compreender, aprender e ensinar matemática. A metodologia de pesquisa, fundamentada na proposta da Engenharia Didática, que consiste em análises preliminares, concepção e análise a priori da seqüência didática, experimentação através de sua aplicação seguida de análise a posteriori e conclusão. O referido caminho foi seguido durante o desenvolvimento da proposta aplicada em sala de aula para concretização da investigação.

Finalmente, no terceiro capítulo intitulado Intervenção Pedagógica e Análise dos Resultados Obtidos, classificamos e analisamos os vários tipos de erros apresentados pelos alunos durante o segundo semestre de 2005, a partir das concepções referentes aos obstáculos epistemológicos e didáticos. Por fim, apresentamos algumas considerações conclusivas no sentido de mostrar o desenvolvimento deste trabalho com relação às evidências percebidas durante os vários semestres, os quais nos deram suporte para que atuássemos na disciplina foco de nosso estudo.

1

ELABORAÇÃO DE GRÁFICOS E SUAS DIFICULDADES EM TERMOS DE OBSTÁCULOS

Neste capítulo abordamos, de forma sucinta, algumas informações acerca dos relatórios de pesquisa relacionados ao ensino e aprendizagem do conceito de função, mais especificamente acerca da elaboração de gráficos e suas dificuldades em termos de obstáculos. Pretendemos descrever e analisar alguns pontos de vista de cada pesquisador, tomando o nosso problema de estudo como referência de análise.

1.1. Sobre alguns estudos referentes a funções e seus gráficos

Após um levantamento e a realização de leituras sobre alguns relatórios de pesquisas relacionadas com o tema em questão nos deparamos com algumas publicações, as quais passaremos a comentar buscando estabelecer relações com o nosso estudo.

Em um artigo intitulado "O quanto precisamos de tabelas na construção de gráficos de funçoes", Maria Alice Gravina apresenta o relato de um estudo realizado na Universidade Federal do Rio Grande do Sul. (GRAVINA, 1990). A autora mostra as dificuldades encontradas ao ministrar uma disciplina para uma turma de calouros do curso de matemática da UFRGS. Constata o quanto os alunos vêm presos ao uso de tabelas na construção de gráficos de funções, fazendo com que percam a idéia mais geral sobre o comportamento da função. Apresenta-nos a possibilidade de como podemos, com um raciocínio simples, obter informações sobre gráficos e formas das curvas, em que a tabela entra como um dos recursos, mas não o único. De acordo com a autora, a abordagem referente a gráficos entusiasma os alunos, pois deste modo eles enxergam a forma da curva e sentem-se seguros ao fazerem os traçados.

Nessa linha de investigação, um estudo realizado por Carneiro (1993) relata as experiências no ensino da disciplina Matemática Elementar, para alunos calouros do curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, nos primeiros semestres de 1992 e 1993. A autora, preocupada com os altos índices de evasão e reprovação que vinham sendo constantes nesse curso, desejava motivar os alunos para o estudo e o ensino da matemática. Nesse estudo, a autora mostra uma coletânea de gráficos que são introduzidos através de situações – problema e são construídos por meio de softwares educacionais. Fica evidente que é imprescindível a construção de gráficos bem como o uso de calculadora científica (com todas as funções elementares)para o desenvolvimento do ensino e da aprendizagem das funções elementares nem turmas do ensino médio. Através dessa experiência, a autora pretendia dar-lhes oportunidade de descobrir que essa ciência é viva e interessante e que o trabalho em sala de aula pode ser dinâmico e participativo.

Em outro estudo sobre o tema, intitulado *Funções, equações e regras*, Fossa (2001) menciona que o modo como o ensino de matemática aborda o conceito de função é a partir da definição dada por Bourbaki-Dirichlet, e que esse modo parece ter um papel bastante reduzido na determinação de como este conceito é entendido pelo aluno. Para Fossa, é muito importante a experiência que o aluno tem com dois conceitos associados ao de função, equações e gráficos, pois quando o mesmo se depara com funções em seu livro texto ou na sala de aula, geralmente lhe é solicitado que manipule de alguma forma uma equação que representa a função ou que esboce o seu gráfico. Assim, o aluno é exposto a uma classe restrita de funções e, forçosamente, ele abstrai o seu conceito de função apenas desta classe.

Dada esta conjuntura, Fossa se propõe a investigar o modo como equações e gráficos influenciam o desenvolvimento do conceito de função. Para tanto, apoiou-se em uma pesquisa foi realizada na Inglaterra por Tall e Bakar (1992 *apud* Fossa, 2001) a qual tratava do conceito de protótipos, e desenvolveu, em 1996, na Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), um estudo comparativo ao realizado na Inglaterra, envolvendo 39 alunos de várias turmas de Cálculo I, escolhidos aleatoriamente entre os matriculados, com o objetivo de identificar alguns obstáculos cognitivos presentes entre esses alunos. Nesta experiência foram apresentadas dez expressões algébricas para que o aluno identificasse qual expressão representaria ou não uma função e nos casos negativos explicar por que.

A partir de entrevista realizada com os alunos envolvidos, Fossa (2001) descreve os resultados da investigação exploratória, representando no quadro a seguir, de acordo com o percentual de respostas para cada expressão algébrica, conforme a resposta "sim" ou "não", em cada caso de ser ou não ser uma função.

EXPRESSÃO	%	
	SIM	NÃO
a: $y = x^2$	97	0
b: $y = 4$	46	49
c: $x^2 + y^2 = 1$	59	31
d: $y = \dfrac{3}{x}$	87	13
e: $xy = 5$	62	33
f: $y = \pm\sqrt{4x-1}$	59	31
g: $y\begin{cases} 0 & se \quad x < 0 \\ x & se \quad 0 < x < 1 \\ 2 - x & se \quad x > 1 \end{cases}$	72	13
h: $y = 0 \ \ se \ \ x \ \ é \ \ n^o \ racional$	46	33
i: $y = \begin{cases} 0 \ \ se \ \ x \ \ é \ \ um \ \ n^o \ \ racional \\ 1 \ \ se \ \ x \ \ é \ \ um \ \ n^o \ \ irracional \end{cases}$	44	33
j: $y = \begin{cases} 4 \ \ se \ \ x = 3 \\ 1 \ \ se \ \ x = 5 \end{cases}$	57	33

Percentagem de respostas "sim" ou "não" (FOSSA, 2001, p.157)

De acordo com A analise feita por Fossa, os resultados apresentados no quadro anterior evidenciam o quanto o conceito de função é mal compreendido pela grande maioria dos alunos entrevistados. A noção de função, no entanto, se desenvolve naturalmente a partir do trabalho com equações.

Neste estudo, observamos, ainda, que o aluno tem grandes dificuldades de distinguir equações que representam funções, se essas equações forem empregadas de outra forma. Todavia, o estudo realizado por Fossa leva o aluno a desenvolver a seguinte expectativa: qualquer equação seria função ou, pelo menos, que equações seriam funções ou, pelo menos, que equações suficientemente simples são funções.

Esta expectativa se torna um obstáculo cognitivo no que se refere a um entendimento mais profundo a respeito do conceito de função, pois limita a maneira pela qual ele poderá ser generalizado. Segundo Fossa (2001, p. 164):

> (...) há outro aspecto da experiência do aluno que precisa de esclarecimentos, a saber, os gráficos. Entre esboçar o gráfico de uma equação e esboçar o gráfico de uma função não há diferença. Assim os conceitos de equação, função e gráficos são embaralhados, confundidos e identificados. Mas, da atividade de esboçar gráficos nascem, sempre, do ponto de vista do aluno, restrições ao conceito de função que contradizem a identificação que ele já tem feito entre funções e equações.

Outro relato de pesquisa que mereceu nossa reflexão diz respeito a tese intitulada “Ensino/aprendizagem do conceito de funções”, elaborada por Rego (2000), no qual envolveu estudantes de graduação. O referido estudo mostra como o aluno constrói o conceito de função como co-variação, através de uma proposta construtivista, cuja análise das atividades segue critérios estabelecidos por Skemp (1978 *apud* Rego, 2000) acerca de compreensão instrumental e compreensão relacional, e cujos dados observados nos testes, relatórios e discussões foram analisados segundo os critérios estabelecidos por Dubinsky (1991 *apud* Rego, 2000).

O estudo aponta algumas deficiências na construção do conceito de função que estão presentes em boa parte dos alunos recém ingressos nos cursos de engenharia da Universidade Federal da Paraíba. Tal fato constitui um sério entrave, à medida que dificultam a modelagem matemática de problemas envolvendo variação, bem como a formação de novos e essenciais conceitos, como continuidade, derivação e integração, centrais não somente para as engenharias, mas também nas disciplinas de matemática dos demais cursos de graduação em ciências exatas e sociais aplicadas. Acreditamos que as dificuldades em sua formação, contribuem para o alto índice de evasão e de reprovação em tais disciplinas.

Após análise do rendimento dos alunos nos períodos correspondentes a três semestres letivos (1997 e 1998) as dificuldades foram evidenciadas nas disciplinas introdutórias de matemática, mesmo na área das ciências exatas, na qual pressupõe-se estejam os alunos que investem mais em sua formação básica. As dificuldades concernentes ao conceito de função refletem-se logo da primeira unidade desenvolvida em Cálculo Diferencial e Integral I.

Constituída basicamente de uma revisão do conteúdo apresentado sobre funções, na 1ª série do ensino médio, cujos resultados nela obtidos são merecedores de especial atenção, em virtude do número de alunos que não comparecem à avaliação, bem como da média de notas obtidas pela maioria dos alunos, que se encontra aquém das expectativas.

A média dos alunos de Cálculo Diferencial e Integral I que abandonam a disciplina sem realizar nenhuma avaliação gira em torno de 30% do total de alunos matriculados. As razões que levam a este índice de abandono, em nossa instituição, não são bem claras. Não há, atualmente, por exemplo, obrigatoriedade de matrícula em um número mínimo de créditos, o que até a alguns anos fazia-se com que vários alunos se matriculassem em um número de disciplinas incompatível com sua disponibilidade de tempo ou capacidade de estudo.

Não há dados precisos que indiquem o número de alunos, entre os cerca de 30% citados, que assistem algumas aulas e só depois abandonam a disciplina, e o percentual de alunos que não comparecem a nenhuma aula, por problemas de saúde, de horários ou outros.

Alguns alunos estabelecem, ainda, uma forte ligação entre a definição de função e sua representação gráfica transmitida em afirmações como:

- “Uma função é um conjunto de pontos que se relacionam matematicamente um plano cartesiano”.
- “Uma função é uma determinação de pontos distintos na forma de um gráfico através de uma equação”.

O conhecimento do aluno acerca de funções decorre de um universo muito limitado de experiências com gráficos e equações relativas a uma classe restrita de funções, e como conseqüência, não atinge maior profundidade ou grau de generalização desejado.

Exige-se do aluno um alto grau de abstração para que ele possa estabelecer pontes em várias direções, no que tange as formas de representações estudadas. Pois são muitas as informações e notações sobre a teoria dos conjuntos que dificultam o aprendizado do conceito de funções descrito nos livros. Sabemos, entretanto ser, em geral, muito baixo o nível de experiências envolvendo raciocínio funcional, isto é, acerca de covariação de variáveis ou de representação de relação ou equações.

A deficiência no estabelecimento de ligações entre as duas formas de representação do conceito de função faz com que as respostas presentes nas partes seguintes do questionário, que constava de doze gráficos de diversos tipos, identificassem quais dos gráficos dados representavam funções, justificando os casos negativos.

De acordo com as justificativas dadas, a circunferência de centro na origem dos eixos foi identificada com o gráfico de uma função por 39% dos alunos. Este índice está relacionado a confusões conceituais e de nomenclaturas feitas quando do estudo das funções trigonométricas, denominadas “funções circulares”.

Percebe-se, portanto, que alguns alunos interpretam a denominação das “funções circulares” de forma literal, isto é “funções circulares” teriam como gráficos círculos, ou mesmo, semicírculos. Tais resultados fortalecem a preocupação com a linguagem utilizada pelo professor em sala de aula, levando-nos a conclusão de que algo deve ser mudado, pois erros de comunicação poder levar a falhas na construção de conceitos. Do mesmo modo, como a maioria dos gráficos estudados no ensino médio relaciona-se à funções contínuas, muitos alunos não identificaram aqueles com domínios não contínuos.

Rego (2000) esclarece, no entanto, que as funções definidas por mais de uma equação, em geral, provocam um elevado grau de dificuldade para a maioria dos alunos, particularmente, no que diz respeito ao traçado de seu gráfico, pois os estudantes acreditam que uma função deve ter a mesma regra de correspondência em todo o seu domínio.

O trabalho realizado por Simões (1995) apresenta uma seqüência didática que privilegia o pensamento ativo, a reflexão e a descoberta. Permite aos alunos trabalharem o *Jeux de Cadres* (Jogos de quadros) entre o quadro algébrico e o geométrico. Utiliza a engenharia didática como metodologia de pesquisa. A autora realiza um estudo prévio sobre o desenvolvimento do conceito de função, com ênfase na função do 2º grau, o qual levanta alguns obstáculos epistemológicos e didáticos que colaboraram para a não compreensão do conceito de função, em particular de função do 2º grau. Aponta também alguns aspectos do ensino usual e seus efeitos, bem como a identificação dos “entraves” existentes no campo das funções do 2º grau.

A seqüência é aplicada aos alunos da 8ª série do 1º grau com idade entre 13 e 14 anos. A respeito dos obstáculos relacionados à representação gráfica de função, Simões (1995, p. 37) afirma que

> (...) o ensino das funções em geral, não enfatiza a conversão da representação gráfica à representação algébrica. Em conseqüência, inúmeros estudos mostram as dificuldades dos alunos na leitura e interpretação das representações gráficas cartesianas, seja com as funções lineares ou afins ou com as funções do 2º grau.

Segundo Duval (1988 *apud* SIMÕES, 1995), o que persiste nos alunos é a impossibilidade de encontrar a equação, quer seja de uma reta ou de uma parábola, mesmos nos casos mais elementares pois,

> (...) a razão profunda dessas dificuldades não deve ser procurada entre os conceitos matemáticos ligados às funções afins, mas no mau conhecimento das regras de correspondência semiótica entre o registro das representações gráficas e aquele da escrita algébrica. De fato, no ensino e em certos estudos didáticos, se atém à passagem de uma equação à sua representação por uma construção ponto a ponto (em geral via uma tabela) e se esquece que a passagem inversa é que é problemática, Para efetuar essa passagem inversa a abordagem ponto a ponto não somente é inadequada, mas constitui um obstáculo.

O estudo desenvolvido por Schwarz (1995) apresenta um histórico sobre o desenvolvimento do conceito de função e, em seguida, faz uma análise epistemológica, evidenciando os obstáculos que se apresentaram no desenvolvimento dessa concepção. Apresenta também os conceitos de definição operacional, definição estrutural utilizados na seqüência do trabalho.

Um teste é aplicado aos alunos, para verificar suas concepções de função. Inicialmente, o autor levanta as variáveis didáticas, faz a análise a priori e após aplicar o teste faz a análise a posteriori.

O trabalho apresentado por Oliveira (1997) constata que os alunos apresentam dificuldades e mesmo deficiências referentes à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Conseqüentemente este fato provoca um grande número de reprovações.

A compreensão do conceito de função é um pré-requisito fundamental para o estudo do Cálculo, e aí residem muitas dificuldades dos alunos. Algumas destas referem-se à concepção que os alunos têm de função, no registro de representação gráfica, na mudança de um registro para outro, no domínio e no contradomínio, em construção de uma tabela de valores numéricos, na distinção entre variável dependente e independente e na notação matemática.

A existência de tais dificuldades parece ser consenso entre os professores, como foi constatado pela autora quando da participação em diversos Congressos na área de Educação Matemática no Brasil, nas discussões com outros profissionais feitas em sala de aula e nas publicações a que teve acesso.

Motivados pela constatação dessa situação, a autora elabora uma seqüência didática para fazer avançar as concepções dos alunos sobre o conceito de função, ou seja, para que haja uma evolução qualitativa na forma pela qual os alunos concebem tal noção.

1.2. A propósito do obstáculo epistemológico e do obstáculo didático

Nosso trabalho, sobre o esboço de gráficos de funções com ênfase nos gráficos das funções trigonométricas e das funções definidas por várias sentenças, está fundamentado na noção de obstáculos epistemológicos proposto por Guy Brousseau (1983) e na psicologia cognitiva de Raymond Duval (1988) que versa sobre registro de representações.

A noção de obstáculo epistemológico foi introduzida por Bachelard, em 1938, ao afirmar que

> (...) quando se procuram as condições psicológicas do progresso da ciência, logo se chega à convicção que *é termos de obstáculos que o problema do conhecimento científico deve ser colocado*. E não se trata de considerar obstáculos externos como a complexidade e a fugacidade dos fenômenos, nem de incriminar a fragilidade dos sentidos e do espírito humano: é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo funcional, lentidões e conflitos. (BACHELARD, 1996a, p. 17).

Esta noção de obstáculo vem, através dos tempos, sofrendo adaptações conceituais e causando divergência entre estudiosos da didática da matemática.

Quanto ao trabalho de Brousseau (1983), intitulado obstáculos epistemológicos e os problemas em Matemática, em sua explanação numa conferencia no XXVIII encontro do CIEAEM, compara a noção de obstáculo epistemológico aos obstáculos ligados à resistência de um saber mal adaptado. No sentido de Barchelard em relação a este conceito, Brousseau o concebe como um meio de interpretar alguns dos erros recorrentes e não aleatórios. Nesse sentido, distingue três tipos de obstáculos que se apresentam no nosso sistema didático:

- os de origem ontogênica, que são aqueles que se processam a partir de limitações do tipo neurofisiológicos entre outras do sujeito, no momento de seu desenvolvimento;
- os de ordem didática, que dependem somente das escolhas realizadas para um sistema educativo;
- os de ordem epistemológica, que são aqueles dos quais não se pode nem se deve escapar, pois são constitutivos do conhecimento visado.

De acordo com Oliveira (1997) podemos considerar que os obstáculos didáticos parecem depender apenas de uma escolha ou de um projeto do sistema educativo e resultam de uma transposição didática que o professor pode, dificilmente, renegociar no quadro restrito da sala de aula. Isso significa que os mesmos nascem das escolhas das estratégias de ensino, o que permite formar, durante o processo de aprendizagem, conhecimentos equivocados, errôneos ou, muitas vezes, incompletos que se revelarão, posteriormente, como obstáculo ao desenvolvimento da conceituação pelos alunos. Por isso, os obstáculos desta categoria são inevitáveis, inerentes à necessidade da transposição didática.

Alguns exemplos de obstáculos epistemológicos de origem histórica ligados ao conceito de função estão bem analisados na dissertação de Oliveira (1997). Todavia, nos limitaremos, aqui, a apresentar um pequeno comentário sobre cada um desses obstáculos.

Sobre os obstáculos epistemológicos ligados à proporcionalidade podemos considerar que o mesmo surge no fato de que uma relação de funcionalidade entre duas variáveis não poderia ser considerada entre 4 elementos, necessários para expressar uma proporção. Por exemplo, a relação que existe entre a área e o diâmetro do círculo procedia-se da seguinte maneira: $\frac{A_1}{A_2} = \frac{(d_1)^2}{(d_2)^2}$.

Sobre os obstáculos epistemológicos ligados à homogeneidade, percebemos que este princípio da homogeneidade estipulava que somente poderiam se comparar coisas de mesma natureza. Desse fato, por exemplo, é impossível explicar a velocidade como uma função da distância e do tempo, pois esses elementos são de naturezas diferentes. O que atrasou o estudo das trajetórias de um projétil, desenhando a curva parabólica referente à função do 2º grau.

A respeito dos obstáculos epistemológicos ligados à incomensurabilidade, Cotret (1986 *apud* Simões, 1995), afirma que o mesmo retardou o desenvolvimento da noção de função. A incomensurabilidade retardou o fato de que havia problemas onde não se conseguiam expressar as relações de grandezas de modo numérico, pois era impossível obter-se uma unidade comum.

Todos esses obstáculos, entretanto, contribuíram para se estabelecer uma separação entre números e grandezas. Ainda de acordo com Oliveira (1997) após a análise da proposta curricular para o ensino médio de matemática do 1º e 2º grau com relação às funções e á análise de alguns livros didáticos, identificam-se alguns obstáculos: ontogênicos, epistemológicos e os didáticos que passaremos a descrever.

Quanto aos obstáculos ontogênicos, a definição Gentil *et al* (1998) nos mostra o seguinte:

> Dados dois conjuntos A e B, não vazios, dizemos que a relação f de A em B é função se, e somente se, para qualquer x pertencente ao conjunto A, existe, em correspondência, um único y pertencente a B, tal que o par ordenado (x, y) pertença a f. Simbolicamente: f é função de A em $B \Leftrightarrow (\forall x \in A, \exists! y \in B, (x, y) \in f)$.

A notação de função, por sua vez, pode ser algo muito estranho para muitos alunos como na definição citada anteriormente, no qual aparecem alguns quantificadores. O uso correto da linguagem e desses símbolos matemáticos pode criar um tipo de obstáculo, chamado obstáculo ontogênico, que aparece pelas limitações do aluno no desenvolvimento de função, fazendo com que o aluno não compreenda o conceito de função. A função definida por várias sentenças podem também provocar este obstáculo, tendo em vista que os livros textos e professores não trabalham com tais funções.

A propósito dos obstáculos epistemológicos, podem ser utilizados para analisar a gênese histórica e a evolução do aluno com relação a um conhecimento. Alguns obstáculos desta natureza, que tiveram um papel importante na gênese do conceito de função ainda podem ser encontrados entre os estudantes, pois são inerentes ao saber.

O obstáculo da razão e proporção está implícito nas funções e gráficos que aparecem nos livros, pois, à medida que a variável independente x sofre acréscimos, a variável dependente cresce ou decresce proporcionalmente (direta ou inversamente).

Na análise da Proposta Curricular, vimos que muitos tópicos da matemática são tratados de forma desvinculada da proporcionalidade, podendo provocar o aparecimento do obstáculo da razão e da proporção.

Quanto ao obstáculo epistemológico homogeneidade, muitos livros didáticos analisados, algébrica ou geometricamente, enfocam funções entre números de mesma natureza, principalmente os números naturais, quando se define função e se apresentam os primeiros exemplos. No entanto, implicitamente, um gráfico de uma função pode representar elementos diferentes, como por exemplo, simbolizar a velocidade de um móvel como função da distância e do tempo. Portanto, parece que estes livros não contribuem para que o obstáculo da homogeneidade seja superado.

Quanto aos obstáculos epistemológicos da função do 2º grau, ligados ao conceito de números negativos, Simões (1995, p. 35) nos afirma que

> (...) desde o primeiro século de nossa era, os chineses fizeram uso dos números negativos apesar das regras de sinais não terem sido explicitamente afirmadas em qualquer tratado chinês até 1299, elas já eram conhecidas e utilizadas constantemente. O uso dos números negativos, principalmente quanto a existência e validade de certas regras, ficou sujeita a numerosas controvérsias, até a metade do século XIX quando esses números adquiriram então, um estatuto de igualdade com os números positivos.

Das diversas dificuldades encontradas pelos matemáticos, com relação ao conceito de números negativos destacamos, de acordo com Simões (1995)

- de homogenização dos inteiros positivos e negativos em uma única entidade de números.
- em aceitar o caráter ambíguo ao qual o zero fica submetido, a intitulada ambigüidade dos dois zeros: o zero absoluto (abaixo do qual nada existia) e o zero relativo.

Lembremos que, tanto Descartes quanto Fermat, não utilizavam abscissas negativas no traçado de suas curvas, operavam somente no primeiro quadrante, desconhecendo as parábolas negativas.

A respeito dos obstáculos epistemológicos ligados à função constante, Schwarz (1995) nos afirma que os resultados de sua pesquisa apontam as dificuldades dos alunos em identificar uma função do tipo $f(x)=c$ onde c é um número real, como função constante. Sfard (1988 *apud* Simões, 1995) sugere, ainda, que a dificuldade geral com a função constante pode ser interpretada como evidência da crença implícita dos alunos de que para falar sobre função, uma mudança de variável independente deve ser seguida por uma mudança na variável dependente.

Sobre os obstáculos didáticos, os mesmos são considerados como aqueles que apresentam o resultado das estratégias de ensino propostas. Muitos livros didáticos, por exemplo, apresentam primeiro as funções na sua forma algébrica e depois o seu gráfico, sem fazer o caminho inverso. Constitui assim um obstáculo didático para resolução de problemas que partem da situação inversa, ou seja, do quadro geométrico para o algébrico.

O sistema fragmentado e segmentado dos livros didáticos, que fazem um estudo separado das diversas funções (uma vez que para cada função é destinado um capítulo) também é obstáculo didático, pois não é feita praticamente nenhuma relação entre estas funções. Quando o aluno tem que resolver algum exercício em que aparecem varias funções de uma só vez, ele começa fazer confusão.

Os gráficos aparecem, em muitos livros, sem escala e sem representação em papel apropriado (milimetrado ou quadriculado), além disso, eles não propõem que o aluno construa gráficos usando esses tipos de papéis, podendo ocorrer distorções na construção de escalas, principalmente se não forem alertados pelo professor. Isto constitui um obstáculo didático.

No Ensino Fundamental e Médio, a principal ênfase é dada na construção de gráficos de funções é o uso de tabelas, conforme os livros didáticos da 8ª série dos autores como Imenis e Lelis (1997), Scipione (2000), e daqueles do 1º ano do ensino médio como Gentil et al. (1998), Machado (1997) e Iezzi et al. (2004). Analisamos, ainda, o livro de Dante (2004), Matemática: Contexto & Aplicações, no qual observamos um avanço sobre o estudo de funções e seus gráficos, uma vez que destaca o tratamento de dependência entre duas variáveis, ênfase dadas nos gráficos e nas propriedades observadas a partir dos gráficos, juros e funções, como casos de funções (PA e PG), função linear e proporcionalidade além de apresentar os diversos registros de representação.

Da Psicologia Cognitiva, buscamos a Teoria do Registro de Representação de Raymond Duval (1988). De acordo com Damm (1999), em matemática toda a comunicação se estabelece com base em representações; os objetos a serem estudados são conceitos, propriedades, estruturas, relações que podem expressar diferentes situações. Portanto para o seu ensino, precisamos levar em consideração as diferentes formas de um mesmo objeto matemático.

Podemos pensar na utilização da teoria de Duval como uma maneira didática/ metodológica em que o professor e/ou pesquisador deve utilizar se o objetivo é a aquisição do conhecimento. Conforme analisa Damm (1999, p. 138-142), Duval estabelece três aproximações da noção de representação[1]:

- As representações como representação objetiva e mental – Os primeiros estudos foram realizados nos anos de 1924-26 por Piaget em sua obra A Representação do Mundo da Infância.
- As representações internas ou computacionais – Esta noção de representação foi estudada a partir de 1955-60 juntamente com as teorias que privilegiam o tratamento. São representações internas e não conscientes do sujeito. Ou seja, o sujeito executa tarefas sem pensar em todos os passos para a sua realização. Na primeira questão o interesse se deu mais pela Psicologia Cognitiva, e a segunda pela Inteligência Artificial.
- As representações semióticas – a noção de representação semiótica surgiu com um problema de modelização da linguagem. De acordo com Duval (1988), não é possível estudar tudo o que se refere ao conhecimento sem recorrer à noção de representação, isto porque não existe conhecimento que possa ser mobilizado por uma pessoa sem uma atividade de representação. As representações gráficas são representações semióticas, da mesma forma que as figuras geométricas, que escrita algébrica ou as línguas. Isto quer dizer que o representante visível (para as representações gráficas: linhas retas ou curvas, traçadas sobre um plano com eixos) têm leis de organização que lhe são próprias e que lhes permitem representar outra coisa (funções ou outros objetos matemáticos).

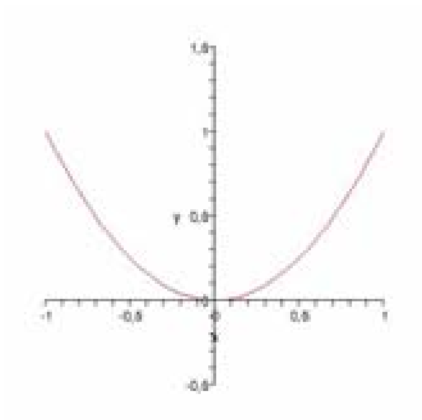
[1] A representação é então a forma sob a qual uma informação pode ser descrita e levada em conta em um sistema de tratamento.

Duval (1988, p. 23) contesta a idéia de que as representações semióticas são simples exteriorizações das representações mentais pra fins de comunicação. Para o autor, esta visão é enganosa, pois “[...] As representações (semióticas) não somente são necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais pra as atividades cognitivas do pensamento”, ou seja, sem as representações semióticas torna-se impossível a construção do conhecimento pelo sujeito que aprende, é através das representações semióticas, que se torna possível efetuar certas funções cognitivas essenciais ao pensamento.

Neste sentido, o autor define *Semiósis* como a representação ou a produção de uma representação semiótica e *Noésis* como atos cognitivos similares à representação de um objeto. Para que ocorra um significativo aprendizado de matemática é necessário que a *noésis* (conceituação) ocorra através de significativas *semiósis* (representação).

Segundo Oliveira (1997, p. 9) “As representações semióticas têm então dois aspectos: a forma (ou o representante) e o conteúdo (ou o representado). Existem vários registros[2] possíveis de representação para um mesmo objeto, por exemplo, no caso de função”.

- Registro de representação gráfica



[2] Um registro é uma maneira típica de representar um objeto matemático, um problema ou uma técnica.

- Registro de representação de escrita simbólica: $y = x^2$ ou $f(x) = x^2$
- Registro de representação lingüística: uma função quadrática.

No ensino médio, o registro de representação das tabelas é utilizado também com bastante freqüência, este sendo utilizado ao esboçar o gráfico de uma função.

Ainda de acordo com Oliveira (1997, p. 10) “As representações semióticas podem ser consideradas como representações materiais e que elas são um suporte para as representações mentais”. Portanto a função pode ser representada através da expressão algébrica, tabelas e/ou gráficos que são diferentes registros de representação.

Em nosso trabalho, vamos analisar os obstáculos relativos ao esboço de gráficos de funções encontradas nas atividades desenvolvidas durante o semestre 2005.2 pelos alunos do curso de Engenharia Civil, e utilizaremos os obstáculos epistemológicos e os didáticos.

2

METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste capítulo, abordamos os aspectos teóricos que fundamental os métodos adotados para a pesquisa em sala de aula. Optamos por utilizar as concepções relacionadas à linha francesa da Didática da Matemática e algumas teorias da Psicologia Cognitiva, buscando conectá-las para interpretar os modos de compreender, aprender e ensinar matemática. Nossa metodologia de pesquisa está fundamentamos, principalmente, na Engenharia Didática, em seus momentos: análises preliminares, concepção e análise a priori da seqüência didática, experimentação, análise a posteriori e conclusão. A seguir descreveremos o desenvolvimento da proposta aplicada em sala de aula para concretização da pesquisa.

2.1. Princípios da engenharia didática

Decidimos realizar um estudo que nos permitisse analisar as dificuldades doa alunos na construção de gráficos de funções na disciplina Matemática para Engenharia I (Cálculo Diferencial e Integral), utilizando a metodologia de pesquisa intitulada de engenharia didática. Cabem-nos, inicialmente, as questões: o que podemos estabelecer como engenharia didática? Que autores abordam essa perspectiva na investigação sobre o desenvolvimento do conhecimento matemático na escola?

De acordo com Machado (1999), a engenharia didática constitui-se em uma estratégia de operacionalização da pesquisa em didática da matemática na qual um grupo de pesquisadores franceses buscaram analisar as situações didáticas de modo a extrair da realidade e os comparar às hipóteses, ou seja, “ o laboratório da pesquisa em didática é tanto o escritório de trabalho, a sala de aula, a escola ou a sociedade, quanto a história”

(MACHADO, 1999, p. 197). A engenharia didática, portanto, é interpretada e utilizada como metodologia de investigação devido caracterizar-se, principalmente, “por um esquema experimental baseado em *realizações didáticas* na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de seqüências de ensino”. (ARTIGUE, 2000, p. 196).

Outras considerações acerca da engenharia didática são apresentadas por Douady (1990) quando admite que esse procedimento de pesquisa em educação matemática é compreendido como

> (...) uma seqüência de aula(s) concebida(s), organizada(s) e articulada(s) no tempo, de forma coerente, por um professor-engenheiro para realizar um projeto de aprendizagem para certa população de alunos. No decurso das trocas entre o professor e alunos, o projeto evolui sob as reações dos alunos e em função das escolhas e decisões do professor (DOUADY, 1990, *apud* MACHADO, 1999, p.198).

Para os estudiosos sobre o assunto, o processo experimental da engenharia didática compõe-se de quatro fases:

- Análises preliminares ou prévias;
- Concepção e análise a priori das situações didáticas, e levantamento de hipótese;
- Experimentação;
- Análise a posteriori e validação.

A respeito das análises preliminares, Artigue (2000) afirma tratar-se de uma análise que compreende os aspectos epistemológicos do conteúdo a ser ensinado, o ensino habitual e seus efeitos, as concepções dos alunos bem como suas dificuldades e obstáculos. Em nosso trabalho, as mesmas foram realizadas por meio de um teste de sondagem aplicado na primeira aula, através do qual verificamos o conhecimento adquirido pelos alunos no ensino médio, referente à construção de gráficos de funções. Esta etapa baseou-se em dois aspectos:

- Fundamentação teórica centrada na noção de obstáculos epistemológicos proposta por Brosseau (1983) e nas pesquisas de Duval (1988) a respeito do registro de representações;
- Análise das dificuldades e obstáculos provenientes do processo ensino-aprendizagem de construção de gráficos de funções.

Sobre as concepções e análise a priori, Artigue (2000) afirma que o pesquisador deve orientar-se a partir das variáveis surgidas na análise preliminar do problema a ser estudado, considerando que as mesmas determinarão o caminho a ser tomado para o desenvolvimento das outras etapas seguintes nessa estratégia de pesquisa. A disciplina, objeto de nosso estudo, começou com 15 aulas expositivas sobre o estudo de funções polinomiais do 1º e 2º graus, funções crescentes e decrescentes, funções pares e ímpares, funções definidas por várias sentenças e as funções trigonométricas. Para cada função foi dada a sua definição, propriedades e esboço do seu gráfico. Essas aulas envolveram a participação direta dos alunos e foi com base nessas participações que pudemos ter um parâmetro inicial para estabelecer nossas metas de pesquisa.

Em seguida, apresentamos as noções de limite, continuidade e a derivada de cada uma das funções. Após definir as variáveis didáticas:

- O domínio da função dada seria R ou subconjunto de R;
- Quanto ao tipo de funções: trigonométricas e definida por várias sentenças;
- Quanto à representação gráfica: o sistema seria ortogonal e o papel branco para o seu esboço;

- A função na qual solicitamos o esboço do gráfico foi dada sob a forma de representação simbólica.

Aplicamos a 1ª avaliação que constava de duas questões sobre esboço de gráficos de funções para comparar com o resultado do teste de sondagem aplicado na 1ª aula do curso. Esperamos que os alunos melhorassem o seu rendimento e superassem as dificuldades em domínio da função e esboço do seu gráfico.

A fase de experimentação constitui-se no momento da realização da engenharia didática propriamente dita. De acordo com Machado (1999, p. 206), a experimentação supõe a explicitação dos objetivos e condições de realização da pesquisa ao grupo de sujeitos envolvidos; o estabelecimento do contrato didático; a aplicação de instrumentos de pesquisa e o registro detalhado das observações sobre a experiência.

Essa etapa do nosso estudo foi realizada com um grupo de 15 alunos do curso de Engenharia Civil do segundo semestre do ano letivo de 2005 da UFRN, escolhidos entre os que apresentaram maiores dificuldades. A seqüência didática foi desenvolvida em 15 horas-aula, durante três finais de semana, fora dos horários das aulas para que os alunos não se prejudicassem nas outras disciplinas. As atividades em sala de aula se ocorreram com a nossa presença a fim de que houvesse discussão com o grupo para esclarecimento do conteúdo de cada atividade.

Continuamos o estudo sobre funções no qual apresentamos as funções logarítmicas, exponenciais e a função inversa e seus respectivos gráficos. Usamos, nesse momento, as ferramentas do cálculo para esboçar o gráfico de uma função. Na 2ª avaliação verificamos, através de uma questão sobre gráfico, qual o rendimento dos alunos, e comparamos o resultado com a 1ª avaliação, esperando que o rendimento posterior fosse o melhor possível.

Na 3ª avaliação no cálculo de área de uma figura plana, pedimos que os alunos esboçassem o gráfico da área de uma região delimitada por funções. Nos cálculos de comprimento de arco de uma curva e volume de revolução de uma região, pedimos que esboçassem os respectivos gráficos, e comparamos, agora, com a 2ª avaliação esperando que a maioria das dificuldades tivessem sido superadas.

A fase referente à análise a posteriori e validação se apóia sobre todos os dados colhidos durante a experimentação, bem como aqueles extraídos das observações realizadas nesse processo. Em nosso estudo, os dados foram extraídos de todas as experiências realizadas em todo segundo semestre de 2005, bem como nos três finais de semana. Nesse momento, analisamos o rendimento dos alunos tendo como base as atividades propostas e as discussões ocorridas em classe. A validação das possíveis hipóteses levantadas na fase inicial da pesquisa implicou na confrontação das análises a priori e a posteriori.

2.2. Percurso metodológico

A pesquisa teve por base as dificuldades na construção de gráficos de funções apresentadas pelos alunos calouros do curso de Engenharia Civil do segundo semestre de 2005 da UFRN.

Na primeira aula realizada em 15/08/05 aplicamos um teste de sondagem com 8 questões que versavam sobre as funções: constante, do 1º e 2º graus, definidas por várias sentenças, as trigonométricas e a exponencial, cujo objetivo do teste era verificar o conhecimento dos alunos adquiridos no ensino médio. Usamos o registro de representação escrita simbólica.

Após a análise à priori do teste, constatamos várias dificuldades em domínio, imagem, período, valor de uma função, proporção entre as medidas dos eixos das abscissas e ordenadas, distinção entre curva e reta, crescimento e decrescimento.

Ao iniciar o estudo de Limite, continuidade e derivabilidade de funções, realizamos um estudo completo sobre cada uma das funções citadas no qual destacamos as propriedades e gráficos de cada uma. Após 30 horas de atividades, foi realizada a primeira avaliação que constava de cinco questões sendo uma de funções definidas por várias sentenças e outra de função trigonométrica. Na análise à posteriori da primeira avaliação, apesar do grau de dificuldades dos gráficos ter aumentado, a nossa perspectiva era de melhoria no rendimento dos alunos.

Com o objetivo de sanar as dificuldades, realizamos a primeira atividade extra-classe que constava de oito questões divididas em duas avaliações cada uma com quatro questões e cada uma com um registro de representação diferente. A mudança de registro foi para que pudéssemos identificar em qual o aluno tem melhor rendimento. Na aplicação da atividade, cada metade da turma respondeu um tipo de avaliação.

Em seguida, ministramos 30 horas/aulas sobre a Derivada de uma função e suas aplicações, momento em que destacamos os esboços de curvas, usando as ferramentas do cálculo. A segunda avaliação constava de uma questão sobre esboço de curvas.

Nossa perspectiva era que as ferramentas do cálculo melhorassem o conhecimento dos alunos acerca do tema em questão. A partir daí foi aplicada a segunda atividade extra-classe cujo objetivo, como já dissemos, era sanas as dificuldades apresentadas pelos alunos.

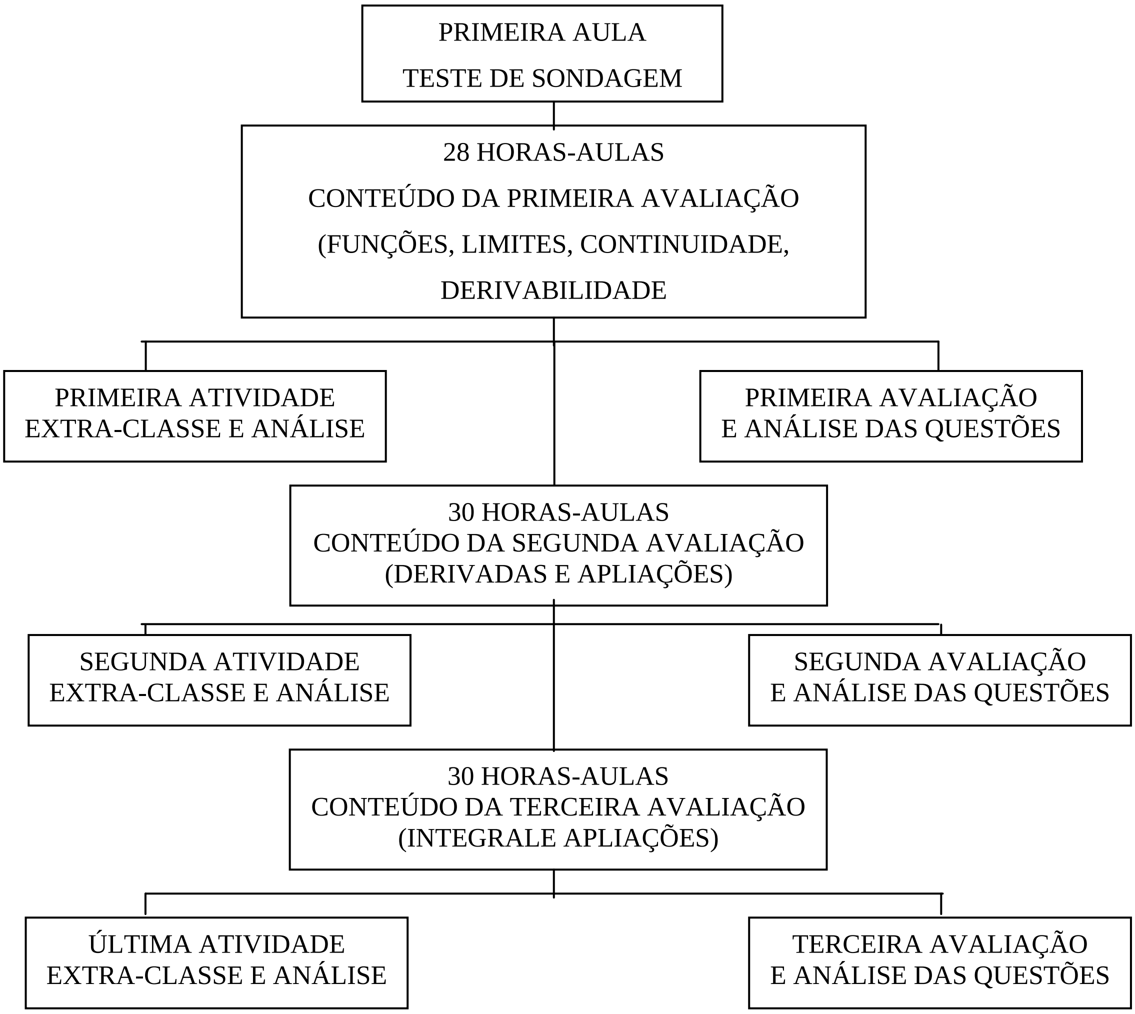
O trabalho foi finalizado após ministrarmos 30 horas/aulas do conteúdo sobre a integral e suas aplicações. Após essa etapa, ocorreu a terceira avaliação, em 14/12/05, que constou de três questões sobre construção de gráfico de funções relacionadas a área entre curvas, comprimento de arco e volume de revolução. Em seguida, realizamos a última atividade extra-classe para conclusão do trabalho.

A partir da experimentação e das análises realizadas (à priori e à posteriori), procuramos identificar os obstáculos epistemológicos e didáticos, considerando que, a partir desse momento, seria possível estabelecermos alguns pontos para uma reflexão mais ampliada sobre o ensino de funções e a construção de seus gráficos. Nesse sentido, foi possível apontarmos para o ensino de funções e gráficos as seguintes recomendações:

- apresentar os diversos tipos de representação;
- usar papel quadriculado ou milimetrado;
- destacar as propriedades de cada uma das funções e usar as tabelas apenas como apoio.

Tais recomendações tiveram como finalidade principal contribuir para a superação de algumas dificuldades, tanto do professor como dos alunos durante as atividades de ensino e aprendizagem dos aspectos conceituais relacionados às funções e seus gráficos.

2.3. Fluxograma das atividades realizadas



Fluxograma 1 – Teste de sondagem, avaliações e atividades extra-classes realizadas pelos alunos do curso de engenharia, segundo semestre de 2005.

3

INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA E ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS

Neste capítulo descrevemos a intervenção pedagógica realizada com os alunos de engenharia civil em todo o seu percurso buscando descrever, classificar e analisar os vários tipos de erros apresentados por esses alunos durante o segundo semestre de 2005. Para alcançar os objetivos previstos para este capítulo nos apoiamos nas concepções referentes aos obstáculos epistemológicos e didáticos, já discutidos anteriormente.

3. 1. Análise a priori do teste

Ao elaborar o teste de sondagem para ser aplicado na primeira aula da disciplina, com o objetivo de verificar as dificuldades existentes sobre o esboço de gráficos de funções, escolhemos as funções: constante, afim, quadrática, definidas por várias sentenças, as trigonométricas e a exponencial.

A ordem da escolha deveu-se ao fato de as funções do primeiro e segundo grau serem as mais estudadas na oitava série do ensino fundamental e no ensino primeiro ano do ensino médio. Além disso, as mesmas têm uma importância fundamental para a interpretação de conceitos, propriedades e problemas estudados em física, pelos estudantes de engenharia.

Nossa expectativa era que as maiores dificuldades ocorressem nas funções: definidas por várias sentenças, nas trigonométricas e na exponencial. Participaram deste teste de sondagem 38 alunos do curso de Engenharia Civil 2005.2.

A seguir apresentamos a análise de cada questão do teste.

01) Esboce o gráfico da função $y = 4$. $D = \Re$

- 16 alunos esboçaram corretamente o gráfico;
- 2 alunos não responderam à questão;
- 15 alunos apresentaram dificuldades em domínio de uma função, pois esboçaram o gráfico da função em R^+;
- 4 alunos esboçaram o gráfico como sendo um ponto. A dificuldade é não ter dependência entre os valores x e y;
- um aluno afirmou: "Não posso fazer o gráfico porque não conheço a equação que define a função". A dificuldade é não ter dependência entre os valores x e y.

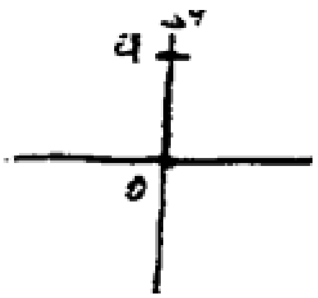


Gráfico 1 - Gráfico de $y = 4$

Obstáculos Epistemológico

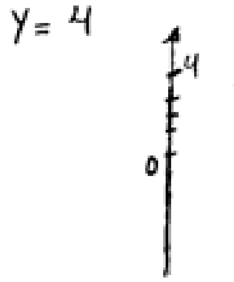


Gráfico 2 - Gráfico de $y = 4$

Obstáculos Epistemológico

02) Esboce o gráfico da questão $y = 3x - 1$. $D = \Re$

- 23 alunos esboçaram corretamente o gráfico;

Obs.: Um dos 23 alunos construiu a tabela atribuindo valor para y e encontrando valor para x.

- 1 aluno não respondeu a questão;
- 3 esboçaram o gráfico de $y = 3x + 1$ corretamente. A dificuldade é a falta de atenção;

- 3 alunos esboçaram o gráfico como sendo uma reta que passa pela origem. A dificuldade é a diferença entre função linear e afim. (Obstáculos epistemológicos);
- 6 alunos apresentaram dificuldade em domínio de uma função, pois esboçaram o gráfico da função em R^+;
- um aluno usou 6 pontos para esboçar o gráfico da reta, o traçado parece uma curva. A dificuldade é o uso do papel branco. (Obstáculos didáticos);
- um aluno esboçou o gráfico da função pelo ponto $(-1,0)$ que não pertence à reta. (Obstáculos epistemológicos);

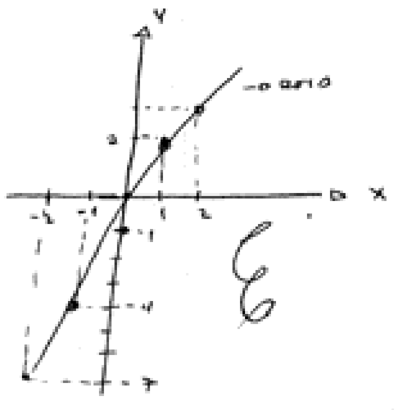


Gráfico 3 - Gráfico de $y = 3x - 1$
Obstáculos epistemológico e didático

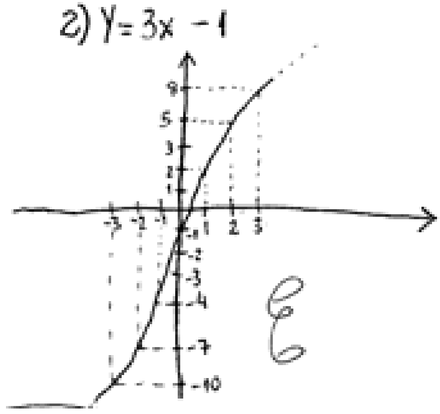


Gráfico 4 - Gráfico de $y = 3x - 1$
Obstáculos epistemológico e didático

03) Esboce o gráfico da questão $y = x^2 - 9$.

- 16 alunos esboçaram corretamente o gráfico;
- 2 alunos não responderam a questão;
- 4 alunos apresentaram dificuldades em domínio de uma função, pois esboçaram o gráfico da função em R^+;
- 2 alunos esboçaram o gráfico como uma reta. A dificuldade é não distinguir curva de reta;

- 7 alunos apresentaram dificuldades em encontrar a interseção da função com o eixo x;
- 2 alunos apresentaram o erro de proporção (diferentes escalas nos eixos);
- um aluno não esboçou o gráfico pedido, parece saber que o gráfico da função é uma parábola;
- 2 alunos apresentaram dificuldades em encontrar interseção com o eixo y;
- 2 alunos apresentaram dificuldades em imagem da f pois restringiram a imagem ao intervalo $-9 \le y \le 0$.

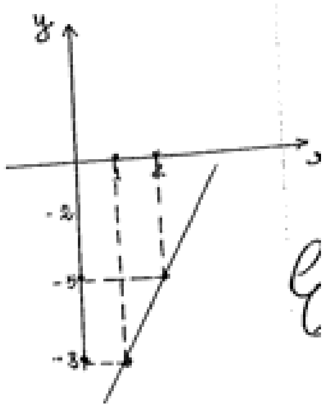


Gráfico 5 - Gráfico de $y = x^2 - 9$

Obstáculos epistemológico e didático

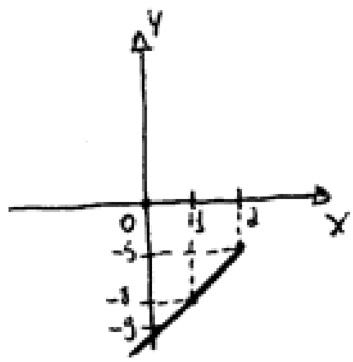


Gráfico 6 - Gráfico de $y = x^2 - 9$

Obstáculos epistemológico e didático

04) Esboce o gráfico da função $y = x^2 - 5x + 6$. $D = \Re$

- 5 alunos responderam corretamente a questão;
- 2 alunos não responderam à questão;
- 3 alunos esboçaram o gráfico da parábola como uma reta. A dificuldade é não distinguir uma curva de uma reta;
- 5 alunos esboçaram o gráfico da parábola tocando o eixo das abscissas em dois pontos. A dificuldade é a relação entre os zeros da função e o discriminante;

- 4 alunos esboçaram o gráfico, restringindo a imagem. A dificuldade é em imagem de uma função;
- 2 alunos inverteram a concavidade da parábola. A dificuldade é em estudo da concavidade;
- 2 alunos determinaram pontos que não pertencem respectivamente à parábola. A dificuldade é em valor de uma função;
- 3 alunos apresentaram erros no encontrar a interseção com o eixo x. A dificuldade é encontrar os zeros de uma função;
- 6 alunos cometeram erros ao encontrar a interseção da parábola com o eixo y. A dificuldade é encontrar a interseção da curva com os eixos;
- um aluno confeccionou apenas uma tabela e comentou: “Tenho dificuldade em gráfico de função”;
- 4 alunos cometeram erros na determinação do vértice da parábola;
- 4 alunos restringiram o gráfico a uma pequena parte do domínio. A dificuldade é em domínio de função;
- um aluno não esboçou o gráfico pedido. Parece lembrar que a parábola tema a concavidade voltada para cima.

Obs.: A soma dos alunos é maior que 38, pois o mesmo aluno cometeu mais de um erro na questão.

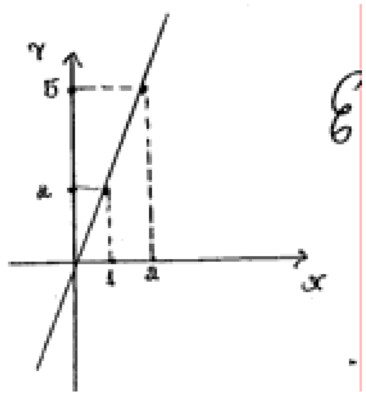


Gráfico 7 - Gráfico de $y = x^2 - 5x + 6$

Obstáculos epistemológico e didático

05) Esboce o gráfico de $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & se \quad x \geq 2 \\ 2x & se \quad x < 2 \end{cases}$.

- 4 alunos esboçaram corretamente a questão;
- 9 alunos não responderam à questão.

Obs.: um aluno comentou: “Nunca fiz exercício deste tipo”.

- 7 alunos esboçaram o gráfico de f como uma reta. A dificuldade é não distinguir os graus dos polinômios;
- 4 alunos esboçaram o gráfico da reta e da parábola separadamente. A dificuldade é que o aluno vê a função como duas;
- 6 alunos esboçaram o gráfico da f unindo à reta a parábola. A dificuldade é que a maioria das funções é dada por apenas uma sentença;
- 2 alunos esboçaram apenas o gráfico da parábola. A dificuldade é que o aluno vê a função como duas;
- 3 alunos esboçaram apenas o gráfico da reta. A dificuldade é que o aluno vê a função como duas;
- um aluno esboçou o gráfico da f como um intervalo na da reta vertical $x = 2(3 \leq y \leq 4)$. A dificuldade está no gráfico dos intervalos em que é usada mais de uma sentença;
- um aluno apresentou dificuldades em domínio, imagem e valor de uma função;
- um aluno apresentou dificuldade em domínio de uma função.

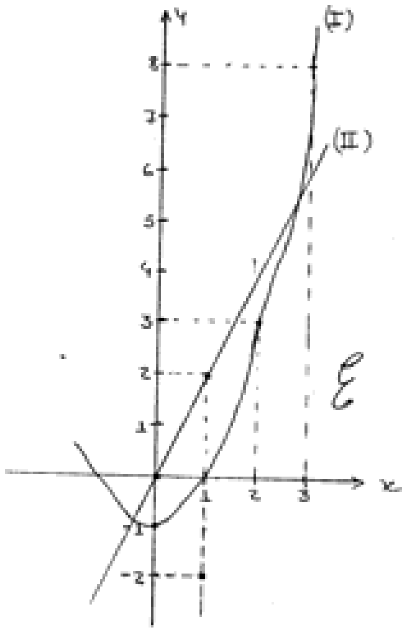


Gráfico 8 - Gráfico de $f(x)=\begin{cases} x^2-1, & se \quad x \geq 2 \\ 2x & se \quad x < 2 \end{cases}$

Obstáculos epistemológico, ontogênico e didático

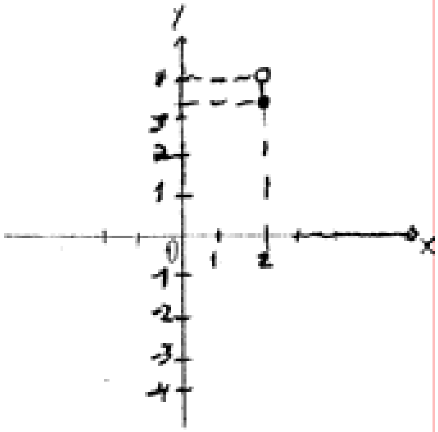


Gráfico 9 - Gráfico de $f(x)=\begin{cases} x^2-1, & se \quad x \geq 2 \\ 2x & se \quad x < 2 \end{cases}$

Obstáculos epistemológico, ontogênico e didático

06) Esboce o gráfico de $y=\cos x$. $D=\Re$

- 15 alunos responderam corretamente a questão;
- 11 alunos não responderam à questão;
- 2 alunos esboçaram o gráfico do seno. A dificuldade é não distinguir os gráficos do seno e cosseno;
- 3 alunos esboçaram o gráfico parecido com o cosseno. A dificuldade é decorar os gráficos das funções trigonométricas, deixando de lado as propriedades da curva, como valor de uma função, domínio, período, imagem, etc.;
- 2 alunos esboçaram o gráfico do cosseno como duas retas.

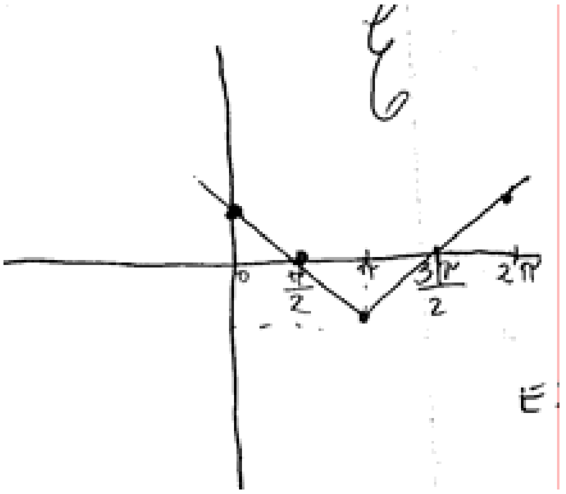


Gráfico 10 - Gráfico de $y = \cos x$

Obstáculo epistemológico

A dificuldade é esboçar o gráfico usando apenas $f(0)$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$, $f(\pi)$, $f\left(\frac{3\pi}{2}\right)$ e $f(2\pi)$.

(Obstáculos epistemológicos)! Vem do fato que a maioria dos gráficos que o aluno aprendeu são retas;

- um aluno traçou o seguinte gráfico:

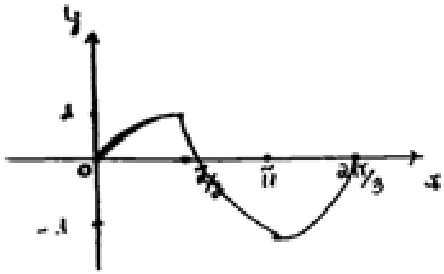


Gráfico 11 - Gráfico de $y = \cos x$

Obstáculos epistemológico

O aluno apresentou as seguintes dificuldades:

1. Valor de uma função;
2. Decorar gráfico das funções trigonométricas;
3. Proporção entre as medidas.

- um aluno esboçou o gráfico coma concavidade voltada para baixo

de 0 a π e o gráfico de uma reta de π a 2π. A dificuldade é: as regiões de crescimento e decrescimento da função;

- 3 alunos elaboraram tabelas erradas, sendo que 2 alunos construíram os gráficos errados e um não construiu o gráfico;

x	y
1	0
$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
0	1
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
-1	0

Quadro 1 - Tabela $y = \cos x$

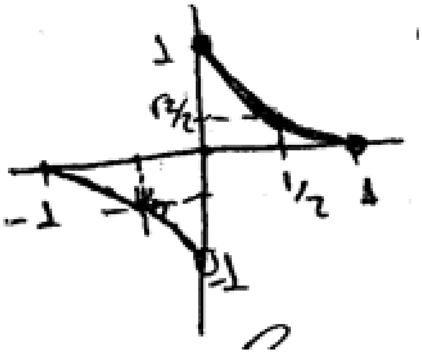


Gráfico 12 - Gráfico de $y = \cos x$

Obstáculos epistemológico

x	y
0	0 ou -1
1	0
-1	0

Quadro 2 – Tabela $y = \cos x$

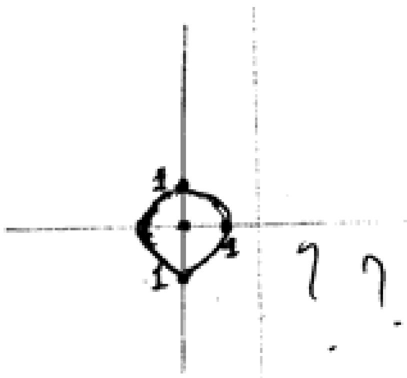


Gráfico 13 - Gráfico de $y = \cos x$

Obstáculos epistemológico

As dificuldades foram:

1. Valor de uma função;
2. Associar gráfico da função circular a um círculo;
3. Não conhecer o gráfico da função cosseno.

07) Esboce o gráfico de $y = senx + 1 . D = \Re$

- 13 alunos esboçaram o gráfico corretamente;
- 17 alunos não responderam a questão;

- 2 alunos esboçaram o gráfico do seno. A dificuldade é conhecer o gráfico de cada função trigonométrica e suas propriedades;
- 2 alunos confeccionaram errada a tabela e conseqüentemente os gráficos;

Os outros três restantes comentaram que não sabiam como fazer ou tinham dificuldade. Outros lembravam como se fazia, mas não sabiam fazer.

x	y
1	2
$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}+1$
0	1
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}+1$
-1	0

Quadro 3 – Tabela $y = senx + 1$

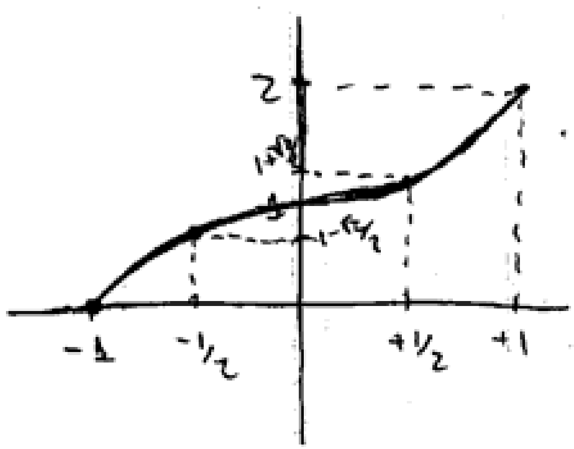


Gráfico 14 - Gráfico de $y = senx + 1$

Obstáculos epistemológico

x	y
0	+1=2 ou - 1+1=0
1	0+1=1
-1	0+1=1

Quadro 4 – Tabela $y = senx + 1$

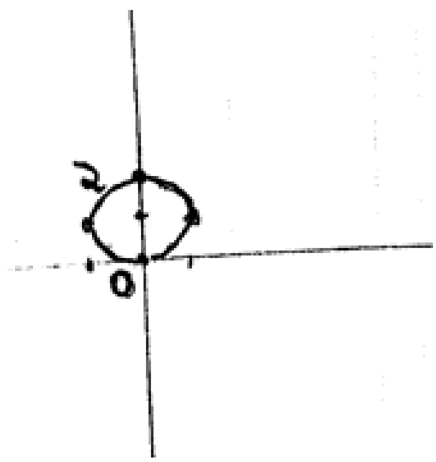


Gráfico 15 - Gráfico de $y = senx + 1$

Obstáculos epistemológico

As dificuldades apresentadas foram referentes ao valor de uma função e no que diz respeito a associar o gráfico de uma função circular a um círculo.

- um aluno, entretanto, confeccionou apenas a tabela erradamente. A dificuldade é valor de uma função.

x	
-1	1
0	2
1	1
0	0

Quadro 5 – Tabela $y = senx + 1$

- um aluno acertou o gráfico de $\frac{\pi}{2}$ a 2π, mas de acordo com a tabela parecem desconhecer os valores de $sen\frac{\pi}{6}$, $sen\frac{\pi}{4}$ e $sen\frac{\pi}{3}$, conclusões tiradas do gráfico e da tabela. As dificuldades são em valor de uma função e a proporção entre abscissa e ordenada.

x	*senx*	*senx + 1*
$\frac{\pi}{6}$		
$\frac{\pi}{4}$		
$\frac{\pi}{3}$		
$\frac{\pi}{2}$	1	2
π	0	0
$\frac{3\pi}{2}$	-1	0
2π	0	1

Quadro 6 – Tabela $y = senx + 1$

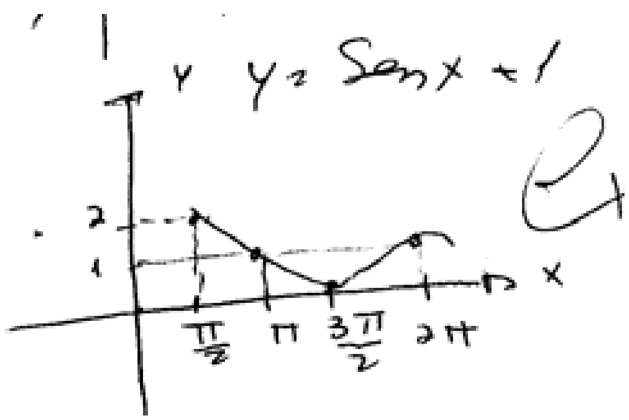


Gráfico 16 - Gráfico de $y = senx + 1$
Obstáculo didático

- um aluno confeccionou o gráfico:

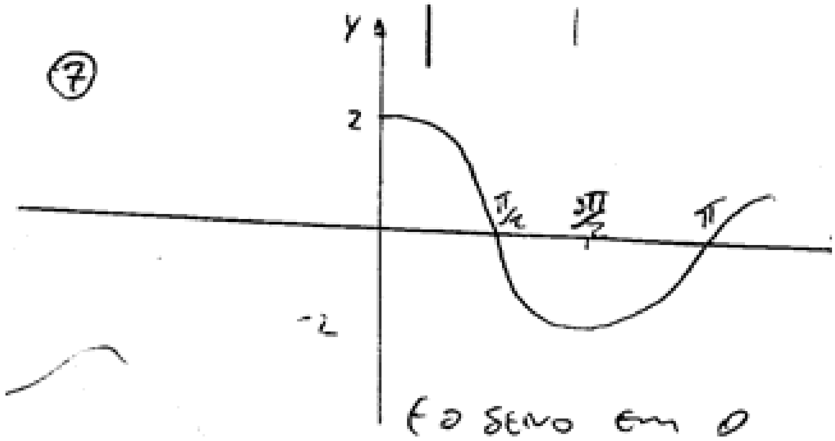


Gráfico 17 - Gráfico de $y = senx + 1$

Obstáculos epistemológico

Deste gráfico tiramos a seguintes conclusões: $sen\,0 + 1 = 2$, $sen\,\frac{\pi}{2} + 1 = 0$, $sen\pi + 1 = 0$, $sen\,\frac{3\pi}{2} + 1 = -2$. A dificuldade é valor de uma função;

- um aluno esboçou um gráfico parecido com uma função trigonométrica. (Veja):

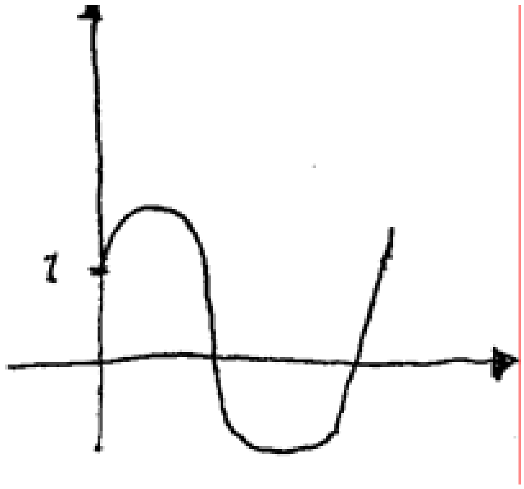


Gráfico 18 - Gráfico de $y = senx + 1$
Obstáculos epistemológico e didático

08) Esboce o gráfico de $y = e^x$. $D = \Re$

- 3 alunos esboçaram corretamente o gráfico;
- 24 alunos não responderam à questão.

Os outros sete alunos comentaram que não sabiam a exponencial, não sabiam como fazer, tinham dificuldade com logaritmos ou não lembravam. Um dos alunos afirmou não lembrar o valor de e para poder dar valores a x teria que lembrar desse valor. Dois deles, inclusive, esboçaram o gráfico de $f(x) = e^x$ como uma reta;

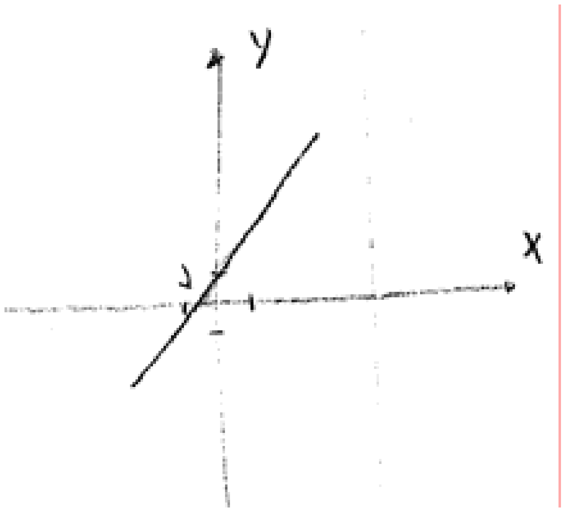


Gráfico 19 - Gráfico de $y = e^x$

Obstáculos epistemológico

A dificuldade é que a função corta o eixo do x.

- um aluno apresentou o gráfico da função como 3 pontos (veja gráfico). A sua dificuldade foi determinar um valor para a função e perceber que o gráfico da exponencial é uma curva.

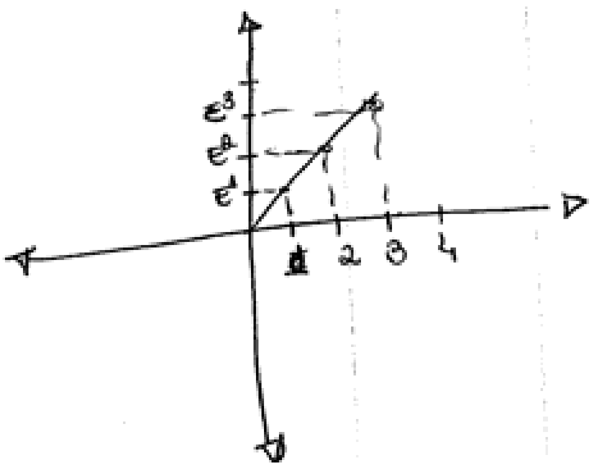


Gráfico 20 - Gráfico de $y = e^x$
Obstáculos epistemológico e didático

As dificuldades são:

1. $e^0 = 0$;
2. Proporção entre as medidas do eixo das abscissas e das ordenadas.

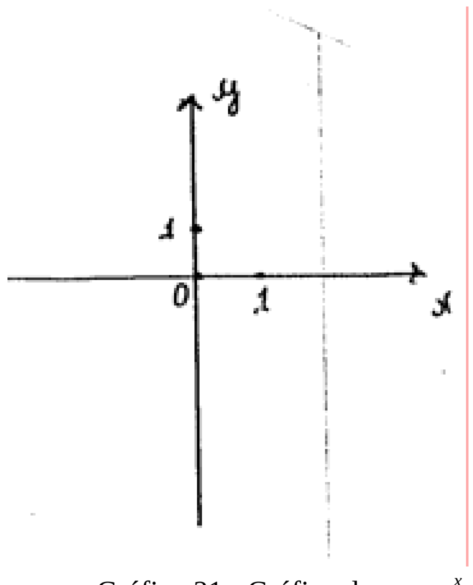


Gráfico 21 - Gráfico de $y = e^x$
Obstáculos epistemológico

Comentário do aluno: “A letra e pode assumir qualquer valor, logo a reta dessa função será paralela ao eixo y”.

- um aluno esboçou o gráfico de f em R^+. A dificuldade é domínio de uma função;

- um aluno esboçou o gráfico da função como uma função constante (veja gráfico 23) em R^{+}. As dificuldades são em domínio de uma função e que o gráfico a exponencial não é uma curva;

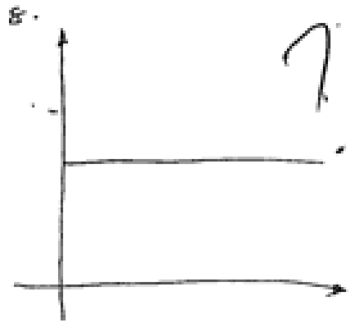


Gráfico 22 - Gráfico de $y = e^{x}$
Obstáculos epistemológico

- 2 alunos calcularam corretamente as tabelas, mas esboçaram os gráficos erradamente. As dificuldades são:

1. Em domínio de uma função;
2. O gráfico da exponencial é uma curva que corta apenas o eixo y;
3. Proporção entre as medidas do eixo das abscissas e do eixo da ordenadas.

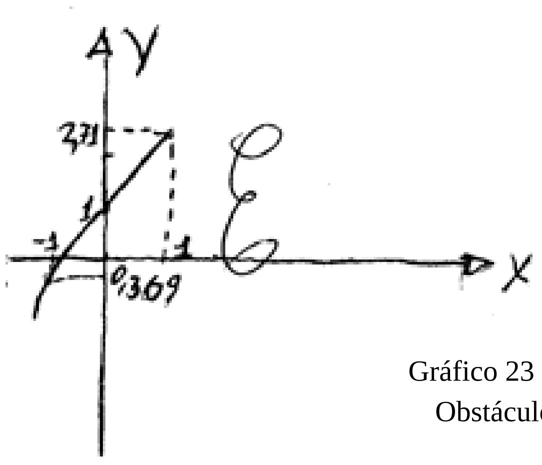


Gráfico 23 - Gráfico de $y = e^{x}$
Obstáculos epistemológico

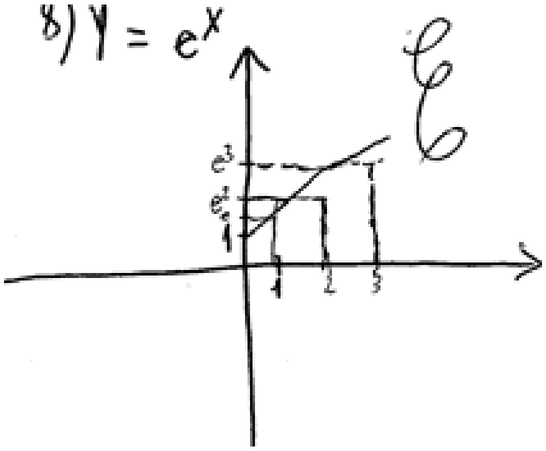


Gráfico 24 - Gráfico de $y = e^x$
Obstáculos epistemológico e didático

- um aluno esboçou o gráfico de $\frac{1}{x}$ para $x > 0$. As dificuldades são em domínio de uma função e distinguir a e^x de $\frac{1}{x}$.

3.2. Análise a posteriori da primeira avaliação

Após ministrar os conteúdos de funções e seus gráficos, limite, continuidade e derivabilidade, aplicamos a primeira avaliação que constava de duas questões sobre gráficos: uma questão de função definida por várias sentenças na qual pedimos que estudassem a continuidade e esboçassem o seu gráfico, e uma questão em que pedimos para esboçarem o gráfico de uma função trigonométrica. As questões foram assim distribuídas:

- 11 questões do tipo $g(x) = \begin{cases} |x-3|, & se \quad x \neq 3 \\ 5, & se \quad x = 3 \end{cases}$;
- 11 questões do tipo $g(x) = \begin{cases} x^2 + 3x, & se \quad x \leq 1 \\ 5x - 1, & se \quad x > 1 \end{cases}$;
- 21 questões do tipo $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & se \quad x \leq 2 \\ 2x^2 - 5, & se \quad x > 2 \end{cases}$;
- 11 questões do tipo $h(x) = 2\cos(x + \pi)$;

- 11 questões do tipo $h(x) = 2sen3x$;
- 11 questões do tipo $f(x) = -4senx$;
- 10 questões do tipo $z(x) = 3\cos 2x$.

Apesar do grau de dificuldade das questões ter aumentado, esperamos uma melhora no desempenho dos alunos. Porém os obstáculos epistemológicos e didáticos ainda continuaram a aparecer.

A seguir apresentaremos a análise de cada questão descrita acima.

01) Esboce o gráfico da função $g(x) = \begin{cases} |x-3|, & se \quad x \neq 3 \\ 5, & se \quad x = 3 \end{cases}$.

- 6 alunos responderam corretamente a questão;
- 4 alunos responderam parcialmente a questão cometendo algum tipo de erro.
- um aluno cometeu vários erros.

Dos alunos que responderam parcialmente a questão e o aluno que cometeu vários erros, destacamos os seguintes gráficos para análises.

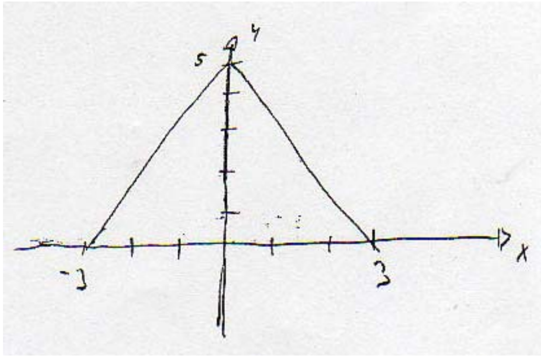


Gráfico 25 - Gráfico de $g(x) = \begin{cases} |x-3|, & se \quad x \neq 3 \\ 5, & se \quad x = 3 \end{cases}$

Obstáculos epistemológico e didático

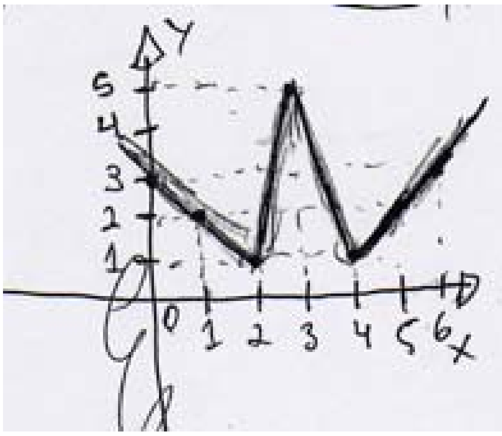


Gráfico 26 - Gráfico de $g(x) = \begin{cases} |x-3|, & se \quad x \neq 3 \\ 5, & se \quad x = 3 \end{cases}$

Obstáculos epistemológico e didático

02) Esboce o gráfico da função $g(x) = \begin{cases} x^2 + 3x, & se \quad x \leq 1 \\ 5x - 1, & se \quad x > 1 \end{cases}$.

- 2 alunos responderam corretamente a questão;
- 9 alunos responderam parcialmente a questão cometendo algum tipo de erro, destes destacamos os seguintes gráficos para análise.

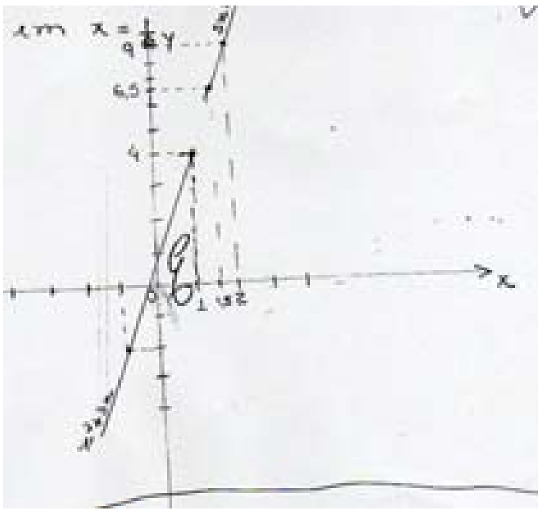


Gráfico 27 - Gráfico de $g(x) = \begin{cases} x^2 + 3x, & se \quad x \leq 1 \\ 5x - 1, & se \quad x > 1 \end{cases}$

Obstáculos epistemológico

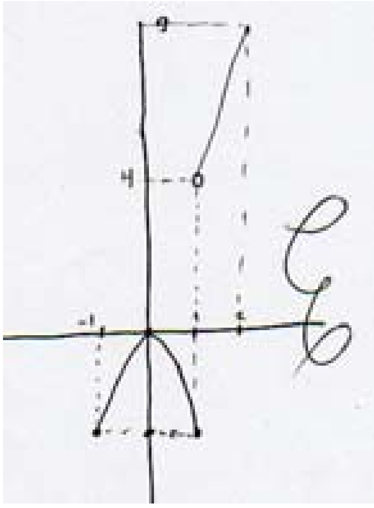


Gráfico 28 - Gráfico de $g(x)=\begin{cases} x^2+3x, & se \quad x\le 1 \\ 5x-1, & se \quad x>1 \end{cases}$

Obstáculo epistemológico

03) Esboce o gráfico da função $f(x)=\begin{cases} 2x-1, & se \quad x\le 2 \\ 2x^2-5, & se \quad x>2 \end{cases}$.

- 12 alunos responderam corretamente a questão;
- 2 alunos não responderam a questão;
- 7 alunos responderam parcialmente a questão mas cometeram algum tipo de erro.

Dos alunos que responderam a questão parcialmente, mas cometeram algum tipo destacamos os seguintes gráficos para análises.

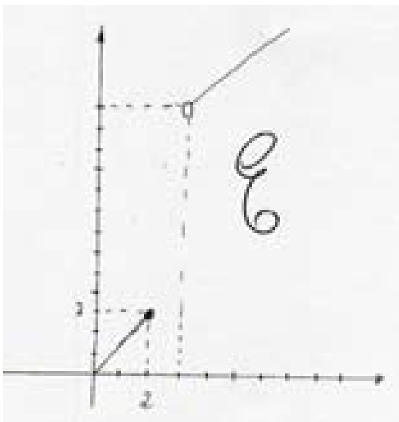


Gráfico 29 - Gráfico de $f(x)=\begin{cases} 2x-1, & se \quad x\le 2 \\ 2x^2-5, & se \quad x>2 \end{cases}$

Obstáculos epistemológico

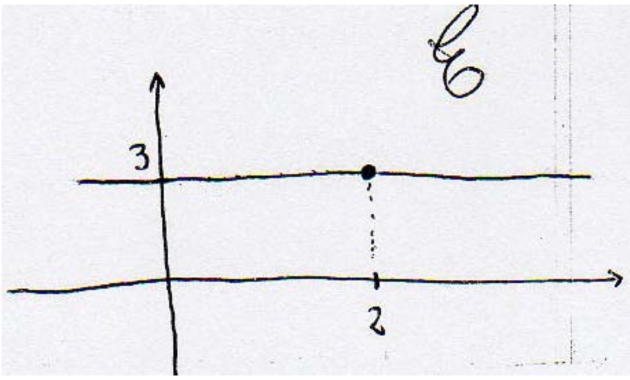


Gráfico 30 - Gráfico de $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & se \quad x \leq 2 \\ 2x^2 - 5, & se \quad x > 2 \end{cases}$
Obstáculos epistemológico e didático

04) Esboce o gráfico da função $h(x) = 2\cos(x + \pi)$.

- 6 alunos responderam corretamente a questão.
- 1 aluno respondeu parcialmente a questão cometendo algum tipo de erro.
- 4 alunos cometeram vários erros.

Dos alunos que responderam parcialmente a questão e os alunos que cometeram vários erros, destacamos os seguintes gráficos para análises.

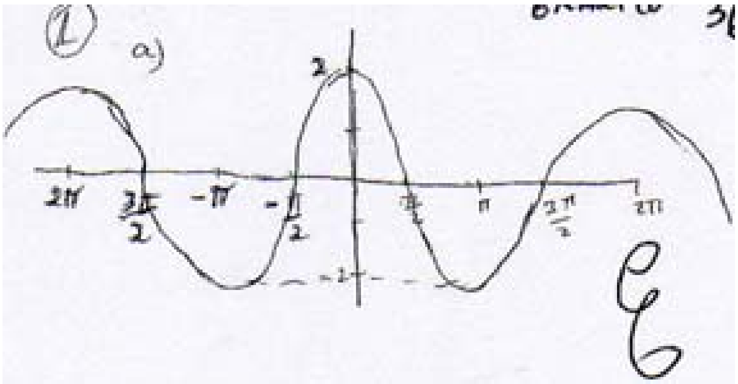


Gráfico 31 - Gráfico de $h(x) = 2\cos(x + \pi)$
Obstáculos epistemológico

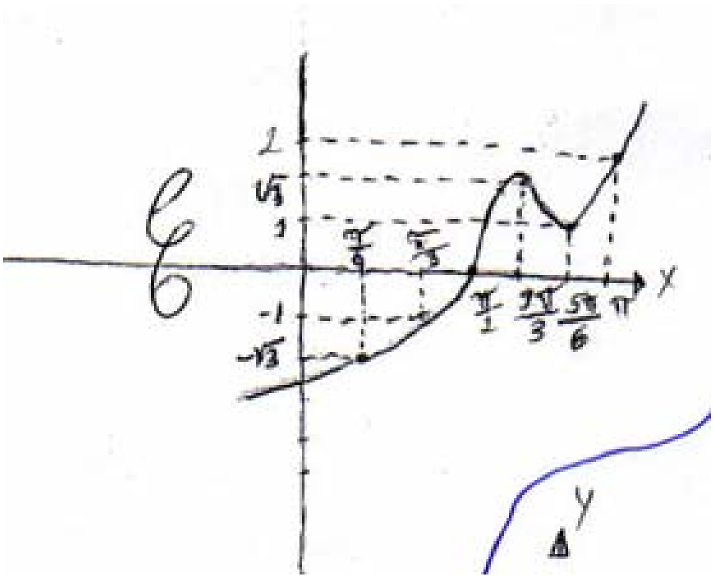


Gráfico 32 - Gráfico de $h(x) = 2\cos(x + \pi)$
Obstáculos epistemológico

05) esboce o gráfico da função $h(x) = 2sen3x$.

- 2 alunos responderam corretamente a questão.
- 2 alunos acertaram parcialmente a questão, mas cometeram algum tipo de erro.
- 7 alunos cometeram vários erros.

Dos alunos que responderam parcialmente a questão e os alunos que cometeram vários erros, destacamos os seguintes gráficos para análises.

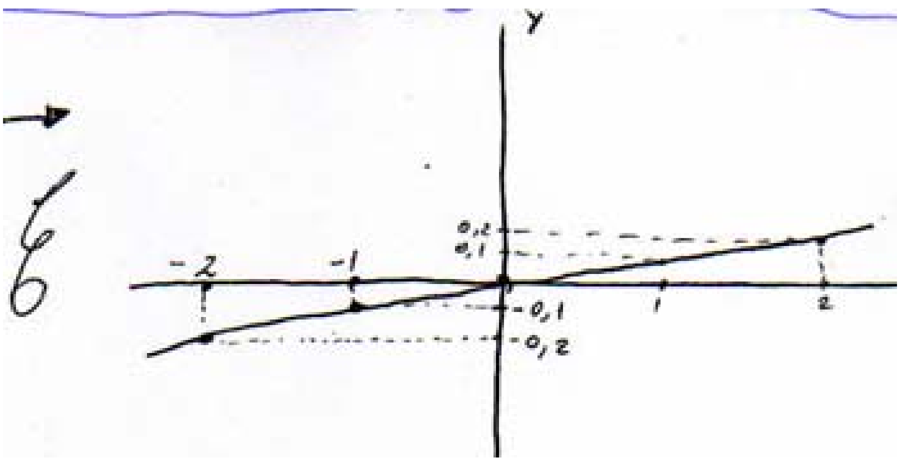


Gráfico 33 - Gráfico de $h(x) = 2sen3x$
Obstáculos epistemológico e didático

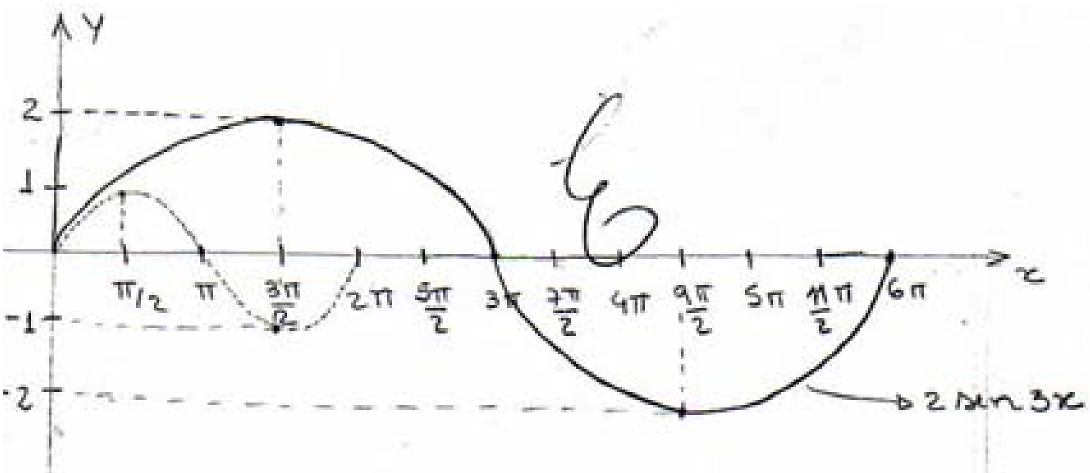


Gráfico 34 - Gráfico de $h(x) = 2sen3x$
Obstáculos epistemológico e didático

06) Esboce o gráfico da função $f(x) = -4senx$.

- 5 alunos responderam corretamente a questão.
- 2 alunos acertaram parcialmente a questão, mas cometeram algum tipo de erro.
- 4 alunos cometeram vários erros.

Dos alunos que responderam parcialmente a questão e os alunos que cometeram vários erros, destacamos os seguintes gráficos para análise.

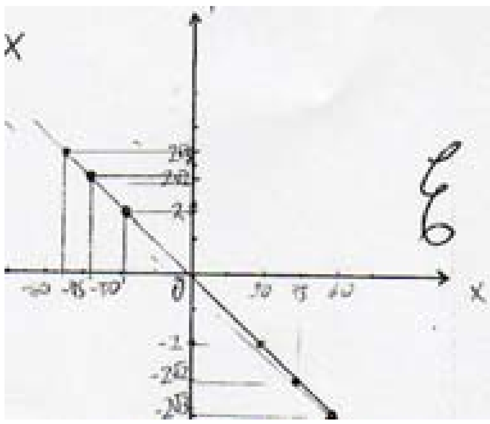


Gráfico 35 - Gráfico de $f(x) = -4senx$
Obstáculos epistemológico e didático

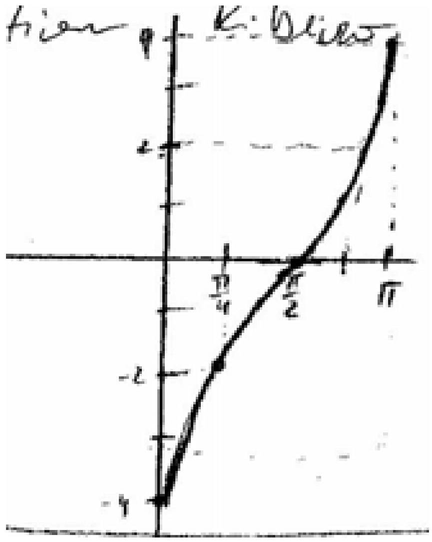


Gráfico 36 - Gráfico de $f(x) = -4senx$
Obstáculos epistemológico e didático

07) Esboce o gráfico da função $z(x) = 3\cos 2x$.

- 2 alunos responderam corretamente a questão.
- 1 aluno respondeu parcialmente a questão cometendo algum tipo de erro.
- 7 alunos cometeram vários erros.

Dos alunos que responderam parcialmente a questão e os alunos que cometeram vários erros, destacamos os seguintes gráficos para análises.

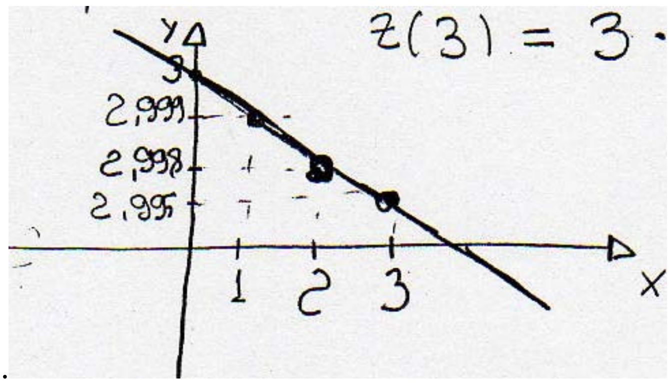


Gráfico 37 - Gráfico de $z(x) = 3\cos 2x$
Obstáculos epistemológico e didático

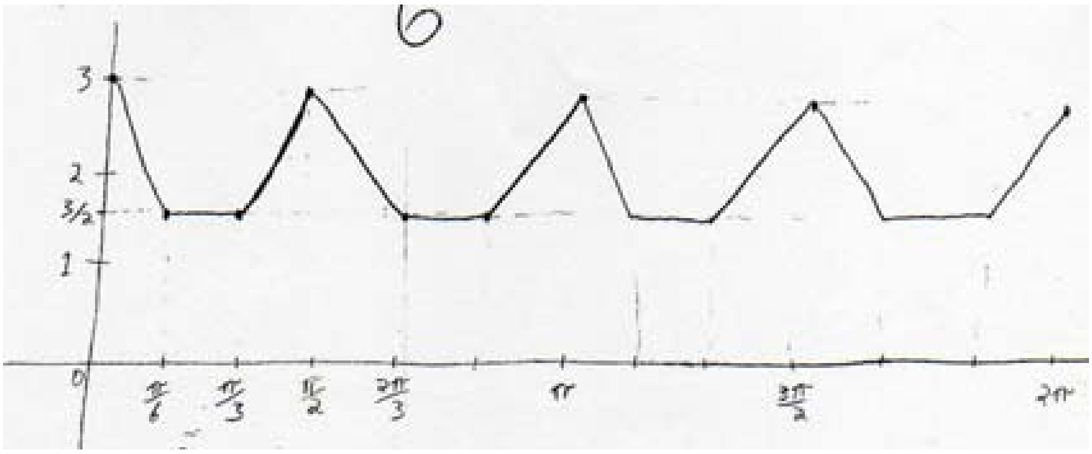


Gráfico 38 - Gráfico de $z(x) = 3\cos 2x$
Obstáculos epistemológico e didático

3.3. Análise a posteriori da 1ª atividade extra-classe.

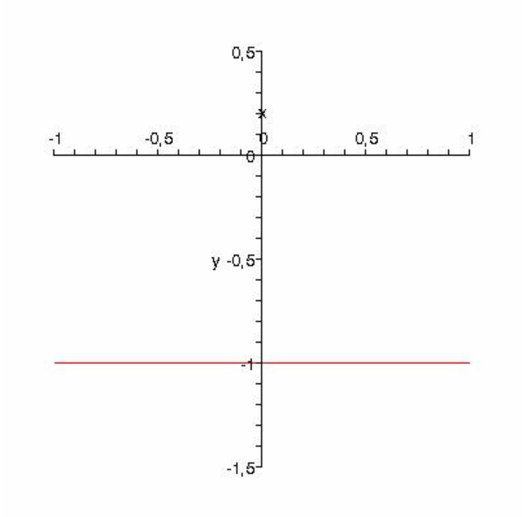
Esta atividade ocorreu no dia 29/10/05 (sábado) com dois grupos de 15 alunos assim distribuídos; de 7h às 9h (grupo 1) e 9h15min às 11h15min (grupo 2).

O primeiro grupo respondeu individualmente quatro questões para esboçar o gráfico das funções: constante, afim, quadrática e definida por varias sentenças, onde usamos dois tipos de registros: representação gráfica (11 atividades) e a representação escrita simbólica (4 atividades). O segundo grupo respondeu as mesmas questões e usamos o registro da representação escrita e simbólica (15 atividades). O objetivo de usar os dois tipos de registros é para compararmos em quais das situações os alunos apresentam melhor desempenho. Para esboçar o gráfico de cada função, foi usado o papel quadriculado para superar o obstáculo da proporção (obstáculo didático).

A seguir apresentaremos a análise das atividades realizadas pelos alunos do grupo 1.

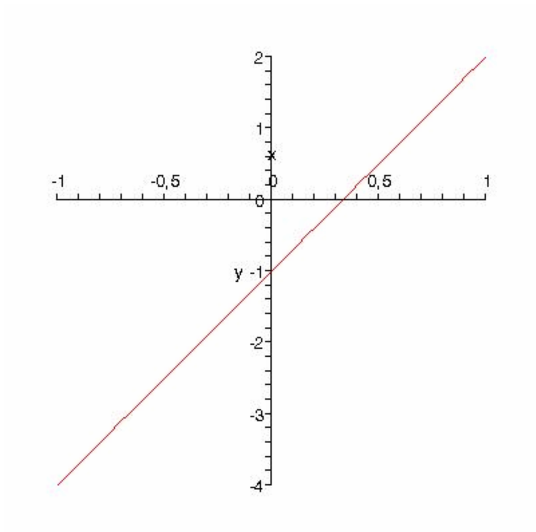
01) Escreva a equação cujo gráfico está representando

a)



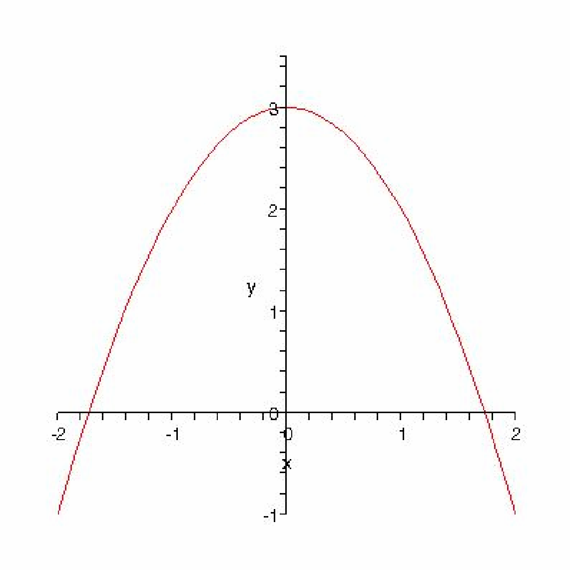
- 10 alunos responderam corretamente a questão;
- um aluno respondeu a questão errada pois escreveu a equação como sendo $y = x - 1$.

b)



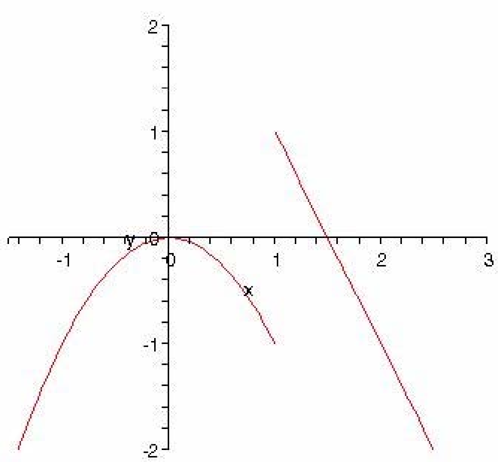
- 9 alunos responderam corretamente a questão;
- 2 alunos cometeram os seguintes erros: 1 aluno escreveu a equação $y = x^2 - 1$ e o outro escreveu $y = 2x - 1$.

c)



- 11 alunos responderam corretamente a questão.

d)



- 7 alunos responderam corretamente a questão;
- um aluno não respondeu a questão;
- 2 alunos responderam parcialmente a questão;
- um aluno cometeu o erro afirmado que a equação era $y = x^2 - 2$.

01) Esboce o gráfico da função $y = -3$. $D = \Re$

- 3 alunos responderam corretamente a questão;
- um aluno cometeu os seguintes erros: veja gráfico 39.

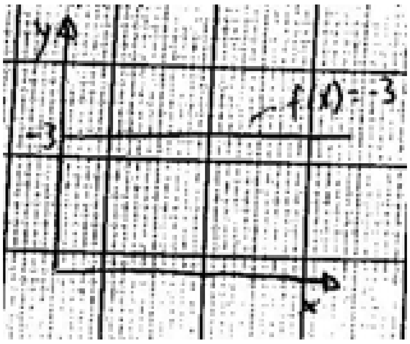


Gráfico 39 - Gráfico de $y = -3$

Obstáculos didático

02)Esboce o gráfico da função $f(x) = 3x - 5$. $D = \Re$

- 3 alunos responderam corretamente a questão;
- um aluno cometeu o seguinte erro: veja gráfico 40.

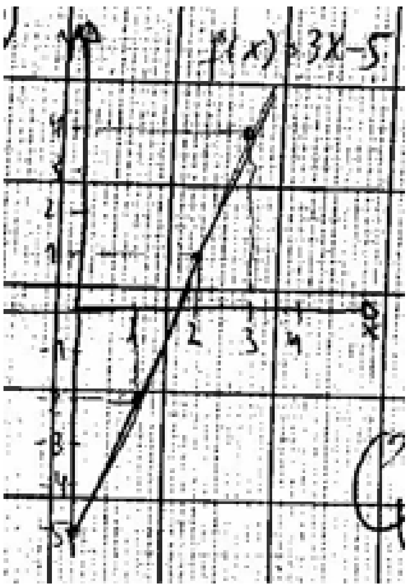


Gráfico 39 - Gráfico de $y = -3$
Obstáculos didático

03) Esboce o gráfico da função $y = -x^2 + 4$. $D = \Re$

- 4 alunos responderam corretamente a questão.

04) Esboce o gráfico da função $f(x) = \begin{cases} -2x+3 & se \quad x \geq 1 \\ -x^2 & se \quad x < 1 \end{cases}$.

- 2 alunos responderam corretamente a questão;
- 2 alunos responderam parcialmente mas cometeram erros, destes destacamos o seguinte para análise: gráfico 41.

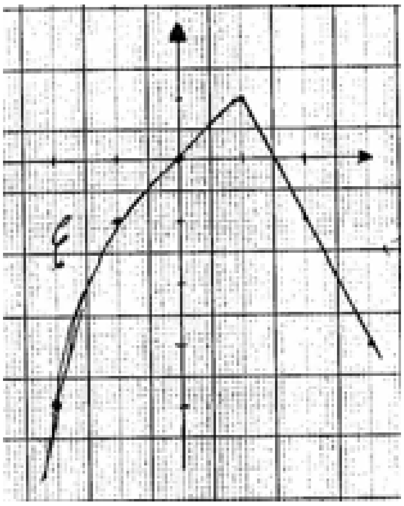


Gráfico 41 - Gráfico de $f(x) = \begin{cases} -2x+3 & se \quad x \geq 1 \\ -x^2 & se \quad x < 1 \end{cases}$

Obstáculos didático

Análise das atividades realizadas pelos alunos do grupo 2.

01) Esboce o gráfico da função $y = -3$. $D = \Re$

- 8 alunos responderam corretamente a questão;
- 5 alunos esboçaram parcialmente o gráfico;
- 2 alunos cometerem erros que destacamos para análises.

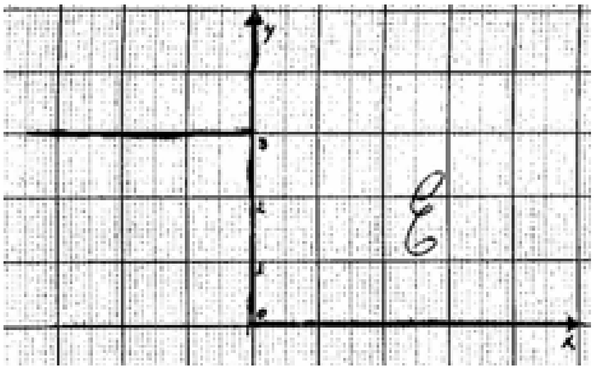


Gráfico 42 - Gráfico de $y = -3$
Obstáculos epistemológico

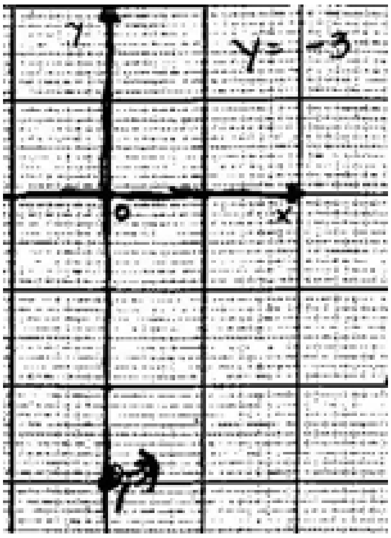


Gráfico 43 - Gráfico de $y = -3$
Obstáculos epistemológico

02)Esboce o gráfico da função $f(x) = 3x - 5$. $D = \Re$

- 13 alunos esboçaram corretamente a questão;
- 2 alunos cometeram erros que destacamos para analises.

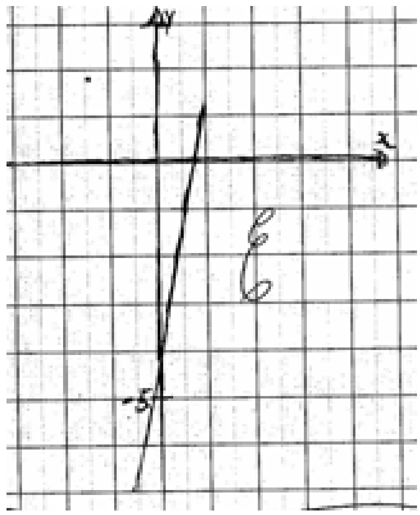


Gráfico 44 - Gráfico de $y = 3x - 5$
Obstáculos didático

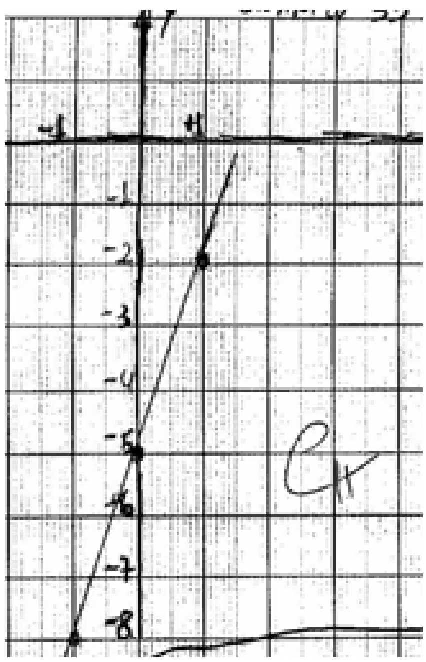


Gráfico 41 - Gráfico de $y = 3x - 5$
Obstáculos didático

03) Esboce o gráfico da função $y = -x^2 + 4$. $D = \Re$

- 10 alunos esboçaram corretamente a questão;
- 5 alunos cometeram erros que destacamos os seguintes para análises.

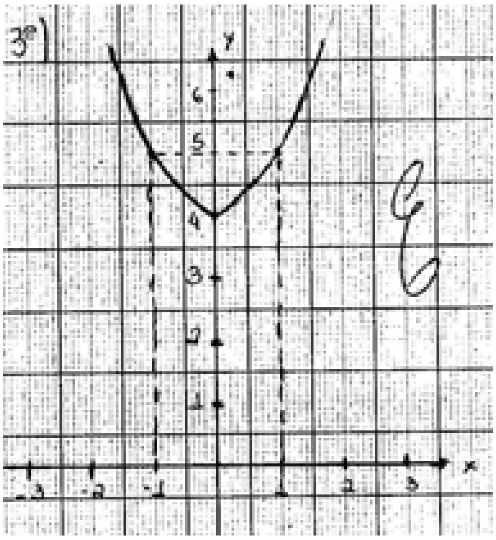


Gráfico 46 - Gráfico de $y = -x^2 + 4$
Obstáculos didático

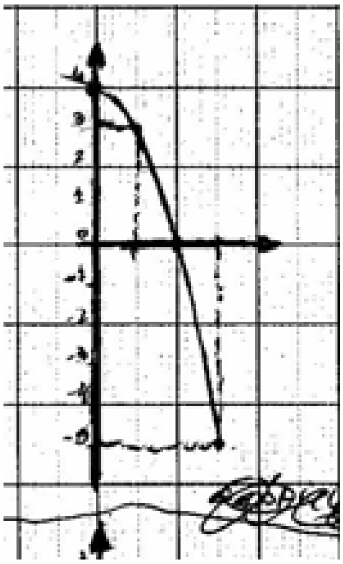


Gráfico 47 - Gráfico de $y = -x^2 + 4$
Obstáculos didático

04) Esboce o gráfico da função $f(x) = \begin{cases} -2x+3, & se \quad x \geq 1 \\ -x^2, & se \quad x < 1 \end{cases}$.

- 6 alunos responderam corretamente a questão;
- um aluno respondeu parcialmente a questão, mas cometeu erros;
- um aluno não respondeu a questão;

- 7 alunos cometeram vários erros.

Dos alunos que cometeram vários erros e do aluno que respondeu parcialmente a questão, destacamos os seguintes para análises.

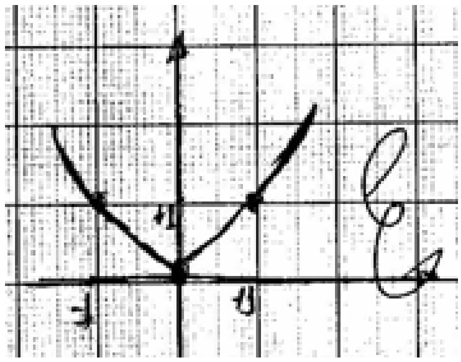


Gráfico 48 - Gráfico de $y = \begin{cases} -2x+3, & se \quad x \geq 1 \\ -x^2, & se \quad x < 1 \end{cases}$

Obstáculos epistemológico

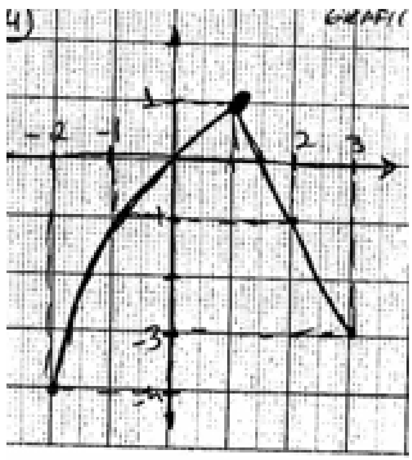


Gráfico 49 - Gráfico de $y = \begin{cases} -2x+3, & se \quad x \geq 1 \\ -x^2, & se \quad x < 1 \end{cases}$

Obstáculos didático

3.4. Análise a posteriori da 2ª avaliação

Participaram desta avaliação 42 alunos, onde uma das questões pedidas para resolução era: Esboce o gráfico da função $f(x)=\dfrac{2x-5}{x+3}$, $f(x)=\dfrac{x+1}{2x-1}$, $f(x)=\dfrac{x+2}{x-4}$ e $f(x)=\dfrac{3-x}{x+2}$. Na questão o aluno usava as ferramentas do cálculo e se pedia as seguintes informações sobre a curva:

1. Domínio;
2. Interseção com os eixos;
3. Pontos críticos;
4. Regiões de crescimento e decrescimento;
5. Máximos e mínimos (inclusive os locais);
6. $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ e $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$;
7. Estudo da descontinuidade;
8. Pontos de inflexão e concavidade.

Na análise desta questão, como a arte final (esboço do gráfico) depende de cada item, as dificuldades aparecem no cálculo dos limites laterais e no infinito, as inequações, a regra de derivação, etc. Como a questão valia 3,0 pontos (100 %), apresentaremos o percentual de acerto.

- 10 alunos acertaram de 50% a 90% da questão, destes 6 alunos esboçaram corretamente o gráfico;
- 5 alunos acertaram de 33% a 43% da questão;
- 9 alunos acertaram 23% da questão;
- 7 alunos acertaram 10% da questão;
- 11 alunos erraram 100% a questão.

Obs: Nenhuns dos 42 alunos acima acertaram o gráfico.

Dos gráficos errados destacamos os seguintes para análises;

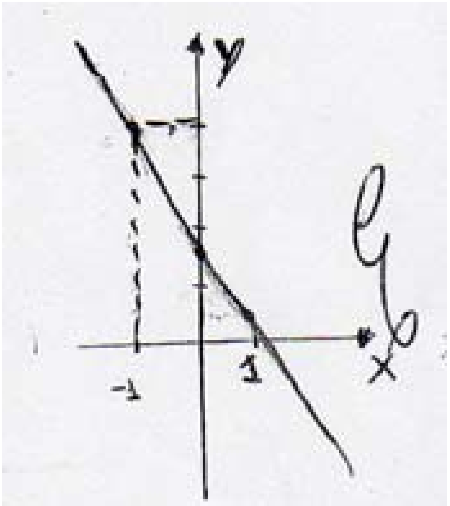


Gráfico 50 - Gráfico de $y = \dfrac{3-x}{x+2}$
Obstáculos epistemológico e didático

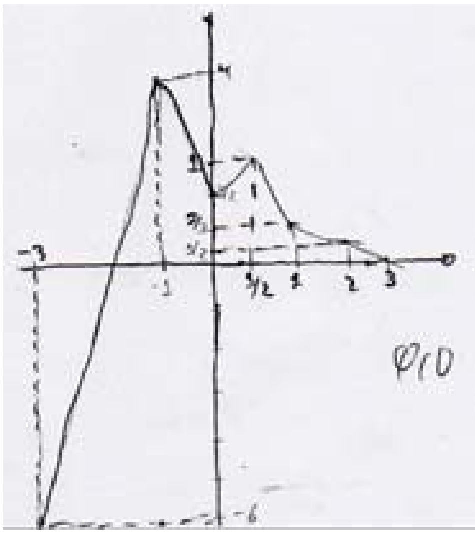


Gráfico 51 - Gráfico de $y = \dfrac{3-x}{x+2}$
Obstáculos epistemológico

3.5. Análise a posteriori da segunda atividade extra-classe

Esta atividade ocorreu no dia 26/11/2005 (sábado), com a participação de 20 alunos no setor III do Campus Universitário no horário de 8h às 11h.

O grupo de alunos respondeu individualmente quatro questões para esboçar o gráfico das funções: quadráticas, definida por várias sentenças, exponencial e trigonométrica. Usamos o registro de escrita simbólica e o registro de representação de tabelas.

Na função definida por várias sentenças, pedimos que os alunos esboçassem o gráfico de cada função, separadamente, e em seguida esboçassem o gráfico. Esperávamos que os obstáculos diminuíssem, pois considerávamos que eles já conseguiam ver cada sentença como uma função. Na função quadrática, pedimos a sua concavidade, interseção com os eixos, o seu vértice e em seguida o esboço do gráfico. Na função trigonométrica, pedimos o domínio, imagem e período. Na função exponencial foram dados os pontos da curva para em seguida o aluno identificar a curva e sua equação.

Esperávamos que os alunos apresentassem um melhor desempenho e que as dificuldades diminuam. Usamos o papel quadriculado para superar o obstáculo da proporção (obstáculo didático).

A seguir apresentamos a análise das atividades realizadas pelos alunos.

01) Esboce o gráfico da função $y = \begin{cases} 2, & se \quad x \geq 3 \\ x-1, & se \quad x < 3 \end{cases}$

- 17 alunos responderam corretamente o gráfico;
- 3 alunos cometeram erros,destes destacamos os seguintes gráficos para análise.

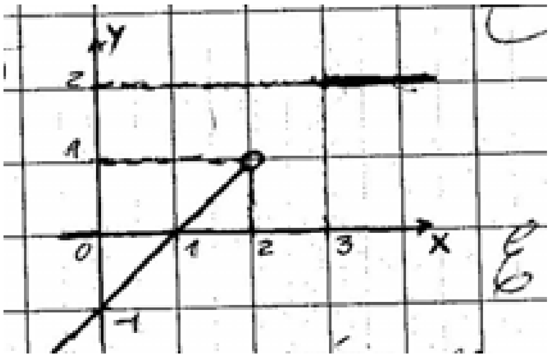


Gráfico 52 - Gráfico de $y = \begin{cases} 2, & se \quad x \geq 3 \\ x-1, & se \quad x < 3 \end{cases}$

Obstáculos didático

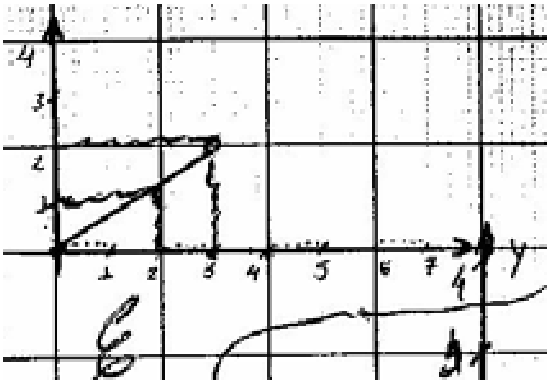


Gráfico 52 - Gráfico de $y = \begin{cases} 2, & se \quad x \geq 3 \\ x-1, & se \quad x < 3 \end{cases}$

Obstáculos epistemológico

02) Esboce o gráfico da função $y = x^2 - 3x - 4$. $D = \Re$

- 16 alunos esboçaram corretamente o gráfico;
- 4 alunos cometeram erros, destes destacamos os seguintes gráficos para análise.

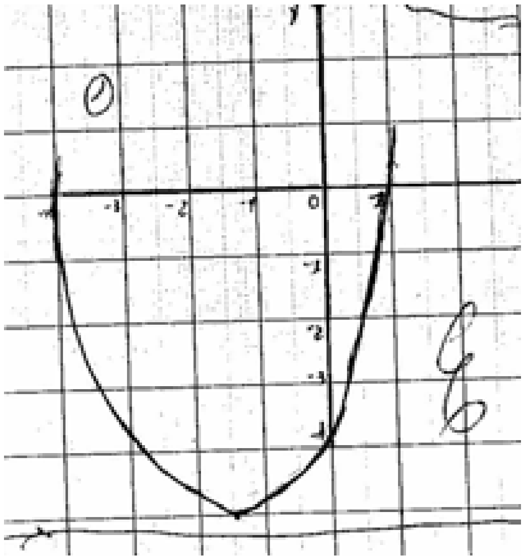


Gráfico 54 - Gráfico de $y = x^2 - 3x - 4$
Obstáculos epistemológico

Gráfico 55 - Gráfico de $y = x^2 - 3x - 4$
Obstáculos epistemológico

03) Dada à tabela, marque os pontos do plano cartesiano, esboce o gráfico e identifique a função.

x	y
-2	$\frac{1}{4}$
-1	$\frac{1}{2}$
0	1
1	2
2	4

- 19 alunos esboçaram corretamente o gráfico;
- 1 aluno esboçou o gráfico corretamente,mas identificou a função como logarítmica cuja equação era $y = \log_2{}^x$.(Obstáculo epistemológico).

04) Esboce o gráfico da função $f(x) = 2senx$.

- 15 alunos esboçaram corretamente;
- 2 alunos não esboçaram o gráfico;
- 3 alunos cometeram erros, destes destacamos os seguintes gráficos para análise.

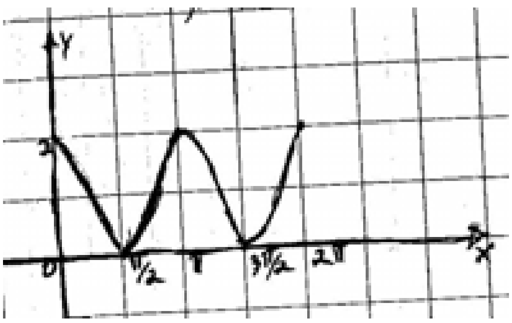


Gráfico 56 - Gráfico de $y = 2senx$
Obstáculos epistemológico

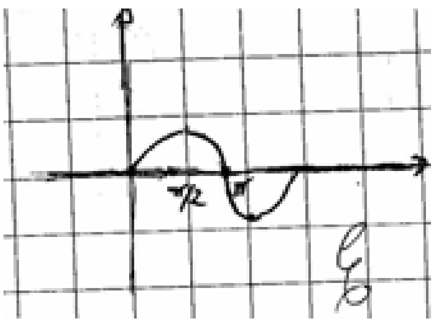


Gráfico 57 - Gráfico de $y = 2senx$
Obstáculos didático

3. 6. Análise a posteriori da terceira avaliação

Desta avaliação, que versava sobre integrais e aplicações (02 tipos de avaliações) onde cada tipo constava de uma questão de comprimento de arco, uma questão sobre área entre curvas e uma questão sobre volume de revolução, participaram 40 alunos. As questões eram:

- Encontre o comprimento de arco da curva 01) $y = x^{\frac{3}{2}}$ entre $x = 0$ e $x = 4$, 02) $y = x^{\frac{3}{2}}$ entre $x = 1$ e $x = 3$;
- Determine a área entre as curvas, 03) $y = 6 - x^2$ e $y = -2x + 3$, 04) $x + y = 3$ e $y = 3 - x^2$;
- Encontre o volume que se obtém por rotação da figura 05) $y = \frac{1}{x}$, $x = 1$, $x = 3$ e $y = 0$ em torno do eixo 0_x, 06) $y = \sqrt[3]{x}$, $y = 0$ e $x = 8$ em torno do eixo 0_x.

Em cada uma das questões era pedido que esboçassem o gráfico do comprimento de arco, da área entre as curvas e da região que gerava o volume de revolução.

A seguir apresentamos a análise de cada uma das questões descritas acima.

01) $y = x^{\frac{3}{2}}$ entre $x = 0$ e $x = 4$

- 14 alunos esboçaram o corretamente o gráfico;
- 3 alunos não esboçaram o gráfico;
- 3 cometeram vários erros, destes destacamos os seguintes gráficos para análise.

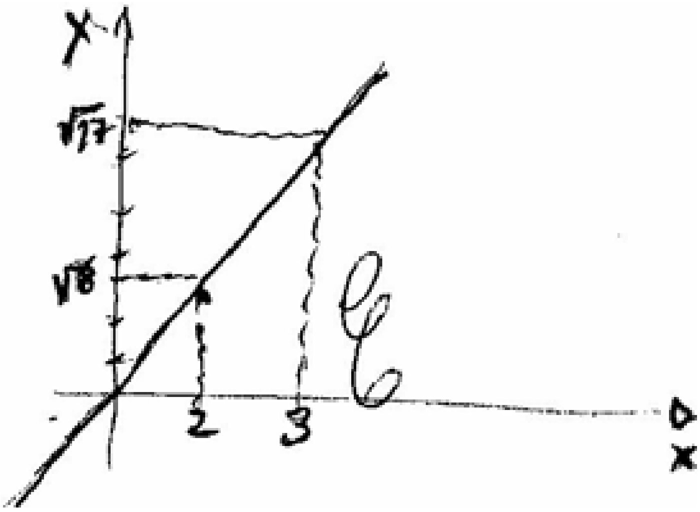


Gráfico 58 - Gráfico de $y = x^{\frac{3}{2}}$ entre $x = 0$ e $x = 4$
Obstáculos epistemológico

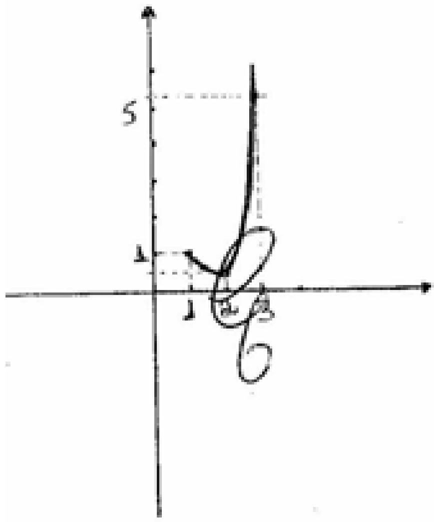


Gráfico 59 - Gráfico de $y = x^{\frac{3}{2}}$ entre $x = 0$ e $x = 4$
Obstáculos epistemológico

02) $y = x^{\frac{3}{2}}$ entre $x = 1$ e $x = 4$

- 12 alunos esboçaram corretamente o gráfico;
- 8 alunos não esboçaram o gráfico;

03) $y = 6 - x^2$ e $y = -2x + 3$

- 13 alunos esboçaram corretamente o gráfico;
- um aluno não esboçou o gráfico;
- 6 alunos cometeram erros, destes destacamos sos seguintes gráficos para análise.

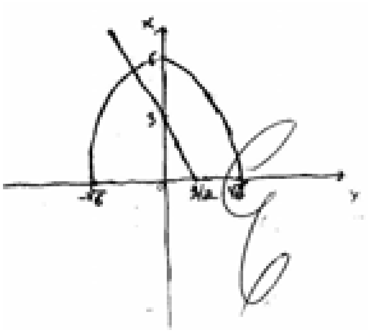


Gráfico 60 - Gráfico da região entre as curvas $y = 6 - x^2$ e $y = -2x + 3$
Obstáculos didático

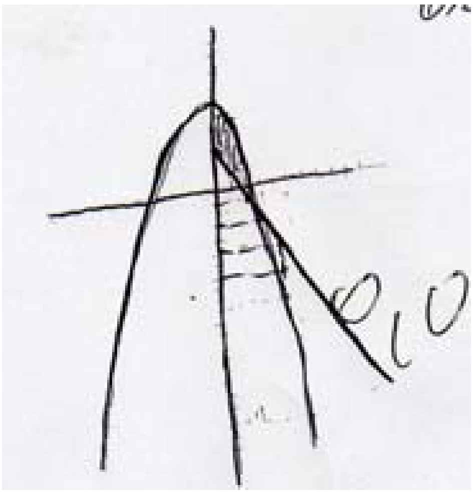


Gráfico 61 - Gráfico da região entre as curvas $y = 6 - x^2$ e $y = -2x + 3$
Obstáculos didático

04) $x + y = 3$ e $y = 3 - x^2$

- 10 alunos esboçam corretamente o gráfico.
- um aluno não esboçou o gráfico;
- 9 alunos cometeram erros, destes destacamos os seguintes para análise.

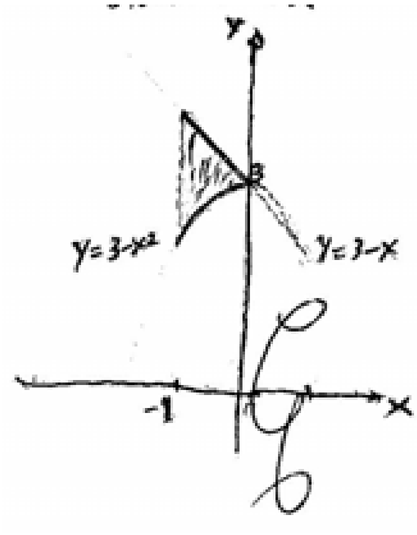


Gráfico 62 - Gráfico da região entre as curvas $x + y = 3$ e $y = 3 - x^2$
Obstáculos didático

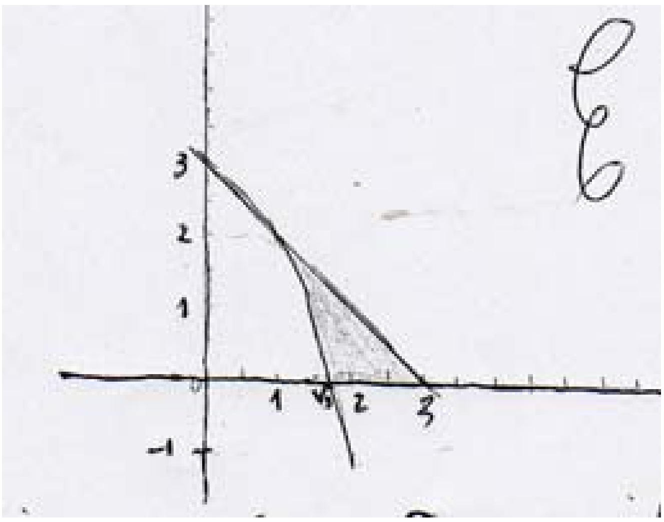


Gráfico 63 - Gráfico da região entre as curvas $x + y = 3$ e $y = 3 - x^2$
Obstáculos didático

05) $y = \frac{1}{x}$, $x = 1$, $x = 3$ e $y = 0$

- 10 alunos esboçaram corretamente o gráfico;
- 3 alunos não esboçaram o gráfico;
- 7 alunos cometeram erros, deste destacamos os seguintes para análise.

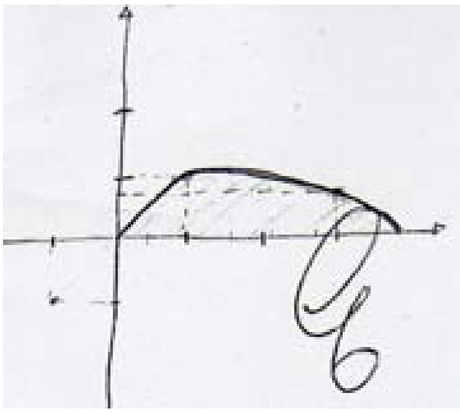


Gráfico 64 - Gráfico de $y = \frac{1}{x}$, $x = 1$, $x = 3$ e $y = 0$
Obstáculos epistemológico

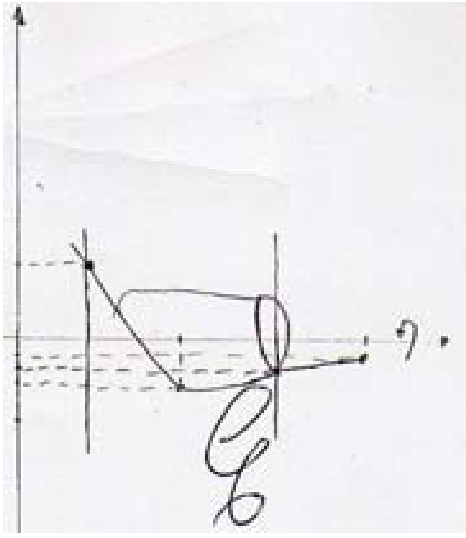


Gráfico 65 - Gráfico de $y = \frac{1}{x}$, $x = 1$, $x = 3$ e $y = 0$
Obstáculos epistemológico

06) $y = \sqrt[3]{x}$, $y = 0$ e $x = 8$

- 10 alunos esboçaram corretamente o gráfico;
- 3 alunos não esboçaram o gráfico;
- 7 alunos cometeram erros, deste destacamos os seguintes para análise.

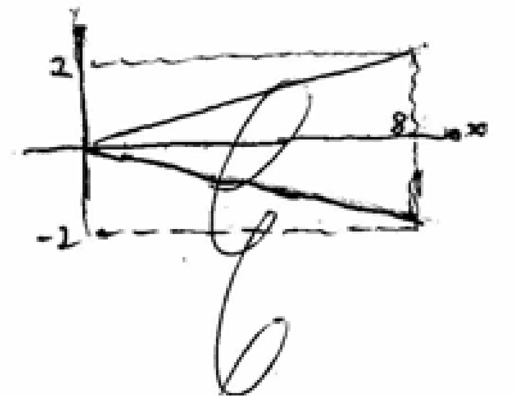


Gráfico 66 - Gráfico de $y = \sqrt[3]{x}$, $y = 0$ e $x = 8$
Obstáculos epistemológico

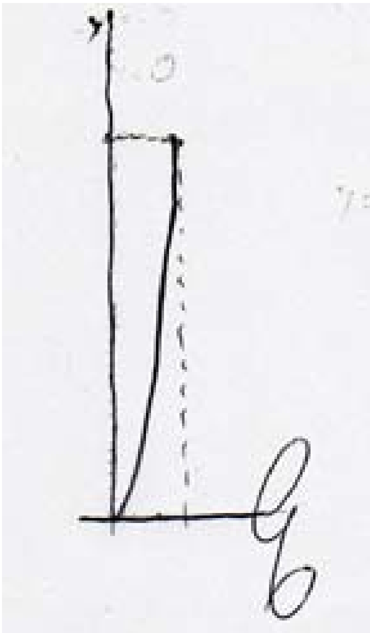


Gráfico 67 - Gráfico de $y = \sqrt[3]{x}$, $y = 0$ e $x = 8$
Obstáculos didático

3.7. Análise a posteriori da 3ª e última atividade extra-classe.

Esta atividade ocorreu em 10/12/05 (sábado) com a participação de 22 alunos no setor III do Campus Universitário de 8h às 11h.

O grupo de alunos respondeu individualmente a seis questões propostas no primeiro teste de sondagem em 15/08/05, foi usado o registro de representação escrita simbólica (o mesmo do teste de sondagem). As questões foram: esboce o gráfico de cada uma das funções dadas abaixo: 01) $y = 4$; 02) $f(x) = 3x - 1$; 03) $y = x^2 - 5x + 6$; 04) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & se \quad x \geq 2 \\ 2x, & se \quad x < 2 \end{cases}$; 05) a) $y = \cos x$, b) $y = 2senx + 1$; 06) $f(x) = e^x$.

Esperamos que os alunos apresentem um melhor desempenho e que a maioria das dificuldades sejam separadas. Usamos o papel quadriculado para superar o obstáculo da proporção (obstáculo didático).

A seguir apresentamos a análise das atividades realizadas pelos alunos.

01) Esboce o gráfico da função $y = 4$. $D = \Re$

- 22 alunos esboçaram corretamente o gráfico.

02) Esboce o gráfico da função $f(x) = 3x - 1$. $D = \Re$

- 22 alunos esboçaram corretamente o gráfico.

03) Esboce o gráfico da função $y = x^2 - 5x + 6$. $D = \Re$

- 20 alunos esboçaram corretamente o gráfico;
- 2 alunos cometeram erros, veja os gráficos.

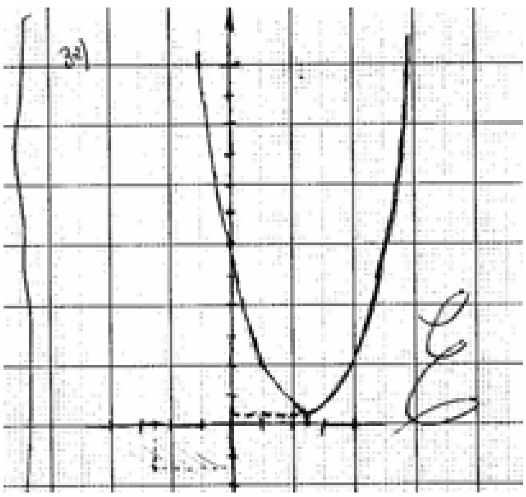


Gráfico 68 - Gráfico de $y = x^2 - 5x + 6$
Obstáculos didático

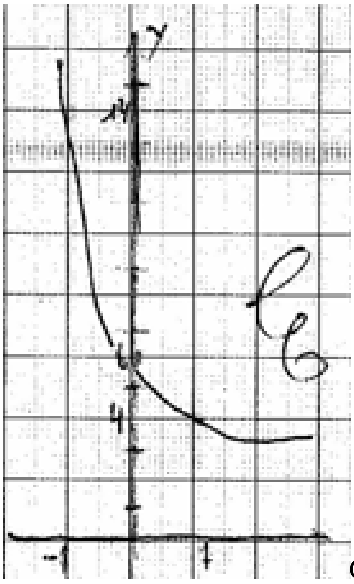


Gráfico 69 - Gráfico de $y = x^2 - 5x + 6$
Obstáculos epistemológico

04) Esboce o gráfico da função $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & se \quad x \geq 2 \\ 2x, & se \quad x < 2 \end{cases}$.

- 12 alunos esboçaram corretamente o gráfico;
- 6 alunos esboçaram parcialmente o gráfico;
- um aluno não respondeu a questão;
- 3 alunos cometeram erros, destes destacamos os seguintes para análise.

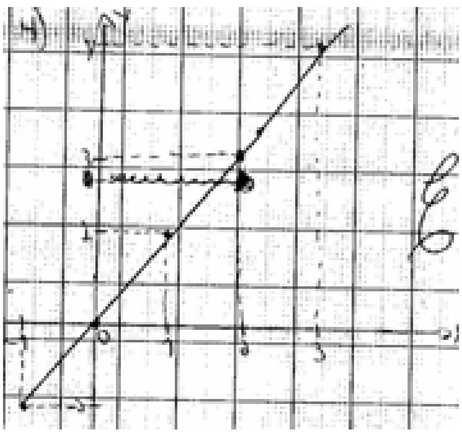


Gráfico 70 - Gráfico de $y = \begin{cases} x^2 - 1, & se \quad x \geq 2 \\ 2x, & se \quad x < 2 \end{cases}$
Obstáculos epistemológico

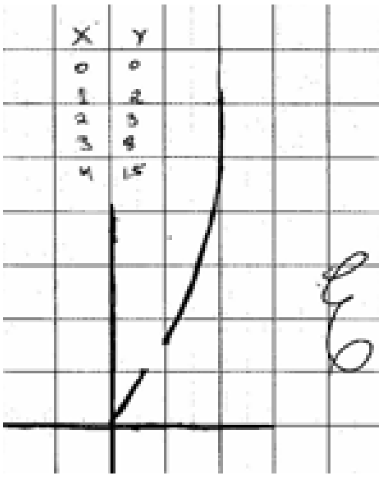


Gráfico 70 - Gráfico de $y = \begin{cases} x^2 - 1, & se \quad x \geq 2 \\ 2x, & se \quad x < 2 \end{cases}$

Obstáculos epistemológico

05) a) Esboce o gráfico da função $y = \cos x$

- 17 alunos esboçaram corretamente o gráfico;
- 3 alunos esboçaram parcialmente o gráfico;
- um aluno não respondeu a questão;
- um aluno cometeu erros, o qual destacamos para análise.

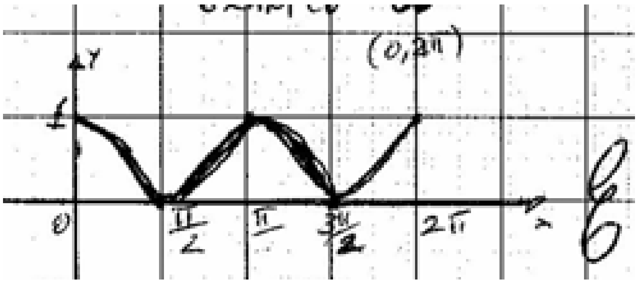


Gráfico 72 - Gráfico de $y = \cos x$

Obstáculos epistemológico e didático

b) Esboce o gráfico da função $y = senx + 1$.

- 12 alunos esboçaram corretamente o gráfico;
- 4 alunos não responderam a questão;
- 6 alunos cometeram erros, destes destacamos os seguintes para análise.

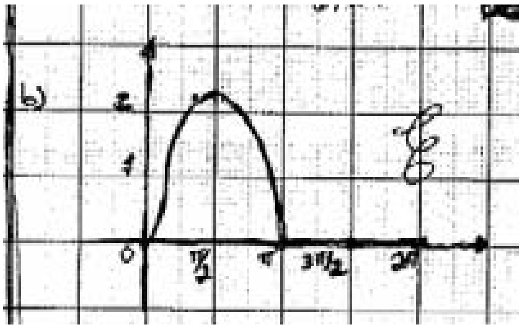


Gráfico 73 - Gráfico de $y = senx + 1$
Obstáculos epistemológico

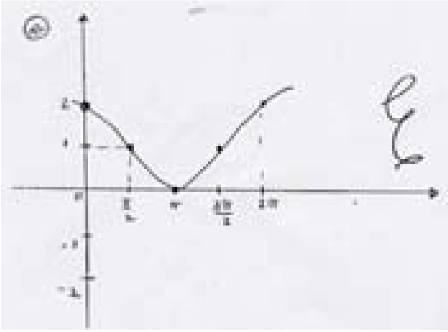


Gráfico 74 - Gráfico de $y = senx + 1$
Obstáculos epistemológico

06) Esboce o gráfico da função $f(x) = e^x$. $D = \Re$

- 15 alunos esboçaram corretamente o gráfico;
- 4 alunos não responderam a questão;
- 2 alunos esboçaram parcialmente o gráfico;
- um aluno cometeu erros, o qual destacamos para análise.

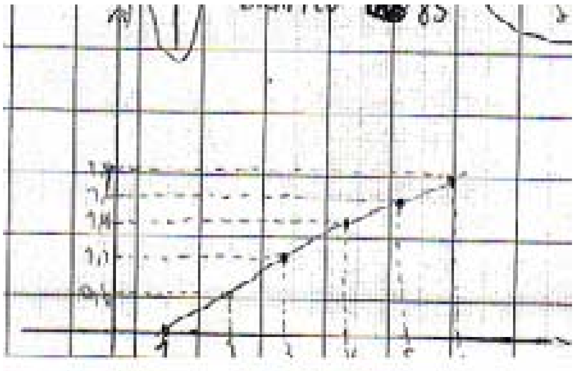


Gráfico 75 - Gráfico de $y = e^x$
Obstáculo epistemológico

Comentários dos Alunos com Relação à Indagação

"Em relação a nossa primeira aula realizada no dia 13/08/05 (teste de sondagem) e esta atividade, as suas dificuldades sobre funções e gráficos foram superadas? Faça um breve comentário".

Dos 22 alunos que participaram desta última atividade; 18 fizeram os seguintes comentários:

Comentário 01

As dificuldades foram totalmente superadas pois agora me sinto preparado para efetuar gráficos com segurança.

Comentário 02

As dificuldades que aparecem são as vezes pelo esquecimento e não por não saber construir o grafico. Mas é claro se a construção do grafico de uma função complicada aparecer aí a dificuldade irá sempre aparecer. Mas se for os graficos de funções simples tudo fica mais facil. Mas as dificuldades desapareceram com a pratica.

Comentário 03

Certamente houve um avanço significativo em relação ao aprendizado de gráficos, a repetição de exercícios e as aulas especificamente direcionadas à confecção de gráficos, ajudaram a superar ~~[illegible]~~ dificuldades acumuladas trazidas do ensino médio. Mesmo sendo estas tão triviais. Além do curso de cálculo I ser bastante estimulante, já que os alunos aprendem ferramentas nunca vistas antes, como derivada e integral, que são excelentes instrumentos para esclarecimento

Comentário 04

SIM, ACHO QUE TODAS AS DIFICULDADES FORAM SUPERADAS. POIS EM RELAÇÃO AO PRIMEIRO TESTE. PERCEBI UMA GRANDE DIFERENÇA. ME SINTO MAIS CAPAZ DO QUE ANTES

Comentário 05

Com relação à primeira aula melhorei muito, e as listas foram fundamentais.

Comentário 06

Acredito que minhas dificuldades na formação de gráficos foi superadas, pois só aprendemos a fazer gráficos praticando, e isto foi o que o nosso professor ~~sempre~~ fez, incentivando em todas as aulas para nós construirmos gráficos

Comentário 07

O trabalho dos projetos melhorou muito meu conhecimento matemático pois com o aprendizado de como construir gráfico melhorou muito meu entendimento das questões

Comentário 08

Devido a todas as informações didáticas e as dicas passadas pelo prof conteúdo, consegui adquirir confiança perante a situação de construção de gráficos.

Comentário 09

FORAM SUPERADAS? FAÇA UM BREVE COMENTÁRIO.
Muitas das minhas dificuldades foram sim superadas, mas algumas não, mas por insistência minha de não aprender.

Comentário 10

Sim, pois eu estava um pouco sem prática com relação à matemática devido ao longo tempo sem fazer exercícios pois passei no vestibular para o segundo semestre. Depois de ver as aulas sobre funções tive a chance de relembrar da matéria e, também, de tirar algumas dúvidas que eu tinha quanto a funções.

Comentário 11

Nham nham!

Café tava bom viu! .

Ah, e as funções foram superadas em parte.

Comentário 12

DE CERTA FORMA FORAM SUPERADOS, E RELAÇÃO AO CAFÉ DA MANHÃ TAVA SHOW DE BOLA,

Comentário 13

Foram pouco superados, poderia ter sido mais, mas não tive dedicação suficiente.

Comentário 14

NESTE PERIODO MEUS GRAFICOS FORAM APRIMORADOS, DETALHES QUE ANTES EU PENSAVA QUE ERAM OPCIONAIS VEJO HOJE QUE SÃO OBRIGATÓRIOS.

Comentário 15

Me ajudou a interpretar um gráfico, a construir e a entender como se comporta um gráfico de diversas funções.

Comentário 16

As dificuldades diminuíram bastante e a cada atividade as questões sobre gráficos e funções são feitos de forma simples.

Comentário 17

SIM, NÃO TODAS, POIS, PARA QUEM PROCURA, SEMPRE ENCONTRA UMA DIFICULDADE. MAS O ESTUDO MELHOROU E CONSEGUIMOS MUDAR ALGUMAS DIFICULDADES.

Comentário 18

A grande maioria sim, houve uma evolução considerável tanto na velocidade quanto na facilidade para se resolver a atividade, principalmente em relação a primeira atividade

A seguir apresentamos os resultados da tabulação do desempenho dos alunos nas atividades desenvolvidas durante o semestre 2005.2 (teste de sondagem, 1ª avaliação e atividades extra-classe I, II e III) para que passamos comparar a evolução de suas habilidades bem como a diminuição de suas dificuldades.

01) Teste de Sondagem

O teste de sondagem foi aplicado no dia 15 de agosto de 20005 e contou com a participação de 38 alunos. A tabela a seguir, mostra a resultado da tabulação do desempenho dos 38 alunos.

Percentual de acertos no primeiro teste de sondagem, por questões

Questões	Nº de Acertos	Acertos Parcial	Não Respondeu	Nº de Erros	Total de Participantes	Porcentagem De Acertos
$y = 4$	16	15	3	4	38	42%
$f(x) = 3x - 1$	23	12	1	2	38	60%
$y = x^2 - 5x + 6$	5	8	2	23	38	13%
$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & se \quad x \geq 2 \\ 2x, & se \quad x < 2 \end{cases}$	4	5	9	20	38	10%
$y = \cos x$	15	0	11	12	38	39%
$y = 2senx + 1$	13	1	17	7	38	34%
$f(x) = e^x$	3	0	24	11	38	0,7%

02) Primeira Avaliação

A segunda avaliação contou com a participação de 43 alunos, e constou de cinco questões, das quais duas solicitavam o sobre esboço de gráfico de funções, sendo uma função trigonométrica (primeira questão) e uma função definida por várias sentenças (segunda questão). A tabela a seguir, apresenta os resultados da tabulação do desempenho dos 43 alunos.

Percentual de acertos na primeira avaliação, por questões

Questões	Nº de Acertos	Acertos Parcial	Não Respondeu	Nº de Erros	Total de Participantes	Porcentagem De Acertos
1ª	15	6	0	22	43	34%
2ª	20	20	2	1	4	41%

03) Primeira Atividade Extra-Classe

A primeira atividade extra-classe contou com a participação de 30 alunos. A tabela seguinte mostra os resultados da tabulação do desempenho dos 30 alunos, de acordo com o percentual de acertos por questões.

Percentual de acertos no primeira atividade extra-classe, por questões

Questões	Nº de Acertos	Acertos Parcial	Não Respondeu	Nº de Erros	Total de Participantes	Porcentagem De Acertos
$y = -3$	21	5	0	4	30	70%
$f(x) = 3x - 5$	25	0	0	5	30	83%
$y = -x^2 + 4$	25	0	0	5	30	83%
$f(x) = \begin{cases} -2x+3 & se \quad x \geq 1 \\ -x^2 & se \quad x < 1 \end{cases}$	15	3	2	10	30	50%

04) Segunda Atividade Extra-Classe

A segunda atividade extra-classe, também contou com a participação de 20 alunos. A tabela seguinte mostra os resultados da tabulação do desempenho dos 20 alunos, de acordo com o percentual de acertos por questões. A próxima tabela contém os resultado da tabulação do desempenho dos 20 alunos participantes.

Percentual de acertos da segunda atividade extra-classe, por questões

Questões	Nº de Acertos	Acertos Parcial	Não Respondeu	Nº de Erros	Total de Participantes	Porcentagem De Acertos
$y = \begin{cases} 2 & se \quad x \geq 3 \\ x-1 & se \quad x < 3 \end{cases}$	17	0	0	3	20	85%
$y = x^2 - 3x - 4$	16	0	0	4	20	80%
$y = 2^x$	19	0	0	1	20	95%
$f(x) = 2senx$	15	0	2	3	20	75%

05) Última Atividade Extra-Classe

Desta atividade, participaram apenas 22 alunos. A tabela a seguir mostra os resultados da tabulação do desempenho dos participantes.

Percentual de acertos da última atividade extra-classe, por questões

Questões	Nº de Acertos	Acertos Parcial	Não Respondeu	Nº de Erros	Total de Participantes	Porcentagem de Acertos
$y = 4$	22	0	0	0	22	100%
$f(x) = 3x - 1$	22	0	0	0	22	100%
$y = x^2 - 5x + 6$	20	0	0	2	22	90%
$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & se \quad x \geq 2 \\ 2x, & se \quad x < 2 \end{cases}$	12	6	1	3	22	54%
$y = \cos x$	17	3	1	1	22	61%
$y = senx + 1$	12	0	4	6	22	54%
$f(x) = e^x$	15	2	4	1	22	68%

4

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir das análises preliminares da pesquisa, verificamos que os alunos, em geral, ao ingressarem no 3º grau apresentam várias dificuldades em esboçar gráficos de funções. Não compreendem as funções dadas por mais de uma sentença, e geralmente vêem como mais de uma função. Além disso, confundem a função constante, afirmando que falta a variável x. Isso indica a existência de uma crença em que a mudança da variável independente corresponde uma mudança da variável dependente, nas funções circulares (trigonométricas). Associam o seu gráfico a um círculo, e de um modo geral o gráfico da maioria das funções, eles representam por uma reta. Na maioria dos livros didáticos são apresentados ao aluno apenas o registro de representação escrita simbólica, contribuindo para aumentar as dificuldades em esboçar o gráfico de uma função.

Ao constatarmos a existência destas dificuldades, pretendíamos dar a nossa contribuição no sentido de apresentarmos uma proposta que melhorasse o nível de aprendizagem no que diz respeito à construção de gráficos de funções.

Assim, construímos uma seqüência de atividades para fazer avançar as concepções do aluno sobre a construção de gráficos de funções, ou seja, para que houvesse uma evolução qualitativa, no que se refere à forma como eles concebem tal noção. Pretendíamos responder as seguintes questões:

- Após a aplicação de uma seqüência de atividades, os alunos terão condições de dar um salto qualitativo nas suas concepções sobre gráficos de funções?
- Quais serão os efeitos positivos e negativos da aplicação da seqüência de atividades que construímos?

A análise a posteriori de nossa seqüência de atividades permitiu que chegássemos às seguintes conclusões, que são indícios de que atingimos o nosso objetivo.

Entendemos que a seqüência de atividades provocou um avanço no tocante às concepções dos alunos sobre gráficos de funções, pois ao compararmos as atividades desenvolvidas durante o semestre 2005.2 com o 1º teste de sondagem, verificamos que as dificuldades das funções constantes, afim e quadrática, praticamente desapareceram. As dificuldades das funções definidas por várias sentenças diminuíram, assim como as funções trigonométricas e exponenciais.

Quanto aos efeitos positivos que esperávamos, há indicadores de que conseguimos obter bons resultados, pois a maioria dos alunos:

- operou passagens da linguagem escrita para tabela e gráfico, de tabela para gráfico e de gráfico para escrita. Portanto fizeram mudanças de registro de representações de várias funções;
- construiu gráficos de várias funções utilizando papel quadriculado ou não.

Embora estes resultados constituam indícios de que a mudança nas atividades estabelecidas nesta pesquisa foi positiva, conseguimos detectar os seguintes efeitos negativos na aplicação da seqüência das atividades, tais como:

- não ter trabalhado com os alunos em grupo;
- tempo de duração das atividades muito longa e aos sábados.

Quanto às perspectivas de continuidade do trabalho, sentimos a necessidade de trabalhar alguns aspectos mais detalhadamente, como, por exemplo, as noções de domínio e contradomínio, destacando a diferença entre estes conjuntos e seus elementos, bem como o período e imagem das funções trigonométricas.

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, Michele. Engenharia Didáctica. In: BRUN, Jean. (Direcção). **Didácticas das Matemáticas**. Tradução Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget. 2000. (Colecção Horizontes Pedagógicos, 62).

ARTIGUE, Michele. Episthemologic et Didactique. In: **Rechercher en Didactique dês Mathematiques.** Grenoble, 1990. v. 10, n. 2 – 3, p. 241 – 285.

BACHELARD, Gaston. (a) **A formação do espírito científico**. Contribuições para uma psicanálise do conhecimento. Tradução Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BACHELARD, Gaston. (b) **O novo espírito científico**. Tradução Antoino José Pinto Ribeiro. Lisboa: Edições 70, 1996. (Coleção Textos filosóficos, 40)

BROUCHE, RUDOLF**.** Epistémologie, histoire et enseignement des mathématics: for the learning of mathematics. **An Internacional Journal of Mathematics Education**, cidade de publicação, v. 17, n. 1, p. 34 – 42, 1997.

BROUSSEAU, Guy. **Les obstacles epistémologiques et les problemas en mathématiques**. Rechercher en Didactique dês Mathematiques, Grenoble, v. 4, n. 2, p. 165 – 198, 1983.

CARNEIRO. Vera Clotilde. **Funções elementares:** 100 Situações-Problemas de Matemática. Porto Alegre: Ed. Universidade, 1993.

CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique**. Paris: La Pensée Sauvage, 1991.

DAMM, Regina Flemming. Registros de Representação. In: Educação Matemática, Uma Introdução. MACHADO, S. (org). **Educação Matemática**: uma introdução. São Paulo: PUC -SP, 1999. p. 135 - 153.

DOUADY, R. A universidade e a didática da matemática: os IREM na França. IN: **Caderno da Revista do Professor de Matemática.** v. 1, n. 1. São Paulo: SBM, 1990.

DANTE, Luis Roberto. **Matemática:** contexto e aplicações. 2 ed. São Paulo: Ática, 2004.

DI PIERRO NETO, Scipione. **Matemática na escola do 2º grau**. São Paulo: Scipione, 2000.

DUVAL, R.. **Ecarts Sématiques et Cohérence Mathématique**. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, vol I, pp. 7-25. 1988.

FOSSA, John Andrew. **Ensaios sobre a educação matemática**. Belém: EDUEPA, 2001. (Série Educação, n. 2).

FOSSA, John Andrew. (Org.). **Facetas do diamante**. Rio Claro: SBHMAT, 2000.

GENTIL, Nelson et al. **Matemática para o 2º grau**. São Paulo: Ática, 1998.

GLAESER, GEOUGES. Épistémologie des Nombres Relatifs. **Rechercher en Didactique dês Mathematiques**, Grenoble, v. 10, n. 2 – 3, p. 303 – 346, 1990.

GRAVINA, Maria Alice. O quanto precisamos de tabelas na construção de gráficos de funções? IN: **Revista do Professor de Matemática.** n. 17, p. 62, 1990.

IEZZI Gelson et al. **Matemática:** ciências e aplicações. São Paulo: Atual, 2004.

IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo. A noção de "obstáculo epistemológico" e a educação matemática e a educação matemática. In: MACHADO, S. (org.). **Educação matemática**: uma introdução. São Paulo: Ed. da PUC-SP, 1999. p. 89 -1 11.

IMENIS, Luis Márcio; Lellis, Marcelo. **Matemática:** 8ª série. São Paulo: Scipione, 1997

MACHADO, Antonio dos Santos**. Matemática na escola do 2º grau**. São Paulo: Atual, 1997.

MACHADO, S. Engenharia Didática. In: **Educação Matemática**. uma Introdução, MACHADO S. (org) São Paulo: Ed. PUC-SP, 1999. p. 197-209.

OLIVEIRA, N. **Conceitos de Função:** Uma Abordagem do Processo Ensino-Aprendizagem. 1997. 134f. Dissertação (Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - Pontifica Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997.

RÊGO, R, GAUDÊNCIO. **O ensino/aprendizagem do conceito de funções**. 2000. 253f. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, RN, 2000.

SCHWARZ, O. **Sobre as concepções de função dos alunos ao término do 2º grau**. 1995. 153f. Dissertação (Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática) - Pontifica Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1995.

SIMÕES, M. Helena Pinedo. **Uma seqüência para o ensino/aprendizagem de função do 2º grau**. 1995. 254f. Dissertação (Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática) - Pontifica Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1995.

APÊNDICES

APÊNCIDE 1 – 1º TESTE DE SONDAGEM

UFRN – CCET – Departamento de Matemática

Aluno: ....

Teste de Sondagem sobre Gráficos de Funções

Esboce o gráfico de cada uma das funções dadas abaixo. Comente aquelas em que você tiver dificuldade ou não sabe fazer.

1) $y = 4$

2) $y = 3x - 1$

3) $y = x^2 - 9$

4) $y = x^2 - 5x + 6$

5) $y = \begin{cases} x^2 - 1, & se \quad x \geq 2 \\ 2x, & se \quad x < 2 \end{cases}$

6) $y = \cos\ x$

7) $y = sen\ x + 1$

8) $y = e^x$

OBS: O domínio de cada função é $\Re$.

APÊNDICE 2 – 1ª AVALIAÇÃO

UFRN – CCET – Departamento de Matemática

Aluno:____________________________________NOTA_______EM 21/09/05

Professor: Francisco Canindé de Oliveira

1ª AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA PARA ENGENHARIA I

1)

a) Esboce o gráfico da função $h(x) = 2\cos(x+\pi)$. $D = \Re$.

b) Calcule $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 - 1}{x^2 - 5x + 4}$.

2) Verifique se a função $g(x) = \begin{cases} |x-3|, & se \quad x \neq 3 \\ 5, & se \quad x = 3 \end{cases}$ é contínua em $x = 3$. Justifique sua resposta e esboce o gráfico da g .

3) Encontre a equação da reta tangente à curva $f(x) = \cot g\ x$ em $p = \left(\dfrac{\pi}{4}, f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)\right)$.

4) A função $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & se \quad x \leq 1 \\ 2x^2 - 5 & se \quad x > 1 \end{cases}$ é derivável em $x = 1$? Justifique sua resposta.

5) Derivar a seguinte função: $g(x) = \dfrac{x^{\frac{1}{3}} sen\, x}{2x^3 - 5x}$.

APÊNDICE 3 – 1ª AVALIAÇÃO

UFRN – CCET – Departamento de Matemática

Aluno:___________________________________NOTA_______EM 21/09/05

Professor: Francisco Canindé de Oliveira

1ª AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA PARA ENGENHARIA I

1)

a) Esboce o gráfico da função $h(x) = 2sen3x$. $D = \Re$

b) Calcule $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x-3}{x^3 - 27}$.

2) Encontre a equação da reta tangente à curva $g(x) = \cot g\ x$ em $p = \left(\dfrac{\pi}{6}, g\left(\dfrac{\pi}{6}\right)\right)$.

3) Verifique se a função $g(x) = \begin{cases} x^2 + 3x, & se \quad x \le 1 \\ 5x - 1, & se \quad x > 1 \end{cases}$ é contínua em $x = 1$. Justifique sua resposta e esboce o gráfico da g.

4) A função $g(x) = \begin{cases} x^2, & se \quad x \le 1 \\ 2x - 1, & se \quad x > 1 \end{cases}$ é derivável em $x = 1$? Justifique sua resposta.

5) Derivar a seguinte função: $z(x) = \dfrac{x^{\frac{2}{3}} tg\ x}{x^4 - 5x^2}$.

APÊNCIDE 4 – 1ª AVALIAÇÃO

UFRN – CCET – Departamento de Matemática

Aluno:____________________________________NOTA_______EM 21/09/05

Professor: Francisco Canindé de Oliveira

1ª AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA PARA ENGENHARIA I

1)

a) Esboce o gráfico da função $f(x) = -4sen\,x\,.\,D = \Re$

b) Calcule $\lim_{x \to 1} \dfrac{x^3 - 1}{x^2 + 2x - 3}$.

2) Verifique se a função $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & se \quad x \le 2 \\ 2x^2 - 5 & se \quad x. > 2 \end{cases}$ é contínua em $x = 2$. Justifique sua resposta e esboce o gráfico da f.

3) Encontre a equação da reta tangente à curva $f(x) = tg\ x$ em $p = \left(\dfrac{\pi}{3}, f\left(\dfrac{\pi}{3} \right) \right)$.

4) A função $f(x) = \begin{cases} 4 - 3x, & se \quad x \le 2 \\ x^2 - 6 & se \quad x > .2 \end{cases}$ é derivável em $x = 2$? Justifique sua resposta.

5) Derivar a seguinte função: $g(x) = \dfrac{x^{\frac{1}{2}} \cos x}{2x^3 - 4x}$.

APÊNDICE 5 – 1ª AVALIAÇÃO

UFRN – CCET – Departamento de Matemática

Aluno:____________________________________NOTA_______EM 21/09/05

Professor: Francisco Canindé de Oliveira

1ª AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA PARA ENGENHARIA I

1)

a) Esboce o gráfico da função $z(x) = -3\cos 2x$. $D = \Re$

b) Calcule $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 + 1}{x + 1}$.

2) Encontre a equação da reta tangente à curva $g(x) = tg\ x$ em $p = \left(\dfrac{\pi}{6}, g\left(\dfrac{\pi}{6}\right)\right)$.

2) Verifique se a função $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & se \quad x \le 2 \\ 2x^2 - 5 & se \quad x. > 2 \end{cases}$ é contínua em $x = 2$. Justifique sua resposta e esboce o gráfico da f.

4) A função $f(x) = \begin{cases} x^3, & se \quad x \le 2 \\ 2x^2 - 5 & se \quad x > .2 \end{cases}$ é derivável em $x = 2$? Justifique sua resposta.

5) Derivar a seguinte função: $m(x) = \dfrac{x^{\frac{3}{2}} \cot g\, x}{4x^5 + 3x^2}$.

APÊNDICE 6 – 1ª ATIVIDADE EXTRA-CLASSE

UFRN – CCET – Departamento de Matemática

Aluno: ____EM 26/10/05

ATIVIDADE EXTRA - CLASSE I

1) Esboce o gráfico da função $y = -3$.

2) Esboce o gráfico da função $f(x) = 3x - 5$.

3) Esboce o gráfico da função $y = -x^2 + 4$.

4) Esboce o gráfico da função $f(x) = \begin{cases} -2x + 3, & se \quad x \geq 1 \\ -x^2, & se \quad x < 1 \end{cases}$.

OBS.:

1) Use o papel quadriculado e caneta azul ou preta para o esboço de cada gráfico.

2) O domínio de cada função é $\Re$.

APÊNDICE 7 – 1ª ATIVIDADE EXTRA-CLASSE

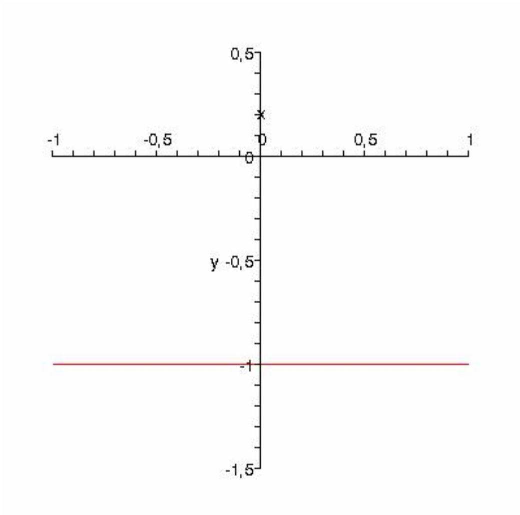
UFRN – CCET – Departamento de Matemática

Aluno: ____EM 27/10/05

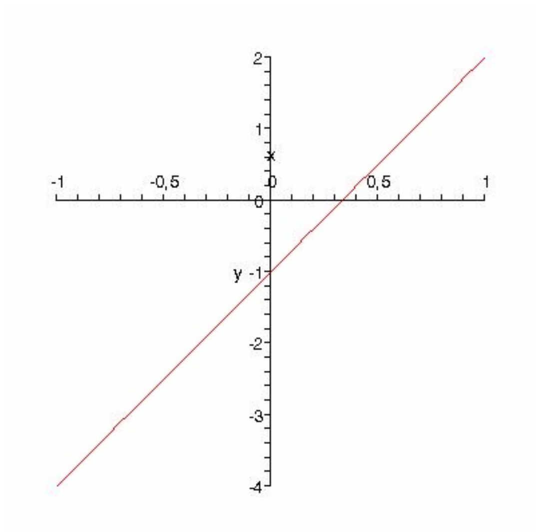
ATIVIDADE EXTRA - CLASSE I

1) Escreva a equação cujo gráfico está representado. (Abaixo)

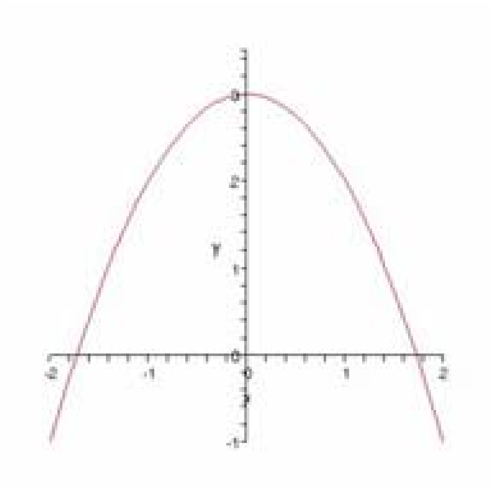
a) b)



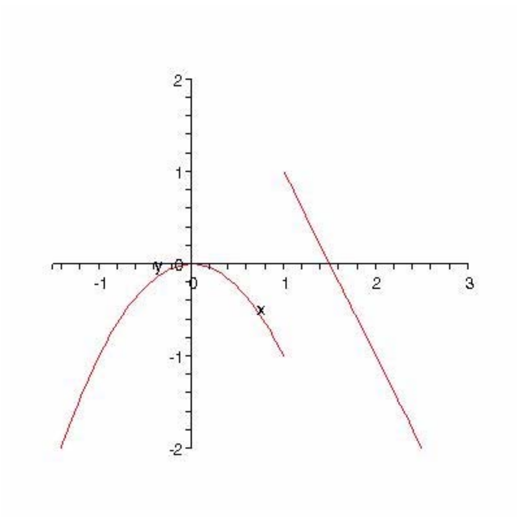
b)



c)



d)



APÊNDICE 8 – 2ª AVALIAÇAO

UFRN – CCET – Departamento de Matemática

Aluno:___________________________________NOTA_______EM 07/11/05

Professor: Francisco Canindé de Oliveira

2ª AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA PARA ENGENHARIA I

1) Infla-se m balão esférico de tal modo que o seu volume está aumentando a taca de 5 $dm^3/\min$. A que taxa o diâmetro do balão cresce quando o diâmetro é 12 dm ? $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

2)

a) Calcule $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{5x}$;

b) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico da função implícita $2x^3 + 2y^3 - 9xy = 0$ em $(2,1)$.

3) Um retângulo deve ter área de 400 cm^2. Achar suas dimensões de modo que a distancia de um vértice ao meio de um lado não adjacente seja mínima.

4) Seja $f(x) = x + \ln x$, $x > 0$ e seja g a inversa de f. Mostre que $g'(x) = \frac{g(x)}{1+g(x)}$.

5) Esboce o gráfico da função $f(x) = \frac{x+1}{2x-1}$. (Domínio, interseção, pontos críticos, regiões de crescimento, máximos e mínimos, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ e $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, estudo da descontinuidade, ponto de inflexão e concavidade).

APÊNDICE 9 – 2ª AVALIAÇAO

UFRN – CCET – Departamento de Matemática

Aluno:_________________________________NOTA______EM 07/11/05

Professor: Francisco Canindé de Oliveira

2ª AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA PARA ENGENHARIA I

1) Ao ser aquecida uma chapa circular de metal, seu diâmetro varia à razão de 0,01 $cm/\min$. Determine a taxa à qual a área de uma das faces varia quando o diâmetro está em 30 cm.

2)

a) Calcule $\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{sen\,x}\right)$;

b) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico da função implícita $2x^3+x^2y+y^3=1$ em $(2,-3)$.

3) Achar os componentes dos lados do retângulo que pode ser inscrito em um semicírculo de raio $r=2cm$, estando à base inferior sobre o diâmetro.

4) Seja $f(x)=x+e^x$ e seja g a inversa de f. Mostre que $g'(x)=\frac{1}{1+e^{g(x)}}$.

5) Esboce o gráfico da função $f(x)=\frac{3-x}{x+2}$. (Domínio, interseção, pontos críticos, regiões de crescimento, máximos e mínimos, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ e $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, estudo da descontinuidade, ponto de inflexão e concavidade).

APÊNDICE 10 – 2ª AVALIAÇAO

UFRN – CCET – Departamento de Matemática

Aluno:___________________________________NOTA_______EM 07/11/05

Professor: Francisco Canindé de Oliveira

2ª AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA PARA ENGENHARIA I

1)

a) Calcule $\lim_{x \to 0^+} (2x+1)^{e^{-x^2}} e^{-x^2}$;

b) A função $f(x) = \cot g\, x$, $0 < x \leq \frac{\pi}{2}$ é inversível e sua inversa é $g(y) = arc \cot g\, y$.

Mostre que $g'(y') = \frac{-1}{1+y^2}$.

3) Os lados x e y de um retângulo estão variando a taxas constantes de 0,2 m/s e 0,1 m/s respectivamente. A que taxa estará variando a área do retângulo n instante em que $x = 1m$ e $y = 2m$?

4) Quais as dimensões de um retângulo de perímetro 96 cm que tem maior área?

5) Esboce o gráfico da função $f(x) = \frac{2x-5}{x+3}$. (Domínio, interseção, pontos críticos, regiões de crescimento, máximos e mínimos, $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ e $\lim_{x \to -\infty} f(x)$, estudo da descontinuidade, ponto de inflexão e concavidade).

APÊNDICE 11 – 2ª AVALIAÇAO

UFRN – CCET – Departamento de Matemática

Aluno:_____________________________________NOTA_______EM 07/11/05

Professor: Francisco Canindé de Oliveira

2ª AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA PARA ENGENHARIA I

1)

a) Calcule $\lim_{x\to\infty}\left(x^2-1\right)^{e^{-x^2}}$;

b) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico da função implícita $x^3 - 3xy^2 + y^3 = 1$ em $(2,-1)$.

2) Achar os componentes dos lados do retângulo que pode ser inscrito em um semicírculo de raio $r = 2cm$, estando à base inferior sobre o diâmetro.

3) A função $f(x) = \cos ec\, x$, $0 < x \leq \frac{\pi}{2}$ é inversível e sua inversa é $g(y) = arc \cos ec\, y$.

Mostre que $g'(x) = \dfrac{1}{y\sqrt{y^2-1}}$.

4) Uma caixa retangular sem tampa tem base quadrada. A área total é 432 dm^2. Achar as dimensões da caixa de volume máximo satisfazendo a estas condições.

5) Esboce o gráfico da função $f(x) = \dfrac{3-x}{x+2}$. (Domínio, interseção, pontos críticos, regiões de crescimento, máximos e mínimos, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ e $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, estudo da descontinuidade, ponto de inflexão e concavidade).

APÊNDICE 12 – 2ª ATIVIDADE EXTRA-CLASSE

UFRN – CCET – Departamento de Matemática

Aluno: ____EM 26/11/05

ATIVIDADE EXTRA - CLASSE II

1) Dada à função $y = \begin{cases} 2, & se \quad x \geq 3 \\ x-1, & se \quad x < 3 \end{cases}$ esboce:

a) O gráfico de $y = 2$ para $x \geq 3$;

b) O gráfico de $y = x - 1$ para $x < 3$;

c) O gráfico de $y = \begin{cases} 2, & se \quad x \geq 3 \\ x-1, & se \quad x < 3 \end{cases}$.

2) Dada à função $y = x^2 - 3x - 4$ determine:

a) A sua concavidade;

b) Interseção com o eixo x;

c) Interseção com o eixo y;

d) O vértice da parábola;

e) O gráfico da f.

3) Dada à tabela a baixo marque os pontos no plano cartesiano.

a) Qual a curva que passa por esses pontos?

b) Qual a sua equação?

x	y
-2	$\frac{1}{4}$
-1	$\frac{1}{2}$
0	1
1	2
2	4

4) Sendo $f(x) = 2sen\,x$ determine:

a) Domínio da f;

b) Imagem da f;

c) Período;

d) Gráfico da f;

OBS: Use o papel quadriculado e caneta azul ou preta para esboço de cada gráfico.

APÊNDICE 13 – 3ª AVALIAÇÃO

UFRN – CCET – Departamento de Matemática

Aluno:_________________________________NOTA_______EM 12/12/05

Professor: Francisco Canindé de Oliveira

3ª AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA PARA ENGENHARIA I

1) Calcule as seguintes integrais.

a) $\int x\cos x \quad dx$ (por partes)

b) $\int \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}}dx$ (por substituição)

c) $\int \frac{1}{(x-1)(x+1)}dx$ (por frações parciais)

2) Encontre o comprimento de arco da curva $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$ entre $x = 1$ e $x = 4$.

3) Esboce a região delimitada pelos gráficos das equações $x + y = 3$ e $y = 3 - x^2$ e calcule sua área.

4) Determine o volume do sólido que se obtém por rotação da figura $y = \sqrt[3]{x}$, $y = 0$ e $x = 8$ em torno do eixo 0_x. (Esboce o gráfico da região R).

Boa sorte, um Feliz Natal e um Ano com saúde, paz e amor.

APÊNDICE 14 – 3ª AVALIAÇÃO

UFRN – CCET – Departamento de Matemática

Aluno:____________________________________NOTA_______EM 12/12/05

Professor: Francisco Canindé de Oliveira

3ª AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA PARA ENGENHARIA I

1) Encontre o comprimento de arco da curva $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$ entre $x = 0$ e $x = 4$.

2) Determine a área entre as curvas $y = 6 - x^2$ e $y = -2x + 3$ (esboce o gráfico).

3) Encontre o volume que se obtém por rotação da figura $y = \dfrac{1}{x}$, $x = 1$, $x = 3$ e $y = 0$ em torno do eixo 0_x. (Esboce o gráfico da região R).

4) Calcule as seguintes integrais.

a) $\int x^3 \cos(x^4) \quad dx$ (por substituição)

b) $\int x \ln x \quad dx$ (por partes)

c) $\int \dfrac{1}{(x-3)(x+3)} dx$ (por frações parciais)

Boa sorte, um Feliz Natal e um Ano com saúde, paz e amor.

APÊNDICE 15 – ÚLTIMA ATIVIDADE EXTRA-CLASSE

UFRN – CCET – Departamento de Matemática

Aluno:____________________________________NOTA_______EM 10/12/05

Professor: Francisco Canindé de Oliveira

ATIVIDADE EXTRA-CLASSE III

Esboce o gráfico de cada uma das funções dadas abaixo:

1) $y = 4$

2) $y = 3x - 1$

3) $y = x^2 - 9$

4) $y = x^2 - 5x + 6$

5) $y = \begin{cases} x^2 - 1, & se \quad x \geq 2 \\ 2x, & se \quad x < 2 \end{cases}$

6) $y = \cos\ x$

7) $y = sen\ x + 1$

8) $y = e^x$

OBS: O domínio de cada função é $\Re$.

Em relação a nossa primeira aula realizada no dia 15/08/05 (teste de sondagem) e esta atividade, as suas dificuldades sobre funções e gráficos foram superadas? Faça um breve comentário.

Baixar livros de Literatura
Baixar livros de Literatura de Cordel
Baixar livros de Literatura Infantil
Baixar livros de Matemática
Baixar livros de Medicina
Baixar livros de Medicina Veterinária
Baixar livros de Meio Ambiente
Baixar livros de Meteorologia
Baixar Monografias e TCC
Baixar livros Multidisciplinar
Baixar livros de Música
Baixar livros de Psicologia
Baixar livros de Química
Baixar livros de Saúde Coletiva
Baixar livros de Serviço Social
Baixar livros de Sociologia
Baixar livros de Teologia
Baixar livros de Trabalho
Baixar livros de Turismo