

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E  
MATEMÁTICA**

**ANILDA PEREIRA DA SILVA GUIMARÃES**

**APRENDENDO E ENSINANDO O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL: uma  
contribuição à prática pedagógica do professor**

**NATAL  
2005**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

ANILDA PEREIRA DA SILVA GUIMARÃES

**APRENDENDO E ENSINANDO O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL:** uma  
contribuição à prática pedagógica do professor

Dissertação apresentada como exigência parcial para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática à banca examinadora, na Universidade Federal do Rio Grande do Norte, sob a orientação da Professora Doutora Rogéria Gaudêncio do Rêgo.

NATAL  
2005

ANILDA PEREIRA DA SILVA GUIMARÃES

**APRENDENDO E ENSINANDO O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL:** uma  
contribuição à prática pedagógica do professor

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, do Centro de Ciências Exatas e da Terra, da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, para fins de obtenção do Grau de Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

Aprovado em: ---- / ---- / -----

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup> Rogéria Gaudêncio do Rêgo (Orientadora)

---

Prof<sup>a</sup>.Dr<sup>a</sup> Maria Gilvanise de Oliveira Pontes (Examinadora externa)

---

Prof. Dr. Iran Abreu Mendes (Examinador Interno)

## AGRADECIMENTOS

Muitas vezes, ao ler a página de agradecimentos em pesquisas de colegas, perguntei-me o porquê de tantas menções. Hoje essas razões estão mais perceptíveis, uma vez que é chegado meu momento de escrever esta página e ter em conta aqueles que me acompanharam neste projeto e que, direta ou indiretamente, muito me ajudaram.

Começo agradecendo àquele que deu vida a mim e a todo o Universo, permitindo que pessoas iluminadas se aproximassem de mim, de modo a tornar amena esta caminhada – Deus Pai!

Agradeço também:

À professora Doutora Rogéria Gaudêncio do Rêgo, pela acolhida como orientadora e amiga, sabendo dosar meus estudos e respeitar-lhes o ritmo, além de me dispensar sábias contribuições nas horas certas;

A todos os professores do programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da UFRN, pelos ensinamentos necessários para minha formação acadêmica;

Às professoras Dr<sup>a</sup> Arlete de J. Brito e Dr<sup>a</sup> Bernadete Barbosa Morey, pelo auxílio dado em diversos momentos, sobretudo pelas contribuições dadas no Exame de Qualificação;

A Machado, companheiro valoroso de minha caminhada;

A Carlos Wagner, Amanda e Priscila, tesouros que Deus me confiou;

Aos meus irmãos, pela amizade e os incentivos;

A Maria da Guia Brito, pela amizade e presteza em me ajudar na educação de meus filhos enquanto estive ausente;

Aos colegas do curso, pelo companheirismo, pelos momentos de reflexão, de ajuda mútua, descontração e integração; em especial, a Andréia e Regina;

A Maria Marques Garcia, pela amizade e constante presteza em me ajudar;

Ao amigo Jonas Fernandes, pelas experiências e reflexões compartilhadas;

Aos Professores Francisca Francinete de Azevedo Mulatinho e Willian M. Virgínio, pela preciosa e indispensável ajuda em diversos momentos;

A todos os meus ex-alunos, com quem muito aprendi, e aos atuais, com quem tenho compartilhado grandes momentos de ensino-aprendizagem;

A Stevenson, pela maneira solícita com que sempre me atendeu;

À professora Edileusa Gonçalves de Araújo, pela revisão lingüística do texto; e a Gersoneide de Souza Venceslau, pela normatização bibliográfica.

Por último, mas longe de serem menos importantes, a todos os amigos e parentes iluminados, visíveis e invisíveis, que contribuíram, direta ou indiretamente, para a realização deste trabalho.

## RESUMO

O presente estudo tem como questão central identificar o conhecimento epistemológico que os professores-alunos possuem a respeito das características (propriedades) do sistema de numeração decimal, e tem como finalidade oferecer uma contribuição para a prática pedagógica dos professores que atuam nas turmas de Ciclo Básico de Alfabetização, tanto no que se refere à aquisição de conteúdos quanto ao aprimoramento de conhecimentos que os auxiliem na elaboração de estratégias adequadas para o trabalho com o Sistema de Numeração Decimal em sala de aula. O estudo está baseado na proposta construtivista sociointeracionista para o ensino da Matemática e se constitui numa intervenção metodológica, com os professores-alunos ligados ao Programa de Qualificação Profissional para a Educação Básica da Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Buscaram-se fontes de sustentação em investigações de pesquisadores que realizaram estudos sobre a construção das escritas numéricas, mostrando, por exemplo, que o processo de construção das idéias e procedimentos envolvidos nos agrupamentos e trocas na base 10 leva muito mais tempo para ser realizado do que se pode imaginar. Foi elaborado um conjunto de atividades as quais pudessem não só contribuir para a aquisição de conteúdos, mas fizessem os professores-alunos refletir sobre suas práticas em sala de aula, para que, assim, eles pudessem elaborar propostas didáticas mais consistentes, levando em conta os conhecimentos prévios dos alunos e alguns obstáculos que se interpõem nessa trajetória. Mesmo o professor dispondo dos mais apropriados recursos didáticos, a falta de domínio do conteúdo, do real significado desse conteúdo, faz com que o Sistema de Numeração Decimal, tema de fundamental importância, seja ensinado, na maioria das vezes, de forma mecânica. A análise das discussões e o comportamento dos professores-alunos durante a realização das atividades revelaram que estas provocaram reflexões sobre as práticas de sala de aula como também que, de modo geral, foram atingidos os objetivos propostos em cada atividade realizada com os professores-alunos.

Palavras-Chave: Formação de professores. Conhecimento matemático. Sistema de numeração decimal. Recurso didático.

## ABSTRACT

The central question of the present study is to identify the epistemological knowledge that the teachers-trainees possess regarding the characteristics (properties) of the decimal numbering system; its purpose is to offer a contribution to the pedagogic practice of the teachers who work within the Basic Literacy Cycle, in terms of what concerns both the acquisition of contents and the development of the knowledge that helps them in the elaboration of adequate strategies to working with the Decimal Numbering System in the classroom. The study is based on the constructivist socio-interactionist approach to teaching Mathematics and it constitutes, in itself, a methodological intervention with the teachers-trainees engaged in the Professional Qualification Program in Basic Education of the Federal University of Rio Grande do Norte. The foundations of the study were found in investigations of researchers who had carried out studies on the construction of numerical writing, showing, for instance, that the construction process of ideas and procedures involved in groupings and changes to base 10 take a lot longer to be accomplished than one can imagine. A set of activities was then elaborated which could not only contribute to the acquisition of contents but that could also make the teachers-trainees reflect upon their teaching practices in the classroom so that in this way they will be able to elaborate more consistent didactic approaches, taking into consideration the previous knowledge of the students and also some obstacles that often appear along the way. Even when teachers have access to the most appropriate didactic resources, the lack of knowledge of the content and of the real meaning of that content make the Decimal Numbering System, a subject of fundamental importance, be taught most times in a mechanical way. The analysis of the discussions and behaviours of the teachers-trainees during the activities revealed that they made them reflect upon their current practices in the classroom and that, as a whole, the aims of each of the activities carried out with the teachers-trainers were reached.

Keywords: Teacher training. Mathematical knowledge. Decimal numbering system. Didactic resource.



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	9
<b>2 CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE O PRESENTE ESTUDO</b> .....	13
2.1 Objetivos .....	15
2.1.1 <b>Objetivo geral</b> .....	15
2.1.2 <b>Objetivos específicos</b> .....	16
2.2 Pressupostos e procedimentos metodológicos .....	16
2.3 Sujeitos da pesquisa .....	20
2.4 Duração do trabalho com os sujeitos da pesquisa e Instrumentos utilizados .....	21
2.5 Análise dos dados .....	22
2.6 Alcance e limitações do estudo .....	23
<b>3 PRESSUPOSTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS</b> .....	26
3.1 O ensino-aprendizagem da Matemática, na perspectiva do Sistema de Avaliação da Educação Básica - SAEB .....	26
3.2 Os modelos de aprendizagem .....	34
3.3 O ensino-aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal .....	46
<b>3.3.1 O Sistema de Numeração Decimal</b> .....	48
<b>3.3.2 O ensino aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal em sala de aula</b> .....	53
<b>3.3.3 O sistema de numeração decimal em sala de aula: as atividades de ensino em um processo interativo de aprendizagem</b> .....	56
<b>4 O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL: concepções e práticas educativas</b> .....	58
4.1 As concepções dos professores alunos sobre o Sistema de Numeração Decimal.....	58
4.2 Das implicações da não-compreensão da posicionalidade na aprendizagem. ....	63
4.3 Atividades de ensino com os professores-alunos: em busca de compreensão do Sistema de Numeração Decimal .....	69
<b>4.3.1 Atividade 1 – Um pouco de história</b> .....	70
<b>4.3.2 Atividade 2 – Pensando em outras bases</b> .....	73
<b>4.3.3 Atividade 3 – O jogo como uma prática coletiva</b> .....	77
<b>4.3.4 Atividade 4 – Trabalhando com o <i>material dourado</i></b> .....	80
<b>5 ANÁLISE GERAL E CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	96
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	102
<b>BIBLIOGRAFIA CONSULTADA</b> .....	105

## 1 INTRODUÇÃO

Vivemos numa sociedade em constante processo de transformação, com informações chegando cada vez mais rápido, e em maior número, aos indivíduos. Diante dessa nova relação do homem com o conhecimento, os modos de apropriação deste se alteram radicalmente, em razão das demandas que tais transformações requerem, para que possa haver entendimento e participação efetivos do sujeito *com e no* mundo. Os processos educativos deveriam ser base e amparo para essas transformações, necessitando, portanto, ocorrer com qualidade.

Nesse sentido, a permanência de práticas educativas, tradicionalmente arraigadas, baseadas na memorização de informações e regras só pode acarretar resultados negativos para os sujeitos, que não desenvolvem suas potencialidades de maneira adequada para fazer frente aos desafios, embora cotidianamente imersos em estímulos em relação aos quais deveriam assumir uma posição crítica.

Tais afirmações sinalizam a importância da Matemática como ciência que está na base não só dos avanços tecnológicos, mas também das operações realizadas no cotidiano, quer envolvam novas tecnologias quer não. Disso decorre a importância também de uma educação adequada para a consolidação e o uso do conhecimento matemático, o que constitui grande desafio para a formação de professores e para as políticas educacionais traçadas.

Temos, assim, uma grande questão a enfrentar. Exige-se do indivíduo, para o exercício pleno da cidadania, que ele seja reflexivo, crítico e agente de ações e decisões. Por outro lado, ele continua convivendo com formas tradicionais e conservadoras de ensino - principalmente no âmbito escolar - as quais não possibilitam o desenvolvimento de tais competências. Em sua maioria, os currículos são fragmentados, os conteúdos por demais abstratos, descontextualizados e pouca

ou nenhuma relação têm com a vida cotidiana, e as estratégias metodológicas adotadas são conservadoras e pouco contribuem para a formação do indivíduo. O que fazer, então, para dar conta de um real tão contraditório?

Muito se tem feito ou tentado fazer, quer nos níveis internacional e nacional, quer no nível regional, no sentido de encontrar caminhos mais eficientes entre a complexa sociedade do conhecimento e a formação educacional do aprendiz.

No presente trabalho, optamos por trazer nossa contribuição para a discussão acerca do ensino da Matemática em sala de aula, considerando um conceito fundamental neste campo de conhecimento o Sistema de Numeração Decimal. Nossa pesquisa foi realizada no Programa de Qualificação Profissional para Educação Básica (PROBÁSICA), com o intuito de contribuir para a formação de professores no que diz respeito à compreensão e elaboração/reelaboração de um conjunto de saberes que pudessem subsidiar qualitativamente sua prática pedagógica.

Nosso texto está estruturado da seguinte maneira.

Inicialmente, tecemos considerações gerais sobre o trabalho realizado, situando suas bases. Após uma breve introdução, apresentamos nossos objetivos gerais e específicos, descrevemos os pressupostos e procedimentos metodológicos adotados - ao mesmo tempo que esclarecemos os motivos da escolha de determinados procedimentos -, explicitamos nossos critérios de análise e indicamos as principais limitações e alcances da pesquisa.

Logo a seguir, delineamos nossas reflexões iniciais sobre educação matemática, partindo do diagnóstico do ensino de Matemática apresentado no relatório do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), documento que serviu como elemento norteador de nossas considerações iniciais no estudo, por ser

uma fonte de dados ampla e atual. Dedicamos, ainda, parte deste estudo para abordar os rumos do ensino do Sistema de Numeração Decimal nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Posteriormente, apresentamos as opções teóricas que ajudaram na compreensão da problemática circunstanciada, ficando clara nossa escolha pela teoria construtivista sociointeracionista, motivada pelo juízo de que tal teoria é a mais adequada quando se pretende lidar com os complexos desafios do ensino e aprendizagem da sociedade atual. Adotamos Vygotsky (1987, 2000, 2001) como principal matriz dessa teoria sem, no entanto, nos determos somente nesse autor: recorreremos também a outros trabalhos de pesquisa que muitas contribuições têm dado à ampliação do campo de experiências em educação matemática, como Lerner e Sadovsky (1996), Golbert (1999), Berdnarz (1996), Nunes e Bryant (1997). Concluímos o capítulo discutindo acerca do Sistema de Numeração Decimal.

Dando continuidade ao trabalho, apresentamos as atividades realizadas com os professores-alunos sobre o tema escolhido, ao mesmo tempo que analisamos os dados coletados no processo. Apresentamos os trabalhos práticos com a intenção de promover reflexões sobre a importância, na elaboração dos conhecimentos matemáticos, da interação e da intersubjetividade, adotando como base metodológica a resolução de problemas e a história da matemática. Ademais, procuramos demarcar a pertinência e a relevância do uso de atividades lúdicas no desenvolvimento de aulas mais dinâmicas, convergindo para a composição de um quadro relacionado com a problemática de nossa pesquisa.

Por fim, no capítulo das “considerações finais”, destacamos os elementos que consideramos essenciais, em termos de contribuições do trabalho para a área de educação matemática, sem responsabilizar apenas a figura do professor, chamando,

pelo contrário, a atenção para a extrema necessidade de uma política pública para a educação que possa incrementar as instituições escolares com qualidade.

## **2 CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE O PRESENTE ESTUDO**

Textos como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática e relatórios de desempenho como os apresentados pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), dentre outros, ressaltam que, embora o estudo dos números e das operações seja um tema central nos currículos do Ensino Fundamental, muitos alunos chegam ao final desse nível de ensino com um conhecimento insuficiente dos números, de como eles são utilizados, e sem terem desenvolvido a compreensão dos diferentes significados das operações, ou sem a capacidade de usar adequadamente os algoritmos, sejam os tradicionais ou não.

O documento citado (PCN) indica, ainda, a possibilidade de esse fato ocorrer em função de uma abordagem inadequada para o tratamento dos números e das operações e da pouca ênfase que tradicionalmente é dada a esse assunto no terceiro e no quarto ciclos (5<sup>a</sup> a 8<sup>a</sup> séries). Ressalta que, mesmo os alunos das séries mais adiantadas que calculam corretamente, muitas vezes, não sabem interpretar os números obtidos para dar resposta a um problema.

Considerando aspectos relativos ao ensino-aprendizagem de Matemática, nosso trabalho de pesquisa teve por objetivo contribuir para a formação de professores, identificando e analisando os conhecimentos necessários à elaboração de estratégias adequadas para o seu trabalho em sala de aula, relativos especificamente ao Sistema de Numeração Decimal, pelas razões que explicitaremos adiante.

A decisão de estudarmos esse tema surgiu em função das experiências adquiridas quando trabalhamos com docentes alunos de cursos para capacitação de professores do município de Currais Novos e outras localidades do estado do Rio

Grande do Norte. Os cursos contemplaram conteúdos matemáticos relativos ao Ensino Fundamental, principalmente do 1º e 2º ciclos (1ª a 4ª séries), atendendo a solicitação dos professores que deles participavam, em razão de suas dificuldades ao trabalhá-los com os alunos.

Ouvíamos com freqüência alguns questionamentos gerais relativos à prática de sala de aula: Como apresentar o conteúdo? Que tipo de atividade selecionar? O que deve ser considerado ao se prepararem aulas sobre um determinado conteúdo? Como proceder quando o aluno diz que não entende determinado assunto e o professor já o explicou várias vezes?

Com o intuito de possibilitar a construção de elementos que levassem os próprios professores a responderem a tais perguntas, desenvolvemos nossa dissertação na área de formação, justificando, assim, a escolha em trabalhar com uma turma de professores-alunos do Programa de Qualificação Profissional para a Educação Básica (curso PROBÁSICA).

Para fundamentar teoricamente nosso estudo, buscamos, em especial, idéias elaboradas por Piaget e Vygotsky, em virtude da contribuição de suas teorias sobre a aprendizagem, para um trabalho visando ultrapassar o modelo de ensino baseado na repetição mecânica de processos, ainda predominante em nossas escolas.

Nossa pesquisa girou em torno da questão: Como trabalhar com a formação de professores de forma a contribuir para a compreensão da estrutura do Sistema de Numeração Decimal, proporcionando-lhes a apropriação de conhecimentos formais e didáticos essenciais a essa compreensão.

Analisamos trabalhos de pesquisa relativos ao tema, enfocando as teorias construtivista e sociointeracionista, como os de Lerner e Sadovsky (1996), Kamii (1995, 1999), Nunes e Bryant (1997) e Golbert (1999), dentre outros, observando

pontos importantes sobre nossa questão central e outros dela decorrentes, e elaboramos um conjunto de atividades envolvendo o Sistema de Numeração Decimal para desenvolvermos com os sujeitos da pesquisa.

Consideramos ser esse conteúdo extremamente importante para uma formação matemática consistente, permitindo ao professor-aluno trabalhar os conceitos implícitos no emprego desse sistema, bem como apropriar-se de fatos e propriedades que justificam os procedimentos das diversas técnicas operatórias. Todas as atividades foram realizadas em grupo, nos quais os professores-alunos discutiam as estratégias criadas, levantando e comprovando conjecturas, refletindo sobre acertos e erros e fazendo registros.

Nossa hipótese central era que as atividades desenvolvidas proporcionariam aos professores–alunos, ao final do trabalho, a elaboração ou ampliação de conceitos relativos ao Sistema de Numeração Decimal, e que as discussões geradas em sua realização, fundamentadas no referencial teórico, proporcionariam reflexões sobre a forma como trabalhar em sala de aula; e, por último, que nossos estudos despertariam no professor–aluno o interesse por outras pesquisas que pudessem promover a melhoria de sua prática pedagógica.

## 2.1 Objetivos

### **2.1.1 Objetivo geral**

Identificar dificuldades relativas à compreensão da estrutura do Sistema de Numeração Decimal e analisar o processo de elaboração/reelaboração desse campo conceitual por professores das séries iniciais do Ensino Fundamental.



### 2.1.2 Objetivos específicos

- Analisar o conhecimento que os professores (alunos do curso PROBÁSICA) tinham do Sistema de Numeração Decimal, identificando as principais dificuldades destes;
- Identificar qual o enfoque dado por eles em sala de aula ao Sistema de Numeração Decimal no processo de ensino-aprendizagem das operações fundamentais;
- Discutir e vivenciar situações relativas à construção do Sistema de Numeração Decimal pelos professores-alunos, as quais pudessem ampliar sua compreensão e subsidiar a sua prática docente;
- Avaliar se foram promovidos avanços na apropriação de conhecimentos relativos ao Sistema de Numeração Decimal pelos sujeitos da pesquisa.

### 2.2 Pressupostos e procedimentos metodológicos

Em relação à metodologia adotada, podemos afirmar que o envolvimento com os processos de construção do conhecimento matemático exige um trabalho de compreensão mais do que de explicação do modo como acontecem tais processos. É nesse sentido que os passos metodológicos de uma pesquisa de tal natureza assumem um caráter qualitativo.

Nosso maior interesse foi compreender o processo de construção de conceitos matemáticos – mais especificamente conceitos relativos ao Sistema de Numeração Decimal – percebendo também os significados e as características situacionais a ele atribuídos pelos sujeitos envolvidos em nosso trabalho.

Segundo Minayo ( 1994, p.21-22), a pesquisa qualitativa

responde a questões muito particulares. [ ... ] Ou seja, ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis

Conforme a orientação metodológica que adotamos em nosso trabalho, assumimos que a Matemática é uma prática cultural, tanto social quanto cognitiva na qual a intersubjetividade tem grande relevância, pois só através dela os sujeitos podem atribuir significados ao que os outros querem comunicar, e que, em si mesma, é a condição de explicitação das experiências dos sujeitos envolvidos nos processos de ensino-aprendizagem.

A definição anterior nos possibilita captar processos ou aspectos relevantes que, em geral, ficam escondidos ou não questionados. Por isso resolvemos privilegiar as conversas dialogadas, livres, de modo que os sujeitos pudessem dar vazão a seus significados, suas crenças, valores, entre outros, que se manifestaram ou poderiam se manifestar ao longo do desenvolvimento das atividades matemáticas. Com base nesses princípios, realizamos os passos metodológicos descritos em seguida.

Inicialmente, aplicamos um questionário com *questões abertas*, junto aos sujeitos da pesquisa, os quais lhes dariam respostas individuais (consideramos questões abertas aquelas em que o indivíduo tem a liberdade de expressar livremente sua opinião). Fizemos isso no intuito de captar os primeiros elementos relativos aos conhecimentos prévios que os professores-alunos sujeitos de nossa pesquisa possuíam acerca do Sistema de Numeração Decimal, uma vez que pretendíamos trabalhar com a identificação de dificuldades e a construção efetiva

desse conceito central. Procuramos dar-lhes total liberdade em relação às respostas dadas ao questionário, sem fazermos quaisquer intervenções no sentido de correção ou direcionamento.

A aplicação do questionário aberto permitiu a passagem a outra etapa de nosso trabalho – a escolha de três professores-alunos com os quais pudéssemos desenvolver e acompanhar de forma mais detalhada os elementos centrais de nossa pesquisa, apontados em nossos objetivos. Procuramos compor o grupo de modo que nele figurasse um professor que tivesse tido bom desempenho ao responder ao questionário, um cujo resultado tivesse sido apenas satisfatório e um que tivesse tido um desempenho fraco, deixando muitas perguntas sem resposta. Os três professores deveriam satisfazer a condições de estar lecionando em turmas do Ciclo Básico de Alfabetização – CBA – e trabalhar em Currais Novos, no Rio Grande do Norte, cidade próxima à capital, o que facilitaria nossa interação com eles.

Nosso objetivo principal com esse grupo era a realização de discussões relevantes acerca das características estruturais do Sistema de Numeração Decimal, em reuniões de estudos de aprofundamento, para que posteriormente levassem tais discussões para o grande grupo, composto de 27 professores-alunos, o qual participou, na totalidade, da aplicação do questionário. Com o grupo de estudos, além de textos, procuramos explorar abordagens metodológicas diversas, como resolução de problemas e atividades com jogos, de maneira a possibilitar uma ampliação da compreensão de aspectos fundamentais sobre o tema em estudo, bem como a aplicação e análise de materiais manipuláveis no ensino-aprendizagem de Matemática em sala de aula.

No terceiro momento de nosso procedimento metodológico, desenvolvemos atividades voltadas para a resolução de problemas e de exercícios lúdicos, seguindo

aqui uma educação matemática tal como praticada por autores como Lerner (1995), Golbert (1999), Lerner e Sadovsky (1996) e Bednarz (1996), com toda a turma de professores-alunos.

Nossa opção foi baseada no fato de que a educação matemática de base construtivista sociointeracionista vem adotando a *resolução de problemas* como estratégia didática para lidar com os processos de aprendizagem mais ativos, que valorizem a dinâmica construtiva dos sujeitos aprendentes. Ao adotarmos tal procedimento, desejávamos promover situações em que os professores-alunos desenvolvessem estratégias de resolução, em vez de manusearem mecanicamente algoritmos matemáticos, para que pensassem também em como proceder com seus alunos.

Compreendendo que um problema matemático é uma situação que exige dos sujeitos a realização de um conjunto de ações e de operações para a obtenção de um resultado e que o processo é tão importante quanto o produto – ou mais importante que este –, ou seja, a solução não se encontra disponível de imediato, procedemos assim não apenas para colocar o professor na situação de *sala de espelhos*, da qual fala Schön (2000), de modo que ele possa ver-se no lugar de seus alunos, mas também no sentido de confrontar as situações vividas durante a pesquisa com as atividades propostas nos livros e documentos que ele utiliza em sala de aula.

O mesmo vale para os jogos como procedimento didático a ser adotado em sala de aula. Analisamos se por meio deles seria possível facilitar a apropriação de conhecimentos matemáticos relativos aos sistemas de numeração, promovendo, com seu uso, a interação e a cooperação coletiva na resolução de situações-problema, uma vez que acreditamos na eficiência deles, ao lado da *resolução de*

*problemas e da história da matemática*, como importantes meios para “fazer matemática em sala de aula”.

Como está resumido nos PCN de Matemática, além de ser um objeto sociocultural, o jogo é uma atividade normal no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos e torna possível tanto o autoconhecimento quanto o conhecimento dos outros – momentos fundamentais no processo de socialização. Propusemo-nos trabalhar alguns jogos por acreditarmos que, em tal interação, os professores-alunos manifestariam seus pontos de vista de maneira mais espontânea e que nessa troca de informações eles ampliariam seus conhecimentos anteriores acerca das estruturas do Sistema de Numeração Decimal.

### 2.3 Sujeitos da pesquisa

O público-alvo da pesquisa foi composto por alunos integrantes do Programa de Qualificação Profissional para a Educação Básica (PROBÁSICA), do curso de Licenciatura em Pedagogia, desenvolvido no Centro de Ensino Superior do Seridó, junto ao Departamento de Ciências Sociais Aplicadas da Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

O curso, que é vinculado ao sistema municipal de ensino, é estruturado em três anos, para atender as demandas formativas da região. O processo seletivo é desenvolvido no município de Currais Novos, e o curso constitui-se em uma alternativa de formação resultante da atual política educacional do Governo Federal de profissionalizar em nível superior todos os professores em exercício que atuam na rede pública de Ensino Fundamental.

Participaram da pesquisa 27 professores-alunos de uma sala de aula composta por professores-alunos das cidades de Currais Novos, Carnaúba dos Dantas, Lagoa Nova e Cerro Corá, com as seguintes características: faixa etária entre 25 e 42 anos de idade e experiência no campo profissional de 6 a 20 anos. Os estudos de aprofundamento envolveram um grupo de três professores-alunos do município de Currais Novos com atuação no Ciclo Básico de Alfabetização, dentre os 27 professores-alunos citados.

#### 2.4 Duração do trabalho com os sujeitos da pesquisa e Instrumentos utilizados

Para desenvolvermos a parte prática de nossa pesquisa, trabalhamos 18 horas-aula, distribuídas semanalmente, todas as quintas-feiras, no período vespertino, das 13h às 16h30min, em uma das salas da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, campus de Currais Novos, durante o segundo semestre de 2004, compreendendo um total de cinco encontros.

No primeiro encontro, conversamos a respeito de nossa pesquisa, traçamos a trajetória de trabalho para o desenvolvimento do nosso objeto de estudo – o Sistema de Numeração Decimal –, tendo em vista que iríamos continuar com essa turma durante todo o semestre. Nessa oportunidade, pedimos aos professores-alunos que respondessem ao questionário aberto, o qual, como dissemos, tinha o objetivo de levar-nos a ter uma visão geral dos conhecimentos prévios que os professores-alunos tinham a respeito do referido assunto.

Do segundo ao quinto encontro, foram desenvolvidas atividades de acordo com a seguinte metodologia: a turma era dividida em grupos de três a cinco componentes e as atividades propostas eram distribuídas e discutidas. Tendo em

vista que os professores-alunos já tinham prática de trabalhar em grupo em outras disciplinas, a socialização do saber dentro dos grupos foi favorecida. Ao final das discussões de cada atividade pelos grupos, realizávamos a socialização das atividades.

## 2.5 Análise dos dados

A etapa de análise de dados em um trabalho de pesquisa tem como objetivos: possibilitar uma melhor compreensão acerca das informações coletadas; validar ou não as hipóteses elencadas e/ou elucidar as questões propostas; além de contribuir para o crescimento do conhecimento que se tem acerca do fenômeno em pauta (GOMES, 1994). Para tanto, categorias de análise concretas e específicas foram estabelecidas, em nosso caso, para identificar o alcance de nossos objetivos na pesquisa. Compreendendo a Matemática como prática sociocultural, entretanto, procuramos privilegiar critérios analíticos que possibilitassem um tratamento não tão rígido do problema, elementos e informações obtidos na aplicação dos instrumentos escolhidos.

Adotamos uma interpretação compreensiva quando da investigação dos dados do questionário respondido livremente pelos 27 professores-alunos. Os outros critérios analíticos adotados estimularam a intersubjetividade, de maneira a apreender o processo de construção do conhecimento dos professores-alunos na hora da aplicação das atividades lúdicas.

Identificamos os tópicos e situações mais relevantes relativos ao problema em foco, trabalhando com as seguintes categorias de análise: as concepções de Sistema de Numeração Decimal que os professores apresentavam no início do

trabalho; as principais dificuldades delas decorrentes; e os retrocessos, estagnações ou avanços apresentados ao longo do processo, relativos a esse conceito específico.

Quanto às concepções que os professores-alunos tinham acerca do Sistema de Numeração Decimal no início de nossa pesquisa, estas foram classificadas como *adequadas* ou *inadequadas*, de acordo com o grau de complexidade envolvido, considerando-se as propriedades que eram identificadas pelos sujeitos e as relações estabelecidas entre essas propriedades e os algoritmos das operações aritméticas.

## 2.6 Alcance e limitações do estudo

Quando começamos a pensar na realização deste trabalho de pesquisa, nosso intuito era investigar e aprimorar os conhecimentos específicos e metodológicos que os professores-alunos do curso PROBÁSICA do município de Curais Novos e alguns municípios vizinhos tinham a respeito do Sistema de Numeração Decimal.

Numa primeira etapa, com a aplicação do questionário, procuramos identificar seus conhecimentos prévios sobre o referido assunto e pudemos constatar que, na grande maioria, pairavam sérias dúvidas sobre alguns conceitos básicos relativos ao Sistema de Numeração Decimal.

Tendo como base a teoria construtivista, com ênfase na abordagem sociointeracionista, elaboramos atividades dinâmicas e reflexivas, com o intuito de levar os professores-alunos a reelaborarem os conceitos matemáticos básicos como também a fazê-los refletir sobre sua prática, no que se refere ao processo de



construção do conhecimento, a partir do concreto, na direção do formal, por meio de nossa mediação e da interação aluno-professor-aluno.

Algumas dificuldades nos impediram de realizar todos os passos inicialmente pensados para essas atividades. Era intenção nossa, após a aplicação do questionário, discutir mais detalhadamente cada resposta apresentada pelos três professores-alunos selecionados na amostra com o objetivo de uma análise mais significativa de suas respostas, o que não foi possível, em decorrência de sua não-disponibilidade, em virtude de atividades profissionais e acadêmicas.

Outra pretensão nossa que não pôde ser realizada foi a observação das aulas dos três professores-alunos, tanto antes da realização das discussões acerca do Sistema de Numeração Decimal quanto depois do trabalho concluído. Nossa pretensão, com isso, era constatar se haviam ocorrido mudanças no seu fazer pedagógico. O motivo de não ter sido possível a observação foi a exigüidade do tempo disponível para o trabalho com o Sistema de Numeração Decimal, pois se tratava um curso regular, com um programa a ser cumprido. Contribuiu também para isso a distância entre o local da pesquisa e o das outras atividades por nós realizadas.

Apesar dos entraves ocorridos, acreditamos que nossos principais objetivos – identificar e analisar o processo de elaboração dos conceitos básicos do Sistema de Numeração Decimal e fazer com que os professores-alunos refletissem sobre o seu fazer em sala de aula e ampliassem seu conhecimento acerca do tema – foram alcançados.

A partir do capítulo que segue, procuraremos mostrar o que fizemos para alcançar os objetivos aqui expostos, tecendo algumas reflexões acerca da

educação matemática e expondo nossas opções teóricas e metodológicas no trabalho didático com o Sistema de Numeração Decimal.

### 3 PRESSUPOSTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS

Apresentamos anteriormente os objetivos e a temática de nossa pesquisa, os instrumentos de investigação utilizados, além dos caminhos que foram trilhados.

Mas, como um trabalho de pesquisa não pode ser realizado sem um contexto intelectual que o gere e sem opções teóricas que o delimitem, discorreremos agora sobre tal conjunto de motivos. Faremos inicialmente algumas reflexões sobre educação matemática, tecendo comentários sobre os dados apresentados pelo relatório do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), que detecta as fragilidades dos alunos da Educação Básica brasileira. Em seguida, assumiremos aportes teóricos do sociointeracionismo construtivista de base piagetiana e vigotskiana, para expor os aspectos ativo, construtivo e reflexivo do processo de aprendizagem dos sujeitos. Fazemos isso respaldando-nos em pesquisadores que têm alargado o campo da educação matemática, ajudando a sedimentar práticas alternativas. Subseqüentemente, esboçaremos, a título de ilustração, algumas reflexões sobre o Sistema de Numeração Decimal – SND – apontando suas contribuições para o trabalho didático com o conhecimento matemático. Encerraremos o capítulo traçando considerações em torno do SND e de sua aplicação em sala de aula.

#### 3.1 O ensino-aprendizagem da Matemática, na perspectiva do Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB

O ensino e a aprendizagem da Matemática têm sido, atualmente, muito mais do que há algum tempo, objeto de estudo de pesquisadores educacionais em geral,

incluindo aqueles que fizeram curso de graduação nessa esfera do conhecimento e que prosseguem na sua formação teórica sobre esse estudo.

Nosso interesse pela área provém das dificuldades que percebemos em muitos alunos em relação à aprendizagem de conceitos matemáticos. Em busca de uma melhor compreensão de nosso objeto de estudo, o Sistema de Numeração Decimal, buscamos, nos documentos oficiais e fontes diversificadas, reflexões sobre problemas a ele relacionados, visando aprofundar a análise de algumas questões, como as já apontadas no capítulo anterior, no sentido de podermos contribuir com uma parcela de conhecimento, ainda que inicial e sempre passível de complementações.

Iniciamos nossa investigação teórica sobre o Sistema de Numeração Decimal pelos documentos do SAEB, pois acreditávamos que indicariam as principais fragilidades apresentadas pelos alunos de 1ª a 4ª séries do Ensino Fundamental relativas ao nosso objeto de investigação. Após a investigação empírica, procuramos analisar as dificuldades apresentadas nesses documentos confrontando-as com as dos professores–alunos que participaram da nossa pesquisa.

O SAEB adveio na esteira da institucionalização da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional nº 9394/96, que atribui responsabilidade à União pela avaliação do rendimento escolar, em nível nacional. O objetivo assumido do SAEB é, como diz o Relatório de 2001, avaliar a qualidade, a equidade e a eficiência do ensino e da aprendizagem no âmbito do Ensino Fundamental e do Ensino Médio.

O SAEB vem avaliando, desde 1995, por meio de um complexo modelo por amostragem, o desempenho escolar de alunos das redes pública e privada de ensino matriculados na 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental e no 3º ano do Ensino Médio. Ele estrutura as performances de aprendizagem dos alunos por meio de uma

escala de desempenho que descreve, para cada nível, as competências e as habilidades que os alunos deverão ser capazes de demonstrar, indo do nível 1 (mais baixo) ao nível 5 (mais alto).

Segundo o Relatório de 2001, pela observação de tal escala de desempenho pode-se verificar o percentual de alunos que construiu competências e habilidades desejáveis para cada uma das séries avaliadas bem como o percentual dos que estão em fase intermediária e o dos que estão abaixo do nível esperado.

Para a elaboração das avaliações de Matemática, das quais trataremos aqui especificamente, os técnicos do SAEB adotaram uma teoria de caráter acentuadamente cognitivista e construtivista, rejeitando a memorização e a fragmentação dos conteúdos de ensino. Na análise do desempenho dos alunos de Matemática, o termo “competência” se refere, no documento, à capacidade de utilizar determinadas operações da inteligência e estabelecer diferentes relações, como classificar, seqüenciar, fazer correspondências, entre outras.

Os resultados, por seu teor crítico, geraram preocupação e inquietação. O problema maior é que alguns dados mostram que se vêm obtendo sempre resultados inferiores aos observados em anos anteriores, como 1995 e 1999, na 4ª série do Ensino Fundamental, no que diz respeito ao ensino-aprendizagem de Língua Portuguesa e de Matemática. Como foi discutido nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) acerca dos resultados do SAEB, os rendimentos de aprendizagem matemática dos alunos são insatisfatórios em todos os níveis da Educação Básica, apontando-se que, nos exames do ano de 1995, o rendimento foi maior nas questões classificadas como de compreensão de conceitos do que nas que exigiam o domínio de procedimentos e resolução de problemas.

Segundo o Relatório SAEB de 1995, apenas 21% dos alunos desenvolveram competências e habilidades nas operações com números naturais, como calcular o resultado de uma adição e de uma subtração com números de até três algarismos, ao final da 4ª série do Ensino Fundamental. Já no SAEB de 2001, houve um percentual de apenas 19,04% de alunos demonstrando essas habilidades.

Tal realidade se distribui de modo assimétrico pelo Brasil. No Nordeste e em boa parte de seus estados, os alunos apresentam resultados abaixo da média nacional. Em 1995, a Região Nordeste tinha 13% de seus alunos com habilidades adequadas para trabalhar com números, contra 21% da média nacional; em 2001 o percentual de alunos com tais competências e habilidades caiu para 12% no Nordeste. Além disso, a região apresenta a mais baixa média de desempenho em Matemática, visto que, no Ensino Fundamental, 20% dos alunos estão abaixo do nível 1 na escala de desempenho, o que significa que não apresentam nem as habilidades mais elementares dos conhecimentos básicos da Matemática.

No Relatório de 2001, o quadro de resultados aponta que, ao final do Ensino Fundamental (8ª série), mais da metade (52,32%) dos alunos brasileiros apresenta uma situação de aprendizagem preocupante, dominando apenas habilidades elementares em Matemática (o Rio Grande do Norte está entre os estados que ficam abaixo da média nacional de desempenho no SAEB). Na aprendizagem matemática, 22% dos alunos do Ensino Fundamental sequer atingiram o nível 1 da escala. Se considerarmos os três primeiros níveis da escala, teremos uma situação alarmante, com aproximadamente 60% dos alunos apresentando apenas domínio elementar de conhecimentos matemáticos.

As causas de tal situação crítica não são ponto pacífico ou consensual entre educadores, pedagogos e técnicos da educação, mas diagnósticos da natureza dos

relatórios apresentados pelo SAEB estimulam discussões e a produção de pesquisas e trabalhos acadêmicos tratando de problemas ligados, entre outros, aos processos didáticos e à formação (ou falta de formação) dos professores.

No que diz respeito aos processos didáticos, o próprio relatório do SAEB critica a inadequação de um ensino da Matemática que explora a reprodução de técnicas de memorização dos conteúdos. Essas técnicas consistem no uso de regras e fórmulas, no sentido de fixar os conteúdos matemáticos pela repetição e aplicação de exercícios, geralmente descontextualizados e por demais abstratos, fato que leva à dificuldade ou impossibilidade de transferência dos conhecimentos matemáticos, condição necessária para sua construção efetiva.

A ênfase de boa parte dos pesquisadores que têm refletido sobre essas questões tem sido posta na necessidade de repensar certas idéias dominantes entre os professores, principalmente aquelas que concebem a memorização de fórmulas, regras e esquemas como algo prioritário e desconsideram a construção de conceitos e o desenvolvimento de atitudes, processos de ensino-aprendizagem usualmente adotados pela grande maioria daqueles que atuam na Educação Básica.

Dessa forma, tem prevalecido nas práticas dos professores um certo tecnicismo empiricista que advoga o conhecimento como propriedade dos objetos e faz com que o trabalho docente consista apenas em transmitir, por uma economia de meios eficazes, os saberes dominantes acerca de tais objetos. Isso leva a um tratamento dos alunos como seres passivos, aos quais caberia apenas responder mecanicamente aos estímulos dados, desconhecendo-se a essência ativa dos sujeitos aprendentes na construção do conhecimento.

Tais práticas se refletem nos resultados das avaliações realizadas, quer em nível nacional quer internacional, por nossos alunos da Educação Básica. Essas

avaliações têm servido para conhecermos melhor a situação precária de nossos sistemas de ensino e a inadequação e insuficiência pedagógica dos modelos de aprendizagem adotados nas escolas pelos professores, entre outros tantos problemas que ameaçam nosso sistema de ensino.

Essas dificuldades ficam explícitas no tratamento das questões relativas ao Sistema de Numeração Decimal, objeto de nossa pesquisa. Para analisarmos as abordagens e características desse sistema, torna-se necessário realizar algumas reflexões, para que possamos entender as dificuldades que considerável número de alunos da Educação Básica demonstra em relação a ele.

A criança, antes de chegar à escola, já "conhece" alguns números – relativos à sua idade, datas, endereços etc. Por meio de práticas culturais, de experiências vivenciadas em seu cotidiano, ela vai aprendendo *espontaneamente* e sendo introduzida no mundo dos números e das operações. Pouco a pouco, por meio de ações como seriações e classificações, os alunos vão construindo o conceito de número e organizando um sistema de numeração que segue uma estrutura lógica específica. Todo esse processo passa ao largo dos sistemas formais de ensino, que, ao privilegiarem procedimentos didáticos hegemônicos, tornam ainda mais difícil a aprendizagem matemática.

Objetivando minimizar os problemas do ensino-aprendizagem da Matemática, educadores têm optado pelo desenvolvimento de procedimentos didáticos que privilegiam os aspectos construtivos do conhecimento, nos quais a contextualização e a problematização têm um peso significativo – o próprio SAEB optou pela *resolução de problemas* como base para seu processo de avaliação. Inserimo-nos nessa comunidade, buscando um caminho alternativo à aprendizagem descontextualizada e fragmentada, ainda predominante em nossos sistemas de



ensino. Também partilhamos a idéia de que os professores devem considerar a resolução de problemas como eixo articulador das atividades matemáticas, ao invés da prática de produzir acúmulo de informações e repetição de fórmulas e de técnicas de cálculos, e consideramos a importância de elementos socioculturais nos processos de construção do conhecimento matemático. Só assim, acreditamos, conseguiremos superar as dificuldades que a maioria dos alunos apresentam em Matemática quando da transferência de habilidades e competências para solucionarem problemas não-convencionais que lhes são apresentados.

Nossa experiência como educadora que atua na área de matemática e nosso trabalho pedagógico junto a professores do Ensino Fundamental têm-nos levado a refletir sobre as dificuldades que a falta de compreensão do Sistema de Numeração Decimal provoca nos alunos das séries iniciais desse nível de ensino.

O tratamento mecânico e abstrato da noção de agrupamento na base 10 e a relação desse tipo de agrupamento com a escrita numérica são um enigma para os alunos que não têm seus conhecimentos prévios levados em consideração pelos professores. Isso ocorre também com o uso de “estratégias” utilizadas nos hábitos escolares de fazer contas – como, por exemplo, o *vai um* e o *peço emprestado*, que, muitas vezes, não têm para os alunos relação com as quantidades agrupadas ou desagrupadas.

Os procedimentos didáticos utilizados merecem um tratamento que leve em consideração tanto as características dos objetos matemáticos quanto as dos sujeitos que aprendem e sua relação com o universo concreto em que estão inseridos de modo ativo e construtivo.

Nessa perspectiva, cabe ao professor estar atento às reais necessidades e aos diferentes interesses dos alunos, pois é notório que o grande desafio da escola

de hoje é desenvolver a matemática de forma dinâmica, relacionando-a com os problemas cotidianos e procurando estabelecer a ponte entre estes e o conhecimento escolar. Diante da atual situação de nossos sistemas de ensino, a construção de um perfil de professor que atenda a essa demanda constitui-se em um enorme programa de pesquisa.

Quanto ao conhecimento do cotidiano, analisando especificamente o tema em estudo, ou seja, o Sistema de Numeração Decimal, em turmas do Ciclo Básico de Alfabetização, poderíamos nos perguntar: Que conclusões poderiam tirar criança a partir de seu contato diário com a numeração escrita? Que informações relevantes poderiam obter ao escutar seus pais queixarem-se do aumento de preços, ao tentar entender como é que sua mãe sabe qual das marcas de determinado produto é mais barata, ao ver que seu irmão recorre ao calendário para calcular os dias que ainda faltam para seu aniversário ou que seu pai se alegrar porque na fila do banco já estão atendendo a ficha 31 e a sua é a de número 34? O que aprendem as crianças ao presenciarem situações nas quais os usuários do sistema de escrita que as rodeiam denominam, escrevem e comparam números?

Até aqui, procuramos situar a nossa pesquisa pontuando algumas questões que vêm sendo discutidas e apresentadas no mundo todo e, em especial, no Brasil. Em seguida, procuraremos aprofundar as discussões, com ênfase nos pressupostos teóricos norteadores do nosso estudo e do modo como desenvolvemos sua parte empírica. A partir das colocações feitas até o momento e retomando a problemática a ser discutida, reolocamos o objeto de estudo agora na perspectiva de alguns autores que subsidiaram nossa pesquisa.

### 3.2 Os modelos de aprendizagem

Durante muito tempo, o ensino da Matemática foi marcado pelos modelos behavioristas e computacionais de aprendizagem, modelos esses que tomam o sujeito que aprende como algo vazio a ser preenchido e como ser passivo que sofre as imposições de seu meio sem a possibilidade de participação construtiva na interação com ele. Tais modelos, influenciados pela psicologia behaviorista norte-americana, estiveram bastante presentes no cenário da educação matemática – muitos professores de Matemática, consciente ou inconscientemente, adotaram-nos, o que trouxe inúmeros e sérios problemas no modo de se fazer educação matemática no Brasil e no mundo.

No modelo computacional de aprendizagem, o aluno é visto como uma espécie de processador capaz de armazenar informações em grandes quantidades, entendendo-se que o pensamento é tecido por estímulos lançados unilateralmente pelo meio externo (GOLBERT, 1999).

Diferentes autores, em diferentes épocas, têm criticado esses modelos, apontando suas limitações e insuficiências. Cobb (apud GOLBERT, 1999), por exemplo, critica sua falta de contextualização, cujo resultado mais freqüente é um conjunto organizado de mecanismos cognitivos do tipo estímulo-resposta, freqüentemente desconectados da realidade e destituídos de relevância. A consequência para o ensino é que

(o) aluno é visto como um sistema dirigido pelo ambiente e, portanto, as recomendações relativas ao ensino concentram-se na manipulação dos estímulos matemáticos. Cabe ao educador encontrar representações instrucionais facilmente apreensíveis, transparentes para o aluno, bem como introduzi-lo em procedimentos decompostos em unidades prontamente manejáveis (GOLBERT, 1999, p. 18).

Tal postura faz com que um simples problema de adição se transforme em um objetivo a ser realizado e o professor numa espécie de inventor de estímulos adequados para desencadear respostas esperadas. Nessa linha de raciocínio, Cobb, conforme Golbert (1999), apresenta quatro dificuldades para conciliar certas exigências do construtivismo com a visão representacional:

1. ao tratar a aprendizagem como um processo que se dá por apreensão de representações instrucionais, a visão representacional sobreleva o papel do professor e dos materiais de ensino, em contradição com a versão da aprendizagem como construção pessoal de modos de apreensão do conhecimento matemático;
2. sobrecarrega-se a compreensão de que a aprendizagem matemática é uma apreensão exata dos objetos externos, contradizendo a visão construtivista, segundo a qual a fonte de significado da atividade matemática dos alunos é intencional, social e culturalmente situada;
3. a visão representacional é dualista, ao separar a matemática que “existe na mente do aluno” e a que existe fora dela, no mundo, e, ao fazer isso, chega a pressupor que o professor possa projetar suas próprias interpretações na mente dos alunos;
4. a visão representacional insiste em que os significados matemáticos têm relação com as representações externas. Esse fato se contrapõe ao resultado de inúmeras pesquisas ilustradoras de que os significados matemáticos são social e culturalmente situados.

Os autores que fazem a crítica às concepções behavioristas e computacionais do ensino da Matemática adotam, predominantemente, uma posição construtivista sociointeracionista de base piagetiana-vigotskiana. Nessa perspectiva, o

conhecimento não é uma descrição de mundo, mas uma representação que o sujeito faz do mundo que o rodeia, em função de suas experiências na interação com ele.

Piaget deu novo alento ao modo de conceber a formação dos conhecimentos, e Vygotsky deu a este uma outra direção. Em ambos os autores, há esclarecimentos sobre os mecanismos funcionais das aquisições cognitivas da criança. No quadro abaixo, que tem como base o texto “Contribuições de Piaget e Vygotsky” da revista CONSTRIRnotícias elaboramos, de forma sucinta, uma comparação entre os modelos de ensino de Piaget e Vygotsky.

QUADRO 1: Concepções de ensino e aprendizagem – Piaget x Vygotsky

PIAGET (posição construtivista)	VYGOTSKY (posição sociointeracionista)
------------------------------------	---

<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Concepção do conhecimento</p>	<p>Teoria psicogenética</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ conhecimentos elaborados espontaneamente pela criança, de acordo com o estágio de desenvolvimento em que esta se encontra;</li> <li>▪ construção do próprio sujeito (a criança), em interação com o objetivo de conhecimento (meio ambiente físico e social), a partir de suas potencialidades genéticas;</li> <li>▪ atividade mental construída pelo aluno;</li> <li>▪ interdisciplinar, contextualizado, privilegia a construção de conceitos e a criação do sentido;</li> <li>▪ constrói-se através de uma apropriação progressiva do objeto pelo sujeito, de tal maneira que a assimilação do objeto às estruturas do sujeito é indissociável da acomodação;</li> <li>▪ construção de estruturas cognitivas mais sofisticadas</li> </ul>	<p>Teoria sócio-histórica</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ na visão vygotskiana, a criança já nasce num mundo social e, desde o nascimento, vai formando uma visão desse mundo através da interação com adultos ou crianças mais experientes;</li> <li>▪ a construção do real é, então, mediada pela interpessoal antes de ser internalizada pela criança: procede-se do social para o individual, ao longo do desenvolvimento.</li> <li>▪ o aluno constrói o conhecimento por meio de ações efetivas ou mentais que realiza sobre conteúdos de aprendizagem;</li> <li>▪ é construído socialmente.</li> </ul>
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Concepção do ensino</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• deve favorecer interações múltiplas entre o aluno e os conteúdos que ele deve aprender;</li> <li>▪ deve potencializar e favorecer as construções de estruturas intelectuais;</li> <li>▪ deve problematizar atividades que envolvam o aluno, provocando reflexão, discussão.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ maior valorização do contexto sociocultural dos alunos e dos níveis de elaboração de conhecimentos destes;</li> <li>▪ contato mais intenso e prazeroso com o universo da leitura e da escrita, com busca mais intencional de contexto de significados;</li> <li>▪ organização do trabalho escolar em bases mais coletivas, maior investimento na qualificação profissional, maior compromisso com a superação do fracasso escolar.</li> </ul>

Analisando as bases das duas teorias, constatamos que há uma estreita vinculação entre desenvolvimento e aprendizagem e que a criança não chega à escola de “cabeça vazia”, pois a aprendizagem antecede isso. Na concepção

baseada na “cabeça vazia”, ensinar um conteúdo é tentar colocá-lo na cabeça do aluno, sendo a memorização do conhecimento privilegiada e o saber matemático visto como regra a ser imposta, indiscutível.

Para Piaget (1996, p. 361), o conhecimento é um processo de construção que acontece interativamente entre o sujeito que conhece e o mundo (objetos) a ser conhecido:

a inteligência não começa, pois, nem pelo conhecimento do eu nem pelo das coisas enquanto tais, mas pelo conhecimento de sua interação, e é ao orientar-se simultaneamente para os dois pólos dessa interação que ela organiza o mundo, organizando-se a si mesma.

Nesse processo, longe de ser uma cópia do real, o conhecimento é adquirido por processos construtivos, quando o sujeito cognoscente, ao modificar os objetos, modifica a si mesmo.

Para Piaget (1996), a “ação” é fundamental para a produção dos conceitos, os quais são fonte do saber. O aluno se adapta ao meio no qual se encontra, por intermédio de uma “assimilação” e uma “acomodação”. A “assimilação” é a incorporação dos objetos ou acontecimentos aos esquemas ou concepções existentes. A “acomodação” começa quando o aluno, não aceitando mais o desequilíbrio ocasionado pelas contradições anteriores, procura modificar os esquemas existentes, para atender às novas exigências do meio. Esse equilíbrio é o processo fundamental responsável pelo desenvolvimento e pela formação do conhecimento, o qual permite ao aluno em desequilíbrio responder às perturbações ou aos distúrbios do meio, para voltar ao equilíbrio.

Os trabalhos de Piaget repercutiram na educação em geral devido ao interesse que ele demonstra pela relação existente entre o sujeito e o conhecimento.

Seus estudos conceituais reportam-se à origem do conhecimento, centrando-a no sujeito, desde a ação sensório-motora até a ação cognitiva. Ele elaborou modelos para explicar como as crianças pensam, identificou muitas das habilidades mentais delas e, partindo de suas próprias observações, formulou uma teoria do desenvolvimento intelectual.

Conforme Golbert (1999), o foco de interesse dos trabalhos de Piaget sempre esteve em torno do problema de como a criança aprende e estrutura seu conhecimento, e os resultados de seus estudos não se limitaram a informar o estágio cognitivo do indivíduo, contribuindo também para esclarecer os mecanismos funcionais das aquisições cognitivas. As conquistas da psicologia genética muito contribuíram para a psicologia do desenvolvimento e também fizeram avançar os trabalhos na área da educação, com destaque para a educação matemática, que teve um largo crescimento nos últimos anos, embora seus resultados não tenham ainda alcançado as salas de aulas.

Autores como Bednarz e Janvier, Bixio, Cobb, Castorina, Carraher e Leite (apud GOLBERT, 1999) muito se utilizaram das pesquisas pioneiras na área da epistemologia construtivista e sociointeracionista. Muitos desses pesquisadores recorrem ao sociointeracionismo vigotskiano para sustentar um trabalho que considere os conhecimentos que os alunos já possuem e levam consigo para a escola, o que está em franca sintonia com posturas construtivistas do conhecimento. Ora, o próprio Piaget (1977) defendia um trabalho no ensino da Matemática que evitasse a imposição à mente das crianças de teoremas gerais e se preocupasse mais com a realidade concreta, pois é a ela que a construção do conhecimento matemático se reporta. O mesmo fazem os pesquisadores citados.



Bixio (apud GOLBERT, 1999) afirma que, longe de esperar que a criança aprenda, devemos ajudá-la a conseguir fazê-lo. A escola deve garantir que as aprendizagens se realizem, por meio da construção de estratégias didático-pedagógicas que facilitem a atividade construtiva das crianças. Cobb (apud GOLBERT, 1999) segue a mesma linha de trabalho, propondo a realização de atividades construtivas e socorrendo-se, na linha dos trabalhos de Kamii (1999), do que ele chama de “sistema pedagógico de símbolos”, espécie de material de ensino que representa interpretações matemáticas, possibilitando aos alunos a expressão de seu desenvolvimento matemático.

O comum a todos esses autores é a base construtivista interacionista, segundo a qual as crianças estruturam os conhecimentos matemáticos a partir de suas próprias ações e do sentido lógico dessas ações, utilizando seus processos de assimilação e acomodação, em interação com seus pares, para alcançar um novo equilíbrio das informações obtidas também em processos interativos.

É consensual que as crianças chegam à escola com conhecimentos matemáticos prévios estabelecidos pelos seus processos de assimilação e acomodação. Parece legítimo e bastante aceitável que se leve em consideração o seu contexto social no momento de escolha dos procedimentos didático-pedagógicos para a mediação do professor na construção daqueles conhecimentos matemáticos, como assevera GOLBERT (1999 p. 14) ressalta:

As crianças não interagem com objetos ao acaso. Elas interagem com objetos propriamente ditos ou com “objetos conceituais” que encontram no contexto social onde vivem. Os vínculos que são estabelecidos entre as crianças e os objetos a serem conhecidos são influenciados pelos significados sociais. Os objetos, por sua vez, adquirem significado pela ação transformadora do sujeito.

Pesquisas dos autores aqui apontados indicam que, ao desconsiderar os reais significados culturais dos saberes construídos socialmente, desenvolvendo práticas de ensino descontextualizadas do universo sociocultural dos sujeitos aprendentes, a escola tende a produzir o fracasso. A falta de conexão entre o saber adquirido em contextos vitais e o conhecimento valorizado pela escola leva a criança a perder o interesse pelas atividades escolares e a confiança em si: os conhecimentos e procedimentos a serem aprendidos lhe parecem estranhos, sem sentido. Com isso, abrem-se as portas para as lacunas cognitivas, as repetências e as evasões.

Posta dessa maneira, a questão faz da matemática uma prática cultural que acontece tanto em nível individual quanto coletivo. Nessa perspectiva, os procedimentos didáticos experimentais adotados têm privilegiado a interação e os processos de negociação entre professores e alunos. Golbert (ibidem, p. 26) explica tal prática apelando para as conversações intersubjetivas que acontecem nas interações em sala de aula, destacando a intersubjetividade nos seguintes termos:

As tensões entre as diferentes interpretações feitas pelos membros da classe são uma fonte de oportunidades de aprendizagem, em todas as situações de ensino. Os problemas e conflitos explícitos surgidos no curso das interações sociais e as mútuas apropriações de significado que ocorrem em qualquer comunicação interativa dão origem às atividades construtivas individuais. Portanto, a aprendizagem da Matemática dos alunos é tanto desenvolvimento de significados e práticas comuns, compartilhados, quanto os significados e práticas individuais, pessoais, de cada um deles, pois os problemas que os alunos se empenham em resolver e as soluções que elaboram em grupo promovem o desenvolvimento cognitivo individual.

Assim ocorrendo, o papel do professor pode ser o de mediador nos processos de negociação, de um mediador ativo que perquire e conduz os alunos no relato do desenvolvimento das tarefas realizadas, de modo que chegue a promover aquilo que

Piaget chamou de *abstração reflexionante*, fazendo com que o aluno passe da atividade inicial para uma matematização progressiva ou, na linguagem vigotskiana, confronte os conhecimentos naturais/espontâneos com os conceitos científicos (VYGOTSKI, 2001).

As pesquisas desenvolvidas por Cobb (apud GOLBERT, 1999) e os trabalhos com sistemas de numeração desenvolvidos por Lerner e Sadovsky (1996) inscrevem-se nessa perspectiva. Cobb concebe a matemática como um fenômeno tanto social quanto cognitivo. Contrário a uma concepção essencialista de matemática, ele vê os símbolos desta como criados pela comunidade dos usuários. A correspondência de tais símbolos com os respectivos objetos materiais é produto da imersão cultural de tal comunidade, cujos esquemas conceituais que tornam evidente para essa comunidade tal correspondência são compartilhados e construídos por seus sujeitos (GOLBERT, 1999).

Coerente com sua compreensão, Cobb advoga, na base de um construtivismo sociointeracionista, que a aprendizagem possa ser vista como um processo ativo e construtivo no qual os alunos procuram resolver problemas que surgem nas práticas matemáticas da sala de aula. Cabe ao professor a condução do esforço construtivo do aluno, auxiliando-o no compartilhamento do conhecimento matemático. Nesse processo, professores e alunos modificam suas interpretações, à luz do desenvolvimento de sua compreensão da atividade matemática, o que acontece com o compartilhamento de formas negociadas de agir e interpretar os sistemas pedagógicos de símbolos, quando ambos influenciam mutuamente suas atividades.

Um trabalho desenvolvido segundo essa ótica deve considerar, pelos menos dois critérios:

- que o professor possa conduzir as experiências e orientar as negociações das convenções estabelecidas inicialmente para o desenvolvimento das atividades de resolução dos problemas apresentados;
- que as ações e interpretações dos alunos sejam altamente contextualizadas, de modo a permitir abstrações à medida que eles vão construindo concepções matemáticas mais sofisticadas.

Feito dessa maneira, o trabalho deve permitir que os sistemas de símbolos sejam considerados como modos pelos quais os alunos possam manifestar o seu pensamento matemático e criar expressões, quer físicas quer imaginárias, que os possibilitem resolver atividades as quais, se feitas de outra maneira, estariam além de suas possibilidades. Para tanto, são necessárias, pelo menos, duas condições: primeiro, que as normas sociais em sala de aula sejam negociadas no coletivo, entre professor e alunos; segundo, que haja negociação quanto aos significados e às práticas matemáticas.

Ao fincar seus trabalhos nessa base, Cobb define o aluno como participante de uma prática cultural e indica que a relação que existe entre o indivíduo e sua cultura matemática é dialética, depreendendo que, nessa relação, as atividades matemáticas coordenadas pelos indivíduos constituem as práticas matemáticas comuns, que, em uma circularidade dialética, constituem as práticas matemáticas individuais.

Lerner e Sadovsky (1996) seguem também uma trilha construtivista de cunho culturalista, por estarem muito preocupadas com as atividades socioculturais cotidianas que promovam o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos, os quais a matemática tradicional estabelece como passíveis de serem adquiridos por meio da instrução escolar formal.

As autoras citadas tomam como objeto focal de suas pesquisas o sistema de numeração, motivadas pelo fato de as crianças terem dificuldade para estabelecer relações entre agrupamentos e escrita numérica e para entender que os algarismos convencionais estão baseados na organização do sistema de numeração. Na revisão bibliográfica acerca do tema pesquisado, as autoras criticam os trabalhos realizados por Kamii e de Bernarz e Janvier por não considerarem que a prática da numeração existe tanto na escola quanto fora dela, isto é, na sociedade, e que as crianças têm a oportunidade de elaborar conhecimentos acerca de tal sistema de representação muito antes de ingressar na 1ª série (LERNER, SADOVSKY, 1996).

A construção cognitiva das representações numéricas está inscrita numa prática cultural cotidiana. A criança as assimila nas interações diárias. Como dizem as autoras, “produto cultural, objeto de uso social cotidiano, o sistema de numeração se oferece à indagação infantil desde as páginas dos livros, a listagem de preços, os calendários, as regras, as notas da padaria, os endereços das casas” (LERNER, SADOVSKY, 1996, p. 75).

Assim, no processo de compreensão de como as crianças percebem o sistema de numeração, os conhecimentos prévios, construídos socialmente em seu cotidiano, têm um papel privilegiado, não visto por outros pesquisadores.

A criança, muito antes de chegar à escola, vem construindo, como que intuitivamente, representações numéricas para organizar e objetivar o mundo físico. Assim como elas ingressam na escola já tendo aprendido muito sobre a linguagem falada e o mundo que as rodeia, também chegam com uma bagagem de experiências matemáticas, pois vivem em um mundo de quantidades, experimentaram o muito grande e o muito pequeno, o “acabou” e seus pais podem ter-lhes ensinado a “contar” antes de seu ingresso na pré-escola. Esses fatos devem

ser considerados ao serem projetadas alternativas didáticas para lidar com o sistema de numeração.

Para Lerner e Sadovsky (1996), conhecer como as crianças se aproximam do sistema de numeração é um passo necessário para a elaboração de alternativas didáticas que lhes dêem condições para confrontarem suas próprias conceitualizações e compará-las com as de outras crianças. O trabalho realizado com o método clínico de entrevistas levou as autoras a realizarem instrumentos didáticos para serem utilizados ainda durante o percurso da pesquisa.

Esse trabalho realizado chegou a resultados bastante significativos e capazes de auxiliar pesquisas posteriores. Elas dizem, acerca do papel da numeração falada, que

(a)s crianças elaboram conceitualizações a respeito da escrita dos números, baseando-se nas informações que extraem da numeração falada e em seus conhecimentos de escrita convencional dos “nós”. Para produzir os números cuja escritura convencional ainda não adquiriram, elas misturam os símbolos que conhecem, colocando-os de maneira tal que se correspondam com a ordenação dos termos na numeração falada (LERNER, SADOVSKY, 1996, p. 92).

As crianças entrevistadas por Lerner e Sadovsky seguem percursos próprios para produzir representações numéricas. O que se depreende dos estudos dessas autoras é que as crianças desenvolvem estratégias cognitivas de representação numérica que estão em flagrante contradição com os sistemas simbólicos e notações convencionais ensinados na escola. Acontece com as crianças entrevistadas algo um pouco parecido com o que acontece com aqueles indivíduos que, fora da escola, conseguem resolver problemas aritméticos mentalmente e, utilizando na escola procedimentos de resolução formais por escrito, erram com frequência.

Ao buscar um caminho alternativo, Lerner e Sadovsky realizam um trabalho crítico das propostas de ensino vigentes e compartilham as primeiras explicações de situações didáticas, as quais buscam dar oportunidade aos alunos de colocar em prática suas conceitualizações, ao mesmo tempo que propiciam oportunidades para que as questionem, reformulem suas idéias e se aproximarem progressivamente da compreensão da notação convencional.

Bednarz e Janvier, na linha construtivista, mas diferentemente de Lerner e Sadovsky, realizaram trabalhos sobre a compreensão do sistema de numeração nas séries iniciais, chegando a resultados parecidos com os comentados anteriormente. Ao trabalhar preocupadas com o processo de apropriação conceitual, as autoras partiram de um conceito de numeração estabelecido como “um processo de mover-se do número para a representação deste número, processo que nos habilita a falar de uma coleção, a colher informações sobre esta coleção e trabalhar com ela, ou seja, calcular” (GOLBERT, 1999, p. 44).

Segundo Golbert (1999), o trabalho de Bednarz e Janvier possibilitou compreender que os alunos, mesmo os que têm a capacidade de transferir suas habilidades para outros contextos, têm dificuldade em equiparar suas conceitualizações com o sistema de representação convencional de numeração.

### 3.3 O ensino-aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal

Na base explicativa que passamos a discutir, destacamos duas importantes advertências que Lerner (1995) faz acerca do Sistema de Numeração Decimal (SND):

- primeiro, a compreensão do Sistema de Numeração Decimal não pode ser atingida através de explicações verbais sobre o valor das dezenas, centenas ou milhares;
- segundo, as crianças podem aplicar mecanismos, mesmo sem terem compreendido os princípios subjacentes. O problema é que, sem compreensão, não fazem generalizações e resignam-se a não entender e a utilizar o conhecimento mecanicamente.

Toledo e Toledo (1997) também falam da complexidade do SND e nos convidam a examinar dois sistemas numéricos diferentes, o romano e o decimal, mostrando que, no SND, os mesmos símbolos representam quantidades totalmente diferentes, de acordo com a posição que ocupam, compreendendo agrupamentos diferentes de unidades. As autoras apresentam, em relação a esse ponto, o seguinte argumento: “a maioria de nós recebeu essa ‘informação’ e a decorou, sem refletir muito sobre ela. Embora a utilizemos nos algoritmos que aplicamos para somar, subtrair, multiplicar e dividir números naturais, ao fazer isso, operamos de modo automatizado” (TOLEDO e TOLEDO, 1997, p.62). Assim sendo, deixamos de estabelecer as devidas relações, decorando regras para cada “nova” situação em que, na verdade, se aplicariam os mesmos princípios.

Os professores-alunos com quem trabalhamos freqüentemente expuseram suas dificuldades para desenvolver um trabalho de qualidade com seus alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental acerca do Sistema de Numeração Decimal. Geralmente apontavam, por exemplo, a incapacidade de realizar intervenções didáticas eficazes quando seus alunos apresentavam dificuldades, e os resultados dessas falhas se tornavam mais evidentes quando tais alunos não relacionavam o que sabiam sobre a escrita dos números com as operações que executavam. Isso



levava os professores-alunos à conscientização de que estavam desenvolvendo um trabalho automatizado em sala de aula.

Assim, eles expressaram a necessidade de um estudo mais detalhado sobre o Sistema de Numeração Decimal, de modo que pudessem entender mais apropriadamente sua estrutura, para poderem desfrutar, junto aos seus alunos, das vantagens possíveis de tal sistema, sobrelevando o trabalho com as operações.

Como conseqüência natural dos estudos que fizemos dos Relatórios do SAEB, das questões desafiadoras que colocamos, da compreensão acerca do Sistema de Numeração Decimal segundo Lerner (1995) e Toledo e Toledo (1997) – entre outros – e das discussões em sala de aula com os professores-alunos, surgiu a necessidade de estudarmos o assunto que propusemos sob dois enfoques complementares e interdependentes:

- desenvolver um trabalho com o Sistema de Numeração Decimal que nos permitisse identificar como os alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental têm acesso aos conhecimentos relativos a esse sistema de numeração ou seja, identificar a prática de sala de aula dos sujeitos de nossa pesquisa, quanto à compreensão que tinham do SND e de como trabalhar com ele;
- desenvolver uma proposta de trabalho que enfatizasse a *construção significativa* de tal sistema, elemento fundamental para a aprendizagem das operações matemáticas, vivenciada na prática pelos professores-alunos participantes de nossa pesquisa.

### **3.3.1 O Sistema de Numeração Decimal**

O trabalho didático com o sistema de numeração de base 10 não é um trabalho fácil, pois tal sistema não tem uma estrutura simples, ou seja, não traz, de modo explícito, alguns de seus elementos caracterizadores, o que torna complicada a assimilação, principalmente por parte das crianças, como salienta LERNER (1995).

Essa dificuldade parece estar enraizada na própria gênese histórico-cultural do sistema de numeração, que durou centenas de anos para passar da correspondência direta entre um representante físico - provavelmente, os dedos - e o representado, também físico - coleções de coisas - para uma abstração generalizadora, o que permitiu a extração de conceitos e, em particular, a noção de número. Ainda assim, nem todas as culturas foram capazes de criar sistemas mais complexos de numeração (a exemplo do de base 10.). Dito de outro modo, nem sempre e nem todos os povos souberam contar com base em um sistema numérico abstrato mais sofisticado. Algumas tribos indígenas brasileiras, por exemplo, utilizam, em suas contagens, termos equivalentes a "um, dois, três e muitos", na seqüência, equivalendo o "muitos" a qualquer quantidade superior a três unidades.

O homem, como ser social, só pode compreender os números naturais abstratamente caso disponha completamente da noção de unidades distintas e da capacidade de estabelecer a *síntese* dessas unidades. Todavia, essa capacidade intelectual, que supõe, preliminarmente, a aquisição da faculdade de analisar, comparar e fazer abstração das diferenças individuais, sustenta-se em elementos que, somados com o emparelhamento e com a classificação, formam o ponto de partida de todas as ciências. Os conceitos, ao seguir a *relação de sucessão* ou *relação de ordem*, podem ser organizados conforme seu grau de generalidade.

Esse fato permite um avanço na arte de fazer cálculo abstrato: a compreensão dos números inteiros exige a classificação deles num sistema de

unidades numéricas hierarquizadas que se encaixem umas nas outras bem como nossa facilidade em dispor essas unidades, conforme o artifício de *sucessão natural* dos objetos que nos rodeiam. Assim posto, o conjunto de números inteiros torna possível a intervenção de uma nova faculdade, que tem um papel essencial, a saber, a contagem, entendida como o ato de atribuir a cada um dos elementos participantes de uma dada coleção um símbolo que corresponde a um número posicionado na seqüência natural dos inteiros. Cada símbolo atribuído a cada elemento da coleção será chamado por seu *número de ordem* nessa coleção, e o número de ordem do último objeto desse agrupamento corresponderá ao número de seus elementos.

O número aí obtido é totalmente independente da ordem, da *numeragem* dos elementos: mesmo que a enumeração se inicie por um ou outro, o processo levará sempre ao mesmo resultado.

O ato de contar os objetos de um conjunto dado de coisas, segundo Ifrah (1997), só pode ocorrer se forem pressupostas *três aptidões*, a saber: a capacidade de atribuição de uma seqüência a cada objeto, a capacidade de intervenção para introdução do elemento *sucessividade* na unidade que segue e, por fim, a de converter tal sucessão em simultaneidade. Dessa maneira se manifestam os aspectos dos números inteiros, que são fundamentais para a compreensão do sistema de numeração. O matemático Dantzig, citado por IFRAH (1997, p. 41), esclarece:

Aprendemos a passar tão facilmente do número cardinal ao número ordinal que não distinguimos mais esses dois aspectos do número inteiro. Quando queremos determinar a pluralidade dos objetos de um agrupamento, isto é, seu número cardinal, não nos sujeitamos mais à obrigação de encontrar um conjunto-modelo ao qual pudéssemos compará-los, nós o “contamos” simplesmente. *E é pelo fato de ter aprendido a identificar os dois aspectos do número que se*

*devem nossos progressos na matemática.* Com efeito, enquanto na prática é o número cardinal que os interessa verdadeiramente, esse número é incapaz de servir de base a uma aritmética, as operações aritméticas estando fundadas na hipótese tácita de que podemos sempre passar de um número qualquer a seu sucessor. Ora, aí está a essência mesma do conceito de número ordinal. O emparelhamento, por si só, é incapaz de criar o cálculo. Sem nossa facilidade em dispor dos seres e objetos segundo a sucessão natural ter-se-ia feito bem pouco progresso. Nosso sistema numérico está intimamente impregnado por esses dois princípios, correspondência e sucessão, que constituem o tecido mesmo de toda a matemática e de todos os domínios das ciências exatas.

Essa longa citação explica bem a importância fundamental dos aspectos que estruturam os atos de enumeração e parece estar presente na compreensão de Piaget (1996) acerca da formação dos números como síntese da inclusão e da ordem. Para ele, é impossível, haver um cardinal sem ordenação tal como é também impossível haver um ordinal qualquer sem cardinalidade.

Posto isso, tais aspectos são complementares e simultâneos. O aspecto cardinal se sustenta sobre o princípio de emparelhamento; o aspecto ordinal exige simultaneamente o procedimento de emparelhamento e o de sucessão. Eles são importantes para a descoberta do *princípio da base*.

Os princípios de cardinalidade e de ordinalidade foram fundamentais, segundo Ifrah (1997), para que o homem aprendesse a conceber conjuntos cada vez mais extensos. Ainda assim, para representar números cada vez maiores, ele teve de abandonar a prática de simbolização concreta, impossível de designar números elevados com o mínimo possível de símbolos. Ifrah (1997, p. 48) descreve da seguinte maneira o advento do princípio da base:

A solução [como lidar com elevados números de objetos] foi privilegiar um agrupamento particular (como a dezena, a dúzia, a vintena ou a sessentena, por exemplo) e organizar a seqüência regular dos números segundo uma classificação hierarquizada fundada nessa base. Noutras palavras, convencionou-se uma “escala” a partir da qual é possível repartir os números e seus

diversos símbolos segundo estágios sucessivos, aos quais se pode dar os respectivos nomes: *unidades de primeira ordem*, *unidades de segunda ordem*, *unidades de terceira ordem* e assim sucessivamente. E é dessa maneira que se chegou a uma simbolização estruturada dos números, evitando-se esforços de memória ou de representação consideráveis. É o que se chama o *princípio da base*. Sua descoberta marcou o nascimento dos *sistemas de numeração* – sistemas cuja “base” nada mais é do que o número de unidades que é necessário agrupar no interior de uma ordem dada para formar uma unidade de ordem imediatamente superior.

Outro aspecto essencial de nosso sistema de numeração é o da posicionalidade. Desde quando se começou a registrar informações sobre quantidades, foram criados diversos métodos de representá-las. O método ao qual estamos acostumados (o de base 10) usa um sistema de numeração posicional (IFRAH, 1997). Isso significa que a posição ocupada por cada algarismo em um número altera seu valor em uma potência de 10 (na base 10) para cada casa à esquerda. Por exemplo, no sistema decimal (base 10), no número 187 o algarismo 1 representa uma centena (ou  $10^2$ ), o 8 representa oito dezenas (ou  $8 \times 10^1$ ) e o 7 representa 7 unidades (ou  $7 \times 10^0$ ). Assim, em nossa notação,  $187 = 1 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 7 \times 10^0$ .

A base 10 é hoje a mais usualmente empregada em nosso dia-a-dia, embora não seja a única. No comércio, tratamos com dúzias, grosas (doze dúzias); marcamos o tempo em minutos e segundos (base 60). Os computadores utilizam a base 2 (sistema binário), e os programadores, por facilidade, usam, em geral, uma base que seja uma potência de 2, tal como  $2^4$  (base 16, ou sistema hexadecimal) ou eventualmente, ainda,  $2^3$  (base 8, ou sistema octal). Na base 10, dispõe-se de 10 algarismos para a representação de qualquer número (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, 0) e eles funcionam sob o *princípio da posição*, uma vez que seu valor varia em função da posição que ocupam na escrita do número.

Nosso sistema de numeração é fruto de um longo processo sociocultural que veio aprimorando as práticas de enumerar os mais diferentes objetos e suas diferentes coleções, a ponto de evoluir para um sofisticado sistema escrito de simbolização, ao mesmo tempo formal e abstrato, quando as operações deixam de ser feitas sobre as coisas concretas e passam a ser feitas sobre símbolos numéricos. Isso demonstra, conforme Ibrah, que os números são advindos não das próprias coisas, senão “das leis do pensamento humano trabalhando sobre as coisas” (1997, p. 47).

Esse fato, como prática sociocultural, fica como que escamoteado, ou mesmo esquecido, com a consolidação da representação sintática formalizadora do aprendizado da numeração, molde privilegiado quando o sistema de numeração passa a ser explorado pela educação escolar. A escola moderna, ou melhor, os professores, ao ensinarem um sistema de numeração, estão preocupados em fazer com que os alunos aprendam as regras subjacentes aos sistemas numéricos, sem qualquer referência a um contexto concreto ou aos conhecimentos que eles já trazem, frutos de sua interação com o mundo que os circunda.

### **3.3.2 O ensino-aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal em sala de aula**

As pesquisas em didática da Matemática têm contribuído, mesmo que de modo ainda incipiente, para o ensino dessa disciplina. As armas críticas dessas pesquisas são direcionadas contra um sistema de ensino que, ao se preocupar excessivamente com a transmissão de conteúdos abstratos e descontextualizados, faz do aluno, sujeito aprendente, *tabula rasa*, indivíduo passivo, apto apenas a

receber os conhecimentos a serem diretamente transmitidos, sem problematizações, situações contextualizadoras ou concretas que produzam significado para aquilo que aprende.

Nessa área de pesquisa, o ensino e a aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal ganham um novo alento, com a presença de pesquisadores e professores de Matemática realizando trabalhos voltados para a sala de aula. Autores como Bednarz (1996), Lerner (1995), Lerner e Sadovsky (1996) e tantos outros têm insistido em que os conhecimentos prévios dos alunos, conhecimentos advindos de suas relações epistêmicas com o mundo externo, caracterizados, entre outras coisas, por elementos do universo sociocultural e erigidos também por interação social, são importantes para se compreender como eles lidam com a enumeração dos objetos e a própria matemática ensinada na escola, geralmente tratada apenas em seus aspectos legaliformes.

Bednarz, que realizou durante alguns anos pesquisas acerca do SND com crianças e desenvolveu uma proposta com base no construtivismo interacionista, fez também severa crítica aos procedimentos correntes no ensino tradicional, reforçando as já apresentadas no presente trabalho. Diz ela (BEDNARZ, 1996, p. 51):

Entende-se tradicionalmente por sistema de escrita dos números um sistema coerente de símbolos, regido por certas regras, que permitem escrever e ler números. Nosso sistema de escrita dos números vincula-se assim à utilização de certos princípios: recorre a um número limitado de símbolos (0, 1, 2, ...9), à utilização do princípio de agrupamento (por 10), a fim de tornar possível a escrita de qualquer número, assim como o de valor da posição relativa (graças ao qual um mesmo algarismo pode ter diferentes valores). O ensino habitual em vigor nas aulas de matemática consiste em ensinar aos alunos, desde o princípio, a representar os números segundo essas regras. Assim, o aprendizado da numeração, freqüentemente, reduz-se à capacidade de ler os números, de escrevê-los e de reconhecer em um número dado os valores de posição.

A preocupação desse tipo de ensino é com a aquisição de regras sintáticas e com situações de codificação e decodificação da escrita numérica. Em pesquisas anteriores, realizadas com crianças da 3ª e 4ª séries, Bednarz e Janvier (Apud GOLBERT, 1999) já haviam demonstrado que as crianças têm dificuldade em compreender a razão de ser dos registros sintáticos de elementos, como, por exemplo, o agrupamento, atribuindo pouco significado aos símbolos utilizados. Tal fato fica evidente quando elas têm que operar com as regras de cálculo.

Na tentativa de lidar com os problemas daí decorrentes, Bednarz lança mão de uma epistemologia que considera a interação entre a representação numérica da criança e o sistema da escrita numérica estabelecido, fazendo jus à sua idéia de que “a construção de um sistema de representação do número está intimamente ligada à das operações com os números”. Por esse caminho, a criança atua construtivamente, levada a praticar agrupamento e a representar os números. Ela é, com isso, impulsionada a agir sobre os conjuntos e a desenvolver os seus próprios sistemas simbólicos para relatar as coleções e as operações com elas efetuadas. Nesse trabalho, a metodologia desenvolvida com materiais concretos e a formulação de problemas extraídos do cotidiano possibilitaram a transferência dos conhecimentos construídos (Apud GOLBERT, 1999).

O trabalho desenvolvido por Lerner e Sadovsky (1996), na mesma linha teórico-metodológica de Bednarz e Janvier (apud Golbert, 1999), chegou, em um contexto diferente, a resultados muito parecidos com os destas autoras. Tais resultados levaram Lerner e Sadovsky a estabelecer as linhas de um trabalho didático focado na resolução de problemas simples do cotidiano das crianças. Para Lerner e Sadovsky (1996), elas elaboram critérios próprios para produzir representações numéricas e seus processos de construção da notação convencional



não seguem a ordem da seqüência numérica. Para averiguar suas suposições, as autoras citadas desenvolveram atividades que valorizavam momentos interativos construtivos, nos quais as crianças travavam diálogos intersubjetivos.

As autoras dão destaque à escrita numérica, afirmando:

“trabalhar com a escrita e só com ela; abordá-la em toda sua complexidade; assumir que o sistema de numeração – enquanto objeto de ensino – passará por sucessivas definições e redefinições antes de chegar a sua última versão. São estas as idéias que desde o princípio orientaram nosso trabalho” (LERNER, SADOVSKY, 1996. p. 116).

Os procedimentos apresentados pelas crianças são valorizados por apresentarem vantagens que não podem ser negligenciadas ou depreciadas, quando comparados com os procedimentos utilizados pela escola.

Os trabalhos do quarteto de pesquisadoras citado parecem corroborar, por caminhos diversos, o apotegma piagetiano de que a construção numérica de coleções implica a “construção prévia da lógica de classes e lógica das relações” (PIAGET, 1996, p. 226). Mas as crianças são capazes de *insights*, ao aproximarem comparativamente os números, com base em algumas regras do sistema numérico posicional (LERNER, SADOVSKY, 1996).

Assim, no trabalho didático com sistema de numeração, devem-se considerar duas advertências feitas por Lerner, a saber: primeiro, que as explicações verbais sobre dezenas, centenas ou milhares não são suficientes para levar à compreensão do sistema de numeração e, segundo, que o professor deve estar consciente de que as crianças podem desenvolver ou aplicar determinados mecanismos com certa eficiência mesmo sem terem compreendido os princípios subjacentes (apud GOLBERT, 1999).

### 3.3.3 O sistema de numeração decimal em sala de aula: as atividades de ensino em um processo interativo de aprendizagem

Em geral, somos incentivados a lidar com números desde muito cedo: a "recitar" o número de irmãos, de brinquedos, de pessoas, de anos na nossa idade. Com o tempo, aprendemos a distinguir quantidades e percebemos também que, quanto mais crescemos, mais aumenta a necessidade de contagem. Afinal, no nosso dia-a-dia, dependemos das funções dos números.

Assim, aprendemos na escola os algoritmos de que iremos dispor para representar os números e conhecemos os sinais usados para representar as operações que podemos realizar com esses números (+, -, x, ÷), além de outros símbolos, na direção de um rigor cada vez maior da linguagem matemática.

Contudo uma das maiores preocupações em relação às operações fundamentais com números naturais decorre de dificuldades dos alunos com o aprendizado do Sistema de Numeração Decimal, relacionadas à não-compreensão dos agrupamentos e trocas, especialmente na base 10, gerando conflitos com os famosos *vai um e pede emprestado* – rituais inerentes às contas escolares – os quais, na maioria das vezes, os alunos não relacionam de maneira alguma com as unidades, dezenas e centenas apresentadas.

Nesse contexto, realizamos, com os professores-alunos que participaram de nossa pesquisa, atividades que possibilitaram o trabalho com as características do Sistema de Numeração Decimal, enfatizando as essenciais, como agrupamentos e trocas e valor posicional dos algoritmos. Buscamos também o diálogo e a troca de idéias entre a pesquisadora e os professores-alunos, no sentido de propiciar a estes últimos a participação ativa em todos os momentos da pesquisa.

#### **4 O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL: concepções e práticas educativas**

Depois de traçados os objetivos, delineando os motivos do trabalho, e de estabelecermos o contexto intelectual em que ele se baseia, além de nossas opções teóricas e metodológicas, é chegado o momento de explicitarmos nossa intervenção prática entre os sujeitos de nossa pesquisa. Os resultados obtidos são apresentados e analisados à luz dos aportes teóricos assumidos anteriormente. Aqui são apresentados tanto o questionário quanto as atividades didáticas escolhidas.

##### **4.1 As concepções dos professores-alunos sobre o Sistema de Numeração Decimal**

Na elaboração do questionário que aplicamos, procuramos não perder de vista os aspectos de interesse de nossa pesquisa acerca do ensino-aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal. As nove questões apresentadas foram diretas, a saber:

1. Como você define um sistema de numeração?
2. Alguns pesquisadores enfatizam a relevância da compreensão do sistema de numeração para o desenvolvimento do conhecimento matemático da criança. Você concorda ou não com eles? Justifique sua resposta.
3. Em decorrência de suas características, o sistema hindu-arábico é usado praticamente no mundo todo. Cite essas características.
4. Explique por que o nosso sistema de numeração denomina-se decimal.
5. É importante a base no sistema de numeração? Justifique sua resposta.
6. Por que dizemos que o nosso sistema é posicional?

7. Que implicações no processo de ensino e aprendizagem podem ser acarretadas quando os conceitos de valor posicional não são compreendidos pela criança?
8. Quando é que ocorre a passagem de uma ordem para outra no Sistema de Numeração Decimal?
9. Qual a diferença entre o algarismo das dezenas e a quantidade de dezenas de um número?

É importante frisar que *todos* os 27 professores-alunos se dispuseram de bom grado a responder às questões e assim o fizeram, utilizando o tempo por nós estabelecido para tal (40 minutos).

As respostas são muito ricas, com detalhes significativos, uma vez que explicam a maneira como eles compreendiam e extraíam significados dos tratamentos dados ao Sistema de Numeração Decimal. Muitas inferências poderiam ser feitas das respostas dadas, todavia iremos aqui apresentá-las de maneira sucinta, sem verticalizações ou análises desnecessárias, transcrevendo-as literalmente em nosso trabalho.

Apesar de terem aceitado responder ao questionário e permanecido na sala durante o tempo estipulado para o responderem, nem todos os professores-alunos chegaram a fazê-lo em sua totalidade. Dos 27, quatro destes<sup>1</sup> (P7, P17, P19 e P20) deixaram o questionário totalmente em branco.

Outros, em alguns momentos, quando deixavam de responder a uma ou mais questões, anotavam “não lembro”. P3 respondeu a apenas quatro questões (1, 2, 3 e 6), assim como P4 (1, 4, 5 e 6), que anotou “não lembro” nas outras cinco. P11

---

<sup>1</sup> A fim de preservar a identidade dos professores, adotamos o código P1, P2, etc., para **referir-nos** aos professores como **Professor 1**, **Professor 2**, etc. A escolha na enumeração se deu ao acaso, conforme íamos lendo e fazendo observações sobre os questionários.

deixou de responder a três questões (3, 4 e 9). Já P12 anotou “não lembro” para seis questões (3,4, 6, 7, 8 e 9). P14 respondeu às questões 1, 2, 3 e 6, e P24 deixou de responder a seis questões, sendo que a resposta para uma das outras questões respondidas (9) foi “não lembro”. P26 respondeu a apenas três questões (1, 2 e 4).

Em geral e em sua diversidade, as respostas dadas pelos professores-alunos apresentam um espectro de variação muito grande, indo de respostas adequadas até as mais disparatadas possível, sem nos darem uma idéia clara do que eles queriam nos comunicar com sua resposta. Por exemplo, P12<sup>2</sup>, à pergunta *É importante a base num sistema de numeração? Justifique*, respondeu: “Sim, tudo na vida é preciso uma base”. De modo geral, as respostas apresentadas apontaram na direção da predominância do acúmulo de conhecimentos pouco precisos e formalmente pouco rigorosos, permitindo, todavia, a identificação de traços de significados da compreensão e representação dos conhecimentos matemáticos em questão. Para P16 e P18, o sistema de numeração é um conjunto de símbolos, e P15 anotou que ele é “a ordenização dos números através do sistema”. Para P8, “é um conjunto de números”; para P9, “é a organização dos números”; e para P5, “é a organização de todo o processo numérico”.

De modo geral e esquemático, os professores-alunos associam o sistema de numeração às idéias de agrupamento, de coleção e de conjunto, mesmo quando dão respostas aparentemente confusas, como ocorreu com P23 e P25, para quem o sistema de numeração representa quantidades e idéias e serve para “resolver situações de acordo com a realidade do homem”.

Asseveramos que, em nenhuma outra resposta, transpareceu mais a compreensão e a representação que os professores têm dos processos matemáticos

---

<sup>2</sup> A professora P12 leciona já algum tempo Matemática nas séries de 5ª a 8ª do Ensino Fundamental.

e do ensino da Matemática do que nas dadas à questão relativa à relevância da compreensão do sistema de numeração para o desenvolvimento do conhecimento matemático da criança. Dos 27 professores-alunos foram nove os que deixaram de responder a tal pergunta, mas, ainda assim, os que responderam deram respostas sinalizadoras. O sistema de numeração, ligado ao ato de contar e de “resolver problemas e questões”, é a base, o alicerce do “conhecimento que a criança irá formar” (P9). Para P21, “a construção do conhecimento dos números se dá através da compreensão dos números”. P14, que leciona em turma de Alfabetização, anota que, sem a relação entre número e numeral, a criança não vencerá outras etapas do conhecimento matemático. P2 *diz* que “o sistema de numeração é a base matemática mais importante para os outros conceitos”.

Os professores-alunos que responderam ao questionário associam com freqüência idéias como *agrupamento* e *compreensão de números* ao desenvolvimento do conhecimento matemático. Eles foram enfáticos ao afirmar a importância do Sistema de Numeração Decimal para a resolução de problemas do cotidiano das crianças. Todavia deixaram transparecer dificuldades quando instados a elencar as características de tal sistema de numeração.

Apenas onze professores-alunos caracterizaram o Sistema de Numeração Decimal; os outros 16 deixaram de responder à questão, tendo sete deles anotado como resposta “não lembro”. O aspecto de *posicionalidade* foi o que mais apareceu nas respostas, nomeado diretamente por cinco dos professores, mas em respostas como a dada por P1 - “posicional, unidade, dezena e centena” – à questão nº3 (*Em decorrência de suas características o sistema indo-arábico é usado praticamente no mundo todo. Cite essas características*). Para P8, as características de tal sistema são “posicional, decimal, arábico”. Já para P22, o sistema é como que auto-

explicativo, uma vez que sua característica é “sua organização”. P21, por sua vez, anota que “de 0 a 9 é organizado todo sistema de numeração, e também posicional”.

A maioria dos professores-alunos foi capaz de expressar sua compreensão sobre o *principio de base*: para eles, o nosso sistema de numeração é decimal porque sua base é dez. Todavia, também aqui aparece a confusão entre número, enquanto elemento de um grupo ou conjunto, e algarismo, expressão simbólica de tal elemento. P2 diz que nosso sistema de numeração é decimal “por nosso sistema [ser] de dez algarismos”; P10 respondeu “porque é composto de 10 números ou algarismos”; e P21 repetiu “porque é formado a partir de dez algarismos”. A resposta dada por P23 afirma que é “devido à posição decimal do algarismo com base 10”, e P24: “os números estão agrupados de 10 em 10”. Para P22, o nosso sistema de numeração é decimal por ser “formado por dez números naturais”. Houve ainda algumas respostas inarticuladas por parte de outros professores-alunos, como a dada por P27: “ele vai de 10 e 10”. Para P16 “são sempre agrupados 10 em 10”. Já P9 respondeu que o sistema de numeração é decimal porque “se agrupa de dez em dez algarismos”.

Para a questão nº 5, uma boa parte dos professores-alunos (56%) que responderam ao questionário afirmou que a base em um sistema de numeração é importante. Entretanto 44% deixaram de responder à referida questão. Apenas P23 respondeu que a base *não* é importante para um sistema de numeração, justificando sua negativa: “aparecem outras bases de acordo com a numeração”.

Para P2, a base é importante “porque através desta base se constrói outros conceitos”. Para P4, a base “forma outros conceitos numéricos”. Já P6, tateando o ato de enumerar coleções, respondeu que a base é importante porque “as unidades, dezenas, centenas são agrupadas de dez em dez”, como também fez P25, para

quem a base “é o ponto de partida do que se vai resolver”. P22 anota que “sem a base temos apenas noção de tudo”. P8 respondeu que, com a base, “consequimos formar qualquer número”.

#### 4.2 Das implicações da não-compreensão da posicionalidade na aprendizagem

Pelas respostas dadas à questão que tratava da posicionalidade, a maioria dos professores-alunos parece ter uma compreensão clara sobre a característica de determinação do valor posicional dos números no Sistema de Numeração Decimal. Para P1, “em cada posição que um número se encontra seu valor é diferente”. “Cada algarismo, dependendo da sua ordem tem um valor posicional diferente” - garante P2, estabelecendo, como nenhum outro professor-aluno fez, relação entre ordem e posição. P5 diz que “o valor do algarismo depende da posição que ele ocupa”, e P8 que “cada algarismo ocupa uma ordem”. Os professores-alunos apresentam sua maneira de compreender que a posição ocupada por cada algarismo em um número altera seu valor. P15, por exemplo, diz que “podemos encontrar valores dentro de um número através de sua posição” e P21 afirma que “os números têm valor diferente de acordo com sua posição, da direita ou esquerda”, com o que concorda P24, ao responder que o valor de um algarismo depende da posição que ele ocupa. P16 adverte que a leitura e a significação depende da posição dos números.

Os professores-alunos que responderam à questão nº 7 (treze professores deixaram de respondê-la e destes, quatro disseram “não lembro”), entediam que a não-compreensão do valor posicional dos números acarreta conseqüências negativas na aprendizagem matemática das crianças. Para P2, sem uma compreensão do valor posicional, “a criança não compreenderá o conceito de



unidade, dezena, centena, milhar, etc.”, com o que concorda P6, ao dizer que “com certeza terão [as crianças] dificuldades em representar os números”.

Atos concretos, como diferenciação de valores, leitura de números, desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático e contagem em seqüência dos números, junto com outros atos, como resolução de problemas e desenvolvimento do pensamento crítico, são apontados como impossíveis de serem desenvolvidos pelas crianças sem a compreensão do valor posicional. Sem tal compreensão, a criança “não chega a respostas abstratas” – afirmaram P18, P25 e P27. Já P9 adverte: “a criança pode ficar com bloqueio quanto à leitura dos números e à resolução de problemas”.

A questão nº 9, que, aparentemente, pedia uma resposta um pouco mais afastada do senso comum imediato, foi a que obteve um número menor de respostas, pois apenas dez professores-alunos responderam-na – 17 deixaram de responder, dos quais seis disseram “não lembro”. Segundo P1, a diferença entre o *algarismo* das dezenas e a *quantidade* de dezenas de um número é que os algarismos das dezenas seriam os símbolos dos números – 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 -, enquanto a quantidade seria a representação daqueles símbolos. P2, respondeu: “os algarismos das dezenas são os números inteiros que compõem a dezena, e quantidade de dezenas de um número é basicamente a mesma coisa, só que, dessa vez, se vai contar quantas dezenas tem tal número. Não tenho absoluta certeza”.

As respostas dadas pelos professores-alunos, ainda em relação à questão 9, traduzem suas dificuldades - se não de ordem conceitual, no mínimo de explicitação na linguagem usual de seu pensamento matemático -, já que muitas vezes não produziram respostas satisfatórias, como P5, ao anotar que “o algarismo das

dezenas é que fica na segunda ordem e a quantidade de dezenas é de acordo com a posição que ele ocupa”, no que segue P13, que diz “algarismos são números e as dezenas são a representação dos números em conjunto de 10 e um número é aquele que representa as dezenas”. Já P16 afirma que: “uma dezena é formada por 10 unidades enquanto que um número pode ter de 1 a 10 dezenas”.

P10 defende que: “O algarismo das dezenas é representado por um número equivalente à quantidade”. Por sua vez, P21 chegou a anotar que “o algarismo representa o número; por exemplo, 7, e quantidade de dezenas é em que posição ele está”. P22 garante que a diferença “é que os números representam a quantidade de algarismos, e não a quantidade de dezenas”, com o que parecem concordar P25 e P27, por afirmarem ser a “forma como você representa cada um”.

Os professores-alunos manifestaram suas dificuldades, tanto por escrito quanto verbalmente, no momento da aplicação do questionário, preocupando-se em dar respostas “prontas”, uma vez que no processo tradicional de formação, em todos os níveis de ensino, o aluno é treinado para dar respostas-padrão para perguntas de mesma natureza – o que se depreende do “não lembro”, apresentado em diversos momentos por vários dos 27 professores-alunos. Eles faziam um esforço expressivo na tentativa de *lembrar* o que tinham *aprendido* com seus respectivos professores sobre o Sistema de Numeração Decimal. Nesses momentos, a dimensão ativa e construtiva da aprendizagem foi deixada ao largo.

A postura dos professores-alunos traduz uma concepção de ensino e aprendizagem que fez história, sustentada por uma concepção, explícita ou não, que descaracterizava a história interna dos conhecimentos científicos, conforme salienta Vygotsky (2001), e que estava na base de metodologias de ensino predominantes na educação escolar. Essa concepção defendia que os conceitos científicos são

absorvidos já prontos, por um processo de compreensão e assimilação, tomados de empréstimo do campo de conhecimentos dos adultos e se esgotam em sua transmissão às crianças.

Percebemos que eles acreditavam haver uma resposta certa e única para cada questão apresentada, cabendo a quem ia responder encontrá-la via exercício de rememoração de algo que fora implantado pronto em suas cabeças. Com isso, toda a história interna do conceito, com sua interação reconstrutiva com o universo concreto e sensorial do sujeito aprendente, ficava esquecida ou era anulada.

Tal postura é característica do sujeito que passou por um método de ensino que privilegia processos acrílicos, centrados na figura de um detentor de conhecimentos prontos a serem transmitidos por meios didáticos econômicos baseados em práticas mnemônicas de assimilação.

Como já afirmamos, a principal finalidade da aplicação do questionário foi identificar o conhecimento prévio dos professores-alunos sujeitos de nossa pesquisa sobre o SND, para, em seguida, selecionarmos um grupo de três professores, os quais iríamos acompanhar mais de perto, tendo em vista que, com um grupo menor, teríamos melhor condição de analisar respostas, colocações e questionamentos, pois, com a turma toda, exercíamos o papel de professora e investigadora e, com um grupo menor, teríamos melhor condição de aprofundar a análise de nosso objeto de pesquisa.

Para elaborarmos as questões do referido questionário, nos respaldamos no texto "Os antigos sistemas de numeração", de Centurión (1995), tendo em vista que seria um referencial para um estudo posterior em que confrontaríamos as respostas dadas e os conceitos apresentados no textos sobre o SND.

No quadro a seguir, encontram-se as respostas dadas pelo grupo dos três professores-alunos que compuseram nosso estudo de aprofundamento. Durante todo o nosso trabalho, asseguramos a não-identificação dos sujeitos, por isso os denominamos Px, Py, Pz.

As respostas consideradas satisfatórias foram aquelas que, pelo menos em parte, se aproximaram dos conceitos apresentados no texto que serviu de referência para a elaboração do questionário. Convencionamos a seguinte legenda, para analisamos as questões respondidas:

1. respostas satisfatórias
2. respostas não-satisfatórias
3. respostas em branco

QUADRO 2 – Respostas dos professores-alunos selecionados para o grupo de aprofundamento

	1	2	3
<b>1- Como você define um sistema de numeração?</b>			
Px - Não lembro, acho que são números que obedecem uma ordem lógica gradativa.		X	
Py -			X
Pz - É um conjunto de números.		X	
<b>2- Alguns pesquisadores enfatizam a relevância da compreensão do sistema de numeração para o desenvolvimento do conhecimento matemático da criança. Você concorda ou não com eles? Justifique sua resposta.</b>			
Px - Sim, porque o SND é a base matemática mais importante para a criança formar outros conceitos.	X		
Py - Sim, não estou sabendo justificar.		X	
Pz - Não lembro, preciso aprender.		X	
<b>3 – Em decorrência de suas características, o sistema indo-arábico é usado praticamente no mundo todo. Cite essas características.</b>			
Px – Posicional, unidade, dezena e centena.		X	
Py – Posicional, decimal e arábico.		X	

Pz – Se estudei não lembro.		X	
<b>4 – Explique por que o nosso sistema de numeração denomina-se decimal.</b>			
Px – Porque a base é 10.	X		
Py – Porque sua base é 10.	X		
Pz – Porque os números estão agrupados de 10 em 10.	X		
<b>5 – É importante a base num sistema de numeração? Justifique.</b>			
Px – Sim, por que cada 10 unidades é representada por 1 dezena.		X	
Py – Sim, tudo na vida é preciso uma base.		X	
Pz – Sim, sem a base temos apenas a noção de tudo.		X	
<b>6 – Por que dizemos que o sistema de numeração é posicional?</b>			
Px – Porque, dependendo do posicionamento do nº, ele pode apresentar valores diferentes.	X		
Py – Porque o valor do número depende da sua posição.	X		
Pz – Não lembro.		X	
<b>7 – Que implicações no processo ensino-aprendizagem podem ser acarretadas quando os conceitos de valor posicional não são compreendidos pela criança?</b>			
Px – Não lembro, preciso aprender.		X	
Py – Não lembro.		X	
Pz -			X
<b>8 – Quando é que ocorre a passagem de uma ordem para outra no sistema de numeração decimal?</b>			
Px – Quando passa de 10.		X	
Py -			X
Pz – Não lembro, preciso aprender.		X	
<b>9 – Qual a diferença entre o algarismo das dezenas e a quantidade de dezenas de um número?</b>			
Px – Algarismo das dezenas é o que fica na 2ª ordem e a quantidade de dezenas é de acordo com a posição que ele ocupa.		X	
Py – Algarismo representa o nº; por exemplo, 7. E quantidade de dezenas é em que posição ele está.		X	
Pz – A forma como você representa cada um.		X	

Apesar de os três professores-alunos não terem respondido satisfatoriamente à maioria das questões apresentadas, percebemos, na observação dos grupos e nas discussões posteriores, que eles eram capazes de utilizar a maior parte das idéias relativas ao SND, em diferentes situações apresentadas. Porém, quando lhes solicitamos explicarem suas ações, eles, na sua maioria, não conseguiram. Isso nos leva a crer que utilizavam tais conhecimentos sem terem refletido sobre eles.

Durante a observação dos trabalhos em grupo, pela fala dos professores-alunos, constatamos que eles reproduziam de modo automatizado esses conteúdos em suas salas de aula. Concluímos, pela maioria das respostas apresentadas, bem como pela ausência de muitas respostas, haver uma inadequação na compreensão inicial do SND por parte da maioria dos sujeitos de nossa pesquisa, inclusive do grupo de aprofundamento, em especial pelo fato de serem todos professores das séries iniciais do Ensino Fundamental.

#### 4.3 Atividades de ensino com os professores-alunos: em busca de compreensão do Sistema de Numeração Decimal

A seguir apresentaremos as quatro atividades didáticas desenvolvidas com os professores-alunos, seguidas das respostas dadas e de uma apreciação crítica do que se afigurou com tais atividades. Estas vão desde estudos em grupo sobre alguns sistemas de numeração (atividade 1), passando por atividades com sistemas com outras bases que não a base 10 (atividade 2) até atividades lúdicas (atividades 3 e 4).

### 4.3.1 Atividade 1 - Um pouco de história...

Antes de iniciarmos explicitamente o trabalho com o Sistema de Numeração Decimal, realizamos com o grupo um estudo de alguns antigos sistemas de numeração (o egípcio, o babilônico, o maia, o chinês, o romano e o indo-arábico), com o intuito de oportunizar aos professores-alunos comunicarem-se matematicamente, identificando, interpretando e utilizando diferentes linguagens e códigos, por meio de seminários.

Para fazermos o estudo sobre os sistemas de numeração citados acima, dividimos a turma em seis grupos. O critério principal para a divisão não era a quantidade de alunos por grupo, como fazemos comumente, tendo em vista que eles moravam em cidades diferentes. Então, quando o trabalho exigia complementação de estudo fora da sala de aula, eles se organizavam de acordo com a cidade em que residiam. Formados os grupos, sorteamos os seis sistemas que iriam ser estudados. Porém havia uma restrição: o sistema indo-arábico ficaria com o grupo no qual estariam os três professores-alunos já selecionados para o trabalho mais aprofundado.

Em decorrência da carga horária de trabalho da maioria dos professores-alunos, a maior parte desse estudo foi realizado na própria sala de aula, o que surtiu um efeito positivo, tendo em vista que tivemos a oportunidade de estudar juntamente com eles, atuando principalmente nas discussões surgidas em cada grupo como também nas dúvidas referentes à representação da escrita numérica de alguns sistemas.

Centralizamos nossa atenção maior no grupo que estudava sobre o sistema de numeração indo-arábico, com o objetivo principal de levar seus componentes ao

confronto do que estavam estudando com as respostas dadas por eles ao questionário.

Foram feitas muitas colocações e questionamentos entre eles e, sempre que necessário, fazíamos intervenção intencional para ativar a compreensão de determinados conceitos.

Estipulamos um intervalo de 10 a 20 minutos para a apresentação dos seminários e elaboramos os seguintes critérios, que deveriam ser contemplados por cada grupo durante a apresentação: retratar, sucintamente, o aspecto histórico do sistema de numeração que iriam trabalhar, enfatizando como, quando e por que surgira e quais os símbolos e regras usadas na sua escrita. A metodologia de apresentação ficaria a critério de cada grupo, mas era necessário que os expositores fossem objetivos.

Alguns grupos foram bastante criativos em sua apresentação, como, por exemplo, o que trabalhou o sistema de numeração romano, tendo cada integrante simulado um símbolo numérico da escrita romana e no decorrer da apresentação formado quantidades diferentes, mostrando a função que cada um exercia na escrita. O grupo do sistema de numeração chinês, por sua vez, expôs o assunto por meio de um teatro com fantoches.

Acreditando nas trocas de conhecimentos entre os professores-alunos como momentos significativos no processo ensino-aprendizagem, partimos para as reflexões, tomando como base as explanações feitas pelos grupos e algumas colocações importantes feitas pelos professores-alunos, como as que seguem:

- *Eu nunca tinha parado para pensar como calculavam as grandes civilizações do passado e isso me fez lembrar uma pergunta feita por um aluno: 'De onde vêm*



*os números?'. Eu não dei importância a sua pergunta, porque achava que era coisa de criança, que tudo quer saber.*

- *Apesar de não ter lido antes sobre os sistemas de numeração que estudamos, eu sabia que eles existiam, mas não achava que os algarismos do sistema indo-arábico tinham sofrido modificações na sua escrita.*
- *Achei muito importante saber que existem características comuns entre o nosso sistema de numeração e os outros.*
- *Foi muito interessante a maneira como o grupo do sistema de numeração chinês apresentou o trabalho. É uma boa idéia para a gente trabalhar com as crianças, já que fantoches chamam a atenção delas.*

Observamos que a maioria dos professores-alunos usava de modo adequado as características do Sistema de Numeração Decimal (na escrita e na leitura), porém não sabia explicar algumas, usando-as de forma automatizada, sem refletir sobre elas. Uma professora-aluna comentou, em relação às propriedades multiplicativa e aditiva do referido sistema que até então as confundia com as quatro operações aritméticas com os números naturais, entendendo que se relacionavam com o fato de podermos fazer multiplicação e adição com os números, perguntando-se sempre o porquê de não termos propriedades relacionadas com divisão e subtração.

Ao refletirem sobre os temas apresentados, os professores-alunos reconheceram que o enfoque histórico fundamenta o ensino na identificação dos estágios por que passaram os conceitos, proporcionando uma visão mais ampla da matemática.

Nesse sentido, um dado também observado e que consideramos importante relatar foi o seguinte comentário de uma professora-aluna:

Depois de estudar todas essas civilizações antigas e ver que houve muitas tentativas, inclusive algumas bastante complicadas, até chegar num sistema que permitisse escrever os números como fazemos hoje, percebemos que ele não é tão fácil como se imagina, daí nossos alunos sentirem tanta dificuldade em representá-lo, coisa que para nós parece ser tão simples.

Esse fato nos reporta a Golbert (1999), quando diz que “depois de quase mais de duas décadas, em que pesem avanços significativos, o ensino e a aprendizagem do sistema de numeração permanece sendo um dos principais desafios na educação matemática”. E Jones e colaboradores (apud Golbert, 1999) acrescentam que, “apesar de esforços para desenvolver abordagens efetivas, muitas crianças pequenas têm dificuldade para aprender os conceitos de valor posicional e desenvolver flexibilidade em usar números multidígitos”.

Segundo Golbert (1999, p. 41), “constata-se, ainda, a necessidade de modelos de ensino que facilitem a aprendizagem do valor posicional e a compreensão do significado dos números multidígitos”.

#### **4.3.2 Atividade 2 - Pensando em outras bases**

Para iniciarmos o trabalho de agrupamento e trocas, acatamos a sugestão de Toledo e Toledo (1997) de que as primeiras experiências dos alunos sejam realizadas em bases variadas, e não apenas em base 10. Segundo esses pesquisadores,

Em primeiro lugar, as crianças constroem seus conhecimentos a partir da coordenação das relações que vai criando entre os objetos e as ações sobre esses objetos. Assim, quanto mais diversificadas forem as situações de agrupamentos e trocas em que estiver envolvida, mais oportunidades ela terá de observar as semelhanças e diferenças entre essas situações, realizando abstrações e construindo conceitos. (1997, p. 65).

Nesse sentido, essa atividade teve como objetivo levar os sujeitos da pesquisa a perceberem a importância de se trabalhar com outras bases para a compreensão e uso nos agrupamentos e trocas no Sistema de Numeração Decimal.

Assim, elaboramos uma atividade lúdica, na qual foi aplicado um ditado composto por 27 palavras inseridas no contexto matemático. Após corrigirem o ditado, os professores-alunos foram orientados a preencher uma tabela obedecendo aos seguintes critérios:

- marcar na tabela de acertos na coluna A um traço a cada palavra correta;
- a cada três acertos na coluna A, circular os acertos e trocá-los por um triângulo, em seguida passar para a coluna B;
- a cada três triângulos, circulá-los, trocá-los por um retângulo e passar para a coluna C.

Em seguida, diversos números, até o número 27, foram escritos na base 3, de acordo com a quantidade de acertos de cada um. Com referência a essa atividade, vale salientar que a maioria dos professores-alunos sentiu dificuldade na hora de fazer o registro, pois apresentava forte tendência a fazê-lo como se estivesse trabalhando na base 10.

Para complementar a atividade, trabalhamos com ábacos construídos pelos professores-alunos em sala de aula, com caixas de creme dental, palitos de churrasco e marcadores de macarrão (na forma de anéis), sendo feitas representações em outras bases, além da base 3. Nesse trabalho, eles perceberam a importância histórica do ábaco na construção do SND, uma vez que, na representação de alguns números, a ausência do macarrão em uma determinada ordem era representada pelo algarismo zero.

No início das atividades com diferentes bases, alguns professores-alunos apresentavam dificuldades em realizar as trocas, pois sempre tendiam a utilizar agrupamentos de 10 em 10. Discutimos essa dificuldade com o grupo de aprofundamento, que passou a trabalhar com os outros grupos, auxiliando-os a resolver e compreender a atividade.

Constatamos que, após os professores-alunos conseguirem executar as trocas, a atividade passou a ser mais bem trabalhada. Contudo pudemos ainda constatar a forte influência dos livros didáticos na cristalização de alguns conceitos e procedimentos. Assim, podemos citar como exemplos, problemas envolvendo o número de unidades, dezenas e centenas de um dado número, presentes nos livros didáticos, os quais não foram respondidos corretamente pela maioria dos professores-alunos com quem trabalhamos. Estes indicavam o algarismo que ocupava cada uma dessas ordens, sem identificar corretamente as quantidades de unidades, dezenas e centenas que efetivamente compunham os números envolvidos.

Após discussões em cada grupo a respeito das dúvidas referentes ao registro das quantidades nas diferentes bases, passamos à discussão com todos os grupos. Nessa etapa, os próprios professores-alunos expunham suas descobertas e suas indagações, ao mesmo tempo que respondiam às dúvidas dos colegas. A discussão se mostrou satisfatória, pois nossa participação como pesquisadora se resumiu ao papel de mediadora, uma vez que eles mesmos respondiam à maior parte das questões apresentadas e norteavam a discussão.

Essa etapa do processo de ensino e aprendizagem favoreceu sobremaneira as reflexões sobre o trabalho com diferentes bases como um meio de promover a

compreensão do processo de agrupamento e trocas, que caracteriza o sistema posicional de numeração decimal.

Mais do que oportuno, seria vital refletir também acerca da viabilidade de um trabalho dessa natureza ser desenvolvido nas salas de aula desses professores-alunos, tendo em vista que eles atuavam em turmas do Ciclo Básico de Alfabetização. Concordamos com Golbert, (1999, p.65) ao afirmar:

Ficou constatado que o trabalho com os materiais concretos torna o processo de construção do sistema numérico mais acessível as crianças, pelas ações que elas realizam sobre eles – fazer, desfazer grupos, trocar – do que pelas representações dos elementos. Cada contexto ambiental é um marco na construção do conceito de número, que permite o gradual afastamento dos elementos concretos para a evolução na direção de um sistema mais abstrato e eficiente.

As diferentes interpretações e ações dos professores-alunos, nessa situação, constituíam contextos pessoais de significados a partir dos quais eles elaboravam e testavam conjecturas, através de suas ações e interpretações, sendo levados à abstração reflexionante, que, segundo Piaget (1996, p.6), “apóia-se sobre as atividades cognitivas do sujeito (esquemas ou coordenação de ações, operações, estruturas, etc.), para deles retirar certos caracteres e utilizá-los para outras finalidades (novas adaptações, novos problemas, etc.)”.

Moisés (1997, p.103) afirma:

À medida que o concreto *for* dando lugar ao pensamento mediatizado, as atividades dos alunos *vão* ganhando um cunho mais cognitivo. Ou seja, os objetos e os demais recursos visuais *vão* deixando de ser vistos como tais, e *passam* a ser apenas o signo que os ajudam a compreender as idéias contidas nos conceitos que estavam apreendendo (grifo nosso).

Centrando nossa atenção e análise nos procedimentos efetuados pelos três professores-alunos selecionados, percebemos que estes conduziam o trabalho de

forma bastante sistematizada, o que permitia a consolidação das idéias relativas ao conceito de base. Isso os levaria, conseqüentemente, a sentirem-se mais seguros para introduzirem o estudo do SND com seus alunos, capacitando-os a atuar com competência no processo, apresentando um avanço considerável em um tempo relativamente curto.

Segundo Bixio, citado por Golbert (1999), longe de esperar que a criança aprenda, temos que ajudá-la a que o consiga. Não é possível esperar que o desenvolvimento se cumpra espontaneamente; não é suficiente deixar tudo por conta da atividade espontânea da criança: a aprendizagem deve ser orientada, guiada pela intervenção docente.

#### **4.3.3 Atividade 3 - O jogo como uma prática coletiva**

Constatamos que a prática cotidiana nas escolas, principalmente em Matemática, é basicamente centrada no uso do livro didático, na ênfase de técnicas para trabalhar com as operações fundamentais, destacando-se a memorização e a repetição do que foi trabalhado em sala de aula.

Entendemos que o conhecimento matemático não é transmitido por meio de explicações claras do professor, fórmulas e modelos prontos, mas construído estimulando-se os alunos a pensar e refletir. Para isso, faz-se necessária a realização de atividades que possam promover o desenvolvimento do raciocínio das crianças em relação ao Sistema de Numeração Decimal. Somente assim, elas serão capazes de compreender a presença e a utilização desse sistema quando estiverem trabalhando as operações numéricas, seja no emprego direto dos algoritmos tradicionais, seja na resolução de problemas.

Em particular, na educação matemática, o papel dos jogos tem sido salientado em inúmeros textos. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais, documento que atualmente tem sido uma referência constante para o professor, lê-se:

Os jogos podem contribuir para um trabalho de formação de atitudes - enfrentar desafios, lançar-se à busca de soluções, desenvolvimento da crítica, da intuição, da criação de estratégias e da possibilidade de alterá-las quando o resultado não é satisfatório – necessárias para a aprendizagem da matemática. (Brasil, 1997, p. 47).

Acreditando na importância da interação entre os participantes, propusemos realizar alguns jogos, na expectativa de que, através dela, os professores-alunos manifestassem seus próprios pontos de vista e que, nessa troca de idéias, pudessem ampliar os conhecimentos anteriores ou compreender melhor as estruturas do Sistema de Numeração Decimal, principal objetivo dessa intervenção. Nesse sentido, Rêgo e Rêgo (1997, p.17-18) afirmam:

De acordo com a teoria do Construtivismo Social, a aprendizagem ocorre através da coordenação e recoordenação de ações, inicialmente efetuadas sobre objetivos concretos aumentando-se, gradativamente, o nível de abstração e de formalização. Esta aprendizagem será mais presente através da interação social, onde os alunos possam manifestar seus próprios pontos de vista e, quando houver discordância por falta de domínios conceituais ou de habilidades, chegar à superação desta fase junto com o seu grupo, coletivamente. O professor orientará e promoverá atividades e será o condutor do conhecimento.

No desenvolvimento dessas atividades, pretendíamos trabalhar com os conteúdos relacionados com os conhecimentos referentes à compreensão do Sistema de Numeração Decimal (em especial a idéia de valor posicional) e à escrita numérica, como também construir instrumentos de pensamento necessários para o ato de ensinar e aprender.

Iniciamos o jogo “Qual é o maior número?” utilizando cartões numerados de 0 a 9 (três cartões de cada algarismo, totalizando trinta cartões), papel, caneta e uma sacola opaca para colocar os cartões. Iniciamos a atividade pedindo que cada professor-aluno fizesse em um papel em branco três linhas horizontais, uma ao lado da outra, como é ilustrado abaixo.

\_\_\_\_\_  
C            D            U

Em seguida, sorteamos um dos cartões numerados, mostrando-o para a turma. Cada professor-aluno escolheria em qual das linhas colocaria o número sorteado. O cartão foi devolvido à sacola e o processo repetido mais duas vezes. Após todas as linhas terem sido preenchidas, os números obtidos foram colocados no quadro e comparados, ganhando ponto na rodada os professores-alunos que obtiveram o maior número.

Na aplicação do jogo, observamos, inicialmente, que alguns professores-alunos começaram a colocar as cartelas de forma aleatória, não percebendo a importância de pôr, nas maiores ordens, algarismos de maior valor. Mas, ao fazer o registro das atividades no quadro, eles começaram a perceber que o princípio posicional não poderia ser ignorado e, a partir daí, planejaram estratégias, fizeram o uso de estimativas e cálculos mentais, trocaram idéias entre si e aplicaram as regras de valor posicional para obterem resultados satisfatórios.

Ao final da atividade, foram levantadas várias questões sobre o fazer em sala de aula, principalmente com relação ao ensino de Matemática, já que os sujeitos de nossa pesquisa atuavam da pré-escola à 4<sup>a</sup> série do Ensino Fundamental há algum tempo.



Essa atividade foi bastante rica, em termos de situações didáticas, pois possibilitou aos professores-alunos repensarem o seu fazer pedagógico, analisando a importância que exerce no processo de ensino e aprendizagem. Isso foi possível porque, ao jogarem, constataram que essa atividade poderia ser um instrumento valioso para trabalhar certas dificuldades enfrentadas pelos alunos relacionadas ao valor posicional, principalmente do algarismo zero.

Esse fato nos lembra Brousseau (1996, p. 49), quando diz que a aprendizagem deve ser considerada “como uma modificação do conhecimento que o aluno deve produzir por si mesmo e que o professor só deve provocar”. Sob esse prisma, o professor não deve comunicar resultados tal como os obteve, mas reorganizá-los, dando ao saber uma forma comunicável por meio de situações que dêem sentido aos conhecimentos que devem ser ensinados.

#### **4.3.4 Atividade 4 - Trabalhando com o *material dourado***

O *material dourado de Montessori* destina-se a atividades que auxiliam o ensino e a aprendizagem do SND - tanto de sua estrutura básica quanto das operações fundamentais (os algoritmos). O *material dourado* faz parte de um conjunto de materiais idealizados pela médica e educadora italiana Maria Montessori. Nos anos iniciais do século XX, ela se dedicou à educação de crianças excepcionais, que, graças à sua orientação, concorriam nos exames de fim de ano com crianças normais das escolas públicas de Roma. Isso levou Maria Montessori a analisar os métodos de ensino da época e a propor mudanças compatíveis com sua filosofia de educação. Segundo essa educadora, a criança tem necessidade de

mover-se com liberdade, dentro de certos limites, desenvolvendo sua criatividade no enfrentamento pessoal com experiências e materiais.

Um desses materiais era chamado de material das contas, o qual posteriormente, deu origem ao hoje conhecido *material dourado Montessori*. Maria Montessori preparou para os alunos maiores do curso elementar um material destinado a representar os números sob forma geométrica. As unidades eram representadas por pequenas contas amarelas, e a dezena (ou o número 10) formada por uma barra de dez contas enfileiradas em um arame. Essas barras, repetidas dez vezes, eram ligadas entre si, formando um quadrado (o quadrado de 10), somando o total de 100. Finalmente, dez quadrados formavam um cubo, o cubo de 10, isto é 1000 unidades.

Crianças pequenas, com cerca de quatro anos de idade, sentiram-se atraídas por esses objetos brilhantes e facilmente manejáveis e, para surpresa da pesquisadora, puseram-se a combiná-los, imitando as crianças maiores. Surgiu um grande entusiasmo pelo trabalho com os números, tornando o trabalho aritmético apaixonante. As crianças compuseram números de até 1000 unidades e seu desenvolvimento foi surpreendente: crianças de cinco anos passaram a realizar as quatro operações com números de milhares de unidades. Essas contas douradas foram organizadas industrialmente na forma de cubos (em geral de madeira), que compõem o *material dourado Montessori*. Um *kit* desse material contém:

- 1000 cubinhos de 1cm x 1 cm x 1cm (cada cubo corresponde a uma unidade).
- 100 barras de 1cm x 1cm x 10 cm (cada barra corresponde a uma dezena).
- 10 placas de 1 cm x 10 cm x 10 cm (cada placa corresponde a uma centena).
- 1 cubo de 10 cm x 10 cm x 10 cm (que corresponde a um milhar).

No ensino tradicional, as crianças acabam “dominando” os algoritmos a partir de treinos cansativos, mas, em geral, sem conseguir compreender o que fazem. Com o uso do *material dourado*, espera-se que as relações numéricas concretas passem a ter um correspondente abstrato, o que facilita a compreensão, desenvolve o raciocínio e promove um aprendizado bem mais agradável.

Para o desenvolvimento das atividades seguintes, nós nos respaldamos no trabalho de Toledo e Toledo (1997) sobre esse tema. Inicialmente, pedimos aos professores-alunos que observassem as peças do jogo, com o intuito de se familiarizarem com elas, uma vez que a maioria deles (grupo dos 27) não o conhecia e, em relação ao três professores-alunos que destacamos em nossa pesquisa, nenhum deles sabia trabalhar com esse material. Dentre esses três, um afirmou que, no livro didático adotado pela escola em que trabalhava, havia questões a serem solucionadas com o uso do *material dourado*, no entanto, como desconhecia o referido material, desenvolvia os exercícios sugeridos apenas a partir dos desenhos contidos no próprio livro, mesmo a escola dispondo desse material.

Inicialmente, levantamos alguns questionamentos e reflexões sobre a utilização do material concreto, pois parece não ficar muito claro para o professor-aluno se ele era um “fim” ou um “meio”, quando utilizado em sala de aula. Será que ele ajuda no processo de construção do conceito (meio), ou será que ele já garante o sucesso desse processo (fim)? Acreditamos que o material concreto ajude nesse processo, desde que seja trabalhado em sua especificidade, pois ele

- não é uma fórmula mágica, que sozinha leve o aluno a raciocinar;
- deve estar envolvido em situações que levem o aluno a refletir sobre as experiências acumuladas;

- deve ser apresentado ao aluno, para que este compreenda a estrutura do material e reflita sobre o que está fazendo.

Falando sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, Piaget (1977,p.19) afirma:

Se os professores de Matemática se dispusessem a tomar conhecimento da formação psicogenética 'natural' das operações lógico-matemáticas, descobririam que existe uma convergência muito maior do que se poderia imaginar entre as principais operações usadas espontaneamente pela criança e as noções que a ela se tenta inculcar pela abstração.

E acrescenta:

Ensina-se a Matemática como se tratasse exclusivamente de verdades acessíveis por meio de uma linguagem abstrata e mesmo daquela linguagem especial que é a dos símbolos operatórios. A Matemática porém consiste em primeiro lugar, e a acima de tudo, em ações exercidas sobre as coisas, e as operações são também sempre ações, mas bem coordenadas entre si e simplesmente imaginadas, ao invés de serem executadas materialmente (PIAGET, 1977, p. 67).

Sob esse prisma, entendemos que a utilização do material concreto facilita a compreensão dos conteúdos trabalhados e permite aos professores-alunos fazer a transposição didática desses conteúdos de forma mais acessível ao aluno, e o *material dourado* configura-se como uma ferramenta que pode ser útil, se bem utilizada, no processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

Como foi dito anteriormente, iniciamos distribuindo o *material dourado*, para que os professores-alunos tivessem a oportunidade de manipulá-lo, de observar as características das peças e perceber as relações que há entre elas. Como *ele* é construído de maneira a representar o sistema de agrupamentos de base 10, foi fácil a percepção das relações existentes entre as peças. As questões propostas com

esse objetivo foram facilmente respondidas pelos professores-alunos. Em seguida, solicitamos que eles fizessem o registro das ações.

A nossa intenção maior com essa atividade era promover discussões reflexivas sobre como eles poderiam iniciar um trabalho com seus alunos usando o *material dourado*, tendo em vista que, segundo relatos de alguns desses professores-alunos, na escola em que trabalhavam existia esse material e só não utilizam porque não tinham segurança em como proceder com seu uso nas atividades.

Acreditamos que os fizemos refletir sobre suas práticas, principalmente pelo que foi manifestado em suas falas:

*Px – Achei importante trabalhar com o material dourado, pois acho que, em sala de aula, vai ficar bem mais fácil o aluno compreender que 1 dezena tem 10 unidades, 2 dezenas tem 20 unidades, e assim por diante.*

*Py – Quando a gente tiver que ensinar as operações com “empreste 1” e “vai 1”, vai ficar bem mais fácil da criança entender esse processo.*

*Pz – Sempre tive muita dificuldade em explicar aos meus alunos as trocas quando trabalho com as operações, porque não percebia a importância de trabalhar o Sistema de Numeração Decimal. Eu trabalhava muito rapidamente esse assunto: só apresentava unidade, dezena e centena e o valor de cada um deles. Acho que agora vai ser bem menos complicado, pois eles percebem como ocorrem os agrupamentos.*

Além das falas acima relatadas, outros professores-alunos opinaram, sempre ressaltando a importância de atividades com agrupamentos e trocas. Percebemos que a maioria dos professores-alunos apresentava grande dificuldade quando trabalhavam com operações aritméticas, tendo em vista que os conceitos de trocas,

agrupamentos e equivalências eram apresentados aos alunos de forma automatizada. Isso fazia com que estes, como consequência, não fizessem uso desses conceitos no momento de operar com os números.

Ao concluirmos essa atividade, percebemos que os professores-alunos conseguiram vencer alguns obstáculos quanto ao processo de ensino e aprendizagem, pois perceberam que a aprendizagem se dá quando os alunos são capazes de aplicar conhecimentos adquiridos em outras situações e contextos. Eles também entenderam que isso só ocorrerá se o professor for capaz de trabalhar com situações desafiadoras, que propiciem essa construção.

Em relação às dificuldades de algumas pessoas no tocante à aprendizagem da matemática formal, Piaget (1977) esclarece que, na sala de aula, o aluno é solicitado a receber passivamente uma “disciplina intelectual” totalmente estruturada. Porém, em um contexto de atividades espontâneas, ele é convidado a descobrir por si mesmo as “correlações” e as “noções” e reinventá-las. Esse autor afirma, ainda, que criar, na ação, e usar praticamente certas operações é diferente de tomar consciência dessas operações, o que possibilita construir o conhecimento pautado na reflexão e na teorização. Os estudos desenvolvidos por Piaget sobre o desenvolvimento e aprendizagem da criança permitem extrair algumas lições de grande significado para a aprendizagem do adulto:

o jovem e o adulto não apenas aprendem novos conhecimentos, mas desenvolvem sua inteligência enquanto capacidade de solução de problemas e invenção; ambientes favoráveis desafiam os potenciais de desenvolvimento e exercitam a capacidade de construção de conhecimentos; reconhecer nos alunos a capacidade de progredir, de eles mesmos serem os autores de seu progresso cognitivo, social e moral, uma vez que é na ação praticada pelo sujeito que se elaboram os conhecimentos e se formam as competências; devem ser desenhados e utilizados os métodos e processos que se mostrem mais eficazes em desafiar as capacidades emergentes dos alunos [...] (SERVIÇO SOCIAL DA INDÚSTRIA, 2002, p. 20 – 21

Diante desse novo contexto de ensino e aprendizagem, é atribuída ao professor a função de criar as condições mais favoráveis à aprendizagem do aluno.

Sobre isso, diz Moretto (2003, p. 103):

O ensino adquire, assim, uma nova conotação: ele deixa de ser uma transmissão de conhecimentos (verdades prontas), para ser um processo de elaboração de situações didático-pedagógicas que facilitem a aprendizagem, isto é, que favoreçam a construção de relações significativas entre componentes de um universo simbólico.

Isso nos faz acreditar que os alunos costumam rejeitar algumas atividades didático-pedagógicas não por estas serem difíceis, mas por serem desprovidas de significado. Na realidade, não existe questão difícil por si só; os significados que ela apresenta para os alunos e a forma como é abordada é que aumentam ou diminuem sua dificuldade. Vygotsky (2001) propôs que o desenvolvimento se realiza por meio da interação social e do uso de símbolos mediadores. E, de acordo com Moysés (1997, p.26), “com o passar do tempo, a criança deixa de necessitar desse elemento auxiliar externo, e passa a utilizar signos internos. Esses nada mais são do que representações mentais que substituem os objetivos do mundo real.”

O professor, ao trabalhar com o aluno buscando na estrutura cognitiva deste os pontos relevantes que servirão de base para o que quer ensinar, procura verificar, através do diálogo, se a sua fala foi compreendida (Vygotsky, 1987, p.98). Ainda com relação ao papel da linguagem, Moretto, (2004, p.61) diz:

Afirmar que a linguagem exerce muitos papéis importantes parece óbvio para todos nós. Para os processos de ensino e de aprendizagem, no entanto, seu papel se torna ainda mais preponderante, pois a construção do conhecimento se processa essencialmente por meio da linguagem. Essa se apresenta das mais diferentes formas: linguagem artística, linguagem científica, gráfica, do senso comum, religiosa, etc.

Entendemos que, no contexto de sala de aula, a função fundamental da linguagem é promover a interação entre os agentes do processo da aprendizagem, isto é, o professor e o aluno. Para isso, utilizamos o método dialético durante o desenvolvimento desta atividade. Concordando com Grándo (apud ALVES, 2001), que define o jogo como “um elemento mediador entre alunos e os conhecimentos”, fizemos alguns questionamentos dirigidos para o ensino de Sistema de Numeração Decimal, após a realização do jogo “Nunca dez” com o *material dourado*.

Na realização de tal jogo, tínhamos como objetivos criar um ambiente que permitisse a participação ativa de todos os componentes dos grupos e favorecer reflexões sobre as regularidades na numeração escrita, como é mostrado por Lerner e Sadosky (1996), quando propõem um trabalho de exploração das regularidades presentes na seqüência numérica natural, para que o aluno possa compreender a organização do sistema e avançar na utilização da escrita numérica.

Para o “Nunca dez”, foram distribuídos com cada grupo o *kit* do material dourado e dois dados comuns. Cada professor-aluno do grupo, na sua vez de jogar, lançava os dados, contava quantos pontos havia feito e retirava para si a quantidade de cubos pequenos correspondente aos números sorteados nos dados. Sempre que um jogador acumulasse um total de 10 cubos pequenos, deveria trocá-los por uma barra, e teria o direito de jogar novamente. O vencedor seria o primeiro a conquistar uma placa, trocando 10 barras por ela.

Durante o jogo, observando mais de perto o grupo em que estavam Px, Py e Pz, constatamos alguns relatos significativos, os quais foram compartilhados com o grande grupo no momento da sistematização dessa atividade.

Nesse contexto, Pz disse ter achado muito enriquecedor esse jogo, pois permitia a criança perceber, através de sua ação, que, por exemplo, o numeral 15 é



10 + 5, tendo em vista que ela realizava a troca de 10 unidades por uma barra, cujo valor era 10, e lhe sobravam 5 unidades.

P<sub>Y</sub> acrescentou que ficava fácil explicar para o aluno,

quando tivermos que adicionar, por exemplo, 18 + 17, a história do "vai um", pois no momento em que ele juntar 8 cubinhos com 7 cubinhos vai obter 15 cubinhos. Como 15 cubinhos é a mesma coisa que 1 barra e 5 cubinhos, então juntamos essa barra às outras duas presentes na representação do 18 e do 17, para obter 3 barras e 5 cubinhos, e não simplesmente mecanizar. "8 e 7", 15, fica 5 e vai 1, como eu trabalhava nas minhas aulas. Hoje tenho consciência de que é necessário a criança aprender compreendendo, sabendo o porquê das coisas e não simplesmente mecanizando procedimentos e regras, como eu aprendi.

PX comentou: *"Com esse jogo fica fácil trabalhar com eles a equivalência"*.

Perguntamos: *"Como?"* e ela respondeu: *"Ah! mostrar, por exemplo, que duas dezenas é a mesma coisa que 20 unidades. Eu não ia trabalhar com eles assim nunca, pois eu aprendi que nunca podia ficar mais de 9 unidades: quando completasse 10 já tinha que falar dezena e não unidades, imagine 20!"*

A representação que essa professora-aluna tinha sobre o SND certamente não favorecia aos seus alunos criarem procedimentos pessoais de cálculo ou compreenderem adequadamente o algoritmo tradicional de adição, uma vez que ela mesma não tinha uma compreensão clara. Podemos perceber que a mesma situação ocorre com P<sub>Z</sub>, quando acrescenta: *"É muito importante fazer essas relações de equivalência. Tenho certeza de que meus alunos não fazem isso nunca, pois nem eu mesma tinha despertado para isso"*.

A etapa seguinte do nosso trabalho consistia nos registros dos resultados da atividade do "Nunca Dez", citada anteriormente. Os números colocados foram bastante variados. O menor deles foi 34, e o maior 102. Analisando os registros numéricos, pedimos que os professores-alunos descrevessem algumas

regularidades que observavam nas escritas que haviam feito. Dentre as respostas dadas registramos as seguintes regularidades:

- todas as dezenas exatas terminavam em zero;
- todas as dezenas tinham dois algarismos;
- existiam dez números de dois algarismos que começavam com um, dez que começavam com dois, dez que começavam com três, e assim por diante.

Discutimos a idéia de Lerner e Sadovsky (1996) ao proporem um trabalho de exploração das regularidades presentes na seqüência numérica natural para que o aluno possa compreender a organização do sistema e avançar na utilização da escrita numérica. Segundo ainda essas pesquisadoras, estando a numeração escrita presente no cotidiano das pessoas, as crianças têm contato com esse sistema de escrita e constroem hipóteses de seu funcionamento, com base nas regularidades que observam. Porém os professores-alunos foram unânimes em seus depoimentos ao relatarem que, para o ensino do Sistema de Numeração Decimal em geral, consideravam como caminho mais natural começar ensinando os números de 1 a 9 e, depois de “apresentar” o zero, introduzir a noção de dezena como agrupamento de 10 e a escrita. Eles usavam procedimentos semelhantes para representar as outras ordens, pois esse era o caminho no qual se sentiam seguros.

Conforme as idéias de Pavanello (2004), com essa maneira de trabalhar, eles fragmentavam o Sistema de Numeração Decimal, dificultando a compreensão da criança sobre as características e a organização geral do sistema.

Para a realização da atividade referente a agrupamentos e trocas na base 10, pedimos inicialmente que os professores-alunos construíssem um ábaco de papel, dobrando uma folha de sulfite em quatro partes e, em seguida, solicitamos que

desenhassem as peças do *material dourado* ou escrevessem o nome de cada uma delas em cada uma das quatro partes, começando com os cubinhos na coluna da direita, as barras na coluna vizinha da esquerda, e assim por diante. Em seguida, distribuímos a cada grupo de três participantes uma quantidade de peças do *material dourado* suficiente para que fosse possível fazer todas as trocas necessárias na atividade. Durante o desenvolvimento dessa atividade, priorizamos acompanhar mais de perto os procedimentos de Px, Py e PZ, que passaremos a relatar abaixo.

As questões propostas para reflexão foram:

- a) Com 9 barras e 9 cubinhos no ábaco, que modificações sofrerá o número se acrescentarmos mais um cubinho?
- b) Com uma placa e 9 cubinhos, se acrescentarmos 1 cubinho?
- c) E com 9 placas, 9 barras e 9 cubinhos, se acrescentarmos 1 cubinho?

Solicitamos ainda que descrevessem o procedimento efetuado nas respostas a cada uma das as questões.

Os professores-alunos não apresentaram nenhuma dificuldade na realização das trocas utilizando o *material dourado*, nem ao fazerem o registro numérico do novo número. A grande dificuldade surgiu quando lhe perguntamos quantas unidades, dezenas e centenas tinha o número registrado. Eles sempre respondiam com o algarismo que ocupava a ordem correspondente. Mesmo quando insistíamos para que lembrassem das trocas realizadas, eles mantinham a mesma resposta, enfatizando que, nas trocas, as unidades passam a ser dezenas, as dezenas passam a ser centenas, e assim sucessivamente. Ou seja, na compreensão desses professores-alunos, esses dois conceitos distintos parecem ser equivalentes.

Essas observações nos levam a acreditar que a formação tradicional desses professores-alunos estava de tal maneira arraigada, que, mesmo quando praticavam ações com o material manipulativo, fazendo registros e sendo instigados a refletir sobre essas ações, apresentavam muitas dificuldades em reformular os conhecimentos anteriores.

Nosso objetivo com essa atividade era propor aos professores-alunos desafios, sugerir pistas de reflexão e análise das situações-problema apresentadas, tomando como ponto de partida o conhecimento que eles já possuíam a respeito dos agrupamentos e trocas. Para tal, encontramos grande respaldo no valor que a teoria vygotskiana dá ao processo de interação e, em nosso caso específico, como educadores, às intervenções pedagógicas no momento da construção do conhecimento. Aqui é fundamental discutirmos um pouco a noção de *zona de desenvolvimento proximal*, que fornece subsídios pra reforçar o papel desafiador que o professor deve exercer em seu trabalho com os alunos.

A *zona de desenvolvimento proximal* (ZDP) é, por muitas vezes, considerada o principal conceito da teoria de Vygotsky, pois é fundamental para a compreensão das relações entre desenvolvimento e aprendizagem, professor/aluno e aluno/aluno. Ela é, para Vygotsky (2000),

a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes (VYGOTSKY, 2000, p.112)

Vygotsky aponta o conceito de *zona de desenvolvimento proximal* como básico para entender as relações entre desenvolvimento e aprendizagem, colocando que é no âmbito daquela que pode ocorrer a aprendizagem, referindo-se,

principalmente, à construção de um conhecimento que se dá quando um adulto desafia o aprendiz com questionamentos ou pequenos problemas, levando este a um desempenho além do que sua estrutura de pensamento, naquele momento, permitiria. Nessa visão vygotskiana, cabe ao educador o papel de interventor, desafiador e provocador de situações que levem os alunos a aprenderem a aprender.

Observando os demais professores-alunos durante a realização das atividades, constatamos as mesmas dificuldades apresentadas pelo grupo da amostra. Como as dúvidas eram gerais, sentimos a necessidade de prolongar um pouco mais as discussões a respeito desse assunto, ou seja, criar situações para que pudéssemos atuar na ZDP da maioria deles.

Ressaltamos aqui uma dessas dificuldades, surgida em um dos momentos de discussões do grupo, quando perguntamos quantas dezenas eles achavam que havia no número registrado por eles, 110. Todos do grupo responderam: *1 dezena*. Lançamos, então, a pergunta ao grande grupo e somente dois professores-alunos responderam: *11 dezenas*.

Como todos os grupos tinham a sua disposição o *material dourado*, pedimos que representassem com suas peças o número 128. Em seguida, com a finalidade de motivá-los a reorganizarem seu pensamento e levá-los a um desempenho melhor, valorizando o trabalho cooperativo e colaborando, assim, para uma analogia interativa que atentasse para o conhecimento, propusemos a seguinte situação: “Representem o mesmo número utilizando apenas dezenas e unidades do material” (barras e cubinhos, respectivamente). Novamente surgiram muitas dúvidas, mas com a ajuda dos colegas e a nossa intervenção todos conseguiram fazê-lo. Em

seguida, dissemos “Representem o mesmo número, utilizando apenas unidades”. Essa representação foi realizada corretamente por praticamente todos eles.

Trabalhamos com outros números e surgiram indagações e comentários bastante ricos, dentre as quais destacamos: *Se desejarmos que o aluno apresente apenas "cinco" como resposta, como podemos perguntar?*

Alguns professores-alunos se reportaram à nona pergunta do questionário que havíamos aplicado, a qual a maioria deixara em branco, afirmando que, a partir daquele momento, sabiam responder.

Uma das professoras-alunas que trabalhava com turmas do 2º ciclo fez o seguinte relato: “Professora, no material que recebemos na escola para trabalharmos com os alunos tinha uma questão que pedia para assinalarmos quantas centenas havia no número 4.382. Como eu achava que tinha 3 e no gabarito tinha 43, conversei com outras professoras da escola e chegamos à conclusão que o gabarito estava errado. Hoje estou percebendo que a errada sou eu e ensinei errado para os alunos”.

Acreditamos que era muito marcante, para os professores-alunos, a idéia de que o número de unidades, dezenas, centenas, etc. que compõem um número corresponde ao algarismo que representa o número de elementos presentes em cada ordem do ábaco. Por exemplo, no caso do número 4.382, a idéia mais comum era que ele contém exatamente 2 unidades, e não 4.382 unidades; 8 dezenas, e não 438 dezenas, e assim por diante. Eles indicavam o algarismo que ocupa uma dada ordem como equivalente à quantidade de unidades, dezenas ou centenas envolvidas no número.

Analisando o desenvolvimento das atividades sobre o assunto investigado junto não apenas aos professores-alunos envolvidos na pesquisa, mas também a

muitos professores das séries iniciais com os quais trabalhamos em cursos de formação continuada, constatamos que a compreensão que eles possuíam acerca dos princípios e das regras de operacionalização com o Sistema de Numeração Decimal era superficial. O fato de não dominarem totalmente os conceitos implícitos no emprego do Sistema de Numeração Decimal podia ser um dos principais responsáveis pelo fato de que os significados das unidades, dezenas e centenas e das relações entre estas também não fossem bem compreendidos por seus alunos, tanto na escrita e leitura de números quanto nas operações.

Não é consenso para os professores o trabalho com situações-problema como ponto de partida para a elaboração de conceitos matemáticos, pois tal abordagem exige domínio conceitual e metodológico adequados. Para eles, problemas só servem como desafios para avaliarem se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado ou para verificarem o que foi aprendido quando foram aplicadas as técnicas das operações, em situações semelhantes às já resolvidas em sala de aula.

Por sua vez, o uso de jogos em sala de aula ainda está distante do desejável. Quando ocorre, é mecânico e não é baseado em questionamentos que possam levar o aluno a pensar matematicamente. Poucos fazem uso deles, alegando desconhecimento, medo de perder o controle da situação, em especial no quesito “comportamento”, ou na reação dos pais dos alunos e de colegas ou diretores.

O material manipulativo está ausente das escolas, em particular das escolas situadas nas cidades do interior ou nas regiões mais carentes das periferias das grandes cidades. Nas escolas que o possuem, sua guarda está sob a responsabilidade da direção, que, em geral, não procura facilitar ou promover seu

uso, por meio de bons cursos de capacitação, ou mesmo de uma maior socialização do material.



## 5 ANÁLISE GERAL E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Motivada não só pelo quadro diagnóstico do SAEB e pelas constantes leituras de pesquisas matemáticas, mas também por nossas próprias experiências como educadora há algum tempo atuando na formação de professores, empreendemos esforços com a finalidade de constituir vias alternativas e eficazes para o desenvolvimento da educação matemática, especificamente para o trabalho didático com o Sistema de Numeração Decimal nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Analisamos a compreensão inicial desse campo conceitual por parte de 27 professores-alunos, as principais dificuldades apresentadas em relação a ele bem como os retrocessos, estagnações e avanços ocorridos nesse processo de compreensão ao longo da parte prática da pesquisa.

Para tal realização, optamos por adotar uma postura marcada por elementos do construtivismo, numa abordagem sociointeracionista, em especial uma concepção de ensino voltada para a formação crítica e reflexiva, base sólida para experiências de sucesso na área de educação matemática. De certa maneira, os autores consultados nos foram essenciais tanto para a delimitação de nossa hipótese inicial quanto para a elaboração de estratégias didáticas para o trabalho com nossos professores-alunos.

Partimos, como dissemos no início de nosso trabalho, da hipótese de que atividades dinâmicas e significativas poderiam proporcionar tanto a aquisição quanto o aprimoramento de conceitos que garantem a apreensão cognitiva do Sistema de Numeração Decimal, ao mesmo tempo que podem abrir o leque de discussões sobre a forma mais adequada para trabalhar conteúdos matemáticos em sala de aula – ensejando que os professores-alunos pudessem despertar interesse por

outras pesquisas da mesma natureza, com o intuito de melhorarem sua prática didático-pedagógica.

Desse quadro, resultou um panorama crítico e, ao mesmo tempo, promissor: crítico, quando assenhoreamos os professores-alunos dos resultados colhidos com os instrumentos aplicados na pesquisa, quando pudemos apreender os problemas de formação de muitos de nossos professores. Promissores, pois captamos a vontade e o empenho de tais professores-alunos de modificar suas práticas pedagógicas, ao terem contato com metodologias que lhes possibilitam uma prática reflexiva.

Os resultados de nossa pesquisa mostraram sintonia com as constatações feitas por trabalhos comentados nos capítulos iniciais, acrescentando-lhes mais detalhes e informações. Como foi dito, os professores-alunos têm grande dificuldade em transferir conhecimentos matemáticos quando trabalham com questões contextualizadas e concretas, pois tiveram uma formação tradicional inflexível, ancorada na memorização de dados e regras. Com isso, tratam o aluno como “tabula rasa”, a ser preenchida por conteúdos que acreditam serem posse exclusiva dos professores, embora essa posse seja, muitas vezes questionável, se considerarmos os aspectos de apropriação real de conhecimentos.

Inicialmente, já percebemos tais problemas quando aplicamos o questionário com o grande grupo de professores-alunos. O “não lembro” como resposta, com frequência significativa, à totalidade das questões é sintomático de um processo formativo que se configura como incapaz de lidar com a construção do conhecimento e com a aplicabilidade deste em outras situações e contextos que não os tradicionais. Nesse momento, pudemos constatar que havia um déficit de formação, ou seja, os professores-alunos questionados não tinham pleno domínio

dos conceitos e conteúdos matemáticos relativos ao Sistema de Numeração Decimal. Sua compreensão de todas as propriedades do SND era inadequada – como vimos em detalhes no capítulo anterior –, em particular, se considerarmos a importância de seu trabalho em sala de aula com crianças que estão iniciando seus estudos matemáticos.

Tal situação de déficit de formação favorece o uso generalizado e indiscriminado do livro didático, de práticas mecânicas, sem apoio no contexto e no concreto e desconsiderando o potencial construtivo dos alunos. O livro passa a ser o único instrumento e a base para a prática pedagógica, e os professores-alunos não conseguem descobrir outras vias de criação de um ambiente alternativo à elaboração construtiva do conhecimento matemático. Ficando prisioneiros de sua formação tradicional, eles repetem as práticas das quais foram vítimas em seu tempo nos bancos escolares.

As atividades que desenvolvemos, utilizando a história da matemática, materiais manipulativos e jogos, permitiram-nos reforçar as inferências realizadas. Com muito esforço, os professores-alunos quebravam a rigidez de sua educação e davam lugar à criatividade, reconstruindo conceitos matemáticos, o que observamos com as atividades com outros sistemas de numeração. Nesse momento, pudemos constatar a relevância da história da matemática para a ampliação da visão dos conceitos matemáticos por parte dos professores-alunos.

As atividades com jogos relativos à base numérica decimal demonstraram a grande dificuldade que aqueles professores tinham de lidar com a aplicação de conhecimentos em outros contextos. Ainda assim, foi-nos possível atestar a validade do papel da intersubjetividade na construção: os professores-alunos iam elaborando

e reelaborando respostas e atribuindo significados na interação com seus pares, dessa forma chegando a estágios mais avançados e satisfatórios de compreensão.

Constatamos, após a etapa de atividades, que esta foi bastante significativa e proveitosa, pois, na observação dos trabalhos dos grupos e nas discussões posteriores, os professores-alunos apresentaram um discurso e uma prática diferentes dos observados inicialmente. Mostraram que, através das reflexões provocadas, haviam conseguido apreender o significado dos principais conceitos tratados e também compreender que sua prática de ensino não conduzia a uma aprendizagem eficiente. Sendo assim, revelaram-se dispostos a mudanças, pois perceberam que, somente através de atividades significativas em que estejam presentes ações, reflexões, discussões e interação com o outro é possível construir um conhecimento sólido e duradouro.

Dessa forma, os professores-alunos investigados foram se dando conta de que, na relação de ensino e aprendizagem entre professor e aluno, quando mediados por objetos concretos e elementos que permitam a resolução dos problemas colocados, enriquecida por diálogos que possibilitem a proposição e o tratamento estatístico, o conhecimento matemático vai se elaborando do concreto mediatizado para o conceitual apreendido significativamente.

Apesar do relativamente curto espaço de tempo em que realizamos o trabalho com o grupo, observamos que todos apresentaram uma evolução significativa na sua compreensão do Sistema de Numeração Decimal, em especial os membros do grupo de aprofundamento, responsabilizados por nós para assumirem parte das discussões e da mediação das idéias com o restante da turma. Ao assumirem tal tarefa, esses professores-alunos refletiam sobre suas próprias ações de maneira ainda mais aprofundada que o restante da turma, o que aponta

para a importância de uma maior interação entre os grupos de professores nas escolas, por meio de um trabalho de planejamento mais eficiente baseado na troca de experiências, em especial se dirigido, pelo menos inicialmente, por alguém com uma formação conceitual mais complexa.

Depreendemos de tudo isso que o déficit da formação dos professores e a pobreza material e institucional das escolas onde eles atuam (ou, muitas vezes, a falta de um trabalho de formação continuada voltado para o uso adequado dos materiais de que a escola dispõe) são fatores que contribuem para o fracasso escolar referente ao ensino e aprendizagem da Matemática. Entretanto não apenas o déficit de formação dos professores, com práticas rígidas e inflexíveis, mecânicas e descontextualizadas, que os leva a se socorrerem quase tão somente do livro didático, é responsável pelos baixos índices de desempenho de nossos alunos em Matemática. Adotar tal visão seria fazer uma análise demasiado simplista de um problema suficientemente complexo.

O próprio enriquecimento das estratégias de ensino da Matemática, fruto de pesquisas na área, além da formação continuada dos professores, exige o simultâneo enriquecimento dos materiais, suportes e coadjuvantes de tal ensino, o que coloca em tela a necessidade de uma reorganização institucional do aparelho escolar. Ademais, todo um trabalho didático que tenha que ser enriquecido com instrumentos didáticos adequados termina por exigir investimentos que transcendem o puramente pedagógico. Nesse momento, o problema da formação dos professores passa a ser também político e demanda uma proposta de educação séria, a médio e a longo prazos, para todos os níveis de ensino.

Gostaríamos de concluir lembrando que todo trabalho de pesquisa, em especial os da natureza do nosso, permanece sempre em aberto, sendo ampliado a

cada novo olhar sobre o tema. Nessa direção, apontamos como interessante fonte de novas investigações a continuidade do presente trabalho, acompanhando-se os sujeitos da pesquisa, que tiveram sua estrutura de conhecimentos ampliada qualitativamente, e analisando-se os reflexos dessa ampliação em sua prática de sala de aula.

Pesquisas envolvendo os mesmos sujeitos poderiam dar-se no âmbito da compreensão dos procedimentos algorítmicos envolvidos nas operações numéricas, sejam estes os tradicionais ou não, e o trabalho com os alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental sobre esse conteúdo.

Esperamos que estas reflexões tragam contribuições significativas para profissionais envolvidos diretamente com o ensino de Matemática com crianças, jovens ou adultos que se deparam com a necessidade de apropriação das características de um sistema de numeração complexo mas extremamente rico e prático, como também para aqueles que desenvolvem ações de formação inicial e/ou continuada com nossos professores.

## REFERÊNCIAS

ALVES, E. M. S.. *A ludicidade e o ensino de matemática: uma prática possível*. Campinas, S.P: Papyrus, 2001.

BEDNARZ, N. Interações sociais e construção de um sistema de números no ensino fundamental. In: Garner; Berdnarz; Ilanovskaya (org.) *Após Vygotsky e Piaget: perspectiva social e construtivista*. Escolas russa e ocidental. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução*. Brasília: MEC, 1997.

\_\_\_\_\_. *Sistema Nacional de Avaliação do Educação Básica – Saeb*. Versão Preliminar. Brasília: MEC, 2002.

BROUSSEAU, G. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (Org.). *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 48-72.

CENTURIÓN, Marília – *Números e Operações*. São Paulo: Ed. Scipione, 1994.

CONTRIBUIÇÕES de Piaget e Vygotsky. Revista CONSTRUIRnotícias. Disponível em: <http://www.construirnoticias.com.br>. Acesso em: 21 dez 2003.

DANTZIT, T. *Número, a linguagem da Ciência*. Rio de Janeiro: Zahar, 1970.

GOLBERT, C. S.. *Matemática nas séries iniciais: sistema de numeração decimal*. Porto Alegre: Mediação, 1999.

GOMES, Romeu. A análise de dados em pesquisa qualitativa. In: MINAYO, M. C. de S. (org) *Pesquisa Social: teoria, método e criatividade*, Petrópolis, RJ: Vozes, 1994.

IFRAH, G. *História Universal dos Algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo*. Trad. Alberto Muñoz; Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. v. 1.

KAMII, C. *A criança e o número: implicações da teoria de Piaget para a atuação junto a escolares de 4 a 6 anos*. 20. ed. Campinas, SP: Papyrus, 1995.

\_\_\_\_\_. *Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget*. 14. ed.. Campinas, S.P: Papyrus, 1999.

LERNER, D. *A matemática na escola: aqui e agora*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

LERNER, D; SADOVSKY,P. O sistema de numeração: um problema didático. In:PARRA,C.; SIAZ, I. (Org.). *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p.73-155.

MINAYO, M. C. de S. Ciência, Técnica e Arte: O desafio da pesquisa social. In: \_\_\_\_\_. *Pesquisa Social: teoria, método e criatividade*. Petrópolis: Vozes, 1994. p. 9-15.

MORETTO, V.P. *Construtivismo: a produção do conhecimento em sala de aula*. Rio de Janeiro: DP&A, 2003.

\_\_\_\_\_. *Prova – um momento privilegiado de estudo – não um acerto de contas*. 4.ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2004.

MOYSÉS, L.. *Aplicação de Vygotsky à Educação Matemática*. Campinas, SP: Papiros, 1997.

NUNES, T.; BRYANT, P.. *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PAVANELLO, R. M. (Org.). *Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: a pesquisa em sala de aula*. São Paulo: Biblioteca do Educador Matemático, coleção SBEM, 2004. v.2.

PIAGET, J. et al. *Abstração reflexionante: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

\_\_\_\_\_. *Biologia e Conhecimento*. Tradução de Francisco Guimarães – Petrópolis, Rj: Vozes, 1996.

\_\_\_\_\_. *O Nascimento da Inteligência na Criança*. 4ª ed. Rio de Janeiro: Editora Guanabara, 1987.

\_\_\_\_\_. *Para onde vai a educação?* Tradução Ivete Braga. 5. ed. Rio de Janeiro: José Olympio, 1977.

POZO, J. I. e M. A. Crespo. *Aprender y enseñar ciência*. Madrid: Ediciones Marata, 2001.

RÊGO, R. G.; RÊGO. R. M.. *Matemáticativa*. João Pessoa: Editora Universitária UFPB, 1997.

SCHÔN, D. . *Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem*. Tradução Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

SERVIÇO SOCIAL DA INDÚSTRIA. Departamento Nacional. *Fundamentos Teóricos*: Freinet, Paulo Freire e Emília Ferreiro. Brasília, 2002 (Série SESI em Educação do Trabalhador, v.9)

TOLEDO, M.; TOLEDO, M.. *Didática da matemática: como dois e dois, a construção da matemática*. São Paulo: FTD, 1997.



VYGOTSKY, L.S. *A Construção do pensamento e da linguagem*. Tradução de Paulo Bezerra – São Paulo: Martins Fontes, 2001.

\_\_\_\_\_. *Pensamento e Linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 1987.

\_\_\_\_\_. *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. Tradução José Cipolla Neto, Luís Silveira Lima Barreto, Solange Castro Afeche. 6. ed.. São Paulo: Martins Fontes. 2000.

**BIBLIOGRAFIA CONSULTADA**

AZEVEDO, M. V. R. de. *Jogando e construindo matemática: a influência dos jogos e materiais pedagógicos na construção dos conceitos em matemática*. São Paulo: Editora Unidas, 1993.

CARVALHO, D. L. de. *Metodologia do Ensino da Matemática*. 2. ed. São Paulo: Cortez Editora, 1992.

CARRAHER, T.. *Aprender pensando*. Petrópolis – RJ: Vozes, 1998.

COLL, C.; TEBEROSKY, Ana. *Aprendendo Matemática: Conteúdos essenciais para o Ensino Fundamental de 1ª a 4ª série*. São Paulo: Ática, 2000.

D'AMBROSIO, U.. *Da realidade à ação: Reflexões sobre educação e Matemática*. São Paulo: Summus Editorial. 1996.

\_\_\_\_\_. *Educação matemática: da teoria à prática*. 6. ed.. Campinas. SP. Ed. Papyrus, 1996.

DIENES, Z. P.I. *As seis etapas no processo de aprendizagem em matemática*. São Paulo: EPU, 1986.

FAYOL, M. *A criança e o número: da contagem à resolução de problema*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

IMENES, L. M.; JAKUBOVIC, J.; LELLIS, M. C.. *Série Pra que serve a matemática*. São Paulo: Atual, 1992.

LOVELL, K.. *O desenvolvimento dos conceitos matemáticos e científicos na criança*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1988.

MORETTI, M. T.. *Dos sistemas de numeração às operações básicas com números naturais*. Florianópolis: Ed. da UFSC, 1999.

MORGADO, L. M. de A.. *O Ensino da Aritmética: perspectiva construtivista*. São Paulo: Livraria Coimbra, 1993.

PARRA, C. *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

PAIS, L. C.. *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

PERRENOUD, P.. *A Prática Reflexiva no Ofício de Professor : profissionalização e razão pedagógica*. Porto Alegre: Artmed, 2002.

PIAGET, J. *Seis estudos de psicologia*. 21. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1995.

REGO, R. G.; REGO, R. M.. *Matemática II*. João Pessoa: Editora Universitária UFPB, 1999.

VYGOTSKY, L.S; LURIA, A. R. ; LEONITIEV, A.N. *Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem*. 7. ed.. São Paulo: Ícone Editora Ltda. 2001.

ZABALA, A. *A prática educativa: como ensinar: aqui e agora*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

ZUNINO, D. L. *A matemática na escola: aqui e agora*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)