

**VALIDAÇÃO DO MODELO CLÁSSICO
DE FILTRAÇÃO PROFUNDA**

MARIA EMILIANA SALLUM

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE - UENF
LABORATÓRIO DE ENGENHARIA E EXPLORAÇÃO DE PETRÓLEO - LENEP**

**MACAÉ - RJ
Dezembro - 2006**

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

VALIDAÇÃO DO MODELO CLÁSSICO DE FILTRAÇÃO PROFUNDA

MARIA EMILIANA SALLUM

Tese apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Reservatório e de Exploração.

Orientador: Prof Pavel G. Bedrikovetsky, Ph.D.

Co-orientador: Adriano dos Santos, D. Sc.

MACAÉ – RJ
Dezembro – 2006

622.3382721

S169v

Sallum, Maria Emiliana.

2006

Validação do modelo clássico de filtração profunda / Maria Emiliana Sallum. --- Macaé: Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro / Laboratório de Engenharia e Exploração de Petróleo, 2006.

xv, 98p. : il.

Bibliografia

Tese de mestrado em Engenharia de Reservatório e de Exploração de Petróleo.

1. Engenharia de reservatório – tese. 2. Fluxo de meios porosos – tese. 3. Suspensão – tese. 4. Engenharia ambiental – tese. 5. Filtração profunda – tese. 6. Dano à formação - tese. I.Título.

VALIDAÇÃO DO MODELO CLÁSSICO DE FILTRAÇÃO PROFUNDA

MARIA EMILIANA SALLUM

Tese apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Reservatório e de Exploração.

Aprovada em ____ de _____ de 2006

Comissão Examinadora:

Adolfo Puime Pires (D. Sc., Reservatório – LENEP/CCT/UENF)

Antônio Luiz Serra de Souza (Ph.D., Engenharia de Petróleo - CENPES/PETROBRAS)

Kazuo Miura (Ph.D., Engenharia de Petróleo - UN-BC/ST/EP/PETROBRAS)

Pavel Bedrikovetsky (Ph.D., Reservatório – LENEP/CCT/UENF)
(orientador)

Adriano dos Santos (D. Sc., Reservatório – LENEP/CCT/UENF)
(co-orientador)

Agradecimentos

Ao professor-orientador Pavel Bedrikovetsky pela capacitada orientação que levou a conclusão deste trabalho.

Ao Co-orientador Adriano dos Santos que muito contribuiu com discussões e sugestões sobre o tema desse trabalho.

Amigos Johann Motta Lacerda pelo companheirismo e discussões sobre o conteúdo desta tese, Pollyanna Fonte Boa e Thiago Alvim pela amizade sincera.

A professora Themis Carageorgos por discussões no tema dessa tese e estando sempre presente.

À minha família, ao esposo Marco Aurélio Alves Silva, aos meus pais Jorge Sallum e Ângela Sallum e minhas irmãs Marcela e Gabriela Sallum pelo apoio e incentivo.

A Capes pelo apoio financeiro concedido durante o mestrado.

Ao Laboratório de Engenharia de Exploração e Produção de Petróleo (LENEP) por toda infraestrutura e apoio acadêmico para que fosse concluído este trabalho.

A todos os membros da banca pela prontidão em participar da defesa da tese.

RESUMO

O transporte de partículas em suspensões em meio poroso normalmente é seguido por captura de partícula nos poros, causando dano à permeabilidade do meio. Este fenômeno é chamado de filtração profunda. Sua compreensão é essencial para tecnologias industriais e ambientais tais como: fluxo de água em reservatórios de óleo, filtração de água, tratamento de águas de serviço, processos de separação na engenharia química, e outros. Um modelo matemático confiável destes processos permite predizê-los e otimizá-los.

Em processos como o descarte de água produzida em aquíferos na produção *offshore* de óleo, propagação de vírus e bactérias em reservatórios subterrâneos e vários processos ambientais, o parâmetro mais importante é a profundidade da propagação de partícula até sua captura. O modelo matemático para transporte de suspensões em meios porosos contém a função filtração (coeficiente de filtração) que determina a profundidade de penetração.

O coeficiente de filtração pode ser determinado pela concentração de partículas na saída do meio poroso. A solução existe e é única a partir de suposições fisicamente realistas. Se o coeficiente de filtração for conhecido, a solução permite predizer o perfil de retenção de partícula.

O coeficiente de filtração também pode ser determinado pelo perfil de retenção de partícula e conseqüentemente a concentração na saída pode ser predita pelo modelo.

Recentemente vários estudos laboratoriais foram desenvolvidos onde o perfil de retenção e a curva de concentração na saída foram medidos juntos. Permitindo a verificação do modelo matemático através da comparação entre os perfis de retenção medidos em laboratório e do modelo.

Nesta dissertação tratou-se de curvas de concentração na saída usando coeficiente de filtração constante e coeficiente de filtração linear por partes. Para todos os casos considerados nessa tese, os perfis de retenção medidos diferem significativamente dos perfis de retenção resultados do modelo. Permitindo concluir que para as condições laboratoriais investigadas o modelo clássico de filtração profunda não tem validade.

Possíveis explicações da divergência entre os dados de laboratório e as curvas modeladas são discutidas. Uma das explicações apresentada é o domínio do mecanismo de exclusão pelo tamanho na filtração profunda. Uma melhor equivalência entre os dados laboratoriais e as curvas modeladas foi observada com a introdução dos fatores de redução de fluxo e acessibilidade no modelo clássico de filtração profunda.

O principal resultado deste trabalho é a invalidade do modelo matemático clássico para filtração profunda e conseqüentemente mostrar a expressiva influência do mecanismo de exclusão pelo tamanho em sistemas porosos.

ABSTRACT

Flow of particulate suspensions in porous media is usually followed by particle capture in the pores, leading to permeability damage. This phenomenon is called deep bed filtration. Its understanding is essential for industrial and environmental technologies like water flooding of oil reservoirs, water filtration, wastewater treatment, separation processes in chemical engineering, and others. Reliable mathematical model of these processes allow for their prediction and optimization.

In such processes as the produced water disposal in aquifers in offshore oil production, propagation of viruses and bacteria in underground reservoirs, a number of the environmental processes and the most important parameter is the depth of the particle propagation until its capture. Mathematical model for suspension transport in porous media contains the filtration function (filtration coefficient), which determines the penetration depth.

The filtration coefficient can be determined from breakthrough concentration. The solution exists and is unique under physically realistic assumptions. If the filtration function is known, the solution allows predicting the particle retention profile.

The filtration coefficient can also be determined from the particle retention profile, and the breakthrough concentration can be predicted by modeling.

Recently appeared several laboratory studies where retention profile was measured along with breakthrough curve. It allows verification of the mathematical model by comparison between the measured in laboratory and of the model retention profiles.

In the current thesis we treat breakthrough curves using constant and piecewise-linear filtration functions. For all the cases under consideration, measured retention profile significantly differs from that by modeling. It allows concluding that for laboratory conditions under investigation the classical deep bed filtration model is invalid.

Possible explanations of the mismatch between the laboratory and modeling data are discussed. One of ways around is accounting for flux reduction and accessibility factors in the mathematical model. Better match between the laboratory and

modeling data was observed with introduction of constant flux reduction and accessibility factors in classical deep bed filtration model.

The main result of this work is invalidity of the classical mathematical model for deep bed filtration and consequently to show the expressive influence of the size exclusion mechanism in porous media.

Índice

RESUMO	VI
ABSTRACT	VIII
LISTA DE FIGURAS	XII
NOMENCLATURA	XV
CAPÍTULO 1- INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
2.1 - Fluxo de água com partículas em meio poroso.....	7
2.2 - Modelo estocástico na micro-escala	13
2.3 - Modelos de rede	14
2.4 - Modelo de reboco com tempo de transição	15
2.5 - Modelo multicomponente para filtração e formação do reboco.....	16
CAPÍTULO 3 - VALIDAÇÃO DO MODELO CLÁSSICO DE FILTRAÇÃO PROFUNDA	19
3.1 - Modelo analítico para filtração profunda de partículas em suspensão em meios porosos	19
3.2 - Fluxo de suspensão com vários mecanismos de captura de partículas	24
3.3 - Descrição dos testes laboratoriais de transporte de colóide em meios porosos	25
3.4 - Tratamento dos dados usando coeficiente de filtração constante.....	26
3.5 - Tratamento dos dados usando coeficiente de filtração linear por partes	33
3.6 - Discussão.....	37
CAPÍTULO 4 - MODELO ANALÍTICO PARA EXCLUSÃO PELO TAMANHO DE TRANSPORTE DAS SUSPENSÕES EM MEIOS POROSOS	40
4.1 - Modelo analítico para transporte de colóides com exclusão pelo tamanho em meios porosos	40
4.2 - Solução analítica para fator de redução de fluxo (α) e fator de acessibilidade (γ) constantes	45
4.3 – Solução analítica para fator de redução de fluxo (α) e fator de acessibilidade (γ) em função da deposição (sistema de dois poros e uma partícula	46
4.4 – Solução analítica para fator de redução de fluxo (α) e fator de acessibilidade (γ) constantes e coeficiente de filtração linear por partes	48
4.5 – Tratamento de dados laboratoriais a partir do modelo de filtração profunda considerando efeitos de acessibilidade e redução do fluxo.....	48
4.6 - Descrição dos testes laboratoriais de transporte de colóide em meios porosos com injeção de pulso da suspensão.....	53
4.7 – Tratamento dos dados laboratoriais com injeção de pulso da suspensão usando fator de redução de fluxo (α), fator de acessibilidade (γ) e coeficiente de filtração (λ) constantes	54
CAPÍTULO 5 - COMENTÁRIOS FINAIS	58
CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES	61

NOVIDADES CIENTÍFICAS.....	62
RECOMENDAÇÕES FUTURAS.....	63
REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA.....	64
APÊNDICE A - MODELO ANALÍTICO PARA TRANSPORTE DE SUSPENSÃO EM MEIOS POROSOS COM COEFICIENTE DE FILTRAÇÃO LINEAR POR PARTES.	72
APÊNDICE B - SOLUÇÃO ANALÍTICA PARA FATOR DE REDUÇÃO DE FLUXO (α) E FATOR DE ACESSIBILIDADE (Γ) CONSTANTES E COEFICIENTE DE FILTRAÇÃO LINEAR POR PARTES ($\Lambda(\Sigma)$).	76
APÊNDICE C – J. LACERDA, A. SANTOS, M. E. SALLUM AND P. BEDRIKOVETSKY. 2006. VALIDATION OF MATHEMATICAL MODEL FOR SUSPENSION TRANSPORT IN POROUS MEDIA USING LABORATORY DATA. SUBMETIDO A VADOSE ZONE JOURNAL EM SETEMBRO DE 2006	81

Lista de Figuras

Figura 1 - Esquema mostrando a injeção de água com uma concentração “C” de partículas.....	2
Figura 2 - Tipos de deposição das partículas dentro do meio poroso.....	3
Figura 3 - Esquema de captura de partículas grandes por poros pequenos, C (concentração de partículas suspensas), σ (concentração de partículas retidas) e H (distribuição de concentração de poros).....	4
Figura 4 - Representação dos efeitos de redução de fluxo, α e acessibilidade, γ . U (velocidade de fluxo), ϕ (porosidade), σ (concentração de partículas retidas).....	5
Figura 5 - Relação entre o coeficiente de filtração λ_0 e o parâmetro η (razão entre o raio médio dos poros e o raio médio das partículas). Neste gráfico estão representados os resultados para partículas sólidas (losangos), líquidas (quadrados) e uma mistura de ambas (triângulos) (Bedrikovetsky et al., 2001).....	12
Figura 6 - Transporte de suspensão com coeficiente de filtração constante; (a) trajetória da frente da concentração no plano (x_D, t_D), (b) perfil da concentração em suspensão nos momentos t1, t2, t3 e t4, (c) evolução do perfil da concentração retida (momentos t1, t2, t3 e t4).....	22
Figura 7 – Representação gráfica do coeficiente de filtração linear por partes ($\lambda(S)$). Linear quando S varia de 0 ($\lambda_0(0)$) a S_c ($\lambda_c(S_c)$) e constante para $S > S_c$	23
Figura 8 - Seis zonas típicas durante a propagação do banco de colóides no meio poroso no plano (x_D, t_D).....	24
Figura 9 - Ajuste dos dados laboratoriais de Bradford et al (2002); teste 2030 - 0,45: (a) curva de concentração na saída, (b) perfil de partículas retidas calculado pelo coeficiente de filtração constante obtido pela curva de concentração na saída e (c) ajuste do perfil de retenção de partícula.....	27
Figura 10 - Ajuste dos dados laboratoriais de Bradford et al (2002); teste MIX - 0,45: (a) curva de concentração na saída, (b) perfil de retenção calculado pelo coeficiente de filtração obtido pela curva de concentração na saída e (c) perfil de retenção ajustado.....	27
Figura 11 - Ajuste de testes laboratoriais de Bradford et al (2006); teste 3550 – 1,0 – 0,5* C_R : (a) curva de concentração na saída (b) perfil de partículas retidas ajustada pela curva de concentração na saída e (c) ajuste do perfil de partículas retidas.....	28
Figura 12 - Ajuste de testes laboratoriais de Bradford et al (2006), teste 3550 – 1,0 – 0,25* C_R (a) curva de concentração na saída, (b) perfil de partículas retidas ajustada pela curva de concentração na saída e (c) ajuste do perfil de partículas retidas.....	28
Figura 13 - Dependência do coeficiente de filtração de “jamming ratio” (a) por 16 testes de fluxo de colóides em areia Ottawa (por Bradford et al., 2002) e (b) por 4 testes laboratoriais de transporte de colóides em esferas de vidro (por Bradford et al., 2002).....	33

Figura 14 - Ajuste dos testes laboratoriais de Bradford et al., (2006), pelo modelo com função filtração linear por partes; teste MIX-1,0-0.5°C (a) curva de concentração na saída e (b) perfil de partículas retidas.....	35
Figura 15 - Ajuste dos testes laboratoriais de Bradford et al., (2006), usando função filtração linear por partes; caso 70110-1,0-0.5°C (a) curva de concentração na saída e (b) perfil de retenção.....	35
Figura 16 - Ajuste dos testes laboratoriais de Bradford et al., (2006), pelo modelo com função filtração linear por partes; teste 70110-1,0-0.25°C (a) curva de concentração na saída e (b) perfil de retenção.....	36
Figura 17 - Separação de fluxo de partícula e captura inserindo as câmaras de mistura (peneiras) em um volume capilar poroso: (a) trajetórias de partícula em capilares e câmaras, (b) seção transversal frontal, (c) esquema para ligações entre poros em seções seqüentes de volumes de capilares.....	41
Figura 18 - Perfil de partículas em suspensão e depositados no plano (x_D, t_D)	43
Figura 19 – Concentração de partículas na saída do meio poroso ($x_D=1$).....	46
Figura 20: Ajuste do teste laboratorial de Bradford e Bettahar, 2006, teste 3550 – 1,0 – 0,5*CR: (a) curva de concentração na saída (b) perfil de partículas retidas.....	49
Figura 21: Ajuste do teste laboratorial de Bradford e Bettahar, 2006, teste 3550 – 1,0 – 0,5*CR: (a) curva de concentração na saída (b) perfil de partículas retidas.....	49
Figura 22: Comparação de ajustes dos testes laboratoriais de Bradford e Bettahar, 2006, a partir do modelo clássico e modelo modificado de filtração profunda considerando coeficiente de filtração linear por partes, teste MIX-1,0-0,5°C.....	51
Figura 23: Comparação de ajustes dos testes laboratoriais de Bradford e Bettahar, 2006, a partir do modelo clássico e modelo modificado de filtração profunda considerando coeficiente de filtração linear por partes, teste 70110-1,0-0,5°C.....	51
Figura 24: Comparação de ajustes dos testes laboratoriais de Bradford e Bettahar, 2006, a partir do modelo clássico e modelo modificado de filtração profunda considerando coeficiente de filtração linear por partes, teste 70110-1,0-0,25°C.....	52
Figura 25 - Tratamento dos dados para transporte de colóide em pulso, Kretzschmar et.al (1997); a) concentração de chegada para pulso de colóide Sistema 2 – 0.30 mM, b) curva de concentração na saída para injeção contínua, c) curva de fluxo fracionário.....	55
Figura 26 - Tratamento dos dados para transporte de colóide em pulso, Kretzschmar e Sticher (1998); a) concentração de chegada para pulso de colóide 0,20 mg/L TOC, b) curva de concentração na saída para injeção contínua, c) curva de fluxo fracionário.....	56
Figura 27 – Tratamento dos dados para transporte de colóide em pulso, Keller et.al (2004); a) concentração de chegada para pulso de colóide, $d_s=3 \mu\text{m}$, $v=14\text{m/d}$, b) curva de concentração na saída para injeção contínua, c) curva de fluxo fracionário.....	56

Figura 28 - Fator de redução de fluxo em função de *jamming ratio* para Keller et al., 2004, para um mesmo meio poroso e três tamanhos de partículas (MS2, 0.05 μm e 3 μm), (a) velocidade, $v=1.4$ m/d (b) velocidade, $v=14$ m/d. 57

Nomenclatura

Letras Latinas			
Símbolos	Descrições	Unidades (MLT)	Unidades (SI)
c	concentração das partículas em suspensão	L^{-3}	$N^{\circ}_{partículas}/L$
c^0	concentração inicial das partículas em suspensão	L^{-3}	$N^{\circ}_{partículas}/L$
C	concentração inicial das partículas em suspensão adimensional	-	-
d_s	diâmetro médio das partículas	L	μm
d_p	diâmetro médio dos poros	L	μm
h_{10}	concentração inicial de poros pequenos	L^{-3}	1/L
h_{20}	concentração inicial de poros grandes	L^{-3}	1/L
J	Impedância adimensional	-	-
j	<i>jamming ratio</i> (diâmetro médio das partículas /diâmetro médio dos poros)	-	-
k	permeabilidade	L^2	m^2
K	função do dano de formação	L^2	m^2
L	comprimento do testemunho	L	m
m	inclinação da impedância	-	-
p	pressão	$MT^{-2}L^{-1}$	Pa
r_{p1}	raio dos poros pequenos	L	μm
r_{p2}	raio dos poros grandes	L	μm
r_s	raio das partículas	L	μm
S	concentração das partículas depositadas adimensional	-	-
t	tempo	T	s
t_D	tempo adimensional	p.v.i	-
U	velocidade aparente do fluido injetado	LT^{-1}	m/s
x	comprimento linear	L	m
x_D	comprimento linear adimensional	-	-

Letras Gregas			
Símbolos	Descrições	Unidades (MLT)	Unidades (SI)
α	fator de redução de fluxo	-	-
β	coeficiente do dano de formação	-	-
γ	fator de acessibilidade	-	-
η	razão entre o raio médio dos poros e o raio médio das partículas	-	-
ϕ	porosidade	-	-
λ'	coeficiente de filtração	L^{-1}	1/m
λ	coeficiente de filtração adimensional	-	-
λ_1	coeficiente de filtração a partir da concentração na saída	L^{-1}	1/m
λ_2	coeficiente de filtração a partir do perfil de deposição	L^{-1}	1/m
λ_0	coeficiente de filtração para $S=0$	L^{-1}	1/m
λ_c	coeficiente de filtração para $S= S_c$	L^{-1}	1/m
μ	viscosidade da água	$ML^{-1}T^{-1}$	Kg/m*s
σ_0	concentração das partículas depositadas em $X=0$	L^{-3}	N° partículas/L
σ	concentração das partículas depositadas	L^{-3}	N° partículas/L

(-) adimensional

Capítulo 1- INTRODUÇÃO

A injeção de água em reservatórios de óleo é uma prática comum para deslocar o óleo em direção aos poços produtores. Cerca de 80% do petróleo proveniente dos campos "offshore" no Brasil, são produzidos devido à influência da água injetada.

A manutenção da pressão do reservatório de óleo pode ser alcançada pela injeção de uma quantidade de água igual ao total produzido (somente óleo ou óleo e água). Um dos parâmetros que determina a taxa de injeção em cada poço é o índice de injetividade, que é a razão entre a vazão injetada [q ; m^3/s] e a variação de pressão entre o poço e o reservatório [ΔP ; Pa].

Com o decorrer do tempo ocorre uma queda de injetividade nos poços injetores, por causa da diminuição da permeabilidade da formação ao redor do poço e conseqüente diminuição da produção de petróleo. Nesse caso, a manutenção da pressão do reservatório pode ser obtida com o aumento do número de poços injetores atuantes no campo ou com a restauração da injetividade dos poços injetores.

A queda de injetividade provoca um grande problema na indústria de petróleo, ou o aumento dos custos para manutenção da produção de óleo ou a redução da produção de óleo conseqüentemente gerando queda nos lucros.

O declínio da injetividade é devido ao entupimento do meio poroso por matérias orgânicas e minerais em suspensão provenientes da água do mar e/ou produzida injetada (ver Figura 1). Esse fenômeno é chamado de filtração profunda ("*deep bed filtration*") e também pode ocorrer em outros processos tecnológicos como: tratamento da água destinada à injeção, migração de finos (grãos) soltos dentro dos poros, invasão

dos fluidos de perfuração e completação na parede do poço, e contaminação de aquíferos.



Figura 1 - Esquema mostrando a injeção de água com uma concentração "C" de partículas.

Um modelo confiável baseado no declínio da injetividade é importante para planejar o tratamento da água injetada ou o gerenciamento da água de filtragem (injeção da combinação da água do mar e da água produzida).

As partículas sólidas e líquidas em suspensão na água injetada podem ser depositadas (retidas) a partir de vários mecanismos (Figura 2):

a) Deposição, devido à atuação de forças atrativas como as de Van der Waals, elétrica e da dupla camada iônica. Essas forças atrativas criam um agrupamento de pequenas partículas, podendo causar um tamponamento na garganta do poro;

b) Sedimentação, que ocorre por causa da força gravitacional;

c) Exclusão pelo tamanho ("*straining*" ou "*size exclusion*") quando as partículas são retidas nas gargantas dos poros por serem grandes (maiores que as gargantas dos poros).

A efetividade de cada mecanismo de captura de partículas depende das forças de interação entre o meio poroso, o fluido injetado e as partículas suspensas (Sharma e Yortsos, 1987a).

Em um processo de filtração, parâmetros como a velocidade, a concentração de partículas, a distribuição do tamanho de partículas, a distribuição de tamanho de poros, as energias de interação (partículas - partículas e partículas - poros) e a composição do fluido e das partículas injetadas, podem determinar o(s) mecanismo(s) de retenção de partículas mais efetivo(s) (Herzig et al., 1970, Imdakm e Sahimi, 1987, Sharma e Yortsos, 1987a, Chauveteau et al., 1988).

Desta forma, a modelagem da retenção de partículas será diferente para diferentes valores dos parâmetros relevantes em cada processo. Para velocidade alta, por exemplo, os efeitos da difusão molecular e da deposição tornam-se menos efetivos (Chauveteau et al., 1998).

Um modelo fenomenológico para captura de partículas, com conseqüente queda de permeabilidade, foi proposto por Iwasaki (1937) e utilizado na teoria de filtração (Herzig et al., 1970) e na previsão do declínio de permeabilidade de rochas (Sharma, 1987, Bedrikovetsky, 2001). Neste modelo assume-se que a cinética de captura é linear.

A taxa de captura de partícula é caracterizada pelo então chamado coeficiente de filtração (λ') que é a probabilidade das partículas serem capturadas por unidade de comprimento dessa trajetória (Iwasaki, 1937; Herzig et al., 1970; Sharma e Yortsos, 1987). O coeficiente de filtração é uma função da concentração de partículas depositadas, pois as partículas ocupam as vagas do meio poroso e mudam as condições do meio favorecendo a retenção. A dependência do coeficiente de filtração em relação a concentração depositada é apenas uma função empírica fenomenológica no modelo clássico de filtração profunda livre de dispersão.

Mecanismo de captura para partículas sólidas e líquidas

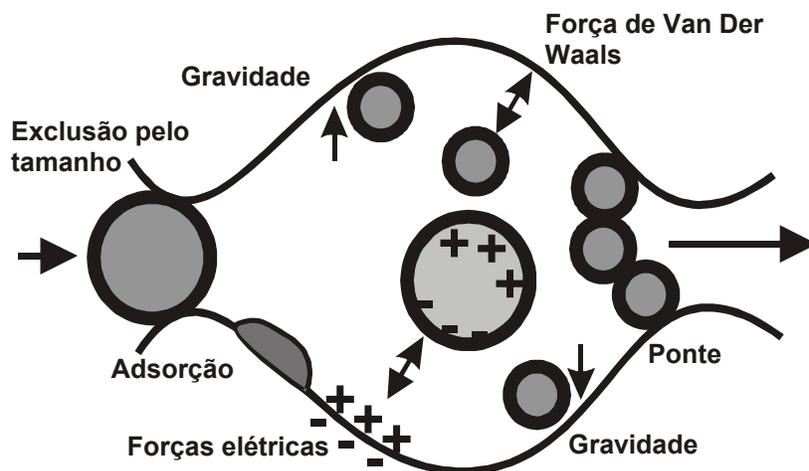


Figura 2 - Tipos de deposição das partículas dentro do meio poroso.

O coeficiente de filtração é usualmente calculado pela curva de concentração de partículas em suspensão na saída da amostra de rocha (plug), e o perfil de retenção é estimado por modelos analíticos e numéricos. Foi apenas recentemente que apareceram na literatura estudos laboratoriais com medida direta do perfil de retenção (Bradford et al., 2002 e 2004; Bradford e Bettahar, 2006; Al-Abduwani et al., 2004, 2005), oferecendo chances para a verificação do modelo clássico de filtração profunda.

Foi verificada a divergência entre o modelo e o perfil de retenção medido por Al-Abduwani et al. (2004), Al-Abduwani (2005) e Tufenkji e Elimelech (2004) que consideram o efeito de forças elétricas como principal fator da discrepância entre os perfis de retenção previsto e medido.

Sendo assim, o primeiro objetivo deste trabalho é mostrar essa discrepância a partir dos efeitos de exclusão pelo tamanho, podendo dimensionar a proporção de dano à formação que o mecanismo de exclusão pelo tamanho causa.

A base deste trabalho está na utilização do modelo fenomenológico para prever a queda de injetividade em poços injetores, onde os vários mecanismos de deposição das partículas (Figura 2) não são diferenciados no processo do entupimento do meio poroso. Assim, é analisado o efeito total das deposições, e não o quanto cada tipo de deposição afetou a injetividade.

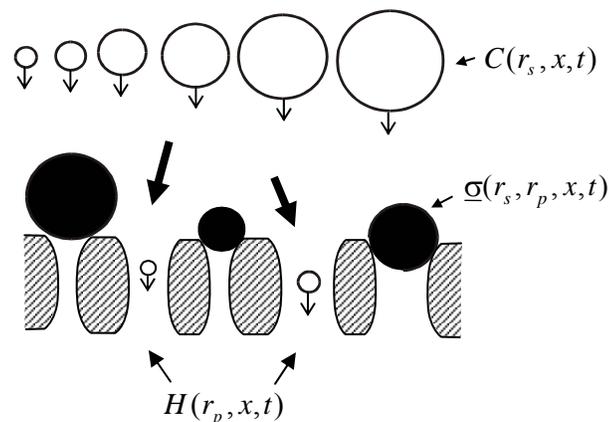


Figura 3 - Esquema de captura de partículas grandes por poros pequenos, C (concentração de partículas suspensas), σ (concentração de partículas retidas) e H (distribuição de concentração de poros).

Algumas partículas em suspensão são capturadas pela rocha por exclusão pelo tamanho (Figura 3), isto é, se uma partícula grande (r_s , raio da partícula) chega em um poro pequeno (raio do poro, r_p), $r_p < r_s$, esta é capturada e preenche o poro, por outro lado, uma partícula pequena $r_p > r_s$, passa pelo poro sem ser capturada. Assumiu-se também que cada partícula pode preencher apenas um poro.

O modelo modificado de filtração profunda (Santos e Bedrikovetsky, 2006) reflete os efeitos quando o movimento das partículas é possível apenas nos poros onde o raio é maior que os raios dessas partículas, caracterizando o efeito de exclusão pelo tamanho (“*straining*”) no meio poroso. Desta forma, a velocidade de fluxo é reduzida a uma fração onde a suspensão flui apenas por poros maiores que as partículas, esta fração é chamada de fator de redução de fluxo, α .

Analogamente, apenas uma fração do espaço poroso é acessível às partículas. A fração do espaço poroso que consiste de poros com tamanhos maiores que os tamanhos das partículas é chamado de fator de acessibilidade, γ . Esse fator depende do tamanho das partículas variando de zero para partículas grandes até a unidade para partículas pequenas.

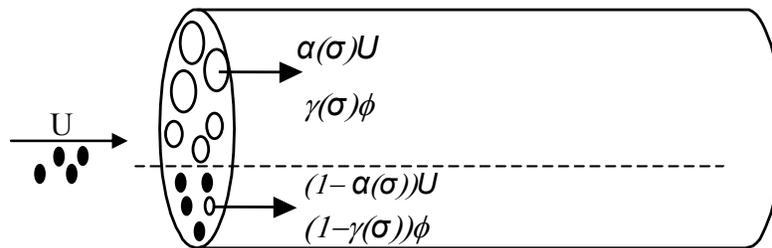


Figura 4 - Representação dos efeitos de redução de fluxo, α e acessibilidade, γ . U (velocidade de fluxo), ϕ (porosidade), σ (concentração de partículas retidas).

A representação dos dois fatores, redução de fluxo e acessibilidade são indicados na Figura 4, onde se têm vários tamanhos de poros e um tamanho de partícula.

A taxa de deposição de partículas é proporcional ao módulo do fluxo através dos poros inacessíveis. O coeficiente de proporcionalidade $\lambda(\sigma)$ é chamado coeficiente de filtração, já presente no modelo clássico de filtração profunda. A partir do modelo

modificado (Santos e Bedrikovetsky, 2006) além do coeficiente de filtração a taxa de captura é proporcional ao fluxo via poros menores que as partículas, $(1-\alpha)U$.

O modelo assume implicitamente a existência de tamanhos médios de poros e de partículas. Os três coeficientes α , γ e λ variam com a mudança na geometria do espaço poroso devido à captura de partículas. Sabendo que o único parâmetro que acompanha mudanças na geometria do espaço de poro é concentração depositada σ , supõe-se que os coeficientes α , γ e λ são funções de σ .

A partir do modelo modificado, foram obtidas soluções numéricas para casos relevantes, como coeficientes $(\alpha, \gamma, \lambda)$ constantes ou em função da deposição. Além disso, o problema inverso para a determinação dos parâmetros envolvidos no modelo estudado foi resolvido e dados experimentais disponíveis na literatura foram tratados.

Portanto, o principal objetivo desta dissertação é, a partir dos dados laboratoriais de concentração na saída e perfil de deposição, verificar a validade do modelo clássico de filtração profunda. Conseqüentemente mostrar que a partir do modelo modificado de filtração profunda, com os efeitos de exclusão pelo tamanho a partir dos parâmetros $\alpha(\sigma)$ e $\gamma(\sigma)$, no sistema, têm-se um melhor ajuste das curvas.

Na revisão bibliográfica (capítulo 2), os modelos e os testes experimentais desenvolvidos por vários autores para o processo de filtração profunda e o conseqüente dano à formação foram discutidos.

No capítulo 3, o modelo clássico e as equações governantes são discutidos. Várias soluções analíticas para casos particulares, bem como o tratamento de dados experimentais, são apresentadas.

No capítulo 4, o modelo modificado incluindo os efeitos de acessibilidade e de redução de fluxo de partículas com soluções analíticas para casos particulares são discutidas, bem como o tratamento de dados experimental é apresentado.

Nos capítulos 5 e 6 são apresentados os comentários finais e as conclusões desse trabalho, respectivamente. Finalmente são apresentadas as novidades científicas e as sugestões para futuras pesquisas.

Capítulo 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O objetivo deste capítulo é fazer uma análise da literatura sobre modelos e experimentos de filtração profunda das suspensões em meios porosos.

O dano à formação envolvido nos processos de filtração foi estudado por vários autores. Nestes trabalhos, foram avaliados os efeitos dos parâmetros envolvidos nos processos de filtração utilizando diferentes tipos de modelagem matemática com soluções analíticas e numéricas. Existem também muitos estudos experimentais para a determinação dos parâmetros relevantes no processo de dano à formação devido à deposição de partículas durante o transporte de suspensões através de meios porosos.

2.1 - Fluxo de água com partículas em meio poroso

Nessa seção é apresentado o modelo físico para fluxo de água com partículas suspensas sofrendo retenção no meio poroso, chamado modelo clássico de filtração profunda. Durante o fluxo no meio poroso, as partículas suspensas são gradualmente retidas, reduzindo a permeabilidade do meio. Esse fenômeno é chamado filtração profunda com dano à formação.

Equação do balanço de massa considerando partículas suspensas, c e retidas, σ :

$$\phi \frac{\partial c(x,t)}{\partial t} + U \frac{\partial c(x,t)}{\partial x} = - \frac{\partial \sigma(x,t)}{\partial t} \quad (2.1)$$

Aqui $c(x, t)$ é a concentração de partículas suspensas, $\sigma(x, t)$ é concentração de partículas depositadas e ϕ é a fração do volume da rocha ocupado pelo fluido, chamado de porosidade da rocha, quantidade adimensional entre 0 e 1.

A dispersão e a difusão das partículas são negligenciadas em (2.1). Assumindo que todo o espaço poroso é ocupado por partículas pequenas e a exclusão pelo tamanho não é importante.

Adotou-se que uma partícula fecha um poro. Considerou-se fluxo de partículas diluídas, onde a “reação poro - partícula” pode ser assumida de primeira ordem para pequenas concentrações em suspensão (Iwasaki, 1937; Herzig et al., 1970); isto é, a taxa de retenção é proporcional à concentração em suspensão, c :

$$\frac{\partial \sigma(x, t)}{\partial t} = \lambda'(\sigma) U c(x, t) \quad (2.2)$$

Assumiu-se que a redução da permeabilidade $k(\sigma)$ é devido à retenção de partículas, e que é uma função decrescente da concentração retida (Herzig et al., 1970; Sharma e Yortsos, 1987). A equação de balanço de momento tem a forma da lei de Darcy referindo a taxa de fluxo (U) para a pressão (p):

$$U = - \frac{k_0 k(\sigma)}{\mu L} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.3)$$

Aqui, k_0 é a permeabilidade absoluta da rocha e L é o comprimento da amostra de rocha. $k(\sigma)$ é a redução da permeabilidade devido à retenção de partículas (σ) quando expressa em função de σ ; é chamado de função dano de formação. Normalizada tem que $k(0) = 1$, isto é, é um para poros da rocha sem partículas retidas. Generalizando, a viscosidade da água (μ) pode ser considerada constante para pequenas concentrações de partículas.

As equações (2.1, 2.2 e 2.3) formam um sistema fechado de três equações e três incógnitas – c , σ e p . Assume-se que o coeficiente de filtração é independente da pressão. Por isso, as duas equações (2.1 e 2.2) separam-se da terceira equação (2.3) e

formam um sistema de duas equações e duas incógnitas c e σ . O domínio físico é $t > 0$ e $0 < x < L$.

O modelo matemático para transporte de suspensão em meios porosos consiste da equação de balanço de massa de partículas com termo de partículas capturadas e da lei de Darcy contabilizando a redução da permeabilidade devido a retenção de partículas (Payatakes et al., 1974, Sharma e Yortsos, 1987, Elimelech, 1995, Tufenkji, N., et al., 2003, Al-Abduwani, 2005, Foppen e Schijven, 2006, Guedes et al., 2006).

O modelo contém duas funções paramétricas descrevendo propriedades de suspensão aquosa e do meio poroso: o coeficiente de filtração, $\lambda(\sigma)$, isto é, a probabilidade das partículas serem capturadas por unidade de comprimento da trajetória da partícula (Herzig et al., 1970, Sharma e Yortsos, 1987), e a redução de permeabilidade, isto é, a razão entre a permeabilidade reduzida e inicial. A deposição de partículas altera a geometria do espaço poroso e a resistividade hidráulica; em troca, a geometria do poro altera as condições para ocorrer deposição, então é natural tomar a concentração depositada como variável independente básica para as funções filtração e dano de formação.

O perfil de retenção é não uniforme durante a injeção de partículas em suspensão no testemunho. Então, é impossível criar em laboratório um sistema constante de partículas em suspensão e retidas com a concentração depositada ao longo do testemunho. Por isso, as funções filtração e dano à formação não podem ser medidas diretamente. Eles devem ser obtidos indiretamente pela solução do problema inverso para filtração profunda a partir das medidas experimentais.

Em experimentos laboratoriais em uma dimensão, é possível medir o tempo de chegada (tempo de *breakthrough*, t_{br}) da concentração de partículas em suspensão e o diferencial de pressão. Essa rotina de testes de injeção no testemunho leva a estimar o declínio de injetividade durante a injeção de água dentro do reservatório de óleo (Sharma, 1987, Bedrikovetsky, 2001). O coeficiente de filtração (λ) é constante para o caso de suspensão diluída; que pode ser calculado pela concentração na saída. Frequentemente a função dano de formação é representada pela forma hiperbólica contendo um parâmetro empírico (também chamando coeficiente de dano de formação, β). O coeficiente de dano de formação pode ser calculado pelo diferencial de pressão

da amostra (Sharma, 1987, Bedrikovetsky, 2001). Alternativamente, ambos coeficientes podem ser calculados pelos dados de pressão em três pontos do testemunho (Bedrikovetsky et al., 2001).

Como no processo de filtração profunda as bactérias também podem ser consideradas como partículas. Assume-se que o coeficiente de filtração é independente da concentração retida para a maioria dos testes laboratoriais em transporte de bactéria, onde fluxo de colóides diluídos ocorre durante um curto tempo de poucos volumes porosos (Elimelech et al, 1995, Logan, 2000). Nesse caso, a concentração retida é baixa e as partículas depositadas não alteram a superfície da rocha. No caso de longo período de fluxo ou alta concentração injetada, adota-se que a cinética de retenção de Langmuir, onde a taxa de retenção é proporcional ao número de poros, cuja dependência do coeficiente de filtração (λ) é linear em relação à concentração depositada (σ), (Johnson e Elimelech, 1995, Kuhnen et al, 2000). As partículas retidas podem ocupar de 5 a 30% da fração da porosidade, o que muda completamente a estrutura do espaço poroso e da superfície onde as partículas são retidas (Roque, 1995, Veerapen et al, 2001, Foppen e Schijven, 2006). Em contraste, a adsorção seqüencial aleatória ("*random sequential adsorption*" (RSA)) emprega como coeficiente de filtração uma função não linear de σ .

A taxa de retenção, equação (2.2), pode ser explicada por diferentes caminhos. Vários autores empregam o termo de velocidade na expressão (2.2) (Logan et al., 1995, Corapcioglu, M. Y., e H. Choi, 1996), e λ torna-se a probabilidade de partículas serem capturadas por unidade de tempo. Nesse caso, λ é função da velocidade que é expressa via parâmetros adimensionais. Contudo, em muitos casos importantes a forma dessa função sugere que o coeficiente de filtração (λ) é proporcional a velocidade do fluido (U) (Rajagopalan e Tien, 1976, Logan et al., 1995) e a equação de cinética de retenção torna-se (2.2). Em Al-Abduwani (2005) e Altoe et al. (2006) é assumido que a taxa de captura é proporcional ao fluxo de partículas. Em casos livres de dispersão o fluxo é igual a $U \cdot c$, que também leva para (2.2).

Neste trabalho, mencionamos que um sistema de equação com um único mecanismo de captura (2.1, 2.2) descreve também filtração profunda com vários mecanismos simultâneos de captura de suspensão como exclusão pelo tamanho, deposição e segregação por gravidade (Guedes et al., 2006).

Alguns modelos de rede para filtração profunda consideram a situação onde várias partículas devem ser depositadas em um simples poro até completar o preenchimento (Siqueira et al., 2003).

Nesse caso, toda interação intermediária “partículas suspensas – parte do poro preenchida” pode também ser agregada dentro um uma simples cinética de captura descrita por (2.2) (Shapiro et al, 2006).

O sistema (2.1, 2.2) pode ser obtido pelas equações médias estocásticas de micro-escala para mecanismos de exclusão pelo tamanho e deposição de partículas (Sharma e Yortsos, 1987, Shapiro et al, 2006).

Para altas concentrações de partículas, o mecanismo de captura por ponte (*bridging*) torna-se dominante; a ordem de “reação poro-partícula” pode ser muito maior que 1 (Al-Abduwani, 2006). Nesse caso, a taxa de retenção não é mais proporcional à concentração de suspensão. A modelagem para esses processos está fora do escopo desse trabalho.

Alguns autores (Herzig et al., 1970, Bedrikovetsky et al., 2002, 2004) discutem diferentes formas para o coeficiente de filtração em função da concentração de partículas capturadas ($\lambda=\lambda(\sigma)$) e propõem soluções analíticas explícitas para alguns casos particulares. Bedrikovetsky et al., (2001) propõem um método geral para a solução do sistema de Equações (2.1, 2.2, 2.3).

No caso da captura de partículas pelo mecanismo de exclusão pelo tamanho, quanto maior forem as partículas e menores forem os poros, maior é a taxa de captura de partículas em suspensão e, conseqüentemente, maior é o dano à formação. Vários autores (Payatakes et al, 1973 e 1974, Sharma e Yortsos, 1987, A. Suri e M. Sharma 2001) sugerem que, quando o mecanismo de exclusão pelo tamanho é dominante, as distribuições de tamanho de poros e de partículas em suspensão desempenham um papel fundamental no processo de filtração profunda.

Entretanto, no modelo clássico (2.1, 2.2, 2.3) não são consideradas as distribuições de tamanho de poros e de partículas. Por outro lado, se o tamanho dos poros e das partículas em suspensão forem aumentados simultaneamente, a taxa de captura pelo mecanismo de exclusão pelo tamanho não deveria ser afetada. Portanto, o coeficiente de filtração no mecanismo de exclusão pelo tamanho deveria ser uma função monotonicamente crescente da razão entre os tamanhos das partículas e dos

poros η (η = raio médio das partículas/raio médio dos poros). Bedrikovetsky et al. (2001), tentaram relacionar o coeficiente de filtração com a razão entre o raio médio das partículas e o raio médio dos poros. Foram analisados 34 testes laboratoriais e não foi obtida nenhuma correlação entre os parâmetros mencionados acima (Figura 5).

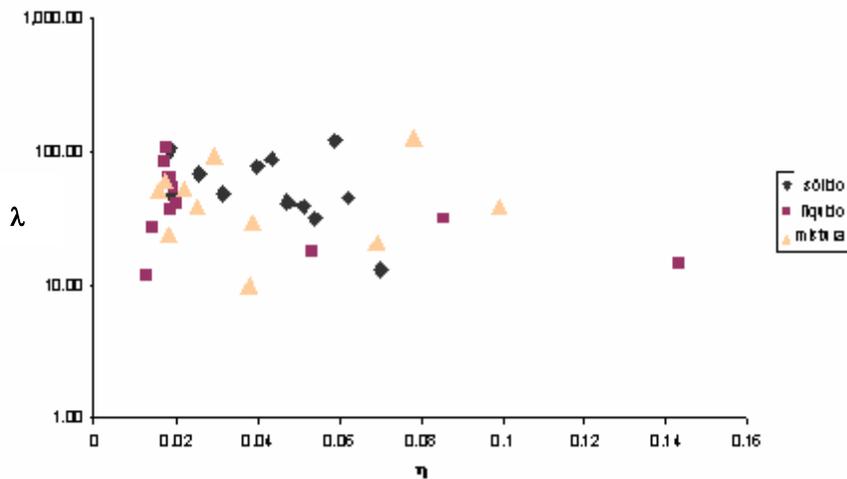


Figura 5 - Relação entre o coeficiente de filtração λ e o parâmetro η (razão entre o raio médio dos poros e o raio médio das partículas). Neste gráfico estão representados os resultados para partículas sólidas (losangos), líquidas (quadrados) e uma mistura de ambas (triângulos) (Bedrikovetsky et al., 2001).

A dificuldade em correlacionar o coeficiente de filtração com os raios das partículas e dos poros significa que o mecanismo de exclusão pelo tamanho não dominou nos testes laboratoriais estudados, ou que o modelo (2.1, 2.2, 2.3) para concentrações totais não descreve adequadamente o processo de filtração com exclusão pelo tamanho. Uma forma de estudar este problema é a modelagem em micro-escala de cada mecanismo de captura.

Além disso, de acordo com o modelo clássico, para que uma partícula injetada na face de entrada chegue até a face de saída do meio poroso seria necessário injetar um volume poroso. Entretanto, vários casos onde o tempo de chegada (“tempo de *breakthrough*”) difere significativamente de um volume poroso injetado têm sido reportados na literatura para polímeros e suspensões particuladas (Dawson e Lantz, 1972, Bartelds et al, 1997, Veerapen et al, 2001, Massei et al, 2002).

Para Tufenkji e Elimelech (2004), na presença de interações repulsivas do Derjaguin-Landau-Verwey-Overbeek a existência de interações coloidais favoráveis e desfavoráveis simultânea causam um desvio significativo entre os dados experimentais e o modelo clássico de filtração profunda. Evidências experimentais sugerem que o comportamento da deposição de partículas microbianas é inconsistente com a teoria clássica da filtração de colóide. Experiências controladas de deposição em coluna de escala laboratorial foram conduzidas com partículas e meios porosos uniformes para obter o conhecimento dos mecanismos que causam o comportamento divergente da deposição dos microorganismos.

2.2 - Modelo estocástico na micro-escala

Sharma e Yortsos (1987a) desenvolveram equações básicas para o balanço de populações durante o transporte de suspensões particuladas através do meio poroso. O modelo considera variações nas distribuições de tamanho de partículas e de poros devido a diferentes mecanismos de captura. Também é assumido que todo o espaço poroso é acessível para todas as partículas e que as populações de partículas movem-se com a velocidade média do fluido percolante. No caso de um meio poroso com uma distribuição uniforme de tamanho de poros, esta consideração resulta num processo de filtração profunda independente para todos os tamanhos de partículas. Entretanto, no mecanismo de exclusão pelo tamanho, partículas menores que o raio dos poros devem ser transportadas sem ser capturadas e partículas maiores que o raio dos poros não devem entrar no meio poroso.

Devido ao mecanismo de exclusão pelo tamanho, as partículas podem passar somente através de poros maiores; isto é, apenas uma fração da porosidade está acessível para as partículas. Portanto, as partículas são efetivamente transportadas pela fração de água fluindo através do espaço poroso acessível, isto é, o fluxo de água transportando partículas de um dado tamanho é apenas uma fração do fluxo total de água.

Os efeitos da acessibilidade do espaço poroso e da redução de fluxo para partículas devido ao tamanho finito das moléculas de polímeros foram observados e matematicamente descritos para o transporte de polímeros em rochas (Bartelds et al,

1997; Dawson e Lantz, 1972). Massei et al. (2002) fizeram experimentos injetando pulsos de partículas em meios porosos e também observaram que a velocidade média das partículas pode ser significativamente diferente da velocidade média do fluido percolante.

2.3 - Modelos de rede

Vários modelos de rede, incluindo diferentes mecanismos físicos de retenção de partículas, foram desenvolvidos por Imdakm e Sahimi (1987), Payatakes *et al.* (1973, 1974), Sahimi *et al.* (1990, 1991), Rege e Fogler (1987, 1988), Siqueira e Shecaira (2003), entre outros.

Imdakm e Sahimi (1987) utilizaram o método de Monte Carlo para modelar apenas o efeito da exclusão pelo tamanho no dano à formação. Neste caso, o meio poroso foi representado por uma rede quadrada bidimensional, onde as gargantas dos poros são representadas pelas ligações da rede. O modelo estudado pressupõe que os poros são tubos capilares cilíndricos de raio r_p .

Além disso, foi assumido que as partículas injetadas são esféricas e se distribuem de acordo com uma distribuição uniforme.

Como os poros são representados por tubos capilares, o fluxo em um poro de raio r_p é proporcional a r_p^4 (Equação de Poiseuille). Desta forma, a probabilidade de uma partícula encontrar uma garganta será proporcional à porção de fluxo que está passando por ela. Quanto maior o raio da garganta, maior será o fluxo. Sendo assim, maior será a probabilidade da garganta ser acessada. Após a partícula ter “selecionado” um poro, seu raio efetivo (r_s) é comparado com o raio do poro (r_p). Se $r_s < r_p$, a partícula passa, senão ela é capturada.

Devido à excelente concordância com os resultados experimentais analisados, eles concluíram que o mecanismo dominante na queda de permeabilidade é a exclusão pelo tamanho. Os resultados obtidos no modelo descrito acima indicam que o dano à formação depende da distribuição de tamanho de poros, da topologia do meio poroso, da distribuição do tamanho de partículas injetadas e da concentração de partículas.

O grau de semelhança entre a permeabilidade da rede e a do meio poroso real irá depender muito das considerações adotadas no modelo, onde os atributos mais

importantes da estrutura porosa real são suas morfologia (tamanho e forma dos poros), topologia (relações de conectividade dos poros entre si) e propriedades de percolação (Dullien, 1992; Ioannidis *et al.*, 1997).

Em geral, com os modelos de rede tenta-se determinar as propriedades macroscópicas do sistema incorporando as heterogeneidades do meio na escala de poros. Eles são os únicos modelos que levam em conta a conectividade do meio, o que lhes possibilita prever com maior acerto a permeabilidade e o comportamento durante o transporte de partículas através do espaço poroso (Sahimi *et al.*, 1990).

A principal desvantagem dos modelos de rede é o esforço computacional requerido, o que limita o tamanho da rede a ser processada.

2.4 - Modelo de reboco com tempo de transição

Geralmente as distribuições de tamanho de partículas e de poros desempenham um papel fundamental no processo de crescimento do reboco. Quando a suspensão contém partículas de tamanhos diferentes, as partículas maiores formam o esqueleto do “reboco externo” e as menores podem ser transportadas e eventualmente capturadas no interior do reboco formado pelas partículas maiores. Simultaneamente, pode ocorrer a compactação do reboco devido ao efeito da força de arraste causada pelo fluxo da suspensão através do reboco. Conseqüentemente, ocorrem variações da porosidade, da permeabilidade e da espessura do reboco afetando o comportamento do processo de filtração.

Pang e Sharma (1994) consideraram a formação do reboco interno (“*deep bed filtration*”) e externo (“*external cake*”) simultaneamente e introduziram o conceito de tempo de transição (t_{tr}).

Eles postularam que inicialmente um reboco interno é formado. Com o aumento de partículas retidas na superfície da rocha haverá um momento onde pouquíssimas partículas poderão invadir a rocha, inicia-se então a formação de um reboco externo. O tempo de transição é atingido quando não há mais invasão de partículas na rocha, ou seja, o reboco interno é completamente formado.

Sendo assim, o processo global de filtração foi aproximado aplicando-se um modelo para a formação do reboco interno antes do tempo de transição e um modelo

para a formação do reboco externo após o tempo de transição. Quando $t_{tr} \rightarrow \infty$, ocorre apenas a formação do reboco interno ao reservatório e quando $t_{tr} \rightarrow 0$, ocorre somente a formação do reboco externo ao reservatório.

2.5 - Modelo multicomponente para filtração e formação do reboco

No modelo clássico (2.1, 2.2, 2.3) um coeficiente de filtração efetivo (λ) é definido e as distribuições de tamanho de poros e de partículas não são consideradas. Muitas vezes, o tamanho das partículas varia muito e o modelo clássico leva a previsões incoerentes. No caso da adição de polímeros em fluidos de perfuração, por exemplo, verificou-se que o modelo clássico não descreve corretamente o processo de filtração (Suri e Sharma, 2001).

Suri e Sharma (2001) propuseram um modelo para a filtração multicomponente, considerando suspensões com partículas de tamanho variável. De acordo com estes autores, as distribuições de tamanho de poros e de partículas no fluido de perfuração têm um papel fundamental na determinação do comprimento de penetração e da queda de permeabilidade. O modelo assume partículas de tamanhos discretos e consiste das equações de balanço de massa e cinética de captura para cada tamanho de partícula:

$$\frac{\partial c_i}{\partial t_D} + \frac{\partial c_i}{\partial x_D} = -\frac{1}{\phi} \frac{\partial \sigma_i}{\partial t_D}, \quad (2.4)$$

onde c_i é a concentração de partículas da i -ésima espécie em suspensão, σ_i é a concentração de partículas da i -ésima espécie capturada pelo meio poroso, ϕ é a porosidade e x_D e t_D são o comprimento e o tempo adimensionais (2.5) respectivamente.

$$x_D = \frac{x}{L}; \quad t_D = \frac{\int_0^t U(t') dt'}{L\phi}, \quad \lambda = \lambda' L \quad (2.5)$$

A taxa de captura para a i -ésima população de partículas é assumida como sendo proporcional ao fluxo de partículas dessa população U^*c_i :

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial t} = \lambda'_i U c_i, \quad (2.6)$$

onde σ_i é a concentração de partículas da i -ésima população que foram capturadas, c_i é a concentração de partículas suspensas da população " i " e λ'_i é o coeficiente de filtração para partículas suspensas da i -ésima população. Portanto, em geral, cada população tem um coeficiente de filtração diferente.

Introduzindo as transformações adimensionais (2.5) na Equação (2.6), obtém-se:

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial t_D} = \lambda_i \phi c_i \quad (2.7)$$

As condições iniciais e de contorno para o sistema (2.4), (2.7) são dadas por:

$$\begin{aligned} t_D = 0: c_i &= 0, \quad \sigma_i = 0, \\ x_D = 0: c_i &= c_i^{(0)} \end{aligned} \quad (2.8)$$

ou seja, é assumido que inicialmente não existem partículas no interior do meio poroso e que uma concentração $c_i^{(0)}$ é injetada na face de entrada do meio poroso ($x_D=0$).

O modelo (2.4), (2.7), sujeito às condições iniciais e de contorno (2.8), tem a seguinte solução analítica:

$$c_i = \begin{cases} c_i^{(0)} \exp(-\lambda_i x_D), & x_D \leq t_D \\ 0, & x_D > t_D \end{cases} \quad (2.9)$$

$$\sigma_i = \begin{cases} \lambda_i \phi (t_D - x_D) c_i^{(0)} \exp(-\lambda_i x_D), & x_D \leq t_D \\ 0, & x_D > t_D \end{cases} \quad (2.10)$$

É bom salientar que o modelo (2.4), (2.7) não considera a variação da distribuição de tamanho de poros durante o processo de filtração profunda, bem como os efeitos da acessibilidade do espaço poroso e da redução de fluxo de partículas.

A solução (2.9) mostra que o perfil de concentração de partículas da i -ésima população se move com a mesma velocidade do fluido percolante. Por outro lado, vários autores (Massei et al., 2002, Bartelds *et al*, 1997; Dawson e Lantz, 1972) observaram experimentalmente que a velocidade média das partículas pode ser significativamente diferente da velocidade média do fluido percolante.

Conclui-se com essa revisão bibliográfica que a validação do modelo clássico de filtração profunda através de dados laboratoriais não está disponível na literatura.

Como objetivo principal dessa dissertação é a determinação dos parâmetros do modelo de filtração profunda a partir de dados laboratoriais de concentração em suspensão e de perfil de deposição. Assim, a partir dos parâmetros obtidos pode-se concluir sobre a validade dos modelos clássico e modificado de filtração profunda.

Com objetivo específico de ajustar o modelo clássico de filtração profunda a partir de dados laboratoriais de concentração e deposição a partir de testes com partículas pequenas. E a partir de teste com partículas grandes (maiores que o tamanho poro) ajustar o modelo de filtração profunda com fatores de acessibilidade e redução de fluxo. E dessa forma poder concluir sobre validade do modelo modificado, levando em consideração os fatores de acessibilidade e redução de fluxo.

Capítulo 3 - VALIDAÇÃO DO MODELO CLÁSSICO DE FILTRAÇÃO PROFUNDA

O modelo matemático para transporte de colóides em meios porosos contém o coeficiente de filtração, o qual pode ser determinado pela concentração de partículas em suspensão na saída da amostra de rocha. Se o coeficiente de filtração já é conhecido, a solução permite estimar o perfil de retenção de partículas. Recentemente apareceram vários estudos laboratoriais onde o perfil de retenção foi medido junto com a curva de concentração na saída, permitindo assim a verificação do modelo matemático pela comparação entre os perfis de retenção experimental e o previsto pelo modelo.

Neste capítulo foram tratadas curvas de concentração na saída usando coeficiente de filtração constante e coeficiente de filtração linear por partes. Para todos os casos abaixo considerados, o perfil medido da retenção difere significativamente daquele modelado. E as possíveis explicações da divergência entre o dados laboratoriais e o modelo são discutidas.

3.1 - Modelo analítico para filtração profunda de partículas em suspensão em meios porosos

Sistema de equações governadas pela filtração profunda consiste do balanço de massa das partículas em suspensão e retidas e da cinética de captura de partículas.

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\phi c + \sigma) + U \frac{\partial c}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial \sigma}{\partial t} = \lambda'(\sigma) U c \end{cases} \quad (3.1)$$

O modelo (3.1) ignora a dispersão hidrodinâmica das partículas se comparada com a advecção dos colóides. O modelo também negligenciou a velocidade ser dependente do coeficiente de filtração.

Introduzindo os parâmetros adimensionais:

$$t_D = \frac{Ut}{\phi L}, \quad x_D = \frac{x}{L}, \quad C = \frac{c}{c^0}, \quad S = \frac{\sigma}{\phi c^0}, \quad \lambda = \lambda' L \quad (3.2)$$

onde t_D é o tempo adimensional, x_D é o comprimento adimensional, C é a concentração de partículas em suspensão adimensional, S é a concentração de partículas depositadas adimensional e λ é o coeficiente de filtração adimensional. O sistema (3.1) resulta em:

$$\begin{cases} \frac{\partial C}{\partial t_D} + \frac{\partial C}{\partial x_D} = - \frac{\partial S}{\partial t_D}, \\ \frac{\partial S}{\partial t_D} = \lambda(S) C \end{cases} \quad (3.3)$$

As condições iniciais correspondem à ausência de partículas na rocha antes da injeção:

$$t_D = 0 : C = S = 0 \quad (3.4)$$

A condição de contorno corresponde à injeção de um banco de suspensão durante o tempo Δ seguido pela injeção de água limpa.

$$x_D = 0 : C(0, t_D) = \begin{cases} 1, & 0 < t_D < \Delta \\ 0, & t_D > \Delta \end{cases} \quad (3.5)$$

A solução exata para o sistema (3.3) sujeito às condições iniciais e de contorno (3.4, 3.5) descrevem o transporte de um banco de colóides no meio poroso conduzido por água limpa.

A Figura 6 mostra o perfil de concentração em suspensão e retida em coordenadas adimensionais (x_D , t_D). As concentrações em suspensão e retida são zero à frente da concentração da frente $x_D = t_D$ que move com velocidade da água. A concentração retida é contínua através da frente ainda que a concentração em suspensão sofre descontinuidade – o valor exatamente atrás da frente é $\exp(-\lambda x_D)$.

Considerando o primeiro caso onde o coeficiente de filtração é constante. Substituindo a taxa cinética no balanço de massa a equação (3.3) resulta em:

$$\frac{\partial C}{\partial t_D} + \frac{\partial C}{\partial x_D} = -\lambda C \quad (3.6)$$

Aplicando a equação (3.6) hiperbólica linear às condições iniciais e de contorno (3.4, 3.5) e integrando usando o método das características tem-se:

$$C(x_D, t_D) = \begin{cases} 0, & 0 < t_D < x_D, t_D > x_D + \Delta \\ \exp(-\lambda x_D), & x_D < t_D < x_D + \Delta \end{cases} \quad (3.7)$$

Pela segunda equação de (3.3) segue que a função S é obtida pela integração da função C (3.7) no tempo:

$$S(x_D, t_D) = \begin{cases} 0, & t_D < x_D \\ \lambda(t_D - x_D)\exp(-\lambda x_D), & x_D < t_D < x_D + \Delta \\ \lambda\Delta\exp(-\lambda x_D), & t_D \geq x_D + \Delta \end{cases} \quad (3.8)$$

A Figura 6 (b,c) apresentam os perfis de concentração em suspensão e retidas, respectivamente, para quatro momentos t_{D1} , t_{D2} , t_{D3} e t_{D4} . Para o momento t_{D1} a frente da concentração ainda não atinge a saída da coluna. A frente atinge a saída depois do momento t_{D2} . O momento t_{D3} resulta no princípio da injeção de água limpa ($t_{D3} > \Delta$). No momento $t_{D4} > 1 + \Delta$, o banco de partículas em suspensão já foi varrido da coluna.

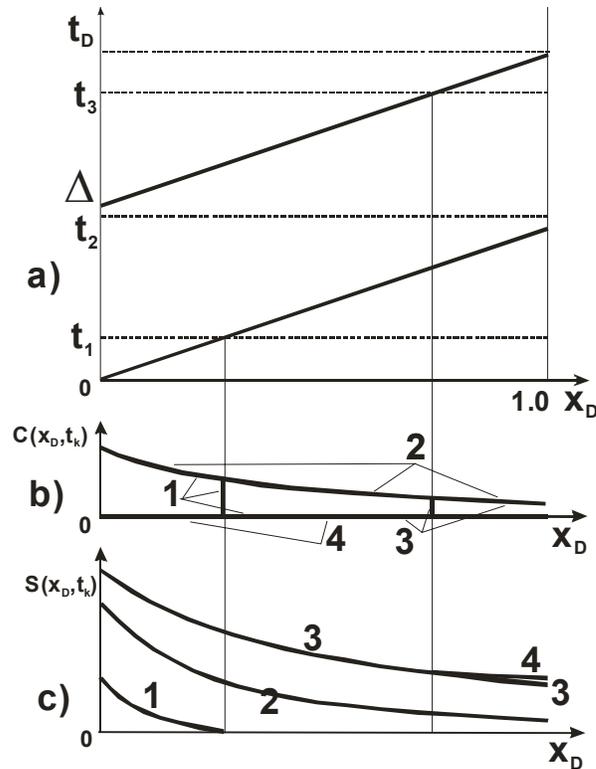


Figura 6 - Transporte de suspensão com coeficiente de filtração constante; (a) trajetória da frente da concentração no plano (x_D, t_D) , (b) perfil da concentração em suspensão nos momentos t_1 , t_2 , t_3 e t_4 , (c) evolução do perfil da concentração retida (momentos t_1 , t_2 , t_3 e t_4)

A equação (3.7) determina uma função degrau para a curva de concentração na saída com um único valor na saída C_1 , que permite o cálculo do coeficiente de filtração a partir da concentração na saída.

$$\lambda = -\ln C_1 \quad (3.9)$$

O perfil de deposição (3.8) depois que o banco de suspensão de partículas deixa a amostra de rocha, em coordenada semilogarítmica é a reta:

$$t_D \geq 1 + \Delta : \ln S(x_D, t_D) = \ln(\lambda \Delta) - \lambda x_D \quad (3.10)$$

As duas constantes da reta são determinadas pelo coeficiente de filtração λ . Dessa forma o valor de λ deve ser determinado pelo perfil de retenção usando procedimento de otimização.

Agora considerando o coeficiente de filtração como uma função linear da concentração retida S , de zero até algum valor crítico S_c , constante para uma concentração retida mais elevada:

$$\lambda(S) = \begin{cases} \lambda_0 - AS & 0 < S < S_c \\ \lambda_c & S > S_c \end{cases}, \quad A = \frac{\lambda_0 - \lambda_c}{S_c} \quad (3.11)$$

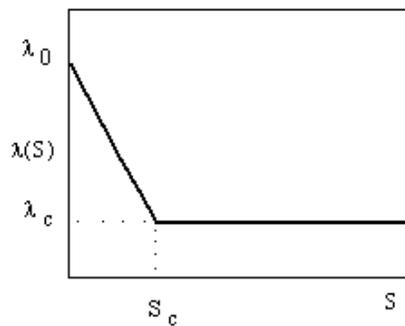


Figura 7 – Representação gráfica do coeficiente de filtração linear por partes ($\lambda(S)$). Linear quando S varia de 0 ($\lambda_0(0)$) a S_c ($\lambda_c(S_c)$) e constante para $S > S_c$.

A Figura 7 mostra a representação gráfica do coeficiente de filtração linear por partes correspondendo à captura simultânea de partículas. O coeficiente de filtração diminui linearmente com aumento da concentração retida, caracterizando o mecanismo de exclusão pelo tamanho onde as partículas maiores que os poros são capturadas primeiro até coeficiente de filtração constante para concentrações retidas mais elevadas, agora somente as partículas pequenas são capturadas e o mecanismo é deposição, *attachment*. As fórmulas explícitas para concentração em suspensão e retidas estão derivadas no Apêndice A.

A Figura 8 apresenta seis zonas características com diferentes comportamentos para o sistema de deposição. Na zona I, concentrações da frente (suspensão e retida) com valor inicial igual a zero. O coeficiente de filtração é linear nas zonas II e IV. Adiante da frente $t_D = t_{Dc}(x_D)$, a concentração retida atinge o valor crítico S_c . Em seguida o coeficiente de filtração é constante nas zonas III e V. A concentração em suspensão é zero e a concentração retida é estável antes da frente de água limpa da zona VI.

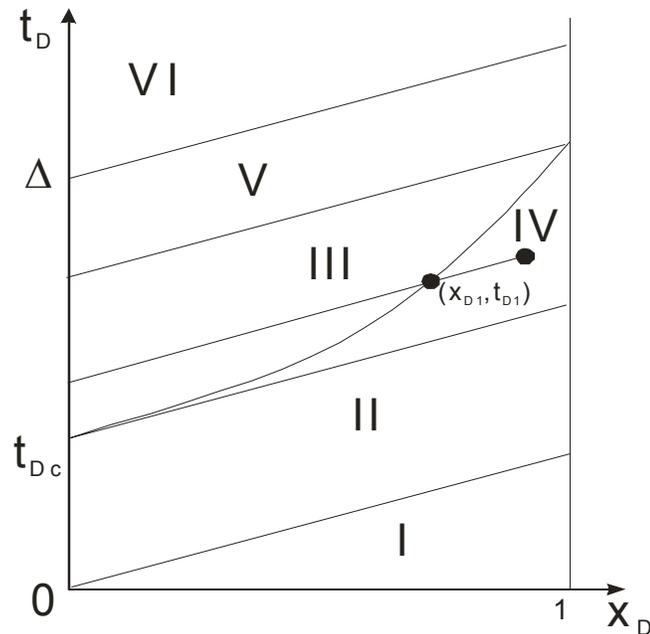


Figura 8 - Seis zonas típicas durante a propagação do banco de colóides no meio poroso no plano (x_D, t_D)

3.2 - Fluxo de suspensão com vários mecanismos de captura de partículas

A captura de partículas por uma matriz porosa acontece por diferentes mecanismos físicos: *straining* (exclusão pelo tamanho), adsorção, atração elétrica, difusão, segregação gravitacional, ponte (Elimelech 1995; Bradford et al, 2002; Foppen et al., 2005). A Figura 2 mostra a captura de partículas em um único poro através de vários mecanismos.

O modelo matemático para n mecanismos simultâneos de captura contém n equações de cinética de captura (segunda equação 3.1). Todavia, o coeficiente de filtração total:

$$\lambda = \sum_{i=1}^n \lambda_i(\sigma_1, \sigma_2 \dots \sigma_n), \sigma = \sum \sigma_i, \lambda = \lambda(\sigma) \quad (3.12)$$

pode ser expresso pela concentração total retida σ (Guedes et al., 2006). A função $\lambda(\sigma)$ é obtida pela solução do sistema de n equações ordinária diferenciais (chamado de procedimento de agregação). Então, a filtração profunda por multi captura pode ser descrita pelo modelo de única captura.

3.3 - Descrição dos testes laboratoriais de transporte de colóide em meios porosos

Os testes laboratoriais conduzidos nos estudos de Bradford et al. (2002, 2004) e Bradford e Bettahar (2006) consistem da injeção de partículas em suspensão numa coluna porosa seguido da injeção de água limpa. A concentração na saída foi monitorada e a concentração de partículas retidas ao longo da coluna foi medida prontamente depois da injeção com água limpa. O colóide foi traçado com bromido. Colóides de látex fluorescente foram usados como modelo de partículas coloidais nos estudos experimentais. O diâmetro dos colóides (0.45, 1.0, 2.0, e 3.2 μm) foram selecionados para serem consistentes com o tamanho típico das bactérias patogênicas. Segundo Bradford et al. (2002, 2004) e Bradford e Bettahar (2006) as baixas concentrações de partículas na ordem de 10^9 - 10^{11} part/L foram selecionadas para minimizar qualquer redução na permeabilidade no solo e promover a cada coluna uma massa de colóide aproximadamente igual (3.28 mg) durante os teste a partir de diferentes velocidades de fluxo.

Areia Ottawa com granulometrias variadas (chamadas nos testes por 70110, MIX, 3550 e 2030 com diâmetro médio de grão igual a 0.15, 0.24, 0.36, 0.71 mm respectivamente) e esferas de vidros (GB com diâmetro médio igual a 0.26 mm) foram usadas como meio poroso na coluna experimental. O raio médio dos poros variou de 8 a 40 μm .

As esferas de vidro, areia Ottawa e colóides possuem carga superficial negativa para manter o pH neutro. Dessa forma, interação atrativa eletrostática entre os colóides e o meio poroso é mínima.

Sistemas porosos fisicamente heterogêneos consistentes de várias combinações de uma lente de areia cilíndrica no centro de um cilindro maior de areia matriz foram usados no estudo feito em Bradford et al. (2004).

No estudo de Bradford e Bettahar, 2006 séries de colunas experimentais foram usadas para explorar a influência da concentração de colóides na entrada (2, 1, 0.5, e 0.25 vezes a concentração de referência, C_R).

3.4 - Tratamento dos dados usando coeficiente de filtração constante

O caso para coeficiente de filtração constante corresponde ao fluxo com baixa concentração em suspensão onde a retenção de baixa concentração de partícula não altera o espaço poroso e a superfície da matriz. Por conseguinte, a condição das partículas capturadas permanece a mesma, e a retenção tem intensidade constante.

Assumiu-se que em curto período de injeção de um banco de suspensão, as partículas retidas não alteram a superfície da matriz e as condições de captura. Por isso, tomou-se o coeficiente de filtração constante.

As Figuras 9-12a apresentam curvas de concentração na saída. A concentração na saída é constante para o caso de coeficiente de filtração constante (3.7); e as curvas de concentração na saída exibiram um platô constante; então os dados dos testes laboratoriais (Figuras 9-12) foram tratados usando suposição do coeficiente de filtração constante.

As baixas concentrações, usadas nos testes, foram cuidadosamente escolhidas para evitar a alteração da permeabilidade e do meio poroso e conseqüente aumento do gradiente de pressão (Bradford et al., 2002, 2004 e Bradford e Bettahar, 2006). Então, a liberação de partículas por erosão, devido ao aumento da força de arraste durante o transporte de colóides pode ser negligenciada. Todavia, alguma liberação pode ocorrer pela alteração na salinidade da água que conduz os colóides, como pode ser observado nas “caudas” das concentrações em suspensão depois da produção de um banco de partículas (Figuras 9, 10). O modelo clássico de filtração profunda não contabiliza as partículas liberadas.

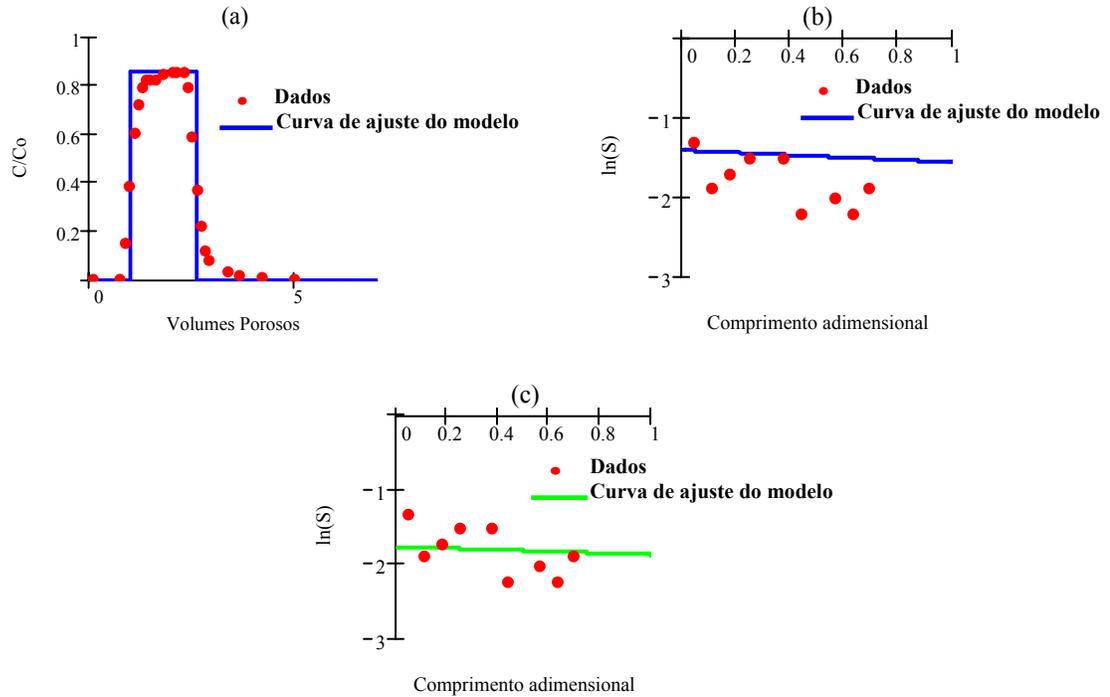


Figura 9 - Ajuste dos dados laboratoriais de Bradford et al (2002); teste 2030 - 0,45: (a) curva de concentração na saída, (b) perfil de partículas retidas calculado pelo coeficiente de filtração constante obtido pela curva de concentração na saída e (c) ajuste do perfil de retenção de partícula.

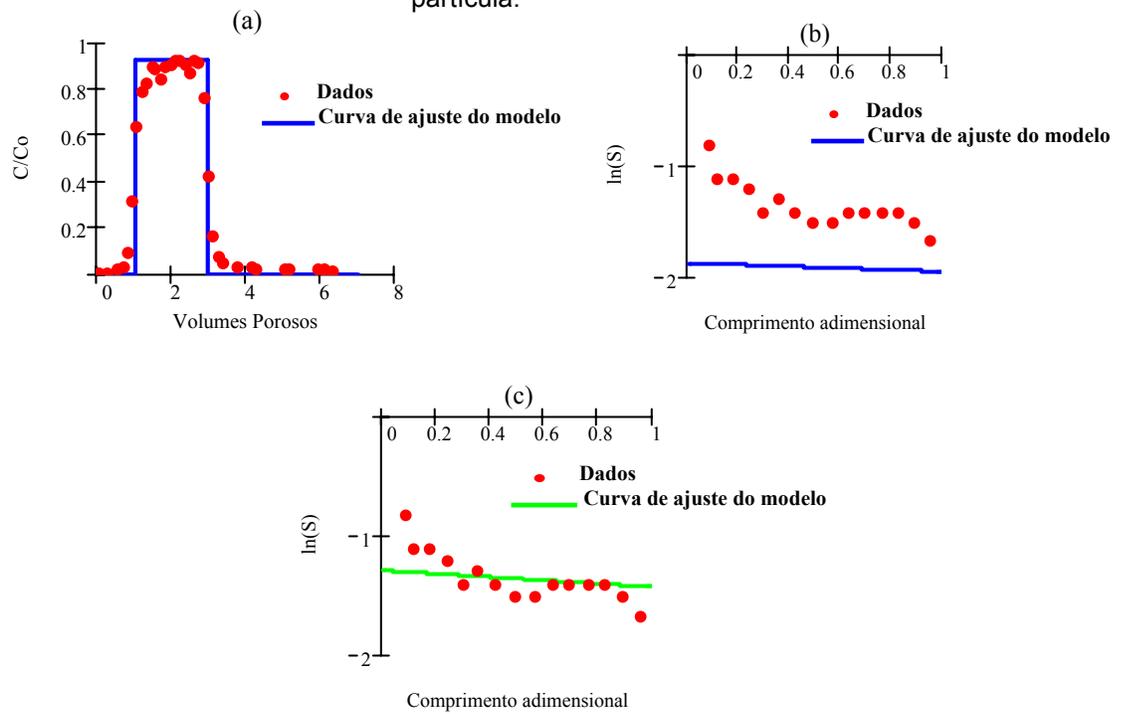


Figura 10 - Ajuste dos dados laboratoriais de Bradford et al (2002); teste MIX - 0,45: (a) curva de concentração na saída, (b) perfil de retenção calculado pelo coeficiente de filtração obtido pela curva de concentração na saída e (c) perfil de retenção ajustado.

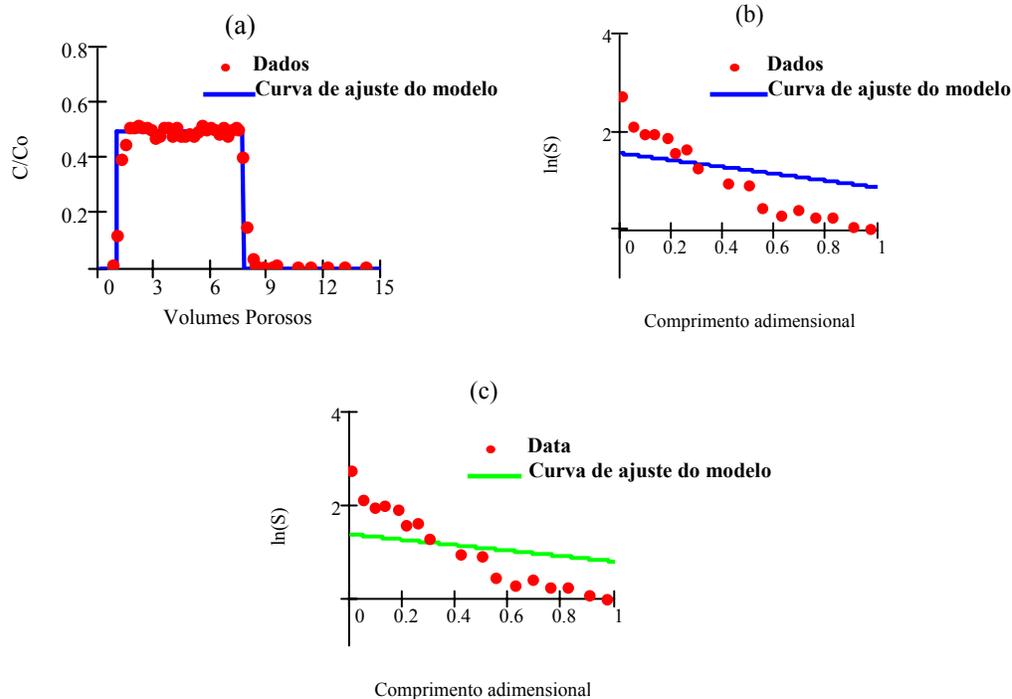


Figura 11 - Ajuste de testes laboratoriais de Bradford et al (2006); teste 3550 – 1,0 – 0,5* C_R : (a) curva de concentração na saída (b) perfil de partículas retidas ajustada pela curva de concentração na saída e (c) ajuste do perfil de partículas retidas.

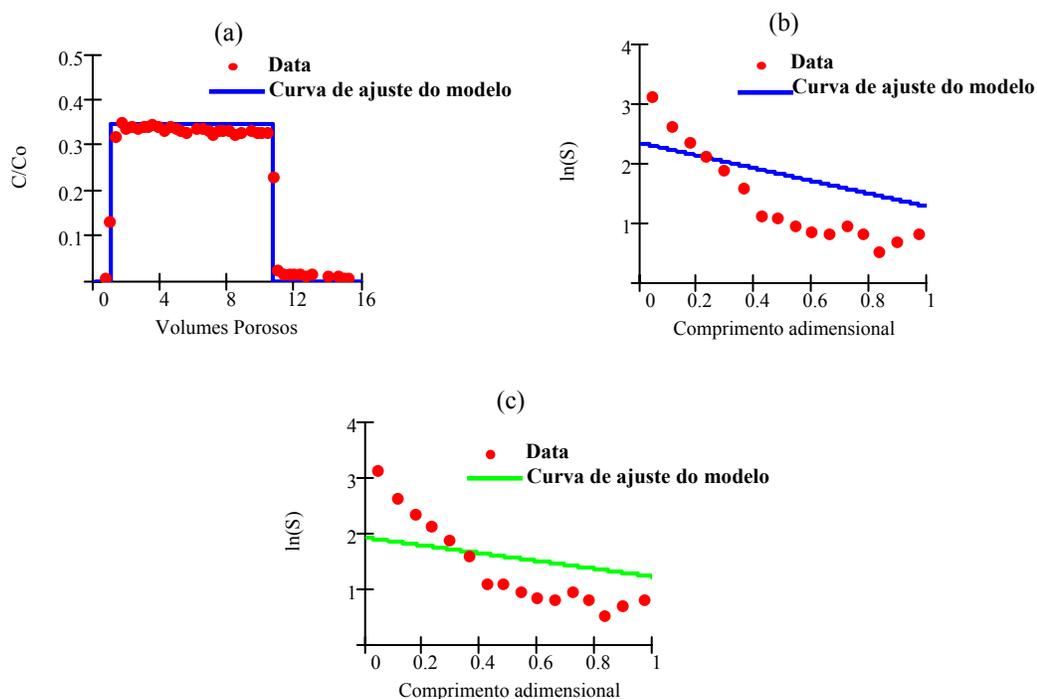


Figura 12 - Ajuste de testes laboratoriais de Bradford et al (2006), teste 3550 – 1,0 – 0,25* C_R (a) curva de concentração na saída, (b) perfil de partículas retidas ajustada pela curva de concentração na saída e (c) ajuste do perfil de partículas retidas.

As Figuras 9-12b mostram os perfis de partículas retidas baseados no ajuste do modelo pela curva de concentração na saída com injeção contínua de colóides. De acordo com a solução analítica, o tempo de chegada das partículas é 1 pvi , a chegada da frente de água limpa acontece no momento $1+\Delta$, onde Δ é o tempo de injeção da suspensão. Então, a concentração na saída é igual a zero para $t_0 > 1+\Delta$.

Contudo, os dados experimentais para tempos atrás da frente da concentração está localizada acima da curva simulada (Figs9a e 10a). A concentração de partículas maior que a concentração prevista pelo modelo poderia ser explicada pela liberação de partículas durante injeção de água limpa.

Perfis de retenção experimental e modelado da Figura 9b confirmam a hipótese de liberação de partículas – a curva simulada usou modelo livre de liberação (3.1) e está localizada acima da curva experimental, isto é, ocorreu menos deposição que o esperado pelo modelo. Todavia, a Figura 10b expõe um comportamento oposto, onde a curva experimental de deposição está localizada acima da curva estimada pelo modelo, que mostra uma deposição maior que o esperado pelo modelo.

Para o caso de coeficiente de filtração constante, o domínio é linear. Então, a solução para injeção de banco pode ser decomposta em injeção contínua de colóide em um meio limpo e injeção de água limpa em meio saturado de colóide. Com o intuito de evitar o fenômeno de liberação, trataram-se curvas de concentração de saída que correspondem à injeção contínua de colóide. O crescimento dos intervalos até os platôs é feito pelas medidas laboratoriais; supõe-se que os platôs permanecem crescendo.

O procedimento para tratamento dos dados foi o seguinte: primeiro a curva de concentração de saída foi tratada usando a equação (3.6) com cálculo do coeficiente de filtração $\lambda=\lambda_1$ pela fórmula (3.9). Então o perfil de deposição foi calculado por (3.8) (Figuras 9-12b) usando o coeficiente de filtração $\lambda=\lambda_1$. Em seguida as medidas do perfil de retenção foram ajustadas pela equação (3.10) pela minimização da soma dos quadrados da curva com calculo do coeficiente de filtração $\lambda=\lambda_2$.

As Figuras 9-12a mostram o bom ajuste para as curvas de concentração na saída para a solução exata (3.7). Os gráficos correspondentes para solução de concentração retida (Figuras 9-12b) diferem significativamente do perfil de deposição medido. Igualmente a otimização do ajuste do perfil de retenção medido usando a

solução exata (3.10) não resultou em um bom ajuste entre os dados experimentais e modelados (Figuras 9-12c)

Com o intuito de provar que a divergência entre o perfil de deposição medido e simulado não é resultado da diferença entre as curvas de concentração na saída medida e modelada, mas sim causado pela invalidade do modelo (3.3); poderia ser calculados a dispersão dos resultados experimentais e comparados com a curva do modelo para ambos os perfis de concentração e deposição. Pelas Figuras 9-12c, tem-se claramente que a dispersão do perfil de deposição excede altamente a dispersão da curva de concentração na saída.

Um total de 30 curvas de concentração na saída e deposição medidas por Bradford et al. (2002, 2004) e Bradford e Bettahar (2006) foram tratadas. As curvas de concentração na saída estão claramente bem aproximadas pela função degrau. Os resultados do coeficiente de filtração obtidos pelos perfis de concentração e retenção são apresentados na Tabela 1. Uma significativa diferença entre os valores λ_1 e λ_2 pode ser observada em quase todos os casos.

O processo foi interrompido depois da injeção de água limpa e o perfil de retenção foi medido logo depois da injeção do banco de suspensão. Alguma liberação de partículas poderia ocorrer durante o curto período da inundação por água limpa.

Não obstante, se a liberação de partículas fizesse algum efeito, o perfil experimental encontrar-se-ia sempre abaixo do perfil simulado, que não é o caso (veja exemplo da Figura 10b). Assim, a liberação de partículas não pode explicar a discrepância entre os dados experimentais e a curva dada pelo modelo clássico.

Nos experimentos realizados por Bradford et al. (2002, 2004) e Bradford e Bettahar (2006) para injetar a solução com colóides e a solução bombeada no meio poroso antes de medir o perfil de deposição, foram empregadas soluções com o mesmo sal (0,001M NaCl) e o mesmo pH (6,98) mantido a partir da solução tampão, NaHCO₃ ($5 \cdot 10^{-5}$ M). A partir desses dados, que mostram a não alteração da salinidade da solução utilizada nos testes, a possibilidade da mudança de força iônica causar liberação das partículas pode ser negligenciada.

Em Bradford et al., (2002) para os casos onde a concentração na saída cresceu monotonicamente e tendem para constante quando o tempo tende para infinito. A liberação de partículas não pode responder por este comportamento, pois uma taxa de

liberação mais alta conduziria a alta concentração na cauda na curva de concentração efluente. E a forma assimétrica é explicada pela transição de colóides depositados (*attachment*) para colóides retidos por exclusão pelo tamanho.

Tabela 1. Comparação entre os coeficientes de filtração obtidos pela curva de concentração na saída (λ_1) e pelo perfil de retenção (λ_2).

Testes	λ_1 (1/m)	λ_2 (1/m)
Autor, ano - meio poroso - tamanho de partícula(μm).		
Bradford et al., 2002 - 2030 - 0,45	1.155	0.813
Bradford et al., 2002 - MIX - 0,45	0.628	1.123
Bradford et al., 2006 - 3550-1,0-0,5*C_R	7.055	5.855
Bradford e Bettahar, 2006 - 3550-1,0-0,25*C_R	10.650	6.983
Bradford et al., 2002 - 2030 - 1,0	1.375	0.482
Bradford et al., 2002 - 2030 - 3,2	6.154	6.846
Bradford et al., 2002 - 3550 - 0,45	1.852	1.188
Bradford et al., 2002 - 3550 - 1,0	1.191	0.838
Bradford et al., 2002 - 3550 - 2,0	11.238	5.777
Bradford et al., 2002 - 3550 - 3,2	8.300	7.078
Bradford et al., 2002 - MIX - 1,0	1.388	1.205
Bradford et al., 2002 - MIX - 3,2	16.900	15.074
Bradford et al., 2002 - 70110 - 2,0	21.592	12.133
Bradford et al., 2002 - GB - 0,45	3.800	2.006
Bradford et al., 2004 - 710-360-1,0	4.229	4.004
Bradford et al., 2004 - 710-240-1,0	4.117	3.921
Bradford et al., 2004 - 710-150-1,0	3.700	3.709
Bradford e Bettahar, 2006 - 3550-1,0-2* C_R	1.458	0.987
Bradford e Bettahar, 2006 - 3550-1,0-1* C_R	1.370	1.064
Bradford e Bettahar, 2006 - MIX-1,0-2* C_R	2.060	1.242
Bradford e Bettahar, 2006 - MIX-1,0-1* C_R	1.910	1.176
Bradford e Bettahar, 2006 - MIX-1,0-0,25* C_R	13.023	30.951
Bradford e Bettahar, 2006 - 70110 -1,0 -2* C_R	2.809	1.487
Bradford e Bettahar, 2006 - 3550 - 3,2 - 2* C_R	8.450	5.729
Bradford e Bettahar, 2006 - 3550 - 3,2 - 1* C_R	8.320	5.725
Bradford e Bettahar, 2006 - 3550 - 3,2 - 0,5* C_R	23.849	16.780
Bradford e Bettahar, 2006 - 3550 - 3,2 - 0,25* C_R	20.564	20.193
Bradford e Bettahar, 2006 - MIX - 3,2 - 2* C_R	19.238	33.212
Bradford e Bettahar, 2006 - MIX - 3,2 - 1* C_R	17.944	10.209
Bradford e Bettahar, 2006 - 70110 - 3,2 - 2* C_R	26.093	32.285

Em Bradford et al., (2004) os coeficientes de liberação calculados pelos autores (Tabela 2) eram bastante baixos mostrando uma menor influências da liberação de partículas nas experiências de transporte de colóides homogêneos.

Tabela 2: Coeficiente de liberação de partículas, K_{det} que foram obtidos pelos dados de coluna de solo homogêneo (Bradford et al., 2002). Tabela (2) apresentada no artigo Bradford et al., 2004.

Tipo de meio poroso	$K_{det} * 10^4 \text{ (min}^{-1}\text{)}$
710	0.75
710	4.10
360	6.65
360	2.87
240	10.0
240	3.75
150	12.4
150	12.0

A concentração inicial (c^0) foi selecionada para minimizar qualquer redução na permeabilidade do solo [Sakthivadiel, 1966, 1969, Herzing et al., 1970] e fornecer a cada coluna uma massa aproximadamente igual de colóides (aproximadamente 3,28 mg) (Bradford et al., 2002 e Bradford e Bettahar, 2006). Dessa forma não tem aumento significativo no gradiente de pressão causando forte força de arraste e erosão das partículas. E mais uma vez a possibilidade de liberação de partículas influenciar no ajuste entre os dados experimentais e o modelo clássico pode ser negligenciada.

A Figura 13 mostra a dependência do coeficiente de filtração versus a razão entre o raio médio da partícula sobre o raio médio do poro (chamado “*jamming ratio*”, j). No caso da captura dominada por exclusão pelo tamanho, a relação entre o raio médio da partícula e o raio médio do poro determinaria qual das partículas passa pelo poro ou é capturada, um aumento na imagem 3D (poro+partícula) não afetaria a probabilidade da partícula ser capturada, por isso, *jamming ratio* com crescimento constante determinaria o coeficiente de filtração. As duas regressões lineares na Figura 13 correspondem a duas classes de testes laboratoriais tomados do artigo de Bradford et al. (2002): a Figura 13a corresponde a 16 testes de 4 raio médio de partículas e 4 raio médio de poros diferentes. A Figura 13b corresponde a quatro testes com quatro diferentes raios de partículas em meio poroso de esferas de vidro.

O comportamento monotonicamente crescente do coeficiente de filtração como função do *jamming ratio* mostra que a exclusão pelo tamanho é um mecanismo dominante na captura de partículas nas condições do teste. E é importante mencionar que a dependência $\lambda(j)$ não é necessariamente linear, entretanto este comportamento é esperado.

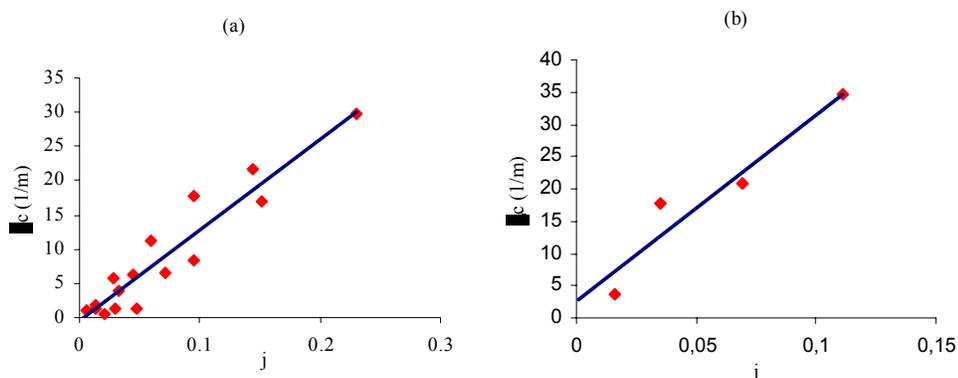


Figura 13 - Dependência do coeficiente de filtração de “jamming ratio” (a) por 16 testes de fluxo de colóides em areia Ottawa (por Bradford et al., 2002) e (b) por 4 testes laboratoriais de transporte de colóides em esferas de vidro (por Bradford et al., 2002)

A taxa de captura é zero para o *jamming ratio* zero sob o mecanismo de exclusão pelo tamanho. Conseqüentemente, o ponto de interseção entre a curva $\lambda(j)$ e o eixo $j=0$ fornece um coeficiente de filtração para um segundo mecanismo. Ambas as correlações na Figura 13 permitem dizer que um segundo mecanismo (deposição) é insignificante se comparado com a exclusão do tamanho. Bradford et al., (2002) também alegam a dominância da exclusão pelo tamanho.

Vale a pena mencionar que as tentativas para correlacionar o coeficiente de filtração com o *jamming ratio* foram feitas em diversos trabalhos (van Oort et al., 1993, Bedrikovetsky et. al., 2003). A falta de correlação foi explicada pelo fato que a exclusão do tamanho não era um mecanismo dominante. As curvas na Figura 13 mostraram a dominância da exclusão pelo tamanho nas condições dos testes laboratoriais de Bradford et al. (2002).

3.5 - Tratamento dos dados usando coeficiente de filtração linear por partes

A concentração na saída é constante para o caso do coeficiente de filtração constante. Se o coeficiente de filtração diminuir linearmente com aumento da concentração retida até zero, para concentrações retidas mais elevadas (chamado função bloqueio), a concentração no efluente aumenta e tende à unidade enquanto o tempo tende para infinito.

Outros dados experimentais de Bradford et al. (2002 e 2006) exibem as curvas de concentração na saída monotonicamente crescente a partir de zero e que tendem à constante enquanto o número de volumes porosos injetados tende para infinito. Conseqüentemente, tratou-se os dados usando coeficiente de filtração linear até algum valor de deposição de transição S_c e o restante constante para valores mais elevados da concentração retida, fórmula (3.11).

Descreve-se a seguir o possível cenário de captura pela função de filtração (3.11). Considere a distribuição de tamanho de poro maior que a distribuição das partículas. A exclusão pelo tamanho resulta na diminuição do número de poros “pequenos” vagos, assim o coeficiente de filtração deve diminuir durante o acúmulo de partículas retidas. A filtração cessa quando todos os poros pequenos são obstruídos e as partículas fluem em poros maiores sem serem capturadas. Para este caso, o coeficiente de filtração é monotonicamente decrescente e resta zero depois que a concentração retida atinge o valor crítico (chamada função bloqueio).

Avalie também a baixa intensidade de deposição (*attachment*) onde as partículas retidas não alteram a superfície do grão e as condições de captura. Neste caso o coeficiente de filtração é constante. A função filtração (3.11) corresponde também à captura simultânea de partículas por exclusão pelo tamanho e deposição (*attachment*) de intensidade baixa.

Bradford et al., (2002) também interpretam as curvas de concentração na saída e concluem a existência de dois mecanismos simultâneos de captura sendo que um deles é a exclusão pelo tamanho. Explicam a diminuição acentuada dos perfis de retenção próximos à entrada (Figuras 14-16b) pela exclusão pelo tamanho acreditando ser um mecanismo preliminar para a remoção de colóide do meio poroso. As medidas mostram que quanto maiores as partículas e menores os poros mais elevados são as concentrações de retenção, devido à captura por exclusão pelo tamanho.

Depois do início acentuado de captura de partículas, a retenção de massa diminui com o crescimento da distância da entrada da coluna, $x_D > 0.2$, a fração mássica de colóides retidos diminui suavemente. Bradford et al., (2002) explicam-na pelo domínio da deposição (*attachment*). Para suportar a hipótese, observam que o perfil retido é quase o mesmo para partículas com tamanhos diferentes.

A adsorção de Langmuir das partículas nos grãos corresponde ao coeficiente de filtração que diminui linearmente com aumento da concentração retida. Restando zero para concentrações retidas mais elevadas onde todos os locais vagos na superfície do grão já estejam preenchidos. E de partículas pequenas corresponde ao coeficiente de filtração constante. Este cenário corresponde também a equação (3.11) da função filtração.

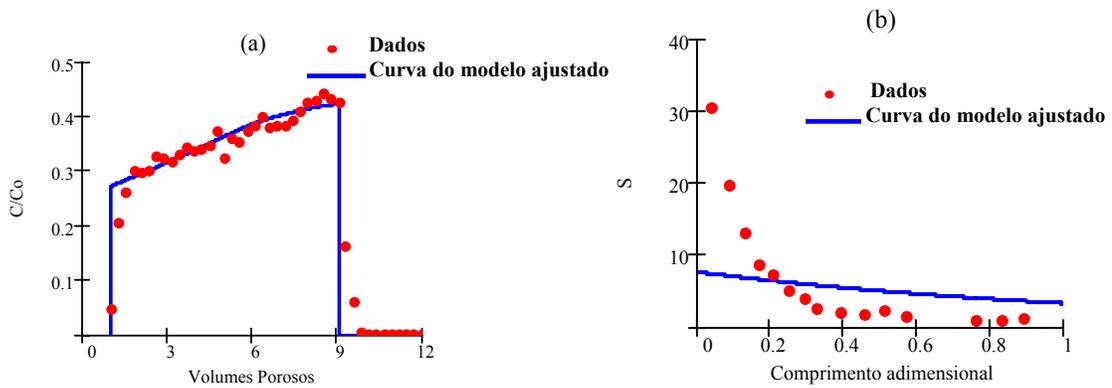


Figura 14 - Ajuste dos testes laboratoriais de Bradford et al., (2006), pelo modelo com função filtração linear por partes; teste MIX-1,0-0.5°C (a) curva de concentração na saída e (b) perfil de partículas retidas.

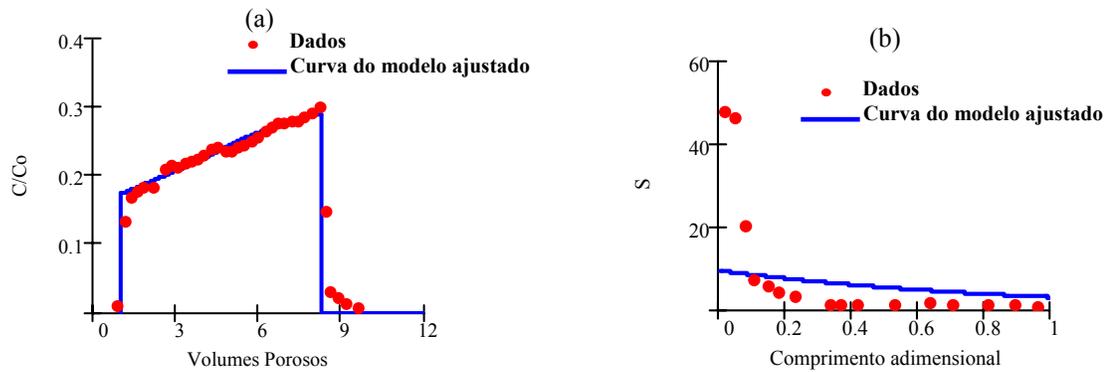


Figura 15 - Ajuste dos testes laboratoriais de Bradford et al., (2006), usando função filtração linear por partes; caso 70110-1,0-0.5°C (a) curva de concentração na saída e (b) perfil de retenção.

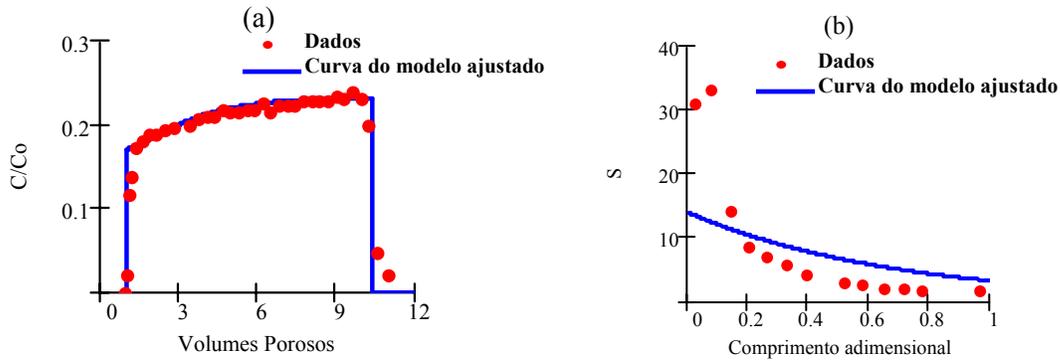


Figura 16 - Ajuste dos testes laboratoriais de Bradford et al., (2006), pelo modelo com função filtração linear por partes; teste 70110-1,0-0.25°C (a) curva de concentração na saída e (b) perfil de retenção.

A solução analítica para o problema de transporte de colóide (3.3-3.5) com a função filtração (3.11) está derivada no apêndice A. As curvas de concentração na saída são apresentadas nas Figuras 14-16a. A concentração efluente da partícula é zero antes do *breakthrough* (zona I) (Figura 8). Na zona II a saída é dada pela solução que corresponde à função linear de filtração, fórmula (A.11); a concentração na saída cresce para o valor $c^0 \exp(-\lambda_0 L)$ no momento da chegada da frente da concentração na saída da coluna.

Um aumento adicional da concentração ocorre na zona IV onde a solução é uma combinação das fórmulas lineares e constantes da função filtração, veja (A.15, A.16). A concentração na saída é constante $c^0 \exp(-\lambda_c L)$, na zona V, que corresponde ao coeficiente de filtração constante λ_c .

A concentração efluente permanece constante para o exemplo da injeção contínua e cai para zero quando a frente de água limpa alcança a saída (Figura 6).

As Figuras 14-16 apresentam o ajuste da curva de concentração na saída pela solução (A.9 a A.19). O intervalo crescente da curva efluente corresponde ao intervalo linear da função filtração (zonas II e IV em Figura 8). Os platôs correspondem ao $\lambda = \lambda_c$ coeficiente de filtração constante (zona V).

Curva de concentração na saída na Figura 16 exibe um platô de concentração enquanto as curvas nas Figuras 14 e 15 aumentam. Isto pode ser explicado pelo tamanho do banco de colóide – se durante o período de injeção de colóide a concentração retida crítica não for alcançada, $\Delta < t_{D1}$, a captura de partícula é governada

pelo intervalo linear da função filtração (3.11) nas zonas II e IV (Figura 8), e pelo aumento da concentração efluente. Por outro lado, para $\Delta < t_{D1}$, a última parte da curva de concentração na saída corresponde à zona V.

Note que as curvas de concentração na saída estão ajustadas pela solução analítica com uma boa exatidão (Figuras 14-16a) enquanto as curvas de deposição diferem significativamente dos resultados modelados (Figuras 14-16b).

Os resultados dos coeficientes de filtração obtidos pelos perfis de concentração para sete testes de Bradford et al., (2002) e Bradford e Bettahar, (2006) são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3- Valores de deposição de transição (S_c); Coeficiente de filtração para deposição $S = S_c$ (λ_c); Coeficiente de filtração para $S=0$ (λ_0).

Testes	S_c (-)	λ_c (1/m)	λ_0 (1/m)
Autor, ano - meio poroso - tamanho de partícula(μm).			
Bradford e Bettahar, 2006, 70110 - 1.0 - 0.5*C_R	5,43	11,5	17,5
Bradford e Bettahar, 2006, 70110 - 1.0 - 0.25*C_R	3,08	14,6	17,7
Bradford e Bettahar, 2006, MIX - 1.0 - 0.5*C_R	4,37	8,4	13
Bradford et al., 2002, 70110 - 0.45	0,53	2,92	7,49
Bradford et al., 2002, 70110 - 1.0	0,911	5,47	9,48
Bradford et al., 2002, GB - 1.0	0,613	17,13	24
Bradford e Bettahar, 2006, 70110 - 1.0 - 1* C_R	0,87	5,62	9,46

3.6 - Discussão

O modelo clássico de filtração profunda livre de dispersão contém uma função empírica - coeficiente de filtração. Este coeficiente pode ser determinado pela curva de concentração na saída ou pelo perfil de retenção. Ambos problemas inversos bem postos.

Medidas simultâneas de curva de concentração na saída e perfil de deposição durante os testes laboratoriais de filtração profunda permitem verificar o modelo clássico pela comparação do coeficiente de filtração obtido de duas formas diferentes.

As curvas de concentração na saída para trinta testes foram bem ajustadas pelo modelo com coeficiente de filtração constante. Os perfis de deposição medidos e calculados diferem significativamente.

As três curvas de concentração na saída que não foram bem ajustadas pelo coeficiente de filtração constante foram tratadas usando o coeficiente de filtração linear por partes. Assim as curvas de concentração na saída foram bem ajustadas pelo modelo analítico enquanto os perfis de retenção diferenciaram significativamente daqueles medidos.

A divergência entre os dados laboratoriais e os perfis de deposição obtidos do modelo clássico de filtração profunda permite concluir da necessidade de modificação deste modelo. Pesquisas adicionais são justificadas a fim de indicar fatores físicos que levem em consideração o transporte de colóides em meios porosos.

Essa divergência não pode ser explicada pelos vários mecanismos simultâneos de captura. O modelo para multi-captura com cinética de primeira ordem é matematicamente equivalente ao modelo de uma captura (Guedes et al., 2006) onde a função filtração é simplesmente determinada por ambas curvas de concentração na saída ou perfil de retenção.

O mecanismo da captura formando pontes não obedece a cinética de captura de primeira ordem onde a ordem de “reação” partícula-poro excede altamente uma unidade. Contudo, baixas concentrações em suspensão usadas nos testes de Bradford et al., (2002, 2004) e Bradford e Bettahar, (2006) não sugerem a formação de pontes como sendo um mecanismo dominante na captura.

Alguns testes exibem o tempo de *breakthrough* menor que 1 que pode ser explicado pelo volume poroso inacessível para partículas grandes. Tufenkij et al., 2003 sugerem que o mecanismo de exclusão pelo tamanho é dominante quando a razão entre o raio médio da partícula e o raio médio do poro é maior que 0.1, que é o caso para a maioria dos casos investigados aqui.

O modelo de transporte de colóide com exclusão pelo tamanho (Santos e Bedrikovetsky, 2006) contém fatores de acessibilidade (γ) e redução de fluxo (α) além do coeficiente de filtração (λ). Ambos fatores são função da concentração de partículas depositadas. Finalmente, as curvas de concentração na saída e perfil de retenção podem ser tratadas simultaneamente através do ajuste das três funções empíricas. Assim, refinar o modelo de exclusão pelo tamanho pode ser um caminho para explicar a discrepância entre os dados laboratoriais e as curvas dadas pelo modelo clássico.

A intensidade da taxa de exclusão pelo tamanho é determinada pela relação entre o raio médio do poro e o raio médio da partícula, dessa forma para a descrição em micro escala a apresentação da distribuição de tamanho de poros e distribuição de tamanho de partículas é essencial (Sharma e Yortsos, 1987). O micro modelo estocástico de Sharma e Yortsos, (1987) ou Santos e Bedrikovetsky, (200) pode ser usado para interpretação dos testes laboratoriais com medidas de curvas de concentração na saída e perfis de retenção.

Capítulo 4 - MODELO ANALÍTICO PARA EXCLUSÃO PELO TAMANHO DE TRANSPORTE DAS SUSPENSÕES EM MEIOS POROSOS

No capítulo anterior foi mostrado que o modelo clássico não pode ajustar simultaneamente a história da concentração na saída e perfil de deposição para os testes estudados. O objetivo principal desse capítulo é ajustar simultaneamente a história da concentração na saída e perfil de deposição pela introdução dos dois novos fatores físicos - fatores de acessibilidade e de redução de fluxo.

Com o objetivo de comparar o modelo modificado com o modelo clássico é apresentada neste capítulo a solução analítica para o modelo de exclusão pelo tamanho que usa fatores de acessibilidade e redução de fluxo.

Ajustes deste modelo a partir de dados laboratoriais serão analisados podendo validar o modelo de exclusão pelo tamanho.

4.1 - Modelo analítico para transporte de colóides com exclusão pelo tamanho em meios porosos

A partir de um modelo na micro-escala (distribuição de poros e partículas) o sistema modificado (Santos e Bedrikovetsky, 2006) de equações governantes para filtração profunda que consiste do balanço de massa das partículas em suspensão e partículas retidas e da cinética de captura de partículas.

$$\begin{cases} \frac{\partial(\phi\gamma(\sigma)c + \sigma)}{\partial t} + U \frac{\partial(c\alpha(\sigma))}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial\sigma}{\partial t} = \lambda(\sigma)c(1 - \alpha(\sigma))U \end{cases} \quad (4.1)$$

O modelo (4.1) ignora a dispersão hidrodinâmica das partículas se comparada com a advecção dos colóides. Negligencia também a dependência da velocidade e do coeficiente de filtração.

Se comparado com o modelo clássico para a filtração profunda (2.1), o modelo modificado (4.1) adiciona o fator de redução de fluxo (α) e o fator de acessibilidade (γ) na equação de balanço de massa. A expressão para a taxa de captura em (4.1) contém o termo “ $1-\alpha(\sigma)$ ”, mostrando que a taxa de captura não deve ser proporcional ao fluxo total de água U , como é assumido em (2.1). A taxa de captura deve ser proporcional à fração do fluxo que passa através de poros pequenos [$U(1-\alpha)$].

Um exemplo do meio poroso considerado é mostrado na Figura 16(a)-(c) – é um volume poroso de capilares paralelos alternados por câmaras de misturas. A mistura completa de diferentes tamanhos de partículas ocorre nas câmaras.

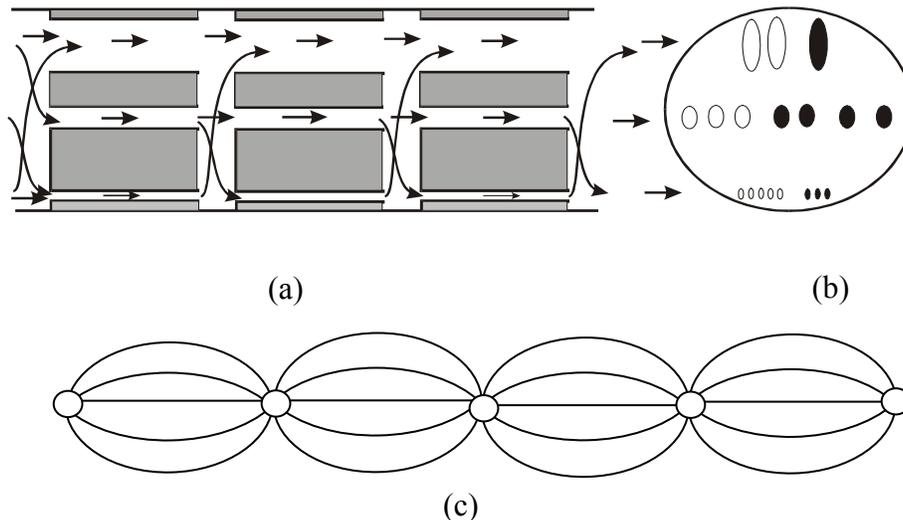


Figura 17 - Separação de fluxo de partícula e captura inserindo as câmaras de mistura (peneiras) em um volume capilar poroso: (a) trajetórias de partícula em capilares e câmaras, (b) seção transversal frontal, (c) esquema para ligações entre poros em seções seqüentes de volumes de capilares.

O transporte e a captura de partículas ocorrem simultaneamente em meios naturais, mas são separadas na proposta do modelo. As partículas movimentam-se nos capilares sem serem capturadas (Figura 17). A captura ocorre para poros de pequena entrada, aonde chegam grandes partículas. Assim um corte transversal em cada seção capilar paralela age como uma peneira, i.e. partículas grandes não entram em poros finos e são capturados na saídas das câmaras. Santos e Bedrikovetsky (2006) assumiram que o volume da câmara é negligenciável se comparado com o volume do capilar (poro).

Introduzindo os parâmetros adimensionais

$$t_D = \frac{Ut}{\phi L}, \quad x_D = \frac{x}{L}, \quad C = \frac{c}{c^0}, \quad S = \frac{\sigma}{\phi c^0}, \quad \lambda = \lambda' L \quad (4.2)$$

resulta em

$$\begin{cases} \frac{\partial [\gamma(S)C + S]}{\partial t_D} + \frac{\partial [\alpha(S)C]}{\partial x_D} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial t_D} = \lambda(S)[1 - \alpha(S)]C \end{cases} \quad (4.3)$$

As condições iniciais correspondem à ausência de partículas na rocha antes da injeção. A condição de contorno corresponde à injeção de uma concentração inicial c_0 durante um tempo t .

$$\begin{aligned} t_D = 0 : C = S = 0 \\ x_D = 0 : C = 1 \end{aligned} \quad (4.4)$$

A solução exata para o sistema (4.1) sujeito às condições iniciais e de contorno (4.4) descreve o transporte de colóides no meio poroso.

A Figura 18 mostra o perfil de concentração em suspensão e retida em coordenadas adimensionais (x_D , t_D). As concentrações em suspensão e retida são zero à frente da concentração da frente, $t_D = \gamma x_D / \alpha$, que move com a velocidade do fluido. A

concentração retida é contínua através da frente ainda que a concentração em suspensão sofra descontinuidade.

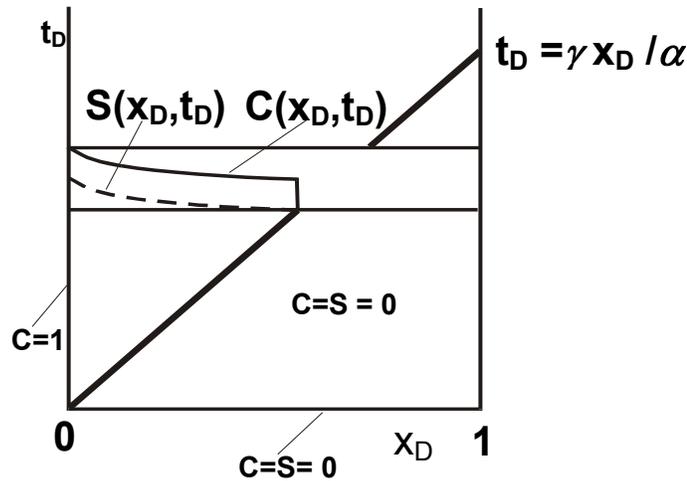


Figura 18 - Perfil de partículas em suspensão e depositadas no plano (x_D, t_D)

Discutindo primeiro a solução analítica para o sistema (4.1).

Introduzindo o potencial, $\psi(S)$

$$\Psi(S) = \int_0^S \frac{dy}{\lambda(y)(1-\alpha(y))} \quad (4.5)$$

permite transformar a segunda Equação de (4.1) para a seguinte forma:

$$\frac{\partial \Psi(S)}{\partial t_D} = C \quad (4.6)$$

Substituindo C de (4.6) na primeira Equação de (4.1) e integrando de 0 a t_D , obtêm-se;

$$\left[\gamma(S) \frac{\partial \Psi(S)}{\partial t_D} + S \right] + \left[\alpha(S) \frac{\partial \Psi(S)}{\partial x_D} \right] = \left[\gamma(S) \frac{\partial \Psi(S)}{\partial t_D} + S \right] + \left[\alpha(S) \frac{\partial \Psi(S)}{\partial x_D} \right] \Big|_{t_D=0} \quad (4.7)$$

Pelas condições iniciais (4.4) segue que o lado direito da Equação (4.7) é zero. A Equação (4.7) torna-se:

$$\gamma(S) \frac{\partial \Psi(S)}{\partial t_D} + \alpha(S) \frac{\partial \Psi(S)}{\partial x_D} = -S \quad (4.8)$$

Por (4.4) e (4.5) resulta nas condições iniciais e de contorno para Equação (4.8)

$$\Psi(S(x_D, 0)) = 0; \Psi(S(0, t_D)) = t_D \quad (4.9)$$

Integrando a Equação (4.8) ao longo das características $t_D = t_0 + (\gamma/\alpha)x_D$, $0 < t_0 < t_D$ de 0 a x_D , obtém-se a solução da condição inicial do problema (4.9) para $(\gamma/\alpha)x_D < t_D$:

$$\int_{s(0, t_D - x_D)}^S \frac{\alpha(u)}{\lambda(u)(1-\alpha(u))u} du = -x_D \quad (4.10)$$

Da mesma forma integrando a Equação (4.8) ao longo das características $t_D = t_0 + (\gamma/\alpha)x_D$, $0 < t_0 < t_D$ de t_0 a t_D , obtém-se a solução da condição inicial do problema (4.9) para $(\gamma/\alpha)x_D < t_D$:

$$\int_{s(0, t_D - x_D)}^S \frac{\gamma(u)}{\lambda(u)(1-\alpha(u))u} du = -\int_{t_0}^{t_D} dt \quad (4.11)$$

Agora integrando a segunda Equação de (4.1) para $x_D=0$, $C=1$, tem-se:

$$\int_0^{s(0, t_0)} \frac{dy}{\lambda(y)(1-\alpha(y))} = t_0 \quad (4.12)$$

Finalmente, o modelo analítico para filtração profunda com exclusão pelo tamanho é reduzido a um sistema de duas equações transcendentais:

$$\int_{s(0,t_D-x_D)}^S \frac{\gamma(u)}{\lambda(u)(1-\alpha(u))u} du = \left(\int_0^{s(0,t_0)} \frac{dy}{\lambda(y)(1-\alpha(y))} - t_D \right); \int_S^{s(0,t_D-x_D)} \frac{\alpha(u)}{\lambda(u)(1-\alpha(u))u} du = x_D \quad (4.13)$$

4.2 - Solução analítica para fator de redução de fluxo (α) e fator de acessibilidade (γ) constantes

A solução analítica para fator de redução de fluxo (α) e fator de acessibilidade (γ) constantes é discutida para o caso da injeção de uma suspensão de partículas intermediárias ($r_{pmin} < r_s < r_{pmax}$) com baixa concentração. Neste caso, a alteração do espaço poroso durante a captura de partículas pode ser ignorada. Portanto, as variações nos coeficientes de acessibilidade e de redução de fluxo podem ser desprezadas. Então a partir de (4.8) tem-se;

$$\frac{\gamma}{\alpha} \frac{\partial C}{\partial t_D} + \frac{\partial C}{\partial x_d} = -\frac{\lambda(1-\alpha)C}{\alpha} \quad (4.14)$$

A solução analítica para (4.14) considerando as condições iniciais e de contorno (4.4) é para a concentração de partículas em suspensão (C):

$$C = \begin{cases} 0; & x_D > \frac{\alpha}{\gamma} t_D \\ \exp\left(\frac{-\lambda(1-\alpha)X}{\alpha}\right) & x_D < \frac{\alpha}{\gamma} t_D \end{cases} \quad (4.15)$$

e a para a concentração de partículas depositadas (S):

$$S = \begin{cases} 0 & x_D > \frac{\alpha}{\gamma} t_D \\ \lambda(1-\alpha) \exp\left(\frac{-\lambda(1-\alpha)}{\alpha}\right) \left(t_D - \frac{\gamma}{\alpha} x_D\right) & x_D < \frac{\alpha}{\gamma} t_D \end{cases} \quad (4.16)$$

Adiante da “frente de deslocamento” ($x_D > (\alpha / \gamma)t_D$), ambas as concentrações de partículas em suspensão (C) e depositadas (S) são iguais a zero.

A concentração de partículas em suspensão (C) é não estacionária antes do tempo de chegada (T_{br}), que é igual a γ/α .

Para $T \geq T_{br}$, a frente de concentração de partículas em suspensão, c , já alcançou a saída do meio poroso e o estado estacionário é estabelecido para C , conforme Figura 19. Por outro lado, a distribuição de partículas capturadas, S nunca é estacionária.

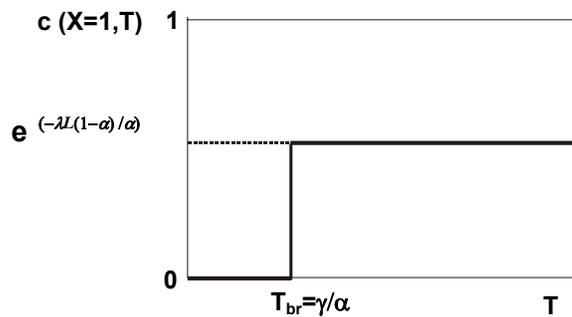


Figura 19 – Concentração de partículas na saída do meio poroso ($x_D=1$)

4.3 – Solução analítica para fator de redução de fluxo (α) e fator de acessibilidade (γ) em função da deposição (sistema de dois poros e uma partícula).

Considerando segundo Santos e Bedrikovetsky (2006), que os fatores de redução de fluxo e de acessibilidade (4.17) e (4.18) são funções da concentração de partículas retidas (S) onde a , b e h_{10} são constantes:

$$\alpha(S) = \frac{b}{b + h_{10} - S}, \quad (4.17)$$

$$\gamma(S) = \frac{a}{a + h_{10} - S} \quad (4.18)$$

Conforme o sistema apresentado em (4.13), substitui-se os fatores, $\alpha(\sigma)$ e $\gamma(\sigma)$ e obtém-se,

$$\int_{S(0,t_D-x_D)}^S \frac{b}{(h_{10}-u)} du = -\lambda x_D \quad (4.19)$$

$$\int_{S(0,t_D-x_D)}^S \frac{a(b+h_{10}-u)}{(a+h_{10}-u)(h_{10}-u)u} du = -\lambda \left(t_D - \int_0^{S(0,t_0)} \frac{dy}{\lambda(1-\alpha(y))} \right) \quad (4.20)$$

Resolvendo a integral (4.19) tem-se a primeira função para o cálculo do sistema de equações transcendentais, F_1 .

$$F_1(S(x_D, t_D), S(0, t_0)) = -\frac{b}{h_{10}} [\ln(h_{10} - S(0, t_0)) - \ln(h_{10} - S)] + \frac{b}{h_{10}} [\ln S(0, t_0) - \ln S] - \lambda x_D \quad (4.21)$$

Resolvendo a segunda integral (4.20) tem-se a segunda função, F_2

$$\begin{aligned} F_2(S(x_D, t_D), S(0, t_0)) &= -\frac{(b-a)}{h_{10}} [\ln(h_{10} - S(0, t_0)) - \ln(h_{10} - S)] \\ &- \frac{a(b-a)}{h_{10}(a+h_{10})} [\ln S(0, t_0) - \ln S] + \frac{(b-a)}{(a+h_{10})} [\ln(a+h_{10} - S(0, t_0)) - \ln(a+h_{10} - S)] \\ &- \frac{a}{h_{10}} [\ln(h_{10} - S(0, t_0)) - \ln(h_{10} - S)] + \frac{a}{h_{10}} [\ln(S(0, t_0)) - \ln(S)] - \lambda t_D \\ &+ \{-b[\ln(h_{10} - S(0, t_0)) - \ln(h_{10})] + S(0, t_0)\} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Ficando um sistema de duas equações transcendentais, (4.21) e (4.22). e duas incógnitas, S_0 e S que é resolvido pelo método de Newton,

$$\begin{cases} F_1(S(x_D, t_D), S(0, t_0)) = 0 \\ F_2(S(x_D, t_D), S(0, t_0)) = 0 \end{cases} \quad (4.23)$$

4.4 – Solução analítica para fator de redução de fluxo (α) e fator de acessibilidade (γ) constantes e coeficiente de filtração linear por partes

Considerando também os fatores de acessibilidade (γ) e redução de fluxo (α) constantes e o coeficiente de filtração como uma função da concentração retida S de zero até algum S_c crítico do valor e é constante para concentrações retidas mais elevadas:

$$\lambda(S) = \begin{cases} \lambda_0 - AS & 0 < S < S_c \\ \lambda_c & S > S_c \end{cases}, \quad A = \frac{\lambda_0 - \lambda_c}{S_c} \quad (4.22)$$

As fórmulas explícitas para concentração em suspensão e retidas estão derivadas no Apêndice B.

4.5 – Tratamento de dados laboratoriais a partir do modelo de filtração profunda considerando efeitos de acessibilidade e redução do fluxo

Nesta seção é considerado o ajuste dos dados laboratoriais de Bradford et al., (2002 e 2004) e Bradford e Bettahar, (2006) pelo modelo de exclusão pelo tamanho, levando em consideração os efeitos da acessibilidade de espaço poroso pelas partículas e da redução de fluxo (Santos, Bedrikovetsky, 2005, 2006).

Na seção 3.4 apenas uma constante, o coeficiente de filtração (λ) tenta ajustar os dados laboratoriais ou pela concentração da saída (Figuras 9-12a), ou pelo perfil de retenção (Figuras 9-12c).

Agora temos três constantes - coeficiente de filtração (λ), fator da acessibilidade (γ) e fator de redução de fluxo (α) para simultaneamente ajustar a concentração na saída e perfil de retenção.

Nas Figuras 20-21a, são apresentados os dados laboratoriais e as curvas de concentração na saída previstas pelo modelo clássico (rosa) e pelo modelo modificado (azul) de filtração profunda permitindo a comparação entre os modelos. Nas Figuras 20-

21b além do perfil de retenção dos testes laboratoriais é apresentado o perfil de retenção do modelo clássico (rosa) e do modelo modificado (azul) de filtração profunda.

Nas curvas de concentração na saída (Figuras 20-21a) tem-se um ajuste muito parecido com o ajuste obtido do modelo clássico (Figuras 9-12a). Quanto ao perfil de retenção (Figuras 20-21b) pouca precisão adicional foi alcançada. Concluindo que a qualidade dos ajustes entre os dados laboratório e os resultados do modelo modificado ainda é baixa.

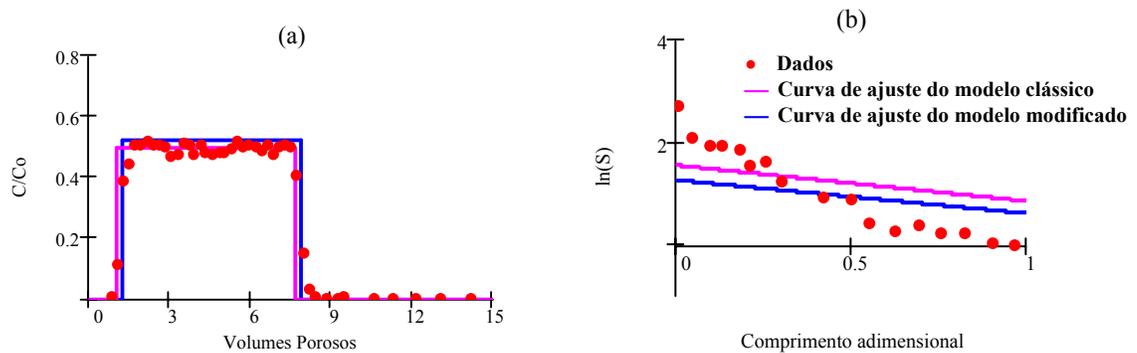


Figura 20: Ajuste do teste laboratorial de Bradford e Bettahar, 2006, teste 3550 – 1,0 – 0,5*CR: (a) curva de concentração na saída (b) perfil de partículas retidas.

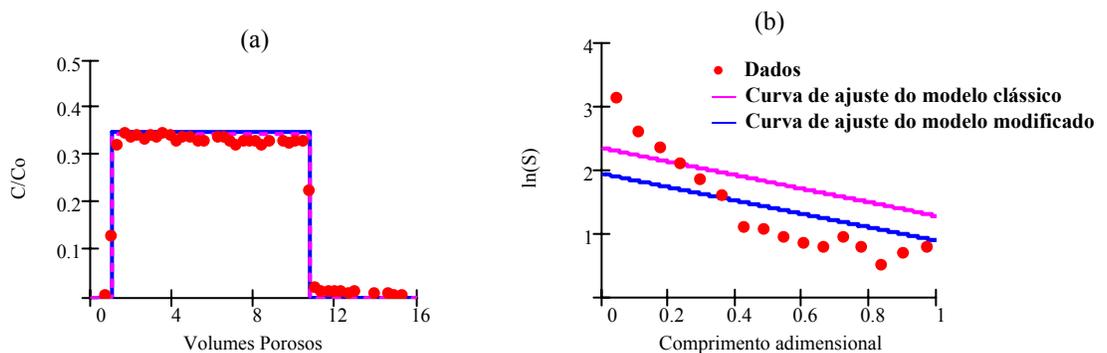


Figura 21: Ajuste do teste laboratorial de Bradford e Bettahar, 2006, teste 3550 – 1,0 – 0,5*CR: (a) curva de concentração na saída (b) perfil de partículas retidas.

A Tabela 4 mostra a razão entre o raio médio da partícula e o raio médio do poro (r_s/r_p). Os resultados dos coeficientes do modelo modificado de filtração profunda (α , γ e λ) também são apresentados na tabela. As duas últimas colunas mostram o erro relativo (Σ) aos dados laboratoriais. Pode notar que introdução das constantes (α e γ)

aumenta na maioria dos casos um pouco a precisão (Σ). Também os valores de α , γ estão entre 0 e 1, como esperado.

Tabela 4 – razão entre o raio médio da partícula e o raio médio do poro (r_s/r_p). Resultados dos coeficientes do modelo modificado de filtração profunda (α , γ e λ). Erro relativo ao modelo clássico ($\Sigma(\lambda C)$) e ao modelo modificado ($\Sigma(\alpha, \gamma)$).

Testes Autor, ano - meio poroso - tamanho de partícula(μm)	Modelo Modificado Minimização da soma					
	r_s/r_p	α	γ	λ (1/m)	$\Sigma(\lambda C)$	$\Sigma(\alpha, \gamma)$
Bradford et al., 2002-2030 - 2,0	0.0275	0.704	0.676	13.03	0.244	0.089
Bradford et al., 2002-3550 - 1,0	0.0299	0.890	0.916	7.58	0.219	0.108
Bradford et al., 2002-3550 - 2,0	0.0598	0.693	0.637	25.78	0.227	0.099
Bradford et al., 2002-3550 - 3,2	0.0956	0.782	0.727	30.05	0.409	0.349
Bradford et al., 2002-MIX - 1,0	0.0479	0.807	0.767	6.32	0.07	0.05
Bradford et al., 2002-MIX - 2,0	0.0950	0.932	0.932	240.26	0.203	0.198
Bradford et al., 2002-70110 - 0,45	0.0324	0.902	1.082	26.34	0.269	0.187
Bradford et al., 2002-70110 - 1,0	0.0720	0.590	0.69	7.87	0.815	0.46
Bradford et al., 2004-360-710-1,0	0.025 - 0.013	0.609	0.426	7.68	1.049	0.899
Bradford et al., 2004-240-710-1,0	0.038 - 0.013	0.333	0.22	3.06	2.34	1.343
Bradford et al., 2004-150-710-1,0	0.060 - 0.013	0.355	0.195	4.14	2.188	1.262
Bradford et al., 2004-360-710-3,2	0.08 - 0.041	0.667	0.44	32.28	0.438	0.278
Bradford et al., 2004-240-710-3,2	0.12 - 0.041	0.809	0.453	91.68	0.35	0.324
Bradford et al., 2004-150-710-3,2	0.192 - 0.041	0.805	0.644	126.88	0.628	0.585
Bradford et al., 2004-710-360-3,2	0.041 - 0.08	0.758	0.606	18.89	0.111	0.06
Bradford et al., 2004-710-240-3,2	0.041 - 0.12	0.813	0.675	34.58	0.053	0.03
Bradford et al., 2004-710-150-3,2	0.041 - 0.192	0.842	0.715	35.39	0.078	0.059
Bradford e Bettahar, 2006 - 3550-1,0-2°C	0.025	0.671	0.671	3.01	0.681	0.528
Bradford e Bettahar, 2006 - 3550-1,0-1°C	0.025	0.989	0.998	92.18	0.105	0.105
Bradford e Bettahar, 2006 - 3550-1,0-0,5°C	0.025	0.805	0.966	27.02	0.42	0.364
Bradford e Bettahar, 2006 - 3550-1,0-0,25°C	0.025	0.677	0.711	22.05	0.42	0.265
Bradford e Bettahar, 2006 - MIX-1,0-2°C	0.038	0.557	0.523	2.86	2.932	0.691
Bradford e Bettahar, 2006 - MIX-1,0-1°C	0.038	0.746	0.776	4.73	0.25	0.06
Bradford e Bettahar, 2006 - MIX-1,0-0,5°C	0.038	0.571	1.143	11.43	1.006	0.654
Bradford e Bettahar, 2006 - MIX-1,0-0,25°C	0.038	0.731	0.951	32.98	0.348	0.248
Bradford e Bettahar, 2006 - 70110 -1,0 -2°C	0.06	0.507	0.482	3.17	0.812	0.445
Bradford e Bettahar, 2006 - 70110 -1,0 -1°C	0.06	0.602	0.704	8.49	0.736	0.388
Bradford e Bettahar, 2006 - 70110 -1,0 -0,5°C	0.06	0.451	0.902	9.84	1.37	0.673
Bradford e Bettahar, 2006 - 70110 -1,0 -0,25°C	0.06	0.616	0.924	24.17	0.596	0.346
Bradford e Bettahar, 2006 - 3550 - 3,2 - 2°C	0.08	0.688	0.654	18.84	0.461	0.319
Bradford e Bettahar, 2006 - 3550 - 3,2 - 1°C	0.08	0.721	0.721	21.38	0.423	0.315
Bradford e Bettahar, 2006 - 3550 - 3,2 - 0,5°C	0.08	0.846	1.015	12.26	0.229	0.364
Bradford e Bettahar, 2006 - 3550 - 3,2 - 0,25°C	0.08	0.96	0.96	492.81	0.1	0.265
Bradford e Bettahar, 2006 - MIX - 3,2 - 2°C	0.12	0.743	0.75	54.96	0.295	0.211
Bradford e Bettahar, 2006 - MIX - 3,2 - 1°C	0.12	0.782	0.798	62.99	0.358	0.296
Bradford e Bettahar, 2006 - 70110 - 3,2 - 2°C	0.192	0.772	0.694	89.80	0.182	0.108

Também foram ajustados os dados laboratoriais como nas Figuras 14-16a onde a curva e concentração na saída são monotonicamente crescente até um Sc e depois tendem a constante enquanto o número de volumes poros tendem para infinito, com o modelo modificado de filtração profunda com fator de acessibilidade (γ) e fator de redução de fluxo (α) constantes e coeficiente de filtração linear por partes ($\lambda(S)$), Equação (3.11). Já que tanto os dados laboratoriais de Bradford et al., 2002 e 2004 e Bradford e Bettahar, 2006 e o modelo mencionado na seção 4.4 com coeficiente de filtração linear por partes correspondem à captura simultânea de partículas (exclusão pelo tamanho e deposição).

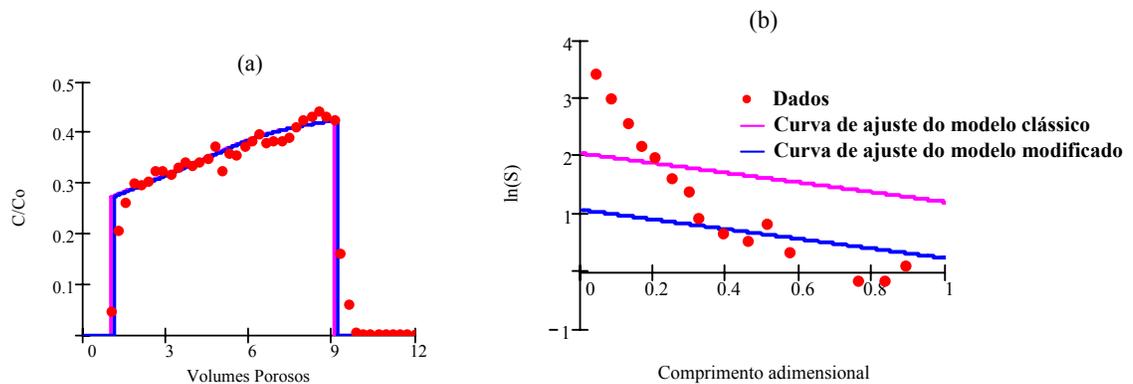


Figura 22: Comparação de ajustes dos testes laboratoriais de Bradford e Bettahar, 2006, a partir do modelo clássico e modelo modificado de filtração profunda considerando coeficiente de filtração linear por partes, teste MIX-1,0-0,5°C.

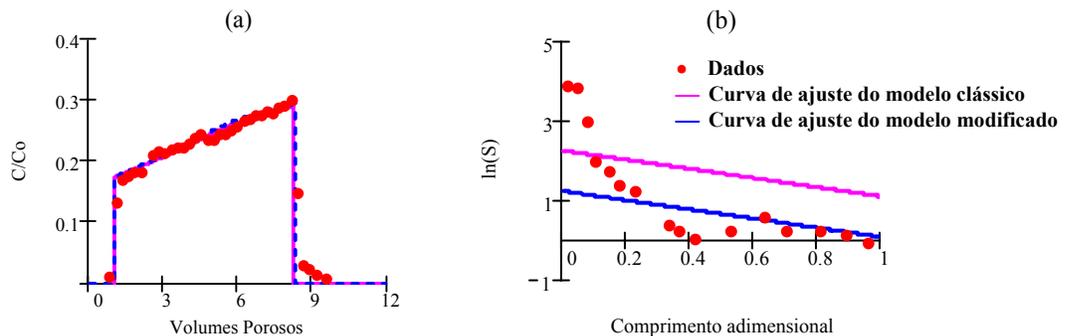


Figura 23: Comparação de ajustes dos testes laboratoriais de Bradford e Bettahar, 2006, a partir do modelo clássico e modelo modificado de filtração profunda considerando coeficiente de filtração linear por partes, teste 70110-1,0-0,5°C.

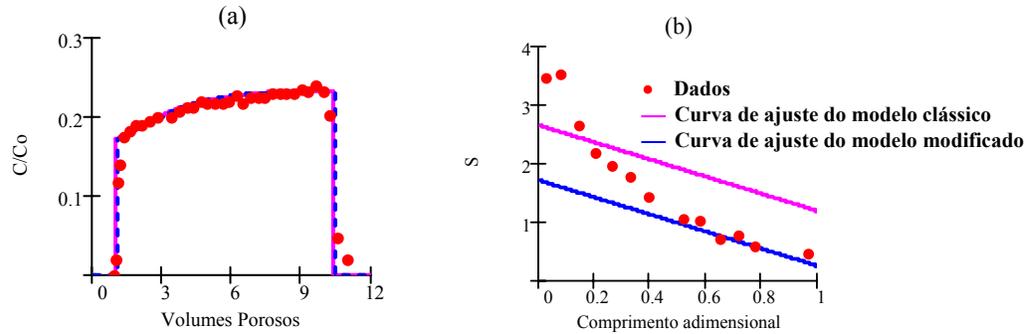


Figura 24: Comparação de ajustes dos testes laboratoriais de Bradford e Bettahar, 2006, a partir do modelo clássico e modelo modificado de filtração profunda considerando coeficiente de filtração linear por partes, teste 70110-1,0-0,25°C.

Nas Figuras 22-24a são apresentados os ajustes entre os dados laboratoriais de Bradford e Bettahar (2006) e os modelos clássico (rosa) e modificado (azul) de filtração profunda. Para as curvas de concentração na saída tem-se um ajuste semelhante para os modelos clássico e modificado. O ajuste para as curvas de concentração na saída se mantém muito bom. São nos perfis de deposição (Figuras 22-24b) que é ressaltada a diferença de ajuste entre os modelos clássico e modificado. Com a introdução dos fatores de acessibilidade (γ) e de redução de fluxo (α) e do coeficiente de filtração linear por partes ($\lambda(S)$) tem-se um melhor ajuste apenas parte final do testemunho ($x_D > 0.5$). Mas o ganho na precisão dos ajustes com relação ao modelo modificado ainda não é significativa. É necessário que um modelo mais preciso com relação a mais de um mecanismo de captura atuando na filtração profunda seja desenvolvido para que testes como os de Bradford e Bettahar (2006) sejam ajustados.

Na Tabela 5 são apresentados os valores encontrados nos ajustes para os fatores de redução de fluxo (α) e de acessibilidade (γ), deposição de transição (S_c), coeficiente de filtração para deposição $S=0$ (λ_c) e coeficiente de filtração para deposição $S=S_c$ (λ_0). Valores estes compreendidos entre 0 e 1 como esperado.

Outros dados devem ser tratados com o modelo modificado de filtração profunda a fim de investigar outros aspectos importantes quando o mecanismo de exclusão pelo tamanho atua sobre a captura de partículas no meio poroso. Como por exemplo, o tempo de chegada (t_{br}) menor que 1.

Tabela 5 – Resultados dos ajustes do modelo modificado de filtração profunda. Fator de redução de fluxo (α), fator de acessibilidade (γ), deposição de transição (S_c), coeficiente de filtração para deposição $S=0$ (λ_c) e coeficiente de filtração para deposição $S=S_c$ (λ_0).

Autor, ano - meio poroso - tamanho de partícula(μm)	α	γ	S_c (-)	λ_c μm	λ_0 μm
Bradford et al., 2006, MIX - 1.0 - 0.5°C	0.377	0.415	1.63	5.08	7.85
Bradford et al., 2006, 70110 - 1.0 - 0.5°C	0.364	0.371	1.83	6.60	10.00
Bradford et al., 2006, 70110 - 1.0 - 0.25°C	0.391	0.419	1.19	9.39	11.39
Bradford et al., 2002, 70110 - 0.45	0.416	0.416	0.22	2.07	5.33
Bradford et al., 2002, 70110 - 1.0	0.384	0.384	0.35	3.41	5.90
Bradford et al., 2002, GB - 1.0	0.547	0.519	0.34	20.92	28.89
Bradford et al., 2006, 70110 - 1.0 - 1°C	0.388	0.368	0.34	3.56	5.99

A mais importante conclusão desta seção é que em vez da introdução de α e γ melhorar a precisão do ajuste, um acordo razoável entre perfis de retenção laboratorial e simulado não foi alcançado.

4.6 - Descrição dos testes laboratoriais de transporte de colóide em meios porosos com injeção de pulso da suspensão

Os testes laboratoriais conduzidos em estudos de Kretzschmar et al (1997); apresentaram uma técnica cromatográfica de pulso curto para medir o coeficiente de taxa de deposição de colóides e eficiência experimental de colisão em meios porosos. O método foi avaliado usando quatro diferentes sistemas experimentais de complexidade crescente. Pulsos curtos (equivalentes a 0.002 a 0.03 volumes porosos) de suspensões de látex e hematita de cobertura ácida foram injetadas sob condições de fluxo saturado em uma coluna laboratorial empacotada com esferas de vidro, solo e material de aquífero. Curvas de concentração na saída de colóides foram medidas on-line usando fluorescência e espectrofotômetro UV-VIS.

Em Kretzschmar e Sticher (1998), investigou-se a forte influência na carga da superfície pelo pH da solução e a presença de íons adsorvidos, incluindo polieletrólitos orgânicos tais como substâncias *humic*. Os experimentos foram conduzidos a partir de partículas de hematita ($d_s=122\pm 29\text{nm}$) e meio poroso de uma mistura de areia, silte, argila e outros ($d_g=0.20$ a 0.63 mm). Os colóides foram injetados na coluna em pequenos pulsos de 0.002 a 0.03 volumes porosos.

Em Keller et al (2004), foram conduzidos experimentos para observar os efeitos da velocidade do transporte (Massei et al., 2002) e do tamanho do colóide na chegada da concentração na saída para colóides com livre movimentação, para relacionar observações prévias na escala do poro para uma escala maior. Os colóides usados nestas experiências eram o bacteriófago MS2 ($0.025 \mu\text{m}$), e grânulos esféricos de $0.05 \mu\text{m}$ e de poliestireno $3\text{-}\mu\text{m}$, e foram comparados com um traçador conservador não absorvido (KCl).

4.7 – Tratamento dos dados laboratoriais com injeção de pulso da suspensão usando fator de redução de fluxo (α), fator de acessibilidade (γ) e coeficiente de filtração (λ) constantes

A suposição para fator de acessibilidade, redução de fluxo e coeficiente filtração constantes é válida para uma pequena concentração de partículas depositadas (S), onde as partículas retidas não mudam a superfície da rocha e as condições de captura não se alteram. Este é o caso para transporte em um curto pulso de colóide em meio poroso.

A introdução da dispersão nas equações de filtração profunda (4.1) resulta em uma equação parabólica com coeficiente constante. A integração da solução em ambas variáveis ($C(x_D, t_D)$) também é solução. Conseqüentemente, integrando em t_D a curva concentração na saída que corresponde à injeção de pulso tem-se a curva de concentração na saída que corresponde à injeção contínua.

As Figuras 25-27a mostram a curva de concentração na saída que corresponde a injeção de pulso (Kretzschmar et. al, 1997, Kretzschmar e Sticher, 1998, Keller et. al, 2004) e as Figuras 25-27b mostram a curva de concentração na saída que corresponde à injeção contínua, obtidas da integração da curva de pulso. Pode-se observar nas Figuras 25-27b o bom ajuste entre os dados laboratoriais (pontos) e a curva obtida do modelo modificado de filtração profunda (linha contínua) principalmente no que se diz respeito ao ajuste do tempo de chegada menor que um ($t_{br} < 1$), que caracteriza o mecanismo de exclusão pelo tamanho. Já que as partículas preenchem os primeiros poros antes do fluxo completar um volume poroso.

As Figuras 25-27c mostram pontos obtidos por uma série de testes laboratoriais. Não obstante, os pontos estão localizados em diferentes curvas de drenagem primária, como deve ser durante a exclusão pelo tamanho. Pode-se ver claramente que os pontos tendem para $\gamma = \gamma_{\max} < 1$ quando α tende para 1. A forma da função $\alpha = \alpha(\gamma)$ é apresentada nas Figuras 25-27c. O fator de redução de fluxo (α) tende assintoticamente para 1 quando o fator de acessibilidade (γ) tende para 1 e a forma da função $\alpha = \alpha(\gamma)$ depende da razão entre o raio de poros grandes e o raio de poros pequenos (r_{p2}/r_{p1}), segundo Santos e Bedrikovetsky (2006).

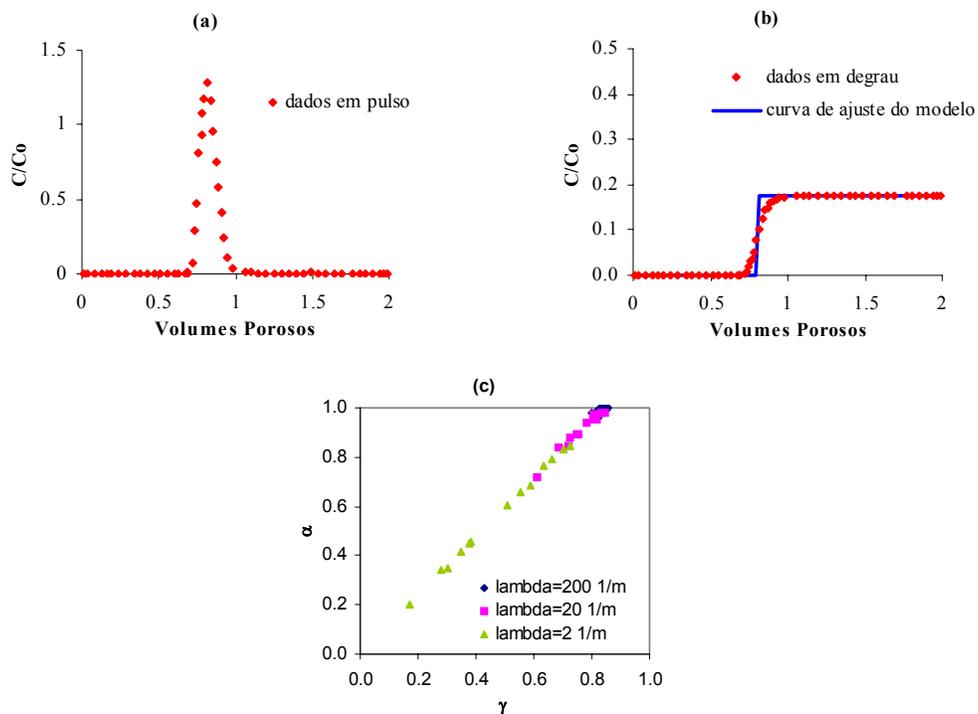


Figura 25 - Tratamento dos dados para transporte de colóide em pulso, Kretzschmar et.al (1997);
a) concentração de chegada para pulso de colóide Sistema 2 – 0.30 mM, b) curva de concentração na saída para injeção contínua, c) curva de fluxo fracionário.

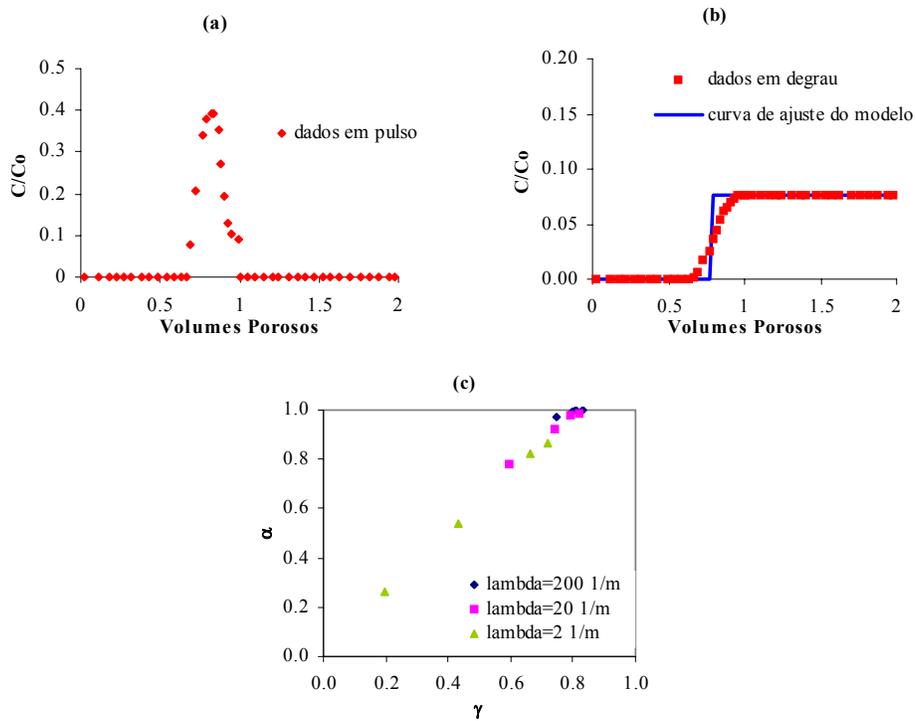


Figura 26 - Tratamento dos dados para transporte de colóide em pulso, Kretzschmar e Sticher (1998); a) concentração de chegada para pulso de colóide 0,20 mg/L TOC, b) curva de concentração na saída para injeção contínua, c) curva de fluxo fracionário.

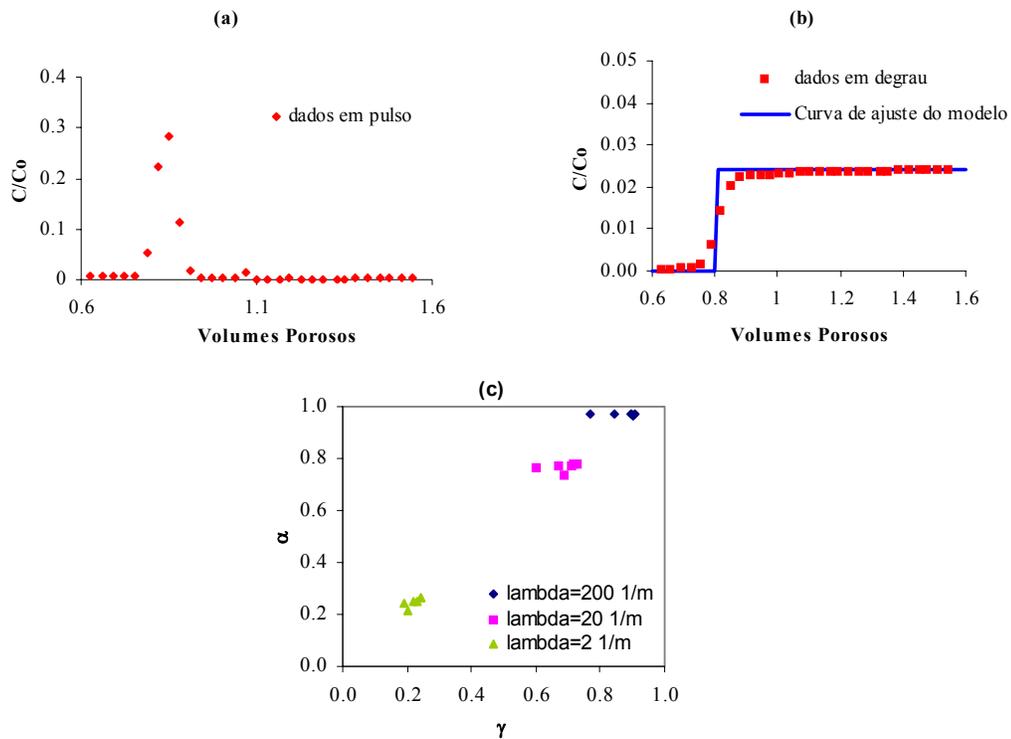


Figura 27 – Tratamento dos dados para transporte de colóide em pulso, Keller et.al (2004); a) concentração de chegada para pulso de colóide, $d_s=3 \mu\text{m}$, $v=14\text{m/d}$, b) curva de concentração na saída para injeção contínua, c) curva de fluxo fracionário.

Como esperado para partículas pequenas tem-se $\alpha \rightarrow 1$, ou seja, o fluxo é pouco reduzido. Assim com o aumento do tamanho das partículas tem-se uma diminuição dos valores de redução de fluxo (α), como pode ser observado na Figura 28.

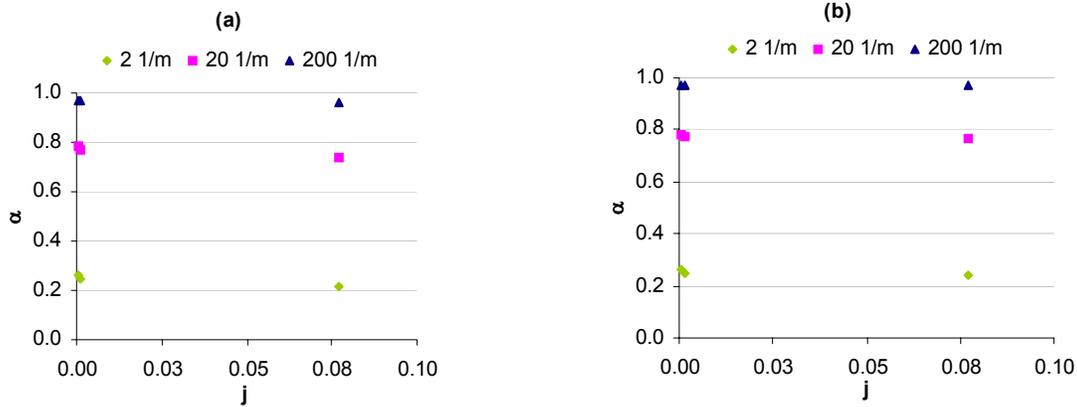


Figura 28 - Fator de redução de fluxo em função de *jamming ratio* para Keller et al., 2004, para um mesmo meio poroso e três tamanhos de partículas (MS2, 0.05 μm e 3 μm), (a) velocidade, $v=1.4$ m/d (b) velocidade, $v=14$ m/d.

A Tabela 6 apresenta os fatores de acessibilidade e redução de fluxo para três valores típicos de coeficiente de filtração: $\lambda=2, 20$ e 200 1/m. Todos os valores obtidos estão entre zero e um.

A análise dos resultados permite concluir que a proposta do modelo de exclusão pelo tamanho pode ajustar as curvas de concentração na saída com tempo de chegada (t_{br}) menor que 1, que não pode ser ajustado pelo modelo clássico de filtração profunda ($t_{br}=1$). Os valores obtidos para o fator de acessibilidade e redução de fluxo estão compreendidos no intervalo entre zero e um, como é esperado. Os pontos (\cdot, α) obtidos por diferentes testes em condições variadas estão localizados em diferentes curvas de drenagem primária seguindo o formato $\alpha = \alpha(\gamma)$ sugerido por Santos e Bedrikovetsky, 2006. O que permite concluir que o modelo modificado de filtração profunda (Santos e Bedrikovetsky, 2006) é válido para sistemas porosos onde o mecanismo de exclusão pelo tamanho é dominante. E a partir desses resultados dar continuidade aos estudos de filtração profunda com a influência de vários mecanismos.

Tabela 6. Resultados dos ajustes do modelo de acessibilidade (γ) e redução de fluxo (α).

Testes	$\lambda = 2 \text{ 1/m}$		$\lambda = 20 \text{ 1/m}$		$\lambda = 200 \text{ 1/m}$	
	α	γ	α	γ	α	γ
Kretzschmar et al. 1997, Sistema 2 – 0.30 mM	0.340	0.278	0.838	0.683	0.981	0.800
Kretzschmar and Sticher, 1998, 0.20 mg/L TOC	0.972	0.745	0.778	0.596	0.260	0.199
Keller et al. 2004, 3.0 μm - 14m/d	0.229	0.181	0.748	0.591	0.967	0.764
Kretzschmar et al. 1997, Sistema 2 – 0.15 mM	0.829	0.704	0.980	0.833	0.998	0.848
Kretzschmar et al. 1997, Sistema 2 – 0.40 mM	0.201	0.172	0.716	0.612	0.962	0.822
Kretzschmar et al. 1997, Sistema 2 – 0.10 mM	0.789	0.664	0.974	0.819	0.997	0.839
Kretzschmar et al. 1997, Sistema 2 – 0.15 mM	0.655	0.555	0.950	0.805	0.995	0.843
Kretzschmar et al. 1997, Sistema 2 – 0.20 mM	0.419	0.347	0.878	0.727	0.986	0.816
Kretzschmar et al. 1997, Sistema 3 – 1.0 mL/min	0.764	0.635	0.970	0.807	0.997	0.829
Kretzschmar et al. 1997, Sistema 3 – 0.2 mL/min	0.607	0.508	0.939	0.786	0.994	0.831
Kretzschmar et al. 1997, Sistema 3 – 0.1 mL/min	0.450	0.378	0.891	0.748	0.988	0.829
Kretzschmar et al. 1997, Sistema 4 – 1.0 mL/min	0.846	0.728	0.982	0.844	0.998	0.858
Kretzschmar et al. 1997, Sistema 4 – 0.4 mL/min	0.685	0.588	0.956	0.820	0.995	0.854
Kretzschmar et al. 1997, Sistema 4 – 0.2 mL/min	0.456	0.386	0.893	0.755	0.988	0.836
Kretzschmar et al. 1997, Sistema 4 – 0.1 mL/min	0.352	0.301	0.845	0.721	0.982	0.838
Kretzschmar and Sticher, 1998, 0.50 mg/L TOC	0.991	0.799	0.920	0.742	0.536	0.432
Kretzschmar and Sticher, 1998, 1.0 mg/L TOC	0.998	0.808	0.979	0.793	0.821	0.665
Kretzschmar and Sticher, 1998, 2.0 mg/L TOC	0.998	0.830	0.985	0.819	0.868	0.722
Keller et al. 2004, MS2 - 1.4m/d	0.263	0.242	0.781	0.719	0.973	0.896
Keller et al. 2004, 0.05 μm - 1.4m/d	0.249	0.230	0.768	0.709	0.971	0.897
Keller et al. 2004, 3.0 μm - 1.4m/d	0.217	0.203	0.735	0.685	0.965	0.900
Keller et al. 2004, MS2 - 14m/d	0.263	0.245	0.781	0.726	0.973	0.905
Keller et al. 2004, 0.05 μm - 14m/d	0.252	0.219	0.771	0.671	0.971	0.845

Capítulo 5 - COMENTÁRIOS FINAIS

Neste trabalho foram estudados alguns casos do modelo clássico de filtração profunda, onde os principais aspectos foram o coeficiente de filtração (λ) e o ajuste entre os dados experimentais publicados na literatura e o modelo clássico de filtração profunda para as curvas de concentração na saída ($C(1, t_D)$) e perfil de deposição de partículas ($\sigma(x_D, t_f)$).

O modelo analítico clássico de transporte de colóide em meios porosos e o tratamento de dados laboratoriais permitiram concluir que tanto nos casos onde o coeficiente de filtração é constante ou o coeficiente de filtração é linear por partes o modelo não pôde ajustar simultaneamente a curva de concentração na saída e perfil de deposição de partículas medidos em testes laboratoriais.

As curvas de concentração efluente, com intervalo de chegada seguido por um platô, podem ser ajustadas pelo modelo analítico com coeficiente de filtração que decresce no início da retenção de colóides e permanece constante para altas concentrações de deposição (coeficiente de filtração linear por partes, $\lambda(\sigma)$).

As curvas de concentração na saída são mais bem ajustadas pelo modelo clássico de filtração profunda com o coeficiente de filtração linear por partes enquanto que os perfis de deposição do modelo clássico diferem significativamente daqueles medidos.

A partir do comportamento do coeficiente de filtração e dos resultados laboratoriais essa forma de função filtração, $\lambda(\sigma)$ é interpretada como a simulação de intensa exclusão pelo tamanho e baixa intensidade de colóides depositados (*attachment*).

Com os ajustes de dados laboratoriais encontrados na literatura confirma-se a importância do mecanismo de exclusão pelo tamanho na filtração profunda. Assim o modelo modificado de filtração profunda (Santos e Bedrikovetsky, 2006) foi analisado a partir dos fatores de acessibilidade (γ) e redução de fluxos (α) constantes.

A partir de dados laboratoriais onde os raios das partículas são maiores que os raios dos poros, obtêm-se um melhor ajuste das curvas de concentração na saída,

principalmente no que diz respeito ao ajuste do tempo chegada (t_{br}) da concentração na saída ser menor que um, já que no modelo clássico esse tempo é sempre igual a um.

Também foram encontrados valores aceitáveis para os fatores de acessibilidade (γ) e redução de fluxo (α), entre 0 e 1, como o esperado.

Capítulo 6 - CONCLUSÕES

O modelo analítico clássico de transporte de colóide em meios porosos e o tratamento de dados laboratoriais encontrados na literatura permitem concluir o seguinte:

- as curvas de concentração na saída com um intervalo de chegada seguido por um platô podem ser ajustadas pelo modelo analítico com coeficiente de filtração que decresce até o início da retenção de colóides e permanece constante para altas concentrações de deposição.
- essa forma de coeficiente de filtração é interpretada como a simulação de intensa exclusão pelo tamanho e baixa intensidade de colóides depositados (*attachment*).
- o modelo não pôde ajustar simultaneamente a curva de concentração na saída e perfil de retenção medidos em testes laboratoriais. As curvas de concentração na saída são mais bem ajustadas pelo modelo analítico com o coeficiente de filtração linear por partes enquanto que os perfis de retenção do modelo clássico diferem significativamente daqueles medidos.
- o mecanismo de exclusão pelo tamanho foi validado como um mecanismo importante na filtração profunda.

Para o modelo modificado de filtração profunda com os fatores de acessibilidade e redução de fluxo conclui-se que:

- um melhor ajuste das curvas de concentração na saída é obtido, principalmente no que diz respeito ao ajuste do tempo de chegada (t_{br}) da concentração na saída menor que um.
- foram encontrados valores como o esperado para os fatores de acessibilidade e redução de fluxo, entre 0 e 1.

NOVIDADES CIENTÍFICAS

No presente trabalho foi validado que o modelo clássico de filtração profunda não ajusta bem os dados laboratoriais, principalmente nos casos onde o mecanismo de exclusão pelo tamanho predomina em relação a outros mecanismos de captura.

Foi comprovado que o modelo modificado de filtração profunda comparado com o modelo clássico melhor ajusta os dados laboratoriais estudados neste trabalho.

Foi apresentada a solução analítica para o modelo de exclusão pelo tamanho, quando os fatores de acessibilidade e redução de fluxo dependem da concentração depositada.

RECOMENDAÇÕES FUTURAS

1. Ajustar dados laboratoriais considerando o modelo modificado de filtração profunda com os fatores de acessibilidade e redução de fluxo em função da deposição, $\alpha(S)$ e $\gamma(S)$.
2. Dedução de equações de um modelo de medição para a filtração profunda, considerando outros mecanismos de captura, tais como, deposição (*attachment*), ponte (*bridging*) e outros.
3. Deduzir equações para filtração profunda que possam tratar os dados laboratoriais de Bradford et al. (2002 e 2004) e Bradford e Bettahar (2006), onde mais de um mecanismo de captura atuam sobre as partículas.
4. É importante deduzir equações que contemplam erosão interna dentro de cada poro.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

- Al-Abduwani, F. A. H., van den Broek, W.M.G., and Currie, P.K., (2004) Laboratory and Mathematical Study of Produced Water Re-injection in Oil Reservoirs. Presented at the European Water Management Symposium, UK, Aberdeen, 21-22 May.
- Al-Abduwani, F. A. H., Zwart, B.-R., Farajzadeh,R., van den Broek, W. M. G., and Currie, P. K., (2004) Utilizing Static Filtration Experiments to Test Existing Filtration Theories for Conformance. 2nd Produced Water Workshop, Aberdeen, UK, 21st – 22nd April.
- Al-Abduwani, F. A. H., (2005) Internal Filtration and External Filter Cake Build-up in Sandstones. PhD diss, Delft University of Technology, The Netherlands.
- Altoe, J. E., Bedrikovetsky, P.G., Siqueira, A. G., de Souza, A. L., Shecaira, F., (2006) Correction of Basic Equations for Deep Bed Filtration with Dispersion, Journal of Petroleum Science and Engineering, 51: 68-84.
- Alvarez, A.C. (2004) Problemas Inversos para filtração profunda no meio poroso. Departamento de Dinâmica dos Fluidos. IMPA - Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada: Rio de Janeiro. p. 149.
- Alvarez, A. C., Bedrikovetsky, P., Hime, G., Marchesin, D., and Rodríguez, J. R., (2006) A fast inverse solver for the filtration function for flow of water with particles in porous media, Journal of Inverse Problems 22: 69-88.
- Bedrikovetsky P.G., (1993) Mathematical Theory of Oil & Gas Recovery (With applications to ex-USSR oil & gas condensate fields), Kluwer Academic Publishers, London-Boston-Dordrecht, 600 p.

- Bedrikovetsky P.G., Marchesin, D., Shecaira, F., Serra, A. L., and Resende, E., (2001) Characterization of Deep Bed Filtration System from Laboratory Pressure Drop Measurements. *Journal of Petroleum Science and Engineering*. No. 3 64:167-177
- Bedrikovetsky, P., Marchesin, D., Hime, G., Alvarez, A., Marchesin, a. o., Siqueira, A.G., Souza, A.L.S., Shecaira, F.S. and Rodrigues, J.R. (2002) Porous media deposition damage from injection of water with particles, VIII Ecmor European Conference on Mathematics in Oil Recovery, Sept. 3-6, Austria, Leoben.
- Bedrikovetsky, P., van den Broek, W.M.G., Marchesin, D., Resende, E., Siqueira, A., Serra, A. L., e Shecaira, F., (2003) Damage Characterization of Deep Bed Filtration from Pressure Measurements. *Journal Society Petroleum Engineer: Producer and Facilities* 3:119-128.
- Bedrikovetsky, P., Marchesin, D., Siqueira, A.G, Serra, A.L.,G. Hime 2003, Inverse Problems for Treatment of Laboratory Data on Injectivity Impairment, SPE 86523
- P. Bedrikovetsky, D. Marchesin, G. Hime, A. Alvarez, A. G. Siqueira, A. L. Serra, J. R. P. Rodrigues, A. Marchesin, M.Vinicius , 2004, Inverse Problems for Treatment of Laboratory Data on Injectivity Impairment, SPE paper 86523, presented at the International Symposium on Formation Damage Control held in Lafayette, Louisiana, USA, 18-20 March.
- Bhattacharjee, S., Ryan, J.N., Elimelech, M., (2002) Virus transport in physically and geochemically heterogeneously subsurface porous media. *J. Cont. Hydrol.* 57:161–187
- Bolster, C.H., Hornberger, G.M, Mills, A.L., and Wilson, J.L., (1998) A method for calculating bacterial deposition coefficients using the fraction of bacteria

recovered from laboratory columns. *Environmental Science Technology*, 32:1329.

Bolster, C. H., Mills, A. L., Hornberger, G. M., and Herman, J. S., (1999) Spatial distribution of bacteria experiments in intact cores. *Water Resource Research* 35:1797–1807.

Bradford, S.A., Yates, S.R., Bettahar, M., Simunek, J., (2002) Physical factors affecting the transport and fate of colloids in saturated porous media. *Water Resource Research* 38(12):1327 DOI:10.1029/2002WR001340.

Bradford, S.A., Simunek, J., Bettahar, M., van Genuchten, M.Th., and Yates, S.R., (2003) Modeling colloid attachment, straining, and exclusion in saturated porous media. *Environmental Science Technology* 37:2242– 2250.

Bradford, S.A, Bettahar,M., Simunek, J., and van Genuchten, M.Th., (2004) Straining and Attachment of Colloids in Physically Heterogeneous Porous Media. *Vadose Zone Journal* 3:384–394.

Bradford, S.A., Bettahar, M., (2006) Concentration dependent transport of colloids in saturated porous media. *Journal of Contaminant Hydrology*. 82: 99–117.

Corapcioglu, M. Y., and Choi, H., (1996) Modeling colloid transport in unsaturated porous media and validation with laboratory column data. *Water Resources Research* 32:3437–3449.

Elimelech M., Xiadong, J., Gregory, J., Williams, R., (1995) *Particle Deposition & Aggregation: Measurement, Modelling and Simulation*, Butterworth-Heinemann: Oxford, England.

- Foppen, J.W.A., Mporokoso, A., Schijven, J.F., (2005) Determining straining of *Escherichia coli* from breakthrough curves, *Journal of Contaminant Hydrology* 76:191–210.
- Foppen, J.W.A., Schijven, J.F., (2006) Evaluation of data from the literature on the transport and survival of *Escherichia coli* and thermotolerant coliforms in aquifers under saturated conditions. *Water Research* 40:401-426.
- Guedes, R. G., Al-Abduwani, F., Bedrikovetsky, P., Currie, P., (2006) Injectivity Decline Under Multiple Particle Capture Mechanisms, SPE paper 98623 presented at the 2006 SPE International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control held in Lafayette, Louisiana, 15-17 February.
- Harvey, R. W., and Garabedian, S. P., (1991) Use of colloid filtration theory in modeling movement of bacteria through a contaminated sandy aquifer. *Environmental Science Technology* 25:178– 185.
- Herzig, J.P., Leclerc, D.M. and le Goff, P., (1970) Flow of Suspensions through Porous Media – Application to Deep Filtration. *Ind. Eng. Chem.* 62(8):8-35
- Imdakh, A. O., Sahimi, M., 1987. Transport of large particles in flow through porous media, *Physical Review A*, 36, 5304-5309.
- Iwasaki, T., (1937) “Some Notes on Sand Filtration”. *J. Amer. Water Works Assoc.* 29:1591-1602.
- Johnson, P.R., Elimelech, M., (1995) Dynamics of colloid deposition in porous media: blocking based on random sequential adsorption. *Langmuir* 11(3):801– 812.
- Johnson, P.R., Sun, N., Elimelech, M., (1996) Colloid transport in geochemically heterogeneous porous media: modelling and measurements. *Environmental Science Technology* 30:3284–3293.

- Keller, A.A., Sirivithayapakorn, S. and Chrysikopoulos, C.V. (2004) Early breakthrough of colloids and bacteriophage MS2 in a water-saturated sand column. *Water Resources Research* 40:1029 - 2003.
- Kretzschmar R., Barmettler, K., Grolimund, D., de Yan, Y., Borkovec, M., and Sticher, H., (1997) Experimental determination of colloid deposition rates and collision efficiencies in natural porous media. *Water Resources Research* 33:1129-1137
- Kretzschmar R e Sticher, H., (1998) Colloid transport in natural porous media: Influence of a surface chemistry and flow velocity. *Phys. Chem. Earth* 23: 133-139.
- Kuhnen, F., Barmettler, K., Bhattacharjee, S., Elimelech, M. and Kretzschmar, R., (2000) Transport of Iron Oxide Colloids in Packed Quartz Sand Media: Monolayer and Multilayer Deposition, *Journal Colloid Inter. Science* 231:32–41
- Lacerda, J., Santos, A., Sallum, M. E. and Bedrikovetsky, P. (2006). Validation Of Mathematical Model For Suspension Transport In Porous Media Using Laboratory Data. *Vadose Zone Journal* (submitted in September 2006).
- Logan, B. E., Jewett, D. G., Arnold, R. G., Bower, E. J., and O'Melia, C. R., (1995) Clarification of clean-bed filtration models, *J. Environ. Eng.*, 121, 869– 873.
- Logan, D.J., (2001) *Transport Modeling in Hydrogeochemical Systems*. Springer-Verlag, NY-Berlin.
- Massei, N. Lacroix, M. Wang, H.Q. and Dupont, J.P., (2002) Transport of particulate material and dissolved tracer in a highly permeable porous medium: comparison of the transfer parameters, *Journal of Contaminant Hydrology* 57, 21-39.

- Payatakes, A.S., Rajagopalan, R. and Tien, C., (1974) Application of Porous Medium Models to the Study of Deep Bed Filtration. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*. 52:727.
- Pieper, A. P., Ryan, J. N., Harvey, R. W., Amy, G. L., Illangasekare, T. H., and Metge, D. W., (1997) Transport and recovery of bacteriophage PRD1 in a sand and gravel aquifer: Effect of sewage-derived organic matter. *Environ. Sci. Technol.* 31:1163–1170.
- Rajagopalan, R. and Tien, C., (1976) Trajectory analysis of deep-bed filtration with the sphere-in-a-cell porous media model. *AIChE J.* 22:523–533.
- Ryan, J. N., Elimelech, M. R., Ard, A., Harvey, R. W., and Johnson, P. R., (1999) Bacteriophage PRD1 and silica colloid transport and recovery in an iron oxide-coated sand aquifer. *Environ. Sci. Technol.* 33:63–73.
- Roque, C., Chauveteau, G., Thibault, G., and Bouteca, M., (1995) Mechanisms of Formation Damage by Retention of Particles Suspended in Injection Water, SPE paper 30110, European Formation Damage Conference, The Hague.
- Santos, A. , Bedrikovetsky, P.G., (2005) Population Balance Model for Deep Bed Filtration with Pore Size Exclusion, *J. of Computational and Applied Mathematics*, No 2-3, V. 23, p.1-26.
- Santos, A. and Bedrikovetsky, P. G., (2006) A Stochastic model for particulate suspension flow in Porous Media. *Journal of Transport in Porous Media* No (13):30-52.
- Schijven, J. F. and Hassanizadeh, S. M., (2000) Removal of viruses by soil passage: Overview of modeling, processes, and parameters. *Crit. Rev. Environ. Sci. Technol.* 30:49–127.

- Shapiro A.A., Bedrikovetsky P.G., Santos A., Medvedev O.O., (2006) A Stochastic Model for Filtration of Particulate Suspensions with Incomplete Pore Plugging, *Journal of Transport in Porous Media* (accepted for publication).
- Sharma, M. M. and Yortsos, Y. C., (1987a) Transport of Particulate Suspensions in Porous Media: Model Formulation. *AIChE J.* 33(13):1636.
- Sharma, M. M. and Yortsos, Y. C., (1987b) A network model for deep bed filtration processes. *AIChE J.* 33(13):1644-1653.
- Sharma, M. M. and Yortsos, Y. C., (1987c) Fines migration in porous media. *AIChE J.* 33(13):1654-1662.
- Simunek, J., Huang, K., Sejna, M., van Genuchten, M. Th., (1998) The HYDRUS-1D software package for simulating the one-dimensional movement of water, heat, and multiple solutes in variably-saturated media—Version 2.0, IGWMC-TPS-70. International Ground Water Modeling Center, Colorado School of Mines, Golden, Colorado. p. 186.
- Simunek, J., Sejna, M., and van Genuchten, M.Th., (1999) The HY-DRUS-2D software package for simulating two-dimensional movement of water, heat, and multiple solutes in variably saturated media. Version 2.0,IGWMC-TPS- 53. International Ground Water Modeling Center, Colorado School of Mines, Golden, CO.
- Siqueira, A. G., Bonet, E. and Shecaira, F. S., (2003) Network modelling for transport of water with particles in porous media, SPE paper 18257 presented at the SPE Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference held in Port-of-Spain, Trinidad, West Indies, 27–30 April 2003.

- Soo, H., Williams, M.C. and Radke, C. J., (1986) A Filtration Model for Flow of Dilute, Stable Emulsions in Porous Media - 2 Parameter Evaluation and Estimation. *Chem Eng Sci.* (No 2) 41:261-272.
- Sun, N., Elimelech, M., Sun, N.-Z., and Ryan, J.N., (2001) A novel two dimensional model for colloid transport in physically and geochemically heterogeneous porous media. *J. Contam. Hydrol.* 49:173–199.
- Tikhonov, A. N. and Arsenin, V. Y., (1977) *Solutions of Ill Posed Problems.* Wiley, New York.
- Tufenkji, N., Redman, J.A., and Elimelech, M., (2003) Interpreting deposition patterns of microbial particles in laboratory-scale column experiments. *Environ. Sci. Technol.* 37:616-623.
- Tufenkji, N., and Elimelech, M., (2004) Deviation from Classical Colloid Filtration Theory in the Presence of Repulsive DLVO Interactions. *Langmuir.* 20:10818–10828.
- Unice, K.M. and Logan, B. E., (2000) Insignificant Role of Hydrodynamic Dispersion on Bacterial Transport. *J. Environ. Eng.* 126:491.
- van Oort, E., van Velzen, J.F.J. and Leelooijer K., (1993) Impairment by suspended solids Invasion: Testing and prediction. *Journal SPE Production & Facilities.*
- Veerapen, J.P., Nicot, B. and Chauveteau, G.A., (2001) In-Depth Permeability Damage by Particle Deposition at High Flow Rates, SPE paper 68962 presented at the SPE European Formation Damage Conference held in The Hague, The Netherlands 21-22 May 2001.
- Yortsos, Y.C., (1990) Reaction and transport in porous media. Von Karman institute lecture notes on modeling and application of transport 83 phenomena in porous media. Brussels, Belgium (February 5–9)

Apêndice A - Modelo analítico para transporte de suspensão em meios porosos com coeficiente de filtração linear por partes.

Discutindo primeiro a solução analítica para o sistema (3.1) para qualquer função filtração $\lambda(S)$. Veja Herzig et al., (1970) ou Alvarez et al., (2006) para maiores detalhes.

Introduzindo o potencial

$$\Psi(S) = \int_0^S \frac{dy}{\lambda(y)}, \quad (\text{A.1})$$

permite transformar a Segunda Equação de (3.1) para a seguinte forma:

$$\frac{\partial \Psi(S)}{\partial t_D} = C, \quad (\text{A.2})$$

Substituindo C de (A.2) na primeira Equação de (3.1) e integrando de 0 a t_D , obtém-se

$$\frac{\partial \Psi(S)}{\partial t_D} + S + \frac{\partial \Psi(S)}{\partial x_D} = \left(\frac{\partial \Psi(S)}{\partial t_D} + S + \frac{\partial \Psi(S)}{\partial x_D} \right) \Big|_{t_D=0} \quad (\text{A.3})$$

Pelas condições iniciais (3.4, 3.5) segue que o lado direito da Equação (A.3) é zero. Portanto:

$$\frac{\partial \Psi(S)}{\partial t_D} + \frac{\partial \Psi(S)}{\partial x_D} = -S, \quad (\text{A.4})$$

Por (3.4) e (A.3) resulta nas condições iniciais e de contorno para Equação (A.4)

$$\Psi(S(x_D, 0)) = 0; \Psi(S(0, t_D)) = t_D. \quad (\text{A.5})$$

Integrando a Equação (A.4) ao longo das características $t_D = t_0 + x_D$, $0 < t_0 < \Delta$ de 0 a x_D , obtém-se a solução da condição inicial do problema (A.6) para $x_D < t_D$ (Figura 6):

$$\int_{S(0, t_D - x_D)}^S \frac{du}{u\lambda(u)} = -x_D \quad (\text{A.6})$$

Onde o valor na entrada $S(0, t_D - x_D)$ é determinado pela segunda Equação de (A.5).

Derivando (A.6) por ambas as partes em t_D e calculando para [13] resulta em

$$\frac{C(x_D, t_D)}{S(x_D, t_D)} = \frac{1}{S(0, t_D - x_D)} \quad (\text{A.7})$$

Isto é o valor C/S é constante ao longo da característica

Agora discutindo a função filtração (3.11) mostrando que ao longo da trajetória $t_{Dc}(x_D)$ cuja propagação tem valor constante S_c na linha acima da característica $t_D = t_{Dc} + x_D$, onde t_{Dc} é o momento quando $S(0, t_D)$ atinge o valor S_c , ou seja $S(0, t_{Dc}) = S_c$ (Fig. 8).

Por (A.4) tem que S decresce ao longo da característica, isto é $S(x_D, t_{Dc} + x_D) < S_c$. A taxa de deposição é positiva, $\frac{\partial S}{\partial t_D} > 0$, então tem algum tempo para $S(x_D, t_{Dc} + x_D)$ crescer até atingir o valor S_c no ponto x_D .

O modelo analítico para função linear foi derivado por Soo et al. (1986). Derivando a solução para o coeficiente de filtração linear por partes (3.11). A Figura 6 mostra cinco zonas típicas para a variação da concentração depositada. Na zona I à frente da frente da concentração $S=0$. O potencial (A.1) é calculado explicitamente

$$\Psi(S) = \frac{1}{A} \ln \frac{\lambda_0/A}{\lambda_0/A - S} \quad (\text{A.8})$$

Por (A.4) segue a expressão para o momento t_{Dc} onde a concentração depositada na entrada atinge S_c :

$$t_{Dc} = \frac{1}{A} \ln \frac{\lambda_0/A}{\lambda_0/A - S_c} \quad (\text{A.9})$$

Na zona II ($x_D < t_D < t_{Dc} + x_D$) a solução coincide com a mesma que para coeficiente de filtração linear. Para (A.5, A.8) segue a expressão para concentração retida na entrada quando $t_D < t_{Dc}$

$$S(0, t_D) = \frac{\lambda_0}{A} (1 - \exp(-At_D)) \quad (\text{A.10})$$

Calculando a integral (A.6) pela condição de contorno (A.10) obtem-se a concentração retida na zona II:

$$S(x_D, t_D) = \frac{\frac{\lambda_0}{A} (1 - \exp(-AT + AX)) \exp(-\lambda_0 x_D)}{(\exp(-AT + AX) + (1 - \exp(-AT + AX)) \exp(-\lambda_0 x_D))} \quad (\text{A.11})$$

A concentração retida na entrada para $t_D > t_{Dc}$ excede S_c , então o coeficiente de filtração torna-se constante.

Por (A.5) resulta que na entrada

$$S(0, t_D) = S_c + \lambda_c (t_D - t_{Dc}), t_D > t_{Dc} \quad (\text{A.12})$$

O coeficiente de filtração é constante na zona III. Por (A.6) tem-se a solução

$$S(x_D, t_D) = [S_c + \lambda_c (t_D - x_D - t_{Dc})] \exp(-\lambda_c x_D) \quad (\text{A.13})$$

As zonas III e IV são separadas pela trajetória $t_{Dc}(x_D)$ na qual S é igual a S_c . A equação para a trajetória segue de (A.13)

$$t_D = t_{Dc} + x_D + \frac{S_c [exp(\lambda_c x_D) - 1]}{\lambda_c} \quad (A.14)$$

A concentração retida na zona IV decresce para o valor S_c ao longo da característica que começa na curva $t_{Dc}(x_D)$. O ponto de intercessão x_{D1} da abscissa entre as características, cruza o ponto (x_D, t_D) , com a curva $t_{Dc}(x_D)$, é calculado por (A.14)

$$x_{D1} = \frac{1}{\lambda_c} \ln \left[\frac{\lambda_c}{S_c} (t_D - x_D - t_{Dc}) + 1 \right] \quad (A.15)$$

Finalmente, a solução S na zona IV é

$$S = \lambda_0 \left\{ A + \frac{(\lambda_0 - AS_c)}{S_c} \exp \left[\lambda_0 \left(x_D - \frac{1}{\lambda_c} \ln \left[\frac{\lambda_c}{S_c} (t_D - x_D - t_{Dc}) + 1 \right] \right) \right] \right\}^{-1} \quad (A.16)$$

Na zona V, a concentração retida é S_c :

$$S(x_D, t_D) = [S_c + \lambda_c (t_D - x_D - t_{Dc})] \exp(-\lambda_c x_D) \quad (A.17)$$

Considerando o caso da injeção de um grande banco de suspensão com a frente de água limpa

$$t_D = \Delta + x_D \quad (A.18)$$

não segue a trajetória $t_{Dc}(x_D)$ (Figura 6).

A concentração retida ao longo da frente de água limpa (A.18) é:

$$S(x_D, \Delta + x_D) = [S_c + \lambda_c (\Delta - t_{Dc})] \exp(-\lambda_c x_D) \quad (\text{A.19})$$

Na zona VI atrás da frente de água limpa $C=0$, e a deposição não acontece mais. A concentração retida na zona VI é a mesma que ao longo da frente de água limpa, (A.19):

$$S(x_D, t_D) = [S_c + \lambda_c (\Delta - t_{Dc})] \exp(-\lambda_c x_D) \quad (\text{A.20})$$

A concentração em suspensão é calculada em todas as zonas explicitamente por (A.5) onde a concentração retida na entrada é calculada pela fórmula (A.10) e (A.12) para os intervalos $[0, t_{Dc}]$, e $[t_{Dc}, \Delta]$, respectivamente. A concentração em suspensão é igual a zero na zona VI

Apêndice B - Solução analítica para fator de redução de fluxo (α) e fator de acessibilidade (γ) constantes e coeficiente de filtração linear por partes ($\lambda(\sigma)$).

Discutindo primeiro a solução analítica para o sistema (4.1) para qualquer função filtração $\lambda(\sigma)$. Veja Herzig et al., 1970 ou Alvarez et al., 2006 para maiores detalhes.

Introduzindo o potencial

$$\Psi(S) = \int_0^S \frac{dy}{\lambda(y)(1-\alpha)}, \quad (\text{B.1})$$

permite transformar a Segunda Equação de (4.1) para a seguinte forma:

$$\frac{\partial \Psi(S)}{\partial t_D} = C, \quad (\text{B.2})$$

Substituindo C de (B.2) na primeira Equação de (4.1) e integrando de 0 a t_D , obtém-se

$$\gamma \frac{\partial \Psi(S)}{\partial t_D} + S + \alpha \frac{\partial \Psi(S)}{\partial x_D} = \left(\gamma \frac{\partial \Psi(S)}{\partial t_D} + S + \alpha \frac{\partial \Psi(S)}{\partial x_D} \right) \Big|_{t_D=0} \quad (\text{B.3})$$

Pelas condições iniciais (4.4) segue que o lado direito da Equação (B.3) é zero. Portanto:

$$\gamma \frac{\partial \Psi(S)}{\partial t_D} + \alpha \frac{\partial \Psi(S)}{\partial x_D} = -S, \quad (\text{B.4})$$

Por (4.4) e (B.2) resulta nas condições iniciais e de contorno para Equação (B.4)

$$\Psi(S(x_D, 0)) = 0; \quad \Psi(S(0, t_D)) = t_D. \quad (\text{B.5})$$

Integrando a Equação (B.4) ao longo das características $t_D = t_0 + \frac{\gamma}{\alpha} x_D$, $0 < t_0 < \Delta$ de 0 a x_D , obtém-se a solução da condição inicial do problema (B.6) para $x_D < t_D$ (Figura 6):

$$\int_{S\left(0, t_D - \frac{\gamma}{\alpha} x_D\right)}^S \frac{\alpha}{\lambda(u)(1-\alpha)u} du = -x_D \quad (\text{B.6})$$

onde o valor na entrada $S\left(0, t_D - \frac{\gamma}{\alpha} x_D\right)$ é determinada pela segunda Eq de (B.5).

Derivando (B.6) por ambas as partes em t_D e calculando para (B.2) resulta em

$$\frac{C(x_D, t_D)}{S(x_D, t_D)} = \frac{1}{S\left(0, t_D - \frac{\gamma}{\alpha} x_D\right)} \quad (\text{B.7})$$

Isto é o valor C/S é constante ao longo da característica.

Introduzindo a função filtração (3.11) mostrando que ao longo da trajetória $t_{Dc}(x_D)$ cuja propagação tem valor constante S_c nas linha a cima da característica $t_D = t_{Dc} + \frac{\gamma}{\alpha} x_D$, onde t_{Dc} é o momento quando $S(0, t_D)$ atinge o valor S_c , ou seja $S(0, t_{Dc}) = S_c$ (Figura 6).

Por (B.4) tem-se que S decresce ao longo da característica, isto é $S\left(x_D, t_{Dc} + \frac{\gamma}{\alpha} x_D\right) < S_c$. A taxa de deposição é positiva, $\frac{\partial S}{\partial t_D} > 0$, então tem algum tempo para $S\left(x_D, t_{Dc} + \frac{\gamma}{\alpha} x_D\right)$ crescer até atingir o valor S_c no ponto x_D .

O modelo analítico para função linear foi derivado por Soo et al. (1986). Derivando a solução para função filtração linear por partes (3.11). A Figura 6 mostra cinco zonas típicas para variação da concentração depositada. Na zona I à frente da frente da concentração $S=0$. O potencial (B.1) é calculado explicitamente.

$$\Psi(S) = \frac{1}{(1-\alpha)A} \ln \frac{\lambda_0/A}{\lambda_0/A - S} \quad (B.8)$$

Por (B.4) segue a expressão para o momento t_{Dc} onde a concentração depositada na entrada atinge S_c :

$$t_{Dc} = \frac{1}{(1-\alpha)A} \ln \frac{\lambda_0/A}{\lambda_0/A - S_c} \quad (B.9)$$

Na zona II ($x_D < t_D < t_{Dc} + \frac{\gamma}{\alpha} x_D$) a solução coincide com a mesma que para coeficiente de filtração linear. Para (B.5, B.8) segue a expressão para concentração retida na entrada quando $t_D < t_{Dc}$

$$S(0, t_D) = \frac{\lambda_0}{A} \left(1 - \exp \left(-A(1-\alpha) \left(t_D - \frac{\gamma}{\alpha} x_D \right) \right) \right) \quad (\text{B.10})$$

Calculando a integral (B.6) pela condição de contorno (B.10) obtem-se a concentração retida na zona II:

$$S(x_D, t_D) = \frac{\lambda_0 \left(1 - \exp \left(-A(1-\alpha) \left(t_D - \frac{\gamma}{\alpha} x_D \right) \right) \right) \exp \left(-\lambda_0 (1-\alpha) \frac{x_D}{\alpha} \right)}{\left(\exp \left(-A(1-\alpha) \left(t_D - \frac{\gamma}{\alpha} x_D \right) \right) \right) + \left(1 - \exp \left(-A(1-\alpha) \left(t_D - \frac{\gamma}{\alpha} x_D \right) \right) \right) \exp \left(-\lambda_0 (1-\alpha) \frac{x_D}{\alpha} \right)} \quad (\text{B.11})$$

A concentração retida na entrada para $t_D > t_{Dc}$ excede S_c , então o coeficiente de filtração torna-se constante.

Por (B.5) resulta que na entrada

$$S(0, t_D) = S_c + \lambda_c (1-\alpha) \left(t_D - \frac{\gamma}{\alpha} x_D - t_{Dc} \right), t_D > t_{Dc} \quad (\text{B.12})$$

O coeficiente de filtração é constante na zona III. Por (B.6) tem-se a solução

$$S(x_D, t_D) = \left[S_c + \lambda_c (1-\alpha) \left(t_D - \frac{\gamma}{\alpha} x_D - t_{Dc} \right) \right] \exp \left(-\lambda_c \frac{(1-\alpha)}{\alpha} x_D \right) \quad (\text{B.13})$$

As zonas III e IV são separadas pela trajetória $t_{Dc}(x_D)$ na qual S é igual a S_c . A equação para a trajetória segue de (B.13)

$$t_D = t_{Dc} + \frac{\gamma}{\alpha} x_D + \frac{S_c}{\lambda_c (1-\alpha)} \left[\exp \left(\lambda_c \frac{(1-\alpha)}{\alpha} x_D \right) - 1 \right] \quad (\text{B.14})$$

A concentração retida na zona IV decresce para o valor S_c ao longo da característica que começa na curva $t_{Dc}(x_D)$. O ponto de intercessão x_{D1} da abscissa entre as características, cruza o ponto (x_D, t_D) , com a curva $t_{Dc}(x_D)$, é calculado por (B.14)

$$x_{D1} = \frac{\alpha}{\lambda_c(1-\alpha)} \ln \left[\frac{\lambda_c}{S_c} (1-\alpha) \left(t_D - \frac{\gamma}{\alpha} x_D - t_{Dc} \right) + 1 \right] \quad (\text{B.15})$$

Finalmente, a solução S na zona IV é

$$S = \lambda_0 \left\{ A + \frac{S_c}{(\lambda_0 - AS_c)} \exp \left[\lambda_0 \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \left(x_D - \frac{\alpha}{\lambda_c(1-\alpha)} \ln \left[\frac{\lambda_c}{S_c} (1-\alpha) \left(t_D - \frac{\gamma}{\alpha} x_D - t_{Dc} \right) + 1 \right] \right) \right] \right\}^{-1} \quad (\text{B.16})$$

Na zona V, a concentração retida é S_c :

$$S(x_D, t_D) = \left[S_c + \lambda_c (1-\alpha) \left(t_D - \frac{\gamma}{\alpha} x_D - t_{Dc} \right) \right] \exp \left(-\lambda_c \frac{(1-\alpha)}{\alpha} x_D \right) \quad (\text{B.17})$$

Considerando o caso da injeção de um grande banco de suspensão onde há frente de água limpa

$$t_D = \frac{\gamma}{\alpha} x_D + \Delta \quad (\text{B.18})$$

não segue a trajetória $t_{Dc}(x_D)$ (Figura 6).

A concentração retida ao longo da frente de água limpa (B.18) é:

$$S \left(x_D, \frac{\gamma}{\alpha} x_D + \Delta \right) = \left[S_c + \lambda_c (1-\alpha) (\Delta - t_{Dc}) \right] \exp \left(-\lambda_c \frac{(1-\alpha)}{\alpha} x_D \right) \quad (\text{B.19})$$

Na zona VI atrás da frente de água limpa $C=0$, e a deposição não acontece mais. A concentração retida na zona VI é a mesma que ao longo da frente de água limpa, (B.19):

$$S(x_D, t_D) = [S_c + \lambda_c (1 - \alpha)(\Delta - t_{Dc})] \exp\left(-\lambda_c \frac{(1 - \alpha)}{\alpha} x_D\right) \quad (\text{B.20})$$

A concentração em suspensão é calculada em todas as zonas explicitamente por (B.5) onde a concentração retida na entrada é calculada pela fórmula (B.10) e (B.12) para os intervalos $[0, t_{Dc}]$, e $[t_{Dc}, \Delta]$, respectivamente. A concentração em suspensão é igual a zero na zona VI

Apêndice C – J. Lacerda, A. Santos, M. E. Sallum and P. Bedrikovetsky. 2006. Validation Of Mathematical Model For Suspension Transport In Porous Media Using Laboratory Data. Submetido a Vadose Zone Journal em Setembro de 2006

Validation Of Mathematical Model For Suspension Transport In Porous Media Using Laboratory Data

J. Lacerda, A. Santos, M. E. Sallum and P. Bedrikovetsky

ABSTRACT

Mathematical model for suspension transport in porous media contains the filtration (blocking) function, which can be determined from breakthrough concentration. If the filtration function is known, the solution allows predicting the particle retention profile. Recently appeared several laboratory studies where retention profile was measured along with breakthrough curve. It allows verification of the mathematical model by comparison between the measured and modelled retention profiles.

In the current paper we treat breakthrough curves using constant and piecewise-linear filtration functions. For all the cases under consideration, measured retention profile significantly differs from that by modelling. Possible explanations of the mismatch between the laboratory and modelling data are discussed.

Transport of suspended particles in porous media occurs in numerous environmental and industrial applications like propagation of viruses and bacteria in aquifers, propagation of oil spills in soils, fines migration during water wells exploitation, filtration processes and seawater injection in oil reservoirs.

The particle capture rate is characterized by so-called filtration coefficient that is the probability for particle to be captured per unity length of its trajectory (Iwasaky, 1937; Herzig et al., 1970; Sharma and Yortsos, 1987a,b,c). Particle retention consumes vacancies and changes conditions for further retention. Therefore, filtration coefficient is a function of retention concentration. The dependency of filtration coefficient of deposited concentration is the only empirical function in the classical dispersion-free deep bed filtration model.

The reference flow time in environmental colloid transport corresponds to few pore volumes injected; suspended and captured concentrations are relatively low. Low concentration deposit does not change particle capture conditions, and dependency of filtration coefficient of retained concentration can be ignored (see Foppen and Schrijven, 2006 for detailed literature review). The detailed modelling of multi capture mechanisms requires considering the dependency of filtration coefficient of retained concentration (Johnson and Elimelech, 1995, Kuhn et al., 2000 consider linear and cubic dependencies corresponding to Langmuir and random sequential adsorption, respectively).

During seawater injection in oil reservoirs, hundred thousands of pore volumes of retention zone are injected. The retained particles occupy 0.1-0.3 of porous space and may significantly change the capture conditions and filtration coefficient.

Different particle capture mechanisms like straining and attachment (Logan et al., 1995; Schijven and Hassanizadeh, 2000; Bradford et al., 2003; Tufenkji et al., 2003; Harvey and Garabedian, 1991), bacteria die-off (Bhattacharjee et al., 2002) are considered in colloid modelling. If individual filtration coefficients are independent of individual retention concentrations, the total filtration coefficient is a sum of individual coefficients. If some individual filtration coefficients are functions of retained concentrations, the mechanisms can also be aggregated in a single overall mechanism described by the single equivalent equation for particle capture. In this case the equivalent filtration coefficient is not equal to the sum of individual filtration coefficients; it is obtained by solving the system of ordinary differential equations (Guedes et al., 2006).

The filtration coefficient depends on flow velocity, pore and particle size distributions, pore-particle geometry and interaction forces, etc. (Payatakes et al., 1974, Elimelech, et al., 1995). Filtration coefficient is proportional to flow velocity in several important cases (Rajagopalan and Tien, 1976; Tufenkji et al., 2003).

Several other physical factors can be introduced in the classical model (Herzig et al., 1970). In the case of transport of short colloid pulse with clean water drive, the hydrodynamic dispersion must be accounted for (Kretzschmar et al., 1997; Bolster et al., 1998, Unice et al., 2000; Logan, 2001, Tufenkji et al., 2003). Particle retention may change porosity and result in faster breakthrough (Corapcioglu and Choi, 1996), so the effect of retained concentration on porosity must be introduced in the model. Particle detachment is important when ionic strength (salinity) changes during column flooding (Bolster et al., 1999; Tufenkji et al., 2003).

The equations use either particle mass concentration or particle number concentration (Sun et al., 2001; Johnson et al., 1996).

Numerical packages for environmental prediction (Simunek et al., 1998, 1999) are based on the above-mentioned mathematical models.

Using the classical dispersion-free deep bed filtration model, the filtration function can be determined from either breakthrough curve or retention profile (Pieper et al., 1997; Ryan et al., 1999; Alvarez, 2004; Alvarez et al., 2006). The solution exists and is unique under physically realistic assumptions. Application of regularization procedures (Tikhonov and Arsenin, 1977) makes the inverse problem solution stable with respect to small perturbations of measured values.

Usually filtration coefficient (function) is calculated from breakthrough curve, and the retained profile is predicted by either analytical or numerical modelling.

Recently several laboratory studies where conducted with direct measurements of retention profile (Bradford et al., 2002, 2004 and 2006; Al-Abduwani et al., 2004, and Al-Abduwani, 2005). Using both breakthrough curves and retained

profiles allows verification of the classical deep bed filtration model.

Deviation from the classical suspension filtration model concluded from discrepancies between the modelled and measured retention profiles was noticed by Tufenkji and Elimelech, 2004, Al-Abduwani et al. (2004) and Al-Abduwani (2005). In the current paper the filtration coefficient was obtained from breakthrough curves, the predicted retained concentration profiles were compared with those measured in forty-one laboratory tests conducted by Bradford et al. (2002, 2004 and 2006). It was shown that the breakthrough curves under consideration can be matched by either constant or piece-wise-linear filtration coefficient. In all the cases investigated, significant disagreement between the modelling and laboratory data was observed. Possible explanations for the discrepancy are discussed.

The structure of the paper is as follows. First we briefly describe the laboratory tests further used in the paper; it is shown that the particle dispersion can be neglected. Then the analytical model for transport of suspension bank with clean water drive, considering constant filtration coefficient, is presented. (The cumbersome derivations of an analytical model for piece-wise-linear filtration function are presented in Appendix). Further follows description of aggregation procedure for several particle capture mechanisms. Afterwards the treatment of several breakthrough curves by the constant-filtration-coefficient-model is presented along with comparison between the measured and modelled retention profiles. Further the breakthrough curves are treated by piece-wise-linear filtration function; here different particle capture mechanisms that would result in this type of filtration function are presented. Finally, we discuss possible physics factors accounting for which could resolve the disagreement and consequent modification of the model.

Description of laboratory tests on suspension transport in porous columns

The laboratory tests conducted by Bradford et al. (2002, 2004 and 2006) consist of injection of

particle suspension into porous column with following clean water injection. The breakthrough concentrations were monitored. The retained particle concentration along the core was measured soon after clean water flooding. The suspension was traced by bromide.

Fluorescent latex suspensions were used as model suspension particles in the above mentioned experimental studies. Particle sizes (0.45, 1.0, 2.0, and 3.2 mm) were selected to be consistent with sizes of typical pathogenic bacteria. The low particle concentrations of the order 10^9 - 10^{11} part/L were selected to minimize any permeability reductions in the soils and to provide each column with a nearly equal mass of retained particles (approximately 3.28 mg) during tests with different flow velocity.

Various sizes of Ottawa sand and glass beads were used in the soil column experiments. Medium pore radii in different tests vary from 8 to 40 μm .

The glass beads, Ottawa sands, and the colloids possess a net negative surface charge at a neutral pH. Therefore attractive electrostatic interactions between the colloids and the vast majority of the porous media are negligibly small.

Physically heterogeneous porous systems that consisted of various combinations of a cylindrical sand lens embedded in the centre of a larger cylinder of matrix sand were used in study by Bradford et al. (2004).

A series of column experiments was undertaken by Bradford et al. (2006) to explore the influence of colloid input concentration (2, 1, 0.5, and 0.25 times a reference concentration) on particle capture rate.

Negligible dispersion

Let us estimate the impact of hydrodynamic dispersion on suspension transport for conditions of laboratory tests by Bradford et al. (2002, 2004 and 2006).

First let us show that the transitional concentration variation near to breakthrough time, observed in the tests, cannot be explained by dispersion only. Consider breakthrough curve from test with the

0.45 μm particles in the 70110 sand (Figure 4d from Bradford et al., 2002). The breakthrough time is approximately 0.75 pvi. Figure 4d shows that the transition curve matches with breakthrough curve at approximately $T=1.4$ pvi. So, the production period for the transition zone is $1.4-0.75=0.65$ pvi.

The dispersivity λ_H for this test is taken from table 4 (Bradford et al., 2002), and is equal to 0.166 cm. Core length is 12.676 cm. The inverse to Peclet number λ_H/L that is equal to dimensionless size of transition zone (see Yortsos, 1990) is 0.0130956, which is significantly lower than the transition zone length (0.65). So, the hydrodynamic dispersion can be ignored for the tests under consideration. Therefore, the concentration transition around $T=1$ pvi cannot be explained by dispersion. The transition must be interpreted as a result of varying filtration coefficient (Alvarez et al., 2006).

Treatment of other tests from papers by Bradford et al. (2002, 2004 and 2006) also allows concluding that dispersion effects can be ignored.

THEORY AND MODEL

Analytical Models for Deep Bed Filtration of Particle Suspensions in Porous Media

System of governing equations for deep bed filtration consists of mass balance of suspended and retained particles and of kinetics of particle capture

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\phi c + \sigma) + U \frac{\partial c}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial \sigma}{\partial t} = \lambda'(\sigma) U c \end{cases} \quad [1]$$

The model [1] ignores hydrodynamic dispersion of particles because in the experimental studies it is negligibly small if compared with particle advection. The velocity-dependence of filtration coefficient is also neglected.

Introduction of dimensionless parameters

$$t_D = \frac{Ut}{\phi L}, x_D = \frac{x}{L}, C = \frac{c}{c^0}, S = \frac{\sigma}{\phi c^0}, \lambda = \frac{\lambda'}{L} \quad [2]$$

results in

$$\begin{cases} \frac{\partial C}{\partial t_D} + \frac{\partial C}{\partial x_D} = -\frac{\partial S}{\partial t_D}, \\ \frac{\partial S}{\partial t_D} = \lambda(S)C \end{cases} \quad [3]$$

Initial condition corresponds to particle absence in the rock before injection

$$t_D = 0 : C = S = 0 \quad [4]$$

Boundary condition

$$x_D = 0 : C(0, t_D) = \begin{cases} 1, & 0 < t_D < \Delta \\ 0, & t_D > \Delta \end{cases} \quad [5]$$

corresponds to injection of suspension bank during time Δ followed by clean water injection.

The exact solution for the system [3] subject to initial and boundary conditions [4,5] describes transport of the suspension bank with clean water drives in porous media.

Figure 1 presents suspension and retained concentration profiles in plane of dimensionless co-ordinates (x_D, t_D) . The suspended and retained concentrations are zero ahead of concentration front $x_D = t_D$ that moves with the velocity of carrier water. The retained concentration is continuous across the front while the suspended concentration suffers discontinuity – its value just behind the front is $\exp(-\lambda t_D)$ and is zero ahead of the front.

Consider first the case of constant filtration coefficient. Substitution of kinetics rate into mass balance Eq. [3] results in

$$\frac{\partial C}{\partial t_D} + \frac{\partial C}{\partial x_D} = -\lambda C \quad [6]$$

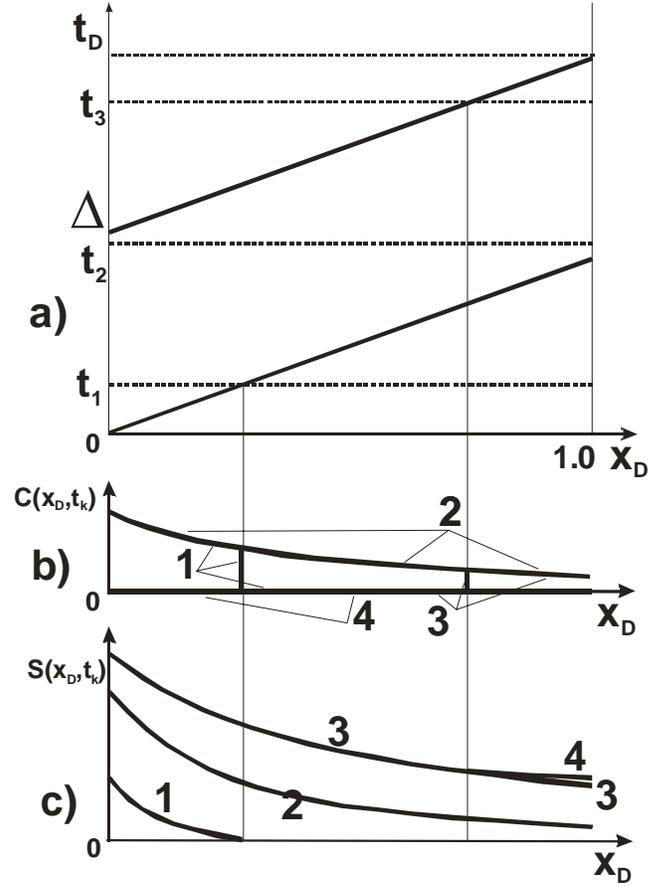


Fig. 1. Suspension transport with constant filtration coefficient (a) trajectories of concentration fronts in plane (x_D, t_D) , (b) suspended concentration profiles in moments t_1, t_2 and t_3 and (c) evolution of retained concentration profile (moments t_1, t_2 and t_3)

Linear hyperbolic Eq. [6] subject to initial and boundary conditions [4,5] is integrated using method of characteristics

$$C(x_D, t_D) = \begin{cases} 0, & 0 < t_D < x_D, t_D > x_D + \Delta \\ \exp(-\lambda x_D), & x_D < t_D < x_D + \Delta \end{cases} \quad [7]$$

From second Eq. [3] follows that function S is obtained by integration of function C [7] in time

$$S(x_D, t_D) = \begin{cases} 0, & t_D < x_D \\ \lambda(t_D - x_D) \exp(-\lambda x_D), & x_D < t_D < x_D + \Delta \\ \lambda \Delta \exp(-\lambda x_D), & t_D \geq x_D + \Delta \end{cases} \quad [8]$$

Figure 1 b, c present profiles of suspended and deposited concentrations, respectively, at four moments t_{D1} , t_{D2} , t_{D3} and t_{D4} . At the moment t_{D1} the concentration front has not reached the core outlet yet. It reaches the outlet before the moment t_{D2} . The moment t_{D3} follows the beginning of clean water injection ($t_{D3} > \Delta$). At the moment $t_{D4} > 1 + \Delta$ the particle suspension bank have already been swept from the core.

Equation [7] determines a step function breakthrough curve with a single effluent value c_1 . It allows calculation of filtration coefficient from the effluent concentration

$$\lambda = -\ln c_1 \quad [9]$$

The deposition profile [8] after the suspension bank has left the core in semi logarithmic coordinates is straight line

$$t_D \geq 1 + \Delta : \ln S(x_D, t_D) = \ln(\lambda \Delta) - \lambda x_D \quad [10]$$

Both constants of straight line are determined by filtration coefficient λ . The value of λ can be determined from the retention profile by optimisation procedure.

Now let us consider the filtration coefficient that is a linear function of retained concentration S from zero up to some critical value S_c and is constant for higher retained concentrations:

$$\lambda(S) = \begin{cases} \lambda_0 - AS & 0 < S < S_c \\ \lambda_c & S > S_c \end{cases}, \quad A = \frac{\lambda_0 - \lambda_c}{S_c} \quad [11]$$

Explicit formulae for suspended and retained concentrations are derived in Appendix.

Figure 8 presents six characteristic zones with different behaviour of deposition system. Concentrations equal the initial values (zero)

ahead of concentration front in zone I, where $t_D < x_D$. Filtration function is linear in zones II and IV. In zone II, where $x_D < t_D < x_D + t_{Dc}$, retained concentration monotonically decreases along characteristics from inlet values $S(0, t_D)$. Along the front $t_D = t_{Dc}(x_D)$, retained concentration reaches the critical value S_c . Retained concentration increases with time behind the front in zones III and V ($t_{Dc}(x_D) < t_D < x_D + \Delta$) from value λ_c , where the filtration coefficient is constant. Ahead of the front in zone IV retained concentration monotonically decreases along characteristics from value S_c . So, the filtration function is linear in zone IV. Suspended concentration is zero and retained concentration is steady state behind the clean water front in zone VI ($t_D > x_D + \Delta$).

Suspension flow with several particle capture mechanisms

Capture of particles by porous matrix happens due to different physics mechanisms: straining (size exclusion), sorption, electric attraction, diffusion, gravity segregation, bridging (Foppen et al., 2005; Bradford et al, 2002; Elimelech 1995). Figure 2 shows capture of particles in a single pore due to several mechanisms.

The mathematical model for n simultaneous capture mechanisms contains n capture kinetics equations [second Eq. 1]

CAPTURE MECHANISMS OF SOLID & LIQUID PARTICLES

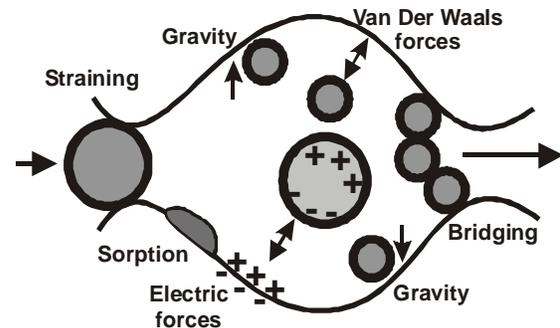


Fig. 2. Different physics mechanisms of colloid capture in porous media

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial t} = \lambda'_i(\sigma_1, \sigma_2 \dots \sigma_n) U c, \quad i = 1, \dots, n$$

Nevertheless, the total of individual filtration coefficients

$$\lambda = \sum_{i=1}^n \lambda_i(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n), \sigma = \sum \sigma_i, \lambda = \lambda(\sigma)$$

can be expressed via the total retained concentration σ (Guedes et al., 2006). The function $\lambda(\sigma)$ is obtained from the solution of system of n ordinary differential equations (so called aggregation procedure). So, multi-capture deep bed filtration can be described by one-capture model.

RESULTS

Laboratory Data Treatment: Constant Filtration Coefficient

The case of constant filtration coefficient corresponds to flow of low concentration suspensions during few injected pore volumes, where the retention of low concentrated particles does not modify porous space and the matrix surface. Therefore, the conditions for particle capture remain the same, and retention is going on with constant intensity.

We assume that during the short period suspension bank injection, the retained particles do not alter the matrix surface and capture conditions. Therefore, we assume the constant filtration coefficient.

Figures 3-6a present breakthrough curves (dotted curves). The outlet concentration is constant for the case of constant filtration coefficient [7]; breakthrough curves exhibit constant plateaus; so the laboratory test data (Fig. 3-6) were treated using the assumption that filtration coefficient is constant.

Low particle concentrations, used in tests, were deliberately chosen to avoid alternation of porous media permeability and consequent pressure

gradient increase (Bradford et al., 2002, 2004, 2006). So, particle detachment by erosion due to drag force increase during the suspension transport can be neglected. Nevertheless, some detachments takes place due to salinity alternation from suspension to water drive, as it can be seen from suspended concentration “tails” after production of particle bank (Figs.3, 4). The mathematical model under investigation [1] does not account for particle detachment.

Figures 3-6b show the experimental result adjustment by the model with constant filtration coefficient. According to analytical solution, the particle arrival time is 1 p.v.i., the arrival of clean water front takes place at the moment $1+\Delta$, where Δ is the slug volume. So, breakthrough concentration is equal zero for $t_D > 1+\Delta$. Nevertheless, the experimental data for the time near to arrival of rear concentration front are located above the simulated curve (Figs3a e 4a). It could be explained by particle detachment during water drive injection.

Experimental and modelled retained profiles in Fig. 3b confirm the detachment hypothesis - the simulated curve using the detachment-free model (1) is located above the experimental curve. Nevertheless, Fig. 4b exposes an opposite behaviour of experimental retention curve – it is located above the curve predicted by modelling.

For the case of constant filtration coefficient, the governing Eq. [6] is linear. So, the solution for the bank injection can be decomposed into those for continuous suspension injection into a clean bed and for clean water injection into suspension-saturated bed. In order to avoid the detachment phenomena, we treat the breakthrough curves that correspond to continuous suspension injection. The increased intervals up to the plateaus are taken from laboratory measurements; we assume that plateaus remain further.

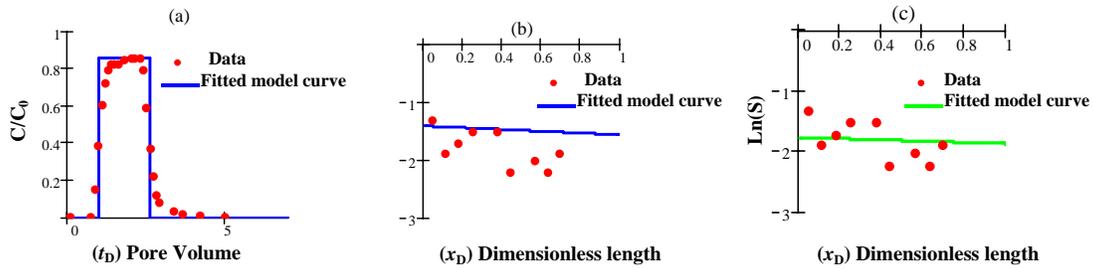


Fig. 3. Fitting laboratory test by Bradford et al, 2002; test 2030 - 0,45: (a) effluent concentration curve, (b) particle retention profile calculated for constant filtration coefficient obtained from the breakthrough curve and (c) adjustment of particle retention profile.

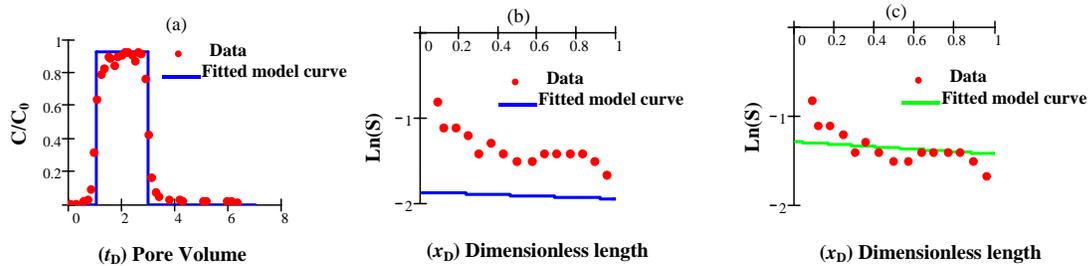


Fig. 4. Fitting lab test by Bradford et al, 2002; test MIX - 0,45: (a) breakthrough curve, (b) retention profile calculated for filtration coefficient obtained from the breakthrough curve and (c) retention profile adjustment.

The data treatment procedure is as follows. First the breakthrough curves (a) in Figs. 3-6 were treated using Eq. [6] with calculation of the filtration coefficient $\lambda=\lambda_1$ by formula [9]. Then deposition profile was calculated by [8] (Fig. 3-6b) using filtration coefficient $\lambda=\lambda_1$. Afterwards the measured retained profile was fitted by Eq. [10] by minimisation of the squared difference between the curves with calculation of the filtration coefficient $\lambda=\lambda_2$.

Figures 3-6a show that the breakthrough curves fit well to exact solution [7]. The corresponding plots for solution of retained concentration significantly differ from the measured deposition profiles (Figs. 3-6b). Even the optimised adjustment of measured deposition profile using exact solution [10] does not result in a good agreement between experimental and modelled data (Figs. 3-6c).

Altogether 34 breakthrough and deposition curves as measured by Bradford et al. (2002, 2004 and 2006) have been treated. The breakthrough curves are approximated by step functions fairly well. The results of filtration coefficients as obtained from breakthrough curves (λ_1) and from retention

profiles (λ_2) are presented in Table 1. Significant difference between the values λ_1 and λ_2 can be observed in almost all cases.

The flow was stopped after injection of some clean water and retention profile was measured soon after the injection of the suspension bank. Some detachment could take place during short period of clean water flooding. Nevertheless, even if detachment would play some role, the experimental particle retention profile would always lie below the simulated retention profile, which is not the case (see Fig. 4b, for example). So, detachment cannot explain the data disagreement.

Fig. 7 shows dependency of filtration coefficient versus ratio between mean particle and pore sizes (so called jamming ratio). In the case of dominant size exclusion capture, the relationship between particle and pore sizes would determine whether the particle passes the pore or is captured; zoom of the 3D image of porous space with flowing particles would not affect the probability for particle to be captured; therefore, the jamming ratio as a zooming invariant would determine the

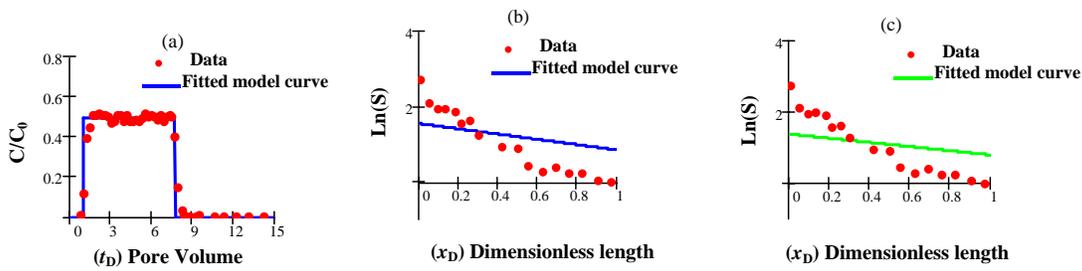


Fig. 5. Fitting lab test by Bradford et al, 2006; test 3550 – 1,0 – 0,5°C: (a) the effluent concentration curves (b) particle retention profile adjust by breakthrough curves and (c) adjustment of particle retention profile.

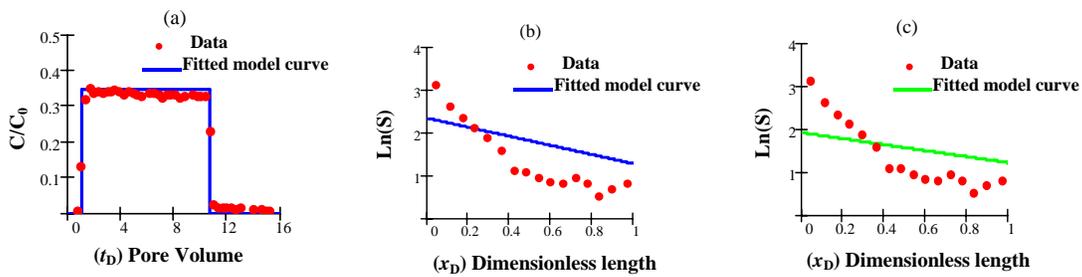


Fig. 6. Fitting for lab test Bradford et al, 2006, test 3550 – 1,0 – 0,25°C (a) the effluent concentration curves, (b) retention profile calculated for filtration coefficient obtained from the breakthrough curve and (c) adjustment by olution for particle retention profile.

filtration coefficient. Two linear regressions in Fig. 7 correspond to two sets of test data as taken from the paper by Bradford et al. (2002): Fig. 7a corresponds to 16 flooding tests performed for four particle size colloids and four pore sizes; Fig. 7b corresponds to four tests with different size particles in glass beads media.

Monotonically increasing filtration coefficient as a function of jamming ratio shows that size exclusion is a dominant particle capture mechanism for the test conditions.

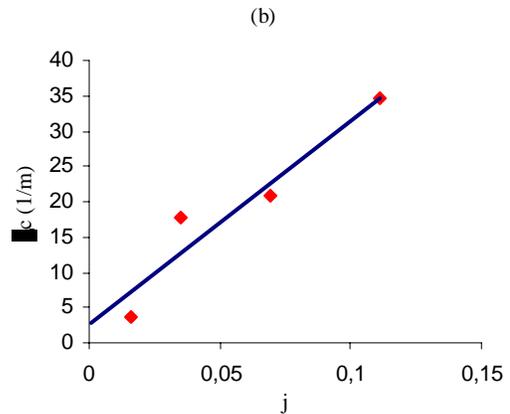
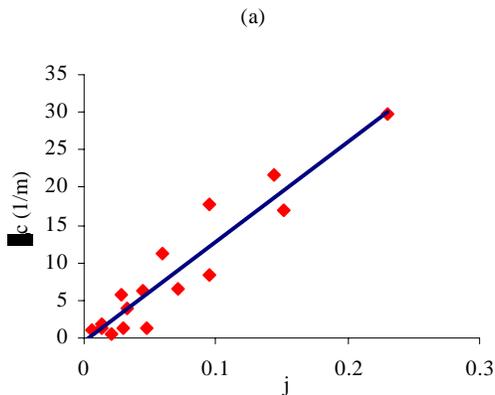


Fig. 7. Dependency of filtration coefficient of jamming ratio (a) from 16 tests of colloid flow in Ottawa sands (by Bradford et al., 2002) and (b) from 4 laboratory tests on colloid transport in glass beads (by Bradford et al., 2002).

It is worth mentioning that the dependency $\lambda(j)$ should not be necessarily linear; nevertheless, monotonic behaviour is expected. Capture rate is zero for zero jamming ratio if size exclusion is the only capture mechanism. Therefore, the point of

intersection between the curve $\lambda(j)$ with axes $j=0$ provides with filtration coefficient for other capture mechanisms. Both correlations in Fig. 7 allow claiming that other mechanisms (attachment, gravity, etc.) are negligible if compared with size exclusion. Bradford et al., 2002 also claim the straining dominance. It is worth mentioning that the attempts for correlating the filtration coefficient with the jamming ratio were made in several works (van Oort et al., 1993, Bedrikovetsky et. al., 2003). The lack of correlation was explained by the fact that size exclusion was not a dominant capture mechanism. Curves in Fig. 7 show the dominance of straining in conditions of laboratory tests by Bradford et al. (2002).

Data Treatment using Piecewise Linear Filtration Coefficient

The outlet concentration is constant for the case of constant filtration coefficient. If filtration coefficient linearly decreases with increase of retained concentration up to zero remaining zero for higher retained concentrations (so called blocking function), effluent concentration increases and tends to unity as time tends to infinity.

Experimental data by Bradford et al. (2002 and 2006) exhibit breakthrough curves monotonically increasing from zero and tending to constant as number of pore volumes injected tends to infinity. Therefore, we treat the data using the filtration function that is linear up to some transition deposition value S_c and remains constant for higher values of retained concentration, formula [11].

Let us describe possible capture scenario by the filtration function [11]. Consider rather wide pore size distribution comparing with distribution of particles. Size exclusion results in decreasing of the number of small vacant pores, so the filtration function should decrease during retained particle accumulation. When all lower size pores are plugged, particles move in larger pores without being captured. For this case, the filtration

function monotonically decreases and remains zero after retained concentration reaches some critical value (so called blocking function).

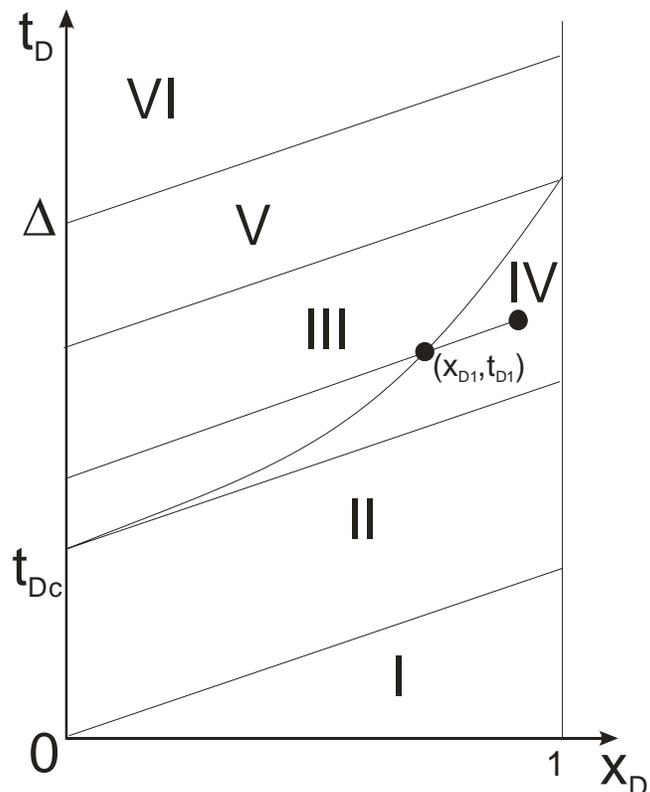


Fig. 8. Six typical zones during propagation of colloid bank in porous column in plane (x_D, t_D) .

Consider also low intensity attachment where the retained particles do not change the grain surface and capture conditions. In this case the filtration coefficient is constant. The filtration function [11] corresponds also to simultaneous particle capture by straining and low intensity attachment. Bradford et al., 2002, from interpretation of the breakthrough curves, also conclude the existence of two simultaneous capture mechanisms one of which is straining. They explain sharp decrease of retention profiles near to inlet (Figs. 9-11b) by straining that is believed to be a primary mechanism for colloid removal by the soil. Measurements show that the larger are the particles and the smaller are the grains the higher are the retention concentrations, as it should be for size exclusion capture.

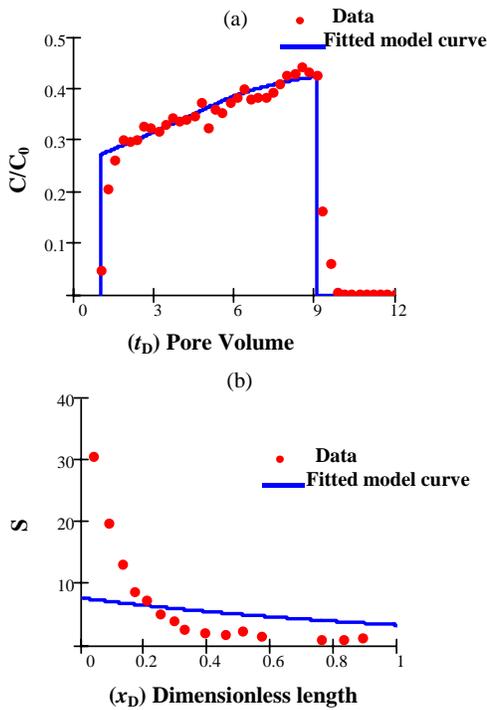


Fig. 9. Fitting for lab test Bradford et al., 2006, by the model with piecewise linear filtration function; test MIX – 1,0 – 0.5*C (a) effluent concentration curve and (b) particle retention profile.

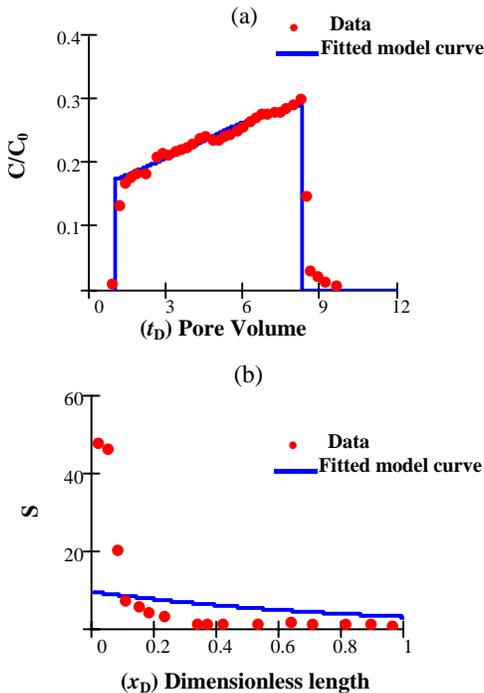


Fig. 10. Fitting for lab test Bradford et al., 2006, using the piecewise linear filtration function; case 70110 – 1,0 – 0.5*C (a) breakthrough curve and (b) retention profile.

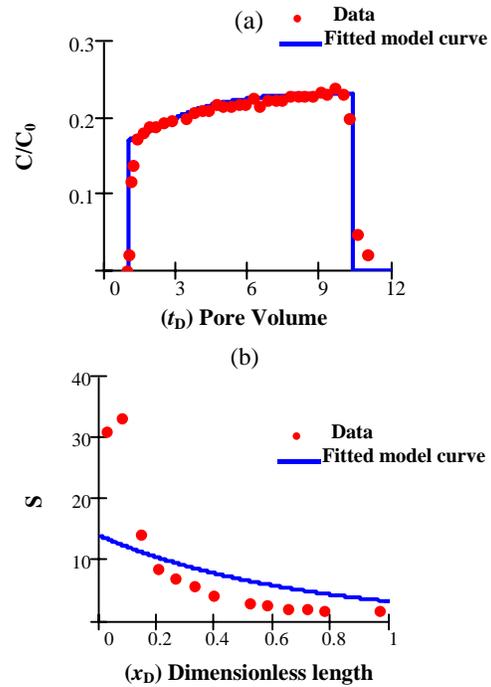


Fig. 11. Fitting for lab test Bradford et al., 2006, by the model with piecewise linear filtration function; test 70110 – 1,0 – 0.25*C (a) the effluent concentration curves and (b) retention profile.

After the initial sharp decrease in mass removal with increasing distance from the column inlet, $x_D > 0.2$, the retained colloid mass fraction decreases more smoothly. Bradford et al., 2002 explain it by attachment domination. To support the hypothesis, they note that retained profile is almost the same for particles with different sizes. Langmuir sorption of particles on grains corresponds to filtration coefficient that linearly decreases with increase of retained concentration remaining zero for higher retained concentrations where all vacant sites on grain surface are already filled. Straining of small particles corresponds to constant filtration coefficient. This scenario also corresponds to the form [11] of the filtration function.

An analytical solution for the suspension transport problem [3-5] with filtration function [11] is derived in Appendix. The breakthrough curves are presented in Figs. 9-11a. Effluent particle concentration is zero before the breakthrough (zone I). In zone II the outlet is given by the solution that corresponds to linear filtration

function, formula [22]; the breakthrough concentration increases from value $c^0 \exp(-\lambda_0 L)$ at the moment of concentration front arrival at the column outlet.

Further concentration increase occurs in zone IV where the solution is a combination of formulae for linear and for constant filtration functions, see [26, 27]. Breakthrough concentration is constant $c^0 \exp(-\lambda_c L)$ in zone V which corresponds to constant filtration coefficient λ_c .

The effluent concentration remains constant for the case of continuous injection and drops to zero when the clean waterfront reaches the outlet (Fig. 8).

Figures 9-11a present the fitting of the breakthrough curves by solution [20-31]. The rising intervals of effluent curves correspond to linear interval of filtration function (zones II and IV in Fig. 8). The plateaus correspond to constant filtration coefficient $\lambda = \lambda_c$ (zone V).

Breakthrough curve in Fig. 11 exhibit concentration plateau while the curves in Figs. 9 and 10 increases. It can be explained by the suspension bank size – if during the colloid injection period the critical retained concentration was not reached, $\Delta < t_{D1}$, the particle capture is governed by the linear interval of the filtration function [11] in zones II and IV, and the effluent concentration increases. Otherwise, for $\Delta < t_{D1}$, the last part of the breakthrough curve corresponds to zone V.

Note that the breakthrough curves are fitted by analytical solution with good accuracy (Figs. 9-11a) while deposition curves significantly differ from the modelling results (Figs. 9-11b).

DISCUSSIONS

The classical dispersion-free deep bed filtration model contains one empirical function – filtration coefficient. The filtration function can be uniquely determined from either breakthrough curve or retention profile. Either inverse problem is well posed.

Therefore, simultaneous measurement of breakthrough curves and deposition profiles

during laboratory deep bed filtration tests allows verification of the classical model by comparison of two filtration functions as obtained from two different sources.

The breakthrough curves for thirty tests are well adjusted by the model with constant filtration coefficient but the measured and calculated deposition profiles differ significantly.

Seven breakthrough curves that do not fit to constant filtration coefficient were treated using piecewise linear filtration function. Again, the breakthrough curves are well fitted by the analytical model while the calculated retention profiles significantly differ from those measured.

The discrepancy between the modelling and laboratory data allows concluding the necessity for modification of the classical deep bed filtration model. Additional research is warranted to indicate physics factors to be accounted for in the modified model for suspension transport in porous media. Let us discuss some possibilities.

The discrepancy cannot be explained by several simultaneous capture mechanisms. The model for multiple capture with first-order kinetics is mathematically equivalent to the one-capture model (Guedes et al., 2006) where the filtration function is uniquely determined by either breakthrough curve or retention profile.

The capture mechanism not obeying the first-order retention kinetics is bridging, where the order of the particle-pore “reaction” highly exceeds unity. Nevertheless, low suspension concentrations used in tests by Bradford cannot suggest bridging to be a dominant capture mechanism.

Some tests exhibit breakthrough time lower than unity that could be explained by inaccessible pore volume for large particles i.e., large particle cannot enter small pores. Bradford et al., 2002, 2003 and 2004 suggest that straining becomes an important capture mechanism for jamming ratio higher than 0.01. Tufenkji et al., 2003 suggest that size exclusion mechanism is sounded when the jamming ratio exceeds 0.1, which is the case for majority of the tests investigated above.

The size exclusion suspension transport model contains accessibility and flux reduction factors

besides the filtration coefficient (Santos and Bedrikovetsky, 2006). Both factors are functions of retention concentration. Finally, the breakthrough curve and retention profile can be treated simultaneously by adjustment of three empirical functions. So, tuning the size exclusion model could be one way around to explain the above-mentioned disagreement between laboratory and modelling data.

Size exclusion rate intensity is determined by relationship between pore and particle sizes, so the micro scale description accounting for pore and particle size distributions is essential (Sharma and Yortsos, 1987). The stochastic micro models like Sharma and Yortsos, 1987 or Santos and Bedrikovetsky, 2006 may be used for interpretation of the laboratory tests with simultaneous measurements of breakthrough curves and retention profiles.

Conclusions

Analytical modelling of suspension transport in porous media and treatment of laboratory data allows concluding the follows:

- the breakthrough curve with arising interval followed by plateau can be fitted by analytical model with filtration function that decreases at the beginning of particle retention and remains constant for high deposition concentrations;
- this form of filtration function is interpreted as simultaneous intensive straining with low intensity particle attachment;
- the model cannot simultaneously adjust the measured breakthrough curve and retention profile; the breakthrough curves are well fitted by analytical models with different shapes of filtration function while the measured retained profiles significantly differ from those measured.

Appendix. Analytical model for suspension transport in porous media with piecewise linear filtration coefficient

Let us first discuss the analytical solution of system [3] for any filtration function $\lambda(S)$. See Herzig et al., 1970 or Alvarez et al., 2006 for details.

Introduction of potential

$$\Psi(S) = \int_0^S \frac{dy}{\lambda(y)}, \quad [12]$$

allows transformation of second Eq. [3] to the following form:

$$\frac{\partial \Psi(S)}{\partial t_D} = C, \quad [13]$$

Substituting C from [13] into first Eq. [3] and integrating from 0 to t_D , we obtain

$$\frac{\partial \Psi(S)}{\partial t_D} + S + \frac{\partial \Psi(S)}{\partial x_D} = \left(\frac{\partial \Psi(S)}{\partial t_D} + S + \frac{\partial \Psi(S)}{\partial x_D} \right) \Big|_{t_D=0} \quad [14]$$

From initial conditions [4] follows that the right hand side of Eq. [14] is zero. Eq. [14] becomes

$$\frac{\partial \Psi(S)}{\partial t_D} + \frac{\partial \Psi(S)}{\partial x_D} = -S, \quad [15]$$

From [4,5] and [13] follow initial and boundary conditions for Eq. [15]

$$\Psi(S(x_D, 0)) = 0; \quad \Psi(S(0, t_D)) = t_D. \quad [16]$$

Integrating Eq. [15] along characteristics $t_D = t_0 + x_D$, $0 < t_0 < \Delta$ from 0 to x_D , we obtain the solution of the initial-boundary value problem [16] for $x_D < t_D$ (Fig. 8):

$$S \int_{0, t_D - x_D}^{x_D} \frac{du}{u \lambda(u)} = -x_D \quad [17]$$

where the value at the inlet $S(0, t_D - x_D)$ is determined by second Eq. [16]. Derivation of both parts of [17] in t_D and accounting for [13] results in

$$\frac{C(x_D, t_D)}{S(x_D, t_D)} = \frac{1}{S(0, t_D - x_D)} \quad [18]$$

i.e. the value C/S is constant along characteristics. Now we discuss the filtration function [11]. Let us show that the trajectory $t_{Dc}(x_D)$ along which propagates constant value S_c lies above the characteristic $t_D = t_{Dc} + x_D$, where t_{Dc} is the moment when $S(0, t_D)$ achieves value S_c , i.e. $S(0, t_{Dc}) = S_c$ (Fig. 8).

From [15] follows that S decreases along a characteristic, i.e. $S(x_D, t_{Dc} + x_D) < S_c$. The deposition rate is positive, $\frac{\partial S}{\partial t_D} > 0$, so it will take some time for $S(x_D, t_{Dc} + x_D)$ to grow up until reaching the value S_c in point x_D .

Following Soo et al., 1986, let us derive the solution for the piecewise linear filtration function [11]. Fig. 8 shows five typical zones for deposited concentration variation. In zone I ahead of the concentration front $S=0$.

The potential [12] is calculated explicitly

$$\Psi(S) = \frac{1}{A} \ln \frac{\lambda_0/A}{\lambda_0/A - S} \quad [19]$$

From [16] follows expression for the moment t_{Dc} when inlet deposited concentration reaches S_c :

$$t_{Dc} = \frac{1}{A} \ln \frac{\lambda_0/A}{\lambda_0/A - S_c} \quad [20]$$

In zone II ($x_D < t_D < t_{Dc} + x_D$) the solution coincides with that for linear filtration coefficient. From (16,19) follows the expression for inlet retained concentration when $t_D < t_{Dc}$

$$S(0, t_D) = \frac{\lambda_0}{A} (1 - \exp(-A t_D)) \quad [21]$$

Calculation of integral in [17] accounting for boundary condition [21] allows obtaining the retained concentration in zone II:

$$S(x_D, t_D) = \frac{\frac{\lambda_0}{A} (1 - \exp(-A t_D + A x_D)) \exp(-\lambda_0 x_D)}{(\exp(-A t_D + A x_D) + (1 - \exp(-A t_D + A x_D)) \exp(-\lambda_0 x_D))} \quad [22]$$

The retained concentration on the inlet for $t_D > t_{Dc}$ exceeds S_c , so filtration coefficient becomes constant.

From [16] follows that at the inlet

$$S(0, t_D) = S_c + \lambda_c (t_D - t_{Dc}), t_D > t_{Dc} \quad [23]$$

The filtration coefficient is constant in zone III. From [17] follows the solution

$$S(x_D, t_D) = [S_c + \lambda_c (t_D - x_D - t_{Dc})] \exp(-\lambda_c x_D) \quad [24]$$

Zones IV and III are separated by curve $t_{Dc}(x_D)$ along which S equals S_c . The equation for the curve follows from [24]:

$$t_D = t_{Dc} + x_D + \frac{S_c [\exp(\lambda_c x_D) - 1]}{\lambda_c} \quad [25]$$

Retained concentration in zone IV decreases from value S_c along characteristics that start at the curve $t_{Dc}(x_D)$. Abscissa x_{D1} of the intersection point between characteristic, crossing point (x_D, t_D) , with the curve $t_{Dc}(x_D)$, is calculated from [25]

$$x_{D1} = \frac{1}{\lambda_c} \ln \left[\frac{\lambda_c}{S_c} (t_D - x_D - t_{Dc}) + 1 \right] \quad [26]$$

Finally, solution S in IV zone is

$$S = \lambda_0 \left\{ A + \frac{(\lambda_0 - AS_c)}{S_c} \exp \left[\lambda_0 \left(x_D - \frac{1}{\lambda_c} \ln \left[\frac{\lambda_c}{S_c} (t_D - x_D - t_{Dc}) + 1 \right] \right) \right] \right\}^{-1} \quad [27]$$

In V zone, the retained concentration is above S_c :

$$S(x_D, t_D) = [S_c + \lambda_c (t_D - x_D - t_{Dc})] \exp(-\lambda_c x_D) \quad [28]$$

Consider the case of large suspension bank injection where the clean water front

$$t_D = \Delta + x_D \quad [29]$$

does not catch up the trajectory $t_{Dc}(x_D)$ (Fig. 8). The retained concentration along the clean waterfront [29] is:

$$S(x_D, \Delta + x_D) = [S_c + \lambda_c (\Delta - t_{Dc})] \exp(-\lambda_c x_D) \quad [30]$$

In zone VI behind the clean water front $C=0$, and further deposition does not happen. The retained concentration in zone VI is the same as along the clean waterfront, [30]:

$$S(x_D, t_D) = [S_c + \lambda_c (\Delta - t_{Dc})] \exp(-\lambda_c x_D) \quad [31]$$

Suspension concentration is calculated in all zones explicitly from [18] where retained concentration at the inlet is calculated by formulae [21] and [23] for time intervals $[0, t_{Dc}]$, and $[t_{Dc}, \Delta]$, respectively. Suspension concentration is equal zero in sixth zone.

REFERENCES

Al-Abduwani, F. A. H., W.M.G. van den Broek, and P.K. Currie. 2004. Laboratory and Mathematical Study of Produced Water Re-injection in Oil Reservoirs. Presented at the European Water Management Symposium, UK, Aberdeen, 21-22 May.

Al-Abduwani, F. A. H., B.-R. de Zwart, R. Farajzadeh, W. M. G. T. van den Broek, and P. K. Currie. 2004. Utilizing Static Filtration Experiments to Test Existing Filtration Theories for Conformance. 2nd Produced Water Workshop, Aberdeen, UK, 21st – 22nd April.

Al-Abduwani F. A. H. 2005. Internal Filtration and External Filter Cake Build-up in Sandstones. PhD diss, Delft University of Technology, The Netherlands.

Alvarez, A.C. 2004. Inverse problems for deep bed filtration in porous media. PhD diss, Department of Fluid Dynamics, IMPA – Institute of Pure and Applied Mathematics: Rio de Janeiro. p. 149.

Alvarez, A. C., P. Bedrikovetsky, G. Hime, D. Marchesin, J. R. Rodríguez. 2006. A fast inverse solver for the filtration function for flow of water with particles in porous media, Journal of Inverse Problems 22: 69-88.

Bedrikovetsky P.G., D. Marchesin, F. Checaira, A. L. Serra, and E. Resende, 2001. Characterization of Deep Bed Filtration System from Laboratory Pressure Drop Measurements. Journal of Petroleum Science and Engineering. No. 3 64:167-177

Bedrikovetsky, P., P. Tran, W.M.G. van den Broek, D. Marchesin, E. Resende, A. Siqueira, A. L. Serra, and F. Shecaira. 2003. Damage Characterization of Deep Bed Filtration from Pressure Measurements. J. Soc Petr Eng: Prod and Facilities 3:119-128.

Bedrikovetsky P.G., 1993, Mathematical Theory of Oil & Gas Recovery (With applications to ex-USSR oil & gas condensate fields), Kluwer Academic Publishers, London-Boston-Dordrecht, 600 p.

Bhattacharjee, S., J.N. Ryan, M. Elimelech. 2002. Virus transport in physically and geochemically

heterogeneously subsurface porous media. *J. Cont. Hydrol.* 57:161–187

Bolster, C.H., G.M Hornberger, A.L.Mills, and J.L Wilson. 1998. A method for calculating bacterial deposition coefficients using the fraction of bacteria recovered from laboratory columns. *Environ. Sci. Technol.* 32:1329.

Bolster, C. H., A. L. Mills, G. M. Hornberger, and J. S. Herman. 1999. Spatial distribution of bacteria experiments in intact cores. *Water Resour. Res.* 35:1797–1807.

Bradford, S.A., S.R. Yates, M. Bettahar, J. Simunek. 2002. Physical factors affecting the transport and fate of colloids in saturated porous media. *Water Resour. Res.* 38(12):1327 DOI:10.1029/2002WR001340.

Bradford, S.A., J. Simunek, M. Bettahar, M.Th. van Genuchten, and S.R.Yates. 2003. Modeling colloid attachment, straining, and exclusion in saturated porous media. *Environ. Sci. Technol.* 37:2242– 2250.

Bradford, S.A, M. Bettahar, J. Simunek, and M.Th. van Genuchten. 2004. Straining and Attachment of Colloids in Physically Heterogeneous Porous Media. *Vadose Zone Journal* 3:384–394.

Bradford, S.A, M. Bettahar. 2006. Concentration dependent transport of colloids in saturated porous media. *Journal of Contaminant Hydrology.* 82: 99–117.

Corapcioglu, M. Y., and H. Choi. 1996. Modeling colloid transport in unsaturated porous media and validation with laboratory column data. *Water Resour. Res.* 32:3437–3449.

Elimelech M., J. Xiadong, J. Gregory, R. Williams. 1995. *Particle Deposition & Aggregation: Measurement, Modelling and Simulation*, Butterworth-Heinemann: Oxford, England.

Foppen, J.W.A., A. Mporokoso, J.F. Schijven. 2005. Determining straining of *Escherichia coli* from breakthrough curves, *Journal of Contaminant Hydrology* 76:191–210.

Foppen, J.W.A., J.F. Schijven. 2006. Evaluation of data from the literature on the transport and survival of *Escherichia coli* and thermotolerant coliforms in aquifers under saturated conditions. *Water Research* 40:401-426.

Guedes, R. G., Al-Abduwani, F., Bedrikovetsky, P., Currie, P. 2006. Injectivity Decline Under Multiple Particle Capture Mechanisms, SPE paper 98623 presented at the 2006 SPE International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control held in Lafayette, Louisiana, 15-17 February.

Harvey, R. W., and S. P. Garabedian. 1991. Use of colloid filtration theory in modeling movement of bacteria through a contaminated sandy aquifer. *Environ. Sci. Technol.* 25:178– 185.

Herzig, J.P., Leclerc, D.M. and le Goff, P. 1970. Flow of Suspensions through Porous Media – Application to Deep Filtration. *Ind. Eng. Chem.* 62(8):8-35

Iwasaki, T. 1937. Some Notes on Sand Filtration. *J. Amer. Water Works Assoc.* 29:1591.

Johnson, P.R., M. Elimelech. 1995. Dynamics of colloid deposition in porous media: blocking based on random sequential adsorption. *Langmuir* 11(3):801– 812.

Johnson, P.R., N. Sun, M. Elimelech. 1996. Colloid transport in geochemically heterogeneous porous media: modelling and measurements. *Environ. Sci. Technol.* 30:3284–3293.

Kretzschmar R., K. Barmettler, D. Grolimund, Y. de Yan, M. Borkovec, and H. Sticher. 1997. Experimental determination of colloid deposition

rates and collision efficiencies in natural porous media. *Water Resour. Res.* 33:1129

Kuhnen, F., K. Barmettler, S. Bhattacharjee, M. Elimelech and R. Kretzschmar, 2000. Transport of Iron Oxide Colloids in Packed Quartz Sand Media: Monolayer and Multilayer Deposition, *J. Coll. Inter. Sci.* 231:32–41

Logan, B. E., D. G. Jewett, R. G. Arnold, E. J. Bouwer, and C. R. O'Melia, 1995. Clarification of clean-bed filtration models, *J. Environ. Eng.*, 121, 869– 873.

Logan, D.J. 2001. *Transport Modeling in Hydrogeochemical Systems.* Springer.

Payatakes, A.S., R. Rajagopalan and C. Tien. 1974. Application of Porous Medium Models to the Study of Deep Bed Filtration. *The Canadian Journal of Chemical Engineering.* 52:727.

Pieper, A. P., J. N. Ryan, R. W. Harvey, G. L. Amy, T. H. Illangasekare, and D. W. Metge. 1997. Transport and recovery of bacteriophage PRD1 in a sand and gravel aquifer: Effect of sewage-derived organic matter. *Environ. Sci. Technol.* 31:1163–1170.

Rajagopalan, R. and C. Tien. 1976. Trajectory analysis of deep-bed filtration with the sphere-in-a-cell porous media model. *AIChE J.* 22:523–533.

Ryan, J. N., M. Elimelech, R. A. Ard, R. W. Harvey, and P. R. Johnson. 1999. Bacteriophage PRD1 and silica colloid transport and recovery in an iron oxide-coated sand aquifer. *Environ. Sci. Technol.* 33:63–73.

Santos, A. and P. G. Bedrikovetsky. 2006. A Stochastic model for particulate suspension flow in Porous Media. *Journal of Transport in Porous Media* No(13):30-52.

Schijven, J. F. and S. M. Hassanizadeh. 2000. Removal of viruses by soil passage: Overview of

modeling, processes, and parameters. *Crit. Rev. Environ. Sci. Technol.* 30:49–127.

Sharma, M. M. and Y. C. Yortsos. 1987a: Transport of Particulate Suspensions in Porous Media: Model Formulation. *AIChE J.* 33(13):1636.

Sharma, M. M. and Y. C. Yortsos. 1987b: A network model for deep bed filtration processes. *AIChE J.* 33(13):1644-1653.

Sharma, M. M. and Y. C. Yortsos. 1987c: Fines migration in porous media. *AIChE J.* 33(13):1654-1662.

Simunek, J., K. Huang, , M. Sejna, , M. Th. van Genuchten. 1998. The HYDRUS-1D software package for simulating the one-dimensional movement of water, heat, and multiple solutes in variably-saturated media—Version 2.0, IGWMC-TPS-70. International Ground Water Modeling Center, Colorado School of Mines, Golden, Colorado. p. 186.

Simunek, J., M. Sejna, and M.Th. van Genuchten. 1999. The HY-DRUS-2D software package for simulating two-dimensional movement of water, heat, and multiple solutes in variably saturated media. Version 2.0,IGWMC-TPS- 53. International Ground Water Modeling Center, Colorado School of Mines, Golden, CO.

Soo, H., M.C. Williams and C. J. Radke. 1986. A Filtration Model for Flow of Dilute, Stable Emulsions in Porous Media - 2 Parameter Evaluation and Estimation. *Chem Eng Sci.* (No 2) 41:261-272.

Sun, N., M. Elimelech, N.-Z. Sun, and J.N. Ryan. 2001. A novel twodimensional model for colloid transport in physically and geochemically heterogeneous porous media. *J. Contam. Hydrol.* 49:173–199.

Tikhonov, A. N. and V. Y. Arsenin. 1977. Solutions of Ill Posed Problems. Wiley, New York.

Tufenkji, N., J.A.Redman, and M. Elimelech. 2003. Interpreting deposition patterns of microbial particles in laboratory-scale column experiments. Environ. Sci. Technol. 37:616-623.

Tufenkji, N., and M. Elimelech. 2004. Deviation from Classical Colloid Filtration Theory in the Presence of Repulsive DLVO Interactions. Langmuir. 20:10818–10828.

van Oort, E., van J.F.J. Velzen and K. Leelooijer. 1993. Impairment by suspended solids Invasion: Testing and prediction. Journal SPE Production & Facilities.

Unice, K.M. and B. E. Logan. 2000. Insignificant Role of Hydrodynamic Dispersion on Bacterial Transport. J. Environ. Eng. 126:491.

Yortsos, Y.C. 1990. Reaction and transport in porous media. Von Karman institute lecture notes on modeling and application of transport 83 phenomena in porous media. Brussels, Belgium (February 5–9)

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)