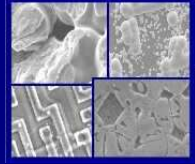




**PUCRS**

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA E  
TECNOLOGIA DE MATERIAIS**

Faculdade de Engenharia  
Faculdade de Física  
Faculdade de Química



**PGETEMA**

**ANÁLISE DE TENSÕES E DEFORMAÇÕES EM ESTRUTURAS  
TERMOPLÁSTICAS USANDO O MÉTODO DE ELEMENTOS  
FINITOS**

**MARCELO PARMENTIER CARVALHO  
(ENGENHEIRO MECÂNICO)**

**DISSERTAÇÃO PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM  
ENGENHARIA E TECNOLOGIA DE MATERIAIS.**

**PORTO ALEGRE, DEZEMBRO DE 2007.**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

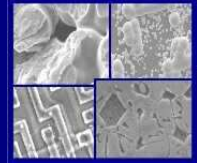
Milhares de livros grátis para download.



**PUCRS**

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA E  
TECNOLOGIA DE MATERIAIS**

Faculdade de Engenharia  
Faculdade de Física  
Faculdade de Química



**PGETEMA**

# **ANÁLISE DE TENSÕES E DEFORMAÇÕES EM ESTRUTURAS TERMOPLÁSTICAS USANDO O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS**

**MARCELO PARMENTIER CARVALHO**  
(ENGENHEIRO MECÂNICO)

ORIENTADOR: PROF<sup>(a)</sup>. DR<sup>(a)</sup>. MARIA ANGELA VAZ DOS SANTOS  
CO-ORIENTADOR: PROF. DR. PAULO RENATO PEREZ DOS SANTOS

Trabalho realizado no Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia dos Materiais - PGETEMA, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia e Tecnologia de Materiais.

**PORTO ALEGRE, DEZEMBRO DE 2007**

## **DEDICATÓRIA**

*Dedico este trabalho ao meu pai Antonio Carlos Madalena Carvalho que infelizmente não está mais aqui ao meu lado, mas onde estiver olhará sempre para mim e a minha mãe Angela Gastal Parmentier Carvalho que muito me ajudou e me apoiou para a obtenção deste Título. Com toda a certeza se não fossem eles a me proporcionarem esta chance, eu nunca teria chegado até aqui.*

*A vocês os dois, meu eterno carinho e reconhecimento.*

**MPC**

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a toda a minha família e aos meus amigos por esta conquista. Agradeço muito em especial aos meus amigos e parceiros de trabalho Estefan Vasconcelos e Evandro Hendler Brambila, pela companhia e apoio nos momentos difíceis.

Meus agradecimentos também aos técnicos e parceiros Jaqueval Senna de Ávila pela colaboração e Airton Soares Nobre pela atenção e dedicação permanente.

Também não posso deixar de citar o apoio dos demais colegas de trabalho Marcelo Kalata de Jesus e Jéferson Dallagnol.

É importante destacar também, o grande apoio que tive do LABELO da PUCRS, pois o mesmo me possibilitou a utilização de suas instalações para que pudessem ser efetuados os ensaios. Agradeço o LABELO nas pessoas do diretor, Eng<sup>o</sup>. Egon Carlos Seitz, vice-diretor Eng<sup>o</sup>. Álvaro Medeiros de Farias Theisen e também muito em especial aos integrantes do Laboratório de Fios e Cabos, Eng<sup>o</sup>. Luiz Carlos Stein e técnico Cássio Alexandre Pereira de Souza.

Um agradecimento muito especial e com muito carinho a minha orientadora Prof<sup>(a)</sup>. Dr<sup>(a)</sup>. Maria Angela Vaz dos Santos pela confiança, amizade, imenso e incansável empenho. Também presto um profundo agradecimento ao meu co-orientador Prof. Dr. Paulo Renato Perez dos Santos, pela confiança e amizade demonstrados ao longo de todos esses anos. A vocês dois meu sincero muito obrigado.

## RESUMO

A aplicação dos materiais poliméricos em nosso cotidiano tem sido grandemente difundida em razão de características como a excelente combinação de baixa massa específica e elevada rigidez, e a possibilidade de moldar peças nas mais variadas formas. É, pois de fundamental importância que o projetista disponha de ferramentas de auxílio para a análise e otimização que possibilitem dimensionar de modo rápido e seguro a peça a ser fabricada, considerando os requisitos estruturais, características funcionais e restrições impostas pelo processo de fabricação.

Dentro deste contexto, o presente trabalho tem por objetivo desenvolver um modelo computacional para análise de tensões e deformações em cadeiras plásticas tipo monobloco confeccionadas em resina de polipropileno.

O modelo computacional baseia-se no Método dos Elementos Finitos e foi desenvolvido usando o pacote comercial SolidWorks/CosmosWorks 2007.

Ensaio experimentais estáticos e dinâmicos da cadeira, segundo a Norma NBR 14776, foram realizados no Laboratório de Ensaio Eletroeletrônicos da PUCRS – LABELO, visando à validação do modelo desenvolvido.

Igualmente, ensaios experimentais de tração e flexão, segundo as Normas NBR 9622, ASTM D 638 e ASTM D 790, foram realizados em corpos de prova confeccionados com material retirado da cadeira. Estes ensaios forneceram as características mecânicas do material, necessárias às simulações computacionais.

Simulações de carregamento e vinculação foram executadas mostrando a validade do modelo computacional desenvolvido para a análise de tensões e deformações da cadeira.

## **ABSTRACT**

The application of polymers materials in our daily has been greatly used because had excellent properties like low density and rise rigidity, and the possibility to mold parts in the most varied shapes. It is very important that the designers have tools available to aid for analysis and optimization that they make possible to size up in fast and safe way the parts to be manufactured. The designers have to consider the structural requirements, the functional characteristics and the restrictions imposed in the manufacture process.

The objective of the present work is to developed a computational model for analyze the stress and deformations in whole plastic chairs made by polypropylene resin.

The computational model is based on finite element method and was developed using a commercial package named SolidWorks/CosmosWorks 2007.

Static and dynamic tests had been done in the chair following the Brazilian standards tests NBR 14776, the tests was made in laboratory of electronics testing PUCRS – LABELO aiming the validation of the developed model.

Tensile and bend tests had been done according with norms NBR 9622, ASTM D 638 and ASTM D 790. The tests were realized in a samples obtained of the chair, that experiments had provide the mechanical characteristics of the material, necessary to the computational simulations.

The computational model was validated doing simulations with different loadings and constrains. The validated model can find stress and deformations of the chair.

# ÍNDICE

1.	INTRODUÇÃO .....	21
1.1.	Generalidades.....	21
1.2.	Objetivo do trabalho .....	22
1.3.	Estrutura do trabalho.....	22
2.	MATERIAIS POLIMÉRICOS .....	24
2.1.	Histórico.....	24
2.2.	A molécula dos polímeros .....	25
2.3.	O conceito de polímero .....	26
2.4.	Polimerização.....	27
2.5.	Características dos polímeros .....	28
2.5.1.	Classificação quanto ao comportamento mecânico .....	28
2.5.2.	Classificação quanto ao desempenho mecânico .....	30
2.5.3.	Tipos de monômeros.....	31
2.5.4.	Estrutura da molécula .....	31
2.5.5.	Grau de cristalinidade .....	34
2.5.6.	Temperatura de transição vítrea.....	36
2.6.	Propriedades mecânicas dos polímeros .....	36
2.6.1.	Relação tensão-deformação específica .....	37
2.6.2.	Comportamento viscoelástico .....	39
2.6.3.	Fluência.....	40
2.6.4.	Efeito da temperatura .....	41
2.6.5.	Fratura .....	41
2.6.6.	Resistência ao impacto.....	41
2.6.7.	Fadiga.....	42
2.6.8.	Dureza .....	42
2.6.9.	Tabela de propriedades mecânicas.....	43
2.7.	O que é o polipropileno.....	43
2.7.1.	Como é feito.....	44
2.7.2.	Quais os tipos.....	45
2.7.3.	Como é moldado .....	47



3.	ANÁLISE ESTRUTURAL ATRAVÉS DE ELEMENTOS FINITOS.....	49
3.1.	Histórico.....	49
3.2.	O método.....	50
3.2.1.	Vantagens e desvantagens do método.....	50
3.3.	Dados importantes para a análise estrutural.....	51
3.3.1.	Tipo de estrutura a ser analisada.....	51
3.4.	Os elementos.....	52
3.4.1.	Sólido tri-dimensional.....	52
3.5.	Elemento tetraedro.....	53
3.5.1.	As funções deslocamentos.....	54
3.5.2.	A matriz deformação.....	56
3.5.3.	Matriz constitutiva.....	57
3.6.	Equacionamento utilizado para análise estrutural estática.....	58
3.6.1.	A função deslocamento.....	58
3.6.2.	Deformações.....	59
3.6.3.	Tensões.....	60
3.6.4.	Forças nodais equivalentes.....	61
3.6.5.	Generalização dos deslocamentos, deformações e tensões.....	63
3.6.6.	Aproximação dos deslocamentos como minimização da energia potencial total.....	65
3.6.7.	Critério de convergência.....	66
3.6.8.	Energia de deformação limite na formulação do deslocamento.....	67
3.7.	Estudos relevantes sobre o método de elementos finitos aplicado a polímeros.....	68
4.	ANÁLISE ESTRUTURAL NÃO LINEAR.....	70
4.1.	A não linearidade.....	70
4.1.1.	Não linearidade geométrica.....	73
4.1.2.	Não linearidade do material.....	75
4.1.3.	Não linearidade devido ao contato.....	80
4.2.	Método de solução iterativa para a análise não linear.....	81
4.2.1.	Métodos para atualização do modelo de rigidez.....	82
4.3.	Comportamento não linear do material termoplástico no programa.....	83
4.3.1.	Modelo linear elástico.....	84

4.3.2.	Modelo não linear elástico .....	84
5.	O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS NO PACOTE COMPUTACIONAL SOLIDWORKS/COSMOS WORKS 2006.....	85
5.1.	Geração da geometria .....	85
5.2.	Inserção dos carregamentos, restrições e material da geometria .....	87
5.3.	Criação da malha computacional .....	88
5.4.	Execução da análise e obtenção dos resultados .....	89
6.	MATERIAIS E MÉTODOS .....	90
6.1.	Metodologia adotada.....	90
6.2.	Caracterização mecânica do material.....	91
6.2.1.	Ensaio mecânicos .....	91
6.2.1.1.	Ensaio de tração .....	92
6.2.1.2.	Ensaio de tração até o rompimento.....	97
6.2.1.3.	Ensaio de tração para determinação do coeficiente de Poisson .....	97
6.2.1.4.	Ensaio de flexão .....	102
6.2.2.	Simulações computacionais .....	103
6.2.2.1.	Simulação do ensaio de tração .....	103
6.2.2.2.	Simulação do ensaio de flexão.....	104
6.3.	Análise da cadeira termoplástica .....	106
6.3.1.	Análise computacional.....	106
6.3.1.1.	Geração da geometria .....	107
6.3.1.2.	Inserção dos carregamentos e restrições .....	109
6.3.1.3.	Criação da malha computacional .....	111
6.3.1.4.	Execução da análise .....	112
6.3.2.	Análise experimental .....	112
7.	RESULTADOS E DISCUSSÕES .....	114
7.1.	Resultados da caracterização mecânica do material .....	114
7.1.1.	Ensaio mecânicos .....	114
7.1.1.1.	Ensaio de tração .....	114
7.1.1.2.	Ensaio de tração até o rompimento.....	117
7.1.1.3.	Ensaio de tração para determinação do coeficiente de Poisson .....	120
7.1.1.4.	Ensaio de flexão .....	120
7.1.2.	Simulações computacionais .....	122

7.1.2.1. Simulação do ensaio de tração .....	122
7.1.2.2. Simulação do ensaio de flexão.....	125
7.2. Discussões dos resultados da caracterização mecânica do material .....	125
7.3. Resultados da análise da cadeira termoplástica .....	130
7.3.1. Análise computacional.....	130
7.3.2. Análise experimental .....	132
7.4. Discussões dos resultados da análise da cadeira termoplástica .....	133
8. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	135
8.1. Conclusões .....	135
8.2. Sugestões para trabalhos futuros.....	135
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	136

## LISTA DE SÍMBOLOS

- D Matriz anisotrópica;
- E Módulo de elasticidade do material (Pa);
- F Força (N);
- G Módulo de cisalhamento do material (Pa);
- I Momento de inércia ( $m^4$ );
- K Rigidez (N/m);
- L Distância entre apoios (m);
- N e B Componentes que descrevem as funções de posição;
- R Resistência ( $\Omega$ );
- $R_o$  Resistência inicial ( $\Omega$ );
- T Temperatura ( $^{\circ}C$ );
- $T_g$  Temperatura de transição vítrea ( $^{\circ}C$ );
- $T_o$  Temperatura inicial ( $^{\circ}C$ );
- U Energia de deformação do sistema;
- V Volume ( $m^3$ );
- V Volume do tetraedro;
- W Trabalho;
- $\Pi$  Energia potencial total;
- a, b, c, d Deslocamento nodal dos elementos;
- b Base (m);
- d Deslocamento (m);
- i, j, m, p Vértices do tetraedro;
- h Espessura (m);
- m Massa (kg);
- t Tempo (s);
- u Componente do deslocamento u (m);
- v Componente do deslocamento v (m);
- w Componente do deslocamento w (m);
- x Dimensão x;

$y$	Dimensão $y$ ;
$z$	Dimensão $z$ ;
$\alpha$	Coefficiente de expansão térmica;
$\partial$	Varição;
$\delta_{\text{máx}}$	Deslocamento máximo (m);
$\varepsilon$	Deformação específica do material;
$\varepsilon_l$	Deformação na direção longitudinal do material;
$\varepsilon_t$	Deformação na direção transversal do material;
$\varepsilon_x$	Deformação na dimensão $x$ ;
$\varepsilon_y$	Deformação na dimensão $y$ ;
$\varepsilon_z$	Deformação na dimensão $z$ ;
$\varepsilon_0$	Deformação inicial;
$\theta^e$	Temperatura média do elemento ( $^{\circ}\text{C}$ );
$\rho$	Massa específica ( $\text{kg/m}^3$ );
$\gamma$	Deformação específica de cisalhamento;
$\gamma_{xy}$	Deformação de cisalhamento nas dimensões $x$ e $y$ ;
$\gamma_{xz}$	Deformação de cisalhamento nas dimensões $x$ e $z$ ;
$\gamma_{yz}$	Deformação de cisalhamento nas dimensões $y$ e $z$ ;
$\sigma$	Tensão no material (Pa);
$\sigma_f$	Tensão de flexão no material (Pa);
$\sigma_x$	Tensão na dimensão $x$ ;
$\sigma_y$	Tensão na dimensão $y$ ;
$\sigma_z$	Tensão na dimensão $z$ ;
$\sigma_0$	Tensão inicial;
$\nu$	Coefficiente de Poisson;
$\tau$	Tensão de cisalhamento no material (Pa).

## LISTA DE ABREVIACÕES

ABS	Borracha de acrilato-batadieno;
NYLON	Poliamida;
PC	Policarbonato;
PE	Polietileno;
PEAD	Polietileno de alta densidade;
PEBD	Polietileno de baixa densidade;
PET	Poli(terftalato de etileno);
PPO	Poli(óxido de fenileno);
PP	Polipropileno;
PS	Poliestireno;
PVC	Poli(cloreto de vinila);

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Molécula de carbono com suas possíveis ligações [Callister, 2002].....	26
Figura 2 – Monômero e polímero [Donato, 2003].....	27
Figura 3 – Diagrama esquemático de tensão-deformação específica para os diferentes tipos de comportamento dos polímeros [Donato, 2003].....	30
Figura 4 – Estrutura molecular linear [Callister, 2002].....	32
Figura 5 – Cadeia polimérica linear de Polietileno de alta densidade [Motta, 2002]...	32
Figura 6 – Estrutura molecular ramificada [Callister, 2002].....	32
Figura 7 - Cadeia polimérica ramificada de Polietileno de baixa densidade [Motta, 2002]. .....	33
Figura 8 – Estrutura molecular com ligação ramificada [Callister, 2002].....	33
Figura 9 – Estrutura molecular em rede tridimensional [Callister, 2002]. .....	34
Figura 10 – Cadeia polimérica tridimensional do fenolformaldeído [Motta, 2002]....	34
Figura 11- Estrutura polimérica com regiões amorfas e cristalinas [Callister, 2002]. .	35
Figura 12 – Diagrama tensão-deformação específica para termoplásticos [Chanda, 1987]. .....	37
Figura 13 - Curva de fluência para os plásticos [Chanda, 1987].....	40
Figura 14 – Transição dúctil-frágil para diversos polímeros [Chanda, 1987]. .....	42
Figura 15 – Ciclo desde a matéria prima até o produto final dos derivados petroquímicos.....	44
Figura 16 – Unidade monomérica do polipropileno [Callister, 2002].....	45
Figura 17 – Elemento sólido tridimensional tetraedro e hexaedro [Knight Jr., 1993]..	53
Figura 18 – Elemento tetraedro [Zienkiewicz e Taylor, 2000].....	54
Figura 19 – Função de forma $N_i$ para um elemento [Zienkiewicz e Taylor, 2000]. ....	59
Figura 20 – Vigas de diferentes perfis geométricos [CosmosWorks, 2005]. .....	71
Figura 21 – Vigas de materiais diferentes [CosmosWorks, 2005]. .....	71
Figura 22 – Vigas com diferentes engastes [CosmosWorks, 2005]. .....	71
Figura 23 – Tipos de forças aplicadas à peça, (a) não conservativa, (b) conservativa .	74
Figura 24 – Gráfico tensão-deformação específica para um material submetido a um ensaio de tração [Norton, 2004].....	75
Figura 25 – Modelo linear-elástico do material [CosmosWorks, 2005].....	76

Figura 26 – Material bi-linear elástico-perfeitamente plástico [CosmosWorks, 2005].	77
Figura 27 – Material bi-linear elástico-plástico [Adams, 1999].	78
Figura 28 – Modelo de material multilinear [Adams, 1999].	79
Figura 29 – Resultado da análise linear de tensões de um suporte de alumínio [CosmosWorks, 2005].	79
Figura 30 – Resultado da análise não linear de tensões de um suporte de alumínio ....	80
Figura 31 – Análise não linear das tensões de contato [CosmosWorks, 2005].	80
Figura 32 – Viga em contato com o seu engaste [CosmosWorks, 2005].	81
Figura 33 – Newton-Raphson	82
Figura 34 – Newton-Raphson modificado [Adams, 1999].	82
Figura 35 – Modelos de materiais disponíveis no programa para análise de materiais poliméricos.	84
Figura 36 – Criação do modelo bidimensional inicial.	85
Figura 37 – Criação do modelo tridimensional inicial.	86
Figura 38 – Criação do modelo de uma cadeira.	86
Figura 39 – Cadeira final criada.	86
Figura 40 – Inserção do modelo e das propriedades do material a ser criado no pacote computacional.	87
Figura 41 – Inserção da curva tensão-deformação específica do material criado.	88
Figura 42 – Controle do tamanho de elemento a ser criado na malha computacional.	88
Figura 43 – Malha computacional criada para a análise desta geometria, com um tipo de carregamento disponível no software aplicado.	89
Figura 44 – Cadeira termoplástica em estudo.	90
Figura 45 – Encosto da cadeira e corpo de prova usinado a partir do mesmo.	92
Figura 46 – Corpo de prova utilizado para os ensaios de tração.	92
Figura 47 - Corpo de prova utilizado para o ensaio de flexão.	92
Figura 48 – Máquina para ensaios mecânicos de polímeros EMIC DL 2000 [EMIC, 2007].	93
Figura 49 – Corpo de prova em formato de “gravata” [NBR 9622, ASTM D 638].	94
Figura 50 – Corpo de prova calibrado para o ensaio.	94
Figura 51 – Fixação do corpo de prova na máquina de ensaio.	95
Figura 52 – Início do ensaio de tração do primeiro corpo de prova.	96
Figura 53 - Final do ensaio de tração do primeiro corpo de prova.	96



Figura 54 – Primeiro corpo de prova após o ensaio de tração. ....	97
Figura 55 - Ensaio de tração do segundo corpo de prova. ....	97
Figura 56 – Circuito da ponte de Wheatstone [Andolfato, 2004]. ....	99
Figura 57 – Estrutura de um extensômetro elétrico [Andolfato, 2004]. ....	99
Figura 58 – Extensômetro colado longitudinalmente no corpo de prova. ....	100
Figura 59 – Extensômetro colado transversalmente no corpo de prova. ....	100
Figura 60 – Ensaio do corpo de prova com extensômetros. ....	101
Figura 61 – Ponte de Wheatstone utilizada para medição das resistências. ....	101
Figura 62 – Corpo de prova utilizado no ensaio de flexão [ASTM D 790]. ....	102
Figura 63 – Ensaio de flexão. ....	102
Figura 64 – Carga sendo aplicada ao corpo de prova no ensaio de flexão. ....	103
Figura 65 – Desenho da geometria do corpo de prova. ....	103
Figura 66 – Modelo do corpo de prova submetido à tração com as restrições presentes e a malha computacional. ....	104
Figura 67 – Desenho da geometria do corpo de prova para a simulação de flexão....	105
Figura 68 – Modelo do corpo de prova submetido à flexão com as restrições presentes e malha computacional gerada. ....	105
Figura 69 – Parte superior da cadeira plástica. ....	106
Figura 70 – Parte traseira da cadeira plástica. ....	107
Figura 71 – Vista frontal da geometria desenhada da cadeira plástica. ....	108
Figura 72 - Vista lateral da geometria desenhada da cadeira plástica. ....	108
Figura 73 - Vista traseira da geometria desenhada da cadeira plástica. ....	108
Figura 74 – Vista em três dimensões da geometria desenhada da cadeira plástica. ...	109
Figura 75 – Inserção das restrições para a simulação linear na cadeira. ....	110
Figura 76 - Inserção das restrições para a simulação não linear na cadeira. ....	111
Figura 77 – Malha gerada para a simulação linear da cadeira. ....	111
Figura 78 – Malha gerada para a simulação não linear da cadeira. ....	112
Figura 79 – Ensaio estático da cadeira plástica tipo monobloco. ....	113
Figura 80 – Gráfico carga-deslocamento para o primeiro corpo de prova. ....	114
Figura 81 – Gráfico carga-deslocamento para o segundo corpo de prova. ....	115
Figura 82 – Gráfico tensão-deformação específica para o primeiro corpo de prova..	115
Figura 83 – Gráfico tensão-deformação específica para o segundo corpo de prova. .	116

Figura 84 – Corpo de prova fraturado devido à presença de um defeito de preenchimento.....	118
Figura 85 – Defeito de preenchimento do material. ....	118
Figura 86 – Ensaio de tração até a ruptura do corpo de prova.....	118
Figura 87 – Gráfico carga-deslocamento para o ensaio de tração até a ruptura. ....	119
Figura 88 - Gráfico tensão-deformação específica para o ensaio de tração até a ruptura. ....	119
Figura 89 – Gráfico carga-deslocamento para o ensaio de flexão. ....	121
Figura 90 – Tensão suportada pelo primeiro corpo de prova submetido a uma carga de tração de 600 N. ....	122
Figura 91 – Deslocamento sofrido pelo primeiro corpo de prova submetido a uma carga de tração de 600 N. (A) Ponto de medição a 25 mm à esquerda do centro da peça, e (B) ponto de medição a 25 mm à direita do centro da peça.....	123
Figura 92– Gráfico de tensão suportada em função do tempo para o primeiro corpo de prova. ....	123
Figura 93 – Gráfico de deslocamento sofrido em função do tempo do primeiro corpo de prova. (A) deslocamento a 25 mm à direita do centro da peça, e (B) deslocamento a 25 mm à esquerda do centro da peça. ....	124
Figura 94 – Gráfico de tensão suportada em função do tempo para o segundo corpo de prova. ....	124
Figura 95 - Gráfico de deslocamento sofrido em função do tempo do segundo corpo de prova. (A) deslocamento a 25 mm à direita do centro da peça, e (B) deslocamento a 25 mm à esquerda do centro da peça. ....	124
Figura 96 - Deslocamento sofrido pelo corpo de prova submetido a uma carga de flexão de 10 N.....	125
Figura 97 – Gráfico comparativo de tensão-deformação específica obtida na simulação e no ensaio do primeiro corpo de prova submetido à tração.....	127
Figura 98 – Gráfico comparativo de tensão-deformação específica obtida na simulação e no ensaio do segundo corpo de prova submetido à tração. ....	128
Figura 99- Gráfico comparativo da carga-deslocamento obtido no ensaio e na simulação do corpo de prova submetido à flexão.....	129
Figura 100 – Tensão de von Mises. ....	130
Figura 101 – Deslocamento resultante da cadeira. ....	131

Figura 102– Tensão de von Mises. ....	132
Figura 103 – Deslocamento resultante da cadeira. ....	132

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Principais características para os tipos de polipropileno [Polibrasil, 2006].	46
Quadro 2 – Modelos que descrevem o comportamento dos materiais [CosmosWorks, 2005].	77

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Data de ocorrência e produção dos polímeros mais usados atualmente [Gorni, 2006].....	25
Tabela 2 – Propriedades mecânicas de alguns polímeros [Askeland, 1989][Crawford, 1987]. .....	43
Tabela 3 – Número de resinas disponíveis para cada tipo de polipropileno [Polibrasil, 2006]. .....	47
Tabela 4 – Propriedades obtidas do ensaio de tração. ....	117
Tabela 5 – Coeficiente de Poisson da resina de polipropileno. ....	120
Tabela 6 – Dados do deslocamento máximo obtidos com o ensaio de flexão.....	120
Tabela 7- Comparação dos resultados do primeiro corpo de prova submetido à tração. ....	127
Tabela 8 - Comparação dos resultados do segundo corpo de prova submetido à tração. ....	128
Tabela 9 - Comparação dos resultados do ensaio de flexão e das simulações. ....	129
Tabela 10 – Variação dos deslocamentos dos pés da cadeira, considerando a mesma visão da figura anterior. ....	133
Tabela 11 – Tabela de comparação dos deslocamentos obtidos com as simulações e os ensaiados. ....	133

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. Generalidades

Os polímeros são materiais largamente utilizados em nosso cotidiano destacando-se entre eles, o polipropileno [Parmentier Carvalho e Vaz dos Santos, 2007].

Desde a sua introdução em 1954, o polipropileno tornou-se uma das mais importantes resinas termoplásticas da atualidade. Hoje em dia o polipropileno é o terceiro termoplástico mais vendido no mundo [BNDES, 2006].

No Brasil, o polipropileno colocou-se como o segundo termoplástico mais consumido, a frente inclusive do PVC. A produção nacional de polipropileno tem também uma importância estratégica, por ser um grande consumidor de propeno, gerados nas centrais petroquímicas que só utilizam nafta como insumo básico.

Em decorrência desta acentuada demanda, observa-se um interesse crescente por estudos que permitam caracterizar o comportamento destas estruturas termoplásticas, tendo em vista, principalmente seu comportamento peculiar quando solicitado por esforços.

Com o advento dos computadores na segunda metade do último século, os métodos numéricos tornaram-se uma ferramenta de auxílio às soluções de problemas nas mais diversas áreas da engenharia, como análise estrutural e escoamento de fluidos. É possível prever o comportamento dos sistemas físicos, reduzindo custos de projeto e execução.

Entre os métodos numéricos, o método dos elementos finitos tem comprovada aplicação para a análise de problemas estruturais. Neste método, é gerado um grande número de equações algébricas, cuja solução requer grandes recursos computacionais para a obtenção dos resultados desejados.

Devido a isto, somente com o aperfeiçoamento dos computadores e com a otimização dos programas computacionais, foi possível a aplicação do método dos elementos finitos à resolução de problemas estruturais complexos.

Até meados da década de 90 do século passado, os códigos computacionais eram complexos e desenvolvidos especialmente para a análise de um caso específico, exigindo um profundo conhecimento por parte do usuário. A aplicação destes códigos ficava restrita ao grupo que gerava os mesmos, fazendo com que fossem muito pouco difundidos no meio científico e industrial.

Hoje em dia, a interface entre o usuário e o pacote computacional evoluiu acentuadamente, possibilitando a aplicação dos mesmos por um grande número de usuários em uma ampla gama de problemas. Entretanto, esta aplicação deve ser cautelosa a fim de evitar que sejam cometidos erros de análise. Neste contexto, a realização de estudos teóricos e experimentais é uma prática necessária à aplicação destas técnicas computacionais.

Dentre estes sistemas destaca-se o pacote computacional SolidWorks/CosmosWorks, que traz integrado em uma única plataforma desde o modelamento da geometria até os resultados da simulação computacional pelo método dos elementos finitos da estrutura analisada.

## **1.2. Objetivo do trabalho**

O objetivo do presente trabalho é desenvolver um modelo computacional para analisar as tensões e deformações em uma cadeira termoplástica tipo monobloco, confeccionada a partir da resina de polipropileno, utilizando o pacote computacional SolidWorks/CosmosWorks 2006, baseado no método dos elementos finitos.

O modelo construído será a base para futuras modificações da estrutura da cadeira, visando a sua melhoria e redução de seu peso, o que leva a redução de custos de fabricação.

## **1.3. Estrutura do trabalho**

No capítulo 2 é apresentada uma idéia geral dos materiais poliméricos, contendo histórico, características principais, classificação dos mesmos, propriedades mecânicas, bem como uma apresentação das principais características do polipropileno, que é a resina abordada nesta dissertação.

O capítulo 3 trata do método dos elementos finitos, apresentando histórico, conceituação, tipos de elementos utilizados para as análises, ressaltando o elemento

sólido tetraedro, equacionamento utilizado para a análise estática, além de estudos relevantes utilizando o método dos elementos finitos encontrados nas bibliografias pesquisadas.

O capítulo 4 contém tópicos sobre análise estrutural não linear, abordando os tipos de não linearidade existentes, os métodos de solução utilizados, além do comportamento não linear do material termoplástico no CosmosWorks 2006.

O capítulo 5 apresenta o método dos elementos finitos no pacote computacional SolidWorks/CosmosWorks 2006.

O capítulo 6 descreve o problema em estudo na dissertação.

O capítulo 7 aborda a caracterização mecânica da resina de polipropileno, apresentando os ensaios mecânicos de tração e flexão dos corpos de prova padronizados. Além disto, são abordadas as simulações computacionais executadas dos corpos de prova, visando à comparação destes resultados computacionais com os obtidos nos ensaios mecânicos.

O capítulo 8 apresenta os resultados de tensões, deformações e deslocamentos da cadeira termoplástica, obtidos na simulação computacional. Além disto, são abordados todos os passos necessários para obtenção destes resultados, mostrando o modelamento da geometria, aplicação das cargas e restrições, criação da malha computacional e finalmente a execução da análise. Os resultados são comparados com os dados obtidos no ensaio estático da cadeira, realizados de acordo com a normalização no LABELO/PUCRS.

O capítulo 9 contém as conclusões e sugestões deste estudo.



## 2. MATERIAIS POLIMÉRICOS

### 2.1. Histórico

O primeiro contato do homem com os materiais resinosos e graxas extraídas ou refinadas se deu na Antiguidade, com os egípcios e os romanos, que a usavam para carimbar, colar documentos e vedar vasilhames. No século XVI, com o advento dos descobrimentos, espanhóis e portugueses tiveram o primeiro contato com o produto extraído de uma árvore natural das Américas. Este extrato, produto da coagulação e secagem do látex, apresentava características de alta elasticidade e flexibilidade desconhecidas até então. Levado a Europa, recebeu o nome de borracha pela sua capacidade de apagar o lápis.

Sua utilização foi bastante restrita até a descoberta da vulcanização por Charles Goodyear, em 1839. A vulcanização realizada com enxofre, confere a borracha às características de elasticidade, não pegajosidade e durabilidade, tão comum nas aplicações atuais. Em 1846, Christioian Schönbien, químico alemão, tratou o algodão com ácido nítrico, dando origem a nitrocelulose, primeiro polímero semi-sintético. Alguns anos mais tarde em 1862, Alexander Parker dominou completamente esta técnica, patenteando a nitrocelulose. Em 1897, Kirshe e Apittler, na Alemanha, conseguiram um produto endurecido por meio de reação do formaldeído e caseína. O primeiro polímero sintético foi produzido por Leo Baekeland em 1912, obtido pela reação entre fenol e formaldeído. Essa reação produzia um produto sólido denominado resina fenólica hoje conhecida por baquelite, termo derivado do nome de seu inventor.

Até o fim da I Guerra Mundial, todas as descobertas nesta área foram por acaso, através de regras empíricas. Somente em 1920, um cientista Alemão, de nome Staundinger, propôs a teoria da macromolécula. Esta nova classe de materiais foi apresentada como compostos formados por moléculas de grande tamanho. Esta idéia foi fortemente combatida na época, levando algumas décadas para que fosse definitivamente aceita. Em reconhecimento, Staundinger recebeu o Prêmio Nobel de Química em 1953.

Com o início da II Guerra Mundial, houve uma enorme aceleração do desenvolvimento dos polímeros sintéticos, onde temos como exemplo o desenvolvimento da borracha sintética SBR pela Alemanha, devido ao fechamento de suas fronteiras com os países fornecedores de borracha natural.

No início de 1950, Karl Ziegler, na Alemanha, desenvolveu catalisadores organometálicos, que foram utilizados por Giulio Natta na Itália, para a produção de polímeros estereoregulares, produzindo primeiramente polipropileno isotático, pois até então, esse polímero só havia sido obtido na forma atática, um produto viscoso com poucas aplicações comerciais. O novo produto, um plástico sólido, abriu uma imensa área de síntese estereoespecífica, produzindo estruturas químicas de forma controlada [Canevarolo Jr, 2002].

Desde então, a produção de materiais poliméricos é maior a cada dia, visto que se utiliza os mais diferentes produtos em nossa vida cotidiana, geralmente com custos bem menores do que outros materiais.

Na tabela 1 é mostrada a data das primeiras ocorrências e posteriormente produções industriais de diferentes polímeros atuais.

Tabela 1 - Data de ocorrência e produção dos polímeros mais usados atualmente [Gorni, 2006].

<b>Polímero</b>	<b>1ª Ocorrência</b>	<b>1ª Produção Industrial</b>
<b>PVC</b>	1915	1933
<b>PS</b>	1900	1936
<b>PEBD</b>	1933	1939
<b>NYLON</b>	1930	1940
<b>PEAD</b>	1953	1955
<b>PP</b>	1954	1959
<b>PC</b>	1953	1958

## **2.2. A molécula dos polímeros**

A molécula dos polímeros é gigantesca em comparação com a molécula dos hidrocarbonetos. Devido ao seu tamanho, elas são chamadas geralmente de macromoléculas. Dentro de cada molécula, os átomos estão ligados entre si através de ligações interatômicas covalentes. No caso da maioria dos polímeros, essas moléculas se encontram na forma de cadeias longas e flexíveis, cujo esqueleto principal consiste numa série de átomos de carbono. Geralmente cada átomo de carbono se liga através

de ligações simples a dois átomos de carbono adjacentes, em ambos os seus lados, conforme pode ser visto na figura 1.

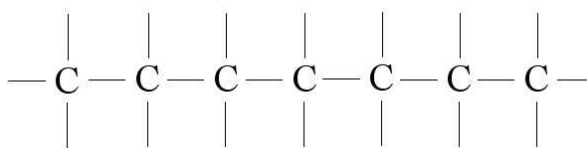


Figura 1 – Molécula de carbono com suas possíveis ligações [Callister, 2002].

Cada átomo de carbono possui mais dois elétrons de valência adicionais, podendo formar ligações laterais com átomos ou radicais que estejam posicionados adjacentes à cadeia. Também é possível a realização de ligações duplas tanto na cadeia como lateralmente [Callister Jr., 2002].

Estas longas moléculas são chamadas de meros.

### 2.3. O conceito de polímero

A palavra polímero se origina do grego poli (muitos) e mero (unidade de repetição). Assim, um polímero é uma macromolécula composta por muitas (dezenas de milhares) unidades de repetições denominadas meros, ligadas entre si, por ligação covalente [Canevarolo Jr, 2002]. As macromoléculas que possuem interesse do ponto de vista de engenharia são as que têm peso molecular em média maior que 10000 [Ogorkiewicz, 1974].

A matéria-prima para a produção de um polímero é o monômero, isto é, uma molécula com uma unidade de repetição. Dependendo do tipo de monômero (estrutura química), do número médio de meros por cadeia e do tipo de ligação covalente, pode-se dividir os polímeros em três grandes classes: plásticos, borrachas e fibras [Canevarolo Jr, 2002].

Na figura 2 é possível visualizar um monômero que posteriormente irá originar um polímero.

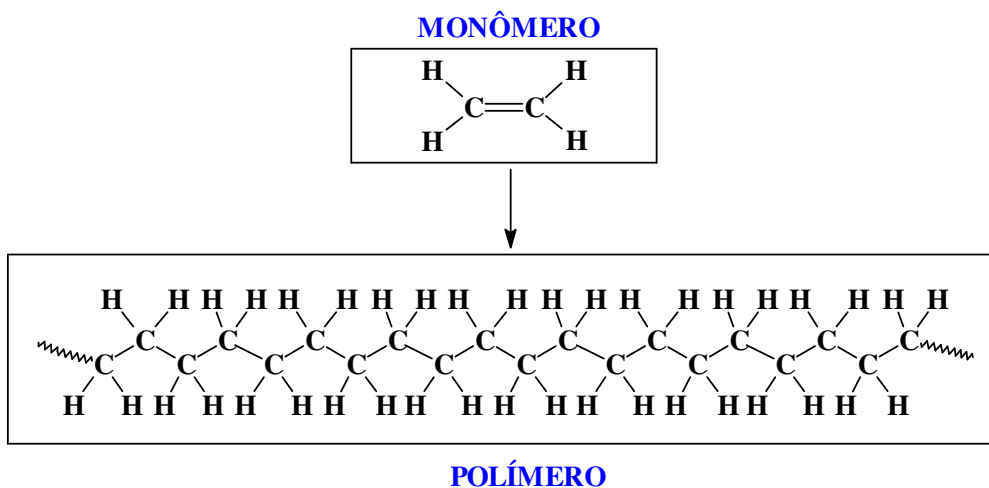


Figura 2 – Monômero e polímero [Donato, 2003].

Muitas propriedades físicas são dependentes do comprimento da molécula e de sua massa molecular. Como polímeros normalmente envolvem uma larga faixa de valores de massa molecular, é comum que ocorra grandes variações de suas propriedades. Alterações no tamanho da molécula, quando a mesma é pequena, provocam grandes mudanças nas suas propriedades físicas. Isto tem grandes vantagens, pois comercialmente é possível produzir-se uma grande gama de polímeros visando atender as necessidades particulares de uma dada aplicação ou técnica de processamento [Canevarolo Jr, 2002].

Nem todos os compostos de baixa massa molecular geram polímeros. Para sua síntese, é necessário que os monômeros se liguem entre si para formarem a cadeia polimérica. Com isto, cada monômero deve ser capaz de se combinar com outros dois monômeros no mínimo, para que ocorra a reação de polimerização [Canevarolo Jr, 2002].

O número de pontos reativos por molécula é chamado de funcionalidade, portanto, o monômero deve ter pelo menos funcionalidade igual a 2 [Canevarolo Jr, 2002].

#### **2.4. Polimerização**

É o nome dado a reação de formação dos polímeros. Nesta reação, os monômeros se transformam no polímero, ou seja, é o processo de união dos monômeros transformando-os em meros, que será a unidade repetitiva que aparecerá

na macromolécula. O processo de polimerização tem importância na definição das características mecânicas dos polímeros e a mesma é controlada por parâmetros de processo industrial, tais como; temperatura, pressão no reator, presença de catalizadores.

Existem principalmente dois tipos de processos de polimerização, que são: polímeros formados pela adição de meros iguais e polímeros formados por condensação através da reação de mais de um monômero, gerando sempre um subproduto [Motta, 2002].

## **2.5. Características dos polímeros**

Os polímeros possuem características diferentes, e entre estas as mais comuns são:

- comportamento mecânico;
- desempenho mecânico;
- tipos de monômeros;
- estrutura da molécula;
- grau de cristalinidade;
- temperatura de transição vítrea.

### **2.5.1. Classificação quanto ao comportamento mecânico**

Os polímeros possuem características diferentes quanto ao comportamento mecânico que variam de acordo com a sua classe, dividindo-se em: plásticos, elastômeros e fibras.

a) **Plásticos:** é um material polimérico sólido na temperatura ambiente, podendo ser termoplástico, ou termorrígido.

Os termoplásticos são polímeros que sob o efeito da temperatura e pressão, amolecem e fluem, podendo ser moldados sob estas condições. Depois de retirada à solicitação de temperatura e pressão, os mesmos se solidificam, adquirindo a forma do molde. Novas aplicações de temperatura e pressão reiniciam o processo, portanto são recicláveis. Além disto, os mesmos são solúveis e possuem cadeia linear ou ramificada. Temos como exemplos destes: PE, PP e PVC.

Os termorrígidos, também conhecidos como termofixos, são polímeros que quando sujeitos a aplicação de temperatura e pressão, amolecem e fluem adquirindo a forma do molde. Eles também reagem quimicamente formando ligações cruzadas entre as cadeias e se solidificando. Posteriormente novas aplicações de temperatura e pressão não têm mais influência, tornando materiais insolúveis e não recicláveis. Com isto, os termorrígidos são moldados quando ainda na forma de pré-polímero, pois ainda não possuem as ligações cruzadas. Temos como exemplo destes o baquelite e o epóxi.

b) **Elastômeros:** é um material polimérico que na temperatura ambiente pode deformar-se no mínimo duas vezes o seu comprimento inicial, retornando ao comprimento original logo após a retirada do esforço. Para apresentar estas características, os elastômeros normalmente possuem cadeias flexíveis amarradas umas as outras, com uma baixa densidade de ligação cruzada.

Um exemplo de elastômero é a borracha vulcanizada, termo genérico usado para qualquer elastômero ou mistura dos mesmos após a formação de ligações cruzadas.

c) **Fibras:** é um termoplástico orientado. A orientação das cadeias e dos cristais, feita de modo forçado durante a fiação, aumenta a resistência mecânica desta classe de materiais, os tornando possíveis de serem usados na forma de fios finos. Temos como exemplo dos mesmos o nylon e o poliéster [Canevarolo Jr, 2002].

Na figura 3 é mostrada a curva de tensão deformação específica ilustrativa para os diferentes tipos de comportamento mecânico dos polímeros.

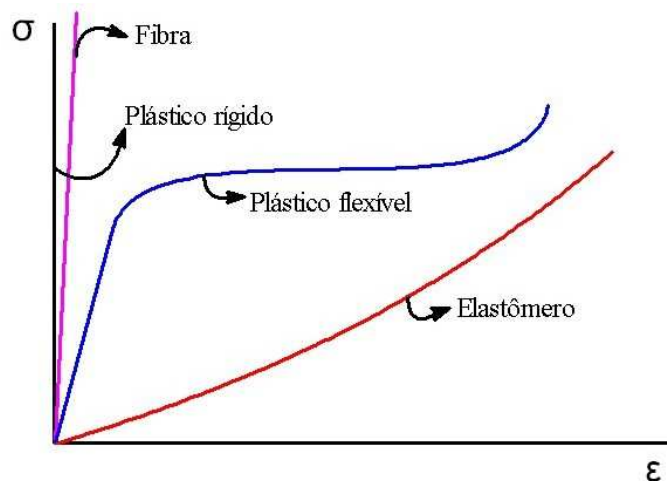


Figura 3 – Diagrama esquemático de tensão-deformação específica para os diferentes tipos de comportamento dos polímeros [Donato, 2003].

### 2.5.2. Classificação quanto ao desempenho mecânico

Os polímeros são divididos quanto ao desempenho mecânico em quatro tipos distintos, que são: termoplásticos convencionais, termoplásticos especiais, termoplásticos de engenharia e termoplásticos de engenharia especiais.

a) **Termoplásticos convencionais:** são polímeros de baixo custo, baixo nível de exigência mecânica, alta produção e facilidade de processamento. A produção destes termoplásticos juntos corresponde a aproximadamente 90% da produção total de polímeros no mundo. Como exemplo dos mesmos tem as poliolefinas, o poliestireno e o PVC.

b) **Termoplásticos especiais:** são polímeros com um custo levemente superior aos convencionais, mas com algumas características melhoradas. Nesta classe incluem-se os copolímeros de etileno-acetato de vinila e os homopolímeros de politetrafluoro-etileno.

c) **Termoplásticos de engenharia:** são utilizados para a confecção de peças de bom desempenho, usadas em dispositivos mecânicos onde é exigido principalmente do polímero, boa resistência mecânica, tenacidade e estabilidade dimensional. Tem-se como exemplo dos mesmos: as poliamidas, poliésteres termoplásticos como o PET e outros como o policarbonato.

d) **Termoplásticos de engenharia especiais:** são usados em aplicações onde a alta temperatura é a exigência principal. Para isto são utilizados polímeros com grande quantidade de anéis aromáticos na cadeia principal, o que faz com que se

aumento a estabilidade térmica para uso ininterrupto a temperaturas acima de 150° C. Como exemplo dos mesmos tem-se os polímeros que contém enxofre como as polissulfonas, alguns tipos de poliuretanas e polímeros de cristal líquido polimérico [Canevarolo Jr, 2002].

### 2.5.3. Tipos de monômeros

Como já citado anteriormente, o monômero é a unidade básica de repetição para a formação dos polímeros, podendo os mesmos serem chamados de homopolímeros ou copolímeros.

a) **Homopolímeros:** estes polímeros são formados por monômeros iguais, onde um só tipo de monômero faz parte da composição da cadeia polimérica. Na representação abaixo é possível ver um homopolímero.



Um exemplo de homopolímero é o PVC [Seymour, 1990].

Os homopolímeros são bem mais comuns que os copolímeros sendo mais fáceis de serem formados.

b) **Copolímero:** são os polímeros formados por mais de um tipo de monômero diferente, podendo os mesmos estarem dispostos de forma aleatória, ou em blocos, conforme pode ser visto nas representações a seguir.



Como exemplo de copolímero pode-se citar o polietileno [Seymour, 1990].

### 2.5.4. Estrutura da molécula

De acordo com a estrutura da molécula os polímeros possuem quatro tipos de características distintas que são: lineares, ramificados, com ligações cruzadas, ou reticulados.

a) **Linear:** nos polímeros lineares a seqüência de monômeros é contínua, seguindo em direção reta (linear), ou seja, a cadeia cresce em uma única dimensão. Estes polímeros podem ser tanto termoplásticos como termofixos, sendo formados por ligações fracas de Van-der-Walls entre as cadeias [Motta, 2002]. Um exemplo dos mesmos é o polietileno e o nylon.

Uma representação deste tipo de molécula pode ser visto nas figuras 4 e 5.



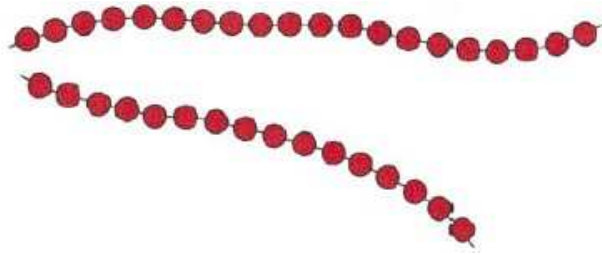


Figura 4 – Estrutura molecular linear [Callister, 2002].

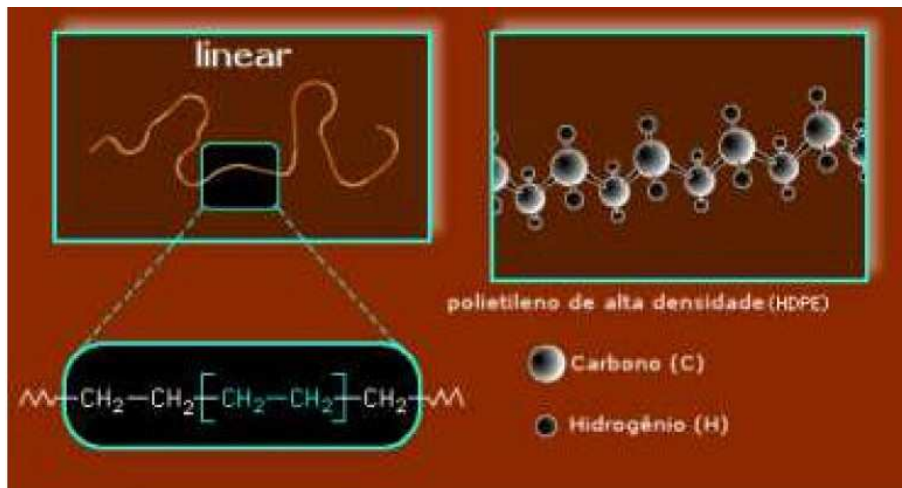


Figura 5 – Cadeia polimérica linear de Polietileno de alta densidade [Motta, 2002].

b) **Ramificado:** neste tipo de polímero a cadeia é mais eficiente que a linear, pois possui menor tamanho e menor densidade atômica. Neste tipo de cadeia as ramificações partem da cadeia principal formando uma configuração que lembra galhos de árvore [Motta, 2002]. Os polímeros com esta estrutura molecular possuem menor cristalinidade que os de cadeias lineares.

Nas figuras 6 e 7 é possível visualizar este tipo de estrutura polimérica.

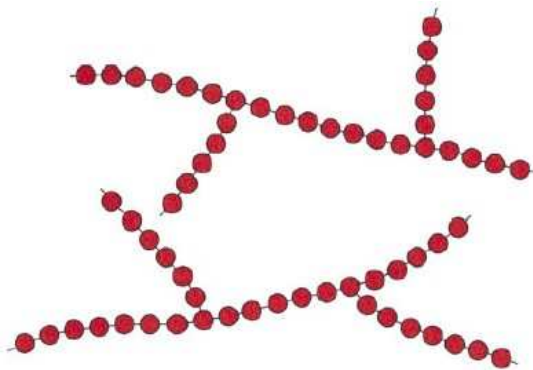


Figura 6 – Estrutura molecular ramificada [Callister, 2002].



Figura 7 - Cadeia polimérica ramificada de Polietileno de baixa densidade [Motta, 2002].

c) **Com ligações cruzadas:** neste tipo de estrutura molecular, as cadeias são conectadas entre si por ligações covalentes, sendo com frequência formadas novas ligações entre as mesmas. Muitas borrachas possuem este tipo de estrutura.

Na figura 8 é mostrado este tipo de estrutura.

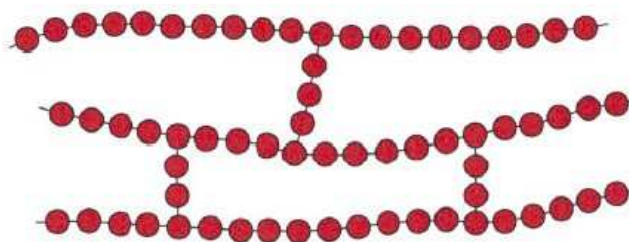


Figura 8 – Estrutura molecular com ligação ramificada [Callister, 2002].

d) **Reticulados:** são estruturas tridimensionais que têm sua origem na ligação covalente das moléculas lineares, em pontos que não são os seus extremos.

Os polímeros também são chamados de reticulados quando o número de ligações cruzadas entre as moléculas é suficientemente alto. Nesses polímeros as ligações covalentes se desenvolvem nas três direções do espaço e, como resultado, tornam-se altamente insolúveis e infusíveis, que é o caso dos termofixos [Motta, 2002]. Como exemplo de polímeros com estas características tem-se os epóxis e os fenolformaldeídos.

Nas figuras 9 e 10 é possível visualizar este tipo de estrutura.

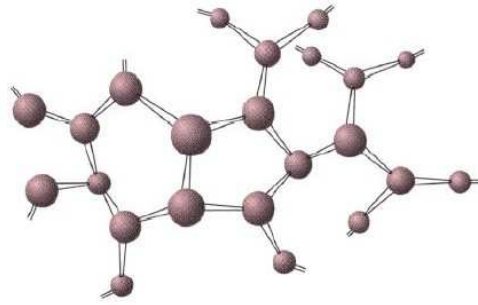


Figura 9 – Estrutura molecular em rede tridimensional [Callister, 2002].

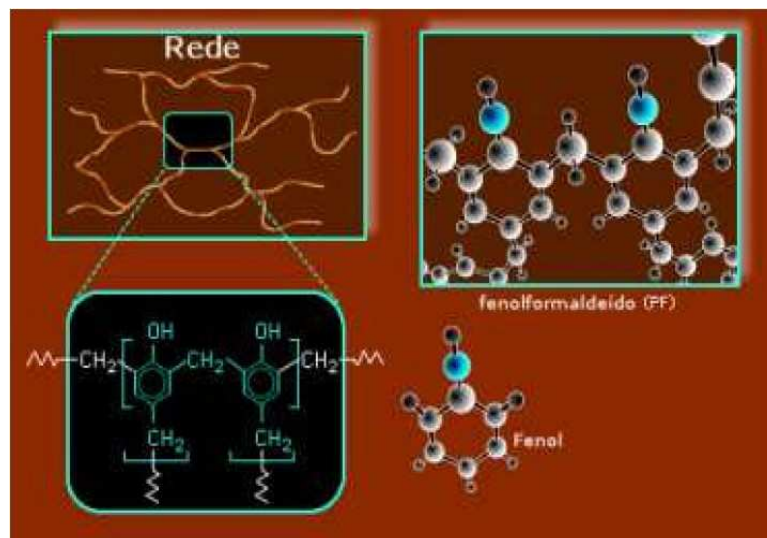


Figura 10 – Cadeia polimérica tridimensional do fenolformaldeído [Motta, 2002].

### 2.5.5. Grau de cristalinidade

O grau de cristalinidade é uma importante característica que irá ter influência em várias propriedades dos polímeros, podendo os mesmos serem cristalinos, semicristalinos ou amorfos.

Polímeros cristalinos são aqueles que apresentam as cadeias poliméricas perfeitamente ordenadas, porém em algumas regiões as cadeias não apresentam a mesma ordem, significando que os polímeros cristalinos, que apresentam regiões desordenadas na molécula são semicristalinos. Já os polímeros amorfos são aqueles cujas cadeias moleculares encontram-se completamente desordenadas.

Devido aos polímeros possuírem cadeias extremamente longas, é bastante incomum que o mesmo seja totalmente cristalino, com isto, podemos afirmar que um polímero dito cristalino, tem regiões cristalinas e regiões amorfas. São raros os

polímeros altamente cristalinos e mesmo assim nas dobras das cadeias, pode-se dizer que são amorfas.

Logo, os polímeros exibem dois tipos de morfologia no estado sólido: amorfo e semicristalino.

Quando um polímero é classificado como amorfo, as moléculas estão orientadas aleatoriamente e também estão entrelaçadas umas às outras. Os polímeros transparentes são geralmente amorfos.

Já nos polímeros semicristalinos, as moléculas exibem um empacotamento regular, ordenado, em determinadas regiões. Este comportamento é mais comum em polímeros lineares, com estrutura regular. Por causa das fortes interações intermoleculares, os polímeros semicristalinos são mais duros e resistentes, além de serem opacos. O surgimento de regiões cristalinas também pode ser induzido por um alongamento das fibras, no sentido de alinhar as moléculas.

Uma observação importante de se ressaltar, é que as propriedades mecânicas resultantes do processo de moldagem dependem muito do grau de cristalinidade do material. De forma geral quanto maior a cristalinidade, maior a rigidez, resistência mecânica e estabilidade térmica [Heilmann, 1992].

Na figura 11 é mostrada a diferença de orientação que existe entre uma região cristalina e uma amorfa.

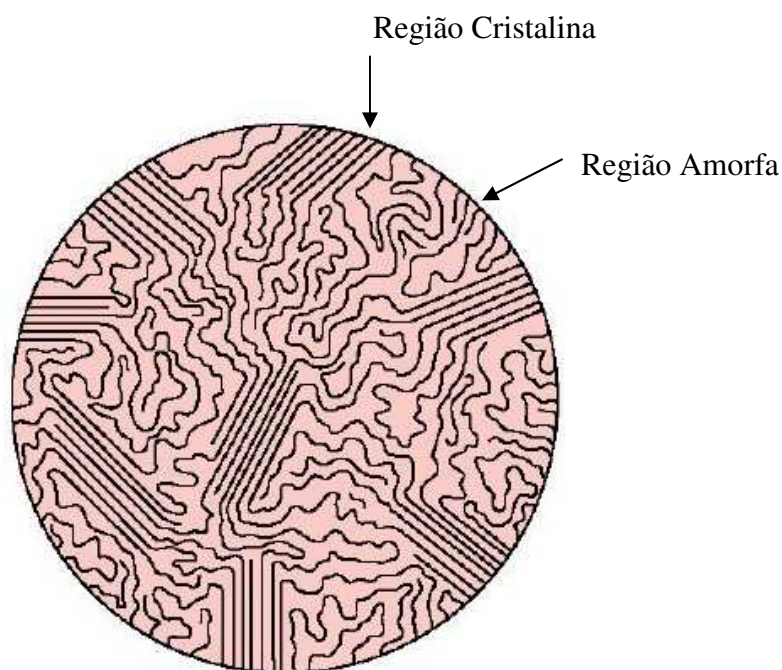


Figura 11- Estrutura polimérica com regiões amorfas e cristalinas [Callister, 2002].

### **2.5.6. Temperatura de transição vítrea**

Outra importante característica dos materiais poliméricos é a temperatura de transição vítrea ( $T_g$ ), que é uma temperatura de transição que ocorre nas regiões amorfas dos polímeros, isto é, os polímeros amorfos apresentam comportamento físico diferenciado conforme a temperatura esteja abaixo ou acima de uma faixa limite, denominada temperatura de transição vítrea.

Segundo [Motta, 2002],  $T_g$  é geralmente definida como a temperatura abaixo da qual o movimento molecular da cadeia é bloqueado. Acima dessa temperatura há energia suficiente para permitir algum grau de movimento e ondulações na cadeia.

Durante o resfriamento,  $T_g$  é a média da faixa de temperatura em que as cadeias poliméricas perdem a mobilidade, isto é, as macromoléculas poliméricas não têm energia interna suficiente para deslocarem-se umas em relação às outras. Nessa fase de resfriamento, onde as mudanças ocorrem abaixo da  $T_g$ , um polímero amorfo que tem 100% de suas regiões afetadas por esse nível de temperatura tende a ser “vítrea”, duro, rígido e quebradiço.

Durante o aquecimento,  $T_g$  é a média de faixa de temperatura a partir da qual as regiões amorfas readquirem progressivamente a mobilidade, isto é, em torno de 50 °C os polímeros amorfos tornam-se borrachosos, moles e flexíveis.

$T_g$  também é conhecido como transição termodinâmica de 2ª ordem, havendo mudanças em propriedades dos polímeros como módulo de elasticidade, coeficiente de expansão térmica, calor específico, etc [Motta, 2002].

## **2.6. Propriedades mecânicas dos polímeros**

Nos plásticos muitos aspectos necessitam ser observados, mas provavelmente o mais importante é que ao contrário do que ocorre com os metais as propriedades mecânicas dos polímeros são dependentes do tempo. Além disto, os efeitos do nível de tensão, a temperatura do material, e a estrutura (como o peso molecular, a orientação das moléculas e a densidade), também têm influência.

Como exemplo disso o polipropileno, com o aumento da temperatura de 20° C para 60° C pode causar um decréscimo de até 50% na tensão que o material suporta.

Devido a estas variações certas propriedades como o módulo de elasticidade, só pode ser usado como padrão de referência e para a condição que foi levantado, necessitando de outras avaliações se o material for ser usado em condições diferentes das mesmas [Chanda, 1987].

### 2.6.1. Relação tensão-deformação específica

O comportamento da tensão e deformação nos polímeros com uma taxa constante de carga aplicada tem um papel importante no controle de qualidade e como comparativo para vários polímeros.

Os polímeros possuem comportamento similar na tração e no cisalhamento, porém a magnitude e a extensão para cada curva são diferentes.

Na figura 12 é possível visualizar um diagrama tensão-deformação específica típico para termoplásticos em geral.

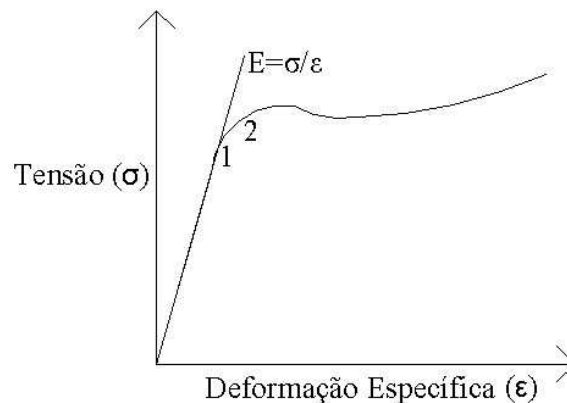


Figura 12 – Diagrama tensão-deformação específica para termoplásticos [Chanda, 1987].

O diagrama pode sofrer variações dependendo das propriedades do polímero. Devido a esta variação, os valores obtidos para as tensões são diferentes, produzindo como consequência uma curva diferente.

Nos termoplásticos é encontrada geralmente uma curva muito parecida com a que ocorre para a maioria dos metais, devido a se deformarem elasticamente e plasticamente antes que ocorra a sua ruptura.

Para os termorrígidos, como os fenólicos, o comportamento é diferente devido às moléculas estarem ligadas entre si através de ligações cruzadas ou em rede, e com isto somente um movimento pequeno entre as moléculas pode ocorrer. Como resultado disto a fratura ocorre a pequenas deformações.

A tensão de ruptura, deformação específica e o módulo de elasticidade, podem ser obtidos pelo estudo da relação tensão-deformação como ocorre para os metais, através da relação:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (2.1)$$

Para a determinação do módulo de elasticidade leva-se em conta a tensão suportada pelo material dividida pela deformação sofrida pelo mesmo em um determinado ponto da deformação elástica.

Outra forma para se determinar o módulo de elasticidade é através da medida da inclinação tangente da curva.

Na deformação específica mostrada no diagrama tensão deformação específica, o material se comporta como um material linear-elástico até o ponto 1, e a deformação sofrida é recuperada logo após a retirada da carga. Esta deformação é pequena e é associada com os movimentos das ligações interatômicas entre os átomos das moléculas do polímero. Este tipo de deformação é recuperado instantaneamente após a retirada da carga, não ficando nenhuma deformação permanente nas moléculas.

Entre os pontos 1 e 2 do diagrama, a deformação é associada com o movimento parcial das cadeias moleculares do material, quando carregado com uma carga. Isto pode ocorrer sem o escorregamento intermolecular. A deformação é recuperada, porém não instantaneamente. Embora esta ocorra com a ultrapassagem do limite de proporcionalidade, não há uma deformação permanente com a modificação dos arranjos intermoleculares. Este tipo de deformação é caracterizado pela recuperação e pela não linearidade e é muito comum no estado elástico.

Após o ponto 2, o limite de elasticidade do material é ultrapassado ocorrendo o deslocamento das moléculas uma em relação as outras, produzindo uma deformação de característica permanente e irreversível.

Para determinação da tensão limite de escoamento dois métodos são utilizados. No primeiro, se considera a tensão de escoamento arbitrariamente como sendo 0,02 do campo de deformação específica [Squenal, 2002].

No segundo método a tensão de escoamento pode ser definida pela razão da tensão total pela deformação total sendo um valor de aproximadamente 50% ou 70% do módulo de elasticidade [Chanda, 1987].

O coeficiente de Poisson para os materiais poliméricos é determinado pela redução da seção horizontal sendo a razão entre a deformação transversal (contração)

sofrida pelo corpo de prova, pela deformação longitudinal (elongação). O coeficiente de Poisson para a maioria dos polímeros frágeis é de aproximadamente 0,3; para polímeros mais flexíveis é aproximadamente 0,45. O coeficiente varia não só com a natureza do material, mas também com a magnitude da deformação aplicada ao material. Os valores citados neste trabalho são para uma deformação de zero.

O diagrama tensão deformação específica serve como uma referência para as propriedades mecânicas dos polímeros como em outros materiais, sendo de forma geral assim: materiais resistentes têm tensão de ruptura maior que materiais frágeis; materiais duros têm maiores módulos de elasticidade que materiais moles; materiais tenazes suportam maiores deformações com maior carga por unidade de volume [Chanda, 1987].

### 2.6.2. Comportamento viscoelástico

Um material perfeitamente elástico obedece à lei de Hooke, a qual diz que a tensão é diretamente proporcional à deformação, e a relação pode ser escrita como [Rubin, 1990]:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (2.2)$$

Num líquido perfeitamente viscoso (Newtoniano) a tensão de cisalhamento, é diretamente proporcional ao módulo de cisalhamento, seguindo a relação [Rubin, 1990]:

$$\tau = G \cdot \gamma \quad (2.3)$$

Porém materiais poliméricos exibem o comportamento tensão deformação que não corresponde bem a estes dois casos ideais. Logo os mesmos apresentam um comportamento viscoelástico, sendo a tensão do material uma função tanto da deformação como do tempo, podendo ser descrita pela relação a seguir [Chanda, 1987]:

$$\sigma = f(\varepsilon, t) \quad (2.4)$$

Esta equação representa o comportamento viscoelástico não linear, sendo frequentemente reduzida para [Chanda, 1987]:

$$\sigma = \varepsilon f(t) \quad (2.5)$$

A maioria das características de materiais viscoelásticos são que os mesmos exibem deformação dependente do tempo, quando sujeitos a cargas constantes que é o caso da fluência. Os materiais viscoelásticos também possuem a capacidade de se



reconstituírem quando a tensão suportada pelo mesmo é removida, fazendo com que ocorra uma reconstituição do material [Chanda, 1987].

### 2.6.3. Fluência

Polímeros e borrachas geralmente são bastante suscetíveis ao surgimento de fluência a temperaturas baixas. Nos testes de fluência uma carga ou tensão é aplicada ao material e a variação do deslocamento ou deformação é observada.

Na figura 13 é possível observar este comportamento.

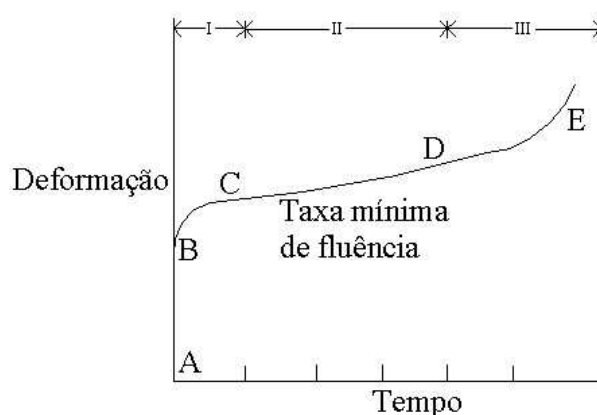


Figura 13 - Curva de fluência para os plásticos [Chanda, 1987].

É possível visualizar que existe quase que instantaneamente uma deformação elástica seguindo uma dependência com o tempo, que ocorre em três estágios: primeiramente uma fluência transiente BC, logo após um estado constante de fluência CD e finalmente um estágio final de aumento acelerado do mecanismo de fluência.

Os polímeros de maneira geral possuem altas taxas de fluência a baixas tensões e temperaturas, conforme foi comentado no início deste item. A fluência varia de um polímero para o outro, possuindo os termorrígidos uma resistência bem maior a fluência que os termoplásticos. É importante ressaltar que o material não pode se deformar de forma contínua, em algum momento vai ocorrer à fratura, e esta fratura devido à fluência é chamada de fratura de fluência [Chanda, 1987].

#### **2.6.4. Efeito da temperatura**

A temperatura possui forte efeito sobre a deformação nos polímeros. O efeito da temperatura para diferentes materiais poliméricos depende da estrutura de cada material e principalmente se o mesmo é amorfo ou cristalino. Se o plástico é praticamente em grande parte amorfo, é a temperatura de transição vítrea que vai determinar a máxima temperatura de serviço. Caso o material seja em sua maior parte cristalino como o polipropileno e o polietileno, a temperatura de transição vítrea é menos importante devido a ter uma menor região amorfa. Para estes materiais a temperatura de amolecimento é a temperatura limite de serviço do material [Chanda, 1987].

#### **2.6.5. Fratura**

A principal causa de fratura nos polímeros é por ação prolongada e constante de tensões levando à fluência.

Dois tipos de fraturas podem ser observados; a fratura frágil e a fratura dúctil. A fratura frágil é potencialmente mais perigosa que a fratura dúctil, pois a mesma ocorre sem a observância de deformação no material. Na fratura dúctil, grandes deformações não recuperáveis ocorrem antes da ruptura real, servindo de alerta para que o material esteja perdendo suas características.

O material absorve maior energia quando a fratura é dúctil do que frágil. Nos materiais poliméricos os dois tipos de fratura podem ser observados dependendo de variáveis como: taxa de deformação, tensões aplicadas, e temperatura e condições de operação [Chanda, 1987].

#### **2.6.6. Resistência ao impacto**

A resistência ao impacto permite que seja possível determinar a transição dúctil-frágil nos materiais, sendo também usada em polímeros. A propriedade que tem maior influência nesta transição é a temperatura, sendo que à medida que a temperatura é reduzida esta transição se torna mais significativa.

Na figura 14 é possível visualizar a transição dúctil-frágil para diferentes termoplásticos.

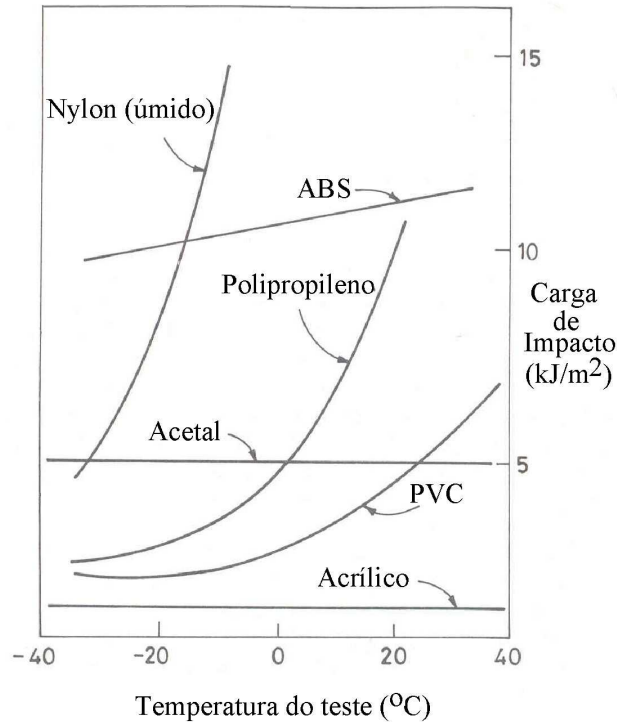


Figura 14 – Transição dúctil-frágil para diversos polímeros [Chanda, 1987].

É possível visualizar que à temperatura de aproximadamente 20 °C o polipropileno tem maior resistência ao impacto que o acetal, se invertendo esta situação quando a temperatura é abaixo de zero.

A resistência ao impacto é determinada por duas diferentes formas de ensaio, uma sendo a americana que é a técnica Charpy e a outra européia que é a Izod [Chanda, 1987].

### 2.6.7. Fadiga

Um material, sujeito a tensões alternadas sobre longos períodos de tempo, pode fraturar a tensões muito abaixo da tensão limite de ruptura quando sujeito a cargas estáticas, devido ao fenômeno chamado de fadiga. Nos polímeros a fadiga tem um papel importante nas causas de fraturas, porém, é menos importante do que nos metais, sendo necessário um estudo específico de mecânica da fratura em polímeros, para maiores conclusões [Chanda, 1987].

### 2.6.8. Dureza

Existem diferentes métodos para determinar a dureza em materiais poliméricos. Os mais comumente utilizados se baseiam na resistência do material a

sofrer uma marca quando o mesmo é submetido a uma ponta de um material duro como o diamante. Com o tamanho da marca efetuada por esta ponta é possível através de dados de escala se obter a dureza do material.

Para o polipropileno o método mais utilizado é o de dureza Rockwell R e Shore [Chanda, 1987].

### 2.6.9. Tabela de propriedades mecânicas

Na tabela 2 são apresentadas algumas propriedades mecânicas de diferentes tipos de materiais poliméricos, comparando os mesmos com o aço SAE 1020.

Tabela 2 – Propriedades mecânicas de alguns polímeros [Askeland, 1989][Crawford, 1987].

Polímero	Módulo de Elasticidade (MPa)	Resistência a Tração (MPa)	Máxima Deformação (%)
Acetal (homopolímero)	3582	68	40
Epóxi	3100	70	3
PPO	2411	45	70
Nylon	3100	70	60
PET	3445	75	70
Policarbonato	2411	65	100
Polipropileno	1309	33	150
Poliestireno	2824	40	1.5
Polietileno	206	10	400
PVC (rígido)	4134	50	80
PVC (flexível)	2067	14	300
Aço SAE 1020	210000	390	20

### 2.7. O que é o polipropileno

O polipropileno é um termoplástico semicristalino, produzido através da polimerização do monômero propeno. As macromoléculas obtidas de polipropileno podem conter milhares de unidades de monômeros [Polibrasil, 2006].

Comercialmente em sua grande maioria, o polipropileno é do tipo isotático. Esta estrutura favorece o desenvolvimento de regiões cristalinas, que, dependendo das condições de processamento, permite obter uma cristalinidade entre 40 e 70% [Polibrasil, 2006].

Na figura 15 é mostrado o ciclo de produção do polipropileno e outros polímeros, desde a matéria-prima inicial que é o petróleo até o produto final.

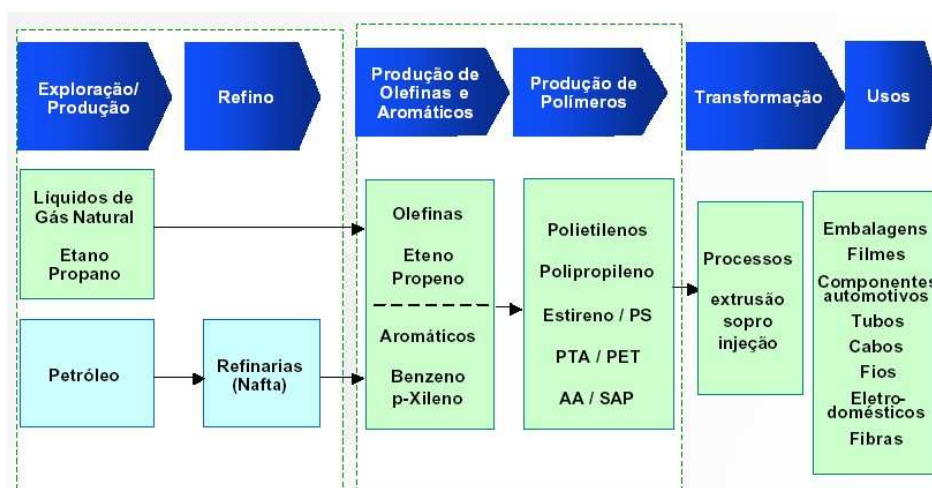


Figura 15 – Ciclo desde a matéria prima até o produto final dos derivados petroquímicos [Petroquisa, 2005].

### 2.7.1. Como é feito

O polipropileno é feito pela formação de longas cadeias de monômero de propeno. O monômero base, o propeno, é um gás à temperatura ambiente, mas quando é unido forma cadeias longas de moléculas chamadas de polímero, que é o polipropileno em si [Polibrasil, 2006].

Este processo de unir os monômeros se chama polimerização, que ocorre em um reator operando normalmente sob altas temperaturas, altas pressões e com o uso de um sistema catalítico [Polibrasil, 2006].

A criação da forma isotática de polipropileno reside no catalisador usado para dirigir esta reação: o catalisador correto deve alinhar as moléculas para assegurar que eles encontrem a forma certa de se unirem à cadeia. Os catalisadores usados para a polimerização do propeno são geralmente uma mistura de compostos de titânio e alumínio [Polibrasil, 2006].

Um controle flexível da estrutura molecular durante a polimerização, especificamente da isotaticidade, peso molecular, distribuição do peso molecular e a adição de comonômero durante a copolimerização, permite a uma única unidade de polimerização produzir todos os tipos de polipropileno [Polibrasil, 2006].

O polipropileno sai do reator na forma de pequenas partículas ou esferas. Elas vão para uma extrusora, onde são adicionados os aditivos e então granulada. Esta é a forma que o polipropileno é entregue aos fabricantes de produtos finais que, com o

processo de injeção, extrusão e outros, são possíveis produzirem produtos finais como, cadeiras e mesas plásticas além de outros que serão vendidas para o consumidor final [Polibrasil, 2006].

Na figura 16 é mostrada a unidade monomérica do polipropileno.

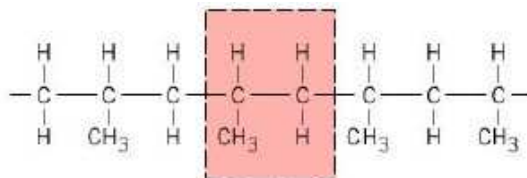


Figura 16 – Unidade monomérica do polipropileno [Callister, 2002].

### 2.7.2. Quais os tipos

Os tipos de polipropileno englobam Homopolímeros, Copolímeros Randômicos e Copolímeros Heterofásicos, com índices de fluidez podendo variar entre 0,6 a 100 g/10min [Polibrasil, 2006].

Os homopolímeros são produzidos pela polimerização única do propeno. Homopolímeros apresentam alta isotaticidade, por conseguinte elevada cristalinidade, alta rigidez, dureza e resistência ao calor [Polibrasil, 2006].

Os copolímeros randômicos são obtidos quando se adiciona ao propeno um segundo monômero, que é normalmente eteno, no reator. As moléculas de eteno são inseridas aleatoriamente, o que reduz a cristalinidade do material. Por este motivo, os copolímeros randômicos apresentam maior transparência, menor temperatura de fusão e são mais resistentes ao impacto à temperatura ambiente que os homopolímeros [Polibrasil, 2006].

Os copolímeros heterofásicos, muitas vezes também chamados de Copolímeros de Impacto ou de Bloco, são produzidos em dois reatores em série, onde no primeiro se polimeriza somente o propeno e no segundo uma fase elastomérica composta de propeno e eteno. Por apresentar, então, estas duas fases os copolímeros heterofásicos perdem transparência, porém apresentam elevada resistência ao impacto tanto à temperatura ambiente como a baixas temperaturas [Polibrasil, 2006].

A escolha do tipo mais adequado à aplicação final deve ser baseada no desempenho requerido no uso final, mais do que no método de processamento aplicado [Polibrasil, 2006].

Na quadro 1 é possível visualizar as principais características dos diferentes tipos básicos de polipropileno.

Quadro 1 - Principais características para os tipos de polipropileno [Polibrasil, 2006].

Tipo	Rigidez	Transparência	Resistência ao Impacto	
			Temperatura Ambiente	Temperatura Baixa
Homopolímero	Muito Boa	Regular	Regular	Fraca
Copolímero Randômico	Regular	Boa	Muito Boa	Fraca
Copolímero Heterofásico	Regular	Fraca	Muito Boa	Muito Boa

Além disto, também o polipropileno apresenta estas características:

- a densidade do polipropileno é da ordem de  $0,905 \text{ g/cm}^3$ , uma das mais baixas entre todos os materiais poliméricos disponíveis comercialmente. Isto permite obter peças com baixo peso;
- apresenta elevada rigidez, superior à da maioria dos polímeros comerciais;
- boa resistência ao impacto à temperatura ambiente para todos os tipos de polipropileno;
- excelente transparência por contato;
- elevada resistência à fadiga por flexão, tornando-o adequado a aplicações em dobradiças integrais;
- alta dureza superficial;
- elevada resistência química, não sendo atacado pela grande maioria de produtos químicos à temperatura ambiente;
- baixa absorção de água;
- baixa permeabilidade ao vapor de água;
- baixa condutividade elétrica.

É importante ressaltar que existem diferentes tipos de resinas de polipropileno para cada tipo de polímero e a resina que será utilizada, depende do desempenho requerido pelo produto [Polibrasil, 2006].

Na tabela 3 é mostrado o tipo e o número de resinas de polipropileno produzidas pela Empresa Polibrasil

Tabela 3 – Número de resinas disponíveis para cada tipo de polipropileno [Polibrasil, 2006].

<b>Tipo</b>	<b>Número de resinas</b>
Homopolímero	53
Copolímero Randômico	8
Copolímero Heterofásico	7

### 2.7.3. Como é moldado

Devido às suas características no estado fundido, o polipropileno pode ser moldado pelos mais diferentes processos de transformação de polímeros, entre eles:

- a moldagem por injeção que envolve a fusão do material, junto com a adição de corantes ou aditivos, e forçá-lo sob pressão para dentro de um molde. Este molde é refrigerado, o material se solidifica e o artigo final é extraído. Este método é usado para fazer muitos tipos de artigos, como por exemplo potes, tampas, móveis plásticos, corpos de eletrodomésticos, utilidades domésticas como mesas e cadeiras plásticas e peças automobilísticas [Polibrasil, 2006];

- a moldagem por sopro é usada para a produção de frascos, garrafas, reservatórios para veículos, etc. Um tubo de material fundido é soprado dentro de um molde e toma a forma da cavidade. Quando ele é resfriado, o molde é aberto e o artigo extraído [Polibrasil, 2006];

- filmes de polipropileno são largamente empregados para a embalagem de alimentos e outros artigos. Eles são feitos por extrusão, que força a passagem do material fundido através de uma matriz tubular ou plana. O Filme produzido desta forma pode ser orientado posteriormente, obtendo-se um filme mais resistente [Polibrasil, 2006];

- a extrusão é um processo capaz de gerar inúmeros artigos contínuos, que incluem tubos, chapas, rafia, etc. As chapas de polipropileno são feitas pela passagem do material fundido através de uma matriz plana, e resfriado em cilindros paralelos. As chapas podem ser usadas para a produção de diversos artigos através de corte e vinco, ou termoformadas para a produção de potes e copos [Polibrasil, 2006];

- fibras de polipropileno são usadas para a produção de carpetes, tapetes e cordas, entre outros. O material é fundido em uma extrusora e forçado através de inúmeros furos minúsculos, formando as fibras. De modo semelhante são produzidos os não tecidos de polipropileno, que são largamente usados em descartáveis



higiênicos, roupas protetoras, etc que se beneficiam da tenacidade e flexibilidade dos novos materiais [Polibrasil, 2006];

### **3. ANÁLISE ESTRUTURAL ATRAVÉS DE ELEMENTOS FINITOS**

#### **3.1. Histórico**

As idéias e teorias que deram origem ao que hoje conhecemos como método dos elementos finitos surgiram no início do século passado. Não se atribui a ninguém em especial a sua autoria, nem a data precisa de seu surgimento [Sanchez, 2001].

Em 1941 Courant propôs o primeiro método dos elementos finitos conhecido até hoje. Foi usado o princípio de energia potencial estacionário, com interpolação polinomial sobre sub-regiões triangulares para estudar um problema torsional de Saint-Venant [Cook, 1989].

Nenhum destes trabalhos teve uma aplicação muito prática, devido a não existirem computadores capazes para resolver um grande número de equações algébricas [Cook, 1989].

Em 1953, engenheiros escreveram na forma de matriz equações que descreviam a rigidez e resolveram as mesmas em um computador. Muitos destes resultados foram aplicados na indústria aeroespacial. Nesta época os problemas tinham no máximo 100 graus de liberdade [Cook, 1989].

A Companhia Boeing neste mesmo ano sugeriu que, elementos triangulares planos poderiam ser usados para analisar o campo de tensões na superfície de asas em delta. Este trabalho foi publicado quase que simultaneamente com um similar realizado na Inglaterra, marcando o início da difusão do método de elementos finitos [Cook, 1989].

O nome “método dos elementos finitos” foi dado por Ray Clough em 1960 e o valor prático do método foi logo reconhecido. Novos elementos para aplicações em análises de tensões foram desenvolvidos a partir daí. Em 1965 foram publicados trabalhos sobre as aplicações do método em condução térmica [Cook, 1989].

Durante as décadas de 60 e 70 do século passado, vários programas que utilizam o método surgiram, como: ANSYS, NASTRAN, COSMOS, SAP e muitos mais. Cada programa inclui vários tipos de elementos e podem trabalhar com análises

estáticas, dinâmicas, troca térmica, escoamento transiente ou estacionário entre outros. A grande vantagem destes programas é que são muito mais rápidos de serem usados, além de possuírem uma interface muito boa com o usuário [Cook, 1989].

No início estes programas necessitavam de supercomputadores para executarem as análises, porém, com o avanço tecnológico, estes programas podem ser facilmente executados em computadores pessoais comuns, utilizando em sua análise uma grande quantidade de elementos.

Antigamente só era possível se analisar geometrias simples como barras, vigas, entre outros. Com o desenvolvimento tanto do método como dos computadores começou a ser usual a análise de estruturas de geometria arbitrária, constituídas por múltiplos materiais e sujeitas a qualquer tipo de carregamento [Azevedo, 2003].

### **3.2. O método**

Neste método a região em estudo é modelada ou aproximada por um conjunto de elementos discretos pré-definidos. Uma vez que estes elementos podem ser colocados juntos em uma grande variedade de configurações, se podem modelar formas geométricas bastante complexas. Além disto, é possível que o projetista tenha uma grande flexibilidade na aplicação de cargas e condições de contorno, o que torna este método o mais utilizado para análises estruturais [Sanchez, 2001].

#### **3.2.1. Vantagens e desvantagens do método**

A potência do método reside principalmente na versatilidade, ou seja, a possibilidade de aplicar o mesmo em vários tipos diferentes de problemas. O corpo em análise pode ter superfícies, cargas e condições arbitrárias. A malha criada para discretizar o problema pode ter diferentes tipos de elementos [Cook, 1989].

Outro dado importante de ressaltar, é que com o desenvolvimento tecnológico dos computadores, o método se torna muito acessível, devido à possibilidade de se obter soluções bastante realistas em computadores pessoais comuns.

A desvantagem do método reside principalmente em ser um método numérico que possibilita uma solução aproximada do problema, além de necessitar a utilização de pessoas com conhecimento prévio do mesmo, de forma a não serem cometidos erros na obtenção e interpretação dos resultados [Cook, 1989].

### **3.3. Dados importantes para a análise estrutural**

Quando surge a necessidade de se resolver um problema de análise estrutural, a primeira questão que se coloca é a sua classificação quanto à geometria, comportamento do material constituinte e cargas aplicadas. O modo como o método de elementos finitos é formulado e aplicado depende, em parte, das simplificações inerentes a cada tipo de problema, como se é uma estrutura sujeita a um esforço estático ou dinâmico, linear ou não linear, além do tipo de estrutura a ser analisada, que será abordada brevemente no item a seguir [Azevedo, 2003].

#### **3.3.1. Tipo de estrutura a ser analisada**

Estruturas quanto à sua geometria podem ser classificadas como reticuladas, laminares ou sólidas [Azevedo, 2003].

Estruturas laminares são as que se desenvolvem para ambos os lados de uma superfície média, mantendo-se na sua vizinhança. É o caso de uma lâmina cuja espessura é muito inferior às restantes dimensões. Quando a superfície média é plana, a estrutura laminar pode ser classificada como parede, laje ou casca plana. Uma parede apenas se encontra sujeita a carga paralela ao seu plano médio. Uma laje pode ter aplicadas forças perpendiculares ao plano médio e momentos cujo vetor está contido no plano médio. Uma estrutura laminar plana sujeita a outros tipos de cargas é designada casca plana. Quando a superfície média não é plana, tem-se uma casca tridimensional [Azevedo, 2003].

Estruturas reticuladas são as constituídas por barras prismáticas, cujas dimensões transversais são muito menores do que o comprimento do seu eixo. Neste tipo de estrutura é habitual distinguir os pórticos das treliças, conforme é ou não considerada a compatibilidade de rotações nas extremidades de barras adjacentes [Azevedo, 2003].

Existe a possibilidade de tratar com grande eficiência uma classe de problemas de análise de estruturas designados axissimétricos. Os mesmos ocorrem, quando a estrutura é um sólido de revolução e as cargas são todas axissimétricas em relação ao mesmo eixo. Neste tipo de problemas é ainda possível distinguir o caso do sólido de revolução do caso da lâmina de revolução [Azevedo, 2003].

Finalmente existe o caso de análise estrutural de sólido. Neste, sua geometria e cargas se repetem indefinidamente ao longo de um eixo retilíneo. Trata-se do estado plano de tensões, que pode ser estudado com base numa geometria bidimensional ou tridimensional [Azevedo, 2003].

### 3.4. Os elementos

As estruturas para análise são geralmente divididas em: viga, barra, placa, casca, sólidos planos de duas ou três dimensões.

Neste estudo será abordado em maiores detalhes o elemento sólido tridimensional tetraedro.

#### 3.4.1. Sólido tri-dimensional

Os elementos sólidos tridimensionais podem ser de várias formas desde que os mesmos possuam as três dimensões, como exemplo pode-se citar os tetraedros, pentaedros e hexaedros entre outros. A teoria de elasticidade estabelece que existem doze equações diferenciais parciais independentes, e seis relações de tensão-deformação que descrevem as forças e deslocamentos nas condições de contorno, para um caso em três dimensões. As equações de tensões serão apresentadas mais a frente neste capítulo.

As equações que descrevem as deformações são as seguintes:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.1)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3.2)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (3.3)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.4)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3.5)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (3.6)$$

As outras equações que governam são as de força, de equilíbrio e de compatibilidade. Estas equações, com as condições de contorno apropriadas, satisfazem à solução elástica.

Como já ressaltado anteriormente, o elemento tetraedro é um elemento de quatro lados e quatro nós, mas que possui um desempenho limitado, requerendo um número maior de elementos para se obter um bom resultado, ou um tetraedro com um número maior de nós. O outro elemento bastante usado é hexaedro com oito nós nos vértices. Novamente, para se obter um bom resultado é necessário um número grande de elementos na peça para se obter uma boa aproximação.

Na figura 17 é possível visualizar um tetraedro e um hexaedro.

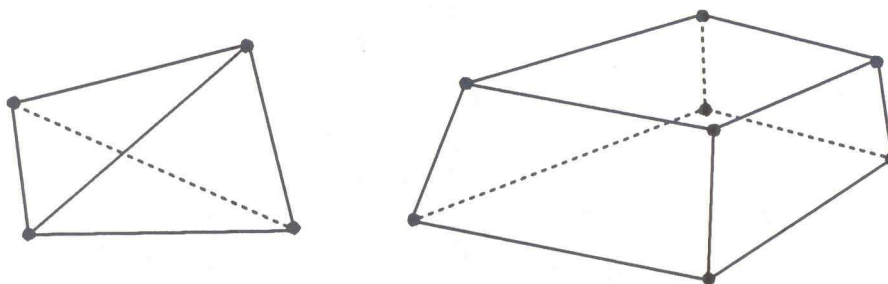


Figura 17 – Elemento sólido tridimensional tetraedro e hexaedro [Knight Jr., 1993].

Este recurso de se aumentar o número de elementos leva a uma tarefa mais complexa tanto do ponto de vista computacional como humano, acarretando em muitas vezes longos tempos de solução e máquinas com recursos, mas que dependendo das condições de contorno, podem ser executados em computadores pessoais [Knight Jr., 1993].

O elemento tetraedro vai ser abordado em maiores detalhes no decorrer deste estudo.

### **3.5. Elemento tetraedro**

O tetraedro é o elemento principal do ponto de vista tridimensional para o estudo de tensões e deformações, comparado ao triângulo do ponto de vista bidimensional. Como já foi citado anteriormente, o tetraedro possui geralmente quatro nós, sendo um em cada um de seus vértices [Zienkiewicz e Taylor, 2000].

Na análise de uma estrutura utilizando o elemento tetraedro é necessário um grande número de elementos para poder se obter um bom grau de acurácia. Nestes estudos se obtém um grande número de equações simultâneas necessitando-se de bons recursos computacionais. O número de equações ainda cresce se for utilizado o método de solução iterativa, utilizando malhas adaptativas [Zienkiewicz e Taylor, 2000].

### 3.5.1. As funções deslocamentos

Na figura 18 é mostrado um elemento tetraedro  $i, j, m, p$  no espaço definido pelas coordenadas por  $x, y$  e  $z$ .

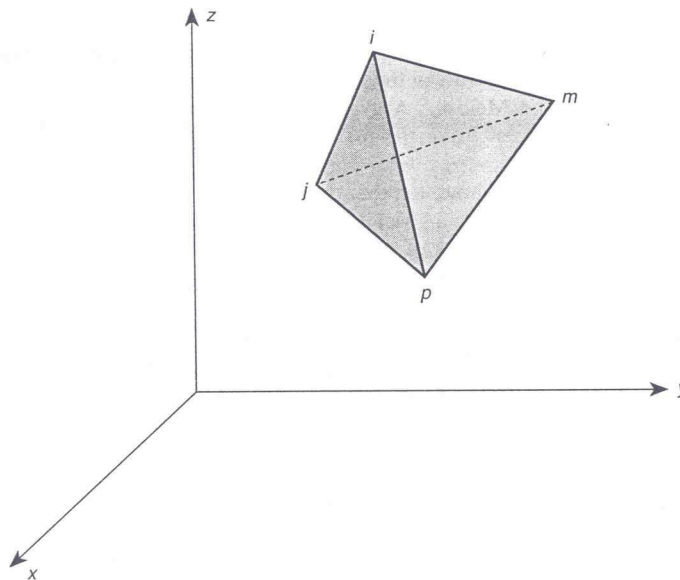


Figura 18 – Elemento tetraedro [Zienkiewicz e Taylor, 2000].

O estado de deslocamentos é definido por três componentes de deslocamentos  $u, v$ , and  $w$ , nas direções das coordenadas  $x, y$ , e  $z$ .

$$u = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

Como ocorre em um triângulo plano aonde a variação linear de quantidade é definida por três valores nodais, aqui no tetraedro vai ser definido por quatro valores nodais. Logo os deslocamentos vão ser definidos por:

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 z \quad (3.8)$$

Igualando os valores dos deslocamentos nos nós, obtêm-se quatro equações do tipo:

$$u_i = \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i + \alpha_4 z_i \quad (3.9)$$

$$u_j = \alpha_1 + \alpha_2 x_j + \alpha_3 y_j + \alpha_4 z_j \quad (3.10)$$

$$u_m = \alpha_1 + \alpha_2 x_m + \alpha_3 y_m + \alpha_4 z_m \quad (3.11)$$

$$u_p = \alpha_1 + \alpha_2 x_p + \alpha_3 y_p + \alpha_4 z_p \quad (3.12)$$

É possível escrever esta solução em forma de determinante, sendo:

$$u = \frac{1}{6V} [(a_i + b_i x + c_i y + d_i z)u_i + (a_j + b_j x + c_j y + d_j z)u_j + (a_m + b_m x + c_m y + d_m z)u_m + (a_p + b_p x + c_p y + d_p z)u_p]$$

$$6V = \det \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i & z_i \\ 1 & x_j & y_j & z_j \\ 1 & x_m & y_m & z_m \\ 1 & x_p & y_p & z_p \end{bmatrix}$$

O valor de V representa o volume do tetraedro.

Expandindo os outros determinantes relevantes em seus co-fatores se obtém:

$$a_i = \det \begin{bmatrix} x_j & y_j & z_j \\ x_m & y_m & z_m \\ x_p & y_p & z_p \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$b_i = -\det \begin{bmatrix} 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_m & z_m \\ 1 & y_p & z_p \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$c_i = -\det \begin{bmatrix} x_j & 1 & z_j \\ x_m & 1 & z_m \\ x_p & 1 & z_p \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$d_i = -\det \begin{bmatrix} x_j & y_j & 1 \\ x_m & y_m & 1 \\ x_p & y_p & 1 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

As outras constantes são definidas pelo intercâmbio cíclico dos subscritos na ordem  $i, j, m, p$ .

O elemento deslocamento é definido por doze componentes de deslocamentos nos nós, sendo:



$$a^e = \begin{Bmatrix} a_i \\ a_j \\ a_m \\ a_p \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

Onde,

$$a_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{Bmatrix} \quad (3.18)$$

$$a_j = \begin{Bmatrix} u_j \\ v_j \\ w_j \end{Bmatrix} \quad (3.19)$$

$$a_m = \begin{Bmatrix} u_m \\ v_m \\ w_m \end{Bmatrix} \quad (3.20)$$

$$a_p = \begin{Bmatrix} u_p \\ v_p \\ w_p \end{Bmatrix} \quad (3.21)$$

As funções deslocamentos citadas para o tetraedro, obviamente satisfazem a continuidade entre as interfaces dos vários elementos. Este fator é consequência direta da natureza linear da variação dos deslocamentos [Zienkiewicz e Taylor, 2000].

### 3.5.2. A matriz deformação

Como já citado anteriormente neste estudo, seis componentes são relevantes para a análise completa tridimensional. A matriz deformação pode ser definida como:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \end{Bmatrix} = Su \quad (3.22)$$

As tensões iniciais, como ocorrem quando há tensão térmica por exemplo, são representadas por um vetor de seis componentes. Para um material isotrópico a expansão térmica é simplificada para:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \alpha \theta^e \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \alpha \theta^e m \quad (3.23)$$

O  $\alpha$  é o coeficiente de expansão térmica e  $\theta^e$  é a temperatura média do elemento [Zienkiewicz e Taylor, 2000].

### 3.5.3. Matriz constitutiva

A matriz anisotrópica D, relaciona seis componentes de tensões com componentes de deformação e pode conter 21 constantes independentes.

Logo:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = D(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_0) + \boldsymbol{\sigma}_0 \quad (3.24)$$

A matriz D para um material isotrópico é definida em função do módulo de elasticidade (E) e do coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) [Zienkiewicz e Taylor, 2000].

A matriz D é:

$$D = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

### 3.6. Equacionamento utilizado para análise estrutural estática

A análise estrutural através do método de elementos finitos é uma excelente ferramenta para analisarem-se problemas complexos e difíceis de serem resolvidos pela teoria clássica de resistência dos materiais. Neste item vai ser abordado o seu equacionamento básico para a resolução dos mesmos.

#### 3.6.1. A função deslocamento

Um elemento finito típico,  $e$ , é definido pelos nós,  $i, j, m$ , etc., e linhas retas de contorno. Considerando os deslocamentos  $u$ , em cada ponto do elemento, pode-se aproximar como uma coluna de vetores,  $\hat{u}$ :

$$u \approx \hat{u} = \sum_k N_k a_k^e = [N_i, N_j, \dots] \begin{Bmatrix} a_i \\ a_j \\ \vdots \end{Bmatrix} = Na^e \quad (3.26)$$

onde, os componentes de  $N$  descrevem as funções de posição e  $a^e$ , representa a lista de deslocamentos nodais para um elemento particular.

Neste caso os planos de tensões, por exemplo,

$$u = \begin{Bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{Bmatrix} \quad (3.27)$$

representam os movimentos verticais e horizontais de um ponto típico dentro do elemento e

$$a_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad (3.28)$$

que corresponde aos deslocamentos do nó  $i$ .

As funções  $N_i, N_j, N_m$  tem que serem escolhidas para dar o deslocamento nodal apropriado quando as coordenadas que correspondem aos nós são inseridas na equação 3.26. Em geral:

$$N_i = (x_i, y_i) = I \text{ (matriz identidade)} \quad (3.29)$$

enquanto,

$$N_i = (x_j, y_j) = N_i(x_m, y_m) = 0 \quad (3.30)$$

com as simplificações satisfazendo as funções lineares apropriadas de  $x$  e  $y$ .

Se ambos os componentes de deslocamentos são especificados de maneira idêntica então se pode escrever,

$$N_i = N_i I \quad (3.31)$$

e obtém-se  $N_i$  da equação 3.26, notando que  $N_i = 1$  em  $x_i, y_i$  mas zero nos outros vértices.

A função linear mais óbvia neste caso do triângulo é no campo espacial  $N_i$  como mostrado na figura 19 [Zienkiewicz e Taylor, 2000]:

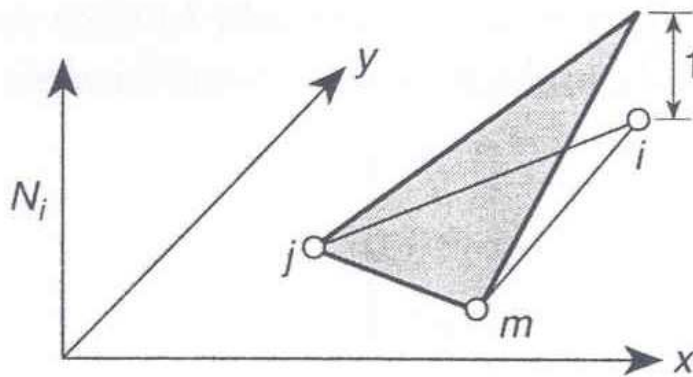


Figura 19 – Função de forma  $N_i$ , para um elemento [Zienkiewicz e Taylor, 2000].

### 3.6.2. Deformações

Com os deslocamentos conhecidos nos pontos, o elemento de deformação pode ser determinado. Isto vai resultar sempre em uma relação que pode ser escrita em notação de matriz como:

$$\varepsilon \approx \hat{\varepsilon} = Su \quad (3.32)$$

onde  $S$  é um operador linear apropriado. Usando a equação 3.26, a equação acima pode ser aproximada como:

$$\varepsilon \approx \hat{\varepsilon} = Ba \quad (3.33)$$

com

$$B = SN \quad (3.34)$$

Para o caso do plano de tensões, as deformações relevantes de interesse ocorrem todas no plano e são definidas em termos de relações de deslocamentos conhecidas e pelo operador S:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad (3.35)$$

Com as funções nodais de deslocamento  $N_i$ ,  $N_j$  e  $N_m$  já determinadas, a matriz  $B$  pode ser facilmente obtida. Se a forma linear destas funções é adotada então, de fato as deformações podem ser constantes através do elemento [Zienkiewicz e Taylor, 2000].

### 3.6.3. Tensões

Em geral, o material dentro do contorno do elemento pode ser sujeito a deformações iniciais devido a mudanças de temperatura, encolhimento, crescimento cristalino entre outros. Se as deformações são denotadas por  $\varepsilon_0$  então as tensões são causadas pela diferença entre as deformações atuais e as iniciais.

Também é conveniente assumir que o corpo em análise possui tensões residuais iniciais  $\sigma_0$ . Estas tensões podem ser simplificadas sendo adicionadas na definição geral. Assume-se também o comportamento linear elástico, e com isto as relações entre tensões e deformações são:

$$\boldsymbol{\sigma} = D(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_0) + \boldsymbol{\sigma}_0 \quad (3.36)$$

onde  $D$  é a matriz elasticidade, contendo as propriedades do material apropriadas.

Novamente, para o caso particular do plano de tensões, três componentes de tensões correspondem às deformações já definidas. Estas são em uma notação familiar:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.37)$$

e a matriz  $D$  pode ser simplificada e obtida desde uma relação usual isotrópica de tensão-deformação.

$$\varepsilon_x - (\varepsilon_x)_0 = \frac{1}{E}\sigma_x - \frac{\nu}{E}\sigma_y \quad (3.38)$$

$$\varepsilon_y - (\varepsilon_y)_0 = -\frac{\nu}{E}\sigma_x + \frac{1}{E}\sigma_y \quad (3.39)$$

$$\gamma_{xy} - (\gamma_{xy})_0 = \frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{xy} \quad (3.40)$$

resolvendo

$$D = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

[Zienkiewicz e Taylor, 2000]

### 3.6.4. Forças nodais equivalentes

Considerando que

$$q^e = \begin{Bmatrix} q_i^e \\ q_j^e \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (3.42)$$

definem as forças nodais que são estaticamente equivalentes as tensões de contorno e as forças distribuídas no corpo do elemento. Cada força  $q_i^e$  pode conter o mesmo número de componentes como os deslocamentos nodais correspondentes  $a_i$  e podem ser ordenadas apropriadamente nas direções correspondentes.

As forças distribuídas no corpo  $b$  são definidas como uma unidade de volume do material dentro do elemento com as direções correspondentes aos deslocamentos  $u$  no ponto.

No caso particular do plano de tensões de forças nodais são, por exemplo,

$$q_i^e = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix}^e \quad (3.43)$$

com as componentes  $U$  e  $V$  correspondendo as direções de deslocamentos  $u$  e  $v$ , e as forças distribuídas no corpo são:

$$b = \begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \end{Bmatrix} \quad (3.44)$$

com  $b_x$  e  $b_y$  sendo as componentes de força do corpo.

Para fazer as forças nodais estaticamente equivalentes para as condições de contorno verdadeiras e também as forças distribuídas através do corpo, o procedimento simples é supor um deslocamento nodal arbitrário (virtual) e igualar ao trabalho interno e externo realizado por várias forças e tensões durante aquele deslocamento.

Considerando que o deslocamento virtual no nó seja  $\partial a^e$  resulta pela equação 3.26 e 3.32, nos deslocamentos e deformações em cada elemento respectivamente igual a:

$$\partial u = N \partial a^e \quad e \quad \partial \varepsilon = B \partial a^e \quad (3.45)$$

O trabalho realizado pelas forças nodais é igual à soma dos produtos das componentes de forças individuais e corresponde aos deslocamentos na matriz linguagem.

$$\partial a^{eT} q^e \quad (3.46)$$

Similarmente, o trabalho interno por unidade de volume realizado por tensões e pelas forças distribuídas no corpo é:

$$\partial \varepsilon^T \sigma - \partial u^T b \quad (3.47)$$

ou

$$\partial a^T (B^T \sigma - N^T b) \quad (3.48)$$

Somando o trabalho externo com o trabalho total interno se obtém por integração sobre o volume do elemento,  $V^e$ :

$$\partial a^{eT} q^e = \partial a^{eT} \left( \int_{V^e} B^T \sigma d(vol) - \int_{V^e} N^T b d(vol) \right) \quad (3.49)$$

Como esta relação é válida para qualquer valor de deslocamento virtual, os multiplicadores podem ser iguais a:

$$q^e = \int_{V^e} B^T \sigma d(vol) - \int_{V^e} N^T b d(vol) \quad (3.50)$$

Esta relação é válida geralmente para qualquer relação de tensão-deformação. Com a lei da linearidade ela pode ser escrita como:

$$q^e = K^e a^e + f^e \quad (3.51)$$

onde

$$K^e = \int_{V^e} B^T DB d(vol) \quad (3.52)$$

e

$$f^e = - \int_{V^e} N^T b d(vol) - \int_{V^e} B^T D\varepsilon_0 d(vol) + \int_{V^e} B^T \sigma_0 d(vol) \quad (3.53a)$$

Na última equação os três termos representam as forças no corpo, deformações iniciais, e tensões iniciais respectivamente.

Se as tensões iniciais no sistema estão em equilíbrio, como deve ser no caso com as tensões residuais normais, então as forças dadas pelo termo de tensões iniciais na equação 3.53a são identificadas como zero. Por causa deste motivo frequentemente a soma desta componente de força é omitida.

Para elementos próximos ao contorno é necessário considerar que se os deslocamentos são especificados, os parâmetros nodais  $a$  podem ser atendidos. Entretanto o contorno pode estar sujeito a uma carga distribuída externa,  $\bar{t}$  por unidade de área. O termo de carga distribuída no nó do elemento em cada face do contorno  $A^e$  será agora adicionado. Para a situação de trabalho virtual, isto vai resultar em:

$$f^e = - \int_{A^e} N^T \bar{t} d(area) \quad (3.53b)$$

com a integração sobre a área de contorno do elemento. É importante ressaltar que  $\bar{t}$  possui o mesmo número de componentes de  $u$  para a expressão ser verdadeira.

Primeiramente foram determinados os deslocamentos nodais. Com isto, as tensões em cada ponto do elemento podem ser encontradas pelas relações a partir das equações 3.32 e 3.36 obtendo-se:

$$\sigma = DBa^e - D\varepsilon_0 + \sigma_0 \quad (3.54)$$

[Zienkiewicz e Taylor, 2000]

### 3.6.5. Generalização dos deslocamentos, deformações e tensões

Nos itens acima o conceito de trabalho virtual foi aplicado a um único elemento e o conceito de forças nodais equivalentes foi assumido. O princípio de montagem seguiu assim a aproximação convencional e de equilíbrio direto.

A idéia de forças nodais contribui para assumir a interação contínua de tensões entre os elementos presentes, o que é conceitualmente difícil. Entretanto isto tem sido



considerado como prática na engenharia, mas que ao longo dos tempos tem sido contestado por muitos matemáticos [Zienkiewicz e Taylor, 2000].

Existe, porém, a necessidade de se considerar não cada elemento individualmente e sim como uma continuidade dos mesmos.

A equação 3.26 pode ser interpretada para toda a estrutura como:

$$u = \tilde{N}a \quad (3.55)$$

onde cada  $a$ , lista todos os pontos nodais e

$$\tilde{N}_i = N_i^e \quad (3.56)$$

quando o ponto considerado é dentro de um elemento particular  $e$  e  $i$  é um ponto associado a cada elemento. Se o ponto  $i$  não existe dentro do elemento.

$$\tilde{N}_i = 0 \quad (3.57)$$

A matriz  $\tilde{B}$  pode ser similarmente definida para toda a região  $V$ .

Para cada deslocamento virtual  $\partial a$  pode-se agora escrever a soma do trabalho interno e externo para toda região sendo:

$$-\partial a^T r = \int_V \partial u^T b dV + \int_A \partial u^T \tilde{t} dA - \int_V \partial \epsilon^T \sigma dV \quad (3.58)$$

Na equação acima  $\partial a$ ,  $\partial u$  podem ser completamente arbitrários, gerando uma continuidade nos deslocamentos. Se for conveniente se assume que eles são variações simples a partir das equações 3.55 e 3.33, obtendo-se pela substituição da relação constitutiva da equação 3.36, um sistema de equações algébricas.

$$Ka + f = r \quad (3.59)$$

onde

$$K = \int_V B^T DB dV \quad (3.60)$$

e

$$f = -\int_V N^T b dV - \int_A N^T \tilde{t} dA - \int_V B^T D\epsilon_0 dV + \int_V B^T \sigma_0 dV \quad (3.61)$$

As integrais são resolvidas sobre todo o volume e também sobre toda a área.

É imediatamente óbvio que:

$$K_{ij} = \sum K_{ij}^e \quad f_i = \sum f_i^e \quad (3.62)$$

Pela propriedade de integrais definidas assume-se que a soma total das partes é:

$$\int_V ( ) dV = \sum_{V^e} \int ( ) dV \quad (3.63)$$

[Zienkiewicz e Taylor, 2000]

### 3.6.6. Aproximação dos deslocamentos como minimização da energia potencial total

O princípio dos deslocamentos virtuais usados anteriormente satisfaz as condições de equilíbrio dos limites assumidos para os deslocamentos padrões. Somente se o trabalho virtual for igual em todo o corpo em análise, arbitrariamente as variações nas condições de deslocamentos asseguram que o equilíbrio está completo.

Isto ocorre devido ao número de parâmetros de  $a$  que descrevem os deslocamentos aumentarem sem limites, logo a aproximação de todas as condições de equilíbrio pode ser assegurada.

O princípio do trabalho virtual pode ser afirmado em diferentes formas se as quantidades virtuais  $\partial a$ ,  $\partial u$  e  $\partial \varepsilon$  são consideradas variações das quantidades reais.

Assim pode-se escrever:

$$\partial \left( a^T r + \int_V u^T b dV + \int_A u^T \bar{t} dA \right) = -\partial W \quad (3.64)$$

para os três primeiros termos a equação 3.58, aonde  $W$  é a energia potencial das cargas externas. A afirmação acima é correta se  $r$ ,  $b$ , e  $\bar{t}$  são conservativos (ou dependentes do deslocamento).

O último termo da equação 3.58 para materiais elásticos pode ser escrito como:

$$\partial U = \int_V \partial \varepsilon^T \sigma dV \quad (3.65)$$

onde  $U$  é a energia de deformação do sistema. Para um material elástico e linear se verifica que:

$$U = \frac{1}{2} \int_V \varepsilon^T D \varepsilon dV - \int_V \varepsilon^T D \varepsilon_0 dV + \int_V \varepsilon^T \sigma_0 dV \quad (3.66)$$

sendo  $D$  a matriz simétrica.

Isto ao invés do que ocorre na equação 3.58 pode ser escrito de forma simplificada.

$$\partial(U + W) = \partial(\Pi) = 0 \quad (3.67)$$

onde a quantidade  $\Pi$  é chamada de energia potencial total.

A demonstração acima significa que para o equilíbrio ser assegurado à energia potencial total deve ser estacionária para as variações dos deslocamentos admissíveis. As equações de elementos finitos derivadas nas seções anteriores são simplificadas para estas variações, respeitando as restrições dos deslocamentos para um número finito de parâmetros  $a$  e podem ser escritas como:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial a} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial \Pi}{\partial a_1} \\ \frac{\partial \Pi}{\partial a_2} \\ \vdots \end{array} \right\} = 0 \quad (3.68)$$

Pode ser visto que na situação elástica e estável a energia potencial total não é somente estacionária, mas também mínima.

Quanto maior o número de graus de liberdade, mais aproximada será a solução de uma verdadeira, assegurando um completo equilíbrio, gerando um deslocamento verdadeiro, podendo ser representado no limite do contorno.

É interessante perceber que o correto equilíbrio requer uma energia potencial mínima absoluta  $\Pi$ , e que, para a solução dos deslocamentos por elementos finitos sempre produz uma aproximação  $\Pi$  um pouco maior do que a exata.

Se o funcional  $\Pi$  pode ser determinado, logo a equação de elementos finitos pode ser derivada diretamente por diferenciação.

Este método é conhecido como o método de Rayleigh – Ritz, que é um processo de aproximação frequentemente usado em análises estáticas para obtenção das aproximações. A expressão da energia potencial total é formulada e um deslocamento presumido é assumido para variar com um número finito de parâmetros indeterminados. O uso de equações simultâneas minimizando a energia total potencial com respeito a estes parâmetros é executada. Devido a isto o processo de elementos finitos descrito acima pode ser considerado como o procedimento de Rayleigh-Ritz [Zienkiewicz e Taylor, 2000].

### 3.6.7. Critério de convergência

Para se obter a convergência é necessário que a função deslocamentos seja capaz de representar a distribuição do mesmo ao longo da superfície em análise. Para isto é necessário satisfazer os critérios abaixo:

- a função deslocamento escolhida deve ser tal que não permita que o alongamento de um elemento ocorra quando o deslocamento nodal é causado por um movimento do corpo rígido;
- a função deslocamento tem que ser tal que o deslocamento nodal é compatível com a condição de deformação constante que de fato vai ser obtida;
- a função de deslocamentos deve ser escolhida tal que as deformações na interface entre os elementos sejam finitas [Zienkiewicz e Taylor, 2000].

### 3.6.8. Energia de deformação limite na formulação do deslocamento

Enquanto a aproximação obtida no deslocamento por elementos finitos sempre superestima o valor correto de  $\Pi$ , a energia potencial total (o mínimo absoluto corresponde à solução exata), não sendo isto diretamente usado na prática. Isto é, entretanto, possível para se obter um limite mais útil em casos especiais.

Considerando um problema particular onde não existam tensões e deformações iniciais. Pelo princípio da conservação de energia a energia de deformação vai ser igual ao trabalho realizado por cargas externas crescendo uniformemente desde zero. Este trabalho realizado é igual a  $-\frac{1}{2}W$  onde  $W$  é a energia potencial das cargas, sendo:

$$U + \frac{1}{2}W = 0 \quad (3.69)$$

ou

$$\Pi = U + W = -U \quad (3.70)$$

se um exato ou aproximado campo de deslocamentos é assumido.

Assim no caso acima a solução aproximada sempre subestima o valor de  $U$  e a solução do deslocamento é frequentemente referida como a solução de menor limite.

Se somente uma carga concentrada externa  $R$  é representada como a energia de deformação limite imediatamente nos informa que a deflexão sobre esta carga tem sido subestimada como ( $U = -1/2 W = 1/2 r^T a$ ).

É importante lembrar que o limite de energia de deformação é somente válido na ausência de qualquer tensão ou deformação.

A expressão para  $U$  neste caso pode ser:

$$U = \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{\varepsilon}^T D \boldsymbol{\varepsilon} d(\text{vol}) \quad (3.71)$$

onde simplificando se torna

$$U = \frac{1}{2} \mathbf{a}^T \left[ \int_V \mathbf{B}^T D \mathbf{B} d(\text{vol}) \right] \mathbf{a} = \frac{1}{2} \mathbf{a}^T \mathbf{K} \mathbf{a} \quad (3.72)$$

A expressão da energia acima é sempre positiva devido às considerações físicas. Por este motivo a matriz rigidez  $\mathbf{K}$  ocorre em toda a montagem dos elementos finitos e não é somente simétrica, mas é definida também como positiva.

Esta condição é importante quando a solução numérica das equações simultâneas envolvidas é considerada, como no caso das simplificações das equações positivas simétricas definidas.

[Zienkiewicz e Taylor, 2000]

### **3.7. Estudos relevantes sobre o método de elementos finitos aplicado a polímeros**

No estudo de [Arai, 1989], foi feita a utilização do programa computacional ANSYS para o desenvolvimento de produtos plásticos mais modernos que estão em uso no mercado hoje em dia.

Primeiramente foi feita a análise de tensões em uma lata de refrigerante feita de um polímero. Logo a seguir estudaram-se as tensões presentes na base de uma cadeira de escritório feita de material polimérico. Finalmente foi realizado um estudo sobre a melhor posição para a utilização de uma luz de ultravioleta utilizada para pintura de produtos feitos a base de polipropileno.

O artigo poderia ser um pouco mais aprofundado já que cita com bastante brevidade os resultados e faz pouquíssimos comentários sobre os mesmos obtidos. [Arai, 1989]

No estudo de [Dean, 2002], a deformação para alguns tipos de plásticos é analisada usando modelos de materiais disponíveis em sistemas de elementos finitos. A acurácia destes modelos, no entanto, quando sofrem a ação de cargas em situações reais pode ser incerta e neste estudo foi feita uma comparação entre estes modelos e medições reais. O componente estudado é uma placa circular que é engastada próxima a sua circunferência e sofre a ação de uma carga em seu centro. Com isto foram feitos

experimentos de impacto com velocidades diferentes e as propriedades do material foram levantadas e comparadas com as utilizadas em modelos de elementos finitos, que são obtidas pelas relações convencionais de tensões-deformações. O material ensaiado foi o polímero (ABS). [Dean, 2002]

No estudo de [Drozdov, 2003], é considerado o efeito da temperatura no comportamento viscoelástico de modelos de polipropileno isotático injetados e submetidos a pequenas deformações isotérmicas. O polipropileno isotático foi o escolhido devido às numerosas aplicações industriais deste polímero, sendo levantado para o mesmo o comportamento de torção-fadiga, oscilação, fluência-relaxamento em intervalos de temperatura desde 30 até 150° C. [Drozdov, 2003]

No estudo de [Sem, 2006], foi feita à análise das tensões térmicas devido ao efeito da temperatura uniforme ao longo de um disco visando o melhoramento do mesmo. O disco sofreu o reforço de fibras de aço ao longo de toda a sua curvatura. O método de elementos finitos foi usado para calcular o campo de tensões elásticas e elástica-plástica ao longo da curvatura do modelo do disco. Neste estudo foi utilizado o código computacional ANSYS tanto nos dois tipos de análises; elásticas e elástica-plástica. Com isto a distribuição de tensões residuais foi obtida com a interpretação dos resultados e as tensões térmicas resultantes foram calculadas para diferentes temperaturas. [Sem, 2006]

No estudo de [Bucaille, 2006], é verificada a influência da reologia durante o teste de penetração, sendo o material moldado com reologia elástica e perfeitamente plástica. Este teste foi modelado com um código de elementos finitos de três dimensões: Forge 3. O mesmo possui um procedimento de refinamento de malha a medida que se simula as grandes deformações. O contato entre o penetrador e o material é de fricção, sendo o penetrador um cone semi-piramidal com ângulo de 70,3°. Este penetrador é equivalente ou de igual volume e profundidade dos usados em ensaios de dureza Berkovich ou Vickers. Neste estudo, foi sugerido um novo modelo para o coeficiente aparente de fricção quando sujeitos a força real do penetrador em materiais que possuem um baixo módulo de Young. Este modelo foi usado para determinar de forma computacional o valor de dureza do material com a área de contato real [Bucaille, 2006].

## 4. ANÁLISE ESTRUTURAL NÃO LINEAR

### 4.1. A não linearidade

Como já foi citada neste trabalho, a análise computacional passou por um grande desenvolvimento no final do século passado e início deste século, principalmente com a aplicação de programas computacionais de elementos finitos [CosmosWorks, 2005].

Até recentemente, a maioria das utilizações do método de elementos finitos em engenharia estava restrito a análises lineares. Como a análise linear em muitos casos responde bem as condições reais das peças em análise, não existem grandes dificuldades, entretanto em certos problemas é necessário que ocorra uma aproximação não linear, visando com isto, descrever a situação em análise [Adams, 1999].

Historicamente, engenheiros são relutantes a usar análise não linear, devido à complexidade de formulação do problema e também a longos tempos de solução. Com as mudanças mais recentes nas interfaces de programas de elementos finitos se tornou muito mais fácil à utilização deste tipo de análise. Além disto, a solução dos algoritmos é possível de ser realizada na maioria dos casos em computadores pessoais comuns [CosmosWorks, 2005].

Quando se fala em análise não linear o principal termo que se deve levar em conta é a rigidez, que define a diferença fundamental entre a análise linear e não linear. A rigidez é uma propriedade da peça em análise que caracteriza a resposta da mesma a uma carga aplicada.

Existem basicamente três fatores que alteram a rigidez que são:

- geometria da peça;
- o material;
- o contato entre duas geometrias.

Na figura 20 são mostrados dois tipos de geometria de um mesmo material. A viga de perfil em “T” possui maior rigidez que a viga que tem o canal interno.



Figura 20 – Vigas de diferentes perfis geométricos [CosmosWorks, 2005].

Na figura 21 são mostradas duas vigas de geometria igual, porém de materiais diferentes. A viga da esquerda possui menor rigidez, pois o material que a constitui é ferro menos rígido que o aço, o material que compõe a viga da direita.



Figura 21 – Vigas de materiais diferentes [CosmosWorks, 2005].

Na figura 22 são mostradas duas vigas, uma com simples engaste e outra bi-engastada. A viga engastada possui menor rigidez que a bi-engastada, além de ter uma maior deflexão quando a carga é aplicada.

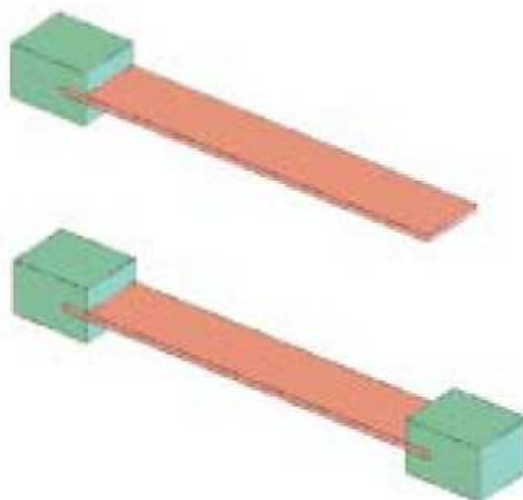


Figura 22 – Vigas com diferentes engastes [CosmosWorks, 2005].



Com o deslocamento da estrutura sobre o efeito de uma carga há variação na rigidez, devido a um ou mais fatores citados anteriormente. Se o deslocamento é relativamente grande, a geometria da peça pode apresentar uma modificação, ou se o material perde a linearidade, as propriedades do mesmo irão mudar [CosmosWorks, 2005].

Por outro lado, se a rigidez não apresentou variação, pode-se assumir que tanto a geometria da peça como as propriedades do material não passaram por grandes mudanças, sendo este o conceito fundamental da análise linear [CosmosWorks, 2005].

Isto significa dizer que, ao longo do processo de deformação à rigidez do modelo em análise retém à deformação fazendo com que não haja uma variação na sua geometria. Vale lembrar que se a rigidez inicial é mantida, não é necessário levar-se em conta se a carga foi aplicada em uma única vez ou de forma gradual, além de não importar o quão elevado são as tensões presentes, mas sim que o modelo manteve a sua rigidez inicial. Esta suposição simplifica extremamente a formulação e solução do problema conforme a equação básica de rigidez já apresentada anteriormente [CosmosWorks, 2005].

$$F = K.d \quad (4.1)$$

O termo rigidez da equação depende da geometria da peça, das propriedades do material, das restrições presentes e da área de contato entre as geometrias. Na análise linear é assumido que o modelo de rigidez nunca varia, fazendo com que estas equações sejam montadas e resolvidas somente uma vez, sem a necessidade de atualizações à medida que o modelo se deforma [CosmosWorks, 2005].

Quando se entra na análise não linear há uma mudança nestas considerações, porque a análise não-linear requer o abandono do conceito de rigidez constante. Devido a isto, as mudanças da rigidez durante o processo de deformação e a matriz da rigidez {K} devem ser atualizadas durante o processo de resolução do problema através de um processo iterativo de solução. Estas interações fazem com que haja um aumento do tempo de resolução do problema, para que se obtenham os resultados com a acurácia desejada [CosmosWorks, 2005].

Embora o processo de variação da rigidez seja comum a todos os tipos de análises não-lineares, a origem do comportamento não-linear pode ser diferente, classificando-se as mesmas com base nesta origem. Entretanto, em muitos casos não é possível de se considerar uma única causa do comportamento não-linear, necessitando

levar em conta mais de um tipo de não linearidade. Os tipos mais comuns de não linearidade já foram citados anteriormente e serão discutidos em maiores detalhes [CosmosWorks, 2005].

#### **4.1.1. Não linearidade geométrica**

Como já discutido, a análise não linear se torna necessária quando há uma variação da rigidez da peça sobre as condições de operação. Se estas mudanças se originam das mudanças na geometria, o comportamento não-linear está definido como não linearidade geométrica [CosmosWorks, 2005].

Estas mudanças na geometria, que levam a mudança na rigidez, podem acontecer quando uma peça possui deslocamentos elevados podendo os mesmos ser claramente visíveis, como no caso de se aplicar uma carga elevada a uma das extremidades de uma viga fina de um material frágil e na extremidade oposta houver um engaste segurando a mesma [CosmosWorks, 2005].

Quando o deslocamento sofrido por uma estrutura é relativamente pequeno, alguns termos de maior ordem nas equações estáticas não são considerados, sendo somente requeridos os termos lineares para calcular a solução do problema. Entretanto, quando o deslocamento se torna maior, os termos não lineares começam a se tornarem significativos, sendo os mesmos considerados na resolução do problema [Adams, 1999].

Outro fator importante é perceber que nos casos de grandes deslocamentos, a direção da força exercida sobre a peça pode mudar à medida que o modelo se deforma, conforme figura 23 [CosmosWorks, 2005].

No tipo de carga chamada de não conservativa, da figura 23(a), a direção de aplicação da força muda durante o processo de deformação ficando sempre perpendicular a superfície da peça. Já na figura 23(b), existe uma carga chamada de conservativa, ou seja, a mesma mantém a direção inicial de quando a peça não estava deformada, mudando seu ângulo em relação à superfície da peça [CosmosWorks, 2005].

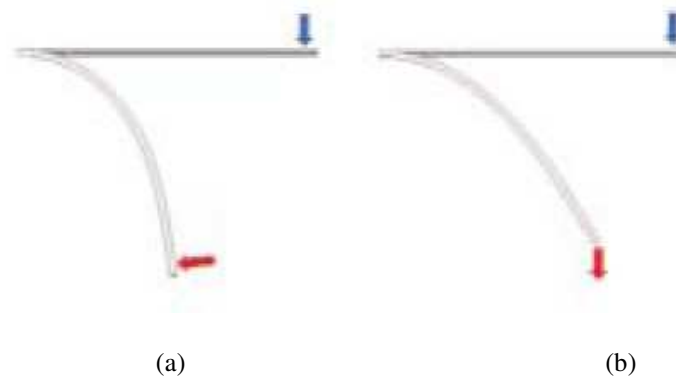


Figura 23 – Tipos de forças aplicadas à peça, (a) não conservativa, (b) conservativa [CosmosWorks, 2005].

Um bom exemplo de aplicação de análise não linear é em um vaso de pressão quando submetido a pressões elevadas. À medida que a pressão no vaso aumenta, a geometria do mesmo se deforma de forma significativa devido à atuação das forças em suas paredes. Neste caso uma análise linear, assume que a geometria não passa por nenhuma variação se mantendo constante, porém, deve-se realizar uma análise não linear com forças não conservativas no mesmo, devido a sua significativa variação de geometria em consequência do aumento de forças [CosmosWorks, 2005].

Mudanças na rigidez devido à geometria podem também ocorrer quando as deformações são pequenas. Um típico exemplo é a deflexão de uma placa plana sobre pressão. Inicialmente, a placa resiste à carga distribuída mantendo a rigidez inicial. À medida que a carga distribuída gera um aumento na curvatura da mesma, há também um aumento da rigidez, fazendo com que a rigidez da placa quando deformada seja maior do que não-deformada, necessitando o uso de análise não linear para estudo da mesma [CosmosWorks, 2005].

De maneira geral, considera-se que se o deslocamento sofrido pela placa é maior que metade do valor de sua espessura, é necessário utilizar-se análise não linear para avaliar a mesma [Brauer, 1999].

Alguns programas de elementos finitos usam uma terminologia errada, chamando todas as análises não lineares de “análises de grandes deformações”. Esta afirmação errônea ignora o uso de análises não lineares para pequenas deformações, o que em certos casos torna-se necessário [CosmosWorks, 2005].

#### 4.1.2. Não linearidade do material

Se as mudanças na rigidez, ocorrerem somente devido a mudanças nas propriedades do material em condições de operação, o problema é de não linearidade do material.

Na figura 24 é mostrado o gráfico de tensão-deformação específica para um material quando submetido a um ensaio de tração.

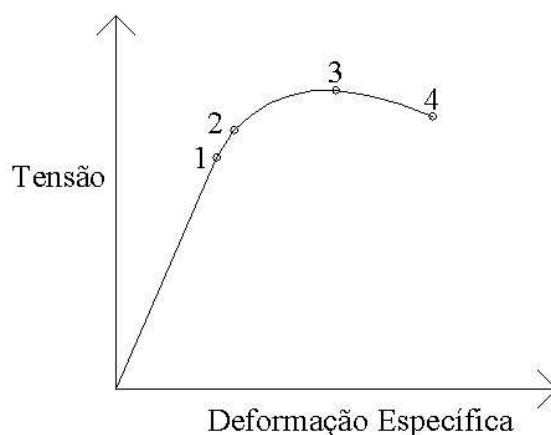


Figura 24 – Gráfico tensão-deformação específica para um material submetido a um ensaio de tração [Norton, 2004].

Desde início do gráfico até o ponto 1 o material passa pelo processo de deformação linear elástica, ou seja, possui linearidade entre a tensão aplicada ao material e a deformação sofrida pelo mesmo. O material nesta condição consegue retornar as suas características iniciais quando a carga é retirada do mesmo [Norton, 2004].

Do ponto 1, até o ponto 2, ainda ocorre um processo de deformação elástica, entretanto não existe mais linearidade entre a tensão suportada pelo material e a deformação sofrida, porém quando a carga é retirada o material volta a sua condição inicial, mesmo que demore um tempo maior para que isto ocorra [Norton, 2004].

A partir do ponto 2, o material passa a apresentar um comportamento plástico, ou seja, a partir deste valor o material quando submetido a uma carga, não irá mais retornar a condição inicial pois apresentará uma deformação permanente que é irreversível, além de não haver também linearidade entre a tensão suportada pelo material e a deformação sofrida. Este ponto corresponde à tensão de escoamento do

material, que é o valor de tensão que caracteriza o início do regime de deformação plástica [Norton, 2004].

Os próximos pontos no gráfico, são o da máxima tensão que o material pode suportar que é o ponto 3 e no fim do gráfico o ponto 4 que caracteriza a tensão convencional de ruptura que foi experimentada pelo material [Norton, 2004].

Para descrever este tipo de comportamento do material, existem modelos como: linear-elástico, bi-linear elástico-perfeitamente plástico, bi-linear elástico-plástico e multilinear.

Na figura 25 é mostrado o gráfico de um material com modelo linear-elástico [CosmosWorks, 2005].



Figura 25 – Modelo linear-elástico do material [CosmosWorks, 2005].

Neste modelo, é considerado que à medida que a carga é aplicada sobre o material, ocorre um aumento das tensões e deformações no mesmo, sendo uma proporcional a outra. A propriedade do material que relaciona a tensão com a deformação no regime elástico é o módulo de elasticidade, ou módulo de Young [Adam, 1999].

Devido às grandes diferenças que existem entre o comportamento dos materiais, os programas de elementos finitos, desenvolveram técnicas e modelos de materiais para simular estes comportamentos. O quadro 2 oferece uma boa idéia destes modelos, e qual é mais apropriado para uma determinada aplicação [CosmosWorks, 2005].

Quadro 2 – Modelos que descrevem o comportamento dos materiais [CosmosWorks, 2005].

Classificação do Material	Modelo	Comentário
Elasto-Plástico	von Mises ou Tresca	Estes modelos são usados para materiais onde a curva tensão-deformação mostra um decréscimo antes de atingir a tensão de ruptura do material. Muitos metais de engenharia e plásticos cristalinos são bem caracterizados por este modelo de material.
	Drucker-Prager	Este modelo é usado para materiais granulares
Hiperelástico	Mooney-Rivlin e Ogden	É usado para elastomêros incompressíveis como as borrachas
	Blatz-Ko	Este modelo é usado para espumas de poliuretano compressíveis e borrachas
Viscoelástico	Vários	Este modelo é usado para borrachas duras ou vidros
Fluência	Vários	A fluência é observada em metais a altas temperaturas, alguns polímeros, concreto e combustível sólido usado em foguetes.
Superelástico (Ligas com memória de forma)	Nitinol	Neste tipo de material não é apresentada uma deformação permanente mesmo após várias deformações

Na análise de um modelo bi-linear, elástico-perfeitamente plástico, o material possui um valor de tensão que não é mais ultrapassado, ou seja, a tensão a partir deste valor se mantém constante à medida que ocorre o aumento na deformação do mesmo. Esta tensão corresponde à tensão de escoamento do material, conforme é ilustrado no gráfico da figura 26 [CosmosWorks, 2005].

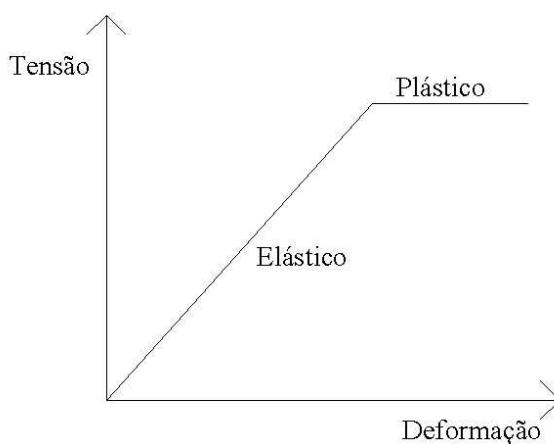


Figura 26 – Material bi-linear elástico-perfeitamente plástico [CosmosWorks, 2005].

Neste caso, o material é chamado de bi-linear, devido a possuir linearidade no regime elástico e no regime plástico, porém o valor que relaciona a tensão suportada pela deformação sofrida é diferente, dando origem a dois módulos, sendo o de elasticidade ou de Young na região elástica e de plasticidade na região plástica [CosmosWorks, 2005].

Nos materiais, também é encontrado o modelo de material bi-linear elástico-plástico. Neste modelo, a tensão de escoamento do material é ultrapassada à medida que há um aumento na deformação do mesmo, sendo esta tensão aumentada até que o material sofra a ruptura em algum valor de tensão acima da de escoamento [Adams, 1999].

Na figura 27 é mostrado um gráfico ilustrativo de um material bi-linear elástico-plástico.

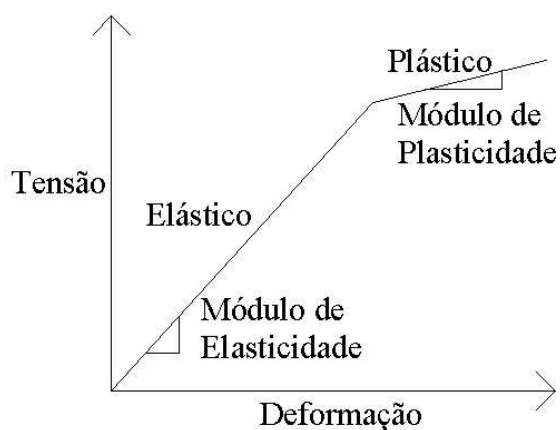


Figura 27 – Material bi-linear elástico-plástico [Adams, 1999].

Entretanto, existe outro modelo de material que apresenta tanto uma região linear como não linear e é bastante comum a ocorrência do mesmo nos materiais poliméricos. Este modelo é conhecido como multilinear, sendo geralmente o mesmo obtido de um ensaio de tensão-deformação. Neste modelo de material, à medida que a taxa de deformação do mesmo aumenta, ocorre também um aumento na rigidez do material [Adams, 1999].

A tensão de escoamento, para este tipo de material, é geralmente considerado um valor aproximado, sendo adotada para a mesma um valor no qual o material começa a perder a linearidade [Adams, 1999].

Na figura 28 é mostrado um gráfico ilustrativo de um material que apresenta um comportamento multilinear [Adams, 1999]

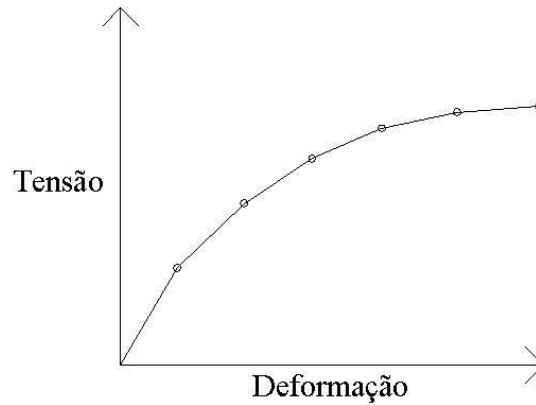


Figura 28 – Modelo de material multilinear [Adams, 1999].

Um exemplo de utilização de análise não linear elástico-plástico é no suporte de alumínio mostrado na figura a seguir [CosmosWorks, 2005].

Com a utilização de uma análise linear elástica para o material, foi verificado que o material está sendo submetido a uma tensão de 44 MPa, porém a tensão de escoamento do mesmo é bem menor, ficando em aproximadamente 28 MPa [CosmosWorks, 2005].

Na figura 29 é mostrada esta análise.

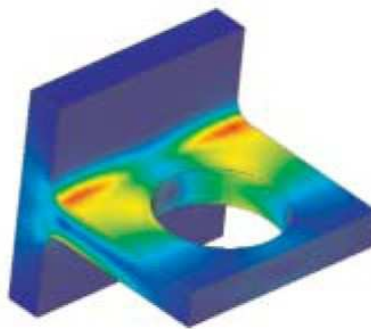


Figura 29 – Resultado da análise linear de tensões de um suporte de alumínio [CosmosWorks, 2005].

A análise não linear do material no regime plástico, conforme figura 30, mostra com clareza em que pontos o material foi submetido a uma tensão maior que a tensão de escoamento do mesmo, que é em torno de 28 MPa. Além disto, pode ser percebido pela análise, que devido a grande zona de deformação plástica está muito próximo de ocorrer uma fratura no suporte de alumínio [CosmosWorks, 2005].

Com estes dados, pode-se considerar que provavelmente um pequeno aumento na carga aplicada ao material, levaria a uma diminuição na seção do mesmo, levando



posteriormente a sua fratura, conforme pode ser visto na figura 30 [CosmosWorks, 2005].

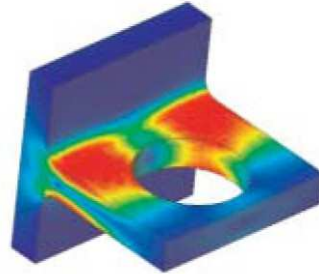


Figura 30 – Resultado da análise não linear de tensões de um suporte de alumínio [CosmosWorks, 2005].

#### 4.1.3. Não linearidade devido ao contato

Se a condição de contato, incluindo o engaste, varia durante a aplicação da carga, deve-se utilizar a análise não linear [CosmosWorks, 2005].

As tensões de contato se desenvolvem entre duas superfícies quando as mesmas se tocam, em esforço de compressão, sendo por consequência a área de contato e a rigidez da zona de contato desconhecidas antes da solução [CosmosWorks, 2005] [Adams, 1999].

Na figura 31 é mostrado uma solução de tensões de um problema típico de contato. Mesmo que a área das tensões de contato seja muito pequena comparada ao tamanho total da peça, a mudança na rigidez nesta área faz com seja requerida a análise não linear de toda a peça [CosmosWorks, 2005].

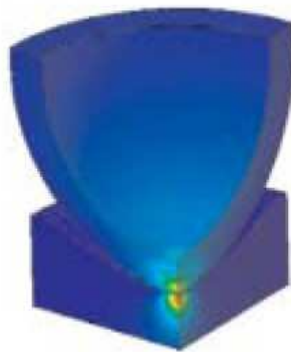


Figura 31 – Análise não linear das tensões de contato [CosmosWorks, 2005].

Na figura 32 é mostrado um exemplo de uma viga engastada onde se utiliza a análise não linear. O comprimento da viga e sua rigidez dependem de quanto a mesma se deforma. Caso seja aplicada uma carga que faça com que a viga entre em contato com o engaste na parte inferior da mesma, é necessário utilizar-se análise não linear, devido a este contato levar a uma variação na rigidez da mesma [CosmosWorks, 2005].

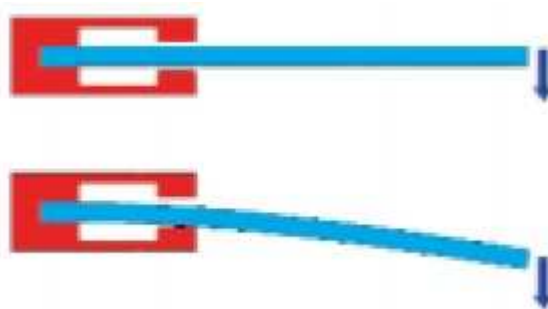


Figura 32 – Viga em contato com o seu engaste [CosmosWorks, 2005].

#### **4.2. Método de solução iterativa para a análise não linear**

Um modelo linear como o próprio modelo sugere é calculado linearmente ou sequencialmente. Quando ocorre não linearidade é necessário utilizar-se um método iterativo para resolver o problema, como o de Newton-Raphson. Neste tipo de método de solução, um número inicial é suposto e as equações são resolvidas. Com base nos resultados da solução, um erro é estimado, e com base neste erro, é feita uma nova suposição para resolução do problema. Este ciclo continua até que o erro estimado seja menor que o valor mínimo pré-determinado. Para se obter uma solução não linear é requerida uma aproximação iterativa [Adams, 1999].

No cálculo onde envolve não linearidade, uma série de incrementos na carga é realizado para que se obtenha a solução desejada. A carga total é aplicada em passos e a cada passo uma solução intermediária é calculada, usando o novo valor de carga incrementado. A carga final, a deformação e o nível de tensões da solução anterior, são usados como dados iniciais de entrada para a próxima solução. Um erro estimado ou residual é calculado com base no balanço de energia, sendo o mesmo verificado de acordo com as tolerâncias definidas pelo usuário. Se o erro é muito alto, a carga aplicada é diminuída no próximo passo, a matriz rigidez reconstruída e a nova solução

recalculada. Este processo tem continuidade até que a carga total seja aplicada e a solução obtida esteja dentro da condição de erro pré-estabelecida [Adams, 1999].

#### 4.2.1. Métodos para atualização do modelo de rigidez

Os dois métodos mais conhecidos para atualização da matriz rigidez durante o processo de solução são os de: Newton-Raphson ou de Newton-Raphson modificado.

Nas figuras 33 e 34 são ilustrados os dois métodos de solução em uma curva carga versus deslocamento. Cada pico na curva representa a separação da atualização da rigidez em relação ao valor de carga aplicado [Adams, 1999].

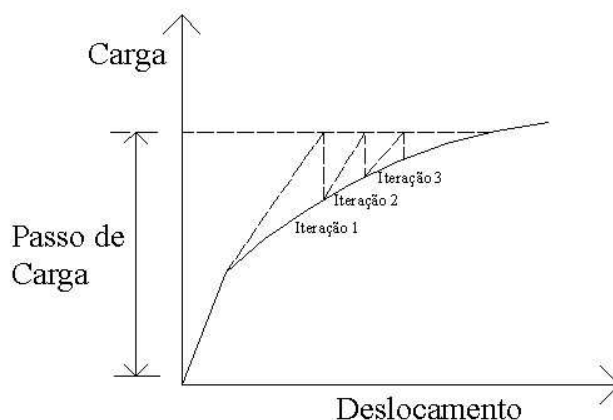


Figura 33 – Newton-Raphson

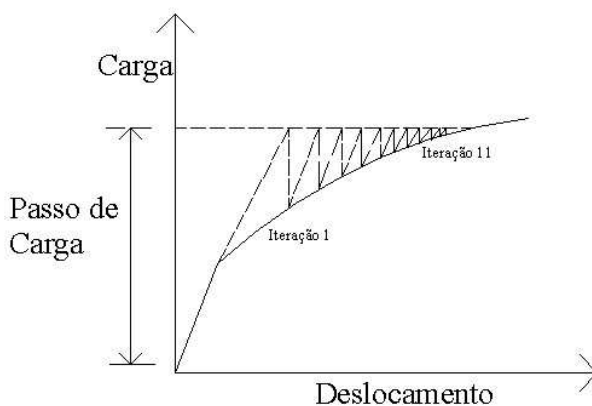


Figura 34 – Newton-Raphson modificado [Adams, 1999].

A solução de Newton-Raphson, usa o módulo tangente correspondente à iteração anterior, para calcular a próxima posição deformada. O deslocamento calculado é projetado sobre a curva carga-deslocamento, paralelo ao eixo da carga. A

diferença da carga entre o passo de carga e a posição projetada, é diminuída do passo de carga e o próximo deslocamento é calculado através do módulo tangente da posição projetada [Adams, 1999]. Neste método, a matriz rigidez tangencial é formada e decomposta para cada iteração dentro do mesmo passo de carga. O método de Newton-Raphson possui alta taxa de convergência sendo a mesma quadrática, entretanto, como a matriz rigidez tangencial é formada e descomposta para cada iteração, isto pode levar a um tempo elevado de solução o que, em certos casos, pode não ser aconselhável [Cosmos Works, 2006].

Um método alternativo ao de Newton-Raphson, é chamado de Newton-Raphson modificado. Neste método, a matriz rigidez tangencial é formada e decomposta no início de cada passo de carga e utilizada através de todas as iterações daquele passo [CosmoWorks, 2006]. Neste tipo, mais iterações são necessárias para completar um passo de carga, entretanto, em muitos casos a solução pode convergir com mais facilidade [Adams, 1999].

#### **4.3. Comportamento não linear do material termoplástico no programa**

Para a análise não linear de materiais poliméricos no pacote computacional SolidWorks/CosmosWorks 2006, são disponibilizados diversos modelos conforme pode ser visto na figura 35, entretanto, os que são mais comumente utilizados são os seguintes: linear elástico, não linear elástico, plasticidade de von Mises, plasticidade de Tresca e viscoelasticidade [CosmosWorks, 2005].

Os modelos viscoelástico, de von Mises e de Tresca, não serão abordados em maiores detalhes, visto que os mesmos não possuem relevância para este estudo [CosmosWorks, 2005].

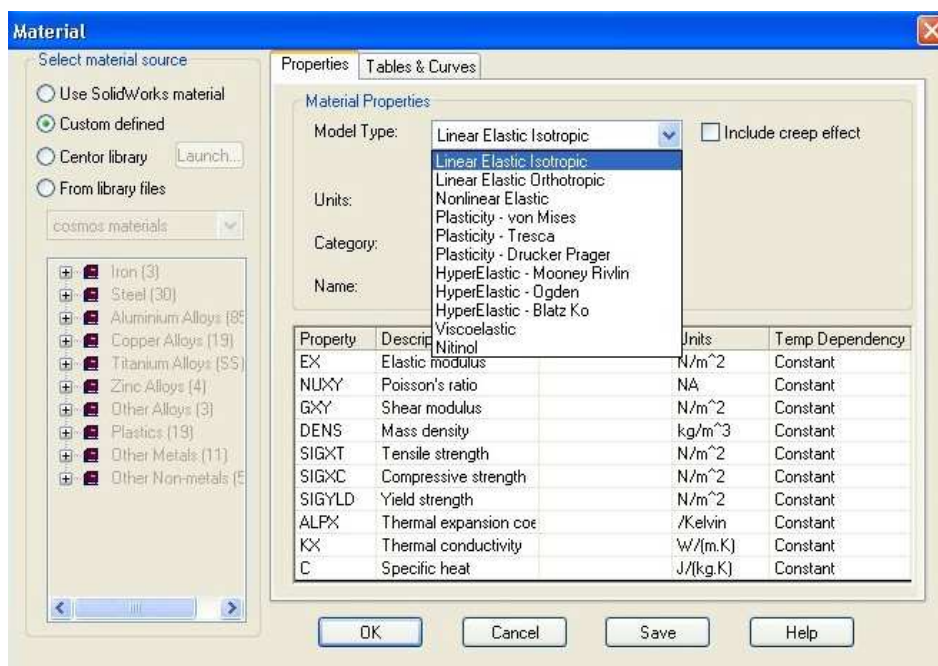


Figura 35 – Modelos de materiais disponíveis no programa para análise de materiais poliméricos [CosmosWorks, 2005].

#### 4.3.1. Modelo linear elástico

No modelo linear elástico é assumido que a rigidez permanece constante durante todos os valores da relação tensão-deformação. A tensão de escoamento não é inserida, visto que o módulo de elasticidade que é inserido no programa serve como modelo para toda a análise. Em muitos casos, quando se tem o conhecimento que o material não ultrapassa a tensão de escoamento ou não se deforma muito, utiliza-se este modelo de material para análise [CosmosWorks, 2005].

#### 4.3.2. Modelo não linear elástico

Para o modelo não linear elástico é requerido a inserção da curva tensão-deformação do material. O programa considera como o estado de tensões inicial é de 0,0 não sendo necessária a entrada deste valor. Além disto, não se faz necessário a inserção do módulo de elasticidade, devido à rigidez do material modificar-se a cada valor de deformação, sendo com isto obtida diretamente da curva. Caso a deformação exceda os dados disponíveis da curva inserida, a rigidez final, definida pela variação entre os dois últimos pontos da curva, é extrapolada para o infinito [CosmosWorks, 2005].

## 5. O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS NO PACOTE COMPUTACIONAL SOLIDWORKS/COSMOS WORKS 2006

### 5.1. Geração da geometria

A primeira etapa para a execução da análise pelo método dos elementos finitos dentro do pacote computacional é a geração da geometria a ser analisada.

De maneira geral, o programa é bastante acessível, sendo de entendimento fácil e simples, mas ao mesmo tempo exige do usuário certa dedicação.

Nas figuras 36, 37, 38 e 39 são mostrados os passos para criação de uma geometria dentro do pacote computacional.

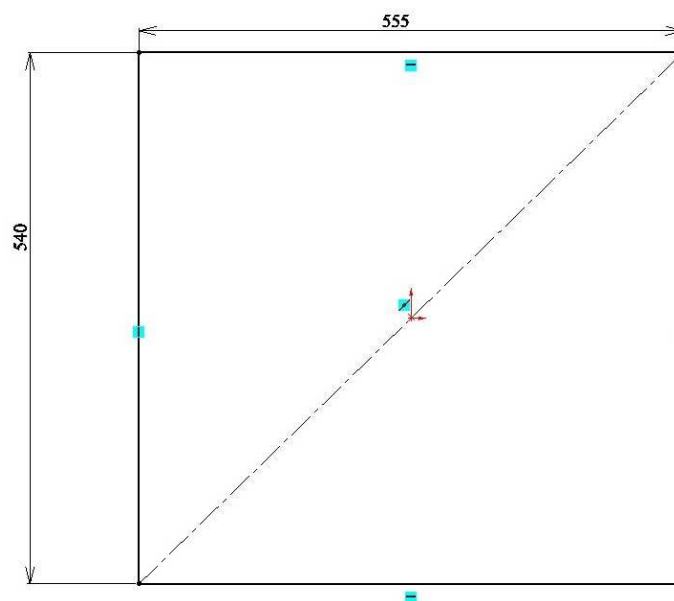


Figura 36 – Criação do modelo bidimensional inicial.

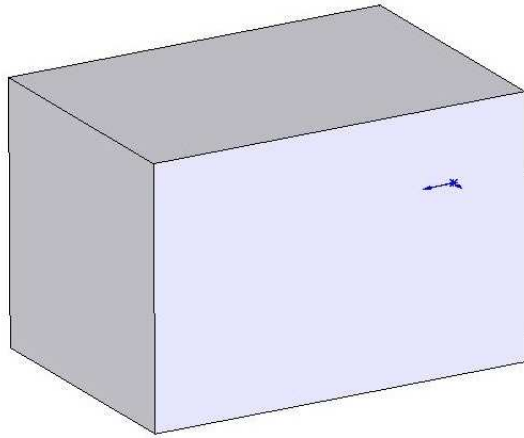


Figura 37 – Criação do modelo tridimensional inicial.

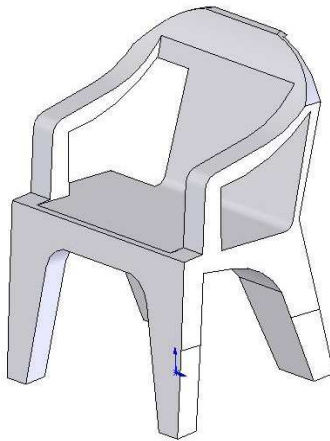


Figura 38 – Criação do modelo de uma cadeira.

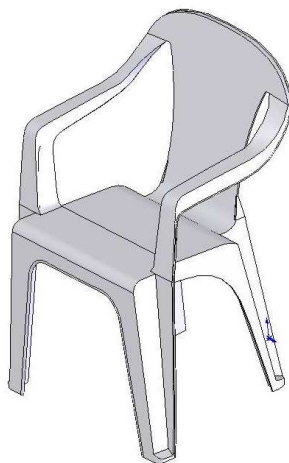


Figura 39 – Cadeira final criada.

## 5.2. Inserção dos carregamentos, restrições e material da geometria

O passo posterior para a análise é a inserção dos carregamentos, restrições e material da geometria.

Dentro do programa é possível escolher diferentes maneiras de carregamento, como cargas aplicadas em um único ponto, ou cargas distribuídas sobre uma área.

Como ocorre para os carregamentos, na inserção das restrições também pode-se escolher diferentes opções, de acordo com a condição real que a geometria suporta. Estas restrições podem ser, fixas, imóveis, com movimento em alguma direção e restrição na outra, rolante ou deslizante além de outras opções disponíveis no software.

Além disto, no pacote é necessária a escolha do material o qual é fabricada a geometria em estudo, além de ser possível a inserção de materiais próprios. Outra opção é também a escolha do modelo de material a ser utilizado, dependendo das características do mesmo, conforme pode ser visto nas figuras 40 e 41.

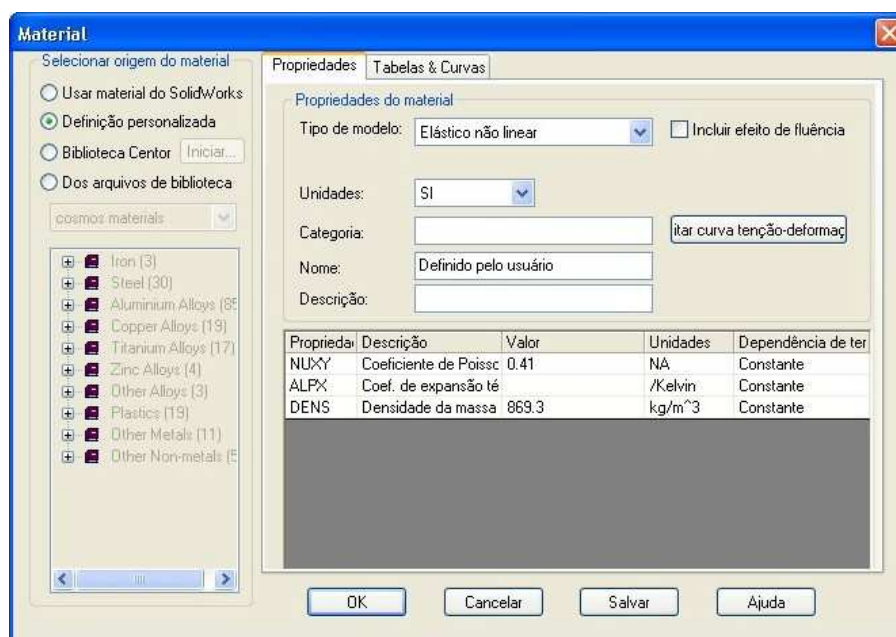


Figura 40 – Inserção do modelo e das propriedades do material a ser criado no pacote computacional.



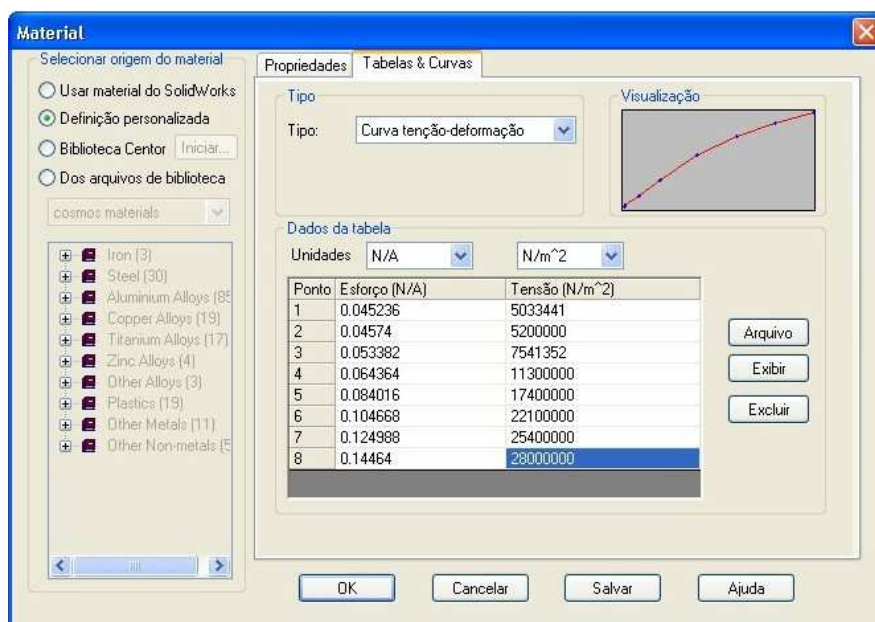


Figura 41 – Inserção da curva tensão-deformação específica do material criado.

### 5.3. Criação da malha computacional

Um dos passos mais importantes para a execução da análise computacional é a criação da malha computacional. A malha computacional é a discretização ou divisão do modelo em um número equivalente de elementos finitos, os quais podem ser de vários tipos e dimensões. Estes elementos são formados por diversos nós, os quais podem ser internos ou externos, isto é, pertencem ao interior do elemento ou estão localizados nas arestas do mesmo.

A criação da malha computacional no pacote pode ser controlada, fazendo com que o tamanho dos elementos possa ser modificado, conforme pode ser visto na figura 42 e posteriormente a malha gerada da cadeira plástica na figura 43.



Figura 42 – Controle do tamanho de elemento a ser criado na malha computacional.

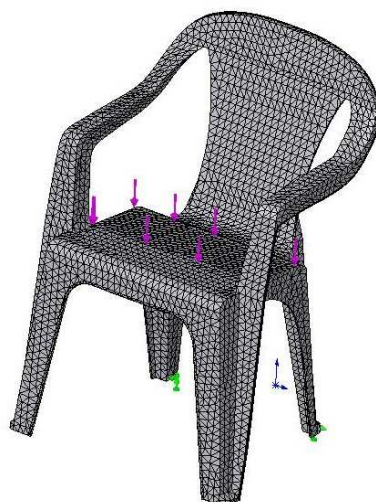


Figura 43 – Malha computacional criada para a análise desta geometria, com um tipo de carregamento disponível no software aplicado.

#### **5.4. Execução da análise e obtenção dos resultados**

O último passo é a execução da análise dentro do pacote computacional. Nesta etapa as equações de tensões, deformações e deslocamentos são resolvidas através do método dos elementos finitos, para posteriormente serem mostrados os resultados das saídas gráficas de tensões, deformações e deslocamento. O programa CosmosWorks, possui excelentes ferramentas de visualização, que com um bom aproveitamento por parte do usuário, leva a resultados bastante proveitosos. No decorrer deste trabalho serão mostradas algumas delas na interpretação dos resultados obtidos.

## 6. MATERIAIS E MÉTODOS

### 6.1. Metodologia adotada

O estudo deste trabalho é centrado no desenvolvimento de um modelo computacional no pacote SolidWorks/CosmosWorks 2007 capaz de prever as tensões e deformações presentes em cadeiras plásticas tipo monobloco feitas da resina de polipropileno, quando submetida a uma carga. Desta forma, será possível em trabalhos futuros à otimização de suas dimensões e, principalmente, um ganho de material utilizado na fabricação das mesmas, o que leva a uma redução de custos.

Na figura 44 é mostrada uma foto da cadeira termoplástica.



Figura 44 – Cadeira termoplástica em estudo.

Neste estudo é importante ressaltar, que foram feitos ensaios em laboratório no LABELO da cadeira termoplástica, sendo os mesmos, tanto ensaios estáticos de aplicação de uma carga no valor de 1570 N (160 kgf) de forma lenta, como ensaios dinâmicos com aplicação da carga de 667 N (68 kgf) em queda livre, de uma altura de 203 mm, conforme a norma.

Além disto, como é o objetivo do trabalho foi executada a simulação computacional estática da cadeira termoplástica no pacote computacional CosmosWorks/SolidWorks, a fim de comparar os valores obtidos nos ensaios mecânicos e computacionais.

Para viabilização das simulações, foi necessário realizar-se uma caracterização mecânica da resina de polipropileno usada na fabricação da cadeira, visto que a utilização das propriedades mecânicas do material é um passo necessário para a criação do modelo computacional de análise no programa CosmosWorks.

Com este objetivo foram confeccionados corpos de prova padrões, sendo os mesmos submetidos a ensaios de tração e flexão. Entre as propriedades mecânicas que foram obtidas, pode-se citar a tensão de escoamento, tensão máxima suportada pelo material, módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson. Além disto, foram realizadas simulações numéricas destes corpos de prova submetidos a esforços de tração e flexão, visando à comparação dos dados obtidos pelos ensaios mecânicos com os obtidos computacionalmente.

Uma observação importante de ser ressaltada, é que neste estudo não se considerou as características viscoelásticas do material termoplástico, pois os ensaios mecânicos de tração e flexão foram executados com velocidades constantes conforme as normas determinam para obtenção das propriedades mecânicas, além de as temperaturas de execução dos ensaios estarem a 294 K (21 °C), conforme normalização, fazendo com que a resina também estivesse a esta temperatura. Além disto, conforme foi abordado nas bibliografias pesquisadas, à viscoelasticidade é bastante importante quando se deseja estudar o comportamento do material a fluência, o que não é objetivo deste trabalho.

## **6.2. Caracterização mecânica do material**

### **6.2.1. Ensaio mecânicos**

Ensaio mecânicos de tração e flexão da resina de polipropileno foram realizados visando à caracterização das propriedades mecânicas da mesma. Esta resina compõe as cadeiras plásticas tipo monobloco, que são utilizadas em estabelecimentos comerciais de venda de bebidas em todo o país.

Para a realização dos ensaios, foram preparados corpos de prova padrões conforme as normas. Estes corpos de prova foram obtidos diretamente do encosto traseiro da cadeira conforme pode ser visto nas figuras 45, 46 e 47.



Figura 45 – Encosto da cadeira e corpo de prova usinado a partir do mesmo.



Figura 46 – Corpo de prova utilizado para os ensaios de tração.

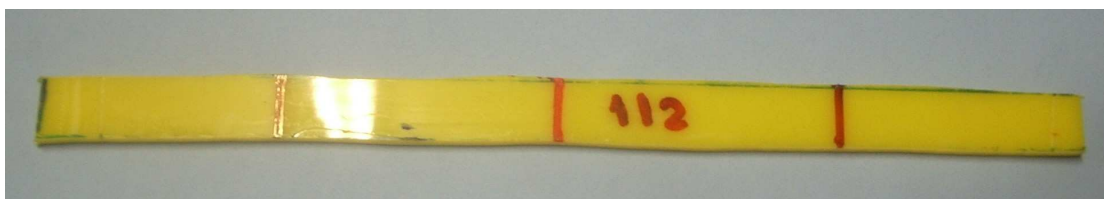


Figura 47 - Corpo de prova utilizado para o ensaio de flexão.

#### 6.2.1.1. Ensaio de tração

O ensaio de tração é utilizado na indústria não só para obtenção de propriedades mecânicas dos materiais, como também em testes de aceitação e controle de qualidade na especificação dos materiais [Branco, 1988] [Beer, 1996].

No ensaio de tração submete-se um corpo de prova devidamente calibrado a uma força continuamente crescente até se observar a ruptura. A força é aplicada uniaxialmente e realiza-se a observação e registro simultâneo do alongamento sofrido pelo corpo de prova. Os corpos de prova apresentam geralmente uma seção retangular

ou circular e são ensaiados em máquinas de ensaio que dispõem de dispositivos de fixação apropriados que garantem uma correta axialidade na aplicação da carga, de forma a não permitir qualquer tipo de escorregamento durante o ensaio [Branco, 1988].

Nas máquinas utilizadas para o ensaio de tração, a carga é aplicada mediante o deslocamento de uma ou duas garras onde o corpo de prova se encontra fixado. De maneira geral uma das garras se movimenta durante a aplicação da carga e a outra permanece fixa durante o ensaio. A carga durante o ensaio é medida utilizando-se células de carga que possuem extensômetros elétricos previamente calibrados [Branco, 1988].

Os dados de carga aplicada, versus o deslocamento sofrido pelo corpo de prova, são registrados em um programa no computador, onde é possível se obter a curva do ensaio.

A máquina onde foram realizados os ensaios pertence ao Laboratório de Fios e Cabos, que faz parte do complexo de laboratórios do LABELO (PUCRS). Esta máquina é utilizada para os ensaios de tração, compressão e flexão de polímeros, sendo a mesma da marca EMIC modelo DL2000, conforme é mostrado na figura 48.



Figura 48 – Máquina para ensaios mecânicos de polímeros EMIC DL 2000 [EMIC, 2007].

Para determinação das propriedades mecânicas à tração, foram utilizados corpos de prova padronizados. Estes foram obtidos de moldes diferentes no formato conhecido como “gravata”, conforme determina a norma.

Na figura 49 é mostrado o formato do corpo de prova, bem como as suas dimensões.

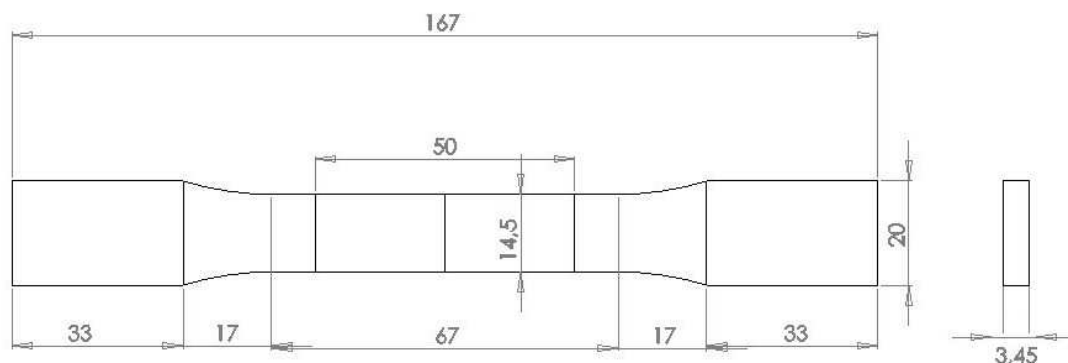


Figura 49 – Corpo de prova em formato de “gravata” [NBR 9622, ASTM D 638].

Inicialmente, foram utilizados dois corpos de prova, sendo feitas marcas nos mesmos na distância de 25 mm a partir do centro em direção as suas extremidades, onde foram fixadas duas pinças para medição dos deslocamentos sofridos durante o ensaio de tração, conforme pode ser visto na figura 50.

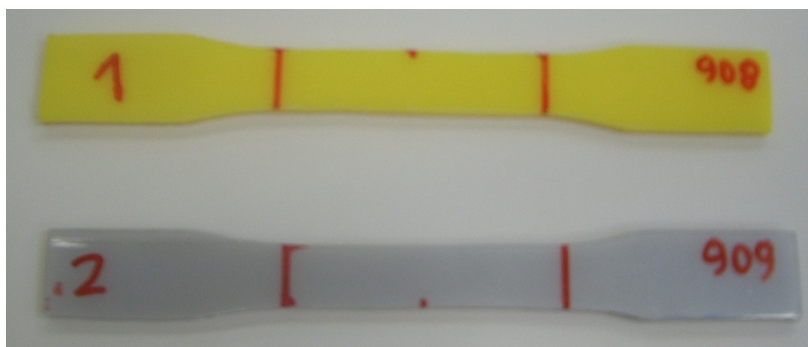


Figura 50 – Corpo de prova calibrado para o ensaio.

Além disto, os corpos de prova foram fixados na máquina através de duas garras sendo a garra superior móvel e a inferior fixa, conforme figura a seguir.



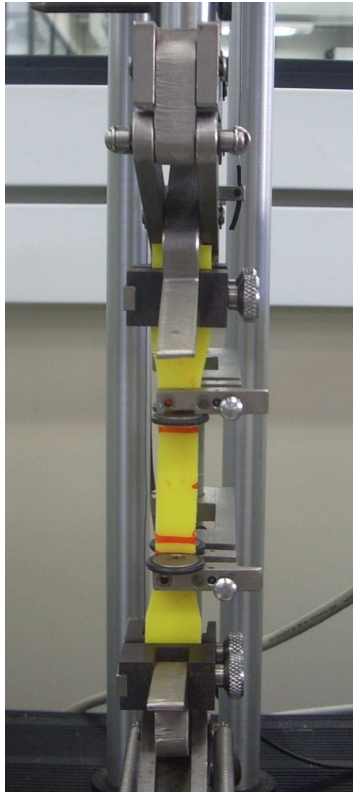


Figura 51 – Fixação do corpo de prova na máquina de ensaio.

Logo após, foi realizado o ensaio de tração aplicando-se a velocidade de tração de 1 mm/min ao corpo de prova. Devido ao material possuir grande capacidade de deformação, com esta velocidade não foi possível chegar ao seu rompimento, pois o curso da máquina chegou ao seu fim antes que ocorresse a ruptura do material. Nas figuras 52, 53, 54 e 55 são apresentadas fotos dos ensaios.



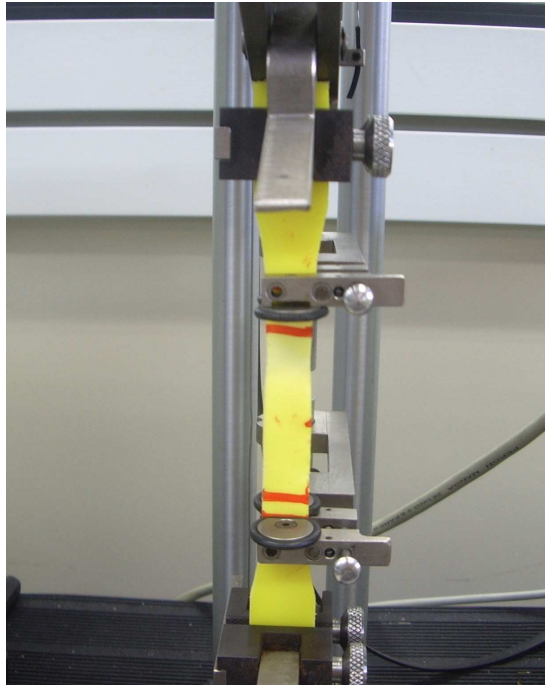


Figura 52 – Início do ensaio de tração do primeiro corpo de prova.

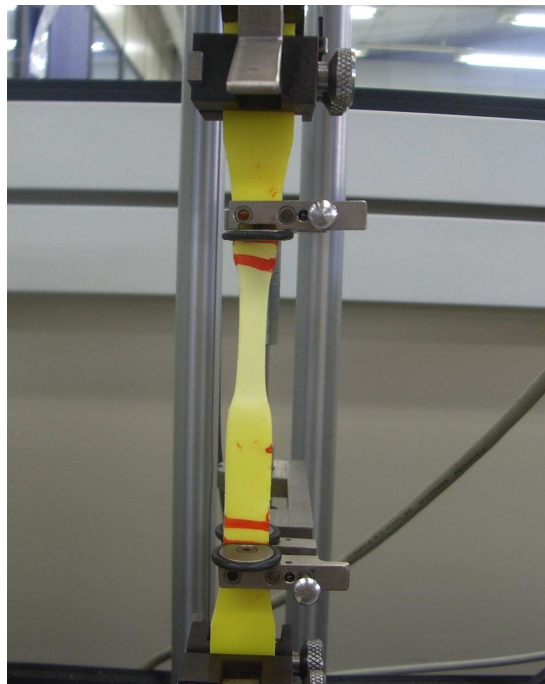


Figura 53 - Final do ensaio de tração do primeiro corpo de prova.

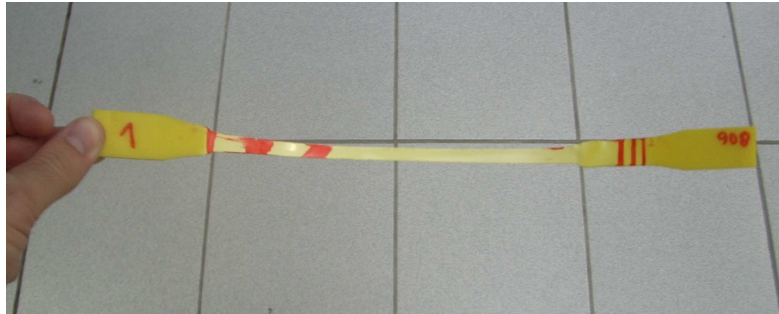


Figura 54 – Primeiro corpo de prova após o ensaio de tração.

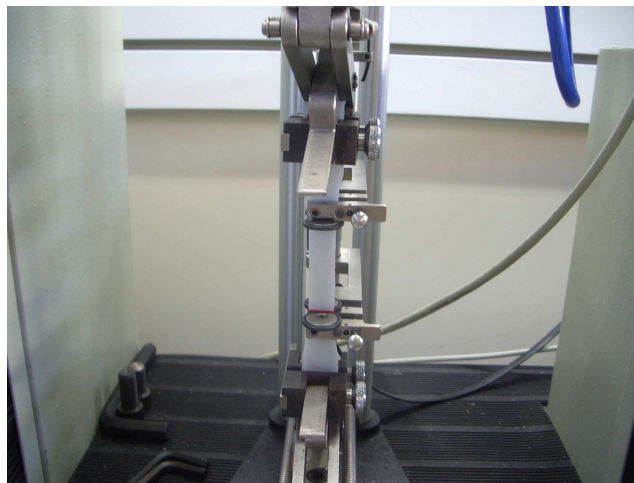


Figura 55 - Ensaio de tração do segundo corpo de prova.

### **6.2.1.2. Ensaio de tração até o rompimento**

O ensaio de tração até o rompimento foi executado da mesma forma que os ensaios de tração para determinação das propriedades mecânicas a tração. Entretanto devido à grande deformação que o material suporta houve a necessidade de se aumentar a velocidade de tração das garras da máquina sobre o material para que fosse possível medir o valor de tensão de ruptura convencional. O valor da velocidade de tração foi aumentado para 10 mm/min, ou seja, dez vezes maior que o dos ensaios para determinação das propriedades mecânicas.

### **6.2.1.3. Ensaios de tração para determinação do coeficiente de Poisson**

O coeficiente de Poisson é uma propriedade do material que relaciona a deformação transversal sofrida por um material pela deformação longitudinal no mesmo, quando este é submetido a uma carga. Isto ocorre, pois o mesmo não

apresentará deformações apenas na direção da tensão, mas também exibirá uma deformação de sinal oposto e com direção perpendicular a anterior [Gere, 2003].

Sendo assim o coeficiente de Poisson é definido pela relação a seguir:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_l} \quad (6.1)$$

O coeficiente de Poisson pode ser determinado com a utilização de dois extensômetros em um corpo solicitado uniaxialmente, sendo um dos extensômetros colado na direção de aplicação da tensão, e o segundo extensômetro colado na direção perpendicular ao primeiro.

Os extensômetros elétricos são dispositivos de medida que transformam pequenas variações nas dimensões em variações equivalentes em sua resistência elétrica e são largamente utilizados em engenharia, devido à precisão das medidas e facilidade na manipulação [Andolfato, 2004].

Para medição deste valor é utilizado um circuito elétrico conhecido como ponte de Wheatstone, onde quatro resistências elétricas encontram-se ligadas entre si. Quando o extensômetro é conectado ao circuito da ponte de Wheatstone é causado um desbalanço no mesmo, devido ao extensômetro ser uma resistência elétrica, fazendo com que este desbalanço gere um sinal em volts.

Na figura 56 é mostrado um circuito de uma ponte de Wheatstone [Andolfato, 2004].

Os extensômetros elétricos são feitos de uma lâmina metálica resistiva de pequena espessura e fixada a um material isolado chamado de base. Porções desnecessárias do material da lâmina são eliminadas pelo processo de fotogração, de acordo com o padrão desejado do extensômetro. Logo após é realizada a soldagem dos fios de saída do mesmo [Andolfato, 2004].

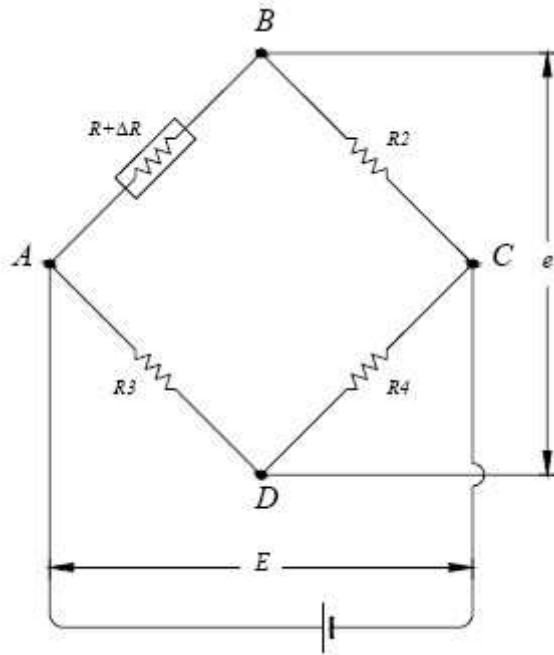


Figura 56 – Circuito da ponte de Wheatstone [Andolfato, 2004].

Na figura 57 é mostrada a estrutura de um extensômetro [Andolfato, 2004].

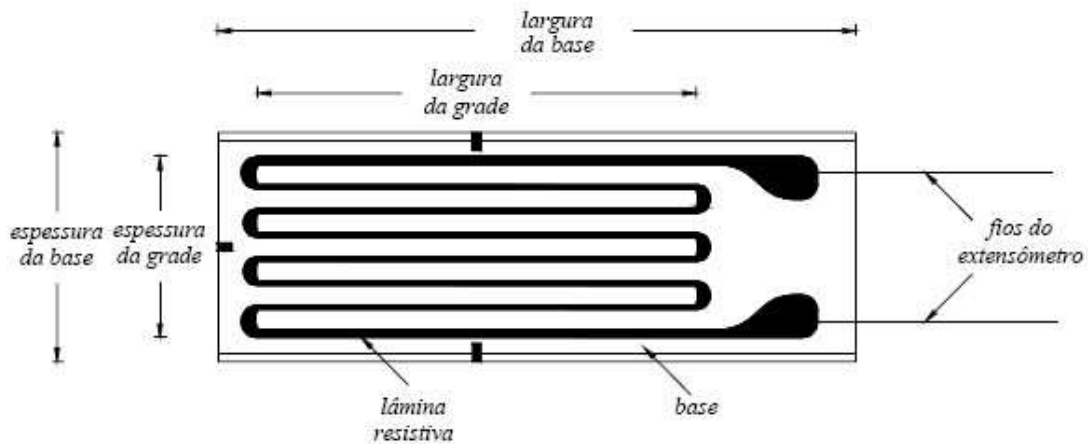


Figura 57 – Estrutura de um extensômetro elétrico [Andolfato, 2004].

Para a determinação do coeficiente de Poisson da resina de polipropileno foram utilizados dois extensômetros da marca Excel, cada um com uma resistência de  $350 \Omega$ . Um dos extensômetros foi colado na parte superior do corpo de prova na direção longitudinal de aplicação da carga e o outro na parte inferior na direção transversal à aplicação da carga.

Logo após foram soldados fios elétricos aos terminais dos extensômetros para que fosse possível conectar o mesmo a ponte de Wheatstone, conforme pode ser visto nas figuras 58 e 59.

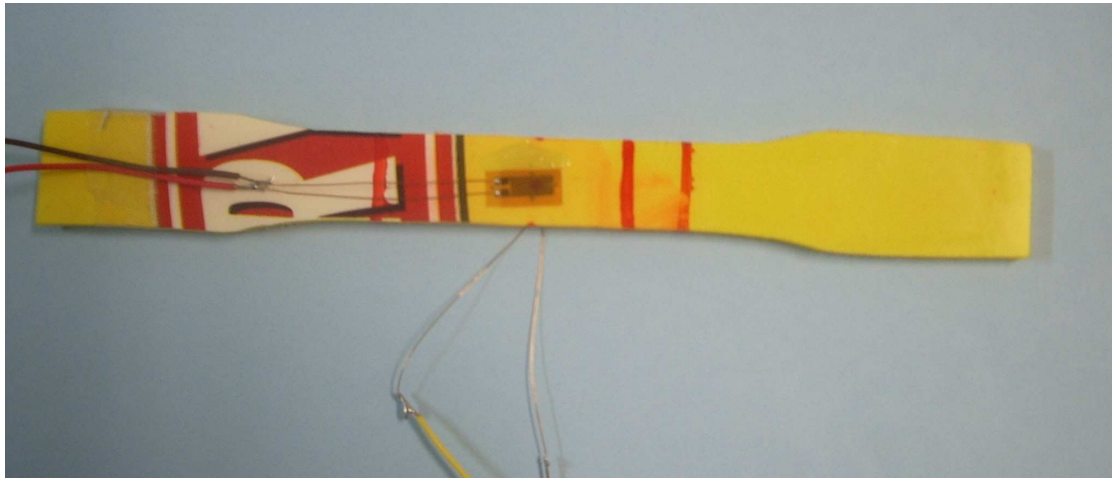


Figura 58 – Extensômetro colado longitudinalmente no corpo de prova.

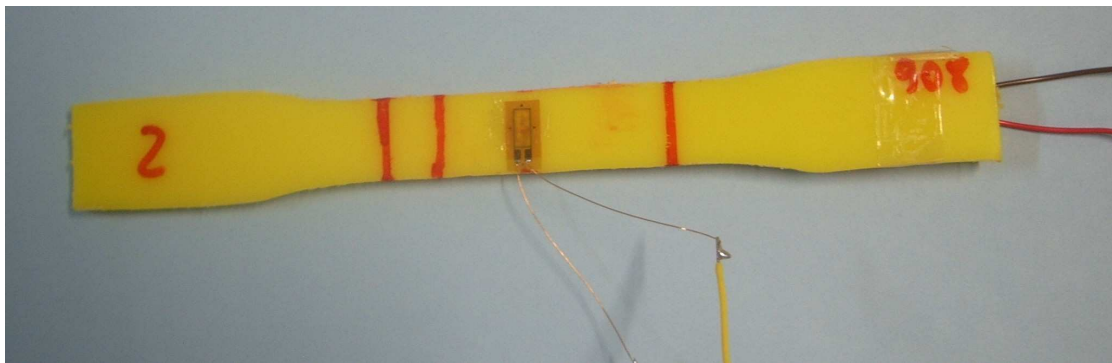


Figura 59 – Extensômetro colado transversalmente no corpo de prova.

Com a colagem dos extensômetros realizada, foi colocado o corpo de prova na máquina de ensaio de tração e os extensômetros conectados a ponte de Wheatstone, para que fossem realizadas as medições da resistência elétrica inicial dos extensômetros, conforme figuras 60 e 61.

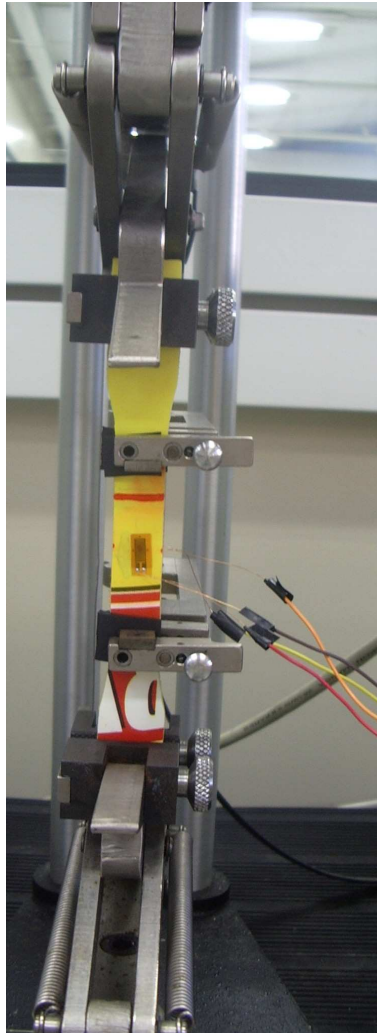


Figura 60 – Ensaio do corpo de prova com extensômetros.



Figura 61 – Ponte de Wheatstone utilizada para medição das resistências.



#### 6.2.1.4. Ensaio de flexão

Outro ensaio que foi executado para caracterização do corpo de prova, foi o ensaio de flexão, sendo também o mesmo executado na máquina utilizada para os ensaios de tração, entretanto com uma configuração diferente da anterior.

O material do corpo de prova utilizado para o ensaio foi o do mesmo molde do primeiro ensaio de tração, sendo que se utilizou um corpo de prova para este ensaio. Além disto, é importante ressaltar que o formato do corpo de prova é diferente, como pode ser visualizado com as suas respectivas dimensões na figura 62.

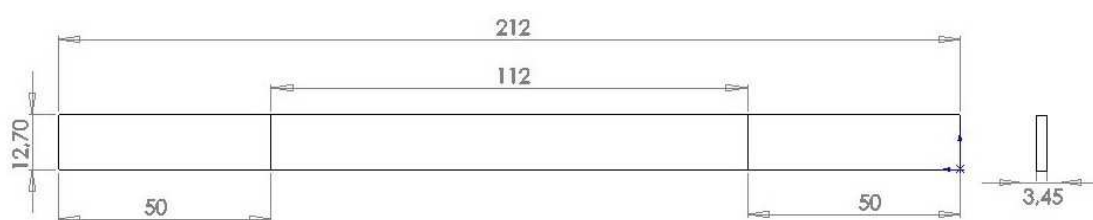


Figura 62 – Corpo de prova utilizado no ensaio de flexão [ASTM D 790].

Este ensaio é executado apoiando-se o corpo de prova em dois pontos no suporte da máquina de ensaio, sendo aplicado transversalmente no centro de seu comprimento uma carga, conforme é mostrado nas figuras 63 e 64 [Norton, 2004].

Neste ensaio, foi adotada uma velocidade de aplicação da carga de 2,54 mm/min, conforme determina a norma ASTM D 790.

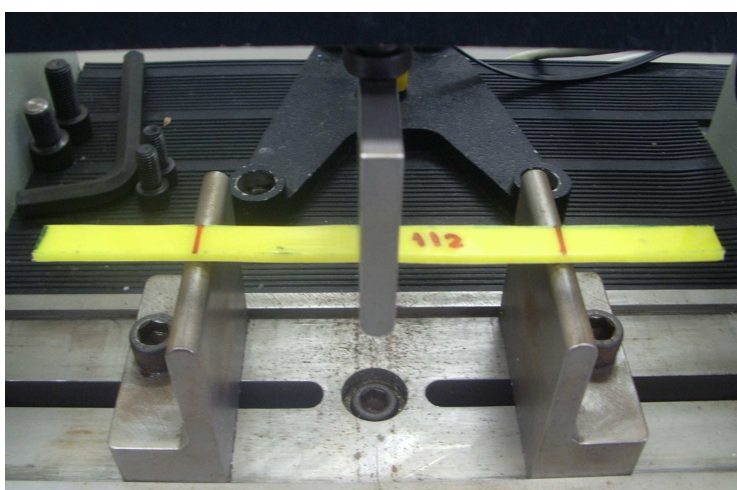


Figura 63 – Ensaio de flexão.

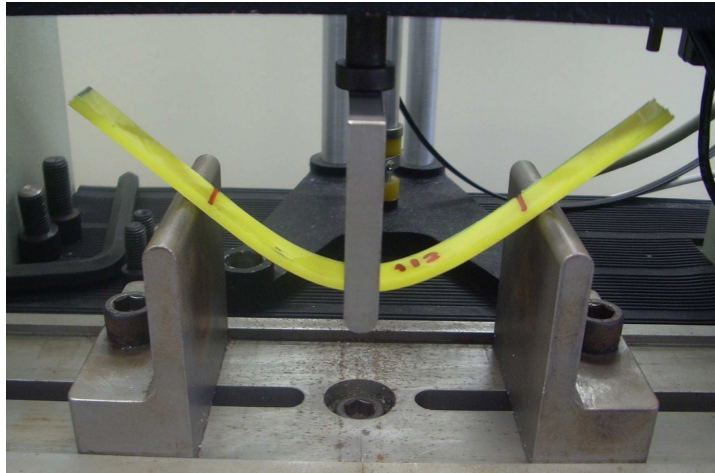


Figura 64 – Carga sendo aplicada ao corpo de prova no ensaio de flexão.

## 6.2.2. Simulações computacionais

As simulações têm como objetivo reproduzir computacionalmente os ensaios mecânicos, utilizando as propriedades mecânicas determinadas através dos mesmos.

### 6.2.2.1. Simulação do ensaio de tração

Neste item serão abordadas as simulações computacionais através do método dos elementos finitos dos corpos de prova.

O primeiro passo para o estudo computacional, foi a criação da geometria dos corpos de prova em formato de gravata no programa computacional SolidWorks/CosmosWorks, conforme pode ser visto na figura 65.

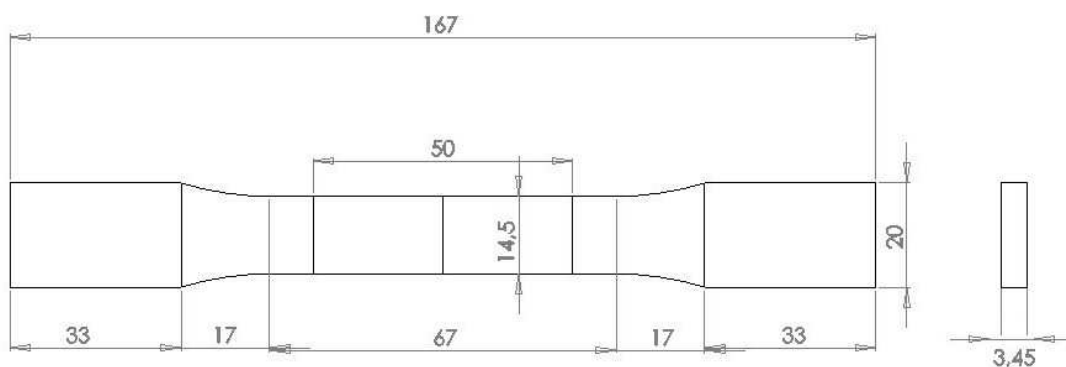


Figura 65 – Desenho da geometria do corpo de prova.

O próximo passo na criação do modelo computacional é aplicação das cargas e restrições presentes na geometria a ser ensaiada. Em um corpo de prova sujeito a tração, houve o engaste fixo de uma das suas extremidades, representando a garra da



máquina presa ao mesmo e do outro lado um esforço de tração, como ocorre com o corpo de prova durante o ensaio na máquina.

Posteriormente a isto, é gerada a malha computacional de elementos tetraédricos finalizando a preparação do modelo para a análise e obtenção dos resultados, que são os passos finais de todo o processo.

Na figura 66 é mostrado o modelo do corpo de prova com as restrições presentes e a malha computacional gerada para a análise do mesmo sob tração.

A malha gerada para o primeiro corpo de prova possui 9388 nós e 4554 elementos.

A malha gerada para o segundo corpo de prova possui 11751 nós e 6341 elementos.

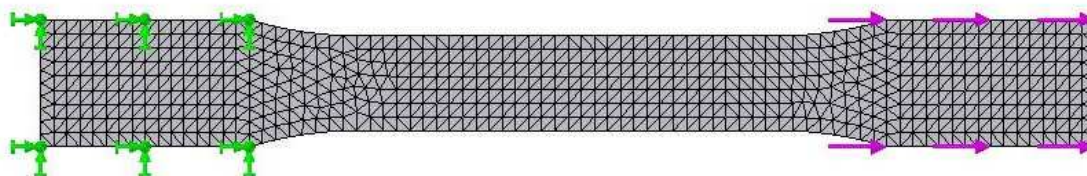


Figura 66 – Modelo do corpo de prova submetido à tração com as restrições presentes e a malha computacional.

Os ensaios computacionais de tração foram executados para valores de carga de até 1000 N, utilizando modelo não-linear elástico para os dois corpos de prova.

A curva tensão-deformação específica obtida no ensaio em laboratório para cada corpo de prova foi inserida no modelo computacional.

O tempo despendido para cada simulação de tração foi variável, ficando em torno de trinta minutos para a simulação do primeiro corpo de prova e dez minutos para o segundo corpo de prova.

#### **6.2.2.2. Simulação do ensaio de flexão**

Neste item serão abordadas as simulações computacionais através do método dos elementos finitos dos corpos de prova submetidos a esforços de flexão.

Na figura 67 é mostrado o desenho da geometria do corpo de prova simulado no ensaio de flexão.

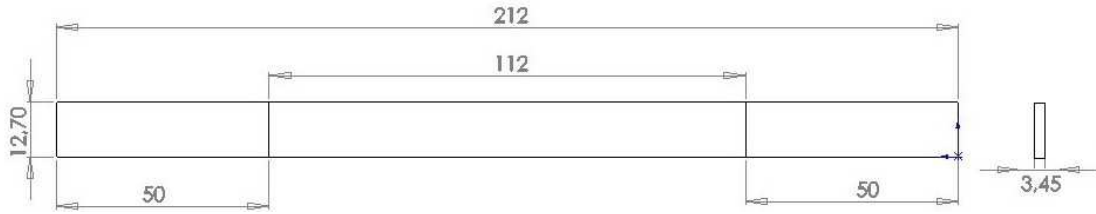


Figura 67 – Desenho da geometria do corpo de prova para a simulação de flexão.

Como ocorreu para os ensaios de tração, seguem-se os mesmos passos citados no item anterior para a execução dos ensaios de flexão, entretanto as restrições presentes no corpo de prova são de uma viga bi apoiada, visto que o mesmo é submetido a uma carga no centro da sua parte superior, além de ser apoiado em dois pontos na sua parte inferior.

Na figura 68 é mostrado o modelo do corpo de prova com as restrições presentes e a malha computacional gerada para a análise do mesmo sob flexão.

A malha gerada para o corpo de prova possui 13209 nós e 7290 elementos.

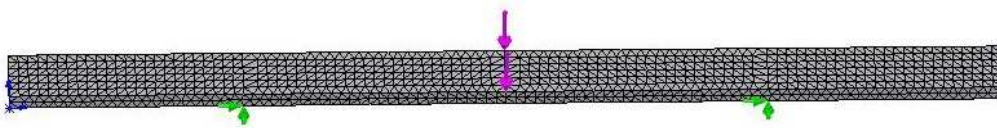


Figura 68 – Modelo do corpo de prova submetido à flexão com as restrições presentes e malha computacional gerada.

As simulações computacionais de flexão foram executados com modelo de material linear elástico e valor de carga de 10 N, visto que para este valor de carga o material possui linearidade e uma pequena deformação, ficando restrita a zona linear elástica.

O módulo de elasticidade utilizado para estas simulações é equivalente a 0,27 GPa, sendo o mesmo obtido com o ensaio de tração, seguindo determinação do manual de usuário [CosmosWorks, 2005].

O tempo despendido para esta simulação ficou em torno de vinte minutos.

### **6.3. Análise da cadeira termoplástica**

#### **6.3.1. Análise computacional**

A análise computacional da cadeira termoplástica tipo monobloco, produzida a partir da resina de polipropileno, visa obter as tensões, deformações e deslocamentos, quando a mesma é submetida a uma carga estática.

Todas as etapas foram seguidas, conforme abordadas no capítulo 5, sendo todas estas executadas dentro do pacote computacional SolidWorks/CosmosWorks.

Nas figuras 69 e 70 são mostradas duas fotos da cadeira plástica.



Figura 69 – Parte superior da cadeira plástica.



Figura 70 – Parte traseira da cadeira plástica.

#### **6.3.1.1. Geração da geometria**

A geometria desta cadeira é complexa, visto que, a mesma apresenta um grande número de superfícies curvilíneas, dificultando bastante à criação da mesma.

Assim sendo, considerou-se algumas simplificações na geometria, sendo a primeira, a diminuição do número de curvas e pontas agudas, pois se todas estas fossem inseridas, não seria possível a criação de uma malha computacional para análise, devido à dificuldade de geração dos elementos.

Outro item importante que levou a estas simplificações, é que com o ensaio em laboratório, percebeu-se que a mesma apresentava um local crítico em sua geometria, que é na região próxima a junção dos seus pés com o assento, sendo possível a realização de simplificações em outras partes que não são sujeitas a grandes esforços com a aplicação da carga, como o encosto e os apoios dos braços, entre outras.

Nas figuras 71, 72, 73 e 74 é possível visualizar a geometria criada da cadeira plástica.

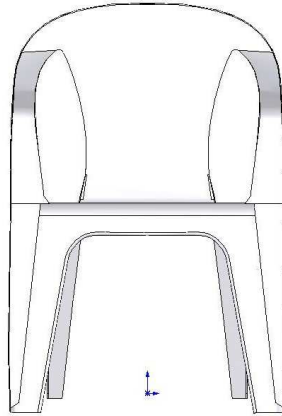


Figura 71 – Vista frontal da geometria desenhada da cadeira plástica.

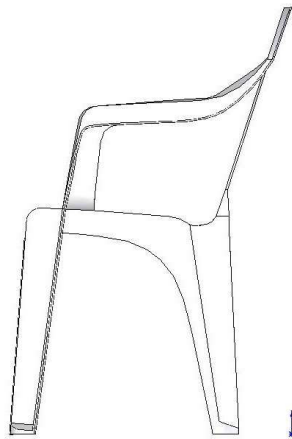


Figura 72 - Vista lateral da geometria desenhada da cadeira plástica.

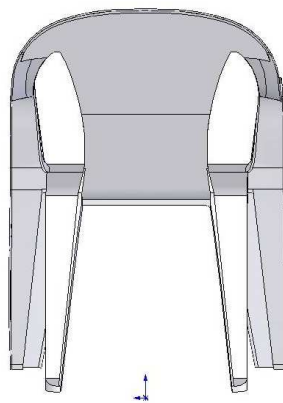


Figura 73 - Vista traseira da geometria desenhada da cadeira plástica.

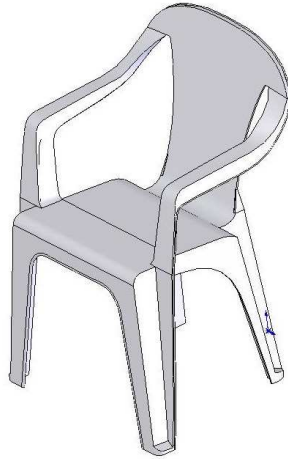


Figura 74 – Vista em três dimensões da geometria desenhada da cadeira plástica.

### 6.3.1.2. Inserção dos carregamentos e restrições

Neste estudo, foi aplicada uma carga no valor de 1570 N (160 kgf) perpendicularmente ao plano frontal da geometria, pois é com esta condição que a carga é aplicada nos ensaios, como determina a norma NBR 14776.

Foram realizadas duas simulações sobre o comportamento da cadeira quando submetido à carga, sendo uma linear elástica e outra não linear elástica.

A condição linear elástica foi simulada considerando o atrito entre os pés da cadeira e a superfície do vidro. Este atrito é aplicado, inserindo-se um plano virtual na base dos pés da cadeira, sendo que o coeficiente de atrito entre o plano e os pés da cadeira é equivalente a 0,4, que é o valor do coeficiente de atrito entre polipropileno e o vidro [Mspc, 2007]. Este coeficiente de atrito é importante, pois faz com que os deslocamentos nos pés da cadeira sejam reduzidos, não criando deslocamentos de grandes deformações, fato que é corroborado pelo ensaio real da cadeira em laboratório. Outra condição para a execução da simulação linear é a inserção de uma condição de um ponto fixo na parte interna dos pés traseiros, visto que se verificou que quando a cadeira é submetida a um carregamento, o ponto interno do pé traseiro se mantém fixo, fazendo com que o restante do pé, rotacione ao redor deste ponto.

É importante ressaltar também, que foram inseridas as propriedades mecânicas do polipropileno utilizado na fabricação das cadeiras, tais como: módulo de elasticidade com valor de 0,3 GPa, tensão máxima suportada, massa específica e coeficiente de Poisson.

Na figura 75 é possível visualizar as restrições aplicadas à cadeira e o plano virtual, para a simulação linear elástica.

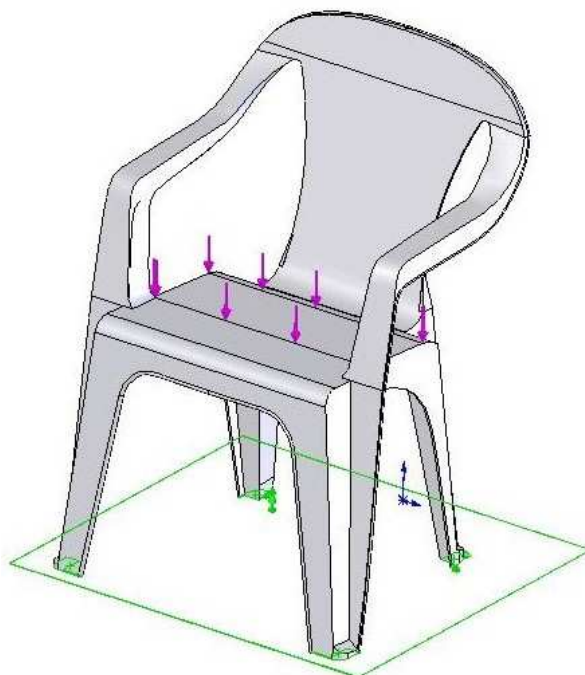


Figura 75 – Inserção das restrições para a simulação linear na cadeira.

A condição não linear elástica foi simulada devido ao comportamento não linear da geometria da cadeira.

Nesta simulação inseriu-se uma condição de restrição em um único ponto na parte interna dos pés frontais da cadeira, que faz com que o movimento na direção perpendicular aos pés da mesma, fique restringido, permitindo os demais movimentos de translação. Além disto, também se restringiu o movimento de todo o pé frontal na direção perpendicular ao mesmo, permitindo que os demais ocorram livremente. Para finalizar, também foi necessária a inserção da condição de restrição de um ponto fixo nos pés traseiros, no mesmo local da simulação linear, devido aos mesmos motivos já apresentados anteriormente.

Na simulação não linear, como na linear, também foi necessário a inserção das propriedades mecânicas do polipropileno utilizado na fabricação das cadeiras, tais como: módulo de elasticidade no valor também de 0,3 GPa, tensão máxima suportada, massa específica e coeficiente de Poisson.

Na figura 76 é possível visualizar as restrições aplicadas à cadeira para a simulação não linear elástica.

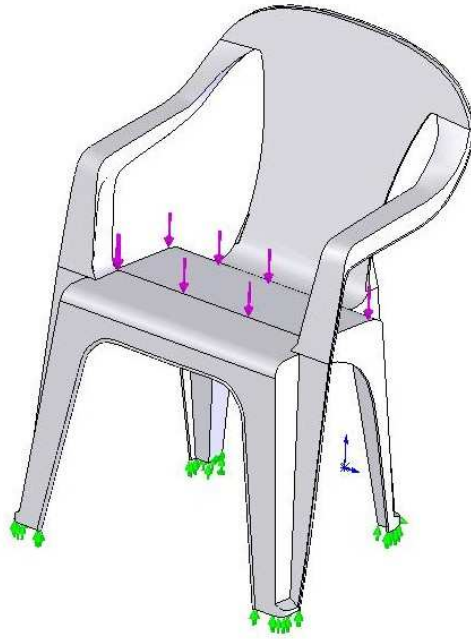


Figura 76 - Inserção das restrições para a simulação não linear na cadeira.

### 6.3.1.3. Criação da malha computacional

Para a criação da malha computacional da análise da cadeira, foram adotados elementos sólidos do tipo tetraedro, visto que a mesma possui uma geometria com espessuras variáveis.

Na figura 77 é mostrada a malha computacional gerada para a análise linear elástica com 47252 nós e 23373 elementos.

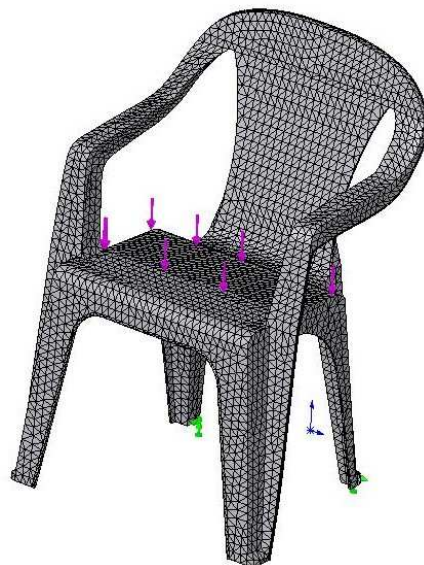


Figura 77 – Malha gerada para a simulação linear da cadeira.



Na figura 78 é mostrada a malha computacional gerada para a análise não linear elástica com 48013 nós e 23342 elementos.

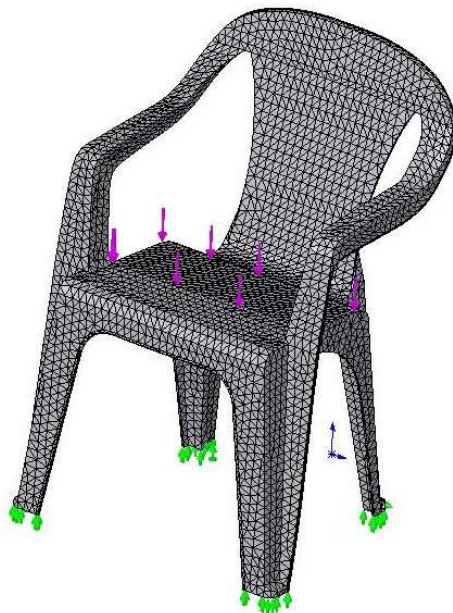


Figura 78 – Malha gerada para a simulação não linear da cadeira.

As malhas utilizadas nas simulações linear e não linear foram geradas automaticamente, não havendo a preocupação que fosse a mesma.

#### **6.3.1.4. Execução da análise**

Para a execução das duas análises, adotou-se o modelo de material linear elástico, visto que a tensão aplicada à mesma se encontra na região de deformação elástica do material, sendo que os resultados da análise linear e não linear se encontram no capítulo 7.

#### **6.3.2. Análise experimental**

Visando a comparação dos resultados obtidos pelos ensaios computacionais, foram feitos ensaios estáticos de uma cadeira termoplástica do tipo monobloco, segundo o que a norma NBR 14776 determina. Com estes ensaios, foi possível verificar-se o local onde a mesma possui maiores tensões e deformações, quando

submetida a uma carga, além de se medir a variação dos deslocamentos dos seus pés entre a mesma sem carga e com carga.

Conforme a norma NBR 14776 determina, a cadeira termoplástica necessita suportar uma carga equivalente de 1570 N (160 kgf) em seu centro geométrico, sem que a mesma se rompa ou se deforme de forma irreversível, sendo esta carga aplicada com velocidade reduzida, para que se caracterize um ensaio estático. Esta carga é formada por esferas de aço de 2,3 a 3 mm de diâmetro, acondicionadas em um saco de couro ou lona, conforme a norma o determina.

Na figura 79 é mostrada a foto do ensaio estático sendo executado no LABELO, e os valores dos deslocamentos medidos se encontram no capítulo 7.



Figura 79 – Ensaio estático da cadeira plástica tipo monobloco.

## 7. RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 7.1. Resultados da caracterização mecânica do material

#### 7.1.1. Ensaio mecânicos

Os resultados obtidos com os ensaios mecânicos de tração e flexão se encontram nos subitens a seguir.

##### 7.1.1.1. Ensaio de tração

Com o ensaio de tração executado obteve-se a curva carga-deslocamento conforme pode ser visto nos gráficos 80 e 81.

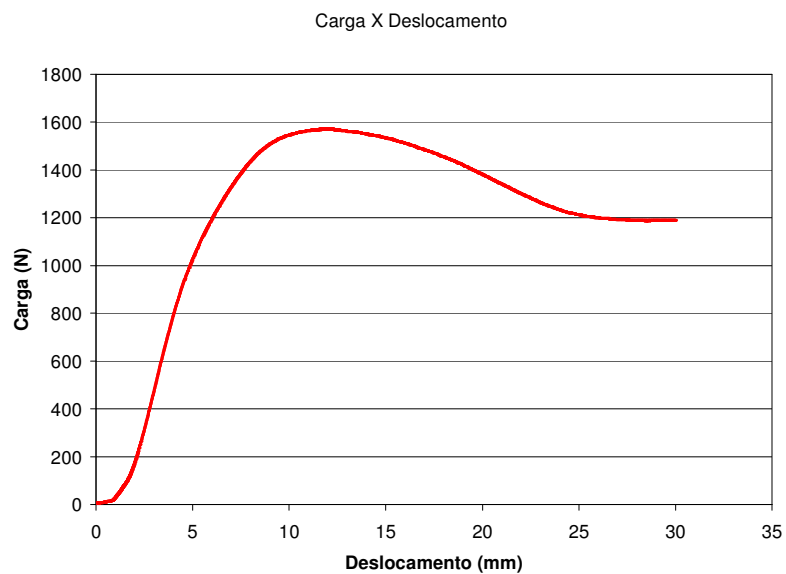


Figura 80 – Gráfico carga-deslocamento para o primeiro corpo de prova.

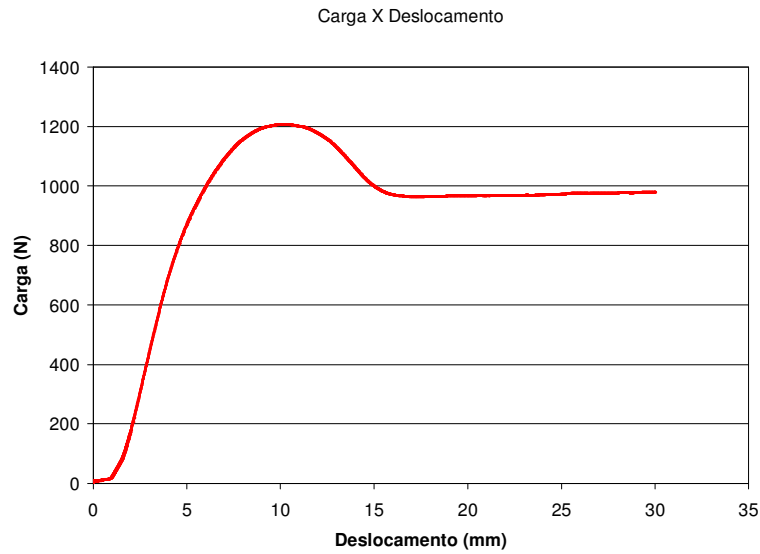


Figura 81 – Gráfico carga-deslocamento para o segundo corpo de prova.

Através da curva carga-deslocamento, foi possível construir a curva tensão-deformação específica para o material que se encontra nos gráficos 82 e 83.

Para o cálculo da tensão no corpo de prova, foi feita a seguinte relação:

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \quad (7.1)$$

onde F é a carga suportada pelo material para cada valor de deformação, e  $A_0$  é a área inicial da seção transversal do corpo de prova.

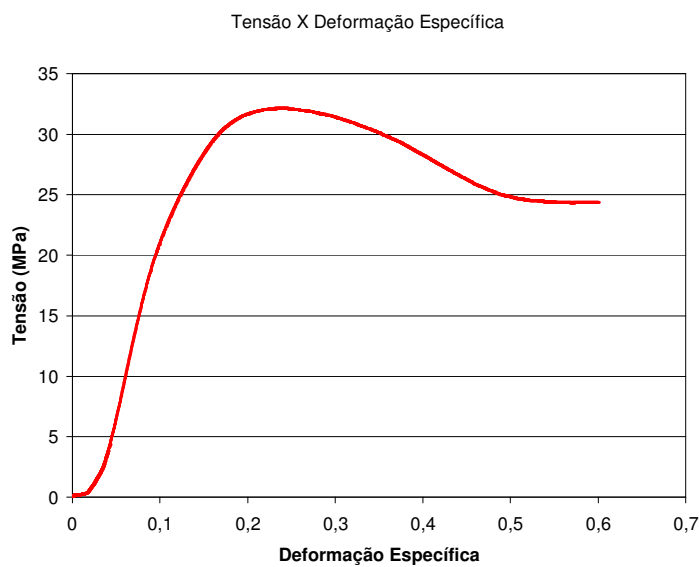


Figura 82 – Gráfico tensão-deformação específica para o primeiro corpo de prova.

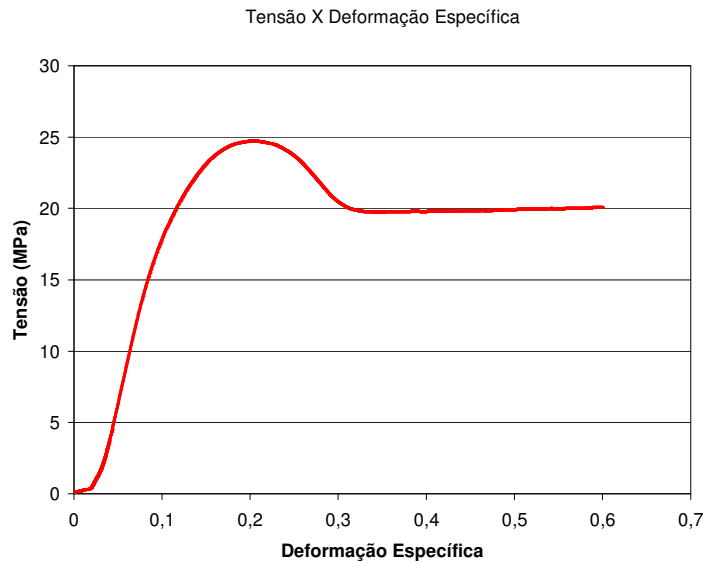


Figura 83 – Gráfico tensão-deformação específica para o segundo corpo de prova.

Com os dados do gráfico tensão-deformação específica, é possível determinar-se a tensão de escoamento do material, a tensão máxima suportada pelo material, além do módulo de elasticidade.

A relação para determinar-se o módulo de elasticidade é:

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} \quad (7.2)$$

onde  $\Delta\sigma$  é a variação de tensão suportada pelo material e  $\Delta\varepsilon$  é a variação da deformação específica do material, com valores no regime elástico.

O cálculo do módulo de elasticidade foi feito, considerando-se a variação de tensão e deformação em três diferentes pontos da curva no regime elástico.

Para o primeiro corpo de prova o cálculo foi o seguinte:

$$E_{1'} = \frac{10,15 \text{ MPa} - 5,3181 \text{ MPa}}{0,0611 - 0,0462} = 0,323 \text{ GPa} \quad (7.3)$$

$$E_{1''} = \frac{20,2906 \text{ MPa} - 10,2733 \text{ MPa}}{0,0963 - 0,0615} = 0,288 \text{ GPa} \quad (7.4)$$

$$E_{1'''} = \frac{25,3269 \text{ MPa} - 15,2107 \text{ MPa}}{0,1256 - 0,0766} = 0,206 \text{ GPa} \quad (7.5)$$

Para o segundo corpo de prova o cálculo foi o seguinte:

$$E_2 = \frac{10,1879 \text{ MPa} - 5,2362 \text{ MPa}}{0,0642 - 0,0463} = 0,279 \text{ GPa} \quad (7.6)$$

$$E_{2''} = \frac{20,1768 \text{ MPa} - 10,1879 \text{ MPa}}{0,1179 - 0,0642} = 0,186 \text{ GPa} \quad (7.7)$$

$$E_{2''' } = \frac{15,1823 \text{ MPa} - 5,2008 \text{ MPa}}{0,0848 - 0,0462} = 0,258 \text{ GPa} \quad (7.8)$$

A tensão de escoamento foi determinada, traçando-se uma reta paralela à curva tensão-deformação específica na região elástica no valor de 0,02 de deformação específica. O valor da tensão é obtido na intersecção da reta com a curva tensão-deformação específica.

Os valores obtidos para a tensão de escoamento, para a máxima tensão suportada pelo material e para o módulo de elasticidade se encontram na tabela 4.

Tabela 4 – Propriedades obtidas do ensaio de tração.

<b>Corpo de Prova</b>	<b>1</b>	<b>2</b>
<b>Tensão de Escoamento do Material (MPa)</b>	27	20
<b>Tensão Máxima Suportada pelo Material (MPa)</b>	32	24
<b>Módulo de Elasticidade (GPa)</b>	0,206 - 0,323	0,186 - 0,279

Com as simulações dos corpos de prova, que serão mostradas no decorrer deste capítulo, pode ser verificada a validade dos resultados obtidos nestes ensaios mecânicos.

Além disto, é importante ressaltar que a diferença que ocorre nos valores de um corpo de prova ensaiado para o outro é devido ao primeiro corpo de prova ser de um lote de produção da cadeira, e o segundo de outro.

#### **7.1.1.2. Ensaio de tração até o rompimento**

No primeiro corpo de prova que foi ensaiado, ocorreu uma fratura precoce no material, devido à presença no material de um defeito de preenchimento durante o processo de injeção, não podendo com isto obter-se resultados conclusivos. Nas figuras 84 e 85 é possível visualizar o defeito que levou a fratura precoce do material sob o efeito da carga de tração na máquina.



Figura 84 – Corpo de prova fraturado devido à presença de um defeito de preenchimento.

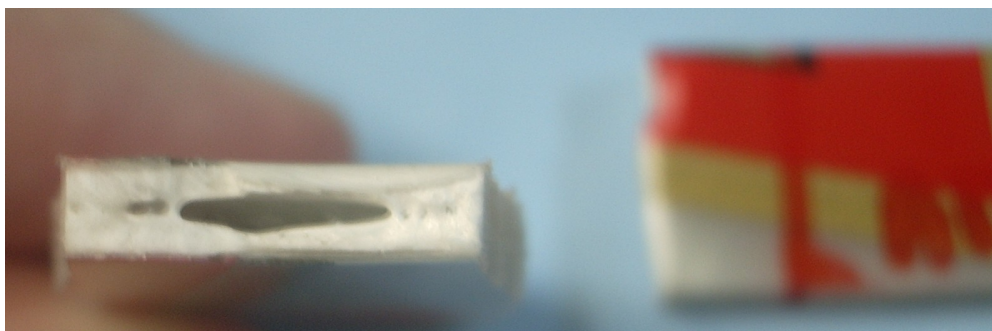


Figura 85 – Defeito de preenchimento do material.

Com isto, foi executado um novo ensaio com a utilização de outro corpo de prova, conforme figura 86.



Figura 86 – Ensaio de tração até a ruptura do corpo de prova.

Para este ensaio, foi novamente utilizada à velocidade de 10 mm/min, e com isto foi possível se obter a curva carga-deslocamento para o material, bem como, através da relação citada no item anterior, à curva tensão-deformação específica, conforme é mostrado nas figuras 87 e 88.

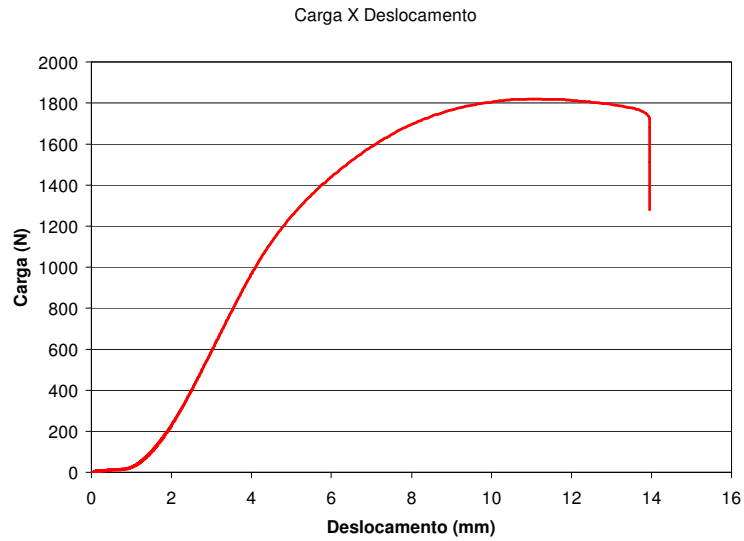


Figura 87 – Gráfico carga-deslocamento para o ensaio de tração até a ruptura.

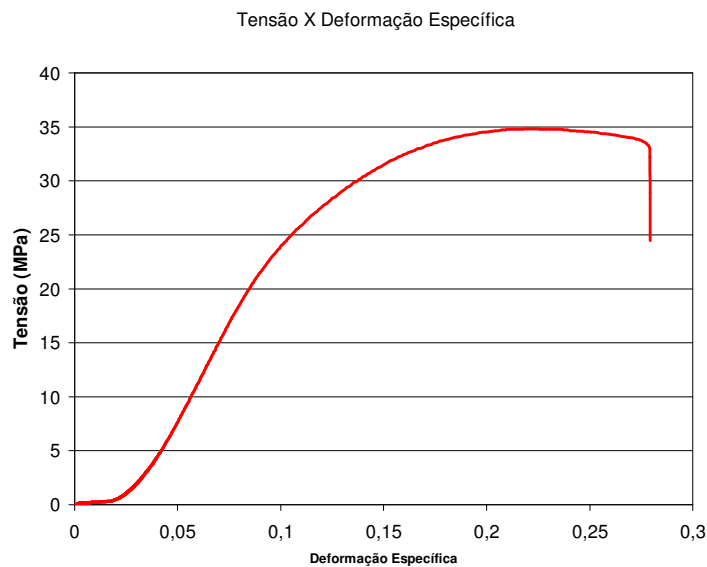


Figura 88 - Gráfico tensão-deformação específica para o ensaio de tração até a ruptura.

Com estes dados, obteve-se um valor de tensão de rompimento que é de 34 MPa. Entretanto este valor não é conclusivo, visto que para obtenção das propriedades mecânicas à tração o valor de velocidade que se deve utilizar segundo a normalização é de 1 mm/min, porém neste valor o corpo de prova apresenta uma grande deformação sem que ocorra a fratura do mesmo, antes do final do curso da máquina.



### 7.1.1.3. Ensaio de tração para determinação do coeficiente de Poisson

Neste ensaio de tração do corpo de prova utilizou-se uma carga de 400 N, devido a este valor estar dentro da zona elástica do material.

Com isto foi feita a seguinte relação para determinação do coeficiente de Poisson, visto que os dois extensômetros possuem a mesma resistência de 350  $\Omega$  e o mesmo factor Gauge de 2,1.

$$\nu = -\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_l} = -\frac{\frac{\Delta R t}{R_0 l}}{\frac{\Delta R l}{R_0 l}} \quad (7.9)$$

onde  $\Delta R$  é a variação da resistência entre o material deformado e não deformado e  $R_0$  é a resistência inicial do material não deformado.

A tabela 5 apresenta os valores obtidos para o coeficiente de Poisson, sendo que foram ensaiados dois corpos de provas para confirmação dos resultados.

Tabela 5 – Coeficiente de Poisson da resina de polipropileno.

	Resistência ( $\Omega$ )	Longitudinal	Transversal	Coeficiente de Poisson
<b>Primeiro Ensaio</b>	$R_0$	350,98	350,67	0,4188
	R	353,63	349,56	
<b>Segundo Ensaio</b>	$R_0$	351,08	350,59	0,4163
	R	353,77	349,47	

### 7.1.1.4. Ensaio de flexão

Neste ensaio, também não ocorreu o rompimento do material antes do final do curso da máquina, comprovando a sua grande capacidade de deformação.

Na tabela 6 é apresentado o deslocamento obtido no ensaio de flexão do corpo de prova, para os valores de carga de 5 N e 10 N no centro do corpo de prova.

Tabela 6 – Dados do deslocamento máximo obtidos com o ensaio de flexão.

Carga (N)	Deslocamento máximo (mm)
5	1,72
10	3,56

Com o ensaio foi construído o gráfico carga-deslocamento, que se encontra na figura 89.

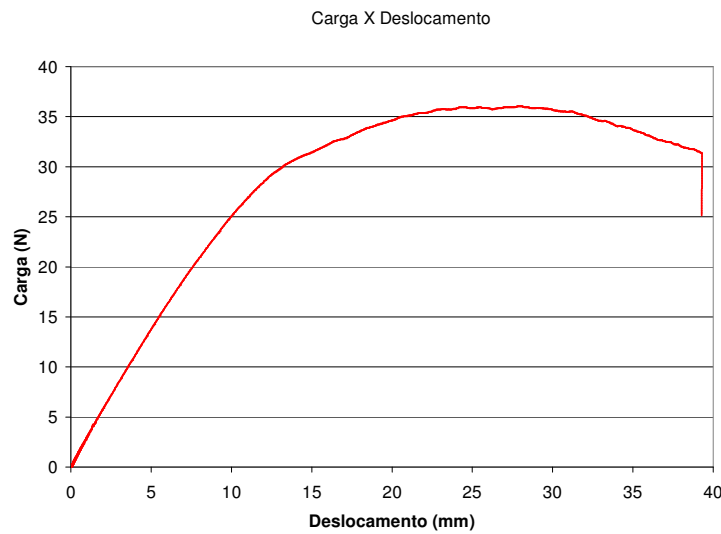


Figura 89 – Gráfico carga-deslocamento para o ensaio de flexão.

Conforme é apresentado também por [Garcia, 2000] foi calculado o módulo de elasticidade obtido a partir do ensaio de flexão pela relação:

$$E = \frac{FL^3}{4.b.h^3.\delta_{máx}} = \left( \frac{10 \text{ N} \cdot (0,112 \text{ m})^3}{4 \cdot 0,0127 \text{ m} \cdot (0,00345 \text{ m})^3 \cdot 0,00356 \text{ m}} \right) = 1,8991 \text{ GPa} \quad (7.10)$$

onde, F é a carga aplicada ao corpo de prova, L distância entre apoios, b é a largura do corpo de prova, h a espessura e  $\delta_{máx}$  o deslocamento máximo obtido com o ensaio.

É importante ressaltar que este valor de módulo de elasticidade calculado a partir do ensaio de flexão é bastante alto, e pode ser explicado, pois o material possui grande capacidade de deformação, não se rompendo até o final do curso da máquina no ensaio, sendo assim, a norma ASTM D 790-03 cita que as propriedades mecânicas não devem ser obtidas com base neste ensaio.

Outra propriedade que foi obtida utilizando-se este corpo de prova foi à massa específica do material, visto que a mesma precisa ser inserida nas propriedades do material no programa CosmosWorks 2006. Esta massa específica foi obtida da seguinte forma: inseriu-se água em uma pipeta calibrada e verificou qual era o seu volume. Imediatamente após mergulhou-se o corpo de prova na pipeta e mediu-se o deslocamento de água que o mesmo provocou.

Logo após retirou-se o corpo de prova e mediu-se a massa do mesmo em uma balança calibrada para que fosse possível aplicar a seguinte relação para obtenção do valor da massa específica:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0,00891 \text{ kg}}{0,00001025 \text{ m}^3} = 869,3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (7.11)$$

### 7.1.2. Simulações computacionais

Os resultados obtidos com as simulações computacionais dos corpos de prova submetidos a esforços de tração e flexão se encontram nos subitens a seguir.

#### 7.1.2.1. Simulação do ensaio de tração

Nas figuras 90 e 91 é mostrada a tensão suportada pelo material e o deslocamento sofrido para um valor de carga de 600 N, do primeiro corpo de prova.

Os pontos A e B foram marcados a 25 mm à esquerda e à direita do centro da peça e a diferença destes, após o final da simulação, dividido pelo comprimento inicial, foi utilizada para o cálculo da deformação específica. Estes pontos foram os utilizados, visto que são estes os pontos de medição nos ensaios mecânicos.

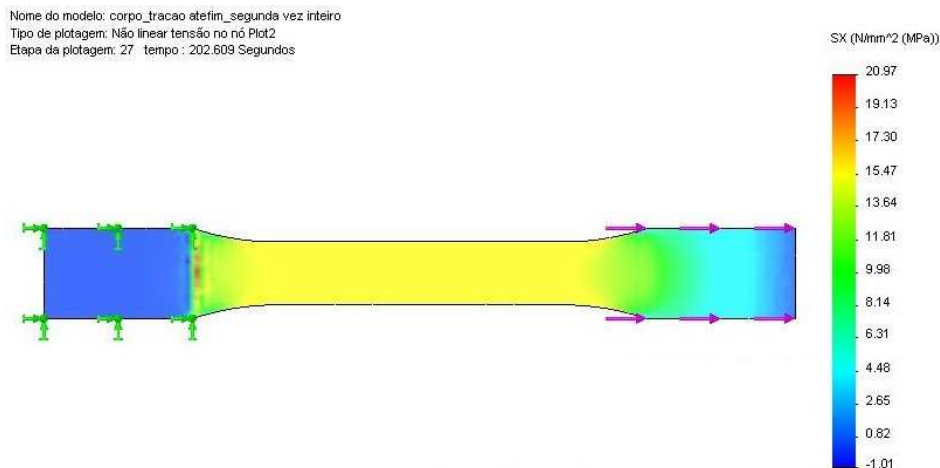


Figura 90 – Tensão suportada pelo primeiro corpo de prova submetido a uma carga de tração de 600 N.

Nome do modelo: corpo\_tracao\_atefim\_segunda\_vez\_inteiro  
Tipo de plotagem: Deslocamento não linear Plot2  
Etapa da plotagem: 27 tempo: 202.609 Segundos  
Escala de deformação: 1

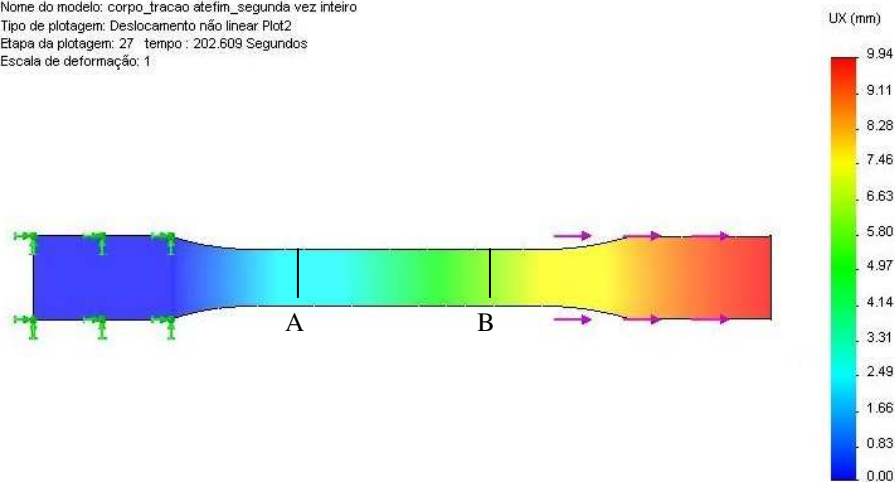


Figura 91 – Deslocamento sofrido pelo primeiro corpo de prova submetido a uma carga de tração de 600 N. (A) Ponto de medição a 25 mm à esquerda do centro da peça, e (B) ponto de medição a 25 mm à direita do centro da peça.

Nos gráficos 92, 93, 94 e 95 são mostrados os valores de tensão suportada pelo material na direção x e deslocamento sofrido também na direção x, para valores de carga de até 1000 N, tanto para o primeiro como para o segundo corpo de prova, considerando o mesmo valor de tempo em que a carga foi aplicada no ensaio mecânico.



Figura 92– Gráfico de tensão suportada em função do tempo para o primeiro corpo de prova.

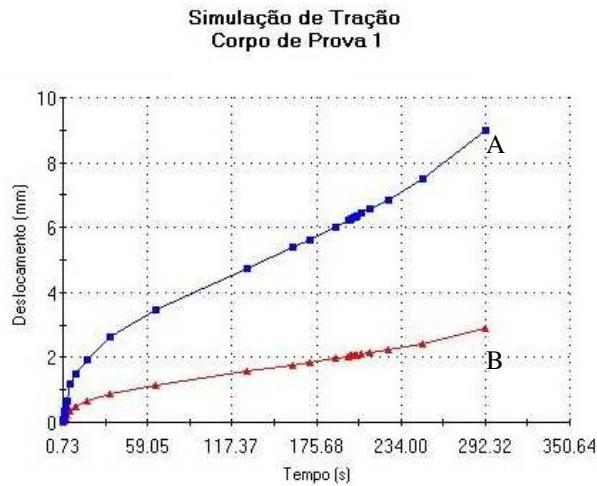


Figura 93 – Gráfico de deslocamento sofrido em função do tempo do primeiro corpo de prova. (A) deslocamento a 25 mm à direita do centro da peça, e (B) deslocamento a 25 mm à esquerda do centro da peça.



Figura 94 – Gráfico de tensão suportada em função do tempo para o segundo corpo de prova.

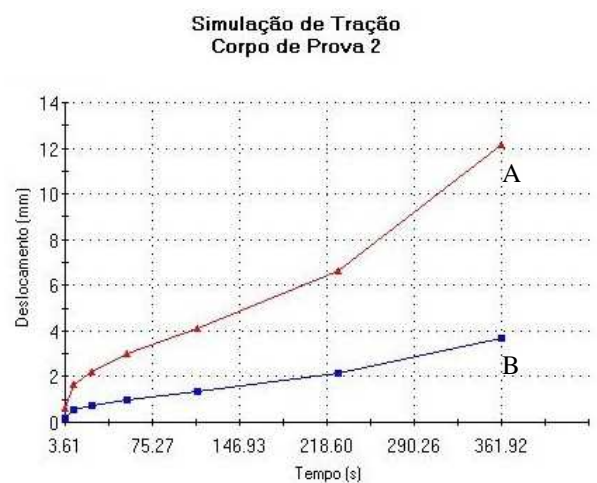


Figura 95 - Gráfico de deslocamento sofrido em função do tempo do segundo corpo de prova. (A) deslocamento a 25 mm à direita do centro da peça, e (B) deslocamento a 25 mm à esquerda do centro da peça.

### 7.1.2.2. Simulação do ensaio de flexão

Na figura 96 é mostrado o deslocamento sofrido pelo material com este valor de carga.

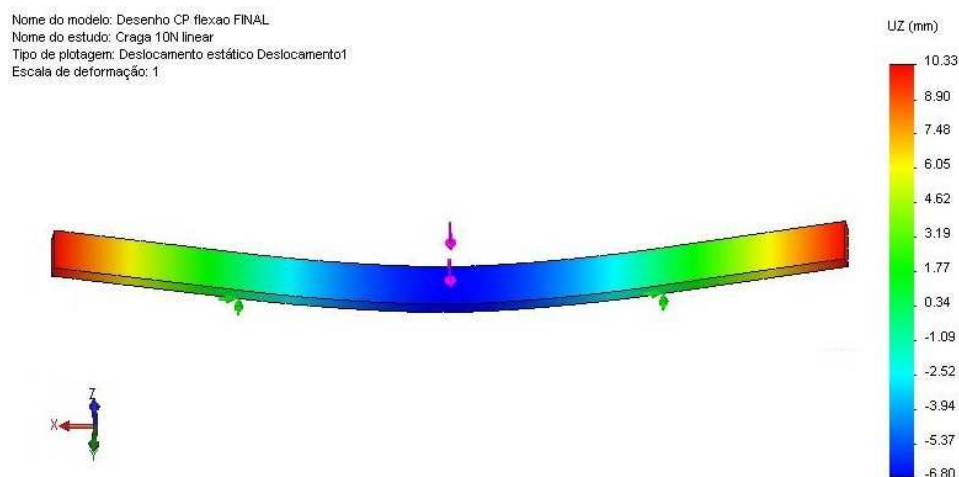


Figura 96 - Deslocamento sofrido pelo corpo de prova submetido a uma carga de flexão de 10 N.

## 7.2. Discussões dos resultados da caracterização mecânica do material

Com os ensaios executados, obtiveram-se os resultados das propriedades mecânicas e dos ensaios computacionais da resina de polipropileno.

No ensaio de tração se obteve para o primeiro corpo de prova os valores da tensão de escoamento de 27 MPa, de máxima tensão suportada pelo material que equivale 30 MPa e do módulo de elasticidade que é de 0,272 GPa. Para o segundo corpo de prova o valor da tensão de escoamento é de aproximadamente 20 MPa, de máxima tensão suportada pelo material é equivalente a 24 MPa e o módulo de elasticidade equivale a aproximadamente 0,240 GPa. O coeficiente de Poisson para os dois corpos de prova equivale a 0,41.

Como bibliografia de comparação, pode se citar as propriedades do polipropileno que o próprio programa CosmosWorks 2006 possui, sendo uma delas o coeficiente de Poisson, que possui o valor de 0,42. Além deste pode se citar [Callister, 2002] que apresenta o valor para o coeficiente de Poisson dos polímeros como aproximadamente 0,40.

Para comparação das demais propriedades do polipropileno, pode se apontar os valores obtidos no trabalho de [Amaral, 2005], onde para a tensão de escoamento

foi obtido o valor de 37 MPa, para a tensão máxima suportada pelo material de aproximadamente 39 MPa e para módulo de elasticidade de 1,620 GPa.

Também é importante citar os valores retirados da [Incomplast, 2007], onde para a tensão de escoamento do polipropileno é apresentado o valor de 35 MPa e para módulo de elasticidade de 1,100 GPa.

Com estes resultados é possível se observar que os valores da tensão de escoamento, tensão máxima suportada pelo material e coeficiente de Poisson se aproximam dos valores que são apontados pelas bibliografias pesquisadas. Entretanto o valor do módulo de elasticidade ficou abaixo dos apresentados nas bibliografias, o que leva a crer que o material possui uma capacidade bastante elevada de se deformar, fato que fica comprovado com a grande deformação do material até sua ruptura.

Além disto, é verificado que o mesmo atinge o final do curso da máquina sem se romper na velocidade de tração conforme as normas determinam, sendo necessário para isto o aumento da velocidade, o que foi executado no ensaio de tração até a ruptura, fato que também mostra a grande capacidade de alongação da resina.

Outra propriedade calculada foi à massa específica do corpo de prova, sendo o valor da mesma de 869,3 kg/m<sup>3</sup>. Comparando este valor com o apresentado no livro [Callister, 2002] que é de 905 kg/m<sup>3</sup>, percebe-se que os dois estão coerentes.

A deformação foi determinada fazendo-se a diferença do deslocamento na direção x em 25 mm à direita e a esquerda do centro da peça, visto que estes foram os pontos de medição nos ensaios mecânicos.

A deformação foi considerada no centro da peça, devido nesta parte o corpo de prova possuir uma seção constante, pois à medida que entra na curvatura do mesmo, esta deformação não se mantém constante.

Nas tabelas 7 e 8, e nos gráficos 97 e 98 são comparados os resultados obtidos pelo ensaios mecânicos e pelas simulações computacionais para diferentes valores de carga, tanto para o primeiro como para o segundo corpo de prova, submetido à carga de tração.

Tabela 7- Comparação dos resultados do primeiro corpo de prova submetido à tração.

	ENSAIO	SIMULAÇÃO	ENSAIO	SIMULAÇÃO
CARGA (N)	TENSÃO (MPa)		DEFORMAÇÃO (mm)	
0	0	0	0	0
2,25	0,046	0,050	0,010	0,036
2,77	0,067	0,097	0,021	0,069
3,47	0,071	0,010	0,022	0,170
3,47	0,071	0,010	0,023	0,177
3,82	0,078	0,117	0,026	0,202
4,86	0,099	0,168	0,039	0,306
6,77	0,138	0,375	0,088	0,816
8,50	0,174	1,197	0,285	1,302
39,42	0,807	4,599	1,074	2,310
363,29	7,441	11,463	2,653	3,577
523,75	10,728	13,687	3,143	4,052
576,54	11,810	14,384	3,309	4,194
584,87	11,980	14,494	3,326	4,237
600,85	12,421	14,721	3,376	4,264
625,86	12,820	15,064	3,450	4,334
720,33	14,698	15,434	3,750	4,619
1000,00	20,490	21,750	4,850	6,122

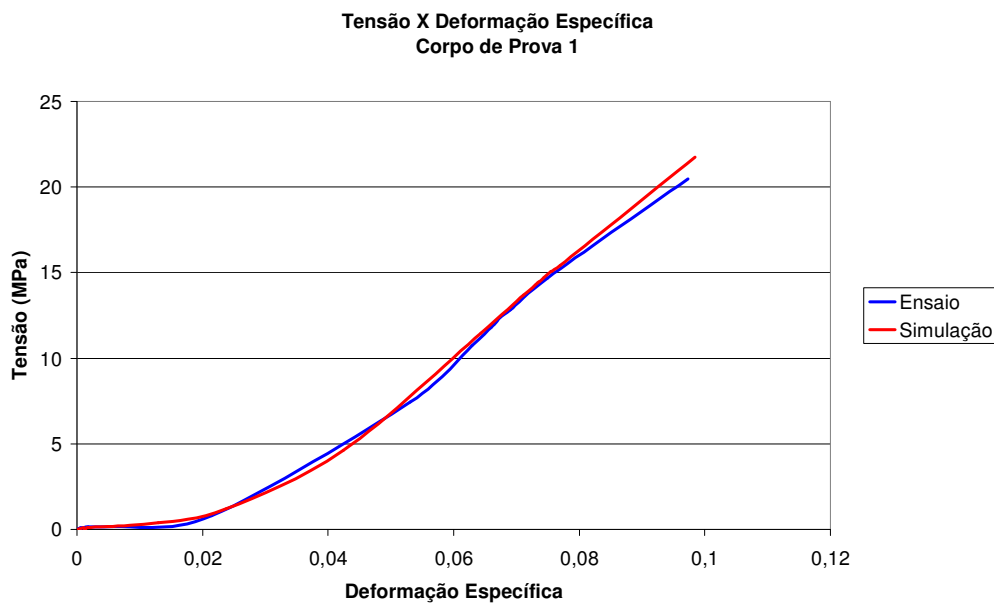


Figura 97 – Gráfico comparativo de tensão-deformação específica obtida na simulação e no ensaio do primeiro corpo de prova submetido à tração.



Tabela 8 - Comparação dos resultados do segundo corpo de prova submetido à tração.

	ENSAIO	SIMULAÇÃO	ENSAIO	SIMULAÇÃO
CARGA (N)	TENSÃO (MPa)		DEFORMAÇÃO (mm)	
0	0	0	0	0
7,81	0,160	0,202	0,058	0,425
8,16	0,167	0,595	0,179	1,111
9,89	0,202	1,409	0,419	1,493
17,19	0,352	3,048	0,901	2,001
146,91	3,009	6,419	1,867	2,774
645,00	13,221	13,433	3,800	4,498
1000,00	20,490	22,260	6,026	8,437

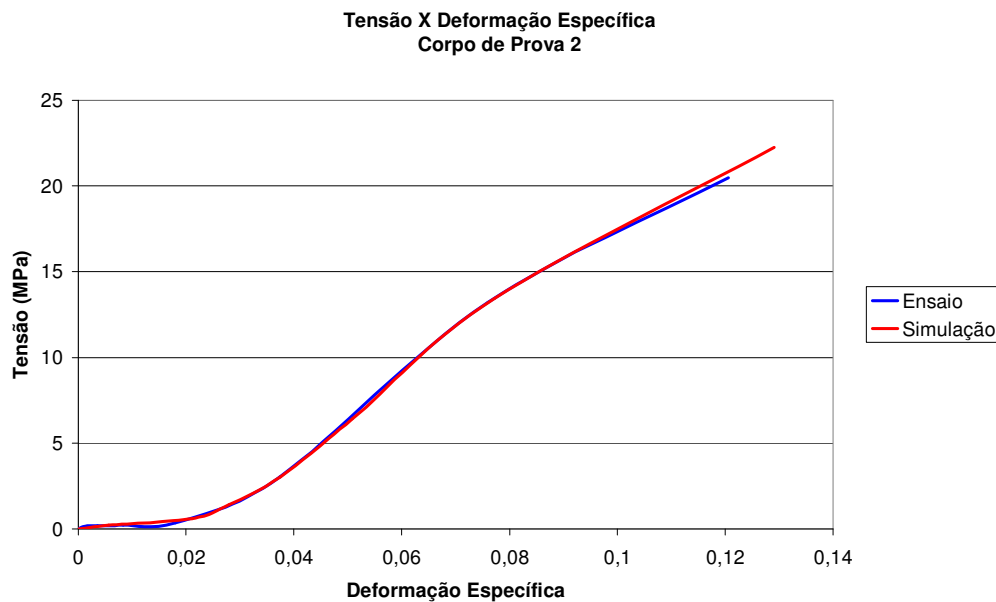


Figura 98 – Gráfico comparativo de tensão-deformação específica obtida na simulação e no ensaio do segundo corpo de prova submetido à tração.

As simulações realizadas com base nas propriedades mecânicas obtidas através dos ensaios mecânicos reproduziram resultados concordantes com os respectivos ensaios.

No ensaio de flexão compararam-se os valores de deslocamento do ensaio mecânico e computacional.

Com a análise destes dados, do ensaio de flexão e das simulações, concluiu-se que os resultados das propriedades mecânicas, que podem ser obtidas com o ensaio, não são condizentes com as propriedades obtidas no ensaio de tração, devido ao

material possuir uma grande capacidade de deformação, conforme é citado na norma ASTM D-790. Para comprovar isto, foi calculado o módulo de elasticidade pela equação de um ensaio de flexão, conforme foi apresentado anteriormente, e verificou-se que o valor está muito acima do de tração.

Desta maneira, foi verificado somente o deslocamento sofrido na direção z no centro da peça, visto ser este o local de aplicação da carga, o que leva ao maior deslocamento na mesma, ou seja, a flecha máxima.

Na tabela 9 são comparados os deslocamentos obtidos no ensaio, com os da simulação, para um valor de carga de 5 e 10 N.

Tabela 9 - Comparação dos resultados do ensaio de flexão e das simulações.

	ENSAIO	SIMULAÇÃO
CARGA (N)	DESLOCAMENTO (mm)	
5	1,72	3,45
10	3,56	6,12

Na figura 99 é mostrado num gráfico carga-deslocamento, comparando os valores do ensaio mecânico com os da simulação computacional.

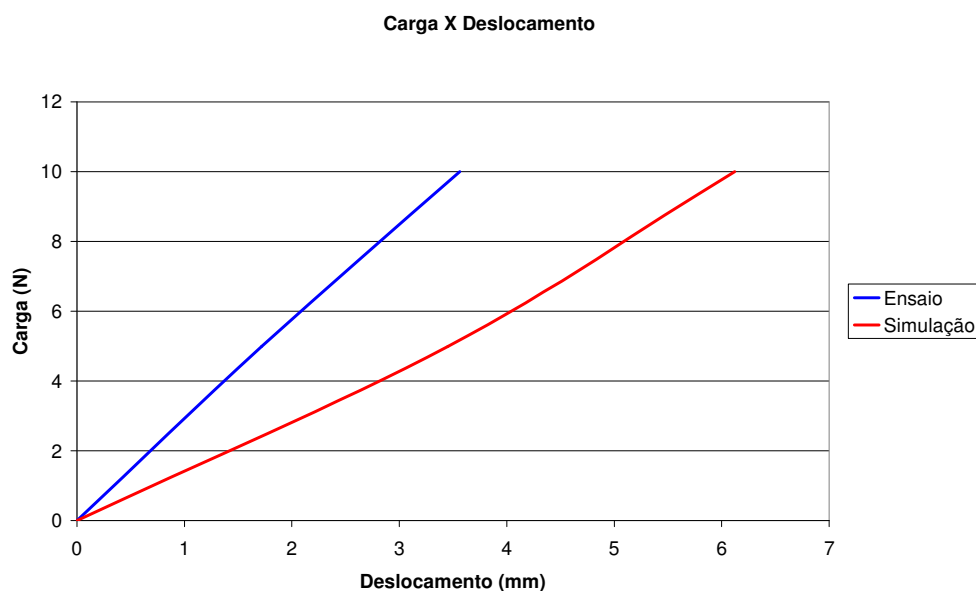


Figura 99- Gráfico comparativo da carga-deslocamento obtido no ensaio e na simulação do corpo de prova submetido à flexão.

A diferença que ocorre no valor de deslocamento, entre o ensaio e a simulação, é causada pela diferença de valor obtido com o módulo de elasticidade no ensaio de flexão, em relação ao ensaio de tração, em razão da ductilidade do material.

### 7.3. Resultados da análise da cadeira termoplástica

#### 7.3.1. Análise computacional

Para a análise linear elástica, além das restrições e propriedades do material já explicada no capítulo anterior, foi escolhida à condição automática de método de solução das equações. Nesta condição o próprio programa verifica qual o melhor método de solução das equações a ser utilizado, para que os resultados sejam obtidos com maior rapidez e precisão, sendo que o método de solução utilizado foi o FFEPlus.

Após estas etapas, foi executada a simulação linear elástica e os resultados das tensões e dos deslocamentos na cadeira para o valor de carga de 1570 N (160 kgf), encontram-se nas figuras 100 e 101.

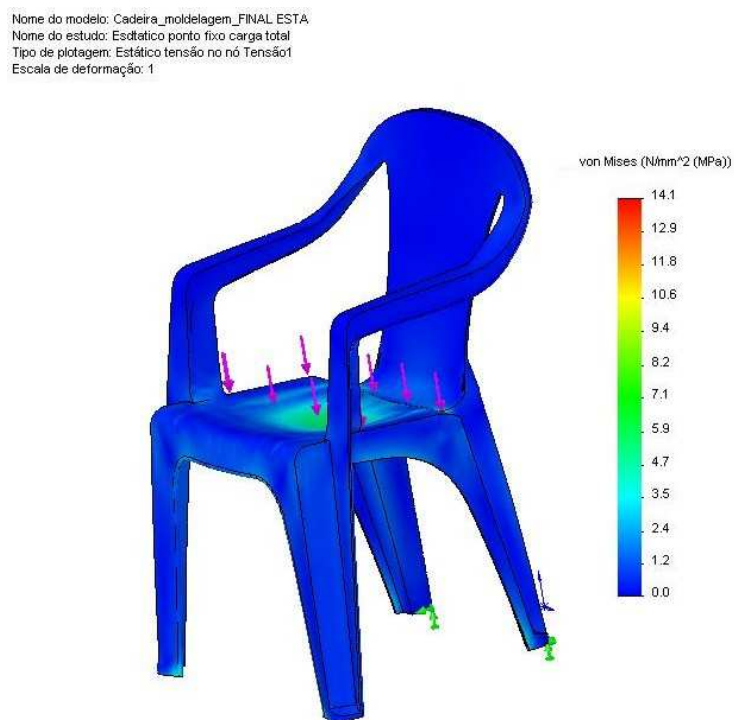


Figura 100 – Tensão de von Mises.

Nome do modelo: Cadeira\_moldelagem\_FINAL. ESTA  
Nome do estudo: Estático ponto fixo carga total  
Tipo de plotagem: Deslocamento estático Deslocamento1  
Escala de deformação: 1

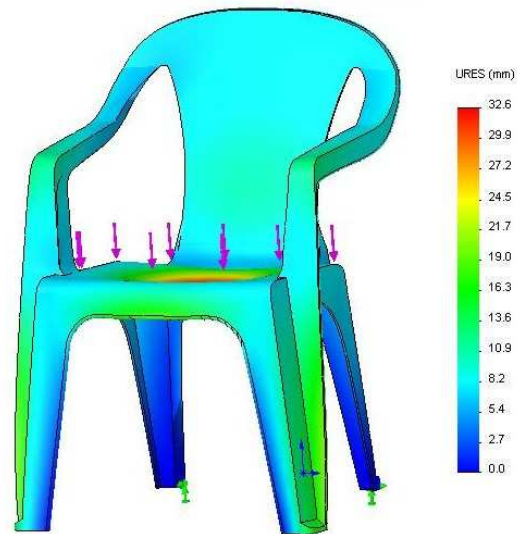


Figura 101 – Deslocamento resultante da cadeira.

Para a análise não linear elástica, foi necessária a colocação do tempo de aplicação da carga no centro geométrico da cadeira, como ocorre no ensaio em laboratório. Este tempo é de 1 s, que resulta em uma velocidade baixa o que caracteriza uma análise estática.

Logo após, se escolheu o método para a execução da análise não linear. O método escolhido foi o de Newton-Raphson, devido a este possuir uma alta taxa de convergência. Já o método de solução das equações escolhido foi o Direct Sparse, pois o mesmo apresenta maior chance de convergência em problemas não lineares, além de apresentar tempos de solução mais rápidos.

Após estas etapas, foi executada a simulação não linear elástica e os resultados das tensões e dos deslocamentos na cadeira para o valor de carga de 1570 N (160 kgf), encontram-se nas figuras 102 e 103.

Nome do modelo: Cadeira\_moldelagem\_FINAL ESTA  
Nome do estudo: Estudo nao linear faces planas  
Tipo de plotagem: Não linear tensão no nó Tensão1  
Etapa da plotagem: 7 tempo : 1 Segundos  
Escala de deformação: 1

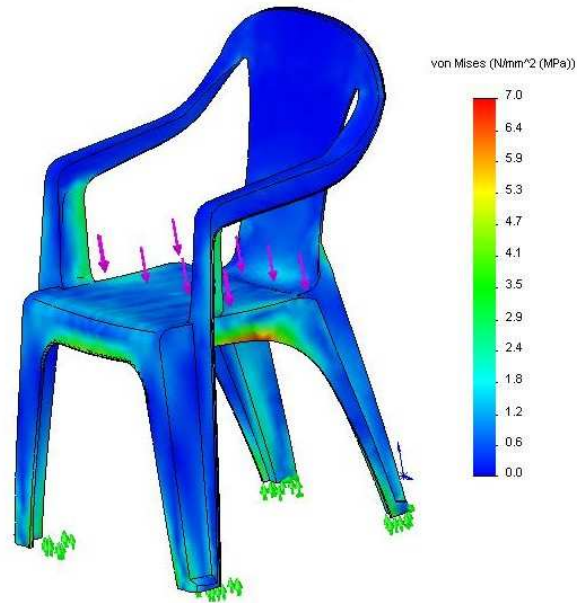


Figura 102– Tensão de von Mises.

Nome do modelo: Cadeira\_moldelagem\_FINAL ESTA  
Nome do estudo: Estudo nao linear faces planas  
Tipo de plotagem: Deslocamento não linear Deslocamento1  
Etapa da plotagem: 7 tempo : 1 Segundos  
Escala de deformação: 1

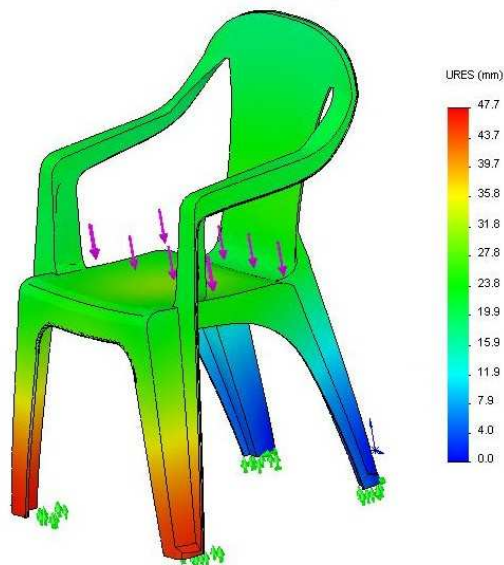


Figura 103 – Deslocamento resultante da cadeira.

### 7.3.2. Análise experimental

Os valores da variação de deslocamentos medidos em cada pé se encontram na tabela 10.

Tabela 10 – Variação dos deslocamentos dos pés da cadeira, considerando a mesma visão da figura anterior.

<b>Deslocamentos nos pés (mm)</b>				
	<b>Frontais</b>		<b>Traseiros</b>	
	<b>Direção X</b>	<b>Direção Z</b>	<b>Direção X</b>	<b>Direção Z</b>
<b>Direito</b>	19	18	15	15
<b>Esquerdo</b>	18	18	16	16

#### 7.4. Discussões dos resultados da análise da cadeira termoplástica

O resultado da simulação do ensaio computacional da cadeira no regime linear elástico, com condição de atrito entre os pés e a base de vidro, e com valor de carga de 1570 N (160 kgf), mostram que o modelo criado para a simulação condiz com os resultados esperados e obtidos no ensaio em laboratório, mostrando que os pés frontais apresentam um maior deslocamento que os pés traseiros. Este dado é bastante significativo, pois mostra que os pés traseiros são mais solicitados, sendo este o local onde pode ocorrer o colapso na cadeira, algo que é verificado nos ensaios executados em laboratório.

Igualmente, o resultado da simulação do ensaio computacional da cadeira no regime não linear elástico, com valor de carga de 1570 N (160 kgf), mostra que o modelo criado para a simulação também condiz com os resultados obtidos no ensaio em laboratório.

Na tabela 11 é feita a comparação dos valores de deslocamentos medidos em cada pé da cadeira quando a mesma está submetida à carga com os valores obtidos na simulação.

Tabela 11 – Tabela de comparação dos deslocamentos obtidos com as simulações e os ensaiados.

<b>Deslocamentos dos pés (mm)</b>												
	<b>Ensaio</b>				<b>Simulação Linear Elástica</b>				<b>Simulação Não Linear Elástica</b>			
	<b>Pés Frontais</b>		<b>Pés Traseiros</b>		<b>Pés Frontais</b>		<b>Pés Traseiros</b>		<b>Pés Frontais</b>		<b>Pés Traseiros</b>	
	<b>Direção</b>		<b>Direção</b>		<b>Direção</b>		<b>Direção</b>		<b>Direção</b>		<b>Direção</b>	
	<b>X</b>	<b>Z</b>	<b>X</b>	<b>Z</b>	<b>X</b>	<b>Z</b>	<b>X</b>	<b>Z</b>	<b>X</b>	<b>Z</b>	<b>X</b>	<b>Z</b>
<b>Direito</b>	19	18	15	15	13	12	0	0	21	41	0	0
<b>Esquerdo</b>	18	18	16	16	13	12	0	0	21	41	0	0

Verificou-se que os pés traseiros da cadeira possuem um ponto fixo na parte interna da mesma, ocorrendo rotação do restante do pé em relação a este ponto. O tempo despendido para cada simulação foi variável, ficando em torno de uma hora para a simulação linear elástica e dez horas para a simulação não linear elástica.

## **8. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

### **8.1. Conclusões**

O modelo computacional, desenvolvido como ferramenta de auxílio para análise e otimização de cadeiras plásticas tipo monobloco confeccionadas em resina de polipropileno, mostrou-se capaz de reproduzir o comportamento das mesmas quando sujeitas às condições de carregamento e vinculação exigidas pelas normas.

A caracterização mecânica da resina de polipropileno obtida com os ensaios experimentais de tração forneceu as propriedades mecânicas necessárias à análise das tensões e deformações da cadeira através do Método dos Elementos Finitos, usando o pacote comercial SolidWorks/CosmosWorks 2007.

As propriedades obtidas com os ensaios experimentais de flexão não foram conclusivos, o que é explicado pela grande ductilidade da resina.

### **8.2. Sugestões para trabalhos futuros**

Com base nos resultados obtidos, sugere-se a utilização do modelo computacional para estudos de otimização da estrutura da cadeira, analisando novos traçados para a mesma, aumentando a espessura nos pontos mais solicitados e reduzindo nos pontos menos solicitados.

Sugere-se ainda, novas simulações considerando o atrito entre a base e os pés da cadeira em uma análise não-linear, tendo em vista a grande influência observada do mesmo nas simulações.

Finalmente sugere-se simulações considerando o carregamento de impacto sobre a cadeira.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ADAMS, Vince, Askenazi, Abraham. – Building Better Products with Finite Element Analysis, Santa Fé, 1999.
- [2] AMARAL, L. C., – Caracterização de Materiais Poliméricos para Utilização em Isolamentos de Redes Elétricas Aéreas, Programa de Pós Graduação em Engenharia e Tecnologia de Materiais, Faculdade de Engenharia, Pontifícia Universidade de Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.
- [3] ANDOLFATO, R. P., Camacho, J. S., Brito, G. A. – Extensometria Básica, Núcleo de Ensino e Pesquisa da Alvenaria Estrutural, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Ilha Solteira, São Paulo, 2004.
- [4] ARAI, Y., Shinohara, T., Kato, T., Miyauchi, O., Inaba, M., Mizuno, T., Takagi, N., Kodama, A.- Application of Ansys to Development of Plastic Products. Showa Denko K. K., 1989.
- [5] ASKELAND, D. R. – The Science and Engineering of Materials. PWS-KENT Publishing Company, Boston, 1991.
- [6] BEER, F. P., Johnston Jr., E. R. – Resistência dos Materiais, 3<sup>a</sup> Edição, Makron Books, São Paulo, 1996.
- [7] AZEVEDO, A. F. M. – Método dos Elementos Finitos, 1<sup>a</sup> Edição, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
- [8] BRANCO, C. A. G. M. – Mecânica dos Materiais, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 1988.
- [9] BRAUER, J. R. – What Every Engineer Should Know About Finite Element Analysis, Second Edition, Department of Electrical and Computer Engineering, University of Cincinnati, Cincinnati, 1999.
- [10] BUCAILLE, J. L., Felder, E., Hochstetter, G. – Mechanical Analysis of the Scratch Test on Elastic and Perfectly Plastic Materials with Three-dimensional Finite Element Modeling. Centre de Mise en Forme des

- Matériaux, Ecole des Mines de Paris, France. Essilor International, France, 2001.
- [11] CALLISTER JR., W. D. – Ciência e Engenharia de Materiais: Uma Introdução, 5ª Edição, Rio de Janeiro, 2002.
- [12] CANEVAROLO JR., S. V. – Ciência dos Polímeros – Um Texto Básico para Tecnólogos e Engenheiros, 1ª Edição, São Paulo, 2002.
- [13] CHANDA, M., Roy, S. K. – Plastic Techonology Handbook, 1ª Edição, New Jersey, 1987.
- [14] COOK, R. D., Malkus, D. S., Plesha, M. E. – Concepts and Applications of Finite Element Analisys, Third Edition, University of Wisconsin, 1989.
- [15] COSMOSWORKS, Analyzing Plastic Parts in COSMOSWorks, SolidWorks Corporation, 2005.
- [16] COSMOSWORKS, CosmosWorks Help Topics, 2006
- [17] COSMOSWORKS, Understanding Nonlinear Analysis, SolidWorks Corporation, 2005.
- [18] CRAWFORD, R.J. – Plastics Engineering, Pergamon Press, Oxford, 1987.
- [19] DEAN, G., Wright, L. – An Evaluation of the Use in Finite Element Analysis for Predicting the Deformation of Plastics under Impact Loading. National Physical Laboratory, Queens Rod, Teddington, Milddlesex, 2002.
- [20] DONATO, A. – Apostila de Polímeros, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Faculdade de Química, Porto Alegre, 2003.
- [21] DROZDOV, A. D., Agarwal, S., Gupta, R. K. – Linear Thermo-Viscoelasticity of Isotatic Polypropylene. Department of Chemical Engineering, West Virginia University, Morgantown, 2003.
- [22] GARCIA, A., Spim, J. A., Santos, C. A. – Ensaaios dos Materiais. LTC Editora, Rio de Janeiro, 2000.
- [23] GERE, J., M. – Mecânica dos Materiais, Thomson, São Paulo, 2003.
- [24] GORNI, A. A. – Introdução aos Plásticos. Editor Técnico da Revista Plástico Industrial, São Paulo, 2006.

- [25] HEILMANN, M. H. – Projeto de Componentes em Material Termoplástico – Dimensionamento e Análise sob Carregamento Estático. Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, São Paulo, 1992.
- [26] KNIGHT JR., C. E. – The Finite Element Method in Mechanical Design, First Edition, Polytechnic Institute of Virginia, 1993.
- [27] MOTTA, L. A. C., Sikunas, N., Rodolfo Júnior, A. – Durabilidade de Polímeros. Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, Departamento de Engenharia de Construção Civil, São Paulo, 2002.
- [28] NORMA TÉCNICA – NBR 9622, Determinação das Propriedades Mecânicas a Tração.
- [29] NORMA TÉCNICA – NBR 14776, Cadeira Plástica Monobloco – Requisitos e Métodos de Ensaio.
- [30] NORMA TÉCNICA – ASTM D 638-03, Standard Test Method for Tensile Properties of Plastics.
- [31] NORMA TÉCNICA – ASTM D 790-03, Standard Test methods of Flexural Properties of Unreinforced and Reinforced Plastics and Electrical Insulating Materials.
- [32] NORTON, R. L. – Projeto de Máquinas – Uma Abordagem Integrada, Segunda Edição, Bookman, Porto Alegre, 2004.
- [33] OGORKIEWICZ, R. M.- Thermoplastics Properties and Design, London, 1974.
- [34] PARMENTIER CARVALHO, M., VAZ DOS SANTOS, M. A. – Caracterização da Resina Termoplástica de Polipropileno Utilizada na Fabricação de Cadeiras Termoplásticas, 8º Congresso Iberoamericano de Engenharia Mecânica, Cusco, Peru, 2007.
- [35] RUBIN, I. I. – Handbook of Plastic Materials and Technology, First Edition, New York, 1990.
- [36] SANCHEZ, C. A. A., - Estudo de Impacto Usando Elementos Finitos e Análise não Linear. Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2001.
- [37] SEN, F., Sayer, M. – Elasto-Plastic Thermal Stress Analysis in a Thermoplastic Composite Disc Under Uniform Temperature Using FEM. Dokuz Eylül

University, Department of Mechanical Engineering, Bornova, Izmir.  
Pamukkale University, Department of Mechanical Engineering, Çamlık,  
Denizli, 2006.

- [38] SEYMOUR, R. B. – Polymers for Engineering Applications, Second Edition, Missouri, 1990.
- [39] SQUENAL, E. C. – Sobre o Comportamento Estrutural dos Termoplásticos  
Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, São Paulo, 2002.
- [40] ZIENKIEWICZ, O. C., Taylor, R. L., - The Finite Element Method, Volume 1, The Basis, 5<sup>a</sup> Edição, Swansea, Wales, 2000.
- [41] Site da Empresa Polibrasil <<http://www.suzanopetroquimica.com.br>>, acessado em 01 de abril de 2006.
- [42] Site do BNDES <<http://www.bndes.gov.br/conhecimento/bnset/polipr2a.pdf>>, acessado em 21 de março de 2006.
- [43] Site do Glossário de plásticos < <http://www.gorni.eng.br/glossario.html> >, acessado em 27 de março de 2006.
- [44] Site da Petroquisa  
<[http://www.fgv.br/mailling/ibre/o\\_futuro\\_da\\_industria/seminarios/Patrick%20-%20PETROQUISA.pdf](http://www.fgv.br/mailling/ibre/o_futuro_da_industria/seminarios/Patrick%20-%20PETROQUISA.pdf)>, acessado em 21 de março de 2006.
- [45] Site da Empresa EMIC <<http://www.emic.com.br>>, acessado em 05 de maio de 2007.
- [46] Site da Empresa Excel Sensores <<http://www.excelsensor.com.br>>, acessado em 05 de maio de 2007.
- [47] Site da Empresa Incomplast <<http://www.incomplast.com.br>>, acessado em 05 de junho de 2007.
- [48] Site de Informações e Artigos Técnicos Mspc Engenharia <<http://www.mspc.eng.br>>, acessado em 05 de outubro de 2007.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)