

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: ENSINO E APRENDIZAGEM DA
MATEMÁTICA E SEUS FUNDAMENTOS FILOSÓFICOS-CIENTÍFICOS

OS PROCESSOS DE VISUALIZAÇÃO E DE REPRESENTAÇÃO DOS SIGNOS
MATEMÁTICOS
NO CONTEXTO DIDÁTICO PEDAGÓGICO

LUCIANE MAIA INSUELA GARCIA

RIO CLARO
2007

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA – UNESP

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: ENSINO E APRENDIZAGEM DA
MATEMÁTICA E SEUS FUNDAMENTOS FILOSÓFICOS-CIENTÍFICOS

OS PROCESSOS DE VISUALIZAÇÃO E DE REPRESENTAÇÃO DOS SIGNOS
MATEMÁTICOS
NO CONTEXTO DIDÁTICO-PEDAGÓGICO

Luciane Maia Insuela Garcia

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática - Área de Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosóficos-Científicos, para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientadora: Prof. Dra. Rosana G. Sguerra Miskulin

Rio Claro
2007

510.07 Garcia, Luciane Maia Insuela
G216p Os processos de visualização e representação dos signos matemáticos no contexto didático-pedagógico / Luciane Maia Insuela Garcia. – Rio Claro: [s.n.], 2007
174 f.: il., fots.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientadora: Rosana Giaretta Sguerra Miskulin

1. Visualização. 2. Representação. 3. Semiótica. 4. Conhecimento matemático. I. Título.

Ficha Catalográfica elaborada pela STATI – Biblioteca da UNESP
Campus de Rio Claro/SP

DEDICATÓRIA
Ao papai e a mamãe
pelo apoio amoroso e incondicional
em todos os momentos.

AGRADECIMENTOS

A Deus pela presença constante em minha vida, principalmente naqueles momentos em que tudo parecia ter um triste fim e que sempre foi presença viva na minha vida.

A meus pais pelo intenso amor e apoio, por acreditarem sempre nos meus sonhos. Todo meu esforço de um dia concluir esse mestrado foi de poder apenas agradecer por tudo.

Pelas minhas irmãs, Dri e Ma, que me apoiaram naqueles momentos em que menos esperava.

A Wesley que esteve presente nos momentos de alegria, tristezas, decepções, conflitos... Obrigada por me escutar, me apoiar e sempre estar ao meu lado.

À grande amiga Vanda, que foi um exemplo de esforço e dedicação na realização desse meu sonho.

À Prof(a). Dr(a). Rosana Giaretta Sguerra Miskulin, pela orientação e apoio demonstrados ao longo de toda esta jornada. Meu muito obrigada por tudo o que aprendi.

Ao Prof. Dr. Hermes Renato Hildebrand e Prof (a). Dr (a). Miriam Pentead Godoy pelas sugestões e interesse.

À Prof(a). Dr(a). Lourdes de La Rosa Onuchic, que esteve presente desde meus primeiros dias na Unesp até a conclusão do meu trabalho.

Aos professores e professoras do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro, com o(a)s quais eu tive o privilégio de compartilhar idéias e de aprender cada vez mais.

Aos colegas pós-graduando(a)s do Programa em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro, pelas sugestões e pelas discussões sempre enriquecedoras e com o(a)s quais eu tive o prazer de conviver.

À Elisa, Ana, Inajara e Diego, que sempre me atenderam com toda gentileza.

À professora Zezé que me ajudou a superar um grande obstáculo na minha vida. Obrigada pela paciência e pelo carinho.

À Sandra pelas longas conversas e inúmeras noites dormidas em sua casa.

A minha prima Claudinha pelas inúmeras orações e apoio.

Aos meus diversos amigos pelas demonstrações de carinho a todo tempo.

SUMÁRIO

RESUMO.....	3
ABSTRACT.....	4
INTRODUÇÃO.....	5
1.0 O CONTEXTO ESCOLAR.....	9
1.1 As Influências do Contexto Escolar na Constituição do Conhecimento	10
1.2 A Constituição do Conhecimento na Perspectiva da Semiótica	17
1.3 A Constituição do Conhecimento Matemático na Perspectiva da Semiótica	32
2.0 AS POTENCIALIDADES DIDÁTICO-PEDAGÓGICAS DA VISUALIZAÇÃO NO PROCESSO DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO	35
2.1 Visualização geométrica.....	36
2.2 Representação do Conhecimento Geométrico.....	47
2.3 Aspecto Figural e Conceitual.....	53
3 METODOLOGIA DA PESQUISA.....	62
3.1 Pesquisa Qualitativa.....	62
3.2 Contextualizando o Estudo de Caso.....	64
3.3 Metodologia junto aos Sujeitos Pesquisados	65
3.3.1 Tarefas Exploratório-Investigativas.....	70
3.4 O Contexto da Coleta de Dados.....	72
3.5 As Escolas Pesquisadas e seus Contextos.....	74
3.6 Contextualizando os Sujeitos Pesquisados.....	76
3.7 Procedimentos Metodológicos da Coleta de Dados.....	80
3.8 Recursos Metodológicos utilizados no desenvolvimento das Tarefas Exploratório- Investigativas junto aos sujeitos Pesquisados.....	80
3.8.1 Materiais Manipulativos.....	80
3.8.2 Laboratórios de Informática.....	84

4	DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS EXCERTOS QUALITATIVOS.....	91
	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	149
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS E OBRAS CONSULTADAS.....	162
	ANEXO I.....	169

RESUMO

O avanço rápido da tecnologia no contexto educacional possibilita uma nova dimensão aos processos de visualização e de representação dos conceitos matemáticos, o qual proporciona novas maneiras de aprender e ensinar Matemática. Assim, esta pesquisa aborda as inter-relações entre os processos de visualização e de representação e suas possíveis influências na constituição do conhecimento matemático, na perspectiva da Semiótica de Peirce, que define Semiótica como a ciência dos signos. Um signo pode ser qualquer coisa que está ou que ocupa o lugar de uma outra coisa ou objeto. Para esse autor, qualquer fenômeno pode ser compreendido como um signo. Os fenômenos podem ser reais ou não e são traduzidos pelo o que aparece na mente dos sujeitos.

Um dos motivos que faz com que a Semiótica possa ser usada como aporte teórico no campo da Matemática consiste no fato de que a Matemática utiliza diversas representações, tais como representação algébrica, representação geométrica, e representação gráfica para descrever e analisar determinados fenômenos no processo de constituição do conhecimento matemático.

Com essas perspectivas, a presente pesquisa objetiva investigar, analisar e identificar as inter-relações entre as visualizações mentais e gráficas dos signos matemáticos no contexto didático-pedagógico, propiciando reflexões a respeito das estratégias de ensino-aprendizagem e suas potencialidades pedagógicas na constituição do conhecimento matemático. Assim sendo, nessa busca e investigação e na expectativa de propiciar aos educadores uma possível reflexão sobre os métodos e teorias do ensino-aprendizagem em Matemática, abordaremos a seguinte questão de investigação: Como os processos de visualização e de representação podem influenciar na constituição do conhecimento no contexto didático-pedagógico da Matemática?

Delinear possíveis respostas a esta questão investigativa significa compreender as inter-relações de significação entre a visualização e a representação dos conceitos matemáticos e as suas possíveis influências no processo da constituição deste tipo de conhecimento, mais especificamente, dos conhecimentos geométricos. Pretendemos também, com esta pesquisa, oferecer, aos professores e pesquisadores, subsídios para uma possível reflexão e redimensionamento das estratégias de ensino e métodos de trabalhos, possibilitando uma Educação condizente com os anseios e expectativas dos alunos, inseridos em uma sociedade tecnológica que se transforma a cada dia.

Palavras-chaves: Visualização, Representação, Conhecimento Matemático, Semiótica e Tarefas Exploratório-Investigativas.

ABSTRACT

The rapid advancement of technology in the educational context allows a new dimension to the process of visualization and representation of mathematical concepts, which provides new ways to learn and teach mathematics. Thus, this research addresses the inter-relationships between the processes of view and representation and their possible influences on the formation of mathematical knowledge, in view of the Semiotics of Peirce, which defines Semiotics as the science of signs. A sign can be anything that is or who occupies the place of another thing or object. To this author, any phenomenon can be understood as a sign. The phenomena may be real or not and are translated by what appears in the mind of the subject.

One of the reasons that make the Semiotics can be used as theoretical contribution in the field of mathematics is the fact that Mathematics uses various representations, such as algebraic representation, geometric representation, and graphic to describe and analyze certain phenomena in the process of formation of mathematical knowledge.

With these perspectives, this research aims to investigate, analyze and identify the inter-relationship between mental and graphical views of the signs in teaching math-teaching, providing thoughts about the strategies of teaching-learning and its potential teaching in the constitution of knowledge mathematician. Therefore, in this search and investigation and the expectation of educators provide a possible reflection on the methods and theories of teaching-learning in mathematics, we research the following question: How the process of visualization and representation can influence the formation of knowledge in the context of the teaching-learning mathematics?

To scratch possible answers to this investigative question means to understand the inter-relationships between the visualization and the representation of mathematical concepts and their possible influences in the process of the formation of the knowledge, especially knowledge of geometry. We also, with this research, objective to offer to the teachers and researchers, subsidies for a possible reflection and re-signification of the strategies of teaching and methods of work, allowing offering them an education consistent with the desires and expectations of the students, placed in a technological society, that has transformed every day.

Keywords: Visualization, Representation, Knowledge Math, Semiotics and Tasks Exploratory-Investigative.

INTRODUÇÃO

A principal motivação para o desenvolvimento da presente pesquisa surgiu da minha¹ própria prática de sala de aula, preocupada com o uso mecânico de fórmulas e algoritmos, o que é comum na comunidade de professores de Matemática, pela sua precisão lógica no processo de resolução de problemas da Geometria. Assim, o interesse surgiu em pesquisar os processos da visualização e da representação de conceitos geométricos, visto que esses processos são fundamentais para a compreensão do conceito matemático. Podemos inferir que um ensino de Matemática que prioriza a utilização freqüente de fórmulas e algoritmos pode possibilitar o processo mecânico de resolução de problemas, pouco favorecendo a compreensão dos conceitos matemáticos. Segundo Lorenzato (2006),

Um ensino em que predomina a aprendizagem de técnicas, com prejuízos dos elementos propiciadores da percepção da significação das situações trabalhadas, resulta, com alta probabilidade, além do incentivo à memorização, em outras conseqüências bastante graves:

- Os alunos tornam-se desatenciosos em sala de aula;
- Passam a ver a matemática como cansativa e desagradável, ou mesmo como fonte de angústia e temor;
- Passam a detestar a matemática;
- Não utilizarão a matemática para resolver seus futuros problemas como cidadãos que serão;
- Perdem estímulo para a aprendizagem;
- Supõem estar neles a causa da dificuldade de compreensão. (p.93)

Lorenzato apresenta outras conseqüências do uso mecânico de fórmulas, pois o processo de ensinar e aprender Matemática requer atenção, interpretação, interesse e estímulo para que haja a compreensão. Assim, pensamos que uma maneira de tornar a compreensão da Matemática mais efetiva seria explorarmos com os alunos os processos de visualização e representação dos conceitos matemáticos.

Vejamos a letra da música “Bom, Ruim, Assim Assim” Extraída do CD “Filtro Solar” e observemos como a visualização e a representação são processos importantes para que nos possibilitem sentimentos e estabeleçamos significados quando ouvimos uma música.

Quer saber de uma coisa?

Tudo pode ser bom, ruim, e principalmente, assim assim...

Tudo ao mesmo tempo ou não, e não necessariamente nessa ordem...

Bom é chegar na praia à tardinha, anúncio de pôr-do-sol, água de ondas mansinhas, jogar a bola na espuma e, sob o céu, encaixar como se fora Taffarel.

¹ Em alguns momentos, por se tratar da trajetória pessoal da pesquisadora, utilizarei a 1ª pessoa do singular.

É bom também quando começa a chover, e as gotas fazem cócegas na superfície do mar, como se cardume infinito promettesse matar a fome de todo Vidigal, Rocinha, Cidade de Deus e Vigário Geral.

Ruim é lembrar daquele amigo, que, prancha na mão, morreu com o beijo roubado de um raio, da lembrança à correria, o medo, o medo.

Medo é bom, ruim é o medo de ter medo.

Bom é voltar, trocar chuva por chopp, passar atrás da pelada, e a bola vai pra fora e como na crônica de Rubem Braga, sobra pra você, que mata no peito, faz “embaixadinha” e devolve redonda, num chute perfeito...

Ruim é fígada na coxa, sair mancando disfarçadamente: a vergonha de estar decadente não é ruim; ruim é o orgulho que se nega a reconhecer a decadência.

É bom a cidade estranha, onde você nunca esteve e sabe que nunca mais vai voltar, e neste lugar você tem uma obrigação sem graça, que cumpre com estilo e precisão, traçando um dia perfeito no arco do tempo.

Quando cai a noite, é bom tomar um banho e, sob o chuveiro, é bom sentir saudade.

Ruim é não ter saudade.

E como é bom sair sem direção pelas ruas da cidade...

Pensando no que você fez da sua vida e no que a vida fez com você.

Bom é sonhar.

Realizar não é tão bom, mas ruim mesmo é não realizar.

O fim de um grande amor é muito, muito ruim.

Um grande amor não tem fim...

Bom é amar.

Ruim é amar.

Bom é encarar a vida com fantasia.

Quando um poeta desaparece, é bom botar chapéu de Bogart que tudo pode solucionar.

Ruim é encontrar o precipício.

Morrer não deve ser tão ruim assim.

E pode ser bom falar sobre bom e ruim.

Como pode ser pior, assim assim... bom...

Essa música pode ser concebida como um signo que representa a semântica das estrofes e que quer nos transmitir algum significado. Ao ouvirmos essa música, nos sentimos “tocados” por várias estrofes com seus inúmeros sentidos. Eu, particularmente, me sinto mais sensibilizada pela estrofe na qual consigo visualizar e, ao mesmo tempo, representar o que é cantado. Por exemplo: “Bom é chegar na praia à tardinha, anúncio de pôr-do-sol, água de ondas mansinhas, jogar a bola na espuma e, sob o céu, encaixar como se fora Taffarel.”

Na nossa concepção, somente se já tivermos visualizado e vivenciado essa cena é que conseguiremos representar e sentir o que essas imagens nos proporcionam. Desse modo, o processo de visualização torna-se fundamental para a representação e para o significado dos fenômenos ou das coisas.

Transpondo essa metáfora para o contexto educacional, enfatizamos a função da visualização Matemática na constituição e representação de conceitos. Nesse sentido, Fischbein (1993) preconiza que a visualização por meio da observação das formas

geométricas constitui-se em um espaço que exige a descrição e a comparação das formas, resgatando as suas semelhanças e diferenças, possibilitando, dessa forma, a construção da imagem mental, o que permitirá ao aluno pensar no objeto geométrico, na sua ausência, distinguindo as suas características conceituais e figurais. Uma imagem que pode ser utilizada para ensinar conceitos matemáticos abstratos ajuda a esclarecer e simplificar a aprendizagem de conceitos geométricos.

Consideramos relevante, na presente pesquisa, a visualização no processo de construção e exploração dos conceitos matemáticos, assim como sua função cognitiva em proporcionar outras relações mentais, possibilitando, muitas vezes, a construção de conceitos novos que levarão a outros conceitos e, assim, sucessivamente.

O avanço rápido da tecnologia favorece não somente um fator fundamental, que é o processo de visualização dos conceitos matemáticos, mas também favorece o processo de representação desses conceitos e, por esse motivo, esses aspectos serão explorados na presente pesquisa.

Nessa perspectiva, a presente pesquisa objetiva investigar, analisar e identificar as inter-relações entre as visualizações mentais e gráficas dos signos matemáticos no contexto didático-pedagógico, propiciando reflexões a respeito das estratégias de ensino-aprendizagem e suas potencialidades pedagógicas na constituição do conhecimento matemático. Assim sendo, na expectativa de propiciar aos educadores uma possível reflexão sobre os métodos e teorias do ensino-aprendizagem em Matemática, abordaremos a seguinte questão de investigação: Como os processos de visualização e de representação podem influenciar na constituição do conhecimento no contexto didático-pedagógico da Matemática?

Delinear possíveis respostas a esta questão investigativa significa compreender as inter-relações de significação entre a visualização e a representação dos conceitos matemáticos e as suas possíveis influências no processo da constituição deste tipo de conhecimento, mais especificamente, dos conhecimentos geométricos.

Além disso, pretendemos também, oferecer, aos professores e pesquisadores da área, subsídios para uma possível reflexão e redimensionamento das estratégias de ensino e métodos de trabalho, possibilitando, dessa forma, uma Educação condizente com os anseios e expectativas dos alunos, inseridos em uma sociedade tecnológica que se transforma a cada dia.

Nessa perspectiva, esta pesquisa encontra-se organizada da forma abaixo apresentada.

Em um primeiro momento, **será apresentado no** Capítulo 1: O Contexto Escolar, com o objetivo de apresentar ao leitor: **As Influências do Contexto Escolar na Constituição do Conhecimento, A Constituição do Conhecimento na Perspectiva da Semiótica e, a partir disso, A Constituição do Conhecimento Matemático na Perspectiva da Semiótica.**

Em seguida, **no** Capítulo 2: As potencialidades Didático-Pedagógicas da Visualização no processo de Representação Semiótica do Conhecimento Matemático, **cuja finalidade é conceitualizar a Visualização Geométrica, a Representação do Conhecimento Geométrico e os Aspectos Figurais e Conceituais, inseridos nos processos de visualização e representação..**

No Capítulo 3, **será abordada a Metodologia da Pesquisa, descrevendo o Estudo de Caso. Além disso, será abordada a Metodologia junto aos Sujeitos Pesquisados e as Tarefas Exploratório-Investigativas, contextualizando a Coleta de Dados, as Escolas Pesquisadas e os Sujeitos Pesquisados. Serão apresentados ainda Os Procedimentos Metodológicos da Coleta de Dados, Os Recursos Metodológicos, utilizados no desenvolvimento das Tarefas Exploratório-Investigativas junto aos sujeitos pesquisados, assim como os Materiais Manipulativos e o Laboratório de Informática.**

No Capítulo 4, **será apresentada a Descrição e a Análise dos excertos Qualitativos, objetivando evidenciar as inter-relações entre a visualização, a representação e as possíveis influências de ambas na constituição do conhecimento matemático em uma perspectiva Semiótica Peirceana.**

Em seguida, **será explicitada as Considerações Finais, as quais delineiam algumas inferências conclusivas, possibilitando aos pesquisadores da área, com a abordagem teórico-metodológica desta pesquisa, uma reflexão sobre as suas práticas pedagógicas, objetivando um possível redimensionamento de suas teorias de ensino e métodos de trabalho.**

E, finalmente, **apresentada as Referências Bibliográficas desta pesquisa.**

CAPÍTULO I

1 - O CONTEXTO ESCOLAR

Propõe-se, neste capítulo, tecer algumas considerações a respeito do ambiente escolar, inter-relacionando-as com uma abordagem sobre a constituição do conhecimento na perspectiva da Semiótica Peirceana.

Para tanto, iniciaremos com a exposição de um breve panorama do que ocorre em nossas salas de aula em relação aos processos de ensinar e aprender Matemática, mais especificamente, Geometria, apesar de muitos estudos já realizados. Podemos citar alguns como Perez (1991), Miskulin (1999), Passos (2000), dentre outros.

No processo de ensino e aprendizagem da Matemática, notamos que alguns alunos têm apresentado um comportamento passivo diante de ações docentes que propiciam processos de ensinar e aprender em contextos baseados em tendências nacionais e internacionais da Educação Matemática, muitas vezes trocando a prática do pensar e fazer pela reprodução mecânica das atividades propostas. Copiar o que é exposto em uma sala de aula é mais cômodo; o ato de pensar exige reflexão, tempo e concentração. “Estudar, para muitos alunos, significa responder e decorar respostas (...)” (RONCA et al., 1991, p. 18). Parar e refletir são tarefas mais difíceis do que reproduzir algo já proposto, principalmente quando as atividades oferecidas aos alunos são desvinculadas do seu contexto social. Nesse sentido, Pérez Gómez (2001), ao abordar a escola como um contexto cultural que apresenta um entrelaçamento de culturas, tais como, cultura social, cultura crítica, cultura de experiência, cultura institucional, entre outros, preconiza que a cultura docente é decorrente desse entrelaçamento de culturas e que este influencia a prática do professor na sala de aula. Assim, resgatar aspectos da cultura do aluno torna-se necessário em nossas ações como educadores matemáticos.

Segundo Pérez Gómez (2001), cultura é:

(...) conjunto de significados, expectativas e comportamentos compartilhados por um determinado grupo social, o qual facilita e ordena, limita e potencia os intercâmbios sociais, as produções simbólicas e materiais e as realizações individuais e coletivas dentro de um marco espacial e temporal determinado. A cultura, portanto, é o resultado da construção social, contingente às condições materiais, sociais e espirituais que dominam um espaço e um tempo. Expressa significados, valores, sentimentos, costumes, rituais, instituições e objetos, sentimentos (materiais e simbólicos) que circundam a vida individual e coletiva da comunidade.” (p. 16)

Podemos dizer que o docente deve estar atento ao entrelaçamento de culturas na escola, oferecendo ao aluno a possibilidade de observar e compreender o valor e o sentido dos valores, dos sentimentos, dos costumes a sua volta, como decorrência de sua participação na vida cultural de sua comunidade.

Resgatar alguns aspectos da cultura do aluno torna-se importante ao elaborar atividades que sejam contextualizadas, pois essas atividades estimulam os alunos no envolvimento do contexto escolar, evitando automatização imediata do conhecimento e possibilitando-lhe outras formas e meios de se relacionar com a Matemática. Assim, a contextualização dos conceitos trabalhados em sala de aula faz com que os alunos evitem o processo da memorização mecânica, pois essa contextualização poderá ser considerada pelo professor como um procedimento metodológico ao mediar a aprendizagem, fazendo com que o aluno crie suas próprias hipóteses e resolva-as, possibilitando conjecturas no contexto de resolução de problemas matemáticos.

1.1 – AS INFLUÊNCIAS DO CONTEXTO ESCOLAR NA CONSTITUIÇÃO DO CONHECIMENTO

A prática pedagógica no contexto escolar possui uma função mediadora no processo de construção do conhecimento, permitindo ao aluno, muitas vezes, associar o conteúdo programático ao seu contexto social, recriando-o e arquitetando o seu próprio saber. Para que esse processo se desenvolva, é necessário que o educador apresente possibilidades didático-pedagógicas que permitam ao aluno inter-relacionar o conteúdo disciplinar com o contexto social.

Segundo Paulo Freire (2000), há uma relação entre ensinar e aprender.

Ensinar inexistente sem aprender e vice-versa e foi aprendendo socialmente que, historicamente, mulheres e homens descobriram que era possível ensinar. Foi assim, socialmente aprendendo, que ao longo dos tempos mulheres e homens perceberam que era possível- depois preciso- trabalhar maneiras, caminho, métodos de ensinar. Aprender precedeu ensinar ou, em outras palavras, ensinar se diluía na experiência realmente fundante de aprender. Não temo dizer que inexistente validade no ensino de que não resulta um aprendizado em que o aprendiz não se tornou capaz de recriar ou de refazer o ensinado, em que o ensinado que não foi aprendido não pode ser realmente aprendido pelo aprendiz. (p. 26)

O educador deve ter consciência de que ensinar não se restringe ao ato de transmissão do conhecimento e sim ao de estimular o aluno a criar suas próprias hipóteses, sabendo confrontá-las com as de seus colegas e também com as que lhes forem apresentadas pelo

professor; nesse processo de interação, aluno-professor, aluno-aluno e aluno-conteúdo, será possível formar sujeitos críticos e construtores de seus próprios conhecimentos.

A prática de construção do conhecimento acontece através das ações existentes entre os alunos, suas interações entre as pessoas e as diversas culturas que recriam os saberes no cotidiano, desenvolvendo o conhecimento e interferindo de forma eficaz no seu processo de ensino e aprendizagem. Dentro do ambiente escolar, diversos aspectos contribuem positivamente ou negativamente, possibilitando ao aluno buscar o seu próprio conhecimento e utilizá-lo com competência e autonomia, exercendo a sua capacidade cognitiva. Dentre os aspectos abordados anteriormente, podemos citar as experiências dos alunos, suas relações intrapessoais e interpessoais, seus trabalhos escolares relacionados à realidade.

Ao permutar informações, reformular hipóteses ou confrontá-las, o aluno exercerá as relações interpessoais que estabelecem laços sólidos de comunicação entre ele e o contexto escolar. Segundo o dicionário da língua portuguesa, interpessoal¹ quer dizer: “relativo a ou que envolve relação entre duas ou mais pessoas”. Celso Antunes (2003) entende que as relações interpessoais são linhas de ação que visa criar um clima favorável à escola, norteadas pelas bases emocionais e psicopedagógicas, integrando todo o pessoal envolvido nesse processo de comunicação e troca de conhecimento.

Por outro lado, a prática pedagógica necessita de estratégias as quais estimulem os jovens a interagirem com esse processo de criação do saber, proporcionando-lhes a aprendizagem e permitindo-lhes vivenciar momentos prazerosos. É importante possibilitar aos alunos uma orientação sobre o que significa o verbo aprender, reforçando a idéia de que a assimilação de conteúdo não é uma internalização simples e “automatizada”. A aprendizagem acontece no momento em que o aluno torna-se capaz de aplicar competências cognitivas que lhe permite criar novas experiências de modo consciente e autônomo, reorganizando o conhecimento adquirido para utilizá-lo em seu mundo circundante.

Nessa perspectiva, Paulo Freire (2000) afirma que a prática de ensinar-aprender é “uma experiência total diretiva, política, ideológica, gnosiológica, pedagógica, estética e ética (...)” (p.26), sendo que experiência depende do conhecimento pré-adquirido de cada aluno, ou seja, de sua visão de mundo.

Nesse sentido, Fainguelernt (1994) afirma que “Não podemos esquecer que a aquisição de um conceito depende sempre da experiência pessoal de cada um, acrescida de

¹ HOUAISS, A. VILLAR, M. S. Dicionário da língua portuguesa. p.1636

atividades disparadoras que geram a construção do novo conceito” (p. 06). Por isso, as atividades aplicadas em sala de aula devem estar vinculadas à experiência pessoal de cada aluno, já que essa prática, conseqüentemente, acrescentará novas suposições no processo de construção do conhecimento através da troca de informações e contraposições de idéias que acontecem no dia a dia do contexto escolar. É através desse processo que é gerado o saber.

Buscando aprofundar um pouco mais a respeito de experiência, recorreremos ao texto de Larrosa (2001): “A experiência é o que nos passa, o que nos acontece, o que nos toca. Não o que se passa, não o que acontece ou o que toca” (p.21). Os acontecimentos diários acrescentam em nossa existência novas ações que na verdade não são modificadas ou assimiladas de forma empírica. É necessário haver uma transformação ou formação quando algo nos acontecer, passar ou tocar. Dois indivíduos podem viver acontecimentos comuns em suas vidas, portanto a experiência é particular. A experiência não pode ser independente do sujeito concreto, “não está como o conhecimento científico, fora de nós, mas somente tem sentido no modo como configura uma personalidade, um caráter, uma sensibilidade ou, em definitivo, uma forma humana singular de estar no mundo” (LARROSA 2001, p.27).

A experiência é adquirida na maneira como interpretamos e respondemos o que acontece ao longo da vida. “E a partir da convicção de que as palavras produzem sentidos, criam realidades e, às vezes, funcionam como potentes mecanismos de subjetivação” (LARROSA, 2001, p.21).

Podemos dizer que, em alguns casos, algo nos impede que esta experiência seja adquirida. O excesso de informação é um exemplo, pois um indivíduo pode estar bem informado, diariamente, porém, se nada lhe acontecer, nenhuma experiência será adquirida. “A informação não é experiência. E mais, a informação não deixa lugar para a experiência, ela é quase o contrário da experiência, quase uma antiexperiência” (LARROSA 2001, p.21). O sujeito da informação passa o tempo todo em busca de informações que, em algumas vezes, torna-se até uma obsessão pelo saber, mas não no sentido de sabedoria e sim no sentido de apenas estar informado. Para que essa informação adquirida por uma viagem, uma leitura ou uma visita se torne uma experiência, faz-se necessário que algo tenha-nos acontecido, que algo tenha-nos tocado. Não podemos nos iludir que viver em uma “sociedade de informação” queira dizer que estamos em uma sociedade do conhecimento ou aprendizagem. Larrosa (2001) ainda afirma que é comum encontrarmos a troca de expressões do tipo “informação”, “conhecimento” e “aprendizagem”. “Como se o conhecimento se desse sob a forma de informação, e como se aprender não fosse outra coisa que não adquirir e processar informação” (LARROSA 2001, p.22). Segundo esse mesmo autor, “(...) uma sociedade

constituída sob o signo da informação é uma sociedade na qual a experiência é impossível” (p.22).

A opinião da pessoa também é outro aspecto que bloqueia diretamente a experiência, pois as pessoas devem estar preparadas para auto-avaliarem suas opiniões e modificá-las, caso seja necessário, porque cada sujeito carrega em si um arsenal de conhecimento que é próprio de sua história pessoal de vida.

O sujeito moderno é um sujeito informado que, além disso, opina. É alguém que tem uma opinião supostamente pessoal e supostamente própria e, às vezes, supostamente crítica sobre tudo o que se passa, sobre tudo aquilo de que tem informação (LARROSA 2001, p.22).

Se na troca de opiniões com outras pessoas nenhuma transformação acontecer, podemos dizer que não houve experiência. Se a informação e a opinião fabricam e manipulam o indivíduo, podemos dizer que esse indivíduo é incapaz de produzir experiência, isto é, há o impedimento de uma aprendizagem significativa e construtiva do conhecimento. É justamente nessa fase de experimentação que acontece a constituição do saber.

Além do excesso de informação e de opinião, temos também a falta de tempo, que é incapaz de provocar a experiência.

Tudo o que se passa demasiadamente depressa, cada vez mais depressa. E com isso se reduz o estímulo fugaz e instantâneo, imediatamente substituído por outro estímulo ou por outra excitação igualmente fugaz e efêmera. O acontecimento nos é dado na forma de choque, do estímulo, da sensação pura, na forma da vivência instantânea, pontual e fragmentada. A velocidade com que nos são dados os acontecimentos e a obsessão pela novidade, pelo novo, que caracteriza o mundo moderno, impedem a conexão significativa entre acontecimentos. Impedem também a memória, já que cada acontecimento é imediatamente substituído por outro que igualmente nos excita por um momento, mas sem deixar qualquer vestígio. O sujeito moderno não só está informado e opina, mas também é consumidor voraz e insaciável de notícias, de novidades, um curioso impenitente, eternamente insatisfeito. Quer estar permanentemente excitado e já se tornou incapaz de silêncio (LARROSA 2001, p.23).

Com a escassez do tempo, os estímulos são reduzidos ou substituídos, os acontecimentos sucessivos são impedidos de se conectarem significativamente. Nesta perspectiva, Larrosa (2001) afirma que “a velocidade e o que ela provoca, a falta de silêncio e de memória, são também inimigas mortais da experiência” (p.23).

No sistema educacional, podemos perceber que essa falta de tempo tem aumentado a cada geração devido ao fato da atual necessidade de atividades extras curriculares como: inglês, natação, vôlei, futebol, balé, música, dentre outros. Isso tem feito com que nossos alunos permaneçam por um longo tempo nas escolas. A falta de tempo também atinge os

profissionais, pois estão em constante busca de atualizações ou cursos de aperfeiçoamento. As instituições promovem cursos de formação e obriga seus funcionários, na maioria das vezes, a fazê-los.

Esse sujeito da formação permanente e acelerada, da constante atualização, da reciclagem sem fim, é um sujeito que usa o tempo como um valor ou como uma mercadoria, um sujeito que não pode perder tempo, que não pode protelar qualquer coisa, que tem de seguir o passo veloz do que se passa, que não pode ficar para trás, por isso mesmo, por essa obsessão por seguir o curso acelerado do tempo, este sujeito já não tem tempo. E na escola o currículo se organiza em pacotes cada vez mais numerosos e cada vez mais curtos. Com isso, também em educação estamos acelerados e nada nos acontece (LARROSA 2001, p.23).

Mas até agora falamos do sujeito da informação, da opinião e daquele que não tem tempo. E o sujeito da experiência? Larrosa (2001) caracteriza este sujeito dizendo que:

(...) o sujeito da experiência se define não por sua atividade, mas por sua passividade, por sua receptividade, por sua disponibilidade, por sua abertura. Trata-se, porém, de uma passividade anterior à oposição entre ativo e passivo, de uma passividade feita de paixão, de padecimento, de paciência, de atenção, como uma disponibilidade fundamental, como uma abertura essencial (p.24).

Ainda sobre esse sujeito, Larrosa (2001) discute o fato de que a experiência só se concretiza a partir do momento em que haja uma interação do conhecimento do sujeito passivo com a do ativo, produzindo novas reformulações conceituais.

É incapaz de experiência aquele a quem nada lhe passa, a quem nada lhe acontece, a quem nada lhe sucede, a quem nada o toca, nada lhe chega, nada o afeta, a quem nada o ameaça, a quem nada ocorre (p.25).

Segundo esse mesmo autor, o sujeito da experiência é um sujeito que tem como características o sofrimento, a paciência, a receptividade, aquele que aceita e domina e, mais do que isso, é aquele sujeito que está “aberto à sua própria transformação” (LARROSA 2001, p.26).

Esse sujeito que está acessível à transformação é o sujeito que adquire experiência. “A experiência é em primeiro lugar um encontro ou uma relação com algo que se experimenta, que se prova” (LARROSA 2001, p.25). Podemos dizer que esse mesmo sujeito que obtém experiência adquire também conhecimento, pois eles estão inter-relacionados.

Nessa busca da experiência, do conhecimento, da interação do indivíduo consigo mesmo, com os outros e com o meio em que vive, em que atua e em que estuda deve-se considerar a influência que a diversidade de linguagens e aparatos tecnológicos, provindos do mundo circundante de cada aluno, exercem nessa caminhada. Nessa mesma abordagem, Martins (2003) afirma que:

A construção de conhecimentos realizada pelo indivíduo na sociedade mediatizada envolve várias formas de expressão e comunicação, a utilização de diferenciadas linguagens e aparatos tecnológicos, bem como as formas de interações que ele estabelece consigo, com os outros e com o meio em que vive (p.73).

No contexto escolar, temos alunos das mais diversas características culturais que interagem e compartilham idéias e conhecimentos. A interação de cada indivíduo, consigo mesmo e com os outros, amplia o conhecimento, mesmo que esse conhecimento seja considerado um processo interno de cada sujeito ao compartilhar suas idéias. Este compartilhamento, por sua vez, gera um confronto de hipóteses e necessita de um referencial externo para que haja novas reformulações. Assim, a aprendizagem depende também da interação entre fatores pessoais e ambientais, tornando-se um processo individual e coletivo, simultaneamente. O indivíduo improvisa, cria e testa novas estratégias, podendo até mesmo mudar a direção de seus conhecimentos diante de uma determinada situação. As emoções, as expectativas, a auto-estima e as interações sociais influenciam diretamente na aprendizagem, mas é fundamental que haja um mediador nesse processo (ANTUNES, 2003). Portanto, cabe ao professor exercer a função de mediador nesse “fazer experiência”, orientando, de forma consciente e sistemática, todas as ações decorrentes dessa troca de informações que possibilitam gerar novas propostas.

Além de todos os aspectos abordados até o momento, torna-se importante que haja um ambiente que propicie e motive as novas aquisições do saber. Esse ambiente, constituído de uma diversidade de experiências individuais, promove um interesse significativo, por parte dos alunos, em dialogar, debater, discutir e, conseqüentemente, esses processos geram a construção do conhecimento. É importante destacar que algo significativo para um indivíduo nem sempre o é para o outro e, nesse sentido, podemos observar que há uma valiosa permuta de experiências, podendo gerar outras novas.

Pode-se observar também que existe uma troca de papéis entre aquele que emite sua experiência e o que a recebe. Essa permuta dá-se a partir do momento em que é proposto um “fazer de novos conceitos”, sendo que aquele que recebe, processa essa informação, reformula-a, de acordo com a bagagem do seu conhecimento e posteriormente a emite. Ao acontecer essa emissão de novas hipóteses, o primeiro emissor torna-se um receptor e, assim, sucessivamente, surge a troca de experiências (LARROSA, 2001).

Observa-se, então, com base nas premissas anteriormente apontadas, que as relações interpessoais e intrapessoais são fundamentais nessa edificação do saber. É mister que o ambiente escolar proporcione meios e ferramentas para que se crie uma interação saudável,

prazerosa e produtiva entre os alunos e professores. Para que isso aconteça, os educadores devem saber onde e como intervir no processo de ensino-aprendizagem, a fim de avançar na direção desejada, criando contextos interativos nos quais o conhecimento e a experiência sejam trabalhados de uma maneira significativa.

O conhecimento adquirido deve ser algo útil para o sujeito. O que é prático e útil torna-se prazeroso e, ao mesmo tempo, é uma produção que pode ser discutida e examinada levando às novas perspectivas. A aprendizagem se dá a partir da ação do aluno e é improvável que ela aconteça se for realizada isoladamente. A presença de um mediador experiente, que estabeleça objetivos e desencadeie situações desafiadoras, é de grande importância. Nessa perspectiva, Miskulin (1999) afirma que:

(...) o papel do mediador, é extremamente importante, pois este deve estar sempre oferecendo situações desafiantes, as quais possibilitem aos sujeitos trabalharem o problema proposto em uma outra perspectiva, em outras palavras, no processo de resolução do problema, o mediador deve fazer o sujeito deslocar-se do problema principal para que ele possa adaptar e criar novas estratégias em situações ou contextos mais familiares. Em outras palavras, o mediador, deslocando o sujeito da perspectiva usual, possibilite-lhe vislumbrar o conflito cognitivo, por outro caminho, possibilite-lhe também encarar de outras maneiras o desequilíbrio que não consegue vencer (p.520).

Além da busca alternativa de novos caminhos, sugeridos por Miskulin (1999), o professor, ao mediar o processo educativo, deve provocar desequilíbrios, lançar desafios, levar o aluno a reformular suas idéias, nunca apresentando as soluções prontas. Através dessas condições de trabalho e ação, poderá acontecer uma aproximação do educando com a realidade, que interferirá em seu processo de formação, desenvolvendo sua criatividade e produtividade.

A educação é uma pedagogia do conhecimento que deve comprometer, constantemente, os alunos com a problemática resultante das ações produzidas nas experiências feitas no momento de ensino e aprendizagem. Conseqüentemente, o indivíduo envolvido nessas ações tornar-se-á capaz de perceber sua própria existência social.

A compreensão do mundo é que leva o aluno a adquirir o conhecimento e não a memorização ou informações armazenadas. Um trabalho que esteja centrado nos alunos, considerando suas atividades realizadas, suas representações e as dificuldades encontradas, terá muito mais efeito que um trabalho centrado em transmitir conteúdos. Nessa abordagem, Martins (2003) afirma que “Todo conhecimento constitui-se, ao mesmo tempo, como uma tradução e uma reconstrução a partir de sinais, signos, sob a forma de representações, idéias, teorias, discursos” (p.43).

Para isso, há a necessidade do indivíduo expressar sua maneira de pensar e assim interpretar, analisar, expor seus conhecimentos prévios, promovendo dessa forma, a experimentação e a criação. Delineamos no presente capítulo alguns aspectos teórico-metodológicos que interferem na constituição da experiência e do conhecimento. Apresentaremos, no próximo item, a constituição do conhecimento na perspectiva da Semiótica.

1.2 – A CONSTITUIÇÃO DO CONHECIMENTO NA PERSPECTIVA DA SEMIÓTICA

Ao tecermos considerações a respeito da constituição do conhecimento matemático na perspectiva da Semiótica, procuramos expor algumas concepções sobre as inter-relações entre os processos de visualização e de representação, evidenciando como a Semiótica pode fundamentar a Análise dos Dados da presente pesquisa.

Etimologicamente, o vocábulo Semiótica provém de *semelotiké*, que significa a arte dos sinais. Santaella (1983, p.7) define Semiótica como uma ciência da linguagem.

Baseando em Santaella (1983), podemos traduzir Semiótica como signos ou ainda como uma ciência de linguagens que estuda controvérsias entre língua e linguagem. A língua falada e usada para escrever não é a única forma de comunicação, mas também a leitura, os movimentos, as imagens, os gráficos, os números, dentre outros. Acredita-se que a língua manifestada como linguagem verbal, oral ou escrita é uma das maneiras de se adquirir conhecimento e fazer interpretações. Não se deve esquecer de que as linguagens não-verbais possibilitam outros saberes, ou seja, interferem na produção do conhecimento. Portanto, uma variedade de linguagens veicula os conceitos e se constituem em sistemas sociais e históricos de representação do mundo, criando meios eficazes que propiciam novas construções do saber. Nessa perspectiva, Santaella (1983), diz:

(...) em todos os tempos, grupos humanos constituídos sempre recorreram a modos de expressão, de manifestação de sentido e de comunicações sociais outros e diversos da linguagem verbal, desde os desenhos nas grutas de Lascaux, os rituais de tribos “primitivas”, danças, músicas, cerimoniais e jogos, até as produções de arquitetura e de objetos, além das formas de criação de linguagem que viemos a chamar de arte: desenhos, pinturas, esculturas, poética, cenografia etc. (...) Há outras formas de codificação escrita, diferentes da linguagem alfabeticamente articulada, tais como hieróglifos, pictogramas, ideogramas, formas estas que se limitam com o desenho (p. 12).

O processo de comunicação humana utilizado na construção do conhecimento é um “fato de natureza moral e social”, considerado como um fenômeno, segundo Ferreira (2000, p.317). Esses fenômenos que constituem um processo de comunicação entre si são estruturados através da linguagem. Portanto, a produção da linguagem e do sentido é caracterizada por fatos culturais, prática social ou qualquer outra atividade que constitui uma prática significativa. É nesse processo de compreensão do fenômeno, praticado pelo homem, que são reveladas as significações. Nesta concepção, Santaella (1983), afirma que: “É no homem e pelo homem que se opera o processo de alteração de sinais (qualquer estímulo emitido pelos objetos do mundo) em signos ou linguagens (produtos da consciência)” (p. 15). O homem, ao receber os estímulos que são enviados por objetos, transforma este estímulo em linguagem que pode ser desde um vento, um ruído até mesmo a linguagem do silêncio (SANTAELLA, 1983, p. 15).

Esta mesma autora afirma que “As linguagens estão no mundo e nós estamos na linguagem” (p.15), definindo Semiótica como uma ciência capaz de examinar a constituição dos fenômenos de produção de significação e de sentido, através do uso diversificado da linguagem.

Pensando no ensino da Matemática, podemos relacionar um fenômeno com seu significado e sentido. Um dos motivos que faz com que a Semiótica possa ser usada como aporte teórico no campo da Matemática consiste no fato de que ela utiliza diversas representações, tais como: representação algébrica, representação geométrica e representação gráfica para descrever e analisar determinados fenômenos no processo de constituição do conhecimento matemático.

Mas como surgiu a Semiótica? Surgiu em três lugares: EUA, União Soviética e Europa Ocidental. Dedicaremos o surgimento da Semiótica a um cientista lógico-filósofo, Charles Sanders Peirce (1839 – 1914). A Semiótica Peirceana não é uma ciência específica como a Psicologia, a Biologia, a Física, etc. É uma ciência que tem objetivos singulares, sendo que os mesmos são utilizados como ferramentas auxiliares para outras ciências. A Semiótica compõe a tríade das ciências normativas – Estética, Ética, Lógica ou Semiótica e tem como alicerce a Fenomenologia (SANTAELLA, 1983).

A Lógica foi uma das grandes e irresistíveis paixões da vida de Peirce. Na Filosofia, Peirce (apud Santaella, 1983, p. 25) procurou aplicar “os métodos de observação, hipóteses e experimentos que são praticados nas ciências”, transpondo os métodos de investigação das ciências para a Filosofia, dando-lhe status de Ciência (SANTAELLA, 1983, p.25).

O estudo dos princípios normativos e formais do raciocínio, segundo Peirce (apud Santaella, 1983), foi primeiramente concebido como um ramo da Semiótica e só mais tarde recebeu a influência da Teoria Geral dos Signos ou Semióticas. Por volta de 1902, ele empregou a Fenomenologia como base fundamental da sua Filosofia e, baseado no trabalho de Kant², elaborou, aperfeiçoou e ampliou a aplicação das categorias universais que surgiram a partir da experiência. Essas categorias são uma maneira de analisar as possíveis experiências sociais, ou seja, a observação dos fenômenos e suas utilizações no processo de construção do conhecimento.

Nessa perspectiva e na presente pesquisa, a Semiótica trará subsídios teóricos para que possamos descrever as experiências vivenciadas por meio da observação dos fenômenos e suas utilizações na constituição do conhecimento.

A Semiótica, para Peirce, é sinônimo de Lógica, e esta, por sua vez é a “ciência das leis necessárias do pensamento e das condições para se atingir a verdade” (SANTAELLA, 2002, p. 03), em que através da observação é que notamos que o pensamento não pode ser desenvolvido somente através de símbolos. Por esse motivo, a Lógica se refere às leis do pensamento, condições da verdade e às situações gerais dos signos. Devido a essas diferentes tarefas, a Semiótica se divide em três ramos: a Gramática Especulativa, a Lógica Crítica e a Retórica Especulativa ou Metodêutica. Na Gramática Especulativa estudam-se os diversos tipos de signos e os pensamentos que esses signos são capazes de realizar. O segundo ramo, chamado de Lógica Crítica, estuda a abdução, indução e dedução consideradas como o tipo de argumento que conduz o pensamento lógico. O terceiro ramo analisa os métodos que dão origem ao raciocínio. Há uma relação de dependência entre esses ramos em que a primeira divisão, a Gramática Especulativa, está na base dos outros dois ramos e funciona como uma introdução para o estudo da legitimidade dos argumentos e das condições de verdade de uma ciência.

A Lógica tem por objetivo analisar e discutir as ações morais e sociais que são estudados pela Fenomenologia. A partir dessas análises, a Fenomenologia apropria-se da tarefa de levantar elementos ou características dos fenômenos. Não é uma tarefa muito fácil porque estamos irradiados de sensações e diversas interpretações enquanto confrontamos hipóteses que geram o conhecimento.

Segundo Peirce (apud Santaella 1983, p.41), a Fenomenologia seria “a descrição e análise das experiências que estão em aberto para todo homem, cada dia e hora, em cada

² A Crítica da Razão Pura.

canto e esquina de nosso cotidiano”. Os fenômenos podem ser reais ou não, mas é aquilo que aparece na mente dos sujeitos.

Ao obter os elementos ou as características dos fenômenos, algumas classes de caracteres são sinalizadas, podendo compor possíveis experiências. Inicialmente, Peirce estabelece categorias a partir da materialização dos fenômenos, “por exemplo: como coisas de madeira, de aço, de carne e osso etc.” (Peirce, apud Santaella, 1983, p.44), mas como essa materialização é infinita, prefere abandonar e trabalhar com o lado formal e estrutural dessas experiências. Trabalhar com esse lado é o mesmo que analisar e observar como as coisas surgem à consciência.

Ainda sobre Fenomenologia, convém ressaltarmos que na perspectiva de Garnica (1997),

A Fenomenologia, tida como ciência do rigor, é rigorosa por não conter nenhuma afirmação que não esteja absolutamente fundamentada ou plenamente justificada, sendo que tal fundamentação ou justificação não pode ser pautada em pressuposições aceitas como se fossem dadas: tudo deve ser intensamente investigado (p.10).

Peirce retorna às suas experiências e acuradas observações dos fenômenos para obter suas categorias, consistindo-se de concepções simples e universais. Concepções simples porque são estabelecidas a partir de verificações empíricas, e concepções universais porque são necessárias a toda e qualquer compreensão (SANTAELLA, 1983, p.45).

Conforme essa mesma autora, Peirce fixa a terminologia das categorias em: Primeiridade, Secundidade e Terceiridade. Portanto, as categorias lógicas são coisas vivas e vividas que se aplicam às manifestações psicológicas e que implicam um exame de fenômenos na consciência, traduzido como linguagem, alicerce da Semiótica.

Faz-se necessário então compreender o que Peirce chama por consciência. Consciência é o local no qual se encontram as idéias. Segundo Peirce (apud Santaella, 1983, p.53) a consciência é “um lago sem fundo no qual as idéias (partículas materiais da consciência) estão localizadas em diferentes profundidades e em permanente mobilidade.” A consciência é formada por estados mutáveis que sofrem interferências que não são controladas. Essas interferências podem ser tanto internas (as do nosso mundo interior) quanto externas (forças que atuam sobre nós); elas abrangem as relações interpessoais, os sentimentos de amor, ódio etc. e também as diversas relações sociais.

Então as categorias são as formas como os fenômenos manifestam-se na consciência, porém não devem ser entendidas como “entidades mentais, mas como modos de

operação do pensamento-signo que se processam na mente” (SANTAELLA, 1983, p. 56, grifo nosso). Essas categorias vão gerar formas de apreensão e manifestação dos fenômenos. Vejamos mais detalhadamente as categorias citadas anteriormente.

PRIMEIRIDADE

Segundo Santaella (1983, p.67), a “Primeiridade é uma categoria que dá à experiência sua qualidade distintiva, seu frescor, originalidade irrepitível e liberdade.” O primeiro é tudo aquilo que é novo, presente, original, livre e inicial: imediata como a consciência e, conseqüentemente, como um sentimento. Peirce (apud Santaella, 1983, p.61) caracteriza a consciência em primeiridade como “qualidade de sentimento e, por isso mesmo, é primeira, ou seja, a primeira apreensão das coisas, que para nós aparecem, já é tradução, finíssima película de mediação entre nós e os fenômenos.” Ou seja, assim que nos ocorre um fenômeno, um sentimento está ligado a ele.

SECUNDIDADE

Para Santaella (1983, p.67), a “Secundidade é aquilo que dá à experiência seu caráter factual, de luta e de confronto. Ação e reação ainda em nível de binariedade pura, sem o governo da camada mediadora da intencionalidade, razão ou lei.”. A secundidade se caracteriza independente do pensamento, pois estamos a todo o momento convivendo com fatos externos e que resistem à nossa vontade. A partir dessa afirmação, concluímos que um fenômeno está diretamente ligado à qualidade e, conseqüentemente, à primeiridade. Temos, então, como componente da primeiridade, a secundidade. A secundidade expressa o modo como as qualidades são manifestadas no fenômeno.

Santaella (1983, p.63) explica melhor o que é a secundidade, afirmando que “qualquer sensação já é secundidade: ação de um sentimento sobre nós e nossa reação específica, comoção do eu para com o estímulo”.

O pensamento é a mediação entre nós e os fenômenos, portanto é o início da terceiridade, ou seja, é o pensamento como representação interpretativa do mundo (SANTAELLA 1983, p.66).

TERCEIRIDADE

Segundo Santaella (1983), a terceiridade, “que aproxima um primeiro e um segundo numa síntese intelectual, corresponde à camada de inteligibilidade, ou pensamento em signos, através da qual representamos e interpretamos o mundo” (p.67). Através dos signos³ ou representações, a terceiridade promove o desenvolvimento contínuo da inteligência; diante do fenômeno, a consciência produz um signo, sendo este o mediador entre o indivíduo e o fenômeno, facilitando sua compreensão.

Qualquer fenômeno produz um signo através da consciência que utilizamos para compreender algo, a chamada percepção. Perceber “é interpor uma camada interpretativa entre a consciência e o que é percebido” (SANTAELLA, 1983, p.68). Um simples olhar leva a uma interpretação - resultado de uma elaboração cognitiva.

Peirce (apud Santaella, 1983) estudou o processo de reconhecimento, interpretação e representação que o homem faz do mundo, denominando-o “interpretante” do primeiro estágio de compreensão. O homem conhece o mundo e o representa. A partir dessa representação, interpreta e produz outra. O indivíduo, ao produzir um signo de uma coisa, depende de um prévio conhecimento de um outro signo que esteja relacionado a essa coisa. O signo ou “representamen” é aquilo que exhibe à mente e é considerado o primeiro. O objeto ou referente⁴ é ao que o signo se refere, considerado o segundo. A realização da interpretação desse objeto acontece no momento em que o intérprete desse signo realiza seu

³“Qualquer objeto ou acontecimento, usado com menção de outro objeto ou acontecimento. Esta definição, geralmente empregada ou pressuposta na tradição filosófica antiga e recente, é generalíssima e permite compreender na noção de S. qualquer possibilidade de referência: p. ex., do efeito à causa ou vice-versa; da condição ao condicionado ou vice-versa; do estímulo de uma lembrança à própria lembrança; da palavra a seu significado; do gesto indicativo (p. ex., um braço estendido) à coisa indicada; do indício ou do sintoma de uma situação à própria situação, etc. Todas essas relações podem ser compreendidas pela noção de signo. No entanto, em sentido próprio e restrito, essa noção deve ser entendida como a possibilidade de referência de um objeto ou acontecimento *não-presente*, ou cuja presença ou não-presença seja indiferente. Nesse sentido mais restrito, a possibilidade de uso dos S. ou *semiose* é a característica fundamental do comportamento humano, porque permite a utilização do passado (o que “não está presente”) para a previsão e o planejamento do futuro (o que “ainda não está presente”). Nesse sentido, pode-se dizer que o homem é, por excelência, um animal simbólico, e que nesse seu caráter se radica a possibilidade de descoberta e de uso das *técnicas* em que consiste propriamente sua *razão*” (v.). (ABBAGNANO, N. Dicionário de filosofia, p. 894)

⁴“Referência” (ABBAGNANO, N. Dicionário de filosofia, p. 837) “Em geral, o ato de pôr um objeto qualquer em qualquer relação com outro objeto. Neste sentido, esse termo tem um significado bastante amplo: um mesmo objeto (p. ex., um comportamento) pode referir-se ao seu autor, aos seus efeitos, ao seus fins, às suas intenções, às suas condições, etc. O sentido específico da R., ou seja, a relação que ela estabelece, é esclarecido ou sugerido em cada caso pelo contexto. Mais particularmente, chama-se de R. o ato que estabelece uma relação entre o símbolo e o seu objeto, ou seja, o ato de *interpretação* (v.). Foram sobretudo Ogden e Richards que difundiram o uso do termo nesse sentido. Identificaram a R. com o pensamento, e ambos com aquilo que chamaram de *significado cognitivo* (*The Meaning of Meaning*, 10ª ed., 1952, pp. 9 ss.). No âmbito deste significado, os mesmos autores chamaram de *referendo* (*referend*) o veículo ou o instrumento de um ato de R., e de *referente* (*referent*) o objeto a que o ato de R. visa (ABBAGNANO, N. Dicionário de filosofia, p. 837).

reconhecimento e esse reconhecimento é denominado interpretante do signo. Logo, o signo é o conhecimento de um objeto a partir do conhecimento de outro objeto que é representado. Desse modo, o que define signo, objeto e interpretante é a posição lógica que eles conquistam ao serem representados (SANTAELLA 1983, p.70).

Santaella (2002, p. 9) exemplifica com um exemplo. Ao escrever um e-mail para uma pessoa, esse e-mail é um signo do que desejamos colocar como informação, que é o objeto do signo. Essa mensagem, ao ser lida, irá produzir um efeito sobre seu receptor e esse efeito é o interpretante. O interpretante é o mediador entre o que se deseja transmitir e o efeito que essa mensagem irá provocar. Os efeitos interpretativos provocados em um receptor podem ser simples reações físicas, como deletar o e-mail recebido.

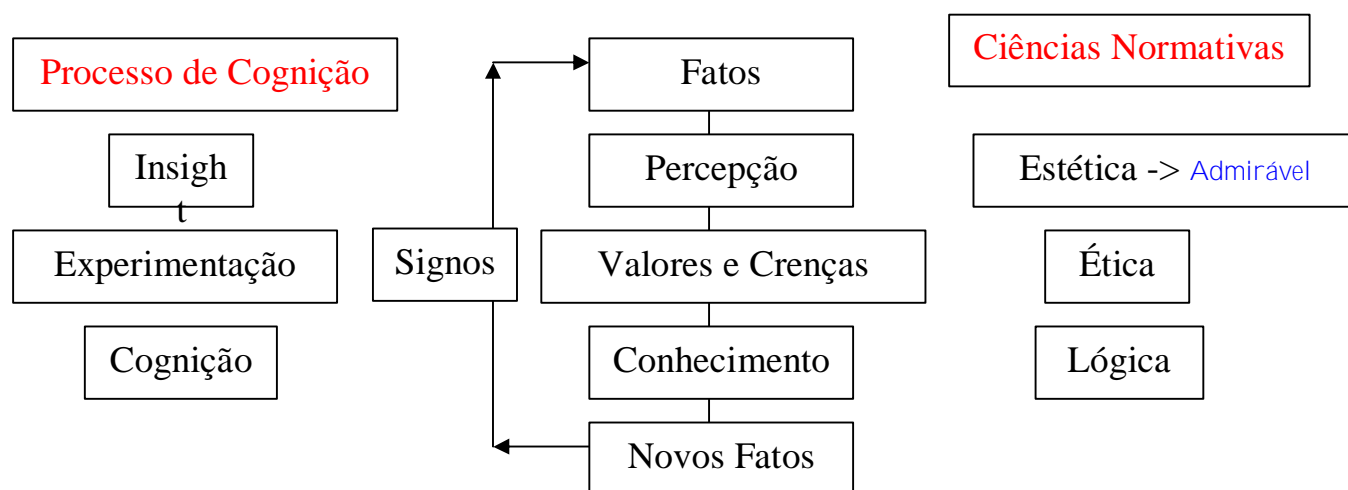
Em uma definição mais detalhada, o signo é qualquer coisa de qualquer espécie (uma palavra, um livro, uma biblioteca, um grito, uma pintura, um museu, uma pessoa, uma mancha de tinta, um vídeo etc.) que representa uma outra coisa, chamada de objeto de signo, e que produz um efeito interpretativo em uma mente real ou potencial, efeito este que é chamado de interpretante do signo (SANTAELLA, 2002, p. 08).

Essa é uma lógica triádica do signo que pode ser analisada da seguinte forma: **primeiramente**, ao fazer uma significação de suas propriedades, **ou seja**, uma relação do signo com ele mesmo; **em segundo plano**, acontece o confronto do signo com o objeto, produzindo uma decodificação desse signo; **em terceiro**, uma relação do signo com o interpretante que gera a interpretação e uma reação desse interpretante. **Desse modo**, ao visualizarmos a lógica triádica, **compreendemos que o signo inclui a significação, a objetividade e a interpretação.**

Assim sendo, a percepção é a chave da relação sígnica. O processo de semiose está nos processos de reconhecimento (percepção do que é admirável), na interpretação (ação sobre o signo – é uma elaboração cognitiva) e na representação (a partir da generalização) e, assim, ad infinitum.

Na presente pesquisa, para compreendermos o processo de aprendizagem da Matemática, precisa-se considerar como se estabelece o conhecimento científico, o qual se inicia no insight (na questão da admirabilidade), passa pela experiência, por meio dos signos, definindo os padrões de conduta (processo de semiose) para, finalmente, no "âmbito da generalidade e pela própria inserção da percepção na continuidade do pensamento", formular o conhecimento. Este processo é contínuo, assim como é o processo de semiose. Portanto, não termina nessas três etapas.

Assim, com o objetivo de entendermos o processo de Semiose apresentamos, abaixo, o esquema do processo de cognição para Peirce⁵. A informação (são os fatos), percepção, experiência, cognição e os novos dados da informação (novos fatos).



Esquema do Processo de Cognição para Peirce

A Fenomenologia peirceana fornece a base para a Semiótica, pois nos permite fazer com que pensemos nos fenômenos como signos. Fenômenos que podem ser de ambigüidade, incerteza ou sentimentos. Por isso, podemos dizer que qualquer coisa pode ser analisada em uma visão Semiótica.

Tal potencialidade é, de fato, o resultado da ligação muito íntima da semiótica com a fenomenologia. É desta que advém a possibilidade de se considerar os signos e interpretações de primeira categoria (meros sentimentos e emoções), de segunda categoria (percepções, ações e reações) e de terceira categoria (discursos e pensamentos abstratos), que tornam muito próximos o sentir, o reagir, o experimentar e o pensar (SANTAELLA, 2002, p. 11)

O objetivo principal de Peirce era configurar conceitos sígnicos para as ciências aplicadas. Para isso, Santaella (1983) define signo a partir das idéias de Peirce, dizendo:

(...) o signo é uma coisa que representa uma outra coisa: seu objeto. Ele só pode funcionar como signo se carregar esse poder de representar, substituir uma outra coisa diferente dele. Ora o signo não é objeto. Ele apenas está no lugar do objeto. Portanto, ele só pode representar esse objeto de um certo modo de uma certa capacidade (p. 78).

⁵ Este esquema foi sugerido e elaborado pelo Prof. Dr. Hermes Renato Hildebrand, na ocasião do Exame de Qualificação do presente trabalho.

Para um intérprete, o signo representa um objeto e produz na mente desse intérprete um outro signo. Assim, o “significado de um signo é outro signo” e, assim, ad infinitum (SANTAELLA, 1983, p. 79).

Referimos anteriormente à Lógica triádica do signo, considerada uma das tricotomias dedicadas por Peirce. Segundo Abbagnano⁶, tricotomias quer dizer “divisão em três partes, elementos ou classes”. Essas tricotomias são: significação (relação do signo consigo mesmo), a objetividade (relação do signo com seu objeto) e a interpretação (relação do signo com seu interpretante) (SANTAELLA 2002, p. 10). A tabela, a seguir, foi apresentada em Santaella (1983, p.84), explicando as tricotomias de Peirce.

Signo 1º em si mesmo	Signo 2º com seu objeto	Signo 3º com seu interpretante
1º quali-signo	Ícone	Rema
2º sin-signo	Índice	Dicente
3º legi-signo	Símbolo	Argumento

Tricotomias de Peirce

A indicação dos numerais (1, 2, 3) na vertical e na horizontal mostra as três categorias. Assim, na relação do signo consigo mesmo, o signo pode ser uma simples qualidade como um existente ou uma lei. Quando a pura qualidade funciona como signo, dizemos que essa é um quali-signo e refere-se apenas à qualidade. É claro que uma qualidade não representa nenhum objeto, mas pode um objeto ser construído a partir de sua qualidade. Se o signo aparecer como simples qualidade, na sua relação com o objeto, esse signo será um ícone e na sua relação com seu interpretante, será rema⁷. As qualidades se apresentam, mas não representam nada e, por isso, a qualidade não pode funcionar como signo. Nesse caso, se o signo aparecer como sin-signo, na sua relação com o objeto, esse signo será um índice e, na sua relação com seu interpretante, será dicente⁸. Finalmente, se o signo aparecer, em

⁶ ABBAGNANO, N. Dicionário de filosofia, p. 975.

⁷ “parte da frase que diz algo de novo sobre o tema, comentário.” (Dicionário da língua portuguesa. p.2423)

⁸ Mesmo que “positivo” (HOUAISS, A. VILLAR, M. S. Dicionário da língua portuguesa. p.1034) que “diz-se de ou o que se põe ou se coloca em posição posterior a algo; diz-se de ou elemento que é colocado após outro.” (HOUAISS, A. VILLAR, M. S. Dicionário da língua portuguesa. p.2270)

relação a si mesmo, como simples lei, ou seja, como legi-signo, na sua relação com o objeto, ele será um símbolo e, na sua relação com seu interpretante, será argumento⁹.

A seguir explicaremos mais profundamente cada uma delas.

SIGNIFICAÇÃO – A RELAÇÃO DO SIGNO COM ELE MESMO

Partindo da afirmação de Peirce que qualquer coisa pode ser identificada como um signo, algumas propriedades são consideradas. Essas propriedades são: a qualidade, a existência e o caráter de lei. É importante ressaltar que um signo necessita das três propriedades mencionadas anteriormente, além de suas próprias qualidades. Nesse caso, tudo pode ser considerado como signo.

Quando a qualidade funciona como signo, ela é chamada de quali-signo, ou seja, uma qualidade que é o signo. Como exemplo, Santaella (2002) cita a cor azul. Essa cor nos faz lembrar o céu, o mar etc e “Esse poder de sugestão que a mera qualidade apresenta lhe dá a capacidade de funcionar como signo (...)” (p.12), considerado como um quali-signo pela qualidade da cor.

A existência faz com que algo ocupe um lugar no espaço e no tempo e que esse algo reaja em relação a outro ser existente. E quando esse existir funcionar como signo, será dado o nome de sin-signo. Emitimos sinais a todo o momento e esses sinais são dignos de significados; quando isso acontece, dizemos que ocorre a segunda propriedade dos signos.

⁹ “Num primeiro significado, A. é qualquer razão, prova, demonstração, indício, motivo capaz de captar o assentimento e de induzir à persuasão ou à convicção. A. comuns ou típicos ou esquemas de A. são os lugares que constituem o objeto dos *Tópicos de Aristóteles*. Cícero, com efeito, definia os lugares como as *sedes* das quais provêm os A., que são ‘as razões que dão fé de uma coisa duvidosa’ (*Top.*, 2, 7). O significado generalíssimo da palavra A. também é esclarecido pela definição de S. Tomás: ‘A. é o que convence (*arguit*) a mente a assentir em alguma coisa’ (De ver., q. 14, ^a 2, ob. 14), e pela de Pedro Hispano, que retoma a expressão de Cícero: ‘A. é uma razão que dá fé de uma coisa duvidosa’ (*Summ. Log.*, 5.02). No mesmo sentido, essa palavra é usada por Locke na definição da probabilidade, que existe quando ‘existem A. ou provas capazes de fazer uma proposição passar por verdadeira ou de ser aceita como verdadeira’ (*Ensaio*, IV, 15, 3). E Hume, por sua vez, dividia os A. em demonstrações (puramente conceituais), provas (empíricas) e probabilidades (*Inq. Conc. Underst.*, VI, nota). Nesse sentido, A. é qualquer coisa que ‘dá fé’ segundo a excelente expressão de Cícero, isto é, que, de algum modo, produza um grau qualquer de persuasão. No segundo significado entende-se por A. o tema ou o objeto (in. *Subject-matter*, al. *Aufgabe*), o assunto de um discurso qualquer, aquilo em torno de que o discurso versa ou pode versar. A esse segundo significado do termo vincula-se o seu uso em lógica e matemática para indicar os valores das variáveis independentes de uma função. Nesse sentido, A. é o que preenche o espaço vazio de uma função ou aquilo a que uma função de vê ser aplicada para que tenha determinado valor. Essa palavra foi usada pela primeira vez nesse sentido por G. Frege (*Funktion und Begriff*, 1891) (v. Função). (ABBAGNANO, N. Dicionário de filosofia, p. 79).

A terceira propriedade dos signos é a propriedade da lei. É a lei que determina como devemos agir diante de uma determinada situação. Na Semiótica, recebe o nome de legi-signo algo que tem essa propriedade.

Acima estão descritas as três propriedades que fazem com que algo atue como signo e, na maioria das vezes, essas propriedades operam juntas. A seguir, relacionaremos o signo com o objeto, discutindo as propriedades dessa relação.

OBJETIVIDADE – A RELAÇÃO DO SIGNO COM O OBJETO

No momento em que o signo relaciona-se com o objeto, surgem três tipos de relação: Se o alicerce é um quali-signo, na relação do signo com o objeto, será um ícone, se for um sin-signo, na sua relação com o objeto, será um índice e, se for legi-signo, na sua relação com o objeto, será um símbolo¹⁰.

Para entendermos melhor a relação do signo com seu objeto, Peirce (apud Santaella, 2002) estabelece uma distinção entre o objeto dinâmico e o objeto imediato. Quando falamos com uma pessoa, estamos nos referindo a algo e isso acontece em um contexto. O que falamos é o objeto dinâmico, e as frases são os signos. O mesmo acontece quando observamos uma imagem ou uma fotografia. A imagem é o signo, e o objeto dinâmico é o que a foto ou a imagem capturou. O modo como o signo representa, indica e sugere ao que se refere, é o objeto imediato. Só temos o objeto dinâmico através do objeto imediato e, por esse motivo, dá-se o nome de imediato. (SANTAELLA, 2002, p. 15)

Estou insistindo nesses três verbos, “representa”, “indica” e “sugere”, porque sua semântica é indicadora do fato de que, dependendo da natureza do fundamento do signo, se é uma qualidade, um existente ou uma lei, também será diferente a natureza do objeto imediato do signo e, conseqüentemente, também será diferente a relação que o signo mantém com o objeto dinâmico. Vem daí a classificação dos signos em ícones, índices e símbolos. Assim, o objeto imediato de um ícone só pode sugerir ou evocar seu objeto dinâmico. O objeto imediato de um índice indica seu objeto dinâmico e o objeto imediato de um símbolo representa seu objeto dinâmico (SANTAELLA 2002, p.16).

¹⁰“O mesmo que signo. É com esta significação genérica que a palavra é mais usada na linguagem comum. Uma espécie particular de signo. Segundo Peirce: ‘Um signo que pode ser interpretado em conseqüência de um hábito ou de uma disposição natural’ (*Coll. Pap.*, 4531). Segundo Dewey, um signo arbitrário ou convencional (*Logic*, Intr., IV, trad. It., p.93). Segundo Morris: um signo que substitui outro signo na orientação de um comportamento (*Signs, Language and Behavior*, I, 8). Segundo outros, um signo típico, em contraposição ao signo individual, que é a palavra como significado (v. Palavra).” (ABBAGNANO, N. Dicionário de filosofia, p. 901)

Os objetos imediatos podem ainda ser divididos em três partes: descritivos¹¹, designativos¹² e copulantes¹³. No quali-signo icônico, seu objeto imediato tem sempre uma especificidade descritiva, mas quando uma qualidade sugere outra qualidade, aquela que foi sugerida é o objeto dinâmico do ícone. No sin-signo indicial, ou índice, seu objeto imediato é designativo, pois denomina seu objeto dinâmico. No legi-signo simbólico, ou símbolo, seu objeto imediato tem uma natureza copulante, pois faz ligação do objeto imediato com o objeto dinâmico (SANTAELLA 2002, p.16).

Existe ainda a divisão triádica do objeto dinâmico seguindo a mesma lógica do primeiro, do segundo e do terceiro. Quando o objeto imediato é descritivo, o objeto dinâmico é possível e o signo é abstrativo. Por exemplo: ao pronunciarmos a palavra ‘beleza’, consideramos tal palavra um signo abstrativo, que tem como objeto imediato fazer uma descrição, cujo objeto dinâmico só é possível se o que estiver sendo descrito for belo. Quando o objeto imediato for designativo, o objeto dinâmico será um fato existente, independente do tempo em que ocorreu; o seu signo será concretivo, ou seja, algo concreto, que aconteceu. Se o objeto imediato for um copulante, o objeto dinâmico será necessitante e seu signo coletivo.

Para melhor explicarmos as divisões triádicas apresentadas acima, organizamos em diagrama com essas categorias, ampliando a tabela mostrada anteriormente, que foi sugerida por Santaella (1983, p.84).

Signo 1º em si mesmo	Signo 2º com seu objeto	Objetos Imediatos	Objetos Dinâmicos	Signo
1º quali-signo	ícone	descritivo	possível	abstrativo
2º sin-signo	índice	designativo	fato existente	concretivo
3º legi-signo	símbolo	copulante	necessitante	coletivo

Na relação do signo com seu objeto, podemos nos referir ao ícone, índice e símbolo. Ícone é um signo relativo a um objeto podendo significar sua existência ou realidade. Os

¹¹ “Que descreve, que tem a qualidade ou a característica de uma descrição; que diz respeito à descrição da realidade ou da experiência ou nela se baseia; que estuda um objeto do ponto de vista de sua descrição; diz-se do adjetivo que modifica o sentido de uma palavra, acrescentando-lhe uma característica, esp. Real e concreta; relativo à descrição de uma estrutura lingüística, feita do ponto de vista sincrônico e sem preocupações normativas; diz-se do ramo da geometria que visa à representação plana de figuras espaciais.” (HOUAISS, A. VILLAR, M. S. Dicionário da língua portuguesa. p.972)

¹² “Que designa, característico, indicativo”. (HOUAISS, A. VILLAR, M. S. Dicionário da língua portuguesa. p.995)

¹³ Copular: “juntar, unir, acoplar” (HOUAISS, A. VILLAR, M. S. Dicionário da língua portuguesa. p.832)

signos icônicos foram ainda divididos em três níveis por Peirce. São eles: imagem¹⁴, diagrama¹⁵ e metáfora¹⁶. A maneira como os objetos são visualmente percebidos, no nível da aparência, estabelece uma relação com a imagem. O diagrama indica uma similaridade pelas relações internas e não pela aparência. A metáfora estabelece uma relação de significado entre o representante e o que é representado.

Segundo Kimura (2005)

O valor de um ícone é destacado exatamente para salientar as características de um fato, considerando-as como se fossem puramente imaginárias, e o raciocínio deve-se relacionar com as formas que são os principais elementos de criação racional. Por isso os ícones são fundamentais para o raciocínio matemático (p.174).

O que fundamenta o índice é a sua própria existência. “A condição básica sobre um Índice é que ele tem uma conexão existencial direta com seu objeto” (KIMURA, 2005, p. 175). Se pegarmos como exemplo uma fotografia que tem a imagem de uma cachoeira, essa imagem indica exatamente a existência da cachoeira. Houve uma conexão entre a foto e a cachoeira para que essa imagem aparecesse. O objeto fotografado é o objeto imediato, e a maneira como o índice indica o outro objeto, é o objeto dinâmico. Conforme a autora citada, “A Matemática, por trabalhar intensamente com idéias e criações, e o índice, por ser indispensável, permite a representação do fato pensado, tanto concretamente como de forma imaginada” (KIMURA, 2005, p. 177).

O fundamento do símbolo é o legi-signo. O símbolo representa uma lei (regras) que dá consistência à idéia ligada à palavra e não tem relação de semelhança com o objeto

¹⁴ “Semelhança ou sinal das coisas, que pode conservar-se independentemente das coisas. Aristóteles dizia que as I. são como as coisas sensíveis, só que não têm matéria (*De an.*, III, 8, 432 a 9). Neste sentido a I. é: 1º produto da imaginação; 2º sensação ou percepção, vista por quem a recebe. Neste segundo significado, esse termo é usado constantemente tanto pelos antigos quanto pelos modernos. Os estóicos distinguiram os dois significados empregando duas palavras diferentes: denominavam imaginação a I. que o pensamento forma por sua conta, como acontece nos sonhos, e I. a marca que a coisa deixa na lama, marca que é uma mudança da própria alma. A I. propriamente dita é ‘aquilo que é impresso, formado e distinto do objeto existente, que se conforma à sua existência e por isso é o que não seria se o objeto não existisse’ (Dióg. L., VII, 50). Desse ponto de vista, as I. podem ser sensíveis e não sensíveis (como as das coisas incorpóreas); racionais ou irracionais (como as dos animais) e artificiais ou não artificiais (Dióg. L., VII, 51). Conceito igualmente geral da I. era o dos epicuristas, que admitiam a verdade de todas as I. porquanto produzidas pelas coisas: pois o que não existe não pode produzir nada (Dióg. L., X 32). (ABBAGNANO, N. Dicionário de filosofia, p. 537)

¹⁵ “Representação gráfica, por meio de figuras geométricas (pontos, linhas, áreas etc.), de fatos, fenômenos, grandezas, ou das relações entre eles; traçado em linhas gerais; delineação, bosquejo.” (HOUAISS, A. VILLAR, M. S. Dicionário da língua portuguesa. p.1030)

¹⁶ “Transferência de significado. Aristóteles diz: ‘A M. consiste em dar a uma coisa um nome que pertence à outra coisa: transferência que pode realizar-se do gênero para à espécie, da espécie para o gênero, de uma espécie para outra ou com base numa analogia’ (*poet.*, 21, 1457 b 7). A noção de M. algumas vezes foi empregada para determinar a natureza da linguagem em geral (v. Linguagem). Como instrumento lingüístico, hoje sua definição não é diferente da definição de Aristóteles.” (ABBAGNANO, N. Dicionário de filosofia, p. 667)

representado. “Leis operam no modo condicional” (SANTAELLA, 2002, p. 20), ou seja, dependendo das condições, a lei agirá. Os signos representam o objeto dinâmico do símbolo. Por exemplo: uma bandeira que representa seu país, um monumento que homenageia uma pessoa etc. O objeto imediato do símbolo é a maneira como esse símbolo representa o objeto dinâmico.

Segundo Kimura (2005, p. 180) “Para compreender o que ele significa, ou seja, interpretá-lo, e, para tal, é preciso recorrer ao raciocínio indutivo ou dedutivo, daí a importância da simbologia para a Matemática.”

Nessa mesma perspectiva, Peirce (apud Kimura 2005) conclui que:

(...) ícone (indicativo de possibilidades e relações), signo (algo que representa alguma coisa para alguém, por exemplo, o desenho), índice (indica alguma coisa, por exemplo, os vértices A, B, C de um triângulo) e símbolo que, socialmente convencionados, são arbitrários e referem-se a um objeto geral (p.180).

Exemplificamos o significado de cada um deles com pegadas na areia. As pegadas representam um índice, com isso verificamos que alguma pessoa esteve por ali e representa o ícone, pois trouxe a idéia de um homem. Unindo essas duas relações do signo com seu objeto, que são o ícone e o índice, concluímos que há um homem no local da pegada e essa conclusão é o que chamamos de símbolo, resultante da interpretação. (OTTE, apud KIMURA 2005, p.179)

INTERPRETAÇÃO – A RELAÇÃO DO SIGNO COM O SEU INTERPRETANTE

O interpretante é o terceiro elemento da tríade do signo e é o que o signo produz em uma mente, o efeito interpretativo. O signo tem um objeto imediato interno e um interpretante interno também. Um livro, um filme, uma peça de teatro ou até mesmo uma música, possuem um potencial para serem interpretados, sendo que o signo produz um efeito sobre o intérprete. Tem-se aí o interpretante dinâmico, que é o efeito singular produzido em cada intérprete. Esse interpretante dinâmico se divide em três níveis: interpretante emocional, energético e lógico (SANTAELLA 2002, p.24).

O primeiro efeito de sentido que pode ser provocado sobre um intérprete é o da qualidade de sentimento, ou seja, um interpretante emocional. Mesmo sem percebermos, os interpretantes emocionais estão presentes nas interpretações. Os ícones originam com mais intensidade, como: uma música ou determinados filmes que inicialmente apresentam as qualidades dos sentimentos.

O segundo efeito, o energético, é aquele que, ao fazer uma interpretação, exige uma energia de alguma espécie. Com maior intensidade, os índices originam esse tipo de interpretante.

O terceiro efeito significativo é o lógico. Existe quando um signo é interpretado a partir de regras que foram internalizadas pelo intérprete. Por esse motivo, podemos dizer que símbolos têm seus significados, pois cada um deles está associado a um objeto. O símbolo só tem um significado para quem o interpreta. Portanto, há uma lei que rege o símbolo e esta lei precisa estar internalizada em quem o interpreta para que haja uma associação entre o signo e o objeto.

Dentro do interpretante lógico, temos as mudanças de hábitos. Essas mudanças sempre estão associadas às regras internalizadas. Portanto, Peirce (apud Santaella 2002) introduz o interpretante lógico último, que é o responsável pelas transformações e evoluções. (p.26)

Nessa fase de interpretação, o resultado interpretativo é considerado o interpretante final. Chegamos ao limite pensável de um intérprete. Nessa relação do signo com o interpretante, temos três níveis de signos (SANTAELLA 2002, p.26): rema, dicente e argumento. Quando o signo for para seu interpretante um signo que designa qualidade, teremos um rema, isto é, uma conjectura ou hipótese. Quando temos quali-signos icônicos, só possuímos interpretantes remáticos. Por exemplo, ao dizermos que uma nuvem se assemelha a um pássaro, isso não passa de uma conjectura. Dicente são interpretantes de sin-signo indicial, pois sua existência é real e pode ser verificada.

Nessa perspectiva, Santaella (1983) torna inteligível essa relação:

(...) o índice como real, concreto, singular é sempre um ponto que irradia para múltiplas direções. Mas só funciona como signo quando uma mente interpretadora estabelece a conexão em uma dessas direções. Nessa medida, o índice é sempre dual: ligação de uma coisa com outra. O interpretante do índice, portanto, não vai além da constatação de uma relação física entre existentes. E ao nível do raciocínio, esse interpretante não irá além de um dicente, isto é, signo de existência concreta (p. 91).

O argumento, para o interpretante, é um signo e está baseado nas lógicas do legi-signo simbólico, reproduzindo a imagem do seu objeto em sua condição de signo. Ele só representará seu objeto ao realizar uma conexão com leis pré-estipuladas coletivamente que determinam que o objeto deva ser representado por aquele signo.

De acordo com tricotomia discutida por Peirce, afirmamos que ela é o alicerce para uma análise e leitura Semiótica dos fenômenos. Com essas concepções, verificamos que,

muitos de nossos alunos não passam da categoria da primeiridade. Falaremos um pouco mais a respeito disso no capítulo que descreve e analisa os dados coletados, já que nesta pesquisa, nossa maior preocupação consiste em delinear uma resposta à questão de investigação: É possível investigar como os processos de visualização e de representação Semiótica dos conceitos geométricos, no contexto didático pedagógico, influenciam na constituição do conhecimento matemático?

Investigar tal questão, na perspectiva da Semiótica, significa investigar como os processos de visualização e representação das figuras planas e espaciais se inter-relacionam com a Significação, Objetividade e Interpretação das representações elaboradas pelos sujeitos pesquisados e como essas representações se relacionam com os aspectos conceituais do conhecimento matemático.

Nessa perspectiva, torna-se necessário explicitarmos como o conhecimento matemático se constrói na perspectiva da Semiótica.

1.3 – A CONSTITUIÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO NA PERSPECTIVA DA SEMIÓTICA

Existem vários pesquisadores que abordam a temática – Educação Matemática e Semiótica. Apresentaremos, na presente pesquisa, algumas abordagens teórico-metodológicas que consideramos necessários, pois nos auxiliarão na análise dos dados da pesquisa, ou seja, na compreensão da relação da Semiótica com a Educação Matemática para, por sua vez, compreendermos como os signos se manifestam nas diferentes representações matemáticas, interpretando seus significados e, portanto, compreendendo as relações matemáticas conceituais intrínsecas às essas representações.

Segundo Santaella (1985, p. 15), "Semiótica é a ciência que tem como objeto de investigação todas as linguagens possíveis, ou seja, que tem por objetivo o exame dos modos de constituição de todo e qualquer fenômeno de produção de significação e de sentido". Para esta mesma autora, a Semiótica é a ciência dos signos, é a ciência geral de toda e qualquer linguagem.

Estamos inseridos em uma cultura mediada pela linguagem que, segundo Santaella (1985), interpretamos e damos sentido às coisas a partir das formas sociais de comunicação e de significação. E, de acordo com Santaella (1985),

Todo fenômeno de cultura só funciona culturalmente porque é também um fenômeno de comunicação, e considerando-se que esses fenômenos só comunicam porque se estruturam como linguagem, pode-se concluir que todo e qualquer fato cultural, toda e qualquer atividade ou prática social constituem-se como práticas significantes, isto é, práticas de produção de linguagem e de sentido (p.14).

Podemos considerar, nesta pesquisa, o conhecimento matemático como um meio de comunicação que pode ser idealizado como uma prática de produção de linguagem e sentido. A relação da Semiótica com a Educação Matemática está diretamente ligada ao fato da Semiótica ser usada como aporte teórico no campo da Matemática, pois utiliza a linguagem para descrever e analisar determinados fenômenos. São várias linguagens, tais como: linguagem algébrica, linguagem geométrica, linguagem gráfica, entre outras, no processo de representação do conhecimento matemático.

De acordo com Silveira (1994),

(...)as construções matemáticas são, para Peirce, sínteses figurativas individuais num único universo total, igualmente individual. Este todo se expressa geométrica ou algebricamente, sendo ambas as expressões icônicas, porque geradoras de sua própria forma, a diagramáticas, porque deduzem apoditicamente outras relações como suas conclusões. A escolha do procedimento geométrico ou algébrico nada carrega de prejuízo ao elaborar matemático. O campo observacional oferecido pelo grafo facilita operações nas quais muitas possibilidades são visualizadas simultaneamente ou através de circuitos de observação igualmente múltiplos – e deve-se notar que Peirce reclamava a falta de um mecanismo que produzisse, a custo acessível, imagens estereoscópicas em movimento, onde melhor pudessem ser observadas as relações ideais. A álgebra apresenta-se igualmente diagramática, e sua disposição gráfica permite acompanhamento, passo a passo, da produção das conclusões (p.61).

Esses fenômenos, para Peirce (apud Santaella 1985), são

Qualquer coisa que esteja de algum modo e em qualquer sentido presente à mente, isto é, qualquer coisa que apareça, seja ela externa (uma batida na porta, um raio de luz, um cheiro de jasmim), seja ela interna ou visceral (uma dor no estômago, uma lembrança ou reminiscência, uma expectativa ou desejo) (p. 41).

Assim, a partir dos fenômenos é que Peirce elaborou suas três categorias de pensamento universais: primeiridade, secundidade e terceiridade. Essas categorias serão utilizadas para analisar as possíveis experiências sociais, ou seja, a observação dos fenômenos e suas utilizações no processo de construção do conhecimento matemático.

Nessa perspectiva, na presente pesquisa, a Semiótica trará subsídios teóricos para que possamos descrever as experiências vivenciadas, por meio da observação dos fenômenos e suas utilizações na constituição do conhecimento.

Para Santaella (1983), “para conhecer e compreender qualquer coisa, a consciência produz um signo, ou seja, um pensamento como mediação irrecusável entre nós e o fenômeno” (p.68) considerado como nossa interpretação. Segundo Mendes (2006, p.90) “um signo só é signo porque é interpretado por alguém, pelo intérprete e este cria um novo signo em sua mente, o *interpretante*, que é, na realidade, a idéia que o intérprete tinha do signo original.”

As atividades programadas e oferecidas aos nossos alunos precisam abordar processos criativos de resolução de problemas, pois as mesmas demandam raciocínios, estratégias e a elaboração de novas estratégias para alcançar a resolução de uma determinada situação. Devem ser atividades que envolvam o intérprete e o interpretante de maneira que não seja uma atividade mecanicamente resolvida. Através dessa interpretação, podemos observar e descrever as ações e reações do sujeito.

Conforme Miskulin, Martins e Mantoan (1996),

O sujeito que se dedica a resolver um problema, transforma uma ação em conhecimentos, quando compreende o procedimento aplicado. Por outro lado, a resolução de um problema propicia a transformação do conhecimento em ação, dado que, ao buscar uma solução ou uma nova interpretação do real, o sujeito aplica uma estrutura atemporal a uma situação particular (p. 3).

A compreensão de conceitos matemáticos se forma a partir de hipóteses e interpretações. Uma interpretação ocasiona e sugere uma outra interpretação gerando um ciclo em um processo dinâmico. O sujeito, para comunicar suas idéias ou interpretações, utiliza de várias representações.

Os esquemas representativos são opero-semióticos; eles aplicam operação a símbolos ou significantes mais do que a objetos e têm uma função inferencial, comportando aplicações práticas (antecipar, planificar, reconstruir), e teóricas (deduzir, explicar, remodelar) (MISKULIN; MARTINS; MANTOAN, 1996, p.10).

Estas representações podem ser expressas de diversas maneiras, como: imagens, desenhos, gestos e palavras. De acordo com Miskulin, Martins e Mantoan (1996), essas representações possuem uma *função instrumental* e uma *função semiótica*.

A representação possui uma função instrumental e um caráter de semiotividade. Ambas são complementares e indissociáveis. A semiotividade é abordada por diferentes modos de representação: gestos, imagem, linguagem, entre outros. A instrumentalidade da representação garante ao sujeito a possibilidade de refletir sobre os objetivos e meios com os quais atua. Na resolução de problemas, identifica-se uma mobilidade crescente de representações. Tal qualidade parece estar assegurada por um funcionamento

intermodal, isto é, por uma tradução de representações de uma modalidade para outra. É o que se observa quando o sujeito inventa procedimentos utilizando o gesto, a descrição verbal, ou o desenho.

A intermodalidade proporciona ao sujeito fazer as modificações necessárias para organizar suas idéias iniciais, vencer disparates, contradições frente às representações escolhidas e transforma as representações em “objetos que ajudam a pensar”, sobre os quais é possível operar. Observam-se progressos e também regressões temporárias quando um sistema de representação está sendo constituído pelo sujeito. Um dado conhecimento quando expresso por diferentes sistemas de representação torna-se cada vez mais compreensível ao sujeito. Quanto mais o sujeito conseguir concebê-los de diferentes perspectivas maior será a capacidade de sintetizá-lo (MISKULIN; MARTINS; MANTOAN, 1996, p.12).

Segundo (MISKULIN; MARTINS; MANTOAN, apud MENDES, 2006, p.92)

A instrumentalidade da representação garante ao sujeito um meio ou um processo de conseguir um fim, de chegar a um resultado, de elaborar uma estratégia de jogo. A função semiótica é abordada por diferentes maneiras de representação: imagens, linguagens, entre outros.

Ou seja, a função instrumental afirma que os conhecimentos precedentes são facilitadores no processo da construção do conhecimento matemático, e a função semiótica expõe como são feitas as representações das idéias dos alunos. É como se fosse uma tradução feita na forma de linguagens, imagens ou escrita.

Estas funções são pertinentes à nossa pesquisa, pois estaremos compreendendo como os signos se manifestam nas diferentes representações matemáticas, interpretando seus significados e, portanto, compreendendo as relações matemáticas conceituais, intrínsecas a essas representações.

Segundo Hildebrand (2001),

Entendemos que a relação entre a visualidade e a mentalidade não é tão trivial, como possa parecer. Se afirmarmos que a partir da imagem mental geramos uma imagem visual, devemos dizer que o processo de elaboração de conhecimento começa em abdução ao nível da quase consciência, quando temos a idéia ou, melhor dizendo, um insight. As diferenças entre estes dois tipos de signos se resolvem no interior do método de investigação científica e na relação sígnica, onde um representamen se faz signo em primeiridade e se relaciona com um objeto real ou mental expondo a sua segundidade. Já a mente interpretadora, através dos processos lógicos abduativo, dedutivo e indutivo, transforma estes signos em signos mais evoluídos e, assim, não há separação entre a percepção e o pensamento. E todo o raciocínio é um signo e todo conhecimento se faz através da percepção concretizando-se na ação deliberada, num processo contínuo de transformação do conhecimento (p. 103).

Assim sendo, apresentaremos, no próximo capítulo, as potencialidades didático-pedagógicas da visualização no processo de representação Semiótica do conhecimento matemático, objetivando compreender como a visualização e a representação influenciam na representação Matemática e vice-versa, em uma perspectiva Semiótica.

CAPÍTULO II

AS POTENCIALIDADES DIDÁTICO-PEDAGÓGICAS DA VISUALIZAÇÃO NO PROCESSO DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO

No presente capítulo, trataremos das potencialidades didático-pedagógicas da visualização no processo de representação do conhecimento matemático, na perspectiva da Semiótica. O objetivo de fazermos um capítulo como este consiste em traçarmos alguns caminhos que nos ajudem na compreensão dos processos de visualização e representação e suas possíveis influências na exploração e constituição de conceitos matemáticos.

2.1 – VISUALIZAÇÃO GEOMÉTRICA

A Matemática pode ser considerada um sistema de signos que, através do nosso modo de pensar, criar e agir, integra as ações humanas. Para a compreensão e construção de qualquer raciocínio matemático, faz-se necessário observarmos os fenômenos, analisando semelhanças e diferenças das imagens matemáticas. Segundo Peirce (apud Hildebrand, 2001, p.19), “as imagens são representações dos modelos que concebemos mentalmente, isto é, são signos visuais que exteriorizam o comportamento de nossas idéias abstratas.” Assim, podemos afirmar que representamos somente aquilo que vemos e analisamos. As representações estão associadas a fatores estruturais da visualidade e às formas de elaboração do conhecimento humano. Constantemente, precisamos recorrer às imagens e suas respectivas representações para observarmos e construirmos novos conceitos.

Torna-se necessário então buscarmos os significados de alguns termos que serão apresentados ao longo da pesquisa. Segundo o Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa (2001, p. 2872), visualização significa: “ato ou efeito de visualizar; capacidade ou ato de formar na mente imagens visuais de coisas que não estão à vista, ou a imagem daí resultante; conversão de conceitos em formas visíveis; ato ou processo de tornar (algo) visível, perceptível à vista”.

A seguir, serão expostas algumas definições sobre visualização com diferentes significados. Dreyfus (apud Costa 2002, p. 169) afirma que a “visualização do ponto de vista

da educação matemática inclui duas direções: a interpretação e compreensão de modelos visuais e a capacidade de traduzir em informações de imagens visuais o que é dado de forma simbólica”. Guzmán (apud Costa 2002, p. 169), diz que a “visualização em matemática constitui um aspecto importante da actividade matemática onde se actua sobre possíveis representações concretas enquanto se descobrem as relações abstractas que interessam ao matemático”. Solano e Presmeg (apud Costa 2002, p.169) declaram que a “visualização é a relação entre imagens”. Zimmermann e Cunningham (apud Borba 2005, p.80) apontam que “a visualização em matemática é um processo de formar imagens (mentalmente, ou com papel e lápis, ou com o apoio da tecnologia) e usa-as como alvo para obter uma melhor compreensão matemática e estimular o processo de descoberta matemático.”¹⁷

Costa (2000) afirma que o termo visualização possui conotações diversas, podendo referir-se à mente do aluno ou a algum meio, além de ser conceituada como um processo entre esses dois domínios. O ato de visualizar e a visualização são interpretados de diferentes maneiras e variam de acordo com o contexto. Vale então conceituar visualização e visualizar no presente contexto. Segundo o Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa (2001, p. 2872), visualizar significa: “tornar visual, convertendo (algo abstrato) em imagem mental ou real; tornar (algo) visível mediante determinado recurso; formar uma imagem visual mental de (algo que não existe ou que não está diante dos olhos)”. Nesse mesmo dicionário, visualização significa: “ato ou efeito de visualizar; capacidade ou ato de formar na mente imagens visuais de coisas que não estão à vista, ou a imagem daí resultante; conversão de conceitos em formas visíveis; ato ou processo de tornar (algo) visível, perceptível à vista.”

Representação, a partir do dicionário de filosofia¹⁸, quer dizer:

Vocábulo de origem medieval que indica imagem, ou *idéia*, ou ambas as coisas. O uso desse termo foi sugerido aos escolásticos pelo conceito de conhecimento como “semelhança” do “objeto”. “Representar algo”-dizia S. Tomás de Aquino – “significa conter a semelhança da coisa” (*De ver.*, q. 7, a 5). Mas foi principalmente no fim da escolástica que esse termo passou a ser mais usado, às vezes para indicar o significado das palavras. Ockham distinguia três significados fundamentais: “Representar tem vários sentidos. Em primeiro lugar, designa-se com este termo aquilo por meio do qual se conhece algo; nesse sentido, o conhecimento é representativo, e representar significa ser aquilo com que se conhece alguma coisa. Em segundo lugar, por representar entende-se conhecer alguma coisa, após cujo conhecimento conhece-se outra coisa; nesse sentido, a imagem representa aquilo de que é imagem, no ato de lembrar. Em terceiro lugar, por representar entende-se

¹⁷ Borba 2005, p. 80 – “Zimmermann and Cunningham (1991) point out that visualization in mathematics is a process of forming images (mentally, or with paper and pencil, or with the aid of technology) and using them with the aim of obtaining a better mathematical understanding and stimulating the mathematical discovery process.”

¹⁸ ABBAGNANO, N. Dicionário de filosofia, p. 853

causar o conhecimento do mesmo modo como o objeto causa o conhecimento” (Quodl., IV, q.3). No primeiro caso, a R. é a *idéia* no sentido mais geral; no segundo, é a *imagem*; no terceiro, é o próprio *objeto*.

O significado de Conceito, segundo o dicionário de filosofia¹⁹ é:

Em geral, todo processo que torne possível a descrição, a classificação e a previsão dos objetos cognoscíveis. Assim entendido, esse termo tem significado generalíssimo e pode incluir qualquer espécie de sinal ou procedimento semântico, seja qual for o objeto a que se refere, abstrato ou concreto, próximo ou distante, universal ou individual, etc.

E por último, buscamos o significado da palavra Imagem, que segundo o dicionário de filosofia²⁰, quer dizer:

Semelhança ou sinal das coisas, que pode conservar-se independentemente das coisas. Aristóteles dizia que as I. são como as coisas sensíveis, só que não tem matéria (*De an.*, III, 8, 432 a 9). Neste sentido a I. é: 1º produto da imaginação; 2º sensação ou percepção, vista por quem a recebe. Neste segundo significado, esse termo é usado constantemente tanto pelos antigos quanto pelos modernos. Os estóicos distinguiram os dois significados empregando duas palavras diferentes: denominavam imaginação a I. que o pensamento forma por sua conta, como acontece nos sonhos, e I. a marca que a coisa deixa na lama, marca que é uma mudança da própria alma. A I. propriamente dita é “aquilo que é impresso, formado e distinto do objeto existente, que se conforma à sua existência e por isso é o que não seria se o objeto não existisse (Dióg. L., VII, 50). Desse ponto de vista, as I. podem ser sensíveis e não sensíveis (como as das coisas incorpóreas); racionais ou irracionais (como as dos animais) e artificiais ou não artificiais (Dióg. L., VII, 51). Conceito igualmente geral da I. era o dos epicuristas, que admitiam a verdade de todas as I. porquanto produzidas pelas coisas: pois o que não existe não pode produzir nada (Dióg. L., X 32).

Transpondo essas idéias para o contexto da Educação Matemática no processo de resolução de um problema geométrico, o aluno busca, primeiramente, um valor numérico que esteja relacionado a uma fórmula ensinada anteriormente. Muitas vezes, um aluno, ao encontrar-se diante de um problema para resolvê-lo, coleta dados imediatos e segmentados do exercício, não conseguindo parar e analisar a proposta da atividade como um todo. Essa concepção deve ser mudada e, como educadores matemáticos, devemos propor um ensino no qual o aluno possa desenvolver a capacidade de visualizar um objeto como um todo e não como uma parte. Ao visualizar o objeto, esse aluno irá interpretar o que vê e, conseqüentemente, retomará a imagem mental desse objeto. No momento em que essa imagem mental for constituída, ela será relacionada, por esse aluno, com os dados do problema.

¹⁹ *Ibid.*, p. 164

²⁰ *Ibid.*, p. 537

Tomemos como exemplo, uma possível resolução de um problema proposto em um livro didático²¹: *Calcule a terceira dimensão de um paralelepípedo, sabendo que duas delas medem 4 cm e 7 cm e que sua diagonal mede $3\sqrt{10}$ cm.* Ao buscar uma solução para esse problema, esse aluno identificará os valores numéricos do enunciado e os relacionará à fórmula $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ que ele já conhece. Possivelmente, essa seria uma estratégia de resolução desenvolvida pelo aluno:

$$3\sqrt{10} = \sqrt{4^2 + 7^2 + c^2}$$

$$3\sqrt{10} = \sqrt{65 + c^2}$$

$$90 = 65 + c^2$$

$$25 = c^2$$

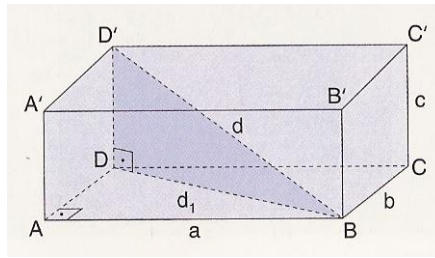
$$c = 5 \text{ cm}$$

Observe que se o aluno interpretasse o enunciado do problema, associando a imagem da figura em estudo, ele seria capaz de elaborar hipóteses que buscassem uma solução para o problema, utilizando seu raciocínio lógico e não apenas repetindo mecanicamente uma resolução que, provavelmente, já lhe fora apresentada em outros momentos, na sala de aula. Esse processo faz com que o aluno pense que, em Matemática, a resolução de problemas se processa apenas com a simples aplicação da fórmula e não por meio de uma interpretação prévia, seguida de uma análise comparativa e reflexiva, necessitando de uma visualização como um recurso necessário ao processo de compreensão. Se assim for, o aluno estará inserido em um contexto no qual pouco ou nada contribuirá para o raciocínio matemático. Torna-se necessário criarmos contextos pedagógicos, nos quais o aluno possa se envolver em processos de interpretação, visualização e representação dos conceitos matemáticos. Notamos que, nesse processo de raciocínio, a visualização possui um papel fundamental na compreensão dos conceitos matemáticos, pois ela auxilia na identificação dos elementos do problema.

Podemos citar como exemplo o seguinte desenvolvimento: o aluno associa os dados do problema à imagem mental que possui de um paralelepípedo²².

²¹ IEZZI, G. et al., (2001) Matemática: Ciência e Aplicações. São Paulo: Atual, p. 425.

²² A possível imagem mental a qual a sua representação está sugerida a seguir IEZZI, G. et al (2001) Matemática: Ciência e Aplicações. São Paulo: Atual, p.421.



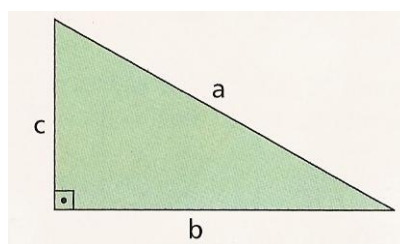
Representação de um paralelepípedo retirado do livro Matemática: Ciência e Aplicações (p. 421)

Supondo que as duas medidas dadas fossem a largura e comprimento da base desse paralelepípedo, a diagonal da base, pelo Teorema de Pitágoras, será:

$$d_1 = \sqrt{4^2 + 7^2}$$

$$d_1 = \sqrt{65}, \text{ no qual } x = d \text{ e } y = d_1$$

Voltando novamente à imagem mental de um paralelepípedo, verificamos que a diagonal do paralelepípedo poderá ser calculada pela aplicação do Teorema de Pitágoras. Pelo teorema de Pitágoras, podemos afirmar que em qualquer triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos. Generalizando temos: $a^2 = b^2 + c^2$ ou $d^2 = c^2 + d_1^2$



A hipotenusa (d) corresponde à diagonal do paralelepípedo, e os outros dois catetos (d_1) referem-se à diagonal da base, calculada anteriormente, e (c) à altura. Nessa linha de raciocínio, o elemento procurado é a altura do paralelepípedo que pode ser encontrada pelo Teorema de Pitágoras. Vejamos a seguir:

$$d^2 = d_1^2 + c^2$$

$$90 - 65 = c^2$$

$$c = 5 \text{ cm}$$

Apresentamos um exemplo de solução em que o aluno visualiza a imagem do paralelepípedo, interpreta os dados sugeridos pelo problema, utiliza seus conhecimentos prévios e faz uma inter-relação da imagem com os dados interpretados no problema.

Fainguelernt (1999) afirma que essa inter-relação é necessária.

(...) o ensino da Geometria, que não pode ser reduzido a aplicações de fórmulas e de resultados estabelecidos por alguns teoremas, se justifica pela preocupação com a descoberta de caminhos para a sua demonstração e também para a dedução de suas fórmulas, sem a preocupação do compromisso de se apoiar no processo exaustivo de formalização. (p. 20).

Nessa perspectiva, no presente capítulo, propomo-nos tecer algumas considerações a respeito dos processos de visualização e de representação, objetivando ressaltar suas potencialidades e limites na exploração e constituição do conhecimento matemático. Diversas pesquisas em Educação Matemática apontam a importância do desenvolvimento de processos de visualização em conjunto com os objetos do mundo real, com os objetos mais abstratos que envolvem conceitos e propriedades matemáticas. As concepções expostas a respeito de visualização e representação estão baseadas em alguns pesquisadores como: Fischbein (1993), Gutiérrez (1996), Kallef (1998), Faingueleernt (1999), Miskulin (1999), Costa (2000) e Borba (2005). A seguir, apresentaremos essa diversidade de concepções.

Fischbein (1993), em sua pesquisa, afirma que as imagens estimulam e apontam novas direções para o pensamento e que as figuras geométricas possuem tanto características conceituais quanto figurais. Em Gutiérrez (1996), a visualização na Geometria tridimensional ainda é pouco estudada, mas considera a visualização importantíssima para o processo de ensino-aprendizagem da Geometria, pois é por meio desta que se desenvolvem elementos visuais e espaciais necessários para a resolução dos problemas e provas de suas propriedades. Kallef (1998) afirma que a habilidade de visualização e representação são importantes componentes para a interpretação de informações, assim como para a compreensão de conceitos geométricos. Faingueleernt (1999) diz que no estudo da Geometria, a visualização apresenta sua importância por envolver processos mentais (percepção, representação, transformação, descoberta, construção, comunicação e reflexão), os quais podem ser transmitidos não só para a Matemática, mas também para outras áreas do

conhecimento. Miskulin (1999), trabalhando com Logo Tridimensional, recorre à visualização como um processo fundamental para que o sujeito compreenda os conceitos matemáticos relacionados à representação geométrica. Para Costa (2000), as diferentes terminologias são utilizadas com o mesmo significado e essa diversidade de uma mesma terminologia se deve à visualização, que é interesse de diferentes áreas. Na visualização, está inserida a percepção e a manipulação das imagens visuais. Nessa mesma perspectiva, Borba (2005) considera a visualização como uma ferramenta importante para o ensino da Matemática e pesquisas nessa área do conhecimento.

Van Hiele (apud KALLEF 1998) também pesquisou a visualização concluindo que para o desenvolvimento do pensamento em Geometria tornam-se necessários algumas ordens de hierarquia de procedimentos a serem seguidas no raciocínio matemático, pois para que seja atingido o nível de raciocínio seguinte é necessário que se tenha passado pelo nível anterior. Tais níveis não estão relacionados à idade do sujeito, mas ao desenvolvimento do raciocínio em Geometria, que progride em uma seqüência de níveis de conhecimento enquanto se aprende; por isso, a necessidade dos níveis. A seguir, cada nível será exposto pela ordem hierárquica:

1º Nível – Reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras geométricas por sua aparência global.

2º Nível – Análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades utilizando-as na resolução de problemas.

3º Nível – Necessidade de uma definição, de uma argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.

4º Nível – Domínio do processo dedutivo e das demonstrações; reconhecimento de condições necessárias e suficientes.

5º Nível – Capacidade de fazer demonstrações formais. Estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos.

A imagem mental concebida pelo ato de visualizar é formada pelo homem a partir da imagem visual e pode ser manipulada mentalmente, transformada e representada externamente.

Para Hildebrand (2001), a imagem mental e a imagem visual estão ligadas ao pensamento humano:

(...) os cientistas sempre estiveram interessados nas formas de representar da matemática e, mais recentemente, nas formas lógicas da própria linguagem. As *imagens visuais* geradas pelos axiomas e sistemas matemáticos e as *imagens mentais* produzidas com a intenção de adequar o nosso raciocínio lógico ao conhecimento desenvolvido nesta ciência, nos conduzem a uma linguagem que ao ser exteriorizada, aparenta ter total identidade com o pensamento humano. (p. 3).

Nesse sentido, é importante destacar que a visualização é o processo no qual acontece a interação das imagens mentais e das representações externas (ZIMMERMANN; CUNNINGHAM, apud GUTIÉRREZ, 1996, p.04).

Podemos notar que o aluno, ao observar e descrever um objeto, utiliza a visualização e, posteriormente, forma uma imagem mental que será utilizada na interpretação do problema proposto, como explicamos anteriormente neste capítulo. A visualização exige a descrição e a comparação das formas geométricas, resgatando as suas semelhanças e diferenças; isso possibilita a construção da imagem mental, levando o indivíduo a pensar no objeto geométrico na sua ausência. Esse aspecto é de fundamental importância na construção e exploração dos conceitos matemáticos. Nessa perspectiva, Kaleff (1998, p. 16) enfatiza que, no momento em que o indivíduo visualiza um objeto, ele adquire o controle das operações mentais. Assim, no contexto geométrico, a visualização consiste em um processo fundamental para que aconteça a constituição do conhecimento matemático.

Exemplificando essa concepção, podemos citar algumas atividades que podem ser trabalhadas com os alunos, com o objetivo de desenvolver o processo de ensino e aprendizagem da Geometria: reconhecer figuras planas, identificar uma determinada figura em diferentes posições, visualizar transformações e movimentos de uma imagem mental, relacionar um objeto com sua representação gráfica, relacionar as semelhanças e diferenças entre objetos e suas representações. No decorrer dessas atividades, o aluno, ao recorrer à visualização, executa diferentes processos mentais, gerando outras imagens, que poderão orientá-lo na representação do objeto e assim, sucessivamente.

Gutiérrez (1996) limita e integra os conceitos e definições da visualização, idealizados por diversos autores, a uma única rede restrita ao contexto matemático. Para esse mesmo autor, a “visualização” é considerada “como o tipo de atividade de raciocínio baseada no uso de elementos visuais e espaciais, tanto mentais como físicos, desenvolvidos para resolver problemas ou provar propriedades” (GUTIÉRREZ, 1996, p.8). Assim, esse mesmo autor afirma ainda que a visualização é integrada por quatro principais elementos: Imagem Mental, Representação Externa, Processo de Visualização e Habilidades de visualização.

A Imagem Mental “é qualquer tipo de representação cognitiva de um conceito matemático ou propriedade, por meio de elementos visuais ou espaciais.” (GUTIÉRREZ, 1996, p. 8) Esse mesmo autor afirma que apenas algumas imagens mentais são indispensáveis para resolver certos tipos de problemas. Dentre elas, ele cita a imagem “concreta (“figuras na mente”), cinestésicas (“Aqueles imagens que são criadas, transformadas ou comunicadas com a ajuda de movimentos físicos”) e dinâmicas (“Aqueles imagens com movimento na mente”) (GUTIÉRREZ, 1996, p.6). A Representação Externa é outro elemento que compõe a visualização. “É qualquer tipo de representação gráfica ou verbal de conceitos ou propriedades incluindo figuras, desenhos, diagramas, etc, que ajuda a criar ou transformar imagens mentais e fazer raciocínio visual.” (GUTIÉRREZ, 1996, p. 8). O “Processo” de visualização é o elemento seguinte que compõe a visualização. “É uma ação física ou mental, onde imagens mentais estão envolvidas. Há dois processos desenvolvidos em visualização: “interpretação visual da informação” para criar imagens mentais, e “interpretação de imagens mentais para gerar informação”. (GUTIÉRREZ, 1996, p. 8) O primeiro processo, “interpretação visual de informação”, corresponde à habilidade de processar o visual, e o segundo processo, “interpretação de imagens mentais”, corresponde à habilidade de interpretar a informação figural. O último elemento que forma a visualização são as Habilidades de visualização. São as habilidades que deveriam ser adquiridas e desenvolvidas na aplicação dos “(...) processos necessários com imagens mentais específicas para um problema dado.” (GUTIÉRREZ, 1996, p. 8).

Todos esses elementos são de grande importância no processo de resolução de problemas que são propostos por professores na sala de aula. O processo de visualização abrange as imagens mentais, criando-as e interpretando-as. O aluno que consegue abstrair a imagem mental nem sempre necessita do objeto em mãos para resolver um problema. A representação externa é o modo como o indivíduo apresenta o conhecimento já constituído na mente, podendo, por meio dessa representação, formar novos conceitos e transformar essas imagens mentais.

Essas habilidades de visualização tornam o aluno hábil na utilização das imagens mentais ao resolver os problemas que lhe foram propostos. Uma pessoa, ao buscar uma solução para um problema matemático, necessita desenvolver algumas habilidades visuais que podem variar de acordo com as características desse problema. As principais habilidades a serem trabalhadas são sugeridas por Gutiérrez (1996, p.9). Assim, essas habilidades são:

percepção da figura-chão, constância perceptiva, rotação mental, percepção de posições espaciais, percepção de relacionamentos espaciais e discriminação visual.

De acordo ainda com Gutierrez, a percepção da figura-chão é uma “habilidade de identificar uma figura específica”. A constância perceptiva é a habilidade de identificar propriedades (do objeto real ou da imagem mental) diferentes das características como cor e tamanho. A rotação mental é a habilidade de visualizar movimentos e produzir imagens mentais. A percepção de posições espaciais é a “habilidade de relacionar um objeto, figura ou imagem mental a si mesmo”. A percepção de relacionamentos espaciais é “a habilidade de relacionar vários objetos, figuras e/ou imagens mentais umas as outras, ou simultaneamente a si mesmas”. A discriminação visual é a “habilidade de comparar objetos, figuras e/ou imagens mentais para identificar similaridades e diferenças entre eles”.

Conforme Gutiérrez (HILDEBRAND, 2007)²³, as imagens são: Imagens Mentais, Representação Externa, Processos de Visualização e Habilidades de Visualização. Hildebrand acredita que as Imagens são: Mentais, Visuais e Conceituais. “*As Imagens Mentais são as mesmas de Gutiérrez*”, afirma ele, são imagens percebidas por suas qualidades. São Representações (Quase-Signos) que se formam na mente com pensamento-signo. São Representações que se apresentam internamente. São estados de consciência que ainda não estão externalizadas. São vagas e fluídas e saltam aos nossos olhos, pois são admiráveis sem uma qualidade determinada. Já as Imagens Visuais são aquelas que se concretizam, pois estão diretamente associadas às Representações Externas (GUTIÉRREZ, 1996, p.8). São representações verbais, gráficas e escritas que se apresentam pelas formas. Concretizam-se em gráficos, imagens reais, diagramas, esquemas, enfim, são organizadas através dos meios artesanais, mecânicos e eletrônicos.

A mediação transforma estes tipos de imagens em elementos concretos. Mesmo quando são atualizadas por algum tipo de meio de comunicação ou produção.

Finalmente, segundo Gutiérrez, observamos as imagens pelo Processo de Visualização e pelas Habilidades de Visualização. Acreditamos que essas imagens são as Imagens Conceituais, pois são observadas através do processo interpretativo. Como o próprio Gutiérrez afirma, são as “interpretações das imagens mentais” e como tal são imagens que se organizam através dos modelos lógicos que as estruturam. São processos interpretativos.

Transpondo essas concepções para a Matemática, podemos dizer que quando observamos a Matemática como uma linguagem de comunicação ou de produção e

²³ Sugestões apresentadas na ocasião do Exame de Qualificação do presente trabalho de pesquisa.

reprodução de conhecimento, observamos os signos pelas suas qualidades (imagens mentais). Quando estamos a relacioná-la às outras linguagens, estamos concretizando as imagens mentais em imagens visuais (verbais, visuais e escritas – os signos escritos são antes imagens gráficas). E, finalmente, quando associamos os conceitos às imagens mentais e visuais estamos, por meio dos processos operatórios, realizando interpretações e dando significações às imagens. O processo de abstração de uma imagem parece ser a etapa final de um processo e inicial de outro processo de significação. De fato, este é o processo de semiose, que se torna cíclico e infinito, como acontece também com a constituição sógnica.

No contexto da prática docente, observamos que grande parte de nossos alunos não possuem essas habilidades e que elas precisam ser desenvolvidas na sala de aula.

Segundo os PCNs (1999):

... as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca. Essas competências são importantes na compreensão de espaço e construção de modelos para interpretar questões da Matemática e de outras áreas do conhecimento. De fato, perceber as relações entre as representações planas nos desenhos, mapas e na tela do computador com os objetos que lhes deram origem, conceber novas formas planas ou espaciais e suas propriedades a partir das representações são essenciais para a leitura do mundo. (p.257).

O aluno, em geral, no ensino tradicional, não utiliza a prática visual ao resolver problemas na sala de aula de Matemática. Tal fato acontece, pois muitas vezes os professores não oferecem atividades que trabalham a organização de dados, a classificação, a simplificação, a abstração, as análises, as combinações, os reajustes, dentre outros. Esses motivos podem contribuir para que a aprendizagem da Matemática torne-se complexa no contexto escolar.

Um ensino que seja baseado na visualização exige, do profissional da Educação, uma reflexão e uma reavaliação de suas ações pedagógicas, para que ele esteja preparado e disposto a repensar sobre as suas metodologias. Além disso, o educador necessita ter a consciência de que o raciocínio do aluno deverá ser analisado e avaliado, no sentido de respeitar sua maneira de pensar e resolver as questões, desde que haja coerência entre suas resoluções e os dados do problema proposto. É papel do professor, estimular o aluno a criar suas próprias hipóteses, para resolvê-las sem buscar as resoluções anteriormente aprendidas, quando as aplicava de modo mecânico nas resoluções das questões. O professor pode ser o

mediador desse processo de compreensão matemática, favorecendo a aprendizagem. Grande parte dos educadores imagina que seus alunos estejam no estágio da abstração quando chegam ao Ensino Médio, além de acreditarem que esses alunos estão aptos a resolverem problemas, organizarem dados, classificarem, simplificarem, abstraírem, analisarem, dentre outros. Portanto, é necessário trabalhar com materiais concretos desde a pré-escola para que a abstração seja desenvolvida, pois dessa maneira, os indivíduos compreenderiam e visualizariam, retomando a imagem mental com mais facilidade. Os PCNs também defendem essa idéia:

A essas concepções da Matemática no Ensino Médio se junta a idéia de que, no Ensino Fundamental, os alunos devem ter se aproximado de vários campos do conhecimento matemático e agora estão em condições de utilizá-los e ampliá-los e desenvolver de modo mais amplo capacidades tão importantes quanto a abstração, raciocínio em todas as suas vertentes, resolução de problemas de qualquer tipo de investigação, análise e compreensão de fatos matemáticos e de interpretação da própria realidade. (PCNs 1999, p.252).

É importante ressaltar que a abstração facilita a compreensão de conceitos necessários para fazer argumentações, tirar conclusões e tomar decisões na vida pessoal e profissional do indivíduo. O aluno, ao lançar mão de processos de visualização, pode construir e relacionar pensamentos, comportamentos e sentimentos, em diferentes espaços e tempos e em contextos de ensino e aprendizagem da Matemática. Neste trabalho, essas considerações estão sendo apontadas para evidenciar a importância da visualização no contexto escolar, já que a visualização possibilita ampliar a visão da Matemática dos alunos.

No próximo Item deste Capítulo, estaremos expondo o mérito da representação na formação do conceito e, assim sendo, explicitaremos a inter-relação entre a visualização e a representação do conhecimento matemático.

2.2 – REPRESENTAÇÃO DO CONHECIMENTO GEOMÉTRICO

Ao expressarmos visualização anteriormente, afirmamos que alguns elementos integram a visualização e, dentre eles, citamos a representação externa. “Representação Externa é qualquer tipo de representação gráfica ou verbal de conceitos ou propriedades incluindo figuras, desenhos, diagramas etc, que ajuda a criar ou transformar imagens mentais e fazer raciocínio visual” (GUTIÉRREZ, 1996, p. 8).

Essas representações, na aprendizagem da Geometria, destacam-se pela sua grande importância no desenvolvimento do pensamento matemático, na construção dos conceitos, assim como na elaboração de representações envolvendo esses conceitos.

Pallascio (apud Fainguelernt, 1999, p.57) enfatiza a importância da representação na conceitualização do real. Para ele, a representação visual se destaca em duas linhas: por um lado, organiza e modela as etapas do processo e, por outro, refere-se à imagem mental.

Ao fazermos diferentes representações, descobrimos relações diversas e características novas de uma idéia e, assim, podemos construir o conhecimento. Segundo Arcavi (apud Fainguelernt, 1999, p.59) “aprender e compreender Matemática significa ter a capacidade de trabalhar com diferentes representações de uma mesma idéia, realizando conexões entre elas e sabendo identificar bem as restrições”. Dessa forma, quando somos capazes de representar uma mesma idéia de diferentes maneiras e relacioná-las a diversos contextos, podemos dizer que estamos no caminho da construção do conhecimento, pois para construirmos um conceito, faz-se necessário explorar as representações de um determinado dado ou objeto concreto. A partir dessa exploração é que passamos para o processo de abstração e generalização. Fainguelernt (1999, p.51) afirma que a Geometria deve ser trabalhada desde os primeiros anos de escolaridade, por se tratar de uma ciência empírica que possibilita ao indivíduo construir caminhos na passagem das operações concretas para as operações abstratas. Daí a importância de se trabalhar com a exploração, descrição do espaço e representação desse espaço desde a pré-escola.

Segundo essa mesma autora,

Inicialmente para “aprender Matemática” é preciso “fazer Matemática” gradativamente. Neste fazer Matemática estão implícitas as representações que desempenham um importante papel. (...) É fundamental partir da percepção e intuição de dados concretos e experimentais, explorar as representações, as aplicações, desenvolver o raciocínio lógico para, só então, chegar aos processos de abstrações e de generalizações. Para construir o Saber Matemático, partimos do Saber Fazer, trabalhando com as representações e sobre as representações (1994, p. 1).

As diferentes atividades que envolvem a representação desenvolvem a criatividade e a imaginação dos alunos, processos de raciocínios importantíssimos para a construção e exploração de conceitos matemáticos. Segundo Fainguelernt (1999, p.59) “a imaginação interna está ligada à mente e pode ser representada pela imaginação externa, que está ligada à representação.” Por exemplo, na construção de conceitos, temos inúmeras atividades que podem ser aplicadas envolvendo imaginação externa, que são as representações da imaginação interna. É necessário que essas atividades originem diferentes representações,

pois essas representações materializam uma informação ou um dado transmitido, necessário nas resoluções dos exercícios.

Voltemos ao problema citado anteriormente no item 2.1. Calcule a terceira dimensão de um paralelepípedo, sabendo que duas delas medem 4 cm e 7 cm e que sua diagonal mede $3\sqrt{10}$ cm.

Ao resolvermos um problema como esse, poderemos mediar a interpretação do aluno e criar um contexto propício para que ele visualize a imagem do paralelepípedo. Em seguida, pedir que ele interprete os dados oferecidos pelo problema, associando-os aos seus conhecimentos prévios e, finalmente, incentivá-lo a fazer a inter-relação da imagem com a interpretação dos dados do problema. Além do que foi apresentado, sugerimos ainda o uso da representação da imagem mental do objeto.

O aluno, ao procurar “enxergar” o objeto, utiliza a interpretação das imagens mentais. Segundo Miskulin (1999),

Nesse exercício mental de interpretação, estão igualmente envolvidos os processos cognitivos dos estudos relativos às Abstrações, pois, além do usuário “ter em mente” o que vai representar, deverá refletir sobre seu modo de pensar, e tentar explicitar as imagens produzidas até chegar a executá-las e conceituá-las, segundo seu nível de estruturação mental. (p.283).

Quando conseguimos representar o que falamos, essa representação facilita a compreensão e a formação do conceito, sendo que ao representarmos fazemos nova inter-relação entre a imagem mental e assim, sucessivamente, são produzidas outras interpretações e representações.

Zimmermann e Cunningham (apud BORBA, 2005, p. 90), afirmam que para alcançar a compreensão matemática “é necessário levar em conta a visualização que é normalmente associada com a representação gráfica e que não acontece como um tópico isolado, mas dentro de um contexto matemático que também inclui representações numéricas e simbólicas.”²⁴

As representações podem ser internas ou externas. As representações internas são manipuladas mentalmente através do ato de processar informações verbais ou visuais, e as representações externas são as não mentais, aquelas que surgem quando manipulamos objetos e podem ser desenhadas ou escritas.

²⁴ Borba 2005, p. 90 “ Zimmermann and Cunningham (1991) indicate that, to reach that comprehension, it is necessary to take into account that visualization, which is usually associated with graphical representations, occurs not as an isolated topic, but inside a mathematical context that also includes numerical and symbolic representations.”

Precisamos trabalhar com nossos alunos tanto a representação interna quanto a externa ao mesmo tempo, sugerindo que eles explorem os objetos, observando suas semelhanças e diferenças, representando-os, interpretando-os e gerando hipóteses, criando um contexto de ensino favorável à formação dos conceitos matemáticos. Sabemos que essa é a maior dificuldade encontrada no contexto escolar, pois nem todos os alunos conseguem fazer representações da forma correta. Os alunos não conseguem relacionar um objeto geométrico desenhado no livro ou a imagem de um objeto na tela de um computador como uma representação real dos objetos. Nesse caso, é necessária a presença do objeto construído em madeira, papel ou outro material para a construção da imagem mental.

Kaleff (1998) enfatiza essa importância, quando diz que:

Devemos estar atentos para o fato de que, no caso do aluno necessitar visualizar um objeto geométrico, como, por exemplo, um poliedro, um modelo concreto desse objeto construído em madeira, papel-cartão ou outro material, pode servir de representação para gerar uma imagem mental. Esta primeira imagem inicia um processo de raciocínio visual no qual, dependendo das características do objeto, o aluno recorre à habilidade da visualização para executar diferentes processos mentais, gerando outras imagens mentais ou representações do objeto. Estas representações podem ser expressadas através de um desenho ou outro modelo concreto do objeto geométrico em questão. (...) é aconselhável que se leve o aluno a vivenciar experiências com diversos materiais concretos manipulativos, a fim de que ele possa ter a oportunidade de encontrar o meio material que seja mais apropriado à sua percepção sensorial e que mais aguçe sua curiosidade. (p.17).

O uso desses materiais concretos manipulativos faz com que os alunos vivenciem o processo de abstração e generalização com mais facilidade.

Convém lembrar que a atividade de representar um objeto exige que o indivíduo o “mentalize” e que faça interpretações mentais sobre esse objeto. Outra questão relevante: antes de fazer uma representação e uma interpretação, é necessário que tenha existido uma visualização do objeto. Então podemos afirmar que visualizar e representar são atividades muito complexas, segundo Miskulin (1999),

Constata-se que a representação e a construção de objetos bidimensionais e tridimensionais no espaço constituem uma tarefa complexa que exige do usuário raciocínios abstratos e processos de codificação e decodificação dos elementos que compõem esses objetos representados no plano. (p.288).

Miskulin (1999, p. 246) ainda considera que alguns fatores também interferem diretamente na representação de um sólido num ambiente bidimensional. Como exemplos, consideramos “a complexidade do objeto a ser representado, a habilidade do usuário em

visualizar, de antemão, a projeção desse sólido, no plano desejado, segundo um rigor aceitável para quem for visualizá-la (...).”

O indivíduo, ao construir objetos que informe conceitos espaciais, está, concomitantemente, visualizando um espaço tridimensional. Nesta perspectiva, Miskulin (1999), afirma que:

A representação das principais propriedades da forma de um objeto, em uma superfície plana, não se constitui em uma tarefa simples, pois o conceito visual de qualquer objeto que possua volume, somente pode ser representado em um meio tridimensional. Assim sendo, quando se desenha um objeto sobre uma superfície plana, o que se obtém é uma “tradução” deste objeto, ou seja, a representação por meios bidimensionais de alguns fatores estruturais, essenciais ou particulares, do conceito visual. (p. 273).

Tal descrição se torna mais complexa por envolver objeto, imagem mental, conceito e a representação. O objeto por possuir elementos que são manipuláveis, a imagem mental e o conceito por serem elementos mais complexos de raciocínio abstrato, a imagem mental por ser um elemento base na realização de uma representação de objetos no espaço. Nessa perspectiva, Miskulin (1999, p. 283) enfatiza que “A representação em perspectiva dos objetos tridimensionais também se processa nas imagens que são geradas pelos olhos”.

Assim, Miskulin; Martins; Mantoan, (1996), consideram que a representação possui uma dimensão semiótica e um caráter instrumental.

Ambos são complementares e indissociáveis. A semioticidade é abordada por diferentes modos de representação: gestos, imagem, linguagem, entre outros. A instrumentalidade de representação garante ao sujeito a possibilidade de refletir sobre os objetivos e meios com os quais atua. (p. 11).

O indivíduo utiliza de gestos, imagens, linguagens, entre outros procedimentos, para procurar compreender um problema proposto. Frente às representações feitas, o sujeito reflete sobre a maneira como resolver tal atividade.

Observam-se progressos e também regressões temporárias quando um sistema de representações está sendo constituído pelo sujeito. Um dado conhecimento quando expresso por diferentes sistemas de representação torna-se cada vez mais compreensível ao sujeito. Quanto mais o sujeito conseguir concebê-los de diferentes perspectivas maior será a capacidade de sintetizá-lo. (MISKULIN; MARTINS; MANTOAN 1996, p. 11).

Recorremos aos trabalhos de Frege (apud Fainguelernt, 1999, p. 35), Fischbein (apud Fainguelernt, 1999, p. 35) e Vergnaud (apud Fainguelernt, 1999, p. 35), descrevendo um

pouco das teorias de cada um, que enfocam, em suas pesquisas, a importância da visualização e da representação na formação de conceitos.

Em sua pesquisa, Frege identifica-se com uma preocupação ao fazer a construção precisa de conceitos. Para esse mesmo autor, “o conceito pertence ao nível do conhecimento da idéia, é lógico, tem extensão, denotação e é referente, enquanto que a imagem ou representação pertence ao nível da imaginação” (apud FAINGUELERNT, 1999, p. 38). Frege ainda afirma que a formação do conceito acontece através da representação dele com a imaginação e assim é possível concluir que o ato de pensar induz à sua formação, enquanto que o imaginar representa o conceito.

A teoria de Fischbein traz também contribuições referentes à construção de conceitos afirmando que, nessa construção, estão presentes a intuição cognitiva, assim como a visualização, a percepção e a representação. O conhecimento intuitivo é aceito como certo ou errado, mas não está baseado nas experiências empíricas. A visualização está ligada às cognições intuitivas e, na maioria das vezes, a representação visual também.

A teoria de Vergnaud (apud, FAINGUELERNT, 1999, p. 43), traz contribuições acerca da conceituação de real. Para analisar a formação e os processos de transmissão do conhecimento, o conceito de representação é essencial. A representação está diretamente ligada à experiência social, individual, organizada, aberta e discursiva.

Notamos, nas três teorias citadas acima, a importância da representação e da visualização na construção dos conceitos. Nessa perspectiva, Fischbein (apud FAINGUELERNT, 1999, p.53), afirma que a representação visual identifica o conhecimento intuitivo, e o conhecimento intuitivo apóia a visualização. Fischbein acrescenta ainda, “que aquilo que visualmente não conseguimos imaginar, dificilmente percebemos mentalmente”. Assim, torna-se fundamental que o professor apresente materiais concretos nas aulas de matemática, pois é por meio desse material concreto que a imagem mental do objeto será formada.

O aluno, possuindo a imagem mental de um sólido, por exemplo, conseguirá representá-lo. Apoiados nessa afirmação, podemos dizer que a Geometria está relacionada diretamente com o conhecimento intuitivo, pois o aluno, ao realizar a tarefa de representar um sólido qualquer, deixa de lado as fórmulas e os algoritmos, as leis e os teoremas pertencentes à Geometria e encontra soluções para os problemas. Como conseguimos imaginar somente o que percebemos mentalmente, o exercício de observação, descrição, representação e análise das formas geométricas favorecem a formação de imagens mentais e são estímulos tanto

visuais quanto mentais que contribuem para o desenvolvimento da capacidade de visualização e representação, fundamentando o pensamento geométrico.

Para Hildebrand (2001),

A principal atividade da matemática é descobrir as relações internas dos sistemas, sem identificar a que objetos ela se refere. Para isto, os estudiosos sempre estiveram preocupados com todos os tipos de representações que comportam a matemática, em particular, estiveram às voltas com as relações sógnicas no interior da própria linguagem, preocupando-se com os estímulos visuais e mentais que recebiam desta ciência, isto é, as “*imagens matemáticas*” e as “*imagens mentais*” criadas no interior desta ciência. (p.12).

De acordo com Hildebrand, fica evidente que os estímulos visuais e mentais são essenciais para a formação da imagem mental. Devemos retomar o que foi dito anteriormente a respeito da importância da visualização e representação no processo de formação de conceitos matemáticos. (p.12). Assim sendo, neste presente trabalho, investigamos as inter-relações entre a visualização e a representação das formas geométricas e suas influências no processo da constituição dos conceitos matemáticos, com o objetivo de apresentar aos educadores outras perspectivas de se ensinar e aprender Matemática.

Apresentaremos a seguir, nessa mesma linha de pensamento, o aspecto figural e o aspecto conceitual que uma figura geométrica pode assumir na concepção de Fischbein (1993).

2.3 – ASPECTO FIGURAL E CONCEITUAL

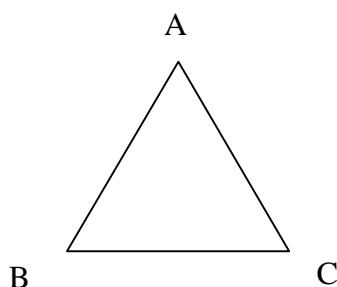
As concepções expostas, a seguir, baseiam-se no trabalho de Fischbein (1993), que possibilita compreender o processo de construir e representar um conceito matemático. O autor considera figuras geométricas como entidades que possuem simultaneamente propriedades conceituais e figurais. Uma mesma figura geométrica pode ter tanto propriedades conceituais quanto propriedades figurais e, nessas relações, as imagens estimulam novos pensamentos e os conceitos dominam o rigor formal.

Consideramos conceitos como idéias abstratas caracterizados como uma representação de idéias de um objeto ou até mesmo a expressão. Imagem (considerada como uma imagem mental) é uma “representação sensorial de um objeto ou fenômeno” (FISCHBEIN, 1993, p.01). Ao visualizar o desenho de um objeto geométrico em um livro ou quadro-negro, ou até mesmo no computador, precisamos saber se o aluno, ao ver a representação desse objeto, consegue conceituá-lo e não apenas reconhecê-lo como uma simples figura. Como exemplo,

apresentamos aos alunos a imagem do cubo e pedimos que eles a nomeiem. Frequentemente, uma grande parte desses indivíduos responde que essa imagem é um quadrado; isso acontece porque eles ainda não possuem os conceitos necessários para reconhecer as diferenças entre o cubo e o quadrado. Esse fator é visto como uma grande dificuldade pelos alunos e até mesmo por alguns profissionais.

Segundo Fischbein (1993, p.3), um objeto geométrico não se destaca apenas por seus aspectos conceituais, mas também pelo aspecto figural, pois nesse processo de descrição, fazem-se necessários tanto a sua forma (aspecto figural) como as propriedades conceituais, relacionando aos conceitos matemáticos. A imagem visual é extremamente importante, pois ela possui uma propriedade que os conceitos, usualmente, não possuem, isto é, a imagem inclui a representação mental das propriedades do objeto.

Vejam um exemplo citado por Fischbein (1993, p.02). Considere um triângulo isósceles, ABC com $AB = AC$, como na figura abaixo.



Queremos provar que $AB = AC$. Invertendo o lado AC para o lado esquerdo e AB para o lado direito e sobrepondo o triângulo invertido sobre o original, verificamos que o ângulo A continua o mesmo; AB e AC terão a mesma extensão; AC coincidirá perfeitamente com AB do lado esquerdo e AB e AC coincidirão exatamente do lado direito. Verificamos então que o triângulo invertido e o triângulo original coincidirão. Como consequência, afirmamos que AB e AC deverão ser iguais. Certos conceitos foram utilizados nesta prova, tais como: a igualdade dos dois lados AB e AC, os conceitos de ponto, lado, ângulo e triângulo e o processo de inversão, entre outros. No mesmo momento, as informações figurais foram empregadas.

Vamos considerar o centro (núcleo) da prova, que é a operação de separar o triângulo ABC de si mesmo e invertê-lo. Conceitos não podem ser separados, invertidos e igualados. Nós tratamos aqui de descrições de operações práticas, aparentemente. Mas, na realidade, é possível separar um objeto de si mesmo? Certamente, não. Tal operação não tem significado concreto. Nós tratamos de um mundo ideal, com significados ideais. Os

objetos aos quais nós nos referimos – pontos, lados, ângulos e as operações com eles – têm apenas uma existência ideal. Eles são de uma natureza conceitual. Ao mesmo tempo, eles têm uma natureza figural intrínseca: somente enquanto nos referimos à imagens podemos considerar operações tais como separar, inverter ou superpor (FISCHBEIN, 1993., p. 2).

Ao utilizarmos a operação de separar o triângulo ABC de si mesmo e invertê-lo, não tratamos de separar, inverter ou igualar conceitos, pois separar um objeto de si mesmo não tem um significado concreto. Assim, procuramos executar apenas operações práticas de um mundo ideal, com significados ideais porque pontos, lados, ângulos e as operações com o triângulo têm apenas uma existência ideal de natureza conceitual que nos leva a considerar que separar ou inverter referem-se apenas às imagens. Concluímos que, nesse triângulo, seus elementos e operações já citados não podem ser estimados apenas como puros conceitos nem como simples imagens comuns.

Segundo o mesmo autor, algumas propriedades diferenciam os aspectos conceituais dos aspectos figurais. A seguir, temos algumas dessas propriedades: a primeira relacionam-se às entidades que possuem qualidades conceituais como pontos, lados, triângulos e as operações. Os objetos materiais, como sólidos ou desenhos, são modelos materializados de entidades mentais com as quais os matemáticos lidam. Na segunda propriedade, temos um conjunto de entidades que possuem somente sentido conceitual, como as linhas, as retas, os círculos, os quadrados, os cubos etc.

A terceira propriedade abrange as entidades geométricas, como pontos, linhas e planos, que não possuem correspondentes reais, ou seja, sua existência não é reconhecida na realidade. É importante ressaltar que os objetos tridimensionais são reconhecidos em nossa vivência, e que o cubo ou a esfera, por exemplo, estão inseridos no campo das simples edificações mentais, sendo tridimensionais e não reais.

A quarta propriedade inclui qualquer forma de edificação. Por exemplo: ao utilizarmos desenhos, como o de certo triângulo ABC, para conferir algumas de suas particularidades, podemos relatar uma forma de ser de inúmeras classes de objetos e, mesmo quando desenhamos seus lados e ângulos, consideramos uma variedade de coisas manipuláveis. Essas edificações podem ser consideradas como uma reprodução daquilo que se pensa, assim como os conceitos, e nunca como reproduções mentais de objetos de consistências sólidas.

A quinta propriedade inclui a caracterização de algumas entidades, como ponto, reta, lados, apenas por suas qualidades conceituais, não sendo consideradas como objetos materiais

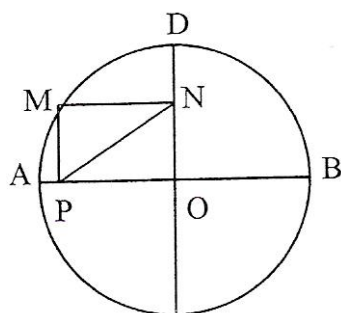
no processo do raciocínio matemático. Os objetos materiais, tais como sólidos ou desenhos, são somente modelos de entidades mentais. As entidades geométricas (pontos, linhas, retas, círculos, cubo etc) são consideradas no sentido conceitual, não são reais, mas são construções mentais. São representações, assim como os conceitos. Não existem e nem podem existir na realidade. Podemos exemplificar essa inexistência, como: os pontos são objetos de dimensão zero; linhas são objetos unidimensionais.

As propriedades das figuras geométricas são impostas ou originadas de definições. Um quadrado não é apenas uma imagem desenhada aleatoriamente, mas influenciada pela definição. Uma propriedade descoberta gera outra. Assim, uma figura geométrica não tem apenas uma natureza conceitual. São construções mentais com propriedades conceituais, mas também figurais. Uma imagem visual possui uma propriedade que a diferencia das conceituais. E ainda, uma imagem mental possui “a representação mental da propriedade de espaço.” (FISCHBEIN, 1993, p.3).

Ainda esse mesmo autor exemplifica propriedades conceituais e figurais referindo-se à conceituação de uma roda. Ao pensarmos em uma roda nos vem a qualidade de redondo, mas não apenas essa associação, como também a edificação da figura geométrica, o círculo. Portanto, ao solucionarmos um problema relacionado ao número de rotações por unidade de tempo ou o tempo gasto, por exemplo, concebemos uma representação abstrata da roda e não a própria imagem da roda ou o seu conceito. Os conceitos não se movimentam como a roda, e as imagens da roda não apresentam características próprias que são conjecturadas ao reproduzir os cálculos.

Assim, quando falamos na roda, logo nos vem à mente a idéia de um objeto redondo, mas ao resolvermos uma situação, como o problema sugerido anteriormente, trabalhamos com a imagem do próprio círculo e, logo, a imagem da roda é substituída na nossa mente. As construções mentais que são representações das figuras geométricas possuem, simultaneamente, as propriedades conceituais e figurais.

Propomos um outro exemplo sugerido pelo mesmo autor. “Em um círculo com seu centro em C nós desenhamos dois diâmetros perpendiculares AB e CD . Nós escolhemos arbitrariamente um ponto M e nós desenhamos as perpendiculares MN e MP nos dois diâmetros. Qual é o comprimento de PN ?” (FISCHBEIN, 1993, p.4).



Inicialmente, precisamos da posição do ponto M para determinarmos o valor de MP e MN, mas ao observarmos a figura do problema proposto percebemos que MPON é um retângulo e que o segmento MO é diagonal desse retângulo. Assim, podemos concluir que

$$PN = MO^{25} \text{ e que } MO \text{ é o raio do círculo.}$$

Algumas conclusões obtidas a partir do desenho não são questionadas, pois não dependem propriamente do desenho e sim de definições.

Deste modo, no desenrolar da resolução, a conclusão é obtida de maneira rápida, e a figura passa a ser uma estrutura controlada, havendo uma união completa entre conceito e figura. Assim, ao pensarmos em uma figura geométrica, procuramos a sua perfeição mentalmente, excluindo suas irregularidades e impurezas, sem nenhum esforço para aperfeiçoá-la, e esse exercício faz parte do raciocínio lógico.

Essas figuras geométricas, reconhecidas como entidades mentais, são objetos de investigação e manipulação no raciocínio geométrico, apresentando “propriedades espaciais (formas, posição, magnitude) e, ao mesmo tempo, possuem qualidades conceituais – idealidade, abstração, generalidade, perfeição.” (FISCHBEIN, 1993, p.05). A partir dessa afirmação, reconhecemos que, ao imaginarmos uma figura geométrica, perceberemos que ela não apresentará nenhuma qualidade sensorial, mas poderá apresentar suas propriedades espaciais.

Esse mesmo autor afirma que, ao resolvermos um problema que envolve o corte de um cubo, acontecem duas realidades mentais: uma é a representação real do cubo e outra é a operação do corte. A imagem do cubo é sensorial, podendo ser associada a uma casa, um prédio, uma caixa de sapato, etc. Uma outra imagem que temos do cubo é aquela

²⁵ O paralelogramo que apresenta quatro ângulos retos é denominado retângulo. Além das propriedades gerais dos paralelogramos, o retângulo possui uma propriedade característica: suas diagonais são congruentes. (GIOVANNI, 2002, p.282)

explorada no momento que desempenhamos uma operação matemática. Percebemos então que, em todo esse processo, aconteceu uma interação das propriedades conceituais e figurais ao resolver o problema que sugere o corte do cubo. É necessário apontar que essas propriedades estão relacionadas ao contexto social do aluno e são fundamentais no processo de compreensão de um dado problema, já que essas imagens figurais fazem parte de nossa realidade. (FISCHBEIN, 1993, p.07).

Para Fischbein (1993), a interação entre características conceituais e imaginativas ocorre no raciocínio produtivo diário e, nessa interação, as imagens e conceitos são concebidos como classes diferenciadas das entidades mentais. Desse modo, as imagens passam a ter uma significação mais generalizada, e os conceitos aumentam as suas relações. No raciocínio geométrico, os objetos mentais possuem ambas as propriedades conceituais e figurais. Assim, um fenômeno ideal é a conceituação de imagens em raciocínio geométrico.

Segundo esse autor (p.11), ao nos referirmos às figuras geométricas, três categorias de entidades mentais devem ser consideradas: a imagem, o conceito figural e a definição. A imagem é aquela “baseada na experiência perceptiva sensorial, como a imagem de um desenho”. O conceito figural é a realidade da mente, que é construída e orientada pelo raciocínio matemático isento de propriedades concretas sensoriais (cheiro, cor etc.), podendo possuir propriedades figurais. Essa categoria é difícil de ser aceita por estarmos conscientes da representação mental e do conceito correspondente. O conceito figural é considerado um significado porque está além da materialidade da palavra expressa, já que significado é uma idéia adquirida a partir de diversas relações. Por exemplo: “O significado genuíno da palavra círculo em geometria, como é manipulado pelo nosso processo de raciocínio, não é reduzível a uma definição puramente formal. É uma imagem controlada por uma definição. Sem esse tipo de imagens espaciais, a geometria não existiria como um ramo da matemática” (grifo nosso). A partir do exemplo do círculo, podemos constatar que a conceituação de imagens existe, pois “É uma imagem controlada por uma definição.”

Fischbein (1993) considera as figuras geométricas como imagens espaciais, mas acrescenta algumas especificações, como: “(a) uma figura geométrica é uma imagem mental cujas propriedades são completamente controladas por uma definição; (b) um desenho não é uma figura geométrica ele próprio, mas um gráfico ou uma incorporação material, concreta, dela; (c) a imagem mental de uma figura geométrica é, usualmente, a representação do modelo materializado dela.” (p. 11).

O mesmo autor ainda afirma que “a figura geométrica, ela própria, é somente a idéia correspondente que é a entidade figural purificada, idealizada, abstrata, estritamente determinada por sua definição” (p.11).

Em Geometria, as imagens são norteadas por conceitos e nas ciências empíricas não. O conceito, nas ciências empíricas, aproxima-se da realidade, e sua definição é ditada pelas propriedades. Na Matemática, por sua vez, o conceito, adquirido a partir da definição, apresenta as propriedades matemáticas.

Um grande obstáculo no raciocínio geométrico é a manipulação dos conceitos figurais como uma maneira de negligenciar a definição. Essa negligência provoca grandes conseqüências, pois a partir do sistema axiomático, o processo investigativo do matemático é desenvolvido, enquanto que o cientista empírico precisa retornar às situações empíricas.

Para Fischbein (1993), um conceito figural é uma construção mental caracterizada por todas as propriedades de conceitos (generalidade, essencialidade, abstração, idealidade), mas que, ao mesmo tempo, reserva propriedades figurais (forma, distâncias, posições). Então, a fusão entre conceitual e figural deveria ser independente, mas notamos que o conceitual deve exemplificar as propriedades figurais; consideramos esta a situação ideal. Assim, as limitações figurais estão em uma relação de dependência do conceitual. Notamos que existe uma relação nos dois sentidos ou mesmo uma relação dialética, mas também é preciso analisar a relação da lógica com a imagem nesse processo.

A lógica e a imagem são inseparáveis no raciocínio geométrico quando se trabalha a manipulação mental de objetos geométricos. É uma atividade que requer muito esforço e que trabalha simultaneamente as operações com figuras e as condições lógicas em que o figural e o conceitual são bem integrados.

Uma grande oportunidade de trabalhar o manuseio de conceitos figurais no raciocínio geométrico é a planificação de um sólido que manipula mentalmente os objetos geométricos. Com isso, algumas habilidades podem ser desenvolvidas, segundo Fischbein (1993). São elas: “(a) a cooperação construtiva dos aspectos figural e conceitual em uma atividade de solução de um problema geométrico; (b) a habilidade de manter em mente e coordenar tanto quanto possível itens figurais-conceituais; (c) a habilidade de organizar o processo mental em subunidades significativas de forma a reduzir a carga da memória; e (d) a habilidade de prever e integrar o efeito de cada transformação no caminho da solução”. (p.22).

Partindo dessas premissas, podemos afirmar que o conceitual deveria controlar as propriedades e os significados, pois a separação entre o aspecto figural e o conceitual é a justificativa de grande parte dos erros que os alunos cometem no raciocínio geométrico. Ao resolver um exercício de Geometria, os estudantes não compreendem uma demonstração geométrica e acabam fazendo verificações empíricas. A interação entre o conceito e a imagem acontece tanto para crianças quanto para os adultos, podendo gerar situações conflitantes ou cooperativas. Esses conflitos acontecem porque os conceitos figurais não são desenvolvidos naturalmente, e esse desenvolvimento, que deveria ocorrer de maneira natural, pode ser uma das grandes razões para que a Geometria se torne um campo da Matemática tão difícil de ser compreendido.

Algumas atividades foram citadas e até trabalhadas na coleta de dados desta pesquisa, como Atividades Exploratório-Investigativas que consideram a integração entre os dois aspectos (conceitual e figural). Tentaremos, na presente dissertação de Mestrado, mostrar as possíveis inter-relações das representações e da visualização na perspectiva da Semiótica.

Como anteriormente citado, não podemos falar sobre representação sem nos referirmos as suas dimensões intrínsecas, como a Semiotividade e a Instrumentalidade, pois a compreensão de conceitos matemáticos se forma a partir de hipóteses e interpretações. Uma interpretação ocasiona e sugere uma outra interpretação, gerando um ciclo em um processo dinâmico. O sujeito, para comunicar suas idéias ou interpretações, utiliza-se de várias representações.

Os esquemas representativos são opero-semióticos; eles aplicam operação a símbolos ou significantes mais do que a objetos e têm uma função inferencial, comportando aplicações práticas (antecipar, planificar, reconstruir), e teóricas (deduzir, explicar, remodelar). (MISKULIN; MARTINS; MANTOAN, 1996, p.10).

Estas representações podem ser expressas de diversas maneiras, como em imagens, desenhos, gestos e palavras. De acordo com Miskulin, Martins e Mantoan (1996), essas representações possuem uma *função instrumental* e uma *função semiótica*.

(...) a representação possui uma função instrumental e um caráter de semiotividade. Ambos são complementares e indissociáveis. A semiotividade é abordada por diferentes modos de representação: gestos, imagem, linguagem, entre outros. A instrumentalidade da representação garante ao sujeito a possibilidade de refletir sobre os objetivos e meios com os quais atua. Na resolução de problemas identifica-se uma mobilidade crescente de representações. Tal qualidade parece estar assegurada por um funcionamento intermodal, isto é, por uma tradução de representações de uma modalidade

para outra. É o que se observa quando o sujeito inventa procedimentos utilizando o gesto, a descrição verbal, ou o desenho.

A intermodalidade proporciona ao sujeito fazer as modificações necessárias para organizar suas idéias iniciais, vencer disparates, contradições frente às representações escolhidas e transforma as representações em “objetos que ajudam a pensar”, sobre os quais é possível operar. Observam-se progressos e também regressões temporárias quando um sistema de representação está sendo constituído pelo sujeito. Um dado conhecimento quando expresso por diferentes sistemas de representação torna-se cada vez mais compreensível ao sujeito. Quanto mais o sujeito conseguir concebê-los de diferentes perspectivas maior será a capacidade de sintetizá-lo. (MISKULIN, MARTINS, MANTOAN, 1996, p.12).

Segundo Mendes (2006),

A instrumentalidade da representação garante ao sujeito um meio ou um processo de conseguir um fim, de chegar a um resultado, de elaborar uma estratégia de jogo. A função semiótica é abordada por diferentes maneiras de representação: imagens, linguagens, entre outros. (p.92).

Ou seja, a função instrumental afirma que os conhecimentos precedentes são facilitadores no processo da construção do conhecimento matemático, e a função semiótica expõe como são feitas as representações das idéias dos alunos. É como se fosse uma tradução feita na forma de linguagens, imagens ou escrita.

Estas funções são pertinentes à nossa pesquisa, pois estaremos compreendendo como os signos se manifestam nas diferentes representações matemáticas, interpretando seus significados e, portanto, compreendendo as relações matemáticas conceituais intrínsecas a essas representações.

Delineamos assim, no presente capítulo, perspectivas teóricas que irão fundamentar a Análise dos Dados da presente pesquisa. Dessa forma, torna-se necessário encaminharmos o leitor para a Metodologia da Pesquisa, que será apresentada no próximo capítulo.

CAPÍTULO III

METODOLOGIA DA PESQUISA

“Se ouço, esqueço;
Se vejo, lembro;
se faço, compreendo.”
(Provérbio chinês)

Ao escrevermos sobre a metodologia da pesquisa, faz-se necessário ressaltarmos neste capítulo o objetivo desta pesquisa, que consiste em investigar, analisar e identificar as inter-relações entre as visualizações mentais e gráficas dos signos matemáticos no contexto didático-pedagógico, propiciando reflexões a respeito das estratégias de ensino-aprendizagem e suas potencialidades pedagógicas na constituição do conhecimento matemático. Além disso, pretendemos também, com esta pesquisa, oferecer, aos professores e pesquisadores da área, subsídios para uma possível reflexão e redimensionamento das estratégias de ensino e métodos de trabalhos, possibilitando, dessa forma, uma Educação condizente com os anseios e expectativas dos alunos, inseridos em uma sociedade tecnológica que se transforma a cada dia.

Assim, abordamos nessa pesquisa a seguinte questão de investigação: Como os processos de visualização e de representação podem influenciar na constituição do conhecimento no contexto didático-pedagógico da Matemática?

Delinear possíveis respostas a esta questão investigativa significa compreender as inter-relações de significação entre a visualização e a representação dos conceitos matemáticos e as suas possíveis influências no processo da constituição deste tipo de conhecimento, mais especificamente, dos conhecimentos geométricos.

Para tanto, nesta pesquisa, será realizado um Estudo de Caso com enfoque qualitativo, no qual pretendemos compreender e investigar as inter-relações entre a visualização e a representação geométrica na constituição do conhecimento matemático.

3.1 – PESQUISA QUALITATIVA

A metodologia utilizada na presente pesquisa será uma modalidade de Pesquisa Qualitativa com ênfase em um Estudo de Caso. Esse estudo aconteceu com um grupo de onze alunos do 2º ano do Ensino Médio, de uma rede particular de ensino, da cidade de

Goiânia - Goiás, cujo objetivo era investigar e compreender as inter-relações entre a visualização e a representação de formas geométricas, na constituição do conhecimento matemático, por meio de Atividades Exploratório-Investigativas.

Esta pesquisa se enquadra em uma abordagem qualitativa, pois de acordo com Bogdan e Biklen (1994), algumas características devem ser levadas em consideração pelos pesquisadores no processo de realização de uma pesquisa. Entre elas destacam-se as mais significativas em nossa concepção: “Na investigação qualitativa a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal.” (BOGDAN e BIKLEN, 1994, p. 47). Nessa perspectiva, é importante o contato direto com o pesquisando, pois é por meio desse contato que podemos complementar os dados recolhidos. Frequentar o ambiente da pesquisa também tem sua relevância para que se conheça o contexto em que a mesma está inserida, contexto esse cuja influência é significativa no comportamento humano. Portanto, um fenômeno pode ser mais bem compreendido e observado no contexto em que ocorre a pesquisa e no qual o pesquisador está inserido.

Além disso, os autores citados apontam uma outra característica: “A investigação qualitativa é descritiva” (p. 48). Como registros da coleta de dados, foram utilizados vídeos, fotografias e notas de campo, objetivando analisar os dados em toda a sua riqueza. A palavra escrita ocupa destaque nesta abordagem, pois desempenha um papel fundamental tanto na obtenção de dados quanto nos resultados analisados. A descrição, nesse caso, teve como função evitar a perda desses dados.

Uma outra característica pode ser descrita como: “Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos” (BOGDAN e BIKLEN, 1994, p. 49). Esta é uma característica muito forte na presente pesquisa, pois a cada coleta realizada, os fatos que aconteciam eram descritos e analisados, mas não somente as respostas finais das atividades, como todo o processo da pesquisa. Para esse estudo, foi importante a análise dos conhecimentos prévios dos alunos ao resolver as atividades propostas.

Segundo os autores citados, outra característica refere-se à maneira do pesquisador analisar os dados da pesquisa. Assim, “(...) investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva” (p. 50). Na análise dos dados, o que é observado não é confirmado como uma provável hipótese edificada, mas sim construída ao longo da coleta. Não é como um quebra-cabeça que já conhecemos o final, pois no processo de pesquisa não se conhece o final. Na medida em que recolhemos os dados e os examinamos, esses vão ganhando novas formas.

Bicudo (2004) enfatiza algumas das características de uma pesquisa qualitativa, afirmando que:

O *qualitativo* engloba a idéia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões. O significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções a respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiências, como, por exemplo, da vermelhidão do vermelho, etc. (p.104).

Fiorentini e Lorenzato (2006) afirmam que:

A abordagem qualitativa busca investigar e interpretar o caso como um todo orgânico, uma unidade em ação com dinâmica própria, mas que guarda forte relação com seu entorno ou contexto sociocultural. (p.112).

De acordo com essas afirmações, podemos caracterizar que nossa pesquisa é qualitativa, pois será evidenciado, no capítulo da Descrição e Análise dos Dados, que os dados foram coletados a partir de um contexto sociocultural, em que descrevemos esses dados por meio de alguns procedimentos metodológicos e, principalmente, porque a todo o momento é importante que seja analisado todo o processo e não somente os resultados.

3.2 – CONTEXTUALIZANDO O ESTUDO DE CASO

Para se adequar aos objetivos e ao problema desta pesquisa citados anteriormente, buscamos, na literatura, diversas abordagens qualitativas sobre pesquisas educacionais e optamos pela realização de um Estudo de Caso com enfoque qualitativo.

Essa escolha deve-se ao fato de o Estudo de Caso ser considerado um estudo que visa o conhecimento de uma pessoa, ou de uma disciplina, ou mesmo de uma outra unidade social, cujo objetivo consiste em “compreender em profundidade o ‘como’ e os ‘porquês’ dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador” (PONTE 2006, p.2). É um estudo minucioso de uma circunstância específica que investiga o que há de essencial para promover a compreensão de um apurado fenômeno de interesse.

Em um Estudo de Caso, é sempre importante ter uma atenção especial à história desse caso, assim como ao seu contexto. Nesta mesma perspectiva, Fiorentini e Lorenzato (2006) consideram que o Estudo de Caso tende a seguir uma abordagem qualitativa quando a pesquisa busca focalizar a realidade de forma completa, profunda e contextualizada, em que será interpretado e considerado o objeto no seu contexto, não consentindo a manipulação de variáveis e não favorecendo a generalização (p.110).

Algumas características são destacadas no tipo de investigação que envolve um Estudo de Caso. Segundo Ponte (2006), podemos citar algumas: 1) é uma investigação de natureza empírica; 2) é um tipo de investigação não experimental; 3) relatos que venham adicionar algo significativo ao conhecimento vivente, desde que seja importante (p.1).

Essas são características que surgem em nossa pesquisa, pois uma investigação baseia-se em um trabalho de campo, faz um estudo em um contexto real, a partir de observações e documentos, questiona situações, confronta com outras situações já apresentadas determinando novas investigações. Assim, não é possível manipular as condutas, pois não se tem comando dos fatos. O pesquisador pode surpreender-se com os resultados que venham a surgir, pois apesar dele já haver previsto alguns aspectos sobre a pesquisa, no desenvolvimento da mesma, poderão surgir fatos novos. E, finalmente, o Estudo de Caso precisa ser um estudo interessante, original e extraordinário na situação estudada.

Conforme Ludke (apud MISKULIN, 1999, p.336), quando o objetivo do pesquisador consiste em estudar algo singular, que possua um significado, um valor em si mesmo, deve-se escolher o Estudo de Caso. Escolheu-se essa metodologia para o nosso trabalho, pois nela procuramos examinar algo que esteja diretamente ligado à aprendizagem dos alunos e à prática docente.

3.3 – METODOLOGIA JUNTO AOS SUJEITOS PESQUISADOS

A metodologia utilizada junto aos sujeitos pesquisados consiste em uma abordagem teórico-metodológica de Investigações Matemáticas na perspectiva de Ponte (2003).

Segundo ele, em uma Investigação Matemática,

O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor (p.23).

O aluno participa, expondo suas dúvidas, seus conhecimentos e seus conceitos já adquiridos e, ao debater com seus colegas, reformula suas conjecturas, adquirindo novas informações.

Investigar em Matemática é assumir

(...) características muito próprias, conduzindo rapidamente à formulação de conjecturas que se procuram testar e provar, se for o caso. As investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e

representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura-teste-demonstração (PONTE, 2003, p.10).

Esse caráter de reformular suas hipóteses, analisá-las e comprová-las proporciona ao aluno uma investigação que se constitui em uma importante maneira de construir o conhecimento. Assim, essa abordagem se diferencia da abordagem tradicional, geralmente utilizada em sala de aula.

Se observarmos uma aula de Matemática, verificaremos que ela se dividirá em algumas partes, como: a exposição de alguns trechos teóricos pelo professor, a apresentação de alguns exemplos e a resolução de exercícios pelos alunos. Com esta observação, pode-se dizer que a Educação Matemática tradicional se enquadra em um paradigma baseado em exercícios e repetições. Até mesmo o uso de uma grande quantidade de livros didáticos representa as condições tradicionais de uma sala de aula ao oferecer uma única, e somente uma, resolução possível para cada exercício ou atividade. Esse paradigma diferencia-se do cenário de Investigação Matemática, o qual convida os alunos a se envolverem em processos de exploração e participação ativa no processo educativo.

Segundo Ponte (2003, p.21), uma Investigação Matemática deve acontecer em quatro momentos principais:

Exploração e formulação de questões	<ul style="list-style-type: none">• Reconhecer uma situação problemática• Explorar a situação problemática• Formular questões
Conjecturas	<ul style="list-style-type: none">• Organizar dados• Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)
Testes e reformulações	<ul style="list-style-type: none">• Realizar testes• Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	<ul style="list-style-type: none">• Justificar uma conjectura• Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Em um primeiro momento, é colocada a proposta da atividade aos alunos e a formulação de questões investigativas (ou situações problemáticas). Em um segundo, ocorre a realização da investigação que pode acontecer em grupo ou individualmente, formulando conjecturas, testando-as, reformulando-as e fazendo as devidas justificações. A seguir, são concretizados os testes e refinadas as conjecturas e argumentações. Finalmente, a discussão dos resultados é realizada relatando o que foi feito e encontrado, legitimando os resultados e avaliando a investigação.

Nessas ocasiões, deve haver influência mútua (professor-aluno), principalmente no momento em que são expostos os possíveis resultados, pois somente após o consentimento de todos é que se pode finalizar uma investigação.

Em uma Investigação Matemática, é possível, dentro de uma única questão, trabalhar outras conjecturas que o problema exige e fazer também descobertas, em alguns casos, que podem ser tão importantes quanto resolver um problema. Segundo Ponte (2003),

Quando trabalhamos num problema, o nosso objetivo é, naturalmente, resolvê-lo. No entanto, para além de resolver o problema proposto, podemos fazer outras descobertas que, em alguns casos, se revelam tão ou mais importantes que a solução do problema original. Outras vezes, não se conseguindo resolver o problema, o trabalho não deixa de valer a pena pelas descobertas imprevistas que proporciona (p.17).

Por esse motivo, uma aula de investigação é imprevisível, pois é possível programar o início de uma investigação, mas nunca o final, devido às conjecturas que poderão surgir, assim como a participação e o interesse dos alunos, as descobertas que poderão acontecer e a reação da turma em relação às intervenções do professor. Trata-se também de questões reais do nosso cotidiano, podendo, por esse pretexto, proporcionar envolvimento, participação e discussão entre os alunos.

Segundo Castro (2004),

(...) as aulas investigativas não só podiam se constituir numa estratégia pedagógica para mobilizar outras formas de aprendizagem nos alunos, como também de acessar outras características da Matemática, aproximando o processo de ensinar e aprender Matemática na escola do processo de fazer Matemática que durante muito tempo pertenceu apenas aos matemáticos. Esses aspectos me pareceram importantes à medida que permitiram atingir alunos até então não atingidos por outras estratégias (p.47).

Em sala de aula, nós, professores, deparamo-nos diariamente com alunos com diferentes níveis de compreensão e domínio conceitual. Por esse motivo, procuramos diversas estratégias que possam alcançar principalmente aquele indivíduo que possui maiores dificuldades. As Investigações Matemáticas proporcionam o envolvimento dos alunos, mas é necessário que: o professor faça uma adequação do conteúdo dentro de um nível de conhecimento; as Atividades Exploratório-Investigativas sejam envolventes; o tempo seja suficiente para a realização da investigação, assim como para o cumprimento do que foi programado. É importante que as Tarefas Exploratório-Investigativas não sejam tratadas em sala de aula como tarefas extras e nem sejam consideradas como atividades que servirão apenas para a fixação de conteúdo, pois os aspectos teórico-metodológicos prevêm justamente o contrário, ou seja, o envolvimento dos alunos em processos de resolução de problemas, os quais podem criar hipóteses, podem gerar conjecturas e podem testá-las no processo da resolução e no diálogo como os outros colegas.

Alguns fatores interferem no sucesso de uma Atividade Exploratório-Investigativas, tais como: a aceitação da proposta feita pelo professor, a motivação dos alunos, o tempo necessário para esses alunos pensarem e analisarem as questões sugeridas. Para tanto, recorremos a Ponte (1997), que afirma:

As tarefas matemáticas em que os alunos se envolvem – problemas, investigações, exercícios, projetos, construções, aplicações, produções orais, relatórios, ensaios escritos, etc. – proporcionam ponto de partida para o desenvolvimento de sua atividade matemática. As tarefas devem despertar curiosidade e entusiasmo, fazendo apelo aos seus conhecimentos prévios e intuições. A atividade, que pode ser física ou mental, diz respeito ao aluno. Refere-se àquilo que ele faz num dado contexto, podendo incluir a execução de numerosos tipos de ação (...) (p.73).

Nesse processo, o aluno precisa ser escutado, respeitado e valorizado com suas idéias. Os professores devem propor aos alunos situações mais abertas e devem, ao mesmo tempo, estar preparados para tal. Atividade deve encerrar-se com a apresentação das idéias e dos resultados dos alunos que, desse modo, estarão argumentando suas idéias, comprovando-as ou refutando-as. Isso faz com que eles sejam valorizados e estimulados, não perdendo o sentido de investigar. Os alunos podem trabalhar de forma autônoma, mas é necessário que o professor também esteja preparado e atento ao desenvolvimento dos mesmos, procurando compreender o que eles fazem, sempre que possível prestar-lhes apoio, garantindo-lhes um bom desempenho na realização de suas investigações.

Segundo Castro (2004),

Ser professor numa aula que privilegia a atividade investigativa dos alunos, pois está centrada em tarefas investigativas, exige deste, abertura e disposição para aprender sempre e por diversas vias além de uma atitude reflexiva e investigativa sobre a própria prática. Embora essas exigências profissionais, sob um ponto de vista, possam representar obstáculos para os professores optarem por esta perspectiva didático-pedagógica, sob outro, podem se constituir em um desafio (p.47).

Uma outra destacável importância das aulas investigativas ou Atividades Exploratório-Investigativas se deve ao fato das mesmas constituírem-se também em desafios para os professores, proporcionando reflexões e trocas de saberes entre eles e os alunos. Segundo Castro (2004),

Reconheci nas aulas investigativas um cenário propício à reflexão e à produção de saberes, não somente por parte dos alunos como também, e principalmente, por parte dos professores. Professores em aulas investigativas precisariam estar, a todo tempo estudando e refletindo e assim produzindo, mobilizando, mediando e ressignificando saberes em interação com seus alunos (p.42).

Assim, para essa mesma autora citada:

(...) a reflexão não tem valor por si só. Ao refletirem criticamente, antes, durante, sobre a ação ou sobre a reflexão, sozinhos ou em grupos, os professores conseguem rever e reformular suas próprias práticas, formular teorias sobre a prática e responsabilizarem-se pelo processo de constituírem-se professores de Matemática (p.44).

Ao refletirmos, estaremos redimensionando as nossas ações pedagógicas, visando um ensino mais condizente com as expectativas e anseios dos alunos. O papel do professor é de fundamental importância nesse processo da constituição do conhecimento no momento em que a atividade resultante seja investigativa.

O professor deve fazer questionamentos que vão além dos enunciados dos exercícios, como por exemplo: como você prova a legitimidade da sua afirmação? Em outras palavras: como você comprova a validade de suas conjecturas? Explique as relações que você estabeleceu. Ou ainda: são sempre válidas as relações que você estabeleceu? Quais os motivos que comprovam sua resposta?

Várias situações conflitantes ainda podem acontecer se forem realizadas Investigações Matemáticas em que o modelo da escola, da aula, do professor e do aluno seja ainda tradicional. Este tipo de aula rompe com a idéia da aula tradicional em que o professor é o transmissor de pensamento e o aluno é o receptor de suas idéias expostas, ou seja, aquela aula

em que o professor deve saber ou deveria saber o melhor caminho para responder o problema proposto, aquela em que os alunos devem permanecer todos em silêncio, apenas escutando e concordando com o que é colocado pelo professor. Uma outra situação que poderá acontecer relaciona-se com o fato de uma aula investigativa gerar momentos de motivação ou nervosismo por parte dos professores, já que, em uma tarefa investigativa, o professor não tem conhecimento do que pode ser explorado, pois depende do conhecimento prévio de seus alunos. A atividade será motivadora, se o professor estiver aberto a aprender enquanto trabalha, ou poderá assumir um aspecto temível, se o professor não conseguir lidar com o imprevisto e demonstrar insegurança aos seus alunos, dando a impressão de que é incapaz.

As Investigações Matemáticas diferenciam-se das demais atividades por permitirem aos alunos várias investigações e explorações, a partir de situações-problemas desafiadoras e abertas, procurando relacionar objetos conhecidos e desconhecidos. É importante ressaltar que a investigação é um processo que não prevê uma resolução imediata e nem um método já conhecido, mas ela propicia um ensino significativo da Matemática, o qual possibilita a exploração e a constituição do conhecimento.

Finalmente, a Investigação Matemática, assim como qualquer tipo de investigação, deve ser realizada, segundo Peirce, pelo Método de Investigação Científica. Primeiramente, percebemos o problema, ou seja, exploramos e formulamos as questões. Em seguida, formulamos as conjecturas e articulamos as hipóteses, conjecturando, realizando testes, reformulando e refinando conjecturas. Por último, avaliamos os Resultados, justificando as conjecturas e avaliando os raciocínios.

Enfatizado a importância da Investigação Matemática na constituição dos conceitos matemáticos, apresentamos, a seguir, uma abordagem teórico-metodológica das Atividades Exploratório-Investigativas aplicadas na Coleta de Dados, as quais se denominam, na presente pesquisa, de Tarefas Exploratório-Investigativas.

3.3.1 – TAREFAS EXPLORATÓRIO-INVESTIGATIVAS

As atividades aplicadas na coleta de dados desta pesquisa foram baseadas na perspectiva teórico-metodológica das Investigações Matemáticas. Foram elaboradas, esboçadas e pautadas nos pressupostos teórico-metodológico das Tarefas Exploratório-Investigativas.

Concebemos atividades exploratório-investigativas como atividades ou problemas nos quais os alunos envolvem-se em processo de soluções, buscando estratégias próprias, experimentando conjecturas e hipóteses a respeito das diversas partes que compõem o problema, discutindo-as com seus colegas e reelaborando-as no contexto prático no qual se insere o problema (SILVA; MISKULIN; ESCHERP, 2006, p.03).

A natureza de uma Tarefa Exploratório-Investigativa não se pauta apenas em características de exploração e investigação que compreendem atividades de cunho Exploratório-Investigativas, mas também se pauta na mediação do professor no desenvolvimento da aula. É imprescindível que esse professor apresente situações desafiantes, fazendo com que seus alunos procurem novos caminhos no momento da investigação. Esse educador também deve fazer uma avaliação de suas estratégias e procurar envolver os alunos, cada vez mais, no processo de construção do conhecimento matemático.

As Atividades Exploratório-Investigativas possuem características próprias como: “a exploração e formulação de questões, a formulação de conjecturas, o teste e a reformulação de conjecturas e, ainda, a justificação de conjecturas e avaliação do resultado” (PONTE et al., 2003, p.29).

Tais características são próprias das Atividades Exploratório-Investigativas e não estão presentes em uma abordagem tradicional. Essas atividades exigem não somente uma boa exposição da Matemática, lista de conteúdos ou resolução de exercícios, mas, principalmente, a formação de conceitos matemáticos.

Segundo Castro (2004),

Entendi e tomei as tarefas investigativas como tarefas pedagógicas e escolares, não no sentido de facilitadoras da resolução de problemas, mas por perseguir, intencionalmente, objetivos formativos para além de uma aprendizagem meramente matemática, procurando veicular valores e crenças, entre eles:

- professores e alunos são produtores de conhecimento;
- investigação e atividade são meios através dos quais o conhecimento pode ser produzido;
- negociação de significados e tomadas de decisão são fatores importantes na construção e na apropriação do conhecimento pelos estudantes;
- os estudantes devem ser estimulados no sentido da conquista da autonomia intelectual; etc (p.44).

Nesse processo de construção do conhecimento em que envolve as Atividades Exploratório-Investigativas, algumas das características relevantes, que aparecem ao serem utilizadas, são os questionamentos que surgem ao longo dos encontros e que proporcionam aos alunos momentos propícios a reformulações de conjecturas. Estas são importantes características, pois a partir da observação dos diferentes significados e conjecturas, surge o

confronto de idéias, fazendo com que esses alunos aproximem-se cada vez mais de um significado, até a construção de um determinado conceito matemático.

Compreendemos que as implementações de atividades com essas características teórico-metodológicas resgatam a construção de conceitos matemáticos por meio de um processo de exploração, visualização e representação dos conceitos matemáticos.

A seguir, citaremos as Atividades Exploratório-Investigativas que aplicamos na coleta de dados, as quais serão descritas no CD-ROM, que acompanhará esta pesquisa, e que serão analisadas, através da apresentação de excertos qualitativos, no próximo capítulo. Assim, temos: Atividade 01 – Cercando os Terrenos; Atividade 02 – Cartões formando Caixas; Atividade 03 - A Fabricação de Caixas por um Carpinteiro; Atividade 04 - Encaixando alguns Blocos; Atividade 05 – Trabalhando com Cubinhos e Atividade 06 - Representando os Sólidos em um Ambiente Computacional.

3.4 – CONTEXTUALIZAÇÃO DA COLETA DE DADOS²⁶

Interessada em trabalhar com algo que buscasse focalizar minha realidade de forma completa e profunda, desenvolvi uma pesquisa que estivesse inserida em meu contexto escolar. A coleta de dados foi realizada na cidade de Goiânia – GO, em duas escolas particulares, locais em que sempre obtive experiências de sala de aula.

Com o objetivo de não expor as escolas em que me foram autorizadas tais coletas, serão utilizados nomes fictícios para nos referirmos a elas. Iniciei a coleta de dados em Agosto de 2005 no Colégio A. Nesta escola, concluí meu Ensino Fundamental, Ensino Médio e, atualmente, sou professora nesta instituição desde 2002.

Com a autorização da coordenadora geral do turno matutino, selecionei cinco alunos para a coleta de dados da pesquisa. Apesar de não ser o foco da minha pesquisa, a escolha dos alunos foi feita a partir daqueles que possuíam dificuldades em Matemática, sendo esses encontros considerados como aulas de reforço. Alguns alunos escolhidos eram filhos de funcionários, pois esse fato poderia facilitar a participação dos mesmos nos encontros, uma vez que eu estaria mais próxima das famílias e seria mais fácil conseguir autorização das mesmas. A escola também pretendia obter resultados pedagógicos com estes encontros e esse foi um outro motivo para escolher alunos que possuíam dificuldades em Matemática.

²⁶ Nesta parte da pesquisa, usarei a primeira pessoa do singular.

As faltas dos alunos começaram a ser frequentes e então decidi parar com a coleta, pois os mesmos precisavam estudar para as avaliações que estavam acontecendo no calendário escolar, já que suas ausências prejudicavam a coleta da pesquisa.

No ano seguinte, 2006, grandes mudanças aconteceram nesse colégio. A coordenadora que dava total apoio e suporte à pesquisa, aposentou-se, e houve o retorno de um ex-diretor do colégio. Assim sendo, informei a nova coordenadora como acontecia a coleta de dados e quais eram os objetivos da atual pesquisa para que ela pudesse repassá-las ao novo diretor. O diretor pediu que eu o procurasse, pois não havia compreendido os objetivos dessa coleta. Em uma tarde de Fevereiro, fui até sua sala com as atividades coletadas e as atividades que estavam faltando para trabalhar. Ele me fez alguns questionamentos, mas dentre eles, o que mais me chamou a atenção foi em querer saber o que os alunos estariam ganhando com a participação de tais encontros. Todos os questionamentos foram respondidos e, ao final desta reunião, ele falou que iria conversar com a pessoa que havia me autorizado, pois o colégio não costumava autorizar esse tipo de trabalho. Mais tarde, entrei em contato com a coordenadora do ano anterior, mas ela falou-me que não voltaria ao assunto. Como não poderia esperar muito, procurei outros colégios que pudessem me autorizar tal trabalho.

Procurei o Colégio B, no qual fui muito bem recebida. Nesse colégio, é comum acontecerem pesquisas acadêmicas. A coordenadora apenas solicitou-me um ofício que pudesse justificar a presença dos alunos e, ainda, a descrição da coleta de dados para repassar a esses mesmos alunos, de forma a deixá-los cientes do assunto e da pesquisa da qual eram alvos. Um dos problemas para estar coletando os dados nesta escola foi a infra-estrutura do colégio. O Laboratório de Informática não estava com todos os computadores funcionando e não haveria a presença de nenhuma pessoa responsável pelo colégio para acompanhar-me no desenvolvimento da coleta de dados.

Um outro obstáculo relacionado à disponibilidade dos alunos foi deparado por mim no desenvolvimento desta coleta com os alunos do Ensino Médio. No estado de Goiás, o Ensino Médio é um preparatório para o vestibular. Então, os alunos possuem todas as tardes ocupadas com aulas e plantões. Devido a essas dificuldades apresentadas, procurei outra escola para realizar a coleta de dados.

Como atualmente trabalho no Colégio C, conversei com a coordenação desse colégio sobre esta pesquisa. A coordenadora, de imediato, entendeu a importância da pesquisa e autorizou a realização da coleta de dados. Após a elaboração de uma circular que seria enviada aos pais, explicando o objetivo dessa coleta, o diretor achou que a quantidade de

encontros representava um número muito grande, precisando diminuir a quantidade de atividades. Esse diretor fez a mesma indagação sobre o que os alunos ganhariam ao exercerem tais atividades. Uma outra dificuldade foi a disponibilidade desses alunos, pois o diretor achou que talvez os pais reclamariam da presença de seus filhos em mais uma tarde no colégio. Sendo assim, o diretor pediu que a coleta fosse realizada às segundas-feiras, já que, nesse dia, acontecem os plantões de dúvidas de Matemática, Física e Química.

A seleção dos alunos foi feita pelo grau de dificuldades em Matemática, ou seja, pelos alunos que possuíam notas mais baixas em Matemática, pois o colégio e os pais pedem resultados com tais atividades aplicadas, apesar desse não ser o foco da pesquisa. A proposta inicial consistia de doze encontros, mas pela solicitação do diretor do colégio, diminuimos para dez encontros para a implementação das atividades preparadas.

Os alunos sabiam que estavam participando de uma pesquisa e foram incentivados a darem suas opiniões, sugerirem encaminhamentos. Inicialmente, não eram sugeridas opiniões da pesquisadora aos alunos para que as mesmas não interferissem nas respostas solicitadas. Os momentos foram divididos em dois períodos: o primeiro, com Atividades Exploratório- Investigativas em sala de aula, sendo que alguns alunos procuravam “colar” do outro com medo de errar, apesar de serem estimulados, por mim, a responderem o que achavam que era certo; o segundo momento foi realizado no Laboratório de Informática, utilizando o sistema operacional OpenOffice.org2.0, pois, ao chegar ao Laboratório, verifiquei que o mesmo não possuía o Windows. Para salvar o que os alunos faziam no Laboratório, utilizei meu e-mail pessoal e, para conseguir abrir os e-mails dessas atividades, gravei o sistema operacional utilizado no meu computador. Nesse segundo momento do desenvolvimento das atividades, foi possível perceber aqueles alunos que possuíam maior familiaridade com o computador. No primeiro encontro, no Laboratório de Informática, tive a presença apenas de dois alunos²⁷: Bragança, com muita facilidade e sem medo, fez, com agilidade, o que lhe foi solicitado; já Bittar apresentou algumas dificuldades no início, mas procurei encorajá-lo e, ao final desse encontro, ele já se encontrava mais tranquilo. Concluímos a coleta de dados com um número bem restrito de alunos, apenas dois. No Capítulo 4, será explicitado melhor esse e outros momentos, visto que, a seguir, contextualizaremos as escolas pesquisadas.

3.5 – CONTEXTUALIZAÇÃO DAS ESCOLAS PESQUISADAS

²⁷ Os nomes são fictícios para não expor os sujeitos da pesquisa.

No início da coleta, tive a participação de cinco alunos no Colégio A. Esse colégio pertence à rede particular do Estado de Goiás e é um colégio religioso que, na sua ação educativa, propõe-se a contribuir para a educação da juventude, desenvolver a personalidade e preparar para a vida em uma integração consciente da realidade. O trabalho de seu corpo docente é desenvolvido em equipe, permeado por modernos métodos pedagógicos, objetivando fornecer ao aluno um elevado nível cultural e uma formação humano-religiosa segundo os ensinamentos do evangelho e da pedagogia de Santo Agostinho. Os objetivos desse colégio como Centro Educativo são: dar uma formação integral à pessoa mediante o desenvolvimento harmônico de todas as suas potencialidades, a partir da descoberta progressiva e consciente das próprias possibilidades e limitações; formar uma consciência crítica que saiba perceber os valores autênticos, denunciando erros estruturais para a construção de uma sociedade mais justa; criar consciência de uma educação libertadora, participando e comprometendo-se com os mais fracos e necessitados. Para a realização de um bom trabalho pedagógico, essa escola conta com a colaboração da Comunidade Educativa, isto é, alunos, pais, professores e coordenadores, todos comprometidos com os mesmos princípios morais, sociais, éticos e culturais.

A série escolhida foi a 2ª série do Ensino Médio, pois nessa série os conceitos de Geometria Plana e Espacial deveriam ser desenvolvidos. Nessa escola, a pesquisa foi desenvolvida apenas com um grupo de cinco alunos.

A segunda escola utilizada para coleta de dados foi o Colégio C considerado também uma escola particular e tradicional da cidade, apesar de ter uma proposta pedagógica diferente, em alguns aspectos, do Colégio A. O Colégio C é muito requisitado pelos pais pela grande aprovação no vestibular. Tem como finalidade auxiliar os alunos na descoberta da formação pessoal, social e profissional. O processo de ensino e aprendizagem está sedimentado em: trabalhar os alunos como seres completos para a melhora do intelecto; despertar o desejo de aprender; envolver os alunos nas atividades desenvolvidas; estabelecer um processo harmonioso para o desenvolvimento do ser; informar e envolver os pais na construção dos saberes; despertar o senso de responsabilidade, solidariedade e justiça; contemplar a participação ativa dos alunos individualmente e coletivamente.

O trabalho do corpo docente é desenvolvido também em equipe, objetivando fornecer ao aluno elevado nível cultural e uma preparação para a aprovação no vestibular. A série escolhida foi a 2ª série do Ensino Médio e tivemos a participação de um grupo de seis alunos, que serão descritos no próximo item dessa pesquisa.

3.6 – CONTEXTUALIZAÇÃO DOS SUJEITOS PESQUISADOS

A contextualização dos sujeitos pesquisados será realizada inicialmente com os alunos do Colégio A, em que foi desempenhada a coleta de dados, e por ordem alfabética. Os nomes apresentados são fictícios com o objetivo de não expor esses sujeitos. As informações foram adquiridas a partir de um questionário que foi repassado a cada um dos alunos e que se encontra no capítulo da Descrição dos Dados da pesquisa. Suas respostas foram transcritas exatamente como foram colocadas no papel original.

Nesse primeiro momento da coleta de dados, tivemos a participação de cinco alunos. A aluna Campos estava a dois anos estudando no colégio A. Matemática, para ela, refere-se apenas a números, e sua dificuldade nesta disciplina causa-lhe certo desestímulo em relação aos estudos. Ela pretende ser Psicóloga e, por isso, não consegue estabelecer uma relação entre a Geometria e a futura profissão escolhida. Porém, trata-se de uma aluna muito esforçada, com uma participação marcante e que não apresenta sérias dificuldades nesta disciplina.

A segunda aluna, Chagas, já estava no colégio há quatro anos e também apresentava dificuldades no estudo da Matemática. Isso influenciava no processo de aprendizagem da disciplina, apesar de reconhecer que a Matemática é útil para o seu dia-a-dia. Essa aluna afirmava ter facilidade para assimilar as questões geométricas devido a sua afinidade com essa área da Matemática. Somente a aluna Chagas afirma não ter estudado os sólidos geométricos, mas ter estudado os cubos. Essa é uma aluna que me chamou muito a atenção pela sua dificuldade, pois percebi que não tinha muito interesse pelos estudos, por isso, sua participação nos encontros foi instável.

O colégio A foi o primeiro e único em que Lisita estudou. Respondeu que a Matemática é uma “linha de estudo para entender as coisas da vida” e que gosta da disciplina quando a entende. A sua dificuldade em Geometria não diferencia das outras subdivisões da Matemática. Lisita participou freqüentemente dos encontros e mostrou-se muito interessada durante os mesmos. Na sala de aula, ela era uma aluna extremamente tímida e com rara participação, embora não apresentasse grandes dificuldades, mas precisava ser encorajada a se comunicar durante as aulas.

A aluna Lúcia estudava no colégio há doze anos e considerava a Matemática “um meio de nos ensinar a viver mais facilmente”. Apesar de reconhecer a utilidade dessa disciplina, essa aluna dizia que achava a Matemática “complicada”. Possuía um interesse maior pela Geometria, mas relacionava a mesma com o uso freqüente de fórmulas. No

momento em que lhe perguntei se tinha mais facilidade para compreender a Geometria, respondeu: “Não, pois se usam muitas fórmulas”.

O quinto aluno que participou dessa coleta foi o aluno Moura. Ele era novato no colégio e apresentava grandes dificuldades que estavam relacionadas à sua timidez e ao seu medo de responder às perguntas. Isso fazia com que seu desenvolvimento fosse lento. Ele também afirmou que o estudo da Geometria é importante, porém não gostava de estudá-la devido a sua dificuldade em entender as relações entre os conceitos matemáticos.

De acordo com o relato anterior, a coleta não aconteceu em duas escolas com o objetivo de comparar os resultados, mas por motivos de dificuldades já explicitadas. Nesse segundo momento da coleta de dados, tivemos a participação inicial de seis alunos. Esse grupo foi muito diversificado porque tivemos alguns alunos novatos e veteranos. As diferenças eram muitas: uma aluna que estudou os anos anteriores nos Estados Unidos (USA) e outra aluna que veio do interior do estado de Goiás; alguns alunos que possuíam muita familiaridade com o computador, outros que o utilizavam apenas para fazer trabalhos e outros ainda que nunca haviam experimentado o mouse de um computador. Vejamos a seguir cada uma dessas histórias.

O ano de 2006 foi o primeiro ano do aluno Bittar no Colégio C, tendo estudado em outros dois colégios na mesma cidade. Em suas colocações, afirma não gostar da Matemática por achá-la muito difícil e por acreditar que sua preguiça o atrapalhava mais ainda no momento da compreensão. Para ele, a Matemática é “um aglomerado de números”, citando, como exemplo, a contagem de dinheiro, na utilização da Matemática no dia-a-dia. Bittar não tinha facilidade para compreender a Geometria e não reconhecia sua utilidade. Em anos anteriores, disse que estudou o cateto, altura e hipotenusa e, nesse ano, prisma, pirâmide, volume e área. Em suas respostas ao questionário que passamos aos alunos, Bittar não assinalou o estudo dos sólidos geométricos, mas apontou ter estudado cubo, paralelepípedo e cone. Mais uma maneira de constatarmos que esse aluno não possuía os conceitos bem definidos, já que cubo, paralelepípedo e cone são sólidos geométricos.

Esse também foi o primeiro ano da aluna Bragança no Colégio C. É uma aluna que estudou no exterior e voltou para o Brasil em 2006. Afirmou que “Matemática é essencial para o uso no dia-a-dia, mas eu acho que é só a básica mesmo que a gente usa.” Perguntei-lhe o que chama de Matemática básica e respondeu-me: “A Matemática básica é a que agente necessita para aprofundar na matemática mais difícil”. Apesar de não gostar da disciplina e de possuir dificuldades em compreendê-la, em especial na trigonometria e na Geometria, tirava boas notas. Ela relatou: “Quando eu estava morando nos USA, aprendi matemática de um

modo diferente. O ensino era diferente, os professores estavam ensinando a teoria de Pitágoras. Então, na sala de aula, eu não estou sabendo direito achar o que os professores perguntam. Mas fora isso eu aprendi até matrizes, eu acho.” Então questionei-lhe sobre o modo diferente que ela aprendeu Matemática. Ela respondeu: “O ensino de lá é melhor porque agente aprende as mesmas coisas que aqui, mas em modos diferentes. Lá, como tem um ano a mais de ensino médio, nós aprendemos com mais profundidade e mais devagar.” Ela entrou em contradição quando lhe indaguei qual foi o conteúdo dado nos USA e respondeu-me que “estava aprendendo a teoria de Pitágoras e aqui está muito mais aprofundado”. Almejei saber da aluna o que os professores do Colégio C perguntavam, em sala de aula, que ela não estava sabendo. Respondeu: “Muitas fórmulas que eu nunca tinha ouvido falar.” Bragança participou do primeiro encontro no Laboratório de Informática, apresentando muita familiaridade e facilidade em manusear sozinha um computador. Isso ocorreu porque, nos USA, ela estava envolvida diariamente com o computador na escola.

O terceiro aluno que participou da coleta de dados foi o Freitas, mas não tenho seu questionário respondido, já que o mesmo compareceu apenas ao primeiro encontro.

Um outro aluno é o Morato. Estudava no Colégio C há seis anos, além de ter estudado em três outros colégios da cidade. A Matemática é a matéria que mais se identificava e sentia prazer ao resolver os exercícios, não possuindo dificuldades em compreendê-la. Ele dizia: “A geometria envolve cálculos que é a essência da matemática.” Esse aluno não frequentou os encontros constantemente, portanto não há mais respostas.

A quinta aluna, Oliveira, estava no Colégio C há um ano, sendo esse o seu oitavo colégio na mesma cidade. Era uma aluna com alguns problemas emocionais alheios ao aprendizado da Matemática e que quando se sentia ameaçada pela reprovação, procurava um outro colégio. Dizia que a “Matemática é a linguagem universal, é usada para todos os meios.” Gostava da Matemática porque a achava interessante, mas não conseguia compreendê-la, afirmando que sua dificuldade nessa disciplina se manifestava desde o Ensino Fundamental. Possuía mais dificuldade para entender a Geometria que as outras áreas da Matemática. Reconhecia, ainda, a utilidade da Geometria em “prédios, praças, casas, tudo é montado pela geometria.” Perguntei-lhe se sabia identificar suas dificuldades para compreender a Matemática. Então respondeu: “Na geometria, em visualizar a figura, definir o que ela é, sua forma, e o que é o quê. Na matemática, o maior problema é entender o que se pede.” Questionei-lhe por que considerava a Geometria mais difícil de ser compreendida. Respondeu: “Porque a Geometria requer mais atenção, cuidado, são muitos os detalhes e formas. Tem geometria plana e espacial, me confundo toda.” Para finalizar, procurei saber se,

para ela, a utilidade da Matemática estava relacionada apenas ao salário, como afirmou anteriormente. Ela respondeu: “Não, mas em tudo, na construção de um prédio, na formação de uma família, na separação de tarefas, na forma de se comunicar, a matemática é a linguagem universal”.

Para finalizar, tivemos a participação da aluna Santos. Essa aluna veio do interior do estado e 2006 foi o seu primeiro ano no Colégio C. Santos possuía muita dificuldade para compreender a Matemática, nunca estudou Geometria, porém foi assídua nos encontros que desenvolvemos nessa pesquisa, embora tenha chegado atrasada algumas vezes por morar muito longe. No questionário aplicado, respondeu-me que a Matemática é a essência da vida e que aparece a qualquer momento. Afirmava não gostar da Matemática porque “acha complicado, de difícil visualização”. Relacionava sua dificuldade em Matemática por confundir-se e não conseguir responder o que o professor pedia durante as aulas. Uma de suas respostas evidencia esse aspecto: “A falta de base, pois eu não fiz um bom ensino fundamental, sendo assim, fica muito difícil alcançar os outros”. Suas dificuldades em Geometria relacionavam-se com “Decorar fórmulas e da seqüência de exercícios”. Afirmava não ter estudado figuras planas, sólidos geométricos, mas área, volume, triângulos, quadrado, retângulo, cubo e paralelepípedo. Participou de todos os encontros no Laboratório de Informática. No primeiro encontro, mostrou muita resistência na utilização do computador, pois nunca havia experimentado um mouse. Com muito diálogo, mostrei-lhe a importância de se trabalhar com o computador e tentei transmitir um clima de segurança a ela, dizendo que estaria o tempo todo ao seu lado. Nos primeiros encontros, eu a ajudava com as tarefas no computador até que ela obtivesse confiança.

Com as respostas dadas neste questionário, notamos que os alunos possuem aversão à Matemática devido às dificuldades em compreender conceitos matemáticos e relacionar os conteúdos de Geometria com o dia-a-dia. Essas dificuldades geram uma relação de desgosto com a disciplina e essa é uma característica geral compartilhada com todos os alunos que participaram desses encontros. No desenvolvimento da presente pesquisa, os conceitos matemáticos dos alunos ainda não estavam formados e eles relacionavam o ensino da Geometria, em especial, a Geometria Espacial, com o uso de fórmulas e algoritmos. Noto também que, se esses alunos, que apresentam tanta dificuldade em Matemática, participassem mais das aulas da escola, grandes dúvidas seriam sanadas. A criação de um grupo de estudo seria um caminho para encorajá-los no processo de construção do conhecimento matemático.

Como não tivemos uma presença regular no desenvolvimento da coleta de dados, ao descrevê-las no próximo capítulo, será confirmada a presença de alguns em cada atividade.

3.7 – PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA COLETA DE DADOS

Os encontros realizados, inicialmente, no Colégio A, foram filmados e transcritos, ressaltando as minhas manifestações e a dos alunos.

As Atividades Exploratório-Investigativas preparadas foram respondidas em folhas nas quais os alunos identificavam-se com os respectivos nomes. Estas folhas foram recolhidas e arquivadas por mim, pesquisadora, para a transcrição imediata dos dados. No momento da discussão das respostas dadas, utilizamos o quadro-negro. A maioria desses alunos dirigia-se ao quadro-negro pela própria vontade para apresentar suas idéias; já os outros, foram encorajados pela pesquisadora. Com esse grupo, não trabalhamos no Laboratório de Informática devido ao rompimento na coleta, explicitado no item anterior, Contextualização da Coleta de dados da Pesquisa.

Na continuação da coleta realizada no Colégio C, utilizamos as Atividades Exploratório-Investigativas que os alunos entregavam ao final do encontro. Tivemos também, a oportunidade de trabalhar alguns encontros no Laboratório de Informática. Desde o início, os alunos e a família dos mesmos sabiam que estavam participando de uma pesquisa, mas não conheciam os procedimentos, pois não é comum a realização de coletas de dados aqui no estado de Goiás.

3.8 – RECURSOS METODOLÓGICOS UTILIZADOS NO DESENVOLVIMENTO DAS TAREFAS EXPLORATÓRIO-INVESTIGATIVAS JUNTO AOS SUJEITOS PESQUISADOS

3.8.1 – MATERIAIS MANIPULATIVOS

Nessa pesquisa, trabalhamos com Atividades Exploratório-Investigativas que levaram os alunos a manipularem objetos, reconhecerem as formas geométricas, suas propriedades, semelhanças e diferenças. Essa existência material é o concreto, ou seja, os objetos manipuláveis ou materiais concretos são os sólidos confeccionados no papel cartão e na madeira, as formas geométricas construídas em EVA²⁸, as transparências com imagens a serem analisadas, as régua, dentre outros.

Dá-se importância para a utilização desse material, por considerar que o aluno, ao manipular um objeto, poderia observar sua textura, cor, suas propriedades e, mais do que isso, poderia construir a imagem mental do objeto que lhe permitiria lembrar do objeto, na ausência do mesmo, e representá-lo.

²⁸ Placas coloridas de material plástico e emborrachadas.

É muito difícil, ou provavelmente impossível, para qualquer ser humano caracterizar espelho, telefone, bicicleta ou escada rolante sem ter visto, tocado ou utilizado esses objetos. Para as pessoas que já conceituaram esses objetos, quando ouvem o nome do objeto, flui em suas mentes a idéia correspondente ao objeto, sem precisarem dos apoios iniciais que tiveram atributos tamanho, cor, movimento, forma e peso (LORENZATO 2006, p.22).

Podemos ainda destacar a importância do material concreto, pois se trata de um meio apropriado de estimular a percepção, a curiosidade dos alunos, a reflexão, o raciocínio e a construção do conhecimento. O aluno, ao manipular o material, pode observar, comparar, levantar hipóteses, procurar alternativas e caminhos diversos, validar suas respostas, enfim realizar um aprender matemático de forma significativa.

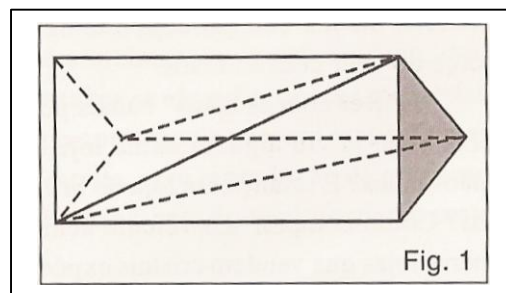
Turrioni (2004) enfatiza o valor do uso desse material no contexto pedagógico afirmando que:

O material concreto exerce um papel importante na aprendizagem. Facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar ao aluno na construção de seus conhecimentos (p. 67).

Citaremos, a seguir, um exemplo sugerido por Lorenzato (2006) que enfatiza a importância do uso do material concreto no contexto pedagógico.

(...) escolha várias pessoas que não sabem geometria espacial, peça a elas que tentem imaginar o que lhes será dito e, então, enuncie verbalmente “todo prisma triangular pode ser decomposto em três pirâmides”. Verifique se alguém conseguiu imaginar como três pirâmides conseguem compor um prisma.

Em seguida, mostre a todos a figura abaixo e verifique quantas pessoas conseguiram ver nela as três pirâmides.



Finalmente, chame ao seu lado uma pessoa daquelas que não conseguiram entender nada até o momento e, então, coloque nas mãos dela um prisma (feito de material sólido) composto por três pirâmides e pergunte se agora ela está percebendo o que foi dito (verbal) ou mostrado pela figura (imagem). A resposta é sempre a mesma: “agora sim”, acompanhada de um sorriso de satisfação, indicando a nós, professores, que o fazer é mais forte que o ver ou o ouvir. O resultado dessa experiência é sempre um sucesso, quaisquer que

sejam as idades das pessoas, o que destrói a crença de que material didático manipulável só deve ser utilizado para ensinar crianças (p.18)

Existem ainda pessoas que afirmam que o uso do material concreto é importante apenas para as crianças, mas se utilizarmos o exemplo acima com adultos, verificaremos que o procedimento das pessoas talvez fosse o mesmo. Portanto, devemos levar em consideração a abordagem metodológica de se ensinar Geometria por meio de material concreto manipulável.

O valor pedagógico do uso desse material manipulativo se dá somente se for utilizado com objetivos e não como um mero objeto lúdico. É necessário que esse objeto seja explorado de maneira pedagógica e que o seu papel seja o de auxiliar o desenvolvimento de significados matemáticos. Não podemos também garantir que o uso de material manipulativo ou visual nos dê a certeza de uma aprendizagem. Para que haja uma aprendizagem significativa, é necessário trabalhar, ao mesmo tempo, uma atividade mental e não somente manipulativa, podendo ser desenvolvida com o uso desse material.

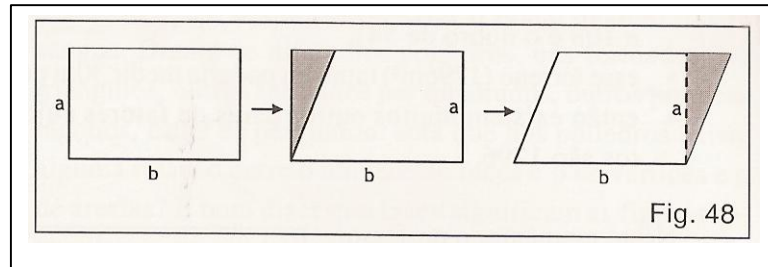
Lorenzato (2006) afirma que o uso desse material depende das concepções de cada professor. Se o professor acredita que apenas fórmulas ou exposições de exemplos formam os conceitos, ele será contra o uso desse recurso pedagógico. Assim, esse mesmo autor diz que:

O modo de utilizar cada MD depende fortemente da concepção do professor a respeito da matemática e da arte de ensinar. Um professor que concebe a matemática como um conjunto de proposições dedutíveis, auxiliadas por definições, cujos resultados são regras ou fórmulas que servem para resolver exercícios em exames, avaliações, concursos, seguramente poderia, utilizando-se apenas do quadro-negro, mostrar ou provar aos alunos que a soma dos três ângulos dá 180 graus e, em seguida, dar alguns exercícios para auxiliar a memorização dessa propriedade. Para muitos de nós, a matemática foi ensinada assim e, por isso, não conseguimos admirar a beleza e harmonia dela, nem ver nela um essencial instrumento para cotidianamente ser colocado a nosso serviço. Para o aluno, mais importante que conhecer essas verdades matemáticas, é obter a alegria da descoberta, a percepção da sua competência, a melhoria da auto-estima, a certeza de que vale a pena procurar soluções e fazer constatações, a satisfação do sucesso, e compreender que a matemática, longe de ser um bicho-papão, é um campo de saber onde ele, aluno, pode navegar (LORENZATO, 2006, p.25).

Por isso, cabe ao professor acreditar nos resultados que o uso do material concreto pode proporcionar no processo de ensino e aprendizagem. Podemos citar um outro exemplo também mencionado por Lorenzato (2006), que mostra a importância do material concreto para a constituição dos conceitos e que está diretamente relacionado à formação da imagem mental, pois imagens e conceitos interagem intimamente.

Suponhamos que seja conhecido como calcular a área de um retângulo (medida da base b vezes a da altura a) e que se deseje calcular a área de um

paralelogramo. Tendo em vista que o retângulo pode ser transformado em paralelogramo (figura 48) conservando as medidas da base e da altura, então, a área do paralelogramo será igual a do retângulo. Em síntese, podemos escrever $A = b \times a$, na qual A significa área e b e a significam as medidas (p. 86).



Podemos notar que, se fizermos toda a explicação sem utilizarmos a figura do retângulo e do paralelogramo, a compreensão será mais difícil. Daí a importância de se desenvolver as imagens visuais e mentais a partir do material manipulativo, pois é, através dessas imagens, que o aluno poderá lembrar do objeto na sua ausência e representar o objeto observado.

Nessa perspectiva, Lorenzato (2006), afirma que:

(...) a presença de figuras exerce importante papel na aprendizagem matemática, porque elas possibilitam aos alunos a visualização do todo, bem como das partes que o compõem e, assim, facilita o desenvolvimento da habilidade mental de operar com as partes sem perder de vista o todo (p.70).

Dado a importância do material concreto para a construção do conhecimento, faz-se necessário enfatizar que o ensino precisa ser iniciado pelo concreto, evitando assim o uso de fórmulas sem compreensão ou a memorização de soluções dos exercícios. Segundo Lorenzato (2006, p. 20), “O concreto palpável possibilita apenas o primeiro conhecimento, isto é, o concreto é necessário para a aprendizagem inicial, embora não seja suficiente para que aconteça a abstração matemática”.

Assim, torna-se necessário que a escola proponha situações, de acordo com o desenvolvimento do raciocínio dos alunos, levando-os a abstrações cada vez mais complexas. Para Wolff (1996),

A abstração é um ato inteligente, intencional, em que o sujeito seleciona na experiência vivida aquilo que poderá ser útil para compreender as futuras experiências. A visão da abstração como um ato intencional, indica que apenas o uso do material concreto em aulas não garante que o sujeito realize abstrações (p. 16).

A construção de conceitos é um processo natural, adquirido por meio da descoberta, sendo importante considerar a maturidade do indivíduo para saber agrupar, organizar, estabelecer relações e abstrair. Segundo Wolff(1996),

Os conceitos cotidianos são construídos a partir da manipulação, observação ou experiência direta, enquanto os conceitos escolares são mais abrangentes e abstratos. A origem de um conceito espontâneo se encontra no confronto direto com uma situação concreta, enquanto em conceito científico, desde o princípio, envolve uma atitude mediada por outros conceitos (p.28).

Nessa mesma perspectiva, para Lorenzato (2006),

Essa é uma caminhada de ensino aparentemente contraditória principalmente para matemáticos que acreditam ser a abstração (se referindo à matemática) o único caminho para aprender matemática. Na verdade, assim como é preciso abrir mão do rigor para se conseguir o rigor, para se alcançar a abstração é preciso começar pelo concreto (p.20).

Muitos são os motivos que ainda levam alguns professores a possuírem resistência ao uso do material concreto em sala de aula, mas notamos que vários autores afirmam e comprovam a importância dos mesmos no contexto pedagógico. “Palavras não alcançam o mesmo efeito que conseguem os objetos ou imagens, estáticos ou em movimento. Palavras auxiliam, mas não são suficientes para ensinar.” (LORENZATO 2006, p. 17).

A seguir, faremos uma exposição de um outro recurso metodológico utilizado na Coleta de Dados, a partir da utilização do Laboratório de Informática.

3.8.2 – LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA

A importância de um Laboratório de Informática nas escolas públicas e privadas pode ser evidenciada em Miskulin (2006, p. 163), quando define que um Laboratório de Informática é “(...) um espaço privilegiado para troca e compartilhamentos de experiências, saberes e conhecimentos (...)” e ainda que “O laboratório é concebido como algo mais que um espaço físico, isto é, é considerado um cenário interativo de aprendizagem colaborativa e conhecimento compartilhado, um espaço de formação (...)”.

Mas nem todos os colégios possuem em sua estrutura física um Laboratório de Informática. Apenas no Colégio C foi possível usufruir dos recursos da tecnologia de informações e comunicações (TICs), por meio de seu Laboratório de Informática.

A terminologia TICs, Tecnologia de Informações e Comunicações, foi popularizada na década de 90 e “utilizado para nomear as tecnologias requeridas para o processamento,

conversão, armazenamento, transmissão e recebimento de informações, bem como o estabelecimento de comunicações pelo computador.” (MARTINS 2003, p.70). A fusão das TICs foi feita a partir das tecnologias de informação consideradas como a informática e a comunicação referente às telecomunicações.

No Laboratório de Informática do Colégio C, utilizamos o sistema operacional Linux²⁹. É um sistema operacional parecido com o Windows e é livre, isto é, pode ser usado, copiado e modificado. Sistema operacional é um conjunto de ferramentas que são utilizadas no funcionamento de um computador. O Linux pertence à família do UNIX, que também é um sistema operacional. Foi inicialmente criado por Linus Torvalds, do Departamento de Ciências da Computação da Universidade de Helsinki, na Finlândia, com a ajuda de outros programadores. A primeira versão “oficial” do Linux, versão 0.02, foi em outubro de 1991, e a última foi em setembro de 2006, na versão 2.6.18.xx.

O OpenOffice.org é um aplicativo disponível em várias plataformas, inclusive Linux. É de baixo custo, alta qualidade, de código aberto e é compatível com os formatos de arquivo do Microsoft Office.

Utilizamos em nossa coleta de dados o OpenOffice.orgDraw, que é um aplicativo de desenho, pois o objetivo da atividade que envolveu o uso do computador consistiu em investigar as representações dos sólidos realizadas pelos alunos, por meio do ambiente computacional.

As tecnologias da informação e comunicação envolvem hoje não somente o uso de computadores, mas também de outros meios como televisão, rádio, telefone, dentre outros. As redes informáticas criam um ambiente com variadas atividades, relacionando-as com o mundo. Essas redes crescem rapidamente, impondo sua presença e proporcionando ricas e diversificadas situações de aprendizagem, pois é um meio que nos permite tanto interações quanto informações. Segundo Miskulin (2006, p. 153), “As tecnologias da informação e comunicação (TICs) pressupõem novas formas de gerar, dominar e disseminar o conhecimento.”

Com o uso das tecnologias de informação e comunicação no ambiente educacional, a proximidade entre o aluno e o professor torna-se maior, além da diversidade cultural que existe nesse ambiente. As tecnologias são utilizadas como um recurso de aprendizagem no

²⁹ Os dados obtidos a respeito do Sistema Operacional Linux foram retirados de <http://pt.wikipedia.org/wiki/Linux> acessado em 12/2006.

qual o aluno manifesta sua individualidade, sua criatividade estabelecendo interações e comunicações. Para Miskulin (1999),

As novas tecnologias devem propiciar ao sujeito o poder pleno de expressão crítica, criativa e consciente na busca de uma integração digna e justa na sociedade, e não servirem de instrumentos de dominação política e social, resultando em uma submissão acrítica dos indivíduos. Em outras palavras, as novas tecnologias e os meios de comunicação, como a Internet devem possibilitar mecanismos para que os indivíduos se desenvolvam e se integrem plenamente no mercado de trabalho e na sociedade (p.40).

Nessa linha de pensamento, enfatizando as concepções e idéias acima delineadas, podemos refletir sobre o indivíduo numa sociedade informatizada. O mercado de trabalho tem procurado cada vez mais

Uma nova formação do cidadão, um novo perfil do trabalhador com um nível qualificado de informação, com conhecimento crítico, criativo e mais amplo, resultando em condições que lhe permitam integrar-se plena e conscientemente nas tarefas que, possivelmente, desempenhará em sua profissão e em sua vida (MISKULIN 1999, p. 41).

A sociedade, em busca desse novo cidadão, faz com que os desafios na educação sejam ampliados.

Existe a consciência de que um bom domínio das tecnologias da informação e da comunicação (TIC) é essencial para garantir o acesso ao emprego, o desenvolvimento pessoal e o exercício de cidadania. Estes objectivos colocam, porém, muitos desafios tanto aos professores já em exercício como às instituições de formação inicial (VARANDA; OLIVEIRA; & PONTE 1999, p. 1).

A educação deve assumir o papel de formação desse indivíduo, proporcionando-lhe uma formação plena e integral, tornando-o crítico, consciente e permitindo-lhe o contato com as novas tecnologias. Nessa perspectiva, podemos observar que o aumento do uso dessas tecnologias em locais de trabalho, tem forçado as pessoas, cada vez mais, a aprenderem novas habilidades e a avaliarem situações, apresentando respostas e assimilando novos conceitos.

Podemos notar que ainda existe uma distância entre a tecnologia e o seu uso nas escolas. Segundo Penteadó (2004), o uso das TICs incomoda muitos profissionais que estão acostumados a atuar em situações de aprendizagem com previsibilidade. “O uso de TIC exige movimento constante, por parte dos professores, para áreas desconhecidas. É preciso atuar numa zona de risco onde a perda de controle é algo que ocorre constantemente” (p.284). Durante o uso das TICs, podem ocorrer problemas técnicos, perguntas imprevisíveis ou até situações desconhecidas pelo professor quando o aluno procura investigar novas ferramentas

no programa que está sendo utilizado. É necessário que o professor esteja preparado a buscar respostas em livros, colegas, ou até com os alunos.

Não dá para negar que a atuação numa zona de risco, como a caracterizada acima, pode ser uma contribuição muito grande no processo de constituição do professor enquanto pessoa e profissional. Ele se depara constantemente com a necessidade de buscar novos conhecimentos (PENTEADO 2004, p. 284).

Desse modo, alguns problemas têm sido vivenciados no contexto educacional. Segundo Ribeiro e Ponte (2000),

A integração de novas tecnologias nas práticas educativas parece ser um processo algo indefinido, não tanto pela sua lentidão mas, sobretudo, pela falta de rumo. Perante esta situação, como em tantos outros casos, atribui-se, frequentemente, a culpa às escolas e aos professores (p.1).

Nosso objetivo não é evidenciar essas dificuldades, pois muitas delas têm sido apresentadas em outras pesquisas, e sim mostrar a importância dessa tecnologia inserida no contexto educacional para que os professores preparem-se para tal realidade.

Se os educadores não quiserem ficar estagnados em métodos de ensino e teorias de trabalhos obsoletos, devem estar abertos e preparados para essas novas formas do saber humano, novos modos de formar e dominar o conhecimento, novas maneiras de produção e apropriação do saber científico. O cenário tecnológico desempenha uma função fundamental na criação de estruturas que levem em conta as novas maneiras de gerar e disseminar o conhecimento, as novas maneiras de produção e de consumo (MISKULIN, 1999, p. 40).

“É evidente que, para estar desperto e preparado para a complexidade das suas funções neste contexto de utilização das TICs, o futuro professor precisa, ele próprio, de possuir uma experiência significativa com estes meios.” (VARANDA; OLIVEIRA; & PONTE, 1999, p. 4). “Assim, se o professor permanecer isolado e sem possibilidade de realizar uma reflexão continuada, parece improvável que a porta da sala de aula se abra à introdução da tecnologia num sentido educacionalmente inovador.” (RIBEIRO; PONTE, 2000, p.18).

Diante das reflexões de alguns autores que foram aqui apresentadas, é importante enfatizar que a Educação precisa estar em consonância com os avanços tecnológicos para que nossos alunos estejam inseridos em ambientes significativos de aprendizagem, que possibilitem, aos alunos, novas maneiras de gerar e disseminar o conhecimento (MISKULIN, 1999, p. 50).

Para que ocorra esse envolvimento, faz-se necessário acreditar nas capacidades e potencialidades do ser humano. É fundamental repensar a educação no sentido de apresentar novas alternativas para os alunos interagirem com as diversas mídias e poderem vivenciar um contexto entre a escola e o cotidiano, possibilitando a interação e a interpretação do que acontece no seu mundo e a compreensão da sua cultura.

Martins (2003) afirma que o uso das mídias pode influenciar diretamente os alunos e expõe como exemplo uma de suas experiências:

(...) ativando a sua imaginação e seu pensamento, encontrando possibilidades para analisar, alterar, lançar-se outros desafios e investigar outras possibilidades. Em tais espaços, o aprendiz podia estar imerso no contexto, envolvido, instigado, desafiado, trocando idéias com outras pessoas, solicitando informações relevantes para dar continuidade a sua ação, verificando seus avanços e conquistas (p.10).

Concordando com as idéias apresentadas, acreditamos que a escola precisa ser renovada. Essa renovação da escola

Exige que haja uma incorporação de mecanismos que possam propiciar uma verdadeira integração da escola às novas produções e necessidades da sociedade, tornando-se cada vez mais produtiva para que os alunos possam integrar-se plenamente no setor produtivo da sociedade em que vivem. E, além disso, a renovação da escola pressupõe uma intensa reestruturação e reorganização dos conteúdos a serem abordados e, ainda, uma transformação nos métodos de trabalho e teorias de ensino, adequando-os às necessidades e exigências da sociedade. Um outro fato extremamente importante na possibilidade de renovação da escola constitui-se na modificação e transcendência das estruturas básicas das disciplinas, ou seja, trabalhar com abordagens novas, relacionadas a projetos transdisciplinares, nos quais a Informática interrelacionada a aspectos culturais, sociais, axiológicos, entre outros, possibilite o surgimento de elos de conexão entre os assuntos abordados (MISKULIN, 1999, p.42).

Dessa forma, ambientes de aprendizagem estarão sendo oferecidos aos alunos, proporcionando a construção e a disseminação do conhecimento (MISKULIN, 1999). Segundo Martins (2003, p. 23), as tecnologias de informação e comunicação “são úteis e necessários para atuar em situações que se transformam a cada momento, para desenvolver idéias, atribuir sentido ao que nos rodeia e ver a realidade sob ângulos diversos.”

Transpondo essas concepções para o contexto da Educação Matemática, sabemos que a constituição do sujeito matemático, isto é, da subjetividade do matemático e, conseqüentemente, do processo de aprendizagem do conhecimento matemático, está diretamente relacionada ao fato de estarmos aptos a adquirir este conhecimento, esta aptidão é cultural. De fato, percebemos determinados signos porque culturalmente estamos preparados para percebê-los. As mídias atuais nos permitem perceber signos que antes não estávamos

aptos a percebê-los. A dinamicidade, implícita em alguns softwares educativos, possibilita-nos um contexto interativo, o qual auxilia-nos nas atribuições de significados e sentidos aos movimentos presentes nos objetos matemáticos representados. Assim, novos signos se constituem no processo de compreensão dos conceitos matemáticos.

Diante da importância da tecnologia no contexto educacional e dos desafios que são apresentados, Ribeiro e Ponte (2000) destacam que:

A sociedade de informação coloca novos desafios a todos os cidadãos como aprender a aprender, a informar-se, a comunicar, a raciocinar, a comparar, a decidir, a cooperar... Estes desafios exigem uma resposta por parte da escola. A renovação e modernização do ensino da Matemática é uma questão na ordem do dia, tanto nacional como internacionalmente. Assim, o uso da tecnologia no ensino da Matemática questiona a capacidade do professor para conseguir definir, não só como e quando usar a tecnologia mas, também, porquê e para quê. O seu uso educativo ganhará sentido e consistência à medida que o professor se questionar e questionar os outros, se informar e comunicar com os outros, se flexibilizar e personalizar as suas actividades com as tecnologias (p.20).

O uso das tecnologias em sala de aula apresenta-se muito complexo. Essas tecnologias precisam ser incorporadas nas atividades das escolas e não somente serem utilizadas como um recurso didático a mais no processo de ensino e aprendizagem. Apenas a disponibilidade de recursos nas escolas não favorece em nada; torna-se necessário também que se tenha um uso efetivo e significativo das TICs. As ações educativas são acompanhadas por professores que precisam ter uma familiaridade com essas tecnologias, embora, ainda, atualmente, muitos educadores apresentem resistência a tal uso. É um trabalho que exige organização, acompanhamento, além de equipamentos e materiais que possibilitem a utilização plena e consciente das TICs na sala de aula.

Assim como a implementação e a utilização de um Laboratório de Informática é estritamente necessário em uma escola, um Laboratório que contenha, além de computadores, materiais manipulativos ou concretos tornam-se de fundamental importância no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Corroborando com essa concepção, Lorenzato (2006) organiza e publica um livro específico sobre esse tema. Assim, o referido autor apresenta ao leitor o laboratório de Ensino de Matemática e materiais didáticos manipuláveis. Além disso, a partir de outros autores que compõem o referido livro, há a exposição do desenvolvimento e do uso de materiais didáticos no Ensino da Matemática, abordando a implementação de um laboratório de Educação Matemática para apoio na formação de professores. Apresentam, ainda, as potencialidades didático-pedagógicas dos materiais manipuláveis como recursos

didáticos na formação de professores de Matemática. Também expressam o LEM, na discussão de conceitos de Geometria, a partir das mídias: dobradura e *software* dinâmico. Em um outro momento, os autores proporcionam ações e atividades desenvolvidas no laboratório de ensino de Geometria. Além disso, os autores promulgam uma trajetória de pesquisa em Educação Matemática que apóia a formação do professor e interação com a comunidade. Finalmente, os autores defendem as potencialidades didático-pedagógicas de um laboratório em educação matemática mediado pelas TICs na formação de professores.

Essas perspectivas vêm mostrar a importância e a necessidade da abordagem metodológica da presente pesquisa, junto aos sujeitos pesquisados. Esse aspecto será mais bem detalhado no próximo capítulo, no qual descreveremos como aconteceram os encontros, detalhando as interferências desta pesquisadora e professora, as falas dos alunos, as resistências dos sujeitos ao trabalharem no Laboratório de Informática e o uso do computador no dia-a-dia dos alunos.

CAPÍTULO IV

DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS EXCERTOS QUALITATIVOS

Gostaríamos de salientar que a descrição e análise das Tarefas Exploratório- Investigativas: Atividade 01 – Cercando os Terrenos; Atividade 02 – Cartões formando Caixas; Atividade 03 - A Fabricação de Caixas por um Carpinteiro; Atividade 04 - Encaixando alguns Blocos; Atividade 05 – Trabalhando com Cubinhos e Atividade 06 - Representando os Sólidos em um Ambiente Computacional, analisadas na Coleta de Dados desta pesquisa serão apresentadas e descritas no CD-ROM, que acompanhará esta pesquisa. O presente capítulo aborda um diálogo dos Dados coletados com a literatura, por meio da explicitação de alguns excertos qualitativos retirados de duas³⁰ das atividades, (Atividades Exploratório-Investigativas: 4 e 5), desenvolvidas junto aos sujeitos pesquisados, que constituem-se nas Tarefas Exploratório-Investigativas: 04 - Encaixando alguns Blocos; Atividade 05 – Trabalhando com Cubinhos.

Estabelecendo um diálogo com a literatura apresentada resgatamos algumas dimensões teórico-metodológicas que contextualizam a nossa pesquisa. Assim, por que estamos preocupados com o processo de ensinar e aprender Matemática? No processo de ensino e aprendizagem da Matemática, notamos alguns comportamentos passivos, apresentados pelos alunos que, na maioria das vezes, priorizam a reprodução mecânica das atividades propostas.

Uma maneira de minimizar esse processo de memorização mecânica poderia ser estimular e envolver os alunos no processo de ensino, resgatando alguns aspectos significativos para eles, por meio de atividades que representam sentidos e significados para eles. Esperamos que, dessa maneira, os alunos possam evitar a automatização imediata do conhecimento, permitindo-lhes outras formas e meios de se relacionarem com a Matemática. Em relação aos professores, esses poderiam utilizar estratégias metodológicas ou métodos de ensino, na sala de aula, possibilitando aos alunos criarem suas próprias hipóteses, testando-as, possibilitando assim, novas conjecturas e novos conhecimentos no processo de resolução de problemas matemáticos.

³⁰ Apresentamos nessa pesquisa os excertos de duas atividades. A escolha dessas duas atividades baseou-se em elementos semióticos, os quais consideramos mais importantes e adequados aos objetivos da pesquisa, que emergiram no processo da descrição e análise de todas as atividades.

Continuando nessa mesma linha de pensamento, por que na Metodologia, junto aos sujeitos pesquisados, utilizamos uma abordagem metodológica baseada nas Investigações Matemáticas, mais especificamente, em Atividades Exploratório-Investigativas?

As Investigações Matemáticas, assim como qualquer tipo de investigação, deve ser realizada, segundo Ponte (2003), explorando e formulando questões, conjecturando e realizando testes, reformulando e refinando hipóteses e, finalmente, justificando as conjecturas e avaliando o raciocínio.

Esse tipo de Investigações Matemáticas diferenciam-se das demais atividades por permitirem, aos alunos, várias investigações e explorações, a partir de situações-problemas desafiadoras e abertas, procurando relacionar objetos conhecidos a objetos desconhecidos. Trata-se de um processo que não prevê uma resolução imediata e nem um método já conhecido, porém pode propiciar um ensino significativo da Matemática.

A abordagem teórico-metodológica das Investigações Matemáticas, mais especificamente, as Atividades Exploratório-Investigativas aplicadas na Coleta de Dados, da presente pesquisa, possui características próprias como: “a exploração e formulação de questões, a formulação de conjecturas, o teste e a reformulação de conjecturas e, ainda, a justificação de conjecturas e avaliação do resultado.” (PONTE et al, 2003, p.29).

Em uma abordagem tradicional, essas características próprias das Atividades Exploratório-Investigativas, citadas anteriormente, não estão presentes.

Compreendemos que as implementações de atividades com essas características teórico-metodológicas resgatam a construção de conceitos matemáticos por meio de um processo de exploração, visualização e representação dos conceitos matemáticos.

Para Gutiérrez (1996) a “visualização” é considerada “como o tipo de atividade de raciocínio baseada no uso de elementos visuais e espaciais, tanto mentais quanto físicos, desenvolvidos para resolver problemas ou provar propriedades.” (GUTIÉRREZ 1996, p.8) Um dos elementos que integram a visualização é a representação externa. “Representação Externa é qualquer tipo de representação gráfica ou verbal de conceitos ou propriedades incluindo figuras, desenhos, diagramas etc, que ajuda a criar ou transformar imagens mentais e fazer raciocínio visual.” (GUTIÉRREZ 1996, p. 8).

Na presente pesquisa essas concepções serão consideradas no processo de Análise de Dados, objetivando investigar, analisar e identificar as inter-relações entre as visualizações mentais e gráficas dos signos matemáticos no contexto didático-pedagógico, propiciando reflexões a respeito das estratégias de ensino-aprendizagem e

suas potencialidades pedagógicas na constituição do conhecimento matemático. Assim sendo, nessa busca e investigação e na expectativa de propiciar aos educadores uma possível reflexão sobre os métodos e teorias do processo de ensino e de aprendizagem em Matemática, abordamos a seguinte questão de investigação: Como os processos de visualização e de representação podem influenciar na constituição do conhecimento no contexto didático-pedagógico da Matemática?

Delinear possíveis respostas à esta questão significa compreender as inter-relações de significação entre a visualização e a representação dos conceitos matemáticos e as suas possíveis influências no processo da constituição deste tipo de conhecimento, mais especificamente, dos conhecimentos geométricos.

Além disso, pretendemos também, com esta pesquisa, oferecer aos professores e pesquisadores da área subsídios para uma possível reflexão e redimensionamento das estratégias de ensino e métodos de trabalhos, possibilitando, dessa forma, uma Educação condizente com os anseios e expectativas dos alunos, inseridos em uma sociedade tecnológica que se transforma a cada dia.

Nesse momento, nos restringiremos a analisar alguns excertos qualitativos, retirados das Atividades Exploratório-Investigativas, desenvolvidas na pesquisa. Assim, conforme já explicitado, a seleção desses excertos processou-se buscando relacionar os dados obtidos na pesquisa e analisá-los, considerando as possíveis inter-relações entre a visualização e a representação geométrica, em uma perspectiva Semiótica.

A perspectiva Semiótica utilizada na presente pesquisa será baseada na proposta de análise semiótica de Santaella (2002, p.29), a qual postula que: “(...) diante de um processo de signos que se quer ler semioticamente, o primeiro passo a ser dado é o fenomenológico: contemplar, então discriminar e, por fim, generalizar em correspondência com as categorias da primeiridade, secundidade e terceiridade.”

Devemos em primeiro lugar ter um olhar contemplativo para os fenômenos, ou seja, “Contemplar significa tornar-se disponível para o que está diante dos nossos sentidos.” (SANTAELLA 2002, p.29). Contemplamos sem fazermos interpretações ao que nos é apresentado. A “capacidade contemplativa corresponde à rara capacidade que tem o artista de ver as cores aparentes da natureza como elas realmente são, sem substituí-las por nenhuma interpretação.” (PEIRCE, apud SANTAELLA 2002, p. 30).

Assim, “(...) temos de dar aos signos o tempo que eles precisam para se mostrarem. Sem isso, estamos destinados a perder a sensibilidade para seus aspectos qualitativos, para seu caráter de quali-signo.” (SANTAELLA 2002, p.30).

Em um segundo momento, observamos os fenômenos. Devemos entrar em ação com nossa habilidade perceptiva, “(...) trata-se de estar atento para a dimensão sin-signo do fenômeno, para o modo como sua singularidade se delinea no seu aqui e agora.” (SANTAELLA 2002, p.31).

Por último, generalizamos os episódios,

(...) entramos na dimensão do terceiro tipo de olhar que devemos dirigir aos fenômenos, isto é, aquele que brota do desenvolvimento da capacidade de generalização que os matemáticos levam ao seu ponto máximo. Trata-se aqui de conseguir abstrair o geral do particular, extrair de um dado fenômeno aquilo que ele tem em comum com todos os outros com que compõem uma classe geral. (SANTAELLA 2002, p.31).

Procurando compreender essas inter-relações, as Atividades Exploratório- Investigativas propostas, para tal pesquisa, envolveram a exploração de objetos, construções, desenhos, comparações e classificações em Matemática. Durante a coleta de dados, os alunos estiveram em um ambiente de Investigação Matemática. Assim, eles aplicavam de maneira informal, os conceitos, lançando mão das características pedagógicas das Atividades Exploratório-Investigativas e não a memorização de definições e fórmulas. Sabemos que algumas escolas enfatizam a memorização, os resumos, o ditado de definições e até procedimentos iguais para a solução de problemas. Temos conhecimento ainda, que em sala de aula, essa realidade é complexa devido a inúmeros fatores, dentre eles, o professor que é colocado no centro do processo de aprendizagem. Chegamos, então, a um grande equívoco quando preparamos aulas achando que todos os alunos aprenderão de uma mesma maneira. Como alternativa para minimizar essa realidade complexa que se apresenta atualmente na escola, propomos a manipulação dos objetos concretos, o reconhecimento das formas geométricas, suas propriedades, semelhanças, diferenças, as diferentes representações, as explicitações sobre os processos de visualização matemática e a sistematização dos conceitos matemáticos.

Com essas perspectivas as Atividades Exploratório-Investigativas foram desenvolvidas por alunos da 2ª série do Ensino Médio de uma instituição de ensino da rede privada de Goiânia – GO. Os encontros iniciaram-se com o preenchimento de um questionário, presente no Anexo A, desta pesquisa, cujo objetivo consistia em obter uma ficha

individual de cada aluno, com seus dados pessoais e ainda, conhecer os conteúdos matemáticos já trabalhado com esses alunos, em sala de aula, com outros professores.

Apresentamos alguns excertos qualitativos, pertencentes às Atividades Exploratório- Investigativas, desenvolvidas durante a Coleta de Dados desta pesquisa, as quais buscam relacionar os dados obtidos na pesquisa e analisá-los, considerando as possíveis inter-relações entre a visualização e a representação dos conceitos matemáticos, em uma perspectiva Semiótica. A Semiótica trará subsídios teóricos para que possamos descrever as experiências vivenciadas, por meio da observação e interpretação dos fenômenos e suas possíveis influências na constituição do conhecimento.

Um dos excertos apresentados relaciona-se à Tarefa Exploratório-Investigativas, baseada na ATIVIDADE 4 - Encaixando alguns Blocos, presente no CD-ROM.

4.1-) ATIVIDADE 4 - Encaixando alguns Blocos

O objetivo desta Tarefa Exploratório-Investigativas consistiu em investigar as relações entre as formas geométricas que compunham os sólidos, presentes nas transparências e o papel da visualização na manipulação dos materiais concretos.

Esta foi a primeira Tarefa Exploratório-Investigativa³¹, desenvolvida com os alunos do Colégio C. Iniciamos o encontro com a presença de três alunos e os outros alunos chegaram posteriormente. Formamos, para essa primeira Tarefa, dois grupos, um com dois alunos e outro grupo com quatro alunos, escolhidos por eles próprios. Participaram, formando o Grupo A, os alunos: Bittar, Morato, e do Grupo B, os alunos: Oliveira, Bragança, Freitas e Santos.

Essa Tarefa Exploratório-Investigativa foi composta por dois momentos: o primeiro, em que os alunos respondiam as perguntas apenas visualizando as transparências e, um segundo momento, em que eram discutidas as mesmas questões, a partir da manipulação dos objetos concretos.

³¹ Imagens retiradas do livro: Praticando Matemática de Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos, 5ª série – Editora do Brasil

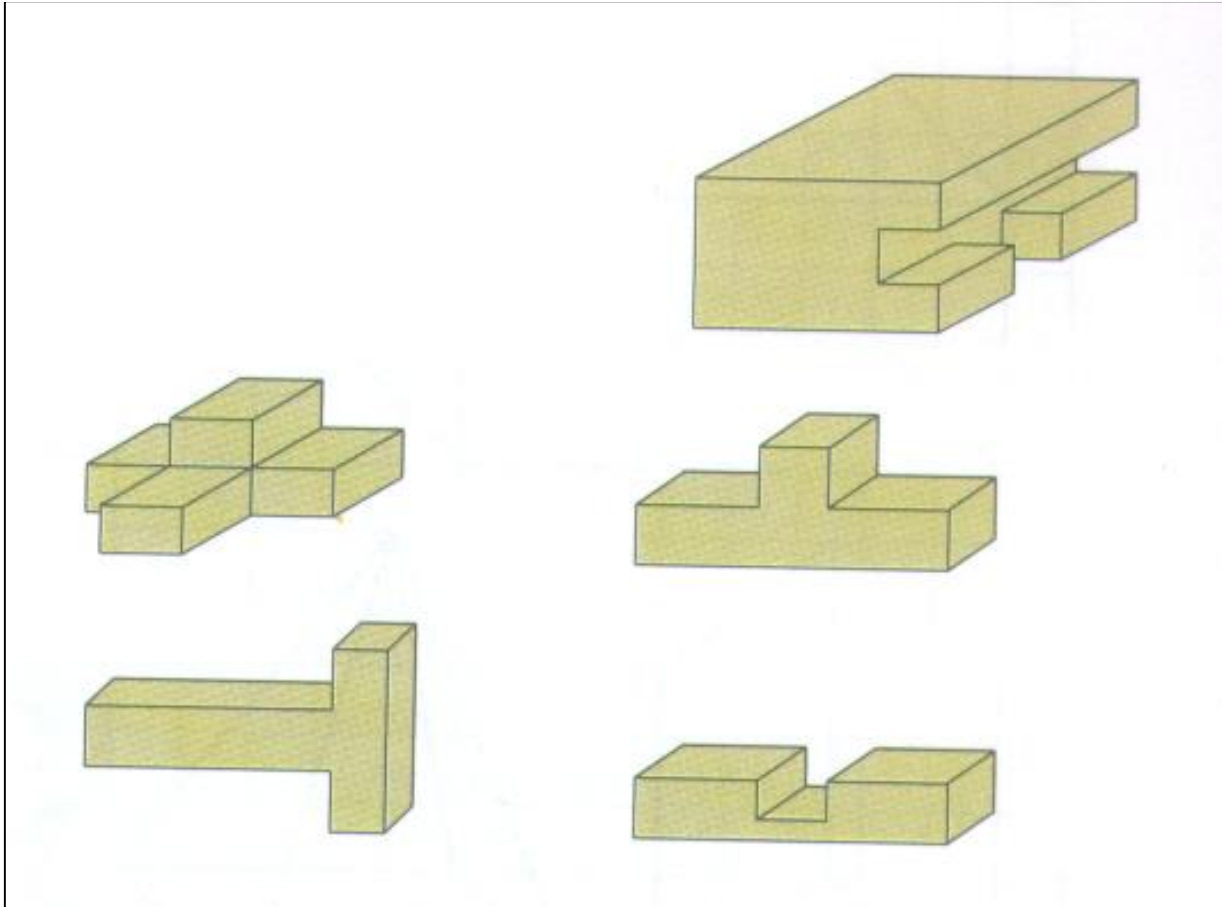


Figura 1: 1ª Transparência Utilizada na Investigação

Desse modo, a pesquisadora solicitou aos alunos que identificassem as formas geométricas que compunham os sólidos, apenas visualizando a 1ª Transparência. A maior dificuldade apresentada pelos alunos foi nomear as formas geométricas. Os alunos responderam: retângulo, paralelogramo, quadrados e paralelepípedo.

A pesquisadora então lançou mão de um novo desafio, perguntando aos alunos, se ao juntarem algum daqueles blocos que eram mostrados na 1ª Transparência utilizada na Investigação, Figura 1, seria possível formar um sólido regular? Se fosse possível, quantos blocos seriam acoplados e quais.

Os alunos do Grupo A, depois de discutirem entre si, visualizaram dois paralelepípedos e um prisma. O Grupo B respondeu que seria possível formar duas peças, mas não as nomeou.

Esta Tarefa Exploratório-Investigativa, composta pelo primeiro momento, no qual os alunos respondiam as perguntas visualizando as transparências, nos mostra que apenas visualizando os objetos investigados os alunos têm condições de elaborar um raciocínio baseado no uso de “elementos visuais e espaciais, tanto mentais quanto físicos, desenvolvidos para resolver problemas ou provar propriedades.” (GUTIÉRREZ 1996, p.8). Para esse mesmo autor, um dos elementos que integram a visualização é a representação externa. “Representação Externa é qualquer tipo de representação gráfica ou verbal de conceitos ou

propriedades incluindo figuras, desenhos, diagramas etc, que ajuda a criar ou transformar imagens mentais e fazer raciocínio visual.” (GUTIÉRREZ 1996, p. 8).

Assim, na presente tarefa a representação externa do objeto matemático constituía-se na transparência (Figura 1), que representava os objetos matemáticos investigados. Essa figura, com os objetos representados, constituía-se em um signo para os alunos pesquisados? Segundo Hildebrand (2001), em inúmeras pesquisas que abordam temas matemáticos, os signos dão suportes visuais aos modelos que objetivamos representar. Assim, Nelsen (apud HILDEBRAND, 2001, p.107), analisa que a produção de conhecimento por meio de imagens e diagramas visuais, constituem-se em auxílios na elaboração de demonstrações e provas Matemáticas, ou seja, a visualização é usada como estímulo às reflexões nas demonstrações Matemáticas.

Outro pesquisador (Halmos, apud Hildebrand, 2001) concebe que, a Matemática como ciência, exige de nós sujeitos pensantes, a habilidade de visualizar figuras como um fator fundamental e, que os professores deveriam ensinar a Matemática aos seus alunos fazendo uso dessa habilidade. Halmos (apud Hildebrand, 2001) nos informa ainda que, “esta forma de raciocinar era muito utilizada por Albert Einstein e Henry Poincaré que diziam da importância de usarmos nossa intuição visual para melhor conhecer e representar as coisas do mundo” (p.107). A importância de visualizar desenhos, diagramas e representações no processo de reflexão pode ser também reconhecida nos estudos de Pitágoras, que segundo Hildebrand (2001), demonstrou a consistência de seus modelos por meio de imagens. Enfim;

A forma visual de um signo associada a um conceito é extremamente relevante na definição da notação, principalmente em Matemática. Um símbolo matemático deve possuir uma propriedade de dizer visualmente qual é o seu conteúdo conceitual, isto é, deve carregar em sua imagem a qualidade de representar o que ele substitui. Dizendo de outro modo, o conteúdo visual da representação sófica Matemática é muito importante para estabelecer o desenvolvimento do raciocínio sobre o modelo que estamos estudando. Se ele for mal elaborado dificultará a percepção do que estamos observando. (HILDEBRAND, 2001, p.110).

Assim sendo, na presente pesquisa, a importância fundamental que assume a visualização no processo de compreensão dos conhecimentos matemáticos, será ressaltada, pois, em nossa concepção só se concebe os conceitos matemáticos, se for possível, atribuímos um significado matemático ao signo que representa o conceito matemático intrínseco à uma determinada representação. Nesse sentido, (MISKULIN, MARTINS e MANTOAN, 1996, p.12) assinalam que, a representação e a visualização desempenham funções extremamente importantes na compreensão do objeto matemático, enfatizando que,

toda representação possui um caráter semiótico e um caráter instrumental. A Semioticidade pode ser percebida pelos desenhos, gráficos, gestos, discursos, palavras, etc.

Essa perspectiva será considerada ao analisarmos em nossa pesquisa as interações dos sujeitos pesquisados e suas respectivas representações matemáticas.

Os alunos ao responderem a questão da pesquisadora, (Ao juntarem algum daqueles blocos que eram mostrados na 1ª Transparência utilizada na Investigação, Figura 1, seria possível formar um sólido regular? Se fosse possível, quantos blocos seriam acoplados e quais?), em um primeiro momento, consideraram que os símbolos matemáticos representados possuíam uma propriedade que os definiam conceitualmente. Conforme citado anteriormente, os objetos representados carregavam em suas imagens a qualidade de representar o que eles estavam substituindo (HILDEBRAND, 2001, p.110).

Percebemos que ao investigar a função ou o papel da representação dos objetos matemáticos, representados na transparência (Figura 1), na elaboração das estratégias da Atividade proposta, consideramos que a imagem mental desses objetos, em alguns momentos dessa interação, não era suficiente para a elaboração das estratégias da resolução da Atividade proposta. Os alunos precisaram do apoio visual, ou seja, utilizaram os blocos manipulativos.

Para discutirmos as possibilidades das respostas, dadas anteriormente, os alunos foram convidados a responderem as mesmas perguntas utilizando o material concreto, o qual eles poderiam manipular os blocos manipulativos e refletir sobre as possíveis relações matemáticas. Ao manipular esse material concreto, o Grupo A respondeu que existiam retângulos e o Grupo B respondeu que seriam: “quadrado e paralelepípedo”. A pesquisadora explorou um pouco mais esse assunto ao notar que existia divergências nas respostas dadas pelos alunos. Desse modo, depois de muita discussão e reflexão, por parte dos alunos, confirmou-se que a única forma geométrica que compunha os sólidos mostrados (paralelepípedos em madeira) era o retângulo (faces do paralelepípedo). Assim, tornou-se necessário discutir e conceitualizar novamente quadrado, retângulo e paralelepípedo. Tal conceitualização se efetivou quando a professora buscou os quadriláteros em papel: quadrado e retângulo e o sólidos: cubo e paralelepípedo, em madeira. Manipulando-os, juntamente com a professora, os alunos começaram a “dialogar” e a perceber as propriedades matemáticas intrínsecas aos objetos que eram planos e os objetos não-planos. Começaram a perceber que os objetos não-planos possuíam faces formadas dos próprios objetos planos, no caso retângulo, no paralelepípedo e quadrado, no cubo. A imagem figural desses objetos, por meio das manipulações, diálogos com a professora e interações com os objetos, propiciou aos

alunos, elementos para que eles refletissem e re-estruturassem os seus pensamentos a respeito das características conceituais desses objetos.

Fischbein (1993), afirma que as imagens estimulam e apontam novas direções para o pensamento e que as figuras geométricas possuem tanto características conceituais quanto figurais. Em Gutiérrez (1996), a visualização na Geometria tridimensional ainda é pouco estudada, mas considera a visualização importantíssima para o processo de ensino-aprendizagem da Geometria, pois é por meio desta que se desenvolvem elementos visuais e espaciais necessários para a resolução dos problemas e provas de suas propriedades.

A interferência da pesquisadora no momento da resolução das atividades pelos alunos foi uma atitude comum entre professores, mas é preciso estar atento às intervenções e também aos erros cometidos pelos alunos, ao desenvolverem uma atividade. Nessa pesquisa, acreditamos que os educadores devem levar em consideração o raciocínio lógico dos alunos e orientá-los para buscarem caminhos, os quais possam levá-los à soluções corretas. Na maioria das vezes, notamos que os professores não consideram o raciocínio dos alunos e, essa atitude só enfatiza o erro cometido por eles.

No momento da investigação, a pesquisadora perguntou aos alunos por que eles haviam respondido: “paralelogramo”, na primeira parte. Os alunos afirmaram que o paralelogramo aparecia na transparência porque o desenho estava em 3ª dimensão. Então, a pesquisadora mostrou aos alunos que o que se tinha na transparência era uma representação em perspectiva de objetos tridimensionais.

Serão apresentadas, a seguir, fotos dos blocos manipulativos utilizados pelos alunos, referentes à 1ª transparência.

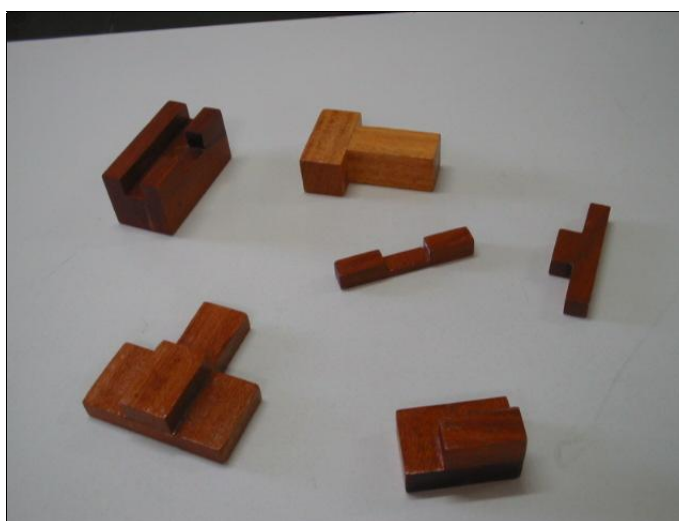


Figura 2: Blocos Manipulativos

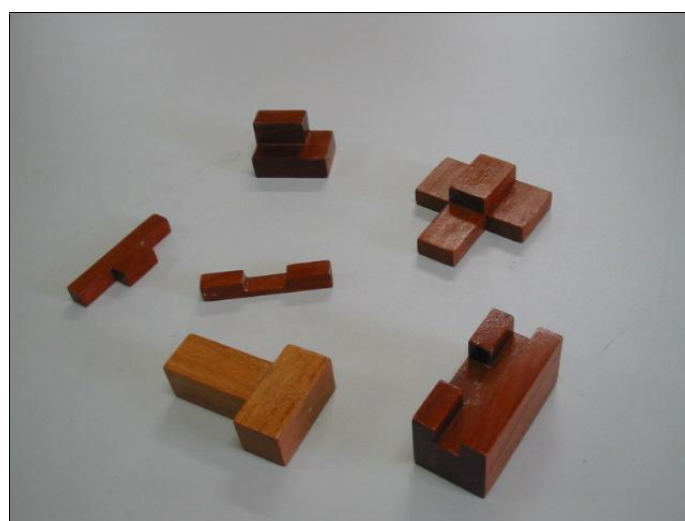


Figura 3: Blocos Manipulativos

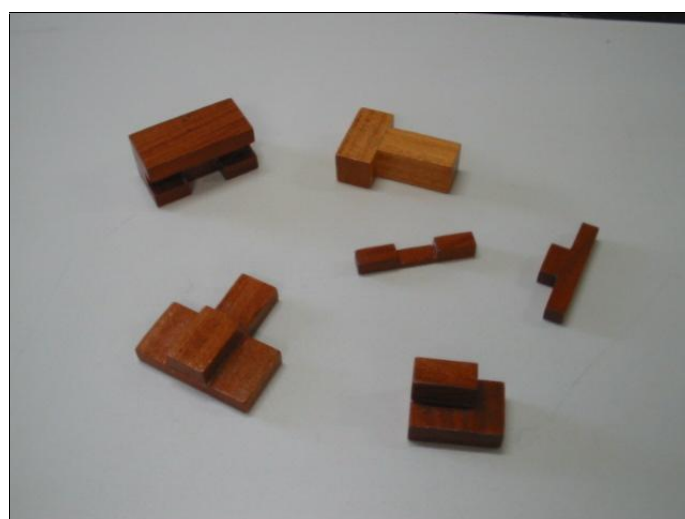


Figura 4: Blocos Manipulativos

Nessa interação, os alunos do Grupo A, ao manipularem o material concreto, verificaram que apenas duas peças encaixadas formavam um sólido – como mostra a Figura 5 e 6 a seguir, mas deram o nome de retângulo. O Grupo B também identificou as peças que formavam o sólido, mas novamente não as nomeou. Após a resposta dada pelos alunos, a pesquisadora se preocupou, pois os alunos do Grupo A haviam respondido corretamente o nome da forma geométrica na primeira parte da atividade e notou que os alunos, de maneira geral, confundiam os nomes, retângulo, quadrado, paralelepípedo e cubo.

As imagens abaixo referem-se as fotos dos dois blocos que se encaixavam formando um paralelepípedo.



Figura 5: Blocos Manipulativos



Figura 6: Blocos Manipulativos

Ao final dessa discussão, a pesquisadora perguntou aos alunos se antes da manipulação do material concreto eles tiveram algumas dificuldades. O Grupo A respondeu: “Sim, achar as formas e os nomes”. O Grupo B respondeu: “Sim, tivemos algumas dificuldades em visualizar quantas peças poderiam se formar”.

Acreditamos que a imagem mental, concebida pelo ato de visualizar, é formada pelo homem a partir da imagem visual e pode ser manipulada mentalmente, transformada e representada externamente. Como citado anteriormente, para Hildebrand (2001), a imagem mental e a imagem visual estão ligadas ao pensamento humano:

“(...) os cientistas sempre estiveram interessados nas formas de representar da matemática e, mais recentemente, nas formas lógicas da própria linguagem. As *imagens visuais* geradas pelos axiomas e sistemas

matemáticos e as *imagens mentais* produzidas com a intenção de adequar o nosso raciocínio lógico ao conhecimento desenvolvido nesta ciência, nos conduzem a uma linguagem que ao ser exteriorizada, aparenta ter total identidade com o pensamento humano.” (p. 3).

Nesse sentido, é importante destacar que a visualização é o processo no qual acontece a interação das imagens mentais e das representações externas (ZIMMERMANN, CUNNINGHAM, apud GUTIÉRREZ, 1996, p.04).

Podemos notar que o aluno, ao observar e descrever um objeto, ele utiliza a visualização e, posteriormente, forma uma imagem mental que será utilizada na interpretação do problema proposto. A visualização exige a descrição e a comparação das formas geométricas, resgatando as suas semelhanças e diferenças; isso possibilita a construção da imagem mental, levando o aluno a pensar no objeto geométrico, na sua ausência. Esse aspecto é de fundamental importância na construção e exploração dos conceitos matemáticos.

Dando continuidade a essa investigação, a pesquisadora lançou mão de mais um desafio, convidando os alunos a responderem as mesmas perguntas anteriores, mas utilizando uma outra transparência, exposta na Figura 7.

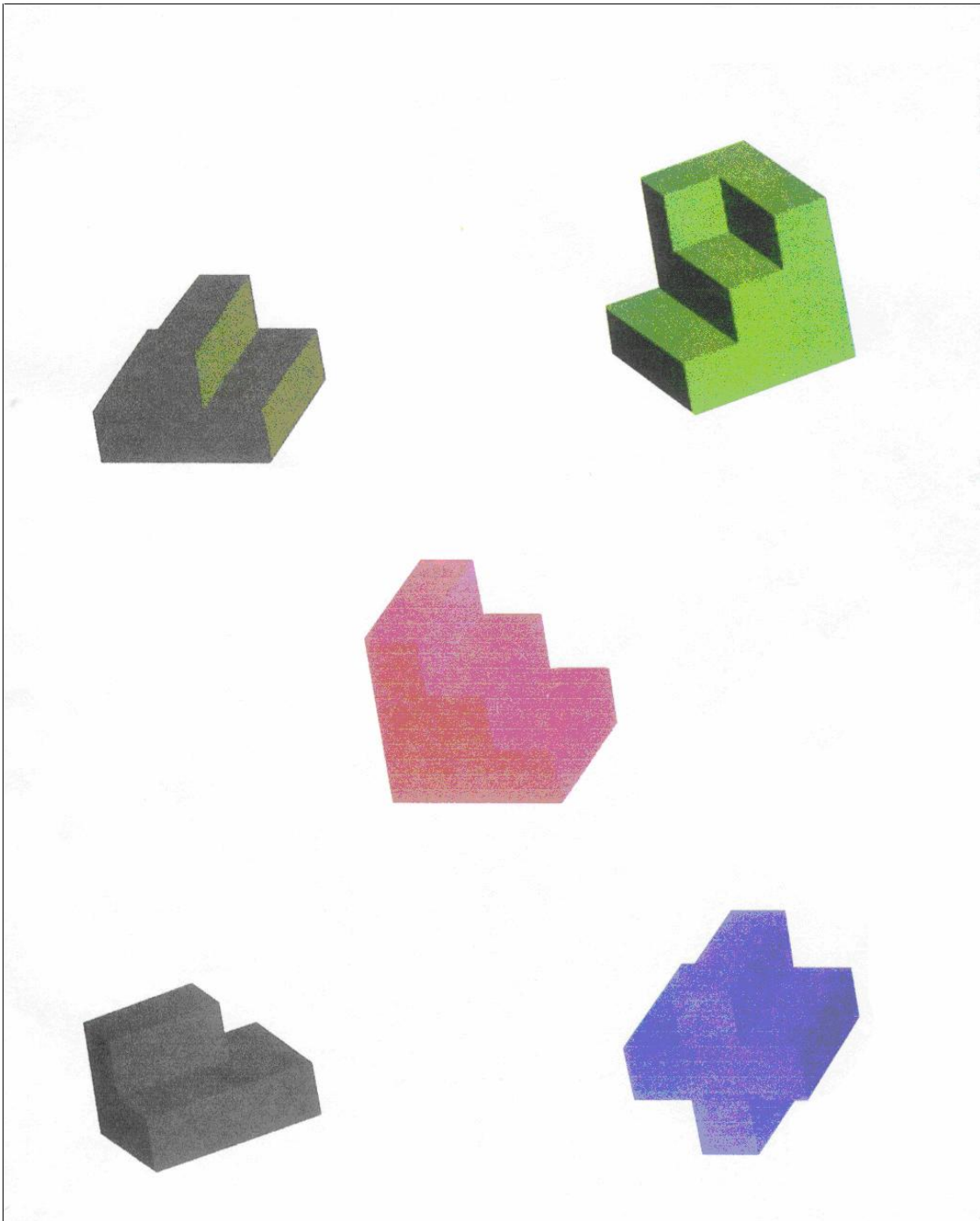


Figura 7: 2ª Transparência Utilizada na Investigação

Desse modo, o Grupo A identificou retângulos e paralelogramos que compunham os blocos acima. O Grupo B reconheceu quadrados, cubos e paralelepípedos. A partir das respostas dadas pelos alunos, a pesquisadora ficou preocupada, porque essa discussão das formas geométricas já havia sido feita com os alunos e, mesmo assim, não estava percebendo resultados positivos.

Dando seqüência à investigação, o Grupo A, aos manipular os sólidos, reconheceu dois sólidos que se encaixavam, denominando-os de quadrados e o Grupo B identificou as peças que se encaixavam, mas não soube os seus nomes.

Nesse desafio, a pesquisadora solicitou aos alunos, a escolha de dois sólidos que estavam na segunda transparência e, a partir de suas preferências, os alunos deveriam fazer o desenho sobre duas perspectivas: de frente e de cima.

Os blocos 2, 3 e 4 estão, respectivamente, apresentados, a seguir.

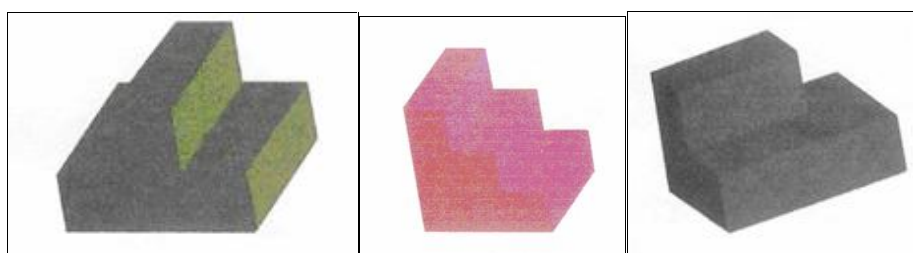


Figura 8: Sólidos escolhidos pelos alunos para descrição

Em seguida, foram oferecidas as representações realizadas pelos alunos do Grupo A e pelos alunos do Grupo B.

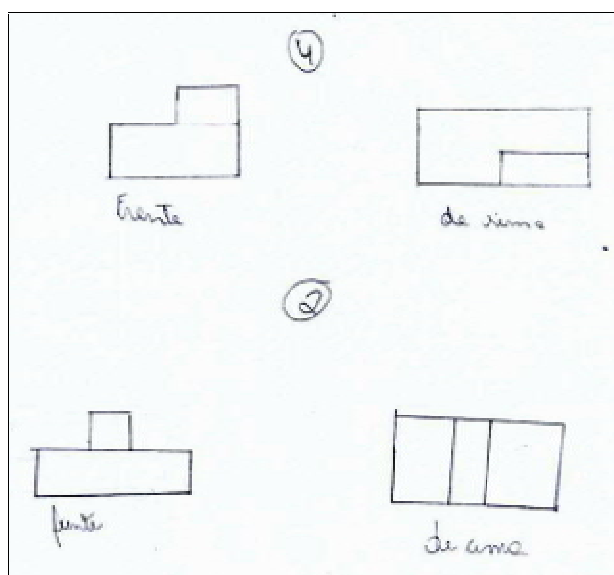


Figura 9: Representações Realizadas pelos Alunos do Grupo A

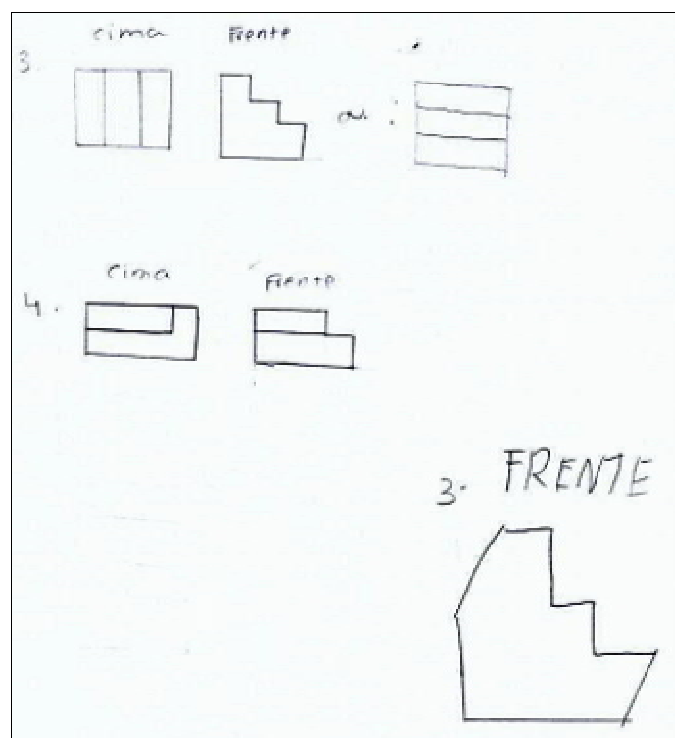


Figura 10: Representações Realizadas pelos Alunos do Grupo B

No momento em que os alunos faziam suas representações, a pesquisadora notou que as representações frontais se distinguiam entre os alunos. Nessa interação, a aluna Santos apresentou muita dificuldade, foi até a parede, na qual estava sendo projetada a imagem para verificar e confirmar suas representações. Após a conclusão da 1ª parte, com a segunda transparência (Figura 7), os alunos foram convidados a responderem as mesmas perguntas, manipulando o material concreto.

Será apresentada, a seguir, uma foto com os blocos referentes à segunda transparência (Figura 7).

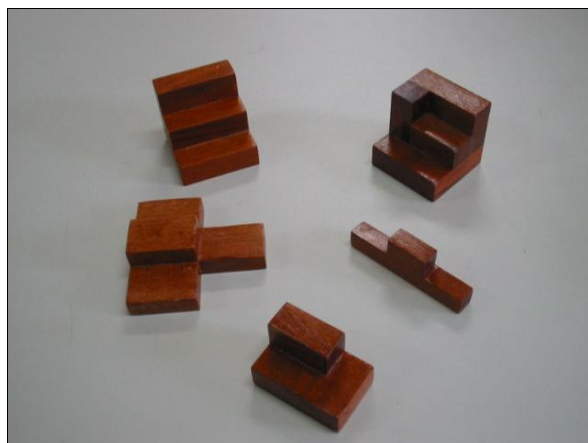


Figura 11: Blocos Manipulativos

Dando seqüência a discussão das formas geométricas que compunham os blocos, os alunos do Grupo A identificaram o retângulo, o paralelogramo e o quadrado e os alunos do Grupo B reconheceram o quadrado. Mais uma vez, a pesquisadora convidou-os a fazerem uma investigação a respeito das formas geométricas, pois mesmo manipulando o material e, após a discussão dessas formas geométricas com a 1ª transparência, os alunos ainda confundiam-se ao nomeá-las. A pesquisadora pontuou, aos alunos, a importância de saberem identificar as formas geométricas ao resolverem um atividade, pois acreditamos que esse seja o primeiro passo para a interpretação de uma atividade proposta. A pesquisadora afirmou que o motivo de tanta dificuldade por parte dos alunos se relacionava ao fato, desses alunos não possuírem essas imagens mentais formadas e não possuírem os conceitos matemáticos.

Continuando nessa mesma Atividade Exploratório-Investigativa, os alunos foram convidados a identificarem os sólidos que formavam um cubo, mas somente o Grupo A conseguiu nomeá-los. Segue abaixo imagens dos blocos que se encaixam formando um cubo.

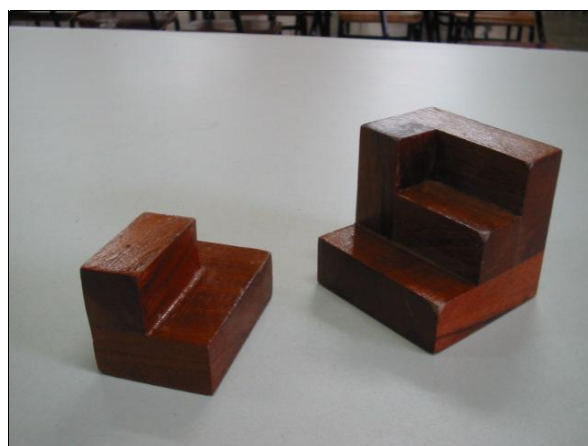


Figura 12: Blocos Manipulativos

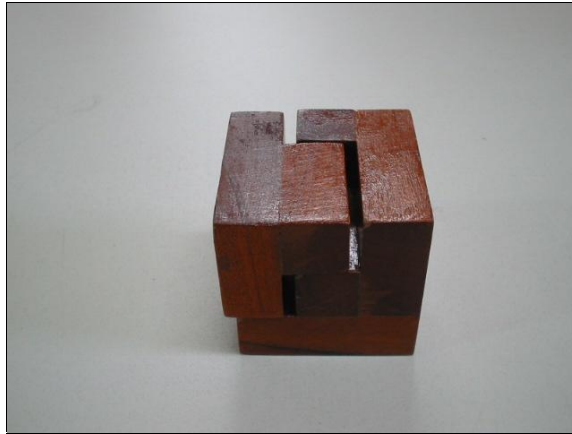


Figura 13: Blocos Manipulativos



Figura 14: Blocos Manipulativos



Figura 15: Blocos Manipulativos

Após essa discussão, foi solicitado aos alunos uma nova representação das mesmas peças construídas anteriormente. A seguir, serão apresentadas as representações realizadas pelos alunos do Grupo A e pelos alunos do Grupo B.

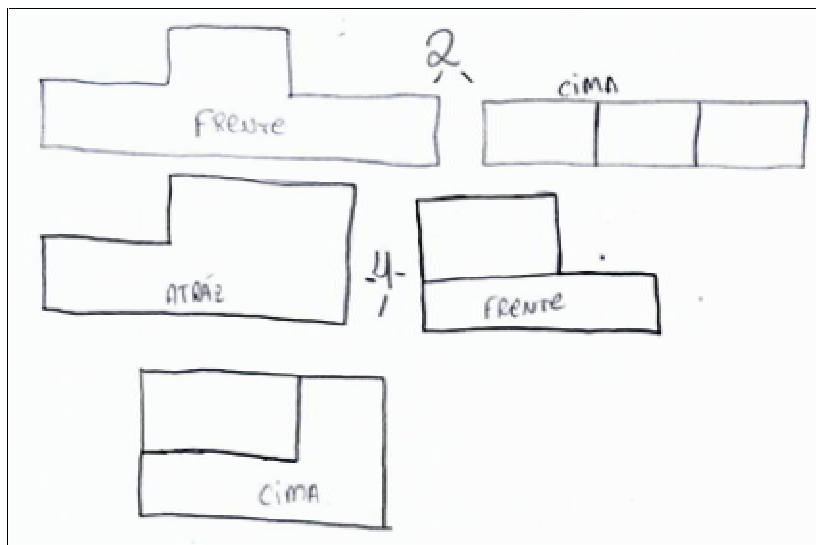


Figura 16: Representações Realizadas pelos Alunos do Grupo A

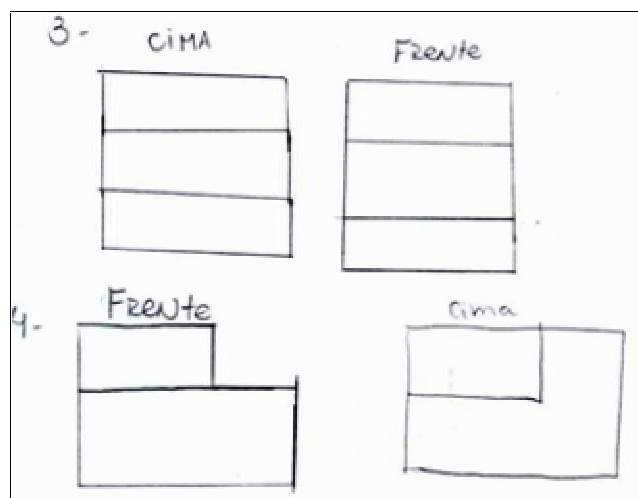


Figura 17: Representações Realizadas pelos Alunos do Grupo B

Notamos diferenças nas representações realizadas com a transparência e nas representações realizadas com o material manipulativo. Segundo Turrioni (2004),

O material concreto exerce um papel importante na aprendizagem. Facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar ao aluno na construção de seus conhecimentos. (p. 67).

Assim sendo, a pesquisadora convidou os alunos a estarem discutindo o porquê das diferenças apresentadas e os alunos verificaram que essas diferenças ocorreram, pois se confundiram no momento da identificação das partes da frente, de cima e de trás dos sólidos.

A aluna Santos apresentou grandes dificuldades para visualizar e diferenciar as faces que representavam a frente dos blocos. Convém ressaltar, que essa aluna, no momento de fazer os desenhos de frente e de cima dos blocos, chegou a ir à parede na qual estavam sendo projetadas as imagens para verificar a sua representação. Depois de muita discussão, conseguiu verificar que seu desenho de frente era o desenho da face lateral do sólido.

A pesquisadora objetivando saber o porquê de terem escolhido os sólidos 2, 3 e 4, perguntou aos alunos o que os levou a tal opção. Eles responderam que acharam mais fácil representar esses blocos, do que os outros sugeridos. Sendo assim, a pesquisadora solicitou a representação das peças 1, 2, 3 e 5, que não foram feitas. A seguir, as peças 1, 2, 3 e 5, respectivamente.

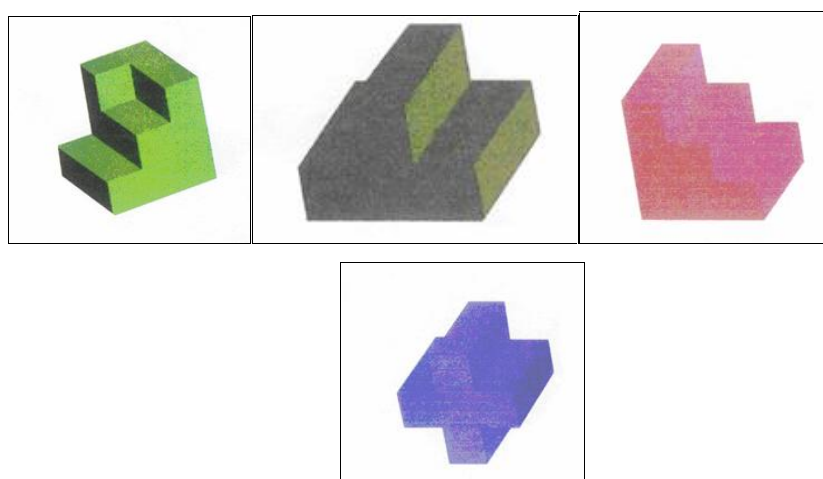


Figura 18: Sólidos 1, 2, 3 e 5 respectivamente

Em seguida, nas Figuras 19, 20 e 21 a representação dos Grupos A e B.

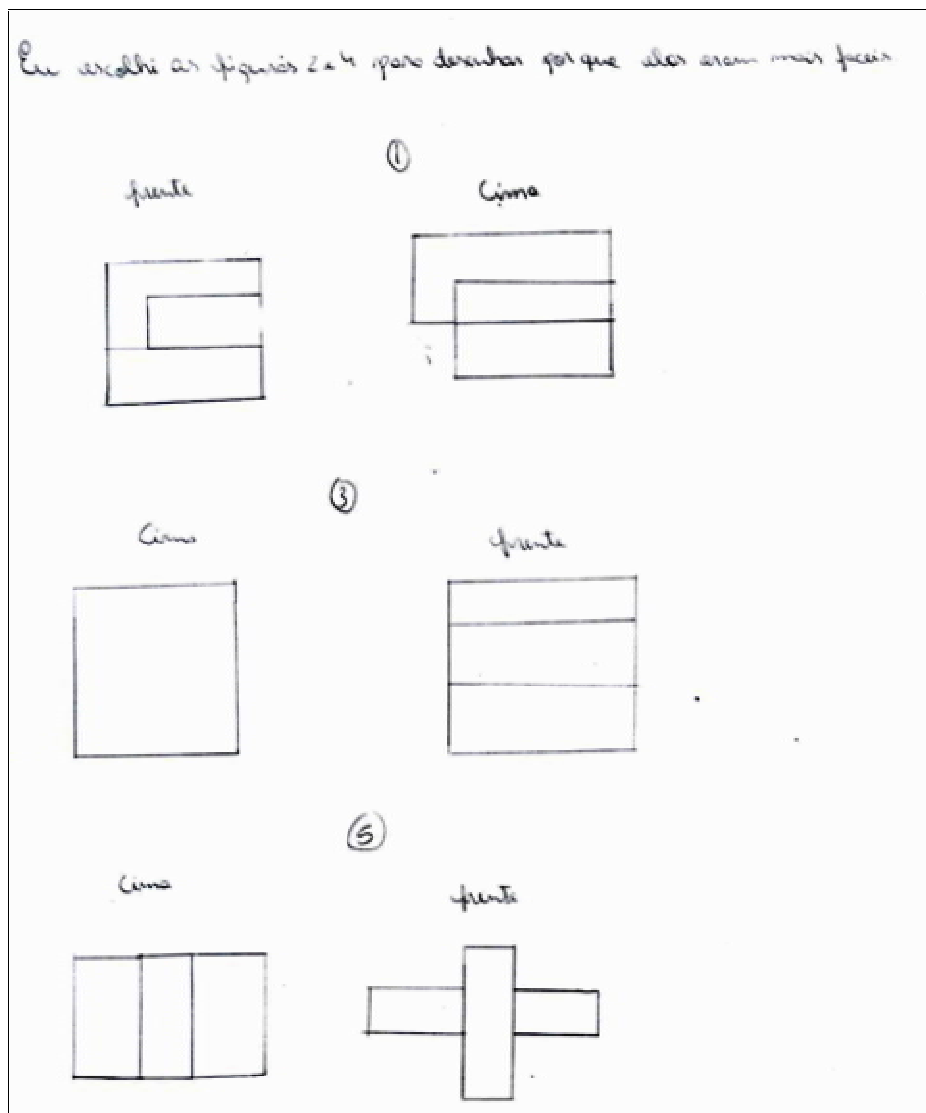


Figura 19: Representações Realizadas pelo Grupo A

Observamos que a representação frontal do Bloco 1, assim como, a representação de cima desse mesmo Bloco não tem coerência com o sólido, no real. O Bloco 2 e 3 foi representado corretamente. Na Figura 20, a seguir, temos a continuação das representações do Grupo A

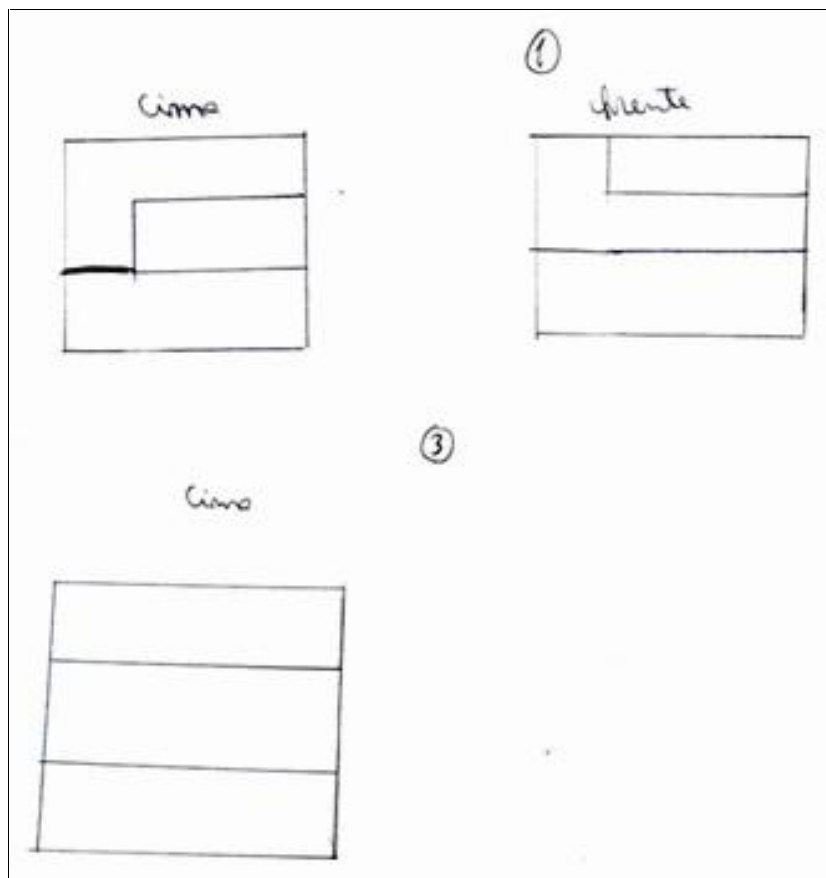


Figura 20: Continuação das Representações Realizadas pelos Alunos do Grupo A

O Bloco 1 foi representado corretamente na Figura 20. Apenas notamos, que as representações não foram concluídas nessa figura, porque os alunos não compareceram a todos os encontros.

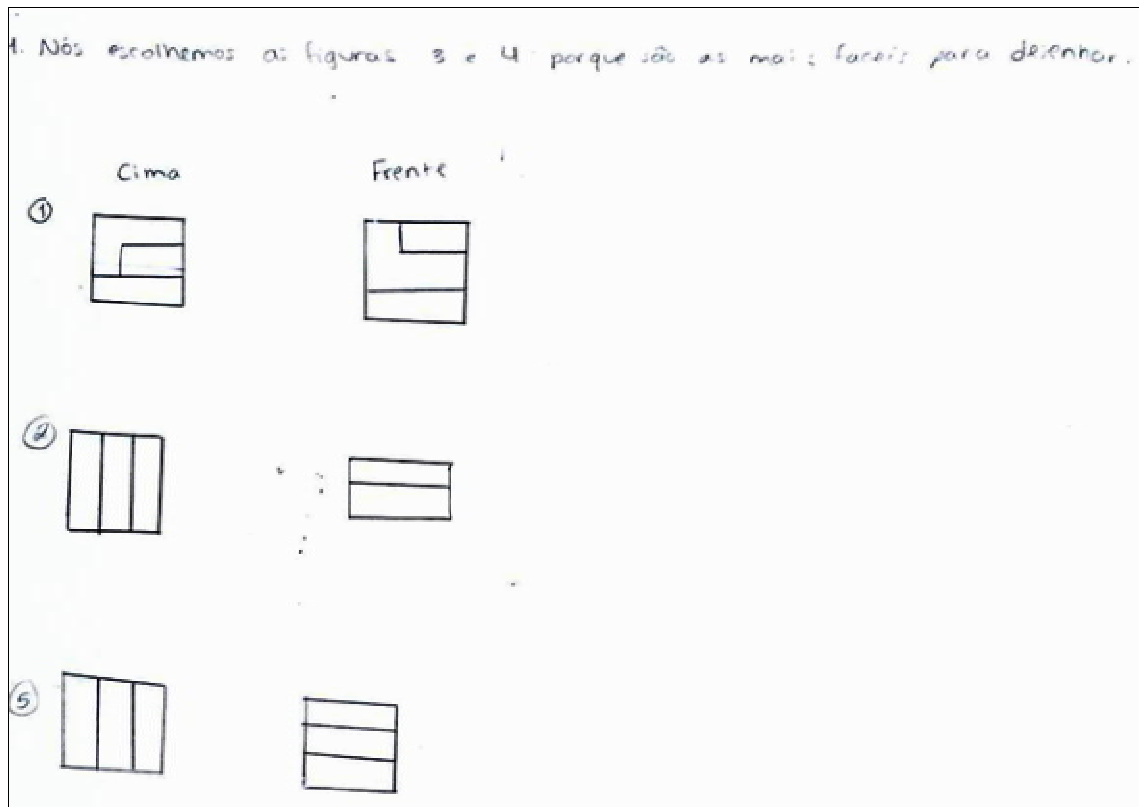


Figura 21: Representações Realizadas pelos alunos do Grupo B

O Grupo B obteve mais facilidade ao representar os Blocos. Blocos 1, 2 e 5 representados corretamente.

Ao final desta atividade, a pesquisadora solicitou aos alunos que escrevessem sobre as suas dificuldades. Os alunos deram as seguintes respostas:

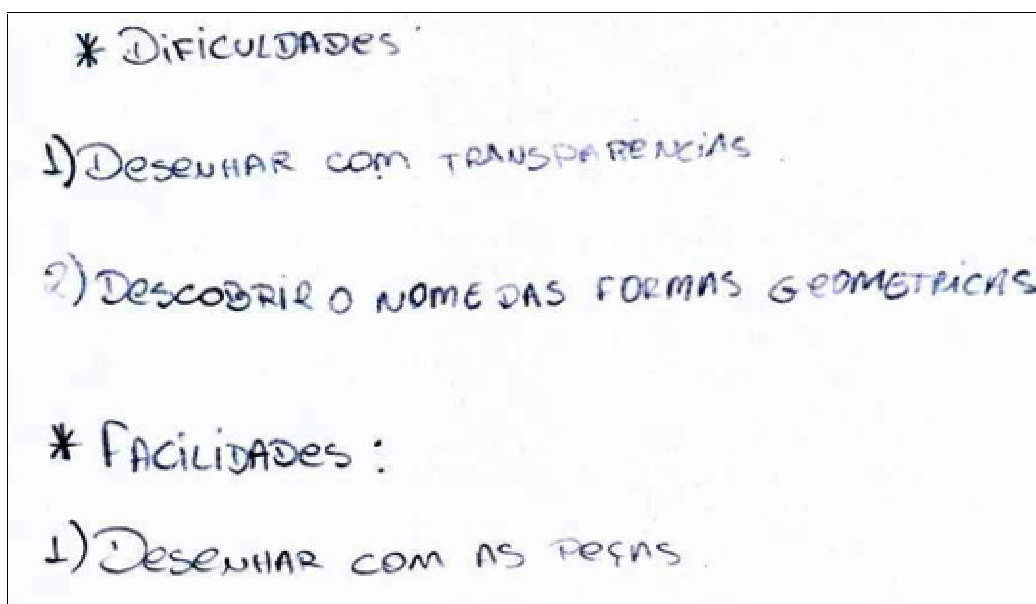


Figura 22: Dificuldades apresentadas pelos alunos do Grupo A no decorrer dessa Atividade Exploratório-Investigativa

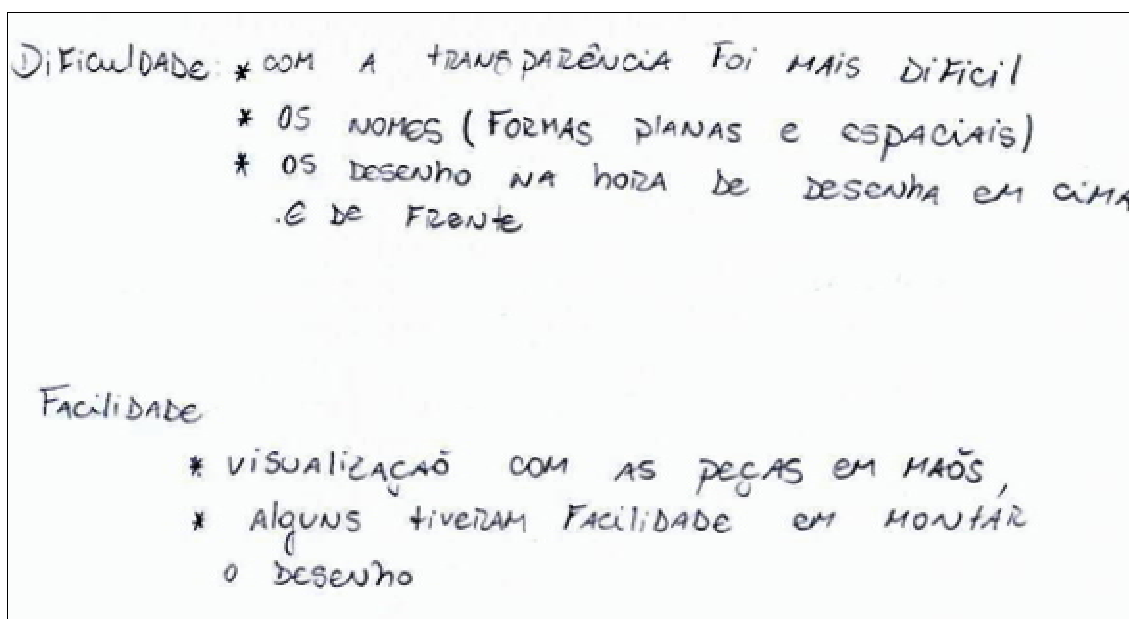


Figura 23: Dificuldades apresentadas pelos alunos do Grupo B no decorrer dessa Atividade Exploratório-Investigativa

Por esses depoimentos podemos inferir que os alunos, mesmo no Ensino Médio, ainda confundem figuras planas e figuras espaciais, assim como, seus respectivos nomes. O uso de material concreto facilitou em todos os aspectos.

Lorenzato (2006), afirma que:

(..) a presença de figuras exerce importante papel na aprendizagem matemática, porque elas possibilitam aos alunos a visualização do todo, bem como das partes que o compõem e, assim, facilita o desenvolvimento da habilidade mental de operar com as partes sem perder de vista o todo. (p.70).

Podemos dizer que todos esses procedimentos, depoimentos, escrita, representações, falas dos alunos, entre outros, fizeram parte de nossas análises semióticas. Assim, passamos agora a enxergar a nossa interação com os alunos pesquisados, sob uma perspectiva semiótica. Apresentamos, abaixo, o esquema do processo de cognição para Peirce. A informação (são os fatos), percepção, experiência, cognição e os novos dados da informação (novos fatos)³².

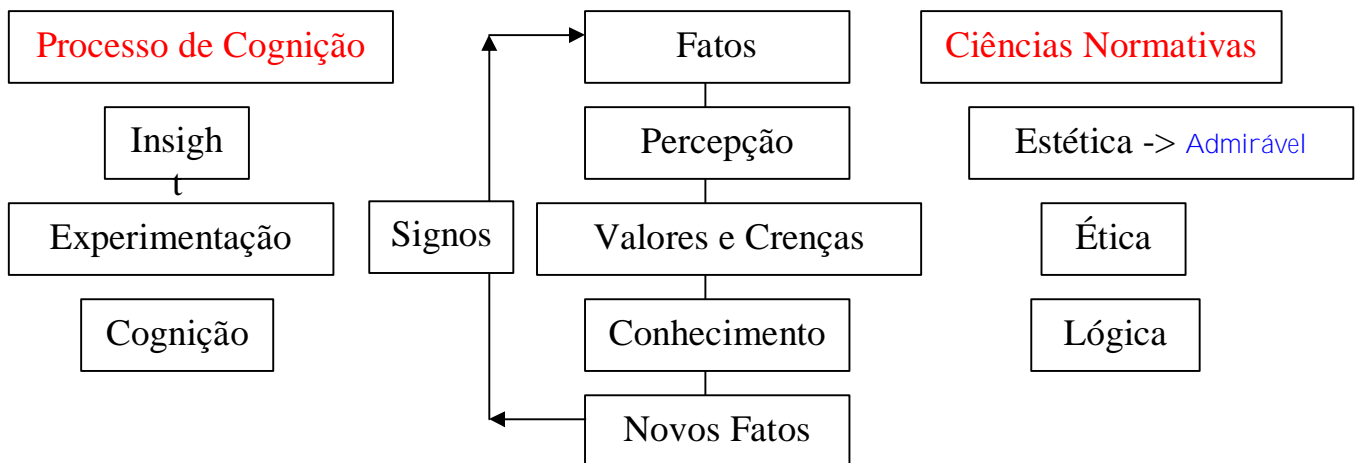


Diagrama elaborado por Hildebrand (2007)

Santaella (2002, p.29), postula que: “(...) diante de um processo de signos que se quer ler semioticamente, o primeiro passo a ser dado é o fenomenológico: contemplar, então discriminar e, por fim, generalizar em correspondência com as categorias da primeiridade, secundidade e terceiridade”. (grifo nosso).

³² Este esquema foi sugerido e elaborado pelo Prof. Dr. Hermes Renato Hildebrand, na ocasião do Exame de Qualificação do presente trabalho.

As categorias lógicas são coisas vivas e vividas que se aplicam às manifestações psicológicas e que implicam um exame de fenômenos na consciência, traduzido como linguagem, alicerce da Semiótica. Assim, em um primeiro momento, em uma perspectiva semiótica, os alunos ao contemplarem os objetos matemáticos mostraram dificuldades em conceitualizá-los. Isso significa que aqueles objetos não representavam para eles, naquele momento, um signo, pois, eles não conseguiram, ao apreenderem as qualidades dos objetos, identificarem as suas propriedades. Eles só “tinham” as imagens mentais dos objetos.

Em um segundo momento, em uma perspectiva semiótica, os alunos se apropriaram das imagens visuais dos objetos matemáticos. As Imagens Visuais são aquelas que se concretizam, pois estão diretamente associadas às Representações Externas (GUTIÉRREZ, 2003, p. 8). São representações verbais, gráficas e escritas que se apresentam pelas formas. Concretizam-se em gráficos, imagens reais, diagramas, esquemas, enfim, são organizadas através dos meios artesanais, mecânicos e eletrônicos. A mediação transforma estes tipos de imagens em elementos concretos. Mesmo quando são atualizadas por algum tipo de meio de comunicação ou produção.

Em um terceiro momento, em uma perspectiva semiótica, os alunos começaram a interpretar as imagens dos objetos matemáticos. Assim, segundo Gutiérrez (1996, p. 8), observamos as imagens pelo Processo de Visualização e pelas Habilidades de Visualização. Acreditamos que essas imagens são as Imagens Conceituais, pois foram observadas através do processo interpretativo. Como o próprio Gutiérrez (1996, p. 8) afirma, são as “interpretações das imagens mentais” e como tal são imagens que se organizam através dos modelos lógicos que as estruturam. São processos interpretativos.

Como citado anteriormente, transpondo essas concepções para a Matemática, podemos dizer que quando concebemos a Matemática como uma linguagem de comunicação ou de produção e reprodução de conhecimento, observamos os signos pelas suas qualidades (imagens mentais). Quando estamos a relacioná-la às outras linguagens, estamos concretizando as imagens mentais em imagens visuais (verbais, visuais e escritas – os signos escritos são antes imagens gráficas). E, finalmente, quando associamos os conceitos às imagens mentais e visuais estamos, por meio dos processos operatórios, realizando interpretações e dando significações às imagens. O processo de abstração de uma imagem parece ser a etapa final de um processo e inicial de outro processo de significação. De fato, este é o processo de semiiose que, que se torna cíclico e infinito, como acontece também com a constituição sîgnica.

Podemos observar no desenvolvimento desta Atividade, que muitas vezes os alunos recorreram à imagem figural para compreenderem as relações conceituais dos dados implícitos no processo de investigação dos objetos matemáticos.

Para Fischbein (1993, p.07), a interação entre características conceituais e imaginativas ocorre no raciocínio produtivo diário e nessa interação as imagens e conceitos são concebidos como classes diferenciadas das entidades mentais. Desse modo, as imagens passam a ter uma significação mais generalizada e os conceitos aumentam as suas relações. No raciocínio geométrico, os objetos mentais possuem ambas as propriedades conceituais e figurais. Assim, um fenômeno ideal é a conceituação de imagens em raciocínio geométrico.

Segundo Fischbein (1993, p.3), um objeto geométrico não se destaca apenas por seus aspectos conceituais, mas também pelo aspecto figural, pois no processo de descrição, faz-se necessário tanto a sua forma (aspecto figural) como as propriedades conceituais, relacionando aos conceitos matemáticos. A imagem visual é extremamente importante, pois ela possui uma propriedade que os conceitos, usualmente, não possuem, isto é, a imagem inclui a representação mental das propriedades do objeto.

Ao investigar a função ou o papel da representação dos objetos matemáticos, na elaboração das estratégias da Atividade proposta, consideramos que a imagem mental dos objetos, em alguns momentos dessa interação, não foi suficiente para os alunos elaborarem as estratégias de resolução da Atividade proposta. Os alunos precisaram raciocinar sobre a representação elaborada por eles, manipulando concretamente as peças, que compunham os sólidos. Essa representação significava para os alunos um signo? Conforme Santaella (2002)

Em uma definição mais detalhada, o signo é qualquer coisa de qualquer espécie (uma palavra, um livro, uma biblioteca, um grito, uma pintura, um museu, uma pessoa, uma mancha de tinta, um vídeo etc.) que representa uma outra coisa, chamada de objeto de signo, e que produz um efeito interpretativo em uma mente real ou potencial, efeito este que é chamado de interpretante do signo. (p. 08).

Em um momento desta interação houve uma primeira modificação na apresentação dos objetos matemáticos, pela pesquisadora, quando esta lançou novas questões, as quais foram discutidas, a partir da manipulação dos objetos concretos.

Essa modificação possibilitou aos alunos uma nova representação e, apoiados nessa representação, por meio da visualização e manipulação das partes e do todo dos objetos matemáticos, os alunos puderam perceber como as dimensões figurais e conceituais se relacionavam. Em primeiro lugar, alguns dos alunos, como Bittar e Morato, tiveram um

olhar contemplativo para a figura que estava sendo manipulada e representada na transparência.

Em um segundo momento, observamos as representações e as respostas dos alunos e sentimos que os raciocínios desses buscavam discriminar as relações figurais e conceituais do objeto representado. Assim, os alunos começaram a perceber como as qualidades se manifestavam nas diferentes representações realizadas – a representação figural, desenhada, a representação à partir das diversas faces do sólido matemático e a representação mental à partir das discussões entre eles e a mediação da pesquisadora, fornecendo elementos para que eles pudessem perceber as relações matemáticas, presentes nas representações realizadas. Os alunos entraram em ação com a suas habilidades perceptivas. As singularidades das representações se mostravam a partir das relações estabelecidas entre a imagem figural e conceitual das representações realizadas.

Em um outro momento, a pesquisadora sugere que os alunos pensem sobre os sólidos representados, nas transparências, como objetos matemáticos tridimensionais. Assim, os alunos começam a relacionar a representação em 3ª dimensão dos objetos matemáticos, juntamente com as representações dos objetos matemáticos planejados.

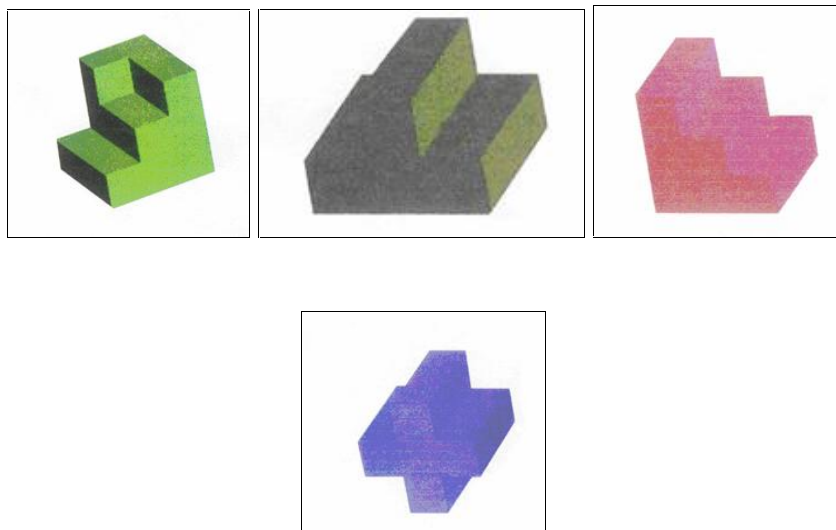


Figura 24: Sólidos 1, 2, 3 e 5 respectivamente (apresentada anteriormente)

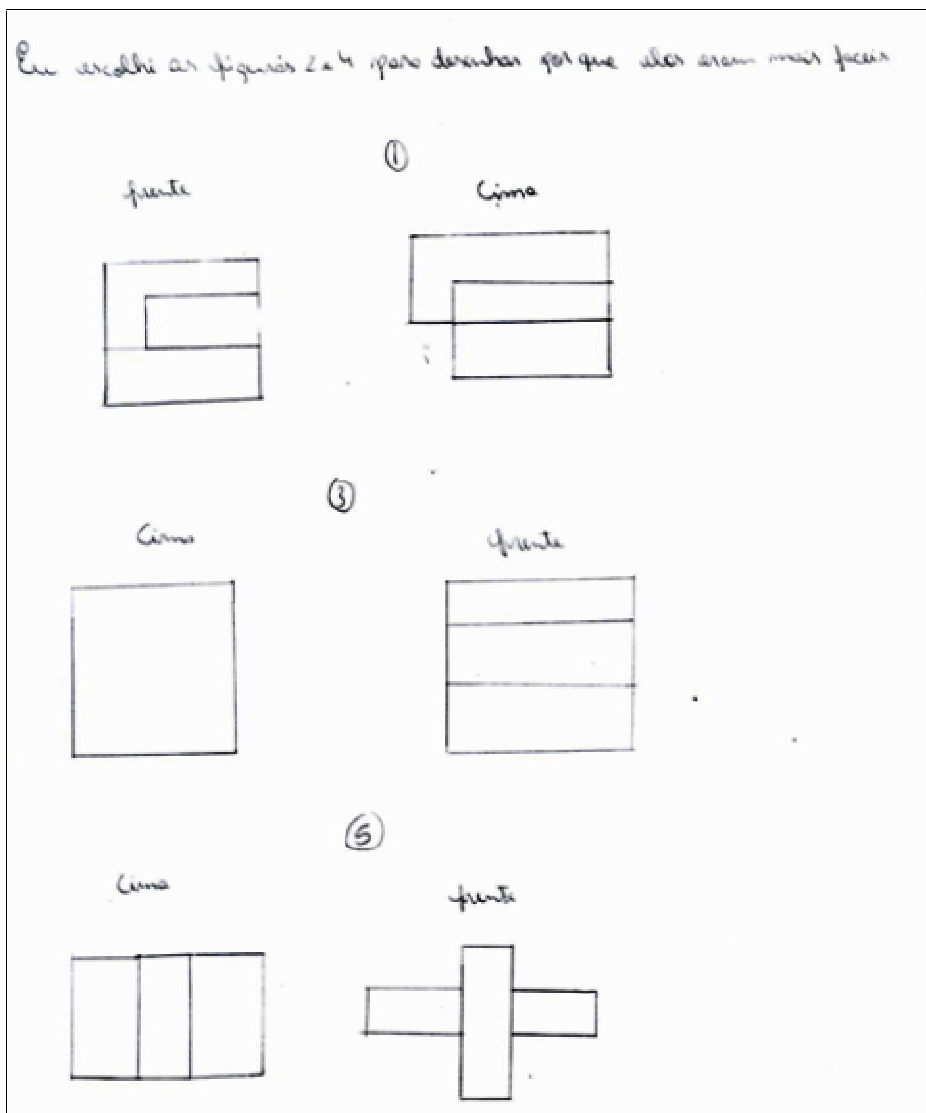


Figura 25: Representações Realizadas pelo Grupo A
(apresentada anteriormente)

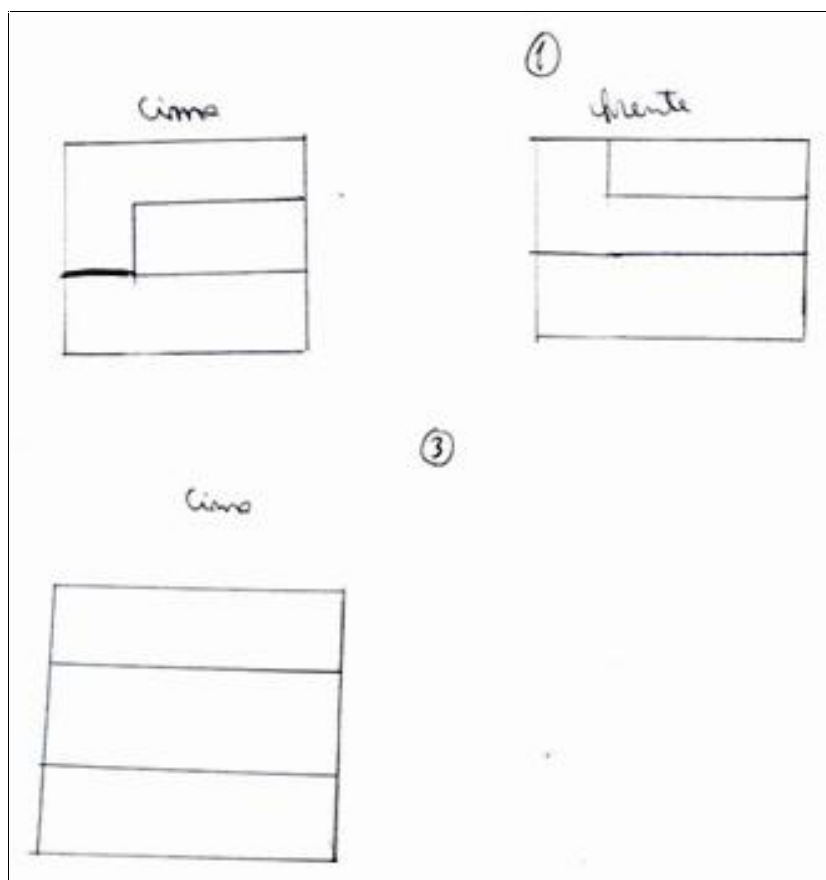


Figura 26: Continuação das Representações Realizadas pelos Alunos do Grupo A (apresentada anteriormente)

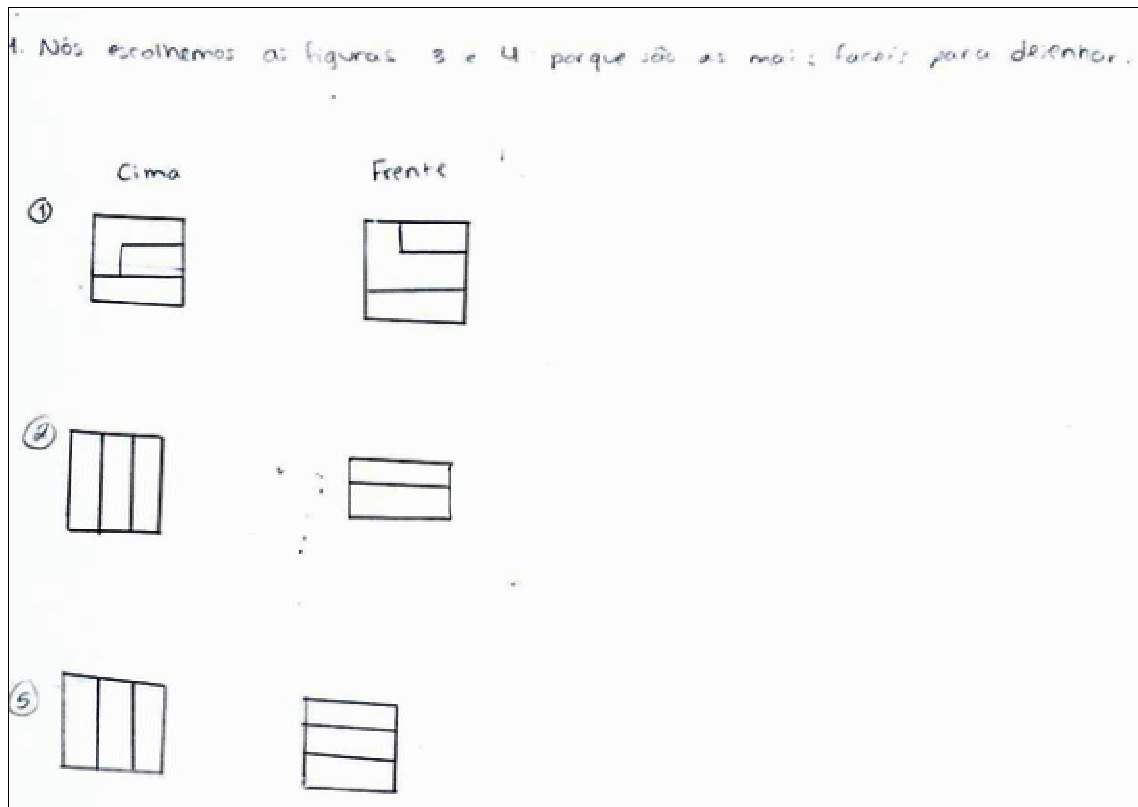


Figura 27: Representações Realizadas pelos alunos do Grupo B
(apresentada anteriormente)

Os alunos generalizam as relações matemáticas intrínsecas às representações, pois associaram as estratégias de resolução das Atividades com a visualização das representações e puderam compreender que poderiam associar várias representações, sempre que tivessem um problema desta natureza para resolver.

O aluno, ao realizar a tarefa de representar um sólido qualquer, deixa de lado as fórmulas e os algoritmos, as leis e os teoremas pertencentes à Geometria e encontra soluções para os problemas. O exercício de observação, descrição, representação e análise das formas geométricas favorecem a formação de imagens mentais e são estímulos tanto visuais quanto mentais que contribuem para o desenvolvimento da capacidade de visualização e representação, fundamentando o pensamento geométrico. E é essa capacidade de visualização e representação que faz-se necessário no momento da resolução de um problema. Nessa perspectiva, de acordo com Santaella (2002),

(...) entramos na dimensão do terceiro tipo de olhar que devemos dirigir aos fenômenos, isto é, aquele que brota do desenvolvimento da capacidade de generalização que os matemáticos levam ao seu ponto máximo. Trata-se aqui de conseguir abstrair o geral do particular, extrair de um dado fenômeno aquilo que ele tem em comum com todos os outros com que compõe uma classe geral. (p. 32).

Temos então a Terceiridade, pois podemos perceber que o signo aparece em uma relação específica: relação do signo com o interpretante, assim, o signo pode representar uma generalização (legi-signo).

Assim, temos a relação do signo com o seu interpretante, que é o terceiro elemento da tríade do signo, o signo produzindo em uma mente, o efeito interpretativo, a terceiridade.

Essa é uma lógica triádica do signo que pode ser analisada da seguinte forma: primeiramente, ao fazer uma significação de suas propriedades, ou seja, uma relação do signo com ele mesmo; em segundo plano, acontece o confronto do signo com o objeto, produzindo uma decodificação desse signo; em terceiro, uma relação do signo com o interpretante que gera a interpretação e uma reação desse interpretante. Desse modo, ao visualizarmos a lógica triádica, concluímos que o signo inclui a significação, a objetividade e a interpretação.

Compreendendo essa lógica triádica constatamos que a compreensão de conceitos matemáticos se forma a partir de hipóteses e interpretações. Uma interpretação ocasiona e sugere uma outra interpretação gerando um ciclo em um processo dinâmico. O sujeito para comunicar suas idéias ou interpretações utiliza de várias representações.

Estas representações podem ser expressadas de diversas maneiras, como: imagens, desenhos, gestos e palavras.

Segundo (MISKULIN, MARTINS, MANTOAN, apud MENDES, 2006),

A instrumentalidade da representação garante ao sujeito um meio ou um processo de conseguir um fim, de chegar a um resultado, de elaborar uma estratégia de jogo. A função semiótica é abordada por diferentes maneiras de representação: imagens, linguagens, entre outros. (p.92).

Ou seja, a função instrumental garante que os conhecimentos precedentes são facilitadores no processo da construção do conhecimento matemático e a função semiótica expõe como é feita as representações das idéias dos alunos. É como se fosse uma tradução feita na forma de linguagens, imagens ou escrita.

Desse modo, compreendemos como os signos se manifestam nas diferentes representações matemáticas, interpretando seus significados e, portanto, compreendendo as relações matemáticas conceituais, intrínsecas às essas representações.

Assim, as atividades delineadas e oferecidas aos nossos alunos abordaram processos criativos de resolução de problemas, pois as mesmas demandaram raciocínios, estratégias e

elaboração de novas estratégias para alcançar a resolução de uma determinada situação. Conforme Miskulin, Martins e Mantoan (1996),

“O sujeito que se dedica a resolver um problema, transforma uma ação em conhecimentos, quando compreende o procedimento aplicado. Por outro lado, a resolução de um problema propicia a transformação do conhecimento em ação, dado que, ao buscar uma solução ou uma nova interpretação do real, o sujeito aplica uma estrutura atemporal à uma situação particular.” (p. 3)

Nessa perspectiva, as atividades devem envolver o intérprete e o interpretante de maneira que não seja uma atividade mecanicamente resolvida, ou seja, através dessa interpretação observamos e descrevemos as ações e reações dos alunos.

4.2) ATIVIDADE 5 - Encaixando alguns Blocos

Como já explicitado anteriormente, este Capítulo aborda um diálogo dos Dados coletados com a literatura apresentada nesta pesquisa, por meio da explicitação de alguns excertos qualitativos retirados de duas³³ das atividades, (Atividades Exploratório- Investigativas: 4 e 5), desenvolvidas junto aos sujeitos pesquisados, que constituem-se nas Tarefas Exploratório-Investigativas. Assim, temos as atividades: Atividade 01 – Cercando os Terrenos; Atividade 02 – Cartões formando Caixas; Atividade 03 - A Fabricação de Caixas por um Carpinteiro; Atividade 04 - Encaixando alguns Blocos; Atividade 05 – Trabalhando com Cubinhos e Atividade 06 - Representando os Sólidos em um Ambiente Computacional. Passamos, agora à Atividade 5 - Encaixando alguns Blocos

Esta Atividade Exploratório-Investigativa³⁴ foi concluída com dois encontros tendo a presença de: Morato (Grupo A), Bittar (Grupo B), Oliveira e Bragança (Grupo C) e Freitas e Santos (Grupo D). Foi uma atividade muito semelhante a anterior, mas o que a diferencia da Atividade 04 são alguns cortes que existem nas imagens e nos objetos que podem facilitar a visualização.

Essa Atividade Exploratório-Investigativa envolveu também duas partes: a primeira em que o aluno visualizava apenas a transparência (Figura 28) e a segunda em que eles manipulavam as mesmas peças pertencentes à transparência da Figura 28.

³³ Apresentamos nessa pesquisa os excertos de duas atividades. A escolha dessas duas atividades baseou-se em elementos semióticos, os quais consideramos mais importantes e adequados aos objetivos da pesquisa, que emergiram ao descrevermos todas as atividades.

³⁴ Imagem adaptada do livro: Mais Matemática de Luiz G. Cavalcante, Juliana Sosso, Fábio Vieira, Cristiane Zequi, 5ª série. Editora Saraiva

O objetivo **consistiu em** investigar, se a partir da manipulação das peças confeccionadas, havia diferenças entre as respostas dadas na primeira parte, com as respostas dadas, na segunda parte da atividade, **além de**, investigar as potencialidades didático-cognitivos da manipulação das peças no concreto e da visualização das peças na transparência.

A seguir, será apresentada a imagem da transparência, Figura 28 utilizada no primeiro momento da investigação.

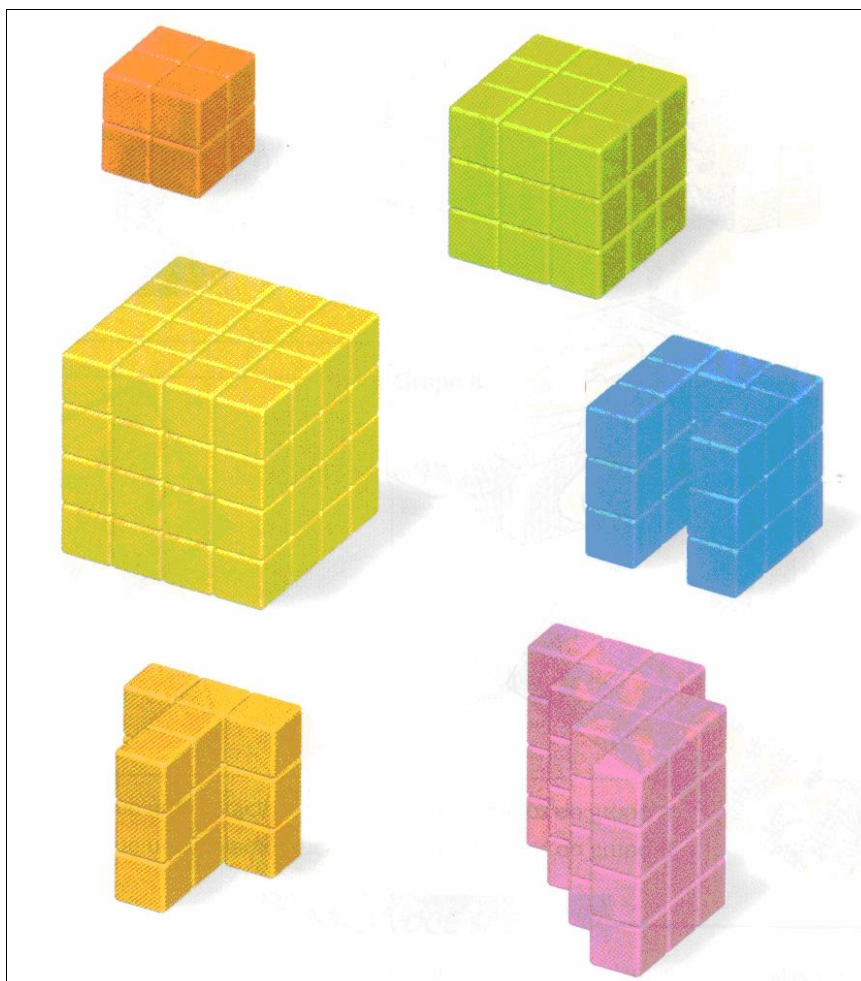
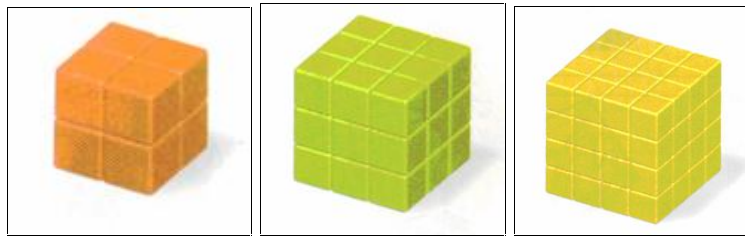


Figura 28: Transparência Utilizada no Primeiro Momento da Investigação

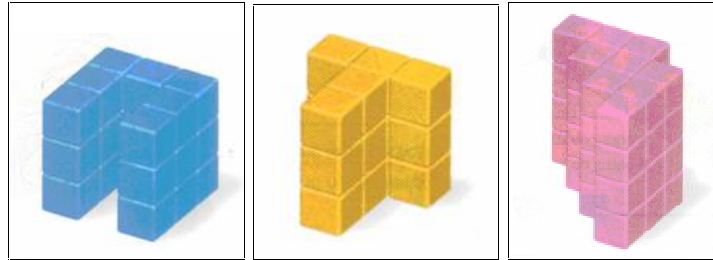
Apenas visualizando as imagens da transparência, Figura 28, a pesquisadora solicitou aos alunos, a quantidade de cubinhos pequeninos que compunham os Blocos.



Bloco 1

Bloco 2

Bloco 3



Bloco 4

Bloco 5

Bloco 6

Grupo A respondeu:

Bloco 1 – 8

Bloco 2 - 54

Bloco 3 - 96

Bloco 4 – 21

A pesquisadora solicitou explicações a respeito das respostas dadas. “Como obtiveram essas respostas?”

Bloco 2 – 6.9

Bloco 3 – 16.6

Nesse mesmo momento da investigação, o Grupo B sentiu dificuldade em identificar o que era cubo, pois contavam inicialmente os quadrados que apareciam (na face) no desenho, como mostra a seguir:

Bloco 1 – 8

Bloco 2 - 57

Bloco 3 - 64

Bloco 4 - 21

Bloco 5 - 15

Bloco 6 – 36

O Grupo C identificou:

Bloco 1 – 8

Bloco 2 - 27

Bloco 3 - 64

Bloco 4 - 21

Bloco 5 - 15

Bloco 6 – 36

O aluno Freitas era um aluno que possuía muita facilidade, portanto se dispôs a explicar a Santos como visualizar os cubinhos com mais facilidade. Responderam:

Bloco 1 – 8

Bloco 2 - 27

Bloco 3 - 64

Bloco 4 - 21

Bloco 5 - 15

Bloco 6 – 36

Procurando fazer uma nova investigação, a pesquisadora lançou o desafio: Todos os sólidos representam um cubo? Após reflexão e discussão e visualizando apenas a transparência da Figura 28, afirmaram que nem todos os sólidos formavam um cubo. Assim, os alunos procuraram identificar aqueles que não seriam cubos e responderam: Blocos 4, 5 e 6. A pesquisadora ainda solicitou aos alunos a quantidade de cubinhos que faltavam para compor um cubo. Todos os grupos responderam:

Bloco 4 - 6

Bloco 5 - 12

Bloco 6 – 28

A imagem mental concebida pelo ato de visualizar é formada pelo homem a partir da imagem visual e pode ser manipulada mentalmente, transformada e representada externamente. Podemos notar que a imagem mental de um cubo foi formada a partir do exercício de contar quantos cubinhos compunham os Blocos 1, 2 e 3. Para Hildebrand (2001), a imagem mental e a imagem visual estão ligadas ao pensamento humano:

(...) os cientistas sempre estiveram interessados nas formas de representar da matemática e, mais recentemente, nas formas lógicas da própria linguagem. As *imagens visuais* geradas pelos axiomas e sistemas matemáticos e as *imagens mentais* produzidas com a intenção de adequar o nosso raciocínio lógico ao conhecimento desenvolvido nesta ciência, nos conduzem a uma linguagem que ao ser exteriorizada, aparenta ter total identidade com o pensamento humano. (p. 10).

Nesse sentido, é importante destacar que a visualização é o processo no qual acontece a interação das imagens mentais e das representações externas (ZIMMERMANN, CUNNINGHAM, apud GUTIÉRREZ, 1996, p.04).

A pesquisadora, dando continuidade a essa discussão, perguntou-lhes se existia e qual seria a relação entre as arestas do cubo com o número de cubinhos necessários para a sua formação.

Os alunos do Grupo A, não souberam responder a indagação feita pela pesquisadora. No momento da discussão a pesquisadora percebeu que a pergunta feita aos alunos não havia sido bem elaborada, pois se fosse dado valores numéricos para as arestas, os alunos poderiam compreender melhor a questão. O Grupo B também não soube responder, mas não solicitou explicação à pesquisadora. Os alunos do Grupo C responderam que existia relações entre as arestas do cubo com o número de cubinhos necessários para a sua formação, mas não souberam expor a relação.

O Grupo D respondeu que para saber a relação entre as arestas do cubo com o número de cubinhos seria necessário “contar quantos cubinhos que tem na aresta e multiplicar os que estão na vertical”. A pesquisadora ainda não proporciona uma reflexão das respostas dadas anteriormente, pois espera os alunos manipularem o material concreto, no segundo momento, para tirar suas conclusões.

Dando continuidade à essa investigação, a pesquisadora perguntou aos alunos se existia alguma peça que se encaixava formando um prisma e qual seria o(s) seu(s) nome(s). O aluno do Grupo A conseguiu identificar duas peças que se encaixavam e que formavam um cubo. Após a discussão, o aluno trocou o nome cubo por paralelepípedo.

Os alunos do Grupo B, C e D identificaram os Blocos 4 e 5 que se encaixavam e formavam um cubo, mas os alunos do Grupo C não souberam nomeá-los, dizendo que era um retângulo ou paralelogramo, estavam presos às imagens espaciais, sem identificarem as suas relações matemáticas.

Fischbein (1993) considera as figuras geométricas como imagens espaciais, mas acrescenta algumas especificações, como: “(a) uma figura geométrica é uma imagem mental cujas propriedades são completamente controladas por uma definição; (b) um desenho não é uma figura geométrica ele próprio, mas um gráfico ou uma incorporação material, concreta, dela; (c) a imagem mental de uma figura geométrica é, usualmente, a representação do modelo materializado dela.” (p. 11).

O mesmo autor ainda afirma que “a figura geométrica, ela própria, é somente a idéia correspondente que é a entidade figural purificada, idealizada, abstrata, estritamente determinada por sua definição” (p.11).

Para Fischbein (1993) um conceito figural é uma construção mental caracterizada por todas as propriedades de conceitos (generalidade, essencialidade, abstração, idealidade), mas que, ao mesmo tempo, reserva propriedades figurais (forma, distâncias, posições). Então, a fusão entre conceitual e figural deveria ser independente, mas notamos que o conceitual deve exemplificar as propriedades figurais; consideramos esta, a situação mais perto da ideal. Assim, as limitações figurais estão em uma relação de dependência do conceitual. Notamos que existe uma relação nos dois sentidos ou mesmo uma relação dialética, mas também é preciso analisar a relação da lógica com a imagem nesse processo.

A lógica e a imagem são inseparáveis no raciocínio geométrico quando se trabalha a manipulação mental de objetos geométricos. É uma atividade que requer muito esforço e que trabalha simultaneamente as operações com figuras e as condições lógicas em que o figural e o conceitual são bem integrados.

Podemos afirmar que o conceitual deveria controlar as propriedades e os significados, pois a separação entre o aspecto figural e o conceitual é a justificativa de grande parte dos erros que os alunos cometem no raciocínio geométrico. A interação entre o conceito e a imagem acontece tanto para crianças quanto para os adultos podendo gerar situações conflitantes ou cooperativas. Esses conflitos acontecem porque os conceitos figurais não são desenvolvidos naturalmente e esse desenvolvimento, que deveria ocorrer de maneira natural, pode ser uma das grandes razões para que a Geometria se torne um campo da Matemática tão difícil de ser compreendido.

Uma grande oportunidade de trabalhar o manuseio de conceitos figurais no raciocínio geométrico é a planificação de um sólido que manipula mentalmente os objetos geométricos. Assim a pesquisadora objetivando observar as representações dos alunos solicitou deles as representações frontais daqueles sólidos da Figura 28, que não eram os cubos.

Uma passagem notada pela pesquisadora relacionou-se ao fato de que os alunos ao fazerem o desenho frontal do sólido fizeram também a exposição dos cubinhos de trás, ou seja, suas representações da frente ficaram iguais as das laterais. Não foi solicitada essa representação detalhada, ou seja, a representação dos cubinhos.

O aluno do Grupo A conseguiu fazer os desenhos corretamente, como mostra a Figura 29.

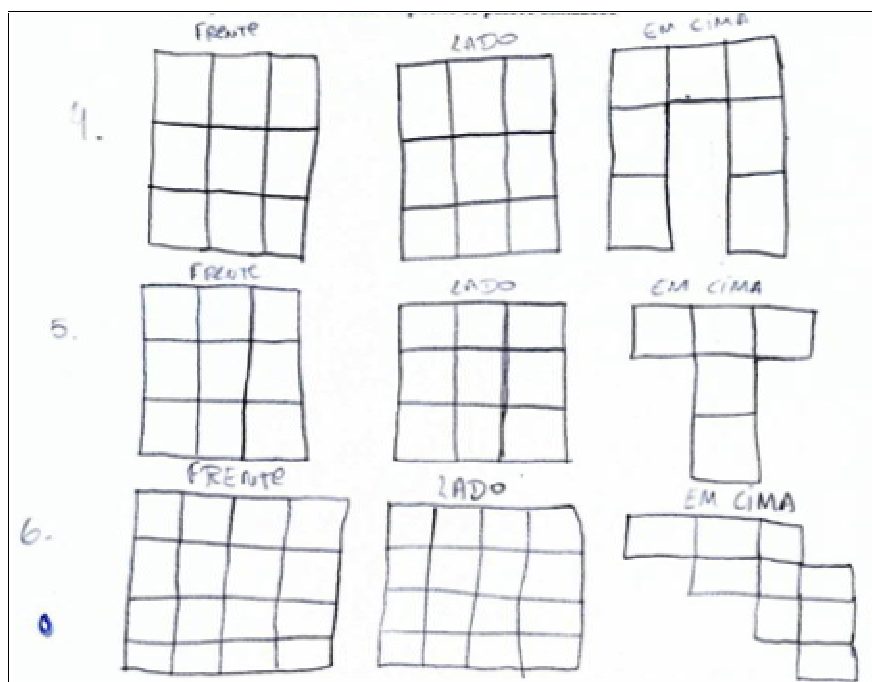


Figura 29: Representação Frontal dos Sólidos dos Alunos do Grupo A

O Grupo B conseguiu fazer os desenhos, mas não colocaram as divisões dos quadradinhos, deixando os desenhos um pouco confuso, como mostra a Figura 30.

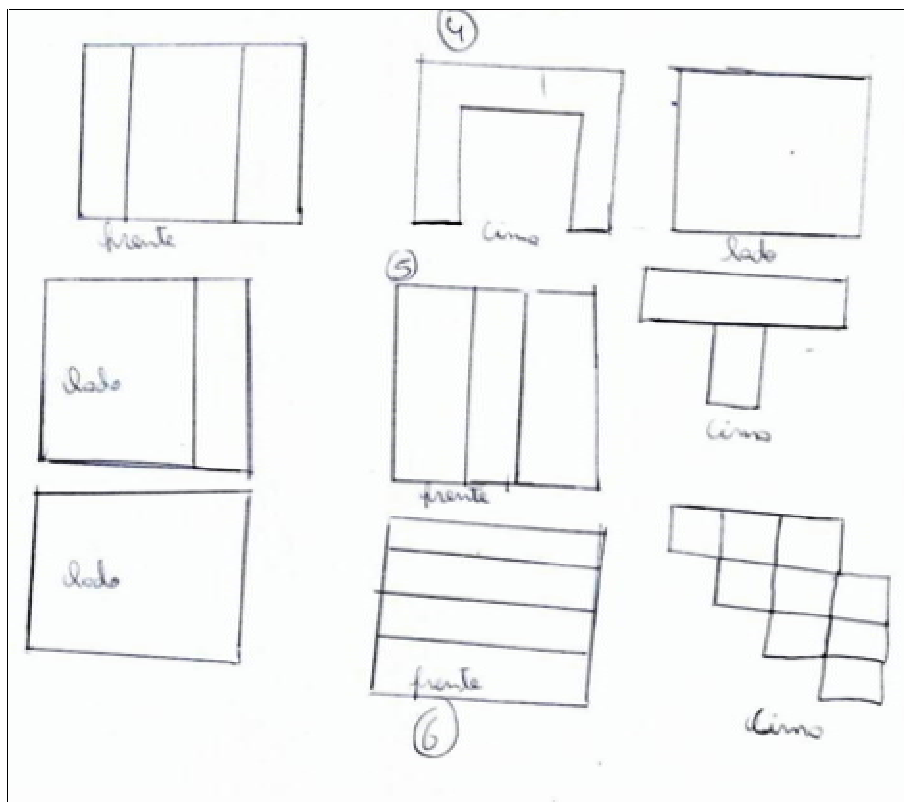


Figura 30: Representação Frontal dos Sólidos dos Alunos do Grupo B

Os alunos do Grupo C conseguiram fazer os desenhos corretamente e somente no desenho frontal o grupo expôs os cubinhos de trás. As representações serão apresentadas, a seguir, na Figura 31.

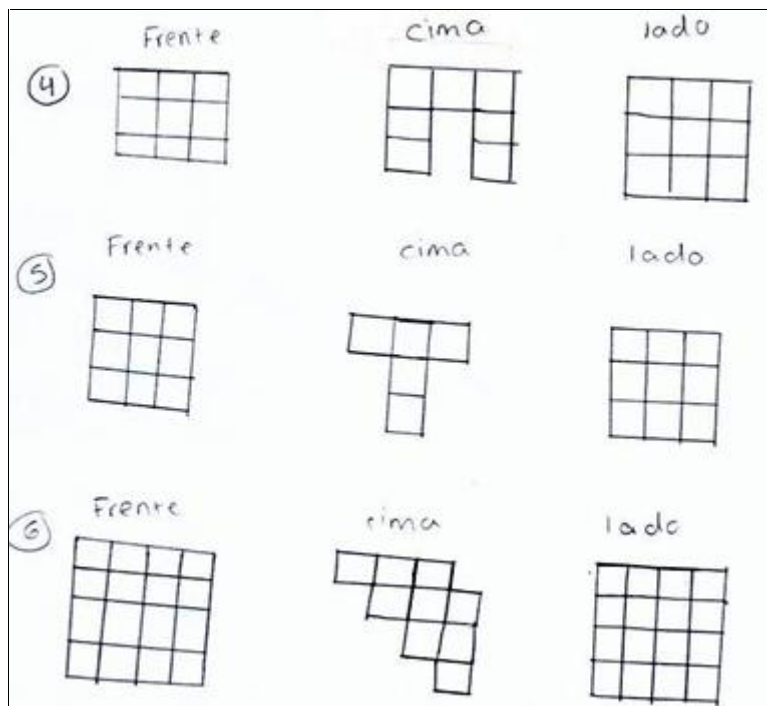


Figura 31: Representação Frontal dos Sólidos dos Alunos do Grupo C

O Grupo D fez confusão ao representar os sólidos, como mostra a Figura 32.

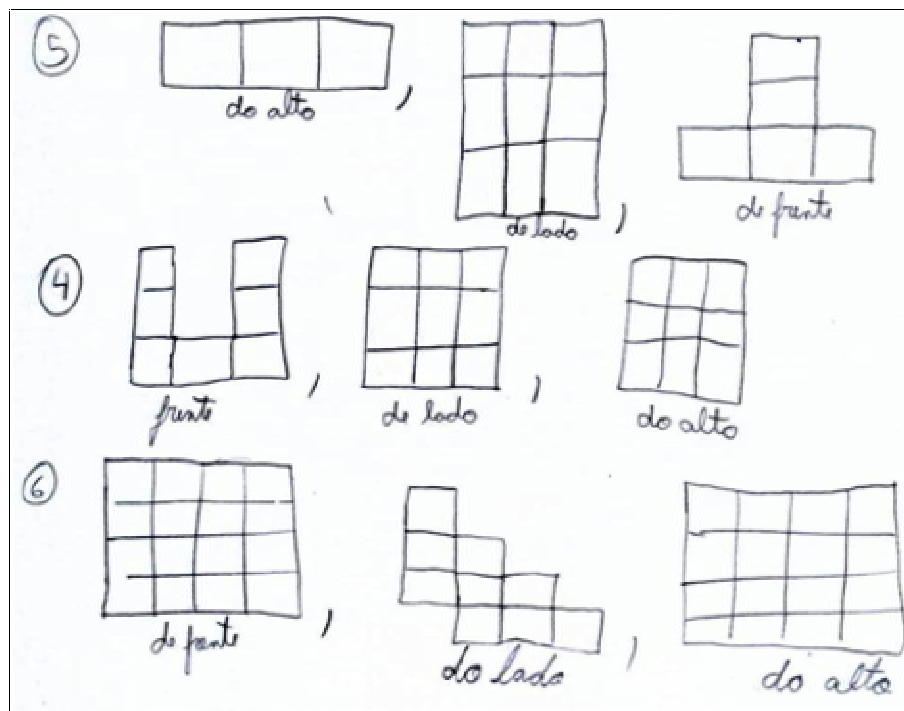


Figura 32: Representação Frontal dos Sólidos dos Alunos do Grupo D

Podemos notar que o aluno, ao observar e descrever um objeto, ele utiliza a visualização e, posteriormente, forma uma imagem mental que será utilizada na interpretação do problema proposto. A visualização exige a descrição e a comparação das formas geométricas, resgatando as suas semelhanças e diferenças; isso possibilita a construção da imagem mental, levando o indivíduo a pensar no objeto geométrico, na sua ausência. Esse aspecto é de fundamental importância na construção e exploração dos conceitos matemáticos. Nessa perspectiva, Kaleff (1998, p. 16) enfatiza que no momento em que o indivíduo visualiza um objeto, ele adquire o controle das operações mentais. Assim, no contexto geométrico, a visualização consiste em um processo fundamental para que aconteça a constituição do conhecimento matemático.

Após as representações realizadas, a pesquisadora solicitou aos alunos que esses refletissem sobre as perguntas anteriores, manipulando o material concreto e ao mesmo tempo, que os alunos fizessem uma discussão das respostas dadas anteriormente.

A seguir, serão apresentadas algumas fotos dos materiais manipulativos utilizados pelos alunos.



Figura 33: Bloco Manipulativo



Figura 34: Bloco Manipulativo



Figura 35: Bloco Manipulativo



Figura 36: Bloco Manipulativo

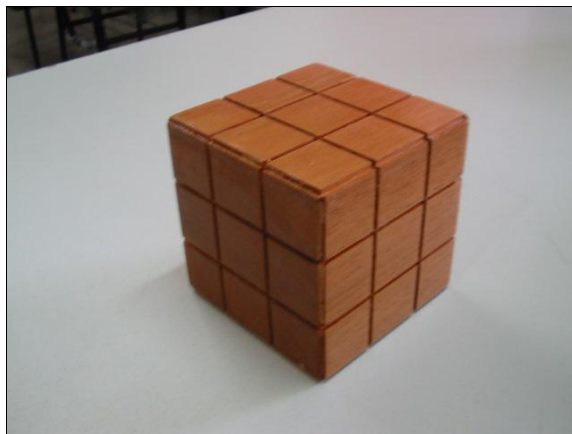


Figura 37: Bloco Manipulativo

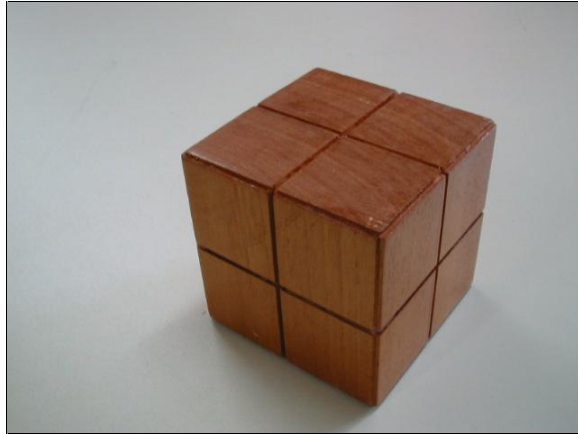


Figura 38: Bloco Manipulativo



Figura 39: Bloco Manipulativo

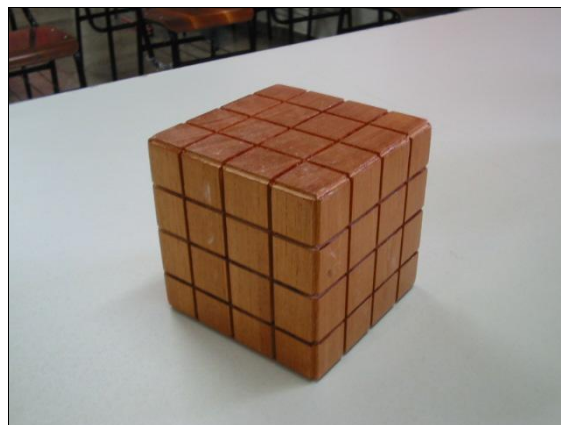


Figura 40: Bloco Manipulativo

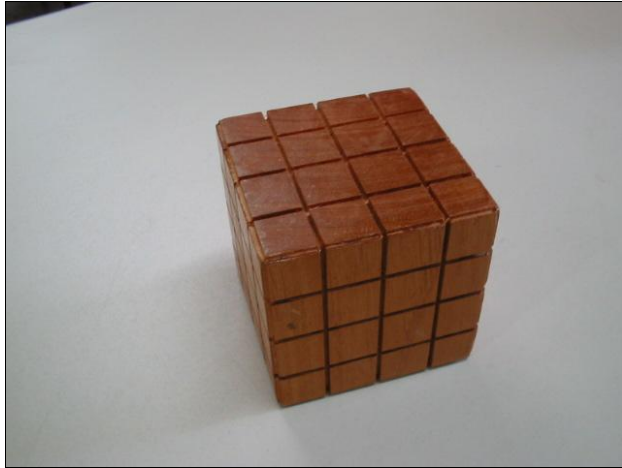


Figura 41: Bloco Manipulativo

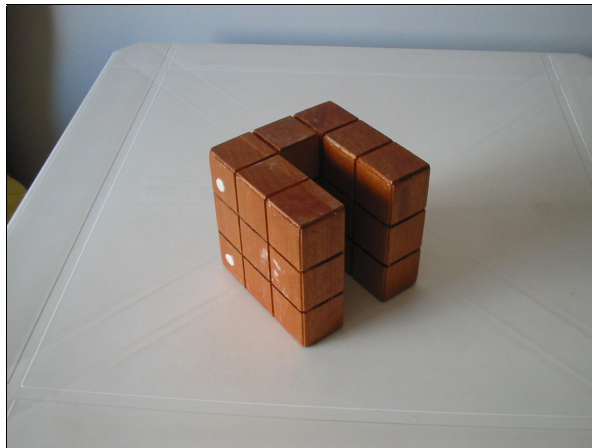


Figura 42: Bloco Manipulativo

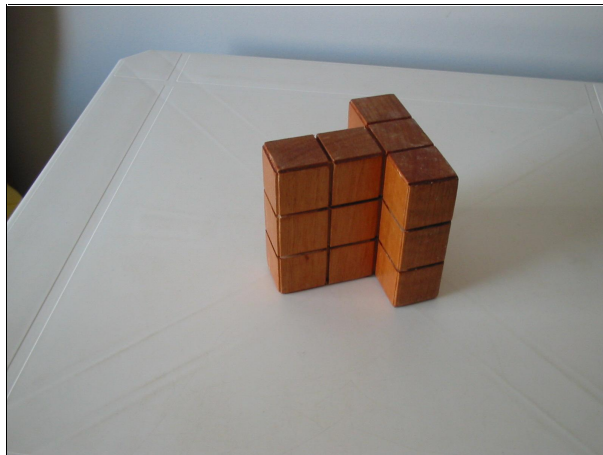


Figura 43: Bloco Manipulativo



Figura 44: Blocos Manipulativos

Após a manipulação do material concreto, a pesquisadora solicitou novamente aos alunos que esses pensassem sobre a quantidade de cubinhos que formavam cada um dos sólidos. É importante ressaltar, que nesse momento da investigação os alunos manipulavam o material concreto e comparavam com as respostas anteriores em que apenas visualizavam a transparência, Figura 28. Todos os grupos responderam:

Bloco 1 – 8

Bloco 2 - 27

Bloco 3 - 64

Bloco 4- 21

Bloco 5 - 15

Bloco 6 – 36

A pesquisadora lançou novamente o desafio: Todos os sólidos formam um cubo? Se a resposta fosse negativa, os alunos deveriam identificar aqueles que não eram cubos e ainda, apresentar a quantidade de cubinhos que faltam para compor um cubo. Os alunos dos Grupos A, B e D responderam:

Bloco 4 - 6

Bloco 5 - 12

Bloco 6 – 28

Durante a discussão, o aluno Freitas afirmou ter calculado de duas maneiras: Contava os cubinhos que faltavam, ou ainda, calculava o total de cubinhos que formavam um cubo e tirava os que já possuíam. Desse modo, mostrou a Santos que o número de cubinhos que faltavam eram os que encaixavam nas peças.

Grupo C

Bloco 4 - 6

Bloco 5 - 16

Bloco 6 – 28

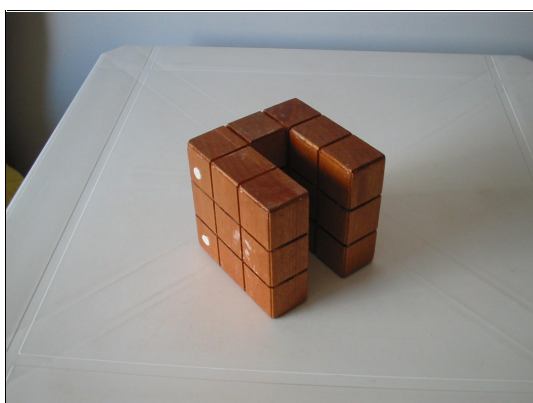


Figura 45: Bloco Manipulativo

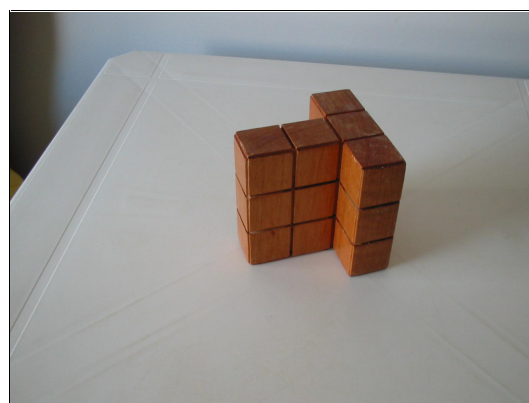


Figura 46: Bloco Manipulativo

Ainda manipulando o material, a pesquisadora perguntou-lhes se existia alguma relação entre as arestas do cubo e o número de cubinhos necessários para formar o sólido. Os Grupos A e B não souberam responder, o Grupo C respondeu que sim “pois o número de cubinhos está relacionado à aresta” e o Grupo D respondeu que “você conta quantos cubinhos que tem na aresta e multiplica os que estão na vertical”.

Após as respostas dadas, a pesquisadora propôs discutir essa questão com os alunos, pois eles não conseguiram notar que a relação entre a aresta e o número de cubinhos conduzia ao conceito de volume. Inicialmente, solicitou que os alunos escrevessem o número de cubinhos de cada sólido de acordo com a aresta dada. As respostas dadas foram:

Aresta = 2 (8 cubinhos) Manipulando o sólido

Aresta = 3 (27 cubinhos) Manipulando o sólido

Aresta = 4 (64 cubinhos) Manipulando o sólido

A pesquisadora objetivando fazer uma nova investigação, perguntou aos alunos quantos cubinhos tinham em um cubo cuja aresta fosse igual a cinco. É importante ressaltar que os alunos nesta investigação não manipularam o sólido. Os Grupos responderam 125 e 150 cubinhos.

Foi observada pela pesquisadora, dificuldades no Grupo A, ao calcular a quantidade de cubinhos, anteriormente solicitada, pois o aluno Morato, discutiu suas idéias, mas não conseguiu visualizar nenhuma relação, estava preso apenas aos cálculos, preocupado em encontrar a resposta correta.

Segundo Lorenzato (2006), “O concreto palpável possibilita apenas o primeiro conhecimento, isto é, o concreto é necessário para a aprendizagem inicial, embora não seja suficiente para que aconteça a abstração matemática”. (p.20).

Para Wolff (1996),

a abstração é um ato inteligente, intencional, em que o sujeito seleciona na experiência vivida aquilo que poderá ser útil para compreender as futuras experiências. A visão da abstração como um ato intencional, indica que apenas o uso do material concreto em aulas não garante que o sujeito realize abstrações. (p. 16).

A construção de conceitos é um processo natural, adquirido por meio da descoberta, sendo importante considerar a maturidade do indivíduo para saber agrupar, organizar, estabelecer relações e abstrair.

Como citado anteriormente, a função instrumental afirma que os conhecimentos precedentes são facilitadores no processo da construção do conhecimento matemático e a função semiótica expõe como é feita as representações das idéias dos alunos. É como se fosse uma tradução feita na forma de linguagens, imagens ou escrita.

Estas funções são pertinentes a nossa pesquisa, pois estaremos compreendendo como os signos se manifestam nas diferentes representações matemáticas, interpretando seus significados e, portanto, compreendendo as relações matemáticas conceituais intrínsecas às essas representações.

Temos a seguir na Figura 47, a representação do Grupo A ao calcular a quantidade de cubinhos em um sólido denominado cubo.

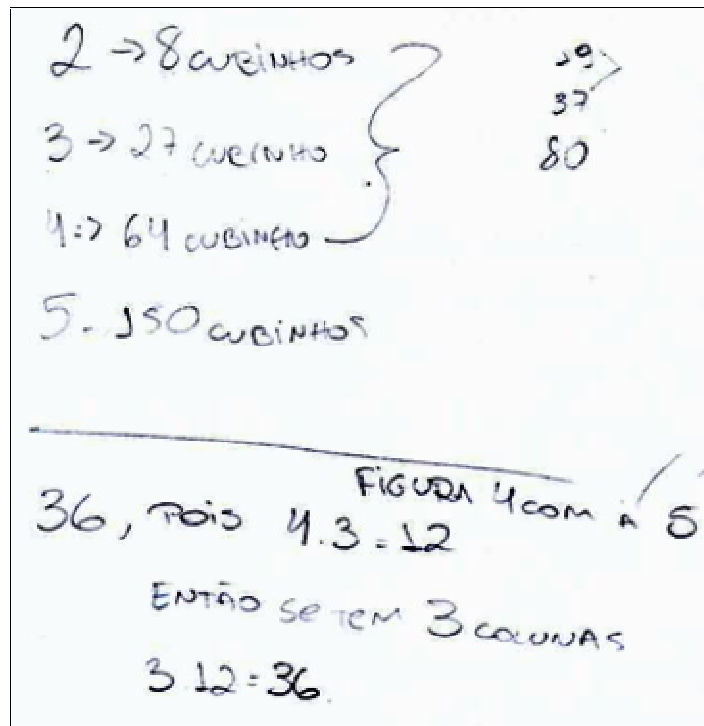


Figura 47: Representações do Grupo A

O Grupo B identificou o número de cubinhos, mas não conseguiu sistematizar nenhuma relação, como mostra a Figura 48.

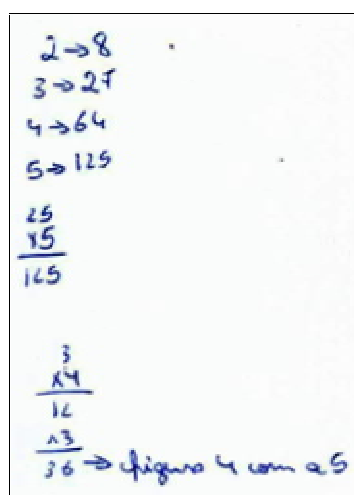


Figura 48: Representações do Grupo B

O grupo C respondeu que a relação era que “o número de cubinhos é o valor da divisão do número de aresta”.

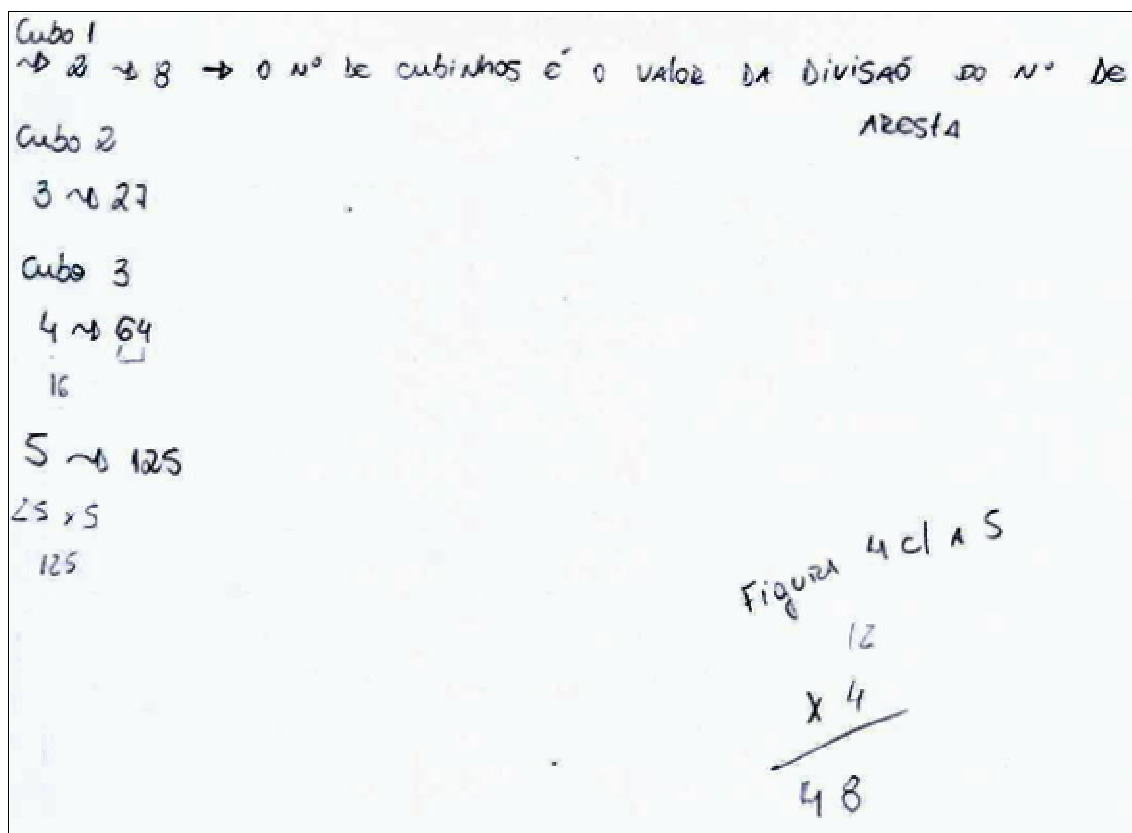


Figura 49: Representações do Grupo C

E o grupo D respondeu que a relação era:

Aresta 2 – divisível por 2

Aresta 3 – divisível por 3

E ainda “4 é divisível por 64”.

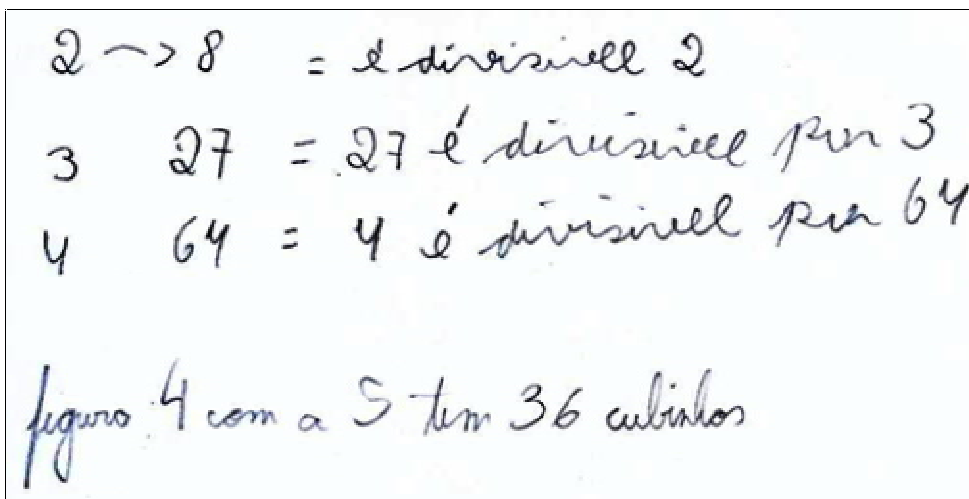


Figura 50: Representações do Grupo D

Após discussão das respostas dadas pelos alunos, os mesmos perceberam que a aresta elevada à terceira potência corresponde ao número de cubinhos. A pesquisadora mostrou-lhes ainda, que calcular a terceira potência corresponde ao volume de um cubo. Os alunos compreenderam a afirmação da pesquisadora, pois declararam não saber dessa analogia, mesmo já tendo sido trabalhada durante as aulas de Matemática.

Além do cubo, a pesquisadora incentivou os alunos a discutirem o volume de um paralelepípedo. Os alunos uniram os blocos 4 e 5 para manipularem um paralelepípedo e, desse modo, a pesquisadora perguntou-lhes qual era a quantidade de cubinhos que existia nesse paralelepípedo. Os alunos responderam 27 cubinhos e assim, a pesquisadora decidiu mostrar-lhes que haviam realizado o produto do comprimento, pela largura e altura. Desse modo, ao realizarem o produto dessas três dimensões, comprimento, altura e largura, os alunos perceberiam que estariam obtendo o volume de um paralelepípedo. Temos a seguir, a foto dos blocos que juntos formavam um paralelepípedo.



Figura 51: Foto dos Blocos que juntos formam um Paralelepípedo

Anteriormente, a pesquisadora havia trabalhado com os alunos os nomes das figuras geométricas, porém mais uma vez, decidiu explorar esse assunto, pois notou que os alunos ainda se confundiam. Foi discutido com eles a diferença entre cubo e quadrado, paralelepípedo e retângulo, esfera e círculo, possibilitando aos alunos a manipulação dos objetos, para que fosse possível formarem as imagens mentais dessas figuras. A seguir, as fotos dos objetos utilizados na manipulação.



Figura 52: Paralelepípedo



Figura 53: Retângulo

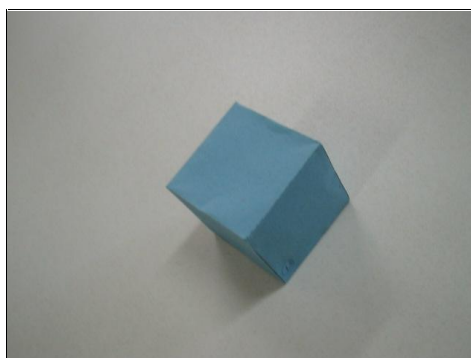


Figura 54: Cubo

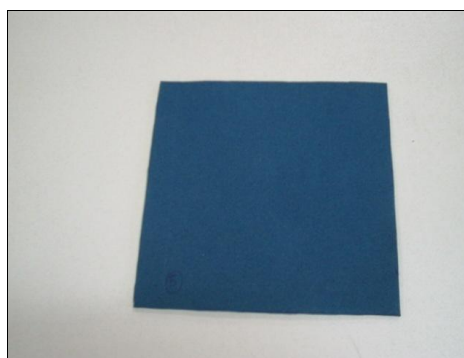


Figura 55: Quadrado

E ainda mais



Figura 56: Esfera

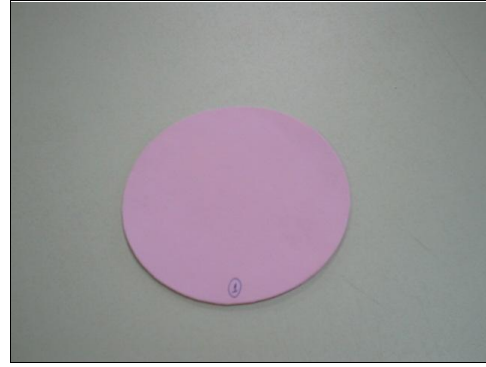


Figura 57: Círculo

Dando continuidade a essa discussão, a pesquisadora solicitou aos alunos a representação frontal das três peças diferentes dos cubos, Blocos 4, 5 e 6. A discussão foi muito interessante, pois a pesquisadora não especificou a frente do sólido e, alguns grupos, chegaram a girá-los, identificando faces diferentes para a frente de um mesmo sólido. É importante enfatizar que nesse momento os alunos tiveram a oportunidade de manipularem as peças que estavam sendo representadas. A pesquisadora fotografou esse momento, como mostra as figuras, a seguir, com o objetivo de utilizar uma estratégia diferente, a qual pudesse evidenciar aos alunos que ao representarem a frente de um sólido, os cubinhos de trás não deveriam aparecer, assim como, nas representações de cima e do lado do sólido.

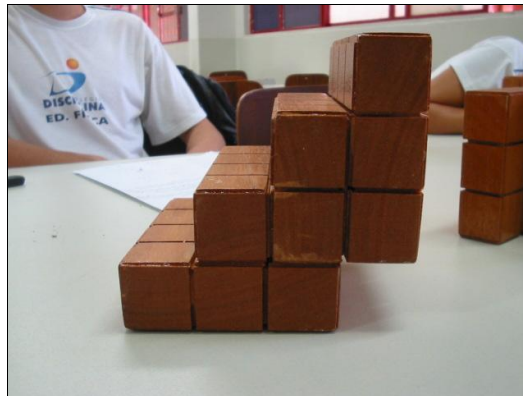


Figura 58: Foto tirada pela Professora para mostrar aos alunos a perspectiva do lado



Figura 59: Foto tirada pela Professora para Mostrar aos Alunos a Perspectiva de Frente

As representações do Grupo A ficaram incompletas e os alunos não compareceram mais aos encontros para concluírem essa Atividade Exploratório-Investigativa.

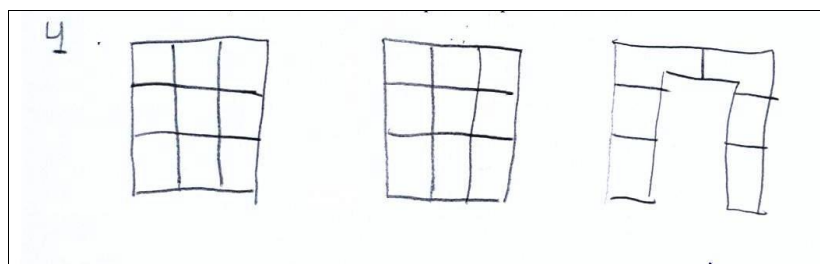


Figura 60: Representações do Grupo A

O aluno do Grupo B conseguiu fazer os desenhos, porém não utilizou as divisões dos quadradinhos.

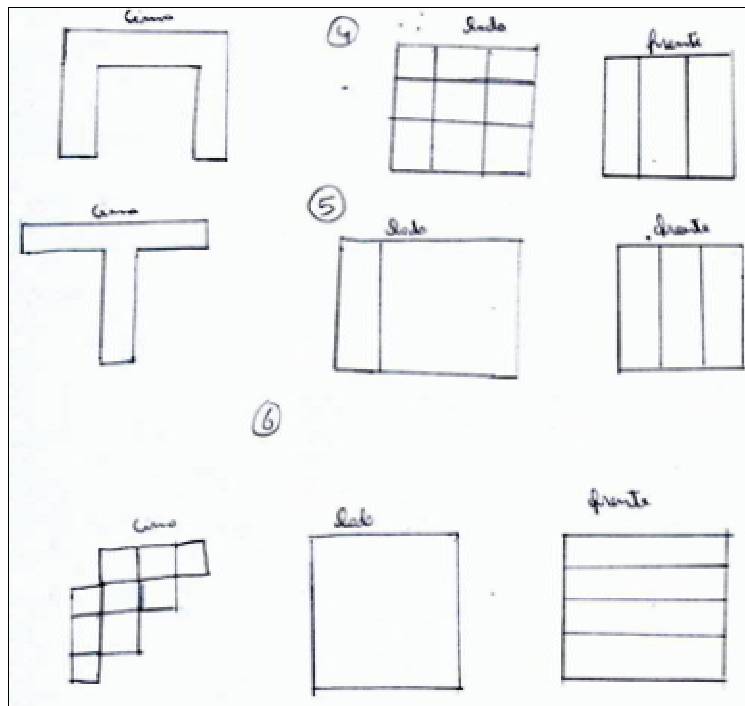


Figura 61: Representações do Grupo B

As representações solicitadas ao Grupo C ficaram iguais as representações realizadas na 1ª parte dessa Atividade Exploratório-Investigativa, na qual os alunos representaram apenas visualizando a transparência.

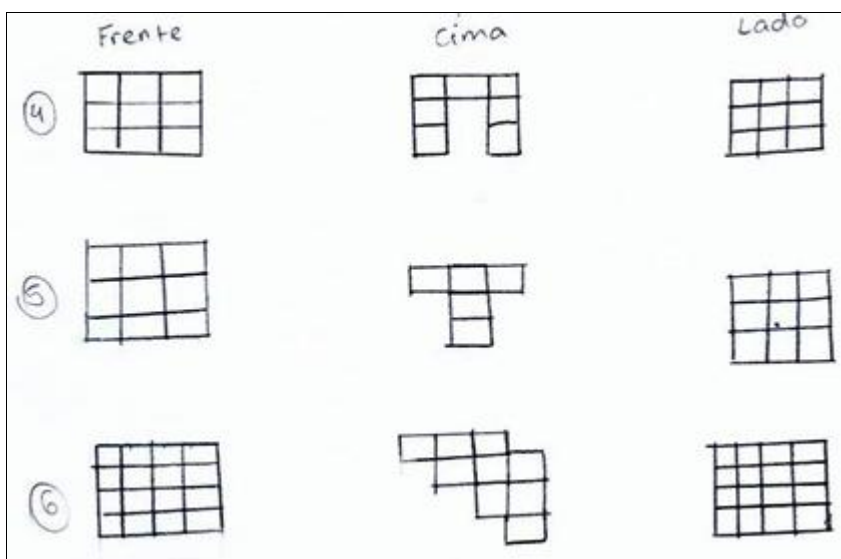


Figura 62: Representações do Grupo C

O Grupo D continuou se confundindo com as representações das laterais e frontal, como mostra a Figura 63, Blocos 4 e 6.

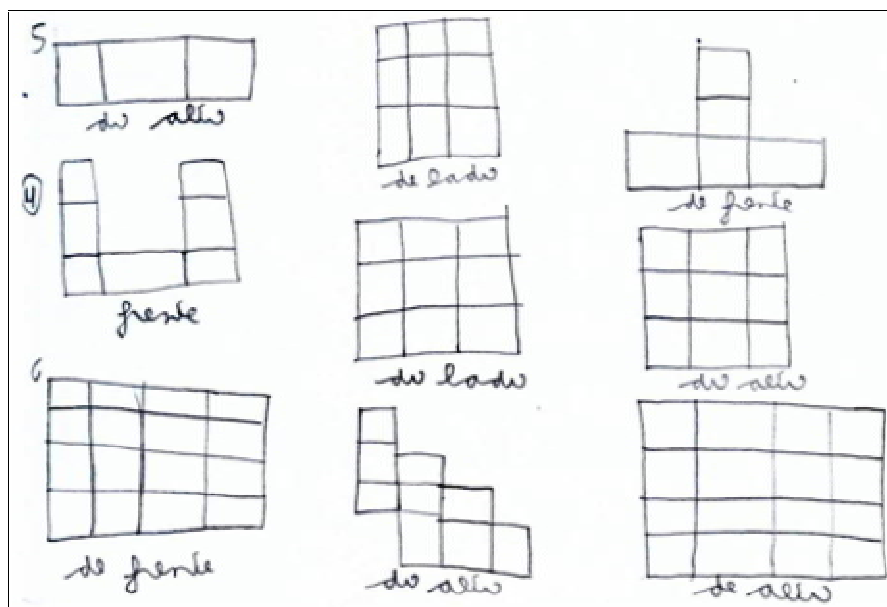


Figura 63: Representações do Grupo D

Essa foi uma Atividade Exploratório-Investigativa que possibilitou notar que a manipulação dos objetos facilita a compreensão dos conceitos geométricos. Nessa perspectiva, há um envolvimento maior, por parte dos alunos, ao trabalharem com o concreto

e quando é dada a oportunidade de participarem, exporem suas hipóteses e conclusões. Faz-se necessário que exista esse ambiente nas escolas, principalmente, no processo ensino e aprendizagem da Matemática..

Numa perspectiva semiótica, os alunos ao contemplarem os objetos matemáticos mostraram dificuldades em conceitualizá-los. Naquele momento, aqueles objetos não representavam para eles, um signo, pois, eles não conseguiram, identificar suas propriedades. Suas representações se apresentavam internamente, sem uma qualidade determinada. Eles só “tinham” as imagens mentais dos objetos.

Em um segundo momento, em uma perspectiva semiótica, os alunos se apropriaram das imagens visuais dos objetos matemáticos. Podemos comprovar que os alunos se apropriaram dessas Imagens Visuais dos objetos matemáticos ao fazerem as Representações Externas dos mesmos corretamente, pois as Imagens Visuais estão associadas às Representações Externas realizadas pelos alunos.

Em um terceiro momento, em uma perspectiva semiótica, os alunos começaram a interpretar as imagens dos objetos matemáticos, pois houve um processo interpretativo ao representar os sólidos.

No processo de investigação dos objetos matemáticos, observamos que na maioria das vezes, os alunos recorreram à imagem figural para compreenderem as relações conceituais dos dados implícitos. É a partir do raciocínio diário e na interação entre imagens e conceitos que as entidades mentais são concebidas. Desse modo, aos poucos as imagens passam a ter uma significação mais generalizada e os conceitos aumentam as suas relações. Um fenômeno ideal é a conceituação de imagens em raciocínio geométrico.

Como já citado anteriormente, a imagem mental dos objetos, em alguns momentos da atividade, não foi suficiente para os alunos elaborarem as estratégias de resolução. A manipulação concreta das peças que compunham os sólidos facilitou no momento da representação dos mesmos.

Uma nova representação por meio da visualização e manipulação das partes e do todo dos objetos matemáticos fizeram com que os alunos percebessem que as dimensões figurais e conceituais se relacionavam. A primeira atividade descrita nesse capítulo tem grandes semelhanças com a segunda e acreditamos que as representações realizadas pelos alunos significavam para eles um signo, pois podemos perceber que o signo aparece em uma relação específica: relação do signo consigo mesmo, assim, o signo pode ser uma simples qualidade (quali-signo). Assim“(…) temos de dar aos signos o tempo que eles precisam para se

mostrarem. Sem isso, estamos destinados a perder a sensibilidade para seus aspectos qualitativos, para seu caráter de quali-signo.” (SANTAELLA 2002, p.30).

Em seguida, esse mesmo signo relaciona-se com o objeto, a partir do momento em que os objetos são visualmente percebidos, no nível da aparência, ou seja, quando os alunos começam a relacionar as diferentes faces que compunham os sólidos matemáticos. Observamos as representações e as respostas dos alunos e sentimos que os raciocínios desses buscavam discriminar as relações figurais e conceituais do objeto representado. Assim, os alunos começaram a perceber como as qualidades se manifestavam nas diferentes representações realizadas – a representação figural, desenhada, a representação à partir das diversas faces do sólido matemático e a representação mental à partir das discussões entre eles e a mediação da pesquisadora, fornecendo elementos para que eles pudessem perceber as relações matemáticas, presentes nas representações realizadas. Os alunos entraram em ação com a suas habilidades perceptivas. Assim, “(...) trata-se de estar atento para a dimensão sin-signo do fenômeno, para o modo como sua singularidade se delineia no seu aqui e agora.” (SANTAELLA 2002, p.31, grifo nosso). As singularidades das representações se mostravam a partir das relações estabelecidas entre a imagem figural e conceitual das representações realizadas.

Temos então, a Secundidade, pois podemos perceber que o signo aparece em uma relação específica, assim, o signo revela como a qualidade esta se manifestando no objeto – temos a dimensão sin-signo do fenômeno.

No momento em que a pesquisadora sugere que os alunos pensem sobre os sólidos representados, nas transparências, como objetos matemáticos tridimensionais os alunos começam a relacionar a representação em 3ª dimensão dos objetos matemáticos, juntamente com as representações dos objetos matemáticos planejados.

Assim, inicia a relação do signo com o seu interpretante, que é o terceiro elemento da tríade do signo, o signo produzindo em uma mente, o efeito interpretativo, a Terceiridade.

Transpondo essas concepções para a Matemática, podemos dizer que a Matemática observada como uma linguagem de comunicação ou de produção e reprodução de conhecimento, ressaltamos os signos pelas suas qualidades (imagens mentais). Quando relacionamos-na às outras linguagens, estamos concretizando as imagens mentais em imagens visuais (verbais, visuais e escritas – os signos escritos são antes imagens gráficas). E, finalmente, quando associamos os conceitos às imagens mentais e visuais estamos, por meio dos processos operatórios, realizando interpretações e dando significações as imagens. O processo de abstração de uma imagem parece ser a etapa final de um processo e inicial de

outro processo de significação, este é o processo de semiose que, se torna cíclico e infinito, como acontece também com a constituição sgnica.

Peirce (apud Santaella, 1983) estudou o processo de reconhecimento, interpretação e representação que o homem faz do mundo denominando-o “interpretante” do primeiro estágio de compreensão. O homem conhece o mundo e o representa. A partir dessa representação, interpreta e produz outra. O indivíduo, ao produzir um signo de uma coisa, depende de um prévio conhecimento de um outro signo que esteja relacionado à essa coisa. O signo ou “representamen” é aquilo que exhibe à mente e é considerado o primeiro. O objeto ou referente é ao que o signo se refere, considerado o segundo. A realização da interpretação desse objeto acontece no momento em que o intérprete desse signo realiza seu reconhecimento e esse reconhecimento é denominado interpretante do signo. Logo, o signo é o conhecimento de um objeto a partir do conhecimento de outro objeto que é representado. Desse modo, o que define signo, objeto e interpretante é a posição lógica que eles conquistam ao serem representados (SANTAELLA 1983, p.70).

Essa é uma lógica triádica do signo que pode ser analisada da seguinte forma: primeiramente, ao fazer uma significação de suas propriedades, ou seja, uma relação do signo com ele mesmo; em segundo plano, acontece o confronto do signo com o objeto, produzindo uma decodificação desse signo; em terceiro, uma relação do signo com o interpretante que gera a interpretação e uma reação desse interpretante. Desse modo, ao visualizarmos a lógica triádica, compreendemos que o signo inclui a significação, a objetividade e a interpretação.

Assim sendo, a percepção é a chave da relação sgnica. O processo de semiose está nos processos de reconhecimento (percepção do que é admirável), na interpretação (ação sobre o signo – é uma elaboração cognitiva) e na representação (a partir da generalização) e, assim, ad infinitum.

Para compreendermos o processo de aprendizagem da Matemática, investigamos o conhecimento científico, o qual inicia-se no insight (na questão da admirabilidade), passa pela experiência, por meio dos signos, definindo os padrões de conduta (processo de semiose) para, finalmente, no “âmbito da generalidade e pela própria inserção da percepção na continuidade do pensamento”, formular o conhecimento. Este processo é contínuo, assim como é o processo de semiose, o qual não termina nessas três etapas, continuando ad infinitum.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Acreditando que o conhecimento é um processo incompleto e sem fim, pretendemos com esta pesquisa responder suas indagações e, assim, delinear novos caminhos e um novo olhar para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Assim sendo, nessa busca, nessa investigação e na expectativa de propiciar aos educadores uma possível reflexão sobre os métodos e teorias do ensino-aprendizagem em Matemática, abordamos a seguinte questão de investigação: Como os processos de visualização e de representação podem influenciar na constituição do conhecimento no contexto didático-pedagógico da Matemática?

O uso mecânico de fórmulas e algoritmos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática fez com que uma investigação sobre a visualização e a representação de conceitos geométricos fosse realizada.

Consideramos relevante, a visualização no processo de construção e exploração dos conceitos matemáticos, assim como sua função cognitiva em proporcionar outras relações mentais, possibilitando, muitas vezes, a construção de conceitos novos que levarão a outros conceitos e, assim, sucessivamente.

Delinear possíveis respostas à questão de investigação significou compreender as inter-relações de significação entre a visualização e a representação dos conceitos matemáticos e as suas possíveis influências no processo da constituição deste tipo de conhecimento, mais especificamente, dos conhecimentos geométricos.

Além disso, pretendemos também, oferecer, aos professores e pesquisadores da área, subsídios para uma possível reflexão e redimensionamento das estratégias de ensino e métodos de trabalhos, possibilitando, dessa forma, uma Educação condizente com os anseios e expectativas dos alunos, inseridos em uma sociedade tecnológica que se transforma a cada dia.

Nessa perspectiva, objetivou-se investigar, analisar e identificar as inter-relações entre as visualizações mentais e gráficas dos signos matemáticos no contexto didático-pedagógico, propiciando reflexões a respeito das estratégias de ensino-aprendizagem e suas potencialidades pedagógicas na constituição do conhecimento matemático.

Como já abordado no Capítulo 1 desta pesquisa, O Contexto Escolar, tecemos algumas considerações a respeito do ambiente escolar, inter-relacionando-as com uma abordagem sobre a constituição do conhecimento na perspectiva da Semiótica Peirceana.

Notamos que, no ambiente escolar, alguns alunos têm apresentado um comportamento passivo diante de ações docentes que propiciam processos de ensinar e aprender em contextos baseados em tendências nacionais e internacionais da Educação Matemática, muitas vezes trocando a prática do pensar e fazer pela reprodução mecânica das atividades propostas. Copiar o que é exposto em uma sala de aula é mais cômodo; o ato de pensar exige reflexão, tempo e concentração.

A contextualização dos conceitos trabalhados em sala de aula faz com que os alunos evitem o processo da memorização mecânica, pois essa contextualização poderá ser considerada pelo professor como um procedimento metodológico ao mediar a aprendizagem, fazendo com que o aluno crie suas próprias hipóteses e resolva-as, possibilitando conjecturas no contexto de resolução de problemas matemáticos.

No Capítulo 1, falamos sobre As Influências do Contexto Escolar na Constituição do Conhecimento e notamos que o educador deve procurar apresentar possibilidades didático-pedagógicas que permitam ao aluno inter-relacionar o conteúdo disciplinar com o contexto social.

A prática de construção do conhecimento acontece através das ações existentes entre os alunos, suas interações entre as pessoas e as diversas culturas que recriam os saberes no cotidiano, desenvolvendo o conhecimento e interferindo de forma eficaz no seu processo de ensino e aprendizagem.

Dentro do ambiente escolar, diversos aspectos contribuem positivamente ou negativamente, possibilitando ao aluno buscar o seu próprio conhecimento e utilizá-lo com competência e autonomia, exercendo a sua capacidade cognitiva. Os aspectos abordados nesse capítulo se referem às experiências dos alunos, suas relações intrapessoais e interpessoais, seus trabalhos escolares relacionados à realidade em que vivem.

Além de todos os aspectos abordados, torna-se importante que haja um ambiente que propicie e motive as novas aquisições do saber. Esse ambiente, constituído de uma diversidade de experiências individuais, promove um interesse significativo, por parte dos alunos, em dialogar, debater, discutir, gerando, conseqüentemente, a construção do conhecimento.

Falamos sobre A Constituição do Conhecimento na Perspectiva da Semiótica, procurando expor algumas concepções sobre as inter-relações entre os processos de visualização e de representação, evidenciando que a Semiótica fundamentou a Análise dos Dados da presente pesquisa. A Semiótica trouxe-nos subsídios teóricos para descrevermos as

experiências vivenciadas, por meio da observação e interpretação dos fenômenos e suas possíveis influências na constituição do conhecimento.

A perspectiva Semiótica utilizada na presente pesquisa baseou-se na proposta de análise semiótica de Santaella (2002, p.29), a qual postula que: “(...) diante de um processo de signos que se quer ler semioticamente, o primeiro passo a ser dado é o fenomenológico: contemplar, então discriminar e, por fim, generalizar em correspondência com as categorias da primeiridade, secundidade e terceiridade.”

Devemos, em primeiro lugar, ter um olhar contemplativo para os fenômenos, ou seja, “Contemplar significa tornar-se disponível para o que está diante dos nossos sentidos.” (SANTAELLA 2002, p.29). Contemplamos sem fazer interpretações ao que nos é apresentado. A “capacidade contemplativa corresponde à rara capacidade que tem o artista de ver as cores aparentes da natureza como elas realmente são, sem substituí-las por nenhuma interpretação.” (PEIRCE, apud SANTAELLA 2002, p. 30).

Assim, “(...) temos de dar aos signos o tempo que eles precisam para se mostrarem. Sem isso, estamos destinados a perder a sensibilidade para seus aspectos qualitativos, para seu caráter de quali-signo.” (SANTAELLA 2002, p.30).

Em um segundo momento, observamos os fenômenos. Devemos entrar em ação com nossa habilidade perceptiva, “(...) trata-se de estar atento para a dimensão sin-signo do fenômeno, para o modo como sua singularidade se delinea no seu aqui e agora.” (SANTAELLA 2002, p.31).

Por último, generalizamos os episódios,

(...) entramos na dimensão do terceiro tipo de olhar que devemos dirigir aos fenômenos, isto é, aquele que brota do desenvolvimento da capacidade de generalização que os matemáticos levam ao seu ponto máximo. Trata-se aqui de conseguir abstrair o geral do particular, extrair de um dado fenômeno aquilo que ele tem em comum com todos os outros com que compõem uma classe geral. (SANTAELLA 2002, p.31).

O processo de semiose está nos processos de reconhecimento (percepção do que é admirável), na interpretação (ação sobre o signo – é uma elaboração cognitiva) e na representação (a partir da generalização) e, assim, *ad infinitum*.

Para compreendermos o processo de aprendizagem da Matemática, precisamos considerar como se estabelece o conhecimento científico, o qual se inicia no *insight* (na questão da admirabilidade), passa pela experiência, por meio dos signos, definindo os padrões de conduta (processo de semiose) para, finalmente, no "âmbito da generalidade e

pela própria inserção da percepção na continuidade do pensamento", formular o conhecimento. Este processo é contínuo, assim como é o processo de semiose. Portanto, não termina nessas três etapas.

Desse modo, encerramos o Capítulo 1 falando da Constituição do Conhecimento Matemático na Perspectiva da Semiótica. A Matemática utiliza diversas representações, tais como: representação algébrica, representação geométrica e representação gráfica para descrever e analisar determinados fenômenos no processo de constituição do conhecimento matemático, e esse é um dos motivos que faz com que a Semiótica possa ser usada como aporte teórico no campo da Matemática.

No Capítulo 2, As Potencialidades Didático-Pedagógicas da Visualização no Processo de Representação Semiótica do Conhecimento Matemático, traçamos alguns caminhos que nos ajudaram na compreensão dos processos de visualização e representação no processo de Representação Semiótica do conhecimento Matemático e suas possíveis influências na exploração e constituição de conceitos matemáticos.

Os dois primeiros itens desse Capítulo referem-se à Visualização Geométrica e à Representação do Conhecimento Geométrico

A imagem mental concebida pelo ato de visualizar é formada pelo homem a partir da imagem visual e pode ser manipulada mentalmente, transformada e representada externamente.

É importante destacar que a visualização é o processo no qual acontece a interação das imagens mentais e das representações externas (ZIMMERMANN; CUNNINGHAM, apud GUTIÉRREZ, 1996, p.04). O processo de visualização abrange as imagens mentais, criando-as e interpretando-as. O aluno que consegue abstrair a imagem mental nem sempre necessita do objeto em mãos para resolver um problema. A representação externa é o modo como o indivíduo apresenta o conhecimento já constituído na mente, podendo, por meio dessa representação, formar novos conceitos e transformar essas imagens mentais.

As representações podem ser internas ou externas. As representações internas são manipuladas mentalmente através do ato de processar informações verbais ou visuais, e as representações externas são as não mentais, aquelas que surgem quando manipulamos objetos e podem ser desenhadas ou escritas.

Transpondo essas concepções para a Matemática, podemos dizer que quando observamos a Matemática como uma linguagem de comunicação ou de produção e

reprodução de conhecimento, observamos os signos pelas suas qualidades (imagens mentais). Quando estamos a relacioná-la às outras linguagens, estamos concretizando as imagens mentais em imagens visuais (verbais, visuais e escritas – os signos escritos são antes imagens gráficas). E, finalmente, quando associamos os conceitos às imagens mentais e visuais estamos, por meio dos processos operatórios, realizando interpretações e dando significações às imagens. O processo de abstração de uma imagem parece ser a etapa final de um processo e inicial de outro processo de significação. De fato, este é o processo de semiose, que se torna cíclico e infinito, como acontece também com a constituição sógnica.

Nessa mesma linha de pensamento, apresentamos ainda, no Capítulo 2, o Aspecto Figural e o Aspecto Conceitual que uma figura geométrica pode assumir na concepção de Fischbein (1993). O autor considera figuras geométricas como entidades que possuem simultaneamente propriedades conceituais e figurais. Uma mesma figura geométrica pode ter tanto propriedades conceituais quanto propriedades figurais e, nessas relações, as imagens estimulam novos pensamentos e os conceitos dominam o rigor formal.

Segundo esse mesmo autor, a interação entre características conceituais e imaginativas ocorre no raciocínio produtivo diário e, nessa interação, as imagens e conceitos são concebidos como classes diferenciadas das entidades mentais. Desse modo, as imagens passam a ter uma significação mais generalizada, e os conceitos aumentam as suas relações. No raciocínio geométrico, os objetos mentais possuem ambas as propriedades conceituais e figurais. Assim, um fenômeno ideal é a conceituação de imagens em raciocínio geométrico.

No Capítulo 3, abordamos a Metodologia da Pesquisa, caracterizando-a em uma Pesquisa Qualitativa. Bicudo (2004) enfatiza algumas das características de uma pesquisa qualitativa, afirmando que:

“O *qualitativo* engloba a idéia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões. O significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções a respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiências, como, por exemplo, da vermelhidão do vermelho, etc.” (p.104).

Para se adequar aos objetivos e ao problema desta pesquisa citados anteriormente, buscamos na literatura diversas abordagens qualitativas sobre pesquisas educacionais e optamos pela realização de um Estudo de Caso com enfoque qualitativo. Essa escolha deve-se ao fato de o Estudo de Caso ser considerado um estudo que visa o conhecimento de uma pessoa, ou de uma disciplina, ou mesmo de uma outra unidade social, cujo objetivo consiste

em “compreender em profundidade o ‘como’ e os ‘porquês’ dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador” (PONTE 2006, p.2). É um estudo minucioso de uma circunstância específica que investiga o que há de essencial para promover a compreensão de um apurado fenômeno de interesse.

A metodologia utilizada junto aos sujeitos pesquisados consiste em uma abordagem teórico-metodológica de Investigações Matemáticas, na perspectiva de Ponte (2003).

Segundo esse mesmo autor, em uma Investigação Matemática,

O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor (p.23).

As Investigações Matemáticas diferenciam-se das demais atividades por permitir aos alunos várias investigações e explorações a partir de situações-problemas desafiadoras e abertas, procurando relacionar objetos conhecidos e desconhecidos. É importante ressaltar que a investigação é um processo que não prevê uma resolução imediata e nem um método já conhecido, mas ela propicia um ensino significativo da Matemática, o qual possibilita a exploração e a constituição do conhecimento.

Uma Investigação Matemática deve acontecer em quatro momentos principais. Segundo Ponte (2003, p.21), Em um primeiro momento, é colocada a proposta da atividade aos alunos e a formulação de questões investigativas (ou situações problemáticas). Em um segundo, ocorre a realização da investigação que pode acontecer em grupo ou individualmente, formulando conjecturas, testando-as, reformulando-as e fazendo as devidas justificações. A seguir, são concretizados os testes e refinadas as conjecturas e argumentações. Finalmente, a discussão dos resultados é realizada, relatando o que foi feito e encontrado, legitimando os resultados e avaliando a investigação.

Enfatizado a importância da Investigação Matemática na constituição dos conceitos matemáticos, apresentamos uma abordagem teórico-metodológica das Atividades Exploratório-Investigativas aplicadas na Coleta de Dados, as quais se denominam, na presente pesquisa, de Tarefas Exploratório-Investigativas.

“Concebemos atividades exploratório-investigativas como atividades ou problemas nos quais os alunos envolvem-se em processo de soluções, buscando estratégias próprias, experimentando conjecturas e hipóteses a

respeito das diversas partes que compõem o problema, discutindo-as com seus colegas e reelaborando-as no contexto prático no qual se insere o problema.” (SILVA; MISKULIN; ESCHERP, 2006, p.03).

Compreendemos que as implementações de atividades com essas características teórico-metodológicas resgatam a construção de conceitos matemáticos por meio de um processo de exploração, visualização e representação dos conceitos matemáticos.

As Atividades Exploratório-Investigativas foram desenvolvidas por alunos da 2ª série do Ensino Médio de duas instituições de ensino da rede privada de Goiânia – GO. Essas atividades são: Atividade 01 – Cercando os Terrenos; Atividade 02 – Cartões formando Caixas; Atividade 03 - A Fabricação de Caixas por um Carpinteiro; Atividade 04 - Encaixando alguns Blocos; Atividade 05 – Trabalhando com Cubinhos e Atividade 06 - Representando os Sólidos em um Ambiente Computacional.

Nesse mesmo capítulo, contextualizamos a Coleta de Dados³⁵. Interessada em trabalhar com algo que buscasse focalizar a realidade da pesquisadora de forma completa e profunda, a pesquisa foi desenvolvida no seu contexto escolar. A coleta de dados foi realizada na cidade de Goiânia – GO, em duas escolas particulares. Nesse referido capítulo, a pesquisadora expõe suas dificuldades para a realização de uma pesquisa. Dificuldades essas que fizeram com que a coleta fosse interrompida, sendo gerada uma série de problemas, tais como: a continuação da coleta na mesma escola em que se iniciou, a autorização de outra escola para a continuação da coleta de dados, a frequência dos alunos e a disponibilidade de um laboratório de informática aprimorado para sua utilização.

Em seguida, contextualizamos as Escolas Pesquisadas e os Sujeitos Pesquisados. Com o objetivo de não expor as escolas e os sujeitos pesquisados, utilizou-se nomes fictícios para as escolas e os sujeitos.

Os Procedimentos Metodológicos da Coleta de Dados e os Recursos Metodológicos utilizados no desenvolvimento das Tarefas Exploratório-Investigativas junto aos sujeitos pesquisados, como os Materiais Manipulativos e o Laboratório de Informática, foram apresentados também nesse capítulo.

Os encontros realizados, inicialmente, no Colégio A, foram filmados e transcritos, ressaltando as manifestações da pesquisadora e a dos alunos.

Na continuação da coleta realizada no Colégio C, foram realizados alguns encontros no Laboratório de Informática. Desde o início, os alunos e a família dos mesmos tinham

³⁵ Nesta parte da pesquisa, usamos a primeira pessoa do singular.

ciência de que estavam participando de uma pesquisa, mas não conheciam os procedimentos, pois não é comum a realização de coletas de dados aqui no estado de Goiás.

As Atividades Exploratório-Investigativas preparadas foram respondidas em folhas nas quais os alunos identificavam-se com os respectivos nomes. Estas folhas foram recolhidas e arquivadas pela pesquisadora, para a transcrição dos dados. No momento da discussão das respostas dadas, utilizou-se o quadro-negro. Os Materiais Manipulativos foram um dos Recursos Metodológicos utilizados no desenvolvimento das Tarefas Exploratório-Investigativas.

Nessa pesquisa, trabalhamos com Atividades Exploratório-Investigativas que levaram os alunos a manipular objetos e reconhecer as formas geométricas, suas propriedades, semelhanças e diferenças. Essa existência material é o concreto absoluto, ou seja, os objetos manipuláveis ou materiais concretos são os sólidos confeccionados no papel cartão e na madeira, as formas geométricas construídas em EVA³⁶, as transparências com imagens a serem analisadas, as régua, dentre outros.

Essa pesquisa atribui importância à utilização do material manipulativo, por considerar que o aluno, ao manipular um objeto, pode observar sua textura, cor, suas propriedades e, mais do que isso, poderia construir a imagem mental do objeto, que lhe permitiria, na ausência desse objeto, fazer sua representação.

“É muito difícil, ou provavelmente impossível, para qualquer ser humano caracterizar espelho, telefone, bicicleta ou escada rolante sem ter visto, tocado ou utilizado esses objetos. Para as pessoas que já conceituaram esses objetos, quando ouvem o nome do objeto, flui em suas mentes a idéia correspondente ao objeto, sem precisarem dos apoios iniciais que tiveram atributos tamanho, cor, movimento, forma e peso.” (LORENZATO 2006, p.22).

Podemos ainda destacar a importância do material concreto, pois trata-se de um meio apropriado de estimular a percepção, a curiosidade dos alunos, a reflexão, o raciocínio e a construção do conhecimento. O aluno, ao manipular o material, pode observar, comparar, levantar hipóteses, procurar alternativas e caminhos diversos, validar suas respostas, enfim, realizar um aprender matemático de forma significativa.

“Palavras não alcançam o mesmo efeito que conseguem os objetos ou imagens, estáticos ou em movimento. Palavras auxiliam, mas não são suficientes para ensinar.” (LORENZATO 2006, p. 17).

³⁶ Placas coloridas de material plástico e emborrachadas.

Em seguida, uma breve exposição de um outro recurso metodológico utilizado na Coleta de Dados, o Laboratório de Informática.

O Laboratório de Informática é evidenciado em Miskulin (2006) quando esta define que um Laboratório de Informática é “(...) um espaço privilegiado para troca e compartilhamentos de experiências, saberes e conhecimentos(...)” (p.163) E ainda, que “O laboratório é concebido como algo mais que um espaço físico, isto é, é considerado um cenário interativo de aprendizagem colaborativa e conhecimento compartilhado, um espaço de formação (...)” (p.163).

Uma das dificuldades já citada anteriormente foi a carência de Laboratório de Informática em alguns colégios. Apenas no Colégio C foi possível usufruir dos recursos da tecnologia de informações e comunicações (TICs) por meio de seu Laboratório de Informática.

No Laboratório de Informática do Colégio C, utilizamos o sistema operacional Linux e o aplicativo de desenho, OpenOffice.orgDraw, pois o objetivo da atividade que envolveu o uso do computador consistiu em investigar as representações dos sólidos realizadas pelos alunos, por meio do ambiente computacional.

Algumas reflexões a respeito do uso do computador foi realizada ao longo desse capítulo, mas gostaríamos apenas de enfatizar que a Educação precisa estar em consonância com os avanços tecnológicos para que nossos alunos estejam inseridos em ambientes significativos de aprendizagem, que possibilitem aos alunos novas maneiras de gerar e disseminar o conhecimento (MISKULIN, 1999, p. 50).

É fundamental repensar a Educação no sentido de apresentar novas alternativas para os alunos interagirem com as diversas mídias e poderem vivenciar um contexto entre a escola e o cotidiano, possibilitando a interação e a interpretação do que acontece no seu mundo e a compreensão da sua cultura.

Assim, a implementação e a utilização de um Laboratório de Informática é estritamente necessário em uma escola; um Laboratório que contenha, além de computadores, materiais manipulativos ou concretos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

No Capítulo 4, Descrição e Análise dos Dados, descrevemos como aconteceram os encontros, detalhando as interferências da pesquisadora e da professora, as falas dos alunos, as resistências dos sujeitos ao trabalharem no Laboratório de Informática e o uso do computador no dia-a-dia dos alunos.

É importante salientar que foram apresentados nessa pesquisa os excertos de duas atividades. A escolha dessas duas atividades baseou-se em elementos semióticos, os quais

consideramos mais importantes e adequados aos objetivos da pesquisa, que emergiram ao descrevermos todas as atividades. A descrição das Tarefas Exploratório-Investigativas: Atividade 01 – Cercando os Terrenos; Atividade 02 – Cartões formando Caixas; Atividade 03 - A Fabricação de Caixas por um Carpinteiro; Atividade 04 - Encaixando alguns Blocos; Atividade 05 – Trabalhando com Cubinhos e Atividade 06 - Representando os Sólidos em um Ambiente Computacional, analisadas na Coleta de Dados e que serão apresentadas e descritas no CD-ROM que acompanhará essa pesquisa.

Durante a Descrição e Análise dos Dados, evidenciamos a importância de visualizar e representar desenhos que, segundo Hildebrand (2001), demonstrou a consistência de seus modelos por meio de imagens. Enfim;

“A forma visual de um signo associada a um conceito é extremamente relevante na definição da notação, principalmente em Matemática. Um símbolo matemático deve possuir uma propriedade de dizer visualmente qual é o seu conteúdo conceitual, isto é, deve carregar em sua imagem a qualidade de representar o que ele substitui. Dizendo de outro modo, o conteúdo visual da representação sígnica Matemática é muito importante para estabelecer o desenvolvimento do raciocínio sobre o modelo que estamos estudando. Se ele for mal elaborado dificultará a percepção do que estamos observando.” (HILDEBRAND, 2001, p.110).

Assim sendo, a importância fundamental que assume a visualização no processo de compreensão dos conhecimentos matemáticos será ressaltada, pois, em nossa concepção, só se concebe os conceitos matemáticos se for possível atribuímos um significado matemático ao signo que representa o conceito matemático intrínseco a uma determinada representação. Nesse sentido, (MISKULIN, MARTINS e MANTOAN, 1996, p.12) assinalam que, a representação e a visualização desempenham funções extremamente importantes na compreensão do objeto matemático, enfatizando que toda representação possui um caráter semiótico e um caráter instrumental. A Semioticidade pode ser percebida pelos desenhos, gráficos, gestos, discursos, palavras, etc.

A dimensão instrumental da representação está relacionada aos objetivos, formas do sujeito expressar o conceito matemático por meio dos signos, carregando, nele próprio, o significado conceitual matemático. Assim sendo, como afirma (FISCHBEIN, apud MISKULIN, 1999) “nesta simbiose entre conceito e figura, como pode ser revelado nas figuras geométricas, por exemplo, é a imagem componente que estimula novas direções de pensamento, mas há restrições lógicas e conceituais que controlam o rigor formal do processo” (p. 291). Essa perspectiva será considerada ao analisarmos, as interações dos sujeitos pesquisados e suas respectivas representações matemáticas.

A Tarefa Exploratório-Investigativa, composta pelo primeiro momento, no qual os alunos respondiam as perguntas visualizando as transparências, mostra-nos que, apenas visualizando os objetos investigados, os alunos têm condições de elaborar um raciocínio baseado no uso de “elementos visuais e espaciais, tanto mentais quanto físicos, desenvolvidos para resolver problemas ou provar propriedades.” (GUTIÉRREZ 1996, p.8). Para esse mesmo autor, um dos elementos que integram a visualização é a representação externa. “Representação Externa é qualquer tipo de representação gráfica ou verbal de conceitos ou propriedades incluindo figuras, desenhos, diagramas etc, que ajuda a criar ou transformar imagens mentais e fazer raciocínio visual.” (GUTIÉRREZ 1996, p. 8).

Os alunos, ao responderem à questão da pesquisadora, em um primeiro momento, consideraram que os símbolos matemáticos representados possuíam uma propriedade que os definiam conceitualmente; conforme citado anteriormente, os objetos representados carregavam em suas imagens a qualidade de representar o que eles estão substituindo, observando (HILDEBRAND, 2001, p.110).

Assim, para discutir as possibilidades das respostas, dadas inicialmente pelos alunos, a pesquisadora os convidou a responder as mesmas perguntas utilizando o material concreto, os quais poderiam manipular e refletir sobre as relações matemáticas.

Desse modo, percebemos que a imagem mental dos objetos utilizados durante a coleta de dados, em alguns momentos da interação, não era suficiente para a elaboração das estratégias da resolução da Atividade proposta. Os alunos precisaram do apoio visual.

A imagem figural dos objetos, por meio das manipulações, diálogos com a professora e interações com os objetos, propiciou aos alunos elementos para que eles refletissem e reestruturassem os seus pensamentos a respeito das características conceituais desses objetos.

Fischbein (1993) afirma que as imagens estimulam e apontam novas direções para o pensamento e que as figuras geométricas possuem tanto características conceituais quanto figurais. Em Gutiérrez (1996), a visualização na Geometria tridimensional ainda é pouco estudada, mas considera a visualização importantíssima para o processo de ensino-aprendizagem da Geometria, pois é por meio desta que se desenvolvem elementos visuais e espaciais necessários para a resolução dos problemas e provas de suas propriedades.

Acreditamos que a imagem mental, concebida pelo ato de visualizar, é formada pelo homem a partir da imagem visual e pode ser manipulada mentalmente, transformada e representada externamente.

Podemos notar que o aluno, ao observar e descrever um objeto, utiliza a visualização e, posteriormente, forma uma imagem mental que será utilizada na interpretação do

problema proposto. A visualização exige a descrição e a comparação das formas geométricas, resgatando as suas semelhanças e diferenças; isso possibilita a construção da imagem mental, levando o indivíduo a pensar no objeto geométrico na ausência do mesmo. Esse aspecto é de fundamental importância na construção e exploração dos conceitos matemáticos.

As representações realizadas com a transparência e as representações realizadas com o material manipulativo tiveram diferenças. Segundo Turrioni (2004),

“O material concreto exerce um papel importante na aprendizagem. Facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar ao aluno na construção de seus conhecimentos.” (p. 67).

Podemos, desse modo, enfatizar que os alunos, na primeira representação dos sólidos, possuíam apenas a visualização ao observar e descrever um objeto. Quando se solicitou uma segunda representação dos objetos após a manipulação do material concreto, a imagem mental desse objeto estava formada. Portanto, este seria o motivo das diferenças de representações.

Ao final das atividades desenvolvidas com os alunos, passamos a enxergar a nossa interação com os alunos pesquisados sob uma perspectiva semiótica. Apresentamos abaixo o esquema do processo de cognição para Peirce. A informação (são os fatos), percepção, experiência, cognição e os novos dados da informação (novos fatos)³⁷.

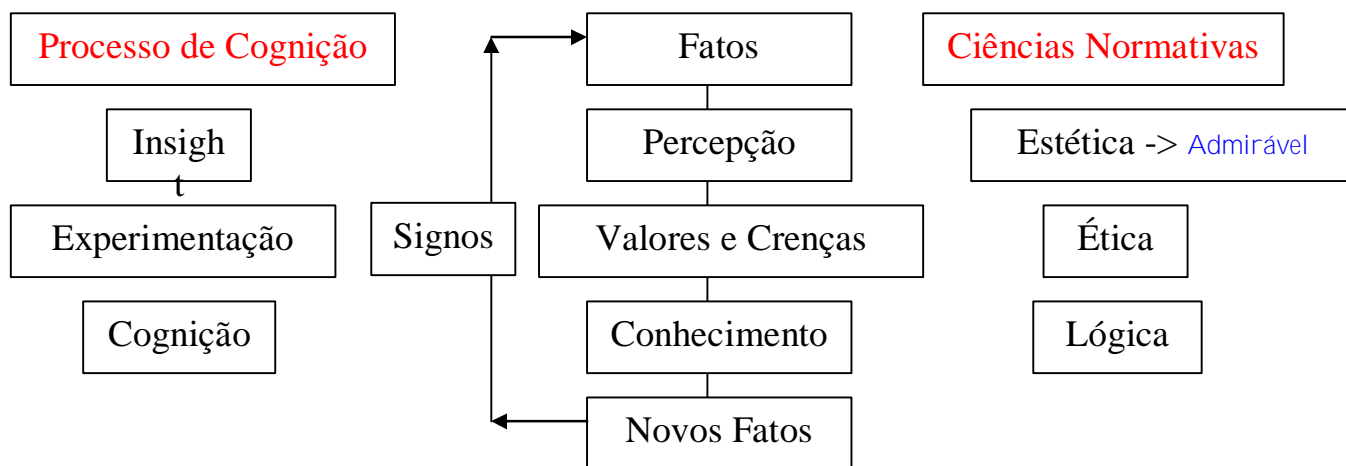


Diagrama elaborado por Hildebrand (2007)

³⁷ Este esquema foi sugerido e elaborado pelo Prof. Dr. Hermes Renato Hildebrand, na ocasião do Exame de Qualificação do presente trabalho.

A Fenomenologia peirceana fornece a base para a Semiótica, pois nos permite fazer com que pensemos nos fenômenos como signos. Fenômenos que podem ser de ambigüidade, incerteza ou sentimentos. Por isso, podemos dizer que qualquer coisa pode ser analisada em uma visão Semiótica.

Tal potencialidade é, de fato, o resultado da ligação muito íntima da semiótica com a fenomenologia. É desta que advém a possibilidade de se considerar os signos e interpretações de primeira categoria (meros sentimentos e emoções), de segunda categoria (percepções, ações e reações) e de terceira categoria (discursos e pensamentos abstratos), que tornam muito próximos o sentir, o reagir, o experimentar e o pensar (SANTAELLA, 2002, p. 11)

O objetivo principal de Peirce era configurar conceitos sógnicos para as ciências aplicadas. Para isso, Santaella (1983) define signo a partir das idéias de Peirce, dizendo:

(...) o signo é uma coisa que representa uma outra coisa: seu objeto. Ele só pode funcionar como signo se carregar esse poder de representar, substituir uma outra coisa diferente dele. Ora o signo não é objeto. Ele apenas está no lugar do objeto. Portanto, ele só pode representar esse objeto de um certo modo de uma certa capacidade (p. 78).

Para um intérprete, o signo representa um objeto e produz na mente desse intérprete um outro signo. Assim, o “significado de um signo é outro signo” e, assim, *ad infinitum* (SANTAELLA, 1983, p. 79).

Podemos dizer que, quando observamos a Matemática como uma linguagem de comunicação ou de produção e reprodução de conhecimento, observamos os signos pelas suas qualidades (imagens mentais). Quando estamos a relacioná-la às outras linguagens, estamos concretizando as imagens mentais em imagens visuais (verbais, visuais e escritas – os signos escritos são também imagens gráficas). E, finalmente, quando associamos os conceitos às imagens mentais e visuais estamos, por meio dos processos operatórios, realizando interpretações e dando significações às imagens. O processo de abstração de uma imagem parece ser a etapa final de um processo e inicial de outro processo de significação. De fato, este é o processo de semiose, que se torna cíclico e infinito, como acontece também com a constituição sógnica.

Ao término dessa pesquisa, é importante ressaltar que muito se aprendeu durante anos de muito estudo e dedicação e que todos os momentos foram de grande valor para o crescimento pessoal e profissional da pesquisadora. Além disso, novas incertezas, dúvidas e questionamentos vão surgir levando à busca de um novo saber.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS E OBRAS CONSULTADAS

ABBAGNANO, N. Dicionário de Filosofia. 2.ed. São Paulo: Mestre Jou, 2003.

ABRANTES, P.; LEAL, L. C.; & PONTE, J. P. (Eds.). Investigações Matemáticas na Aula e no Currículo. Lisboa: APM e Projeto MPT, 1996.

ABRANTES, P.; LEAL, L. C.; & PONTE, J. P. (Eds.). Investigar para Aprender Matemática. Lisboa: APM e Projeto MPT, 1996.

ANTUNES, C. Relações Interpessoais e Auto-Estima: a Sala de Aula como um Espaço do Crescimento Integral. Fascículo 16 - Petrópolis, RJ: Vozes, 2003.

ARAÚJO, E. A. O Uso de Material Concreto na Aprendizagem Matemática: Um Estudo e Proposta para 5ª série. Universidade Estadual Paulista “Júlio De Mesquita Filho” (Dissertação de Mestrado), Rio Claro – SP, 1991.

BICUDO, M.A.V e BORBA, M.C. Educação Matemática Pesquisa em Movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

BORBA, M. C. e VILLAREAL, M. E. Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: Information and Communication Technologies, Modeling, Experimentation and Visualization. São Paulo: Springer, 2005.

BORBA, M. C., & PENTEADO, M. G. Informática e Educação Matemática. (2. ed.). Belo Horizonte: Autêntica, 2001. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

Brasil. Secretaria da Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/ SEF, 1998. Disponível em <http://www.mec.gov.br/sef/pcn5a8.shtm>, 1998.

CASTRO, J. F. Um Estudo sobre a Própria Prática em um Contexto de Aulas Investigativas de Matemática. Universidade Estadual de Campinas Faculdade de Educação (Dissertação de mestrado) Campinas – SP, 2004.

COSTA, C. Visualização, Veículo para a Educação em Geometria. In Saraiva, M. et al. – “Ensino Aprendizagem da Geometria” – seção de Educação Matemática – Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2000.

COSTA, G. L. M. O Professor de Matemática e as Tecnologias de Informação e Comunicação: Abrindo Caminho para uma Nova Cultura Profissional. **Universidade Estadual de Campinas - Faculdade de Educação (Tese de doutorado) Campinas – SP, 2004.**

COSTA, C. **Contribuições apresentadas no XI Encontro de Investigação em Educação Matemática.** Processos Mentais Associados ao Pensamento Matemático Avançado: Visualização. **Secção de Educação e Matemática - Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação, Coimbra, 2002.**

CRISTOVÃO, E. M. Explorando Novos Caminhos para o Ensino de Geometria. **Campinas: FE/Unicamp. (Monografia-Especialização em “Ciências, Arte e Prática Pedagógica”).**

FACANALI, J. C. Um Estudo sobre a Própria Prática em um Contexto de Aulas Investigativas de Matemática. **Universidade Estadual de Campinas Faculdade de Educação (Dissertação de mestrado), Campinas – SP: 2004.**

FAINGUELERNT, E. K. Representação do Conhecimento em Matemática: Transformações no Plano – Translação e Simetria. **Bolema – Boletim de Educação Matemática. Ano 9, especial 3, 1994 – Rio Claro: Unesp, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.**

FAINGUELERNT, E. K. Educação Matemática: Representação e Construção em Geometria. **Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.**

FERREIRA, A. B. H. Miniaurélios Século XX Escolar: O Minidicionário da Língua Portuguesa. **Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2000.**

FIORENTINI, D. e LORENZATO, S. Investigação em Educação Matemática: Percursos Teóricos e Metodológicos. **Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção formação de professores)**

FIORENTINI, D. Alguns Modos de Ver e Conceber o Ensino da Matemática no Brasil. **Zetetiké, Campinas-SP: FE/Unicamp, p – Cempem, 1995.**

FIORENTINI, D. e JIMÉNEZ, A. (organizadores); ROVERAN, A. P. [et al.] Histórias de Aulas de Matemática: Compartilhando Saberes Profissionais. - **Campinas, SP: Graf. FE: Cempem, 2003.**

FIORENTINI, D. e MIORIM, M. A. (organizadores); MARCHESI, A.[et al.] Por Trás da Porta que Matemática Acontece? **Campinas, SP: Editora Graf. FE/Unicamp – Cempem, 2001.**

FIorentini, D.; GARNICA, A.V.M. e BICUDO, M.A.V. Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

FISCHBEIN, E. The Theory of Figural Concepts. *Education Studies in Mathematics*, 1993.

FREIRE, P. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 2000.

GARNICA, A. V. M. Some Notes on Qualitative Research and Phenomenology. *Interface — Comunicação, Saúde, Educação*, v.1, n.1, 1997.

GARNICA, A. V. M. Changes and Chances: an initial study of Peirce's pragmatism and mathematical writings as they relate to education and the teaching and learning of mathematics. *Philosophy of Mathematics Education Journal* No. 19, 2006. Disponível em <http://www.people.ex.ac.uk/PErnest/pome19/index.htm> (acessado 26/12/2006)

GOULART, L. O que é Geometria? Por que ensiná-la? Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática), 1998.

GUTIÉRREZ, A. Visualização em Geometria Tri-Dimensional: Uma Pesquisa em Busca de um Referencial Teórico. Departamento de Didática de Matemática da Universidade de Valencia, Espanha, 1996.

HILDEBRAND, H. R. As Imagens Matemáticas: a Semiótica dos Espaços Topológicos Matemáticos e suas Representações no Contexto Tecnológico. PUC - SP (Tese de Doutorado em Comunicação e Semiótica), 2003.

HOUAISS, A., VILLAR, M. S. Dicionário Houaiss de Língua Portuguesa. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001.

KALEFF, A. M. Vendo e Entendendo Poliedros: do Desenho ao Cálculo do Volume através de Quebra-Cabeças Geométricos e outros Materiais Manipulativos. Niterói, RJ: EdUFF, 1998.

KIMURA, C. F. K. O jogo como ferramenta no trabalho com números negativos: Um estudo sob a perspectiva da epistemologia genética de Jean Piaget. Puc – SP, (Tese de doutorado em Educação Matemática), 2005

LARROSA J. B. Nota sobre a Experiência e o Saber da Experiência. Conferência proferida no I seminário Internacional de Educação de Campinas. Leituras SME: Textos-subsídios ao trabalho pedagógico das unidades da Rede Municipal de Educação de Campinas/FUMEC. Julho de 2001. Leituras SME-Campinas SP, Julho, 2001.

LORENZATO, S. Educação Infantil e Percepção Matemática. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores)

LORENZATO, S. Para Aprender Matemática. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção formação de professores)

MARTINS, M. C. Criança e Mídia: “Diversa-mente” em Ação em Contextos Educacionais. Universidade Estadual de Campinas: Instituto de Artes (Tese de doutorado em Multimeios), 2003

MATOS, J. M. Metáforas corpóreas na base do conhecimento matemático. O caso do ângulo. “Ensino Aprendizagem da Geometria” – seção de Educação Matemática – Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, In Saraiva, M. et al. (2000).

MENDES, R. M. As Potencialidades Pedagógicas do Jogo Computacional *Simcity 3*. Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade São Francisco. Dissertação de Mestrado, Itatiba, 2006.

MISKULIN, R. G. S. Concepções Teórico-Methodológicas sobre a Introdução e a Utilização de Computadores no Processo Ensino/Aprendizagem da Geometria. Faculdade de Educação/UNICAMP – (Tese de Doutorado em Educação), Área de Educação Matemática, 1999.

MISKULIN, R. G. S.; MOURA, A. R. L.; SILVA, M. R. C. Um Estudo sobre a Dimensão Semiótica da Tecnologia na Educação e na Educação Matemática. In: II SIPEM, 2003, Santos. Anais do II SIPEM, 2003. v. 01.

MISKULIN, R. G. S.; MARTINS, M. C.; MANTOAN, M. T. E. Análise Microgenética dos Processos Cognitivos em Contextos Múltiplos de Resolução de Problemas. Campinas: NIED/UNICAMP, memo nº 31, 43 p., 1996. Disponível em <http://www.nied.unicamp.br/publicacoes/memos/Memo31.PDF> acesso em 12 dez.2006.

PENTEADO, M. G. Redes de Trabalho: Expansão das Possibilidades da Informática na Educação Matemática da Escola Básica. In BICUDO, M. A. V. BORBA, M. C. (org.). Educação Matemática: Pesquisa em Movimento. São Paulo: Cortez, 2004, PP. 283-295.

PEREZ, G. Pressupostos e Reflexões Teóricas e Metodológicas da Pesquisa Participante no Ensino de Geometria para as Camadas Populares. Universidade Estadual de Campinas: Faculdade de Educação (Tese de Doutorado em Educação), 1991.

PÉREZ GÓMEZ, A. I. A Cultura Escolar na Sociedade Neoliberal. Porto Alegre: ARTMED, 2001.

PERRENOUD, P. Dez Novas Competências para Ensinar. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

POINCARÉ, H. A Investigação Matemática. In: ABRANTES, P.; LEAL, L. C.; & PONTE, J. P. (Eds.), Investigar para Aprender Matemática. Lisboa: Projeto MPT e APM, 1996, p.7-14.

PONTE, J. P.; Brocardo, J. & Oliveira, H. Investigações Matemáticas na Sala de Aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

PONTE, J. P. Estudos de Caso em Educação Matemática. *Bolema - Boletim de Educação Matemática*. Ano 25, 105-132, 2006. Rio Claro: Unesp, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.

PONTE, J. P., OLIVEIRA, H., & VARANDAS, J. M. (2003). O Contributo das Tecnologias de Informação e Comunicação para o Desenvolvimento do Conhecimento e da Identidade Profissional. In D. Fiorentini (Ed.), *Formação de professores de Matemática: Explorando novos caminhos com outros olhares* (pp. 159-192). Campinas: Mercado de Letras. ([Ficheiro Word](#))

PONTE, J. P. (2002). As TIC no Início da Escolaridade. In J. P. Ponte (Org.), *A formação para a integração das TIC na educação pré-escolar e no 1º ciclo do ensino básico* (Cadernos da Formação de Professores, nº 4, pp. 19-26). Porto: Porto Editora. ([Ficheiro pdf](#))

PONTE, J. P., OLIVEIRA, H., & VARANDAS, J. M. (2002). As Novas Tecnologias na Formação Inicial de Professores: Análise de uma Experiência. In M. Fernandes, J. A. Gonçalves, M. Bolina, T. Salvado, & T. Vitorino (Orgs.), *O particular e o global no virar do milénio: Actas V Congresso da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação*. Lisboa: Edições Colibri e SPCE. ([Ficheiro Word](#))

PONTE, J. P. (2000). Tecnologias de Informação e Comunicação na Educação e na Formação de Professores: Que Desafios? *Revista Ibero-Americana de Educação*, 24, 63-90 ([Ficheiro PDF](#))

PONTE, J. P., & OLIVEIRA, H. (2000). A Internet como Recurso para o Ensino da Matemática. *NOESIS*, 55, 41-5. ([Ficheiro Word](#))

RIBEIRO, M. J. B., & PONTE, J. P. (2000). A Formação em Novas Tecnologias e as Concepções e Práticas dos Professores. *Quadrante*, 9(2), 3-26. ([Ficheiro Word](#))

VARANDAS, J. M., OLIVEIRA, H., & PONTE, J. P. (1999). A Internet na Formação de Professores. Actas do Profmat 99 (pp. 51-58). Lisboa: APM. [\(Ficheiro Word\)](#)

ROSENDO, A. I.; MAIA, E.; FIGUEIREDO, N. & DIONÍSIO, A. F. (Eds.), Atividades de Investigação na Aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores. *Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática*, 2004, Ano 11, nº 16, Lisboa: SEM-SPCE, 2002.

RONCA, P. A. C.; TERZI, C. A. A Prova Operatória: Contribuições da Psicologia do Desenvolvimento. São Paulo: Edesplan, 1991.

SANTAELLA, L. O que é Semiótica? São Paulo, SP: Editora Brasiliense, 1983.

SANTAELLA, L. Semiótica Aplicada. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e Quarto Ciclo do Ensino Fundamental: Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1998.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO MÉDIA E TECNOLÓGICA. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação, 1999.

SILVA, C. R. M.; MISKULIN, R. G. S.; ESCHER, M. A. A Utilização Didático-Pedagógica do Maple em uma Perspectiva de Investigação Matemática. São Paulo, 2006.

SILVEIRA, L. F.B. Peirce e a Matemática. *Bolema - Boletim de Educação Matemática*. Ano 9, especial 3, 1994. Rio Claro: Unesp, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.

SILVEIRA, L. F. B. Observe-se o Fenômeno: Forma e Realidade na Semiótica de Peirce. *Cognitivo: Revista de Filosofia*. São Paulo: EDUC - Editora da PUC-SP. Volume 5 – Número 2, Julho – Dezembro, 2004.

SOUZA, L. G. S.; FATORI, L. H. e BURIASCO, R. L. C. Como Alunos do Curso de Licenciatura em Matemática Lidam com Alguns Conceitos Básicos de Cálculo I. *Bolema – Boletim de Educação Matemática*. Ano 18, Nº 24, 2005 – Rio Claro: Unesp, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.

TURRIONI, A.M.S. O Laboratório de Educação Matemática na Formação Inicial de Professores. Universidade Estadual Paulista (Dissertação de Mestrado) Rio Claro – SP, 2004.

VELOSO, E.; FONSECA, H.; PONTE, J. P. e ABRANTES, P. (org.) Ensino da Geometria no Virar do Milênio. Edição: Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 1999.

WOLFF, Rosane Construção de Conceitos Geométricos em Sala de Aula. Universidade Estadual Paulista: Instituto de Geociências e Ciências Exatas (Dissertação de Mestrado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosóficos-Científicos), 1996.

ANEXO A

QUESTIONÁRIO

Ficha Individual

Dados pessoais

Nome Completo: _____

Endereço: _____

Telefone (residencial): _____ Telefone (celular): _____

Nome do pai: _____

Telefone (trabalho): _____ Telefone (celular): _____

Nome da mãe: _____

Telefone (trabalho): _____ Telefone (celular): _____

Estuda no Colégio a quantos anos? _____

Estudou em outro colégio? Qual? _____

Com relação a Matemática ...

1) O que é Matemática para você?

2) Você gosta de Matemática? Por que gosta? Por que não gosta?

3) No seu dia a dia, a Matemática é útil para você?

4) Tem dificuldade em compreendê-la?

5) Você acha que a Geometria faz parte da Matemática?

6) Gosta de estudar Geometria ou não vê muita utilidade?

7) Tem mais facilidade para compreender a Geometria?

8) Você poderia viver sem a Matemática?

9) Marque aqueles itens que você já estudou sobre Geometria:

Figuras Planas

Sólidos Geométricos

Perímetro

Área

Volume

Triângulos

Quadrado

Retângulo

Cubo

Paralelepípedo

Cilindro

Cone

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)