



Carlos Eugenio Carceroni Provenzano

**Previsão Numérica de Escoamento Bifásico em
Tubulações Utilizando o Modelo de Deslizamento**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio.

Orientadora: Professora Angela Ourivio Nieckele

Rio de Janeiro
Março de 2007

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.



Carlos Eugenio Carceroni Provenzano

**Previsão Numérica de Escoamento Bifásico em
Tubulações Utilizando o Modelo de Deslizamento**

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio.
Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Profa. Angela Ourivio Nieckele

Orientadora

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Prof. Sidney Stuckenbruck

Olympus Software Científico e Engenharia Ltda

Dr. José Roberto Fagundes Netto

CENPES/PETROBRAS

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 22 de março de 2007

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Carlos Eugenio Carceroni Provenzano

Graduou-se em Engenharia Mecânica na UFRJ no ano de 2001, tendo cursado o programa de pós-graduação em Engenharia de Dutos na PUC-RJ em 2004.

Ficha Catalográfica

Provenzano, Carlos Eugenio Carceroni

Previsão numérica de escoamento bifásico em tubulações utilizando o modelo de deslizamento / Carlos Eugenio Carceroni Provenzano ; orientadora: Angela Ourivio Nieckele. – 2007.

99 f. : il. ; 30 cm

Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

Inclui bibliografia

1. Engenharia mecânica – Teses. 2. Escoamento em golfadas. 3. Modelo de Drift. 4. Golfada Severa. I. Nieckele, Angela Ourivio. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. III. Título.

CCD: 621

Agradecimentos

À Petrobrás pela oportunidade e suporte de todos os tipos que foram de vital importância para este trabalho.

À Profa. Angela Ourivio Nieckele pela infinita paciência e disponibilidade, que juntamente com seu conhecimento passado a mim durante nossas longas discussões, mantiveram minha confiança no sucesso deste trabalho. Do tratamento atencioso aos conselhos práticos, encontrei nesta ótima pessoa e profissional o equilíbrio necessário para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao meu amigo e colega de profissão Breno Silva pelo auxílio com o método de solução simultâneo de equações, que se mostrou uma peça essencial para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus pais e familiares, pela compreensão dos meus períodos de ausência e por sempre acreditarem na minha pessoa. Sei que todos me apóiam e desejam que minha vida seja repleta de felicidade.

À minha esposa Rosane, que com amor e companheirismo torna os obstáculos mais fáceis de serem superados. Nosso encontro foi uma benção e nunca me canso de expressar o quanto nosso relacionamento é importante para mim.

Resumo

Provenzano, Carlos E. C., Nieckele, Angela O. **Previsão Numérica de Escoamento Bifásico em Tubulações Utilizando o Modelo de Deslizamento**. Rio de Janeiro, 2007. 99 p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Na produção de gás e petróleo em campos de águas profundas são comumente encontrados trechos verticais de dutos (*risers*) na aproximação final à plataforma. Nesta configuração, podem ocorrer escoamentos bifásicos no regime de golfadas severas (*severe slug*) que gera alternância na produção da fase gasosa e líquida. Esta alternância é caracterizada por períodos de produção de gás sem líquido seguido de altas taxas de produção de ambas as fases. O regime severo de golfadas é geralmente descrito em quatro fases: formação da golfada, produção da golfada, rompimento da golfada pela fase gás e fluxo reverso do que restou da fase líquida. Este regime induz o escoamento a condições mais extremas do que um outro regime, visto que resultam em um aumento de pressão no duto durante a formação da golfada e em um aumento na taxa de produção durante a expulsão da mesma. O presente trabalho consiste da simulação numérica do regime de golfadas severas para um trecho de tubulação horizontal seguido de outro vertical, assim como apresentar uma análise de um regime estatisticamente permanente. A previsão do escoamento é obtida utilizando-se uma formulação unidimensional baseada no modelo de Drift. A frequência das golfadas é comparada com outros estudos numéricos da literatura, obtendo-se uma concordância bastante satisfatória.

Palavras-chave

Escoamento bifásico; golfada; modelo de *Drift*; golfada severa; unidimensional.

Abstract

Provenzano, Carlos E. C., Nieckele, Angela O. **Numerical Prediction of Two-Phase Flow in Pipeline with the Drift-Flux Model**. Rio de Janeiro, 2007. 99 p. MSc. Dissertation – Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

In the gas and oil offshore deep water production is usual to find risers in Production Unit final approach. Regarding to this configuration, two-phase flows can evolve to a severe slug regime that create gas and liquid alternate production. This cyclic behavior is characterized by periods of gas production followed by very high liquid and gas flow rates. The severe slug flow regime is normally described as occurring in four phases: slug formation, slug production, blowout, and liquid fallback. This flow regime introduces new conditions that can be found in other regimes because of the pressure increase during the slug formation and the large flow rates during the slug production. The present work consists of the numerical simulation of the severe slug flow regime into a horizontal pipeline section followed by a vertical section, as well as to present an statistically steady state analysis. The flow prediction is obtained through a one-dimensional formulation based on the Drift Flux Model. The slug frequency is compared with other numerical studies available in the literature, and a very satisfactory agreement is obtained.

Keywords

Two-phase flow; slug; Drift-Flux model; severe slug; one-dimensional.

Sumário

1. Introdução	17
1.1. Objetivo	21
1.2. Organização do Manuscrito	22
2. Revisão Bibliográfica	23
2.1. Golfadas	31
3. Modelagem Matemática	33
3.1. Fração do Gás e do Líquido	33
3.2. Equações de Conservação	34
3.3. Equações de Fechamento	38
3.3.1 Velocidade de Escorregamento entre as Fases	38
3.3.2 Perda de Carga e Atrito	40
3.4. Propriedades	40
3.5. Variáveis Dependentes	41
3.5.1 $\overline{u_m}$, P e α_g	41
3.5.2 $\rho_l \alpha_l$, $\rho_g \alpha_g$ e $\rho_l \alpha_l u_l + \rho_g \alpha_g u_g$	42
3.6. Condições de Contorno e Iniciais	43
4. Método Numérico	44
4.1. Cálculo da Pressão	45
4.2. Cálculo da Velocidade do Líquido	46
4.3. Cálculo da Velocidade do Gás	46

4.4. Discretização das Equações de Conservação de Massa	47
4.4.1. Equação de w_1 e w_2 para a Entrada	48
4.4.2. Equação de w_1 e w_2 para a Saída	50
4.5. Discretização da Equação de Conservação da Quantidade de Movimento da Mistura	51
4.5.1 Equação de w_3 para a Entrada	52
4.5.2 Equação de w_3 para a Saída	53
4.6. Solução do Sistema Algébrico	53
4.7. Procedimento de Execução para a Solução Simultânea	55
4.8. Malha Computacional e Passo de Tempo	56
4.9. Critério de Convergência	57
5. Resultados	59
5.1. Validação	59
5.1.1. Caso 1	61
5.1.2. Caso 2	63
5.1.3. Caso 3	65
5.1.4. Caso 4	68
5.1.5. Caso 5	70
5.1.6. Testes de Malha e Passo de Tempo	72
5.1.7. Análise da Ordem da Discretização	73
5.2. Golfada Severa	76
6. Conclusões e Sugestões de Trabalhos Futuros	82
Referências Bibliográficas	85
Apêndice A	89
Apêndice B	96

Lista de tabelas

Tabela 2.1 - Parâmetros da Velocidade de Escorregamento (Zuber e Findlay, 1965)	26
Tabela 2.2 - Parâmetro C de perda de carga	30

Lista de figuras

Figura 1.1 -	Esquemático de produção <i>offshore</i>	17
Figura 1.2 -	Padrões de escoamento em tubulações horizontais	19
Figura 1.3 -	Padrões de escoamento em tubulações verticais	19
Figura 2.1 -	Mapa de padrões típico para escoamento horizontal	23
Figura 2.2 -	Exemplos de distribuição das fases na seção transversal de um duto	25
Figura 2.1 -	Ciclo de eventos de uma Golfada Severa	32
Figura 3.1 -	Fração das fases por área ocupada por cada fluido	34
Figura 3.2 -	Fração das fases por medição de volume	34
Figura 3.3 -	Ângulo de inclinação com a horizontal	35
Figura 3.4 -	Condições de contorno	43
Figura 4.1 -	Volumes de controle de grandeza escalar	44
Figura 4.2 -	Volumes de controle de grandeza vetorial	44
Figura 4.3 -	Primeiro volume de controle escalar	49
Figura 4.4 -	Último volume de controle escalar	50
Figura 4.5 -	Fluxograma esquemático - MTDMA	56
Figura 5.1 -	Caso 1: Vazões mássicas na entrada em função do tempo	61
Figura 5.2 -	Caso 1: Perfil de fração de gás ao longo do duto, $t = 250$ s	62
Figura 5.3 -	Caso 1: Perfil de pressão ao longo do duto, $t = 250$ s	62
Figura 5.4 -	Caso 1: Perfil de velocidade ao longo do duto, $t = 250$ s	63
Figura 5.5 -	Caso 2: Vazões mássicas na entrada em função do tempo	63
Figura 5.6 -	Caso 2: Perfil de fração de gás ao longo do duto, $t = 175$ s	64
Figura 5.7 -	Caso 2: Perfil de pressão ao longo do duto, $t = 175$ s	64

Figura 5.8 -	Caso 2: Perfil de velocidade ao longo do duto, $t = 175$ s	65
Figura 5.9 -	Caso 3: Vazões mássicas na entrada em função do tempo	66
Figura 5.10 -	Caso 3: Perfil de fração de gás ao longo do duto, $t = 250$ s	66
Figura 5.11 -	Caso 3: Perfil de pressão ao longo do duto, $t = 250$ s	67
Figura 5.12 -	Caso 3: Perfil de velocidade ao longo do duto, $t = 250$ s	67
Figura 5.13 -	Caso 4: Vazões mássicas na entrada em função do tempo	68
Figura 5.14 -	Caso 4: Perfil de fração de gás ao longo do duto, $t = 250$ s	69
Figura 5.15 -	Caso 4: Perfil de pressão ao longo do duto, $t = 250$ s	69
Figura 5.16 -	Caso 4: Perfil de velocidade ao longo do duto, $t = 250$ s	69
Figura 5.17 -	Caso 5: Vazões mássicas na entrada em função do tempo	70
Figura 5.18 -	Caso 5: Perfil de fração de gás ao longo do duto, $t = 175$ s	71
Figura 5.19 -	Caso 5: Perfil de pressão ao longo do duto, $t = 175$ s	71
Figura 5.20 -	Caso 5: Perfil de velocidade ao longo do duto, $t = 250$ s	72
Figura 5.21 -	Influência na malha no perfil de fração de gás, $t = 250$ s	72
Figura 5.22 -	Influência do passo de tempo no perfil de fração de gás, $t = 250$ s. 200 volumes de controle	73
Figura 5.23 -	Caso 1: Influência da ordem do esquema no perfil de fração de gás, $t = 250$ s. 200 volumes de controle	74
Figura 5.24 -	Caso 1: Influência da ordem do esquema no perfil de pressão, $t = 250$ s. 200 volumes de controle	74
Figura 5.25 -	Caso 1: Influência da ordem do esquema no perfil de velocidade ao longo do duto, $t = 250$ s	75

Figura 5.26 - Caso 1: Influência da ordem do esquema, $t = 250$ s.	75
Presente: 200 volumes; AUSM II: 50 volumes	
Figura 5.27 - Caso 1: Influência da ordem do esquema no perfil de velocidade, $t = 250$ s. Presente: 200 volumes; AUSM II: 50 volumes	76
Figura 5.28 - Configuração do duto para golfada severa	77
Figura 5.29 - Variação da pressão com o tempo em $x = 60$ m	78
Figura 5.30 - Comparação da variação da pressão com o tempo após atingir regime estatisticamente permanente em $x = 60$ m	79
Figura 5.31 - Comparação com Masella (1998) da vazão de líquido com o tempo após atingir regime estatisticamente permanente em $x = 60$ m	80
Figura 5.32 - Variação da vazão de líquido com o tempo em $x = 60$ m. Teste de malha de Andrianov (2006)	80
Figura 5.33 - Variação da fração de líquido com o tempo após atingir regime estatisticamente permanente em $x = 0$ m	81
Figura 5.34 - Variação da pressão com o tempo, $x = 0$ m, 60 m e 74 m	81
Figura A.1 - Fluxograma esquemático – PRIMER sequencial	95
Figura B.1 - Variação da Fração de Líquido com o tempo em $x = 60$ m para $Dx = 1$ m e $Dt = 0,001$ s	96
Figura B.2 - Variação da Fração de Líquido com o tempo em $x = 60$ m para $Dx = 1$ m e $Dt = 0,0005$ s	96
Figura B.3 - Variação da Fração de Líquido com o tempo em $x = 60$ m para $Dx = 1$ m e $Dt = 0,0001$ s	97
Figura B.4 - Variação da Fração de Líquido com o tempo em $x = 60$ m para $Dx = 0,5$ m e $Dt = 0,0001$ s	97
Figura B.5 - Variação da Fração de Líquido com o tempo em $x = 60$ m para $Dx = 0,25$ m e $Dt = 0,0001$ s	97
Figura B.6 - Variação da Pressão com o tempo em $x = 60$ m para $Dx = 1$ m e $Dt = 0,001$ s	98

Figura B.7 -	Varição da Pressão com o tempo em $x = 60$ m para $Dx = 1$ m e $Dt = 0,0005$ s	98
Figura B.8 -	Varição da Pressão com o tempo em $x = 60$ m para $Dx = 1$ m e $Dt = 0,0001$ s	98
Figura B.9 -	Varição da Pressão com o tempo em $x = 60$ m para $Dx = 0,5$ m e $Dt = 0,0001$ s	98
Figura B.10 -	Varição da Pressão com o tempo em $x = 60$ m para $Dx = 0,25$ m e $Dt = 0,0001$ s	99

Lista de símbolos

a	Velocidade do som da fase
A	Área da seção transversal da tubulação
D	Diâmetro da tubulação
C	Constante de Chisholm
C_o	Parâmetro de distribuição
f	Fator de fricção
F	Fluxo convectivo / Força
\tilde{F}	Pseudo fluxo convectivo
g	Aceleração da gravidade
j	Fluxo volumétrico total
L	Comprimento do duto
\dot{m}	Vazão mássica
P	Pressão
Q	Vazão volumétrica
R	Constante do gás
Re	Número de <i>Reynolds</i>
t	Tempo
T_{ref}	Temperatura de referência
u	Velocidade da fase
\bar{u}	Velocidade média
U_{sk}	Velocidade superficial da fase k
V_{gj}	Velocidade de <i>Drift</i>
$\overline{V_{gj}}$	Velocidade de <i>Drift</i> média
X^2	Parâmetro de Lockhart e Martinelli
x	Coordenada axial

Símbolos gregos

α	Fração volumétrica da fase
θ	Ângulo de inclinação da tubulação com respeito à horizontal
Γ	Troca de massa entre as fases
Δ	Varição de uma grandeza
ϕ^2	Multiplicador de perda de carga da fase
Φ	Vetor solução do sistema de autovalores
μ	Viscosidade dinâmica
ε	Rugosidade absoluta
π	Constante Pi
ρ	Massa específica
σ	Tensão superficial

Subscritos

e,w	Faces leste e oeste do volume de controle principal
E	Referente ao centro do volume principal de controle a leste
g	Fase gasosa
i	Interface / lésimo elemento
in	Referente à entrada do duto
k	fase
l	Fase líquida
m	Mistura
\max	Máximo valor
N	Número total de nós no domínio
P	Referente ao centro do volume de controle principal
ref	Referência
w	Parede da tubulação
W	Referente ao centro do volume principal de controle a leste

Sobrescritos

- o Referente ao passo de tempo anterior
- \sim Referente a uma grandeza aproximada
- $*$ Referente à iteração anterior

1 Introdução

Escoamentos multifásicos podem ser encontrados em diversos sistemas utilizados pelo homem como na geração de energia nuclear, destilação, processamento de alimentos, produção e transporte de óleo e gás e muitos outros.

O entendimento do comportamento físico destes sistemas é de vital importância na otimização dos processos, na segurança e no projeto dos equipamentos envolvidos. Como exemplo, o resfriamento à água dos reatores nucleares, onde a passagem da água ao estado vapor e o seu escoamento em conjunto com a água tem grande influência no desempenho do sistema, podendo causar superaquecimento do mesmo.

Escoamento multifásico também é comumente encontrado na indústria do petróleo, como por exemplo, no transporte da produção dos poços para as plataformas. A Figura 1.1 ilustra um esquema simplificado de produção *offshore*. Os poços são instalados nos reservatórios e cada reservatório possui características próprias a respeito das quantidades de gás, óleo e água que são produzidos. A produção de gás e água pode ser considerada inerente à produção do óleo, deste modo, os poços sempre produzem óleo, gás e água em proporções diversas que variam para cada poço e cada reservatório.

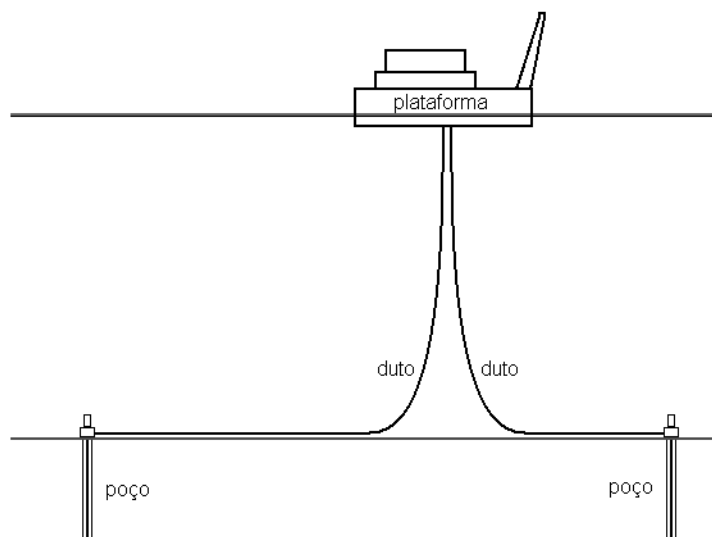


Figura 1.1 – Esquemático de produção *offshore*

A produção de óleo e gás envolve o transporte simultâneo dos mesmos até uma unidade de processamento onde é realizada a separação das fases líquida e gasosa. Geralmente as fases são separadas em uma plataforma e são posteriormente conduzidas para uma base terrestre.

No Brasil, os campos de petróleo *offshore* são responsáveis por cerca de 85% da produção de óleo bruto, e estão situados em sua maioria na Bacia de Campos. Deste modo, o escoamento multifásico do poço à plataforma, ou diretamente à terra consiste em uma variável importante na produção dos poços nacionais; sendo assim, seu estudo é de extrema importância para o planejamento estratégico da produção e para o projeto dos equipamentos envolvidos na mesma.

Escoamentos multifásicos em tubulações podem assumir diferentes configurações geométricas que foram divididas em alguns padrões básicos de acordo com o arranjo de cada fase (Wallis, 1969). De um modo geral os padrões podem ser agrupados em duas categorias: os padrões de escoamento disperso e de escoamento separado. Os padrões de escoamento disperso possuem partículas discretas, gotas ou bolhas com fronteira de difícil delimitação imersas em um volume contínuo da outra fase. Os padrões de escoamento separado possuem duas ou mais correntes contínuas de diferentes fluidos separados por interfaces de fácil delimitação.

Ao longo do caminho entre o poço e a plataforma, as configurações do escoamento podem ser alteradas, passando de um padrão para outro, ou seja, poderá haver uma sucessão de padrões. O tipo de padrão em cada trecho do duto será dependente do diâmetro e inclinação do duto, das frações volumétricas entre as fases no trecho de interesse e das propriedades das fases. Cada padrão tem influência direta sobre parâmetros importantes na previsão de um escoamento tais como a perda de carga e a troca de calor com o ambiente.

Dentre os diversos padrões para o caso do escoamento em duto horizontal podem ser encontrados os seguintes tipos de padrões: estratificado plano ou ondulado (*Stratified Flow*), bolhas alongadas (*Elongated Bubble Flow*), golfadas (*Slug Flow*), bolhas dispersas (*Dispersed Bubble Flow*) e anular (*Annular Flow*). A Figura 1.2 ilustra os padrões básicos para escoamento em duto horizontal.

Já para tubulações verticais, podem ser encontrados os regimes no padrão de bolhas, bolhas dispersas e os padrões intermitentes como Golfada e *Churn* (caótico), assim como o padrão anular, como ilustrado na Fig. 1.3. Toumi (1999)

cita um terceiro grupo chamado de *Mixed Flow*, onde seriam encontrados padrões intermediários entre os classificados como disperso e separado.

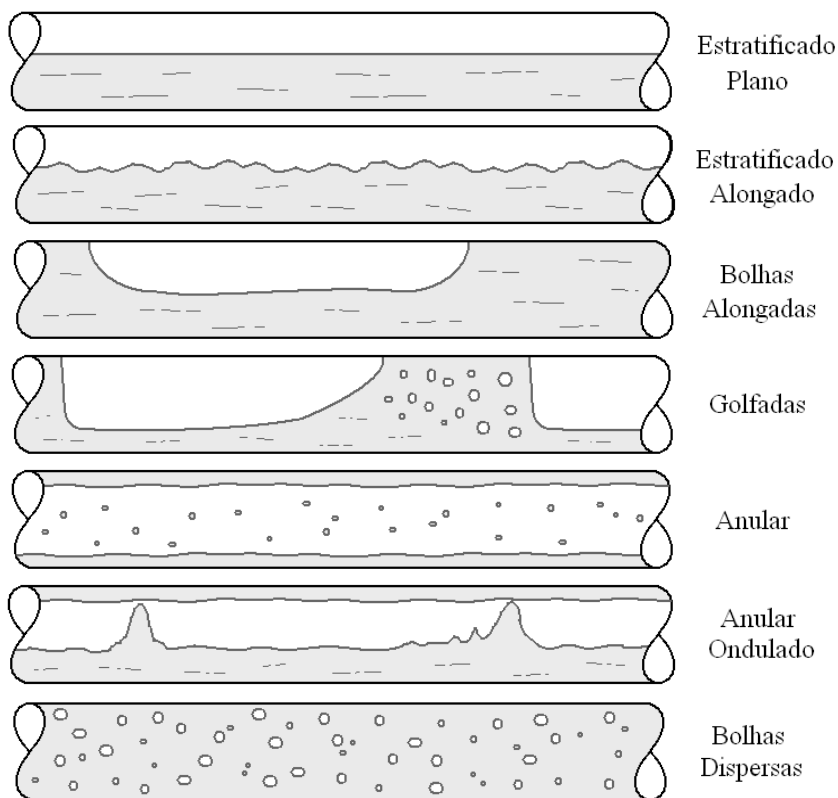


Figura 1.2 - Padrões de escoamento em tubulações horizontais

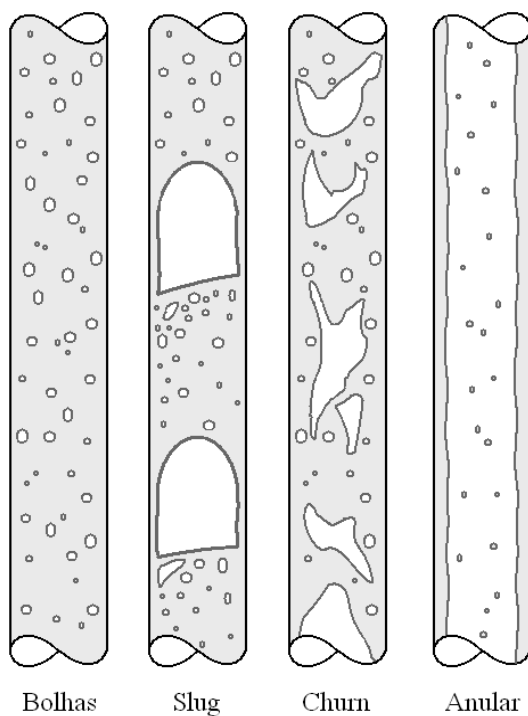


Figura 1.3 - Padrões de escoamento em tubulações verticais

O escoamento de bolhas dispensas geralmente ocorre em sistemas com altas vazões de líquido para uma larga faixa de vazões de gás. Neste padrão de escoamento, pequenas bolhas estão dispersas em uma fase líquida contínua e as bolhas tendem a se acumular na parte superior do tubo (no caso do escoamento horizontal) devido ao efeito de flutuação das mesmas.

Em sistemas horizontais com baixas vazões de ambas as fases (líquida e gasosa), o efeito gravitacional causa a separação total entre as mesmas. Desta forma, a fase líquida escoar pela parte de baixo do duto enquanto a fase gasosa escoar pela parte superior. Caso a velocidade do gás aumente, a instabilidade entre a interface das fases cresce até que surjam ondulações na mesma.

O aumento na velocidade do gás pode gerar ondulações que ocupem a totalidade da seção do duto. Quando isto ocorre há uma mudança do padrão de escoamento para o padrão de golfadas. O volume de líquido que bloqueia a seção do duto é acelerado pelo escoamento do gás carregando consigo parte do filme de líquido presente à frente do mesmo e atrás da golfada se desenvolve uma bolha (*Elongated Bubble*) que segue o mesmo. A sucessão de pistões de líquido e bolhas tende a um regime estatisticamente permanente onde o escoamento passa a possuir variáveis aproximadamente constantes com o tempo, como por exemplo a frequência de passagem das bolhas em um determinado ponto.

Quando ocorrem vazões muito altas de gás, o mesmo tende a ocupar a parte central do duto deixando um anel líquido (*annulus*) em torno do mesmo. No caso de uma configuração horizontal, a camada de líquido tende a ser maior na parte de baixo do duto.

Existem duas maneiras de se estudar o comportamento de escoamentos multifásicos: experimentalmente (correlações empíricas) ou de forma teórica. A abordagem experimental é muito utilizada, porém possui a limitação de ser válida somente se as condições do experimento forem mantidas, conseqüentemente, a análise de escoamentos multifásicos é dependente de modelos teóricos, que em geral para serem viabilizados precisam ser resolvidos computacionalmente.

Escoamentos bifásicos estão relacionados a um movimento relativo entre as fases, o que implica que para analisar detalhadamente o escoamento, é necessário considerar a interação entre elas. Em geral, os modelos são desenvolvidos visando a previsão de um padrão particular de escoamento.

Os modelos utilizados para escoamento multifásico podem ser divididos em

modelos de fases separadas (*Multi-Fluid Models*) e modelos de mistura (*Mixture Models*). Os modelos de fases separadas envolvem a descrição dos campos de velocidade de cada fase e são mais adequados para escoamento separado como no escoamento Estratificado e Anular. Já os modelos de mistura são mais adequados aos padrões de escoamento disperso onde a interação entre as fases é grande como acontece no padrão de Bolhas Dispersas. Neste modelo não há diferenciação entre as fases e o escoamento é tratado como uma mistura (pseudofluido). A equação da quantidade de movimento é formulada para a mistura e não para cada fase.

Dentre os modelos de mistura, o modelo mais simples é o *Modelo Homôgeneo*, o qual considera que as duas fases escoam com a mesma velocidade. Já o *Modelo de Deslizamento* ou *Drift-Flux Model* se baseia no movimento relativo entre as fases, chamado de deslizamento, ou escorregamento (*Drift*). Neste caso há a necessidade de se incorporar uma equação constitutiva para descrever o escorregamento entre as fases.

A previsão de escoamentos multifásicos em tubulações de petróleo é muito importante, porém muito complicada, especialmente devido à complexa interação entre as diversas fases escoando. Desta forma, a solução deste tipo de escoamento demanda um esforço computacional muito elevado e normalmente soluções simplificadas são desejáveis, desde que seja respeitado um compromisso entre acurácia e rapidez. Visando compreender os mecanismos fundamentais governantes, muitas vezes é suficiente considerar apenas duas fases escoando; i.e., líquido e gás.

Para o caso do escoamento em dutos longos, onde a dimensão do comprimento é predominante em relação às demais, é possível economizar esforço computacional utilizando-se uma abordagem unidimensional do problema.

1.1 Objetivo

O objetivo do presente trabalho consiste na modelagem e simulação de escoamentos bifásicos em dutos utilizando-se o *Modelo de Deslizamento*, ou simplesmente *Modelo Drift*.

O *Modelo de Deslizamento* é validado utilizando-se casos teste presentes na literatura. O objetivo destes testes é analisar o comportamento do modelo frente a

diversas situações consideradas críticas para o escoamento bifásico, como por exemplo, a transição de um escoamento bifásico para um escoamento monofásico e a capacidade do modelo se manter estável utilizando correlações complexas para o escorregamento entre as fases.

Após a validação com os casos teste analisa-se um escoamento no regime de *Golfada Severa* (*Severe Slug*). Comparações são realizadas com dados disponíveis na literatura, ilustrando o bom desempenho da metodologia implementada.

1.2 Organização do Manuscrito

Esta dissertação está dividida em seis capítulos, na qual este primeiro capítulo corresponde a Introdução. Na Introdução ressaltou-se a importância e complexidade do escoamento multifásico na indústria petrolífera, e definiu-se o objetivo do presente trabalho. A revisão bibliográfica é apresentada no Capítulo 2.

O terceiro capítulo corresponde à modelagem matemática, onde são apresentadas as equações de conservação para o *Modelo de Drift* e demais considerações utilizadas para a modelagem do escoamento bifásico.

O método numérico é apresentado no capítulo quatro, o qual descreve a obtenção das equações discretizadas, assim como o método de solução das mesmas. Informações adicionais sobre o Método Numérico são apresentadas no Apêndice.

O Capítulo 5 se divide em duas partes: validação e testes com golfada severa (*severe slug*). Na validação da metodologia são avaliados cinco casos de teste e comparados com soluções disponíveis na literatura. A avaliação do escoamento em regime de golfada severa é efetuada comparando-se os resultados obtidos com dados de simulações numéricas de dois artigos diferentes.

Finalmente, no Capítulo 6 são apresentadas as conclusões referentes aos casos analisados, assim como sugestões e propostas para futuros testes visando ampliar a aplicação do modelo validado.

2 Revisão Bibliográfica

Uma vez que o escoamento multifásico pode ocorrer em diferentes padrões e a escolha do modelo de solução mais adequado depende do padrão escoamento, prever o mesmo é fundamental para a modelagem do escoamento.

O trabalho pioneiro de Taitel e Dukler (1976) apresentou um modelo teórico mecanicista capaz de prever as transições entre os diversos padrões de escoamento para tubulações horizontais e levemente inclinadas, estabelecendo grupos adimensionais que representassem razões entre as forças mais importantes governando as transições. Barnea (1987) apresenta uma revisão de diversos trabalhos referentes à criação dos mapas de padrão de escoamento e validação experimental dos mesmos, para tubulações horizontais, inclinadas e verticais.

Para um determinado diâmetro e fluidos conhecidos pode-se construir um mapa de padrões (*pattern map*) relacionando a velocidade, vazão mássica ou velocidade específica das fases com os padrões básicos (Chen, 2001). A Figura 2.1 ilustra um mapa de padrões típico relacionando as velocidades superficiais das fases (ou velocidades específicas). A identificação do padrão de escoamento é determinante na escolha do modelo para se analisar o mesmo.

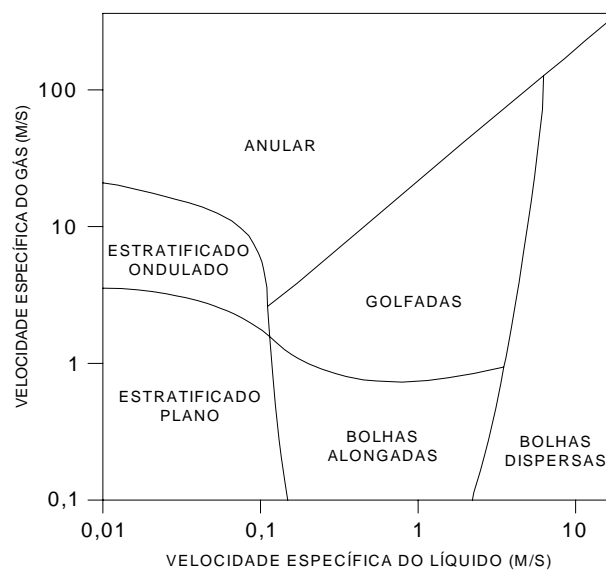


Figura 2.1 - Mapa de padrões típico para escoamento horizontal

De acordo com Omgba-Essama (2004), apesar da classificação dos padrões de escoamento ter sido amplamente estudada de forma empírica e teórica, a classificação e descrição dos escoamentos bifásicos em padrões bem definidos de escoamento continua sendo um processo subjetivo. As interações entre as fases são muito complexas e estariam longe de serem totalmente entendidas.

Uma primeira abordagem do *Modelo de Deslizamento* foi proposta por Zuber e Findlay em 1965 (França e Lahey, 1992) e tem sido amplamente utilizada no cálculo da fração de vazão (ou fração de gás) no líquido e em outras equações constitutivas no escoamento bifásico vertical. Desde então este modelo foi melhorado por diversos pesquisadores (Wallis, 1969; Ishii, 1977). A abordagem de Zuber e Findlay é análoga à proposta por Taitel e Dukler (1976) para o cálculo da fração de líquido (*hold-up*) em escoamentos horizontais, porém supondo a hipótese de mistura de fases e desprezando a inclinação da tubulação. O modelo mais simples para representar um escoamento bifásico é o *Modelo Homogêneo*. Neste modelo, o fluido é considerado como uma mistura e todas as propriedades são consideradas como médias ponderadas entre as fases. O *Modelo de Deslizamento* é uma extensão do *Modelo Homogêneo*. A diferença entre ambos é que no *Modelo Homogêneo* as fases se deslocam na mesma velocidade, como se houvesse somente um fluido envolvido no escoamento. Já no *Modelo de Deslizamento*, um escorregamento entre as fases é introduzido. Por outro lado, o *Modelo de Deslizamento* pode ser considerado como uma simplificação do *Modelo de Dois Fluidos*, o qual considera que cada fase escoar separadamente, porém interagindo entre si.

O fato de que no *Modelo de Deslizamento* as fases se deslocam com velocidades diferentes é uma das considerações mais importantes na modelagem bifásica. De acordo com Zuber e Findlay (1965) o *Modelo de Deslizamento* descreve o escorregamento entre as fases como uma combinação de dois mecanismos: o *Parâmetro de Distribuição* C_o e a *Velocidade de Drift* V_{gj} . O primeiro resulta do fato de que a distribuição das fases na seção transversal do duto pode ser não é uniforme, conforme ilustrado na Fig. 1.2. O *Parâmetro de Distribuição* C_o igual a 1 corresponde à distribuição uniforme, típica de escoamentos homogêneos, Fig. 2.2a. Já para escoamentos verticais é comum haver concentração do gás do centro do duto, Fig. 2.2b, onde geralmente a velocidade da mistura também tende a ser superior a velocidade do líquido. O

segundo mecanismo resulta da tendência da fase gás em migrar de forma ascendente pela fase líquida devido ao efeito de flutuação.

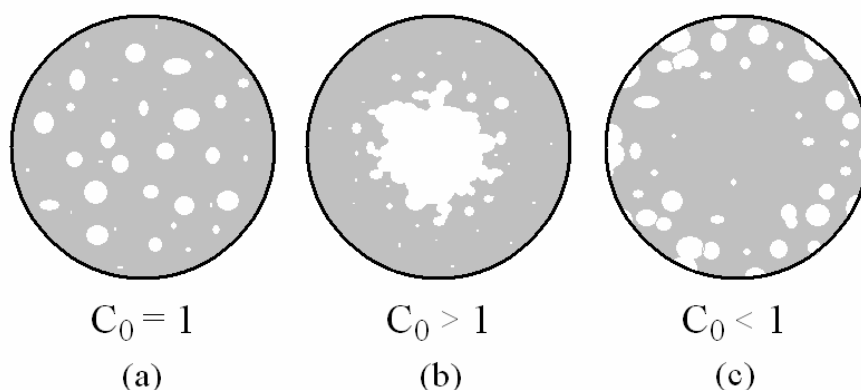


Figura 2.2 – Exemplos de distribuição das fases na seção transversal de um duto

No *Modelo de Deslizamento* a velocidade da fase gás u_g está relacionada com o *Fluxo volumétrico total* j da seguinte forma:

$$u_g = C_o j + V_{gj} \quad (2.1)$$

Existem diversas correlações para avaliar C_o e V_{gj} . Zuber e Findlay (França e Lahey, 1992) apresentaram valores para C_o entre 1,0 e 1,5. Segundo Durlofsky e Aziz (2003), muitos *Modelos de Deslizamento* utilizam o valor de C_o de 1,2 para os escoamentos tipo Bolha e Golfada e 1,0 quando o escoamento é do tipo Anular. Algumas correlações desenvolvidas mais recentemente, como por Ishii (2003), apontam para uma dependência maior de C_o com as características dos fluidos (massa específica ρ e viscosidade μ) e do sistema (diâmetro D , inclinação θ , fração do gás α_g e fluxo volumétrico j).

Para a *velocidade de Drift*, as primeiras correlações já relacionavam a dependência de V_{gj} com as características dos fluidos e do sistema. Na tabela 2.1 são apresentados alguns exemplos para C_o e V_{gj} levantados experimentalmente por Zuber e Findlay em 1965, em função das massas específicas das fases (ρ_l ; ρ_g), da gravidade g e da tensão superficial σ .

França e Lahey Jr. (1992) apresentaram uma maneira de correlacionar dados experimentais para tubulações horizontais através de uma metodologia fundamentada nos modelos de mistura. Os dados medidos foram comparados com correlações disponíveis na literatura, de modo a validar os experimentos. A partir

deste ponto, foram propostos valores para o coeficiente de distribuição da fase gasosa e velocidade de escorregamento, para cada regime de escoamento das fases.

Tabela 2.1 – Parâmetros da Velocidade de Escorregamento (Zuber e Findlay em 1965)

Padrão de escoamento	C_o	V_{gj}
Golfada	1,2	$0,37 \left[\frac{g D (\rho_l - \rho_g)}{\rho_l} \right]^{1/2}$
Bolhas	1,2	$1,53 \left[\frac{\sigma g D (\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2} \right]^{1/4}$

Uma vez que os parâmetros como o coeficiente de distribuição da fase gasosa e a velocidade de escorregamento são dependentes tanto da orientação do escoamento quanto do arranjo das fases, existem diversos trabalhos sobre a determinação destes parâmetros (Hibiki e Ishii, 2000; 2003a; 2003b; Goda et al, 2003). Hibiki e Ishii, (2003a) ao analisar em escoamentos verticais em dutos de grandes diâmetros mostram que o escorregamento entre as fases resulta normalmente de um balanço entre as forças de arrasto e de empuxo na fase dispersa. Este não é o caso do escoamento horizontal (Hibiki e Ishii, 2003b). Ainda, se as fases estiverem separadas, a estrutura da interface influencia fortemente os parâmetros de escorregamento (Hibiki e Ishii, 2003b).

Hibiki e Ishii (2003b) argumentam que a utilização de duas equações de quantidade de movimento, presentes no *Modelo de Dois Fluidos*, introduz complicações matemáticas consideráveis, além da grande incerteza no que diz respeito à especificação dos termos de interação entre as fases, podendo dar origem à instabilidades numéricas na solução das equações. Segundo Hibiki e Ishii (2003b), as dificuldades associadas ao *Modelo de Dois Fluidos* podem ser significativamente reduzidas através da formulação de modelos de mistura. Porém, o seu uso deve se restringir a problemas onde o movimento das fases está fortemente acoplado. Neste mesmo trabalho, os autores derivam analiticamente as equações constitutivas que especificam o movimento relativo das fases, levando em conta a geometria interfacial, forças de corpo, tensões cisalhantes e transferência de quantidade de movimento linear entre as fases, conseguindo uma

razoável concordância experimental.

Geralmente os modelos de mistura são mais indicáveis para escoamentos verticais, devido a menor incidência de padrões segregados, mais aplicáveis aos modelos de fluidos separados. Segundo Coddington e Macian (2001) os *Modelos de Escorregamento* são tradicionalmente utilizados em simuladores para a indústria nuclear na análise do comportamento dos sistemas diante de condições transientes. A simplicidade dos *Modelos de Deslizamento* quando comparado com *Modelos de Dois Fluidos*, a boa correspondência com dados experimentais, bem como sua robustez, fazem com estes tenham uma ótima relação custo benefício.

O *Modelo de Deslizamento* tem sido muito utilizado para a modelagem bifásica de escoamento em dutos tanto para sistemas gás-líquido quanto para líquido-líquido (Brauner, 2002).

As correlações para prever a velocidade de escorregamento entre as fases dependem do padrão de escoamento. Logo, para prever escoamentos complexos com múltiplos padrões, é necessário utilizar algum algoritmo decisório que através de consultas aos mapas de padrão indique qual o padrão que ocorre em cada volume de controle do duto.

Para o *Modelo de Deslizamento*, existe uma alternativa à construção de um mapa de regimes de escoamento. Dentre todas as correlações voltadas para este modelo, uma delas se destaca por apresentar uma correlação válida para diversos regimes de escoamento. Na verdade, para a aplicação da correlação, não há a necessidade de saber qual é o regime de escoamento vigente em cada volume de controle. Esta correlação foi apresentada por Chexal e Lellouche em 1986 para tubulações verticais e revisada em 1992 (Chexal e Lellouche, 1992) sendo validada para diversos fluidos (inclusive ar e água), direções de fluxo das fases e inclinações para o duto. Esta correlação é apresentada como opção a ser utilizada em alguns programas comerciais, como por exemplo, o RELAP5 (2003). A correlação proposta foi comparada com diversas outras correlações disponíveis na literatura por Chexal e Lellouche (1989) e Coddington e Macian (2001). Estes autores concluíram que as principais vantagens são: funções empíricas contínuas (sem mudanças abruptas); capacidade de lidar com frações das fases em todo o seu limite, e capacidade de lidar com situações limite, quando ocorre somente uma fase em um trecho do duto.

A determinação da força devido ao atrito por unidade de volume $F_w = \tau_w / 4$,

onde τ_w é a tensão cisalhante na parede e D é o diâmetro da tubulação consiste em uma outra dificuldade dos modelos bifásicos unidimensionais. De um modo geral o atrito é estimado assumindo escoamento hidrodinamicamente desenvolvido, sendo a tensão cisalhante relacionada com a perda de carga ($-dP/dx$) por

$$\tau_w = \left(-\frac{dP}{dx} \right) \frac{D}{4} \quad (2.2)$$

Os *Modelos de Dois Fluidos* necessitam da determinação da perda de carga de cada fase, enquanto que para os *Modelos de Deslizamento* deve-se estimar a perda de carga da mistura.

Existem diversas correlações disponíveis na literatura para determinar a perda de carga bifásica. Segundo Omgba-Essama (2004) e Awad et al (2004) existem dois modelos principais para a perda de carga por atrito, o *Modelo Homogêneo* e o *Modelo de Fases Separadas*. No *Modelo Homogêneo* considera-se que as fases se deslocam na mesma velocidade, o que faz com que seja chamado de *Zero Slip Model* (sem escorregamento entre as fases). Desta forma, no *Modelo Homogêneo* considera-se o escoamento como monofásico e com propriedades médias para o fluido. Já no *Modelo de Fases Separadas* o escoamento é tratado como se fosse dividido na fase líquida e gasosa. Este modelo se origina de um trabalho clássico de Lockhart e Martinelli publicado em 1949 (Awad et al., 2004), e é às vezes referenciado como *Slip Flow Model* (modelo de escorregamento). Ainda segundo Awad et al (2004), este método é um dos mais simples de se utilizar e com a vantagem de que pode ser utilizado para qualquer padrão de escoamento. Esta flexibilidade faz com que seja amplamente utilizado apesar de ser reconhecidamente pouco exato.

Segundo Awad et al (2004), Martinelli e Nelson apresentaram em 1948 uma correlação para a perda de carga baseada no escoamento fase líquida e a mesma foi relacionada com a perda de carga total do sistema. Já em 1949, Lockhart e Martinelli (Awad et al, 2004), apresentaram uma correlação similar baseada na combinação da perda de carga de ambas as fases, sendo que cada fase poderia estar escoando em regime laminar ou turbulento. Neste caso as perdas de carga de cada fase se relacionariam através do conhecido Parâmetro de Lockhart e Martinelli (X^2), definido pela razão da perda de carga de cada fase $(dP/dx)_i$ e

$(dP/dx)_g$ como

$$X^2 = \frac{(dP/dx)_l}{(dP/dx)_g} \quad (2.3)$$

Como a correlação entre X^2 em função das combinações de regime de escoamento (laminar e turbulento) de cada fase foi apresentada de forma gráfica, Chisholm apresentou em 1967 um sistema de equações relacionado as perdas de carga de cada fase com X^2 e uma constante relacionada à combinação entre o regime laminar e turbulento para cada fase.

De acordo com Omgba-Essama (2004), Corradini em seu livro “Fundamentals of Multiphase Flow” percebeu que algumas correlações descritas na literatura eram mais adequadas para certas condições de escoamento e sugeriu uma tomada de decisão entre três delas (Lockhart e Martinelli, Chisholm-Baroczy e Friedel) a partir da relação entre as viscosidades das fases e da vazão mássica total.

O modelo apresentado por Lockhart e Martinelli em 1949, considerado um clássico da literatura, especifica a perda de carga de um escoamento bifásico através da análise da perda de carga de cada fase como se estivessem escoando sozinhas pelo duto. As perdas de carga de cada fase se relacionam com a perda de carga bifásica através dos multiplicadores ϕ_g^2 e ϕ_l^2 definidos como:

$$\phi_g^2 = \frac{dP/dx}{(dP/dx)_g} \quad ; \quad \phi_l^2 = \frac{dP/dx}{(dP/dx)_l} \quad (2.4)$$

Lockhart e Martinelli apresentaram a relação entre as perdas de carga das fases de forma gráfica, sendo mais tarde transformadas em fórmulas por Chisholm em 1967 como apresentado a seguir:

$$\phi_g^2 = 1 + CX + X^2 \quad ; \quad \phi_l^2 = 1 + \frac{C}{X} + \frac{1}{X^2} \quad (2.5)$$

C é um parâmetro adimensional que depende se o escoamento para cada fase (*phase-alone flows*) é laminar ou turbulento. A Tabela 2.2 apresenta os valores sugeridos para C por Chisholm, de acordo com a combinação de regimes de escoamento de cada fase.

Tabela 2.2 – Parâmetro C de perda de carga

Líquido	Gás	C
Turbulento	Turbulento	20
Laminar	Turbulento	12
Turbulento	Laminar	10
Laminar	Laminar	5

A perda de carga também pode ser determinada através do uso do fator de atrito f utilizando as expressões para escoamento monofásico hidrodinamicamente desenvolvido (Fox & McDonald, 2006), considerando o fluido como uma mistura homogênea,

$$\left(- \frac{d p}{d x} \right) = \frac{f \rho_m |V_c| V_c}{2 D} \quad (2.6)$$

onde ρ_m é a massa específica da mistura, V_c é a velocidade característica que pode ser a velocidade média da mistura \bar{u}_m ou o *Fluxo volumétrico total* j . O fator de atrito f depende do regime do escoamento, sendo o mesmo função do número de Reynolds \mathbf{Re}

$$\mathbf{Re} = \frac{\rho_m |V_c| D}{\mu_m} \quad (2.7)$$

onde μ_m a viscosidade da mistura. Para regime laminar, $\mathbf{Re} < 2100$, e o fator de atrito é

$$f = \frac{64}{\mathbf{Re}} \quad (2.8)$$

Enquanto que para o regime turbulento ($\mathbf{Re} > 2100$), pode-se utilizar a correlação de Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \left[\log \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{\mathbf{Re} \sqrt{f}} \right) \right]^{-2} \quad (2.9)$$

onde ε é a rugosidade da tubulação.

2.1 Golfadas

Escoamentos no regime de golfadas são intermitentes, possuindo uma natureza estocástica, conseqüentemente sua descrição é normalmente feita em termos dos valores médios do comprimento, velocidade e freqüência das golfadas (Taitel, 1995).

De acordo com Fabre e Liné (1992), o comprimento médio das golfadas em tubulações horizontais é da ordem de 15 a 40 vezes o diâmetro do duto, independentemente das propriedades físicas dos fluidos ou das velocidades de entrada. Barnea e Taitel (1993) ressaltam que pode haver uma grande variância na distribuição dos comprimentos das golfadas, em relação ao valor médio.

A influência da interação entre duas bolhas alongadas consecutivas no comprimento das golfadas tem sido analisada experimentalmente por diversos autores (Moïssis e Griffith, 1962; Barnea e Brauner, 1985; Fagundes Netto et al. 2001). Mostra-se que para uma golfada persistir na tubulação, é necessário haver um comprimento mínimo separando duas bolhas consecutivas, para que a bolha de trás não seja afetada pela da frente. Recentemente, Ujang et al. (2006) e Kabiri-Samani et al. (2007) analisaram experimentalmente a formação e evolução de golfadas em tubulações horizontais.

Do ponto de vista numérico, o padrão de golfadas pode ser analisado utilizando tanto o *Modelo de Dois Fluidos* como o *Modelo de Deslizamento*. Recentemente, o grupo de Dinâmica dos Fluidos Computacional do Departamento de Engenharia Mecânica da PUC/Rio utilizou o Modelo de Dois Fluidos para investigar a formação do regime de golfadas em tubulações horizontais (Carneiro et al, 2005; Ortega et al., 2005) e ligeiramente inclinadas (Carneiro e Nieckele, 2007) utilizando a metodologia apresentada por Issa e Kempf, (2003) e Bonizzi e Issa (2003).

Já o *Modelo de Deslizamento* foco do presente trabalho, também tem sido utilizado para prever o padrão de golfadas, conforme evidenciado em diversos trabalhos na literatura (Faille e Heintzé, 1999; Evje S. e Flatten, 2005, Munkejord et al, 2006).

A *Golfada Severa* é um caso particular do regime de golfadas que tem recebido bastante atenção na literatura. (Adrianov et al., 2007; Masella et al., 1998

e França e Lahey , 1992).

Tengesdal (2002) define que a formação da *Golfada Severa* ocorre em quatro fases distintas, conforme ilustrado na Fig. 2.3: formação da golfada, produção da golfada, interrupção da golfada e fluxo reverso do que restou da fase líquida. A fase líquida vai se acumulando no trecho vertical da tubulação fazendo com que a pressão cresça gradativamente na proporção da coluna de líquido até que a mesma seja suficiente para expulsar todo o líquido acumulado. Durante a produção da golfada, a vazão de ambas as fases na saída do duto é muito superior à vazão na entrada do mesmo, o que pode acarretar problemas de sobrecarga nos vasos separadores, caso não tenham sido projetados para tal. Os altos níveis de pressão e vazão alcançados durante a produção da golfada acabam por superdimensionar todos os equipamentos envolvidos.

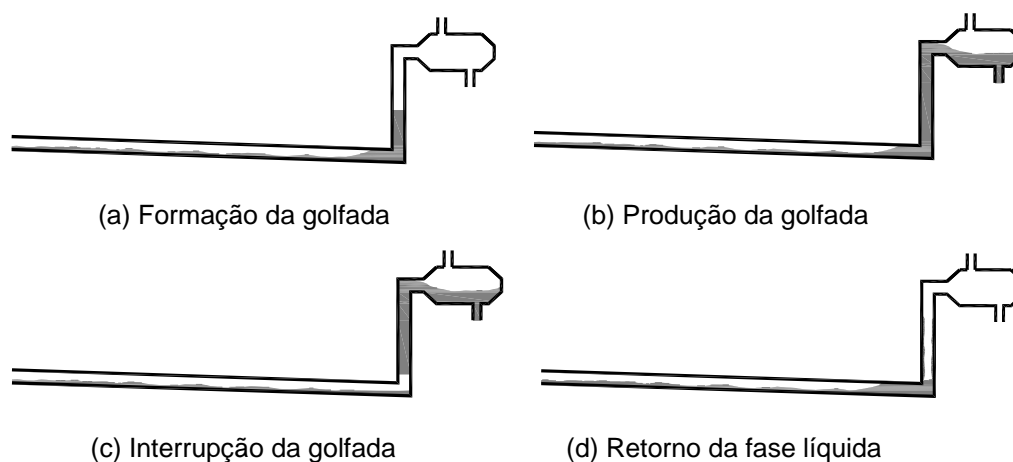


Figura 2.3 – Ciclo de eventos de uma *Golfada Severa*

3 Modelagem Matemática

Neste capítulo serão apresentadas as equações de conservação que governam o escoamento bifásico em tubulações baseadas no *Modelo de Deslizamento*.

Uma vez que o interesse do presente estudo está relacionado com escoamento ao longo de tubulações muito compridas, a formulação estudada neste trabalho é unidimensional, ou seja, só serão adotadas equações para o escoamento ao longo do eixo do duto.

Nas formulações unidimensionais, as informações referentes ao comportamento das variáveis ao longo da seção transversal são perdidas ao serem aproximadas por médias. Desta forma, a influência destas informações no escoamento deve ser introduzida de alguma forma nas equações que governam o fenômeno, sendo muitas vezes necessário introduzir correlações empíricas que representem o comportamento real das variáveis.

A média na seção transversal de qualquer grandeza pode ser equacionada da seguinte forma:

$$\langle F \rangle = \frac{1}{A} \int_A F dA \quad (3.1)$$

O símbolo $\langle \rangle$ representa a média na área.

3.1 Fração do Gás e do Líquido

A definição das frações das fases varia em função do método de medição empregado para determinar uma proporção entre as fases. Caso o método de medição apure as frações das fases para uma seção transversal do tubo, as frações se relacionarão através da área ocupada por cada fluido (Fig. 3.1). Caso o método de medição apure as frações das fases em um trecho de tubulação fechando as válvulas à montante e a jusante do mesmo e medindo os respectivos volumes das

fases, as frações se relacionarão através do volume ocupado por cada fluido no trecho em questão (Fig. 3.2).

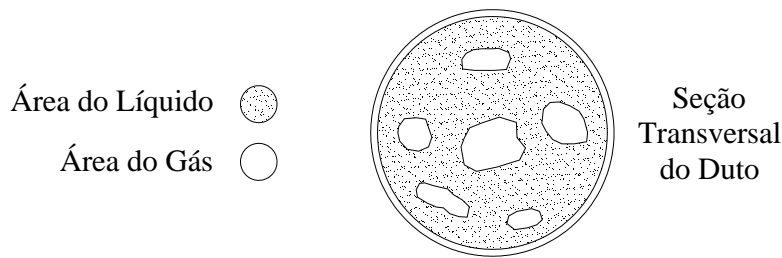


Figura 3.1 – Fração das fases por área ocupada por cada fluido

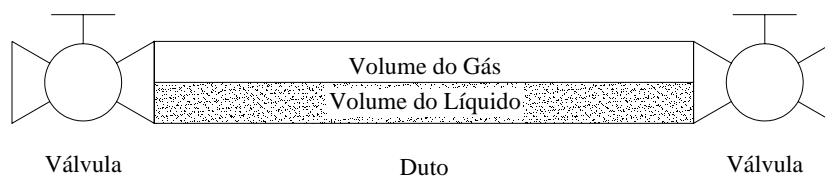


Figura 3.2 – Fração das fases por medição de volume

Na presente modelagem, as frações de gás e líquido representam a proporção que cada fase ocupa em cada volume de controle que o duto for dividido. Apesar da definição das frações das fases poderem ser definidas de diversas formas, a soma das mesmas será sempre a unidade conforme mostrado abaixo:

$$\alpha_g + \alpha_l = 1 \quad (3.2)$$

3.2 Equações de Conservação

Para determinar o escoamento bifásico ao longo de tubulações é necessário resolver as equações que governam este tipo de escoamento. A seguir estas equações são apresentadas, considerando o *Modelo de Deslizamento*. Como uma primeira aproximação o escoamento será considerado unidimensional, uma vez que o principal interesse é no escoamento em tubulações muito longas, sendo a variação na seção transversal menos crítica que ao longo do duto.

Geralmente, a troca de massa entre as fases ocorre devido a fenômenos ligados à cavitação ou ebulição, quando a fase líquida atinge a pressão de vapor e parte da massa de líquido é convertida em vapor. Neste trabalho não serão consideradas as trocas de massa entre as fases e o escoamento será considerado como isotérmico.

As equações de conservação para o escoamento bifásico tiveram como base, as seguintes hipóteses:

- 1) Escoamento unidimensional;
- 2) Escoamento isotérmico;
- 3) Ausência de mudança de fase;
- 4) Viscosidade constante;
- 5) Gás ideal;
- 6) Velocidade do som no líquido constante;
- 7) Escoamento localmente hidrodinamicamente desenvolvido.
- 8) Pressão uniforme na seção transversal, i.e., em cada fase e na interface.

O conjunto de equações de conservação para um escoamento bifásico em sua forma unidimensional, utilizando a média definida na Eq. (3.1), é mostrado a seguir para uma tubulação que pode possuir uma inclinação θ em relação à direção horizontal, como mostrado na Fig. 3.3.

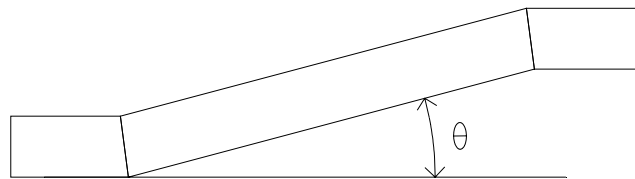


Figura 3.3 – Ângulo de inclinação com a horizontal

Conservação da massa para o líquido:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\langle \rho_l \rangle \langle \alpha_l \rangle) + \frac{\partial}{\partial x} (\langle \alpha_l \rangle \langle \rho_l \rangle \langle u_l \rangle) = 0 \tag{3.3}$$

Conservação da massa para o gás:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\langle \rho_g \rangle \langle \alpha_g \rangle) + \frac{\partial}{\partial x} (\langle \alpha_g \rangle \langle \rho_g \rangle \langle u_g \rangle) = 0 \tag{3.4}$$

Conservação da quantidade de movimento para o líquido

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\langle \alpha_l \rangle \langle \rho_l \rangle \langle u_l \rangle) + \frac{\partial}{\partial x} (\langle \alpha_l \rangle \langle \rho_l \rangle \langle u_l \rangle^2) = \\ & = - \langle \alpha_l \rangle \frac{\partial \langle P \rangle}{\partial x} - F_{w,l} + F_i - \langle \alpha_l \rangle \langle \rho_l \rangle g \text{ sen } \theta \end{aligned} \tag{3.5}$$

Conservação da quantidade de movimento para o gás

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\langle \alpha_g \rangle \langle \rho_g \rangle \langle u_g \rangle) + \frac{\partial}{\partial x} (\langle \alpha_g \rangle \langle \rho_g \rangle \langle u_g \rangle^2) = \\ = - \langle \alpha_g \rangle \frac{\partial \langle P \rangle}{\partial x} - F_{w,g} - F_i - \langle \alpha_g \rangle \langle \rho_g \rangle g \text{ sen } \theta \end{aligned} \quad (3.6)$$

onde os subscritos l e g representam as fases líquida e gasosa, respectivamente. x e t são as coordenadas espacial e temporal; ρ , u e α são a massa específica, velocidade e frações volumétricas (ou “hold-up”) de cada fase. P é a pressão na seção transversal. g é a aceleração da gravidade e θ é a inclinação da tubulação com a horizontal. $F_{w,g}$ e $F_{w,l}$ representam as forças viscosas por unidade de volume entre gás/parede e entre líquido/parede, respectivamente, e F_i é a força por unidade de volume que atua na interface entre as duas fases.

Para simplificar a apresentação, o símbolo $\langle \rangle$ será omitido ao longo deste trabalho.

As equações (3.3) à (3.6) representam as equações do *Modelo de Dois Fluidos*. Para fechar este modelo é necessário introduzir correlações para as forças viscosas entre fases e entre fases/paredes.

Como mencionado, o *Modelo de Deslizamento* é um caso particular do *Modelo de Fluidos*, onde as equações para as fases são combinadas de forma a fornecer equações de conservação de massa e quantidade de movimento para a mistura, isto é, para determinar a velocidade de mistura $\overline{u_m}$ e pressão P . A fração volumétrica do gás α_g pode ser obtida da equação de conservação de massa da fase gasosa.

Definindo-se a massa específica da mistura ρ_m como

$$\rho_m = \alpha_g \rho_g + \alpha_l \rho_l, \quad (3.7)$$

e a velocidade de mistura $\overline{u_m}$ como

$$\overline{u_m} = \frac{\alpha_g \rho_g u_g + \alpha_l \rho_l u_l}{\rho_m}, \quad (3.8)$$

a equação da continuidade para a mistura pode ser obtida com combinando-se as equações de conservação da massa para a fase líquida e gasosa, Eqs. (3.3) e (3.4):

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_g \rho_g + \alpha_l \rho_l) + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_g \rho_g u_g + \alpha_l \rho_l u_l) = 0 \quad (3.9)$$

ou

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_m \overline{u_m})}{\partial x} = 0 \quad (3.10)$$

A conservação de quantidade de movimento da mistura pode ser obtida de forma análoga, somando-se as Eqs. (3.5) e (3.6) correspondentes a cada fase.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_g \rho_g u_g + \alpha_l \rho_l u_l) + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_g \rho_g u_g^2 + \alpha_l \rho_l u_l^2) = \\ = -\frac{\partial P}{\partial x} - F_w - \rho_m g \text{ sen } \theta \end{aligned} \quad (3.11)$$

ou

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho_m \overline{u_m})}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_m \overline{u_m^2})}{\partial x} = -\frac{\partial P}{\partial x} - F_w - \rho_m g \text{ sen } \theta + \\ + \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho_m \overline{u_m^2} - (\alpha_g \rho_g u_g^2 + \alpha_l \rho_l u_l^2) \right] \end{aligned} \quad (3.12)$$

Note que nas equações acima, a força que atua na interface desaparece naturalmente, e F_w representa a força viscosa por unidade de volume entre a mistura e a parede. A relação entre as velocidades de cada fase da Eq. (3.11), assim como o último termo da Eq. (3.12) dependem do escorregamento entre as fases. Para fechar este modelo é necessário introduzir correlações para a força viscosa entre mistura/parede e para o escorregamento entre as fases.

A conservação de massa da fase gasosa na ausência da transferência de massa entre as fases é:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_g \rho_g) + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_g \rho_g u_g) = 0 \quad (3.13)$$

ou

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_g \rho_g) + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_g \rho_g \overline{u_m}) = \frac{\partial}{\partial x} \left[\alpha_g \rho_g (\overline{u_m} - u_g) \right] \quad (3.14)$$

Uma das vantagens do *Modelo de Deslizamento* em relação ao *Modelo de*

Dois Fluidos consiste na redução do número de equações a resolver. Outra vantagem é a redução do número de correções para avaliar o atrito com a parede, pois em vez de ser necessário estimar esta grandeza para cada fase, basta estimar o atrito da mistura com a parede. No entanto, apesar da eliminação da força desconhecida na interface F_i do *Modelo de Dois Fluidos*, o *Modelo de Deslizamento* necessita de uma correlação para avaliar a relação entre as velocidades de cada fase, i.e., a velocidade de escorregamento.

3.3 Equações de Fechamento

Como mencionado, as equações de conservação apresentadas não se encontram completas em si. Desta forma, há a necessidade de se complementar as equações com algumas relações empíricas para avaliar o atrito e relação entre as velocidades das fases.

3.3.1 Velocidade de Escorregamento entre as Fases

Esta velocidade é descrita por uma correlação que representa o escorregamento entre as fases. Esta correlação é obtida empiricamente e varia com o regime de escoamento, com as características dos fluidos e com a inclinação do duto.

A formulação que representa a velocidade de escorregamento entre as fases descreve a interação entre o *Parâmetro de Distribuição* (C_o) e a velocidade de *Drift* (V_{gj}).

Antes de definir a relação entre as velocidades das fases, é conveniente introduzir algumas definições:

- i) *Velocidade superficial de cada fase*: são as velocidades que seriam obtidas se somente uma fase escoasse no duto

$$Us_g = \frac{Q_g}{A} = \alpha_g u_g \quad ; \quad Us_l = \frac{Q_l}{A} = \alpha_l u_l \quad (3.15)$$

- ii) *Fluxo volumétrico total*: é a velocidade composta pela soma das velocidades superficiais Us de ambas as fases:

$$j = Us_g + Us_l \tag{3.16}$$

ou

$$j = \alpha_g u_g + \alpha_l u_l \tag{3.17}$$

iii) *Velocidade de Drift modificada* $\overline{V_{gj}}$

$$\overline{V_{gj}} = V_{gj} + (C_o - 1)j \tag{3.18}$$

De acordo com Zuber e Findlay (1965) a velocidade da fase gás está relacionada com o *Fluxo volumétrico total* da seguinte forma:

$$u_g = C_o j + V_{gj} \tag{3.19}$$

Combinando a Eq. (3.17) e (3.18), a velocidade da fase líquida pode ser escrita em função do *Fluxo volumétrico total* como

$$u_l = \frac{j - \alpha_g (C_o j + V_{gj})}{\alpha_l} \tag{3.20}$$

Por outro lado, combinando as mesmas equações, a velocidade da fase gás pode ser escrita em função da velocidade da fase líquida:

$$u_g = \frac{C_o \alpha_l u_l + V_{gj}}{1 - C_o \alpha_g} \tag{3.21}$$

Também é possível escrever as velocidades das fases em função da velocidade de mistura $\overline{u_m}$, ao combinarmos as Eqs. (3.8), (3.16) e (3.18), como

$$u_g = \overline{u_m} + \frac{\rho_l}{\rho_m} \overline{V_{gj}} \tag{3.22}$$

$$u_l = \overline{u_m} - \frac{\alpha_g}{1 - \alpha_g} \frac{\rho_g}{\rho_m} \overline{V_{gj}} \tag{3.23}$$

Note que o *Modelo Homogêneo* é um caso particular do *Modelo de*

Deslizamento, onde a velocidade de escorregamento é nula, logo, $C_o = 1,0$ e $V_{gj} = 0,0$.

**3.3.2
Perda de Carga e Atrito**

No presente trabalho a força viscosa por unidade de volume entre a mistura e a parede é calculada utilizando-se as Eqs. (2.2) e (2.6), as quais são repetidas aqui

$$F_w = 4 \tau_w \quad ; \quad \tau_w = \left(- \frac{d P}{d x} \right) \frac{D}{4} \quad \text{onde} \quad \left(- \frac{d p}{d x} \right) = \frac{f \rho_m |V_c| V_c}{2 D} \quad (3.24)$$

sendo V_c a velocidade característica do escoamento. As expressões utilizadas para o fator de atrito variaram dependendo do teste e são indicadas no Capítulo de Resultados.

**3.4
Propriedades**

Para completar a formulação é necessário definir as propriedades termofísicas de cada fase. Como a modelagem é isotérmica, somente é necessário definir a massa específica e viscosidade.

As equações de estado para a fase gás e líquida definem o comportamento da massa específica dos fluidos. Tanto a fase líquida quanto a fase gasosa serão consideradas compressíveis, sendo que o gás será considerado ideal, conforme as relações abaixo:

$$\rho_l = \rho_{l,ref} + \frac{P - P_{l,ref}}{a_l^2} \quad (3.25)$$

$$\rho_g = \frac{P}{a_g^2} \quad ; \quad a_g^2 = RT_{ref} \quad (3.26)$$

onde $\rho_{l,ref}$ é a massa específica de referência do líquido, avaliada na pressão de referencia $P_{l,ref}$. a é a velocidade do som, sendo definida como $a^2 = (\partial P / \partial \rho)_T$,

i.e., proporcional a variação da pressão com a massa específica em processos isotérmicos. Especificou-se a_l e a_g como constantes, sendo a_g baseada na temperatura de referência T_{ref} .

Existem diversas equações para o cálculo da viscosidade para escoamentos bifásicos unidimensionais. Segundo Omgba-Essama (2004), para escoamentos onde a fase gasosa se encontra dispersa na fase líquida e até mesmo para o escoamento em regime de golfada, pode-se utilizar uma forma simples de equação para a viscosidade da mistura. Nesta equação, utilizada no modelo Homogêneo (Dukler et al., 1964), e adotada neste trabalho, calcula-se uma média das viscosidades do gás e do líquido ponderadas pela fração de cada fase.

$$\mu_m = \alpha_g \mu_g + \alpha_l \mu_l \quad (3.27)$$

Tendo como premissa o escoamento isotérmico, não será considerada a dependência da viscosidade de cada fluido com a temperatura. Como simplificação, também não será considerada a dependência da viscosidade com a pressão.

3.5 Variáveis Dependentes

Para a determinação de um escoamento bifásico, baseado no *Modelo de Deslizamento*, é necessário resolver três equações de conservação. No presente trabalho, duas formulações foram implementadas. Na primeira, as equações foram escritas de acordo com a formulação utilizada por Hibiki e Ishii (2003b), sendo as variáveis dependentes a velocidade da mistura $\overline{u_m}$, a pressão P e fração volumétrica de gás α_g . Na segunda, utilizou-se a formulação de Evje e Fjelde (2003), no qual as variáveis dependentes são $\rho_l \alpha_l$, $\rho_g \alpha_g$ e $\rho_l \alpha_l u_l + \rho_g \alpha_g u_g$.

3.5.1 $\overline{u_m}$, P e α_g

Na formulação do *Modelo de Deslizamento* utilizada por Hibiki e Ishii (2003b) as variáveis a serem resolvidas são α_g , $\overline{u_m}$ e P . O conjunto de equações de conservação é composto pela equação de conservação de massa da mistura, Eq. (3.10), equação de conservação de quantidade de movimento linear da mistura,

Eq. (3.12) pela equação de conservação de massa da fase gás, Eq. (3.14), e pelas as fórmulas de velocidade de escorregamento, as quais relacionam as velocidades das fases com a velocidade de mistura. O conjunto de equações a ser resolvido é:

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_m \overline{u_m})}{\partial x} = 0 \tag{3.28}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho_m \overline{u_m})}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_m \overline{u_m^2})}{\partial x} = \\ = - \frac{\partial P}{\partial x} - F_w - \rho_m g \text{sen } \theta - \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\rho_g \alpha_g \rho_l}{(1 - \alpha_g) \rho_m} \overline{V_{gj}^2} \right] \end{aligned} \tag{3.29}$$

$$\frac{\partial (\alpha_g \rho_g)}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_g \rho_g \overline{u_m})}{\partial x} = - \frac{\partial}{\partial x} \left[\alpha_g \rho_g \frac{\rho_l}{\rho_m} \overline{V_{gj}} \right] \tag{3.30}$$

A velocidade característica utilizada para calcular a força devido ao atrito F_w é a velocidade da mistura $\overline{u_m}$.

A solução deste conjunto de equações foi testada com sucesso para escoamentos monofásicos, porém, infelizmente, este procedimento falhou no caso de misturas bifásicas, i.e., não foi possível obter solução convergida em nenhum caso. Acredita-se que para se obter sucesso com este conjunto de equações seria necessário utilizar um procedimento de solução mais robusto, como maior acoplamento entre as equações. Detalhes do método de solução deste sistema de equações encontram-se no Apêndice A. No Capítulo 4 será apresentado o método de solução somente para o conjunto de equações descrito a seguir.

3.5.2

$$\rho_l \alpha_l, \rho_g \alpha_g \text{ e } \rho_l \alpha_l u_l + \rho_g \alpha_g u_g$$

Todos os casos testados neste trabalho, cujos resultados se encontram no Capítulo 5, foram obtidos a partir da formulação utilizada por Evje e Fjelde (2003). Neste caso, as três equações utilizadas para modelar o escoamento foram: equação de conservação de massa para o líquido, Eq. (3.3), equação de conservação de massa para a fase gasosa, Eq. (3.13) e a equação de conservação de quantidade de movimento da mistura, Eq. (3.11). Nesta formulação as equações são resolvidas em função das variáveis $\rho_l \alpha_l, \rho_g \alpha_g$ e $\rho_l \alpha_l u_l + \rho_g \alpha_g u_g$.

As equações de conservação são as seguintes:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \rho_l) + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_l \rho_l u_l) = 0 \tag{3.31}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_g \rho_g) + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_g \rho_g u_g) = 0 \tag{3.32}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_g \rho_g u_g + \alpha_l \rho_l u_l) + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_g \rho_g u_g^2 + \alpha_l \rho_l u_l^2) = \\ = -\frac{\partial P}{\partial x} - F_w - \rho_m g \sin \theta \end{aligned} \tag{3.33}$$

A velocidade característica utilizada para calcular a força devido ao atrito F_w é o fluxo volumétrico total j .

3.6 Condições de Contorno e Iniciais

Como condição inicial dos casos analisados, considerou-se a tubulação cheia de líquido em repouso com pressão uniforme.

Como condição de contorno, a pressão na saída foi sempre mantida constante. Na entrada, foram especificadas as vazões em massa de cada fase.

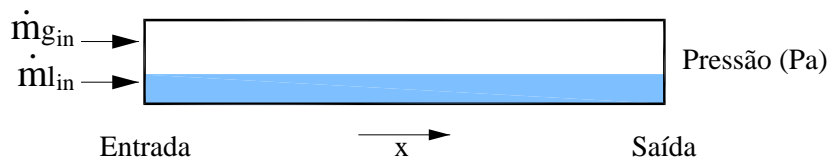


Figura 3.4 – Condições de contorno

4 Método Numérico

Para a solução numérica das equações de conservação do *Modelo de Deslizamento*, o método dos volumes finitos (Patankar, 1980) foi escolhido. Na abordagem apresentada aqui, a Equação de Conservação de Quantidade de Movimento da Mistura é discretizada utilizando uma malha deslocada (*staggered grid*), isto é, as velocidades são armazenadas numa posição deslocada em relação aos nós onde as grandezas escalares (frações volumétricas, massas específicas e pressão) são armazenadas. Os símbolos maiúsculos P , W e E referem-se aos pontos nodais principais e seus vizinhos oeste (*west*) e leste (*east*), respectivamente, e correspondem aos centros dos volumes de controle escalares e as faces dos volumes de controle vetoriais (Fig. 4.1). Já os símbolos minúsculos w , w_w e e , referem-se às faces dos volumes de controle escalares e seus vizinhos dos lados oeste e leste, respectivamente, sendo os centros dos volumes de controle vetoriais (Fig. 4.2). A malha foi considerada uniforme, com espaçamento definido por Δx . Nas fronteiras, as grandezas vetoriais (velocidades específicas das fases) ficam restritas a meio volume de controle.

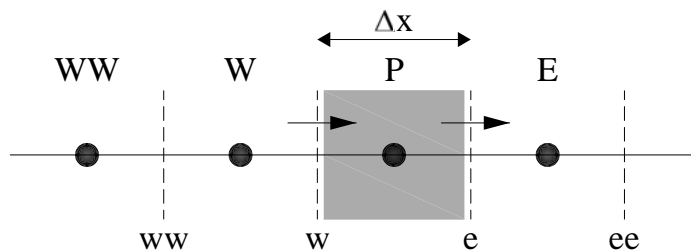


Figura 4.1 – Volumes de controle de grandeza escalar

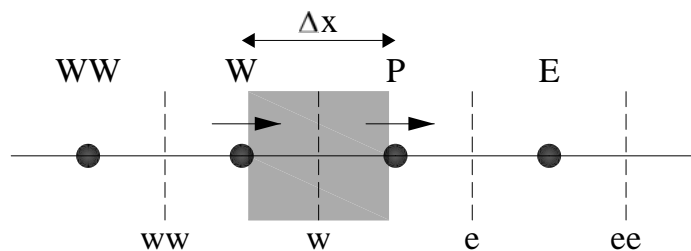


Figura 4.2 – Volumes de controle de grandeza vetorial

Na solução do sistema de equações descrito no Item 3.5.2, as variáveis dependentes $\rho_l \alpha_l$, $\rho_g \alpha_g$ e $\rho_l \alpha_l u_l + \rho_g \alpha_g u_g$ serão referenciadas daqui para frente respectivamente como w_1 , w_2 e w_3 conforme apresentado abaixo:

$$w_1 = \rho_l \alpha_l \quad (4.1)$$

$$w_2 = \rho_g \alpha_g \quad (4.2)$$

$$w_3 = \rho_l \alpha_l u_l + \rho_g \alpha_g u_g \quad (4.3)$$

Desta forma, as Eqs. (3.31) a (3.33) podem ser reescritas da seguinte forma:

$$\frac{\partial w_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(w_1 u_l) = 0 \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial w_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(w_2 u_g) = 0 \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial w_3}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(w_1 u_l^2 + w_2 u_g^2) = -\frac{\partial P}{\partial x} - F_w - (w_1 + w_2) g \sin \theta \quad (4.6)$$

4.1 Cálculo da Pressão

A pressão é calculada em função de w_1 e w_2 da seguinte forma: primeiramente, isola-se α_l da Eq. (4.1) e α_g da Eq. (4.2):

$$\alpha_l = \frac{w_1}{\rho_l} \quad ; \quad \alpha_g = \frac{w_2}{\rho_g} \quad (4.7)$$

A seguir, ambas as expressões são substituídas na Eq. (3.2):

$$\alpha_g + \alpha_l = 1 \Rightarrow \frac{w_2}{\rho_g} + \frac{w_1}{\rho_l} = 1 \quad (4.8)$$

Substituindo as equações de estado para ρ_g e ρ_l , Eqs. (3.25) e (3.26), na Eq. (4.8) e colocando a pressão em evidência, obtém-se uma equação algébrica de segundo grau para a pressão, do tipo

$$a P^2 + b P + c = 0, \quad (4.9)$$

onde

$$a = \frac{1}{a_l^2}; \quad b = \rho_{l,0} - \frac{P_{l,0}}{a_l^2} - w_1 - \frac{w_2 a_g^2}{a_l^2}; \quad (4.10)$$

$$c = -w_2 a_g^2 \left(\rho_{l,0} - \frac{P_{l,0}}{a_l^2} \right) \quad (4.11)$$

A pressão pode então ser facilmente determinada extraindo a raiz positiva da Eq. (4.9), utilizando a fórmula de Báskara:

$$P = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}. \quad (4.12)$$

4.2 Cálculo da Velocidade do Líquido

A velocidade do líquido é calculada substituindo-se a equação que relaciona a velocidade do gás com a velocidade do líquido, devido ao escorregamento entre as fases (Eq. 3.20) na equação que define w_3 (Eq. 4.3) e isolando u_l :

$$u_l = \left[w_3 - \frac{\rho_g \alpha_g V_{gj}}{1 - C_o \alpha_g} \right] / \left[\rho_l \alpha_l + \frac{\rho_g \alpha_g C_o \alpha_l}{1 - C_o \alpha_g} \right] \quad (4.13)$$

4.3 Cálculo da Velocidade do Gás

A velocidade do gás é calculada a partir da equação que define w_3 (Eq. 4.6):

$$u_g = \frac{w_3 - \rho_l \alpha_l u_l}{\rho_g \alpha_g} \quad (4.14)$$

Para evitar que o termo $\rho_g \alpha_g$ presente no denominador não cause problemas relativos à divisão por zero, tomou-se o cuidado para que α_g nunca assumira o valor

zero. Quando for necessário que o sistema represente um escoamento sem a presença da fase gasosa, α_g irá assumir o valor 10^{-6} .

4.4 Discretização das Equações de Conservação de Massa

As equações de conservação de massa das fases são muito semelhantes, e o mesmo procedimento é empregado na discretização das duas. A equação de conservação de massa da fase líquida será utilizada para ilustrar o procedimento.

De acordo com o método de volumes finitos, a Eq. (4.4) é integrada no volume de controle escalar ($dV = A\Delta x$) ilustrado na Fig. 4.1, e ao longo do intervalo de tempo Δt , alterando-se a ordem da integração de acordo com a conveniência, como ilustrado a seguir:

$$A \int_w^{e} \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial w_1}{\partial t} dt dx + A \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \frac{\partial (w_1 u_l)}{\partial x} dx dt = 0 \quad (4.15)$$

logo

$$A \int_w^e \left[(w_1)_P - (w_1)_P^o \right] dx + A \int_t^{t+\Delta t} \left[(w_1 u_l)_e A - (w_1 u_l)_w A \right] dt = 0 \quad (4.16)$$

onde o termo $(w_1)_P^o$ se refere ao instante de tempo anterior.

Na integração espacial do primeiro termo, consideram-se os valores armazenados no ponto nodal como constantes no volume de controle. Já para integração temporal do segundo termo, utiliza-se um esquema totalmente implícito, i.e., as variáveis do instante de tempo $t+\Delta t$ prevalecem durante todo o intervalo de tempo Δt . Após dividir toda a equação por Δt , a equação discretizada assume a forma:

$$\frac{(w_1)_P - (w_1)_P^o}{\Delta t} A \Delta x + (w_1 u_l)_e A - (w_1 u_l)_w A = 0 \quad (4.17)$$

Um esquema *upwind* de interpolação (Patankar, 1980) é utilizado para avaliar o valor de w_1 nas faces do volume de controle, da seguinte forma

$$(w_1 u_l)_e A = (w_1)_P A \left\| u_{l,e}, 0 \right\| - (w_1)_E A \left\| -u_{l,e}, 0 \right\| \quad (4.18)$$

$$(w_1 u_l)_w A = (w_1)_W A \left\| u_{l,w}, 0 \right\| - (w_1)_P A \left\| -u_{l,w}, 0 \right\| \quad (4.19)$$

Nas Equações (4.18) e (4.19), o símbolo $\| a, b \|$ denota o máximo valor entre a e b . Assim, o sistema de equações algébricas resultante para w_1 possui a seguinte forma:

$$a_P (w_1)_P = a_E (w_1)_E + a_W (w_1)_W + b \quad (4.20)$$

Os coeficientes a_P , a_E , a_W e b são os seguintes:

$$a_E = A \left\| -u_{l,e}, 0 \right\| \quad ; \quad a_W = A \left\| u_{l,w}, 0 \right\| \quad ; \quad a_P^o = \frac{A \Delta x}{\Delta t} \quad (4.21)$$

$$b = a_P^o (w_1)_P^o \quad ; \quad a_P = a_P^o + A \left\| u_{l,e}, 0 \right\| + A \left\| -u_{l,w}, 0 \right\| \quad (4.22)$$

Nota-se, nas equações acima, que todos os coeficientes são sempre positivos, o que garante que o produto da massa específica com a fração volumétrica de líquido seja sempre maior ou igual a zero, conforme desejado.

A equação discretizada de w_2 (equação de conservação para o gás) pode ser obtida de forma análoga. A equação discretizada e os coeficientes são

$$a_P (w_2)_P = a_E (w_2)_E + a_W (w_2)_W + b \quad (4.23)$$

$$a_E = A \left\| -u_{g,e}, 0 \right\| \quad ; \quad a_W = A \left\| u_{g,w}, 0 \right\| \quad ; \quad a_P^o = \frac{A \Delta x}{\Delta t} \quad (4.24)$$

$$b = a_P^o (w_2)_P^o \quad ; \quad a_P = a_P^o + A \left\| u_{g,e}, 0 \right\| + A \left\| -u_{g,w}, 0 \right\| \quad (4.25)$$

4.4.1

Equação de w_1 e w_2 para a Entrada

Para a fronteira, a Eq. (4.15) é aplicada ao meio volume de controle da fronteira, ilustrado na Fig. 4.3. A face leste é tratada de forma análoga ao volume de controle central. Já a condição de contorno para o fluxo de massa de líquido na

entrada é especificada na fronteira oeste, logo

$$\frac{(w_1)_P - (w_1)_P^o}{\Delta t} A \frac{\Delta x}{2} + (w_1 u_l)_e A - \underbrace{(w_1 u_l)_w A}_{(\rho_l \alpha_l u_l)_w A = \dot{m}_{l,in}} = 0 \quad (4.26)$$

onde $\dot{m}_{l,in}$ é a vazão mássica da fase líquida na entrada do duto.

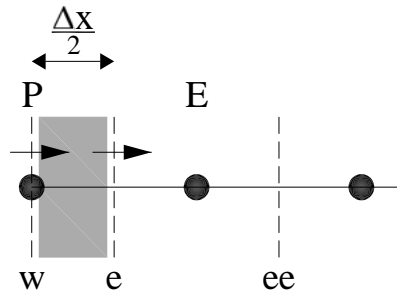


Figura 4.3 – Primeiro volume de controle escalar

Utilizando as mesmas aproximações utilizadas para um volume de controle central, a equação para o líquido na fronteira de entrada é igual a:

$$a_P (w_1)_P = a_E (w_1)_E + b \quad (4.27)$$

onde

$$a_E = A \left\| -u_{l,e}, 0 \right\| \quad ; \quad a_W = 0 \quad ; \quad a_P^o = \frac{A \Delta x / 2}{\Delta t} \quad ; \quad (4.28)$$

$$b = a_P^o (w_1)_P^o + \dot{m}_{l,in} \quad ; \quad a_P = a_P^o + A \left\| u_{l,e}, 0 \right\| \quad (4.29)$$

De forma análoga para o gás, a equação discretizada na entrada é:

$$a_P (w_2)_P = a_E (w_2)_E + b \quad (4.30)$$

onde

$$a_E = A \left\| -u_{g,e}, 0 \right\| \quad ; \quad a_W = 0 \quad ; \quad a_P^o = \frac{A \Delta x / 2}{\Delta t} \quad ; \quad (4.31)$$

$$b = a_P^o (w_2)_P^o + \dot{m}_{g,in} \quad ; \quad a_P = a_P^o + A \left\| u_{g,e}, 0 \right\| \quad (4.32)$$

4.4.2 Equação de w_1 e w_2 para a Saída

Assim como para a entrada, na saída utiliza-se meio volume de controle, como ilustrado na Fig. 4.4:

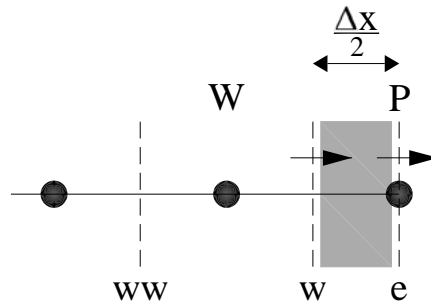


Figura 4.4 – Último volume de controle escalar

A Eq. (4.15) é aplicada ao volume de controle da fronteira e a face oeste é tratada de forma análoga ao volume de controle central. Neste caso a fronteira leste coincide com o ponto nodal principal, P . A equação discretizada resultante é

$$a_P(w_1)_P = a_W(w_1)_W + b \quad (4.33)$$

onde

$$a_W = A \left\| u_{l,w}, 0 \right\| \quad ; \quad a_E = 0 \quad ; \quad a_P^o = \frac{A \Delta x / 2}{\Delta t} \quad (4.34)$$

$$b = a_P^o(w_1)_P^o \quad ; \quad a_P = a_P^o + A \left\| -u_{l,w}, 0 \right\| + u_{l,e} \quad (4.35)$$

De forma análoga para o gás, a equação discretizada na saída é:

$$a_P(w_2)_P = a_W(w_2)_W + b \quad (4.36)$$

onde

$$a_W = A \left\| u_{g,w}, 0 \right\| \quad ; \quad a_E = 0 \quad ; \quad a_P^o = \frac{A \Delta x / 2}{\Delta t} \quad (4.37)$$

$$b = a_P^o(w_2)_P^o \quad ; \quad a_P = a_P^o + A \left\| -u_{g,w}, 0 \right\| + u_{g,e} \quad (4.38)$$

4.5

Discretização da Equação de Conservação da Quantidade de Movimento da Mistura

A obtenção da equação discretizada de conservação de quantidade de movimento da mistura é obtida de forma análoga às equações de conservação de massa. A Eq. (4.6) é integrada ao longo do intervalo de tempo Δt , e no volume de controle vetorial ($dV = A\Delta x$), que é deslocado como ilustrado na Fig. 4.2. Novamente a ordem de integração é alterada dependendo da conveniência, conforme a Eq. (4.39) a seguir:

$$\begin{aligned}
 & A \int_W^P \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial (w_1 u_l + w_2 u_g)}{\partial t} dt dx + \\
 & + A \int_t^{t+\Delta t} \int_W^P \frac{\partial (w_1 u_l^2 + w_2 u_g^2 + P)}{\partial x} dx dt = \\
 & = A \int_t^{t+\Delta t} \int_W^P \left[-\frac{f \rho_m |u_m| u_m}{2D} - g (w_1 + w_2) \sin \theta \right] dx dt
 \end{aligned} \tag{4.39}$$

Utilizando a integração totalmente implícita no tempo, obtém-se a seguinte equação discretizada:

$$\begin{aligned}
 & \frac{(w_3)_w - (w_3)_w^o}{\Delta t} A \Delta x + (P_P - P_W)A + \\
 & \left[w_{1,P} u_{l,P}^2 - w_{1,W} u_{l,W}^2 \right] A + \left[w_{2,P} u_{g,P}^2 - w_{2,W} u_{g,W}^2 \right] A = \\
 & = -\frac{f_w \rho_{m,w} |u_m| u_{m,w} A \Delta x}{2D} - g (w_{1,w} + w_{2,w}) \sin \theta A \Delta x
 \end{aligned} \tag{4.40}$$

onde $(w_3)_w^o$ é referente ao instante de tempo anterior. Os termos $w_{1,w}$ e $w_{2,w}$ são avaliados nas faces de acordo com o esquema de interpolação linear da seguinte forma:

$$w_{1,w} = \frac{w_{1,P} + w_{1,W}}{2} \quad ; \quad w_{2,w} = \frac{w_{2,P} + w_{2,W}}{2} \tag{4.41}$$

Uma interpolação linear também é utilizada para avaliar as velocidades das fases nos pontos principais P e W;

$$u_{l,W} = \frac{u_{l,w} + u_{l,ww}}{2} ; \quad u_{g,W} = \frac{u_{g,w} + u_{g,ww}}{2} \quad (4.42)$$

$$u_{l,E} = \frac{u_{l,e} + u_{l,w}}{2} ; \quad u_{g,E} = \frac{u_{g,e} + u_{g,w}}{2} \quad (4.43)$$

A equação discretizada resultante acopla w_3 com w_1 e w_2 da seguinte forma:

$$a_w w_{3,w} = b + c w_{1,P} + d w_{2,P} + e w_{1,W} + f w_{2,W} \quad (4.44)$$

onde os coeficientes são iguais a:

$$a_w = a_w^o ; \quad a_w^o = \frac{A \Delta x}{\Delta t} \quad (4.45)$$

$$b = -\frac{f_w \rho_{m,w} |u_m|_w u_{m,w} A \Delta x}{2 D} + a_w^o w_{3,w}^o + (P_W - P_P) A \quad (4.46)$$

$$c = u_{l,P}^2 A + \frac{g \sin \theta A \Delta x}{2} ; \quad d = u_{g,P}^2 A + \frac{g \sin \theta A \Delta x}{2} \quad (4.47)$$

$$e = u_{l,W}^2 A - \frac{g \sin \theta A \Delta x}{2} ; \quad f = u_{g,W}^2 A - \frac{g \sin \theta A \Delta x}{2} \quad (4.48)$$

4.5.1 Equação de w_3 para a Entrada

Para esta fronteira, w_3 é prescrito em função das vazões mássicas das fases conforme demonstrado abaixo:

$$w_{3in} = (\rho_l \alpha_l u_l)_{in} + (\rho_g \alpha_g u_g)_{in} = \frac{\dot{m}_{lin}}{A} + \frac{\dot{m}_{gin}}{A} \quad (4.49)$$

Desta forma, o sistema de equações algébricas resultantes para w_3 possui a seguinte forma:

$$a_w w_{3,w} = b \quad \text{onde} \quad a_w = 1 ; \quad b = \frac{\dot{m}_{lin}}{A} + \frac{\dot{m}_{gin}}{A} \quad (4.50)$$

4.5.2 Equação de w_3 para a Saída

A variável w_3 é armazenada nas faces. Para N pontos, existem $N+1$ faces, logo w_3 e as velocidades da fronteira estão armazenadas na face $N+1$. A solução da equação de w_3 independe do valor desta variável armazenada na última face do domínio. A variável w_3 só seria necessária para o cálculo das velocidades das fases na fronteira de saída. No entanto, esta grandeza não foi utilizada, optou-se por obter as velocidades das fases a partir de extrapolações para o interior do domínio. As velocidades u_l e u_g do meio volume de controle ilustrado na Fig. 4.4, são extrapoladas para o interior do domínio de acordo com.

$$\frac{u_{l,N+1} - u_{l,N-1}}{3\Delta x/2} = \frac{u_{l,N} - u_{l,N-1}}{\Delta x} \Rightarrow u_{l,N+1} = \frac{(3u_{l,N} - u_{l,N-1})}{2} \quad (4.51)$$

$$\frac{u_{g,N+1} - u_{g,N-1}}{3\Delta x/2} = \frac{u_{g,N} - u_{g,N-1}}{\Delta x} \Rightarrow u_{g,N+1} = \frac{(3u_{g,N} - u_{g,N-1})}{2} \quad (4.52)$$

4.6 Solução do Sistema Algébrico

Uma vez que a aproximação unidimensional foi utilizada, o sistema algébrico resultante da discretização das equações de conservação apresentadas nas seções anteriores não é grande. Dessa forma optou-se pelo Método MTDMA - *MultiTriDiagonal Matrix Algorithm* (Mendes e Phillipi, 2002), que é um método direto de solução das equações algébricas.

O algoritmo MTDMA resolve os três sistemas de equações simultaneamente. As equações discretizadas podem ser representadas na seguinte forma matricial:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} a_p^{w1} & 0 & 0 \\ 0 & a_p^{w2} & 0 \\ c & d & a_w^{w3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{1,i} \\ w_{2,i} \\ w_{3,i} \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} a_E^{w1} & 0 & 0 \\ 0 & a_E^{w2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{1,i+1} \\ w_{2,i+1} \\ w_{3,i+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_W^{w1} & 0 & 0 \\ 0 & a_W^{w2} & 0 \\ e & f & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{1,i-1} \\ w_{2,i-1} \\ w_{3,i-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b^{w1} \\ b^{w2} \\ b^{w3} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.53)$$

ou

$$\mathbf{A}_i \Phi_i = \mathbf{B}_i \Phi_{i+1} + \mathbf{C}_i \Phi_{i-1} + \mathbf{D}_i \quad (4.54)$$

onde

$$\Phi_i = \begin{bmatrix} w_{1,i} \\ w_{2,i} \\ w_{3,i} \end{bmatrix} \quad ; \quad \mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} a_p^{w1} & 0 & 0 \\ 0 & a_p^{w2} & 0 \\ c & d & a_w^{w3} \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} a_E^{w1} & 0 & 0 \\ 0 & a_E^{w2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad ; \quad \mathbf{C}_i = \begin{bmatrix} a_W^{w1} & 0 & 0 \\ 0 & a_W^{w2} & 0 \\ e & f & 0 \end{bmatrix} \quad ; \quad \mathbf{D}_i = \begin{bmatrix} b^{w1} \\ b^{w2} \\ b^{w3} \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

Nas equações acima, foi adicionado um sobrescrito aos coeficientes principal a_p , leste a_E e oeste a_W , de forma a indicar a que variáveis estes correspondem.

Cada linha corresponde a um sistema algébrico referente a uma equação do *Modelo de Deslizamento*. A primeira linha corresponde à Equação da Conservação da Massa para o Líquido, Eq. (4.20), a segunda corresponde à Equação da Conservação da Massa para o Gás, Eq. (4.23), e a terceira corresponde à Equação da Conservação da Quantidade de Movimento da Mistura, Eq. (4.44).

Nota-se o acoplamento entre as variáveis w_1 e w_2 na equação para w_3 representado pelos coeficientes “fora das diagonais” c , d , e e f .

Para resolver este sistema, emprega-se o método TDMA, ou algoritmo de Thomas (Patankar, 1980), na forma matricial como mostrado a seguir:

$$\mathbf{A}_i \Phi_i = \mathbf{B}_i \Phi_{i+1} + \mathbf{C}_i \Phi_{i-1} + \mathbf{D}_i \quad (4.57)$$

Supondo que podemos encontrar Φ_i em função de Φ_{i+1} :

$$\Phi_i = \mathbf{P}_i \Phi_{i+1} + \mathbf{Q}_i \quad (4.58)$$

Reescrevendo para o ponto $i-1$, tem-se: $\Phi_{i-1} = \mathbf{P}_{i-1} \Phi_i + \mathbf{Q}_{i-1}$, substituindo em (4.57) e comparando-se com a Eq. (4.58), obtém-se:

$$\mathbf{P}_i = \frac{\mathbf{B}_i}{(\mathbf{A}_i - \mathbf{C}_i \mathbf{P}_{i-1})} \quad \text{e} \quad \mathbf{Q}_i = \frac{(\mathbf{D}_i + \mathbf{C}_i \mathbf{Q}_{i-1})}{(\mathbf{A}_i - \mathbf{C}_i \mathbf{P}_{i-1})} \quad (4.59)$$

Uma vez que a matriz \mathbf{C} do primeiro nó, \mathbf{C}_1 , é nula, as matrizes \mathbf{P} e \mathbf{Q} podem ser inicializadas com

$$\mathbf{P}_1 = \frac{\mathbf{B}_1}{\mathbf{A}_1} \quad \text{e} \quad \mathbf{Q}_1 = \frac{\mathbf{D}_1}{\mathbf{A}_1} \quad (4.60)$$

Finalmente, como a matriz \mathbf{B} do último nó, \mathbf{B}_N , é nula, $\mathbf{P}_N = 0$, logo $\Phi_N = \mathbf{Q}_N$. Dessa forma, os outros valores de Φ_i por ser obtidos por substituição regressiva, utilizando a Eq. (4.58).

4.7

Procedimento de Execução para a Solução Simultânea

A partir das variáveis w_1 , w_2 e w_3 é possível descobrir as variáveis de interesse α_g , α_l , u_g , u_l e P . O fluxograma do procedimento utilizado para a solução das equações de conservação e determinação do campo de velocidades, pressão e frações em massa é apresentado na Fig. 4.5, o qual possui os seguintes passos:

- 1) Definição das condições iniciais do problema: velocidades superficiais do líquido e do gás na entrada e pressão na saída.
- 2) Consideração da solução do passo de tempo anterior como estimativa inicial para a solução do passo de tempo atual
- 3) Cálculo do atrito
- 4) Cálculo dos coeficientes para w_1
- 5) Cálculo dos coeficientes para w_2
- 6) Cálculo dos coeficientes para w_3
- 7) Solução do sistema de equações pelo método MTDMA
- 8) Cálculo da pressão
- 9) Cálculo das massas específicas das fases
- 10) Cálculo das frações das fases

- 11) Cálculo da velocidade de *Deslizamento*
- 12) Cálculo das velocidades das fases
- 13) Verificação dos resíduos das equações. Caso todos os resíduos estejam abaixo de uma tolerância pré-determinada ou o número máximo de iterações seja atingido deve-se avançar no tempo e voltar ao passo (2), caso contrário deve-se voltar ao passo (3) e repetir a sequência de cálculos até que a convergência seja atingida.

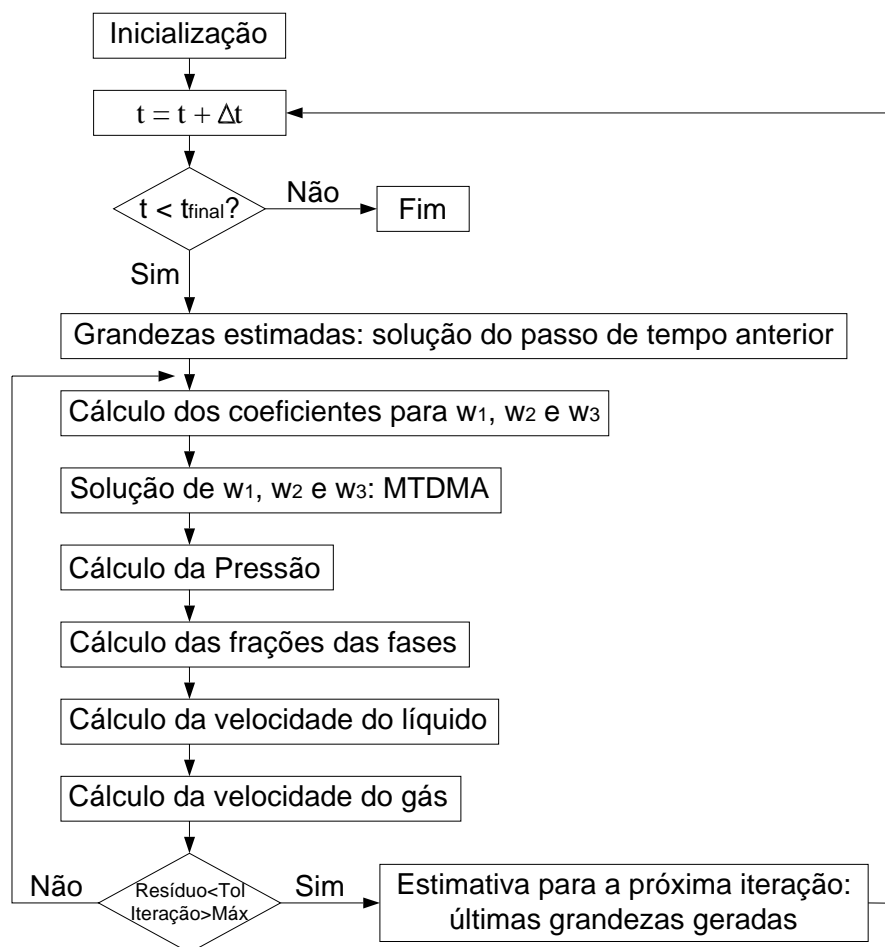


Figura 4.5 – Fluxograma esquemático - MTDMA

4.8 Malha Computacional e Passo de Tempo

A malha computacional foi considerada uniforme com espaçamento Δx . O passo de tempo Δt está intimamente ligado ao espaçamento da malha pela Condição de Courant–Friedrichs–Lewy ou simplesmente Condição CFL (Courant et al, 1967).

A condição CFL estabelece um Δt máximo para um determinado Δx de modo a se garantir a convergência do sistema algébrico utilizados para resolver as equações diferenciais. Se uma onda está atravessando um volume de controle com largura Δx , o passo de tempo deve ser menor que o tempo necessário para que a onda percorra todo o volume. A condição CFL é representada da seguinte forma:

$$CFL = \frac{u_{max} \Delta t}{\Delta x} \quad (4.61)$$

onde u_{max} é a máxima velocidade do domínio. A constante CFL depende dos tipos de equação a serem resolvidos e não de Δx ou Δt e u_{max} representa a maior velocidade de propagação encontrada em um determinado instante.

A condição CFL tem um impacto grande quando o caso a ser estudado necessita de uma malha muito refinada (pequenos volumes de controle), nestes casos o passo de tempo também será muito pequeno e conseqüentemente o esforço computacional será muito grande. Sabe-se que quanto mais refinada a malha mais precisa fica a solução.

Segundo Toumi I. (1999), ao contrário do escoamento monofásico, no escoamento bifásico a velocidade do som na mistura não é a velocidade do som associada às velocidades de onda encontradas no sistema, mas sim uma velocidade inferior. A maior velocidade de propagação de uma onda seria encontrada quando escoasse somente a fase líquida. Depois de realizar diversos testes, adotou-se a constante CFL igual a 0,5 e uma velocidade constante e igual a do som no líquido. Desta forma, o passo de tempo passou a depender somente do espaçamento da malha e do fluido conforme apresentado abaixo:

$$\Delta t = \frac{0,5}{a_l} \Delta x \quad (4.62)$$

4.9

Critério de Convergência

O processo de discretização gera um sistema de equações algébricas para cada uma das equações do *Modelo de Deslizamento*. Considerou-se a solução convergida quando o maior resíduo encontrado entre todas as equações foi inferior a uma tolerância tol pré-definida. Com a normalização dos resíduos, é possível

considerar uma tolerância para as três variáveis envolvidas. Neste trabalho foi utilizada uma tolerância igual para as três variáveis a serem resolvidas (w_1 , w_2 e w_3), $tol = 10^{-5}$.

O maior resíduo da equação para a conservação da massa da fase líquida e da fase gasosa é definido, respectivamente, como:

$$Res_{max}(w_1) = \frac{\max_{1 \leq i \leq N} \left(a_{Pi}^{w_1} w_{1i} - \left(a_{wi}^{w_1} w_{1i-1} + a_{Ei}^{w_1} w_{1i+1} + b_i^{w_1} \right) \right)}{a_{Pi}^{w_1} w_{1i}} \quad (4.63)$$

$$Res_{max}(w_2) = \frac{\max_{1 \leq i \leq N} \left(a_{Pi}^{w_2} w_{2i} - \left(a_{wi}^{w_2} w_{2i-1} + a_{Ei}^{w_2} w_{2i+1} + b_i^{w_2} \right) \right)}{a_{Pi}^{w_2} w_{2i}} \quad (4.64)$$

O maior resíduo da equação de conservação da quantidade de movimento da mistura é definido da seguinte forma:

$$Res_{max}(w_3) = \frac{\max_{1 \leq i \leq N} \left(a_{wi}^{w_3} w_{3i} - b_i^{w_3} + c w_{1i} + d w_{2i} + e w_{1i+1} + f w_{2i+1} \right)}{a_{Pi}^{w_3} w_{3i}} \quad (4.65)$$

Nas definições acima para os resíduos máximos são calculados utilizando coeficientes atualizados na iteração atual, porém as variáveis w_1 , w_2 e w_3 são as variáveis disponíveis da iteração anterior.

O critério final de convergência é

$$Res_{max} = \max[Res_{max}(w_1), Res_{max}(w_2), Res_{max}(w_3)] \leq tol \quad (4.66)$$

5 Resultados

No presente capítulo diversos casos testes são investigados visando validar a metodologia implementada para prever escoamentos bifásicos utilizando o *Modelo de Deslizamento*.

Casos testes foram selecionados a partir do trabalho de Evje e Fjelde (2003) e visam testar situações extremas, de forma a verificar a habilidade do modelo de reproduzi-las.

Após apresentar os casos de validação, aplica-se a metodologia para prever uma situação de golfada severa. Os resultados são comparados com os dados obtidos por Andrianov et al. (2007) e Masella et al. (1998) para a mesma geometria.

5.1 Validação

Como mencionado no Capítulo 3, a metodologia utilizada no presente trabalho foi baseada no artigo de Evje e Fjelde (2003), sendo as variáveis dependentes grandezas auxiliares w_1 , w_2 e w_3 . Evje e Fjelde (2003) utilizaram variações do método AUSM (Advection Upstream Splitting Method), empregando um procedimento de solução seqüencial das variáveis primitivas (variáveis físicas), com precisão de segunda ordem no espaço. Com relação a integração no tempo, utilizaram o método de Runge-Kutta de dois passos, também com precisão de segunda ordem. A principal característica do método AUSM consiste em separar o fluxo numa parte convectiva e outra de pressão.

Cinco testes foram realizados, utilizando diferentes condições de contorno, visando gerar situações críticas para serem avaliadas. Os testes foram definidos exatamente como sugerido no trabalho de Evje e Fjelde (2003). Os fluidos utilizados são aproximações de fluidos reais como óleo e ar. As correlações que definem o escorregamento entre as fases são simples e não refletem um determinado padrão de escoamento. O objetivo destes testes é analisar o comportamento do modelo frente a diversas situações consideradas críticas para o

escoamento bifásico.

Considerou-se um duto horizontal com as seguintes características:

- Comprimento do duto: $L = 1.000,0$ m
- Diâmetro interno: $D = 0,1$ m
- Rugosidade absoluta: $\varepsilon = 1,0 \times 10^{-5}$ m

As seguintes propriedades físicas foram definidas para cada fase:

- Velocidade do som no líquido: $a_l = 1.000,0$ m/s
- Velocidade do som no gás: $a_g = 316,0$ m/s
- Massa específica do líquido de referência: $\rho_{l,ref} = 1.000,0$ kg/m³
- Massa específica do gás de referência: $\rho_{g,ref} = 1,0$ kg/m³
- Viscosidade do líquido: $\mu_l = 5,0 \times 10^{-2}$ Pas
- Viscosidade do gás: $\mu_g = 5,0 \times 10^{-6}$ Pas
- Pressão de referência: $p_{ref} = 1,0 \times 10^5$ Pa
- Temperatura de referência: $T_{ref} = 293,15$ K

Os cinco casos são descritos a seguir:

- Caso 1: Testar a convergência do modelo utilizando uma relação de escorregamento simples;
- Caso 2: Transição de escoamento bifásico para monofásico líquido;
- Caso 3: Transição de escoamento bifásico para monofásico gás;
- Caso 4: Testar a estabilidade e convergência do modelo utilizando uma relação de escorregamento complexa;
- Caso 5: Testar a convergência do modelo utilizando uma relação de escorregamento complexa.

Para todos os casos considerou-se como condição inicial que o duto encontrava-se preenchido com líquido ($\alpha_g = 10^{-5}$), sendo que o escoamento sempre se manteve como laminar. A pressão na saída foi sempre mantida igual a pressão de referência. Para todos os casos especificou-se como condições de contorno a vazão mássica da fase líquida e gasosa na entrada. Diferentes relações para C_o e V_{gj} foram especificadas para cada caso.

Os resultados obtidos foram comparados com os dados disponíveis no trabalho de Evje e Fjelde (2003). Analisou-se as variações ao longo do duto das velocidades de cada fase (u_l , u_g), fração volumétrica de gás (α_g) e pressão (P) para o instante final de simulação.

5.1.1 Caso 1

O objetivo deste teste é verificar se o modelo consegue prever um bolsão de gás se deslocando em um meio líquido. Simples correlações para os parâmetros da escorregamento entre as fases forma utilizadas, i.e., valores constantes iguais a $C_o = 1,2$ e $V_{gj} = 0,5$ m/s. Utilizou-se 200 volumes de controle ao longo da tubulação, igual ao utilizado no trabalho de Evje e Fjelde (2003).

As vazões de líquido e gás crescem de zero à 3,0 kg/s e 0,02 kg/s respectivamente em 10 s e permanecem assim até o final da simulação em 250 s. É esperado que um volume de gás se desloque em direção ao fim do duto. As variações com o tempo das vazões mássicas na entrada da tubulação estão resumidas na Fig. 5.1.

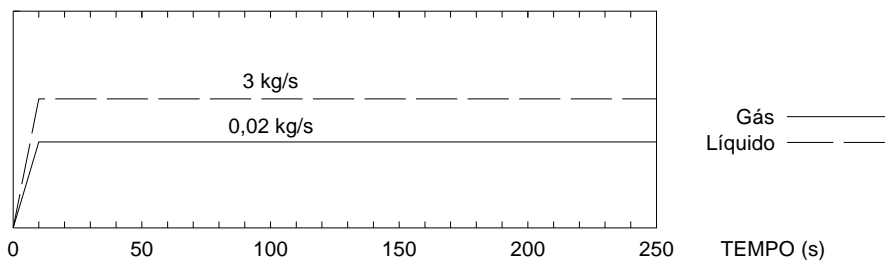


Figura 5.1 – Caso 1: Vazões mássicas na entrada em função do tempo

A Figura 5.2 ilustra o perfil da fração de gás α_g ao longo da tubulação, para o instante de tempo $t = 250$ s. Como inicialmente a tubulação encontrava-se cheia de líquido, neste instante de tempo, o gás chegou somente até aproximadamente o meio da tubulação, com uma fração de gás em torno de 0,45. Pode-se observar o mesmo comportamento que o previsto por Evje e Fjelde (2003), porém o resultado obtido no presente trabalho apresenta um perfil mais suave da fração de gás, uma vez que as aproximações utilizadas para discretizar as equações de conservação são de primeira ordem, enquanto que Evje e Fjelde (2003) utilizaram discretização de segunda ordem no tempo e no espaço.

A comparação da distribuição de pressão para o mesmo instante de tempo, $t = 250$ s, pode ser vista na Fig. 5.3. Neste caso, como esperado, observa-se claramente a diferença de inclinação da queda de pressão devido a menor perda de carga de gases. Para esta variável a concordância entre os resultados é excelente.

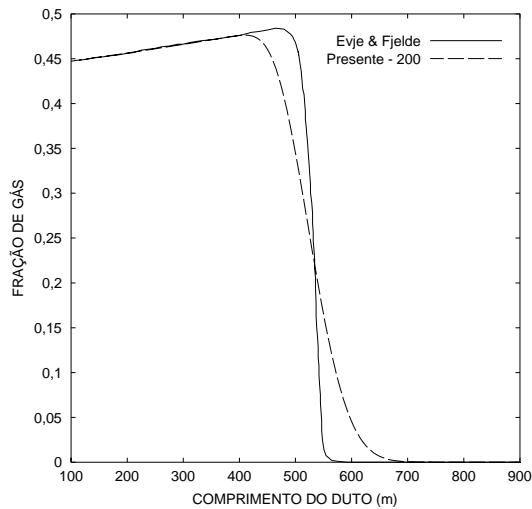


Figura 5.2 – Caso 1: Perfil de fração de gás ao longo do duto, $t = 250$ s

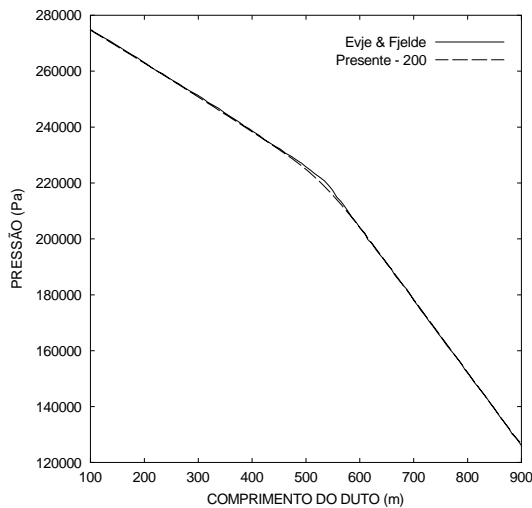


Figura 5.3 – Caso 1: Perfil de pressão ao longo do duto, $t = 250$ s

O perfil da velocidade do gás e do líquido ao longo do duto é apresentado na Fig. 5.4. Observa-se um aumento da velocidade do gás na primeira metade do duto devido à expansão do mesmo resultante da queda da pressão. A velocidade do líquido acompanha o crescimento da velocidade do gás devido à interação entre ambos pela relação de escorregamento. A velocidade do líquido na parte final do duto é praticamente constante ($u_l \approx 1,6$ m/s), devido ao fato da presença de gás ser pequena ($\alpha_g = 10^{-5}$), não influenciando a parte líquida. A velocidade do gás no trecho final pode ser calculada diretamente a partir da correlação de escorregamento, Eq. (3.19), e da Eq. (3.17), a qual para α_g desprezível é $j = \alpha_g u_g + \alpha_l u_l \approx u_l$:

$$u_g = C_o j + V_{gj} = C_o u_l + V_{gj} \approx 1,2 \times 1,6 + 0,5 \approx 2,42 \quad (5.1)$$

Novamente boa concordância é observada, sendo o desvio maior no caso da velocidade do líquido, devido ao gradiente mais acentuado desta na interface entre a mistura e o líquido.

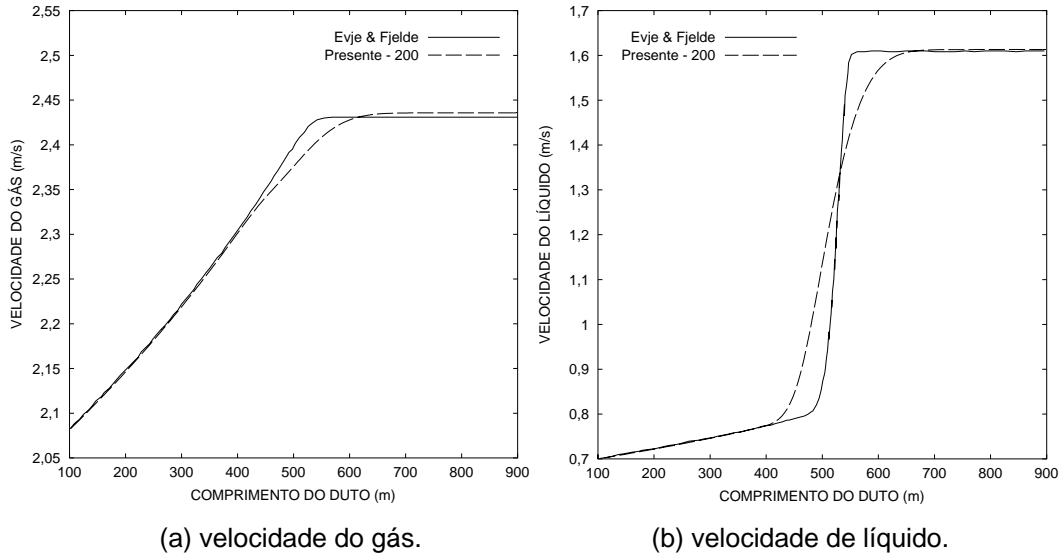


Figura 5.4 – Caso 1: Perfil de velocidade ao longo do duto, $t = 250$ s

5.1.2 Caso 2

O objetivo deste teste é verificar se o modelo é capaz de lidar com a transição de escoamento bifásico para monofásico líquido. Novamente valores constantes foram arbitrados para os parâmetros de escorregamento entre as fases: $C_o = 1,2$ e $V_{gj} = 0,5$ m/s.

Como no caso anterior, as vazões de líquido e gás crescem de zero à 12,0 kg/s e 0,08 kg/s respectivamente, em 10 s. Porém, após 50 s a vazão mássica de gás decresce até zero em 20 s. A simulação termina com 175 s. A variação das vazões mássicas com o tempo na entrada encontram-se resumidas na Fig. 5.5

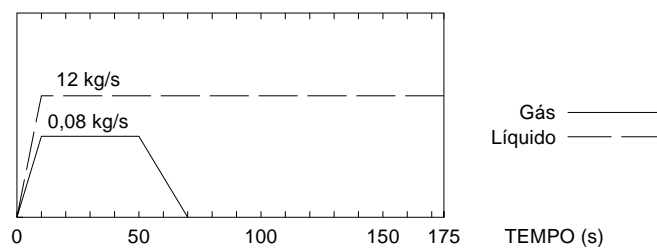


Figura 5.5 – Caso 2: Vazões mássicas na entrada em função do tempo

As figuras a seguir apresentam a comparação entre os resultados obtidos por

Evje e Fjelde (2003) e os obtidos pelo modelo deste trabalho ambos para 200 volumes de controle.

A Figura 5.6 apresenta a variação da fração de gás ao longo do duto na instante $t = 175$ s. Observa-se que o modelo foi capaz de lidar com o retorno ao escoamento solitário da fase líquida após um período de convivência das duas fases. Após cessar o fluxo de gás o mesmo se propaga em direção ao fim do duto sendo aprisionado entre bolsões de líquido.

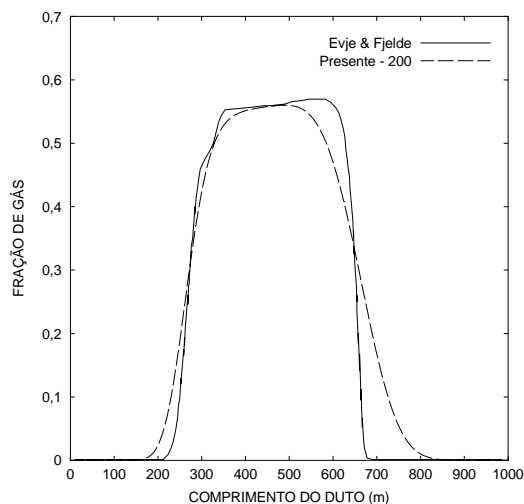


Figura 5.6 – Caso 2: Perfil de fração de gás ao longo do duto, $t = 175$ s

Assim como no caso anterior, pode-se notar uma excelente concordância entre os resultados com relação a magnitude e distribuição espacial da fração de gás. Excelente predição da perda de carga ao longo do duto (Fig. 5.7) também foi obtida. Observa-se novamente menor perda de carga na porção de gás e a maior perda de carga da parte líquida nas extremidades, como esperado.

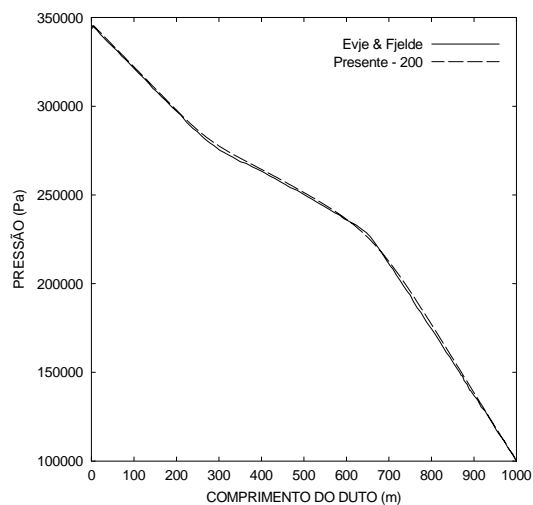


Figura 5.7 – Caso 2: Perfil de pressão ao longo do duto, $t = 175$ s

A influência da fase gás na velocidade da fase líquida pode ser apreciada na figura referente à velocidade do líquido (Fig. 5.8b). Analisando o perfil da velocidade do gás ao longo do duto na Fig. 5.8a, fica claro que esta velocidade aumenta ao longo do trecho preenchido com gás devido a queda na pressão e expansão do gás na tubulação. A diferença entre a velocidade do líquido na entrada e na saída do duto sugere que entra menos líquido do que sai. Este efeito é consequência da expansão do gás no meio do duto que leva a um aumento do volume do mesmo. Como o volume do duto não se altera é necessário que o líquido à jusante do bolsão de gás ofereça seu espaço em forma de um aumento na velocidade. Mais uma vez a concordância obtida entre as soluções pode ser considerada satisfatória.

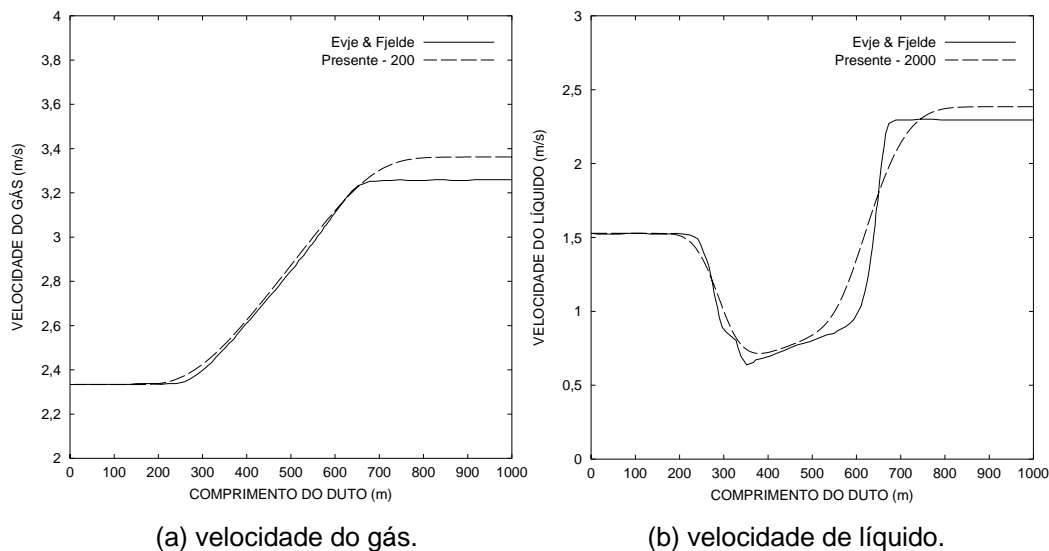


Figura 5.8 – Caso 2: Perfil de velocidade ao longo do duto, $t = 175$ s.

5.1.3 Caso 3

O objetivo deste teste é análogo ao teste anterior, porém, neste caso deseja-se verificar se o modelo é capaz de lidar com a transição de escoamento bifásico para monofásico gás, utilizando uma relação simples para o escorregamento entre as fases. As mesmas correlações para C_o e V_{gj} são utilizadas: $C_o = 1$ e $V_{gj} = 0$ m/s.

As vazões de líquido e gás crescem de zero à 12,0 kg/s e 0,04 kg/s respectivamente, em 10 s. Após 60 s a vazão mássica de líquido decresce até zero em 10 s. No tempo de 200 s a vazão mássica de líquido cresce novamente para 12,0 kg/s em 10 s. A simulação termina após 250 s de simulação. As variações das

vazões mássicas da entrada com o tempo estão resumidas na Fig. 5.9.

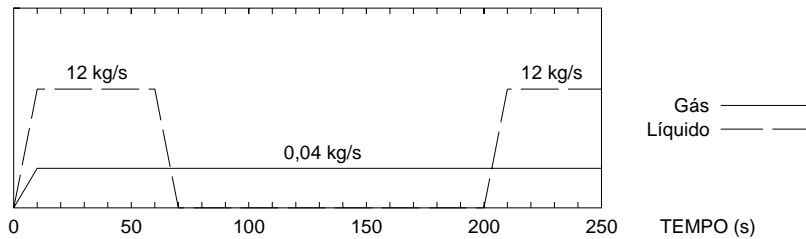


Figura 5.9 – Caso 3: Vazões mássicas na entrada em função do tempo

Como nos casos anteriores, especificou-se uma malha com 200 volumes de controle e foram comparados os resultados obtidos com os dados de Evje e Fjelde (2003) para a mesma malha.

Observando a Fig. 5.10, fica claro através do perfil suave da curva obtida neste trabalho, que o modelo implementado teve alguma dificuldade em prever alterações abruptas na vazão da fase líquida, ao contrário do caso anterior, onde a alteração ocorreu na vazão da fase gás. Mesmo assim, o presente modelo foi capaz de lidar com a presença de gás em somente uma parte do escoamento. Como já mencionado, uma possível explicação para a obtenção do perfil mais suave da fração de gás consiste na precisão de primeira ordem das aproximações espaciais e temporais utilizadas no presente trabalho, enquanto que esquemas de segunda ordem no espaço e no tempo foram utilizados por Evje e Fjelde (2003).

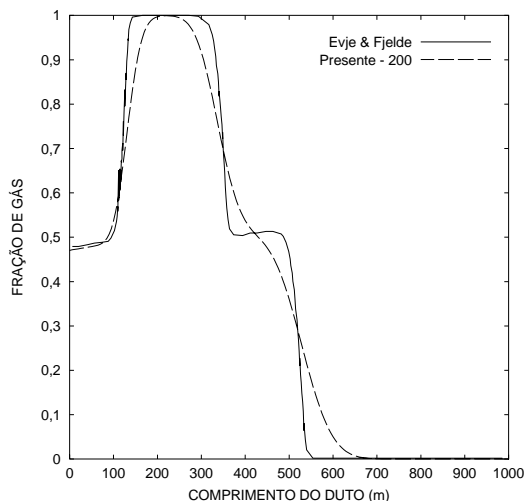


Figura 5.10 – Caso 3: Perfil de fração de gás ao longo do duto, $t = 250$ s

A dificuldade em acompanhar alterações bruscas na vazão mássica da fase líquida comprometeu um pouco a previsão da pressão, ilustrada na Fig. 5.11, ficando mais evidente no trecho inicial do escoamento.

Neste caso, observa-se que apesar das pequenas diferenças percentuais entre as velocidades do gás e do líquido do presente trabalho e os dados de Evje e Fjelde (2003), estas não são desprezíveis, como se pode ver nas Figs. 5.12a e 5.12b.

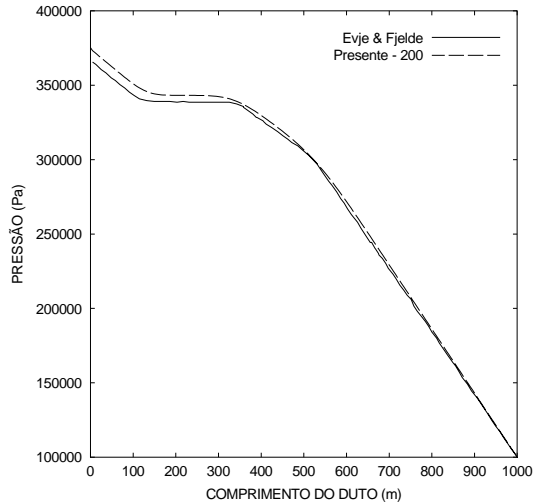
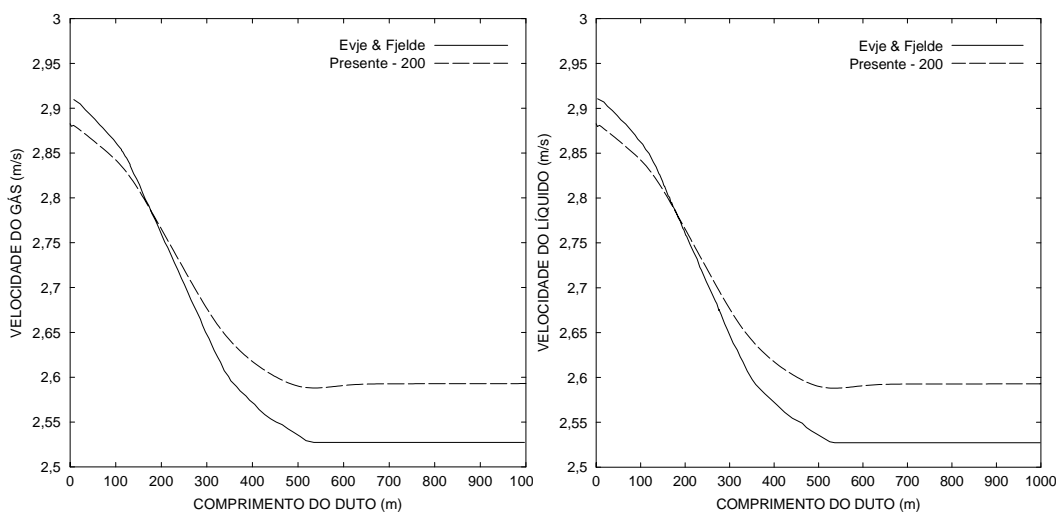


Figura 5.11 – Caso 3: Perfil de pressão ao longo do duto, $t = 250$ s

Observa-se também nas Figs. 5.12a e 5.12b que as velocidades do gás e do líquido são idênticas devido ao fato dos valores utilizados para C_o e V_{gj} representarem escoamento homogêneo, onde não existe escorregamento entre as fases. Isto pode ser demonstrado utilizando-se as Eqs. (3.17) e (3.19).

$$u_g = C_0 j + V_{gj} = \alpha_g u_g + \alpha_l u_l \Rightarrow u_g = \frac{\alpha_l u_l}{1 - \alpha_g} = u_l \quad (5.2)$$



(a) velocidade do gás.

(b) velocidade de líquido.

Figura 5.12 – Caso 3: Perfil de velocidade ao longo do duto, $t = 250$ s.

5.1.4 Caso 4

O objetivo deste caso é testar se o modelo converge para a solução correta utilizando uma relação mais complexa para o escorregamento entre as fases. Segundo Roe (1981) a relação de escorregamento é similar à utilizada para o padrão de escoamento tipo Golfada (*Slug*). Neste caso, os parâmetros da velocidade de escorregamento são: $C_o = 1$ e $V_{gj} = 0,5 \sqrt{1 - \alpha_g}$ m/s.

As condições transientes simuladas são as mesmas do Caso 1. Desta forma, as vazões de líquido e gás crescem de zero à 3,0 kg/s e 0,02 kg/s respectivamente, em 10 s e permanecem assim até o final da simulação em 250 s, como ilustrado na Fig. 5.13. Assim como o Caso 1, foram utilizados 200 volumes de controle para a determinação do campo de velocidades, pressão e frações volumétricas.

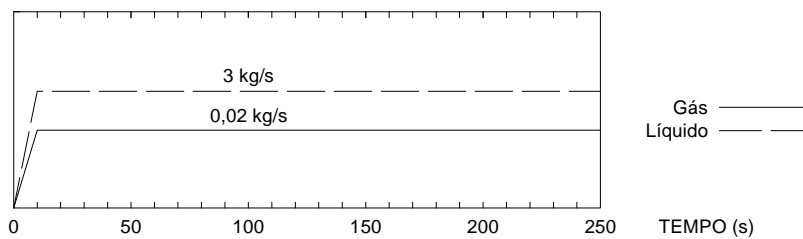


Figura 5.13 – Caso 4: Vazões mássicas na entrada em função do tempo

Analisando a Fig. 5.14, referente ao perfil da fração de gás ao longo do duto, pode-se notar o mesmo comportamento previsto no Caso 1, porém maiores valores de fração de gás podem ser observados na primeira metade do duto. Este resultado ilustra que as novas correlações utilizadas para o parâmetro de distribuição $C_o = 1$ e velocidade de deslizamento $V_{gj} = 0,5 \sqrt{1 - \alpha_g}$ m/s induzem maiores valores de fração volumétrica de gás α_g . Isto pode ser explicado pelo fato de que para a mesma vazão mássica, as correlações utilizadas resultaram em velocidades do gás menores, ou seja, mais gás acumulado na tubulação ($> \alpha_g$).

Analisando a Fig. 5.15, observa-se excelente concordância entre os dados do presente trabalho e da referência, com relação à distribuição da pressão ao longo do duto. As velocidades das fases são apresentadas na Fig. 5.16, onde nota-se um comportamento similar ao do Caso 1, para as velocidades da fase gasosa e da fase líquida. Comparando estes perfis com os obtidos no Caso 1, Fig. 5.4, observa-se uma maior velocidade de escorregamento, com maior diferença entre as fases.

Nota-se ainda uma alteração no perfil da velocidade do gás próximo à região de entrada. Mais uma vez os dois modelos apresentaram resultados muito próximos.

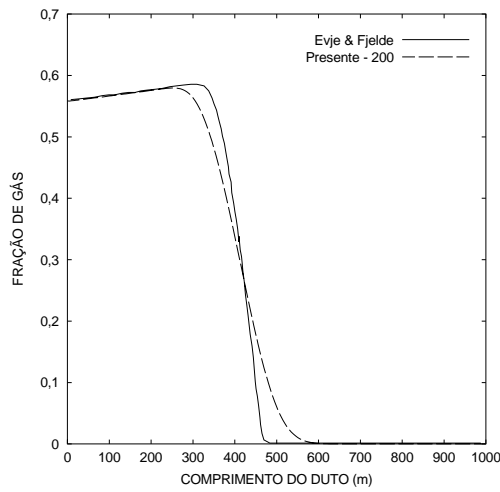


Figura 5.14 – Caso 4: Perfil de fração de gás ao longo do duto, $t = 250$ s

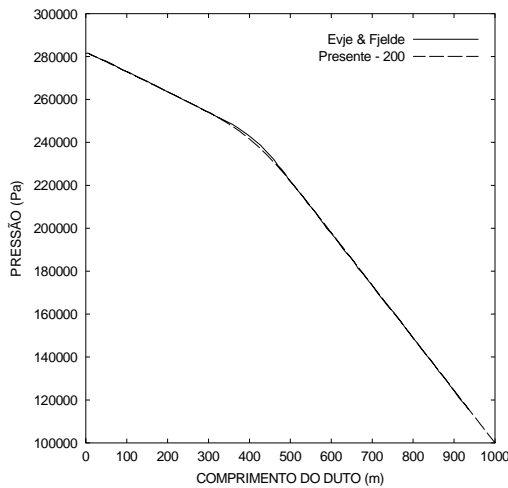
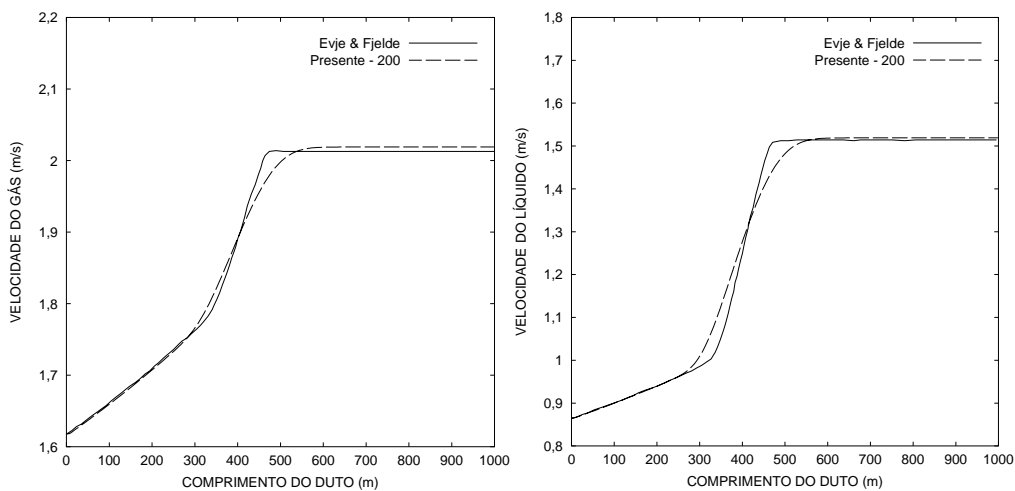


Figura 5.15 – Caso 4: Perfil de pressão ao longo do duto, $t = 250$ s



(a) velocidade do gás.

(b) velocidade de líquido.

Figura 5.16 – Caso 4: Perfil de velocidade ao longo do duto, $t = 250$ s

5.1.5 Caso 5

Visando avaliar a influência dos parâmetros da velocidade de escorregamento na transição do escoamento bifásico para monofásico líquido, o Caso 2 foi repetido com a mesma relação complexa, para o escorregamento entre as fases, utilizada no Caso 4, i.e.. $C_o = 1$ e $V_{gj} = 0,5 \sqrt{1 - \alpha_g}$ m/s.

Como no Caso 2, as vazões de líquido e gás crescem de zero à 12,0 kg/s e 0,08 kg/s, respectivamente, em 10 s, e após 50 s a vazão mássica de gás decresce até zero em 20 s (ver Fig. 5.17). A simulação termina com 175 s.

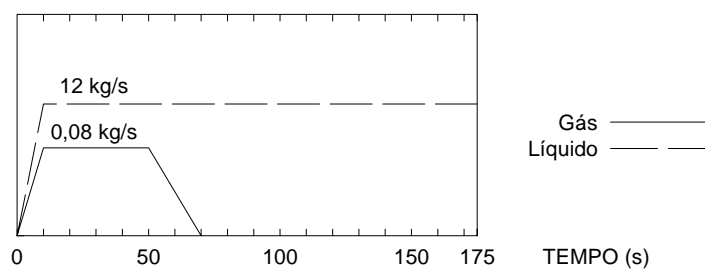


Figura 5.17 – Caso 5: Vazões mássicas na entrada em função do tempo

Visando analisar a influência do número de volumes de controle na qualidade da solução, este caso foi simulado com três malhas diferentes, com 50, 200 e 1000 volumes de controle. Inicialmente o problema foi simulado com uma malha com 200 volumes de controle, igual a malha utilizada por Evje e Fjelde (2003). Posteriormente, selecionou-se uma malha mais grosseira, com 50 volumes de controle e outra mais fina com 1000 volumes de controle. Este teste serve para investigar a influência da ordem de precisão utilizada na discretização das equações de conservação.

A Figura 5.18, referente ao perfil de fração de gás, mostra que mesmo utilizando uma relação mais complexa para a velocidade de *Deslizamento*, o modelo continua apresentando um ótimo comportamento diante de uma transição para o escoamento de puro líquido a partir de um escoamento misto. É evidente também que o aumento no número de volumes de controle melhora a aproximação entre a solução do presente trabalho e a apresentada pelo artigo de Evje e Fjelde (2003), confirmando o comentário realizado de que os perfis mais suaves obtidos neste trabalho estão associados às aproximações de ordem inferior utilizadas.

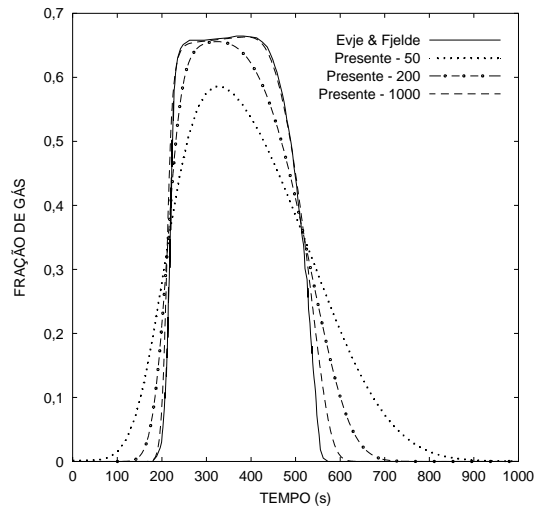


Figura 5.18 – Caso 5: Perfil de fração de gás ao longo do duto, $t = 175$ s

A previsão da distribuição de pressão, ilustrada na Fig. 5.19, é muito boa como em todos os casos anteriores. Nota-se que esta variável não é sensível a malha utilizada, pois mesmo com a malha grosseira de 50 volumes de controle, a concordância entre as soluções é excelente.

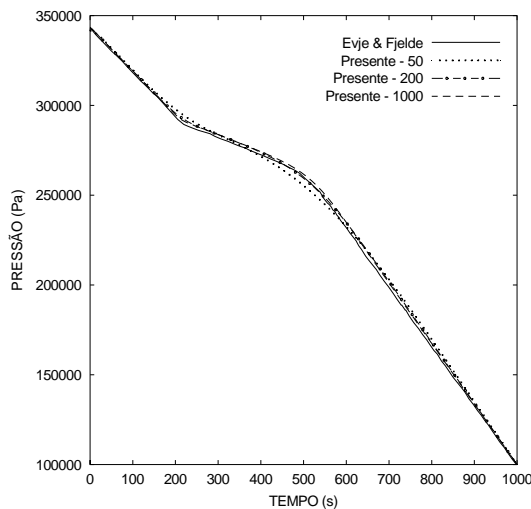


Figura 5.19 – Caso 5: Perfil de pressão ao longo do duto, $t = 175$ s

Apesar da distribuição da pressão ao longo do duto não exigir uma malha refinada, o mesmo não pode ser dito com relação ao perfil das velocidades, as quais são ilustradas nas Figs. 5.20a e 5.20b. No entanto, com o refino da malha as soluções obtidas se aproximam do perfil apresentado na referência.

Comparando as velocidades das fases obtidas neste caso, Fig. 5.20, com as velocidades do Caso 2, Fig. 5.8, obtidas com a correlação simplificada da velocidade de escorregamento, observa-se comportamento semelhante para velocidade do líquido, porém o vale apresentado neste caso é mais acentuado.

Assim como no caso anterior, verifica-se que a velocidade do gás é bem mais sensível a correlação utilizada para a velocidade de escorregamento.

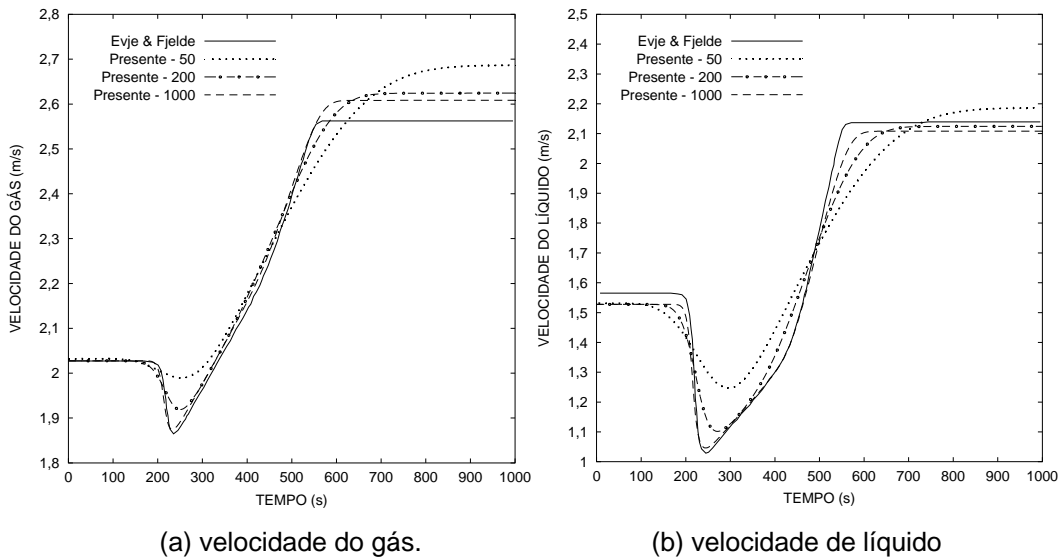


Figura 5.20 – Caso 5: Perfil de velocidade ao longo do duto, $t = 250$ s

5.1.6 Testes de Malha e Passo de Tempo

O objetivo deste item é entender como o modelo utilizado neste trabalho se comporta com relação a variação dos parâmetros numéricos que afetam a precisão da solução: (i) número de volumes de controle (ii) tamanho do passo de tempo.

Os casos selecionados foram os Casos 1 e 3. Os resultados do teste de malha são apresentados na Fig. 5.21 e do teste de passo de tempo na Fig. 5.22.

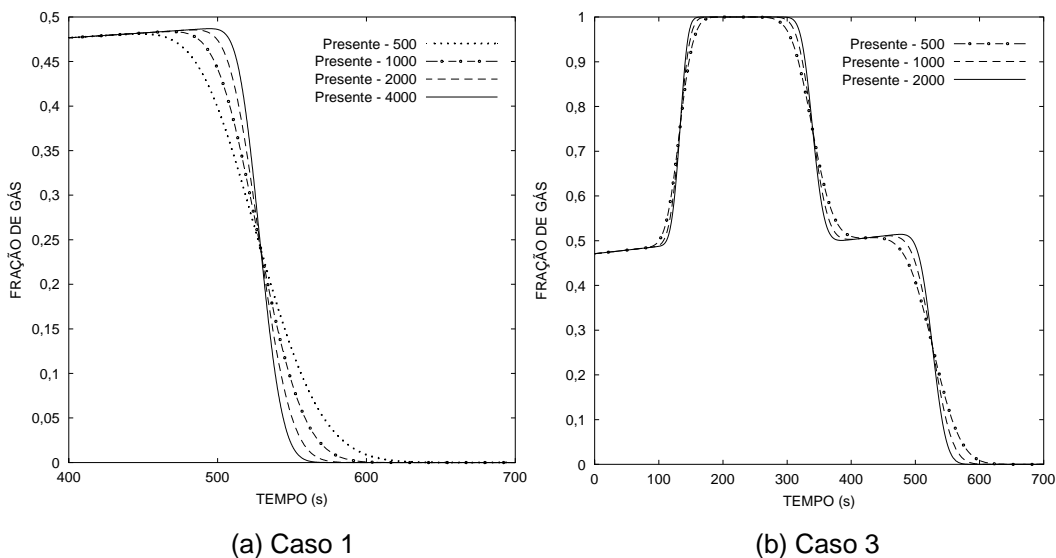


Figura 5.21 – Influência na malha no perfil de fração de gás, $t = 250$ s

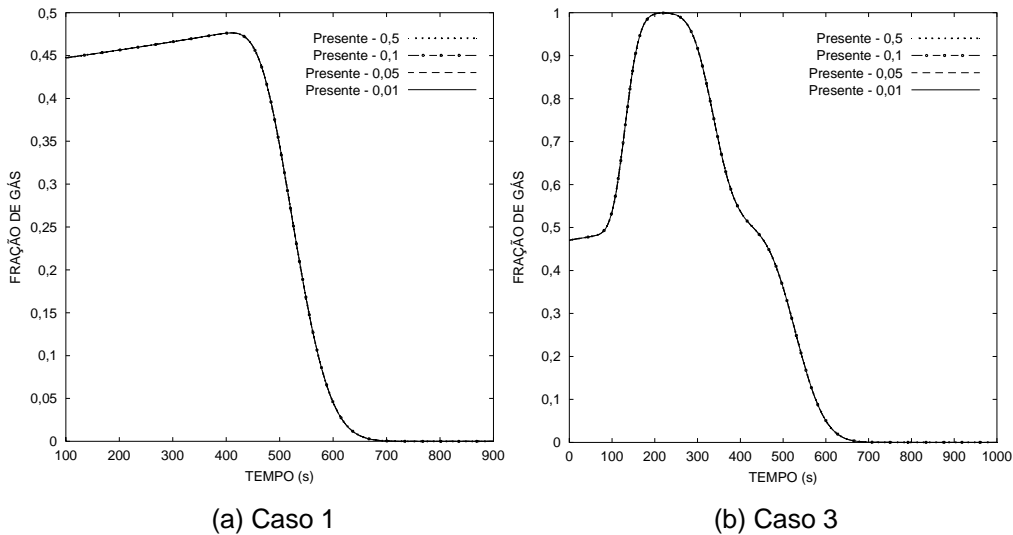


Figura 5.22 – Influência do passo de tempo no perfil de fração de gás, $t = 250$ s.
200 volumes de controle

Testaram-se malhas iguais a 500, 1000, 2000 e 4000 volumes de controle. Como esperado, observa-se que quanto mais refinada a malha mais precisa fica a resposta. Este resultado indica claramente que para melhorar a qualidade da solução, a discretização espacial de primeira ordem obriga a utilização de um alto número de volumes de controle.

Para a alteração do passo de tempo foi utilizada a alteração da constante CFL (Courant 1967), de 0,05 a 0,5. Neste caso o número de volumes de controle foi mantido constante e igual a 200. Neste caso, nota-se menor sensibilidade dos resultados ao passo de tempo, indicando que a ordem de discretização temporal utilizada no presente trabalho é satisfatória.

5.1.7 Análise da Ordem da Discretização

Como mostrado nos testes apresentados, observou-se que o modelo implementado neste trabalho apresentou soluções mais suavizadas do que as obtidas por Evje S. e Fjelde (2003). Mostrou-se ainda que as soluções se aproximam com o refino da malha, e que o refino do passo de tempo não alterou de forma significativa os resultados. Mencionou-se ainda que diferença entre as soluções deve estar relacionada com a ordem de precisão na discretização das equações utilizadas com cada método. Visando confirmar esta afirmação, nesta seção apresenta-se uma comparação entre os resultados obtidos neste trabalho com os resultados apresentados por Evje S. e Fjelde (2003) para esquemas de

primeira e segunda ordem. A análise é ilustrada somente para o Caso 1, pois somente para este caso Evje S. e Fjelde (2003) apresentaram uma comparação gráfica entre os métodos AUSM de primeira e segunda ordem. Selecionou-se uma malha com 200 volumes de controle.

Os resultados das comparações para a fração de gás, pressão e velocidades das fases são apresentados nas Figs. 5.23, 5.24 e 5.25, respectivamente. Nestes gráficos também foi acrescentada uma curva denominada de “referência”, a qual foi obtida por Evje S. e Fjelde (2003) com uma malha extremamente fina. Analisando as Figs. 5.23, 5.24 e 5.25, pode-se notar que o método utilizado neste trabalho corresponde, como esperado, ao método de primeira ordem apresentado no artigo, confirmando a explicação sobre a diferença entre as soluções.

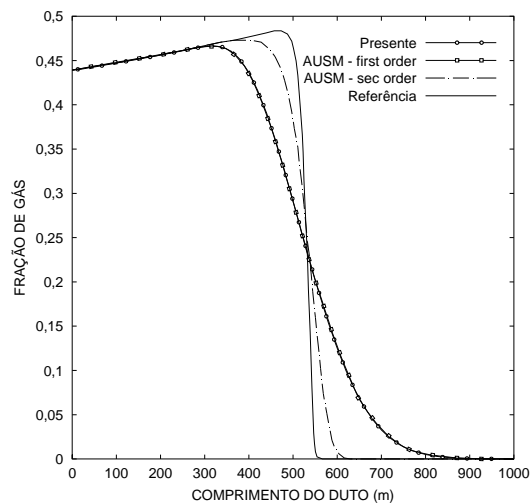


Figura 5.23 – Caso 1: Influência da ordem do esquema no perfil de fração de gás, $t = 250$ s. 200 volumes de controle

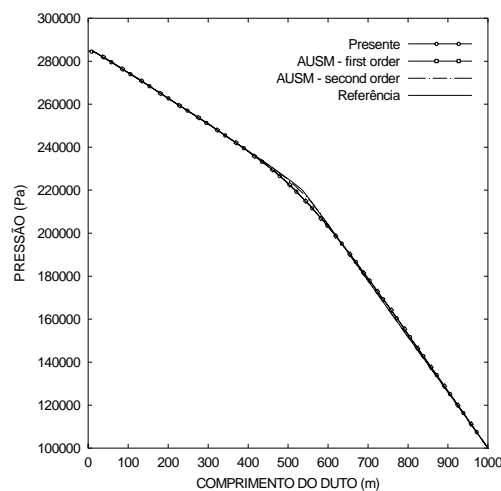


Figura 5.24 – Caso 1: Influência da ordem do esquema no perfil de pressão, $t = 250$ s. 200 volumes de controle

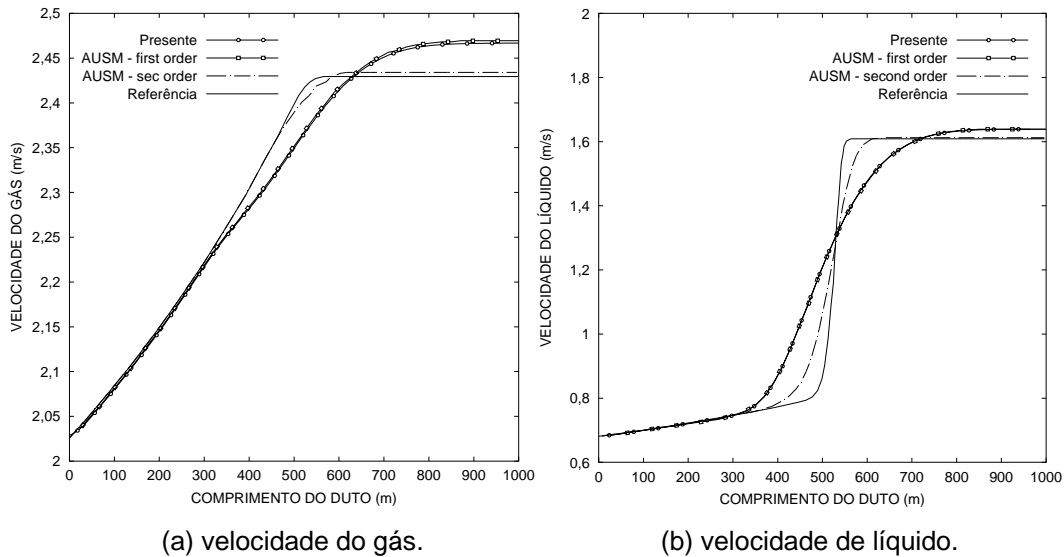


Figura 5.25 – Caso 1: Influência da ordem do esquema no perfil de velocidade ao longo do duto, $t = 250$ s

Mais um teste é realizado, só que agora, comparou-se a solução obtida no presente trabalho com uma malha de 200 volumes de controle com os dados de modelo AUSM segunda ordem, utilizando uma malha de 50 volumes de controle. Observa-se nas Figs. 5.26 e 5.47 para fração de gás, pressão e velocidades das fases, que para o presente modelo apresentar um desempenho similar ao método de segunda ordem de Evje S. e Fjelde (2003), necessita de uma malha quatro vezes maior.

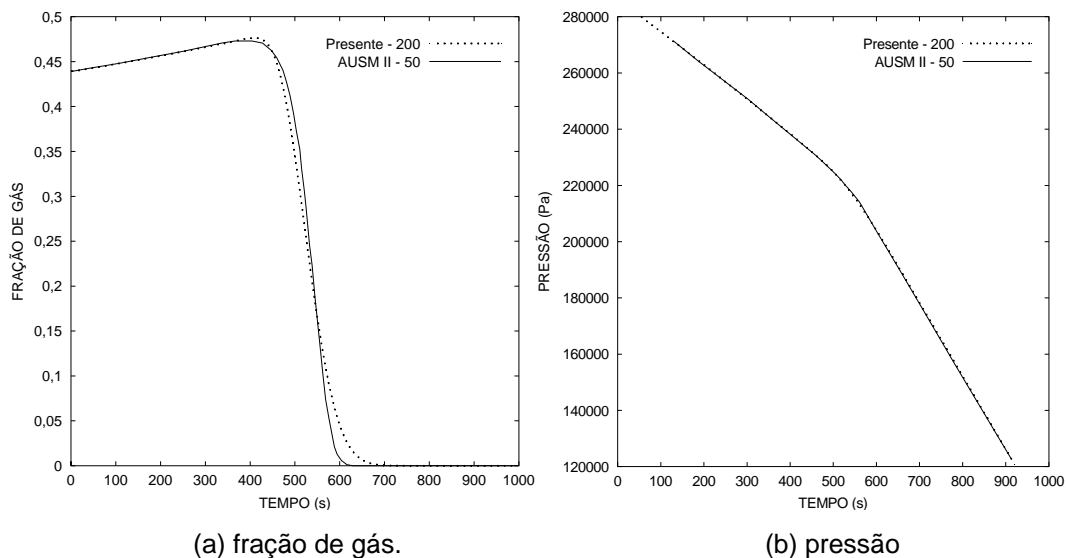


Figura 5.26 – Caso 1: Influência da ordem do esquema, $t = 250$ s. Presente: 200 volumes; AUSM II: 50 volumes

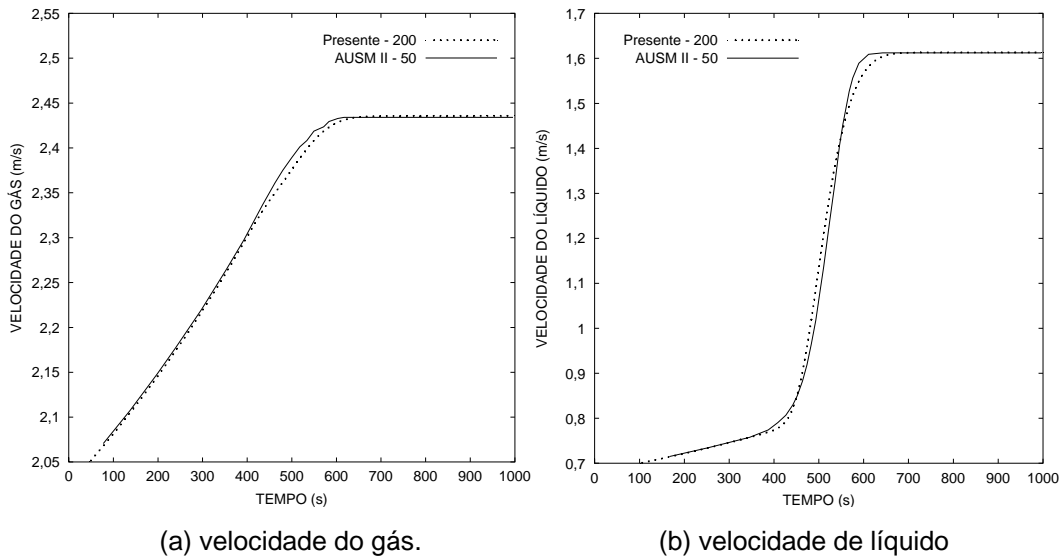


Figura 5.27 – Caso 1: Influência da ordem do esquema no perfil de velocidade, $t = 250$ s. Presente: 200 volumes; AUSM II: 50 volumes

5.2 Golfada Severa

Para avaliar a capacidade da presente metodologia em prever uma *Golfada Severa*, investigou-se o escoamento em uma tubulação em L, tal qual a analisada por Andrianov et al. (2007) e Masella et al. (1998). A Figura 5.28 ilustra a geometria de interesse, a qual consiste de um duto horizontal de 60 m, seguido de um duto vertical de 14 m. Os fluidos de trabalho utilizados nas referências e no presente trabalho foram ar e querosene.

Os dados utilizados para a simulação são os seguintes:

- Comprimento do duto: $L = 74$ m
- Diâmetro interno: $D = 0,05$ m
- Velocidade do som no líquido: $a_l = 500,0$ m/s
- Velocidade do som no gás: $a_g = 316,0$ m/s
- Massa específica do líquido de referência: $\rho_l = 1.000,0$ kg/m³
- Massa específica do gás de referência: $\rho_g = 1,0$ kg/m³
- Pressão de referência: $p_{ref} = 1,0 \times 10^5$ Pa
- Temperatura de referência: $T_{ref} = 293$ °C
- Pressão na saída do duto: $p_{out} = 1,0 \times 10^5$ Pa
- Vazão mássica de ar: $\dot{m}_{g_{in}} = 1,96 \times 10^{-4}$ kg/s
- Vazão mássica de querosene: $\dot{m}_{l_{in}} = 7,85 \times 10^{-2}$ kg/s

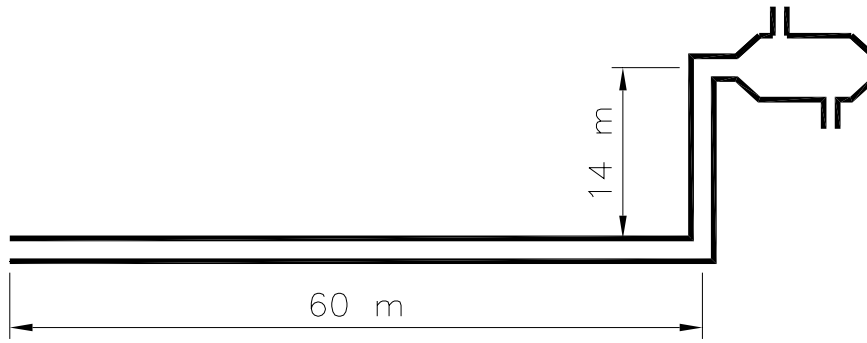


Figura 5.28 – Configuração do duto para golfada severa

Visando reproduzir os dados das referências (Andrianov et al., 2007 e Masella et al., 1998), foram utilizados os mesmos parâmetros para determinar as equações de fechamento de velocidade de escorregamento

$$C_o = 1 + 0,2 \alpha_l \text{sen}^2(\theta) \quad (5.3)$$

$$V_{gj} = 0,35 \alpha_l \sqrt{g D} \text{sen}(\theta) \text{ m/s} \quad (5.4)$$

O fator de atrito foi considerado constante e igual a $f = 0,02$, como utilizado nas referências. Logo, a solução independe das viscosidades.

Foi verificada a influência da correlação para determinação do fator de atrito. A correlação de Lockhart e Martinelli (1949) apresentada no Capítulo 2 foi testada, utilizando a viscosidade do líquido igual a $\mu_l = 1,5 \times 10^{-6}$ Pas e a viscosidade do gás igual a $\mu_g = 1,5 \times 10^{-5}$ Pas. A utilização da correlação não influenciou os resultados obtidos no presente teste.

Os parâmetros numéricos como condição CFL e espaçamento de malha também foram definidos de acordo com as referências: $CFL = 0,5$ e $\Delta x = 1$ m.

O escoamento no regime de golfadas é caracterizado por comportamento cíclico devido o acúmulo de líquido no trecho ascendente seguido da expulsão do mesmo. Desta forma, o regime permanente esperado é na realidade um regime estatisticamente permanente, onde a frequência e intensidade dos eventos são mais importantes que o momento preciso de início dos mesmos. Dessa forma, o escoamento foi simulado partindo do repouso e foi simulado durante 5.000s, um tempo relativamente grande, de forma a atingir a condição de regime

estatisticamente permanente.

O escoamento é avaliado através da frequência e intensidade das variações de pressão, vazão mássica e fração de líquido em três pontos de interesse: início ($x = 0$ m), fim do trecho horizontal ($x = 60$ m) e saída do duto ($x = 74$ m).

Para visualizar a formação das golfadas, e determinar se o regime estatisticamente permanente foi obtido, apresenta-se na Fig. 5.29 a variação da pressão na base do trecho vertical ($x = 60$ m), desde o início da simulação. Pode-se observar claramente que após aproximadamente 2200 s, os ciclos de pressão de repetem, indicando que o regime estatisticamente permanente foi atingido.

Para avaliar o escoamento no regime estatisticamente permanente, selecionou-se um intervalo de 1.000 s entre os tempos 2.200 s e 3.200 s onde foram encontrados os resultados cíclicos mais estáveis.

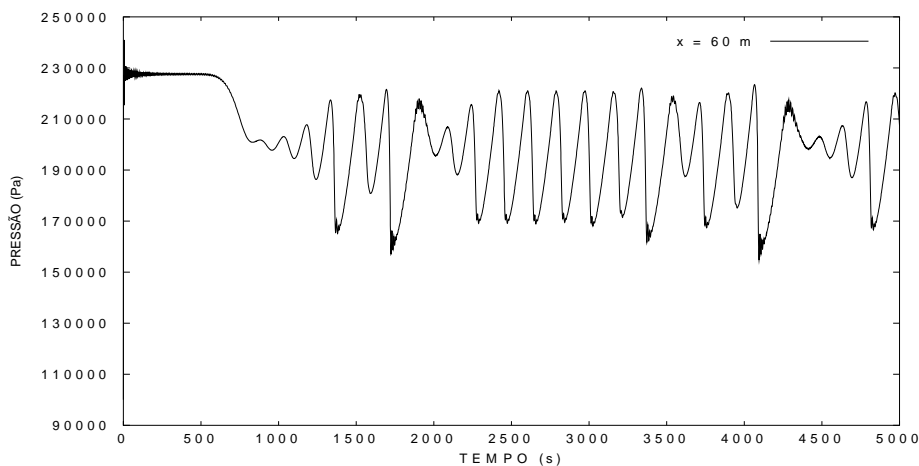


Figura 5.29 – Variação da pressão com o tempo em $x = 60$ m

As Figuras 5.30a e 5.30b ilustram a variação da pressão com o tempo após atingir o regime estatisticamente permanente em $x = 60$ m e compara com os resultados numéricos obtidos por Andrianov et al. (2007) e Masella et al. (1998). Observa-se uma boa semelhança entre os resultados previstos no presente trabalho e ambas as referências. Nota-se que a amplitude das oscilações da pressão são bem semelhantes ao trabalho de Andrianov et al. (2007) e um pouco mais acentuadas que as do trabalho de Masella et al. (1998). Com relação ao período das oscilações da pressão, observa-se uma discrepância um pouco maior, pois o período de golfadas previsto por Andrianov et al. (2007) foi de 260 s, enquanto o previsto pelo presente trabalho é de 185 s.

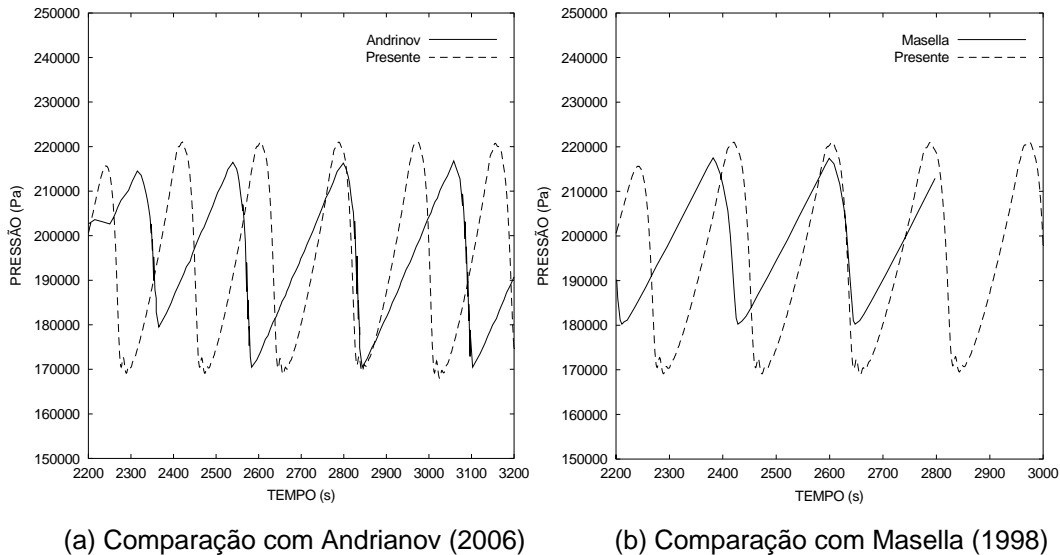


Figura 5.30 – Comparação da variação da pressão com o tempo após atingir regime estatisticamente permanente em $x = 60\text{m}$

A Figura 5.31 apresenta a comparação da vazão de líquido, após atingir o regime estatisticamente permanente e os dados de Masella et al. (1998), em $x = 60\text{ m}$. Observa-se que qualitativamente a solução obtida pelo presente trabalho concorda com os dados de Masella et al.(1998), sendo que os picos de vazão, assim como a frequência que os picos ocorrem são bem semelhantes. Observa-se, no entanto, uma instabilidade nos dados do presente trabalho, com muitas oscilações quando a fração de líquido aumenta. A Figura 5.32 apresenta um teste de malha realizado por Andrianov et al, (2007), com relação a variação temporal da vazão de líquido com o tempo em $x = 60\text{m}$. Não foi possível comparar os resultados diretamente, devido à falta de informações no artigo com relação a unidades. No entanto, pode-se observar que o modelo de Andrianov et al. (2007), que utiliza um método de segunda ordem (MUSCL) também apresenta oscilações quando a vazão se aproxima de zero. O problema das oscilações encontrado com o presente modelo precisa ser mais bem avaliado. Uma análise criteriosa da precisão da discretização utilizada deve ser investigada, pois como ilustrado o esquema de primeira ordem utilizado influencia na qualidade da solução.

Ainda analisando a Fig. 5.31, observam-se valores negativos para a vazão mássica de líquido indicando que o mesmo escoar de volta para o trecho horizontal após a produção da parte vertical do duto. A análise da vazão em massa do líquido, explica porque a *Golfada Severa* pode causar estragos quando não

esperada. Durante a Golfada, a vazão mássica de líquido é de aproximadamente $1 \text{ m}^3/\text{s}$, o que é quase treze vezes maior que na entrada ($0,07854 \text{ kg/s}$).

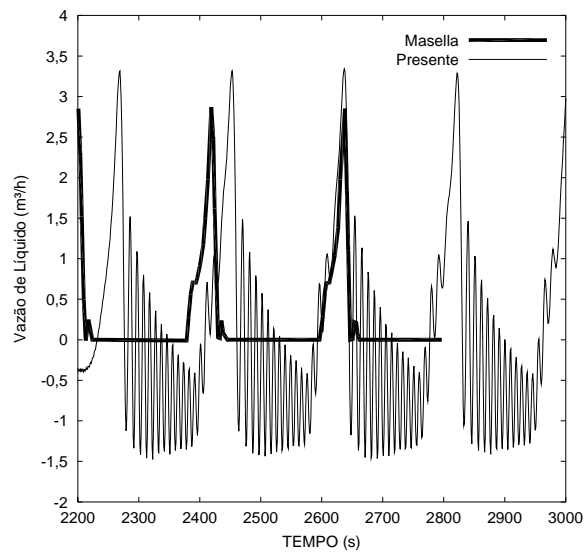


Figura 5.31 – Comparação com Masella (1998) da vazão de líquido com o tempo após atingir regime estatisticamente permanente em $x = 60\text{m}$

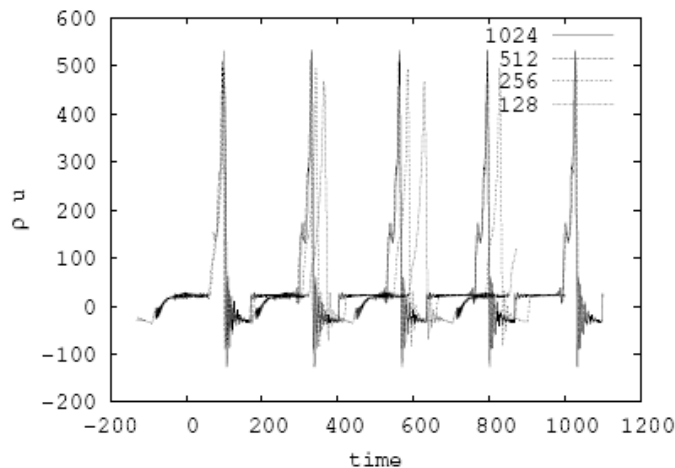


Figura 5.32 – Variação da vazão de líquido com o tempo em $x = 60\text{m}$. Teste de malha de Andrianov (2006)

A Figura 5.33 apresenta a variação da fração de líquido com o tempo, no regime estatisticamente permanente, na entrada ($x=0$), na base do duto vertical ($x=60\text{m}$) e na saída da tubulação ($x=74 \text{ m}$). Na entrada a fração de líquido oscila em torno de 0,45; Fig. 5.33a. Pode-se observar a formação das golfadas na base do trecho vertical, Fig. 5.33b, e seu reflexo na saída da tubulação, Fig. 5.33c, com uma frequência quase igual, porém com valores mais baixos da fração de líquido que varia de 0,4 a 0,9.

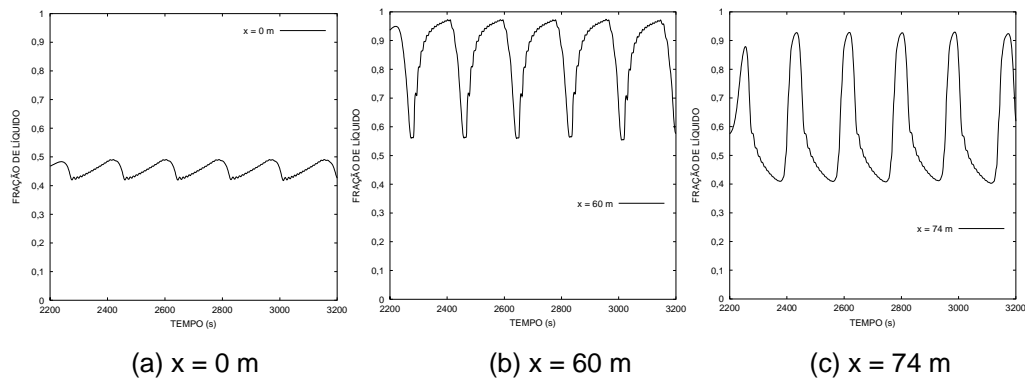


Figura 5.33 – Variação da fração de líquido com o tempo após atingir regime estatisticamente permanente em $x = 0$ m

A variação da pressão com o tempo é ilustrada nas mesmas três coordenadas, na Fig. 5.35. Na saída a pressão é mantida constante. Na entrada e na base do duto vertical a pressão oscila com a mesma frequência. Observa-se que durante o acúmulo de líquido no trecho vertical, a pressão sobe gradativamente até que seja suficiente para expulsar o líquido em uma golfada.

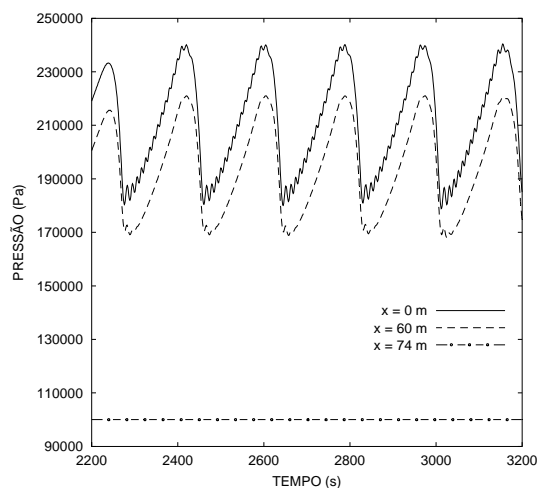


Figura 5.34 – Variação da pressão com o tempo, $x = 0$ m, 60 m e 74 m

Vale ressaltar que as aproximações utilizadas neste trabalho para discretizar as equações de conservação são de primeira ordem, enquanto que Evje e Fjelde (2003) utilizaram discretização de segunda ordem no tempo e no espaço. Devido à diferença com relação à precisão da discretização empregada nos dois métodos, foram executados alguns testes de malha e passo de tempo conforme apresentado no Apêndice B.

6

Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

Desenvolveu-se um código numérico para prever escoamentos bifásicos em tubulações longas. Cinco casos foram testados com o objetivo de avaliar o comportamento do modelo diante de situações consideradas críticas. Aplicou-se o modelo também ao caso de *Golfadas Severas (Severe Slug)* em um trecho de tubulação horizontal seguido de outro vertical. A metodologia utilizada baseia-se no *Modelo de Drift* em sua forma unidimensional e transiente.

As equações de conservação de massa das fases líquida e gasosa, assim como a equação de conservação de quantidade de movimento da mistura, foram discretizadas pelo método de volumes finitos, como aproximação *upwind* de primeira ordem para avaliar os fluxos convectivos e Euler implícito de primeira ordem para o termo transiente. O sistema algébrico resultante foi resolvido de forma acoplada pelo método TDMA por blocos.

As equações de conservação que descrevem o *Modelo de Drift* podem ser combinadas de diversas formas, como encontrado na literatura disponível. Observou-se, no entanto, que a escolha da combinação das equações a serem resolvidas é fundamental para o sucesso da metodologia.

Os escoamentos bifásicos podem ocorrer em diversos regimes, sendo o de *Golfadas (Slug)* apenas um deles. Para cada regime de escoamento deve ser aplicada uma correlação adequada para a chamada “*velocidade de Drift*” que representa a diferença entre as velocidades de cada fase. Para os casos teste foram utilizadas correlações simplificadas, como descrito no artigo utilizado para comparação dos dados (Evje e Fjelde, 2003). O caso de *Golfada* analisado neste trabalho também foi comparado com resultados disponíveis na literatura (Andrianov et al., 2007 e Masella et al., 1998). Tendo por objetivo realizar uma comparação entre os resultados, o caso foi definido exatamente como nas referências, inclusive todas as equações de fechamento, i.e., parâmetros da velocidade de escorregamento e fator de atrito.

Nos testes de validação o modelo se comportou de forma satisfatória quanto à estabilidade da solução e apresentou grande proximidade com os resultados do artigo utilizado como referência. O tempo necessário para as soluções de validação do modelo poderiam ser reduzidos caso fosse implementada uma malha variável que reduzisse o refinamento (número de nós) nos locais onde houvesse pouca variação das grandezas analisadas. Apesar da implementação de uma malha variável não aumentar o passo de tempo ela contribui para a redução no número de cálculos a serem executados por passo de tempo. Esta redução no tempo computacional total poderia ocorrer também caso fossem implementados métodos de segunda ordem para a derivada espacial, visto que o número de nós necessários para se obter a mesma resposta de um método de primeira ordem é quatro vezes menor (Capítulo 4).

Na análise da *Golfada Severa*, notou-se que o *Modelo de Drift* é capaz de prever um regime estatisticamente permanente de formação e produção do bolsão de líquido que acumula no trecho vertical da tubulação. A partir da comparação dos resultados, notou-se uma frequência menor de ocorrência de golfadas em relação ao trabalho de Andrianov et al., (2007), além de oscilações nas soluções das grandezas avaliadas. Não foi possível avaliar se as oscilações induziram a uma redução na frequência dos eventos. As equações do *Modelo de Drift* foram combinadas da mesma forma que no artigo utilizado para comparação, porém, Andrianov et al. (2007) utilizaram uma discretização de segunda ordem no tempo e no espaço, além de terem utilizado um algoritmo adaptativo de multiresolução para a solução do sistema algébrico. Pode-se atribuir a presença de oscilações na solução a ordem de discretização do presente trabalho, no entanto, uma análise mais aprofundada precisa ser desenvolvida.

Outros testes de validação, não só numéricos como também experimentais, poderiam ser implementados de modo a ampliar a aplicabilidade do modelo a diferentes regimes de escoamento e configurações de dutos não abordados neste trabalho. Nestes testes poderiam ser implementadas diferentes correlações para a velocidade de *Drift* dependendo do regime de escoamento presente em cada parte do duto. Neste caso, poder-se-ia optar entre a elaboração de um algoritmo para decidir qual regime de escoamento estaria ocorrendo em cada trecho do duto e assim utilizar a correlação adequada ao regime vigente em cada volume de controle discretizado. Uma alternativa à construção de um mapa de fases seria

utilizar a correlação de Chexal e Lellouche (1992) para a velocidade de *Drift*, pois segundo os autores esta é válida para todos os regimes de escoamento.

Algumas sugestões de trabalhos futuros que podem ser implementadas de modo a ampliar a aplicabilidade do modelo são:

- Utilização de esquemas de segunda ordem para discretização espacial e temporal.
- Inclusão da equação da energia para solução não isotérmica;
- Inclusão de equações necessárias para a solução de mais um fluido (escoamento de três fases).
- Inclusão de transferência de massa entre fases.
- Estudo mais detalhado da influência do refinamento da malha e do passo de tempo nos resultados para o caso da Golfada Severa.

Sugestões de casos a serem analisados:

- Análise detalhada da formação de golfadas, com a influência da condição de entrada.
- Desenvolvimento de rotinas de pós-processamento para determinar os parâmetros dos regimes estatisticamente permanente de golfadas, como comprimento, frequência e velocidade de translação.
- Análise do regime de bolhas dispersas.

Referências Bibliográficas

ANDRIANOV N., COQUEL F., POSTEL M., TRAN Q. H., 2006. A relaxation multiresolution scheme for accelerating realistic two-phase flows calculations in pipelines. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Volume 54, Issue 2 , Pages 207 - 236.

AWAD M. M., MUZYCHKA Y. S., 2004. A simple two-phase frictional multiplier calculation method. *International Pipeline Conference IPC04-0721*, Calgary, Alberta, Canada.

BARNEA, D., 1986. A unified model for predicting flow-pattern transitions for the whole range of pipe inclinations. *Int. J. Multiphase Flow* 13, 1-12.

BARNEA, D.; BRAUNER, N., 1985. Hold-up of the liquid slug in two-phase intermittent flow. *Int. J. Multiphase Flow* 11, 43-49.

BARNEA, D.; TAITEL, Y., 1993. A model for slug length distribution in gas-liquid slug flow. *Int. J. Multiphase Flow* 19, 829-838.

BONIZZI, M.; ISSA, R.I., 2003. A model for simulating gas bubble entrainment in two-phase horizontal slug flow. *Int. J. of Multiphase Flow* 29, 1685-1717.

BRAUNER, N., 2002. *Liquid-Liquid Two-Phase Flow Systems*. Ed. V Bertola, CISM Center, Udine, Italy.

CARNEIRO, J. N. E. , ORTEGA, A.J., NIECKELE, A. O., 2005. Influence of the interfacial pressure jump conditions on the simulation of horizontal two-phase slug flows using the two-fluid model. *Proceeding of Multiphase Flow 2005*, Portland, Maine, USA, Wessex, 2005.

CARNEIRO, J. N. E., NIECKELE, A. O., 2007 Investigation of slug flow characteristics in inclined pipelines, *Proceeding of Multiphase Flow 2007*, Bologna, Italy, Wessex, 2007.

CHEN, Y, 2001, *Modeling Gas-Liquid Flows in Pipes. Flow Pattern Transitions and Drift-Flux Modeling*. M. S. Report, Stanford University, CA, June, 2001.

CHEXAL, B., HOROWITZ, J., LELLOUCHE, G., 1986. An assessment of eight void fraction models for vertical flows. NSAC- 107, Electric Power Research Institute, Nuclear Safety Analysis Center, Palo Alto.

CHEXAL, B., LELLOUCHE, G., HOROWITZ, J., and Healzer, J., 1992. A Void Fraction Correlation for Generalized Applications. *Progress in Nuclear Energy* , Vol. 27 (4), pp. 255-295.

CODDINGTON P., MACIAN R., 2001. A study of the performance of void fraction correlations used in the context of drift-flux. Laboratory for Reactor Physics and Systems Behavior, Paul Scherrer Institute, CH-5232 Villigen PSI, Switzerland.

COURANT, R., FRIEDRICHS, K. & LEWY, D H., 1967. On the partial difference equations of mathematical physics. IBM Journal, pp. 215-234, English translation of the 1928 German original.

DUKLER A. E., WICKS M., and Cleveland R. G., 1964. Frictional pressure drop in two-phase flow: An approach through similarity analysis. AIChE J., 10, 38-43.

DURLOFSKY, L.J., AND AZIZ, K., 2003. Advanced Techniques for Reservoir Simulation and Modeling of Non-Conventional Wells. DOE Contract DE-AC26-99BC15213, Annual Report, Year Four. : Stanford University, Department of Petroleum Engineering.

EVJE S., FJELDE K. K., 2003. On a rough AUSM scheme for a one-dimensional two-phase model. Comput. Fluids 32, 1497–1530, 2003.

EVJE S., FLATTEN T. 2005. A WIMF scheme for the drift-flux two-phase flow model. SIAM J. Sci. Comput., 26, pp. 1449–1484

FABRE, J. AND A. LINÉ, 1992. Modeling of two-phase slug flow. Ann Rev. Fluid Mech. 24 21-46.

FAGUNDES NETTO, J.R.; FABRE, J.; PÉRESSON, L., 2001. Bubble–bubble interaction in horizontal two–phase flow. J. Braz. Soc. Mech. Sci. Vol. 23, No.4, pp. 463–470.

FAILLE I., HEINTZE E., 1999. A rough finite volume scheme for modeling two-phase flow in a pipeline. Computers & Fluids, Vol. 28, pp. 213-241.

FOX R. W., MCDONALD A. T., PRITCHARD P. J., 2006. Introdução à Mecânica dos Fluidos. Editora LTC, 6^a edição.

FRANÇA F., LAHEY JR, R.T., 1992. The Use of Drift-Flux Techniques for the Analysis of Horizontal Two-Phase Flows. Int. J. Multiphase Flow, Vol. 18, No. 6, pp. 787-801.

GODA I., IBIKI T, KIM S., ISHII M., UHLE J., 2003. Drift-flux model for downward two-phase flow. Int. J. of Heat and Mass Transfer, 46 4835-4844.

HIBIKI T, ISHII, M.; 2000. Distribution parameter and drift velocity of drift-flux model in bubbly flow. Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 45, 707-721.

HIBIKI, T, ISHII, M.; 2003a. One-dimensional drift-flux model for two-phase flow in a large diameter pipe. Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 46, 1773-1790.

HIBIKI, T, ISHII, M.; 2003b. One-dimensional drift-flux model and constitutive equations for relative motion between phases in various two-phase flow regimes. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, pp. 4935-4948

ISSA, R.I.; KEMPF, M.H.W., 2003. Simulation of slug flow in horizontal and nearly horizontal pipes with the two-fluid model. *Int. J. of Multiphase Flow* 29, 69–95.

KABIRI-SAMANI, A. R., BORGHEI, S.M., SAIDI, M.H ., 2007, Fluctuation of air-water two-phase flow in horizontal and inclined water pipelines, *Journal Of Fluids Engineering-Transactions of the ASME* 129 (1): 1-14 JAN 2007

MASELLA J.M., TRAN Q.H., D. FERRE, PAUCHON C., 1998. Transient simulation of two-phase Flows in pipes. *International Journal of Multiphase Flow* 24 739-755.

MENDES, N. ; PHILIPPI, P. C. 2002. A Computational Algorithm to Solve Strongly-Coupled Equations of Heat and Mass Transfer. *Proceedings of the 12th International Heat Transfer Conference, Grenoble, França, v. 3. p. 111-116.*

MOISSIS, R.; GRIFFITH, P., 1962. Entrance effects in two-phase slug flow. *J. Heat Transfer* 84, 29–39.

MUNKEJORD, S. T., EVJE S. FLATTEN T., 2006, The multi-stage centered-scheme approach applied to a drift-flux two-phase flow model *International Journal For Numerical Methods In Fluids* 52 (6): 679-705 OCT 30 2006

OMGBA-ESSAMA, C., 2004. Numerical Modelling of Transient Gas-Liquid Flows (Application to Stratified & Slug Flow Regimes). PhD Thesis, School of Engineering Applied Mathematics and Computing Group, Cranfield University.

ORTEGA, A. J., Nieckele, A.O., 2005. Simulation of horizontal pipe two-phase slug flow using the two-fluid model, *Proceedings of Rio Pipeline Conference & Exposition 2005, Rio de Janeiro, RJ, 2005.*

PATANKAR, 1980. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Hemisphere Publishing Corporation.

ROE P. L., 1981. Approximate Riemann solvers, parameters vectors and difference schemes. *J. Comput. Phys*; 43:357–72

RELAP5-3D© Code Manual - volume IV - models and correlations, 2003, Revision 2.2, Idaho National Engineering and Environmental Laboratory.

TAITEL, Y.; DUKLER, A.E., 1976. A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow. *AIChE J.* 22, 47–55.

TAITEL, Y., 1995. Advances in two-phase flow mechanistic modelling. *Society of Petroleum Engineers*, 22959.

TENGESDAL, JARL, 2002. Investigation of self-lifting concept for Severe Slugging elimination in deep-water pipeline/riser systems. Doctor Thesis. University of Tulsa, Dept of Petroleum Engineering.

TOUMI, I.; UMBARO, A.; PAILLERE, H., 1999. Approximate Riemann solvers and flux vector splitting schemes for two-phase flow. Direction des réacteurs nucléaires, Rapport CEA-R-5849(e).

UJANG, P.M., LAWRENCE, C.J., HALE, C.P., HEWITT, G.F., 2006, Slug initiation and evolution in two-phase horizontal flow, International Journal of Multiphase Flow, 32, pp. 527-552.

WALLIS, G.B., 1969. One-dimensional Two-phase Flow. McGraw-Hill, New York.

ZUBER, N. AND FINDLAY, J.A., 1965. Average Volumetric Concentration in Two-Phase Flow Systems. J. Heat Transfer, Trans. ASME 87, 453-468.

Apêndice A

Método PRIMER

Ao longo dos últimos anos, muitos métodos foram desenvolvidos para se resolver equações diferenciais numericamente e de forma segregada (uma equação de cada vez). Nestes métodos, para a solução das velocidades, são utilizadas as equações de Conservação da Quantidade de Movimento. Ao contrário da velocidade, para a pressão não existe uma equação onde a mesma seja a variável principal. A única equação disponível para a solução da pressão é a Equação de Conservação de Massa onde ela não aparece explicitamente. Este problema foi resolvido pela substituição da Equação da Conservação da Quantidade de Movimento na Equação da conservação da Massa, criando assim uma equação para a solução da pressão.

Existem diversos algoritmos para calcular os campos de pressão e velocidade como o SIMPLE e o SIMPLEC. Em 1981 foi introduzido um novo método chamado *Pressure Implicit Momentum Explicit* (PRIME) por Maliska e Raithby (1981). Ortega (2006) apresentou uma revisão deste método a qual denominou de PRIMER. Este foi o método selecionado para resolver as equações de conservação de forma segregada.

Este algoritmo aplicado ao *Modelo de Deslizamento* consiste em determinar a velocidade da mistura a partir da Eq. (3.2), utilizando um campo de pressão estimado. A pressão é obtida através da solução da Eq. (3.1), utilizando a equação discretizada correspondente a Eq. (3.2). Com este campo de pressão a velocidade da mistura é corrigida de forma explícita. Finalmente a fração de gás é determinada pela solução da Eq. (3.3) discretizada. Equações de estado são utilizadas para determinar a massa específica de cada fase em função da pressão, Eqs. (2.33) e (2.34). Já as velocidades de cada fase são obtidas a partir da velocidade média e *velocidade de Drift modificada*, Eqs. (2.21) e (2.22). A força devido ao atrito é função da velocidade média $\overline{u_m}$, Eq. (2.24).

A técnica de solução segregada foi empregada para solução das equações de conservação para as variáveis primitivas α_g , $\overline{u_m}$ e P conforme indicado por Ishii (2003). As equações de conservação são reescritas aqui para facilitar a apresentação:

Conservação da massa para o gás:

$$\frac{\partial(\rho_g \alpha_g)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_g \alpha_g \overline{u_m})}{\partial x} = - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho_g \alpha_g \rho_l}{\rho_m} \overline{V_{gj}} \right) \quad (\text{A.1})$$

Conservação da massa para a mistura:

$$\frac{\partial(\rho_m)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_m \overline{u_m})}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.2})$$

Conservação da quantidade de movimento para a mistura:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_m \overline{u_m})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_m \overline{u_m}^2)}{\partial x} = & - \frac{\partial P}{\partial x} - \rho_m g \sin \theta - \frac{f_m}{2D} \rho_m \overline{u_m} |\overline{u_m}| \\ & - \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\rho_g \alpha_g \rho_l}{(1 - \alpha_g) \rho_m} \overline{V_{gi}}^2 \right] \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

As equações (A.1) a (A.3) foram discretizadas pelo método de volumes finitos, com as mesmas malhas e aproximações descritas no Capítulo 3, i.e., integração totalmente implícita no tempo e aproximação *upwind* para os termos convectivos.

A.1

Equação Discretizada de Conservação da Massa para o Gás

A equação de conservação de massa para o gás toma a seguinte forma:

$$a_P \alpha_{g,P} = a_E \alpha_{g,E} + a_W \alpha_{g,W} + b \quad (\text{A.4})$$

$$a_P = \frac{\rho_{g,P} A \Delta x}{\Delta t} + \|\tilde{F}_{e1}, 0\| + \|\tilde{F}_{w1}, 0\| + \|\tilde{F}_{w2}, 0\| + \|\tilde{F}_{e2}, 0\| \quad (\text{A.5})$$

$$a_E = \|\tilde{F}_{e1}, 0\| + \|\tilde{F}_{e2}, 0\| \quad ; \quad a_W = \|\tilde{F}_{w1}, 0\| + \|\tilde{F}_{w2}, 0\| \quad (\text{A.6})$$

$$b = a_p^0 \alpha_{g,p}^0 \quad ; \quad a_p^0 = \frac{\rho_{g,p}^0 A \Delta x}{\Delta t} \quad (\text{A.7})$$

sendo

$$\tilde{F}_{e1} = \rho_{g,e} \overline{u_{m,e}} A \quad ; \quad \tilde{F}_{w1} = \rho_{g,w} \overline{u_{m,w}} A \quad (\text{A.8})$$

$$\tilde{F}_{e2} = \rho_{g,e} \rho_{l,e} \overline{V_{g,e}} A / \rho_{m,e} \quad ; \quad \tilde{F}_{w2} = \rho_{g,w} \rho_{l,w} \overline{V_{g,w}} A / \rho_{m,w} \quad (\text{A.9})$$

A equação de conservação de massa na entrada é discretizada de forma análoga ao apresentado no Capítulo 3, de tal forma que a especificar a vazão de massa na entrada. Para a saída, α_g é extrapolada para o interior do domínio:

$$\frac{\alpha_{g,N} - \alpha_{g,N-2}}{2\Delta x} = \frac{\alpha_{g,N} - \alpha_{g,N-1}}{\Delta x} \quad \therefore \quad \alpha_{g,N} = (2\alpha_{g,N-1} - \alpha_{g,N-2}) \quad (\text{A.10})$$

A.2

Discretização da Equação da Quantidade de Movimento para a Mistura

A velocidade de mistura $\overline{u_m}$ é obtida a partir da solução da Equação de Conservação de Quantidade de Movimento da Mistura, Eq. (A.3), discretizada para o volume de controle deslocado como

$$a_w \overline{u_{m,w}} = a_e \overline{u_{m,e}} + a_{ww} \overline{u_{m,ww}} + b + (P_w - P_p) A \quad (\text{A.11})$$

$$a_w = \frac{\rho_{m,w} A \Delta x}{\Delta t} + \|F_{P1}, 0\| + \| -F_{W1}, 0\| + \frac{f_{m,w}}{2D} \rho_{m,w} \overline{|u_{m,w}|} A \Delta x \quad (\text{A.12})$$

$$a_e = \| -F_{P1}, 0\| \quad ; \quad a_{ww} = \|F_{W1}, 0\| \quad ; \quad a_w^0 = \frac{\rho_{m,w}^0 A \Delta x}{\Delta t} \quad (\text{A.13})$$

$$b = \|F_{W2}, 0\| \overline{U_{g,ww}} - \| -F_{W2}, 0\| \overline{U_{g,w}} - \|F_{P2}, 0\| \overline{U_{g,w}} + \| -F_{P2}, 0\| \overline{U_{g,e}} + a_w^0 \overline{u_{m,w}^0} - \rho_{m,w} g \sin \theta A \Delta x \quad (\text{A.14})$$

onde

$$F_{P1} = (F_w + F_e)/2 = (\rho_{m,w} \overline{u_{m,w}} A + \rho_{m,e} \overline{u_{m,e}} A)/2 \quad (\text{A.15})$$

$$F_{W1} = (F_{ww} + F_w)/2 = (\rho_{m,ww} \overline{u_{m,ww}} A + \rho_{m,w} \overline{u_{m,w}} A)/2 \quad (\text{A.16})$$

$$F_{P2} = \frac{\rho_{g,P} \alpha_{g,P} \rho_{f,P}}{(1 - \alpha_{g,P}) \rho_{m,P}} \overline{AV_{gi,P}} \quad ; \quad F_{W2} = \frac{\rho_{g,W} \alpha_{g,W} \rho_{f,W}}{(1 - \alpha_{g,W}) \rho_{m,W}} \overline{AV_{gi,W}} \quad (\text{A.17})$$

Como as vazões mássicas são prescritas na entrada, a velocidade da mistura pode ser escrita da seguinte forma:

$$\overline{u_m} = \frac{\dot{m}_{l\text{ in}} + \dot{m}_{g\text{ in}}}{\rho_m A}$$

A velocidade da mistura foi extrapolada da mesma forma que as velocidades das fases, como descrito no capítulo 3, de acordo com a fórmula abaixo:

$$\frac{\overline{u_{m,N+1}} - \overline{u_{m,N-1}}}{3\Delta x/2} = \frac{\overline{u_{m,N}} - \overline{u_{m,N-1}}}{\Delta x} \quad \therefore \quad \overline{u_{m,N+1}} = \frac{(3\overline{u_{m,N}} - \overline{u_{m,N-1}})}{2} \quad (\text{A.18})$$

A.3 Discretização da Equação para a Pressão

A pressão é determinada de forma indireta através da solução da equação de conservação de massa da mistura, que na forma discretizada é

$$\rho_{m,P} A \frac{\Delta x}{\Delta t} - \rho_{m,P}^0 A \frac{\Delta x}{\Delta t} + \rho_{m,e} A |u_m|_e - \rho_{m,w} A |u_m|_w = 0 \quad (\text{A.19})$$

As velocidades de mistura nas faces do volume de controle são obtidas explicitamente a partir da equação algébrica para a Quantidade de Movimento da Mistura (Eq. A.11), onde o termo de pressão pode ser separado dos demais termos conforme apresentado abaixo:

$$\overline{u_{m,w}} = \hat{u}_{m,w} + (P_W - P_P) d_w \quad ; \quad \hat{u}_{m,w} = \frac{a_e \overline{u_{m,e}} + a_{ww} \overline{u_{m,ww}} + b}{a_w} \quad ; \quad d_w = \frac{A}{a_w} \quad (\text{A.20})$$

A dependência da massa específica com a pressão também é considerada, resultando em:

$$a_p P_p = a_E P_E + a_W P_W + b \quad (\text{A.21})$$

$$a_p = \frac{\alpha_{g,P}}{a_g^2} \frac{A \Delta x}{\Delta t} + \frac{1}{a_l^2} \frac{A \Delta x}{\Delta t} - \frac{\alpha_{g,P}}{a_l^2} \frac{A \Delta x}{\Delta t} + a_E + a_W \quad (\text{A.22})$$

$$a_E = \rho_{m,e} A d_e \quad ; \quad a_W = \rho_{m,w} A d_w \quad (\text{A.23})$$

$$b = a_p^0 + (1 - \alpha_{g,P}) A \frac{\Delta x}{\Delta t} \frac{P_{ref}}{a_l^2} - \rho_{ref} (1 - \alpha_{g,P}) A \frac{\Delta x}{\Delta t} - \rho_{m,e} A \hat{u}_{m,e} + \rho_{m,w} A \hat{u}_{m,w} \quad (\text{A.24})$$

A pressão na saída é conhecida, já para a fronteira da entrada utiliza-se meio volume de controle. Aplicando-se a equação de conservação de massa neste volume de controle, os coeficientes são os mesmos para os volumes de controle centrais exceto pelo coeficiente a_W que será considerado zero e pelo comprimento do volume que será $\Delta x/2$.

$$a_p = \frac{\alpha_{g,P}}{a_g^2} \frac{A \frac{\Delta x}{2}}{\Delta t} + \frac{1}{a_l^2} \frac{A \frac{\Delta x}{2}}{\Delta t} - \frac{\alpha_{g,P}}{a_l^2} \frac{A \frac{\Delta x}{2}}{\Delta t} + a_E + a_W \quad (\text{A.25})$$

$$a_E = \rho_{m,e} A d_e \quad ; \quad a_W = 0 \quad (\text{A.26})$$

$$b = a_p^0 + (1 - \alpha_{g,P}) A \frac{\frac{\Delta x}{2}}{\Delta t} \frac{P_{ref}}{a_l^2} - \rho_{ref} (1 - \alpha_{g,P}) A \frac{\frac{\Delta x}{2}}{\Delta t} - \rho_{m,e} A \hat{u}_{m,e} + \rho_{m,w} A \hat{u}_{m,w} \quad (\text{A.27})$$

A.4

Procedimento de Execução para a Solução Seqüencial (TDMA)

O Fluxograma ilustrado na Fig. A1, apresenta o procedimento de solução seqüencial descrito a seguir para a solução das variáveis \bar{u}_m , u_g , u_l , P , α_g e α_l :

- 1) Definição das condições iniciais do problema: velocidade da mistura na entrada e pressão na saída.
- 2) Consideração da solução do passo de tempo anterior como estimativa inicial para a solução do passo de tempo atual
- 3) Cálculo das massas específicas das fases
- 4) Cálculo da velocidade de *Drift*
- 5) Cálculo do atrito
- 6) Cálculo dos coeficientes para os sistemas de equações algébricas de \bar{u}_m
- 7) Cálculo do resíduo para os sistemas de equações algébricas de \bar{u}_m
- 8) Solução do sistema de equações algébricas de \bar{u}_m pelo método TDMA
- 9) Cálculo dos coeficientes para os sistemas de equações algébricas de P
- 10) Cálculo do resíduo para os sistemas de equações algébricas de P
- 11) Solução do sistema de equações algébricas de P pelo método TDMA
- 12) Correção das velocidades utilizando o novo campo de pressão
- 13) Cálculo dos coeficientes para os sistemas de equações algébricas de α_g
- 14) Cálculo do resíduo para os sistemas de equações algébricas de α_g
- 15) Solução do sistema de equações algébricas de α_g pelo método TDMA
- 16) Verificação dos resíduos das equações. Caso todos os resíduos estejam abaixo de uma tolerância pré-determinada ou o número máximo de iterações seja atingido deve-se avançar no tempo e voltar ao passo (2), caso contrário deve-se voltar ao passo (3) e repetir a seqüência de cálculos até que a convergência seja atingida.

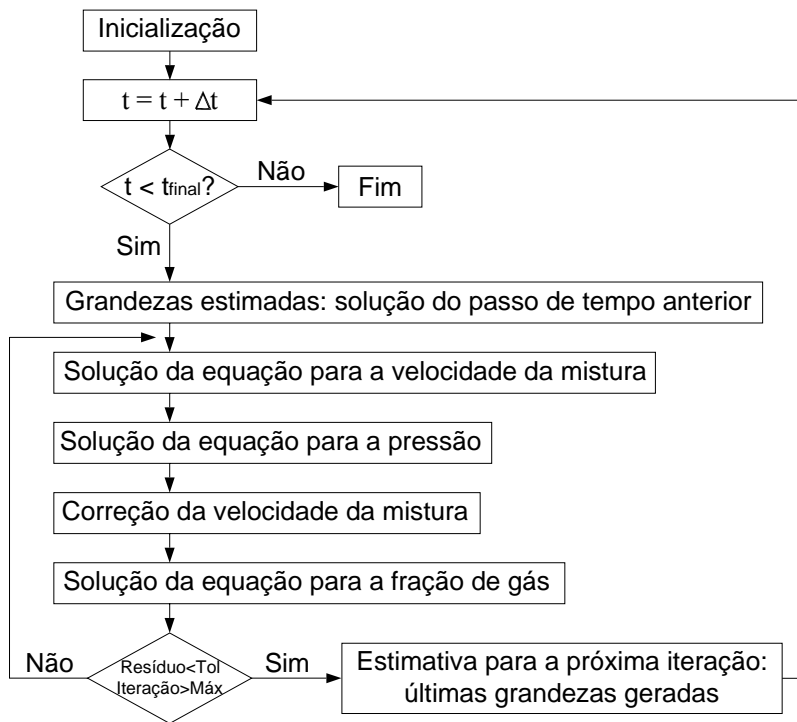


Figura A.1 – Fluxograma esquemático – PRIMER sequencial

Apêndice B

Teste de Malha e Passo de Tempo para o Caso de Golfada Severa

Diante dos resultados apresentados no Item 5.2 do Capítulo 5, foram realizados testes de malha e de passo de tempo para o mesmo exemplo. Para todos os casos garantiu-se o atendimento à condição CFL (Item 4.8).

O teste de malha foi feito mantendo-se o passo de tempo fixo em 0,0001 s para os espaçamentos de 1; 0,5 e 0,25 m, já no teste de passo de tempo foi mantido um espaçamento de 1 m para os passos de tempo de 0,001; 0,0005 e 0,0001 s.

Foram gerados gráficos dos resultados para a base do trecho vertical ($x = 60$ m). Os resultados da Fração de Líquido para o teste de malha e passo de tempo estão apresentados a seguir.

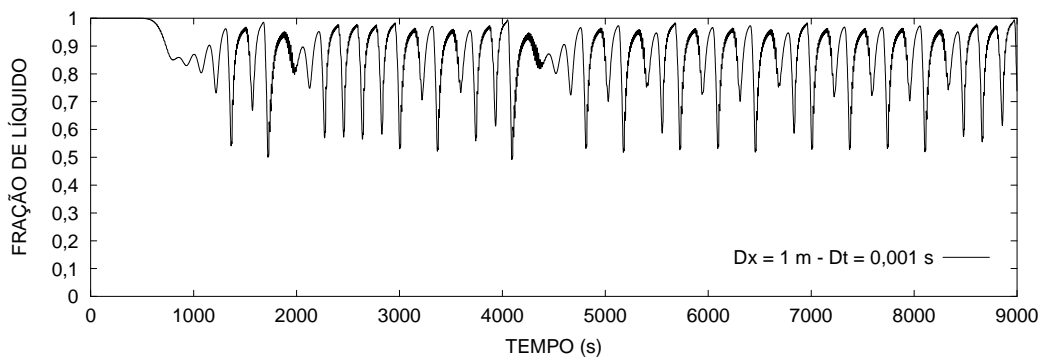


Figura B.1 – Variação da Fração de Líquido com o tempo em $x = 60$ m para $Dx = 1$ m e $Dt = 0,001$ s

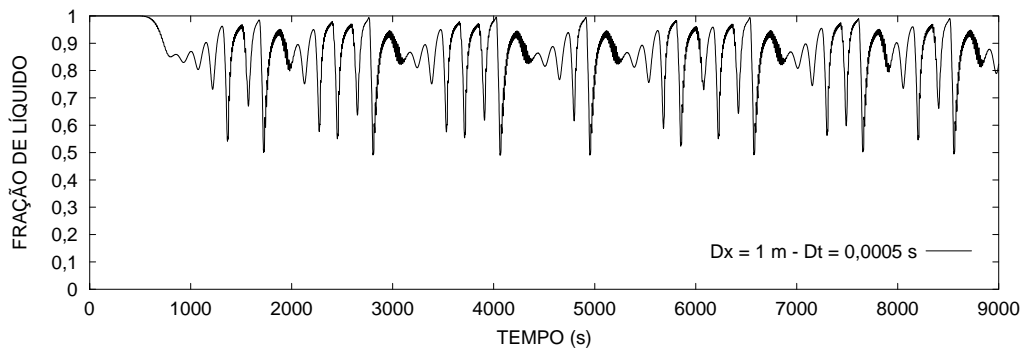


Figura B.2 – Variação da Fração de Líquido com o tempo em $x = 60$ m para $Dx = 1$ m e $Dt = 0,0005$ s

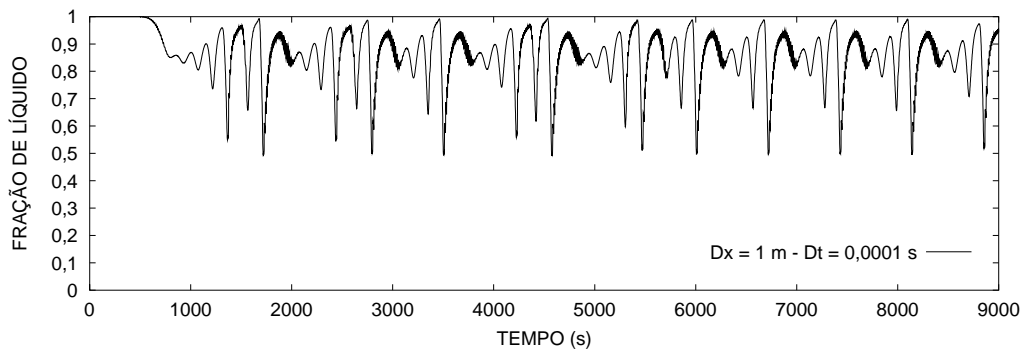


Figura B.3 – Variação da Fração de Líquido com o tempo em $x = 60$ m para $Dx = 1$ m e $Dt = 0,0001$ s

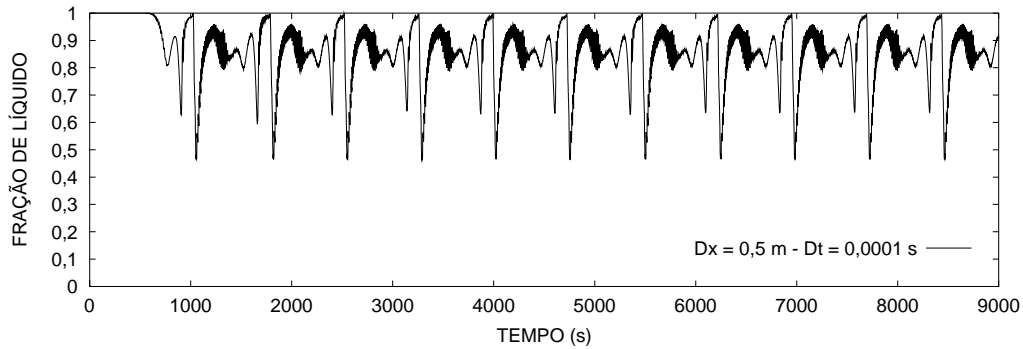


Figura B.4 – Variação da Fração de Líquido com o tempo em $x = 60$ m para $Dx = 0,5$ m e $Dt = 0,0001$ s

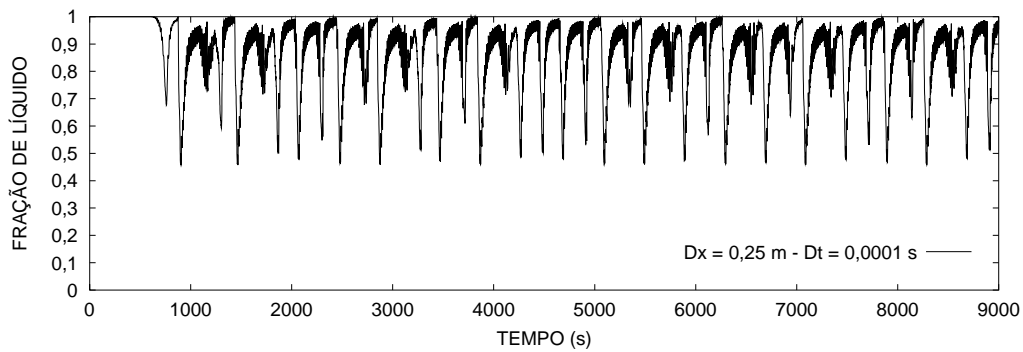


Figura B.5 – Variação da Fração de Líquido com o tempo em $x = 60$ m para $Dx = 0,25$ m e $Dt = 0,0001$ s

Os resultados da Pressão para o teste de malha e passo de tempo estão apresentados abaixo.

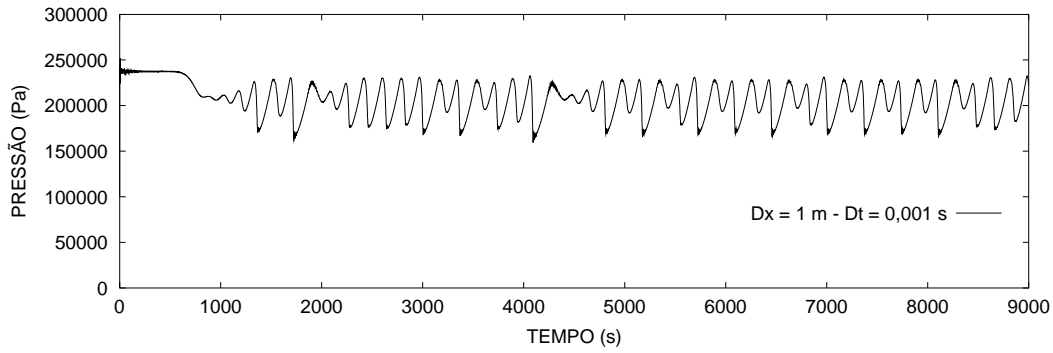


Figura B.6 – Variação da Pressão com o tempo em $x = 60$ m para $Dx = 1$ m e $Dt = 0,001$ s

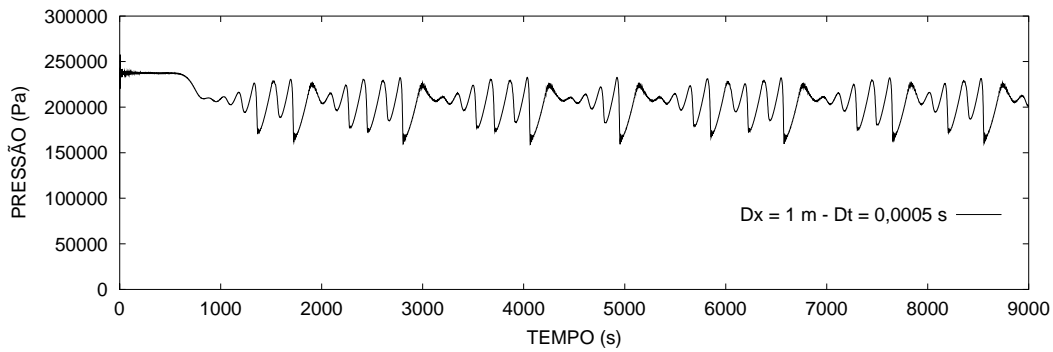


Figura B.7 – Variação da Pressão com o tempo em $x = 60$ m para $Dx = 1$ m e $Dt = 0,0005$ s

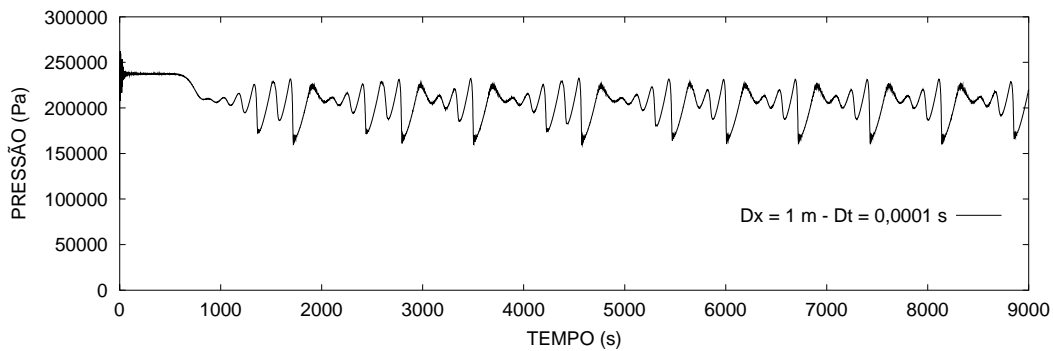


Figura B.8 – Variação da Pressão com o tempo em $x = 60$ m para $Dx = 1$ m e $Dt = 0,0001$ s

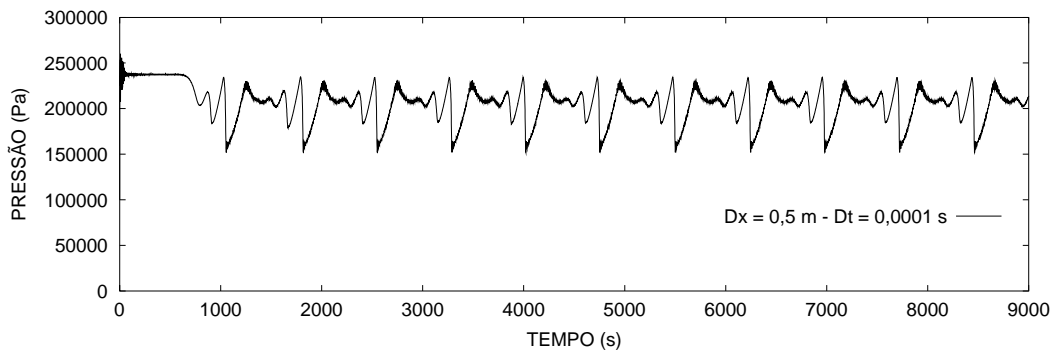


Figura B.9 – Variação da Pressão com o tempo em $x = 60$ m para $Dx = 0,5$ m e $Dt = 0,0001$ s

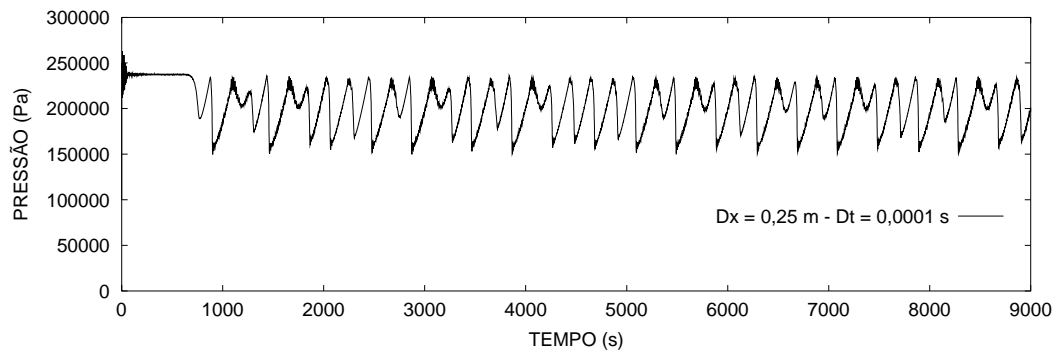


Figura B.10 – Variação da Pressão com o tempo em $x = 60$ m para $Dx = 0,25$ m e $Dt = 0,0001$ s

Observa-se que com o refinamento do passo de tempo, a variação temporal tanto da Fração de Líquido (Figuras B1, B2 e B3) quanto da Pressão (Figuras B.6, B.7 e B.8), apresentou uma tendência ao aparecimento de seqüências de picos e vales menos uniformes, i.e., o ciclo da golfada severa apresentou picos de pressão de Fração de Líquido não uniformes. Pode-se afirmar com os resultados obtidos que a solução tornou-se independente do passo de tempo para passos de tempo menores que 0,0001 s. Este resultado está de acordo com os testes e conclusões obtidas no Capítulo 5.

Analisando o teste referente ao refinamento da malha, tanto para a Fração de Líquido (Figuras B3, B4 e B5) quanto para a Pressão (Figuras B.8, B.9 e B.10), observa-se que houve uma tendência ao aparecimento de seqüências de picos e vales mais uniformes. Por limitação de recursos computacionais e tempo não foi possível obter uma solução independente da malha. Portanto, os resultados apresentados aqui, devem ser considerados apenas como resultados qualitativos referentes ao ciclo de uma golfada severa.

Apesar do refinamento da malha e do passo de tempo terem provocado alterações nos padrões de picos e vales, não foram observadas alterações significativas nos períodos entre dois picos (quando consecutivos) ou em suas magnitudes. Não foi observada também uma diminuição nas oscilações (instabilidades) quando a fração de líquido tende à unidade.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)