



UFAM

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Modelo de van Hemmen anisotrópico de spin $3/2$

Jonathas Nunes da Silva

Manaus - AM
2007

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.



UFAM

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Modelo de van Hemmen anisotrópico de spin 3/2

Jonathas Nunes da Silva

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal do Amazonas, como parte dos pré - requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr . José Ricardo de Sousa

Co-Orientadora: Prof.(a) Dr.(a) Angsula Ghosh

Manaus - AM
2007

Este trabalho foi realizado com apoio da FAPEAM

Agradecimentos

Primeiramente agradeço a Deus, pois sem Sua suficiência não teria condições de ter realizado este trabalho (como nos diz a Bíblia no evangelho de João 15:5, Atos 17:28 e 2 Coríntios 3:5).

Aos meus pais, José Carlos Cardoso da Silva e Eurides Nunes da Silva, que ao longo de toda minha vida tem dado apoio, força e instrução para prosseguir em cada fase da mesma.

Aos meus irmãos pelos bons momentos, por vezes animador em meio as lutas.

Aos meus avós, Antônio Cardoso e Maria do Socorro Cardoso pelo carinho e pelas intercessões. A todos os meus familiares.

Ao meu orientador, Dr. José Ricardo de Sousa pela paciência durante a realização dessa tarefa, dedicação e esmero no ensino bem como sua amizade. Com essas e outras qualidades muito pude aprender e crescer, obrigado.

A minha co-orientadora Dr.(a) Angsula Ghosh pela peculiar atenção e pela constante disposição de ajudar.

Ao corpo de professores do Departamento de Física que por diversas maneiras contribuíram para minha formação acadêmica.

A todos os meus amigos e companheiros que por meio da convivência me incentivaram e me ajudaram em vários aspectos.

A FAPEAM pelo apoio financeiro que me promoveu boas condições de conduzir este trabalho.

Sumário

Resumo	8
Abstract	9
1 Vidro de Spin	10
1.1 Introdução	10
1.2 Um breve histórico sobre vidro de spins	11
1.3 Modelos Teóricos desenvolvidos e conceitos em vidros de spin	20
1.4 Organização desta dissertação	28
2 Modelo de van Hemmen	29
2.1 Introdução	29
2.2 Modelo clássico generalizado	30
2.3 Energia Livre e Parâmetros de Ordem	31
2.4 Abordagem original de van Hemmen (spin $S = \frac{1}{2}$)	38
2.5 Modelo de van Hemmen de spin 1	44
3 Modelo de van Hemmen anisotrópico de spin $\frac{3}{2}$	53
3.1 Breve histórico do Modelo de Blume-Capel	53
3.1.1 Solução de campo Médio	56
3.1.2 Comparação teoria - experimento	64
3.2 Modelo VH de spin $\frac{3}{2}$	64
3.3 Energia Livre e Parâmetros de Ordem	66
3.3.1 Diagramas de fases	68

3.3.2	Comportamento térmico dos parâmetros de ordem	70
4	Conclusão	79
A	Método do Ponto de Sela	81
B	Demonstração das expressões para q_1 e q_2	85
2.1	βf é mínima se $q_1 = q_2$	88

Lista de Figuras

1.1	Esboço esquemático dos momentos magnéticos aleatoriamente distribuídos na matriz metálica, e o gráfico da interação RKKY em função da distância r . Um átomo em A interage antiferromagneticamente com o sítio da origem, e com o sítio em B ferromagneticamente, com menor intensidade.	13
1.2	Susceptibilidade χ a.c. do $CuMn$ com 0.1% de Mn (x), $AgMn$ com 0.5% de Mn (●), $AuMn$ com 0.5% de Mn (+), $AuCr$ com 0.2% de Cr (Δ), e $AgMn$ com 1.0% de Mn (■) versus temperatura T para o campo magnético $H = 20 Oe$ e 100 Hz [22].	16
1.3	Susceptibilidade χ como função da temperatura T para $CuMn$ com 0.9% de Mn para a frequência 1.33kHz (■), 234 Hz (o), 10.4 Hz (x) e 2.6 Hz (Δ) [39].	17
1.4	Calor específico c do $CuMn$ com 2.79% de Mn versus temperatura T para variados campos magnéticos [40].	18
1.5	Calor Específico c por átomo de Eu dividido por $K_B T$ versus temperatura T em vários campos aplicados (em unidade tesla) para $Eu_x Sr_{1-x} S$ com $x = 0.40$ e $x = 0.54$. No detalhe acima é mostrado o comportamento a campo nulo num gráfico log-log. A temperatura de transição T_f (transição vidro de spin) e T_c (transição para a fase ferromagnética, ocorrendo para $x = 0.54$) é indicado pela seta [41].	19
1.6	Distribuição gaussiana de probabilidade.	21
1.7	Plaqueta triangular frustrada	25
1.8	Representação de um contorno numa rede quadrada para o cálculo da função frustração.	26

2.1	Diagrama de Fases no plano $T - J_0$ para o modelo VH de spin $\frac{1}{2}$ com distribuição bimodal [53].	40
2.2	Aglomerado triangular com a configuração azul.	41
2.3	Diagrama de fase no plano $T - J_0$ para o modelo VH de spin 1 usando a distribuição bimodal com $D = 0$ [56].	45
2.4	Diagrama de fase no plano $T - J_0$ para o modelo VH de spin 1 usando a distribuição bimodal e anisotropia $\frac{D}{J} = -0,10$ [56].	47
2.5	Diagrama de fase no plano $T - J_0$ para o modelo VH de spin 1 usando a distribuição bimodal e anisotropia $\frac{D}{J} = -0,15$ [56].	48
2.6	Diagrama de fase no plano $T - J_0$ para o modelo VH de spin 1 usando a distribuição bimodal e anisotropia $\frac{D}{J} = -0,48$. A transição entre SG e P é de primeira ordem.	49
2.7	Diagrama de fase no plano $T - J_0$ para o modelo VH de spin 1 com distribuição bimodal e anisotropia $\frac{D}{J} = -0,50$. Neste caso temos apenas uma transição de primeira ordem.	50
2.8	Diagrama de fase no plano $T - D$ para o modelo VH de spin 1 usando a distribuição bimodal e $J_0 = 0$. Na junção da linha de transição de primeira ordem (tracejada) com a linha de segunda ordem (sólida) temos o Ponto Tricrítico (PTC) [56].	51
3.1	Comportamento da temperatura de transição reduzida $\frac{K_B T_c}{J}$ em função do parâmetro de anisotropia reduzido $\frac{D}{J}$ para o modelo Blume-Capel de spin $S = 1$ obtido via aproximação de campo médio. As linhas contínua e tracejada correspondem as transições de segunda e primeira ordem, respectivamente. O ponto tricrítico (PTC) está representado na figura pelo círculo preto [66].	60
3.2	Comportamento da temperatura crítica reduzida $\frac{K_b T_c}{J}$ em função do parâmetro de anisotropia reduzido $\frac{D}{J}$ para o modelo Blume-Capel de spin $S = \frac{3}{2}$ obtido via aproximação de campo médio. As linhas contínua e tracejada corresponde as transições de segunda e primeira ordem respectivamente. O ponto crítico terminal (PCT) está representado na figura pelo círculo preto.	62

3.3	Diagrama de fase no plano $(T - D)$ para o modelo de Blume Capel de spin $3/2$. A linha contínua representa a transição de segunda ordem e a linha pontilhada transição de primeira ordem. (a) os pontos circulares (o) são obtidos pelo cálculo TMFSS e os pontos quadrados (■) por Monte Carlo. O quadrado cheio representa o correspondente ponto crítico multifásico isolado. Há duas fases ferromagnéticas diferentes com $m_1 \rightarrow \frac{3}{2}$ e $m_2 \rightarrow \frac{1}{2}$ quando $T \rightarrow 0$. Em zoom temos a região $1.90 \leq d \leq 2.10$ que é obtida pela simulação de Monte Carlo. (b) Diagrama de fase na vizinhança do ponto crítico terminal. Os pontos cheios e abertos são dados por Monte Carlo representando a transição de primeira e segunda ordem respectivamente. Já a linha contínua e tracejada nos fornece a transição de primeira e segunda ordem respectivamente obtida pela aproximação SCOZA.	63
3.4	Diagrama de fase para a mistura $He^3 - He^4$ prevista pelo cálculo de campo médio para alguns valores de K . T_s nesse caso indica a temperatura em que ocorre a separação de fase e A um ponto tricrítico.	65
3.5	Diagrama de fase no plano $T - J_0$ para o modelo VH de spin $\frac{3}{2}$ usando a distribuição bimodal e anisotropia $D = 0$	69
3.6	Diagrama de fase no plano $T - J_0$ para o modelo VH de spin $\frac{3}{2}$ usando a distribuição bimodal e anisotropia $\frac{D}{J} = -0, 10$	71
3.7	Diagrama de fase no plano $T - J_0$ para o modelo VH de spin $\frac{3}{2}$ usando a distribuição bimodal e $\frac{D}{J} = -0, 48$	72
3.8	Diagrama de fase (SG-P) no plano $T - D$ para mo modelo VH de spin $\frac{3}{2}$ usando a distribuição bimodal e $\frac{J_0}{J} = 0, 77$. A linha de primeira ordem finaliza no ponto crítico terminal	73
3.9	Diagrama de fase (SG-P) no plano $T - D$ para mo modelo VH de spin $\frac{3}{2}$ usando a distribuição bimodal e $\frac{J_0}{J} = 0, 87$. A linha de primeira ordem finaliza no ponto crítico terminal	74
3.10	Diagrama de fase (SG-P) no plano $T - D$ para mo modelo VH de spin $\frac{3}{2}$ usando a distribuição bimodal e $\frac{J_0}{J} = 1, 0$. A linha de primeira ordem finaliza no ponto tetracrítico.	75

3.11	Comportamento do parâmetro de ordem vidro de spin q em função da temperatura para o modelo de van Hemmen de spin $\frac{3}{2}$ usando a distribuição bimodal com $\frac{J_0}{J} = \frac{2}{3}$ e diversos valores do parâmetro de anisotropia.	76
3.12	Comportamento da magnetização m em função da temperatura para o modelo de van Hemmen de spin $\frac{3}{2}$ usando a distribuição bimodal com $\frac{J_0}{J} = \frac{2}{3}$ e diversos valores do parâmetro de anisotropia.	77
3.13	Comportamento da magnetização m em função da anisotropia D para o modelo VH de spin $\frac{3}{2}$ usando a distribuição bimodal e $\frac{J_0}{J} = \frac{2}{3}$	78

Lista de Tabelas

2.1 Probabilidade de haver interações positivas, negativas ou não haver interação entre sítios	39
--	----

Resumo

Uma versão do modelo de van Hemmen, bem como a extensão anisotrópica do mesmo está apresentada. A análise dos diagramas de fases foi desenvolvida para o caso de spin $S = \frac{1}{2}$, 1 e $\frac{3}{2}$. Neste modelo temos a interação de longo alcance do tipo $J_{ij} = \frac{J(\xi_i\eta_j + \xi_j\eta_i)}{N}$, onde J é uma constante, N o número de partículas e ξ_i e η_i são variáveis aleatórias da interação de troca J_{ij} que são sujeitas a uma distribuição de probabilidade generalizada $P(\xi_i, \eta_i) = P(\xi_i)P(\eta_i)$. Para o estudo do comportamento multicrítico das transições de fases aplicamos ao sistema do modelo uma distribuição de probabilidade bimodal. Dessa forma serão analisadas e discutidas como esta distribuição contribui para os resultados a serem obtidos e apresentados nos diagramas de fases em função dos parâmetros de interação J_0 e anisotropia D . Sendo assim, realizada uma análise matemática bem como uma discussão sobre os comportamentos dos tipos de transições de fase do modelo. Dependendo do valor do spin S e do parâmetro de anisotropia reduzido $d = \frac{D}{J}$, temos observado nos diagramas de fases transições de primeira e segunda ordem no plano $T - J_0$ e $T - D$ (onde T é a temperatura) com a presença de um ponto tricrítico (para o caso $S = 1$) que intercepta essas duas linhas críticas e um ponto crítico terminal (para $S = \frac{3}{2}$) que finaliza a linha crítica de primeira ordem. Apresentamos os comportamentos de algumas propriedades termodinâmicas em função da temperatura T para valores diversos do parâmetro de anisotropia reduzido d .

Abstract

A particular version of the van Hemmen model and its anisotropic extension have been studied. The phase diagrams for the cases of spin $S = \frac{1}{2}$, 1 and $\frac{3}{2}$ have been considered. In this model we use a long-range interaction of the type $J_{ij} = \frac{J(\xi_i\eta_j + \xi_j\eta_i)}{N}$, where J is constant, N the number of particles and ξ_i and η_i are random variables of the exchange interaction J_{ij} subject to a generalized probability distribution given by $P(\xi_i, \eta_i) = P(\xi_i)P(\eta_i)$. In order to study the multicritical properties of the phase transition, a bimodal distribution has been considered and, there by, the effect of this distribution on the phase diagrams in function of the interaction parameters J_0 and anisotropy D have been analyzed and discussed. Thus, a mathematical analysis as well as a detailed discussion about the behaviour of the types of the phase transition typical of this model have been performed. Depending on the value of the spin S and the reduced anisotropy parameter, $d = \frac{D}{J}$, we have observed, in the phase diagrams, first and second order transitions in the $T - J_0$ and $T - D$ planes (where T is the temperature) with the existence of a tricritical point for $S = 1$ that intersects these two critical lines and a terminal critical point for $S = \frac{3}{2}$ which terminates the first-order critical line. We have also presented the behaviour of the temperature dependencies of few thermodynamic properties for some values of the reduced anisotropic parameter, d .

Capítulo 1

Vidro de Spin

1.1 Introdução

Conhecer as propriedades elétricas e magnéticas dos metais sempre norteou pesquisas científicas, no sentido de se esclarecer os comportamentos coletivo e isolado dos átomos que compõem estes sólidos. Isto é de grande relevância, pois, sob certas condições de temperatura, campo magnético aplicado, etc., consegue-se vislumbrar ou mesmo definir a estrutura interna destes materiais, de modo que se pode melhor decidir a cerca de quais elementos podem ser coligados e em que dose, com a segurança de se obter uma estrutura cristalina estável.

Citando apenas duas aplicações, a importância tecnológica destes estudos estimula pesquisadores pertencentes ao campo da metalurgia, na procura de composições metálicas mais resistentes ou mais maleáveis, ou ao campo da eletrônica, onde ligas mais resistivas ou melhores condutoras, tanto eletricamente como magneticamente, estão relacionadas à fidelidade de reproduções sonoras e visuais, substantivos tão presentes e de imperiosa utilidade no cotidiano de qualquer sociedade.

A área de estudos sobre compostos metálicos foi bastante ampliada, tornando cada vez mais específica a pesquisa científica. Este trabalho não fugindo à regra, está dedicado à análise de um modelo teórico para uma classe de sistemas diluídos, denominada vidro de spin, cujo interesse repousa no compreender mais fundo (ou talvez mesmo completamente) do comportamento de sistemas desordenados.

Este capítulo tem nas suas próximas seções mostrar o histórico dos vidros de spin e teo-

rias relacionadas a este tipo de sistema. Longe de discutir todo o caminho percorrido pelos especialistas, apenas estão apresentadas algumas contribuições fundamentais historicamente e conceitualmente, e inclusive alguns enganos que sempre levam a um procedimento mais crítico.

1.2 Um breve histórico sobre vidro de spins

Os procedimentos experimentais e teóricos usados para se obter informações relativas aos comportamentos coletivo e isolado dos átomos em metais magnéticos, consistem em observar as respostas destes quando submetidos a variações de temperatura e/ou do campo magnético, através da medição de quantidades como o calor específico e/ou susceptibilidade magnética. No tratamento teórico há o auxílio de diagramas de fases e da energia livre.

Inicialmente, os pesquisadores buscaram o conhecimento das interações coletivas. Vários modelos foram propostos para justificar as observações (a divergência na susceptibilidade indicando mudança de fase no caso da transição ferromagnética) como os modelos de Heisenberg, de Ising, etc. [1] ou aproximações matemáticas como o Campo Molecular de Weiss [2] ou as técnicas do Grupo de Renormalização [3]. Hoje as idéias sobre tais propriedades já estão bem estabelecidas.

Inquietava outros cientistas a forma como os átomos se comportavam isoladamente. Estes passaram então à procura de como se processam individualmente as interações entre os sítios magnéticos [4, 5, 6], e para isso é necessário isolá-los, de modo a impedir efeitos cooperativo. Ligas de átomos magnéticos (impurezas) diluídos em Matrizes não magnéticas foram desenvolvidas (CuFe, AuCr, AgMn, AuFe, CuMn, etc) e submetidos a variações de temperatura e campo externo, seguindo o mesmo caminho mencionado acima. Notou-se então que havia algo diferente no sistema, pois a susceptibilidade apresentou um comportamento Curie-Weiss modificado para altas temperaturas, estudando-se a liga CuFe [4]. Estava apenas começando o interesse por ligas magnéticas. Mais tarde Bitter e Kaufmann [5] observaram que, à temperatura ambiente, a susceptibilidade em função da concentração de impurezas, para a mesma liga, crescia até 0,7% de ferro. Para concentrações mais altas este composto apresentava uma mudança de comportamento por eles atribuída a alguma interação existente entre as impurezas, ou que na preparação da liga não se tinha obtido uma distribuição satisfatória dos átomos de

ferro na matriz de cobre.

Estas observações precisavam ser cuidadosamente analisadas, e isto despertou o interesse de grande parcela da comunidade científica, que buscou conhecer, por exemplo, o efeito da concentração de sítios magnéticos nas respostas das amostras. Para isso é preciso saber como preparar a amostra: escolhem-se os participantes da mistura, de acordo com suas propriedades, tentando evitar problemas de estabilidade estrutural; procura-se homogeneizar o máximo possível o composto submetendo seus constituintes a uma alta temperatura que, após um determinado tempo de "cozimento" (*annealing*) é baixada bruscamente. Este tempo de "cozimento" é fundamental para o grau de homogeneidade, ou aleatoriedade da localização das impurezas magnéticas. O baixar brusco da temperatura torna o sistema "temperado" (*quenched*). Ou seja, no sistema *quenched* as impurezas estão fixas, distribuídas aleatoriamente por todo o cristal não magnético, gerando desordem magnética.

A porcentagem de átomos magnéticos que participa da composição da liga é fator fundamental no momento de escolhermos que tipo de fenômeno almejamos observar. Se tomamos concentrações magnéticas bastante elevadas, o interesse certamente é o estudo de propriedades coletivas do sistema. No limite de muito baixas concentrações, ou seja, ligas que em sua composição estão presentes impurezas magnéticas em írisória quantidade, estes átomos estarão suficientemente afastados, de maneira a possibilitar o estudo do problema de uma única impureza magnética num meio não magnético. É o chamado problema Kondo [7, 8]. Este efeito está relacionado à alteração que ocorre no meio não magnético devido à adição de impurezas magnéticas na vizinhança de sua posição, e na própria impureza, conseqüentemente (mostra que o espalhamento de um elétron pela impureza deve ser tratado como um problema de muitos corpos!). Este é exatamente o ponto de partida para entendermos o que acontece com a ordem magnética da liga, quando a concentração não corresponde a qualquer um desses dois limites. É neste regime de concentração que estaremos interessados. Tentemos então compreender como se processam as interações entre os átomos magnéticos nestas ligas.

A presença da impureza gera uma perturbação local. Os elétrons de condução do metal que são espalhados por este sítio podem adquirir características magnéticas diferentes das intrínsecas, e ao serem espalhadas por uma outra impureza, indiretamente geram uma interação entre as duas.

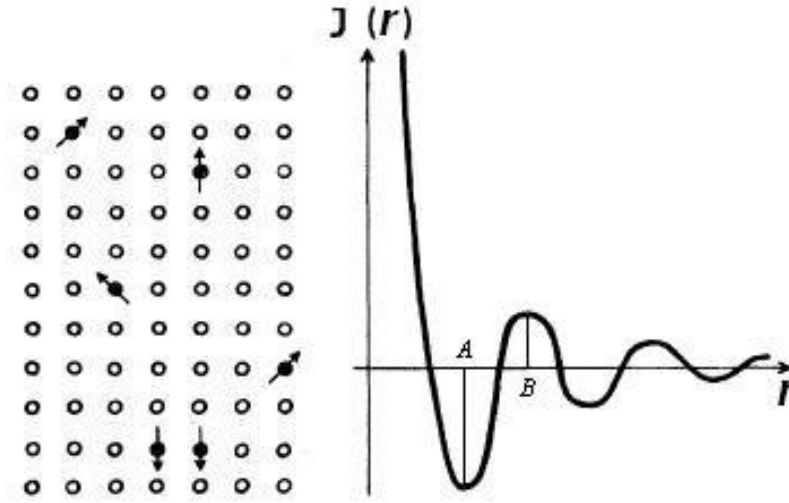


Figura 1.1: Esboço esquemático dos momentos magnéticos aleatoriamente distribuídos na matriz metálica, e o gráfico da interação RKKY em função da distância r . Um átomo em A interage antiferromagneticamente com o sítio da origem, e com o sítio em B ferromagneticamente, com menor intensidade.

Usando técnicas de RMN (Ressonância Magnética Nuclear), Rudermann e Kittel [9] foram os primeiros a tratar o problema destas interações. Posteriormente surgem Kasuya [10] e Yosida [11] que, utilizando o modelo de Zener (modelo s-d) [12] para metais de transição, no qual se assume que os elétrons do orbital d ficam localizados nos sítios magnéticos enquanto os elétrons do orbital s são itinerantes por todo o cristal, levando as informações magnéticas, completaram o que hoje se conhece como interação RKKY (apesar da contribuição de Friedel [13], que primeiro tratou das condições nas quais haveria a formação de momentos magnéticos nas impurezas diluídas em metais simples). A grandes distâncias esta interação depende de r^{-3} e é extremamente oscilante no sinal num período comparável ao espaçamento da rede, conforme está esquematizado na figura 1.1.

A interação $J(r)$ para grandes distâncias é dada por

$$J(r) = J_0 \frac{\cos(K_F r)}{(K_F r)^3} \quad (1.1)$$

onde K_F é vetor de onda da esfera de Fermi.

Contemporaneamente aos estudos teóricos perfilam-se resultados experimentais algo interessantes em busca de explicações: Zimmermann e Hoare [14] obtiveram que a adição de manganês numa matriz de cobre contribui largamente para o calor específico (com concentrações entre 0,17% e 4,0 %) ; J. Owen, Browne, Knight e Kittel [15] observaram uma cúspide na susceptibilidade linear para uma certa temperatura T_0 e a dependência deste comportamento com a concentração de impurezas. Mais ainda, abaixo de T_0 a teoria de Curie-Weiss não foi verificada. Outras experiências foram feitas e reproduziram os resultados acima citados, inclusive em outras ligas, e a justificativa mais aceita era a existência de uma transição gradual para um tipo novo de antiferromagnetismo, já que não havia magnetização no sistema.

A aceitação da interação RKKY como mediadora dos acoplamentos entre as impurezas só começou a acontecer no início da década de 60, quando Marshall [16], usando esta interação, explicou os resultados de Zimmermann e Hoare [14] e mostrou a inadequação da teoria de Overhauser [17], que atribuía às cúspides e máximos do calor específico a um tipo diferente de antiferromagnetismo, baseado na possível existência de uma densidade estática de ondas de spin. Medições do momento magnético das impurezas revelaram valores como 2 ou $\frac{5}{2}$, de modo que não poderia haver ondas de spin. Outros trabalhos que corroboraram as afirmações de Marshall [16] foram os de Klein e Brout [18] e Klein [19, 20, 21].

É justamente no final da década de sessenta, em meio a este grande entusiasmo de trabalhos, envolvendo principalmente a liga AuFe, que se mostrava como padrão (esta liga apresenta muito bem o efeito de uma única impureza, bem como estabilidade estrutural quando submetida a variações de concentração), como também a liga CuMn, para a observação deste fenômeno, que nascem as primeiras certezas impelindo os estudiosos no sentido de que os momentos magnéticos das impurezas nestas ligas, abaixo de T_0 , estariam orientados aleatoriamente, não havendo qualquer tipo de ordenamento antiferromagnético. Neste mesmo período, Bryan Coles em 1968, comparando o desordenamento magnético das impurezas com a estrutura dos vidros ordinários, onde as posições de seus constituintes não têm uma ordem espacial definida, sugere o termo vidro de spin (*spin glass*). Mesmo depois de tantas evidências havia alguns relutantes que ainda preferiam pensar em termos de uma mistura de ferromagnetismo com antiferromagnetismo e surge a sugestão do termo mictomagnetismo, que foi naturalmente se tornando inadequado.

Já com o nome de vidro de spin, a temperatura da real ou aparente mudança de fase ficou conhecida como temperatura de congelamento, T_f (ou *freezing temperature*), abaixo da qual os spins estariam congelados com orientações completamente aleatórias, geradas por uma correlação não convencional entre eles.

O grande ímpeto, no entanto, ocorreu no início dos anos 70, com as experiências de Cannella e Mydosh em 1971 [22]. Estas foram realizadas com algumas amostras, a saber, CuMn, AuMn, AuCr, mas principalmente AuFe por razões já expostas e concentrações as mais variadas. A susceptibilidade a.c. foi medida e foram observadas as cúspides nas mesmas temperaturas de congelamento para as várias amostras, independentemente da frequência usada. A aplicação de baixos campos reproduziu o arredondamento do pico, tal como já observado em técnicas d.c. (conforme a figura 1.2 e 1.3) [23, 24].

O calor específico (c) apresentou um máximo abaulado numa temperatura diferente daquela na qual acontecera a cúspide na susceptibilidade conforme vemos na figura 1.4 para o $CuMn$ com 2.79 em porcentagem de Mn , e na figura 1.5 para $Eu_xSr_{1-x}S$ ¹. Encontrou-se também que $T_f \sim c^{\frac{2}{3}}$ e para baixas concentrações esta dependência é praticamente linear. Abaixo de T_f os momentos das impurezas não variariam rapidamente com o tempo, mas permaneceriam com uma orientação aleatória fixa. Mais ainda, quando a temperatura tende a zero, a susceptibilidade assume um valor finito, $\chi_m(0)$ e a razão $\frac{\chi_m(0)}{\chi_m(T_f)}$ tem um valor aproximadamente constante, 0,6, para concentrações no intervalo $0,1\% < c < 5\%$. Finalmente, acima de T_f a susceptibilidade tem um comportamento Curie-Weiss modificado, como já suposto por Bitter e Kaufmann [4]. Ou seja,

$$\chi = \frac{C}{T - \theta} \quad (1.2)$$

onde $C = Dg^2\mu_B^2 \frac{J(J+1)}{3K_B}$ e D é a densidade de átomos magnéticos e θ é a temperatura de Curie.

Em todos estes resultados o mais surpreendente é a reprodução de T_f para a susceptibilidade a. c. , independente da frequência de oscilação do campo externo aplicado. Fica caracterizado um comportamento crítico observado em transições de fase ordinárias. Acreditou-se então na existência de um fenômeno coletivo, com uma transição para uma fase inteiramente diferente.

¹Um comportamento similar tem sido também observado no composto $CuMn$ em outras concentrações [25, 26, 27, 28, 29, 30], $AuFe$ [31], $PtMn$ [32, 33, 34, 35], nos amorfos $Zr_{30}Cu_{60}Fe_{10}$ [36] e $GdAl_2$ [37], no composto $ThGd$ [38] e etc.

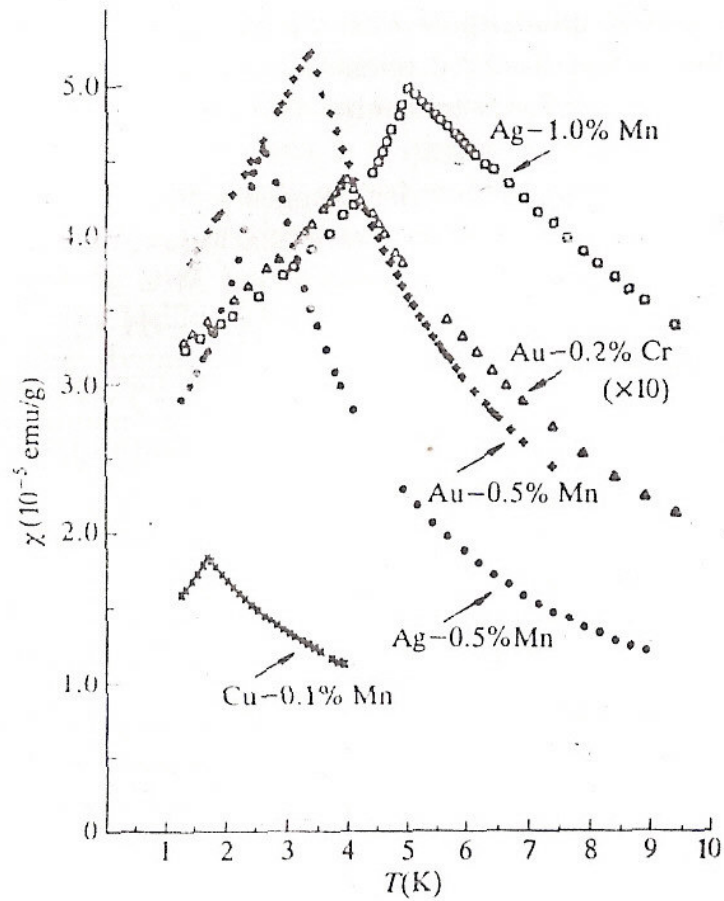


Figura 1.2: Susceptibilidade χ a.c. do $CuMn$ com 0.1% de Mn (x), $AgMn$ com 0.5% de Mn (●), $AuMn$ com 0.5% de Mn (+), $AuCr$ com 0.2% de Cr (Δ), e $AgMn$ com 1.0% de Mn (■) versus temperatura T para o campo magnético $H = 20$ Oe e 100 Hz [22].

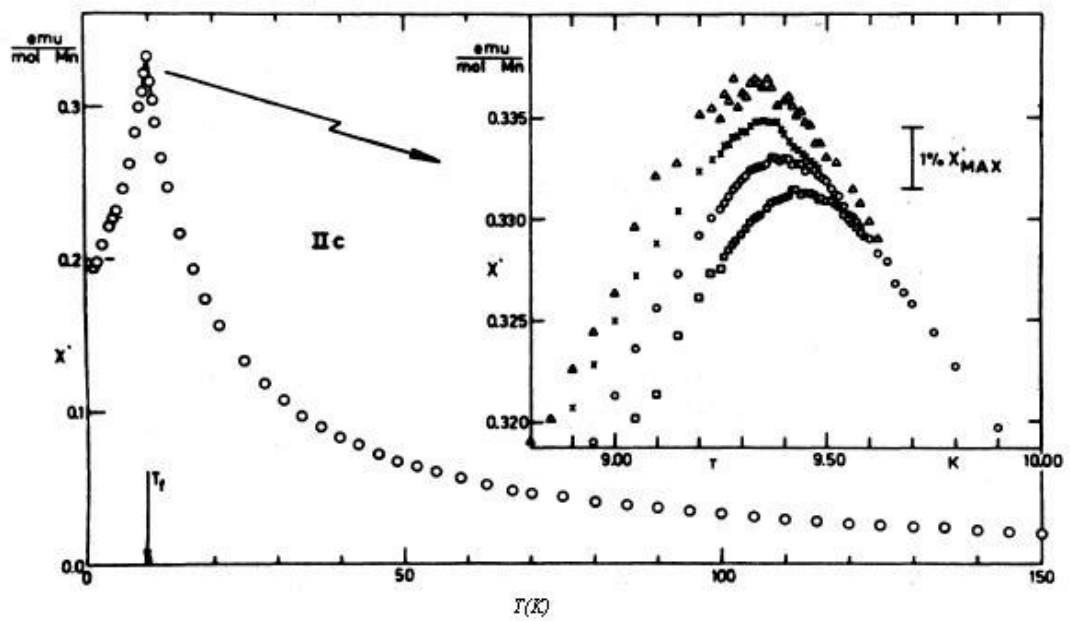


Figura 1.3: Susceptibilidade χ como função da temperatura T para $CuMn$ com 0.9% de Mn para a frequência 1.33kHz (■), 234 Hz (○), 10.4 Hz (x) e 2.6 Hz (Δ) [39].

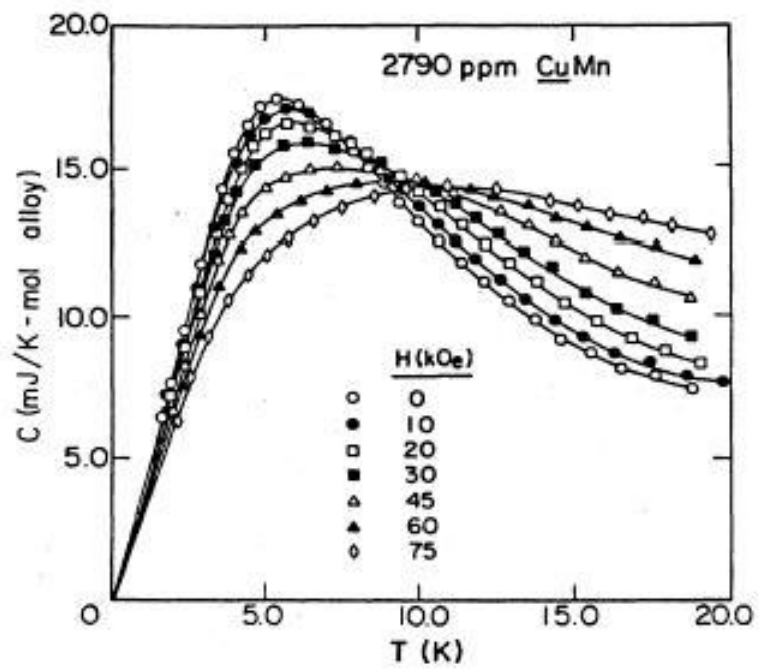


Figura 1.4: Calor específico c do CuMn com 2.79% de Mn versus temperatura T para variados campos magnéticos [40].

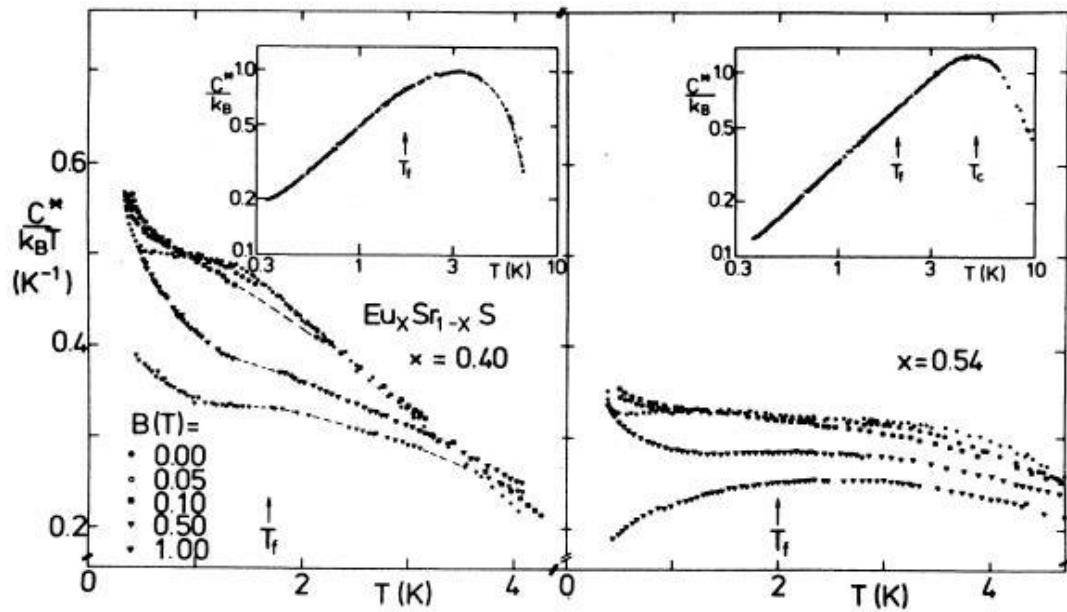


Figura 1.5: Calor Específico c por átomo de Eu dividido por $K_B T$ versus temperatura T em vários campos aplicados (em unidade tesla) para $Eu_x Sr_{1-x} S$ com $x = 0.40$ e $x = 0.54$. No detalhe acima é mostrado o comportamento a campo nulo num gráfico log-log. A temperatura de transição T_f (transição vidro de spin) e T_c (transição para a fase ferromagnética, ocorrendo para $x = 0.54$) é indicado pela seta [41].

1.3 Modelos Teóricos desenvolvidos e conceitos em vidros de spin

Enquanto experimentalmente Cannella e Mydosh sugerem a existência de um comportamento magnético completamente diferente, possivelmente com transição de fase, para sistemas diluídos numa determinada faixa de concentração, nos quais os momentos magnéticos teriam orientações aleatórias abaixo de uma temperatura crítica, T_f , e interagiriam via o acoplamento RKKY, teoricamente aparece nublado o caminho para se estabelecer um modelo que bem represente estas observações.

A natureza aleatória de um vidro de spin mostra que certamente a magnetização não é um bom parâmetro para caracterizar a estrutura interna deste sistema e, mais que isso, o campo magnético não é o parâmetro externo associado, de maneira que a susceptibilidade não é a grandeza apropriada para se decidir sobre o comportamento dos átomos magnéticos abaixo de T_f . Isto levou à sugestão de que a susceptibilidade não linear, χ_{n1} , seria a quantidade adequada para caracterizar a resposta do sistema na região da transição vidro de spin. χ_{n1} é o coeficiente da parcela em h^3 da magnetização. A saber,

$$m = \chi h - \chi_{n1} h^3 + \dots \quad (1.3)$$

Mede-se, então, a susceptibilidade não linear e encontra-se uma singularidade em T_f similar à observada na susceptibilidade linear na transição ferromagnética. E assim, indícios de uma transição de fase. Esta historicamente deve ter sido a maior evidência de uma nova transição.

Como pouco se conhecia a cerca da ordem interna ou também como tornar formal a interação RKKY, tratar os vidros de spin inicialmente através de teorias de campo médio certamente era o caminho indicado. Edwards e Anderson [42] apresentaram a proposta teórica, usando a teoria de campo molecular, de um modelo de alcance finito (Modelo EA). Tendo em vista a desordem que certamente está presente no sistema, eles propuseram um modelo regido pelo Hamiltoniano

$$\mathcal{H}_{EA} = - \sum_{(ij)} J_{ij} S_i S_j - H \sum_i S_i, \quad (1.4)$$

onde (ij) indica um par de primeiros vizinhos, J_{ij} é a interação aleatória e H o campo externo.

As ligações J_{ij} são tomadas independentes, com distribuição de probabilidades idênticas e simétricas, de modo que seu valor médio $\langle J_{ij} \rangle$ (média configuracional) seja nulo. Ou ainda, se $P(J_{ij})$ é a distribuição de probabilidade, temos

$$\langle J_{ij} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} P(J_{ij}) J_{ij} dJ_{ij} = 0. \quad (1.5)$$

Para discussões teóricas é mais conveniente usar a distribuição gaussiana de probabilidades. A saber

$$P(J_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}J} e^{-\frac{J_{ij}^2}{2J^2}}, \quad (1.6)$$

onde a variância J determina a largura da distribuição.

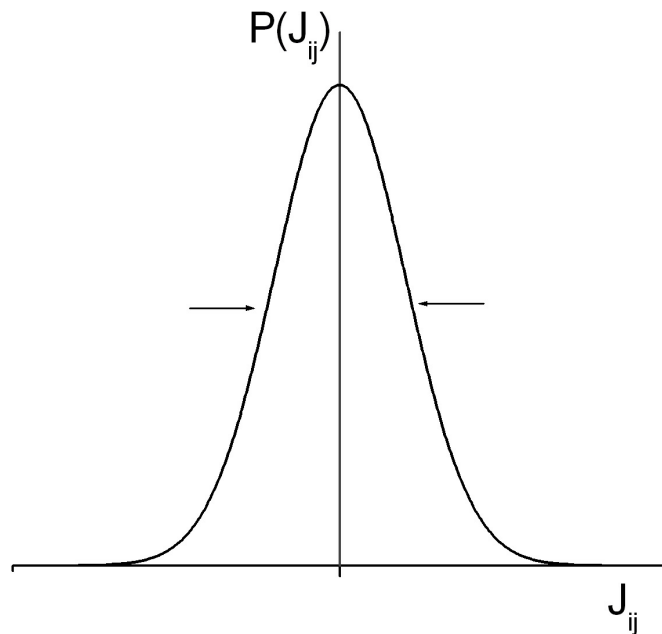


Figura 1.6: Distribuição gaussiana de probabilidade.

Mas, se há uma mudança de fase, é necessário um parâmetro de ordem que caracterize a transição. A aleatoriedade da orientação individual dos spins os levou a sugestão de um parâmetro ligado a correlação entre as polarizações possíveis de um mesmo sítio. Este parâmetro

é q_{EA} (Edwards e Anderson), e sua forma é

$$q_{EA} = \frac{1}{N} \left\langle \sum_i \langle S_i \rangle_T^2 \right\rangle_d, \quad (1.7)$$

onde $\langle \dots \rangle_T$ é a média termodinâmica e $\langle \dots \rangle_d$ a média configuracional. Em altas temperaturas a entropia torna o sistema paramagnético, $q = 0$. Em $T < T_f$, q começa a ser diferente de zero e em $T = 0$, como $S_i = \pm 1$, temos $q = 1$.

O tratamento analítico é impedido pela grande quantidade de dificuldades matemáticas, de maneira que é necessário utilizar procedimentos numéricos e truques para contornar os obstáculos. Vejamos ainda assim alguns problemas inerentes a estes artifícios.

Numericamente, o número de passos necessários a obtenção do estado fundamental cresce mais rapidamente que qualquer potência do número de sítios considerados N .

Calcular médias de logaritmos de funções é bem mais complicado do que calcular médias de funções de potências. Eles então propuseram a aplicação do truque das réplicas, que consiste na construção de n réplicas do sistema original com n funções de partição, lembrando que

$$\ln Z = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\partial}{\partial n} (e^{n \ln Z}) = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\partial}{\partial n} (Z^n), \quad (1.8)$$

onde está assumido que é possível fazer a continuação analítica de uma função definida com $n \in \mathbf{Z}$ para $n \in \mathbf{R}_+$. Um grave problema que aflora deste artifício é o fato de ser possível construir um número infinito de curvas através de um conjunto discreto de pontos, de modo que a continuação analítica não é um processo único. Dribla-se este problema tratando-se n inteiro até que seja conveniente tomá-lo como real. Isto é bastante incoerente do ponto de vista matemático, mas o que na realidade se faz é observar se há conseqüências físicas sensíveis neste procedimento. Em não havendo é necessário retornar ao ponto inicial, rediscutir os absurdos matemáticos, ambigüidades de soluções, etc., até que sejam conseguidos resultados bem estabelecidos.

Não precisamos entrar em detalhes matemáticos, no entanto, para encontrar problemas insolúveis analiticamente neste modelo. Por exemplo, para $h = 0$, o modelo tem simetria *up-down*, ou seja, $\mathcal{H}_{EA} \{S_i\} = \mathcal{H}_{EA} \{-S_i\}$. Logo, o número de *spins-up* é o mesmo que o de *spins-down*. Assim, $\langle S_i \rangle$ é nulo, e conseqüentemente, q_{EA} também o será. Para um ferromagneto

contorna-se este problema aplicando-se um campo $H \rightarrow 0_+$, tornando inválido o argumento de simetria, de modo que o sistema se define por um estado fundamental. Não se conhece o similar do campo magnético para um vidro de spin de modo que não se pode eliminar a degenerescência. Mas ainda não se sabe a distribuição de $S_i (H = 0)$ para um dado conjunto de J_{ij} .

Estes não são os únicos problemas, mas a despeito deles, Edwards e Anderson encontraram uma susceptibilidade linear constante para $T \rightarrow 0$, comportamento este próximo aos resultados experimentais. Também observaram uma cúspide no calor específico que não era negada nem confirmada experimentalmente.

Para as dificuldades encontradas por Edwards e Anderson [42], como um modelo de curto alcance, a própria história sugere que se estude o modelo não físico com interação de alcance infinito, assumindo-se posteriormente aproximações, tentando levá-lo a uma formulação que represente mais aproximadamente a real situação física.

Isto se deu no mesmo ano, através de Sherrington e Kirkpatrick [43]. Eles propuseram um modelo de campo médio com alcance infinito (modelo SK) analisado através do método de réplicas simétricas, onde as n réplicas eram supostas equivalente.

Como ocorre nas teorias de alcance infinito, os cálculos se tornam mais simples e se esperava houvesse um grande melhoramento no conhecimento sobre os vidros de spin e certamente na solução também do modelo de Edwards e Anderson. No entanto, eles mesmos verificaram que no limite de $T = 0$ foi encontrado uma entropia negativa e sugeriram que o problema deveria ter sido causado pela troca dos limites $n \rightarrow 0$ e $N \rightarrow \infty$ (limite termodinâmico), durante a obtenção da energia livre. A teoria fornecia apenas boas informações em T_f e acima desta. Cálculos computacionais para este modelo foram desenvolvidos, cálculos estes que confirmaram as predições do diagrama de fases [44].

Em 1976, usando uma técnica de campo médio, que leva em consideração tanto o valor médio do spin por sítio, quanto a flutuação média quadrática desta quantidade, Thouless, Anderson e Palmer [45] apresentaram uma solução que reproduziu os resultados de SK em T_f e temperaturas mais altas, e resolveu o problema da entropia negativa para $T < T_f$.

Em 1977 de Almeida e Thouless [46], apesar de não resolverem o modelo SK, demonstraram a existência de uma linha que estabelece o limite de estabilidade da solução SK. É justamente

sob a linha, no limite de baixas temperaturas, na região de ocorrência da instabilidade, que está definida a fase vidro de spin. Daí a solução SK fornecer uma entropia negativa em $T = 0$. Eles então propuseram que a simetria entre as réplicas gera instabilidade e sugeriram a quebra desta simetria para baixas temperaturas. Para altas temperaturas a solução SK é estável, como mostra a igualdade dos resultados obtidos usando-se dois métodos diferentes.

A teoria de quebra das réplicas simétricas que acredita-se resolver o modelo de Sherrington e Kirkpatrick foi apresentada por Parisi [47], mostrando inclusive a confirmação da linha de Almeida e Thouless. A sofisticação matemática desta teoria, no entanto, impediu sua plena interpretação e isto perdurou por alguns anos, além do problema relacionado à estática do modelo, que só foi resolvido posteriormente pelo próprio Parisi [48].

Uma contribuição que verificou a estabilidade da solução proposta por Parisi para o modelo de SK foi apresentada por de Dominicis e Kondor [49, 50].

Em meio a estas sugestões, tão complicadas matematicamente, alguns autores propõem modelos mais simples, com solução exata. Mattis [51] propôs um modelo de campo médio definido pelo Hamiltoniano abaixo

$$\mathcal{H}_M = - \sum_{i,j} J_{ij} \sigma_i \sigma_j - H \sum_i \sigma_i, \quad (1.9)$$

onde i, j indica a soma sobre todos os pares com $i \neq j$, σ_i são variáveis de spin de Ising, $\sigma_i = \pm 1$, J_{ij} é dada por

$$J_{ij} = J(R_{ij}) \epsilon_i \epsilon_j, \quad \epsilon_k = \pm 1 \quad (1.10)$$

sendo R_{ij} a distância que separa os sítios i e j , e H a interação com o campo externo. Os cálculos apresentam uma descontinuidade na segunda derivada da energia livre em relação ao campo H , mostrando uma transição de fase a temperaturas finitas. São discutidas algumas características da susceptibilidade, mas, no entanto, o próprio Mattis, neste mesmo trabalho, sugere uma transformação, conhecida como a transformação de Mattis, que está a seguir:

$$\sigma_i \rightarrow \epsilon_i \sigma_i. \quad (1.11)$$

Isto foi determinante pois, com $H = 0$, o Hamiltoniano passa a representar um ferromagneto

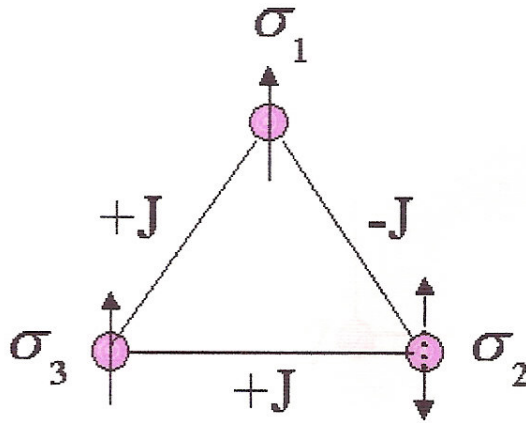


Figura 1.7: Plaqueta triangular frustrada

simples, com transição de fase conhecida. Na realidade, este modelo apresenta apenas uma desordem regular (a transição ocorre de uma fase paramagnética a uma fase desordenada regular), onde ligações positivas e negativas estão dispostas aleatoriamente na rede, mas sem gerar um efeito, fundamental para a existência de ordem vidro de spin que é a frustração. Para entender o conceito de frustração é suficiente compreender a figura 1.7, onde a interação J é positiva, e $\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$ são spins de Ising. Perceba que não há como orientar os spins na plaqueta de modo que todas as ligações e orientações dos spins estejam satisfeitas (antiferromagnética).

Em 1977 Toulouse [52] discutiu o problema da frustração e apresentou uma definição deste conceito, inclusive com interpretação geométrica, através de uma função Φ , definida por

$$\Phi = \prod_C J_{ij}, \quad (1.12)$$

onde C é um contorno fechado escolhido na rede, os J_{ij} são as ligações que perfazem este contorno. Se $\Phi > 0$ não há frustração, ou seja (ver figura 1.8), partindo de B e indo até A, usando os dois trajetos, o sítio em A não recebe informações conflitantes. Se, no entanto, $\Phi < 0$, é tanto favorável ao spin em A está para cima ou para baixo, tendo em mente as variáveis de spin de Ising ($\sigma_i = \pm 1$). No primeiro caso o número de ligações negativas deve ser par, e no segundo ímpar. Apenas neste último, por causa da frustração, existe, então, a possibilidade de

haver vidro de spin.

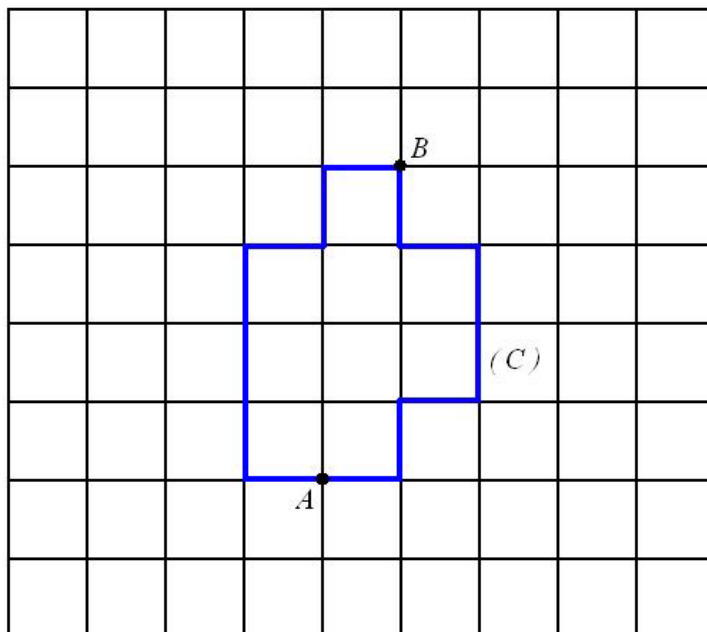


Figura 1.8: Representação de um contorno numa rede quadrada para o cálculo da função frustração.

Seguindo o mesmo espírito, van Hemmen [53, 54] sugere um modelo de alcance infinito com solução exata, que contém aleatoriedade e frustração, no qual este trabalho estará plenamente embasado.

Apesar de apresentar frustração, o conceito de metaestabilidade que para os vidros de spin espera-se ser o número de estados metaestáveis do sistema crescente monotonicamente com o número de sítios da rede, não é satisfeito. Isto está bem discutido no trabalho de Choy e Sherrington [55], onde mostra-se que o número de estados acessíveis ao sistema independe do tamanho da rede e se resume ao número de soluções do sistema de equações para os parâmetros de ordem.

O modelo de van Hemmen é definido pelo Hamiltoniano

$$\mathcal{H}_N = - \sum_{\langle i,j \rangle} \frac{J_0}{N} \sigma_i \sigma_j - \sum_{\langle i,j \rangle} J_{ij} \sigma_i \sigma_j - H \sum_i \sigma_i, \quad (1.13)$$

onde $\langle i, j \rangle$ representa soma sobre todos os pares i e j com $i \neq j$; J_0 é uma interação ferromagnética, $\sigma_i = \pm 1$, H é o campo externo e J_{ij} é a interação aleatória dada por

$$J_{ij} = \frac{J}{N} (\xi_i \eta_j + \xi_j \eta_i), \quad (1.14)$$

onde ξ_i e η_i são variáveis aleatórias, independentes, sujeitas à distribuição de probabilidade $P(\xi, \eta)$. A forma de J_{ij} tem essencialmente uma razão que é o alto pico em $J_{ij} = 0$.

Este modelo recai numa classe de modelos mais geral discutida por Sherrington [43], definida pelo Hamiltoniano

$$\mathcal{H} = -\frac{J}{2N} \sum_{i \neq j} \mathbf{S}_i^+ \cdot \mathbf{U} \cdot \mathbf{S}_j - \sum_i f_i(S_i), \quad (1.15)$$

onde os spins são definidos por vetores colunas e \mathbf{U} é uma matriz hermitiana; $f_i(S_i)$ são funções locais de spin que podem ser de diferentes formas ou magnitudes em diferentes sítios (exemplos: um campo aleatório externo, $f_i(S_i) = \vec{h}_i \cdot \vec{S}_i$ ou um campo cristalino, $f_i(S_i) = D_i S_i^2$).

Sherrington apresenta uma discussão geral essencialmente ligada a distribuição de probabilidade à qual $f_i(S_i)$ está sujeita. de Almeida e Brady Moreira [57] estenderam o modelo de van Hemmen ao caso anisotrópico e discutiram a situação em que $J_0 = 0$.

A introdução da anisotropia torna necessário que a variável de spin seja maior que $\frac{1}{2}$ (em particular $S = 1$ que foi o caso analisado), o que é fundamental para o aumento de valores possíveis dos parâmetros de ordem para uma constante anisotrópica negativa.

O efeito da anisotropia num vidro de spin foi observado experimentalmente por Dumas [58] no composto $(\text{Ti}_{1-x}\text{V}_x)_2\text{O}_3$ e Ghatak apresentou um modelo envolvendo anisotropia que bem representa os resultados experimentais. Os modelos apresentados não contemplam todas as rotas seguidas menos ainda a grande quantidade de contribuições que existe na literatura. O vidro de spin ocorre também, por exemplo, em sistemas amorfos, onde a frustração não se deve à interação RKKY ou distribuição aleatória das impurezas, mas à própria estrutura deformada da liga. Havendo ligações positivas e negativas no sistema, a irregular distribuição espacial dos sítios magnéticos pode dar lugar à frustração e, assim, a conseqüente possibilidade de vidro de spin.

1.4 Organização desta dissertação

A generalização do modelo VH (van Hemmen), incluindo, por exemplo campo transversal [59], campo cristalino [57], campo aleatório [60], interação de multispin [61] e anisotropia biaxial [62], tem sido feita na literatura. Apesar deste modelo não representar genuinamente um vidro de spin, estas generalizações são do ponto de vista teórico estimulantes por apresentar diagramas de fase ricos. Do ponto de vista experimental, o modelo VH é capaz de reproduzir a cúspide da susceptibilidade.

No capítulo 2 discutimos o diagrama de fase do modelo VH , onde desenvolveremos todos os cálculos para o caso da distribuição bimodal para as variáveis aleatórias. Identificaremos as diversas fases no sistema: ferromagnética, vidro de spin e mista.

No capítulo 3, o modelo VH de spin $\frac{3}{2}$ será estudado em detalhe onde focalizaremos apenas analisar diagramas de fases.

Finalmente, no capítulo 4 apresentamos as conclusões deste trabalho.

Capítulo 2

Modelo de van Hemmen

2.1 Introdução

Baseado nas características reconhecidas de um vidro de spin, van Hemmen [53, 54] propôs um modelo simples com solução exata que contém aleatoriedade e frustração, características fundamentais para um sistema magnético apresentar ordem vidro de spin, e que não precisa do artifício de réplicas para ser resolvido.

Mesmo que não descreva um vidro de spin no sentido completo, a condição de que o número de estados metaestáveis seja crescente com o número de sítios não é respeitada [55], este modelo apresenta algumas características típicas de um vidro de spin, de modo que seu estudo pode gerar sugestões que contribuam para o esclarecimento de modelos mais complexos, como o de Sherrington e Kirkpatrick [43] com interação gaussiana de longo alcance, que não permite um tratamento analítico simples, apesar de mostrar uma transição de fase vidro de spin e uma fase mista, fase esta também prevista na proposição de van Hemmen. Além do mais este modelo tem sido amplamente investigado (exemplo [59, 60, 61, 63, 64], etc) e se mostrado útil na investigação das propriedades magnéticas de sistemas como $Ga_xFe_{1-x}[NiCr]O_4$ que sob determinadas condições apresenta a fase vidro de spin [65].

2.2 Modelo clássico generalizado

Esta seção será dedicada à discussão do modelo de van Hemmen (VH) generalizado envolvendo anisotropia, e sem a preocupação de estabelecer os valores das variáveis de spin. Deixaremos às seções seguintes as particularizações que levam ao modelo original e à expansão deste modelo a qual analisamos.

O Hamiltoniano que representa a generalização do modelo VH original está definido a seguir

$$\mathcal{H}_N = -\frac{J_0}{N} \sum_{\langle i,j \rangle} S_i S_j - \sum_{\langle i,j \rangle} J_{ij} S_i S_j - H \sum_i S_i - D \sum_i S_i^2, \quad (2.1)$$

onde J_0 é o acoplamento ferromagnético direto, fundamental para a existência da fase mista, H é o campo externo, J_{ij} é a interação aleatória com a forma

$$J_{ij} = \frac{J}{N} (\xi_i \eta_j + \xi_j \eta_i), \quad (2.2)$$

onde ξ_i e η_i são variáveis aleatórias independentes, sujeitas a uma distribuição de probabilidade $P(\xi_i, \eta_i) = P(\xi_i)P(\eta_i)$ e D é a anisotropia cuja introdução é responsável pelo aumento do número de fases possíveis por ocasião da obtenção das fases do estado fundamental: $\langle i, j \rangle$ indica, novamente, soma sobre todos os possíveis pares i, j com $i \neq j$; S_i são variáveis de spin inteiras ou semi-inteiras. O uso de S_i diferente de ± 1 se deve a introdução do parâmetro anisotrópico, pois se $S_i = \pm 1$, D não introduziria qualquer outro efeito.

Discutindo um pouco sobre a diluição que um sistema magnético pode comportar, encontramos dois tipos, a saber, a diluição *annealed* e a *quenched*. A primeira delas é uma diluição onde a aleatoriedade, quer seja de sítio ou ligação, varia em toda rede em função da temperatura, campo externo, concentração, etc, organizando-se de modo a manter mínima a energia livre. Um sistema com uma diluição desta natureza não deve apresentar transição de fase vidro de spin, pois não há frustração. A diluição *quenched*, por outro lado, é aquela em que, seja de sítio ou ligação, sua aleatoriedade é fixa, quaisquer que sejam banho térmico, banho magnético via campo externo, concentração, etc. Neste caso existe a possibilidade de frustração e a conseqüente probabilidade de transição de fase vidro de spin.

As variáveis ξ_i e η_i que protagonizam no modelo que estudamos geram uma aleatoriedade

de ligação. Aleatoriamente são distribuídas interações positivas e negativas na rede, e uma vez escolhidas as localizações destas interações, elas serão fixas. Sendo assim, esta é uma diluição *quenched*.

2.3 Energia Livre e Parâmetros de Ordem

Para calcularmos as funções termodinâmicas e diagramas de fases, temos como ponto de partida a função de partição canônica do modelo, ou seja,

$$Z_N = Tr_{\{S\}} \exp \{ \beta \mathcal{H}_N \} = Tr_{\{S\}} \exp \left\{ \frac{K_0}{N} \sum_{\langle i,j \rangle} S_i S_j + \frac{K}{N} \sum_{\langle i,j \rangle} (\xi_i \eta_j + \xi_j \eta_i) S_i S_j + \beta H \sum_i S_i + \beta D \sum_i S_i^2 \right\}, \quad (2.3)$$

onde $K_0 = \beta J_0$ e $K = \beta J$ e $\beta = \frac{1}{K_B T}$. Aplicando as seguintes relações

$$\sum_{\langle i,j \rangle} S_i S_j = \left(\sum_i S_i \right)^2 - \sum_i S_i^2 \quad (2.4)$$

e

$$\sum_{\langle i,j \rangle} (\xi_i \eta_j + \xi_j \eta_i) S_i S_j = \left[\sum_i (\xi_i + \eta_i) S_i \right]^2 - \left(\sum_i \xi_i S_i \right)^2 - \left(\sum_i \eta_i S_i \right)^2 - 2 \sum_i \xi_i \eta_i S_i^2 \quad (2.5)$$

e usando a identidade (demonstrada no apêndice A)

$$\exp(\lambda a^2) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2} + (2\lambda)^{\frac{1}{2}} ax\right) dx, \quad (2.6)$$

a Eq. (2.3) ficará escrita com o produto de quatro integrais independentes do tipo

$$\begin{aligned}
Z_N &= \text{Tr}_{\{S\}} \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2 + t^2) + \right. \\
&\quad \left. \sum_i \left\{ \sqrt{\frac{K_0}{N}} x + \sqrt{\frac{K}{N}} [(\xi_i + \eta_i) y + j (\xi_i z + \eta_i t)] + \beta H \right\} S_i \right. \\
&\quad \left. + \sum_i \left(-\frac{K_0}{N} - \frac{2K}{N} \xi_i \eta_i + \beta D \right) S_i^2 \right\} dx dy dz dt, \tag{2.7}
\end{aligned}$$

onde $j = \sqrt{-1}$.

Com a transformação $x_i = \sqrt{N} x_i$ ($x_i = x, y, z, t$), ficaremos

$$\begin{aligned}
Z_N &= \text{Tr}_{\{S\}} \left(\frac{N}{2\pi} \right)^2 \int \exp \left\{ -\frac{N}{2} (x^2 + y^2 + z^2 + t^2) + \right. \\
&\quad \left. \sum_i \left\{ \sqrt{K_0} x + \sqrt{K} [(\xi_i + \eta_i) y + j (\xi_i z + \eta_i t)] + \beta H \right\} S_i + \right. \\
&\quad \left. \sum_i \left(-\frac{K_0}{N} - \frac{2K}{N} \xi_i \eta_i + \beta D \right) S_i^2 \right\} dx dy dz dt. \tag{2.8}
\end{aligned}$$

Como as variáveis de spin são inteiras ou semi-inteiras, são válidas a identidade:

$$\text{Tr}_{\{S\}} \exp \left[\sum_i (K S_i + L S_i^2) \right] = \prod_i \text{Tr}_{\{S\}} \exp [K S_i + L S_i^2] = \prod_i \left\{ \sum_{m_s} e^{m_s^2 L} \cosh (|m_s| K) \right\} \tag{2.9}$$

onde $L = \beta H$ e $m_s = -S, -S + 1, \dots, S - 1, S$. Substituindo (2.9) na Eq.(2.8), ficamos

$$\begin{aligned}
Z_N &= \left(\frac{N}{2\pi} \right)^2 \int \exp \left[-\frac{N}{2} (x^2 + y^2 + z^2 + t^2) \right] \times \prod_i \sum_{m_s} \exp \left[m_s^2 \left(-\frac{K_0}{N} - \frac{2K}{N} \xi_i \eta_i + \beta D \right) \right] \\
&\quad \times \cosh \left\{ |m_s| \left[\sqrt{K_0} x + \sqrt{K} [(\xi_i + \eta_i) y + j (\xi_i z + \eta_i t)] + \beta H \right] \right\} dx dy dz dt,
\end{aligned}$$

que ainda podemos reescrever

$$\begin{aligned}
Z_N &= \left(\frac{N}{2\pi}\right)^2 \int \exp\left[-\frac{N}{2}(x^2 + y^2 + z^2 + t^2)\right] \\
&\quad \exp\left\{\sum_i \ln\left[\sum_{m_s} \exp\left[m_s^2\left(-\frac{K_0}{N} - \frac{2K}{N}\xi_i\eta_i + \beta D\right)\right]\right.\right. \\
&\quad \left.\left.\cosh\left\{|m_s|\left[\sqrt{K_0}x + \sqrt{K}\left[(\xi_i + \eta_i)y + j(\xi_i z + \eta_i t)\right] + \beta H\right]\right\}\right]\right\} dx dy dz dt. \quad (2.10)
\end{aligned}$$

As variáveis podem sempre ser tratadas como contínuas, mesmo que sejam discretas. Assim, cada parcela do somatório em i se torna uma integral em ξ e η com peso $P(\xi, \eta) = P(\xi)P(\eta)$ (já que ξ e η são independentes). Ou seja,

$$\sum_i (...) \rightarrow N \int P(\xi, \eta) (...) d\xi d\eta. \quad (2.11)$$

Logo

$$\begin{aligned}
Z_N &= \left(\frac{N}{2\pi}\right)^2 \int \exp\left\{-\frac{N}{2}(x^2 + y^2 + z^2 + t^2) + N \int P(\xi, \eta)\right. \\
&\quad \ln\left[\sum_{m_s} \exp\left[m_s^2\left(-\frac{K_0}{N} - \frac{2K}{N}\xi_i\eta_i + \beta D\right)\right]\right. \\
&\quad \left.\left.\cosh\left\{|m_s|\left[\sqrt{K_0}x + \sqrt{K}\left[(\xi_i + \eta_i)y + j(\xi_i z + \eta_i t)\right] + \beta H\right]\right\}\right]\right\} d\xi d\eta dx dy dz dt. \quad (2.12)
\end{aligned}$$

A passagem da Eq.(2.10) para Eq.(2.12) deixa evidente que Z_N não depende da distribuição espacial de J_{ij} . Isto é até natural, visto que o modelo é de longo alcance, de modo a não haver topologia definida. Mais ainda, $P(\xi, \eta)$ não deve variar se promovemos alguma mudança de escala de magnitude do sistema, ou seja, a distribuição de probabilidade deve ser uma grandeza intensiva. Se, além disso, $P(\xi, \eta)$ for conservada não deve haver diferença entre se calcular médias *quenched* ou *annealed* [55]. Outra decorrência disto é que poderemos usar o método do ponto de sela para resolvermos a integral em x, y, z e t . Este método, em linhas gerais, significa tomar em consideração apenas a região próxima do máximo da função no integrando, para uma forma especial de integrando, ou seja,

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} A e^{Sf(z)} dz \approx A \max_{-\infty < z < \infty} \left\{ e^{Sf(z)} \right\}, S \gg 1. \quad (2.13)$$

Usando este método, a expressão para Z_N ficará

$$\begin{aligned} Z_N = & \left(\frac{N}{2\pi} \right)^2 \max_{-\infty < x_i < \infty} \left\{ \exp \left[-\frac{N}{2} (x^2 + y^2 + z^2 + t^2) + \right. \right. \\ & N \left\langle \ln \left\{ \sum_{m_s} \exp \left[m_s^2 \left(-\frac{K_0}{N} - \frac{2K}{N} \xi_i \eta_i + \beta D \right) \right] \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \cosh \left\{ |m_s| \left[\sqrt{K_0} x + \sqrt{K} [(\xi_i + \eta_i) y + j(\xi_i z + \eta_i t)] + \beta H \right] \right\} \right\} \right] \right\}_d \left. \right\}, \quad (2.14) \end{aligned}$$

onde

$$\langle (\dots) \rangle_d = \int P(\xi, \eta) (\dots) d\xi d\eta. \quad (2.15)$$

Tomando $\frac{1}{N} \ln Z_N$, temos

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \ln Z_N \approx & \frac{2}{N} \ln \left(\frac{N}{2\pi} \right) + \max_{-\infty < x_i < \infty} \left\{ -\frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2 + t^2) + \right. \\ & \left\langle \ln \left\{ \sum_{m_s} \exp \left[m_s^2 \left(-\frac{K_0}{N} - \frac{2K}{N} \xi_i \eta_i + \beta D \right) \right] \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \cosh \left\{ |m_s| \left[\sqrt{K_0} x + \sqrt{K} [(\xi_i + \eta_i) y + j(\xi_i z + \eta_i t)] + \beta H \right] \right\} \right\} \right\}_d \left. \right\}. \quad (2.16) \end{aligned}$$

No limite termodinâmico, $\lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ \frac{2}{N} \ln \left[\frac{N}{2\pi} \right] \right\} \rightarrow 0$ e $\lim_{N \rightarrow \infty} \left(-\frac{K_0}{N} - \frac{2K}{N} \xi \eta + \beta D \right) \rightarrow \beta D$, assim ficaremos

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \ln Z = & -\frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2 + t^2) + \left\langle \ln \left\{ \sum_{m_s} \exp (m_s^2 \beta D) \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \cosh \left\{ |m_s| \left[\sqrt{K_0} x + \sqrt{K} [(\xi + \eta) y + j(\xi z + \eta t)] + \beta H \right] \right\} \right\} \right\}_d \left. \right\}. \quad (2.17) \end{aligned}$$

Como a energia livre por spin é definida por

$$\beta f = -\frac{1}{N} \ln Z, \quad (2.18)$$

ficaremos

$$\beta f = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2 + t^2) - \left\langle \ln \left\{ \sum_{m_s} \exp(m_s^2 \beta D) \cosh \left\{ |m_s| \left[\sqrt{K_0} x + \sqrt{K} [(\xi + \eta) y + j(\xi z + \eta t)] + \beta H \right] \right\} \right\} \right\rangle_d. \quad (2.19)$$

A magnetização por spin é definida por

$$m = -\frac{\partial f}{\partial H} = -\frac{1}{\beta} \frac{\partial \beta f}{\partial H}. \quad (2.20)$$

Diferenciando a Eq(2.19) obtemos

$$m = \left\langle \frac{\sum_{m_s=-S}^S \exp(m_s^2 \beta D) \sinh \left\{ |m_s| \left[\sqrt{K_0} x + \sqrt{K} [(\xi + \eta) y + j(\xi z + \eta t)] + \beta H \right] \right\}}{\sum_{m_s=-S}^S \exp(m_s^2 \beta D) \cosh \left\{ |m_s| \left[\sqrt{K_0} x + \sqrt{K} [(\xi + \eta) y + j(\xi z + \eta t)] + \beta H \right] \right\}} \right\rangle_d. \quad (2.21)$$

Os parâmetros de ordem de vidro de spin, que em linhas gerais nos dá a média das polarizações possíveis dos momentos magnéticos, para este modelo são definidos segundo van Hemmen por (ver o apêndice B)

$$\begin{cases} q_1 = \frac{1}{N} \sum_i \xi_i \langle S_i \rangle \\ q_2 = \frac{1}{N} \sum_i \eta_i \langle S_i \rangle \end{cases}. \quad (2.22)$$

Usando a Eq.(2.15) e o fato de que a média termodinâmica de S_i é a magnetização, temos

$$\begin{aligned}
q_1 &= \left\langle \xi \frac{\sum_{mi=-S}^S \exp(m_s^2 \beta D) \sinh\{|m_s| A(x,y,z,t)\}}{S} \right\rangle_d \\
e \quad q_2 &= \left\langle \eta \frac{\sum_{mi=-S}^S \exp(m_s^2 \beta D) \sinh\{|m_s| A(x,y,z,t)\}}{S} \right\rangle_d, \\
&\left\langle \frac{\sum_{mi=-S}^S \exp(m_s^2 \beta D) \cosh\{|m_s| A(x,y,z,t)\}}{S} \right\rangle_d
\end{aligned} \tag{2.23}$$

sendo

$$A(x, y, z, t) = \sqrt{K_0}x + \sqrt{K}[(\xi + \eta)y + j(\xi z + \eta t)] + \beta H. \tag{2.24}$$

Para eliminarmos a dependência em x, y, z, t como nos interessam os mínimos de βf vamos encontrar x, y, z, t para esta condição, ou seja,

$$\begin{cases} x = \sqrt{K_0}m \\ y = \sqrt{K}(q_1 + q_2) \\ z = j\sqrt{K}q_1 \\ t = j\sqrt{K}q_2 \end{cases}. \tag{2.25}$$

Substituindo estes resultados na Eq.(2.19) ficamos

$$\begin{aligned}
\beta f &= \frac{1}{2} [K_0 m^2 + K(q_1 + q_2)^2 - Kq_1^2 - Kq_2^2] \\
&- \left\langle \ln \left\{ \sum_{m_s} \exp(m_s^2 \beta D) \cosh\{|m_s|[K_0 m + K(\xi q_2 + \eta q_1) + \beta H]\} \right\} \right\rangle_d. \tag{2.26}
\end{aligned}$$

No mínimo de βf devemos ter $q_1 = q_2 = q$ (Apêndice B) . Finalmente, a energia livre e os parâmetros de ordem são dados por

$$\beta f = \frac{1}{2} (K_0 m^2 + 2Kq^2) - \left\langle \ln \left\{ \sum_{m_s} \exp(m_s^2 \beta D) \cosh\{|m_s|[K_0 m + K(\xi + \eta)q + \beta H]\} \right\} \right\rangle_d \tag{2.27}$$

$$m = \left\langle \frac{\sum_{m_s} \exp(m_s^2 \beta D) \sinh \{|m_s| [K_0 m + K (\xi + \eta) q + \beta H]\}}{\sum_{m_s} \exp(m_s^2 \beta D) \cos \{|m_s| [K_0 m + 2K (\xi + \eta) q + \beta H]\}} \right\rangle_d \quad (2.28)$$

$$q = \left\langle \frac{\xi + \eta}{2} \frac{\sum_{m_s} \exp(m_s^2 \beta D) \sinh \{|m_s| [K_0 m + K (\xi + \eta) q + \beta H]\}}{\sum_{m_s} \exp(m_s^2 \beta D) \cos \{|m_s| [K_0 m + 2K (\xi + \eta) q + \beta H]\}} \right\rangle_d. \quad (2.29)$$

Precisamos então, encontrar o conjunto solução do sistema de Eqs. (2.27)-(2.29), identificando assim as várias fases que podem ser encontradas, e essas fases sempre serão aquelas soluções que fornecem mínimos da energia livre. Estabeleceremos nas próximas seções a forma de $P(\xi, \eta)$, e as variáveis de spin e discutiremos o modelo original, bem como a expansão que estudamos.

2.4 Abordagem original de van Hemmen (spin $S = \frac{1}{2}$)

A discussão apresentada na seção anterior não especificou a distribuição de probabilidade $P(\xi, \eta)$, como também não definiu o valor da variável de spin, S_i , estabelecendo apenas que são inteiras ou semi-inteiras. Nesta seção discutiremos o modelo VH original seus itens mais fundamentais para o nosso estudo. Todo o procedimento de cálculo já foi desenvolvido, de maneira que sempre apresentaremos as expressões úteis acabadas. Elas sempre corresponderão a situações particulares. Particularizando as Eqs.(2.27) - (2.29) para o caso de spin $S = \frac{1}{2}$, ficamos

$$\beta f = \frac{1}{2} (K_0 m^2 + 2Kq^2) - \left\langle \ln \left\{ 2e^{\frac{\beta D}{4}} \cosh \left[\frac{1}{2} [K_0 m + Kq(\xi + \eta)] \right] \right\} \right\rangle_d \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{2} \left\langle \tanh \left\{ \frac{1}{2} [K_0 + Kq(\xi + \eta)] \right\} \right\rangle_d \\ q &= \frac{1}{2} \left\langle \frac{(\xi + \eta)}{2} \tanh \left\{ \frac{1}{2} [K_0 + Kq(\xi + \eta)] \right\} \right\rangle_d. \end{aligned} \quad (2.31)$$

O cálculo da média configuracional foi desenvolvido utilizando-se duas distribuições de probabilidade distintas, sendo uma discreta e outra contínua. A saber, a contínua gaussiana dada por

$$P(\xi, \eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\phi_1^2}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\phi_1^2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi\phi_2^2}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\phi_2^2}\right), \quad (2.32)$$

e a discreta (chamada de bimodal) regida pela equação

$$P(\xi, \eta) = P(\xi) P(\eta) = \left\{ \frac{1}{2} [\delta(\xi - 1) + \delta(\xi + 1)] \right\} \left\{ \frac{1}{2} [\delta(\eta - 1) + \delta(\eta + 1)] \right\}. \quad (2.33)$$

É através da distribuição de probabilidade, a qual as variáveis aleatórias estão sujeitas, e pela forma do J_{ij} que se estabelece que tipo de interação há entre os sítios, quando se trata de um modelo com diluição de interação. Num vidro de spin o número de átomos magnéticos é pequeno comparado com o número total de spins do sistema. Experimentalmente isto se consegue com ligas; teoricamente a forma do J_{ij} e a distribuição de probabilidade devem contemplar esta exigência. Ou seja, elas devem ser tais que o número de sítios que não interagem entre si

J_{ij}	$P(J_{ij})$
> 0	$\frac{1}{4}$
$= 0$	$\frac{1}{2}$
< 0	$\frac{1}{4}$

Tabela 2.1: Probabilidade de haver interações positivas, negativas ou não haver interação entre sítios

através de J_{ij} deve ser grande. Além disso, um vidro de spin apresenta frustração, de modo que J_{ij} deve conter interações positivas e negativas competindo. A forma do J_{ij} é interessante, pois de acordo com a Eq (2.33), temos que a probabilidade de se ter $J_{ij} > 0, J_{ij} < 0, J_{ij} = 0$ é como mostrada na tabela(2.1)

Deste modo, é duas vezes mais provável não haver interação e, em havendo, a probabilidade de ser positiva é a mesma que ser negativa.

Por ser um modelo novo precisava ser amplamente analisado. Trabalhar com distribuições de probabilidade de tipos diferentes foi essencial [54] e as reproduções de alguns resultados experimentais e teóricos mostram ser este um interessante modelo para ser aprofundado. Tendo em vista que a distribuição de probabilidade Bimodal dada pela Eq. (2.33) também reproduz de forma satisfatória alguns resultados experimentais, adotaremos a mesma em nosso trabalho.

Efetuando a média configuracional, proposto pela Eq (2.15), sobre as funções da energia livre, magnetização e parâmetro vidro de spin, encontramos as seguintes expressões ($H = 0$):

$$\beta f = \frac{1}{2}K_0m^2 + Kq^2 - \frac{1}{4} \left\{ \ln \left[2 \cosh \left(\frac{1}{2}K_0m + Kq \right) \right] + \ln \left[2 \cosh \left(\frac{1}{2}K_0m - Kq \right) \right] + \ln \left[2 \cosh \left(\frac{1}{2}K_0m \right) \right] \right\} \quad (2.34)$$

$$m = \frac{1}{8} \left\{ \tanh \left(\frac{1}{2}K_0m + Kq \right) + \tanh \left(\frac{1}{2}K_0m - Kq \right) + \tanh \left(\frac{1}{2}K_0m \right) \right\} \quad (2.35)$$

$$q = \frac{1}{8} \left\{ \tanh \left(\frac{1}{2}K_0m + Kq \right) - \tanh \left(\frac{1}{2}K_0m - Kq \right) \right\}. \quad (2.36)$$

Vamos então dispor a seqüência de resultados e as discussões pertinentes a cada um deles, começando com o diagrama no plano $T - J_0$, onde foi usada a distribuição discreta de probabilidade da Eq (2.33). Na realidade usaremos apenas esta distribuição, e isto se deve essencialmente à maior facilidade no tratamento numérico e a ocorrência da fase mista, conforme está mostrado

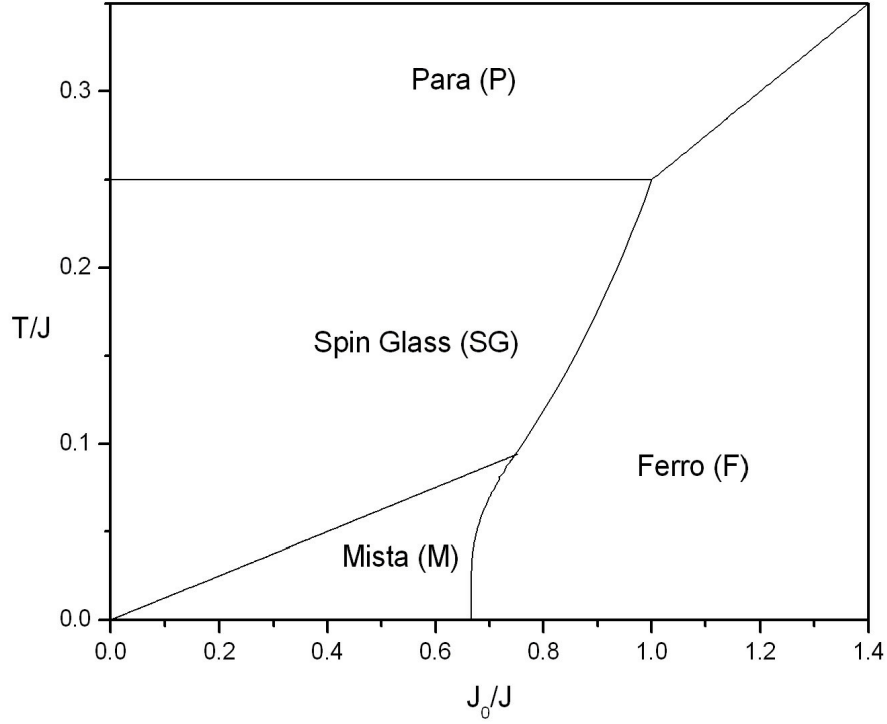


Figura 2.1: Diagrama de Fases no plano $T - J_0$ para o modelo VH de spin $\frac{1}{2}$ com distribuição bimodal [53].

os resultados na figura 2.1 [53].

Vamos então analisar este diagrama: Para isto começaremos reescrevendo o fator variável da parcela aleatória como segue

$$(\xi_i \eta_j + \xi_j \eta_i) = \xi_i \eta_j (1 + \xi_i \eta_i \xi_j \eta_j). \quad (2.37)$$

Adotemos a seguinte convenção:

$$\xi_i \eta_i = +1 \rightarrow \text{configuração azul (A)} \quad (2.38)$$

$$\xi_i \eta_i = -1 \rightarrow \text{configuração vermelha (V)}.$$

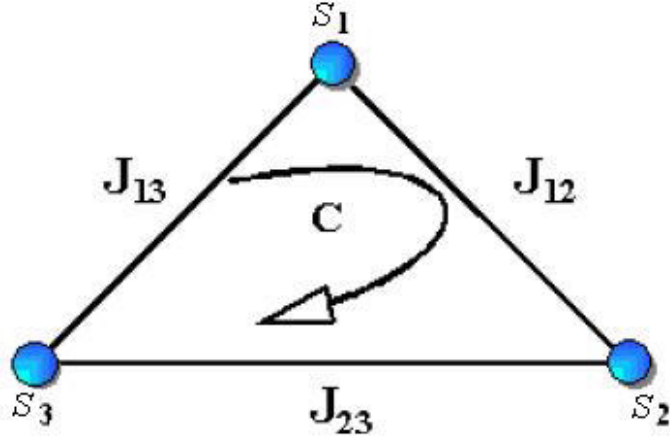


Figura 2.2: Aglomerado triangular com a configuração azul.

Assim, se i e j tiverem cores diferentes, $J_{ij} = 0$. Ou seja, J_{ij} só conecta pontos da mesma cor. Destacando o Hamiltoniano a parcela em (A) e (V) temos:

$$\frac{1}{N}\mathcal{H}_{A+V} = J \left(\frac{1}{N} \sum_{i \in A} \xi_i S_i \right) \left(\frac{1}{N} \sum_{j \in A} \eta_j S_j \right) + J \left(\frac{1}{N} \sum_{i \in V} \xi_i S_i \right) \left(\frac{1}{N} \sum_{j \in V} \eta_j S_j \right). \quad (2.39)$$

Procedendo a transformação de Mattis [51], a saber, $S_i \rightarrow \xi_i S_i$, e tomando $J_0 = 0$, desacoplamos o sistema ($H = 0$) em dois subsistemas, um ferromagnético (azul) e outro antiferromagnético (vermelho) ficamos

$$\frac{1}{N}\mathcal{H}_{A+V} = J \left(\frac{1}{N} \sum_{i \in A} S_i \right)^2 - J \left(\frac{1}{N} \sum_{i \in V} S_i \right)^2. \quad (2.40)$$

Entendamos o que realmente ocorre quando $J_0 = 0$. No limite em que $T \rightarrow 0$ encontramos como solução das Eqs. (2.35) e (2.36) $m = 0$ e $q = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{4}$, indicando que apenas metade dos sítios geram ordem de vidro de spin¹. Mais ainda, como os subsistemas estão desacoplados, apenas um deles deve estabelecer esta fase. Vamos então ver como se comporta a desordem em um aglomerado contendo três spins azuis (figura 2.2).

¹Isso ocorre devido ao fato de estarmos usando spins Ising não normalizados ($\pm \frac{1}{2}$).

Para calcular Φ , a função frustração desta plaqueta [52], qualitativamente é essencial sabermos o comportamento de $(\xi_i \eta_j + \xi_j \eta_i)$, pois são eles os responsáveis pela desordem.

$$\begin{aligned} \Phi = \prod_C J_{ij} \rightarrow & (\xi_1 \eta_2 + \xi_2 \eta_1) (\xi_2 \eta_3 + \xi_3 \eta_2) (\xi_3 \eta_1 + \xi_1 \eta_3) = \xi_1 \eta_1 \xi_2 \eta_2 \xi_3 \eta_3 + \xi_1 \eta_1 \xi_3^2 \eta_2^2 \\ & + \xi_3 \eta_3 \xi_2^2 \eta_1^2 + \xi_2 \eta_2 \xi_3^2 \eta_1^2 + \xi_2 \eta_2 \xi_1^2 \eta_3^2 + \xi_3 \eta_3 \xi_1^2 \eta_2^2 + \xi_2^2 \eta_3^2 \eta_1^2 + \xi_1 \eta_1 \xi_2 \eta_2 \xi_3 \eta_3 \end{aligned} \quad (2.41)$$

Logo, $\Phi > 0$ para o sistema azul. Usando o conceito de frustração definido por Toulouse [52], vemos que para $J_0 = 0$, a desordem presente no subsistema azul não é relevante. Ou seja, o sistema azul não pode gerar a fase vidro de spin. Não precisamos realizar os cálculos de Φ no sistema vermelho para verificarmos que neste caso ele é negativo. Basta observar que apenas uma parcela é positiva. Logo, este subsistema é completamente frustrado, e a transformação de Mattis o leva a um antiferromagneto que não sofre qualquer transição de fase. Das Eqs (2.31), já calculada a média, vem

$$\begin{aligned} m &= 0 \\ q &= \frac{1}{4} \tanh(Kq), J_0 = 0. \end{aligned} \quad (2.42)$$

Logo, se $K > 1$, ou seja, $\frac{T}{J} < 1$, a Eq (2.42) admite solução diferente da trivial como mostra o diagrama, ou seja, novamente ordem de vidro de spin. Temos ainda uma maneira de analisar o eixo $J_0 = 0$ que é tomando o limite quando J_0 tende a zero pela direita e pela esquerda. Encontramos nos dois limites fase vidro de spin, corroborando o fato de haver ordem de vidro de spin em $J_0 = 0$. Mas, se há esta ordem, como então é gerada? Estas conclusões aparentemente contraditórias, reforçam as afirmações encontradas em Choy e Sherrington [55], quando discutem a metaestabilidade do modelo e sua dinâmica, de que este não representa um vidro de spin num sentido completo. O parâmetro q definido, por exemplo, bem representa o parâmetro de ordem de vidro de spin do modelo de van Hemmen, mas não de um real vidro de spin.

Estas conclusões, no entanto, não impedem que sejam apresentadas as contribuições como a fase mista por exemplo.

Continuando a discussão, todas as retas que aparecem no diagrama podem ser obtidas analiticamente, utilizando-se uma análise assintótica.

Antes, porém, reconhecamos as fases presentes nesse sistema e suas características, são elas:

i) Fase ferromagnética (F): esta fase é caracterizada por $m \neq 0$ e $q = 0$. As equações desta fase são:

$$\begin{aligned}\beta f_F &= \frac{1}{2} K_0 m^2 - \ln [2 \cosh (K_0 m)] \\ m &= \frac{1}{2} \tanh \left(\frac{1}{2} K_0 m \right); \end{aligned} \quad (2.43)$$

ii) Fase vidro de spin (SG): esta fase é caracterizada por $m = 0$ e $q \neq 0$. As equações desta fase são:

$$\begin{aligned}\beta f_{SG} &= K q^2 - \frac{1}{2} \ln [2 \cosh (K q)] - \frac{1}{2} \ln 2 \\ q &= \frac{1}{4} \tanh (K q); \end{aligned} \quad (2.44)$$

iii) Fase mista (M): esta fase é caracterizada por $m \neq 0$ e $q \neq 0$. As Eqs. (2.34), (2.35) e (2.36) determinam esta fase;

iv) Fase paramagnética (P): esta fase é caracterizada por $m = 0$ e $q = 0$.

Para obter as linhas de transições entre as fases vamos nos valer de processos analíticos e também numéricos. Entre as fases ferromagnética (F) e mista (M) a curva de transição só é possível a partir de recursos numéricos, assim como para a linha de transição entre as fases F e SG e entre as fases SG e M. Além do fato de usarmos uma outra equação a partir da igualdade das energias livres das fases usadas na obtenção de cada linha de transição.

Por outro lado, as linhas de transições entre as fases F e P, SG e P podem ser obtidas por processos analíticos. A transição entre as fase F e P ocorre quando $m \rightarrow 0$, então a partir da Eq.(2.43) obtemos que

$$\frac{T}{J} = \frac{1}{4} \frac{J_0}{J} \text{ (P-F)}. \quad (2.45)$$

Entre as fases SG e P, na transição temos que $q \rightarrow 0$, logo da Eq.(2.44) obtemos

$$\begin{aligned}m &= 0 \\ q &= \frac{1}{4} K q \rightarrow K = 4 \rightarrow \frac{T}{J} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ (SG-P)}. \end{aligned} \quad (2.46)$$

A partir de soluções numéricas obtemos a linha de transição entre as fases SG e M, com os seguintes valores $m_M = 0$ e $q_M = q_{SG} = 0.25$ no estado fundamental ($T = 0$), portanto, esta transição para $T \neq 0$ é caracterizado pelo fato de $m \rightarrow 0$, desta forma a partir da Eq. (2.35) encontramos

$$\frac{T}{J} = \frac{1}{8} \frac{J_0}{J}. \quad (2.47)$$

Na transição entre as fases F e SG fazendo $m \rightarrow 0$ e $q \rightarrow 0$, teremos os dois resultados dados pelas Eqs.(2.45) e (2.46), o que não é viável, logo é necessário usar procedimento numérico para obter a curva de transição entre essas duas fases. De fato, também, isto ocorre na transição entre as fases F e M, ou seja, q_M não tende a zero nem mesmo no estado fundamental.

2.5 Modelo de van Hemmen de spin 1

Diferentemente do modelo VH original, a generalização para $S = 1$ torna o parâmetro de anisotropia D relevante no diagrama de fase. As Eqs. (2.27), (2.28) e (2.29) ficarão para este caso particular

$$\beta f = \frac{1}{2} (K_0 m^2 + 2Kq^2) - \left\langle \ln \left\{ 2e^{\beta D} \cosh [K_0 m + Kq(\xi + \eta) + \beta H] + 1 \right\} \right\rangle_d \quad (2.48)$$

$$m = \left\langle \frac{2e^{\beta D} \sinh [K_0 m + Kq(\xi + \eta) + \beta H]}{2e^{\beta D} \cosh [K_0 m + Kq(\xi + \eta) + \beta H] + 1} \right\rangle_d \quad (2.49)$$

$$q = \left\langle \frac{(\xi + \eta)}{2} \frac{2e^{\beta D} \sinh [K_0 m + Kq(\xi + \eta) + \beta H]}{2e^{\beta D} \cosh [K_0 m + Kq(\xi + \eta) + \beta H] + 1} \right\rangle_d. \quad (2.50)$$

Mais uma vez, efetuando a média configuracional sobre as funções da energia livre, magnetização e parâmetro vidro de spin, encontramos as seguintes expressões para $H = 0$:

$$\beta f = \frac{1}{2} (K_0 m^2 + 2Kq^2) - \frac{1}{4} \left\{ \ln [1 + 2e^{\beta D} \cosh (K_0 m + 2Kq)] + \ln [1 + 2e^{\beta D} \cosh (K_0 m - 2Kq)] \right\} - \frac{1}{2} \ln [1 + 2e^{\beta D} \cosh (K_0 m)] \quad (2.51)$$

$$m = \frac{1}{2} \left\{ \frac{e^{\beta D} \sinh (K_0 m + 2Kq)}{1 + 2e^{\beta D} \cosh (K_0 m + 2Kq)} + \frac{e^{\beta D} \sinh (K_0 m - 2Kq)}{1 + 2e^{\beta D} \cosh (K_0 m - 2Kq)} \right\} + \frac{e^{\beta D} \sinh (K_0 m)}{1 + 2e^{\beta D} \cosh (K_0 m)} \quad (2.52)$$

$$q = \frac{1}{2} \left\{ \frac{e^{\beta D} \sinh (K_0 m + 2Kq)}{1 + 2e^{\beta D} \cosh (K_0 m + 2Kq)} - \frac{e^{\beta D} \sinh (K_0 m - 2Kq)}{1 + 2e^{\beta D} \cosh (K_0 m - 2Kq)} \right\} \quad (2.53)$$

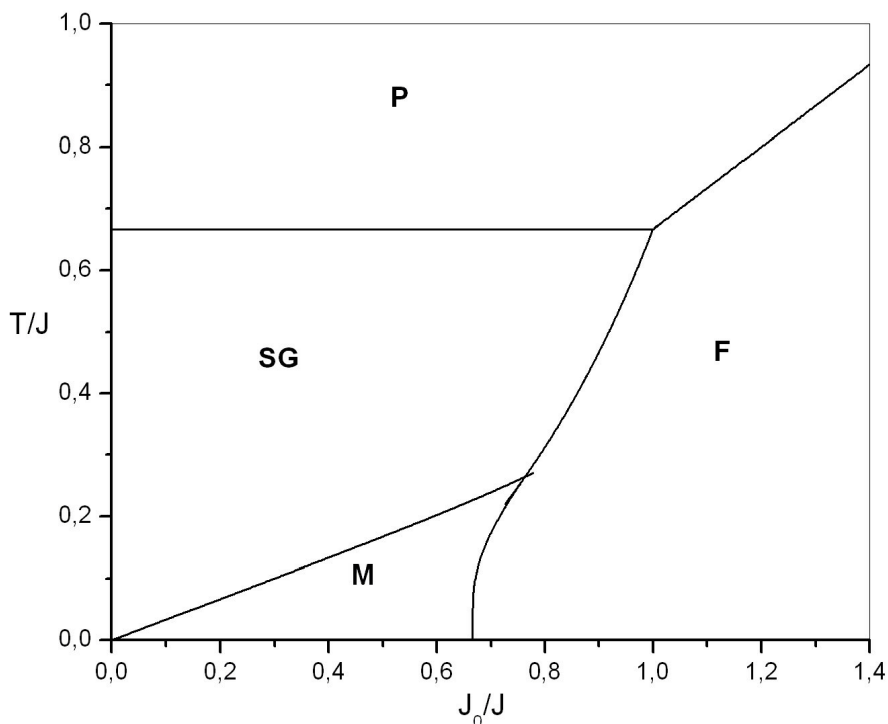


Figura 2.3: Diagrama de fase no plano $T - J_0$ para o modelo VH de spin 1 usando a distribuição bimodal com $D = 0$ [56].

Para $D = 0$, tudo funciona como se multiplicássemos no diagrama de fase na fig. 2.1 o eixo vertical por $\frac{2}{3}$. No estado fundamental ($T = 0$), as expressões deste modelo reproduzem o resultado original de van Hemmen, de modo que encontramos a transição M- F no mesmo ponto $\frac{J_0}{J} = \frac{2}{3}$.

Feita esta discussão preliminar para $D = 0$, vamos estudar o efeito do parâmetro anisotrópico D . Se $D > 0$, são favorecidos os estados $+1$ e -1 . Conseqüentemente, se $D \rightarrow \infty$, temos que os spins voltam a ser de Ising ($S = \pm 1$). A análise das Eqs. (2.51), (2.52) e (2.53), tornam isto bem claro assim como também os mínimos de energia.

Por outro lado, para $D < 0$ é privilegiado o estado de spin nulo ($S_i = 0$). Torna-se então, a medida que $|D|$ vai aumentando, mais difícil de J_0 orientar o subsistema vermelho, e isto

contribui para a eliminação da fase mista. Os diagramas de fases nas figuras.2.4 e 2.5 mostra a evolução com o aumento de $|D|$.

Aumentando o módulo ($D < 0$) da anisotropia, mas com $\frac{D}{J} > -0,50$, teremos um diagrama de fase no plano $T - J_0$, onde as transições de fases entre os estados F e SG com a fase desordenada (P) são de primeira ordem, conforme exemplificamos na figura 2.6 para $\frac{D}{J} = -0,48$. Para $\frac{D}{J} < -0,5$ a fase SG é destruída, e temos apenas uma transição de primeira ordem entre as fases F e P (ver figura 2.7).

Na figura 2.8, o diagrama de fase (SG - P) no plano $T - D$ para $J_0 = 0$ é apresentado. Para pequenos valores de $|D|$ ($D < 0$) temos uma transição de fase de segunda ordem, onde a temperatura crítica T_c diminui a medida que $|D|$ aumenta. Para grandes valores de $|D|$ ($\frac{D}{J} > -0,50$) temos uma transição de primeira ordem, onde a temperatura de transição também decresce à medida que $|D|$ cresce se anulando no ponto $\frac{D}{J} = -0,50$. A junção entre as duas linhas de transições de fases é denominado de Ponto Tricrítico. Devemos mencionar que estes diagramas não tem sido obtidos na literatura, apenas cálculos preliminares foram feitos neste modelo por de Almeida e Moreira [57].

Desenvolvendo o mesmo procedimento apresentado na seção anterior, com $D \neq 0$ e $H = 0$, para a obtenção das linhas críticas, temos

i) Transição SG-P:

Nesta transição encontramos $m = 0$ e $q \sim 0$, assim

$$\begin{aligned} m &= 0 \\ q &= \frac{e^{\beta D}}{2} \left\{ \frac{\sinh(2Kq)}{2e^{\beta D} \cosh(2Kq) + 1} - \frac{\sinh(-2Kq)}{2e^{\beta D} \cosh(2Kq) + 1} \right\} \rightarrow q = \frac{e^{\beta D}}{2} \frac{4Kq}{2e^{\beta D} + 1}. \end{aligned}$$

Finalmente

$$e^{\beta D} = \frac{1}{2(K-1)} \quad (2.54)$$

$$e^{\frac{D/J}{T/J}} = \frac{1}{2\left(\frac{1}{T/J} - 1\right)}. \quad (2.55)$$

Vamos aos casos

i.1) Se $D \gg 1$, então $\frac{T}{J} \rightarrow 1$, que é o resultado de van Hemmen esperado;

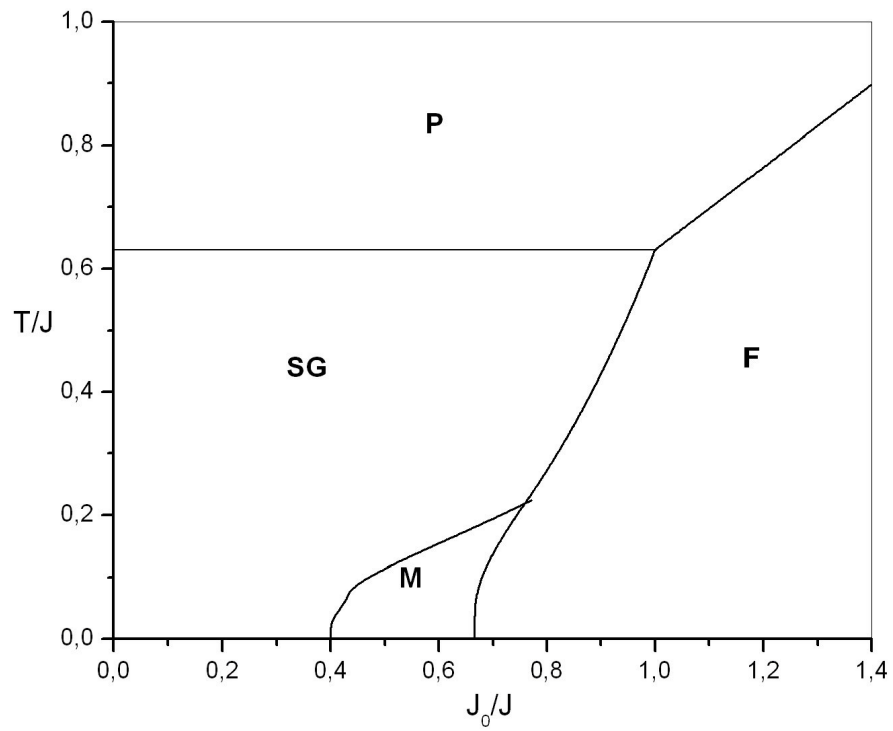


Figura 2.4: Diagrama de fase no plano $T - J_0$ para o modelo VH de spin 1 usando a distribuição bimodal e anisotropia $\frac{D}{J} = -0,10$ [56].

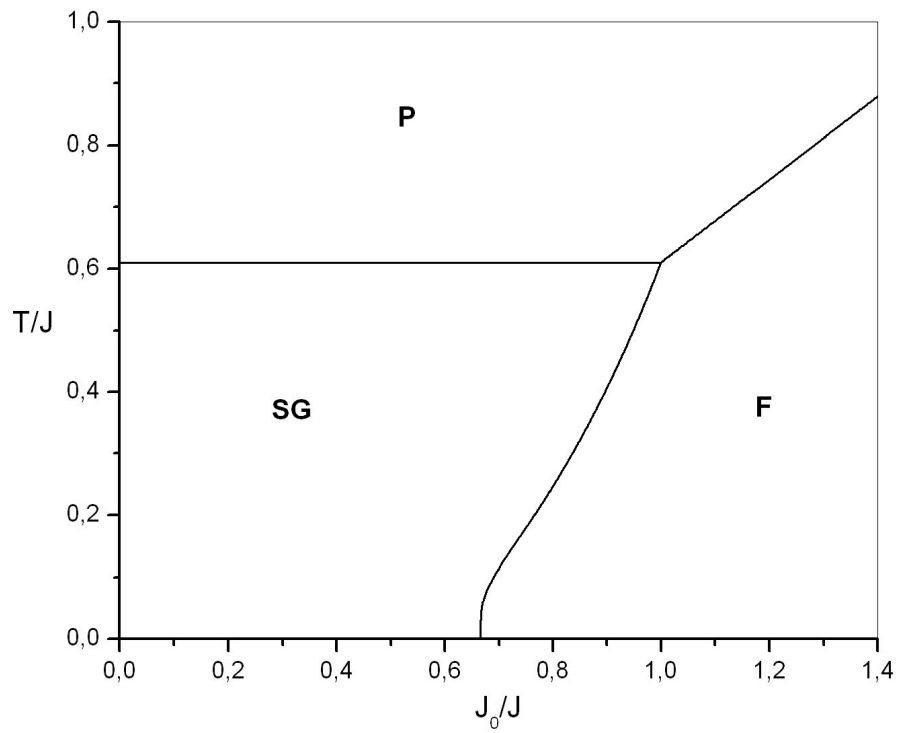


Figura 2.5: Diagrama de fase no plano $T - J_0$ para o modelo VH de spin 1 usando a distribuição bimodal e anisotropia $\frac{D}{J} = -0,15$ [56].

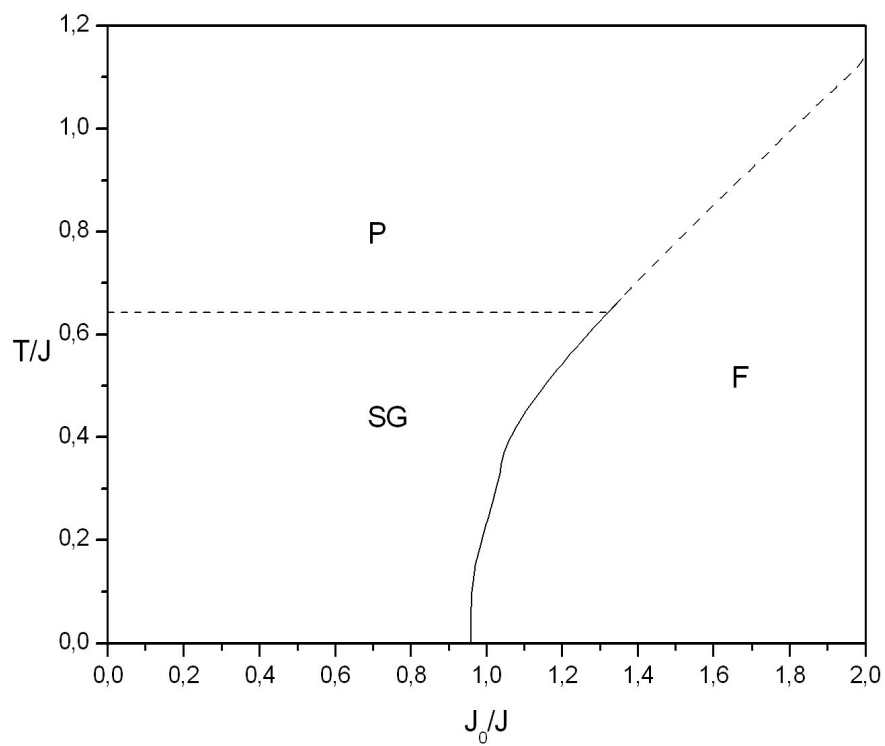


Figura 2.6: Diagrama de fase no plano $T - J_0$ para o modelo VH de spin 1 usando a distribuição bimodal e anisotropia $\frac{D}{J} = -0,48$. A transição entre SG e P é de primeira ordem.

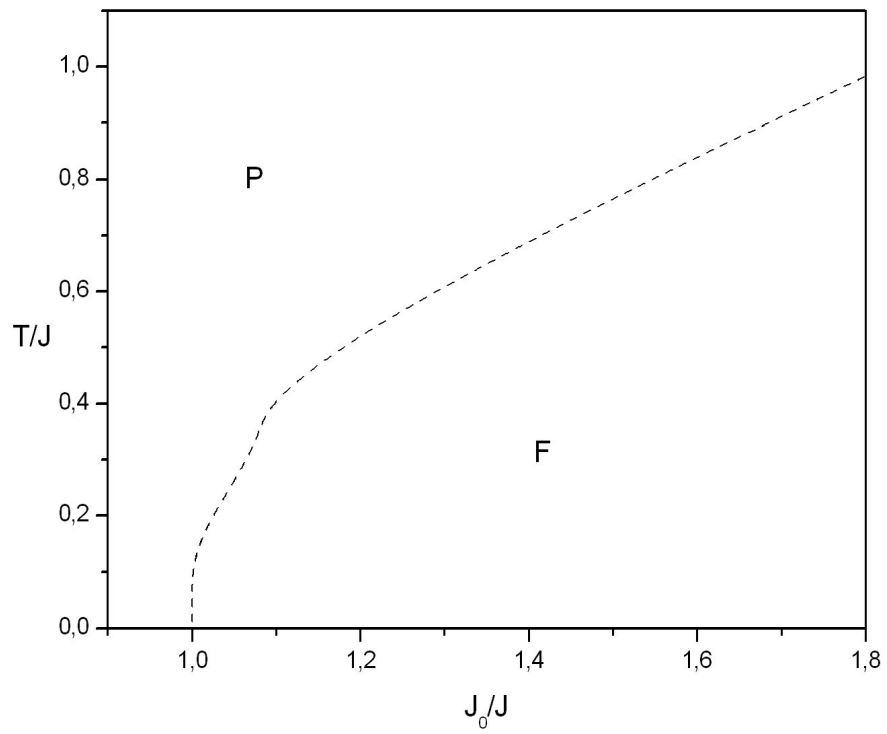


Figura 2.7: Diagrama de fase no plano $T - J_0$ para o modelo VH de spin 1 com distribuição bimodal e anisotropia $\frac{D}{J} = -0,50$. Neste caso temos apenas uma transição de primeira ordem.

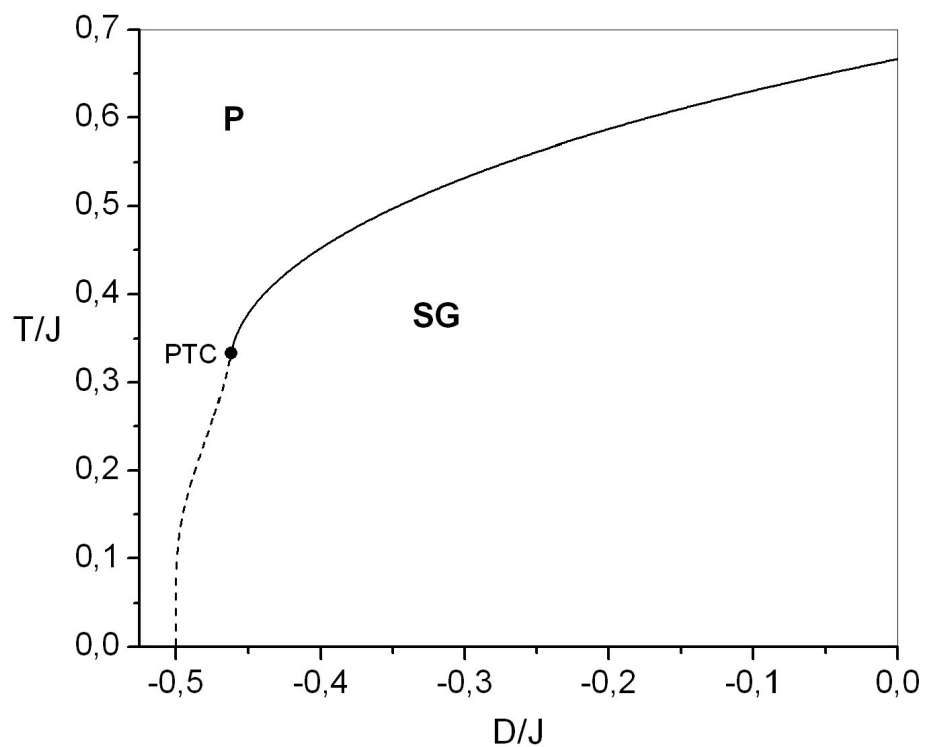


Figura 2.8: Diagrama de fase no plano $T-D$ para o modelo VH de spin 1 usando a distribuição bimodal e $J_0 = 0$. Na junção da linha de transição de primeira ordem (tracejada) com a linha de segunda ordem (sólida) temos o Ponto Tricrítico (PTC) [56].

i.2) Se $D = 0$, temos $\frac{T}{J} = \frac{2}{3}$, que é a linha de transição encontrada;

i.3) Se $D < 0$, $|D| \gg 1$, encontramos $\frac{T}{J} \rightarrow 0$, resultado que devemos esperar.

ii) Transição F-P:

Nesta transição temos $m \sim 0$ e $q = 0$. Logo

$$\begin{aligned} m &= \frac{e^{\beta D}}{2} \left\{ \frac{\sinh(K_0 m)}{2e^{\beta D} \cosh(K_0 m) + 1} + \frac{2 \sinh(K_0 m)}{2e^{\beta D} \cosh(K_0 m) + 1} + \frac{\sinh(K_0 m)}{2e^{\beta D} \cosh(K_0 m) + 1} \right\} \\ &\rightarrow m = \frac{e^{\beta D}}{2} \frac{4K_0 m}{2e^{\beta D} + 1} \\ q &= 0. \end{aligned}$$

Ou ainda,

$$e^{-\beta D} = 2(\beta J_0 - 1). \quad (2.56)$$

Os casos limites são, para $\frac{J_0}{J}$ fixo:

ii.1) $D \gg 1 \Rightarrow \frac{J_0/J}{T/J} \rightarrow 1$. Este é o resultado de van Hemmen;

ii.2) $D = 0 \Rightarrow \frac{J_0/J}{T/J} \rightarrow \frac{2}{3}$, que é o resultado encontrado;

ii.3) $D < 0$, $|D| \gg 1 \Rightarrow \frac{T}{J} \rightarrow 0$, como o esperado.

A introdução do parâmetro de anisotropia aumenta o conflito entre os estados preferenciais de orientação dos momentos magnéticos. Devemos então esperar, e é o que ocorre, um crescimento no número de fases soluções das Eqs. (2.51), (2.52) e (2.53).

O caso de spin $\frac{3}{2}$ será tratado no próximo capítulo, e representa o principal objetivo desta dissertação.

Capítulo 3

Modelo de van Hemmen anisotrópico de spin $\frac{3}{2}$

3.1 Breve histórico do Modelo de Blume-Capel

O modelo de Blume Capel é uma particularização do modelo de Blume-Emery-Griffiths (BEG.), que originalmente teve como motivação explicar algumas propriedades termodinâmicas bem como a transição de fase que ocorre na mistura $He^3 - He^4$ [66]. Apesar deste modelo não ser fiel na sua totalidade ao observado experimentalmente, se mostrou eficaz em reproduzir qualitativamente certas características do sistema como, por exemplo, o diagrama de fase para a transição superfluido e separação de fase. Inicialmente, o modelo considera que a mistura $He^3 - He^4$ consiste de uma rede discreta com variáveis de spin fictícias S_i , assumindo valores 0 e ± 1 associada a cada sítio da rede. O átomo de He^3 no sítio i corresponde a $S_i = 0$ e o átomo de He^4 , $S_i = \pm 1$. Cada sítio corresponde apenas um único átomo (He^3 ou He^4). O grau de liberdade adicional atribuído ao átomo de He^4 (o sinal de $S_i = \pm 1$) é introduzido com o propósito de prover ao sistema um parâmetro de ordem. A média térmica do total de spins é definido por

$$M = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \langle S_i \rangle, \quad (3.1)$$

que no modelo corresponde ao parâmetro de ordem superfluido do hélio líquido. É claro, M tem duas possíveis fases, positiva e negativa. A inclusão deste parâmetro de ordem para uma

das espécies (He^4) é por si só o bastante para considerar várias características do diagrama de fase observado, apesar de não corresponder a realidade física de que para o Hélio líquido M pode variar de forma contínua entre essas duas fases.

O número de átomos de He^3 e He^4 é dado, respectivamente, por

$$\hat{N}_3 = \sum_i^N (1 - S_i^2), \quad (3.2)$$

$$\hat{N}_4 = \sum_i^N S_i^2, \quad (3.3)$$

com $\hat{N}_3 + \hat{N}_4 = N$ o número total de sítios. A concentração de He^3 pode ser definida por

$$x = \frac{\langle \hat{N}_3 \rangle}{N} \quad (3.4)$$

e corresponde a um parâmetro de ordem adicional que reflete a possibilidade de separação de fase.

Para um sistema invariante translacionalmente, temos

$$M = \langle S_i \rangle \quad (3.5)$$

e

$$x = 1 - \langle S_i^2 \rangle. \quad (3.6)$$

Neste caso $\langle S_i \rangle$ e $\langle S_i^2 \rangle$ são, respectivamente, a magnetização e o momento de quadrupolo médio do sistema fictício de spins. O ordenamento superfluido e a separação de fase na mistura é simulado pelo ordenamento magnético e pelo ordenamento quadrupolar no modelo.

O Hamiltoniano modelo consiste de dois termos, o primeiro representa a interação na rede

$$\mathcal{H}_S = -J \sum_{\langle i,j \rangle} S_i S_j, \quad (3.7)$$

onde a soma é feita sobre os pares de primeiros vizinhos. Este termo é responsável pelo ordenamento superfluido já que conduz a uma transição de segunda ordem num valor diferente de

zero de M a uma temperatura crítica T_c .

Como numa mistura de fluidos clássicos, temos também a existência de interação entre os componentes. Por esta razão, um termo de interação

$$\mathcal{H}_I = -K_{33} \sum_{\langle i,j \rangle} (1 - S_i^2) (1 - S_j^2) - K_{44} \sum_{\langle i,j \rangle} S_i^2 S_j^2 - K_{34} \sum_{\langle i,j \rangle} [S_i^2 (1 - S_j^2) + S_j^2 (1 - S_i^2)], \quad (3.8)$$

será incluído no Hamiltoniano. Aqui, novamente a soma é feita sobre os pares de primeiros vizinhos, e como S_i^2 é zero para o He^3 e uma unidade para o He^4 , $-K_{\alpha\beta}$ é a interação efetiva $He^\alpha - He^\beta$. Os termos da Eq.(3.8) podem ser rearranjados do modo a seguir

$$\mathcal{H}_I = -(K_{33} + K_{44} - 2K_{34}) \sum_{\langle i,j \rangle} S_i^2 S_j^2 - 2z (K_{34} - K_{33}) \sum_i^N S_i^2 - zNK_{33}, \quad (3.9)$$

onde z é o número de primeiros vizinhos para a rede considerada.

Como $\langle \widehat{N}_3 \rangle$ e $\langle \widehat{N}_4 \rangle$ é conhecido, então é necessário introduzir o potencial químico μ_3 e μ_4 para He^3 e He^4 , respectivamente de modo a ser incorporados no Hamiltoniano total, ou seja,

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_S + \mathcal{H}_I - \mu_3 \widehat{N}_3 - \mu_4 \widehat{N}_4, \quad (3.10)$$

que pode ser reescrito na forma

$$\mathcal{H} = -J \sum_{\langle i,j \rangle} S_i S_j - K \sum_{\langle i,j \rangle} S_i^2 S_j^2 + D \sum_i S_i^2 - N (zK_{33} + \mu_3) \quad (3.11)$$

sendo

$$K = K_{33} + K_{44} - 2K_{34} \quad (3.12)$$

e

$$D = \mu_3 - \mu_4 + 2z (K_{33} - K_{44}). \quad (3.13)$$

O Hamiltoniano \mathcal{H} representa o modelo de Ising de spin 1 com interação de troca biquadrática K e interação de campo cristalino D , que ficou conhecido como o Hamiltoniano de BEG.

3.1.1 Solução de campo Médio

O modelo de Blume Capel (BC) foi introduzido na década de setenta [66] para descrever o comportamento da mistura $He^3 - He^4$ ao longo da linha λ e próximo do ponto crítico da mistura. Do ponto de vista teórico, o modelo BC tem um interesse intrínseco, uma vez que ele é uma generalização do modelo de Ising ($S = \frac{1}{2}$) exibindo um rico diagrama de fase com linhas de primeira e segunda ordem com presença de um ponto tricrítico. Pontos tricríticos aparecem em misturas de $He^3 - He^4$ tais que quando uma pequena concentração de He^3 é adicionada ao substrato formado por He^4 , onde a linha crítica (transição de fase de segunda ordem) termina numa concentração $X(He^3) \simeq 0,67$. Este modelo BC, ou sua generalização, conhecida como BEG (Blume-Emery-Griffiths) [66], foi estudado por uma variedade de métodos (campo médio, grupo de renormalização, simulação de Monte Carlo, etc) que dependendo do valor do spin $S > \frac{1}{2}$, valores dos parâmetros envolvidos no Hamiltoniano do modelo apresentam diagramas diversos. A aproximação de campo médio, nas suas mais variadas formas (Curie-Weiss, interação de longo alcance, desigualdade de Bogoliubov) [67], é adequada numa primeira análise para descrever sistemas interagentes em alta dimensionalidade. Por ser uma metodologia que leva em consideração todas as interações do sistema (longo alcance), um sistema, por exemplo, unidimensional composto por spins interagentes apresenta erroneamente uma transição de fase em temperatura finita ($T_c \neq 0$). Por outro lado, a medida que a dimensão do sistema aumenta, o campo médio torna-se uma teoria cada vez mais exata, de tal modo que para $d \rightarrow \infty$ os valores das grandezas termodinâmicas e diagramas de fases são exatos. Assim sendo, devemos esperar que em três dimensões ($d = 3$) a aproximação de campo médio encontre resultados qualitativos corretos em comparação com os métodos mais rigorosos (exemplo Monte Carlo e expansão em séries), e isso tem ocorrido com frequência na literatura.

O modelo BC é descrito pelo seguinte Hamiltoniano

$$\mathcal{H} = - \sum_{(ij)} J_{ij} S_i S_j + D \sum_i S_i^2, \quad (3.14)$$

onde J_{ij} é a interação de troca entre os pares de spins nos sítios i e j , D é o parâmetro de anisotropia de íon-único e $S_i = -S, -(S-1), \dots, S-1, S$ ($S > \frac{1}{2}$). Para $S = \frac{1}{2}$ o último termo da Eq. (3.14) torna-se uma constante, não modificando assim a criticalidade do sistema. O

Hamiltoniano 3.14 numa rede unidimensional ($d = 1$) apresenta solução exata, mas $d \geq 2$ apenas solução aproximada é obtida.

Admitindo que as interações entre os spins sejam constantes e igual a $J_{ij} = \frac{J_0}{N}$ (justificada para tomar a energia interna extensiva), a função de partição é dada por

$$Z = \text{Tr} e^{-\beta\mathcal{H}} = \text{Tr} e^{\frac{K_0}{N} \sum_{(ij)} S_i S_j - d \sum_i S_i^2}, \quad (3.15)$$

onde $K_0 = \beta J_0$ e $d = \beta D$.

Usando o fato que

$$\sum_{(ij)} S_i S_j = \frac{1}{2} \left[\left(\sum_i S_i \right)^2 - \sum_i S_i^2 \right], \quad (3.16)$$

a Eq. (3.15) ficará reescrita na forma

$$Z = \text{Tr} \left\{ e^{\frac{K_0}{2N} \left(\sum_i S_i \right)^2 - d_1 \sum_i S_i^2} \right\}, \quad (3.17)$$

onde $d_1 = d + \frac{K_0}{2N}$.

O termo quadrático acima pode ser reescrito usando a identidade gaussiana

$$e^{\lambda a^2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2} + a\sqrt{2\lambda}x} dx, \quad (3.18)$$

portanto, a Eq. (3.17) ficará reescrita por

$$Z = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dx \text{Tr} e^{-\frac{x^2}{2} + \sqrt{\frac{K_0}{N}} \sum_i S_i x - d_1 \sum_i S_i^2},$$

ou pode ainda ser compactada na forma

$$Z = \frac{1}{\sqrt{2\pi N}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{NF_S(x)}, \quad (3.19)$$

sendo

$$F_S(x) = -\frac{x^2}{2} + \ln \sum_{m=-S}^S e^{\sqrt{K_0}xm - d_1 m^2}, \quad (3.20)$$

onde fizemos a mudança de variável x em $\sqrt{N}x$ na obtenção da Eq. (3.19). Iremos analisar os casos particulares de $S = 1$, cuja a função será

$$F_1(x) = -\frac{x^2}{2} + \ln \left[1 + 2e^{-d_1} \cosh \sqrt{K_0}x \right], \quad (3.21)$$

e para spin $S = \frac{3}{2}$, teremos

$$F_{\frac{3}{2}}(x) = -\frac{x^2}{2} + \ln \left[2e^{-\frac{d_1}{4}} \cosh \left(\frac{\sqrt{K_0}x}{2} \right) + 2e^{-\frac{9d_1}{4}} \cosh \left(\frac{3\sqrt{K_0}x}{2} \right) \right]. \quad (3.22)$$

Expandindo $F_S(x)$ em torno do ponto de máximo é x_0 (método do ponto de sela), ficaremos

$$Z \simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi N}} \int_{-\infty}^{+\infty} dx e^{NF_S(x_0)} e^{NF_S''(x_0)\frac{(x-x_0)^2}{2}},$$

sendo $F_S''(x_0) = -\alpha < 0$ (ponto de máximo), a função de partição será dada por

$$Z \simeq \frac{1}{N\sqrt{\alpha}} e^{NF_S(x_0)} [1 + O(N)], \quad (3.23)$$

no limite termodinâmico da Eq. (3.23) obtém o valor da energia livre por partícula de forma exata, ou seja,

$$-\beta g_S(x_0) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\ln Z}{N} \right\} = \bar{F}_S(x_0). \quad (3.24)$$

Derivando as Eqs. (3.21) e (3.22) é fácil mostrar que o ponto de máximo $x_0 = \sqrt{K_0}m$, onde m é a magnetização do sistema (parâmetro de ordem) definida por $m = \left\langle \frac{1}{N} \sum_i S_i \right\rangle$. Para spin $S = 1$ temos

$$m = \frac{2e^{-d} \sinh(K_0 m)}{1 + 2e^{-d} \cosh(K_0 m)}, \quad (3.25)$$

com

$$\bar{F}_1(x_0) = -\frac{K_0 m^2}{2} + \ln \left[1 + 2e^{-d} \cosh(K_0 m) \right], \quad (3.26)$$

e para $S = \frac{3}{2}$

$$m = \frac{e^{-\frac{d}{4}} \sinh\left(\frac{K_0 m}{2}\right) + 3e^{-\frac{9d}{4}} \sinh\left(\frac{3K_0 m}{2}\right)}{2 \left[e^{-\frac{d}{4}} \cosh\left(\frac{K_0 m}{2}\right) + e^{-\frac{9d}{4}} \cosh\left(\frac{3K_0 m}{2}\right) \right]}, \quad (3.27)$$

com

$$\bar{F}_{\frac{3}{2}}(x_0) = -\frac{K_0 m^2}{2} + \ln \left[2e^{-\frac{d}{4}} \cosh \left(\frac{K_0 m}{2} \right) + 2e^{-\frac{9d}{4}} \cosh \left(\frac{3K_0 m}{2} \right) \right]. \quad (3.28)$$

Substituindo $x_0 = \sqrt{K_0 m}$, da Eq. (3.24) teremos um funcional para a energia livre $\psi(m)$ para cada valor do spin S (aqui usamos $S = 1, \frac{3}{2}$). Para obter a linha de transição entre as fases ferromagnética (F) e paramagnética (P), usamos a construção de Maxwell, ou seja, igualdade entre as energias livres das duas fases

$$\psi_F(m) = \psi_P(0), \quad (3.29)$$

que resolvida simultaneamente com as equações de estado para spin $S = 1$, Eq. (3.25), e $S = \frac{3}{2}$, Eq. (3.27), obtemos a temperatura de transição T_c como uma função do parâmetro de anisotropia D . Se durante a solução numérica encontramos $m = 0$ temos uma transição de fase de segunda ordem (contínua), e se $m \neq 0$ temos uma transição de fase de primeira ordem (descontínua, onde o valor de $m \neq 0$ encontrado corresponde a descontinuidade da magnetização em $T = T_c$).

A medida que o parâmetro de anisotropia D cresce positivamente, o sistema tende a ficar no estado de menor energia, que para spin $S = 1$ corresponde aos sítios i nos estados $S_i = 0$ e conseqüentemente a magnetização tende a zero para $D \rightarrow \infty$. Portanto, para spin inteiro, em $T = 0$ (estado fundamental), existe um valor $D_c = \frac{J}{2}$ no qual para $D < D_c$ o sistema é ordenado ferromagneticamente e, $D > D_c$ o sistema está desordenado (P). O ponto $D = D_c$ corresponde a uma transição de fase de primeira ordem com uma descontinuidade na magnetização igual a $m_c = S$. Analisando o valor de T_c numericamente, a medida que o parâmetro D aumenta T_c diminui gradualmente. No caso de spin $S = 1$ (ou um valor inteiro qualquer), para baixos valores da anisotropia temos uma transição contínua ($m = 0$) e para altos valores uma transição descontínua ($m \neq 0$), e a junção entre essas duas linhas de transições ocorre no ponto tricrítico (PTC). Na figura 3.1.1 temos o diagrama de fase no plano $(T - D)$ para o modelo BC com spin $S = 1$ obtido de forma exata, e que corresponde a solução de campo médio obtida preliminarmente por Blume [68] e Capel [69].

A solução exata obtida para o modelo BC com interações de longo-alcance é equivalente ao resultado de campo médio, cujo resultado qualitativo do diagrama de fase é comparável

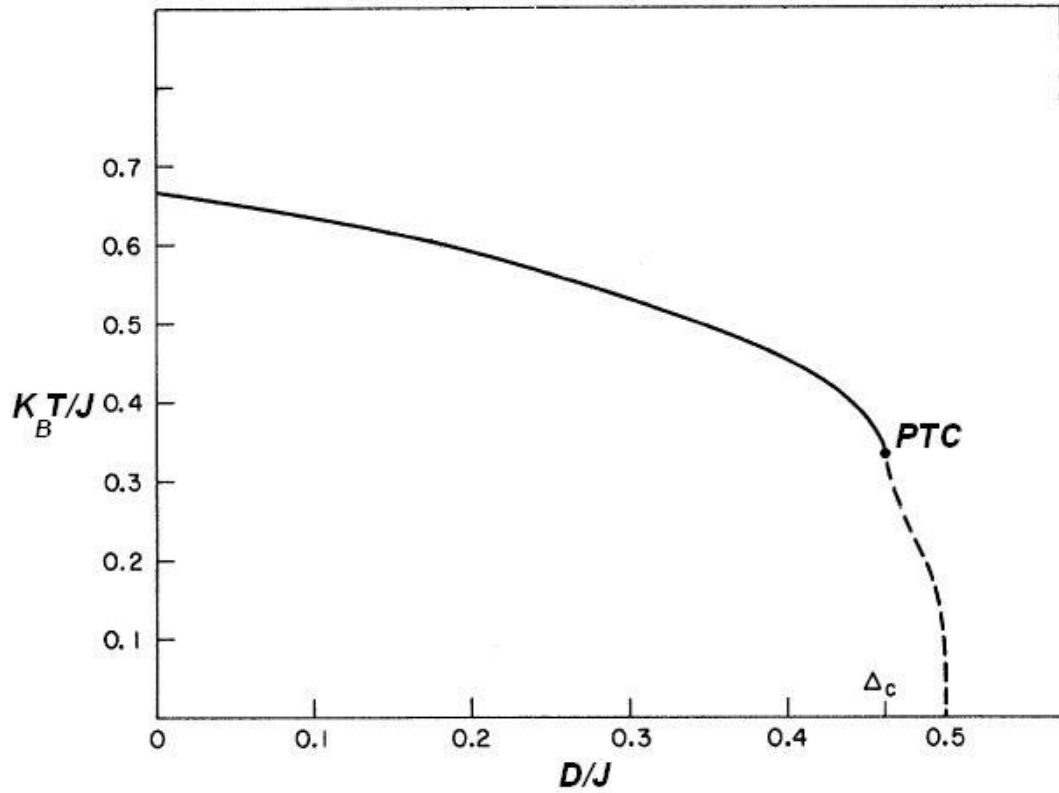


Figura 3.1: Comportamento da temperatura de transição reduzida $\frac{K_B T_c}{J}$ em função do parâmetro de anisotropia reduzido $\frac{D}{J}$ para o modelo Blume-Capel de spin $S = 1$ obtido via aproximação de campo médio. As linhas contínua e tracejada correspondem as transições de segunda e primeira ordem, respectivamente. O ponto tricrítico (PTC) está representado na figura pelo círculo preto [66].

aos resultados obtidos por métodos mais rigorosos (expansão em séries e simulação de Monte Carlo).

Analisando agora o caso de spin S semi-inteiro, em particular $S = \frac{3}{2}$, temos que a medida que D cresce, em $T = 0$, a magnetização não se anula e tende para o valor $m = \frac{1}{2}$. Analise a Eq. (3.27) com $T = 0$ e $D \rightarrow \infty$. Uma análise mais cuidadosa, usando a energia livre, encontramos um valor característico $D_c = 3J$, onde para $D > D_c$ o sistema é ordenado com $m = \frac{1}{2}$ (fase F2) e $D < D_c$ é ordenado com $m = \frac{3}{2}$ (fase F1). A temperatura finita, a medida que D cresce a temperatura de transição T_c diminui gradualmente e no limite $D \rightarrow \infty$ T_c tende ao valor do modelo de Ising com dois estados ($\frac{K_B T_c}{J} = \frac{1}{2}$ na aproximação de campo médio). A linha de primeira ordem entre as fases F1 e F2 é obtida igualando as energias livres entre as duas fases, isto é,

$$\psi_{F1}(m_1) = \psi_{F2}(m_2), \quad (3.30)$$

onde m_k ($k = 1, 2$) é dada pela Eq. (3.27). Assim, devemos resolver numericamente três equações transcendentais, com isto obtemos $T_c(D)$. Na figura 3.2 temos o comportamento de T_c versus D . A linha de primeira ordem segue até atingir o ponto crítico terminal. Observe que para spin semi-inteiro não temos a presença de ponto tricrítico no diagrama de fase no plano $T - D$, como ocorre no caso de spin inteiro.

Na figura 3.3 apresentamos os resultados do diagrama de fase no plano $T - D$ do modelo BC de spin $\frac{3}{2}$ obtido através da simulação de Monte Carlo (MC) [70], método da matriz de transferência (MT) [71, 72] e a aproximação auto-consistente de Ornstein-Zernike (SCOZA - self-consistent Ornstein-Zernike approximation) [73], para uma rede cúbica simples (3d), onde os resultados qualitativos são de acordo com os resultados de campo médio mostrado na figura 3.2.

É importante acrescentar que para valores de spin $S > 1$ existem poucos resultados e contradições entre eles. O cálculo de campo médio [74, 75], como vimos, prediz diferentes diagramas de fase para spins inteiros e semi-inteiros. Para spin $S = \frac{3}{2}$ temos uma linha de transição de fase de segunda ordem sem o ponto tricrítico e uma linha de transição de fase de primeira ordem separada que termina em um ponto multicrítico isolado [76]. Em contradição com estes resultados o cálculo baseado no Grupo de Renormalização [77] nos dá, para o modelo bidimensional, uma única linha de transição de primeira ordem a baixas temperatura que

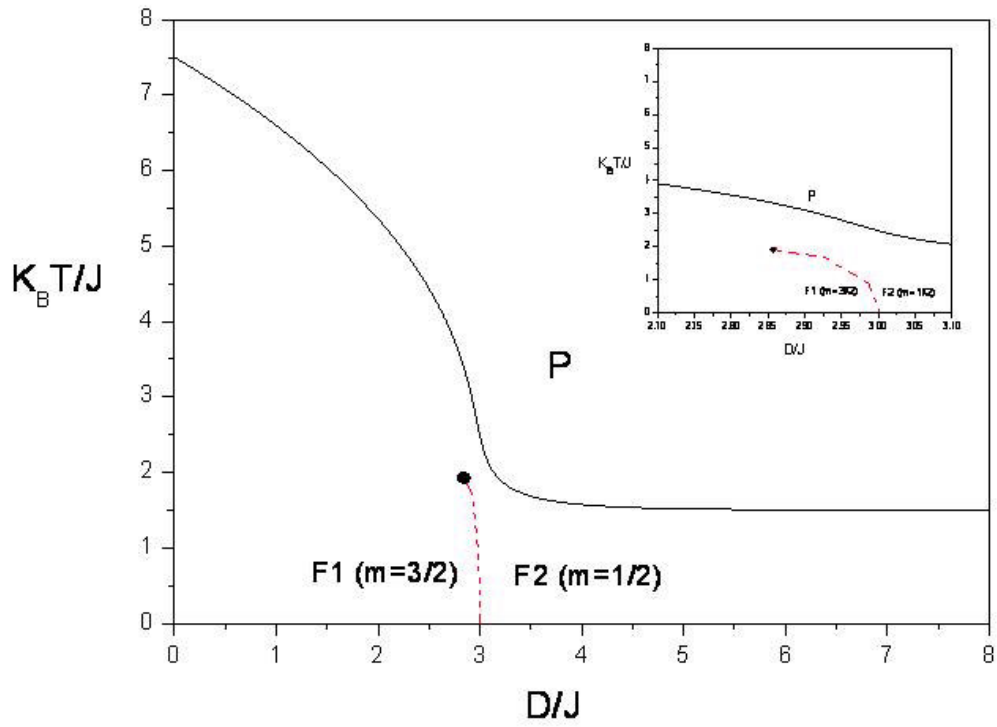


Figura 3.2: Comportamento da temperatura crítica reduzida $\frac{K_B T_c}{J}$ em função do parâmetro de anisotropia reduzido $\frac{D}{J}$ para o modelo Blume-Capel de spin $S = \frac{3}{2}$ obtido via aproximação de campo médio. As linhas contínua e tracejada corresponde as transições de segunda e primeira ordem respectivamente. O ponto crítico terminal (PCT) está representado na figura pelo círculo preto.

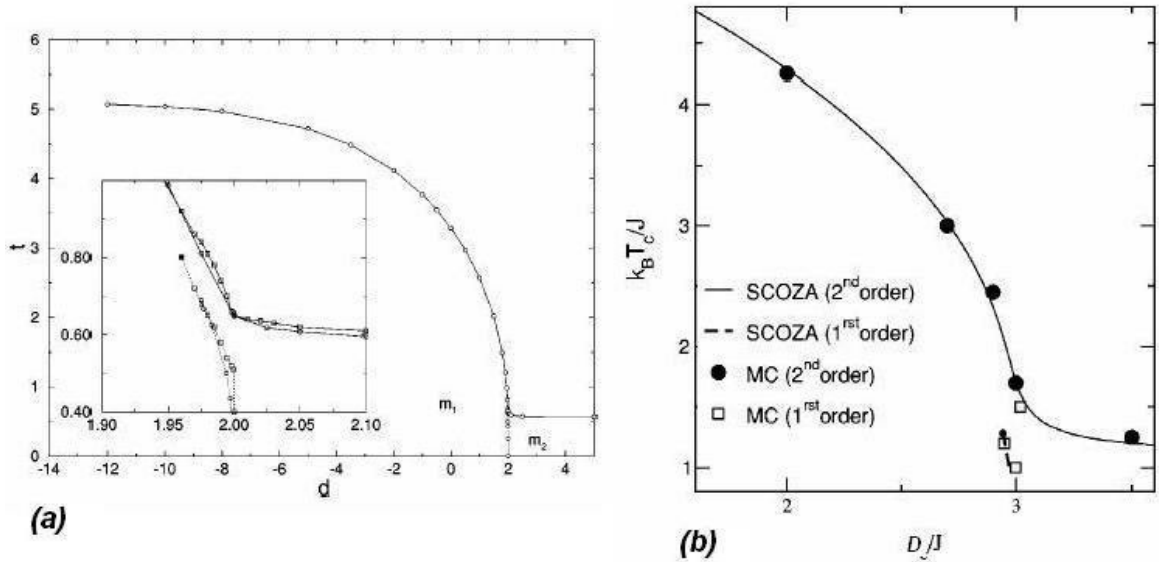


Figura 3.3: Diagrama de fase no plano $(T - D)$ para o modelo de Blume Capel de spin $3/2$. A linha contínua representa a transição de segunda ordem e a linha pontilhada transição de primeira ordem. (a) os pontos circulares (\circ) são obtidos pelo cálculo TFMSS e os pontos quadrados (\blacksquare) por Monte Carlo. O quadrado cheio representa o correspondente ponto crítico multifásico isolado. Há duas fases ferromagnéticas diferentes com $m_1 \rightarrow \frac{3}{2}$ e $m_2 \rightarrow \frac{1}{2}$ quando $T \rightarrow 0$. Em zoom temos a região $1.90 \leq d \leq 2.10$ que é obtida pela simulação de Monte Carlo. (b) Diagrama de fase na vizinhança do ponto crítico terminal. Os pontos cheios e abertos são dados por Monte Carlo representando a transição de primeira e segunda ordem respectivamente. Já a linha contínua e tracejada nos fornece a transição de primeira e segunda ordem respectivamente obtida pela aproximação SCOZA.

termina na linha de transição de segunda ordem em um ponto tetracrítico. Resultados similares são também obtidos usando a aproximação de Grupo de Renormalização de espaço real de Migdal-Kadanoff [78].

3.1.2 Comparação teoria - experimento

Utilizando a aproximação de campo médio desenvolvida anteriormente, teremos que os parâmetros q e m são dados

$$q = 1 - x = \langle S_i^2 \rangle = \frac{2 \cosh(\beta \mathcal{J} M)}{\exp\{\beta [D - \mathcal{K}(1 - x)]\} + 2 \cosh(\beta \mathcal{J} M)} \quad (3.31)$$

$$M = \langle S_i \rangle = \frac{2 \sinh(\beta \mathcal{J} M)}{\exp\{\beta [D - \mathcal{K}(1 - x)]\} + 2 \cosh(\beta \mathcal{J} M)}, \quad (3.32)$$

onde $\mathcal{J} = zJ$, $\mathcal{K} = zK$.

Resolvendo numericamente as Eqs. (3.31) e (3.32), obtemos o diagrama de fase no plano $T - x$. Para $x = 0$ temos apenas átomos de He^4 e em baixas temperaturas (condensação de Bose-Einstein) temos o estado superfluido, e a medida que a temperatura cresce temos uma transição de fase (primeira ordem) em $T = T_s(x)$ para o estado normal. Os átomos de He^3 não apresenta o fenômeno da condensação de Bose-Einstein, pois este é um férmion, e, portanto, é um fluido normal. Assim sendo, para $0 < x < 1$ temos coexistência das duas fases (superfluido e fluido normal), que conseqüentemente é refletida nas grandezas macroscópicas medidas. Na figura 3.4, apresentamos os resultados para interação biquadrática $K = 0$ e $\frac{K}{J} = 0,16$. Usando a simulação de Monte Carlo [70], comprova qualitativamente a veracidade dos resultados do diagrama de fase obtido por campo médio, figura 3.4.

3.2 Modelo VH de spin $\frac{3}{2}$

De modo geral, modelos de spin $-3/2$ tem sido introduzidos pra explicar a transição de fase em $DyVO_4$ [79, 80] e propriedades tricríticas em misturas fluidas ternárias [71]. Assim como o modelo de Blume Capel-3/2 tem se mostrado útil para explicar propriedades de sistemas ferromagnéticos (como, por exemplo, o calor específico do $KEr(MoO_4)_2$ [81]) por se identificar com os tipos de interações neles presentes, propomos neste capítulo desenvolver um formalismo

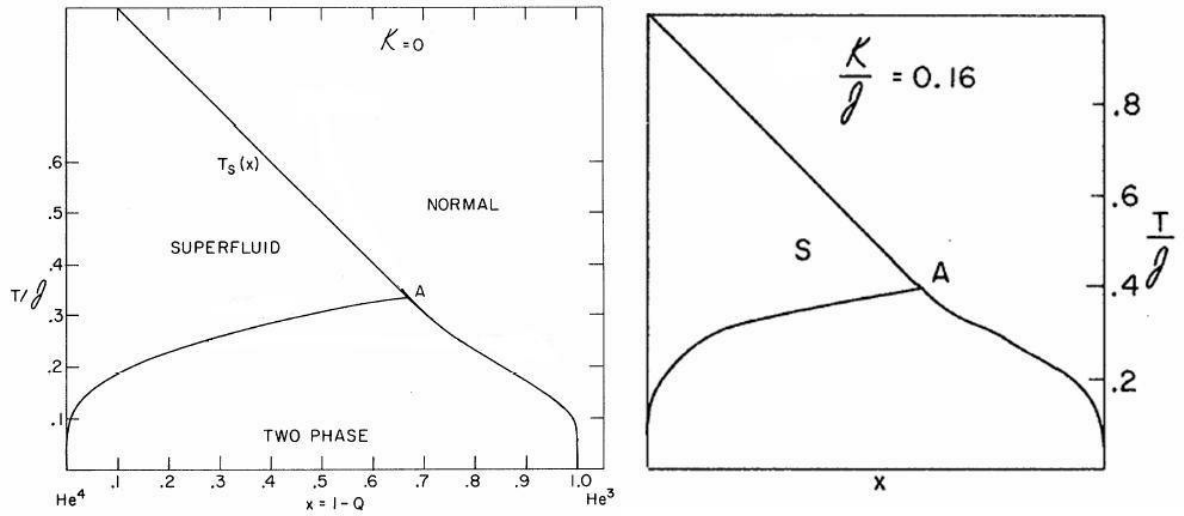


Figura 3.4: Diagrama de fase para a mistura $He^3 - He^4$ prevista pelo cálculo de campo médio para alguns valores de K . T_s nesse caso indica a temperatura em que ocorre a separação de fase e A um ponto tricrítico.

para o modelo de van Hemmen de spin $3/2$, que possa explicar fenômenos em sistemas que apresentem comportamento vidro de spin mas com interações semelhantes ao já observado no modelo de Blume Capel.

O modelo que propomos se baseia em implementar no Hamiltoniano de van Hemmen [53, 54] (com $H = 0$) um termo anisotrópico de íon único ($S_i = \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{3}{2}$). O Hamiltoniano é dado por

$$\mathcal{H}_N = -\frac{J_0}{N} \sum_{\langle i,j \rangle} S_i S_j - \sum_{\langle i,j \rangle} J_{ij} S_i S_j - D \sum_i S_i^2, \quad (3.33)$$

onde $\langle i, j \rangle$ indica uma soma sobre todos os possíveis pares i e j com $i \neq j$, S_i são variáveis de spin $S_i = \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{3}{2}$, J_0 é a interação ferromagnética, J_{ij} é a interação de troca aleatória entre spins de longo alcance na forma

$$J_{ij} = \frac{J}{N} (\xi_i \eta_j + \xi_j \eta_i), \quad (3.34)$$

tal que ξ_i e η_i são variáveis aleatórias independentes, identicamente distribuídas com média zero e variância finita (de valor adotado 1), sujeitas a uma distribuição de probabilidade $P(\xi, \eta) =$

$P(\xi)P(\eta)$ e D é o parâmetro de anisotropia do sistema.

3.3 Energia Livre e Parâmetros de Ordem

Vamos analisar e discutir o efeito do parâmetro anisotrópico de íon único aplicado no modelo de van Hemmen em relação ao comportamento das transições de fases do sistema. Para tal análise devemos inserir qual tipo de densidade de probabilidade que podemos aplicar nas variáveis aleatórias $P(\xi)$ e $P(\eta)$ do modelo. Sendo assim, como fixado anteriormente, usaremos a distribuição do tipo Bimodal (dada pela Eq. (2.33)) de modo a se obter uma expressão analítica para a energia livre, a magnetização e o parâmetro q de vidro de spin¹.

Tal como procedemos no capítulo 2, a energia livre, a magnetização e o parâmetro de ordem vidro de spin são dados, respectivamente, por

$$\beta f = \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2 + t^2) - \left\langle \ln \left\{ \sum_{m_s} \exp(m_s^2 \beta D) \cosh \{ |m_s| [K_0 m + K(\xi q_2 + \eta q_1) + \beta H] \} \right\} \right\rangle_d \quad (3.35)$$

$$m = \left\langle \frac{\sum_{m_s} \exp(m_s^2 \beta D) \sinh \{ |m_s| [K_0 m + K(\xi + \eta)q + \beta H] \}}{\sum_{m_s} \exp(m_s^2 \beta D) \cosh \{ |m_s| [K_0 m + 2K(\xi + \eta)q + \beta H] \}} \right\rangle_d \quad (3.36)$$

$$q = \left\langle \frac{\xi + \eta}{2} \frac{\sum_{m_s} \exp(m_s^2 \beta D) \sinh \{ |m_s| [K_0 m + K(\xi + \eta)q + \beta H] \}}{\sum_{m_s} \exp(m_s^2 \beta D) \cosh \{ |m_s| [K_0 m + 2K(\xi + \eta)q + \beta H] \}} \right\rangle_d. \quad (3.37)$$

Efetuada a média configuracional dada pela Eq (2.15) e considerando que m_s assume os valores $\pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}$, chegamos aos seguintes resultados

$$\begin{aligned} \beta f = & K_0 m^2 + K q^2 - \frac{1}{4} \left\{ \beta D + \ln \left[2 \cosh \left(\frac{K_0 m}{2} + K q \right) + 2e^{2\beta D} \cosh \left(\frac{3K_0 m}{2} + 3K q \right) \right] \right. \\ & + 2 \ln \left[2 \cosh \left(\frac{K_0 m}{2} \right) + 2e^{2\beta D} \cosh \left(\frac{3K_0 m}{2} \right) \right] + \\ & \left. \ln \left[2 \cosh \left(\frac{K_0 m}{2} - K q \right) + 2e^{2\beta D} \cosh \left(\frac{3K_0 m}{2} - 3K q \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.38)$$

¹Apesar da densidade bimodal não ser a mais adequada em virtude da mesma fornecer o mesmo peso nas interações independente da distância entre os sítios, ela tem reproduzido bons resultados.

$$\begin{aligned}
m = \frac{1}{8} & \left[\frac{3e^{2\beta D} \sinh\left(\frac{3K_0 m}{2} + 3Kq\right) + \sinh\left(\frac{K_0 m}{2} + Kq\right)}{e^{2\beta D} \cosh\left(\frac{3K_0 m}{2} + 3Kq\right) + \cosh\left(\frac{K_0 m}{2} + Kq\right)} + \right. \\
& \frac{6e^{2\beta D} \sinh\left(\frac{3K_0 m}{2}\right) + 2 \sinh\left(\frac{K_0 m}{2}\right)}{e^{2\beta D} \cosh\left(\frac{3K_0 m}{2}\right) + \cosh\left(\frac{K_0 m}{2}\right)} + \\
& \left. \frac{3e^{2\beta D} \sinh\left(\frac{3K_0 m}{2} - 3Kq\right) + \sinh\left(\frac{K_0 m}{2} - Kq\right)}{e^{2\beta D} \cosh\left(\frac{3K_0 m}{2} - 3Kq\right) + \cosh\left(\frac{K_0 m}{2} - Kq\right)} \right] \quad (3.39)
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
q = \frac{1}{8} & \left[\frac{3e^{2\beta D} \sinh\left(\frac{3K_0 m}{2} + 3Kq\right) + \sinh\left(\frac{K_0 m}{2} + Kq\right)}{e^{2\beta D} \cosh\left(\frac{3K_0 m}{2} + 3Kq\right) + \cosh\left(\frac{K_0 m}{2} + Kq\right)} \right. \\
& \left. - \frac{3e^{2\beta D} \sinh\left(\frac{3K_0 m}{2} - 3Kq\right) + \sinh\left(\frac{K_0 m}{2} - Kq\right)}{e^{2\beta D} \cosh\left(\frac{3K_0 m}{2} - 3Kq\right) + \cosh\left(\frac{K_0 m}{2} - Kq\right)} \right], \quad (3.40)
\end{aligned}$$

onde $K_0 = \beta J_0$, $K = \beta J$ e $\beta = \frac{1}{T}$ ($K_B = 1$ neste caso).

O modelo van Hemmen (VH) [53, 54] apresenta basicamente as fases Paramagnética (P), Ferromagnética (F) e Vidro de spin (SG) e um tipo de fase chamada de Mista (M) que ocorre quando aplicamos às variáveis aleatórias ξ_i e η_i do sistema a distribuição Bimodal.

Vejam os comportamentos matemáticos da energia livre e equações de estado que cada fase apresenta:

Fase Paramagnética (P): o sistema não apresenta nenhum tipo de ordem, de modo que nesta fase os parâmetros de ordem do sistema apresentam a solução trivial $m = q = 0$. Então, a partir da Eq. (3.38) a energia livre é dada por

$$\beta f_P = -\frac{1}{4}\beta D - \ln \left[2 + 2e^{2\beta D} \right]. \quad (3.41)$$

Fase Ferromagnética (F): é identificada no sistema por apresentar magnetização não nula, assim temos as soluções $m \neq 0$ e $q = 0$. Logo, a energia livre, Eq.(3.38), será

$$\beta f_F = K_0 m^2 - \frac{1}{4}\beta D - \ln \left[2 \cosh\left(\frac{K_0 m}{2}\right) + 2e^{2\beta D} \cosh\left(\frac{3K_0 m}{2}\right) \right], \quad (3.42)$$

sendo a magnetização, Eq.(3.39), dada por

$$m = \frac{1}{4} \left[\frac{3e^{2\beta D} \sinh\left(\frac{3K_0 m}{2}\right) + \sinh\left(\frac{K_0 m}{2}\right)}{e^{2\beta D} \cosh\left(\frac{3K_0 m}{2}\right) + \cosh\left(\frac{K_0 m}{2}\right)} + \frac{3e^{2\beta D} \sinh\left(\frac{3K_0 m}{2}\right) + \sinh\left(\frac{K_0 m}{2}\right)}{e^{2\beta D} \cosh\left(\frac{3K_0 m}{2}\right) + \cosh\left(\frac{K_0 m}{2}\right)} \right]. \quad (3.43)$$

Fase Vidro de Spin (SG): o sistema tem magnetização nula e os spins encontram-se congelados em posições aleatórias uma vez que o parâmetro q é não nulo e assim teremos as soluções $m = 0$ e $q \neq 0$, de forma que a energia livre, Eq.(3.38), fica expressa por

$$\beta f_{SG} = Kq^2 - \frac{1}{4}\beta D - \frac{1}{2} \left\{ \ln \left[2 \cosh(Kq) + 2e^{\beta D} \cosh(3Kq) \right] + \ln \left(2 + 2e^{\beta D} \right) \right\}, \quad (3.44)$$

e o parâmetro vidro de spin q , Eq.(3.40), por

$$q = \frac{1}{4} \left[\frac{3e^{2\beta D} \sinh(3Kq) + \sinh(Kq)}{e^{2\beta D} \cosh(3Kq) + \cosh(Kq)} \right]. \quad (3.45)$$

Fase Mista (M): esta fase apresenta as soluções $m \neq 0$ e $q \neq 0$, significando que, apesar de os spins apresentarem um certo grau de aleatoriedade no congelamento, fazendo com que q seja não nulo, o sistema tem magnetização m não nula, indicando haver uma componente ferromagnética importante nesse alinhamento. Portanto, temos para a energia livre e para as equações de fases (m e q) as expressões dadas pelas Eqs.(3.38), (3.39) e (3.40), respectivamente.

3.3.1 Diagramas de fases

O efeito do parâmetro de anisotropia D aplicado ao sistema indica que se $D > 0$ serão favorecidos os estados $+\frac{3}{2}$ e $-\frac{3}{2}$ do spin, assim, conseqüentemente, se $D \gg 1$ voltamos ao caso original do modelo de van Hemmen, pois os spin voltam a ser Ising ($S_i = \pm\frac{3}{2}$, ou normalizados, $S_i = \pm 1$). Trabalhando agora com $D < 0$ iremos privilegiar os estados $+\frac{1}{2}$ e $-\frac{1}{2}$, onde a medida que $|D|$ vai aumentando torna-se mais difícil da interação ferromagnética J_0 manter a interligação entre os spins geradores da ordem ferromagnética ($m \neq 0$) com os spins que geram a ordem vidro de spin ($q \neq 0$), ingrediente fundamental para a existência da fase mista. A introdução do parâmetro anisotrópico aumenta o conflito entre os estados preferenciais de orientação dos momentos magnéticos e isso contribui para a eliminação desta fase.

Resolvendo numericamente as Eqs.(3.41) - (3.45) podemos obter diagramas de fases nos

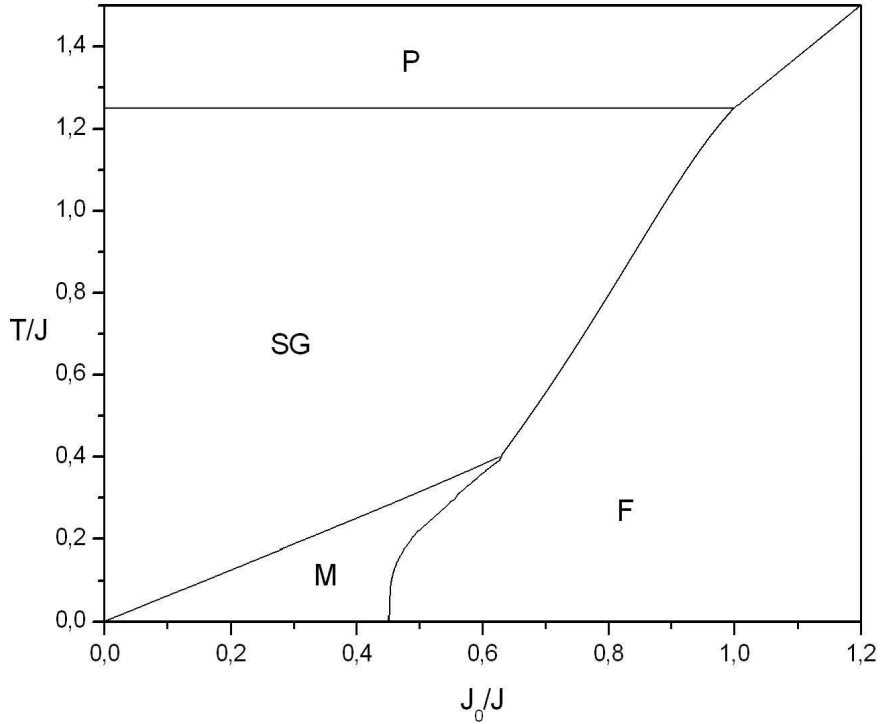


Figura 3.5: Diagrama de fase no plano $T - J_0$ para o modelo VH de spin $\frac{3}{2}$ usando a distribuição bimodal e anisotropia $D = 0$.

planos $T - D$ e $T - J_0$. No plano $T - J_0$, o diagrama de fase para o modelo VH de spin $\frac{3}{2}$ é qualitativamente igual aos casos de spin $\frac{1}{2}$ e 1 analisados no capítulo 2, com a ausência da anisotropia $D = 0$. A medida que o parâmetro de anisotropia aumenta $|D|$ ($D < 0$), as temperaturas críticas entre as diversas fases (SG, M, F) diminui gradativamente. Para $D \leq -0,48$, a fase mista (M) desaparece e a temperatura crítica entra as fases SG e P vai assintoticamente no limite $D \rightarrow -\infty$ para o valor (normalizado) de T_c do modelo VH com dois estados ($S = \frac{1}{2}$). Observe que contrário ao caso de spin 1, que neste limite a fase SG é destruída, para qualquer valor da anisotropia teremos sempre transições de segunda ordem entre as fases SG-P e F-P. Nas figuras 3.5, 3.6 e 3.7 apresentamos a evolução do diagrama de fase no plano $T - J_0$ para $D = 0$, $\frac{D}{J} = -0,10$ e $\frac{D}{J} = -0,48$, respectivamente.

Nas figuras seguintes (3.8) a (3.10) temos o diagrama de fase no plano $T - D$ para diferentes valores da interação ferromagnética J_0 . A transição de segunda ordem entre as fases SG-P é indicada pela linha contínua em que o parâmetro vidro de spin é nulo ($q = 0$), ou seja, o sistema sofreu transição de fase sem que houvesse descontinuidade no parâmetro de ordem vidro de spin. Agora, a linha pontilhada que representa a transição de primeira ordem com o parâmetro q não nulo ($q \neq 0$) mostra que a transição sofrida entre as fases q_1 e q_2 (i.e., $q_1 = \frac{1}{2}$ e $q_2 = \frac{3}{2}$) aumenta até atingir o ponto crítico terminal. Observamos que a medida que J_0 aumenta, esta linha se aproxima da transição de segunda ordem atingindo para $J_0 \geq J$ o ponto tetracrítico. Fisicamente podemos interpretar este resultado notando que a temperatura crítica decrescerá gradativamente, a medida que a interação ferromagnética é introduzida através do parâmetro J_0 , que finalmente induzirá a previsão do ponto tetracrítico.

3.3.2 Comportamento térmico dos parâmetros de ordem

As figuras 3.11 e 3.12 ilustram o comportamento do parâmetro de ordem vidro de spin q e a magnetização m , respectivamente em função da temperatura para alguns valores de D na fase M. Observa-se que para valores crescentes de D temos temperaturas críticas maiores, o que é de se esperar, uma vez que, neste caso, o parâmetro anisotrópico (> 0) favorece um estado ordenado.

Na figura 3.13 apresentamos o comportamento da magnetização m em relação ao parâmetro anisotrópico D para valores crescentes da temperatura. Observa-se que para baixas temperaturas, a magnetização assume valores bem definidos (no primeiro caso, para $T = 0.1$, a magnetização m assume valores $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$ aproximadamente) e sofre uma transição de primeira ordem em $\frac{D}{J} = -0,50$. A medida que a temperatura aumenta, o número de valores para a magnetização também aumenta começando do zero até $\frac{3}{2}$. É de se esperar que isso ocorra pois, em baixas temperaturas o parâmetro anisotrópico facilmente favorece os spins a assumirem os estados $S \pm \frac{1}{2}$ e $S = \pm \frac{3}{2}$ gerando assim uma magnetização $m = \frac{1}{2}$ e $m = \frac{3}{2}$, já com o aumento da temperatura torna-se notável a competição entre a desordem fornecida pela temperatura e a ordem dada pela anisotropia fazendo assim com que os spins assumam cada vez mais valores entre $-\frac{3}{2}$ e $+\frac{3}{2}$ resultando em um número maior de valores para magnetização entre 0 e $\frac{3}{2}$.

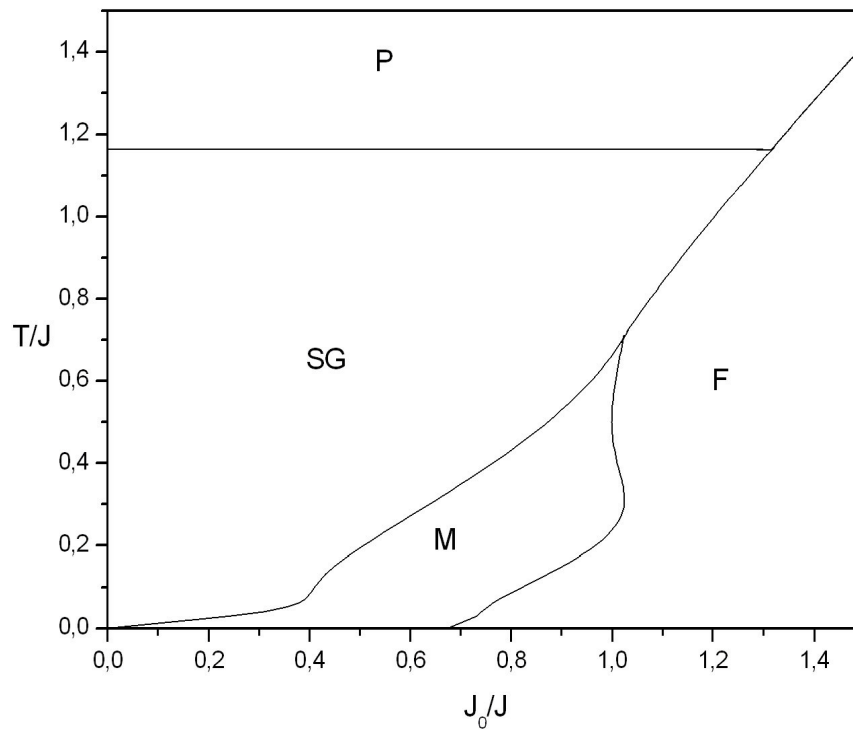


Figura 3.6: Diagrama de fase no plano $T - J_0$ para o modelo VH de spin $\frac{3}{2}$ usando a distribuição bimodal e anisotropia $\frac{D}{J} = -0,10$.

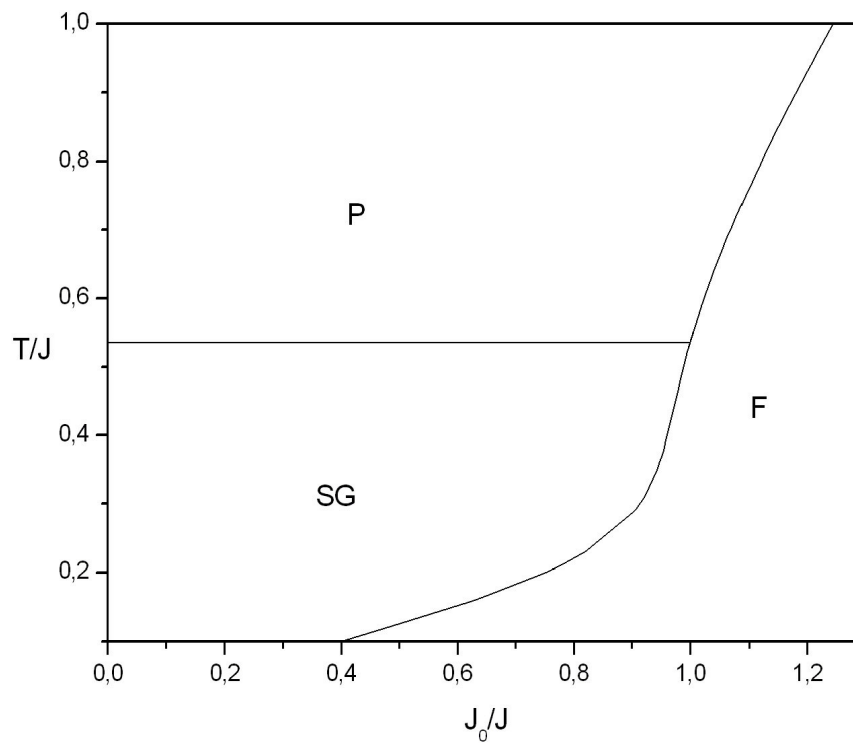


Figura 3.7: Diagrama de fase no plano $T - J_0$ para o modelo VH de spin $\frac{3}{2}$ usando a distribuição bimodal e $\frac{D}{J} = -0,48$.

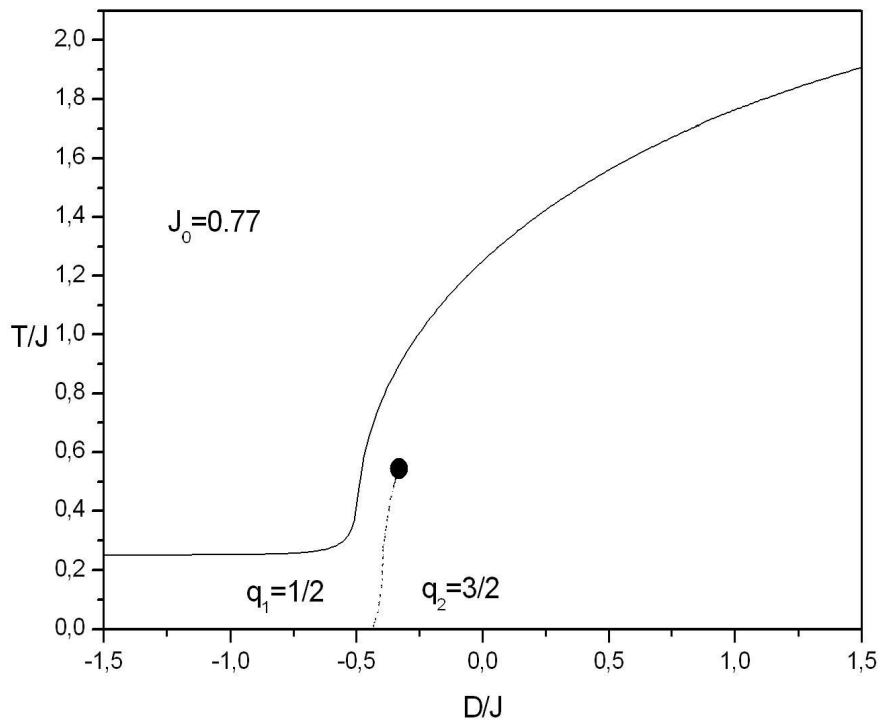


Figura 3.8: Diagrama de fase (SG-P) no plano $T - D$ para o modelo VH de spin $\frac{3}{2}$ usando a distribuição bimodal e $\frac{J_0}{J} = 0,77$. A linha de primeira ordem finaliza no ponto crítico terminal

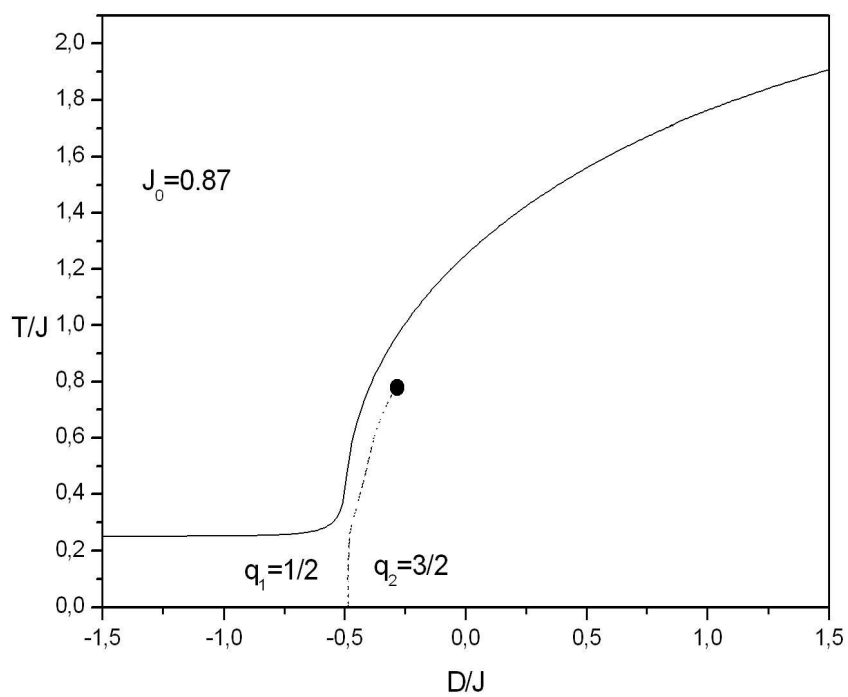


Figura 3.9: Diagrama de fase (SG-P) no plano $T - D$ para o modelo VH de spin $\frac{3}{2}$ usando a distribuição bimodal e $\frac{J_0}{J} = 0,87$. A linha de primeira ordem finaliza no ponto crítico terminal

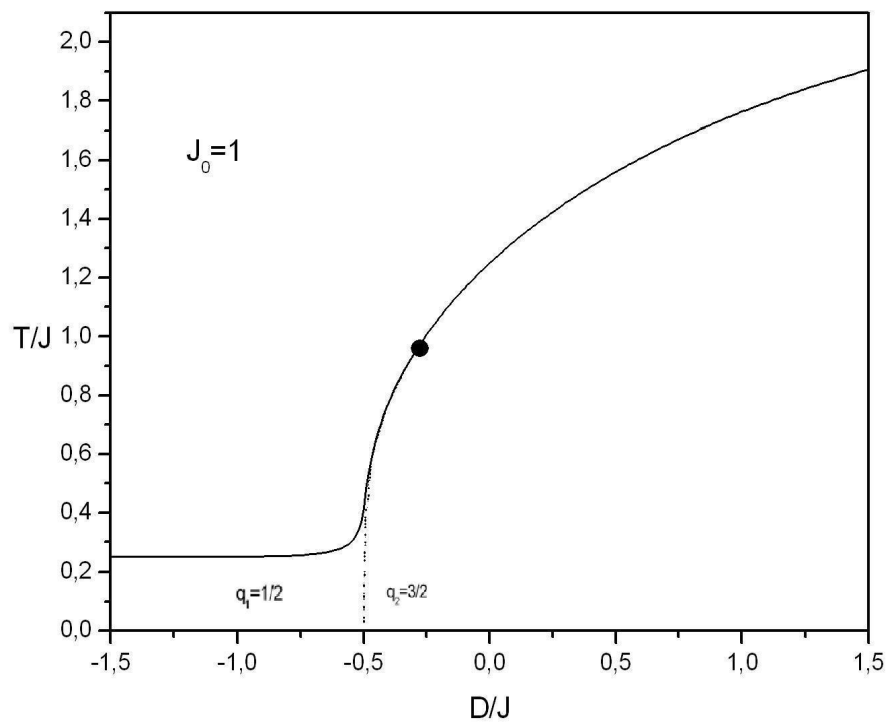


Figura 3.10: Diagrama de fase (SG-P) no plano $T - D$ para o modelo VH de spin $\frac{3}{2}$ usando a distribuição bimodal e $\frac{J_0}{J} = 1, 0$. A linha de primeira ordem finaliza no ponto tetracrítico.

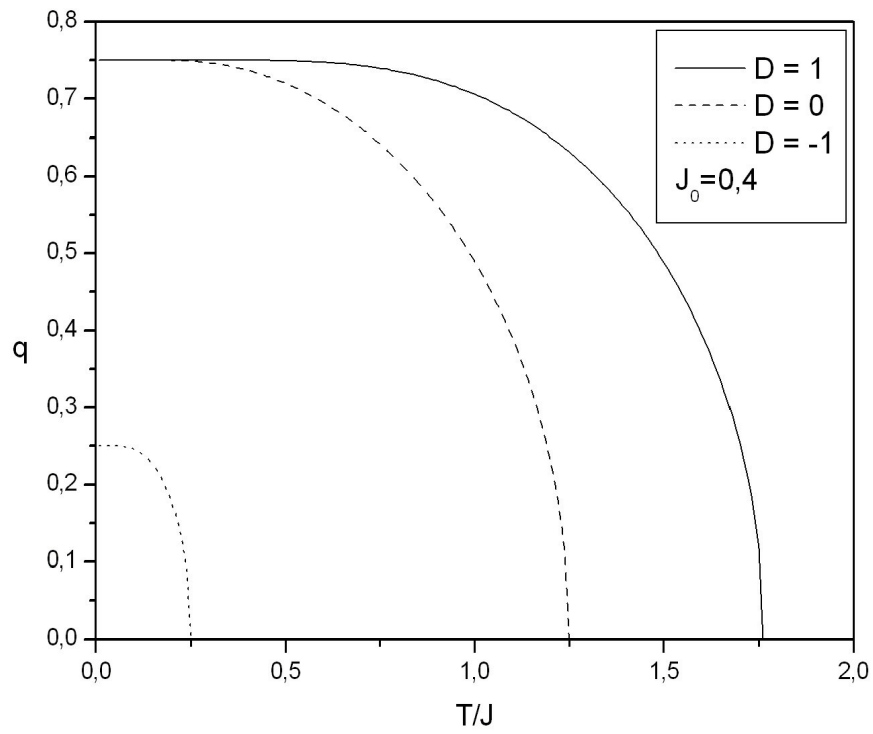


Figura 3.11: Comportamento do parâmetro de ordem vidro de spin q em função da temperatura para o modelo de van Hemmen de spin $\frac{3}{2}$ usando a distribuição bimodal com $\frac{J_0}{J} = \frac{2}{3}$ e diversos valores do parâmetro de anisotropia.

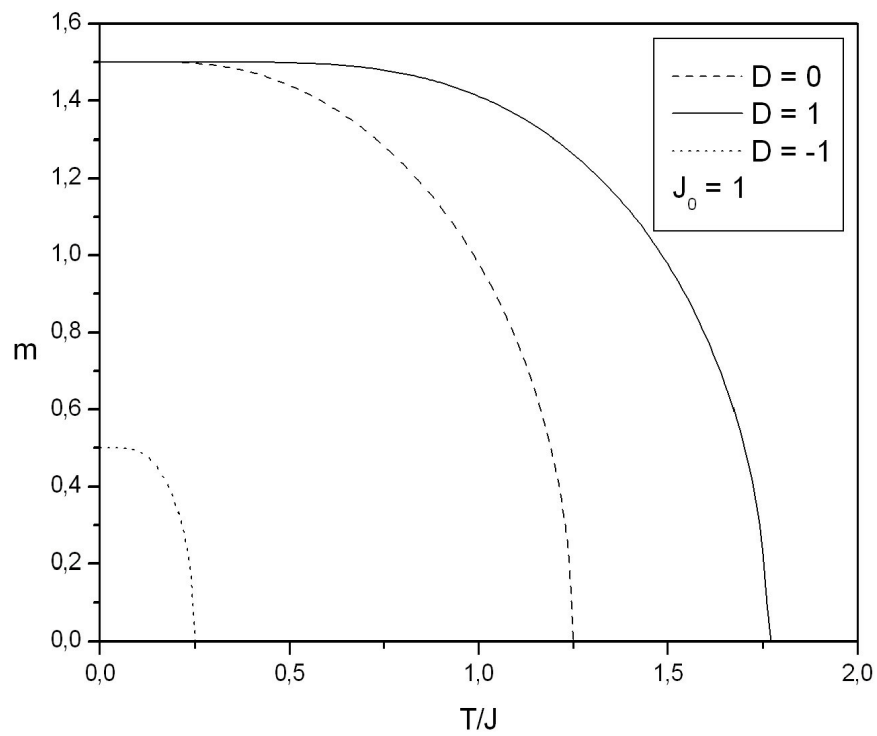


Figura 3.12: Comportamento da magnetização m em função da temperatura para o modelo de van Hemmen de spin $\frac{3}{2}$ usando a distribuição bimodal com $\frac{J_0}{J} = \frac{2}{3}$ e diversos valores do parâmetro de anisotropia.

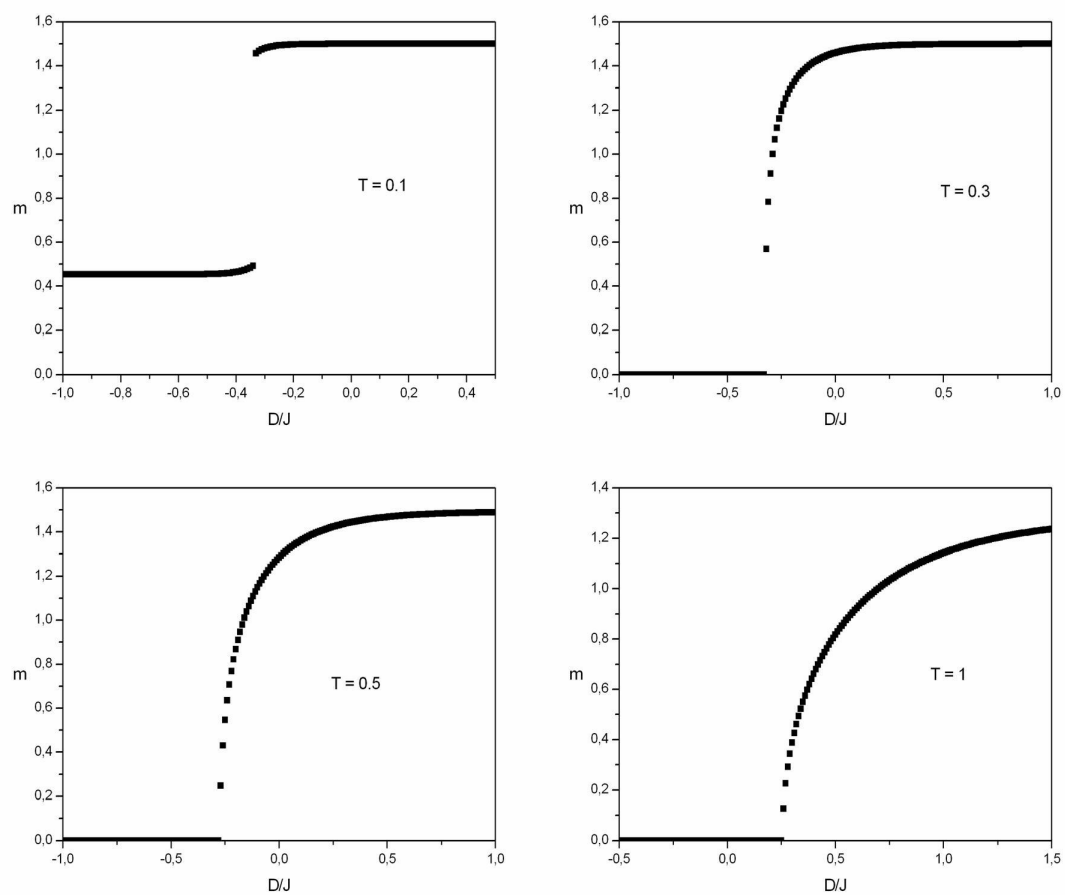


Figura 3.13: Comportamento da magnetização m em função da anisotropia D para o modelo VH de spin $\frac{3}{2}$ usando a distribuição bimodal e $\frac{J_0}{J} = \frac{2}{3}$.

Capítulo 4

Conclusão

Neste trabalho discutimos sistematicamente o diagrama de fase do modelo de van Hemmen (VH) na presença da anisotropia de íon único com spin $S = 1$ e $\frac{3}{2}$. Particularizamos todas as análises para o caso da distribuição bimodal em que aparecem três fases ordenadas (SG, M, F) para serem analisadas.

No capítulo 1 apresentamos uma introdução histórica breve, mostrando algumas experiências que culminaram na descoberta de um novo estado na matéria, o vidro de spin, e foi feita uma rápida revisão discutindo alguns modelos teóricos propostos.

No capítulo 2, apesar de serem analisadas com detalhe apenas casos particulares, apresentamos o modelo de van Hemmen generalizado, incluindo anisotropia, variáveis de spin inteira e semi-inteira e distribuição de probabilidade $P(\xi, \eta)$, que de certa forma generaliza o estudo feito por de Almeida e Brady Moreira [57]. A partir desta expansão podemos observar a mudança de comportamento das grandezas, parâmetros termodinâmicos e, em consequência, dos diagramas de fases, bem como no valor das variáveis de spin ($S = 1$).

Na discussão sobre a existência da fase vidro de spin, para $J_0 = 0$, foi usada a definição da função frustração de Toulouse [52], Φ . Nesta definição a análise é feita através do produto dos J'_{ij} s e são obtidos os mesmos resultados usando-se a transformação de Mattis ou o *truque das cores* definido por van Hemmen. Corroboramos com esta discussão apenas a afirmação de Choy e Sherrington [55] sobre este modelo não representar um vidro de spin no sentido completo.

O diagrama no plano $T - J_0$ com $D = H = 0$ é semelhante ao original, mudando apenas sua escala. Os diagramas no plano $T - J_0$ com $D \neq 0$ foram obtidos numericamente.

No capítulo 3 surge o objetivo principal deste trabalho que é a análise dos diagramas de fase no plano $T - J_0$, bem como os diagramas da evolução térmica com a anisotropia (plano $T - D$) para o modelo de van Hemmen de spin $\frac{3}{2}$. Desenvolvemos os cálculos para a função de partição para este caso particular e encontramos as funções características do mesmo (energia livre βf , magnetização m e parâmetro vidro de spin q). Ficou claro no primeiro caso (diagrama no plano $T - J_0$) que o comportamento qualitativo prevaleceu observando-se a permanência das fases mista (M), ferromagnética (F), vidro de spin (SG) e paramagnética (P). Observamos também que o efeito do parâmetro anisotrópico D para valores positivos ($D > 0$) favorece os estados $+\frac{3}{2}$ e $-\frac{3}{2}$ do spin, levando-nos a conclusão de que para $D \gg 1$ o sistema volta a se comportar como no modelo original de van Hemmen, ou seja, voltam a ser Ising. No segundo caso (diagrama no plano $T - D$) encontramos uma linha de transição de primeira ordem encerrada por um ponto crítico terminal que separa a fase vidro de spin 1 (q_1) e vidro de spin 2 (q_2). Ainda no mesmo diagrama encontramos uma linha de transição de segunda ordem que separa a fase vidro de spin (SG) da fase paramagnética (P). Para valores de $J_0 \geq 1$ temos o surgimento de um ponto tetracrítico. Nos diagramas no plano $m - T$ e $q - T$ observamos que o comportamento dos mesmos condiz com o sistema, ou seja, tanto a magnetização m quanto o parâmetro vidro de spin q decai suavemente de um dado valor à zero, caracterizando um sistema crítico. Ainda nos mesmos diagramas vimos que para valores crescentes do parâmetro anisotrópico, a temperatura de transição também cresce, o que confirma o fato do parâmetro d preferenciar uma dada orientação que mantém o sistema ordenado. Finalizamos construindo o diagrama no plano $m - D$ para crescentes temperaturas, notando que para valores crescentes da temperatura também se tornava crescente o número de valores para a magnetização entre 0 e $\frac{3}{2}$, tornando claro a competição entre a ordem dada pela anisotropia e a desordem dada pela temperatura.

Apêndice A

Método do Ponto de Sela

O método do ponto de sela é utilizado para obter a forma assintótica, para N grande, de integrais do tipo

$$I(N) = \int_C \exp [Nf(z)] dz, \quad (1.1)$$

onde $f(z)$ é uma função analítica e C é um determinado contorno no plano complexo (a forma assintótica da versão real dessa integral, ao longo do eixo x , pode ser obtida a partir do método de Laplace).

Escrevendo $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, a contribuição mais significativa para $I(N)$ vem das regiões do contorno em que $u(x, y)$ é muito grande. A idéia do método consiste em deformar o contorno a fim de passar pelo ponto estacionário de u numa direção convenientemente escolhida (a fim de calcular uma integral gaussiana simples).

Devido às condições de Cauchy-Riemann, isto é,

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \text{ e } \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}, \quad (1.2)$$

as partes real e imaginária de uma função complexa $f(z)$ obedecem a equação de Laplace,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \text{ e } \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0. \quad (1.3)$$

Portanto, qualquer extremo da superfície $u(x, y)$, satisfaz a condição:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad (1.4)$$

deve ser um *ponto de sela* (isto é, um mínimo de u numa direção e máximo na outra, com a forma de uma sela). Além disso, pelas condições de Cauchy-Riemann, um extremo de $u(x, y)$ também será um extremo de $v(x, y)$, ou seja,

$$f'(z_0) = 0, \quad (1.5)$$

num ponto de sela z_0 . Vamos, então, escrever a expansão de Taylor de $f(z)$ em torno do ponto $z = z_0$

$$f(z) = f(z_0) + \frac{1}{2}f''(z_0)(z - z_0)^2 + \dots \quad (1.6)$$

Fazendo

$$f''(z_0) = \rho \exp(i\theta) \quad (1.7)$$

e

$$(z - z_0) = s \exp(i\phi), \quad (1.8)$$

temos

$$f(z) = f(z_0) + \frac{1}{2}\rho s^2 \exp[i(\theta + 2\phi)] + \dots, \quad (1.9)$$

ou seja,

$$u(x, y) \approx u(x_0, y_0) + \frac{1}{2}\rho s^2 \cos(\theta + 2\phi) \quad (1.10)$$

e

$$v(x, y) \approx v(x_0, y_0) + \frac{1}{2}\rho s^2 \sin(\theta + 2\phi). \quad (1.11)$$

Para atravessar um ponto de sela na direção do máximo da parte real, vamos fazer a escolha $\cos(\theta + 2\phi) = -1$, que corresponde a $\sin(\theta + 2\phi) = 0$, ou seja, $v(x, y) \approx v(x_0, y_0)$. Então, ao longo do caminho deformado de integração, $v(x, y) \approx v(x_0, y_0)$ impedindo que o fator $\exp(iNv)$ no integrando de $I(N)$ seja capaz de produzir oscilações de caráter destrutivo. Portanto, temos

a forma assintótica

$$I(N) \sim \exp[Nf(z_0)] \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{1}{2}\rho s^2 N\right] \exp(i\phi) ds = \exp[Nf(z_0)] \left(\frac{2\pi}{\rho N}\right)^{\frac{1}{2}} \exp(i\phi), \quad (1.12)$$

onde $\rho = |f''(z_0)|$ e $\phi = -\frac{\theta}{2} \pm \frac{\pi}{2}$ é a inclinação do contorno (o sinal depende do sentido de percurso do caminho deformado) .

Exemplo: cálculo assintótico (para N grande) da integral

$$Z(N) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \exp[Nf(z)] dz, \quad (1.13)$$

onde C é o círculo unitário em torno da origem e

$$f(z) = v \left(\frac{2\pi m}{\beta h^2}\right)^{\frac{3}{2}} z - \ln z. \quad (1.14)$$

A partir da primeira derivada,

$$f'(z) = v \left(\frac{2\pi m}{\beta h^2}\right)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{z}, \quad (1.15)$$

temos o ponto de sela

$$z_0 = \frac{1}{v} \left(\frac{\beta h^2}{2\pi m}\right)^{\frac{3}{2}}. \quad (1.16)$$

Portanto,

$$f(z_0) = 1 + \ln v - \frac{3}{2} \ln \left(\frac{\beta h^2}{2\pi m}\right). \quad (1.17)$$

A partir da segunda derivada,

$$f''(z) = \frac{1}{z^2}, \quad (1.18)$$

temos

$$f''(z_0) = v^2 \left(\frac{2\pi m}{\beta h^2}\right)^3. \quad (1.19)$$

Portanto,

$$\rho = |f''(z_0)| = v^2 \left(\frac{2\pi m}{\beta h^2} \right)^3 \quad (1.20)$$

e $\theta = 0$. Então podemos escrever

$$Z(N) \sim \frac{1}{2\pi i} \exp[Nf(z_0)] \left[\frac{2\pi}{Nv^2} \left(\frac{\beta h^2}{2\pi m} \right)^3 \right]^{\frac{1}{2}} \exp(i\phi), \quad (1.21)$$

onde $\phi = -\frac{\theta}{2} \pm \frac{\pi}{2} = \pm \frac{\pi}{2}$. Notando que a escolha $\phi = \frac{\pi}{2}$ corresponde ao sentido correto do contorno deformado, temos a forma assintótica

$$Z(N) \sim (2\pi N v^2)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\beta h^2}{2\pi m} \right)^{\frac{3}{2}} \exp[Nf(z_0)], \quad (1.22)$$

que fornece o limite

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \ln Z(N) = f(z_0) = 1 + \ln v - \frac{3}{2} \ln \left(\frac{\beta h^2}{2\pi m} \right), \quad (1.23)$$

Apêndice B

Demonstração das expressões para q_1 e q_2

Com o intuito de encontrar uma expressão para o parâmetro de ordem de um vidro de spin, q , para o modelo de van Hemmen vamos desenvolver o procedimento para encontrarmos o parâmetro de ordem de um ferromagneto, a magnetização, m , e usar o mesmo caminho.

Um ferromagneto é um sólido constituído de átomos com momento magnético resultante não nulo, S_i , que podem assumir valores discretos ou contínuos de acordo com sua estrutura interna, interação com os outros constituintes do sistema, e parâmetros como temperatura e campo magnético.

Um sistema com estas características deve apresentar, para certos valores desses parâmetros, uma conexão magnética entre seus átomos. Se o momento magnético de cada um deles pode assumir valores diferentes (no caso mais simples $S_i = \pm 1$), deve haver uma função probabilística, dependente dos parâmetros envolvidos, que seja a preferência desta orientação. Esta probabilidade é, advinda da mecânica estatística, dada por

$$P(S_i) = \frac{1}{Z} e^{-\beta \mathcal{H}}, \quad (2.1)$$

que é o chamado peso de Boltzmann, onde Z é a função de partição, \mathcal{H} o Hamiltoniano e β o

inverso da temperatura. Definindo $\langle S_i \rangle_t$ a média termodinâmica de S_i , temos

$$\langle S_i \rangle_t = \sum_{\{S_i\}} P(S_i) S_i, \quad (2.2)$$

onde $\sum_{\{S_i\}}$ indica soma sobre todas as possibilidades de orientação de S_i . Se

$$\langle S_i \rangle_t = 1, \quad (2.3)$$

as condições são tais que cada momento magnético está orientado preferencialmente numa direção. Ou seja, o sistema será dito completamente magnetizado, podendo haver situações intermediárias, a saber,

$$0 < \langle S_i \rangle_t < 1. \quad (2.4)$$

A magnetização por spin do sistema será então dada por

$$M = \left\langle \frac{1}{N} \sum_i S_i \right\rangle_t, \quad (2.5)$$

a média sobre a soma de todos os spins magnéticos resultantes. Assumindo que o sistema é homogêneo, a média da soma é a soma das médias, de modo que o sistema tendo N átomos, ficamos com

$$M = \langle S_i \rangle_t. \quad (2.6)$$

Passando à discussão de sistemas diluídos, primeiramente notamos que não há apenas que calcularmos a média termodinâmica, mas também levamos em conta a probabilidade de um sítio estar ou não ocupado, ou existir ou não uma ligação entre determinados sítios. Isto é, precisamos também calcular a média configuracional, aqui denotada por $\langle \dots \rangle_d$. Assim, a soma na Eq(2.5) deve ser substituída por

$$\langle \dots \rangle_d \equiv \sum_i P_i \dots, \quad (2.7)$$

onde P_i representa a distribuição de probabilidade, como $P(S_i)$, relacionada à diluição do

sistema. A magnetização, então, agora, é dada por

$$M = \sum_i P_i \langle S_i \rangle_t \equiv \langle \langle S_i \rangle_t \rangle_d. \quad (2.8)$$

Num vidro de spin puro, a orientação dos spins será completamente aleatória, de modo que

$$M = 0, \quad (2.9)$$

apesar de existirem modelos que, de acordo com as condições de diluição, e parâmetros envolvidos no sistema, apresentam tanto características magnéticas quanto de vidro de spin.

O parâmetro de ordem q está para um vidro de spin, assim como para um ferromagneto está a magnetização. A aleatoriedade inerente aos spins num vidro de spin é introduzida através de uma função aleatória que pode ser relacionada a sítios ou ligações. Esta função aleatória dá uma característica diferente aos spins submetidos a ela, e que precisa ser levada em consideração durante o procedimento de cálculo.

No modelo que estudamos a aleatoriedade vem através da interação

$$J_{ij} = \frac{J}{N} (\xi_i \eta_j + \xi_j \eta_i). \quad (2.10)$$

Observando a parcela no Hamiltoniano que envolve este fator,

$$\mathcal{H}_R = - \sum_{(i,j)} J_{ij} S_i S_j, \quad (2.11)$$

($R \rightarrow$ random). Tudo se passa como se tivéssemos agora novas variáveis de spin $\xi_i S_i$, $\eta_j S_j$, submetidas à probabilidade $P(\xi, \eta)$, interagindo entre si. Os parâmetros de ordem por sítio, q_1 e q_2 , serão dados, então, por

$$q_1 = \langle \xi_i \langle S_i \rangle_t \rangle_d \quad (2.12)$$

$$q_2 = \langle \eta_i \langle S_i \rangle_t \rangle_d, \quad (2.13)$$

já que temos duas variáveis aleatórias. Ou ainda, usando a notação de van Hemmen

$$\langle \dots \rangle_d = \sum_i (\dots), \quad (2.14)$$

temos

$$q_1 = \frac{1}{N} \sum_i \xi_i \langle S_i \rangle_t \quad (2.15)$$

$$q_1 = \frac{1}{N} \sum_i \eta_i \langle S_i \rangle_t. \quad (2.16)$$

Esta definição de van Hemmen para o parâmetro de ordem q é diretamente extraída da teoria de campo molecular e, portanto, diferente da definição de Edwards e Anderson onde é levada em conta a correlação entre as orientações de um mesmo sítio em instantes de tempo diferentes.

A ordem do cálculo das médias termodinâmica e configuracional, mesmo que matematicamente não exista aparentemente preferência, termodinamicamente devemos efetuar a primeira delas, no sentido de que tomamos uma possível configuração e somamos todas as possibilidades de orientação dos sítios, para aquela configuração e depois somamos sobre todas as possíveis configurações.

2.1 βf é mínima se $q_1 = q_2$

A interação aleatória tem a forma mostrada na Eq. (2.10). Se procedemos troca $\xi \leftrightarrow \eta$, o Hamiltoniano da Eq. (2.1) permanece o mesmo. Isto mostra que as funções termodinâmicas e parâmetros de ordem não devem mudar quando submetidos a esta mesma troca. Logo, $q_1 = q_2$.

Vamos então supor que $q'_1 \neq q'_2$ e que q'_1 e q'_2 fornecem o mínimo em βf . Sabemos que

$$q'_1 q'_2 \leq \frac{(q'_1 + q'_2)^2}{4}, \quad (2.17)$$

onde a igualdade só acontece se e somente se $q'_1 = q'_2$. Levando a Eq. (2.17) à energia livre, βf ,

temos

$$\beta f = \frac{1}{2}K_0m^2 + K\frac{(q'_1 + q'_2)^2}{4} - \left\langle \ln \left\{ 2e^{\beta D} \cosh [K_0m + K(\xi q_2 + \eta q_1) + \beta H] + 1 \right\} \right\rangle_d. \quad (2.18)$$

Logo, $\beta f (q'_1 \neq q'_2)$ não é um mínimo, pois

$$\beta f (q'_1 \neq q'_2) > \beta f (q'_1 = q'_2). \quad (2.19)$$

Assim, só pode haver mínimo em βf se $q'_1 = q'_2$, ou $q_1 = q_2$. Fazendo então $q_1 = q_2 = q$, temos:

$$\beta f = \frac{1}{2}K_0m^2 + Kq^2 - \left\langle \ln \left\{ 2e^{\beta D} \cosh [K_0m + Kq(\xi + \eta) + \beta H] + 1 \right\} \right\rangle_d. \quad (2.20)$$

Calculando o mínimo em relação a q , chegamos a expressão (2.25).

Referências

- [1] Stanley, H.E., 1971, *Introducion to Phase Transitions and Critical Phenomena*, Claredon, Oxford.
- [2] Smart, J., 1966, *Effetivi Field Theories of Magnetism*, W.B. Saunders Company, Philadelphia e London.
- [3] Wilson, K.G., 1983, *Rev. Mod. Phys.* 55, 583.
- [4] Bitter, F., and Kaufmann, A. R., 1939, *Phys. Rev.*, **56**, 1044.
- [5] Bitter, F., Kaufmann, A. R., Starr, C., and Pan, S.T., 1941, *Phys. Rev.*, **60**, 134.
- [6] Kaufmann, A.R. and C. Starr, 1943, *Phys. Rev.* **63**, 445.
- [7] Kondo, J., 1964, *Progr. Theoret. Phys. (Kyoto)*, **32**, 37.
- [8] Heeger, A.J., 1969 *Solid State Physics*, **23**, 248.
- [9] Ruderman, M.A., and Kittel, C., 1954, *Phys. Rev.*, **96**, 99.
- [10] Kasuya, T., 1956, *Progr. Theoret. Phys. (Kyoto)*, **16**, 45.
- [11] Yosida, K., 1957, *Phys. Rev.*, **106**, 893.
- [12] Zener, C., 1951, *Phys. Rev.*, **81**, 440.
- [13] Friedel, J., 1956, *Can. J. Phys*, **34**, 1190.
- [14] Zimmerman, J.E., and Hoare, F.E., 1958, *Bull. Am. Phys. Soc.*, **3**, 124.
- [15] Owen, J., Browne, M., Knight, W.D., and Kittel, C., 1956, *Phys. Rev.*, **102**, 1501.

- [16] Marshall, W., 1960, Phys. Rev. **118**, n^o6, 1519.
- [17] Overhauser, A.W., 1959, Phys. Rev. Letters, **3**, 414.
- [18] Klein, M.W., and Brout, R., 1963, Phys. Rev., **132**, 2412.
- [19] Klein, M.W., 1964, Phys. Rev., **136**, A1156.
- [20] Klein, M.W., 1968, Phys. Rev., **173**, 552.
- [21] Klein, M.W., 1969, Phys. Rev., **188**, 933.
- [22] Cannella, V., and Mydosh, J.A., 1972, Phys. Rev. B, **6**, 4220.
- [23] Fischer, K. H. and Hertz, J.A., 1991, *Spin Glasses*, Cambridge University Press, Cambridge.
- [24] Binder, K. and Young, A.P., 1986, Rev. Mod. Phys., **58**, 801-836.
- [25] Zimmermann, J. E., and F. E., Hoare, 1960, J. Phys. Chem. Solids **17**, 52.
- [26] Wegner, L. E., and P. H. Keesom, 1976, Phys. Rev. B **13**, 4053.
- [27] Martin, D. L., 1978, J. Phys. (Paris) **39**, C6-903.
- [28] Martin, D. L., 1979, Phys. Rev. B **20**, 368.
- [29] Martin, D. L., 1980, Phys. Rev. B **21**, 1902.
- [30] Fogle, W. E., J. C. Ho, and N. E., Phillips, 1978, J. Phys. (Paris) **39**, C6-901.
- [31] Martin, D. L., 1980, Phys. Rev. B **21**, 1906.
- [32] Nieuwenhuys, G. J., M. Pickart, J. J. Zwart, B. M. Boerstoll, and G. J. van de Berg, 1973, Physica **69**, 119.
- [33] Sacli Ö. A., D. J. Emerson, and D. F. Brewer, 1974, J. Low Temp. Phys. **17**, 425.
- [34] Kimishima, Y. M. Kobayashi, R. Seto, and Y. Miyaco, 1977, J. Phys. Soc. Jpn. **43**, 1577.
- [35] Wassermann, E. F., 1982, Physica 109+110B, 1936.

- [36] Lecomte, G. V., H. von Löhneysen, and H. J. Schink, 1981, em *Physics of Transition Metals 1980*, Intitute of Physics Conference Series 55, Editado por P. Rhodes (Institute of Physics, Bristol/London), p. 635.
- [37] Coey, J. M. D., S. von Molnar, and R. J. Gambino, 1977, *Solid State Commun.* **24**, 167.
- [38] Sereni, J. G., T. E. Huber, and C. A. Luengo, 1979, *Solid State Commun.* **29**, 671.
- [39] Mulder, C.A.M., A.J. vanDuyneveldt, and J. A. Mydosh, 1981, *Phys. Rev. B* **23**, 1384.
- [40] Brodale, G.E., R.A. Fisher, W.E. Fogle, N.E. Phillips, and J. van Curen, 1983, *J. Magn. Mater.* **31-34**, 1331.
- [41] Mesched, O., F. Steglich, W. Felsch, H. Maletta, and W. Zinn, 1980, *Phys. Rev. Lett.*, **44**, 102.
- [42] Edwards, S. F., and Anderson, P.W., 1975, *J. Phys. F.*, **5**, 965.
- [43] Sherrington, D., and Kirkpatrick, S., 1975, *Phys. Rev. Letters*, **35**, 1792.
- [44] Kirkpatrick, S., and Sherrington, D., 1978, *Phys. Rev. B*, **17**, 4384.
- [45] Thouless, D.J., Anderson, P.W., and Palmer, R.G., 1977, *P hill. Mag.*, **35**, 1068.
- [46] Almeida, J.R.L. de, and Thouless, D.F., 1978, *J. Phys. A: Math. Gen*, **11**, n^o 5, 983.
- [47] Parisi, G., 1979, *Phys. Rev. Letters*, **23**, 1754.
- [48] Parisi, G., 1983, *Phys. Rev. Letters*, **50**, 1946.
- [49] De Dominics, C., and Kondor, I., 1983, *Phys. Rev. B*, **27**, 606.
- [50] De Dominics, C., and Kondor, I., 1984, *J. Phys. Letters (Paris)*, **45**, L205.
- [51] Mattis, D.C., 1976, *Phys. Letters*, **56A**, 421.
- [52] Toulouse, G., 1977, *Commun. Phys.* **2**, 115.
- [53] Hemmen, J.L. van, 1982, *Phys. Rev. Letters* **49**, 409.

- [54] Hemmen, J.L. van, Enter, A.C.D. van, Canisius, J., 1983, Z. Phys. B - condensed Matter, **50**, 311.
- [55] Choy, T.C., and Sherrington, D., 1985, J. Phys. C, **17**, 739.
- [56] Yamilles Nogueira, 2003, Comportamento Multicrítico no Modelo de van Hemmen com anisotropia de Íon Único e Campo Aleatório, Monografia para a obtenção de créditos de doutorado em Física, UFSCar-UFAM.
- [57] Almeida, J.R.L. de, and Brady Moreira, F.G., 1986, Z. Physik B, **63**, nº3, 365.
- [58] Dumas, J., Schlenker, C., Tholense, J.L., and Tournier, R., 1975, Solid State Commun. **17**, 1215.
- [59] J. Roberto Viana, Yamilles Nogueira e J. Ricardo de Sousa, 2002, Phys. Rev. B **66**, 113307.
- [60] J. Roberto Viana, Yamilles Nogueira e J. Ricardo de Sousa, 2003, Phys.Lett. A **311**, 480; ibid Braz. J. Phys. 37 (2007) in press.
- [61] Muzy, P.T., Vieira, A.P., and Salinas, S. A., 2006, Physica A, **359**, 469-477.
- [62] J. Roberto Viana, Transições de Fase Quântica em modelos frustrados, 2007, Tese de doutorado, UFSCar.
- [63] M., Yu-qiang and G., Chang-de, 1994, Phys. Rev. B, **50**, 7151.
- [64] Nogueira, E., Nobre, F.D., Coutinho, S. and de Almeida, J.R.L., 1996, Phys. Rev. E, **53**, 5742.
- [65] Antoshina, L.G., Goryaga, A.N., and Chursin D.A., 2002, J. Phys.: Condens. Matter, **14**, 8103-8110.
- [66] Blume, M., Emery, V. J., and Griffiths, Robert B., 1971, Phys. Rev. A, **4**, 1071.
- [67] Cannas, S.A., 2002, Notas de classe de Termodinamica e Mec. Estatística 2.
- [68] M. Blume, 1966, Physical. Review. **141**, 517.
- [69] H. W. Capel, 1966, Physica (Amsterdam) **32**, 966.

- [70] Maciołek, A., Krech, M., and Dietrich, S., 2004, Phys. Rev. E, **69**, 036117-1.
- [71] Bekhechi, S. and Benyoussef, A., 1997, Phys. Rev. B, **56**, 13954.
- [72] Xavier, J.C., Alcaraz, F.C., Pena Lara D., and Plascak J. A., 1998, Phys. Rev. B, **57**, 11575.
- [73] Grollau, S., 2002, Phys. Rev. E, **65**, 056130.
- [74] J. A. Plascak, J. G. Moreira, and F. C. Sá Barreto, 1993, Phys. Lett. A **173**, 360.
- [75] M. N. Tamashiro and S. R. A. Salinas, 1991, Physica A **172**, 378.
- [76] S. M. de Oliveira, P. M. C. de Oliveira, and F. C. de Sa ´ Barreto, 1995, J. Stat. Phys. **78**, 1619.
- [77] P. M. C. de Oliveira, 1992, Europhys. Lett. **20**, 621.
- [78] A. Bakchich, A. Bassir, and A. Benyoussef, 1993, Physica A **195**, 188.
- [79] Cooke, A.H., Martin, D.M., and Wells, M.R, 1971, J. Phys. (Paris), Colloq. **32**, C1-488.
- [80] Cooke, A.H, Martin, D.M, and Wells, M.R, 1971, Solid State Commun. **9**, 519.
- [81] Horváth, D., Orendáková, A., Orendác, M., Jascur, M., Brutovsky, B., and Feher, A., 1999, Phys. Rev. B, **60**, 1167.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)