PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

TATIANE DIAS SERRALHEIRO

FORMAÇÃO DE PROFESSORES: CONHECIMENTOS, DISCURSOS E MUDANÇAS NA PRÁTICA DE DEMONSTRAÇÕES

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

São Paulo
2007

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC/SP

TATIANE DIAS SERRALHEIRO

FORMAÇÃO DE PROFESSORES: CONHECIMENTOS, DISCURSOS E MUDANÇAS NA PRÁTICA DE DEMONSTRAÇÕES

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de ***MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA****, sob a orientação do* ***Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud***

São Paulo

2007

Banca Examinadora

*Dedico este trabalho a meus pais e irmãs: **Antonio Dias Serralheiro**, **Cleonice Politano**, **Thais Helena** e **Thamires Helena**. A meu pai, por jamais ter deixado que nada me faltasse; à minha mãe, por nunca ter medido esforços para que eu pudesse estudar e às minhas irmãs, por sempre trazerem alegria a meu coração.*

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar a Deus e a meu Senhor Jesus Cristo, pois como Ele disse: “sem mim, nada podeis fazer” (João, 15:5).

Ao meu orientador Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud, pela paciência e sugestões sempre pertinentes.

Aos Professores Doutores Antonio Vicente Marafioti Garnica e Celina Aparecida Almeida Pereira Abar, pelas correções e contribuições no exame de qualificação.

Aos Professores do programa pelo aprendizado que me proporcionaram durante o curso.

À Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, pela bolsa concedida desde o início do curso.

À minha irmã Jaqueline Garcia pela elaboração do abstract.

A meu querido Cristian Ribeiro de Oliveira que se esforçou muito para me acompanhar em minhas idas e vindas...

A meu colega de mestrado, José João de Melo pelos muitos momentos alegres que me proporcionou.

À Professora. Elisabete Aparecida Garbelini Covos, pela tradução de alguns textos do francês para a língua portuguesa.

Ao professor Marcelo Rivelino Rodrigues que me estimulou a continuar o curso de mestrado, no início, quando diante de tantos problemas, pensei desistir.

Aos professores Wilson Almeida Amaral e Anderson de Souza, pela compreensão pelas minhas ausências no trabalho.

Às formadoras Maria Inez Rodrigues Miguel e Ana Maria Nobre, pelo aprendizado que me proporcionaram durante os encontros do projeto.

Aos professores participantes do projeto que responderam aos questionários e concordaram com as observações.

A autora.

RESUMO

A presente pesquisa aborda as seguintes questões: *Quais são os discursos e conhecimentos iniciais sobre demonstração em Matemática apresentados pelos professores participantes do projeto "O raciocínio dedutivo no processo ensino-aprendizagem da Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental"? A participação desses professores no projeto refletiria em que tipos de mudanças na prática em Geometria?*

A parte teórica trabalhou os aspectos gerais relacionados à demonstração e à formação de professores. Quanto às demonstrações, foi adotada a definição proposta por Balacheff (1982), sendo feito um levantamento sobre sua importância, como meio de convencer, explicar, descobrir, comunicar, desafiar e sistematizar baseado nas idéias de De Villiers (2002). Além disso, sua importância foi relacionada com as propostas dos PCN (1998). No que se refere à formação de professores, as idéias de Shulman (1986), Schön (1995) e Nóvoa (1995), foram compartilhadas, dentre outros autores quanto aos processos de formação inicial e continuada focados na reflexão ser ponto de partida para qualquer mudança. Neste sentido, foram discutidos alguns resultados obtidos em outras pesquisas, envolvendo a formação de professores e/ou mudanças e/ou demonstração em geometria. O conceito de crença e como ela atua no discurso docente também foi relatado.

Para responder a primeira questão de pesquisa, foram usados os dados obtidos com a aplicação de questionários. Foi verificado que os conhecimentos iniciais dos professores sobre demonstrações eram muito abstratos e que alguns nem ao menos sabiam o que é demonstrar em Matemática. Foi encontrada, também, a existência de muitas falas impregnadas nos discursos desses professores que agem como crenças em suas opiniões além de diversas observações em que a responsabilidade pela impossibilidade de trabalho com as demonstrações em Matemática na escola básica estaria inteiramente nos processos de formação inicial.

As respostas encontradas na segunda questão de pesquisa foram algumas mudanças sutis como: a autonomia dos professores participantes diante do processo de desenvolver uma demonstração em Geometria, partindo de um estado de timidez para um estado crítico e de confiança no momento de redigir uma demonstração, além de alterações na prática em sala de aula, até mesmo na nossa própria prática. Estas mudanças dizem respeito ao desejo de desenvolver o processo de argumentação, primeiro degrau para a construção de uma demonstração.

Palavras-Chave: formação de professores; demonstração em Geometria; mudanças de discursos e atitudes.

ABSTRACT

The present research boards the following questions: *which represent the initial knowledge about Demonstration presented by teachers participating in the project "The deductive reasoning in the teaching/apprenticeship of Mathematics in the final degrees of the Fundamental Teaching"? May the teacher's participation in the project also reflect any kind of change in the practice in Geometry?*

The theoretical part worked on general aspects related to the demonstration and formation of teachers. Referring to the demonstrations, it was adopted the definition proposed by Balacheff (1982), having been done a survey about their importance, as means of convincing, and to explain, discover, communicate, challenge and systematize basing on the ideas of De Villiers (2002). Besides that, their importance was related to the PCN proposals (1998). Regarding to the teacher's formation, the ideas of Shulman (1986), Schön (1995) and Nóvoa (1995), were shared, among other authors with regard to initial and continuous formation processes focused in the reflection to be the starting point for any change. In this sense, some results obtained in other researches were discussed, involving the teachers' formation and/or changes and/or demonstration in Geometry. The concept of belief and how it acts in the teaching speech was also reported.

In order to answer the first research question, it was used data obtained from the applied questionnaires. It was checked that the initial knowledge of the teachers about demonstrations was very abstract and some of them not even knew what it is to demonstrate in Mathematics. It was, also, found the existence of many saturated voices in the teachers' speeches which act as beliefs in their opinions, as well as several observations in which the responsibility for the impossibility of working with demonstrations in Mathematics in the basic school would be totally in the initial formation processes.

The answers found in the second research question represented some subtle changes as: the autonomy of the participating teachers before the process of developing a demonstration in Geometry, starting from a diffident condition to a critical condition and confidence in the moment of drawing up a demonstration, as well as alterations in the practice in classroom, even in our own practice. These changes are due to the desire of developing the argumentation process, first step for the construction of a demonstration.

Keywords: teachers' formation; demonstration in Geometry; changes in speeches and attitudes.

SUMÁRIO

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

Capítulo 1 – A pesquisa

1.1- O interesse pelo tema de pesquisa

O interesse inicial de pesquisa voltou-se para o ensino de Geometria e surgiu pela nossa experiência como docente na escola pública, quando percebemos que muitos professores não trabalhavam esse conteúdo no decorrer do ano letivo.

Diante desse fato, surgiu o desejo de pesquisar sobre a relação entre a formação dos professores e o ensino de Geometria na escola pública. Inicialmente, o nosso interesse foi este.

Com esse objetivo, iniciamos a participação em um dos grupos de pesquisa da pós graduação em Educação Matemática da PUC/SP, denominado G4 – CoFE (Conceitos: Formação e Evolução), pois esse grupo, durante os últimos anos desenvolveu projetos de formação continuada de professores e, em 2006, o foco voltou-se ao ensino das demonstrações em geometria.

Nesse ano o projeto foi denominado *"O raciocínio dedutivo no processo ensino-aprendizagem da Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental" e* apresentou como objetivo específico: investigar os fatores que interferem no processo ensino-aprendizagem, envolvendo o raciocínio dedutivo em Matemática. Além disso, teve como objetivos gerais apurar os modos de organização e os procedimentos teórico-metodológicos relacionados ao ensino e à aprendizagem, envolvendo provas e demonstrações em Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental, assim como estudar as representações dos professores dessas séries no que diz respeito ao papel do raciocínio dedutivo na formação do aluno. O projeto desenvolveu-se sob a coordenação do professor Dr. Saddo Ag Almouloud.

Sua realização desencadeou uma série de estudos sobre o tema "demonstração em geometria". Entre as pesquisas, podemos inserir este trabalho, no qual limitamos nosso foco principal à investigação da relação existente entre formação de professores e o ensino de demonstrações em Geometria.

Escolhido e limitado o tema de pesquisa, partimos em busca de leituras que pudessem nos situar quanto aos estudos realizados e às teorias existentes sobre o assunto.

Com as leituras, percebemos que os autores, de maneira geral, defendem a importância do trabalho com as demonstrações na escola básica, mas verificam o pouco trabalho, que é realizado com esse conteúdo. O fato pode ser constatado em alguns textos lidos como: Pavanello (1989); Mello (1999); Manrique (2003) e Pietropaolo (2005) que indicam que a má formação dos professores de Matemática implica quase sempre em insegurança em relação ao trabalho de determinados temas.

Diante desse quadro, surgiram alguns questionamentos: um projeto de pesquisa envolvendo formação continuada como o proposto pelo G4 da PUC/SP daria conta de preencher as possíveis deficiências não supridas na formação inicial de um grupo de professores? As dificuldades poderiam ser amenizadas com a nova formação? Depois da realização dessa formação, os professores participantes mudariam seus discursos, concepções e, até mesmo, suas práticas pedagógicas com relação à geometria e, especificamente, com as demonstrações geométricas?

Pelo interesse de responder a estas questões e com base no desejo de realizar este estudo, passamos a buscar maior delimitação para nosso problema de pesquisa.

1.2- Problema de pesquisa

Muitas são as pesquisas realizadas sobre formação de professores. No caso específico da Matemática, podemos encontrar inúmeros trabalhos, mas sabemos que mais ainda são as questões existentes nessa área a serem pesquisadas. Diante dessa situação, afirmamos que esse tipo de pesquisa se faz necessário, visto a "distância existente entre o que se deseja que seja o ensino e como esse ensino é efetivado" (MANRIQUE, 2003, p. 11).

Apesar da dedicação de muitos em se tratando da preocupação com a formação dos professores, sabemos que ainda não temos uma efetiva ligação entre a formação e a prática desses profissionais. Em geral, nos cursos de licenciatura existem duas formações básicas: uma técnica, relativa ao conhecimento específico da disciplina que se quer aprender e outra, de caráter pedagógico, com princípios práticos, relativos à formação. Mas, estas duas formações são propostas de maneira dissociada, sem trabalhos em comum, sem relação entre o técnico e a prática. Esta discussão é levantada por muitos pesquisadores, dos quais destacamos Moreira, P. (2003) cujas idéias serão discutidas no capítulo sobre a formação de professores.

A dissociação de saberes acarreta posteriores dificuldades que são enfrentadas pelos professores, pois estes saem, muitas vezes, sem o conhecimento que envolve a relação entre o teórico e o prático. Daí uma das necessidades de sempre participarem de cursos de formação continuada.

Não é certo que a única função da formação continuada seja a de realizar o elo entre teórico e prático visto na formação inicial. Precisamos também salientar sua grande importância, já que são grandiosos os avanços que ocorrem nas ciências, as modificações curriculares, o aprimoramento profissional e o desenvolvimento de competências e atitudes.

Quanto ao ensino de geometria, nas leituras realizadas encontramos alguns estudos que discutem a situação de seu ensino sobretudo na rede pública. A pesquisa de Pavanello (1989), por exemplo, estuda a existência de certo “abandono” do ensino da Geometria no Brasil durante o século XX. Os estudos de Perez (1995) levantaram como razões para o “abandono” da Geometria a falta de uma metodologia adequada, deficiência no conteúdo, falta de apoio para construção e aquisição de materiais e falta de tempo para concretizar o ensino (MANRIQUE, 2003, p. 18).

Acreditamos, também, na existência de outro fator que influencia o “abandono” do ensino de Geometria: as crenças que podem ser verificadas no discurso de alguns professores que atribuem um grau de dificuldade excessivo ao ensino de Geometria, pois esse discurso tornou-se um modelo entre o grupo de profissionais. Muitas vezes, “essas opiniões” estão incorporadas à fala dos professores, sem haver uma reflexão sobre sua veracidade, fazendo com que o conteúdo não seja abordado em sala de aula em razão de seu “grau de complexidade”.

Além disso, faz com que os profissionais, muitas vezes, não sintam desejo de buscar novos conhecimentos sobre o assunto por acreditarem que a falta de material ou de tempo seja argumento suficiente para impedir o trabalho com tal conteúdo, como citado no estudo de Perez (1995).

Por outro lado, existem pesquisas que indicam mudanças por parte de professores que tenham participado de algum projeto de formação no qual sejam priorizados os momentos de reflexão e discussão (MANRIQUE, 2003 e LELLIS, 2006, por exemplo). Nesses casos, as investigações indicam que o processo de formação chegou a alguns de seus objetivos, uma vez que conseguiu fazer com que houvesse momentos de “trocas de idéias”, fazendo com que alguns participantes mudassem sua maneira de conceber certas relações e começassem a conceber novas maneiras de proporcionar o ensino dos assuntos tratados.

Acreditamos na necessidade de realizar muitas pesquisas ainda, envolvendo a formação de professores, seus discursos, concepções, práticas e possíveis mudanças. Sendo assim, propomos realizar um trabalho, que diante de uma situação de formação continuada analise os conhecimentos iniciais e as possíveis mudanças dos professores com relação ao conceito de demonstração em Geometria.

Partimos do pressuposto de que um projeto maior está em andamento na PUC/SP e que nosso trabalho pode ser inserido nesse projeto para responder às seguintes questões de pesquisa: *Quais são os discursos e conhecimentos iniciais sobre demonstração em Matemática apresentados pelos professores participantes do projeto “O raciocínio dedutivo no processo ensino-aprendizagem da Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental”? A participação desses professores no projeto refletiria em que tipos de mudanças na prática em Geometria?*

1.3 – Procedimentos de pesquisa

O projeto "*O raciocínio dedutivo no processo ensino-aprendizagem da Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental*", era constituído de duas turmas de professores em formação. Uma delas tinha seus encontros às quintas-feiras no período da tarde e a outra, às sextas-feiras no período da manhã (ambos os encontros com três horas de duração).

Os encontros aconteciam no laboratório de Matemática da PUC/SP e, nesses dias havia formadores e observadores diferentes. Existia um momento de troca de informações, quando as formadoras e os observadores podiam relatar sobre o andamento dos grupos aos demais. Esse momento ocorria nas reuniões semanais do G4 às segundas-feiras. Além disso, existia um "momento interno" quando eram decididas as atividades a serem trabalhadas com os grupos. Desse "momento interno", só participavam as formadoras e o Coordenador do projeto.

Como os participantes e as formadoras das duas turmas não eram as mesmas pessoas, o desenvolvimento dos grupos deu-se de maneira diferenciada, em relação às atividades propostas. Existiam momentos, em que um dos grupos desejava explorar mais uma determinada atividade e gastava mais tempo nessa tarefa. Assim, em geral, os dois grupos não trabalhavam os mesmos exercícios simultaneamente.

Para realização desta pesquisa, tivemos contato com o grupo de estudos de sexta-feira, que era composto de dezesseis professores inscritos inicialmente. Este contato não se deu logo no início do projeto (10/03/2006), mas a partir do 6º encontro realizado (28/04/2006). Nossa participação no projeto foi como observadora junto com outros colegas que tinham a mesma função. O trabalho era registrar por escrito as ações ocorridas durante o processo de formação, gravar as falas dos grupos e redigir as informações obtidas por meio dos registros das observações.

Nas sextas feiras, o projeto contava com duas formadoras: Maria Inez Rodrigues Miguel e Ana Maria Nobre, ambas professoras pesquisadoras da PUC/SP. O grupo era composto por professores da rede pública estadual e municipal e os encontros davam-se das 8 às 11 h.

Ao todo, tivemos trinta e dois encontros, perfazendo noventa e seis horas de reunião. No primeiro encontro, as formadoras aplicaram dois questionários - diagnóstico a todos os participantes. O primeiro trazia duas partes (Anexo I):

Parte A: **Identificação:** questões pessoais com relação à idade dos participantes, estado civil, tempo de magistério, formação acadêmica, carga horária, disponibilidade para participar do projeto com reuniões semanais e via internet.

Parte B: **Pesquisa de opinião:** questões em forma de teste com espaço para comentários que envolviam questionamentos a respeito da prática do trabalho com raciocínio dedutivo em Matemática.

O segundo questionário (Anexo II) era composto por um diagnóstico a priori, no qual todas as questões eram dissertativas e exigiam justificativa do professor, baseava-se em questões sobre demonstração em matemática e trazia desde questões sobre hipótese e tese, até avaliações de algumas demonstrações apresentadas por “alunos”.

Entramos no grupo com cinco encontros já ocorridos. Logo, não participamos da aplicação dos questionários iniciais, que foram distribuídos no primeiro encontro, mas tivemos acesso a seu conteúdo posteriormente. Os dados obtidos desses questionários foram utilizados na presente pesquisa a fim de verificarmos quais eram os conhecimentos iniciais sobre demonstração em Matemática trazidos pelo grupo de professores e, conseqüentemente, responder a primeira questão de pesquisa.

Como parte da coleta de dados para responder a segunda questão de pesquisa sobre as possíveis mudanças ocorridas durante a participação nos encontros, solicitamos observar algumas aulas de Geometria desse grupo de professores. Mas, diante dessa solicitação, alguns relataram que não trabalhariam mais com Geometria durante o ano corrente, pois o programa da escola onde lecionavam era extenso e nenhum conteúdo de Geometria estava previsto para ser trabalhado daquele momento em diante e, ainda, outros disseram que não tinham aulas de Matemática nesse ano, tendo apenas aulas de Física ou de Oficina Curricular nas escolas de período integral.

Apenas um dos participantes deu certeza de que ainda durante o ano de 2006 estudaria Geometria com seus alunos. Por esse motivo, esse professor passou a ser observado com maior atenção nos encontros.

No mês de novembro, quando o professor escolhido trabalhou certos conceitos de Geometria com seus alunos, fizemos observações em algumas de suas aulas (18 aulas no total em três classes). Estas observações serão relatadas com mais detalhes na segunda parte da pesquisa.

Nas observações na escola, tivemos acesso ao conteúdo de Matemática estudado no ano letivo por meio dos cadernos dos alunos. Registramos todo o conteúdo estudado, destacando os de geometria.

No último dia da observação na escola, propusemos a construção de uma atividade com alguns princípios relativos a construção de mapas conceituais com dois grupos distintos de alunos. O termo-chave proposto foi “Geometria”.

No final de 2006, também, realizamos uma entrevista com alguns professores que permaneceram no projeto. Esta foi feita individualmente e de maneira particular em uma sala nas dependências da PUC/SP.

Em resumo, como instrumentos de coleta de dados, temos: a análise de questionários, as observações (nos encontros e em sala de aula), a análise dos cadernos, a atividade com os alunos e a entrevista.

A seguir, comentaremos cada um desses instrumentos para esclarecer o objetivo e as características de cada um:

- Análise de questionários

A análise dos questionários teve como objetivo principal levantar informações para descrever as características dos integrantes do projeto, suas idéias, dúvidas, opiniões e destacar alguns de seus conhecimentos a respeito das demonstrações em Matemática.

Sabemos que a expressão verbal, seus significados e suas mensagens são indispensáveis à compreensão dos problemas ligados à pratica educacional e que a mensagem (escrita, oral, gestual ou silenciosa) expressa um significado e um sentido, pois:

> [...] os diferentes modos pelos quais o sujeito se inscreve no texto correspondem a diferentes representações que tem de si mesmo

> como sujeito e do controle que tem dos processos discursivos textuais com que está lidando quando fala ou escreve. (VARLOTTA, 2002 apud FRANCO, 2003, p. 13)

Com relação à análise das mensagens, devemos levar em consideração ser necessário que, constantemente, existam comparações contextuais que devem ser direcionadas com base na intenção e sensibilização do pesquisador. Por outro lado, se tentarmos inferir os efeitos de tal discurso e suas causas, estaremos direcionando a análise do ponto de vista do receptor.

Quem analisa trabalha com vestígios, manipulando as mensagens a fim de inferir de maneira lógica conhecimentos que extrapolem o conteúdo manifesto nas mensagens.

Desta maneira, os questionários serviram como uma fonte de dados que nos proporcionaram conhecer alguns dos conhecimentos iniciais sobre demonstrações trazidas por esse grupo de professores e fazer inferências sobre determinadas falas.

- Observações

A observação é um instrumento de coleta de informações que possibilita um contato mais direto e pessoal com o objeto estudado; em nosso caso, ocorreu com os conhecimentos iniciais dos professores sobre demonstração e um possível indício de mudança.

Na maioria das vezes, os encontros tiveram mais de um observador. Assim, as anotações obtidas foram registradas em cadernos e, posteriormente, digitadas no computador. Além disso, todos os encontros foram gravados em áudio (cada observador tinha seu gravador e as formadoras utilizavam dois gravadores da instituição).

Nos encontros, conversávamos com os professores participantes; além do fato de existir identificação quanto às aspirações e nosso cotidiano, pois todos eram professores de Matemática e queriam melhorar os conhecimentos, tanto cognitivos como pedagógicos. Isto fez com que as observações se tornassem naturais, pois podíamos de alguma maneira interagir com os professores.

Obviamente, essa interação teve limites, afinal não deveríamos interferir no desenvolvimento das atividades em que eles eram os participantes e não, nós.

Nossos objetivos com as observações no grupo podem ser resumidos em: conhecer mais os professores participantes, verificar seus discursos, acompanhar o desenvolvimento com relação ao conteúdo estudado e, possivelmente, observar indícios de mudanças durante a participação nos encontros.

Realizamos, também, observações individuais de um professor do grupo em sua prática na sala de aula. Diferente da observação do grupo, a individual teve o objetivo específico de verificar como a demonstração em Geometria estava sendo trabalhada, a fim de que pudéssemos comparar os discursos com a prática e verificar suas possíveis mudanças.

Torna-se necessário destacar que, com a análise dos questionários, tentamos verificar quais os conhecimentos iniciais apresentados pelo grupo de professores com relação às demonstrações em Matemática, de maneira geral e, com estas observações, buscamos averiguar como a demonstração específica em Geometria estava sendo desenvolvida.

- Atividade envolvendo alguns princípios utilizados em mapas conceituais[1]

Os mapas conceituais são diagramas de significados e de relações significativas. Podem ser utilizados como instrumentos que têm como finalidade evidenciar significados atribuídos a determinados conceitos no contexto de um corpo de conhecimentos. Seu objetivo principal é agir como recurso na obtenção de evidências de aprendizagem significativa, ou seja, na avaliação da aprendizagem, o que pode ser visto no conceito apresentado por Moreira, M.:

> Como a aprendizagem significativa implica, necessariamente, atribuição de significados idiossincráticos, mapas conceituais, traçados por professores e alunos refletirão tais significados. Quer dizer, tanto mapas usados por professores como recurso didático como mapas feitos por alunos em uma avaliação têm componentes

[1] A teoria que está por trás do mapeamento conceitual é a teoria cognitiva de aprendizagem de David Ausubel, mas este nunca falou de mapas conceituais em sua teoria. Essa técnica foi desenvolvida em meados da década de 70 por Joseph Novak e seus colaboradores na Universidade de Cornell, nos Estados Unidos. (Moreira, M. 1997, p. 5)

> idiossincráticos. Isso significa que não existe mapa conceitual "correto". Um professor nunca deve apresentar aos alunos o mapa conceitual de certo conteúdo e sim um mapa conceitual para esse conteúdo segundo os significados que ele atribui aos conceitos e às relações significativas entre eles. De maneira análoga, nunca se deve esperar que o aluno apresente na avaliação o mapa conceitual "correto" de certo conteúdo. Isso não existe. O que o aluno apresenta é o seu mapa e o importante não é se esse mapa está certo ou não, mas sim se ele dá evidências de que o aluno está aprendendo significativamente o conteúdo. (MOREIRA, M., 1997, p.7)

Durante as observações na escola, propusemos uma atividade a alguns alunos do professor que estávamos observando. A atividade envolveu certos princípios adotados na confecção de mapas conceituais e teve como objetivo verificar qual a relação existente para esses alunos entre os conceitos de "demonstração" e "Geometria".

- Verificação de cadernos

Outro instrumento utilizado na coleta de dados foi a verificação de alguns cadernos dos alunos. Esta observação teve como objetivo verificar como a Geometria havia sido trabalhada durante o ano letivo de 2006, pois queríamos verificar se a participação no projeto com demonstrações estava refletindo alguma alteração na maneira de trabalhar com a Geometria.

A análise dos cadernos foi uma sugestão dada por um dos professores da PUC/SP durante a apresentação desta pesquisa em um seminário. Sua justificativa para esta análise foi a de que a observação em sala de aula, provavelmente, poderia interferir na didática do professor observado, o que ocorreria de maneira natural, alterando, conseqüentemente, seu discurso e suas atitudes.

Para amenizar os efeitos causados naturalmente pela observação em sala de aula, decidimos optar pela análise dos cadernos, também, na coleta de dados. Afinal não poderia haver interferência em aulas que já haviam sido ministradas.

- Entrevista

Esta técnica possibilita o fornecimento de dados básicos ao desenvolvimento e compreensão das relações entre os sujeitos pesquisados e a situação de pesquisa. Por meio das entrevistas, podemos obter informações quanto às crenças e atitudes dos entrevistados com relação ao objeto de pesquisa. Além disso, exploramos a opinião das pessoas, suas idéias e suposições.

Uma das vantagens da entrevista é o entrevistado ter tempo para refletir sobre o assunto questionado, poder falar longamente, com suas próprias palavras e sentir–se em um clima de liberdade para expor as idéias da melhor forma possível. Quanto ao entrevistador, a entrevista ajuda a obter esclarecimentos mais específicos dos pontos mais importantes, pois facilita o questionamento específico e uma sondagem significativa dos pontos de maior interesse.

Ao realizar esta entrevista no final de 2006, nosso objetivo foi saber se os aspectos que havíamos percebido como mudanças, durante as observações, também tinham sido verificados pelos próprios professores, agentes do processo.

De modo geral, sintetizamos no quadro abaixo os momentos de coleta de dados realizados na pesquisa:

Quadro 1 – Momentos da coleta dos dados

Questionários – parte I e II	10/03/2006 – aplicado pelas formadoras
Observações no projeto (o projeto ocorreu de 10/03/2006 a 08/12/2006 com 32 encontros - 96 horas no total)	28/04/2006 a 08/12/2006 – 27 encontros observados (81 horas no total)
Observações na escola	6, 7, 8, 13 e 14 de novembro de 2006 – 18 horas-aula
Análise dos cadernos	08/11/2006 e 13/11/2006
Atividade com os alunos	14/11/2006
Entrevistas	24/11/2006

Estes foram os procedimentos utilizados no levantamento dos dados e serão detalhados, para que possam contribuir na análise dos dados e na conclusão final.

Capítulo 2 – Estudos Preliminares

Nesta seção do trabalho, apresentaremos um estudo sobre as demonstrações e a formação dos professores, focos desta pesquisa.

Quanto às demonstrações, optamos por fazer um levantamento de alguns de seus aspectos como: definição, funções atribuídas pelos PCN, por especialistas e as tendências atuais da demonstração.

Em relação à formação dos professores, a presente pesquisa abordará a formação continuada, em geral, independente da área de atuação desses profissionais. Não trataremos em específico da formação dos professores de Matemática. Quando nos referirmos a esses docentes, utilizaremos o termo "professor de Matemática".

Ao escrever sobre a formação continuada dos professores, nossa intenção foi, em primeiro lugar, nos situarmos quanto aos conceitos relacionados ao assunto, tanto quanto aos autores como às teorias. Nosso conhecimento prático nos leva a formar determinadas tendências pessoais sobre o assunto, porém precisamos reforçar os conhecimentos com teorias e pensamentos que justifiquem nosso saber.

2.1 - Considerações gerais sobre demonstração

Neste momento da pesquisa, abrimos espaço para realizar estudos gerais sobre as demonstrações. Procuramos abranger informações sobre o assunto para contribuir com uma introdução a seu estudo.

Assim, a apresentação de diversas características sobre o tema poderá contribuir para reforçar a importância de nosso trabalho, justificar a relevância de seu estudo e servir como embasamento teórico, quando precisarmos justificar determinadas situações vivenciadas.

2.1.1 – Definição de demonstração

O termo "demonstração" é utilizado por vários autores e em muitos contextos diferentes, mas, em geral, os matemáticos entendem demonstração ou demonstração matemática, como sendo "uma cadeia de argumentos convincentes, rigorosos, gerais, completos e resistentes, interligados logicamente" (FONSECA, 2006, p.3).

Existem muitas funções atribuídas às demonstrações. Entre elas, uma das principais do ponto de vista do ensino é a função de explicar, ou seja, a construção de uma demonstração não tem somente o valor de garantir a verdade de uma afirmação, mas também de explicar a razão pela qual ela é verdadeira.

Alguns autores propuseram considerar as demonstrações em níveis de sofisticação, ou seja, classificaram-nas em algumas "classes", segundo suas estruturas. Em nosso trabalho, adotaremos as definições propostas por Balacheff (1982) para descrevermos uma demonstração.

Segundo o autor, existem três níveis de sofisticação: explicação, prova e demonstração.

A explicação pode ser identificada como um discurso, podendo muitas vezes, ser verbal e tem por objetivo garantir a validade de determinados raciocínios e pode ser discutida, recusada ou aceita.

> Chamamos <u>explicação</u> um discurso que visa tornar compreensível o caráter de verdade, adquirido pelo locutor de uma proposição ou de um resultado.
> As razões podem ser discutidas, recusadas ou aceitas. (BALACHEFF, 1982 apud ARSAC, 1987, p.273 – grifo e tradução nossos)

A prova é uma explicação aceita por um determinado grupo em um certo momento.

> Chamamos <u>prova</u> uma explicação aceita por uma comunidade em um determinado momento. Essa decisão pode ser objeto de um debate entre a significação e a exigência de determinar um sistema de validação comum aos interlocutores. (BALACHEFF, 1982 apud ARSAC, 1987, p.273 - grifo e tradução nossos)

A demonstração é um tipo de prova aceita pela comunidade matemática em que a validade dos raciocínios é garantida por via dedutiva, com explicações apresentadas em uma seqüência de enunciados, conforme regras determinadas, estritamente codificadas e formais. Assim, a demonstração é um processo particular de prova que vem validar uma afirmação (MELLO, 1999, p. 5).

> Entre as provas, certamente há uma forma particular, elas são uma seqüência de enunciados seguidos de regras determinadas: um enunciado é conhecido como sendo verdadeiro, ou bem é obtido a partir daqueles que lhe precedem com o auxílio de uma regra de dedução tomada de um conjunto de regras bem definidas. Chamamos <u>demonstração</u> essas provas. (BALACHEFF, 1982 apud ARSAC, 1987, p. 273 – grifo e tradução nossos)

No seu artigo intitulado *"L´origine de la demonstration: essai d´épistémologie didactique"*, Arsac (1987) apresenta a definição proposta por Balacheff (1982) para o conceito de raciocínio, que defende como sendo:

> Reservamos a palavra <u>raciocínio</u> para designar a atividade intelectual, na maior parte do tempo não explícito, de manipulação de informações para, a partir de bases (fundamentos), produzir novas informações. (BALACHEFF, 1982 apud ARSAC, 1987, p. 273 – grifo e tradução nossos)

O autor, também, destaca que as distinções com relação ao vocabulário propostas por Balacheff dão dimensões de demonstração na qualidade de um resultado particular da prova.

Quando nos referimos ao termo demonstração no presente trabalho, estaremos atribuindo o mesmo significado defendido por Balacheff (1982) ao termo, ou seja, um caso específico da prova que segue regras determinadas e um encadeamento lógico.

2.1.2 – Os papéis da demonstração

Uma das discussões mais recentes com relação às demonstrações é quanto à aceitação ou não de demonstrações feitas via computador. Será que podemos considerar como demonstração, os cálculos realizados pelo computador para comprovar determinados teoremas?

Muitas demonstrações realizadas nos anos recentes têm exigido grandes cálculos que, humanamente, são impossíveis de ser realizados. Segundo Horgan (1993), nenhum humano, mero mortal, pode comprovar as denominadas demonstrações computadorizadas.

Será que o uso de computadores para "demonstrar" geraria o fim das demonstrações "formais", tais como as conhecemos hoje? De acordo com Horgan (1993), nos próximos cinqüenta anos a importância das demonstrações formais em Matemática vai diminuir, porém isso não significa dizer que serão extintas.

Temos de considerar que, de qualquer maneira, as demonstrações em sua maioria, sempre foram precedidas de métodos experimentais (uso de instrumentos como lápis, régua, compasso, etc). É de nosso conhecimento, por exemplo, que Carl Friedrich Gauss (1777 - 1855) e outros grandes matemáticos realizaram cálculos experimentais antes de construir demonstrações formais, o que mostra que apesar das demonstrações formais terem seu imenso valor, parte delas, teve sua origem em experimentos.

No caso específico desses experimentos serem realizados via computador, surgem alguns inconvenientes, pois mesmo os pesquisadores mais intimamente adeptos ao sistema computacional sabem que esses sistemas podem indicar resultados enganosos. Um exemplo desse fato pode ser relatado pela seguinte citação retirada do artigo "*La muerte de la demonstración*" de Horgan (1993):

> A Hipótese de Riemann, uma famosa conjectura sobre as regularidades que mostram os números primos em seu desfile até o infinito...
> [...] a hipótese enunciada há mais de cem anos, é considerada como um dos problemas pendentes mais importantes da matemática.
> Franz Mertens, contemporâneo de Riemann, propôs uma conjectura relacionada com aquela, com relação a números inteiros positivos; a verdade da conjectura de Mertens seria um forte indício da verdade da hipótese de Riemann. No início da década de 80, se havia comprovado mediante computadores que a proposta de Mertens era efetivamente correta para dez milhões de inteiros. Computadores de maior alcance revelaram em 1984 que esta conjectura não é verdadeira para valores maiores que $10^{(10^{70})}$". (HORGAN, 1993, p. 74)

Há investigadores que defendem a validação das demonstrações dinâmicas, argumentando que o estabelecimento de uma verdade é mais importante do que o ponto de vista estético. Logo, para eles o importante é a verificação de um resultado e não necessariamente sua validação por meio da explicação fundamentada em enunciados lógicos.

Conforme cita De Villiers (2002), os que são a favor do uso da informática são os "solucionadores de problemas" no qual o mais importante é conseguir resolver o problema mesmo sem uma regra geral, enquanto os “construtores de teorias”, são formalistas, que buscam uma regra geral que seja aplicável a outros problemas.

O matemático investigador Gian Carlo Rota (1997), a propósito da demonstração do Último Teorema de Fermat, observou que o valor da demonstração vai muito além da mera verificação do resultado:

> O valor real do que Wiles e os seus colaboradores fizeram é muito maior do que a mera demonstração de uma conjectura excêntrica. A importância da demonstração do último teorema de Fermat reside na abertura de novas possibilidades para a matemática. O valor da demonstração de Wiles não está naquilo que demonstra, mas naquilo que torna acessível, no que possibilita. (GIAN CARLO ROTA, 1997 apud De VILLIERS, 2002, p.2)

Há alguns anos o matemático Paul Halmos, observou, analogamente que, apesar da demonstração da conjectura das quatro cores, em 1976, por Appel e Haken, com o recurso de computadores, tê-lo convencido de que era verdadeira, ela não lhe proporcionou uma compreensão mais profunda das razões pelas quais é verdadeira.

> [...] agora, depois do seu trabalho, é muito menos provável que eu vá à procura de um contra-exemplo para a conjectura das quatro cores, do que antes. Nessa medida, o que aconteceu convenceu-me que o teorema das quatro cores é verdadeiro. Tenho fé que algum dia, em breve, talvez daqui a seis meses, talvez daqui a sessenta anos, alguém escreva uma demonstração do teorema das quatro cores que ocupe sessenta páginas do Pacific Journal of Mathematics. Logo depois, talvez seis meses ou sessenta anos depois, alguém vai escrever uma demonstração de quatro páginas baseada nos conceitos que, entretanto desenvolvemos, estudamos e compreendemos. O resultado pertencerá à grande, gloriosa, arquitetural estrutura da matemática... a matemática não tem pressa. A eficiência não faz sentido. O que conta é a compreensão. (PAUL HALMOS apud DE VILLIERS, 2002, p.2)

Das citações anteriores, emanam duas importantes idéias; assim, em primeiro lugar, destacam-se as demonstrações que são indispensáveis ao conhecimento matemático e, em segundo, seu valor que está muito além da mera verificação de resultados.

A função da demonstração tem sido encarada quase exclusivamente em termos de verificação das proposições matemáticas, porém é muito mais importante aos matemáticos do que a mera verificação. Algumas das funções da demonstração, segundo Villiers (2002), são: a verificação, a explicação, a descoberta, a comunicação, o desafio intelectual e a sistematização. A seguir, procuramos descrever cada uma dessas funções.

2.1.2.1 - A demonstração como um meio de verificação / convencimento

As pessoas parecem acreditar que só uma demonstração atribui um caráter de veracidade a uma conjectura. Mesmo assim não passa a ser necessária, para que exista o caráter de convicção, pois o que muitas vezes acontece é justamente o contrário, ou seja, a convicção de que determinada conjectura é verdadeira, normalmente é o primeiro passo para que possamos buscar sua demonstração.

No geral, a convicção precede a demonstração, afinal não buscaríamos a demonstração de algo que não estivéssemos confiantes de que seja verdadeiro.

Polya declara:

> [...] tendo verificado o teorema em muitos casos particulares, obtivemos uma forte evidência indutiva a seu respeito. A fase indutiva venceu a nossa suspeita inicial e deu-nos uma forte confiança no teorema. Sem tal confiança dificilmente teríamos encontrado coragem para empreender a sua demonstração que não parece de modo algum uma atividade rotineira. Quando se está convencido de que o teorema é verdadeiro, começamos a demonstrá-lo. (POLYA,1954, p. 83-84 apud DE VILLIERS, 2001, p.32)

Nesse tipo de situação, o objetivo principal de uma demonstração passa a ser diferente de verificar-se ou convencer-se de algo. O fato pode ser exemplificado, partindo do pressuposto de que parte das demonstrações publicadas estavam incompletas ou continham erros e nem por isso deixaram de convencer os matemáticos sobre a veracidade dos teoremas que tentavam demonstrar.

Nesse ponto, devemos esclarecer que não é que a demonstração não apresente um caráter de verificação ou de convencimento. Esta é uma das funções principais de uma demonstração, mas o que não podemos defender é que a demonstração matemática seja somente vista por esse aspecto, visto que o intuitivo não garante a veracidade dos fatos, para tal certeza, é necessário que tenhamos uma demonstração que comprove a veracidade do que foi obtido intuitivamente.

2.1.2.2 - A demonstração como um meio de explicar

Embora, na maioria das vezes, os investigadores atinjam um alto grau de satisfação diante das verificações quase-empíricas (por exemplo, construções e medições rigorosas, substituições numéricas, entre outras) de uma conjectura, isto, geralmente, não fornece uma explicação satisfatória de sua razão. Apenas confirma que tal conjectura é verdadeira, mas não esclarece o porquê de o ser.

A exemplo disso, voltamos à discussão sobre o uso de computadores no processo de demonstrar, pois, com esse recurso, podemos verificar a veracidade ou não de uma afirmação, mas é com o uso das demonstrações formais, não porque duvidamos do resultado encontrado via computador, mas porque queremos descobrir a razão de serem verdadeiros, que explicamos sua veracidade.

2.1.2.3 - A demonstração como meio de descoberta

Para os matemáticos, a demonstração não é apenas um meio de verificação de um resultado já descoberto, mas, muitas vezes, também uma forma de explorar, analisar, descobrir e inventar outros resultados, afinal uma demonstração freqüentemente pode conduzir a novos resultados.

Um exemplo disso é relatado por De Villiers (2002) ao afirmar que Rav usa a conjectura de Goldbach (todo número par maior que dois é a soma de dois primos), ainda não demonstrada, para mostrar que a procura por sua demonstração foi fundamental para o desenvolvimento de novas teorias:

> Reparem no tesouro produzido pelas tentativas de demonstração da Conjectura de Goldbach, e vejam como é tão pouco significativa, comparativamente, a questão da descoberta do seu valor lógico absoluto!... Suponhamos que um dia alguém aparece com um contra-exemplo para a conjectura de Goldbach, ou com uma demonstração de que existem números pares que não se podem representar como soma de dois primos. Será que isso tornaria falsas ou tiraria algum valor a todas as teorias magníficas, conceitos e técnicas que foram desenvolvidos para demonstrar a conjectura que estamos agora a supor que é incorreta? Nada disso. Uma demonstração da falsidade da conjectura de Goldbach apenas serviria como catalisador de novos desenvolvimentos, sem nenhum efeito nos métodos desenvolvidos até aqui na tentativa de demonstrar a conjectura. Porque começaríamos imediatamente a colocar novas questões, como por exemplo, acerca da quantidade de números pares ‘não-goldbachianos’: serão em número finito?. Infinitos?.... Novos tesouros viriam juntar-se aos primeiros, a par deles e não em vez

> deles – e é assim o percurso das demonstrações em matemática! (RAV apud DE VILLIERS, 2002, p.1)

2.1.2.4 - A demonstração como meio de comunicação

Alguns autores enfatizam a importância da função de comunicação da demonstração da seguinte maneira:

> [...] reconhecemos que o argumento matemático é dirigido a uma audiência humana que possui um conhecimento prévio que lhe dá a possibilidade de compreender as intenções do locutor ou do autor. Ao afirmar que um argumento matemático não é mecânico ou formal, também afirmamos implicitamente o que é... nomeadamente, um intercâmbio humano baseado em significados partilhados, nem sempre verbais ou expressos por fórmulas. (DAVIS & HERSH, 1986, p.73, apud DE VILLIERS, 2002, p.11)
>
> [...] as definições são freqüentemente propostas e defendidas por argumentação quando surgem contra-exemplos... (LAKATOS, 1976, p.16, apud DE VILLIERS, 2002, p.11)

De acordo com Lakatos (1976), como cita De Villiers (2002), a refutação por contra-exemplos depende do significado dos termos envolvidos e, por conseqüência, as definições, muitas vezes, são propostas e discutidas.

As demonstrações fazem parte da linguagem entre matemáticos profissionais, entre professores e alunos e entre os próprios estudantes. Ela abre espaço para a comunicação de resultados em uma linguagem conhecida por todos os indivíduos inseridos no ambiente, em que está em foco. Ainda, proporciona o desenvolvimento do debate crítico e argumentado além de favorecer o processo social de comunicação e disseminação do conhecimento matemático na sociedade.

2.1.2.5 - A demonstração como meio de desafio intelectual

Para a grande maioria dos matemáticos, a demonstração é um desafio intelectual e serve como satisfação e realização pessoal. “É um terreno para testar a força e a ingenuidade intelectual do matemático”. (DAVIS & HERSH, 1983, p. 369, apud DE VILLIERS, 2002, p.12)

Nesse caso, é a satisfação pessoal que prevalece, é o gosto pelo desafio, pelo simples prazer de superar seus próprios limites que levam os matemáticos à busca de determinadas demonstrações.

2.1.2.6 - A demonstração como meio de sistematização

> A demonstração põe a descoberto as relações lógicas subjacentes entre as proposições de tal forma que nem uma quantidade de testes empíricos nem a intuição pura poderiam pôr. A demonstração é, portanto, uma ferramenta indispensável para sistematizar vários resultados conhecidos num sistema dedutivo. (DE VILLIERS, 2002, p. 12)

Sendo assim, a demonstração é o caminho que se tem para transpor os conhecimentos de maneira axiomática, organizada em uma cadeia lógica de argumentos e definições. De Villiers (2001, p. 34) expõe algumas das funções mais importantes da sistematização das demonstrações:

- Ajuda a identificar inconsistências, argumentos circulares e hipóteses escondidas ou não explicitamente declaradas.

- Unifica e simplifica as teorias matemáticas ao integrar e ligar entre si afirmações, teoremas e conceitos não relacionados, conduzindo assim a uma apresentação econômica dos resultados.

- Fornece uma perspectiva global ou vista de conjunto de um tópico, ao mostrar a estrutura axiomática subjacente do tópico com base na qual todas as outras propriedades podem ser derivadas.

- Constitui uma ajuda às aplicações, tanto dentro como fora da matemática, pois torna possível verificar a possibilidade de aplicação de toda uma estrutura complexa ou teoria por meio de uma avaliação da aplicabilidade de seus axiomas e definições.

- Muitas vezes, conduz a sistemas dedutivos alternativos que fornecem novas perspectivas e/ou são mais econômicos, elegantes e poderosos do que os existentes.

Diante de todas as funções que acabamos de relatar, acreditamos ser evidente que o trabalho com demonstrações faz-se necessário em diversos momentos e por meio de recursos variados. As funções apresentadas nos servem como justificativas para afirmarmos, novamente, a relevância dos estudos sobre o tema e reforçarmos a necessidade de inserção desse conteúdo nos currículos de Matemática.

2.1.3 - PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais)

De acordo com as propostas curriculares estabelecidas por grupos de pesquisadores em educação, autores de livros didáticos, o poder político, o currículo, os especialistas e os professores é possível percebermos que todo o ensino de Matemática, sobretudo no Ensino Fundamental deve estar vinculado em paralelo, ao ensino da Geometria, inclusive, com relação às demonstrações.

As orientações apresentadas pelos PCN (1998) são indicações oficiais consideradas por todos os órgãos de educação, seja em termos de pesquisas ou mesmo de prática em sala de aula.

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Fundamental (terceiro e quarto ciclos) de 1998, o ensino-aprendizagem da demonstração aparece efetivamente no quarto ciclo (7ª e 8ª séries – 8º e 9º anos, atualmente), mas no terceiro ciclo (5ª e 6ª séries – 6º e 7º anos) podemos ver que a argumentação deve ser desenvolvida como base para a construção das demonstrações no ciclo seguinte:

> A argumentação está fortemente vinculada à capacidade de justificar uma afirmação e, para tanto, é importante produzir alguma explicação, bem como justificá-la.
> Assim, um argumento será aceito se for pertinente, ou seja, se ele estiver sustentado por conteúdos matemáticos e se for possível responder aos contra-argumentos ou réplicas que lhe forem impostos.
> Uma argumentação não é, contudo, uma demonstração. A argumentação é mais caracterizada por sua pertinência e visa ao plausível, enquanto a demonstração tem por objetivo a prova dentro de um referencial assumido. Assim, a argumentação está mais próxima das práticas discursivas espontâneas e é regida mais pelas leis de coerência da língua materna do que pelas leis da lógica formal que, por sua vez, sustenta a demonstração.

> Se por um lado a prática da argumentação tem como contexto natural o plano das discussões, na qual se podem defender diferentes pontos de vista, por outro ela também pode ser um caminho que conduz à demonstração.
> Assim, é desejável que no terceiro ciclo se trabalhe para desenvolver a argumentação, de modo que os alunos não se satisfaçam apenas com a produção de respostas à afirmações, mas assumam a atitude de sempre tentar justificá-las. Tendo por base esse trabalho, pode-se avançar no quarto ciclo para que o aluno reconheça a importância das demonstrações em Matemática, compreendendo provas de alguns teoremas. (PCN, 1998, p. 70-71)

No quarto ciclo, encontramos a seguinte citação com relação aos argumentos e demonstrações:

> [...] neste quarto ciclo, os problemas de Geometria vão fazer com que o aluno tenha seus primeiros contatos com a necessidade e as exigências estabelecidas por um raciocínio dedutivo. Isto não significa fazer um estudo absolutamente formal e axiomático da Geometria.
> Embora os conteúdos geométricos propiciem um campo fértil para a exploração dos raciocínios dedutivos, o desenvolvimento dessa capacidade não deve restringir-se apenas a esses conteúdos. A busca da construção de argumentos plausíveis pelos alunos vem sendo desenvolvida desde os ciclos anteriores em todos os blocos de conteúdos.
> Assim, esse trabalho terá continuidade no quarto ciclo, uma vez que a prática da argumentação é fundamental para a compreensão das demonstrações. Mesmo que a argumentação e a demonstração empreguem freqüentemente os mesmos conectivos lógicos, há exigências formais para uma demonstração em Matemática que podem não estar presentes numa argumentação. O refinamento das argumentações produzidas ocorrem gradativamente pela assimilação de princípios da lógica formal, possibilitando as demonstrações.
> Embora no quarto ciclo se inicie um trabalho com algumas demonstrações, com o objetivo de mostrar força e significado, é desejável que não se abandonem as verificações empíricas, pois estas permitem produzir conjecturas e ampliar o grau de compreensão dos conceitos envolvidos. (PCN, 1998, p. 86-87)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais afirmam que a geometria tem sido pouco discutida em sala de aula ultimamente e que, em grande parte das vezes, é confundida com o estudo de medidas. Além disso, apresenta a característica de despertar interesse dos jovens e adolescentes visto que tem a capacidade de fornecer a compreensão organizada do mundo em que o aluno vive. Mais do que tudo isso, a geometria é um campo fértil ao favorecimento da capacidade de argumentar e construir demonstrações.

Nesse sentido, o desenho, ou seja, a representação figural do objeto contribui para visualizar (resumir as propriedades do objeto em uma figura), ajudar a provar e a fazer conjecturas (o que podemos dizer da figura?). Para isto, todos nós buscamos, quando temos de construir uma figura geométrica, uma relação entre a representação figural e as propriedades pertencentes a esse desenho.

Estas atividades de construção, apropriação e percepção das propriedades são atividades bases para que o aluno com o auxílio do professor compreenda a importância e a necessidade da demonstração para legitimar as hipóteses levantadas, ou seja, com a construção de figuras geométricas e a análise de suas propriedades, os alunos ficam diante de conjecturas que são levantadas em forma de hipóteses e que, por meio de demonstrações podem ser verificadas.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998, p. 126-127), são expostos dois exemplos de situações aplicadas por professores de Matemática em que se pensa estar trabalhando uma demonstração, mas existe um equívoco nesse processo. Os dois exemplos sugeridos são:

1- O professor propõe ao aluno um quebra-cabeças constituído por peças planas que devem compor, por justaposição, de duas maneiras diferentes, um modelo material de um quadrado (Figura 1). Utilizando o princípio aditivo relativo ao conceito de área de figuras planas, observa-se que $c^2 = a^2 + b^2$. Diz-se, então, que o teorema de Pitágoras foi "demonstrado".

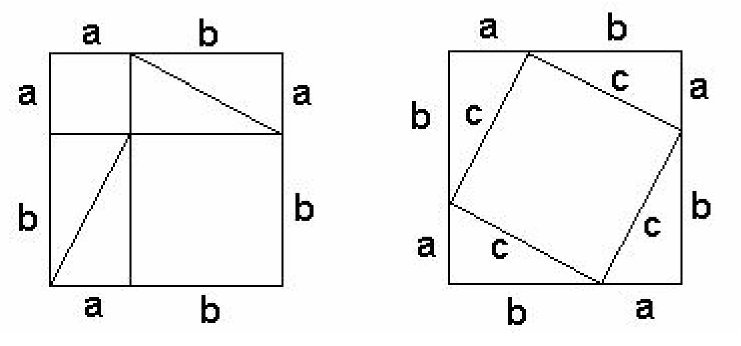


Figura 1 – Atividade para mostrar a propriedade do Teorema de Pitágoras

Este é um erro muito comum e decorre da falta de conhecimento do que vem a ser realmente uma demonstração. Nesse caso, os alunos são convencidos da validade da igualdade encontrada, mas não podemos afirmar que foi feita uma demonstração de tal igualdade.

No caso podemos enquadrar a atividade proposta como sendo um tipo de prova (dedutiva), pois os argumentos utilizados levam à convicção da veracidade da propriedade, mas não possuem regras predefinidas e a estrutura lógica que segundo a definição proposta por Balacheff (1982), faz parte do corpo de uma demonstração matemática.

Os PCN (1998) mostram que esse tipo de situação ainda que seja aceita como uma prova no terceiro ciclo, não deve ser assim assumida no quarto ciclo. No último ciclo do Ensino Fundamental, o desenho da figura, ou mesmo, a manipulação de material concreto que contenha essa figura, serviria para levantar conjecturas que, posteriormente, seriam comprovadas de maneira mais formal. No caso citado anteriormente, deveria ser demonstrada, por exemplo, a partir do conceito de semelhança de triângulos e pelas relações métricas do triângulo retângulo.

Outro exemplo apresentado pelos PCN (1998) diz respeito à soma dos ângulos internos de um triângulo, freqüentemente utilizado pelos professores quando querem justificar que a soma de seus ângulos internos é igual a um ângulo raso. Esta atividade não pode ser considerada como uma demonstração e, sim, como uma verificação da propriedade.

A atividade é a seguinte:

2- Dado um triângulo qualquer recortado em um pedaço de papel (material manipulável), pede-se que sejam destacados seus vértices (por meio de cortes feitos à mão livre), depois juntam-se os vértices sobre uma reta e verifica-se que realmente os três ângulos juntos formam um único ângulo raso (Figura 2).

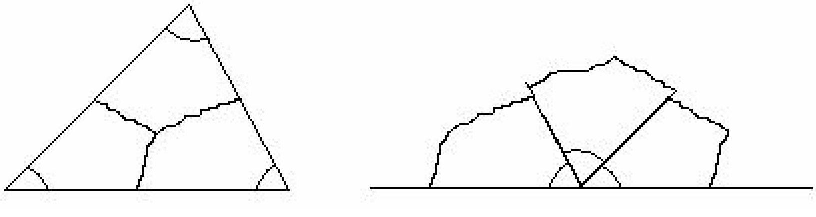


Figura 2 – Atividade para mostrar o valor da soma dos ângulos internos de um triângulo

Neste exemplo, a demonstração é acessível a um aluno de quarto ciclo que recorre a axiomas e teoremas envolvendo um par conveniente de retas paralelas.

Sabemos que a Geometria estuda as propriedades como a forma, as medidas e a posição dos objetos. O conhecimento dessas propriedades deve-se às necessidades práticas (construções) e que, os primeiros conhecimentos geométricos, foram adquiridos de maneira indutiva, por intermédio de um grande número de observações e experimentos. À medida que os conhecimentos geométricos foram sendo acumulados, percebeu-se que outras verdades geométricas por meio de suas relações poderiam ser verificadas por dedução, sem recorrer às experiências.

A Geometria euclidiana conservou-se durante muitos séculos e ainda em nossos dias. Neste sistema, temos um número relativamente pequeno de axiomas, que são aceitos sem demonstração. A partir desses axiomas, toda Geometria em si é desenvolvida por meio de encadeamentos lógicos pelas deduções. Nesse sentido, afirmamos que a Geometria é uma ciência fundamentalmente dedutiva.

A necessidade de se desenvolver a demonstração em Geometria vem das leis fundamentais da lógica, ou seja, do princípio da razão suficiente, ao exigir que toda afirmação apresentada seja acompanhada de fundamentos sólidos que confirmem sua veracidade que podem ser de origem experimental ou resultar de outros encadeamentos lógicos, já realizados por meio de deduções.

Ainda, existe outra razão muito importante que confere às demonstrações sua razão de ser. A Geometria é um sistema científico constituído de leis rigorosas. Nesse sistema, cada teorema está relacionado a um conjunto de proposições já conhecidas anteriormente por meio de um encadeamento lógico denominado demonstração. Desta maneira, um teorema baseia-se sempre em teoremas demonstrados antes e estes estão apoiados em outros já demonstrados mais remotos ainda e, assim sucessivamente, até que tenhamos aqueles teoremas que são demonstrados baseados nos axiomas.

Em resumo, segundo Fetísov (1980), a importância de se construir uma demonstração se dá por:

- em Geometria, só se admite sem demonstração um pequeno número de verdades fundamentais, os axiomas. Todas as demais verdades – os teoremas – se demonstram baseando-se nestes axiomas mediante uma série de deduções. A verdade dos próprios axiomas está garantida, porque tanto eles mesmos quanto os teoremas que se demonstram apoiando-se neles têm sido comprovados por inúmeras observações e experiências;

- a demonstração realiza-se em virtude do requerimento de uma das leis fundamentais de nosso pensamento, o princípio da razão suficiente, que estabelece a necessidade de que a verdade de nossas afirmações esteja rigorosamente fundamentada;

- uma demonstração bem estruturada só pode apoiar-se em proposições antes demonstradas, sendo inadmissível toda a alegação à evidência;

- a demonstração é necessária, também, para fundamentar a generalidade da proposição que se demonstra, e sua aplicação a todos os casos particulares;

- finalmente, por meio das demonstrações, as verdades geométricas reduzem-se a um sistema harmonioso de conhecimentos científicos, no qual se põe todas as relações internas que existem entre as diversas propriedades das formas espaciais.

2.2 – Argumentação

A problemática sobre a argumentação surge tanto na Matemática como fora dela quando, espontaneamente, em uma discussão com alguém, os sujeitos são levados a tentar justificar seu ponto de vista e defendê-los por meio de justificativas, denominadas argumentos. Nesse caso, esses sujeitos apresentam visões opostas, nas quais cada um oferece justificativas para sua visão, tentando contestar a visão do outro, usando como recurso a contra-argumentação.

A problemática está ainda localizada na junção de dois aspectos: um deles é o papel da comunicação e o outro é a interação social na aquisição do conhecimento. Os dois aspectos são evidentes e intensificam a importância da linguagem natural.

Neste trabalho, quando falamos em argumentação, referimo-nos às justificativas que são apresentadas diante de uma demonstração, sejam orais ou escritas.

Por meio da argumentação, os sujeitos são levados à convicção da veracidade ou não de determinado fato, mas isso não significa e nem poderia ser aceito como sua prova. Vale ressaltar também que, muitas vezes, são necessários vários argumentos para que um dos sujeitos chegue à convicção de alguma afirmação.

Segundo Franco (2003), a mensagem produzida na argumentação não é arbitrária. Para a autora, os indivíduos selecionam, o que vão manifestar de forma consciente ou não.

> O produtor/autor é, antes de tudo, um selecionador e essa seleção não é arbitrária. Da multiplicidade de manifestações da vida humana, seleciona o que considera mais importante para "dar o seu recado" e as interpreta de acordo com o seu quadro de referência. Obviamente, essa seleção é preconcebida. Sendo o produtor, ele próprio, um produto social, está condicionado pelos interesses de sua época, ou da classe a que pertence. E, principalmente, ele é formado no espírito de uma teoria da qual passa a ser o expositor. Teoria que não significa "saber erudito" e nem se contrapõe ao "saber popular", mas que transforma seus divulgadores muito mais em executores de determinadas concepções do que de seus próprios senhores. (FRANCO, 2003, p. 21)

Nesta pesquisa, utilizamos as definições apresentadas por Duval (1999) no que diz respeito às argumentações. Entendemos que o conceito de argumentação para o autor esteja em sincronia com aquele defendido por Balacheff (1982) quando este se refere ao conceito de explicação. Assim, utilizaremos apenas o termo argumentação para simplificar nosso discurso.

Duval (1999) esclarece duas noções essenciais para analisar o processo de argumentação: noção de argumento e de discurso.

> [...] Para falar de argumento, primeiro é necessário se referir à escolha de um assunto [...]. Em seguida, referir-se ao contexto para produção do argumento. Um contexto para sua produção é determinado, de acordo com dois pontos. Por um lado, há o que quer que tenha motivado o recurso para argumentos: um peso no senso de decisão a ser tomada, a resolução de um conflito de interesse, a resolução de um problema apresentando restrições técnicas ou lógicas. Por outro lado, há o objetivo: convencer outra pessoa ou, ainda, diminuir o risco de erro ou incerteza na escolha de um procedimento. (DUVAL, 1999, p.3 – tradução nossa)

Segundo o autor relata, todo argumento possui uma determinada "força", mas, que só será realmente válida se este argumento estiver inserido no contexto certo, pois longe de seu contexto, geralmente, perde sua "força". Além disso, a "força" de um determinado argumento é variável, porque depende, inicialmente, do quanto esse argumento é apropriado à situação em que ele é utilizado e não só do “impacto” que poderá causar à pessoa com quem se fala.

Quanto ao discurso, Duval esclarece que:

> Argumentação não pode realmente ser reduzida ao uso de um único argumento. Requer que possamos avaliar um argumento e opor este a outros. Isto corresponde à dinâmica de qualquer situação de pesquisa ou debate. O argumento sempre aparece em um discurso, no sentido amplo do termo, quer dizer, em uma seqüência de operações sucessivas mobilizando um sistema semi-óptico. (DUVAL, 1999, p.3-4 – tradução nossa)

O contexto no qual os argumentos são desenvolvidos pode ser o mais diverso, no caso específico da Matemática, o contexto de sua produção está baseado em um problema matemático a ser resolvido. Além disso, sejam quais forem os registros de representação que possam ser mobilizados em um processo de argumentação, todos sempre utilizarão juntamente o discurso na linguagem natural. Assim, temos dois modos de expressão empregados: verbal ou escrito.

O objetivo principal do processo de argumentação matemática é chegarmos às demonstrações. No entanto, esse processo não é direto, visto que existem obstáculos que ocorrem naturalmente com os sujeitos a quem queremos que passem pelo processo de ensino das demonstrações matemáticas.

Para Duval (1999), a passagem do modo de expressão verbal ao escrito apresenta sérias dificuldades, pois requer uma “reestruturação” da expressão. Estas dificuldades devem ser levadas em conta no estudo sobre a argumentação.

A argumentação matemática pode ser considerada como um tipo peculiar de argumentação que lida com objetos matemáticos e habilidades particulares referentes a seu universo.

Lembramos que os PCN (1998) sugerem que o processo de argumentação seja iniciado no terceiro ciclo do Ensino Fundamental para que, posteriormente, no quarto ciclo seja aprimorado, favorecendo o processo das demonstrações matemáticas.

Nos últimos subcapítulos, todas as idéias apresentadas são referentes às demonstrações e foram tratadas, de maneira geral, visto que, desse modo, as demonstrações em Geometria também estariam englobadas.

Diante do que foi exposto, destacamos resumidamente as idéias com as quais concordamos e que adotaremos no desenvolvimento de nosso trabalho:

- A definição proposta por Balacheff (1982) para demonstração. Ao nos referirmos a esse termo, considerá-la-emos, como um caso particular da prova, formado por uma seqüência de enunciados validados por via dedutiva, conforme regras determinadas;
- A importância das demonstrações do ponto de vista de convencer, explicar, descobrir e comunicar. Estes são os preceitos que adotaremos, como intrínsecos ao processo de demonstrar. Acreditamos que de todas as funções que abordamos sobre as demonstrações, as quatro citadas neste item, são as de maior destaque nos objetivos de nossa pesquisa;
- A relevância apresentada pelos PCN (1998) quanto à inserção do processo de demonstração no quarto ciclo, iniciando com o processo de argumentação ainda no terceiro. Concordamos com os PCN (1998) no que diz respeito à inserção parcial do processo de demonstrar nos dois ciclos do Ensino Fundamental, começando com o uso de argumentações orais, escritas e, posteriormente, realizando interligações entre esses argumentos pelos encadeamentos lógicos de maneira a formar o corpo de uma demonstração propriamente dita;
- O processo de argumentação com seu significado baseado na definição de Duval (1999), no qual consideraremos um argumento como uma explicação feita sobre determinada questão de maneira oral ou escrita, em linguagem natural e que tem por objetivo convencer sobre a sua veracidade. Sabemos que, geralmente, um argumento não está sozinho, mas vem acompanhado de um contra-argumento e este, acompanhado de outros argumentos sucessivos. Chamaremos de discurso ao debate existente no processo de argumentar e contra-argumentar.

2.3 – Formação inicial e formação continuada de professores

O objetivo desta seção é enunciar as principais idéias encontradas sobre o processo de formação e formação continuada de professores. Pretendemos esboçar as idéias mais significativas relacionadas a esses processos de modo a compreendermos quais os princípios que devem existir em um processo de formação de professores.

Entendemos o conceito de formação segundo o que escreveu Hadji (2001) em seu artigo "*A formação permanente de professores: uma necessidade da era da profissionalização*", apoiado em Guy Avanzini, como "uma atividade que se realiza tendo em vista conferir ao sujeito em formação uma competência ao mesmo tempo específica e limitada – e predeterminada".

Para o autor, o sentido de predeterminada está ligado ao fato de que o uso de certos conceitos é previsto antes mesmo da formação. Quanto aos termos "específica e limitada", o autor sugere que estejam ligados ao fato de que a formação prepara para o exercício de uma atividade social bem definida.

Em nossa pesquisa discutiremos a formação de professores, considerando-a como a formação acadêmica promovida pelos cursos de licenciatura. Ao nos referirmos à formação continuada de professores, estaremos citando as formações posteriores à licenciatura, de maneira geral, sejam em forma de pós-graduações ou cursos de atualização.

Normalmente, não é difícil encontrarmos professores que defendam a idéia de que os conhecimentos da matéria e a capacitação pedagógica podem ser, muitas vezes, modificados, para melhor, por meio de aconselhamentos e exemplos. A idéia traduz que as dificuldades de ensino são geradas pelo preparo insuficiente do professor. Para que o problema geral de ensino fosse resolvido, bastaria uma melhor formação desse profissional. Esta mesma idéia é apoiada em muitos cursos de licenciatura, como relatado no trecho abaixo:

> [...] sobre os desafios do curso de licenciatura, discutem-se alguns "mitos": o primeiro seria o de acreditar que "no dia em que tivermos educadores mais qualificados, teremos resolvido os problemas da educação"; o segundo se definiria pela existência de uma "tradição muito forte nas teorias pedagógicas de que, quem sabe o que ensinar e como ensinar, terminará ensinando, desde que o educando seja normal." (GARNICA, 1996, p.13)

Outra questão, também, muito discutida com relação à formação de professores na maioria dos cursos de licenciatura se dá quanto à formação ligada às concepções filosóficas que, muitas vezes, separam a formação do professor da efetiva realidade presenciada nas salas de aula.

Tardif; Lessard e Lahaye (1991) apud Moreira, P.; David (2003), ao discutirem os saberes adquiridos na formação dos professores e os saberes vivenciados na prática pedagógica, afirmam que o momento em que os professores estão em sua prática em sala de aula, são momentos de aprendizagem em que eles "retraduzem sua formação e adaptam à profissão, eliminando o que lhes parece inutilmente abstrato ou sem relação com a realidade vivida."

Shulman elaborou um "repertório de conhecimentos necessários à prática docente" no qual os seguintes critérios são estabelecidos:

- conhecimento do conteúdo;

- conhecimento curricular, envolvendo os programas e materiais curriculares;

- conhecimento pedagógico geral, com referência especial aos princípios e estratégias de manejo de classe e de organização que parecem transcender ao conhecimento do conteúdo;

- conhecimento pedagógico do conteúdo, aquele amálgama especial entre conteúdo e pedagogia que constitui uma forma de entendimento profissional da disciplina e que é específica dos professores;

- conhecimento das características cognitivas dos alunos;

- conhecimento do contexto educacional, incluindo a composição do grupo em sala de aula, a comunidade escolar mais ampla, suas particularidades culturais, etc; e

- conhecimento dos fins educacionais, propósitos e valores, seus fundamentos filosóficos e históricos (SHULMAN, 1986, apud MOREIRA, P.; DAVID, 2003, p. 69).

Para o autor, a reflexão do professor, tanto do ponto de vista teórico como epistemológico pode contribuir grandemente para ampliação dos saberes docentes e, conseqüentemente, ao processo de mudança curricular.

Outro conceito que surge quando falamos a respeito da formação do professor é o conceito de competência profissional. Para o termo competência, buscamos em Perrenoud o seu significado. Assim, a noção de competência "designa uma capacidade de mobilizar diversos recursos cognitivos para enfrentar um tipo de situação.” (PERRENOUD, 2001, apud PIETROPAOLO, 2005, p. 34)

Segundo Perrenoud (2001), existe um referencial com aproximadamente cinqüenta competências designadas para a profissão de educador, divididas em um grupo composto de dez “famílias”. Uma dessas “famílias” diz respeito à formação continuada do profissional, que se refere a “gerar sua própria formação contínua”.

O autor identifica ainda a importância de uma décima primeira família de competências profissionais, da qual todas as outras dez competências dependeriam e têm como objetivo principal aliar uma postura reflexiva a uma forte implicação crítica para o desenvolvimento da sociedade. Esta é a família da “profissionalização do professor”. Para o autor, a fim de que haja essa profissionalização, é necessário que o desejo de desenvolver uma prática reflexiva e buscar inovações parta do próprio educador. Por outro lado, para que exista essa busca, além das competências é preciso que os professores tenham atitudes que esbocem disposição para tal. Estas são resumidas por Dewey (1989) da seguinte maneira:

- mentalidade aberta: os professores devem estar longe de pré-conceitos e opiniões formadas imutáveis, estando dispostos a ouvir novas idéias, sugestões, opiniões e a refletir sobre os erros, métodos, etc;

- responsabilidade: sobretudo intelectual, no âmbito de assumir as conseqüências de algo que fora projetado;

- entusiasmo: é a vontade que deve estar predisposta no professor e que tem a finalidade de encarar as atividades propostas com curiosidade, vontade de renovar e de lutar contra a rotina, por exemplo. (DEWEY, 1989, apud GARCIA, 1995, p. 62)

Diante das idéias que acabamos de expor, seja em termos de saberes docentes, competências profissionais ou atitudes, verificamos que o processo de reflexão está sempre presente. Aliás, torna-se difícil encontrar referências sobre a formação de professores, seja inicial ou continuada que não estejam relacionadas à reflexão desses profissionais.

Dentre os muitos autores que defendem o processo de reflexão como necessário à formação dos profissionais da educação, destacamos as contribuições de Nóvoa (1995) e Schön (1995).

Nóvoa (1995) refere que a formação dos professores deve estimular uma perspectiva crítico-reflexiva que possibilite aos profissionais formados a busca por um pensamento autônomo, que gere a ação de “autoformação”. Para o autor, a formação não se constrói por meio de acúmulos de conhecimentos adquiridos por meio de cursos, capacitações ou mesmo formações, mas se dá no momento reflexivo desse profissional, no qual ele tem a possibilidade de refletir criticamente sobre suas práticas e sua identidade como profissional.

Nesse sentido, o professor pode ser considerado como um ser atuante que interage em um processo dinâmico, no qual a troca de experiências e informações e a compartilhação de saberes se faz necessária no processo de formação. Suas experiências e vivências de vida são importantes nesse processo, uma vez que a formação está ligada à sua produção, ou seja, no caso do professor, os momentos em que cada um produz sua vida, também, são momentos em que sua produção profissional é constituída.

Sem dúvida, Schön (1995) é um dos autores que mais se destaca nos estudos, envolvendo a formação de professores e práticas reflexivas. Propõe uma tripla quanto ao desenvolvimento pessoal dos professores, levando ao desenvolvimento profissional pela autoformação: *conhecimento-na-ação; reflexão-na-ação; reflexão-sobre-a-ação e sobre a reflexão-na-ação.*

O *conhecimento-na-ação* proposto por Schön (1995) é o conhecimento técnico, o saber teórico que orienta toda a atividade do profissional e manifesta-se no saber fazer. A *reflexão-na-ação* pode ser considerada como o pensamento que construímos sobre algo, enquanto o fazemos. A *reflexão sobre a ação e sobre a reflexão-na-ação* podem ser consideradas como a análise que o indivíduo realiza a posteriori sobre as características de sua própria ação e são fundamentais no processo de aprendizagem permanente em que consiste a formação de professores. Os três processos constituem o pensamento prático do profissional, com as quais ele enfrenta as situações práticas. Segundo Gómez (1995), não são processos independentes e complementam-se para garantir uma intervenção prática racional.

Assim um dos objetivos dos cursos de formação deve ser proporcionar ao indivíduo seu desenvolvimento crítico e autônomo, capaz de reconhecer suas capacidades e limitações, a fim de que possa buscar novos conhecimentos e aprimorar os conhecimentos referentes à sua prática. Nesse sentido, acreditamos que todos os cursos de formação devam estar alicerçados em três ítens fundamentais: processo de reflexão, conhecimentos teóricos e práticos e formação de indivíduos autônomos.

Estes três ítens são fundamentais e estão interligados da seguinte maneira: toda formação deve dar conta de fornecer conhecimentos teóricos e práticos sobre a formação correspondente, mas, obviamente, a formação não dará conta de todos esses conhecimentos. Nesse sentido, aparece a necessidade da formação de indivíduos autônomos, capazes de identificar suas limitações e procurar soluções a seus problemas de ordem profissional, o que requer que sejam profissionais reflexivos, que enxerguem por meio de vários aspectos sua condição.

Podemos esboçar essa trinca de elementos necessários para garantir uma boa formação profissional por intermédio do seguinte esquema:

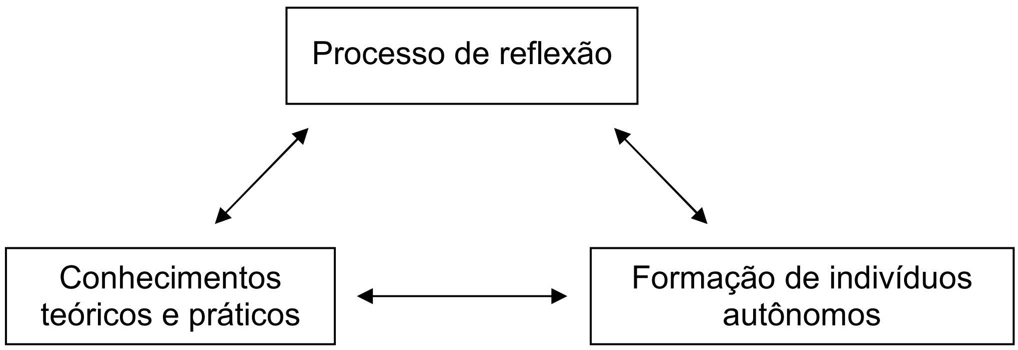


Figura 3 – Esquema relacionado a uma boa formação profissional

Especificamente com relação às formações continuadas, temos que as produções existentes a respeito do assunto, assim como as sobre os processos de formação, em geral, são muito extensas, mas os autores tendem a recusar o conceito de formação continuada como treinamento (visto como modelagem de comportamento) e a adotar uma visão de formação continuada como processo. (CARVALHO e SIMÕES, 1999, apud FALSARELLA, 2004, p. 49)

Carvalho e Simões (1999), de acordo com a pesquisa de Falsarella (2004), fizeram um levantamento de artigos da década de 1990 que tratam da formação continuada de professores. Assim, dividiram os tipos de formação encontrados em três grupos distintos:

1º grupo: como aquisição de informações e/ou competências;

2º grupo: como prática reflexiva no âmbito da escola; e

3º grupo: para além da prática reflexiva, isto é, como prática reflexiva articulada com as dimensões sociopolíticas mais amplas. (CARVALHO e SIMÕES, 1999, apud FALSARELLA, 2004, p. 49)

Como características do primeiro grupo, encontramos o emprego de determinadas “tecnologias educacionais” para capacitação de professores que ocorrem por meio de cursos, oficinas ou seminários, cujo foco é a aquisição de conhecimentos e competências. Nos segundos e terceiros grupos, destacam-se as idéias relativas à desqualificação de formações de “cima para baixo” em que, por exemplo, há transferência de informações por meio de especialistas. Nessa linha de formação, são considerados os saberes da docência que o professor possui, o que possibilita a apreensão contínua de saberes por parte desses professores, pois se vêem motivados a buscar sua autonomia profissional.

Os autores concluem: o que mais se destaca nos estudos encontrados sobre formação continuada de professores é o estudo relacionado a um processo crítico-reflexivo sobre o fazer docente, característico dos segundo e terceiros grupos destacados.

Para Hernández (1998), existe certa resistência com relação à aprendizagem de novos conteúdos pelos professores. O fato não se deve somente à trajetória de vida pessoal e profissional do professor, pois a conceituação sobre a tarefa que receberam (como especialistas de uma determinada disciplina), a consideração social de sua profissão e a formação que receberam são importantes fatores para justificar a resistência quanto às mudanças.

O autor cita que existe uma tendência que a formação continuada seja dada para formar um indivíduo reflexivo, competente e aberto à colaboração, mas, que acarreta três implicações:

- considerar que os docentes não partem do zero, pois possuem uma formação e uma experiência durante a qual adquiriram crenças, teorias pedagógicas e esquemas de trabalho;
- conceituar a prática da formação baseada em experiências concretas e em sua análise, reflexão e crítica; e
- considerar a formação a partir da comparação e do questionamento da própria prática e em relação a outros colegas. Isso exige, na formação, um componente de coordenação e colaboração.

Na pesquisa de Hernández (1998), os professores tendem a compreender as teorias não conforme os conceitos teóricos, mas, fazendo conexões com sua prática. Sendo assim, este seria o motivo pelo qual muitas vezes em seu processo de formação continuada, os professores deparam-se com o seguinte questionamento: “o que poderemos aproveitar de tudo o que está sendo dito em nosso trabalho?” e “até que ponto isso será útil para solucionar os problemas na prática?”

Podemos traçar um paralelo nesse momento com as situações que, muitas vezes, vivenciamos dentro da sala de aula com os alunos. Os questionamentos sobre o que poderá ser utilizado de tudo o que é apresentado, levam-nos ao conceito de “imediatismo”, pois, se o conceito for inerente à situação, passará a ser assumido, mas se não for inerente à situação vivenciada no momento, o conceito será descartado.

Assim, um dos grandes problemas vivenciados pelos professores diz respeito ao conteúdo que se deseja ensinar, pois, segundo Carvalho e Gil Pérez:

> [...] a falta de conhecimentos científicos constitui a principal dificuldade para que professores se envolvam em situações inovadoras; todos os trabalhos investigativos existentes mostram a gravidade de uma carência de conhecimentos da matéria. (CARVALHO e GIL PÉREZ, 1995, p. 21, apud LELLIS, 2006, p. 24)

Nesse sentido, muitos processos de formação continuada são oferecidos, ou seja, a formação inicial não dá conta de suprir todas as necessidades dos docentes quanto às especificidades dos conteúdos a serem trabalhados, fazendo com que haja a necessidade de participação desses profissionais em cursos posteriores.

A questão da formação do professor e o seu conhecimento sobre a matéria influenciam diretamente em "o que" ensinar e "como" ensinar. Uma vez que, se o professor não tem domínio sobre determinado conteúdo de sua disciplina, a tendência será adotar um ensino baseado em memorização superficial, com a utilização de situações sem aplicação e sem a participação de alunos na construção do saber, visto que eventuais questionamentos podem constrangê-lo.

Ao mesmo tempo em que discutimos sobre a formação de professores e seu conhecimento a respeito do que vão lecionar, esta preocupação não será suficiente para garantirmos um ensino de qualidade. Para tal afirmação, temos o que Rios cita:

> [...] vale reafirmar que para um professor competente não basta dominar bem os conceitos de sua área, é preciso pensar criticamente no valor efetivo desses conceitos para a inserção criativa dos sujeitos na sociedade. (RIOS, 2001, apud LELLIS, 2006, p.25)

Diante de todas as discussões que apresentamos sobre os processos de formação e de formação continuada de professores, gostaríamos de esboçar nossa opinião com relação ao assunto, pois acreditamos que o tempo de formação inicial seja insuficiente para dar conta de atender às necessidades específicas da formação e, ainda, estabelecer as ligações entre teoria e prática. Por outro lado, entendemos que essa formação deva formar um profissional reflexivo capaz de buscar sua autoformação.

A procura pelos processos de formação continuada faz parte da formação crítica e reflexiva de um profissional da educação que, em busca de sua autoformação, sabe o momento de procurar novos conhecimentos por intermédio de situações de trocas de vivência e aprimoramento profissional com relação ao conteúdo que leciona.

Ao término de capítulo, apresentamos as idéias de Demailly (1995) a respeito de como uma formação continuada, nos planos individual e coletivo de realização, devem ser concebidas e que sintetizam grande parte daquelas apresentadas até o momento:

> No plano individual, as formações enquadradas na forma universitária[2] são as mais eficazes numa perspectiva aleatória, isto é, numa perspectiva afetiva e intelectual do encontro. As formações que mais impacto tiveram na minha própria prática de ensino foram deste tipo: estágios sobre a não directividade (desenvolvimento pessoal), teatro (desenvolvimento pessoal), dinâmica de grupo (desenvolvimento pessoal), técnicas de inquérito (formação científica). Como formadora, sempre que animei estágios de desenvolvimento pessoal, verifiquei que eles contribuíram para despertar uma ou duas pessoas, para revivificar a sua vida profissional.
> No plano coletivo, para fazer "mexer" um número mais significativo de professores, as formações mais eficazes são do tipo interativo-reflexivo[3]. Em primeiro lugar, porque suscitam menos reflexos de resistência perante a formação (num espaço de liberdade é possível a explicitação da recusa do saber, do medo das mudanças, do bloqueio perante os discursos prescritivos) e permitem gozar o prazer da fabricação autônoma das respostas aos problemas encontrados. Em segundo lugar, porque abordam a prática de maneira global, não a encarando como mera aplicação de um somatório de saberes. Em terceiro lugar, porque permitem inventar novos saberes profissionais, o que é indispensável hoje em dia, uma vez que não há soluções pré-elaboradas que respondam adequadamente à maior parte dos problemas educativos e didáticos com que os professores são confrontados. (DEMAILLY, 1995, p. 157)

---

[2] Segundo DEMAILLY (1995, p. 143), a forma universitária caracteriza-se como um modelo no qual a relação simbólica formador-formando tem semelhança com o que as profissões liberais mantêm com os seus clientes [...] a forma universitária tem por finalidade essencial a transmissão do saber e da teoria. Mestres e discípulos estão em relação imediata com um terceiro termo, o saber, a ciência, a crítica ou a arte, de que os mestres são os produtores diretos através da investigação, e não somente difusores.

[3] Ibid p. 145, a forma interativa-reflexiva abrange as iniciativas de formação ligadas à resolução de problemas reais, com a ajuda mútua de formandos e uma ligação à situação de trabalho. Trata-se de qualquer maneira de uma aprendizagem em situação [...] acompanhada de uma atividade reflexiva e teórica, sustentada por uma ajuda externa [...] A competência estimulada neste modelo é a capacidade de resolução de problemas, isto é, um misto de saberes com estatuto muito diversos, que são parcialmente produzidos e não transmitidos na relação pedagógica que caracteriza a formação. Esta fabricação coletiva de novos saberes (de saberes do ofício) durante a formação, saberes que são postos em prática paralelamente ao processo de formação, é a característica principal deste modelo.

2.4 – Algumas crenças de professores em relação à Matemática e, em especial, à Geometria

Neste subcapítulo, pretendemos registrar as principais idéias sobre as crenças dos professores no que diz respeito à Matemática e, mais especificamente, à Geometria. Nosso objetivo é investigar quais são as falas que estão impregnadas no discurso desses profissionais e, posteriormente, verificar se estas falas, supostas crenças, também ocorrem no discurso dos professores observados.

Para o conceito de “crença”, adotaremos as idéias que as crenças são altamente influenciadas pela cultura e referem-se à aceitação de uma idéia sem o devido suporte teórico. (MORON; BRITO, 2001, apud CARZOLA; SANTANA, 2005, p. 3).

A seguir, relacionamos alguns exemplos de crenças encontradas em diversas pesquisas com relação ao ensino de Matemática. Acreditamos que ao conhecer algumas dessas crenças, possamos compreender melhor o discurso dos professores do estudo.

Segundo a pesquisa de Carzola e Santana (2005, p.3), algumas das “crenças” mais arraigadas entre os professores de Matemática são:

- o Cálculo é a parte mais acessível e substancial da Matemática;
- a Matemática é reduzida à sua estrutura dedutiva;
- a Matemática seria o domínio do rigor absoluto, da perfeição total;
- a Matemática é uma ciência abstrata, pura e auto-suficiente; e
- nada novo, interessante ou criativo pode ser feito em Matemática a não ser pelos gênios.

Estas falas, segundo as autoras, têm raízes históricas e foram formadas no período em que o ensino era elitista, no qual a Matemática funcionava como um filtro de seleção. A visão axiomática e de rigor nas demonstrações trazem o domínio da perspectiva do saber argumentativo.

Outras pesquisas (PAVANELLO, 1989; PASSOS, 2000; NACARATO, 2002; MANRIQUE, 2003) revelam que, de alguma maneira, ainda, a Geometria tem sido deixada de lado por diferentes motivos. Um desses é a propagação de diferentes opiniões entre a comunidade matemática no que diz respeito ao papel da Geometria. Uma dessas opiniões afirma que a Geometria deva ceder espaço para o estudo de assuntos de maior evidência na atualidade. Outro motivo é o comprovado despreparo dos professores que não receberam ao longo de sua formação informações suficientes para lidar com conteúdos de natureza geométrica. Além disso, alguns estudos indicam que o ensino de Geometria é limitado, em geral, no Ensino Fundamental ao ensino-aprendizagem de reconhecimento de figuras geométricas e cálculos de perímetros e áreas, enquanto nas séries finais, o ensino privilegia o aspecto formal, acreditando que o aluno tenha condições para trabalhar os sistemas dedutivos típicos da Geometria.

A pesquisa de Manrique (2003) revelou que os professores resistem ao ensino-aprendizagem dos conteúdos em Geometria porque consideram esses conteúdos difíceis de transmitir. Além disso, alegam que a falta de material impossibilita a realização do estudo e, ainda, que os estudos envolvendo álgebra pedem maior espaço de tempo de aplicação, o que impede o ensino de Geometria.

A pesquisa de Guimarães et al (2006) verificou que para metade dos professores pesquisados, o ensino de Geometria às crianças tem o objetivo de desenvolver noções de espaço e auxiliar na descrição e compreensão do mundo onde vivem. Algumas respostas como desenvolvimento de habilidades, do raciocínio e da percepção visual, também, surgiram no estudo.

As investigadoras puderam perceber que as respostas dos professores participantes assemelham-se muito às propostas dos PCN (1998), mas em momento algum, nenhum professor se referiu ao desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo, como intrínseco ao ensino da Geometria. O fato assemelhou-se, segundo as pesquisadoras aos resultados obtidos no estudo de Freitas; Pais (1999) em que foi revelado que os professores por eles entrevistados não possuíam "... uma visão da importância lógico-dedutiva da Geometria."

Segundo os estudos de Guimarães et al (2006), os professores quando questionados sobre o que é mais difícil no ensino de Geometria, evidenciaram que a metodologia utilizada pelo professor é um desafio a ser enfrentado; pelo emprego de uma metodologia adequada, eles acreditam que não haverá problemas para promover esse ensino.

Outro aspecto encontrado com relação às crenças presentes nos discursos de grande parte dos professores de Matemática é explicado por Barrantes; Blanco (2006), partindo do pressuposto de que as idéias que os professores atuais têm da Matemática e de seu ensino estão marcadas pelo modelo de ensino que eles experimentaram na escola. Isso inclui as crenças sobre o conteúdo matemático escolar, os objetivos do ensino de Matemática, os tipos de tarefa a serem desenvolvidas e sua própria pessoa com relação à Educação Matemática.

A pesquisa apresentada por esses autores verificou que, quando as recordações sobre os experimentos vivenciados pelos professores em sua época escolar são recordações positivas, a tendência é a realização de um processo de ensino-aprendizagem similar ao vivenciado. Por outro lado, quando as recordações não são positivas, a tendência é ter um sentimento de repúdio com relação aos experimentos vivenciados, gerando, assim, novas expectativas que sejam diferentes de suas recordações.

Ainda em seus resultados, a pesquisa relata que a formação inicial dos futuros professores influencia em sua prática pedagógica durante a sua vida profissional. Muitas vezes, os estudantes não desejam ser imitadores de seus professores e sabem da existência de outra cultura de ensino-aprendizagem, mas pouco a conhecem e como não foram sujeitos dessa cultura como alunos, suas recordações acabam tendo mais peso em suas atitudes do que as suas expectativas de mudança.

Os autores perceberam que os estudantes pesquisados acreditam que a Geometria possa ser ensinada como as demais partes da Matemática e que, só o estudo das figuras gere motivação para um trabalho diferenciado com os alunos, pois possibilita trabalhar com manipulação de material concreto. Além disso, verificaram que os estudantes, assim como aprendem, transferem e limitam o ensino da Geometria ao estudo de medidas.

Apesar das constantes reformas na educação, percebemos que muitos estudos indicam que as atitudes dos atuais professores de Matemática giram em torno de suas experiências como alunos. E, ainda que exista o desejo de mudar, as crenças com relação ao que foi vivenciado continuam sendo predominantes.

Observamos que estas crenças são expressas nas falas dos professores e, muitas vezes, em discursos prontos e que não há reflexão por parte desses profissionais quanto à sua fundamentação. Podemos citar um exemplo, quando ao analisar as respostas obtidas por professores em um determinado questionamento encontramos termos, como: competências, habilidades, cotidiano, interdisciplinaridade, etc. Sabemos que estes termos são abordados pelos PCN e pelos órgãos referentes à educação, mas nossa crítica com relação ao uso deles ocorre no momento em que são empregados em discursos sem que haja reflexão real sobre o que implica cada um. Aliás, isso é o que na maioria das vezes ocorre.

Concordamos, também, com as idéias apresentadas por Barrantes; Blanco (2006), quanto ao bom desenvolvimento em sala de aula de assuntos que tiveram, de alguma maneira, um aspecto positivo em nosso aprendizado. O fato é de simples verificação, até mesmo porque somos professores e temos consciência de como os conteúdos nos foram ensinados e a conseqüência desse processo em nossa prática.

2.5 – Pesquisas relacionando formação de professores e/ou demonstração em Geometria e/ou mudanças de atitudes

Realizamos um levantamento sobre os trabalhos realizados referentes aos assuntos de nosso interesse: formação de professores, demonstração em Geometria e mudanças de atitudes. Dentre os trabalhos que encontramos, destacamos apenas três que achamos mais significativos para realização desta pesquisa. Ao buscar essas referências, nosso objetivo deu-se no anseio de conhecer os resultados obtidos anteriormente e verificar o que poderíamos também localizar em nossa pesquisa.

Abordaremos as seguintes pesquisas: a tese de doutorado de Ana Lúcia Manrique (2003) intitulada "*Processo de Formação de Professores em Geometria:*

Mudanças em Concepções e Práticas”; a dissertação de mestrado de Luciana de Oliveira Lellis (2006) intitulada “*Um estudo das mudanças relatadas por professores de Ciências a partir de uma ação de formação continuada*” e a tese de doutorado de Antonio Vicente Marafioti Garnica (1995) intitulada “*Fascínio da técnica, declínio da crítica: um estudo sobre a prova rigorosa na formação do professor de Matemática”*.

Apresentamos uma síntese destas três pesquisas, procurando de maneira mais completa possível, trazer todas as suas contribuições:

2.5.1 – “Processo de Formação de Professores em Geometria: Mudanças em Concepções e Práticas”, tese de Ana Lúcia Manrique (2003)

Diante de um processo de formação continuada, Manrique levanta os seguintes questionamentos de pesquisa:

1- As concepções dos professores em relação à Geometria e a seu ensino sofreram mudanças ao longo do processo de formação?

2- Quais características desse processo de formação continuada favoreceram as mudanças? Ou seja, que experiências de formação vivenciaram os professores que lhes permitiram pensar sobre suas concepções e práticas pedagógicas e, em alguns casos, até reconstruí-las?

A autora utilizou como instrumentos de coleta de dados: questionários, observações, entrevistas, documentos escritos pelos professores e mapas conceituais.

Manrique fez parte de um projeto na PUC/SP, patrocinado pela FAPESP sob a organização do professor Dr. Saddo Ag Almouloud denominado “*Estudo de fenômenos de ensino e aprendizagem de noções geométricas”,* e os sujeitos de sua pesquisa foram professores participantes do projeto. O grupo escolhido para seu trabalho era formado de seis professores de Matemática que atuavam nas séries finais do Ensino Fundamental e Médio da rede estadual de ensino.

Com a construção de mapas conceituais com esse grupo de professores, Manrique obteve como resultado grande freqüência de termos referentes a sentimentos, tanto positivos como negativos com relação à Geometria.

A pesquisadora também analisou cada um dos professores participantes do projeto quanto a seus sentimentos, pensamentos e diálogos verificando, assim, quais são os indícios de mudanças que podem ser percebidos por meio dos instrumentos escolhidos para coleta de dados.

Para a análise sobre as mudanças ocorridas nas práticas desses professores, foi feita a opção de analisar um professor, em especial. Manrique observou uma aula desse professor no final do segundo semestre de 2000 e uma aula no início do primeiro semestre de 2001, além das aulas nas quais houve a aplicação de uma seqüência de ensino construída pelo professor observado.

A pesquisadora afirma que, no começo das observações o professor estava preocupado com o esclarecimento das dúvidas dos alunos e que, por isso, questionava-os oralmente solicitando suas respostas. Já na aplicação da seqüência de ensino, os alunos reuniram-se em grupos e discutiram as atividades quase que completamente sem a interferência do professor, o que fez com que este percebesse que seu papel poderia ser diferente.

Esta foi a primeira mudança que a pesquisadora pôde averiguar em suas observações. Em um primeiro momento, o professor estava encarregado de levantar questões na sala de aula para que seus alunos respondessem a fim de ter uma participação deles no processo de ensino-aprendizagem e durante a aplicação da seqüência de ensino, os alunos trocaram informações e impressões com outros alunos e eles questionavam o professor.

Ao analisar o diário de aplicação da seqüência de ensino escrito por esse professor, a pesquisadora percebeu a existência de mudanças quanto a seu olhar, no que se refere ao ensino-aprendizagem em razão de uma leitura realizada dos PCN (que foi proposta em algum momento pela formadora no projeto).

Quanto às mudanças relatadas do ponto de vista dos especialistas, Manrique utiliza os subsídios propostos por Charlot (2001) sobre a relação com o saber, para justificar suas conclusões:

1- aprender é um movimento interior que não pode existir sem o exterior;

2- aprender é uma construção de si que só é possível pela intervenção do outro;

3- toda relação com o saber é também relação consigo;

4- toda relação com o saber é também relação com o outro; e

5- toda relação com o saber é também relação com o mundo.

Ao fim da pesquisa, Manrique volta às suas questões de pesquisa e responde-as da seguinte maneira:

- refere que, de um modo geral, é possível afirmar que os professores operam mudanças em concepções e que há indícios de alterações em suas práticas pedagógicas. Além disso, a mudança mais forte percebida foi quanto aos sentimentos relacionados à Geometria. Parece, também, ter havido uma mudança significativa no modo de olhar a Geometria. Inicialmente, os professores a viam como algo estático, utilizada apenas para manipular o real e depois passaram a utilizá-la com dinamismo, pois ela passou a ser observada, pesquisada e construída.
- os relatos apresentados pelos professores indicaram que as relações e o contato com outras pessoas que têm sentimentos e idéias diferentes, propiciam maior reflexão quanto à prática pedagógica e funcionam como agente propulsor de mudanças. Para a pesquisadora, outro fator propulsor de mudanças é a confecção de mapas conceituais, nos quais os professores têm espaço para conversar, observar, discutir e tomar decisões.

2.5.2 – "Um estudo das mudanças relatadas por professores de Ciências a partir de uma ação de formação continuada", dissertação de Luciana de Oliveira Lellis (2006)

Apoiada nas idéias de Zeichner (1993); Carvalho (1995); Gil Pérez (1996); Baraibar (1996); Nóvoa (1995) e Garcia (1999) que convergem para praticamente a mesma idéia de formação continuada, no qual é preciso que o professor torne-se sujeito de seu próprio processo de mudança pautado nas reflexões a respeito de sua prática, processos de ensino e aprendizagem e seus conhecimentos específicos, a pesquisadora apresenta as seguintes questões como seus problemas de pesquisa:

1- Até que ponto um curso nesses moldes pode contribuir para uma efetiva mudança – em direção a uma menor fragmentação dos conhecimentos – na concepção que o professor tem a respeito dos conteúdos de Ciências?

2- Que tipos de mudanças podem acontecer na visão e na atitude dos professores em relação à sua própria prática pedagógica com base em uma intervenção desse tipo?

Diante destas questões, a investigadora iniciou um curso de formação, baseado em princípios de interação e reflexão, no qual foram discutidos temas relacionados ao cotidiano escolar com o objetivo de tentar solucionar os problemas enfrentados pelos professores em sua prática.

A pesquisadora contou com um grupo de vinte professores da rede pública estadual para realização do estudo.

Lellis fez uso de um diário do professor, no qual cada um deles era livre para registrar o que quisesse sobre seu trabalho. Esse diário teve como objetivo ser mais um instrumento de avaliação, quanto às reflexões realizadas por esses professores.

No decorrer da formação, a pesquisadora trabalhou os temas propostos pelos professores, fazendo uso de instrumentos, como: questionários escritos, informática, livros didáticos, experimentos práticos, vídeos, confecção de mapas conceituais, entrevistas individuais, discussões, confecção de uma oficina, diários metacognitivos e pequenas avaliações escritas.

Para verificar se ocorreram mudanças quanto ao conteúdo que os professores selecionavam para trabalhar, antes e depois do curso de formação, foram aplicados e analisados questionários. Um problema proposto sobre como um professor agiria ao precisar trabalhar em sala de aula com um conteúdo que não dominasse, foi avaliado por meio de entrevista individual e teve como objetivo verificar como o professor procederia, onde buscaria informações, que tipo de pesquisa faria, etc.

Com a análise dos questionários e das entrevistas, a pesquisadora afirmou que foi possível encontrar alguns indícios de mudanças relacionados à prática em sala de aula com relação aos temas abordados, quanto ao modo como tratam os alunos e, até mesmo, com relação à iniciativa desses professores e mudanças quanto ao interesse de seus alunos.

Na análise dos resultados, a pesquisadora fez a relação entre as informações apresentadas, o que lhe possibilitou concluir que:

- todos os professores passaram por algum tipo de mudança, especialmente, na forma de trabalhar e com relação ao conteúdo;
- em contraste, encontram-se mudanças com relação à iniciativa do professor e sua relação com os alunos;
- nota-se mudança com relação ao interesse e participação dos alunos; e
- mudanças com relação ao uso de experimentos em sala de aula.

No último capítulo, apresenta as considerações finais e responde suas duas questões iniciais de pesquisa da seguinte maneira:

- com relação a primeira pergunta, verifica que houve grandes indícios de que o curso possibilitou mudanças com relação às concepções que os professores tinham em relação aos conteúdos de Ciências; e
- para a resposta da segunda questão, Lellis afirma que as mudanças que ocorreram, variam de professor para professor, mas, que a mais significativa foi a que envolve o processo de reflexão e apropriação pessoal, sem a qual não há mudanças, segundo Nóvoa (1995).

2.5.3 – *"Fascínio da técnica, declínio da crítica: um estudo sobre a prova rigorosa na formação do professor de Matemática",* tese de Antonio Vicente Marafioti Garnica (1995)

Garnica em sua tese de doutorado busca pelo significado da prova rigorosa na formação do professor de Matemática.

Inicialmente, o pesquisador dispõe de um levantamento bibliográfico com relação à formação de professores e à prova matemática e de nove depoimentos de profissionais reconhecidos em suas áreas, que desenvolvem pesquisas em Educação Matemática e que atuam em cursos de licenciatura.

Garnica declara que não há indícios de estudos envolvendo formação de professores e a questão da prova rigorosa. Justifica, então, a importância de seu trabalho e a busca de respostas para sua questão de pesquisa: "o que significa a prova rigorosa na formação do professor de Matemática?"

Os passos descritos pelo pesquisador em seu trabalho são: 1- Os depoimentos recolhidos em gravações foram transformados em textos e foram lidos atentamente. 2- Dessas leituras saíram os recortes (unidades de significado) dos discursos, que foram apresentados em quadros (linguagem do depoente). 3- Realizada a construção desses quadros, a linguagem do depoente é reformulada segundo a linguagem do pesquisador e são feitas algumas interpretações ou contextualizações. 4- Com a realização desse processo e uma leitura posterior, o próximo passo diz respeito à realização de uma nova reclassificação em outras unidades (redução de unidades). 5- A fase seguinte consiste na formação de grupos de compreensão, por meio de outras reduções com o objetivo principal de chegar a grupos de significados, onde os aspectos apresentados nas estruturas individuais manifestam uma verdade comum. 6- Dessas interpretações e reduções, surgem as categorias abertas que, finalmente, são apresentadas e discutidas. 7- Na análise das categorias abertas, o pesquisador torna ao seu reflexivo e analisa as compreensões, nas quais chegou à luz de seu levantamento bibliográfico.

Garnica apresenta toda a análise realizada em sua pesquisa, descrita de maneira minuciosa, parte a parte, envolvendo o leitor em todo o processo de construção e reflexão. Inicia trazendo os nove depoimentos dos professores. Todas as entrevistas são dirigidas com base na mesma questão inicial: “O que significa a prova rigorosa na formação do professor de Matemática?”

O autor dividiu a partir dos nove depoimentos coletados, 98 unidades de significado à luz de sua questão de pesquisa. Dessas unidades, após a primeira redução, resultou um total de 29 “novas” unidades de significado, apoiado nestas o pesquisador constrói uma matriz ideográfica em que procura de modo mais visualmente perceptível, mostrar os elementos significativos e a quantidade de referências feitas a cada uma delas.

O processo posterior ao da construção da matriz ideográfica é o da formação de “grupos” de significados em que o pesquisador afirma que, após sucessivas reduções, foi possível transcrever as convergências notadas nas unidades de significado a fim de construir as “categorias abertas” nas quais essas convergências estão situadas. Nesse sentido, o pesquisador afirma que termos como “reduções”, “unidades de significado”, “convergências” e “categorias” são indissociáveis.

A pesquisa resulta em nove grupos, formados a partir das unidades de significado advindas dos depoimentos. Esses grupos são explicitados um a um na pesquisa de Garnica.

Com o estabelecimento das convergências e a formação desses nove grupos de significado, Garnica faz um cruzamento entre os dados disponíveis com o objetivo de construir categorias abertas que sejam finais à sua pesquisa. O autor afirma que essas categorias abertas são finais, porém nunca são definitivas e que tratam da importância da prova rigorosa na formação de professores, porém com pontos de vista diferentes. Nesse sentido, o autor faz a “separação” entre elas, agrupando-as em o que chama de “leitura técnica” e “leitura crítica”, com base nos significados originários dos termos técnica e crítica.

No que diz respeito à prova rigorosa, o investigador afirma que os sujeitos que a trabalham por meio da leitura técnica, fazem-no pelo viés sintático da demonstração e que existe o pressuposto de que a prova tem função única de validar determinado conhecimento e tem garantia no rigor empregado nesse processo. Por outro lado, a leitura crítica da importância da prova rigorosa na formação do professor não pode ser por si só isolada da técnica, mas tende a expor de maneira pública, mostrando seus métodos de ação.

Após toda a pesquisa e explanação a respeito das leituras técnica e crítica, apresenta um quadro em que mostra as categorias finais a que seu trabalho de pesquisa chegou, sintetizando essas categorias da seguinte maneira:

A **leitura técnica**: a prova não tematizada, transformada em mero cálculo e atividade acrítica implementada na formação do professor de Matemática.

A **leitura crítica**: na formação do professor de Matemática, a prova tematizada, expondo dualidades e relativismos, possibilitando a compreensão e a aceitação de outras formas de rigor.

Na formação de professores, Garnica conclui que a leitura técnica tem a tendência de se manifestar pelo método expositivo e que, de acordo com essa leitura, a prova não precisa ser tematizada e, desta maneira, seja trabalhada reservadamente nas disciplinas de conteúdo específico. As disciplinas de conteúdos pedagógicos, inerentes aos cursos de formação de professores, teriam um papel auxiliar, podendo tematizar as demonstrações. Por outro lado, o pesquisador afirma que seria sem sentido responsabilizar unicamente as disciplinas pedagógicas pela implementação dos questionamentos.

Em sua conclusão final, Garnica sintetiza toda a pesquisa afirmando que baseado nos depoimentos dos professores, foi possível a realização da análise sobre a importância da prova na formação docente, por meio de duas leituras, uma técnica e uma crítica, cada uma carregando visões divergentes entre si. Entretanto, relata que um equilíbrio entre essas posturas é requerido para o processo de formação de professores, mas, que não foi levado a concluir nada em definitivo, afirmando ser impossível concluir e impossível não compreender.

Os dados apresentados nas duas primeiras pesquisas discutidas (Manrique, 2003 e Lellis, 2006) podem nos ajudar a compreender algumas das possíveis situações vivenciadas durante nosso estudo.

Neste sentido, os resultados das duas pesquisas nos dão indícios de que existe a possibilidade de verificarmos algum tipo de mudança em nosso grupo de professores também. Além disso, a pesquisa de Manrique (2003) foi realizada na

PUC/SP em 2003 e ainda, em 2006, alguns dos professores que participaram de seu estudo, também, participaram do nosso. Mesmo que alguns deixassem o projeto em razão de problemas pessoais, dois deles continuaram até o fim. Assim, consideramos seus resultados muito significativos, uma vez que seu trabalho englobou aspectos gerais da Geometria e o nosso, em específico, das demonstrações geométricas.

O trabalho de Lellis (2006) tem grande importância para nós, apesar de ser uma pesquisa realizada sobre a formação de professores em Ciências, em razão dos resultados apresentados no que diz respeito às mudanças de atitudes dos professores que participaram da formação. Além disso, nos faz compreender como mudanças tão sutis podem ser consideradas tão significativas, como resultados de uma pesquisa.

Com o trabalho de Garnica (1995), podemos claramente compreender a diferença entre as duas visões relacionadas à importância da prova rigorosa na formação do professor de Matemática: leitura técnica e leitura crítica.

Percebemos que essas visões são opostas, porém devem caminhar juntas em um processo de formação. Concordamos com o autor, quando afirma que o equilíbrio entre essas duas posturas seja o adequado para o desenvolvimento de um processo de formação de professores.

Capítulo 3 – Análise dos dados coletados

Nesta parte do trabalho, descrevemos de maneira mais detalhada as etapas descritas em nosso subcapítulo 1.3 em que relatamos nossos procedimentos metodológicos.

Novamente, esclarecemos que este trabalho é um dos que utilizou o projeto de formação de professores *"O raciocínio dedutivo no processo ensino-aprendizagem da Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental",* como um dos subsídios para a pesquisa. Desta maneira, os dados obtidos são resultados dessa formação.

Ao iniciarmos esta parte do trabalho, nosso objetivo está focado em confrontarmos nossas análises diante das informações obtidas com os questionários, observações, entrevistas, etc com nosso referencial teórico. Assim, pretendemos responder nossas questões de pesquisa: *Quais são os discursos e conhecimentos iniciais sobre demonstração em Matemática apresentados pelos professores participantes do projeto "O raciocínio dedutivo no processo ensino-aprendizagem da Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental"? A participação desses professores no projeto refletiria em que tipos de mudanças na prática em Geometria?*

3.1- O projeto

Como já mencionado no primeiro capítulo (p.16), o projeto "*O raciocínio dedutivo no processo ensino-aprendizagem da Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental*" foi desenvolvido no ano de 2006 na PUC/SP, às quintas e sextas-feiras e contou com a participação de professores da escola pública municipal e estadual. A coordenação foi do professor Dr. Saddo Ag Almouloud e o financiamento do CNPQ.

O grupo escolhido para que fizéssemos nossas observações foi o de sexta-feira. Esta escolha deu-se em razão de nossa disponibilidade de horário para participar dos encontros.

No primeiro dia do encontro (10/03/2006), foram apresentados os objetivos do projeto e realizada a aplicação de dois questionários diagnósticos pelas formadoras.

Ocorreram mais quatro encontros, depois da aplicação desses questionários e antes do início de nossas observações, que iniciaram a partir do dia 28/04/2006 (dos 32 encontros realizados, participamos de 27).

Todos os encontros até 19/05/2006 trataram de discutir algumas demonstrações algébricas e, depois desta data, as demonstrações passaram a ser limitadas pela Geometria.

Esses encontros ocorriam semanalmente das 8 às 11h, e davam-se no laboratório de Matemática da PUC/SP, espaço agradável, cercado de "objetos matemáticos de manipulação", como: sólidos geométricos, réguas de trigonometria, etc. A sala também possui alguns computadores, mas estes não foram utilizados durante a formação.

A intenção do projeto além da de promover o aprendizado de conteúdos específicos, também, baseava-se no desejo de provocar momentos de reflexão por meio das discussões levantadas sobre os problemas enfrentados em sala de aula, as mudanças curriculares, a necessidade de adequação aos novos modelos de ensino, etc.

Este objetivo está de acordo com as idéias propostas por Shulman (1986), pois as reflexões teóricas e epistemológicas do professor sobre a matéria de ensino são de grande importância e podem contribuir de maneira muito significativa para ampliação dos saberes docentes e, conseqüentemente, ao processo de mudança.

A dinâmica dos encontros dava-se da seguinte maneira: os professores eram livres para expor suas idéias (todo esse material foi gravado em áudio), refletir e discutir sobre os assuntos abordados. Sentavam-se em grupos e trabalhavam no coletivo, com discussões e trocas de idéias. As formadoras deixavam claro que ninguém errava ali, pois todos estavam se aprimorando e aprendiam com os demais. Os exercícios, inicialmente trabalhados, estavam propostos em uma apostila que os participantes receberam no início do projeto. Como resultado das discussões no grupo, outros exercícios foram propostos além daqueles constantes na apostila.

O fato do trabalho sempre envolver o coletivo é defendido por Nóvoa (1995) ao citar que as formações que tomam o coletivo como sujeitos, possibilitam o surgimento de uma maior autonomia profissional na produção de saberes e valores. Isto porque no coletivo é imprescindível que existam momentos de reflexão, capacidade que deve ser tida, como um dos objetivos principais em um processo de formação. Para o autor, um profissional reflexivo é capaz de enfrentar e resolver situações com características únicas que somente o profissional possuidor dessa competência é capaz de superar.

Em síntese, o projeto em questão enquadra-se nas características propostas pela grande parte dos teóricos em educação, em especial, citamos as idéias de Hernández (1998), ao afirmar que uma formação continuada deve formar um indivíduo reflexivo e levar em consideração que todos os participantes não partem do zero, pois possuem conhecimentos, teorias e crenças que foram adotadas em seus discursos e atitudes. Além disso, descrevemos o projeto proposto, como uma formação que parte das experiências concretas dos indivíduos e considera a comparação da formação com a própria prática dos professores de modo a contribuir significativamente na formação.

3.2 – Os professores

Inicialmente, contamos com a inscrição de dezesseis professores. Todos eles compareceram aos encontros, pelo menos uma vez, mas dez deles deixaram de ir logo no início do projeto. Dois novos participantes entraram no dia 05/05/2006, mas um deles veio somente a um encontro e não mais compareceu. Outro novo participante entrou em 02/06/2006. E, mais dois, nos dias 15/09/2006 e 22/09/2006, mas participaram apenas de dois e três encontros, respectivamente. Tínhamos, então, freqüentes no final de 2006, um total de oito professores, dos quais três deixaram o projeto no final do ano por motivos pessoais.

A seguir, relacionaremos os resultados obtidos com a aplicação do primeiro questionário (anexo I) que caracteriza o grupo de professores que estava presente no primeiro encontro (13 professores). Muitos desses docentes compareceram poucas vezes ao projeto. Sendo assim, não vamos nomeá-los, somente classificando os dados obtidos, de acordo com categorias. Além disso, foram separados em dois grupos: um de oito professores que não deram continuidade ao projeto, mas responderam aos questionários e um grupo de cinco professores assíduos que analisaremos com mais detalhes.

Para simplificar nossa redação na tabela, estabelecemos as seguintes abreviações e convenções:

1- Idade

2- Tempo que leciona

3- Formação (LPM: licenciatura plena em Matemática, LCM: licenciatura curta em Matemática, LC: licenciatura curta, BM: bacharelado em Matemática e OCG: outro curso de graduação)

4- Outros cursos (MD: mestrado ou doutorado, CP: complementação pedagógica, AE: aperfeiçoamento e/ou especialização)

5- Efetivo na rede pública (S: sim e N: não)

6- Ano de ingresso na carreira do magistério

7- Ano de ingresso na escola atual

8- Carga horária dos últimos três anos (2005, 2004 e 2003, respectivamente)

9- Disponibilidade de horário para o projeto

10- Acesso à internet (C: somente em casa, E: somente na escola, CE: em casa e na escola e NCE: nem em casa, nem na escola)

Quadro 2 - Síntese que relaciona aspectos pessoais dos professores participantes, inicialmente, do projeto

Professores / Questões	A	B	C	D	E	F	G	H
1	21 a 28	21 a 28	34 a 40	34 a 40	34 a 40	34 a 40	41 a 50	41 a 50
2	4 a 6	4 a 6	4 a 6	4 a 6	7 a 18	1	7 a 18	Não leciona
3	LPM	LPM	LPM	LPM	LPM	LCM e OCG	LPM	LPM
4	AE	-----	-----	AE	CP	AE	AE	-----
5	S	S	S	S	S	N	S	N
6	2001	1999	1999	1999	1994	1996	1985	------
7	2005	2005	2006	2000	2006	2006	2004	-----
8	37, 4 e 4	24, 28 e 16	27, 33 e 18	38, 44 e 30	-----	20, 24 e 40	30, 30 e 60	-----
9	15	20	-----	20	15	-----	56	-----
10	C	C	C	C	CE	NCE	CE	C

Os dados do Quadro 2 sintetizam aspectos pessoais de oito professores inscritos no projeto e que estiveram presentes na aplicação dos questionários.

Verificamos que a maioria que respondeu ao questionário, era jovem e com pouco tempo de magistério.

Por meio de nossa prática no magistério, percebemos que, realmente, os professores mais novos são, em geral, os que têm maior vontade de aderir à inovações e os que mais buscam maneiras diferenciadas de ensino. Por outro lado, a professora que escolhemos, como agente de possíveis mudanças, não está inserida nesse grupo, pois não estava iniciando seu trabalho na carreira do magistério, pelo contrário, quase em processo de aposentadoria.

É óbvio que não podemos generalizar esse fato, mas sabemos que muitos professores estão em seu cargo há muitos anos e sentem-se desestimulados para buscarem novos aprendizados. É o caso que apresenta Hernández (1998) quando cita que:

> Aprender ameaça a identidade. Neste momento da profissão, o docente está desenvolvendo a sua identidade de pessoa que ensina. Talvez por isso considere que algo que o leve a mudar seja um atentado contra a sua experiência, o seu esforço e os seus conhecimentos. Tal fato ocorre quando se exige uma proposta de formação para plantar uma inovação (por exemplo, os agrupamentos flexíveis), inspirada na idéia de que os alunos são capazes de transferir os conteúdos presentes nos exercícios por meio dos quais foram treinados. Quando se comprova que não é isso o que ocorre, manifesta-se o caso de que não se quer continuar com a colaboração para não perder todo o esforço realizado para preparar esses exercícios escolares. (HERNÁNDEZ, 1998, p. 10)

Percebemos outro aspecto quanto à busca por formações posteriores à graduação. A maioria dos professores pesquisados, apesar do pouco tempo de magistério, participou de algum tipo de formação, seja especialização, aperfeiçoamento ou complementação pedagógica. Isto reflete o caráter reflexivo de busca pela autoformação. Este caráter é o que Perrenoud (2001) defende, como uma das dez famílias de competências que um profissional da educação deve ter: "gerar sua própria formação contínua."

3.2.1 - Questionário diagnóstico – 1ª parte (pesquisa de opinião)

As questões sintetizadas no Quadro 2 nos situam a respeito das informações pessoais sobre um grupo de oito professores. Mas estes dados não nos remetem a responder nossa questão de pesquisa sobre os conhecimentos iniciais de demonstrações em Matemática trazidos por esse grupo de professores. Para isso, faremos a análise das demais questões propostas nos questionários que envolvem perguntas sobre o ensino de provas e demonstrações em Matemática na escola básica, quanto à sua importância na formação dos professores e, ainda, quanto ao processo de raciocínio dedutivo e sua importância para formação de alunos e professores.

Na primeira questão da pesquisa de opinião, os professores deveriam esboçar se concordavam ou não com a afirmação sobre a impossibilidade de trabalhar na escola básica com as demonstrações em razão de sua complexidade. Diante desse questionamento, tivemos o seguinte quadro:

1- dois professores concordaram com essa afirmação, mas não justificaram o porquê;

2- três professores não concordaram com essa afirmação e usaram como justificativas:

- que o trabalho com as demonstrações é possível se adaptarmos aos níveis da educação básica;

- que esse tipo de trabalho é possível se o professor tiver uma boa formação, conhecimento e domínio sobre o assunto; e

- que muitos alunos têm dificuldade de entender a resolução de um exercício e se demonstrássemos o porquê de tal resultado, talvez garantíssemos uma melhor compreensão do exercício.

3- três professores concordaram, parcialmente, com essa afirmação, e apenas um deles justificou da seguinte maneira:

- que esse tipo de trabalho é tão importante ao professor como ao aluno.

A questão sobre a formação do professor está presente em uma das respostas e, ao que parece, a culpa pelo fato de haver impossibilidade do trabalho com demonstrações no ensino básico está atribuída integralmente a esta formação. Em nenhum momento, foi mencionado que a formação dê subsídios, para que o formado seja autônomo e busque sua autoformação.

Em outra das justificativas apresentadas, encontramos a aplicação da demonstração no processo de explicar o resultado de um exercício de modo a facilitar a compreensão do aluno. Isso nos leva a questionar sobre o que o professor referia-se ao mencionar o termo “exercício”. Estaria ele referindo-se a teoremas, ou simplesmente, utilizou o termo “demonstrar” como “justificar” algum resultado? De qualquer maneira, o fato remete-nos a verificar certa confusão quanto ao emprego de determinados termos no discurso do professor.

Apesar das respostas apresentadas serem muito objetivas e não exporem mais detalhes sobre a opinião desses professores, encontramos uma referente ao ensino das demonstrações adaptadas aos níveis de ensino que vai de acordo com o que os PCN (1998):

> [...] é desejável que no terceiro ciclo se trabalhe para desenvolver a argumentação [...] Tendo por base esse trabalho, pode-se avançar no quarto ciclo para que o aluno reconheça a importância das demonstrações em Matemática, compreendendo as provas de alguns teoremas. (PCN, 1998, p.71)

A segunda questão citava que o trabalho com demonstração em Matemática é importante para o professor, como conhecimento específico da disciplina. Obtivemos as seguintes opiniões com relação a essa afirmação:

1- todos os professores concordaram totalmente com ela e cinco justificaram da seguinte maneira:

- os professores precisam desenvolver os conteúdos específicos com o cotidiano;

- o conhecimento específico da disciplina pode favorecer o raciocínio dedutivo do aluno, mas o difícil é quando o professor não domina esse conteúdo;

- compreendendo melhor o tema, o professor poderá expressar e explicar o conteúdo com mais detalhes;

- é extremamente importante que o professor tenha conhecimento das demonstrações, assim como seu desenvolvimento algébrico e histórico. Desse modo, pode adaptá-las aos diversos níveis de ensino; e

- o professor deve adquirir a maior quantidade de conhecimentos de sua disciplina.

Concordamos com as opiniões expostas nesta questão, pois o professor deve possuir o máximo de conhecimentos possíveis sobre sua disciplina e aprimorar seus saberes, tendo acesso a novas maneiras de lidar com os conteúdos.

Verificamos o aparecimento do termo “cotidiano” que, normalmente é uma das expressões constantes nos discursos dos professores em razão das falas de especialistas e estudiosos da educação.

Em nossa opinião, muitas vezes, termos como “cotidiano” são utilizados nos discursos sem a mínima reflexão sobre seu significado. É o que percebemos com a resposta obtida: “os professores precisam desenvolver os conteúdos específicos juntamente com o cotidiano”. Acreditamos que exista uma crença de o emprego de expressões difundidas por especialistas nos discursos seja a garantia de sucesso nas respostas.

Verificamos tal fato, também, em nossa experiência. Logo que surgem termos-chave no processo de educação como, por exemplo, cotidiano, interdisciplinaridade e avaliação formativa, muitos professores passam a incorporá-los em seus discursos, muitas vezes, sem reflexão sobre sua significação e, de acordo com a definição que adotamos para crença, "... refere-se à aceitação de uma idéia sem o devido suporte teórico" (MORON e BRITO, 2001, apud CARZOLA e SANTANA, 2005, p.3), podemos enquadrar esses tipos de discursos, como crenças.

Novamente, notamos a alusão ao processo de formação e à culpa desse processo no saber específico do professor.

A terceira questão discute a importância do trabalho com demonstração para o professor, mas afirma que esse conteúdo é difícil de ser trabalhado em sala de aula na escola básica. Nesta questão, obtivemos as seguintes respostas:

1- dois professores concordaram totalmente com essa afirmação, e um deles justificou sua resposta alegando falta de experiência com esse trabalho.

2- dois professores não concordaram com essa questão e um deles, justificou da seguinte maneira:

- desde que o professor esteja capacitado para realizar esse tipo de trabalho (tenha aprendido esse conteúdo), ele pode orientar o pensamento do aluno de modo que estimule o processo de raciocínio dedutivo.

3- quatro professores concordaram parcialmente com essa afirmação, e dois deles justificaram:

- as demonstrações não são "difíceis", mas em alguns momentos são necessários materiais que a escola não dispõe; e

- que não temos o domínio total do conteúdo o que gera, muitas vezes, insegurança.

Nesta questão, foi possível observar, conforme algumas respostas apresentadas que a formação dos professores novamente é fundamental para domínio de certos conteúdos. Talvez alguns desses professores não tenham conhecimento real do que venha a ser a demonstração proposta no enunciado da questão, pois um professor citou que, muitas vezes, na escola não existem materiais necessários para desenvolvimento de demonstrações. A que tipo de demonstração, estaria esse professor referindo-se? Estaria relacionando o processo de demonstrar e o uso de computadores, como relatamos no começo da pesquisa (p.30) ou estaria compreendendo o processo de demonstrar como o de mostrar a veracidade de alguma propriedade matemática com o uso de material manipulativo?

Assim, acreditamos que muitos professores de Matemática nem ao menos sabem a que se refere realmente o processo de demonstração. Em geral, muitos confundem <u>*demonstrar*</u> com <u>*mostrar*</u>! (grifos nossos)

A quarta questão versa sobre a importância do trabalho com demonstração em Matemática, com o raciocínio dedutivo e afirma que este conteúdo deve ser trabalhado em sala de aula. Nesta questão, obtivemos:

1- todos os professores concordaram totalmente com essa afirmação e encontramos as seguintes justificativas (apenas dois professores justificaram) para a questão:

- o objetivo do trabalho com as demonstrações em sala de aula, com raciocínio dedutivo é melhorar a compreensão do aluno; e

- esse conteúdo deve ser trabalhado em sala de aula, desde que seja com seriedade.

Diante dessas justificativas e das demais apresentadas até o momento, percebemos que, muitas delas, são superficiais e não têm efetiva discussão sobre os dados apresentados na questão. Parece-nos que esse grupo de professores, não tendo pleno conhecimento do que estávamos questionando, não se expunha diretamente, respondendo, de maneira superficial, geral e, muitas vezes, apontando justificativas que não estavam relacionadas à questão proposta.

A última questão do bloco referia-se que o trabalho com demonstração em Matemática, com raciocínio dedutivo, não precisa ser tema de estudo do professor nem do aluno da escola básica. Encontramos as seguintes opiniões sobre essa afirmação:

1- dois professores assinalaram não ter opinião sobre o assunto e não fizeram comentário sobre a questão.

2- um professor concordou totalmente com a questão, mas apresentou um comentário contrário à opinião assinalada, pois redigiu:

- “precisa sim, mas eu não sei trabalhar.”

3- cinco professores não concordaram com a afirmação dada na questão. Dois deles justificaram da seguinte maneira (os outros três não justificaram sua opção):

- os professores e os alunos devem demonstrar seus raciocínios, como troca de experiência e de maneira de pensar; e

- todos devemos aprender a desenvolver habilidades matemáticas.

Novamente, estamos diante de justificativas que não correspondem às esperadas pelo questionamento. Ainda dessa questão, retiramos alguns conceitos que estão inseridos nos discursos dos professores, tais como: habilidades matemáticas e troca de experiência.

Enquadramos tais conceitos, como um tipo de crença, no sentido positivo do termo, uma vez que termos como os que foram relatados, fazem parte do discurso de muitos especialistas em educação e no próprio discurso dos órgãos públicos. Assim, acreditamos que esses passam a ser incorporados nos discursos dos professores de maneira semelhante ao que acontece com as crenças, de modo que não há reflexão quanto à sua utilização.

Notamos que existem equívocos com relação a interpretação das questões, pois as duas últimas se contradizem. Desta maneira, diante de um quadro de unanimidade na quarta questão, por conseqüência, esperaríamos o mesmo na questão seguinte, mas não foi isso o que se verificou.

O próximo bloco de questões não se compunha de testes, mas deveria ser redigido de acordo com a opinião de cada professor.

A primeira questão desse bloco, refere-se à importância do raciocínio dedutivo para cada professor. Encontramos como respostas:

- fixar conceitos e ajudar os alunos a fazer análise e síntese;
- o meu desenvolvimento pedagógico em sala de aula;
- é importante, mas não sei dizer o porquê;
- desenvolver o conhecimento matemático;
- para compreender o raciocínio da resolução e melhorar a didática;
- cada um tem o seu raciocínio dedutivo, seu modo de resolver e achar seu resultado;
- para a resolução de problemas, nós utilizamos uma “construção de raciocínio” em torno do problema, em que você calcula, dedutivamente, quais os caminhos possíveis para a resolução do mesmo. Então, o raciocínio dedutivo é de suma importância para a construção do conhecimento matemático; e
- através do raciocínio dedutivo, o professor tem um aliado à motivação do aluno, com isso o aprendizado do conteúdo pode ser absorvido e aprendido pelo aluno.

Mais uma vez, percebemos a não objetividade nas respostas sobre o questionamento proposto no enunciado da questão. Supomos que esse fato ocorra em razão da incerteza sobre o que estaríamos questionando. Mais uma vez, vemos o aparecimento de termos e idéias nos discursos que sugerem crenças (“construção de raciocínio”, “motivação do aluno”, “melhorar a didática”).

Na segunda questão os professores opinaram quanto à importância do raciocínio dedutivo na formação do aluno. Encontramos as seguintes opiniões sobre essa questão:

- favorece o aprendizado do aluno e a valorização de seu pensamento dedutivo, o que gera motivação para aprender;

- é de suma importância, pois o raciocínio dedutivo utiliza os conhecimentos prévios e pessoais, aliados ao conhecimento assimilado em sala de aula para a resolução de problemas matemáticos;

- o raciocínio dedutivo é a maneira do aluno pensar e achar um resultado só pela dedução;

- favorece uma melhor compreensão;

- o objetivo do raciocínio dedutivo é desenvolver o conhecimento matemático;

- tem como objetivo favorecer uma melhor compreensão do conceito utilizado;

- favorece o desenvolvimento da lógica, verificando o que realmente está acontecendo diante do problema apresentado; e

- tem como objetivo formar o conceito de análise e síntese.

Nesta questão, pela primeira vez, apareceu o termo "lógica". Sabemos que o modo como o termo foi empregado, não é totalmente condizente com a real utilização da lógica no processo do raciocínio dedutivo. Ainda, assim, o fato nos leva a acreditar que, embora alguns desses professores não tenham conseguido de maneira objetiva, responder ao que foi questionado, algumas idéias fundamentais do processo de raciocínio dedutivo estavam subjetivas em seus conhecimentos.

Diante de uma dessas justificativas, surgiu-nos um questionamento: o que o professor estaria tentando dizer, quando se refere aos termos "análise" e "síntese"? Estes, também, foram utilizados em justificativas anteriores e nos induzem a acreditar que esse professor esteja relacionando-os aos conceitos de "hipótese" e "tese". O fato sugere que embora o professor não tenha profundos conhecimentos a respeito do assunto, existe "alguma idéia intuitiva" sobre os aspectos que envolvem o processo de demonstração nos conhecimentos do respondente.

Na questão imediata, os professores deveriam opinar sobre a importância das provas e demonstrações na formação do aluno. Encontramos as seguintes opiniões na questão:

- que ele aprenda;

- a formação do aluno do Ensino Fundamental foge da experiência;
- importante para o entendimento do conceito e do conteúdo;
- verificar o grau de desenvolvimento e raciocínio do aluno;
- a sua importância é dada a partir do momento que é possível mostrar para o aluno que a Matemática não é mágica e, sim, lógica;
- exerce papel construtivo, pois mostra ou tem a oportunidade de mostrar, em que e onde utilizamos a Matemática, sanando os questionamentos de por quê ensina-se Matemática na escola e por qual motivo o seu aprendizado é tão importante; e
- apresentar de outra forma os resultados dos problemas propostos.

Verificamos que algumas das respostas obtidas são gerais e fogem totalmente da questão levantada, como é o caso da seguinte resposta: “a formação do aluno do Ensino Fundamental foge da experiência”. Esta argumentação utilizada pelo professor, aparentemente, não se relaciona em nada com o que foi proposto na questão inicial.

Por outro lado, observamos que nem todos responderam de maneira tão subjetiva assim. É o caso das quartas e quintas respostas apresentadas acima. Nestas justificativas, os professores, de alguma maneira, relacionam o processo de prova e demonstração em Matemática com o desenvolvimento do raciocínio dos alunos e a função da demonstração, como a de “mostrar” que os teoremas e as propriedades oriundas deles não são prontos e estáticos, mas possuem um desenvolvimento próprio e um porquê.

A última questão proposta referia-se ao uso dos computadores no processo de ensino-aprendizagem das provas e demonstrações em Matemática e questionava se os professores acreditam que esse tipo de tecnologia possa ajudar nesse processo de ensino.

Todos os professores mostraram-se a favor do uso das tecnologias para o ensino das provas e demonstrações e argumentaram da seguinte maneira:

- o uso dos computadores já faz parte do dia-a-dia da maioria dos alunos e serve como instrumento de aprendizagem;

- a tecnologia ajuda a desenvolver a visão da aprendizagem, faz com que o aluno vivencie os processos e acompanhe tudo o que está acontecendo;

- com o uso dos computadores, conseguimos mostrar na resolução de um problema de onde vem cada conceito;

- o computador está no dia-a-dia de todas as pessoas, logo deve ajudar no processo de ensino e aprendizagem das provas e demonstrações em Matemática, ainda que eu não saiba como;

- o uso da informática auxilia na compreensão devido aos vários programas existentes com esse fim;

- o uso do computador auxilia nesse processo através de jogos, "cálculo-programas", etc;

- essa ferramenta é muito útil no processo de ensino e aprendizagem devido à sua velocidade e recursos apresentados pelos softwares; e

- alia tecnologia com as formas abstratas da Matemática para uma melhor visualização dos conteúdos.

Verificamos que todas as respostas apontam para o favorecimento do uso de computadores na aprendizagem e formação dos indivíduos, como seres atuantes na sociedade. Apesar de todas as respostas indicarem os fatores positivos do uso da informática, como recurso pedagógico para o ensino, nenhuma delas foi objetiva quanto à sua utilização, em específico, para o processo de ensino-aprendizagem das demonstrações em Matemática.

Chamamos a atenção, novamente, ao fato de determinadas idéias já estarem impregnadas nos discursos dos professores.

As respostas encontradas na questão anterior deixam claro a existência de discursos prontos sobre determinados assuntos.

Sabemos que o emprego de computadores no processo de ensino-aprendizagem é um assunto muito discutido há alguns anos. O fato faz com que determinadas idéias sejam incorporadas ao discurso dos docentes sem que haja reflexão se esta fala “pronta” cabe ao questionamento proposto ou não. São as chamadas crenças que abordamos no subcapítulo 2.4.

Agora, apresentamos algumas informações, de modo mais detalhado de um grupo de cinco professores: Raquel, Marcelo, Pedro, Cláudia e Rogério (nomes fictícios), pois eles foram os que mais tiveram participação (assiduidade) desde o início da formação. Ainda assim, Pedro, Rogério e Cláudia deixaram de participar do projeto no final do ano por motivos pessoais. Outro professor, que também participou dos encontros desde o início foi o professor Mário, mas não compareceu no primeiro dia, logo não respondeu às questões propostas.

Os dados apresentados foram retirados dos questionários e os professores que entraram, posteriormente, não o responderam, iniciando sua participação diretamente nas discussões do grupo. Temos então, que dos cinco professores que permaneceram no projeto até o fim de 2006, três não responderam aos questionários iniciais (dois deles, porque entraram depois e o professor Mário porque não compareceu ao primeiro encontro).

Professor Pedro:

Sua idade é entre 34 e 40 anos, casado e leciona Matemática entre sete e dezoito anos. Cursou Ensino Fundamental regular e Ensino Médio técnico. Possui licenciatura plena em Matemática e graduação em Pedagogia. Está na carreira do magistério desde 1997, na rede particular e em escola pública estadual, onde não é professor de cargo efetivo.

Nos últimos três anos (2005; 2004 e 2003), teve carga horária de 47, 50 e 55 aulas semanais, respectivamente; sendo a maioria no ensino médio, como mostra o quadro, a seguir:

Quadro 3 – Carga horária do professor Pedro

	Rede pública		Rede privada	
	EF	EM	EF	EM
2005		12	15	20
2004		30		20
2003	20	10		25

Mostra disponibilidade de acesso à internet somente em casa, onde especificou que poderia realizar parte do projeto.

De acordo com suas respostas na pesquisa de opinião, o professor acredita que "um dos grandes problemas do ensino de Matemática é a falta do trabalho no que diz respeito às demonstrações", discordando de que as demonstrações sejam somente necessárias aos professores, mas também para desenvolvimento dos alunos. Além disso, afirma que os professores não têm domínio sobre o trabalho com esse conteúdo.

O professor relaciona em suas justificativas as provas e demonstrações com a linguagem e escreve que o raciocínio dedutivo serve como instrumento de comunicação e liga o aluno e o professor, o que para ele facilita a aprendizagem.

Este aspecto atribuído às demonstrações foi tratado na primeira parte de nosso trabalho e pode ser considerado como uma das finalidades do processo de demonstrar: a comunicação. Segundo De Villiers (2002), as demonstrações abrem espaço por meio da linguagem para a comunicação de resultados em um código conhecido por todos os integrantes de determinado grupo, podendo em nosso caso, servir como comunicação em linguagem matemática entre alunos e professores, ou mesmo, entre os próprios alunos.

Por fim, quanto às questões sobre o uso de computadores, como facilitadores do processo de ensino-aprendizagem, o professor Pedro relata que o seu auxílio é em razão à questão da velocidade com que pode ser trabalhada determinada situação proposta e da facilidade de dentro de uma dada situação, criar-se outra.

Discutimos esses aspectos, também, em nossa primeira parte da pesquisa, na qual declaramos que determinados resultados matemáticos seriam praticamente impossíveis de serem obtidos pelo ser humano sem o uso da tecnologia computacional, como ferramenta auxiliar. No que diz respeito ao processo de demonstração gerar outros tipos de situações, acreditamos que não só com o uso de computadores nesse processo esse objetivo seja atendido, mas em todos os processos de construção de uma demonstração, até mesmo usando lápis e papel.

Professora Cláudia:

Sua idade está entre 29 e 33 anos, casada e leciona em um período entre sete e dezoito anos. Cursou o Ensino Fundamental e Médio básico e é licenciada em Matemática. Ingressou no magistério, em 1997, e é professora efetiva da rede pública estadual, desde 2000.

Nos últimos três anos (2005; 2004 e 2003), teve uma carga horária de 45, 64 e 65 aulas semanais, respectivamente, sendo a maioria no ensino fundamental, como mostra o quadro, a seguir:

Quadro 4 – Carga horária da professora Cláudia

	Rede pública		Rede privada	
	EF	EM	EF	EM
2005	25	20		
2004	49			15
2003	40			25

Apresenta possibilidade de acesso à internet, tanto em casa como na escola.

Em suas respostas na pesquisa de opinião, declara ter dificuldade com o trabalho com demonstrações, pois não aprendeu Matemática com demonstrações no período em que estudou. Declara que esse é o mesmo problema que os alunos enfrentam, ou seja, falta o ensino de demonstrações nas aulas de Matemática.

Quanto ao conhecimento do professor, Cláudia diz que se tivesse aprendido mais sobre as demonstrações, seu trabalho seria melhor, pois entenderia melhor o que está fazendo. Por outro lado, defende que o ensino de demonstrações deveria ser realizado pelos professores mesmo em se tratando de estudos básicos.

Quanto à importância do raciocínio dedutivo, a professora novamente referiu-se à sua formação e ao pouco incentivo que teve com relação ao estudo das demonstrações durante a graduação. Destaca que, muitas vezes, fazemos as coisas "mecanicamente", sem utilizar o raciocínio dedutivo. Afirma que sempre trabalhou pouco o raciocínio dedutivo com seus alunos e que deveria fazê-lo mais.

Com relação às provas e demonstrações em Matemática, Cláudia afirma que o entendimento de alguns conceitos por meio das demonstrações facilitaria o aprendizado, pois, muitas vezes, o conteúdo é entregue pronto, o que parece fazer com que o aluno esqueça o conteúdo visto no dia seguinte. Segundo a professora, o trabalho com as demonstrações faria com que o aluno entendesse o porquê das "regras", por exemplo, e, conseqüentemente, seria mais difícil esquecer.

Nesse aspecto, relacionamos a fala da professora com a questão que, muitas vezes, um determinado conteúdo matemático auxilia no aprendizado de outros que, aparentemente, estão dissociados de significados. Para a professora Cláudia, o fato do aluno aprender a demonstrar talvez o ajudasse a entender determinados procedimentos até mesmo de conteúdos que exigissem outro tipo de estratégia.

No que diz respeito ao uso dos computadores, a professora relata que muitas demonstrações podem ser feitas geometricamente, também, o que seria facilitado pelo uso da informática como ferramenta auxiliar.

Para a professora, a questão da relação entre o uso de computadores e o processo de demonstração, ao que tudo indica, é dado pela facilidade de visualização que esse recurso oferece.

Pelo que pudermos perceber, para Cláudia, as demonstrações realizadas algebricamente, por exemplo, não seriam favorecidas pelo uso de computadores. Isto vai contra o que muitos matemáticos defendem sobre o uso desse recurso, uma vez que o emprego de computadores facilitaria o processo de demonstração, de maneira geral, garantindo a verificação de determinados resultados que seriam, talvez, inalcançáveis pelo esforço humano.

Professora Raquel:

A professora Raquel tem mais de 50 anos, é divorciada e leciona em um período entre dezenove e trinta anos. Sua formação em Ensino Fundamental e Médio foi regular. É formada em arquitetura e urbanismo, tem licenciatura em Matemática e especialização em Educação Matemática. Ingressou no magistério em 1979 e há 25 anos é efetiva no cargo em escola pública.

Não preencheu sua carga horária dos últimos três anos, apenas assinalando com um “X” para qual tipo de ensino lecionou:

Quadro 5 – Carga horária da professora Raquel

	Rede pública		Rede privada	
	EF	EM	EF	EM
2005	X	X		
2004	X	X	X	
2003	X	X	X	

Nos últimos três anos, Raquel trabalhou mais com o Ensino Fundamental do que com o Ensino Médio.

Apresenta possibilidade de acesso à internet tanto em casa como na escola e registrou disponibilidade de 5 a 10 horas semanais para o projeto.

Na pesquisa de opinião, afirmou que as demonstrações devem ser trabalhadas com os alunos para que criem o hábito de ver os temas estudados dessa maneira. Relatou também que esse tipo de conhecimento para o professor se faz necessário a partir do momento que este conhece as demonstrações e torna-se mais à vontade para desenvolvê-las em sala de aula.

Raquel justifica que a dificuldade de se trabalhar as demonstrações em sala de aula são provenientes do próprio professor, pois se ele não tiver conhecimento e entendimento pleno do assunto, não poderá trabalhá-lo com os alunos. Por outro lado, defende que se o professor iniciar um trabalho com as demonstrações poderá superar esse problema e ultrapassar os obstáculos de seu trabalho com esse tema, chegando a ter o hábito de usar as demonstrações em suas aulas.

Assim como Cláudia, Raquel, também, declara que existem dificuldades no trabalho com as demonstrações em sala de aula, mas, diferentemente de Cláudia, não coloca todo o encargo do problema sobre o processo de formação inicial: pelo contrário, afirma que se o professor iniciar um trabalho com as demonstrações, poderá superar o obstáculo vivenciado. Acreditamos que esse seja o princípio adotado pelos processos de formação que objetivam o contexto de formação de um profissional reflexivo e capaz de buscar sua autoformação.

Pela reflexão, o professor terá conscientização da importância de trabalho com determinados temas, ainda que não os domine, buscará meios de aprimorá-los pelos cursos de formação continuada, discussões, debates, etc.

Para Nóvoa (1995), a formação dos professores deve ser regida pelo desejo de formar profissionais crítico-reflexivos, que possibilite o pensamento autônomo e, como conseqüência, gere a ação de "autoformação".

Quanto à importância do raciocínio dedutivo, a professora afirma que ele "ajuda a justificar uma verdade e, por isso, se faz necessário". Na vida do aluno, Raquel afirma que o raciocínio dedutivo é importante, porque ajuda no aprendizado da argumentação e no processo de justificar as afirmações ou caminhos escolhidos para resolução de determinadas situações.

Este também é um dos objetivos defendidos pelos PCN (1998) para a inserção dos processos que envolvem o raciocínio dedutivo no Ensino Fundamental, ou seja, o processo de demonstrar inclui automaticamente o de argumentação, que constitui a base fundamental desse processo "...uma vez que a prática da argumentação é fundamental para compreensão das demonstrações." (PCN, 1998, p.86)

Em específico com relação às provas e demonstrações em Matemática, a professora relatou que esse contato seria o primeiro que o aluno teria com o raciocínio dedutivo.

Respondeu, também, que o uso de recursos tecnológicos, como os computadores, deve ser explorado no desenvolvimento da aprendizagem.

Nesse caso, a professora Raquel expôs sua opinião sobre o emprego dos computadores no processo de ensino de maneira geral e não, especificamente, em relação à demonstração em Geometria.

Professor Rogério:

Este professor tem idade entre 41 e 50 anos, é casado e leciona Matemática entre quatro e seis anos. Estudou no Ensino Fundamental e Médio regular, é licenciado em Matemática e possui complementação pedagógica. Ingressou no magistério em 2002, sendo professor de cargo efetivo na rede pública desde 2005.

Preencheu sua carga horária semanal nos últimos três anos, apenas assinalando em que tipo de ensino lecionou:

Quadro 6 – Carga horária do professor Rogério

	Rede pública		Rede privada	
	EF	EM	EF	EM
2005	X	X		
2004	X	X		
2003	X	X		

Sua disponibilidade de acesso à internet para desenvolver parte do projeto é em casa e na escola.

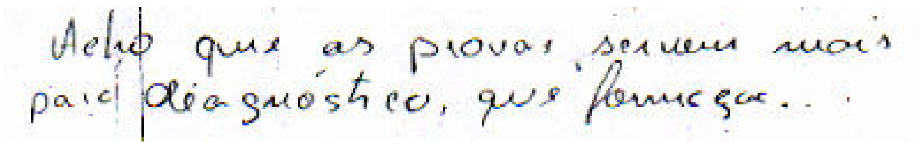
Com relação ao trabalho com as demonstrações em sala de aula, afirmou que concorda parcialmente com o fato de ser muito difícil seu trabalho na escola básica, pois algumas demonstrações não são tão difíceis de serem trabalhadas, mas existem outras que são muito complexas para serem abordadas na escola.

Nesse sentido, fazemos menção aos PCN (1998) quando afirmam que não são todas as demonstrações que devem ser trabalhadas em sala de aula, mas algumas que, possivelmente, sejam cabíveis ao nível de ensino onde estão sendo inseridas.

> [...] Embora no quarto ciclo se inicie um trabalho com algumas demonstrações, com o objetivo de mostrar força e significado, é desejável que não se abandonem as verificações empíricas, pois estas permitem produzir conjecturas e ampliar o grau de compreensão dos conceitos desenvolvidos. (PCN, 1998, p.87)

A respeito da importância do raciocínio dedutivo na vida do aluno, o professor defende que ele auxilia na autonomia do aluno com relação à sua formação matemática.

Quando questionado sobre o papel das provas e demonstrações em Matemática, o professor redigiu:


Acho que as provas servem mais para diagnóstico, que formação..

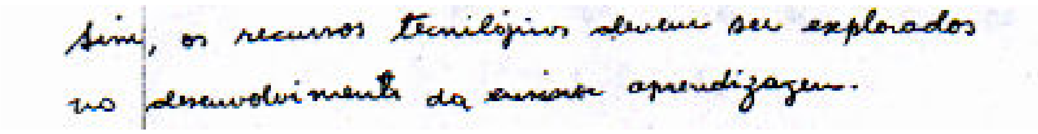
Nesta questão, entendemos que houve um equívoco por parte do professor quanto ao termo “prova”.

Isso nos leva a perceber a falta de significado desse termo no contexto das demonstrações, o que pode indicar que este conteúdo possa não ter sido trabalhado na formação desse professor e como conseqüência, provavelmente, esteja ausente em sua prática, também. Em nosso questionamento, estavam escritos os termos “prova e demonstração”, o que, nesse caso, esclarece bem ao que o termo “prova” se refere, não cabendo outro significado nesse contexto.

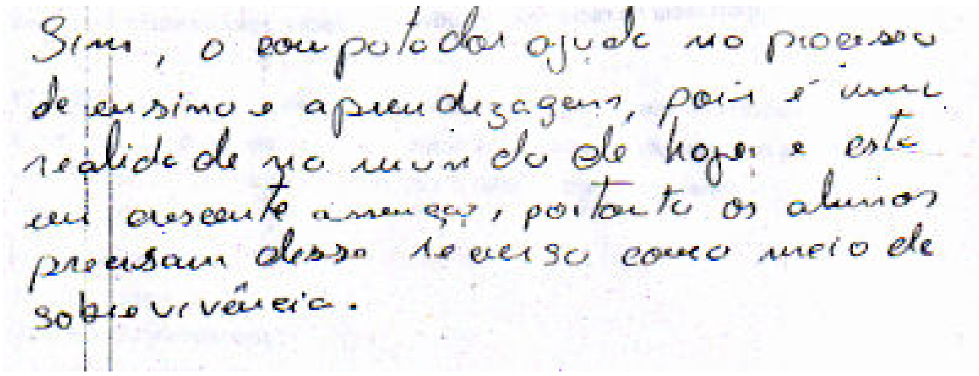
Na questão sobre o emprego de computadores no ensino de provas e demonstrações em Matemática, o professor relatou que o uso da informática é necessário nos dias de hoje e que os alunos precisam saber lidar com essas tecnologias para sua sobrevivência no mercado de trabalho e na sociedade como um todo. Em nenhum momento, o professor Rogério relacionou o ensino de provas e demonstrações com o uso de computadores.

O fato de não relacionar corretamente os dados apresentados nessa questão, não foi somente um problema do professor Rogério, pois outros também diante da questão que relaciona “uso de computadores”, “provas e demonstrações em Matemática”, não esboçaram em suas respostas a relação entre esses termos, simplesmente, comentaram sobre a influência e a necessidade, diante da sociedade moderna, de que todos os indivíduos estejam aptos a lidar com esse tipo de tecnologia, mas não necessariamente no que diz respeito ao ensino da Matemática.

Temos, como exemplo, as seguintes respostas:



Sim, os recursos tecnológicos devem ser explorados no desenvolvimento da ensino aprendizagem.



Sim, o computador ajuda no processo de ensino e aprendizagem, pois é uma realidade no mundo de hoje e esta em crescente avanço, portanto os alunos precisam desse recurso como meio de sobrevivência.

Isto nos remete novamente à idéia da existência de determinadas crenças inseridas nos discursos desses professores. Parece que existem algumas “palavras-chave” que ocasionam a manifestação das crenças. É o caso apresentado acima sobre o uso de computadores no processo de ensino-aprendizagem das provas e demonstrações em Matemática, por exemplo. Basta a questão mencionar os termos “uso de computadores” e “processo de ensino-aprendizagem” para que o restante fique de lado e, de imediato apareça um discurso pronto, voltado à formação do aluno como indivíduo atuante na sociedade, como cidadão e inserido no mercado de trabalho. Não há análise da pergunta nem reflexão sobre o questionamento!

Professor Marcelo:

Este professor tem idade entre 34 e 40 anos, é casado e leciona matemática há menos de três anos. Cursou Ensino Fundamental regular e Ensino Médio técnico. Licenciou-se em Matemática e efetivou-se no magistério público em 2004.

Nos últimos dois anos (2005 e 2004), teve carga horária de 20 e 33 aulas semanais, respectivamente, sendo todas no Ensino Médio, como mostra o quadro, a seguir:

Quadro 7 – Carga horária do professor Marcelo

	Rede pública		Rede privada	
	EF	EM	EF	EM
2005		20		
2004		33		
2003				

Apresenta possibilidade de acesso à internet em casa como na escola.

Em suas respostas na pesquisa de opinião, declarou não concordar com o fato de que as demonstrações não devam ser trabalhadas pelos professores no ensino básico, alegando que, em todos os momentos, são possíveis os trabalhos com as demonstrações, desde que elas tenham níveis compatíveis com as séries em que estiverem sendo abordadas.

Quanto ao conhecimento, o professor Marcelo disse que as demonstrações são necessárias como conteúdo específico da Matemática, pois por intermédio de uma demonstração outros conteúdos acabam sendo abordados. Marcelo relata que por meio das demonstrações, abre-se um leque ao estudo aos demais conteúdos.

Este aspecto das demonstrações foi discutido em nossa parte teórica, trata-se da questão de que uma demonstração específica sobre determinado assunto, possa proporcionar condições para levantamento de informações sobre outros assuntos também. Sabemos que uma demonstração nunca é dada por si só, pois engloba diversos conceitos prévios que são necessários para sua construção. Ainda, por meio de seu resultado, é possível que outras conjecturas sejam formadas e, posteriormente, verificadas e demonstradas.

É o caso, por exemplo, da demonstração proposta por Wiles sobre o último teorema de Fermat, sobre a qual, Gian Carlo Rota cita:

> [...] a importância da demonstração do último teorema de Fermat reside na abertura de novas possibilidades para a matemática. O valor da demonstração de Wiles não está naquilo que demonstra, mas naquilo que torna acessível, no que possibilita. (ROTA, 1997, apud DE VILLIERS, 2002, p.2)

Quanto à importância do raciocínio dedutivo, o professor afirma que existem algumas dificuldades de seu trabalho com alunos, talvez por falta de recursos didáticos e até por dificuldades próprias do professor.

Por outro lado, defende que pode e deve ser trabalhado, pois acredita que este seja um bom método para obter melhor aproveitamento e desenvolvimento dos conteúdos abordados, além de auxiliar no desenvolvimento de outros conteúdos.

Voltamos, novamente, de alguma maneira, à questão da formação inicial quando Marcelo diz que existem dificuldades no trabalho com as demonstrações em sala de aula em razão das próprias dificuldades dos professores.

Percebemos que os professores conseguem diagnosticar onde estão as possíveis falhas no ensino de determinados conteúdos. Acreditamos que esse seja um indício positivo do processo de reflexão objetivado pelos cursos de formação.

Ainda no questionário, Marcelo afirma que o estudo sobre as demonstrações não deve ser único e exclusivo, porém deve fazer parte do cotidiano em sala de aula, pois pode ser de grande valia para melhora no aprendizado.

No que diz respeito ao uso dos computadores, o professor relata que este pode auxiliar na verificação da veracidade de determinadas afirmações. Segundo ele, o papel desempenhado pela demonstração é comprovar a afirmação e o uso do computador é ilustrar da melhor maneira possível esta afirmação.

A função da verificação, também, é abordada por alguns pesquisadores no que diz respeito ao uso do computador no processo de demonstrar. Nesse caso, a partir do momento que temos a certeza da veracidade de determinada afirmação, sentimo-nos mais interessados em buscar sua demonstração. Conforme afirma

Polya (1954) citado em De Villiers (2001): “quando se está convencido de que o teorema é verdadeiro, começamos a demonstrá-lo.”

Entendemos, também, que a importância de uma demonstração não pode ser dada somente com base nesse aspecto, afinal, a verificação é uma das importâncias atribuídas ao processo de demonstrar e não a única.

3.2.2 – Questionário-diagnóstico – 2ª parte (diagnóstico a priori)

Neste questionário (anexo II) são apresentadas questões envolvendo o conceito de demonstração e, solicitam a opinião do professor com relação às situações-problema apresentadas.

Faremos um apanhado geral das idéias mais relevantes de cada um dos cinco professores que destacamos em nossa análise. Com estes dados, temos o objetivo de traçar um perfil individual dos participantes mais assíduos do projeto.

Professor Pedro:

Na primeira questão, quando foi solicitado que redigisse com poucas palavras o significado atribuído aos termos hipótese e tese de um teorema, o professor escreveu:

Hipótese: algo que imagino que exista;

Tese: é o momento em que eu provo, o que anteriormente imaginava que existisse.

Para este professor, o conceito de hipótese trata-se da suposição de uma verdade, e a tese engloba o momento da construção de uma demonstração e não aonde se quer chegar com a demonstração.

Ainda que o professor tenha definido, segundo seu conhecimento os conceitos de hipótese e tese de um teorema não conseguiu obter corretamente essas informações do enunciado do teorema proposto na segunda questão, definindo que:

A hipótese do teorema é: duas retas formam ângulos correspondentes; e

A tese do teorema é: duas retas paralelas são cortadas por uma transversal.

Na próxima questão, em que as respostas corretas esperadas pelo professor deveriam ser destacadas, Pedro relatou que a resposta que ele esperava como correta de seus alunos, seria a mesma dada por ele, ou seja, o professor resolve determinada questão e a considera como correta se seus alunos conseguirem responder como ele.

Outro ponto interessante mostrado no questionário desse professor foi a grande preocupação com o desenvolvimento de várias representações de um mesmo objeto. Em muitas de suas respostas, encontramos o desejo da necessidade do uso da linguagem natural com a linguagem figural e algébrica.

Por outro lado, em uma de suas respostas, acredita que o aluno não consiga visualizar a questão proposta no enunciado do problema, ou seja, embora defenda o uso de variadas representações na construção do saber, também afirma que, existe a impossibilidade de construção de algumas dessas representações pelo aluno.

Na questão sobre como avaliar uma demonstração apresentada por um aluno, o professor posicionou-se de modo a evidenciar que ele mesmo não havia pensado na situação da mesma maneira que o aluno. Não sabemos se esta foi a razão, mas o professor não avaliou a demonstração proposta na questão, simplesmente, comentou sobre o desenvolvimento apresentado pelo aluno, não se colocando quanto à avaliação da demonstração.

Já na próxima questão, em que foi apresentada uma situação envolvendo um contra-exemplo, o professor Pedro afirmou que ele mesmo construiria um esquema, como o apresentado pelo aluno para $n = 1$, $n = 2$ e $n = 3$ e diria que a afirmação proposta é verdadeira.

Observamos com a resposta obtida que a veracidade de uma afirmação poderia, possivelmente, ser defendida pelo professor Pedro, somente, usando-se alguns exemplos numéricos, ou seja, a resolução apresentada pelo aluno seria, pelo professor Pedro, realmente, aceita como uma demonstração.

No final da questão, o professor “elogiou” o pensamento do aluno ao perceber que substituindo n por 41, anularia o outro 41, restando apenas 41^2, que não é um número primo.

O fato leva-nos a perceber a falta de conhecimento por parte do professor do que vem a ser uma demonstração matemática. Verificamos isto quando o professor dá a entender que apenas utilizando alguns números e verificando alguns casos, se pode afirmar a veracidade de um teorema ou propriedade.

Por fim, na última questão, Pedro afirmou que para ele os conceitos de “demonstração”, “prova” e “argumentação” têm o mesmo significado em Matemática.

Este é mais um indício que esse conteúdo não deve ser atuante na vida profissional desse professor nem deve fazer parte dos conhecimentos específicos sobre a disciplina que leciona.

Quanto à diferenciação entre os conceitos de “prova” e “demonstração”, sabemos que muitos especialistas não entram em acordo com relação à definição desses conceitos. Por isso, adotamos as definições propostas por Balacheff (1982), assim, entenderíamos se os professores ao responderem a questão dissessem que esses termos têm a mesma definição e as mesmas características, pois têm mesmo para alguns autores (GARNICA, 1995, por exemplo), mas, quanto ao termo “argumentação”, acreditamos que há grande diferenciação entre esse termo e os demais propostos, não cabendo confusão nesse caso.

Professora Cláudia:

Inicialmente, na questão sobre os conceitos de hipótese e tese, a professora Cláudia, escreveu:

Hipótese: algo que ainda precisa ser comprovado para ser considerado verdade;

Tese: uma “hipótese” que já foi comprovada e está sendo demonstrada, mas já é verdadeira.

Existem muitos erros nas respostas obtidas nesta segunda parte do questionário, sobretudo com relação a distinção entre os termos “hipótese” e “tese”. Alguns desses erros podem ser justificados com a utilização de expressões inadequadas, o que impede o entendimento daquele que lê a resposta dada. Mas, ainda, podemos perceber que maiores do que os erros de expressão são os erros conceituais, o que realmente intensifica que os cursos de formação inicial não estão dando conta de suprir as necessidades de ensino de determinados conteúdos ou, ainda que muitos desses conteúdos devem ser omissos em determinados cursos de formação.

Uma das professoras participantes, que não respondeu a esses questionários, pois entrou com o projeto em andamento, relatou durante os encontros, que todo o aprendizado sobre as demonstrações era novidade para ela, pois em seu curso de formação, licenciatura em Matemática, com duração de quatro anos em universidade particular da região da Grande São Paulo, nunca havia estudado as demonstrações, nem ao menos discutido os processos existentes.

Na próxima questão, que solicitava que Cláudia identificasse a hipótese e a tese do teorema enunciado, obtivemos a seguinte resposta:

A hipótese do teorema é: se duas retas paralelas são cortadas por uma transversal, então, formam ângulos correspondentes congruentes; e

A tese do teorema é: se duas retas formam ângulos correspondentes congruentes ao serem cortadas por uma transversal, então, são paralelas.

Ao fim da questão, a professora redigiu as seguintes expressões: “é confuso!” e “parece que basta mudar a ordem escrita que a frase que é hipótese vira tese!”

Neste momento, notamos confusão nos conceitos de hipótese e tese para a professora. Ainda que tenha esboçado uma definição na primeira questão para esses conceitos, depois de tentar citar suas definições em prática e retirar essas informações do teorema, a professora ficou extremamente confusa, como mostram suas exclamações.

Nessa questão, Cláudia registrou um comentário relatando que, normalmente, os alunos recebem os conteúdos de Matemática de maneira pronta e que seria muito bom se refletissem sobre esses mesmos conceitos, antes de trabalharem efetivamente com eles. Ela se referia ao uso de demonstrações nas aulas de

Matemática, dizendo que os conteúdos são ensinados de maneira pronta, sem a explicação do porquê de serem assim ou sem a demonstração de como se formam ou porque são sempre verdadeiros.

Em outra questão, a professora novamente mostrou o desejo de proporcionar o processo de reflexão a seus alunos. Esboçou ainda o desejo de ver seus alunos interpretando a situação solicitada de maneira figural e natural. Por outro lado, defendeu o ensino de algumas propriedades por meio de exemplos, como se alguns fossem o suficiente para mostrar a veracidade de determinadas propriedades.

Vemos também que, assim como o professor Pedro, ela também faz menção ao uso de variadas linguagens no processo de ensino-aprendizagem (figural e natural).

Com o decorrer dos encontros, pudemos conhecer um pouco mais sobre a vida de cada um dos professores e, mesmo tendo como fonte de dados as conversas informais na hora do café, descobrimos que tanto o professor Pedro como a professora Cláudia estavam participando de um curso de especialização proposto pela SEE (Secretaria Estadual de Educação) e a PUC/SP.

Diante desta informação, compreendemos, talvez, o porquê do aparecimento de algumas falas nos discursos desses professores, como é o caso do papel da linguagem e das diversas maneiras de representação que foram mencionadas em suas respostas. Esses tópicos, provavelmente, haviam sido trabalhados no curso de especialização e passaram a fazer parte do discurso desses professores.

Este é um aspecto muito bom, pois nos leva a acreditar que houve assimilação diante da problemática de se trabalhar com variadas linguagens e representações, como defende Duval (1999), por exemplo.

Na questão envolvendo a soma dos n primeiros números naturais ímpares, Cláudia escreveu que ela mesma nunca teria chegado à conclusão de n^2 como o aluno hipotético pensou. Nesta questão, a professora não deixou claro se a resposta dada pelo aluno poderia ser considerada, como uma demonstração ou não.

Já na questão em que se solicitava que a professora avaliasse o contra-exemplo fornecido pelo aluno, Cláudia afirmou que o raciocínio apresentado estava correto e, assim, justificava corretamente que a afirmação é falsa. No entanto, mais uma vez afirmou que não pensaria da mesma maneira.

Quanto a seu entendimento sobre a diferenciação entre as noções de demonstração, prova e argumentação em Matemática, a professora escreveu que, em sua opinião, as três noções têm a mesma finalidade na Matemática e que, por isso, não há diferenciação entre eles. Segundo ela, essa finalidade seria a “de comprovar algo que na Matemática, geralmente, é colocado como hipótese.”

Novamente, voltamos a relatar que acreditamos que haja grande diferenciação entre as noções de prova, demonstração e argumentação. Ainda que os professores pensassem ao responder esta questão por analogia e fizessem referência ao significado desses termos no dia-a-dia, certamente, não relacionariam estas três noções com igualdade de definições e funções.

Professora Raquel:

Na primeira questão, suas respostas foram bem diretas e objetivas. Para as noções de hipótese e tese, escreveu:

Hipótese: é o que pode ser;

Tese: o que se quer demonstrar.

Percebemos que as definições propostas pela professora Raquel, são as primeiras até o momento que mais se aproximam de serem corretas, embora sejam bem simplificadas. Talvez, essa simplificação na hora de definir seja o fator crucial entre a aproximação dessas definições e das definições corretas.

Quando solicitada para que separasse as hipóteses e a tese do teorema, a professora sentiu dificuldades e afirmou que esperaria de seus alunos o mesmo tipo de reação, pois ela mesma estava tendo dificuldades para reconhecer, o que é uma hipótese, e uma tese. Relatou ainda não ter experiência com demonstrações em sala de aula, mas, que sua aplicação em sala seria muito útil para criar o hábito de reflexão e argumentação no aluno.

Sua segunda questão ficou da seguinte maneira:

A hipótese do teorema é: retas paralelas cortadas por uma transversal, então, formam ângulos correspondentes congruentes; e

A tese do teorema é: se ângulos correspondentes são congruentes.

A professora Raquel, em razão de sua resposta apresentada na primeira questão, deve possuir alguns conhecimentos sobre o processo de demonstração, mas ainda, assim, sentiu muita dificuldade no momento de colocar em prática seus conhecimentos e identificar no enunciado do teorema a hipótese e a tese.

Na questão seguinte (Questão 3), a professora escreveu que se seus alunos utilizassem uma régua para encontrar o menor caminho, esta solução seria válida, pois, de alguma maneira eles encontrariam a solução, independente da maneira como o fizessem.

Relacionamos a idéia apresentada pela professora Raquel nessa questão com a opinião de alguns especialistas ao defenderem que, o que realmente importa, não é o meio utilizado para descobrir a solução de um determinado problema, mas encontrar a solução procurada.

Percebemos esta questão com base no que cita De Villiers (2002), quando classifica dois tipos de matemáticos: os “solucionadores de problemas”, que acreditam que o mais importante seja a resolução de situações, não precisando fazer uso de uma regra geral para isto e os “construtores de teorias”, que defendem o uso de uma regra geral que possa ser aplicável para outros problemas, posteriormente.

De acordo com a resposta que obtivemos da professora Raquel para a questão proposta, podemos enquadrá-la na categoria citada por De Villiers (2002) como “solucionadora de problemas”, em que ela não estaria preocupada com a validade matemática do processo de resolução que levou à resposta dada por seu aluno, mas sim independente do raciocínio utilizado, que a solução fosse encontrada.

Na próxima questão (Questão 4), em que é apresentada a demonstração proposta por um aluno sobre a soma dos n primeiros números naturais ímpares, a professora Raquel discordou de que se tratasse de uma demonstração, alegando que faltavam argumentos para justificar que sempre a proposição seria verdadeira.

Em determinado momento, percebemos que a professora considera satisfatório o uso de um instrumento, como a régua, para justificar a veracidade de um resultado e, em outro, não considera o uso de alguns exemplos como satisfatórios para a generalização de uma idéia e levanta a questão de que faltam argumentos, para que o que foi exposto torne-se uma demonstração.

Verificamos que ora a professora age como um tipo de especialista “solucionador de problemas”, como na Questão 3 e ora como “construtor de teorias”, como na Questão 4.

Na questão em que o aluno apresenta um contra-exemplo, a professora Raquel afirma que consideraria correta a resolução apresentada pelo aluno, dizendo que um contra-exemplo foi um argumento suficiente, para que a conjectura inicial fosse considerada como falsa.

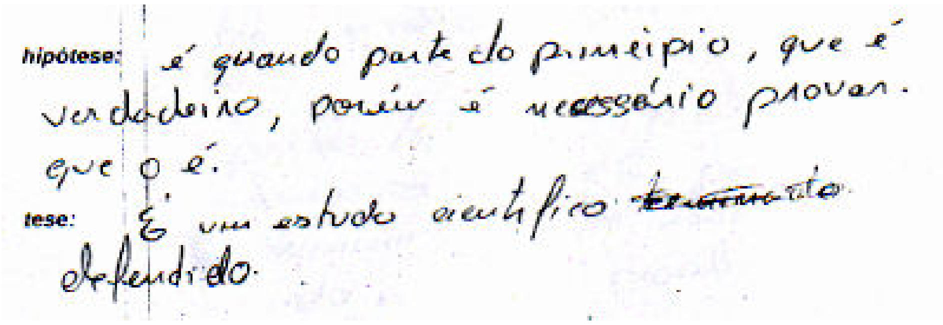
Nossas expectativas com relação a esse questionamento, foram alcançadas na resposta dada por Raquel, pois a professora conseguiu com objetividade esclarecer que basta que seja dado um contra-exemplo, para que determinada afirmação seja considerada falsa.

Quando questionada sobre a definição dos conceitos de demonstração, prova e argumentação em Matemática, a professora afirmou que estas três noções têm diferentes significados e explicou com suas palavras: “a demonstração é o caminho usado de maneira adequada para se provar se uma afirmação está correta ou falsa, e as argumentações são as justificativas para convencer a demonstração”.

De acordo com as idéias apresentadas nesta questão, verificamos que a professora Raquel tem conhecimentos sobre as demonstrações e os termos relacionados a esse processo. Foi a primeira pessoa até o momento que afirmou haver diferenciação entre essas três noções, ainda que sua definição para prova e demonstração não fosse tão evidente em sua resposta.

Professor Rogério:

Na primeira questão, obtivemos as seguintes respostas para a definição de hipótese e tese:


hipótese: é quando parte do princípio, que é verdadeiro, porém é necessário provar que o é.

tese: É um estudo científico ~~[illegible]~~ defendido.

Nesta questão, notamos que o professor confundiu as noções de tese em uma demonstração e uma tese de doutorado, por exemplo. Destacamos, também, que esse mesmo professor, outrora na parte inicial do questionário confundiu o sentido do termo “prova” em um questionamento sobre o processo de provas e demonstrações em Matemática, com o termo “prova” relacionado ao processo de avaliação.

O fato intensifica o possível desconhecimento que o professor tem sobre as demonstrações em Matemática, o que nos leva novamente a refletir sobre os cursos de formação inicial e sobre a verdadeira formação que tem sido dada aos futuros profissionais.

Na segunda questão, o professor identificou da seguinte maneira a hipótese e a tese do teorema proposto:

A hipótese do teorema é: se duas retas paralelas são cortadas por uma transversal; e

A tese do teorema é: se duas retas formam ângulos correspondentes congruentes ao serem cortadas por uma transversal, então, são paralelas.

Com base na definição apresentada pelos professores na primeira questão, acreditamos que eles identificariam a hipótese e a tese do enunciado do teorema proposto na segunda questão. Assim, nosso questionamento diante do quadro exposto pelo professor Rogério é o seguinte: se ele definiu uma tese como “um estudo científico defendido”, como pôde então relacionar a tese do teorema na segunda questão com a definição que apresentou para esse termo?

Supomos que a primeira idéia que surgiu referente à noção de “tese” para o professor tenha sido seu significado relacionado ao produto final de uma pesquisa científica. Mas, quando esteve frente a um problema estritamente matemático em que era solicitado que identificasse a tese do enunciado de um teorema, sua definição inicial para esse termo foi perdida. Ainda assim, o professor não retornou para corrigir a definição apresentada inicialmente.

Nas respostas dadas pelo professor Rogério, percebemos grande interesse em proporcionar a seus alunos questões em que eles pudessem refletir, analisar e interpretar as situações. Assim, ele afirmou que atividades como as que foram propostas no questionário, podem ser de grande valia em sua sala de aula.

Na questão apresentada sobre a demonstração para a soma dos n primeiros números naturais ímpares, o professor Rogério afirmou que a solução apresentada pelo aluno estaria correta de seu ponto de vista. Segundo ele, $n = 1$, $n = 2$ e $n = 3$ bastariam para generalizar a propriedade. De maneira análoga, considerou como correto o raciocínio apresentado pelo aluno na questão do contra-exemplo.

Para o professor, percebemos que tanto a veracidade de uma afirmação ou sua negação pode ser justificada da mesma maneira, ou seja, pela utilização de exemplos ou de casos particulares.

Na última questão, Rogério respondeu que há diferença entre as noções de demonstração, prova e argumentação em Matemática, dizendo que temos uma demonstração, quando falamos de um estudo terminado, concretizado e uma prova quando partimos de uma hipótese para chegar ao resultado esperado. Embora o professor afirme que há diferenciação entre esses três termos e distinga o processo de prova do de demonstração, não mencionou o que vem a ser a argumentação nesse processo.

Comparando esta definição com a apresentada pela professora Raquel, percebemos que seus raciocínios seguiram rumos inversos ao tentar diferenciar prova, demonstração e argumentação. Para a professora Raquel, a demonstração engloba os caminhos de maneira adequada, para que se prove determinada afirmação, por meio de argumentações. Já para o professor Rogério, a prova parte da hipótese e tem o objetivo de chegar ao resultado esperado. Para ele, quando temos os resultados acabados, temos uma demonstração.

Professor Marcelo:

Na primeira questão, definiu hipótese e tese como:

Hipótese: questionamento sobre o tema em relação à mudança de uma ou mais variáveis; e

Tese: conhecimento que se tem sobre determinado tema.

Com estas respostas, percebemos que o professor Marcelo tem idéias confusas para definição dos termos hipótese e tese. Aparentemente, suas idéias fogem completamente da resposta correta.

Como já discutimos, muitas das respostas obtidas nesses questionários não são claras de modo que sua compreensão real torna-se muito complexa. Assim, muitas de nossas interpretações foram realizadas colocando-nos no lugar desses professores e tentando entender, o que foi escrito por eles.

Na segunda questão do questionário, o professor Marcelo respondeu de maneira a defender o ensino do termo “recíproco” para os alunos com o objetivo de facilitar a compreensão e atentar para o fato de que uma demonstração, algumas vezes, pode ser feita pelo “caminho inverso”. Além disso, apresentou a seguinte identificação da hipótese e tese do teorema proposto no enunciado da questão:

A hipótese do teorema é: se duas retas paralelas são cortadas por uma transversal, então, formam ângulos correspondentes congruentes; e

A tese do teorema é: se duas retas formam ângulos correspondentes congruentes ao serem cortadas por uma transversal, então, são paralelas.

Apesar do professor mencionar o fato de que o significado de “recíproco” deveria ser trabalhado com os alunos, de modo que facilitasse a compreensão, o próprio professor acabou confuso com esse termo. Nesta questão, segundo o professor Marcelo, a palavra chave que definiria quem seria a hipótese e a tese era justamente o termo “recíproco”.

Na quarta questão, sobre a demonstração da soma dos n primeiros números naturais ímpares, o professor afirmou que esta estaria correta e que o aluno que a apresentou tem bons conhecimentos e um bom desenvolvimento de seu raciocínio lógico.

Temos, então, que para esse professor a veracidade de uma conjectura pode ser obtida por meio de alguns exemplos numéricos válidos.

Na próxima questão, elogiou, também, o uso de argumentos corretos utilizados pelo aluno e afirmou novamente que este aluno possui bons conhecimentos e raciocínio lógico desenvolvido.

Quanto ao uso de exemplos e contra-exemplos, segundo as respostas fornecidas pelo professor, o uso de exemplos vale para afirmar a veracidade de uma conjectura, tanto quanto o contra-exemplo vale para afirmar sua falsidade.

Com relação às noções de demonstração, prova e argumentação, o professor Marcelo afirmou que esses termos não têm o mesmo significado, porém têm significados próximos e que se complementam. Definiu demonstração como o que apresenta o funcionamento de determinados temas e prova como uma amostra do funcionamento desses temas, quando as variáveis são alteradas. No caso da argumentação, esta seria o levantamento das hipóteses que ajudam a trabalhar no processo de prova e demonstração, criando um elo entre esses conceitos.

Concordamos com a idéia apresentada pelo professor ao dizer que as três noções relacionam-se e complementam-se. Mas, percebemos novamente muita confusão em suas definições ao expressar suas idéias na linguagem escrita.

Durante a análise de seu questionário, notamos que o termo “variáveis” está presente em algumas de suas respostas. Entendemos que essa expressão não esteja inserida de maneira correta nas definições apresentadas, mas trata-se, possivelmente, de um termo já impregnado em seus discursos.

Diante das análises que fizemos das respostas obtidas na aplicação dos questionários a um grupo de professores de Matemática, podemos escrever sobre nossa primeira questão de pesquisa: *Quais são os discursos e conhecimentos iniciais sobre demonstração em Matemática apresentados pelos professores participantes do projeto “O raciocínio dedutivo no processo ensino-aprendizagem da Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental?”*

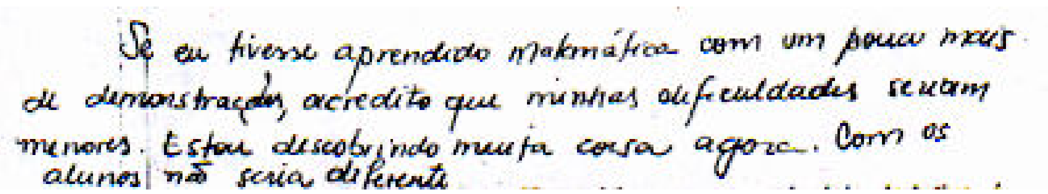
Ainda que a resposta que obtivemos não possa ser definitiva, pois trata-se de nossa interpretação pessoal à luz dos suportes teóricos que adotamos, registraremos a que conclusões chegamos.

A análise dos questionários que realizamos nos leva a inferir que os conhecimentos trazidos sobre demonstrações em Matemática por esse grupo de professores são superficiais e não correspondem a um conhecimento específico sobre o tema.

Pareceu-nos que a maioria deles já havia trabalhado com os processos de demonstração em algum momento de sua formação inicial, mas, que esse trabalho não foi o suficiente para garantir que esse tema fosse habitualmente trabalhado em sala de aula. Por outro lado, em algumas respostas encontramos afirmações referentes à importância desse trabalho na escola básica, o que nos faz pensar que a superação das dificuldades no aprendizado das demonstrações possa proporcionar seu trabalho em sala de aula.

Percebemos, também, que o fato de haver dificuldade de trabalho com as demonstrações em Matemática por esses professores pode ser, por eles, justificado pela baixa qualidade dos processos de formação. Em algumas das respostas analisadas, encontramos a culpa sobre as dificuldades inteiramente sobre os processos de formação, como se estes tivessem que suprir todas as dificuldades do professor de Matemática, tanto pedagógicas como específicas.

Como exemplo deste, apresentamos o seguinte discurso:


Se eu tivesse aprendido Matemática com um pouco mais de demonstração, acredito que minhas dificuldades seriam menores. Estou descobrindo muita coisa agora. Com os alunos não seria diferente

Sabemos da carência de algumas formações e da existência de cursos de licenciatura de má qualidade, mas não podemos concordar com a fala de alguns dos professores que justificaram a dificuldade do trabalho com as demonstrações no ensino básico em razão da má formação que tiveram.

Acreditamos que o objetivo principal dos cursos de licenciatura não seja só o de suprir necessidades de conteúdo específico dos professores, mas sim formar profissionais críticos e reflexivos que busquem por si próprios condições e aprendizados necessários para sua melhor formação. Isto é o que discutimos em nossa parte teórica sobre a competência que o profissional deve ter de gerar sua autoformação, como defende Perrenoud (2001).

Outro aspecto que encontramos em algumas das respostas analisadas diz respeito aos discursos impregnados de termos utilizados, muitas vezes, por especialistas em educação e, como conseqüência, por órgãos públicos também.

Sabemos que as teorias educacionais chegam às escolas, muitas vezes, “de cima para baixo”, ou seja, são impostas e devem ser cumpridas, para que o profissional se adeque às mudanças propostas. Assim, acreditamos na existência de alguns termos-chave que agem como as crenças e passam de discurso para discurso, ou melhor, de pessoa para pessoa e, automaticamente, inserem-se na fala dos professores sem que haja efetiva reflexão sobre seu uso e significação.

O fato pôde ser facilmente verificado na última questão do primeiro questionário, em que se pedia que o professor opinasse sobre a relação do uso de computadores no processo de ensino-aprendizagem das demonstrações em Matemática. Dos treze questionários analisados, somente dois deles apresentaram referências às provas e demonstrações nessa questão (professora Cláudia e professor Marcelo), os demais referiam-se ao uso da informática na vida do aluno quanto à formação de cidadãos atuantes na sociedade e inseridos no mercado de trabalho.

Acreditamos que o fato seja justificado em razão do uso de termos-chave na formulação da questão (“uso de computadores” e “processo de ensino-aprendizagem”). A junção desses termos na questão faz com que, aparentemente, o restante da questão seja deixado para segundo plano e um discurso pronto venha à tona.

Quanto aos conhecimentos específicos, percebemos que alguns professores aproximam-se muito dos conceitos corretos e, outros, afastam-se completamente, dando justificativas, que em nada condizem com o questionamento. Acreditamos que esta seja uma “estratégia” para não expor a deficiência de conhecimento por meio de erros conceituais e, ao responder de maneira confusa, deixe que o leitor faça sua própria interpretação.

Para nós, os resultados obtidos com esses questionários e com os de tantas outras pesquisas só vêm reforçar a necessidade da formação de profissionais mais críticos que tenham interesse em buscar os conhecimentos que, muitas vezes, não puderam ser obtidos amplamente em suas graduações. Assim, devem ser indivíduos reflexivos e, também, possuidores de entusiasmo, prontos para encarar aquilo que não sabem e buscar novas formações.

Para Dewey (1989), o entusiasmo é uma das principais atitudes que um profissional de ensino deve ter.

> [...] entusiasmo: é a vontade que deve estar predisposta no professor e que tem a finalidade de encarar as atividades propostas com curiosidade, vontade de renovar e de lutar contra a rotina, por exemplo. (DEWEY, 1989 apud GARCIA, 1995, p.62)

Como conseqüência da falta de reflexão quanto ao papel fundamental de um curso de formação e da função de um educador em sala de aula, concluímos que as demonstrações, de maneira geral, realmente têm sido pouco ou nada trabalhadas nas escolas, pelo menos, nas salas de aula dos professores que responderam ao nosso questionário. Mas, sua falta de aplicação em sala de aula não é em razão da falta de interesse do professor, mas sim pelo fato de não se ensinar algo que não se sabe, que não se tem domínio!

3.3 - A escolha da professora Raquel

Como o foco dos encontros desde o mês de maio de 2006, estava no estudo das demonstrações geométricas, escolhemos observar somente aulas de Geometria, a fim de responder nossa segunda questão de pesquisa: *A participação desses professores no projeto refletiria em que tipos de mudanças na prática em Geometria?*

Diante do objetivo, solicitamos permissão para realizar algumas observações nas aulas dos professores observados, mas encontramos alguns impedimentos para isto. Alguns disseram que os demais conteúdos estudados estavam com o andamento atrasado e que não teriam tempo de trabalhar com Geometria. Outros que não tinham aulas de Matemática nesse ano, trabalhando somente com aulas de Física e Oficina Curricular nas escolas de período integral. Apenas a professora Raquel afirmou que trabalharia com Geometria em suas aulas e aceitou que as observássemos.

Com relação às justificativas apresentadas por parte do grupo de professores, destacamos que respostas semelhantes aos “estudos envolvendo álgebra, pedem maior espaço de tempo de aplicação, o que impede o ensino de Geometria”, foram tratadas em nossa parte teórica e são enquadradas como crenças existentes nos discursos de alguns professores que foram sujeitos da pesquisa de Manrique (2003).

As observações ocorreram no início do mês de novembro em uma escola pública estadual da região de Guarulhos. As aulas ocorreram no período da manhã para três turmas de 8ª séries (9º ano, atualmente). Ao todo, fizemos 18 horas de observação em aulas de Geometria da professora Raquel.

Nos encontros, durante a formação, verificamos que a participação da professora Raquel era uma das mais influentes, pois sempre fazia boas observações durante as discussões propostas pelas formadoras e expunha suas idéias aos demais, colocando suas demonstrações na lousa e discutindo com o grupo suas conclusões.

Outro fato interessante que pôde ser verificado, foi o desenvolvimento da professora Raquel durante o projeto e a melhora em sua fala e escrita com relação às demonstrações.

Este tipo de desenvolvimento não foi só significativo com relação à professora Raquel, mas também com relação a todos os demais participantes. Obviamente, cada professor é um indivíduo e todos os progressos não podem ser igualmente relatados.

Acreditamos que esse desenvolvimento significativo contribua para a inserção desses conhecimentos em sala de aula, pois pensamos que a aquisição de confiança em determinados assuntos provoca o desejo de modificar atitudes na prática.

Deste modo, a Matemática ensinada nas escolas deveria conter a retradução dos saberes vistos na formação, seja inicial ou em nosso caso, continuada. Neste sentido, a reflexão proposta por Shulman (1986) se faz necessária. A partir do momento que o professor cuidadosamente reflete sobre as relações entre os saberes da formação e os saberes da prática, a Matemática escolar surge como resultado, o que não deve aparecer como uma lista de conteúdos a serem ensinados, mas como a incorporação dos saberes operados pelo professor.

3.4 - Observações das aulas da professora Raquel

Primeiramente, de posse de uma carta de apresentação (anexo III), dirigimos-nos à escola localizada na região de Guarulhos e obtivemos autorização para fazer observações em algumas aulas de Matemática da professora Raquel. A escola foi bastante receptora, o que facilitou nossa permanência no local.

No início, tanto a professora como os alunos sentiram-se incomodados com nossa presença, mas sabemos que esse tipo de ocorrência é natural em um processo de observação e, com o tempo, esse obstáculo vai sendo superado. Destacamos que nosso interesse não era analisar a desenvoltura da professora ou a atitude dos alunos em sala de aula, mas verificarmos se alguns princípios trabalhados durante a formação foram incorporados nos discursos e atitudes dessa professora.

Iniciamos nossas observações quando a professora estava encerrando um estudo sobre teorema de Tales, corrigindo exercícios e tirando dúvidas sobre a matéria estudada. Posteriormente, a professora Raquel iniciou um estudo sobre a semelhança de figuras planas.

Em geral, os exercícios que foram trabalhados em sala de aula e que estavam sendo corrigidos, quando iniciamos nossas observações, envolviam tradicionais feixes de paralelas cortadas por transversais ou situações mais contextualizadas, envolvendo trechos de mapas de ruas, nos quais os alunos deveriam encontrar as medidas dos segmentos desconhecidos.

Baseados nos estudos que realizamos em nossa parte teórica, podemos relacionar as atitudes da professora Raquel com o aprendizado que ela teve como aluna, seja na escola básica ou na formação inicial. De acordo com a pesquisa de

Barrantes e Blanco (2006), as recordações que os professores têm sobre a abordagem de determinados assuntos influenciam em sua vida profissional, o que faz com que suas recordações acabem tendo mais peso nas suas atitudes do que as suas expectativas de mudanças.

As recordações e a maneira como aprenderam a trabalhar com determinados temas, justificam a resistência existente com relação à aprendizagem de novas abordagens de trabalho. Segundo Hernández (1998), a formação que os professores receberam quando alunos é um dos fatores que causa resistência quanto à adesão de mudanças.

O fato pôde ser verificado em pesquisas como as de Pavanelo, 1989; Passos, 2000; Nacarato, 2002 e Manrique, 2003, por exemplo. Nestas pesquisas, há indícios de que o ensino de Geometria, de maneira geral, é limitado no Ensino Fundamental somente no reconhecimento de figuras geométricas e cálculos de perímetros e áreas, o que possivelmente reflete a formação que os professores tiveram como alunos.

Não verificamos nenhum outro tipo de exercício relacionado ao teorema de Tales, mas percebemos freqüentemente no diálogo entre a professora Raquel e seus alunos os questionamentos: “Por quê? Como? E se fosse assim...?” Estes questionamentos geravam um processo de argumentação coletiva na sala de aula, fazendo com que os alunos completassem as idéias apresentadas por outros colegas às questões propostas e debatessem sobre suas opiniões.

Inicialmente, a argumentação oral foi utilizada pela professora Raquel, mas, à medida que os alunos esboçavam suas idéias e as justificavam de maneira correta, a professora sugeria que representassem por escrito, o que haviam argumentado oralmente.

No momento, em que os alunos eram estimulados a argumentar oralmente, trocavam idéias e completavam os discursos dos colegas de maneira a formar uma solução final à questão em discussão. Sentiam-se motivados para participar da discussão, mas, quando precisavam redigir sozinhos a resolução do exercício, não obtinham sucesso. Os termos corretos faltavam e a ordem dos pensamentos parece que se perdia.

Quando esta dificuldade era percebida pela professora, ela passava a auxiliar seus alunos, questionando-os sobre suas dúvidas e fazendo-os lembrar de situações parecidas, que já tinham sido estudadas e que pudessem auxiliar na resolução do novo exercício. Em nenhum momento, a professora Raquel dirigiu-se a seus alunos “entregando” pronta a resposta.

Depois que todos tentavam redigir a resolução da questão, Raquel corrigia a atividade proposta na lousa, colocando todas as informações necessárias para sua resolução.

A questão da dificuldade no processo de passagem da argumentação oral para a escrita foi tratada por Duval (1999) que afirma que a passagem do modo de expressão oral ao modo de expressão escrita apresenta sérias dificuldades, pois requerem uma “reestruturação” de expressão.

Além dos questionamentos realizados pela professora Raquel durante a discussão de um problema, encontramos também em seus discursos referências quanto à importância da representação figural de uma situação. Ela disse a seus alunos que um objeto pode ser representado de diversas maneiras, como na linguagem natural, oral ou escrita e, até mesmo, por meio de uma figura.

A professora enfatizou ainda que o desenho representativo de um objeto é apenas uma representação desse objeto e que sua função é facilitar a identificação de propriedades e a visualização clara do problema e que, por isso, não podemos nos deixar levar pela figura.

A questão sobre a representação de uma determinada situação por meio de uma figura foi bastante discutida nos encontros em que a professora participou, pois, muitas vezes, os professores acreditavam na existência de certas propriedades somente porque a figura construída fazia com que essas propriedades parecessem verdadeiras. Por outro lado, houve momentos no decorrer da formação em que a figura esboçada não ajudava a enxergar as propriedades verdadeiras em razão de sua má construção.

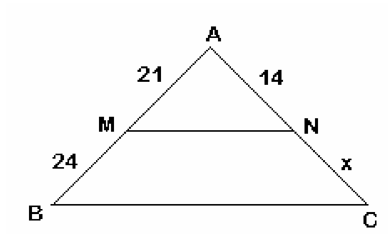
Diante do que foi exposto, podemos verificar que houve, de alguma maneira, apropriação de conteúdos abordados nos encontros e que passaram a fazer parte do discurso da professora em sala de aula. Acreditamos que esse seja o primeiro indício das mudanças ocorridas.

Em razão do pouco tempo que permanecemos na escola, não pudemos verificar se a incorporação da necessidade do uso das diversas representações de um mesmo objeto, só foi usada no discurso da professora ou também passou a ser utilizada na resolução de problemas diversos. Nas situações que observamos, notamos que os exercícios eram propostos, de maneira geral, com base em um enunciado único em que os dados eram fornecidos, usando-se a linguagem simbólica e, posteriormente, era também empregada a linguagem figural desses dados. Por meio dessas informações, os alunos deveriam partir para a resolução do problema proposto.

Normalmente, os exercícios propostos deveriam levar os alunos a encontrar a medida desconhecida de um ou mais segmentos. Um exemplo desses exercícios pode ser verificado no enunciado abaixo proposto em 06/11/2006:

Nos triângulos seguintes, determine a medida x indicada:

a) MN // BC



b) RS // AB

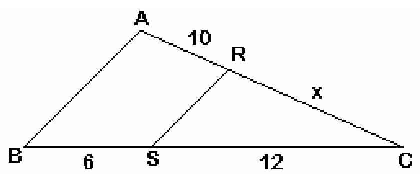


Figura 4 – Exercícios propostos pela professora Raquel em 06/11/2006

Outro aspecto observado, também, no período em que estivemos na escola, diz respeito à professora trabalhar com os alunos alguns conceitos referentes às notações. Raquel estabeleceu com seus alunos os mesmos critérios que foram adotados no projeto para distinguir, por exemplo, semi-reta de segmento de reta.

Para uma convenção geral, em que todos utilizassem a mesma linguagem, foram adotadas as seguintes notações:

$\overline{AB}$ indicaria o segmento de reta de extremidades A e B.

$\overrightarrow{AB}$ indicaria a semi-reta de extremidade A e que passa pelo ponto B.

Após o encerramento do estudo referente ao teorema de Tales proposto inicialmente pela professora Raquel, ela passou a abordar a semelhança de figuras planas.

Em algumas conversas durante nossas observações nos encontros, Raquel relatou que, anteriormente, já havia tentado trabalhar com o conceito de semelhança de figuras por meio de uma atividade que não favoreceu o aprendizado. Ela verificou que as figuras geométricas que havia escolhido para que os alunos representassem, não deixavam claras as propriedades de duas figuras semelhantes.

A primeira atividade que Raquel tentou desenvolver com seus alunos, envolvia o conceito de plano cartesiano, também. Ela tentou construir figuras geométricas semelhantes, tendo como plano de fundo o plano cartesiano para sua construção, pois desejava unir um conteúdo que já havia sido trabalhado com o novo conteúdo, mas essa atividade não atingiu suas expectativas. Assim, resolveu reformular a atividade proposta e aplicá-la, quando fossemos realizar as observações.

Para a realização da nova atividade, a professora, inicialmente, levantou algumas idéias de seus alunos sobre os termos “semelhança” e “ampliação”.

Para esses termos nas três salas de aula, os conceitos obtidos foram:

Semelhança: igualdade, quase igual, igual, parecido e gêmeos; e

Ampliação: aumento, soma, 2 ou mais, tamanho, uma coisa que é pequena e fica grande, cópia aumentada, idênticos e zoom.

Após o levantamento de idéias, a professora distribuiu pequenos pedaços de papel quadriculado para todos os alunos e pediu que construíssem dois retângulos, de acordo com a seguinte proposta:

Construir no papel quadriculado dois retângulos: ABCD e EFGH com as seguintes dimensões: AB = 2 cm; EF = 3 cm; BC = 3 cm e FG = 5 cm.

Para dar continuidade à atividade, Raquel pede que os alunos colem os desenhos no caderno e que com base nas figuras construídas respondam às seguintes questões:

1- Quais as formas das figuras desenhadas?
2- O que podemos dizer sobre seus ângulos?
3- Qual é a razão entre os segmentos correspondentes?

Depois de verificar as respostas apresentadas pelos alunos, Raquel resolve com eles as questões propostas e, em conjunto, estabelecem um princípio que deve ser observado em Matemática para considerar a semelhança entre duas ou mais figuras: "para afirmar que dois polígonos são semelhantes, devemos considerar forma, ângulo e razão entre os segmentos correspondentes."

De maneira análoga, depois da construção desta "conclusão", a professora propôs outra atividade, também, com dois retângulos: MNOP, de dimensões NO = 3 cm e MN = 2 cm e QRST de dimensões QR = 4 cm e RS = 6 cm.

Esta atividade apresentava a seguinte questão: podemos afirmar que esses dois retângulos são semelhantes. Por quê?

De maneira geral, os alunos conseguiram resolver a questão, sem intervenção da professora, usando os mesmos procedimentos propostos na primeira situação.

Com a atividade apresentada, percebemos a intenção da professora em propor situações diferenciadas de trabalho por meio de construções. Assim, abrimos um breve parênteses para discussão sobre resolução de problemas, assunto que não abordamos em nossa parte teórica.

A idéia de iniciar o estudo de um novo conteúdo, usando diversas estratégias, tem sido muito discutida em assuntos referentes aos processos de ensino-aprendizagem. Uma dessas estratégias é propor uma situação-problema que leve o aluno a resolver a situação, usando artifícios conhecidos e, como conseqüência da resolução, adquira o conhecimento de um novo conteúdo.

Segundo Polya (1995), a tarefa de resolver um problema implica autocompetência, o que não ocorreu na atividade proposta por Raquel, pois todas as questões, para que os alunos respondessem se as figuras eram semelhantes ou não, foram direcionadas pela professora.

Diante do exposto, acreditamos que a professora Raquel, possivelmente, teve a intenção de iniciar o trabalho com semelhança de figuras por meio da resolução de uma situação-problema, mas a maneira como a atividade foi direcionada não provocou “motivação” suficiente, para que os alunos buscassem por si próprios a resolução da situação proposta. No lugar da exploração das idéias individuais de cada sujeito, houve a aplicação de uma espécie de algoritmo que foi criado na resolução da primeira situação.

Durante nossas observações na escola, percebemos que algumas contribuições da formação em que a professora participava na PUC/SP puderam ser incorporadas à sua prática, ainda que, em pequenas escalas, sobretudo com relação à argumentação.

Observamos que, em todas as atividades em sala de aula, fosse correção de exercícios, ou mesmo, na atividade sobre semelhança de figuras, a professora Raquel, com freqüência, envolvia seus alunos com questionamentos sobre a justificativa de suas afirmações. Estes questionamentos geravam constantemente o processo de argumentação em classe, fazendo com que os alunos, em conjunto, estabelecessem uma conclusão geral.

De maneira geral, o princípio de argumentação é esse: o de favorecer a discussão e a defesa de diferentes pontos de vista, de modo que uma das partes seja convencida.

Segundo Duval (1999), o objetivo principal do processo de argumentação Matemática é chegarmos às provas. No entanto, esse processo não é direto, pois existem passagens necessárias que ocorrem naturalmente com os sujeitos a quem queremos que passem pelo processo de ensino das provas Matemáticas. Neste caminho, o amplo trabalho com a argumentação, favorecerá o surgimento da prova.

Levando em consideração que no ano de 2006, segundo a professora, ela teve seu primeiro contato com esse grupo de alunos, entendemos que Raquel estava desenvolvendo um trabalho de argumentação que deveria ter iniciado no ciclo anterior (3º ciclo – 5ª e 6ª séries) e sido aprimorado na 7ª série, para que o aluno estivesse pronto para iniciar efetivamente o processo de demonstração na 8ª série, como previsto pelos PCN (1998).

Assim, não esperávamos encontrar nas observações, alunos que estivessem demonstrando teoremas de Geometria, visto que, possivelmente, nem familiarizados com o processo de argumentação eles estavam. No entanto, ficamos satisfeitos em ver que os primeiros passos para se chegar ao processo de aprendizado de uma demonstração já tinham sido dados. Basta que, na seqüência, os professores de Matemática dêem continuidade a esse processo e proporcionem o desenvolvimento de demonstrações em Geometria com esses alunos.

3.5 - Verificação dos cadernos de alguns alunos

Nosso objetivo, ao olharmos alguns cadernos de alunos da professora Raquel, foi analisar como a Geometria tinha sido trabalhada ao longo do ano com esse grupo de alunos e verificar se, de alguma maneira, podíamos encontrar indícios de apropriação de idéias estudadas durante a formação quanto às demonstrações.

Verificamos que a Geometria foi estudada durante todo o ano letivo, de maneira intercalada com outros conteúdos matemáticos, porém os exercícios propostos limitavam-se ao cálculo de medidas desconhecidas.

Nessas 8ª séries, foram trabalhados os seguintes conteúdos relacionados à Geometria: teorema de Pitágoras, cálculo de medidas de comprimento e superfície de figuras geométricas planas, segmentos proporcionais, teorema de Tales e semelhança de figuras.

A única atividade diferenciada da tradicional “trinca de ensino”: teoria, exemplos e exercícios que encontramos nos cadernos diz respeito ao trabalho com o teorema de Pitágoras em que a professora para introduzir a propriedade do teorema propôs uma atividade de construção apresentada no livro de Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis (2000), da coleção Vivendo a Matemática.

A atividade consiste em desenhar um triângulo retângulo de catetos medindo 6 e 8 cm. Sobre os catetos e a hipotenusa construir quadrados, conforme a figura:

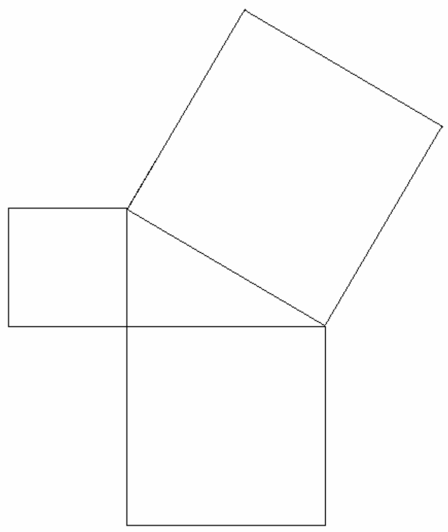


Figura 5 – Construção proposta por Imenes e Lellis

O próximo passo é prolongar alguns segmentos da figura e dividi-la como mostra a próxima figura. Cada parte deve ser pintada de uma cor.

A atividade consiste em recortar as partes coloridas da figura e tentar encaixá-las no quadrado maior que contém em um dos lados a hipotenusa.

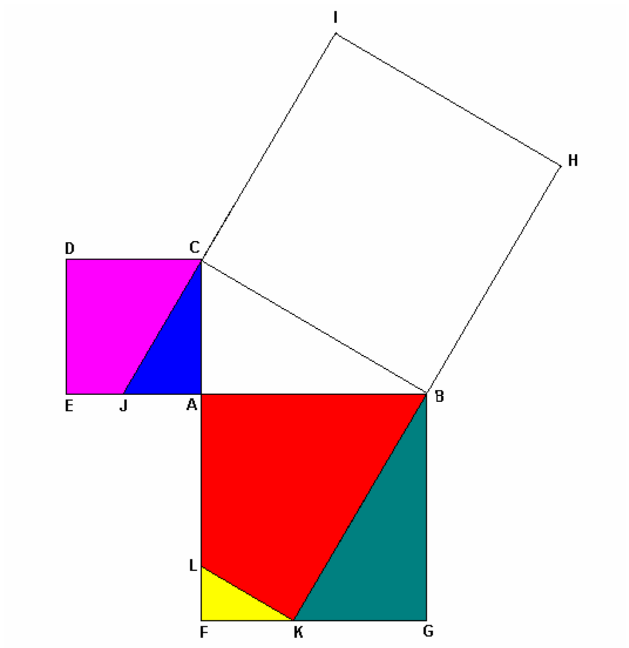


Figura 6 – Atividade proposta por Imenes e Lellis

Esta atividade foi proposta pela professora em 21/08/2006 e teve como objetivo mostrar a validade do teorema de Pitágoras por meio da manipulação de material concreto. (grifo nosso)

Após a construção, a professora nomeou os lados do triângulo retângulo e expôs a relação entre eles pela equação: $\mathbf{a}^2 + \mathbf{b}^2 = \mathbf{c}^2$, em que **a** e **b** representavam as medidas de seus catetos e **c** a medida da hipotenusa.

Na seqüência, a professora trabalhou com seus alunos um pouco sobre a história da geometria dos antigos egípcios, relatando que ela estava baseada na pirâmide de base quadrada e que esta civilização utilizava uma corda com 12 nós para obter um ângulo reto, o que fornecia um triângulo retângulo particular cujos lados medem três, quatro e cinco unidades.

Com relação aos exercícios propostos, verificamos que, inicialmente, a professora não trabalhou com atividades tradicionais de treino em que, por exemplo, dado um triângulo retângulo e duas medidas conhecidas, o aluno deve, aplicando o teorema de Pitágoras, determinar a terceira medida. Ela iniciou os exercícios propondo situações de aplicação do teorema, nas quais os alunos deveriam calcular a altura de determinados objetos, a distância entre dois pontos, etc. Além disso, propôs, também, exercícios que envolviam conceitos já estudados anteriormente, como uma situação que, para que os alunos encontrassem as medidas dos catetos de um triângulo retângulo, deveriam encontrar as duas raízes de uma equação do segundo grau.

Notamos que a professora Raquel trabalha com conteúdos de Geometria durante o ano letivo e busca trabalhar com atividades diferenciadas que façam com que os alunos participem da construção do conhecimento, mas não encontramos indícios de trabalho com o processo de demonstração nos cadernos de seus alunos.

3.6 – Atividade com alguns alunos

No último dia de observação na escola, fizemos uma atividade com dois pequenos grupos de alunos. Nossa intenção era ter uma amostra dos conhecimentos relacionados aos termos “demonstração” e “Geometria” desses alunos. Queríamos verificar se o conceito de demonstração ou algo que o indicasse fazia parte dos conceitos relativos à Geometria vivenciados por esse grupo de alunos. Para isso, fizemos uma atividade envolvendo alguns preceitos da construção de um mapa conceitual.

Inicialmente, reunimos-nos em grupo e diante de uma folha de papel com o termo-chave “Geometria”, solicitamos que os alunos mencionassem todas as idéias que pudessem relacionadas ao termo.

Poucas expressões foram mencionadas, pois aparentemente parece que não conseguiam mais associar nenhuma idéia ao termo “Geometria”, os termos encontrados foram:

Grupo 1: o que eu não sei fazer, figuras geométricas, quadrado, números, letras, expressões, dificuldade e contas.

Grupo 2: forma, ângulos, desenhos, resultados, figuras e contas.

Alunos, de diferentes salas, mencionaram o termo “contas”, no sentido de que a Geometria envolve cálculos. Houve, ainda, os seguintes termos citados: números, expressões, letras e resultados.

A reprodução destas palavras, possivelmente, indica a maneira que esses alunos estão habituados a lidar com Geometria, ou seja, de maneira a calcular medidas desconhecidas em determinadas figuras, utilizando as propriedades corretas e a calcular medidas como perímetro e área.

Com relação a sentimentos, houve expressões relacionadas ao sentimento de dificuldade e incapacidade.

Sentimentos semelhantes a estes foram encontrados também na pesquisa de Manrique (2003) quando, na confecção de um mapa conceitual com professores iniciantes de um projeto de formação, a palavra “Geometria” foi indicada como termo-chave.

Percebemos que o mesmo sentimento ocorre tanto a professores como a alunos. Acreditamos, também, que parte dos discursos envolvendo sentimentos vem das crenças que já estão inseridas na fala de muitas pessoas e que, de alguma maneira, foram apresentadas por outros sujeitos.

Ainda na atividade, a maioria dos termos relacionados diz respeito aos objetos de estudo da Geometria, como figuras, forma, ângulos, quadrado, figuras geométricas e desenho, o que indica uma maior significação para eles de termos relacionados à representação por meio de figuras.

Os alunos criaram frases com as palavras relacionadas. Nas frases criadas, normalmente, a intenção era definir o objeto de estudo da Geometria. As frases formadas foram:

“A **Geometria** é importante, porque envolve **expressões** e **contas;** envolve também **figuras geométricas.**”;

“**Geometria** é o conjunto de **desenhos**, **formas** e **ângulos.**”; e

“A **Geometria** é a união de **figuras** de várias **formas** onde tem **contas** que dão vários **resultados**.”

Ao deixá-los livres para relacionar as palavras que quisessem ao termo Geometria, percebemos que a demonstração, realmente, não faz parte do dia-a-dia desses alunos. Nem ao menos, termos como teorema, axiomas ou postulados puderam ser obtidos.

Solicitamos, também, que comentassem sobre seus sentimentos com relação à Geometria e eles referiram-se a ela, como um conteúdo de muita dificuldade em razão das “contas”:

“Geometria seria legal se não tivesse tanta conta.”;

“As contas são difíceis, mas a Geometria ensina a calcular a medida dos objetos.”; e

“Geometria não é legal por causa das contas, mas os desenhos são legais de serem feitos.”

A partir das frases que obtivemos, percebemos que existe um pré-conceito com relação ao aprendizado da Geometria e que, na verdade, o que é difícil para os alunos são os cálculos e estes não necessariamente em Geometria. Assim, acreditamos que se tivéssemos questionado sobre qualquer outro assunto dentro da Matemática, obteríamos respostas semelhantes às que encontramos.

Por outro lado, vemos que a Geometria foi trabalhada com esses alunos apenas envolvendo questões de cálculo de medidas e, ao que tudo indica, ao longo dos três anos passados de Ensino Fundamental, não foi trabalhada como sugerida pelos PCN (1998). Ainda assim é importante destacar que a professora Raquel, conforme observamos em suas aulas, procurou estimular bastante o processo de argumentação, tanto oral como escrito.

Sabemos que o processo de argumentação deveria ter sido trabalhado no inicio do Ensino Fundamental para que, na 8ª série, esses conhecimentos fossem aprofundados de maneira a proporcionar o estudo de demonstrações.

Pelo visto, o primeiro passo foi dado pela professora Raquel. Talvez a professora ainda não tivesse sentido confiança para iniciar um processo efetivo de demonstração, mas, ainda assim, percebemos que o princípio desse processo foi iniciado: as argumentações.

3.7 - Entrevista com os professores

No fim de 2006, realizamos uma entrevista individual com alguns dos professores que permaneceram no projeto. Tivemos a participação de três professores: Priscila que iniciou sua participação com os encontros em andamento, Mário e Raquel.

Conversamos individualmente com cada professor e registramos as gravações em áudio. Todos estavam habituados com a observadora e não apresentaram problemas quanto às gravações; ao contrário, mostraram-se muito interessados em discutir e expor suas idéias para a pesquisa.

Nosso objetivo com a realização da entrevista pôde ser traduzido pelo desejo de verificar se as mudanças sutis encontradas com relação aos discursos e atitudes da professora Raquel, também, podiam ser verificadas nos demais professores e se estas possíveis mudanças, também, tinham sido percebidas por eles.

Iniciamos a entrevista com um questionamento sobre a experiência desses professores com demonstrações em Geometria no período de formação inicial.

O quadro abaixo sintetiza as respostas obtidas nesta questão:

Quadro 8 – Respostas obtidas na questão sobre o estudo das demonstrações em Geometria durante a formação inicial

Professor	Experiência com demonstrações em Geometria na formação inicial
Mário	Teve na graduação (década de 1970), mas não recordava.
Raquel	Não trabalhou com demonstrações em Geometria na graduação, somente fez comparações dos tipos de demonstrações encontradas nos livros didáticos.
Priscila	Nunca estudou demonstração em Geometria na graduação.

Nas respostas obtidas, verificamos três patamares diferentes de abordagens das demonstrações, nos quais o único a ter, possivelmente, estudado as demonstrações em Geometria foi o professor Mário.

Questionamos, também, sobre a contribuição dos estudos realizados durante o projeto para formação desses professores. Nesta questão, todos foram unânimes ao afirmarem que os estudos sobre demonstração em Geometria foram fundamentais por dois pontos principais: primeiro, por ser a Geometria um dos conteúdos matemáticos em que apresentavam grande dificuldade e, também, porque o processo de desenvolver uma demonstração abriu nova visão de trabalho aos demais conteúdos matemáticos, não apenas limitados à Geometria.

O trecho abaixo relata sobre a segunda contribuição citada:

> [...] agora, quando eu vou falar sobre um tema, um assunto ou sobre um conteúdo, eu me baseio em todos os princípios que trabalhamos, trabalhando com as informações que tem aquele conteúdo e questionando para que os alunos cheguem a uma conclusão. Não só em Geometria, mas em todas as matérias. Apesar do curso aqui ser em demonstração em Geometria, eu pego a idéia básica. (MARIO, entrevista individual - 24/11/2006)

Os processos pertinentes à construção de uma demonstração, tais como a identificação da hipótese e tese de um teorema, o trabalho com argumentação para justificar as escolhas matemáticas realizadas e a conclusão de uma verdade com todo o “rigor” de uma demonstração, proporcionaram aos professores trabalhar diversos temas da Matemática, baseados nesses procedimentos, sobretudo no que diz respeito à argumentação.

Em geral, os professores relataram que, após o trabalho com demonstrações em Geometria no projeto, passaram a exigir o processo de argumentação de seus alunos, inicialmente, a argumentação oral e depois, a fundamentação desses argumentos de maneira escrita.

O trecho abaixo exemplifica esta atitude:

> [...] eu já comecei esse ano a trabalhar com retas paralelas cortadas por transversais porque quando eles tiverem que montar equações para poder descobrir o valor do ângulo, eles poderão justificar para mim porque é igual ou porque a soma será 180º. Eu já comecei a brincar com eles um pouquinho assim: com argumentação.
> Eles têm que dizer: como a é paralela a b e c é uma transversal, então... Eles estão meio perdidos. É a primeira vez que eles estão vendo desta maneira.

> Então, eu falo para eles o que é importante que eles digam: tem que dizer que as retas são paralelas, que t é uma transversal e que se os ângulos são alternos internos ou correspondentes, então...
> Eu estou começando a brincar com eles...
> Eu já tinha feito isso, mas não com Geometria. Eu tinha feito alguma coisa com resolução de problemas para justificar a montagem da equação.
> Com Geometria, nesses termos, eu estou começando agora. Eu me refiro a escrever, porque até então, eu dizia: olha, a gente vai poder fazer esse ângulo igual a esse porque são alternos... Agora, estou pedindo para eles escreverem e isto foi por causa do projeto.
> Eu até trabalhava com argumentação, mas eles não fixavam, não registravam. (RAQUEL, entrevista individual - 24/11/2006)

Queremos relatar que essa atitude passou a ser a nossa também em sala de aula. Em todos os conteúdos abordados em classe, passamos também a questionar nossos alunos sobre o porquê da escolha de determinadas propriedades e não outras em seu lugar e solicitar que essas justificativas fossem redigidas na resolução do problema de maneira a substituir as palavras (argumentação oral) pelos símbolos matemáticos.

As mudanças ocorridas em nossas atitudes favorecem-nos quanto à compreensão sobre a afirmação relatada por alguns professores de que o estudo das demonstrações em Geometria pudesse ter gerado mudanças de atitudes, também, em outras áreas da Matemática.

O seguinte relato da professora Raquel ilustra bem esta idéia:

> O estudo de demonstração em Geometria contribuiu fundamentalmente no nosso trabalho em sala de aula, pois proporcionou auto-confiança para trabalharmos com qualquer outro assunto. (RAQUEL, entrevista individual - 24/11/2006)

Conforme a professora Raquel, as discussões em grupo e o ambiente dos encontros às sextas-feiras geraram confiança no trabalho com determinados conteúdos matemáticos em sala de aula. Ela afirmou ser uma professora que gosta muito de trabalhar com Geometria, mas que não se sentia confiante para trabalhar uma demonstração com seus alunos:

> [...] eu tinha medo de trabalhar com esses temas. Não tinha certeza se eu estava trabalhando certo ou não... [...] Eu sabia que eu teria que mudar um pouco a linha de trabalho, mas eu não tinha aquela confiança e o projeto me deu autoconfiança. (RAQUEL, entrevista individual – 24/11/2006)

A professora afirmou que, no próximo ano, pretende iniciar o trabalho com demonstrações em Geometria com as mesmas turmas que trabalhou durante o ano de 2006. Esta também foi uma das falas da professora Priscila que garantiu que, com o aprendizado adquirido, passou a trabalhar com o processo de argumentação com seus alunos também.

Diante do que foi dito pelas professoras quanto ao desejo de trabalho no próximo ano com as demonstrações em Geometria, questionamos sobre o porquê desse trabalho já não ter começado. Ao analisar as fontes de recomendações pedagógicas, como os PCN (1998), por exemplo, percebemos que o processo de demonstrar é um processo razoavelmente longo e que algumas etapas devem ser seguidas.

Entendemos que, no caso dos alunos da professora Raquel ou mesmo da professora Priscila, os estímulos à argumentação começaram com bom tempo de defasagem e que esse é o primeiro degrau a ser alcançado. Logo, acreditamos que o processo de demonstração ocorra efetivamente e faça parte das aulas de Geometria desses alunos, em um próximo momento, possivelmente, na série seguinte.

Apesar de Raquel afirmar que ganhou confiança para trabalhar em sala de aula com as demonstrações, devemos levar em consideração, que essa opinião não foi a de todos os professores entrevistados.

A seguir, o trecho relata sobre a atitude da professora Priscila quanto ao possível trabalho com demonstrações em Geometria em sua sala de aula:

> [...] eu não tenho mais medo e trabalharia nas 8ª séries aquilo que vi aqui. Eu passaria para frente aquilo que eu vi aqui e quem sabe até no momento, poderiam surgir novas idéias. (PRISCILA, entrevista individual – 24/11/2006)

Comparando a fala que citamos da professora Priscila com as abordagens teóricas apresentadas, percebemos que falta uma atitude que Dewey (1989) atribui como necessária para o bom desempenho de um profissional da educação: o entusiasmo, que se define pela predisposição que o professor deve apresentar para renovar e buscar novas propostas com curiosidade.

Notamos que a professora Priscila adquiriu confiança para trabalhar com as questões que foram propostas durante a formação, mas, analisando a fala da professora, acreditamos que a formação não tenha contribuído realmente para que

Priscila passasse a abordar as demonstrações em Geometria com seus alunos. Não sentimos tanta segurança nas mudanças de atitudes da fala da professora Priscila como nas falas dos professores Mário e Raquel.

Considerações finais

Inicialmente, reforçamos a importância dos estudos teóricos que realizamos no começo de nossa pesquisa, pois foram de grande valia para nos proporcionarem o entendimento a respeito dos processos de formação inicial e continuada, sobre os diversos papéis da demonstração em Matemática e sobre as crenças presentes nos discursos de muitos professores.

Quanto às pesquisas relacionadas por nós na primeira parte do trabalho, defendemos que foram fundamentais quando mostraram os resultados obtidos e nos direcionaram quanto aos procedimentos que deveríamos ter na pesquisa. Além disso, o conhecimento de outros estudos envolvendo o mesmo tema que o nosso só intensifica a importância de trabalho com o assunto, além de nos cercarem de fundamentações e conhecimentos inerentes à nossa pesquisa.

Com a análise dos dados obtidos, pudemos responder às questões da presente pesquisa: *Quais são os discursos e conhecimentos iniciais sobre demonstração em Matemática apresentados pelos professores participantes do projeto "O raciocínio dedutivo no processo ensino-aprendizagem da Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental"? A participação desses professores no projeto refletiria em que tipos de mudanças na prática em Geometria?*

Como resposta a primeira questão, identificamos conhecimentos vagos e superficiais com relação às demonstrações em Matemática no grupo de professores que respondeu ao questionário analisado. Por outro lado, pareceu-nos que a maioria desses professores teve, em algum momento de sua formação, estudos relacionados ao processo de demonstrar. Aparentemente, somente um dos 13 professores que respondeu ao questionário, apresentou-se alheio a este processo.

Assim, acreditamos que o fato de não desenvolverem trabalhos com o tema em sala de aula, tenha distanciado esses professores de um conhecimento efetivo sobre o processo de raciocínio dedutivo.

As respostas obtidas em uma das questões levantadas na entrevista quanto ao aprendizado de demonstrações na graduação, mostraram que alguns cursos de formação não trabalham efetivamente com as demonstrações, apenas discutem sobre os processos existentes e não levam o aluno à sua construção. Dos três professores entrevistados, somente o professor Mário possivelmente, estudou demonstração, na década de 1970. As duas outras professoras, formadas recentemente relataram que só estudaram os tipos de demonstração ou que não estudaram.

O fato intensifica os resultados encontrados com os questionários. Acreditamos que muitos cursos de licenciatura em Matemática não vêm trabalhando com demonstrações na formação ou se o fazem, realizam de modo superficial.

Por outro lado, o objetivo de um curso de formação inicial não deve ser exclusivamente o de suprir necessidades quanto à formação específica, mas formar um profissional crítico e reflexivo capaz de buscar a minimização de suas dificuldades, ou seja, sua autoformação como afirma Perrenoud (2001).

Entretanto, o que vimos na análise dos questionários foi justamente o oposto. Muitos professores referiram-se aos processos de formação que tiveram como os únicos culpados pela impossibilidade de trabalho com as demonstrações em sala de aula. Acreditam que se tivessem uma melhor formação, poderiam ser profissionais mais habilitados para desenvolver determinados conteúdos em sala de aula. Em parte, discordamos dessa opinião, pois como já mencionamos, para nós, o papel dos cursos de formação inicial não deve ser única e exclusivamente preencher lacunas de aprendizado de conteúdos específicos.

Outro aspecto encontrado nas respostas dos questionários diz respeito a determinadas falas impregnadas nos discursos de alguns professores. Tratamos essas falas, como “crenças” durante nosso trabalho. Acreditamos que as crenças são passadas de discurso para discurso, muitas vezes, sem reflexão.

Observamos que muitos professores repetem opiniões e termos por acharem que, assim, as respostas dadas estarão corretas e satisfarão o receptor. O fato ficou evidente, quando o questionário abordou o uso de computadores no processo de ensino-aprendizagem das provas e demonstrações em Matemática. Só dois dos treze professores que responderam à questão, redigiram sobre o verdadeiro questionamento. Os demais responderam quanto ao papel desenvolvido pelo uso das tecnologias para formação do aluno, como cidadão.

Pareceu-nos que o emprego de alguns “termos-chave” na questão proporcionou o aparecimento de uma resposta pronta, dada pela maioria dos professores. Verificamos que a junção de termos como “uso de computadores” e “processo de ensino-aprendizagem” foram suficientes, para que o restante da questão fosse abolido e, conseqüentemente, um discurso pré-formado emergisse.

Apesar das crenças não terem sido amplamente exploradas em nosso trabalho, sentimos o desejo de explorá-las em novas pesquisas, pois entendemos que as crenças atuais não são as mesmas de outrora e, diante deste aspecto, questionamos-nos sobre o verdadeiro motivo que leva um professor a adotar determinada fala em seus discursos: Será que a fala presente em seu discurso descreve o modo de agir desse profissional ou só identifica possíveis idéias aceitas como corretas? Até que ponto os discursos correspondem à verdade da prática?

Com relação a segunda questão de pesquisa, percebemos que a contribuição do projeto relatada pelos professores que participaram dos encontros se dá em todos os conteúdos de Matemática e não apenas, em específico, na Geometria.

Os professores afirmaram que houve mudanças com relação ao processo de argumentação, em outro tempo inexistente ou existente de maneira diferenciada, não com tanta freqüência e interesse.

Segundo eles, a argumentação era um processo natural feito oralmente e que não fazia parte da resolução do problema, mas passou a ser indispensável na resolução das situações propostas e requisitadas por escrito, também.

Nas observações que realizamos, notamos grande desenvolvimento por parte dos professores que participaram do projeto. Percebemos mudanças com relação à autonomia e confiança adquirida pelo grupo. As discussões e reflexões nos encontros proporcionaram mudanças de atitudes com relação ao trabalho com as demonstrações e fez com que muitos dos professores saíssem de um estado de incerteza e timidez para um estado de decisão e autonomia diante da construção de uma demonstração.

Percebemos, também, avanços relacionados ao interesse de cada um dos professores participantes. Notamos que eles passaram a não se satisfazerem mais com os teoremas que eram apresentados prontos pelos livros didáticos e passaram a buscar todas as demonstrações correspondentes ao assunto que estavam abordando.

Assim, acreditamos que nossa pesquisa conseguiu apresentar indícios relevantes de mudanças ocorridas nas atitudes do grupo de professores que analisamos. Considerando que o conteúdo abordado nos encontros do projeto, de maneira geral, foi estudado efetivamente pela primeira vez e que mudanças, normalmente, não ocorrem de maneira grandiosa, consideramos que obtivemos resultados significativos com relação ao ensino das demonstrações.

Podemos afirmar que grande parte das expectativas da presente pesquisa foi alcançada, afinal, vimos os professores ganharem autonomia com relação às suas idéias e iniciativas, o que segundo Lellis (2006) ajuda a superar dificuldades em sala de aula.

Pelo que observamos, vale ressaltar que os momentos quando os professores expunham suas idéias aos demais companheiros de grupo, ainda que os conceitos apresentados não estivessem completamente corretos, o aproveitamento de suas idéias e a valorização de sua participação e intenção por parte das formadoras foram de grande valia para o processo de autonomia desses professores, uma vez que podiam se sentir à vontade para expor suas idéias, sem receber críticas com relação a acertos e erros, mas sendo impulsionados a participar sempre.

O fato gerou o desejo de compartilhar as idéias individuais com os demais participantes do grupo. De alguma maneira, acreditamos que também tenha influenciado mudanças com relação às atitudes desses professores, uma vez que ganharam confiança para agir da mesma forma com seus alunos em sala de aula, estimulando a exposição das idéias obtidas e aproveitando todas essas idéias para estimular o surgimento do processo de argumentação em sala de aula.

Obtivemos, também, indícios de que os conceitos deixaram de ser apresentados aos alunos de maneira pronta dentro de um conjunto de regras e passaram a ser abordados de modo a favorecer o aparecimento da argumentação, no início oral e, depois, escrita. Pessoalmente, passamos a abordar esta dinâmica, também, em nossa sala de aula, pois, ao nos identificarmos como professores e participarmos também dos encontros e das discussões, adquirimos nova maneira de abordagem em nossa prática.

Pensamos que o primeiro degrau para chegar ao estudo das demonstrações em sala de aula já foi dado. Agora, basta dar continuidade a esse processo, ampliando ainda mais a confiabilidade desses professores para o trabalho com esse tema com suas turmas.

A continuidade desse processo deve propor que a formação seja realmente continuada, oferecendo momentos de aprendizado, reflexão e trocas de idéias enriquecidos com falas de motivação, de auto-estima e aproveitamento de idéias. Esta abordagem veio ao encontro do que tratamos em nossa parte teórica sobre formação de professores, no qual verificamos que todo processo de formação deve promover além do estudo de um conteúdo específico, também, momentos de reflexão, a fim de que toda a abordagem realizada seja significativa do ponto de vista dos professores de tal maneira que provoque o desejo de mudar a prática.

Quanto ao ensino de Geometria, por meio da amostra dos professores que observamos, pareceu-nos que este conteúdo não tem sido abordado efetivamente na escola básica. No início, acreditávamos que um amplo estudo sobre o tema faria com que a barreira que impedia seu desenvolvimento, fosse aniquilada, mas notamos que a superação das limitações de trabalho com o tema não foi o suficiente para garantir que essa abordagem fosse iniciada em sala de aula. Isto é o que tratam Carvalho e Gil Pérez (1995) quando, segundo Lellis (2006), afirmam que a falta de conhecimentos específicos constituí o principal obstáculo para inovação de situações de aprendizagem. Diante disso, surge o seguinte questionamento: será que o efetivo domínio sobre determinado assunto, realmente, faz com que este seja abordado em sala de aula? E mais, quais são os fatores que, de fato, provocam mudanças na prática?

Para finalizar, não é bastante reforçar que estas conclusões foram baseadas em dados obtidos nas análises dos questionários e nas observações de um grupo específico de professores e, que as únicas aulas observadas com relação à verificação de mudanças na prática, foram as da professora Raquel.

Ainda é preciso ressaltar que sabemos que algumas mudanças podem ser barradas por motivos institucionais, mas aquelas que tentávamos verificar, eram simples, de apropriação da necessidade de mudar; o que, muitas vezes, pôde ser verificado pelo discurso dos professores e não, necessariamente, por verificação em sala de aula.

Assim, deixamos para posteriores pesquisas nossas ou de outros pesquisadores as questões levantadas nestas considerações finais além de esboçar aqui também nossa opinião com relação ao desejo de um efetivo processo de mudança, não só individual, mas também global, o que nos leva a dizer que é necessário que seja dada mais atenção à educação, tanto com relação a professores como aos alunos. Ambos devem ser incentivados, de maneiras diferentes, mas devem de igual maneira, receber ensino necessário e de qualidade, além de condições justas e satisfatórias para tal.

Referências

ARSAC, Gilbert. *L´origine de la démonstration: essai d´épistémologie didactique*. Recherches en Didactique des Mathématiques, v.8, n.3, p.267-312, 1987.

BALACHEFF, Nicolas. *Preuve et démonstration em mathematiques au college*. Recherches em Didactique des Mathématiques. v.3, n.3, p.261-304, 1982.

BARAIBAR, A. et al. *Necessidades formativas dos professores de Ciências em serviço e programa de formação continuada decorrente*. *In*: MENEZES, L. C. (org.) Formação continuada de professores de Ciências no contexto ibero-americano. Campinas: Autores Associados; São Paulo: Nupes, 1996, p. 151-158.

BARRANTES, Manuel; BLANCO, Lorenzo J. *Caracterização das concepções dos professores em formação sobre ensino-aprendizagem da geometria*. Zetetiké, Campinas, v.14, n.25, p.65-91, 2006. CEMPEM-FE/UNICAMP.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC / SEF, 1998.

CARVALHO, A. M. P. & GIL PÉREZ, D. *Formação de professores de Ciências: tendências e inovações*. 2ª ed. São Paulo: Cortez, 1995.

CAZORLA, Irene Maurício; SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos. *Concepções, atitudes e crenças em relação à matemática na formação do professor de educação básica*. GT: Educação Matemática, n.19, UESC, 2005.

DEMAILLY, Lise Chantraine. *Modelos de formação contínua e estratégias de mudança*. *In*: NÓVOA, Antonio (Coord.). Os professores e sua formação. Tradução de Graça Cunha, Cândida Hespanha, Conceição Afonso e José A. S. Tavares. Portugal: Porto Editora, 1995. p.139-158.

DE VILLIERS, Michael. *Papel e funções da demonstração no trabalho com o Sketchpad*. Educação e Matemática, n.62, p.31-36, 2001.

_______________. *Para uma Compreensão dos Diferentes Papéis da Demonstração em Geometria Dinâmica***.** Tradução de Rita Bastos. Artigo apresentado no ProfMat 2002, Visue, Portugal, 2 – 4 de outubro, 2002. Disponível em <mzone.mweb.co.za/residents/profmd/profmat2.pdf> Acesso em: 24 out. 2006.

DUVAL, Raymond. *Questioning argumentation*. La lettre de la Preuve. Novembro / Dezembro, 1999. Disponível em <www.lettredelapreuve.it/Newslettler/991112 Theme/991112ThemeUK.html> Acesso em: 10 dez. 2006.

FALSARELLA, Ana Maria. *Formação continuada e prática de sala de aula: os efeitos da formação continuada na atuação do professor*. Campinas. São Paulo: Autores Associados, 2004.

FETISOV, A. I.. Acerca de la demonstración em geometria. Tradução de Antonio Molina García. Editora Mir, 1980.

FONSECA, Lina. *A demonstração e os futuros professores de matemática da Educação Básica.* Disponível em <www.mytwt.net/cibem5/MyFiles/outros/Lina _Fonseca.pdf> Acesso em: 24 out. 2006.

FRANCO, Maria Laura P. B. *Análise do Conteúdo*. Série Pesquisa em Educação. Brasília: Plano Editora, 2003.

FREITAS, José Luiz Magalhães de; PAIS, Luiz Carlos. *Um estudo dos processos de provas no ensino e aprendizagem da geometria no Ensino Fundamental*. Bolema, Ano 12, n.13, 1999, p.62-70.

GARCIA, Carlos Marcelo. A *formação de professores: novas perspectivas baseadas na investigação sobre o pensamento do professor*. *In*: NÓVOA, Antonio (Coord.). Os professores e sua formação. Tradução de Graça Cunha, Cândida Hespanha, Conceição Afonso e José A. S. Tavares. Portugal: Porto Editora, 1995. p.51-76.

_______________. *Formação de Professores: para uma Mudança Educativa*. Porto, Portugal: Porto Editora, 1999.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. *Fascínio da técnica, declínio da crítica: um estudo sobre a prova rigorosa na formação do professor de Matemática*. Tese (doutorado em Educação Matemática), UNESP/RIO CLARO, 1995.

_______________. *Fascínio da técnica, declínio da crítica: um estudo sobre a prova rigorosa na formação do professor de Matemática.* Zetetiké, Campinas, v.4, n.5, p.7-28, 1996. CEMPEM-FE/UNICAMP.

GIL-PÉREZ, D. *Orientações Didáticas para a Formação Continuada de Professores de Ciências*. *In*: MENEZES, L. C. (org.) Formação continuada de professores de Ciências no contexto ibero-americano. Campinas: Autores Associados; São Paulo: Nupes, 1996, p. 71-81.

GÓMEZ, Angel Pérez. *O pensamento prático do professor – A formação do professor como profissional reflexivo*. *In*: NÓVOA, Antonio (Coord.). Os professores e sua formação. Tradução de Graça Cunha, Cândida Hespanha, Conceição Afonso e José A. S. Tavares. Portugal: Porto Editora, 1995. p.93-114.

GUIMARÃES, Sheila Denize; VASCONCELLOS, Mônica; TEIXEIRA, Leny R. M.. *O ensino de geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental: concepções dos acadêmicos do Normal Superior*. Zetetiké, Campinas, v.14, n.25, p.93-106, 2006. CEMPEM-FE/UNICAMP.

HADJI, Charles. *A formação permanente de professores: uma necessidade da era da profissionalização*. Pátio, ano V, n.17, p.13-16, 2001.

HERNÁNDEZ, Fernando. *A importância de saber como os docentes aprendem*. Pátio, ano I, n. 4, p. 08-21, 1998.

HORGAN, J. *La muerte de la demonstracion*. Investigación y Ciência, n. 207, p.70-77, dezembro. 1993.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. *Descobrindo o teorema de Pitágoras*. Coleção Vivendo a Matemática. São Paulo: Scipione, 2000.

LELLIS, Luciana de Oliveira. *Um estudo das mudanças relatadas por professores de Ciências a partir de uma ação de formação continuada*. Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências), USP, 2006.

MANRIQUE, Ana Lúcia. *Processo de Formação de Professores em Geometria: Mudanças em Concepções e Práticas*. Tese (doutorado em Psicologia da Educação) PUC/SP, 2003.

MELLO, Elizabeth Gervazoni Silva de. *Demonstração: uma Seqüência Didática para a Introdução de seu Aprendizado no Ensino da Geometria*. Dissertação (mestrado em Educação Matemática), PUC/SP, 1999.

MOREIRA, Marco Antonio. *Mapas conceituais e aprendizagem significativa*. Instituto de Física – UFRGS, Rio Grande do Sul, 1997.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti; DAVID, Maria Manuela Martins Soares. *Matemática escolar, matemática científica, saber docente e formação de professores*. Zetetiké, Campinas, v.11, n.19, p.57-79, 2003. CEMPEM-FE/UNICAMP.

NACARATO, Adair Mendes. *A geometria no ensino fundamental: fundamentos e perspectivas de incorporação no currículo das séries iniciais*. *In*: SISTO, Fermino Fernandes et al. Cotidiano escolar: questões de leitura, matemática e aprendizagem. Petrópolis: Vozes, 2002. p.84-99.

NÓVOA, Antonio. *Formação de professores e profissão docente*. *In*: NÓVOA, Antonio (Coord.). Os professores e sua formação. Tradução de Graça Cunha, Cândida Hespanha, Conceição Afonso e José A. S. Tavares. Portugal: Porto Editora, 1995. p.15-33.

PASSOS, Cármen Lúcia. *Representações, Interpretações e Prática Pedagógica: a Geometria na sala de aula*. Tese (doutorado em Educação Matemática) UNICAMP, Campinas, 2000.

PAVANELLO, Regina Maria. *O abandono do ensino de Geometria: Uma visão histórica*. Dissertação (mestrado em Educação: Metodologia do Ensino) Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 1989.

PÉREZ, Geraldo. *A realidade sobre o ensino da Geometria no 1º e 2º graus no Estado de São Paulo*. A Educação Matemática em Revista, São Paulo, n. 4, p. 54-62, 1995, SBEM.

PERRENOUD, Philippe. *Dez novas competências para uma nova profissão*. Pátio, ano V, n.17, p.8-12, 2001.

PIETROPAOLO, Ruy César. *(Re) Significar a demonstração nos currículos da educação básica e da formação de professores de matemática*. Tese (doutorado em Educação Matemática), PUC/SP, 2005.

POLYA, George. A Arte de resolver problemas. Rio de Janeiro: Interciências, 1995.

SCHÖN, Donald A.. *Formar professores como profissionais reflexivos*. *In*: NÓVOA, Antonio (Coord.). Os professores e sua formação. Tradução de Graça Cunha, Cândida Hespanha, Conceição Afonso e José A. S. Tavares. Portugal: Porto Editora, 1995. p.77-91.

SHULMAN, Lee S. *Those who understand: knowledge growth in teaching*. In: Educational Researcher, n. 2, v. 15, p.4-14, 1986.

ZEICHNER, K. *Formação reflexiva de professores: idéias e práticas*. Lisboa: Educa, 1993.

ANEXOS

Anexo I

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC-SP

CENTRO DAS CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

PUC-SP – CNPQ

Projeto de Pesquisa: **O raciocínio dedutivo no processo ensino-aprendizagem da matemática nas séries finais do Ensino Fundamental**.

Grupo: ( ) sexta-feira ( ) quinta-feira **Data:** _____________

1ª parte:

a) Identificação

1. Gênero: ( ) masculino ( ) feminino

2. Idade:

( )21 a 28 anos ( )29 a 33 anos ( )34 a 40 anos ( )41 a 50 anos ( )mais de 50

3. Estado civil:

( ) solteiro (a) ( ) viúvo (a) ( ) casado (a) ou em união estável

( ) separado (a) judicialmente ou divorciado

4. Tempo que leciona ou lecionou Matemática:

( ) até 3 anos ( ) 4 a 6 anos ( ) 7 a 18 anos ( ) 19 a 30 anos ( ) 31 a 40 anos

5. Informações sobre sua formação acadêmica:

Ensino Fundamental: ( ) regular ( ) supletivo

Ensino Médio: ( ) regular ( ) supletivo ( ) magistério ( ) técnico

Graduação: ( ) Licenciatura curta em Matemática

( ) Licenciatura plena em Matemática ( ) Licenciatura curta

( ) Bacharelado em Matemática

( ) outro curso de graduação. Qual? ______________________________________

6. Outros cursos: ( ) Mestrado ou doutorado ( ) Complementação Pedagógica

( ) Aperfeiçoamento e/ou Especialização ( ) outros _____________________

7. Ano de ingresso na carreira do magistério ___________

8. Você é professor efetivo da rede pública? ( ) sim ( ) não. Em caso afirmativo, há quanto tempo? _________________________________

9. Ano de ingresso na escola atual__________

10. Preencha no quadro abaixo sua carga horária semanal nos últimos três anos.

	Rede pública		Rede privada	
	EF	EM	EF	EM
2005				
2004				
2003				

11. Disponibilidade de horário para o projeto, além das reuniões semanais:_____ horas semanais.

12. Disponibilidade para participar da parte do projeto que se desenvolverá via internet: ( ) somente na escola; ( ) somente em casa;
( ) em casa e na escola; ( ) nem em casa, nem na escola.

b) Pesquisa de opinião

13. Nas afirmações que se seguem assinale uma das alternativas, conforme legenda; a seguir, comente sua opção.

13.1. O trabalho com a demonstração em Matemática, com o raciocínio dedutivo, é importante para o professor, para que possa organizar suas atividades em classe, mas não pode ser trabalhada com os alunos da escola básica por sua complexidade.

( ) não tenho opinião;
( ) não concordo;
( ) concordo parcialmente;
( ) concordo totalmente.
Comentário:

13.2. O trabalho com a demonstração em Matemática, com o raciocínio dedutivo, é importante para o professor, como conhecimento do conteúdo específico da disciplina.

( ) não tenho opinião;
( ) não concordo;
( ) concordo parcialmente;
( ) concordo totalmente.
Comentário:

13.3. O trabalho com a demonstração em Matemática, com o raciocínio dedutivo, é importante para o professor, mas muito difícil de ser trabalhado em sala de aula na escola básica.

( ) não tenho opinião;
( ) não concordo;
( ) concordo parcialmente;
( ) concordo totalmente.
Comentário:

13.4. O trabalho com a demonstração em Matemática, com o raciocínio dedutivo, é muito importante para o professor e deve ser trabalhado em sala de aula na escola básica.

( ) não tenho opinião;
( ) não concordo;
( ) concordo parcialmente;
( ) concordo totalmente.
Comentário:

13.5. O trabalho com a demonstração em Matemática, com o raciocínio dedutivo, não precisa ser tema de estudo do professor, nem do aluno da escola básica.

( ) não tenho opinião;
( ) não concordo;
( ) concordo parcialmente;
( ) concordo totalmente.
Comentário:

14. Responda, expressando sua opinião, a respeito de cada questão apresentada no que se segue:

14.1. Qual a importância do raciocínio dedutivo para você?

14.2. Qual a importância do raciocínio dedutivo na formação do aluno?

14.3. Qual o papel das provas e demonstrações, em Matemática, na formação do aluno do Ensino Fundamental?

14.4. Você acredita que o computador pode ajudar no processo de ensino e aprendizagem das provas e demonstrações em Matemática? Se sim, de que maneira? Se não, qual o motivo?

Anexo II

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

CENTRO DAS CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

PUC-SP

PUC-SP – CNPQ

Projeto de Pesquisa: **O raciocínio dedutivo no processo ensino-aprendizagem da matemática nas séries finais do Ensino Fundamental**.

Grupo: ( ) sexta-feira ( ) quinta-feira **Data:** ______________

2ª parte: Diagnóstico a priori

1. Quando se fala em enunciado de um teorema, é comum associar-se a ele os termos: ***hipótese*** e ***tese***. O que significam esses termos para você; procure expressar, em poucas palavras, como cada um deles pode ser identificado:

hipótese:

tese:

2. Um professor apresentou o problema, abaixo, a seus alunos:

No enunciado do teorema apresentado, identifique ***hipótese (H)*** *e* ***tese (T)****:*   *Se duas retas paralelas são cortadas por uma transversal, então, formam ângulos correspondentes congruentes e, reciprocamente, se duas retas formam ângulos correspondentes congruentes ao serem cortadas por uma transversal, então, são paralelas.*   **H:**   **T:**

Faça uma análise matemática e didática do problema proposto pelo professor a seus alunos, destacando os seguintes aspectos:

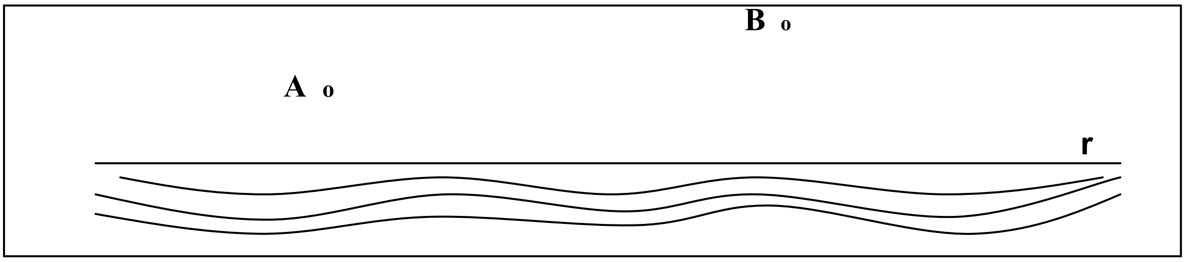
a) as respostas corretas, esperadas pelo professor;

b) as dificuldades, que os alunos podem encontrar na resolução de cada problema;

c) a importância didática de situações desse tipo na formação dos alunos.

3. O mesmo professor apresentou em sala de aula, o seguinte problema:
Um índio, que mora na casa ***A****, quer buscar água no rio* ***r*** *e levá-la ao índio que mora na casa* ***B****, do mesmo lado do rio.*

Em que ponto ***X*** *do rio, o índio tem que apanhar água para que seu caminho tenha comprimento menor possível?*



Faça uma análise matemática e didática do problema proposto pelo professor a seus alunos, destacando os seguintes aspectos:

a) a resposta correta, esperada pelo professor;

b) as dificuldades, que os alunos podem encontrar, na resolução do problema;

c) a importância didática de situações desse tipo, na formação dos alunos.

4. O professor, em outro momento, pediu aos alunos para demonstrarem o seguinte resultado:

"A soma dos n primeiros números naturais ímpares é igual a n^2."

Um aluno escreveu:

$1 = 1^2$

$1 + 3 = 2^2$

$1 + 3 + 5 = 3^2$

$1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$

....

continuando, assim por diante,

temos que a soma é sempre igual a n^2.

Se você fosse o professor, como você avaliaria a demonstração que ele apresentou? Comente sua resposta.

5. Em outra situação, o professor propôs aos alunos a seguinte tarefa:

Demonstre a validade ou não da seguinte afirmação:

"Para cada número inteiro positivo n, o valor de $n^2 - n + 41$ é um número primo".
Um aluno escreveu o seguinte:

Se n = 1, então: $1^2 - 1 + 41 = 41$, que é primo; Se n = 2, então: $2^2 - 2 + 41 = 43$, que é primo; Se n = 3, então: $3^2 - 3 + 41 = 47$, que é primo; .... Se n = 41, temos que: $41^2 - 41 + 41 = 41^2$, que não é primo. Logo, a afirmação é falsa.

Se você fosse o professor, como você avaliaria a solução apresentada pelo aluno? Comente sua resposta.

6. Escreva, com suas palavras, o que você entende por demonstração, prova ou argumentação em Matemática. Para você, esses termos têm o mesmo significado? Se não, quais as diferenças que podem ser identificadas?

Anexo III

São Paulo, 1 de novembro de 2006.

À direção da EE ________________

Venho por meio deste requerimento, solicitar permissão para realizar algumas observações (aproximadamente cinco dias*) de aula nesta escola.

A professora de Matemática pertencente ao quadro docente desta escola, _______________, foi escolhida para fazer parte da presente pesquisa. Esta escolha deveu-se ao fato de que a referida professora faz parte de nosso grupo de formação de professores e seu desenvolvimento como participante de nosso projeto tem sido muito satisfatório.

Estas observações servirão como um dos instrumentos selecionados para compor o trabalho de dissertação de mestrado acadêmico que realizo com o título de *FORMAÇÃO DE PROFESSORES: REFLETINDO SOBRE A PRÁTICA PEDAGÓGICA EM GEOMETRIA A PARTIR DO ENSINO DE DEMONSTRAÇÕES,* na área de Educação Matemática, pela PUC-SP.

Também, aproveito, para lembrá-lo de que estas observações são de caráter sigiloso e a identificação da professora, dos alunos, da escola ou mesmo da direção não serão reveladas.

Agradeço pela colaboração.

* dias: 6, 7, 8, 13 e 14 de novembro / 2006

Tatiane Dias Serralheiro
Mestranda em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo