PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC-SP

JEFFERSON ALMEIDA SANTOS

FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES EM GEOMETRIA POR MEIO DE UMA PLATAFORMA DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA: UMA EXPERIÊNCIA COM PROFESSORES DE ENSINO MÉDIO

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

São Paulo
2007

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC-SP

JEFFERSON ALMEIDA SANTOS

FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES EM GEOMETRIA POR MEIO DE UMA PLATAFORMA DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA: UMA EXPERIÊNCIA COM PROFESSORES DE ENSINO MÉDIO

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de ***MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA****, sob a orientação do* ***Prof. Dr. Vincenzo Bongiovanni***

São Paulo
2007

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: ____ **Local e Data:** ______________

DEDICATÓRIA

Aos meus pais João Antonio Pereira Santos e Nair Dias Almeida Santos que foram grandes incentivadores para a realização deste projeto.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Vincenzo Bongiovanni que aceitou o desafio deste trabalho, dando-me a oportunidade de trabalharmos juntos; por sua amizade, sua orientação direcionadora e competente, suas críticas, sua dedicação, seu incentivo e seu apoio, sem os quais este trabalho não seria possível.

Às Professoras Doutoras Celina Aparecida Almeida Pereira Abar e Maria Elisabete Brisola Brito Prado pelas sugestões dadas na qualificação que muito enriqueceram esta pesquisa.

Aos Professores Doutores do programa; em especial à Professora Doutora Lulu Healy, que foi uma grande incentivadora desde o momento da entrevista, passando pelas aulas e mesmo fora dela.

Ao coordenador do Programa Professor Doutor Sadoo Ag Almouloud e ao secretário Francisco por toda a atenção dedicada.

Aos parceiros de trabalhos Ronaldo, Cícero, Nelson; quer seja nos momentos de alegria ou nos momentos mais difíceis do curso sempre estavam prontos para ajudar no que fosse preciso.

Aos colegas de classe, em especial aos amigos Ângelo Primo, Amari, Ivanildo, Michele e Neusa, que sempre tinham um bom conselho, uma palavra de incentivo ou mesmo uma piada para tornar mais leves os momentos de tensão.

Aos colegas do G3 que muito contribuíram nas diversas vezes em que ouviram a apresentação deste projeto.

À Sandra, Jean, Soraya, Suzane, Giovanna, Lucas, Melissa e João que souberam compreender os momentos de ausência do irmão e do tio.

À minha amiga e parceira no trabalho Ana Paula Assis Oliveira que ama o que faz e que tem na educação matemática uma meta para seu trabalho.

À minha amiga Sheila Hallai, tradutora e professora de português que sempre esteve presente com seus conselhos, correções e pela imensa amizade que muito me ajudaram.

Aos sujeitos dessa pesquisa que dispuseram de seu precioso tempo para compartilhar suas experiências e dar um real significado às idéias propostas na pesquisa.

Aos meus alunos e ex-alunos que dividiram comigo suas experiências e que me incentivaram a continuar caminhando.

A todos aqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram para que este projeto se tornasse realidade.

A DEUS por tudo.

RESUMO

Esta pesquisa tem por finalidade apresentar uma proposta de capacitação em Geometria para o professor de Matemática, na qual o mesmo possa tomar contato com resultados de pesquisas sobre o ensino de geometria, refletir sobre a sua prática em sala de aula e trocar experiências com outros professores, utilizando-se, para isso, de uma plataforma de educação a distância chamada Moodle.

Para tanto, concebemos e implementamos um curso – *Tópicos de Geometria* – que foi composto de cinco encontros virtuais e dois presenciais, onde abordamos conteúdos de Geometria, por meio da leitura de fragmentos dos trabalhos de autores como Marc Rogalski, Aline Robert, Raymond Duval, Régine Douady e Bernard Parsysz.

Fundamentamos nosso estudo nas relações existentes entre interação, mediação e trabalho colaborativo, compreendendo a utilização de estratégias específicas de mediação pedagógica de um grupo de 20 professores da rede pública estadual de ensino. Desse grupo, selecionamos 05 sujeitos que foram monitorados e acompanhados durante os encontros.

As análises qualitativas foram realizadas a partir das interações e das atividades criadas e desenvolvidas nos encontros realizados no ambiente de fórum do Moodle e apontam para uma nova postura dos professores frente às atividades a serem desenvolvidas com seus alunos posteriormente.

Concluímos que o acesso dos professores aos computadores e à Internet, a parceria entre pesquisadores e instituições de ensino, intercalar os encontros a distância com momentos presenciais para reflexão e a escolha de se trabalhar com temas de pesquisas e não com conteúdos específicos foram fatores fundamentais no desenvolvimento desta pesquisa.

Palavras-chave

Educação a Distância; interação; Moodle; formação continuada; trabalho colaborativo; Geometria.

ABSTRACT

This research is due to introduce a persuade proposal in Geometry to Math teachers, in which they can be in contact with researches results about Geometry learning, to think about their classroom practical and change experiences with other teachers, by using, to that, a distance educational platform called Moodle.

To this, we have gotten and we have implemented a course – *Geometry Topics* –, that had five virtual meetings and two attendance meetings where we have talked about Geometry contents, by reading texts fragments of authors like Marc Rogalski, Aline Robert, Raymond Duval, Régine Douady and Bernard Parsysz.

The quantitative analysis was taken from the interactions and created and developed activities during the meetings in the Moodle forum ambient, and they had pointed to a new teachers attitude about the activities that have to be developed with their students, after this.

We have concluded that the Internet and computers teachers´ access, the partnership between researchers and educational institutions, to mix the distance meetings with attendance moments to reflect about, and the choose of working with researches subjects and not with specifical contents were elementaru facts in this research development.

Keywords

Distance education; interaction; Moodle; continued studies; collaborative work; Geometry.

SUMÁRIO

Lista de Figuras

Lista de Quadros

Capítulo 1 – Problemática

1.1 Apresentação

A formação dos professores e a eficácia das metodologias pedagógicas estão no centro das preocupações de todos aqueles que se dedicam à reflexão sobre a melhoria da qualidade do ensino no país. Não são poucas as críticas ao desempenho dos quadros docentes nas mais diversas áreas.

Há quem acredite que tal desempenho seja um reflexo evidente dos problemas de formação. Outros, porém, preferem atribuir a culpa por resultados aquém do esperado às condições de trabalho, que, em certos casos, acabam obrigando o professor a se desdobrar em inúmeras tarefas, incluindo as de caráter essencialmente burocrático.

Ainda que todos tenham alguma dose de razão, a verdade é que a docência vem-se tornando, a cada dia, objeto de profunda atenção por parte das escolas. Entre elas existem aquelas preocupadas em avaliar se os métodos clássicos de formação de professores ficaram obsoletos, enquanto outras se mostram mais propensas a assimilar novas tendências, como em tudo no contexto do mundo globalizado.

Esta pesquisa tem por finalidade apresentar uma proposta de capacitação em Geometria para o professor de Matemática, na qual o mesmo possa tomar contato com novas teorias de aprendizagem, refletir sobre a sua prática em sala de aula e trocar experiências com outros professores, utilizando-se, para isso, de uma plataforma de educação a distância chamada Moodle.

Para tanto, dividimos o trabalho em quatro capítulos, como descritos abaixo:

No primeiro capítulo, apresentamos a base teórica e bibliográfica que nos serviu de suporte, além do objetivo, questão de pesquisa e a metodologia empregada durante o curso.

No segundo capítulo, tratamos do curso propriamente dito. A concepção do módulo de formação, a caracterização do público-alvo, e a descrição do ambiente Moodle.

No terceiro capítulo, fazemos a análise do conteúdo e das interações desenvolvido tanto pelo grupo como pelos alunos, além dos resultados das entrevistas.

E, por fim, as considerações finais nas quais pretendemos responder à nossa questão de pesquisa e sugerir propostas para novos estudos.

1.2 Minha trajetória

A minha formação básica se deu em escolas da Rede Pública Estadual de Ensino, entre 1980 e 1990.

Em 1991, ainda com 17 anos, ingressei na minha primeira faculdade e, ao escolher o curso, escolhi também a carreira que abraçaria: o Magistério.

O curso escolhido foi o de Licenciatura Curta em Ciências Físicas e Biológicas e Programas de Saúde. A decisão de fazer esse curso foi tomada em virtude da importância que eu dava aos meus professores e da facilidade que eu tinha em ajudar meus colegas no tempo de escola.

Em 1992, ingressei no quadro do magistério e, de lá para cá, venho direcionando meus esforços no sentido de aperfeiçoar a minha prática pedagógica.

Por volta de 1995, resolvi fazer uma nova faculdade, desta vez o curso escolhido foi Análise de Sistemas e durante todo o tempo do curso continuei lecionando. Nesse momento, decidi que poderia integrar essas duas paixões, a Informática e a Educação.

Ao mesmo tempo em que fazia o curso, o Governo do Estado de São Paulo implantou o programa de informática nas escolas, o que me fez conhecer diversos programas (softwares) e, pela minha experiência na área, fui convidado pela Diretoria de Ensino de Caieiras a fazer parte de um projeto de capacitação de professores em informática básica.

Foi um curso extremamente proveitoso, pois era muito bom ver nos olhos dos professores a alegria de perceber que a informática não precisava ser tratada como um bicho-de-sete-cabeças, muito pelo contrário, o computador poderia servir como uma ferramenta auxiliadora no processo de ensino e aprendizagem. Mas aquilo não era suficiente para mim, pois pude verificar *in loco*, que o aprendizado estava sendo usado somente para ele (o professor).

Durante esse tempo, entrei em contato com diversos professores e, nas nossas conversas, percebi que eles, por terem se formado já há algum tempo, não se sentiam seguros em utilizar essa nova ferramenta em aula. Até mesmo por que não haviam sido capacitados para isso.

Foi nesse momento que procurei um curso em que eu pudesse aliar a Informática e a Educação, visando à formação continuada dos professores. Pesquisei e encontrei o Mestrado Acadêmico na PUC.

Como minha pesquisa seria direcionada à área de Tecnologia, optei por ingressar no grupo *TecMEM* - Tecnologias e Meios de Expressão em Matemática, que foi criado no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP, em 2001, e se inclui na linha de pesquisa "Tecnologias da Educação e Educação Matemática", cujo objetivo é formar uma cultura de investigação e pesquisa, envolvendo questões sobre as relações recíprocas entre práticas matemáticas, aprendizagem e tecnologias, em particular, as tecnologias digitais, e a orquestração de ensino na presença de ferramentas tecnológicas.

No processo de seleção, ao ser entrevistado, foi sugerido a mim o Professor Vincenzo Bongiovanni como orientador o que me encheu de orgulho, por se tratar de um nome extremamente conhecido dos professores de matemática em virtude de seus livros didáticos utilizados na Rede Estadual de Ensino, e da sua enorme contribuição em projetos envolvendo a Geometria e a Tecnologia na formação de professores.

A partir desse momento, comecei a me preocupar com o meu tema de pesquisa.

1.3 Justificativa

Havia uma pergunta que me perseguia e que eu sempre fazia aos participantes dos cursos de informática em que atuava. Por que nas aulas todos faziam as atividades, preparavam apresentações, criavam planilhas, enfim, destacavam-se positivamente e quando retornavam para suas escolas, nada mudava?

Muitos professores respondiam que lhes faltava a experiência e outros diziam não ser possível devido a problemas técnicos nas escolas como, por exemplo, o pequeno número de máquinas em relação ao número de alunos.

Essa questão começou a me interessar: a ligação entre a Informática e a Educação.

Que variáveis estão em jogo entre a participação do professor em um curso ligado à informática e o seu comportamento no retorno à sala de aula? De que forma essa recontextualização aconteceria?

Em busca de uma resposta, li o artigo de Mendes, Prado e Silva (2006), que apresentam a experiência da construção da parceria entre a Universidade Simon Fraser (USF) do Canadá, o Senac-SP e a empresa TELESstraining, no oferecimento do curso de extensão acadêmica denominado Certificação em Educação Virtual. O aprendizado no intercâmbio de objetos de aprendizagem, disciplinas e até materiais instrucionais para cursos inteiros apresenta-se como um grande desafio pedagógico às instituições e, por outro lado, apresenta excelentes oportunidades para o aprendizado interinstitucional.

Segundo as autoras, um dos grandes desafios no oferecimento de cursos desenvolvidos por outras instituições e de diferentes culturas é a adequação dos mesmos à realidade brasileira, conservando as características da autoria e respeitando a abordagem pedagógica e as estratégias de aprendizagem da equipe pedagógica, recontextualizando e reconstruindo novos currículos.

O uso das tecnologias da informação e comunicação pode imprimir na educação tanto a “modernização” como a “mudança” (Almeida, F., 2003). A modernização está relacionada com a implantação de infra-estrutura tecnológica, como redes de computadores, laboratórios de informática, acesso à Internet, bem como com a disponibilização de recursos multimídia para os alunos e professores.

A mudança pedagógica está proximamente relacionada com raízes mais profundas na educação e na emergência de novos paradigmas educacionais. No entanto, “... não se pode esperar que as tecnologias da informação e comunicação funcionem como catalisadores dessa mudança, uma vez que não basta o rápido acesso a informações atualizadas continuamente nem somente adotar novos métodos e estratégias de ensino e de gestão”. (Almeida, M., 2002. p.41).

Renova-se, a cada dia, a discussão sobre a mudança educacional e não se contesta a necessidade de mudanças e de novos paradigmas. Os diferentes pontos de vista em torno dos rumos, do alcance, da sua penetração e da sua estrutura é mais do que instigante, ela é convergente. Portanto, é necessário tomar as perspectivas, a partir de múltiplos olhares para compreendê-la.

“No bojo dessas discussões, plano e proposições, emerge a necessidade de a universidade enfrentar o desafio da educação a distância como o uso das TI. Não se trata de substituir a educação presencial pela virtual, mas de analisar as potencialidades de cada uma dessas modalidades e as possibilidades de criar uma dinâmica que as articule em um processo colaborativo... há necessidade de que as universidades propiciem o desenvolvimento de propostas inovadoras, assumindo uma postura de abertura e flexibilidade em relação a projetos criativos, ousados e desafiadores”.(Almeida, M., 2001. p.21).

Propostas inovadoras, conforme aponta Almeida, estão também neste momento, relacionadas à incorporação das tecnologias da informação e comunicação na educação – presencial ou a distância, e essa incorporação só se dinamiza por meio da apreensão dessas pelos docentes. No entanto, essa apreensão não se dá de imediato, ao simples contato, sem o entendimento de seu significado, seu alcance, suas potencialidades e limitações. Ela se dá por meio de processos de capacitação no contexto que se mesclam com a reflexão sobre os paradigmas e os temas emergentes da educação.

Segundo Prado (2003) a recontextualização deve ser entendida no sentido de contextualizar ***o*** novo e não ***de*** novo. Isto significa que a recontextualização de materiais de um curso por outra instituição deve ser feita de modo que possam assumir identidades próprias em cada curso.

A partir dessas reflexões surgiu a idéia de analisar esse processo.

Para isso era necessário verificar o tipo de curso de interesse dos professores e a disponibilidade deles para freqüentar o curso.

Numa conversa com a Assistente Técnica Pedagógica (ATP) de Matemática da Diretoria de Ensino de Caieiras, surgiu a idéia de montarmos, em parceria, um curso de Matemática, cujas idéias pudessem ser aplicadas em sala de aula. Mas pelas considerações feitas pela ATP, o número de participantes seria grande, pois toda uma comunidade de professores seria convidada.

Então, como conciliar a disponibilidade dos professores com os horários? Como resolver o problema com relação à saída do professor da escola para participar de um processo de capacitação? Como criar um horário que servisse ao mesmo tempo para todos os professores?

E foi a partir daí que surgiu o interesse em trabalhar com uma plataforma de educação a distância, pois todos os problemas de locomoção e coincidências de horários poderiam ser resolvidos. Além disso, poderiam trocar informações a qualquer hora, dia ou local sem que os professores tivessem que sair de sua escola ou casa.

A plataforma escolhida foi o ambiente Moodle por ser um software de fonte aberta (Open Source Software), o que significa que se pode instalar, usar, modificar e mesmo distribuir o programa (nos termos da GNU - General Public Licence), além de poder ser usado, sem modificações, nos principais sistemas operacionais.

Com relação ao tema do curso, optamos pela Geometria por acreditar no potencial dessa disciplina e a longa discussão que ela suscita. Concordamos com MANRIQUE (2003), salientando que alguns estudos relacionados ao ensino da Geometria apontam diversas dificuldades para a sua efetivação: metodologia não apropriada; o não-conhecimento, por parte dos professores, de alguns conteúdos específicos (PEREZ, 1995; PASSOS apud PEREIRA, 2001); e programa de Matemática muito extenso (PEREZ, 1995; BERTONHA apud PEREIRA, 2001). Além disso, algumas manifestações afetivas para com a Geometria também impedem seu ensino, um exemplo é a “alergia” sentida pelas demonstrações (GOUVÊA apud PEREIRA, 2001). Apesar dessas dificuldades apontadas, outros trabalhos salientam a importância do ensino da Geometria no Ensino Fundamental. Por exemplo, LORENZATO (1995) afirma que “sem conhecer a Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida” (p.5). Dessa maneira, como mudar essa situação torna-se uma questão premente.

Tais mudanças, por vezes positivas, têm contribuído para a emergência de uma reflexão a respeito do papel da escola. As exigências do atual mercado de trabalho e as novas tecnologias inserem-se neste conjunto de iniciativas.

Mas como nosso foco estava no papel do professor e na sua dinâmica em sala de aula optamos por trazer para os participantes, algumas leituras que serviriam de suporte teórico para as atividades que proporíamos.

Trouxemos, então, para o curso, fragmentos dos trabalhos de autores como Marc ROGALSKI (1996), Aline ROBERT (1998), Raymond DUVAL (1995), Régine DOUADY (1992) e Bernard PARSYSZ (2001), que consideramos serem importantes nesse processo de reflexão.

Nossa intenção era fazer o professor refletir sobre a sua prática, a fim de produzir atividades diferentes e a visão de SCHON (1992) ajuda-nos a compreender esses dois momentos do processo de aprendizagem do professor. Para ele, a reflexão-na-ação se refere aos processos de pensamento que ocorrem durante a ação, permitindo reformular suas ações no decurso de sua intervenção. Estabelece-se um dinamismo de novas idéias e hipóteses, que demandam do professor uma forma de pensar e agir mais flexível e aberta. Certamente, o professor não pode limitar-se à aplicação de técnicas aprendidas; é preciso construir e comparar novas estratégias, novos modos de enfrentar e definir os problemas. Esse processo envolve não apenas o conhecimento científico dos fatos, mas também, o conhecimento intuitivo e artístico. A reflexão-sobre-ação se refere à análise que o professor faz dos processos e das características da sua própria ação, no momento em que ele se distancia da prática do cotidiano. Assim, a ação pedagógica é reconstruída pelo professor a partir do observar, descrever, analisar e explicitar os fatos. Esses procedimentos propiciam ao professor a compreensão de sua própria prática.

A reflexão-na-ação, portanto, representa o saber fazer (que ultrapassa o fazer automatizado) e a reflexão-sobre-ação representa o saber compreender. São dois processos de pensamentos distintos que não acontecem ao mesmo tempo, mas que se completam na qualidade reflexiva do professor.

1.4 Levantamento bibliográfico

Como ponto de partida, procuramos alguns trabalhos desenvolvidos até o momento que julgamos relevantes para a nossa pesquisa e que nos auxiliariam na condução de um novo trabalho. As buscas foram feitas no sentido de integrar esses três elementos: a formação continuada de professores, o ensino e a aprendizagem de Geometria e a melhor maneira de se utilizar um ambiente de educação a distância.

Dentre as diversas pesquisas realizadas até aqui, tomamos como referência os trabalhos de BELLONI (2001), PRADO (2001), SILVA (2001), ALMEIDA (2002), BAIRRAL (2002), PRADO & VALENTE (2002), MANRIQUE (2003) e ABAR (2003 e 2004).

BELLONI (2001), afirma que sem dúvida a educação a distância, por sua experiência de ensino com metodologias não presenciais, pode vir a contribuir inestimavelmente para a transformação dos métodos de ensino e da organização do trabalho nos sistemas convencionais, bem como para a utilização adequada das tecnologias de mediatização da educação. (...)

> *“A experiência e o saber desenvolvidos no campo da educação a distância podem trazer contribuições significativas para a expansão e melhoria dos sistemas de ensino superior no sentido da convergência, definida pela maioria dos especialistas, entre as diferentes modalidades de educação: o cenário mais provável no século XXI será o de sistemas de ensino superior “mistos”, ou “integrados”, que oferecem oportunidades diversificadas de formação, organizáveis de modo flexível, de acordo com as possibilidades do aluno, com atividades presenciais e a distância, com uso intensivo de tecnologias e com atividades presenciais, mas sem professor, de interação entre estudantes, que trabalharão em equipe de modo cooperativo”.(BELLONI, 2001, p. 06-07).”*

PRADO (2001) no artigo “Articulando saberes e transformando a prática”, afirma que:

> *Não são poucas as iniciativas que se apresentaram nos últimos anos na tentativa de melhorar a qualidade da educação em nosso país. Parece haver um consenso entre os educadores de que a nossa escola precisa buscar novas possibilidades que visem a reformulação da prática pedagógica e, conseqüentemente, da educação em geral. Os diferentes segmentos da comunidade escolar - alunos, pais, professores, orientadores, coordenadores, supervisores, diretores, estudiosos sobre o assunto – nem sempre se preocupam com uma mesma e única coisa, mas o fato é que cada qual, a partir de seu posto de observação, tem sentido dificuldades para instituir um novo sentido para a escola compatível com as mudanças sociais, históricas, econômicas, políticas, culturais que vimos atravessando.*

SILVA (2001) apresenta a evolução da tecnologia da informação, em especial a Internet e suas ferramentas às quais possibilita atividades educacionais a distância, a fim de melhorar a qualidade de ensino eliminando distâncias físicas e promovendo a construção do conhecimento de forma interativa, com o auxilio da Realidade Virtual. Seu trabalho mostra a confecção de um protótipo de educação a distância auxiliado pela Realidade Virtual em atividades colaborativas para o ensino de Matemática. O modelo desenvolvido (Ambiente Virtual de Aprendizagem Matemática AVAM) possui uma interface amigável que facilita as aprendizagens integradas, interativas, imersivas e colaborativas, para que os alunos criem objetos tridimensionais a serem utilizados e aplicados em seus projetos de estudo, possibilitando a troca de novos conhecimentos, informações e experiências entre alunos de diversas escolas no setor público.

ALMEIDA (2002) no artigo “Incorporação da Tecnologia de Informação na Escola: vencendo desafios, articulando saberes, tecendo a rede”, nos apresenta os fundamentos da formação de educadores caracterizada pela inter-relação das modalidades presencial e a distância, tendo como eixo a atuação profissional, o contexto da sala de aula e da escola. Os conceitos que permeiam essa formação se articulam como nós de uma rede dinâmica e flexível, englobando tecnologia, hipermídia, contextualização, colaboração, cooperação, criação, autoria, prática pedagógica, desenvolvimento humano, aprendizagem, inovação e construção da mudança na escola. Finalmente, sintetiza o caso de uma escola pública cujos educadores participam da formação por meio de interações presenciais e virtuais, utilizam as TI em sua prática, trazendo suas experiências para reflexão do grupo em formação. A rede de conceitos tecida para fundamentar a formação e a metodologia desenvolvida pode ser referência para outras experiências de formação de educadores, sendo reapropriada para dar continuidade a tessitura de novos nós e ligações.

BAIRRAL (2002) busca, com sua pesquisa, ressaltar a importância e necessidade da formação continuada dos professores, para que os projetos interessados no desenvolvimento profissional docente estejam atentos à criticidade e ao processo ensino-aprendizagem de Geometria. Como contribuições metodológicas, propõe uma estrutura de ambiente virtual para o desenvolvimento profissional docente em Geometria para o 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental e apresenta singulares possibilidades de análise qualitativa para os processos teleinterativos na formação docente. Ele conclui destacando que, embora sejam difíceis mudanças epistemológicas em cursos de curta duração, é possível que os professores aprendam teleinterativamente quando compartilham seriamente suas experiências profissionais e refletem criticamente sobre as mesmas.

PRADO e VALENTE (2002), destacam a abordagem do estar junto virtualmente no contexto da formação de professores para o uso da informática em sua prática pedagógica. Para os autores, esta abordagem não somente facilita a compreensão das questões relacionais de espaço e tempo presentes na formação de educadores envolvidos em cursos de ensino a distância, como também introduz características importantes e fundamentais à esse processo e que são muito difíceis de serem reproduzidas em situações de formação presencial. Desta forma, os autores recomendam a utilização do ensino a distância como um meio importante para a formação do professor reflexivo, baseada no ciclo da prática pedagógica que se origina na interação aprendiz-computador e que é possível de ser estendido às mais diversas situações de aprendizagem.

Nas situações de aprendizagem descritas neste artigo, a presença do ciclo reflexivo evidencia o movimento e a continuidade existentes entre os diferentes componentes desta situação, ao mesmo tempo em que reflete as articulações entre os conceitos reflexão-na-ação e reflexão-sobre-a ação e entre conhecimentos contextualizado e descontextualizado que se expressam de maneira recursiva.

ABAR (2003), no artigo “Ensino a distância em apoio a cursos presenciais de engenharia”, apresenta um curso a distância, usando o ambiente Teleduc (NIED/Unicamp), cujo conteúdo complementa cursos presenciais na área de Exatas nos quais, a operacionalização de resultados da Geometria Analítica, pode revelar obstáculos ao processo de ensino-aprendizagem.

MANRIQUE (2003) tem como objetivo compreender como ocorrem mudanças em concepções e práticas pedagógicas de professores de Matemática, participantes de um processo de formação em Geometria. A autora afirma que o estudo se justifica porque ainda temos muitas questões sobre a formação continuada de professores, porque há poucas pesquisas tratando de “processos de mudanças”, e porque precisamos conhecer as atividades que propiciam mudanças em concepções e prática docentes. A autora afirma que a elaboração de problemas, bem com a sua discussão, foram apontadas como atividades desencadeadoras de mudanças por proporcionarem a socialização de saberes tanto dos conteúdos matemáticos quanto dos extraídos das experiências do dia-a-dia.

ABAR (2004) no artigo “O uso de objetos de aprendizagem no ambiente Teleduc como apoio ao ensino presencial no contexto da matemática” faz a apresentação de módulos de cursos a distância relativos a conceitos básicos de matemática que foram adequadamente inseridos em cursos presenciais para serem utilizados como complementos, revisão ou reforço em disciplinas no contexto do ensino da Matemática. Nestes módulos, fizemos uso de Objetos de Aprendizagem como instrumentos para auxiliar na aprendizagem dos alunos.

Além dos trabalhos acima, buscamos também referências no artigo de MEHLECKE & TAROUCO (2003) que apresenta um estudo sobre os ambientes de educação a distância que propiciem a interatividade, cooperação e aprendizagem entre os envolvidos; também pretende apresentar subsídios para a reflexão das ferramentas de comunicação utilizadas em ambientes virtuais de aprendizagem.

CARVALHO, PEREIRA, GONÇALVES (2004) afirmam que trabalhar a formação continuada de professores de Ensino Fundamental e Médio por meio de cenários é uma iniciativa inovadora e comprometida com o uso de novas tecnologias e qualidade de ensino. Um cenário é composto por uma descrição do desenvolvimento de um dado conteúdo, compreendendo a apresentação de uma seqüência didática e de seus objetivos, de documentos utilizados pelos alunos e de algumas orientações para o professor. Assim, quando vivenciado pelo professor, o cenário permite que o mesmo adquira segurança e desenvolva estratégias para realizar a devolução em classe em função dos questionamentos e saberes que possam surgir, sejam de matemática ou relativos ao programa computacional. A inserção de novas tecnologias no ensino de Matemática em nível fundamental e médio é o objetivo do trabalho desenvolvido pelos autores, que propiciaram a experimentação de onze cenários por 39 professores da Rede Pública, que receberam a formação sobre o uso de programas computacionais no ensino de Matemática. Um resultado concreto do trabalho foi a criação de uma brochura contendo os cenários desenvolvidos, testados e avaliados por professores do Ensino Médio e Fundamental. Dessa forma, pelo efeito multiplicador gerado, o trabalho representa uma contribuição significativa para a inserção das novas tecnologias no ensino.

ARAÚJO, RODRIGUES e BAIRRAL (2001) têm como propósito aprofundar o entendimento e a compreensão de como a mediação por computador, por meio de distintas interações, influi no desenvolvimento profissional de docentes em Geometria. Tendo por base a análise do valor mediático diferenciado das interações, é gerada a confrontação entre os aprendizes (alunos e professores) e os formadores/pesquisadores.

1.5 A Educação a distância: breve histórico

No sentido fundamental da expressão, educação a distância é algo bastante antigo. Nesse sentido, educação a distância é o ensino que ocorre quando o ensinante e o aprendente (aquele a quem se ensina) estão separados (no tempo ou no espaço). Obviamente, para que possa haver educação a distância é necessário que ocorra a intervenção de alguma tecnologia.

A primeira tecnologia que permitiu a educação a distância foi a escrita. A tecnologia tipográfica, posteriormente, ampliou grandemente o alcance de ensino a distância. Mais recentemente, as tecnologias de comunicação e telecomunicações, especialmente em sua versão digital, ampliaram ainda mais o alcance e as possibilidades de educação a distância.

A invenção da escrita possibilitou que as pessoas escrevessem o que antes só podiam dizer e, assim, permitiu o surgimento da primeira forma de educação a distância: o ensino por correspondência. As epístolas do Novo Testamento (destinadas a comunidades inteiras), que possuem nítido caráter didático, são claros exemplos de educação a distância. Seu alcance, entretanto, foi relativamente limitado – até que foram transformadas em livros.

O livro é, com certeza, a tecnologia mais importante na área de educação a distância antes do aparecimento das modernas tecnologias eletrônicas, especialmente as digitais.

Com o livro (mesmo que manuscrito) o alcance da educação a distância aumentou significativamente em relação à carta.

Com o aparecimento da tipografia, entretanto, o livro impresso aumentou exponencialmente o alcance do ensino a distância. Especialmente depois do aparecimento dos sistemas postais modernos, rápidos e confiáveis, o livro tornou-se o foco do ensino por correspondência, que deixou de ser epistolar.

Mas o livro, manuscrito ou impresso, representa o segundo estágio do ensino a distância, independentemente de estar envolvido no ensino por correspondência, pois ele pode ser adquirido em livrarias e por meio de outros canais de distribuição. Com o livro impresso temos, portanto, a primeira forma de educação a distância de massa.

O surgimento do rádio, da televisão e, mais recentemente, o uso do computador como meio de comunicação veio dar uma nova dinâmica ao ensino a distância.

Cada um desses meios introduziu um novo elemento ao ensino a distância:

O **rádio** permitiu que o som (em especial a voz humana) fosse levado a localidades remotas. Assim, a parte sonora de uma aula pode, com o rádio, ser remotizada. O rádio está disponível desde o início da década de 20, quando a KDKA de Pittsburgh, PA, tornou-se a primeira emissora de rádio comercial a operar.

A **televisão** permitiu que a imagem fosse, junto com o som, levada a localidades remotas. Assim, agora uma aula quase inteira, englobando todos os seus componentes audiovisuais, pode ser remotizada. A televisão comercial está disponível desde o final da década de 40.

O **computador** permitiu que o texto fosse enviado, ou buscado, com facilidade a localidades remotas. O correio eletrônico permitiu que as pessoas se comunicassem assincronamente, mas com extrema rapidez. Mais recentemente, o aparecimento de "Chat" ou "bate-papos" permitiu a comunicação síncrona entre várias pessoas. E, mais importante, a "Web" permitiu não só que fosse agilizado o processo de acesso a documentos textuais, mas, hoje, abrange gráficos, fotografias, sons e vídeo. Não só isso, a "Web" permitiu que o acesso a todo esse material fosse feito de forma não-linear e interativa, usando a tecnologia de hipertexto. O primeiro computador foi revelado ao mundo em 1946, mas foi só depois do surgimento e do uso maciço de microcomputadores, aparecendo no final de 1977, que os computadores começaram a ser vistos como tecnologia educacional.

A Internet, embora tenha sido criada em 1969, só explodiu mesmo no mercado nos últimos quinze anos, quando foi aberta para uso comercial, pois antes servia apenas à comunidade acadêmica.

A convergência de todas essas tecnologias em um só meio de comunicação, centrado no computador e, portanto, interativo, permitiu a realização de conferências eletrônicas envolvendo componentes audiovisuais e textuais.

Não há referência, nesse contexto, ao uso, no ensino a distância, de livros impressos, fax, videocassetes, cd-rom, fotografias e slides convencionais, e correio não-eletrônico, por se tratar de tecnologias complemente ultrapassadas pelas suas contrapartidas eletrônicas no que diz respeito ao ensino a distância.

Não resta dúvida, portanto, de que o ensino a distância é hoje possível em uma escala nunca antes imaginada. Mas nem tudo que é possível vale a pena fazer. Por isso, vamos discutir a justificativa de educação a distância no contexto atual.

Há boas razões para discuti-la. De um lado há aqueles que pressupõem que educação a distância não difere substancialmente do ensino presencial; por isso, argumentam que, se o ensino presencial é bom, e é possível ensinar a distância, então devemos nos valer dessa oportunidade.

Por outro lado, porém, há aqueles que vêem vantagens na educação a distância em relação ao ensino presencial: maior alcance, razão custo/benefício mais favorável, e, principalmente, maior flexibilidade tanto para os ensinantes quanto para os aprendentes, visto que acreditam na possibilidade de personalização do educação a distância em nível tal que chegue até a individualização.

Contrapondo-se a essas duas posições favoráveis ao ensino a distância, há aqueles certos de que, no ensino a distância, perde-se a dimensão pessoal essencial, se não necessária ao ensino em si, ao ensino eficaz.

1.6 Referencial teórico

1.6.1 Introdução

A nossa pesquisa se fundamentará nas idéias de Vygotsky sobre os enfoques principais que este autor traçou quanto às questões de aprendizagem e desenvolvimento e nas relações existentes entre interação, mediação e trabalho colaborativo.

Segundo o autor,a aprendizagem é fundamentalmente uma experiência social, de interação pela linguagem e pela ação (VYGOTSKY, 1984,1984).

A interação deve propiciar uma comunidade de aprendizagem, de discurso e de prática de tal maneira a produzir significados, compreensão e ação crítica, exercer a aprendizagem de cooperação e de autonomia, assegurar a centralidade do indivíduo na construção do conhecimento e possibilitar resultados de ordens cognitivas, afetivas e de ação.(TEIA-GEPE, Projeto, 1999).

Tomando como base o referencial marxista, tem-se que Vygotsky interessou-se por enfatizar o papel da interação social ao longo do desenvolvimento do homem. Isto quer dizer que o homem é herdeiro de toda a evolução filogenética (espécie) e cultural, e seu desenvolvimento se dará em função de características do meio social em que vive. Donde surge o termo sócio-cultural ou histórico atribuído nesta teoria. E assim assinalam-se constantemente a busca de explicar os processos mentais superiores baseados na imersão social do homem que por sua vez é histórico, ontológico e filogenético.

Para o autor, o desenvolvimento cultural da criança aparece segundo a lei da dupla formação, em que todas as funções aparecem duas vezes: primeiro no nível social e depois no nível individual; ou seja, primeiro entre as pessoas (interpsicológica) e depois no interior da criança (intrapsicológica). Poderíamos assim dizer que o desenvolvimento cultural do aluno, assim como, sua aprendizagem, se dá mediante o processo de relação do aluno com o professor ou com outros alunos mais competentes.

Em outras palavras, os vygotskianos entendem que os processos psíquicos, a aprendizagem entre eles, ocorrem por assimilações de ações exteriores, interiorizações desenvolvidas através da linguagem interna que permite formar abstrações. Para Vygotsky, a finalidade da aprendizagem é a assimilação consciente do mundo físico mediante a interiorização gradual de atos externos e suas transformações em ações mentais.

Nesse processo, a aprendizagem se produz, pelo constante diálogo entre o exterior e interior do indivíduo, uma vez que para formar ações mentais tem que partir das trocas com o mundo externo, cuja da interiorização surge a capacidade das atividades abstratas que a sua vez permite elevar a cabo ações externas.

O que nos faz pensar que esse processo de aprendizagem se desenvolve do concreto (segundo as variáveis externas) ao abstrato (as ações mentais), com diferentes formas de manifestações, tanto intelectual, verbal e de diversos graus de generalizações e assimilações.

Costuma-se destacar que a abordagem de Vygotsky tem explicação das mudanças de ordem qualitativa. Isto porque o autor preocupou em descrever e entender o que ocorre ao longo da gênese de certas funções, assim como, no estudo da linguagem da formação de conceitos, etc.

Em Vygotsky, as curvas do aprendizado não coincidem com as do desenvolvimento, sendo que quando a criança aprende algum conceito, por exemplo: aritmética, o desenvolvimento dessa operação ou conceito apenas começou. Não há paralelismo entre aprendizagem e o desenvolvimento das funções psicológicas correspondentes. Tal relação é um processo extremamente complexo, dialético, não linear se dá aos saltos, mediante o surgimento de caos.

A aprendizagem dos alunos vai sendo assim construída mediante processo de relação do indivíduo com seu ambiente sócio-cultural e com o suporte de outros indivíduos mais experientes. É na zona de desenvolvimento proximal (ZDP) que a interferência desses outros indivíduos é mais transformador. O conceito de ZDP é relativamente complexo, ele compreende a região de potencialidade para o aprendizado. No caso da criança, representa uma situação cognitiva em que ela só consegue resolver determinada tarefa psicointelectual com auxílio de alguém mais experiente.

É justamente a comprovação da existência de uma área de desenvolvimento potencial que esta pesquisa menciona a postura da escola nessa área. É desta concepção que Vygotsky afirma que a aprendizagem vai em frente do desenvolvimento

As potencialidades do indivíduo devem ser levadas em conta durante o processo de ensino-aprendizagem. Isto porque, a partir do contato com pessoa mais experiente, no nosso caso com aquele professor que sabe um pouco mais, e com o quadro histórico-cultural, as potencialidades do aprendiz são transformadas em situações em que ativam nele esquemas processuais cognitivos ou comportamentais. Pode acontecer também de que este convívio produza no indivíduo novas potencialidades, num processo dialético contínuo.

Assim, para Vygotsky, como a aprendizagem impulsiona o desenvolvimento, a escola tem um papel essencial na construção do ser psicológico e racional. A escola deve dirigir o ensino não para etapas intelectuais já alcançadas, mas sim para estágios de desenvolvimento ainda não incorporados pelos alunos, funcionando como um incentivador de novas conquistas psicológicas. Assim, a escola tem ou deveria ter como ponto de partida o nível de desenvolvimento real da criança (em relação ao conteúdo) e como ponto de chegada os objetivos da aula que deve ser alcançado, ou seja, chegar ao potencial da criança. Aqui o professor tem o papel explícito de interferir na zona de desenvolvimento proximal dos alunos, provocando avanços que não ocorreriam espontaneamente.

Observe que esse nível de desenvolvimento real que é abordado na teoria refere-se ao que a criança no seu nível atual, real e efetivo, ou seja, aquilo que a criança consegue fazer sem ajuda de outro. Enquanto que no nível de desenvolvimento proximal são as funções que não amadureceram, mas estão em estado embrionário - diz respeito às potencialidades e aos processos a longo prazo. Por conseguinte, o que ocorre para Vygotsky é que o aprendizado progride mais rapidamente do que o desenvolvimento. Por isto, a proposta do termo ZDP em sua teoria, e que é onde a escola deve atuar. É aí que o professor agente mediador (por meio da linguagem, material cultural entre outros) intervém e auxilia para a construção e reelaboração do conhecimento do aluno, para que haja seu desenvolvimento.

O que tem encorajado inúmeros educadores a inovarem sua prática pedagógica, no sentido de buscar compreender a realidade de seus alunos tanto do ponto de vista psicológico, cognitivo, afetivo, como sócio-cultural. Isto para que, a partir daí, possam trabalhar rumo a uma educação significativa e construtiva – a qual possa conduzir o aluno a ser sujeito consciente de sua autonomia social.

Na construção de fundamentos para a prática de educação a distância, por rede de aprendizagem mediada por tecnologias interativas via WEB, vale retomar algumas constatações sobre a sala de aula dita presencial para não sucumbirmos, como tantos estão fazendo, à tentação ou ao sonho de buscar reproduzi-la pura e simplesmente no ambiente virtual.

Pela análise da interação professor-aluno, podemos desvendar o que vem sendo reproduzido inadequadamente nas salas de aula virtuais, tal como ocorre na maioria das classes presenciais, em que o professor realiza atos de fala de influência direta mais que de influência indireta sobre os alunos. Nesse caso, o professor continua sendo o centro da atividade de ensino-aprendizagem e não promove a participação dos alunos nem a sua interação.

Não se trata, portanto, de reproduzir a sala de aula delimitada no espaço e no tempo, ou dita presencial, quando se planeja e desenvolve o ensino on-line. O fato é que o professor (tutor) tem de estar presente observando a interação, analisando as mensagens, identificando *feedback* necessário e exercendo seu papel de organizador de condições de aprendizagem.

Aprofundando a nossa elaboração, adotamos algumas perspectivas críticas com base em VYGOTSKY (1974,1984) e em HABERMAS (1971, 1984, 1990).

Segundo VYGOTSKY (1974, 1984), interação social é origem e motor da aprendizagem e do desenvolvimento intelectual. Todas as funções no desenvolvimento do ser humano aparecem primeiro no nível social (interpessoal), depois, no nível individual (intrapessoal). A aprendizagem humana pressupõe uma natureza social específica e um processo por meio do qual as pessoas penetram na vida intelectual daquelas que as cercam.

Portanto, uma atualização dessas noções nos possibilita pensar no novo estilo de pedagogia que favorece a aprendizagem coletiva em rede (nível social ou interpessoal) e, ao mesmo tempo, as aprendizagens personalizadas (nível individual ou intrapessoal).

Ao se tratar da concepção de ambientes interativos de aprendizagem destaca-se a natureza construtivista da aprendizagem: os indivíduos são sujeitos ativos na construção dos seus próprios conhecimentos. É de VYGOTSKY (1984:95) um dos conceitos mais importantes e mais úteis: a zona de desenvolvimento proximal que é definida como "a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar por meio da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial determinado por meio da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes" (Ibiden, p.97).

É fundamental o caráter da relação entre os processos em maturação e aqueles já adquiridos, bem como a relação entre o que o indivíduo pode fazer independentemente e em colaboração com os outros, admitindo que ele pode adquirir mais em colaboração, com ajuda ou apoio, do que individualmente.

O ensino pode provocar o desenvolvimento, exatamente por meio da zona de desenvolvimento potencial, pois, segundo VYGOTSKY, "o ensino é útil quando vai à frente do desenvolvimento (...) e impele ou acorda uma série de funções que estão em estado de maturação que ficam na zona de desenvolvimento potencial".

Um outro conceito relacionado à concepção de VYGOTSKY (1984) refere-se à necessidade da intervenção do adulto para apoiar o aluno na realização de uma tarefa complexa que ele, por si só, seria incapaz de realizar; isso foi desenvolvido por BRUNER (1983). Esse conceito indica como o adulto implementa processos de suporte estabelecidos por meio da comunicação e que funcionam como apoio.

O controle da tarefa é transferido gradualmente do adulto (o apoio/andaime) para a criança, ou do professor para o aluno. Segundo tais princípios, a concepção e uso de ambientes interativos de aprendizagem deverão apresentar diferentes graus de complexidade, de forma a possibilitar a cada sujeito, em cada momento, atuações que estão nessa zona desenvolvimento proximal, com variados recursos de apoio. Esses recursos são gradativamente retirados de acordo com o desenvolvimento do aluno.

Todas essas noções abrem perspectivas para o planejamento da aprendizagem com apoio dos próprios aprendizes nas situações de interação e de trabalho colaborativo. É como afirma Pierre LÉVY (1999:158): A direção mais promissora, que, por sinal, traduz a perspectiva da inteligência coletiva no domínio educativo, é a da aprendizagem cooperativa.[...] O professor torna-se um animador da inteligência coletiva dos grupos que estão a seu encargo. Sua atividade será centrada no acompanhamento e na gestão das aprendizagens: o incitamento à troca de saberes, a mediação relacional e simbólica, a pilotagem personalizada dos percursos de aprendizagem, etc.

1.6.2 Interação na perspectiva sócio-interacionista de Vygotsky

Ainda para VYGOTSKY (1984), toda atividade humana envolve mediação por instrumentos técnicos e “psicológicos” (signos).

Os instrumentos técnicos regulam as ações sobre os objetos, ampliando a intervenção humana no meio em que vive. Nesse sentido, Borba (2004) aponta que as novas mídias não são apenas simples recursos didáticos dentro do processo de construção do conhecimento.

Os instrumentos psicológicos correspondem aos sistemas simbólicos que regulam as ações sobre o psiquismo do ser humano. Esses sistemas de representação da realidade permitem que o ser humano amplie sua capacidade de atenção, memória e acúmulo de informações. São exemplos de signos a linguagem, a escrita e o sistema de números – “um meio de contato social com outras pessoas” (VYGOTSKY, 1984).

A interação humana relaciona-se à construção do conhecimento e do meio, contribuindo para o desenvolvimento cognitivo do indivíduo como sujeito a partir das interações que mantém com o ambiente físico-social, compreendendo o ambiente histórico.

As diferentes interações que um sujeito necessita vivenciar para que ocorra a aprendizagem são: interação social, interação com o objeto da aprendizagem, interação com o conhecimento estruturado e consigo mesmo, podendo ser virtuais ou em uma combinação com a interação presencial. Com base na educação a distância, expande-se a sala de aula para um universo maior, permitindo educar pessoas em qualquer lugar e a qualquer hora, proporcionando-lhes autogestão, aprendizagem autônoma, flexibilidade e adaptabilidade, tudo isso se baseando na intencionalidade de quem criar o curso.

O ponto de partida é que a aprendizagem é fundamentalmente uma experiência social, de interação pela linguagem e pela ação, segundo VYGOTSKY, e que a interação deve propiciar uma comunidade de aprendizagem, de discurso e de prática de tal maneira a produzir significados, compreensão e ação crítica, a exercer a aprendizagem de cooperação e de autonomia, a assegurar a centralidade do indivíduo na construção do conhecimento e possibilitar resultados de ordem cognitiva, afetiva e de ação.

A linguagem humana, além de ser um meio para representar conhecimentos socialmente construídos, tem também o papel vital na mediação de ações, na negociação de objetivos e na coordenação de meios a serem usados para alcançá-lo. O discurso, na versão interiorizada ou "fala interior", tem o sentido de propiciar pensamento e ações individuais no âmbito de atividades compartilhadas. (VYGOTSKY, 1974,1984).

LAVE & WENGER (1991), falam de comunidade abrangendo relações interpessoais duradouras que se formam em torno de práticas compartilhadas. A comunicação humana, de uma forma ou outra, está no cerne de todas as relações e práticas sociais. Nelas, as conversações são processos sociais complexos e poderosos que envolvem silêncio tanto quanto mensagens, conhecer tanto quanto informar e contam com os interlocutores centrais e também com aqueles que participam apenas perifericamente, às vezes sem contribuir efetivamente.

Adotar estratégias tecnológicas na educação a distância exige um repensar na relação professor-aluno e dos meios de comunicação e interação que poderão aproximar as pessoas, como também afastá-las. Algumas tendências acenam para que a educação a distância adote uma abordagem problematizadora, investigativa e reflexiva contrapondo-se à lógica de estímulo-resposta, ocasião em que o programa é o condutor do usuário.

Conforme BELLONI (2003), essas tendências sinalizam para alunos mais autônomos, maduros e sempre prontos a aprender, contudo, os ambientes devem prover as tecnologias e as facilidades para a implementação da interação, que visa viabilizar o processo de ensino-aprendizagem. É importante salientar, porém, que não é o ambiente, em si próprio, o determinante da interatividade, mas os atores que fazem parte desse cenário, objetivando a construção do conhecimento de forma colaborativa.

A aprendizagem colaborativa é um processo importante para o compartilhamento de um objetivo comum, e sua metodologia envolve a interação, que deve romper a lógica de ensino tradicional para uma prática mais inovadora, promovendo uma relação afetiva com o conhecimento, de forma reflexiva e mais autônoma.

Viabilizar na educação a distância o aprender a aprender, integrando o ser humano aos meios tecnológicos e sendo ele o condutor dos processos, é fazer um confronto dialético voltado para a ação humanizada na reestruturação do processo de ensino-aprendizagem, integrado às tecnologias de informação e comunicação. O trabalho do professor se dá com os alunos e não sobre eles ou do professor consigo mesmo.

Refletindo sobre essa perspectiva, FREIRE (2003) diz: "o ensinar inexiste sem aprender e vice-versa", e, nessa dinâmica, os educandos se modificam continuamente em sujeitos autores e construtores dos seus saberes. Por isso, "ensinar não é transferir conhecimentos, mas criar as possibilidades para sua produção ou a sua construção".

É notório que, na educação a distância, a interatividade entre professores e alunos é essencial, visto que, sem essa interação, o aprendizado pode ser realizado, mas a sua qualidade e valor significativo ficam comprometidos. Essas vantagens são relevantes na educação, proporcionando uma maior produtividade, rapidez e retorno imediato, com um custo-benefício favorável, tanto para os alunos e professores, como também para a instituição de ensino.

Diante disso, o ambiente inovador da educação a distância torna-se um agente de mudanças e transformações das práticas pedagógicas, no qual o aluno é instrumentalizado para investir em sua formação, apropriando-se de conhecimentos, numa relação de contato e interação com os professores e outros alunos, formando uma rede colaborativa em que os aspectos da interatividade são reforçados e a autonomia valorizada consideravelmente.

1.6.3 Conceito de colaboração

Segundo alguns autores (CORD, 2000; HARASIM, 1995, 2000; DILLEMBOURG, 1995 e LAROCQUE, 1999; PASS 1999 e NITZKE et. al., 1999), há uma diferença conceitual entre os termos cooperação e colaboração. O processo de colaboração pode ser mais complexo. Se não, vejamos. CORD (2000, p.1), por exemplo, reconhece que, no domínio do ensino/aprendizagem, o trabalho colaborativo entre discentes e/ou docentes se concretiza, muito freqüentemente, por um trabalho de equipe.

CORD (2000) interpreta o trabalho em equipe como a concretização do trabalho colaborativo; estabelece uma subordinação da colaboração à cooperação ao observar que o trabalho colaborativo depende da cooperação entre os membros de uma equipe; elege a Internet como a ferramenta adequada para essa proposta e determina a necessidade de um produto final.

Para CORD (2000, p.1), ainda, a aprendizagem colaborativa visa a favorecer a colaboração entre pares e permite a troca de mensagens eletrônicas entre os estudantes de um grupo ou de uma turma. Dessa forma, a Internet constitui uma ferramenta para a aprendizagem colaborativa. Todavia, a virtualidade instrumental da Internet se empobrece quando a autora esclarece o seu entendimento, restringindo-o à troca de mensagens eletrônicas como possibilidade de comunicação entre os membros do grupo ou da turma.

Para HARASIM (1995), a aprendizagem colaborativa é vista como "qualquer atividade na qual duas ou mais pessoas trabalham juntas para criar significado, explorar um tópico ou melhorar habilidades" (apud PASS, 1999, p.5). Ou seja, pode-se generalizar a idéia de que qualquer atividade desenvolvida em conjunto animada por um objetivo final que leve a aquisições determinadas é uma situação de aprendizagem colaborativa.

Para DILLEMBOURG e LAROCQUE (apud NITZKE et al., 1999, p.2), a diferença entre a cooperação e a colaboração pode ser traduzida pelo modo como é organizada a tarefa pelo grupo. Para eles, na colaboração, todos trabalham em conjunto sem distinções hierárquicas em um esforço coordenado, a fim de alcançarem o objetivo ao qual se propuseram. Já, na cooperação, a estrutura hierárquica prevalece e cada um dos membros da equipe é responsável por uma parte da tarefa.

PASS (1999, p.6), citando DILLEMBOURG et al., ressalta uma outra diferença feita relacionada ao aspecto da coordenação: "A coordenação nas atividades cooperativas é apenas obrigatória na montagem dos resultados parciais, enquanto a colaboração é uma atividade coordenada, sincronizada que é resultado de um esforço continuado de construir e manter uma concepção compartilhada de um problema".

Resumindo, portanto, observa-se, nesses diversos conceitos, que os termos "cooperação" e "colaboração" designam atividades em grupo que visam a um objetivo em comum. A diferença mais fundamental está na regularidade da troca, no trabalho em conjunto, na constância da coordenação.

Ambos os conceitos derivam de dois postulados principais: de um lado, a rejeição ao autoritarismo, à condução pedagógica com motivação hierárquica, unilateral; de outro, trata-se de concretizar uma socialização não só pela aprendizagem, mas, principalmente, na aprendizagem.

Na educação a distância, esses dois propósitos se organizariam mediante um instrumento que equaciona a comunicação com tais características: trata-se de uma comunicação direta, contínua, construtiva.

Nesta pesquisa adotaremos o conceito de colaboração no sentido de objetivos compartilhados, uma finalidade explícita de "somar algo" - criar alguma coisa nova ou diferente, contrapondo-se a uma simples troca de informações ou passar instruções.

1.6.4 Mediatização

Para Belloni (2001, p.62), uma das competências mais importantes para conceber e realizar uma ação de educação a distância será saber “midiatizar”. A autora destaca que, de certa forma, o professor presencial já “midiatiza” ao preparar aulas e materiais. Portanto, o que é novo na educação a distância é a quantidade de mídias disponíveis hoje no mercado, que acarreta uma crescente exigência de qualidade técnica da parte dos docentes e estudantes. Sendo assim, na educação a distância, o professor deverá tornar-se parceiro dos alunos na construção do conhecimento, através da pesquisa e da busca de inovações pedagógicas:

“Para fazer frente a esta nova situação, o professor terá necessidade muito acentuada de atualização constante, tanto em sua disciplina específica, quanto em relação às metodologias de ensino e novas tecnologias. A redefinição do papel do professor é crucial para o sucesso dos processos educacionais presenciais ou a distância. Sua atuação tenderá a passar do monólogo sábio da sala de aula para o diálogo dinâmico dos laboratórios, salas de meios, e-mail, telefone e outros meios de interação mediatizada; do monopólio do saber à construção coletiva do conhecimento, através da pesquisa; do isolamento individual aos trabalhos em equipes interdisciplinares e complexas; da autoridade à parceria no processo de educação para cidadania” (BELLONI, 2001, p.82-83).

Na nossa visão, complementando a idéia acima, essa ação de educação a distância deve ser precedida de planejamento, além de outros elementos como a intencionalidade de quem planeja o curso.

Assim, a tecnologia empregada na concepção de um curso a distância pode privilegiar, entre outras coisas, tanto o papel do aluno como sujeito ativo de sua aprendizagem, quanto o papel do professor como mediador, incentivador e orientador.

Segundo MASETTO (2003), as técnicas precisam ser escolhidas de acordo com o que se pretende que os alunos aprendam. Como o processo de aprendizagem abrange o desenvolvimento intelectual e afetivo, o desenvolvimento de competências e de atitudes, pode-se deduzir que a tecnologia a ser usada deverá ser variada e adequada a esses objetivos.

Na nossa concepção, a escolha de recursos técnicos para a implementação de um ambiente virtual de ensino e aprendizagem deve considerar as possibilidades de incentivo à participação dos alunos e à interação entre eles, promovendo o debate, a pesquisa e o diálogo.

Compreendemos que, nas situações de educação a distância em ambiente virtual, os recursos de participação que caracterizam a plataforma de hospedagem do curso como interativa permitem a manifestação e a interação dos usuários (professores e alunos) de forma síncrona e/ou assíncrona, além de a consulta aos materiais de apoio. No entanto, a ocorrência e a qualidade dessas interações dependem da utilização que se faz da interatividade – daí a importância de se manter o caráter sócio-afetivo e a intersubjetividade da interação entre professor-aluno e entre alunos, uma vez que um ambiente interativo, por si só, não é suficiente para se obter um nível satisfatório de interação, podendo ser utilizado, por exemplo, apenas para consultas de informações.

De fato, entendemos que na educação a distância, os diversos suportes técnicos que mediatizam a comunicação precisam ser interativos, ou seja, devem apresentar recursos que permitam a interação entre os participantes de um curso; ao passo que esses mesmos ambientes informáticos podem caracterizar-se como altamente interativos sem, no entanto, implicar na ocorrência de interações.

Por isso, consideramos que a caracterização do ambiente virtual como interativo é fundamental, mas não suficiente para a implementação de um curso a distância tendo como base uma proposta de construção do conhecimento de forma colaborativa.

Como ressalta BELLONI (2001, p. 06-07):

> "Sem dúvida a educação a distância, por sua experiência de ensino com metodologias não presenciais, pode vir a contribuir inestimavelmente para a transformação dos métodos de ensino e da organização do trabalho nos sistemas convencionais, bem como para a utilização adequada das tecnologias de mediatização da educação. (...)".
>
> "A experiência e o saber desenvolvidos no campo da educação a distância podem trazer contribuições significativas para a expansão e melhoria dos sistemas de ensino superior no sentido da convergência, definida pela maioria dos especialistas, entre as diferentes modalidades de educação: o cenário mais provável no século XXI será o de sistemas de ensino superior "mistos", ou "integrados", que oferecem oportunidades diversificadas de formação, organizáveis de modo flexível, de acordo co as possibilidades do aluno, com atividades presenciais e a distância, com uso intensivo de tecnologias e com atividades presenciais, mas sem professor, de interação entre estudantes, que trabalharão em equipe de modo cooperativo".

BELLONI (2001, p.54-59) destaca que a educação sempre foi e continua sendo um processo complexo que utiliza meios de comunicação para complementar ou apoiar a ação do docente em sua interação com os estudantes. Na educação presencial, o quadro negro, o giz, o livro, dentre outros, são ferramentas pedagógicas que fazem a ponte entre o conhecimento e o aluno. Na educação a distância, a interação com o professor passa a ser indireta, por isso, torna-se necessária a midiatização por uma combinação de suportes técnicos de comunicação. Para a autora, as TIC possibilitam formas inéditas de interação midiatizada e de interatividade no processo de ensino-aprendizagem, permitindo combinar a flexibilidade da interação humana com a independência no tempo e no espaço, sem por isso perder velocidade. Alguns exemplos citados por ela são o e-mail, as listas e grupos de discussão e paginas da web.

Alguns pensadores da Comunicação e da Educação apresentam perspectivas promissoras à educação a distância como democratizadora do ensino. Entretanto, apontam também para a necessidade de olhar criticamente o contexto em que o país está inserido, antes de se introduzir as tecnologias de comunicação na educação presencial e/ou a distância. No caso brasileiro, por exemplo, é necessário, face às desigualdades econômicas e sociais, estabelecer relações de custo e benefício, devido à precariedade de recursos e às imensas demandas básicas de bem-estar como saúde, saneamento, habitação, entre outras áreas críticas.

1.6.5 A cognição coletiva

A cognição coletiva é um ato de adquirir conhecimento de forma compartilhada por meio das tecnologias de informação.

Entendemos que o conceito de conhecimento difere do conceito de informação, embora estejam relacionados. A construção do conhecimento é resultado da compreensão da informação que, segundo VALENTE (1999), pode ser considerado como o significado que atribuímos e representamos em nossa mente sobre a nossa realidade. Por isso, o conhecimento pode ser compreendido como uma construção pessoal, impossível de ser transmitido - o que transmitimos são as informações que advém desse conhecimento, nunca o conhecimento em si.

BELLONI (1999) também relaciona a necessidade de problematizar o saber e contextualizar o conhecimento, que deve ser entendido como algo muito mais amplo que informação. Por isso, compreendemos que a informação consiste em algo que pode ser trocado ou acessado sem, necessariamente, contribuir para a construção do conhecimento; ou seja, se uma dada informação não for contextualizada, poderá não ter sentido, não fazer sentido, e perder-se sem colaborar para a construção do conhecimento.

Para compreender como a constituição de um curso em um ambiente virtual pode colaborar para a construção do conhecimento, prosseguimos nosso estudo pontuando os conceitos de interação e interatividade que são, segundo SILVA (1998), ora ambivalentes, ora contraditórios, remetendo às idéias gerais de níveis de participação, comunicação e controle sobre acontecimentos.

Acreditamos que cada vez mais estamos partindo para a chamada cognição coletiva. A cada dia que passa, dadas as facilidades e condições, o indivíduo passa a valer mais e mais pela capacidade de se relacionar e interagir com as novas tecnologias.

Estamos presenciando o nascimento de um novo mundo, um mundo de pesquisa, um mundo de ligações, de interações, um momento em que as transformações acontecem de uma forma muito rápida. Isso se deve às divulgações e facilidades de acessos. Portanto, preparar as novas gerações para esse novo mundo é o desafio, já que hoje não há necessidade de cobrar dos discentes a memorização de conceitos ou fatos. Eles devem ser levados a pesquisar dentro deste Universo Cognitivo que forma a *Word Wide Web*, uma teia universal de conhecimento, que transcende toda e qualquer idéia que já possa ter existido. Uma biblioteca, sem limites físicos e em constante construção.

A Internet funciona como se fosse uma expansão de nossas capacidades cognitivas. Uma memória de extensão com recursos de Inteligência Artificial que permite não só o acesso à informação a distância, mas a associação da informação ao conhecimento.

De forma similar ao que ocorre no nosso espaço corporal, a rede vai anexando conhecimentos de forma dinâmica e inconsciente. Em cada ponto do planeta, a todo instante, vão sendo adicionadas novas idéias, teorias, fatos, imagens, sons etc, passando a compor esse corpo intelectivo, constituindo a cognição coletiva.

Dentro do exposto, não é difícil concluir que, no futuro, o indivíduo que não conhecer informática estará excluído de todos os processos de evolução. Pois os computadores, a microeletrônica, os satélites e as tecnologias que exploram o princípio digital possibilitam a ampliação e a disseminação da informação e do conhecimento na sociedade, podendo ser traduzidos em novos saberes, novas competências e em uma sabedoria coletiva mais ampla.

1.7 Objetivo e questão de pesquisa

Espera-se que o professor possa, por meio de um programa de educação continuada via educação a distância, voltar a fazer parte do sistema como um aprendiz, no qual terá espaço para demonstrar suas habilidades, melhorar sua auto-estima e, principalmente, fortalecer-se para encarar a sala de aula como um ambiente de complementação de seus estudos.

Para isso, o meu objetivo de pesquisa é apresentar uma proposta de capacitação em Geometria para professores de Matemática, utilizando-se para isso, de uma plataforma de educação à distância.

A validade dessa proposta será testada mediante a análise das interações entre os participantes e mediante a produção de atividades desenvolvidas com alunos desses participantes.

Não será fácil para os professores assumirem esse novo papel de aprendiz num ambiente informatizado, pois não se trata de informatizar o ensino, tampouco somente de juntar Informática com Educação, mas sim, integrá-las à prática pedagógica, o que implica uma preparação adequada do professor. Mas essa preparação não é um simples curso, e sim, um processo de formação continuada, no qual o professor constrói novas perspectivas sobre como se aprende e como se ensina. Essa formação resulta da articulação entre a exploração da tecnologia da computação, a ação pedagógica com o computador e as teorias educacionais que permitem compreender, interpretar e reelaborar essa ação.

Pretende-se promover reflexões que mostram a importância da Geometria. Essa escolha encontra apoio em ALMOULOUD (2001), que destaca alguns dos fatores que têm um papel importante no baixo desempenho dos alunos em Geometria:

> A grande parte dos professores que hoje estão em atividade tiveram uma formação de base muito precária em Geometria. Além disso, os cursos de formação inicial de professores - tanto os cursos de magistério como os de licenciatura - continuam não dando conta de discutir suficientemente com seus alunos uma proposta mais eficiente para o ensino de Geometria, e também as modalidades de formação continuada, postas em ação nos últimos anos, basicamente, na forma de cursos de reciclagem, não têm atingido ainda o objetivo de mudar a prática na sala de aula em relação ao ensino de Geometria.

> Embora os PCN (1998) destaquem a importância de se resgatar o trabalho com Geometria no Ensino Fundamental, a maioria dos professores não sabe claramente o que fazer. (ALMOULOUD, 2001)

Quando se trata da importância do uso de um software para a melhoria da qualidade de ensino ou um ambiente de educação a distância, encontramos sempre a mesma resposta de que é extremamente importante sua utilização, mas o que proponho, em meu estudo, é analisar o que acontece com o professor que se submete a esse tipo de formação, especialmente em Geometria.

E, para essa análise, proponho a seguinte questão de pesquisa:

Que características deste processo de formação continuada em Geometria por meio de uma plataforma de educação a distância permitem ao professor repensar a sua prática pedagógica?

Mesmo os professores que não têm habilidade no manuseio do computador poderão participar produtivamente desse projeto, pois, para o curso acontecer com sucesso, é necessário, mas não fundamental, que o professor conheça o mínimo necessário dos programas básicos como, por exemplo, o Windows, e um navegador de Internet (Internet Explorer, por exemplo). Mas se for necessário um curso básico, as próprias escolas mantêm monitores, sendo alunos treinados pelas Diretorias de Ensino, que poderão indicar os passos iniciais ao mundo dos mouses, teclas e telas coloridas.

1.8 Metodologia de pesquisa

Para responder à nossa questão de pesquisa, criamos um projeto de formação continuada onde organizamos três encontros presenciais e cinco encontros virtuais por meio de uma plataforma de educação a distância.

Foram convidados 20 professores de matemática do Ensino Médio de escolas pertencentes a Diretoria de Ensino de Caieiras – SP, e desses, uma equipe colaborativa formada por cinco professores tiveram suas atividades e interações analisadas durante o projeto que ainda teve o autor desta pesquisa nos papéis de tutor e observador.

A constituição e características da equipe permitiram a convergência dos interesses tanto por parte do pesquisador quanto pela Diretoria de Ensino de

Caieiras. O investigador assumiu um papel de formador e tinha como função observar e incentivar as discussões das resoluções e construções das atividades, bem como a reflexão sobre o trabalho realizado.

O estudo foi realizado ao longo de dois meses aproximadamente, sendo que a duração em dias de cada aula variava de acordo com a disponibilidade dos participantes.

Os encontros a distância foram intercalados com dois encontros presenciais sendo o primeiro, no encontro inaugural e o segundo no início do quarto encontro.

Durante os encontros, assumimos o papel de formador com as funções de observar:

- O processo de familiarização do professor com o Moodle;
- A troca de informações entre os colegas de curso;
- Os tipos de diálogos tratados nas salas de bate-papo e nos fóruns.

A coleta de dados consistiu em:

- Gravar os ambientes de fórum para que pudessem ser observadas a evolução das discussões entre os participantes dentro do ambiente. Registrá-las a cada momento em que o participante fizesse uso dos recursos do ambiente, para que houvesse uma descrição mais precisa das atividades e do contexto das situações envolvidas na sua evolução.
- Gravar e transcrever as entrevistas que aconteceram logo após a conclusão dos trabalhos no ambiente Moodle. Tais entrevistas foram do tipo semi-estruturada, nas quais focamos aspectos como a participação individual, a interação com o ambiente e com os colegas e os possíveis resultados em sala de aula.

Capítulo 2 – Concepção do módulo de formação a distância

2.1 Concepção do curso Tópicos de Geometria

A idéia principal para a concepção do módulo não era trabalhar apenas conteúdos matemáticos como costuma ser feito na maioria dos cursos de especialização. Julgamos importante apresentar aos participantes, resultados de pesquisas em geometria e relacioná-los com atividade que pudessem ser aplicadas em seguida em sala de aula.

Em cada encontro seria colocado à disposição dos participantes um texto como suporte teórico acompanhado de atividades que deveriam ser respondidas pelas equipes. Os textos teriam como objetivo principal levar o professor a refletir e repensar sobre a sua prática pedagógica.

Optamos por desenvolver o curso em encontros, sem necessariamente forçar os participantes a correr contra o tempo. Consideramos necessário, apenas, que todos caminhassem juntos no ambiente.

A produção da equipe deveria ser postada no fórum de debates do ambiente Moodle.

No primeiro encontro as equipes eram compostas, inicialmente, por professores que tinham o maior número de aulas nos segmentos: 1º ano do Ensino Médio, 2º ano do Ensino Médio e 3º ano do Ensino Médio.

Os participantes foram deixados à vontade para interagir com quem quisessem, e para os encontros seguintes as equipes seriam subdivididas em equipes menores com três ou quatro participantes.

A opção de trabalhar com grupos menores ao longo do curso teve como objetivo propiciar, num primeiro momento, o contato do participante com o ambiente, podendo sentir-se livre para interagir com a plataforma e com quem ele quisesse, a fim de criar as primeiras comunidades de colaboração.

Além disso, um grupo grande demais poderia inibir a participação de alguém, o que não aconteceria num grupo menor, no qual todos seriam responsáveis pelo próprio desenvolvimentos e o do membro de sua equipe.

A escolha dos membros das equipes foi feita tomando por base a localização das escolas nos diferentes municípios, com o objetivo de evitar a troca de informações fora do ambiente.

Os textos e atividades eram disponibilizados para leitura na tela e acompanhados de uma versão no formato para impressão e as atividades deveriam proporcionar o debate entre os participantes ao longo da aula.

As respostas das atividades deveriam ser postadas no fórum de debates para a visualização de todos, e as atividades desenvolvidas com os alunos deveriam ser recolhidas a fim de serem comentadas e debatidas pelos participantes.

No primeiro encontro do curso, foi apresentado o texto “Estudo dos quadriláteros notáveis”, que tinha por finalidade apresentar aos participantes as diferentes definições dos quadriláteros notáveis (quadrado, retângulo, losango, paralelogramo) (ANEXO 1).

O objetivo desse primeiro encontro era o de apresentar aos professores a evolução dos conceitos dos quadriláteros notáveis apresentados por Euclides, Legendre e Hadamard.

As concepções dos alunos nas séries iniciais se assemelham muito com as de Euclides e Legendre (1793). O processo que permite evoluir para as definições de Hadamard (1898) levou séculos.

A intenção do texto era mostrar que cabe ao professor, a difícil tarefa de acolher o saber espontâneo trazido pelo aluno e de fazê-lo progredir lentamente para uma concepção mais ampla, como a de Hadamard, que permite a generalização de várias proposições matemáticas.

No segundo encontro (ANEXO 2), foi trabalhado o tema Tipos de atividades no ensino da Matemática, da pesquisadora francesa Aline Robert (1998) que classifica o funcionamento de conhecimentos pelos alunos em três níveis: técnico, mobilizável e disponível.

Para a autora, o aluno põe em funcionamento um conhecimento de nível técnico quando resolve uma questão simples que corresponde a uma aplicação imediata de um teorema, de uma propriedade, de uma definição ou de uma fórmula. Em geral, há indicações dos métodos a utilizar.

No nível de funcionamento mobilizável, os conhecimentos que serão utilizados são bem identificados, mas necessitam de alguma adaptação ou de alguma repetição antes de serem colocados em funcionamento.

O nível de funcionamento disponível trata de resolver uma questão proposta sem nenhuma indicação ou sugestão fornecida pelo professor. É preciso encontrar nos conhecimentos anteriores o que favorece a resolução da questão.

Aline Robert sugere que nenhum desses três níveis seja negligenciado no ensino de matemática.

No terceiro encontro (ANEXO 3), foi trabalhado o conceito de registros de representação do filósofo e psicólogo francês Raymond Duval que, em seu livro Sémiosis et pensée humaine, fornece um referencial estruturado de análise do funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática por meio da Teoria dos Registros de Representações Semióticas.

Para ele, os objetos matemáticos não são diretamente acessíveis à percepção; o seu acesso passa necessariamente por representações semióticas (formas sob as quais a informação é descrita).

Os diferentes tipos de representações semióticas mobilizáveis no funcionamento matemático são designados por ele como "registros de representação" e classificados em quatro tipos. Dois são relativos à representação discursiva: a língua natural e os sistemas de escritas (registro numérico, registro simbólico e registro algébrico); e dois relativos à representação não discursiva: registro figural (registro figural da perspectiva cavaleira, registro figural da Geometria Descritiva, registro figural da perspectiva cônica,...); e registro gráfico (cartesiano, polar,...).

DUVAL (1996) sustenta que, para um conhecimento ou um saber matemático poder ser colocado em funcionamento, é necessário que o aprendiz o apreenda não somente com um registro, mas com, pelo menos, dois registros de representação e que saiba coordenar esses registros.

As pesquisas de Duval indicam que "a compreensão em matemática implica na capacidade de mudar de registro".

No início do quarto encontro, propusemos uma reunião presencial, na qual realizamos uma auto-avaliação, bem como uma discussão sobre todos os problemas enfrentados pelos participantes, além dos temas que foram tratados até este momento do curso.

Foram entregues alguns questionários aos quais os participantes responderiam sobre sua participação e aproveitamento do curso.

Nesse quarto encontro do curso (ANEXO 4), o tema sugerido foi A mudança de quadros de Régine Douady (1992), pesquisadora francesa que caracteriza a noção de quadro da seguinte maneira: “Um quadro é constituído por objetos de um campo da Matemática, de relações entre esses objetos, de suas formulações eventualmente diferentes e das imagens mentais associadas a esses objetos e a essas relações”. Exemplos de quadros: quadro algébrico, quadro geométrico, quadro numérico, quadro gráfico, etc...

Para Douady, uma mudança de quadro é uma passagem de um quadro para um outro a fim de obter formulações diferentes de um problema. Essa mudança pode permitir um novo acesso às dificuldades encontradas e o uso de ferramentas e técnicas não pertinentes na primeira formulação.

Douady sugere que mudanças de quadro sejam provocadas por iniciativa do professor para permitir com que o aluno avance na resolução do problema. Ela considera as mudanças de quadro como motor para fazer esse avanço.

No quinto e último encontro do curso (ANEXO 5), apresentamos considerações sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico, que têm como pano de fundo o artigo do pesquisador francês Bernard Parsysz (2001), “Articulação entre percepção e dedução num meio geométrico para professores da escola elementar”, extraído do Colóquio COPIRELEM – Tours – 2001. Nesse texto, Parsysz apresenta um modelo de um quadro teórico do ensino da Geometria no qual destaca quatro etapas no desenvolvimento do pensamento geométrico:

- A Geometria concreta (nível G0). Nesse nível, parte-se da realidade do concreto e os objetos são materializados.
- A Geometria espaço-gráfica (nível G1), que é a Geometria das representações figurais e gráficas. Nesse nível, os objetos são bidimensionais como, por exemplo, desenhos produzidos numa folha ou numa tela de um computador. A justificativa de propriedades é feita pelo “olhar”.
- A Geometria proto-axiomática (nível G2). Nesse nível, os conceitos são objetos teóricos e as demonstrações dos teoremas são feitas a partir de premissas aceitas pelos alunos de modo intuitivo;
- A Geometria axiomática (nível G3). Nesse nível, os axiomas são explicitados completamente.

Nos níveis G0 e G1, os objetos são concretos e as validações são perceptivas; e nos níveis G2 e G3, os objetos são teóricos e as validações são dedutivas. A distinção entre os quatro níveis está nas rupturas de contrato. Nos níveis G0 e G1, as justificativas são feitas pelo percebido; no nível G2, por propriedades evidentes e no nível G3, por um sistema de axiomas.

Parsysz, no seu artigo, expõe a hipótese de que os professores dos primeiros ciclos do Ensino Fundamental da França não distinguem claramente os níveis G1 e G2 e, como conseqüência, não distinguem validações perceptivas de validações teóricas.

O texto apresentado tinha por objetivo despertar o professor para promover o salto de validações perceptivas para validações dedutivas.

Os mesmos foram encaminhados para a última atividade do curso, que deveria ser realizada em dupla, sendo constituída de um exercício que abrangia tudo aquilo que fora discutido nos textos anteriores.

Depois de realizado o último encontro, começamos o processo de entrevistas com os participantes, nas quais puderam fazer todas as considerações pertinentes ao seu desenvolvimento no curso.

O Quadro 1 nos dá um resumo de como foi feita a distribuição dos encontros a distancia e os presenciais.

ENCONTROS	ASSUNTO	PRESENCIAL	A DISTÂNCIA
1º encontro	Apresentação do projeto	sim	Não
Complemento do 1ºencontro	O estudo dos quadriláteros notáveis	não	sim
2º encontro	Tipos de atividades no ensino da matemática	não	sim
3º encontro	Registros de representação	não	sim
Início 4º encontro	Aplicação dos questionários	sim	não
4º encontro	Mudança de quadro	não	sim
5ºencontro	Um quadro teórico para a Geometria ensinada	não	sim

Quadro 1: Temas dos encontros presenciais e a distância

2.2 Caracterização dos participantes

O número de participantes no curso oscilou de acordo com a evolução das aulas. O curso teve um número de 20 participantes fixos durante os cinco encontros; destes, onze eram mulheres e nove eram homens.

A justificativa dos participantes para essa oscilação foi desde o excesso de atividades de fim de ano nas escolas até problemas nos computadores e dificuldade na aplicação das atividades com os alunos.

Para conhecer os professores que iríamos acompanhar e observar durante o curso, foi elaborado e aplicado um questionário para todos os participantes. Sua aplicação aconteceu entre o terceiro e quarto encontros no ambiente, e tinha o objetivo de caracterizar os participantes, fornecendo informações sobre a sua formação, local de acesso ao ambiente, tempo no magistério, motivações pessoais para fazer o curso, dificuldades apresentadas e uma auto-avaliação até aquele momento do curso.

A intenção de se fazer o questionário apenas após o terceiro encontro reside no fato de o número de participantes ter se tornado mais regular do que nas intenções de participação e mesmo no primeiro e segundo encontros. Nessa fase do projeto já tínhamos os 20 professores que fariam parte dos encontros virtuais.

A figura 2.1 abaixo nos dá uma idéia da faixa etária dos sujeitos da pesquisa:

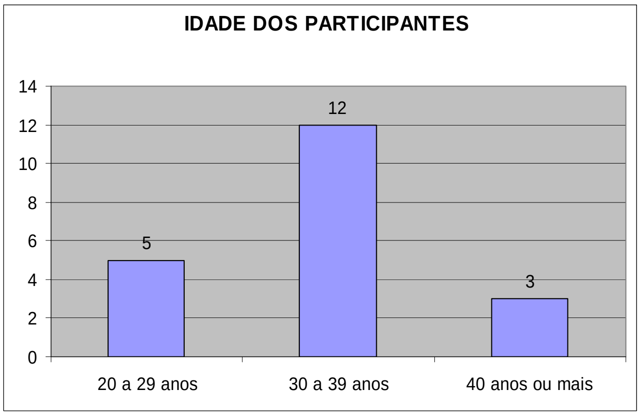


Figura 2.1 - Faixa etária dos participantes

Podemos perceber que o grupo participante pode ser considerado formado por profissionais experientes, em sua maioria. Essa experiência se confirma quando analisamos o tempo no magistério. Apenas dois professores lecionam a menos de dois anos na Rede, o que é representado na figura 2.2.

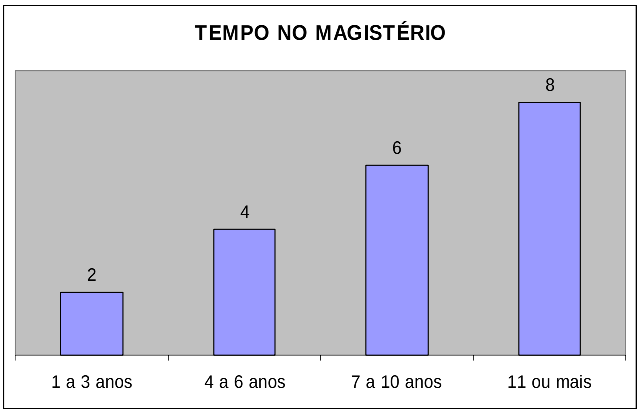


Figura 2.2 – Tempo no Magistério

A grande maioria dos professores leciona para quase todas as séries do Ensino Médio, sendo que alguns dos convidados lecionavam, também, para o Ensino Fundamental.

Todos os professores possuem curso superior completo, sendo que três possuem pós-graduação nas áreas de Educação Especial, Informática Educacional e Educação Matemática, respectivamente.

No questionário aplicado no início da quarta aula, os participantes relataram que os principais motivos que os levaram a fazer o curso a distância foram vontade pessoal de aprender coisas novas e a facilidade em fazer o próprio horário.

Dentre os participantes, temos professores de Mairiporã, Franco da Rocha, Caieiras, Cajamar e Francisco Morato, todas regiões pertencentes à Diretoria de Ensino de Caieiras.

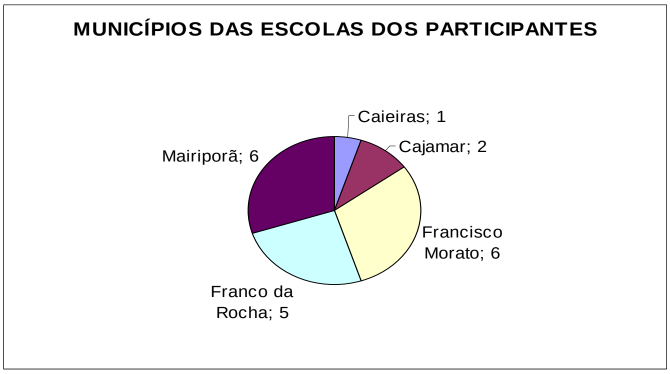


Figura 2.3 – Distribuição dos professores por Município

Do grupo que participou, analisaremos apenas as produções de cinco professores.

São eles:

Professora A:

A professora A tem 33 anos. É licenciada em Matemática, tem 13 anos de magistério e relata já ter feito um outro curso a distância anteriormente, que se chamava Práticas de Leitura e Escrita, vinculado à Rede do Saber; e que não teria problemas em fazer um novo curso a distância.

Trabalha como professora efetiva em uma única escola em Caieiras - SP, dando aulas de Matemática no Ensino Fundamental e Médio.

Relata que o que a motivou a fazer o curso foi a facilidade em fazer o seu próprio horário, bem como a vontade pessoal de aprender coisas novas.

Com relação ao ambiente, diz acessar as atividades de sua própria casa, gastando em média duas horas por semana no ambiente.

Para finalizar, relata que seu curso de graduação teve muitas aulas de Geometria e que, em sala de aula, procura aplicar a Geometria Analítica e a Geometria Plana.

Professora B:

A professora B tem 39 anos. É licenciada em Matemática, com pós-graduação em Tecnologias Interativas Aplicadas à Educação. Tem quatro anos de magistério.

Trabalha em uma única escola no município de Mairiporã - SP, dando aulas semanais de Matemática em seis turmas de Ensino Médio.

O que a motivou a fazer o curso foi a vontade pessoal de aprender coisas novas e, com relação ao ambiente, diz acessar as atividades de sua própria casa e da escola, gastando em média sete horas por semana no ambiente.

Para finalizar, relata que teve muito pouca Geometria no seu curso de graduação e que utilizou muito o software WINGEOM, porém agora sente por seus alunos não terem acesso a computadores, mas diz ter mais facilidade para tratar o tema.

Professora C:

A professora C tem 35 anos de idade. É licenciada em Matemática. Tem 13 anos de magistério.

Trabalha como professora contratada em uma única escola em Caieiras - SP, dando aulas semanais de Matemática em turmas de Ensino Fundamental e Médio.

O que a motivou a fazer o curso foi a vontade pessoal de aprender coisas novas e, com relação ao ambiente, diz acessar as atividades de sua própria casa, gastando em média trinta minutos cada vez que acessa o ambiente.

Relata que não teve Geometria no seu curso de graduação, pois sua primeira formação não foi em Matemática e sim Contabilidade, e que, depois de fazer a complementação, teve que aprender na prática e com cursos oferecidos pela Diretoria de Ensino.

Professor D:

O Professor D tem 24 anos de idade. É licenciado em Matemática. Tem apenas dois anos de magistério.

Trabalha como professor em uma única escola em Cajamar - SP, dando aulas semanais de Matemática em turmas de Ensino Médio.

O que o motivou a fazer o curso foi a vontade pessoal de aprender coisas novas, manter-se atualizado e melhorar a sua qualidade de vida. Com relação ao ambiente, diz acessar as atividades de sua própria casa, gastando em média sete horas por semana no ambiente.

Relata que não teve, na sua graduação, muitos conteúdos de Geometria relacionados ao seu trabalho no Ensino Médio, que muito do que aprendeu não utiliza em sala de aula.

Professor E:

O Professor E tem 30 anos de idade. É licenciado em Matemática. Tem apenas três anos de magistério.

Trabalha como professor em uma única escola em Francisco Morato - SP, dando aulas semanais de Matemática em turmas de Ensino Fundamental e Médio.

O que o motivou a fazer o curso foi a vontade pessoal de aprender coisas novas, manter-se competitivo e a facilidade em fazer seu próprio horário. Com relação ao ambiente, diz acessar as atividades de sua própria casa, gastando em média trinta minutos a cada vez que acessa o ambiente.

Relata que aprendeu muito pouco de Geometria e que ensina apenas o básico devido à falta de tempo e de material para construção e desenvolvimento da matéria.

Podemos resumir no Quadro 2.2 a seguir, a caracterização geral dos sujeitos escolhidos para análise:

Participante	**Idade**	**Tempo no magistério**	**Pós-graduação**	**Geometria na graduação?**
Professora A	33	13	não	Sim, bastante.
Professora B	30	04	sim	Sim, pouca.
Professora C	35	13	não	Não.
Professor D	24	02	não	Sim, pouco usa.
Professor E	30	03	sim	Sim, só o básico.

Quadro 2.2 - Caracterização geral dos participantes

De uma maneira geral, temos um grupo bem heterogêneo: são três mulheres e dois homens, com idades entre 24 e 49 anos, e entre dois e vinte e dois anos de experiência no magistério. Apenas dois destes professores selecionados relataram não ter tido Geometria no curso de graduação, porém, dos três restantes, apenas a professora A diz ter tido um curso de Geometria compatível com o que ensina em sala de aula.

Em comum, os sujeitos selecionados apresentavam as seguintes características:

a) Todos procuraram o projeto por vontade pessoal de aprender coisas novas;
b) Todos participaram dos encontros de sua própria casa;
c) Todos lecionavam para turmas de Ensino Médio.

2.3 Caracterização das entrevistas

As entrevistas tiveram como objetivo esclarecer alguns aspectos das pesquisas e auto-avaliação (proposta durante a quarta semana) apresentadas, além de traçar um perfil dos professores presentes no curso.

O foco esteve na maneira em como as interações se desenvolveram e nas aplicações dos conteúdos discutidos nos encontros, além, de verificar quais foram as verdadeiras transformações percebidas, o que efetivamente mudou nas atividades propostas aos seus alunos e que benefícios essa experiência trouxe para suas aulas.

As entrevistas aconteceram após o preenchimento de um questionário aplicado durante o quarto encontro, e após o quinto encontro. Esta última semi-estruturada e baseada nas interações e atividades apresentadas durante os encontros.

2.4 Descrição do ambiente de educação a distância

Moodle (Modular Object Oriented Distance LEarning) é um sistema para gerenciamento de cursos (SGC) - um programa para computador destinado a auxiliar educadores a criar cursos on-line de qualidade.

Figura 2.4 – Tela inicial do Moodle

Tais sistemas de educação via Internet são, algumas vezes, também chamados de Sistemas de Gerenciamento de Aprendizagem (SGA) ou Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA).

Moodle é um software de fonte aberta (Open Source Software), o que significa que é possível instalar, usar, modificar e mesmo distribuir o programa (nos termos da GNU - General Public Licence).

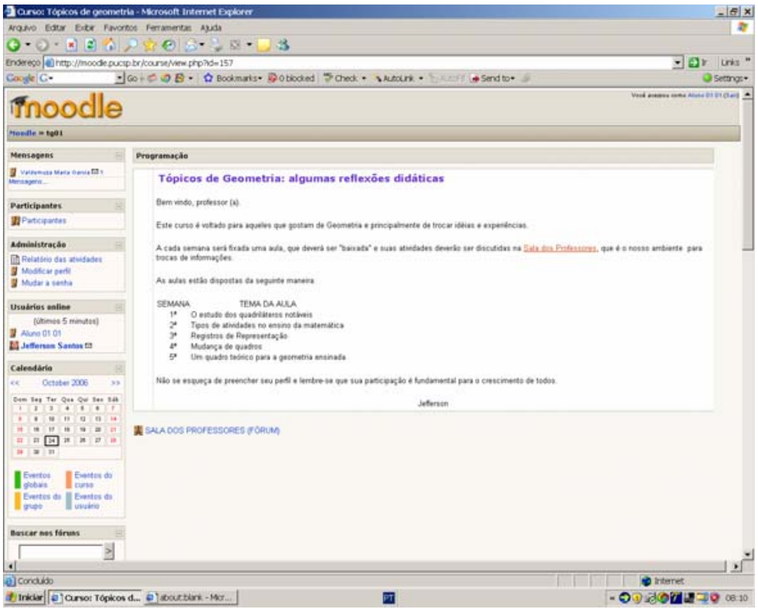


Figura 2.5 – Tela inicial do curso Tópicos de Geometria

Uma das vantagens do Moodle é que ele é gratuito e de fonte aberta, que os usuários têm acesso ao código fonte do software.

Pode-se examinar (alterar, ampliar, modificar) o programa ou mesmo usar partes dele para aplicações de interesse pessoal.

E por que isso é importante? Primeiro: softwares de fonte aberta adotam valores acadêmicos de liberdade, avaliação pelos pares e compartilhamento do conhecimento; qualquer pessoa pode baixar o Moodle gratuitamente, modificar ou acrescentar módulos, corrigir erros, melhorar seu desempenho ou simplesmente aprender observando como outras pessoas usam o ambiente e resolvem problemas.

Em segundo lugar, ao contrário dos sistemas proprietários, o Moodle pode ser instalado sem nenhum custo, em quantos servidores você desejar. Ninguém poderá retirá-lo de você, aumentar os custos de manutenção ou fazê-lo pagar por atualizações. Ninguém pode forçá-lo a fazer atualizações, comprar ferramentas que você não deseja ou determinar quantos usuários você pode ter.

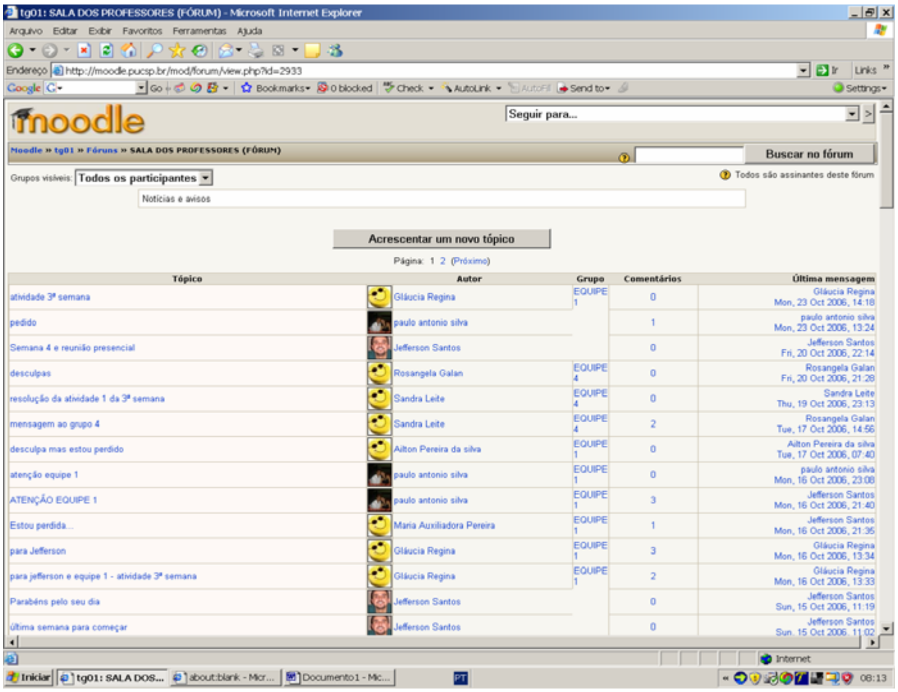


Figura 2.6 – Tela do fórum de debates (Sala dos professores)

Os fóruns e salas de bate-papo que na nossa pesquisa optamos por chamar de sala dos professores, fornecem meios de comunicação entre o professor e os alunos fora das salas de aula. Os fóruns permitem mais tempo para reflexão antes que a participação aconteça e permitem uma discussão reflexiva por um longo período de tempo. As salas de bate-papo, por outro lado, fornecem uma forma de comunicação rápida e instantânea com professores, tutores e alunos; podem ser usadas para uma discussão aberta, com tema livre, ou até mesmo para uma aula virtual. Sabe-se de um professor que, impedido de falar por motivos médicos, conduz seu curso usando salas de bate-papo para comunicar-se com os alunos. Um outro uso comum é aquele feito por grupos de alunos que devem produzir um trabalho e usam o bate-papo on-line para se organizar e discutir detalhes do trabalho.

Os fóruns são uma ferramenta poderosa para a comunicação em um curso no Moodle. Pode-se pensar neles como uma caixa de correio on-line na qual o formador e seus alunos podem postar mensagens e, ao mesmo tempo, observar discussões entre um grupo menor de participantes. Os fóruns são a ferramenta principal para discussões on-line, além de serem o centro de cursos com formato social.

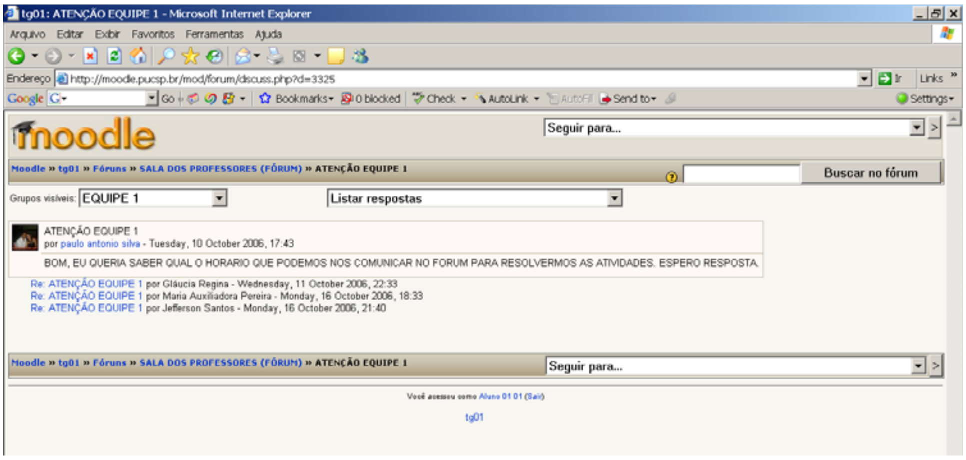


Figura 2.7 – Diálogo na Sala dos Professores

Os fóruns permitem comunicação entre professores e alunos a qualquer momento, de qualquer lugar onde haja um computador e acesso à Internet.

Não é necessário que as pessoas que queiram se comunicar por meio de um fórum estejam, simultaneamente, conectadas ao ambiente. As pessoas envolvidas em informática chamam essa conversa de assíncrona, porque não ocorre ao mesmo tempo. Em contraposição, os bate-papos são chamados de formas de comunicação sincrônica.

A forma assíncrona de comunicação nos fóruns permite que cada participante tenha um tempo pessoal para elaborar sua participação em uma discussão.

Os fóruns são, provavelmente, a ferramenta mais importante em um ambiente Moodle. É o principal ambiente de comunicação entre alunos e professores. O Construtivismo Social tem como base a participação e negociação de significados. Argumenta-se que uma boa moderação da discussão é muito mais importante do que um curso com conteúdo estático.

Uma das principais vantagens do Moodle sobre outras plataformas é um forte embasamento na Pedagogia Construcionista Seymour Papert, um matemático-psicólogo que foi trabalhar no Laboratório de Inteligência Artificial do MIT, adaptou os princípios do Construtivismo Cognitivo de Piaget e construiu um conjunto de premissas a serem usadas ao aplicar a tecnologia de computadores como auxiliar do processo de construção de conhecimento.

Segundo PAPERT (1980), é na universalidade de aplicações do computador e na sua capacidade de simular modelos mecânicos que podem ser programados por crianças, que reside a potencialidade do computador em aprimorar o processo de evolução cognitiva da criança. A construção e depuração colaborativa de programas LOGO (PAPERT, 1980) expressas visualmente por meio dos desenhos da Tartaruga, concretizam um formalismo matemático criando modelos que induzem a criança a “pensar sobre o ato de pensar” - epistemologia - e que têm como conseqüência o avanço nos estágios de desenvolvimento cognitivo.

Capítulo 3 - Análise das atividades e das interações

O número de participantes nos grupos que participaram do projeto Tópicos de Geometria oscilou entre 20 e 30, que representavam escolas dos municípios de Caieiras, Cajamar, Francisco Morato, Franco da Rocha e Mairiporã, todos pertencentes à Diretoria de Ensino de Caieiras.

O convite surgiu em uma reunião com a Assistente Técnico-Pedagógica (ATP) de Matemática, na qual expusemos o projeto de educação a distância e convidamos os professores a participarem.

A ATP nos informou que se interessava pelo projeto, pois já estava trabalhando com um grupo na realização de um banco de dados de atividades a serem aplicadas em conjunto por todos os professores de Matemática da região, mas não havia nada específico em Geometria.

Na data ficou combinado que faríamos uma reunião com os professores representantes das escolas a fim de fazermos o convite e vermos a disponibilidade de cada um.

Nessa reunião com os professores, fizemos uma palestra sobre o curso e agendamos um encontro presencial para darmos algumas noções básicas do ambiente Moodle.

Em virtude de um problema de comunicação entre a Diretoria de Ensino e as escolas, nem todos os professores que participaram da primeira reunião estavam presentes, e outros professores que não foram à primeira estavam nessa reunião para a apresentação do Moodle.

Como foi necessária uma nova explicação do projeto, tivemos um aumento no número de interessados em fazer o curso.

Durante a reunião, pudemos perceber que alguns professores não tinham sequer um e-mail para receber as informações vindas do fórum do Moodle. Outros não tinham a habilidade que a grande maioria apresentava, o que retardou um pouco o estado de igualdade entre os participantes, mas como se tratava de uma aula de interação com o ambiente, deixamos um tempo para essa adaptação.

Na segunda metade da reunião, demos início a uma simulação de como seria o uso do ambiente caso eles estivessem em suas casas, não permitindo o contato físico entre os participantes e fazendo a leitura do texto que iríamos disponibilizar no ambiente.

Um dos participantes fez a leitura do texto “Estudo dos quadriláteros notáveis”, no qual eram apresentadas as diferentes classificações dos quadriláteros feitas por Euclides, Legendre e Hadamard.

Ao final da leitura, houve o início da resolução das atividades propostas para o encontro e, devido ao adiantado da hora, foi deixada para ser respondida ao longo do encontro virtual.

Ainda nessa reunião inicial, os professores foram divididos em três grupos de acordo com as séries que mais lecionavam no Ensino Médio. Ficaram divididos em 1º ano do Ensino Médio, 2º ano do Ensino Médio e 3º ano do Ensino Médio.

Essa primeira divisão foi feita devido ao número elevado de participantes, o que inviabilizava a troca de informações, ou mesmo poderia permitir que algum participante “passasse desapercebido” pelos demais.

Ao final da reunião, foi entregue aos participantes o cronograma dos encontros posteriores e combinado qual seria o melhor dia para iniciar o projeto no ambiente de educação a distância, ou seja, qual seria o melhor dia para baixar os textos dos encontros e dar início tanto aos debates no fórum quanto à apresentação e resolução das atividades junto aos alunos.

Ficou combinado que, nos encontros seguintes, os textos e as atividades a serem desenvolvidas seriam depositadas a cada domingo e concluídas até o sábado posterior.

Ficou combinado, também, que não seria permitida a entrada no ambiente apenas para “baixar” as atividades e depois retornar para “depositar” as respostas sem passar pelo debate no fórum.

Vários autores reconhecem a importância da colaboração para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes (Arriada & Ramos, 2000). Com base nas diversas contribuições de teóricos cognitivistas, a aprendizagem é entendida como um processo de interação social, seja na forma representada pelo processo de interiorização propiciado pela Zona de Desenvolvimento Proximal (Vygostsky, 1987) ou por meio do construtivismo social, que reconhece, na mente do indivíduo, a capacidade de construir modelos da realidade mediante comunicação e negociação.

Sobre tais fundamentos, metodologias de trabalho colaborativo, como o desenvolvimento de projetos e a educação pela pesquisa, têm sido utilizadas com mais freqüência em ambientes virtuais de aprendizagem colaborativa. Nesse sentido, algumas contribuições metodológicas, como aquelas citadas anteriormente, devem também reconhecer o novo contexto que as redes incorporam.

3. 1 Análise das atividades desenvolvidas

3.1.1 Análise das atividades do 1º encontro

As atividades propostas neste encontro foram divididas em três partes.

A primeira parte tinha por objetivo verificar o entendimento do texto no qual foi pedido que os participantes representassem, por meio de diagramas de Venn, os conjuntos dos quadrados, retângulos, losangos e paralelogramos definidos por Euclides, Legendre e Hadamard, respectivamente.

Esperava-se que na concepção de Euclides os professores apresentassem os seguintes diagramas, nos quais os conjuntos não apresentam intersecção entre si.

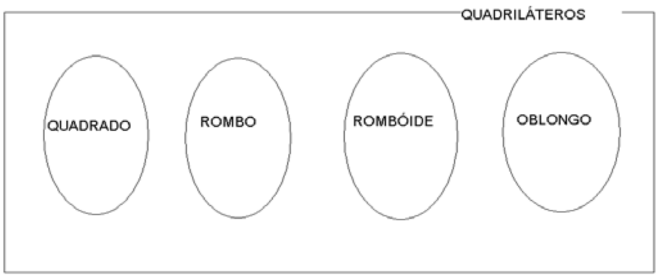


Figura 3.1 – Definição dada por Euclides

Já para Legendre, os conjuntos dos quadrados, dos retângulos e dos losangos estão contidos no conjunto dos paralelogramos.

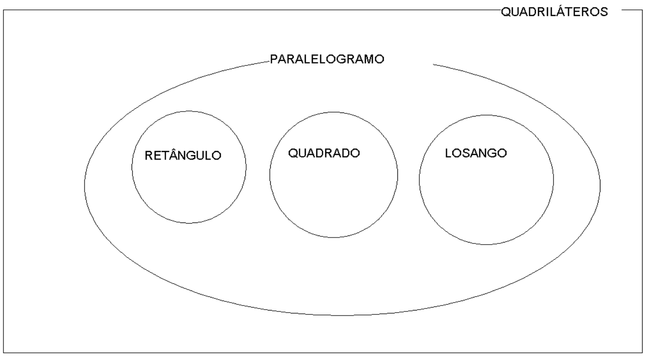


Figura 3.2 – Definição dada por Legendre

Hadamard classifica o retângulo, o quadrado e o losango como paralelogramos, porém coloca o conjunto dos quadrados é a intersecção do conjunto dos retângulos e dos losangos.

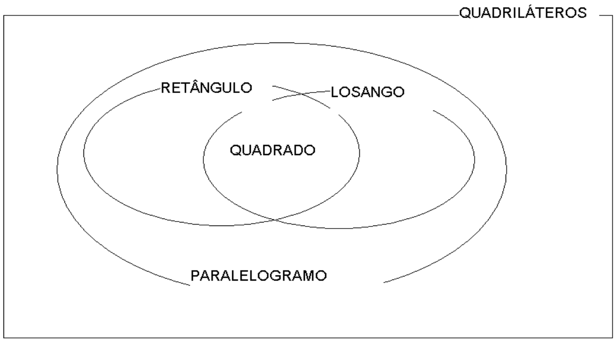


Figura 3.3 – Definição dada por Hadamard

Já na segunda parte foi pedido para que os participantes desenhassem alguns quadriláteros a partir das características dadas de suas duas diagonais.

E por fim, na terceira parte, foi pedido para que os participantes definissem paralelogramo, losango, retângulo, quadrado, reta tangente a uma circunferência e parábola a partir de dois pontos de vista diferentes. O objetivo dessa atividade era de lembrar aos professores que um objeto matemático pode ser definido de diversas maneiras. Em geral, os alunos acreditam que cada objeto matemático apresenta uma única definição. A intenção da atividade era fazer com que o professor participante se apropriasse dessa idéia para poder adaptá-la em sua sala de aula.

Por se tratar da primeira vez em que iriam colocar suas repostas no ambiente, muitos dos participantes apenas as depositaram, não se importando em ler as dos demais. Notamos também uma certa dificuldade dos participantes em colocar à disposição as questões que envolviam representações. Com isso, o resultado obtido não foi o esperado, o que fez com que houvesse mudanças na postagem da aula seguinte.

1ª atividade

Na primeira parte da atividade 1 os participantes deveriam representar, por um diagrama de Venn, os conjuntos dos quadriláteros notáveis definidos por Euclides.

As respostas dadas pelos participantes, ilustradas nas figuras abaixo, foram:

Professora A

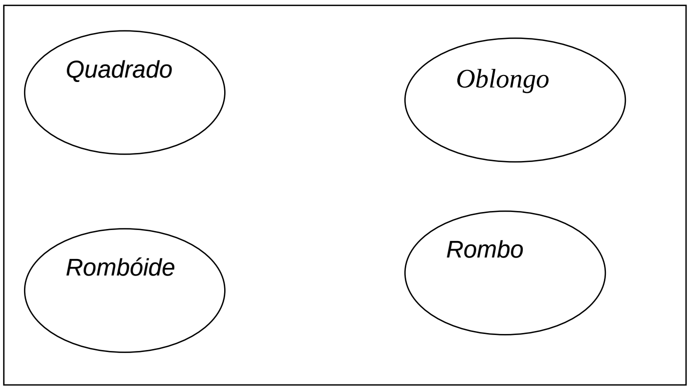


Figura 3.4 – Classificação de Euclides interpretada pela professora A

Professora B

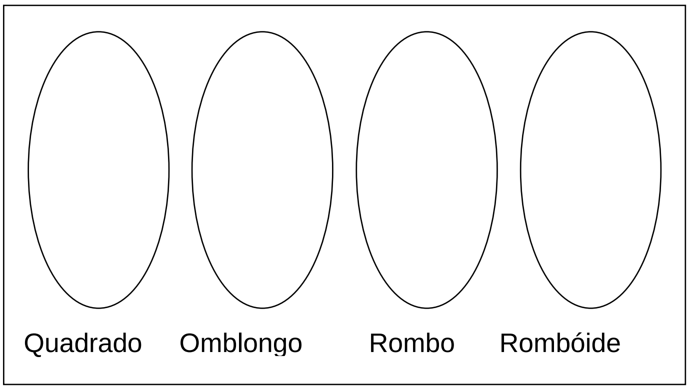


Figura 3.5 – Classificação de Euclides interpretada pela professora B

Professora C:

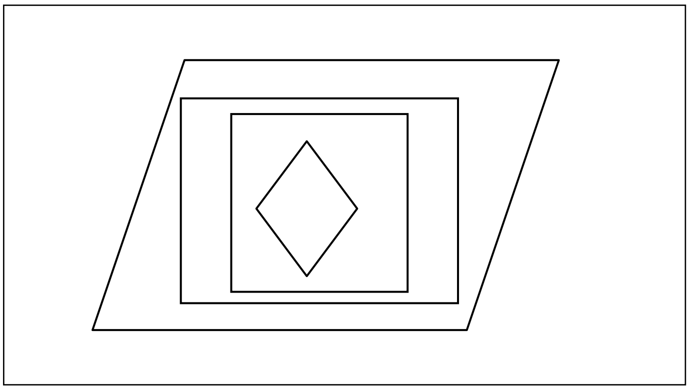


Figura 3.6 – Classificação de Euclides interpretada pela professora C

Professor D

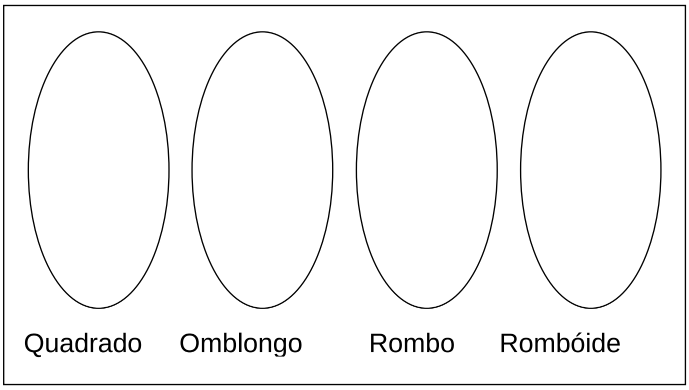


Figura 3.7 – Classificação de Euclides interpretada pelo professor D

Professor E

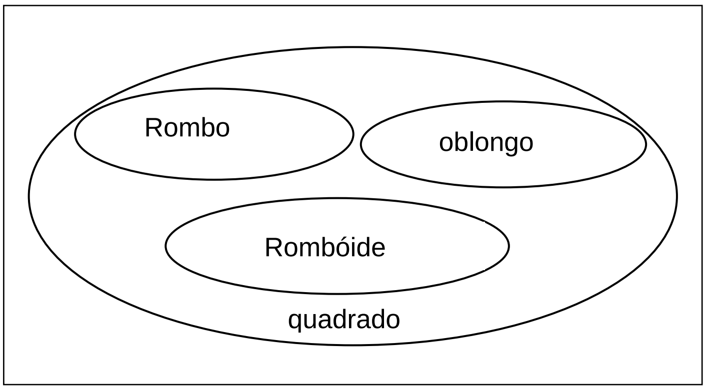


Figura 3.8 – Classificação de Euclides interpretada pelo professor E

Percebe-se pelas respostas que apenas os professores C e E, ainda estão atrelados às definições atuais e portanto não souberam interpretar corretamente as definições de Euclides.

Ao serem questionados durante a entrevista, a professora C afirmou que no entendimento dela, os quadriláteros eram os mesmos, e que apenas se diferenciavam nas definições.

Já o professor E, entendeu que as definições se assemelhavam em muito com as definições atuais e que fez confusão com o nome quadrado ao invés de quadrilátero.

Na segunda parte da atividade 1, os participantes deveriam representar, por um diagrama de Venn, os conjuntos dos quadriláteros notáveis definidos por Legendre

As respostas dadas pelos participantes foram:

Professora A:

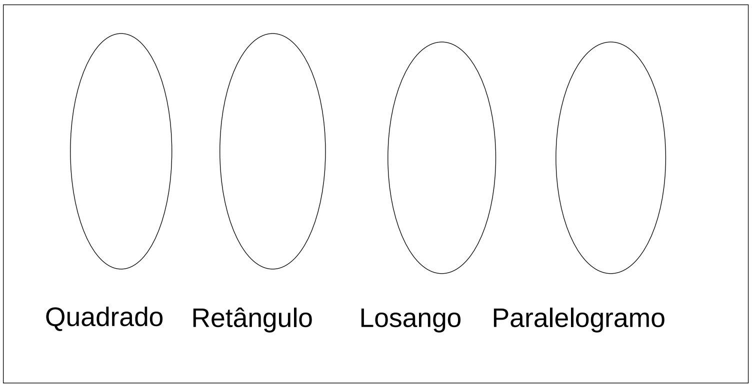


Figura 3.9 – Classificação de Legendre interpretada pela professora A

Professora B

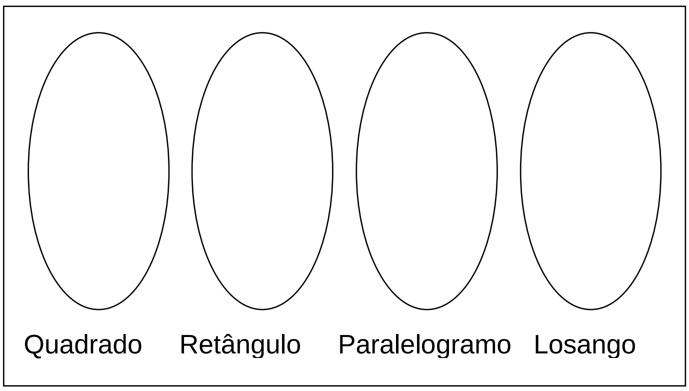


Figura 3.10 – Classificação de Legendre interpretada pela professora B

Professor D

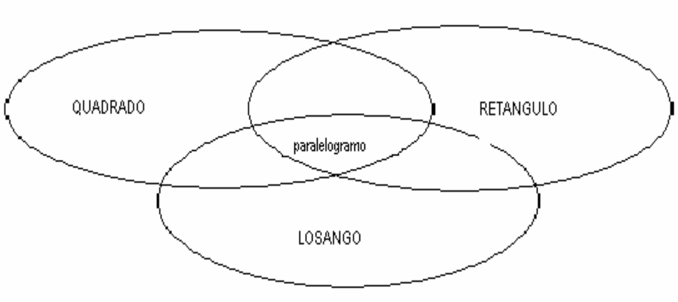


Figura 3.11 – Classificação de Legendre interpretada pelo professor D

Professor E

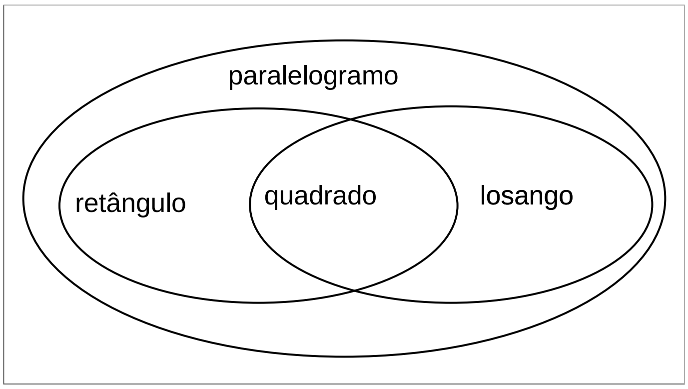


Figura 3.12 – Classificação de Legendre interpretada pelo professor E

Pelas respostas dadas, podemos perceber que apenas o professor E considerou o retângulo, o quadrado e o losango como paralelogramos, mas se equivocou ao colocar o quadrado dentro dos conjuntos de retângulos e losangos simultaneamente.

Na entrevista, o mesmo se justifica dizendo que havia feito confusão entre as definições de Legendre e Hadamard, mas que agora havia ficado claro a distinção entre elas.

A professora C não respondeu e se justificou dizendo sentir certa dificuldade na representação das figuras por meio do computador.

Os outros professores justificaram as proximidades entre as definições como o fator principal dos erros cometidos.

Observa-se nessa atividade a dificuldade apresentada pelos professores de transitar de uma definição enraizada pela sua prática com uma definição nova.

Na terceira parte da atividade 1, os participantes deveriam representar, por um diagrama de Venn, os conjuntos dos quadriláteros notáveis definidos por Hadamard.

As respostas dadas pelos participantes foram:

Professora A

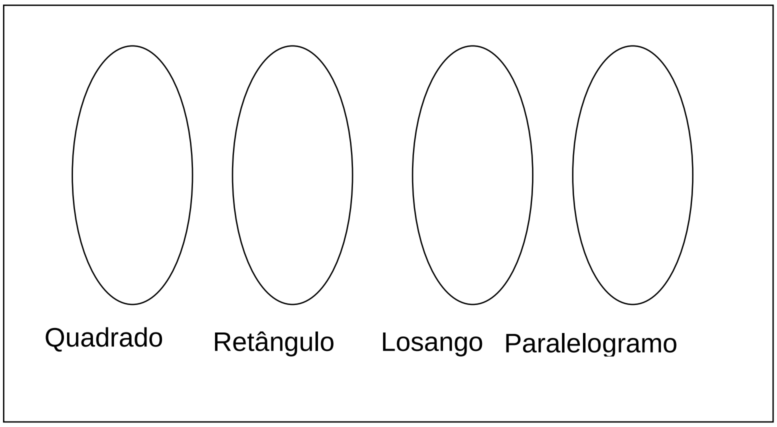


Figura 3.13 – Classificação de Hadamard interpretada pela professora A

Professora B

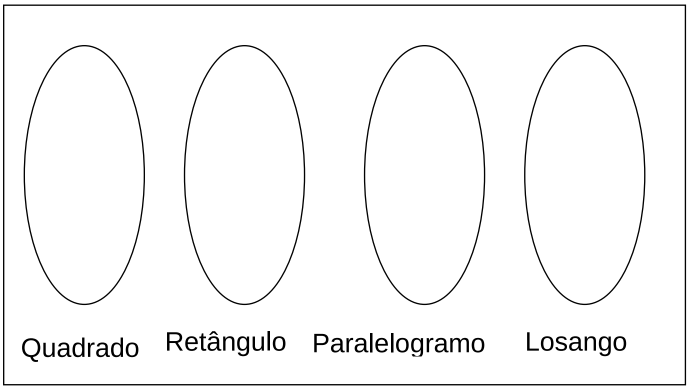


Figura 3.14 – Classificação de Hadamard interpretada pela professora B

Professor D

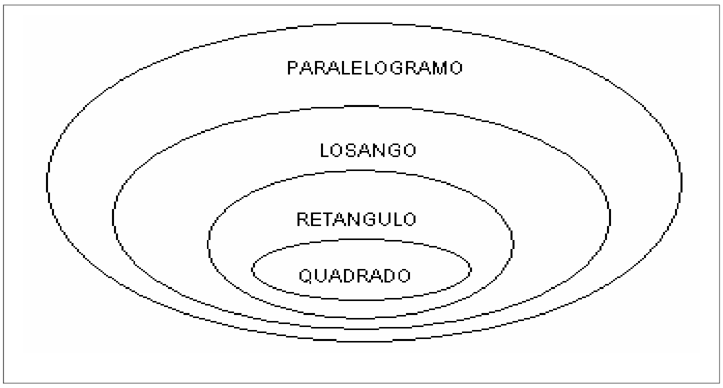


Figura 3.15 – Classificação de Hadamard interpretada pelo professor D

Professor E

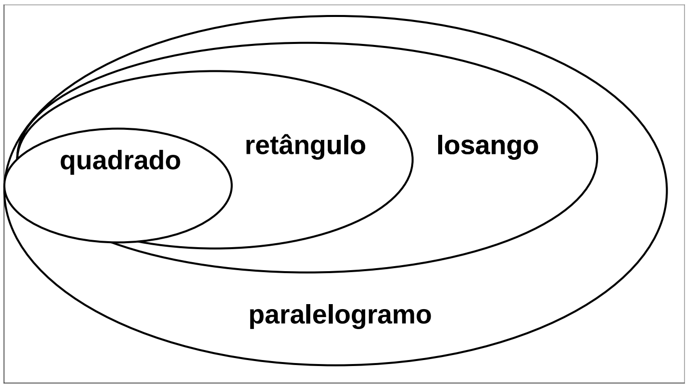


Figura 3.16 – Classificação de Hadamard interpretada pelo professor E

Percebe-se pelas respostas acima que as professoras A e B se mantiveram fiéis às suas convicções de trabalhar os conjuntos separadamente. Insistiram em apresentar a concepção de Euclides.

Os professores D e E tiveram a mesma idéia para responder a essa questão, porém em entrevista, reconheceram o erro de se colocar o conjunto dos retângulos dentro do conjunto dos losangos. Ambos entenderam que o conjunto dos quadrados fazia parte da intersecção dos conjuntos dos retângulos e losangos, porém erraram na representação.

A Professora C novamente não respondeu a alegou certa dificuldade com a representação por meio do computador.

O Quadro 3.1 a seguir apresenta um resumo do que foi a primeira atividade do 1º encontro:

Quadriláteros notáveis: representações corretas			
Professor	Euclides	Legendre	Hadamard
A	sim	não	não
B	sim	não	não
C	não	não respondeu	não respondeu
D	sim	não	não
E	não	sim, parcialmente	não

Quadro 3.1 - Representações corretas da primeira atividade

Essa atividade mostrou que esses professores têm concepções enraizadas em relação às definições dos quadriláteros notáveis. Surge então uma questão alarmante: como desejar que os alunos evoluam de concepções próximas às de Euclides para concepções mais abrangentes como as de Hadamard, se poucas reflexões críticas em relação à construção de definições foram proporcionadas durante as suas formações iniciais?

2ª atividade

A proposta da segunda parte da atividade era a de que os participantes representassem quadriláteros a partir das características de suas diagonais. A intenção era que esses quadriláteros fossem desenhados e em seguida classificados. Porém por um descuido nosso, apenas o item a apareceu com a indicação de classificação do quadrilátero, o que levou alguns participantes a desenharem e não classificarem os quadriláteros obtidos.

Alguns professores disseram em entrevista que sentiram dificuldade em desenhar usando os recursos do computador, visto que não era uma atividade muito comum para eles.

Foi-lhes informado que eles não deveriam se importar tanto com a representação por meio do computador e que todas as representações poderiam ser feitas usando papel e lápis.

O importante da atividade era que os participantes pudessem classificar os diferentes quadriláteros que foram propostos, partindo das características de suas diagonais.

Nas entrevistas que se sucederam, os participantes entre outras coisas, apontaram que o fato de se trabalhar com as diagonais e não com os lados, ou os ângulos internos, fora de extrema importância, visto que os quadriláteros que surgiram eram conhecidos por eles e que na maneira como os ensinavam em suas aulas, as diagonais quase não eram lembradas.

As perguntas da atividade 2, eram para desenhar um quadrilátero, conhecendo duas diagonais, e sabendo que... :

a)...Elas têm medidas iguais, são perpendiculares entre si e que se interceptam nos respectivos pontos médios. A seguir classifique o quadrilátero obtido.

b)...Elas têm medidas iguais, são perpendiculares entre si e que se interceptam num ponto que é ponto médio de apenas uma das diagonais.

c)...Elas têm medidas iguais, são perpendiculares entre si e que se interceptam num ponto que não é ponto médio de nenhuma das diagonais.

d)...Elas têm medidas iguais, não são perpendiculares entre si e que se interceptam nos respectivos pontos médios.

e)...Elas têm medidas iguais, não são perpendiculares entre si e se interceptam num ponto que é ponto médio de apenas uma das diagonais.

f)...Elas têm medidas iguais, não são perpendiculares entre si e se interceptam num ponto que não é ponto médio de nenhuma das diagonais.

g)...Elas não têm medidas iguais, são perpendiculares entre si e se interceptam nos respectivos pontos médios.

h)...Elas não têm medidas iguais, são perpendiculares entre si e se interceptam num ponto que é ponto médio de apenas uma das diagonais.

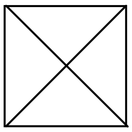
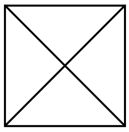
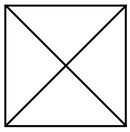
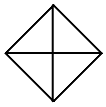
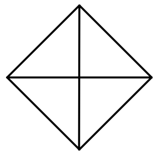
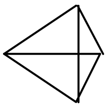
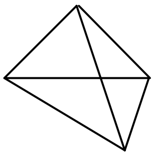
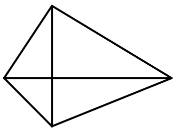
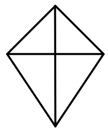
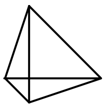
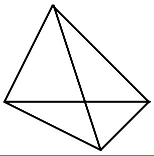
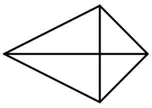
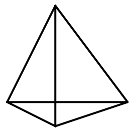
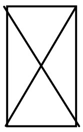
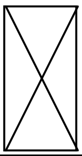
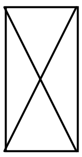
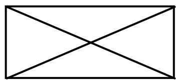
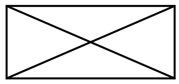
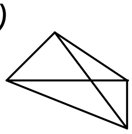
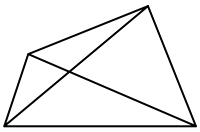
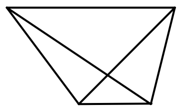
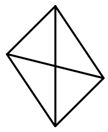
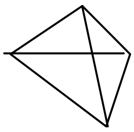
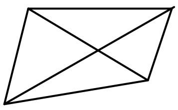
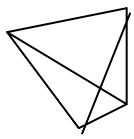
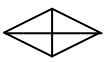
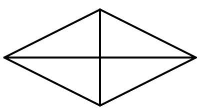
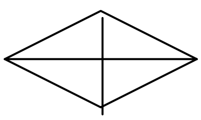
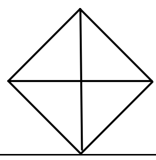
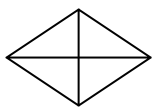
i)...Elas não têm medidas iguais, são perpendiculares entre si e se interceptam num ponto que não é ponto médio de nenhuma das diagonais.

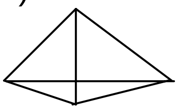
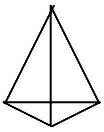
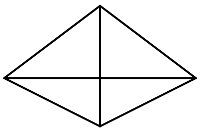
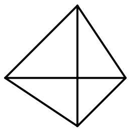
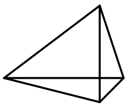
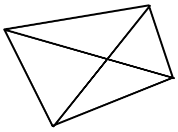
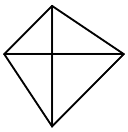
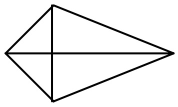
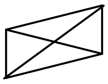
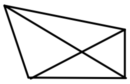
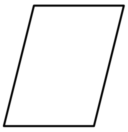
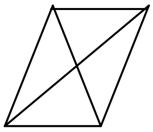
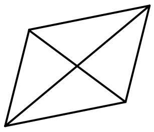
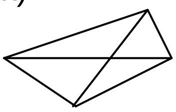
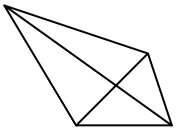
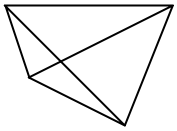
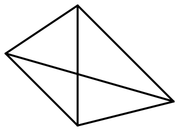
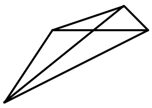
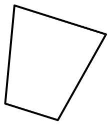
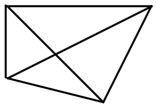
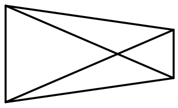
j) ...elas não têm medidas iguais, não são perpendiculares entre si e se interceptam nos respectivos pontos médios.

k)...Elas não têm medidas iguais, não são perpendiculares entre si e se interceptam num ponto que é ponto médio de apenas uma das diagonais.

l)...Elas não têm medidas iguais, não são perpendiculares entre si e se interceptam num ponto que não é ponto médio de nenhuma das diagonais.

O quadro 3.2 a seguir nos dá as respostas obtidas pelos participantes. Nela podemos ver a idéia do quadrilátero propostos, bem como as respostas fornecidas pelos participantes:

Quadrilátero Proposto	***Professora A***	***Professora B***	***Professora C***	***Professor D***
a) 				
quadrado	*quadrado*	*quadrado*	*losango*	*Não classificou*
b) 			*Não respondeu*	
quadrilátero	*Não classificou*	*quadrilátero*	*Não classificou*	*Não classificou*
c) 			*Não respondeu*	
quadrilátero	*Não classificou*	*quadrilátero*	*Não classificou*	*Não classificou*
d) 				
Não classificou	*Não classificou*	*retângulo*	*retângulo*	*Não classificou*
e) 		*Não respondeu*		
quadrilátero	*Não classificou*	*Não classificou*	*trapézio*	*Não classificou*
f) 		*Não respondeu*	*Não respondeu*	
quadrilátero	*Não classificou*	*Não classificou*	*Não classificou*	*Não classificou*
g) 				
losango	*Não classificou*	*losango*	*losango*	*Não classificou*

h) 			Não respondeu	
quadrilátero	Não classificou	Não classificou	Não classificou	Não classificou
i) 			Não respondeu	
quadrilátero	Não classificou	Não classificou	Não classificou	Não classificou
j) 				
paralelogramo	Não classificou	Não classificou	paralelogramo	Não classificou
k) 		Não respondeu		
quadrilátero	Não classificou	Não classificou	trapézio	Não classificou
l) 	Não respondeu			
quadrilátero	Não classificou	Não classificou	trapézio	Não classificou

Quadro 3.2 - Respostas da segunda atividade

Analisando os dados descritos na tabela acima, podemos notar que houve uma certa facilidade quanto à representação e definição dos quadriláteros notáveis.

Dentre os participantes, a professora A, deixou de representar apenas o último quadrilátero e errou algumas classificações.

A Professora B representou alguns quadriláteros e classificou o restante.

A professora C representou apenas alguns quadriláteros.

O professor D representou todos os quadriláteros, porém não classificou nenhum deles.

O professor E não respondeu às questões e na entrevista nos informou que optou por aplicar a atividade diretamente com os alunos de sua turma. Os resultados obtidos por ele, não nos foram apresentados.

As respostas para os quadriláteros que propomos nessa tabela é baseada na classificação proposta por Hadamard.

O quadro 3.3 a seguir apresenta um resumo do que foi a segunda atividade do 1º encontro:

Quadriláteros notáveis definidos a partir de duas diagonais				
Professor	Quadrado	Retângulo	Losango	Paralelogramo
A	sim	sim	sim	sim
B	sim	sim	sim	sim
C	sim	sim	sim	sim
D	sim	sim	sim	sim
E	não respondeu	não respondeu	não respondeu	não respondeu

Quadro 3.3: Definições dos quadriláteros

Para a Atividade 3 propusemos que os participantes dessem duas definições para os quadriláteros estudados, partindo de pontos de vista diferentes, bem como duas definições para reta tangente a uma circunferência e parábola, visto que esses dois últimos itens fazem parte do programa de Geometria do Ensino Médio.

As respostas dadas foram as seguintes:

- **A) PARALELOGRAMO:**

Professora A:

1ª definição: Lados opostos são congruentes.

2ª definição: Cada diagonal do paralelogramo o divide em dois triângulos congruentes.

Percebe-se que a 1ª definição está correta e a 2ª definição está incorreta.

Professora B:

1ª definição: é todo quadrilátero que tem lados paralelos 2 a 2.

2ª definição: é um quadrilátero cujas diagonais são iguais e se interceptam no ponto médio de ambas e não são perpendiculares entre si.

Observamos que a primeira definição está correta e que na segunda não havia necessidade de se dizer que as diagonais não são perpendiculares entre si. Vemos nessa segunda definição uma mistura das definições de Euclides e Hadamard.

Professora C:

1ª definição: é o quadrilátero que tem os lados opostos paralelos.

A definição dada pela professora está correta embora ela não tenha dado a segunda definição pedida.

Professor D:

1ª definição: Possui os lados opostos paralelos e os ângulos opostos iguais.

2ª definição: Não respondeu.

Observamos que a definição é correta embora não houvesse a necessidade de se dizer que os ângulos opostos são iguais.

- **B) LOSANGO**

Professora A:

1ª definição: Possui os quatro lados congruentes.

2ª definição: Seus ângulos não são retos.

Nota-se que apenas a primeira definição está correta.

Professora B:

1ª definição: 1- é um quadrilátero cujas diagonais não são iguais e se interceptam no ponto médio de ambas e são perpendiculares entre si

2ª definição: 2- é um quadrilátero cujas diagonais são perpendiculares e se interceptam no ponto médio de ambas.

Observamos que o ponto de vista adotado nas duas definições é o mesmo, embora a primeira definição apresente informações não necessárias como, por exemplo, dizer que as diagonais não são iguais.

Professora C:

1ª definição: que tem os quatro lados congruentes

A definição dada pela professora está correta embora ela não tenha respondido a segunda definição pedida.

Professor D:

1ª definição: Possui os quatro lados iguais e as diagonais perpendiculares.

2ª definição: Não respondeu.

Observamos que a definição é correta, embora apresente informações não necessárias como por exemplo, que as diagonais sejam perpendiculares.

- **C) RETÂNGULO**

Professora A:

1ª definição: Os quatro ângulos são congruentes e retos.

2ª definição: Os lados paralelos são iguais.

Observamos que a primeira definição é correta e a segunda incorreta, pois o quadrilátero que possui lados paralelos iguais é o paralelogramo.

Professora B:

1ª definição: Quadrilátero cujas diagonais são iguais, não são perpendiculares, e se interceptam no ponto médio de ambas.

2ª definição: Quadrilátero cujos vértices são ângulos retos e seus lados, 2 a 2, têm a mesma medida.

Observamos que as duas definições são corretas, mas ambas apresentam informações não necessárias. Na primeira definição não era necessário dizer que as diagonais não são perpendiculares e, na segunda definição, a informação que os lados dois a dois têm a mesma medida é supérflua.

Professora C:

1ª definição: Que apresenta os quatro ângulos retos

2ª definição: Não respondeu.

A primeira definição está correta.

Professor D:

1ª definição: É todo o paralelogramo que possui os quatro ângulos retos e suas diagonais são congruentes.

2ª definição: Não respondeu.

Observamos que a definição é correta, mas apresenta informações não necessárias como, por exemplo, dizer que as diagonais são congruentes.

- **D) QUADRADO**

Professora A:

1ª definição: Possui os quatro lados congruentes.

2ª definição: Possui quatro ângulos congruentes (retos).

Observamos que as duas definições são incorretas.

Professora B:

1ª definição: Quadrilátero formado por diagonais de mesma medida perpendiculares entre si, interceptando-se no seus pontos médios.

2ª definição: Tem quatro lados de mesma medida, formando quatro ângulos retos.

Observamos que as duas definições são corretas.

Professora C:

1ª definição: Possui os quatro lados congruentes e os quatro ângulos retos.

2ª definição: Não respondeu.

A definição dada pela professora está correta.

Professor D:

1ª definição: É todo paralelogramo que tem os quatro lados congruentes e os quatro ângulos retos.

2ª definição: Não respondeu.

Observamos que a definição é correta. Poderia-se substituir também a palavra “paralelogramo” por “quadrilátero”.

- **E) RETA TANGENTE A UMA CIRCUNFERÊNCIA**

Professora A:

1ª definição: A reta intercepta a tangente em um único ponto.

2ª definição: Toda reta tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio no ponto de tangência.

Observamos que apenas a primeira definição é correta

Professora B:

1ª definição: Reta que intercepta a circunferência em apenas um ponto

2ª definição: Não respondeu.

Observamos que a primeira definição é correta

Professora C:

1ª definição: Reta tangente a uma circunferência: os pontos de intersecção da reta com a circunferência, será tangente resolvendo o sistema formado pelas equações da reta com a circunferência quando o delta for igual a zero ($\Delta=0$), dando um ponto comum.

2ª definição: Não respondeu.

Observamos que a primeira definição é imprecisa embora o ponto de vista adotado seja correto.

Professor D:

1ª definição: Reta que intercepta a circunferência em um único ponto e é perpendicular ao raio no ponto de tangência.

2ª definição: Não respondeu.

Observamos que a definição é correta embora não houvesse necessidade de dizer que é perpendicular ao raio no ponto de tangência

- **F) PARÁBOLA**

Professora A:

1ª definição: Parábola é o Lugar Geométrico (L.G.) dos pontos eqüidistantes de um ponto F (denominado foco da parábola) e uma reta d (chamada de diretriz da parábola).

2ª definição: É a curva resultante do gráfico de uma função do segundo grau.

Observamos que as duas definições estão corretas, embora na primeira houvesse necessidade de se dizer que o ponto não pertence à reta.

Professora B:

1ª definição: Curva que satisfaz a equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$.

2ª definição: Não respondeu.

Observamos que a definição está incorreta. Era necessário substituir $ax^2 + bx + c = 0$, por $y = ax^2 + bx + c$.

Professora C:

1ª definição: Pode ser definida como o lugar geométrico dos pontos cujas distâncias a uma reta fixa r e a um ponto fixo F são iguais. O ponto F chama-se o foco da parábola e a reta r é a sua diretriz.

2ª definição: Podemos definir a parábola como a trajetória de um ponto que se move mantendo-se eqüidistante da reta diretriz e do foco.

Observamos que as definições dadas são imprecisas embora adotem o mesmo ponto de vista. Nas definições era necessário dizer que o ponto não pertence à reta r.

Professor D:

1ª definição: Se no ponto a, escolhidos um ponto e uma reta que não contêm esse ponto, parábola é o conjunto de pontos eqüidistantes desse ponto e dessa reta.

2ª definição: Não respondeu.

Observamos que a definição é correta, embora a formulação pudesse ser melhorada.

Nas entrevistas, os participantes disseram que por não dispor de tempo suficiente, responderam apenas com uma definição e que ao tomar conhecimento através do fórum das respostas das Professoras A e B se deram conta de como deveriam ter respondido às questões.

Já o professor E não respondeu por achar que as atividades deveriam ser aplicadas aos alunos. Este participante representou em uma folha os quadriláteros, a reta tangente a uma circunferência e uma parábola e entregou aos alunos para que estes dessem as definições.

Abaixo seguem as definições dadas pelos alunos do professor E:

Paralelogramo:

1ª definição: Tem todos os lados diferentes.

2ª definição: Não responderam.

Losango:

1ª definição: A figura é obtida pela deformação do quadrado.

2ª definição: Não responderam.

Embora a definição requeira maior precisão, ela corresponde à idéia intuitiva de losango.

Retângulo:

1ª definição: Não responderam.

2ª definição: Não responderam.

Quadrado

1ª definição: São quatro ângulos iguais a 90º e quatro lados iguais.

2ª definição: São eqüiláteros: todos os lados têm o mesmo comprimento.

Observamos que a primeira definição é correta e a segunda, incorreta.

Reta tangente a uma circunferência:

1ª definição: É um círculo com uma reta de 90º.

2ª definição: É um círculo com uma diagonal passando por sua risca superficial.

Observamos que ambas as definições estão incorretas.

Parábola:

1ª definição: Parece a metade de um círculo divido no meio.

2ª definição: Não responderam.

Observamos que ambas as definições estão incorretas.

As respostas dos alunos do professor E apontam a pouca familiriadade com as definições de objetos matemáticos. Seria desejável que os professores promovessem verdadeiras “discussões” entre os alunos a respeito das definições de conceitos matemáticos.

O quadro 3.4 a seguir apresenta um resumo do que foi a terceira atividade do primeiro encontro:

3ª atividade: Pontos de vista. Definições corretas					
Professor	A	B	C	D	E
Paralelogramo	1ª	1ª e 2ª	1ª	1ª	Não respondeu
Losango	1ª	1ª e 2ª	1ª	1ª	Não respondeu
Retângulo	1ª	1ª e 2ª	1ª	1ª	Não respondeu
Quadrado	Nenhuma	1ª e 2ª	1ª	1ª	Não respondeu
Reta tangente	1ª	1ª	1ª	1ª	Não respondeu
Parábola	1ª e 2ª	1ª	1ª e 2ª	1ª	Não respondeu

Quadro 3.4: Definições corretas da terceira atvidade

Síntese das atividades do 1º encontro

Essa primeira seqüência de atividades e seus respectivos resultados foram importantes para mudarmos a dinâmica dos encontros seguintes. Como já foi comentado antes, os participantes optaram por não manter contato com os outros, o que acarretou em uma série de dúvidas e erros na execução na atividade.

Verificamos pelas respostas acima, a dificuldade dos professores quanto à construção de definições de conceitos geométricos.

A atividade visava mostrar aos professores que a construção de definições é um elemento importante a ser tratado na seqüência de ensino, pois favorece a formação de conceitos matemáticos. Cécile Ouvrier-Buffet (2003) na sua tese de doutorado intitulada *Construction de définitions/construction de concept : vers une situation fondamentale pour la construction de définitions*, diz que seria desejável que situações de construção de definições, tão ausentes no ensino, sejam um primeiro passo em relação à formação de um conceito.

3.1.2 Análise das atividades do 2º encontro

Como atividade, foi proposta aos participantes a apresentação de uma atividade situada no nível técnico, outra no nível mobilizável e uma terceira no nível disponível, na qual o aluno deveria colocar em funcionamento os seus conhecimentos, sobre o teorema de Pitágoras, o teorema de Tales, as funções Quadráticas (somente para aqueles do grupo do 1º ano), determinantes (somente para o grupo do 2º ano) e, Geometria Analítica (somente para o grupo do 3º ano).

Nosso objetivo com essa atividade era o de fazer com que o professor refletisse sobre a maneira como estavam sendo propostos os exercícios aos seus respectivos alunos.

Com relação à escolha dos temas, optamos por trabalhar com temas que integrassem todos os participantes, como o Teorema de Pitágoras e o Teorema de Tales, e os demais temas deveriam ser trabalhados pelas equipes separadamente.

De acordo com o número de aulas, escolhemos no 1º ano do Ensino Médio, o tema Funções Quadráticas; no 2º ano do Ensino Médio, o tema Determinantes e no 3º ano do Ensino Médio, eles eram livres em optar por um tema dentro da Geometria Analítica.

Os professores podiam escolher, dentro de cada tema, um tópico que lhe conviesse ou que estivesse de acordo com o seu planejamento.

A tarefa solicitada aos professores foi a seguinte:

Apresente uma atividade situada no nível técnico, outra no nível mobilizável e uma terceira no nível disponível, nas quais o aluno deverá colocar em funcionamento os seus conhecimentos, sobre o Teorema de Pitágoras, o Teorema de Tales, as Funções Quadráticas, Determinantes e Geometria Analítica.

As respostas dadas pelos participantes às perguntas dessa atividade foram:

- **O Teorema de Pitágoras:**

Professora A:

Nível técnico: Determine o lado a do triângulo retângulo ABC, conhecendo os lados b = 4 cm e c = 3 cm.

Observamos neste enunciado a falta de rigor matemático. Faltou dizer que os lados b e c representam os catetos do triângulo retângulo. Embora seja usual indicar a hipotenusa pela letra a e os catetos pelas letras b e c.

Nível mobilizável: Determine a medida do menor lado do triângulo abaixo:

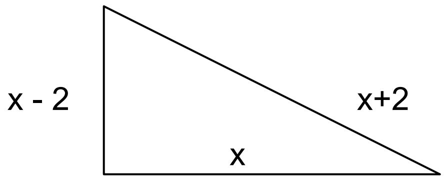


Figura 3.17 – Figura do enunciado. Nível Mobilizável. Professora A

Observamos que a professora A esqueceu um dado importante no enunciado que é o de afirmar que o triângulo é retângulo.

Nível disponível: Determine a área da região abaixo, sabendo que seu perímetro é 30 cm e que a < b.

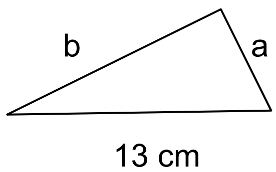


Figura 3.18 – Figura do enunciado. Nível Disponível. Professora A

Observa-se que a professora não informou que o triângulo em questão é retângulo.

Apesar da falta de rigor nos enunciados, percebe-se que a professora A se apropriou bem da classificação dada pela pesquisadora Aline Robert.

Professora B

Nível técnico: Determine a medida da hipotenusa de um triângulo retângulo, cujos catetos medem 8 e 6 cm.

Nível mobilizável: As raízes da equação $x^2 - 14x + 48 = 0$ expressam, em centímetros, as medidas dos catetos de um triângulo retângulo. Determine a medida da hipotenusa desse triângulo.

Nível disponível: Um retângulo tem a diagonal medindo raiz quadrada de 229 cm e os lados medindo (x - 4) cm e (2x + 3) cm. Determine o perímetro desse retângulo.

A professora enunciou com precisão as atividades e demonstrou um bom entendimento sobre os níveis sugeridos.

Professora C

Nível técnico: Aplicando o teorema de Pitágoras, determine a medida x indicada no triângulo retângulo.

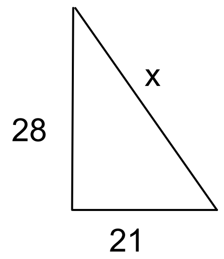


Figura 3.19 – Figura do enunciado. Nível Técnico. Professora C

Nível mobilizável: As dimensões de um retângulo são 36cm e 27cm. Nessas condições, determine a medida d da diagonal desse retângulo.

O aluno terá que desenhar o retângulo, bem como saber o que é diagonal, para calcular a hipotenusa.

Nível disponível: As raízes da equação $x^2 - 14x + 26 = 0$ expressam, em cm, as medidas dos catetos de um triângulo retângulo. Determine a medida da hipotenusa desse triângulo.

Observamos que se o aluno resolver a equação do 2° grau, terá pela frente longos cálculos para obter a medida da hipotenusa. Mas a utilização de relações entre as raízes da equação do 2º grau (soma e produto) facilitará em muito a resolução.

A professora C se apropriou bem dos níveis técnico e mobilizável, mas não demonstra boa compreensão do nível disponível. Nesse nível não deve haver nenhuma referência aos catetos e hipotenusa do triângulo retângulo. Tais conceitos sugerem o uso do Teorema de Pitágoras.

Professor D

Nível técnico: no triângulo retângulo abaixo, calcule o valor de x.

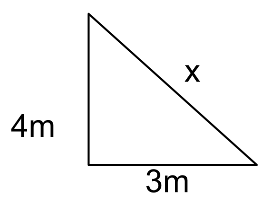


Figura 3.20 – Figura do enunciado. Nível Técnico. Professor D.

Professor E

Nível técnico: Calcule o valor de x no triângulo:

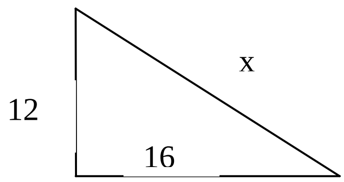


Figura 3.21 – Figura do enunciado. Nível Técnico. Professor E.

Observamos novamente a falta de rigor no enunciado. É preciso dizer que o triângulo é retângulo.

Nível mobilizável: Qual era a altura do poste?

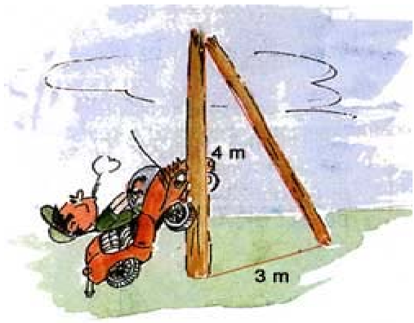


Figura 3.22 – Figura do enunciado. Nível Mobilizável. Professor E

Nível disponível: Na rua da esquina existia um poste com 5 metros de altura. Num dia de tempestade, o poste tombou batendo numa janela que está a um terço da altura do prédio onde morava o João. Sabendo que a distância do poste ao edifício é de 2 metros, calcule a altura do prédio em causa.

O professor E teve dificuldade em produzir um enunciado para o nível mobilizável. Para que um problema seja do nível mobilizável, deve haver uma pequena adaptação em relação ao nível técnico, o que não ocorreu.

- **b) O teorema de Tales;**

Professora A

Nível técnico: Na figura a // b // c. Calcule x:

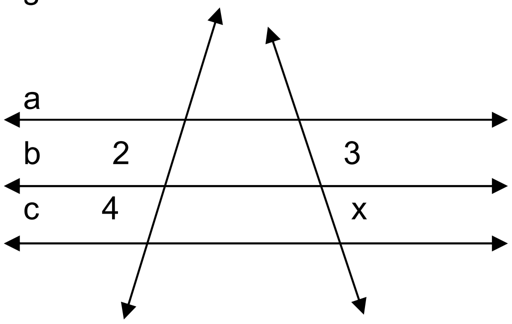


Figura 3.23 – Figura do enunciado. Nível Técnico. Professora A

Nível mobilizável: Na figura a // b // c. Calcule x:

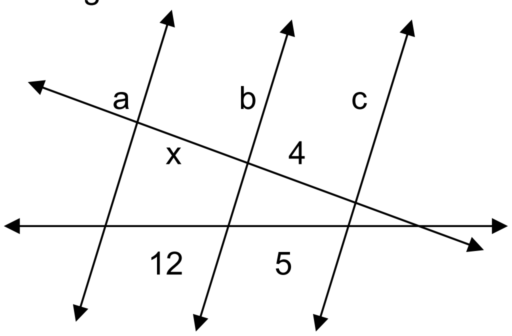


Figura 3.24 – Figura do enunciado. Nível Mobilizável. Professora A

Nível disponível: Sabendo que os segmentos DE e BC são paralelos, e que AB = 9 cm, AC = 18 cm, AD = 6 cm e AE = x, determine x.

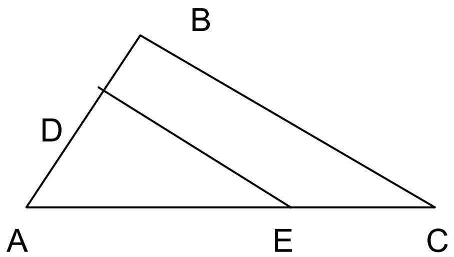


Figura 3.25 – Figura do enunciado. Nível Disponível. Professora A

Não consideramos que a questão seja de nível disponível, pois há evidência (DE // BC) de que a resolução envolve o Teorema de Tales. Consideramos que as duas primeiras situações da professora A são de nível técnico e que a última é de nível mobilizável.

Professora B

Nível Técnico: Sendo r // s // t, determine x.

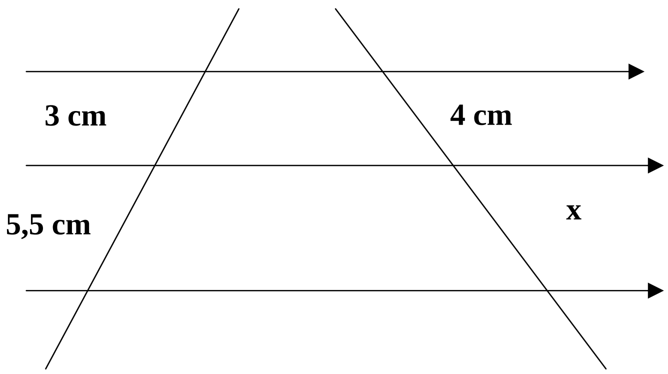


Figura 3.26 – Figura do enunciado. Nível Técnico. Professora B

Nível mobilizável: No triângulo ABC, traçamos o segmento DE paralelo ao lado AC. Determine as medidas dos segmentos BE e EC.

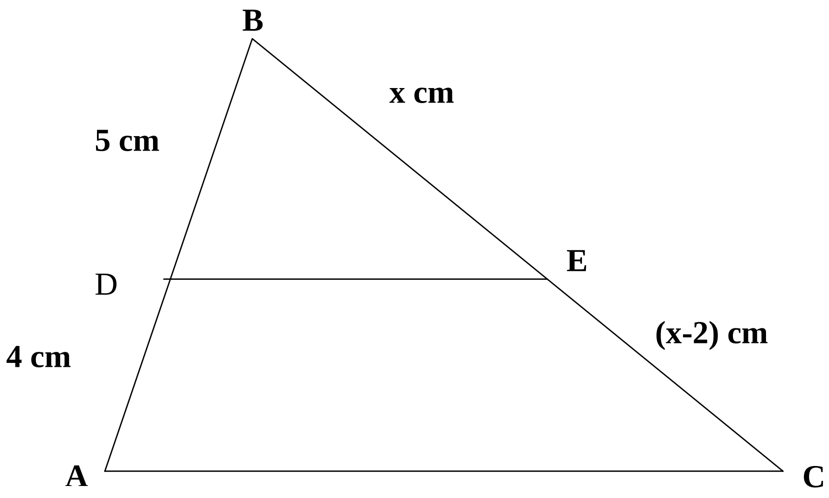


Figura 3.27 – Figura do enunciado. Nível Mobilizável. Professora B

Nível disponível: Dois terrenos têm frente para a Rua A e para a Rua B. As divisas laterais são perpendiculares à Rua A. Qual é a medida de frente para a Rua B de cada lote, sabendo que a frente total para essa rua é 180 m?

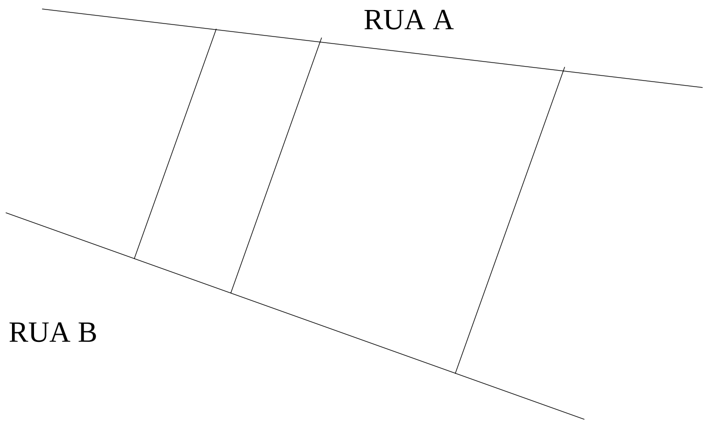


Figura 3.28 – Figura do enunciado. Nível Disponível. Professora B

Consideramos que a professora B teve uma boa compreensão dos níveis da pesquisadora Aline Robert.

Professora C

Nível técnico: Determine o valor de x:

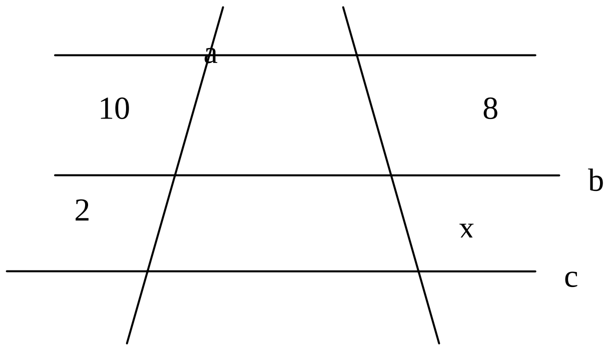


Figura 3.29 – Figura do enunciado. Nível Técnico. Professora C

Observamos a falta de informação em relação às retas a, b e c. O enunciado deveria ter fornecido a relação de paralelismo entre as três retas.

Nível mobilizável: Determine o valor de y:

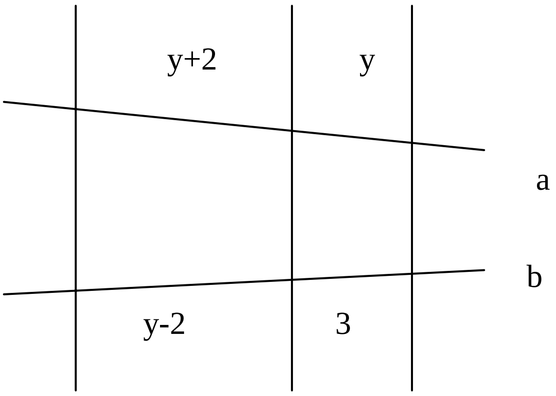


Figura 3.30 – Figura do enunciado. Nível Mobilizável. Professora C

A mesma observação feita anteriormente se aplica neste caso.

Nível disponível: Na figura abaixo, a // b // c. Qual é o valor de x e y?

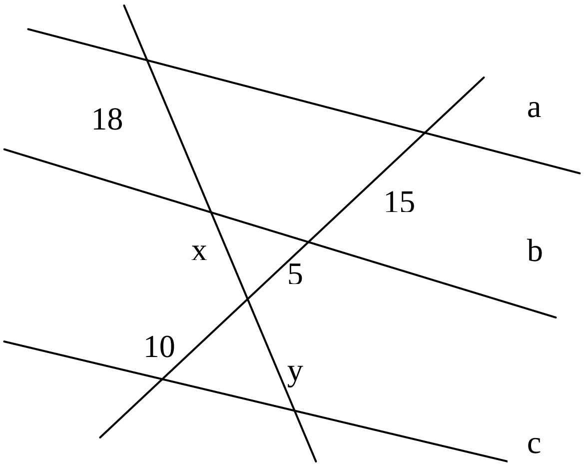


Figura 3.31 – Figura do enunciado. Nível disponível. Professora C

Não consideramos ser a questão de nível disponível, pois nesse nível não deve haver nenhuma indicação de como proceder. O paralelismo entre as retas a, b e c sugere ser uma aplicação do teorema de Tales. Apesar da imprecisão nos enunciados do nível técnico e mobilizável, consideramos que a professora C percebeu a distância entre os dois níveis.

Professor D

Nível técnico: Na figura abaixo, r // s // t. Nessas condições, determine as medidas dos segmentos AB, BC e NP.

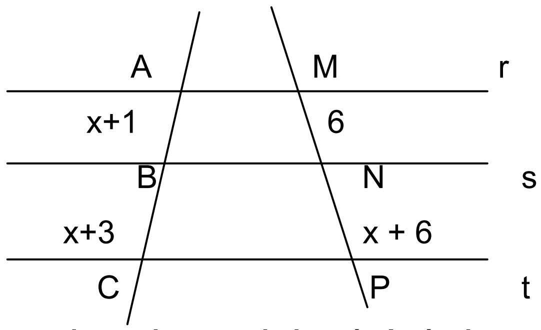


Figura 3.32 – Figura do enunciado. Nível Técnico. Professor D

Consideramos que esse enunciado é de nível mobilizável.

Nível mobilizável: Num triângulo ABC, uma reta r é paralela ao lado BC e vai dividir o lado AB em dois segmentos cujas medidas são 6cm e 9cm. Se o lado AC do triângulo mede 20cm, determine as medidas dos segmentos determinados nesse lado AC pela reta r.

Nível disponível: sendo MN // BC. Calcule a medida indicada no triângulo abaixo.

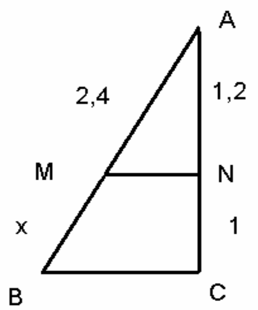


Figura 3.33 – Figura do enunciado. Nível Disponível. Professor D

Não consideramos que o enunciado acima represente uma questão de nível disponível, pois há uma indicação (MN // BC) de que se trata de uma aplicação do Teorema de Tales, embora a figura não seja clara.

Professor E

Nível técnico: Quanto vale x?

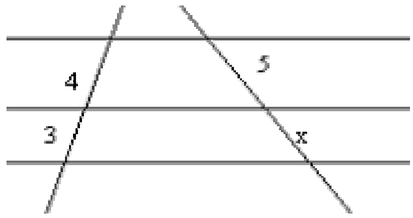


Figura 3.34 – Figura do enunciado. Nível Técnico. Professor E

Observamos uma falta de cuidado no enunciado. Era necessário afirmar que as retas transversais eram cortadas por três retas paralelas.

Nível mobilizável: Sabendo que o segmento DE é paralelo ao segmento BC, determine x:

Observação: O professor E não disponibilizou a figura.

Nível disponível: não respondeu

- **c) Funções Quadráticas (somente para o grupo do 1º ano);**

Professora B

Nível técnico: Determine as raízes da função **$f(x) = -x^2 + 6x - 9$**.

Nível mobilizável: os lados de um retângulo medem **(x+2) cm** e **(x+1) cm**. Sabendo que a área total desse retângulo é **110 cm^2**, determine os lados desse retângulo.

Nível disponível: uma pedra é lançada do solo verticalmente para cima. Ao fim de t segundos, atinge a altura h, dada por **$h = 40t - 5t^2$**. Determine a altura máxima que a pedra atinge.

Nota-se que, para a professora, o conhecimento mobilizável está bastante claro, porém quando se trata de uma atividade que tenha como base o conhecimento disponível, surge uma certa dificuldade.

Ao tentar resolver a questão, um aluno pode simplesmente associar essa altura ao ponto máximo de uma parábola, e por meio do cálculo das coordenadas do vértice efetuar seu cálculo. Embora não haja indicação, a resolução pode se tornar imediata nessa situação.

- **d) Determinantes (somente para o grupo do 2º ano).**

O tema acima não foi trabalhado por nenhum dos participantes.

- **e) Geometria Analítica: Distância entre dois pontos (somente para o grupo do 3º ano).**

Professora A

Nível técnico: Calcule a distância entre os pontos A e B sabendo as coordenadas de A (1, 2) e B (3, 4).

Nível mobilizável: Obtenha o valor de m, sabendo que a distância entre A (6, m) e B(-1,2) é 13 cm.

Nível disponível: Obtenha o valor de m para que o triângulo ABC seja retângulo em B. Considere A (m, - 4), B (-2, 0) e C (7, 1).

A professora A demonstra uma boa compreensão dos três níveis.

Professora C

Nível técnico: Calcule a distância entre os dois pontos dados A (1, 3) e B (9, 9).

Nível mobilizável: A distância do ponto P (a, 1) ao ponto A (0, 2) é igual a 3. Calcule o número a.

Nível disponível: Os vértices de um triângulo são os pontos A (0, 4), B (2, -6) e C (-4, 2). Calcule os comprimentos das medianas do triângulo.

A professora C também demonstra nos seus exemplos uma boa compreensão dos três níveis.

Nota-se que os participantes fazem uma leve mistura entre os níveis mobilizáveis e disponíveis.

Síntese do 2º encontro

Esse foi um dos encontros que mais gerou debates, e que os professores mais gostaram, a ponto de algumas dessas atividades serem aplicadas com seus respectivos alunos em sala de aula.

O encontro propiciou uma tomada de consciência por parte dos professores que as atividades propostas aos alunos não podem ser apenas de memorização ou de simples aplicação de fórmulas. É preciso diversificar as situações em sala de aula e apresentá-las em níveis diferentes.

3.1.3 Análise das atividades do 3º encontro

Na primeira parte deste encontro, os participantes deveriam formular, em grupo, um teorema de geometria plana no registro da língua natural. A seguir, transformá-lo no registro misto (figural+ simbólico).

Como poderiam trabalhar em grupos, os participantes A, B e D, formularam a seguinte questão:

Linguagem Natural: Dois terrenos têm frente para a Rua A e para a Rua B. As divisas laterais são perpendiculares à Rua A. Qual é a medida de frente para a Rua B de cada lote, sabendo que a frente total para essa rua é 180 m?

Registro Figural:

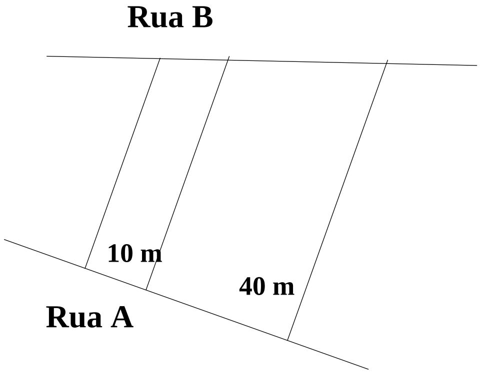


Figura 3.35 – Figura do enunciado. Registro figural.

Observa-se que as medidas 10 m e 40 m no registro figural não figuram no registro da língua natural. É preciso que todas as informações apareçam no registro em questão.

A professora C, que pertencia a outro grupo, formulou as seguintes questões:

Linguagem natural: O comprimento de um retângulo mede 8 cm, e sua altura mede 6 cm, calcule a sua diagonal.

Linguagem simbólica: $\overline{AB} // \overline{CD}$ = 8cm e $\overline{AD} // \overline{BC}$ = 6 cm , a diagonal $\overline{BD}$=?

Observamos a confusão da professora ao usar a linguagem simbólica. Nenhum dos símbolos mostra que a figura é um retângulo. Além disso, o paralelismo entre dois segmentos é igualado a um número.

O professor D, que também pertencia a um outro grupo formulou a seguinte questão:

Linguagem natural: Calcule a área de um losango em que a diagonal maior vale 20 cm e a diagonal menor 15 cm.

Registro Figural:

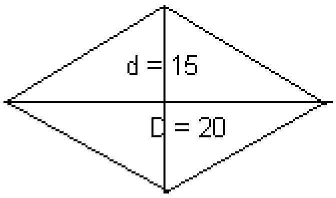


Figura 3.36 – Figura do enunciado. Registro figural.

Observamos que o registro figural não permite dizer que a figura é um losango. Não há também nenhuma legenda que indique que as diagonais são perpendiculares.

O professor E, que também pertencia a um grupo diferente dos demais formulou a seguinte questão:

Linguagem natural: Um lote retangular tem saídas para duas ruas paralelas A e B, pretende-se dividir esse lote em dois terrenos, do modo que o terreno C não tenha saída para a Rua A e o terreno D não tenha saída para a rua B, (conforme figura), calcule a área de cada terreno, sabendo que as medidas do lote são 20 m de comprimento por 18 m de largura.

Registro Figural:

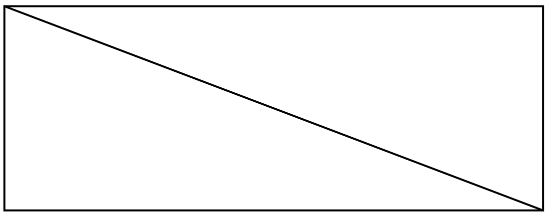


Figura 3.37 – Figura do enunciado. Registro figural.

O professor E não usou somente o registro da língua natural para formular o problema. A informação “conforme a figura” não deveria constar. Além disso, observamos que no registro figural não há informações que garantam que a figura é um retângulo.

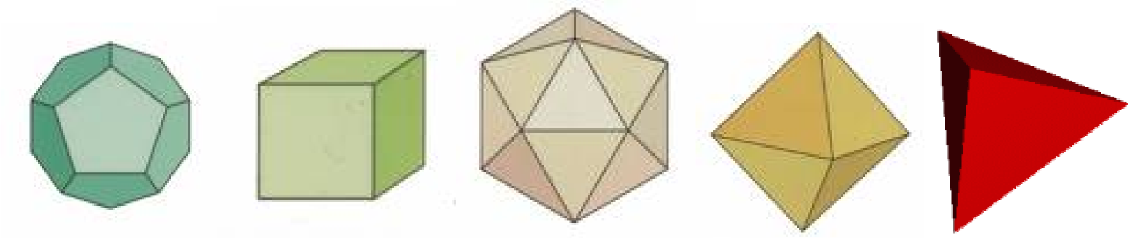
Em um dos debates dentro do grupo o professor E comenta que talvez seja mais fácil pedir primeiro para se calcular a medida da cerca que divide os terrenos C e D, depois pedir para calcular a área.

Em seguida, os participantes em seus respectivos grupos deveriam formular um teorema de geometria espacial no registro misto (figural + simbólico). A seguir, transformá-lo no registro da língua natural.

Os participantes A, B e E formularam a seguinte questão:

Utilizando a Relação de Euler, encontre o número de vértices, faces e arestas dos poliedros regulares abaixo.

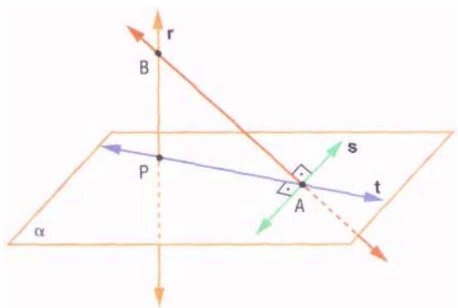
DODECAEDRO HEXAEDRO ICOSAEDRO OCTOEDRO TETRAEDRO



Observamos que a questão não foi proposta no registro misto (figural + simbólico), mas sim no registro misto (linguagem natural + registro figural).

A professora C formulou a seguinte questão:

Registro misto



Simbolicamente:

$$\left.\begin{array}{l} r \perp \alpha,\ r \cap \alpha = \{P\} \\ s \subset \alpha,\ P \notin s \\ t \subset \alpha,\ P \in t,\ t \perp s,\ t \cap s = \{A\} \\ B \in r \end{array}\right\} \Rightarrow \overleftrightarrow{AB} \perp s$$

Figura 3.38 – Figura do enunciado. Registro Misto.

Linguagem natural

Dados : uma reta r perpendicular a um plano α no ponto P: uma reta s, contida em α, que não passa por P; uma reta t, contida em α, que passa por P e é perpendicular a s no ponto A.

Então, se B é um ponto de r, a reta AB é perpendicular à reta s.

Observamos que a professora C entendeu perfeitamente a tarefa proposta.

Na terceira parte, os participantes deveriam elaborar um problema de geometria plana que, para ser resolvido, necessitasse de uma mudança de registro.

Os participantes A, B e D formularam as seguintes questões:

Calcule a área de um losango em que a diagonal maior vale 20 cm e a diagonal menor 15 cm.

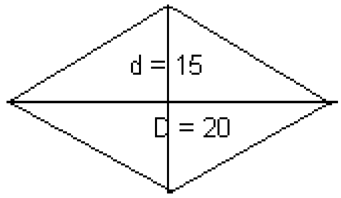


Figura 3.39 – Figura do enunciado. Registro Misto.

Observamos que o problema foi proposto no registro misto (língua natural + registro figural) e a solução necessita do registro numérico.

No triângulo retângulo abaixo, determine a hipotenusa, as projeções dos catetos sobre a hipotenusa e a altura relativa a hipotenusa:

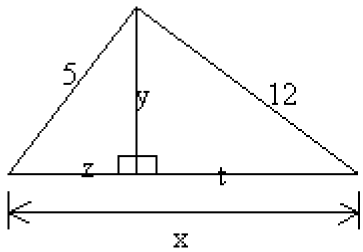


Figura 3.40 – Figura do enunciado. Registro Misto.

Observamos que o problema necessita do registro algébrico.

O professor E formulou a seguinte questão: Calcule as medidas dos lados da figura abaixo, sabendo que o seu perímetro mede 24 cm.

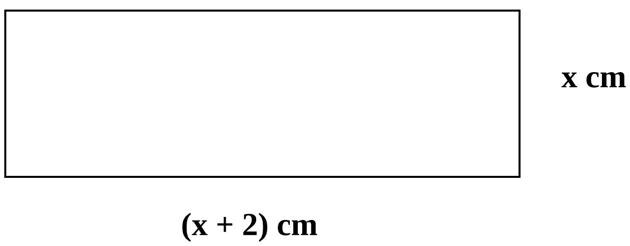


Figura 3.41 – Figura do enunciado.

O professor E formulou o problema de um modo impreciso. Faltou a informação que a figura é um retângulo.

Observamos também nesse caso, a necessidade do registro algébrico para a resolução da questão.

E, na última parte, deveriam elaborar um problema de geometria espacial que, para ser resolvido, necessitasse de uma mudança de registro.

Os professores D e E respectivamente formularam as seguintes questões:

Determine o número de arestas e de vértices de um poliedro convexo com seis faces quadrangulares e quatro faces triangulares.

Calcule o volume de água contido em um cubo, que possui como perímetro da face pintada 40 m.

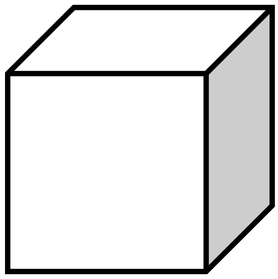


Figura 3.42 – Figura do enunciado.

Síntese do 3º encontro

Nossa intenção com essas atividades era a de colocar os participantes em contato ora com a Geometria Plana, ora com a Geometria Espacial e salientar a importância de se trabalhar com, ao menos, dois tipos diferentes de registros de representação sugeridos por Duval.

Esse encontro não gerou problemas de entendimento, mas teve o objetivo de alertar o professor sobre a importância que deve ser dada no ensino, aos registros de representação.

3.1.4 Análise das atividades do 4º encontro

Nesse encontro os participantes deveriam elaborar, dentro das equipes, um problema geométrico de modo que a sua resolução fosse facilitada por uma mudança de quadro.

Os professores A, B e D formularam a seguinte questão:

Calcular a área da figura abaixo, sabendo que:

Telhado – paralelogramo e triângulo eqüilátero

Paredes – retangular e quadrada.

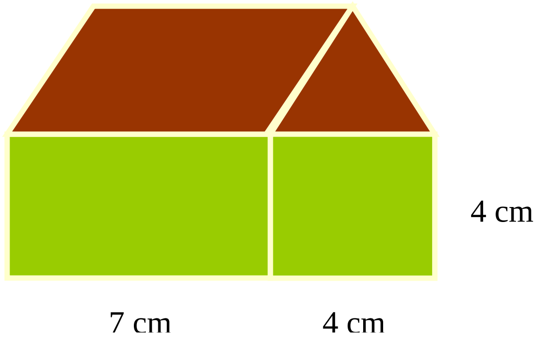


Figura 3.43 – Figura do enunciado.

Observamos que o enunciado não deixa claro se a figura representa uma figura plana ou espacial. As palavras telhado e parede sugerem uma figura espacial. Os professores mostram dificuldade em diferenciar quadros e registros.

A professora C formulou a seguinte questão:

Na figura a seguir temos um quadrado:

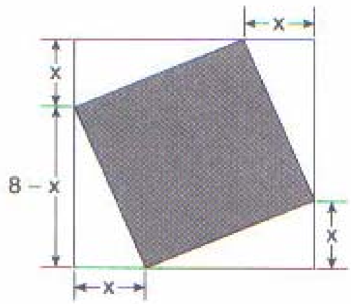


Figura 3.44 – Figura do enunciado.

Pede-se calcular a área *A* do quadrado interno subtraindo-se da área do quadrado externo as áreas dos 4 triângulos. Feito isso, verifica-se que *A* é uma função da na variável *x*. O valor mínimo de *A* é:

a) 16 b) 24 c) 28 d) 32 e) 48

Consideramos que o exemplo apresentado satisfaz totalmente aquilo que foi proposto. É necessário mudar para o quadro funcional pra resolver a questão.

O professor E e seu grupo formularam as seguintes questões:

Língua natural:

1) Calcule os valores de X, em graus.

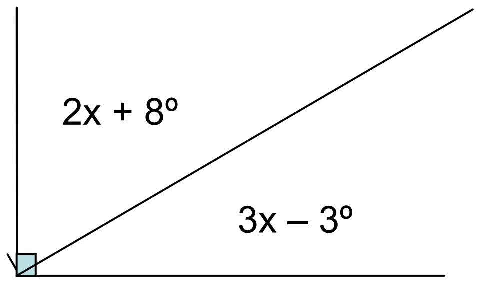


Figura 3.45 – Figura do enunciado.

2) Calcule a área total do cubo.

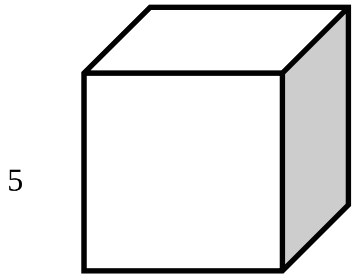


Figura 3.46 – Figura do enunciado.

Observamos que as questões propostas não necessitam de uma mudança de quadro para serem resolvidas, só de registro.

Síntese do 4º encontro

Essa atividade apresentou mais dificuldades na sua execução, pois os participantes ainda estavam atrelados às mudanças de registros vistos no encontro anterior.

É interessante destacar que nas duas atividades elaboradas pelo Professor E, ele próprio na apresentação da sua atividade se pergunta se o exercício não trata somente de uma mudança de registros.

3.1.5 Análise das atividades do 5º encontro

Nosso objetivo nesse encontro era fazer com que os participantes, dentro da sua equipe, retomassem todas as leituras e traçassem um paralelo entre elas.

Essa atividade, como visto nas interações anteriores, suscitou dúvidas com relação à sua resolução.

Alguns professores se eximiram de emitir sua opiniões, somente acompanhando a discussão dos demais.

Nossa intenção era provocar nos professores um certo desconforto com relação às atividades produzidas por eles em suas salas de aula. Muitos puderam notar que se simplesmente modificarem a maneira como apresentam uma questão, podem obter respostas variadas e até surpreendentes por parte de seus alunos.

A atividade proposta aos participantes era a seguinte:

Um professor propôs a seguinte tarefa de casa a alunos do 3º ano do Ensino Médio. "Verifique se, num triângulo retângulo, a mediana relativa à hipotenusa tem por medida a metade da medida da hipotenusa".

Quatro alunos, João, Paulo, Renata e Flávia resolveram o problema de quatro maneiras diferentes. ***Comentar*** *as quatro resoluções destacando os tipos de registros (tratamentos e conversões), se houve mudança de quadro e possíveis reconfigurações.* ***Classificar*** *as estratégias segundo os níveis de Parsysz (G0, G1 ou G2) e preencher eventuais lacunas deixadas pelo aluno.*

1) João criou um sistema de coordenadas no seu caderno. Nomeou os vértices do triângulo retângulo de A (0,0), B (0, a) e C (b,0) e desenhou uma figura representada pelo desenho abaixo. Em seguida, calculou as coordenadas (xM , yM) do ponto médio M da hipotenusa obtendo (b/2, a/2). Finalmente, calculou a distância entre os pontos A e M e entre os pontos B e C encontrando *d(A,M)=* $\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{b}{2^2}^2 + \frac{a}{2^2}^2} = \frac{\sqrt{b^2+a^2}}{2}$ *e d (B,C)=* $\sqrt{b^2+a^2}$ *.*

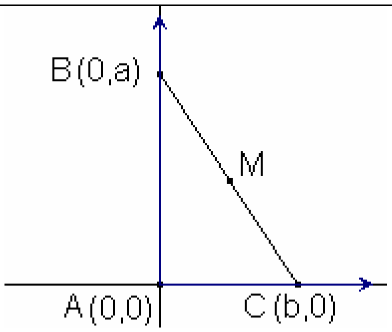


Figura 3.47 – Figura do enunciado.

A resposta dada e o comentário feito pelos professores A, B e D para essa questão foi:

> *"Ele fez a demonstração utilizando os conhecimentos de Geometria Analítica (propriedade evidente), recorreu à geometria plana e à álgebra para a resolução. Logo d (A, M) = ½ d (B, C)".*

Para o grupo, a resposta do aluno João se enquadrava no nível G2 de Parsysz.

Para o professor E, o aluno João usou geometria analítica. Ele (João) utilizou a conversão do modo gráfico para o simbólico para descobrir o ponto médio e a distância entre A e M.

Observamos que nenhum dos participantes apontou que para a resolução da questão houve uma mudança do quadro geométrico para o quadro das coordenadas cartesianas.

A segunda parte da questão era:

2) Paulo construiu um triângulo retângulo ABC e a sua respectiva mediana AM, utilizando o software Cabri. Mediu com a ferramenta "distância" os segmentos AM e BC e concluiu que a afirmação era verdadeira. Em seguida, desenhou no seu caderno a figura representada pelo desenho abaixo.

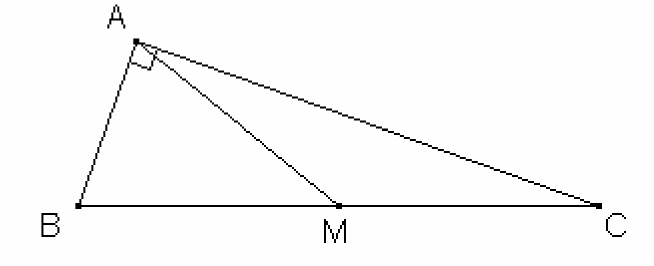


Figura 3.48 – Figura do enunciado.

Tentou várias vezes estabelecer a relação "olhando" para a figura e nada conseguiu.

Então, considerou o ponto médio P do segmento AC e traçou o segmento PM conforme figura abaixo. Observou "olhando" o desenho que PM é perpendicular a AC. Considerou os triângulos CPM e APM e afirmou que são congruentes pelo caso LAL concluindo, dessa forma, que AM = MC.

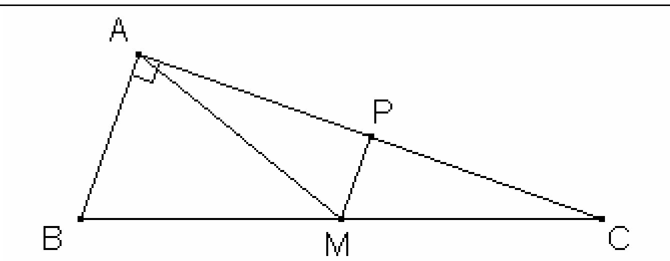


Figura 3.49 – Figura do enunciado.

Ao que os professores A, B e D responderam:

> *"Ele fez a demonstração perceptiva por meio do software Cabri Géomètre, mas não explicitou sua conclusão. Poderia dizer: considerando BC = x, como AM = x/2 e então AM = BC/2.*
>
> *Também utilizou alguns conhecimentos de congruência de triângulos. Há lacunas em sua conclusão e raciocínio, pois deveria provar sua observação de que um segmento é perpendicular a outro, para recorrer ao caso LAL de congruência de triângulos e concluir sua demonstração de forma satisfatória ".*

Para o grupo, a resposta do aluno Paulo se enquadrava no nível G1 de Parsysz.

Observamos que nessa parte da atividade houve uma transição do nível G1 de Parsysz para o nível G2.

Para o professor E, o aluno Paulo fez uma demonstração correta AM = MC, porque se os triângulos são congruentes, seus lados têm as mesmas medidas. O que ele precisou para identificar essa medida foi achar o ângulo reto nos dois triângulos que, no caso, é o que está no ponto P. O professor não classificou o nível em que a resposta do aluno Paulo se enquadrava.

A terceira parte da questão era:

3) Renata desenhou um triângulo retângulo ABC e indicou o ponto médio da hipotenusa de M. A seguir, traçou a altura AH do triângulo e indicou as medidas dos catetos AB e AC e da hipotenusa BC respectivamente por c, b e a.

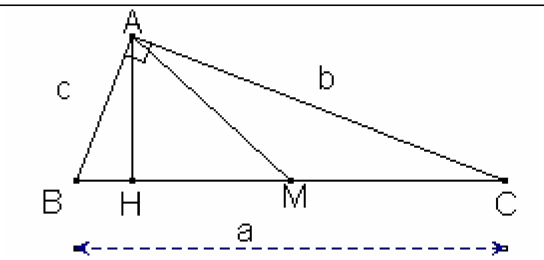


Figura 3.50 – Figura do enunciado.

A seguir, usou a relação métrica num triângulo retângulo que diz que b.c = a.h, no qual h é a medida da altura AH. Donde concluiu que AH = $\frac{bc}{a}$*. Aplicou o teorema de Pitágoras no triângulo ABH da seguinte maneira: c² = BH² + AH². Logo BH² = c² - AH² =* $c^2 - \frac{b^2c^2}{a^2}$ $= \frac{c^2a^2 - b^2c^2}{a^2} = \frac{c^2\left(a^2 - b^2\right)}{a^2} = \frac{c^2c^2}{a^2} = \frac{c^4}{a^2}$ *. Donde BH* $= \frac{c^2}{a}$*. Depois calculou a medida do segmento HM fazendo HM = BM – BH =* $\frac{a}{2} - \frac{c^2}{a}$*.*

Finalmente, aplicou o teorema de Pitágoras no triângulo AHM, AM² = AH² + HM² $= \frac{b^2c^2}{a^2} + \left(\frac{a}{2} - \frac{c^2}{a}\right)^2 = \frac{b^2c^2}{a^2} + \frac{a^2}{4} - \frac{2ac^2}{2a} + \frac{c^4}{a^2} = \frac{a^2}{4}$*. Donde AM =* $\frac{a}{2}$*.*

Ao que os professores A, B e D responderam:

> *"Ela fez a demonstração a partir da figura e utilizou o Teorema de Pitágoras (propriedade evidente) para concluir a demonstração e está coerente".*

Para o grupo, a resposta da aluna Renata se enquadra no nível G2.

Observamos que nessa parte da atividade não houve mudança de quadro.

O professor E não teceu comentários, apenas disse a resolução pode ser classificada como G2.

A quarta e última parte da questão era:

4) Flávia juntou dois esquadros de ângulos de 30º e 60º e obteve um retângulo. Como as diagonais de um retângulo se encontram nos respectivos pontos médios, concluiu que a propriedade era verdadeira. A seguir, utilizando Cabri, rotacionou de 180º (simetria central) o triângulo retângulo ABC em torno do ponto médio M da hipotenusa obtendo a figura representada pelo desenho abaixo:

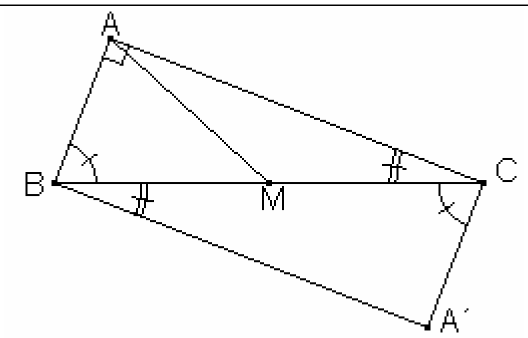


Figura 3.51 – Figura do enunciado. Professor E.

A partir da figura acima, concluiu que, no quadrilátero ABA'C, o ângulo oposto ao ângulo A é reto, pois que a rotação preserva as medidas dos ângulos e que os outros dois ângulos formados pelo quadrilátero são retos, posto que os ângulos C e B do triângulo retângulo são complementares. O ponto A', sendo simétrico de A em relação ao centro M, é alinhado com A e M e A'M = AM. Utilizando o fato que as diagonais de um retângulo se encontram nos respectivos pontos médios concluiu que AM é a metade de BC.

Ao que os professores A, B e D responderam:

> *"Ela fez a demonstração por meio da utilização de esquadros (material concreto). Não provou nada, somente fez verificações. Há lacunas em seu raciocínio lógico e sua validação é só perceptiva e nada dedutiva".*

Para o grupo, a resposta da aluna Flávia se enquadra no nível G0.

Observamos que nessa parte da atividade houve uma mudança do quadro geométrico para o quadro das transformações geométricas.

O comentário que o professor E fez, foi o seguinte:

> *"Pode se dizer que esse exercício foi respondido de maneira prática. O que a aluna fez foi testar, de maneira prática, a teoria, depois passar para a teórica. Pode ser classificado como G0".*

A professora C não depositou suas respostas no fórum.

Síntese do 5º encontro

Esta atividade foi realizada em diferentes momentos pelos participantes.

A forma como foi formulada a questão levou os professores a tentarem responder baseados nas diferentes respostas dadas pelas personagens, o que configurou uma surpresa e uma novidade.

Normalmente somos levados, na grande maioria dos casos, a dar as nossas respostas. Para esta questão o participante tinha que adotar o ponto de vista da personagem e entender o que ela pensava, para preencher possíveis lacunas.

Como a atividade englobava vários aspectos de encontros anteriores, os professores tiveram uma certa dificuldade em formular suas respostas.

As interações se mostraram intensas e as conclusões foram postadas após vários debates.

3.2 Análise das interações

Para a análise das interações ao longo dos encontros, selecionamos alguns trechos que, na nossa visão, caracterizam o que de melhor ocorreu nos diálogos entre os participantes. Selecionamos trechos de debates, pedidos de ajuda, resolução de questões que suscitavam dúvidas e desabafos.

3.2.1 Interações do 1º Encontro

Neste encontro iniciamos o trabalho com os participantes trocando informações sobre a resolução da atividade 1. Embora parte do primeiro encontro tenha se dado presencialmente, as trocas de informações deveriam ser feitas por meio do ambiente.

> (Sexta-feira, 22/09/06, 17:31)<**Participante A**> Estou enviando a minha resposta para a apreciação dos colegas.
>
> (Sexta-feira, 22/09/06, 17:36) <**Participante B**> Beleza.

(Sexta-feira, 22/09/06, 17:38) <**Participante C**> Ok! Igual a nossa.

Nesse dia, os participantes podiam se comunicar com todos os presentes independentemente de pertencerem ou não à sua equipe.

(Sexta-feira, 22/09/06, 17:39) <**Professora A**> Atividade 1 b

(Sexta-feira, 22/09/06, 18:02) <**Participante D**> O seu diagrama ficou muito bom.

Neste trecho podemos notar uma participante que, ao se ver sozinha no ambiente, não consegue realizar a tarefa pretendida recorrendo ao formador.

(Sábado, 23/09/06, 16:12) <**Participante E**> Estou tendo dificuldades em manusear o sistema de informática, não consigo desenhar.

(Domingo, 25/09/06, 13:47) <**Formador**> Não se preocupe com a representação, você pode usar uma folha avulsa e responder por extenso na área destinada para isso, no fórum.

A preocupação da participante estava em não conseguir desenhar as figuras no Word, o formador intervém no sentido de acalmá-la e oferece a possibilidade de como melhor usar o fórum.

Ainda no primeiro encontro, um dos participantes que havia realizado as atividades, recorre ao grupo para saber se suas questões estão certas ou não.

(Quarta-feira, 27/09/06, 12:00) <**Participante F**> Não consigo entender algumas questões mas mesmo assim respondi. Alguém pode me dizer se está mais ou menos certo?

(Quarta-feira, 27/09/06, 13:55) <**Formador**> - Participante F você conseguiu sim responder às questões. Apenas faltou dizer que tipo de quadriláteros você construiu. Dê uma olhada no material produzido pelas pessoas do seu grupo.

Neste trecho podemos perceber os primeiros comentários preocupados com relação ao uso do computador e ao conteúdo.

(Sexta-feira, 22/09/06, 16:00) <**Participante B**> - Como vocês estão se saindo nesse primeiro momento???Eu estou perdidinha!!!!

(Quarta-feira, 27/09/06, 17:38) <**Participante G**> - Ainda estou brigando com o tempo para estudar melhor!

(Quinta-feira, 28/09/06, 10:48) <**Formador**> - Oi Participante G. Você está "perdida" em que aspectos? É com relação ao uso do programa ou com relação ao conteúdo?
Eu sugiro que você faça as atividades numa folha separada e em seguida escreva os resultados por extenso, no campo apropriado para isso no fórum.

Nesta seqüência, vemos um dos sujeitos de nossa pesquisa desenvolvendo isoladamente as atividades propostas e as depositando para discussão no fórum.

(Quinta-feira, 28/09/06, 16:23) <**Professora B**> Em anexo as atividades 2c até 2l.

(Quinta-feira, 28/09/06, 17:02) <**Professora B**> Segue o complemento da atividade 2.

(Sexta-feira, 29/09/06, 08:16) <**Professora B**> - Verifiquei um erro no complemento, os itens g a l, assinalados ali como losangos, estão incorretos pois os quadriláteros ali construídos não apresentam os quatro lados congruentes, então são paralelogramos.

(Sexta-feira, 29/09/06, 16:24) <**Professora B**> - Não posso mais mexer nisso, cada vez que olho vejo alguma coisa, mas os itens h a l, não representam paralelogramos, poderia chamá-los de trapézio?Até mais

Nota-se uma preocupação referente ao conteúdo e um certo incômodo por perceber que, talvez, as suas soluções não estejam corretas.

A recorrência ao formador se deu mais no sentido de obter confiança no uso do ambiente do que dificuldade em resolver as atividades.

Percebe-se que o primeiro encontro provocou nos participantes um misto de medo e insegurança.

Neste trecho notamos que os primeiros diálogos começam a aparecer:

(Quinta-feira, 28/09/06, 16:55) <**Professor D**> Estou enviando a atividade 2.

(Sexta-feira, 06/10/06, 21:58) <**Professora A**> Gostei dos seus desenhos como você os fez?

O Professor D, entrando em contato com a Professora A, descreve a solução da atividade proposta e recebe os parabéns por parte do formador, além dos comentários da Professora A.

Percebe-se, na resolução da atividade, que algumas definições apresentam elementos superabundantes. O professor não se restringiu a dar condições mínimas. Vide por exemplo as definições de paralelogramo, losango e retângulo.

(Quinta-feira, 28/09/06, 17:49) <**Professor D**> -
a) paralelogramo: Possui os lados opostos paralelos e os ângulos opostos iguais.
b) losango: Possui os quatro lados iguais e as diagonais perpendiculares.
c) retângulo: É todo paralelogramo que possui os quatro ângulos retos e suas diagonais são congruentes.
d) quadrado: É todo paralelogramo que tem os 4 lados congruentes e os 4 ângulos retos.
e) reta tangente a uma circunferência: Reta que intercepta a circunferência em um único ponto e é perpendicular ao raio no ponto de tangência
f) parábola: Escolhidos um ponto e uma reta que não contém esse ponto, parábola é o conjunto de pontos eqüidistantes desse ponto e dessa reta.

(Quinta-feira, 28/09/06, 19:23) <**Formador**> - **Professor D**: Você colocou essas respostas no fórum??? Acho que você devia divulgá-las.

(Quinta-feira, 28/09/06, 19:23) <**Professor D** > - Como faço para divulgá-las?

(Sexta-feira, 06/10/06, 22:01) <**Professora A**> - Gostei da sua resposta a respeito de parábola. Aprendi a demonstrar essa teoria usando uma folha de papel vegetal e fazendo dobras nela. É muito legal. Eu já tinha me esquecido dessa definição.

No próximo trecho, a Professora A percebe que poderia ter desenvolvido melhor sua atividades a partir do que ela observa no trabalho do Professor D.

(Domingo, 25/09/06, 16:59) <**Professor D**> - Estou mandando a atividade 1 letras a, b e c. Queria saber a opinião de vocês. Espero resposta.

(Sexta-feira, 06/10/06, 22:03) <**Professora A**> - Depois de ver sua resposta achei que eu fiz de qualquer jeito. Não parei para pensar melhor. E não deu tempo de perguntar para os alunos.

(Terça-feira, 10/10/06, 16:29) <**Formador**> - **Professora A**, estou em débito com relação às suas respostas. Há alguns comentários que gostaria de fazer à respeito das atividades da 2ª aula. Não precisa se preocupar em interagir ao mesmo tempo em que outras pessoas de sua equipe, pois o mais importante é o lançamento das dúvidas ou interações no ambiente. Gostaria que você incentivasse sua equipe, pois as suas respostas são extremamente precisas. Parabéns e continue firme. **Formador**

Síntese das interações do 1º encontro

Percebemos durante o primeiro encontro, que os participantes ainda estavam receosos do que iriam desenvolver e como se portar no ambiente.

Como parte do primeiro encontro se deu presencialmente, os participantes poderiam se comunicar com quem quisesse, afim de criar suas pequenas comunidades de colaboração, independentemente de pertencerem ou não à sua equipe.

Podemos notar também que alguns participantes que ficaram sozinhos ou que não procuraram ajuda dos companheiros não conseguiam realizar a tarefa pretendida e acabavam recorrendo ao formador.

A preocupação de alguns participantes estava em não conseguir desenhar as figuras no Word, o que fez com que o formador intervisse.

Podemos notar já neste primeiro encontro, que alguns participantes recorreram ao grupo para saber se suas questões estão certas ou não, expressando assim, uma preocupação referente ao conteúdo e um certo incômodo por perceber que, talvez, as suas soluções não estejam corretas.

Percebe-se que o primeiro encontro provocou nos participantes um misto de medo e insegurança, pois algumas respostas foram depositadas sem passar pela discussão entre os grupos.

A recorrência ao formador se deu mais no sentido de obter confiança no uso do ambiente do que dificuldade em resolver as atividades.

3.2.2 Interações e atividades do 2º Encontro

De importante, nesse encontro, podemos citar a entrada de uma integrante no grupo, que viu as amigas desenvolvendo atividades na escola e se interessou também em fazer parte do projeto:

> (Quarta-feira, 04/10/06, 12:39) <**Participante H**> - Olá, estava junto com as professoras **Participante E**, **Professora C** e **Professora B** no dia em que elas estavam discutindo as atividades do primeiro encontro e me interessei pelo projeto. Seria possível eu iniciar a minha participação a partir de agora? Atenciosamente.
>
> (Quarta-feira, 04/10/06, 15:38) <**Formador**> - Pode sim, mas para participar é importante que você entre em contato com a ATP, informando da sua participação e principalmente que você compartilhe as respostas com todos no fórum.

Havia sido acordado que não abriríamos mais vagas no projeto, porém, vendo que a proposta de processo de capacitação estava surtindo efeito, o formador aceitou a nova participante e a mesma deveria entrar em contato com a representante da Diretoria de Ensino para efeito de convocações e contato com a escola.

Os participantes, nesse encontro, deveriam desenvolver atividades referentes às turmas que lecionavam, a fim de facilitar a sua aplicação junto aos alunos.

> (Sexta-feira, 06/10/06, 00:51) <**Professora C**> - Procurei desenvolver a atividade dentro de um mesmo assunto, ou seja, em Geometria Analítica usei a distância entre dois pontos para os três níveis de conhecimento, não tenho certeza de que esteja correto, não desenvolvi sobre o Teorema de Tales pretendo fazê-lo logo mais.
>
> (Sexta-feira, 06/10/06, 21:50) <**Professora A**> - Você não fez a atividade a respeito do Teorema de Tales. Não sabia que tinha que fazer ou não fez mesmo?

Um dos momentos delicados desse encontro foi quando uma das participantes insistia em marcar horários com as demais, a fim de trabalharem todas em conjunto.

> (Quinta-feira, 12/10/06, 20:19) <**Professora C**> - Pessoal gostaria de saber qual o horário que vocês normalmente estão on-line, para que possamos discutir as resoluções das atividades e sobre a sua aplicação em sala de aula, ah peço desculpa pois somente hoje é que entrei para baixar as aulas, e quanto a aplicar em sala esta aula que se passou não seria possível.Tchau. Espero resposta.
>
> (Domingo, 15/10/06, 02:07) <**Participante H**> - Também não consegui aplicar em sala de aula ainda , estávamos em atividade especial do dia das crianças na semana passada.Farei o que for possível nesta semana, pois só tenho até oitava série.
>
> (Terça-feira, 17/10/06, 14:56) <**Participante G**> - **Professora C** . Faço parte de seu grupo estou conectada geralmente durante o período da tarde seria possível trocarmos idéia 5ª feira à tarde? Digo por volta das 14:30.

Conforme o previsto, não foi possível o encontro, pois os horários das mesmas não coincidiam.

Os participantes eram livres para fazerem suas pesquisas fora do ambiente. Nota-se, neste trecho, um dos nossos sujeitos de pesquisa questionando um outro sobre que material estava utilizando:

> (Quarta-feira, 11/10/06, 09:48) <**Professor E**> - Você usou algum livro pra responder. Qual? Obrigado...
>
> (Sábado, 14/10/06, 10:10) <**Participante I**> - Oi!!! Usei uma apostila e um livro de matemática que se chama "Pensar e Descobrir". Eu fiz a atividade e gostaria de saber se era essa a proposta? Você fez a atividade "c" sobre funções quadráticas? Abraços.

Atividades apresentadas aos alunos

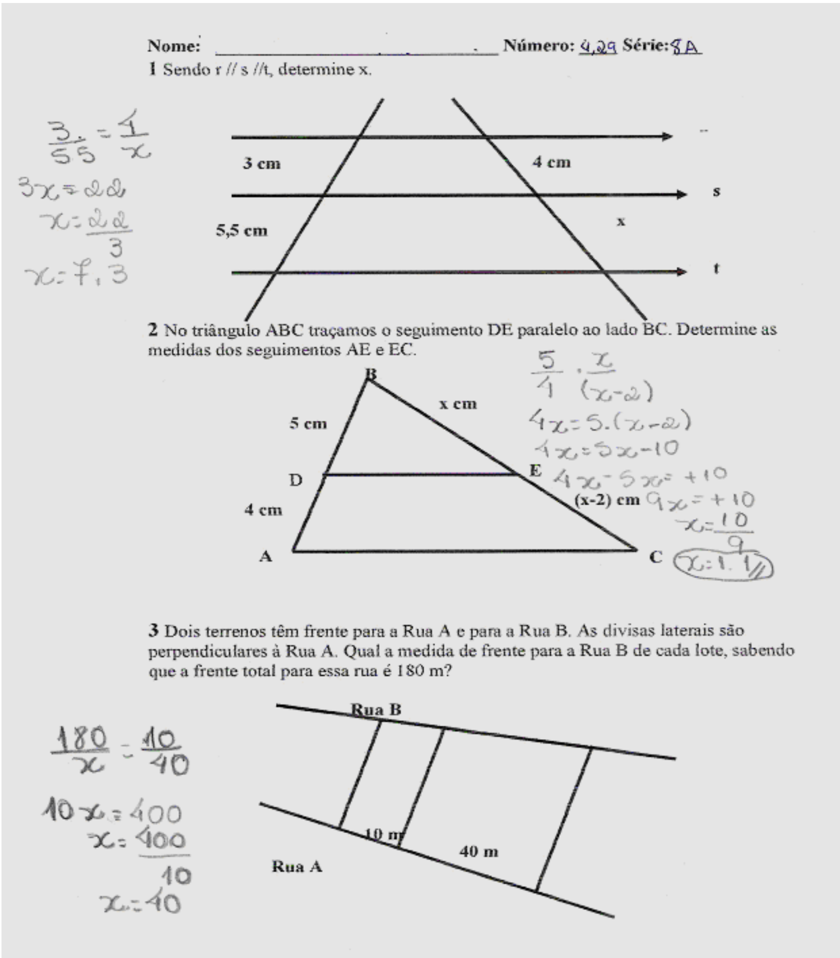
Atividade 1:

Objetivo: apresentar uma atividade situada no nível técnico, outra no nível mobilizável e uma terceira no nível disponível, nas quais o aluno deverá colocar em funcionamento os seus conhecimentos, sobre o Teoremas de Pitágoras; o teorema de Tales; Funções quadráticas (somente para o grupo do 1º ano); Determinantes (somente para o grupo do 2º ano); e Geometria Analítica para o grupo do 3º ano).

Criada por: Professores A, B e D.

Aplicada para alunos da 8ª série (9º ano) do EF.

Assunto: Teorema de Tales.


Nome: ______________ Número: 4,29 Série: 8A

1 Sendo r // s //t, determine x.

2 No triângulo ABC traçamos o seguimento DE paralelo ao lado BC. Determine as medidas dos seguimentos AE e EC.

3 Dois terrenos têm frente para a Rua A e para a Rua B. As divisas laterais são perpendiculares à Rua A. Qual a medida de frente para a Rua B de cada lote, sabendo que a frente total para essa rua é 180 m?

Figura 3.52 – Atividade 1 aplicada aos alunos.

Observamos que a atividade 1 é de nível técnico e o aluno não teve nenhuma dificuldade em resolvê-la.

A atividade 2 embora apresente para as medidas dos segmentos BE e EC, valores desconhecidos x e x – 2 é também uma atividade de nível técnico pois que é uma aplicação imediata do Teorema de Tales.

Percebe-se que na resolução do aluno há um erro na passagem 4x = 5x – 10. Há um outro erro na passagem de 4x – 5x = 10 para 9x = 10. Os professores A, B e D classificaram a atividade em nível mobilizável possivelmente pela dificuldade que os alunos teriam de resolver a equação do 1º grau.

A atividade 3 está de acordo com o nível disponível pois não há nenhuma indicação do paralelismo das retas. No entanto a resolução apresentada pelo aluno não é correta. As equações correspondentes deveriam ser $\frac{180}{x} = \frac{50}{10}$ e $\frac{180}{y} = \frac{50}{40}$.

As atividades mostram que houve uma preocupação dos professores em relação à apresentação das atividades nos níveis propostos por Aline Robert.

Atividade 2:

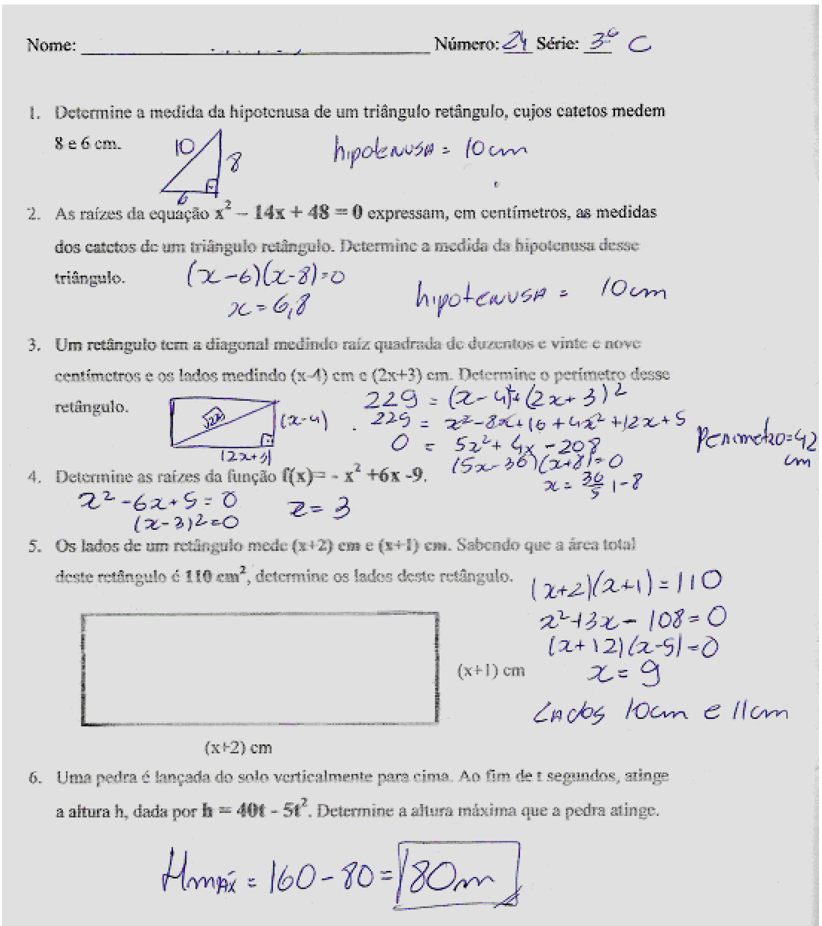
Objetivo: apresentar uma atividade situada no nível técnico, outra no nível mobilizável e uma terceira no nível disponível, nas quais o aluno deverá colocar em funcionamento os seus conhecimentos, sobre o Teorema de Pitágoras; o Teorema de Tales; Funções quadráticas (somente para o grupo do 1º ano); Determinantes (somente para o grupo do 2º ano); e Geometria Analítica para o grupo do 3º (ano).

Criada por: Professores A, B e D.

Aplicada para alunos do 3º ano do EM.

Assunto: Teorema de Pitágoras (atividades 1, 2 e 3).

Assunto: Função Quadrática (atividades 4, 5 e 6)


Nome: ______________ Número: 24 Série: 3º C

1. Determine a medida da hipotenusa de um triângulo retângulo, cujos catetos medem 8 e 6 cm.

hipotenusa = 10 cm

2. As raízes da equação $x^2 - 14x + 48 = 0$ expressam, em centímetros, as medidas dos catetos de um triângulo retângulo. Determine a medida da hipotenusa desse triângulo.

$(x-6)(x-8)=0$
$x = 6, 8$
hipotenusa = 10 cm

3. Um retângulo tem a diagonal medindo raiz quadrada de duzentos e vinte e nove centímetros e os lados medindo (x-4) cm e (2x+3) cm. Determine o perímetro desse retângulo.

$229 = (x-4)^2 + (2x+3)^2$
$229 = x^2 - 8x + 16 + 4x^2 + 12x + 9$
$0 = 5x^2 + 4x - 208$
$(5x-36)(x+8) = 0$
$x = \frac{36}{5} \mid -8$
Perímetro = 42 cm

4. Determine as raízes da função $f(x) = -x^2 + 6x - 9$.

$x^2 - 6x + 9 = 0$
$(x-3)^2 = 0$
$x = 3$

5. Os lados de um retângulo mede (x+2) cm e (x+1) cm. Sabendo que a área total deste retângulo é 110 cm², determine os lados deste retângulo.

(x+1) cm
(x+2) cm

$(x+2)(x+1) = 110$
$x^2 + 3x - 108 = 0$
$(x+12)(x-9) = 0$
$x = 9$
Lados 10 cm e 11 cm

6. Uma pedra é lançada do solo verticalmente para cima. Ao fim de t segundos, atinge a altura h, dada por $h = 40t - 5t^2$. Determine a altura máxima que a pedra atinge.

$H_{máx} = 160 - 80 = \boxed{80 m}$

Figura 3.53 – Atividade 2 aplicada aos alunos.

A atividade 1 formulada pelos professores A, B e D é de nível técnico. É uma aplicação imediata do teorema de Pitágoras.

A atividade 2 é de nível mobilizável pois antes de aplicar o Teorema de Pitágoras é necessário resolver uma equação do 2º grau.

A atividade 3 é também de nível mobilizável pois os dados levam à utilização do Teorema de Pitágoras. No entanto o aluno comete um errro de cálculo na resolução da equação do 2º grau. A passagem $229 = x^2 - 8x + 16 + 4x^2 + 12x + 9$ para $0 = 5x^2 + 4x - 208$ é incorreta. O aluno deveria ter escrito $0 = 5x^2 + 4x - 204$ e as raízes seriam 6 e – 6,8.

A atividade 4 explora os zeros de uma função. É uma atividade simples de nível técnico.

A atividade 5 procura obter os valores de x para os quais o valor da função (x + 2) (x + 1) é 110.

É uma atividade de nível mobilizável, pois que para obter a lei da função é necessário desenvolver o produto (x + 2) (x + 1).

A intenção dos professores em apresentar a atividade 6 era de apresentá-la num nível disponível, mas o fato de a lei da função ser dada, representa uma indicação clara do que deve ser feito para resolvê-la. O aluno substituiu t por 4 e obteve o resultado esperado. No entanto não há nenhuma indicação de como esse valor foi obtido.

Notamos pela atividade desenvolvida, que a equipe composta pelos professores A, B e D entenderam a proposta do encontro.

A atividade proposta exigia que os mesmos disponibilizassem conhecimentos adquiridos anteriormente e que vinham ao encontro da proposta do encontro.

Síntese das interações do 2º encontro

Como destaque neste encontro, podemos citar o grau de dificuldade do conteúdo apresentado. Se, no primeiro encontro, nosso foco era aproximar o participante do ambiente e do grupo, nesse, o nosso maior objetivo era provocar um certo desconforto e uma primeira reflexão mais profunda sobre como estavam sendo desenvolvidas as atividades em sala de aula.

Tivemos um momento que representou a importância de projetos desse tipo, com a divulgação do projeto por parte de um grupo de professoras em suas escolas. Despertando o interesse em uma professora que não havia sido convidada e que a partir desse encontro passou a fazer parte da equipe.

Outro momento que despertou reflexão foi quando uma das participantes insistia em que o grupo se encontrasse num horário que servisse ao grupo todo ao mesmo tempo. Obviamente não foi possível e tornou ainda mais forte a importância do uso do ambiente, da liberdade de ação e do melhor uso do tempo propostos nesta pesquisa.

3.2.3 Interações e atividades do 3º Encontro

Este encontro se inicia com a **Professora A** pedindo ajuda ao formador no entendimento de uma das atividades:

> (Quarta-feira, 11/10/06, 23:14) <**Professora A**> Achei difícil elaborar essa atividade e também não entendi se na questão é o próprio aluno que irá transformar para o outro registro, ou eu que formulo nos dois registros para ele tentar resolver.
>
> (Sexta-feira, 13/10/06,10:51) <**Formador**>: Olá **Professora A**. Nesta terceira aula, você deve em conjunto com a equipe elaborar as questões seguindo as orientações do texto. Essas atividades devem ser aplicadas com seus alunos (da equipe), e as respostas devem ser comentadas do fórum.
> O importante é saber como vocês prepararão as atividades que façam mudanças de registros e conversões, para em seguida avaliar como os alunos de vocês se saem trabalhando com no mínimo dois registros diferentes.
> Se ainda persistir a dúvida pode entrar em contato.
> Bom trabalho
>
> (Segunda-feira, 16/10/06, 13:33) <**Professora A**>: Obrigada, **Formador**. Já entendi.

No próximo trecho, após receber de uma outra participante a resolução da atividade, a professora A pede ajuda aos demais participantes de sua equipe, a fim de esclarecer suas dúvidas. Observe que ela já tem uma posição quanto à resposta, mas, mesmo assim, divide a responsabilidade com o grupo.

> (Segunda-feira, 23 Outubro 2006, 14:18) <**Professora A**> Uma colega da equipe 4 mandou a resposta anexa. Como não tinha nenhuma idéia à vista estou mandando a resposta dela ao fórum para discutirmos.

Não concordei com o que ela chama de linguagem natural. Parece-me mista. O que vocês acham?

(Terça-feira, 24/10/06, 21:21) <**Professora B**>: Também discordo da colega, este problema se situa mais no registro misto, (simbólico + figural).

A seqüência abaixo se passa momentos antes da reunião presencial. O **Professor D** apresenta sua solução, enquanto a **Professora B**, que aguardava o início da reunião, emite seu parecer.

(Segunda-feira, 30 Outubro 2006, 16:37) <**Professor D**>: Linguagem natural: - Calcule a área de um losango em que a diagonal maior vale 20 cm e diagonal menor 15 cm.
Figura mais símbolo: calcule a área da seguinte figura: *ver figura em anexo*

(Segunda-feira, 30 Outubro 2006, 18:24) <**Professora B**> **Professor D**, concordo, está na linguagem natural, e para resolvê-lo, vamos passar para a linguagem do sistema de escrita. Porém, no item a não deveríamos ter formulado um teorema? Abraços.

Ainda a mesma seqüência:

(Segunda-feira, 30 Outubro 2006, 16:49) <**Professor D**> Elabore um problema de geometria plana que para ser resolvido necessite de uma mudança de registro. No triângulo retângulo abaixo determinar a hipotenusa, as projeções dos catetos sobre a hipotenusa e a altura relativa a hipotenusa. Ver figura em anexo

(Segunda-feira, 30 Outubro 2006, 18:25) ,<**Professora B**> Ok, concordo com você, está na linguagem natural e a resolução será na linguagem do sistema de escrita. Abraços

(Segunda-feira, 30 Outubro 2006, 16:51) <**Professor D**> Elabore um problema de geometria espacial que para ser resolvido necessite de uma mudança de registro. Determinar o número de arestas e de vértices de um poliedro convexo com seis faces quadrangulares e quatro faces triangulares.

(Segunda-feira, 30 Outubro 2006, 18:26) <**Professora B**> Ok, concordo com você.

Concluímos este trecho com a entrada da **Professora A** no debate, veja como se dá o diálogo sobre a formulação do teorema:

(Segunda-feira, 30 Outubro 2006, 16:38) < **Professor D** > Linguagem natural: Calcule a área de um losango em que a diagonal maior vale 20 cm e diagonal menor 15 cm. Figura mais símbolo: calcule a área da seguinte figura: *ver figura em anexo.*

(Segunda-feira, 30 Outubro 2006, 18:29) <**Professora B**> Ok, mas vale a mesma observação, não deveríamos ter formulado um teorema? Vamos tentar: Um losango é um quadrilátero que possui os quatro lados iguais, e os ângulos internos não são necessariamente retos.

(Segunda-feira, 30 Outubro 2006, 19:26) <**Professora A**> - Será que é a formulação de um teorema mesmo?

(Segunda-feira, 30 Outubro 2006, 19:28) <**Professora B**> Olhe a ATIVIDADE. Formule em grupo, um teorema de geometria plana...

(Segunda-feira, 30 Outubro 2006, 19:40) <**Professora A**> Já que é para elaborar um teorema de geometria plana mesmo, então que tal pensarmos no Teorema de Tales que tenham um mapa com ruas paralelas que são cruzadas por outras transversais ou inclinadas. Dadas as medidas das frentes das quadras, vamos tentar encontrar as medidas dos fundos das quadras.

(Segunda-feira, 30 Outubro 2006, 19:46) <**Professora B**> Legal, tenho um formulado, porém é para se calcular as laterais de um terreno.

Esta seqüência é interessante, pois ela se passa em três momentos diferentes, o que retrata bem a liberdade de ação e uso do tempo na educação a distância.

Observe que o diálogo se inicia numa quarta-feira, continua na segunda-feira pela manhã e só se finaliza na segunda-feira à noite no laboratório de Informática, onde seria realizada a reunião presencial.

(Quarta-feira, 25 Outubro 2006, 16:09) <**Professora B**> Atividade 1. Vamos tentar, Construir um quadrado com lado 10 cm. Será que posso considerar isso na língua natural? Na língua simbólica, podemos desenhar este quadrado e colocar as medidas. É uma tentativa, pois não entendi muito bem. Abraços.

(Segunda-feira, 30 Outubro 2006, 11:36) <**Professora A**> Concordo com o exercício. Isso é linguagem natural.

(Segunda-feira, 30 Outubro 2006, 19:17) <**Professora B**> Acredito que o exercício esteja correto, porém, era para ser formulado um teorema. Um quadrado é um polígono que possua os quatro lados iguais e os ângulos internos são retângulos.

> (Segunda-feira, 30 Outubro 2006, 19:21) <**Professora A**> Ângulos internos são retos e não retângulos

A professora B navega sozinha na terça-feira, porém mantém a forma de diálogo e aguarda resposta.

> (Terça-feira, 31 Outubro 2006, 15:13) <**Professora B**> Olá, pensando na Relação de Euller, desenvolvi a atividade, mas, acredito que ela não esteja na linguagem mista, mas somente na linguagem figural. Aguardo opiniões.Abraços

Outros sujeitos da pesquisa comentam sobre o desenvolvimento das atividades do terceiro encontro:

> (Quarta-feira, 1 Novembro 2006, 09:07) <**Professor E**> Eu baixei hoje de manhã os tópicos...Vou ver o que consigo postar até a noite. Então ate a noite eu espero entrar novamente... Se vocês já tiverem alguma coisa ou alguma sugestão. Eu vou começar pela atividade 2... Até mais
>
> (Quarta-feira, 1 Novembro 2006, 22:05) <**Participante I**> Oi, Professor E. Como você deve se lembrar, com relação à atividade 2 eu não fiz o item que se refere a função quadrática. Que sugestão você daria para resolvê-lo. No que se refere às atividades do 3º encontro estou tentando resolver, mas confesso estou tendo dificuldades. Até a próxima!

A professora B apresenta à equipe suas considerações sobre uma atividade.

> (Terça-feira, 31 Outubro 2006, 15:17) <**Professora B**> Precisamos selecionar o material para postarmos a nossa resposta do terceiro encontro. Verificando o fórum, acredito que falta discussão somente na letra B, a letra C e D, concordo com as questões que o **Professor D** enviou e a letra A tem aquela do Teorema de Tales. Abraços.
>
> (Quarta-feira, 1 Novembro 2006, 14:47) <**Professora B**> Tentei selecionar algumas atividades, estou anexando para vocês, aguardo sugestões. Abraços.

Além da motivação natural em aprender, notamos também que a cumplicidade na troca de idéias implica no crescimento individual e do grupo.

(Quarta-feira, 1 Novembro 2006, 14:53) <**Professor E**> Eu dei uma olhadinha na sua atividade e achei legal posso usá-la com meus alunos? Eu fiz alguns comentários...

(Quarta-feira, 1 Novembro 2006, 15:09) <**Participante G**> Olá, gostei dos comentários, e acredito que no primeiro item, pedindo o tamanho da cerca entre o dois terrenos facilite a resolução. E, se você puder aplicá-la será ótimo, pois estou com dificuldades em aplicar as atividades. Abraços

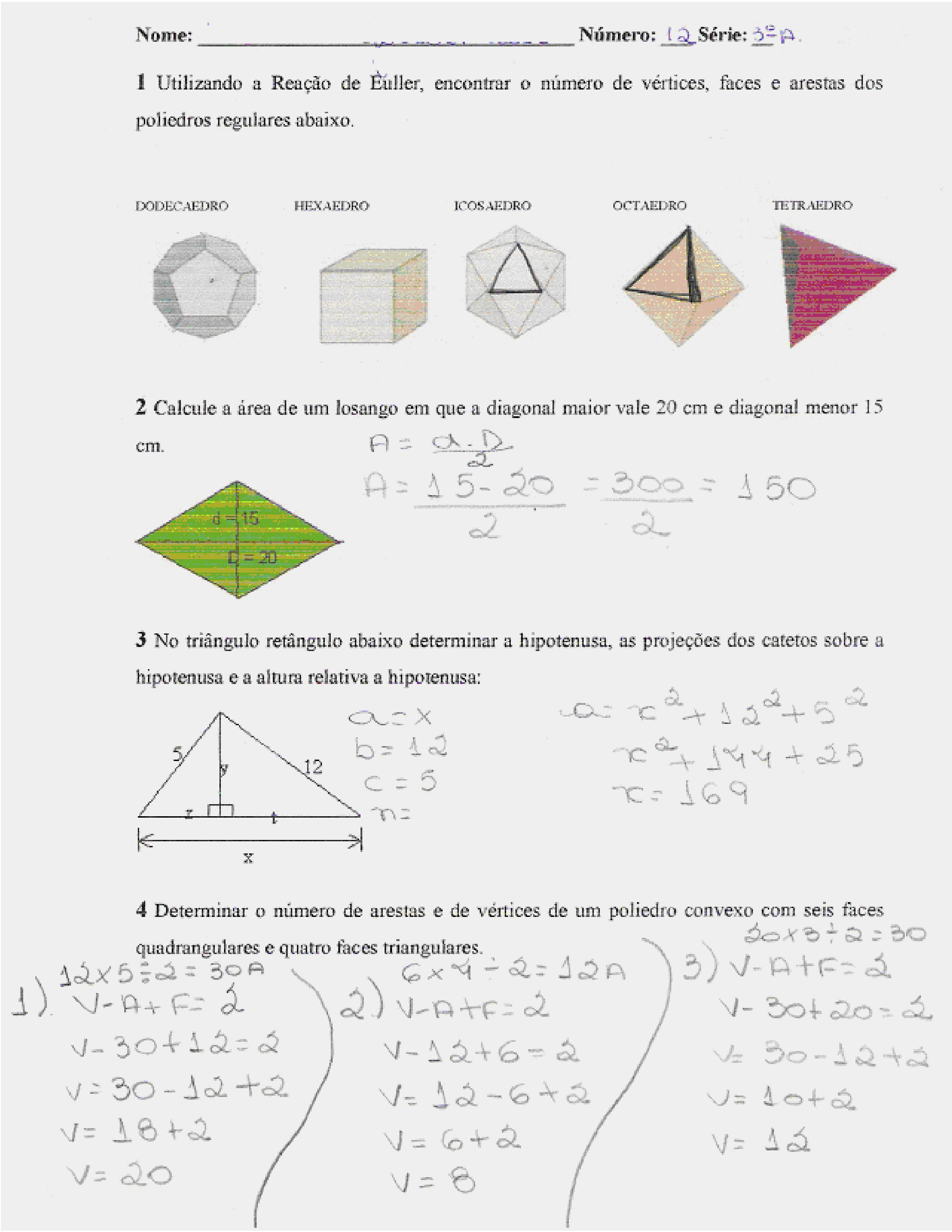
Atividades apresentadas aos alunos

Atividade 3:

Objetivo: elaborar um problema da geometria plana e outro da geometria espacial que necessite de uma mudança de registro.

Criada por: Professores A, B e D.

Aplicada para alunos do 3º ano do EM.



Nome: ________________________ Número: 12 Série: 3ª A.

1 Utilizando a Reação de Euller, encontrar o número de vértices, faces e arestas dos poliedros regulares abaixo.

DODECAEDRO HEXAEDRO ICOSAEDRO OCTAEDRO TETRAEDRO

2 Calcule a área de um losango em que a diagonal maior vale 20 cm e diagonal menor 15 cm.

d = 15

D = 20

$A = \frac{d \cdot D}{2}$

$A = \frac{15 \cdot 20}{2} = \frac{300}{2} = 150$

3 No triângulo retângulo abaixo determinar a hipotenusa, as projeções dos catetos sobre a hipotenusa e a altura relativa a hipotenusa:

5 12 y z t x

a = x

b = 12

c = 5

n =

$a = x^2 + 12^2 + 5^2$

$x^2 + 144 + 25$

$x = 169$

4 Determinar o número de arestas e de vértices de um poliedro convexo com seis faces quadrangulares e quatro faces triangulares.

1) $12 \times 5 \div 2 = 30A$

$V - A + F = 2$

$V - 30 + 12 = 2$

$V = 30 - 12 + 2$

$V = 18 + 2$

$V = 20$

2) $6 \times 4 \div 2 = 12A$

$V - A + F = 2$

$V - 12 + 6 = 2$

$V = 12 - 6 + 2$

$V = 6 + 2$

$V = 8$

3) $20 \times 3 \div 2 = 30$

$V - A + F = 2$

$V - 30 + 20 = 2$

$V = 30 - 12 + 2$

$V = 10 + 2$

$V = 12$

Figura 3.54 – Atividade 3 aplicada aos alunos.

No exercício 1 os professores apresentaram um problema de geometria espacial no registro misto (linguagem natural e registro figural), onde a resposta esperada do aluno seja no registro numérico.

Nos exercícios 2 e 3 os professores apresentaram um problema de geometria plana no registro misto (linguagem natural e registro figural) e a resposta esperada do aluno é no registro numérico.

O exercício 4 é o único onde os professores apresentam a atividade num único registro: o da linguagem natural e a resolução esperada é no registro numérico.

Nas atividades propostas vemos poucas variações dos professores em relação às mudanças de registros.

No exercício 3 observa-se que o aluno tem dificuldade em dominar o registro algébrico, o que é percebido pelas igualdades $a = x^2 + 12^2 + 5^2$ e $x^2 + 12^2 + 5^2$ e $x = 169$.

No exercício 4, a produção do aluno mostra que o enunciado na linguagem natural não foi compreendido. O enunciado para determinar características de um só poliedro e as respostas apresentam o número de vértices de 3 poliedros.

Pode-se conjecturar que a atividade proposta pelos professores não está em sintonia com os conteúdos trabalhados pelos professores nesse ano letivo.

Notamos que a discussão que se deu no início do encontro sobre as considerações feitas por uma das participantes sobre o 2º encontro gerou muita dúvida no desenvolvimento desta atividade.

Síntese do 3º encontro

Este encontro foi o mais produtivo até aqui, e isso se deve à pausa sugerida pelo formador, entre as atividades do segundo encontro e do atual, para que os participantes pudessem se reorganizar.

Como nos primeiros encontros havia apenas o depósito das atividades por parte dos integrantes das equipes, resolvemos esperar um pouco mais, mesmo que isso levasse mais alguns dias.

Outro fator importante foi a reunião presencial, na qual pudemos discutir os problemas enfrentados pelos participantes até o momento, dando a oportunidade de os mesmos se reunirem e traçarem novas estratégias de resolução.

Nos quatro exercícios propostos na atividade I, as mudanças de registros pretendidas pelos participantes ficaram apenas na passagem para o registro numérico.

Entendemos ser esta a grande dificuldade encontrada pelos participantes, pois os mesmos apenas transcreveram atividades que normalmente aplicam em sala de aula.

3.2.4 Interações e atividades do 4º Encontro

No trecho a seguir, vemos uma das participantes dando início às discussões.

> (Segunda-feira, 30 Outubro 2006, 19:14) <**Professora B**> Olá, o que vocês acham desse exercício? Acredito que ele esteja no quadro geométrico, e a resolução será no quadro algébrico. Abraços
>
> (Segunda-feira, 30 Outubro 2006, 19:23) <**Professora A**> OK! Está no quadro geométrico e para resolvê-lo temos que passar para o quadro algébrico. Agora é só aplicar. E essa é minha dificuldade.
>
> (Segunda-feira, 30 Outubro 2006, 19:26) <**Professora B**> Idem, porém este ano eu trabalhei isto nos terceiros, vou verificar as atividades que eles fizeram, acredito que tenha alguma deste tipo. Caso contrário passarei esta para um grupo.
>
> (Terça-feira, 31 Outubro 2006, 15:32) <**Professora B**> Olá, acredito que esta atividade esteja certa, porém pensei em formular um problema. Exemplo: Calcular o volume de um galpão, ou mesmo área, porém estou com dificuldade em construir o galpão. Alguém se habilita? Ou deixamos assim? Abraços.
>
> (Quarta-feira, 1 Novembro 2006, 14:07) <**Professora B**> Verificando a atividade da quarta aula, constatei um erro nas medidas, e em uma das respostas eu pensei em trabalhar com geometria espacial, mas verificando a atividade, percebi que é para trabalhar com geometria plana, preparei a mesma casinha, porém com as medidas corretas. Vou aplicar a atividade em um grupo do primeiro colegial na próxima aula. Alguma sugestão do grupo. Abraços

Notamos a colaboração entre os participantes e a preocupação na aplicação aos alunos.

> (Segunda, 6 novembro 2006, 17:35) <**Professora A**> O problema elaborado pela Professora B está correto e atende a proposta do 4º encontro. Inclui a questão. Falta aplicarmos com os alunos.
>
> (Terça, 7 novembro 2006, 10:43) <**Professora B**> Olá, tudo bem?
> Valeu pelas inclusões.Tinha marcado de aplicar todas as atividades esta semana com os meus alunos, porém estou com conjuntivite e precisei ficar fora da sala, tentarei aplicar todas as atividades na próxima semana.Abraços
>
> (terça, 7 novembro 2006, 10:56)<**Formador**> É possível para o **Professor D**, aplicar com os alunos dele? Em caso afirmativo vocês podem discutir os resultados. Gostaria que vocês já dessem uma olhada e discutissem o último encontro. Vocês têm todo o potencial para desenvolvê-lo. Requer análise e conhecimentos dos encontros anteriores. Boa sorte!!!

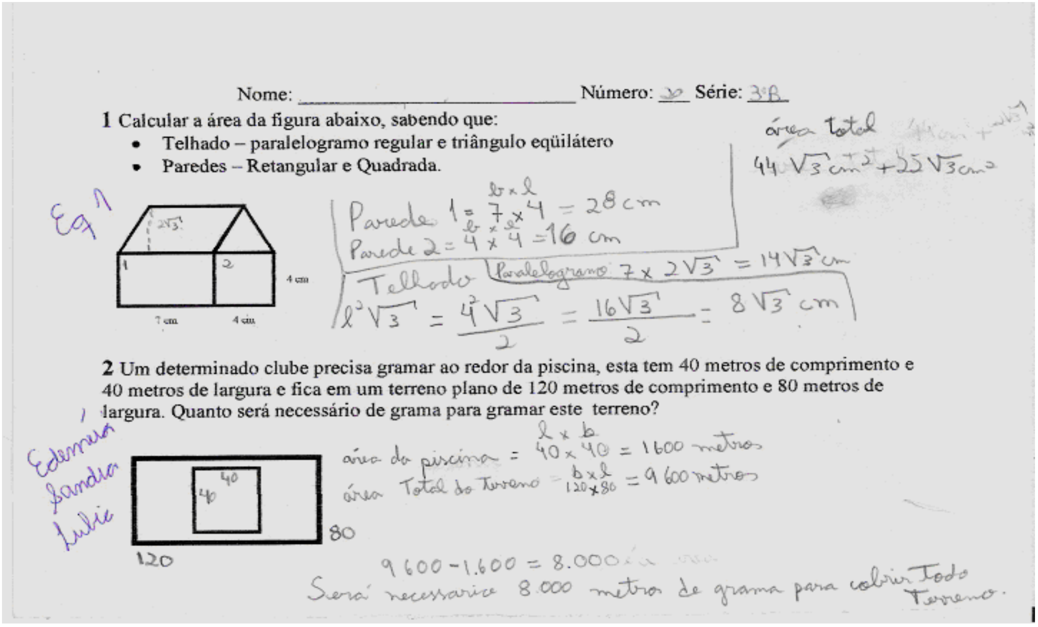
Atividades apresentadas aos alunos

Atividade 4:

Objetivo: desenvolver atividades que necessitem de mudança de quadros.

Criada por: Professores A, B e D.

Aplicada para alunos do 3º ano do EM.



Nome: ______________________ Número: 20 Série: 3ºB

1 Calcular a área da figura abaixo, sabendo que:

- Telhado – paralelogramo regular e triângulo eqüilátero
- Paredes – Retangular e Quadrada.

área total

$44\sqrt{3}\,cm^2 + 25\sqrt{3}\,cm^2$

Parede 1 = $7 \times 4 = 28$ cm

Parede 2 = $4 \times 4 = 16$ cm

Telhado Paralelogramo $7 \times 2\sqrt{3} = 14\sqrt{3}$ cm

$\frac{l^2\sqrt{3}}{} = \frac{4^2\sqrt{3}}{2} = \frac{16\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$ cm

2 Um determinado clube precisa gramar ao redor da piscina, esta tem 40 metros de comprimento e 40 metros de largura e fica em um terreno plano de 120 metros de comprimento e 80 metros de largura. Quanto será necessário de grama para gramar este terreno?

área da piscina = $40 \times 40 = 1600$ metros

área Total do Terreno = $120 \times 80 = 9\,600$ metros

$9\,600 - 1.600 = 8.000$

Será necessario 8.000 metros de grama para cobrir Todo Terreno.

Figura 3.55 – Atividade 4 aplicada aos alunos.

Observamos na atividade 1 que o problema foi proposto no quadro geométrico.

Para a sua resolução não houve necessidade de mudar de quadro mas apenas de trabalhar no registro numérico. O enunciado utiliza o desenho de uma casa em perspectiva cavaleira, mas não deixa claro se o cálculo da área pedida se refere à figura plana ou à figura espacial.

A resolução do aluno está incorreta. A resposta deveria ser $16\text{ cm}^2 + 16\text{ cm}^2 + 28\text{ cm}^2 + 28\text{ cm}^2 + 14\sqrt{3}\text{cm}^2 + 14\sqrt{3}\text{cm}^2 + 4\sqrt{3}\text{cm}^2 + 4\sqrt{3}\text{cm}^2$ ou seja $88\text{ cm}^2 + 36\sqrt{3}\text{cm}^2$.

A segunda atividade também foi apresentada no quadro geométrico e não houve necessidade de mudar de quadro para a sua resolução. Bastava apenas utilizar o registro numérico. O aluno esqueceu de indicar a unidade de área que o metro quadrado.

No enunciado o telhado aparece como um paralelogramo regular, o que não é verdade.

Temos ainda o problema da representação como sendo uma figura plana, o que gerou o erro na resposta apresentada pela aluna.

Síntese das interações do 4º encontro

O início do quarto encontro aconteceu em momentos diferentes para o grupo participante da pesquisa. Esse encontro foi um dos mais difíceis, pois o assunto Mudança de Quadros gerou uma série de dúvidas nos participantes.

Percebemos claramente a confusão entre os conceitos de registro e de quadro entre os professores e entendemos que, de fato são conceitos novos em didática que necessitam de um tempo maior para serem apropriados.

Podemos notar pelas interações descritas anteriormente, que as professoras A e B entenderam que a atividade atendia plenamente ao que foi proposto durante o encontro, porém aconteceram alguns equívocos na apresentação da mesma.

3.2.5 Interações do 5º Encontro

Este encontro marca o final do curso. Ele é apresentado por um texto de Bernard Parsysz (2001), que apresenta o desenvolvimento do pensamento geométrico em quatro níveis: geometria concreta (nível G0); geometria espaço-gráfica (nível G1); geometria proto-axiomática (nível G2) e geometria axiomática (nível G3).

Queríamos, com esse texto, que o professor refletisse e nos apontasse em quais desses níveis, as atividades que ele propõe aos seus alunos se enquadram.

Para isso, o conjunto de atividades que propusemos para eles se aproximava em muito de uma situação real de sala de aula, onde quatro alunos resolveram um problema de quatro maneiras diferentes.

Por se tratar do último encontro, queríamos também resgatar os temas que foram apresentados nos encontros anteriores.

Além de verificar em qual nível as atividades se enquadravam, os professores deveriam comentar as quatro resoluções destacando os tipos de registros (tratamentos e conversões), se houve mudança de quadro e possíveis reconfigurações.

Todas as análises das questões, bem como as conclusões deveriam ser feitas em grupo e postadas no fórum de debates.

Começamos a análise das interações com um desabafo da professora B em relação ao seu cansaço normal de final de ano. Notamos que, embora ela desabafe, deposita suas conclusões e, ao mesmo tempo, diz que sentirá falta.

> (terça, 7 novembro 2006, 14:37)< **Professora B**> Vamos lá, esta é a última, UFA!, Mas sei que sentirei falta. (atividade anexada)
> Acredito que esta seja a classificação:
> **1 João - G3**
> **2 Paulo - G1**
> **3 Renata - G2**
> **4 Flávia - G0**
> Porém, ainda não consegui verificar se há ou não lacunas a serem preenchidas.
> Abraços. (Anexo complementação).

A professora A, analisando as respostas da professora B, dá uma indicação de que há um possível erro na análise da questão.

> (sexta, 10 novembro 2006, 21:47)< **Professora A** > Pelo que li até agora e o que entendi é para classificar nos níveis G0, G1 e G2 somente. Não o G3.

Para em seguida apresentar sua conclusão.

> (domingo, 12 novembro 2006, 13:26) <**Professora A**> Acredito que João está no nível G2. Porque ele deu a demonstração, mas não axiomática e sim usando uma propriedade evidente. No restante concordo com você.
> 1 João - G2
> 2 Paulo - G1
> 3 Renata - G2
> 4 Flávia - G0
> Acompanhe as lacunas deixadas pelos alunos.

A professora A compartilha com o restante da equipe as suas respostas, mantendo a alteração que fez em relação à resposta da professora B.

Podemos observar que, desta vez, ela usa uma quantidade muito maior de argumentos para convencer os outros participantes.

(domingo,12 domingo, 12 novembro 2006, 14:06)<**Professora A**> Aqui estão minhas conclusões com base nas respostas da Professora B.

João - Nível G2

Ele fez a demonstração utilizando os conhecimentos de Geometria Analítica (propriedade evidente), recorreu à geometria plana e à álgebra para a resolução.

Acrescentaria em sua conclusão: Logo d(A, M) = ½ d(B,C)

Paulo - Nível G1

Ele fez a demonstração perceptiva através do software Cabri Géomètre. Mas não explicitou sua conclusão. Poderia dizer: Considerando BC = x, como AM = x/2 e então AM = BC/2.

Também utilizou alguns conhecimentos de semelhança de triângulos. Há lacunas em sua conclusão e raciocínio, pois deveria provar sua observação de que um segmento é perpendicular a outro, para recorrer ao caso LAL de semelhança de triângulos e concluir sua demonstração de forma satisfatória.

Renata - Nível G2

Ela fez a demonstração a partir da figura, e utilizou o Teorema de Pitágoras (propriedade evidente), para concluir a demonstração e está coerente.

Flávia - Nível G0

Ela fez a demonstração através da utilização de esquadros (material concreto). Não provou nada, somente fez verificações. Há lacunas em seu raciocínio lógico e sua validação é só perceptiva e nada dedutiva.

Por fim a professora B concorda com a professora A.

(domingo, 12 novembro 2006, 20:13)< **Professora B**> Olá, concordo com as lacunas, e também na alteração do nível utilizado pelo primeiro (João). Abraços

Como não houve contra-argumentação por parte da professora B, o formador provoca a professora.

(domingo, 12 novembro 2006, 00:09)<**Formador**> Professora B, Como chegou a essa conclusão? Um abraço

(domingo, 12 novembro 2006, 20:15)<**Professora B**> Olá, tudo bem? Como cheguei? Estudei cada resposta separadamente, e sempre com o texto do Parsysz ao lado, analisava o que o aluno tinha desenvolvido e tentava colocá-lo em algum nível. Abraços

O Professor E, que nesta etapa fazia parte de outro grupo, acrescenta suas respostas e se dirige ao restante da equipe para receber suas opiniões.

(quinta, 16 novembro 2006, 11:06) <Professor E> Atividade final , se alguém poder ver se esta certo ou opinar:
O aluno João usou geometria analítica, ele utilizou a conversão do modo gráfico para o simbólico para descobrir o ponto médio e a distância entre A e M.
O aluno Paulo fez uma demonstração correta AM = MC, porque se os triângulos são congruentes seus lados têm mesmas medidas. O que ele precisou para identificar essa medida foi achar o ângulo reto nos dois triângulos que no caso é o que esta no ponto P.
Renata sem comentários (se alguém quiser comentar...).
Pode ser classificado como G2.
Pode se dizer que este exercício foi respondido de maneira prática. O que a aluna vez foi testar de maneira prática a teoria, depois passar para a teórica.
Pode ser classificado como G0.
Grato **Professor E**

A professora C, que também estava em outro grupo, troca impressões com uma outra participante.

(quarta, 15 novembro 2006, 21:08) <**Professora C**> À Participante G. Estudei a última atividade e estou de acordo com as suas resoluções, não notei nenhuma alteração que precisasse ser feita, beijos até a próxima.

E, por fim, o Professor D, que esteve ausente durante a execução das atividades por parte do grupo, justifica-se, mostrando preocupação com relação à aplicação das atividades com os alunos.

(sábado, 18 novembro 2006, 12:30)<**Professor D**> Desculpe a todos por não ter colocado as atividades no fórum porque estava em minas na casa dos meus pais, e queria saber da PROFESSORA B se você conseguiu aplicar as atividades com seus alunos, porque não tive como aplicar com os meus. Espero resposta. Abraço.

> (sábado, 18 novembro 2006, 17:50)<**Professora B**> Olá, consegui, embora foram para poucos alunos, pois eles resolverão tirar uns dias por conta própria e apareceram bem poucos na escola esses dias. Já estou separando-as e vou levá-las no encontro para que possamos discutir.Abraços

Síntese das interações do 5º encontro

Por se tratar da última atividade proposta na pesquisa, propusemos uma atividade que no nosso entendimento se aproximava bastante de uma situação real de sala de aula, onde quatro alunos resolveram um problema de quatro maneiras diferentes.

Notamos durante o encontro o cansaço de alguns participantes em relação às atividades de final de ano, mas que não a impediu de realizar as tarefas propostas.

Percebemos que o entrosamento entre os participantes já se encontrava quase ideal, o que fazia com que eles apontassem erros nas respostas indicadas por outros, sem o medo notado dos primeiros encontros.

Melhorou também com o passar do tempo, a argumentação tanto na defesa das respostas quanto nos debates.

A interação entre particpantes de grupos diferentes também se fez notar, o que leva a acreditar que dentro dos grupos formados, aqueles que dispunham de um pouco mais de tempo ou mesmo de interesse, observavam as respostas depositadas por outras equipes, tornando a interação entre as equipes outro fator de destaque no encontro.

3.3 Análise dos questionários e das entrevistas

Conforme citado anteriormente, as entrevistas ocorreram no início da quarta semana dos encontros sendo aplicadas para o grupo que era composto por 20 professores, e após o término das atividades para os cinco sujeitos da pesquisa.

As entrevistas se mostraram necessárias, pois queríamos conhecer um pouco mais os participantes e questioná-los sobre a sua participação na pesquisa.

Entendemos que, embora o ambiente de educação a distância propicie espaço aberto para debate e troca de experiências, seria através das entrevistas que os participantes poderiam se expressar mais sobre seu desempenho.

Formulamos para tanto, um questionário preliminar (ANEXO 6) que tinha por finalidade, traçar um perfil dos participantes, bem como servir como auto-avaliação para os encontros realizados até aquele momento (início do quarto encontro).

O primeiro bloco de perguntas dizia respeito aos dados pessoais, informações sobre a escola e grau de formação dos participantes.

Dos 20 entrevistados, todos possuem curso superior completo, sendo que destes, 3 eram pós-graduados em Educação Especial, Informática Educacional e Educação Matemática, respectivamente.

Com relação à 1ª pergunta: "Quais os motivos que levaram você a fazer este curso a distância?", o participante poderia citar mais de uma opção.

As respostas foram as seguintes:

- "Vontade pessoal de aprender coisas novas" (20 respostas)
- Facilidade em fazer o meu próprio horário (10 respostas).
- Manter-me no mundo do trabalho (7 respostas).
- Manter a competitividade (7 respostas).
- Melhorar a qualidade de vida (5 respostas).
- Ascensão social (4 respostas).
- Não poder me ausentar do local de trabalho (nenhuma resposta).
- Onde moro não tenho como fazê-lo (nenhuma resposta).

Podemos perceber que há a preocupação dos participantes em se manterem atualizados com as questões que dizem respeito à sua profissão.

Acompanhar a evolução dos processos de mudanças que o mundo da tecnologia impõe, bem como fatores internos como melhoria de qualidade de vida e fazer o próprio horário são aspectos extremamente importantes na hora de se procurar um processo de capacitação.

Com relação à segunda pergunta que trata das desvantagens que os participantes encontram na hora de se realizar os encontros no ambiente a distância, temos:

- Falta de tempo (8 citações)

- Problemas com a Tecnologia (máquinas ou programas) (7 citações);
- Ausência do professor (6 citações);
- Acumulo de trabalho (4 citações);
- Nenhuma desvantagem (5 citações).

Podemos notar que as maiores dificuldades estão relacionadas ao tempo e ao uso dos computadores.

Com relação ao tempo, a explicação dada pelos participantes reside no fato de os professores muitas vezes terem que trabalhar até três períodos, o que os impossibilita de fazer um curso adequadamente, seja ele presencial ou a distância.

Com relação à tecnologia, no que diz respeito às máquinas, os entrevistados citaram que muitas vezes não era permitido usar o computador das escolas na execução das atividades, pois estes não eram liberados para uso.

Com relação aos programas utilizados, os participantes relataram que sentiram uma certa dificuldade no ambiente no início, pois este não era familiar. Outros disseram ter dificuldades em desenhar os polígonos sugeridos no 1º encontro no Word (editor de texto) e quando o faziam tinham dificuldade em enviá-los ao ambiente como anexo.

Importante também salientar a dificuldade apresentada por 6 participantes que citam ausência do professor como desvantagem. Isto é relevante em se tratando de um processo que utiliza um ambiente virtual. Nas entrevistas, os participantes disseram que tiveram que aprender a sanar suas dúvidas com o grupo, visto que o professor não estaria ao seu lado o tempo todo como foi em toda a sua formação.

No modo assíncrono, proposto nesta pesquisa, a interação entre instrutores e alunos não é on-line, ou seja, não acontece em tempo real.

As vantagens da modalidade assíncrona são:

- Flexibilidade - o acesso ao material didático, especialmente na Internet, pode ser feito em qualquer horário, dia da semana e de qualquer lugar.
- Tempo para reflexão - tanto o instrutor quanto os participantes têm a oportunidade de amadurecer mais as idéias e consultar fontes

antecipadamente, favorecendo o preparo para discussões mais produtivas.

- Aprendizado “local” - como a tecnologia possibilita o acesso através da casa ou do trabalho, o aprendiz pode mais facilmente integrar as idéias ao seu ambiente de atuação.
- Custo mais razoável - sistemas assíncronos baseados em texto exigem pequena largura de banda e computadores menos sofisticados, facilitando o acesso global e reduzindo custos.

Algumas das desvantagens do modo assíncrono podem ser superadas por um sistema síncrono, baseado na comunicação em tempo real, mas que em virtude do tempo dos participantes e da proposta do projeto não seria viável.

Na questão número 03, perguntamos se este era o primeiro curso a distância que o participante estava fazendo. E, em caso negativo a questão número 04 perguntava quais já haviam sido feitos.

Metade dos participantes estava fazendo o curso num ambiente de educação a distância pela primeira vez. Estes, nas entrevistas citaram, que por ser a primeira vez, encontraram algumas dificuldades como a utilização de alguns recursos do programa e uma certa “solidão” por não ter ninguém on-line quando eles estavam.

Já a outra metade, aquela que já havia participado de outros cursos de educação a distância, mencionaram que não encontraram muitas diferenças em relação a outros cursos. Destes, os cursos citados do qual já fizera parte são:

- Construindo sempre Matemática;
- Práticas de leitura e escrita;
- Informática/Programação;
- Matemática do Ensino Médio (Especialização);
- Tv na Escola;
- Espanhol.

Na questão número 05, a pergunta sobre se o participante faria novos cursos utilizando uma plataforma de educação a distância, todos os alunos responderam que sim.

Nas questões número 06 e 07, o tema perguntado era sobre as possíveis dificuldades encontradas especificamente neste curso.

Dos 20 entrevistados, 04 disseram não apresentar dificuldade e 16 disseram estar apresentando alguma dificuldade. Destes, 12 participantes apontaram o conteúdo como a maior delas e 04 disseram que a maior dificuldade estava na parte tecnológica.

Das dificuldades especificadas pelos participantes, temos:

- Tempo para maior assimilação dos conteúdos;
- Aplicação das atividades com os alunos, em virtude do tempo;
- O uso de computadores nas escolas;
- Ausência e/ou falha do computador em casa.

Nas entrevistas, que se sucederam, os participantes disseram que embora conhecessem os conteúdos abordados, estes jamais haviam ouvido falar nos teóricos apresentados nos encontros, e que alguns temas como registros de representação e níveis de funcionamento do conhecimento, embora fossem comuns em suas aulas, em nenhum momento haviam se dado conta da complexidade do tema.

Nas questões 08, 09 e 10, os participantes deveriam responder sobre a qualidade das interações propostas no ambiente.

Na questão 08 os participantes foram unânimes em responder se tinham algum espaço para atuar de forma colaborativa e interativa com os seus colegas e com o tutor, e na questão 09 também houve consenso, pois todos eles achavam que a educação a distância permite ao professor (tutor) conhecer e aceitar as características de cada aluno.

Na questão número 10, temos uma característica geral do processo de formação pretendido. Ao serem perguntados sobre como estava o curso até aquele momento temos:

O curso está:

- Estimulando a sua criatividade (10 citações).
- Desenvolvendo a sua habilidade de aprender (20 citações).
- Oferecendo exercícios e práticas adequados à sua realidade (9 citações).
- Atendendo à sua necessidade específica (7 citações).
- Desenvolvendo-se com qualidade (10 citações).

Ao serem questionados na entrevista, os participantes disseram que esta modalidade de curso fazia com que eles mudassem alguns paradigmas como os de aprender coletivamente, que não adiantava se esconderem, pois alguém do grupo cobraria sua presença.

Na questão 11, sobre a intervenção do curso na realidade atual dos participantes, os resultados obtidos apontam que todos os participantes consideraram que este curso vai contribuir para a melhoria em suas aulas.

Na questão 12, todos os alunos afirmaram que o curso oferece elementos para uma intervenção em suas aulas.

Na questão número 13, dos vinte respondentes, apenas um não considera os materiais e os conteúdos do curso adequados às suas necessidades.

Na entrevista a participante explica que respondeu com base no fato de trabalhar em uma escola que não tem sala ambiente de informática.

As perguntas 14, 15 e 16 tratavam de temas como preconceito, descrédito e obstáculos em relação à implementação de cursos a distância no Brasil.

As opiniões dos participantes ficaram divididas, a grande maioria afirma que existe sim preconceito com cursos a distância. Algumas justificativas são:

- Medo do desconhecido;
- Dificuldade em acessar o computador/Internet;
- Credibilidade;
- Por acreditarem que não se aprende;
- Por não serem reconhecidos;
- Por não acreditarem na qualidade dos cursos.

Com relação a uma possível imagem de descrédito por parte dos professores dessa modalidade de ensino, algumas respostas foram:

- Sim, por não entenderem seu funcionamento;
- Sim, por não acreditarem na possibilidade de aprendizagem;
- Sim, devido à dificuldade que possam ter com a parte da tecnologia;
- Sim, pois muitos acham que não precisam estudar, apenas “olhar” as atividades.
- Sim, pois o curso exige disciplina, o que nem todos têm.

Com relação aos obstáculos para a educação a distância no Brasil, foram citados na entrevista:

- Falta de habilidade da maior parte das pessoas com o uso de novas tecnologias;
- Máquinas desatualizadas;
- Falta de comprometimento com o curso;
- Pouca oferta e acessibilidade;
- Falta de credibilidade;
- Difícil acesso à Internet;
- Falta de computadores;
- Falta de recursos.

Com base nas respostas citadas, entendemos que essa modalidade de ensino precisa ser mais bem tratada e divulgada pelos órgãos responsáveis.

Na nossa opinião há por parte dos professores, um grande interesse em participar de processos de capacitação que utilizem uma plataforma de educação a distância, porém alguns aspectos como acessibilidade, melhores computadores, melhor acesso à Internet e melhor uso do tempo são fundamentais para o sucesso do projeto.

As perguntas 17 e 18 dizem respeito à metodologia empregada no curso.

Dos 20 participantes, consideram que a metodologia do curso permite:

- a crítica (54% dos participantes);
- a geração de dúvidas (23% dos participantes);
- a participação ativa (23% dos participantes)

Percebemos que a metodologia empregada no curso permite que o participante se sinta um personagem atuante no processo. Nas entrevistas notamos que o participante sente que tem um papel fundamental no processo de aprendizagem do outro, e que a participação atuante e crítica só contribui para a melhoria do curso.

Na pergunta número 18, todos foram unânimes em relação à linguagem empregada no curso. Na opinião dos participantes, a forma contemporânea usada na linguagem auxilia na compreensão e resolução das atividades.

As questões 19 a 23 tratam especificamente das facilidades, dificuldades e novidades encontradas pelos participantes durante os encontros.

Algumas das respostas dadas sobre as dificuldades apresentadas durantes os encontros e relatadas na entrevista foram de ordem técnica como conciliar o tempo, desenhar no computador, enviar as atividades como anexo, nomear as figuras construídas e desconhecer a plataforma Moodle.

Estas dificuldades se encontram no fato de os participantes utilizarem pouco os recursos oferecidos pelos programas e a falta de habilidade no caso daqueles que não dispunham de computador em casa.

Outras dificuldades levantadas foram com relação ao que é pedido nas questões propostas, na elaboração das atividades e com relação aos conteúdos de Geometria Espacial.

Também ouvimos relatos de dificuldade no entendimento de alguns temas propostos como as diferentes definições para os quadriláteros, os registros de representação e as diferenças entre mudança de quadro e mudança de registros.

Em contrapartida, com relação ao que pareceu fácil para os participantes na execução das atividades durante os encontros temos:

- Desenhar as figuras no computador e no papel;
- Acessar o Moodle e construir as atividades com o auxílio do Cabri;
- Desenvolver as atividades e aplicá-las aos alunos;
- Construir os quadriláteros conhecendo suas diagonais;
- Trabalhar em grupo;
- Entender os diferentes tipos de representação;

Os encontros foram propostos visando levar aos participantes a descobrir algo de novo no desenvolvimento do trabalho em grupo. Dentre as novidades apontadas pelos participantes temos as discussões em grupo como um dos fatores que mais trouxeram algo de novo para eles.

Alguns conteúdos específicos como as várias definições para os quadriláteros, os tipos de atividades, as formas de representação e importância dos registros além dos níveis de aprendizagem, acrescentaram algo de novo para os participantes.

Além disso, se tornou novidade para alguns participantes o fato de terem de construir algumas figuras no computador, trabalhar em uma plataforma de educação a distância e principalmente tecer comentários sobre as atividades produzidas por outros colegas.

Alguns professores ainda citaram como novidade o fato de entrarem em contato com as teorias que explicam muito do trabalho que eles próprios desenvolvem nas suas salas de aula.

Com relação às atividades propostas durante os encontros e que os professores participantes deveriam responder individualmente ou em grupo, os comentários giram em torno da pertinência com os conteúdos abordados.

Foi citado ainda que as atividades, embora gerassem dúvidas no início, eram bastante criativas e totalmente aplicáveis em sala de aula.

Alguns reclamaram que tiveram dificuldade com relação à quantidade de questões e da falta de tempo disponível para a execução das mesmas. Porém a grande maioria classificou como muito boas e sugestivas, e que, para respondê-las, foi preciso usar de criatividade.

E como comentário geral o que mais se observou foi a necessidade de uma troca maior de informações no fórum, para que as atividades tivessem sido desenvolvidas com mais facilidade.

Com relação às atividades produzidas pelos participantes e desenvolvidas com os alunos em cada um dos encontros, os professores participantes relataram que tiveram dificuldade em: aplicar alguns conceitos, pois estes eram totalmente desconhecidos pelos alunos, o que gerava um problema de adequação do conteúdo que estava sendo trabalhado no momento.

Alguns professores nas entrevistas relataram que tiveram dificuldade em expor o trabalho a eles.

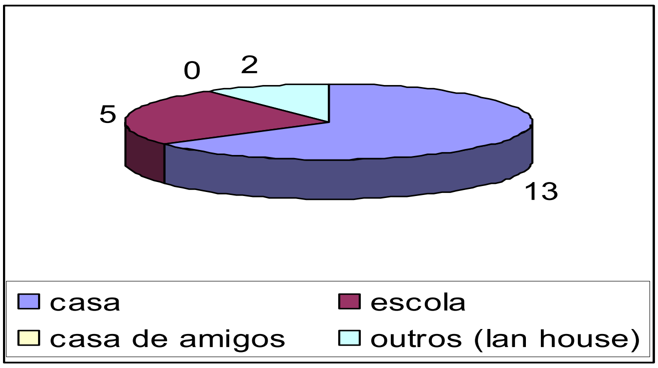
As facilidades apontadas pelos participantes nas atividades aplicadas com seus alunos foram, principalmente, nas atividades do 1º encontro, por se tratarem de aplicar conteúdos já trabalhados.

Com relação às novidades encontradas nas atividades aplicadas aos alunos, o que mais nos chamou a atenção foi o relato de um dos participantes que disse que a maior novidade para ele foi trabalhar conteúdos de Geometria com seus alunos, visto que esta não era uma prática comum.

Ao ser questionado em entrevista, o professor disse que muitas vezes deixava os conteúdos de Geometria em segundo plano e que muitas vezes não trabalhava por falta de tempo.

Alguns professores disseram ter sentido por não terem conseguido desenvolver as atividades com seus alunos. Segundo eles, se o curso fosse realizado no início do ano teriam mais tempo de desenvolver as atividades propostas.

A pergunta número 25 dizia respeito ao local de acesso ao ambiente, as respostas estão na tabela abaixo:



Percebe-se no gráfico que mais da metade dos participantes acessava o ambiente de sua própria casa, e que devido ao pouco tempo ou difíceis condições de uso, as escolas não eram usadas.

Dois professores, diante dessa situação acabaram por fazer os seus acessos de uma lan house.

Nas entrevistas o que mais se comentou foi que as salas ambientes de informática viviam trancadas e que o acesso só era possível graças ao bom relacionamento dos participantes com a secretaria das escolas.

A pergunta seguinte dizia respeito ao tempo gasto durante a semana para a execução das atividades. A média por semana era de 2 horas.

Em geral, os participantes faziam acessos rápidos nas atividades do encontro e verificavam no fórum se havia alguma mensagem para eles.

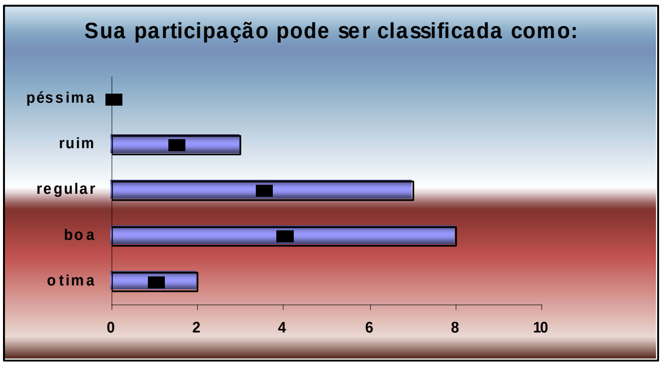
Aqueles que passavam um pouco mais de tempo no ambiente foram os que mais se destacaram nas atividades propostas.

Ao serem questionados sobre os recursos mais utilizados dentro do ambiente, as respostas foram:

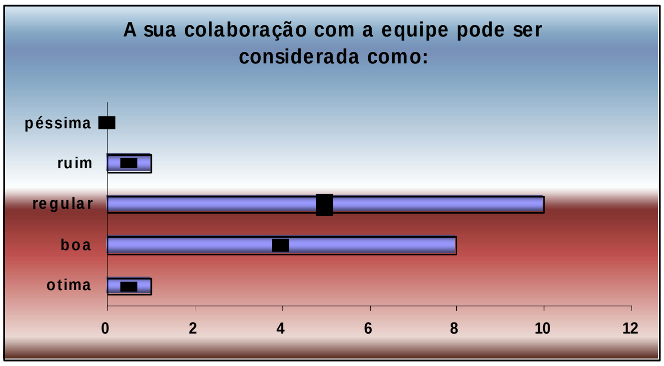
- Fórum: 65%;
- Mensagens: 55%;
- Atividades de outros participantes: 35%;
- Participantes: 30%;
- Perfil de outros participantes: 20%.

Nas considerações finais os participantes deveriam avaliar em ótimo, bom regular ruim ou péssimo, itens que iriam desde a sua participação até a elaboração do material.

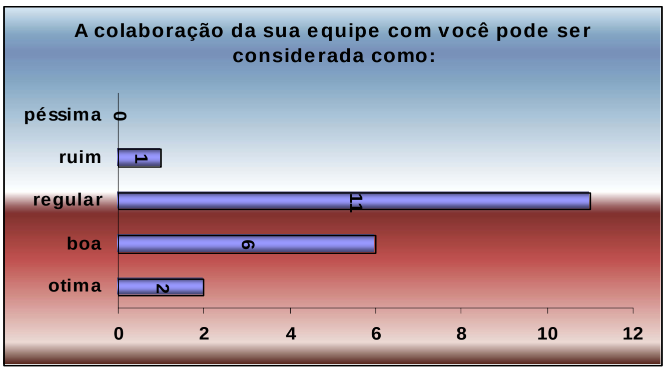
Com relação à própria participação, responderam os professores:



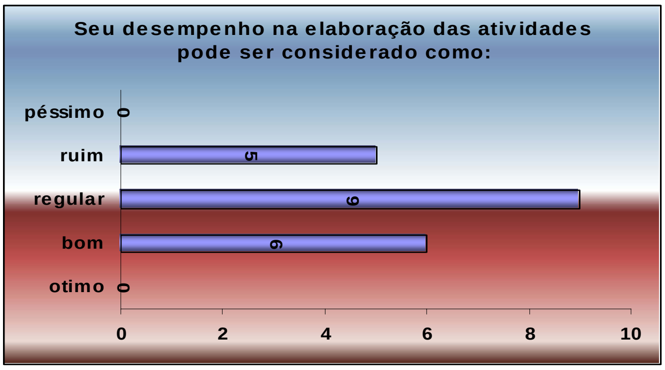
Em relação à sua colaboração com a equipe, podemos perceber pelas respostas que muitos professores gostariam de ter uma participação mais efetiva com relação ao grupo.

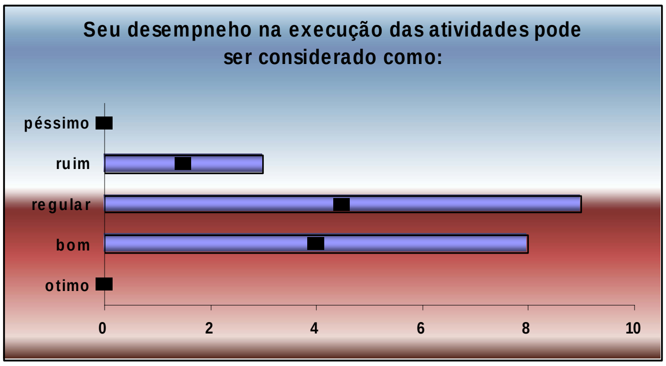


Da mesma forma, percebemos a criticidade dos participantes com relação ao grupo.

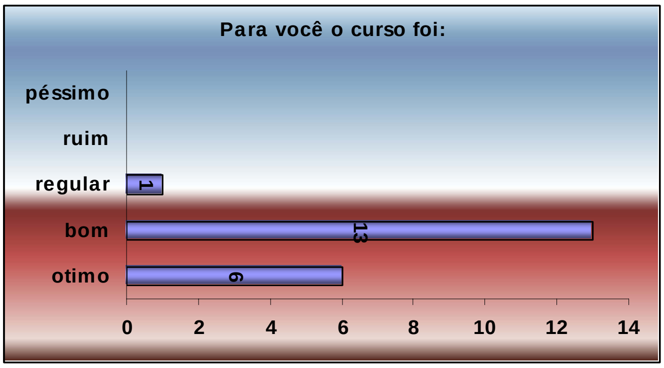


O desempenho dos participantes na elaboração e na execução das atividades também foram aspectos importantes durante o projeto. Nos dois gráficos seguintes, temos:

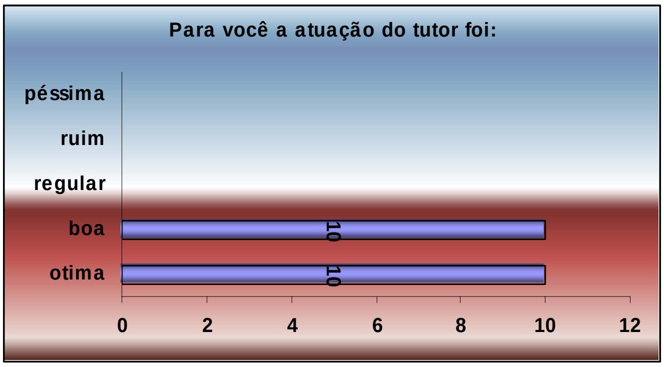




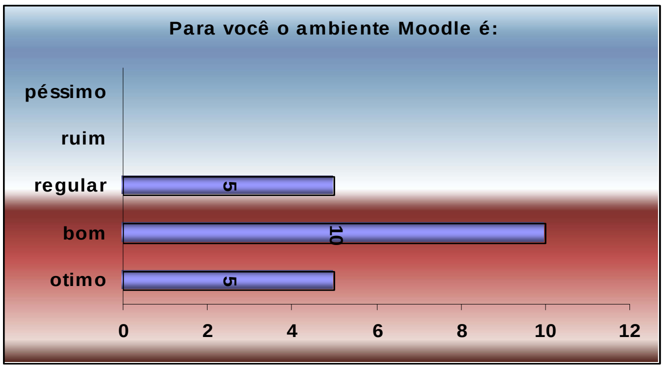
Na questão seguinte, os professores deveriam classificar o curso, ao que responderam os professores:



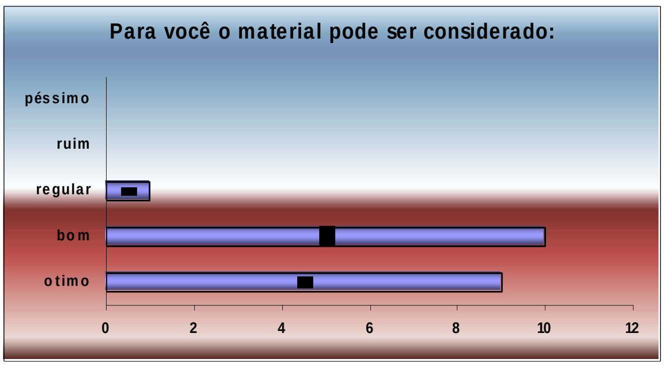
Com relação à atuação do tutor, temos:



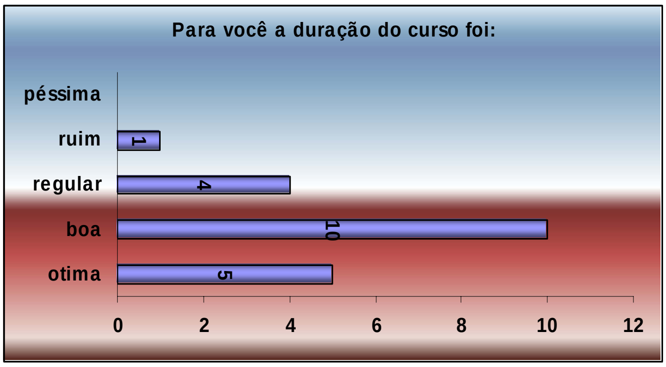
Com relação ao ambiente Moodle, temos:



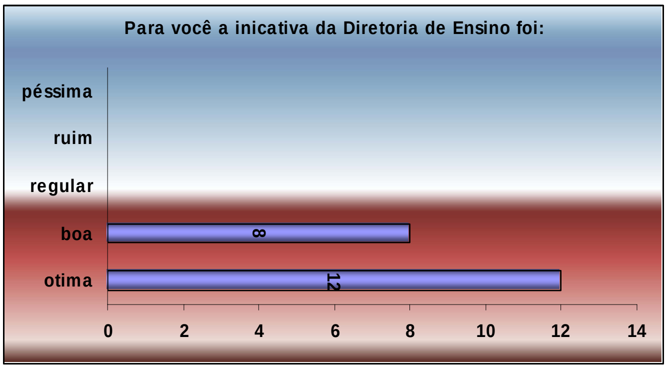
Com relação ao material, temos:



Um dos aspectos que foram bastante debatidos nas entrevistas foi a duração do curso. Como o curso se passou no final do segundo semestre, não poderíamos prolongar a quantidade de encontros. Optamos então por aumentar o espaço entre os encontros, o que agradou a maioria dos participantes:



Para finalizar este bloco de perguntas, questionamos sobre a iniciativa da Diretoria de Ensino em aceitar esta parceria, ao que os professores responderam:



Na penúltima pergunta, os participantes deveriam relatar, resumidamente, como foi o curso de Geometria na sua graduação e como têm sido suas aula de Geometria atualmente. A esse respeito falaram os professores:

> *"Tive pouca geometria na graduação, agora, tenho mais facilidade para tratar o tema, sinto que no próximo ano as aulas serão bem mais fáceis, com mais informações. Na graduação utilizei bastante o software WINGEON, nas aulas de geometria, e sinto por não ter acesso a computadores com meus alunos".(Professora A).*

> *"Na graduação tive bastante geometria (analítica, formal, desenho geométrico, plana, euclidiana, teórica) Já na sala de aula procuro aplicar a geometria analítica e a geometria plana".(Professora B)*

“Não tive geometria, pois a minha primeira formação não foi em matemática, depois fiz uma complementação, tive que aprender na prática e com cursos oferecidos pela Diretoria de Ensino com o professor Anísio de Rio Claro”.(Professora C)

“Fiz o curso de Engenharia Agrônoma com especificação em zootecnia, estudei muito matemática, mas geometria especificamente não tive. Nas minhas aulas estudo da melhor maneira que posso, busco em vários livros e geralmente peço ajuda a algum colega que trabalha comigo ou que conheça o assunto.”(Professor D)

“Pouco, muito básico e quando ensino também é o básico por causa do tempo e até mesmo por falta de material para construção e desenvolvimento da matéria”.(Professor E)

Outros professores que também participaram do projeto relataram:

“Como fiz o curso de Ciências (curta) tive que fazer a complementação foi onde aprendi um pouquinho, mas o mínimo. Agora é que estou praticando mais”.(Participante A).

“Fiz o curso de Bacharel em Ciências Contábeis, e em seguida a complementação pedagógica em matemática na PUC. Fiz alguns cursos em geometria e desenvolvi aplicação em sala de aula”.(Participante B)

“Pouco estudei sobre geometria na graduação. Hoje exploro de forma superficial e sempre em segundo plano”. (Participante C)

“Aprendi muita coisa que não uso e o que preciso para a prática quase não vi. Na sala de aula trabalho com exemplos mais fáceis para os alunos entenderem com exemplos do dia-a-dia”. (Participante D).

“Tive aula de Geometria descritiva na graduação, onde aprendi a construir as figuras utilizando corretamente o compasso, esquadro, etc. e com isso consigo passar para os alunos a maneira correta de se usar estes materiais e construção de figuras. Em geometria analítica, um professor fantástico e que motivou muito, explicava muito bem e eu já tinha alguma noção e

gostava da disciplina. Gosto de passar para os alunos, mas eles têm muita dificuldade de entendimento e compreensão. Acredito que falta trabalhar mais geometria nas séries iniciais". (Participante E)

"Como não tive muita base no ensino médio, foi o conteúdo que encontrei mais dificuldade. Hoje trabalho com meus alunos as figuras geométricas planas e nas espaciais, só os poliedros. Os teoremas, ângulos, tangram e mosaicos". (Participante F)

"Tive muita dificuldade, pois no magistério, não foi trabalhado o conteúdo geometria. Já em sala de aula, tento fazer o melhor; procuro trabalhar na medida do possível; mas a que tenho maior facilidade é com geometria plana e espacial do 3º ano".(Participante G)

"Fiz o magistério com excelentes professores de Geometria e, no ensino regular tive desenho geométrico. Não encontro grandes dificuldades, por isso gosto de geometria, principalmente quando falamos em sólidos geométricos" (Participante H)

A última parte do questionário dizia respeito às observações, sugestões e críticas, ao que responderam os professores:

"Estes cursos deveriam ser iniciados no primeiro semestre, oferecendo mais tempo e qualidade nas atividades em sala de aula, e, também o tempo, muito curto, acredito que poderia ser aumentado". (Professora A)

"Ter um espaço para divulgar o que o grupo fechou das idéias, pois o fórum fica cheio de diálogos, até chegarmos na resposta final". (Professora B)

"O tempo de aplicação é muito curto, pois uma aula por semana fica difícil, deveria ser um tempo de 15 dias para mudar para a aula seguinte". (Professora C)

"Que possam ter mais cursos como este". (Professor D)

"Conteúdos diferenciados, maior intervenção do tutor. Solucionar algumas dúvidas para motivar a participação". (Professor E)

Outros professores que participaram do projeto relataram:

"O curso foi muito bom, mas faltou habilidade para trabalhar no ambiente, então, a sugestão é ter mais cursos, pois agora é que estamos nos familiarizando com a programação". (Participante A)

"Deveria ter mais cursos não só de geometria, mas também de outros temas de matemática. Na minha formação tive apenas geometria básica e desenho geométrico". (Participante B).

"O meu maior problema foi desenvolver a atividade com os alunos da escola onde eu trabalho uma vez que eles desconhecem muitos conceitos de geometria. Deveríamos ter mais cursos de geometria". (Participante C)

"O tempo de duração de uma atividade para outra é muito curto, dificulta o trabalho e sua sistematização". (Participante D)

"Achei o tempo de duração muito curto. Agora é que eu comecei a entender um pouco mais como é que funciona o curso a distância, já está no final. Seria bom se pudesse acontecer novamente". (Participante E)

Capítulo 4 - Considerações finais

Certamente a evolução tecnológica tem tido papel importante no processo de implantação de novas opções metodológicas, como é o caso da educação a distância no processo de formação continuada de professores.

A experiência que se vem acumulando nessa área nos permite afirmar que não é a tecnologia em si que garante o sucesso da Educação a distância. Os professores têm um papel fundamental nesse processo. Ensinar e aprender a distância é muito diferente de ensinar e aprender presencialmente, mesmo para professores com extrema experiência em ensino.

Enfim, a educação a distância traz consigo características próprias que impõem a necessidade de novas aprendizagens por parte de quem a planeja, desenvolve e avalia, implicando, inclusive, na necessidade de que seja construída uma nova maneira de compreender o processo de ensino-aprendizagem.

Diante dessa realidade, e considerando a importância da formação continuada dos professores, propus a seguinte questão de pesquisa:

Que características do processo de formação continuada em geometria por meio de uma plataforma de educação a distância permitem ao professor repensar a sua prática pedagógica?

Tentarei respondê-la tomando por base toda a experiência acumulada ao longo desses três meses de curso e apontando os fatores que foram, em nossa investigação, fundamentais para o êxito do projeto.

Há fatores importantes para o funcionamento de uma formação continuada e outros importantes para o professor repensar a sua prática pedagógica. Iniciaremos pelo primeiro conjunto de fatores.

Em primeiro lugar para que uma formação continuada funcione é necessária **uma parceria com as instituições de ensino envolvidas no processo**. Para que o projeto acontecesse, contei com uma equipe que muito me ajudou durante o processo, desde a equipe de suporte do Núcleo de Computação Científica-Internet da PUC-SP que a nosso pedido equipou o Núcleo da PUC da Marquês de Paranaguá com o programa Moodle, até a equipe da Oficina Pedagógica da Diretoria de Ensino de Caieiras, na pessoa de sua Assistente Técnico-Pedagógica que foi responsável em reunir a equipe de profissionais de

Matemática da região e abriu as portas para que a idéia da formação continuada se tornasse realidade.

Um outro fator importante para o êxito de uma formação é que todos os professores tenham **acesso a computadores e à Internet**. Na elaboração de um curso deve-se pensar seriamente no acesso dos participantes a essas ferramentas de trabalho. Há professores que desejariam muito participar de formações a distância, mas não o fazem por não ter um micro em casa ou na escola.

Um outro fator que deve ser considerado na preparação de uma formação é o **período do ano e o tempo de duração do projeto**. Na nossa pesquisa esses dois itens nos preocuparam bastante, pois foram cinco encontros realizados no fim do ano letivo. Uma sugestão é iniciar o processo de formação no início do ano ou no início de cada bimestres letivos, pois nesses períodos os professores estão com mais tempo e sofrendo menos pressões com relação à entrega de notas e fechamentos de bimestres.

Não previstos inicialmente, um **momento presencial de reflexão** constitui-se em um fator importante na formação. Esse encontro ocorreu entre o terceiro e o quarto encontro a distância. Nem todos os professores têm facilidade em escrever num fórum de discussão. Muitos têm a oralidade mais desenvolvida e outros a escrita. Uma formação a distância leva em conta apenas o talento dos que escrevem bem. Além disso, mesmo os que escrevem bem muitas vezes sentem-se constrangidos de falar de suas preocupações e anseios aos colegas ou ao formador. Propiciar um momento presencial possibilita a todos os participantes de se colocarem . Além disso ajuda o formador a reprogramar certos encontros e a encorajar os que não estão em dia com os afazeres inerentes à formação.

Em relação ao repensar a prática pedagógica, destacamos as seguintes características da formação que proporcionaram esses momentos.

Em primeiro lugar os **conteúdos matemáticos foram inseridos em pesquisas acadêmicas**. A formação foi concebida de modo a respeitar o nível do conhecimento matemático dos professores. As questões apresentadas para as discussões não exigiram professores especialistas em conteúdos, mas sim professores que discutissem as suas práticas à luz de pesquisas acadêmicas. Por exemplo, na pesquisa apresentada no segundo encontro da formação, ao solicitar aos professores a criação de situações para que seus alunos colocassem em funcionamento conhecimentos de nível técnico, mobilizável e disponível, a intenção era levar os professores a refletir nos diferentes níveis de profundidade com que se deve trabalhar um conteúdo matemático. Muitas vezes o professor se contenta em apresentar somente exercícios de manipulação algébrica ou de memorização que pouco contribuem para o desenvolvimento do raciocínio do aluno. A discussão entre os participantes de como deviam ser apresentadas as atividades em sala de aula propiciou muito mais participação do que a apresentação e aprofundamento de um determinado conteúdo de matemática. Nesse caso somente os professores com muito conhecimento de matemática se pronunciariam. A tática de utilizar reflexões sobre pesquisas estimula não só os experts sobre o assunto como também os participantes menos preparados matematicamente. Esse segundo encontro da formação chamou muito a atenção dos participantes conforme relatos apresentados no capítulo 3 (item 3.3).

Um outro encontro que causou uma ânsia por mais conhecimentos por parte dos professores foi aquele que tratou dos registros de representação. Os professores, após a leitura das pesquisas de Duval, deveriam criar situações para que um problema matemático fosse descrito em dois registros. As pesquisas de Duval sustentam que para um conhecimento ou um saber matemático possa ser colocado em funcionamento, é necessário que o aprendiz o apreenda não somente com um registro mas com pelo menos dois registros de representação e que saiba coordenar esses registros. Tais pesquisas indicam que a compreensão em matemática implica na capacidade de mudar de registro. Na rotina do professor poucos são os momentos para uma reflexão conjunta sobre os registros de representação de um objeto matemático. Mais uma vez, escolhemos uma pesquisa que não trata especificamente de conteúdos matemáticos, mas da maneira como os conteúdos são representados e que são fontes de dificuldades por parte dos alunos. Esse terceiro encontro teve um forte impacto na formação conforme relatos apresentados no capítulo 3 (item 3.2.3).

Uma outra característica que favoreceu o repensar da prática pedagógica do professor foi conceber a formação de modo que o professor pudesse **criar atividades e aplicá-las imediatamente na sala de aula**. Testar atividades em sala de aula, discuti-las com colegas de profissão e comparar resultados diferentes parece-nos muito estimulante para uma mudança de prática. Mesmo que os resultados das atividades propostas aos alunos não foram conforme o esperado, a riqueza desse processo se deu nas reflexões dos professores sobre as suas práticas pedagógicas e não sobre tentativas de sucesso ou fracasso por parte dos alunos. Podemos constatar esses momentos, no segundo encontro (item 3.2.2), terceiro encontro (item 3.2.3) e quarto encontro (item 3.2.4), respectivamente.

Uma outra característica da formação que favoreceu o repensar da prática pedagógica do professor e que julgamos importante nessa formação foi ter **dividido os participantes em pequenos grupos**. Pudemos perceber que, ao se colocarem em pequenos grupos, os participantes debatem mais e melhor sobre as questões que são depositadas no fórum, ou trabalhadas com os alunos. Notamos que vários participantes ganharam com essa troca de experiências conforme relatos do capítulo 3 (item 3.2.3).

Cada vez mais se exige, hoje, profissionais e cidadãos capazes de trabalhar em grupo interagindo em equipes reais ou virtuais. Isto é, comunidades compostas por pessoas que estão em diversas partes do mundo e que interagem todos com todos, sem que, necessariamente, estejam juntas ou conectadas na mesma hora e no mesmo lugar - em modo assíncrono, como dizem os especialistas. Uma mensagem pode ser enviada num determinado horário para um grupo de 20 ou 30 pessoas que poderão fazer sua leitura, cada uma num horário diferente, e a ela reagirão também cada uma no seu tempo, sustentando-se um debate por dias seguidos, tal como aconteceu nesse curso.

Cada vez mais trabalhar e aprender se tornam uma só coisa, e como trabalhar se torna, cada vez mais, algo que se faz em equipe, aprender trabalhando se faz cada vez mais em grupo.

Mais do que o sujeito "autônomo", autodidata, a sociedade hoje requer um sujeito que saiba contribuir para o aprendizado do grupo de pessoas do qual ele faz parte, quer ensinando, quer mobilizando, respondendo ou perguntando. É muito importante a combinação de competências distribuídas entre os integrantes, mais do que a genialidade de um só.

Em relação à teoria vygotskyana, percebe-se que os enfoques principais que esse autor traçou (necessidade da interação, mediação, colaboração, cooperação) se fizeram presentes na formação colaborando no desenvolvimento cognitivo do participante.

Refletindo sobre o que foi dito até aqui e pensando em trabalhos futuros, deixamos a seguinte indagação: será que os cursos de formação on-line ou mesmo presenciais estão sendo capazes de desenvolver as habilidades cognitivas dos professores para que estes as multipliquem com seus alunos?

Entendemos que devido ao importante papel da escola em suas atividades, deveriam estar presente as instruções fundamentais, bem como as motivações que produzem aprendizagem, em qualquer que seja o nível.

Como se vê, são desafios grandes que exigem um grande esforço. Em primeiro lugar, um grande esforço do professor para aprender a ser um aprendiz on-line. Isso não é a mesma coisa que ser um aprendiz convencional e também não se confunde com o aprendizado operacional de novas tecnologias. Ser um aprendiz on-line é mais do que aprender a "surfar" na Internet ou usar o correio eletrônico. É ser capaz de atender às demandas dos novos ambientes on-line de aprendizagem, é ser capaz de se perceber como parte de uma comunidade virtual de **aprendizagem colaborativa** e desempenhar o novo papel a ele reservado nessa comunidade.

Esse novo aluno e esse novo professor ainda não existem. Precisam ser criados e, depois de criados, aperfeiçoados continuamente nessa nova área de prática educativa. Não se faz isso de um dia para o outro. É uma experiência que nossa sociedade vai viver por muitos anos, talvez décadas. O desafio não é pequeno, é imenso.

Por isso, é preciso olhar com certa desconfiança algumas iniciativas que tratam a educação on-line como se fosse apenas mais uma outra maneira de se fazer Educação a distância, ou apenas a mera transposição da velha sala de aula para o mundo virtual. Especialmente aquelas iniciativas que pensam ser isso uma questão de se desenvolver apenas o hardware, a conectividade ou o software especializados para Educação a distância via Internet.

Muitos recursos vêm sendo investidos nesses elementos - e é realmente importante que continuem sendo investidos. Mas fazer isso não é todo o investimento necessário e nem é o mais importante investimento. O momento atual exige investimentos pesados em peopleware, isto é, em recursos humanos para a educação on-line.

Nosso país ocupa posição de destaque no campo da infra-estrutura de comunicação de dados para suporte a projetos de educação a distância via Internet. Temos empresas que hoje exportam software de educação on-line para o mundo inteiro. Mas ainda estamos muito aquém de nossas necessidades em peopleware, em professores e alunos capazes de ensinar e aprender on-line. Essa é a maior dificuldade enfrentada hoje no desenvolvimento de programas de educação on-line. Não faltam máquinas, não faltam programas, não faltam conexões e, onde falta, é só comprar e instalar. Não é caro, pelo contrário, é cada vez mais barato. O que falta mesmo é gente capacitada e especializada em educação on-line.

Os custos de reprodução e distribuição de material digital são infinitamente menores que os do material impresso. Mas os custos docentes são crescentes, pois educação a distância on-line de qualidade, ao contrário do que muitos pensam, não prescinde do professor. Simplesmente não é possível fazer educação a distância on-line de qualidade com uma pequena equipe de tutores cobrando exercícios e tarefas de milhares de estudantes e confiando na automatização de rotinas didáticas via software. Isso seria apenas uma inadequada e equivocada transposição do modelo convencional de educação a distância para o novo meio, ignorando justamente a novidade desse meio. Educação on-line de qualidade requer muitas horas/aula de educadores on-line capazes, especializados em animação de comunidades virtuais de aprendizagem colaborativa.

Estamos vivendo um momento fecundo da história, de mudança de paradigmas, inclusive na educação. Essas mudanças são mais profundas que uma simples troca do vídeo pelo cd-rom ou da página impressa pela *home page*. O momento atual exige clareza nessa percepção. E o professor tem papel fundamental nessa mudança.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABAR, C. A. A. P. **Ensino a Distância em Apoio a Cursos Presenciais de Engenharia.** In: II Congreso Internacional de Matemática Aplicada a la Ingeniería y Enseñanza de la Matemática en Ingeniería, 2003, Buenos Aires. InMat2003, 2003.

ABAR, C. A. A. P. **O Uso de Objetos de Aprendizagem no Ambiente TelEduc como Apoio ao Ensino Presencial no Contexto da Matemática**. In: 11º. Congresso Internacional de Educação a Distância, 2004, Salvador. 11º. Congresso Internacional de Educação a Distância, 2004.

ALMEIDA, F. J. **Notas de aula da disciplina do curso de pós-graduação em Educação: Currículo da PUC SP**. São Paulo, 2003.

____________. **Aprendizagem colaborativa: o professor e o aluno ressignificados**. In: ALMEIDA, Fernando (organizador). Educação a distância: formação de professores em ambientes virtuais e colaborativos de aprendizagem. MCT/PUC SP São Paulo. 2001.

ALMEIDA, M. E. **Incorporação da tecnologia na escola: vencendo desafios, articulando saberes e tecendo a rede. In: Moraes, M.C. (org.) Educação a Distância: fundamentos e práticas.** NIED-UNICAMP. Campinas (SP): NIED-UNICAMP. 2002

ALMEIDA, M. E. B. **Formando professores para atuar em ambientes virtuais de aprendizagem**. In: ALMEIDA, Fernando (organizador). Educação a distância: formação de professores em ambientes virtuais e colaborativos de aprendizagem. MCT/PUC SP São Paulo. 2001.

ALMEIDA, M. E. B. **O computador na escola: contextualizando a formação de professores**. São Paulo: Tese de doutorado.Programa de Pós-Graduação em Educação: Currículo, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. 2000.

ALMEIDA, M. E.B. **O aprender e a informática: a arte do possível na formação do professor**. Cadernos Informática para a Mudança em Educação. MEC/ SEED/ ProInfo. 1999.

ALMOULOUD, S. A. **Uma caracterização dos professores de matemática de 5a a 8a séries da rede pública do Estado de SP**. [online].Disponível na internet via WWW URL: http://www.educacaoonline.pro.br/art_uma_caracterizacao_dos_professores_de_matematica.asp. Acessado em 23/06/2005 .

ALMOULOUD, S. A., MANRIQUE, A. L. **A geometria no Ensino Fundamental: concepções de professores e de alunos.** In: 24º Encontro ANPED: Associação Nacional de Pesquisa em Educação, 2001, Caxumbu. 24ª ANPED: Associação Nacional de Pesquisa em Educação, Caxambu, Minas Gerais, outubro de 2001. Rio de Janeiro: ANPed, 2001.

AMONACHVILI, C. **A pedagogía cooperativa y la humanización del proceso pedagógico**. Perspectivas, v. 19, n. 4, 1989.

ARAÚJO, J.; BAIRRAL, M. A.; GIMENEZ, J. **Negociações docentes em aulas de geometria colaborativa usando computador**. In: Reunião Anual da ANPED, 2001, Caxambu. 24ª Reunião Aunal da ANPED, 2001.

ARRIADA, M., RAMOS, E. **Uma Taxionomia para as Formas de Organização das Atividades Cooperativas de Aprendizagem.** Anais do XX Congresso da Sociedade Brasileira de Computação. WIE. Curitiba, 2000.

BAIRRAL, M. A. (2002). **Desarollo Professional Docente em Geometria: Análisis de um Processo de Formación a Distância**. Universidade de Barcelona. Tese de Doutorado publicada eletronicamente 08/10/2002 em: http://www.tdcat.cesca.es/TDCat-1008102-120710/

BELLO, W. R. **Possibilidades de construção do conhecimento em um ambiente telemático: análise de uma experiência de matemática em ead**. 2004.176p.

Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Centro das Ciências Exatas e Tecnologias, PUC-SP, São Paulo (SP). Orientadora: Ana Paula Jahn.

BELLONI, M. L. **Educação a distância**. Campinas, SP: Autores Associados, 1999.
_____________.**Educação a distância**. Campinas, SP: Autores Associados, 2001.
_____________. **Educação a distância**. Campinas, SP: Autores Associados, 2003.

BRUNER, J. (1983). **Savoir Faire, Savoir Dire**. In. COELHO, M. I. M. **A interação no processo de educação a distância**. Palestra apresentada no Painel "A interação no processo de EAD", como representante da UEMG, no I Seminário Internacional de Educação a Distância, realizado em Belo Horizonte de 22 a 24 de setembro de 1999, em http://netpage.estaminas.com.br/mines/semint.htm, acessado em 20/02/2007.

CARVALHO, N. T. B., PEREIRA, R., GONÇALVES, M. B. **Formação Continuada de Professores da Rede Pública - Cenários como Alternativa Metodológica para o Uso de Novas Tecnologias no Ensino**. 2004. Anais do 2º Congresso Brasileiro de Extensão Universitária. Belo Horizonte, 12 a 15 de setembro de 2004.

CORD, B. **Internet et pédagogie – état des lieux**. Disponivel em: <http:// www.adm.admp6.jussieu.fr/fp/uaginternetetp/definition_travail_colboratif.htm> Acesso em: 04 jun. 2007.

CUNHA FILHO, P. C. et al. **EAD. br: Educação a distância no Brasil na era da Internet. O Projeto Virtus e a Construção de Ambientes Virtuais de Estudo Cooperativo**. São Paulo: Anhembi Morumbi, 2000.

DOUADY, Régine. **Des apports de la didatctique des mathematiques a l'enseignement**. In REPERES – IREM nº6. janeiro/1992.pp.132 a 158.

DUVAL, R. **Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée**. IREM de Strasbourg. nº5. 1993.pp 37.

FREIRE, F.M.P. ;PRADO, M. E. B. B. **Professores Construcionistas: A Formação em Serviço**. Núcleo de Informática Aplicada à Educação – NIED Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP,2003

GUIA DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA, 2005, ano 02, nº 02. Editora Segmento, ISSN 1679-7876

HABERMAS, J. **Knowledge and Human Interests**. Boston: Beacon Press, 1971.In. COELHO, M. I. M. **A interação no processo de educação a distância.** Palestra apresentada no Painel "A interação no processo de EAD", como representante da UEMG, no I Seminário Internacional de Educação a Distância, realizado em Belo Horizonte de 22 a 24 de setembro de 1999, em http://netpage.estaminas.com.br/mines/semint.htm, acessado em 20/02/2007.

___________. **The Theory of Communicative Action**. Vol I. Reason and the Rationalization of Society. Boston: Beacon Presss,1984. In. COELHO, M. I. M. **A interação no processo de educação a distância**. Palestra apresentada no Painel "A interação no processo de EAD", como representante da UEMG, no I Seminário Internacional de Educação a Distância, realizado em Belo Horizonte de 22 a 24 de setembro de 1999, em http://netpage.estaminas.com.br/mines/semint.htm, acessado em 20/02/2007.

____________. **Moral Consciousnesss and Communicative Action**. Cambridge.Ma: The MIT Press, 1990. In. COELHO, M. I. M. **A interação no processo de educação a distância**. Palestra apresentada no Painel "A interação no processo de EAD", como representante da UEMG, no I Seminário Internacional de Educação a Distância, realizado em Belo Horizonte de 22 a 24 de setembro de 1999, em http://netpage.estaminas.com.br/mines/semint.htm, acessado em 20/02/2007.

____________.**Conhecimento e interesse**. Os Pensadores - Textos Escolhidos/ W. Benjamin, M.Horkheimer, T.W.Adorno, J.Habermas. São Paulo: Abril Cultural, 1983, p.301-312. *In*. COELHO, M. I. M. A interação no processo de educação a distância. Palestra apresentada no Painel "A interação no processo de EAD", como representante da UEMG, no I Seminário Internacional de Educação a Distância, realizado em Belo Horizonte de 22 a 24 de setembro de 1999, em http://netpage.estaminas.com.br/mines/semint.htm, acessado em 20/02/2007.

HARASIM, L. **On-Line Education: A New Domain**. In: MASON, R., KAYE, A. (eds). **Mindweave: Communication, Computers and Distance instruction**. Oxford: Pergamon Press, 1989.

LABORDE, C. **Des outils informatiques dans la classe aux calculatrices symboliques et géométriques: quelles perspectives pour l'enseignement des mathématiques. Scénarios d'usage de Cabri-Géomètre sur ordinateur ou calculatrice au lycée**. Editeur : IREM de Rennes, Rennes, 2001

LAVE, J., WENGER, E.(1991). **Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation**, New York, Cambridge University Press

LORENZATO, S.. **Por que não ensinar Geometria?** A Educação Matemática em Revista, São Paulo, n. 4, p. 3-13, 1995. SBEM.

LOPES, A.. **Avaliação em Educação Matemática a Distância: uma experiência de Geometria no Ensino Médio**. Dissertação de Mestrado, apresentação ao Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. São Paulo: PUC, 2004.

MANRIQUE, A. L.. **A afetividade manifestada por professores participantes de um processo de formação em Geometria**. In: 26a. Reunião Anual da ANPED, 2003, Poços de Caldas. 26a. Reunião Anual da ANPEd; Novo Governo. Novas Políticas?. Rio de Janeiro : ANPEd, 2003. v. 1. p. 1-20.

________________. **Processo de formação de professores em geometria: mudanças em concepções e práticas**. 2003. 168p. Tese (Doutorado em Educação: Psicologia da Educação) – PUC-SP, São Paulo (SP). Orientadora: Marli Eliza Dalmazo Afonso de André

MASETTO, M. T. **Competência pedagógica do professor universitário**. São Paulo:Summus, 2003.

MEHLECKE, Q. T. C.. TAROUCO, L. M. R.. **Ambientes de suporte para educação a distância: A mediação para aprendizagem cooperativa.** Novas Tecnologias na Educação. CINTED-UFRGS. V. 1 Nº 1, Fevereiro, 2003.

MENDES, M., PRADO, M. E. B. B., SILVA, M. G. M.. **Intercâmbio de cursos em ead: oportunidades e desafios no processo de recontextualização.** 02/2006, em http://www.abed.org.br/seminario2006/pdf/tc066.pdf acessado em 01/06/2007.

NITZKE, J., GELLER, M., CARNEIRO, M. **Aprendizagem cooperativa/ colaborativa**. In TORRES, P.L., ALCÂNTARA, P.R., IRALA, E.A.F. **Grupos de consenso: uma proposta de aprendizagem colaborativa para o processo de ensino-aprendizagem**. 1999. Revista Diálogo Educacional, Curitiba, v.4, n.13, p.129-145, set./dez. 2004

OUVRIER-BUFFET, C. **Construction de définitions/construction de concept : vers une situation fondamentale pour la construction de définitions.** Thèse. Grenoble-Leibniz. 2003.

PARSYSZ, B. **Articulation entre perception et déduction daans une démarche géométrique en PE1**. Extrait du colloque de la COPIRELEM – Tours, 2001.

PASS, L. C. **A integração da abordagem colaborativa à tecnologia internet para aprendizagem individual e organizacional no PPGEP**.In TORRES, P.L., ALCÂNTARA, P.R., IRALA, E.A.F. **Grupos de consenso: uma proposta de aprendizagem colaborativa para o processo de ensino-aprendizagem**. 1999. Revista Diálogo Educacional, Curitiba, v.4, n.13, p.129-145, set./dez. 2004

PAPERT, S. **Mindstorms: Children, Computers and Powerful Ideas**. Basic Books, 1980.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS - Matemática - 5a a 8a séries, 1998, MEC.

PEREIRA, M. R. **A Geometria escolar: uma análise dos estudos sobre o abandono de seu ensino**. 2001. 74f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC/SP, São Paulo.

PEREZ, G. **A realidade sobre o ensino de Geometria no 1º e 2º graus, no estado de São Paulo**. A Educação Matemática em Revista, São Paulo, n. 4, p. 54-62, 1995. SBEM.*In: MANRIQUE, A.L.***Processo de formação de professores em geometria: mudanças em concepções e práticas**. 2003. 168p. Tese (Doutorado em Educação: Psicologia da Educação) – PUC-SP, São Paulo (SP). Orientadora: Marli Eliza Dalmazo Afonso de André.

POSSANI, R. A. R. **Apreensões de representações planas de objetos espaciais em um ambiente de geometria dinâmica.** 2002. 160f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Centro das Ciências Exatas e Tecnologias, PUC-SP, São Paulo (SP). Orientadora: Ana Paula Jahn.

PRADO, M. E. B. B. **O uso do computador no curso de formação de professor: um enfoque reflexivo da prática pedagógica**. Campinas, SP, 1996. 189p. Dissertação (Mestrado em Educação na Área de Psicologia Educacional) - Faculdade de Educação, UNICAMP,1996.

PRADO, M.E.B.B. **Educação a Distância e Formação de Professores Redimensionando Concepções de Aprendizagem**. Tese de Doutorado. Programa de pós-graduação em Educação: Currículo. Pontifícia Católica de São Paulo. 2003.

PRADO, M.E.B.B. **Articulação entre áreas do conhecimento e tecnologia. Articulando saberes e transformando a prática**. 2001. In: ALMEIDA, M. E. B. ,MORAN, J. M.(orgs). **Integração das Tecnologias na Educação. Salto para o Futuro**. Secretaria de Educação a Distância: Brasília, Seed, 2005a. p. 55-58. Disponível em: http://www.tvebrasil.com.br/salto. Acesso em mai/2007.

PRADO, M. E. B. B. **"Formação contínua de Professores - reflexões"**, 11/2000, Revista Brasileira de Política e Administração da Educação, Vol. 1, pp.95-104, Rio de Janeiro, RJ, BRASIL, 2000

PRADO, M. E. B. B.; VALENTE, J. A. A. **Educação a distância possibilitando a formação do professor com base no ciclo da prática pedagógica**. In: MORAES, M. C. Educação a distância: fundamentos e práticas. Campinas: Unicamp/NIED, 2002.

REVISTA EDUCAÇÃO. **Apagão Tecnológico.** Ano 07, Novembro de 2003, nº 79. ISSN 1415-5486.

ROBERT, A. **"Ferramentas de análise dos conteúdos matemáticos a ensinar",** extraído da revista Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 18, nº 2, pp.139-190,1998.

ROGALSKI, M. **Teaching linear álgebra: role and nature of knowledge in logic and set theory which deal with some linear problems**. In L. Puig et A. Guitierrez (eds), Proceedings of the XXº International Conferece for the Psycology of Mathematics Education, Valencia: Universidad, vol. 4, 211-218.1996

SCHON, D. **Formar Professores como Profissionais Reflexivos**. In: Nóvoa, A. (org.). Os Professores e a sua Formação. Publicações Dom Quixote, Lisboa. 1992

SILVA,C.M.T. **Hipermídia na educação: Potencialidades e desafios.** Tecnologia Educacional, v.26, n.140, p.18-23., jan/fev/mai de 1998. In. COELHO, M. I. M. **A interação no processo de educação a distância**. Palestra apresentada no Painel "A interação no processo de EAD", como representante da UEMG, no I Seminário Internacional de Educação a Distância, realizado em Belo Horizonte de 22 a 24 de setembro de 1999, em http://netpage.estaminas.com.br/mines/semint.htm, acessado em 20/02/2007.

SILVA, R. W. A. S. **Educação a Distância em Ambientes de Aprendizagem Matemática Auxiliada pela Realidade Virtual**. Florianópolis, 2001, 123p.

Dissertação (mestrado em Engenharia de Produção). Programa de Pós – Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, 2001.

VALENTE, J. A. (org.). **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1999.

VYGOTSKY, L.S. **A formação social da mente**. São Paulo:Martins Fontes, 1984. In. COELHO, M. I. M. **A interação no processo de educação a distância**. Palestra apresentada no Painel "A interação no processo de EAD", como representante da UEMG, no I Seminário Internacional de Educação a Distância, realizado em Belo Horizonte de 22 a 24 de setembro de 1999, em http://netpage.estaminas.com.br/mines/semint.htm, acessado em 20/02/2007.

VYGOTSKY, L.S. **Thought and Language**. Massachusetts : MIT Press, 1974. In. COELHO, M. I. M. **A interação no processo de educação a distância**. Palestra apresentada no Painel "A interação no processo de EAD", como representante da UEMG, no I Seminário Internacional de Educação a Distância, realizado em Belo Horizonte de 22 a 24 de setembro de 1999, em http://netpage.estaminas.com.br/mines/semint.htm, acessado em 20/02/2007.

VYGOTSKY, L.S.. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes,1987.

ANEXOS

ANEXO 1

1º Encontro: O estudo dos Quadriláteros Notáveis

No Ensino Fundamental, encontramos freqüentemente, diferentes concepções dos alunos em relação aos conceitos de quadriláteros notáveis. Afirmações do tipo “todo quadrado é retângulo” ou “todo quadrado é losango” necessitam de tempo para serem incorporadas pelos alunos aos seus conhecimentos antigos.

A geometria que se estuda hoje nas escolas tem suas origens num livro chamado *Os Elementos* escrito, aproximadamente, em 300 a.C. por Euclides. É na Grécia que nasceram as principais idéias da geometria. E é lá que iremos ver como Euclides tratava os quadriláteros.

Na definição 19 do livro I, Euclides define “figura quadrilátera como aquela contida por quatro linhas retas”. Em seguida, na definição 22, ele apresenta caracterizações de alguns quadriláteros notáveis:

- **Quadrado é uma figura quadrilátera de quatro lados iguais com ângulos retos;**
- **Oblongo é uma figura quadrilátera com ângulos retos, mas que não tem quatro lados iguais;**
- **Rombo é uma figura quadrilátera com quatro lados iguais, mas não com ângulos retos;**
- **Rombóide é uma figura quadrilátera que tem lados e ângulos opostos iguais entre si, mas não tem quatro lados iguais e nem ângulos retos.**

Podemos observar que o oblongo de Euclides é um caso particular do objeto matemático denominado, hoje, retângulo, o rombo é um caso particular do nosso losango e que o rombóide é um paralelogramo particular.

Entre os textos de geometria que foram importantes no ensino, depois de *Elementos* de Euclides, estão os *Elementos de Geometria* de Legendre (1793) e o tratado de Hadamard (1898) *Leçons de géomètrie élémentaire*.

Legendre, que preconizava uma geometria mais rigorosa e menos intuitiva, caracterizava os **quadriláteros notáveis** da seguinte maneira:

- **O quadrado tem seus lados iguais e seus ângulos retos;**
- **O retângulo tem os ângulos retos sem ter os lados iguais;**
- **O losango tem os lados iguais sem que os ângulos sejam retos;**
- **O paralelogramo tem os lados opostos paralelos.**

Podem-se observar algumas diferenças entre as definições de Legendre e as de Euclides. O oblongo e o rombo de Euclides passam a ser denominados, respectivamente, retângulo e losango. O rombóide recebe o nome de paralelogramo, mas o seu conceito é ampliado. Agora o paralelogramo apresenta os lados opostos paralelos.

Mais tarde, Hadamard, na sua obra publicada em 1898, caracteriza os quadriláteros notáveis de uma maneira mais ampla:

- **Quadrado** é um quadrilátero que tem todos os lados iguais e todos os ângulos iguais.
- **Retângulo** é um quadrilátero que tem todos os ângulos iguais e, conseqüentemente, retos.
- **Losango** é um quadrilátero que tem os quatro lados iguais.
- **Paralelogramo** é o quadrilátero que tem os lados paralelos dois a dois.

Nessas novas definições, as restrições impostas aos retângulos e aos losangos foram eliminadas.

É importante observar que o processo que permitiu evoluir para as definições modernas de Hadamard levou muitos anos.

Atividade 1

a) Represente, por um diagrama de Venn, os conjuntos dos quadriláteros notáveis definidos por Euclides.

b) Represente, por um diagrama de Venn, os conjuntos dos quadriláteros notáveis definidos por Legendre

c) Represente, por um diagrama de Venn, os conjuntos dos quadriláteros notáveis definidos por Hadamard**.**

Atividade 2

a) Desenhe um quadrilátero conhecendo duas diagonais, e sabendo que elas têm medidas iguais, são perpendiculares entre si e que se interceptam nos respectivos pontos médios. A seguir classifique o quadrilátero obtido.

b) Desenhe um quadrilátero conhecendo duas diagonais, e sabendo que elas têm medidas iguais, são perpendiculares entre si e que se interceptam num ponto que é ponto médio de apenas uma das diagonais.

c) Desenhe um quadrilátero conhecendo duas diagonais, e sabendo que elas têm medidas iguais, são perpendiculares entre si e que se interceptam num ponto que não é ponto médio de nenhuma das diagonais.

d) Desenhe um quadrilátero conhecendo duas diagonais, e sabendo que elas têm medidas iguais, não são perpendiculares entre si e que se interceptam nos respectivos pontos médios.

e) Desenhe um quadrilátero conhecendo duas diagonais, e sabendo que elas têm medidas iguais, não são perpendiculares entre si e se interceptam num ponto que é ponto médio de apenas uma das diagonais.

f) Desenhe um quadrilátero conhecendo duas diagonais, e sabendo que elas têm medidas iguais, não são perpendiculares entre si e se interceptam num ponto que não é ponto médio de nenhuma das diagonais.

g) Desenhe um quadrilátero conhecendo duas diagonais, e sabendo que elas não têm medidas iguais, são perpendiculares entre si e se interceptam nos respectivos pontos médios.

h) Desenhe um quadrilátero conhecendo duas diagonais, e sabendo que elas não têm medidas iguais, são perpendiculares entre si e se interceptam num ponto que é ponto médio de apenas uma das diagonais.

i) Desenhe um quadrilátero conhecendo duas diagonais, e sabendo que elas não têm medidas iguais, são perpendiculares entre si e se interceptam num ponto que não é ponto médio de nenhuma das diagonais.

j) Desenhe um quadrilátero conhecendo duas diagonais, e sabendo que elas não têm medidas iguais, não são perpendiculares entre si e se interceptam nos respectivos pontos médios.

k) Desenhe um quadrilátero conhecendo duas diagonais, e sabendo que elas não têm medidas iguais, não são perpendiculares entre si e se interceptam num ponto que é ponto médio de apenas uma das diagonais.

l) Desenhe um quadrilátero conhecendo duas diagonais, e sabendo que elas não têm medidas iguais, não são perpendiculares entre si e se interceptam num ponto que não é ponto médio de nenhuma das diagonais.

Atividade 3

Dê duas definições de:

a) paralelogramo

b) losango

c) retângulo

d) quadrado

e) reta tangente a uma circunferência

f) parábola

ANEXO 2

2º Encontro: Tipos de atividades no ensino de Matemática

Aline Robert, pesquisadora francesa, no seu artigo “Ferramentas de análise dos conteúdos matemáticos a ensinar”, extraído da revista *Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 18, n^{o}2, pp.139-190,1998,* classifica o funcionamento de conhecimentos pelos alunos em 3 níveis: ***técnico,*** ***mobilizável*** e ***disponível.***

O aluno põe em funcionamento um conhecimento de nível ***técnico*** quando resolve uma questão simples que corresponde a uma aplicação imediata de um teorema, de uma propriedade, de uma definição ou de uma fórmula. Em geral, há indicações dos métodos a utilizar.

No nível de funcionamento ***mobilizável*** os conhecimentos que serão utilizados são bem identificados, mas necessitam de alguma adaptação ou de alguma repetição antes de serem colocados em funcionamento.

O nível de funcionamento ***disponível*** corresponde à resolução de uma questão proposta sem nenhuma indicação ou sugestão fornecida pelo professor. É preciso achar nos conhecimentos anteriores o que favorece a resolução da questão.

Daremos um exemplo no **quadro algébrico.**

O assunto em questão é a fatoração da diferença de dois quadrados:

1. Atividade que apresenta um nível de funcionamento **técnico**: Fatore $x^2 - 4$. Basta aplicar a fórmula que acaba de ser apresentada.
2. Atividade que apresenta um nível de funcionamento **mobilizável:** Fatore $x^3 - 4x$ ou fatore $x^4 - 1$.

No primeiro caso há necessidade de uma pequena adaptação antes de utilizar a fórmula da diferença de dois quadrados:

$$x^3 - 4x = x \cdot (x^2 - 4) = x \cdot (x - 2)(x + 2).$$

No segundo caso há necessidade de uma repetição da fórmula:

$$x^4 – 1 = (x^2 - 1)(x^2 + 1) = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$$

3. Atividade que apresenta um nível de funcionamento **disponível:** Fatore $x^4 + 4$.

O problema aparentemente não tem relação com a diferença de dois quadrados. Mas utilizando conhecimentos anteriores podemos escrever:

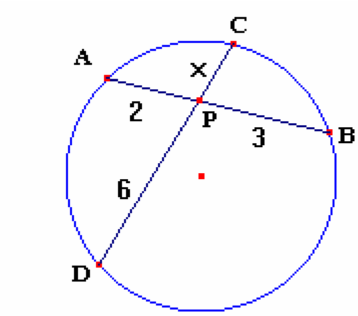
$$x^4 + 4 = x^4 + 4 - 4x^2 + 4x^2 = (x^2 + 2)^2 - 4x^2 = (x^2 + 2 - 2x)(x^2 + 2 + 2x)$$

Daremos a seguir um exemplo no **quadro geométrico** referente ao assunto **relações métricas num círculo.**

1. Atividade que apresenta um nível de funcionamento **técnico**:

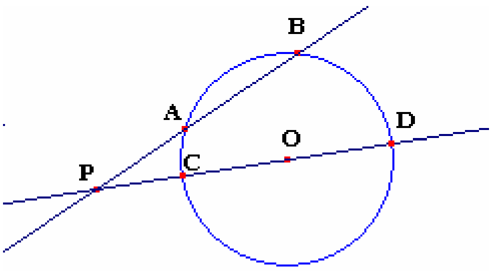
Na figura representada pelo desenho abaixo, obter o valor de x.

É uma simples aplicação da fórmula: PA.PB = PC.PD



2. Atividade que apresenta um nível de funcionamento **mobilizável**:

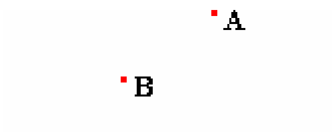
Na circunferência de centro O e raio 5 representada pelo desenho abaixo temos PA = 3cm e AB = 4cm. Obter a distância de P ao centro O.



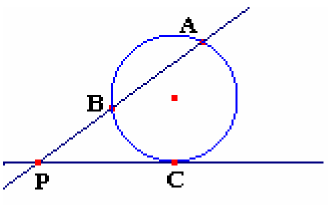
Uma pequena adaptação deve ser feita antes de aplicar a fórmula. PA.PB = PC.PD. Nesse caso, deveríamos escrever PA.PB = (PO - R).(PO + R)

3. Atividade que apresenta um nível de funcionamento disponível:

Descrever um método que permite construir uma circunferência passando por A e B e tangente à reta dada.



Nesse caso, o problema aparentemente não está ligado ao assunto, mas uma análise mostra que, para obter o ponto C, basta utilizar a relação PA.PB = PC². A partir do ponto C, levanta-se uma perpendicular à reta. A intersecção dessa reta com a mediatriz do segmento AB dará o centro da circunferência procurada.



Aline Robert sugere que **nenhum desses três níveis seja negligenciado no ensino da matemática.**

Atividade proposta

Apresente uma atividade situada no nível técnico, outra no nível mobilizável e uma terceira no nível disponível, nas quais o aluno deverá colocar em funcionamento os seus conhecimentos, sobre:

a) O teorema de Pitágoras;

b) O teorema de Tales;

c) Funções Quadráticas (somente para o grupo do 1º ano);

d) Determinantes (somente para o grupo do 2º ano);

e) Geometria Analítica (somente para o grupo do 3º ano).

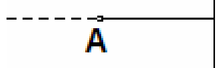
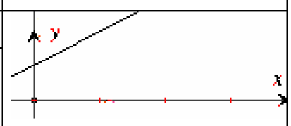
ANEXO 3

3º Encontro: Registros de Representação

Os objetos matemáticos não são diretamente acessíveis à percepção, *o seu acesso passa, necessariamente, por representações semióticas* (formas sob a qual a informação é descrita). Raymond Duval, filósofo e psicólogo francês, no seu livro *Sémiosis et pensée humaine. Berne: Peter Lang , 1995* fornece um referencial estruturado de análise do funcionamento cognitivo da compreensão em matemática por meio da Teoria dos Registros de Representações Semióticas.

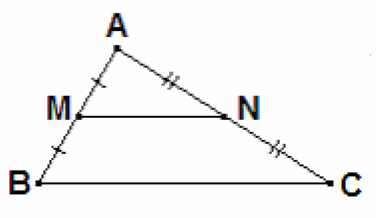
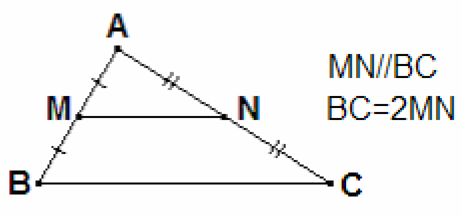
Os diferentes tipos de representações semióticas mobilizáveis no funcionamento matemático são designados por ele como "registros de representação" e classificados em quatro tipos. Dois são relativos à representação discursiva: **a língua natural** e os **sistemas de escritas** (registro numérico, registro simbólico e registro algébrico)**;** e dois relativos à representação não discursiva: **registro figural** (registro figural da perspectiva cavaleira, registro figural da geometria descritiva, registro figural da perspectiva cônica,...) e **registro gráfico (**cartesiano, polar,...).

Um registro pode dar origem a outros registros. Por exemplo, o registro numérico pode dar origem: ao registro numérico decimal, ao registro numérico fracionário,...

Registro da língua natural	**Registro do sistema de escrita (registro simbólico)**	**Registro figural**	**Registro gráfico**
Considere a reta que passa pelos pontos A e B.	$\overleftrightarrow{AB}$		

Obs: o registro figural de uma figura geométrica se limita somente à sua forma, não trazendo nenhuma indicação de medida ou propriedades.

Exemplo de representação de um teorema de geometria em três registros:

Registro discursivo	Ligando os pontos médios dos lados de um triângulo obtém-se um segmento paralelo ao terceiro lado e cuja medida é a metade da medida do terceiro lado.
Registro simbólico	$A \notin BC$, $M \in AB$, $MA=MB$, $N \in AC$, $NA=NC$ $\Rightarrow$ $MN//BC$ e $2.MN=BC$
Registro figural	
Registro misto (**figural + simbólico)**	

Duval (1996) sustenta que, para que um conhecimento ou um saber matemático possa ser colocado em funcionamento, é necessário que o aprendiz o apreenda não somente com um registro mas com, pelo menos, dois *registros de representação* e que saiba coordenar esses registros.

As pesquisas de Duval indicam que "*A compreensão em matemática implica na capacidade de mudar de registro*".

Existem dois tipos de mudanças de registro que são radicalmente diferentes: os tratamentos e as conversões.

O tratamento de uma representação é a transformação da representação numa outra, mas permanecendo no mesmo registro.

Exemplos de tratamentos:

1) $5x + 4 = 3x - 2 \Rightarrow 5x - 3x = - 4 - 2$ (registro algébrico para registro algébrico).

2) $0{,}7 = 0{,}70$ (registro numérico decimal para registro numérico decimal).

3) $2x + y - 5 = 0 \Rightarrow y = -2x + 5$.

4) $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ (nesse caso, o tratamento é a simplificação)

A conversão de uma representação é a transformação da representação numa outra, mas não permanecendo no mesmo registro.

Exemplos de conversão:

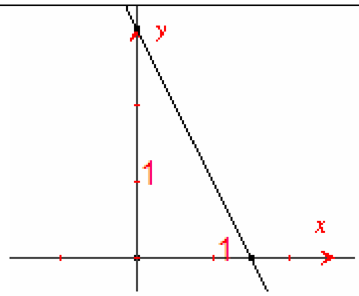
1) $0{,}5 = \frac{1}{2}$ (registro numérico decimal para registro numérico fracionário)

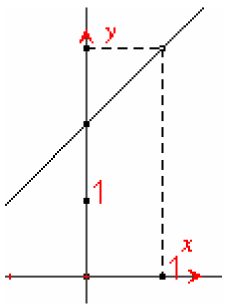
2) $0{,}7 = 7.\ 10^{-1}$ (registro numérico decimal para registro numérico exponencial)

Quando as conversões são feitas nos dois sentidos, há maior possibilidade de mobilizar conhecimentos dos alunos visando a aquisição de um conceito.

Exemplo:

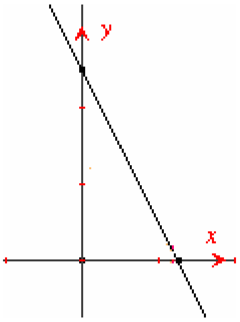
Obter o gráfico da função f de R em R definida por $y=-2x+3$. A seguir, obter a equação da reta que passa pelos pontos (0,2) e (1,3)

Registro do sistema de escrita	Registro gráfico
Obter o gráfico de $y = -2x + 3$	

Registro gráfico	Registro do sistema de escrita
Obter a equação da reta que passa pelos pontos (0,2) e (1,3) 	$y = x + 2$

Em geral, no ensino, as atividades matemáticas só levam em conta tratamentos. Duval sustenta que, numa fase de aprendizagem, a conversão desempenha um papel essencial na apreensão do conceito e que as conversões são as mudanças de registro mais eficazes para a aquisição de um conceito.

Exemplo de uma atividade que necessita de uma conversão para ser resolvida:

Uma reta passa pelos pontos (0;2,5) e (1,25;0)  Pergunta-se: existem pontos da reta que tenham coordenadas inteiras?	Mudando para o registro algébrico Equação da reta: $4x + 2y = 5$ Observando o registro algébrico conclui-se que não existe tal par, pois, se existisse, o primeiro membro da equação seria par e o segundo membro ímpar.

Estas atividades deverão ser construídas em conjunto pela sua equipe e aplicadas (somente as questões 3 e 4) para um grupo de alunos (dez alunos escolhidos a critério da equipe). As questões, bem como o seu relato das resoluções dos alunos deverão ser depositados no fórum para posterior discussão.

1) Formule, em grupo, um teorema de geometria plana no registro da língua natural. A seguir transforme-o no registro misto (figural+ simbólico).

2) Formule um teorema de geometria espacial no registro misto (figural + simbólico). A seguir, transforme-o no registro da língua natural.

3) Elabore um problema de geometria plana que, para ser resolvido, necessite de uma mudança de registro.

4) Elabore um problema de geometria espacial que, para ser resolvido, necessite de uma mudança de registro.

ANEXO 4

4º Encontro: Mudança de Quadro

Régine Douady, pesquisadora francesa, caracteriza a noção de quadro da seguinte maneira (REPERES-IREM n° 6- Janvier 1992, pg 135): "Um quadro é constituído de objetos de um campo da matemática, de relações entre esses objetos, de suas formulações eventualmente diferentes e das imagens mentais associadas a esses objetos e a essas relações". Exemplos de quadros: quadro algébrico, quadro geométrico, quadro numérico, quadro gráfico, etc.

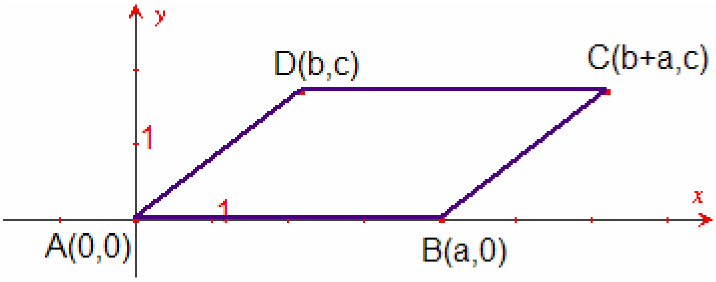
Segundo Douady, uma *mudança de quadro* é uma passagem de um quadro para um outro a fim de obter formulações diferentes de um problema. Essa mudança pode permitir uma nova entrada nas dificuldades encontradas e o funcionamento de ferramentas e técnicas não pertinentes na primeira formulação.

Exemplo de mudança de quadro

Para provar que as diagonais de um paralelogramo se intersectam nos respectivos pontos médios, em geral, parte-se de um desenho de um paralelogramo que mostra as duas diagonais se intersectando. A prova se baseia no desenho que está sob os olhos e a prova não costuma levar em conta que a existência do ponto de encontro das diagonais foi admitida sem nenhuma justificativa. Usando a expressão de Bernard Parsysz, podemos dizer que, ao admitir que as diagonais se intersectam, houve *contaminação do sabido pelo percebido.*

Considere a seguinte questão: *prove que as diagonais de um paralelogramo se intersectam*.

A questão está proposta no **quadro geométrico**. Há uma dificuldade em achar uma solução no quadro geométrico. Fazemos, então, uma mudança para o **quadro algébrico das coordenadas.**



Inicialmente, elegemos um ponto candidato a ser o ponto de intersecção: é o ponto médio. A seguir, provamos que as diagonais se intersectam exatamente nesse ponto.

As coordenadas do ponto médio da diagonal AC são $(\frac{b+a}{2}, \frac{c}{2})$

As coordenadas do ponto médio da diagonal DB são $(\frac{b+a}{2}, \frac{c}{2})$

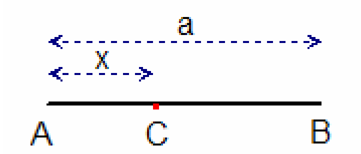
Como o ponto de coordenadas $(\frac{b+a}{2}, \frac{c}{2})$ pertence às duas diagonais, então, elas se intersectam.

Um outro exemplo de mudança de quadro

Problema proposto: dado um segmento AB, obter um ponto C pertencente ao segmento AB tal que o quadrado construído sobre o lado AC seja equivalente ao retângulo de lados AB e BC.

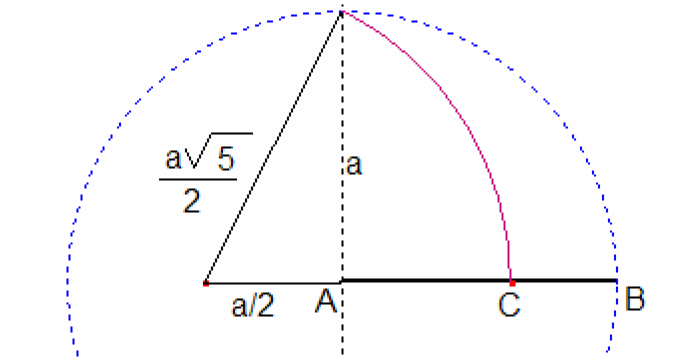
O problema está enunciado no ***quadro geométrico***. Uma mudança para o ***quadro algébrico*** nos dará ferramentas novas para poder resolvê-lo.

Seja a, a medida do segmento AB, e x a distância de A até C conforme desenho abaixo.



A área do quadrado de lado AC será x^2 e a área do retângulo de lados AB e BC será a(a-x). Queremos que $x^2 = a.(a-x)$. Resolvendo a equação do segundo grau obteremos $x = \frac{a\sqrt{5}-a}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2} - \frac{a}{2}$

Voltamos para o *quadro geométrico* para construir com régua e compasso o ponto C:



Atividade proposta:

Elabore um problema geométrico de modo que a sua resolução seja facilitada por uma *mudança de quadro*.

ANEXO 5

5º Encontro: Um quadro teórico para a Geometria ensinada

Bernard Parsysz, pesquisador francês, no seu artigo “articulação entre percepção e dedução num meio geométrico para professores da escola elementar” extraído do Colóquio COPIRELEM-Tours-2001, apresenta um modelo para um quadro teórico do ensino da geometria, no qual destaca quatro etapas no desenvolvimento do pensamento geométrico:

- **geometria concreta** (nível G0). Nesse nível, parte-se da realidade, do concreto e os objetos são materializados.
- **geometria espaço-gráfica** (nível G1), que é a geometria das representações figurais e gráficas. Nesse nível, os objetos são bidimensionais como, por exemplo, desenhos produzidos numa folha ou numa tela de um computador. A justificativa de propriedades é feita pelo “olhar”.
- **geometria proto-axiomática** (nível G2). Nesse nível, os conceitos são objetos teóricos e as demonstrações dos teoremas são feitas a partir de premissas aceitas pelos alunos de modo intuitivo; os objetos e o caminho da validação são “localmente” os mesmos que na geometria axiomática, mas não há necessidade de explicitar um sistema de axiomas. É possível que, nesse nível, elementos de G0 e G1 sejam incorporados no G2, ou seja, é possível que o sabido se apóie ainda no percebido.
- **geometria axiomática** (nível G3). Nesse nível os axiomas são explicitados completamente.

Nos níveis G0 e G1 os objetos são concretos e as validações são perceptivas; e nos níveis G2 e G3 os objetos são teóricos e as validações são dedutivas. A distinção entre os quatro níveis se situa nas rupturas de contrato. Nos níveis G0 e G1 as justificativas são feitas pelo percebido; no nível G2, por propriedades evidentes e no nível G3, por um sistema de axiomas.

Parsysz, no seu artigo, apresenta a hipótese de que os professores da França dos primeiros ciclos do Ensino Fundamental não distinguem claramente os níveis G1 e G2 e, como conseqüência, não distinguem validações perceptivas de validações teóricas.

Os níveis de Parsysz podem ser caracterizados pelas atividades desenvolvidas pelos alunos. Por exemplo, no problema de determinar a soma das medidas dos três ângulos de um triângulo, se o aluno confeccionar um triângulo de papel e a seguir recortar com uma tesoura os três ângulos, formando com eles um semicírculo, ele estará no nível G0 que corresponde a uma geometria concreta. Se ele desenhar um triângulo e, a seguir, medir os três ângulos com um transferidor (ou construir um triângulo com a ajuda de um software) e medir os ângulos, observando a soma das suas medidas comparando-as com a soma dos seus colegas, ele estará no nível G1, ou seja, na geometria espaço-gráfica. Se ele traçar uma paralela a um dos lados e utilizar o fato (que não é justificado) que retas paralelas determinam ângulos alternos internos congruentes para provar que a soma das medidas dos ângulos é igual a 180°, ele estará no nível G2, que é o da geometria proto-axiomática ; e se ele fizer uma demonstração apoiado num sistema axiomático de referência ele estará no nível 3, que é o da geometria axiomática.

Uma das grandes tarefas do professor de matemática no ensino da geometria é promover o salto de validações perceptivas para validações dedutivas.

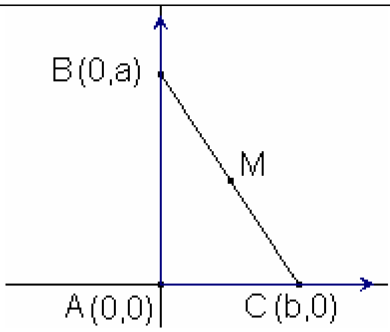
Atividade proposta

Um professor propôs a seguinte tarefa de casa a alunos do 3º ano do Ensino Médio. "Verifique se, num triângulo retângulo, a mediana relativa à hipotenusa tem por medida a metade da medida da hipotenusa".

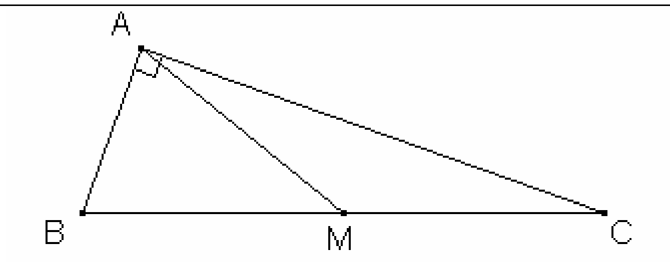
Quatro alunos, João, Paulo, Renata e Flávia resolveram o problema de quatro maneiras diferentes. Comentar as quatro resoluções destacando os tipos de registros (tratamentos e conversões), se houve mudança de quadro e possíveis reconfigurações. Classificar as estratégias segundo os níveis de Parsysz (G0, G1 ou G2) e preencher eventuais lacunas deixadas pelo aluno.

1) João criou um sistema de coordenadas no seu caderno. Nomeou os vértices do triângulo retângulo de A (0,0), B (0,a) e C (b,0) e desenhou uma

figura representada pelo desenho abaixo. Em seguida, calculou as coordenadas (xM , yM) do ponto médio M da hipotenusa obtendo (b/2, a/2). *Finalmente, calculou a distância entre os pontos A e M e entre os pontos B e C encontrando d(A,M)=* $\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{b^2}{2^2} + \frac{a^2}{2^2}} = \frac{\sqrt{b^2+a^2}}{2}$ *e d (B,C)=* $\sqrt{b^2+a^2}$.

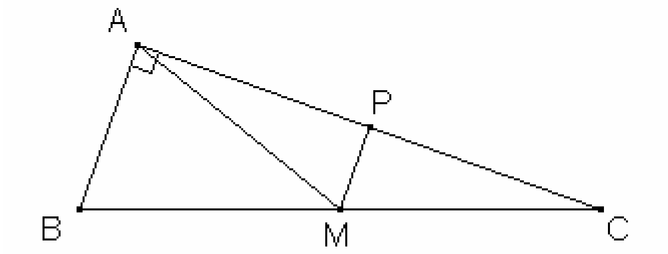


2) Paulo construiu um triângulo retângulo ABC e a sua respectiva mediana AM, utilizando o software Cabri. Mediu com a ferramenta "distância" os segmentos AM e BC e concluiu que a afirmação era verdadeira. Em seguida, desenhou no seu caderno a figura representada pelo desenho abaixo.

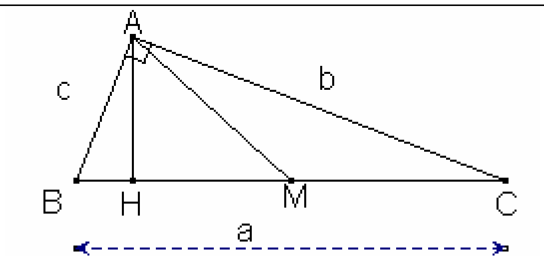


Tentou várias vezes estabelecer a relação "olhando" para a figura e nada conseguiu.

Então, considerou o ponto médio P do segmento AC e traçou o segmento PM conforme figura abaixo. Observou "olhando" o desenho que PM é perpendicular a AC. Considerou os triângulos CPM e APM e afirmou que são congruentes pelo caso LAL concluindo, dessa forma, que AM = MC



3) Renata desenhou um triângulo retângulo ABC e indicou o ponto médio da hipotenusa de M. A seguir, traçou a altura AH do triângulo e indicou as medidas dos catetos AB e AC e da hipotenusa BC respectivamente por c, b e a.



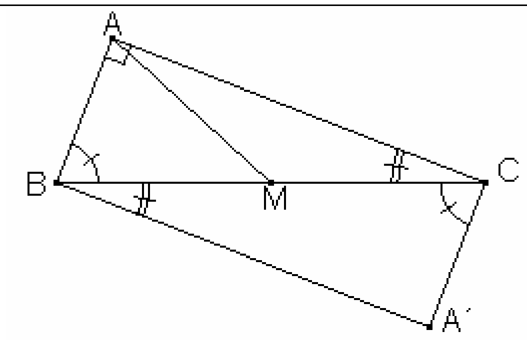
A seguir, usou a relação métrica num triângulo retângulo que diz que *b.c = a.h, no qual h é a medida da altura AH. Donde concluiu que AH =* $\frac{bc}{a}$*. Aplicou o teorema de Pitágoras no triângulo ABH da seguinte maneira: c² = BH² + AH². Logo BH² = c² - AH² =* $c^2 - \frac{b^2c^2}{a^2} = \frac{c^2a^2 - b^2c^2}{a^2} = \frac{c^2\left(a^2 - b^2\right)}{a^2} = \frac{c^2c^2}{a^2} = \frac{c^4}{a^2}$ *. Donde BH* $= \frac{c^2}{a}$*. Depois calculou a medida do segmento HM fazendo HM = BM – BH* $= \frac{a}{2} - \frac{c^2}{a}$*.*

Finalmente, aplicou o teorema de Pitágoras no triângulo AHM AM² = AH² + HM² $= \frac{b^2c^2}{a^2} + \left(\frac{a}{2} - \frac{c^2}{a}\right)^2 = \frac{b^2c^2}{a^2} + \frac{a^2}{4} - \frac{2ac^2}{2a} + \frac{c^4}{a^2} = \frac{a^2}{4}$*.*

Donde AM $= \frac{a}{2}$*.*

4) Flávia juntou dois esquadros de ângulos de 30º e 60º e obteve um retângulo. Como as diagonais de um retângulo se encontram nos respectivos

pontos médios, concluiu que a propriedade era verdadeira. A seguir, utilizando Cabri, rotacionou de 180º (simetria central) o triângulo retângulo ABC em torno do ponto médio M da hipotenusa obtendo a figura representada pelo desenho abaixo:



A partir da figura acima, concluiu que, no quadrilátero ABA’C, o ângulo oposto ao ângulo A é reto, pois que a rotação preserva as medidas dos ângulos e que os outros dois ângulos formados pelo quadrilátero são retos, posto que os ângulos C e B do triângulo retângulo são complementares. O ponto A’, sendo simétrico de A em relação ao centro M, é alinhado com A e M e A’M = AM. Utilizando o fato que as diagonais de um retângulo se encontram nos respectivos pontos médios concluiu que AM é a metade de BC.

ANEXO 06

Questionário

O objetivo deste questionário é verificar a sua opinião sobre a modalidade de educação a distância e produzir um relatório acadêmico, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática, pelo autor.

A sua participação é de suma importância nesse estudo, a fim podermos consolidar a educação a distância como prática educativa de qualidade no país.

Por favor, preencha este instrumento de pesquisa com a maior seriedade e honestidade possível.

Unidade de Ensino: ______________________________ Município: ________
Disciplina (s) que leciona:
Turmas de Ensino Médio: (   )1º ano (   )2º ano (   ) 3º ano
Rede: (   ) pública estadual (   ) pública municipal (   ) particular

Dados Pessoais
Nome:___________________________E-mail:________________________
Tel:_____________ Sexo: (   ) M (   ) F
Idade :____ Estado civil: (   ) solt. (   ) cas. (   ) desq. (   ) divorc.
Grau de instrução:
(   ) Fundamental (   ) Médio (   ) Superior completo (   ) Superior incompleto
(   ) Pós-graduação - Área de formação _____Tempo no magistério: ___anos

MOTIVAÇÃO

1. Quais os motivos que levaram você a fazer este curso a distância?

( ) Não poder me ausentar do local de trabalho.
( ) Manter-me no mundo do trabalho.
( ) Facilidade em fazer o meu próprio horário.

( ) Onde moro não tenho como fazê-lo.
( ) Ascensão social.
( )Vontade pessoal de aprender coisas novas.
( ) Manter a competitividade.
( ) Melhorar a qualidade de vida.
Outros: especificar____

2. Quais as maiores desvantagens que você encontra em fazer este curso a distância?

3. Este é o primeiro curso a distância que você faz? ( ) sim ( ) não

4. Em caso negativo, cite quais os cursos a distância que você fez:

5. Você faria outros cursos a distância? ( ) sim ( ) não

DIFICULDADES

6. Você está tendo alguma dificuldade neste curso? ( ) sim ( ) não

7. Em caso afirmativo, as dificuldades relacionam-se com:
( ) o tutor/professor ( ) a tecnologia ( ) o conteúdo ( ) a metodologia ( ) descrédito da sociedade ( ) outras: especificar____________________

INTERATIVIDADE / QUALIDADE

8. Você possui algum espaço para atuar de forma colaborativa e interativa entre os seus colegas e com o tutor? ( ) sim ( ) não

9. Você acha que a educação a distância permite ao professor conhecer e aceitar as características de cada aluno? ( ) sim ( ) não

10. Você diria que este curso está:
( ) estimulando a sua criatividade.
( ) desenvolvendo a sua habilidade de aprender.
( ) oferecendo exercícios e práticas adequados à sua realidade.

(   ) atendendo à sua necessidade específica.
(   ) desenvolvendo-se com qualidade.

INTERVENÇÃO NA REALIDADE

11. Você considera que este curso vai contribuir para a melhoria de suas aulas?
(   ) sim (   ) não Justifique ________________________________

12. Este curso lhe oferece elementos para uma intervenção na sua realidade?
(   ) sim (   ) não Por quê? ___________________________________

13. Você considera adequados às suas necessidades de professor os materiais e os conteúdos do seu curso? (   ) sim (   ) não Justifique_______

OBSTÁCULOS

14. Na sua opinião, existe algum preconceito dos professores em relação aos cursos a distância?   ( ) sim   ( ) não Por quê? ________________

15. Você acha que existe uma imagem de descrédito por parte dos professores dessa modalidade de ensino? ( ) sim ( ) não Por quê? _______

16. Na sua opinião, quais são os obstáculos para a educação a distância no Brasil?
____

METODOLOGIA

17. Você acha que a metodologia deste curso lhe permite:
(   ) a crítica   (   ) a geração de dúvidas   (   ) participação ativa

18. No seu ponto de vista, este curso utiliza formas contemporâneas de linguagem? ( ) sim (   ) não. Especifique____________________

SOBRE AS AULAS

19. Com relação à primeira semana na qual foi abordado o tema Quadriláteros notáveis:

a) tive dificuldade em: ____

b) tive facilidade em: ____

c) foi novo para mim e aprendi: __________________________________

d) com relação às atividades: ___________________________________

e) comentários: ____

20. Com relação à segunda semana na qual foi abordado o tema Tipos de atividade no ensino da Matemática:

a) tive dificuldade em: _______________________________________

b) tive facilidade em: ____

c) foi novo para mim e aprendi: _________________________________

d) com relação às atividades: ___________________________________

e) comentários: ____

21. Com relação à terceira semana na qual foi abordado o tema Registros de representação:

a) tive dificuldade em: ____

b) tive facilidade em: ____

c) foi novo para mim e aprendi: __________________________________

d) com relação às atividades: ___________________________________

e) comentários: ____

22. Com relação à quarta semana na qual foi abordado o tema Mudança de quadros:

a) tive dificuldade em: _______________________________________

b) tive facilidade em: ____

c) foi novo para mim e aprendi: __________________________________

d) com relação às atividades: ___________________________________

e) comentários: ____

23. Com relação à quinta semana na qual foi abordado o tema Um quadro teórico para a Geometria ensinada:

a) tive dificuldade em: ____
b) tive facilidade em: ____
c) foi novo para mim e aprendi: ____________________________________
d) com relação às atividades: ______________________________________
e) comentários: ____

24. Com relação às atividades desenvolvidas com os alunos em cada uma das semanas:
a) tive dificuldade em: ____
b) tive facilidade em: ____
c) foi novo para mim e aprendi: ____________________________________
d) com relação às atividades: ______________________________________
e) comentários: ____

SOBRE A PLATAFORMA MOODLE
25. Com relação ao local de acesso:
( ) casa ( ) escola ( ) casa da amigos ( ) outro. Especificar: ________

26. Quanto tempo, em média, por semana você gastava no ambiente: ______

27. Quais recursos do programa você mais utilizou:
( ) Participantes
( ) Mensagens
( ) Fórum
( ) Perfil de outros participantes
( ) Atividades de outros participantes

CONSIDERAÇÕES FINAIS
28. Como você avalia:
a) a sua participação:
( ) ótima ( ) boa ( ) regular ( ) ruim ( ) péssima
b) a colaboração com a sua equipe:
( ) ótima ( ) boa ( ) regular ( ) ruim ( ) péssima
c) colaboração da equipe:

( ) ótima ( ) boa ( ) regular ( ) ruim ( ) péssima

d) seu desempenho na elaboração das atividades:

( ) ótimo ( ) bom ( ) regular ( ) ruim ( ) péssimo

e) seu desempenho na execução das atividades:

( ) ótimo ( ) bom ( ) regular ( ) ruim ( ) péssimo

f) o curso:

( ) ótimo ( ) bom ( ) regular ( ) ruim ( ) péssimo

g) o tutor:

( ) ótimo ( ) bom ( ) regular ( ) ruim ( ) péssimo

h) para o ambiente:

( ) ótimo ( ) bom ( ) regular ( )ruim ( ) péssimo

i) o material:

( ) ótimo ( ) bom ( ) regular ( ) ruim ( ) péssimo

j) a duração do curso:

( ) ótimo ( ) bom ( ) regular ( ) ruim ( ) péssimo

l) a iniciativa da Diretoria de Ensino:

( ) ótima ( ) boa ( ) regular ( ) ruim ( ) péssima

29. Relate, resumidamente, como foi o curso de Geometria na sua graduação e como têm sido suas aula de Geometria atualmente.

30. Observações, sugestões e críticas: