

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE PESQUISAS HIDRÁULICAS

**PROPOSTA DE FIXAÇÃO DE PREÇO DA ÁGUA PARA IRRIGAÇÃO NA  
AGRICULTURA, UTILIZANDO A METODOLOGIA DA PROGRAMAÇÃO  
MATEMÁTICA POSITIVA**

EUGENIA PATRÍCIA GARCÉS ABAD

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental.

**Orientador: Antônio Eduardo Leão Lanna**

**Co-orientador: Carlos André Mendes**

**Banca Examinadora**

Prof. Paulo Waquil  
Prof. Juvir Luis Mattuela  
Prof. André Silveira

(DECON / UFRGS )  
(UNISC)  
(IPH / UFRGS)

Porto Alegre, agosto de 2007

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Prof. Lanna pela orientação neste trabalho e especialmente pela sugestão deste tema, e por atender e solucionar os meus problemas encontrados no desenvolvimento desta pesquisa. Também minha gratidão especial ao Professor e co-orientador Carlos André, pelo seu apoio e colaboração.

Fica registrada minha gratidão aos funcionários do IPH, começando pelo Sr. Rodriguez, que é aquele que literalmente abre as portas do IPH com muita simpatia, carinho e alto astral. À Nadir e à Márcia, pela sua paciência e competência na secretaria do curso. Às minhas amigas da biblioteca, por seu trabalho e dedicação. À Lídia, por sua simpatia e carinho.

Aos professores, que compartilharam seus conhecimentos e experiências dentro e fora da sala de aula, aos professores que mesmo sem ter a mim como aluna foram muito prestativos, especialmente as Professoras Beatriz e Carmem.

Ao professor Cánepa meu reconhecimento pela sua ajuda e incentivo no início deste trabalho, o pessoal da UFC, especialmente o Prof. Robério pela sua inestimável colaboração e apoio e Prof. José Carlos, ao meu amigo Wanderlei da EMATER-CE, por sua ajuda no conhecimento da área de estudo.

Ao meu amigo Leonardo Costa, professor da Universidade Católica Portuguesa, pelas valiosas explicações, que deram grande contribuição ao entendimento do tema central desta tese, com agilidade, simplicidade e profundidade, e acima de tudo fico grata pela sua generosidade em compartilhar seus conhecimentos, seu tempo, informações e materiais específicos.

À minha amiga Valeria por suas opiniões, sugestões e correção do texto.

Agradeço ao meu amigo e colega Mario, pela saudável convivência e amizade. Aos amigos Márcio e sua família, Joana, Laudízio, Ruth, Adriano, Emilia, Bia, Carol, Elba, Othon, todos eles estiveram sempre presentes, com muita motivação e apoio. Um agradecimento especial às minhas amigas e amigos da Sala de Planejamento, pelo carinho, amizade e companheirismo, tornando a nossa curta convivência em dias bem agradáveis.

Como equatoriana sou grata ao Brasil, pela oportunidade de me aperfeiçoar. À CNPq por ter financiado uma vez mais minhas pesquisas.

Sou eternamente grata à minha Família, que graças a Deus é grande, meus pais, que me ensinaram, com o exemplo, a lutar e perseverar nos meus objetivos, meus irmãos e sobrinhos que, apesar da distância, torcem por mim, especialmente ao Romel, em qualquer dimensão que esteja! E mesmo sentindo-o tão perto não posso evitar a saudade.

Na continuidade a minha família gaúcha, meus sogros pela sua preocupação, apoio e meus cunhados queridos, a Eny que me acolheu e muito me confortou na minha estadia em POA.

Ao meu esposo, que, como ninguém, compartilhou todas as dificuldades que implicaram chegar até aqui, sempre me apoiando, dando carinho e tendo muita paciência acima de tudo.

Um agradecimento muito, muito especial para os meus filhos, porque não foi fácil compartilhar a mãe com os livros, mas eles não somente entenderam como deram muita força e alegria para atingir este objetivo.

Finalmente agradeço a DEUS pela minha Família, pela vida e principalmente pela ÁGUA.

## **PROPOSTA DE FIXAÇÃO DE PREÇO DA ÁGUA PARA IRRIGAÇÃO NA AGRICULTURA, UTILIZANDO A METODOLOGIA DA PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA POSITIVA.**

### RESUMO

O cenário atual dos recursos hídricos apresenta escassez. A agricultura irrigada é a principal concorrente ao seu uso, os preços baixos bem como a vital importância deste setor na produção de alimentos e o desenvolvimento econômico regional levam a indicar a agricultura irrigada como um desafio para a Gestão dos Recursos Hídricos, que com o necessário respaldo legal deve aplicar incentivos para seu uso racional.

Tradicionalmente a estratégia para atender a demanda por água tem sido abordada pelo lado da oferta. No entanto, as experiências passadas indicam que, o aumento indiscriminado da oferta não estimula o uso racional da água, levando a desperdícios, sem contar os impactos ambientais negativos. Assim, a gestão dos recursos hídricos introduziu os princípios da gestão da procura, encorajando os usuários a utilizar a água de um modo mais eficiente e gerir um recurso escasso de modo mais sustentável.

Neste contexto, modelos de programação matemática são modelos promissores para determinar o valor econômico da água. No entanto, uma das críticas mais severas a utilização da programação matemática convencional, na agricultura, é que o modelador é forçado a adicionar restrições arbitrárias para evitar soluções sobre-especializadas e assim os resultados calibrem a situação observada. No entanto, o método programação matemática positiva (PMP), supera algumas importantes limitações da tradicional programação matemática linear e tem aberto uma prometedora fronteira de pesquisa (HOWITT, 1995). O mais importante desta aproximação, é que aproveita informação adicional dos dados observados sobre o comportamento do agricultor permitindo automaticamente calibrar o modelo na situação base. Desta forma, se evita a necessidade de introduzir restrições de calibração ad-hoc e sem justificativa empírica que ajustem o modelo à situação observada. Além disso, o modelo resultante é capaz de responder suavemente mudanças nos preços ou nas restrições. Esta metodologia é um importante instrumento na Análise de Políticas Agrícolas, neste trabalho se realiza um detalhado estudo desta metodologia.

Este trabalho de tese estuda o preço eficiente da água para irrigação, utilizando a PMP. Como caso de estudo se aplica esta metodologia no Perímetro Irrigado de Morada Nova localizado na Bacia Hidrográfica dos Rios Jaguaribe e Banabuiu no Estado do Ceará.

## **ANALYSIS OF PRICING WATER FOR IRRIGATION IN THE AGRICULTURE, USING THE METHODOLOGY POSITIVE MATHEMATICAL PROGRAMMING.**

### **ABSTRACT**

The current scenario of the Water Resources Management shows shortage of water. Irrigated agriculture is a main water use. Subsidized water prices to farmers are responsible for this use. These prices are many times justified with equity concerns, given the vital importance of this sector. Irrigated agriculture provides about 40% of the world's food supply and is considered by many as essential for regional economic development. Thus, irrigated agriculture creates a challenge for sustainable water resources management. However, Brazilian legislation already points for a rational use of water and many support the use of price incentives to achieve this goal.

Water pricing in agriculture is thus essential. In this study, one analyses suitable models to represent the agricultural sector and its use of water and chooses a most suitable model. The chosen PMP model is used to assess policy alternatives in what concerns to water pricing. The idea is to establish a scientific basis for better (technically more supported) political decisions in what concerns to agricultural water use, before political decisions are taken and put into operation.

For many years Linear Programming (LP) models have been used to determine the economic value of water in the agricultural sector. However, these models have the tendency to overspecialize and as a consequence they will not reproduce the observed activity levels. The method suggested by HOWITT (1995), Positive Mathematical Programming (PMP), overcomes some important limitations of the traditional LP models. The most important of this approach is that it takes advantage of additional information on the observed farmer behavior allowing automatically calibrating of the model in the base situation. In this way, PMP avoids the LP models need to introduce ad-hoc calibration restrictions to adjust the model to the base situation. Besides, the resulting model is capable to provide smooth answers to changes in prices or restrictions. The model PMP is important instrument for Agricultural Policy Analysis in this study recommend

In this thesis, water efficient prices are analyzed using a PMP with approach ME model. A case study in the Irrigated Perimeter of Morada Nova located in the Brazilian State of Ceará.

## SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS.....	ii
RESUMO.....	iv
ABSTRAC.....	v
SUMÁRIO.....	vi
LISTA DE TABELAS.....	x
LISTA DE FIGURAS.....	xii

## 1. INTRODUÇÃO

1.1 Introdução.....	xiv
1.2 Justificativa e Objetivos.....	xvii

## PARTE I 6 A PROBLEMÁTICA DA ÁGUA

1. AGUA NO MUNDO.....	1
1.1 Importância da água.....	1
1.2 Disponibilidade e usos múltiplos das águas.....	2
1.3 Escassez da água.....	7
1.4 Situação Atual dos Recursos Hídricos no Brasil.....	10
2. AGUA NA AGRICULTURA.....	16
2.1 Características da água para agricultura.....	17
2.2 Uso da água na agricultura.....	19
2.3 Irrigação no mundo e no Brasil.....	20
2.4 Potencial agrícola e de irrigação no mundo e no Brasil.....	25
2.5 Desperdício e impactos negativos na agricultura.....	26
2.6 Água e Produção de Alimentos.....	27
2.7 A irrigação e os objetivos do desenvolvimento agrícola.....	29
2.7.1 Segurança Alimentar.....	29
2.7.2 Alívio à pobreza.....	30
2.8. Desafios da irrigação.....	31
3. FUNDAMENTOS DA GESTAO DA AGUA NO BRASIL.....	32
3.1 Gestão dos recursos hídricos.....	32
3.1.1 Instrumentos básicos de gestão.....	32
3.1.2 Estruturas institucionais.....	34

3.2 A cobrança pelo uso da água.....	35
3.3 A Cobrança pelo uso da água no setor agrícola.....	37
3.3.1 Experiência Internacional.....	37
3.3.2 Experiência Nacional.....	40

## **PARTE II 6 PRINCÍPIOS ECONÔMICOS DO RECURSO ÁGUA**

4. VALOR E CUSTO DA ÁGUA - CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS.....	44
4.1 Valor econômico, social e ambiental da água.....	44
4.2 O valor da água.....	47
4.3 O custo da água.....	52
4.4 Risco e incerteza na avaliação econômica.....	55
4.5 Aspectos relevantes do valor econômico da água na agricultura.....	56
5. ALOCAÇÃO DA ÁGUA PARA AGRICULTURA.....	58
5.1 Princípios Econômicos de alocação de recursos escassos.....	58
5.1.1 Eficiência econômica.....	59
5.1.2 Equidade.....	59
5.2 Critérios para alocação ótima da água.....	60
5.3 Mecanismos de alocação de água.....	60
5.3.1 Preço com Base no Custo Marginal.....	61
5.3.2 Administração Pública da Água.....	63
5.3.3 Mecanismos de mercados de água.....	65
5.3.4 Mecanismos de alocação pelos usuários.....	68
5.4 Fixação de preços na agricultura.....	70
5.4.1 Tipos de tarifas aplicadas à irrigação.....	70
5.4.2 Métodos de fixação de preços para a água na agricultura.....	73
6. DEMANDA DE AGUA PARA AGRICULTURA.....	75
6.1 Pontos essenciais da análise econômica da água.....	75
6.1.1 Procura e Oferta de água.....	75
6.1.2 Preços da Água.....	76
6.1.3 Custo, Tarifa e Preço.....	77
6.1.4 Demanda de fatores de produção.....	78
6.1.5 A elasticidade-preço da demanda de água.....	79
6.2 Análise formalizada da Demanda por água na agricultura.....	81



6.3 Fatores de variação da demanda de irrigação.....	89
6.3.1 Mudanças nos preços dos produtos.....	89
6.3.2 Na tecnologia de produção ou de irrigação.....	90
6.3.3 Mudanças na quantidade de água disponível.....	90
6.3.4 Da demanda individual à demanda agregada.....	91
6.4 Análise da oferta de água.....	92
6.5 Determinação do Preço Eficiente.....	94

### **PARTE III 6 REVISÃO DE MODELOS PARA ANÁLISE DO SETOR AGRÍCOLA**

7. MODELOS AGRÍCOLAS.....	97
7.1 Características Gerais dos modelos econômicos.....	98
7.2 Classificação dos modelos agrícolas.....	99
7.3 Modelos agrícolas com ênfase no mercado.....	100
7.3.1 Modelos de Equilíbrio Geral e Equilíbrio Parcial.....	100
7.3.2 O modelo de CGE (Equilíbrio General Computado).....	102
7.3.3 Modelos de comércio internacional.....	103
7.4 Modelos agrícolas com ênfase no âmbito de agregação.....	104
7.4.1 Modelos de Fazenda.....	104
7.4.2 Modelo Setorial.....	106
7.5 Modelos agrícolas dependendo da metodologia.....	109
7.5.1 Modelos econométricos.....	109
7.5.2 Modelos de Programação Matemática.....	111
8. MODELOS DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA NA ANÁLISE DE POLÍTICAS AGRÍCOLAS.	
8.1 Modelo de Programação Matemática na Agricultura.....	113
8.2 Teoria básica de Programação Linear (PL).....	117
8.2.1 Formulação de um modelo de PL.....	118
8.2.2 Interpretação do modelo dual de PL.....	119
8.2.3 Da Programação Linear para a Programação Matemática Positiva.....	119
8.3 A Programação Matemática Positiva.....	121
8.3.1 Princípios básicos da PMP padrão.....	122
8.3.2 Fundamentos teóricos da PMP.....	130
8.3.3 Problemas de calibração e de especificação de parâmetros.....	135
8.4 Aplicações da PMP em Políticas Agrícolas.....	145

## **PARTE IV 6 SELEÇÃO E APLICAÇÃO DO MODELO PMP**

9. PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA POSITIVA E MÁXIMA ENTROPIA.....	150
9.1 Análise de problemas incompletos ãill-posedö.....	150
9.2 Recuperação da função de custo variável total.....	151
9.3 Recuperação da função de custo marginal.....	154
9.4 Máxima entropia, econometria, e programação matemática.....	159
9.5 Implementação da Máxima Entropia.....	160
10. APLICAÇÃO DO MODELO NA ÁREA SELECIONADA.....	161
10.1 Identificação e caracterização da área de estudo.....	161
10.2 Metodologia Proposta.....	167
10.2.1 Características, formulação e solução do Modelo de PL.....	167
10.2.2 A Calibração do modelo.....	172
10.2.3 Construção da Curva de demanda de água para irrigação.....	177
10.3 Análise de Cenários e Resultados.....	178
10.3.1 Diminuição de 10% no preço da água.....	180
10.3.2 Redução da disponibilidade de água para irrigação.....	181
10.3.3 Redução da Área plantada.....	182
10.3.4 Curva de demanda de água.....	183

## **PARTE V 6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES**

11. 1 Conclusões.....	188
11.2 Recomendações.....	190

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....192**

### **ANEXOS**

A.1 Máxima Entropia.....	199
A.2 A Função de Custos e Formas Funcionais Flexíveis.....	206
A.3 Programa original PL em Morada Nova.....	216
A.4 Aplicação GAMS.....	226

## LISTA DE TABELAS

Tabela. 1.1: Consumo médio de água por atividades.....	7
Tabela 1.2: Estados Brasileiros em situação de escassez periódica.....	11
Tabela. 1.3: Bacias Hidrográficas brasileiras e percentuais de área, população e disponibilidade hídrica .....	11
Tabela. 1.4: Distribuição dos recursos hídricos superficiais no Brasil, por regiões definidas pelo IBGE.....	12
Tabela 2.1: Produtividade Agrícola Equivalente em milhões de hectares.....	25
Tabela 2.2: Potencial de solos para desenvolvimento sustentável da irrigação no Brasil (mil hectares).....	26
Tabela 2.3: Métodos de irrigação e faixas de perdas.....	26
Tabela 3.1: Valor da água bruta por tipo de uso na B.H. Paraíba do Sul.....	43
Tabela 6.1: Tipo de demandas, seus valores de elasticidade e significado.....	80
Tabela 6.2 Quantidades de demandas de água ante oito preços supostos.....	90
Tabela 8.1 Base de dados da fazenda exemplo.....	122
Tabela 8.2 Dados de custos fixos da fazenda exemplo.....	123
Tabela 8.3 Resultados do programa linear.....	127
Tabela 8.4 Resultados do diferentes modelos aplicados a fazenda exemplo.....	128
Tabela 10.1: Cobrança pela água no Ceará.....	166
Tabela 10.2: Notação das variáveis do modelo.....	168
Tabela 10.3. Plano de ocupação mensal das culturas da área no ano 1997.....	169
Tabela 10.4: Resultados do modelo linear para o PIMN.....	171
Tabela 10.5: Dados e resultados do modelo linear, incluídas as restrições de calibração.....	173
Tabela 10.6: Parâmetros $\alpha$ e $\beta$ coeficientes do termo linear e não linear do modelo PNL.....	175
Tabela 10.7: Resultados do modelo original na versão linear (PL) e não linear (PMP).....	178
Tabela 10.8: Resultados do modelo no Cenário 1 na versão linear (PL) e não linear (PMP) .....	180

Tabela 10.9: Resultados do modelo no Cenário 2, na versão linear (PL) e não linear (PMP).....	181
Tabela 10.10: Resultados do modelo no Cenário 3, na versão linear (PL) e não linear (PMP).....	182
Tabela 10.11: Dados de disponibilidade de água e preços sombra da água.....	183
Tabela A3.1: Plano de ocupação mensal das culturas da área do PIMN no ano de 1997.....	217
Tabela A3.2: Requerimentos mensais de água (mm) das culturas estudadas.....	219
Tabela A3.3: Coeficientes técnicos das culturas.....	219
Tabela A3.4: Solução ótima encontrada pelo modelo PL, para um volume anual de água disponível de $64.014.000 \text{ m}^3$ .....	223
Tabela A3.5: Análise comparativa entre a solução ótima encontrada pelo modelo PL e o plano de cultivo do PIMN, para um volume anual de água disponível de $64.10^6 \text{ m}^3$ .....	224
Tabela A3.6: Dados de Produção de Morada Nova.....	225
Tabela A4.1: Dados e resultados intermédios do programa computacional.....	227

## LISTA DE FIGURAS E GRÁFICOS

Figura 1.1: Precipitações anuais no planeta Terra .....	3
Figura 1.2: Extrações de água por regiões e por setor .....	5
Figura 1.3: Distribuição de volume captado e efetivamente consumido de água por setor.....	6
Figura 1.4: Disponibilidade per capita de água nos continentes e no mundo.....	9
Figura 2.1: Escoamento superficial e subterrâneo, sua influência na planta.....	16
Figura 2.2: Variação da disponibilidade e a demanda e confiabilidade da oferta.....	18
Figura 2.3: Extração e consumo de água por setores.....	19
Figura 2.4: Evolução da área irrigada nos continentes e no mundo.....	20
Figura 2.5: Áreas cultivadas e as áreas irrigadas nos continentes e no mundo.....	21
Figura 2.6 : Evolução das áreas irrigadas no Brasil (1950 ó 2001).....	23
Figura 2.7: Áreas irrigadas no Brasil por região ó 2001.....	23
Figura 2.8: Distribuição das áreas irrigadas no Brasil considerando os diferentes métodos ó2001.....	24
Figura 4.1: Resumo das duas tendências na valoração dos recursos hídricos.....	47
Figura 4.2: Valor econômico total da água.....	48
Figura 4.3: Princípios gerais para o valor total da água.....	50
Figura 4.4: Princípios gerais para determinar o custo total da água.....	52
Figura 4.5: Princípios Gerais para Custo e Valor de Água.....	54
Figura 5.1: Alocação de água com base na Teoria Marginal.....	61
Figura 6.1: Preço e quantidade de equilíbrio.....	76
Figura 6.2: Elasticidade da demanda agrícola.....	81
Figura 6.3: Curvas de demanda de água com vazões fixas.....	91
Figura 6.4: Curvas de Custos.....	93
Figura 6.5: Excedente do agricultor (linhas verticais) e excedente do fornecedor (linhas horizontais).....	95
Figura 6.6: Perda de bem-estar da sociedade se muda o preço	

de $w^*$ (=CMg) para $w^\#$ (=CMe).....	95
Figura 10.1: Localização da área de estudo.....	161
Figura 10.2: Perímetros Irrigados na Bacia Hidrográfica do Rio Jaguaribe.....	162
Gráfico 10.1: Curvas de demanda de água para agricultura no PIMN.....	183
Gráfico 10.2: Curvas de demanda de água e as respectivas linhas de tendências.....	184
Gráfico 10.3: Curva de demanda de água gerada pelo modelo PMP e sua linha de tendência, função polinomial de grau seis.....	185
Figura 10.3: Plantações de arroz em diferentes etapas de crescimento.....	186
Gráfico A4.1 Esquema do programa computacional.....	226

## **INTRODUÇÃO E OBJETIVOS**

---

## 1. INTRODUÇÃO

O crescimento demográfico junto ao atual desenvolvimento econômico, tecnológico e social exige cada vez mais água para a agricultura, indústria e consumo doméstico. A contaminação dos corpos de água e o desperdício associado ao exposto anteriormente tornam este recurso natural cada vez mais escasso, não somente do ponto de vista quantitativo como também no aspecto qualitativo, alterando um quadro de livre acesso - sem valor econômico. As conseqüências da escassez da água se manifestam nos conflitos entre usos e usuários. Surge assim, a necessidade de encarar este recurso como bem econômico.

Entretanto para a Gestão dos Recursos Hídricos é essencial admitir o valor econômico da água, mas não como único, também é necessário reconhecer e conceder os outros valores, tão importantes quanto o econômico tais como o valor social e ambiental, somente assim se lhe atribuirá o justo valor.

Tradicionalmente o problema da escassez foi abordado pelo lado da oferta, através da construção de obras hidráulicas, com a finalidade de disponibilizar volumes crescentes de água que pudessem acompanhar o crescimento contínuo da demanda. Entretanto, as experiências passadas indicaram que o aumento indiscriminado da oferta não estimulava o uso racional da água, levando a desperdícios, sem contar os impactos ambientais negativos. Chegou-se então à conclusão de que este enfoque não era a estratégia mais adequada para combater a escassez de água.

A partir da década de 90, mudou-se o foco desta questão para o lado da demanda do uso de água, dando-se maior ênfase às medidas de controle da demanda, que visam aumentar a eficiência no uso e alocação dos recursos hídricos. Contudo, estas duas abordagens não são necessariamente excludentes, pelo contrário, devem ser paralelas e complementares para combater a escassez de água. Neste sentido, a gestão dos recursos hídricos introduziu os princípios da gestão da procura, encorajando aos usuários a utilizar a água de um modo mais eficiente e gerir um recurso escasso de modo mais sustentável.

Neste contexto, a utilização de instrumentos econômicos e financeiros, entre os quais se destacam os preços da água, assumem grande importância. Tais instrumentos estabelecem incentivos ou penalidades, através do mercado, para que os usuários e os poluidores modifiquem seu comportamento.



No Brasil a idéia de cobrança já estava prevista no Código Civil de 1916 no qual se estabeleceu que os bens públicos de uso comum poderiam ser gratuitos ou retribuídos (Cobrança). O Código de Águas de 1934 mantinha a mesma premissa e finalmente a Lei Federal Número 9433 de 08 de Janeiro de 1997 define a Cobrança como um dos instrumentos de gestão dos recursos hídricos, e a Lei 9984 de 2000, que institui a Agência Nacional da Água (ANA), atribui a esta a competência para implementar, em articulação com os Comitês de Bacia Hidrográfica, a cobrança pelo uso dos recursos hídricos de domínio da União.

Um dos grandes desafios para a gestão de Recursos Hídricos está na agricultura, que é o setor que demanda maior volume de água. Em termos mundiais, estima-se que esse uso responda por cerca de 80% das derivações dos cursos de água de água; no Brasil mais de 60% das derivações são para fins de irrigação (SETTI, *et al.*, 2000). A agricultura irrigada é uma forma de uso consuntivo da água, isto é, parte da água utilizada para este fim não retorna ao seu curso original, havendo redução efetiva da disponibilidade do manancial. Além disso, a parte de água que retorna aos mananciais tem qualidade inferior à que foi captada e sua diluição afeta a qualidade de todo o corpo d'água. Por outro lado, segundo ANTON e DIAZ (2000), o baixo preço da água na irrigação não reflete os custos reais, estes preços artificialmente baixos, geralmente baseados em considerações sociais e não econômicas, permitem o desenvolvimento ou a persistência de cultivos em áreas onde, de outra forma, não seria possível nem rentável.

ANDERSON e FAROOQI (2003) afirmam que, no mundo inteiro, a água utilizada na agricultura é altamente subvencionada pelo governo. Os usuários geralmente pagam parte dos custos de operação e manutenção do sistema de irrigação, entre 20% e 75% do custo total. Muito desta infra-estrutura foi instalado há mais de 50 anos e precisa ser reparada ou modernizada. O custo de oportunidade para a agricultura varia bastante, dependendo das alternativas de uso para a água disponível e o valor da cultura irrigada.

Mas a agricultura é a principal fonte de suprimento de alimentos do mundo, incluindo cultivos, gado, piscicultura e silvicultura. Segundo o Informe da UNESCO (2003), para conseguir alimentar a população mundial de mais de 6 bilhões de pessoas é preciso da agricultura sistemática, isto inclui a irrigação. Por outro lado, a agricultura é, a nível local, o epicentro de diversos sistemas econômicos rurais. A maior parte da agricultura depende da chuva, mas, segundo CHRISTOFIDIS (1999), as áreas irrigadas estão crescendo, não só para complementar as necessidades hídricas das regiões úmidas, como para tornar produtivas as

áreas áridas do globo, que constituem aproximadamente 55% de sua área continental. Atualmente, mais de 50% da população mundial depende de produtos irrigados.

Portanto a escassez de água, a agricultura como a principal concorrente ao seu uso, os preços subvencionados neste setor (no mundo em geral e no Brasil em particular), bem como a vital importância deste setor para a produção de alimentos e o desenvolvimento econômico regional, leva a indicar o uso racional da água na agricultura como o principal desafio para a Gestão dos Recursos Hídricos.

É fundamental antes de estabelecer qualquer sistemática de preços ou de cobrança, saber quanto vale a água, pois o preço correto deve refletir seu valor de escassez, senão qualquer preço será injusto. Neste sentido, valorar a água, como parte integrante da gestão do recurso, desempenha um papel importante no processo de alocação da mesma. Modelos de programação matemática são modelos promissores para determinar o valor econômico da água.

O presente trabalho busca pesquisar, estudar e analisar modelos que apoiem na tomada de decisões de política agrícola. Especificamente este estudo concentra-se em definir o valor da água para irrigação aplicando o modelo denominado "Programação Matemática Positiva" (PMP) uma metodologia, relativamente nova, de fixação de preços da água no setor agrícola.

## **2. JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS**

Uma vez comprovada a necessidade de adotar a Cobrança como um instrumento de Gestão dos Recursos Hídricos e estabelecido o sustento legal, o próximo passo é determinar os valores a serem cobrados. As dificuldades envolvidas nesse processo se relacionam com as características singulares que tem a água.

Para que os preços emitam o sinal econômico correto é fundamental considerar todos os custos e benefícios provenientes da água. A melhor forma de determinar o custo de oportunidade da água em uma região é estimar seu valor marginal, que é conhecido também como o *preço sombra da água*. O valor marginal representa o incremento no valor total devido a uma unidade adicional de água, e de acordo com a Lei dos Rendimentos Decrescentes, decresce conforme se incrementa a quantidade usada, *ceteris paribus*. A eficiência econômica alcança-se quando o benefício marginal é igual ao custo marginal.

Os modelos de programação linear são amplamente utilizados para análise de políticas agrícolas, procurando, entre outros objetivos, resolver o problema fundamental da economia de alocação ótima de recursos, e visando encontrar a melhor distribuição de acordo com determinado objetivo e dos meios de produção disponíveis em quantidades limitadas pelas várias formas de utilização.

Mas, a programação matemática linear apresenta vários problemas indicados por diversos autores, o que supõe uma grande desvantagem nos modelos agrícolas. Em primeiro lugar, a especificação da função objetivo e das restrições técnicas exige uma exaustiva informação, nem sempre disponível. Além disso, a solução ótima do modelo tende a uma distribuição de cultivos muito especializada e, em geral, não reproduz as decisões observadas na realidade a não ser que se imponham fortes restrições no modelo que nem sempre estão justificadas desde uma perspectiva agronômica ou econômica. Em segundo lugar, a simulação de mudanças nos parâmetros de preços freqüentemente dá lugar a mudanças muito bruscas e descontínuas nas soluções obtidas.

A Programação Matemática Positiva é uma metodologia que trata dos problemas clássicos encontrados na PL, e a característica essencial deste método reside em extrair informação adicional a partir das atividades observadas em um ano de referência e recuperar uma função objetivo não linear. Como resultado, a programação matemática positiva permite obter um modelo cuja solução reproduz com exatidão a distribuição de cultivos observada no ano base e responde de forma contínua frente a mudanças nos parâmetros do modelo.

Partindo da hipótese de que não existe uma alocação eficiente de água entre atividades alternativas numa região agrícola, e a tarifa paga pela água não reflete o seu verdadeiro valor, este trabalho propõe estudar o modelo de Programação Matemática Positiva (PMP), sugerido por HOWITT (1995), usando-lo para contornar as limitações da PL, visando estabelecer o preço para a água na agricultura.

O modelo PMP aparentemente oferece várias vantagens e é bastante utilizado em trabalhos práticos e acadêmicos, tanto em países em desenvolvimento como em países desenvolvidos, e a literatura especializada traz muitas aplicações desta metodologia na União Européia no estudo de abordagens de políticas agrícolas. No Brasil existem muitos trabalhos no setor agrícola usando a técnica da programação linear, mas estudos e análise de economia agrícola utilizando a PMP não se encontram.

## **Objetivo geral e Objetivos específicos**

O objetivo geral desta tese é revisar, estudar e analisar os principais modelos agrícolas que apóiem na tomada de decisões da política agrícola, dando ênfase no modelo de Programação Matemática Positiva, sua teoria básica, suas mais recentes aplicações, especialmente no que diz respeito ao uso desta nova metodologia na fixação de preço da água para irrigação na agricultura.

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Identificar o preço da água como um instrumento essencial a utilizações sustentáveis do recurso;
- Analisar alguns modelos existentes na literatura especializada,
- Delimitar as fronteiras da Programação Matemática Positiva e a Máxima Entropia, no contexto dos modelos de análise do sector agrícola;
- Ilustrar até que ponto esta metodologia (PMP) pode ser utilizada para informar aos decisores políticos sobre os preços da água a cobrar na agricultura;
- Elaborar um modelo matemático que permita determinar estes preços e aplicar este modelo no Perímetro Irrigado de Morada Nova, localizado na Bacia de Jaguaribe e Banabuiu no Estado do Ceará.
- Construir a curva de demanda de água para irrigação dos usuários do Perímetro Irrigado Morada Nova.

**PARTE I**  
**A PROBLEMÁTICA DA ÁGUA**

---

## **CAPÍTULO 1. A PROBLEMÁTICA DA ÁGUA**

A idéia principal deste capítulo é destacar a importância da água dentro do equilíbrio do ecossistema, os problemas inerentes aos sistemas por si só e as complicações provocadas pela intervenção do homem neste complexo e delicado equilíbrio.

Para gerir um recurso, primeiro devem-se entender suas características, suas funções, sua utilização e conseqüências do seu uso, logo, é fundamental estimar a quantidade disponível deste recurso para o seu melhor aproveitamento. Neste trabalho, começamos tentando responder as seguintes perguntas no âmbito global e nacional: Qual é o volume existente? Como é usado? Quais são os problemas na sua distribuição? Quais as alternativas encontradas para solucionar estes problemas e incentivar o uso racional dos recursos hídricos?

### **1.1 Importância da água**

Há uma crescente preocupação, por parte da sociedade, no que se refere às questões ligadas ao uso e manejo dos recursos naturais. Esta preocupação é inteiramente justificada, pois os recursos naturais oferecem aos seres vivos as condições essenciais para a sua sobrevivência e evolução e entre os recursos naturais a água certamente é um dos mais importantes.

A vida no planeta terra está intimamente relacionada com a água. Qualquer forma de vida depende dela para a continuidade da espécie, mesmo as formas mais primitivas. Não é exagero afirmar como Selborne (2002) que: *A água é o sangue de nosso planeta. Os ecossistemas da terra são sustentados e interligados pela água que promove o crescimento da vegetação e oferece um habitat permanente a muitas espécies. Esses ecossistemas proporcionam segurança ambiental à humanidade, produzindo alimentos.*

Através da história do planeta e da humanidade pode-se comprovar o significado vital deste recurso. Desde os primórdios os homens das cavernas sobreviveram sem ajuda de fontes de energia como gás natural, petróleo, carvão, mas sem água não seria possível a sua permanência no planeta, nem da biosfera como um todo, e tudo indica que no futuro continuará essa dependência, pois a água não tem substituto.

Este recurso natural estratégico, além de indispensável para garantir a sobrevivência do ser humano, permite o desenvolvimento econômico dos povos e assegura a preservação do meio ambiente.

## **1.2 Disponibilidade, distribuição e usos múltiplos da água**

A disponibilidade da água no globo terrestre é estimada de diferentes formas, as quantidades resultantes dependem dos variados enfoques, e geralmente diferem uns de outros, mas como bem cita Lanna (2000) o importante destes valores é a ordem de grandeza apresentada em qualquer destas abordagens, e enfatiza que o objetivo principal destes dados é comparar disponibilidade e demandas hídricas e assim avaliar situações de escassez em escalas locais ou regionais.

### *Disponibilidade de água no planeta*

Segundo SHIKLOMANOV (1998), a maior parte da água no planeta está armazenada nos oceanos e mares. 97,5% são águas salgadas, e somente 2,5% são águas doces. Destes 2,5%, cerca de 68,9% estão nas calotas polares, em geleiras e em neves eternas, 29,9% são águas subterrâneas, 0,9% está presente em pântanos, umidade do solo e organismos vivos, e apenas 0,3% encontra-se em rios e lagos, na forma mais acessível.

A água renovável no planeta corresponde a 110.000 km<sup>3</sup> que são precipitados nos continentes, dos quais uma parte, 44.000 km<sup>3</sup> é responsável pela alimentação dos cursos da água e conseqüentemente dos aquíferos, os restantes 66.000 km<sup>3</sup> são retidos no solo, parte evapora e outra é incorporada às plantas e outros organismos, sendo esta a fonte responsável pela conservação dos ecossistemas e por 56% da produção agrícola não irrigada do planeta. (CHRISTOFIDIS, 2003)

Conforme estimativas (RIVIERE, 1989; CLARKE, 1991; POSTEL *et al*, 1996) a quantidade disponível de água no mundo para consumo humano é de 12.500 a 14.000 km<sup>3</sup> por ano o que representa aproximadamente 9.000 m<sup>3</sup> por pessoa por ano (1metro cúbico 1000 litros). Projeta-se que para o ano 2025, devido ao aumento da população mundial, a disponibilidade global de água doce per capita decrescerá para 5.100 m<sup>3</sup>, mesmo assim esta quantidade seria suficiente para satisfazer as necessidades humanas (RIVIERE, 1989).

### *Distribuição no espaço e no tempo*

A pesar dos grandes volumes de água doce que circulam pelos continentes anualmente, suficientes para satisfazer as necessidades da humanidade por séculos, muita gente em diferentes partes do mundo não tem acesso a este líquido vital. Pois, as cifras *per capita* sobre a disponibilidade de água, não levam em conta sua localização, apresentam um quadro enganoso. Uma característica chave dos recursos de água doce no mundo é sua distribuição desigual no tempo e no espaço.

A precipitação pluvial não é distribuída uniformemente no planeta ao longo dos anos e de suas estações. Aproximadamente 75% das chuvas anuais globais ocorrem em áreas onde habita somente 33% da população mundial. Assim, 67% da população mundial habitam em zonas do planeta que somente recebem 25% da água disponível anualmente. Por exemplo, cada ano 20% da água que recebe o planeta Terra, fica na Bacia do Amazonas, uma vasta região onde habitam unicamente 10 milhões de pessoas. O mesmo acontece na África, onde o rio Congo e seus afluentes captam 30% da água que recebe esse continente, mas nessa Bacia habita só 10% da população africana, (GLEICK, 1993).

A Figura 1.1, mostra a distribuição das precipitações anuais no mundo e confirma a sua variabilidade. Contudo, em menor escala à distribuição espacial da chuva está influenciada pela intervenção do homem, como o grande desmatamento, ou as modificações provocadas pela urbanização desordenada e exploração mineral irracional, entre outras.

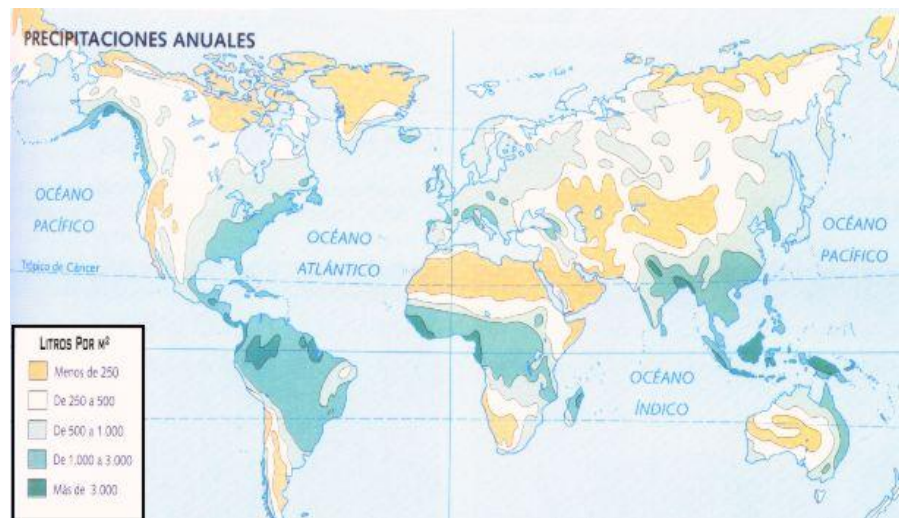


Figura 1.1: Precipitações anuais no planeta Terra

FONTE: [http://www.portalplanetasedna.com.ar/recursos\\_naturales3.htm](http://www.portalplanetasedna.com.ar/recursos_naturales3.htm)



Outro dado importante com respeito à distribuição da água é que em grandes áreas do planeta as precipitações e as inundações dos rios se realizam durante períodos muito curtos, como a época de monções na Ásia, e não se dispõe delas para uso humano a não ser que se armazenem em aquíferos, açudes ou tanques (sistema tradicional no subcontinente índio). Na maior parte da Índia, por exemplo, a precipitação anual se produz em apenas 100 horas. As outras 8.660 horas do ano são secas.

Em resumo, a água doce mundialmente disponível não está equitativamente distribuída no mundo e nas estações do ano, nem de ano para ano. Em alguns casos a água não está onde se deseja e nem na quantidade suficiente, em outros casos se tem água demais no lugar errado e quando não é necessário.

### *Usos múltiplos da água no mundo*

Os usos da água são comumente tratados em duas categorias: *consuntivos*<sup>1</sup> e *não consuntivos*<sup>2</sup>. Os primeiros abrangem o abastecimento urbano, a indústria, a agricultura, e também se incluem os usos necessários com fins ecológicos e ambientais. Entre os usos não consuntivos tem-se a geração de energia elétrica, refrigeração de plantas industriais e centrais elétricas, a navegação, a pesca e usos paisagísticos e recreativos.

No que se refere ao consumo humano<sup>3</sup> FALKENMARK (1992) considera que 100 litros de água doce per capita por dia para uso pessoal são apropriados para atender um padrão de vida minimamente aceitável nos países em desenvolvimento, sem incluir os usos para a agricultura e a indústria. Esta quantidade de água tende a aumentar com o padrão de vida e a saúde depende do acesso à água de boa qualidade. No mundo todo, mais de 2 bilhões de pessoas padecem de doenças de veiculação hídrica, responsável pela morte de aproximadamente 3 milhões de pessoas por ano. (BANCO MUNDIAL, 1998).

A agricultura depende fundamentalmente da água para produzir os alimentos. Quando o suprimento de água não atende as necessidades hídricas da planta desenvolve-se um estresse hídrico, o qual afetará seu crescimento e seu rendimento. De forma geral a água necessária

---

<sup>1</sup> Consuntivos: a água utilizada é total ou parcialmente consumida, de forma que se torna inacessível para outros usos.

<sup>2</sup> Não consuntivos: a utilização não compromete a quantidade sendo devolvida ao corpo da água.

<sup>3</sup> É difícil estimar a quantidade de água que se necessita para manter padrões de vida aceitáveis ou mínimos.

Alem disso, as diferentes fontes de informação empregam diferentes cifras para o consumo total de água e para o uso da água por setor da economia (European Schoolbooks (Es), 1994).

para os diferentes estágios de crescimento vegetativo da planta provém da chuva, mas nem sempre as chuvas chegam nas épocas e nas quantidades esperadas, nesses casos a solução é a irrigação.

A indústria faz uso significativo dos recursos hídricos, em diversos e variados processos. Estima-se que o uso anual global de água por parte da indústria em 1995 foi de 725 km<sup>3</sup> e que para 2025 este consumo se elevará a 1.170 km<sup>3</sup> (UNESCO, 2003).

No meio ambiente, a água possui um duplo papel, por uma parte é um elemento do ecossistema e por outro é geradora de ecossistemas, portanto quando se trata de usos e aproveitamentos desta, é necessário considerar-se a função que ela realiza na conservação e manutenção dos ecossistemas, para tanto se necessita manter nos cursos de água uma disponibilidade adequada para atender o ecossistema, a denominada vazão ecológica.

É necessário levar em conta que, embora as demandas dos usos não consuntivos não consomem água, condicionam e limitam fortemente o fornecimento dos usos consuntivos porque devem estar disponíveis na hora e na quantidade requerida.

Para atender as demandas dos três principais usos consuntivos, atualmente, são retirados aproximadamente 3.600 km<sup>3</sup> de água doce, isto é, 580 m<sup>3</sup> per capita por ano. (ÁGUA E CULTIVOS, FAO 2002).

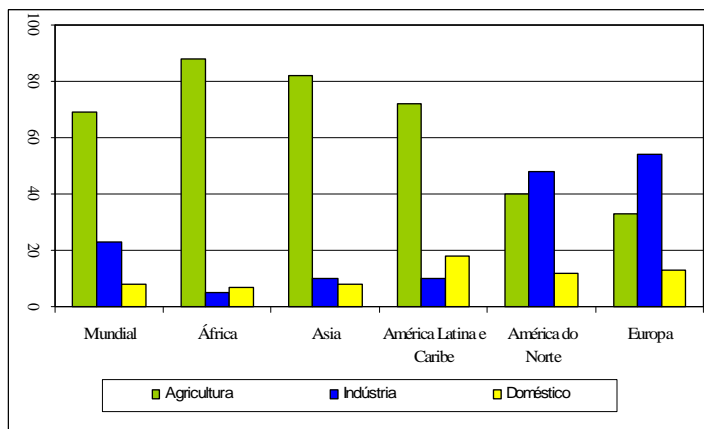


Figura 1.2: Extrações de água por regiões e por setor  
 FONTE: Adaptado de Águas y cultivos FAO, 2002

Em escala mundial 69% da extração anual de água para uso humano se destina à agricultura (principalmente para irrigação); a indústria representa 23% e o consumo doméstico representa aproximadamente 8%. Estas médias mundiais variam muito de uma

região a outra. Por exemplo, em África a agricultura utiliza 88% de toda a água extraída para uso humano, enquanto que o consumo doméstico representa 7% e a indústria 5%. Na Europa, a maior parte da água se utiliza para a indústria 54%, entanto que a agricultura representa 33% e o consumo doméstico 13% (Figura 1.2).

É importante distinguir entre água captada e água realmente consumida. Destes 3.600 km<sup>3</sup> de água captada anualmente, aproximadamente a metade é evaporada e transpirada pelas plantas. A água que não é consumida regressa aos rios ou se infiltra no solo e é armazenada nos aquíferos. Contudo, geralmente, esta água é de pior qualidade que a água extraída.

Conforme mostra a Figura 1. 3 a agricultura consome efetivamente 93% da água captada. Com relação à água que é captada para o abastecimento doméstico, cerca de 96% regressam aos rios e aquíferos como água residual. A indústria consome aproximadamente 3% da água extraída.

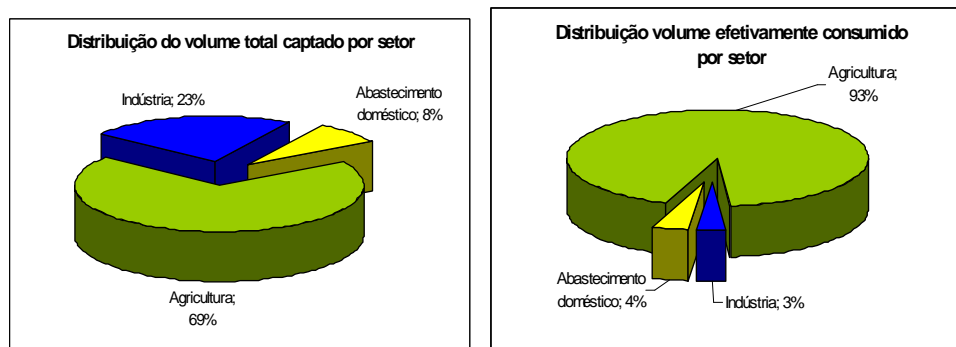


Figura 1.3: Distribuição de volume captado e efetivamente consumido de água por setor.  
 FONTE: Água y Cultivos FAO, 2002.

A Tabela 1.1 mostra alguns exemplos de quanta água é necessária para atender determinadas demandas de consumo do ser humano, tanto nas atividades domésticas como nas atividades industriais e agrícolas. No uso doméstico o consumo geralmente depende do padrão de vida, na indústria a quantidade de água utilizada depende especialmente da tecnologia e nível de reciclagem e na agricultura o tipo de irrigação é que marcará as diferenças no consumo.

Tabela 1.1: Consumo médio de água por atividades

A) Atividades Domésticas	(litros)
Banho de ducha	40 - 80
Banho de banheira	150 - 120
Lavar louça	5-15
Máquina de lavar roupa	80-120
B) Produtos Industriais	(litros)
1 l gasolina	10
1 l cerveja	20
1 kg couro	55
1 kg de açúcar	75
1kg de aço	85
1 kg de papel	250
1kg de tecido	1.000
1kg de alumínio	100.000
1 barril refinado de petróleo	290.000
C) Produtos agrícolas (1 kg)	( litros )
Legumes, raízes e tubérculos	1000
Óleo de palma	2000
Cítricos	1000
Cereais	1.500
Carne de boi	15.000
Carne de ovelha	10.000
Carne de frango	6.000

FONTE: Adaptado de: A) Estado das Águas no Brasil (1999); B) Barth 1987; C) FAO 1997.

### 1.3 A escassez da água

Como se apontou acima segundo as projeções para o ano 2025, devido ao aumento da população mundial, a disponibilidade global de água doce per capita decrescerá de 9.000 m<sup>3</sup> para 5.100 m<sup>3</sup> por pessoa, mas, mesmo assim esta quantidade seria suficiente para satisfazer as necessidades humanas. Contudo muitas regiões do planeta experimentam escassez de água, a seguir se apontam as principais causas desta preocupante situação.

Menos de 1% da água do planeta é doce e acessível para o homem. Além disso, este percentual varia consideravelmente, dependendo do lugar, do clima e da época do ano. Como se comentou anteriormente, cerca de 75% das chuvas anuais globais ocorrem nas áreas onde habitam apenas 33% da população mundial, ou seja, 67% da população vive em zonas do planeta que somente recebem 25% da água disponível anualmente. Estas condições naturais da água, por si só, geram situações de escassez de água em determinadas regiões, agravando-se ainda mais pelo rápido crescimento demográfico.

Por outro lado, a quantidade de água no mundo tem permanecido quase constante nos últimos 500 milhões de anos, mas a demanda mundial por este recurso cresceu intensamente. O aumento desta demanda não é provocado somente pelo crescimento demográfico, pois, durante o século XX a população da Terra triplicou-se enquanto o volume de água utilizada para fins humanos aumentou mais de seis vezes (ANEEL, 2001).

O desenvolvimento industrial, seguido da urbanização massiva e elevação dos níveis de vida de uma parte da população, além da demanda crescente na agricultura irrigada são fatores preponderantes para que o volume de água utilizado aumente tão desproporcionalmente com respeito à população.

Outro fator que agrava este quadro de escassez é o problema da poluição dos recursos hídricos que reduz consideravelmente a quantidade de água disponível.

Milhares de lagos estão atualmente sujeitos à acidificação ou à eutroficação -- processo pelo qual grandes aportes de nutrientes, particularmente fosfatos, levam ao crescimento excessivo de algas. Quando as algas em quantidade excessiva morrem, sua degradação microbiológica consome grande parte do oxigênio dissolvido na água, piorando as condições para a vida aquática. É possível restaurar a qualidade da água nos lagos, mas há um custo e o processo leva anos. Embora a poluição dos lagos e dos rios seja potencialmente reversível, o mesmo não acontece com a água subterrânea. Como a água subterrânea não recebe oxigênio atmosférico, sua capacidade de autopurificação é muito baixa, pois o trabalho de degradação microbiana demanda oxigênio.

A única abordagem racional é evitar a contaminação. Por sua vez, a recuperação da qualidade da água do oceano é incomparavelmente mais difícil do que a dos lagos e rios, segundo experiência já adquirida, que dita ainda mais precaução nesse caso.

Então, assegurar a quantidade de água necessária não basta. É preciso manter a qualidade da água para evitar problemas de escassez. A escassez de água ameaça a produção de alimentos, obstaculiza o desenvolvimento econômico e destrói os ecossistemas.

Existem diferentes critérios para definir as situações de escassez de água. FALMARK, (1989), determina o índice de disponibilidade de água como a relação entre os recursos hídricos renováveis e a sua população. Assim, um país experimenta *tensão hídrica* quando o fornecimento anual de água descende a menos de 1.700 metros cúbicos por pessoa. Quando os níveis estão entre 1.000 e 1.700 metros cúbicos por pessoa, prevêem-se situações de *escassez periódica* ou limitada de água. Quando os fornecimentos anuais de água são menores que 1.000 metros cúbicos por pessoa, o país enfrenta *escassez* de água<sup>4</sup>.

Espera-se, segundo a WBCSD 2007, que a demanda aumente consideravelmente no futuro por causa do desenvolvimento econômico e produção industrial crescente em muitos lugares do mundo. Muitas regiões no mundo estão alcançando um ponto de *tensão hídrica* onde a água já não pode atender as demandas das populações humanas (Figura 1.4),.

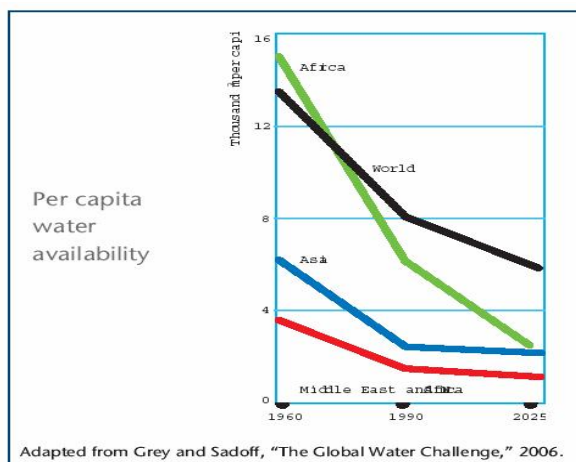


Figura 1.4: Disponibilidade per capita de água nos continentes e no mundo.  
 FONTE: Adaptado de "The Global Water Challenge" de 2006

Assim, em 1990, 28 países, que abrigavam mais de 335 milhões de habitantes enfrentaram *tensão hídrica* ou escassez de água. Em 1995 eram 31 países com 458 milhões de pessoas que experimentaram *tensão hídrica* ou escassez de água. Então, poder-se-ia afirmar que em termos de países foram somente três países que se somaram à situação de escassez, mas em termos de número de habitantes o aumento foi de quase 125 milhões durante estes

<sup>4</sup> Malin Falkenmark formulou os conceitos de *tensão hídrica* e de *escassez* de água baseando-se no índice das necessidades de água doce *per capita*. Para tanto estimou uma necessidade mínima de 100 litros por dia por pessoa para uso doméstico, e de 5 a 20 vezes mais para usos agrícolas e industriais.

cinco anos, o que mostra o aumento da população em países com escassez de água. (ENGELMAN, 1995).

#### **1.4 Situação Atual dos Recursos Hídricos no Brasil**

Embora não haja um consenso sobre o assunto, estima-se que o Brasil detém algo entre 8% e 15% dos recursos hídricos totais do mundo. Segundo Rebouças (2000) o potencial hídrico superficial brasileiro é de 182.600 m<sup>3</sup>/s que correspondem a 53% do total da América do Sul e a 12 % do total mundial. O volume de água subterrânea estimado é de 112.000 km<sup>3</sup>.

##### *Disponibilidade, distribuição e usos múltiplos da água.*

O Brasil é um país que recebe chuvas abundantes (de 1.000 a 3.000 mm/ano) na maior parte do seu território. Esta condição climática, associada às condições geológicas, ajuda a formar uma ampla e densa rede hidrográfica.

No seu território correm extensos, largos e profundos rios destacando-se os rios Amazonas, São Francisco, Tocantins, Paraná, Uruguai, Paraguai, etc. O rio Amazonas possui o maior volume de água do mundo (vazão 216.342m<sup>3</sup>/s), é considerado um rio essencial para o planeta. Os recursos hídricos subterrâneos também são representativos, na maioria do território brasileiro, existe aquíferos com balanço hídrico positivo com grande recarga, incluindo 70% do Sistema Aquífero Guarani (com uma área total de 1,2 milhões de km<sup>2</sup>) o maior manancial de água doce subterrânea trans-fronteiriço do planeta.

O País é privilegiado em termos de disponibilidade hídrica global, dispõe de uma produção hídrica média anual de águas superficiais de 182.600 m<sup>3</sup>/s. Segundo dados da ANA, (2002) o volume per capita é quase 40.000 m<sup>3</sup>/hab.ano, o que coloca o Brasil, de acordo com os índices de disponibilidade hídrica, na classe dos países ricos de água doce do mundo. No entanto, como ocorre em todo o planeta, há grande variabilidade espacial e temporal na sua disponibilidade hídrica. A distribuição irregular das chuvas, aliada à possibilidade de grande intervalo de tempo entre elas, responde pelo caráter intermitente de muitos rios na Região Nordeste do Brasil.

Embora, em média, no Brasil ocorra um alto indicador de água renovável por ano, há alguns estados brasileiros -Tabela 1.2 - que apresentam uma situação de *escassez periódica*.


Tabela 1.2: Estados Brasileiros em situação de *ôescassez periódica*

Estados	Disponibilidade (m <sup>3</sup> /hab/ano)
Alagoas	1.545
Distrito Federal	1.338
Paraíba	1.327
Pernambuco	1.173
Rio Grande do Norte	1.523
Sergipe	1.422

FONTE: CHRISTOFIDIS, 2003

De acordo com a divisão adotada pela Secretaria de Recursos Hídricos do Ministério do Meio Ambiente, são doze as grandes bacias hidrográficas no País.

Tabela 1.3: Bacias Hidrográficas brasileiras e percentuais de área, população e disponibilidade hídrica.

Bacia	% Área	% População	% Disponibilidade	
1 Amazônica	45,0	4,5	70,0	
2 Tocantins - Araguaia	11,3	4,7	9,6	
3 Atlântico Nordeste Ocidental	3,0	2,8	1,6	
4 Parnaíba	3,9	2,1	0,5	
5 Atlântico Nordeste Oriental	3,4	12,7	0,5	
6 São Francisco	8,0	8,0	2,0	
7 Atlântico Leste	4,4	8,0	1,0	
8 Paraguai	4,0	1,0	1,0	
9 Paraná	10,3	32,0	6,5	
10 Atlântico Sudeste	2,7	15,1	2,1	
11 Atlântico Sul	2,0	6,8	2,6	
12 Uruguai	2,0	2,3	2,6	
	100	100	100	

FONTE: ANA, 2002.

A Tabela 1.3 mostra esta desigual distribuição das águas em relação à densidade populacional, aproximadamente 80% das descargas anuais dos rios brasileiros ocorrem nas regiões hidrográficas dos rios Amazonas e Tocantins, onde se tem a mais baixa densidade demográfica do país, com apenas 9% da população total, portanto somente 20% da produção hídrica ficam disponíveis para 91% da população.



Tabela 1.4. Distribuição dos recursos hídricos superficiais no Brasil, por regiões definidas pelo IBGE

Região	Área (% do Total)	População (% do Total)	Recursos Hídricos (% do Total)
Norte	45,3	6,98	68,5
Centro-Oeste	18,8	6,41	15,7
Sul	6,8	15,05	6,5
Sudeste	10,8	42,65	6,0
Nordeste	18,3	28,91	3,3

FONTE: SRH/MMA, 1998.

A Tabela 1.4 confirma este desequilíbrio focalizando as cinco regiões econômicas. Conforme classificação do IBGE, a região Norte detém cerca de 70% dos recursos hídricos do país, e 7% da população, em contrapartida, na região Sudeste onde se encontram as maiores concentrações populacionais do país (42,6% do efetivo populacional), que se situam distante dos grandes rios brasileiros e possuem 6% da água do país, e a região Nordeste, que abriga 28,91% da população, dispõe apenas de 3,3% dos recursos hídricos.

Outro problema, não captado pelos índices de disponibilidade média, é a variabilidade temporal, uma vez que a média anual de longo período pode espelhar um valor relativamente tranquilizador, mas que esconde uma grande variabilidade intra-anual (com estações muito chuvosas e estações muito secas) e/ou variabilidades interanual, onde em alguns anos existem grandes excessos e em outros grandes déficits (o que é característico da região semi-árida nordestina).

As regiões hidrográficas pertencentes às Bacias Uruguai e Atlântico Sudeste, possuem elevada disponibilidade natural de água, mas a intensa e desordenada ocupação provocam problemas de escassez, que tem mais a ver com a qualidade requerida pelo uso. As regiões hidrográficas do Atlântico Nordeste, do São Francisco, e a parte oeste da Bacia do Paraná apresentam baixa pluviosidade ao longo do ano e também secas plurianuais.

Os solos rochosos não permitem que a água alimente os lençóis subterrâneos e, por fim, uma forte insolação transforma em vapor 90% da água trazida pelas chuvas. Esta situação, aliada as elevadas densidades populacionais, sobrecarrega a utilização dos recursos hídricos agravando o problema de disputas pela água. No extremo oeste da região hidrográfica do Paraná, o Pantanal Mato-grossense é uma área com pouca água disponível, densidade demográfica pequena e baixa declividade, isto ajuda a aliviar a pressão nos recursos hídricos. Esta situação favorável contribui para manter uma rica flora e fauna.

## *Usos da água no Brasil*

Com relação à utilização dos seus recursos hídricos o Brasil não se diferencia do resto do mundo destinando a maior parte, aproximadamente 68%, para a produção agrícola, 18% para abastecimento humano e 14% para o setor industrial (ANA, 2002).

### *Abastecimento Urbano*

No âmbito global o consumo humano não apresenta uma demanda significativa, mas o crescimento da população urbana gera um aumento da demanda hídrica. O percentual de população urbana sobre a população total é de 78,37%, de um mínimo de 51,92% no Maranhão até 95,53% no estado do Rio de Janeiro. IBGE (1996).

Segundo Lanna (2001) o consumo médio mensal varia entre 16 m<sup>3</sup> (Alagoas) e 97 m<sup>3</sup> (Rio de Janeiro), com média brasileira de 34 m<sup>3</sup>/mês. Como geralmente moram quatro pessoas em cada unidade habitacional, o consumo diário por habitante fica entre 131 litros (Alagoas) e 795 litros (Rio de Janeiro), com média nacional de 279 L/per capita/dia, este consumo tem sua distribuição em chuveiros, torneiras, bacias, máquinas de lavar, entre outros.

A concentração da demanda de água em grandes áreas urbanas, como as regiões metropolitanas e a contaminação provocada pelas descargas de esgoto sem tratamento cloacal, industrial e de escoamento pluvial urbano, lançadas nos rios, degradam a qualidade das águas superficiais e subterrâneas e limitam o consumo humano.

Segundo o último censo do IBGE, cerca de ¼ das residências do país não conta com serviços de água potável e quase metade não tem serviço de esgoto. A ausência deste saneamento básico é a causa de 80% das doenças e de 65% das internações hospitalares no Brasil, cujos gastos anuais com doentes por estas causas são da ordem de US\$ 2,5 bilhões, de acordo com a Organização Mundial de Saúde.

O desperdício colabora significativamente com a limitação de água no abastecimento público, de acordo com o relatório da última reunião do Parlamento Latino Americano, realizada em 2003 no México, o Brasil desperdiça de 40% a 60% da água potável destinada para o consumo humano. A média considerada ideal pela ONU - Organização das Nações Unidas é de 20%.

### *Agricultura*

Especialistas estimam que o Brasil tenha uma área potencial de 120 milhões de hectares para uso agrícola, desta, 29,5 milhões são irrigáveis, porém atualmente somente 10% são irrigadas representando apenas 1% da área irrigada total no mundo. Até 1970 a irrigação era uma técnica pouco utilizada na agricultura, com exceção do Estado de Rio Grande do Sul (principalmente para cultivar arroz, empregando inundações) e alguns pequenos perímetros públicos de irrigação no Nordeste.

Dados recentes indicam que existem 3.149.217 hectares irrigados no Brasil, a maioria destas terras utiliza métodos de irrigação deficientes, somente em 8% se empregam métodos eficientes como microaspersão e gotejamento (irrigação localizada).

A implementação de políticas públicas de investimento em infra-estrutura hidráulica para irrigação, transmissão e distribuição de energia, de crédito para compra de equipamentos e custeio, incentivaram os agricultores a investirem em irrigação aumentando, assim, o número de hectares irrigados (ANA, 2002).

### *Indústria*

Apesar do crescente interesse pelo uso da água na indústria, ainda há, no Brasil, carência de dados sobre o consumo, a origem e a qualidade da água utilizada neste setor. A concentração industrial brasileira ocorre nas regiões Sudeste e Sul. Aproximadamente 74% do total da demanda industrial se concentram nas bacias do Paraná e Atlântico Sudeste. É importante mencionar o alto uso das águas subterrâneas nas indústrias.

### *Energia Hidroelétrica*

A energia elétrica atende a cerca de 92% dos domicílios no país. A produção de energia é realizada por usinas hidrelétricas e termoeletricas, sendo que as usinas hidrelétricas respondem, por cerca de 93% da energia elétrica gerada. O potencial hidrelétrico total do Brasil é de 260 GW, dos quais aproximadamente 22% encontram-se em operação. Grande parte do potencial hidrelétrico encontra-se na região Amazônica (35%), onde a demanda é pequena, enquanto que a maioria do potencial existente na região Sudeste de grande porte já foi explorada. Próximo dos centros de consumo, o rio Uruguai é o sistema com o potencial mais importante (TUCCI, *et al*, 2001).

### *Transporte Hidroviário*

O Brasil tem mais de 4 mil quilômetros de costa atlântica navegável e milhares de quilômetros de rios. Apesar de boa parte dos rios navegáveis estarem na Amazônia, o transporte nessa região não tem grande importância econômica, por não haver nessa parte do país mercados produtores e consumidores de peso. Nas regiões Sul e Sudeste encontram-se os trechos hidroviários mais importantes. A navegação fluvial é o sistema de menor participação no transporte de mercadorias no Brasil.

### *Outros usos não consuntivos.*

As águas brasileiras são utilizadas também para pesca, piscicultura, recreação e turismo. O potencial destas atividades econômicas é enorme, hoje são produzidas 100.000 toneladas de peixe por ano, mas a capacidade estimada é de pelo menos 30 vezes maior. Certamente se deverão levar em conta os efeitos negativos que esta exploração poderia causar ao meio ambiente. (NOVAIS, 2003).

Nos últimos anos a recreação, o turismo ecológico e o turismo em geral têm-se desenvolvido em rios e represas do interior do Brasil, estas atividades representam uma importante fonte de ingressos para todas as regiões do país, contudo exigem águas de excelente qualidade.

A água é um recurso natural estratégico indispensável para garantir a sobrevivência do ser humano e sua característica principal é a multiplicidade de seus usos, como já foi indicado ao longo deste capítulo. A seguir concentra-se este estudo especialmente no uso da água na agricultura, não somente pela importância deste setor, mas também porque o tema principal da tese está relacionada à agricultura.

## CAPÍTULO 2. ÁGUA NA AGRICULTURA

A agricultura é considerada como a arte ou processo de cultivar os campos com vistas à obtenção de alimentos úteis para o ser humano e animais. A importância desta atividade na vida do homem é fundamental, pois além de ser a principal fonte de suprimento de alimentos do mundo, ela permite a produção de fibras, energia e matérias-primas que são aproveitadas em diferentes tipos de indústrias.

Os hidrólogos explicam que o total anual de precipitações sobre os continentes e ilhas é de cerca de 110.000 km<sup>3</sup>. Desse total aproximadamente 44.000 km<sup>3</sup> se convertem em escoamento superficial ou subterrâneo, e representa o recurso bruto de água doce que dispõe o planeta, a chamada *água azul* (rios, lagos e massas de água subterrânea), ver Figura 2.1. Mas somente uma parte deste total se encontra convenientemente regulada e próxima ao lugar onde pode ser usada para a agricultura. A parcela da precipitação que é retida no solo e evapora, ou é incorporada às plantas e organismos, denominada *água verde*, corresponde a um volume anual de cerca de 66.000 km<sup>3</sup>, e representa a fonte de recursos básicos primários para os ecossistemas e da agricultura de sequeiro. (WWV, 2000)

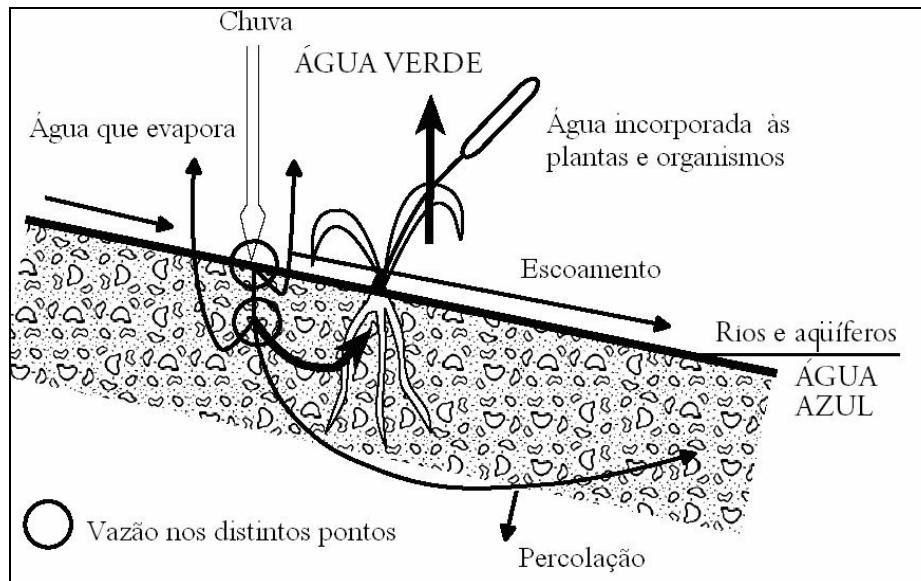


Figura 2.1: Escoamento superficial e subterrâneo, sua influência na planta.  
 FONTE: Rockstroem, J. 1997, *apud* KLOHN, 1999.

Agricultura de sequeiro é aquela que depende exclusivamente do regime de chuvas e utiliza a água precipitada antes que esta se concentre em zonas superficiais ou subterrâneas. A agricultura irrigada complementa a precipitação natural manipulando as condições originais

para manter um suprimento regular de água para as plantas. Cerca de 60% da produção agrícola mundial anual corresponde à agricultura de sequeiro. (CHRISTOFIDIS, *et al*, 2004).

## 2.1 Características da água para agricultura.

A água possui características únicas que determinam sua alocação e uso na agricultura. A seguir identificam-se algumas (FAO, 2004).

Água para irrigação pode ser bombeada de reservas subterrâneas, ou extraída de rios ou corpos de água superficial armazenada, e aplicada à planta por inundação via canais, aspersão ou gotejo. As plantas também aproveitam a água das precipitações. A água infiltra no solo, evapora ou escoar como água superficial. Da água que infiltra na terra, uma parte é aproveitada pelas plantas (e depois perdida através da transpiração) e outra parte filtra mais profundamente (percolação), recarregando os aquíferos. Esta água pode ser poluída com agro-químicos (fertilizantes, herbicidas e praguicidas), com sais lixiviados da terra e com efluentes de desperdício animal.

O consumo de água para agricultura é exclusivo, assim não está disponível para outros usos. Porém, só uma proporção pequena da água retirada é consumida pelas plantas, o resto volta mais tarde e em lugares diferentes ao sistema hídrico, possivelmente para novos usos. Fluxos de retorno de água podem entrar de novo no sistema de água superficial a jusante, pode infiltrar nos aquíferos, ou evaporar, retornando ao sistema de hidrológico em forma gasosa. Contudo, geralmente, esta água é de pior qualidade que a água extraída.

A água é um recurso ãvolumosoã isto significa que seu valor econômico por peso de unidade ou volume tende a ser relativamente baixo. Então, seu transporte requer um custo alto por unidade de volume e não é economicamente viável em longas distâncias a menos que um valor marginal alto possa ser obtido. Os custos de extração, armazenamento e qualquer transporte tendem a ser altos comparados com o valor econômico baixo que é dado ao uso de uma unidade adicional de água. Isto pode criar valores diferentes para água dependendo de situações específicas (Young, 1996).

Uma propriedade adicional da água para a agricultura é que a quantidade ofertada não pode ser especificada facilmente; é determinada através de vários processos: o fluxo de água; evaporação da superfície; e filtração no solo. No caso de água superficial, a provisão é em

grande parte determinada pelo clima. Por conseguinte, a quantidade oferecida é variável e pode ser incerta, afetando o valor da água em alguns usos.

As características de demanda de água para irrigação relacionam a quantidade, lugar, tempo e qualidade. A irrigação geralmente requer volumes grandes de água que podem ser de baixa qualidade, ao contrário da demanda de água para abastecimento doméstico, que são quantidades menores, mas em compensação de alta qualidade.

Em termos de tempo, a demanda de água para irrigação pode estender-se através de toda a estação de crescimento da planta. As necessidades de água para agricultura são periódicas. A demanda máxima (pico) de água para irrigação normalmente não coincide com os fluxos máximos de água superficial. A Figura 2.2 mostra um caso fictício, o que provoca a necessidade de armazenar água além dos corpos de águas naturais (lagos, banhados, e aquíferos) e assim constroem-se os açudes.

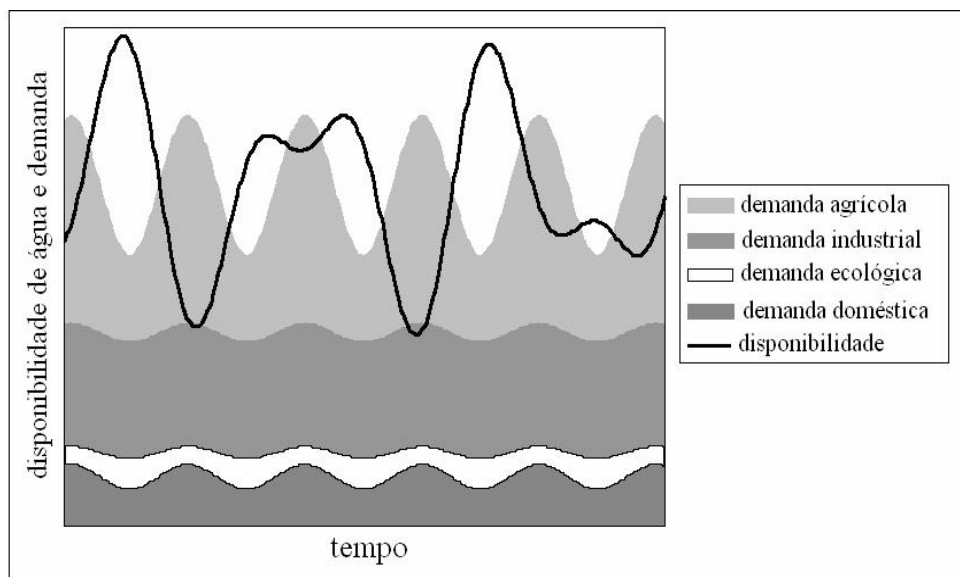


Figura 2.2: Variação da disponibilidade e a demanda e confiabilidade da oferta.  
 FONTE: SAVENIJE, *et al.*, 2001.

Embora a qualidade de água requerida para irrigação seja baixa, altos níveis de salinidade impedem seu uso para irrigação, e suprimentos contaminados podem reduzir a qualidade do produto (por exemplo, hortaliças), então a qualidade da água para irrigação não será tão alta como a de consumo humano, mas deve ter uma qualidade adequada. É implicada agricultura em assuntos que interessam qualidade de água.

## 2.2 Uso da água na agricultura

Como se indicou no Capítulo anterior, em todas as regiões do mundo, com exceção da Europa e América do Norte, a agricultura é o setor que mais capta água, cerca de 70% da extração total, e também o que mais consome efetivamente 93%. A água usada para irrigação vem de fontes superficiais e/ou subterrâneas. O uso de água subterrânea pode completar o de água superficial durante períodos de baixo fluxo, deixando água superficial disponível para usos alternativos.

A água utilizada na produção agrícola sob irrigação correspondeu, em 2000, a um volume de cerca de 2.500 km<sup>3</sup> (Figura 2.3), acarretando o índice médio específico mundial de 9.436 m<sup>3</sup>/ha/ano. Em dez anos, houve uma melhoria de eficiência nos sistemas de irrigação da ordem de 5%. Estima-se que no ano 2025, o índice médio mundial de uso de água na irrigação esteja em 8.100 m<sup>3</sup>/ha/ano de água.

A irrigação consome uma grande parte da água extraída devido à evaporação nas represas, açudes, canais e solos além da transpiração das plantas. Dependendo da tecnologia, o consumo oscila entre 30 e 40% para irrigação por inundação e 90% para irrigação por gotejo. O fluxo excedente recarga as águas subterrâneas ou contribui aos fluxos de drenagem ou retorno. Esta água usualmente se reutiliza, mas tem concentrações mais altas de sal e com frequência está contaminada com nutrientes, sedimentos e substâncias químicas (pesticidas, herbicidas) que afetam o ecossistema.

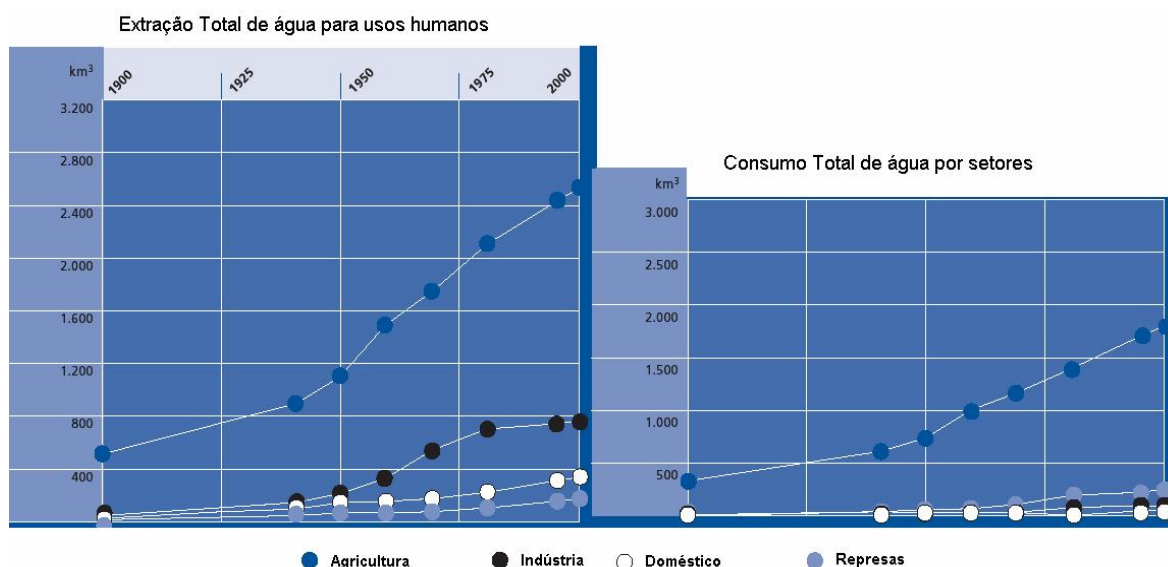


Figura 2.3: Extração e consumo de água por setores.  
FONTE: WWV, 2000.



### 2.3. Irrigação no mundo e no Brasil

A irrigação é o conjunto de técnicas destinadas a deslocar a água no tempo ou no espaço para modificar as possibilidades agrícolas de cada região. A irrigação visa corrigir a distribuição natural das chuvas.

No mundo, a superfície do solo destinada à agricultura tem aumentado 12% desde os anos sessenta até abranger hoje cerca de 1.500 milhões de hectares, destes aproximadamente 18% (270 milhões de hectares) são irrigados e são responsáveis por 42% da produção mundial de alimentos, enquanto a agricultura de sequeiro responde pelos 58% restantes. Portanto, a água da chuva produz mais alimentos que a água de rego, considerando ainda que a água de chuva também contribua para a agricultura irrigada. As pastagens e as colheitas ocupam 37% da superfície terrestre do planeta. (FAO, 2002).

A agricultura irrigada teve um papel fundamental na *revolução verde* e na segurança alimentar mundial. Sua prática tem evoluído devido ao interesse dos produtores em obter maior produtividade, segurança de produção, antecipação de safras, qualidade de frutos e, conseqüentemente maior produtividade e melhoria de renda.

A Figura 2.4 apresenta a evolução da área irrigada nos continentes e no mundo. Pode-se observar que a Ásia é o continente com a parcela mais expressiva das áreas irrigadas no mundo (64% em 1975 e 70% em 1999), a China e a Índia representam quase a metade das áreas irrigadas da Ásia. Os demais continentes mantêm certa invariabilidade ao longo do período considerado.

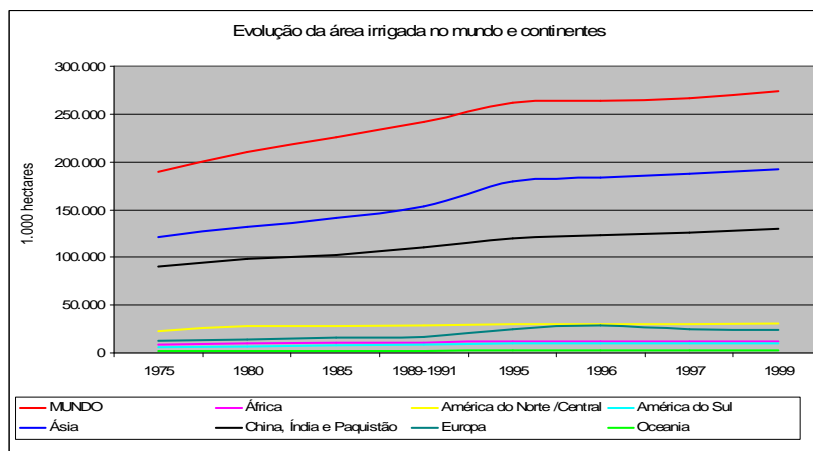


Figura 2.4: Evolução da área irrigada nos continentes e no mundo.

FONTE: FAO (2001)

Nas regiões tropicais com escassez de água como na África subsahariana, a agricultura de sequeiro se pratica em mais de 95 % da área cultivada, e continuará sendo a principal fonte de abastecimento de alimentos das populações. Em compensação, em muitos países da Ásia (Coréia do Norte, Coréia do Sul, Iraque, Japão, Paquistão, Uzbequistão, etc.) as áreas irrigadas representam mais de dois terços das áreas cultivadas. No Egito a agricultura é 100% irrigada (ESTADO DAS ÁGUAS, 2002). A Figura 2.5 mostra as áreas cultivadas e as áreas irrigadas nos continentes e no mundo em 1999.

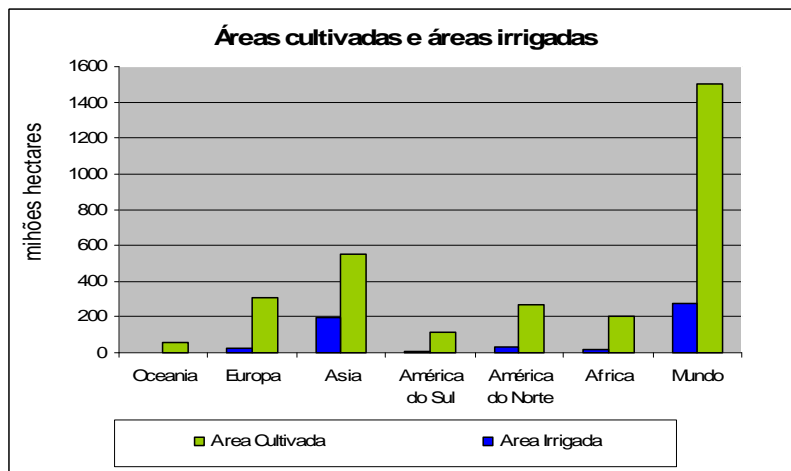


Figura 2.5: Áreas cultivadas e as áreas irrigadas nos continentes e no mundo. FONTE: ESTADO DAS ÁGUAS 2002.

### *África*

No continente africano 85% da água extraída se aplicam na agricultura. Mais da metade do total corresponde à região Norte do continente. Em toda África, cerca de 14 milhões de hectares dispõem de alguma forma de controle da água para a irrigação. Cinco países: Egito, Sudão, África do Sul, Marrocos e Madagascar, possuem 60% do total. Por outra parte, 28 países, que representam 30% do continente, têm menos que 5% da área irrigada. O cultivo irrigado predominante é o arroz, que ocupa um terço da área total. Não é possível encontrar cifras sobre a intensidade de uso da terra sob irrigação. A determinação realista da área potencial de irrigação é incerta, porque depende de fatores pouco conhecidos. Para orientar as idéias se pode aventurar uma cifra de 40.000 hectares.

### *Oriente Médio*

Para o estudo sobre o Oriente Médio se consideraram 29 países de cinco sub-regiões: o Maghreb, a África norte-oriental, a península da Arábia, Oriente Médio propriamente e seis

países da Ásia Central. Esta é a região mais pobre em recursos de água do mundo. Alguns destes estados são grandes usuários de água desalinizada (77% do total em Arábia Saudita, Emirados Árabes Unidos e Kuwait) e de águas domésticas tratadas (66% do total na Síria, Arábia Saudita e Egito). 91% das extrações de água se destinam à agricultura. A área total sob irrigação compreende 47,7 milhões de hectares (esta cifra inclui o norte do continente africano), dos quais 59% correspondem à Ásia Central e 33% o Paquistão. Os principais cultivos são trigo e algodão. O potencial de irrigação, concentrado particularmente no Irã e Paquistão, se encontra severamente limitado pela falta de água. Alguns países estão usando águas subterrâneas.

Esta região é a mais seca do mundo e freqüentemente padece de escassez aguda de água, tendo o menor nível de recursos hídricos per capita do mundo. Considerando os climas áridos e semi-áridos da zona, a irrigação representa a base do sector agrícola e as temperaturas elevadas, unidas a uma baixa infestação por pragas, favorecem a produção de cultivos irrigados. Contudo, à medida que a utilização dos limitados recursos hídricos renováveis e das águas freáticas não renováveis da região tem alcançado seus limites técnicos e naturais, se apresentam novos desafios para a agricultura de rego na zona.

#### *Ex URSS*

Este estudo compreende 15 países, dos quais o maior é a Rússia; 5 países da Ásia Central, 3 da Europa Oriental, 3 do Cáucaso e 3 do Báltico. As características destes estados são muito diversas. Todos eles passam por distintos graus de privatização das antigas fazendas coletivas e do Estado, com consideráveis dificuldades. Na região do lago do Aral se registraram enormes problemas com o desenvolvimento da irrigação realizado no passado. No Báltico, as dificuldades são principalmente de drenagem. No conjunto, 62% das águas se destinam à agricultura, mas na Ásia Central esta cifra chega a 91%. Há 29 milhões de hectares irrigados, dos quais a metade na Ásia Central e um quarto na Rússia. Os principais cultivos são de alimentos para animais (38%) e de trigo.

#### *Brasil*

No Brasil a área total plantada com lavouras permanentes e temporárias é de 65 milhões de hectares (7,6 % do território nacional) tendo se mantida invariável nos últimos 10 anos melhorando, no entanto, acentuadamente a produtividade. A evolução da área irrigada, no período de 1975 a 2001, indica que houve uma incorporação de área da ordem de 2,0

milhões de hectares, totalizando 3.149.217 hectares. A evolução da área irrigada no Brasil, no período de 1950 a 2001, pode ser observada na Figura 2.6.

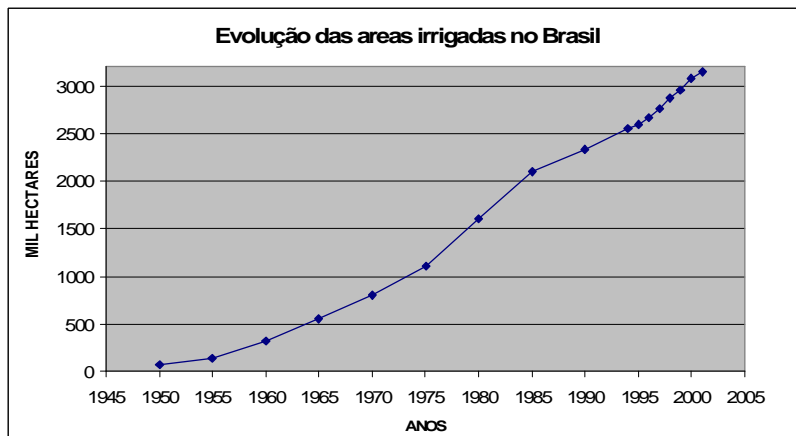


Figura 2.6: Evolução das áreas irrigadas no Brasil (1950 a 2001)

FONTE: ESTADO DAS ÁGUAS, 2002.

A área irrigada está distribuída nas regiões do país aproximadamente nas seguintes proporções Norte- 3%, Nordeste -19%, Sudeste- 30%, Sul- 41%, Centro-Oeste -7%. Em termos de porcentagem ocupada por métodos de irrigação, observa-se: superfície -58%, aspersão convencional -17%, pivô central -19%, localizada -6%. (Figura 2.7)

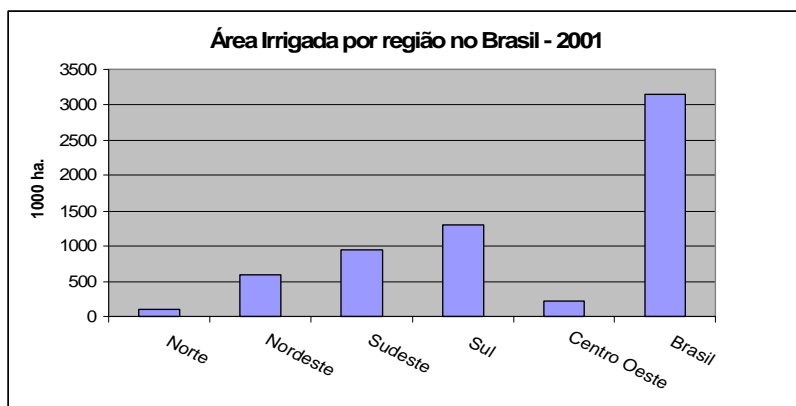


Figura 2.7: Áreas irrigadas no Brasil por região a 2001

FONTE: ANA, 2004

Os modelos de exploração da irrigação no Brasil variam conforme as regiões. Nas regiões Sul, Sudeste e Centro-Oeste predomina a irrigação privada, no Nordeste existe maior investimento em empreendimentos públicos, com objetivo de promover o desenvolvimento regional, em uma área com grandes problemas sociais. Nessa região, devido aos baixos rendimentos econômicos, as culturas tradicionais dão passo à fruticultura irrigada, que

assegura maior valor agregado ao produto com maior rentabilidade econômica. Esse processo alterou as características da demanda hídrica tanto na demanda sazonal, quanto no seu total anual (TUCCI, *et al*, 2001).

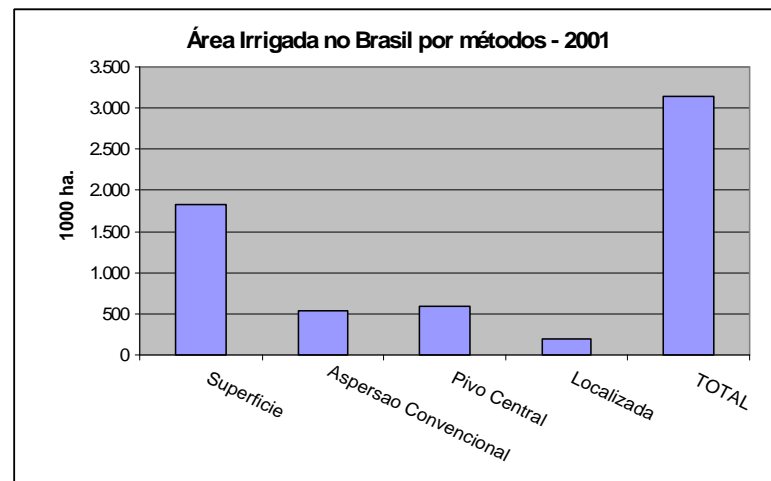


Figura 2.8: Distribuição das áreas irrigadas no Brasil considerando os diferentes métodos ó 2001

FONTE: ANA, 2004

A produção agrícola brasileira é muito significativa no exterior, a produção anual de café em meados da década de noventa foi de 2,6 milhões de toneladas, das quais a maioria foi exportada representando cerca de 25% do café do mundo. O país está entre os principais produtores mundiais de cana-de-açúcar, cacau, milho e laranja. Outros cultivos importantes são: a soja, o tabaco, a batata, o algodão, o arroz, o trigo, a mandioca e a banana. A safra 2002/2003 ([www.conab.gov.br](http://www.conab.gov.br)) alcançou o recorde de produção anual de grãos: é da ordem de 123,2 milhões de toneladas, das quais 42,3% é soja e 38,7% milho.

A produção animal (gado de corte, gado leiteiro, porcos, aves, e ovelhas) apresentou um forte dinamismo nos últimos anos. No período de 1990 a 2003 a produção de carnes de frango triplicou, alcançando 7,8 milhões de toneladas, carne bovina cresceu 85% totalizando 7,6 milhões de toneladas, carne suína 2,8 milhões de toneladas, crescimento de 173,3%.

Dados do Ministério de Agricultura mostram um excelente desempenho do setor agrícola. No período de 1990 a 2003 o aumento extraordinário da produtividade, duplicou a produção brasileira de grãos enquanto a área cultivada cresceu 15%. A eficiência dos agricultores assegura duas safras de milho usando a prática de sequeiro. Embora ainda se importe trigo, a produção nacional nos últimos cinco anos aumentou 80%. (REVISTA AGRONEGÓCIO, 2004).

## 2.4 Potencial agrícola e de irrigação no mundo e no Brasil

Os principais indicadores de solos aptos à produção agrícola, no mundo, apontam a existência da possibilidade física de elevar a área cultivada de 1,5 para 3,55 bilhões de hectares por ano. Na Tabela 2.1 apresenta-se estas potenciais áreas cultivadas classificadas em duas categorias: aquelas com produtividade média agrícola equivalente inferior a 10 t/ha/ano, e os de rendimento médio superior a tal índice.

Tabela 2.1: Produtividade Agrícola Equivalente em milhões de hectares.

Produtividade	América do Sul	América do Norte e Central	Europa	Oceania, África e Ásia	Mundo	%
Menor que 10t/ha/ano	12	340	150	560	1.062	30
Maior que 10t/ha/ano	580	270	240	1.400	2.490	70
Totais	592	610	390	1.960	3.552	100
%	16,7	17,2	11	55,2	100	

FONTE: CHRISTOFIDIS, 2002

No Brasil, o Ministério da Agricultura estima que o crescimento potencial da agricultura brasileira possa basear-se fortemente na expansão da fronteira agrícola e estima que a área agricultável (agricultura de sequeiro e agricultura irrigável) disponível seja de 90 milhões de hectares. Este número pode ser ampliado a 140 milhões de hectares considerando que uma importante área de pastagem pode ser convertida em área de cultivo (REVISTA AGRONEGÓCIO, 2004).

No que se refere às áreas irrigadas no mundo estima-se que o máximo possível de crescimento *de forma sustentável* da superfície irrigada seja de mais 200 milhões de hectares, então 470 milhões de hectares de terras poderão ser irrigadas no mundo, para produzir alimentos e atender a demanda da população nos próximos 50 anos.

Este possível acréscimo, de 200 milhões de hectares na área mundial dominada por sistemas de irrigação, considera a possibilidade das áreas potenciais brasileiras, que representam um adicional à atual área irrigada (3,15 milhões de hectares), de cerca de 26 milhões de hectares, ou seja, 13% das capacidade mundial de incorporação de novas áreas para agricultura irrigada. Então, no que diz respeito aos solos aptos para o desenvolvimento da agricultura irrigada de forma sustentável o potencial brasileiro está estimado em 29.564 mil hectares. (CHRISTOFIDIS, 2002).

A região Norte apresenta quase a metade do potencial total de terras ainda disponíveis e aptas para irrigação no país, a região Nordeste é a que apresenta menor potencial agrícola neste sentido (Tabela 2.2).

Tabela 2.2: Potencial de solos para desenvolvimento sustentável da irrigação ó Brasil (mil hectares)

Região	Várzeas	Terras altas	Total	%
Norte	9.298	5.300	14.598	49,4
Nordeste	104	1.200	1.304	4,4
Sudeste	1.029	3.200	4.229	14,3
Sul	2.207	2.300	4.507	15,2
Centro-Oeste	2.326	2.600	4.926	16,7
Total	14.964	14.600	29.564	100,0

FONTE: Estudos desenvolvidos pelo MMA/SRH/DDH (1999) revisados por CHRISTOFIDIS (2002)

Condições climáticas e físicas é que não faltam ao Brasil para assumir tal cenário, no entanto para que este desenvolvimento tenha bases sustentáveis exigirá gerenciamento e trabalho integrado com os demais usuários da água, sem esquecer que o meio ambiente deve ser preservado.

## 2.5 Desperdício e impactos negativos na agricultura

As informações da Figura 2.8 mostram uma clara situação de desperdício, pois somente 6% dos 3.149.217 hectares utilizam irrigação localizada, embora seja um dos métodos mais eficientes na relação entre produtividade e unidade de água e predominam os métodos de irrigação de baixa eficiência. Em outras palavras, perde-se muita água com a irrigação feita com métodos pouco eficientes. Mesmo nos países desenvolvidos, em apenas 1% das áreas irrigadas é adotado o método de gotejamento (COELHO, *et al*, 2005)

Tabela 2.3: Métodos de irrigação e faixas de perdas.

Método de Irrigação	Perdas (%)
Superfície (água escorre por sulcos)	60
Aspersão convencional (canhão)	25 - 50
Pivô Central	15 -25
Localizada	5 -15

Na Tabela 2.3 observa-se os indicadores de perdas no uso de recursos hídricos para cada método de irrigação, segundo REBOUÇAS, 2003.

Em âmbito mundial, estima-se a eficiência da irrigação em 45% (SERAGELDIN, 1995), isto é, menos da metade da água derivada dos mananciais chega a ser efetivamente utilizada pelos cultivos. No Brasil, com base no ano 1998, calcula-se uma eficiência média da irrigação de 60,6%, sendo que no Nordeste a eficiência é mais elevada, da ordem de 66%. (CHRISTOFIDIS, 2003)

A agricultura irrigada tem impacto significativo sobre o meio ambiente. Um efeito positivo é que a irrigação de uma pequena área de alta produtividade freqüentemente pode substituir o cultivo de maiores superfícies de terras. Contudo, a captação de água dos rios e lagos para a irrigação também pode colocar em perigo ecossistemas aquáticos, como os banhados provocando perdas de produtividade e biodiversidade (FAO, 2002).

Os produtos químicos que se usam na irrigação contaminam frequentemente o escoamento superficial e as águas subterrâneas. O potássio e o nitrogênio aplicados nos fertilizantes, tanto irrigação como em sequeiro, podem ser lixiviados em direção às águas superficiais ou subterrâneas produzindo proliferações de algas e eutrofização.

A irrigação também permite a concentração de sais que existem na água de forma natural, que depois retornam para as águas superficiais ou subterrâneas. CIRELLI (1998) afirma que mais de 10% das terras irrigadas do mundo sofrem variados níveis de salinização e a extensão e severidade deste fenômeno está incrementando-se. A qualidade da água superficial se deteriora por causa da poluição industrial e urbana, assim como pelos resíduos químicos e orgânicos provenientes da agricultura.

## **2.6 Água e a Produção de Alimentos**

Uma pessoa, para se manter hidratada, consome em média quatro litros de água ao dia, já para alimentar essa mesma pessoa com uma dieta adequada (2.800 calorias em média) precisa produzir alimentos que consumirão em média 1.535 litros de água, sendo 27% deste volume utilizado para produção de alimentos de origem animal. Em países com maior poder econômico pode empregar-se até 2.736 litros, dos quais 64% são utilizados para produção de carnes e derivados. Isto explica porque a produção de alimentos requer a maior proporção de água doce. (ESTADO DAS ÁGUAS, 2002).

A água requerida para produzir dietas básicas com base em necessidades regionais varia de um mínimo de 640 m<sup>3</sup>/pessoa/ano para a África subsahariana, até um máximo de



1.830 m<sup>3</sup>/pessoa/ano para o continente norte-americano. Na América Latina estes números são da ordem de 1.000 m<sup>3</sup>/pessoa/ano. (TUNDISI, 2003).

Os cereais são a principal fonte de nutrientes para os seres humanos e para os animais, com eles pode-se atender até 80% das necessidades mundiais de alimentos. Os principais grãos cultivados são trigo, milho e arroz. O consumo de cereais em 1995 era de aproximadamente 1,9 bilhões de toneladas por ano (CHRISTOFIDIS, 2002).

Outro fator importante a ser considerado na produção de alimentos, apontado pelo mesmo autor, é a quantidade de água e terra que se destinam à produção de alimentos de origem animal. Na Tabela 1.2 se evidencia a considerável diferença no consumo de água para produzir 1 kg de cereais e 1 kg de carne de boi. No mundo, cerca de 1/3 dos solos é utilizado para produção de alimentos vegetais que são consumidos diretamente pelo homem. Os outros 2/3 dos solos cultivados resultam em produtos destinados a rações para animais, atividade pecuária que, indiretamente, produz alimentos que atendem à dieta alimentar humana.

Para KLOHN, 1999, os aumentos recentes da produção alimentar global se devem ao modelo de produção chamado *Revolução Verde*, modelo sustentado em quatro pilares interdependentes para assegurar uma alta produção: uso de variedades de alto rendimento, utilização de fertilizantes, controle de pragas e a irrigação. Entretanto, cada um destes passa por uma forma de crise: o aumento dos rendimentos se esgotou (embora, a tecnologia biológica prometa novos e substanciais aumentos da produtividade); o abuso de agro químico (fertilizantes e praguicidas) trouxe severos problemas ambientais; e a agricultura irrigada não pode continuar sua expansão que tinha no passado porque os recursos de água estão cada vez mais escassos e os projetos de desenvolvimento hidráulico cada vez são mais caros. A expansão global da área irrigada tem diminuído notadamente: se era 1,5% anual entre 1982 e 1993, atualmente não alcança 0,6%.

A FAO aponta uma crise da água na agricultura o que obrigaria a produzir mais com menos água. Estas propostas mundiais voltadas para a necessidade de produzir mais alimentos com menor quantidade de água (*more crop per drop*), baseiam-se no fato de que, por volta do ano 2025, cerca de 3 bilhões de pessoas (1,1 bilhão na África) estarão vivendo em países com tensão hídrica (disponibilidade menor que 1.700 m<sup>3</sup>/hab./ano), que ficarão assim incapacitados de produzir seus próprios alimentos e de exercer qualquer outra atividade produtiva.

## **2.7 A irrigação e os objetivos do desenvolvimento agrícola**

A alocação de água para a agricultura, por parte dos governos é justificada por conta de dois grandes objetivos: a segurança alimentar e o alívio da pobreza. Dotando água para a agricultura, as comunidades rurais permanecem na sua região de origem, com melhor qualidade de vida.

### **2.7.1 Segurança Alimentar**

O objetivo prioritário da seguridade alimentaria é assegurar certa disponibilidade de alimentos em calorias por dia e por habitante. Isto se obtém através da produção interna de alimentos e/ou importações de alimentos. A produção nacional de alimentos provém tanto da agricultura irrigada, usando a água azul, como da agricultura de sequeiro, que só usa água verde. Existem grandes aumentos da produção agrícola, baseados especialmente em incrementos da produtividade. A irrigação permite ampliar a produção agrícola proveniente de sequeiro, a produção adicional de alimentos obtida com irrigação é essencial para segurança alimentar a nível global, e a nível nacional para alguns países.

Uma das principais funções da agricultura, com certeza é a de produzir alimentos. Atualmente, a população mundial que a agricultura deve alimentar passa dos 6 bilhões de habitantes, e continuam crescendo a um ritmo de 80 milhões ao ano (KLOHN, 1999). A demanda por alimentos é também afetada por uma mudança de dietas que estão acontecendo em países em desenvolvimento como resultado do crescimento econômico, urbanização e mudança nas preferências alimentares. Populações de países em desenvolvimento estão tendendo a consumir mais produtos de gado, mais fruta e legumes, e menos cereais que no passado. (BRUINSMA, 2003).

Desde 1960, a quantidade média de alimentos disponível por habitante do planeta cresceu 30%. Assim, se em 1970 mais de 50% da população mundial vivia em países que disponham a nível nacional, de menos de 2.200 calorias por pessoa/dia, para meados dos anos noventa somente 10% da população mundial vive nestes países. Por outra parte, na atualidade mais de 50% dos habitantes do planeta se encontram em países que têm um nível alimentício satisfatório de mais de 2.700 calorias por pessoa, enquanto que em 1930 este percentual era só de 30% (KLOHN, 1999).

Contudo, ainda faltam alimentos no mundo o que provoca graves problemas de subnutrição e desnutrição. No continente africano, cerca de um em cada quatro seres humanos é subnutrido. Na Ásia e no Pacífico, 28% da população passam fome. No Oriente Médio, um em cada dez são subnutridos. A fome crônica afeta mais do que 1,3 bilhões de pessoas, segundo a Organização Mundial da Saúde. Se estima que nos países em desenvolvimento quase 800 milhões ainda sofrem fome e na mesma situação estão 30 milhões em outros países (FAO, 2002).

Para a FAO, 2002, a prioridade principal é aumentar a eficiência da irrigação, produzindo mais por cada m<sup>3</sup> de água empregada. Contudo, a questão da segurança alimentar não se resolve somente com a eficiência da irrigação, conforme CHRISTOFIDIS (2003) que considera que o desafio é superar as deficiências alimentares em duas frentes fundamentais: uma, produzir mais alimentos; outra desenvolver novos modelos alimentares com menores exigências do consumo de água e menos agressão aos ecossistemas de sustentabilidade da cadeia alimentar.

### **2.7.2 Alívio à pobreza**

Além da importância que tem a agricultura na segurança alimentar, a agricultura é um setor econômico como outros que geram emprego, ingressos e fortalece a economia nacional.

Em um ambiente apropriado e com planejamento satisfatório (por exemplo, provisão de treinamento e crédito), investimentos em projetos de irrigação, podem aliviar a pobreza, direta e indiretamente por meio de estímulos à economia rural. Realmente, grandes projetos de irrigação associados com a Revolução Verde na Ásia tiveram o propósito de aliviar a fome e a pobreza em lugar de lucros comerciais diretos. Esta noção e prática persistem.

Até mesmo se a irrigação não é o objetivo específico para beneficiar os pobres, esta estimula indiretamente o setor agrícola através do incremento da demanda de insumos agrícolas (incluindo emprego agrícola, serviços de artesãos locais que fabricam ferramentas e equipamento, sementes e fertilizantes) e o marketing do produto adicional. O aumento da renda dos agricultores pode criar demanda para bens e serviços não-agrícolas (por exemplo, carne, alimentos processados, roupa, e conserto de bicicletas). O resultado do estímulo de rendas de fora da fazenda pode ajudar a reduzir a pobreza absoluta em áreas rurais no longo prazo. (BRUINSMA, 2003), e pode reduzir a pobreza relativa se a prevalente distribuição de riqueza não é injusta.

O aumento da produção de alimentos provenientes da agricultura irrigada pode conceder benefícios nutricionais para os fazendeiros, as suas famílias e à população local (por incremento da oferta de alimentos). A irrigação permite múltiplos cultivos que amenizam os déficits sazonais de suprimento de alimentos e pode encorajar a produção de colheitas que contribuem para uma dieta mais variada e nutritiva e desta forma melhorar a qualidade de vida, reduzir doenças, constituir aumento de produtividade no trabalho, e melhorar o desempenho de crianças na escola (FAO, 2002).

## **2.8. Desafios da irrigação**

O suprimento volumoso de água para irrigação está sob pressão das demandas de outros setores usuários. A demanda de água para usos não-agrícolas está aumentando em resposta ao crescimento econômico, populações crescentes e aumento da urbanização. As elevadas demandas de água urbanas (para abastecimento doméstico e uso industrial) colocam-se como uma ameaça para a agricultura, pois as demandas urbanas têm prioridades maiores que as demandas rurais em situações de potencial conflito.

Em nível mundial, as retiradas de água para abastecimento humano e uso industrial quadruplicaram entre 1950 e 1995, enquanto as retiradas para irrigação só dobraram no mesmo período (FAO, 2003c). Em termos de demandas futuras em países em desenvolvimento, quanto às demandas de água não-agrícolas há previsão de aumentar 100% entre 1995 e 2025 e a demanda agrícola aumentará somente 12% (dadas tendências prevalentes). ROSEGRANT, *et al* (2002) observam que esta é a primeira vez na história mundial que o crescimento absoluto na demanda de água não-agrícola excederá o crescimento da demanda agrícola. Para 2025, em países em desenvolvimento, o resultado será uma caída de 10% (passando de 86% em 1995 para 76%) no consumo de água na agricultura.

Aumentos nas demandas de água não-agrícolas e as restrições em desenvolvimento adicional de novas fontes de água provocam aumento na escassez de água resultando na transferência inevitavelmente de água de uso agrícola para uso doméstico, que possui valor mais alto e usos industriais. Em áreas da Índia e a Filipinas, foram desviados suprimentos de água de grandes áreas irrigadas, temporária ou permanentemente, para satisfazer a demanda urbana, sem qualquer pagamento de compensação para fazendeiros por perdas resultantes na produção (IWMI, 2000).

## **CAPÍTULO 3. FUNDAMENTOS DA GESTÃO DA ÁGUA NO BRASIL**

### **3.1 Gestão dos Recursos Hídricos**

A concentração de usuários das águas em determinadas regiões pode levar a conflitos de interesse. A gestão é a forma de evitar, reduzir e permitir o convívio dos distintos interesses em uma região.

No Brasil a preocupação no que diz respeito ao gerenciamento dos recursos hídricos se inicia em 1934 com o Código de Águas, considerado avançado para a sua época, mas regulamentou-se e aplicou-se privilegiando o setor elétrico no aproveitamento dos potenciais hidráulicos, esquecendo-se de regulamentar os aspectos da qualidade das águas.

A Constituição Federal de 1988 modifica vários aspectos do Código de Águas, destacando-se o referente à dominialidade das águas, sendo extintos os domínios privado e municipal e todas as águas que passaram a ser de domínio público, dividindo-se em águas de domínio da União e de domínio dos Estados. Também, a nova Constituição determina em seu art. 21, inciso XIX, que a União iria instituir o Sistema Nacional de Gerenciamento de Recursos Hídricos.

Após quase 10 anos, em 1997 foi sancionada a Lei Federal 9.433, ou a Lei das Águas que regulamenta o inciso XIX do art. 21 da Constituição Federal, instituindo a Política Nacional de Recursos Hídricos e criando o Sistema Nacional de Gerenciamento de Recursos Hídricos.

A Lei nº 9.433 é pautada em seis princípios básicos, que vieram configurar um novo entendimento sobre o recurso água. Este passa a ser reconhecido como um domínio público, escasso e dotado de valor econômico, tendo como uso prioritário o consumo humano e dessedentação de animais, a gestão deve ser descentralizada e participativa, propiciando o uso múltiplo da água, e a bacia hidrográfica como unidade de planejamento.

#### **3.1.1 Instrumentos básicos de gestão da Água**

A Lei das Águas estabeleceu seis instrumentos básicos de gestão:

- Os Planos de Recursos Hídricos (por bacia hidrográfica, Estado e País);
- O enquadramento dos corpos de água em classes de usos;

- A outorga de direto de uso de recursos hídricos;
- A cobrança pelo uso dos recursos hídricos;
- A compensação a municípios;
- O sistema de informações sobre recursos hídricos.

*Os Planos de Recursos Hídricos* têm por objetivo fundamentar e orientar a implementação da Política Nacional de Recursos Hídricos e o gerenciamento dos recursos hídricos. Para que um plano reflita os anseios da sociedade e tenha legitimidade, deve ser elaborado e discutido amplamente com a sociedade. O plano definirá onde e como os recursos serão utilizados para então efetuar a sua arrecadação ou cobrança.

*O enquadramento* dos corpos d'água em classes de uso preponderante tem o objetivo de assegurar às águas qualidade compatível com os usos mais exigentes a que forem destinadas e de diminuir os custos de combate à poluição das águas, mediante ações preventivas permanentes. Segundo CAMPOS *et al* (2001) não há, nos meios técnicos, consenso quanto a considerar o enquadramento como um instrumento propriamente dito. Assim, considerando-se que o enquadramento dispõe sobre os padrões de qualidade dos corpos de água, ele seria um instrumento de gestão, mas, por outro lado considerando-se o enquadramento como um padrão de qualidade que se deseja para um corpo de água, poderia ser classificado como uma meta ambiental.

*A outorga* é classificada na literatura como um instrumento de Comando e Controle em que uma cota das disponibilidades hídricas é concedida para um dado uso, por tempo limitado, a determinado usuário. Para RIBEIRO (2000) os principais objetivos da outorga são assegurar o controle quantitativo e qualitativo dos usos das águas e proporcionar o direito ao acesso às águas. KELMAN (2000) esclarece que a outorga dá ao usuário apenas o direito de uso da água, sem aliená-la. CAMPOS *et al* (2001) observa que o estabelecimento de normas de amplitude nacional para regulamentar a outorga deve ser visto com muita cautela.

*A cobrança* pelo uso da água como instrumento de gestão pode ser entendida como o dispositivo da aplicação do princípio da Política Nacional, que vê a água como um bem escasso dotado de valor econômico. A cobrança é estabelecida por bacia, e os fundos arrecadados devem ser preferencialmente aplicados na própria bacia hidrográfica. O objetivo da cobrança é obter recursos financeiros para o financiamento dos programas e intervenções contemplados nos planos de recursos hídricos, deve servir ao usuário como indicador do

verdadeiro valor da água, além de estimular a otimização dos usos através da diminuição do consumo e tratamento adequado de efluentes.

*A compensação a municípios não é considerado como um instrumento de gestão propriamente dito. Como consequência de indefinições, na Sessão V da Lei 9.433 que trata da compensação a municípios, não consta nenhum artigo a respeito. (CAMPOS, 2001)*

*O Sistema de Informações sobre Recursos Hídricos é um sistema de coleta, tratamento, armazenamento e recuperação de informações sobre recursos hídricos e fatores intervenientes em sua gestão. Independente de constar na Lei há uma tendência a que tais sistemas sejam desenvolvidos, em virtude dos avanços da informática e das comunicações.*

### **3.1.2. Estruturas Institucionais**

A Lei 9.433/97 criou um novo sistema para o gerenciamento dos recursos hídricos, composto pelas seguintes estruturas:

*O Conselho Nacional de Recursos Hídricos, que é o órgão mais elevado na hierarquia do Sistema Nacional de Recursos Hídricos.*

*Os Conselhos de Recursos Hídricos dos Estados e do Distrito Federal possuem atribuições semelhantes ao Conselho Nacional, em nível estadual. A definição de suas atribuições é feita através das Leis Estaduais de Recursos Hídricos.*

*Os Comitês de Bacias Hidrográficas são criados para promover o gerenciamento das intervenções nessas áreas, uma espécie de parlamento das águas. Possuem poder deliberativo e devem, entre outras atribuições, aprovar o Plano de Recursos Hídricos da Bacia, arbitrar em primeira instância conflitos pelo uso da água, estabelecer mecanismos de cobrança e sugerir valores a serem cobrados.*

*As Agências de Água funcionam como braço executivo e técnico dos Comitês de Bacia, cabendo a elas executar as decisões dos comitês. Destacam-se entre suas atribuições, efetuar a cobrança pelo uso da água, mediante delegação do poder outorgante e gerenciar ou acompanhar a aplicação dos recursos arrecadados.*

Com a finalidade de implementar a Política Nacional de Recursos Hídricos, em 2000, foi sancionada a Lei Federal 9.984, que dispõe sobre a criação da Agência Nacional de Águas (ANA), entidade federal cuja finalidade é a coordenação do Sistema Nacional de Gerenciamento de Recursos Hídricos. Entre suas atribuições destacam-se: outorgar o direito de uso dos recursos hídricos e implementar a cobrança pelo uso da água em rios de domínio da União, arrecadando, distribuindo e aplicando as receitas auferidas em conjunto com os comitês de bacia.

### **3.2 A cobrança pelo uso da água.**

Segundo Lanna, (2001) os quatro principais usos da água que podem ser objeto de cobrança são:

- 1) Água disponível no ambiente (água bruta) usada como fator de produção ou de bens de consumo final;
- 2) Uso relacionado aos serviços de abastecimento público de água (captação, adução, tratamento, armazenamento e distribuição);
- 3) Uso relacionado aos serviços de Saneamento Básico (esgotamento sanitário);
- 4) Uso da água disponível no ambiente para transporte e diluição de despejos.

É importante esclarecer que quando se fala de cobrança se refere aos itens 1. e 4. pois os usos de abastecimento público e esgotamento sanitário já são cobrados no Brasil.

A Lei nº. 9433/97 determina que a fixação de valores a serem cobrados leve em conta captações, consumo e lançamento de efluentes líquidos ou gasosos. Estes valores arrecadados com a cobrança devem ser aplicados prioritariamente na bacia hidrográfica onde foram gerados, para o financiamento de estudos, programas, obras e custeio administrativo das entidades do sistema. A competência para implementar a cobrança é estipulada na Lei nº 9984/2000 e será da Agência Nacional de Águas em articulação com os Comitês de Bacia Hidrográfica.

Muitos especialistas no tema de gerenciamento de recursos hídricos apontam a cobrança pelo uso da água como um dos instrumentos de gestão mais apropriados e eficientes para induzir o uso racional dos recursos hídricos e combater o uso perdulário da água. Por outro lado é o mais polêmico e de difícil aplicação, pois devem definir-se os critérios e



mecanismos de cobrança mais adequados para uma determinada bacia, e para isto, primeiro convém definir quais os objetivos almejados pela cobrança.

Segundo o art. 20 da Lei 9.433/97, todos os usuários sujeitos à outorga serão cobrados. Portanto, a base de cálculo para a cobrança é a vazão outorgada. Assim, se integra um instrumento econômico (cobrança) a um instrumento de regulamentação ou comando-e-controle (outorga).

Alguns autores (MARTINEZ e BRAGA, 1997; KELMAN, 2000) encontram, na aplicação de instrumentos econômicos associados a instrumentos de regulamentação, muitas vantagens como o aumento da flexibilidade, melhora da eficiência e da relação custo/eficácia da política ambiental, além de auxiliar no controle e na colaboração dos usuários na fiscalização e facilitar a aceitação da cobrança pelos usuários.

#### *Crítérios para a Cobrança*

De uma maneira geral, a cobrança pelo uso da água é definida em termos de quantidade e/ou qualidade (poluição). Esta noção de cobrança encontra fundamentos nos princípios do usuário-pagador e poluidor-pagador, que estipulam que usuários e poluidores devem arcar com os custos de escassez quantitativa e qualitativa decorrentes de suas ações. Os critérios e características da cobrança variam de acordo com as particularidades dos recursos hídricos de cada país, mas podem ser resumidos da seguinte forma:

\_ *Cobrança por poluição*: A cobrança por poluição pode ser baseada na vazão de lançamento de efluentes nos corpos hídricos ou na intensidade dos mesmos. Neste segundo caso, um número variável de poluentes é levado em consideração (matéria orgânica, sólidos em suspensão, metais pesados, etc.). A cobrança pode variar ainda segundo a capacidade de assimilação dos corpos hídricos, o tipo e o tamanho do usuário.

\_ *Cobrança por captação*: A cobrança por captação aplica-se à utilização de águas subterrâneas e/ou superficiais. A cobrança pode basear-se tanto no volume outorgado ao usuário quanto no volume efetivamente captado. Ela pode ainda variar segundo critérios de sazonalidade, tipo de usuário e localização geográfica do ponto de captação.

### 3.3 A Cobrança pelo uso da água no setor agrícola

#### 3.3.1 Experiência Internacional<sup>5</sup>

Para a descrição desse item serão utilizadas as experiências dos países da Organização de Cooperação e de Desenvolvimento Econômico ó OCDE. Duas razões motivaram essa escolha. A primeira, a heterogeneidade dos países membros da OCDE, englobando países fortemente industrializados, todos os do chamado G7, passando por países que estão no nível intermediário de desenvolvimento. A segunda motivação, fatalmente a mais forte, foi a existência de fartos estudos.

Grosso modo, os países da OCDE podem ser divididos em três grandes grupos, em função da produtividade obtida com a agricultura irrigada. O primeiro engloba os países ou regiões onde, devido ao clima, a agricultura irrigada apresenta produtividade bem mais elevada do que a agricultura de sequeiro: Austrália, Grécia, Espanha, oeste dos EUA, México, Portugal, Turquia, Japão e sul da Itália. No segundo grupo, estão os países ou regiões onde a irrigação é utilizada como suporte, sobretudo para limitar os riscos: norte da França, norte da Itália, Nova Zelândia, Canadá e Reino Unido (Inglaterra e País de Gales). No terceiro grupo, estão aqueles países onde a agricultura irrigada é, geralmente, limitada à produção de hortigranjeiros no verão: Noruega, Áustria, Suécia, Finlândia, Dinamarca, Holanda, Bélgica, Polônia, República Tcheca, Alemanha e Suíça.

Evidentemente, o primeiro grupo é o mais complexo e o mais heterogêneo. As características comuns nesses países do primeiro grupo são notadamente:

- uma forte concorrência inter-setorial pelos recursos hídricos;
- grande diferença de produtividade entre as explorações com e sem uso de irrigação;
- uma participação forte e antiga de instituições públicas na construção de obras hidráulicas e/ou instalação de irrigação;
- dificuldades crescentes na preservação da qualidade ecológica dos mananciais sem redução da quantidade de água disponível para os usuários;
- aumento dos custos devido à utilização de novas fontes de abastecimento (mais distantes, demandando infra-estruturas mais complexas, etc.).

---

<sup>5</sup> Retirado de Santos Pereira Jaildo (2002).

A cobrança pelo uso da água na agricultura australiana, resultante do princípio de recuperação integral de custos, é menos elevada que em alguns países da OCDE, que ainda não utilizam esse princípio. Essa contradição aparente pode ser explicada por duas razões: a) a disposição de manter os direitos adquiridos inscritos - as reformas australianas foram bastante generosas com os irrigantes já instalados, de forma que a definição de recuperação integral de custos é bastante restrita a despesas com equipamento; b) os custos de distribuição de água na Austrália são intrinsecamente mais baratos do que em outros países semi-áridos, como a Espanha.

A Espanha é, sem dúvida, o país que apresenta a situação mais heterogênea. A cobrança pelo uso da água é formada por duas parcelas, uma destinada para as agências públicas de bacia e a outra destinada ao sindicato local dos irrigantes. Em geral, as variações de preço entre bacias e sindicatos de irrigantes são explicadas pela diferença de acesso aos recursos hídricos, pelas técnicas de irrigação empregadas e pela antiguidade do sindicato de irrigantes. No entanto, mesmo considerando esses fatores particulares, a parcela do preço destinado aos sindicatos de irrigantes flutua bastante, às vezes mesmo entre sindicatos vizinhos. Alguns estudos mostram que a aplicação da Diretiva Quadro das Águas, especialmente o princípio de recuperação integral de custos, eliminaria zonas irrigadas inteiras e deixaria outras praticamente intactas (VIÑAS *et al.*, 1998).

Em Portugal, a margem de manobra em matéria de tarifação de água para agricultura é muito restrita, devido ao fato de o desenvolvimento das superfícies irrigadas do país ter sido realizado essencialmente pelo setor privado. Nas redes de irrigação criadas pelo Estado, os preços da água são função das culturas e das técnicas de irrigação, de acordo com a capacidade de pagamento. Elas permitem, no entanto, arrecadar um montante que é insuficiente para cobrir os custos de operação e manutenção.

No México, apesar da cobrança pelo uso da água para agricultura ter aumentado nos últimos anos, ainda é relativamente pequena comparada com a média dos países da OCDE. Nas três décadas que antecederam os anos 90, os preços da água cresceram menos que a taxa de inflação e os custos reais de irrigação não eram cobertos por essa cobrança. A Comisión Nacional del Agua formulou o objetivo de recuperar pelo menos 30% dos custos de capital das novas obras realizada no novo Projeto de Irrigação e Drenagem (400 milhões de dólares E.U.) O Banco Mundial documenta que os irrigantes estão pagando entre 15% e 25% dos custos de reabilitação e modernização das áreas irrigadas, participação que aumenta até 50%

no caso de melhoras na rede menor de rego, atendidas pelo projeto (PRODEP) do Banco Mundial.

No Peru, a legislação define uma tarifa específica para o rego, que tem três componentes. O primeiro chamado Ingresso do Conjunto de usuários se destina a cobrir os custos de O&M dos sistemas de rego. O segundo é o cânone de água, que serve para financiar as teóricas Autoridades Autônomas de Bacia Hidrográficas, representando 10% do primeiro componente. O terceiro, calculado do mesmo modo, se destina a compensar ao Estado dos projetos públicos em infra-estrutura de regulação de bacias. Embora, a cobrança destas tarifas não tenha sido a norma geral. (FODEPAL, 2004)

Globalmente, a Grécia adota a mesma abordagem que Portugal e Turquia, estimular a agricultura e o desenvolvimento rural por meio da tarifação subsidiada de água. Entretanto, a situação da Grécia é um pouco mais complexa, notadamente devido às questões hidrológicas. Por outro lado, apesar da cobrança pelo uso da água ser mais elevada na Grécia do que em Portugal e na Turquia, os agricultores gregos que utilizam a rede de irrigação do Estado não pagam a totalidade dos custos de operação e manutenção.

Nos EUA, os preços da água são tão complexos e diversificados quanto na Espanha. Os agricultores titulares de direitos históricos pagam, quando muito, custos específicos referentes à distribuição de água. Os irrigantes que utilizam as redes criadas pelo Poder Público dos Estados do oeste pagam preços reduzidos que não chegam a cobrir os custos de operação e manutenção dessas redes.

Na França<sup>6</sup>, a água de irrigação é geralmente vendida com base numa tarifa binomial, aplicada respectivamente para os custos no ôpicoö e fora do ôpicoö. Jean (1980) descreve uma operação funcionando nesta modalidade desde 1970. A ôSociété du Canal de Provence et d'Amenagement de la Region Provençaleö fornece água para fins de irrigação à 60 000 hectares de propriedades agrícolas. Este esquema, baseado no custo marginal de longo prazo, tem um período de ôpicoö nos custos, que perdura durante quatro meses, de meados de maio a meados de setembro. O projeto tarifário aplicado parte das seguintes premissas:

---

<sup>6</sup> Retirado de Dinar et al. (2002)

- No período de pico, os custos marginais de longo prazo são acrescidos dos custos operacionais;
- Nos períodos fora do pico são computados apenas os custos operacionais;
- As tarifas aplicadas nos itens anteriores recebem um ajuste em função do nível de poluição dos volumes efluentes.

Estes princípios básicos, contudo, estão sujeitos a alguns ajustes e precisam ser oficializados. Os custos de investimentos necessários para o desenvolvimento da rede de distribuição são rateados pelos agricultores através de uma cota anual, baseada na sua demanda de pico. Entretanto, esta abordagem econômica aparentemente rigorosa é descaracterizada pelos subsídios garantidos pelo Estado francês à agricultura de modo geral, e neste caso particular, pelo subsídio de 50% às terras irrigadas do Canal de Provence (Jean, 1980).

### **3.3.2 Experiência Nacional**

Em 2003 se aplicou por primeira vez no Brasil a cobrança dos preços 3 e 4 da água, na Bacia do Rio Paraíba do Sul, fora deste exemplo não existem outros a não ser em alguns estudos teóricos como CONEJO (1993), SOUZA (1993), TARQUÍNIO (1994), CÁNEPA, *et al* (1999), CARRERA-FERNANDEZ (2000) que analisam algumas metodologias de cobrança. LANNA (1994) analisou as implicações da cobrança do 3º preço no Nordeste brasileiro. O Departamento Nacional de Águas e Energia Elétrica junto com consultores franceses realizou estudos na bacia do Rio Doce visando a instituição de um sistema de cobrança. Outros estados, como o Ceará e São Paulo têm também contratado estudos neste sentido. Uma série de análises teóricas tem sido produzida no país sendo uma amostra representativa apresentada no Simpósio da Associação Brasileira de Recursos Hídricos em 1995.

#### *Mercados Informais de água no Brasil*

LANNA (2003) observa que ao longo da história brasileira, apesar do empecilho constitucional da propriedade privada, têm sido aplicadas algumas alternativas para introdução de algum proxy ao mercado. Dois casos são relatados na literatura da implantação de mercados informais: a fonte da Batateira, no Ceará, e a venda de água para irrigação de arroz, no Rio Grande do Sul. Os agricultores da Batateira alocaram as águas da fonte com

base nos tamanhos de seus sítios. Dados de 1993 permitem calcular o preço pago pela água em US\$ 140 por mil m<sup>3</sup> para a transferência definitiva dos direitos de uso (KEMPER, GONÇALVES, BEZERRA, 1995).

Outro mercado informal existe desde os primórdios da irrigação do arroz no Rio Grande do Sul. Mediante ele, os proprietários de açudes vendem água a produtores de arroz, atinge-se um preço médio aproximado da água de US \$ 9,0 por mil m<sup>3</sup>. Ao contrário da fonte da Batateira, se paga pela água usada e não para adquirir definitivamente os direitos de propriedade.

#### *Cobrança no Estado de Ceará*

A cobrança pelo uso da água, no Ceará, tem sido apresentada como a primeira implementação da cobrança pelo uso da água no Brasil.

A cobrança nesse estado foi detalhada pelo Decreto 24.264, de 12 de novembro de 1996, que regulamentou a lei 11.996, de 24 de julho de 1992, da Política Estadual de Recursos Hídricos. Essas normas legais estabelecem como da competência do Conselho dos Recursos Hídricos do Ceará CONERH, propor, ao Governador do Estado, critérios e normas sobre a cobrança pelo uso das águas, efetuada pela Companhia de Gestão dos Recursos Hídricos do Estado do Ceará ó COGERH. Os valores são definidos por negociação política.

Com o objetivo de orientar uma política global de cobrança, o CONERH, definiu, entre outros, os seguintes critérios de cobrança (GONDIM FILHO, 2000):

Indústrias: equivalente a 50% do valor da água tratada fornecida pela CAGECE para o uso industrial de consumo superior a 70 m<sup>3</sup>/mês;

Concessionárias de serviços de abastecimento de água potável: equivalente a um 1/60 do valor para usos e usuários industriais referenciados no item anterior

Irrigação, piscicultura e aquíicultura: valor estabelecido pelo Comitê da Bacia; na ausência do Comitê, valor estabelecido pela COGERH. O valor para a irrigação deverá ser no mínimo, equivalente a 1/600 do valor do usuário industrial de água bruta.

Em 30 de dezembro de 1999, o Governo do Estado editou o Decreto nº 25.721, reajustando os valores da cobrança para: R\$ 0,012/m<sup>3</sup> consumido pelas concessionárias delegadas de serviço público de abastecimento de água potável. R\$ 0,67/m<sup>3</sup> consumido para usos e usuários industriais.

Embora a tarifa de água bruta para irrigação já esteja estabelecida por Lei comenta, CAMPOS (2001), devem ser esperadas grandes resistências políticas e sociais à implementação da cobrança neste setor. Os irrigantes localizados ao longo do rio não têm tradição de serem cobrados pela água captada diretamente do leito do rio perenizado, os irrigantes dos perímetros públicos, por sua vez, têm a percepção que já pagam pela água, através do K2; esta taxa da ordem de R\$6 a 10 reais por mil metros cúbicos, cobre, na verdade, unicamente os custos de operação e manutenção do sistema<sup>7</sup>.

No semi-árido, qualquer disponibilização de água, com garantias minimamente aceitáveis pelos usuários, somente pode ser realizada à custa de investimentos que, no caso do Ceará, são públicos. Observa-se, também, que a fixação do valor foi objeto de uma negociação política, sem detalhamento do que está sendo cobrado, embora se saiba que é insuficiente para ressarcimento integral dos custos, especialmente se forem neles incluídos os investimentos.

#### *Bacia do rio Paraíba do Sul*

A cobrança pelo uso da água na bacia hidrográfica do rio Paraíba do Sul foi pioneira no cenário nacional, sendo estabelecida após a consolidação de um grande pacto entre os poderes públicos, os setores usuários e as organizações civis representadas no âmbito do Comitê da Bacia - CEIVAP para a melhoria das condições relativas à quantidade e à qualidade das águas da bacia. A ANA e os demais organismos de recursos hídricos dos Estados de Minas Gerais, Rio de Janeiro e São Paulo, subsidiaram a definição dos mecanismos e valores de cobrança com a elaboração de estudos técnicos, apresentação de palestras e o apoio à realização de oficinas de trabalho.

---

<sup>7</sup> A estrutura de cobrança da Política Nacional de Irrigação do Brasil é  $S = C1 \cdot K1 \cdot A + C2 \cdot K2 \cdot V$  onde  $S$  é o valor cobrado em unidades monetárias por 1000 m<sup>3</sup>,  $A$  é a área potencialmente irrigável em hectares,  $V$  é o volume de água usado,  $K1$  a participação na recuperação dos investimentos por hectare irrigável e  $K2$  a participação na recuperação de custos administrativos e operacionais por 1000 m<sup>3</sup> de uso de água. Os valores  $C1$  e  $C2$  serão iguais a 1 se não houver subsídios, menores que 1 se houver (Lanna, 1999).

Os valores que serão pagos pelos usuários foram discutidos e estudados no âmbito do CEIVAP, de forma a não causar impactos significativos nos custos dos usuários. Os recursos financeiros arrecadados em rios de domínio da União pela ANA são repassados integralmente à Associação Pró-Gestão das Águas da Bacia do Rio Paraíba do Sul - AGEVAP. Os recursos financeiros da cobrança são aplicados na região onde foram arrecadados com base nos programas, projetos e obras previstos no Plano de Bacias aprovado pelo CEIVAP. O Plano consiste em um programa de ações e investimentos para recuperação e preservação dos recursos hídricos.

A cobrança aplica-se à captação, ao consumo e ao lançamento dos recursos hídricos utilizados, cobrança dos preços 3 e 4 da água, de acordo com os usos declarados e consolidados e com os mecanismos previstos nas deliberações do CEIVAP.

Em setembro de 2006, o CEIVAP aprovou novos mecanismos e valores de cobrança, que entraram em vigor a partir de 01 de janeiro de 2007. A Tabela a seguir apresenta os novos valores de cobrança. Estes valores, no entanto, obedecerá a uma progressividade aprovada pelo CEIVAP, sendo cobrado 88% destes valores em 2007, 94% em 2008 e em 2009 o valor integral.

Tabela 3.1: Valor da água bruta por tipo de uso na B.H. Paraíba do Sul

<b>Tipo de uso</b>	<b>Unidade</b>	<b>Valor (R\$)</b>
Captação de água bruta	R\$/m <sup>3</sup>	0,01
Consumo de água bruta	R\$/m <sup>3</sup>	0,02
Lançamento de carga orgânica ó DBO5,20	R\$/kg	0,07

FONTE: Site da ANA

Ainda não há uma análise de resultados da implementação da cobrança nesta Bacia.



**PARTE II**  
**PRINCÍPIOS ECONÔMICOS DO RECURSO ÁGUA**

---

## CAPÍTULO 4. VALOR E CUSTO DA ÁGUA ó CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS

### 4.1 Valor econômico, social e ambiental da água.

Como exposto, ao longo do capítulo anterior, durante grande parte da história, e em quase todas as partes do mundo, a água foi tratada como um bem de acesso livre e abundante, sendo assim estava disponível pela ordem de chegada, livre e de graça. Não se considerava nenhum custo intrínseco ou benefício ao valor agregado das mercadorias que no processo produtivo consumiam água. Tampouco se avaliou o impacto sobre o meio ambiente, nem as conseqüências a longo prazo. No espaço de poucas décadas o crescimento da população, e as atividades econômicas levaram a sentir outra realidade: a de escassez local.

A Teoria Econômica estabelece que todo aquele bem que é útil e escasso tem valor econômico, e, quanto maior a sua utilidade e escassez, maior será o seu valor. A água como nenhum outro bem, satisfaz estas exigências, pois não é somente útil como essencial à vida. Assim, a definição de bem econômico para a água está baseada nos princípios de escassez do recurso.

Esta noção ganhou força na Conferência de Dublin (ICWE, 1992), que proclamou no Princípio 4: *“A água tem um valor econômico em todos os seus usos, devendo ser reconhecida como um bem econômico”*. A Agenda 21 da CNUMAD, no mesmo ano, fortalece e completa esta idéia, o capítulo 18, sustenta que *“a gestão integrada dos recursos hídricos baseia-se na percepção da água como uma parte do ecossistema, um recurso natural e social e um bem econômico, cuja quantidade e qualidade determinam a natureza de sua utilização”*. Recentemente o Segundo Foro de Água de Mundo (O Hague, de março 2000) acentuou que decisões em alocação de água entre usos competindo requerem uma melhor análise do valor de água (SWWF, 2000).

A partir de estas declarações se abre o debate, conferências internacionais sobre a água, documentos acadêmicos, organismos internacionais, discutem e trabalham no assunto com o propósito de aclarar, contribuir, ajudar a gestão do recurso água.

Surgem algumas interpretações do Princípio de Dublin e declarações subseqüentes que definem duas tendências ou escolas de pensamento, como citam SAVENIJE e ZAAG (2002). A primeira interpreta que a fixação de preços da água será estimada pelo seu valor econômico e o mercado assegurará que a água será alocada em seus melhores usos. No entanto, a

segunda escola entende que a alocação da água será um processo integrado de tomada de decisões, o que não envolve necessariamente transações financeiras. Outra forma de apresentar a interpretação da última escola é: tratar a água como bem econômico é fazer as escolhas certas sobre a alocação e uso de água, em base de uma análise integrada de todas as vantagens e desvantagens (custos e benefícios em um amplo sentido) de opções alternativas (SAVENIJE *et al*, 2001).

Para BRISCOE (1996), - com inclinação à primeira escola-, a água é um bem econômico como qualquer outro e o valor da água para um usuário é a quantia máxima que o usuário estaria disposto a pagar pelo uso do recurso. Mas PERRY *et al* (1997) ó com orientação da segunda escola - discordam e anotam que esta análise econômica é enganosa e incompleta, pois a disposição a pagar depende amplamente da capacidade de pagamento, mesmo dando um mesmo valor para água um rico estará disposto a pagar mais que um pobre, portanto é necessário reconhecer o valor social da água.

Existem outras significativas diferenças entre as duas posições, a primeira defende mais participação do mercado na gestão da água, a propriedade da água deve ser privada. Ao contrário a segunda escola define a água como um patrimônio comum, é possível usar a água, mas não ser dono (BARRAQUE, 2000), a alocação da água não deve contemplar a eficiência senão também a equidade.

No que diz respeito à propriedade da água, para a primeira escola o setor público carece dos incentivos necessários para alocar os recursos eficientemente, e estabelece que os recursos necessitam estar localizados no setor privado onde a concorrência - mercado - por eles determinará seu correspondente valor econômico. Em contrapartida os defensores da segunda escola, mesmo sabendo que o Estado apresenta falhas na administração da água consideram que se deve corrigir essas deficiências, mas não abrir mão da gestão deste recurso. A este respeito, no Capítulo 5, se explica a necessidade da intervenção governamental nos mercados de recursos hídricos devido à natural formação de monopólios.

PERRY *et al*, (1997) faz uma análise detalhada dos diferentes valores e conclui que, dependendo das quantidades oferecidas aos indivíduos, água pode ser considerada uma necessidade básica humana, um bem de mérito, ou um bem privado ordinário; pode ser mais bem alocada pelo setor público ou pelo setor privado dependendo das quantidades.

HELLEGERS, (2002) reconhece que tratar a água como um bem econômico não tem a ver com estabelecer o preço apropriado para água, mas sim com fazer escolhas certas por

alocar água. Se a escolha é feita baseada no intercambio socioeconômico, então a eficiência econômica é somente um dos critérios básicos que ajudam a tomar decisões adequadas sobre o uso ótimo e alocação de água entre potenciais usuários (HELLEGERS, 2002). Finalmente, argumenta que deveria ser levada em consideração uma aproximação multidisciplinar para dedicar-se ao assunto.

Resumindo, a grande diferença entre as duas escolas está na valoração dos recursos, em termos financeiros e econômicos. Na primeira a principal preocupação é que a administração efetiva dos recursos naturais como bens econômicos está determinada pela maximização econômica, mas a segunda alega que deve ser levado em consideração o valor social e ambiental ou equidade (BARLOW, 1999; McAFEE, 1999).

É fundamental para a gestão da água, admitir o seu valor econômico, mas não como único pois a ênfase no valor monetário dos recursos escurece a sua importância política e social. Captar o valor da água somente em termos econômicos gera uma fragmentação destrutiva do contexto social e natural (AHLERS 2004). Portanto, se deve conceder à água seus outros valores tão importantes quanto o econômico tais como valor social, ambiental, muitas sociedades também conferem à água *valores culturais e religiosos* (FAO, 1994).

#### - *Valor social*

Reconhecer o valor social da água é confirmar este recurso como elemento fundamental para os seres humanos a fim de assegurar condições mínimas de alimentação, saúde e higiene. O fornecimento de água para cobrir as necessidades mínimas de cada homem é uma obrigação do Estado, que deve velar para que todas as pessoas possam ter acesso a ela.

#### - *Valor ambiental*

Este valor da água é consequência direta de seu reconhecimento como uma parte essencial do ecossistema. Conseqüentemente, o manejo dos recursos da água e terra deve garantir que se mantenha a vida do ecossistema. Portanto, os serviços de provisão de água não podem ignorar este valor do meio ambiente.

#### - *Valor econômico*

Este valor é considerado um dos valores mais relevantes da água, e depende do usuário e da forma de sua utilização. É importante distinguir entre o valor econômico da água,

o custo da água (serviço de subministro) e o que se cobra pela água (instrumento econômico de gestão), dado que todos estes supostos geram diferentes efeitos.

Em todas as legislações de água se estabelece de uma forma ou de outra o objetivo de lograr um uso racional dos recursos hídricos (CAPONERA, 1992). Para alcançar este objetivo é imprescindível contar com valorações precisas e rigorosas dos distintos serviços econômicos e ambientais próprios do recurso.

A valoração total da água constitui uma ferramenta útil na Administração e Gestão da Água, é uma tarefa complexa e interdisciplinar que exige a assistência de variadas áreas de conhecimento, isto porque, como já foi anotada a valoração total da água, tem pelo menos três grandes dimensões: econômica, social e ecológica. Este trabalho centrar-se-á principalmente no valor econômico, sem que isto minimize as outras dimensões.

A seguir na Figura 4.1 resumem-se as causas do problema da escassez de água e suas duas abordagens principais para tentar encontrar uma solução.

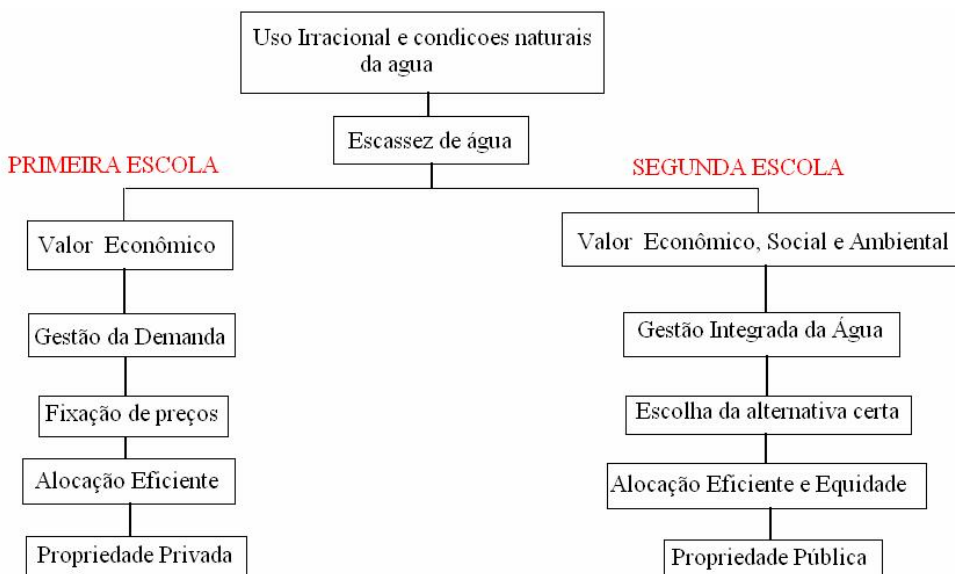


Figura 4.1: Resumo das duas tendências na valoração dos recursos hídricos.  
FONTE: Autora

## 4.2 O valor da água.

O valor econômico da água é determinado pelo impacto no bem-estar social, o qual é dado pela agregação de impactos de utilidade individual da sociedade. Por sua vez, a utilidade que um indivíduo atribui a um bem ou serviço é definida pelas suas preferências, e estas preferências se manifestam na quantidade que o indivíduo está disposto a pagar pelo bem ou serviço.

Existem vários sistemas de classificação usados para descrever os diferentes tipos de valores associados com os bens e serviços providos pelo recurso água. As quatro principais categorias são:

- Valor econômico total VET = valor de abstração + valor *in situ*;
- Valor econômico total VET = valor de uso + valor de não uso;
- Valor econômico total VET = valor de mercado + valor de não mercado;
- Valor econômico total VET = valor econômico + valor intrínseco.

#### *Valor de abstração e in situ*

A Comissão sobre Geociências, Meio Ambiente e Recursos da Academia de Ciências dos Estados Unidos (1997) indica que o valor econômico total (VET) do recurso água é fundamental para determinar os benefícios líquidos que este gera, assim como para definir as políticas e ações da Gestão da Água. O uso deste recurso está dividido em duas categorias básicas para fins de estudo que são: os serviços abstração e os serviços in-situ. Cada um destes tem seu próprio valor econômico e o VET se expressa como a soma dos dois serviços.

O mais comum dos componentes é o valor abstrativo que se deriva de seu uso nos setores municipal, industrial e agrícola. O valor in situ é aquele valor que a água possui por permanecer no seu lugar natural, incluindo sua função de sustento da flora e fauna aquática, como elemento estético da paisagem, como suporte para atividades recreacionais, como fonte de estabilização de outras fontes, etc.

#### *Valor de uso e não uso*

Na literatura especializada a classificação mais utilizada para os valores da água é a de uso e não uso, (PEARCE e TURNER, 1990, MUNASINGUE, 1993, HODGE e DUNN 1992, ANDERSON, 1999).

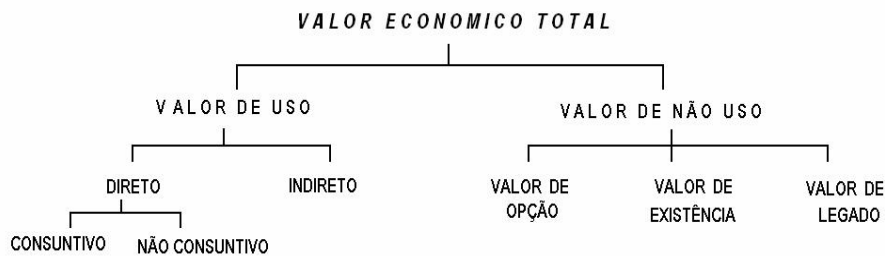


Figura 4.2: Valor econômico total da água.

FONTE: Adaptação de ANDERSON, 1999 e HODGE e DUNN 1992.

A Figura 4.2 esquematiza uma classificação adaptada de ANDERSON, 1999 e HODGE e DUNN 1992. Para obter uma explicação mais clara o valor de uso pode ser dividido em valor de uso direto (VUD), e valor de uso indireto (VUI). O valor de não uso é subdividido em valor de opção (VO), valor de existência (VEX) e valor de legado (VL).

O *valor de uso direto* pode ser consuntivo ou não consuntivo.

- Os *valores de uso consuntivo* correspondem ao valor para os usuários domésticos, industriais, agrícolas, e qualquer outra atividade que consuma água.
- Os *valores de uso não consuntivo* correspondem ao valor para os usuários de geração hidrelétrica, navegação, recreação e qualquer uso direto das águas com a condição de que não se consuma. Nesta categoria poderiam incluir-se se os benefícios das belezas paisagísticas e estéticas, sítios culturais e históricos que proporciona a água.

O *valor de uso indireto* corresponde ao valor que a sociedade confere ao recurso pela função que cumpre, como por exemplo, o valor que tem a água como hábitat de espécies vivas, o valor do recurso pela sua capacidade de depuração ou solvente de substâncias que entram em contato nos corpos d'água, o valor da água por seu papel no ciclo de nutrientes necessários para a vida, controle de enchentes, retenção de sedimentos, entre outros.

No caso do *valor de não uso* da água se consideram:

- *Valor de opção* que corresponde ao valor que a sociedade dá ao recurso pela preferência de fazer uso ou não do mesmo no futuro (conservação da água à luz da incerteza da oferta futura, usos futuros diferentes dos atuais, etc.),
- *Valor de existência* (assuntos religiosos, culturais e científicos) e
- *Valor de legado* que seria a oportunidade de deixar como herança às gerações futuras.

É importante anotar que cada uma destas categorias conta com uma metodologia de valoração, algumas difíceis de quantificar em termos monetários.

#### *Valor de mercado e de não-mercado*

MOSS *et al.* (2003), identifica dois níveis de valor: valores de mercado e valor de não-mercado os quais devem ser diferenciados por razões práticas.

*Valor de mercado*, geralmente é definido em trocas de bens e serviços. Os valores que as pessoas dão aos bens podem ser observados pelo seu comportamento no mercado. Por exemplo, a vontade de pagar uma grande quantia por algo indica que é valioso. É importante não confundir valor de mercado com preço. Preço representa o valor marginal ou o valor no qual a última (ou próxima) troca acontece. Em contraste, valor de mercado refere-se ao valor total de bens e serviços (MOSS *et al.*, 2003). O valor de mercado relaciona mais o *valor de uso* enquanto preço é associado com valor-de-troca. Por exemplo, embora o preço de água seja relativamente baixo tem um valor de uso enorme para o ser humano, pois é uma necessidade para sobreviver.

*Valor de não-mercado* se referem às preferências do consumidor. Estes valores são profundos ou preferências intrínsecas tais como o valor da família, o valor de liberdade, o valor de relações, e os valores culturais. Os valores de não-mercado podem ser expressos, mas não perfeitamente, em transações de mercado (MOSS *et al.*, 2003). A polêmica no valor da água é devido a este nível mais profundo de valores.

#### *Valor econômico e valor intrínseco*

ROGERS, *et al* (1997), Figura 4.3, consideram que o valor de água se divide em valor econômico e valor intrínseco e o valor da água é estimado pela soma destas parcelas.

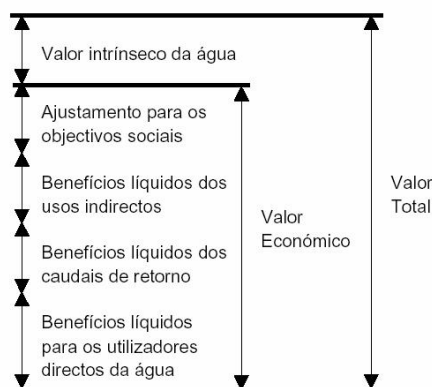


Figura 4.3: Princípios gerais para o valor total da água.  
 FONTE: ROGERS, *et al* (1997)

O valor econômico contempla os benefícios diretos para os utilizadores da água, os benefícios dos caudais de retorno, os benefícios indirectos, os objetivos sociais.

O valor dos benefícios diretos para os utilizadores da água é estimado, no caso das atividades produtivas, em particular a agricultura e a indústria, pelo valor marginal do



produto. No caso dos usos domésticos o valor dos benefícios diretos da água se estimaria pelo valor que os utilizadores estariam dispostos a pagar pela disponibilidade de água<sup>8</sup>.

*Os benefícios dos caudais de retorno* representam os benefícios diretos para os utilizadores de jusante dessas mesmas águas e os benefícios para o ambiente desses caudais<sup>9</sup>.

*Os benefícios indiretos* representam os benefícios para os utilizadores que não foram visados diretamente pelas infra-estruturas construídas.

*Os benefícios sociais* decorrentes da implementação de determinados projetos, como o combate à pobreza, a melhoria das condições sanitárias ou a auto-suficiência alimentar, podem determinar ajustamentos do valor da água. Estes benefícios adicionais representam o valor da solidariedade social, ou seja, o valor com que a sociedade está disposta a contribuir para eliminar a pobreza, melhorar as condições sanitárias ou assegurar a auto-suficiência alimentar.

*Valor intrínseco da água* é o valor que a sociedade atribui à simples presença de um rio ou de um lago, para além do valor de uso. A água tem valor, enquanto contribui à integridade, estabilidade e beleza da comunidade biótica. Este valor simbólico ou psico-social, que decorre da presença da água.

Em geral, pode-se observar que em qualquer classificação o valor económico total da água é a soma de duas parcelas, uma mais tangível e relativamente fácil de medir e outra fortemente subjetiva que dependerá não somente de critérios técnicos, senão de juízos de valor. Desta forma se englobam todos os benefícios económicos que a água pode proporcionar à sociedade. A utilização de uma ou outra classificação vai depender dos objetivos da análise e dos dados disponíveis, pode-se prever que as aplicações de diferentes métodos entregaram diferentes resultados.

Durante muito tempo se encaminhou a valoração da água como um simples recurso produtivo, deixando de lado outros valores de carácter ambiental e social que ela possui, e que hoje é iniludível considerar. Por outro lado, a crescente valoração das funções ambientais da água e de sua transcendência sobre o entorno que nos rodeia e nos sustenta, assim como os

---

<sup>8</sup> Para determinadas quantidades de água próximas dos valores mínimos de sobrevivência, poderá representar valores marginais muito elevados, tendendo para infinito, à medida que a disponibilidade do recurso tende para zero (PERRY *et al*, 1997).

<sup>9</sup> Em situações de escassez de água em regiões áridas e semi-áridas, os caudais fluviais e os caudais de recarga dos aquíferos podem estar limitados aos caudais de retorno que, nessas condições, representam benefícios muito elevados.

serviços ambientais que brindam e suas repercussões sobre a saúde e qualidade de vida, exigem aprofundar no conceito de valor econômico total da água. (ARROJO, 1999).

Adicionalmente, para considerar o VET da água em termos monetários comuns, é preciso levar em conta outras condições como lugar e/ou tempo, pois a água tem maior valor quanto mais próximo à fonte ela se encontra, e também o valor da água variará dependendo das estações úmidas (diminui o valor) ou secas (aumenta o valor).

Há numerosos estudos que tentam computar o valor econômico de uso da água, utilizando estes diferentes tipos de classificação, na indústria e na agricultura, e também a disposição a pagar dos consumidores domésticos (BRISCOE 1996; GIBBONS 1986; BANCO MUNDIAL 1995).

### 4.3 O custo da água

Do ponto de vista conceitual o custo de água se refere a tudo que se renuncia para satisfazer os usos da água. A dificuldade é determinar e quantificar estas renúncias.

O custo total da água não inclui somente o custo de serviço de fornecimento (isto é, o custo de operação e manutenção óO&Mó mais o custo de capital), senão também outros custos: custo de oportunidade e custos de externalidades econômicas e ambientais.

Como se esquematiza na Figura 4.4 existe três importantes conceitos: o custo de serviço ou de fornecimento, o custo econômico e o custo total.

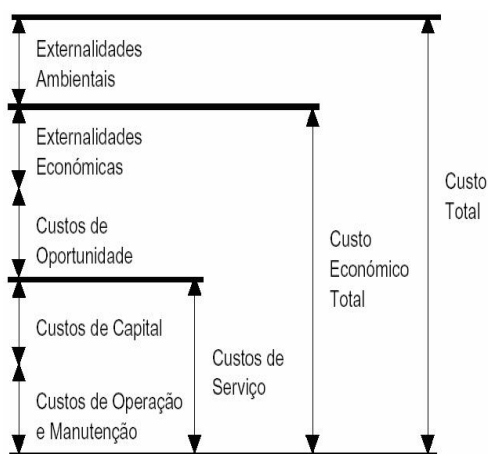


Figura 4.4. Princípios gerais para determinar o custo total da água.  
 FONTE: ROGERS, *et al* (1997)

Nos *custos dos serviços* de água estão incluídos os custos de capital e os custos de operação e manutenção das infra-estruturas de captação, tratamento, adução e distribuição de água e das infra-estruturas de drenagem, tratamento e rejeição de águas residuais.

Os *custos de capital* têm por objetivo constituir um fundo para a reabilitação ou a substituição das infra-estruturas no fim da sua vida útil. Os custos de operação e manutenção destinam-se a assegurar a sustentabilidade da exploração das infra-estruturas.

O custo econômico por sua vez contempla a soma do custo de serviço, custo de oportunidade associado com o uso alternativo do mesmo recurso e os custos das externalidades impostas aos outros usuários devido ao consumo da água em um específico setor.

Os *custos de oportunidade* são os custos infligidos por um utilizador a outros, devido à perda de oportunidades de utilização do recurso que decorre da sua afetação a uma atividade para além da sua taxa natural de renovação. Reflete a competição entre usos por um recurso escasso. Estes custos são estimados com base no valor marginal da água para o uso alternativo economicamente mais interessante. Em caso de abundância de água ou de afetação eficiente da água entre os vários setores utilizadores, os custos de oportunidade são nulos. Assim, os custos de oportunidade representam os custos de escassez da água ou os custos resultantes de uma deficiente afetação dos recursos hídricos entre os diferentes setores utilizadores.

As *externalidades econômicas* são os custos impostos aos utilizadores da água pelos utilizadores de montante. Contaminação da água ou excesso de extração de água subterrânea são alguns exemplos de externalidades negativas. Se as águas captadas num meio hídrico alterarem o regime de caudais de modo a induzir perdas de produção a jusante, por exemplo para a agricultura, essas perdas de produção representam as externalidades econômicas impostas aos utilizadores de jusante pela captação de água.

As *externalidades ambientais*, diferenciadas das externalidades econômicas, exprimem os custos da degradação ambiental provocados pelas utilizações da água. As externalidades ambientais são estimadas pelos custos de recuperação da qualidade da água e dos ecossistemas aquáticos e ribeirinhos afetados. A não consideração das externalidades ambientais na determinação dos preços da água tem motivado situações de sub-financiamento das medidas que seria necessário implementar para recuperar a qualidade das águas dos meios hídricos e a qualidade dos ecossistemas aquáticos, afetada pelas utilizações das águas.

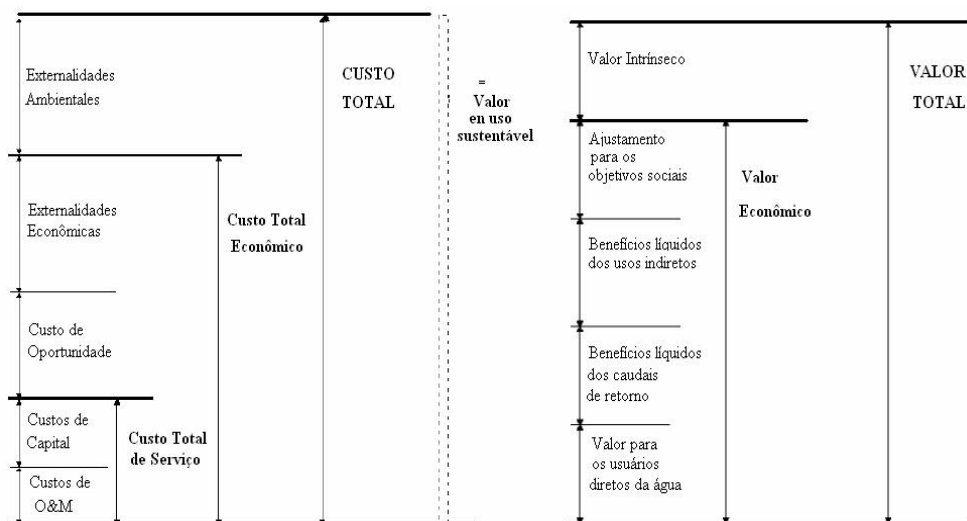


Figura 4.5: Princípios Gerais para Custo e Valor de Água.

FONTE: ROGERS *et al.*, 1998.

Finalmente, os especialistas sugerem que para que a água seja utilizada de forma sustentável, os preços devem ser estabelecidos tendo em conta, por um lado, as estimativas do custo total da água e, por outro, as estimativas do valor da água. No custo total da água estão incluídos os custos dos serviços da água, os custos de oportunidade ó de escassez ó, as externalidades econômicas e as externalidades ambientais (Figura 4.5). No valor da água estão incluídos os benefícios para os utilizadores diretos da água, os benefícios externos dos caudais de retorno, os objetivos sociais<sup>10</sup> e o valor intrínseco da água.

Ignorar os custos de oportunidade e as externalidades negativas provoca desequilíbrios sérios como desperdício da água e de recursos financeiros, perda de oportunidades para as inversões, diminuição da produtividade econômica, contaminação geral, o aumento dos custos em saúde pública.

O preço<sup>11</sup> da água tem um claro e profundo impacto no que diz respeito a uma administração adequada dos recursos hídricos. Uma adequada valoração e preço são a chave para melhorar a administração destes recursos, junto a políticas melhoradas que proporcionem incentivos regulatórios e econômicos que abordem as externalidades ambientais, assim como outras externalidades.

<sup>10</sup> Quando de considera o uso da água nos setores doméstico e agrícola pode-se fazer ajustes, no valor econômico, com fins sociais tais como alívio da pobreza, geração de emprego e segurança alimentar particularmente em áreas rurais. ROGERS *et al.* 1998.

<sup>11</sup> A definição de preço da água se entende, em contextos de mercado, formais ou informais, como a compensação monetária associada a uma troca de água (valor de troca da água). (FODEPAL, 2004)

#### 4.4 Risco e incerteza na avaliação econômica

Risco pode ser incorporado em uma avaliação da água atribuindo probabilidades a possíveis resultados, enquanto se estima diretamente o valor esperado de futuros custos e benefícios ou suas incertezas equivalentes (MARKANDYA e PEARCE, 1988). Um incentivo ao risco pode ser incorporado na taxa de desconto usada para a análise.

Em uma avaliação econômica, incerteza é associada com resultados físicos e suas consequências econômicas. Para o recurso água, a avaliação necessária de possíveis resultados e a probabilidade de perturbações para um sistema altamente complexo estão inevitavelmente carregadas de dificuldades. Porém, este é um componente necessário de uma avaliação econômica. Um assunto particularmente importante relativo à incerteza em efeitos físicos é a possível existência de efeitos irreversíveis que podem acontecer.

A incerteza está incorporada nas avaliações econômicas pelo uso de análise de sensibilidade ou análise de cenários. Na análise de sensibilidade, vários possíveis valores são usados para variáveis fundamentais na avaliação, como a taxa de desconto, a extensão de funções, e valores econômicos. Isto provê uma gama de estimativas dentre às quais pode ser esperado que o verdadeiro resultado caísse. Pode criar ambigüidade, mas é um componente necessário de qualquer avaliação econômica. Análise de cenários também pode ser usada para incorporar incerteza por comparação de resultados que usam valores de parâmetro que representam possíveis cenários de futuro diferentes.

COSTANZA (1994) aponta que a maioria dos problemas ambientais importantes sofrem de verdadeira incerteza, não somente risco. Em um sentido econômico, incerteza pura pode ser considerada a incerteza social ou incerteza natural (BISHOP, 1978). Incerteza social deriva de fatores como rendas futuras e tecnologia que influenciam se um recurso é ou não considerado como valioso no futuro. Incerteza natural é associada com conhecimento imperfeito do ambiente. Isto pode ser particularmente pertinente a ecossistemas para os quais a multidão de funções que são executadas foram historicamente depreciada.

Meios práticos de lidar com incerteza completa são complementares ao uso de um critério de custo-benefício baseado puramente em estimação monetária com uma regra de decisão segura de padrões mínimos.

#### 4.5 Aspectos relevantes do valor econômico da água na agricultura

Para considerar a água para irrigação como um bem econômico é necessário primeiro situar o valor da água para irrigação no contexto do valor da água como recurso natural, definindo o valor econômico e logo diferenciar os conceitos de valor, custo e preço da água, os quais são utilizados com frequência de maneira indistinta.

##### *Valor econômico dos atributos da água na agricultura.*

A água é um recurso caracterizado por uma série de atributos que determinam seu valor econômico. À quantidade de água disponível é necessário adicionar outras dimensões do recurso como a qualidade, a garantia do fornecimento, a localização espacial e temporal.

O valor da qualidade da água está relacionado com as exigências dos distintos usos do recurso (FERREIRO, 1994). Na agricultura, terá maior valor econômico a água com menor conteúdo salino ou de metais pesados, até um elevado DBO (demanda biológica de oxigênio) diminuirá o valor da água.

A garantia de fornecimento é um atributo relacionado com a dimensão temporal do recurso, e se refere à segurança que o agricultor tem de dispor da quantidade de água que necessita. As variações inter-anuais da disponibilidade de água fazem com que o agricultor esteja sujeito a riscos que têm influência direta no seu benefício e, portanto, na valoração esse fator deve ser levado em conta.

A dimensão espacial do valor da água tem grande importância. A distinta localização espacial dos recursos e dos distintos usos e usuários geram diferentes valores da água. Para um agricultor será mais valioso um recurso próximo do que outro mais afastado, pois requer maiores custos de regulação e transporte para poder ser utilizado.

Outra dimensão especial na valorização da água na agricultura é a dimensão temporal do recurso. FERREIRO (1994) afirma que na maioria dos usos as variações temporais ou estacionais da demanda são difíceis de ajustar à rígida e às vezes contra - cíclica oferta (ver Figura 2.1), pelo que mudanças na distribuição temporal da disponibilidade da água produzirão um distinto valor econômico. O valor da água na agricultura tem um atributo essencial derivado do momento de uso ao longo da safra.

Finalmente, na agricultura é importante considerar o *Valor de Estabilização* de uma fonte de água se refere ao benefício associado à possibilidade de reduzir a variabilidade de uma fonte de água sujeita às fortes oscilações. Em muitos perímetros irrigados a água superficial não é suficiente para irrigar todo o perímetro, portanto é necessário completar com água subterrânea, e esta água do poço terá um valor econômico diferente da fonte superficial.

#### *Valor social da água na agricultura*

Outra forma de valorar a água resulta de medir o impacto de sua disponibilidade na irrigação sobre a mão-de-obra, que pode gerar na produção dos cultivos. O impacto direto pode ser calculado em função dos salários que se requer na produção dos cultivos irrigados, embora por cada emprego agrícola geralmente se gerem vários empregos e outros benefícios em outros setores econômicos, como no comércio e no setor de serviços.

Sendo a água um recurso escasso a sociedade deve decidir sobre inversões associadas a este recurso. As inversões, entre outras, se realizam em irrigação, hidroeletricidade, abastecimento de água urbano e rural, controle de inundações e saneamento. Valorar economicamente a água nestas inversões permite observar a contribuição econômica da mesma, permitindo determinar se as pessoas aceitam tais inversões e se estão dispostas a pagar pelos benefícios obtidos.

Outro tipo de decisão, onde é importante valorar economicamente a água é na avaliação de alternativas não estruturais ou de políticas, por exemplo, quanta água deve ser destinada para irrigação e quanta para abastecimento doméstico e industrial; quanta água deve ser extraída para irrigação de uma fonte hídrica e quanta água deve ficar na fonte para a preservação dos peixes e da vida selvagem presente na fonte; que quantidade de água deve ser extraída hoje de um aquífero versus quanta água deve ser protegida para necessidades futuras; quanta água superficial extrair e quanta água subterrânea para reunir necessidades atuais do líquido.

Para tomar a decisão adequada é fundamental conhecer o valor econômico da água e passar a encontrar a sua alocação mais eficiente e equitativa. Este tema se tratará com detalhe na próxima seção.

## CAPITULO 5. ALOCAÇÃO DA ÁGUA PARA AGRICULTURA

No mundo inteiro, o uso racional dos recursos hídricos tornou-se uma necessidade crucial para garantir a sua sustentabilidade. Como se viu na seção anterior, existe uma clara necessidade de distinguir entre valorar e cobrar a água. Uma vez determinado o valor da água é importante realizar uma alocação racional deste recurso aceitando-o como recurso escasso.

A alocação das águas em uma bacia hidrográfica surge como um mecanismo do plano de recursos hídricos que objetiva a compatibilização entre ofertas hídricas e os múltiplos usos atuais e futuros. Tradicionalmente a água tem sido alocada pelo estado. O objetivo perseguido tem sido primordialmente a questão social e não a eficiência econômica; contudo, este proceder tem sido necessário, posto que a água reúne determinadas características que a tornem distinta de outros recursos escassos.

### *Características particularidades da água para alocação*

- É Alguns serviços da água são bens públicos<sup>12</sup>.
- É Deve conhecer-se a identificação de todos seus beneficiários.
- É Seus serviços são caracterizados pela economia de escala, criando poder monopólico.
- É Os projetos da água estão associados com grandes investimentos.

### **5.1 Princípios Econômicos de alocação de recursos escassos**

Devido à importância e aos problemas que apresentam os recursos hídricos, como já foi mencionado, se faz imprescindível cada vez mais tratar a água como um recurso escasso e procurar a sua melhor alocação, e assim atender de forma adequada todos os seus múltiplos usos. Os mecanismos econômicos vêm sendo considerados um fator importante nos processos decisórios relacionados à alocação dos recursos hídricos. Segundo DINAR *et al.* (2002), a alocação deve passar a ser realizada atendendo aos requisitos de eficiência econômica, porém sem esquecer os aspectos de justiça social. A eficiência econômica está relacionada à geração de riqueza, enquanto a justiça social ou equidade tem como objetivo a distribuição desta riqueza entre os diversos setores e segmentos que compõem a sociedade.

---

<sup>12</sup> Do ponto de vista da economia, bem econômico é considerado um bem público quando não ocorre a possibilidade de exclusão (não é viável excluir qualquer pessoa do usufruto desse bem, se o bem está disponível) e tão pouco a subtrairabilidade (quando a demanda de água de um usuário é comprometida quando outro usuário tem sua demanda atendida). (Lanna, 2000).



### 5.1.1 Eficiência econômica

A eficiência econômica pode definir-se como uma organização de produção e consumo na qual as possibilidades não ambíguas de incremento de bem-estar econômico têm sido exploradas. Também se pode definir eficiência como a alocação dos recursos de maneira que nenhuma outra alocação é possível para prover ganho em produção ou satisfação no consumo para algumas firmas ou indivíduos sem simultaneamente impor perda a outros. Esta definição de eficiência econômica (chamada ótimo de Pareto<sup>13</sup>) se satisfaz no perfeito funcionamento de uma economia de concorrência, e se pode expressar em termos de (1), eficiência econômica na produção de bens e serviços; (2) eficiência econômica na distribuição dos bens e serviços e (3) alocação dos recursos em forma consistente com as preferências no consumo. Isto é, que a eficiência de Pareto ocorre quando o benefício marginal de usar um bem ou serviço é igual ao custo marginal de ofertar esse bem.

A fim de atender ao princípio da eficiência econômica, a alocação da água passa a ser considerada como a de qualquer outra mercadoria, onde os usuários demandantes estão dispostos a pagar e logicamente tirar algum benefício pela sua utilização.

No entanto, a água desempenha um importante papel social, tanto no que se refere ao seu uso mais vital, que é o de dessedentação, como na função de garantir a saúde pública, onde obras de saneamento evitam a proliferação de doenças de veiculação hídrica pelo simples fornecimento de água tratada e de um serviço de coleta de esgotos adequado. Então, é difícil considerar a água como uma mercadoria qualquer, negociável segundo regras de mercado, conseqüentemente a alocação dos recursos hídricos não pode desconsiderar os aspectos sociais.

### 5.1.2 Equidade

A alocação de recurso também pode estar baseada em equidade. Os objetivos de equidade estão particularmente preocupados com a justiça da alocação a todos os grupos economicamente discrepantes, e podem ou não podem ser consistentes com objetivos de

---

<sup>13</sup> Outras definições similares sobre o tema se encontram em (TSUR e DINAR, 1995). Uma alocação eficiente do recurso água (ou qualquer outro recurso) é uma alocação que maximiza o total de benefícios líquidos que podem ser gerados pela quantidade do recurso. Se o benefício total para maximizar envolve somente custos variáveis e extrato de capital anual e outros custos fixos, a eficiência é de curto prazo. Na falta de taxas ou outras distorções a alocação eficiente é conhecida como first-best (ou eficiência de Pareto). Na presença de distorções uma alocação que maximiza o benefício líquido total é chamado de eficiência de second-best.

eficiência. No caso de água doméstica, por exemplo, sugere uma alocação eqüitativa de recursos de água mostrando que todas as casas, embora a sua disponibilidade para comprar água, ainda têm direito aos serviços básicos. Dado este objetivo pode ser necessário que o governo subsidie ou ofereça serviço grátis, ou talvez resolva adotar uma estrutura diferenciada para estimar os preços da água baseado na renda.

Estes princípios de alocação são fundamentais na conceitualização e diferenciação das escolas de pensamento mostradas no capítulo anterior.

## **5.2 Critérios para alocação ótima da água**

A seguir apresenta-se uma lista de critérios necessários à alocação de um determinado recurso escasso, neste caso a água, de modo a atingir uma alocação ótima:

- É Flexibilidade na alocação das fontes. Em outros termos, a alocação entre os usuários, os usos, as regiões e os setores podem modificar-se a baixo custo em relação com os benefícios. Implica que as mudanças na demanda possam atender-se facilmente re-allocando a água aos usos de maior valor que porventura vão surgindo;
- É Segurança aos usuários já preestabelecidos. A segurança também é necessária: a legislação sobre o uso da água tem que ser fácil de encontrar e de entender;
- É Os usuários pagam o custo de oportunidade real pelo recurso;
- É Previsibilidade dos resultados do processo de alocação;
- É Eqüidade;
- É Aceitação pública e política;
- É Factibilidade administrativa e sustentabilidade.

## **5.3 Mecanismos de alocação de água**

No que se refere aos mecanismos para alocação da água a teoria e a experiência mostram diversos mecanismos de gestão e alocação, desde o seu completo controle pelos órgãos de Estado, em um extremo, até os mecanismos de mercado, no outro extremo. Mas em todos os casos não se pode prescindir por completo de alguma forma de intervenção estatal, seja de natureza reguladora ou normativa. Estes mecanismos são muito bem resumidos e apresentados por (DINAR et al, 2002) . Destacando com exemplos as particularidades de cada país e as disponibilidades relativas deste recurso natural, mostram que as soluções que cada país ou região dão à alocação de água tendem a ser de natureza singular, apesar de se

basearem em um quadro básico de princípios que tende a ser de uso universal. Muito da literatura referente ao tema é baseado neste trabalho.

Estes autores sugerem como mecanismos de alocação de água os seguintes:

- É Preço baseado no custo marginal
- É Alocação por uma instituição pública
- É Mercados de água
- É Alocação pelos usuários

Nesta seção se apresenta uma breve explicação de cada um destes mecanismos e suas respectivas vantagens e desvantagens (para ver exemplos de como cada um destes mecanismos vem sendo implementado em diversos países ao redor do mundo ver o artigo completo).

### 5.3.1 Preço com Base no Custo Marginal:

Este mecanismo utiliza a teoria marginalista na alocação de recursos. Segundo esta teoria, o fornecimento de água deve estender-se até o ponto em que o custo marginal (custo da última unidade de água) seja igual ao benefício marginal (o benefício de utilizar a última unidade de água), como apresenta a Figura 5.1. Em capítulos posteriores se verá que, quando o preço unitário da água for igual ao seu custo marginal, haverá a maximização do benefício gerado, isto é, uma alocação economicamente eficiente.

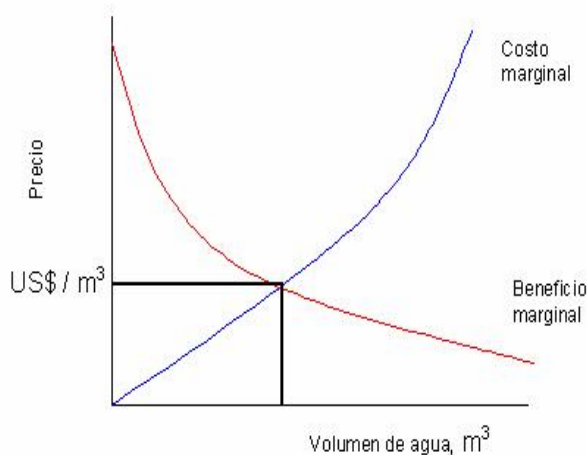


Figura 5.1: Alocação de água com base na Teoria Marginal  
 FONTE: Internet

### *Vantagens*

Teoricamente este mecanismo é bastante eficiente, visando evitar o desperdício do recurso. Também podem-se levar em conta todos os custos.

### *Desvantagens*

O mecanismo de preço baseado no custo marginal é de difícil implementação prática. É muito difícil determinar, em cada caso, o custo marginal aplicável, devido aos seguintes motivos:

- É O custo marginal da água é multidimensional por natureza, dependendo de um grande número de variáveis, inclui vários inputs, tais como quantidade e qualidade de água;
- É O custo marginal varia de acordo com o intervalo de tempo considerado, do que deriva o problema de qual adotar, o custo marginal de curto ou de longo prazo;
- É O custo marginal varia diferentemente se a demanda incremental for permanente ou temporária. No primeiro caso, haverá um aumento dos custos fixos, refletindo o impacto do aumento da demanda, enquanto no segundo caso não há aumento do custo fixo, porque o aumento da demanda foi eventual.
- É Não leva em consideração a equidade. Este método negligencia o aspecto de justiça social, sendo perverso com as camadas de renda mais baixa. Os custos marginais mais altos correspondem exatamente ao atendimento da população mais pobre, pois esta geralmente mora nas regiões mais afastadas.
- É Requer monitorar os volumes, o que torna caro este método e difícil de administrar;

Devido à questão da falta de equidade deste mecanismo ele não pode ser adotado inteiramente. A medida mais comum é a concessão de subsídios ao fornecimento de água para aqueles que não podem pagar por ela, ou seja, realizar uma cobrança diferenciada de acordo com a renda, porém a concessão de subsídios leva, via de regra, ao desperdício, cuja ocorrência é altamente indesejável quando se trata de um bem escasso.

Na prática, conforme DINAR *et al* (2002), estes conceitos são freqüentemente mal compreendidos pelos que têm que tomar decisões políticas e administrativas sobre o uso dos recursos (United Nations, 1980). Ainda este método necessita de um enorme volume de informação, e os erros cometidos no processo podem ser demasiados, pois, se os preços são

estabelecidos em um nível baixo, a demanda pode ser excessiva e levar ao desperdício, e no caso contrário, a pequena demanda pode levar à sub-utilização dos recursos hídricos.

### **5.3.2 Administração Pública da Água:**

A administração pública da água é o mecanismo de gestão mais utilizado pelo fato de haver um pensamento geral de que a água é um bem público, sendo, portanto dever do Estado mantê-lo e preservá-lo para o uso das gerações atuais e futuras. Existem vários pontos que sustentam o argumento de que a água deve ser considerada como um bem público ou a necessidade de intervenção do Estado no desenvolvimento e alocação dos recursos hídricos. A seguir se apontam os principais.

#### *Aspectos que favorecem a alocação da água pelo Estado*

- É As infra-estruturas de água requerem grandes investimentos, assim como de economia de escala, o que conduz à formação de monopólios. Portanto faz-se necessária a regulação estatal para evitar sobre-preços.
- É Muitas infra-estruturas de água têm múltiplos benefícios (irrigação, hidroeletricidade, controle de enchentes, recreação, entre outros), o que dificulta estimar um preço para o recurso e a respectiva alocação.
- É Os grandes vultos e períodos de recuperação dos investimentos desestimulam o investimento privada no setor.
- É O uso da água superficial e o uso da água subterrânea em uma bacia hidrográfica são interdependentes;
- É Os usos alternativos da água são interdependentes, notadamente para os usuários de jusante, o que sugere a necessidade da intervenção de uma supra-entidade neutra, visando o bem maior da comunidade;
- É O controle de enchentes e as doenças hídricas são competências do Estado.
- É O desenvolvimento dos recursos hídricos são temas de segurança nacional e desenvolvimento regional.

Neste mecanismo, o Poder Público é o responsável pelo gerenciamento dos recursos hídricos, definindo os volumes a serem utilizados, assim como sua distribuição entre os usuários do sistema.

A outorga assegura ao usuário o direito de utilizar a água através de autorizações específicas, que são distribuídas pelo órgão competente do Poder Público. O usuário outorgado fica protegido contra a ação dos demais usuários que não possuem a outorga, cabendo ao Poder Público coibir a ação destes últimos quando o direito de uso dos outorgados for afetado (KELMAN, 2000). Na eventualidade de não haver água suficiente nem mesmo para atender aos outorgados, o Poder Público pode definir um sistema de racionamento.

A seguir resumem-se as vantagens e desvantagens do mecanismo de alocação por uma instituição pública (BANCO MUNDIAL, 1993; DINAR *et al* 2002).

#### *Vantagens*

- É Procura como objetivo primordial a equidade;
- É Tem a possibilidade de tratar com os vários aspectos dos recursos hídricos que requerem investimentos de longo prazo;
- É A água é captada normalmente em rios ou aquíferos de grandes bacias hidrográficas os quais são interdependentes, onde a água é vista como um importante recurso para o desenvolvimento regional;
- É A alocação física do recurso é independente do custo;
- É Permite a alocação inter-setorial.

#### *Desvantagens*

- É Leva ao desperdício do recurso e à má alocação, como também fragmenta o investimento e a administração do recurso;
- É A alocação se faz sem levar em consideração critérios econômicos;
- É Os preços não representam ao usuário o custo de provisão de água nem o seu valor;
- É Raramente cria iniciativas ao uso racional da água;
- É Não apóia, normalmente, a participação de usuário;

O papel do estado é particularmente forte na alocação inter-setorial, já que o estado é freqüentemente a única instituição que inclui todos os usuários dos recursos hídricos, e tem jurisdição sobre todos os setores de uso de água. Devido à importância da água para a sociedade, é natural que a administração pública tenda a privilegiar os princípios de justiça social, o que frequentemente conduz a projetos hídricos economicamente inviáveis. Para

MEINZEN-DICK e MENDOZA (1996) a principal razão para esta baixa eficiência operacional da administração pública da água reside no fato das tarifas cobradas não representarem incentivo para que os usuários conservem ou façam melhor uso dos recursos hídricos. Na ausência de um sistema de preços adequado, apenas restam as penalidades por infração, que são menos eficazes e dependem da capacidade do Estado em identificar os infratores e prontamente aplicar as penalidades.

### **5.3.3 Mecanismos de mercados de água**

Este mecanismo se refere basicamente à transferência dos direitos de uso da água entre os usuários, em outras palavras, intercâmbio dos direitos de uso da água através de um mercado. Do ponto de vista econômico a operação de um mercado (competitivo) deve cumprir várias condições.

#### *Características de um mercado perfeito*

- É Ter muitos compradores e vendedores, os quais conhecem as regras do mercado e com custos de transações similares.
- É Os compradores e vendedores querem maximizar seus ganhos.
- É As decisões tomadas por cada comprador ou vendedor são independentes dos outros compradores e vendedores. Portanto, isto não afeta o resultado obtido por esses indivíduos.

Sob estas condições as forças da oferta e a procura, definem o preço e as quantidades de água a serem negociados no mercado, conforme aplicados a outras mercadorias.

Normalmente, commodities se movem desde seus usos de mais baixo valor para valores mais altos. Então, alocação baseada no mercado é considerada economicamente eficiente de um ponto de vista individual e social.

Teoricamente os mercados de água trazem grandes benefícios, pois, o vendedor tem a oportunidade de aumentar a sua renda, enquanto o comprador se beneficia pelo fato de conseguir agregar um valor maior à mercadoria comprada. Um dos resultados desta relação é o estímulo ao uso eficiente da água, pois um usuário, tendo a possibilidade de negociar o seu direito de uso da água, reduz o seu consumo a volumes essenciais além de pesquisar novas tecnologias que aumentem sua eficiência, buscando formar excedentes que possam ser

vendidos. Desta forma, este mercado está sempre estimulando novos investimentos, que aumentam a disponibilidade de água.

Contudo, na prática, no caso do mercado da água torna-se importante a intervenção do governo com o fim de criar condições necessárias para que operem os mercados. A seguir se destaca as principais intervenções.

- É Definir a alocação original dos direitos de água;
- É Criar as estruturas institucionais e legais necessárias para que o mercado funcione;
- É Realizar os investimentos necessários em infra-estrutura básica que permitam as transferências de água.

O mecanismo de mercado, se operado nas condições acima mencionadas, poderia garantir a provisão de água para usos altamente valorados em vários setores, sem a necessidade de desenvolver novos e caros recursos de água. Também, os mercados de água provêm um incentivo para uso de água mais eficiente.

Em seguida, citam-se as vantagens e desvantagens do mercado de água.

#### *Vantagens*

ROSENGRANT e BINSWANGER (1994) enumeram os seguintes potenciais benefícios do mercado de água:

- É Se os direitos de uso são claramente estabelecidos, os usuários terão o incentivo para investir em tecnologias poupadoras de água, pois eles próprios serão os beneficiários deste investimento;
- É O sistema de negociação de direitos de uso da água induz seus usuários a considerar seu custo de oportunidade, incluindo seu valor em usos alternativos. Deste modo cria incentivos para seu uso eficiente e obtenção de renda adicional derivada da água não consumida;
- É Os usuários ficam diretamente envolvidos no processo de alocação da água, pois para haver qualquer alteração da situação atual é necessária a sua permissão, com a respectiva compensação pela água transferida;



- É O sistema de negociação de direitos de uso cria uma consciência sobre o custo do bem, sua limitação e relativa escassez, reduzindo deste modo a pressão para a degradação deste bem;
- É Há uma evidência dos custos envolvidos e a possibilidade de computar este custo no preço do produto final;
- É O mercado de água é visto pelos agricultores mais favoravelmente que o sistema de cobrança baseado nos volumes de água consumida;

### *Desvantagens*

As peculiaridades da água apresentam sérios desafios para a implementação e funcionamento de um sistema de mercado, destacando-se as seguintes dificuldades (DINAR *et al.*, 2002):

- É Necessidade de medir a água;
- É Dificuldade de definir os direitos de água quando os fluxos são variáveis;
- É Precisão clara das regras de extração do recurso;
- É Investimento em infra-estrutura de distribuição se é necessária;
- É Vendas em efetivo que afetam aos usuários pobres;
- É A situação indesejada dos pequenos agricultores venderem o direito de uso deste recurso, por ser este o único bem possuído com liquidez de mercado;
- É Transferência do setor agrícola ao setor urbano pode afetar os fluxos de retorno com conseqüências para os usuários a jusante, como o ambiente;
- É Aumenta o risco de poluição ambiental se medidas de controle e inibidoras dos despejos não tratados não forem introduzidas.

Segundo CAMPOS (2001) o mercado de águas tecnicamente é um instrumento de alocação de águas, que busca dar a água um uso mais eficiente. Em termos práticos, o bem negociado seria o direito de uso da água. Contudo, no Brasil a água é um bem público, inalienável, e não pode ser negociada no mercado. Os direitos de propriedade sobre a água estão definidos na Constituição de 1988 (Art.20, I e Art.26, III).

Ao ser estabelecido o domínio público restringe-se a possibilidade de uso de mercados de águas e o uso da sua eficiência alocativa, em termos econômicos, ao menos na forma usual de mercados. Logo, o seu valor não pode ser determinado pela relação entre oferta e procura.

Para GARRIDO (1996) o mecanismo de mercado, em presença de custos de transação, não é capaz de contabilizar os custos sociais que as decisões individuais de cada usuário dos recursos hídricos impõem aos demais. Daí a necessidade de intervenção do poder público, através da cobrança pelo uso da água, como forma de racionalizar a utilização desses recursos, como condição suplementar de satisfazer aos usuários competidores, e garantindo assim uma maior eficiência produtiva, elemento essencial para o desenvolvimento econômico integrado das regiões das bacias hidrográficas.

#### **5.3.4 Mecanismos de alocação pelos usuários**

A alocação com base nos usuários envolve ação coletiva das instituições com autoridade sobre a alocação e a distribuição dos recursos hídricos. Naturalmente, a adoção deste mecanismo de gestão só é possível em zonas rurais e em pequenas comunidades.

A administração comunitária dos recursos hídricos requer a existência de uma autoridade consensual, a qual geralmente é baseada na tradição do clã ou estimulada por fatores externos. Alguns sistemas mais complexos são administrados por associações de serviços. A experiência tem demonstrado que estas organizações geralmente não possuem a autoridade necessária ou eficiência suficiente para a administração dos recursos hídricos escassos (Meinzen-Dick et. al, 1997).

##### *Características do mecanismo baseado nos usuários*

- É Os usuários alocam diretamente a água;
- É A alocação por tempo, por volume, por superfície, ou compartilhada;
- É Para a alocação os usuários devem possuir direito da propriedade do recurso;
- É Devem existir regras claras e precisas sobre a alocação;
- É A organização dos usuários deve ser adequada;
- É A alocação pode ser para um mesmo setor ou entre setores;
- É O objetivo de conservação do recurso depende das regras para uso do recurso. É possível que existam sanções para o desperdício de água.

### *Vantagens*

Este mecanismo de alocação de água praticamente não enfrenta oposição dos usuários, pois são eles próprios, reunidos em associações, que tomam as decisões. As principais vantagens são as seguintes:

- É Flexibilidade para adaptar as necessidades locais à disponibilidade dos recursos, pois são os próprios usuários que possuem as informações sobre a disponibilidade e condições da água;
- É Os usuários estão mais habilitados do que o poder central a tomar decisões referentes à alocação de seus recursos hídricos. O poder central possui regras muito rígidas, incapazes de mediar pequenos conflitos;
- É Melhoramento no uso eficiente da água e na equidade;
- É Viabilidade administrativa, sustentabilidade e aceitação política.

Um fato observado neste sistema de alocação dos recursos hídricos é que ele se torna mais viável na mobilização de seus membros quando se trata de uma ação coletiva visando aumentar a disponibilidade de água. Neste caso, a mobilização é facilitada porque todos serão beneficiados pelos resultados obtidos. Ao contrário da situação anterior, a mobilização da comunidade não é tão eficaz quando se faz necessária para repartir a água entre seus membros. Isto ocorre porque, neste caso, haverá ganhadores e perdedores, onde, na melhor das hipóteses, o resultado final é nulo.

### *Desvantagens*

Estabelecer os direitos de propriedade ou de uso é um fator crítico neste mecanismo, pela falta do conceito de propriedade sobre os direitos de uso da água (COWARD, 1986). O sentimento de propriedade coletiva é insuficiente para uma administração eficiente e racional dos recursos, pois os usuários não podem tomar decisões se eles não têm direitos sobre o objeto em discussão (MEINZEN-DICK e MENDOZA, 1996). Podem-se incluir outras desvantagens como:

- É Requer de uma estrutura institucional transparente, o que geralmente é inviável;
- É Os interesses dos distintos usuários podem ser diferentes, dificultando alcançar todas as suas expectativas (muito comum entre setores de usuários);

É A sua eficácia é particularmente comprometida nas situações em que se torna necessária uma distribuição inter-setorial, devido ao fato de que os membros da comunidade responsáveis pelas decisões, provavelmente não representam os interesses de todas as atividades envolvidas.

É Requer de uma organização de usuários bem estruturada e representativa de todos os setores;

No caso brasileiro, em decorrência da Lei No. 9.433/97, que instituiu a Política Nacional de Recursos Hídricos, a desvantagem apontada na alocação baseada nos usuários, qual seja, de haver uma reserva ou alocação inter-setorial, deixa de existir uma vez que as discussões são realizadas no âmbito do comitê de bacia, com representantes dos diversos setores usuários.

#### **5.4 Fixação de preços na agricultura**

Neste tema é importante diferenciar entre os métodos que fixarão o preço da água para qualquer uso e o tipo de tarifas aplicadas (implementação - mechanism charging). Da mesma forma existem outros termos que são utilizados indistintamente nos diferentes textos, CORNISH G.*et al*, 2004, esclarecem e definem alguns termos utilizados na bibliografia de fixação de água para a irrigação, o que ajuda no manejo da terminologia.

- Water Pricing : Fixação de preços: processo manual ou automático de fixar um preço por unidade de água.
- Water Charged : Tarifa- inclui a totalidade de pagamentos que o beneficiário realiza pelo serviço de irrigação (fixo, volumétrico, produção, etc.).
- Water charging Systems: Sistema de Fixação de Preços: é mais abrangente e inclui políticas, práticas e mecanismos para fixar o preço da água.

##### **5.4.1 Tipos de tarifas aplicadas à irrigação**

Os principais trabalhos referentes a este tema são TSUR e DINAR, (1995, 1997 e 2002) e JOHANSSON (2000) que examinam cada tipo de tarifas e detalham algumas aplicações em diferentes países. A seguir, utilizando esta literatura, definem-se os sistemas de tarifas que se pode aplicar sobre a água na agricultura irrigada.

*Percentual sobre a produção ó (Output-pricing)*

Dedica-se um percentual relativamente baixo (1% a 3%) da produção ao pagamento da tarifa. Tem a vantagem de que quando a produção é baixa o pagamento também e vice-versa. Mas, por outro lado requer um alto custo de controle da produção e é susceptível ao mau uso da água. Tem sido usado muito na Índia, mas é uma metodologia que está em decadência, pelo alto custo de recopilação de informação de base. Na realidade esta tarifa tem mais caráter de um imposto sobre o ingresso bruto que de tarifa no sentido tradicional.

*Tarifa por hectare ou unidade de superfície. (Area pricing)*

Aplica-se sobre a superfície irrigada. Seu valor deve aproximar-se dos custos totais do irrigante, divididos pela superfície irrigada. Se a tarifa se aplica sobre a superfície irrigada, constitui um pagamento fixo anual independente do consumo de água do agricultor; entretanto, quando se aplica sobre a superfície irrigada, somente se gravam os hectares sobre as quais se aplicou água e, portanto, o pagamento total que faça cada irrigante tem certa correspondência com o consumo de água. A tarifa por hectare provavelmente é a mais utilizada no mundo, todavia se aplica sobre mais da metade da área regada .

*Tarifa por hectare ou unidade de superfície revisada em função das técnicas de irrigação e/ou dos cultivos irrigados*

Idêntica à anterior, mas com pequenas correções em função do tipo de sistema de distribuição de água e técnica de rego; ou bem em função dos cultivos que cada agricultor planta cada ano ou as espécies permanentes que cultiva.

*Tarifa volumétrica ó (Volumetric pricing)*

Pagamento unitário por cada unidade de água ou vazão consumida.

*Tarifa binômico ó (Two-part tariff pricing)*

Tarifa que combina uma tarifa volumétrica com uma tarifa por unidade de superfície. Este tipo de tarifa é adequado para quando se trata de recuperar os investimentos, pois a recuperação do investimento não guarda nenhuma relação com o uso da água e, portanto é apropriada sua recuperação por hectare. Inversamente, os gastos de funcionamento estão relacionados com o uso da água e é lógico que se recuperem mediante a parte volumétrica da tarifa.

### *Tarifa volumétrica variável por blocos de consumo*

Tarifa que grava os volumes consumidos em distintos preços. Normalmente, divide a dotação total em dois ou três blocos, de forma que a tarifa aumenta na medida em que o consumo aumenta e se vão superando os umbrais que marcam a mudança da tarifa.

### *Tarifa binômia com blocos de consumo*

Combina uma tarifa volumétrica variável por blocos de consumo de água com uma tarifa por unidade de superfície.

### *Gratificação que premie a economia de água*

Seria um sistema que estabeleça uma linha divisória que separe a dotação de vazão do regante em duas quotas. Se superar essa linha, o agricultor paga somente pelas unidades consumidas nas que se excedeu; e se não superar ele recebe uma compensação pelas unidades que estão entre o umbral e o consumo do irrigante. Finalmente, se seu consumo coincidissem exatamente com aquela marca ou umbral ou linha divisória, não teria que pagar nada nem teria direito a nenhuma compensação. Este tipo de tarifa é apropriado para zonas de monocultivo ou onde se quiserem forçar os usuários a não gastar mais de um volume prefixado. Não obstante, este tipo de tarifa é difícil de aplicar na prática.

No caso hipotético em que todos os regantes consumissem exatamente o volume de água correspondente ao umbral prefixado, a Comunidade de Irrigantes não teria ingressos e o pagamento dos custos de operação e manutenção seriam difíceis de abordar, a não ser que se arbitrassem medidas específicas para pagar pela água efetivamente utilizada, em cujo caso a tarifa seria equivalente a uma volumétrica por trechos.

Na prática, afirma SUMPSI *et al*, 2001, na hora de descrever os sistemas de fixação de preços e enunciar as suas vantagens e desvantagens, deve-se adotar certo pragmatismo e afastar-se devidamente dos supostos ótimos teóricos, que se descreveram anteriormente. Assim, quando se afirma que as tarifas que oneram o consumo de água são mais eficientes que aquelas que somente oneram a superfície irrigada, mas não deve omitir-se o fato de que as primeiras exigem a medição do volume consumido (tarefa que não está livre de custos). Deve levar-se em conta também a maior facilidade de gestão administrativa que possui a tarifa superficial frente a uma volumétrica.

Em resumo, a escolha de um tipo de tarifa deve ser resultado de um rigoroso estudo da realidade, dos objetivos que se pretendem alcançar com sua implantação e os custos de implantar, administrar e controlar que demandam cada um deles.

#### **5.4.2 Métodos de fixação de preços para a água na agricultura.**

O método utilizado para fixar o preço da água e o desempenho deste é dependente do contexto físico, social, institucional e de política. A fixação de tarifas pode avaliar-se dentro de um marco de objetivos múltiplos, no qual a eficiência da alocação, a equidade na distribuição dos ingressos e a justa repartição dos gastos sejam fatores fundamentais. Também deve ser tomado em conta fatores secundários como a simplicidade, viabilidade administrativa e estabilidade.

A política mais comum de fixação de preços da água é uma taxa (rateio), concebida principalmente para recuperar os custos. Este tipo de taxa uniforme não se fixa em função do volume recebido, ainda que se utilize como base um critério substitutivo. Na agricultura, a base mais freqüente para calcular as tarifas da água ou os direitos por serviço é a superfície irrigada. Este sistema é objeto de críticas porque carece de incentivos para racionar a água em função do que estão dispostos a pagar. Porém, este sistema é fácil de administrar e garante ingressos suficientes ao fornecedor.

A aplicação do sistema de fixação de preços segundo o custo marginal encontra uma série de obstáculos. Um problema são as diferentes definições do conceito adequado de custo marginal, em particular, a curto prazo (de custo variável), ou a longo prazo (de custo total). Quase todas estas críticas podem solucionar-se aplicando um sistema de preços múltiplo: primeiro se fixa um preço marginal igual ao custo marginal, e depois se grava uma contribuição para recuperar as quantidades que tenham excedido os custos marginais. Mesmo assim, estes planos múltiplos não refletem corretamente o conceito econômico dos custos de oportunidade, e centram-se na recuperação dos valores iniciais ou incorporados. Os custos de oportunidade deveriam determinar-se, uma vez ajustados os preços, para dar cabida às distorções que provoquem as intervenções oficiais, com o fim de alcançar outros objetivos. Em linguagem econômica, devem utilizar-se os *preços sombra* (no curto prazo) ou *preços virtuais* (no longo prazo).

O princípio da fixação de preços conforme ao custo médio estabelece a recuperação de todos os custos onerando cada unidade segundo o custo médio do fornecimento de todas as

unidades. É um método simples e fácil de entender, além de justo e equitativo. Os beneficiários do recurso pagam somente os custos em que se tem incorrido por sua causa. Os usuários recebem os sinais desejados, ainda que não com a precisão do sistema de preços múltiplo. Aqui também, a base para calcular os custos médios freqüentemente são somente os custos iniciais, não os de oportunidade.

O princípio da capacidade de pagamento se fundamenta em um critério da equidade. As tarifas da água dependem mais dos ingressos ou do capital que dos custos. Este princípio é a base mais comum para fixar as tarifas de irrigação em todo o mundo. Os economistas que consideram a água como um produto, tendem a criticar o princípio da capacidade de pagamento. Como os pagamentos guardam pouca relação com os custos, não se mede de nenhuma maneira a disposição a pagar em função do consumo. Este conceito da capacidade de pagamento é intrinsecamente subjetivo, e as pressões políticas influem freqüentemente na fórmula adotada, de maneira tal que o capital procedente dos contribuintes flui para os usuários da água.

Em muitas partes do mundo, a água é tão escassa que se justificam os custos tangíveis e intangíveis do estabelecimento de sistemas oficiais de fixação de preços. Estudos realizados pela FAO, 1993, concluem que sistemas mais simples como o rateio poderiam satisfazer as necessidades de recuperação dos custos em ausência de escassez grave. Contudo, quando não há sinais de escassez de água, surgem pressões para adotar soluções de tipo estrutural (mais obras de captação, armazenamento e distribuição de água) com o fim de satisfazer necessidades de água incorretamente percebidas. Como é inevitável que o fornecimento de água continue sendo escasso, se acabará adotando planos de tarifas múltiplos que refletem os custos reais ou de oportunidade da água e dos outros recursos necessários para a prestação de serviço.

Como foi citada na definição a fixação de preços é um processo que envolve diversas políticas para sua aplicação, requer de técnicas econômicas e matemáticas que consigam alcançar a eficiência na alocação, mas levando em consideração todos os fatores que compõem o custo da água aspecto econômico, social, ambiental e cultural.



## CAPÍTULO 6. DEMANDA DE ÁGUA PARA A AGRICULTURA

### 6.1 Pontos essenciais da análise econômica da água

Como explicado nos capítulos anteriores, a água é um bem fundamental à vida, nem por isso, deixa de ser considerada como um bem econômico que, na maior parte das suas utilizações divide com outros bens o fato de trazer benefícios a quem dela usufrui, mas em contrapartida impõe custos no seu fornecimento. Assim, na análise econômica da água deve-se olhar por um lado o consumo (usuários) e por outro a produção (fornecedores). Em termos econômicos, fazer esta análise corresponde a estudar a procura e a oferta.

O objetivo desta seção é apresentar os principais conceitos econômicos envolvidos, permitindo compreender melhor a teoria da demanda de água na agricultura.

#### 6.1.1 Procura e Oferta de água

A *procura ou demanda* define-se como a quantidade de um bem para cada preço que os utilizadores desejam e estão aptos a adquirir. Se o preço é alto, a quantidade procurada será presumivelmente menor se o preço for baixo. A quantidade procurada pode reagir muito ou pouco às alterações dos preços, isto é, a procura pode ser muito ou pouco elástica. Dadas às características da água, presume-se que para determinados usos básicos a procura é muito rígida, ou inelástica, reagindo pouco às variações de preço, mas à medida que se acrescentam usos não essenciais (como lavagens, fontes, jardins) é de se prever que a elasticidade possa aumentar. Na prática, admite-se que a procura representa uma disposição a pagar dos utilizadores por cada  $m^3$  consumido, representando assim o valor marginal<sup>14</sup> percebido que atribuem a cada unidade do bem, uma vez que se estão dispostos a pagar alguma quantia é porque o bem lhes traz algum benefício. (PALMA, 2003).

Do lado da *oferta*, a variável importante será o custo de produção do bem. Em particular, interessa saber quanto irá custar a mais cada  $m^3$  de água fornecida, considerando para isso todas as despesas (por exemplo, de tratamento e distribuição) associadas especificamente a esse  $m^3$ . É previsível que este custo marginal de fornecimento aumente à medida que são exigidas maiores quantidades do bem, já que para fazer face a um aumento de

---

<sup>14</sup> Usa-se o termo *omarginalo* porque a curva da procura indica o valor retirado do consumo de *cada unidade adicional* do bem. Evidentemente, o valor total atribuído a uma dada quantidade do bem corresponde à soma dos valores marginais das unidades incluídas, ou seja, graficamente será a área abaixo da curva da procura.

quantidade será freqüentemente necessário recorrer às fontes de água mais caras ou de menor qualidade.

### 6.1.2 Preços da Água

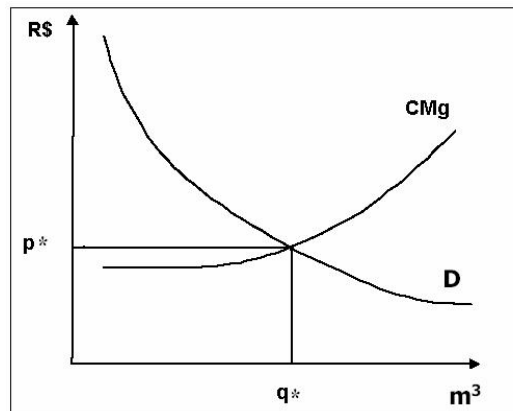


Figura 6.1. Preço e quantidade de equilíbrio.  
FONTE: Adaptado de (PALMA, 2003).

Na teoria econômica clássica, para os bens correntes num mercado livre, os custos são geralmente crescentes com a quantidade produzida ó função de oferta com custos marginais crescentes ó, e os benefícios são geralmente decrescentes ó função da demanda com benefícios marginais decrescentes. O preço é estabelecido automaticamente pelo mercado e corresponde à situação de equilíbrio em que o valor em que a função de oferta  $CMg$  intercepta a função de demanda  $D$ , isto é, o preço é igual ao custo marginal e ao benefício marginal. A quantidade produzida  $q^*$ , igual à quantidade consumida, é determinada pelo preço  $p^*$  e corresponde, para a situação de equilíbrio  $(q^*, p^*)$  como mostra a Figura 6.1.

No entanto, devido às especificidades da água, explicadas no capítulo anterior, não se pode esperar que a livre interação entre procura e oferta (consumidores e fornecedores) resulte no equilíbrio  $(q^*, p^*)$ , tornando-se necessária a intervenção do Estado para garantir a gestão correta do bem. Essa intervenção pode traduzir-se em mecanismos de regulação dos preços a cobrar pelo fornecedor para garantir que estes não penalizem excessivamente os consumidores.

Os preços da água devem assegurar que:

1. o custo total seja suportado de forma equitativa pelos vários utilizadores;
2. se alcance o máximo valor total da água, o que implica que as perdas e os desperdícios sejam mínimos.

Um dos *papéis dos preços regulados* deve ser a recuperação adequada dos custos, isto é, a um nível que nem seja excessivo (como poderia resultar da situação de poder de mercado do fornecedor) nem demasiado baixo (para garantir que o benefício total da utilização da água seja maior do que o custo total, e que não sejam mantidas indefinidamente situações com custos excessivos). Mas os preços não se limitam apenas a este fim, um preço semelhante ao custo marginal transmite ao consumidor a informação apropriada relativa ao custo real associado a sua decisão. Quanto mais próximo estiver o preço do custo marginal de fornecimento, maior será o incentivo dos consumidores para corretas tomadas de decisões.

### **6.1.3 Custo, Tarifa e Preço**

Na prática, as forças de mercado rara vez estabelecem os preços da água; normalmente, estes são fixados por organismos de abastecimento de propriedade pública ou por empresas privadas de serviços reguladas pelo setor público. Os preços da água (tarifas na linguagem dos serviços públicos) repercutem tanto na eficiência como na equidade, e influem também nos ingressos do organismo em questão. (FAO, 1993).

Define-se, desde o ponto de vista do agricultor, custo, tarifa e preço:

*Custo de aplicação da água* como o custo que tem que assumir o irrigante para poder realizar suas aplicações de água em seus cultivos.

*Tarifa da água* faz referência a todo pagamento que tem que fazer o irrigante a uma instituição pública ou privada por exercer o direito de uso da água ou beneficiar-se de alguma infra-estrutura construída por alguém alheio a ele, e cujo titular deve recuperar o custo íntegro ou parcial de sua construção e exploração.

*Preço da água* faz referência ao pagamento que tem que fazer o irrigante a um terceiro por utilizar vazões. Como a fronteira divisória entre preço e tarifa não é sempre clara, entende-se preço da água quando intervém um sistema de mercado e, portanto, o preço será o pagamento que faz o irrigante a um vendedor disposto a ceder-la; e de tarifa quando se trate de um pagamento fixado com algum critério explícito, normalmente ligado ao objetivo de recuperação de custos, fixado por alguma instituição encarregada de gerir os recursos ou a infra-estrutura.

Na teoria econômica clássica, os preços mais adequados são os obtidos pela intersecção das curvas da oferta e a demanda. No entanto, para o bem da água a situação é diferente principalmente pelas características especiais que ela possui, como explicado no

capítulo anterior. Desta forma, os mecanismos correntes de mercado livre não são apropriados, implicando a intervenção do Estado.

Na ausência de mercados de água e conseqüentemente na inexistência de preços de equilíbrio é necessário estudar a demanda de água de modo indireto<sup>15</sup>. Mas estimar e analisar as curvas de demanda de água é fundamental na Gestão da Água. RIBEIRO *et al* 1999, *apud* ANDRADE *et al.*, 1995 resumem os objetivos de se conhecer a curva de demanda por água, que são os seguintes:

- a) conhecer as variáveis que determinam a quantidade demandada;
- b) estimar as elasticidades-preço e renda da demanda;
- c) estudar o efeito que diferentes estruturas de tarifa possa ter sobre a receita e sobre a quantidade consumida de água;
- d) fazer a projeção da quantidade demandada de água a fim de dimensionar as necessidades.

Então, a utilidade de uma função da demanda está em examinar a resposta que tem um aumento ou diminuição do preço do fator sobre a quantidade demandada. Este efeito se denomina em economia como um deslocamento ao longo da função de demanda, e expressa a mudança ao longo do eixo x da quantidade de fator demandado quando somente muda o preço unitário que tem que se pagar pelo fator. Também serve para medir o efeito na quantidade demandada a um aumento de preços, e para isto se emprega o conceito de elasticidade da demanda.

#### **6.1.4 Demanda de fatores de produção**

A demanda de fatores produtivos, como a água para irrigação, é uma demanda induzida pelo ânimo de lucro quanto ao modo de produção, e as opções de mercado que existem para os produtos. Também se demanda um fator ou insumo por sua contribuição à produção de bens e serviços que são consumidos pela unidade familiar que aporta o trabalho, como seria o caso de uma agricultura de subsistência ou orientada ao auto-consumo. (PROJETO FODEPAL, 2001)

---

<sup>15</sup> Uma mistura de métodos é usada para estimar o valor da água para diferentes usos e fins (GIBBONS,1986). Estes métodos incluem: estimação de curvas de demanda, estimação de funções de produção e simulação das perdas dos produtos.

A demanda de um fator de produção pode-se analisar com ajuda de alguns postulados da micro economia, isto implica seguir alguns supostos bastante restritivos próprios desta teoria, contudo os benefícios são maiores.

#### *Supostos básicos*

Além de assumir que a unidade produtiva está guiada pela maximização de seus benefícios, resulta útil estabelecer os seguintes supostos:

- 1) Vende seus produtos em mercados nos quais conhece o preço que perceberá.
- 2) Conhece sua tecnologia de produção.
- 3) Conhece o preço dos fatores de produção.

Neste ponto é importante mencionar outro conceito da análise da procura que é a elasticidade-preço da demanda por água, por refletir a sensibilidade do usuário, no que diz respeito à demanda, frente às alterações no preço da água.

#### **6.1.5 A elasticidade-preço da demanda de água**

A elasticidade-preço da demanda é um conceito econômico utilizado para indicar o grau de sensibilidade do uso de água de um indivíduo frente a alterações de preço (SAMUELSON, 1975). A elasticidade-preço da demanda é influenciada basicamente por dois fatores: a disponibilidade de bens substitutos e o número de usos que o bem pode ter. (FERGUSON, 1990).

A elasticidade de demanda de qualquer bem, seja este fator de produção ou bem de consumo, proporciona uma idéia sobre a magnitude da mudança da quantidade demandada quando varia o preço que se deve pagar por sua aquisição. A vantagem deste indicador é a sua adimensionalidade e confere um significado sobre o qual não há ambigüidade.

Seu valor se calcula com a seguinte fórmula:

$E$  = variação proporcional na quantidade demandada / variação proporcional no preço

$$E = \frac{\Delta q}{q} / \frac{\Delta w}{w} \quad (6.1)$$

Escrito de outra forma:

$$E = \left| \frac{\partial q}{\partial w} \cdot \frac{w}{q} \right| \quad (6.1.a)$$

Como a elasticidade-preço refere-se a cogitações sobre quanto o consumidor estaria disposto a modificar o seu consumo de água caso houvesse uma alteração no preço, ela é um interessante conceito para subsidiar os valores a serem definidos para a cobrança pelo uso da água (RIBEIRO, *et al.*,1999 ).

Os valores de elasticidade da demanda permitem catalogar uma função de demanda em cinco categorias, como mostra a Tabela 6.1:

Tabela 6.1 Tipo de demandas, seus valores de elasticidade e significado.

Tipo	Valor	Implica que ...
Perfeitamente inelástica	$E = 0$	A quantidade demandada se mantém constante quando ocorrem as mudanças de preço.
Inelástica	$0 < E < 1$	A mudança percentual da quantidade demandada é menor que a mudança percentual do preço.
Unitária	$E=1$	A mudança percentual da quantidade demandada é igual à mudança percentual de preço.
Elástica	$E > 1$	A mudança percentual da quantidade demandada é maior que a mudança percentual do preço.
Perfeitamente elástica	$E = \infty$	O preço se mantém constante mesmo quando as quantidades demandadas variem.

FONTE: Adaptada de Internet: Microeconomia 5 ó Michel Parkin

Por exemplo, se a demanda de água é muito inelástica ( $E < 1$ ) uma variação da tarifa de água não produzirá grandes mudanças na quantidade de água demandada; contudo, uma mudança no preço dos produtos ou na tecnologia de produção ou de irrigação, pode ocasionar mudanças notáveis.

#### *Elasticidade-preço da demanda agrícola*

Normalmente os trabalhos empíricos publicados sobre elasticidade de demanda de água para irrigação em diferentes países mostram que as demandas são bastante inelásticas a preços baixos da água e mais elásticas a preços elevados. Gráficamente, as curvas de demanda têm a forma apresentada na Figura 6.2 (PROJETO FODEPAL, 2001).

De acordo com RIBEIRO *et al.*, 1999, existe poucos estudos sobre elasticidade-preço para o setor agrícola. Entretanto, com base nas características deste setor, pode-se afirmar que a sua elasticidade é superior aos valores encontrados para o uso residencial. Assim como a indústria, a água é bem de consumo intermediário na agricultura havendo a alternativa de ser usada em culturas mais eficientes.

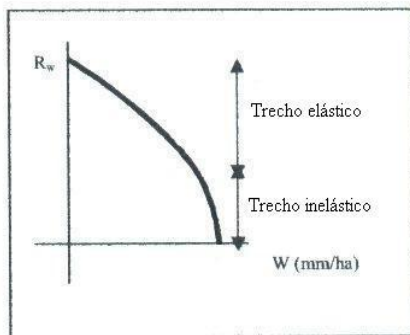


Figura 6.2. Elasticidade da demanda agrícola.  
 FONTE: PROJETO FODEPAL, 2001

HOWITT *et al.* (1980) se utilizaram de dois modelos econométricos de otimização para definir a função de demanda para o uso agrícola no Projeto do Vale Central da Califórnia (EUA) em 1976. Um dos modelos foi baseado em programação linear e o outro em programação quadrática, este último tendo gerado valores maiores para a elasticidade. As estimativas encontradas foram de elasticidade de 1,5 (para culturas com preços de mercado mais baixos) e de 0,46 (para culturas com preços de mercados mais altos). A demanda é inelástica, portanto, para o caso dos preços mais altos.

No Brasil, a elasticidade da demanda de água na agricultura irrigada pode ser considerada grandemente elástica nos cultivos tradicionais, com baixo valor agregado e irrigados com técnicas pouco eficientes quanto ao consumo de água. O arroz irrigado no Rio Grande do Sul pode entrar nesta classe em face do grande consumo de água. Isto significa que mesmo quando baixos valores são cobrados pelo uso de água poderão significar a inviabilização da atividade. A tendência é que culturas com alto valor agregado submetidas a técnicas de irrigação eficientes, como o caso de frutas para exportação irrigadas por gotejamento, possam apresentar elasticidades menores, viabilizando a cobrança. Em qualquer caso, cabe analisar a vulnerabilidade econômica da agricultura no Brasil que, ao contrário do que ocorre nos Estados Unidos e na Comunidade Européia, não recebe subsídios significativos. (PEREIRA, 2002)

## 6.2 Análise formalizada da demanda por água na agricultura

A informação essencial para estimar uma função de demanda de água para irrigação é o cálculo da produtividade monetária que se gera com diferentes níveis de aplicação de água ou volumes consumidos. Assim, é possível obter um valor numérico que se pode associar com

o que o fazendeiro pagaria se, em um mercado de água hipotético, desejasse ampliar sua dotação de água disponível.

A seguir realiza-se uma análise da quantidade demandada de água, adaptada de TSUR *et al* (2004), formalizada e detalhada por casos, dependendo do número de fazendeiros, número de cultivos e insumos, começando do caso mais simples, no qual se tem somente um fazendeiro, se cultiva um produto e se utiliza somente água como insumo, conhecida a função de produção e os preços da água e do produto, procura-se a quantidade de água que o fazendeiro demandará. À medida que se analisam os demais casos vai-se aproximando mais da realidade uma vez que as variáveis tornam-se mais complexas.

*Notação:*

n: número de fazendeiros ( $i = 1, 2, \dots, n$ );

m: número de cultivos ( $j = 1, 2, \dots, m$ );

k: número de insumos;

$f_j$ : função de produção da cultura j, crescente e estritamente côncava,  $y_j = f_j(q)$ ;

w: preço da água [ $\$/m^3$ ];

$p_j$ : preço do cultivo j [ $\$/kg$ ];

$q_j$ : quantidade de água para o cultivo j;

*1º CASO:*

É  $n=1$  único fazendeiro

É  $m=1$  único produto (cultivo), e

É  $k=1$  único insumo: água q

O fazendeiro tem o critério de lucro operacional definido como:  $\pi = p \cdot f(q) - wq$

O nível máximo de lucro satisfaz:

$$\frac{\partial \pi}{\partial q} = 0 \quad (2)$$

Substituindo tem-se:

$$p \cdot f'(q) = w \quad (6.3.a)$$

$$f'(q) \equiv \frac{\partial f(q)}{\partial q} = \frac{w}{p} \quad (6.3.b)$$

A expressão  $f'(q)$  representa o *produto marginal* da água, isto é o rendimento adicional do cultivo quando se aplica uma unidade adicional de água.



A equação (6.3.a) representa uma condição conhecida: o emprego de cada insumo (neste caso água) é ótimo quando o *valor de produto marginal* ( $p \cdot f'(q)$ ) se iguala ao preço do insumo.

Então, a quantidade de água demandada para o preço  $w$  é dada por:

$$q(w) = f'^{-1} \left( \frac{w}{p} \right) \quad (6.4)$$

## 2º CASO *Mais de um produto*

É  $n=1$  único fazendeiro

É  $m > 1$  cultivos ( $y_j ; j = 1, \dots, m$ )

É  $k=1$  único insumo: água  $q$

O lucro é a soma dos lucros obtidos das  $m$  culturas:

$$\pi = \sum_{j=1}^m [p_j f_j(q_j) - w q_j] \quad (6.5)$$

Por hipótese as funções  $f_j$  são crescentes e estritamente côncavas, então as condições necessárias para maximizar o lucro serão:

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_j} = f'_j(q_j(w)) - \frac{w}{p_j} = 0 \quad (6.6.a)$$

$$p_j \cdot f'_j(q_j(w)) = w \quad (6.6.b)$$

Isto permite formular um importante resultado: a água é eficientemente utilizada na exploração da irrigação se o valor do produto marginal de todos os cultivos for idêntico.

O conjunto de equações (6.6.a) dá origem às funções individuais de demanda por água, e as quantidades são dadas pelas equações do tipo:

$$q_j(w) = f'^{-1}_j \left( \frac{w}{p_j} \right) \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (6.7)$$

Então, a demanda total por água é:

$$q(w) \equiv \sum_{j=1}^m q_j(w) = \sum_{j=1}^m f'^{-1}_j \left( \frac{w}{p_j} \right) \quad (6.8)$$

3° CASO: *Mais de um fazendeiro*

É  $n > 1$  fazendeiros;  $i = 1, 2, \dots, n$

É  $m > 1$  produtos (cultivos)  $j = 1, 2, \dots, m$

É  $k=1$  único insumo: água  $q$

Seja:  $f_{ij}(q)$  a função de produção de água da cultura  $j$  pelo fazendeiro  $i$ .

Então, a demanda de água para cada fazendeiro é:

$$q_i(w) = \sum f_{ij}^{-1} \left( \frac{w}{p_j} \right) \quad (6.9)$$

e, portanto, a demanda de água de todos os fazendeiros é:

$$q(w) = \sum_{i=1}^n q_i(w) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m f_{ij}^{-1} \left( \frac{w}{p_j} \right) \quad (6.10)$$

4° CASO: *Incorporação de insumos adicionais:*

Sejam:

- $F(q, z)$ : função padrão de produção agrícola, na qual
- $z$  representa o vetor de insumos além da água (fertilizantes, pesticidas, trabalhadores, máquinas);

Define-se:

$$z(q) = \text{Max}_z \{ pF\{q, z\} - rz \},$$

onde  $r$  é o vetor preço de  $z$  e os preços  $p, w$  e  $r$  são tomados como dados então desprezíveis como argumentos.

A análise acima se verifica com  $f(q) \equiv F(q, z(q))$ .

5° CASO: *Disponibilidade de água limitada e o insumo água é considerado um bem livre*

Os quatro casos anteriores podem ser agrupados num único modelo (modelo 1: sem restrição de água) no qual a água não sofre restrições de uso quanto a sua disponibilidade. Este suposto, na maioria dos casos, não corresponde à realidade da irrigação no mundo, ao contrário os agricultores dispõem de vazões ou turnos de água limitados.

O 5° caso e o próximo agrupam-se como um modelo único (modelo 2: com restrição de água) no qual a água sofre restrições de uso, mas é livre de taxas e encargos.

Contando com esta restrição mais realista, reformula-se o caso 2 do modelo 1, transformando-o num problema de otimização restrito e sua formulação é a seguinte:

$$\max_q p \cdot f\phi(q) \quad (6.11)$$

$$\text{sujeito a: } q \leq x. \quad (6.12)$$

Definindo a função de Lagrange:

$$L = p \cdot f\phi(q) - \lambda (q - x) \quad (6.13)$$

com  $\lambda$  sendo o multiplicador de Lagrange na restrição de água  $q \leq x$ , a condição de primeira ordem de (Karush-Kuhn-Tucker) para o ótimo inclui:

- i.)  $\partial L / \partial q = 0 \Rightarrow p \cdot f\phi'(q) = \lambda$ ;
- ii.)  $\partial L / \partial \lambda \geq 0 \Rightarrow q \leq x$ ;
- iii.)  $\lambda (q - x) = 0$  (folga complementar)

Agora, se  $f\phi'(x) > 0$  implica  $p \cdot f\phi'(q) > 0$  para todos  $q \leq x$  ( $f$  é estritamente côncava), conseqüentemente, tem-se que:

$$\lambda > 0 \rightarrow \text{pela condição (i); e}$$

$$(q - x) = 0 \rightarrow \text{do resultado anterior e pela condição (iii).}$$

Significa que a água é gasta até o limite da restrição, isto é:  $q = x$ , e

$$\lambda = p \cdot f\phi'(x). \quad (6.14)$$

O multiplicador  $\lambda$  representa o benefício que reportaria ao irrigante dispor de uma unidade adicional de caudal para a irrigação. Também se pode interpretar como a disposição a pagar que teria o irrigante por poder dispor de uma unidade adicional de água. Isto se pode deduzir do seguinte raciocínio:

Suponha que a água é fornecida livre de taxas de pagamento, mas é restrita ao nível  $x$ . Quanto o irrigante estará disposto a pagar para livrar-se da restrição de água por  $\Delta$  unidades?

$$\text{Se a água é usada até o limite da restrição } x, \text{ o rendimento é } \Rightarrow p \cdot f(x)$$

$$\Delta, \text{ quantidade adicional, gera um rendimento adicional de } \Rightarrow p[f(x+\Delta) - f(x)]$$

Neste caso, o irrigante, estará disposto a pagar  $p[f(x+\Delta) - f(x)]$  a mais por o adicional  $\Delta$  m<sup>3</sup> de água; isto é, ele estará disposto a pagar o preço  $\frac{p[f(x+\Delta) - f(x)]}{\Delta}$ .

Para  $\Delta$  bastante pequeno este preço é equivalente a  $p.f'(\alpha(x))$ .

Assim,  $p.f'(\alpha(x))$  é o máximo valor que o fazendeiro estará disposto a pagar por uma unidade de água e, desta forma, mitiga esta restrição; este valor também é chamado de o **preço sombra**<sup>16</sup> da água e coincide com a equação (6.14). Desta forma, pode-se concluir que o multiplicador  $\lambda$  representa o benefício que reportaria para o irrigante dispor de uma unidade adicional de água, em outras palavras expressa a disposição a pagar do irrigante por uma unidade de água.

Da equação (6.3.a), sabe-se que  $p.f'(\alpha(x))$  é o inverso da demanda derivada pela água. Então, mudando a restrição  $x$  e calculando o preço sombra associado a  $\lambda$ , obtém-se um valor  $\lambda$  para cada valor de  $x$  dado por:

$$\lambda(x) = p.f'(\alpha(x)) = \text{o inverso da derivada da função de demanda.}$$

Este é um resultado bastante importante, pois é uma forma de estimar a demanda de água de um irrigante.

A solução do modelo do irrigante que dispõe de uma vazão limitada inspira as seguintes conclusões:

- Se  $x$  é abundante, tanto que o irrigante somente utiliza uma quantidade inferior, o valor marginal da água  $\lambda$  se anula; isto é, o irrigante não pagaria nada por dispor de mais quantidade de água, pois está sobrando.
- Se  $x$  é pouca,  $\lambda$  será maior que zero.

A função da demanda de água ficaria expressa como segue:

$$(a) \quad q^* = f(w, x, p) < x \quad \text{se} \quad \lambda = 0$$

$$(b) \quad q^* = f(w, x, p) = x \quad \text{se} \quad \lambda > 0$$

---

<sup>16</sup> Por que também se chama preço sombra da água à variável  $\lambda$ ? Porque  $\lambda$  atua como se fora um preço que se deve pagar pela água, ainda que na realidade o preço da água que o fazendeiro deve pagar seja somente  $w$ . Por que também se chama custo de oportunidade da água à variável  $\lambda$ ? Porque ao alocar excessiva água a um cultivo, deixa pouca quantidade disponível para outro cultivo, isto é o irrigante assume um custo de oportunidade excessivo no primeiro cultivo que é resultado de ele que deixa de ganhar por não deixar mais água para o outro cultivo (PROJETO FODEPAL, 2001).

Onde  $q^*$  representa a quantidade ótima de água. Na situação (a), a quantidade demandada de água coincide com  $x$ , que é a vazão disponível. A situação (b) se refere à condição na qual a disponibilidade de água é limitada.

Retomando-se a análise, por caso, da procura de água, apresenta-se a seguir o último deles.

*6º CASO: Disponibilidade limitada de água e vários insumos*

A aproximação da curva de demanda de água do 5º CASO é útil porque é facilmente estendida a situações envolvendo insumos adicionais e restrições.

Suponha que, além da água, a produção do produto envolve  $k$  insumos  $z = (z_1, z_2, \dots, z_k)$  que podem ser adquiridos em quantidade ilimitada aos preços correntes de mercado  $r = (r_1, r_2, \dots, r_k)$  e  $l$  insumos primários (por exemplo, terra),  $s = (s_1, s_2, \dots, s_l)$  que são disponíveis em quantidades limitadas  $b = (b_1, b_2, \dots, b_l)$ .

Seja a função de produção denotada por  $F(q, z, s)$ . O problema de decisão insumo/produto é:

$$\pi(x, b, p, r) = \text{Max}_{\{q, z, s\}} \{pF(q, z, s) - (r_1 z_1 + r_2 z_2 + \dots + r_k z_k)\} \quad (6.16)$$

sujeito a:

$$q \leq x \quad (6.17)$$

$$s \leq b \quad (6.18)$$

Para resolver este problema uma forma é usar o Lagrangeano:

$$L = pF(q, z, s) - (r_1 z_1 + r_2 z_2 + \dots + r_k z_k) - \lambda (q - x) - [\mu_1 (s_1 - b_1) + \mu_2 (s_2 - b_2) + \dots + \mu_l (s_l - b_l)] \quad (6.19)$$

O multiplicador  $\lambda$  é o preço/sombra da água, o qual quando calculado para todos os níveis possíveis de  $x$ , constitui a derivada inversa de demanda de água.

Para as funções de produção não-linear  $F(q, z, s)$  a otimização restrita (14) até (16) constitui um problema de programação não-linear (PNL). Um caso especial surge quando a função  $F$  admite a forma de Leontief (coeficiente fixo):

$$F(v_1, v_2, \dots, v_m) = \min \left\{ \frac{v_1}{a_1}, \frac{v_2}{a_2}, \dots, \frac{v_m}{a_m} \right\}$$

para algumas constantes  $a_1, a_2, \dots, a_m$ . Neste caso, a otimização restrita se reduz a um problema de programação linear (LP), para a qual existem algoritmos eficientes.

*Exemplo*

Considere o caso:

$m$  cultivos, e

quatro insumos: terra, água, trabalho e fertilizante.

Um hectare de cultivo  $j$  requer pelo menos:

$a_{1j}$  [m<sup>3</sup>] de água,

$a_{2j}$  [dias] de trabalho e

$a_{3j}$  [kg] de fertilizantes,

Os rendimentos serão designados por:  $y_j$  [kg] de produto, para  $j = 1, 2, \dots, m$ .

Os parâmetros  $y_j, a_{1j}, a_{2j}$  e  $a_{3j}, j = 1, 2, \dots, m$ , especificam a tecnologia de produção de Leontief.

O produto do cultivo  $j$  neste caso é  $T_j \cdot y_j$  definido da seguinte forma:

$$T_j \cdot y_j = T_j \cdot \min \left\{ \frac{q_j}{a_{1j}}, \frac{z_{1j}}{a_{1j}}, \frac{z_{2j}}{a_{2j}} \right\}$$

onde  $q_j, z_{1j}$  e  $z_{2j}$  são insumos por hectare de água, trabalho e fertilizantes respectivamente para o cultivo  $j$ , e  $T_j$  é a terra alocada para o cultivo  $j$ . Quando nenhum insumo é desperdiçado tem-se:

$$\frac{q_j}{a_{1j}} = \frac{z_{1j}}{a_{1j}} = \frac{z_{2j}}{a_{2j}} = y_j \Rightarrow q_j = a_{1j} \cdot y_j; z_{1j} = a_{2j} \cdot y_j \text{ e } z_{2j} = a_{3j} \cdot y_j$$

Seja  $r_1$  e  $r_2$  o preço do trabalho e fertilizantes, respectivamente. Excluindo o custo da terra e da água, o retorno da colheita por hectare  $j$  é:

$$\pi_j = p_j y_j - r_1 z_{1j} - r_2 z_{2j} = y_j (p_j - r_1 a_{2j} - r_2 a_{3j})$$

Sendo  $T$  e  $x$  as restrições de terra e água, respectivamente, o problema de maximização do lucro implica encontrar a alocação de terra  $T_j, j = 1, \dots, m$ , que maximiza

$$\text{Max } \pi_1 T_1 + \pi_2 T_2 + \dots + \pi_m T_m \quad (6.20)$$

sujeito a:

$$\text{restrição de água} \rightarrow a_{11} T_1 + a_{12} T_2 + \dots + a_{1m} T_m \leq x \quad (6.21)$$

$$\text{restrição de terra} \rightarrow T_1 + T_2 + \dots + T_m \leq T \quad (6.22)$$

$$\text{restrição de não negatividade} \rightarrow T_j \geq 0 ; j = 1, 2, \dots, m \quad (6.23)$$

Este é um típico problema de programação linear - PL (a função objetivo e as restrições são lineares nas variáveis de decisão  $T_j$ ).

A solução do problema de PL (6.20)-(6.23) inclui a alocação ótima  $T_j, j = 1, 2, \dots, m$ , e um multiplicador dual para cada restrição. O dual da restrição da água,  $\lambda$ , é o preço/sombra da água. Executando o problema PL com diferentes níveis de restrição de água  $x$  e registrando o preço/sombra  $\lambda$  que corresponde a cada nível de  $x$ , obtém-se uma correspondência entre  $x$  e o preço/sombra de água  $\lambda$ , o qual constitui a derivada inversa da demanda por água.

### 6.3 Fatores de variação da demanda de irrigação

Como se indicou as curvas da demanda podem-se deslocar no plano (q,w), denotando-se que se isso ocorre se trata de uma mudança da demanda ou um deslocamento da função de demanda. Nesta epígrafe, se aprofundará nos fatores que podem provocar deslocamentos de uma curva demanda de água. É preciso sublinhar que, em muitos casos, a influência desses fatores no consumo de água pode ser muito maior que uma mudança de tarifa de água. Por exemplo, se a demanda de água é muito inelástica ( $E < 1$ ) uma variação da tarifa da água não produzirá grandes mudanças na quantidade de água demandada; contudo, uma mudança no preço dos produtos ou na tecnologia de produção ou irrigação, pode ocasionar mudanças notáveis.

#### 6.3.1 Mudanças nos preços dos produtos

No texto do PROJETO FODEPAL, 2001 através de um simples exemplo numérico se chega à importante conclusão de que os preços dos produtos agrícolas influem decisivamente na demanda de água.

Em geral, quanto mais cara seja a água maior influência terá um aumento ou uma redução dos preços dos produtos nas demandas de água. Enunciado de forma diferente, a demanda de água torna-se tanto mais inelástica quanto maior sejam os preços dos produtos irrigados que se cultivam. Evidentemente, se os preços de alguns produtos aumentam e os de

outros diminuem, não é possível determinar *a priori* a direção na qual se deslocará a curva de demanda; o efeito será por tanto ambíguo.

### 6.3.2 Na tecnologia de produção ou de irrigação

Neste caso o agricultor consegue melhorar seu potencial produtivo, por exemplo, através de utilização de uma melhor qualidade de sementes ou mudando para uma técnica de irrigação mais eficiente. A experiência mostra que quanto mais eficiente é a produção agrária mais inelástica tende a ser a demanda e, em consequência, mais insensível será a vazão demandada para irrigação a aumentos do preço da água.

Portanto, pode-se estabelecer que a política tarifária somente gerará economia de água naquelas zonas cuja curva de demanda seja elástica. Um aumento do preço da água na zona inelástica da curva de demanda, não somente não produziria economia de água, se não que provocaria uma perda de renda no setor afetado pela implantação da nova taxa. Assim, afirmar que uma nova política tarifária que eleva o preço da água permitiria economizar água, sem conhecer previamente as curvas de demanda, é no mínimo arriscado e poderia conduzir a recomendações políticas errôneas.

### 6.3.3 Mudanças na quantidade de água disponível

Os agricultores normalmente não dispõem de quantidades ilimitadas de água para irrigar. Em muitos lugares, existem turnos de irrigação, concessões de água ou outros tipos de limitações que impedem que um agricultor irrigue empregando tanta água como deseja. Se este é o caso, a curva de demanda de água que se obtém está truncada no ponto de consumo marcado pelo limite legalmente estabelecido (ver Figura 6.3.).

Tabela 6.2 Quantidades de demandas de água ante oito preços supostos.

Preço	Q1	Q2	Q3
0,00	4.316	3.500	4.000
0,05	4.116	3.500	4.000
0,10	3.917	3.500	3.917
0,15	3.718	3.500	3.718
0,20	3.518	3.500	3.518
0,25	1.649	1.649	1.649
0,30	1.460	1.460	1.460
0,35	1.270	1.270	1.270



Q1 ó Quantidades demandadas dados os respectivos preços (coluna 1)

Q2 - Quantidades demandadas quando somente podem-se consumir 3.500 mm e

Q3 - Quantidades demandadas quando somente podem-se consumir 4.000 mm

A Tabela 6.2 traz os dados necessários para desenhar as três curvas de demanda<sup>17</sup>: a primeira é a situação sem impor uma vazão ao agricultor, a segunda e terceira curva representam a imposição de duas vazões fixas totais 3.500mm e 4.000mm respectivamente.

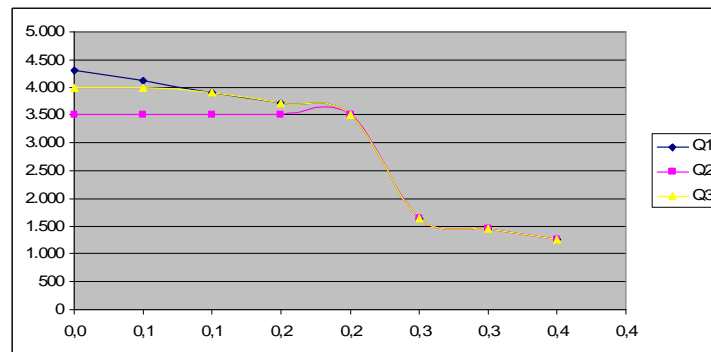


Figura 6.3. Curvas de demanda de água com vazões fixas.  
 FONTE: Adaptado de PROJETO FODEPAL, 2001

### 6.3.4 Da demanda individual à demanda agregada

As decisões políticas nunca são tomadas para induzir mudanças somente em um irrigante senão em um conjunto deles. Por isto, resulta essencial passar do conceito de demanda individual ao conceito de demanda agregada. A demanda agregada de água resulta de agregar horizontalmente as funções de demanda dos irrigantes que estão englobados na comunidade de irrigantes, região, bacia ou país que represente o âmbito geográfico de interesse.

A demanda agregada indica como se reduz a quantidade demandada de uma Bacia Hidrográfica (BH) frente elevações do preço da água. Sobre esta se aplica diretamente o conceito de elasticidade, e sua magnitude tem a mesma interpretação que na demanda individual com a diferença de que a mudança na quantidade demandada de água se refere ao conjunto de todos os irrigantes da Bacia ou Comunidade de irrigantes. Isto é, a redução no consumo de água ocasionado por um aumento do preço da água em uma BH ou comunidade seria o resultado da soma das reduções das demandas de cada um dos irrigantes.

<sup>17</sup> O exemplo completo encontra-se no documento do PROJETO FODEPAL, 2001.

Evidentemente os fatores que afetam a função de demanda de água individual têm expressão também na função de demanda agregada de um âmbito administrativo ou geográfico de maior nível. Assim, se os preços dos cultivos que se plantaram em uma região aumentam ou melhora a tecnologia do sistema cultivo-solo-água que aplicam os irrigantes, a demanda agregada de água se deslocará à direita.

Contudo, quando não se dispõe de informação desagregada suficientemente completa dos tipos de irrigantes que operam na região, bacia ou país, é possível caracterizar a demanda agregada de água utilizando variáveis macroeconômicas. Embora isto implique fazer certos pressupostos, às vezes pouco restritivos, se podem obter resultados que servem para delinear políticas de gestão da água aplicáveis sobre toda a zona.

A demanda agregada de água é logicamente dependente das condições dos mercados nacionais e internacionais dos produtos, e, portanto, das barreiras ao comércio que com maior ou menor intensidade afastem à agricultura da bacia ou região das condições mundiais. Também terá uma influência decisiva o tipo de mudança real entre a moeda nacional e as moedas de seus principais sócios comerciais. Finalmente, deve salientar-se a influência das políticas agrárias que afetam ao regime interior de preços.

A utilidade de uma função de demanda agregada está em saber que fração da demanda de água ficaria fora do mercado, ou perderia sua rentabilidade, no suposto de que se impusesse uma tarifa sobre a água que afetasse a todos os usuários da bacia.

Não existe um único nível de agregação para obter uma demanda agregada. Entre um irrigante e o conjunto de irrigantes de um país se podem ter os seguintes níveis de agregação: comunidade de irrigantes, perímetro irrigado, sub-bacia hidrográfica e bacia hidrográfica. A cada nível de agregação se pode associar uma curva de demanda de água e também um âmbito de políticas especialmente indicado para esse nível de agregação.

#### **6.4 Análise da oferta de água**

O custo total de oferecer a quantidade  $q^S$  de água é formado pelo *custo variável* (CV) e pelo *custo fixo* (CF).

$$CT(q^S) = CV(q^S) + CF ;$$

onde  $q^S$  quantidade de água oferecida

- ✓ CV consiste de custos diretamente relacionados ao suprimento de água  $q^S$ , tais como bombeamento, transporte, trabalho temporário e algum custo operacional e manutenção (O&M).
- ✓ CF são custos que dependem ou não da quantidade de água armazenada, tais como depreciação e pagamentos de juros em benfeitorias, trabalho permanente e administração e alguns de O&M.

Tipicamente, CV é crescente na quantidade de água oferecida a uma taxa não-decrescente (isto é  $CV(q^S)$  é crescente e convexa).

O custo marginal de oferta de água:  $CMg(q^S) = \frac{\partial CV(q^S)}{\partial q^S}$ , e

O custo médio de oferta de água:  $CMe(q^S) = \frac{CT(q^S)}{q^S}$

Da Teoria Microeconômica o CMe, tipicamente, tem a forma de U, o CMg é não-decrescente (embora exista uma porção decrescente na curva esta parte não é relevante para a análise econômica) e cruza com a curva CMe num ponto onde CMe é mínimo. (Figura 6.4)

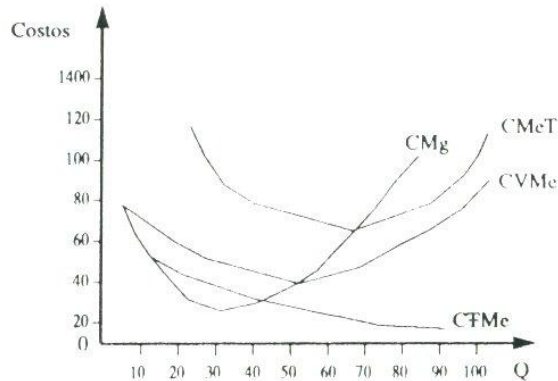


Figura 6.4: Curvas de Custos

O lucro para o fornecedor de água a um preço  $w$  por unidade de água é:

$$\pi^S(q^S) = wq^S - CT(q^S)$$

e a quantidade ofertada que maximiza o lucro satisfaz a seguinte equação:

$$\frac{\partial \pi^S(q^S)}{\partial q^S} = 0 \text{ ou}$$

$$CMg(q^S) = w.$$

O fornecedor de água suprirá assim a quantidade:

$$q^S(w) = CMg^{-1}(w)$$

o lucro operacional (sem contar os custos fixos) será:

$$wq^S(w) - CV(q^S(w)); \text{ e portanto:}$$

o *lucro total* em função do preço será:

$$\pi^S(w) = wq^S(w) \text{ ó } CT(q^S(w)).$$

Quando  $w$  fica abaixo da curva CMe, o lucro operacional será insuficiente para cobrir o custo fixo CF e o lucro total é negativo. No curto prazo, o custo fixo é um custo histórico<sup>18</sup> (isto é, ele deve ser pago se a água é ou não fornecida), e deve ser pago para continuar a operação até que este fornecimento não exceda o custo variável (isto é, o lucro operacional é positivo). No longo prazo, contudo, os fornecedores terão que ser compensados para continuar a operação.

### 6.5 Determinação do Preço Eficiente<sup>19</sup>

O excedente total gerado pela irrigação é a soma dos excedentes dos fazendeiros e fornecedores. Procura-se o preço da água que maximiza o excedente total.

Dado um preço  $w$ , como fora explicado anteriormente, os fazendeiros demandarão uma quantidade  $q(w)$ , satisfazendo a equação (4), e o excedente é:  $\pi(w) = pq(w) - wq(w)$

O lucro operacional do fornecedor como uma função do preço da água  $w$  é dado por:

$$\pi^S(w) = \pi^S(q(w)) = wq(w) \text{ ó } CV(q(w)) \quad (6.24)$$

o bem-estar no curto prazo (livre do custo fixo) é:

$$\text{Bem-estar} = \{\text{excedente do fazendeiro}\} + \{\text{excedente do fornecedor}\}$$

$$V(w) \cong V(q(w)) = pf(q(w)) - wq(w) + wq(w) \text{ ó } CV(q(w))$$

$$= pf(q(w)) \text{ ó } CV(q(w)).$$

O preço da água que maximiza o excedente total satisfaz:

$$\frac{\partial V}{\partial w} = 0 \quad \Rightarrow \quad pf'(q(w)) = CMg(q(w))$$

Mas  $pf(q(w)) = w$ , conseqüentemente a eficiência do preço da água é definida por:

<sup>18</sup> Custo que representa despesa já feita e que, por isso, é irrelevante no processo decisório.

<sup>19</sup> Nesta análise considera-se o mercado de concorrência perfeita.

$$w^* = CMg(q(w^*)), \quad (6.25)$$

que é a regra da determinação do preço pelo *custo marginal*.

Normalmente a derivada inversa da demanda  $pf'(q)$  inclina-se para baixo, o custo da curva marginal  $CMg(q)$  é não decrescente, e as duas curvas têm uma única interseção que determina o preço do custo marginal  $w^*$ , isto é, a conhecida regra em que a demanda é igual à oferta. Os lucros dos usuários da água (irrigantes) e fornecedores são as áreas com linhas verticais e horizontais respectivamente, como mostra a Figura 6.5. No curto prazo, não incluindo os custos fixos, o bem-estar é a soma das duas áreas.

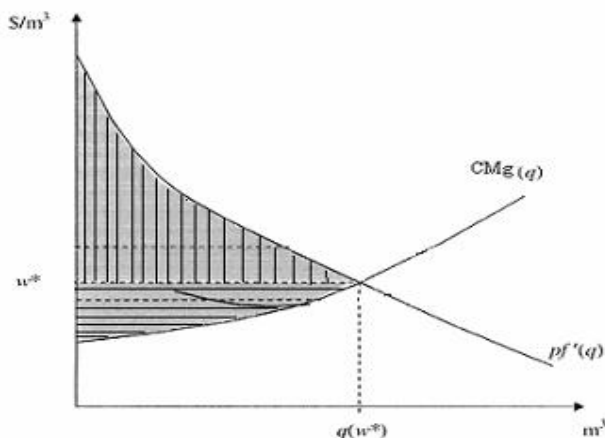


Figura 6.5: Excedente do agricultor (linhas verticais) e excedente do fornecedor (linhas horizontais)

A determinação do preço através do custo médio produz ineficiência econômica (onde o objetivo é maximizar o lucro comum dos fazendeiros e supridores de água). Isto se pode justificar com apoio da seguinte análise.

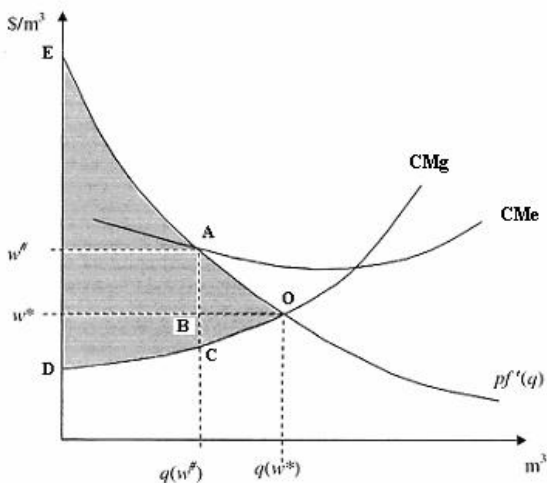


Figura 6.6: Perda de bem-estar da sociedade se muda o preço de  $w^*$  (=CMg) para  $w^\#$  (=CMe)

Observe a Figura 6.6, a mudança do preço  $w^*$ , baseado no custo marginal, para o preço  $w^\#$ , em referência ao custo médio, implica num deslocamento da configuração quantidade-preço  $\{q(w^*), w^*\}$  para  $\{q(w^\#), w^\#\}$ . Assim, o deslocamento do preço de venda de CMg para CMe envolve uma perda de bem-estar para a sociedade como um todo dada pela área ACO. A perda para os irrigantes é a área do triângulo ABO mais a área de  $w^\#ABw^*$ . Os fornecedores de água perdem a área do triângulo BOC, mas ganham a área do retângulo  $w^\#ABw^*$ . Portanto, um deslocamento de preço de CMg para CMe coloca os fornecedores numa situação melhor (o ganho deles excede a perda) e os irrigantes numa situação muito pior.

Como notado acima, quando a curva CMg está abaixo da curva CMe, os ganhos pelo fornecimento de água, com preço igual a CMg, são insuficientes para cobrir o custo do suprimento desta, implicando que alguma forma de subsídio é necessária. Um subsídio vem geralmente de recursos públicos, então também tende a distorcer a eficiência (se coletada através de taxas). Assim, preço igual a CMg preserva a eficiência no setor de irrigação, mas extraindo dos cofres públicos o que deve contribuir para ineficiência em outros setores. O prejuízo destes dois tipos de distorções deve ser analisado em cada caso separadamente.

Resumindo:

- O preço da água determinado pelo Custo Marginal (CMg) atinge a alocação eficiente da água no setor de irrigação, na qual ele maximiza os lucros comuns dos usuários da água (irrigantes) e fornecedores de água. Se, contudo, isto envolve suprimento subsidiado (quando a curva de CMg cai abaixo da curva CMe), pode causar ineficiência em outros setores da economia através da sua dependência do dinheiro público para subsidiar o suprimento de água.
- O preço da água determinado pelo Custo Médio (CMe) garante um orçamento balanceado da agência de suprimento de água. Assim, dispensa a necessidade do uso de dinheiro público, mas acarreta a perda de eficiência no setor de irrigação (isto diminui o bem-estar dos irrigantes e fornecedores de água). Além disso, os primeiros carregam a maior parte do ônus da perda de bem-estar.

**PARTE III**  
**REVISÃO DE MODELOS PARA ANÁLISE DO SETOR AGRÍCOLA**

---

## CAPITULO 7. MODELOS AGRÍCOLAS

Um modelo econômico, segundo o dicionário, representa uma visão simplificada de economia que permite uma análise rigorosa da teoria econômica e baseia-se em determinados postulados bem definidos e que são impostos pelo autor. Desta definição pode-se entender que um modelo econômico é uma construção teórica, abstrata e não tem um significado totalmente preciso, ele poderia ser uma teoria geral ou uma relação imprecisa entre dois conceitos, ou uma expressão matemática completamente formalizada, etc. Apesar destas discrepâncias no uso do termo o modelo econômico permite compreender os fenômenos econômicos, explicar a forma em que acontecem e fazer algumas previsões. Mas, é importante ressaltar que a qualidade das respostas que entregará um modelo, dependerá da segurança de sua estrutura e dos dados que são incorporados no modelo.

Para HAZELL e NORTON, 1986, os modelos permitem um elo entre teoria econômica e os dados, por um lado, e apreciações práticas do problema e orientações políticas por outro. Eles são abstrações imperfeitas, mas por virtude da sua estrutura consistentemente lógica eles podem dar ao analista e/ou tomador de decisões políticas uma representação econômica importante do setor e tornar-se um laboratório de teste de idéias e propostas políticas. De qualquer modo, experiências têm mostrado que a construção de modelos requer não somente a compreensão de uma economia apropriada e um conhecimento de assuntos a serem tratados, mas também familiaridade com as técnicas de construção e aplicação de modelos.

Nesta seção a atenção será voltada para os modelos especificamente desenvolvidos para investigar o comportamento de parte ou de todo o setor agrícola, seus provedores ou consumidores e inclui as análises de aplicação de políticas passadas e prever efeitos de futuras políticas, conhecidos como modelos do setor agrícola (BAUER 1989; HECKELEI *et al* 2001; ARFINI 2005) ou também chamados de Modelos de Política Agrícolas (APM).

Na Europa existe um expressivo interesse por este tema devido à necessidade de analisar as implicações da expansão da União Européia para 25 estados membros e conduzir a evolução de suas reformas à Política Agrária Comum da União européia (PAC). Durante mais de três décadas, modelos de um tipo ou outro se tornaram ferramentas comuns para análise de política.



Desde 1988, a Associação Européia de Economistas Agrícolas tem patrocinado três seminários (ARFINI 2005; BAUER e HENRICHSMEYER 1989; HECKELEI, *et al* 2001) para manter o estado da arte no que se refere aos modelos APMs europeus, e pelo menos duas revisões semelhantes estão disponíveis no Reino Unido, assim como também alguns documentos de revisão produzidos no Instituto Nacional italiano de Economias Agrícolas (ARFINI 2001; CONFORTI 2001).

Como resultado do último seminário (ARFINI, 2005) se elaborou o documento "Modeling Agricultural Policies: State of the Art and New Challenges" o conteúdo deste e dos outros seminários mostram que a aproximação dominante da modelagem no setor agrícola é "resposta da oferta orientada", isto é, que produtos agrícolas serão provavelmente produzidos em resposta a algum instrumento de política tal como preços, incentivos de custo ou desincentivos. Outros assuntos tais como impactos ambientais, mudanças estruturais, multi-funcionalidade da agricultura e a interação entre setores também recebem atenção. A teoria neoclássica da firma continua proporcionando o suporte teórico para o desenvolvimento destes modelos e assim a suposição do comportamento maximizador do lucro se mantém.

A seguir apresenta-se primeiro as características gerais de qualquer modelo econômico e depois se descrevem os modelos mais utilizados na teoria e nas aplicações agrícolas.

## **7.1 Características Gerais dos modelos econômicos**

Atualmente existe uma variedade muito grande de modelos econômicos utilizados. Os supostos específicos e o grau de detalhe variam de acordo com a complexidade do sistema a ser representado. Porém, apesar desta variedade, NICHOLSON, 1997, encontra que em quase todos os modelos econômicos há três pressupostos comuns.

O pressuposto *ceteris paribus* (todo o resto se mantém constante). Da mesma forma que acontece na maioria das ciências, os modelos utilizados na economia tentam descrever relações relativamente simples. Embora se reconheça a existência de muitas forças externas que afetam um dado fenômeno econômico, trata-se de explicar somente com um número pequeno de variáveis quantificáveis, supondo que as outras forças se mantêm constantes na elaboração do modelo. Desta forma, é possível estudar somente o efeito de umas quantas forças no contexto simplificado. Este suposto se emprega em todos os modelos econômicos, mas a sua aplicação estabelece algumas dificuldades na verificação empírica dos resultados

do modelo com os dados reais. Por esta razão, as limitações e o significado preciso deste suposto em economia causam controvérsias.

O pressuposto de que *os tomadores de decisões econômicas tratam de otimizar*, muitos modelos econômicos partem do pressuposto de que os agentes econômicos estudados perseguem racionalmente algum objetivo (compradores querem alcançar o máximo benefício ó utilidade, as empresas maximizam o lucro ou minimizam os custos, etc.). Apesar de que este suposto é bastante discutível, tem sido aceito como bom ponto de partida para o desenvolvimento de modelos econômicos.

Os pressupostos de otimização são muito produtivos, no sentido que geram modelos precisos e solúveis, devido principalmente à capacidade destes modelos para recuperar toda uma variedade de técnicas matemáticas adequadas para os problemas de otimização das quais não se poderia dispor em outro caso. Outra razão para a popularidade dos modelos de otimização se encontra na aparente validade empírica, estes modelos parecem bastante precisos para explicar a realidade.

*Distinção entre as questões positivas e normativas.* No contexto geral na análise econômica distinguem-se a economia positiva e a economia normativa. A economia positiva trata simplesmente de conhecer e descrever a realidade tal como ela é. A economia normativa propõe a direção na qual se deve modificar a realidade e os meios para intervir sobre ela. Em outras palavras, a economia positiva é uma abordagem que não tem preocupações éticas e que se limita a determinar os fatos tais quais eles existem e a economia normativa pressupõe uma tomada de posição ética em relação à realidade. Esta distinção foi proposta por Keynes, 1930.

Com o fim de estabelecer uma base de modelos agrícolas e logo poder escolher um tipo adequado de modelo foram examinados alguns tipos de modelos na seguinte seção.

## **7.2 Classificação dos modelos agrícolas**

Há uma grande variedade de conceitos e aproximações que são usados para construir os modelos de política agrícola e vários autores definem esquemas diferentes para classificá-los (HARVEY 1990; TONGEREN *et al* 2001), os quais tendem a ser arbitrários e nem sempre são suficientemente discriminatórios para criar classes mutuamente excludentes.

Pesquisadores do PROJETO EPES, 2005, consideram que os critérios usuais mais utilizados para classificar modelos incluem: a técnica de modelagem, que é econométrica, simulação ou programação; os atributos estruturais de um modelo que são estático, estático comparativo ou dinâmico; o foco em um único ou multi-commodities; tratamento de equilíbrio econômico que é parcial ou geral; orientação agrícola versus rural, ou ambos; e, agregação de resultados para níveis regionais, nacionais ou multinacionais.

Neste trabalho se considera uma classificação particular, adaptada da leitura pesquisada especialmente no trabalho de Heikki 2001, e se detalha por separado cada item.

Modelos agrícolas - com ênfase no mercado:	Equilíbrio Parcial (PE) Equilíbrio Geral (GE) Equilíbrio Geral Computável (CGE) De comércio internacional.
Modelos agrícolas ó com ênfase na agregação	De fazenda setorial regional
Modelos agrícolas ó com ênfase nas teorias	Econométrica - séries temporais - regressão - ME  Programação Matemática - PL - PNL - PMP

Estes modelos não são excludentes e podem ser utilizados juntos, de acordo com as necessidades do modelador, os dados disponíveis, tipos de análise que se pretenda fazer, etc.

### 7.3 Modelos agrícolas com ênfase no mercado

#### 7.3.1 Modelos de Equilíbrio Parcial e Equilíbrio Geral<sup>20</sup>

O *modelo de equilíbrio parcial* (PE) examina somente um mercado de cada vez. Para algumas situações esta redução da perspectiva aporta valiosas idéias e permite simplificar a análise. Para situações mais gerais, esta limitada perspectiva pode impedir o descobrimento de importantes inter-relações. Para dar resposta a questões mais gerais deve-se ter um modelo do conjunto da economia que reflita devidamente as relações entre os diversos mercados e os diversos agentes econômicos.

<sup>20</sup> Estes modelos foram consultados principalmente na Tese de Doutorado de Heikki, 2001. Para um estudo completo sobre modelos econômicos aplicados ao setor agrícola recomenda-se esta fonte.

WALRAS, (1831-1910) reconheceu que não é possível falar de um só mercado separadamente e que é necessário um modelo que permita ver como afetam a um mercado os efeitos produzidos pelas mudanças acontecidas nos outros. Seu método de representação da economia por meio de uma grande quantidade de equações simultâneas constitui a base para compreender as inter-relações implícitas na análise de equilíbrio geral.

Um *modelo equilíbrio geral* (GE) capta as inter-relações entre os distintos setores de uma economia, portanto permite analisar os efeitos tanto diretos como indiretos de uma mudança exógena de política. Isto faz deste modelo uma ferramenta ideal para identificar ganhadores e perdedores depois da mudança política. Em uma análise de equilíbrio geral modela-se toda a economia, enquanto que em uma análise de equilíbrio parcial se analisa só a situação de um mercado particular supondo constantes as condições no resto dos mercados da economia.

Nos modelos GE a agricultura pode ser considerada como um setor agregado da economia. Os modelos de GE são designados para representar o funcionamento global da economia nacional. Assim, modelos de GE têm uma grande variedade de potenciais aplicações, considerando que os modelos de equilíbrio parcial se concentram em representar só um setor ou um produto na economia. Nos modelos de GE a interação entre os setores da economia é caracterizada através de estruturas de modelo flexíveis diferentes como também tabelas ou matrizes de insumo-produto de contabilidade social que caracterizam fluxos de caixa entre diferentes setores da economia.

Nos modelos setoriais de PE a oferta e a demanda de produtos agrícolas são modeladas com mais detalhe, contudo outros setores da economia são negligenciados. Modelos de equilíbrio parcial descrevem somente um setor, um produto ou um grupo de produtos próximo relacionados na economia. Os modelos PE não contemplam relações inter-setoriais e requer algumas variáveis exógenas que descrevam, por exemplo, os preços dos fatores e taxa do salário.

Deve-se aplicar a lógica quando confrontam modelos PE setorial com modelos de GE.

Se agricultura é uma parte pequena da economia nacional, e se não houver nenhuma grande mudança na economia nacional, modelos de PE podem ser considerados adequados na modelagem da agricultura. Uma vantagem de modelos de PE é a estrutura relativamente simples comparada a modelos de GE. Também os resultados podem ser mais fáceis de

entender e interpretar. Além disso, é mais fácil justapor características dinâmicas e estocásticas em modelos de PE que em modelos de GE.

Se a agricultura é uma parte essencial da economia nacional, tal que tem um impacto significativo na economia, ou se esperam mudanças estruturais importantes na economia nacional que afetarão a agricultura, então a aplicação de um modelo de equilíbrio geral é preferível a uma aproximação de equilíbrio parcial. No caso de grandes mudanças na economia nacional, modelos PE e GE podem dar resultados muito diferentes, visto que as condições econômicas gerais, como alocação de recurso, fluxos de produtos entre os setores, assim como preços de insumos da produção agrícola, podem mudar consideravelmente.

Nos modelos de equilíbrio geral os produtos agrícolas são mais agregados que em aplicações de equilíbrio parcial, isto é necessário para limitar a complexidade do modelo e melhorar sua viabilidade computacional. Por causa desta agregação, a interação e a ligação entre linhas de produção agrícolas diferentes são bastante fracas em modelos de GE (TYERS e ANDERSON 1992, *apud* HEKKI, 2001). Incluir algumas medidas de política agrícola, como suprimir obrigações, quotas de produção física e pagamentos diretos no modelo geral é freqüentemente difícil, esta deficiência se deve à forte agregação da produção agrícola e à representação inadequada de recursos físicos limitados neste modelo. Os modelos GE são tão agregados que é comum trabalharem com um único produto òrepresentativoô produzido em cada setor da economia.

Com avanços nas tecnologias de computação e da teoria econômica, a construção e uso de modelos de equilíbrio (comumente chamados modelos de Equilíbrio Geral Computado, CGE) ganharam popularidade. Os modelos CGE são aplicações empíricas dos modelos de equilíbrio geral. Como qualquer aplicação empírica, recorre a software informático. A seguir apresenta-se um resumo desta modelagem.

### **7.3.2 O modelo de Equilíbrio Geral Computado (CGE)**

Os modelos CGE são a contraparte numérica dos modelos de equilíbrio geral walrasianos, que estão baseados no comportamento otimizador dos agentes econômicos. As aplicações numéricas de equilíbrio geral se iniciaram com o trabalho de HARBERGER (1962) sobre incidência tributária no contexto de um modelo numérico de dois setores.

Um modelo CGE é uma representação em computador de uma economia que possui as seguintes características:

- É há vários agentes econômicos (famílias, empresas, governo, etc.) que interagem;
- É o comportamento individual está baseado na otimização microeconômica;
- É a maioria das interações entre os agentes se realizam através de mercados;
- É são modelos tipicamente desagregados;
- É a informação necessária para construir um modelo CGE corresponde a um equilíbrio geral observado ou caso base e um conjunto de estimações independentes de elasticidades de oferta e demanda;
- É os dados empregados em sua construção são poucos quando comparados com o número de parâmetros de comportamento e tecnológicos do modelo;
- É a formulação deste tipo de modelos tem como objetivo a análise de políticas econômicas.

A metodologia que se emprega com os modelos de CGE para analisar os efeitos econômicos de políticas comerciais alternativas é a realização de experimentos ou simulações. Pergunta-se ao modelo o que teria acontecido no ano base se tivesse sido implementada a política de interesse e o resto das políticas domésticas e as condições externas tivessem permanecido sem mudanças. Portanto, este tipo de análise enfatiza os efeitos da política de interesse isolando-a de outros fatores. As características mencionadas devem ser tidas em conta quando se interpretam os resultados que entrega um modelo CGE. Esta metodologia funciona como um experimento controlado no qual somente se modificam algumas das variáveis exógenas do modelo, mantendo constante todo o resto.

### 7.3.3 Modelos de comércio internacional

Os modelos de comércio internacionais são modelos de comércio em espaços transnacionais, podem servir para perceber as especializações produtivas de cada país. Estes modelos são aplicados na análise de mudanças nos fluxos de comércio de *commodities*<sup>21</sup> agrícolas como consequência de mudanças econômicas ou por variações no comércio e na

---

<sup>2</sup> Vale destacar que o termo *commodity* será utilizado para bens homogêneos com baixo grau de manipulação, ou seja, que não são manufaturados, como os produtos agropecuários.

política agrícola. A maioria dos modelos de comércio internacionais são estáticos e podem-se aplicar tanto os modelos de Equilíbrio Geral (GE) (como GTAP<sup>22</sup>: HERTEL 1997) como os modelos de Equilíbrio Parcial (PE) (como os modelos usados por TYERS e ANDERSON 1992).

De acordo com TONGEREN (2000), *apud* HEIKKI, 2001, muitos modelos de equilíbrio parcial PE lidam com o comércio internacional quando são produtos homogêneos, enquanto modelos GE tratam com o comércio de produtos diferenciados (origem) por default<sup>23</sup>. Se o comércio dentro da indústria é excluído e a análise é limitada à rede de comércio externo, os modelos parciais não capturam completamente as inter-relações entre países diferentes. Assim, também é difícil ou impossível de incorporar políticas de comércio bilaterais. Conseqüentemente, por tratar todos os produtos como homogêneos, os modelos de PE têm uma tendência forte (irreal) para sobre-especialização.

TONGEREN (2000), conclui que nos modelos de estimação e validação de modelos de comércio agrícolas está faltando procedimentos de validação geralmente aceitos e critérios que poderiam ser apoiados por métodos estatísticos. Além disso, a documentação de modelos de comércio agrícolas é freqüentemente deficiente e dispersa, e toda esta situação cria (com algumas exceções), dúvidas sobre validade dos resultados dos modelos de comércio agrícolas em geral.

## **7.4 Modelos agrícolas com ênfase no âmbito de agregação**

### **7.4.1 Modelos de Fazenda**

Além dos modelos de PE e GE que descrevem mercados de *commodity* e relações de oferta e demanda, há modelos de fazenda que descrevem a produção agrícola. Tais modelos são muito detalhados em termos de produção, comparados com as aproximações PE ou GE.

---

<sup>22</sup> GTAP (Projeto de Análise de Comércio Global) é uma rede global de investigadores (principalmente de universidades, organizações internacionais, ou dos ministérios econômicos de governos) que administram assuntos de análise quantitativa de política econômica internacional, especialmente políticas de comércio.

<sup>23</sup> Produtos homogêneos são commodities. Trata-se de produtos iguais (queijos, vinhos, etc.), exatamente com os mesmos atributos e em que a concorrência se estabelece pelo preço. Tendem a ser produtos de baixo valor acrescentado unitário.

Também é possível diferenciar os produtos (queijos, vinhos, etc.) pela sua origem. Aqui a concorrência é pela diferenciação dos produtos, pelos diferentes atributos, e não tanto pelo preço (o queijo de Minas não tem nada a ver com o queijo do Ceará). Produzir o que mais ninguém produz (em termos de atributos) para mercados nicho. Tendem a ser produtos de alto valor acrescentado unitário. (COSTA, 2007).

Os modelos de fazenda são abstrações feitas para fins de análise, mediante as quais se busca agrupar e organizar a informação econômica de um conjunto de fazendas na representação de uma unidade agropecuária-tipo. Neste sentido, um modelo de fazenda não é uma representação de uma fazenda específica, senão de uma categoria de fazendas. Os modelos em nível de fazenda podem proporcionar informação valiosa sobre impactos na produção agrícola quando se aplicam diferentes políticas agrícolas com determinados preços e subsídios.

Para analisar um universo heterogêneo a construção de modelos de fazenda constitui um bom instrumento para agrupar aos agricultores em unidades homogêneas de análise. Para tanto é necessário também incorporar como variáveis de ordem e/ou descritivas, o uso diferenciado de: recursos, tecnologias, gestão e acesso a mercados.

O conceito de *fazenda representativa*<sup>24</sup> nestes modelos agrícolas é importante e não pode ser confundido com fazenda típica, para definir esta estrutura olha-se para as explorações agrícolas de uma dada região e identificam-se tipos de fazendas principais ou fazendas típicas. Cada fazenda típica representa um conjunto de fazendas, sendo que o universo de fazendas de uma dada região é coberto pelos tipos de fazenda considerados.

A partir destas fazendas representativas, tendo em conta a representatividade de cada uma, é possível derivar respostas regionais (agregadas). COSTA, 2001, realiza este procedimento na sua tese de doutoramento, em relação ao uso da água e ao consumo de nitrogênio. Trabalha com 12 fazendas representativas para a região do Entre Douro e Minho e sabia a representatividade de cada uma.

A vantagem do método, segundo COSTA, 2007, é aprofundar a recolha de informação apenas para as fazendas representativas. A informação necessária para aferir a representatividade é mais simplificada. Com a informação das fazendas representativas e da sua representatividade derivam-se as respostas regionais (ofertas agrícolas, consumos de água,

---

<sup>24</sup> A idéia de *fazenda representativa* está baseada no conceito Marshalliano de uma firma *típica* que no contexto de uma análise de resposta de oferta agregada usando modelos de programação é parte de um procedimento de 5 passos: (PROJETO EPES, 2005)

1. divida todas as fazendas em uma região em distintos tipos (ou estratos) cada tipo é homogêneo em si mesmo mas é diferente de outros tipos usando critérios tais como clima, qualidade de terra, local e tamanho;
2. construa ou sintetize uma fazenda típica para representar cada tipo;
3. use cada uma destas fazendas para derivar funções de oferta;
4. agregue estas funções, usando pesos apropriados para calcular respostas regionais; e, finalmente
5. ajuste resultados, se necessário, usando opinião especializada de técnicos locais para prover projeções.



etc.). Isto é também uma maneira de ter detalhe nas respostas (consegue-se resultados por exploração representativa) sem nos perder no universo de fazendas. É um meio termo entre a realidade do universo das fazendas e a caracterização de todas as fazendas de uma região como se de uma fazenda média (ou soma) se tratasse.

HAZELL e NORTON, 1986, fazem um estudo muito detalhado dos modelos de fazenda baseados em procedimentos de otimização linear, não-linear e com aversão de risco. Em alguns casos, determinados resultados qualitativos de modelos setoriais podem ser obtidos usando um modelo em nível de fazenda. Por exemplo, se um modelo de fazenda representativa se especializa na produção de certo produto por causa de mudanças na política agrícola, semelhante, mas possivelmente menor mudança relativa poderia ser esperada no nível agregado.

Os modelos de fazenda também podem ser aplicações de uma planilha eletrônica muito simples com determinados preços e quantidades de produção. Tais modelos podem ser usados, por exemplo, para comparar efeitos a curto prazo de políticas agrícolas ou mudança de preços de insumos na renda dos fazendeiros em diferentes tipos de fazenda ou em diferentes regiões. Esta informação é usada na tomada de decisões governamentais e na alocação de fundos para diferentes categorias de apoio.

#### **7.4.2 Modelos do setor agrícola<sup>25</sup>**

BURRELL (1995 *apud* HELMING 2005) define um modelo de setor agrícola como uma estrutura abstrata, quantificada para organizar vários tipos de informação sobre a estrutura e funcionamento do setor agrícola. WEBER (2003 *apud* HELMING 2005) descreve um modelo de setor agrícola, como uma aproximação intermediária entre um modelo de economia-total e modelos de mercado parcial. Por meio destes modelos as implicações da natureza de multi-output e multi-input da produção agrícola, fatores comuns usados e a própria produção de insumos intermediários podem ser investigados descrevendo as interligações causais e as respostas de comportamento dentro do setor.

Podem ser usados modelos de setor agrícolas para analisar efeitos de mudanças de política como um todo para indústrias agrícolas diferentes e no setor agrícola. Além disso,

---

<sup>25</sup> Esta seção esta baseada fundamentalmente nas Teses de Heikki, 2001; Helming, 2005 e Hanzell e Norton 1986.

modelos setoriais agrícolas podem administrar experiências de política para avaliar alternativas de política antes de ser tomada e colocada em prática uma decisão política.

*O setor como uma unidade econômica*

Modelos setoriais concentram-se no efeito das mudanças da política e da tecnologia na alocação de insumos e preços. Os requerimentos de um modelo setorial agrícola são dados pela demanda para modelar política explícita e podem ser diferentes para propósitos diferentes. A modelagem de política explícita é a possibilidade de fixar exogenamente variáveis do modelo, da mesma maneira como eles são realmente fixos pelos tomadores de política (SALVATICI *et al.*, 2001).

HAZELL e NORTON (1986) apresentam cinco elementos estruturais que deveriam ser explicitamente ou implicitamente incluídos em um modelo setorial agrícola:

1. Uma descrição do comportamento dos produtores. De que modo eles decidem no seu plano de produção, em como produzir e onde. A maioria dos modelos assume maximização do lucro como o comportamento dos produtores, mas outras considerações poderiam ser assumidas bem como, por exemplo, minimização de risco.
2. Uma descrição de um conjunto de tecnologia ou condições sob as quais ocorre a produção. Por causa da heterogeneidade do setor agrícola e porque muitas mercadorias são relacionadas pelo lado da demanda e da oferta do mercado, um número grande de produtos deveria ser incluído. Para aumentar a capacidade do modelo de descrever a realidade, deveria permitir produzir o mesmo tipo de produto sob diferentes relações de input-output. Primeiro isto é necessário por causa de diferenças observadas em possibilidades de produção no regional e em níveis de fazenda, e logo garantir a flexibilidade do modelo para reagir a mudanças de preço relativas. Em outras palavras, a substituição entre insumos deveria ser possível.
3. Uma descrição dos recursos fixos disponíveis, capital, terra e trabalho.
4. Uma especificação do ambiente de mercado no qual o produtor opera. Devem ser definidos que insumos e produtos estão disponíveis a preços fixos em nível de setor (oferta e demanda completamente elástica) e que mercados agrícolas relevantes de insumos e produtos são caracterizados por oferta e demanda inelástica ou não completamente elástica em nível de setor. O ambiente de mercado também inclui o

comércio internacional de insumos e produtos com preços endógenos e deveria ser descrito para determinar as funções de importação-oferta e de exportação-demanda.

5. Uma descrição do ambiente de política do setor. As variáveis de política no modelo deveriam ser uma função da política a ser examinada. Além disso, seguindo os princípios da modelagem política explícita, elas deveriam ser relacionadas próximas das variáveis de políticas fixadas pelos tomadores de política ou de outras instituições.

Estas cinco especificações definem um modelo setorial, e elas também definem um setor como uma *unidade econômica*.

O modelo setorial agrícola é usado para analisar as reações dos produtores a mudanças externas, em nível agregado. Funções de oferta ou atividades de produção representam a produção no modelo setorial, e funções de demanda representam a demanda de consumidor dos vários produtos. Preços e quantidades dos produtos considerados são endógenos. O propósito da função objetivo é fazer o modelo de maximização simular o resultado do mercado. (EKMAN, 2002).

O modelo setorial tem uma dimensão política que é relevante para entender o funcionamento do setor e para conduzir experimentos políticos. Do ponto de vista de política, o setor tem uma identidade razoavelmente definida, especialmente no caso da agricultura, já que muitos instrumentos de políticas são específicos do setor. Do ponto de vista de produção, o setor é também bem definido, pois é completo no tratamento de produtos específicos. Os limites são menos definidos para fatores, mas a capacidade produtiva instalada sempre é específica do setor no curto e médio prazo.

#### *Extensão e propósito de modelos de setor agrícolas*

Um modelo agrícola setorial pode ser entendido como um modelo multi-insumo e multi-produto dentro do qual se inclui várias ligações internas e entre diferentes linhas de produção na agricultura. As ligações entre as linhas de produção, por exemplo, entre criação de animais e produção de cultivos diferenciam modelos setoriais de modelos de mercado parciais, os quais incluem produtos individuais ou grupos de produtos semelhantes. Em um modelo setorial o nível de detalhe necessário não é menor que nos modelos de mercado parciais. Relações entre diferentes linhas de produção e algumas restrições de recursos físicos tornam possível analisar a agricultura como um sistema inter-relacionado. Isto é necessário, já

que algumas medidas de política afetam a todas as linhas de produção. Efeitos globais de tais medidas de política não podem ser deduzidos dos resultados de modelos de mercado parcial.

Um dos assuntos centrais em economia e na análise política do setor agrícola é avaliar mudanças em cultivos mistos. Fazendeiros tendem a especializar-se no cultivo de culturas mais rentáveis (com alguma rotação necessária de colheitas e restrições de qualidade de terra). Mudanças em cultivos mistos só podem ser analisadas por um modelo onde são incluídas muitas culturas individuais e que concorrem aos recursos de produção dados. Assim, um modelo setorial, se modelado com bastante detalhe, pode esclarecer muitas perguntas que os modelos de produto individual ou modelos altamente agregados de GE não podem oferecer contribuições.

A seguir apresenta-se um breve resumo das técnicas de modelagem econométrica e de programação matemática, mas no seguinte capítulo se trabalhará a última técnica que é escolhida para trabalhar nos modelos agrícolas nesta tese.

## **7.5 Modelos agrícolas dependendo da metodologia<sup>26</sup>**

Nesta seção se discutirá os modelos econométricos e de programação matemática muito utilizados para descrever e analisar o setor agrícola, freqüentemente os primeiros modelos destinam-se à estimação de parâmetros que expressam relações entre as variáveis consideradas, enquanto que os últimos destinam-se à estimação dos níveis das variáveis em condições de otimização utilizando parâmetros pré-estabelecidos, desta forma as duas metodologias se tornam complementares.<sup>27</sup>

### **7.5.1 Modelos econométricos**

A econometria é o campo da economia onde a teoria econômica e métodos estatísticos se combinam para expressar relações econômicas em forma de equações algébricas para estimar dados empíricos (normalmente séries de tempo) por prova de hipótese. O mais simples modelo econométrico pode ser uma equação linear com uma variável dependente e

---

<sup>26</sup> A referencia bibliográfica principal neste item é HEIKKI, 2001 e PROJETO EPES, 2005.

<sup>27</sup> Tipicamente, a estimação econométrica de parâmetros de funções econômicas (lucro, custo, etc.) pressupõe que as variáveis observadas resultam de processos de otimização (maximização do lucro, minimização do custo, etc.). Por outro lado, nada impede de usar as funções estimadas (os parâmetros obtidos) e proceder (sem recurso a programação) à simulação de níveis de variáveis. (COSTA, 2007)

uma variável independente (explicativa), derivada, usando análise de regressão. Uma vez feitas as estimações, os modelos econométricos, geram previsões e teste de hipóteses. O nível de sofisticação em um modelo aumenta com a inclusão do número de variáveis explicativas, então o modelo tende a ficar tanto mais preciso à medida que aumentam as variáveis dependentes.

A base teórica da aproximação econométrica é freqüentemente igual a da aproximação por otimização: os produtores são maximizadores dos seus lucros e os consumidores são maximizadores da sua utilidade sujeitos a determinadas restrições. A suposição de máximo lucro ou máxima utilidade é inserida indiretamente nos modelos setoriais econométricos. A otimização explícita e formulação de uma função objetivo global em modelos econométricos não é necessária. As condições de otimização podem ser formuladas como um sistema de equações simultâneas econométricas cujos parâmetros são estimados por métodos de equações simultâneas de econométrica.

Geralmente os modelos econométricos tomam a forma da função de estimação, que satisfaz as suposições da teoria econômica neoclássica, particularmente a dualidade<sup>28</sup> de relações na produção, isto é, qualquer função de produção regular  $q = f(x^*, z^*)$  com um dado nível de produto ( $q^*$ ), preços de insumos ( $r^*$ ) e um nível de especificação de insumos fixos ( $z^*$ ) é associada com seu dual ou sua função de custo mínimo da forma  $c = f(q, x^*, z^*)$ . Igualmente, a relação dual existe entre maximização de lucro e a função de produção original.

Esta aproximação teoricamente robusta é normalmente implementada em duas fases: estimação da função de produção ou de lucro seguida por manipulação algébrica das relações obtidas para derivar a resposta da oferta. A existência desta simetria é suficiente para a derivação de demanda de insumos e funções de oferta de produção.

BAUER (1988) *apud* HEIKKI, (2001) aponta resumidamente as principais vantagens e desvantagens dos modelos de econométricos aplicados na agricultura:

#### *Vantagens*

1. uso de métodos estatísticos para a estimação de parâmetro;
2. uso de , procedimentos de calibração e validação geralmente aceitos;

---

<sup>28</sup> A Teoria de Dualidade também pode ser usada ao formular as equações, dado a hipótese que os agentes representativos (produtores e consumidores) maximizam o seu lucro e a sua utilidade. Se assumir um equilíbrio econômico, isto é, são igualados lucros marginais de diferentes produtos. O sistema de equações é resolvido de tal modo que as condições de equilíbrio estão satisfeitas (JENSEN 1996).

3. flexibilidade de especificação, como a possibilidade de testar várias hipóteses de comportamento;
4. resposta contínua para mudar condições exógenas;
5. integração e teste de lags (defasagens temporais) dinâmicos.

#### *Desvantagens*

1. problemas na representação de tecnologia agrícola e a consideração de fluxos internos;
2. limitado ou nenhum uso de informação a priori;
3. pode não ter nenhuma avaliação econômica de fatores fixos e fluxos internos;
4. problemas sérios de estimação, especialmente ao calcular os parâmetros de sistemas grandes de equações simultâneas.

As três primeiras desvantagens, anotadas pelo autor, são na atualidade menos restritivas, pois a literatura moderna é rica em modelos dinâmicos que consideram fatores quase-fixos. Ligações físicas e fluxos de material, pelo menos em princípio, também são incorporados nos modelos econométricos. A problemática está no uso de técnicas econométricas na modelagem do setor agrícola de dimensões grandes, porém, é a dificuldade na estimação dos parâmetros de sistemas de equação simultâneos grandes.

#### **7.5.2 Modelos programação matemática PM**

Estes modelos pertencem a uma classe geral de modelos de otimização. Os modelos de Programação Matemática PM são modelos formulados mediante relações matemáticas que simulam o comportamento otimizador dos agentes econômicos e que se forem devidamente validados, permitem analisar as variações de certos parâmetros relevantes para a discussão de políticas econômicas.

Os modelos de otimização que maximizam os excedentes do consumidor e do produtor sujeitos ao equilíbrio de produção e uso limitado de recursos tornaram-se populares na modelagem do setor agrícola durante os anos oitenta (HAZELL e NORTON, 1986). O modelo de PM que simula mercados competitivos, freqüentemente usa dados seccionais cruzados ou dados alisados de um período de dois a três anos 2-3 de ano como um ano de referência. Além de dados estatísticos oficiais, os modelos de otimização podem usar diretamente tipos diferentes de dados técnicos, dados a priori ou dados de expertos. Por

exemplo, dados de custo de produção de diferentes produtos e outras informações em nível de fazenda podem ser usados diretamente para alocar custos de diferentes produtos.

A otimização explícita dos excedentes do produtor e do consumidor produz alocação eficiente do consumo e da produção. A comparação de diferentes resultados quando se executa um modelo de PM para cenários de políticas diferentes são consistentes com a teoria econômica. Também, comparando resultados dos efeitos de cenários políticos diferentes com os resultados do ano base, se podem tirar conclusões relativas aos efeitos da política agrícola sobre volume de produção, alocação de produção, e renda de fazenda. Do mesmo modo, é possível analisar a eficiência de diferentes políticas agrícolas governamentais, como impactos de diferentes pagamentos de apoio na renda dos fazendeiros. Os resultados de um modelo de PM maximizando o excedente do produtor e do consumidor representam o comportamento econômico racional. Assim, espera-se que os resultados prevejam mudanças futuras na agricultura, dados alguns parâmetros de política específicos.

Os modelos de PM são usados para encontrar os níveis economicamente ótimos de várias atividades, as quais são as variáveis de decisão no modelo. As atividades de produção se referem à produção de certos produtos usando uma determinada combinação de insumos, onde o termo insumo é amplamente definido, podendo incluir tecnologia de produção e técnicas assim também como tempo e lugar de produção.

Em resumo, as vantagens principais dos modelos de programação matemática para o setor agrícola são como segue (BAUER e KASNAKOGLU 1990, *apud* HEIKKI, 2001):

- 1) descrição detalhada e representação da tecnologia agrícola;
- 2) diferenciação dos setores de produção e consideração explícita de várias interações;
- 3) usa informação a priori para especificação do modelo;
- 4) avaliação econômica dos fatores fixos e o fluxo interno de *commodity*;
- 5) incorporação explícita de muitos instrumentos de política, como limites físicos de produção, políticas de comércio estrangeiras (cotas de exportação e importação, tarifas), subsídios de insumos e políticas de preço.

## **CAPÍTULO 8. MODELOS DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA NA ANÁLISE DE POLÍTICAS AGRÍCOLAS.**

### **8.1 Modelo de Programação Matemática na Agricultura<sup>29</sup>**

Há mais de cinquenta anos que se aplicam modelos de programação matemática na economia agrícola, tornando-o uma ferramenta útil de análise. No entanto, nos últimos quinze anos tem se desenvolvido grandes avanços tecnológicos, as melhoras têm sido no sentido de incorporar a teoria econômica e observações institucionais e econômicas reais. Como consequência destes esforços, hoje se conta com ferramentas de análise que se adaptam melhor a diferentes situações e retratam de forma mais tangível a realidade agrícola.

Na agricultura a programação matemática tem suas origens em tentar modelar a produção agrícola incluindo sua dimensão espacial. Agricultores, agrônomos e outros especialistas agrícolas compartilham uma forma comum de pensamento sobre as entradas e saídas em termos do ciclo cultivado anual e sobre coeficientes de entrada e saída (input-output) por hectare ou outra unidade de medida. Rendimentos são considerados em toneladas por unidade de terra, aplicações de fertilizantes em quilogramas por hectare ou unidades semelhantes e assim por diante.

No nível de fazenda se estuda custo de produção, custo de insumos que são tipicamente desagregados em trabalho, maquinaria, utilização de horas/animal, custo de fertilizantes, outros químicos, crédito, etc, por unidade de terra. Desta maneira visualiza-se a produção agrícola em números, isto auxilia na formação de vetores coluna de entrada e saída que constituem a espinha dorsal dos modelos de programação matemática.

Da mesma forma, os especialistas agrícolas normalmente colocam as suas restrições em termos de desigualdades, tais como limites superiores na disponibilidade de recursos sazonais. Além disso eles estão acostumados com a existência de sobra de recursos em algumas estações, enquanto os mesmos recursos são utilizados completamente em outras estações do ano. Este tipo de pensamento se ajusta naturalmente a modelos de programação matemática.

---

<sup>29</sup> Retirado do HAZELL e NORTON, 1986.



Assim, modelos de programação providenciam uma estrutura natural para ordenar informação quantitativa sobre a oferta de produtos agrícolas, tanto no nível de fazenda como no nível setorial. Certamente um dos usos de um modelo é ajudar a ajustar dados inicialmente inconsistentes.

Outro uso dos modelos é a possibilidade de incluir diferentes tipos de análises de sensibilidade. Em nível de fazenda, o modelo pode ser útil para calcular as implicações de diferentes recursos fixos, diferentes condições de mercado, melhoramento ou novas tecnologias, etc. Este tipo de informação é gerado pelo modelo via variações no valor dos parâmetros, obtendo-se uma nova solução a cada conjunto de valores dos parâmetros.

No nível setorial, variações paramétricas podem ser usadas para gerar funções de resposta<sup>30</sup> que são implícitas na estrutura dos modelos. Quando o modelo é usado desta forma, o modelo torna-se um meio para converter informação de nível micro (nível de fazenda) a funções de macro nível (nível setorial) que são mais familiares para muitos economistas. Em ambos casos, a solução dos modelos também assina valores a recursos fixos, tais como terra e água, cujos preços podem não refletir seu valor econômico. As funções de oferta são estimadas na agricultura e evidentemente elas são bastante úteis na compreensão do comportamento do setor.

O estudo da função de resposta de oferta não se confia somente a econometria, já que se vislumbram dois problemas: dificuldade dos dados e mudança na estrutura econômica.

O *problema dos dados* surge porque, em muitos casos, números grandes de cultivos competem com a disponibilidade de recursos fixos e, portanto, os efeitos de oferta cruzada são componentes importantes das funções de oferta. Normalmente não há bastantes graus de liberdade nos dados de séries de tempo para estimar a elasticidade da oferta cruzada. Os modelos de programação se sustentam nos dados cruzados de orçamento da fazenda, os quais usualmente são mais confiáveis, e outras informações a nível micro para gerar funções de oferta. A questão de *mudança na estrutura* econômica aplica-se especialmente à tecnologia de produção, oportunidades de mercado, e preços. As Políticas Públicas podem influenciar em tudo isto, e nas opções de políticas analisadas com o modelo. Os modelos de programação podem ser usados para analisar as conseqüências de mudanças diretas na estrutura econômica,

---

<sup>30</sup> As expressões ðfunção de resposta e ðfunção de produção têm o mesmo sentido técnico, na literatura. Mas em geral, existe uma preferência pela primeira expressão quando se trata de estudos baseados em dados experimentais, prefere-se, porém, a segunda expressão nos outros casos.

tal como aquelas que surgiriam da introdução de novas variedades de cultivos ou de reformas na terra que mudam o tamanho das fazendas. As conseqüências deste tipo de mudanças são difíceis de capturar em modelos econométricos de oferta, e ainda fazer médias que estimem a elasticidade de oferta não é confiável se as mudanças estruturais são introduzidas.

Além destas considerações, funções de oferta dos modelos de programação providenciam informação sobre respostas associadas dos insumos, tal como mão-de-obra, agroquímicos, e outros. Também é levado em conta a sazonalidade das respostas.

Quando se realiza a transição de um modelo de fazenda para um modelo setorial, uma importante mudança acontece no papel dos modelos, e essas mudanças não são sempre reconhecidas pelos modeladores. Em nível de fazenda o modelo de programação é explicitamente uma ferramenta normativa. O tomador de decisões, que pode ser o próprio fazendeiro, especifica sua regra de decisão (maximização de lucro, melhoramento de caixa, maximização de lucro sujeita à aversão ao risco, etc.), e o modelo ajuda a simular as conseqüências da regra de decisão e as restrições associadas à escolha do agricultor. Por outro lado, na economia descentralizada não há um único tomador de decisões no nível setorial. Há basicamente dois níveis de tomadores de decisão, os tomadores de decisões de política e os fazendeiros, que não necessariamente coincidem nas suas decisões. A solução de um modelo que é projetada, por exemplo, a maximizar os ganhos da exportação agrícola darão um padrão de cultivos de exportação intensiva, mas não indicará que políticas induzirão os fazendeiros a adotar este padrão de cultivo. Para tratar adequadamente com a maximização de metas políticas, o modelo teria que conter uma especificação de instrumentos de política e também um conjunto de relações que descreva como procedimentos reagiram ante a possível mudança de política.

É difícil especificar matematicamente e resolver estes problemas de política nos dois níveis, e em muitos casos é mais produtivo desenvolver um modelo que ajude a explicar as reações dos produtores nas mudanças extremas. Enquanto os modelos de política somente são normativos, este segundo tipo de modelos é descritivo ou positivo. Entre outras coisas, os modelos descritivos podem ser resolvidos sob diferentes supostos de parâmetros políticos, e as correspondentes soluções providenciam alguma informação sobre as conseqüências das mudanças de políticas.

Visto que metas políticas não são necessariamente metas dos produtores, o modelo descritivo deve ser estabelecido para maximizar algo, exceto uma função de objetivos

políticos. Por outro lado se, por exemplo, todos os produtores desejam maximizar lucros, então o modelo setorial que maximiza lucros agregados não seria correto ou daria efeitos monopolísticos. Isto é o bem conhecido paradoxo da competitividade do mercado. Para o modelo um tipo diferente de função objetivo é necessário, um tipo que conduza sua solução a um equilíbrio de mercado na presença de curvas de demanda.

#### *Programação matemática como suporte para a tomada de decisões do agricultor*

Um agricultor deve, repetidamente, tomar decisões sobre que mercadorias produzir, com que método, em que estação, em que período de tempo e em que quantidades. As tomadas de decisões estão sujeitas às restrições financeiras e físicas da propriedade e, freqüentemente, enfrenta-se grandes incertezas sobre o período de planejamento a seguir. As incertezas podem estar relacionadas com a previsão de produtividade, custos e preços para a empresa agrícola individual, necessidades de recursos fixos, e no suprimento total dos recursos fixos disponíveis.

Tradicionalmente, os agricultores têm confiado na sua experiência, intuição e em comparações com seus vizinhos para tomar decisões. Mas a agricultura, segundo HAZELL e NORTON (1986), se tornou uma atividade complexa, deixou de ser uma atividade simples de abastecimento familiar e de venda do excedente. As decisões neste setor necessitam cada vez mais de informações seguras e atuais sobre as novas tecnologias disponíveis, sobre os preços dos insumos e dos produtos, sobre as disponibilidades de maquinaria e de mão-de-obra, sobre oferta de crédito, etc. Que insumos devem ser comprados (quando, em que quantidades e a que preços). São questões levantadas quando há diversas culturas potenciais para serem produzidas ou cultivadas e quando o produto final deve ser comercializado a preços de mercado.

Até recentemente modelos de programação matemática têm sido usados principalmente para ajudar os produtores na gestão ótima da suas propriedades. Atualmente esta mesma metodologia é aplicada para setores ou grupos homogêneos de propriedades agrícolas com o fim de fornecer aos formuladores de políticas informações sobre os possíveis efeitos da aplicação de políticas agrícolas específicas em áreas ou setores claramente definidos.

A utilização da técnica de PM tem longa tradição na economia agrícola quando se trata de modelar o comportamento dos agricultores que oferecem produtos e/ou demandam

insumos. De forma muito geral, os modelos de programação matemática aplicados em nível de exploração agrícola individual<sup>31</sup> consistem em determinar os níveis das variáveis de decisão desta exploração agrícola, que maximiza uma variável econômica sob restrições técnicas, a variável econômica maximizada é geralmente o lucro e a margem bruta da exploração. As restrições técnicas definem implicitamente um conjunto convexo de produção para as variáveis de decisão desta exploração. Estes modelos permitem então representar o funcionamento técnico econômico das explorações agrícolas e simulam os impactos de mudanças exógenas (por exemplo, uma mudança de política agrícola) sobre suas variáveis de decisão. (GOHIN *et al*, 1999).

## 8.2 Teoria básica de Programação Linear (PL)

Se os fundamentos da programação matemática são relativamente simples e coerentes com a teoria micro-econômica neoclássica do produtor, a aplicação desta aproximação é mais delicada. Dois grandes problemas apresentam-se para o modelador que dispõe frequentemente de um conjunto limitado de informações: por uma parte a especificação da função objetivo e as restrições técnicas, e por outra parte a calibração dos parâmetros introduzidos nas suas funções.

Os modelos de programação linear se fundamentam na teoria de coeficientes e produtos fixos, postulando um número finito de técnicas para obter um dado bem. Assume-se que só um número limitado de bens pode ser produzido, e também que o número de técnicas potenciais que podem ser usadas para produzir estes bens é também limitado. Esta hipótese é justificada porque o nível de conhecimento do desenvolvimento nas técnicas de produção é freqüentemente insuficiente, e na maioria dos casos é limitada à avaliação da correspondente produção, a quantidade de fatores usados em cada processo. Na prática, se assume que o fazendeiro no modelo tem perfeito conhecimento da relação entre fatores de produção, a quantidade de produtos (output) obtidos e o nível de custos unitários de cada atividade de produção e preços futuros de mercado.

Naturalmente, a teoria de produção de coeficientes fixos admite haver uma relação proporcional entre fatores de produção e bens e/ou serviços obtidos em cada processo, o qual é expresso em coeficientes técnicos. Isto caracteriza o processo produtivo individual uma vez

---

<sup>31</sup> Segundo GOHIN *et al*, 1999, os primeiros modelos de programação matemática em economia agrícola datam desde os anos 1950 com o trabalho de KING (1953) e de HEADY (1954).

que estes coeficientes técnicos expressam a quantidade de cada fator necessário para obter unidades de produto e mostram a tecnologia disponível na propriedade agrícola. Esta estrutura tecnológica é chamada de matriz tecnológica.

Assim, uma matriz tecnológica inclui todas as possibilidades técnicas sujeitas às restrições para o fazendeiro na produção de um bem ou bens, expressas como equações lineares organizadas em matrizes. Os coeficientes técnicos inseridos dentro das equações da matriz claramente mostram a ligação entre o fator ou fatores de produção requeridos e a execução de um processo ou processos. Cada fator de produção pode ser usado num processo até ser esgotado, o que constitui a restrição da execução no processo.

### 8.2.1 Formulação de um modelo de PL

Na prática, a estrutura de um modelo de programação linear consiste de um vetor linha ( $c$ ) representando os coeficientes da função objetivo para maximizar (ou minimizar), a matriz técnica ( $A$ ), de um vetor coluna chamado de vetor de restrições ( $b$ ) o qual define a limitação dos fatores e das relações de igualdade ( $=$ ) ou desigualdade ( $\geq$ ,  $\leq$ ) como equações do problema, mostrando o equilíbrio ou desequilíbrio entre requerimentos de cada fator e sua disponibilidade ou capacidade de produção. As variáveis desconhecidas ( $x$ ) são as quantidades de bens e fatores postos ou comprados no mercado, respectivamente.

Um problema de PL de maximização (primal) escreve-se da seguinte forma:

$$\max Z = c\theta x \quad (8.1)$$

$$\text{sujeito a restrição } A x \leq b \quad (8.2)$$

$$\text{com } x \geq 0 \quad (8.3)$$

Da mesma maneira, pode-se expressar o problema de minimização (primal) como:

$$\min C = b\theta y \quad (8.4)$$

$$\text{sujeito a restrição } A\theta y \geq c \quad (8.5)$$

$$\text{com } y \geq 0 \quad (8.6)$$

Onde  $Z$  e  $C$  são as funções objetivo correspondentes ao total de lucros e total de custos, respectivamente. Os dois problemas são definidos como primários, eles visam resolver o primeiro problema do fazendeiro: identificar as quantidades desconhecidas de bens e fatores

que maximizem a função lucro ou minimizem a função custo. Há um problema simétrico apto para analisar uma parte ãescondidaã ómenos óbvia- do problema econômico na aproximação primária.

### 8.2.2 Interpretação do modelo dual de PL

Uma vez que a quantidade de fatores disponível é conhecida, o objetivo do problema dual é identificar o custo da limitação dos fatores a fim de minimizar o custo total da manutenção do equilíbrio econômico na propriedade. O significado desta restrição é que o custo unitário é maior ou igual ao preço de mercado. Os valores que expressam os custos unitários dos processos são usualmente indicados por  $(y)$  e representam variáveis (duais) do problema dual, diferentes de  $(x)$  que representa as variáveis do problema primal. As variáveis duais do problema dual também proporcionam indicações sobre o incremento de renda se a disponibilidade do fator limitante se incrementa em uma unidade. Por esta razão as variáveis duais são também chamadas de *preços sombra* dos fatores limitantes. Eles providenciam informação útil na medida de vários parâmetros, os quais são difíceis de fixar e que dependem estritamente da estratégia de produção do fazendeiro e sua posição geográfica, como os custos de produção do processo e o custo marginal dos fatores limitantes, tais como quotas e terra.

Na formulação do modelo dual  $C$  representa o custo total sombra definido como a soma de todas as quantidades de insumo  $(b_i)$  multiplicadas por seus respectivos preços sombra  $(y)$ . O valor da função objetivo do modelo dual iguala-se ao valor da função objetivo do modelo primal. A função objetivo do dual minimiza o custo total sombra dos insumos fixos, quando o preço sombra é alto o custo marginal desses produtos que utilizam os insumos fixos também será elevado e indicará que a produção destes produtos é menos rentável. Assim, os insumos fixos serão re-allocados para atividades produtivas mais rentáveis que utilizem insumos fixos mais baratos. (PARIS, 1991).

### 8.2.3 Da Programação Linear para a Programação Matemática Positiva

Neste item se salientam as vantagens que a PL tem especialmente na aplicação de modelos agrícolas, e também se indica as dificuldades que esta aproximação apresenta e ainda, o surgimento de uma nova técnica, a programação matemática positiva PMP, visando superar essas dificuldades e entregar aos modeladores uma aproximação mais flexível que garanta maior capacidade de análise de política agrícola.

As razões para que a PL seja utilizada durante tanto tempo na economia agrícola, é que ela oferece a vantagem de ser mais fácil que as aproximações não lineares. A especificação linear permite contornar o número de parâmetros a serem calibrados ( $m+1$ ) vezes o número de variáveis de decisão, onde  $m$  representa o número de restrições técnicas. A PL representa a tecnologia de produção do tipo Leontief; os parâmetros das restrições técnicas de produção são interpretados então, como os coeficientes input-output (DINAR, 2004; JUST *et. al.*, 1983). A calibração determinística destes parâmetros pode ser realizada a partir de informações técnicas externas à modelagem (GOHIN *et al.*, 1999).

ARFINI, 2005, identifica outras vantagens da PL e comenta que, apesar da relativa simplicidade da formulação da PL, é possível formular problemas complexos mediante um adequado uso de equações vinculadas coligando o requerimento por fatores a sua disponibilidade. Além disso, como resultado direto da sua simplicidade na formulação, é possível referir o mesmo tipo de análise para uma propriedade individual (Modelo de Fazenda) ou um grupo de propriedades agregadas sobre a base de uma área geográfica ou sobre a base da sua orientação técnico-econômica adotada (Modelo Setorial). O que muda não é a estrutura, é o seu tamanho ou o número de atividades consideradas e o número de equações necessárias para descrever a relação entre cada atividade e os fatores de produção, mas principalmente a capacidade dos coeficientes técnicos (matriz  $A$ ) e coeficientes econômicos (vetor  $c_0$ ) de representar efetivamente o grupo de fazendas ao qual se refere o modelo.

É importante enfatizar que a dificuldade na construção dos modelos de PL para análise da política agrícola não está na representação de relações entre processos ou entre atividades. A dificuldade maior está na disponibilidade da informação e dados que reflita de maneira mais fiel possível a estratégia de um grupo representativo de fazendeiros agrícolas. É necessário anotar que os fazendeiros agrícolas até dentro da mesma região têm diferentes estruturas, produtos e níveis de especialização, os quais indicam que há tipos de fazendas extremamente diferentes. Ampliando a área de ação de um modelo, naturalmente resulta em aumento da dificuldade de mostrar corretamente as técnicas usadas em cada tipo de propriedade e assim os custos relativos dos fatores de produção. Existem bancos de dados especializados para custos de variáveis, mas para coeficientes técnicos, os quais não são diretamente medidos, as relações entre fatores usados e produtos obtidos necessitam ser estimadas com apropriados modelos econométricos, com ajuda de especialistas ou por meio de uso de literatura científica.

Este último aspecto torna-se mais importante quando se passa do modelo gerencial de PL para modelos de análise de política agrícola. Isto em razão de possíveis erros na medição de coeficientes técnicos e econômicos, especialmente pelo lado dos custos, comprometendo a capacidade do modelo de representar o grupo de propriedades agrícolas na amostra estatística, e, conseqüentemente, obter uma correta valoração da medida de política agrícola considerada.

Para GOHIN, 1999, há outros problemas na aplicação da PL, a relativa simplicidade na aplicação da PL tem vários reversos. Em particular, esta aproximação geralmente não permite reproduzir exatamente a tomada de decisão observada nos agricultores, a menos que restrições técnicas muito severas sejam introduzidas no modelo. Por outro lado, a simulação dos cenários com a PL conduz a nenhuma mudança ou oscilações importantes nas decisões do agricultor. Em outras palavras, os modelos de PL produzem resultados descontínuos e podem conduzir a especializações extremas (sobre - especialização) das explorações agrícolas em certas produções. Estes problemas da PL já foram mencionados em diversos trabalhos (por exemplo, McCARL, 1982, HAZELL e NORTON, 1986, HECKELEI, 1997).

A programação matemática, procurando resolver estas dificuldades, especialmente tentando dar ao modelo de PL mais capacidade de representar os fenômenos observados para grupos homogêneos de fazendas, desenvolveu progressivamente a criação de outra técnica conhecida como programação matemática positiva PMP. Esta aproximação teoricamente e metodologicamente assegura maior capacidade de análise de política agrícola.

E desta forma se passa do modelo de PL de tipo normativo, cuja finalidade é indicar a combinação de produção ótima que poderia seguir o produtor agrícola, para um modelo de tipo positivo, onde o objetivo principal é reproduzir a situação observada da maneira mais fiel possível e então simular o comportamento do produtor agrícola ao variar os parâmetros objeto da intervenção da política agrária.

### **8.3 A Programação Matemática Positiva PMP**

Esta seção tem três objetivos, o primeiro objetivo é mostrar os princípios básicos da aplicação padrão da aproximação PMP, o que permite de forma particular evidenciar os aportes desta aproximação na economia de produção agrícola. Logo, o segundo objetivo é apresentar uma formalização dos fundamentos teóricos desta técnica, assim como também, explicitar e discutir as limitações da aplicação padrão. Estes limites provêm do método de



calibração dos parâmetros. O terceiro objetivo consiste em apresentar as principais soluções propostas, na literatura, para resolver este problema.

### 8.3.1 Princípios básicos da PMP padrão

Para entender o princípio básico da aplicação padrão da PMP, considera-se um exemplo simples, mas muito didático que mostra a versatilidade desta aproximação, as suas dificuldades e as abordagens tentando suportar estas dificuldades.

#### *Exemplo*

Considera-se uma exploração agrícola com três tipos de culturas (trigo, milho e feijão) e dispõe-se das seguintes informações<sup>32</sup>, que se encontram resumidos na Tabela 8.1:

- É  $l_i$  superfícies plantada de cada cultura [ha.];
- É  $r_i$  os rendimentos por hectare [R\$/ha.];
- É  $s_i$  os subsídios diretos por hectare [R\$/ha.], e
- É  $p_i$  os preços da produção para cada cultura [R\$].

Destas informações podem ser deduzidos os seguintes valores:

- É  $(p_i \cdot y_i)$  valor da produção de cada cultura [R\$], e
- É  $y_i$  em quantidades produzidas [kg];

Tabela 8.1 Base de dados da fazenda exemplo

var		<i>Trigo</i>	<i>Milho</i>	<i>Feijão</i>
$l_i$	Superfície (ha.)	63,65	28,20	15,15
$r_i$	Rendimento (q/ha.)	81,30	106,00	69,00
$y_i = l_i * r_i$	Produção (q)	5.174,75	2.989,20	1.045,40
$p_i$	Preço (\$/ha.)	92,30	69,00	92,00
$y_i * p_i$	Valor da produção (1000\$)	477,63	206,25	96,18
$s_i$	Subsídios (\$/ha.)	2.241,00	2.241,00	3.237,00
$ci = p_i * r_i + s_i$	Coefficientes (\$)	9.745	9.555	9.585

Os custos de produção imputáveis a cada cultura (custos variáveis) não são conhecidos na base de dados, mas somente os dados sobre os diferentes custos variáveis de produção para um conjunto de culturas (por exemplo, os custos de produção de adubos ou fito-sanitários). Enfim, o custo total de produção inclui estes custos variáveis de produção. Supõe-se que os modeladores só dispõem destes dados para elaborar o modelo PMP.

<sup>32</sup> O exemplo completo encontra-se GOHIN *et al* 1999.

Tabela 8.2 Dados de custos fixos

<b>Insumos</b>	<b>(\$)</b>
Sementes	53,98
Adubo	147,22
Produtos (fito-sanitários)	86,32
Fornecimentos diversos	0,76
Trabalho por cultura	49,37
<b>Total de produção</b>	<b>337,65</b>

Por outro lado se considera que o objetivo deste modelo é simular o comportamento desta exploração agrícola na sua escolha de alocar sua superfície total e seus níveis de produção quando surge uma mudança, por exemplo, na política agrícola. Finalmente, para simplificar, se assume que esta simulação é efetuada no curto prazo, isto é, a estrutura constante da exploração (os níveis de capital, de mão-de-obra e de terras são fixos).

Na situação comum da teoria microeconômica neoclássica do produtor, a exploração agrícola escolhe uma alocação da sua superfície total e dos seus níveis de produção que maximize o seu lucro, dado as restrições técnicas de produção, o sistema de preços e os instrumentos de política agrícola.

Os preços são supostos exógenos; segundo a política agrícola os subsídios diretos são atrelados ao fator terra. No que diz respeito às restrições técnicas da produção a exploração agrícola é sempre limitada pela superfície total; a soma das superfícies cultivadas é inferior ou igual a esta superfície total. Há outras inúmeras restrições técnicas que intervêm igualmente na programação econômica da exploração agrícola: restrições agrícolas pedológicas, climáticas, de capital, de disponibilidade de mão-de-obra, etc. Introduzir estas restrições no modelo supõe ter informações precisas as quais o modelador geralmente não dispõe. Entretanto, estas restrições devem ser levadas em consideração por duas razões principais. De uma parte, sem estas restrições, o modelo não poderia reproduzir a escolha inicial de produção da exploração. De outra parte, na fase de simulação, um impacto dado produz mudanças importantes na rotação, até mesmo uma troca de uma cultura a outra, por exemplo, uma baixa moderada da margem de uma cultura pode levar a sua supressão. Estes problemas se encontram nos modelos PL.

A primeira idéia da PMP em relação a PL é quanto a resolver este problema de especificação das outras restrições técnicas e de representar indiretamente estas últimas na função objetivo. Na prática, uma função de custo de produção (ARFINI e PARIS, 1995) ou

funções de rendimento por hectare (HOWITT,1995), ou ainda mais, funções de custo e rendimento (BARKAOUI e BUTAULT, 1999) são especificadas para ósintetizarö em uma situação estática estas outras técnicas restritas, que podem ser de natureza dinâmica. Supõe-se aqui que os rendimentos por hectare são exógenos e de fato, as decisões de alocação da terra são idênticas às decisões de produção. As outras restrições técnicas são incorporadas à função de custo de produção. Nota-se que nesta fase esta hipótese não desloca o problema de especificação das outras restrições técnicas para a função de custo de produção e não garante a reprodução da situação inicial, nem um comportamento ósuaveö do modelo.

A *segunda idéia da PMP* consiste em considerar que a alocação escolhida pela exploração agrícola e observada pelo modelador é uma alocação ótima, isto quer dizer que o fazendeiro maximiza seu lucro dado algumas restrições (técnicas, de preços e de política agrícola). Assim, os dados observados podem servir de base para a calibração dos parâmetros especificados na função de custo de produção. Geralmente só os dados de um ano de referência são levados em conta pelo modelador para calibrar de forma determinística esses parâmetros. Este procedimento de calibração garante que o modelo reproduzirá a alocação de terra e dos volumes produzidos no ano de referência.

Enfim, a *terceira e última idéia da PMP* reside na especificação não linear em relação às variáveis de decisão, da função de custo de produção. O lucro da exploração agrícola é não linear em relação às variáveis de decisão. Nesse caso, os lucros marginais por hectare, que determinam a alocação ótima da superfície total, são funções das superfícies alocadas a cada cultura. Esta especificação não linear garante um comportamento ósuaveö do modelo. Na prática freqüentemente a função de produção é quadrática.

#### *Formulação Padrão da PMP*

O modelo padrão de PMP para a exploração agrícola do exemplo pode ser formulado da seguinte forma:

$$\max \sum (p_i \cdot y_i + s_i \cdot l_i - C_i(y_i)) \quad \text{como } y_i = r_i \cdot l_i \text{ então} \quad (8.7)$$

$$\max \sum (p_i \cdot r_i \cdot l_i + s_i \cdot l_i - C_i(r_i \cdot l_i)), \quad i = \text{trigo, milho ou feijão.}$$

sujeito a restrição:

$$\sum_{i=1} l_i \leq L \quad (8.8)$$

A equação (8.7) define o lucro da exploração agrícola. Ela é igual à soma dos valores das produções mais os subsídios por superfície menos a soma dos custos variáveis de produção por cultura. Esses custos variáveis por cultura são supostos funções não lineares da superfície alocada. A desigualdade (8.8) corresponde à restrição da disponibilidade de terra. Esta restrição implica que a soma das superfícies alocadas para as diferentes culturas não pode ser superior à superfície total de exploração.

As condições de primeira ordem deste programa de otimização são as seguintes:

$$p_i \cdot r_i + s_i - \frac{\partial C_i(r_i \cdot l_i)}{\partial l_i} - \alpha \leq 0, \quad (8.9.a)$$

$$l_i \geq 0, \quad (8.9.b)$$

$$\left( p_i \cdot r_i + s_i - \frac{\partial C_i(r_i \cdot l_i)}{\partial l_i} - \alpha \right) \cdot l_i = 0, \quad (8.9.c)$$

$$\sum_i l_i - L \leq 0, \quad (8.10.a)$$

$$\alpha \geq 0, \quad (8.10.b)$$

$$\left( \sum_i l_i - L \right) \cdot \alpha = 0 \quad (8.10.c)$$

Estas condições são comumente chamadas de condições de Karush-Kuhn-Tucker e  $\alpha$  designa o multiplicador de Lagrange associado à restrição de disponibilidade de terra. Esse multiplicador mede o impacto sobre o lucro devido a uma variação marginal da superfície total de exploração; isso pode ser interpretado como o preço de oportunidade da terra para a exploração considerada.

As equações (8.9a)-(8.9c) significam que a superfície alocada para a cultura  $i$  é estritamente positiva unicamente quando o lucro marginal por hectare liberado por esta cultura é igual ao preço de oportunidade da terra. Essa superfície pode ser igualmente nula nesse caso. A superfície alocada de uma cultura é pelo contrário nula quando este lucro marginal é estritamente inferior ao preço de oportunidade da terra. Da mesma maneira as equações (8.10a)-(8.10c), preço de oportunidade da terra, são estritamente positivas quando a soma das superfícies alocadas para as diferentes culturas é igual à superfície total disponível.

Para resolver esse modelo resta especificar a forma das funções de custo variável de produção por cultura e calibrar os parâmetros desta. O leque das formas possíveis é obviamente grande. Por razões de comodidade a forma quadrática é usualmente utilizada.

Supomos assim que essas funções se escrevem da seguinte forma:

$$C_i(y_i) = b_i' \cdot y_i^2 = C_i(r_i \cdot l_i) = b_i \cdot l_i^2, \quad \forall i \quad (8.11)$$

$$b_i = b_i' \cdot r_i \quad \forall i$$

De acordo com essa especificação, o custo marginal de produção é uma função crescente do volume produzido e igualmente a superfície alocada à cultura considerada. O problema que se formula então é de calibrar os parâmetros  $b_i$  e  $b_i'$  os valores que assumem as variáveis de produção por cultura quando não são observados.

#### *A Calibração de Parâmetros das Funções de Custo*

O método de calibração se realiza em duas etapas. Na primeira etapa, o modelo de PL formado pelas equações (8.7) e (8.8) é resolvido supondo que os parâmetros das funções de produção de custo variável são nulos e introduzindo as restrições específicas de calibração. Essas restrições sugerem que as superfícies alocadas a cada cultura são inferiores ou iguais às superfícies inicialmente observadas, mas com um pequeno termo positivo. Este último é introduzido para evitar a dependência linear entre as restrições de disponibilidade da terra e as restrições específicas de calibração. A resolução deste modelo determina os valores duais que fornecem uma medida de custo marginal de produção para cada cultura. Em uma segunda etapa, esses valores duais são utilizados para calibrar os parâmetros das funções de custo variável de produção.

A primeira etapa consiste na resolução do seguinte programa.

$$\max \sum (p_i \cdot r_i \cdot l_i + s_i \cdot l_i) \quad (8.12)$$

sujeito as restrições:

$$\sum_{i=1} l_i \leq L \quad (8.13)$$

$$l_i \leq l_i^o + \varepsilon \quad \forall i = \text{trigo, milho, feijão} \quad (8.14)$$

onde  $l_i^0$  designa a superfície inicial alocada para a cultura  $i$ . As equações (8.14) são conhecidas como restrições de calibração e estão associadas às variáveis duais  $\lambda_i$  respectivamente.

Usando os dados do exemplo, a formulação do problema seria a seguinte:

$$\max \sum (p_i \cdot r_i \cdot l_i + s_i \cdot l_i) = \max (9.745l_t + 9.555l_m + 9.585l_f)$$

sujeito a:

$$l_t + l_m + l_f \leq L = 107$$

$$l_t \leq l_t^0 + \varepsilon \rightarrow \lambda_t$$

$$l_m \leq l_m^0 + \varepsilon \rightarrow \lambda_m$$

$$l_f \leq l_f^0 + \varepsilon \rightarrow \lambda_f$$

A resolução deste modelo linear no exemplo conduz a uma solução ótima, na qual se encontra os valores as superfícies plantadas  $l_1, l_2, l_3$ ; e as valores duais  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ .

Utilizando o GAMS para resolver este problema linear obtiveram-se os resultados da Tabela 8.3. As três variáveis duais  $\lambda_t, \lambda_m$  e  $\lambda_f$  fornecem uma medida de custo marginal da produção de cada cultura que permitiria obter, a partir de um modelo de programação matemática sem as restrições específicas de calibração, as alocações observadas inicialmente. Então, estas variáveis duais fornecem informação para calibrar os parâmetros das funções de custo variável de produção.

Tabela 8.3 Resultados do programa linear

Culturas	$l_i$	$\lambda_i$
Trigo	63,66	190
Milho	28,18	0
Feijão	15,16	30

Quando o preço de oportunidade da terra  $\lambda_m = 9.555$  é igual à receita bruta da cultura de milho, a variável dual  $\lambda_m$  não está saturada.

Na segunda etapa, os parâmetros das funções de custo variável de produção são calibrados a partir dos valores das variáveis duais. Estes parâmetros são dados nas seguintes equações:

$$\frac{\partial C_i}{\partial l_i} = \frac{\partial(b_i \cdot l_i^2)}{\partial l_i} = 2 \cdot b_i \cdot l_i = \lambda_i, \text{ então}$$

$$b_i = \frac{\lambda_i}{2 \cdot l_i^0} \quad \forall i = \text{trigo, milho, feijão} \quad (8.15)$$

$$b_t = 1,492; \quad b_m = 0; \quad b_f = 0,990$$

Duas notações podem ser feitas aqui. De uma parte, a equação (8.15) não é válida se a superfície inicial alocada para a cultura  $i$  é nula. Isso implica em particular que este método com esta função de custo quadrática (8.11) não permite calibrar as culturas que não são produzidas no ano de referência.

Por outra parte, a especificação de funções de custo variável com número de variáveis menor ao número de parâmetros permite a calibração. Se, pelo contrário, as funções de custo variável dependem de um número de parâmetros superior ao número de culturas (para a inclusão de termos crescentes), então as informações externas são necessárias para calibrar o conjunto de parâmetros. A metodologia da máxima entropia é uma resposta possível e elegante para este problema (PARIS e HOWITT, 1998).

Uma vez encontrados os valores dos  $b_i$  da equação (8.11), substituindo na equação (8.7) o problema não linear a ser resolvido será:

$$\max \sum_i (p_i \cdot r_i \cdot l_i + s_i \cdot l_i - b_i \cdot l_i^2) = \max (9.745l_t + 9.555l_m + 9.585l_f - 1,49l_t^2 - 0,99l_f^2)$$

sujeito a:  $l_t + l_m + l_f \leq L = 107$

Utilizando o GAMS, se encontra a solução deste problema não linear que é:

$$l_t = 65,65 \text{ ha. } l_m = 28,20 \text{ ha. e } l_f = 15,15 \text{ ha.}$$

A Tabela 8.4 apresenta os resultados dos três problemas e podem-se comparar os resultados.

Tabela 8.4: Resultados dos Modelos de PL e PMP

Modelos	z	$l_t$	$l_m$	$l_f$
PL original	1.042.715	107	-	-
PMP	1.028.659	65,65	28,20	15,15

Da Tabela acima, pode-se concluir que:

- É A solução do PL original é sobre-especializada, isto é, concentra toda a superfície plantada na cultura que é mais rentável, isto é, a que tem o maior coeficiente de produção (no exemplo as 107 ha. serão destinados à cultura de trigo);
- É Comprova-se que a PMP reproduz exatamente os valores da alocação inicial observada;
- É No exemplo o lucro resultante do modelo PL é maior que o lucro da PMP, mas, partindo do princípio de que o agricultor alocou a sua superfície de forma racional, o modelo PMP é mais real. Isto também se pode explicar porque na verdade o agricultor não baseia sua alocação de terras e sua função produção no critério de maximização do lucro, ele deve levar em conta outros motivos para fazer a sua escolha, como por exemplo, a aversão ao risco.

Este procedimento de calibração determinística de modelos de PMP oferece então enormes vantagens: sendo particularmente interessante por calibrar automaticamente os modelos utilizando poucos dados. Por outro lado, esta aproximação conserva as vantagens da programação matemática clássica. Do ponto de vista técnico, a primeira etapa do procedimento de calibração revela os valores dos custos marginais de produção (ARFINI e PARIS, 1995) que, na segunda etapa permitem calibrar os parâmetros das funções de custo variável da produção. Contudo, como todo o trabalho de modelagem, os resultados fornecidos pelos modelos PMP são condicionados às hipóteses adotadas na concepção e na aplicação do modelo.

Na revisão bibliográfica referente a este tema pode-se notar que os trabalhos concentram-se principalmente no desenvolvimento teórico da PMP e adaptações e aplicações práticas desta metodologia em diferentes países do mundo.

A PMP foi organizada e formalizada por HOWITT em 1995, mas como técnica ela já era amplamente usada por analistas de políticas econômicas agrícolas. Contudo era pouco desenvolvida metodologicamente. A partir deste trabalho aparecem diversos artigos com críticas e aportes ao método da PMP. Destaca-se na parte teórica os vários trabalhos de HECKELEI (1997); PARIS e HOWITT em 1998; ARFINI (1995), RÖHMER e DABBERT (2003), PRECKEL *et al.* (2002) revisando, discutindo e também oferecendo contribuições assim como sugerindo alternativas de solução para aperfeiçoar a aproximação PMP.



Depois desta visão geral dos princípios básicos da modelagem padrão da PMP, através de um exemplo, na próxima seção se formalizará esta metodologia utilizando os trabalhos desenvolvidos na literatura disponível.

### 8.3.2 Fundamentos teóricos da PMP

PMP é um método para calibrar modelos de programação matemática de comportamentos observados durante um período de referência usando a informação oferecida pelas variáveis duais das restrições de calibração (HOWITT 1995a, PARIS e HOWITT 1998). A informação dual é usada para calibrar uma função objetivo não linear tal que os níveis de atividade observados são reproduzidos para o período de referência, mas sem as restrições de calibração.

#### *Formulação da PMP*

Nesta seção apresenta-se a metodologia da PMP baseada, fundamentalmente, nos trabalhos de BARKAOUI, *et al* (2000); HECKELEI (2002) e FRAHAN (2005).

Considera-se o seguinte problema de programação linear em forma matricial:

$$\text{Max } Z = \mathbf{p} \cdot \mathbf{x} \quad \text{ó} \quad \mathbf{c} \cdot \mathbf{x} \quad (8.16)$$

sujeito a:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \leq \mathbf{b} \quad [\lambda] \quad (8.17)$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0} \quad (8.18)$$

onde:  $\mathbf{Z}$  = valor da função objetivo;

$\mathbf{p}$  = Vetor (Nx1) dos preços do produto;

$\mathbf{x}$  = Vetor (Nx1) dos níveis de atividade de produção;

$\mathbf{c}$  = Vetor (Nx1) do custo contável por atividade unitária;

$\mathbf{A}$  = Matriz (MxN) dos coeficientes das restrições dos recursos (matriz tecnológica);

$\mathbf{b}$  = Vetor (Mx1) das quantidades de recursos disponíveis;

$\lambda$  = Vetor (Mx1) das variáveis duais associadas com a restrição de recursos;

Em geral, a solução deste problema (8.16)-(8.18), não reproduz a alocação de recursos fixos das atividades de produção. Na maioria dos casos acontece uma sobre-

especialização da solução, isto porque o número de restrições é bem menor que as atividades observadas. Quando se trabalha com modelos agregados a sobre-especialização é mais severa (HOWITT, 1995).

As soluções substancialmente diferentes das quantidades produzidas observadas não são aceitas pelos modeladores, portanto seus esforços direcionam-se para a calibração do modelo, visando a melhor reprodução das quantidades observadas no ano base ou a média de alguns anos. A calibração nos modelos lineares foi feita principalmente adicionando restrições rotacionais ou simplesmente adicionando limites superior e inferior em certas atividades de produção. Esta prática, além de ter pouco sustento teórico e justificativa empírica, restringe o conjunto de resultados. Alguns pesquisadores (HEADY *et al*, 1978), propuseram para resolver o problema de sobre-especialização, adicionar ao conjunto de restrições estruturais do modelo PL um outro conjunto de restrições que tem a ver com os possíveis níveis de atividade, baseado no nível observado. A estrutura desta restrição pode ser convenientemente indicada como  $x \leq x^0$  obrigando assim o modelo a refletir fielmente as decisões dos agricultores.

A programação matemática positiva considerando estas reflexões e apoiada na idéia básica de que é mais fácil de coletar informação sobre o produto (saída) de uma fazenda ( $x^0$ ) do que informação nos custos de produção utiliza esta informação para construir os modelos que representam corretamente o comportamento do fazendeiro. Em outras palavras, os níveis de saída são os resultados de decisões complexas baseadas principalmente na função de custo conhecida somente pelo fazendeiro, a qual é difícil de medir externamente.

#### *Fases da PMP*

De acordo com HOWITT (1995), a PMP pode ser implementada em três passos:

1. Construção de um programa linear com restrições de calibração;
2. Utilização dos resultados dos valores duais para construir um programa não linear que reproduza a solução do ano base sem as restrições de calibração;
3. Simulação das mudanças das políticas agrícolas.

A idéia real é utilizar informação contida em variáveis duais de restrições de calibração que limitam o problema de PL a níveis observados de atividades (Fase 1). Estes valores duais são usados para determinar uma função objetivo não linear tal que os níveis de

atividades observados são reproduzidos pela solução ótima do novo problema de programação sem limites de calibração (Fase 2). Logo, utilizar a função objetivo não linear sem as restrições de calibração para aplicar na modelagem do problema estudado (Fase 3).

A fase 1 é descrita formalmente pela extensão do modelo (8.16)-(8.18) da seguinte forma:

$$\text{Max } Z = \mathbf{p}^T \mathbf{x} \text{ ó } \mathbf{c}^T \mathbf{x} \quad (8.19)$$

sujeito a:

$$\mathbf{A} \mathbf{x} \leq \mathbf{b} \quad [\lambda] \quad (8.20)$$

$$\mathbf{x} \leq (\mathbf{x}_0 + \varepsilon) \quad [\rho] \quad (8.21)$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0} \quad (8.22)$$

onde:

$\mathbf{x}_0$  = Vetor (Nx1) de níveis de atividade observada;

$\varepsilon$  = Vetor (Nx1) de números positivos pequenos;

$\rho$  = variáveis duais associadas com as restrições de calibração.

As adições das restrições de calibração (8.21) forçaram a solução ótima do modelo de programação linear (8.18) - (8.22) a reproduzir exatamente os níveis de atividades  $\mathbf{x}_0$  do ano base, dado que as restrições específicas de recursos permitem esta solução (HAZELL; NORTON, 1986).

HOWITT (1995) demonstra que existe um vetor de números positivos  $\varepsilon$  tal que os valores duais  $\lambda$  permanecem invariáveis, mesmo que se retirem as restrições de calibração (8.21) do modelo PL. As condições de primeira ordem de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) da PL se expressam da seguinte forma:

$$\nabla f(\mathbf{x}_0) - \mathbf{A}^T \lambda - \rho = 0; \text{ onde } \nabla f(\mathbf{x}) \text{ vetor gradiente de } f(\mathbf{x}) = Z = \mathbf{p}^T \mathbf{x} \text{ ó } \mathbf{c}^T \mathbf{x} \quad (8.23)$$

HECKELEI (2002) realiza uma partição do vetor  $\mathbf{x}$  em dois subconjuntos: um vetor ((N-M)x1) de atividades  $\tilde{\mathbf{x}}^p$  preferenciais as quais estão limitadas pelas restrições de calibração e um vetor (Mx1) de atividades marginais  $\mathbf{x}^m$  que estão limitadas pelas restrições de recursos. Para simplificar notação, sem perda de generalidade, supõe que todos os elementos em  $\mathbf{x}_0$  são não nulos e todas as restrições de recurso estão ligadas. Então, reescrevendo as condições de KKT se tem as seguintes equações que fornecem os seguintes valores duais:

$$\rho^p = \mathbf{p}^p \text{ ó } \mathbf{c}^p \text{ ó } \mathbf{A}^p \phi \lambda \quad (8.24)$$

$$\rho^m = [\mathbf{0}] \quad (8.25)$$

$$\lambda = (\mathbf{A}^m \phi)^{-1} (\mathbf{p}^m \text{ ó } \mathbf{c}^m) \quad (8.26)$$

Onde os super-escritos p e m indicam subconjuntos de vetores e matrizes originais correspondendo a atividades preferenciais e marginais, respectivamente. Os valores duais das restrições de calibração são nulos para atividades marginais ( $\rho^m$ ), são iguais à diferença de preço de custo e marginal para atividades preferenciais ( $\rho^p$ ), os últimos sendo a soma do custo variável por unidade de atividade (c) e o custo marginal de utilização de recursos fixos ( $\mathbf{A}^p \phi \lambda$ ). Deve ser notado aqui que os valores duais das restrições de recursos ( $\lambda$ ) somente dependem de entradas da função objetivo e coeficientes de atividades marginais<sup>33</sup>.

HOWITT (1995) e PARIS e HOWITT (1998) interpretam a variável dual  $\rho$  associado às restrições de calibração como o vetor que captura qualquer tipo de erro de especificação no modelo, dados incorretos, desvios agregados, comportamento de aversão ao risco e expectativas de preço.

A *fase dois* do procedimento utiliza os  $\rho$  para especificar uma função objetivo não linear tal que o custo marginal das atividades preferenciais seja igual aos seus respectivos preços na base dos níveis  $\mathbf{x}_0$  de atividade anual.

Dado que a função de custo variável tem as propriedades de curvatura apropriada (convexa em níveis de atividade), a solução do problema de programação resultante será ãum ponto de fronteira, o qual é a combinação de restrições ligadas e condições de primeira ordem (HOWITT, 1995).

A idéia da PMP pode-se entender como a de descobrir os custos escondidos para cada cultivo na exploração agrícola padrão, para obter uma solução do problema de programação o qual calibra e envolve os ãoverdadeiros custos da exploração agrícola.

Em principio, qualquer tipo de função não linear, com as propriedades requeridas, habilita-se para esta fase. Por razões de simplicidade, emprega-se, com freqüência, a função quadrática de custo. No Anexo 2 se analisará outras funções utilizadas em diferentes aplicações desta metodologia.

---

<sup>33</sup> Ver proposição 3 de Howitt (1995).

A versão geral da função quadrática de custo variável a ser especificada é então

$$CV = \mathbf{d}^T \mathbf{x} + \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} \quad (8.27)$$

com

$\mathbf{d}$  = vetor (N x 1) de parâmetros associados com o termo linear, e

$\mathbf{Q}$  = matriz simétrica (N x N), semi-definida positiva<sup>34</sup>.

Outras formas funcionais possíveis são: a função de custo variável generalizada de Leontief; a função custo variável com entropia-ponderada (PARIS e HOWITT, 1998) e a função de produção CES de elasticidade constante de substituição (HOWITT, 1995-i).

Os parâmetros são então especificados tais que o custo marginal (CMg) satisfaça:

$$CMg = \nabla CV(x_0) = \frac{\partial CV(x_0)}{\partial x} = \mathbf{d} + \mathbf{Q} \mathbf{x}_0 = \mathbf{c} + \rho \quad (8.28)$$

Note, contudo, que a derivada desta função custo *variável* não incorpora o custo de oportunidade de recursos fixos ( $\mathbf{A} \mathbf{b}$ ). Eles são incluídos no modelo final por meio dos valores duais das restrições de recursos.

Para resolver este sistema de n equações por  $[n + n(n + 1)/2]$  parâmetros e, assim, superar a sobre-determinação do sistema, os modeladores da PMP se apóiam na Máxima Entropia que se explicará com mais detalhes no Capítulo 9.

A *fase três* usa a função objetivo não linear calibrada em um problema de programação não linear similar ao original exceto as restrições de calibração. Dado que se tem um conjunto de parâmetros satisfazendo (8.28), optou-se pelo problema final de programação não linear que reproduz determinados níveis de atividade observada como:

$$\text{Max } Z = \mathbf{p}^T \mathbf{x} \text{ ó } \mathbf{d}^T \mathbf{x} - \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} \quad (8.29)$$

sujeito a:

$$\mathbf{A} \mathbf{x} \leq \mathbf{b} \quad [\lambda]$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

Neste ponto, deve ser notado que os valores duais das restrições de recursos  $[\lambda]$  no modelo (8.29) não diferem das referidas no modelo (8.19)-(8.22). Eles ainda são determinados pelo ganho marginal das atividades marginais em seus níveis observados, os

<sup>34</sup>  $\mathbf{Q}$  é uma *matriz definida positiva* se e somente se para todo  $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} > 0$

$\mathbf{Q}$  é uma *matriz semi-definida positiva* se e somente se todo  $\mathbf{x}$   $\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} \geq 0$  e para ao menos um  $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} = 0$

quais permanecem iguais à fase de especificação por causa de (8.27). Conseqüentemente, o valor na equação (8.26) permanece sem modificações.

O sucesso da PMP, para HECKELEI (2002), se deve não só a seu elegante processo para calibrar o modelo solução das quantidades observadas, mas também porque assegura um rendimento mais flexível e um modelo de comportamento mais realista.

Por outro lado, a PMP está emergindo recentemente como uma ferramenta dos economistas agrários europeus para analisar medidas de política agrária. Sua utilização em dois projetos de pesquisa pela Comissão da União Européia (o projeto CAPRI e o projeto EUROTOOLS) é uma boa ilustração de seu atual desenvolvimento. Entre as publicações relacionadas com estes projetos citaremos as seguintes: HECKELEI e BRITZ (1999), BARKAOUI e BUTAULT (2000), PARIS *et al* (2000), JUDEZ e De MIGUEL (2000) e JÚDEZ *et al* (2001). O último Congresso realizado pela Associação de Economistas Agrícolas Europeus EAAE, "The Future of Rural Europe in the Global Agri-Food System" em Copenhague-Dinamarca em Agosto 23-27 de 2005, ressaltou a importância da PMP na modelagem do setor agrícola.

### **8.3.3 Problemas de calibração e de especificação de parâmetros para a função custo**

Nesta seção trata-se da calibração e seus problemas nos modelos de economia agrícola, e a metodologia da PMP como alternativa. Aborda-se também o problema de especificação de parâmetros, uma vez que se tem assumido a função custo da equação (8.27) como uma função quadrática e se necessitam encontrar os elementos da matriz de custo adicional  $Q$ .

HOWITT (1995) faz uma observação importante com respeito à calibração dos modelos agrícolas, ele afirma que calibrar modelos para observar resultados é uma parte integral da construção dos modelos físicos e de engenharia, mas é pouco comum analisar formalmente a calibração de modelos de otimização na economia agrícola.

A metodologia PMP foi criada com a idéia principal de superar esta deficiência na elaboração dos modelos agrícolas. Apesar de sua relativa recente publicação, esta metodologia está sendo extensamente aplicada no campo da economia e política agrária e está dando lugar a uma ativa e intensa agenda de investigação ampliando o marco metodológico original.

*Problemas de Calibração em Modelos de Programação*<sup>35</sup>.

Os modelos de programação se calibram com referência a um ano-base ou uma média de alguns anos. Para HOWITT (1995), não é aceitável a análise de política baseada em modelos normativos que mostram uma ampla discordância entre os resultados dos modelos e a realidade. Porém, modelos que são rigorosamente restritos podem produzir só um subconjunto de resultados normativos que as restrições de calibração imponham. Assim as conclusões políticas são limitadas por um conjunto de restrições apropriadas para o ano base, mas muitas vezes inapropriadas sob mudanças de políticas. Este problema é maior quando o modelo é sobre uma base regional com poucas restrições empíricas, mas com uma ampla variedade de produções agrícolas.

HOWITT, depois de revisar alguns métodos anteriores de calibração dos modelos de programação matemática - uma compreensível discussão sobre o tema pode-se encontrar em HAZELL e NORTON (1986) ou BAUER e KASNAKOGLU (1990) - assegura que nenhuma aproximação demonstrou ser suficientemente satisfatória para prevalecer na literatura aplicada.

DAY (1961), visando proporcionar mais realismo ao modelo impõe limites superiores e inferiores para os níveis de produção, assim como para as restrições. Mc CARL (1982) defende a metodologia da decomposição para conciliar os equilíbrios setoriais e planos em nível de fazenda. As duas aproximações requerem dados adicionais em nível micro, e resultam em calibrações restritas que influenciam a resposta política.

Para MEISTER *et al* (1978), a estrutura<sup>36</sup> dos seus modelos, faz com que eles apontem o problema de sobre-especialização e sugerem o uso de restrições rotacionais para reduzir este problema. De qualquer modo, é comparativamente raro que práticas agrícolas sejam fixadas na margem, é mais comum elas refletirem a renda líquida, maximizando o balanço entre lucro, custos de produção, e as externalidades entre culturas. Em último caso, rotações são funções de recursos escassos, preços dos produtos e custo dos insumos.

HAZELL e NORTON (1986) sugerem seis testes para validar um modelo setorial: O primeiro é um teste de capacidade para modelos sobre-restritos; O segundo é uma prova de custo marginal para garantir que custos marginais de produção, incluindo o custo de

---

<sup>35</sup> Baseado fundamentalmente em HOWITT, (1995)

<sup>36</sup> São modelos nacionais de programação quadrática, com 103 regiões produtoras específicas e agregando os resultados para 10 regiões comerciais.

oportunidade implícita de insumos fixos são iguais ao preço do produto final; o terceiro teste é uma comparação do valor dual da terra com valores atuais de arrendamento. Eles também adicionam outras três comparações de uso de insumos, nível de produção e preços de produtos. Os autores, baseados em cinco modelos setoriais, mostram que o percentual do desvio absoluto de produção e de área cultivada está entre 7% a 14%. As estruturas das restrições necessárias para esta validação não são definidas.

No entanto, a aproximação PMP visa alcançar a calibração exata da área cultivada, da produção e do preço. BAUER e KANAKOGLU, após aplicarem a PMP para um dos modelos citados por HAZELL e NORTON. Os resultados do modelo setorial agrícola da Turquia (TASM) mostraram uma calibração consistente baseada numa série de 7 anos.

O problema de calibração para modelos de fazenda, regionais e setoriais pode ser matematicamente definido pela situação comum na qual o número de restrições ligadas (binding constraints) na solução ótima é menor que o número de atividades não nulas observadas na solução base. Se o modelador tem suficientes dados para especificar o conjunto de restrições para reproduzir a solução ótima baseada no ano-base, então calibrar o modelo será redundante. A aproximação PMP é desenvolvida para a maioria dos modeladores que, por falta de uma justificativa empírica, disponibilidade de dados, ou custos na obtenção dos dados, encontra que o conjunto de restrições empíricas não reproduz o resultado do ano-base. A solução da PL é um ponto extremo das restrições ligadas. Ao contrário, a aproximação PMP visualiza a produção agrícola ótima como um ponto de contorno, o qual é uma combinação das restrições ligadas e condições de primeira ordem.

Restrições relevantes podem ser baseadas na lógica econômica ou no ambiente técnico sob os quais opera a produção agrícola. Os problemas de calibração são predominantes nas restrições que tratam da alocação de insumos, limites rotacionais reais e restrições políticas. Quando a matriz base tem uma ordem menor que o número observado de atividades do ano-base, a solução ótima terá sobre especialização de atividades de produção comparada com o ano-base.

A fonte destes problemas é que a programação linear foi originalmente usada como um método de planejamento agrícola normativo, assumindo total conhecimento da tecnologia de produção. Sob estas condições, qualquer tecnologia de produção pode ser representada como uma tecnologia de Leontief, sujeita a restrições graduais de recursos. Para modelos de política agregados, esta aproximação normativa produz uma tecnologia de produção e de



custos que é muito simplificada também devido ao inadequado conhecimento. Na maioria dos casos, somente os dados da produção regional são valores médios ou não representativos de lucro e insumos. Esta situação comum significa que um analista está tentando estimar reações de comportamento marginal baseadas em mudanças políticas, por sua vez baseadas na média dos dados observados. As condições médias podem ser assumidas como sendo iguais às condições marginais somente onde a variação política é pequena o suficiente para admitir tecnologias lineares.

Duas importantes aproximações têm sido usadas para reduzir os erros de especialização em modelos de otimização. Os métodos baseados na demanda usam métodos que adicionam o risco ou endogenizam os preços. Isto ajuda a resolver o problema, mas problemas substanciais de calibração permanecem em muitos modelos (JUST, 1983).

A outra aproximação comum é restringir atividades de oferta de cultivos através de restrições rotativas (ou flexibilidade). Em modelos regionais e setoriais de produção agrícola, há poucas restrições empiricamente justificáveis. Área de terra e tipo de solo são claramente restrições, assim como é a água em algumas regiões irrigáveis. Contratos e quotas de cultivos anuais, criação de gado, e culturas perenes são outras. No entanto, é difícil justificar outras restrições tais como trabalho (mão-de-obra), maquinaria ou rotatividade de cultivos sobre decisões de produção marginal de curto prazo. Estes insumos são limitantes, mas somente quando a disponibilidade normal é excedida, o custo por unidade produzida aumenta devido às horas extras, aumento de probabilidade das máquinas falharem, ou doenças. Se a suposição da tecnologia (custo) de produção linear é mantida, os níveis de produção observados implicam que restrições ligadas adicionais na solução ótima deveriam ser especificadas. Restrições rotativas abrangentes são um exemplo comum desta aproximação.

Uma explicação alternativa para não utilizar a tecnologia linear com restrições é que a função lucro não é linear com relação à área plantada na maioria dos cultivos. As razões mais comuns para o decréscimo da margem bruta por área são o declínio do rendimento das culturas devido à qualidade heterogênea da terra, aversão ao risco ou aumento de custos devido a restrições de gerenciamento ou capacidade de máquinas.

Dada a exaustiva literatura sobre adição do risco em modelos LP, o estudo concentrou-se na calibração pelo lado da oferta introduzindo especificações de custo ou receitas de características não lineares para cada atividade de produção. Enquanto o risco é um

determinante importante do comportamento exploração agrícola, somente o risco usualmente fornece termos de calibração insuficientes para calibrar completamente o modelo.

Em nível regional, informações dadas por agricultores sobre níveis de produção e alocação de terras são usualmente mais precisas que as estimações de custos de produção marginal por cultivo. Isto é particularmente verdade com dados micro sobre variabilidade no tipo de terra, tecnologia e risco. Esta informação freqüentemente caracteriza as decisões dos agricultores, mas está ausente nos dados disponíveis de custo agregado para o modelador. Portanto, a aproximação PMP usa a alocação da área plantada observada e a produção para inferir as condições de custo marginal para cada alocação de cultivos regional observada. Esta inferência é baseada naqueles parâmetros que são exatamente observados, e da suposição da concavidade da função de maximização de lucro.

#### *O problema da especificação de parâmetros*

Deve-se lembrar que na formulação da PMP na fase dois (seção 8.3.2, equação (8.27)), por facilidade se escolheu a função quadrática para estimar a função de custo variável, portanto o desafio é encontrar os elementos da matriz de custo adicional Q.

Quando a metodologia de PMP foi publicada (HOWITT,1995), foram identificados somente os elementos diagonais da matriz Q de custo adicional. A suposição implícita de que os elementos fora da diagonal são zero, significa que relações atividades cruzadas são ignoradas. Até agora, a literatura provê somente exemplos em pequenas escala para derivar ou estimar os elementos de fora da diagonal da matriz Q. As aproximações, que empregam estimações de máxima entropia, estão freqüentemente baseadas em uma única observação e tendem a zero (PARIS e HOWITT, 1998; HECKELEI e BRITZ, 1999).

A calibração de um modelo de programação agrícola em nível de fazenda, modelo regional ou setorial para quantidades observadas não é uma propriedade característica da abordagem PMP. Isso também pode ser conseguido por restrições apropriadas, ver modelo (8.19)-(8.22). É mais interessante se o modelo calibrado da programação PMP é capaz de capturar a resposta comportamental dos agricultores conforme as condições de mudanças econômicas, de tal forma que o modelo está capacitado para avaliar impactos de mercado, políticos ou técnicos de desenvolvimentos na agricultura. Com respeito a esta simulação de comportamento, a metodologia tem duas vantagens claras comparadas a um modelo de programação linear calibrado por restrições (HECKELEI, 2002):

- ✓ A resposta não fica limitada por restrições fracamente justificadas;
- ✓ A resposta é suave quando comparada a um problema de PL;

Contudo, essas vantagens comparativas não implicam qualquer realismo quantitativo com respeito à resposta do comportamento do modelo calibrado PMP. De fato, as condições de primeira e segunda ordem (8.28) e a condição de que a matriz  $Q$  seja semi-definida positiva permitem para quase qualquer magnitude de resposta de comportamento do modelo resultante.

O problema da condição (8.28) é que ela implica um problema de especificação indeterminado, visto que se considera uma forma funcional flexível. No caso de uma função quadrática flexível de segunda ordem se tem  $N+N(N+1)/2$  parâmetros que se devem especificar na base de  $N$  observações óinformação- (do custo variável marginal (8.28)). Há um número infinito de conjuntos de parâmetros que satisfazem estas condições, isto é, conduzem a um modelo calibrado perfeitamente, mas cada conjunto implica um comportamento de resposta diferente para incentivos a mudanças econômicas.

Para verificar isto, derivam-se as funções de oferta impostas pelo modelo PMP calibrado (8.29). Inicia-se da formulação lagrangeana:

$$L(x) = p'x - d'x - \frac{1}{2}x'Qx + \lambda[b - Ax] \quad (8.30)$$

E se continuamos a supor que todos os níveis de atividades ótimos, são positivos, nós obtemos, em formato de gradiente, as condições de primeira ordem da seguinte forma:

$$\frac{\partial L}{\partial x} = p - d - Qx - A'\lambda = 0, \text{ e} \quad (8.31)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = b - Ax = 0 \quad (8.32)$$

Resolvendo (8.31) em relação a  $x$  resulta:

$$x = Q^{-1}(p - d - A'\lambda) \quad (8.33)$$

e substituindo um membro do lado direito de (8.33) em (8.32) permite resolver para

$$\lambda = (AQ^{-1}A')^{-1}(AQ^{-1}(p - d) - b) \quad (8.34)$$

O vetor de níveis de atividade ótima como uma função de parâmetro de modelo exógeno pode então ser expresso como:

$$x = Q^{-1}(p-d) - Q^{-1}A'(AQ^{-1}A')^{-1}(AQ^{-1}(p-d) - b) \quad (8.35)$$

O gradiente de (8.35) com respeito ao vetor preço, neste caso, é proporcional à resposta da oferta marginal (uma vez que a oferta do produto é constante por unidade de atividade) e dada por:

$$\frac{\partial x}{\partial p} = Q^{-1} - Q^{-1}A'(AQ^{-1}A')^{-1}AQ^{-1} \quad (8.36)$$

Que finalmente revela que a matriz completa  $Q$  é pertinente para a resposta de oferta de cada produto individual. Isto é verdade mesmo quando  $Q$  é diagonal (e, conseqüentemente  $Q^{-1}$  também), porque os insumos fixos alocáveis (restrições dos recursos) ainda vinculam todas as atividades de produção entre si. Derivando (8.34) com relação ao preço se tem:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial p} = (AQ^{-1}A')^{-1} \cdot AQ^{-1}, \text{ então } \frac{\partial x}{\partial p} = Q^{-1} - Q^{-1}A' \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial p}$$

O segundo somando em (8.36) o qual é  $Q^{-1}A'$  vezes o gradiente de  $\lambda$  com respeito a  $p$  assegura que todos os elementos de  $Q^{-1}$  participam de cada elemento do gradiente de oferta.

Os diferentes métodos desenvolvidos para escolher entre o número infinito de conjunto de parâmetros de calibração crescentemente reconheceram a necessidade de introdução de informação adicional para evitar um comportamento de simulação arbitrário.

#### *Versão original da PMP*

Nos primeiros dias, surpreendentemente duradouros, da PMP, o problema de especificação com respeito à função de custo quadrática foi resolvido simplesmente fazendo  $d=c$  e igualando todos os elementos de  $Q$ , fora da diagonal, a zero (HOWITT e MEAN 1983, BAUER e KASNOKOGLU 1990, ARFINI e PARIS 1995). Os  $N$  elementos da diagonal de  $Q$ ,  $q_{ii}$ , eram então calculados como:

$$q_{ii} = \frac{p_i}{x_i^0} \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (8.37)$$

É facilmente verificado que a função resultante de custo variável satisfaz a condição (8.28) e esta regra de especificação conduz a uma função de custo que é linear em níveis de atividade marginal, porque os elementos de  $\rho^m = 0$ . Isto por sua vez implica que  $\lambda$  permaneça constante porque ele é determinado somente pela lucratividade das atividades marginais, a qual é constante por unidade de atividade. Conseqüentemente, um aumento de preço para produtos das atividades preferenciais de produção leva a uma substituição de atividades marginais, mas deixa inalterados os outros níveis de atividades preferenciais, até que a primeira atividade marginal seja eliminada da base.

Esta especificação é puramente motivada por simplicidade computacional em ausência de informação adicional. Seu repetido uso pode ser explicado somente pelo enfoque na propriedade de calibração com a esperança de que uma especificação tecnológica rica em termos de restrições forneceria uma realística resposta de simulação. Numa visão retrospectiva é fácil argüir que restrições tecnológicas que nem mesmo são capazes de reproduzir de forma concordante observações em base anual também não são capazes, de nenhuma forma, de capturar mais precisamente resposta de comportamento a incentivos econômicos variáveis.

Um exemplo desta especificação é a Simulação realizada por CYPRIS (2000) *apud* HECKELEI (2007) com o modelo setorial regionalizado alemão RAUMS e mostra que esta abordagem resulta numa resposta de comportamento muito pobre do modelo resultante, caracterizada por fortes reações, mesmo excessivas, às modificações em incentivos econômicos (isto é, altas elasticidades incluídas).

Paris (1988) usou uma regra de especificação alternativa. Ele considera os parâmetros lineares da função custo  $d = 0$  em adição aos elementos fora da diagonal de  $\mathbf{Q}$ , e calculada:

$$q_{ii} = \frac{c_i + \rho_i}{x_i^0} \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (8.38)$$

A qual obtém elementos diagonais positivos de  $\mathbf{Q}$  inclusive para as atividades marginais. Neste caso a redução das atividades marginais causadas pela expansão de uma atividade preferencial imediatamente mudaria os valores duais das restrições de recursos,  $\lambda$ , o que por sua vez altera a solução ótima para outras atividades preferenciais. Embora isto seja uma propriedade geralmente mais verdadeira da resposta do produtor (agregado), a especificação quantitativa permanece quase como arbitrária.

### *Aproximação do custo médio*

Se alguém deseja supor que o vetor observado do custo contábil por unidade de atividade,  $\mathbf{c}$ , seja igual ao custo médio de cultivo específico da função de custo variável, pode-se satisfazer a condição (8.28) alternativamente tornando:

$$q_{ii} = \frac{2p_i}{x_i^0} \text{ e } d_i = c_i - p_i \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (8.39)$$

Em comparação com a especificação (8.37), os elementos diagonais tornam-se maiores determinando uma redução da elasticidade-preço. A aproximação de custo médio exclui por definição elementos positivos fora da diagonal de  $\mathbf{Q}$ , porque o custo médio específico do cultivo não é definido neste caso. De fato, a alocação de insumos variáveis a certas atividades de cultivo não é consistente com a tecnologia fundamental associada a uma função custo multi-produto.

Esta abordagem foi utilizada em HECKELEI e BRITZ (2000) no contexto de um exercício de simulação com finalidades comparativas (ver HECKELEI, 2002). Para discussão posterior ver também GOHIN e CHANTREUL 1999.

### *Uso de elasticidades oferta exógena*

Uma especificação geralmente mais convincente é a incorporação de elasticidades exógenas. Isto reduz o papel do PMP a tudo o que ele realmente possa ser no contexto de somente uma observação em níveis de atividades: um método de calibração.

As aplicações existentes (HELMING *et al.* 2001) estão restritas ao uso de elasticidades preço-próprio exógeno  $\bar{\varepsilon}_{ii}$ . Os elementos fora da diagonal de  $\mathbf{Q}$  são anulados e o efeito marginal das variações de preço nos preços sombra  $\lambda$  é ignorado (o segundo somando em (8.35) desaparece). Neste caso, a derivada parcial  $\partial x_i / \partial p_i$  é igual a  $q_{ii}^{-1}$  de tal forma que a fórmula da elasticidade calculada para quantidades observadas pode ser solucionada diretamente para  $q_{ii}$  para obter:

$$\bar{\varepsilon}_{ii} = \frac{1p_i^0}{q_{ii}x_i^0} \Leftrightarrow q_{ii} = \frac{1}{\bar{\varepsilon}_{ii}} \frac{p_i^0}{x_i^0} \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (8.40)$$

Como o valor apropriado para um dado  $\varepsilon_{ii}$ . Com a finalidade de satisfazer a condição de calibrações, os parâmetros lineares da função custo variável são então determinados como:

$$d_i = c_i + \rho_i - q_{ii}x_i^0 \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (8.41)$$

Por causa do efeito ignorado nos preços/sombra dos recursos limitados, as elasticidades reais do modelo resultante desviarão de  $\overline{\varepsilon_{ii}}$ . A calibração exata para elasticidades preço - *próprio* exógeno é geralmente possível, mas não pode sempre ser obtida como uma forma de solução concordante.

#### *Calibração com o critério da Máxima Entropia*

PARIS e HOWITT (1998) direcionam a eleição de especificação de parâmetros de uma maneira diferente. Eles sugerem o procedimento de Máxima Entropia para generalizar e objetivar a fase de calibração. Isto inclui uma completa especificação da matriz  $\mathbf{Q}$  e o emprego deste critério de informação teórico permite resolver a especificação indeterminada do problema. A abordagem específica da PMP com esta especificação da ME é apresentada no Capítulo 9, teoricamente e em uma aplicação prática. Neste ponto se anotam as seguintes ressalvas à sua abordagem:

- ✓ O emprego do critério de Máxima Entropia geralmente permite que seja usado mais do que uma observação em níveis de atividades, o que também é reconhecido pelos autores;
- ✓ Contudo, suas próprias aplicações apóiam-se somente em uma observação deixando o comportamento resultante da simulação novamente como um produto de detalhes mais propriamente arbitrários metodologicamente.
- ✓ A função custo recuperada satisfaz a condição (8.28) que torna sua abordagem sujeita a crítica geral que segue nas seções subseqüentes.

A despeito da crítica levantada nos dois primeiros pontos deste artigo por PARIS e HOWITT basicamente inicio por este aspecto a pesquisa apresentada neste estudo. Uma idéia inovadora de utilização de um critério econométrico para uma calibração de modelos de programação foi o primeiro passo para ultrapassar uma lacuna entre modelos econométricos baseados em funções comportamentais (oferta de funções e demanda de insumos) e o uso de modelos de programação sintética em análise de oferta produtos agrícolas.

*Especificações baseadas em rendimento marginal decrescente*

Todas as especificações PMP acima mencionadas especificaram uma função custo não linear. Por hipótese, elas atribuíram os erros de especificação marginal do modelo linear original, pelo lado dos insumos do problema de produção. É claro, contudo, que uma representação errada de como a renda é dependente de níveis de atividade teria o mesmo efeito. De fato, os valores duais nas restrições de calibração podem também ser explicados pelo rendimento marginal decrescente com níveis de atividades crescentes, o que não é refletido pela suposição de rendimento constante do modelo (8.16)-(8.18).

HOWITT (1995) emprega esta interpretação e introduz termos não lineares na função objetivo para refletir diferenças entre rendimentos marginais e rendimentos médios observados em cultivos em que houve modificações na qualidade da terra.

A validade teórica, bem como a empírica da função custo puro e da função rendimento puro é muito questionável. Qualquer suposição tecnológica e comportamental razoável em produção agrícola tornaria altamente improvável que as aplicações de insumos sejam modificadas, mas que o rendimento permaneça constante ou vice-versa. RÖHM (2001) reconhece isto por combinação do rendimento decrescente com o crescente custo suposto. Contudo, esta abordagem não está baseada em uma hipótese tecnológica clara, isto é, uma bem representada relação entre insumos e produtos, e de novo não fornece uma forte base empírica para especificação de parâmetros e o comportamento simulado incluído do modelo resultante.

#### **8.4 Aplicações da PMP em Políticas Agrícolas**

Para finalizar o capítulo, neste item o objetivo principal é fornecer um resumo da literatura sobre as aplicações da PMP, com a idéia de mostrar a ampla gama de tópicos que tratam os modelos PMP e os múltiplos usos que esta metodologia permite aos tomadores de decisão. Visando, especialmente, mostrar a utilização desta metodologia na análise de modelos de políticas na fixação de preços da água na irrigação.

A PMP, formalizada por HOWITT (1995), está emergindo recentemente como uma ferramenta dos economistas agrários europeus para analisar medidas de política agrária. Sua utilização em dois projetos de pesquisa pela Comissão da União Européia (o projeto CAPRI e o projeto EUROTOOLS) é uma boa ilustração de seu atual desenvolvimento. Entre as



publicações relacionadas com estes projetos citam-se as seguintes: HECKELEI e BRITZ (1999), BARKAOUI e BUTAULT (2000), PARIS *et al* (2000), JUDEZ e DE MIGUEL (2000) e JÚDEZ *et al* (2001). O último Congresso realizado pela Associação de Economistas Agrícolas Europeus EAAE, "The Future of Rural Europe in the Global Agri-Food System" em Copenhague-Dinamarca em Agosto 23-27 de 2005, ressaltou a importância da PMP na modelagem do setor agrícola e a ativa participação acadêmica, especialmente das universidades, no tema teórico e prático visando cada vez aperfeiçoar mais esta metodologia.

Na Espanha, segundo referências de JUDEZ, *et al* (2001), a PMP tem sido aplicada com diversas finalidades, por exemplo: ASTORQUIZA (1994) utilizam a PMP para tratar um problema de alocação de cultivos em função da rentabilidade do solo. GARRIDO (1995) aplica-a para estimar as funções de custo em distintas explorações em irrigação. ALARCÓN, ALONSO, SERRANO (1997) comparam a capacidade da programação linear, a quadrática biobjetivo (com aversão ao risco) e a PMP para analisar políticas agrárias; para levar a cabo esta comparação, realiza-se a aplicação destas técnicas em explorações de uma região de Ávila, concluindo na idoneidade da PMP. DE MIGUEL (2000), dentro do contexto do projeto EUROTOOLS, utiliza a PMP para prever os efeitos da Agenda 2000 nas explorações de cereais de uma comarca espanhola. Os mesmos autores JUDEZ *et al* (2001) ilustram a utilidade da PMP como instrumento de análise de efeitos de determinadas medidas de política agrícola em nível de fazenda representativa.

Apesar de sua recente publicação, esta metodologia está sendo extensamente aplicada no campo da economia e política agrícola e está dando lugar a uma ativa e intensa agenda de pesquisas. No entanto, ainda que no enfoque original estimam-se os parâmetros da função de custos ou rendimentos para cada atividade ou cultivo de forma independente, RÖHM e DABBERT (2003) ampliam o marco metodológico e consideram a elasticidade de substituição entre os distintos tipos de cultivo. Estes autores desenvolvem um modelo regional que permite avaliar programa agro ambientais. Outra contribuição tem sido o trabalho de PRECKEL *et al.* (2002) que constroem um modelo de programação matemática positiva no qual incorporam a possibilidade de especificar informação sobre os valores duais e primais das variáveis do modelo. Os autores aplicam esta extensão metodológica para avaliar o impacto e a acolhida no mercado das sementes geneticamente modificadas.

PARIS e HOWITT (1998) e HECKELEI e BRITZ (2000) estendem o enfoque original e aplicam o princípio de máxima entropia para recuperar informação sobre a função de

custos quando existem observações sobre as decisões de cultivo dos agricultores ao longo de vários anos. A aplicação do critério de máxima entropia permite oferecer uma solução a problemas que desde uma perspectiva econométrica definem-se como *öill-posedö*. Este critério se detalha no Capítulo 9.

O atrativo que apresenta esta metodologia se traduz em um crescente e cada vez mais extenso número de trabalhos que utilizam este enfoque (ARFINI, 1996; HECKELEI e BRITZ, 1998; GOHIN *et al.*, 2000; GRAINDORGE *et al.*, 2000; BARKAOUKI e BUTAULT, 2000, entre outros). BLANCO *et al.* (2003) adotam este enfoque para construir um meta modelo, denominado SERCA, que permite simular o comportamento do agricultor ante distintos cenários de recuperação de custos tal e como se estabelece na Diretiva Marco da Água. Sua relevância como ferramenta de análise deriva-se da sua fácil aplicação em mais de 200 comunidades de irrigantes selecionadas em todo o território irrigado da Espanha. SCHMID e SINABELL, (2006), analisam se a reforma da CAP<sup>37</sup> em 2003 e o antecipado programa novo de desenvolvimento rural conduzirão a uma expansão ou uma redução de agricultura orgânica. Com este fim utilizam uma versão estendida da PMP de RÖHM e DABBERT (2003), o método é desenvolvido para diferenciar a agricultura orgânica da administração convencional e a administração agro-ambiental em um modelo setorial na Áustria, este país é escolhido pela disponibilidade de dados e porque 8% da sua terra cultivada são manejados organicamente. Os resultados sugerem que as recentes reformas de política agrícola tornarão a agricultura orgânica mais atraente para os fazendeiros.

BARKAOU, *et al.*, 2000, realizam um estudo de simulação do impacto das reformas da CAP nos projetos de política de desenvolvimento rural *öAgenda 2000ö* no setor de oferta agrícola para o ano 2005. A metodologia utilizada é a PMP aplicada em nível regional em 12 países membros da União Européia (distinguem 36 regiões e desenvolvem para cada uma um modelo PMP). As simulações são baseadas na base de dados comunitários da FADN<sup>38</sup> de 1994. De acordo com as simulações, a produção de cereais incrementará rapidamente e a produção de óleo vegetal decrescerá no período de 1994 a 2005. Estes resultados terão efeitos consideráveis sobre o balanço parcial do mercado de grãos.

Na União européia, o debate de política começou a reformar seriamente a Organização de Mercado Comum do Açúcar. Devido a regulamentos complexos de cota e alta renda econômica de cotas, a oferta de açúcar de beterraba não pôde ser simulada da mesma maneira

---

<sup>37</sup> CAP: The Common Agricultural Policy

<sup>38</sup> FADN: Farm Accountancy Data Network

como os outros cultivos. Então, BUYSSSE, *et al* (2004), cria uma versão adaptada de PMP que permite a modelagem individual e simultânea de fazendas de beterraba de açúcar que é desenvolvida e aplicada a uma amostra de 108 fazendas na Bélgica com dados da FADN. Uma função de custo quadrática que inclui a renda econômica da cota observada é estimada e integrada em uma função de lucro com várias restrições técnicas e econômicas. O modelo de fazenda é calibrado para responder pela grande variabilidade entre fazendas de açúcar de beterraba. Este modelo permite a simulação dos efeitos de diferentes cenários de política sobre renda econômica de cota e a oferta da fazenda. Os resultados mostram que a resposta da oferta de açúcar de beterraba responde mais à cota que aos cortes de preço e que a troca de cotas pode ter um papel fundamental, deixando o plantador de beterraba ajustar-se ao novo ambiente econômico.

NOÉME *et al*, 2004, prepararam um trabalho que analisa os aproveitamentos hidro-agrícolas de Odivelas, Vigia e Sotavento no Sul de Portugal, os principais efeitos económicos da adoção da política de preço da água preconizada no âmbito da Diretiva Quadro da Água, em termos do consumo de água, da recuperação dos custos com água e nos rendimentos agrícolas. A metodologia utilizada baseia-se no desenvolvimento de modelos micro-econômicos de PMP aplicados às características específicas das empresas-tipo presentes nas zonas de estudo. Os resultados da pesquisa permitem concluir que a aplicação da DQA, especialmente no referente à aplicação do princípio do utilizador pagador, terá efeitos muito negativos no aproveitamento dos regadios do Sul de Portugal, contribuindo para aumentar ainda mais o custo de oportunidade do investimento público nas infra-estruturas de irrigação e para o desinvestimento na actividade agrícola, que já é bastante fraca nesta zona.

HE, *et al*, (2003) construíram uma estrutura empírica para comparar políticas de irrigação, para alocar água escassa para a produção agrícola no Egito e Marrocos. Eles elaboraram modelos específicos setoriais de Equilíbrio Parcial agrícolas para o Egito e Marrocos que foram empregados para testes de política. Excedentes do consumidor e do produtor de commodities agrícolas são maximizados, sujeitos a várias restrições de recursos, técnicas, e de política, usando PMP para calibrar estes modelos. Os resultados deste modelo são muito interessantes, os pesquisadores concluem que a política de **fixação de preços da água**, políticas complementarias de imposto para insumos, e política de imposto à produção são testadas usando estes dois modelos setoriais agrícolas. Os resultados sugerem que uma política efetiva depende dos contextos sociais, econômicos, e ambientais de cada região. Para países como Egito, onde a maioria da terra agrícola é irrigada, impostos sobre o fertilizante

Nitrogênio (N) e energia, e imposto à produção para cultivos intensivos no uso de água com lucro baixo podem ser mais efetivos que outros **mecanismos de fixação de preços**. Para o caso de Marrocos, tributação sobre os insumos de produção agrícola e nos produtos afeta não só o uso de água no setor de irrigação pública, mas também no setor de irrigação privado. Fixação de preços da água e políticas de imposto à produção são mais apropriadas e efetivas que a tributação de fatores de insumos de produção.

No caso de Portugal podem-se referir os trabalhos de FRAGOSO (2001), NOÉME e FRAGOSO (2003), NOÉME, FRAGOSO e COELHO (2004), PINHEIRO *et al.* (2003) e AVILLEZ *et al.* (2003), que analisaram o uso da água no setor agrícola com base na teoria econômica neoclássica. Estes estudos, tal como outros realizados na vizinha Espanha, entre os quais se destaca SUMPSI *et al.* (1996 *et* 1998), BLANCO (1999), GOMEZ-LIMON e BERBEL (2000) e GOMEZ-LIMON *et al.* (2002), mostram que a **política de preço da água** poderá não surtir os efeitos desejados em termos do uso eficiente do recurso e conseqüente afetação a usos ecológicos, sem penalizar fortemente os rendimentos agrícolas e o aproveitamento das infra-estruturas de irrigação, devido à fraca elasticidade da procura da água para fins agrícolas. Destes trabalhos NOÉME, FRAGOSO e BLANCO utilizam a PMP para analisar seus modelos de políticas de preços para a água na irrigação.

Um dos artigos mais interessante neste tema é o artigo apresentado por TSUR *et al* 2003, "Irrigation Water Pricing: Policy Implications Based on International Comparison" no qual os autores tratam da **regulamentação da água para irrigação via fixação de preços**. Primeiro apresentam e discutem os principais conceitos teóricos da fixação de preços para a água, especialmente o critério de eficiência. Logo apresentam três estudos práticos de fixação de preços da água em, Turquia, Marrocos e África do Sul. Para cada caso constroem a curva de demanda agregada por água utilizando programação matemática. Os pesquisadores usam a metodologia da PMP na análise em África do Sul e Turquia, onde os dados são agregados. LP para a região de Marrocos onde existem dados disponíveis mais detalhados. O debate político inclui também considerações de equidade. As descobertas empíricas, destes estudos, revelam que os preços da água têm pouco efeito sobre a distribuição da renda no setor agrícola, assim apóia a visão de que os preços da água deveriam ser determinados principalmente para aumentar a eficiência de uso de água, deixando considerações de distribuição de renda a outras ferramentas de política.

**PARTE IV**  
**SELEÇÃO E APLICAÇÃO DO MODELO PMP**

---

## CAPÍTULO 9. PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA POSITIVA E MÁXIMA ENTROPIA

Neste capítulo descreve-se com detalhe o modelo proposto por PARIS e HOWITT (1998). A característica principal deste modelo é adoção do método de máxima entropia para lidar com o problema de falta de informação e o problema de especificação de parâmetros não lineares da função de custo quando se torna incompleto, isto é, o número de parâmetros a ser especificados é maior que o número de observações. Esta metodologia é utilizada como segunda alternativa para encontrar os parâmetros desconhecidos da matriz Q no caso de estudo

### 9.1 Análise de problemas incompletos òill-posedõ

Quando as informações de uma amostra são insuficientes para fazer estimativas convencionais em um modelo estrutural desejado surgem os problemas chamados em inglês de òill-posedõ, cuja tradução aproximada seria problemas òimperfeitamente apresentadosõ ou òincompletosõ como serão chamados neste trabalho. Assim, quando o número de parâmetros desconhecidos é maior do que o número de observações, o problema será denominado incompleto. Na econometria há apenas duas alternativas: impor restrições a um número suficiente de parâmetros para que os restantes possam ser estimados, ou abandonar a análise completamente. Afortunadamente, uma aproximação baseada na máxima entropia é bem adequada para tratar estes problemas.

A definição de entropia como uma medida de informação se deve a SHANNON (1948). JAYNES (1957) introduziu o princípio de máxima entropia para derivar distribuições de probabilidade que são menos confiáveis em termos de hipótese, mas são consistentes com informações disponíveis na amostra<sup>39</sup>. Logo da publicação deste princípio diversos profissionais, físicos, estatísticos, astrônomos, engenheiros, médicos e policiais têm utilizado a máxima entropia. A lista de usos práticos de algoritmos de máxima entropia é extensa. Em todos os casos, o objetivo da análise é a recuperação de imagens aceitáveis e informativas (modelos estimativos) a partir de uma informação limitada associada com problemas incompletos. Recentemente, GOLAN, JUDGE e MILLER GJM (1996), têm apresentado uma importante contribuição de aplicação da máxima entropia a modelos econométricos.

Considerando, por exemplo, um típico conjunto de dados de produção de múltiplos produtos e múltiplos insumos. A informação é geralmente restrita à alocação de cultivos por

---

<sup>39</sup> No Anexo 1 encontram-se mais detalhes respeito a este tema.

atividades produtivas, a produção total de várias atividades, e seus preços. A informação do insumo é freqüentemente representada pelo custo total das categorias do insumo, que muitas vezes não separam por atividades básicas. Por essa razão o desafio que enfrenta o pesquisador é extrair a quantidade máxima da informação econômica desses dados incompletos de um modo apropriado para a análise econômica e de política.

O objetivo analítico, desta seção, é reconstruir uma função de custo variável total usando a aproximação paramétrica como uma estrutura econômica que incorpora as restrições tecnológicas, de mercado e ambientais que os fazendeiros enfrentam na tomada de decisões. Conserva-se a hipótese de que a alocação de terras e o nível de produtos realizados é o resultado de um cuidadoso processo de decisão seguido pelos agricultores em busca do máximo lucro, sujeito a diferentes tipos de restrições. As restrições (tecnológicas, de mercado e ambientais) que enfrentam os fazendeiros podem não ser reveladas explicitamente na informação da amostra, mas são refletidas com mais transparência nas decisões de alocação que toma o agricultor. Assim a tarefa dos pesquisadores implica reconstruir a função de custo da variável total, conforme os dados amostrais de somente uma fazenda. Enquanto esse problema é incomum na literatura devido à dificuldade de resolvê-lo, a demanda por esta análise em economia agrícola é muito comum dada a necessidade para desagregar modelos e o conjunto de dados comumente incompletos.

Em princípio, este objetivo é similar ao de qualquer estudo econométrico dedicado a estimar a função custo da firma. A diferença com uma análise tradicional econométrica consiste simplesmente na escassez de observações relativas ao número de parâmetros para ser estimado. Quanto mais observações se tornam acessíveis, a metodologia presente aproxima a estrutura de uma análise econométrica tradicional.

É possível explorar toda a informação disponível (sem importar quão escassa) ao máximo para adotar uma apropriada e consistente aproximação usando o formalismo da máxima entropia.

## **9.2 Recuperação da função de custo variável total:**

Como na econometria, a reconstrução de um modelo requer a seleção de uma relação funcional. Do mesmo modo, os dados de amostra são sujeitos a formas funcionais diferentes da função de custo variável total. Para começar, é necessário obter uma medida do custo marginal para dar uma estrutura factível às especificações alternativas da função de custo variável total. Por definição, os argumentos de uma função de custo são os níveis de produção

e os preços dos insumos. Neste caso, os preços dos insumos são fixos (e desconhecidos) tomados a nível de mercado. Para recuperar uma medida do custo marginal dada a informação disponível, a aproximação Programação Matemática Positiva (PMP) (HOWITT, 1995) é a mais satisfatória e, talvez, a única estrutura operacional (PARIS e HOWITT, 1998).

A metodologia de PMP consiste em três fases, que foram explicadas no capítulo anterior. Para facilitar o desenvolvimento deste item se revisam brevemente as fases desta metodologia, com ênfase na função de custo variável da função objetivo.

Em geral, a primeira fase é definida por um modelo programação linear LP que usa toda a informação disponível para encontrar o vetor,  $\lambda$ , de preços de sombra dos insumos alocáveis limitantes e o vetor  $\rho$ , de custo marginal diferencial, correspondendo ao vetor de níveis de produção,  $x_0$ . O modelo de LP é necessário nesta fase para explorar a informação disponível, que usa um conjunto mínimo de suposições. Estas suposições (mantidas) são (i) a maximização de renda líquida de um tomador de preços, e (ii) uma tecnologia linear.

$$\text{Max } \{ p'x \text{ ó } c'x \} \quad (9.1)$$

sujeito a:

$$Ax \leq b \quad [\lambda] \quad (9.2)$$

$$x \leq (x_0 + \varepsilon) \quad [\rho] \quad (9.3)$$

$$x \geq 0$$

onde:

$x_0$  = Vetor (Nx1) de níveis de atividade observada;

$\varepsilon$  = Vetor (Nx1) de números positivos pequenos;

$\rho$  = variáveis duais associadas com as restrições de calibração.

Os outros símbolos têm o mesmo significado definido no Capítulo 8, seção 8.3.2. O vetor dos preços sombra,  $\lambda$ , está associado com as restrições dos recursos alocáveis (9.2), enquanto o vetor de custo marginal diferencial,  $\rho$ , corresponde às restrições de calibração (9.3). O escalar  $\varepsilon$  é necessário para desligar as restrições estruturais (9.2) das restrições de calibração (9.3).

A idéia intuitiva desta configuração é que, como as restrições (9.3) serão necessariamente ligadas (binding), o custo marginal de produzir o vetor de output  $x_0$  é a soma do vetor de variáveis duais e o vetor de custo contável  $c$ . Desta forma, o modelo (9.1)-(9.3) revela o custo marginal econômico (como diferente do custo de contabilidade) incorrido pelo



tomador de decisões. Este custo, até este ponto, era implícito nos níveis realizados no vetor de produção  $x_0$ , mas não era explícito. Esta visão de custo marginal é análoga à noção de variáveis ocultas e a estimação delas em econometria tradicional. Conseqüentemente, o alcance essencial do modelo (9.1)-(9.3) é obter uma medida do vetor de custo marginal  $p$  consistente com toda a informação disponível.

O dual do modelo (9.1)-(9.3) pode ser especificado como:

$$\min \{ \mathbf{b}^T \mathbf{x} + \mathbf{c}^T \mathbf{x} \} \quad (9.4)$$

sujeito a:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{x} + (\mathbf{c} + \mathbf{p}) \times \mathbf{p} \quad (9.5)$$

Onde os vetores  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{p}$  são não negativos. A interpretação tradicional das restrições duais é que o lado à esquerda da equação (9.5) representa o vetor de custo da atividade marginal total, assim:

É  $\mathbf{A}^T \mathbf{x}$  : o vetor de custo marginal dos insumos fixos alocáveis, e

É  $(\mathbf{c} + \mathbf{p})$ : o vetor de custo variável marginal que depende do vetor  $\mathbf{x}$  que representa os níveis de produção.

Portanto, se os preços dos insumos se mantêm constantes, a função de custo variável total depende somente do vetor de produção  $\mathbf{x}$ . Conseqüentemente, o resultado de integrar  $(\mathbf{c} + \mathbf{p})$  com respeito ao nível de produção  $\mathbf{x}$  no intervalo  $(0, x_0)$  constitui a função de custo variável total desejada.

$$C(\mathbf{x}^0) = \int_0^{x_0} (\mathbf{c} + \mathbf{p}) dx = \mathbf{c}^T \mathbf{x}^0 + \mathbf{p}^T \mathbf{x}^0 \quad (9.6)$$

Equivalentemente, a escolha entre diferentes especificações funcionais para o custo marginal corresponde a diferentes, mas admissíveis especificações da função de custo variável total. Como exemplos se apresentam três funções: quadrática, geral de Leontief e a entropia com peso.

I) a função quadrática de custo variável total é o resultado de postular que:  $(\mathbf{c} + \mathbf{p}) = \mathbf{Q} \mathbf{x}$ , com  $\mathbf{Q}$  uma matriz simétrica definida positiva:

$$C(\mathbf{x}_0) = \int_0^{x_0} (\mathbf{c} + \mathbf{p}) dx = \int_0^{x_0} \mathbf{Q} \mathbf{x} dx = \frac{1}{2} \mathbf{x}_0^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_0 \quad (9.7)$$

II) Similarmente, a função de custo variável generalizado de Leontief:  $C(\mathbf{x}^0) = (\mathbf{x}^{1/2})' \mathbf{Q} \mathbf{x}^{1/2}$  é obtida assumindo que:

$$c_j + p_j = q_{ij} + \sum_{i \neq k} q_{ik} \sqrt{\frac{x_k}{x_j}} \quad \forall j = 1, \dots, J \quad (9.8)$$

Onde  $\mathbf{Q}$  é uma matriz definida positiva simétrica. Embora considerando a definição original para uma função de custo generalizado de Leontieff que envolve a raiz quadrada de preços dos insumos, a mesma forma funcional é estendida aos níveis de produção enquanto garantindo que a função resultante é globalmente convexa em produtos.

III) Uma terceira forma funcional para descrever uma função de custo variável total é a seguinte especificação de entropia com peso:  $C(\mathbf{x}) = \mathbf{x}' \mathbf{Q} \log(\mathbf{x})$ , onde  $\log(\mathbf{x})$  é o vetor de logaritmos de cada componente de vetor  $\mathbf{x}$ .

PRECKEL, 2002, faz uma observação a estas condições de convexidade global, e afirma que, segundo DIEWERT, uma condição necessária e suficiente para a convexidade global é que  $\mathbf{Q}$  seja simétrica e que cada elemento da matriz fora da diagonal seja estritamente negativo, PARIS, 2002, na réplica aceita a correção deste ponto.

Novamente, a matriz de  $\mathbf{Q}$  é simétrica definida positiva para garantir a convexidade global da função de custo. Sem esta condição, o algoritmo numérico pode encontrar dificuldade de alcançar uma solução ótima até mesmo local, muito menos uma solução ótima calibrada.

### 9.3 Recuperação da função de custo marginal

A segunda fase do método de PMP trata da reconstrução da matriz de  $\mathbf{Q}$  associada com quaisquer das funções de custo variável total discutidas acima. Neste ponto é onde o princípio de máxima entropia fornece uma estrutura analítica para resolver o problema incompleto (ill-posed).

É importante notar que a quantidade de informação disponível para recuperar a matriz de  $\mathbf{Q}$  é dada pelo vetor de custos marginais do modelo de LP,  $(\mathbf{c} + \mathbf{c})$ , e o vetor de níveis de produção  $\mathbf{x}^0$ . Segundo a econometria tradicional, enfrenta-se um problema incompleto, pois são  $J$  observações de custos marginais, e em contrapartida são  $[J(J+1)/2]$  elementos da matriz de  $\mathbf{Q}$ , que devem ser recuperados. De acordo com a máxima entropia, o problema de recuperar todos os  $[J(J+1)/2]$  parâmetros tem uma única solução.

Considere-se uma função de custo quadrática e, por facilidade denotam-se os custos marginais ( $c +$ ) como o vetor  $mc$ . Usando a informação dada sobre  $\mathbf{x}^0$  e  $mc$ , o objetivo é recuperar os parâmetros da matriz de  $Q$  explorando a linearidade (nos parâmetros) da função de custo marginal:

$$mc = Q \mathbf{x}^0 \quad (9.9)$$

Uma propriedade adicional da matriz de  $Q$  segue da exigência teórica que deveria ser uma matriz de semi-definida positiva simétrica. A dificuldade de recuperar matrizes semi-definidas positivas de simetria é exposta por GJM (ver Anexo 2). Eles sugerem restrições que correspondem a condições suficientes. Uma aproximação geral e fácil para matrizes de qualquer tamanho que satisfaz condições necessárias e suficientes é apresentada por implementação da decomposição de Cholesky<sup>40</sup> que, para esta família de matrizes, garante que a matriz de  $Q$  recuperada realmente será simétrica semi-definida positiva. A decomposição de Cholesky está definida como o produto das matrizes  $L$  e  $D$ :

$$Q = LDL' \quad (9.10)$$

$L$  é uma matriz triangular inferior,  $L'$  é a matriz transposta de  $L$ , e  $D$  é uma matriz diagonal<sup>41</sup>. Claramente,  $LDL'$  é uma matriz simétrica. Pode ser mostrado que  $LDL'$  é uma matriz semi-definida positiva se, e só se, todos os elementos diagonais de  $D$  não são negativos. Os elementos diagonais da matriz de  $D$  são conhecidos como valores de Cholesky.

Para resolver o problema de recuperar a matriz de  $Q$  da equação (9.9) usando o princípio de máxima entropia, é conveniente considerar para cada parâmetro das matrizes  $L$  e  $D$  como o valor esperado de uma distribuição de probabilidade associada e definida sobre um conjunto de valores discretos de apoio conhecidos (GJM). A seguir se descreve cada parâmetro ( $i, j$ ) da matriz  $L$  e  $D$  respectivamente.

$$L(i, j) = \sum_k Z_L(i, j, k) P_L(i, j, k), \quad \text{para } i, j = 1, \dots, J \quad (9.11)$$

$$D(i, j) = \sum_k Z_D(i, j, k) P_D(i, j, k), \quad \text{para } k = 1, \dots, K \quad (9.12)$$

Onde  $Z_L$  e  $Z_D$  são matrizes de apoio, cujos elementos são conhecidos e  $P_L$  e  $P_D$  são matrizes de probabilidade. Em forma matricial, as equações (9.11) e (9.12) correspondem a

<sup>40</sup> Usa-se a decomposição de Cholesky (1875-1918).

<sup>41</sup> Uma matriz triangular inferior é uma matriz quadrada com unidades de elementos na diagonal principal e elementos acima de zero.

$L = Z_L \cdot P_L$  e  $D = Z_D \cdot P_D$ , respectivamente, onde a multiplicação só é executada com respeito ao índice  $k$ , com  $k = 1, \dots, K$ . Segundo o artigo apresentado por PARIS e HOWITT, 1998, as matrizes  $Z_L$  e  $Z_D$  são especificadas como segue:

$Z_D$  é uma matriz diagonal cujos termos são:

$$\text{Para } i = j \quad Z_D(i,j,k) = \left[ \frac{mc(j)}{x_k(j)} \right] \cdot W_D(k); \quad k = 1, \dots, K \quad (9.13)$$

$$\text{Para } i \neq j \quad Z_D(i,j,k) = 0 \quad (9.14)$$

$Z_L$  é uma matriz triangular inferior cujos termos são:

$$\text{Para } i > j \quad Z_L(i,j,k) = \left[ \frac{mc(j)}{x_k(j)} \right] \cdot W_L(k) \quad k = 1, \dots, K \quad (9.15)$$

$$\text{Para } i = j \quad Z_L(i,j,k) = 1 \quad (9.16)$$

$$\text{Para } i < j \quad Z_L(i,j,k) = 0 \quad (9.17)$$

Onde:

$W_D$  e  $W_L$  : Vetores ( $K \times 1$ ) de pesos adequados (ponderações).

$mc(j)$ :  $j$ -ésima medida de custo marginal na fase de LP do procedimento de PMP;

$x^0(j)$ : nível de produção observado da  $j$ -ésima colheita.

Neste ponto, é importante observar que matematicamente a definição das matrizes  $Z_L$  e  $Z_D$ , não é correta, pois de acordo com as equações (9.13) e (9.14)  $Z_D$  é uma matriz diagonal e das equações (9.15) a (9.17) se deduz que  $Z_L$  é uma matriz triangular inferior com a diagonal composta por números 1(um). Por outro lado se definiram as matrizes  $L$  e  $D$  da seguinte forma:

$L = Z_L \cdot P_L$ , sendo que  $L$  deve ser triangular inferior com 1 na diagonal e

$D = Z_D \cdot P_D$  deve ser diagonal com elementos positivos.

Estas condições das matrizes  $L$  e  $D$  devem se cumpridas pela teoria da decomposição de Cholesky e para que a matriz  $Q = L \cdot D \cdot L$  seja simétrica, semi-definida positiva. Mas multiplicando as matrizes  $Z_L$  (triangular inferior com 1 na diagonal) e  $P_L$  matriz de probabilidades o resultado não pode ser uma matriz triangular inferior com 1 na diagonal. Utilizando o mesmo raciocínio  $D$  não pode ser uma matriz diagonal. Por conseguinte a definição matematicamente correta seria:

D é uma matriz diagonal cujos termos são:

$$\text{Para } i = j \quad D(i,j,k) = \sum_k \left[ \frac{mc(j)}{x_j^o} \right] \cdot W_D(k) \cdot P_D(i, j, k) \quad k = 1, \dots, K \quad (9.18)$$

$$\text{Para } i \neq j \quad D(i,j,k) = 0 \quad (9.19)$$

L é uma matriz triangular inferior cujos termos são:

$$\text{Para } i > j \quad L(i,j,k) = \sum_k \left[ \frac{mc(j)}{x_j^o} \right] \cdot W_L(k) \cdot P_L(i, j, k) \quad k = 1, \dots, K \quad (9.20)$$

$$\text{Para } i = j \quad L(i,j,k) = 1 \quad (9.21)$$

$$\text{Para } i < j \quad L(i,j,k) = 0 \quad (9.22)$$

As notações são as mesmas, desta forma se garante as estruturas desejadas para as matrizes L, D e Q. Tanto é assim que na aplicação GAMS se programou com a última definição e as respostas foram coerentes.

$$\text{Com } Z_D = \sum_k \left[ \frac{mc(j)}{x_j^o} \right] \cdot W_D(k) \quad \text{e} \quad Z_L = \sum_k \left[ \frac{mc(j)}{x_j^o} \right] \cdot W_L(k)$$

O problema da máxima entropia consiste em recuperar as matrizes de probabilidade  $P_L$  e  $P_D$ . Em geral, a especificação dos intervalos das matrizes de apoio aceitáveis para L e D são facilmente definidos usando os valores de custo marginal. A seleção dos intervalos de apoio para o L e as matrizes de D constitui o único aspecto subjetivo desta aproximação. Porém, a análise de resposta do modelo é robusta com respeito a especificações extensamente diferentes destes intervalos.

A formulação do programa de ME é:

$$\text{Max. } H(P_L, P_D) = - \sum_{i,j,k} \hat{U}_{P_L(i,j,k)} \ln[P_L(i,j,k)] - \sum_{i,j,k} \hat{U}_{P_D(i,j,k)} \ln[P_D(i,j,k)] \quad (9.23)$$

sujeito a:

$$c + = (Z_L P_L) (Z_D P_D) (Z_L P_L) \theta x^0 \quad (9.24)$$

$$\sum_k \hat{U}_{P_L(i,k)} = 1 \quad \text{para } i = 1, \dots, n \quad (9.25)$$

$$\sum_k \hat{U}_{P_D(i,k)} = 1 \quad \text{para } i = 1, \dots, n \quad (9.26)$$

onde as restrições (9.25) e (9.26) expressam as condições de aditividade das probabilidades. O símbolo  $\ln [P_L(j, j', k)]$  indica o logaritmo das probabilidades individuais. As restrições (9.24)

são convexas nas variáveis desconhecidas. Para justificar esta proposição, nota-se que a formulação original de equação (9.24) é  $mc = \mathbf{Q}\mathbf{x}^0$ , obviamente linear e, assim, função convexa de  $\mathbf{Q}$ . Por motivo de conveniência numérica, a matriz de  $\mathbf{Q}$  é decomposta em um único produto de matrizes  $\mathbf{L}$  e  $\mathbf{D}$  que têm que obedecer à restrição de linearidade imposta através de  $mc = \mathbf{Q}\mathbf{x}^0$ . Conseqüentemente, a restrição (9.24) é uma função convexa das variáveis desconhecidas se é visto como  $mc = \mathbf{Q}\mathbf{x}^0$  ou como  $mc = \mathbf{LDL}'\mathbf{x}^0$ .

Além disso, a função  $H(\mathbf{P}_L, \mathbf{P}_D)$  é estritamente côncava em  $\mathbf{P}_L$  e  $\mathbf{P}_D$ . Portanto, as condições associadas Karush-Kuhn-Tucker (KKT) com este problema são necessárias e suficientes para caracterizar uma solução interior, se ela existe. As matrizes de probabilidade  $\mathbf{P}_L$  e  $\mathbf{P}_D$  obtidas das soluções dos problemas (9.23)-(9.26) (através de algoritmos de otimização não linear) podem ser usadas para definir os valores esperados das matrizes de  $\mathbf{L}$  e  $\mathbf{D}$  usando equações (9.11) e (9.12). Depois estas matrizes são usadas para recuperar a matriz de  $\mathbf{Q}$  usando a equação (9.10). Se uma solução interior para o problema (9.23)-(9.26) existe, é uma solução única desde que a função objetivo seja estritamente côncava e os valores de probabilidade sejam todos positivos.

O procedimento apresentado acima usa toda a informação disponível para obter uma função de custo consistente e teoricamente admissível. O grau de confiança de tal recuperação é uma questão empírica que será decidida por uma investigação de análise de política. Claro que, com mais observações, a certeza será maior. O modelo pode acomodar qualquer informação adicional.

Desde a perspectiva da econometria tradicional, os problemas anteriores são considerados incompletos, alguns autores também os chamam de sub-identificados. Sob o formalismo da máxima entropia, porém, o problema é exatamente identificado porque as correspondentes condições KKT produzem uma única solução global.

Por exemplo, considere-se o caso do Perímetro Irrigado de Morada Nova (CE) região que produz nove colheitas. Neste caso, o número de parâmetros da matriz de  $\mathbf{Q}$  que devem ser recuperados são quarenta e cinco. Caso se adote técnicas de econometria tradicionais, seriam necessárias cinquenta ou sessenta observações para que o problema não seja incompleto e seja identificável. Até mesmo com quarenta observações (número muito grande de observações) o problema ainda é incompleto. Juntando a informação necessária para uma aproximação de máxima entropia, o problema pode ser resolvido exclusivamente.

A importância da aproximação de máxima entropia delineada no modelo (9.23)-(9.26) para recuperar a matriz  $\mathbf{Q}$  encontra-se na possibilidade de calcular todos os elementos fora da diagonal da matriz de  $\mathbf{Q}$ , o que pode dar uma medida de substituição ou complementaridade entre os diferentes pares de produtos. Este fato é crucial na fase de resposta da análise, quando são avaliados os efeitos de preço diferente e políticas de recurso.

#### **9.4 Máxima entropia, econometria, e programação matemática:**

Em programação matemática, problemas incompletos são modelados por PMP, onde a natureza incompleta do modelo é eliminada somando restrições e uma função não linear que calibra a especificação do modelo.

Continuamente se faz referência às técnicas de econometria tradicionais para ajudar a distinguir as semelhanças e as diferenças com a de máxima entropia. A meta das duas aproximações é a mesma: extrair a maior quantidade de informação de uma determinada amostra de dados. As duas estruturas analíticas tentam alcançar esta meta, porém, de formas diferentes.

A aproximação da econometria tradicional, baseada na maximização de uma função de probabilidade, não produz qualquer estimativa no caso de problemas incompletos, a menos que fortes suposições de prioridade sejam impostas no modelo e o número de parâmetros a ser estimados seja menor que o número de observações. Em contraste, a estrutura de máxima entropia obtém uma solução única porque a função objetivo é uma função estritamente côncava de probabilidades e a matriz de Hessiana é definitivamente negativa e (GJM).

Uma característica essencial da aproximação ME é a habilidade para explorar toda a informação disponível sem interessar o tamanho de amostra. Obviamente, estimativas mais seguras, se obtém quando o pesquisador pode contar com mais dados, ou seja, mais observações. Contudo, até mesmo quando somente se tem poucas observações disponíveis, elas contêm, em geral, um sinal suficientemente forte capaz de prover uma imagem informativa do modelo desejado. Esta imagem pode não estar em foco perfeito (o modelo verdadeiro), mas pode dar uma imagem do modelo desejado (um modelo que prediz melhor as alternativas).

Para concluir, a estrutura da ME pode ser considerada como a ligação formal entre modelos de programação matemática e de econometria tradicional, para amostra de qualquer dimensão, e de especificações incompletas até bem determinadas.

## 9.5 Implementação da ME

A especificação das matrizes de apoio  $Z_L$  e  $Z_D$  na segunda fase do método de PMP tem que considerar dois aspectos do problema:

- É Primeiro, o intervalo de apoio deveria ser centrado ao redor do valor provável dos parâmetros a ser recuperado para assegurar possíveis soluções das restrições de custo marginais.
- É Segundo, a matriz  $Q$  deve ser semi-definitiva positiva simétrica para ajustarem-se às exigências teóricas de economia de produção.

O segundo objetivo está garantido pela estrutura de decomposição de Cholesky. Alcançar a primeira meta para o modelo quadrático e generalizado de Leontief, a relação de custos marginais para níveis de produção percebidos é usada em combinação com pesos apropriados para centrar o intervalo de apoio. Dado que há  $(J \times J)$  os parâmetros da matriz de  $Q$  e dado que cada parâmetro é especificado com  $K$  valores de apoio,

A seleção dos pesos ou intervalos de suporte para os elementos diagonais da matriz de  $D$ ,  $W_D$  é tipicamente arbitrária, mas não é negativa para assegurar que a matriz de  $Q$  resultante seja semi-definida positiva. Os pesos alternativos  $W_L$  para os elementos fora da diagonal da matriz de  $L$  são escolhidos para avaliar o efeito dos pontos de fim de apoio nas estimativas da matriz de  $Q$ , mas a seleção é feita, no final das contas, nos resultados de uma análise de política. Os parâmetros recuperados da matriz de  $Q$  são invariáveis ao número de pontos de apoio (MOLEIRO, GOLAN e JUIZ) para determinados valores dos pontos de fim de apoio. Porém, eles não são invariáveis com valores de fim-ponto diferentes.

Para completar, no Anexo 1, explica-se com mais detalhes o Princípio da Máxima Entropia e o Anexo 2 apresenta algumas formas funcionais flexíveis que se poderiam utilizar para aperfeiçoar o modelo PMP e desta forma alcançar um modelo flexível e confiável que represente a realidade analisada e que facilite as simulações necessárias.

No capítulo seguinte, como aplicação de toda esta teoria, se implementará este modelo de programação PMP com ME no Perímetro Irrigado de Morada Nova na Bacia do Rio Jaguaribe no Estado do Ceará, com o suporte do software especializado GAMS se elabora um programa e se analisam os resultados.



## CAPÍTULO 10. APLICAÇÃO DO MODELO NA ÁREA SELECIONADA

O objetivo do trabalho é estudar, analisar e pesquisar modelos que apóiem na tomada de decisões de política agrícola, especialmente no que diz respeito ao uso da água para irrigação. Depois de revisar a literatura especializada, selecionou-se a metodologia da PMP como a mais adequada dada as vantagens que este método oferece. Como um exercício de aplicação, neste Capítulo se adaptará este modelo ao Perímetro Irrigado de Morada Nova, pela relativa facilidade que se encontrou na obtenção dos dados nesta área, especialmente porque já foi desenvolvido um modelo de programação linear para este perímetro irrigado que serviu de base para a aplicação do modelo proposto.

### 10.1 Identificação e caracterização da área de estudo

O Estado de Ceará está situado numa região semi-árida. A agricultura irrigada é responsável por 70% de todo o consumo de água, grande parte desta utilizada em cultivos pouco rentáveis e com alto consumo da água disponível. Neste contexto, é importante a aplicação da Gestão dos Recursos Hídricos e, como parte desta, a utilização dos instrumentos previstos na Lei, como é a cobrança, com o fim de incentivar um uso eficiente e racional. Para tanto, deve-se estabelecer o valor da água na Bacia Hidrográfica dos rios Jaguaribe e Banabuiu.

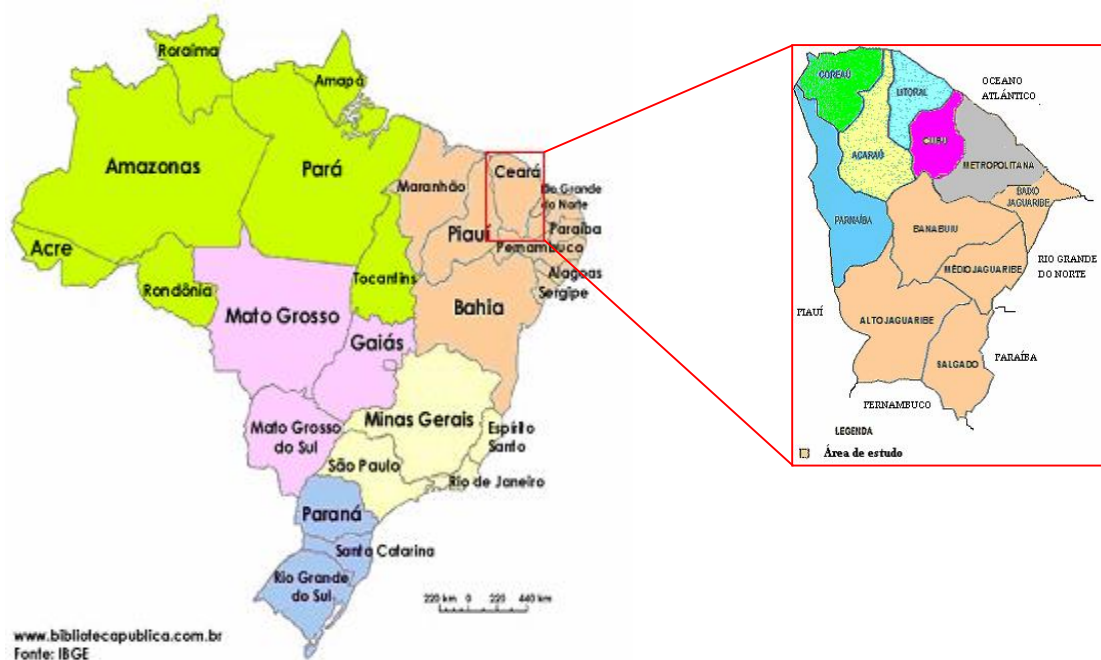


Figura 10.1 Localização da área de estudo.

FONTE: Plano de Gerenciamento das Águas da Bacia do Rio Jaguaribe, COGERH

O Estado do Ceará é um dos 09 (nove) estados de região Nordeste do Brasil, com uma área de aproximadamente 146.817 km<sup>2</sup>, que corresponde a 9,4% daquela Região, e está situado no planalto atlântico brasileiro. Apresenta um desenho irregular, sendo estreito ao Sul e largo ao Norte, em direção do Oceano Atlântico. Ao Sul faz limite com o Estado de Pernambuco, a oeste faz divisa com o Piauí, a leste com os Estados do Rio Grande do Norte e Paraíba.

A área específica de estudo é o Perímetro Irrigado de Morada Nova, que se encontra na Bacia do Jaguaribe e Banabuiu. Esta Bacia envolve o Rio Alto, Médio e Baixo Jaguaribe, Salgado e Banabuiu, abrange quase metade da superfície do Estado, acumula a maior quantidade de água (6.676,7 x 10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>) e é onde se encontram localizados os grandes açudes: Orós (1.960 x 10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>), Banabuiu (1.800 x 10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>) e Pedra Branca (434 x 10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>), além do Castanhão, recentemente concluído. No total, a bacia do Jaguaribe compreende 56 municípios.

Ao longo do Rio Jaguaribe, (Figura 10.1) o governo, através do DNOCS implantou e mantém três perímetros Irrigados Morada Nova, Jaguaribe Apodi e Icó Lima Campos. Por facilidade na obtenção dos dados se escolheu trabalhar com o Projeto de irrigação Morada Nova.

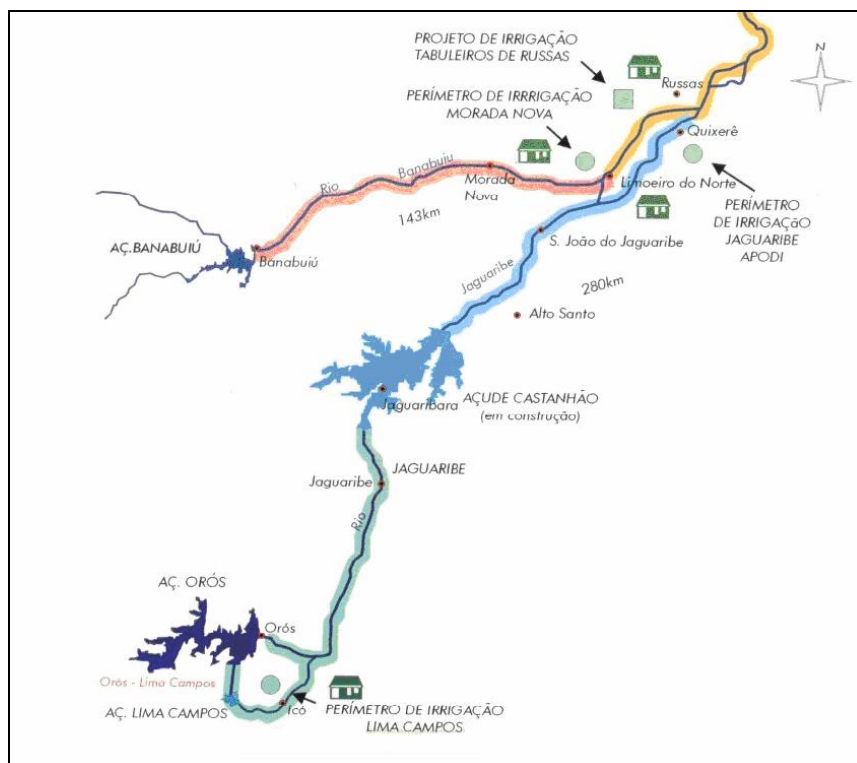


Figura 10.2: Área de atuação do Projeto Plano Águas do Vale  
 FONTE: Projeto Plano Águas do Vale

## **Perímetro Irrigado Morada Nova (PIMN)**

O Distrito de Irrigação ocupa uma área bruta de 10.849 ha., dos quais 3.737 ha. são irrigáveis (DNOCS,1997). As operações agrícolas iniciaram-se em 1974, com administração direta do DNOCS, através da 2ª Diretoria Regional e o processo de emancipação teve início, em sua terceira versão, com a celebração do Convênio n.ºPGE - 61/91 firmado entre o Departamento Nacional de Obras Contra Secas (DNOCS) e a Cooperativa Central dos Irrigantes do Vale do Banabuiu (CIVAB), transferindo à Cooperativa a administração, operação e manutenção do projeto.

### **Caracterização do Distrito de Irrigação**

#### *Localização*

O Perímetro Irrigado Morada Nova está localizado nos municípios de Morada Nova e Limoeiro do Norte, no Estado do Ceará, mais especificamente na micro-região do Baixo Jaguaribe, no sub-vale Banabuiu, a 170 km de Fortaleza, com sua maior área (70%) encravada no município Morada Nova. As suas coordenadas geográficas são: 5° 10' de latitude Sul e 38° 22' de longitude W.G. A implantação do perímetro irrigado foi iniciada no ano de 1968, e os serviços de administração, operação e manutenção da infra-estrutura de uso comum tiveram início em 1970.

É importante salientar que a Bacia do Rio Jaguaribe, com seus 73.000 km<sup>2</sup>, é a mais importante do Estado do Ceará, e uma das maiores do Nordeste. O acesso ao perímetro irrigado é feito pela Rodovia Federal BR-116 até o km 90, e, em seguida, pela Rodovia CE-138, ambas pavimentadas.

#### *Clima*

O clima da região onde está localizado o perímetro é do tipo BS Wh, muito quente e semi-árido, de acordo com a classificação de Köppen e tropical quente, de seca acentuada, de acordo com Gausson. A temperatura média é de 27,5°C. No decorrer do dia a temperatura oscila entre uma mínima de 26°, que ocorre nas primeiras horas do dia, entre as 5h00 e 7h00, e uma máxima de 32°, ocorrendo entre as 13h00 e as 15h00. Geralmente, a estação chuvosa tem início em janeiro, indo até junho, concentrando cerca de 75% das precipitações nos meses de março, abril e maio. A média anual situa-se em torno de 660 mm, sendo que essa

distribuição das chuvas, através dos anos, tem-se mostrado muito irregular, o que acarreta desvios acentuados, em torno da média.

A insolação média anual é da ordem de 12 horas de sol, por dia, e 2.600 horas de sol, por ano. A evaporação é bastante elevada, com um mínimo ocorrendo sempre no mês de abril e um máximo em outubro. Os ventos que sopram, através do vale, atingem velocidades que variam de 3,9 m/s a 5,0 m/s, durante a estação seca do ano, enquanto que na estação chuvosa fica entre 2,8 m/s e 3,5 m/s, com uma média anual em torno de 3,8 m/s. É importante mencionar a existência regular da circulação mar-terra (brisa com a denominação de Aracati). A evaporação é bastante elevada, 2.660,0 mm/ano, com um mínimo sempre em abril e um máximo em outubro.

### *Relevo*

Em toda a extensão do perímetro irrigado o relevo é plano, característico de solos aluviais, margeado por um relevo suavemente ondulado, característico do Município de Morada Nova.

### *Solo*

Os solos aluvionais do Perímetro Irrigado Morada Nova, em razão de sua textura diversificada, permitem a exploração de uma extensa gama de culturas. Sua fertilidade natural é, em geral, constante, embora seja necessário prover, em muitos casos, um melhoramento orgânico. Alguns solos exigem grande atenção, justo por apresentarem fenômenos de alcalinização e de salinidade. A área do Perímetro Irrigado Morada Nova é constituída por 22% de solos leves, 41% de solos de textura média e de 37% de solos pesados. O pH da água varia de 6,50 a 6,80, com média de 6,60 na camada de textura média, e de 6,70 a 7,10, com média 6,8, na camada pesada.

### *Fonte Hídrica*

Os recursos hídricos destinados ao Distrito de Irrigação provêm do sistema açude público Arrojado Lisboa, com capacidade de acumulação de  $1,7 \times 10^9 \text{ m}^3$ , descarga regularizada de  $11 \text{ m}^3/\text{s}$  e do açude público Pedras Brancas, capacidade de acumulação de  $7,0 \times 10^8 \text{ m}^3$ , descarga regularizada de  $1,5 \text{ m}^3/\text{s}$ , localizados à montante do Perímetro. O canal principal, com 26 km de extensão, vazão máxima de  $8,8 \text{ m}^3/\text{s}$ , com 13 comportas automáticas, permitindo a adução para as tomadas d'água, capta a água diretamente da barragem de derivação, possibilitando a irrigação por gravidade de quase toda a área do projeto.

O Perímetro Irrigado dispõe de três estações de bombeamento: duas retiram água do canal principal irrigando 780 ha. e a outra diretamente do rio Banabuiu, à montante da barragem de derivação, para irrigar 360 ha. A barragem de derivação objetiva derivar a descarga regularizada do rio Banabuiu e assegurar a compensação diária entre as descargas fornecidas pelo rio e as descargas de irrigação (DNOCS,1992). O sistema é complementado com 24 km de canais primários, 167 km de canais secundários, 100 km de diques de proteção, uma rede viária principal, estradas de serviço, rede de eletrificação, uma cooperativa central (CIVAB), três cooperativas singulares e uma rede de drenagem, constituída de 99 km de coletores e 223 km de drenos parcelares.

#### *Análise de água*

A água de irrigação do Perímetro Irrigado Morada Nova procede dos Açudes Públicos Federais Arrojado Lisboa (Banabuiu) e Vinícius Berredo (Pedras Brancas), é de boa qualidade (Classe: C2-S1), não apresentando portanto, nenhum risco ao solo, em termos de salinidade e alcalinidade.

#### *Área*

A ocupação espacial do projeto está distribuída entre 776 colonos, com parcelas médias de 3,50 ha. irrigáveis, além de três pequenas empresas, com parcelas médias de 15,0 ha. irrigáveis. Os detalhes da área desapropriada e implantada do Projeto se resumem a seguir:

- Área Desapropriada: 11.025,12 ha.
- Área de Sequeiro: 6.692,12 ha.
- Área Irrigável: 4.333,00 ha.
  - A Implantar: 596,00 ha.
  - Implantada: 3.737,00 ha.

#### *Sistema de Irrigação*

O sistema de irrigação utilização no perímetro irrigação é: Grande parte de superfície (gravidade) e pequena parte é Localizada.

#### *Cobrança pelo uso da água no Ceará*

A cobrança, no Estado de Ceará, foi estabelecida sob forma de tarifas a serem arrecadadas pela COGERH, pelo Decreto estadual nº 24.264, de 12 de novembro de 1996, complementado pela Deliberação nº3/97 do Conselho Estadual de Recursos Hídricos ó

CONERH - incidente sobre o volume de água bruta ôlivre ou aduzida por canais captado/fornecido ao usuário.

As tarifas, diferenciadas por setor usuário e por sistema de adução, e os respectivos critérios de fixação são apresentados na Tabela 10.1. Os valores estabelecidos buscam também promover a recuperação de custos de operação e manutenção relativos à reservação e adução, ao deixar a fixação dos preços para a água aduzida por canais ou adutoras a critério da Secretaria de Recursos Hídricos.

Os valores cobrados pela água no Ceará, que equivalem a uma cobrança por captação e por consumo, são bastante altos quando comparados aos propostos para São Paulo, por exemplo, devido principalmente às características específicas da disponibilidade hídrica no estado e da natureza diversa da cobrança.

Tabela 10.1: Cobrança pela água no Ceará

Setor Usuário	Valor cobrado (R\$/m <sup>3</sup> )
Industrial	0,67
Abastecimento Público	0,0121 <sup>42</sup>
Irrigação, piscicultura e aquíicultura	0,0011 (valor mínimo)
Usuários de sistema de água bruta pressurizada ou conduzida por canais, exceto uso industrial.	0,028 <sup>43</sup> 0,020 <sup>44</sup> 0,30 <sup>45</sup>
Outros usos	0,0112 <sup>46</sup>

FONTE: MACEDO(2000) e www.cogerh.com.br

O setor mais resistente à cobrança é o setor de irrigação, que por sua baixa capacidade de pagamento e também por uma quase tradição cultural, afirma RAMOS, 2002 *apud* MENESCAL, 2002. Apesar de definida em lei para todo o estado, atualmente, a cobrança atinge principalmente os irrigantes do Vale do Acarape (R\$0,004/m<sup>3</sup>), do Vale do Jaguaribe e demais usuários do Canal do Trabalhador (R\$0,01/m<sup>3</sup>).

<sup>42</sup> Sistemas públicos do interior do estado, valor informado pela COGERH.

<sup>43</sup> Abastecimento público da Região Metropolitana de Fortaleza, água aduzida pelo Canal do Trabalhador e outros mananciais da região metropolitana.

<sup>44</sup> Irrigação com água aduzida pelo Canal do Trabalhador

<sup>45</sup> Adutora de Quixadá

<sup>46</sup> Equivalente a 1/60 da tarifa da indústria

## 10.2 Metodologia Proposta

Como exemplo prático do modelo de Programação Matemática Positiva (PMP) se propõe desenvolver e aplicar esta metodologia visando encontrar o preço da água na agricultura no Perímetro Irrigado Morada Novas, para tanto se seguirão as seguintes etapas:

1. Adaptação do modelo de PL desenvolvido anteriormente, cujo objetivo foi quantificar as variáveis do processo de produção, que otimizem a operação do Projeto de Irrigação Morada Nova, utilizando como parâmetro determinante, a maximização da receita líquida anual, incorporando as restrições de disponibilidade de água, terra e mercado.
2. Calibração do modelo, que consiste em transformá-lo em um modelo de programação não linear que seja capaz de reproduzir em sua solução a distribuição de cultivos que possuía em um ano considerado como ano base. Como ano base, se utilizará o Plano de Produção do Perímetro Irrigado de Morada Nova de 1997. Esta etapa é a específica da PMP.
3. Definição e análise de três cenários cuja influência sobre as decisões dos agricultores se quer analisar.
4. Elaboração da curva de demanda de água para irrigação no Perímetro estudado.
5. Determinar o preço da água para irrigação no Perímetro Irrigado de Morada Nova.

### 10.2.1 Características, formulação e solução do Modelo de Programação Linear

Para realizar a análise se utilizou um modelo linear previamente elaborado por Rodriguez, em 2000 na Universidade Federal de Ceará na Faculdade de Economia Agrícola como dissertação de Mestrado. A descrição, formulação e resultados do modelo estão no Anexo 3, assim como os aspectos relativos à técnica de produção dos cultivos e as técnicas para determinar os custos e rendimentos de cada cultivo.

A seguir descreve-se os aspectos mais importantes deste modelo linear, que servirão de base para a elaboração do modelo de programação matemática positiva, também se reproduzirá o Plano de cultivos do Perímetro Irrigado de Morada Nova no ano de 1997, que se utilizará como ano base para a calibração do modelo.

## Características do modelo linear

### - Cultivos

Foram considerados sete cultivos, arroz, feijão, milho espiga, banana, laranja, acerola e coco, as quais ocuparam 88% da área irrigada em operação no Projeto de Irrigação Morada Nova no ano de 1997. A notação de cada variável se encontra na Tabela 10.2, e o plano de ocupação mensal das áreas encontra-se na Tabela 10.3.

Tabela 10.2: Notação das variáveis do modelo.

Culturas Temporárias		Culturas perenes	
Notação	Cultura	Notação	Cultura
A1	Arroz cultivado em fevereiro	B6	Banana
A2	Arroz cultivado em agosto	L7	Laranja
F3	Feijão cultivado em julho	A8	Acerola
F4	Feijão cultivado em setembro	C9	Coco
M5	Milho espiga		

### - Terra

As restrições de área resultam da combinação das culturas nos 12 meses do ano determinam que a ocupação da área deva ser menor ou igual à área disponível. No presente trabalho, foi utilizado 3.290 ha., que corresponde a 88% da área irrigável das culturas estudadas, ficando o restante da área para o centro técnico e as culturas forrageiras.

### - Água

A água derivada para o projeto, proveniente da calha do rio Banabuiu é dependente da estação chuvosa, que ocorre principalmente, no primeiro período de janeiro a junho (derivação máxima 7.516.400 m<sup>3</sup>) enquanto que no segundo período, estação seca de julho a dezembro, a água derivada para o projeto proveniente da calha do rio Jaguaribe, depende das liberações dos açudes Arrojado Lisboa e Pedras Brancas (derivação máxima e 9.730.700 m<sup>3</sup>).

### - Política agrária

O Decreto n.º89.496 de 29 de março de 1994, que regulamenta a Lei de Irrigação n.º 6.662 de 25 de junho de 1979 em seu artigo 43, define o valor das tarifas incidentes nos Projetos Públicos de Irrigação. A tarifa está dividida em dois componentes:  $K_1$ , para amortização da infra-estrutura e uso comum e  $K_2$  para cobrir as despesas operacionais. Para o ano de 1997 ficou estabelecido para o projeto de irrigação Morada Nova:  $K_1 = R\$111,06/ha.$  de área irrigada e  $K_2 = R\$11,40/1.000 m^3$  de água (DNOCS, 1997).



Na formulação do modelo proposto não foram considerados os custos fixos para exploração das áreas (aluguéis, juros de financiamentos, prestações de amortização dos lotes, amortização e conservação de benfeitorias do perímetro, etc.). Estimam-se todos os lotes de mesma fertilidade natural, assim como o uso de tecnologia mais competitiva possível, do ponto de vista de utilidade e de economicidade. Admitiu-se que não haverá restrição de capital para a implantação das culturas, podendo os produtores captar recursos na rede bancária, e nem restrição de mão-de-obra, podendo esta ser contratada nos municípios de Morada Nova e outros municípios circunvizinhos.

### - Plano de ocupação das culturas

Tabela 10.3: Plano de ocupação mensal das culturas da área no ano 1997.

CULTURAS	Jan.	Fev.	Mar	Abr.	Mai	Jun.	Jul.	Ago.	Set	Out.	Nov.	Dez
Arroz (A1)		xx	xx	xx	xx	xx						
Arroz (A2)								xx	xx	xx	xx	xx
Feijão (F3)							xx	xx	xx			
Feijão (F4)									xx	xx	xx	
Milho espiga (M5)	xx	xx	xx									
Banana (B6), Coco (C9) Laranja(L7),Acerola(A8)	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx

### Formulação do modelo linear<sup>47</sup>

#### - Função objetivo:

A função a maximizar no modelo linear é o lucro do agricultor na exploração agrícola.

$$\text{MAX } L = 322 A1 + 191 A2 + 170 F3 + 159 F4 + 530 M5 + 1260 B6 + 741 L7 + 640 A8 + 810 C9 \quad (10.1)$$

#### - Restrições

Como restrições mais significativas se introduzem a disponibilidade de terra, a disponibilidade de água para irrigação e algumas restrições de mercado. Os coeficientes das restrições formam a matriz A.

<sup>47</sup> Os cálculos dos coeficientes da função objetivo e das restrições (coeficientes técnicos) encontram-se de forma detalhada no Anexo 3, informações completas se encontram no trabalho original RODRIGUES, 2000.

*ÁREA:*

A área máxima para plantar neste perímetro irrigado é 3.290 ha.

AJAN	$M5 + B6 + L7 + A8 + C9 \leq 3290$	(10.2)
AFEV	$A1 + M5 + B6 + L7 + A8 + C9 \leq 3290$	(10.3)
AMAR	$A1 + M5 + B6 + L7 + A8 + C9 \leq 3290$	(10.4)
AABR	$A1 + B6 + L7 + A8 + C9 \leq 3290$	(10.5)
AMAI	$A1 + B6 + L7 + A8 + C9 \leq 3290$	(10.6)
AJUN	$A1 + B6 + L7 + A8 + C9 \leq 3290$	(10.7)
AJUL	$F3 + B6 + L7 + A8 + C9 \leq 3290$	(10.8)
AAGO	$A2 + F3 + B6 + L7 + A8 + C9 \leq 3290$	(10.9)
ASET	$A2 + F3 + F4 + B6 + L7 + A8 + C9 \leq 3290$	(10.10)
AOUT	$A2 + F4 + B6 + L7 + A8 + C9 \leq 3290$	(10.11)
ANOV	$A2 + F4 + B6 + L7 + A8 + C9 \leq 3290$	(10.12)
ADEZ	$A2 + B6 + L7 + A8 + C9 \leq 3290$	(10.13)

*ÁGUA:*

De janeiro a junho se considera 751.640mm/ha. e 973.070 mm/ha. para o resto do ano.

VJAN	$69,0M5 + 171,7B6 + 107,5L7 + 69,0A8 + 94,7C9 \leq 751640$	(10.14)
VFEV	$89,7A1 + 69,1M5 + 69,0B6 + 17,3L7 + 0A8 + 6,9C9 \leq 751640$	(10.15)
VMAR	$0A1 + 0M5 + 0B6 + 0L7 + 0A8 + 0C9 \leq 751640$	(10.16)
VABR	$0A1 + 0B6 + 0L7 + 0A8 + 0C9 \leq 751640$	(10.17)
VMAI	$60,6A1 + 82,9B6 + 27,1L7 + 0A8 + 15,9C9 \leq 751640$	(10.18)
VJUN	$122,9A1 + 145,1B6 + 89,6L7 + 56,3A8 + 78,5C9 \leq 751640$	(10.19)
VJUL	$117,1F3 + 231,1B6 + 167,8L7 + 129,8A8 + 155,1C9 \leq 973070$	(10.20)
VAGO	$339,4A2 + 295,0F3 + 309,8B6 + 235,7L7 + 191,2A8 + 220,9C9 \leq 973070$	(10.21)
VSET	$393,7A2 + 284,0F3 + 190,2F4 + 331,1B6 + 252,8L7 + 205,9A8 + 237,2C9 \leq 973070$	(10.22)
VOUT	$345,4A2 + 329,4F4 + 345,4B6 + 265,4L7 + 217,5A8 + 249,5C9 \leq 973070$	(10.23)
VNOV	$288,2A2 + 273,5F4 + 317,8B6 + 243,9L7 + 199,6A8 + 229,2C9 \leq 973070$	(10.24)
VDEZ	$238,2A2 + 266,1B6 + 196,3L7 + 154,5A8 + 182,4C9 \leq 973070$	(10.25)
VTOTAL	$273,2A1 + 1604,9A2 + 696,1F3 + 793,1F4 + 138,1M5 + 2270,0B6 + 470,3C9 + 1603,4L7 + 1223,8A8 \leq VANUAL$	(10.26)

## PRODUÇÃO DAS CULTURAS:

MAXA1 e MAXA2 área máxima a ser plantada de arroz, a causa da restrição é a aptidão do solo. MINTOTF3F4 e MAXTOTF3F4 áreas mínimas e máximas a ser cultivadas, de feijão respectivamente por razões de demanda interna. MAXM5 e MAXB6 área máxima a ser cultivada de milho e banana por restrição de mercado, MAXL área máxima a ser plantada de laranja por resistência do cultivo e MAXC9A8L7 área máxima de plantação de coco, acerola e laranja por causa da aptidão do solo.

$$\text{MAXA1} \quad A1 \leq 1050 \quad (10.27)$$

$$\text{MAXA2} \quad A2 \leq 1050 \quad (10.28)$$

$$\text{MINTOTF3F4} \quad F3+F4 \geq 380 \quad (10.29)$$

$$\text{MAXTOTF3F4} \quad F3+ F4 \leq 750 \quad (10.30)$$

$$\text{MAXM5} \quad M5 \leq 130 \quad (10.31)$$

$$\text{MAXB} \quad B6 \leq 155 \quad (10.32)$$

$$\text{MAXL} \quad L7 \leq 65 \quad (10.33)$$

$$\text{MAXC9A8L7} \quad C9 + A8 + L7 \leq 112 \quad (10.34)$$

$$\text{RESTRIÇÃO DE POSITIBIDADE} \quad (A1,A2,F3,F4,M5,B6,L7,A8,C9) \geq 0 \quad (10.35)$$

O modelo de programação linear formulado pelas equações (10.1) ó (10.35) é resolvido utilizando o software, General Algebraic Modeling System ,GAMS<sup>48</sup> entregando a seguinte solução.

### - Solução do modelo

A solução ótima encontrada pelo modelo de PL, para um volume anual de água disponível de 64.014.000 m<sup>3</sup>, receita líquida anual (R\$) 1.021.070,00 e as áreas plantadas seria:

Tabela 10.4: Resultados do modelo linear para o PIMN

Cultura	Semeadura (mês)	Área (ha.)
Arroz	Fevereiro	1.050
Arroz	Agosto	1.050
Feijão	Julho	750
Milho (espiga)	Janeiro	130
Banana	Cultura perene	155
Coco	Cultura perene	112

<sup>48</sup> Todos os programas fontes, deste Capítulo, encontram-se no Anexo 4.

### 10.2.2 A Calibração do modelo

A análise dos efeitos de determinadas medidas de política agrária sobre uma dada região agrícola precisa a comparação dos resultados deste tipo de exploração no caso em que não se modifique a política agrária vigente no ano base com os resultados que se obteria se as medidas de política agrária previstas entrem em vigor.

Segundo JUDEZ (2001), se os resultados da exploração agrária se obtêm mediante um modelo da programação matemática, os possíveis efeitos de umas medidas de política agrária se analisaram comparando os resultados do modelo com dos conjuntos de parâmetros exógenos, um representando as condições atuais ou do ano base e o outro integrando as medidas de política agrária cujos efeitos se quer estudar. Em qualquer caso, para que o modelo seja adequado para realizar a análise comparativa é necessário que a solução que se obtenha para o ano base (em particular a distribuição de cultivos) seja aproximadamente a observada na realidade. Se o modelo consegue assim reproduzir a distribuição de cultivos do ano base se pode assumir que captará igualmente a resposta do agricultor frente a mudanças dos parâmetros que exogenamente condicionam suas decisões de produção, entre os quais se encontram as medidas de políticas agrárias.

No Capítulo 8 se definiram as bases teóricas desta metodologia, agora se procederá à aplicação.

A equação (10.1) em forma geral pode ser escrita da seguinte forma:

$$L = \sum_{i=1}^9 l_i x_i = \sum_{i=1}^9 p_i y_i \cdot x_i - c_i(x_i) \cdot x_i \quad \approx (10.1)$$

onde  $x_i \in \{A1, A2, F3, F4, M5, B6, L7, A8, C9\}$ ;

$l_i$  lucro líquido do produtor  $l_i = (p_i y_i - c_i) x_i$

$p_i y_i$  renda bruta do produtor  $(p_i \text{ preço (R\$/kg)} * y_i \text{ quantidade produzida (kg/ha.)}$

$c_i(x_i)$  custo de produção das atividades agrícolas depende da quantidade produzida.

Na PL se considera  $c_i(x_i)$  como uma constante para cada cultura que representa os custos fixos da produção da atividade  $i$ , na PMP deseja-se incluir os custos variáveis da produção agrícola. Supõe-se que a função custo total é uma função quadrática.

### - Ano base

O ano base para a calibração se considera a produção agrícola do Perímetro estudado no ano de 1997. De acordo com informações dos técnicos da EMATER-CE é um ano típico.

Aplicação metodologia PMP

**Fase 1.** Resolve-se o problema de PL anterior (formado pelas equações (10.1) até (10.34)) adicionando as restrições de calibração (10.35). Para tanto se utiliza o software especializado GAMS. Lembrando que o principal objetivo desta Fase é encontrar os preços sombra das restrições de calibração

$$\text{Max } L = \sum_{i=1}^9 l_i x_i = 322 A1 + 191 A2 + 170 F3 + 159 F4 + 530 M5 + 1260 B6 + 741 L7 + 640 A8 + 810 C9$$

sujeito a:

$$A x \leq b \quad \text{restrições (10.2) a (10.34) entregam } i$$

$$x_i \leq x_i^0 + \varepsilon \quad \text{restrições de calibração que entregam } i; \quad (10.36)$$

$$x \geq 0 \quad (10.35)$$

Na Tabela 10.5 se apresentam os dados e os resultados do modelo linear com as restrições de calibração, isto é, os  $\rho$  preços sombra das restrições de calibração. Também se inclui na tabela o custo marginal para cada cultura (custo +  $\rho$ ).

Tabela 10.5: Dados e resultados do modelo linear com as restrições de calibração

Incog.	Dados				Resultados	
	$x^0$	ingreso	custo $c$	Lucro $l_i$	$\rho$	$cm_i = c + \rho$
<b>A1</b>	1.272	1.566,00	1.244,14	321,86	0,00	1.244,14
<b>A2</b>	1.464	1.736,00	1.544,96	191,04	0,00	1.544,96
<b>F3</b>	149	940,80	770,36	170,44	170,44	940,80
<b>F4</b>	308	940,80	781,41	159,39	159,39	940,80
<b>M5</b>	32	1.500,00	969,74	530,26	530,26	1.500,00
<b>B6</b>	56	3.750,00	2.489,78	1.260,22	1.260,22	3.750,00
<b>L7</b>	3	2.240,00	1.498,79	741,21	741,21	2.240,00
<b>A8</b>	3	2.478,00	1.837,51	640,49	640,49	2.478,00
<b>C9</b>	3	1.872,00	1.061,61	810,39	810,39	1.872,00

$x^0$  Ano base

$x_i$  Culturas

$\rho_i$  PL com restrições de calibração

## Fase 2. Especificação e determinação dos parâmetros das funções de custo variável.

Formalmente, a etapa de calibração conduz à seguinte estrutura de modelo não linear:

$$L = \sum_{i=1}^9 l_i x_i = \sum_{i=1}^9 p_i \cdot y_i \cdot x_i - \underbrace{\alpha_i \cdot x_i - 0,5 \cdot x_i' Q x_i}_{CT} \quad (10.37)$$

sujeito a:

$$A x \leq b \quad (10.2) \text{ ó } (10.34)$$

$$x \geq 0 \quad (10.35)$$

A única diferença que existe entre o modelo não linear PNL com o modelo original PL está na função objetivo que contém as variáveis quadráticas  $x_i^2$ , que fazem parte da função de custo total CT, os  $\alpha_i$  são os parâmetros associados com o termo linear da função de custo da atividade  $i$ ,  $Q$  é uma matriz simétrica semi-definida positiva de ordem 9 (9 culturas) cujos elementos  $q_{ij}$  são associados com o termo quadrático da função de custo da atividade agrícola.

Os elementos da matriz  $Q$  de ordem 9 são desconhecidos. Considerando que a matriz  $Q$  é simétrica a equação (10.37) contém 45 parâmetros desconhecidos<sup>49</sup>, portanto se tem 9 observações e 45 incógnitas, um problema que nos Capítulos 8 e 9 e no Anexo 1 se chamou de problema incompleto (ill-posed).

Caso 1.  $Q$  é uma matriz simétrica e diagonal

Uma solução para este problema é assumir que a matriz  $Q$  é simétrica e diagonal, impondo desta forma que a mudança no custo marginal de uma atividade  $i$  com respeito ao nível de atividade  $j$  ( $i \neq j$ ) é nulo. Então a função custo adota a seguinte forma:

- Função  $C(x_i) = (c_i + \beta_i \cdot x_i) x_i$ ; com  $\beta_i = q_{ii}$

Neste caso os elementos da diagonal são  $q_{ii} = \beta_i = \frac{2 \cdot \rho_i}{x_i^0}$  e  $\alpha_i = (c_i - \rho_i)$

onde  $\rho_i, x_i^0, c_i$  são o valor dual das restrições de calibração, os níveis observados de produção (ano base) e a custo unitário da atividade  $i$ , respectivamente. Todos são dados conhecidos ou já calculados, portanto se podem calcular os parâmetros  $\alpha_i$  e  $\beta_i$ . Logo com estes parâmetros estimados construí-se a função de custo variável não linear que modificará a função objetivo do programa anterior.

<sup>49</sup> Metade dos elementos da matriz  $Q$ , (9x9) porque ela é simétrica.

O seguinte passo é resolver o problema não linear formulado em baixo.

$$\text{Max } L = \sum_{i=1}^9 p_i \cdot y_i \cdot x_i - (\alpha_i \cdot x_i + \beta_i x_i^2) \quad (10.37)$$

sujeito a:

$$A x \leq b \quad (10.2) \text{ ó } (10.34)$$

$$x \geq 0 \quad (10.35)$$

No caso do estudo se utilizou novamente o programa GAMS para resolver o problema de programação não linear acima definido.

Tabela 10.6: Parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  coeficientes do termo linear e não linear do modelo PNL

Culturas $x_i$	Ano base $x^0$	ingresso $i$	Preco som.	$\alpha_i = (c_i - p_i)$	$\beta_i = \frac{2 \cdot p_i}{x_i^0}$
<b>A1</b>	1.272	1.566,00	0,00	1.244,14	0,00
<b>A2</b>	1.464	1.736,00	0,00	1.544,96	0,00
<b>F3</b>	149	940,80	170,44	599,92	1,14
<b>F4</b>	308	940,80	159,39	622,02	0,52
<b>M5</b>	32	1.500,00	530,26	439,48	16,57
<b>B6</b>	56	3.750,00	1.260,22	1.229,56	22,50
<b>L7</b>	3	2.240,00	741,21	757,58	247,07
<b>A8</b>	3	2.478,00	640,49	1.197,02	213,50
<b>C9</b>	3	1.872,00	810,39	251,22	270,13

Conhecidos os  $\beta_i$  pode-se construir a matriz Q da seguinte forma:

$$Q = \begin{bmatrix} & \mathbf{A1} & \mathbf{A2} & \mathbf{F3} & \mathbf{F4} & \mathbf{M5} & \mathbf{B6} & \mathbf{L7} & \mathbf{A8} & \mathbf{C9} \\ \mathbf{A1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{A2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{F3} & 0 & 0 & 1,14 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{F4} & 0 & 0 & 0 & 0,52 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{M5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 16,57 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{B6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 22,50 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{L7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 247,07 & 0 & 0 \\ \mathbf{A8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 213,50 & 0 \\ \mathbf{C9} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 270,13 \end{bmatrix}$$

Encontrados os coeficientes do termo linear  $\alpha$  e a matriz Q o seguinte passo é preparar o modelo não linear PNL acima definido e logo utilizando o GAMS solucionar-lo. Lembrando que o modelo está definido através das equações (10.37) que é a função objetivo não linear, as equações (10.2) ó (10.35) que são as restrições do problema, que são as mesmas do programa linear original.

Este modelo não linear pode ser utilizado para as análises desejadas, é um modelo que reproduzirá exatamente o plano de produção do ano base.

Caso 2.  $Q$  é uma matriz simétrica, não diagonal ó Utilização da Máxima Entropia.

- Função  $C(x_i) = x_i^o Q x_i$

Outra solução é usar a aproximação da máxima entropia para resolver o problema incompleto (10.37), (10.2) ó (10.35) e recuperar os 45 elementos da matriz  $Q$ . A questão teórica desta metodologia desenvolvida no Capítulo anterior.

Para aplicar a ME no caso de estudo se deve resolver o problema de otimização.

$$\max H(P_L P_D) = - \sum_{i,j,k} P_L(i,j,k) \ln P_L(i,j,k) - \sum_{i,j,k} P_D(i,j,k) \ln P_D(i,j,k)$$

sujeito a:

$$mc(i) = (Z_L P_L)(Z_D P_D) / x_i^o$$

$$\sum_k P_L(i,j,k) = 1 \quad \text{para } i,j = 1,2,\dots, 9$$

$$\sum_k P_D(i,j,k) = 1 \quad \text{para } i,j = 1,2,\dots, 9$$

Os  $mc(i) = c_i + \rho_i$  e  $x_i^o$  são dados da Tabela 10.6,  $Z_L$  e  $Z_D$  são definidos da seguinte forma:

$$\text{Com } Z_D = \sum_k \left[ \frac{mc(i)}{x_i^o} \right] \cdot W_D(k) \quad \text{e} \quad Z_L = \sum_k \left[ \frac{mc(i)}{x_i^o} \right] \cdot W_L(k)$$

onde  $W_D$ ,  $W_L$  são vetores de ponderações para  $Z_D$  e  $Z_L$  respectivamente. Baseando-se na literatura especializada escolhe-se  $W_D = (0.0; 0.75; 1.5; 2.5; 3.0)$  e  $W_L = (-1.0; -0.5; 0.0; 0.5; 1.0)$ .

Usando o software GAMS resolve-se este programa e encontrar-se a matriz  $Q$ .

$$Q = \begin{bmatrix} \mathbf{A1} & \mathbf{A2} & \mathbf{F3} & \mathbf{F4} & \mathbf{M5} & \mathbf{B6} & \mathbf{L7} & \mathbf{A8} & \mathbf{C9} \\ \mathbf{A1} & 0,10 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & -0,01 & 0,31 & 0,39 & 0,20 \\ \mathbf{A2} & 0,00 & 0,10 & 0,00 & 0,00 & -0,01 & 0,33 & 0,42 & 0,22 \\ \mathbf{F3} & 0,00 & 0,00 & 0,62 & 0,00 & -0,02 & 1,95 & 2,47 & 1,28 \\ \mathbf{F4} & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,30 & -0,01 & 0,95 & 1,20 & 0,62 \\ \mathbf{M5} & 0,00 & 0,00 & -0,02 & -0,01 & 4,56 & 13,84 & 17,28 & 9,38 \\ \mathbf{B6} & -0,01 & -0,01 & -0,02 & -0,01 & 0,59 & 6,54 & 20,09 & 13,75 \\ \mathbf{L7} & 0,31 & 0,33 & 1,95 & 0,95 & 13,84 & 20,09 & 175,79 & 122,99 \\ \mathbf{A8} & 0,39 & 0,42 & 2,47 & 1,20 & 17,28 & 25,01 & 196,07 & 46,54 \\ \mathbf{C9} & 0,20 & 0,22 & 1,28 & 0,62 & 9,38 & 13,75 & 122,99 & 249,89 \end{bmatrix}$$

Uma vez conhecida a matriz  $Q$  substitui-se na equação (10.37) e se constrói o seguinte modelo não linear. A Tabela 10.7, recolhe os resultados do modelo não linear nos dois casos.



$$\text{Max } L = \sum_{i=1}^9 (p_i \cdot y_i - c_i) \cdot x_i - \sum_{i=1}^9 x_i \sum_{j=1}^9 q_{ij} x_j \quad (10.38)$$

sujeito a:

$$A x \leq b \quad (10.2) \text{ ó } (10.34)$$

$$x \geq 0 \quad (10.35)$$

### 10.2.3 Construção da Curva de demanda de água para irrigação

O método utilizado para a construção da curva de demanda de água para a agricultura no Perímetro Irrigado de Morada Nova, será o método seguido por Tsur *et al* (2003). Há muitos trabalhos na economia agrícola que utilizam os preços sombra para determinar a curva de demanda de um insumo escasso, a diferença com o método sugerido pelos autores é que em lugar de utilizar a PL para obter os preços/sombra se utiliza o método da PMP que calibra uma função não linear. A idéia é aproveitar as vantagens da metodologia PMP, e contornar as deficiências da PL.

Utilizando um software especializado, pode-se realizar uma série de simulações nas quais se muda unicamente a quantidade de água disponível Q para o perímetro. A vantagem dos modelos de programação matemática é que permitem obter o preço sombra da água associado em cada nível de Q. Se para cada Q existe um valor marginal  $\lambda$  - que em definitivo é a disposição a pagar- é possível desenhar uma curva de demanda ( $Q_i, \lambda_i$ ) a partir destes valores. Se todas as equações que afetam o problema são lineares, então a curva de demanda terá um perfil de escadas que descem de esquerda para direita; se o modelo que simula o comportamento dos agricultores tem funções de produção não lineares, a curva de demanda é mais suave, pois a cada valor de disponibilidade de água  $Q_i$  corresponde um valor de  $\lambda_i$ .

Para o caso de estudo, se obtém a derivada da demanda de água para irrigação, e calculando o preço sombra da água em cada nível de restrição de água, se escolheu a abordagem não linear, composta pelas equações (10.37), (10.2) ó (10.35), já que é o modelo que reproduz melhor o plano de cultivo do ano base. Então se simula repetidamente o seguinte modelo:

$$\text{Max } L = \sum_{i=1}^9 p_i \cdot y_i \cdot x_i - (\alpha_i \cdot x_i + \beta_i x_i^2) \quad (10.37)$$

sujeito a:

$$A x \leq b \quad \text{água} \quad (10.2) \text{ ó } (10.34)$$

$$x \geq 0 \quad (10.35)$$

Utilizando o GAMS se resolveram os modelos lineares (original) e não lineares para 12 níveis diferentes de disponibilidade de água e se registrou os respectivos resultados na Tabela 10.10. Os resultados deste processo e de três diferentes cenários se detalham na seguinte seção.

### 10.3 Análise de cenários e resultados

Nesta seção se apresentam os resultados do exercício de aplicação e se compara a situação original e os cenários com a produção do Perímetro Irrigado de Morada Nova (PIMN) para o ano 1997, que se considerou como o ano base. As Tabelas 10.7 até 10.10 mostram os resultados do modelo PL, o ano base, o preço/sombra das restrições de calibração, assim como também os resultados do modelo PMP em duas versões citadas na seção anterior. E finalmente na Tabela 10.10 se reúnem os dados para traçar a curva de demanda de água para irrigação. Os programas foram implementados usando o GAMS e os programas fontes podem se encontrados no Anexo 4.

#### Situação Original

Primeiro comparam-se os resultados obtidos nos modelos de PL e de PMP, relativos ao plano de produção, rendimento líquido, ocupação da terra e utilização de água, com os valores de referência do ano base.

Tabela 10.7: Resultados do modelo original na versão linear (PL) e não linear (PMP).

MODELO ORIGINAL		PL	PNL			
Culturas	Coefficiente Lucro		Ano base A.plantada (ha.)	$\epsilon = 0,01$ Preço Sombra	Q diagonal A.plantada (ha.)	ME A.plantada (ha.)
<b>A1</b>	322	1.050	1.272	0	1.050	1.050,00
<b>A2</b>	191	1.050	1.464	0	1.050	1.050,00
<b>F3</b>	170	750	149	170,44	149	259,34
<b>F4</b>	159	-	308	159,39	308	490,66
<b>M5</b>	530	130	32	530,26	32	98,44
<b>B6</b>	1.260	155	56	1.260,22	56	155,00
<b>L7</b>	741	-	3	741,21	3	-
<b>A8</b>	640	-	3	640,49	3	-
<b>C9</b>	810	112	3	810,39	3	-
Lucro (R\$)		1.021.070	<b>857.603</b>		707.145	637.425
água (R\$/mm.ha.)		0	0		0	0
Consumo (mm.ha.)		3.028.556	6.401.400		2.464.400	2.907.100
Área Total (ha.)		3.247	3.290		2.654	3.103,44

Os resultados do modelo de PL apontam para eleição de um plano de produção especializado nas culturas mais rentáveis<sup>50</sup>, este plano de cultivos consome menos água e utiliza uma área menor que a produção agrícola do PIMN no ano base e a rentabilidade é maior, mas estes resultados não se ajustam à realidade se comparados com o plano de produção dos anos seguintes o PIMN.

O primeiro modelo PNL, que é o mais simples, calibra de forma mais aproximada os dados do ano base, representando melhor a realidade de produção nesta região, a calibração não é exata porque a área plantada para o arroz de fevereiro e agosto é restrita a 1.050 ha. menor que as áreas limitadas no plano agrícola do ano base. Na realidade o comportamento do agricultor não se guia unicamente pelo princípio de maximização do benefício, na hora de tomar suas decisões de produção, ele tem em mente outras considerações como a aversão ao risco, minimização de capital circulante na produção, a minimização da gestão, maximização de emprego gerado, etc. Observa-se na Tabela 10.7 que a metodologia PMP reproduz melhor o comportamento do agricultor no PIMN.

Nas duas alternativas, PL e PMP, a área plantada para o arroz de fevereiro e agosto com lâmina total de água, respectivamente 237,2 mm.ha. e 1604,9 mm.ha. é sempre utilizada toda a área disponível. A cultura mais rentável é a plantação de banana e os modelos PL e PMP com ME sugerem a sua máxima utilização, respeitando a sua restrição de mercado, mas a produção do ano base (1997) e de outros anos (ver Tabela A4.6), isto deve responder a outros critérios de seleção que têm os agricultores da região que o modelador não conhece, como explicado acima.

Um resultado que chama atenção é o preço sombra da água nulo para os dois modelos, o que significaria que a água nesta região nordestina não é um recurso limitante. E não somente isso, existe ampla folga deste recurso seja qual fosse o plano de produção selecionando, no modelo PL se utilizaria somente 47% da disponibilidade de água, no modelo PMP na versão mais consumidora de água seria 45% da água oferecida ao PIMN. A área ocupada nos três casos e no ano base é em média 41% da área disponível.

O método da PMP com o critério de ME, não consegue reproduzir os valores reais do plano de produção agrícola da região, a resposta deste modelo sugere um plano de produção

---

<sup>50</sup> Se não existisse a restrição de mercado sobre a área plantada de banana e mantendo-se as outras restrições a solução seria A1 = 120 ha.; F3 = 215 ha.; M5 = 130 ha. e B6 = 2.660 ha. de banana e o lucro total seria de R\$ 3622.440,00. Confirmando a característica da solução do modelo linear a sobre-especialização.

intermédio entre o plano da PL e a do primeiro modelo PMP (Q diagonal). As áreas plantadas para laranja, acerola e coco não são levadas em conta, isto poderia se explicar pela quantidade muito pequena no plano do ano base, em comparação com as áreas cultivadas das outras culturas, que na equação não linear no termo  $x_i^2$  terão um coeficiente não significativo.

Em geral o rendimento líquido do agricultor será menor nos modelos PMP, pois se está adicionando sempre um custo maior, já que os custos da PMP contêm o custo da PL (custo fixo), mais um custo variável que representaria aqueles custos que o agricultor assume, mas não são quantificados pelo modelador.

### 10.3.1 Cenário 1- Incremento no preço da água

No primeiro cenário se analisa um incremento de 10% no preço da água, ou seja, 0,0125 R\$/ m<sup>3</sup>, um suposto pouco real dado os preços definidos para a água nesta região<sup>51</sup>.

Tabela 10.8: Resultados do modelo no Cenário 1 na versão linear (PL) e não linear (PMP).

CENÁRIO 1 Preço água = 0,0125		PL			PNL	
Culturas	Coeficiente Lucro	l(x)= px-cx A.plantada (ha.)	Ano base A.plantada (ha.)	$\varepsilon = 0,01$ Preço Sombra	Q diagonal	ME
					L=( +βx)x A.plantada (ha.)	L=l(x) -xαQ x A.plantada (ha.)
<b>A1</b>	319	1.050	1.272	0	1.050	1.050,00
<b>A2</b>	174	1.050	1.464	0	1.050	1.050,00
<b>F3</b>	163	750	149	162,79	149	260,50
<b>F4</b>	151	-	308	150,66	308	489,50
<b>M5</b>	529	130	32	528,74	32	98,11
<b>B6</b>	1.235	155	56	1.235,25	56	155,00
<b>L7</b>	724	-	3	723,58	3	-
<b>A8</b>	627	-	3	627,03	3	-
<b>C9</b>	794	112	3	794,21	3	-
Lucro (R\$)		<b>988.091</b>	<b>823.822</b>		<b>680.037</b>	<b>605.447</b>
água (R\$/mm.ha.)		0			0	0
Consumo (mm.ha.)		3.028.600			2.464.400	2.907.000
Área Total (ha.)		3.247	3.290		3.290	3.103,11

<sup>51</sup> Alguns preços da água para irrigação no Ceará, pesquisados na literatura.

1. Ramos, 2002 Vale do Arape R\$ 4 /1000 m<sup>3</sup>

Bacia do Jaguaribe e Canal do Trabalhador R\$ 10 /1000 m<sup>3</sup>

2. Tabela 10.1 COGERH valor mínimo 1,1 R\$/1000 m<sup>3</sup>

3. Pereira *et al*, 1998 Os custos nas bacias interioranas podem ser comparadas às tarifas de água bruta captada diretamente de açudes do DNOCS, que prevê 1,62 R\$/1000 m<sup>3</sup> para uso de irrigação. Para as bacias metropolitanas 10,33 R\$ /1000 m<sup>3</sup> para irrigação.

4. Araújo, 1998 Resultados do modelo de capacidade de pagamento por culturas.

Para arroz 0,93 R\$/1000 m<sup>3</sup>; feijão 2,01 R\$/1000 m<sup>3</sup>; banana 3,79 R\$/1000 m<sup>3</sup> e outras frutas 5,89 R\$/1000 m<sup>3</sup>

Mesmo com o preço alto, como se pode observar na Tabela 10.8, o plano de produção continua igual o que significa que a subida do preço, mantendo-se constantes as outras condições de produção, não influencia na decisão do produtor. E ainda a água, nas duas alternativas, PL e PMP, não é fator limitante. Obviamente os rendimentos neste cenário são menores que na situação original devido ao aumento nos custos de produção, provocado pela subida no preço da água, especialmente nas culturas que demandam mais este recurso.

O modelo que representa melhor a realidade continua sendo o modelo PMP mais simples, ou seja, aquele que tem a matriz diagonal Q.

### 10.3.2 Cenário 2 ó Diminuição da disponibilidade de água ao Projeto

No cenário 2 diminui-se a quantidade de água oferecida ao Projeto Morada Nova, lembrando que a quantidade original era 6.014.400 mm.ha. A diminuição é radical porque antes deste valor o preço sombra é muito pequeno ou tende a zero, o que indica inexistência de problemas na disponibilidade de água para os agricultores no PIMN.

Tabela 10.9: Resultados do modelo no Cenário 2, na versão linear (PL) e não linear (PMP).

CENÁRIO 2 Diminuir volume água 1.280.000mm.ha.		PL			PNL	
Culturas	Coefficiente Lucro	$l(x) = px - cx$ A. plantada (ha.)	Ano base A. plantada (ha.)	$\epsilon = 0,01$ Preço Sombra	Q diagonal L= $(+\beta x)x$ A. plantada (ha.)	ME L= $l(x) - x\theta Q x$ A. plantada (ha.)
<b>A1</b>	322	1.050	1.272	0	1.050	1.050,00
<b>A2</b>	191	-	1.464	0	312	176,39
<b>F3</b>	170	659	149	87,58	149	177,75
<b>F4</b>	159	-	308	64,98	308	279,32
<b>M5</b>	530	130	32	513,82	32	93,78
<b>B6</b>	1.260	155	56	990,01	56	155,00
<b>L7</b>	741	-	3	550,35	3	-
<b>A8</b>	640	-	3	494,81	3	-
<b>C9</b>	810	112	3	635,37	3	-
Lucro (R\$)		<b>805.285</b>	<b>857.603</b>		<b>566.155</b>	<b>516.753</b>
água (R\$/mm.ha.)		0,245			0,119	0,109
Consumo (mm.ha.)		1.280.000			1.280.000	1.280.000
Área Total (ha.)		2.106	3.290		1.916	1.932

Sob estas condições o plano sofre grandes modificações na área plantada e no lucro do produtor, que diminui consideravelmente. Pode-se notar que o maior rendimento líquido e ocupação da terra se conseguem adotando o plano proposto pelo modelo PL, mas da mesma forma que nos cenários anteriores a solução foge da realidade. Outra vez o modelo que entrega resultados mais próximos a realidade é o modelo PMP com matriz diagonal. O

modelo PMP que usa o critério de ME se mantém como um modelo com um plano de produção intermédio.

O preço sombra do modelo linear é maior que o preço sombra dos modelos não lineares, isto se deve a que a modificação nos preços sombra como resposta a mudanças na quantidade disponível de água é mais suave nos modelos não lineares.

Este cenário serviu para construir a curva de demanda da água para o Perímetro Irrigado de Morada Nova.

### 10.3.3 Cenário 3 ó Redução da área ocupada para o Projeto

Neste cenário se descreve uma situação na qual o Perímetro estudado conta com uma área plantada de 2.961 ha. o que corresponde a uma diminuição de 10% da área cultivada real. Os resultados são interessantes. O modelo PMP, mesmo com a restrição de superfície, entrega um plano agrícola mais real, ajustando-se melhor à limitação.

Os três modelos utilizam praticamente toda a área plantada. Os lucros diminuem nas três metodologias se comparadas com a situação original, mas se comparadas com o Cenário 2 os lucros aumentam. Em nenhuma alternativa existe problema de disponibilidade de água, esta situação é refletida uma vez mais no seu preço sombra igual a zero. Este é um resultado esperado, pois com menos extensão de terra para plantar se utilizará menos quantidade de água para irrigação.

Tabela 10.10: Resultados do modelo no Cenário 3, na versão linear (PL) e não linear (PMP).

CENÁRIO 3 Diminuir área plantada 2.961 ha.		PL			PNL	
Culturas	Coefficiente Lucro	$l(x) = px - cx$ A. plantada (ha.)	Ano base A. plantada (ha.)	$\epsilon = 0,01$ Preço Sombra	Q diagonal $L = (+\beta x)x$ A. plantada (ha.)	ME $L = l(x) - x\alpha Q$ A. plantada (ha.)
<b>A1</b>	322	1.050	1.144,8	0	1.050,0	1.050,00
<b>A2</b>	191	1.050	1.317,6	0	1.050,0	1.050,00
<b>F3</b>	170	464	134,1	170,44	134,1	260,50
<b>F4</b>	159	-	277,2	159,39	277,2	489,50
<b>M5</b>	530	130	28,8	530,26	28,8	98,11
<b>B6</b>	1.260	155	50,4	1.260,22	50,4	155,00
<b>L7</b>	741	-	2,7	741,21	2,7	-
<b>A8</b>	640	-	2,7	640,49	2,7	-
<b>C9</b>	810	112	2,7	810,39	2,7	-
Lucro (R\$)		<b>972.658</b>	<b>771.843</b>		<b>690.285</b>	<b>609.589</b>
água (R\$/mm.ha.)		0			0	0
Consumo (mm.ha.)		2.829.500			2.415.200	2.807.000
Área Total (ha.)		2.961	2.961		2.598,6	2.961

### 10.3.4 Curva de demanda de água para irrigação

Como se anotou na análise do Cenário 2, de acordo com as condições reais do Projeto de Irrigação a água não é problema para o agricultor nesta região, pelo menos no que diz respeito a sua disponibilidade. Por esta razão para construir a curva da demanda de água utilizando a metodologia dos preços sombra se usam valores de volume de água menores aos 30% da disponibilidade original. A Tabela 10.11 mostra a relação entre quantidade consumida e o valor do preço sombra para cada quantidade, diferenciando em colunas separadas os métodos utilizados PL e PMP. Os gráficos 10.1 e 10.2 apresentam a curva de demanda de água no Perímetro Irrigado de Morada Nova e as curvas de tendência, respectivamente.

Tabela 10.11: Dados de disponibilidade de água e preços sombra da água

	Q	PL	PNL
1	1280	0,245	0,109
2	1000	0,551	0,119
3	800	0,555	0,119
4	780	0,555	0,119
5	760	0,555	0,128
6	755	0,555	0,131
7	750	0,555	0,133
8	700	0,555	0,239
9	650	0,555	0,535
10	600	0,555	0,832
11	580	0,555	0,956
12	500	1,178	1,178

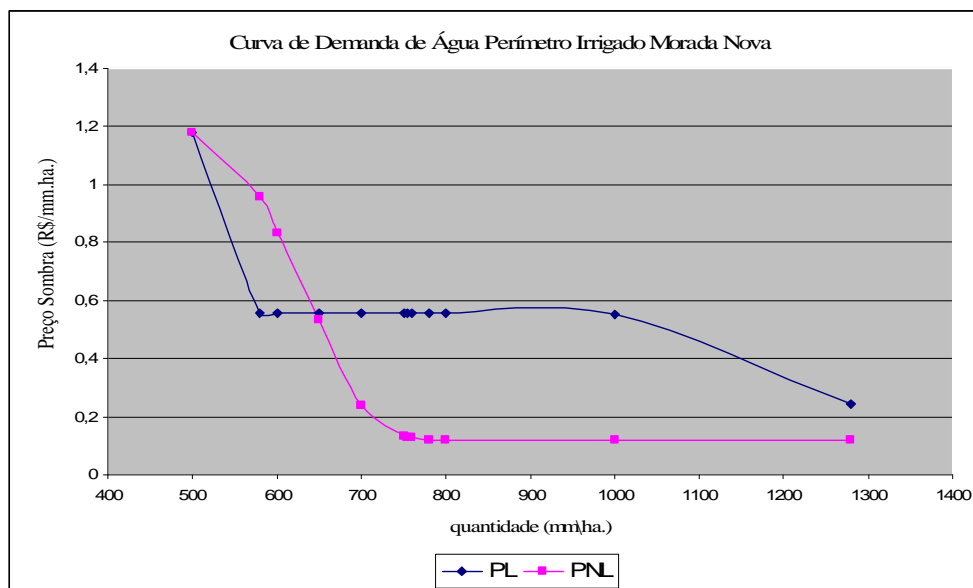


Gráfico 10.1: Curvas de demanda de água para agricultura no PIMN

A primeira observação que se pode fazer é que, como indica a teoria, a curva de demanda gerada por meio da PMP é mais suave, pois as soluções da PL apenas flutuam com a mudança de base, portanto as respostas da PL são discretas *stepwise*. Quando se altera um preço a solução não muda logo, só muda quando cada atividade fica mais rentável do que a outra e as restrições permitem esta mudança, nesse caso há uma mudança de base. As mudanças são discretas, há um intervalo de preços no qual nada muda e depois tudo muda de repente. No outro caso, quando se usa a PMP a função objetivo é não linear, a resposta é contínua.

Utiliza-se a linha de tendência para aproximar a curva de demanda a uma função conhecida, e assim poder calcular a elasticidade preço demanda de água (equação 6.1.a). Encontrou-se a função polinomial como o melhor ajuste, efetivamente a função polinomial de grau 2 tem um  $R^2 \approx 0,912$  quando se aumenta o grau melhora ainda o  $R^2$  da função, desta forma a função polinomial de grau 6 apresenta um  $R^2$  de 0,9992. Os Gráficos 10.3 e 10.4 mostram as curvas de tendência polinomial para grau 2 e grau 6 respectivamente.

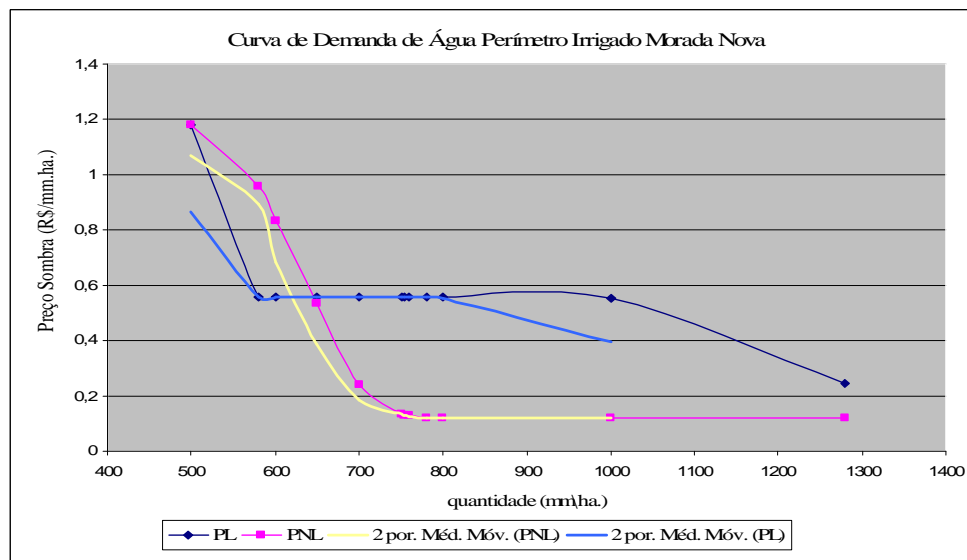


Gráfico 10.2: Curvas de demanda de água e as respectivas linhas de tendências

Com a função polinomial se calculou a elasticidade preço-demanda de água, encontrando-se, como mostra o Gráfico 10.3 para os trechos 500 mm.ha. ó 760 mm.ha. uma elasticidade  $E > 1$ , o que significa que a demanda de água é elástica, e no trecho de 800 mm.ha. a 1280 mm.ha. é perfeitamente elástico. Estes resultados não concordam com a realidade deste setor, pois, como se citou no Capítulo 6, a demanda de água na agricultura, isto é a demanda de água para irrigação normalmente é inelástica, de acordo com Ribeiro *et al*



(1999). Obviamente isto depende do trecho que se considere, mas no exemplo em nenhum trecho estudado é inelástica.

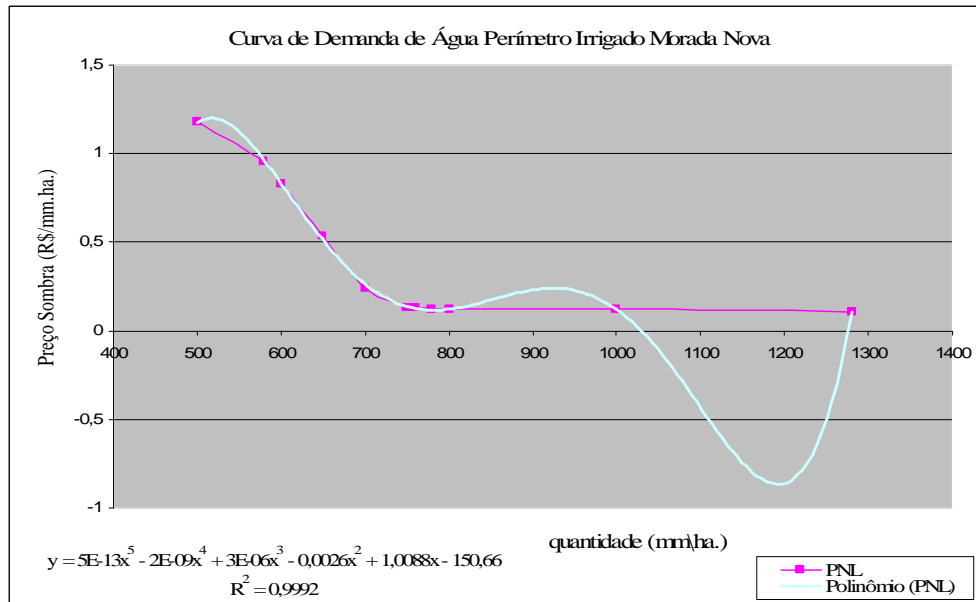


Gráfico 10.3: Curva de demanda de água gerada pelo modelo PMP e sua linha de tendência, função polinomial de grau seis.

É importante salientar que o problema no caso estudado, Perímetro Irrigado de Morada Nova, não são os dados, embora não sejam completos (somente se trabalha com dados de disponibilidade de água, de terra e algumas restrições de mercado) esse é um problema menor, que na teoria seria resolvido pela aplicação da PMP e da ME, mas o que complica verdadeiramente as respostas neste caso é que não existe limitação de água, sobrando mais da metade da água destinada ao Projeto PIMN.

Na realidade o que acontece atualmente neste Perímetro Irrigado é que os agricultores, contrariamente ao que dizem ou propõem os modelos matemáticos, incrementaram a área plantada com arroz, ainda mais com a facilidade de ter água o ano todo (água vinda dos açudes que com a ativação do Castanhão é abundante). Sendo assim o plantio e o número de colheitas já não são somente duas vezes ao ano (fevereiro e agosto) e se planta em qualquer tempo, encontrando-se cultivos em diferentes etapas de crescimento em uma mesma área, o que provoca transtornos como as epidemias de ratos.

De acordo com as explicações do técnico da EMATER-CE, para a sobrevivência os ratos precisam de alimento e água (situação favorável encontrada nas novas plantações de arroz,

quando um cultivo termina os ratos pulam para outra área plantada de arroz, que às vezes são vizinhas, como mostra a Figura 10.3).



Figura 10.3 Plantações de arroz em diferentes etapas de crescimento.  
FONTE: SEAGRI-CE, 2005

Mas como se vem repetindo ao longo deste trabalho, o comportamento dos agricultores é a resposta a vários fatores, e em Morada Nova não é diferente. Esta região, da qual o Perímetro Irrigado faz parte, está bem organizada, no que respeita à produção de arroz

existem três Cooperativas singulares, que se encarregam de dar assistência técnica aos sócios nas questões de preparo de solo, sementes, adubos e herbicidas, e uma cooperativa central, encarregada da industrialização do arroz e comercialização. Esta estrutura é uma grande vantagem para o agricultor do Perímetro e incentivo a plantar arroz. Outras razões que se pode apontar são:

- É Cultural: o paradigma de plantar arroz;
- É Estocagem: o arroz permite um longo tempo de estocagem, o que permite uma flexibilização no tempo de comercialização podendo-se assim esperar o melhor preço;
- É Exigência de mão-de-obra: em função da organização dos agricultores em cooperativas, as lavouras estão mecanizadas, exigindo pouca mão-de-obra.

Para ratificar estas observações cita-se Araújo (1998), que afirma que a razão pela qual tantos irrigantes ainda cultivam culturas teoricamente pouco rentáveis, como arroz, feijão o milho, é principalmente o baixo risco de comercialização apresentado por estas mesmas culturas. O autor cita um irrigante que vendera 2.200 bananas de excelente qualidade por apenas R\$ 25,00 (menos de 23% do preço pago a outros produtores) a ser pago em duas vezes para não perder tudo, já que as frutas só apresentariam condições mínimas de comercialização por mais de um dia.

Então o modelo PMP pode ser mais bem aproveitado caso se tome decisões de política complementarias, como por exemplo, ampliar as áreas plantadas, incentivos ao cultivo de culturas mais rentáveis, proporcionando infra-estrutura e criando condições apropriadas de mercado para reduzir em algo a característica natural de risco que tem o setor agrícola e especialmente nesta região brasileira.

**PARTE V**  
**CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES**

---

## CONCLUSÕES

Uma vez concluída esta pesquisa pode-se enumerar algumas conclusões em relação a:

a) *Fixação de preços da água para agricultura.*

Para alcançar uma fixação de preços ou tarifação da água que reforce o uso sustentável dos recursos hídricos é preciso dispor das seguintes informações:

- Demanda de água, no setor agrícola dispõe-se de escassa informação. É necessário implementar métodos de medida (contadores, uso de imagens obtidas por satélite, etc.), na falta destes adaptar modelos teóricos que simulem o comportamento dos agricultores que oferecem produtos e/ou demandam insumos, e desta maneira encontrar uma curva de demanda de água oaproximadaö;
- Elasticidade da demanda de água em relação com seu preço;
- Custos financeiros da provisão de água;
- Custos ambientais e de recursos. A avaliação de tais custos, porém, seguem resultando muito difíceis.

A estrutura de tarifação deve incluir um elemento variável (quantidade, contaminação) para que tenha uma verdadeira função de incentivo. As preocupações no âmbito social devem levar-se em consideração ao elaborar a política de tarifação, mas não devem ser consideradas prioritárias quando o uso sustentável dos recursos hídricos está sendo ameaçado. Os problemas de cunho social resolvem-se melhor com medidas sociais complementares.

b) *A metodologia PMP responde às expectativas, já que o modelo*

- É minimiza os requisitos de informação adicional e trabalho em campo, adaptando-se às fontes de dados disponíveis;
- É permite sua aplicação automática a grandes extensões de áreas irrigadas e facilita a possibilidade de extrapolar os resultados;
- É flexibilidade para reproduzir e simular as heterogêneas situações que podem encontrar-se no setor agrícola; e
- É capacidade para simular as respostas endógenas que pode adotar o agricultor ante novos cenários.

c) *Área de estudo: Perímetro Irrigado de Morada Nova*

Encontrou-se a curva da demanda de água para a área estudada e se calculou a elasticidade preço-demanda, em nenhum trecho da curva ela é inelástica como afirma a teoria, no caso da demanda de água para a agricultura. O problema no caso estudado não são os dados, embora não sejam completos (somente se trabalha com dados de disponibilidade de água, de terra e algumas restrições de mercado) esse é um problema menor, que na teoria seria resolvido pela aplicação da Programação Matemática Positiva e da Máxima Entropia, como neste caso não existe limitação de água, sobrando mais da metade destinada ao Projeto PIMN. O preço de oportunidade da água encontrado é zero, coerente com a teoria e a realidade do local.

Os modelos também sugerem um plano de cultivos diversificado, para que o rendimento econômico por hectare seja maior, mas na prática isto não ocorre e sim seguem incrementando a área cultivada com arroz, pela facilidade de ter água o ano todo (água vinda dos açudes, que com a ativação do Castanhão é abundante). Sendo assim, o plantio e o número de colheitas aumentaram de duas vezes ao ano (fevereiro e agosto) para o ano todo.

Como se anotou ao longo deste trabalho, o comportamento dos agricultores é a resposta a vários fatores, e em Morada Nova não é diferente. Esta região, da qual o Perímetro Irrigado faz parte, está bem organizada, no que se refere à produção de arroz. Esta estrutura é uma grande aliada para o agricultor. Além deste motivo podem-se anotar outros para que o agricultor siga um plano agrícola tão diferente do aconselhado pelos modelos teóricos:

- É Cultural (idiosincrasia): o paradigma de plantar arroz;
- É Estocagem: o arroz permite um longo tempo de estocagem com relativa facilidade, o que por sua vez, permite uma flexibilização no tempo de comercialização podendo-se assim esperar o melhor preço;
- É Exigência de mão-de-obra: em função da organização dos agricultores em cooperativas, as lavouras estão mecanizadas, exigindo pouca mão-de-obra.

Então o modelo PMP pode ser mais bem aproveitado caso se tome decisões de política complementares como incentivar o cultivo de culturas mais rentáveis, proporcionando infraestrutura e criando condições apropriadas de mercado para reduzir em algo a característica natural de risco que tem o setor agrícola e especialmente nesta região brasileira.

## RECOMENDAÇÕES

Este trabalho utiliza a metodologia da Programação Matemática Positiva, concentrando-se principalmente em analisar o método da PMP, e o critério da Máxima Entropia. Desenvolveu-se um modelo dual de função lucro para caracterizar o setor agrícola, aplicando-o no Perímetro Irrigado de Morada Nova, neste estudo existem algumas limitações e a continuação se expõe sugestões:

- O modelo proposto é um modelo de curto prazo, pode-se ampliar o horizonte e modelar-lo para longo e médio prazo utilizando no lugar dos preços sombra os correspondentes preços virtuais. Também é recomendável estudar e incluir a questão da incerteza no modelo.
- Analisar detalhadamente outras Formas Funcionais Flexíveis para a função de custo variável que melhorem os resultados do modelo sugerido;
- Pesquisar as novas alternativas que modificam e melhoram a PMP, por exemplo, os trabalhos que utilizam à aproximação de simulação de Monte Carlo, para contornar os problemas da PMP padrão. Ampliar o marco metodológico e considerar a elasticidade de substituição entre os distintos tipos de cultivo;
- As futuras aplicações com o modelo padrão ou futuras extensões e adaptações da PMP devem enfrentar alguns desafios, especialmente na seleção do ano base ou observações para obter uma especificação mais precisa do modelo;
- Integrar uma equipe multidisciplinar de pesquisa para aprofundar os conceitos teóricos e aperfeiçoar as aplicações práticas com exemplos da realidade brasileira.

Na parte prática, dada a aceitação e grande quantidade de trabalhos e aplicações do modelo de PL no setor agrícola para encontrar o preço sombra da água, se recomenda:

- Aplicar a PMP nestes trabalhos, e para tanto somente seria necessário obter dados adicionais de um ano base;
- Analisar melhor os pesos ou ponderações  $W_D$  e  $W_L$  da técnica da Máxima Entropia;
- Aproveitar a facilidade e flexibilidade que oferece a metodologia estudada para incluir nas futuras aplicações outras questões na formulação própria do problema, por

exemplo, incluir aspectos qualitativos derivados da poluição agrária difusa, de maneira que se possa medir o impacto ambiental das políticas agrárias, não somente no uso quantitativo, mas também qualitativo.

- Outro aspecto a ser considerado é desenvolver um modelo regional que permita avaliar programas agro-ambientais.

No programa computacional, recomenda-se explorar ao máximo os recursos disponíveis do software GAMS. É conveniente, quando se utiliza a aproximação de Máxima Entropia que trabalha com grandes matrizes, aproveitar a interface com o MATLAB.

Finalmente, a recomendação mais importante:

Lembrar que a vantagem dos instrumentos econômicos é que eles permitem aos usuários tomar suas próprias decisões a respeito do uso da água, e ao mesmo tempo providenciam uma estrutura que mostra o valor real da escassez da água. Mas, certo grau de prudência deve ser mantido na aplicação de instrumentos econômicos porque eles podem não ser aplicáveis em todos os casos. Um caso particular é quando se trata com populações carentes, onde a disposição a pagar pela água é muito baixa. Portanto, há uma necessidade de selecionar apropriadamente a escolha do instrumento econômico na gestão da água, pois cada um deles apresenta vantagens e desvantagens que são indispensáveis na tomada de decisões.



## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

---

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANA (Agencia Nacional Águas), 2002, **õA evolução da Gestão dos Recursos Hídricos no Brasilö**. [www.ana.gov.br](http://www.ana.gov.br)

ANDERSON, K. e FAROOQI, R.2003 **õEconomic instruments for water quality and quantity managementö** Prepared by: Centre for Applied Business Research in Energy and the Environment (CABREE) University of Alberta School of Business Edmonton.

ANEEL (Agencia Nacional de Energia Elétrica), ANA (Agencia Nacional Águas),2001, **õIntrodução ao Gerenciamento de Recursos Hídricos no Brasilö**, 2º Edição, Brasília

ANTON, D. e DIAZ, C. 2000 **õSequía en un mundo de aguaö** Piraguazú Ediciones, México.

ARFINI, F., 2000 **õI modelli di programmazione matematica per l'analisi della Politica Agricola Comuneö**, ISTITUTO NAZIONALE DI ECONOMIA AGRARIA, Roma.

ARROJO, P., 1999. **õEl valor económico del aguaö**, Fundación CIDOB. Afers Internacionals, núm. 45-46, pp. 145-167; [www.cidob.org](http://www.cidob.org)

BARAKOUI, A., BUTAULT, J.P., ROUSSELLE, J.M.,2000 **õPositive Mathematical Programming and Agricultural Supply within EU under Agenda 2000ö**, Publicado online em: <http://eurotools.stat.unibo.it>

BARRAQUE, 2000, **õCorrientes Contráriasö**, UNESCO

BAUER, S. and HENRICHSMeyer, W., 1989, **õAgricultural Sector Modellingö** (Proceedings of the 16<sup>th</sup> Symposium of the European Association of Agricultural Economists, Bonn, Germany, April 14th to 15th, 1988). Wissenschaftsverlag Vauk Kiel KG, Germany.

BAUER, S. and KASNAKOGLU, H., 1990.**Non-linear programming models for sector and policy analysis: experiences with the Turkish agricultural sector model**. *Economic Modelling*. 7:275-290.

BAUMOL, W.J. 1977. **õEconomic theory and operations analysisö**. Prentice Hall. 695 p.

BRISCOE, J., 1996, **õWater as an Economic Good: The idea and what it means in practiceö**. Paper presented in the World congress of the International Commission on Irrigation and Drainage. Cairo.

BUYSSE, J., FERNAGUT, B., HARMIGNIE O., FRAHAN, H.B., LAUWERS, L., POLOMÉ, P., VAN HUYLENBROECK G., e VAN MEENSEL, J., (2004) **õModeling the Impact of Sugar Reform on Belgian Agricultureö**, International Conference on Policy Modeling EcoMod2004, Paris, 30 June ó 2 July, 2004

CAMPOS, N.; STUART,T., 2001.Organizadores **õGestão de Águas: Princípios e Práticasö** ABRH ó Porto Alegre.

CARRAMASCHI, E; CORDEIRO NETO, O; NOGUEIRA, J., 2000, **õO preço da água para irrigação: um estudo comparativo de dois métodos de valoração econômica - contingente e dose-respostaö** Cadernos de Ciência & Tecnologia, Brasília, v.17, n.3, p.59-81, set./dez.

- CARRERA-FERNANDEZ, J. e GARRIDO, R.J. 2002. **õEconomia dos Recursos Hídricosö**, Editora Edulfa, Salvador - Bahia.
- CHIANG A. A.1982, **õMatemática para economistasö**, Second Editions, Mc Graw-Hill.
- CHRISTOFIDIS, D. 1999, **õRecursos Hídricos e Irrigação no Brasilö**, Brasília:CDS-UnB.
- CHRISTOFIDIS, D.,2002, **õRecursos Hídricos, Irrigação e Segurança alimentarö** Estado das Águas. Brasília.
- CHRISTOFIDIS, D. 2003, **õÁgua, ética, segurança alimentar e sustentabilidade ambientalö**. Bahia Analise & Dados, Salvador, v 13, p.371-382.
- CHRISTOFIDIS, D.; ALMEIDA N.L.;SILVA, S. J, 2004, **õA cobrança pelo uso da água na agricultura: subsídios para definiçãoö**, Iqual Editora.
- COELHO, E.,F.; COELHO Filho, M.A.; OLIVEIRA, S.,L.,2005, **õAgricultura irrigada: eficiência de irrigação e de uso de águaö**, Bahia Agríc., v.7, n.1, set. 2005.
- CORNISH G., BROSOWORTH B. e PERRY C; 2004 **õWater charging in irrigated agriculture ó An analysis of international experienceö** FAO 28. Roma.
- CONFORTI, P., 2001. **õThe Common Agricultural Policy in Main Partial Equilibrium Modelsö** Working Paper n.8, National Institute of Agricultural Economics, Rome, Italy.
- COSTA, L., 2001. **õControl of water use in northwest Portugalö** A Dissertation Submitted to the Faculty of the Department of Economics - University of Arizona.
- COSTA, L., 2005, 2006, 2007. Comunicação Pessoal.
- DINAR, A., ROSEGRANT, M., MEINZEN-DICK, R., 1997, **õWater Allocation Mechanisms: Principles and Examplesö**, World Bank Policy Research Working Paper 1779.
- DINAR, A. ,2000, **õThe Political Economy of Water Pricing Reformsö**. Ed. Ariel Dinar, New York: Oxford University Press.
- EKMAN, S., 2002 **õModelling Agricultural Production Systems using Mathematical Programmingö** Doctoral thesis Swedish University of Agricultural Uppsala.
- EMBRAPA-DDT, 1984 **õPlanejamento da propriedade agrícola; modelos de decisãoö** Brasília. Documento7.
- FALKENMARK, A. 1989. **õFresh Waters as a Factor in Strategic Policy and Action. Population and Resources in a Changing Worldö**. Stanford University, California.
- FAO, 1993, **õIII. Las Políticas De Recursos Hídricos y La Regulación de la Demandaö**, Deposito de Documentos de la FAO, Roma, Italia.
- FAO, 2002, **õAgua y Cultivos, logrando el uso óptimo del agua en la agriculturaö**, Roma, Italia.
- FALKENMARK, M. 1993, **õWater scarcity: Time for realismö**. Populi 20(6): 11-12.
- FRAHAN B., 2005 **õPMP, extensions and alternative methods: introductory review of the state of the artö**, Organized Session of the XIth EAAE Congress (European Association

of Agricultural Economists) The Future of Rural Europe in the Global Agri-Food System Copenhagen, Denmark, August 23-27, 2005.

FERREIRA DOS SANTOS, R., 2001. **Repercussões do custo de escassez e dos custos externos ambientais no preço da Água: Algumas reflexões** Centro de Economia Ecológica e Gestão do Ambiente Departamento de Ciências e Engenharia do Ambiente Faculdade de Ciências e Tecnologia Universidade Nova de Lisboa.

GARRIDO, A., PALACIOS, E., CALATRAVA, J., CHÁVEZ, J. e EXEBIO, A. 2004, **La importancia del valor, costo y precio de los recursos hídricos en su gestión**. Cuadernos del Proyecto FODEPAL. Santiago de Chile.

GIBBONS, D., 1986. **The Economic Value of Water. Resources for the Future**, Washington DC, 101 pages.

GOHIN, A.; CHANTREUIL, F. 1999. **La programmation mathématique dans les modèles d'exploitation agricole. Principes et importance du calibrage**. *Cahiers d'Economie et Sociologie Rurale*, 52:59-77.

GOLAN, A. JUDGE, G., and MILLER, D., 1996. **Maximum Entropy Econometrics: Robust Estimation with Limited Data**. Series in Financial and Quantitative Analysis. Edited by L. B. S. Stephen Hall, UK. New York: John Wiley & Sons.

HARDEWEG, B., e WAIBEL, H., 2002: **Economic and Environmental Performance of Alternative Vegetable Production Systems in Thailand** International Symposium Sustaining Food Security and Managing Natural Resources in Southeast Asia - Challenges for the 21st Century - January 8-11, 2002 at Chiang Mai, Thailand.

HARVEY, D. R., 1990. **Agricultural sector modelling for policy development**. In: Jones, J. G. W. and Street, P. R. (eds.). *Systems Theory Applied to Agriculture and the Food Chain*. Elsevier Applied Science, London, pp. 251-304.

HAZELL, P.B.R., e NORTON, R.D., 1986, **Mathematical Programming for Economic Analysis in Agriculture**. New York: Macmillan.

HE, L., TYNER, W. E., DOUKKALI R., SIAM, G., (2003) **Policy Options to Improve Water Allocation Efficiency: Analysis on Egypt and Morocco**.

HEADY, E.; MEISTER A.D.; CHEN C.C. 1978 **Quadratic Programming Models Applied to Agricultural Policies**, Iowa State University Press, Ames.

HECKELEI, T. e BRITZ, W. 1999, **Maximum Entropy Specification of PMP in CAPRI**. Capri working paper 99-08. Institute for Agricultural Policy, University of Bonn. 22 p. Disponível em [http://a16.agp.uni-bonn.de:80/agpo/rsrch/capri/wrkpap\\_e.htm](http://a16.agp.uni-bonn.de:80/agpo/rsrch/capri/wrkpap_e.htm).

HECKELEI T.; BRITZ W., 2000, **Concept and explorative application of an EU-wide , regional Agricultural Sector Model (CAPRI-Project)**, EAAE Seminar on Agricultural Sector Modelling, Bonn.

HECKELEI, T., WITZKE, P. e HENRICHSMEYER, W. 2001, **Agricultural Sector Modelling and Policy Information Systems**. Proceedings of the 65th European Seminar of the European Association of the Agricultural Economics (EAAE), March 29-31, Bonn, Germany. Wissenschaftsverlag Kiel KG. 321 p.

- HEIKKI LEHTONEN, 2001 **Principles, structure and application of dynamic regional sector model of Finnish agriculture**, Academic dissertation, Systems Analysis Laboratory Helsinki University of Technology. ISBN 951-687-115-1, ISSN 1458-2996
- HELMING, J.F.M., 2005, **A model of Dutch agriculture based on Positive Mathematical Programming with regional and environmental applications** PhD thesis Wageningen University - With references - With summaries in English and Dutch ISBN 90-8504-125-2
- HERNÁNDEZ, R., **Análisis de Economías de Escala de la Industria de Transporte Aéreo en Europa** [mromero@empresariales.ulpgc.es](mailto:mromero@empresariales.ulpgc.es)
- HENRIQUEZ, A. e WEST, C, 2000 **Instrumentos econômicos e financeiros para a gestão sustentável da água parte I ó Aspectos conceptuais e obrigações estabelecidas pela Directiva - Quadro da Água** Congresso da Água Ano 2000. Associação Portuguesa dos Recursos Hídricos.
- HOWITT R.E.,1995. **Positive Mathematical Programming**, in *American Journal of Agriculture Economy* , 77 : 329-342.
- JOHANSSON, R.C., 2000, **Pricing Irrigation Waterô A Literature Survey**. The World Bank Rural Development Department, Policy Research Working Paper 2449.
- JUDEZ, L., MARTINEZ, S., FUENTES-PILA, J., 1998 **Positive Mathematical Programming revised** Publicado online em: <http://eurotools.stat.unibo.it>
- KEMPER, K., 1997, **O Custo da Água Gratuita: Alocação e Uso dos Recursos Hídricos no Vale do Curu, Ceará, Nordeste Brasileiro**. Primeira edição. Linkoping, Linkoping Studies in Arts and Science.
- KLOHN, W., e APPELGREN, B.,1999, **Agua y agricultura** Fundación CIDOB, Afers Internacionals, núm. 45-46, pp. 105-126
- LANNA, A.E. 1994, **Considerações sobre a instituição da cobrança pelo uso e a criação de mercados de água no semi-árido do Nordeste do Brasil**. Anais do X Seminário-Curso do Centro Interamericano de Estudos Avançados da Água: 83-92, Salvador.
- LANNA, A.E.,1999, **Gestão dos Recursos Hídricos** HIP-78.
- LANNA, A. E., 2003. **Uso de instrumentos econômicos na gestão das águas no Brasil**, Revista Bahia Análise & Dados, v.13, n. ESPECIAL, p 441-451. Salvador-Brasil.
- LIMA, J. E. F. W.; FERREIRA, R. S. A; CRISTOFIDIS, D.,1999, **O uso da Irrigação no Brasil**, o Estado das Águas no Brasil. MME, MMA/SRH, OMM.
- LÓPEZ, M<sup>a</sup> J.; BERBEL, J., 2002, **Uma revisión de metodologías de la demanda de agua de riego** Departamento de Economía, Sociología y Políticas Agrarias - Universidad de Córdoba.
- MACEDO, H. P., 2000, **A Experiência do Estado do Ceará**. In: A. C. Mendes Thame (Org.) *A Cobrança pelo Uso da Água*. IQUAL, Instituto de Qualificação e Editoração, SP.
- MAURITS LA RIVIÈRE J.W, 1989 **Threats to the World's Water** - *Scientific American*, special issue - Managing Planet Earth.

NICHOLSON W.,1997 **TEORIA MICROECONOMICA. Principios básicos y aplicaciones**. Mc. Graw-Hill / Interamericana de España, S.A.U. Madrid ó España.

NOÉME, C.; FRAGOSO, F e COELHO, L., (2004): **Avaliação económica da utilização da água em Portugal - Determinação do preço da água para fins agrícolas: Aplicação nos Aproveitamentos Hidro-Agrícolas de Odivelas, da Vigia e do Sotavento Algarvio**, estudo encomendado pelo IDRHa.

PALMA R.C. 2003, **Análise Económica da Água em Portugal: Os Desafios da Directiva Quadro** Departamento de Economia / Dinâmia Instituto Superior de Ciências do Trabalho e da Empresa, ISBN 84-7820-700-7, págs. 185-200.

PARIS, Q.,1988, **PQP, PMP, Parametric Programming and Comparative Statics**. Chapter 1, in notes for AE 253. Department of Agricultural Economics, 681-688.

PARIS, Q., 1991, **An Economic Interpretation of Linear Programming** First edition, Iowa State University Press, Ames, Iowa 50010.

PARIS, Q.; ARFIINI, F. 1995 **A positive mathematical programming model for regional analysis of agricultural policies**. The regional dimension in agricultural economics and policies, Ancona.

PARIS Q., HOWITT R.E., 1998 **An analysis of ill posed production problems using Maximum Entropy**, in American Journal Agricultural Economics, 80 : 124-138.

PARIS, Q., 2002, **An Analysis of Ill-Posed Production Problem Using Maximum Entropy: Reply** American Journal of Agricultural Economics 84(1): 247.

PEREIRA,S.M.; ARAÚJO J.C.; BRYANT M.,J., 1998, **Diagnóstico e perspectivas do Sistema Tarifário de água bruta no Estado do Ceará**.Relatório Técnico ó Volume I.

PEREIRA, J. S. 2002. **A cobrança pelo uso da água como instrumento de gestão dos recursos hídricos: da experiência francesa à prática brasileira** UFRGS ó IPH Tese. Doutor.

PERRY, C.J., M.ROCK e D. SECKLER, 1997, **Water as an Economic Good: A solution, or a Problem?** Research Report 14, International Irrigation Management Institute, Sri Lanka.

PINDYCK, R.S. e RUBINFELD, D.L. 2002. Microeconomia. 5a. edição. Prentice Hall.

PRECKEL, P., 2002, **An Analysis of Ill-Posed Production Problem Using Maximum Entropy: Comment** American Journal of Agricultural Economics 84(1): 245- 246.

PROAGUA, 2001, **Cobrança pelo Uso da Água Bruta: Experiências Europeias e Propostas Brasileiras**. COPPE/UFRJ, GPS ó RE ó 011 ó R0, Rio de Janeiro.

PROJETO EPES 0405 17, 2005, Project Report 5: **Review of Models for Agricultural Policy Analysis**, UK.

PROJETO FODEPAL, 2001, **Gestión Integral de los Recursos Naturales**, Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación, FAO, Roma.

- RAMOS, M. 2002 **o Impacto da Cobrança pelo Uso da Água no Comportamento do Usuário** Tese Doutor- UFRJ- COPPE, RJ ó BRASIL.
- REBOUÇAS, A., 2002, **oÁgua Doce no Mundo e no Brasil Capital Ecológico, Uso e Conservação**, Instituto de Estudos Avançados da USP, SP.
- REBOUÇAS, A., 2003, **oÁguas no Brasil: abundância, desperdício, e escassez**, Bahia Análise & Dados. Salvador, v. 13, n. ESPECIAL, p. 341-345.
- REVISTA AGRONEGÓCIO, 2004.
- RELATÓRIO FINAL, 2003, **oQuantificação da água aplicada na cultura do arroz em quatro unidades de solo no perímetro do Distrito de Irrigação Morada Nova ó Ceará** Fortaleza ó CE, Universidade Federal do Ceará, SEAGRI, EMATER-CE.
- RIBEIRO, M.R.; LANNA, A.E.; PEREIRA J.S. 1999 **oElasticidade-preço da demanda e a cobrança pelo uso da água** In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 13., 1999, Belo Horizonte. Anais. ABRH.
- RODRIGUES LUCENA J. A., 2000, **oPlano ótimo de cultivo no projeto de irrigação morada nova, ceará, utilizando um modelo de programação linear**, Dissertação de Mestrado na UFC, apresentada em fevereiro de 2000.
- RÖHM, O. e DABBERT, S., 2003 **oIntegrating Agri-Environment Programs into Regional Production Models: An Extension of Positive Mathematical Programming** American Journal Agricultural Economic 85(1) (February 2003) 254 - 265
- ROGERS, P., BHATIA, R., HUBER, A. 1998. **oWater as a Social and Economic Good : How to Put the Principle into Practice**. Stockolm : Global Water Partnership.
- ROSENTHAL R.E., 2006 GAMS Development Corporation, Washington, DC, USA GAMS ó A User's Guide.
- SANTOS, R. **oRepercussões do custo de escassez e dos custos externos ambientais no preço da água: Algumas reflexões** Centro de Economia Ecológica e Gestão do Ambiente Departamento de Ciências e Engenharia do Ambiente Faculdade de Ciências e Tecnologia Universidade Nova de Lisboa.
- SAVENIJE, H e van der ZAAG, P., 2001 **oDemand Management and Water as an economic good, paradigms with pitfalls**, Value of Water Research Report Series No. 8.
- SCHMID, E. e SINABELL, F., (2006), **oModeling organic farming at sector level ó an application to the reformed CAP in Austria**, Contributed paper prepared for presentation at the International Association of Agricultural Economists Conference, Australia.
- SETTI, A.A.; WERNECK, J.E.; GORETTI, A.; CASTRO, I. 2001 **oIntrodução ao Gerenciamento de Recursos Hídricos** 2ª ed. Brasília: Agência Nacional de Energia Elétrica; Agência Nacional de Águas. Brasil.
- SUMPSI J.M. GARRIDO A., SARARGOY J.A., BURCHI S., VARELA C., 2001 **oSistemas de tarifas de precios públicos del agua** FAO, FODEPAL. Roma.

TONGEREN van, F., 2000. **Review of agricultural trade models: An assessment of models with EU policy relevance**. Paper presented in 65th EAAE Seminar *Aggricultural Sector Modelling and Policy Information Systems*, Bonn, Germany March 29-31, 2000.

TONGEREN, van F., MEIJL, van H. e SURRY, Y., 2001. **Global models applied to agricultural and trade policies: a review and assessment**. *Agricultural Economics* **26**: 149-172.

TSUR, Y. e DINAR, A., 1995, **Efficiency and Equity Considerations in Pricing and Allocating Irrigation Water**. The World Bank Agriculture and Natural Resources Department, Policy Research Working Paper No. 1460.

TSUR, Y. e DINAR, A. (1997). **The Relative Efficiency and Implementation Costs of Alternative Methods for Pricing Irrigation Water**. The World Bank Economic Review, Volume 11:2, pp 243-262.

TSUR, Y., DINAR, A., DOUKKALI, R. and ROSE, T.; 2003, **Irrigation Water Pricing: Policy Implications Based on International Comparison**, Banco Mundial.

TSUR, Y., ROSE, T.; DOUKKALI, R. and DINAR, A., 2004, **Pricing Irrigation Water: Principles and Case from Developing Countries**, Resources for the Future, USA. (livro)

TUNDISI J. G., 2003 **Água no século XXI: Enfrentando a escassez**. Editora RiMa, IIE.

UNESCO-WWAP, 2003 **Water for people, water for life** Executive Summary of the UN World Water Development Report, First published by the United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization Paris, France.

WBCSD (World Business Council for Sustainable Development), 2007 **Water and Sustainable Development** Executive Brief / February 2007.

WORLD WATER VISION (WWV), 2000. **A Water Secure World, ó Vision for water, life and environment**. World Water Commission Report, London: Thames Press.

5º RELATÓRIO, 2002, **Análise da capacidade de pagamento dos usuários de Água Bruta na Bacia do Jaguaribe (Irrigantes, Carcinicultores E Piscicultores)** PROGERIRH /PILTOTO (Acordo de Empréstimo 4190-BR), Junho.

#### *Artigos Internet*

**La Crisis del Agua** Ciudad de México do site: [G@stioPolis.com](http://G@stioPolis.com)

GHEVENTER, A. **Pensando como economista** (Trechos extraídos de Mankiw, N.Gregory. *Dez principios de Economia* em Introdução à Economia)

Microeconomía 5 ó Michel Parkin

FODEPAL (Programa Regional de Cooperación Técnica para la Formación en Economía y Políticas agrarias y de Desarrollo Rural en América Latina) [www.rlc.fao.org/Proyecto/FODEPAL](http://www.rlc.fao.org/Proyecto/FODEPAL)

FODEPAL, 2001 Gestión Integral de los Recursos Naturales, [www.fodepal.org/bibvirtual](http://www.fodepal.org/bibvirtual)





## ANEXO 1

### PRINCÍPIOS BÁSICOS DA MÁXIMA ENTROPIA<sup>52</sup>

#### Amostras incompletas ou ill-posed

As amostras de dados econômicos são geralmente derivadas de um processo ou processos econômicos e, como tal, provêm de uma população composta por um grande, mas contável, número de agentes ou resultados e baseando-se nestas amostras se pretende obter informação que permita entender melhor o comportamento individual, e/ou estado do sistema.

Com base nestes conhecimentos o interesse é poder prever o comportamento econômico futuro e correspondentemente estado futuro do sistema. Contudo, devido à natureza não experimental dos dados econômicos, uma amostra pode ser limitada e/ou incompleta, provocando as seguintes limitações:

- incapacidade para identificar ou estabelecer as condições de contorno iniciais, relativas ao estado atual do sistema, e a identificação de caminhos (trajetórias) dos muitos membros que compõem a população;
- os modelos econômicos relativos ao comportamento individual dos membros da população contêm incógnitas que são não (observadas) e não são acessíveis a medição direta;
- os dados consistem de algumas medidas agregadas, tais como a média total ou momentos representando membros da população;
- o número de incógnitas é maior que os dados da população observável, o que significa que o problema é indeterminado.

Cada uma destas limitações conduz a um conjunto de dados incompletos (ill-posed) ou indeterminados que não podem ser analisados com ferramentas econométricas tradicionais mesmo com muita habilidade e criatividade. O princípio de máxima entropia é um método útil para recuperar informação dos dados existentes.

Infelizmente, em muitos casos, os modelos que os economistas utilizam para suas análises (contêm) incógnitas que são não observadas e de fato são não acessíveis a uma

---

<sup>52</sup> Baseado principalmente no livro *Maximum Entropy Econometric* de Golan *et al*, 1996.

medição direta. (Conseqüentemente), para determinar os parâmetros desconhecidos, que representem o sistema econômico de interesse, formaliza-se o seguinte sistema.

### **Problema inverso puro e problema inverso com ruído**

Conhecendo o resultado da variável econômica  $y$  (variável observada) o interesse centra-se em encontrar uma variável desconhecida e não observada, a qual pode ser um número, um vetor ou uma função. Como não podemos medir diretamente, para determinar o seu valor usa-se medições indiretas com os dados observados. Considera-se o seguinte problema inverso finito, discreto e linear.

$$y = X \cdot \beta \quad (A1.1)$$

onde

$y = \{y_1, y_2, \dots, y_T\}$  vetor T- dimensional que contém as observações (dados);

$\beta = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_K\}$  vetor K- dimensional que contém as incógnitas; e

X operador linear (TxK) conhecido.

No caso em que os dados externos  $y$  são especificados sem ruído em termos agregados ou momentos, e  $\beta$  é não observável o problema (1) é chamado de *problema inverso puro*.

Quando para determinar  $\beta$  se introduz um parâmetro  $\varepsilon$  que denota o ruído ou erro aleatório, a medição indireta dos dados observados segue a seguinte equação:

$$y = X \cdot \beta + \varepsilon \quad (A1.2)$$

neste caso o problema é chamado de *problema inverso com ruído*.

Concentra-se a atenção no problema (A1.1), pois este será utilizado no desenvolvimento do modelo proposto no trabalho de tese.

O interesse é utilizar as observações disponíveis com o fim de encontrar a variável desconhecida e não observada que representa informação sobre a população ou da uma imagem dela. Porém, em muitos casos, não há informação suficiente ( $K > T$ ) para recuperar utilizando os procedimentos matemáticos tradicionais de inversão, dever-se-ia considerar as possíveis soluções contendo  $(K-T)$  parâmetros definidos arbitrariamente ou a solução será

indefinida e/ou a estimação pode ser altamente instável dando lugar a pouca precisão nos parâmetros encontrados.

Golan, Jude e Miller (1996), especificam uma faixa de problemas incompletos, e problemas inversos incompletos puros ou com ruído, e sugerem, para cada caso, o procedimento da solução para recuperar as incógnitas com as correspondentes medidas para medir a eficácia da inferência. A ênfase aqui é na recuperação de *qualquer informação* que esteja nos dados, e apenas indiretamente na idealização de um modo de conseguir uma única solução. Visto que a informação disponível está em forma de médias, momentos ou agregados pode-se utilizar probabilidades para representar a dada informação parcial sobre os resultados individuais. Se a inferência resultante é útil, as probabilidades e seus correspondentes parâmetros devem ser consistentes com os dados observados.

O correspondente problema é recuperar ou designar valores às probabilidades desconhecidas  $\{p_1, p_2, \dots, p_K\}$  de cada um dos estados ou categorias. A atribuição das  $\{p_k\}$  deve ser consistente com a informação em  $x$  e  $\{y_t\}$  e tem que satisfazer as propriedades de probabilidades que envolvem não negatividade e condições de aditividade. Alguma distribuição de probabilidade suportando a  $x$  e consistente com  $\{y_t\}$  conduz a melhor predição que outras, o pesquisador ainda enfrenta questões referentes aos critérios apropriados e algoritmos de inversão para recuperar  $p$ .

Para encontrar as probabilidades desconhecidas e outros parâmetros econômicos, visualizar um problema inverso que pode ser formalizado como segue:

Dado  $y$  (dados resultantes observados) o interesse é  $p$  desconhecidas e não observadas as quais podem ser um escalar, um vetor ou uma função. Visto que não se pode medir diretamente  $p$ , deve-se recuperar informação sobre  $p$  desde medidas observáveis indiretas.

### **Problema inverso puro generalizado**

Considere o seguinte problema inverso puro, finito, discreto, linear:

$$y = X \cdot p \quad (\text{A1.3})$$

onde

$y = \{y_1, y_2, \dots, y_T\}$  vetor T- dimensional que contém as observações (dados);

$p = \{p_1, p_2, \dots, p_K\}$  vetor K- dimensional que contém as incógnitas;

X operador linear (TxK) matriz conhecida.

Tendo a equação (A1.3) a finalidade é usar as variáveis observadas para recuperar o vetor  $\mathbf{p}$  desconhecido e não observado que representa a informação sobre os parâmetros de (interesse). Contudo, se por causa de projetos errados ou se o número de incógnitas,  $K$ , é maior que o número de dados,  $T$ , o operador linear,  $X$ , pode ser que não exista a inversa, então  $X^{-1}$  não existe como um operador limitado.

Como foi anotado acima, para determinar  $\mathbf{p}$  usando os procedimentos matemáticos tradicionais de inversão dever-se-ia considerar as possíveis soluções contendo  $(K-T)$  parâmetros definidos arbitrariamente. Desta forma o problema será incompleto e não haverá base para obter uma solução particular para o vetor  $\mathbf{p}$  proveniente de um conjunto factível.

Desafortunadamente, muitos problemas econométricos, por causa da informação limitada ou insuficiente entram na categoria de problemas incompletos ou indeterminados. Suposições convenientes, que representam informações que não se possui, são tipicamente usadas para converter problemas incompletos em modelos estatísticos aparentemente bem - comportados que podem ser analisados com ferramentas clássicas ou Bayesianas. Contudo, estas aproximações freqüentemente conduzem a interpretações e tratamentos equivocados.

De fato, na matemática aplicada, estatística e econometria, problemas inversos incompletos (ill-posed) podem ser mais a regra que a exceção. Por conseguinte, é necessário considerar a melhor maneira de proceder na análise desta situação indeterminada.

### **Definição de Entropia**

O interesse é trabalhar um critério para determinar  $\mathbf{p}$  na relação  $\mathbf{y} = X.\mathbf{p}$ , no contexto anteriormente descrito, para tanto se segue as definições e propriedades propostas por Shannon (1948), Jaynes (1957) e Levine (1980), e desta forma utiliza-se a medida de entropia:

$$H(\mathbf{p}) = -\sum_{k=1}^K p_k \ln p_k = -\mathbf{p}' \ln \mathbf{p} \quad (\text{A1.4})$$

Onde  $p_k \ln p_k = 0$  para  $p_k = 0$  e  $H(\mathbf{p})$  alcança o máximo quando  $p_1 = p_2 = \dots = p_k = 1/K$

Entropia representa uma medição da incerteza associada com a distribuição de probabilidades e da uma base lógica para designar probabilidades consistentes com a informação (dados) no problema inverso  $\mathbf{y} = X.\mathbf{p}$ ; porque não se deseja contar mais do que se

sabe, se escolhe o  $\mathbf{p}$  que é fechado à distribuição uniforme e ainda é consistente com os dados. Em outras palavras, deseja-se escolher o  $\mathbf{p}$  que maximize a informação perdida.

### Formulação e solução do problema geral

Em geral, a informação contida no conjunto de restrições (os dados) pode ser representada por meio de T funções  $\{f_1(x), f_2(x), \dots, f_T(x)\}$ . Seguindo o formalismo da ME, o problema de recuperar  $\mathbf{p}$  pode ser determinado como:

$$\max_p H(p) = - \sum_{k=1}^K p_k \ln p_k \quad (\text{A1.5})$$

sujeito a:

$$\text{restrição de consistência ó momento} \quad \sum_{k=1}^K p_k f_t(x_k) = y_t, \quad \forall 1 \leq t \leq T \quad (\text{A1.6})$$

$$\text{restrição de aditividade (normalização)} \quad \sum_{k=1}^K p_k = 1 \quad (\text{A1.7})$$

H mede a incerteza, acerca do valor dos parâmetros que se querem estimar esta medida alcançaria o seu máximo quando  $p_1 = p_2 = \dots = p_K = 1/K$ . A solução seria essa se as observações não dissessem nada. Mas o problema não é de maximização livre, é de maximização condicionada. As observações emitem alguma informação.

Para determinar o vetor probabilidade  $\mathbf{p}$ , se forma a função Lagrangiana

$$L = - \sum_{k=1}^K p_k \ln p_k + \sum_{t=1}^T \lambda_t \left[ y_t - \sum_{k=1}^K p_k f_t(x) \right] + \mu \left( 1 - \sum_{k=1}^K p_k \right) \quad (\text{A1.8})$$

Com as condições de primeira-ordem se estabelece o seguinte sistema de equações:

$$\frac{\partial L}{\partial p_k} = - \ln p_k - 1 - \sum_{t=1}^T \lambda_t f_t(x) - \mu = 0, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (\text{A1.9})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_t} = y_t - \sum_{k=1}^K p_k f_t(x_k) = 0, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (\text{A1.10})$$

A solução formal deste sistema de  $K+T+1$  equações e parâmetros ( $\mathbf{p} \in \mathbf{R}^K$ ,  $\lambda \in \mathbf{R}^T$  e  $\mu \in \mathbf{R}$ ) é:

$$p_k = \frac{1}{\Omega(\lambda)} \exp \left[ - \sum_{t=1}^T \lambda_t f_t(x_k) \right] \quad (\text{A1.11})$$

onde  $\Omega(\lambda) = \sum_{k=1}^K \exp \left[ - \sum_{t=1}^T \lambda_t f_t(x_k) \right]$  é um fator de normalização.

Nesta caracterização da ME, a qual é planejada para resolver problemas inversos puros, se deveria notar que todos os possíveis estados são supostos igualmente prováveis e não se impõe limitações ou restrição à informação (dados). Isto é, se procura a distribuição de probabilidades  $\mathbf{p}$  que descreva unicamente o que se conhece. Maximizar a entropia sem a restrição dos dados (A1.6) gera uma distribuição uniforme. As restrições (informação) limitam a informação perdida inicial, e a formulação da ME procura uma solução que maximiza a informação perdida. Fazendo a variável aleatória discreta  $K \rightarrow \hat{\Omega}$ , pode se formular a entropia com uma distribuição de probabilidade contínua.

### A re-parametrização do sistema $y = X \cdot \beta$ com valores de suporte $z$

Na generalização a tradicional formulação da ME, se redefine um problema ill-posed inverso puro como:

$$y = X \cdot \beta \quad (\text{A1.12})$$

onde  $y$  é um vetor  $T$ - dimensional de observações,  $\beta$  é um vetor  $(K>T)$ - dimensional que reflete os coeficientes desconhecidos e não observados, e  $X$  é o operador linear que é uma matriz não invertível conhecida  $(T \times K)$ . O objetivo é recobrar o vetor  $\beta$  dada informação com respeito a  $y$  e  $X$ , onde inicialmente se assume que o  $\beta_k$  tem propriedades de probabilidades.

Para cada  $\beta_k$ , se assume que existe uma distribuição de probabilidades discreta que é definida sobre o espaço paramétrico  $[0,1]$  para um conjunto de pontos discretos distanciados igualmente  $z = [z_1, z_2, \dots, z_M]$  com probabilidades correspondentes  $p_k = [p_{pk}, p_{pk}, \dots, p_{kM}]$  e com  $M \geq 2$ . Consistente com esta especificação pode-se escrever:

$$\beta_k = Z \mathbf{p} \quad (\text{A1.13})$$

onde  $z \mathbf{p}_k = \sum z_m p_{km} = \beta_k$ , para todo  $k = 1, 2, \dots, K$ ;  $m = 1, 2, \dots, M$

Então o sistema re-parametrizado é:

$$y = X Z \mathbf{p} \quad (\text{A1.14})$$

- 1) Os parâmetros  $z$  associam cada linha de observações  $X$  a uma observação  $y$ , sem erro (no problema inverso puro não se considera o erro aleatório que normalmente aparece em regressões).

- 2) Os parâmetros podem ser interpretados como médias ponderadas de valores de suporte considerados em intervalos de suporte para cada parâmetro. A ponderação é realizada pelas probabilidades associadas a cada um dos valores de suporte considerados para o parâmetro em causa, sendo que a probabilidade de um dado valor de suporte de um parâmetro tem de ser maior ou igual a zero e a soma das probabilidades dos vários valores de suporte de um dado parâmetro tem de ser igual a 1. Ou seja, cada parâmetro é um valor esperado sobre um intervalo de suporte (tipicamente com dois, cinco ou mais valores de suporte). Considerando dois valores para o intervalo de suporte de um parâmetro  $\mathbf{a}_1$  temos:

$$\mathbf{a}_1 = p_1 * a_1(1) + p_2 * a_1(2)$$

$$p_1 \geq 0, \quad p_2 \geq 0, \quad \text{e} \quad p_1 + p_2 = 1$$

$a_1(1)$  e  $a_1(2)$  são valores de suporte para o parâmetro  $\mathbf{a}_1$ .

- 3) A máxima entropia escolhe os valores de  $p_1$  e de  $p_2$  consistentes com uma relação funcional entre as observações de  $y$  e de  $X$ . Escolhe probabilidades e ao fazê-lo determina o valor (esperado) dos parâmetros.

No caso da aplicação do Capítulo 10, a relação funcional é:

$$c \text{ ó } 2 = (Z_L P_L)(Z_D P_D)(Z_L P_L) \otimes 0$$

Na ME as restrições são de dois tipos:

- Referentes às probabilidades dos valores de suporte de cada parâmetro. Têm de ser positivas e a soma tem de ser igual a 1.
  - Restrições de consistência do modelo, que asseguram que se estimarão os parâmetros de uma dada função e que essa função tem certas propriedades desejáveis, é bem comportada (curvatura).
- 4) Os intervalos de suporte e respectivos valores são tipicamente arbitrários. Os resultados são tanto mais sensíveis à especificação dos intervalos de suporte quanto mais limitados forem os dados (menor o número de linhas de observações).
- 5) Tipicamente, os valores de suporte são arbitrários. Uma maneira é centrar em 0 e considerar dois e três desvios padrão, para cada lado, para limitar o intervalo de suporte. Normalmente os intervalos de suporte têm cinco elementos de suporte, a escolha é arbitrária (COSTA, 2005).



## ANEXO 2

### A FUNÇÃO DE CUSTOS E AS FORMAS FUNCIONAIS FLEXÍVEIS

Este Anexo trata das alternativas que tem o pesquisador na escolha de formas funcionais para estimar as funções de custo variável total, mas antes se revisa brevemente as características da Função de Custos, devido à importância que estas funções têm no desenvolvimento deste trabalho.

#### A FUNÇÃO DE CUSTOS

Quando o objetivo é trabalhar em termos de custos e preços dos fatores produtivos em lugar de trabalhar com produtos e fatores produtivos se utiliza a função de custos, que relaciona o custo de obter uma determinada produção com os preços dos fatores produtivos utilizados. A teoria da dualidade permite estudar empiricamente a estrutura de produção através da estimação da função de custos.

É importante distinguir entre dois termos relacionados, mas claramente distintos: custos e função de custos. Por custo entende-se a soma dos gastos em cada um dos insumos, ou seja, é uma variável. Sua expressão matemática é:

$$C = \sum_j w_j x_j \quad (\text{A2. 1})$$

onde  $C$  são os custos,  $w$  são os preços dos insumos,  $x$  são as quantidades empregadas dos insumos e o sub-índice  $j$  denota insumos.

Por outra parte, a função de custos,  $C(y, w)$ , é uma relação entre o custo e um conjunto de variáveis explicativas que se determina por um processo de otimização. De fato, a função de custos indica o mínimo custo de produzir cada nível de produto, dados os preços dos fatores. Esta função se obtém como o resultado de minimizar o custo de produzir o produto desejado, sujeito à restrição que impõe a tecnologia. Assim,

$$\begin{aligned} C(y, w) = \min_x \sum_j w_j x_j \\ \text{s.a. } y = f(x) \end{aligned} \quad (\text{A2. 2})$$

O lagrangiano correspondente é:

$$L = \sum w_j x_j + \lambda (y - f(x)) \quad (\text{A2. 3})$$

onde  $\lambda$  é o multiplicador de Lagrange.

As condições de primeira ordem para a minimização de (A2.3) podem-se expressar como:

$$\begin{aligned} w_j - \lambda f_j(x) &= 0 \quad \forall j \\ y - f(x) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A2.4})$$

As condições de primeira ordem para um processo produtivo com  $k$  insumos definem um sistema de  $k+1$  equações com  $k+1$  incógnitas ( $k$  insumos e  $\lambda$ ). A solução a este sistema de equações são as quantidades ótimas dos insumos ( $x^*$ ) e o multiplicador de Lagrange ( $\lambda^*$ ). As condições de segunda ordem podem-se expressar em termos de um hessiano orlado (Chiang, 1967). Desde um ponto de vista econômico, as condições de segunda ordem implicam a quase-concavidade da função de produção<sup>53</sup>.

As quantidades ótimas de insumos ( $x^*$ ) que se deve usar para minimizar o custo de produção mudam com os preços dos insumos e com a quantidade de produto. A relação funcional entre as quantidades ótimas de insumos, seus preços e as quantidades de produtos se conhece como função de demanda de insumos e se escreve como:

$$x_j = x_j^*(y, w) \quad (\text{A2. 5})$$

Substituindo as quantidades ótimas de fatores na expressão do custo, se obtém:

$$C = \sum_j w_j x_j^*(y, w) = C^*(y, w) \quad (\text{A2. 6})$$

onde  $C^*$  indica mínimo custo.

Portanto, a equação (A2.6) estabelece uma relação funcional entre o custo de produção e os preços dos insumos e as quantidades de produto. Este resultado é sumamente importante desde o ponto de vista empírico, já que *limita* o número de variáveis a incluir na estimação de uma função de custos: somente tem que empregar dados de preços de insumos e quantidades produzidas<sup>54</sup>. Adicionalmente, a teoria econômica proporciona uma série de

---

<sup>53</sup> Uma função (de produção) quase-côncava tem curvas de nível (isocuantas) convexas em direção a origem. A quase-concavidade é uma propriedade menos restritiva que a concavidade. A concavidade implica necessariamente rendimentos decrescentes à escala enquanto isto não é necessário em uma função quase-côncava.

<sup>54</sup> Podem existir razões empíricas que justifiquem a inclusão de outras variáveis se não se dispõe de informação sobre os preços de todos os insumos, existem diferenças na qualidade dos insumos e produtos, mudanças na tecnologia, etc.

propriedades que a relação funcional citada deve possuir para poder ser considerada uma função de custos.

Há muitas razões para a popularidade da função de custos na análise empírica. Em primeiro lugar, sob o suposto de minimização de custos, os insumos usados são quantidades elegidas pelos produtores e, portanto, afetadas por elementos aleatórios parecidos aos que afetam a transformação de insumos em produtos. Portanto, existe certa desconfiança sobre a exogeneidade dos insumos quando se estima uma função de produção (Griliches e Mairesse, 1997). A função de custos permite analisar o processo produtivo sem ter este problema, pois as variáveis explicativas são os preços dos insumos (não as quantidades), que ao determinar-se em mercados perfeitamente competitivos podem-se considerar exógenos. Em segundo lugar, permite analisar as características da tecnologia empregada pelas empresas minimizadoras de custos da mesma forma que com uma função de produção. E em terceiro lugar, a função de custos permite modelar com alguma facilidade processos produtivos multi-produto.

### **Propriedades da função de custos**

A função de custos apresenta as seguintes propriedades:

- 1) é monótona crescente nos preços dos insumos;
- 2) é monótona crescente no nível de produto;
- 3) é homogênea de grau 1 nos preços dos insumos; e
- 4) é côncava nos preços dos insumos.

A primeira propriedade implica uma relação não decrescente entre o custo de produção e o preço dos insumos. A segunda propriedade indica que o custo não pode reduzir-se quando aumenta a quantidade de produto. Um incremento do produto não se pode fazer com menos insumos devido à monotonicidade da função de produção. De igual forma, uma produção menor requer a utilização de menos insumos, o que implica uma diminuição do custo<sup>55</sup>. A propriedade de homogeneidade linear no preço dos insumos reflete o fato de que o relevante para as firmas são os preços relativos e não os preços absolutos. Se os preços de todos os insumos mudam na mesma proporção, as decisões ótimas não mudam (dado que os

---

<sup>55</sup> Na prática é freqüente, contudo, encontrar-se que a derivada da função de custos a respeito do produto (preço dos insumos) é negativa em alguns pontos ou para algumas firmas. Isto não implica necessariamente que a teoria não se cumpra. Com mais ênfase está refletindo a existência de problemas de especificação. Assim, por exemplo, uma redução na quantidade produzida (o que libera insumos) acompanhada de um aumento na qualidade (que exige empregar mais insumos) pode-se manifestar como uma relação negativa entre os custos (que aumentam) e o produto (cuja quantidade diminui).

preços relativos não variam), pelo que o custo varia na mesma proporção em que mudam os preços dos insumos. A idéia da propriedade de concavidade no preço dos insumos pode-se ver intuitivamente usando o conceito de função de custos passiva<sup>56</sup>.

É bem conhecido também que uma forma funcional apropriada para representar uma função de custos deve ser não negativa e linearmente homogênea<sup>57</sup>, côncava e não decrescente nos preços dos fatores. Além disso, quando se assume livre disposição, uma função de custos deve ser não decrescente nos produtos. (VARIAN, 1978).

### A demanda de fatores

O processo de minimização de custos determina as quantidades ótimas de fatores em um processo produtivo. Estas quantidades ótimas dependem dos preços dos insumos e a quantidade de produto. A relação funcional entre a quantidade ótima de um insumo, seu preço, ou preço de outros insumos e a quantidade de produto conhece-se como função de demanda de fatores. A função de demanda de um produto pode-se obter derivando a função de custos com respeito ao preço deste produto:

$$\frac{\partial C(y, w)}{\partial w_j} = x_j(y, w) \quad (\text{A2. 7})$$

Esta propriedade, conhecida como o Lema de Shephard<sup>58</sup> é, desde um ponto de vista numérico, uma propriedade quase trivial. Quando o preço de um produto aumenta em uma unidade o custo aumenta no número de unidades que se usam deste produto. Este resultado é correto para todos os preços dos insumos e nível de produto, com o que se estabelece uma relação funcional entre a função de custos e as demandas de insumos.

O lema de Shephard permite relacionar as propriedades teóricas da função de custos com as propriedades das demandas de insumos. Por exemplo, a homogeneidade linear no preço dos insumos da função de custos exige que as funções de demanda de insumos, que são derivadas da função de custos, são homogêneas de grau zero. Por outra parte, a concavidade

---

<sup>56</sup> Véase, Varian (1992).

<sup>57</sup> A homogeneidade linear nos preços dos fatores é uma precondição para a existência de uma relação de dualidade entre as funções de transformação e de custo.

<sup>58</sup> Em alguns livros de texto esta propriedade se apresenta no contexto da teoria da dualidade. A razão é que Shephard (1953) usa uma versão deste lema para analisar as propriedades das funções de custo que asseguram que têm origem na tecnologia regular. Contudo, este resultado pode-se usar separadamente da teoria da dualidade.

da função de custos implica uma série de restrições sobre o signo e o valor das derivadas segundas da função de custos. Por exemplo, a concavidade da função de custos implica que:

$$\frac{\partial^2 C(y, w)}{\partial w_j^2} < 0 \quad (\text{A2. 8})$$

O lema de Shephard permite transformar esta propriedade da função de custos em uma propriedade da função de demanda de insumos.

$$\frac{\partial^2 C(y, w)}{\partial w_j^2} = \frac{\partial \left( \frac{\partial C(y, w)}{\partial w_j} \right)}{\partial w_j} = \frac{\partial x_j(y, w)}{\partial w_j} < 0 \quad (\text{A2. 9})$$

Em definitivo, as propriedades de monotonicidade, homogeneidade e concavidade da função de custos se traduzem, na prática empírica, no cumprimento de uma série de restrições que afetam as derivadas tanto da função de custos como das funções de demanda de insumos. Se supõe que estas restrições se cumprem, podem-se impor no processo de estimação, o que permite obter estimações mais eficientes dos parâmetros do modelo<sup>59</sup>. Por outra parte, estas propriedades são essenciais para aplicar o princípio de dualidade.

O Lema de Shephard se usa para gerar sistemas de funções de demanda derivada por fatores. Deste modo, pode-se obter tantas equações adicionais à função de custos quantos fatores produtivos intervenham no processo de produção, sem introduzir nenhum parâmetro desconhecido adicional.

A estimação do sistema formado pela função de custo e as funções de demanda derivada por fatores permite obter estimações mais eficientes dos parâmetros que as que se obteriam caso se estimasse somente a função de custos. Esta é a principal vantagem prática da função de custos. Além do Lema de Shephard se segue que as segundas derivadas parciais da função de custos com respeito ao preço dos fatores têm de ser simétricas<sup>60</sup>. Esta propriedade permite reduzir o número de parâmetros a estimar, permitindo de este modo conservar graus de liberdade e possivelmente eliminar problemas de multicolinealidade. (McFADDEN, 1978).

<sup>59</sup> Em muitos casos, contudo, não é possível impor estas propriedades globalmente, isto é, em qualquer ponto da função. Assim, por exemplo, uma função de custos translog pode ser monótona crescente e côncava em alguns pontos, mas em outros não.

<sup>60</sup>  $\frac{\partial^2 C(w, y)}{\partial w_i \partial w_j} = \frac{\partial^2 C(w, y)}{\partial w_j \partial w_i}$ , ou  $\frac{\partial x_i(w, y)}{\partial w_j} = \frac{\partial x_j(w, y)}{\partial w_i}$ ,  $\forall i \neq j$

Por outra parte, a forma funcional escolhida para representar uma função de custos tem que cumprir certas condições de regularidade que assegurem que efetivamente se trata de uma verdadeira função de custos, isto é, uma função consistente com o mínimo gasto para obter um volume de produção determinado, dados os preços dos fatores.

### **Análise da função de custo no curto prazo**

A análise realizada até aqui considera que o produtor pode escolher as quantidades de insumos que minimizem o custo. Mas, é razoável pensar em casos onde alguns dos insumos não possam ser mudados no período analisado, isto é, consideram-se fixos. Esta circunstância adiciona algumas peculiaridades à análise empírica.

A função de custos de curto prazo (custo total) pode se representar como:

$$C(y, w, z, r) = \min_x \sum_j w_j x_j + r \cdot z \quad (\text{A2.10})$$

$$\text{s.a } y = f(x, z)$$

onde, por simplicidade,  $z$  denota a quantidade empregada de um produto fixo e  $r$  representa seu preço. No curto prazo, o custo pode-se decompor em custo fixo ( $r \cdot z$ ) e custo variável (CV) que pode-se representar como:

$$CV(y, w, z) = \min_x \sum_j w_j x_j \quad (\text{A2.11})$$

$$\text{s.a } y = f(x, z)$$

Na análise de curto prazo, tanto a função de custo total como a de custo variável definem totalmente o comportamento do produtor e a tecnologia subjacente. Mas, a função de custo variável pode ser mais fácil de tratar empiricamente. De fato, os preços dos insumos fixos relevantes para a firma não são observáveis ou não se correspondem necessariamente com os preços de mercado. Um exemplo de fator fixo pode ser a capacidade de gestão do empresário. Assim, por exemplo, no setor agrário é freqüente encontrar que os agricultores não aumentam sua capacidade de gestão. A razão é que a principal fonte de conhecimento do agricultor é exógena: cursos de formação, assessoramento externo, etc. A experiência (õlearning by doingö) fica em um segundo lugar devido à complexidade dos processos agrônômicos que se manejam. Porém, a dificuldade de definição e medida deste fator dificulta enormemente a análise empírica.

## FORMAS FUNCIONAIS FLEXÍVEIS (FFF)

As funções de custo medem o custo mínimo de obter um determinado nível de produção, dados os preços dos fatores, resumindo, desta maneira, toda a informação sobre as opções tecnológicas das empresas. Para que a estimação de uma forma funcional seja uma função de custo aquela deve ser não decrescente, homogênea de grau um, côncava e contínua nos preços. Além destas condições e das propriedades das funções de custo, citadas acima, se a função de custos vai ser utilizada na estimação de um processo de produção multi-produtivo deve reunir outros requisitos (BAUMOL *et al.* 1982).

Em primeiro lugar, a função deve proporcionar cifras de custos razoáveis para vetores de produtos com algum componente em níveis zero, dado que não todas as firmas têm que produzir todos os produtos da firma.

Em segundo lugar, a função não deve prejudicar por si mesma a presença ou ausência de nenhuma das propriedades de custos que têm um papel importante na análise da firma. Ao contrário, a forma funcional deve ser consistente com a satisfação ou transgressão de tais propriedades, de modo que os resultados empíricos obtidos sejam conseqüências dos dados e não da seleção da forma funcional. Esta propriedade é o que se denomina *flexibilidade substantiva* da forma funcional.

Em terceiro lugar, a função não deve requerer a estimação de um número excessivo de parâmetros, e por último, não deve impor restrições nos valores das primeiras e segundas derivadas parciais.

Portanto, se deduz que é claramente preferível usar formas funcionais que evitem restrições impostas pela própria forma funcional, como são as chamadas formas funcionais flexíveis, desenvolvidas sobre a base de que proporcionam uma boa aproximação local a uma função arbitrária duas vezes diferenciável (DIEWERT,1974). Isto permite também, que restrições adicionais tais como homogeneidade, homoteticidade<sup>61</sup>, separabilidade, rendimentos constantes à escala ou elasticidade de substituição constante possam ser contrastadas empiricamente a partir dos dados, mais que impostos como restrições *a priori*.

---

<sup>61</sup> Uma função homotética é uma transformação monótona de uma função homogênea de grau um. Varian (1992). Adicionalmente a homoteticidade das funções de produção é importante já que implicam que a taxa de substituição entre fatores é constante.

No início dos anos setenta começam a aparecer os primeiros trabalhos de estimação de funções de custos com formas funcionais trans-logarítmicas propostas por CHRISTENSEN e JORGENSON (1971 e 1973), quadráticas DENNY (1972 e 1974) de Leontieff proposta por DIEWERT (1971). Estas funções conhecidas como formas funcionais flexíveis possuem importantes vantagens que as fazem compatíveis com os requisitos da teoria econômica, são duas vezes diferenciáveis e contínuas. Trata-se de funções para as quais nem o gradiente, nem o Hessiano estão definidos *a priori*.

Na seqüência deste texto se analisa desde esta perspectiva as formas funcionais flexíveis amplamente utilizadas no setor agrário: a função quadrática e a função transcendental logarítmica.

### ***Forma Funcional Quadrática***

A forma funcional quadrática é uma expressão que corresponde a um desenvolvimento de Taylor de segunda ordem da função de custos da firma, expressada como  $C(w,y)$  ao redor de um ponto  $(w_0, y_0)$  que normalmente é a média. A translog é uma quadrática expressada em logaritmos.

$$C(w, y) = A_0 + \sum_{i=1}^n A_i w_i + \sum_{i=1}^n B_i y_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{ij} w_i w_j + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n B_{ij} y_i y_j + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} w_i y_j \quad (\text{A2.12})$$

Os estimadores de uma quadrática permitem obter diretamente o custo marginal de cada produto. Portanto, é a forma funcional mais apropriada caso se persiga este objetivo.

### ***Função Transcendental Logarítmica (Translog)***

A trans-logarítmica é a forma funcional mais aplicada na literatura, de seus estimadores surge diretamente a elasticidade a respeito do custo, e isto facilita também o cálculo dos rendimentos em escala e densidade. Contudo, o problema apresenta-se no momento de calcular economias de alcance.

$$\begin{aligned} \log C(w, y) = & A_0 + \sum_{i=1}^n A_i \log\left(\frac{w_i}{w_i}\right) + \sum_{i=1}^n B_i \log\left(\frac{y_i}{y_i}\right) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{ij} \log\left(\frac{w_i}{w_i}\right) \left(\frac{w_j}{w_j}\right) + \\ & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n B_{ij} \log\left(\frac{y_i}{y_i}\right) \left(\frac{y_j}{y_j}\right) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} \log\left(\frac{w_i}{w_i}\right) \left(\frac{y_j}{y_j}\right) \end{aligned} \quad (\text{A2.13})$$



A principal desvantagem que apresentam estas duas formas funcionais é o número de coeficientes a estimar, isto eleva o número de observações necessárias. A alternativa é introduzir informação adicional ao sistema utilizando o Lema de Shephard, que introduz informação ao sistema sobre o gasto em cada um dos fatores utilizados na produção.

### Definição de Forma Funcional Flexível

A seguir apresenta-se uma definição mais teórica encontrada em DIEWERT, 2005.

Considera-se:

$N$  insumos;

$y$  um produto,

$f$  uma função de produção com rendimentos de escala constante.

onde  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) = f(x)$  e  $y \times 0$  denota o produto produzido pelo insumo vetor  $x \times 0_N$ .

A hipótese dos rendimentos de escala constante significa que  $f$  é *linearmente homogênea*; isto é:

$$f(\lambda x) = \lambda f(x) \text{ para todo escalar } \lambda > 0 \text{ e vetor insumo } x \times 0_N. \quad (\text{A2.14})$$

Se, além disso,  $f$  for duas vezes continuamente diferenciável, então do Teorema de Euler sobre funções homogêneas e do Teorema de Young de cálculo são implicadas as seguintes restrições nas derivadas parciais de primeira e segunda ordem  $f$ :

$$x^T \nabla f(x) = f(x); \quad (1 \text{ restrição}) \quad (\text{A2.15})$$

$$\nabla^2 f(x) x = 0_N; \quad (N \text{ restrições}) \quad (\text{A2.15})$$

$$\nabla^2 f(x) = [\nabla^2 f(x)]^T \quad (N(N-1)/2 \text{ restrições}) \quad (\text{A2.17})$$

Uma forma funcional flexível  $f$ , terminologia introduzida por DIEWERT (1974), é uma forma funcional que tem muitos parâmetros. Esta forma  $f$  pode ser aproximada por uma função arbitrária  $f^*$  duas vezes continuamente diferenciável para a segunda ordem a um ponto arbitrário  $x^*$  no domínio de definição de  $f$  e  $f^*$ . Assim  $f$  tem que ter muitos parâmetros livres para satisfazer as seguintes  $1+N+N^2$  equações:

$$f(x^*) = f^*(x^*); \quad (1 \text{ equação}) \quad (\text{A2.18})$$

$$\nabla f(x^*) = \nabla f^*(x^*); \quad (N \text{ equações}) \quad (\text{A2.19})$$

$$\nabla^2 f(x^*) = \nabla^2 f^*(x^*); \quad (N^2 \text{ equações}). \quad (\text{A2.20})$$

Se as funções  $f$  e  $f^*$  são duas vezes continuamente diferenciáveis, então não é necessário satisfazer todas as  $N^2$  equações em (A2.21) pelo Teorema de Young, que implica que:

$$\begin{aligned} \hat{U}^2 f(x^*) / \hat{U}_{k_i} \hat{U}_{k_j} &= \hat{U}^2 f(x^*) / \hat{U}_{k_j} \hat{U}_{k_i} \text{ e} \\ \hat{U}^2 f^*(x^*) / \hat{U}_{k_i} \hat{U}_{k_j} &= \hat{U}^2 f^*(x^*) / \hat{U}_{k_j} \hat{U}_{k_i} \text{ para todo } i \text{ e } j. \end{aligned}$$

Assim as matrizes de derivadas parciais de segunda ordem  $\nabla^2 f(x^*)$  e  $\nabla^2 f^*(x^*)$  são matrizes simétricas e há somente  $N(N+1)/2$  equações independentes para satisfazer as restrições (A2.21). Então uma forma funcional flexível geral deve ter ao menos  $1+N+N(N+1)/2$  parâmetros livres.

CAVES, *et al* (1980) *apud* HERNÁNDEZ, (2000) citam a existência de três problemas que podem restar atrativos às formas funcionais flexíveis utilizadas no trabalho empírico:

- a transgressão das condições de regularidade na estrutura da produção;
- a estimação de um número excessivo de parâmetros, e
- a incapacidade para permitir observações que contenham níveis nulos para algum produto.

As formas funcionais flexíveis são, geralmente, aproximações de segunda ordem de Taylor às verdadeiras funções. As verdadeiras funções são as que estão detrás dos dados e/ou observações, são elas que explicam os dados ou observações. A flexibilidade prende-se a com o darem medidas independentes do verdadeiro valor da função (e do gradiente e da matriz hessiana) na vizinhança do ponto de estimação. A aproximação FFF tem para isso de conter um número mínimo de parâmetros, para ter esta flexibilidade. As FFF têm normalmente muito mais parâmetros que as funções tradicionais (COSTA, 2006).

Na aplicação do modelo PMP com máxima entropia Capítulo 10 se escolheu a forma funcional quadrática por facilidade e porque esta forma funcional flexível permite a existência de níveis zero de utilização de fatores e ou produções, além de que para esta forma funcional, a existência de convexidade local tem como consequência a convexidade global.

## ANEXO 3

### o PLANO ÓTIMO DE CULTIVO NO PROJETO DE IRRIGAÇÃO MORADA NOVA, CEARÁ, UTILIZANDO UM MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR.

Autor: José Aurélio Lucena Rodrigues, Dissertação de Mestrado na UFC.

Data: Apresentada em fevereiro de 2000.

#### Formulação do modelo

O modelo proposto neste estudo utilizou os coeficientes técnicos oriundos dos relatórios da Administração Central e da 2ª Diretoria Regional do DNOCS e do relatório da Companhia de Gestão dos Recursos Hídricos (COGERH), referentes ao ano de 1997. Consiste em uma função objetivo, sujeita as restrições no uso dos recursos terra, água, mercado, tendo como objetivo a maximização da receita líquida anual. O modelo é representado pelas seguintes equações:

$$MAX RL = \sum_{i=1}^n P_i Y_i X_i - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m A_{ij} C_{ij} X_i - \sum_{i=1}^n \sum_{h=1}^{12} CT (W_{ih}/E) X_i \quad (A3.1)$$

tendo como restrições:

$$\sum_{i=1}^n (W_{ih} / E) X_i \leq VM_h \quad (i = 1 \dots, n; \quad h = 1 \dots, 12) \quad (A3.2)$$

$$\sum_{h=1}^{12} \sum_{i=1}^n (W_{ih} / E) X_i \leq VT \quad (i = 1 \dots, n) \quad (A3.3)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m A_{ij} X_i \leq D_j \quad (i = 1 \dots, n; \quad j = 1 \dots, m) \quad (A3.4)$$

$$X_i \geq 0 \quad (A3.5)$$

sendo:

- RL - receita líquida total do projeto (R\$);
- i - número inteiro representando a cultura (i = 1...n);
- j - número inteiro representando outros insumos (j = 1...m);
- h - número inteiro representando o mês do ano (h = 1...12);
- P<sub>i</sub> - preço unitário do produto da i-ésima cultura (R\$/kg);
- X<sub>i</sub> - área cultivada com i-ésima cultura (ha.);

- $Y_i$  - produtividade obtida com a  $i$ -ésima cultura (kg/ha.);  
 $A_{ij}$  - quantidade demandada do insumo  $j$  pela cultura  $i$  (kg/ha.);  
 $C_{ij}$  - custo unitário do insumo  $j$  pela cultura  $i$  (R\$/kg);  
 $CT$  - custo unitário da tarifa de água (R\$/mm.ha.);  
 $W_{ih}/E$  - lâmina bruta mensal de água para irrigar a  $i$ -ésima cultura (mm);  
 $E$  - eficiência de irrigação (forma decimal);  
 $VM_h$  - volume mensal de água disponível;  
 $VT$  - volume anual de água disponível;  
 $D_j$  - disponibilidade máxima do insumo  $j$ .

### Padrão de culturas

Foram consideradas sete culturas, as quais ocuparam 88 % da área irrigada em operação no Projeto de Irrigação Morada Nova no ano de 1997. O plano de ocupação mensal das áreas encontra-se na Tabela A3.1.

Tabela A3.1 - Plano de ocupação mensal das culturas da área do PIMN no ano de 1997.

CULTURAS	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Arroz (2)		xx	xx	xx	xx	xx						
Arroz (8)								xx	xx	xx	xx	xx
Feijão vigna (7)							xx	xx	xx			
Feijão vigna (9)									xx	xx	xx	
Milho espiga (1)	xx	xx	xx									
Banana	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx
Laranja	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx
Acerola	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx
Coco	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx	xx

Arroz (2): cultivado em fevereiro

Feijão vigna (7): cultivado em julho

Arroz (8): cultivado em agosto

Feijão vigna (9): cultivado em setembro

Milho (1): cultivado em janeiro

### Custo de produção das culturas

O custo de produção das culturas anuais, a amortização dos investimentos das culturas perenes e o custo de manutenção das culturas permanentes se encontram nas Tabelas 2 a 7, e foram elaborados observando-se os indicadores tecnológicos recomendados pelo DNOCS (1996) com os preços atualizados para fevereiro de 1998 (Suma econômica, 1998).

O cálculo da amortização dos investimentos foi feito como segue:

$$A = I_0 \times FRC \quad (A3.6)$$

$$FRC = \frac{(1+i)^n}{(1+i)-1} \quad (A3.7)$$

sendo:

- A - amortização do investimento;
- I<sub>0</sub> - investimento inicial
- FRC - fator de recuperação do capital;
- i - taxa real (decimal) anual de juros (0,12);
- n - número de anos

### **Estimativa dos coeficientes de requerimento mensal de água**

Um modelo que represente fielmente as condições de irrigação que predominam em uma grande área irrigada, é muito complicado e as informações indispensáveis para a avaliação dos coeficientes do modelo, geralmente não estão disponíveis na maioria dos projetos.

As necessidades mensais de água dos cultivos basearam-se nos seguintes fatores: Evapotranspiração de referência (E<sub>To</sub>) - as estimativas da evapotranspiração de referência foram obtidas de Castro (1997), as quais foram calculados pelo Método de Penman-Monteith; Coeficientes das culturas (K<sub>c</sub>) ó para cada estágio de desenvolvimento das culturas de arroz, feijão, milho, banana e laranja foram obtidos da publicação de Doorenbos & Kassan (1994). O coeficiente da cultura do coco conforme Ferreira *et al.* (1998) e o da acerola de acordo com Júnior *et al.* (1994);

- a) Evapotranspiração máxima (E<sub>tm</sub>) obtida através da expressão:

$$E_{tm} = E_{To} \times K_c \quad (A3.8)$$

- b) Necessidade de Irrigação (NI) calculada através da expressão:

$$NI = E_{tm} \text{ ó Precipitação efetiva} \quad (A3.9)$$

- c) Precipitação efetiva - obtida conforme Mendes (1997);

- d) Requerimento mensal de irrigação ou lâmina bruta (L<sub>b</sub>) - calculada através da expressão:  $L_b = NI/E_a$  (A3.10)

- e) Eficiência de irrigação (E<sub>a</sub>) - obtida de acordo com a metodologia de balanço de volume (Castro, 1997).

Os requerimentos mensais de irrigação encontram-se na Tabela A3.2.

Tabela A3.2 ó Requerimentos mensais de água (mm) das culturas estudadas.

Meses	Arroz	Feijão	Feijão	Milho	Banana	Coco	Laranja	Acerola
Jan				69,0	171,7	94,7	107,5	69,0
Fev	89,7			69,1	69,0	6,9	17,3	-
Mar	-			-	-	-	-	-
Abr	-				-	-	-	-
Mai	60,6				82,9	15,9	27,1	-
Jun	122,9				145,1	78,5	89,6	56,3
Jul		117,1			231,1	155,1	167,8	129,8
Ago	339,4	295,0			309,8	220,9	235,7	191,2
Set	393,7	284,0	190,2		331,1	237,2	252,8	205,9
Out	345,4		329,4		345,4	249,5	265,4	217,5
Nov	288,2		273,5		317,8	229,2	243,9	199,6
Dez	238,2				266,1	182,4	196,3	154,5

### Coefficientes técnicos das culturas

Os dados para determinar os coeficientes técnicos das culturas foram obtidos dos relatórios do DNOCS de 1996 e 1997, com os preços atualizados para fevereiro de 1998 (Suma Econômica, 1998), conforme mostra a Tabela A3.3.

Tabela A3.3 ó Coeficientes técnicos das culturas.

Cultura	Custo produção(1) (R\$.ha.-1)	Produtividade (kg.ha.-1)	Preço venda (3) (R\$.kg-1)	Lâmina Bruta (4) (mm)	Renda líquida (R\$.ha.-1)
Arroz (2)	1.213,00	5800	0,27	273,2	322,00
Arroz (8)	1.362,00	6200	0,28	1604,9	191,00
Feijão (7)	691,00	1120	0,84	696,1	170,00
Feijão (9)	691,00	1120	0,84	793,1	159,00
Milho (1)	954,00	5000	0,30	138,1	530,00
Banana	2.231,00(2)	15000	0,25	2270,0	1.260,00
Coco	894,00(2)	7200	0,26	1470,3	810,00
Laranja	1.316,00(2)	8000	0,28	1603,4	741,00
Acerola	1.698,00(2)	4200	0,59	1223,8	640,00

1) sem o custo da tarifa d'água

(2) amortização do investimento acrescido da manutenção das culturas permanentes

(3) Fonte: SIGMAN e CIVAB

(4) preço da água, R\$.m-3: 0,0114

### Descrição do modelo

O modelo de programação matemática utilizado neste trabalho consiste em uma função objetivo, sujeita as restrições quanto a disponibilidade de água, terra, mercado e capacidade de processamento da agroindústria. O objetivo foi obter um padrão ótimo de cultivos irrigados, compatível com as características de exploração da área, de forma a

maximizar a soma dos benefícios líquidos decorrentes da produção das culturas. O modelo estudado é representado pela seguinte função objetivo:

$$\text{MAX RL} = (322 A_2 + 191A_8 + 170 F_7 + 159 F_9 + 530 M_1 + 1260 B + 810 C + 741 L + 640 AC) \quad (\text{A3.11})$$

sendo:

MAX RL	maximização da receita líquida
A <sub>2</sub> ,A <sub>8</sub>	áreas cultivadas com arroz em fevereiro e agosto, respectivamente (ha.).
F <sub>7</sub> ,F <sub>9</sub>	áreas cultivadas com feijão em julho e setembro, respectivamente (ha.).
M <sub>1</sub>	área cultivada com milho em janeiro.
B	área cultivada com banana.
C	área cultivada com coco.
L	área cultivada com laranja.
AC	área cultivada com acerola.

O modelo está sujeito às restrições de:

#### A) ÁREA

$$\text{AJAN} \quad M_1 + B + L + AC + C \leq 3290 \quad (\text{A3.12})$$

$$\text{AFEV} \quad A_2 + M_1 + B + L + AC + C \leq 3290 \quad (\text{A3.13})$$

$$\text{AMAR} \quad A_2 + M_1 + B + L + AC + C \leq 3290 \quad (\text{A3.14})$$

$$\text{AABR} \quad A_2 + B + L + AC + C \leq 3290 \quad (\text{A3.15})$$

$$\text{AMAI} \quad A_2 + B + L + AC + C \leq 3290 \quad (\text{A3.16})$$

$$\text{AJUN} \quad A_2 + B + L + AC + C \leq 3290 \quad (\text{A3.17})$$

$$\text{AJUL} \quad F_7 + B + L + AC + C \leq 3290 \quad (\text{A3.18})$$

$$\text{AAGO} \quad A_8 + F_7 + B + L + AC + C \leq 3290 \quad (\text{A3.19})$$

$$\text{ASET} \quad A_8 + F_7 + F_9 + B + L + AC + C \leq 3290 \quad (\text{A3.20})$$

$$\text{AOUT} \quad A_8 + F_9 + B + L + AC + C \leq 3290 \quad (\text{A3.21})$$

$$\text{ANOV} \quad A_8 + F_9 + B + L + AC + C \leq 3290 \quad (\text{A3.22})$$

$$\text{ADEZ} \quad A_8 + B + L + AC + C \leq 3290 \quad (\text{A3.23})$$

sendo:

AJAN      área irrigada no mês de janeiro

AFEV      área irrigada em fevereiro

.....

ADEZ      área irrigada no mês de dezembro

As restrições de área (A3.12 a A3.23) resultantes da combinação das culturas nos 12 meses do ano determinam que a ocupação da área deva ser menor ou igual a área disponível. No presente trabalho, foram utilizados 3.290 ha., que corresponde a 88% da área irrigável das culturas estudadas, ficando o restante da área para o centro técnico e as culturas forrageiras.

## B) ÁGUA

$$VJAN \quad 69,0M_1 + 171,7B + 107,5L + 69,0AC + 94,7C \leq 751.640 \quad (A3.24)$$

$$VFEV \quad 89,7A_2 + 69,1M_1 + 69,0B + 17,3L + 0AC + 6,9C \leq 751.640 \quad (A3.25)$$

$$VMAR \quad 0A_2 + 0M_1 + 0B + 0L + 0AC + 0C \leq 751.640 \quad (A3.26)$$

$$VABR \quad 0A_2 + 0B + 0L + 0AC + 0C \leq 751.640 \quad (A3.27)$$

$$VMAI \quad 60,6A_2 + 82,9B + 27,1L + 0AC + 15,9C \leq 751.640 \quad (A3.27)$$

$$VJUN \quad 122,9A_2 + 145,1B + 89,6L + 56,3AC + 78,5C \leq 751.640 \quad (A3.28)$$

$$VJUL \quad 117,1F_7 + 231,1B + 167,8L + 129,8AC + 155,1C \leq 973.070 \quad (A3.29)$$

$$VAGO \quad 339,4A_8 + 295,0F_7 + 309,8B + 235,7L + 191,2AC + 220,9C \leq 973.070 \quad (A3.30)$$

$$VSET \quad 393,7A_8 + 284,0F_7 + 190,2F_9 + 331,1B + 252,8L + 205,9AC + \\ 237,2C \leq 973.070 \quad (A3.31)$$

$$VOUT \quad 345,4A_8 + 329,4F_9 + 345,4B + 265,4L + 217,5AC + 249,5C \leq 973.070 \quad (A3.32)$$

$$VNOV \quad 288,2A_8 + 273,5F_9 + 317,8B + 243,9L + 199,6AC + \\ 229,2C \leq 973.070 \quad (A3.33)$$

$$VDEZ \quad 238,2A_8 + 266,1B + 196,3L + 154,5AC + 182,4C \leq 973.070 \quad (A3.34)$$

$$VTOTAL \quad 273,2A_2 + 1604,9A_8 + 696,1F_7 + 793,1F_9 + 138,1M_1 + 2270,0B + \\ 1470,3C + 1603,4L + 1223,8AC \leq VANUAL \quad (A3.35)$$

sendo:

VJAN, VFEV, ....., VDEZ ó volume de água mensal, em mm.ha., disponível nos meses de janeiro, fevereiro, ....., dezembro.

VANUAL ó Volume anual de água disponível, em mm.ha..

Os coeficientes de requerimento mensal de água de irrigação das culturas encontram-se na Tabela A3.3.



As restrições apresentadas nas equações (A3.24 a A3.35) garantem que a demanda mensal de água das culturas não será maior que a disponível pelo PIMN durante cada mês. Nos períodos de janeiro a junho e julho a dezembro, considerou-se como derivação máxima respectivamente, 751.640 mm.ha. (7.516.400 m<sup>3</sup>) e 973.070 mm.ha. (9.730.700 m<sup>3</sup>), os quais foram os maiores volumes de água derivados à área irrigada dos colonos nesses períodos. Procedeu-se assim, porque a água derivada para o projeto, proveniente da calha. do rio Banabuiu é dependente da estação chuvosa, que ocorre principalmente, no primeiro período (janeiro a junho); enquanto que no segundo período, estação seca (julho a dezembro), a água derivada para o projeto proveniente da calha. do rio Jaguaribe, depende das liberações dos açudes Arrojado Lisboa e Pedras Brancas.

O volume anual de água disponível (VANUAL) em 1997 foi de 6.401.400 mm.ha. (64.014.000 m<sup>3</sup>).

### C) PRODUÇÃO DAS CULTURAS

MAXA <sub>2</sub>	$A_2 \leq 1050$	(A3.36)
MAXA <sub>8</sub>	$A_8 \leq 1050$	(A3.37)
MINTOTF	$F_7 + F_9 \geq 380$	(A3.38)
MAXTOTF	$F_7 + F_9 \leq 750$	(A3.39)
MAXM <sub>1</sub>	$M_1 \leq 130$	(A3.40)
MAXB	$B \leq 155$	(A3.41)
MAXL	$L \leq 65$	(A3.42)
MAXACL	$C + AC + L \leq 112$	(A3.43)

As equações (A3.36) a (A3.43) representam as restrições à produção das culturas devido a vários fatores, tais como, mercado, demanda interna, capacidade de processamento da indústria local, problemas regionais e têm o seguinte significado:

- MAXA<sub>2</sub> área máxima a ser cultivada com arroz em ha., no mês de fevereiro. Causa da restrição: disponibilidade de solo.
- MAXA<sub>8</sub> área máxima a ser cultivada com arroz em ha., no mês de agosto. Causa da restrição: disponibilidade de solo.
- MAXM<sub>1</sub> área máxima a ser cultivada com milho (espiga) em ha., no mês de janeiro. Causa da restrição: mercado.

- MINTOTF área mínima a ser cultivada com feijão nos meses de julho e setembro. Causa da restrição: demanda interna.
- MAXTOTF área máxima a ser cultivada com feijão nos meses de julho e setembro. Causa da restrição: mercado.
- MAXB área máxima a ser cultivada com banana. Causa da restrição: mercado
- MAXL área máxima a ser cultivada com laranja. Causa da restrição: resistência ao cultivo
- MAXCAFL área máxima a ser cultivada com coco, acerola e laranja. Causa da restrição: aptidão de solo.

### Solução do problema

Para resolver o modelo formulado de programação linear com 30 variáveis e 54 restrições utilizou-se o software desenvolvido pelo Lindo Systems Inc., de nome Linear Interactive and Discrete Optimizer (LINDO), o qual tem como objetivo resolver sistemas de equações lineares, utilizando para isto o algoritmo iterativo método simplex revisado.

Os resultados são apresentados sob dois aspectos, visando atender os objetivos propostos. No primeiro caso, é feita uma análise comparativa dos resultados obtidos pelo modelo de programação linear estudado e o plano de cultivo do Projeto de Irrigação Morada Nova (PIMN), para um volume ofertado aos usuários de 64.014.400 m<sup>3</sup> (6.401.000 mm.ha.), conforme relatório de planejamento de operação e manutenção, ano agrícola de 1997, elaborado pelo DNOCS.

Tabela A3.4 a Solução ótima encontrada pelo modelo de programação linear, para um volume anual de água disponível de 64.014.000 m<sup>3</sup>.

Cultura	Semeadura (mês)	Lâmina de água (mm)	Coef. Téc. F.O <sup>(1)</sup> R\$.ha. <sup>-1</sup>	Área (ha.)
Arroz	<i>Fevereiro</i>	273,2	322,00	1050
Arroz	<i>Agosto</i>	1604,9	191,00	1050
Feijão	<i>Julho</i>	696,1	170,00	750
Milho (espiga)	<i>Janeiro</i>	138,1	530,00	130
Banana	*	2270,0	1.260,00	155
Coco	*	1470,3	810,00	112
Receita Líquida anual (R\$)		1.021.070,00		

(\*) cultura perene ; <sup>(1)</sup> coeficientes técnicos da função objetivo

No segundo caso, são analisados e discutidos os resultados do modelo de programação linear, obtidos a partir de uma simulação de três níveis de volume de água disponível: 1.280.000 mm.ha.; 1.920.000 mm.ha. e 2.560.000 mm.ha.; correspondentes a 0,2; 0,3 e 0,4 do volume derivado para o Projeto de Irrigação Morada Nova no ano agrícola de 1997.

### **Análise comparativa entre o modelo e o plano de cultivo do PIMN**

A Tabela A3.5 apresenta uma análise comparativa entre o modelo proposto e o plano de cultivo do PIMN no ano de 1997. Considerando-se a mesma produtividade para o modelo proposto e o plano de cultivo do PIMN, observa-se que o retorno financeiro do modelo (R\$ 1.021.070,00) é superior em 19,06 % ao plano de cultivo do PIMN (R\$ 857.603,00), mesmo com a área total de cultivo inferior em 1,3%.

Tabela A3.5 ó Análise comparativa entre a solução ótima encontrada pelo modelo de programação linear e o plano de cultivo do PIMN, para um volume anual de água disponível de 64.014.000 m<sup>3</sup>.

Cultura	Semeadura (mês)	Modelo Proposto (ha.)	Plano de Cultivo PIMN (ha.)
Arroz	Fevereiro	1050	1272
Arroz	Agosto	1050	1464
Feijão	Julho	750	149
Feijão	Setembro	0	308
Milho (espiga)	Janeiro	130	32
Banana	*	155	56
Coco	*	112	3
Laranja	*	0	3
Acerola	*	0	3
Área Total (ha.)		3247	3290
Receita Líquida (R\$)		1.021.070,00	857.603,00

(\*) cultura perene

Tabela A3.6: Dados de Produção de Morada Nova

	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001*	2002	2003	2004
acerola		1,2			3,3	3,3	3,3	2,5					
algodão									13,0		1,2		6,0
arroz	3.210,7	3.897,3	3.098,0	1.703,9	2.891,9	2.736,1	4.356,5	3.319,4	1.934,8	144,3	1.248,2	2.839,8	3.371,9
banana	1,8	5,4	0,2		56,0	56,0	56,0	50,9					
cana de açúcar						0,4							
capim	39,4	7,1	0,2	0,5	203,4	204,0	216,0	67,0	67,0	33,3	93,2	107,2	144,4
coco					3,1	3,1	3,1	2,4					
feijão	1.000,0	882,7	569,0	1.365,7	1.065,8	457,8	106,0	79,3	202,0	600,4	869,1	580,4	168,8
graviola						0,3	2,1	1,8					
laranja					3,1	3,1	3,1	0,6					
manga						0,5	0,5						
melancia		7,5	3,0		26,9								
melão		1,0											
milho	149,4		65,2	22,9	26,9	32,4	83,0		16,5	38,9	89,7		
sorgo	4,6	16,8	0,2	3,5	35,0	35,0	32,0	13,0	15,8	57,0	97,7	75,4	111,1
tomate	0,3				0,1								
uva	0,9					0,2							
total	4.407,0	4.819,0	3.735,8	3.096,5	4.315,5	3.532,2	4.861,6	3.536,9	2.249,1	873,8	2.399,1	3.602,7	3.802,2

\* Em 2001 se experimenta neste Perímetro Irrigado um mercado de água.

## ANEXO 4.

### PROGRAMA GAMS

A implementação dos programas computacionais é realizada no General Algebraic Modeling System (GAMS, Rosental 2006) utilizando o solver C O N O P T 3 x86/MS Windows versão 3.14P-016-057, C O N O P T 3 x 86/MS versão Windows 3.14P-016-057 que é um solver potente, pois o tipo de otimização requeria, especialmente na aplicação do programa de Máxima Entropia. Este software tem muitas vantagens, apesar da dificuldade inicial de adaptar-se a sua programação. Duas facilidades que oferece o GAMS e que se utilizaram neste exemplo de aplicação são, primeiramente, a possibilidade de escrever os processos solver (procedure solver) em arquivos separados que logo podem ser usados como inputs para outros modelos GAMS e outra a agilidade de exportar e importar dados em formato Excel.

Resumidamente o esquema dos programas computacionais foi o seguinte:

1. Programa-se o problema original de otimização do Perímetro Irrigado de Morada Nova, para poder comparar resultados;
2. Adicionam-se as restrições de calibração ao programa original e se executa o modelo, que como solução entrega os  $\lambda_{LP}$ ;
3. Os  $\lambda_{LP}$  entram como inputs no programa, que implementa o modelo de ME, como saída se obtém a matriz Q;
4. Com os  $\lambda_{LP}$  e a matriz Q, se elaboram os dois modelos de programação não lineares com as mesmas restrições originais do passo 1.
5. No caso de estudo, por ser o modelo que reproduz melhor os dados do ano base se escolhe o primeiro modelo não linear com a função objetivo  $(\alpha + \beta x)x$ . Se simula com 12 valores diferentes de disponibilidade de água, para conseguir os pontos que formarão parte da curva de demanda de água.

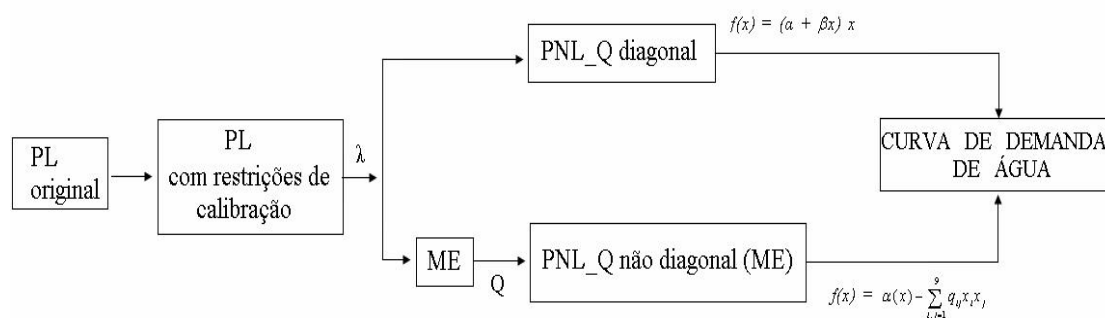


Gráfico A4.1 Esquema do programa computacional.

Tabela A4.1: Dados e resultados intermédios do programa computacional.

<i>Culturas</i>	<b>lb</b>	<b>lb_c</b>	<b>cp</b>	<b>ct</b>	$\rho$	<b>mc</b>	<b>ren</b>	<b>pre</b>	<b>ren*pre</b>	<b>L</b>	$x^0$	<b>termc</b>
<b>A1</b>	273,20	31,14	1.213,00	1.244,14	0,00	1.244,14	5.800,00	0,27	1.566,00	321,86	1.272,00	0,98
<b>A2</b>	1.604,90	182,96	1.362,00	1.544,96	0,00	1.544,96	6.200,00	0,28	1.736,00	191,04	1.464,00	1,06
<b>F3</b>	696,10	79,36	691,00	770,36	170,44	940,80	1.120,00	0,84	940,80	170,44	149,00	6,31
<b>F4</b>	793,10	90,41	691,00	781,41	159,39	940,80	1.120,00	0,84	940,80	159,39	308,00	3,05
<b>M5</b>	138,10	15,74	954,00	969,74	530,26	1.500,00	5.000,00	0,30	1.500,00	530,26	32,00	46,88
<b>B6</b>	2.270,00	258,78	2.231,00	2.489,78	1.260,22	3.750,00	15.000,00	0,25	3.750,00	1.260,22	56,00	66,96
<b>L7</b>	1.603,40	182,79	1.316,00	1.498,79	741,21	2.240,00	8.000,00	0,28	2.240,00	741,21	3,00	746,67
<b>A8</b>	1.223,80	139,51	1.698,00	1.837,51	640,49	2.478,00	4.200,00	0,59	2.478,00	640,49	3,00	826,00
<b>C9</b>	1.470,30	167,61	894,00	1.061,61	810,39	1.872,00	7.200,00	0,26	1.872,00	810,39	3,00	624,00

**Preço da água:** 0,0114

<i>Coluna</i>	<i>Nome da variável</i>	<i>Notação GAMS</i>	<i>Fórmula</i>
1	Culturas	c	dado
2	Lâmina bruta de água	lb (c)	dado
3	Custo da lâmina de água	lb_c	lâmina de água * preço da água
4	Custo fixo total	ct (c)	custos (dado) + custo lâmina de água
5	Preço sombra.	$\rho$ (c)	PL com restrições de calibração
6	Custo marginal	cm (c)	ct (c) + $\rho$ (c)
7	Produtividade	ren (c)	dado (kg/ha.)
8	preço do produto	pre (c)	dado (R\$/kg)
9	Ingresso	ren * preço	ingresso bruto (R\$)
10	Lucro	L (c)	lucro líquido = ingresso bruto ó custo fixo total
11	Ano base	$x^0$ (c)	dado Plano de produção do PIMN, ano 1997.
12	Termo geral na ME	term_c (c)	term_c = mc (c) / $x^0$ (c)

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)