

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP**

MARI EMILIA DOS SANTOS CALHAU

**INVESTIGAÇÃO EM SALA DE AULA:
UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE EM SALAS DE
AULA DO ENSINO FUNDAMENTAL**

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

São Paulo

2007

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP**

MARI EMILIA DOS SANTOS CALHAU

**INVESTIGAÇÃO EM SALA DE AULA:
UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE EM SALAS DE
AULA DO ENSINO FUNDAMENTAL**

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia
Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial
para obtenção do título de **MESTRE PROFISSIONAL EM
ENSINO DE MATEMÁTICA**, sob a orientação da **Profª. Drª.
Célia Maria Carolino Pires.***

**São Paulo
2007**

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____ **Local e Data:** _____

*O propósito do aprendizado é
crescer, e nossas mentes,
diferentes de nossos corpos,
podem continuar crescendo
enquanto continuamos a viver.*

Mortimer Adler

DEDICATÓRIA

Ao meu marido, Leandro.

Aos meus pais, Doroti e José.

AGRADECIMENTOS

Pretendo neste espaço, agradecer a todos aqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho.

A *Deus*, que incomparável e inconfundível em sua infinita bondade, compreendeu meus anseios e me deu a necessária força para atingir meu objetivo.

De forma especial à *Professora Doutora Célia Maria Carolino Pires*, pela dedicação, carinho e sabedoria com que orientou este trabalho.

Às *Professoras Doutoradas Sônia Barbosa Camargo Iglioni e Carmem Lúcia Brancaglioni* pelos valiosos contribuições.

A todos os *Professores do Programa de Estudos Pós Graduação em Educação Matemática* que tornaram este sonho realidade.

Aos *Colegas do Mestrado Profissional*, por serem sempre um incentivo nesta caminhada.

À *Secretaria do Estado da Educação*, pela concessão da bolsa de estudos, sem a qual a realização deste trabalho não seria possível.

Aos *meus pais* pelo apoio e solidariedade.

Ao *meu marido Leandro*, que soube me compreender e me apoiar nos momentos mais difíceis.

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo estudar o tema “Investigações em sala de aula: uma proposta de atividade em salas de aula do ensino fundamental”, com o propósito de trazer contribuições à pesquisa referente à aprendizagem dos alunos, através da utilização de tarefas de investigação em matemática e construir critérios para a elaboração e aplicação de atividades que viabilizem o tema em sala de aula. Procurando analisar o que podem ser projetos educativos neste domínio e de que modo contribuem para uma efetiva renovação das práticas pedagógicas escolares, buscamos examinar três questões: que atitudes manifestam os alunos perante tarefas de investigação; qual o papel do professor em atividades de investigação e que dificuldades de ensino e/ou aprendizagem podemos encontrar em uma metodologia centrada na investigação. Para isso foram elaboradas cinco tarefas centradas na investigação e aplicadas a alunos de 8ª série do Ensino Fundamental, o grupo era constituído de 34 alunos dos quais 19 eram meninos e 15 meninas na faixa etária de 13 a 16 anos, de uma escola pública municipal da cidade de São Paulo. Os dados foram coletados através de um instrumento escrito e entrevistas com alguns sujeitos.

Esses resultados foram analisados segundo os pressupostos referentes à investigação defendidos por Ponte. Concluímos, que apesar de inicialmente grande parte da turma demonstrar insegurança nas suas capacidades para explorar as tarefas de investigação, do desafio que a elaboração e aplicação dessas tarefas representam para nós professores, os resultados foram muito satisfatórios, pois constatamos o entusiasmo, o empenho e progresso dos alunos durante a resolução das tarefas nas aulas que deram suporte a essa pesquisa.

Palavras – Chave: Investigações na aula de Matemática; currículos.

ABSTRACT

The main objective of this assignment is to study the subject "Inquiries in classroom: a proposal of activity in classrooms of elementary education ", with the purpose of giving contributions to the research about how much students can learn if teachers use inquiry tasks in mathematics classes and to think about some criteria to elaborate and apply this kind of activities in order that make possible for teachers using them in a math classroom. We are trying to find out what can be educative projects in this area and how they can contribute for an effective renewal of pedagogical practice at school, so, we think it is important to answer to three questions: what kind of attitudes we can note about the students when they are doing inquiry tasks; what kind of difficulties related to teaching/learning we can find in a methodology which the main aim is inquiry e what about the teacher's role when they ask students to do inquiry tasks. To answer these questions we made five inquiry activities for students that are at the eight grade of Elementary School try to solve them. The group have thirty-four students and nineteen of them was boys and fifteen girls and they are between thirteen and sixteen years old, all of them study in a municipal public school in São Paulo. The data had been collected through a written instrument and interviews with some students. These results had been analyzed according to Ponte's point of view about the inquiry activities. At the end of our research we can say that although initially the most part of the group was shown unreliability on their own capacities about exploring the inquiry tasks and the great challenge that these kind of activities represent to us teachers, we think the results had been very satisfactory, because we can note the students well-known, their enthusiasm, persistence and the progress when they are solving tasks in classes where the methodology was centered in the inquiry.

Keywords: Inquiries in Mathematics classes; curriculum.

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO DA PESQUISA

I. Introdução	01
II Objetivos e questões norteadoras da pesquisa	11
III O cenário e os procedimentos metodológicos	12
IV Estrutura do texto	15

CAPÍTULO 1

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

1.1 Introdução	17
1.2 Reflexão teórica	17
1.3 O que é investigar?	22
1.4 Processos de uma investigação matemática	24
1.5 O que seria uma aula com investigações?	26
1.5.1 Introdução da tarefa	27
1.5.2 Realização da Investigação	28
1.5.3 Discussão dos resultados	30
1.6 Aspectos gerais da tarefa	31
1.7 Os papéis do professor numa aula de investigação	33

CAPÍTULO 2

CONCEPÇÃO E DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO DE CAMPO

2.1 O desenvolvimento da pesquisa de campo	35
2.2 As atividades planejadas	36
2.2.1 Primeira Tarefa.....	38
2.2.2 Segunda Tarefa	39
2.2.3 Terceira Tarefa	40
2.2.4 Quarta Tarefa.....	40
2.2.5 Quinta Tarefa.....	42
2.3 Apresentação dos dados coletados	44
2.3.1 Tarefa 1	44
2.3.2 Tarefa 2	47
2.3.3 Tarefa 3	49
2.3.4 Tarefa 4	52
2.3.5 Tarefa 5	54
2.4 Relatórios	57
2.5 Categorização dos dados coletados	62
2.5.1 Tarefa 1	62
2.5.2 Tarefa 2	64
2.5.3 Tarefa 3	66
2.5.4 Tarefa 4	67
2.5.5 Tarefa 5	69

CAPÍTULO 3

AS ENTREVISTAS	72
4.1 Entrevista com o aluno A1, integrante do grupo G2	72
4.2 Entrevista com a aluna A2, integrante do grupo G1	76
4.3 Entrevista com a aluna A3, integrante do grupo G3	79

CAPÍTULO 4

CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	84
--	----

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	91
---	----

ANEXOS	95
---------------------	----

Lista de Figuras:

Figura 1 – Relatório do grupo G1	58
Figura 2 – Relatório do grupo G3	59
Figura 3 – Relatório do grupo G8	59
Figura 4 – Relatório do grupo G1	60
Figura 5 – Relatório do grupo G3	60
Figura 6 – Relatório do grupo G11	60
Figura 7 – Relatório do grupo G3	61
Figura 8 – Relatório do grupo G2	61
Figura 9 – Resolução do grupo G2	63

Figura 10 – Resolução do grupo G9	64
Figura 11 – Resolução do grupo G2	65
Figura 12 – Resolução do grupo G10	65
Figura 13 – Resolução do grupo G6	66
Figura 14 – Resolução do grupo G4	67
Figura 15 – Relatório do grupo G3	68
Figura 16 – Resolução do grupo G2	69
Figura 17 – Resolução do grupo G7	70

APRESENTAÇÃO DA PESQUISA

I. Introdução

O presente trabalho insere-se no Projeto de pesquisa “Inovações Curriculares nos Ensinos Fundamental e Médio”, do Programa de Estudos Pós Graduated em Educação Matemática da PUC/SP. Trata-se de um conjunto de pesquisas que tem a organização curricular dos Ensinos Fundamental e Médio como eixo temático. Inclui análises sobre a trajetória da Matemática na organização curricular brasileira para essas etapas da escolaridade e as atuais propostas de ensino de Matemática. Focaliza o processo de desenvolvimento curricular, as variáveis que intervêm em sua formulação, as mudanças que ocorrem nos currículos. Discute como as diretrizes veiculadas por documentos oficiais são apresentadas nos livros didáticos e investiga o “currículo como práxis”, identificando como as orientações dos currículos oficiais são postas em prática pelo professor na sala de aula.

Pires (2006), numa análise sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental e sua implementação, destaca que esse documento enfatiza a necessidade de incluir no trabalho da sala de aula o que podemos denominar “componentes social e cultural” do currículo, além da componente simbólica, conceitual. Nesse contexto, segundo essa autora, emergem propostas de trabalho com projetos que estimulem a interpretação e a explicação da realidade, permitindo aos alunos um processo de análise

crítica de valores e idéias, mediante atividades apresentadas em contextos significativos para eles, centradas em problemas ou tarefas estimulantes referentes ao entorno físico e social mais amplo. Surgem também propostas de trabalho de “investigação em sala de aula”, com o objetivo de aproximar o fazer do aluno do fazer matemático, ou seja, de atividades inerentes ao processo de construção histórica do conhecimento, como a experimentação, a validação, a comunicação por escrito da experiência, entre outros.

Pires avalia que, tais propostas, embora muito fecundas, pressupõem conhecimentos do professor muito mais amplos e profundos do que aqueles que os atuais modelos de formação – inicial e continuada – propiciam aos professores que ensinam Matemática. Conhecimentos que contemplem não apenas uma diversidade significativa de conteúdos, temas, mas também de métodos de investigação, de aplicações, de relações com outras áreas etc., mostrando a Matemática como fenômeno cultural e rica fonte de explicações. Sem tais conhecimentos, idéias como as de interdisciplinaridade ou propostas de trabalhar os conteúdos de forma contextualizada acabam sendo distorcidas em sua implementação.

A título de exemplo, a autora destaca o caso do entendimento do que vem a ser contextualização: observa-se uma relação muito forte entre “contextualização” e “cotidiano/realidade” e não se percebe outras possibilidades de contextualização, inclusive as internas à própria Matemática, o que pode conduzir a um empobrecimento de outros aspectos do conhecimento que deixariam de ser tratados nos currículos porque não são

automaticamente usados no dia-a-dia dos alunos.

Pires destaca também que, dentre as crenças que prevalecem na sociedade e na escola, uma das mais arraigadas, embora nem sempre explicitada, é a de que “Matemática é algo para quem tem dom”, para quem é geneticamente dotado de certas qualidades, e outra é a de que “é preciso ter um certo capital cultural para atingir o universo matemático”.

E complementa: essas crenças batem de frente com as propostas de que todos os alunos podem fazer matemática em sala de aula, o que significa construir, produzir seus conhecimentos matemáticos. Isso não significa fazer os alunos reinventarem a Matemática que já existe, mas sim engajá-los no processo de produção matemática no qual sua atividade tenha o sentido similar àquele dos matemáticos, que efetivamente forjaram conceitos matemáticos novos.

Pires cita Charlot (1986), para quem a área de plantio dessa idéia está, há longo tempo, minada por outras convicções. Uma delas é a de que a Matemática não é passível de ser produzida, mas sim descoberta, os seres matemáticos existem em alguma parte, no céu das idéias. Assim sendo, o papel do matemático não é criar, inventar, mas descobrir, desvelar as verdades matemáticas que já existem, porém não são ainda conhecidas. As verdades matemáticas são enunciadas por meio do trabalho do matemático, mas elas são o que são, eternas, independentemente de seu trabalho. Nessa perspectiva, evidentemente, se criar não é papel do matemático, qual seria então, a função (o papel/ a tarefa) dos professores e alunos na sala de aula de

Matemática?

A autora ressalta ainda que há uma idéia muito freqüente de que os alunos só podem resolver problemas que já conhecem, que já viram resolvidos e que podem tomar como modelo. Essa convicção dificulta a aceitação de que o ponto de partida da atividade matemática não deve ser a definição, mas o problema.

Se a perspectiva de um ensino por meio da “resolução de problemas” é um eixo metodológico cuja importância vem sendo desenvolvida desde os anos 80 e ainda não foi incorporado de modo abrangente às práticas docentes, a perspectiva das investigações em sala de aula por parte dos alunos de diversos níveis de ensino, é ainda pouco conhecida dos professores.

No entanto, ao tomar conhecimento dessa possibilidade de estratégia metodológica, nos despertou interesse pelo tema e decidimos investigá-lo, com o propósito de verificar qual seria a reação dos alunos da escola pública em que lecionamos, em situações de investigação. Trabalhando como professora de Matemática há um pouco mais de 10 anos, observamos em nossa prática que os alunos apresentam melhor desempenho nessa disciplina quando são estimulados a realizarem atividades que contêm desafios.

Além do interesse em aperfeiçoar nossa prática, também nos sentimos desafiadas a buscar alternativas para o ensino de Matemática, face ao quadro preocupante que as macro-avaliações têm revelado nos últimos anos, como a Prova Brasil, por exemplo, que foi criada com o propósito de refinar a avaliação da Educação Básica, e tem sido aplicada pelo Ministério da Educação desde a

década de 1990. Com essa mudança, o Sistema de Avaliação do Ensino Básico (Saeb), existente também desde 1990, passou a ser composto de duas provas nacionais: a Avaliação Nacional de Educação Básica (AnaeB) e a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (Anresc). A primeira é o próprio Saeb, um teste realizado por amostragem nas redes de ensino, com foco na gestão dos sistemas educacionais. A segunda é a Prova Brasil, uma avaliação de caráter universal que pretende atingir todas as escolas. O teste fez sua estréia em 2005 em instituições de ensino de áreas urbanas com no mínimo 30 alunos nas classes de 4^a e 8^a séries. Cerca de 3,3 milhões de estudantes matriculados em 40 mil escolas de 5.398 municípios responderam a questões de múltipla escolha de Língua Portuguesa e Matemática (segundo dados da Revista Escola 2007).

Os resultados apontaram um cenário muito longe do ideal – aliás, como já tinha ocorrido com o Pisa (Programme for International Student Assessment), aplicado a cada três anos em estudantes de 15 anos de mais de 40 países. Estes órgãos divulgaram dados pouco animadores referente ao desempenho dos alunos em Matemática, o que nos confirmam que nossos alunos apresentam sérias dificuldades nesta área do conhecimento. Para esta situação contribuem diversos fatores, mas a Matemática é apresentada sem vínculos com os problemas que fazem sentido na vida das crianças e dos adolescentes. Os aspectos mais interessantes da disciplina, como resolver problemas, discutir idéias, checar informações e ser desafiado, são pouco explorados na escola.

Em Geometria, a situação também é preocupante, pois sua relevância na formação integral do indivíduo é um tema que tem sido ressaltado em vários documentos oficiais do MEC (Parâmetros Curriculares Nacionais) e, inclusive, em documentos internacionais (NTCM, 1989). Assim, a necessidade de pesquisas brasileiras que analisem os processos de ensino e aprendizagem em geometria é incontestável no âmbito da Educação.

Os resultados ratificam a posição de autores como Sadovsky (2007) para quem falta ênfase no ensino da disciplina para estabelecer relações matemáticas e o que realmente é importante é ver o aluno como alguém capaz de aprender e contribuir na construção do conhecimento. A Matemática deve ser encarada como base na participação ativa, direta e objetiva da criança na elaboração do conhecimento que se quer que ela aprenda. Estudar só faz sentido se for para ter uma profunda compreensão das relações matemáticas, para ser capaz de entender uma situação problema e pôr em jogo as ferramentas adquiridas para resolver uma questão.

A Matemática é freqüentemente encarada como uma ciência pura, constituindo um corpo de conhecimentos construído dedutiva e cumulativamente, com rigor absoluto. Porém, diversos educadores defendem que é necessário levar em conta a prática dos matemáticos e olhar para a Matemática principalmente como atividade humana. Ou seja, para compreender a verdadeira natureza da Matemática é importante analisá-la numa perspectiva dinâmica, procurando compreender a forma como ela é construída e como evolui. Como considerava Polya “a Matemática tem duas

faces; é a ciência rigorosa de Euclides, mas também é algo mais... a Matemática em construção aparece como uma ciência experimental, indutiva” (1957, p. vii).

Andrew Wiles, o famoso matemático que chegou à demonstração do último Teorema de Fermat, afirmou “é bom trabalhar em qualquer problema contanto que ele gere Matemática interessante durante o caminho mesmo se não o resolvermos no final” (Singh apud Braumann, 2002, p. 04).

“Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza Matemática”, acentua Braumann (2002, p.04). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é Matemática, a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. Braumann ainda destaca que

“Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como querer aprender a conduzir um automóvel com um instrutor que apenas nos explica como se conduz e nos deixa olhar para ele enquanto conduz. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender a conduzir, é preciso pegar o volante e conduzir, fazendo erros e aprendendo com eles, de preferência com um instrutor ao lado para nos ajudar”. (BRAUMANN, p. 04, 2002).

Este trecho do texto de Braumann nos leva a concluir que a única maneira de aprender a fazer investigação matemática é vendo fazer e fazendo. Só mesmo a prática nos auxiliará numa investigação matemática efetiva.

Os problemas, mesmo simples, principalmente quando ligados à vida cotidiana, permitem a transposição para uma linguagem matemática adequada seguida em seu estudo por métodos matemáticos e pela interpretação dos resultados em termos da realidade modelada. Este componente é essencial,

não apenas para perceber a função da Matemática e nos fazer apreciar a sua utilidade, mas também para que ela nos possa servir no futuro como um poderoso instrumento de análise e intervenção, desenvolvendo simultaneamente o espírito científico.

Estamos vivendo numa época em que os computadores e as calculadoras efetuam cálculos de maneira eficaz e rápida e são de fácil acesso a quem os deseja utilizar; desse modo perde sentido a oferta de um ensino de Matemática focado nas técnicas para a realização desses cálculos. A resolução de tarefas rotineiras também não combina com as necessidades colocadas por uma sociedade que evolui rapidamente. Portanto, podemos sim, utilizar os cálculos, mas como um meio que nos auxilie a alcançar outros objetivos.

Ao longo das últimas décadas, novas perspectivas relativas às finalidades do ensino de Matemática vêm sendo apontadas em diferentes documentos oficiais, no âmbito do Ministério da Educação e das Secretarias municipais e estaduais. Num documento da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, intitulado Práticas Pedagógicas (1997), encontramos a seguinte afirmação:

“...aprender Matemática não significa receber coisas dadas, mas refere-se a um trabalho do pensamento de cada indivíduo que constrói conceitos para resolver problemas, que coloca novos problemas a partir de conceitos já construídos, que generaliza, que estrutura (desestrutura) o universo matemático. Ou seja: a atividade intelectual do aluno deve tanto quanto possível aproximar-se aquela dos matemáticos: partindo de um problema, ele coloca suas hipóteses, testa-as, corrige-as, faz transferências, generalizações. Ou seja: não mais se aceita a atividade intelectual baseada exclusivamente sobre a memorização e a aplicação de saberes, de cujo verdadeiro sentido o aluno não se apropriou”.(p.07)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental de Matemática ao fazerem referência às principais características do conhecimento matemático, destacam:

“O exercício da indução e da dedução em Matemática reveste-se de importância no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, de formular e testar hipóteses, de induzir, de generalizar e de inferir dentro de determinada lógica, o que assegura um papel de relevo ao aprendizado dessa ciência em todos os níveis de ensino”.(PCNEF, 1998, p.26).

Num quadro geral de entendimento amplo do conceito de currículo, se destaca a participação ativa do professor no desenvolvimento curricular e se ressalta que a aprendizagem da Matemática deve consistir em fazer Matemática, que é no que se baseia o presente estudo. De fato, ele concentra-se sobre aspectos relativos ao desenvolvimento de um currículo, conduzido por um (a) professor (a)/investigador (a), em que é dada ênfase à exploração de investigações matemáticas.

Ainda nos Parâmetros Curriculares Nacionais podemos destacar que para resolver um problema pressupõe que o aluno:

“elabore um ou vários procedimentos de resolução (como realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses);compare seus resultados com os de outros alunos; valide seus procedimentos.”(PCNEF, 1999, p.41).

Neste sentido é necessário desenvolver habilidades que permitam provar resultados, testar seus efeitos, comparar diferentes caminhos para obter uma solução. Nessa forma de trabalho, a importância da resposta correta cede lugar a importância da resolução.

O fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema proposto, a transformar um dado problema numa fonte

de novos problemas, a formular hipóteses a partir de determinadas informações, a analisar problemas abertos, evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem que não se dá pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos.

Pode-se dizer que a comunidade de Educação Matemática reúne um razoável consenso no sentido de que “aprender Matemática é essencialmente fazer Matemática”, com destaque para a necessidade de que os alunos tenham oportunidades de explorar tarefas de natureza exploratória e investigativa vivendo, ao seu nível de maturidade, o trabalho dos matemáticos profissionais.

Quando se trata dos objetivos gerais para o ensino fundamental, os PCNEF, entre outros, destacam:

“... levar o aluno a identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas”.(PCNEF, 1998, p.47).

As propostas curriculares, de modo geral, indicam a resolução de problemas como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem da Matemática. No que diz respeito à resolução de problemas, temos uma situação que demanda a realização de uma seqüência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la. Nesse processo de construção de uma solução que o educando tem a oportunidade de fazer conjecturas, testá-las e validar ou refutar o que foi pensado anteriormente. A grande questão é que, em muitos

casos, os problemas usualmente apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas porque não representam um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução.

Em nossa trajetória profissional como professoras de Matemática no Ensino Fundamental, temos percebido a necessidade de explorar atividades investigativas e, em função disso, escolhemos o tema “Investigações em sala de aula: uma proposta de atividade em salas de aula do Ensino Fundamental”, para o desenvolvimento da presente dissertação.

Assim sendo, o presente estudo focaliza um projeto de desenvolvimento curricular que realizamos com turmas de 8ª séries do Ensino Fundamental durante os anos de 2006/07 com exploração de tarefas de investigação.

Ao considerar como essenciais práticas que envolvam a construção de conhecimentos através da investigação matemática e apoiar sua presença já na educação básica, surge a necessidade de possibilitar uma criação de propostas e abordagens de ensino coerentes com a realidade brasileira.

II. Objetivos e questões norteadoras da pesquisa

Ao estudar o tema “Investigações em sala de aula: uma proposta de atividade em salas de aula do Ensino Fundamental”, nosso propósito é trazer contribuições à pesquisa referente à concepção dos alunos sobre investigação em matemática e construir critérios para a elaboração e aplicação de atividades que viabilizem o tema em sala de aula. Procurando assim, analisar o que

podem ser projetos educativos neste domínio e de que modo podem contribuir para uma efetiva renovação das práticas pedagógicas escolares. São questões norteadoras do nosso trabalho:

- Que atitudes manifestam os alunos perante tarefas de investigação?
- Qual o papel do professor em atividades de investigação?
- Que dificuldades de ensino e/ou aprendizagem podemos encontrar em uma metodologia centrada na investigação?

III. O cenário da pesquisa e os procedimentos metodológicos

O desenvolvimento das atividades e das observações, objeto deste trabalho, aconteceu em uma escola pública municipal, localizada na Zona Sul da cidade de São Paulo. A escola oferece o Ciclo I do Ensino fundamental, com 12 classes de 1ª a 4ª séries, 12 classes de 5ª a 8ª séries e 09 classes de EJA (Educação de Jovens e Adultos), a escola conta com 13 Professores do Ensino Fundamental I (professores polivalentes), 44 Professores do Ensino Fundamental II, 02 Professores Coordenadores Pedagógico, 01 Assistente de Direção, 03 Auxiliares de Direção, 01 Diretor e 04 funcionários administrativos.

Os sujeitos da nossa pesquisa são os alunos de 8ª série e a escolha dessa escola e do grupo para o desenvolvimento do trabalho deveu-se ao fato desta pesquisadora trabalhar como professora do Ensino Fundamental II nesta Unidade Educacional desde fevereiro de 2004.

Todo o percurso deste estudo está embasado numa abordagem qualitativa, compreendendo essa abordagem como a mais congruente e compatível com a proposição a ser investigada.

Um dos aspectos básicos na abordagem qualitativa, segundo Ludke e André (1986), é reconhecer no ambiente natural a fonte direta dos dados e no pesquisador o principal instrumento para a investigação; desta forma possibilitando um contato direto com a situação problematizadora na qual os fenômenos ocorrem e são influenciados pelo próprio contexto.

Outra característica deste tipo de estudo é o fato de os dados coletados serem predominantemente descritivos. Levando em consideração esta característica podemos privilegiar muito mais o processo (atores em interação) do que o produto (com resultado estanque).

Houve um interesse em captar a “perspectiva dos participantes”, ou seja, extrair dos alunos suas opiniões pessoais sobre modificações que pudessem ser implementadas a partir das atividades realizadas, e por último, a análise dos dados seguindo um processo indutivo: não foram procuradas evidências que comprovassem hipóteses definidas antes do início dos estudos.

Nas aulas investigativas propusemos tarefas que consideramos problemas cuja busca de solução envolvesse o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação.

As aulas investigativas foram coordenadas por esta pesquisadora. No mês de novembro de 2006 foi realizado uma prévia com alunos de 5ª e 7ª

séries que serviu como uma preparação com a intenção de buscar mais elementos para o enriquecimento da pesquisa. Já em fevereiro e março de 2007, foi efetivamente realizada a coleta de dados em uma turma de 8ª série que não era composta pelos mesmos alunos que participaram da prévia realizada no ano anterior. Esta coleta aconteceu em aulas duplas com duração de 45 minutos cada uma num total de doze aulas, sendo que as duas primeiras tarefas levaram três aulas cada e as demais tarefas duas aulas cada. Nessas aulas eram propostas tarefas investigativas para análise e discussão, objetivando seu desenvolvimento.

As aulas foram gravadas em áudio. As gravações eram coletivas e em alguns momentos essas gravações se direcionavam a um determinado grupo. Além das gravações pudemos contar com as anotações que foram possíveis de serem realizadas pela professora no momento da realização da tarefa e também com os protocolos dos alunos. Terminada a realização de cada tarefa era solicitado aos alunos que elaborassem um relatório que apresentasse com o maior número de detalhes o que ocorreu em cada grupo; esses relatórios poderiam ser entregues na aula seguinte.

Posteriormente, foram realizadas entrevistas semi-estruturadas com alguns alunos que participaram da tarefa, tendo como base questões previamente elaboradas para servirem de eixos orientadores para a nossa pesquisa. A aplicação de entrevistas semi-estruturadas nos possibilitou a abordagem de temas, considerados a partir de um esquema prévio, mas não totalmente rígido. Foram gravadas em áudio, com o consentimento prévio dos

participantes (foram escolhidos três alunos entre todos os participantes) e buscamos verificar como os discentes analisaram as aulas e o processo de reflexão sobre elas.

“Na entrevista a relação que se cria é de interação, havendo uma atmosfera de influências recíprocas entre quem pergunta e quem responde. Especialmente nas entrevistas não totalmente estruturadas, onde não há a imposição de uma ordem rígida de questões, o entrevistado discorre sobre o tema proposto com base nas informações que ele detém e que no fundo são a verdadeira razão da entrevista. Na medida em que houver um clima de estímulo e de aceitação mútua, as informações fluirão de maneira notável e autêntica” (LÜDKE & ANDRÉ, 1986, p. 33-34).

Nesta etapa, as gravações tiveram o objetivo de facilitar a transcrição e permitir a ocorrência de diálogos que não sofressem interferência ou necessidade de interrupções para anotações.

Para assim podermos descrever e analisar situações que decorreram da aplicação desta proposta com a intenção de compreender a aprendizagem dos alunos relativamente ao modo de explorar as tarefas de investigação e de ver a Matemática.

IV. Estrutura do Texto

Organizamos nosso trabalho em quatro capítulos. No primeiro capítulo, apresentamos a revisão bibliográfica, buscando a sustentação teórica em Ponte et al. (2003), no sentido de compreender o que é investigar, quais são os processos de uma investigação matemática, o que seria uma aula com investigações e, em particular, quais os papéis do professor numa aula de investigação. No segundo capítulo, detalhamos a concepção e

desenvolvimento do trabalho de campo, as atividades planejadas, a apresentação e a categorização dos dados coletados. No terceiro capítulo, apresentamos as entrevistas realizadas. No quarto capítulo apresentamos as conclusões e considerações finais.

CAPITULO 1

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

1.1 Introdução

Nesta pesquisa apoiamo-nos nos pressupostos referentes a investigação em sala de aula defendidos por Ponte et al (2003) , as idéias trazidas nos PCN(s), assim como as contribuições de alguns pensadores como Pires (2000), Braumann (2002), Polya (1957), Ernest (1996), Pirie (1897), Oliveira (1998), Varandas et al. (2000) e Bishop e Goffree (1986).

Organizamos essa síntese da seguinte forma: iniciamos com a concepção de “investigação” apresentadas por Ponte et al. e as referências históricas que eles trazem; na seqüência, analisaremos os processos de uma investigação matemática, o que seria uma aula com investigações e ainda quais os papéis do professor numa aula de investigação.

1.2 Reflexão Teórica

O National Council of Teacher of Matematics (NCTM) dos Estados Unidos, em 1980, apresentou a Chamada “Agenda para ação”, com um conjunto de recomendações para o ensino da Matemática da nova década tendo em foco a “resolução de problemas”, momento em que começou a ser discutida a primeira abordagem de investigações nos currículos (PIRES, 2000).

Reformas curriculares aconteceram no ensino da Matemática com a divulgação dos princípios do NTCM, em vários países, acompanhando os objetivos gerais por eles preconizados, dentre os quais o Brasil com os PCN e PCNEM como podemos verificar nos documentos abaixo.

Os PCN trazem a resolução de problemas, como eixo organizador do processo de ensino aprendizagem de Matemática, com todos princípios dentre os quais podemos citar alguns:

“A situação problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;

Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado num campo particular;

A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se aprende conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (PCNEF, 1998, p. 40 e 41) “.

É importante ressaltar que o fato de que há currículos brasileiros que privilegiam as atividades de investigação matemática não garante a plena efetivação dos mesmos. O que possibilita ou não a execução das tarefas de natureza mais aberta é a interpretação que os professores fazem do currículo e as suas práticas pedagógicas.

Não há como falar em investigações sem falar em resolução de problemas. Braumann (2002) diz que uma investigação pode ser desencadeada a partir de uma simples resolução de exercícios. Mas, então

como distinguir investigações dos problemas e dos exercícios?

Segundo Polya (1957), um problema é uma questão para a qual o aluno não dispõe de um método que permita a sua resolução imediata, enquanto um exercício é uma questão que pode ser resolvida usando um método já conhecido. Os exercícios e os problemas têm uma coisa em comum. Em ambos os casos, o seu enunciado indica claramente o que é dado e o que é pedido.

Ainda segundo Polya, do ponto de vista do contexto de produção, podemos dizer que “problemas” são formulações em geral de estilo “narrativo”, com informações e dados que precisam ser analisados e selecionados e com uma ou algumas perguntas a serem respondidas pela utilização de algum tipo de conhecimento.

Nos problemas, a resolução envolve um caminho não direto para a solução, contém certos tipos de relações. Nos exercícios, a resolução pode ser feita de forma direta, por exemplo, com o uso de algoritmos/fórmulas ou uma informação direta (que pode incluir memorização de conceitos/conteúdos).

Já numa investigação as coisas são um pouco diferentes, diz Ponte. Trata-se de situações mais abertas em que a questão não está bem definida no início, cabendo a quem investiga um papel fundamental na sua definição.

Tarefas de investigação são as tarefas que exigem um elevado grau de experimentação, exploração, reflexão e comunicação e que serve fortemente para melhorar a aprendizagem e o desenvolvimento para além dos limites da disciplina (PONTE et al apud LIMA, 2007, p.3). Ou seja, segundo Lima, a tarefa

de investigação deve ser uma questão aberta, de cunho problemático, cuja realização pode requerer um conjunto de aulas. O aluno tem que formular objetivos mais precisos para investigar, formular conjecturas, testá-las e, eventualmente demonstrá-las. E acrescenta, ainda, que esse tipo de trabalho favorece o desenvolvimento do espírito de observação e do sentido crítico, a capacidade de sistematização e de demonstração.

John Dewey, no início do século XX, já destacava a importância de se possuir uma atitude questionadora e reflexiva. Campos e Pessoa (apud LIMA, 2007, p. 3), ao analisarem o pensamento deste educador, assim o destacam:

Dewey argumenta que o processo de reflexão de professores e professoras se inicia no enfrentamento de dificuldades que, normalmente, o comportamento rotineiro da aula não dá conta de superar. A instabilidade gerada perante essas situações leva-os a analisar as experiências anteriores. Sendo uma análise reflexiva, envolverá a ponderação cuidadosa, persistente e ativa das suas crenças e práticas à luz da lógica da razão que a apóia. Nessa reflexão estarão envolvidas, com a mesma intensidade, a intuição, a emoção e a paixão.

Esta postura de John Dewey nos leva a indagar, questionar e refletir sobre uma nova abordagem, e traz em pauta a insegurança de realizar pela primeira vez uma tarefa de natureza investigativa.

Ainda pensando nos exercícios, problemas e investigações, podemos citar Aline Robert (1997), uma pensadora francesa que desenvolveu um trabalho que permite analisar enunciados de acordo com o nível de conhecimento que o aluno precisa colocar em ação. A autora distingue três níveis: “técnico”, “mobilizável” e “disponível”.

A formulação de algumas atividades solicita que os alunos coloquem em funcionamento um conhecimento de nível técnico, pois enunciam questões

simples, correspondendo a uma aplicação imediata de uma propriedade, de uma definição ou de uma fórmula. Como por exemplo, resolver uma equação, calcular o resultado de uma operação, ou calcular a área de um quadrado sendo dado o seu lado. Esse tipo de aplicação imediata tem muita semelhança com a resolução de um exercício.

Em outras formulações, os conhecimentos utilizados, embora possam ser identificados, necessitam de alguma adaptação ou de alguma reflexão antes de serem colocados em funcionamento. Estas características são associadas ao nível mobilizável e podemos também estabelecer uma grande semelhança com a resolução de problemas.

Há ainda as formulações em que os alunos não encontram no texto alguma indicação ou sugestão do(s) conhecimento(s) que convém utilizar. Essas são as que apresentam maior dificuldade para eles, seria o nível disponível, que muito se assemelha às atividades de investigações.

Buscaremos salientar que as características da abordagem investigativa não se resumem à utilização de diferentes processos matemáticos, mas caracterizam-se também por uma mudança no poder do professor que deixa de ter o controle sobre as respostas, sobre os métodos aplicados pelos alunos, e sobre a escolha dos conteúdos de cada aula, e por uma maior autonomia e auto-regulação do aluno.

Segundo Ernest (1996) a abordagem investigativa altera as relações de poder ao nível da turma. No entanto para que ela possa se tornar de fato emancipadora é necessário que se retire a ênfase dada à unicidade da

correção de respostas e métodos, e em vez disso centre-se no indivíduo como criador ativo do conhecimento e na natureza temporária das suas criações.

1.3 O que é investigar

Segundo Ponte et al. (2003), investigar é procurar conhecer o que não se sabe. Para os matemáticos profissionais, investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou não, procurando identificar as respectivas propriedades. Realizamos uma investigação quando formulamos as nossas próprias questões e procuramos respondê-las com fundamentação e rigor, tanto quanto for possível. Para se fazer uma investigação não é necessário que trabalhem com questões de extrema dificuldade, mas sim, que trabalhem questões que sejam de nosso interesse (que se apresentem inicialmente confusas, mas que posteriormente possamos esclarecê-las).

As investigações matemáticas são parte do que é designado por “atividade matemática”, o que corresponde a identificar a aprendizagem da Matemática com o *fazer* matemática, afirmam Oliveira, Segurado e Ponte (1997). Love define implicitamente este tipo de atividade, ao afirmar que os alunos devem ter oportunidade de:

- identificar os seus próprios problemas;
- expressar as suas próprias idéias e desenvolvê-las ao resolver os problemas;
- testar as suas idéias e hipóteses de acordo com experiências relevantes;
- defender racionalmente as suas idéias e conclusões e submeter às idéias dos outros a crítica ponderada. (LOVE, 1988, p.260)

Este tipo de atividades pode ter como ponto de partida uma questão ou uma situação proposta quer pelo professor, quer pelos alunos.

Podemos dizer que o processo de criação matemática é rico em dúvidas e hesitações, o que contrasta com a idéia de que esta ciência seja um corpo de conhecimento organizado, de forma lógica e dedutiva.

Os alunos podem envolver-se na realização de investigações matemáticas e este é um poderoso processo de construção do conhecimento. Este pensamento é defendido por vários matemáticos:

“[Os alunos podem ter] um sabor da Matemática em construção e do trabalho criativo e independente... [Eles podem] generalizar a partir da observação de casos, [usar] argumentos indutivos, argumentos por analogia, reconhecer ou extrair um conceito matemático de uma situação concreta”. (POLYA, 1980, p. 157 e 101).

“Entre o trabalho do aluno que tenta resolver um problema de Geometria ou de Álgebra e o trabalho de criação, pode dizer-se que existe apenas uma diferença de grau, uma diferença de nível, tendo ambos os trabalhos uma natureza semelhante”.(HADAMARD, 1945, p. 104).

“Um matemático, como um pintor, um poeta ou um músico é um construtor de idéias, formas, cores, palavras e sons. O critério fundamental é a beleza. A capacidade mais determinante é a sensibilidade e a capacidade de observação. Todo o processo criativo passa por uma atitude inicial de observação e experimentação. Não será verdade também na aprendizagem?” (RAMOS, 1997, p. 7).

Aprender Matemática não é somente compreender a Matemática já feita, mas é também ser capaz de fazer investigação de natureza matemática, afirmam Ponte et al (2003).

1.4 Processos de uma investigação matemática

Para caracterizar o que é uma investigação, a consideração dos processos a ela associados é tão importante, que não se pode omiti-los.

Pirie salienta que a investigação constitui uma situação aberta, cuja exploração da situação não tem como objetivo chegar à resposta certa, pelo contrário, “o objetivo é a viagem, não o destino”(Pirie apud, Brocardo, 2001).

Como indicam Ponte, Ferreira, Varandas, Brunheira e Oliveira (1999), a realização de uma investigação matemática envolve quatro momentos principais:

- Reconhecimento da situação;
- Formulação de conjecturas;
- Realização de testes;
- Argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado.

Numa investigação matemática em sala de aula, parte-se de uma questão muito geral ou de um conjunto de informações não muito bem estruturadas que estão presentes no reconhecimento da situação, a partir destas, se formula uma questão específica e se produzem conjecturas. Em seguida, estas conjecturas são testadas, podendo ser confirmadas ou refutadas, sendo possível nesse momento, produzirem-se novas questões, com o abandono parcial ou até total das questões levantadas anteriormente. Quando as conjecturas forem confirmadas passa-se para a etapa seguinte, que é a validação das mesmas.

No esquema da figura A, proposto por Oliveira (1998), além de indicarem sumariamente os processos matemáticos envolvidos numa atividade de investigação, salienta-se aquilo que é chamado de *não linearidade*. Este aspecto constitui uma característica da atividade de investigação. Por exemplo, ao perceber-se que os testes realizados não confirmam determinada conjectura é necessário voltar atrás de forma a formular outra conjectura. No entanto para isso é necessário perceber o que falhou para que a conjectura não resistisse aos sucessivos testes e procurar ter em conta esse aspecto na formulação de uma nova conjectura. Deste modo, uma atividade de investigação não é caracterizada apenas pelos processos matemáticos nela envolvidos, mas também pela interação entre eles; ou seja, pelas relações que devem necessariamente estabelecer entre eles.

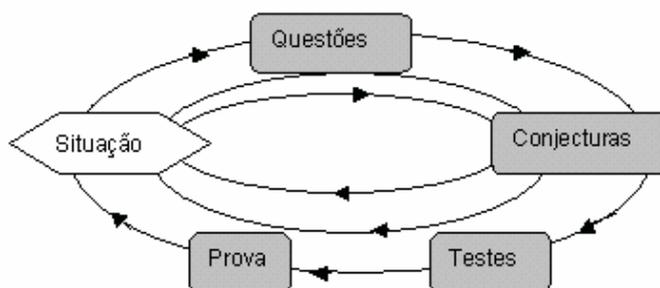


Figura A – A Atividade de investigação

(Oliveira, 1998, p.15)

Resumindo, na exploração de uma investigação o aluno desenvolve uma atividade próxima da dos matemáticos profissionais. Assim, investigar significa formular boas questões e usar processos e conhecimentos matemáticos que permitam tomar decisões sobre essas questões. Esta atividade envolve

diversos processos matemáticos – formulação de questões, formulação de conjecturas, prova das conjecturas que resistiram a sucessivos testes – que interagem entre si.

1.5 Uma aula com investigações

A aula tradicional normalmente contém uma seqüência: explicação da matéria, resolução de exercícios e correção dos mesmos. Uma aula dita investigativa tem uma dinâmica bem diferente, influenciada por vários fatores.

A dinâmica de uma aula com investigações é influenciada por uma grande diversidade de fatores. Alguns deles são anteriores ao próprio desenvolvimento da aula, ou seja, a forma como é planejada. “Não se pode nem se pretende planejar os caminhos que os alunos vão seguir, mas pode planejar-se o tipo de trabalho a desenvolver”, afirma Varandas (2000). Esperamos assim que os alunos discutam com os colegas, se envolvam nas tarefas de descoberta e encontrem os seus próprios caminhos experimentando e/ou conjecturando. No entanto, é fundamental que o professor desenvolva ele próprio uma atitude investigativa, sem que isso venha a comprometer uma dinâmica centrada no trabalho dos alunos.

Uma aula investigativa desenvolve-se habitualmente em três fases: *introdução da tarefa*: em que o professor faz a proposta à turma, oralmente ou por escrito; *realização da investigação*: individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma; *discussão dos resultados*: em que os

alunos relatam aos colegas o trabalho realizado, se promove um debate e se faz o fechamento ou institucionalização do conhecimento (Ponte, Brocardo e Oliveira, 2003).

As decisões que o professor tem de tomar relativamente a cada uma delas, devem ser orientadas pelos seguintes propósitos gerais descritos por Ponte et al (2003):

- a introdução deve clarificar aspectos da tarefa e sobre o tipo de atividade que se pretende que os alunos desenvolvam;
- no desenvolvimento da tarefa deve-se procurar centrar o trabalho na atividade do aluno, nas suas idéias e pesquisas;
- a discussão final deve constituir uma oportunidade de refletir sobre a atividade.

Passamos agora a expor cada uma dessas fases.

1.5.1 Introdução da tarefa

A fase de introdução da tarefa tem uma dinâmica e exigências próprias que poderão influenciar decisivamente o sucesso do trabalho. A apresentação da proposta aos alunos poderá ser feita de diversos modos. Um deles é o misto. Ele é constituído por uma distribuição do enunciado escrito complementado por uma apresentação oral para toda a turma. Esta apresentação tem como objetivos esclarecer possíveis dúvidas e criar um ambiente favorável ao desenvolvimento do trabalho, ressaltam Varandas et al.

(2000).

Portanto, na fase inicial de uma investigação, o professor deve procurar criar esse tipo de ambiente e informar aos alunos do papel que se propõe a desempenhar, ou seja, estabelecer com eles um tipo de contrato didático, para que as aulas se desenvolvam de modo a atingir seus objetivos inicialmente pretendidos.

Varandas et al (2000) consideram que nesta fase o professor terá que decidir quais as questões ele pode dar respostas e quais deve remeter ao trabalho dos grupos. Neste momento o professor não pode dar todas as dicas, e sim direcionar suas atitudes pelas intenções pretendidas.

Esta fase deve ser relativamente breve para que o aluno não perca o interesse pela tarefa e o tempo disponível da aula seja bem aproveitado para a realização da investigação.

1.5.2 Realização da investigação

Durante a realização da tarefa pretende-se desenvolver em todos os alunos uma atitude investigativa, devendo por isso ter cuidado para que a aula se centre realmente na atividade dos alunos, nas suas idéias e na sua pesquisa. O professor deve fazer as intervenções que julgar necessárias.

Um fato importante é que o aluno deve sentir que as suas idéias são valorizadas, que se espera que as discuta com os colegas, não sendo necessária a validação constante por parte do professor. O aluno deve se

sentir capaz de validar suas conjecturas sem a dependência da opinião do professor.

Cabe ao professor procurar compreender como o trabalho dos alunos vai processando e dar o apoio que for necessário.

É habitual, após o surgimento das primeiras questões e do esclarecimento das primeiras conjecturas, que os alunos formulem outras questões e conjecturas por analogia com as primeiras. Esse é um procedimento desejável em todo o tipo de tarefa, o professor poderá fazer uma sugestão aos alunos quando estiverem num impasse, ou simplesmente, para enriquecer a sua investigação.

As conjecturas podem surgir do aluno de diversas formas, por exemplo, por observação direta dos dados, por manipulação dos dados ou por analogia com outras conjecturas.

É de extrema importância a realização de um registro escrito do trabalho de investigação. É somente quando se dispõem a registrar as suas conjecturas, que os alunos se confrontam com a necessidade de explicitarem as suas idéias, de estabelecerem consensos e um entendimento comum quanto às suas realizações. Pode ser que o registro escrito constitua um desafio adicional para os alunos, porque exige um tipo de representação que talvez, eles nunca tenham utilizado, mas se for, esta dificuldade deve ser superada.

1.5.3 Discussão dos resultados

A reflexão é um elemento indispensável numa aula de investigação. Realizar uma atividade de investigação e não refletir sobre ela é perder uma das suas grandes potencialidades. Como referem Bishop e Goffree (1986) a aprendizagem não resulta simplesmente da atividade, mas sim da reflexão sobre a mesma por parte dos alunos. Deste modo, é fundamental proporcionar aos alunos momentos onde possam pensar e, sobretudo refletir sobre a atividade realizada.

A justificação ou prova das conjecturas é uma vertente do trabalho investigativo que tende a ser relegada para segundo plano ou até mesmo a ser esquecida, em especial, nos níveis de escolaridade mais elementares, ressalta Ponte (2003). No entanto, existe alguma tendência dos alunos para aceitarem as conjecturas depois de terem verificado apenas um número reduzido de casos, por isso, é fundamental, para que o processo investigativo não saia empobrecido, que o professor procure levar os alunos a compreender o carácter provisório das conjecturas.

O professor deve garantir que sejam comunicados os resultados e os processos mais significativos da investigação realizada e estimular os alunos a questionarem-se mutuamente. Esta fase deve permitir também uma sistematização das principais idéias e uma reflexão sobre o trabalho realizado.

A fase de discussão é fundamental para que os alunos ganhem um entendimento mais rico do que significa investigar e também desenvolvam a

capacidade de se comunicar matematicamente e de refletir sobre o seu trabalho e o seu poder de argumentação.

Sem a discussão final sobre a atividade dos alunos pode-se perder o sentido da investigação afirma Ponte (2003). É usualmente nesta fase que serão postas em confronto as estratégias, as hipóteses e as justificações que os diferentes alunos ou grupos de alunos construíram, e que o professor assume as funções de modelador.

Muitas vezes, o professor estabelece de início o tempo que quer conceder para a realização da tarefa e para a discussão final, e faz com que este plano seja cumprido, com maior ou menor flexibilidade.

1.6 Aspectos Gerais da tarefa

Segundo Varandas (2000), as tarefas de investigação a propor podem surgir das atividades dos alunos ou mesmo serem sugeridas por estes, mas, normalmente, surgem por proposta do professor. Ao propor uma investigação, o professor terá de levar em conta as especificidades do grupo de alunos que constitui a turma, o currículo que tem a seguir e algumas limitações de espaço e tempo. A elaboração, seleção ou reformulação das propostas para os alunos deverá ser feita cuidadosamente, pois influencia o desenrolar da sua atividade matemática. É necessário lembrar freqüentemente que a tarefa deverá proporcionar uma atividade de investigação para todos os alunos e também considerar a sua realidade cognitiva e cultural, de modo a despertar-lhe a

curiosidade e o entusiasmo, proporcionando-lhes experiências diversificadas e desafiantes, fazendo apelo aos seus conhecimentos prévios e intuições.

Não devemos esquecer que a interpretação da tarefa deve ser, ela própria, um dos objetivos dessa aula, e gradualmente, deve esperar-se que o aluno realize autonomamente ou com os colegas. Não convém que o professor se adiante nas respostas das atividades, o conveniente é que ele se coloque no papel de observador e mediador do processo de ensino e aprendizagem, favorecendo assim o desenvolvimento do educando.

O ambiente de aprendizagem que se cria numa aula de investigações depende, em parte, do modo como os alunos estão organizados para trabalhar, afirma ainda Varandas et al (2000). De um modo geral, na fase de desenvolvimento da tarefa, a organização mais propícia seria em pequenos grupos, porque neste ambiente se favorece a troca de idéias, confronto de opiniões e argumentos, para que o medo de “arriscar” conjecturas se torna reduzido. Porém, não é vetada a realização de atividades envolvendo toda a turma. Neste caso, o professor tem um papel mais ativo quer na coordenação das diferentes interações quer no desenrolar da própria investigação, mas esta opção poderá ser útil para introduzir os alunos neste tipo de trabalho. Uma organização que envolva estes dois modos de trabalho é muito defendida por Ponte; pois o trabalho em pequeno e grande grupo pode revelar-se também interessante: um início de aula em grande grupo com carácter problematizador ajuda a levantar as questões e fomentar o espírito de pesquisa e em seguida o trabalho em pequenos grupos.

O tempo para a realização das investigações dependerá muito da tarefa escolhida, mas, também, dos objetivos estabelecidos. Contudo, se a tarefa necessitar de duas aulas para ser explorada, poderá ser vantajoso que essas aulas se realizem no mesmo dia, de forma que os alunos não percam a sua linha de pensamento e envolvimento. No entanto, nem sempre as condições reais em uma escola favorecem que se siga essa recomendação.

1.7 Os papéis do professor numa aula de investigação

Numa aula de investigação, a interação que o professor tem de estabelecer com os alunos é bem diferente da que ocorre em outros tipos de aula, levando-o a confrontar-se com algumas dificuldades e dilemas.

Ponte et al (2003) consideram que no acompanhamento que o professor faz do trabalho dos alunos, ele deve procurar atingir um equilíbrio entre dois pólos. Por um lado, dar-lhes a autonomia que é necessária para não comprometer sua autoria de investigação e, por outro lado, garantir que o trabalho dos alunos vá fluindo e seja significativo.

Desse modo, segundo Ponte *et al.* (1998), o professor desempenha um conjunto de papéis bem diversos no decorrer de uma investigação:

- *Estimular os alunos*: escolhendo questões ou situações iniciais que, potencialmente, constitua um verdadeiro desafio para os alunos;
- *Avaliar o progresso dos alunos*: recolher informações sobre o modo como se vai desenrolando o trabalho dos alunos, desde o primeiro

momento da investigação;

- *Apoiar o trabalho dos alunos*: conceder aos alunos apoio de forma a garantir que sejam atingidos os objetivos estabelecidos para a atividade.

Na perspectiva acima numa aula de investigação matemática, tal como em qualquer outra, tudo o que acontece, depende de uma boa medida do professor e dos alunos. O professor precisa conhecer bem os seus alunos e estabelecer com eles um bom ambiente de aprendizagem para que as investigações possam ser realizadas com sucesso. Essas aulas caracterizam-se por uma grande margem de imprevisibilidade, exigindo do professor uma flexibilidade para lidar com as situações novas que, provavelmente irão aparecer.

CAPÍTULO 2

CONCEPÇÃO E DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO DE CAMPO

2.1 O desenvolvimento da pesquisa de campo

Nessa pesquisa, como mencionamos anteriormente, contamos com a colaboração de alunos de 8ª série do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede municipal de São Paulo. O grupo era constituído de 34 alunos dos quais 19 eram meninos e 15 meninas na faixa etária de 13 a 16 anos, de uma escola municipal da cidade de São Paulo. A classe foi informada de que a atividade fazia parte de uma pesquisa por nós realizada e que não valeria nota. Todos os alunos se dispuseram a participar.

As atividades foram realizadas em grupos de dois ou três alunos, sendo estes grupos formados a escolha dos próprios alunos sem sofrer qualquer influência. O motivo do trabalho em grupo se baseia no proposto por Mason (1996), que requer um trabalho que promova a interação entre os alunos, favorecendo o desenvolvimento oral e escrito, explorando as habilidades de observação, descrição, explicação e questionamento, evidenciando formas diferentes de ver as coisas: o que um aluno percebe pode ser visto de forma diferente pelo outro ou até nem ser observado, o que serve como alavanca para despertar discussões entre os grupos.

2.2 As atividades planejadas

Na área de Educação Matemática tem se discutido muito sobre a necessidade do professor utilizar novas abordagens metodológicas, que não estejam só atrelados à exposição do conteúdo, exemplos e exercícios de fixação.

Dentro dessa perspectiva, o docente deve procurar promover situações que permitam uma maior reflexão dos alunos sobre o conteúdo que deseja ensinar. Ou seja, o professor deve elaborar atividades desafiadoras e geradoras de conflitos cognitivos.

É possível conceber tarefas adequadas a diferentes níveis de desenvolvimento e que exijam um número reduzido de pré-requisitos. No entanto, a sua exploração pode contribuir para uma compreensão de fatos e relações que vai muito além da simples memorização e utilização de técnicas para resolver exercícios.

As investigações geométricas contribuem para que os estudantes percebam aspectos essenciais da atividade matemática, tais como formulações e teste de conjecturas e a procura de demonstrações e generalizações, afirma Ponte (2003). A exploração de diferentes tipos de investigação geométrica pode também contribuir para concretizar a relação entre situações da realidade e situações matemáticas, desenvolver capacidades como a visualização espacial e o uso de diferentes formas de representação, evidenciar conexões matemáticas e ilustrar aspectos interessantes da história e da evolução da

Matemática.

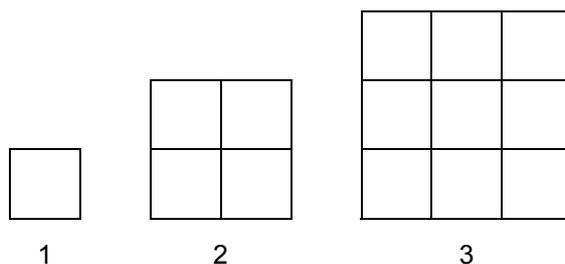
Tendo por base as referências indicadas anteriormente, selecionamos tarefas de investigação matemática envolvendo alguns conteúdos geométricos e outros que auxiliariam a exploração dos mesmos. Além disso, houve a preocupação de criar propostas e abordagens de ensino de acordo com a realidade brasileira. No momento da seleção das tarefas que utilizaríamos escolhemos algumas tarefas tradicionais de investigação matemática e também fizemos uma adaptação de exercícios de livros didáticos.

As tarefas selecionadas têm como objetivo que os alunos compreendam como se faz uma generalização a partir de alguns casos particulares, utilizando os processos de investigação. Nas tarefas trabalhamos com alguns conteúdos que envolvem os conceitos de área e perímetro de figuras planas e soma dos ângulos internos de polígonos, entre outros. E também esperamos que eles entendam que as investigações contribuem para o desenvolvimento da compreensão global de conceitos matemáticos, bem como as capacidades matemáticas importantes como a formulação e teste de conjecturas e a procura de generalizações.

Apresentaremos a seguir as atividades selecionadas para serem desenvolvidas em sala de aula e algumas considerações a respeito dos objetivos que pretendemos atingir com o desenvolvimento de cada tarefa.

2.2.1 Primeira Tarefa

Figuras de forma quadrada foram construídas com palitos de fósforo todos do mesmo tamanho, como mostra a ilustração abaixo.



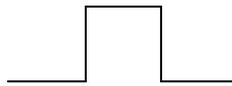
a) Quantos fósforos foram utilizados na construção dessas figuras?

b) Investigue quantos fósforos são necessários para construir qualquer figura desse tipo.

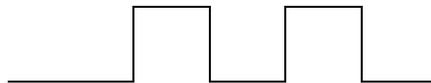
O propósito desta tarefa era o de verificar os procedimentos de contagem da quantidade de palitos utilizada na primeira parte da atividade e em seguida fazer outros desenhos de quadrados do mesmo tipo no qual ele também realize a contagem, e espera-se que de posse desses elementos estejam em condições de levantar hipóteses, a partir de discussões em grupo, sobre o que acontecerá em quaisquer outros casos semelhantes aos já analisados. E assim poder chegar a uma generalização.

2.2.2 Segunda Tarefa

Pretende-se construir “portas” com palitos. É possível construir uma “porta” com 5 palitos. Veja só:



É possível construir duas “portas” com 9 palitos. Observe:



É possível construir três “portas” com 13 palitos:

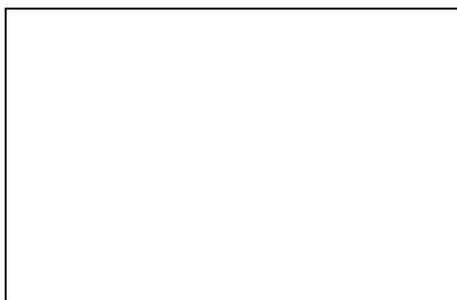


- a) Quantos palitos são necessários para construir dez “portas”.
 - b) E em geral?
-

Esta segunda tarefa teve o objetivo da observação das regularidades. Espera-se que o aluno realize as contagens solicitadas na primeira parte da atividade, e através de conjecturas consiga realizar uma generalização para os demais casos.

2.2.3 Terceira Tarefa

Com 20 palitos podemos construir um retângulo de lados 6 e 4, como mostra a figura:



- a) Que outros retângulos podem ser construídos com 20 palitos no contorno?
 - b) Qual a área de cada um deles?
 - c) O que você pode concluir com essas informações?
-

Nesta tarefa temos o objetivo, mais uma vez de desenvolver nos alunos a capacidade de observar regularidades e fazer generalizações.

2.2.4 Quarta Tarefa

Considere o quadrado feito com 4 palitos.



Cada palito corresponde a um lado do quadrado. Para as atividades que

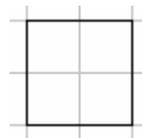
faremos a seguir, a unidade será a área desse quadrado, que vamos indicar por 1qp (quadrado de palito).

Agora usando palitos, vamos construir o contorno de diferentes polígonos.



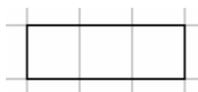
Retângulo do tipo 1 x 2

A área desse retângulo é 2qp



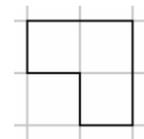
Retângulo do tipo 2 x 2

A área desse retângulo é 4qp



Retângulo do tipo 1 x 3

A área desse retângulo é 3qp



Hexágono com 8 palitos

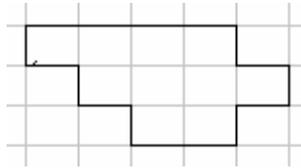
A área desse polígono é 3qp

Observe que as três últimas figuras foram feitas com o mesmo número de palitos (8 palitos). Portanto, elas têm o mesmo perímetro. Mas as áreas são diferentes.

a) Com 14 palitos de fósforo construa e desenhe polígonos com as seguintes áreas:

- 2qp
- 11qp
- 10qp
- 9qp

b) Considere a seguinte figura:

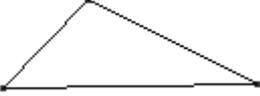
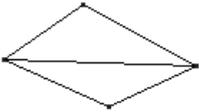
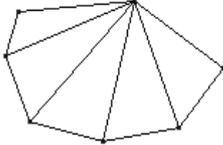
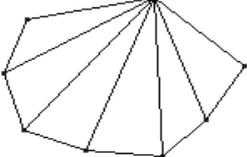


- Qual a área dessa figura?
 - E o perímetro?
 - Movimente só 2 palitos para que a figura amplie de 1qp de área.
 - Com esse número de palitos, qual é o polígono de maior área que se pode construir?
-

Na quarta atividade o objetivo é a exploração de perímetros e áreas de superfícies delimitadas por palitos, utilizando uma unidade de medida como padrão de comparação, fazendo estimativas e realizando previsões. Espera-se que os alunos através da utilização de palitos façam diversos experimentos até chegarem às suas generalizações.

2.2.5 Quinta Tarefa

A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° . Sabendo disso dá para determinar a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono qualquer. Basta decompor o polígono em triângulos. Veja só:

Polígono	Número mínimo de triângulos	Desenho	Soma da medida dos ângulos internos
triângulo	1		180°
quadrilátero	2		360°
Pentágono	3		540°
hexágono	4		720°
heptágono	5		900°
octógono	6		1080°

a) Quanto é a soma das medidas dos ângulos internos de um dodecágono?

b) E de um pentadecágono?

c) E em geral?

Esta tarefa tem o objetivo de trabalhar a soma dos ângulos internos de polígonos a partir de sua decomposição em triângulos. Pretende-se que o aluno analise a tabela apresentada com alguns exemplos de polígonos e suas respectivas somas dos ângulos internos, para que assim possam levantar conjecturas a partir de algumas perguntas formuladas.

2.3 Apresentação dos dados coletados

2.3.1 Tarefa 1

As atividades foram realizadas de fevereiro a março do ano de 2007.

Primeiramente foi solicitado que os alunos se organizassem em grupos de três, alguns realizaram a atividade em dupla. Em seguida foi distribuída a tarefa 1 por escrito; optamos por fazer uma leitura em voz alta para que assim pudéssemos esclarecer o procedimento da atividade, porém, sem informações adicionais.

Durante a execução da atividade percorremos a sala, observando como os alunos se comportavam em relação à atividade apresentada, reforçando que escrevessem como tinham chegado às suas respostas, adotando assim uma postura de retaguarda. Neste momento, os alunos solicitavam muito a nossa presença para esclarecer dúvidas e confirmar suas respostas. E foi constantemente reforçado que nós queríamos saber como pensavam sobre a questão e que discutissem com os colegas.

Inicialmente, muitos alunos reclamaram que não estavam entendendo o que era para fazer, então, pedimos que lessem novamente e discutissem com o grupo para esclarecer as dúvidas. Percebemos que eles tinham muita dificuldade para entender o conceito de generalização, o que já era esperado.

Os alunos iniciaram a tarefa com muito entusiasmo. Depois de lerem o enunciado começaram uma discussão sobre os aspectos que iam observando e as informações que iam recolhendo, neste momento os alunos estavam se embrenhando na situação, familiarizando-se com os dados e se apropriando um pouco mais do sentido da tarefa. Mas, mesmo assim sempre recorriam a uma aprovação da professora, pois o foco da investigação ainda não tinha sido completamente identificado pelos alunos.

Passados os primeiros 20 minutos de aula, pudemos perceber que a ansiedade dos alunos havia diminuído e eles já podiam pensar com mais clareza sobre a tarefa. Foi a partir desse momento que começaram a surgir as primeiras conjeturas por parte dos alunos.

Nos diálogos seguintes, eles faziam espontaneamente esse tipo de procedimento, e trabalhavam por um bom tempo identificando algumas relações.

A2: Ah eu já sei, a base para fazer qualquer quadrado é 1, ou seja, 4 palitos.

A4: Eu não entendi nada.

A2: Para fazer o 1º quadrado são 4 palitos, o 2º são 3 e o 3º são 2.

A5: Um número vezes outro que dê par dá para fazer um quadrado.

A6: Percebi que para qualquer quadrado são números pares.

A aluna A2 continuava entusiasmada com a investigação e não desistia de descobrir uma relação que pudesse ser válida em qualquer tipo de quadrado, embora ainda não entendesse muito bem o que era generalização. Neste episódio verifica-se o empenho dos alunos em busca de uma regularidade na disposição dos palitos na construção de quadrados.

Os grupos faziam vários desenhos de quadrados diferentes, contavam quantos palitos eram utilizados em cada um deles, mas não conseguiam tirar uma conclusão aceitável.

Um dos grupos nos chamou e disse:

A1: Professora, neste quadrado (5 de lado) eu usei 60 palitos, neste (4 de lado) 40 e neste (2 de lado) 12.

Professora: Muito bem, mas e se eu quiser saber quantos palitos vou usar em um quadrado de 20 de lado?

A1: Ah professora, aí fica muito difícil.

Professora: Por isso vocês têm que achar uma solução sem precisar ficar desenhando todos os quadrados.

A1: Se o quadrado de lado 5 é 60 então, o de lado 20 é 240.

Professora: Verifique com o seu grupo se isso é verdade.

Neste momento pudemos constatar uma postura interrogativa por parte da professora, com a intenção de clarificar as idéias dos integrantes do grupo, para assim proporcionar um estabelecimento de conjecturas com maior segurança.

Depois da exploração da tarefa, fizemos uma institucionalização do conhecimento, coordenando uma discussão das descobertas dos alunos de modo a que todos tivessem a oportunidade de intervir. Paralelamente, insistimos na procura de argumentos que pudessem justificar as relações encontradas. Todo este procedimento durou três aulas de 45 minutos.

Ao final da aula pode ser feito um balanço positivo da participação dos alunos, pois grande parte demonstrou bastante interesse e empenho em concluir a atividade com êxito, participando ativamente.

2.3.2 Tarefa 2

Após uma semana foi aplicada a segunda tarefa a esta mesma turma de 8ª série. Foi distribuída a atividade e junto com esta uma caixa de palitos para que os alunos pudessem desenvolver a atividade. No início eles ficaram empolgados em mexer com os palitos, logo em seguida representaram a quantidade de portas pedida no item (a) da atividade, chegando quase todos a resposta correta. Alguns alunos optaram por fazer só os desenhos, porque não queriam usar os palitos.

Feito isso, os alunos começam a solicitar a presença da professora para confirmar suas respostas; nesse momento propusemos que investigassem quantos palitos utilizariam na construção de outras quantidades de portas. Então, os alunos começaram a fazer os desenhos representando estas situações em suas atividades. Mais uma vez, verificamos que o aluno precisa

ter suas idéias valorizadas para que com o tempo possa se desprender da constante validação de seus pensamentos por parte do professor.

Após os alunos terem se apropriado dos dados, trabalhado um pouco com eles e compreenderem o intuito da tarefa, começaram a aparecer as primeiras conjecturas, do tipo:

A2: São sempre números ímpares.

Professora: Muito bem, e o que você pode concluir com essa informação?

A5: Se para 1 porta são 5, então para 10 portas são $5 \times 10 = 50$, mas utilizando os palitos deu 41.

Professora: Então, discuta com o seu grupo o que não está dando certo.

A aluna A5 levantou uma hipótese, porém, logo em seguida a refutou. Percebendo que aquela hipótese não se validou, ela e os colegas de grupo partiram em busca de uma nova hipótese.

Nessas hipóteses iniciais, os alunos já começaram a ter uma melhor noção do que estavam procurando, comportamento diferente do observado na tarefa 1 em que se encontravam um pouco perdidos.

Passados uns 30 minutos da aula as conjecturas começaram a se solidificar, vejamos algumas.

A7: Deu 41 então vou procurar na tabuada onde tem 41.

A1: Não tem. Só tem 40.

A7: Então usa o 40 e soma 1.

Professora: Verifiquem se isso funciona para as outras quantidades de portas.

Em um outro grupo:

A8: Já sei, professora, é só multiplicar por 4 e somar 1.

Professora: Multiplicar o quê?

A8: As portas, né.

No final da aula houve uma discussão com todos os alunos, quando foi solicitado que se manifestassem sobre as hipóteses que haviam sido levantadas em seus grupos, e então, fizemos uma formalização da tarefa. Neste momento, pedimos aos alunos que escolhessem um componente do grupo para ser o redator de um relatório que deveria ser entregue na aula seguinte, onde deveria constar quais as discussões e dificuldades que apareceram no grupo durante a execução da atividade.

2.3.3 Tarefa 3

Esta tarefa foi aplicada sete dias após a tarefa anterior e os alunos também receberam palitos para auxiliá-los na resolução do problema proposto. As instruções foram lidas em voz alta para os alunos, mas sem esclarecimentos e logo em seguida, eles pegaram os palitos e começaram a construir um retângulo, alguns deles reproduziram o mesmo retângulo utilizado como exemplo e então dissemos a eles que deveriam encontrar outros diferentes com a mesma quantidade de palitos.

Alguns alunos começaram a medir com a régua o comprimento dos lados do retângulo, e nós tivemos que intervir esclarecendo que a nossa unidade de medida era o palito.

Já decorridos alguns minutos da aula começaram a surgir as primeiras construções de retângulos respeitando as exigências do enunciado. Um aluno perguntou se o retângulo tinha que fechar, e então, pudemos constatar que alguns alunos não tinham construído o conceito de retângulo. Ainda com relação a este conceito surgiram alguns questionamentos, como:

A9: Professora pode ser 5 por 5?

Professora: O que seu grupo acha?

A8: Mas aí vira um quadrado.

Em um outro grupo surgiu a mesma dúvida:

A1: Poder ser 5 por 5?

Professora: O que você e seu grupo pensam a respeito?

A1: Eu acho que pode.

A10: Eu acho que não, assim vira um quadrado.

Esta tarefa apresentava todas as condições para que se gerasse esse tipo de discussão, como já era previsto. E isso foi bastante oportuno para que fizéssemos um trabalho mais aprofundado com os alunos sobre os conceitos de quadrado e retângulo. Fizemos algumas considerações com os grupos nos quais a discussão apareceu mais consistente com a intenção de aprofundar mais o assunto num momento posterior.

Quando passaram para a parte (b) da atividade, surgiram muitas dúvidas

sobre o cálculo de área. Na verdade, eles não sabiam ou não lembravam como se realizava o cálculo da área de um retângulo, neste momento tivemos que intervir, pois de início, nenhum dos alunos conseguiu resolver este item. Então, foi necessário esclarecer como se efetuava o cálculo da área de um retângulo, para que os alunos prosseguissem no desenvolvimento da atividade.

Em um grupo, uma aluna (A7) disse que a área de um dos retângulos era 7 vezes 3 e então o resultado era 21, mas como tinham 20 palitos deveriam tirar 1. Neste momento, percebi que estavam confundindo área com perímetro porque acreditavam que os dois deveriam ter o mesmo valor. Por isso, tivemos que provocá-los com perguntas do tipo: o que te leva a pensar que os dois devem ter valores iguais? Será que você tem mesmo que subtrair 1? Em quanto os alunos se organizavam para responder as tais perguntas, a investigação pode tomar outros rumos.

A maioria dos alunos tentava encontrar uma relação entre a área e o número de palitos de qualquer forma, subtraindo, multiplicando ou dividindo os números encontrados, fazendo relações com números pares ou ímpares, mas poucos chegaram a conclusão que não havia relação alguma entre a área e o número de palitos (perímetro) utilizado na construção da figura.

Os alunos se confundiram muito tentando encontrar soluções para esta tarefa, principalmente quando as respostas surgiam em duplicidade, ou seja, eles acreditavam que o simples fato de trocar a base pela altura resultaria em um retângulo diferente. Portanto, a principal dúvida era se uma figura de mesma base e altura poderia ou não ser considerada retângulo.

No final da aula houve um momento de interação, no qual cada grupo pôde apresentar suas hipóteses e confrontá-las com a de outros grupos facilitando assim o esclarecimento das dúvidas que surgiram durante o desenvolvimento da tarefa para que pudéssemos finalmente concluí-la com sucesso.

2.3.4 Tarefa 4

A tarefa 4 foi aplicada na semana seguinte a realização da tarefa 3. Os grupos receberam as instruções e uma caixa de palitos. Foi feita uma leitura em voz alta dos procedimentos, e logo os alunos começaram a trabalhar na tarefa. No início surgiram dúvidas do tipo “O que é para fazer?”, pergunta esta que sempre era feita por algum aluno em todas as tarefas. A resposta foi que lessem novamente as instruções e discutissem com seus colegas para esclarecer o que deveria ser feito.

Outra dúvida que surgiu foi a respeito do que seria um polígono, neste momento foi necessário fazer uma intervenção sobre polígonos para que a tarefa pudesse ter seqüência. Um dos grupos perguntou se a figura tinha que fechar. Então, utilizamos um recurso sugerido por Ponte, que “para garantir o progresso do trabalho dos alunos é necessário fornecer ou recordar informações, por meio de perguntas esquadrinhadoras” (Ponte, 2003, p. 53).

Na primeira parte da tarefa a grande maioria dos grupos confundiu a quantidade de palitos que deveriam utilizar com as áreas que eram pedidas em

cada caso. Mas logo que foi esclarecido que o número de palitos que deveria ser usado na construção dos polígonos deveria ser o mesmo para todos os itens, eles começaram a fazer as construções. Entusiasmados, assim que conseguiam construir um dos polígonos nos chamavam para mostrar e saber se estava certo (ainda nesta fase das investigações alguns alunos recorriam a aprovação da professora).

Foi possível perceber a empolgação dos alunos que mexiam os palitos constantemente, enquanto tentavam solucionar as questões. Essa era a segunda tarefa que envolvia o conceito de área, mas mesmo assim, os alunos ainda tinham dúvida quanto ao que seria a área dos polígonos e fizeram a seguinte pergunta:

A11: Professora, área é o que tem fora ou dentro?

Com esta pergunta ficou clara a confusão entre os nomes área e perímetro.

O último item desta atividade pedia para que os alunos encontrassem o polígono de maior área que se podia construir usando 16 palitos. O problema é que alguns grupos encontravam um polígono e já consideravam como resposta.

A2: Professora, o maior é o de 15.

Professora: Vocês têm certeza? Já tentaram encontrar outro?

A12: Na verdade este foi o primeiro que achamos.

Professora: Então vocês têm que confirmar esta resposta antes de considerá-la correta.

Este episódio mostra bem um ponto ressaltado por Ponte (2003), que os alunos tendem a transformar as suas conjecturas em conclusões sem passarem por um processo de justificação.

Neste momento foi necessário desafiá-los a procurar outros polígonos para comparar com o que haviam encontrado e assim pudessem confirmar sua conjectura. Na maioria dos grupos a resposta encontrada era o polígono de área 15 com lados 3 e 5 palitos.

No final da aula os alunos foram chamados a expressarem suas conjecturas para que pudéssemos, juntos, compará-las e institucionalizar os conhecimentos trabalhados nessa tarefa.

2.3.5 Tarefa 5

A quinta e última atividade aplicada seguiu os mesmos procedimentos das anteriores; formou-se os grupos por escolhas dos próprios alunos, mas mesmo assim observamos que esses grupos apresentavam uma pequena alteração no decorrer das aulas. As tarefas foram distribuídas e lidas para toda a sala. O primeiro questionamento que surgiu por parte dos alunos foi “professora, e os palitos?”, e então dissemos a eles que nesta tarefa não usariam palitos, alguns se mostraram decepcionados, e esse acontecimento foi importante para ressaltar a importância do material concreto para o processo de construção do conhecimento.

Embora a atividade informasse que a soma dos ângulos internos dos

triângulos é 180° foi necessário reforçar a informação, pois muitos alunos afirmaram nunca ter aprendido esta propriedade. Assim que terminamos a leitura da atividade surgiu a primeira pergunta:

A1: Professora, o que é dodecágono? E um pentadecágono?

Neste momento a pergunta foi lançada para a sala, como não houve resposta, foi feita uma pequena explicação quanto a esta classificação para que a atividade pudesse dar continuidade. Mais uma vez pudemos identificar, como por exemplo neste episódio, que em certos momentos é necessário que o professor forneça ou recorde algumas informações.

Todos perceberam que teriam que desenhar o polígono com o número de lados pedidos e então decompô-lo em triângulos. Porém, muitos confundiram o número de triângulos com o número de lados do polígono no momento de calcular a soma dos ângulos internos.

A1: Tem que contar os lados.

Professora: Muito bem, e o que você vai fazer com este número?

A1: Multiplicar.

Professora: Por quanto?

A1: Por 180.

Num outro grupo:

A2: Cheguei a conclusão que temos que multiplicar o número de triângulos por 180.

Num terceiro grupo apareceu um raciocínio bem diferente de todos os

outros, na questão sobre a soma dos ângulos internos de um dodecágono um aluno chegou a 1440° , perguntamos como ele procedeu, ou seja, o que ele pensou para chegar aquele valor.

A13: Somei o de 8 com o de 4.

Professora: Tente pensar de uma outra forma para verificar de isso está correto.

Depois de algum tempo ele nos procurou e disse que fez de outra maneira e o resultado foi diferente. E então perguntei qual dos dois estava correto, ele disse que o segundo, mas não soube justificar sua resposta.

No momento de contar os lados dos polígonos alguns alunos contavam os vértices, o que demonstrava uma clara confusão entre os nomes lado e vértice.

No item (c) quando os alunos precisariam generalizar, o processo foi um pouco mais longo e nós os questionávamos: “Se eu quiser saber quanto é a soma dos ângulos internos de um polígono de 100 lados como faria?”. Alguns disseram que seria muito demorado para desenhar. Então perguntamos: “E como saber sem desenhar?”. Neste momento começaram a surgir algumas conjecturas.

A1: É só tirar 2.

Professora: Tirar 2 do quê?

A1: Dos lados.

Professora: E o que eu faço com isso?

A1: Multiplica por 180.

Alguns grupos chegaram a esta conclusão, mas outros não conseguiram formular conjectura alguma. No final da aula foi feita uma discussão com toda a classe, ouvimos as idéias que apareceram discutindo-as e juntos formalizamos a maneira de calcular a soma dos ângulos internos de um polígono.

2.4 Os relatórios

No final de cada aula foi solicitado que o grupo redigisse um relatório sobre a tarefa que realizou, no qual deveria constar o processo de desenvolvimento da atividade, as dúvidas que surgiram, as hipóteses que foram levantadas e as conclusões às quais o grupo chegou. É importante ressaltar que este momento da escrita dos relatórios tem um outro custo cognitivo, podendo ou não ser solicitado ao aluno, o que depende do objetivo que o professor pretende atingir.

Nem todos os grupos entregaram os relatórios solicitados; e nos relatórios que foram entregues não constavam todos os quesitos pedidos; pois, o registro escrito, que se pede numa investigação como essa, constitui um desafio adicional para alunos desse nível de escolaridade porque exige um tipo de representação que eles nunca utilizaram.

Analisando os relatórios podemos classificá-los em três categorias:

1ª categoria: *Relatório de descrição dos resultados*

Enquadram-se nesta categoria os relatórios nos quais os alunos procuraram descrever pura e simplesmente os resultados encontrados, sem analisar ou ressaltar qualquer curiosidade e/ou dúvidas que o grupo encontrou durante o processo de desenvolvimento da atividade proposta. A seguir veremos alguns exemplos desses relatórios.

Relatório

Hoje eu aprendi várias coisas e foi
muito bom fazer triângulos de vários
tipos e saber qual de cada um.

Atividade 5

Hoje nós aprendemos que para
saber a medida de cada
ângulo você tem que multiplicar
o número da medida pelo número
de graus, ou seja 180° , assim
podemos descobrir suas medidas.
Nesse grupo nós não foi aquela coisa
como da aula anterior, mas começamos
a terminar (um pelo menos entendi o
que já aprendo, agora, as coisas
em um só dia).

Figura 1: Relatório do grupo G3

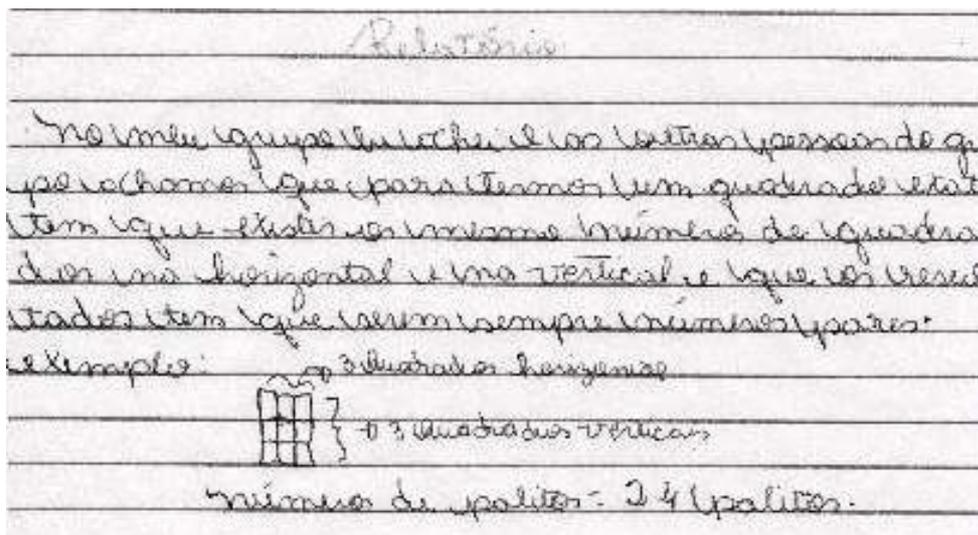


Figura 2: Relatório do grupo G1

2ª categoria: Relatório de observações gerais

Neste grupo de relatórios os alunos tentaram demonstrar seus sentimentos em relação à atividade, se era fácil ou difícil, se todos do grupo estavam atentos ou não, se conseguiram ou não resolver toda a atividade, enfim, ressaltaram seu empenho maior ou menor em obter sucesso na tarefa. A seguir veremos alguns desses relatórios.

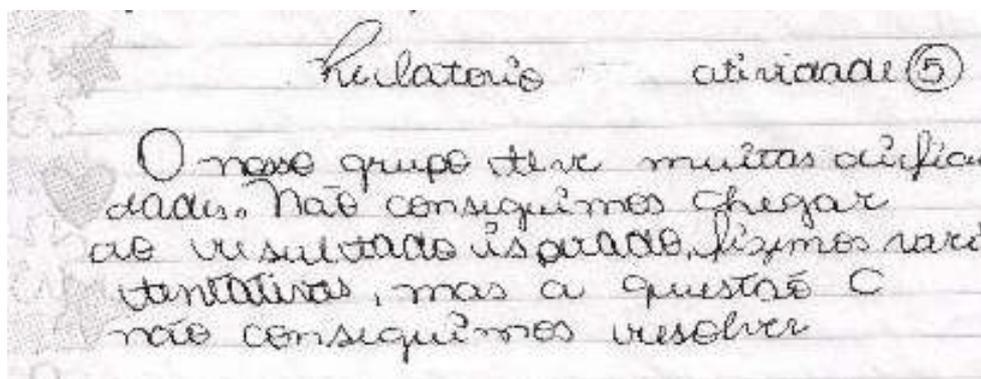
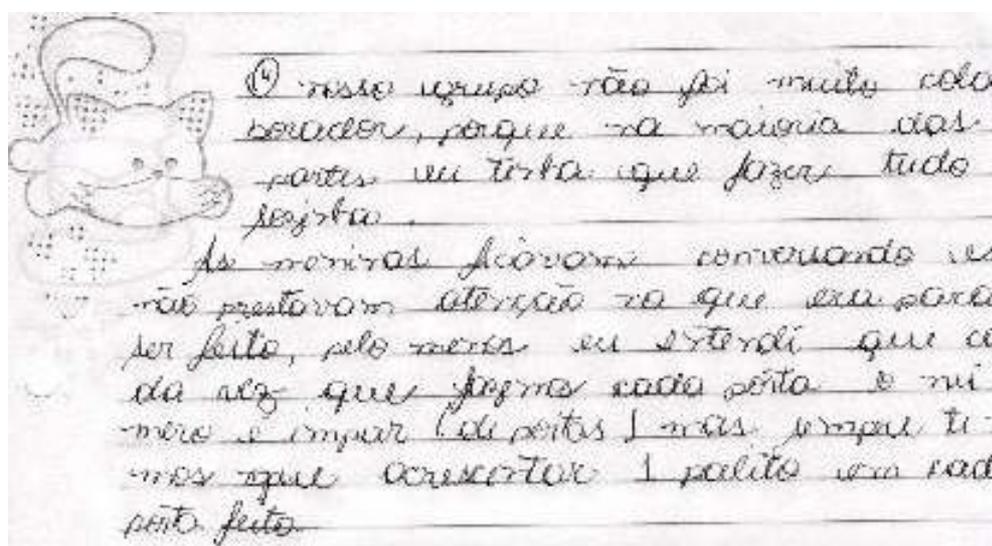


Figura 3: Relatório do grupo G8

No começo foi um pouco complicado, mas com o passar do desenvolvimento do trabalho a situação começou a ficar mais fácil. Geometria é uma questão de concentração de trabalho em grupo."

Figura 4: Relatório do grupo G1



④ Este grupo não foi muito colaborador, porque na maioria das partes eu tentei que fosse tudo registrado.
As meninas ficaram comovidas e não prestaram atenção ao que eu estava fazendo, só meis eu entendi que a da alça que fazemos cada ponto e número e impar (de pontos) mais porque tivemos que acrescentar 1 palito em cada ponto feito.

Figura 5: Relatório do grupo G3

Nós não conseguimos chegar a resposta certa, mas o que vale é o raciocínio. Juntamos e conseguimos chegar um acerto que cada um que fazo juntos, e nos assim que conseguimos fazer nós sabemos que com 5 Palitos nós temos uma porta e então com 2 o Palitos fazemos duas portas. E assim se diante.

Figura 6: Relatório do grupo G11

3ª categoria: Relatório de análise da atividade

Já nesta categoria, os alunos fizeram uma tentativa de analisar a atividade, no sentido de expressar o que conseguiram aprender com ela a quais conclusões conseguiram chegar. Apresentamos a seguir alguns desses relatórios.

Relatório

Nessa atividade aprendemos muitas coisas e esclarecemos muitas dúvidas que tínhamos como?

O que era polígono e outros tanto.

A cada atividade aprendemos coisas novas.

Nesse foi achar o perímetro e ~~calcular~~ calcular a área.

As áreas não são encontradas diretamente dos perímetros, e cada vez que mudamos o formato dos perímetros aumentamos a área de polígonos.

Figura 7: Relatório do grupo G3

Relatório da atividade 3

É não entendemos que sempre a quantidade de palitos são iguais e a área é diferente e também que sempre dá número par com par e número ímpar com número ímpar e também que não precisa desenhá-lo para chegar a suas conclusões porque pode-se fazer.

Exemplo: 5×5 , 2×2 , 1×9 e 3×7 .

Figura 8: Relatório do grupo G2

2.5 Categorização e análise dos resultados

Analisando os protocolos apresentados pelos alunos em cada uma das tarefas propostas durante as aulas, identificamos que de uma maneira geral os alunos apresentaram:

- Respostas com coerência e argumentação e que respondem ao que foi solicitado, ou;
- Respostas com uma certa coerência e argumentação, mas que não respondem completamente ao que foi solicitado, ou;
- Respostas que simplesmente reproduzem o enunciado e que não respondem ao que foi solicitado, ou;
- Respostas em branco ou explicitando o não entendimento ou o não saber fazer.

As respostas dos grupos de alunos serão identificadas por: G1, G2, G3, G4, G5, G6, G7, G8, G9, G10 e G11. Estes grupos podem ser de três ou dois componentes.

2.5.1 Tarefa 1

Esta tarefa tinha como objetivo trabalhar a idéia da generalização. Os alunos demonstraram muita dificuldade no início, pois queriam explicações mais detalhadas. Todos responderam o item (a), porém quando chegaram ao item (b) a dificuldade aumentou, alguns ainda fizeram várias representações de outros tipos de quadrados, mas nenhum aluno conseguiu generalizar, como era

pedido na tarefa.

Para melhor exemplificar as respostas obtidas nesta tarefa, apresentaremos a seguir alguns protocolos dos alunos.

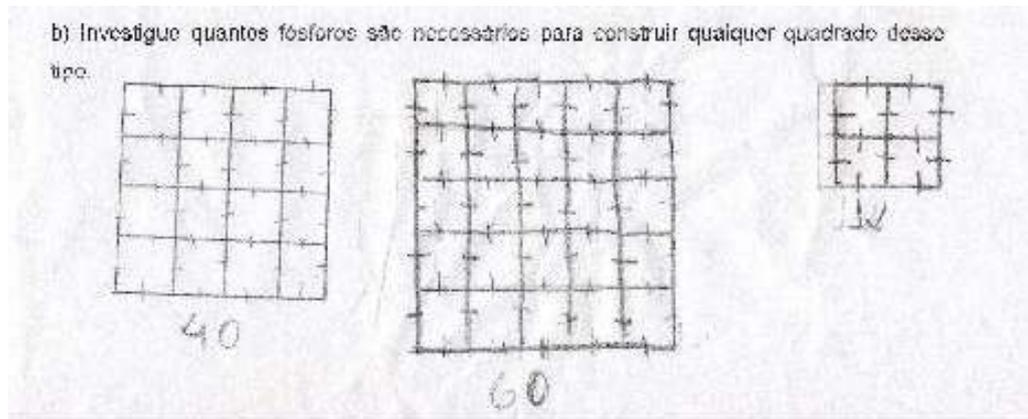
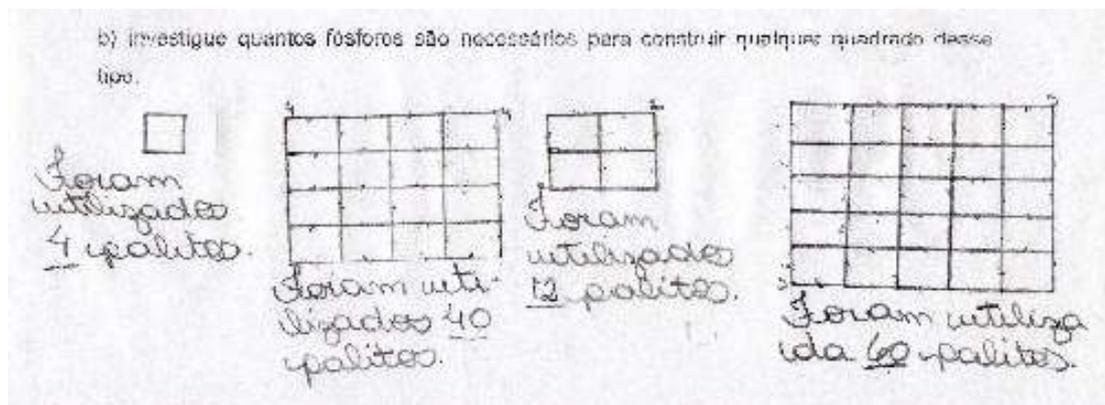


Figura 9: Resolução do grupo G2

Este grupo apenas fez a contagem do número de palitos utilizados na construção dos quadrados, mas não levantou nenhuma conjectura.



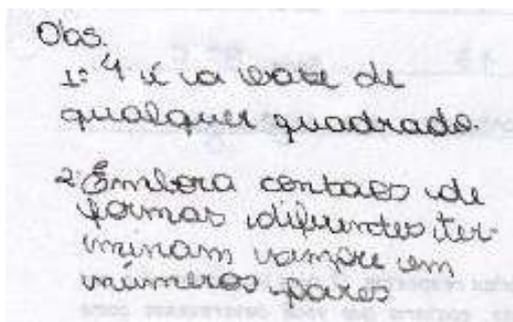


Figura 10: Resolução do grupo G9

Neste exemplo o aluno tentou levantar suas conjecturas com uma certa coerência, mas não conseguiu responder ao que lhe foi perguntado.

2.5.2 Tarefa 2

A segunda tarefa trabalhava com a busca de regularidades e os alunos deveriam fazer uma generalização no final da mesma. Apesar da dificuldade de trabalhar com investigações, os alunos apresentaram resultados melhores nesta tarefa do que na anterior. Eles fizeram a contagem dos palitos utilizados nas portas desenhadas na atividade, levantaram algumas conjecturas, e quatro grupos conseguiram chegar a uma generalização coerente.

Para exemplificar melhor as respostas obtidas nesta tarefa, apresentaremos a seguir alguns protocolos dos alunos.

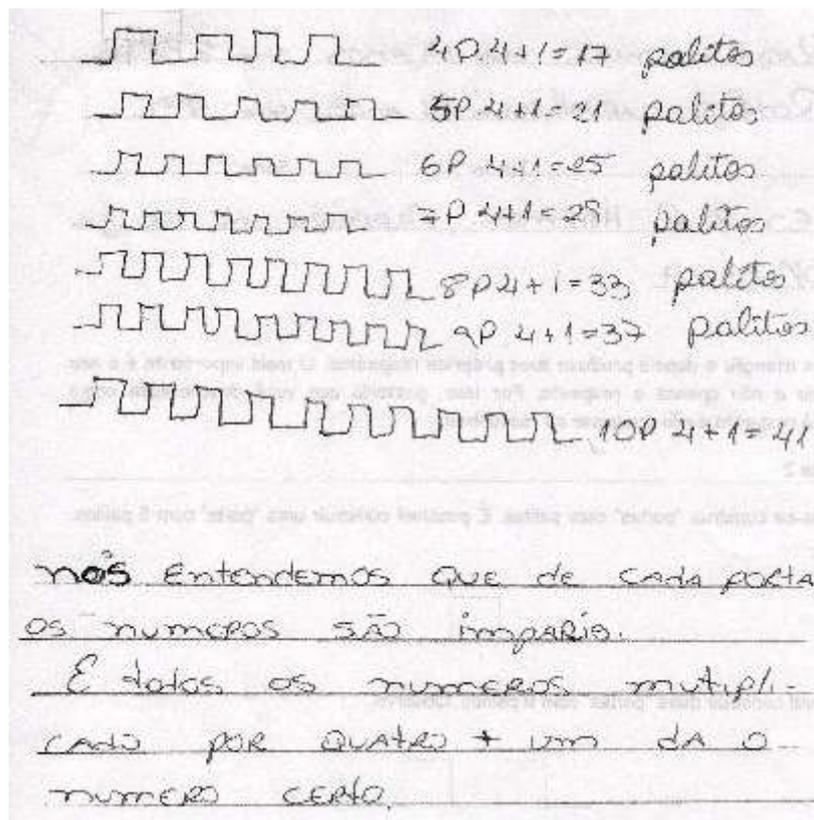


Figura 11: Resolução do grupo G2

Neste exemplo, podemos identificar que o grupo contou o número de palitos utilizados para a construção de algumas quantidades de portas, levantou conjecturas e as testou, chegando assim a uma conclusão que pode ser validada. Portanto, conseguiram resolver a tarefa.

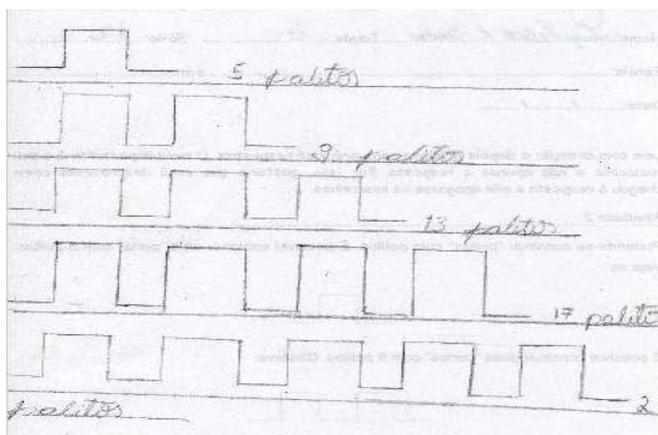


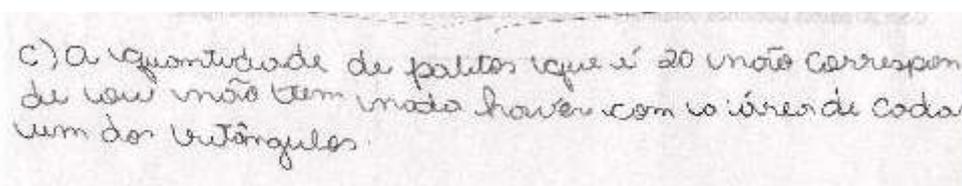
Figura 12: Resolução do grupo G10

A resposta apresentada por este grupo demonstrou que eles só reproduziram o que foi pedido no enunciado, não conjecturaram nada e por isso, não chegaram a nenhuma conclusão.

2.5.3 Tarefa 3

Nesta tarefa os alunos construíam os retângulos levantaram várias conjecturas, porém, nem todos os grupos conseguiram chegar a uma conclusão coerente. Um fato importante que convém ser mencionado nesta tarefa é o momento em que os alunos se depararam com um retângulo de 5 palitos de lado por 5 palitos de altura: em alguns grupos gerou –se um conflito para decidir se deveriam considerar ou não retângulo uma figura que para eles até o momento só se classificaria como quadrado. Como esta situação já era esperada, a professora fez algumas considerações nesses grupos, com a intenção de aprofundar a discussão num momento mais apropriado, quando pudesse envolver todos os alunos.

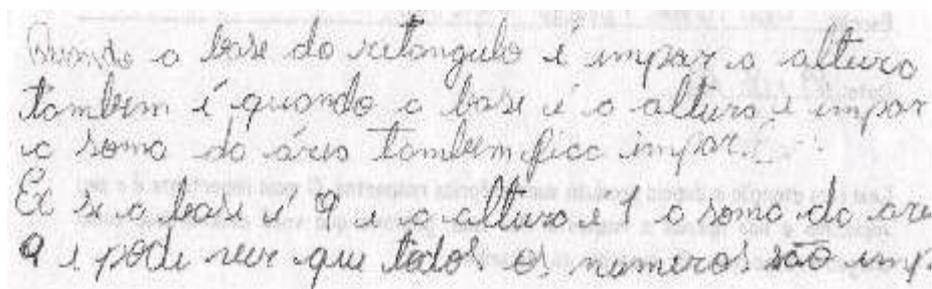
Para melhor exemplificar as respostas obtidas nesta tarefa, apresentaremos a seguir alguns protocolos dos alunos.



c) a quantidade de palitos que é 20 unidades correspondem de cada lado tem uma haste com a haste de cada um dos retângulos.

Figura 13: Resolução do grupo G6.

Neste exemplo, o grupo chegou a uma conclusão correta identificando que a área da figura não tem relação com o seu perímetro.



Quando a base do retângulo é ímpar a altura também é quando a base é a altura ímpar a soma do área também fica ímpar. Ex: se a base é 9 e a altura é 1 a soma do área é 9 e pode ser que todos os números são ímp.

Figura 14: Resolução do grupo G4.

Nas respostas apresentadas por este grupo é possível identificar uma tentativa de justificação dos resultados, embora não tenham conseguido responder totalmente ao que foi solicitado nesta tarefa.

2.5.4 Tarefa 4

Durante o desenvolvimento desta tarefa ficou muito claro que alguns alunos ainda não compreendiam o significado de área e perímetro, apesar de esta ser a terceira atividade que de alguma forma envolvia estes conceitos. No último item da tarefa a maioria dos alunos considerou como resposta o primeiro polígono que construíram, e não se convenceram da necessidade de validar sua conjectura, mas, apesar de todas estas dificuldades esta tarefa foi a que os alunos apresentaram melhor desempenho durante o desenvolvimento desta pesquisa.

Para melhor exemplificar as respostas obtidas, apresentaremos a seguir um dos protocolos.

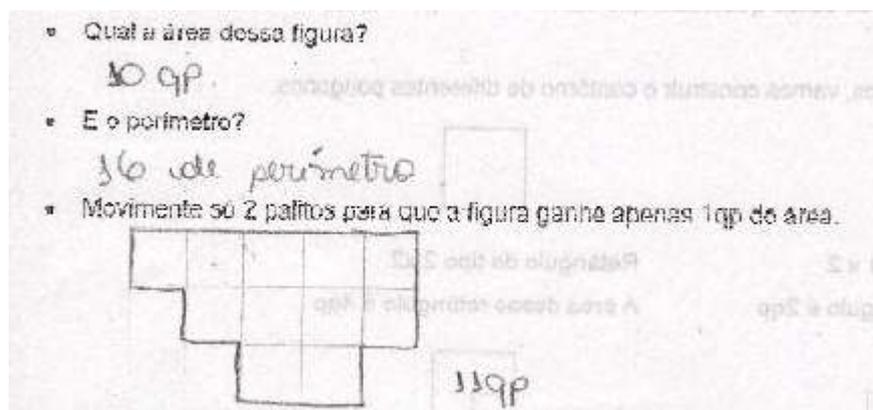
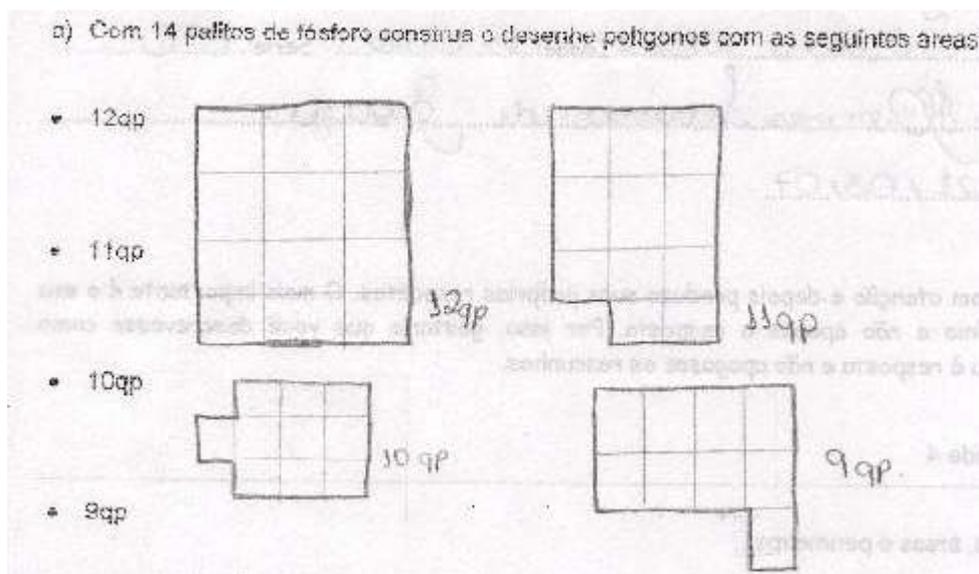


Figura 15: Resolução do grupo G3.

Este grupo apresenta total coerência em suas respostas, demonstrando que compreenderam e conseguiram desenvolver a tarefa de acordo com o enunciado.

3.5 Tarefa 5

A última tarefa desta nossa pesquisa tinha como proposta trabalhar a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono, a partir da decomposição de figuras. Como os alunos demonstraram não ter conhecimentos prévios de que a propriedade sobre a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° e que os polígonos são classificados de acordo com o número de lados, a professora precisou intervir para que os alunos prosseguissem no desenvolvimento da tarefa e, portanto, quase todos conseguiram concluí-la com êxito.

Para exemplificar melhor as respostas obtidas nesta tarefa, apresentaremos a seguir alguns protocolos dos alunos.

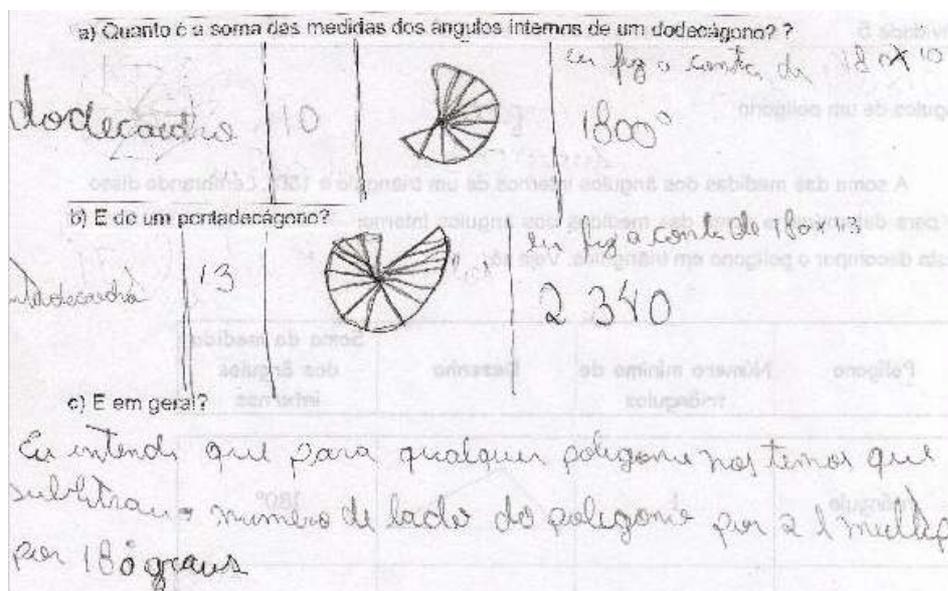


Figura 16: Resolução do grupo G2.

Neste exemplo, podemos perceber que os alunos analisaram a tabela apresentada na atividade, formularam suas conjecturas, testaram e após comprová-las aplicaram-na na resolução dos itens posteriores, respondendo corretamente a tudo que foi pedido.

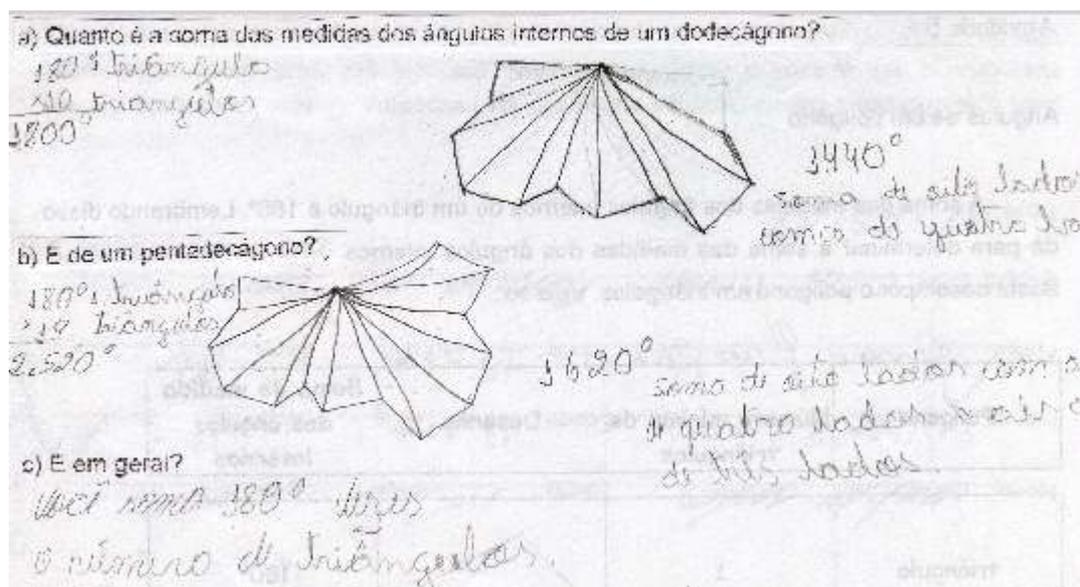


Figura 17: Resolução do grupo G7.

Este grupo apresentou uma resposta com alguma coerência, pois os alunos disseram que devemos multiplicar 180 vezes o número de triângulos, mas não explicaram como procederam para descobrir este número.

Observamos que em quase todas as tarefas os alunos necessitavam que a professora aprovasse o modo como estavam conduzindo as investigações, o que de certa forma já era esperado, pois sabemos que eles não estão familiarizados com este tipo de metodologia. Embora, eles

recorressem a aprovação em todas as tarefas, nas últimas esse fato ocorreu com muito menor frequência que nas primeiras. E foi muito gratificante observar o entusiasmo que muitos alunos demonstraram durante o desenvolvimento da pesquisa, e principalmente, no que diz respeito aos resultados satisfatórios, identificados no final do projeto.

CAPÍTULO 3

AS ENTREVISTAS

Como citamos na apresentação deste trabalho, selecionamos para a entrevista o aluno A1 e as alunas A2 e A3 que concordaram prontamente em contribuir com nossa pesquisa.

As entrevistas seguiram um roteiro semi-estruturado que foi adaptado em alguns momentos para enriquecer o trabalho.

O interesse principal desta entrevista consiste em saber o que os alunos acharam das atividades de investigação, se foram prazerosas e/ou produtivas e qual a concepção desses alunos com relação a essas aulas. E para verificarmos isso, partimos justamente das tarefas realizadas por eles.

4.1 Entrevista com o aluno A1, integrante do grupo G2

Professora: Você se lembra destas atividades?

A1: Lembro.

Professora: De todas elas?

A1: De todas não. Têm algumas que eu não me lembro mais.

Professora: Você está acostumado a fazer este tipo de atividades?

A1: Eu aprendi com a senhora.

Professora: Em outras aulas você nunca havia realizado atividades parecidas?

A1: Não. Só com a senhora mesmo.

Professora: Como são as atividades que normalmente são propostas nas aulas de matemática?

A1: Na 5ª série a aula de matemática era boa.

Professora: Então me fala um pouco sobre como era a aula.

A1: A aula era um pouco bagunçada, mas era boa, ele ensinava muita coisa pra nós.

Professora: Qual das atividades você se sente mais motivado a realizar, os atividades de matemática que normalmente o professor propõe depois de ter explicado com um exemplo ou as tarefas de investigação?

A1: Assim é bom, mas fica muito bagunçado, todo mundo falando, mas do outro jeito também é bom. Mas eu prefiro estas (de investigação).

Professora: O que você identificou de diferente entre as atividades que você está acostumado a resolver e as tarefas de investigação?

A1: Ah, nestas a gente mexeu com palitinhos, tivemos que usar dividir e mais, ou menos e mais, quebra mais a cabeça, a outra não, você faz com mais calma, é mais fácil.

Professora: Você acha que as outras são mais fáceis, esta aqui te obriga a pensar mais, é isso?

A1: É.

Professora: Você achou muito difícil fazer estas tarefas?

A1: As primeiras sim.

Professora: Por quê?

A1: Ah, porque eu não sabia como fazer.

Professora: Por que era diferente?

A1: É.

Professora: Mas e depois com o desenvolver das outras tarefas, ficou mais fácil?

A1: É, mas as últimas estavam mais difíceis, mas ficou um pouco mais fácil.

Professora: Eram mais difíceis em questões matemáticas, mas você achou mais fácil, porque você já estava mais acostumado a fazer?

A1: É.

O aluno afirmou que as atividades de investigação aparentemente são mais difíceis porque diferem das atividades que ele estava acostumado a resolver, mas tal dificuldade foi diminuindo com a seqüência das tarefas, ou seja, conforme foi se adaptando a elas começou a compreendê-las e para isso

foi preciso pensar, ou melhor, raciocinar mais.

Professora: O que você achou destas tarefas?

A1: Achei legal, ótima.

Professora: Você gostaria de fazer mais tarefas deste tipo?

A1: Gostaria.

Professora: Nas tarefas em que você não chegou a uma resposta, você acha que valeu a pena ou não?

A1: Valeu a pena.

Professora: Mesmo não chegando na resposta você aprendeu alguma coisa?

A1: Aprendi.

Professora: Então o mais importante não é a resposta certa?

A1: Não. É entender.

Professora: Além da resposta, tem mais coisa importante?

A1: Tem.

Professora: O quê?

A1: Aprender, se dedicar ao trabalho. Não importa você errar ou acertar, o que importa é você aprender.

Professora: Em todas elas você acha que aprendeu alguma coisa?

A1: Aprendi.

Professora: Tinha bastante coisa que você não conhecia?

A1: Tinha esse negócio de dodecágono, pentadecágono, nunca ouvi.

Professora: Nas tarefas eu pedi para que vocês escrevessem o máximo possível, ou seja, tudo que pensassem deveria ser apresentado por escrito. Você está acostumado a fazer isso?

A1: Não.

Professora: Normalmente você faz como?

A1: Eu respondo. Se perguntar quantos palitinhos, ai eu respondo, dois palitinhos.

Neste momento da entrevista ficou bem claro que habitualmente este aluno, em suas aulas de matemática, sempre se preocupou em encontrar uma resposta e não em pensar ou explicar qual procedimento utilizou para chegar

nos resultados obtidos.

Professora: Agora escrever como pensou aquilo é mais fácil ou mais difícil?

A1: É mais fácil.

Professora: Você se lembra dos relatórios que eu pedia no final das aulas?

A1: Que eu não fiz todos. Lembro.

Professora: O que você achou?

A1: Achei difícil porque se não tinha como fazer ai depois você esquece. Você não lembra tudo que falou no dia. Que falou que pensou, ai você esquece.

Professora: Agora tirando este inconveniente de você não lembrar de tudo, você teria dificuldade em relatar tudo que aconteceu?

A1: Não.

Professora: Você não tem dificuldade para escrever de maneira clara sobre os acontecimentos?

A1: Não.

O aluno afirmou não ter dificuldade para relatar o que aconteceu no seu grupo durante a realização das tarefas, mas vale ressaltar que o mesmo grupo só entregou dois dos cinco relatórios pedidos, que se concentravam em explicar a conclusão da atividade e não as discussões que surgiram durante o desenvolvimento das tarefas e as dificuldades que tiveram para encontrar os resultados.

Professora: O que você achou das tarefas em que tinha que chegar em uma generalização?

A1: Um pouco mais difícil.

Professora: Você acha que aprenderia melhor com tarefas de investigação ou com as atividades que você está acostumado a fazer?

A1: Os Dois, mas eu aprenderia mais com estas aqui (apontando para as atividades de investigação).

Professora: Você acha que nas aulas de matemática deveria ter somente tarefas de investigação?

A1: Deveria ter os dois, um pouco de cada.

Professora: Tem mais alguma coisa que você gostaria de falar que eu não perguntei?

A1: Não. As atividades foram boas e eu aprendi bastante.

Na opinião do aluno A1 as aulas de matemática deveriam ser mescladas de exercícios que ele já está acostumado a fazer e tarefas de investigação, pois assim, ele aprenderia melhor.

4.2 Entrevista da A2, integrante do grupo G1.

Professora: Você se lembra destas tarefas?

A2: Mais ou menos, porque na primeira aula dava muito sono.

Professora: Você está acostumada a fazer tarefas desse tipo?

A2: Não.

Professora: Como eram as aulas de matemática dos anos anteriores?

A2: Era o professor conversando com a lousa e todo mundo fazendo bagunça atrás. O professor mandava umas folhinhas de contas pra casa, que eu nunca fazia. Eu não fiz nenhuma, porque eu não entendia. Coisa que eu vim entender este ano, no começo do ano com a revisão.

Professora: De que maneira você acha que aprende melhor a Matemática, com as aulas que está acostumada ou com as tarefas de investigação?

A2: Com atividade assim é legal. Diferente pra variar um pouco.

Professora: Por quê?

A2: Pra ficar mais legal estudar. Aquela coisa monótona enjoa. Aí tem hora que é mais legal fazer bagunça.

Professora: Então você acha que quando vocês estavam fazendo estas tarefas de investigação tinha menos bagunça?

A2: É, porque tava todo mundo raciocinando.

Professora: Você acha que o pessoal se empenhava mais em

resolver?

A2: Eu acho.

A aluna ressaltou que durante as tarefas de investigação os estudantes se envolvem mais porque tentam encontrar uma solução para o problema proposto, em grupo.

Professora: O que você acha que tem de diferente entre estas tarefas de investigação e os exercícios que está acostumada a fazer?

A2: Neste é a gente que tem que descobrir. Desde de pequena meu pai falou que quando eu faço uma pergunta você tem que correr atrás. E eu acho legal porque eu descubro mais do que eu estava procurando. Assim eu não aprendi só uma coisa eu aprendi várias coisas. Aprendi que você tem que prestar atenção nos detalhes, que todo pequeno detalhe conta e, ah sei lá é diferente, é mais legal.

Professora: Você se empenhou em resolver todas as tarefas, tentou encontrar a solução para todas elas?

A2: Sim, sim, sim em todas elas, em algumas que eu estava com sono, mas eu tentava.

Professora: Você achou difícil?

A2: No começo assim não, mas depois foi ficando complicado, só muda que parece diferente, mas não é, é a mesma coisa.

Professora: Nas tarefas em que você não encontrou a resposta certa, mas percorreu um caminho tentando resolver, acha que a tarefa valeu a pena ou não?

A2: Não, eu acho que valeu a pena onde eu cheguei, porque a vida não é feita só de vitórias, é errando que você aprende, é caindo que você aprende a levantar.

Professora: Então mesmo não chegando na resposta, valeu a pena as tentativas, valeu a pena tudo que você pensou, a resposta não é o mais importante?

A2: Não é a resposta em si, é o que você aprendeu, e se você aprendeu, e o principal como você aprendeu, que neste caso foi me matando, pensando, olhando.

Professora: Você se empenhou bastante?

A2: Bastante.

A aluna A2 realmente se empenhou bastante na realização das tarefas e, embora não tenha chegado a generalização em todas elas, consideramos que o seu grupo realmente se esforçou e em nenhum momento desistiu, apesar das dificuldades.

Professora: Eu pedi que vocês escrevessem tudo que vocês estavam pensando, que escrevessem o máximo possível. Você está acostumada a escrever assim nas atividades que faz?

A2: Não, eu sou muito detalhista, eu vou a detalhes, como se fosse uma conversa, mas eu levo em conta.

Professora: Mas você está acostumada a fazer isso, escrever tudo que está pensando?

A2: Não necessariamente escrever, mas contar tudo.

Professora: Mas escrever, colocar no papel nem sempre?

A2: Nem sempre.

Professora: E quanto aos relatórios que eu pedi sempre no final das aulas, o que você achou?

A2: Interessante.

Professora: Você está acostumada a fazer relatórios?

Etiely: Mais ou menos.

Professora: Os professores geralmente pedem relatórios no final da aula?

A2: Não.

Professora: Você achou difícil fazer estes relatórios?

A2: Não, depende, o primeiro que eu demorei um tempinho pra fazer. O primeiro foi complicado.

Professora: É difícil escrever a respeito de que pensamos?

A2: Não, eu gosto de escrever, não achei difícil não.

A aluna entregou quase todos os relatórios que foram solicitados, mas estes se baseiam apenas em comentários gerais sobre as tarefas, ou seja, ela

não relata o processo de desenvolvimento da atividade e também não explica como obteve os resultados que solucionam o problema proposto nesta tarefa.

Professora: As tarefas tinham como objetivo, geralmente, no final levar o aluno a uma generalização. Você achou difícil fazer isso?

A2: Eu achei um pouco complicado, porque tem que pensar muito. Eu acho que só duas eu consegui.

Professora: Mas em todas você tentou?

A2: Em todas eu tentei.

Professora: E Como você acha que aprenderia melhor, com as tarefas de investigação ou com os exercícios comuns das aulas de matemática?

A2: Eu acho que as duas coisas ajudam bastante, mas os de investigação é bem mais legal.

Professora: Então você acha que nós poderíamos fazer como?

A2: É, fazia a explicação, fazia a investigação e exercícios.

Professora: Tem mais alguma coisa que você gostaria de falar que eu não perguntei?

A2: Adorei estas atividades. Foi difícil, bastante complicado, principalmente os relatórios.

Assim como o aluno A1, a A2 também acredita que a melhor forma de aprender matemática seria misturando exercícios de fixação com tarefas de investigação.

4.3 Entrevista da A3, integrante do grupo G3.

Professora: Você lembra destas tarefas?

A3: Lembro.

Professora: Você lembra como “chamavam” estas tarefas?

A3: Não.

Professora: São tarefas de investigação. Primeiro eu quero saber se você está acostumada a fazer este tipo de tarefa? Em outros anos por

outras escolas que você passou, como foi?

A3: Não, eu não estou acostumada. Por que a gente fazia mais continhas assim, pra mim é uma coisa nova. Que a gente está aprendendo este ano, e pra mim é bem interessante.

Professora: Como você acha que aprende mais, com as tarefas de investigação ou com os exercícios de matemática que está acostumada?

A3: Com os exercícios e com as tarefas, mas o que eu aprendi mais foi com as tarefas de investigação.

Professora: Mas você acha que é importante ter os exercícios também?

A3: Também.

A aluna A3 enfatiza, mais uma vez, que na opinião dos alunos, a melhor forma de aprender matemática é misturando os exercícios com as tarefas de investigação.

Professora: Você se empenhou em realizar todas as tarefas ou em algum momento desanimou, diante das dificuldades?

A3: Não. E mesmo que eu desanimasse as meninas (outras integrantes do grupo) me animavam e falavam - vamos fazer. Então eu explicava para as meninas e elas me explicavam.

Professora: Então em todas as tarefas você tentou chegar na resposta final?

A3: Tentei.

Embora tenha se esforçado em todas as tarefas, a aluna A3 só conseguiu concluir uma das cinco tarefas propostas.

Professora: Qual das propostas você se sente mais envolvida para fazer os exercícios de matemática ou as tarefas de investigação?

A3: Os dois.

Professora: Por quê?

A3: Porque eu tô aprendendo.

Professora: Isso é muito bom. E o que você acha que tem de diferente entre as tarefas de investigação e os exercícios de matemática?

A3: O trabalho em grupo. A gente não faz muito trabalho em grupo era sempre individual.

Professora: O fato de trabalhar em grupo você acha que ajudou?

A3: Ajudou.

Professora: Por quê?

A3: Porque a gente pode se comunicar mais, um aprende com o outro, um aprende da maneira do outro.

A aluna ressaltou que para ela foi importante trabalhar de forma coletiva, pois a comunicação entre os integrantes do grupo a ajudou muito.

Professora: Houve algum momento na discussão em grupo de muita divergência? Por exemplo, um pensava que era isso, o outro que era aquilo, etc...

A3: Não muita.

Professora: O que você pensou destas tarefas de investigação?

A3: Eu achei muito bom, porque como eu já disse foi novidade pra gente e desenvolveu mais.

Professora: Em algumas atividades você não chegou à resposta final. Você tentou, fez várias contas, mas não conseguiu chegar a nenhuma conclusão. Quando isso acontece, você acha que a atividade não valeu a pena?

A3: Não, ela valeu a pena. Eu posso não ter chegado na conclusão final, mas pelo menos numa parte eu cheguei.

Esta aluna, assim como os outros entrevistados têm consciência de que mais importante do que chegar no resultado certo é o processo que percorreu e o que conseguiu aprender com isso.

Professora: Você costuma escrever tudo que está pensando quando está resolvendo uma tarefa?

A3: Não eu aprendi a fazer no dia que você pediu, que aí a gente começou a escrever tudo. E teve até uma atividade que a gente fez que deu até uma folha inteira de conclusão.

Professora: Vocês escreveram bastante?

A3: Bastante.

Professora: Mas não é comum vocês fazerem isso?

A3: Não.

Professora: E você se lembra dos relatórios?

A3: Lembro.

Professora: E o que você achou deles?

A3: Eu achei importante, porque assim a gente pode resumir tudo que aprendemos na aula.

Professora: E você normalmente faz relatórios das aulas?

A3: Não.

Professora: Nunca tinha feito?

A3: Não.

Professora: Você achou difícil fazer?

A3: Não muito.

Professora: Você conseguia lembrar de tudo que tinha acontecido?

A3: Mais ou menos.

Os relatórios apresentados por esta aluna tiveram características bastante diferentes, em um deles ela fez comentários gerais, no outro descrição das tarefas e no último analisou a atividade e isso nos faz concluir que houve um progresso na elaboração dos relatórios.

Professora: Em algumas tarefas você não conseguiu chegar a generalização que era pedida. Por quê?

A3: Porque a gente se perdia um pouco. A gente tentava achar uma fórmula, aí vinha um pessoal perguntava pra gente, aí a gente tentava responder, e a gente se perdia. Então foi um pouco complicado.

Professora: E você também não está acostumada a fazer isso?

A3: Também não.

Professora: Tem mais alguma coisa que você gostaria de falar que eu não perguntei?

A3: Não.

Nas respostas apresentadas por estes alunos há aspectos nos quais podemos identificar uma certa convergência. Por exemplo, os três ressaltaram o fato de que gostaram das tarefas de investigação, porém, eles não descartam os exercícios de fixação e a maneira como as aulas de matemática lhes são propostas atualmente, destacaram ainda que gostariam que as duas metodologias fossem utilizadas conjuntamente. Um outro aspecto em que os entrevistados partilham da mesma opinião é que não importa somente o resultado final e sim as oportunidades de aprendizado que o processo gerou.

Pelas entrevistas, podemos afirmar que a esses alunos raramente foi solicitado investigar nas aulas de matemática, e que tarefas de investigação nunca ou quase nunca lhes foram propostas, assim como a escrita de relatórios. Mas mesmo assim, eles se empenharam em participar e tiveram um bom desempenho, levando em consideração que era uma proposta completamente nova para eles.

CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Passaremos agora às conclusões finais relacionadas às nossas questões de pesquisa.

Iniciaremos abordando à nossa primeira questão de pesquisa: *Que atitudes manifestam os alunos perante tarefas de investigação?*

Observamos que nas primeiras tarefas os alunos faziam uma leitura muito superficial do enunciado, o que gerava muitas dificuldades para entender o que estava sendo proposto e solicitado. Certamente, o tipo de tarefa era bastante novo para eles, pois, nas aulas de Matemática ainda predominam exercícios bastante direcionados sobre o que é para fazer e a leitura e interpretação de textos nas aulas de Matemática, de modo geral, não é uma prática comum. A idéia de que era importante ler todo o enunciado e procurar perceber o foco da investigação, passou, lentamente, a ser uma preocupação que eles manifestavam por volta da terceira ou quarta tarefa.

Depois de realizarem várias explorações iniciais, os estudantes utilizavam o modo afirmativo, e não o interrogativo na construção de conjecturas. Nas tarefas 1 e 2, os grupos geralmente validavam uma conjectura com base na realização de apenas um ou dois testes. Grande parte dos alunos aceitava as conjecturas depois de verificarem um número reduzido de casos, como já alertava Ponte. E mesmo percebendo que podiam decidir sobre a

direção dos seus trabalhos, eles sempre propunham afirmações e não questões. Estes dados confirmam resultados de várias investigações que se referem à formulação de questões como um dos aspectos de maior dificuldade para os alunos (Ponte e Matos, 1992; Silver, 1993 apud Brocado, 2001).

Os alunos, mesmo nas últimas tarefas, demonstraram dificuldade para compreender a necessidade de argumentar sobre suas conjecturas e muitos deles não chegaram a essa fase da investigação.

Apesar de inicialmente grande parte da turma demonstrar insegurança nas suas capacidades para explorar as tarefas propostas, aos poucos, e com o incentivo do trabalho em grupo, os alunos passaram a tomar iniciativas e propor sugestões com mais confiança. De fato, ao longo do projeto, foi notório o entusiasmo da grande maioria dos alunos nas aulas em que eram exploradas as tarefas de investigação. No entanto, sobretudo numa fase inicial, este entusiasmo parecia estar relacionado com o prazer que eles tinham em utilizar materiais manipuláveis e, em alguns casos, porque trabalhavam bastante em grupos.

A evolução da turma mostra claramente o modo como os alunos se tornaram aos poucos independentes e adquiriram mais autonomia para a exploração e discussão das tarefas de investigação. Em pequenos grupos, eles realizavam, cada vez mais, explorações bastante completas das tarefas propostas. E em grande grupo, debatiam pontos de vista e explicitavam idéias e procedimentos utilizados. Isso nos traz fortes evidências de que a investigação constitui uma boa oportunidade para os alunos trabalharem em

grupo, pois este tipo de interação foi mencionado como um fato positivo em suas entrevistas. O trabalho em pequenos grupos é geralmente considerado facilitador do desenvolvimento da atividade de investigação, porque o confronto de opiniões que ocorreu em diversos momentos, conduziu a resolução de conflitos, levando os alunos a ouvir e a explicar diferentes pontos de vista, facilitando desse modo, o desenvolvimento de explicações e argumentações.

Quanto à nossa segunda questão de pesquisa: *Qual o papel do professor em atividades de investigação?*

Os alunos, em função das experiências que vivenciam em sala de aula, vão formulando suas concepções sobre o papel de professores e alunos no processo de ensino e aprendizagem. Em nosso trabalho, ficou muito claro que a expectativa dos alunos em relação ao professor de Matemática é a de um professor que “explique bem a matéria”, cabendo aos alunos prestar atenção e reproduzir o que foi ensinado, exatamente como foi apresentado pelo professor.

Essa percepção confirmou-se quando, em nossa pesquisa, observamos as atitudes dos alunos durante a realização das tarefas de investigação, nas quais de início, em todo momento era nítida a dependência do professor e a falta de autonomia, ou seja, os alunos tinham necessidade de perguntar o tempo todo, o que o professor queria que eles fizessem.

Além disso, os alunos não estavam familiarizados com este tipo de proposta, e como as tarefas não explicitavam o “conteúdo” envolvido ou o “procedimento” a ser colocado em prática, eles recorriam demasiadamente ao

professor ou tentavam relacionar a tarefa a algum conteúdo trabalhado em aulas anteriores à pesquisa.

Na elaboração ou seleção das tarefas a serem propostas aos alunos, tivemos que escolher questões ou situações iniciais que pudessem constituir um desafio para os alunos, mas nem sempre o que julgamos ser uma tarefa desafiante eles encaram da mesma forma.

Outra aprendizagem foi a de que no desenvolvimento da tarefa tivemos que ter uma postura bastante diferente da que temos habitualmente, no sentido de dar maior autonomia aos alunos e ao mesmo tempo garantir que o trabalho deles vá fluindo, sem dar a eles demasiadas informações. Percebemos que isso não é simples e que muitas vezes nossa ansiedade acaba “acelerando” o desenvolvimento da tarefa e comprometendo o processo de raciocínio dos alunos.

Com relação à nossa terceira questão de pesquisa “*Que dificuldades de ensino e/ou aprendizagem podemos encontrar em uma metodologia centrada na investigação?*”, fazemos as seguintes reflexões:

Um primeiro grande desafio que encontramos foi a elaboração das tarefas. Em geral, usamos tarefas propostas em livros didáticos e em outros materiais sem fazer uma análise didática mesmo que superficial dessas tarefas. Por um lado, isso acontece pelas condições de trabalho que temos e, por outro, em nossa formação como professores, essa não é uma competência trabalhada. De modo geral, não são dadas oportunidades, nem na formação inicial nem na formação continuada, de o professor aprender a construir ou

analisar seqüências didáticas, tarefas, situações-problema interessantes para iniciar o trabalho com um dado conteúdo, questões de avaliação e situações interessantes para um trabalho com a perspectiva de investigações.

Uma outra dificuldade que encontramos relaciona-se com a gestão do tempo: os alunos necessitam de tempo para compreender e analisar a tarefa, mas por outro lado, eles têm ritmos diferentes. Nossa insegurança em vários momentos foi a de lidar com essa situação. Deveríamos esperar pelos mais demorados todo o tempo necessário; mas havia o risco de dispersar os alunos que já haviam terminado a atividade e esperavam que nós a comentássemos.

Outra reflexão refere-se à questão da organização curricular. Como organizamos esta seqüência de tarefas de investigação para coleta de dados de nosso trabalho, não nos prendemos a um dado conteúdo, nem ao fato de o desenvolvimento do trabalho pelos alunos estar sendo realizado num dado bimestre. No entanto, no cotidiano de nossa atividade docente, muitas vezes nos orientamos quase que exclusivamente pelo ensino de um determinado conteúdo matemático, procurando buscar caminhos mais curtos e diretos e que nem sempre privilegiam o processo a ser percorrido pelo aluno na construção de suas aprendizagens matemáticas.

Nas tarefas propostas pudemos verificar o prejuízo causado por essa “pressa” em desenvolver os conteúdos e que consideramos que, por exemplo, alunos da 8ª série do Ensino Fundamental devem dominar, porque “já ensinamos”. Um exemplo disso foi constatado durante o desenvolvimento da terceira tarefa, em que os alunos não conseguiam aceitar que um quadrado é

um tipo particular de retângulo.

Provavelmente, se trabalharmos com situações em que os alunos possam elaborar estratégias, descobrir e buscar validar soluções, formular conjecturas eles tenham maior interesse em aprender matemática e construam aprendizagens mais significativas, além de desenvolver atitudes mais positivas frente à resolução de problemas na vida real, Os dados recolhidos mostram essa importância de os alunos adquirirem confiança na sua própria capacidade de aprender Matemática, o que pode ser observado no modo como os alunos se envolveram e evoluíram na exploração de investigações matemáticas.

Um outro argumento que também justifica a introdução das investigações na aula de Matemática diz respeito ao ambiente de aprendizagem, ou seja, as investigações ajudam a estabelecer um ambiente vivo em que os alunos participam ativamente (Pirie, 1987).

Podemos fazer um balanço positivo do nosso trabalho, se considerarmos que mais importante do que os resultados obtidos pelos alunos, no final de cada tarefa, foi justamente o processo de incorporação deles a esse tipo de tarefa, e isso, por si só, já constitui um bom ponto de partida para futuras investigações.

Com este trabalho esperamos contribuir efetivamente para que nós professores possamos alcançar um caminho alternativo, capaz de entusiasmar os alunos no estudo da Matemática, e ajudá-los na busca de uma compreensão maior e melhor do mundo em que vivem, desenvolvendo o raciocínio lógico e o modo de pensar.

Para finalizar, gostaríamos de registrar que esta pesquisa nos possibilitou o contato com uma metodologia diferenciada, que provocou uma reflexão sobre a nossa prática docente e a necessidade de buscar alternativas pedagógicas que talvez possam minimizar as dificuldades, tanto do professor quanto do aluno, relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIGODE, A. J. L. *Matemática hoje é feita assim*. 5º série. São Paulo: FTD, 2000. p. 256-258.

_____. *Matemática hoje é feita assim*. 6º série. São Paulo: FTD, 2000. p. 103-105.

BISHOP, A. & GOFFREE, F. Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. G. Howson, & M. Otte (Eds). *Perspectives on mathematics education*. Dordrecht: D.Reidel. 1986 (p. 309-365).

BRASIL. Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental – Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRAUMANN, C.A. *Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática*. 2002. Disponível em: <http://www.esec.pt/eventos/xieiem/pdfs/Braumann.PDF>. Acesso em: 17 de jan de 2007.

BROCARD, J. *As investigações na aula de matemática: um projeto curricular no 8º ano*. Lisboa: Universidade de Lisboa, 2001. Tese de Doutorado.

CAMPOS, T. M. M. *Transformando a prática das aulas de matemática*. São Paulo: PREM, 2001. p. 39.

ERNEST, P. *Investigações resolução de problemas e pedagogia*. In ABRANTES, P.; LEAL, L.P e PONTE, J.P. (Orgs). *Investigar para Aprender Matemática*. Lisboa: Projeto Matemática Para Todos Associação de Professores de Matemática. 1996. p.25-47.

FONSECA, H; BRUNHEIRA, L; PONTE, J. P. *As atividades de investigação, o professor e a aula de Matemática*. 1999. Disponível em : [http://ia.fc.ul.pt/textos/99%20Fons.-Br.-Ponte%20\(ProfMat-MPT\).pdf](http://ia.fc.ul.pt/textos/99%20Fons.-Br.-Ponte%20(ProfMat-MPT).pdf). Acesso em: 17 de jan de 2007.

LIMA, C.N.M.F. *A Investigação da própria Prática Docente utilizando Tarefas Exploratório-Investigativas em um Ambiente de Comunicação de Idéias matemáticas no Ensino Médio*. 2007. Disponível em: <http://paje.fe.usp.br/estrutura/eventos/ebrapem/completos/77.doc>. Acesso em 19/01/2007.

LOVE, E. Avaliando a atividade matemática. In ABRANTES, P., LEAL, L.C. e PONTE, J. P. (Orgs). *Investigar para Aprender Matemática*. Lisboa: Projeto Matemática Para Todos Associação de Professores de Matemática. 1996.

MANSON, J. Resolução de problemas matemáticos, no Reino Unido: Problemas abertos, fechados e exploratórios. In ABRANTES, P.; LEAL, L. C. e PONTE, J. P. (Orgs), *Investigar para aprender matemática*. Lisboa: Projecto Matemática Para Todos e Associação de Professores de Matemática. 1996. p.73-88.

NORMAS PARA A AVALIAÇÃO EM MATEMATICA. Disponível em http://www.portugaljovem.net/mariolima/curriculum/docente/1999_2000/profmat/avaliacao/estudos/normas_avaliacao.htm. Acesso em 11 de jan. 2007.

NTCM . *Na agenda for action: recommendations fot school mathematics of the 1980s*. Reston: NTCM.

NUNES, C.C. *Os relatórios na avaliação das tarefas de investigação*. 2006 Disponível em : <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/temporario/SEM-LB/Nunes.pdf>. Acesso em: 17 de jan de 2007

OLIVEIRA, H. *Actividades de investigação na aula de matemática: aspectos da prática do professor*. Universidade de Lisboa - APM.1998. Tese de Mestrado.

OLIVEIRA, H., SEGURADO, I., PONTE, J. P. e CUNHA, M. H. Mathematical investigations in the classroom: A collaborative project. In V. Zack, J. Mousley e C. Breen (Eds). *Developing practice: Teacher's inquiry and education change*. Geeolong. Centre for the Studies in Mathematics, Science and Environmental Education.1997. p.135-142.

PIRIE, S. *Matemactical investigations in your classrooms: A pack for teachers*. Oxford: Universidade of Oxford, Departament of Education Studies.1987.

PIRES, C.M.C. *Currículos de matemática: da organização Linear à idéia de rede*. São Paulo: FTD, 2000.

_____. *Desafios contemporâneos em educação matemática, ou por uma educação da melhor qualidade*. Anais do VIII Encontro Paulista de Educação Matemática. São Paulo. Sbem/SP. 2006.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. Trad. Lisboa de Araújo, Rio de Janeiro, Interciência, 1978.

PONTE, J. P. e MATOS J. F. Cognitive processes and social interactions in mathematical investigations. In PONTE, J. P.; MATOS, J. F.; MATOS, J.M. e FERNANDES, D. (Eds), *Matemática: problemas de investigação e novas tecnologias: pesquisa em contextos de prática*,. Berlin: Springer-Verlag. 1992. p. 239-254.

PONTE, J. P; OLIVEIRA, H; CUNHA, M. H. e SEGURADO, M. I., *Histórias de investigações matemáticas*. Lisboa: IIE, 1998.

PONTE, J.P; BROCADO, J; OLIVEIRA, H. *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*, Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

POBERT, A. Quels outils d'analyse épistemologique et didactique de connaissances mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. Actes de la IX école d'été de didactiques des mathématiques. Hougate. França, 1997.

SADOVSKY, P. *Falta fundamentação didática no ensino da Matemática*. Entrevista concedida a Roberta Bencini em Fev/2007. Revista Escola. São Paulo, edição 199, 2007. Disponível em: http://revistaescola.abril.com.br/edicoes/0199/aberto/mt_212249.shtml. Acesso em : 22 de fev. de 2007

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. *Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. Matemática – Ensino Fundamental: 5ª a 8ª séries. 2ª edição*. São Paulo: SE/CENP, 1997.

_____. Secretaria Municipal de Educação. Diretoria de Orientação Técnica. *Referencial de expectativas para o desenvolvimento da competência leitora e escritora no ciclo II: caderno de orientação didática de Matemática / Secretaria Municipal de Educação*. São Paulo: SME / DOT, 2006.

VARANDAS, J. Avaliação de investigações matemáticas: Uma experiência. Lisboa: Universidade de Lisboa. 2000. Tese de Mestrado.

ANEXO 1

Nome:..... Idade:..... Série:.....

Nome:..... Idade:..... Série:.....

Nome:..... Idade:..... Série:.....

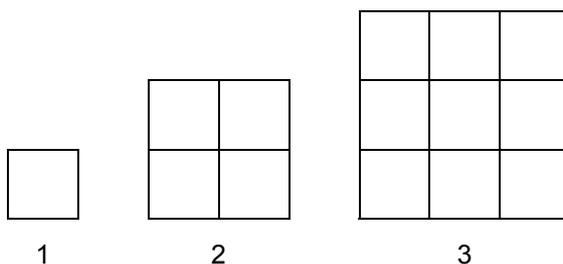
Escola:.....

Data:...../...../.....

Leia com atenção e depois produza suas próprias respostas. O mais importante é o seu raciocínio e não apenas a resposta. Por isso, gostaria que você descrevesse como chegou à resposta e não apagassem os rascunhos.

Tarefa 1

Figuras de forma quadrada foram construídas com palitos de fósforo todos do mesmo tamanho, como mostra a ilustração abaixo.



- Quantos fósforos foram utilizados na construção dessas figuras?
- Investigue quantos fósforos são necessários para construir qualquer figura desse tipo.

ANEXO 2

Nome:..... Idade:..... Série:.....

Nome:..... Idade:..... Série:.....

Nome:..... Idade:..... Série:.....

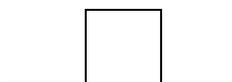
Escola:.....

Data:...../...../.....

Leia com atenção e depois produza suas próprias respostas. O mais importante é o seu raciocínio e não apenas a resposta. Por isso, gostaria que você descrevesse como chegou à resposta e não apagassem os rascunhos.

Tarefa 2

Pretende-se construir “portas” com palitos. É possível construir uma “porta” com 5 palitos. Veja só:



É possível construir duas “portas” com 9 palitos. Observe:



É possível construir três “portas” com 13 palitos:



- Quantos palitos são necessários para construir dez “portas”.
- E em geral?

ANEXO 3

Nome:..... Idade:..... Série:.....

Nome:..... Idade:..... Série:.....

Nome:..... Idade:..... Série:.....

Escola:.....

Data:...../...../.....

Leia com atenção e depois produza suas próprias respostas. O mais importante é o seu raciocínio e não apenas a resposta. Por isso, gostaria que você descrevesse como chegou à resposta e não apagasse os rascunhos.

Tarefa 3

Com 20 palitos podemos construir um retângulo de lados 6 e 4, como mostra a figura:



- Que outros retângulos podem ser construídos com 20 palitos no contorno?
- Qual a área de cada um deles?
- O que você pode concluir com essas informações?

ANEXO 4

Nome:..... Idade:..... Série:.....

Nome:..... Idade:..... Série:.....

Nome:..... Idade:..... Série:.....

Escola:.....

Data:...../...../.....

Leia com atenção e depois produza suas próprias respostas. O mais importante é o seu raciocínio e não apenas a resposta. Por isso, gostaria que você descrevesse como chegou à resposta e não apagassem os rascunhos.

Tarefa 4

Palitos, áreas e perímetros...

Considere o quadrado feito com 4 palitos.



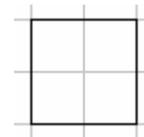
Cada palito corresponde a um lado do quadrado. Para as atividades que faremos a seguir, a unidade será a área desse quadrado, que vamos indicar por 1qp (quadrado de palito).

Agora usando palitos, vamos construir o contorno de diferentes polígonos.



Retângulo do tipo 1 x 2

A área desse retângulo é 2qp



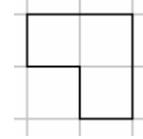
Retângulo do tipo 2 x 2

A área desse retângulo é 4qp



Retângulo do tipo 1 x 3

A área desse retângulo é 3qp



Hexágono com 8 palitos

A área desse polígono é 3qp

Observe que as três últimas figuras foram feitas com o mesmo número de palitos (8 palitos). Portanto, elas têm o mesmo perímetro. Mas as áreas são diferentes.

a) Com 14 palitos de fósforo construa e desenhe polígonos com as seguintes áreas:

- 12qp
- 11qp
- 10qp
- 9qp

b) Considere a seguinte figura:



Qual a área dessa figura?

E o perímetro?

Movimente só 2 palitos para que a figura ganhe apenas 1qp de área.

Com esse número de palitos, qual é o polígono de maior área que se pode construir?

ANEXO 5

Nome:..... Idade:..... Série:.....

Nome:..... Idade:..... Série:.....

Nome:..... Idade:..... Série:.....

Escola:.....

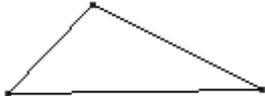
Data:...../...../.....

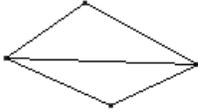
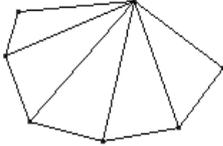
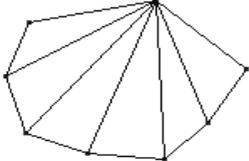
Leia com atenção e depois produza suas próprias respostas. O mais importante é o seu raciocínio e não apenas a resposta. Por isso, gostaria que você descrevesse como chegou à resposta e não apagassem os rascunhos.

Tarefa 5

Ângulos de um polígono

A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° . Lembrando disso dá para determinar a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono qualquer. Basta decompor o polígono em triângulos. Veja só:

Polígono	Número mínimo de triângulos	Desenho	Soma da medida dos ângulos internos
triângulo	1		180°

quadrilátero	2		360°
Pentágono	3		540°
hexágono	4		720°
heptágono	5		900°
octógono	6		1080°

a) Quanto é a soma das medidas dos ângulos internos de um dodecágono?

b) E de um pentadecágono?

c) E em geral?

ANEXO 6

Transcrição dos relatórios

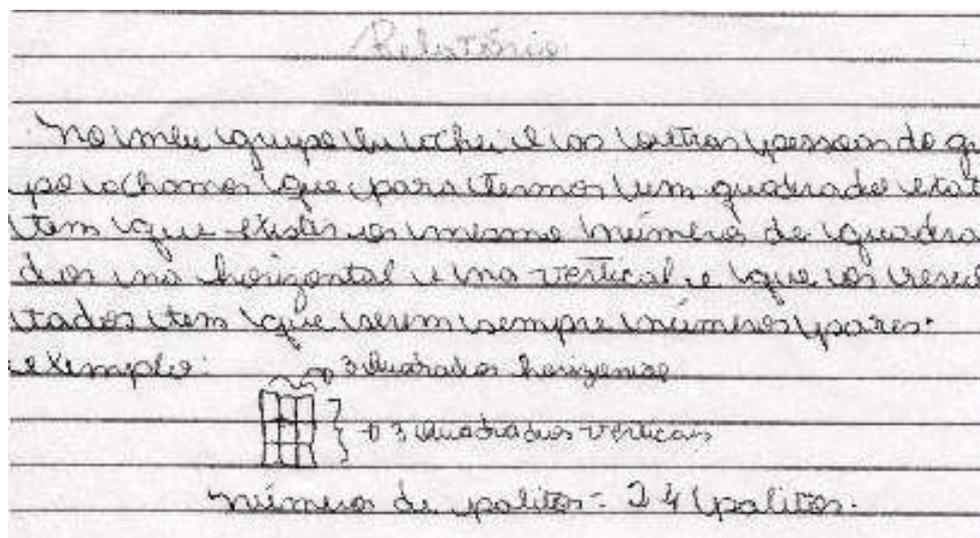


Figura 1: Relatório do grupo G1

“No meu grupo eu achei e as outras pessoas do grupo achamos que para termos um quadrado exato, tem que existir os mesmos números de quadrados na horizontal e na vertical e que os resultados tem que serem sempre números pares”.

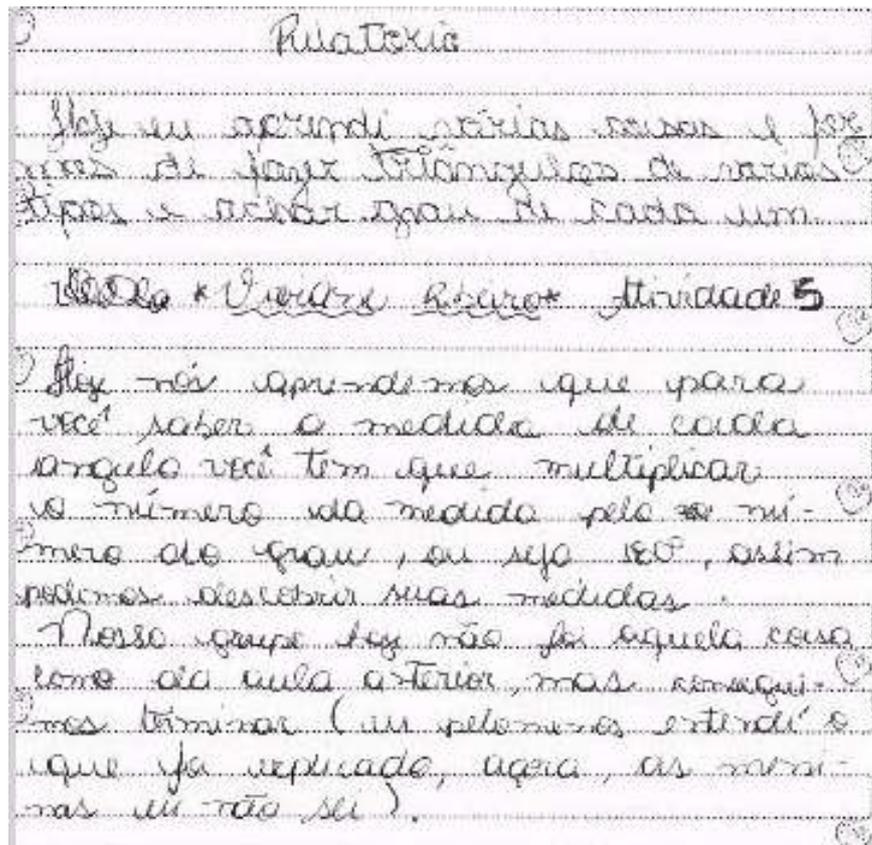


Figura 2: Relatório do grupo G3

“Hoje eu aprendi várias coisas e formas de fazer triângulos de vários tipos e achar grau de cada um”.

“Hoje nós aprendemos que para você saber a medida de cada ângulo você tem que multiplicar o número da medida pelo número do grau, ou seja 180°, assim podemos descobrir suas medidas.”

“Nosso grupo hoje não foi aquela coisa como da aula anterior, mas conseguimos terminar (eu pelo menos entendi o que foi explicado, agora, as meninas não sei).”

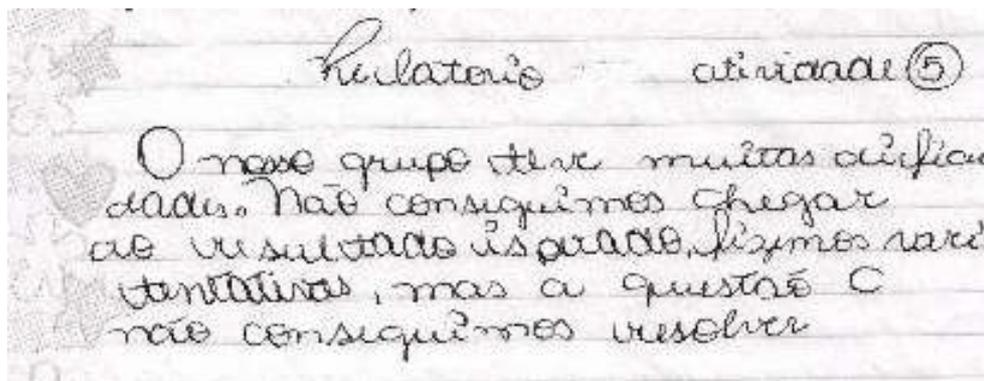


Figura 3: Relatório do grupo G8

“O nosso grupo tem muitas dificuldades. Não conseguimos chegar ao resultado esperado, fizemos várias tentativas, mas a questão C não conseguimos resolver.”

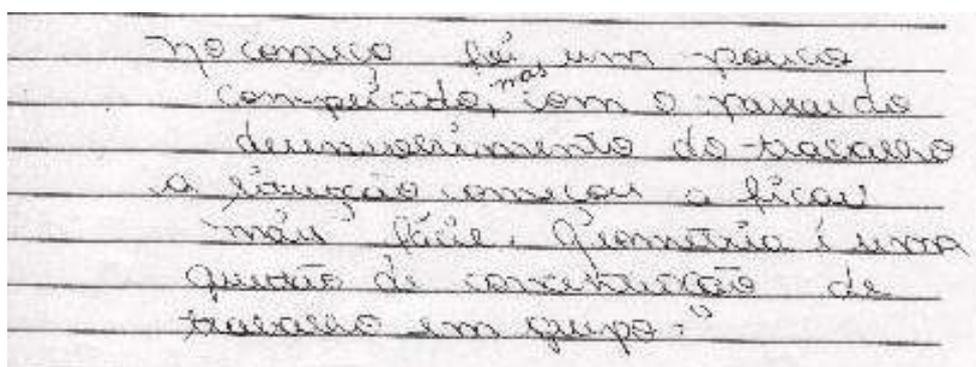


Figura 4: Relatório do grupo G1

“No começo foi um pouco complicado, mas com o passar do desenvolvimento do trabalho a situação começou a ficar mais fácil. Geometria é uma questão de concentração de trabalho em grupo”.

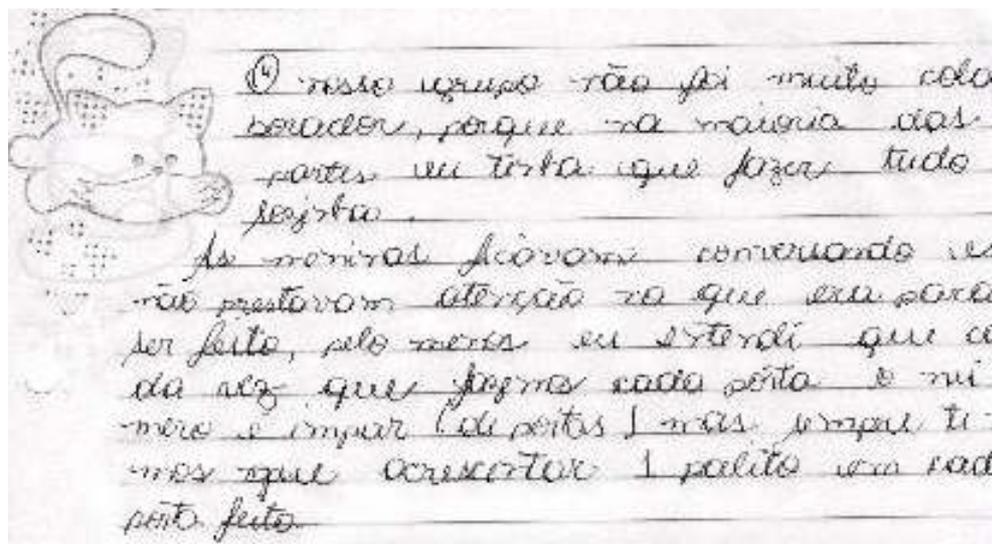


Figura 5: Relatório do grupo G3

“O nosso grupo não foi muito colaborador, porque na maioria das partes eu tinha que fazer tudo sozinha”.

“As meninas ficavam conversando e não prestavam atenção no que era para ser feito, pelo menos eu entendi que cada vez que fazemos cada porta o número é ímpar (de portas), mas sempre temos que acrescentar 1 palito em cada porta feita”.

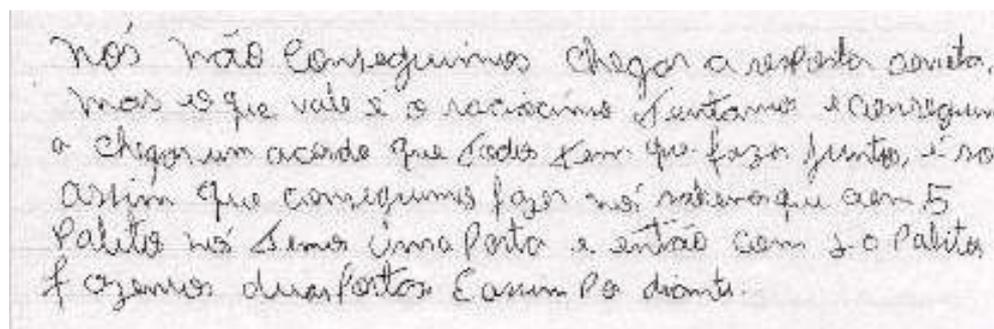
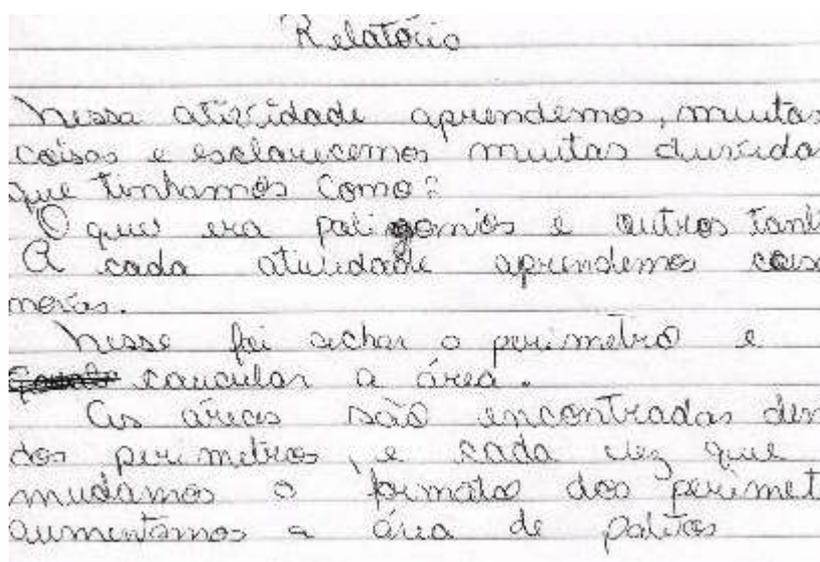


Figura 6: Relatório do grupo G11

“Nós não conseguimos chegar a resposta correta, mas o que vale é o raciocínio. Tentamos e conseguimos chegar num acordo que todos tem que fazer juntos, e só assim que conseguimos fazer nós sabemos que com 5 palitos nós temos uma porta e com 20 palitos fazemos duas portas. E assim por diante.”



Relatório

Nessa atividade aprendemos, muitas coisas e esclarecemos muitas dúvidas que tínhamos como:

O que era polígono e outros também.

A cada atividade aprendemos coisas novas.

Nesse foi achar o perímetro e ~~perímetro~~ calcular a área.

As áreas são encontradas dentro dos perímetros, e cada vez que mudamos o formato dos perímetros aumentamos a área de palitos.

Figura 7: Relatório do grupo G3

“Nessa atividade aprendemos, muitas coisas e esclarecemos muitas dúvidas que tínhamos como: O que era polígono e outros também. A cada atividade aprendemos coisas novas.”

“Nesse foi achar o perímetro e calcular a área.”

“As áreas são encontradas dentro dos perímetros, e cada vez que mudamos o formato dos perímetros aumentamos a área de palitos.”

Relatório
da atividade 3

É nós entendemos que sempre a quantidade de palitos são iguais e a área é diferente e também que sempre dá número par com par e número ímpar com ímpar e também que não precisa desenhar para chegar a uma conclusão porque pode-se fazer.
Exemplo: 5×5 , 2×8 , 1×9 e 3×7 .

Figura 8: Relatório do grupo G2

“É nós entendemos que sempre a quantidade de palitos são iguais e a área é diferente e tam,bem que sempre dá número par com par e número ímpar com ímpar e também que não precisa desenhar para chegar a uma conclusão porque pode-se fazer. Exemplo: 5×5 , 2×8 , 1×9 e 3×7 .”

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)