

EDGAR ALVES DA SILVA

**INTRODUÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO PARA ALUNOS
DO EJA: UMA PROPOSTA DE ENSINO**

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

**PUC/SP
São Paulo
2007**

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

EDGAR ALVES DA SILVA

**INTRODUÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO PARA ALUNOS
DO EJA: UMA PROPOSTA DE ENSINO**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de MESTRE PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA, sob a orientação da Profa. Dra. Sandra Maria Pinto Magina.

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

**PUC/SP
São Paulo
2007**

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____ **Local e Data:** _____

DEDICATÓRIA

*A minha esposa Nair,
pelo apoio e credibilidade.*

AGRADECIMENTOS

À Deus, por estar sempre presente.

À Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, por ter financiado este meu estudo.

À Profa Dra Sandra Maria Pinto Magina, pela incansável parceria na execução deste trabalho.

As professoras Dra Leila Zardo Puga e Dra Bárbara Lutaif Bianchini, por participarem da Banca Examinadora e pelas contribuições oferecidas, no momento da qualificação.

Aos colegas de mestrado, que estiveram ao meu lado em todos os momentos, em especial aos amigos Pércio, Eli, Flávio e Fábio.

Ao CIEJA-MANDAQUI representado na figura de sua Coordenadora Geral, Professora Mônica, Assistente de Coordenação geral Profa. Célia e da Orientadora Pedagógica Educacional Profa. Sandra, sem o qual este trabalho não teria sido realizado.

À minha esposa e companheira, Nair, pela compreensão e paciência nos vários momentos em que estive ausente.

A Sra. Meg e Sr. Bart, meus cães, companheiros incondicionais no combate ao estresse.

A todos aqui não citados, que de forma direta ou indireta, contribuíram para a conclusão deste trabalho.

“Ninguém educa ninguém, como tampouco ninguém se educa sozinho: os homens se educam em comunhão, mediatizados pelo mundo”.

Paulo Freire

Resumo

A presente dissertação teve por objetivo investigar uma abordagem de ensino dos conceitos de incógnita, variável e equação do 1º grau, pautada na modelagem matemática e nos estudos da Etnomatemática. Tivemos por hipótese o desenvolvimento de uma intervenção de ensino utilizando situações-problema, trabalhando os conceitos de incógnita, variável e equação do 1º grau, contextualizadas com o cotidiano dos alunos jovens e adultos. Desenvolvemos nosso trabalho com uma turma do módulo IV (referente às 7º e 8º séries do Ensino Fundamental II – EJA), em quatro intervenções de ensino. Adotamos como pressupostos teóricos os estudos de FREIRE associados à educação libertária, DÁMBRÓSIO expondo as teorias da Etnomatemática associada à Modelagem Matemática e a Transdisciplinaridade. SKOVSMOSE destacando os conceitos da matemática crítica. Finalizamos nossas considerações teóricas com os fundamentos algébricos e as considerações de D'AMBRÓSIO sobre a resolução de problemas. Nosso grupo de estudo foi submetido a dois testes individuais: um antes (pré-teste) e outro posteriormente idêntico (pós-teste) após contato com os instrumentos aplicados nas intervenções de ensino. Em síntese, quanto ao desempenho do grupo podemos dizer que após a intervenção de ensino e conseqüentemente o pós-teste os alunos apresentaram um desempenho satisfatório e superior em relação ao pré-teste. Destacamos que o crescimento individual se apresentou de forma significativa em praticamente todos os alunos que participaram da pesquisa. Não tivemos a pretensão de extrapolar nossos resultados para além do universo de pesquisa, uma vez que nossa amostra foi pequena. Percebemos que o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos algébricos ganha força quando se inicia a partir da resolução de situações-problema concretas, pertencentes ao cotidiano do aluno.

Palavras-chave: Etnomatemática, Modelagem, Transdisciplinaridade, Álgebra, situações-problema, incógnita, variável e equação do 1º grau.

Abstract

The aim of this article is to investigate an approach to teach concepts of Unknown, variable and 1st grade equation considering Mathematical Modeling and Ethnomathematic studies. The hypothesis was to develop a teaching intervention using problem situations, working the concepts of Unknown, variable and 1st grade equation, contextualized with teens and adults students' daily lives. We used 4 teaching interventions in a module IV group (7th and 8th Elementary School grade – EJA). The theoretical background was based on FREIRE studies associated to freeing education, D'AMBRÓSIO exposures about Ethnomathematics theories associated with Mathematical Modeling and the transdisciplinary, SKOVSMOSE highlights of the concepts in Critical Mathematics. Finally, algebraic foundations and D'AMBRÓSIO considerations about problem solving. Our sample was supposed to do 2 individual tests: one before (pre-test) and another, similar to the first (post-test), after having contact with instruments applied on teaching intervention. In synthesis, we are able to say that after the teaching intervention and consequently the post-test, students showed a satisfactory performance, higher than the one on the pre-test. We highlight that individual improvement was founded in most students in the research. However, our aim was not to generalize these findings to the whole population, once our sample was small. We noticed that the teaching and learning process of algebraic concepts is more powerful when it starts from solving a concrete problem which belongs to student's daily lives.

Key-words: Ethnomathematics, Modeling, Transdisciplinary, Algebra, problem Solving, unknown, variable and 1st grade equation.

Sumário

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 Introdução.....	2
1.2 Motivação e relevância da pesquisa.....	2
1.3 Justificativa.....	6
1.4 Pesquisas correlatas.....	8
1.5 Objetivo e questão de pesquisa.....	10
1.6 Síntese da dissertação.....	11
CAPÍTULO 2 – A LEGISLAÇÃO, OS PCN E O EJA	12
2.1 Introdução.....	13
2.2 A legislação.....	13
2.3 Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN.....	17
2.3.1 Temas e objetivos do Ensino Fundamental.....	20
2.3.2 Estrutura Curricular.....	22
2.4 Temas transversais.....	22
CAPÍTULO 3 – CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS	25
3.1 Introdução.....	26
3.2 Teoria do ponto de vista educacional.....	28
3.2.1 O “método” Paulo Freire e a educação libertária no ensino de jovens e adultos.....	28
3.3 D’Ambrósio e a Etnomatemática.....	32
3.3.1 A Modelagem Matemática.....	33
3.3.2 A visão de D’Ambrósio em relação a modelagem e a Etnomatemática.....	34
3.3.3 Transdisciplinaridade no contexto da Etnomatemática.....	35
3.4 A educação matemática crítica.....	41
3.5 Fundamentação teórica do ponto de vista algébrico.....	43
3.5.1 Concepções da álgebra associadas ao Ensino Fundamental II bem como a conceituação de variáveis junto aos alunos.....	43
3.6 Sobre a álgebra e suas concepções.....	46
3.6.1 A álgebra como aritmética generalizada.....	47
3.6.2 A álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas.....	48
3.6.3 A álgebra como estudo de relações entre grandezas.....	48
3.6.4 A álgebra como estudo das estruturas.....	49
3.7 Concepções das atividades algébricas.....	50
3.8 Outras formas de caracterizar a atividade algébrica.....	51
3.9 A educação algébrica e algumas de suas concepções.....	51
3.9.1 A álgebra como aritmética generalizada.....	51
3.9.2 Modelagem Matemática.....	51

3.10 Outras concepções de educação algébrica.....	52
3.10.1 Lingüístico-pragmática.....	53
3.10.2 Fundamentalista-estrutural.....	53
3.10.3 Fundamentalista-analógica.....	53
3.10.4 Concepção letrista.....	54
3.11 Concepções da modelagem matemática segundo Meira.....	55
3.12 Fundamentação teórica com base na resolução de situações - problema segundo D'Ambrósio.....	56
3.12.1 Introdução.....	57
3.12.2 Conceituação geral na solução de problemas.....	58
3.12.3 Um novo pensamento na solução de problemas.....	61
3.12.4 A solução de problemas como prática pedagógica.....	63
3.12.5 A solução de problemas como matéria de pesquisa no Brasil.....	66
3.12.6 Considerações finais.....	69
CAPÍTULO 4 – METODOLOGIA DO ESTUDO.....	71
4.1 Introdução.....	72
4.2 Propostas e objetivos.....	72
4.3 Desenho geral do experimento.....	72
4.4 Instrumento de avaliação diagnóstica.....	73
4.4.1 Apresentação e descrição do pré e pós-testes.....	73
4.5 Apresentação e descrição da intervenção de ensino.....	79
CAPÍTULO 5 – ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	112
5.1 Introdução.....	113
5.2 Análise quantitativa dos instrumentos diagnósticos (pré e pós-testes).....	114
5.2.1 Análise geral do desempenho dos sujeitos.....	114
5.2.2 Análise do desempenho dos sujeitos por tipo de questão no pré e pós-testes.....	116
5.2.3 Análise do desempenho por sujeito.....	120
5.3 Análise qualitativa dos procedimentos dos sujeitos no pós-teste.....	125
5.3.1 Análise dos procedimentos por sujeito.....	125
5.4 Análise da avaliação da intervenção feita pelos sujeitos.....	131
CAPÍTULO 6 – CONCLUSÃO.....	137
6.1 Introdução.....	138
6.2 Síntese dos resultados.....	141
6.3 Respondendo nossa questão de pesquisa.....	143
6.4 Sugestões para futuras pesquisas.....	145
CAPÍTULO 7 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	147
CAPÍTULO 8 – ANEXOS.....	151

Lista de Quadros

Quadro 3.6 –	Extraído do livro “As idéias da álgebra” p.20.....	47
Quadro 4.1 –	Questões do pré e pós-testes.....	74
Quadro 4.2 –	Síntese dos encontros realizados.....	80
Quadro 5.2 –	Desempenho geral nos testes – números de acertos.....	115
Quadro 5.2.1 –	Agrupamento das questões segundo suas características.....	116
Quadro 5.3 –	Acertos dos sujeitos por tipo de questão, no pré e pós-testes.....	117
Quadro 5.3.1 –	Critérios para avaliação de desempenho.....	122
Quadro 5.4 –	Análise do desempenho por sujeito.....	123
Quadro 5.5 –	Evolução dos sujeitos do pré para o pós-teste.....	124
Quadro 5.6 –	Categorias de erros.....	125
Quadro 5.7 –	Tipos de erros em porcentagem.....	130

Lista de figuras

Figura 4.2 – Ilustração do 10º exercício do pré e pós-testes.....	78
Figura 5.1 – Resolução da questão 6 pelo sujeito S_5 no pós-teste.....	126
Figura 5.2 – Resolução da questão 8 pelo sujeito S_7 no pós-teste.....	126
Figura 5.3 – Resolução da questão 1 pelo sujeito S_6 no pós-teste.....	127
Figura 5.4 – Resolução da questão 5 pelo sujeito S_{11} no pós-teste.....	128
Figura 5.5 – Resolução da questão 10a e 10b pelo sujeito S_{17} no pós-teste.....	128

Lista de Anexos

Anexo I.	Pré e pós-testes.....	152
Anexo II.	Problemas da 1 ^o intervenção.....	156
Anexo III.	Problemas da 2 ^o intervenção.....	160
Anexo IV.	Problemas da 3 ^o intervenção.....	163
Anexo V.	Problemas da 4 ^o intervenção.....	166
Anexo VI.	Questões propostas pelo pesquisador para o Prof. D'Ambrósio relacionadas à resolução de problemas algébricos no contexto do EJA	170
Anexo VII.	Questionário de avaliação das intervenções relativas aos conceitos algébricos.....	173

Capítulo 1

APRESENTAÇÃO

1.1 Introdução

Neste capítulo apresentamos os motivos que nos levaram a realizar o presente estudo. Assim, tratamos da importância de certos conceitos algébricos no Ensino Fundamental II, os quais possibilitam ao aluno uma maior compreensão de situações-problema.

Consideramos a possibilidade de interagir com os professores e os alunos na busca de uma melhor metodologia no Ensino destes conceitos nas séries finais do curso de Educação de Jovens e Adultos (EJA) do Município de São Paulo.

A Modelagem Matemática, segundo os estudos de D'AMBRÓSIO relativos a Etnomatemática^[1], será utilizada na elaboração de situações-problema junto aos Jovens e Adultos, bem como as considerações feitas por FREIRE relativas à educação libertária serão utilizadas como suporte teórico na elaboração das situações-problema. No que tange à formação e desenvolvimento de conceitos, escolhemos SKOVSMOSE com seus estudos sobre a Educação Matemática Crítica enriquecendo as considerações teóricas de nosso estudo.

Nas seções subseqüentes, apresentaremos a motivação (relevante), a justificativa, os objetivos e a questão de pesquisa do presente estudo.

Por fim, a última seção deste capítulo será dedicada à apresentação da síntese dos capítulos que irão compor esta dissertação.

1.2 Motivação e relevância da pesquisa

O motivo que nos levou a optar por esta pesquisa relaciona-se à nossa trajetória profissional e às experiências que vimos acumulando no exercício docente, bem como o trabalho como Orientador Pedagógico Educacional nas Redes Estadual e Municipal de Ensino.

¹ Etnomatemática – [...] um programa que visa explicar os processos de geração, organização e transmissão de conhecimento em diversos sistemas culturais e as forças interativas que agem nos e entre os três processos D'Ambrósio (1990, p.7).

Quando começamos a trabalhar com a EJA na Rede Estadual de Ensino, em 1989, tivemos a surpresa de ver pessoas que, mesmo tendo ficado afastadas do universo escolar por muitos anos, ainda preservavam um saber relativo ao conhecimento de operações matemáticas, além de uma extraordinária competência em cálculos mentais e em estabelecer relações entre grandezas, o que, suspeitamos, não foram adquiridos nos bancos escolares.

Estes conhecimentos acompanhavam os alunos nas atividades realizadas em seu dia-a-dia, pois a grande maioria trabalhava com comércio, construção civil e atividades ligadas ao setor de prestação de serviços. Naquela época, tais conhecimentos e competências eram incompreensíveis para nós, pois, até então, tínhamos tido pouco contato com essa realidade em nossa atividade docente. Ao mesmo tempo, entender este universo tornava-se uma tarefa desafiadora e gratificante e que, com certeza, gerariam frutos para o nosso trabalho como Professor.

É importante frisar que, como professor de Matemática, tinha até aquele momento um pensamento cartesiano, preocupado em cumprir metas, as quais centravam-se no rol de conteúdos que deveriam ser ensinados. Esse pensamento carecia de sensibilidade para perceber que cada aluno tinha seu ritmo e suas próprias elaborações do pensamento matemático.

No curso de Álgebra, em particular, o conhecimento de conceitos matemáticos se apresentava de forma decisiva na compreensão das soluções buscadas e nas aplicações vivenciadas por esse aluno em seu cotidiano. Ele valorizava a álgebra, pois via em seu estudo aplicações quase que imediatas na sua vida profissional. A Álgebra representava algo muito especial, mas, de certa forma, inatingível para a grande maioria desses alunos. Escutávamos frases do tipo “o senhor é bom em Matemática porque fez uma faculdade” ou “nós estamos muito velhos para aprender essa Matemática moderna”.

Observando os colegas com quem trabalhávamos, percebíamos também neles uma insatisfação em ensinar para turmas tão “comportadas”. Na verdade, o que a maioria de nós percebia e que parecia existir era uma apatia silenciosa dos alunos em relação à disciplina Matemática, escutando frases do tipo “gosto muito do senhor, porém não gosto de Matemática”.

Por algum tempo tivemos a postura de conformismo diante dessas afirmações, porém esse comodismo não fazia parte de nossa formação ideológica e profissional. Assim, procuramos buscar formas e estratégias para reverter esse quadro imposto aos professores e alunos pela já desgastada estrutura educacional.

Como um processo de construção do conhecimento começa pela busca de subsídios teóricos e leituras relacionadas ao tema de interesse, começamos a ler e a tentar entender as regras e a conduta destes educandos que retornavam à escola e que se constituíam num grande desafio para todos os educadores. Conscientes de que tínhamos em nossas mãos um grupo diferenciado, precisávamos agora “recriar e reelaborar os processos de construção do conhecimento matemático relativo ao estudo das incógnitas, variáveis e equação do primeiro grau”.

Nesta direção, fizemos várias leituras e nelas destacam-se alguns autores que falavam diretamente a esse público e que valorizavam a aprendizagem dos jovens e dos adultos. Tivemos como primeira referência às idéias de Paulo Freire, que em seu livro *Pedagogia da Esperança* (um reencontro com a pedagogia do oprimido), ressaltou que as massas “oprimidas” deixarão de ser conduzidas pelos “opressores” quando fizerem da educação uma ferramenta poderosa de transformação social, libertando desta forma seus opressores.

Nessa obra, Paulo Freire (2000) enfatiza que a luta pela qualidade nos mais variados níveis de ensino ainda está longe de ter êxito e que o educando precisa e agir e valorizar seu papel de protagonista desta educação.

[...] o educando precisa se assumir com tal, mas, assumir-se como educando significa reconhecer-se como sujeito que é capaz de conhecer e que quer conhecer em relação a outro sujeito igualmente capaz de conhecer, o educador e, entre os dois, possibilitando a tarefa de ambos, o objeto do conhecimento. Ensinar e aprender são assim momentos de um processo maior – o de conhecer, que implica re-conhecer. No fundo, o que eu quero dizer é que o educando se torna realmente educando quando na medida em que conhece, ou vai conhecendo os conteúdos, os objetos cognoscíveis, e na medida em que o educador vai depositando nele a descrição dos objetos, ou dos conteúdos. O educando se reconhece conhecendo os objetos, descobrindo que é capaz de conhecer, assistindo à imersão dos significados em cujo processo se vai tornando também significador crítico. Mais do que ser educando precisa tornar-se educando assumindo-se como sujeito cognoscente e não como incidência do discurso do

educador. Nisto é que reside, em última análise, a grande importância política do ato de ensinar. Entre outros ângulos, este é um que distingue uma educadora ou educador progressista de seu colega reacionário. (p.47)

Nesse momento, nós professores, percebemos que o aluno não tinha uma ligação direta com nosso mundo, pois morávamos em bairros diferentes, freqüentávamos lugares diferentes e, principalmente, tínhamos acessos a instrumentos culturais diferentes. Desta forma, ficava muito difícil trabalhar os conceitos matemáticos desejados, sobretudo os relacionados ao dia-a-dia já que nossas realidades estavam diametralmente opostas.

De nossa parte, esse foi o momento em que passamos a ter a preocupação em estabelecer vínculos com os alunos dos cursos de EJA. Começamos a estudar e a nos informar sobre a cultura, crença, valores e anseios deste universo escolar.

Quebrou-se a primeira barreira entre nós: o professor e os educandos.

Agora o desafio era estabelecer uma cumplicidade junto ao ensino dos conteúdos propostos de modo que tudo ocorresse de forma prazerosa e harmônica e que, principalmente, tivesse um sentido prático para esse aluno.

Ainda retomando os pensamentos de Paulo Freire, percebemos que nós, enquanto professores, tínhamos muito receio em ofertar coisas novas e desafiadoras. O ato de tornar o curso de jovens e adultos algo “mais fácil” para esses estudantes que estavam há tanto tempo afastados do ambiente escolar, induziu-nos a outro engano, que foi o de limitar a capacidade criadora e intelectual destas pessoas. O professor deixou de ser um instigador de novos conhecimentos e passou a ser um mediador das vontades de uma classe específica de alunos.

Paulo Freire (2000) escreve:

[...] ensinar não é pura transferência mecânica do perfil do conteúdo que o professor faz ao aluno, passivo e dócil. Como não há também como não repetir que, partir do saber que os educandos tenham não significa ficar girando em torno deste saber. Partir significa pôr-se a caminho, ir-se, deslocar-se de um ponto a outro e não ficar, permanecer. Jamais disse, como às vezes sugerem ou dizem que eu disse, que deveríamos girar embevecidos, em torno do saber dos educandos, como a mariposa em torno da luz. Partir do “saber de experiências feitas” para superá-lo não é ficar nele. (p.47)

Neste momento, percebemos que tínhamos que trabalhar para que nossos alunos superassem suas limitações e começassem a sonhar com um futuro mais promissor.

Seguindo a mesma linha, Gadotti, Romão (2001) destacam que:

“Pela educação, queremos mudar o mundo, a começar pela sala de aula, pois as grandes transformações não se dão apenas como resultantes dos grandes gestos, mas de iniciativas cotidianas, simples e persistentes. Portanto, não há exclusão entre o projeto pessoal e o coletivo: ambos se completam dialeticamente”.(p.79-82).

As idéias de Gadotti e Romão estão associadas às bases dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), considerados como suporte pedagógico para auxiliar os profissionais envolvidos na melhoria da educação em seu trabalho e criação de novas metodologias educacionais. Os PCN estiveram presentes em todo o estudo dos processos metodológicos pensados e estudados para o ensino significativo da Álgebra.

Percebemos que os PCN têm o compromisso com a otimização dos processos educacionais, dando destaque à formação do cidadão e à qualidade no processo educativo.

Mudar paradigmas é um processo complexo e para que isso ocorra, devemos acreditar que sempre existe um jeito “novo” de ensinar “velhos” conteúdos, e que a mudança é sempre possível.

1.3 Justificativa

O presente estudo justifica-se de forma geral, pela importância que o pensamento algébrico tem para a ciência Matemática, principalmente se pensarmos nessa ciência como conhecimento altamente poderoso para entendermos e explicarmos os fenômenos do mundo tangível. A Álgebra pode ser considerada como uma ferramenta essencial na modelagem desses fenômenos.

Acolhendo essas idéias que povoavam meus pensamentos, passamos a ler mais os PCN. Após a leitura, analisando suas concepções e

colocações e, ainda, lendo as idéias do Professor Ubiratan D’Ambrósio, estudioso da Etnomatemática, estabelecemos quais seriam os subsídios teóricos que utilizaríamos em nosso estudo.

Nessa ocasião, tive a oportunidade de trabalhar como Orientador Pedagógico Educacional em uma Escola da Rede Municipal de Educação de São Paulo, focada no Ensino de Jovens e Adultos.

Passamos então a coordenar uma equipe de professores, incluindo todos os professores de Matemática da escola.

Formamos grupos de estudos sobre os temas mais significativos para nossos jovens e percebemos que as dificuldades no estudo da álgebra se apresentavam novamente com toda força em nossos currículos.

Nestas reuniões escutávamos queixas dos professores afirmando que, por mais que eles se esforçassem em ministrar suas aulas de forma atrativa e instigante, não conseguiam atingir o objetivo e que sentiam que os alunos ficavam com uma sensação de incapacidade e vazio diante do conteúdo proposto.

Na intenção de oferecer subsídios a esses professores para tornarem a Matemática mais significativa a seus alunos, encontramos no livro “A matemática e os temas transversais” de Alexandrina Monteiro e Geraldo Pompeu Junior (2001) os autores tratam da relação da Matemática com a realidade apresentada, cujo trecho transcrito abaixo foi discutido e debatido em nossas reuniões:

Na discussão da relação da matemática com a realidade temos:

Na concepção empírica, a matemática se apresentava como uma forma de resolver questões de ordem prática, sem nenhuma preocupação de sistematização. Ela se restringiria a um simples fazer no mundo real.

Na concepção dedutiva, a matemática passa a ser considerada algo fora da realidade. Concedia-se nessa época maior importância à beleza da forma. A matemática torna-se algo perfeito, pertencente ao mundo das idéias de Platão, e seu modelo era dedutivo.

Na concepção racional, parece surgir uma representação da matemática como algo fora do real, mas que podia ser aplicada para explicar e justificar fenômenos observados.

Na concepção simbólica percebemos o logicismo, que compreendia a matemática como uma construção do pensamento lógico, em que o fundamental novamente era a forma, o raciocínio dedutivo e a linguagem lógica. O formalismo via a matemática também como algo fora da realidade e seu objetivo era o próprio sistema formal, que se utilizava também das leis lógicas

independentes das suas interpretações. O intuicionismo, por sua vez, via a matemática como uma construção do pensamento do matemático, entretanto, ressalta Machado (1987): “o intuicionismo nunca esclareceu como se mesclavam às concepções *a priori* sobre espaço e tempo e as construções dos matemáticos” (p.41). Essas diferentes formas de compreender a matemática nos levam a diferentes formas de ver seu ensino. Parece-nos que a questão fundamental se situa na relação entre a matemática e a realidade. (p.37).

Desta forma, abraçamos os estudos da Etnomatemática que segundo Monteiro e Pompeu Jr. (2001) que se caracteriza por:

- a) Situar o saber histórico-cultural criando espaços para os diferentes e excluídos na busca de uma formação mais solidária do homem;
- b) Discutir as diferenças sem deixar de refletir sobre as relações de poder aí envolvidas;
- c) Compreender o homem em sua totalidade;
- d) Compreender o saber em toda a sua complexidade.

A compreensão da Etnomatemática depende, assim, em boa medida, da compreensão do que é cultura e das relações entre a Matemática escolar (oficial e presentes nos currículos) e a Matemática presente na vida cotidiana.

Todo projeto associado à educação deve levar em conta que o homem é, e sempre será um ser composto por sentimentos, valores, expectativa que se integram na formação de seu caráter e na construção do conhecimento.

1.4 Pesquisas correlatas

Descrevemos a seguir alguns trabalhos que discutem a Álgebra, os conceitos de incógnita e variável e trabalhos relativos ao uso da Modelagem Matemática e suas metodologias.

Contemplamos algumas pesquisas existentes nesta área como a de Barbosa (2001) que investiga as concepções dos futuros professores de matemática em relação à modelagem. O autor analisa suas vivências e suas concepções no processo de ensino e aprendizagem. Sua pesquisa teve como

base os estudos de três casos onde os elementos da pesquisa foram estudantes de licenciatura em matemática da UNESP (Campus Rio Claro) que participaram de um programa de formação extra-disciplinar sobre “Modelagem e Educação Matemática”. Os dados foram tratados por meio de observações, documentos e entrevistas individuais. Em sua análise Barbosa detecta que o futuro professor identifica seu saber-fazer com elementos externos vivenciados por ele. A modelagem matemática se apresenta no conjunto de experiências transpondo a primeira impressão do processo. Os futuros professores sentem uma familiaridade com os processos de modelagem apresentados pelo pesquisador.

Ainda nesta revisão analisamos a Dissertação de Mestrado de Christo (2006). Em seu trabalho de pesquisa, ele analisa as dificuldades na escrita e interpretação da linguagem algébrica, principalmente a conceituação de variável por parte dos alunos da 6ª série do Ensino Fundamental II (regular) em uma escola do Município de São Paulo. Seu trabalho busca estabelecer relações de proporcionalidade com expressões algébrica de forma generalizada. Sua análise aborda a linguagem algébrica de forma dinâmica, enfatizando a noção de variável de forma contextualizada. Constatamos que sua intervenção no que tange a questão do estudo das variáveis se apresentou de forma produtiva fornecendo material de trabalho e estudo aos educadores. Finalizando, analisamos o estudo de Campos (2006) onde analisa as concepções dos professores de matemática em sua prática de ensino utilizando os conceitos de Etnomatemática. Seu estudo teve como objeto de pesquisa os estudos da Etnomatemática coletados junto a sete professores de universidades públicas e privadas. A autora realizou seu estudo metodológico utilizando abordagem qualitativa, entrevistas e estudo documental das Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores da Educação básica. Os resultados revelaram que o trabalho desses convergem para a Etnomatemática. A pesquisadora conclui que sendo pesquisadores os professores entrevistados, seu trabalho ficou facilitado junto aos conceitos voltados à Etnomatemática.

Nossa pesquisa se apresenta como um estudo dos conceitos matemáticos (incógnita, variável e conceitos de equação do 1º grau) voltado aos jovens e adultos. Focamos essa Conceitualização na modelagem matemática e nos estudos da Etnomatemática voltados a esses estudantes. Buscamos novas

formas de apresentar esses conteúdos a esse público tão diferenciado e tão pouco conhecido por nós educadores. Acreditamos que a modelagem e a Etnomatemática são instrumentos eficazes nesse trabalho.

1.5 Objetivos e questão de pesquisa

Esta pesquisa tem por objetivos indicar novos caminhos, por meio de uma intervenção de ensino para o desenvolvimento do pensamento algébrico no curso de Jovens e Adultos (EJA) do Município de São Paulo.

Pressupomos que o processo cognitivo dessa população de estudantes (EJA) se apresenta de forma diferenciada do conhecimento elaborado por uma criança em idade regular de ensino. O adulto cria caminhos e conexões mentais diferenciadas, associadas à sua realidade e às suas experiências de vida, que podem ser uma chave na elaboração de um novo currículo algébrico matemático mais atraente e significativo.

Assumimos a hipótese que podemos abordar os conteúdos algébricos de forma diferenciada e atraente usando a Modelagem Matemática, tendo como suporte a Etnomatemática, além das premissas presentes na teoria sobre a Educação Matemática Crítica de Ole Skovsmose, que mostra que devemos preparar os alunos para o exercício consciente da cidadania, utilizando a Matemática como instrumento de análise crítica da sociedade.

Escolhemos atuar com os alunos do IV módulo, pois sabemos que, a princípio, já devem ter trabalhado anteriormente alguns conteúdos que julgamos importantes para nossa pesquisa.

Com base em nossa hipótese e objetivo, o presente estudo propõe investigar a seguinte questão de pesquisa:

Quais as contribuições que uma intervenção de ensino, pautada na Etnomatemática e na resolução de situações-problema, traz para a introdução de conceitos algébricos em alunos do IV módulo (correspondente às 7ª e 8ª séries do Ensino Fundamental) da educação de jovens e adultos (EJA)?

Buscando responder esta questão de pesquisa, elaboramos a estrutura de nosso trabalho, cuja síntese dos capítulos apresentamos a seguir.

1.6 Síntese da Dissertação

No presente capítulo, denominado introdução, apresentamos os motivos que nos levaram a pesquisar tal tema, tratando da sua importância e justificando nosso objetivo e questão de pesquisa.

No capítulo 2, discutimos os preceitos legais associados à legislação vigente e aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Analisamos as propostas expostas nesse documento no que se refere ao ensino da Álgebra, bem como o trabalho da transversalidade no ensino da Matemática.

No capítulo 3, descrevemos nosso embasamento teórico. Apresentamos em princípio as idéias de Freire sobre as concepções de educação focadas ao ensino de Jovens e Adultos. Discutimos as proposições de D'Ambrósio sobre o estudo da Etnomatemática e, abordamos a Educação Matemática Crítica proposta por Skovsmose.

Tratamos os conceitos dedicados ao estudo da Álgebra, seus conceitos fundamentais, suas conceituação histórica e suas representações simbólicas.

Finalizamos este capítulo com a análise dos processos cognitivos envolvidos na resolução de Situações-problema, segundo D'Ambrósio.

No capítulo 4, apresentamos a metodologia de nosso estudo tendo como público alvo – alunos do módulo IV (7ª e 8ª séries) de uma Escola da Rede Municipal de Ensino de São Paulo. Descrevemos os instrumentos diagnósticos aplicados ao grupo, e a intervenção de ensino.

No capítulo 5, procedemos com a análise dos resultados obtidos junto ao grupo de estudo.

O capítulo 6 foi dedicado às nossas conclusões, visando responder a questão de pesquisa. Fizemos uma reflexão sobre uma possível melhoria no ensino para os jovens e adultos, bem como sugerimos temas para estudos futuros.

Capítulo 2

A LEGISLAÇÃO, OS PCN E O EJA

2.1 Introdução

Este capítulo é dedicado à apresentação da Educação de Jovens e Adultos (EJA) do ponto de vista da Educação Brasileira.

Nosso trabalho de pesquisa tem como um dos pontos estudados a releitura da legislação vigente em nosso país que regulamenta o ensino público e privado e, em especial o Ensino de Jovens e Adultos no âmbito nacional ressaltando a legislação pertinente ao tema junto às Secretarias Estadual e Municipal de Educação de São Paulo.

Iniciamos apresentando os preceitos legais associados à legislação vigente para essa população.

Na seqüência, discutiremos as propostas contidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) no que diz respeito aos conteúdos de Matemática, em geral, e ao ensino da Álgebra, considerando a transversalidade desse conteúdo no ensino de Matemática.

Por fim, dedicaremos a última seção do capítulo para tratar sobre a forma como os livros didáticos introduzem e abordam a Álgebra no Ensino Fundamental II, em especial na 7^a e 8^a séries.

2.2 A Legislação

A lei de Diretrizes e bases da Educação Nacional (LDBEN) trata do preparo do educando para o mundo do trabalho e da cultura em toda a sua dimensão social, cultural e política. Esta visão se consolida na leitura do artigo 2º que coloca a educação nacional como forma de expressar a cidadania e desenvolvimento de nosso povo.

Da educação – Título I

ART. 1º A EDUCAÇÃO ABRANGE OS PROCESSOS FORMATIVOS QUE SE DESENVOLVEM NA VIDA FAMILIAR, NA CONVIVÊNCIA HUMANA, NO TRABALHO, NAS INSTITUIÇÕES DE ENSINO E PESQUISA, NOS MOVIMENTOS SOCIAIS E ORGANIZAÇÕES DA SOCIEDADE CIVIL E NAS MANIFESTAÇÕES CULTURAIS.

§ 1º - ESTA LEI DISCIPLINA A EDUCAÇÃO ESCOLAR, QUE SE DESENVOLVE, PREDOMINANTEMENTE, POR MEIO DO ENSINO, EM INSTITUIÇÕES PRÓPRIAS.

§ 2º - A EDUCAÇÃO ESCOLAR DEVERÁ VINCULAR-SE AO MUNDO DO TRABALHO E A PRÁTICA SOCIAL. (LDBEN – lei nº 9.394, de 20 de Dezembro de 1996).

Dos princípios e fins da educação nacional – Título II

ART. 2º - A EDUCAÇÃO, DEVER DA FAMÍLIA E DO ESTADO, INSPIRADA NOS PRINCÍPIOS DE LIBERDADE E NOS IDEAIS DE SOLIDARIEDADE HUMANA, TEM POR FINALIDADE O PLENO DESENVOLVIMENTO DO EDUCANDO, SEU PREPARO PARA O EXERCÍCIO DA CIDADANIA E SUA QUALIFICAÇÃO PARA O TRABALHO. (LDBEN – lei nº 9.394, de 20 de Dezembro de 1996).

Buscamos também nesse documento menções sobre a Educação de Jovens e Adultos. Encontramos no artigo 37 (seção V) tal citação, que reafirma o compromisso do poder público com a permanência e retorno dessas pessoas aos bancos escolares.

Da educação de jovens e adultos - Seção V

ART. 37 - A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS SERÁ DESTINADA ÀQUELES QUE NÃO TIVERAM ACESSO OU CONTINUIDADE DE ESTUDOS NO ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO NA IDADE PRÓPRIA.

§ 1º - OS SISTEMAS DE ENSINO ASSEGURARÃO GRATUITAMENTE NOS JOVENS E AOS ADULTOS, QUE NÃO PUDEAM EFETUAR OS ESTUDOS NA IDADE REGULAR, OPORTUNIDADES EDUCACIONAIS APROPRIADAS, CONSIDERADAS AS CARACTERÍSTICAS DO ALUNADO, SEUS INTERESSES, CONDIÇÕES DE VIDA E DE TRABALHO, MEDIANTE CURSOS E EXAMES.

§ 2º - O PODER PÚBLICO VIABILIZARÁ E ESTIMULARÁ O ACESSO E A PERMANÊNCIA DO TRABALHADOR NA ESCOLA, MEDIANTE AÇÕES INTEGRADAS E COMPLEMENTARES ENTRE SI. (LDBEN – lei nº 9.394, de 20 de Dezembro de 1996).

Sendo a LDBEN, a lei maior que rege o nosso processo educacional, destacamos esses artigos assumindo a defesa ao acesso e permanência desses jovens e adultos a escola. Devemos sim, buscar uma escola inclusiva, que tenha uma metodologia moderna sempre, buscando encontrar caminhos para um ensino significativo. Como nossa pesquisa visa dar sentido a alguns questionamentos encontrados no ensino da Matemática, então se apoiando nos

artigos da LDBEN, e em outros documentos oficiais, buscamos novas metodologias de ensino e aprendizagem.

Na análise dos artigos das legislações que regem nosso sistema de ensino, destacamos os artigos da Constituição do Estado de São Paulo – seção da Educação que coloca as questões do respeito ao aluno como condição elementar para um aprendizado de qualidade.

Artigo 237 - A educação, ministrada com base nos princípios estabelecidos no artigo 205 e seguintes da Constituição Federal e inspirada nos princípios de liberdade e solidariedade humana, tem por fim:

I - a compreensão dos direitos e deveres da pessoa humana, do cidadão, do Estado, da família e dos demais grupos que compõem a comunidade;

II - o respeito à dignidade e às liberdades fundamentais da pessoa humana;

III - o fortalecimento da unidade nacional e da solidariedade internacional;

IV - o desenvolvimento integral da personalidade humana e a sua participação na obra do bem comum;

V - o preparo do indivíduo e da sociedade para o domínio dos conhecimentos científicos e tecnológicos que lhes permitam utilizar as possibilidades e vencer as dificuldades do meio, preservando-o;

VI - a preservação, difusão e expansão do patrimônio cultural;

VII - a condenação a qualquer tratamento desigual por motivo de convicção filosófica, política ou religiosa, bem como a quaisquer preconceitos de classe, raça ou sexo;

VIII - o desenvolvimento da capacidade de elaboração e reflexão crítica da realidade. (Constituição do Estado de São Paulo – seção da Educação – Capítulo III)

Em nosso trabalho procuramos humanizar os conceitos estudados na Matemática, trazendo sua compreensão a níveis acessíveis para a população de jovens e adultos que estão retornando à escola. Não esquecendo da qualidade necessária para essas intervenções.

A nossa pesquisa foi realizada em uma Escola Municipal da Região Norte. Desta forma destacamos a referência do Município em sua Lei Orgânica ao Ensino dos jovens e adultos por ela assistidos. Percebemos que todas as esferas governamentais reconhecem o direito do aluno jovem e adulto em retomar e, principalmente, ter um ensino de qualidade aliado a suas possibilidades de tempo.

Art. 203 - É dever do Município garantir:

IV - educação inclusiva que garanta as pré-condições de aprendizagem e acesso aos serviços educacionais, a reinserção no processo de ensino de crianças e jovens em risco social, o analfabetismo digital, a educação profissionalizante e a provisão de condições para que o processo educativo utilize meios de difusão, educação e comunicação;

Art. 205 - O Município proverá o ensino fundamental noturno, regular e adequado às condições de vida do aluno que trabalha, inclusive para aqueles que a ele não tiveram acesso na idade própria. (Lei Orgânica do Município de São Paulo – Título VI - Capítulo I)

As leis e artigos citados acima amparam os estudantes jovens e adultos no direito incontestável à educação mesmo que eles já tenham passado da idade regular de ensino. Mas na prática ainda temos deficiências no processo de eliminação da exclusão escolar por parte desta classe da população carente que, muitas vezes, são tolhidas de sua prerrogativa de ter uma educação pública e de qualidade.

As políticas públicas para a Educação de Jovens e Adultos em relação a esta modalidade de ensino, por várias vezes violam a Constituição Federal no que diz respeito às garantias de igualdade de condições para o acesso e permanência na escola, bem como garantia do padrão de qualidade.

O Ensino Fundamental obrigatório e gratuito deve ser assegurado, inclusive, sua oferta para todos os que a ele não tiveram acesso na idade própria, direito também garantido no artigo 4º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação.

Os Estados e Municípios, na maioria das vezes, não realizam ações conjuntas e abrangentes para garantir aos jovens e adultos, continuidade na escola regular.

A oferta de Centros especializados voltados ao público de jovens e adultos é insuficiente para atender uma demanda cada vez maior.

Quanto ao acesso, destacamos que a Educação de Jovens e Adultos não está incluída na proposta Político-Pedagógica da escola regular e que as unidades que atendem esta população ficam distantes das moradias dos alunos.

Verificamos também forte tendência à ampliação de Programas direcionados ao Ensino Fundamental veiculados na grande mídia (supletivo transmitido em programas de TV).

Destaca-se que nesta modalidade de ensino, não há demanda reprimida, principalmente nas escolas municipais. Porém, nos deparamos com um sério problema de evasão. Constata-se por meio de pesquisas internas na Rede Municipal de Ensino, e em nosso trabalho diário como Orientador Pedagógico, que o alto índice de evasão está associado às constantes mudanças de emprego e a instabilidade financeira que atinge fortemente essa categoria de aluno.

Frente aos documentos oficiais, não podemos relegar a segundo plano os conceitos apresentados nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) em especial os escritos relacionados à Matemática que são nosso objeto de estudo. Temos em tais documentos uma fonte de consulta.

Portanto, todas as tentativas de desmerecer esse documento causam danos ao processo de ensino e aprendizagem e, de certo modo uma censura velada ao pensamento dos educadores que os escreveram. Observamos que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) ainda se apresentam de forma obscura no fazer pedagógico dos professores e Coordenadores pedagógicos. Muitos educadores entendem os parâmetros como receitas prontas a serem seguidas e implementadas sem os ajustes necessários a sua realidade.

Esta análise provoca reações antagônicas, pois alguns o defendem com todas as forças e outros o rejeitam mesmo sem conhecê-lo a fundo.

Entendemos que este documento representa um avanço nas discussões metodológicas e conceituais da Matemática. Desta forma, não podemos concordar com o simples descarte de propostas sem um embasamento concreto ou pelo menos a possibilidade da discussão madura e responsável.

2.3 Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN

No estudo dos PCN relacionados ao ensino da Matemática colocamos três questionamentos básicos relativos ao nosso tema:

- Como os alunos se apropriam da Álgebra diante de aulas tradicionais?
- A intuição e a dedução devem ser exploradas durante as aulas?
- A matemática do cotidiano deve ser explorada?

A Matemática pode ser vista como um processo bem mais complexo do que simples operações com números.

A escrita (registro em linguagem natural) tem um caráter fundamental na elaboração do pensamento algébrico matemático. O mecanicismo empregado nas aulas de Matemática, em que os conteúdos assumem o papel principal, e podem comprometer o processo de ensino e aprendizagem desgastando as relações entre alunos e professores.

Pretendemos construir o conhecimento pela interação entre aluno e professor através do trabalho de ambos numa parceria produtiva na busca do conhecimento matemático.

Entendemos que a simples exposição ou imposição de conteúdos para uma determinada turma de alunos não nos dá garantias do efetivo aprendizado. O aprendizado da Matemática extrapola o campo da cópia mecanizada de exercícios da lousa ou da realização de tarefas imensas, propostas por nós, professores.

Estas tarefas são instrumentos de aprendizagem ou “castigos disfarçados” de meios para a busca da apreensão dos conteúdos?

A aprendizagem Matemática assume um caráter de leveza quando o aluno se sente protagonista da construção de seu conhecimento.

A figura do professor cada vez mais se caracteriza, pela postura mediadora. Caminhar junto se tornou uma opção interessante na resolução de problemas relativos à aprendizagem de conceitos matemáticos.

O professor mediador propõe aos alunos novas fontes de consulta (materiais concretos, sites direcionados, publicações etc...). Não podemos cair no erro de achar que os alunos têm a nossa maturidade e vivência no que diz respeito ao conhecimento específico dos conteúdos matemáticos trabalhados.

Quando trabalhamos com turmas heterogêneas, com certeza teremos diferentes níveis de conhecimento matemático e em muitos casos, transformamos essas situações em problemas que prejudicam a classe como um todo e nosso próprio trabalho de educador. Em nosso sistema de ensino buscamos conviver com as diferenças cognitivas, pois entendemos que essas diferenças se apresentam como um fator de integração entre os educandos.

Devemos lembrar que as diferenças podem e devem ser utilizadas como elemento agregador do grupo, segundo o ditado popular “Quem sabe mais pode ou deve ajudar quem ainda não domina determinado conhecimento específico”.

Ser professor nos dias atuais é estar aberto a retomar e replanejar suas ações de trabalho em todos os momentos. Muitos professores questionam, mas como perceber o momento de parada ou mudança de rota.

A intuição e a dedução podem ser exploradas durante as aulas?

A resposta a esta pergunta parece óbvia e, se perguntássemos a vários professores de Matemática, certamente, seria positiva.

A questão que se levanta é como explorá-las satisfatoriamente. Estudar as conexões realizadas pelos alunos pode nos levar a um caminho, porém intuir e deduzir estão associados à bagagem cultural e principalmente a capacidade de atribuir valores aos conhecimentos prévios. Portanto, percebemos que intuir e deduzir não podem ser dissociados da prática da leitura e da escrita.

A Matemática do cotidiano pode ser explorada?

Retomando a fala acima, podemos discutir que o cotidiano é tudo que se realiza e interage com o universo do aluno. Desta forma como excluir o cotidiano das relações vivenciadas pelo aluno na escola?

Se fizermos isso estaremos colocando a escola à margem da vida de nossos alunos e até mesmo da sociedade em que ela está inserida.

A escola assume o papel de organismo vivo, onde o conhecimento se constrói e se modifica e se apresenta nas mais variadas formas admitindo as mais diferentes leituras.

A busca de desafios no universo matemático apresentado surge nas situações-problema. Este nome “Situação–Problema” gera certa aversão por parte dos alunos. Se isso ocorre, porque não discutir antes das situações o verdadeiro significado de problema.

Problema pode ser uma situação desafiadora, uma possibilidade de crescimento pessoal, uma condição para o enriquecimento intelectual. Portanto, o problema ou as situações-problema no ponto de vista matemático significam possibilidade, caminho para interagir com o conhecimento e conseqüentemente agir sobre a realidade imposta.

Se os problemas existem, e sendo uma possibilidade de crescimento pessoal e do próprio grupo, como podemos trabalhá-los de forma produtiva?

A seguir destacamos algumas possibilidades:

- a. Todo problema deve estar inserido em uma situação-problema. Esta situação deve ser inserida, o mais próximo possível da realidade do aluno;
- b. O problema exige um determinado grau de contextualização. O aluno deve, interpretar e só depois aplicar os conceitos matemáticos específicos para sua resolução.

Devemos perceber quando o problema exposto busca essas finalidades e descartar situações maquiadas na forma de problema;

- c. O conhecimento matemático é formado de relações contextuais e inter-contextuais. O conhecimento isolado não produz efeito na busca de novas conexões matemáticas;
- d. A resolução de problemas não se apresenta de forma única, padronizada. Segundo D'Ambrósio, estimular a resolução por diferentes padrões de raciocínio é a forma mais produtiva de desenvolver os conceitos, as habilidades e competências associadas aos conteúdos matemáticos.

Desta forma o professor atua neste processo como mediador da construção do conhecimento solucionando e propondo determinados conteúdos aos alunos. Tais conteúdos devem contribuir para o desenvolvimento intelectual e cognitivo destes alunos.

A apresentação lógica dos conteúdos permite aos alunos generalizar situações matemáticas, construindo de forma abrangente seu campo de compreensão do universo matemático.

2.3.1 Temas e objetivos do ensino fundamental

Os PCN indicam como objetivos do Ensino Fundamental:

Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;
Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico);

Selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente;

Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;

Comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;

Estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;

Sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseverança na busca de soluções;

Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (Brasil, 1998, p.47-8)

Em nosso estudo, destacamos apenas as questões relacionadas à Álgebra, bem como aos Números e Operações, segundo os PCN do Ensino Fundamental relativos à matemática:

Números e operações – É importante continuar valorizando a Aritmética, além de transmitir os conteúdos que envolvem Álgebra. Para que o aluno amplie a noção de número, procure formular situações em que os números racionais são insuficientes para resolver as questões. É uma forma de desenvolver o conceito de números irracionais.

Espaço e forma – O ponto de partida é a análise das figuras geométricas por meio da observação, do manuseio e da construção. Atividades de transformação de figuras são fundamentais para adquirir percepção espacial. As transformações podem ser de vários modos, como por rotação, translação, ampliação e redução.

Grandezas e medidas – Estão diretamente relacionadas a outras áreas de estudo, como Ciências Naturais (densidade, velocidade, energia elétrica) e Geografia (coordenadas geográficas, densidade demográfica, escalas de mapas). Dessa forma, é conveniente integrar o ensino matemático ao de outras disciplinas que usem o mesmo conhecimento.

Tratamento da informação – Esse tema pode ser mais bem desenvolvido no quarto ciclo, porque os alunos têm maior domínio de sua realidade e das informações que os cercam.

Os temas transversais (Saúde, Meio Ambiente, Trabalho e Consumo etc.) fornecem subsídios para o trabalho em Matemática, à medida que trazem conceitos estatísticos. (Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, p.71-5)

2.3.2 Estrutura curricular

Um Currículo de Matemática visa a atender a grande diversidade cultural de nossa sociedade. Ele deve ser vivo, possibilitando que o aluno passe de uma posição passiva na sociedade em que está inserido, tornando-se agente transformador desta mesma sociedade.

A Matemática pode constituir-se no agente capacitador no que diz respeito à intelectualidade, estruturando o pensamento, agindo logicamente nos problemas encontrados em situações do cotidiano e no universo profissional dos alunos.

2.4 Temas transversais

Os temas transversais nos remetem ao estudo dos conceitos primitivos da Matemática e sua evolução histórica. Percebe-se que os estudos matemáticos estão fortemente ligados à cultura dos povos, bem como suas conquistas e realizações.

A citação dos temas transversais se faz necessária por entender que o estudo da Etnomatemática e as idéias de D'Ambrósio estão diretamente associadas a esse tema e serão parte integrante em nossa fundamentação teórica.

A sala de aula em muitos casos serve como meio de exclusão e, nas aulas de Matemática não é diferente. Em determinados casos a sala se divide entre os que sabem e os que não sabem a Matemática. O papel do professor é de suma importância na questão do desenvolvimento de atitudes que valorizem a construção do conhecimento matemático compartilhado. Desta forma, promover o diálogo e as trocas de experiências são positivas, pois teremos a chance de democratizar o ensino da Matemática. Com essas atitudes estaremos formando cidadãos éticos comprometidos com seu papel na sociedade.

A Matemática atua no estudo do meio ambiente por meio de trabalhos interdisciplinares na interpretação de gráficos estatísticos, na questão de cálculo de áreas de preservação ou de desmatamento, no cálculo de volumes e estimativas futuras visando a preservar os recursos naturais existentes.

Em nossas casas, todos os dias, temos contato com acontecimentos relacionados à política, economia, alimentação, transportes, cidadania, pesquisas etc., que são apresentados pelos meios de comunicação (rádio, TV, Internet, etc.).

A Matemática pode e deve trabalhar temas relevantes em conjunto com outras disciplinas. Os temas transversais nos propiciam estudar e intervir em questões sociais relevantes a toda sociedade.

O pensamento algébrico se caracteriza pela forma singular e abstrata com se apresenta aos alunos. O pensar abstrato é uma das diversas dificuldades que nossos alunos se deparam.

Ressaltamos que todo pensamento matemático é construído de forma gradativa, partindo, geralmente, de formas concretas e caminhando para níveis de abstração cada vez mais complexos.

A construção do pensamento algébrico matemático só será interessante e significativo se as noções de álgebra, tabelas, gráficos, etc forem convergindo para a generalização deste conhecimento. Portanto generalizar é romper com o mecanicismo imposto em nossas escolas.

A pluralidade cultural nos remete a história do desenvolvimento das conquistas da Matemática no decorrer dos tempos. Sabe-se que diversas culturas contribuíram para a construção dos conceitos matemáticos usados atualmente. O professor deve-se conscientizar de que a sistematização do conhecimento matemático deve ser muito mais do que simplesmente agregar conceitos sobre um determinado assunto.

A mídia pode ser usada, sempre que possível, como aliada nas questões escolares e nos questionamentos dos alunos diante do quadro social vivido por todos. Portanto, a Matemática pode estar associada a tudo que vivenciamos e reproduzimos no ambiente escolar.

Na análise do trabalho e consumo buscamos que os alunos observem as relações econômicas vigentes no mercado. O salário, as despesas fixas e variáveis, a relação entre o trabalho produzido e o valor pago por este trabalho são objetos de estudo da Matemática neste ramo dos temas transversais.

A Matemática pode agir como agente capacitador no que diz respeito à intelectualidade, estruturando o pensamento, agindo logicamente nos problemas encontrados em situações do cotidiano e no universo profissional dos alunos.

As ferramentas apresentadas pelos PCN e embasadas nas leis que regulamentam o processo educacional brasileiro nos possibilitam dizer que temos referências concretas para planejar e executar nossa atividade docente.

Devemos estar atentos para que essas referências sejam aproveitadas da maneira mais produtiva possível.

Nos capítulos seguintes, associamos estes subsídios ao estudo da Etnomatemática D'Ambrósio, (1996, 2004, 2007), aos estudos aplicados à Modelagem Matemática, as teorias de Freire (2000, 2001) sobre as concepções de educação estudadas por ele, sendo as mesmas focadas para o ensino de Jovens e Adultos e, ainda discutiremos as proposições de Skovsmose (1999, 2000) sobre o estudo da Educação Matemática Crítica.

Capítulo 3

CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS

3.1 Introdução

Neste capítulo apresentamos nossa Fundamentação Teórica, com base nos estudos de Paulo Freire, relacionados às questões da educação de jovens e adultos e seus processos cognitivos, associados à inclusão/exclusão escolar, nas pesquisas sobre Etnomatemática, desenvolvidas por Ubiratan D'Ambrósio, bem como a aplicação da Modelagem Matemática no desenvolvimento das atividades investigativas de nosso estudo, e nos estudos de Ole Skovsmose relacionados à Educação Matemática Crítica.

O público deste nosso estudo é formado por Jovens e Adultos que freqüentam as últimas séries (7^a e 8^a séries) do Ensino fundamental II, em uma Escola Pública Municipal da Cidade de São Paulo. Trata-se de um público de trabalhadores onde a Matemática surge constantemente no seu cotidiano, mas que têm grandes dificuldades em reconhecer e associar os conteúdos estudados na escola com a sua “matemática cotidiana”.

Entendemos que antes de qualquer conteúdo elaborado e ministrado pelos professores, devemos pensar e repensar os processos de inclusão propostos a estes estudantes. O aprendizado pode ser concreto e significativo se valorizarmos a auto-estima e propiciarmos condições para o desenvolvimento cognitivo destes alunos. Buscamos trabalhar em um processo de “ressignificação” do papel da escola em conjunto com professores, pais, comunidades interessadas, abrindo a possibilidade de termos formas mais justas e solidárias de convivência.

O aluno almeja ter uma formação integral que respeite suas capacidades e talentos, e nós como educadores podemos propor um ensino solidário, participativo e acolhedor, quebrando o estigma do professor como transmissor de conhecimentos fragmentados, em tempos e disciplinas escolares, amarrados em matrizes curriculares rígidas.

Quando propomos mudanças de paradigmas aos professores, obtemos muita resistência, pois todos os modelos acomodados em suas rotinas deverão ser quebrados ou revistos e os pilares de sustentação irão sofrer uma desestabilização.

Notamos, também, que toda mudança é cercada de incerteza e de insegurança, porém pode proporcionar aos integrantes e agentes do processo educacional uma sensação de liberdade jamais sentida antes.

O aluno do curso de jovens e adultos é um aluno que não tem uma identidade fixada em modelos ideais, permanentes e insubstituíveis.

Nosso modelo educacional luta contra o desgaste das relações interpessoais, do esvaziamento de idéias, que geram crises contínuas em nossos velhos paradigmas. Surge o momento de propor a mudança de mentalidade entre os participantes do processo educacional, criando novas inter-relações entre as disciplinas e a matemática escolar abandonando seu isolamento.

A escola pode expressar a visão de mundo das mais variadas formas a partir de nossas origens, de nossos valores e de nossos sentimentos. A construção do conhecimento evoluiu para a contextualização e a integração dos saberes em rede, possibilitando a busca das soluções dos problemas de uma forma solidária. Quando buscamos uma escola e, por que não dizer, uma sociedade inclusiva, temos que ter coragem de repensar nossos conceitos e valores para que a educação e conseqüentemente a Matemática escolar se volte à construção de uma cidadania global, livre de preconceitos e que reconheça e valorize as diferenças pessoais.

Enquanto professores, questionamos as diferenças sutis entre integração e inclusão, pois entendemos que integrar sugere apenas inserir o aluno em um determinado grupo. Já a inclusão está focada em não deixar ninguém fora do ensino regular e conseqüentemente da escola pública ou privada.

Percebemos que as escolas que não conseguem ver “a luz no fim do túnel” estão focadas apenas na crença que todo fracasso escolar. O ensino da Matemática se enquadra neste fracasso é e oriundo do aluno, que não se comporta dentro dos padrões pré-estabelecidos, portanto, a escola ainda reluta em admitir o fracasso e assumir sua responsabilidade.

Podemos não apenas avaliar o que o aluno não aprendeu - o que ele não sabe, mas também, analisar o que a nossa escola “não ensina” a este aluno. Esta análise, em muitos casos, explica e nos ajuda a corrigir falhas que evitam as conseqüências geradas pela grande evasão, discriminação e exclusão que ronda o ensino brasileiro.

Desta forma, buscamos construir uma nova ética escolar que resgate a consciência individual, social e global de nossos alunos. Nossa busca se pauta nos novos saberes, em novos alunos, e em outras maneiras de se resolver

problemas e de avaliar a aprendizagem. Buscamos em suma, novas formas de fazer, pois constatamos que para a maioria dos alunos, a escola é o único espaço de acesso ao conhecimento. É o lugar onde eles se tornam cidadãos, pessoas com uma identidade sócio-cultural conferindo-lhes o direito de viver dignamente.

A Matemática está inserida neste processo de ressignificação do universo escolar assumindo um papel importante na busca de novas formas e procedimentos de ensino e aprendizagem.

3.2 Teoria do ponto de vista educacional

Iniciamos nossa apreciação sobre os trabalhos e estudos de FREIRE, D'AMBRÓSIO e SKOVSMOSE, expondo as principais idéias.

3.2.1 O “método” Paulo Freire e a educação libertária no ensino de jovens e adultos

Quando estudamos a educação de adultos, temos a tendência em associar esta educação como “popular”. Freire (2000) define a educação popular como sendo uma educação que prioriza as posições políticas e sociais assumidas na prática educativa. Portanto, fazer uma educação voltada aos jovens e adultos nada tem a ver com priorizar uma educação popular. A educação de adultos nos estudos de Freire surge com bastante força devido a sua própria prática pedagógica desenvolvida como educador do SESI em Recife.

Os estudos realizados por ele nunca tiveram a pretensão de se caracterizarem como um método de alfabetização e ensino. Seus estudos têm um caráter pedagógico e filosófico, sendo sua grande preocupação a questão da produção do conhecimento e conseqüentemente o ato gerado por este conhecimento produzido.

Após a experiência em Angicos (RN), em 1962, Freire passou a ser conhecido pela rapidez da alfabetização e o aumento da consciência política daqueles que estavam sendo alfabetizados. Em 1963, o Ministro da Educação Paulo de Tarso, criou o Plano Nacional de Alfabetização tendo como Paulo Freire

seu gestor. O nome de Freire passou a ser sinônimo de alfabetização e fortemente ligado aos Jovens e Adultos. Seu “método” passou a ser difundido em diversos países tais como Chile, Suíça, Nicarágua, na América latina e no Continente Africano, favorecido pelo exílio forçado pelo Governo Militar.

O “método” de Freire foi associado pelos educadores a reuniões onde os participantes se dispunham em círculos, na apresentação de slides ou na busca de palavras geradoras que promoveriam discussões acaloradas sobre os mais variados temas. Estas situações apenas procuravam reduzir o pensamento de Freire a receitas prontas e milagrosas onde os estudantes teriam uma alfabetização integral em pouquíssimo tempo.

Freire também desenvolveu seu pensamento na população carente do Recife, considerando que esta mesma população não era uma tábua rasa de conhecimento. Ele buscava reelaborar seus conhecimentos pedagógicos e filosóficos no confronto com as práticas vivenciadas nas relações educador-educando.

Em linhas gerais, Freire buscava unir o pensamento à prática, em um trabalho junto a situações concretas obtidas diante da realidade dos alunos, que durante e após o trabalho construam de forma significativa seu conhecimento. O educador agia e recebia estímulos que modificavam de maneira contínua suas práticas e desta forma sua postura pedagógica se modificava sendo que ao final do processo aluno e professor se tornavam agentes passivos e ativos do processo educacional. Portanto, o que Freire construiu não foi um método de alfabetizar adultos, mas uma forma de repensar todo o processo educativo.

Destacamos alguns pontos do pensamento de Freire:

- Todo estudante tem conhecimentos prévios que podem e devem ser considerados, quebrando o estigma de que o professor era a única fonte transmissora do conhecimento. A associação do estudante a um copo vazio esperando que o professor o enchesse era muito usada. Esta idéia era mantida e reproduzida pela classe dominante que detinha os saberes acadêmicos. Em seu trabalho, Freire resgata os conhecimentos populares como importantes e, desta forma, não podem ser dissociados dos saberes acadêmicos da classe dominante.
-

- Todo pensamento se constrói nas relações entre as pessoas e o mundo que as cerca. A escola sistematiza parte destas relações, porém não podemos atribuir a ela toda forma de elaboração e transmissão de conhecimento que o aluno possa adquirir. Freire desmistifica a escola, porém não a desvaloriza enquanto instituição, ao contrário ele busca transformar o ambiente escolar em espaço transformador que age e recebe a ação do mundo exterior. Desta forma as camadas populares têm na escola um espaço de reflexão e reestruturação das classes sociais.
- O conhecimento se forma tendo como base o já conhecido pelos alunos. Conhecemos a Matemática, a partir de conceitos primitivos da própria Matemática. Ele enfatiza que o educador deve buscar entender e reconhecer os conhecimentos prévios dos alunos, pois estes conhecimentos servirão de referencial para as futuras relações estabelecidas com os novos conhecimentos.
- Os conhecimentos prévios dos alunos estão centrados em sua própria realidade. O adulto conhece bem sua realidade e, a partir desta realidade conhecida e que se lança na busca de novas realidades. Freire destaca que o professor tendo a sensibilidade de conhecer a realidade de seus alunos passa a buscar sua própria realidade. Esta realidade será o ponto de partida na mediação do diálogo entre professor e aluno. As trocas de saberes estão pautadas nestas diferenças entre suas realidades.

Observamos no trabalho de Freire (2001), que acreditava que a escola sendo um organismo vivo poderia ser mais humana valorizando a cultura e os saberes prévios de nossos alunos:

É preciso que o (a) educador (a) saiba que o seu “aqui” e o seu “agora” são quase sempre o “lá” do educando. Mesmo que o sonho do (a) educador (a) seja não somente tornar o seu “aqui-agora”, o seu saber, acessível ao educando, mas ir mais além de seu “aqui-agora” com ele ou compreender, feliz, que o educando ultrapasse o seu “aqui”, para que este sonho se realize tem que partir do “aqui” do educando e não do seu. No mínimo, tem de levar em consideração a existência do “aqui” do educando e respeitá-lo. No fundo, ninguém chega lá, partindo do lá, mas não é possível ao (a) educador (a) desconhecer, subestimar ou negar os “saberes de experiência feitos” com que os educandos chegam à escola.(p. 59)

O diálogo sempre foi uma marca importante no trabalho de Freire, porém para dialogar precisamos de conteúdo e, este conteúdo será o objeto de conhecimento a ser construído. Ele defende uma seleção coerente e significativa

destes conteúdos trabalhados pelos professores. Quando fala em conteúdo, não se restringe aos conteúdos básicos propostos às camadas populares, ele busca introduzir os conteúdos científicos e artísticos que constituem o patrimônio cultural de um povo. Portanto, mostra seu inconformismo no trato do conhecimento popular como sendo suficiente para suprir as necessidades desta camada popular.

A busca da superação na aprendizagem dos conceitos matemáticos deve ser constante e é retratada nos questionamentos de Freire (2001):

O que me parece finalmente impossível, hoje como ontem, é pensar, mais do que pensar é ter uma prática de educação popular em que, prévia e concomitantemente, não se tenha levado e não se levem a sério problemas como: que conteúdos ensinar, a favor de quem ensiná-los, a favor de quem, contra quem, contra quem. Quem escolhe os conteúdos e como são ensinados. Que é ensinar? Que é aprender? Como se dão às relações entre ensinar e aprender? Que é o saber de experiência feito? Podemos descartá-lo com impreciso, desarticulado? Como superá-lo? Que é o professor? Qual seu papel? E o aluno, que é? E o seu papel? Não ser igual ao aluno significa dever ser o professor autoritário? É possível ser democrático e dialógico sem deixar de ser professor, diferente do aluno? Significa o diálogo um bate-papo inconseqüente cuja atmosfera ideal seria a do “deixa como está para ver com como fica?” Pode haver uma séria tentativa de escrita e leitura da palavra sem a leitura do mundo? Significa a crítica necessária à educação bancária que o educador que a faz não tem o que ensinar e não deve fazê-lo? Será possível um professor que não ensina? Que é a codificação, qual o seu papel no quadro de uma teoria do conhecimento? Como entender, mas, sobretudo viver, a relação prática-teoria sem que a frase vire frase falsa? Com superar a tentação basista, voluntarista, e como superar também a tentação intelectualista, verbalista, blablablante? Como trabalhar a relação linguagem-cidadania?(p.135)

Freire (2001) questiona a relação de dominação existente na escola tradicional, onde o aluno obedece e o professor manda. Uma relação entre quem sabe e quem não sabe. Destaca que essas relações estão baseadas no monólogo onde sujeitos são tratados como objetos no processo de busca da construção do conhecimento. O obedecer se sobrepõe ao pensar, esta postura autoritária não foi criada pela escola, que apenas a reproduz de forma sistemática. O autor nos coloca que o autoritarismo atua de forma anti-democrática e anti-pedagógica ofuscando a diferenças entre educadores e educandos dificultando o processo de construção do conhecimento.

Para Freire (2001), o professor deve ocupar seu papel de autoridade por direito e não por dever. A autoridade e o autoritarismo se confundem no trabalho do professor que, apesar de condenar práticas autoritárias em outras esferas, as reproduz dentro do ambiente de sala de aula. Devemos desmistificar essa fala sobre igualdade entre professores e alunos, pois corremos o risco de sermos hipócritas em nosso discurso. Os alunos buscam aprender com o conhecimento do professor e esperam que este conhecimento tenha um repertório de conteúdos e experiências bem maiores que os seus. Freire destaca a ingenuidade dos educadores igualando seus conhecimentos aos dos alunos. Ingênuos, pois, seus conhecimentos são diferentes, o professor crítico não mascara essas diferenças apenas trabalha para diminuí-las.

Segundo Freire, a indagação é o próprio caminho buscado pela educação:

O que o professor deveria ensinar – porque ele próprio deveria sabê-lo seria, antes de tudo, ensinar a perguntar. Porque o início do conhecimento, repito, é perguntar. E somente a partir de perguntar é que se deve sair em busca de respostas e não o contrário (Freire & Faundez, 1998, p. 46).

Por fim, salientamos ainda que Freire (2001) ressalta a diferença entre o educador que apenas sabe e o educador que troca e dialoga seus saberes com os educandos. Esta troca possibilita a construção comum do conhecimento, pois o conhecimento de um age como mola propulsora ao conhecimento do outro. A relação democrática não reprime a manifestação reflexiva e criativa. Ambos (professor - aluno) agem como agentes construtores do processo educativo.

Na seqüência, estudamos os conceitos de D'Ambrósio relativos a Etnomatemática associada aos estudos da Modelagem matemática. Ele apresenta a mesma preocupação com o público de jovens e adultos no contexto do ensino e aprendizagem significativo. Seu estudo está focado em um ensino mais solidário e humanizado.

3.3 D'Ambrósio e a Etnomatemática

A Etnomatemática foi criada e desenvolvida pelo professor Ubiratan D'Ambrósio há 35 anos e, se apresenta como uma união de idéias pedagógicas e matemáticas com características progressistas.

D'Ambrósio descreve a Etnomatemática como sendo a Matemática praticada por grupos culturais como as sociedades indígenas, quilombolas, grupos de trabalhadores, crianças de certa faixa etária, classes profissionais etc.

Em seu caráter político D'Ambrósio (1998) afirma:

A Etnomatemática é uma proposta política, embebida de ética, focalizada na recuperação da dignidade cultural do ser humano. Já é tempo de parar de fazer dos trajes tradicionais dos povos marginalizados fantasias, dos mitos e religiões desses povos folclore, da medicina desses povos crime. E de suas matemáticas curiosidades. (*Curso de Etnomatemática na Universidade Virtual*)

A Etnomatemática teve uma aceitação muito grande junto aos professores americanos, pois devido à massificação do ensino naquele país essa tendência se apresentou como uma alternativa para o ensino das populações marginais (classes minoritárias), bem como os negros e latinos que se apresentam em grande número naquele país. O padrão econômico destas populações era inferior ao da população branca, gerando por parte destas uma desmotivação e desinteresse nas questões relacionadas aos estudos acadêmicos, onde a matemática se incluía. Desta forma a Etnomatemática foi utilizada para dar subsídios teóricos na tentativa de resolver o problema da desmotivação e do baixo desempenho destas classes menos favorecidas. A metodologia utilizada propiciava o surgimento de situações fictícias de aprendizagem onde os alunos eram incentivados por boas notas, porém na questão do aprendizado deixava muito a desejar.

A Etnomatemática no Brasil se apresenta ainda de forma tímida, enfatizando mais a matemática dos índios e dos excluídos (meninos de rua, sem terra etc.).

3.3.1 A modelagem matemática

A Modelagem Matemática pode ser entendida como sendo um meio em que os alunos trabalhem conceitos matemáticos admitindo diversas possibilidades para sua resolução, em que estas possibilidades não estão necessariamente fixadas em modelos acadêmicos pré-estabelecidos.

A Modelagem, do ponto de vista sócio-crítico, indaga a formulação e a interpretação de um problema e, desta forma nos força a integrar os conhecimentos da Matemática com outros saberes já existentes. Portanto, a Modelagem Matemática se apresenta como uma investigação da própria Matemática, pois utilizamos conceitos, idéias e seus algoritmos. As situações estudadas estão relacionadas ao domínio da Matemática acadêmica aplicada ao dia-a-dia dos alunos.

A Modelagem Matemática privilegia situações concretas e reais sustentadas por circunstâncias tais como: frequência escolar na escola, a construção de uma quadra poliesportiva, o custo dos salgados da cantina, o sistema de distribuição de água num prédio etc.

O ambiente de aprendizagem de Modelagem, com base na indagação e investigação, busca estabelecer relações com outras áreas do conhecimento e o dia-dia, procura trazer situações idealizadas que podem ser diretamente abordadas por idéias e algoritmos sugeridos pela exposição anterior do professor. Os alunos, portanto, terão conhecimentos prévios no trato das situações didáticas. Com isto, recusamos a idéia de associar Modelagem exclusivamente à modalidade de projetos. Outros tipos de atividades de Modelagem (estudos dirigidos, pesquisas etc.) que demandam menos tempo e são mais simplificadas também podem ser consideradas.

A Modelagem Matemática faz parte do processo de ensino associado à Etnomatemática, valorizando o fazer pedagógico tendo essa modalidade a função de instrumentalizar o aluno em uma nova leitura de mundo.

3.3.2 A visão de D'Ambrósio em relação a modelagem e Etnomatemática

Segundo D'Ambrósio, não há o conflito entre Etnomatemática e Modelagem, ele explica fazendo uma analogia entre o vinho e queijo, associando o consumo de um sem a abnegação da degustação do outro.

Ele examina o ciclo de conhecimento, dando destaque especial a sua geração e organização. Relata que o conhecimento resulta das informações recebidas da realidade, por meio das mais diversas codificações. A informação é

processada gerando o conhecimento. Esta informação captada pelos instrumentos intelectuais e materiais organiza a realidade em modelos. Esse processo é a modelagem. Para este processo, utilizamos todos os instrumentos que nos são disponíveis. Desta forma os instrumentos que dispomos é a Etnomatemática.

Como exemplo, D'Ambrósio examina o que se passa com um fato / fenômeno que é um dos favoritos entre os cultores da modelagem, a apicultura. Segundo ele, se aqueles envolvidos no estudo da apicultura forem matemáticos, vão dispor de uma Etnomatemática própria dos matemáticos acadêmicos, como equações diferenciais e outros instrumentos intelectuais e materiais, como computadores. Mas se os envolvidos forem apicultores camponeses, interessados na comercialização do produto das abelhas, sem dúvida eles utilizarão instrumentos qualitativos e quantitativos, isto é, uma Etnomatemática, que vem sendo aprimorada e transmitida de geração para geração. E se os envolvidos forem indígenas, interessado nas propriedades curativas e místicas do produto das abelhas, os instrumentos intelectuais e materiais por eles utilizados constituem sua Etnomatemática.

Ele ressalta que todos estarão fazendo modelagem. Os matemáticos, utilizando a Etnomatemática, os apicultores utilizando a Etnomatemática própria cultivada com suas experiência de anos, talvez séculos, os indígenas utilizando a Etnomatemática que esta incorporada as suas tradições xamânicas e místicas.

Todos estarão fazendo modelagem, cada grupo utilizando seus recursos intelectuais e materiais próprios, isto é, sua própria Etnomatemática.

3.3.3 Transdisciplinaridade no contexto da Etnomatemática

A proposta dos PCN tem compromisso com a otimização dos processos educacionais, dando destaque à formação do cidadão e a qualidade nos processo educativo.

D'Ambrósio (1996), adota uma nova postura diante dos modelos já desgastados dos processos de ensino e aprendizagem buscando as relações de causa-efeito. Mudar paradigmas é um processo complexo e para que isso ocorra devemos acreditar que sempre existe um jeito novo de ensinar velhos conteúdos, portanto a mudança é possível.

A proposta dos PCN para o professor:

- Dar condições ao trabalho dos docentes;
- Identificar os conteúdos relevantes;
- Dar possibilidade de fazer uma avaliação significativa;
- Desfragmentar o processo de ensino da Matemática;
- Superar os limites dos próprios conteúdos;
- Estudar a Etnomatemática, como subsídio no caminho da construção do ensino e aprendizagem da matemática.

Ainda associada à releitura dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) temos na leitura de Monteiro (2001):

[...] os PCN traduziram as aspirações de grande maioria de educadores matemáticos brasileiros sobre questões de ensino-aprendizagem desta área e, sobretudo, constituíram um importante referencial para a formação de docentes. A relevância dos documentos estaria assegurada, no mínimo, pela possibilidade de enriquecimento e ampliação do atual debate sobre o ensino de matemática (Pietropaolo, p.13, 1999).

Na questão dos currículos e das metodologias percebemos que hoje ocorre uma confusão quanto à ação efetiva na educação.

[...] muitos pareceristas, apesar de defender a flexibilidade dos currículos quanto às metodologias, para atender às diversidades, não o fazem quando se trata de selecionar e organizar conteúdos [...] o pólo de hegemonia reside muito mais no processo de seleção, organização e nos métodos de se ensinar e aprender matemática do que nos próprios conteúdos (Pietropaolo, p.14, 1999).

Estudamos com especial atenção a Etnomatemática, pois não podemos considerá-la apenas como uma leitura dos conceitos matemáticos associados ao cotidiano do aluno.

A proposta considerada enfoca aspectos bem mais significativos e para explicarmos este processo recorreremos aos trabalhos da Etnomatemática associado aos temas transversais onde MONTEIRO cita Gazaida (1999) e relata:

A construção do conceito de transversalidade efetuou-se em pouco tempo, com contribuições diversas, que foram acrescentando-lhe novos significados, os quais forma rapidamente assumidos, enriquecendo a representação que temos hoje. O significado de

transversal passou da representação de certos conteúdos que devem ser considerados nas diversas disciplinas escolares – a higiene, a luz, a habitação, etc. – à representação de conjunto de valores, atitudes e comportamentos mais importantes que precisam ser ensinados. (p.17).

A proposta implícita nos PCN articula as disciplinas aos eixos temáticos. Desta forma ainda continuamos a exercitar um currículo analítico em que a transversalidade é uma proposta inovadora e ao mesmo tempo desafiadora aos educadores.

A educação se apresenta como algo dissociado do cotidiano desses alunos. Necessitamos romper este estigma, pois a educação se faz em todas as ações do indivíduo seja no ambiente escolar ou na sua vida fora da escola. Os temas transversais nos dão a possibilidade de interagir com o meio externo. A Matemática passa a ser viva e atuante na sociedade.

O termo “educar” está associado ao latim *educere*:

Ducere (verbo) significa “conduzir”, “levar”. Ex é adjunto de lugar e que dizer “donde” e indica o lugar do qual se afasta; para fora de [...]. Educere significaria, então, conduzir alguém (ou algo) para fora do lugar onde se encontrava; levar para fora; conduzir ou levar alguém no seu sair fora do lugar onde estava. (Critelli, p. 3, 1981)

Segundo Monteiro (2001), educar não se limita a levar informações ao outro, mais sim proporcionar situações em que o uso de informações, sentimentos e valores que possibilitem ao educando e ao educador transformarem seu lugar no mundo.

Nessa perspectiva, é impossível pensarmos em conhecimento dissociado de valores, descontextualizado. Se a educação ocorre fundamentalmente numa relação “com” o outro, com o mundo, nem o outro e nem o mundo podem ser vistos de forma fragmentada. É necessário compreender o indivíduo em seu contexto social, cultural e como alguém que, impregnado desse mundo social e cultural, expressar-se em sua totalidade física, emocional, intelectual e cultural.

A Etnomatemática está presente no cotidiano dos diferentes grupos. O conhecimento não pode mais ser visto de forma isolada. Seu uso está associado à resolução de situações-problema que por sua vez não podem ser dissociadas dos fatores éticos, de suas habilidades e de suas ideologias.

Os saberes populares e os saberes eruditos no universo matemático devem encontrar o ponto de equilíbrio, buscando o diálogo e a interpretação deste conhecimento. Nesta linha FREIRE buscava a conscientização que levasse a libertação do oprimido que por sua vez liberto, também libertaria o opressor.

Segundo Monteiro (2001, p.48) a proposta da Etnomatemática se coloca na pedagogia que se opõe à fragmentação do conhecimento, caracterizando-se por:

- a) Situar os saberes histórico-culturais, criando espaços para os diferentes e excluídos na busca de uma formação mais solidária do homem;
- b) Discutir as diferenças sem deixar de refletir sobre as relações de poder aí envolvidas;
- c) Compreender o homem em sua totalidade;
- d) Compreender o saber em toda a sua complexidade.

A Etnomatemática busca assim integrar os conhecimentos do dia-a-dia dos alunos aos currículos propostos pelos órgãos oficiais de ensino. Buscamos respeitar os saberes prévios dos alunos e o mais importante criar oportunidades para que esses saberes se ampliem e possam ser compartilhados pela sociedade como um todo.

Os saberes são criados pelos próprios grupos, cada um com sua identidade própria. O que nós, professores, ainda temos dificuldade em aceitar e que esses saberes relacionados a esses grupos muitas vezes estão dissociados dos livros e de nossas práticas. Cada grupo, segundo Ferreira (1997), “constrói a sua Etnociência no processo de leitura do mundo” [...] Entretanto, raramente essas considerações de Ferreira se fazem presentes no contexto escolar. Esse fato contribui para reforçar a relação de poder que impõe ao saber não-institucional uma posição de subordinação, de não-aceitação como verdade.

Pensando nisso devemos valorizar o Projeto Pedagógico como forma de explicitar as reais propostas para o ensino e aprendizagem tendo como pilares a liberdade de expressar idéias e pensamentos, a consciência de que o conhecimento é passível de construção e deve ser significativo para o professor e

para o aluno e que trabalhe de forma a privilegiar todas as disciplinas em um trabalho de construção coletiva deste conhecimento. Portanto, a Etnomatemática está presente em projetos desta natureza.

A Matemática se apresenta de forma linear, os professores se preocupam em demasia com os currículos e conteúdos bem como com o cumprimento de prazos e datas para seu início e término.

O professor tem a visão de que o aluno aprende das mais diferentes formas, tendo acesso a livros didáticos ou não. A leitura do mundo é uma ferramenta importante neste processo. Portanto estimular o crescimento intelectual deste aluno é papel do professor evitando o risco do aluno apenas trabalhar sobre seus próprios conhecimentos sem possibilidade de novas criações e conexões mentais. Ele busca perceber que o aluno ao ir à escola procura por motivações que vão além de seus saberes do cotidiano (isto não representa a Etnomatemática).

Segundo Pompeu Jr e Monteiro (2001), na perspectiva da Etnomatemática:

[...] o professor tende a problematizar e interferir no processo pedagógico. O aluno propõe-se a trazer para dentro da sala de aula seus problemas, as diferentes formas como eles são trabalhados no cotidiano, os conhecimentos gerados a partir deles. De qualquer forma, ambos, professor e aluno, buscam a superação do conhecimento que possuem a fim de se modificarem e transformarem a sociedade em que vivem. (p.64)

Quanto a Matemática e sua proposta curricular temos, segundo Pompeu JR e Monteiro. (2001, p. 67-8), que a matemática deve ser:

- a) Prática, no sentido de ela ser aplicável e útil às soluções dos problemas da sociedade;
 - b) Exploratória e explicativa, no sentido de ela procurar investigar e compreender os problemas sociais, culturais, econômicos e políticos desta sociedade;
 - c) Particular, no sentido de que suas verdades estão impregnadas de valores culturais e sociais.
-

Quanto ao currículo temos:

- a) Culturalmente/socialmente baseado, no sentido de que suas verdades são relativas, dependentes de fatores culturais e sociais;
- b) Formativo, no sentido de que ele enfatiza análise, síntese, raciocínio, entendimento, posicionamento crítico e utilidades;
- c) Progressivo, no sentido de que ele promove o crescimento do conhecimento sobre o meio ambiente e o progresso da sociedade.

O professor será o coordenador de todo o processo, estando no centro de todos os debates, complementando os conhecimentos trazidos pelos alunos, dando um sentido a tudo o que é discutido e estudado relativo ao conhecimento matemático vivenciado pelos alunos. Os alunos por sua vez buscam criar estruturas de resolução de problemas adotando procedimentos e desenvolvendo habilidades para operar e trabalhar situações de forma generalizada. Entender o porquê se resolve problemas dando um significado ao ato de estudar e buscar respostas no universo matemático.

A Modelagem Matemática como processo dinâmico transforma as situações-problema encontradas na realidade dos alunos para situações matemáticas problematizadas. Portanto, a Modelagem Matemática pode ser considerada como sendo instrumento de tradução do universo matemático para o mundo real.

Destacamos alguns argumentos favoráveis a Modelagem Matemática:

Argumento formativo: Usa a modelagem para desenvolver a capacidade em geral dos estudantes, tornando-os criativos, habilidosos no processo de resolução de problemas.

Argumento de competência crítica: prepara os estudantes para a vida real, detectando e formando juízo próprio sobre as aplicações dos conceitos matemáticos.

Argumentação de utilidade: O estudante utiliza a matemática como ferramenta para resolver problemas em diferentes áreas e situações.

Argumento intrínseco: Fornece arsenal para o estudante interpretar a matemática em todas as suas especificidades.

Argumento de aprendizagem: Propicia a melhor compreensão dos argumentos matemáticos, guardar conceitos e valorizar a própria matemática.

Argumento de alternativa epistemológica: Parte da realidade e chega de maneira natural e através de um enfoque cognitivo, atua na ação pedagógica, sendo uma alternativa no trato das diversas realidades socioculturais.

Obstáculos ao uso da Modelagem Matemática como processo de ensino-aprendizagem:

- Obstáculos institucionais: A modelagem é um processo muito demorado não dando tempo de se cumprir todo o programa estipulado no planejamento. Deve-se preservar a “pureza” da matemática não relacionando a mesma com contextos sociais e culturais.
- Obstáculos estudantis: A modelagem foge da rotina do ensino tradicional, podendo tornar os estudantes apáticos às aulas. O professor deixa de ser o único responsável pelo processo educacional. O tema das aulas deve agradar a todos os alunos.
- Obstáculos para os professores: Muitos professores não se sentem capacitados para trabalhar com a modelagem matemática. Gastam tempo excessivo no preparo das aulas e por conseqüência não conseguirão cumprir seus conteúdos planejados.

A seguir, estudamos os conceitos de Ole Skovsmose relativos a Educação Matemática Crítica onde os preceitos da Educação Libertária de Freire e os conceitos da Modelagem Matemática e Etnomatemática de D´Ambrósio se apresentam de forma ativa e consistente.

3.4 A educação matemática crítica

Skovsmose (2000) expõe a noção de ambiente de aprendizagem para se referir às condições nas quais os alunos são estimulados a desenvolverem

determinadas atividades. O termo “ambiente” está relacionado a um lugar que agrupa e envolve os trabalhos escolares. A escola tradicional é em muitos casos o único ambiente de aprendizagem disponível, de um modo estimula os alunos a desenvolverem certas atividades de forma programada; a história da matemática como recurso didático, também; e assim por diante. Porém, a Modelagem como entendemos, estimula os alunos a investigarem situações de outras áreas que não a Matemática por meio da Matemática.

O ambiente de aprendizagem é pautado pelo espaço em que os alunos questionam, investigam e discutem outras situações retiradas de seu cotidiano e de seu contexto social. Segundo Skovsmose (2000), os alunos podem ou não se envolver nas atividades propostas no ambiente de aprendizagem sugerido desde que seus interesses estejam sendo atendidos e estejam em consonância com os interesses gerais da proposta de trabalho. Eles indagam a utilidade desses conceitos em sua vida cotidiana.

Skovsmose destaca em seus estudos que devemos propiciar com que os alunos exercitem conscientemente sua cidadania, estabelecendo a análise crítica da Matemática como instrumento de relevância social, considerando os interesses dos alunos, seus conflitos culturais e sociais, introjetados no ambiente escolar. A Matemática pode atuar como instrumento de problematização da realidade, estimulando a comunicação em sala de aula, buscando fortalecer as inter-relações em uma sociedade democrática.

Desta forma devemos promover situações dentro do ambiente educacional que possam favorecer o debate de idéias e a reflexão dos temas sociais, tendo como pano de fundo o universo matemático. Ele analisa os modelos matemáticos ditos perfeitos e os associa aos fenômenos sociais na busca da formação de cidadãos conscientes de seu tempo.

O trabalho junto a Modelagem Matemática, segundo Skovsmose (2000) abre perspectivas para que os modelos sociais e políticos relacionados à Educação Matemática possam surgir, sendo a Matemática comprometida com os valores de uma sociedade crítica. Ele ressalta que no Brasil ainda vemos os trabalhos com Modelagem de forma tímida e discreta.

Em nossa pesquisa, analisamos as reações dos alunos jovens e adultos acostumados a ter contatos com conteúdos de forma passiva por meio de aulas expositivas quando expostos à situações aplicadas ao uso da Modelagem matemática. Destacamos que a intervenção dos professores se torna decisiva na postura dos alunos que buscam adquirir o hábito de discernir entre a omissão e a reflexão no ato de ensinar e aprender.

Entendemos a Modelagem matemática como um modelo pedagógico alternativo, que pode diversificar os métodos de ensino, podendo ser usada para aumentar a motivação nos estudos de Matemática, envolvendo os alunos de uma forma ativa no processo educacional, promovendo debates sobre sua realidade, agindo de forma a desenvolver as relações humanas intra e interpessoais.

Skovsmose (2000) captura nos estudos da Modelagem Matemática uma possibilidade de abordagem do aprendizado matemático que oferece oportunidades e estabelece relações entre a realidade do aluno e a Matemática escolar. Nesta perspectiva a Modelagem Matemática contribui para a formação de alunos participativos e críticos, deslocando os estudos da Matemática para seu contexto de trabalho, exercitando a cidadania e abordando criticamente os conteúdos.

Trabalhar a Matemática do ponto de vista crítico está relacionado às atividades de relevância social para o aluno sendo os temas estudados relevantes e que possam favorecer a discussão e o debate permitindo a participação, envolvimento, reflexão e conscientização de todos os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. Ele destaca a importância em antecipar as ações de nível macro (sociedade em geral) no nível micro (unidade escolar), essa interação promoveria um ganho real de conhecimento.

3.5 Fundamentação teórica do ponto de vista algébrico

3.5.1 Concepções da álgebra associadas ao ensino fundamental II bem como a conceituação de variáveis junto aos alunos

A idéia da Álgebra é muitas vezes difícil de ser compreendida pelos estudantes.

No livro “Memórias, sonhos e reflexões”, JUNG (1975) expõe seus questionamentos sobre a Álgebra:

A álgebra parecia tão óbvia para o professor, enquanto que para mim os próprios números nada significavam: não eram flores, nem animais, nem fósseis, nada que se pudesse representar, mas apenas quantidades que se produziam contando... Para minha surpresa, os outros alunos compreendiam tudo isso com facilidade. Ninguém podia me dizer o que os números significavam e eu mesmo não era capaz de formular a pergunta. Com grande espanto descobri que ninguém entendia a minha dificuldade... O fato de nunca ter conseguido encontrar um ponto de contato com as matemáticas (embora não duvidasse que era possível calcular validamente) permaneceu um enigma por toda a minha vida. O mais incompreensível era a minha dívida moral quanto à matemática... As aulas de matemática tornaram-se o meu horror e o meu tormento. Mas como tinha facilidades nas outras matérias, que me pareciam fáceis, e graças a uma boa memória visual, conseguia desembaraçar-me também no tocante à matemática: meu boletim geralmente era bom, mas a angústia de poder fracassar e a insignificância da minha existência diante da grandeza do mundo provocavam em mim não apenas mal-estar, mas também uma espécie de desalento mudo que acabou por me indispor profundamente com a escola. (p.38-40).

Ressaltando as dificuldades de estabelecer caminhos produtivos para o ensino e aprendizagem da álgebra, temos nas colocações de Imenes e Lelis (1994):

Professores e alunos sofrem com a álgebra da 7ª série. Uns tentando explicar outros tentando engolir técnica de cálculo com letras que, quase sempre, são desprovidas de significados para uns e outros. Mesmo nas tais escolas de excelência, onde aparentemente os alunos da 7ª série dominam todas as técnicas, esse esforço tem pouco resultado. (p.2)

Segundo Saunders Mac Lane e Garret Birkhoff (1967):

A álgebra começa como a arte de manipular somas, produtos e potências de números. As regras para essas manipulações valem para todos os números, de modo que as manipulações podem ser levadas a efeito com letras que representam números. Revela-se então que as mesmas regras valem para diferentes espécies de números [...] e que as regras inclusive se aplicam às coisas [...] que de maneira nenhuma são números. Um sistema algébrico, como veremos, consiste em um conjunto de elementos de qualquer tipo sobre os quais operam funções como a adição e a multiplicação, contando apenas que essas operações satisfaçam certas regras básicas. (p.1)

Os autores referem-se ao estudo inicial da álgebra no contexto aritmético sendo que no decorrer das idéias expostas colocam que a álgebra não está apenas ligada aos números, mas também a situações e idéias associadas a coisas que não são necessariamente números. A idéia de variável surge como agente inovador entre esses dois conceitos defendidos pelos autores.

A aritmética tão eficaz até o momento passa a incorporar o desconhecido (as variáveis) e associadas a outras representações que não sejam números passam a compor um novo sistema de conceitos algébricos.

Em “As idéias da álgebra” (1995) encontramos as cinco equações seguintes, todas com a mesma forma; isto é, o produto de dois números é igual a um terceiro:

Exemplos do livro: (Coxford A. F, Shulte A. P. “As idéias da álgebra” São Paulo; Atual, 1995, p.10)

1. $A = b.h$
2. $40 = 50x$
3. $\text{Sen } x = \cos x . \text{tg } x$
4. $1 = n. (1/n)$
5. $y = kx$

Podemos chamar a equação (1) de fórmula e a equação (2) de (sentença aberta) a equação (3) expressa uma identidade e a equação (4) uma propriedade. A equação (5) expressa uma função que, neste caso, traduz uma proporcionalidade direta. O emprego de letras diferentes nessas cinco equações diferentes, refletem os variados usos da idéia de variável.

Num contexto geométrico, a letra A em (1) pode representar a área de um retângulo em função da base b e a altura h e é, portanto conhecida. Em (2) podemos pensar em x como sendo uma incógnita. Em (3) temos x como argumento de funções, no caso as funções seno, cosseno e tangente. Em (4) temos a generalização de um modelo aritmético. Em (5) temos a conceitualização de “variabilidade”, pois adotamos o valor de x como argumento de uma função que tem k, como constante, porém se considerarmos k como a inclinação da reta, teremos x como a variável que definirá a reta estudada.

Segundo a análise de May e Van Engen (1959) temos:

Uma variável, a grosso modo, é um símbolo pelo qual se substituem os nomes de alguns objetos, comumente números, em álgebra. Uma variável está sempre associada a um conjunto de objetos cujos nomes podem ser substituídos por ela. Esses objetos chamam-se valores da variável (p.70).

Hoje, pensamos numa variável como sendo um símbolo usado para substituir coisas de um determinado conjunto, enquanto consideradas indistintas.

A idéia de variável passou a ser aceita pelos estudantes que, mesmo sem ter uma idéia clara do que seja, passam a utilizá-la na resolução de situações matemáticas.

Por exemplo, temos em um contexto da geometria: Ao usar as letras A, B, C, para dizer “se $AB = BC$, então o triângulo ABC é isósceles”, as variáveis representam pontos.

Em estudos de lógica clássica formal as variáveis p e q muitas vezes representam proposições. Em cálculo diferencial a variável f muitas vezes representa uma função, e em álgebra linear variável A pode representar uma matriz ou então a variável v pode representar um vetor.

Então o aluno tende a acreditar que uma variável é sempre representada por uma letra, pois USISKIN (1995) afirma que os alunos também tendem a acreditar que uma variável é sempre uma letra.

“ $3 + x = 7$ e $3 + \Delta = 7$, são consideradas coisas da álgebra, ao passo que $3 + \text{---} = 7$ e $3 + ? = 7$, não são consideradas”.

A resolução deste exemplo independe do fato de se estar usando x ou --- .

3.6 Sobre a álgebra e suas concepções

As diferentes concepções da Álgebra relacionam-se com os diferentes usos das variáveis. A seguir temos o quadro resumo destas diferentes concepções:

Quadro 3.6: Livro “As idéias da álgebra” (p.20)

CONCEPÇÃO DA ÁLGEBRA	USO DAS VARIÁVEIS
Aritmética generalizada	Generalizadoras de modelos (traduzir, generalizar)
Meio de resolver certos problemas	Incógnitas, constantes (resolver, simplificar)
Estudo de relações	Argumentos, parâmetros (relacionar, gráficos)
Estrutura	Sinais arbitrários no papel (manipular, justificar)

3.6.1 A Álgebra como aritmética generalizada

Nesta concepção, pensamos nas variáveis como modelos a serem generalizados.

Exemplo: $4 + 8 = 8 + 4$ e generalizando por $a + b = b + a$. Uma outra situação é: $(-1) \cdot 3 = -3$, $(-2) \cdot 3 = -6$, $(-3) \cdot 3 = -9$ que nos leva a obter a propriedade $(-x) \cdot y = -x \cdot y$

Nesta concepção, as variáveis são usadas para generalizar modelos (traduzir, generalizar).

Na construção do pensamento matemático a generalização de modelos é fundamental no processo da modelagem matemática.

Temos, como exemplo, a relação entre o espaço percorrido e o tempo gasto para percorrer este espaço: $S = S_o + V \cdot t$

Onde:

S: Espaço final;

S_o: Espaço inicial

V: Velocidade do corpo;

t: tempo gasto para percorrer determinada distância.

O aluno não só poderá descobrir o espaço percorrido em um determinado intervalo de tempo como fará a generalização por meio da equação deduzida genericamente. Desta forma torna-se impossível trabalhar as relações aritméticas sem ter implícita ou explicitamente a presença das variáveis.

A descrição algébrica se assemelha à descrição numérica, porém em linguagem natural não podemos afirmar o mesmo. A linguagem natural pode preceder a linguagem algébrica.

3.6.2 A álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas

Consideremos o seguinte problema:

**Adicionando 5 ao dobro de um certo número, a soma é 45.
Achar o número.**

Ao resolver problemas deste tipo, muitos alunos têm dificuldade na passagem da aritmética para a álgebra. A resolução aritmética consiste em subtrair 5 e dividir por 2 enquanto que a algébrica $2x + 5$ que envolve a multiplicação por 2 e a adição de 5 e, portanto as operações inversas da resolução aritmética. Para obter a equação acima, podemos raciocinar exatamente de maneira contrária à que empregaríamos para resolver o problema aritmeticamente.

Nesta concepção, de álgebra, as variáveis são incógnitas ou constantes. Enquanto que o uso de uma variável como generalizadora de modelos nos remete a traduzir e generalizar, neste caso buscamos simplificar e resolver. Na verdade, simplificar e resolver são, às vezes, dois nomes diferentes para a mesma idéia.

3.6.3 A álgebra como estudo de relações entre grandezas

O estudo da álgebra como relação de grandezas começa com a pergunta feita aos alunos. As variáveis variam? Quando perguntamos: o que ocorre com o valor de $1/x$ quando x se torna cada vez maior?

Esta pergunta pode ser respondida de muitas formas, destacando que para uma dada função podemos ter:

1. $f(x)$, para $x = a$;
 2. x , de modo que $f(x) = a$;
-

3. x , de modo que se obtenham os valores máximo e mínimo de $f(x)$;
4. A taxa de variação de f nas vizinhanças de $x = a$;
5. O valor médio de f no intervalo (a, b) .

De acordo com essa concepção, uma variável é um argumento (representa os valores do domínio de uma função) ou um parâmetro (representa um número do qual dependem outros números). Apenas no contexto dessa concepção existem as noções de variável independente e variável dependente. As funções surgem quase que imediatamente, pois necessitamos de um nome para os valores que dependem do argumento ou parâmetro x . A notação funcional como em $f(x) = (3x + 5)$ é uma idéia nova quando os alunos a vêem pela primeira vez: $f(x) = 3x + 5$ parece e dá uma sensação diferente de $y = 3x + 5$ (uma das razões pelas quais $y = f(x)$ pode confundir os alunos é a função f , e não o argumento x , ter se tornado o parâmetro). O uso de $f(x)$ (para denotar uma função é visto como um dos fatores que contribuem para essa confusão). (FEY e RICHARD.A.G,1985, p.43)

3.6.4 A álgebra como estudo das estruturas

A álgebra no ensino superior envolve estruturas, como anéis, domínios de integridade, corpos e espaços vetoriais. Aparentemente não vemos semelhanças entre essa álgebra com a álgebra do ensino fundamental e médio. Porém, os corpos dos números reais, dos números complexos e dos polinômios fundamentam a teoria da álgebra e também explica porque algumas equações podem ser resolvidas e outras não. Vamos analisar uma situação (p.18).

No caso da equação $3x^2 + 4ax - 132a^2$, a idéia de variável difere de todas as idéias citadas anteriormente. A variável não é um argumento. Não há uma equação a ser resolvida e a variável não atua como incógnita. A resposta para a questão é $(3x + 22a)(x - 6a)$. Até poderíamos atribuir valores para x e a para verificar se a resposta é correta. Porém, nunca ou quase nunca isso é feito. Não verdade, o que é solicitado é que os alunos testem a resposta multiplicando os binômios. Verificamos que os alunos tratam as variáveis como sinais no papel, sem referência numérica. Portanto, na álgebra como estudo de estruturas, a variável é pouco mais que um símbolo arbitrário. Então, muitas vezes, desejamos que os alunos tenham referenciais (números reais) quando utilizam variáveis e outras vezes, queremos que os alunos operem as variáveis,

sem pensar no referencial. Outro exemplo é quando utilizamos uma identidade trigonométrica, como $2\text{sen}^2 x - 1 = \text{sen}^4 x - \cos^4 x$, não desejamos que ele atribua valores para seno e cosseno ou utilize as razões trigonométricas para resolvê-lo. Desejamos apenas que ele aplique propriedades tão abstratas quanto a identidade que pretendemos deduzir.

Podemos questionar isso no contexto educacional. O tratamento da variável como um referencial e o tratamento teórico da variável fazem parte da mesma álgebra. Notamos hoje em dia uma polarização dessas duas características na álgebra. De um lado os que priorizam a manipulação e de outro os que priorizam a teoria. Porém, todos eles partem da mesma visão da álgebra.

3.7 Concepções das atividades algébricas

Segundo Lins e Gimenez (2001, p.137) “A atividade algébrica consiste no processo de produção de significado para a álgebra”. Podemos identificar a atividade algébrica por descrição e por processos cognitivos.

Descrição – quando a atividade é descrita por uma das concepções da álgebra.

Processos Cognitivos – dá-se de forma mais difícil, pois é necessário saber se há e quais são os processos cognitivos referentes à atividade.

A atividade algébrica por descrição segue duas linhas:

- Uso de determinadas notações.
- Presença de certos conteúdos, temas.

Essas duas linhas se confundem ao serem interpeladas por atividades aritméticas feitas por pessoas com níveis de conhecimento bem opostos, exemplo:

As expressões $\frac{5+5}{2}$, $\frac{5+5+5}{3}$, $\frac{5+5+5+5}{4}$ quando resolvidas por uma

criança, geralmente admite-se que a mesma fez as contas e chegou ao resultado 5, porém se for um matemático somos capazes de admitir que ele tenha feito a generalização algébrica, porém tal atividade não usa notação nem é conteúdo algébrico. Fica claro para o leitor que essas duas caracterizações não são suficientes para representar a atividade algébrica.

3.8 Outras formas de caracterizar a atividade algébrica

Resultado da ação do pensamento formal: Esta caracterização considera que o pensamento formal é algébrico. No caso da atividade algébrica, o pensamento que opera sobre as operações (concretas) aritméticas, o que deixa a álgebra escolar com noção de aritmética generalizada e novamente caracterizada por conteúdos. Temos ainda a álgebra abstrata que se enquadra dentro do pensamento formal, pois há abstração na sua resolução sem haver operações para produzir um resultado e sim na produção de propriedades operatórias. Em nosso estudo utilizamos a conceitualização da Álgebra como procedimentos para resolução de problemas buscando a generalização do pensamento algébrico.

3.9 A educação algébrica e algumas de suas concepções

Retomamos os conceitos de álgebra como aritmética generalizada por julgarmos importante dentro do objeto de nosso estudo.

3.9.1 Álgebra como aritmética generalizada

Esta linha de trabalho admite a atividade algébrica como aritmética generalizada, e, portanto, se preocupa em criar ações que levem os alunos a generalizarem modelos aritméticos.

3.9.2 Modelagem matemática

As propostas com base na modelagem matemática partem do concreto, mas com outro ponto de vista. Para eles o concreto é visto como o real, e, portanto, as atividades propostas são de investigação real ou realista.

Segundo MEIRA (1996):

Um dos problemas criados por esta separação entre o concreto e o abstrato no contexto da modelagem algébrica é que, muitas vezes, o ensino toma o “abstrato” como se fosse independente do “concreto” e enfatiza o exercício de regras e algoritmos de uma forma que parece “suspender o significado” dos eventos que a Álgebra supostamente deveria modelar.

<<http://www.tvebrasil.com.br/salto.htm>>. Acesso em 10 jan.2007.

Nessa linha, a atividade algébrica é uma ferramenta e não mais um objeto primário de estudo, o conhecimento algébrico adquirido na atividade irá organizar uma situação.

Segundo Lins e Gimenes (2001), a atividade algébrica presente nessa concepção é caracterizada por conteúdos, embora, para eles, é mais importante que os alunos utilizem a Matemática como instrumento de mudança de mundo.

Já Bassanezi (1990), acredita numa caracterização da álgebra por conteúdos, tendo como foco a modelagem, a fim de que os alunos possam aplicar o que aprenderam. Esta forma de trabalhar a atividade algébrica sofre grande resistência devido à dominação da álgebra letrista presente em nosso país e também porque os resultados do processo ensino e aprendizagem não são imediatamente visíveis e não estão atreladas às técnicas algébricas mais sofisticadas.

Outra crítica é a de que o professor não está qualificado para colocá-la em prática, num primeiro momento até parece razoável que o mesmo necessite de grande experiência para isso, porém o professor é parte integrante de um processo aberto em conjunto com os alunos, tornando-se também um aprendiz, pois não se espera que o professor domine completamente todas as possibilidades que possam surgir em uma situação investigativa, e, sim, que mantenha sua atenção no processo e de forma intelectualmente honesta, de modo que o que ele não souber se torne motivo para aprender e não uma falha.

Modelo de Vergnaud – dentro da Engenharia Didática francesa, essa linha propõe aos alunos seqüências didáticas, devidamente elaboradas para que se possa tratar de todos os aspectos considerados relevantes em relação a um tema.

3.10 Outras concepções de educação algébrica

Essas concepções de Educação Algébrica tomam como ponto de partida a existência de uma álgebra simbólica já constituída.

Segundo Fiorentini, Miguel e Miorin (1993), em todos esses casos, o ensino-aprendizagem da álgebra reduz-se ao “transformismo algébrico”.

3.10.1 Linguístico-pragmática

Concepção dominante no século XIX e metade do século XX que vincula o papel pedagógico da álgebra como instrumento de resolução de problemas.

Relaciona-se à concepção linguístico-semântico-sintática de modo que as técnicas, ainda que mecânicas sejam suficiente para o aluno resolver problemas, mesmo que artificiais e que são criados com o propósito de utilizar tais técnicas.

3.10.2 Fundamentalista-estrutural

Concepção de natureza lingüística é contraposta a anterior. Fundamenta-se na concepção linguístico-postulacional.

A álgebra é vista como a ciência das estruturas e cuja extensão cobre todos os campos da matemática, imprimindo aos signos lingüísticos um grau de abstração sem precedentes, passando o papel pedagógico dessa disciplina a fundamentador dos vários campos da matemática escolar. Focalizou-se o trabalho com propriedades estruturais das operações, que justificassem logicamente cada passagem do transformismo algébrico, habilitando o aluno para operar em outro contexto.

3.10.3 Fundamentalista-analógica

Procura vincular o papel pedagógico da álgebra como instrumento de resolução de problemas à concepção lingüístico-semântico-sintática dessa disciplina.

Essa concepção tenta elaborar a síntese entre as duas anteriores, só que não mais de forma lógico-estrutural justificada nas passagens presentes no transformismo algébrico característico da segunda concepção.

A nova forma de justificar, na maioria dos casos, baseia-se em recursos analógicos geométricos e, portanto, visuais. Nesse sentido, essa concepção acredita que uma “álgebra geométrica” seria didaticamente superior a qualquer forma de abordagem estritamente lógico-simbólica. Ainda nessa concepção outro recurso analógico bastante comum é a “justificação” de certas passagens do transformismo algébrico através da utilização de leis do equilíbrio físico, recorrendo para isso, a materiais concretos como balanças, gangorras, etc., nos quais o “concreto” tem um significado diferente do “concreto” ao qual fazem apelo os recursos estritamente geométrico-visuais.

3.10.4 Concepção letrista

Todas as concepções de Educação Algébrica e atividade algébrica que assumem o cálculo com letras como a base da álgebra, estão destinadas a levar o aluno a não extrapolar o conceito de álgebra e também a não usar os conhecimentos adquiridos em atividades fora da escola.

Professores que usam essa prática, buscam trabalhar com a álgebra seguindo a seqüência proposta para a aritmética, e, sendo baseada na técnica (algoritmo) e na prática (exercícios). Essa forma de trabalho está exposta nos livros e na cultura da construção do conhecimento matemático.

Esta maneira de trabalhar a álgebra não privilegia a investigação ou reflexão de qualquer natureza e mostra-se ineficaz no aprendizado da mesma. O grande problema é que os livros trazem esta forma de estudo da álgebra e para os professores acaba se tornando verdade de que atividade algébrica é cálculo literal, pois o livro é na maioria das vezes sua única referência.

Encontramos situações maquiadas relativas às atividades algébricas dando a elas uma visão geométrica como em produtos notáveis ou mesmo balanças de pratos para representar a equação. As abordagens “facilitadoras” assumem que certa estrutura trabalhada e manipulada de modo concreto e em seguida ao passar por um processo de abstração, transforma-se em formal. As pessoas que defendem esta linha acreditam que isso pode acontecer, porém estudos feitos nessa forma de atuar mostraram que os alunos têm grandes dificuldades em associar as atividades concretas com as atividades formais.

A tendência letrista imprime nos educandos e nos educadores uma forte concepção de que álgebra é puramente cálculo literal, impedindo que os mesmos possam contemplar a álgebra como uma ferramenta eficaz no que se refere a entender as estruturas e usá-las em situações cotidianas.

Podemos levar em conta que as concepções letristas sobrevivem muito menos pela aceitação dos professores e mais por terem se transformado numa visão de atividade algébrica e não podemos nos esquecer que para que haja mudança na concepção devemos ter argumentos fortes de convencimento, pois envolve muito mais que mudar rotina de professores.

3.11 Concepções da modelagem matemática segundo Meira (1996)

Luciano Meira (1996), em seu texto “Significados e modelagem na atividade algébrica” analisa as diversas formas de se ensinar os conceitos algébricos e nos coloca uma discussão: será que a matemática deve ser ensinada do concreto para o abstrato? Ele nos coloca que um dos problemas criados por esta separação é o de que o aluno trate o “abstrato” como se fosse desvinculado do concreto gerando, desta forma, uma “crise” no significado dos conceitos algébricos. Sua discussão está pautada nos estudos da “Modelagem Matemática” que ele define como sendo o processo de criar equações para representar e estudar fenômenos (físicos, sociais, econômicos, etc). Para ele, professores e alunos têm uma dificuldade muito grande em lidar com representações no campo da álgebra.

O pesquisador americano James Fey (1990), resume estas dificuldades desta forma:

“Na Matemática escolar atual os estudantes empregam um tempo enorme em tarefas envolvendo variáveis, enquanto nomes literais para números desconhecidos, e com equações e inequações, que impõem condições nestes números. O ensino de Álgebra enfatiza demais os procedimentos formais de transformação de expressões simbólicas e resolução de equações que buscam determinar o valor desconhecido de variáveis”.(p.70)

Nas pesquisas realizadas por Meira, questiona-se a idéia de que os alunos “suspendem o significado” das equações durante a atividade algébrica, e revelou que eles estavam sempre tentando dar um sentido para suas ações, mesmo que o professor enfatize apenas a correção e o rigor da Álgebra. Esta competência de “dar sentido às coisas” (ou produzir significados) é raramente explorada no Ensino Fundamental, seja em relação à construção de interpretações aritméticas para problemas algébricos ou em relação ao uso da Álgebra como uma ferramenta para modelar situações e resolver problemas. Mesmo quando os alunos são incapazes de “pensar algebricamente” (ou seja, incapazes de compreender equações em termos de estruturas para generalizar), os alunos estão envolvidos em “atividades algébricas” – no sentido em que símbolos e procedimentos algébricos foram usados para atingir objetivos específicos (por exemplo, comunicar o resultado de um problema). Este tipo de

análise pode ser bastante interessante, na medida em que levanta a questão da produção de significados em Matemática e dos significados específicos que estudantes de Álgebra desenvolvem.

A idéia da Álgebra como uma atividade (e não apenas como um domínio do conhecimento acadêmico) sugere uma nova abordagem para o ensino da Álgebra. Por exemplo, vemos que é necessário diversificar as situações de uso da Álgebra como ferramenta de modelagem.

As situações com a balança de dois pratos são adequadas para trabalhar com equações do tipo " $3x + 10 = 100$ ", mas essa metáfora não é apropriada para equações do tipo " $3x + 100 = 10$ ", visto que a balança não comporta operações com valores negativos.

Segundo Lins (2001), é importante perceber que as tarefas que propomos em aula são sempre transformadas pelos alunos, na medida em que eles criam significados próprios que dependem de seus objetivos. Assim, ao invés de enfatizar as tarefas em si e esperar que tenham um significado único e fixo, o professor deve preocupar-se em gradualmente aproximar os significados criados pelos alunos e aqueles pretendidos pela tarefa. Esta forma de olhar a atividade dos alunos requer uma nova forma de comunicação e aprendizagem na sala de aula.

Em nosso estudo procuramos associar os conceitos teóricos propostos por D'AMBRÓSIO associados a situações didáticas, onde utilizamos a Modelagem Matemática, conjuntamente com os estudos de SKOVSMOSE relativos à Educação Matemática Crítica para elaborar e aplicar as atividades junto aos alunos escolhidos como objeto de nosso estudo na busca de respostas a nosso questionamento central.

3.12 Fundamentação teórica com base na resolução de situações-problema segundo D'Ambrósio

No artigo traduzido "Resolução de problemas: Uma perspectiva pessoal do Brasil", (2004) D'Ambrósio revisa historicamente o conceito de resolver problemas, fazendo algumas considerações sobre o Estado da Arte.

Também apresenta uma nota breve sobre a arte de Solucionar Problemas na América Latina. Por fim, apresenta algumas reflexões sobre o futuro dessa arte.

3.12.1 Introdução

Não é uma tarefa fácil escrever um Estado da Arte de Solucionar Problemas no Brasil, com algumas referências sobre outros países da América Latina. Sua estratégia para esta tarefa foi pesquisar em teses e dissertações sobre o assunto, bem como pesquisar ações em universidades, associações de professores e seminários financiados pelo governo, *workshops* e cursos para professores. Buscou ajuda de colegas no Brasil e em muitos outros países. Obteve uma relação de 35 teses e dissertações e uma lista de ações para treinamentos de professores.

É difícil identificar uma resolução de problemas como uma área de pesquisa específica na pesquisa de Educação Matemática. Nota-se que “solução de problemas” está desaparecendo como uma matéria específica nos currículos e como tema de conferências e simpósios.

É sintomático que na Classificação Matemática de Matérias 2000, organizada pelas Revisões Matemáticas e *Zentralblatt MATH*, apareçam apenas referências discretas, em subseções, sobre a solução de problemas.

Ele interpreta essa referência discreta à solução de problemas, ambas vistas como estratégias de instrução e matéria de pesquisa, como o fato que pesquisa na solução de problemas é parte de uma ampla reflexão atual em Educação e Cognição. Isso envolve as discussões atuais sobre questões sócio-culturais e as Ciências da Mente.

As teses e dissertações enviadas às Universidades Brasileiras são bons materiais de pesquisa, focando na maioria dos temas que são relacionados a pesquisas conhecidas já discutidas em outros artigos. A influência da técnica dos EUA de solução de problemas nesses jovens pesquisadores é notável. Prevalece a elaboração nos passos básicos de Pólya:

- 1 – Entender o problema;
 - 2 – Elaborar um plano;
-

- 3 – Executar o plano;
- 4 – Revisar o que foi feito.

Ele reconhece, nessa coleção, uma quantidade considerável de pesquisas em matérias mais restritas, tais como habilidades específicas (problemas literais em aritmética e álgebra, construção de problemas para uso de régua e compasso) nas quais uma resposta é esperada. São feitas pesquisas também sobre o uso da tecnologia, empregando vários *softwares* sofisticados, mas a meta é sempre chegar nas respostas esperadas. Considerando as ações promovendo a solução de problemas, observa-se que elas são estratégias comuns. Essas ações incluem pré-serviço e, principalmente, cursos “dentro do serviço”, propondo treinamento em técnicas de como desenvolver habilidade na solução de problemas. Comentar sobre essas teses e dissertações seria algo repetitivo. Muitos livros e artigos trazem temas similares.

3.12.2 Conceitualização geral na solução de problemas

A pesquisa de métodos de solucionar problemas faz parte da modernidade. Ela pode ser traçada desde René Descartes no Discurso do Método, publicado em 1637, que estabeleceu as idéias básicas na solução de problemas. Muitos trabalhos sobre a Solução de Problemas não acrescentam muito aos 4 passos de Descartes:

“Eu acreditei que eu deveria encontrar os quatro passos que eu devo considerar bem suficientes, considerando que eu cheguei a solução firme e consistente e em nenhuma ocasião singular sequer houve falha em sua observação”.

O primeiro desses é aceitar que nada é verdade se não for claramente reconhecido como tal: isso quer dizer cuidadosamente evitar precipitação e preconceito em julgamentos e aceitar neles nada além do que é apresentado claramente à minha mente e que não me permite nenhuma ocasião de dúvida;

O segundo foi dividir cada uma das dificuldades que examinei no maior número de partes possível e reordená-los de forma que possam ser resolvidos da melhor maneira possível;

O terceiro foi executar minhas reflexões na ordem, começando com objetos que fossem mais simples e fáceis de serem resolvidos, para aumentar de pouco em pouco, ou por grau, o conhecimento sobre o mais complexo, assumindo uma ordem, mesmo que uma fictícia, entre aqueles que não seguem uma seqüência natural relativo ao outro objeto;

“O último foi, em todos os casos, fazer enumerações bem completas e revisar o todo, para ter certeza de que não omiti nada” (1637, 1994, p.271).

Apesar de esses serem bem conhecidos e, de fato, inclusos em propostas atuais para Solução de Problemas, as considerações seguintes, precedendo a lista dos 4 passos do método dele, não recebem a devida atenção de educadores de matemática:

“D’Ambrósio teve, quando era mais jovem, que estudar lógica por um certo tempo; e também Matemática, Análise Geométrica e Álgebra-3 artes ou ciências que pareciam que poderiam contribuir em alguma coisa no projeto que tinha em mente”.

Mas, ao examiná-las, observou que, em respeito à lógica, os silogismos e a maior parte dos outros ensinamentos serviam melhor na explicação para outros sobre coisas que se sabia, do que para aprender o que é novo, e para as análises dos antigos e a Álgebra dos modernos, fora o fato que eles abrangem apenas questões abstratas em sua maioria, de forma que aparentam não ter uso, o antigo é sempre tão restrito às considerações de símbolos que não se pode exercitar o entendimento sem fatigar muito a imaginação; e o mais recente é tão sujeito à certas regras e fórmulas que o resultado é a construção de uma arte que é confusa e obscura e que embaraça a mente, ao invés de ser uma ciência que contribui para o seu cultivo. Um outro método precisa ser descoberto, um que junte as vantagens dos três sem possuir seus defeitos. E como uma multiplicidade de regras geralmente permite exceções para más práticas, e como uma condição é, por causa disso, muito melhor regrada quando possui pouca regra, esses são os mais estritamente observados. Então, em “vez do grande número de preceitos dos quais a lógica é composta” (Descartes, 1637, 1994, p 270f).

Duas frases de Descartes são de grande veracidade: “explicar para outros essas coisas que um sabe... do que aprender o que é novo” e “as considerações de símbolos que não exercitam o entendimento sem fatigar muito a imaginação”. Essas frases são cruciais para a percebida falta de sucesso da Educação Matemática. Não há espaço para a criatividade. O objetivo principal parece ser moldar os alunos ao mesmo conhecimento e comportamento que produziu a ordem do Mundo e da sociedade que tanto criticamos. E que, claro, agonia os alunos quando eles pensam sobre o futuro. D’Ambrósio ressalta que nosso objetivo, como educadores, não é dar continuidade a esse tipo de mundo: não é preparar para a guerra, nos proteger dos comportamentos humanos de nossos colegas, aumentar o acúmulo de ganhos à custo do decréscimo de recursos naturais. Ele não vê sua missão de educador como sendo a de preparar as novas gerações de doces cidadãos que continuam a aceitar e se comportar nesse padrão. Ele quer que as novas gerações sejam criativas e encontrem caminhos para a paz em todas suas dimensões: militar, social, ambiental. Eles precisam de criatividade para propor o novo e não serem bons reprodutores do velho. Ele destaca que Descartes tinha algo parecido em mente quando escreveu as coisas acima.

O Método que ele propõe é a pesquisa do novo. É um tipo de guia para pesquisa. Solução de Problemas deve ser interpretado como pesquisa, com metas de encontrar o novo e não de encontrar o que já é conhecido.

É importante, também, notar a atitude do professor, como Descartes explica no começo de sua obra-prima: “O intuito do meu projeto não é o de ensinar o Método que todos devem seguir para promover uma boa conduta para sua razão, mas apenas mostrar qual a maneira de conduzir por mim mesmo que eu encontrei.” (Descartes, 1637, 1994, p266)

Infelizmente, isso não recebeu a atenção suficiente dos educadores, em especial os educadores de matemática. Sua implicação resulta na necessidade de olhar a educação como algo além de causa – efeito ou ensinamento-aprendizado.

A experiência educacional é o resultado das dinâmicas do encontro de indivíduos com diferentes conhecimentos. Descartes não está ensinando seu

método, ele está contando sobre ele para o leitor. Ele conta sobre os 4 passos que ele usou para encontrar o novo. Ambos, aluno e professor, estão engajados no encontro, um tipo de jogo, no qual a cultura de um professor/jogador (sua intenção) e o do outro jogador/aluno (sua curiosidade) dá margem a uma nova cultura, dividida por ambos os jogadores. Esse é o significado da criatividade no processo educacional. De fato, essas são as idéias básicas por trás do conceito de ensinamento cooperativo.

3.12.3 Um novo pensamento na solução de problemas

Uma pesquisa interessante sobre solução de problemas torna-se incorporado no que é chamado de “novo pensamento” em todas as atividades humanas. Uma característica de seu novo pensamento é o reconhecimento que o progresso avança à medida que os problemas, das mais variadas naturezas, são expostos e solucionados coletivamente. Além disso, a solução é, geralmente, uma aproximação da meta e abertura para novos problemas. Problemas com soluções abertas estão prevalecendo sob problemas com uma única solução, que estão relacionados como exercícios computacionais.

Nós vemos uma transição conceitual:

Problemas dados – identificando os problemas (posicionamento do problema)

Trabalho Individual – trabalho cooperativo (grupos)

Problemas de solução única – problemas com várias soluções

Soluções exatas – soluções aproximadas

É assim que a Solução de Problemas se torna uma matéria freqüente em negócios, Administração, Ciências da Saúde, Ambiente, na verdade, toda atividade humana. Solução de Problemas é um componente importante do treinamento profissional. Curiosamente, o padrão é muito parecido em todas as áreas, incluindo matemática.

O “novo pensamento” na educação matemática pede por o que nós chamamos às vezes de “problemas-história”. Um problema-história, às vezes chamado de problema-palavra, apela para a imaginação. É, de fato, uma forma

de criar um ambiente de aprendizado. Esses problemas normalmente têm várias soluções e pedem por trabalho em equipe. Trabalho cooperativo é, provavelmente, o avanço mais relevante na Solução de Problemas. Neste contexto, que é uma forma de prática em “sala de aula aberta”, não são perguntadas as soluções para os alunos.

No final dos anos 70 e começo dos 80, tiveram o benefício de visitas anuais de Hassler Whitney na UNICAMP. Ele foi muito influente no desenvolvimento de uma linha de pesquisa na educação matemática, que está incorporado no Programa Etnomatemática. Em um texto muito inspirado, uma pré-publicação de um livro que nunca veio a ser publicado oficialmente, Hassley Whitney diz:

“Como uma pessoa resolve um problema-história? Primeiramente, troque o ‘resolve’ por ‘brinca com a questão’. Metade da dificuldade já está resolvida. Faça o problema ser concreto: encene a história. Tenha coragem para tentar fazer a história de diferentes maneiras, acostumando-se com suas diferentes características. Quando as coisas derem erradas, esteja interessado em como elas estão erradas, e tente mudanças; encene a história novamente. Agora se você perguntar o que se queria, provavelmente você estará pronto para ver e responder. É realmente simples assim. Coragem para brincar com o problema e tentar coisas diferentes é a chave.” (p 41).

Ele sente que a pesquisa atual não está dando a devida atenção à Natureza da razão matemática. Estudos do consciente, ou a Ciência da Mente, não são considerados valiosos na Educação Matemática. Contribuições de Gregory Bateson, Francisco Varela, Humberto Maturana são geralmente ignoradas. Isso reflete o tipo de mesmice na discussão sobre soluções de problemas.

Novamente, considera a opinião de Hassler Whitney, um matemático criativo e original:

“A criança precisa brincar de crescer à sua própria maneira. Problemas-histórias devem se tornar parte das pessoas quando elas os interpretam; dessa forma, eles se tornam real, e relações numéricas parecem naturais em particular. A técnica natural da criança é experimentar e explorar. Levando isso em conta, ele encontra coragem para tentar muitas coisas; alguns desenvolvem jeitos engraçados (que nós preferimos chamar de errados), outros resolvem corretamente. Intrigado, ele brinca com coisas engraçadas, as muda, vê o que acontece, e faz com que elas sejam resolvidas corretamente também. Ele está começando a trabalhar como um pesquisador.” (WHITNEY, 1976, p.3)

O que nós podemos precisar é um tipo de reconceitualização da idéia de solucionar problemas. Em vez de focalizar guias para resolução de problemas, mais atenção deve ser dada à relação professor-aluno. Dar voz ao estudante quando este é confrontado com uma situação de desafio e escutá-lo tornam-se mais importantes do que ensinar ao aluno como resolver problemas. Para criar experiências de aprendizado como resultado de crianças brincando com situações fictícias ilustra a pesquisa sobre sala de aula, como, por exemplo, a feita por Beatriz S. D'Ambrosio (2004).

Reflexos no novo pensamento é um item mais geral do que solução de problemas, em se tratando da matéria pesquisa. Eles são, de fato, pesquisas no sentido amplo na Educação Matemática.

3.12.4 Solução de problemas como prática pedagógica

Na solução de problemas como prática pedagógica, os problemas têm sido uma estratégia de apoio para a Educação Matemática no Brasil e, podemos dizer também, em outros países da América Latina desde os tempos de colônia.

De fato, na Matemática do Ocidental, problemas têm sido o meio o qual a Matemática é apresentada nas fontes egípcias e babilônicas. Em dados de Euclides, o qual nós podemos considerar o início pedagógico de Euclides, é uma coleção de problemas. E na Idade Média, problemas desafiadores eram famosos. Por exemplo, no *Tractatus Algorismi*, de Jacopo da Firenze (MONTPELIER, 1307), nós lemos:

“Eu vou a um jardim, e fico no pé de uma laranjeira. E eu pego uma delas. E depois eu pego a décima do resto. Depois de mim vem outro, e pega 2 delas e novamente a 10^a do resto. Depois vem outro e pega 3 delas e novamente a 10^a do resto... e assim vem vários. Daí, o que vem por último pega todas que sobraram. E consegue assim nem mais nem menos do que os outros pegaram. E um pegou mais do que todos. E o tanto de homens que havia, o tanto de laranjas que cada um pegou. Eu quero saber quantos homens haviam e quantas laranjas eles pegaram (cada um) e quanto eles pegaram ao todo” (HOYRUP, 2007, p.6)

Claro, esse tipo de desafio foi responsável pela enorme criatividade que pavimentou o caminho da Renascença e da Ciência Moderna. Mas, ao

mesmo tempo, o autor procura por uma fórmula para resolver tal problema e, uma vez que ele tenha aprendido tal fórmula, ele começa a ensiná-la. A fórmula domina o problema. A reação a isso é provavelmente o que está por trás do discurso de Descartes no parágrafo explanado acima.

Infelizmente, a emergência de simbolismo formal e de fórmulas fez com que mais atenção fosse dada à forma do que à substância, o que interfere na criatividade. Pelo parágrafo explanatório de Descartes, citado acima, essa interferência foi sua motivação para propor um Método. Mas no sistema escolar, o método Descartes e suas variantes são vistos como um conjunto de regras para resolver problemas, como outras seqüências formais.

Como uma prática pedagógica, problemas ilustrando tratamento teórico permitiram à Educação Matemática. Também foi reconhecido que uma boa prática pedagógica é começar com os problemas. O clássico “Elementos da Álgebra”, de Leonardo Euler, é um bom ilustrativo do uso de problemas para tratar de idéias gerais e abstratas. Apesar de o livro começar com problemas de fácil solução e teoria ilustrativa, também mostra problemas mais desafiadores.

De fato, problemas desafiadores, os quais a questão elementar de Jacopo de Firenze dada acima ilustra bem, têm sido sempre a motivação básica da pesquisa matemática. A coleção de problemas no famoso Scottish Book, situado no Scottish Café, em Lvov, Polônia, nos anos 30, teve um papel muito importante no desenvolvimento da matemática no período pré 2ª Grande Guerra Mundial. Matemáticos de todo o mundo visitavam o Scottish Café para aprender sobre novos problemas desafiadores. A idéia de oferecer uma sessão de Problemas ainda é comum em alguns jornais escolares.

Apesar de haver problemas fáceis de resolver e teoria ilustrada, há problemas mais desafiantes, geralmente inseridos em CONTESTS. Esses são mais difíceis e requerer concentração e pensamentos mais “profundos”. Esses problemas atraem matemáticos prospectivos. A Hungria tem sido pioneira nesses CONTESTS. A Competição Eotvos tem sido, desde o começo do século XX, uma estratégia educacional e George Pólya foi ativo nesses CONTESTS. Agora, as Olimpíadas de Matemática seguem essa tradição.

No começo do século XX, a prática de usar problemas como uma prática pedagógica era comum na Europa. Jornais e coleções de problemas solucionados que foram dados em exames, e mesmo livros *sobre l'enseignement mathématique sous la forme de problèmes* eram comuns. Mas eles estavam sempre ligados aos tópicos do programa. O clássico livro de George Pólya e Gabor Szegő, *Aufgaben und Lehrsätze aus der Analysis* (1925) foi amplamente usado em faculdades. Pólya-Szegő e muitas outras coleções de coleções de problemas eram amplamente conhecidos nas Universidades brasileiras e da América Latina, nas carreiras que preparavam professores para a escola secundária. Muitos exames eram inteiramente dados em forma de problemas.

Obviamente, isso influenciou a atitude dos professores escolares. Na educação elementar e secundária, livros-textos ainda são generosos na listagem de exercícios (prática trivial), mas também alguns problemas desafiadores. Mas eles estão sempre ligados aos tópicos do programa, e o objetivo é claramente uma melhor assimilação do programa. Muitos livros são publicados como meras coleções de problemas, alguns com comentários teóricos.

Todos esses são exemplos de uma técnica de solução de problemas como prática pedagógica. Esse não era o entendimento de Educação Matemática. O clássico livro da educação matemática brasileira, de Euclides Roxo: *A Matemática na Escola Secundária*, Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1937, não discute a solução de Problemas. Mas a conclusão final diz que a matemática é a melhor maneira de lidar com “problemas postos pela vida”.

Essa referência à “problemas postos pela vida” claramente implica a idéia de que nós podemos tratar os problemas da vida com habilidades aprendidas na escola. Essa grosseira confusão de que problemas reais podem ser expressos em termos de matemática apresentada no currículo continua prevalecendo. Mesmo quando entendemos problema no sentido relativo de Alan H. Schoenfeld como “uma relação particular entre o indivíduo e a tarefa que faz desta um problema para a pessoa” (1985, p.71), a conexão é com o problema e não com a realidade. Essa percepção bastante restrita de um problema permeia a idéia de Solução de Problemas em escolas de Matemática. Em artigo publicado em 1987, o autor usou

o conceito de “problemas realmente reais”, obviamente sob a influência de Hans Freudenthal (ROMBERG & STEWART, 1987, vol 1, p 135- 148).

Após o final da 2ª Grande Guerra Mundial, vemos uma enorme expansão das escolas no Brasil, bem como em outros países da América Latina e do chamado 3º mundo. A UNESCO teve um importante papel nisso. Muitos livros para preparação de professores, geralmente intitulados de Didática Matemática, foram publicados. No Brasil, outro clássico da educação matemática, de Malba Tahan, não discute a solução de problemas (1961).

Curiosamente, Malba Tahan é o pseudônimo de Julio César de Mello e Souza, (1895-1974) um matemático e educador que publicou muitos livros-textos para educação elementar, secundária e superior. Em 1925, Mello de Souza adotou o pseudônimo de Malba Tahan e decidiu publicar contos inspirados no As Mil e Uma Noites. Nos anos 40, após ter publicado muitos livros, ele adotou o pseudônimo como seu nome legal. Muitos de seus livros são coleções de contos encantados focando Problemas Matemáticos, muito no estilo de As Mil e Uma Noites. Seu livro de maior sucesso é O Homem que Calculava (The Man Who Counted), no qual o personagem principal, Beremiz Samir, era um sofisticado solucionador de problemas. O livro discute problemas desafiadores, lidando com as mais diversas situações de vida “fictício-real”, tudo no estilo de As Mil e Uma Noites. O livro foi traduzido em muitas línguas. Muitos dos problemas captam a imaginação de crianças e adultos igualmente, e requer criatividade matemática em um grau não contemplado na Matemática da Escola.

3.12.5 A Solução de Problemas como uma matéria de pesquisa no Brasil

Mestre Omar Catunda recorre a discussões anteriores sobre Solução de Problemas como uma matéria de pesquisa. No final dos anos 40, ele, ocupando a cadeira de Análise Matemática do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade de São Paulo, adquiriu um exemplar de *How to Solve It*, de Pólya, publicado em 1945, e ofereceu um seminário baseado nesse livro. George Pólya era bem conhecido dos matemáticos do departamento,

principalmente por seu livro, escrito junto com Szego, mencionado acima. O fato de que tal distinto matemático estava interessado na Matemática elementar foi uma grande motivação para o sucesso do seminário de Catunda. D'Ambrósio, estudante do 2º ano da Matemática e participou desse seminário. Para ele, foi uma surpresa agradável ver como Pólya estava lidando com problemas não triviais de uma forma muito engenhosa. Esse era o começo do ato de olhar para a Solução de Problemas como mais do que uma Estratégia Pedagógica.

Um fato similar ocorreu quando Jean Dieudonné falou, no final dos anos 40 e começo dos 50, sobre Educação Matemática, propondo o que ficou conhecido como Movimento de Matemática Moderna. O fato de que tal matemático respeitável estava interessado em Educação foi decisivo em projetar os interesses de matemáticos acadêmicos para a Educação.

Nos anos 60 houve um interesse crescente na Psicologia Cognitiva. Infelizmente, não teve muita influência na Solução de Problemas entre Educadores Matemáticos. Jean Piaget foi bastante influente, claro que por sua veia estruturalista, que foi paralela à proposta estruturalista de N. Bourbaki. Ambos, como 2 faces da moeda estruturalista, foram o suporte teórico para o Movimento Matemático Moderno. Como qualquer moeda em sua borda, eles provaram não serem estáveis.

Logo, a idéia de Solução de Problema misturou-se ao Movimento da Matemática Moderna e, nos anos 70, a Solução de Problemas era tida como uma área da Pesquisa de Educação Matemática. Ela sobreviveu ao esquecimento do Movimento da Matemática Moderna. Desde então, a influência dos Estados Unidos nessa nova área de pesquisa tem sido dominante.

No início dos anos 80, há procura por um Doutorado em Educação Matemática no Brasil e em outros países da América Latina em geral. Os candidatos foram, basicamente, para os EUA e alguns para França, Inglaterra e Canadá. Os primeiros programas de graduação em Educação Matemática estabeleceram-se no Brasil cerca de 20 anos atrás. Esses programas receberam muita influência dos estudantes voltando dos EUA com um PHD em Educação

Matemática. Alguns desses em Solução de Problemas. Esse é o começo da visualização da Solução de Problemas como um campo de pesquisa.

Solução de Problemas como uma estratégia pedagógica continua a florescer na América Latina. Mas reflexões teóricas sobre isso são esparsas. O interesse teórico para Solução de Problemas como uma área de pesquisa está ligada a desenvolvimentos acadêmicos nos EUA. O artigo de Alan Schoenfeld, em sua coleção, aplica-se muito bem às prioridades de pesquisa na América Latina. Seria repetitivo discutir pesquisa na Solução de Problemas no Brasil e na América Latina.

No Brasil, e isso é verdade para toda a América Latina, um sistema educacional centralizado, com currículos nacionais, prevalece até os anos 60. Apesar de a legislação encorajar a contextualização, o conservadorismo, apoiado pela indústria dos livros, foi responsável por evitar a contextualização. Nos anos 70, com a proliferação de escolas por todo o país e um fluxo demográfico intenso, sinais da contextualização se tornam claros. É estranho falar sobre problemas que estão relacionados ao contexto. Motivação se torna uma questão importante na Educação Matemática.

Em 1996, foi aprovada uma nova lei educacional no Brasil, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Como resultado, em vez de currículos de disciplinas, foi criado um parâmetro para a prática educacional. Idealmente, isso permite a contextualização do currículo. Um documento principal, os Parâmetros Curriculares Nacionais, um tipo de padrão, se tornou um guia para conduzir atividades em sala de aula. Nesse documento, há apenas algumas poucas referências à Solução de Problemas, apesar de haver muita ênfase na solução de problemas. A Solução de Problemas continua sendo considerada uma habilidade para ser aprovado em testes. O espectro dos testes conduzidos nacionalmente interfere com as sugestões de problemas matemáticos criativos. Um raciocínio imitativo prevaleceu sobre um raciocínio criativo.

3.12.6 Considerações Finais

Para finalizar, D'Ambrósio deixa claro que este não é um artigo iconoclasta sobre a Solução de Problemas. Sim, ele é contra a solução de problemas por imitação, que amplamente prevalece, mas ele considera a criatividade de resolver problemas como sendo de importância fundamental na Educação Matemática.

A Etnomatemática contempla a solução criativa de problemas. Ele discute a evolução do conhecimento matemático, tanto na história do indivíduo como na da espécie humana, como uma resposta a vários problemas, de diferentes naturezas.

Seguindo o padrão de pesquisa de Jean Piaget, ele tentou entender a evolução do comportamento humano e explicar a evolução do conhecimento humano observando a evolução do conhecimento e comportamento de indivíduos humanos. Isso é formalizado em 3 passos básicos de pesquisa do Programa de Etnomatemática:

Como os comportamentos humanos passam:

- 1 – de soluções práticas para métodos;
- 2 – de métodos para teorias;
- 3 – de teorias para invenções.

Claramente, o indivíduo, quando se defronta com um novo problema ou situação, tenta resolvê-la ou entendê-la. Isso é uma solução. O próximo passo é usar a solução em problemas similares e situações, por meio de um método. Isso permite a criação de novas formas de lidar com novos problemas e situações. Estes preceitos estão colocados na Etnomatemática.

Ele está convencido que testes, tanto nacionais como internacionais, são danosos para a criação. Não há possibilidade de haver um progresso significativo na Solução de Problemas, como discutido no artigo em estudo, e em Educação Matemática em geral, como discutido em outros artigos, se a prática atual de testes, nacionais e internacionais, prevalecer. Há evidências suficientes que avaliações afetam professores e suas práticas. Não é deixado muito espaço

para os professores inovarem. Supõe-se, e isso é pedido a eles, que preparem os alunos para fazerem o melhor em testes. Ele vê as implicações de avaliações na educação Matemática como uma área fundamental de pesquisa que pode servir de apoio para idéias inovadoras na Solução de Problemas.

Uma técnica inovadora na Solução de Problemas, e na Educação Matemática em geral, depende, parafraseando Hassler Whitney, na coragem de apresentar problemas difíceis, ou mesmo insolucionáveis, aos jovens, e escutar suas propostas. Mais testes com relação a isso são necessários.

Capítulo 4
METODOLOGIA

4.1 Introdução

Neste capítulo, descrevemos a pesquisa realizada: objetivo e o desenho do experimento.

Ao discorrer sobre o experimento, tratamos do nosso universo da pesquisa, descrevendo a respeito dos sujeitos envolvidos, os recursos utilizados, os instrumentos diagnósticos (pré-teste e pós-teste) e a intervenção de ensino aplicada.

4.2 Propostas e Objetivos

Nossa pesquisa dirige-se aos alunos do Módulo IV (7^o e 8^o séries) do Ensino Fundamental II de Jovens e Adultos e foi elaborada com a intenção de diagnosticar conceitos básicos de Álgebra como: incógnita, variável e equação do 1^o grau utilizando Modelagem Matemática aplicada aos estudos da Etnomatemática.

Acreditamos que os alunos devam participar do processo de construção do conhecimento sendo função do pesquisador agir como facilitador desta aprendizagem.

Desta forma, elaboramos uma seqüência de intervenções de ensino, admitindo-se o que já é conhecido pelos alunos, que possam levar-nos a refletir e trabalhar de forma cooperativa na resolução de situações-problema.

4.3 Desenho geral do experimento

Para elaboração e definição do instrumento diagnóstico e das intervenções de ensino, realizamos um levantamento junto aos professores de Matemática da Escola, os quais indicaram várias opções dentro do universo conhecido dos alunos. Optamos por não realizar o estudo piloto junto aos alunos, aplicando o pré-teste diretamente ao módulo escolhido.

Nosso experimento foi elaborado para aplicação em uma turma de alunos do Módulo IV relativo a (7^a e 8^a séries do Ensino Fundamental II – EJA) numa escola do Município de São Paulo.

Esta escola caracteriza-se como um projeto educacional voltado apenas aos Jovens e adultos, sendo a idade mínima de ingresso de 14 anos. Os alunos freqüentam as aulas todos os dias, de segunda a sexta-feira, durante um período diário de duas horas e quinze minutos sendo o restante da carga horária composta por atividades extra-classe. A escola localiza-se no Bairro do Mandaqui na Cidade de São Paulo e funciona em cinco períodos, contando atualmente com aproximadamente 800 (oitocentos) alunos matriculados.

Constatamos que a escola é muita bem aparelhada, tanto na parte física (estrutura e conservação do prédio) quanto nos recursos tecnológicos. Dispõe de Sala de Informática com 24 computadores (todos novos e funcionando), além de recurso de mídia como Data-show, Retro-Projetor, Televisores, Vídeo cassete e aparelhos de DVD.

4.4 Instrumentos de avaliação diagnóstica

Elaboramos dois instrumentos diagnósticos que serviram de parâmetros para a avaliação de nossa proposta de intervenção didática para observar como os alunos Jovens e Adultos constroem os conhecimentos algébricos. Os instrumentos aqui tratados são os pré e pós-testes, os quais apresentamos a seguir.

4.4.1 Apresentação e descrição do pré e pós-testes

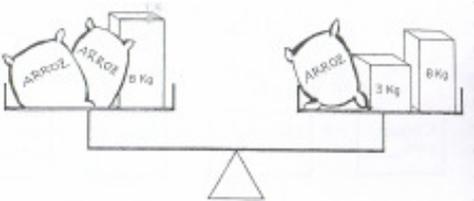
O pré-teste tem por finalidade avaliar os conhecimentos prévios dos alunos do EJA a respeito dos conceitos de incógnita, variável e resolução de equações do 1º grau por meio de situações-problema. Esta atividade, o pré-teste assume função diagnóstica e servirá de parâmetro para avaliarmos, ao final da intervenção didática, se ocorreu ou não a construção dos conceitos buscados. Isso será feito por meio da aplicação do pós-teste, um instrumento exatamente igual ao pré-teste.

Na elaboração do pré e pós-testes utilizamos exercícios do livro “Álgebra: das variáveis às equações e funções” CAEM/IME-USP, 1994, pois

julgamos serem exercícios similares aos propostos em livros escritos para atividades de recuperação, nas Redes Estadual e Municipal de Ensino de São Paulo, que visem resgatar aos conceitos não assimilados pelos alunos durante o ano regular de ensino.

O instrumento é composto de dez questões. No quadro 4.1, a seguir, apresentaremos todas as dez questões propostas no pré e pós-teste:

Quadro 4.1 – Questões do pré e pós-testes

<p>1- Um tijolo pesa um quilo mais meio tijolo. Quanto pesa um tijolo inteiro?</p>	<p>2. Um lápis custa x real e uma lapiseira custa 5 reais a mais que um lápis. Duas lapiseiras custam o mesmo que 7 lápis. a) Escreva uma equação para este problema b) Encontre o preço de cada lápis e de cada lapiseira.</p>
<p>3- Qual é o número natural que somado com o seu sucessor dá 197? Resolva o mesmo problema trocando a palavra sucessor pela palavra antecessor.</p>	<p>4- Lúcia e sua mãe têm juntas 63 anos. A mãe tem o dobro da idade de Lúcia. Quantos anos têm cada uma delas?</p>
<p>5-Pensei um número. Multipliquei por 4, subtraí 8 e, depois, subtraí o triplo do número pensado. Obtive -3 como resultado. Em que número pensei?</p>	<p>6-Escolhi um número y. Juntei a ele o oposto de 5. Depois dividi o resultado por 3 e achei 9. Qual o valor de y?</p>
<p>7- O perímetro de um retângulo é 60 cm. Calcule as medidas dos lados, sabendo que o comprimento é o triplo da largura.</p>	<p>8-Resolva as seguintes equações: a. $-3x - 15 = -5$ b. $10 = 5 - 5x$ c. $4x - 45 = 5.6x$ d. $6x = 22 - 4x$ e. $4.(x - 3) + 1 = 6.(x - 2) - 5$</p>
<p>9-Meu pai disse que daqui a 4 anos, a idade dele será o triplo da idade que ele tinha há 26 anos atrás. a) qual é a idade de meu pai? b) como provar que a idade que você encontrou para o pai está certa?</p>	<p>10-Esta balança está em equilíbrio e os três sacos de arroz têm o mesmo peso.</p>  <p>Retirando-se as mesmas coisas dos dois pratos de balança, ela mostrará diretamente quantos quilogramas tem um só saco de arroz. a) para isso acontecer, o que deve ser retirado de cada prato? b) quantos quilogramas têm cada saco de arroz?</p>

A seguir, apresentaremos as questões do pré e pós-teste com os respectivos objetivos buscados.

1ª Questão

UM TIJOLO PESA UM QUILO MAIS MEIO TIJOLO. QUANTO PESA UM TIJOLO INTEIRO?

Trata-se de uma questão clássica, encontrada costumeiramente em muitos livros didáticos e freqüentemente utilizada pelos professores na introdução do ensino de Álgebra. Com essa questão visamos diagnosticar qual o entendimento que o aluno tem quanto à ligação entre a linguagem natural e a linguagem matemática.

2ª Questão

UM LÁPIS CUSTA X REAL E UMA LAPISEIRA CUSTA 5 REAIS A MAIS QUE UM LÁPIS. DUAS LAPISEIRAS CUSTAM O MESMO QUE 7 LÁPIS.

- a) ESCREVA UMA EQUAÇÃO PARA ESTE PROBLEMA
- b) ENCONTRE O PREÇO DE CADA LÁPIS E DE CADA LAPISEIRA.

Essa questão apresenta uma situação sobre preços de objetos. A resolução envolve a elaboração de duas equações, que utilizam números inteiros, cujas operações envolvidas na sua resolução. Nessa questão temos dois objetivos: Primeiro, continuar investigando se o aluno estabelece ligação entre a linguagem natural e a linguagem matemática e, em segundo *como* ele relaciona as grandezas matemáticas envolvidas à equação que ele construiu.

3ª Questão

QUAL É O NÚMERO NATURAL QUE SOMADO COM O SEU SUCESSOR DÁ 197? RESOLVA O MESMO PROBLEMA TROCANDO A PALAVRA SUCESSOR, PELA PALAVRA ANTECESSOR.

A questão três foi elaborada privilegiando apenas o contexto matemático. Aqui não há referência alguma a qualquer contexto da vida tangível, concreta, real e/ou cotidiana. Nosso objetivo, com a questão é, além de continuar avaliando *se* e *como* o aluno estabelece ligação entre a linguagem natural e a linguagem matemática, é investigar que significado ele atribui para os conceitos de incógnita e variável, sendo necessário que o aluno tenha a noção de antecessor e sucessor no contexto matemático.

4ª Questão

LÚCIA E SUA MÃE TÊM, JUNTAS, 63 ANOS. A MÃE TEM O DOBRO DA IDADE DE LÚCIA. QUANTOS ANOS TÊM CADA UMA DELAS?

Esta questão também tem o mesmo objetivo que a anterior, principalmente no que tange aos conceitos de incógnita e variável. Além disso, visamos identificar que significado os alunos atribuem ao conceito de dobro e à equação do 1º grau. Tivemos a preocupação de colocar questões inseridas em diferentes situações, explorando contextos distintos. Na questão anterior a situação-problema estava inserida no contexto puramente matemático, trabalhando apenas com números e com a idéia de sucessor e antecessor, sem relacioná-los a qualquer significado da vida cotidiana. Aqui, já temos um contexto de idades para os números envolvidos.

5ª Questão

PENSEI UM NÚMERO. MULTIPLIQUEI POR 4, SUBTRAI 8 E, DEPOIS, SUBTRAI O TRIPLO DO NÚMERO PENSADO. OBTIVE -3 COMO RESULTADO. EM QUE NÚMERO PENSEI?

A questão cinco privilegia o contexto matemático. Aqui também não nos referimos às situações concretas, reais e/ou cotidianas. Nosso objetivo com essa questão foi além de continuar identificando *se* e *como* o aluno estabelece ligação entre a linguagem natural e a linguagem matemática, é investigar *qual* significado ele dá para os conceitos de incógnita e variável.

6ª Questão

ESCOLHI UM NÚMERO Y. JUNTEI A ELE O OPOSTO DE 5. DEPOIS DIVIDI O RESULTADO POR 3 E ACHEI 9. QUAL O VALOR DE Y?

A questão seis foi elaborada privilegiando apenas o contexto matemático em que a letra y ocorre.

O objetivo nesta questão é continuar avaliando *se e como* o aluno estabelece ligação entre a linguagem natural e a linguagem matemática. Mais ainda é investigar *se e qual* significado ele atribui para os conceitos de oposto, juntar, resultado, equação do 1º grau, incógnita e variável, apresentados.

7ª Questão

O PERÍMETRO DE UM RETÂNGULO É 60 CM. CALCULE AS MEDIDAS DOS LADOS, SABENDO QUE O COMPRIMENTO É O TRIPLO DA LARGURA.

Esta questão tem como objetivo destacar os conceitos de incógnita, variável e equação do 1º grau. Nos preocupamos em colocar questões inseridas em diferentes situações, explorando contextos distintos. Aqui, temos um contexto mais elaborado, em que os conceitos da geometria plana, tais como medidas de comprimento, largura, figuras planas e perímetro integram o processo de resolução do exercício.

8ª Questão

RESOLVA AS SEGUINTE EQUAÇÕES:

- a) $-3x - 15 = -5$
- b) $10 = 5 - 5x$
- c) $4x - 45 = 5.6x$
- d) $6x = 22 - 4x$
- e) $4.(x - 3) + 1 = 6.(x - 2) - 5$

A questão oito privilegia apenas o contexto matemático. Nosso objetivo com essa questão é análise dos processos com que o aluno estabelece ligação

entre a linguagem natural e a linguagem matemática, é investigar *se* e *qual* significado ele dá para os conceitos de incógnita. Essa questão trabalha o conceito de equação.

9ª Questão

MEU PAI DISSE QUE DAQUI A 4 ANOS, A IDADE DELE SERÁ O TRIPLO DA IDADE QUE ELE TINHA HÁ 26 ANOS ATRÁS.

A) QUAL É A IDADE DE MEU PAI?

B) COMO PROVAR QUE A IDADE QUE VOCÊ ENCONTROU PARA O PAI ESTÁ CERTA?

A questão nove apresenta uma situação em que a resolução envolve a elaboração de uma equação do 1º grau, que utiliza números inteiros.

Com essa questão temos o objetivo de investigar se o aluno estabelece ligação entre a linguagem natural e a linguagem matemática e *como* ele relaciona as grandezas matemáticas envolvidas.

A conceitualização de incógnita e variável se mostra com muita força nesta questão.

10ª Questão

ESTA BALANÇA ESTÁ EM EQUILÍBRIO E OS TRÊS SACOS DE ARROZ TÊM O MESMO PESO.

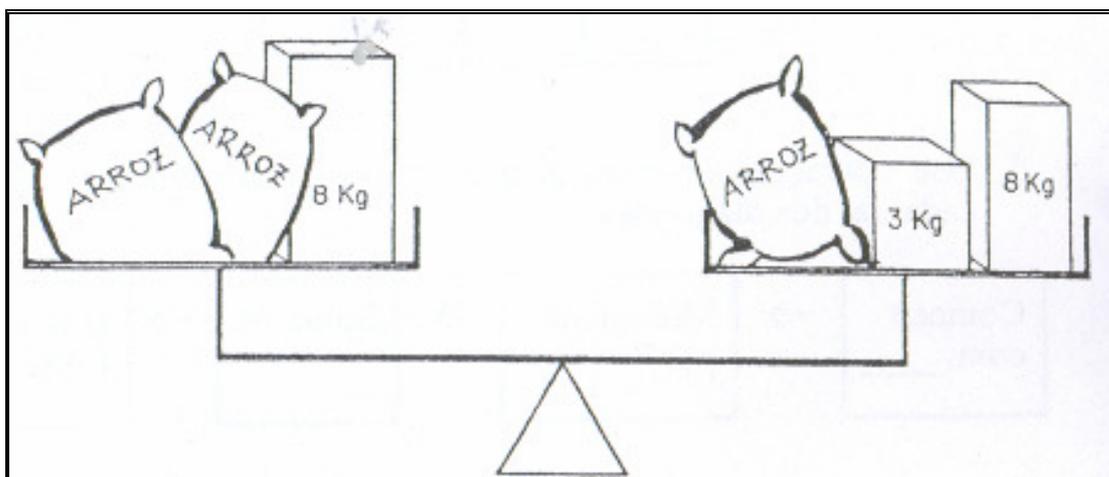


Figura 4.2 – Ilustração do 10º exercício do pré e pós-testes

Retirando-se os mesmos objetos dos dois pratos de balança, ela mostrará diretamente quantos quilogramas tem um só saco de arroz.

a) Para isso acontecer, o que deve ser retirado de cada prato?

b) Quantos quilogramas têm cada saco de arroz?

A questão apresenta uma situação que relaciona medidas de massa de um produto conhecido e consumido por todos com elementos que compõem a balança e seu equilíbrio. A resolução da questão envolve a elaboração de uma equação que utiliza números inteiros, cujas operações envolvidas na sua resolução. Com essa questão temos dois objetivos: continuar investigando se o aluno estabelece ligação entre a linguagem natural e a linguagem matemática e, se SIM, *como* ele relaciona a representação figural (balança) como modelo matemático eficaz na resolução deste exercício.

4.5 Apresentação e descrição da intervenção didática de ensino

A intervenção de ensino foi realizada em quatro encontros, correspondendo a doze aulas de quarenta e cinco minutos cada. Esta distribuição foi proposta pelo pesquisador e aprovada pela Coordenação Geral da escola onde nosso estudo foi realizado. A intervenção não contou com a participação direta do professor responsável pela sala/módulo, sendo, portanto conduzida apenas pelo pesquisador.

A seguir apresentaremos um quadro sinóptico sobre os encontros realizados.

Quadro 4.2 – Síntese dos encontros realizados

ENCONTROS (TIPOS DE AULA)	OBJETO DE ESTUDO	OBJETIVO	NÚMERO DE ATIVIDADES DESENVOLVIDAS (CONTEÚDOS)
1º ENCONTRO (AULA TRIPLA) (06/03/07)	INCÓGNITA VARIÁVEL LINGUAGEM NATURAL LINGUAGEM MATEMÁTICA OPERAÇÕES INVERSAS	CONCEITUAR INCÓGNITA E VARIÁVEL. ESTABELECEER OS CONCEITOS PRIMITIVOS DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU.	3 ; CALCULO DO VALOR DE UMA VARIÁVEL. CONCEITUALIZAÇÃO DE VARIÁVEL E INCÓGNITA NO PROBLEMA. TRANSPOSIÇÃO DA LINGUAGEM NATURAL PARA A LINGUAGEM MATEMÁTICA.
2º ENCONTRO (AULA TRIPLA) (07/03/07)	INCÓGNITA VARIÁVEL RACIOCÍNIO LÓGICO CONCEITOS GEOMÉTRICOS PERÍMETRO E ÁREA PROBLEMAS ALGÉBRICOS	CONCEITUAR INCÓGNITA, VARIÁVEL E CONSTANTE. ESTABELECEER RELAÇÕES ENTRE GRANDEZAS. ASSOCIAR GEOMETRIA E ÁLGEBRA. RESOLVER ALGEBRICAMENTE SITUAÇÕES-PROBLEMA.	3 ; CALCULO DE VALOR DESCONHECIDO UTILIZANDO TABELAS. DETERMINAR CÁLCULOS DE GEOMETRIA POR MEIO DE CONCEITOS ALGÉBRICOS. ASSOCIAR PROBLEMAS MATEMÁTICOS AO COTIDIANO DO ALUNO.
3º ENCONTRO (AULA TRIPLA) (08/03/07)	INCÓGNITA VARIÁVEL LINGUAGEM NATURAL LINGUAGEM MATEMÁTICA EXPRESSÕES ALGÉBRICAS PERÍMETRO E ÁREA EQUAÇÃO DO 1º GRAU COMPARAÇÃO ENTRE TABELAS.	CONCEITUAR INCÓGNITA, VARIÁVEL E CONSTANTE. ASSOCIAR A REPRESENTAÇÃO FIGURAL AOS CÁLCULOS ALGÉBRICOS. TRANSPOSIÇÃO DA LINGUAGEM NATURAL PARA A LINGUAGEM MATEMÁTICA. INTRODUZIR POR MEIO DA IGUALDADE A IDÉIA DE EQUAÇÃO.	3 ; PASSAGEM DA LINGUAGEM NATURAL PARA A LINGUAGEM MATEMÁTICA. A IMPORTÂNCIA DA FIGURA NA RESOLUÇÃO DE CERTOS PROBLEMAS. UTILIZAÇÃO DE MODELOS PARA CONCEITUAR A IDÉIA DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU. COMPARAÇÃO ENTRE TABELAS MATEMÁTICAS.
4º ENCONTRO (AULA TRIPLA) (09/03/07)	INCÓGNITA VARIÁVEL EXPRESSÕES ALGÉBRICAS LINGUAGEM NATURAL LINGUAGEM MATEMÁTICA PERÍMETRO E ÁREA EQUAÇÃO DO 1º GRAU E SUA INCÓGNITA.	CONCEITUAR INCÓGNITA, VARIÁVEL E CONSTANTE. ASSOCIAR A REPRESENTAÇÃO FIGURAL PARA CÁLCULOS ALGÉBRICOS. A MODELAGEM E A ETNOMATEMÁTICA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.	4 ; PASSAGEM DA LINGUAGEM NATURAL PARA A LINGUAGEM MATEMÁTICA. A IMPORTÂNCIA DA FIGURA NA RESOLUÇÃO DE CERTOS PROBLEMAS. UTILIZAÇÃO DE MODELOS PARA CONCEITUAR A IDÉIA DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU.

Os alunos trabalharam divididos em grupos de, preferencialmente quatro componentes cada um, mantendo sempre os mesmos componentes em todos os encontros.

Os quatro encontros compreendem o desenvolvimento de treze atividades propostas por meio de fichas. No que se refere às atividades que compõem os encontros, optamos em utilizar problemas já apresentados em materiais didáticos.

Procuramos, principalmente, nos concentrar em materiais utilizados em atividades dirigidas da Rede Estadual de Ensino de São Paulo. Além disso, os problemas selecionados vêm com a indicação da fonte, caso contrário não havendo indicação, isto significa que o problema foi por nós elaborado.

Toda atividade proposta foi discutida por todo o grupo separadamente, sendo estimulada e monitorada pelo pesquisador. Cada atividade teve um tempo de execução de aproximadamente 30 minutos, que acreditamos ser necessário para sua discussão no grupo. Portanto, distribuimos as atividades de tal forma que possibilitaram a participação dos alunos dentro dos grupos no tempo previsto.

Após o tempo determinado pelo pesquisador, iniciamos um debate com todas as respostas obtidas, expostas na lousa, buscando discutir as soluções apresentadas. A discussão isolada dos grupos é socializada possibilitando a defesa de sua opinião e a verificação da existência ou não de soluções alternativas.

O pesquisador ouve as respostas dos alunos e comenta dando o *feedback* necessário.

As fichas de atividade foram preenchidas individualmente com a identificação do grupo e, o nome do aluno presente nesse dia.

Em todos os encontros as fichas (individuais) foram recolhidas como documento de participação, para posterior análise do pesquisador.

A seguir, descreveremos com detalhes cada intervenção de ensino.

1º ENCONTRO: Incógnita, Variável, Linguagem natural, Linguagem matemática (AULA TRIPLA).

Esse primeiro encontro tem por objetivo rever conceitos básicos de incógnita é variável.

Nele, desenvolvemos três atividades, por meio de fichas entregues pelo pesquisador.

O encontro inicia-se com o pesquisador dividindo a sala em grupos e nomeando esses grupos com um número: 1, 2, 3, 4...

Descrevemos a seguir, cada uma das atividades desse primeiro encontro.

1ª Atividade

Com os alunos separados em grupos, a cada um desses grupos entregamos uma ficha (ficha de atividade 1) com o seguinte conteúdo:

Ficha 1: Qual o preço pago, respectivamente, por n produtos cujo preço unitário é de R\$ 3,00?

(Fonte: Matemática: livro do estudante: ensino fundamental – Brasília: MEC: INEP, 2002. p.151).

Após a distribuição das fichas, o pesquisador se dirige à classe pedindo que discutam em seus respectivos grupos as possíveis soluções para o problema proposto.

O pesquisador percebe que no início os grupos se comportam de forma tímida, observando, que alguns alunos ainda tentam resolver individualmente o problema, sem compartilhar suas idéias. Passado algum tempo, os grupos se acomodaram e passaram a compartilhar suas opiniões.

Depois de transcorrido o tempo dado (flexível) aos alunos e, recolher as fichas de atividade, o pesquisador expõe no quadro negro a resolução esperada.

Resolução: $P = n \cdot 3,00$

Sendo:

P : O preço pago.

n : Quantidade de produtos.

Na seqüência, temos alguns questionamentos a respeito do problema apresentado aos alunos e suas respectivas respostas ao pesquisador.

1- Esta situação está presente em seu cotidiano?

Alunos: Não

Pesquisador: Vocês nunca viveram uma situação dessa em seu dia-a-dia?

Alunos: No mercado ela aparece. Se eu tenho dinheiro no bolso eu calculo quanto eu posso comprar. Algumas vezes ela aparece em outros lugares também.

2- O que representa n dentro do contexto do problema?

Pesquisador: O que a letra n representa para vocês?

Alunos: Representam as mercadorias. Representam os produtos (1, 2 ou vários produtos)

Pesquisador: Esses n têm algum significado para você? Ele é um número ou uma letra ou ele pode ser os dois?

Alunos: Esse n é a quantidade de dinheiro que você têm no bolso. n é a quantidade de produto que não é a quantidade de dinheiro.

3- n é variável ou incógnita?

Pesquisador: O que vocês entendem por incógnita e variável?

Alunos: Variável: Varia; Incógnita: é uma coisa só, uma coisa que não muda, um padrão.

Pesquisador: Existe diferença entre incógnita e variável?

Alunos: A incógnita tem valor definido.

4- Se o valor do produto passasse a valer R\$ 5,00 alteraria o valor de n ?

Alunos: Não. Porque o n é quantidade de produto. Se o produto passa a custar R\$ 5,00 esse número vai mudar.

Pesquisador: A partir do momento que eu mudei o valor do produto eu necessariamente alterei o valor unitário desse produto? Vocês estão associando este n com o dinheiro? O n é o número de produtos podem permanecer os mesmos?

Alunos: O n continua o mesmo.

5- Quanto você pagaria por 35 unidades desse produto?

Alunos: Encontramos 105 reais.

Pesquisador: Que conta você faria para chegar a esse valor?

Alunos: O 35 é o n .

Pesquisador: O valor de 105,00 o que representa?

Alunos: O valor de 35 produtos.

Pesquisador: Posso escrever os 35 como sendo uma letra?

Alunos: Sim.

Pesquisador: Posso chamar 105,00 de p ?

Alunos: Sim.

6- Tendo R\$ 90,00 quantos produtos você compraria?

Alunos: Eu tenho 90 reais e divido por 3 encontrando 30.

Pesquisador: O n pode mudar?

Alunos: Pode.

Pesquisador: O valor que eu estou gastando pode mudar?

Alunos: Pode.

Pesquisador: Se esse valor muda, o valor do número de produtos também muda?

Alunos: Sim, ele é variável.

Pesquisador: Posso trocar esse n por qualquer letra?

Alunos: Não.

O objetivo desta atividade foi conceituar incógnita, variável, operação inversa e conceitos primitivos de equação do 1º grau na situação-problema apresentada.

2ª Atividade

Com os alunos separados em grupos, a cada um desses grupos entregamos uma ficha (ficha de atividade 2) com o seguinte conteúdo:

Ficha 2: O mágico de um famoso circo chamou pessoas da platéia para participar de uma brincadeira. Antonio, Carlos e Sandra se apresentaram. O mágico disse-lhes então que deveriam adivinhar que transformação faria com os números falados por eles.

- Antonio falou 2, e o mágico respondeu 4.
- Carlos disse 5, e o mágico respondeu 10.
- Sandra falou 25, e o mágico respondeu 50.

Você já percebeu que o número falado pelo mágico é sempre o dobro do número dito pelos participantes: Algebricamente $y = 2x$, com y sendo o número que o mágico respondeu e x o número que a pessoa da platéia falou.

I – Se a brincadeira continuasse e outra participante dissesse 15, qual seria a resposta do mágico? E se outro participante dissesse 2,5, o que o mágico deveria responder?

II – Agora analise estes outros casos e escolha a alternativa que representa a regra usada pelo mágico em cada um (y é o número que o mágico respondeu e x o número que a platéia falou).

A platéia falou	7	14	2	9	215	10
O mágico respondeu	8	15	3	10	216	11

- a) $y = x + 2$ b) $y = 2x$ c) $y = x + 1$ d) $y = 3x$

A platéia falou	2	4	20	7	2,5	0
O mágico respondeu	5	7	23	10	5,5	3

- a) $y = x + 2$ b) $y = 2x$ c) $y = 4x$ d) $y = x + 3$

A platéia falou	3	4	15	50	1,5	25
O mágico respondeu	7	9	31	101	4	51

- a) $y = x + 1$ b) $y = 2x + 1$ c) $y = 3x - 2$ d) $y = 3x$

Você poderia afirmar que, independentemente do número pensado, o resultado final obtido é o mesmo que o número que você pensou? Ou é mera coincidência?

Por meio da álgebra, podemos verificar que não se trata de mera coincidência. Veja:

1º	2º	3º	4º	5º
Pense em um número	Multiplique por 4	Adicione 8	Divida por 4	Subtraia 2

x	4x	4x + 8	$(4x + 8) : 4$ x + 2	$x + 2 - 2$ x
Pense em um número	Multiplique por 4	Adicione 8	Divida por 4	Subtraia 2

III- Complete as tabelas e indique em que caso(s) o resultado é igual ao número pensado.

1º	2º	3º	4º	5º
Pense em um número	Multiplique por 4	Subtraia 2 unidades	Divida o total por 2	Adicione 1
1º	2º	3º	4º	5º
Pense em um número	Subtraia 3	Divida por 5	Subtraia $\frac{2}{5}$	Multiplique por 5

1º	2º	3º	4º	5º
Pense em um número	Adicione 3	Subtraia 3	Multiplique por 2	Divida por 2

(Fonte: Matemática: livro do estudante: ensino fundamental – Brasília: MEC: INEP, 2002. p. 151-3).

Após a distribuição e leitura das fichas, o pesquisador se dirige à classe pedindo que discutam, efetuando os mesmos procedimentos da atividade anterior.

Depois de transcorrido o tempo dado (flexível) aos alunos e, recolher as fichas de atividade, o pesquisador expõe no quadro negro a resolução esperada.

Resolução:

I - participante disse 15: o mágico disse 30
 participante disse 2,5: o mágico disse 5

II – Tabela 1 $\Rightarrow y = x + 1$
 Tabela 2 $\Rightarrow y = x + 3$
 Tabela 3 $\Rightarrow y = 2x + 1$

III-

1º	2º	3º	4º	5º
Pense em um número	Multiplique por 4	Subtraia 2 unidades	Divida o total por 2	Adicione 1
x	$4x$	$4x - 2$	$\frac{4x - 2}{2} = 2x - 1$	$2x - 1 + 1 = 2x$
1º	2º	3º	4º	5º
Pense em um número	Subtraia 3	Divida por 5	Subtraia $\frac{2}{5}$	Multiplique por 5
x	$x - 3$	$\frac{x - 3}{5}$	$\frac{x - 3 - 2}{5} = \frac{x - 5}{5}$	$\frac{5x - 5}{5} = x - 1$
1º	2º	3º	4º	5º
Pense em um número	Adicione 3	Subtraia 3	Multiplique por 2	Divida por 2
x	$x + 3$	$x + 3 - 3 = x$	$x \cdot 2$	$\frac{2x}{2} = x$

Na seqüência, temos alguns questionamentos a respeito do problema apresentado aos alunos e suas respectivas respostas ao pesquisador.

1- Existe diferença entre os registros na tabela e a equação resultante?

Alunos: Sim.

Pesquisador: Quais?

Alunos: O mágico fala a letra **y** e a platéia fala a letra **x**.

2- Por que após tantas operações o número pensado se mantém?

Alunos: Não sabemos explicar, mas sempre dá certo.

3- A tabela ajuda ou dificulta o entendimento do problema?

Alunos: Sim, podemos resolver e chegar no valor esperado.

4- Como você conceituaria operação inversa na matemática?

Alunos: Seria uma operação contrária a outra.

O objetivo desta atividade é conceituar incógnita e variável no problema, introduzindo o conceito de igualdade associado ao conceito de equação do 1º grau.

3ª Atividade

Com os alunos separados em grupos, a cada um desses grupos entregamos uma ficha (ficha de atividade 3) com o seguinte conteúdo:

Ficha 3: No quadro abaixo você pode observar que cada situação-problema pode ser traduzida algebricamente. Analise o que cada letra está representando nesses exemplos. Determine o valor que torna as igualdades verdadeiras.

O dobro da minha idade é igual a 50. Qual é a minha idade?	
Recebi um aumento de R\$30,00 e passei a ganhar R\$ 210,00. Qual era o meu salário?	
O triplo de um número mais duas unidades é igual a onze. Que número é esse?	
A idade de Pedro é metade da de Carlos. A soma das duas idades é 30 anos. Qual é a idade de Carlos?	

(Fonte: Matemática: livro do estudante: ensino fundamental – Brasília: MEC: INEP, 2002. p. 157).

Após a distribuição e leitura das fichas, o pesquisador se dirige à classe pedindo que discutam efetuando os mesmos procedimentos da atividade anterior.

Depois de transcorrido o tempo dado (flexível) aos alunos e, recolher as fichas de atividade, o pesquisador expõe no quadro negro a resolução esperada.

Resolução:

ATIVIDADE	LINGUAGEM MATEMÁTICA	SOLUÇÃO
O dobro da minha idade é igual a 50. Qual é a minha idade?	$2x = 50$	$x = 25$
Recebi um aumento de R\$ 30,00 e passei a ganhar R\$ 210,00. Qual era o meu salário?	$x + 30 = 210$	$x = 180$
O triplo de um número mais duas unidades é igual a onze. Que número é esse?	$3x + 2 = 11$	$x = 3$
A idade de Pedro é metade da de Carlos. A soma das duas idades é 30 anos. Qual é a idade de Carlos?	$x = \frac{y}{2}; x + y = 30$ $x = \text{idade de Pedro}$ $y = \text{idade de Carlos}$	$x = 10$ $y = 20$

Na seqüência temos alguns questionamentos a respeito do problema apresentado aos alunos e suas respectivas respostas ao pesquisador.

1- A linguagem natural é mais simples que a linguagem matemática?

Alunos: Sim.

Pesquisador: Por quê?

Alunos: Porque podemos escrever o que pensamos de uma forma mais simples.

Pesquisador: Na equação $3x+2=11$, se eu falar $3.x$ ou $x.3$ muda alguma coisa?

Alunos: Muda.

Pesquisador: Por quê?

Alunos: Não sabemos. Mais a ordem deve ser respeitada.

Pesquisador: Será que é errado efetuar esses cálculos de “cabeça”?

Alunos: Podemos e devemos utilizar o nosso raciocínio para resolver os problemas.

2- As letras representam incógnita ou variável?

Alunos: É incógnita porque o valor não muda. Se fosse variável o valor ia mudar.

3- O que o texto que dizer com “tornar as igualdades verdadeiras”

Alunos: Toda equação depende de uma igualdade. Sem igualdade não tem equação.

O objetivo desta atividade foi conceituar incógnita, variável, estabelecer a condição de existência de uma equação do 1º grau na situação-problema apresentada.

Ao final das atividades do primeiro encontro, buscamos discutir os seguintes assuntos:

- Associar situações cotidianas ao estudo dos conceitos matemáticos apresentados;
- Estabelecer as particularidades entre incógnita e variável;
- Generalizar situações matemáticas;
- Transformar a linguagem natural em linguagem matemática.
- Introduzimos a idéia primitiva de equação do 1º grau.

2º ENCONTRO: Incógnita, Variável, Raciocínio lógico, Conceitos geométricos, Perímetro e Área, Problemas algébricos (AULA TRIPLA).

Esse segundo encontro tem por objetivo rever conceitos básicos de incógnita, variável, utilização do raciocínio lógico. Utilizamos situações-problema tendo como base os conceitos geométricos associados a cálculos algébricos.

Nele, desenvolvemos três atividades, por meio de fichas entregues pelo pesquisador.

O encontro inicia-se com o pesquisador mantendo a sala dividida em grupos já nomeados anteriormente por números.

Descrevemos a seguir, cada uma das atividades desse segundo encontro.

1ª Atividade

Com os alunos separados em grupos, a cada um desses grupos entregamos uma ficha (ficha de atividade 4) com o seguinte conteúdo:

Ficha 4: Na padaria bom dia, Seu Antonio confeccionou uma tabela para dizer rapidamente ao freguês quanto deve pagar pelos pães que levar. Mas aconteceu um pequeno acidente e a tabela ficou com algumas manchas de café. Observe:

<i>Número de pães</i>	<i>Preço (R\$)</i>
1	0,10
2	0,20
3	0,30
█	0,40
5	█
6	█
7	0,70
8	█
9	0,90
10	1,00

(Fonte: Matemática: livro do estudante: ensino fundamental – Brasília: MEC: INEP, 2002. p.161).

Você acha que mesmo assim é possível saber esses valores borrados?

Como o seu Antonio faria para:

- Calcular o preço de 100 pães?
- Representar o preço de n pães?

Após a distribuição e leitura das fichas, o pesquisador se dirige à classe pedindo que discutam os procedimentos para resolução da atividade.

Depois de transcorrido o tempo dado (flexível) aos alunos e, recolher as fichas de atividade, o pesquisador expõe no quadro negro a resolução esperada.

Resolução:

Preço dos 100 pães: $100 \cdot (0,10) = R\$ 10,00$

$$P = n \cdot 0,10$$

Na seqüência, temos alguns questionamentos a respeito do problema apresentado aos alunos e suas respectivas respostas ao pesquisador.

1- Tabelas matemáticas são comuns no seu dia-a-dia?

Alunos: Sim, a tabela existe e serve para identificar o preço unitário. Os comerciantes usam essas tabelas para facilitar o atendimento.

2- Toda tabela é finita, infinita, explique.

Alunos: Não. Toda tabela pode ir até onde eu quiser. Pode ser infinita.

3- O número de pães é uma variável, uma incógnita ou uma constante?

Alunos: Variável.

4- O preço do pão neste exemplo é uma constante, uma variável ou uma incógnita?

Alunos: Constante.

5- Você conseguiria completar a tabela sem fazer contas?

Alunos: Sim.

Pesquisador: Os alunos em sua totalidade completaram os valores desconhecidos na tabela.

6- Estabeleça uma relação entre a quantidade de pães vendidos e o preço a ser pago por n pães.

Alunos: Deve-se gerar uma equação matemática. x é o valor do pão.

Pesquisador: Quanto tem que valer x para dar 50 centavos

Alunos: 5×10 centavos = 50 centavos.

Pesquisador: Podemos representar de forma genérica o valor dos pães?

Alunos: Sim. ($x \cdot 10 \text{ centavos} = 50$ é uma equação)

Pesquisador: É se só usássemos letras?

Alunos: $y \cdot x = n$

Pesquisador: y seria a unidade ou o valor final? É a quantidade? O x seria o valor de todos os pães?

Alunos: O valor da unidade é 10 fixo. O n é a quantidade de pães, pensando em um valor, 20 pães necessitamos de 2 reais. Se eu pegar 2 reais e multiplicar por 10 centavos vou comprar 20 pães.

Pesquisador: Não estamos multiplicando dinheiro com dinheiro?

Alunos: Sim, temos que mudar a ordem. “Cada coisa em seu lugar”

$n \cdot x = y$

- 7- Compreender os conceitos matemáticos faz de você um cidadão mais consciente de seus direitos?

Alunos: Ajuda.

Pesquisador: Por que?

Alunos: Conhecer a matemática ajuda a não ser enganado pelo patrão; Ajuda na questão dos direitos; Usamos a matemática no dia-a-dia; Eu aprendo mais e sei mais; Ganho conhecimento; Uso o conhecimento para “se dar bem na vida”.

- 8- Com este tipo de exemplo a matemática fica mais próxima de você aluno? Justifique

Alunos: Sim, pois quando aprendemos o básico podemos até continuar nossos estudos.

Pesquisador: Vocês se imaginam dentro de um curso universitário?

Alunos: Sim, por que não?

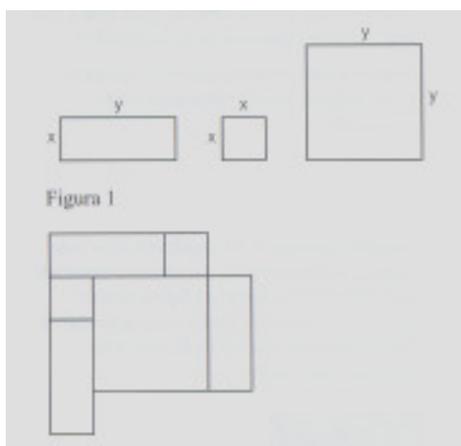
O objetivo desta atividade foi conceituar incógnita, variável e equação do 1º grau na situação-problema apresentada, trazendo a matemática escolar para o dia-a-dia dos alunos.

2ª Atividade

Com os alunos separados em grupos, a cada um desses grupos entregamos uma ficha (ficha de atividade 5) com o seguinte conteúdo:

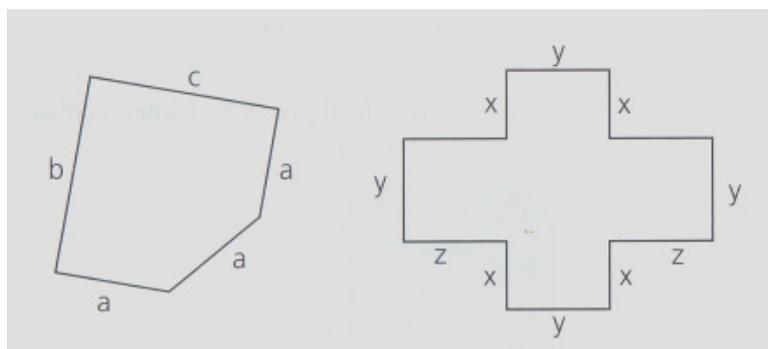
Ficha 5: Considere o retângulo cujos lados medem x e y e os quadrados de lados x e y , respectivamente.

- Você irá indicar a área da figura abaixo, composta por esses quadriláteros.



Escreva uma expressão para a área da figura 1;

Escreva uma expressão algébrica para expressar o perímetro de cada um dos polígonos abaixo:



(Fonte: Coleção Ensinar e Aprender: construindo uma proposta. vol.3 - Secretaria de Estado de Educação-ficha de trabalho C).

Após a distribuição e leitura das fichas, o pesquisador se dirige à classe pedindo que discutam os procedimentos para resolução da atividade.

Depois de transcorrido o tempo dado (flexível) aos alunos e, recolher as fichas de atividade, o pesquisador expõe no quadro-negro a resolução esperada.

Resolução:

$$\text{Área da figura 1} \Rightarrow A = 3xy + 2x^2 + y^2$$

$$\text{Perímetro do polígono 1} \Rightarrow P1 = 3a + b + c$$

$$\text{Perímetro do polígono 2} \Rightarrow P2 = 4x + 4y + 4z$$

Na seqüência, temos alguns questionamentos a respeito do problema apresentado aos alunos e suas respectivas respostas ao pesquisador.

1- Quais as semelhanças e diferenças entre Geometria e álgebra?

Alunos: Isso que está desenhado é geometria? A álgebra tem ligação com os números.

Pesquisador: Vocês vêem semelhanças entre as duas? Ou uma tem a ver com a outra?

Alunos: A gente partiu da figura e chegou na expressão.

2- Podemos relacionar o perímetro e a área a uma situação algébrica?

Alunos: Sim, partimos da figura para fazer os cálculos.

Pesquisador: Podemos relacionar perímetro e área?

Alunos: Não.

Pesquisador: Se eu quisesse achar a área da figura precisaria saber o perímetro?

Alunos: Não. Um não depende do outro.

3- Nas expressões obtidas, as letras tais como **x, y, z, c, a, b** são sempre incógnitas ou sempre assumem valor de variável? Explique.

Alunos: As letras são variáveis. Podemos trocar seu valor e encontrar uma nova área.

Pesquisador: Se eu trocar o valor a figura muda?

Alunos: Não. A figura permanece a mesma.

Pesquisador: Se eu aumentar de 4 para 6 a figura agora mudaria?

Alunos: Sim.

O objetivo desta atividade foi conceituar incógnita, variável, associando os conceitos de área e perímetro a expressões algébricas.

3ª Atividade

Com os alunos separados em grupos, a cada um desses grupos entregamos uma ficha (ficha de atividade 6) com o seguinte conteúdo:

Ficha 6: Marta comprou duas saias e uma blusa por R\$ 80,00. A blusa custou R\$ 5,00 a mais que cada uma das saias, que foram compradas pelo mesmo preço. Quanto ela pagou pela blusa e por uma saia?

(Fonte: Matemática: livro do estudante: ensino fundamental – Brasília: MEC: INEP, 2002. p.161).

Após a distribuição e leitura das fichas, o pesquisador se dirige à classe pedindo que discutam os procedimentos para resolução da atividade.

Depois de transcorrido o tempo dado (flexível) aos alunos e, recolher as fichas de atividade, o pesquisador expõe no quadro negro a resolução esperada.

Resolução:

A saia custa R\$25,00.

A blusa custa R\$30,00.

Na seqüência, temos alguns questionamentos a respeito do problema apresentado aos alunos e suas respectivas respostas ao pesquisador.

1- O comércio de roupas usa a matemática como estratégia de vendas?

Alunos: Sim, pois 89,999 não são 90 reais. A matemática é usada em muitos casos para iludir as pessoas. Usam-se estratégias para esse fim.

2- Os “descontos” dados aos clientes podem ser uma forma de uso desleal dos conceitos matemáticos?

Alunos: Sim, você não sabia o preço da mercadoria, ele aumenta e depois dá o desconto.

Pesquisador: Se a mercadoria custava 50 reais e foi aumentada para 100 reais com um desconto de 50% você pagaria o mesmo valor?

Alunos: Não, a matemática manipula os valores.

3- Você conseguiria resolver este problema sem o uso de expressões matemáticas?

Alunos: Não. Acho que sim, pois usando só o raciocínio pode ser mais fácil.

4- O cálculo mental é importante no seu trabalho?

Alunos: Sim

Pesquisador: Por que?

Alunos: Vai “pegando” prática no cálculo. Clareia a mente.

O objetivo desta atividade foi trabalhar com incógnita, variável, associando as práticas de mercado a matemática do cotidiano do aluno. Esta atividade necessita de uma maior elaboração na montagem e na estratégia de resolução por ter sua resolução implícita em um sistema de equações.

Ao final das atividades do segundo encontro, buscamos discutir os seguintes assuntos:

- Relacionar o uso da matemática as situações do cotidiano dos alunos;
 - Associar a geometria aos conceitos algébricos;
 - Entender as relações matemáticas com as práticas comerciais.
-

3º ENCONTRO: Incógnita, Variável, Linguagem natural, Linguagem matemática, Expressões algébricas, Perímetro e área, Equação do 1º grau, Comparação entre tabelas (AULA TRIPLA).

Esse terceiro encontro tem por objetivo rever conceitos básicos de incógnita, variável, utilização do raciocínio lógico. Utilizamos situações-problema tendo como pano de fundo os conceitos geométricos associados aos cálculos algébricos. A noção de perímetro e área se apresenta de forma contextualizada.

Nele, desenvolvemos três atividades, por meio de fichas entregues pelo pesquisador.

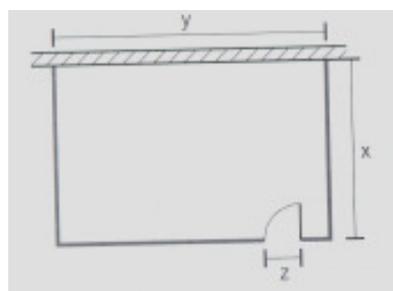
O encontro inicia-se com o pesquisador mantendo a sala dividida em grupos já nomeados anteriormente por números.

Descrevemos a seguir, cada uma das atividades desse segundo encontro.

1ª Atividade

Com os alunos separados em grupos, a cada um desses grupos entregamos uma ficha (ficha de atividade 7) com o seguinte conteúdo:

Ficha 7: Um galinheiro retangular vai ser construído. Um de seus lados ficará encostado no muro e as outras três paredes serão feitas com tela. Numa das paredes há uma porta de madeira. Veja o desenho abaixo:



- Escreva uma expressão para indicar a quantidade de tela necessária para cercar o galinheiro.
- Escreva uma expressão para indicar a área do galinheiro.

(Fonte: Coleção Ensinar e Aprender: construindo uma proposta. vol.3 - Secretaria de Estado de Educação-ficha de trabalho C – verso).

Após a distribuição e leitura das fichas, o pesquisador se dirige à classe pedindo que discutam os procedimentos para resolução da atividade.

Depois de transcorrido o tempo dado (flexível) aos alunos e, recolher as fichas de atividade, o pesquisador expõe no quadro-negro a resolução esperada.

Resolução:

a) $P = x + x + (y - z)$

$P = 2x + y - z$

b) *Área:* $A = x.y$

Na seqüência, temos alguns questionamentos a respeito do problema apresentado aos alunos e suas respectivas respostas ao pesquisador.

1- Este problema está escrito em linguagem natural ou algébrica?

Alunos: A figura confundiu os alunos, deixando as respostas contraditórias e confusas.

Pesquisador: Os alunos ainda têm dificuldades em estabelecer as características da linguagem natural e da linguagem matemática.

2- Qual a sua estratégia para resolvê-lo (descreve em detalhes na língua natural).

Alunos: Os alunos questionaram se tela do galinheiro têm uma altura padrão.

Pesquisador: Após algumas discussões chegamos a conclusão que a altura é padrão.

3- Esta situação hipotética pode ser aplicada a realidade vivida por nós?

Alunos: Sim.

4- O simples cálculo do perímetro e da área do galinheiro responde a pergunta do problema?

Alunos: Não. Precisamos esquematizar o problema.

5- Observar a figura ilustrativa ajuda ou atrapalha na resolução do problema?

Alunos: A figura ajuda na resolução do problema.

6- Para você a representação geométrica ajuda na resolução de problemas algébricos? Justifique.

Alunos: Sim ajuda. A figura nos dá uma outra visão do problema.

7- Uma pessoa que mora na zona rural de nossa cidade (sem conhecimentos prévios de matemática) teria condições de calcular a quantidade necessária de tela a ser comprada?

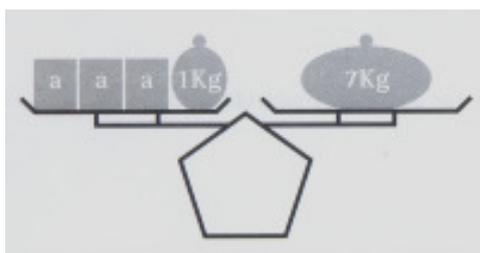
Alunos: As pessoas que moram na zona rural têm mais contato com esse tipo de construção matemática.

O objetivo desta atividade foi trabalhar com expressões algébricas associadas à construção geométrica do objeto real (galinheiro). Os conceitos de área e perímetro voltam a se apresentar neste problema.

2ª Atividade

Com os alunos separados em grupos, a cada um desses grupos entregamos uma ficha (ficha de atividade 8) com o seguinte conteúdo:

Ficha 8: Uma balança de pratos está em equilíbrio. Num dos pratos, há 3 pacotes de arroz, de mesmo peso, e um peso de 1 kg. No outro prato, há um peso de 7 kg. Determine o peso de cada pacote de arroz.



(Fonte: Matemática: livro do estudante: ensino fundamental – Brasília: MEC: INEP, 2002. p.158).

Após a distribuição e leitura das fichas, o pesquisador se dirige à classe pedindo que discutam os procedimentos para resolução da atividade.

Depois de transcorrido o tempo dado (flexível) aos alunos e, recolher as fichas de atividade, o pesquisador expõe no quadro-negro a resolução esperada.

Resolução:

$$a + a + a + 1 = 7$$
$$3a = 7 - 1$$
$$3a = 6$$
$$a = 2kg$$

Na seqüência, temos alguns questionamentos a respeito do problema apresentado aos alunos e suas respectivas respostas ao pesquisador.

1- Para você o que a representação da balança significa dentro do contexto matemático.

Alunos: A idéia de equação.

2- As letras **a** representam dentro do problema incógnita ou variável?

Alunos: Incógnita.

3- Escreva uma equação que traduza essa relação representada por cada uma das balanças.

Alunos: $a + a + a + 1 = 7$

4- Explique como chegou nos valores de cada letra.

Alunos: Percebemos que a letra (**a**) tem que ser associada a um número para dar certo.

5- Toda equação matemática tem como princípio o equilíbrio entre os membros da equação?

Alunos: Sim.

O objetivo desta atividade foi trabalhar com o conceito de “igualdade” e “equilíbrio” associados a equação do 1º grau.

3ª Atividade

Com os alunos separados em grupos, a cada um desses grupos entregamos uma ficha (ficha de atividade 9) com o seguinte conteúdo:

Ficha 9: Em muitas cidades praianas do Brasil, alugam-se bicicletas aos turistas. Em serra Azul, duas lojas prestam esse serviço: **ALUGABIKE**, que cobra um aluguel de R\$ 5,00 por dia mais uma taxa fixa de R\$ 10,00 e **BIKESHOP**, que cobra R\$ 6,00 por dia. Na portaria do hotel, o gerente afixou duas tabelas, mostrando os valores referentes há 3 dias:

BIKESHOP	
Tempo (dias)	Aluguel (em R\$)
1	$6 \cdot 1 = 6$
2	$6 \cdot 2 = 12$
3	$6 \cdot 3 = 18$

ALUGABIKE	
Tempo (dias)	Aluguel (em R\$)
1	$5 \cdot 1 + 10 = 15$
2	$5 \cdot 2 + 10 = 20$
3	$5 \cdot 3 + 10 = 25$

Complete a tabela e responda:

- Qual das duas lojas você escolheria se você fosse alugar as bicicletas por 4 dias?
- Você mudaria de loja se fosse alugar por 8 dias? E por 15 dias? Justifique sua resposta.
- Qual seria o valor a ser pago em cada loja por um número x de dias?
- Existe alguma quantidade de dias para a qual é indiferente a escolha? Em caso afirmativo, qual é?

(Fonte: Matemática: livro do estudante: ensino fundamental – Brasília: MEC: INEP, 2002. p.163).

2- O número de dias de aluguel é considerado uma incógnita ou uma variável?
Ele interfere diretamente no valor a ser pago pelo aluguel?.

Alunos: O dia é variável.

Pesquisador: O número de dias interfere no valor do aluguel?

Alunos: Sim.

3- As tabelas expostas são justas com as duas empresas?

Alunos: Não são justas. Porque enganam as pessoas.

4- As tabelas apresentadas devem ser finitas? Sim, não. Justifique.

Alunos: Não. Elas podem não ter fim.

5- O que ocorreu no décimo dia?

Alunos: No décimo dia as tabelas apresentam o mesmo preço.

($6 \cdot 10 = 60$ e $5 \cdot 10 + 10 = 60$)

O objetivo desta atividade foi trabalhar as tabelas a fim de estabelecer comparações entre valores cobrados a curto e longo prazo. Entender que a tabela pode ser usada para induzir os consumidores ao erro.

Ao final das atividades do terceiro encontro, buscamos discutir os seguintes assuntos:

- Explorar outras formas de representação matemática;
 - Uso de modelos matemáticos na construção do pensamento algébrico;
 - Perceber que dominar situações matemáticas ajuda na consolidação de uma cidadania consciente de seus deveres e direitos.
-

4º ENCONTRO: Incógnita, Variável, Expressões algébricas, Linguagem natural, Linguagem matemática, Perímetro e área, Equação do 1º grau e sua incógnita. (AULA TRIPLA).

Esse quarto encontro tem por objetivo consolidar os conceitos de incógnita, variável, utilização do raciocínio lógico. Utilizamos situações-problema utilizaremos os conceitos geométricos associados aos cálculos algébricos. A noção de perímetro e área se apresenta novamente de forma contextualizada. Trabalharemos os princípios da modelagem associados a resolução de equações do 1º grau.

Nele, desenvolvemos quatro atividades, por meio de fichas entregues pelo pesquisador.

O encontro inicia-se com o pesquisador mantendo a sala dividida em grupos já nomeados anteriormente por números.

Descrevemos a seguir, cada uma das atividades desse segundo encontro.

1ª Atividade

Com os alunos separados em grupos, a cada um desses grupos entregamos uma ficha (ficha de atividade 10) com o seguinte conteúdo:

Ficha 10: Um estacionamento quadrado tem 8 metros de lado. Se cada lado for aumentado em x metros, responda:

- Qual é a medida do lado do novo quadrado?
- Qual é a área do novo quadrado?
- Qual é o valor da área para $x = 2$, $x = 3$ e $x = 10$ metros?
- Qual deve ser o valor de x , para que a nova área seja de 225 m^2 ?

(Fonte: Coleção Ensinar e Aprender: construindo uma proposta. vol.3 (Secretaria de Estado de Educação – SP – Ficha de trabalho 4 – verso).

Após a distribuição e leitura das fichas, o pesquisador se dirige à classe pedindo que discutam os procedimentos para resolução da atividade.

Depois de transcorrido o tempo dado (flexível) aos alunos e, recolher as fichas de atividade, o pesquisador expõe no quadro-negro a resolução esperada.

Resolução:

Qual é a medida do lado do novo quadrado?

Lado do quadrado: $8 + x$

Qual é a área do novo quadrado?

Área do novo quadrado: $A = (8 + x)^2 m^2$

Qual é o valor da área para $x = 2$, $x = 3$ e $x = 10$ metros?

$$x = 2 \Rightarrow A = 100m^2$$

$$x = 3 \Rightarrow A = 121m^2$$

$$x = 10 \Rightarrow A = 306m^2$$

Qual deve ser o valor de x , para que a nova área seja de $225 m^2$?

$$A = 225 \Rightarrow x = ?$$

$$225 = (8 + x)^2 \Rightarrow x = 7m$$

Na seqüência, Temos alguns questionamentos a respeito do problema apresentado aos alunos e suas respectivas respostas ao pesquisador.

1- A construção da figura ajudaria na resolução deste problema?

Alunos: Fazendo o desenho fica mais fácil.

2- Quando aumentamos o quadrado x metros alteramos suas características?

Alunos: Não alteramos.

3- A área assume valores de incógnita ou de variável dentro deste problema?

Alunos: A área é variável.

4- Podemos calcular o que se pede usando apenas o raciocínio lógico matemático?

Alunos: Não.

O objetivo desta atividade foi trabalhar as relações entre as áreas associadas ao cálculo algébrico.

2ª Atividade

Com os alunos separados em grupos, a cada um desses grupos entregamos uma ficha (ficha de atividade 11) com o seguinte conteúdo:

Ficha 11: Que tal fazer o contrário? Invente uma situação que possa ser traduzida por:

a) $2x + 5 = 15$

b) $x + \frac{x}{2} = 225$

(Fonte: Matemática: livro do estudante: ensino fundamental – Brasília: MEC: INEP, 2002. p.157).

Após a distribuição e leitura das fichas, o pesquisador se dirige à classe pedindo que discutam os procedimentos para resolução da atividade.

Depois de transcorrido o tempo dado (flexível) aos alunos e, recolher as fichas de atividade, o pesquisador expõe no quadro-negro a resolução esperada.

Resolução:

Resposta pessoal

Na seqüência, temos alguns questionamentos a respeito do problema apresentado aos alunos e suas respectivas respostas ao pesquisador.

2- É possível passar da linguagem matemática para a linguagem natural?

Alunos: Sim.

3- Você poderia usar o exemplo da “balança” para elaborar estas situações?

Alunos: Sim. A balança representa equilíbrio (igualdade)

4- O uso de um modelo real facilita na compreensão de situações matemáticas?

Alunos: Sim. O exemplo da balança (modelo) ajuda na visualização.

O objetivo desta atividade foi trabalhar as equações do 1º grau, propondo que se passe da linguagem matemática para a linguagem natural.

3ª Atividade

Com os alunos separados em grupos, a cada um desses grupos entregamos uma ficha (ficha de atividade 12) com o seguinte conteúdo:

Ficha 12: Na coluna em branco da 2ª tabela, escreva a letra que indica a equação que tem esse valor como solução.

a)	$2x + 2 - 1 = 15$
b)	$\frac{x}{2} - 6 = 4$
c)	$2x + 3x + 10 = 70$

()	20
()	7
()	12

(Fonte: Matemática: livro do estudante: ensino fundamental – Brasília: MEC: INEP, 2002. p.159).

Após a distribuição e leitura das fichas, o pesquisador se dirige à classe pedindo que discutam os procedimentos para resolução da atividade.

Depois de transcorrido o tempo dado (flexível) aos alunos e, recolher as fichas de atividade, o pesquisador expõe no quadro-negro a resolução esperada.

Resolução:

a)	$2x + 2 - 1 = 15$
b)	$\frac{x}{2} - 6 = 4$
c)	$2x + 3x + 10 = 70$

(b)	20
(a)	7
(c)	12

Na seqüência, temos alguns questionamentos a respeito do problema apresentado aos alunos e suas respectivas respostas ao pesquisador.

1- Descreva a resolução das equações e as estratégias adotadas pelo grupo.

Alunos: Alguns alunos fizeram apenas cálculos mentais; outros fizeram pelo processo da substituição.

2- Substituindo os valores em cada uma você chegaria no resultado desejado?

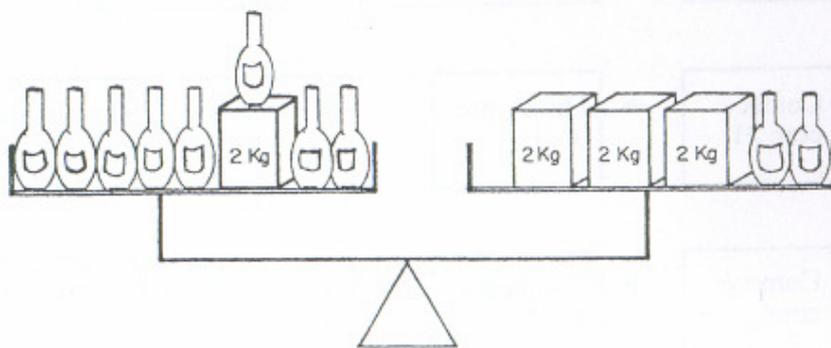
Alunos: Sim, porém seria um processo mais trabalhoso.

O objetivo desta atividade foi trabalhar a resolução de equações do 1º grau, tendo como base os conceitos matemáticos.

4ª Atividade

Com os alunos separados em grupos, a cada um desses grupos entregamos uma ficha (ficha de atividade 13) com o seguinte conteúdo:

Ficha 13: A balança está em equilíbrio. Todas as garrafas têm o mesmo peso e cada lata pesa 2 kg. Quanto pesa cada garrafa?



(Fonte: Álgebra das variáveis às equações e funções, CAEM/IME-USP, 1994, p.77).

Após a distribuição e leitura das fichas, o pesquisador se dirige à classe pedindo que discutam os procedimentos para resolução da atividade.

Depois de transcorrido o tempo dado (flexível) aos alunos e, recolher as fichas de atividade, o pesquisador expõe no quadro-negro a resolução esperada.

Resolução:

G: "Peso" da garrafa.

(Entenda "Peso" como expressão popular de medida de massa)

$$8G + 2 = 2G + 2 + 2 + 2$$

$$8G - 2G = 6 - 2$$

$$6G = 4$$

$$G = \frac{4}{6}$$

$$G = \frac{2}{3} \text{ kg}$$

Na seqüência, temos alguns questionamentos a respeito do problema apresentado aos alunos e suas respectivas respostas ao pesquisador.

1- Escreva a equação obtida nesta situação.

Alunos: (1) $G + G + G + G + G + G + G + G + 2 = 2 + 2 + 2 + G + G$;

(2) $8G = 4 + 2G$; (3) $4G = 6$

2- Podemos ter incógnitas nos dois membros da equação?

Alunos: Sim.

Pesquisador: O que a incógnita significa na balança?

Alunos: O peso das garrafas.

Pesquisador: Algum aluno fez os cálculos de cabeça?

Alunos: Quatro alunos.

Pesquisador: Vocês pensaram no “equilíbrio” da balança?

Alunos: Sim.

3- Descreva o processo de obtenção do valor do peso de cada garrafa?

Pesquisador: De forma geral os alunos associaram o “equilíbrio” da balança com a igualdade apresentada nas equações.

O objetivo desta atividade foi trabalhar a resolução de equações do 1º grau por intermédio da modelagem matemática.

Ao final das atividades do quarto encontro, buscamos discutir os seguintes assuntos:

- Trazer a matemática ao cotidiano dos estudantes;
 - Generalizar conceitos matemáticos;
 - Definir com clareza o conceito de incógnita e variável;
 - Associar a linguagem natural à linguagem matemática;
 - Entender a matemática existente nas práticas comerciais;
 - Trabalhar simultaneamente conceitos geométricos e algébricos;
 - Usar modelos reais na solução de problemas matemáticos;
 - Usar a matemática como ferramenta de ascensão social e cultural.
-

Capítulo 5

ANÁLISE DOS RESULTADOS

5.1 Introdução

Este capítulo trata da análise dos resultados obtidos a partir da aplicação dos instrumentos diagnósticos (testes) em nosso grupo de estudo. Sempre que pertinente, enriqueceremos nossa análise com dados da intervenção de ensino. Ao final do capítulo, faremos a avaliação feita pelos alunos sobre a intervenção de ensino. Aqui, a análise não diz respeito à competência dos alunos, nem às estratégias utilizadas por eles, seja na intervenção, seja nos instrumentos diagnósticos, mas sim de uma reflexão sobre como os alunos perceberam a intervenção.

No que diz respeito a análise, esta será feita com base nos testes segundo dois enfoques. Um primeiro, quantitativo, relacionado ao acerto e erro, e um outro qualitativo, ligado ao tipo do procedimento que os alunos utilizaram para responderem aos testes.

Na questão quantitativa – acertos e erros – vamos observar primeiramente o desempenho geral dos alunos e, em seguida, analisaremos esses resultados por tipo de questão para, finalmente, realizarmos uma análise do crescimento entre o pré e pós-teste, por sujeito.

Na questão qualitativa, buscamos entender as estratégias usadas por esses alunos, a partir do estudo dos tipos de erros cometidos por eles, e observar o conceito que cada aluno formou a respeito da resolução de problemas algébricos.

Nossa amostra foi escolhida seguindo os seguintes critérios: em primeiro lugar os sujeitos deveriam ser alunos do curso de jovens e adultos da Rede Municipal de Educação da Cidade de São Paulo, regularmente matriculados no módulo IV (equivalente a 7^o e 8^o séries do Ensino Fundamental II - EJA) e, em segundo, que estivessem presentes a todas as etapas do estudo (ao pré-teste, as intervenções propostas pelo pesquisador e ao final ao pós-teste)

Nosso grupo contava inicialmente com vinte e um alunos. Durante o desenvolvimento da intervenção de ensino, dois alunos se ausentaram em pelo menos um dia. Portanto, para efeito de pesquisa, puderam ser aproveitados apenas dezenove alunos. Destacamos, entretanto, que esses alunos não considerados numericamente pela pesquisa, continuaram a participar dos encontros da intervenção normalmente.

Quando analisamos a representatividade de nossa amostra, destacamos o fato de não pretendermos extrapolar nossos resultados para além do universo do estudo, pois sabemos que se trata de uma amostra pequena e restrita. Porém, apesar disso, nossos resultados podem trazer importantes contribuições para a formação dos conceitos básicos relativos ao pensamento algébrico. Buscamos ao final desta dissertação trazer contribuições significativas sobre o processo de ensino e aprendizagem deste conteúdo.

A seguir daremos início à análise dos resultados.

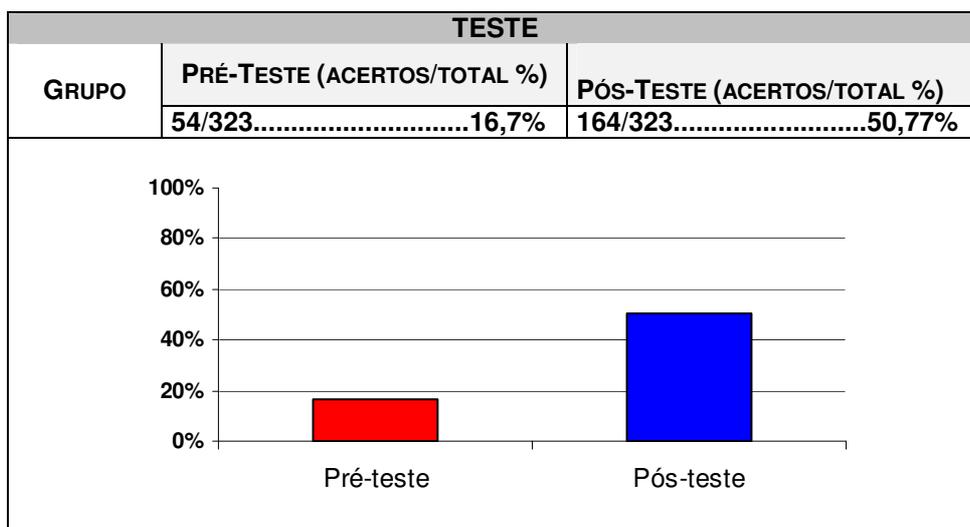
5.2 Análise quantitativa dos instrumentos diagnósticos (pré e pós-testes)

Dedicamos esta seção a três tipos de análises. Primeiramente teremos análise do desenvolvimento geral quanto ao número de acertos do grupo, seguida de uma análise dos acertos por tipo de questão no pós-teste e, finalmente, analisaremos o desempenho por aluno, considerando o número de acerto no pós-teste em relação ao pré-teste.

5.2.1 Análise Geral do Desempenho dos Sujeitos

Esta primeira análise tem a finalidade de apresentar uma idéia geral do desempenho dos alunos. Ela mede o número total de acertos que o grupo obteve nos testes.

Assim sendo o grupo composto de 19 alunos, teria a possibilidade de obter 323 itens corretos (19 alunos x 17 itens).



Quadro 5.2: Desempenho geral nos testes – número de acertos.

Inicialmente com base no pré-teste, podemos observar que os alunos demonstram ter um conhecimento bem limitado a respeito do assunto, uma vez que a média de acertos ficou abaixo de 20% em nossa análise levaremos em consideração apenas os resultados do pós-teste o qual ficou em torno de 50% das respostas. Temos nestes dados um indício da importância de se estudar os conceitos a partir de situações-problema significativas. Ou seja, de se trabalhar em um ambiente que possibilite ao aluno estabelecer relações entre os conceitos científicos, que ele está aprendendo, e os conceitos espontâneos, particulares e não conscientes que ele tem formado a partir de suas interações com situações cotidianas (Vygotsky, 1987).

Tendo por base a pontuação geralmente adotada pelo sistema escolar, no qual o aluno tem um aproveitamento adequado quando acerta 50% da prova e que, além disso, é aprovado quando acerta pelo menos a metade das questões, podemos dizer que o grupo apresentou um desempenho satisfatório, já que houve um acerto em torno de 50% das questões.

Tal resultado nos permite inferir que a abordagem adotada por nós na realização da intervenção de ensino foi satisfatória.

Os resultados até aqui apresentados ainda são muitos gerais, o que nos leva a uma análise pobre, por demais superficial. Devemos procurar entender melhor o desempenho mais especificamente. Assim sendo, faremos a seguir uma análise com relação ao desempenho dos alunos quanto ao tipo de questão.

5.2.2 Análise do desempenho dos sujeitos por tipo de questão no pré e pós-testes

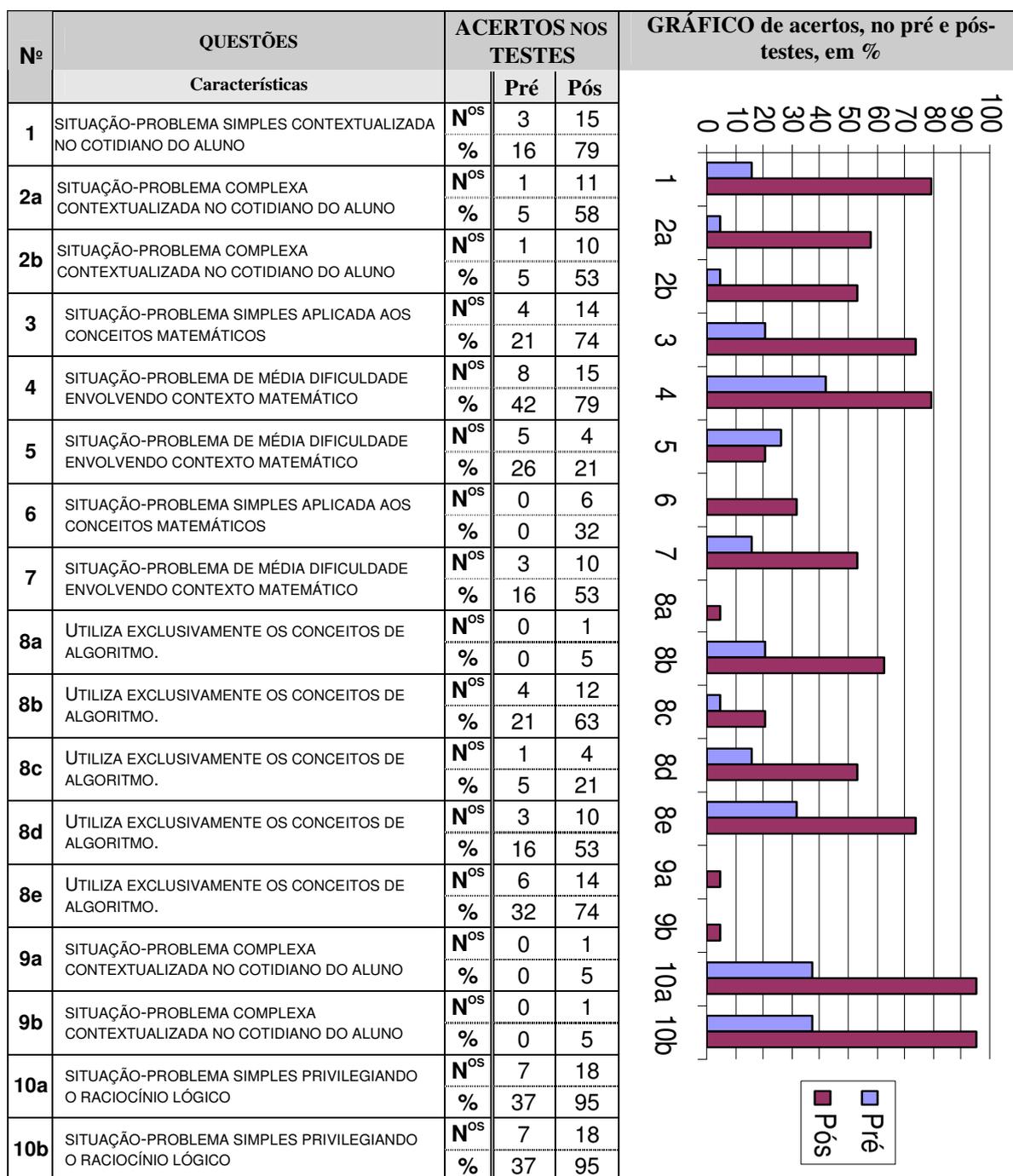
Esta análise está relacionada ao estudo do desempenho dos sujeitos de nosso estudo segundo cada questão referente ao instrumento diagnóstico posterior.

Consideramos a possibilidade de agrupar essas questões segundo a característica no objetivo de cada uma delas (ver análise, do pós-teste no capítulo de metodologia).

Situação-problema simples \Rightarrow 1, 3, 6, 10a, 10b
Situação-problema de média complexidade \Rightarrow 4, 5, 7
Situação-problema complexa \Rightarrow 2a, 2b, 9a, 9b
Algoritmo simples \Rightarrow 8a, 8b
Algoritmo de média complexidade \Rightarrow 8c, 8d
Algoritmo complexo \Rightarrow 8e

Quadro 5.2.1: Agrupamento das questões segundo suas características.

A seguir apresentamos o quadro dos acertos pelos sujeitos do pré e pós-testes.



Quadro 5.3: Acertos dos sujeitos, por tipo de questão, no pré e no pós-testes.

Analisando a quadro acima, observamos que os sujeitos obtiveram uma melhora significativa após as intervenções de ensino. Em nosso estudo, observamos uma divisão clara entre os seguintes blocos de questões:

Bloco 1: formado pelas questões 1, 3, 6, 10a, 10b. Classificamos *a priori* este bloco como relativo à “Situação-Problema Simples”.

Bloco 2: formado pelas questões 4, 5, 7. As questões deste bloco em nossa análise *a priori* foram classificadas como “Situação-Problema de Média Complexidade”.

Bloco 3: formado pelas questões 2a, 2b, 9a, 9b que classificamos como relativas a “Situação-Problema Complexa”.

Bloco 4: formado pelas questões 8a, 8b. Aqui se encontram as questões relativas à situação envolvendo “Algoritmo Simples”.

Bloco 5: formado pelas questões 8c, 8d as quais classificamos como relativas à “Algoritmo de Media Complexidade”.

Bloco 6: formado pela questão 8e que classificamos como relativa à “Algoritmo Complexo”.

Na tabela a seguir apresentamos os valores médios (em porcentagem) relativos aos acertos por blocos de situações-problema e algoritmos.

	BLOCOS	PRÉ-TESTE	% MÉDIA DE ACERTOS	PÓS-TESTE	% MÉDIA DE ACERTOS
SITUAÇÃO-PROBLEMA	Bloco 1	21	22	65	75
	Bloco 2	16	28	29	51
	Bloco 3	2	2,5	23	30
ALGORITMO	Bloco 4	4	10	13	34
	Bloco 5	4	10	14	37
	Bloco 6	6	32	14	74

Tabela 5.2: porcentagem de acertos por blocos de questões.

Fazendo um comparativo entre os dados analisamos que no primeiro bloco (Questões 1, 3, 6, 10a, 10b) o pós-teste apresentou um aproveitamento médio de 75% sendo que o pré-teste obteve um aproveitamento médio de 22%. Isto significa que o percentual de sucesso dos alunos nessas questões mais do que triplicou.

Além disso, considerando os conceitos escolares, um percentual de acerto acima de 70% em um teste representa um bom aprendizado. Assim, podemos afirmar que esse grupo de alunos passou a ter competência em utilizar a ferramenta algébrica para lidar com situações consideradas simples.

No segundo bloco (Questões 4, 5, 7) o pós-teste apresentou um aproveitamento médio de 51% sendo que o pré-teste obteve um aproveitamento médio de 28%. Embora o percentual de acerto não tenha sido tão positivo quanto o obtido no bloco 1, notamos que ele aumentou em 23 pontos percentuais do pré para o pós-teste. Além disso, esse resultado indica que metade dos alunos mostrou competência para lidar com situações-problema de alguma complexidade.

Nas questões referentes ao terceiro bloco (Questões 2a, 2b, 9a, 9b) houve uma boa diferença no percentual e sucesso desses alunos uma vez que o crescimento percentual alcançou 27,5% sendo que no pré-teste o aproveitamento médio dos alunos foi de 2,5% e no pós-teste saltou para apenas 30%. Esse resultado nos permite inferir que a nossa intervenção de ensino foi efetiva o suficiente para permitir que esses alunos utilizassem a álgebra como ferramenta poderosa na resolução de problemas complexos. Tal resultado ainda nos leva a refletir que a construção do pensamento algébrico não é algo trivial e envolve não apenas a apropriação dos conceitos de incógnita e variável, mas também entender e saber traduzir um problema apresentado em uma representação (linguagem natural) para outra (linguagem algébrica). Entendemos que o tempo de trabalho com esses alunos se apresentou como fator limitador no sucesso da compreensão deste tipo de situação-problema. Percebemos que os conceitos algébricos são ferramentas de difícil aquisição que requerem estratégias especiais para seu entendimento e compreensão. A álgebra escolar apresenta-se sempre como um desafio na compreensão e estudo de problemas apresentados no cotidiano dos alunos.

No quarto bloco (Questões 8a, 8b) o pós-teste apresentou um aproveitamento médio de 34% sendo que o pré-teste obteve um aproveitamento médio de 10%. No quinto bloco (Questões 8c, 8d) o pós-teste apresentou um aproveitamento médio de 37% sendo que o pré-teste obteve um aproveitamento médio de 10%. No sexto e último bloco (Questão 8c) o pós-

teste apresentou um aproveitamento de 74%, sendo que o pré-teste apresentou um aproveitamento de 32%. Quando analisamos o desempenho dos alunos no tocante ao uso de algoritmos, percebemos que mesmo em operações elementares os alunos apresentam dificuldades no manejo das operações básicas necessárias à sua resolução.

5.2.3 Análise do desempenho por sujeito

Aplicado o pós-teste, obtivemos os resultados que aparecem na tabela a seguir:

SUJEITOS		QUESTÕES																TOTAL DE ACERTOS (%)	
		1	2		3	4	5	6	7	8					9		10		
			a	b						a	b	c	d	e	a	b	a		b
<u>S₁</u>	PRÉ	C	B	B	B	C	E	E	E	B	C	B	B	C	E	E	B	B	23,53
	PÓS	C	E	E	B	C	E	E	E	B	C	B	B	C	B	B	C	C	35,29
<u>S₂</u>	PRÉ	C	B	B	B	C	B	E	E	B	B	B	B	B	B	B	B	B	11,96
	PÓS	C	C	C	C	C	C	C	E	C	C	C	C	C	B	B	C	C	82,35
<u>S₃</u>	PRÉ	E	C	C	C	C	C	B	C	E	E	E	C	C	E	E	C	C	58,83
	PÓS	C	C	C	C	C	C	C	C	E	C	B	B	C	E	E	C	C	70,59
<u>S₄</u>	PRÉ	E	E	E	E	C	C	E	C	E	E	B	C	B	E	E	C	C	35,29
	PÓS	C	C	C	C	C	E	C	C	E	C	E	C	C	E	E	C	C	70,59
<u>S₅</u>	PRÉ	E	B	B	B	B	E	E	B	B	B	B	B	B	B	B	C	C	11,96
	PÓS	C	C	B	B	E	E	E	B	B	B	B	B	B	B	B	C	C	23,53
<u>S₆</u>	PRÉ	E	E	E	E	C	B	B	E	B	C	E	B	B	B	B	B	B	11,96
	PÓS	E	C	C	C	C	E	C	C	B	C	C	C	C	C	C	C	C	82,35
<u>S₇</u>	PRÉ	E	B	B	E	C	C	B	B	B	B	B	B	B	E	E	B	B	11,96
	PÓS	C	C	C	C	C	E	E	C	E	E	E	E	E	E	E	C	C	47,06
<u>S₈</u>	PRÉ	E	E	E	E	E	B	B	B	E	E	E	E	E	E	E	B	B	0
	PÓS	C	C	C	C	C	E	E	E	E	C	E	C	C	E	E	C	C	58,82
<u>S₉</u>	PRÉ	E	B	B	B	E	B	B	E	E	E	B	B	B	E	E	B	B	0
	PÓS	C	E	E	E	C	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	C	C	23,53
<u>S₁₀</u>	PRÉ	E	E	E	B	E	B	B	E	E	B	B	E	B	E	E	B	B	0
	PÓS	C	E	E	E	C	E	B	C	B	C	B	C	C	E	E	C	C	47,06
<u>S₁₁</u>	PRÉ	E	E	E	C	C	E	B	E	B	C	B	B	C	E	E	C	C	35,29
	PÓS	C	C	C	C	E	E	E	C	E	E	B	B	C	E	E	C	C	47,06
<u>S₁₂</u>	PRÉ	E	B	B	E	C	B	E	E	E	B	B	B	C	E	E	E	E	11,96
	PÓS	C	E	E	C	C	E	E	C	E	E	E	C	C	E	E	C	C	47,06
<u>S₁₃</u>	PRÉ	E	E	E	B	E	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	0
	PÓS	E	E	E	C	E	E	B	E	B	C	B	C	C	B	B	C	C	35,29
<u>S₁₄</u>	PRÉ	E	B	B	C	E	C	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	11,96
	PÓS	C	C	C	C	C	E	E	C	E	E	E	E	E	E	E	C	C	47,06
<u>S₁₅</u>	PRÉ	B	B	B	B	B	E	B	B	B	B	B	B	B	B	B	C	C	11,96
	PÓS	E	E	E	C	C	B	E	B	E	C	B	B	C	B	B	C	C	35,29
<u>S₁₆</u>	PRÉ	E	E	E	C	E	C	E	C	B	B	C	C	C	B	B	C	C	47,06
	PÓS	C	C	C	C	C	C	C	C	E	C	C	C	C	E	E	C	C	82,35
<u>S₁₇</u>	PRÉ	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	0
	PÓS	C	E	E	C	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	11,76
<u>S₁₈</u>	PRÉ	C	B	B	B	C	B	B	E	B	C	B	B	C	B	B	C	C	35,29
	PÓS	E	B	B	B	C	B	B	E	B	C	B	C	C	E	E	C	C	35,29
<u>S₁₉</u>	PRÉ	E	E	E	B	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	0
	PÓS	C	C	C	C	C	C	C	C	E	C	C	C	C	E	E	C	C	82,35

LEGENDA: C: CERTO
E: ERRADO
B: BRANCO

Tabela 5.4: Desempenho dos sujeitos por questão no pré e no pós-testes

Conforme podemos observar na tabela acima, não detectamos sujeitos que apresentem a totalidade de acertos possíveis e, também percebemos que nenhum sujeito obteve zero de acerto no pós-teste.

Entendemos que os sujeitos (S_5 , S_9 e S_{17}) após as intervenções de ensino, continuaram a ter um desempenho insatisfatório. Apesar da melhora em relação ao pré-teste. Portanto assumimos que a intervenção de ensino não deu conta deles. Três sujeitos de uma amostra composta de 19 elementos, correspondente a 16% do total. Isso significa que o desempenho desses alunos puxou para baixo o número de acertos da amostra.

O desempenho do grupo quanto às questões (5, 6, 8a, 9a, 9b) ficou prejudicado, pois entre os que erraram, estão esses que erraram praticamente todas as questões.

O sujeito S_5 apresenta apenas acertos nas questões envolvendo situações-problema simples, contextualizadas no cotidiano. O sujeito apresentou um alto índice de questões em branco 59% demonstrando que as intervenções de ensino não apresentaram resultados significativos.

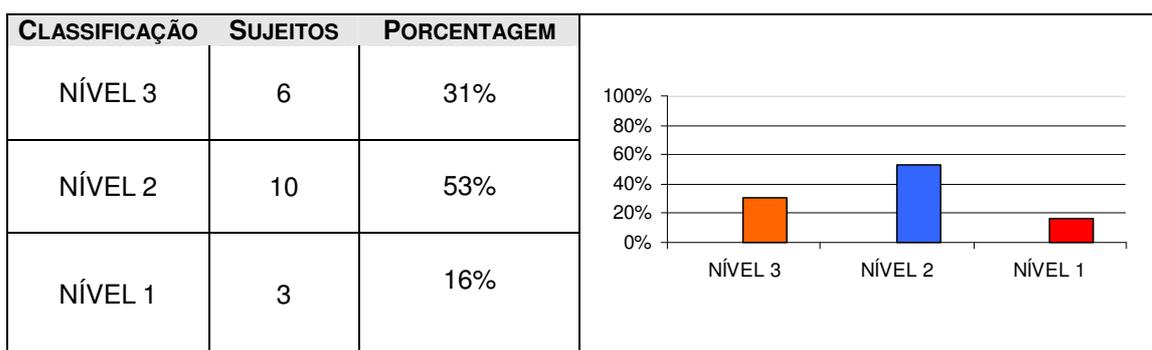
O sujeito S_9 apresenta os mesmos acertos do sujeito S_5 , porém, obteve um acerto em uma Situação-Problema de Média Complexidade. O sujeito não apresentou nenhuma questão em branco.

O sujeito S_{17} apresenta apenas dois acertos em questões que envolveram Situações-Problema Simples e uma Situação Complexa. Percebemos que o acerto da situação complexa pode ser relacionado com a memorização de situações semelhantes. O sujeito não apresentou nenhuma questão em branco.

A distinção entre cada sujeito pode ser mais bem evidenciada se considerarmos, por exemplo, a seguinte classificação de desempenho com base no número de acertos.

NÍVEL 3: acerto de (70% - 100%)
NÍVEL 2: acerto de (35% - 69%)
NÍVEL 1: acerto de (0% - 34%)

Quadro 5.3.1: Critérios para avaliação de desempenho



Quadro 5.4: Análise do desempenho por sujeito

Considerada esta classificação de desempenho, observamos que os alunos obtiveram uma melhora significativa em relação aos acertos do pré-teste. Ao associarmos esses valores com as médias consideradas de maneira geral pelas escolas para aprovação. Se considerarmos a nota ≥ 7 (nível 3), obtivemos cerca de um quinto (21%) dos alunos nesta situação. Se a exemplo do que ocorre no sistema escolar, considerarmos satisfatória a nota ≥ 5 (nível 2) teremos (42%) dos alunos nesta condição. Utilizando essa escala de valores, teremos (37%) dos alunos reprovados.

Na tentativa de responder a pergunta “Quais as contribuições que uma intervenção de ensino pautada na Etnomatemática e na resolução de situações-problema, trazem para a introdução dos conceitos algébricos em alunos do módulo IV (7^o e 8^o séries) do Ensino Fundamental II da Educação de jovens e adultos – EJA?”, um outro critério de avaliação de desempenho por sujeito poderia ser: possui o conceito completo o aluno que acertou todas as questões ou pelo menos as questões (1 ou 3 ou 6 ou 10a ou 10b) + (4 ou 5 ou 7) + (2a ou 2b ou 9a ou 9b) + (8a ou 8b) + (8c ou 8d) + 8e, que abrangem conteúdos que, juntos, têm a ver com a formação do conceito de incógnita, variável e equação do 1^o grau.

Com base neste critério, encontramos 6 alunos nessa situação ($S_2, S_4, S_6, S_8, S_{16}, S_{19}$) para um total de 19 alunos, que correspondem a 32%.

Feita a análise do pós-teste, podemos observar a importância das questões 10a e 10b na avaliação quanto à construção do conceito de incógnita, variável e equação do 1^o grau. Observamos que em 19 sujeitos apenas 1 não acertou as questões 10a e 10b.

Destacamos que o sujeito S_{18} não apresentou nenhuma evolução do pré para o pós-teste, mantendo a porcentagem de acerto. Neste caso nosso estudo não obteve nenhum progresso significativo.

Os sujeitos (S_8 , S_9 , S_{10} , S_{13} , S_{17} e S_{19}) apresentaram um desempenho nulo no pré-teste, zerando todas as questões propostas. Em relação ao pós-teste destes sujeitos obtivemos média de 43% de acertos.

No quadro abaixo analisamos o nível de crescimento dos sujeitos relativos a evolução do pré para o pós-teste.

CLASSIFICAÇÃO	SUJEITOS	PORCENTAGEM
NÍVEL 1	2	0 A 100%
NÍVEL 2	6	101 A 200%
NÍVEL 3	4	201 A 400%
NÍVEL 4	4	401 A 700%
NÍVEL 5	3	ACIMA DE 701%

Quadro 5.5: Evolução dos sujeitos do pré para o pós-teste

Percebemos um desenvolvimento muito satisfatório no que tange ao desempenho dos sujeitos analisados. O pós-teste se apresentou como instrumento eficaz em nossa pesquisa. Ressaltamos que as intervenções foram propostas, levando em consideração as dificuldades apresentadas pelos sujeitos no trato com os conceitos de incógnita, variável e equações do 1º grau apresentadas no pré-teste.

5.3 Análise qualitativa dos procedimentos dos sujeitos no pós-teste

Esta parte da análise diz respeito aos tipos de erros observados nos procedimentos adotados pelos alunos e, por meio das respostas apresentadas observamos a concepção geral do aluno a respeito dos conceitos algébricos estudados.

5.3.1 ANÁLISE DOS PROCEDIMENTOS POR SUJEITO

Com o objetivo de identificar os principais procedimentos que conduziram os alunos ao erro, vamos analisar a qualidade do procedimento que os alunos utilizaram para resolver as questões.

Para essa análise vamos agrupar os erros por categorias, de acordo com suas características predominantes. Reconhecemos que existiram casos em que houve vários tipos de erros na resolução de uma questão. Nesses casos, levaremos em consideração aquele que imaginamos dominante para o insucesso do aluno.

Com isso, podemos comparar os tipos de erros cometidos no pós-teste e efetuar uma análise do desempenho dos alunos quanto aos procedimentos.

Identificamos três categorias de erros, as quais apresentaremos a seguir:

<p>E₁: relativo às operações aritméticas básicas.</p> <p>E₂: resolução e/ou resposta incompleta</p> <p>E₃: relativo ao conceito de Incógnita / Variável.</p>
--

Quadro 5.6: Categorias de erros

Consideramos que o sujeito cometeu um erro do tipo E₁ (relativo às operações aritméticas básicas), quando o sujeito elabora o pensamento matemático correto, porém não consegue desenvolver a resolução envolvendo conceitos da aritmética básica (operações inversas, trabalhar com termos semelhantes etc). A questão 6 solicita, escolhi um número y . Juntei a ele o oposto de 5. Depois dividi o resultado por 3 e achei 9. Qual o valor de y ?

Local para fazer as contas

$$Y - 5 = 27 \quad 27 \frac{+3}{9}$$

Figura 5.1: resolução da questão 6 pelo sujeito S₅ no pós-teste.

Observamos que o sujeito entende o conceito de incógnita envolvido no exercício, porém não consegue estabelecer corretamente a escrita da equação e conseqüentemente não consegue resolver a contento a situação apresentada. Fica evidente que o sujeito estabeleceu uma resolução tendo por base apenas os conceitos de algoritmo já conhecidos.

Ainda em relação ao tipo de erro E₁, temos a questão 8 que solicita, resolva as seguintes equações:

- a. $-3x - 15 = -5$
- b. $10 = 5 - 5x$
- c. $4x - 45 = 5.6x$
- d. $6x = 22 - 4x$
- e. $4.(x - 3) + 1 = 6.(x - 2) - 5$

a) Local para fazer as contas

$$-3x - 10 - 15 = 5$$

b) Local para fazer as contas

$$10 = 5 - 5x = 0$$

c) Local para fazer as contas

$$4x - 45 = 5.6 = 5$$

d) Local para fazer as contas

$$6x = 22 - 4x = 20$$

e) Local para fazer as contas

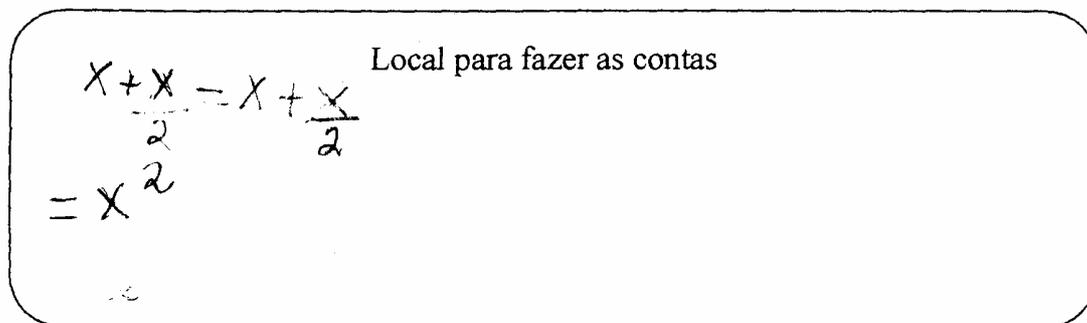
$$4(x - 3) + 1 = 6(x - 2) - 5 = 12$$

Figura 5.2: Resolução da questão 8 pelo sujeito S₇ no pós-teste.

Observamos que o sujeito monta o quadro de resoluções absorvendo bem a idéia de equação, porém não tem domínio dos conceitos básicos da aritmética envolvida na resolução.

Consideramos que o sujeito cometeu um erro do tipo E_2 - resolução e/ou resposta incompleta - quando, apesar de utilizar o procedimento correto de resolução e/ou resposta, esse foi interrompido. Ou seja, a resposta e/ou resolução foi parcial, incompleta.

Podemos tomar como exemplo dessa categoria, uma das resoluções apresentadas para a questão 1. A questão 1 solicita, um tijolo pesa um quilo mais meio tijolo. Quanto pesa um tijolo inteiro?



Local para fazer as contas

$$\begin{aligned} x + \frac{x}{2} &= x + \frac{x}{2} \\ &= x^2 \end{aligned}$$

Figura 5.3: Resolução da questão 1 pelo sujeito S_6 no pós-teste.

Observamos que o sujeito não concluiu a resolução apesar de transcrever corretamente a passagem da linguagem natural para a linguagem matemática. Acreditamos que neste caso o sujeito apresentou dificuldades em operar os conceitos básicos envolvendo o mínimo múltiplo comum (m.m.c) e as regras de operação com potências de mesma base.

Consideramos que o sujeito cometeu um erro do tipo E_3 - relativo ao conceito de Incógnita / Variável – quando o sujeito não percebe a existência de uma incógnita ou variável na resolução da situação-problema. Nesta circunstância a formulação do conceito de equação fica prejudicada, pois o sujeito observa a atividade apenas do ponto de vista aritmético.

Em relação ao tipo de erro E_3 , temos a questão 5 que solicita, pensei um número. Multipliquei por 4, subtraí 8 e, depois, subtraí triplo do número pensado. Obtive -3 como resultado. Em que número pensei?

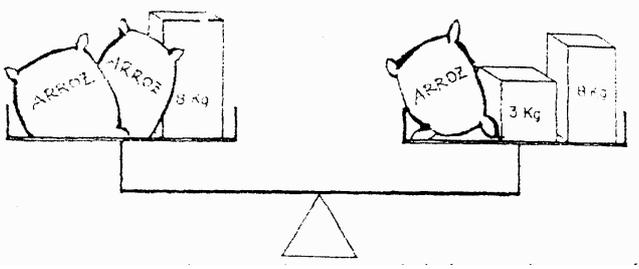
Local para fazer as contas

$$\begin{array}{r}
 x \cdot 4 - 8x = -3 \\
 11 \cdot 4 - 8 \cdot 33 = -3 \\
 44 - 8 - 33 \\
 36 - 33 = -3
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 11 \cdot 4 \\
 \underbrace{} \\
 44 - 8 = 36 - 33 = -3
 \end{array}$$

Figura 5.4: Resolução da questão 5 pelo sujeito S₁₁ no pós-teste.

Observamos que o sujeito começa a montagem do problema considerando em parte os conceitos de incógnita envolvidos no problema. Na seqüência abandona a “letra” passando a buscar a resolução por meios puramente algoritmos sem nenhum método.

Ainda em relação ao tipo de erro E₃, temos a questão 10a e 10 b solicita, a balança está em equilíbrio e os três sacos de arroz têm o mesmo peso. Retirando-se as mesmas coisas dos dois pratos de balança, ela mostrará diretamente quantos quilogramas tem um só saco de arroz. Para isso acontecer, o que deve ser retirado de cada prato? Quantos quilogramas têm cada saco de arroz?



Local para fazer as contas

$$A + A + 8 = A + 3 + 8 = 34$$

cada pacote um KLG quatro pacote
190-RA

Figura 5.5: Resolução das questões 10a e 10b pelo sujeito S₁₇ no pós-teste.

Observamos que o sujeito não consegue estabelecer o conceito de igualdade utilizado na montagem da equação. A dupla igualdade mostra que o conceito de equação ainda não está formado nesse sujeito. Não percebemos na presença da letra “A” a intenção de demonstrar que essa letra seria uma incógnita ou variável no problema.

A tabela 5.5 indica o tipo de erro cometido pelos sujeitos no pós-teste.

As notações utilizadas são as das categorias de erros, sendo que as questões “em branco” foram simbolizadas por “B” e a questão correta por “C”.

SUJEITOS	QUESTÕES																
	1	2		3	4	5	6	7	8					9		10	
		a	b						a	b	c	d	e	a	b	a	b
S ₁	C	E ₁	E ₂	B	C	E ₂	E ₂	E ₂	B	C	B	B	C	B	B	C	C
S ₂	C	C	C	C	C	C	C	E ₂	C	C	C	C	C	B	B	C	C
S ₃	C	C	C	C	C	C	C	C	E ₁	C	B	B	C	E ₂	E ₂	C	C
S ₄	C	C	C	C	C	E ₃	C	C	E ₁	C	E ₁	C	C	E ₃	E ₃	C	C
S ₅	C	C	B	B	E ₃	E ₃	E ₁	B	B	B	B	B	B	B	B	C	C
S ₆	E ₁	C	C	C	C	E ₂	C	C	B	C	C	C	C	C	C	C	C
S ₇	C	C	C	C	C	E ₃	E ₂	C	E ₁	E ₂	E ₂	C	C				
S ₈	C	C	C	C	C	E ₂	E ₂	E ₂	E ₃	C	E ₂	C	C	E ₁	E ₁	C	C
S ₉	C	E ₃	E ₃	E ₁	C	E ₂	E ₂	E ₃	E ₂	E ₂	E ₁	E ₁	E ₃	E ₁	E ₁	C	C
S ₁₀	C	E ₂	E ₂	E ₃	C	E ₁	B	C	B	C	B	C	C	E ₃	E ₃	C	C
S ₁₁	C	C	C	C	E	E ₃	E ₃	C	E ₃	E ₃	B	B	C	E ₁	E ₁	C	C
S ₁₂	C	E ₃	E ₃	C	C	E ₃	E ₃	C	E ₁	E ₁	E ₃	C	C	E ₃	E ₃	C	C
S ₁₃	E ₃	E ₃	E ₃	C	E ₃	E ₃	B	E ₃	B	C	B	C	C	B	B	C	C
S ₁₄	C	C	C	C	C	E ₁	E ₁	C	E ₁	C	C						
S ₁₅	E ₃	E ₃	E ₃	C	C	B	E ₁	B	E ₁	C	B	B	C	B	B	C	C
S ₁₆	C	C	C	C	C	C	C	C	E ₁	C	C	C	C	E ₁	E ₁	C	C
S ₁₇	C	E ₃	E ₃	C	E ₃	E ₃	E ₃	E ₂	E ₃	E ₃	E ₃	E ₁	E ₁	E ₁	E ₁	E ₃	E ₃
S ₁₈	E ₁	B	B	B	C	B	B	E	B	C	B	C	C	E ₃	E ₃	C	C
S ₁₉	C	C	C	C	C	C	C	C	E ₃	C	C	C	C	E ₃	E ₃	C	C

Tabela 5.5: Tipos de erros cometidos pelos sujeitos no pós-teste

Analisando a tabela acima, observamos de imediato uma grande queda do número de questões em branco, em comparação com o ocorrido no pré-teste. No pré-teste correspondeu a aproximadamente 46%, enquanto que aqui no pós-teste correspondeu a aproximadamente 14%. Isso significa que os alunos apresentaram, mesmo que incorreta, um tipo de tentativa aos responder as questões.

Os alunos apresentam 114 erros num total de 323 respostas (35,29%). Ressaltamos que as respostas em branco foram descartadas no desenvolvimento desta análise. Desses erros o sujeito S_{17} apresentou (88,23%) seguido pelos sujeitos S_9 (76,47%) e os sujeitos S_7, S_{12} e S_{14} (52,94%) .

TIPO DE ERRO	NÚMERO DE SUJEITOS	PORCENTAGEM
E_1	42	36,8%
E_2	21	18,4%
E_3	51	44,8%

Quadro 5.7: Tipos de erros (porcentagem)

Destacamos que o tipo de erro que mais se destacou foi o E_3 (relativo ao conceito de Incógnita / Variável). Em primeira análise percebemos que a dificuldade em associar letras aos números em uma situação-problema ainda é uma barreira a ser superada. Percebemos que a álgebra é uma matéria de difícil compreensão por parte dos alunos solicitando uma atenção especial por parte dos educadores.

Em relação ao tipo de erro E_1 (relativo às operações aritméticas básicas) ainda encontramos problemas de ordem conceitual. Percebemos que esses alunos necessitam ser mais bem trabalhados para refinar os conceitos das operações bem como a ordem de execução das situações-problema.

Em relação ao erro E_2 (resolução e/ou resposta incompleta), percebemos que os alunos, na maioria das vezes conseguem decodificar a linguagem natural, escrevendo a expressão/equação que representa a situação-problema, porém ao resolver os problemas se deparam com dificuldades tanto nas operações básicas, nos algoritmos e na conceituação de incógnita ou variável no contexto do problema.

5.4 Análise da avaliação da intervenção feita pelos sujeitos

Após a intervenção de ensino, foi pedida uma avaliação pessoal relativa às atividades desenvolvidas bem como a participação do pesquisador no processo trabalhado em nossos quatro encontros. O questionário teve como título: “Questionário de avaliação das aulas de álgebra”, aplicado em 20 de março de dois mil e sete.

Destacamos que a participação nesta pesquisa por parte dos alunos foi facultativa. Apenas enfatizamos que a participação neste processo seria de grande ajuda para a melhoria das aulas e conseqüentemente das metodologias adotadas pelo professor regente de sala.

A seguir, descreveremos as questões apresentadas, analisando as respostas de forma geral:

Pesquisador: Do ponto de vista de sua aprendizagem, como você avalia as aulas de álgebra realizadas em março de 2007? Aponte, pelo menos três pontos que justificam a sua avaliação acima.

Alunos: Obtivemos sete alunos com a resposta (*muito boa*), dez alunos com a resposta (*boa*), quatro alunos responderam (*mais ou menos*), as opções (*ruim e péssima*) não foram citadas. Percebemos que essa resposta agrega um valor positivo ao trabalho realizado. Os alunos justificaram sua avaliação apontando a matemática como fonte de saber. Deixaram claro que a forma como foi apresentada ajudou na compreensão e poderá ajudar nas aulas regulares. A modelagem matemática se apresenta como forma consistente de apresentação dos conteúdos estudados. Percebemos uma melhora na auto-estima ao final de nossa intervenção.

Pesquisador: Do ponto de vista do prazer em estudar como você avalia as aulas dadas? Use três palavras para justificar sua opção.

Alunos: Obtivemos seis alunos com a resposta (*muito prazerosa*), treze alunos com a (*prazerosa*), dois alunos responderam (*mais ou menos prazerosa*), as opções (*pouco prazerosa e desprazerosa*) não foram citadas. Percebemos que as intervenções não se apresentaram como uma imposição ou algo cansativo aos

alunos. As palavras que mais apareceram foram: difíceis, prazer em aprender, entender, recordar, enriquecer, alegres, muitas bem explicadas etc. Ficou evidente que aulas bem planejadas, trabalhadas com critérios bem definidos e buscando o cotidiano do aluno podem se tornar muito mais produtivas e participativas.

Pesquisador: Você considerou as aulas. Por quê?

Alunos: Obtivemos dez alunos com a resposta (*muito interessante*), dez alunos com a resposta (*interessante*), um aluno respondeu (*mais ou menos interessante*), as opções (*pouco interessante e desinteressante*) não foram citadas. Quando questionamos as respostas, percebemos, por meio das respostas, as seguintes colocações: entender mais um pouco do assunto, abrir a mente, conhecer o novo, entender coisas que não entendia desde criança. O jovem e o adulto buscam superar suas limitações e progredir intelectualmente agregando conhecimentos novos aos já assimilados.

Pesquisador: Qual a atividade que você mais gostou de fazer?

Alunos: As atividades relativas à modelagem matemática (situações-problema envolvendo “balança”, “garrafas” foram as mais próximas do cotidiano dos alunos).

Pesquisador: Qual a atividade que você menos gostou de fazer?

Alunos: As atividades envolvendo situações complexas, onde a leitura dos problemas não evidenciava a solução imediata. As situações envolvendo frações foram colocadas como fator dificultador no processo de resolução.

Pesquisador: Após as atividades realizadas você considera que:

Alunos: Constatamos que dois alunos responderam que (*aprenderam muito*), três alunos responderam (*aprenderam o suficiente*), dez alunos responderam (*aprendemos mais ou menos*), cinco alunos responderam (*aprenderam pouco*) e apenas um aluno respondeu que (*não aprendeu nada*). Mesmo os alunos gostando de realizar as atividades, declarando ter prazer em realizar as atividades percebemos que seria preciso um número maior de encontros para desenvolver de forma mais efetiva nossa pesquisa.

Pesquisador: O que você mais entendeu sobre o assunto?

Alunos: Os alunos responderam ser os conteúdos mais significativos os conceitos de variável, perímetro, álgebra, igualdade, incógnita.

Pesquisador: O que você menos entendeu sobre o assunto?

Alunos: Os alunos responderam ser os conteúdos mais complexos: Os conceitos de expressões, as figuras geométricas, as letras e a linguagem algébrica.

Pesquisador: Você acha que essas atividades vão lhe ajudar em suas atividades escolares? Justifique sua escolha.

Alunos: Constatamos que quinze alunos responderam que as atividades (*vão ajudar muito nas aulas de matemática*), cinco alunos responderam (*vão ajudar, mas não muito*), um aluno respondeu (*não vai ajudar nem vai atrapalhar*), nenhum aluno considerou que as aulas iriam (*atrapalhar ou atrapalhar muito*) em seus estudos matemáticos futuros. Percebemos que as intervenções foram bem recebidas pelos alunos por considerarem que seu desempenho melhorou depois da intervenção. Alguns alunos colocaram que podem até visualizar seu ingresso no ensino médio ou mesmo em cursos universitários.

Pesquisador: Explique com suas palavras o que é Álgebra, Equação, Variável, Incógnita.

Alunos: Álgebra: matemática, o valor da palavra, operações com números e igualdades;

Equação: igualdade de números, soma em letra ou y;

Variável: pode mudar, diferentes, várias opções, o que pode mudar sempre, valor que muda;

Incógnita: quando não muda o valor, único, número que não muda, valores que não variam.

Pesquisador: Como você avalia o pesquisador? Dê três motivos para essa escolha.

Alunos: Constatamos que nove alunos responderam que a intervenção do pesquisador foi (*muito boa*), onze alunos responderam (*boa*), um aluno respondeu (*mais ou menos*), nenhum aluno considerou a atuação do pesquisador como sendo (*fraca ou péssima*). Os alunos consideraram que o pesquisador explicou os conteúdos de forma clara, possibilitando um aprendizado significativo. Destacaram também a paciência, motivação e dedicação nas intervenções didáticas.

Pesquisador: Como as aulas de álgebra (Matemática) poderiam ser melhoradas?

Alunos: Eles colocam que as aulas de álgebra (matemática) podem ser mais fáceis, melhorando os processos de comunicação entre professor e aluno, com explicações claras sendo os conteúdos e exercícios expostos de forma mais criativa.

Pesquisador: No início dos quatro encontros você estava:

Alunos: Constatamos que ao iniciarmos os encontros, dez alunos responderam que antes das intervenções do pesquisador estavam (*muito motivados para aprender*), sete alunos responderam estar (*motivados para aprender*), três alunos declararam estar (*mais ou menos motivados*), apenas um aluno declarou estar (*desmotivado*) para os encontros. Em nossa pesquisa não encontramos alunos indiferentes aos encontros.

Pesquisador: Ao final dos quatro encontros você estava:

Alunos: Constatamos que ao final dos encontros, dez alunos responderam que após as intervenções do pesquisador estavam (*muito motivados para aprender*), sete alunos responderam estar (*motivados para aprender*), dois alunos declararam estar (*mais ou menos motivados*), dois alunos declararam estarem (*desmotivados*). Não encontramos alunos indiferentes aos encontros realizados.

Pesquisador: Resuma em uma frase o que significou essas aulas de álgebra para você.

Alunos: Consideramos as colocações dos alunos na íntegra.

- Eu nunca tinha estudado mais foi legal;
- Foi bom mais não consegui gravar muita coisa;
- As aulas forma boas;
- Para mim não significou muita coisa;
- Tentar não significa conseguir, mas todos devemos tentar;
- Significou mais um conhecimento da matéria;
- A matéria é confusa, porém devemos buscar a sabedoria;
- Aprendizado educação e igualdade social;
- Gostaria de entender melhor e aprender mais;
- Gostei muito porque pude aprender um pouco;
- Significou bastante porque eu quero aprender mais;
- Significou muito entender;
- Tenho muito mais estímulo para seguir meus estudos;
- Tinha muita coisa que não sabia e agora tenho vontade de estudar e falar para meu colega estudar também;

Pesquisador: Você acha que as pesquisas na área de álgebra (Matemática) são importantes para a melhoria das aulas nas escolas?

Alunos: Para a maioria dos alunos as pesquisas são muito importantes, pois melhoram os métodos de ensino da matemática.

Pesquisador: Qual a disciplina que você mais gosta?

Alunos: Aparecem em ordem decrescente: Matemática, História, Português, Arte e Inglês.

Pesquisador: Qual a disciplina que você menos gosta?

Alunos: Aparecem em ordem decrescente: Matemática, Arte, História, Inglês, Português, Arte.

Obs: As demais disciplinas não foram citadas pelos alunos.

Concluimos que os alunos, apesar de gostarem das atividades e demonstrarem um grande interesse nas atividades propostas, ainda apresentam dificuldades quanto aos conceitos de incógnita, variável e equação do 1º grau. O trabalho com este ramo da matemática requer um tempo considerável, pois precisamos resgatar conteúdos básicos da aritmética para operacionalizar as situações-problema. O fator positivo em nossas intervenções se concentra na disponibilidade com que os alunos aceitaram os conteúdos e principalmente na seriedade com que buscam este conhecimento.

Capítulo 6
CONCLUSÃO

6.1 Introdução

Nossa pesquisa teve como objetivo a construção dos conceitos elementares da álgebra (incógnita, variável e equação do 1º grau) utilizando a Modelagem Matemática e os estudos da Etnomatemática, para tornar esses conceitos significativos. Para tal, iniciamos esta dissertação apresentando uma explanação dos motivos que nos levaram a elaborá-la, nossa problemática e objetivos, bem como de sua relevância para o meio acadêmico e científico. Na seqüência buscamos subsídios teóricos que pudessem nos auxiliar, tanto na construção quanto na análise do experimento. Partimos dos estudos de Freire, relativos a educação libertária e sua experiência no trato das questões educacionais envolvendo Jovens e Adultos. Freire nunca teve a pretensão em estabelecer um “método” de ensino para jovens e adultos. Tinha como preocupação a construção do conhecimento e o aumento da consciência política e social daqueles que estavam sendo alfabetizados.

Em seu pensamento, considerava que a população não era uma tábua rasa de conhecimento. Desta forma buscava reelaborar seus conhecimentos pedagógicos e filosóficos com as práticas vivenciadas nas relações educador-educando. As situações concretas se apresentam na realidade dos alunos tornando o conhecimento significativo. Portanto o que Freire construiu não foi um método e sim uma forma de repensar o processo educativo vigente.

Sua intenção era resgatar os conhecimentos populares sem dissociá-los dos saberes acadêmicos das classes dominantes. Ele entende que esses conhecimentos se constroem nas relações entre as pessoas e o mundo. A escola se desmistifica tornando-se um espaço transformador, agindo nas camadas populares como instrumento de reflexão e reestruturação das classes sociais.

Freire destaca que os conhecimentos prévios dos alunos servirão de referencial para a conquista dos novos conhecimentos. Estes conhecimentos prévios estão contidos na sua própria realidade na busca de novas realidades. Esta realidade se apresenta como ponto de partida na mediação do diálogo entre professores e alunos. Ele ressalta que todo diálogo necessita de conteúdos significativos. Desta forma defende a seleção coerente desses conteúdos.

Freire desmistifica a igualdade entre professores e alunos, pois o aluno busca aprender com o conhecimento do professor, esperando que seu repertório de conteúdos e experiências sejam bem maiores que o seu. Finaliza defendendo a relação professor-aluno como agentes construtores do processo educativo.

Apropriamo-nos das idéias de D'Ambrósio relacionadas aos estudos da Etnomatemática e sua aplicação na Modelagem Matemática. Ele define Etnomatemática como sendo a matemática praticada por grupos culturais como sociedades indígenas, quilombolas, grupo de trabalhadores etc.

A modelagem matemática se apresenta como um meio em que os alunos trabalhem com os conceitos matemáticos buscando as diversas possibilidades na resolução de situações-problema. D'Ambrósio destaca que essas possibilidades não necessitam estar vinculadas aos modelos acadêmicos pré-estabelecidos. Portanto podemos entender a modelagem matemática como sendo a matemática aplicada ao dia-a-dia dos alunos relacionada às outras áreas de conhecimento.

Na perspectiva da Etnomatemática associada à modelagem matemática estudamos os temas transversais onde as intervenções do professor são essenciais para problematizar e inferir novos saberes trazendo os conceitos do universo matemático para o mundo real. Esse mundo real requer ética e responsabilidade como fator agregador do processo educativo.

D'Ambrósio observa que a modelagem matemática apresenta alguns obstáculos tais como: A modelagem é um processo demorado, ela foge da rotina do ensino fundamental. Muitos professores não se sentem capacitados para trabalhar com a modelagem. Ele nos apresenta a idéia que o EJA rejeita currículos pré-estabelecidos devendo ser trabalhado no universo dos projetos, usando ETNO+MATEMÁTICA. Desta forma, a álgebra não tem conteúdos. A álgebra se apresenta como estratégia de trabalho.

Nosso embasamento teórico se completa com os estudos de Skovsmose sobre a educação matemática crítica. Ele destaca que a matemática pode ser considerada como instrumento de relevância social, considerando os interesses dos alunos bem como seus conflitos culturais e sociais, introjetados no ambiente escolar.

Seus estudos junto à modelagem matemática destacam que a matemática deve estar comprometida com os modelos sociais e políticos agregando valor em uma sociedade crítica. Ele destaca a modelagem como modelo pedagógico alternativo, envolvendo os alunos de uma forma ativa no processo educacional, desenvolvendo as relações intra e interpessoais.

Ele destaca a importância em antecipar as ações de nível macro (sociedade em geral) no nível micro (unidade escolar) promovendo uma interação e conseqüentemente um ganho real de conhecimento.

De posse de nosso quadro teórico definido, bem como das leituras das pesquisas correlatas relacionadas ao nosso estudo, construímos a metodologia de trabalho, a qual foi composta de dois instrumentos diagnósticos e uma intervenção de ensino dividida em quatro fases. As intervenções foram pautadas na conceitualização da incógnita, variável e equação do 1º grau aplicadas a situações-problema. Tivemos por público alvo alunos do módulo IV (7º e 8º séries) do Ensino Fundamental II – EJA de uma escola pública municipal de São Paulo, composta de 21 alunos em média. Optamos por não estabelecer um grupo de controle, assumindo desde o início apenas os sujeitos como grupo experimental.

O passo seguinte a realização do estudo foi à análise dos dados dele obtidos.

Esta análise nos forneceu subsídios suficientes para chegarmos no presente capítulo, dividido em quatro seções. A primeira que se refere a esta introdução. A segunda que apresentará uma síntese dos principais resultados, os quais encontram-se detalhados no capítulo anterior. A terceira seção retomará a nossa questão de pesquisa com o intuito de respondê-la. E, por fim, na quarta seção, apresentaremos algumas sugestões para futuros trabalhos, os quais pensamos após reflexão sobre o estudo realizado.

6.2 Síntese dos resultados

Para destacar os principais resultados de nossa análise dividiremos esta seção em duas partes. A primeira descreverá os resultados dos testes e, a segunda, os resultados da intervenção de ensino.

Pré e pós-testes

A análise do desempenho dos sujeitos no pré-teste mostrou que as dificuldades em operar com os conceitos algébricos se apresentavam de forma significativa. Notamos que os sujeitos demonstraram dificuldades na operação com situações-problema de média dificuldade e em situações complexas que envolviam raciocínio prévio antes de definir as equações e estratégias para sua resolução. As resoluções apresentadas no pré-teste levaram em consideração conceitos intuitivos em relação aos conceitos matemáticos clássicos esperados na resolução das situações-problema. Percebemos claramente que os alunos tinham uma grande limitação no trato da álgebra escolar.

Analisando os resultados do pós-teste com mais atenção, percebemos que o percentual mínimo de acertos foi 50,77%. Este valor é mais do que o dobro do percentual de acertos no pré-teste 16,70%.

Com esses resultados, pudemos perceber que o melhor desempenho foi caracterizado pela melhora em quase todas as questões apresentadas no pós-teste. Os alunos apresentaram um progresso significativo nas situações-problema bem como no trato de situações que envolviam cálculos algoritmos no que tange às situações simples, média e de dificuldade complexa.

Percebemos que em problemas onde temos situações que necessitam de uma contextualização mais complexa, os alunos ainda apresentam uma dificuldade grande. Destacamos que nossa intervenção se apresenta ineficaz neste tipo de situação.

D'Ambrósio (2007) destaca que álgebra não é mais do que uma estratégia inventada para resolver problemas numéricos e geométricos. Tudo pode ser feito sem álgebra, só que é mais complicado. Num certo sentido, álgebra não tem conteúdo. É codificação.

Intervenção de Ensino

Nesta parte estaremos nos referindo as intervenções de ensino que apresentaram resultados positivos, com a diminuição significativa do número de erros cometidos e questões em branco. As questões em branco no pré-teste representavam 46% do total sendo que no pós-teste as questões em branco representaram 14%. Isso significa que após o pós-teste os alunos passaram a ousar responder as questões mesmo não sendo corretas as respostas propostas.

A seguir analisaremos as respostas e intervenções nos quatro encontros (doze aulas) propostos pelo pesquisador, tendo como base teórica os conceitos de incógnita, variável e equação do 1º grau trabalhadas na forma de situações-problema.

Na primeira intervenção, trabalhamos os conceitos de incógnita, variável, linguagem natural, linguagem matemática e operações inversas. Procuramos conceituar incógnita e variável e estabelecer as noções primitivas de equação do 1º grau. Subdividimos em fichas de trabalho distribuídas pelos grupos formados sendo recolhidas posteriormente.

Percebermos que em nossa primeira intervenção os alunos se apresentavam retraídos, não questionando ou respondendo timidamente as questões propostas. A noção de incógnita, variável se apresenta como uma novidade. Os alunos não diferenciam se a letra esta representando uma ou outra. A linguagem natural se apresenta com mais facilidade em relação à linguagem matemática, fato já esperado pelo pesquisador. As situações cotidianas presentes nas situações-problema agradaram a maioria dos alunos.

Na segunda intervenção foram trabalhados os conceitos de incógnita, variável, raciocínio lógico, conceitos de área e perímetro e situações-problema. Associamos os conceitos de área e perímetro as incógnitas e variáveis, buscando relacionar o uso da matemática às situações do cotidiano dos alunos. Procuramos associar a matemática às relações comerciais.

Na terceira intervenção foram trabalhados os conceitos de incógnita, variável, linguagem natural, linguagem matemática, conceitos de área e perímetro, equação do 1º grau e comparação entre tabelas. Procuramos com essa intervenção refinar as formas de representação matemática, utilizando modelos na construção do pensamento algébrico. Retomamos o trabalho com

situações cotidianas onde a matemática se torna fator positivo na defesa de seus direitos e no cumprimento de seus deveres.

Na quarta intervenção foram trabalhados os conceitos de incógnita, variável, expressões numéricas, linguagem natural, linguagem matemática, conceitos de área e perímetro, equação do 1º grau. Com esse encontro procuramos consolidar e conscientizar os alunos da importância da matemática no cotidiano. Buscamos com que os alunos generalizem os conceitos matemáticos, definindo com clareza os conceitos de incógnita e variável. Transitar entre a linguagem matemática e a linguagem natural. Entender que nas práticas comerciais o domínio da matemática é essencial e, utilizar a matemática como instrumento de ascensão social e cultural.

6.3 Respondendo nossa questão de pesquisa

A partir da análise dos resultados, apresentada no capítulo 5, cujos principais achados estão sintetizados na seção anterior, responderemos nossa questão de pesquisa, a qual retomamos:

QUAIS AS CONTRIBUIÇÕES QUE UMA INTERVENÇÃO DE ENSINO, PAUTADA NA ETNOMATEMÁTICA E NA RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMA, TRAZ PARA A INTRODUÇÃO DE CONCEITOS ALGÉBRICOS EM ALUNOS DO IV MÓDULO (CORRESPONDENTE ÀS 7ª e 8ª SÉRIES DO ENSINO FUNDAMENTAL) DA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA)?

Responderemos nossa questão de pesquisa tendo por base a análise obtida ao longo de todo o experimento, desde a fase do pré-teste até a fase final – pós-teste.

Destacamos que, inicialmente, obtivemos um resultado desfavorável no pré-teste. Esse resultado nos animou para o trabalho de intervenção planejado pelo pesquisador, porém nos apresentou um quadro bem mais desfavorável em relação aos conhecimentos prévios esperados.

Nas intervenções de ensino programadas, detectamos um avanço progressivo no trato das questões relacionadas à incógnita e variável inseridas nas situações-problema apresentadas. Os conceitos algébricos associados ao cotidiano e as relações comerciais vividas por esse público se constituíram como agente facilitador no trato das questões matemáticas. Procuramos trabalhar a realidade desses jovens e adultos que não aceitam mais o discurso que a escola os preparará para um bom emprego. A situação se inverteu, temos hoje no emprego a possibilidade de uma boa escolaridade.

Olhando para os resultados obtidos no pós-teste, conjuntamente com a análise qualitativa do desempenho dos alunos ao longo da intervenção de ensino, é possível concluir que tivemos avanços significativos no trato dos conceitos algébricos (incógnita, variável e equação do 1º grau) aplicados nas situações-problema. Destacamos que o domínio pleno dos conceitos algébricos não é algo trivial e por isso mesmo necessita ser trabalhado com os alunos por um tempo maior do que dedicamos, o que acarretou a não apropriação plena por alguns dos alunos de nossa amostra. Porém a análise conjunta dos resultados do pós-teste, das fichas de atividades e da avaliação feita pelos alunos ao final da pesquisa permite-nos afirmar, sem hesitação, que nossa intervenção de ensino mostrou-se um bom caminho para o conhecimento da álgebra. De fato, a busca de novas metodologias e técnicas de resolução de problemas se apresenta como necessidade na matemática escolar.

Concluimos este trabalho concordando plenamente com D'Ambrósio (2007) quando este propõe a Etnomatemática associada à Modelagem Matemática como uma boa metodologia para ser adotada nas escolas, abandonando o currículo específico, apresentado dentro das “matrizes curriculares” totalmente “amarradas” e hierarquizadas e, assumindo a defesa do trabalho em forma de projetos.

6.4 Sugestões para futuras pesquisas

No decorrer da análise algumas questões se apresentaram como possíveis trabalhos ligados ao nosso tema ou que alguma forma dessem continuidade a ele.

Um primeiro questionamento que nos ocorreu foi o seguinte: Seria possível desenvolver essas atividades no módulo II (correspondente a 3º e 4º série do Ensino Fundamental I – EJA)? Para responder esta questão, o estudo poderia ter como subsidio o material didático próprio da Secretaria Municipal de Educação (SME) agregados ao conceito de Modelagem matemática.

As intervenções ocorreriam tendo como base um grupo referência estabelecido pelo pesquisador sendo os trabalhos conduzidos pela professora da sala (grupo controle).

Partiríamos de um patamar bem parecido dos encontrados no módulo IV, observados em nossa pesquisa. As relações entre números e letras estariam sendo trabalhadas de forma concreta, abandonando o plano matemático subjetivo.

Poderíamos desenvolver um material próprio para estabelecer as noções de incógnita, variável e equação do 1º grau. Este material poderia ser confeccionado com fichas símbolos ou algo que tivesse significado aos alunos. A passagem do conhecimento subjetivo para os conceitos matemáticos próprios deste tema seria feita de forma a incorporar o cotidiano concreto deste aluno ao abstrato mundo matemático.

Uma segunda reflexão que nos ocorreu foi à questão: como evoluiria nossa pesquisa se aplicada na 7º série do Ensino Fundamental II – regular do município de São Paulo?

Neste caso buscamos constatar como o adolescente compreende os conceitos de incógnita, variável e equação do 1º grau em um contexto diferente do que é trabalhado sistematicamente na maioria das escolas municipais.

Poderíamos perceber se a modelagem matemática teria o efeito encontrado no público jovens e adultos pesquisados em nosso trabalho. Poderíamos discutir como o adolescente compreende a matemática hoje, dentro de um contexto de situações-problema associado ao seu cotidiano.

Para essa pesquisa, sugerimos adotar a presença do grupo controle para confrontação dos avanços e dificuldades.

Por fim, pensamos que o presente estudo poderia ser aplicado na 7^o série de uma escola particular do município de São Paulo e, na mesma série de uma escola pública da rede municipal de ensino.

Os procedimentos seriam os mesmos adotados para os alunos do curso regular da escola pública do município de São Paulo. Com essa pesquisa estaríamos buscando estabelecer parâmetros entre o ensino público e o ensino privado na questão dos conteúdos algébricos (incógnita, variável e equação do 1^o grau).

Nos resultados obtidos seriam encontradas grandes diferenças na questão da aprendizagem e do aproveitamento desses dois grupos de alunos? Será que o ensino privado ainda goza de privilégios metodológicos que o ensino público carece? Trabalhar com situações-problema do cotidiano dos alunos pode ser apresentar como fator positivo dentro do contexto matemático aplicado nessas esferas educativas? O material didático adotado tanto da rede pública quanto na rede particular de ensino privilegia as situações contextualizadas no campo da álgebra?

Acreditamos que essas respostas só podem ajudar a transformar e revitalizar as práticas empregadas em nossas escolas, fortalecendo o trabalho dos educadores.

Capítulo 7

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBOSA, J.C. Modelagem Matemática: Concepções e experiências de futuros professores. Rio Claro, SP: UNESP – 2001 (Tese de Doutorado).

_____. O que pensam os professores sobre a modelagem matemática? *Zetetiké*, Campinas, v.7, n. 11, p. 67-85, 1999.

BASSANEZI, R.C. Modelagem como metodologia de ensino de matemática. In: *Actas de la Séptima Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática*. Paris: UNESCO, P.130-155, 1990.

BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, n. 9394, Brasília, 20 de dezembro de 1996.

CHRISTO, Danilo dos Santos “Introdução da noção de variável em expressões algébricas por meio da resolução de problemas: uma abordagem dinâmica”. PUC/SP, 2006 (Dissertação de Mestrado).

CAMPOS, Elza da Silva “O discurso de professores de prática de ensino e a perspectiva da Etnomatemática” PUC/SP, 2006 (Dissertação de Mestrado)

CRITELLI, D. M. Educação e dominação cultural: tentativa de reflexão ontológica. São Paulo. Cortez, 1981.

COXFORD, A. ; F; Shulte, Albert P; traduzido por Domingues, Hygino H: *As idéias da álgebra* – São Paulo, SP: Ática, 1995.

D’AMBRÓSIO, Ubiratan. *Coleção a História da Matemática: Equação: O idioma da álgebra*. São Paulo, SP: Ática, 1996.

_____. *PROBLEM SOLVING: A PERSONAL PERSPECTIVE FROM BRAZIL*. Universidade Estadual de Campinas, Brazil. 2004.

_____. Entrevista concedida ao pesquisador em 14 de maio de dois mil e sete, tendo como tema a Etnomatemática e os conceitos algébricos.

D’AMBROSIO, B. Preparing Teachers to Teach Mathematics within a Constructivist Framework: The Importance of Listening to Children. T. Watanabe & D.R. Thompson (Eds), *The work of mathematics teacher educators: Exchanging ideas for effective practice*. Monograph Series, Volume 1. San Diego: Association of Mathematics Teacher Educators, pp. 135-150, 2004.

DESCARTES, R. (1637, 1994). *Discourse on the Method of Rightly Conducting the Reason and Seeking the Truth in the Sciences*. Translated by E. S. Haldane and G.R.T. Ross, *Greater Books of the Western World*, vol. 28. Chicago: Encyclopaedia Britannica Inc.

FERREIRA, S. Etnomatemática - uma proposta metodológica. *Série reflexão em Educação Matemática*. Rio de Janeiro. MEM/USU, 1997.

- FEY, J.T e RICHARD. A. G. “Rethinking the Sequence and Priorities of High School Mathematics Curricula”. Em *the Secondary School Mathematics Curriculum*, 1985 yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, pp. 43-52. Reston, Va.: NCTM, 1985.
- FEY, J. Quantily Em L. Steen (ed). *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy*. Whashington: National Academy Press, 1990.
- FREIRE, P. *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 2000.
- _____. *Pedagogia da Esperança: Um encontro com a pedagogia do oprimido*. São Paulo, SP: Ed. Paz e Terra, 2000.
- FREIRE, P., FUNDEZ, A. *Por uma pedagogia da pergunta* 4 ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra. 1998.
- GADOTTI, M., ROMÃO, J. E. (orgs) *Educação de Jovens e Adultos – Teoria, prática e proposta*. São Paulo: Cortez: Instituto Paulo Freire, 2001.
- HOYRUP, J. *The “Unknown Heritage”. Trace of a forgotten locus of mathematical sophistication*. Roskilde: Roskilde University, Center for Philosophy and Science Studies, Preprints and Reprints, ner.1, 2007.
- IMENEZ & LELLIS. *Matemática em revista, SBEM*. N.2,1994.
- JUNG, C. G. *Memórias, Sonhos e Reflexões*. Editora Nova Fronteira/ Rio de Janeiro, 1975.
- LINS, R. C. ; GIMENEZ, J. *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI*. Campinas, SP: Papirus, 2001.
- MACLANE, S.; BIRKHOFF, G. *Algebra*. Nova Iorque: Macmillan Co., 1967.
- MAY, K.O.; ENGEN.H.V. “Relations and Functions”. Em *the Growth of Mathematical Ideas, Grades K-12*, Twenty-fourth Yearbook of National Council of Teachers of Mathematics, pp. 65-110. Washington, D.C.: NCTM, 1959.
- MEIRA, L. *Atividade algébrica e produção de significados em matemática: Um estudo de caso*. M.G. Dias e A. Spinillo (eds.). *Tópicos em Psicologia Cognitiva*. Recife: Editora Unversitária da UFPE, 1996.
- MIGUEL, D. F. A.; MIGUEL, A. ; MIORIN, M. A. *Contribuição para o repensar... A educação algébrica elementar*. Pro-posições v. 4n1 (10). 1993.
- MONTEIRO, Alexandrina, POMPEU JR, Geraldo. *A Matemática e os Temas Transversais*. São Paulo: Moderna, 2001 – (Educação em Pauta: temas transversais).
- PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS : matemática/ Secretaria de Educação Fundamental – Brasília: MEC/SEF, 1997.
-

PIETROPAOLO, R. C. “Parâmetros Curriculares Nacionais de matemática”
Educação Matemática em Revista, ano 6, 7, jul, 1999.

ROMBERG, T.A. & Stewart, D.M. (Eds.). *New Fundamentals of Mathematics for Schools, The Monitoring of School Mathematics: Background Papers*, 3 vols. Madison: Wisconsin Center for Educational Research, 1987.

SÃO PAULO (Município). Lei Orgânica do Município de São Paulo – Título VI - Capítulo I, 2002.

SÃO PAULO (Estado). Constituição do Estado de São Paulo – seção da Educação – Capítulo II, 1989.

SCHOENFELD, A.H. *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Academic Press, Orlando, 1985.

SKOVSMOSE, O. Educação Matemática Crítica, A questão da democracia. Papyrus – SBEN, São Paulo, 2000.

_____. *HACIA UNA FILOSOFÍA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA*. Traducido por Paola Valero. Universidad de Los Andes, Bogotá, 1999.

SOUZA, E.R; DINIZ, M.I.S.V. Álgebra das variáveis às equações e funções. CAEM/IME – USP, São Paulo, 1994.

TAHAN, M. *Didática da Matemática*, 2 volumes. São Paulo: Edição Saraiva, 1961.

USISKIN, Z; BELL, M. *Applying Arithmetic*. Ed. Preliminar. Chicago: Department of Education, University of Chicago, 1984.

VYGOTSKY, L. S. Pensamento e linguagem. São Paulo: Martins Fontes, 1987.

WHITNEY, H. *Elementary Mathematics Activities. Part A. Trial Materials*. Princeton: Institute for Advance Studies, P.62, 1974.

Capítulo 8

ANEXOS

ANEXO I
PRÉ E PÓS-TESTES

Nome : _____ Módulo: _____ Data: _____

1. UM TIJOLO PESA UM QUILO MAIS MEIO TIJOLO. QUANTO PESA UM TIJOLO INTEIRO?

Local para fazer as contas

2. UM LÁPIS CUSTA X REAL E UMA LAPISEIRA CUSTA 5 REAIS A MAIS QUE UM LÁPIS.
DUAS LAPISEIRAS CUSTAM O MESMO QUE 7 LÁPIS.

c) ESCREVA UMA EQUAÇÃO PARA ESTE PROBLEMA

d) ENCONTRE O PREÇO DE CADA LÁPIS E DE CADA LAPISEIRA.

Local para fazer as contas

3. QUAL É O NÚMERO NATURAL QUE SOMADO COM O SEU SUCESSOR DÁ 197?
RESOLVA O MESMO PROBLEMA TROCANDO A PALAVRA SUCESSOR POR ANTECESSOR.

Local para fazer as contas

4- LÚCIA E SUA MÃE TÊM JUNTAS 63 ANOS. A MÃE TEM O DOBRO DA IDADE DE LÚCIA. QUANTOS ANOS TÊM CADA UMA DELAS?

Local para fazer as contas

5-Pensei um número. Multipliquei por 4, subtraí 8 e, depois, subtraí o triplo do número pensado. Obtive -3 como resultado. Em que número pensei?

Local para fazer as contas

6- Escolhi um número y . Juntei a ele o oposto de 5. Depois dividi o resultado por 3 e achei 9. Qual o valor de y ?

Local para fazer as contas

- 7- **P**erímetro de um retângulo é 60 cm. Calcule as medidas dos lados, sabendo que o comprimento é o triplo da largura.

Local para fazer as contas

- 8- Resolva as seguintes equações:

- a. $-3x - 15 = -5$
- b. $10 = 5 - 5x$
- c. $4x - 45 = 5.6x$
- d. $6x = 22 - 4x$
- e. $4.(x - 3) + 1 = 6.(x - 2) - 5$

a) Local para fazer as contas

b) Local para fazer as contas

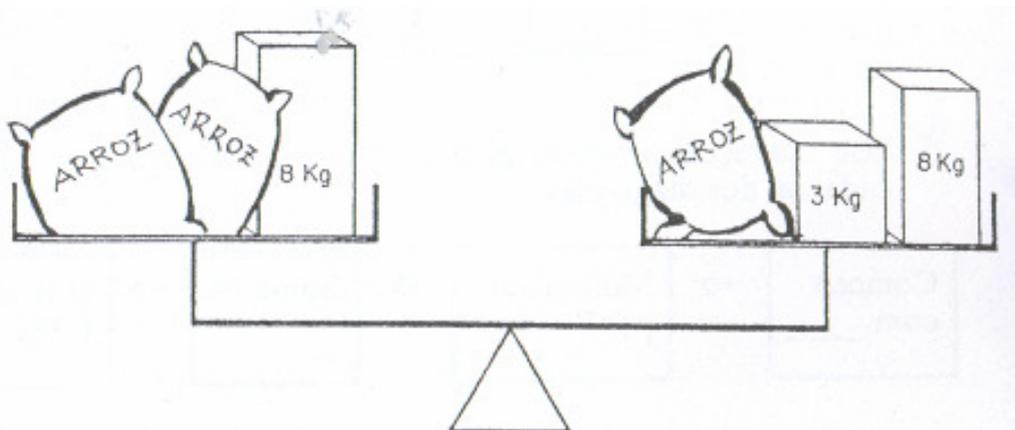
c) Local para fazer as contas

d) Local para fazer as contas

e) Local para fazer as contas

9- Meu pai disse que daqui a 4 anos, a idade dele será o triplo da idade que ele tinha há 26 anos atrás. Qual é a idade de meu pai?
Como provar que a idade que você encontrou para o pai está certa?

10-Esta balança está em equilíbrio e os três sacos de arroz têm o mesmo peso.



Retirando-se as mesmas coisas dos dois pratos de balança, ela mostrará diretamente quantos quilogramas tem um só saco de arroz. Para isso acontecer, o que deve ser retirado de cada prato?

Quantos quilogramas têm cada saco de arroz?

Local para fazer as contas

(Fonte: Álgebra das variáveis às equações e funções, CAEM/IME-USP, 1994, p.77).

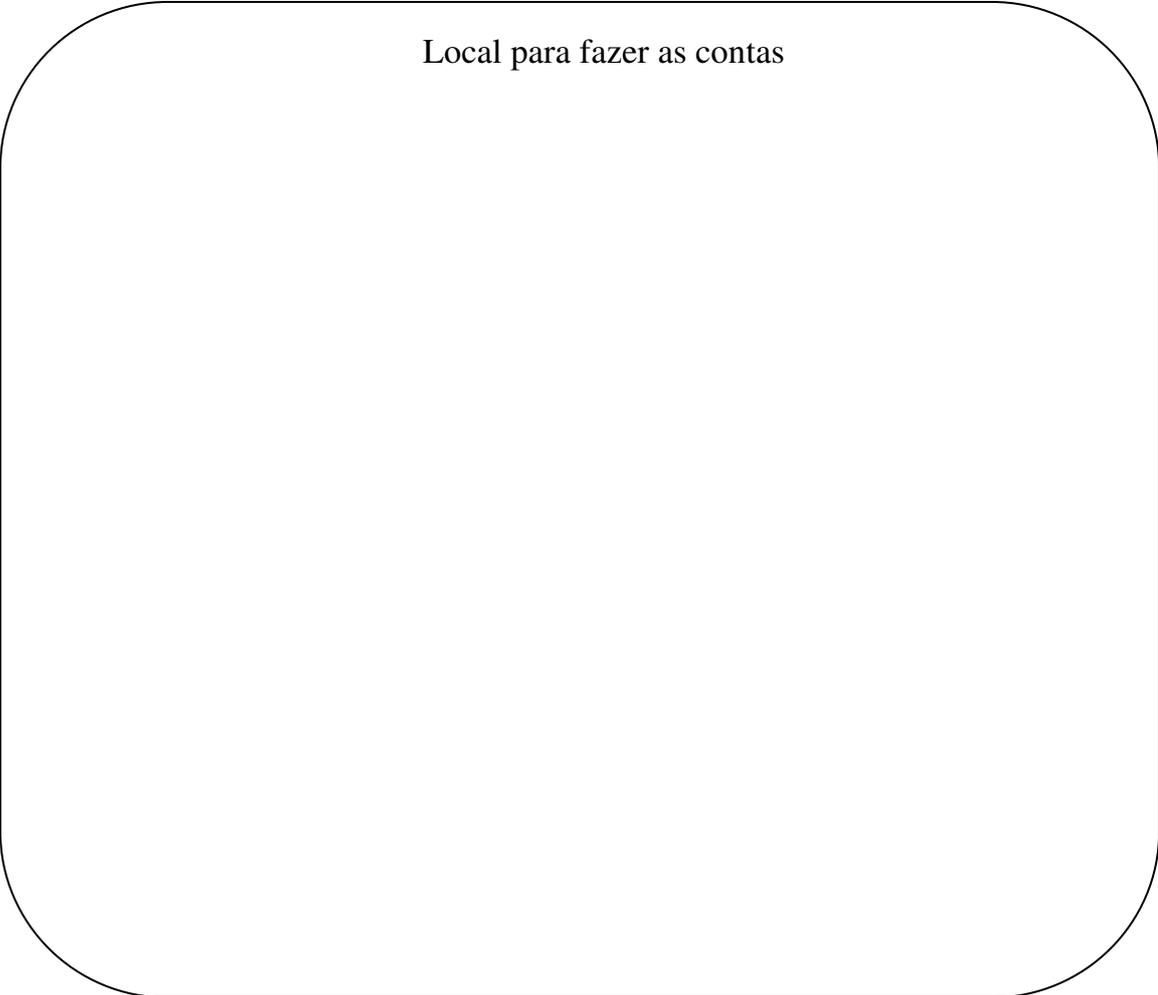
ANEXO II
PROBLEMAS DA 1^o INTERVENÇÃO

Nome : _____ Módulo: _____ Data: _____

Ficha 1 : Qual o preço pago, respectivamente, por n produtos cujo preço unitário é de R\$ 3,00?

(fonte: Matemática: livro do estudante: ensino fundamental – Brasília: MEC: INEP, 2002. p.151)

Local para fazer as contas



Nome : _____ Módulo: _____ Data: _____

Ficha 2: O mágico de um famoso circo chamou pessoas da platéia para participar de uma brincadeira. Antonio, Carlos e Sandra se apresentaram. O mágico disse-lhes então que deveriam adivinhar que transformação faria com os números falados por eles.

- Antonio falou 2, e o mágico respondeu 4.
- Carlos disse 5, e o mágico respondeu 10.
- Sandra falou 25, e o mágico respondeu 50.

Você já percebeu que o número falado pelo mágico é sempre o dobro do número dito pelos participantes: Algebricamente $y = 2x$, com y sendo o número que o mágico respondeu e x o número que a pessoa da platéia falou.

I – Se a brincadeira continuasse e outra participante dissesse 15, qual seria a resposta do mágico? E se outro participante dissesse 2,5, o que o mágico deveria responder?

II – Agora analise estes outros casos e escolha a alternativa que representa a regra usada pelo mágico em cada um (y é o número que o mágico respondeu e x o número que a platéia falou).

A platéia falou	7	14	2	9	215	10
O mágico respondeu	8	15	3	10	216	11

- a) $y = x + 2$ b) $y = 2x$ c) $y = x + 1$ d) $y = 3x$

A platéia falou	2	4	20	7	2,5	0
O mágico respondeu	5	7	23	10	5,5	3

- a) $y = x + 2$ b) $y = 2x$ c) $y = 4x$ d) $y = x + 3$

A platéia falou	3	4	15	50	1,5	25
O mágico respondeu	7	9	31	101	4	51

- a) $y = x + 1$ b) $y = 2x + 1$ c) $y = 3x - 2$ d) $y = 3x$

Você poderia afirmar que, independentemente do número pensado, o resultado final obtido é o mesmo que o número que você pensou. Ou é mera coincidência? Por meio da álgebra, podemos verificar que não se trata de mera coincidência.

Veja:

1º	2º	3º	4º	5º
Pense em um número	Multiplique por 4	Adicione 8	Divida por 4	Subtraia 2

X	4x	4x + 8	$(4x + 8) : 4$ $x + 2$	$x + 2 - 2$ x
Pense em um número	Multiplique por 4	Adicione 8	Divida por 4	Subtraia 2

III- Complete as tabelas e indique em que caso(s) o resultado é igual ao número pensado.

1°	2°	3°	4°	5°
Pense em um número	Multiplique por 4	Subtraia 2 unidades	Divida o total por 2	Adicione 1

1°	2°	3°	4°	5°
Pense em um número	Subtraia 3	Divida por 5	Subtraia $\frac{2}{5}$	Multiplique por 5

1°	2°	3°	4°	5°
Pense em um número	Adicione 3	Subtraia 3	Multiplique por 2	Divida por 2

(Fonte: Matemática: livro do estudante: ensino fundamental – Brasília: MEC: INEP, 2002. p. 151 a 153)

Local para fazer as contas

Nome : _____ Módulo: _____ Data: _____

Ficha 3: No quadro abaixo você pode observar que cada situação-problema pode ser traduzida algebricamente. Analise o que cada letra está representando nesses exemplos. Determine o valor que torna as igualdades verdadeiras.

(Fonte: Matemática: livro do estudante: ensino fundamental – Brasília: MEC: INEP, 2002. p. 157)

O dobro da minha idade é igual a 50. Qual é a minha idade?	
Recebi um aumento de R\$30,00 e passei a ganhar R\$ 210,00. Qual era o meu salário?	
O triplo de um número mais duas unidades é igual a onze. Que número é esse?	
A idade de Pedro é metade da de Carlos. A soma das duas idades é 30 anos. Qual é a idade de Carlos?	

Local para fazer as contas

**ANEXO III
PROBLEMAS DA 2^o INTERVENÇÃO**

Nome : _____ Módulo: _____ Data: _____

Ficha 4: Na padaria bom dia, Seu Antonio confeccionou uma tabela para dizer rapidamente ao freguês quanto deve pagar pelos pães que levar. Mas aconteceu um pequeno acidente e a tabela ficou com algumas manchas de café. Observe:

Número de pães	Preço (R\$)
1	0,10
2	0,20
3	0,30
█	0,40
5	█
6	█
7	0,70
8	█
9	0,90
10	1,00

(Fonte: Matemática: livro do estudante: ensino fundamental – Brasília: MEC: INEP, 2002. p.161)

Você acha que mesmo assim é possível saber esses valores borrados?

.....

Como o seu Antonio faria para:

- Calcular o preço de 100 pães?
- Representar o preço de n pães?

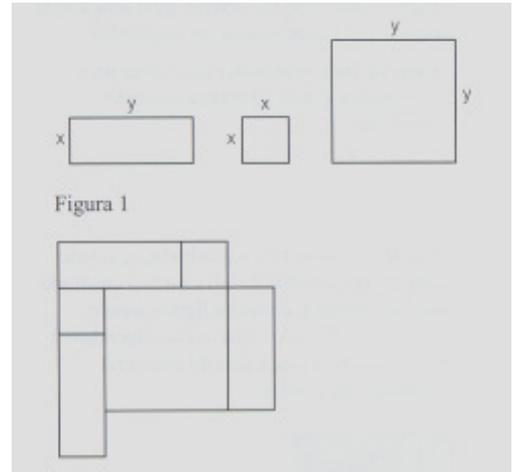
Local para fazer as contas

Nome : _____ Módulo: _____ Data: _____

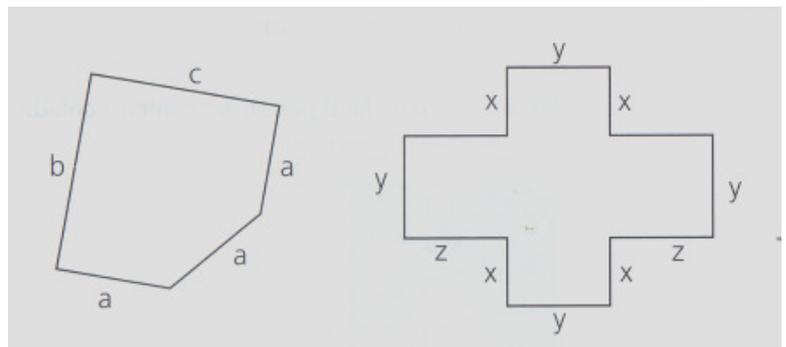
Ficha 5: Considere o retângulo cujos lados medem x e y e os quadrados de lados x e y , respectivamente.

- Você irá indicar a área da figura abaixo, composta por esses quadriláteros.

Escreva uma expressão para a área da figura;



Escreva uma expressão algébrica para expressar o perímetro de cada um dos polígonos abaixo:



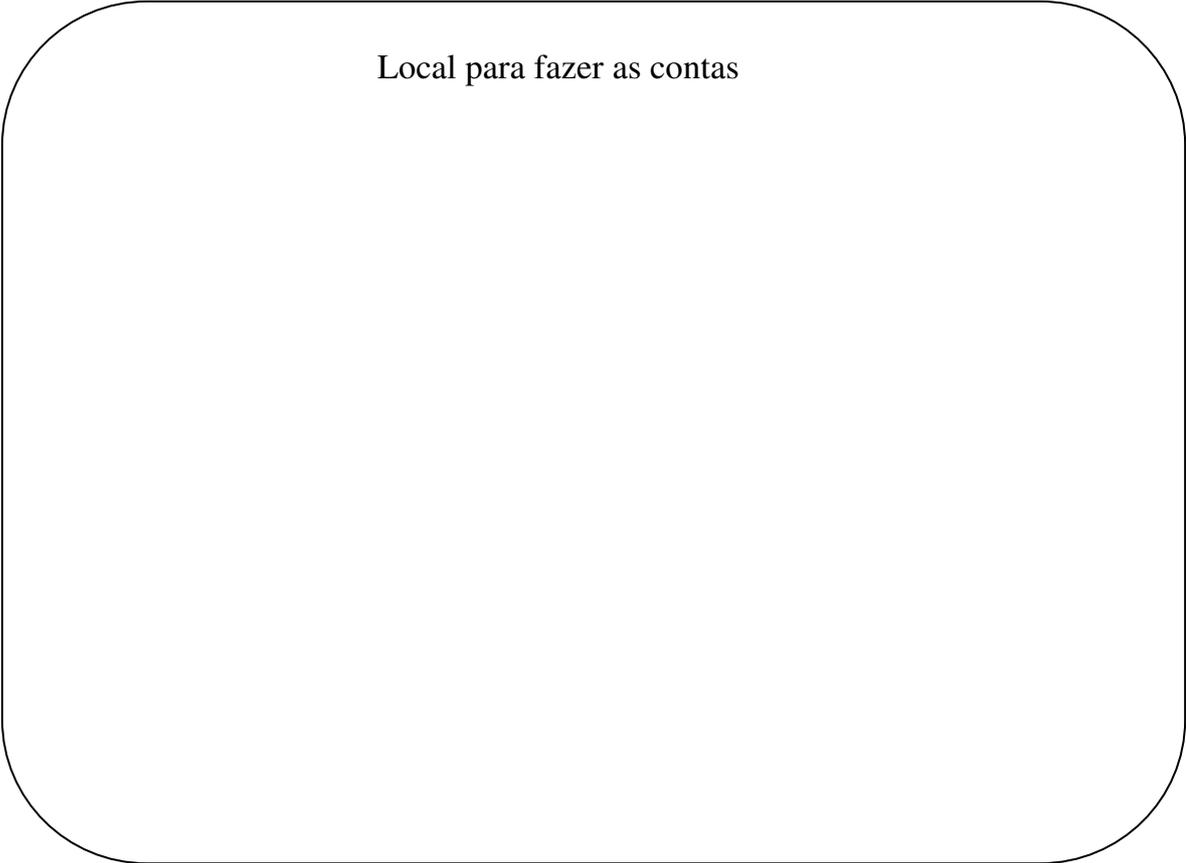
(Fonte: Coleção Ensinar e Aprender : construindo uma proposta . vol.3 (Secretaria de Estado de Educação – SP – Ficha de trabalho C)

Nome : _____ Módulo: ____ Data: _____

Ficha 6: Marta comprou duas saias e uma blusa por R\$ 80,00. A blusa custou R\$ 5,00 a mais que cada uma das saias, que foram compradas pelo mesmo preço. Quanto ela pagou pela blusa e por uma saia?

(Fonte: Matemática: livro do estudante: ensino fundamental – Brasília: MEC: INEP, 2002. p.161).

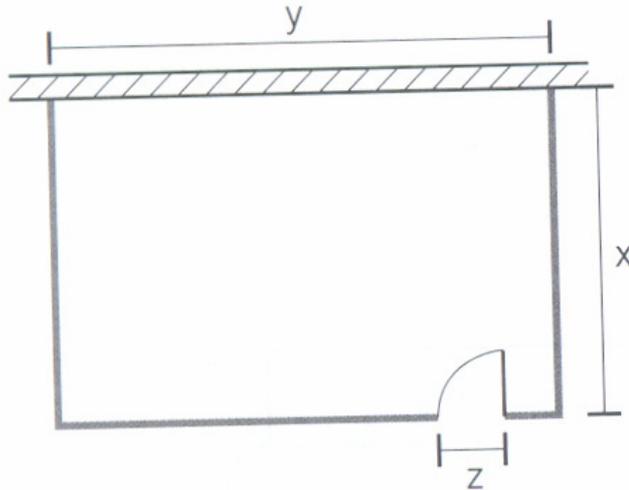
Local para fazer as contas



ANEXO IV
PROBLEMAS DA 3^o INTERVENÇÃO

Nome : _____ Módulo: _____ Data: _____

Ficha 7: Um galinheiro retangular vai ser construído. Um de seus lados ficará encostado no muro e as outras três paredes serão feitas com tela. Numa das paredes há uma porta de madeira. Veja o desenho abaixo:



Fonte: Coleção Ensinar e Aprender : construindo uma proposta . vol.3 (Secretaria de Estado de Educação – SP- Ficha de trabalho C - verso)

- a) Escreva uma expressão para indicar a quantidade de tela necessária para cercar o galinheiro.

Local para fazer as contas

- b) Escreva uma expressão para indicar a área do galinheiro.

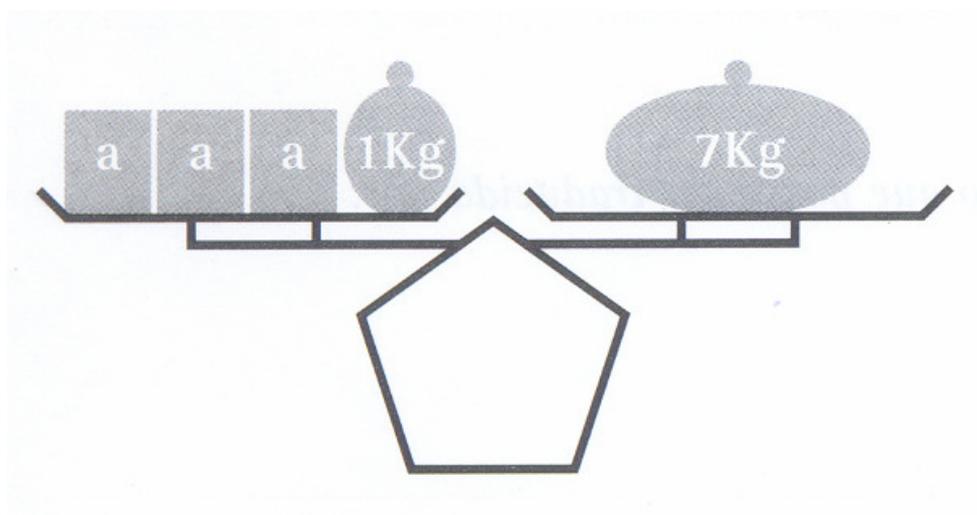
Local para fazer as contas

Nome : _____ Módulo: ____ Data: _____

Ficha 8: Uma balança de pratos está em equilíbrio. Num dos pratos, há 3 pacotes de arroz, de mesmo peso, e um peso de 1 kg. No outro prato, há um peso de 7 kg. Determine o peso de cada pacote de arroz.

Descubra o peso dessas outras mercadorias em cada balança, escrevendo e resolvendo a equação adequada em cada caso.

(Fonte: Matemática: livro do estudante: ensino fundamental – Brasília: MEC: INEP, 2002. p.158 e 159)



Local para fazer as contas

Nome : _____ Módulo: _____ Data: _____

Ficha 9: Em muitas cidades praianas do Brasil, alugam-se bicicletas aos turistas. Em serra Azul, duas lojas prestam esse serviço: **ALUGABIKE**, que cobra um aluguel de R\$ 5,00 por dia mais uma taxa fixa de R\$ 10,00 e **BIKESHOP**, que cobra R\$ 6,00 por dia. Na portaria do hotel, o gerente afixou duas tabelas, mostrando os valores referentes a 3 dias:

BIKESHOP	
Tempo (dias)	Aluguel (em R\$)
1	$6 \cdot 1 = 6$
2	$6 \cdot 2 = 12$
3	$6 \cdot 3 = 18$

ALUGABIKE	
Tempo (dias)	Aluguel (em R\$)
1	$5 \cdot 1 + 10 = 15$
2	$5 \cdot 2 + 10 = 20$
3	$5 \cdot 3 + 10 = 25$

(Fonte: Matemática: livro do estudante: ensino fundamental – Brasília: MEC: INEP, 2002. p.163)

Complete a tabela e responda:

- a) Qual das duas lojas você escolheria se você fosse alugar as bicicletas por 4 dias?

- b) Você mudaria de loja se fosse alugar por 8 dias? E por 15 dias? Justifique sua resposta.

- c) Qual seria o valor a ser pago em cada loja por um número x de dias?

- d) Existe alguma quantidade de dias para a qual é indiferente a escolha? Em caso afirmativo, qual é?

ANEXO V
PROBLEMAS DA 4^o INTERVENÇÃO

Nome : _____ Módulo: _____ Data: _____

Ficha 10: Um estacionamento quadrado tem 8 metros de lado. Se cada lado for aumentado em x metros, responda:

Qual é a medida do lado do novo quadrado?

Qual é a área do novo quadrado?

Qual é o valor da área para $x = 2$, $x = 3$ e $x = 10$ metros?

Qual deve ser o valor de x , para que a nova área seja de 225 m^2 ?

Nome : _____ Módulo: ____ Data: _____

Ficha 11: Que tal fazer o contrário? Invente uma situação que possa ser traduzida por:

a- $2x + 5 = 15$

b- $x + \frac{x}{2} = 225$

(Fonte: Matemática: livro do estudante: ensino fundamental – Brasília: MEC: INEP, 2002. p.157)

Nome : _____ Módulo: ____ Data: _____

Ficha 12: Na coluna em branco da 2ª tabela, escreva a letra que indica a equação que tem esse valor como solução.

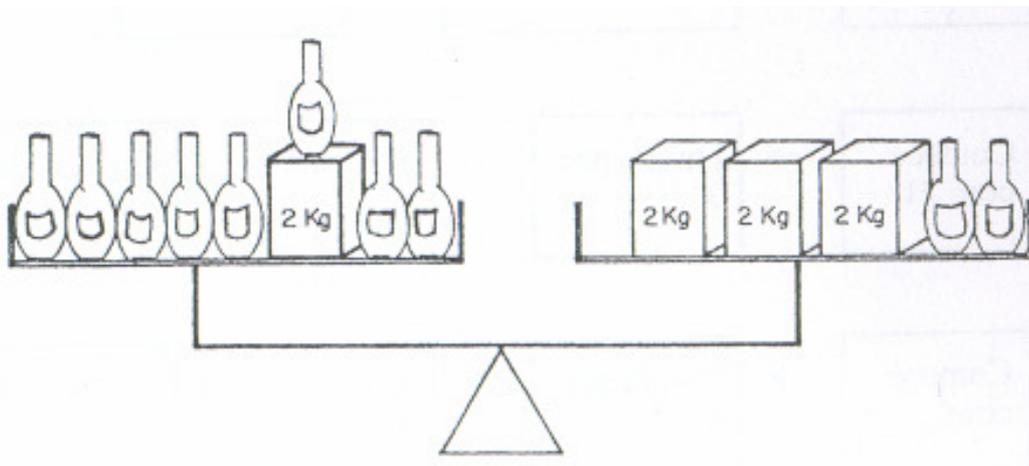
a)	$2x + 2 - 1 = 15$	()	20
b)	$\frac{x}{2} - 6 = 4$	()	7
c)	$2x + 3x + 10 = 70$	()	12

(Fonte: Matemática: livro do estudante: ensino fundamental – Brasília: MEC: INEP, 2002. p.159)

Local para fazer as contas

Nome : _____ Módulo: _____ Data: _____

Ficha 13: A balança está em equilíbrio. Todas as garrafas têm o mesmo peso e cada lata pesa 2 Kg. Quanto pesa cada garrafa?



Local para fazer as contas

ANEXO VI**Questões propostas pelo pesquisador para o Professor D'AMBRÓSIO relacionadas à resolução de problemas algébricos no contexto do EJA**

Pesquisador: Como o Sr. definiria a Etnomatemática e a modelagem matemática?

Pesquisador: A Etnomatemática e a modelagem podem ser consideradas como ferramenta na resolução de problemas matemáticos?

Pesquisador: Em sua visão quais as principais contribuições da Etnomatemática e da modelagem matemática como uma ferramenta importante na resolução de problemas matemáticos?

D'Ambrósio: Sobre isso é que tenho escrito livros e trabalhos,. Não justifica eu escrever um outro trabalho para responder. Veja o que já escrevi. O trabalho anexado (PROBELM SOLVING: A PERSONAL PERSPECTIVE FROM BRAZIL. Universidade Estadual de Campinas, Brazil, 2004) pode interessar.

Pesquisador: Como o senhor conceituaria uma “situação problematizada” no ensino de álgebra para alunos do ensino de jovens e adultos?

D'Ambrósio: Bem elementar, bem introdutório a álgebra: quantos tijolos de 10cm por 25 cm eu preciso para construir um muro de 2 metros quadrados? Caso 1: Ignorando que vai cimento/junção entre eles; Caso 2 (mais complicado): considere que entre os tijolos colocados vai uma camada de 1cm de cimento/junção.

Este é um exemplo de Etno+modelagem+álgebra

Pesquisador: Em sua opinião a modelagem matemática assume uma perspectiva positiva na busca de novas formas de resolução de problemas?

D'Ambrósio: Claro.

Pesquisador: Qual a sua visão em relação aos conceitos aritméticos e algébricos ensinados em nossas escolas? Devemos dissociá-los ou buscar formas de integrá-los em um processo de construção dos conceitos de incógnita, variável e equação do 1º grau?

D'Ambrósio: Álgebra não é mais que uma estratégia inventada para resolver problemas numéricos e geométricos. Tudo pode ser feito sem álgebra. Só que é mais complicado. Num certo sentido, álgebra não tem conteúdo. É codificação.

Pesquisador: Em meu Estudo teórico trabalhei com os conceitos de educação libertária de Freire, da análise crítica da matemática realizada por Skovsmose além de suas considerações sobre modelagem matemática e os estudos da Etnomatemática. Como o senhor associa a resolução de problemas aos estudos destes professores.

D´Ambrósio: Sobre o que diz Paulo Freire e Ole Skovsmose, não posso dizer. Não estudei tão bem esses autores a ponto de dizer como eles responderiam as suas perguntas.

O Ubiratan diz que o que está no artigo em anexo.

Não sei o que dizer sobre o que pensam esses professores. Pergunte para eles. Se você quiser saber o que o Ubiratan diz sobre Resolução de Problemas, veja o anexo.

Pesquisador: O senhor acredita que a visão da matemática aplicada aos jovens e adultos possa mudar com a formação integral buscada nas universidades?

D´Ambrósio: Acredito.

Pesquisador: Em nossa opinião, os processos de transmissão do conhecimento matemático sofreram pouca (ou nenhuma) modificação em sua metodologia de ensino com o passar dos anos. Os alunos continuam resolvendo intermináveis listas de exercícios e os problemas contextualizados, quando há, são peças figurativas que, na verdade apenas escondem o verdadeiro objetivo do professor que é treinar o aluno, pois os problemas são elaborados para ter apenas uma resposta e ser resolvido por um único método (aquele ensinado em sala de aula). Qual sua opinião a respeito dessa metodologia? Em que medida o Sr acha que pode se dar um equilíbrio entre uma metodologia que instigue e envolva o aluno e os conteúdos propostos para serem ensinados?

D´Ambrósio: Veja o artigo em anexo.

Pesquisador: O senhor defende um currículo matemático específico para o curso de jovens e adultos?.

D´Ambrósio: Eu defendo que não deve haver currículo específico para ninguém, muito menos para jovens e adultos. Defendo em lugar de currículo, projetos. E isso envolve naturalmente Etno e Modelagem. Veja a tese de doutorado de Paulo Roberto de Oliveira: Do Programa ao Projeto, FE-USP, 2005.

Pesquisador: Qual sua projeção para o ensino de jovens e adultos nestas mudanças de paradigmas educacionais que estamos observando?

D'Ambrósio: Cada vez mais importante. Vejo como prioridade, para a maioria da população, achar um emprego o mais cedo possível. E, uma vez tendo emprego, aprimorar sua formação. É aí que vejo a grande importância da EJA. Acho a maior enganação manter jovens das classes econômicas menos favorecidas na escola com o discurso que devem se preparar para um bom emprego, Os empregos para os quais os preparamos não existem. A realidade é “Diplomado e desempregado”. Os jovens sabem disso e não conseguem se interessar pela escola Daí o seu protesto através de baixo rendimento e de evasão. E vai ficar cada vez pior. No entanto, uma vez empregado, estudar com vistas a ter melhor emprego é atrativo e real.

Daí os alunos mostrarem maior interesse e aproveitamento na EJA. Na realidade econômica do mundo atual, dizer que uma boa escolaridade prepara para bons empregos é enganador. Leia Viviane Forrester: O Horror Econômico.

CONCLUINDO: EJA tem um grande futuro. E EJA rejeita currículo/programa e funciona bem com PROJETOS, usando ETNO+MODELAGEM E álgebra não tem conteúdo. É estratégia..

ANEXO VII

QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO DAS INTERVENÇÕES RELATIVAS AOS CONCEITOS ALGÉBRICOS

1- Do ponto de vista de sua aprendizagem, como você avalia as aulas de álgebra realizadas em março de 2007.

() Muito boa () Boa () Mais ou menos () Ruim () Péssima

Aponte, pelo menos três pontos que justificam a sua avaliação acima.

2- Do ponto de vista do prazer em estudar como você avalia as aulas dadas.

() Muito prazerosa () Prazerosa () Mais ou menos prazerosa () Pouco prazerosa () Desprazerosa

Use três palavras para justificar sua opção.

3- Você considerou as aulas:

() Muito interessante () Interessante () Mais ou menos interessante

() Pouco interessante () Desinteressante

Porquê?

4- Qual a atividade que você mais gostou de fazer?

5- Qual a atividade que você menos gostou de fazer?

6- Após as atividades realizadas você considera que:

() Aprendeu muito () Aprendeu o suficiente () Aprendeu mais ou menos

() Aprendeu pouco () Não aprendeu nada.

7- O que você mais entendeu sobre o assunto?

8- O que você menos entendeu sobre o assunto?

9- Você acha que essas atividades:

- Vão lhe ajudar muito nas aulas de matemática.
- Vão lhe ajudar, mas não muito.
- Nem vão lhe ajudar nem vão lhe atrapalhar.
- Vão atrapalhar.
- Vão atrapalhar muito.

Justifique sua escolha

10-Explique com suas palavras o que:

Álgebra:
Equação:
Variável:
Incógnita:

11- Como você avalia o professor.

- Muito bom Bom Mais ou menos fraco Péssimo

Dê três motivos para essa escolha

12 – Como as aulas de álgebra (Matemática) poderiam ser melhoradas?

13 – No início dos quatro encontros você estava:

- Muito motivado para aprender
- Motivado para aprender
- Mais ou menos motivado
- Desmotivado
- Indiferente as aulas.

14 – Ao final dos quatro encontros você estava:

- Muito motivado para aprender
- Motivado para aprender
- Mais ou menos motivado
- Desmotivado
- Indiferente as aulas.

15- Resuma em uma frase o que significou essas aulas de álgebra para você.

16- Você acha que as pesquisas na área de álgebra (Matemática) são importantes para a melhoria das aulas nas escolas?

17- Qual a disciplina que você mais gosta

18- Qual a disciplina que você menos gosta

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)