

Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Faculdade de Ciências Econômicas  
Programa de Pós-Graduação em Economia

ERIK ALENCAR DE FIGUEIRÊDO

Ensaio sobre Distribuição de Renda  
e Bem-estar Econômico no Brasil

Porto Alegre  
2007

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**ERIK ALENCAR DE FIGUEIRÊDO**

**Ensaio sobre Distribuição de Renda  
e Bem-estar Econômico no Brasil**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito para obtenção do título de Doutor em Economia.

**Orientador:** Flávio Augusto Ziegelmann

**Porto Alegre  
2007**

**ERIK ALENCAR DE FIGUEIRÊDO**

**Ensaio sobre Distribuição de Renda  
e Bem-estar Econômico no Brasil**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito para obtenção do título de Doutor em Economia.

**Aprovada em 19 de Setembro de 2007**

**Banca Examinadora**

---

Prof. Dr. Marcelo Savino Portugal  
PPGE/UFRGS

---

Prof. Dr. Suzi Alves Camey  
Departamento de Estatística/UFRGS

---

Prof. Dr. Fernando Augusto Adeodato Veloso  
IBMEC/Rio

---

Prof. Dr. Flávio Augusto Ziegelmann – Orientador  
PPGE/UFRGS

## Resumo

Este estudo promove uma ampla investigação do processo de distribuição de renda brasileira no período compreendido entre 1987 e 2005. Consideram-se informações relativas aos níveis de desigualdade e mobilidade de renda, bem como as suas relações com o bem-estar econômico. Para tanto, foi aplicada uma série de instrumentais estatísticos e um processo de simulação estocástica. Os resultados foram divididos em três blocos: a) um estático, relacionado à desigualdade de renda e sua ligação com o bem-estar econômico; b) o outro referente à mensuração da mobilidade de renda e; c) por fim, o terceiro ensaio simulando os ganhos (ou perdas) de bem-estar oriundos da mobilidade. Observou-se uma mudança significativa na distribuição de renda no período e ela, por sua vez, mostrou-se compatível com um maior nível de bem-estar. Os resultados dinâmicos classificaram o Brasil como um país com baixa mobilidade de renda. Por fim, as simulações indicaram que uma elevação na mobilidade, em suas diversas formas, constitui uma importante fonte de geração de bem-estar social.

**Palavras-chave:** Desigualdade de renda; mobilidade de renda; bem-estar econômico.

# Abstract

This study intends to promote a broad investigation about Brazilian income distribution in the period between 1987 and 2005. It was taking into account data about income inequalities level, income mobility and welfare indicators. To achieve that it was used several statistics tools and a process of stochastic simulation. The results are showed in three parts: a) the first one results is related to static information about income inequalities and its relationships with economic welfare; b) the second part measure the income mobility and; c) in the third part are simulated the changes in the economic welfare related to income mobility. It was observed a change in the income distribution related to an increase in the welfare index. The dynamic results showed low income mobility in Brazil. At last, the simulations results suggest that an increase in mobility is an important way to increase social welfare.

**Keywords:** Income distribution; mobility; welfare;

## Lista de Figuras

Distribuição de Renda no Brasil, 1987, 1992 e 2005 .....	23
Distribuição de Renda no Brasil, 1987 e 2005 .....	23
Bandas de Variabilidade, 1987 e 2005 .....	24

## Lista de Tabelas

Curvas de Lorenz e Lorenz Generalizada .....	25
Percentual de Pessoas por decis de Renda .....	41
Matriz de Transição Markoviana – 1987-2005 .....	42
Informações Relativas a Matriz de Transição .....	43
Mobilidade de Renda Internacional .....	43
Impacto da Mobilidade Sobre o Bem-estar Econômico .....	60
Impacto da Mobilidade Sobre o Bem-estar Econômico nos EUA .....	61
Impacto da Mobilidade Sobre o Bem-estar Econômico na Alemanha .....	61



# Sumário

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	10
<b>2 MUDANÇA NA DISTRIBUIÇÃO DE RENDA BRASILEIRA – SIGNIFICÂNCIA ESTATÍSTICA E BEM-ESTAR ECONÔMICO</b> .....	12
2.1 Introdução .....	12
2.2 Métodos de Inferência .....	13
2.2.1 Densidades kernel.....	13
2.2.2 Construção das Bandas de Variabilidade .....	15
2.3 Distribuição de Renda e Bem-estar Econômico .....	17
2.3.1 Desigualdade de Renda e Bem-estar Econômico .....	18
2.4 Resultados .....	19
2.4.1 Dados .....	19
2.4.2 Análise Descritiva .....	20
2.4.3 Significância Estatística e Bem-estar Econômico .....	22
2.5. Considerações Finais.....	26
<b>3 A DINÂMICA DA DISTRIBUIÇÃO DE RENDA BRASILEIRA</b> ..	27
3.1 Introdução .....	27
3.2 Distribuição de Renda: Análise Dinâmica .....	29
3.3 Métodos de Inferência .....	31
3.3.1 Dinâmica de Renda em Dados de Corte .....	33
3.3.2 Índices de Mobilidade de Renda.....	36

3.4 Resultados .....	39
3.4.1 Dados e Implementação do Processo de Otimização .....	39
3.4.2 A Dinâmica da Renda Brasileira .....	40
3.5 Considerações Finais .....	45
<b>4. MOBILIDADE DE RENDA E BEM-ESTAR ECONÔMICO NO BRASIL .....</b>	<b>47</b>
4.1 Introdução .....	47
4.2 Distribuição de Renda e Bem-estar Econômico .....	49
4.2.1 Reversibilidade e Independência da Origem .....	50
4.2.2 Índice de Atkinson Estendido .....	54
4.3. Resultados .....	57
4.3.1 Dados .....	57
4.3.2 Simulações .....	57
4.4 Considerações Finais .....	63
<b>5. CONCLUSÃO .....</b>	<b>65</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>67</b>
<b>Apêndice A:</b> Estatísticas para a renda brasileira .....	<b>72</b>
<b>Apêndice B:</b> Proporção de pessoas por estrato de renda .....	<b>73</b>
<b>Apêndice C:</b> Densidades de renda.....	<b>74</b>
<b>Apêndice D:</b> Resultados para a matriz de transição de renda – 1995-2005 .....	<b>75</b>
<b>Apêndice E:</b> Aspectos computacionais .....	<b>76</b>

# 1. INTRODUÇÃO

O trabalho de tese é composto por três ensaios relacionados à distribuição de renda e o bem-estar econômico no Brasil. Neste sentido, duas observações devem ser feitas. Primeiro, a distribuição de renda será observada em suas duas dimensões: estática e dinâmica. Ou seja, considerar-se-ão os aspectos relativos a desigualdade e a mobilidade. Segundo, o bem-estar econômico possuirá apenas uma dimensão, isto é, a renda. Em resumo, os estudos tentarão modelar os fenômenos relativos à desigualdade e à mobilidade e suas relações com o padrão de bem-estar social.

Para tanto, serão selecionadas informações relativas às rendas domiciliar e pessoal, contidas na Pesquisa Nacional de Amostras por Domicílios (PNAD). A análise será efetuada no período de 1987 a 2005. Acredita-se que este recorte temporal possibilitará um melhor entendimento relacionado às transformações decorrentes da abertura comercial.

O primeiro ensaio é motivado pela controvérsia existente no mercado de trabalho brasileiro, a saber: a abertura econômica promoveu uma alteração na estrutura de emprego brasileira? Se sim, espera-se que esta modificação impacte sobre a distribuição dos rendimentos. Sendo assim, as perguntas fundamentais do estudo serão: houve uma mudança estatisticamente significativa na distribuição de renda brasileira em tempos recentes? E, em caso afirmativo, ela é compatível com um maior bem-estar?

Para responder a estes questionamentos, o estudo se concentrará em aspectos estáticos da distribuição, ou seja, investigará apenas a desigualdade de renda. Serão implementadas técnicas não-paramétricas (*kernel* e *bootstrap*) e de dominância estocástica. A execução destes ferramentais será efetuada nos *softwares* R e DAD 4.4.<sup>1</sup>

Os resultados indicaram uma mudança estatisticamente significativa na distribuição. A comparação do ano inicial, 1987, com o final, 2005, indica que houve um incremento dos estratos intermediários de renda em detrimento das extremidades. Este comportamento é compatível com a hipótese da reversão do desaparecimento da classe média. O cálculo das dominâncias estocásticas de primeira e segunda ordens sugere que este movimento gerou um incremento de bem-estar social. Entretanto, não obstante a importância

---

<sup>1</sup> Os detalhes relativos aos aspectos computacionais serão apresentados no Apêndice E.

destes resultados, questões relativas à dinâmica da distribuição não foram consideradas.

A dinâmica da distribuição, ou mobilidade de renda, será o tema do segundo estudo. Em resumo, a investigação partirá de uma abordagem axiomática para a mobilidade e promoverá o cálculo de matrizes de transição de renda. Com isso, têm-se a pretensão de mensurar o grau de mobilidade de renda no Brasil. Porém, para que isto seja possível, será necessário buscar um instrumental que supere uma importante limitação do banco de dados: a PNAD não acompanha os indivíduos ao longo do tempo. Isto é, o agente na posição  $i$  no vetor de dados do ano base, 1987, não é o mesmo da posição  $i$  no ano final, 2005. Felizmente, alguns métodos estatísticos propõem soluções para este problema.

Optou-se pelo método de entropias relativas desenvolvido por Aebi, Neusser e Steiner (1999). Esta metodologia se destaca, pois seu processo de otimização necessita apenas de informações sobre a proporção dos indivíduos por estrato de renda em dois pontos no tempo. As estimações foram realizadas no *software* MatLab 7.1 (MATrix LABoratory). A matriz de transição estimada revelou que o Brasil apresenta uma baixa mobilidade intrageracional. Ou seja, a capacidade de ascensão social é extremamente limitada, quando comparada a de outros países. Grosso modo, os resultados estáticos foram confirmados, dado que há uma tendência de concentração dos agentes no meio da distribuição. Porém, devido ao caráter axiomático, o estudo não exhibe nenhuma relação com os microfundamentos da teoria econômica.

A lacuna deixada pelo segundo ensaio será preenchida no terceiro ensaio (quarto capítulo). Nele, serão abordadas as relações entre a mobilidade de renda e o bem-estar social. Para tanto, utilizar-se-á um modelo de consumo intertemporal. Funções de bem-estar social, com maior ou menor mobilidade, serão calibradas e os índices de Atkinson estendidos ajudarão a conectar a mobilidade de renda com o bem-estar econômico.

O processo de simulação utilizado consiste em criar diversos cenários, comparando os resultados em termos de bem-estar econômico. Neste contexto, consideram-se informações relativas à renda pessoal e uma simulação estocástica desenvolvida no *software* STATA 8.0. Os resultados indicam que a mobilidade de renda, em suas diversas fontes, gera um acréscimo de bem-estar. A comparação dos resultados nacionais com as realidades alemã e norte-americana sugere que o acréscimo de bem-estar é mais significativo para o Brasil do que para estas nações. Ou seja, dada a elevada desigualdade e a baixa mobilidade, o Brasil tem mais a ganhar com um movimento de renda do que países que apresentam uma distribuição mais equitativa.

## 2. Mudança na Distribuição de Renda Brasileira: Significância Estatística e Bem-estar Econômico

### 2.1 Introdução

Sob uma perspectiva teórica, espera-se que um processo de abertura econômica produza efeitos não-negligenciáveis sobre as estruturas de emprego e de salários, com rebatimento direto sobre a distribuição de renda de uma nação.<sup>2</sup> No entanto, não obstante à experiência de liberalização recente, as evidências empíricas para o caso brasileiro são inconclusivas. De um lado, estudos apontam para uma expressiva alteração na demanda por mão-de-obra e em sua respectiva remuneração.<sup>3</sup> Em contrapartida, alguns resultados sugerem que essas mudanças foram irrelevantes, devido à elevada rigidez do mercado de trabalho.<sup>4</sup>

Neste contexto, os indicadores de distribuição de renda parecem refletir a controvérsia observada no mercado de trabalho.<sup>5</sup> Entretanto, em um estudo recente, Figueirêdo, Netto Júnior e Pôrto Júnior (2006) demonstraram que as medidas tradicionais de concentração são insuficientes para captar as transformações ocorridas na distribuição de renda brasileira no período pós-abertura comercial. Em resumo, constatou-se o crescimento da polarização dos rendimentos, sem uma alteração expressiva no índice de concentração. De acordo com o modelo teórico utilizado, este movimento mostrou-se condizente com o processo de “melhoria” no padrão distributivo, caracterizado, em linhas gerais, pelo aumento da remuneração nos estratos inferiores de renda.

---

<sup>2</sup> Arbache (2001) faz uma leitura dessa suposição baseado nos teoremas de Heckscher-Ohlin e Stolper-Samuelson. Porém, outros modelos podem ser considerados, entre eles, o desenvolvido por Birchenall (2001).

<sup>3</sup> Ver Maia (2001), Menezes Filho e Rodrigues Júnior (2003) e Gonzaga, Menezes Filho e Terra (2006).

<sup>4</sup> Ver Green, Dickerson e Arbache (2001) e Arbache e Corseuil (2004).

<sup>5</sup> De acordo com a Pesquisa Nacional de Amostras por Domicílios (PNAD), o índice de Gini referente à renda pessoal manteve-se relativamente estável entre 1987 e 2003, passando de 0,594 para 0,554. Entretanto, a consideração de outras estatísticas depõe a favor da alteração do padrão distributivo brasileiro. A polarização salarial evoluiu de 0,302, em 1987, para 0,484, em 2003. Os níveis de pobreza também são afetados. Segundo Barros, Henriques e Mendonça (2001), o percentual de pobres foi reduzido em 6,8%, no período de 1987 a 1999.

No entanto, estes resultados podem ser questionados em duas frentes. Primeiro, considerando o prisma da análise estocástica, é possível que os movimentos sugeridos pelos indicadores estatísticos, sejam frutos de: a) uma variação aleatória pura ou; b) uma genuína alteração na estrutura dos dados. Por conta disso, torna-se imperativo questionar: houve uma mudança estatisticamente significativa na distribuição de renda brasileira? Segundo, qual o impacto das transformações ocorridas na distribuição de renda sobre o nível de bem-estar econômico brasileiro? Ou seja, as transformações estão, de fato, caracterizando uma “melhoria” do ponto de vista agregado?

Obter respostas para estes questionamentos não constitui uma tarefa fácil. A principal fonte de dificuldade reside na consideração de elementos estáticos e dinâmicos.<sup>6</sup> Este estudo ocupará apenas com os aspectos estáticos da distribuição. As análises dinâmicas estão sendo abordadas em Figueirêdo e Ziegelmann (2007a, 2007b). Logo, pode-se vislumbrar os resultados aqui estabelecidos, como uma primeira etapa para a compreensão plena do processo.

Isto posto, o objetivo deste estudo é verificar a significância estatística da mudança na distribuição de renda brasileira no período de 1987 a 2005 e sua relação com o nível de bem-estar econômico. Para tanto, aplica-se, basicamente, uma inferência não-paramétrica e cálculo de dominâncias estocásticas. O ferramental não-paramétrico permite uma análise mais robusta quando não se tem conhecimento *a priori* sobre o processo gerador dos dados. Por fim, o artigo está organizado como segue. A segunda seção discute os métodos de inferência. Na terceira, será estabelecida a relação entre distribuição de renda e bem-estar econômico. A quarta é destinada à apresentação dos resultados. A quinta seção é reservada para as considerações finais.

## 2.2 Métodos de Inferência

### 2.2.1 Densidades *kernel*

As estimações das densidades via *kernel smoothing* têm sido frequentemente utilizadas em investigações relativas à mudança no padrão de distribuição

---

<sup>6</sup> A análise estática está associada ao nível de desigualdade, geralmente captado por indicadores de concentração de renda. Entretanto, os indivíduos e/ou famílias mudam suas posições econômicas ao longo do tempo. Esse movimento pode estar associado a diversos fatores: ciclos econômicos, modificação do nível educacional, promoções, migração, divórcios, entre outros. Esta característica introduz padrões dinâmicos na desigualdade, ou seja, noções de “mobilidade de renda”. Para detalhes, ver Fields e Ok (2001).

de renda.<sup>7</sup> Este método permite a visualização de “fotografias” da distribuição dos rendimentos em períodos distintos, possibilitando também a implementação de testes que indiquem possíveis mudanças na estrutura dos dados e sua significância estatística.

Na sua forma mais simples, os estimadores *kernel* são “alisamentos” de histogramas, onde os dados, situados em uma determinada “vizinhança” do ponto  $x$ , são utilizados para inferir sobre a distribuição da variável de interesse. Sua propriedade não-paramétrica torna-se imprescindível quando não se tem o conhecimento do processo gerador dos dados. Neste caso, implementa-se o princípio de que “os dados falem por eles”, sem a necessidade de suposições *a priori* sobre a sua distribuição. O estimador *kernel* de uma função densidade assume a seguinte forma:

$$\hat{f}_h = \frac{1}{Nh} \sum_{t=1}^N K\{(x - x_t)/h\}, \quad [2.1]$$

onde  $K$  é uma função *kernel* simétrica que satisfaz  $\int K(x)dx = 1$ ;  $N$  o tamanho da amostra e;  $h$  corresponde ao parâmetro de alisamento ou janela (*bandwidth*). Adotando a notação  $K_h(u) = h^{-1}K(u/h)$ , (2.1) torna-se:

$$\hat{f}_h = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N K_h(x - x_t). \quad [2.2]$$

Optou-se pela escolha do  $K$  ótimo dado por:<sup>8</sup>

$$K^*(x) = (3/4)(1 - x^2)I(|x| < 1).$$

A expressão acima corresponde ao *kernel* Epanechnikov, onde:  $x$  é o argumento da função *kernel* e;  $I$  é a variável indicadora, que assume valor um, quando o argumento é verdadeiro, e tem valor zero caso o argumento seja falso.

Note que (2.2) depende do parâmetro de alisamento  $h$ . Ziegelmann (2003) demonstra que a escolha de  $h$  envolve um *trade off* entre variância e viés para o  $\hat{f}_h$ . Em suma, um grande  $h$  produz uma pequena variância e um grande viés para  $\hat{f}_h$ , ocorrendo o inverso, quando se tem um pequeno  $h$ . Logo, a determinação de  $h$  toma lugar de destaque na estimação das densidades.

---

<sup>7</sup> Podendo-se citar, entre outros, Jenkins (1995) e Burkhauser *et al* (1999).

<sup>8</sup> O  $K$  ótimo é obtido a partir da minimização do erro quadrático médio assintótico integrado, para maiores detalhes ver Ziegelmann (2003).

Vários métodos de seleção da janela são sugeridos na literatura.<sup>9</sup> Este estudo opta por um método *plug-in* simples. Estes métodos geralmente utilizam a expressão correspondente ao erro quadrático médio assintótico integrado, a qual é otimizada em relação a  $h$ , gerando

$$h^* = \left[ \frac{\|K\|_2^2}{\mu_2(K)^2 \|f''\|_2^2 N} \right]^{1/5},$$

onde  $\|K\|_2^2 = \int K(z)^2 dz$  representa a integral do quadrado da função *kernel*;  $\mu_2(K) = \int z^2 K(z) dz$  corresponde ao segundo momento em relação ao *kernel* e;  $f$  é substituída por uma função densidade de probabilidade normal para simplificar.<sup>10</sup>

## 2.2.2 Construção das Bandas de Variabilidade

A construção das bandas de variabilidade representa um passo a frente em relação aos testes de significância estatística tradicionais,<sup>11</sup> pois oferece uma informação adicional: pode-se, a partir de então, identificar os pontos da distribuição, onde as possíveis mudanças deram-se de forma mais significativa. O primeiro passo para a sua construção é a determinação dos momentos amostrais da distribuição. No caso específico da densidade *kernel*, faz-se necessário o conhecimento da variância assintótica. Fan e Yao (2003) demonstram que:

$$\text{var}\{\hat{f}_h(x)\} = \frac{f(x)}{Nh} \|K\|_2^2 + o\{(Nh)^{-1}\}. \quad [2.3]$$

Onde  $o\{(Nh)^{-1}\}$  representa a convergência para zero mais rapidamente do que  $(Nh)^{-1}$ . Porém, este resultado apresenta uma dificuldade operacional: a variância assintótica depende da verdadeira densidade ( $f(x)$ ), normalmente desconhecida. Uma alternativa é utilizar o procedimento de Bowman e Azalini (1997). Baseados nas séries de Taylor, os autores sugerem que:

$$\text{var} \left\{ \sqrt{\hat{f}_h(x)} \right\} \approx \frac{1}{4} \frac{1}{Nh} \|K\|_2^2. \quad [2.4]$$

Note que, diferentemente de (2.3), a expressão (2.4) não depende da densidade desconhecida  $f$ . Sendo assim, a construção das bandas de variabilidade pode ser realizada. Porém, não obstante a importância destes resultados, este estudo opta pela utilização do *bootstrap* não-paramétrico. Como

<sup>9</sup> Para detalhes, ver Härdle (1990).

<sup>10</sup> O efeito desta simplificação é o de extra suavização da curva estimada.

<sup>11</sup> Como por exemplo, o teste de Kolmogorov-Smirnov.



já ressaltado, a inferência não-paramétrica é justificável dado que não se tem conhecimento *a priori* sobre o verdadeiro processo gerador dos dados.

Intuitivamente, o *bootstrap* não-paramétrico baseia-se na distribuição empírica. Ou seja, utiliza-se o vetor de dados  $x$  para gerar  $b$  amostras pseudo-aleatórias, onde cada elemento de  $x$  é sorteado com probabilidade  $1/N$ . Vejamos o método com maior detalhe.

Seja  $F$  uma função de distribuição populacional para as observações  $(x_i)$  e

$$T_N = T_N(x_1, \dots, x_N, F)$$

uma estatística de interesse, por exemplo, um estimador para  $\theta$ . É importante destacar que  $T_N$  é uma função de  $F$ . Deste modo, a função de distribuição acumulada (FDA) para  $T_N$ , quando os dados distribuem-se de acordo com  $F$  será:

$$G_T(x, F) = P(T_N \leq x | F).$$

Idealmente, o processo de inferência baseia-se em  $G_T(x, F)$ . Entretanto, isso torna-se impossível quando  $F$  é desconhecida.

Em um estudo influente, Efron (1979) propõe o método do *bootstrap* como uma forma de aproximação para a  $F$  desconhecida. Ou seja, buscase uma  $F_T$  que seja uma estimativa consistente para  $F$ , substituindo-a em  $G_T(\cdot)$ . Desta forma, chega-se a

$$G_T^*(x) = G_T(x, F_T),$$

onde  $G_T^*(x)$  é uma distribuição de *bootstrap*.

Desta forma, considere  $(x_i^*)$  como os dados gerados pela simulação de *bootstrap* de acordo com a distribuição  $F_T$ . Logo, as estatísticas extraídas dessa distribuição ( $T_N^* = T_N(x_1^*, \dots, x_N^*, F_T)$ ) possuirão distribuição  $G_T^*$ . Sendo assim, pode-se dizer que a estatística de *bootstrap*  $T_N^*$  possui distribuição idêntica à  $T_N$  se a FDA de  $F_T$  convergir para a FDA de  $F$ . Surge então uma pergunta: como escolher a  $F_T$ ?

Assuma  $F(x) = P((x_i) \leq (x)) = EI(x_i \leq x)$ . Onde,  $E(\cdot)$  representa o operador de esperança e  $I(\cdot)$  é uma função indicadora. Utilizando o método dos momentos chega-se a

$$F_T(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(x_i \leq x),$$

onde  $F_T$  é denominada função de distribuição empírica (FDE). O método de *bootstrap*, aqui discutido, propõe que  $F_T$  seja estimada não-parametricamente. Neste caso, pode-se assegurar que: a)  $F_T(x) \xrightarrow{P} F(x)$  e;

b)  $\sqrt{N}(F_T(x) - F(x)) \xrightarrow{d} N(0, F(x)(1 - F(x)))$ .<sup>12</sup> Ou seja, as propriedades assintóticas garantem as convergências em probabilidade e distribuição da FDE para a FDA.

O algoritmo do *bootstrap* é um método de Monte Carlo. Em resumo, considera-se: i) a amostra de tamanho  $N$  para gerar sub-amostras de igual tamanho  $n$ ; ii) os vetores resultantes ( $x_i^*$ ) serão similares aos vetores de dados ( $x_i$ ). A estatística de *bootstrap* ( $T_N^* = T_N(x_1^*, \dots, x_N^*, F_T)$ ) é calculada para cada amostra gerada. Ou seja, será estimada  $b$  vezes, dado que  $b$  corresponde ao número de réplicas. A teoria da determinação ótima das réplicas foi desenvolvida por Andrews e Buchinsky (2000). Entretanto, grandes replicações significam altos custos computacionais.

A obtenção da FDE é relativamente simples. Utilizando-se a função de distribuição empírica, cada observação será sorteada com reposição com probabilidade  $1/N$ , gerando, com isso,  $b$  amostras de tamanho equivalente.

Convém ressaltar que os estimadores de *bootstrap* são viesados. Entretanto, este vício pode ser desconsiderado quando se trabalha com grandes amostras. Neste estudo, este desvio não será considerado, por conta disso, utiliza-se o termo “bandas de variabilidade” ao invés de “intervalos de confiança”.

## 2.3 Distribuição de Renda e Bem-Estar Econômico

A avaliação do padrão de bem-estar de uma determinada sociedade deve, pelo menos em tese, considerar uma vasta gama de fatores, como: os níveis de renda, saúde, educação, segurança, saneamento, acesso à cultura e, até mesmo, à felicidade coletiva.<sup>13</sup> Entretanto, a complexidade desses fatores, bem como, sua dificuldade de operacionalização têm restringido o foco analítico apenas à “dimensão renda”. Neste sentido, há um nítido sacrifício das multi-dimensões do bem-estar, devidamente justificável pela necessidade de resultados empíricos.

Na prática, a associação entre renda e bem-estar carrega consigo um importante paradoxo da teoria econômica: a busca pelo equilíbrio entre eficiência e justiça social. Sendo a eficiência econômica retratada pela renda média da população, enquanto a justiça social é representada pela distribuição dessa renda entre os indivíduos. A sub-seção seguinte discute, com

---

<sup>12</sup> Estes resultados são garantidos, respectivamente, pela lei fraca dos grandes números e o teorema central do limite. Para detalhes, ver Hansen (2006).

<sup>13</sup> O estudo de Alesina, Di Tella e MacCulloch (2001) constitui uma importante referência na associação entre felicidade e bem-estar.

maior profundidade, a relação entre desigualdade de renda (análise estática) e bem-estar econômico, estabelecendo alguns resultados de grande relevância teórica e empírica.

### 2.3.1. Desigualdade de Renda e Bem-Estar Econômico

Atkinson (1970) estabelece a conexão entre aversão social à desigualdade e aversão individual ao risco. Em resumo, seu estudo conclui que a observação dos axiomas tradicionais da teoria da escolha sob incerteza acarreta em uma função de bem-estar social (quase) côncava, o que, por sua vez, implica em uma preferência coletiva pela igualdade. Considerando esse ponto de partida e alguns axiomas relacionados à característica da distribuição, pode-se desenvolver um instrumental capaz de mensurar o nível de bem-estar a partir de informações de renda. Neste campo de pesquisa, destacam-se, ainda, as abordagens de Shorrocks (1980, 1983) e Foster e Shorrocks (1988). Esta seção apresentará duas alternativas de mensuração de bem-estar.

Considere que a renda de uma determinada sociedade possa ser representada por  $X$ , com  $\mu_x$  correspondendo à média de  $X$  e  $L_x$  representando a forma que essa renda é distribuída entre os indivíduos. Sendo assim, a função de bem-estar pode ser escrita como:  $W(x) = f(\mu_x, L_x)$ , com  $f_\mu \geq 0$  e  $f_L \geq 0$  (derivadas parciais primeiras). Ou seja, dado um nível de desigualdade, quanto maior a renda média, maior o bem-estar ou; dada a renda média, quanto menor a desigualdade, maior o bem-estar. Porém, essa consideração torna-se complexa quando ambos os fatores variam.

Surge então o *trade-off* entre eficiência e justiça distributiva. Como traduzir um ganho de eficiência em um maior nível de bem-estar? Quais exigências devem ser impostas sobre a distribuição desse ganho entre os membros da sociedade?

Uma primeira resposta é dada pelo critério da desigualdade média, *ie*, o nível de bem-estar social gerado pela distribuição  $X$  é superior ao gerado por  $Y$  se:

$$\mu_x \geq \mu_y \quad e \quad L_x(p) \geq L_y(p), \quad \forall p \in [0, 1].$$

Onde  $\mu_i$  é a renda média de cada uma das distribuições, com  $i = x, y$ ;  $L(\cdot)$  representa a curva de Lorenz e;  $p$  corresponde a fração populacional.

Em outras palavras, esse primeiro critério assume que um aumento na eficiência acarretaria em um maior bem-estar, desde que a distribuição final desses rendimentos possuísse um nível de desigualdade igual ou inferior à

distribuição pré-existente. Neste caso, o aumento da eficiência não poderia ser acompanhado pela deterioração da justiça social.

Alternativamente, pode-se considerar uma situação onde o aumento de eficiência possa gerar um maior bem-estar, mesmo com a deterioração da justiça social, ou seja, o critério da dominância estocástica de segunda ordem. Neste caso, torna-se necessário admitir que o aumento da desigualdade seria compensado pelo incremento de renda nos estratos inferiores da distribuição. Ou seja, a distribuição  $X$  gera maior bem-estar do que  $Y$  se:

$$GL_x(p) \geq GL_y(p), \quad \forall p \in [0, 1].$$

Onde  $GL_i(p) = \mu_i L(p)$  representa a curva de Lorenz generalizada, com  $i = x, y$ .

Note que a diferença entre os dois critérios reside na ponderação dos conceitos de eficiência e justiça social. A desigualdade média atribui maior peso à justiça social. No entanto, vale salientar que o segundo critério torna possível avaliar uma situação, em que o aumento da desigualdade é compensado por um maior crescimento econômico. Por conta disso, ele é compatível com uma classe mais ampla de situações, sendo, portanto, preferível em uma avaliação empírica.

## 2.4 Resultados

### 2.4.1. Dados

Este tópico tem como objetivo discutir a natureza e a manipulação dos dados. Optou-se pela seleção da variável “renda familiar”,<sup>14</sup> oriunda da Pesquisa Nacional de Amostras por Domicílios (PNAD), realizada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), tendo como base o mês de setembro dos respectivos anos. Dados os propósitos da pesquisa, considerou-se o período de 1987 a 2005. O primeiro passo foi o da conversão das moedas e o deflacionamento.<sup>15</sup> Para tanto, utilizou-se o procedimento sugerido por Corseuil e Foguel (2002).

Duas observações devem ser feitas: a) o conceito de renda domiciliar e; b) o ajustamento por tamanho da família. Considerou-se como renda domiciliar a soma de todos os rendimentos recebidos pelos indivíduos residentes no domicílio. Em segundo lugar, aplicou-se um ajustamento por

---

<sup>14</sup> Diversos trabalhos utilizam esta variável como objeto de análise, podendo-se citar, Jenkins (1995), Burkhauser *et al* (1999) e Burkhauser, Lillard e Valenti (2001).

<sup>15</sup> Todos os valores estão expressos em Reais de janeiro de 2005.

tamanho da família. Tal ajustamento deu-se a partir da seguinte regra:  $R_{adj} = R_d/n^\varepsilon$ . Onde,  $R_{adj}$  é a renda ajustada;  $R_d$  a renda domiciliar;  $n$  o número de pessoas no domicílio e;  $\varepsilon$  a elasticidade com respeito ao tamanho da família. O parâmetro  $\varepsilon$  está relacionado à existência de economias de escala.<sup>16</sup> Considerou-se, neste estudo, um valor intermediário para a elasticidade ( $\varepsilon = 0,5$ ), seguindo uma orientação de Atkinson, Rainwater e Smeeding (1995).<sup>17</sup> Foram selecionadas apenas as rendas positivas e excluídos os *outliers* (rendas ajustadas acima de 50 mil reais).<sup>18</sup>

## 2.4.2 Análise Descritiva

O Apêndice A apresenta algumas estatísticas para a renda familiar ajustada no período de 1987 a 2005. Os dados foram divididos em *decis* de renda, tendo como base o ano de 1987. Considerando os dois extremos (1987 e 2005), observam-se pequenas reduções na desigualdade (Gini) e na polarização.<sup>19</sup> O comportamento destes indicadores mostra-se coerente. Como já mencionado, o índice de concentração de Gini não consegue captar importantes transformações na distribuição de renda no período pós-abertura comercial. Note que a polarização apresenta um comportamento crescente até o ano de 1995. A partir de então, ela declina, chegando a um patamar inferior ao de 1987 justamente no ano de 2005. A explicação teórica para este comportamento será estabelecida mais à frente.

Outras informações relevantes podem ser obtidas a partir da observação dos comportamentos médios da renda. A renda média total apresentou um pequeno aumento (cerca de 2,10%). Já nos *decis* de renda, observou-se uma queda do rendimento médio dos 10% mais pobres, em torno de -6,40%. Na verdade, esta redução vem sendo observada desde o ano de 2001. Destaca-se ainda o forte crescimento no salário médio dos 10% mais ricos (12,56%). Algumas informações a respeito do impacto de uma recessão sobre a distribuição dos rendimentos podem ser obtidas a partir da comparação entre os dados de 1987 e 1992. O primeiro destaque é a queda do salário médio to-

---

<sup>16</sup> Considere dois casos extremos: a)  $\varepsilon = 1$  inexistem economias de escala e; b)  $\varepsilon = 0$  existem economias de escala, ou seja, é possível que um número infinito de indivíduos possa viver igualmente bem em um dado domicílio.

<sup>17</sup> Convém ressaltar que foram testados outros valores para  $\varepsilon$ . No entanto, não se observaram grandes mudanças nos resultados. O Apêndice C apresenta os resultados das principais e estimações do *paper*, considerando um  $\varepsilon = 1$ .

<sup>18</sup> A análise descritiva também foi efetuada sem a retirada dos *outliers* e, embora se observe algumas mudanças pontuais, não há uma alteração relevante nos resultados.

<sup>19</sup> Utilizou-se o método robusto de Duclos, Esteban e Ray (2004) - DER, com parâmetro de *threshold*  $\tau = 1$ .

tal, em torno de -14,59%. Em seguida, nota-se uma redução significativa no rendimento médio do estrato (1), cerca de -6,40%, refletido o efeito deletério da crise sobre a camada mais pobre da população.

Grosso modo, a trajetória dos indicadores de renda sugerem uma polarização dos salários nos estratos (3-5) e (10).<sup>20</sup> Esse resultado, por sua vez, parece contribuir para a estabilidade do índice de Gini. Green, Dickerson e Arbache (2001) já haviam acenado com essa possibilidade. Segundo esses autores, o processo de abertura econômica alterou a demanda de trabalho em favor da mão-de-obra qualificada, em especial ao grupo de trabalhadores com nível superior completo. Porém, o aumento da renda relativa dos trabalhadores pouco ou não alfabetizados em relação aos trabalhadores com nível educacional intermediário parece compensar o primeiro movimento.

No Apêndice B encontram-se os dados relativos à proporção de pessoas por classe de renda. A comparação do período de 1987 a 2005 evidencia o esvaziamento dos estratos situados nas caudas da distribuição em favor do seu meio. Uma visão geral indica que o movimento dos indivíduos foi favorável principalmente aos estratos (3), (4), (5) e (6). Novamente, é interessante apontar o efeito de uma recessão sobre a distribuição de renda. Comparando 1987 a 1992, observa-se um crescimento substancial da proporção nos seis estratos inferiores em detrimento dos demais. A evolução deste indicador reflete uma “migração” rumo à cauda inferior da distribuição até o ano de 1993. No período pós-Plano Real, observa-se uma tendência à concentração dos indivíduos no meio da distribuição e a um esvaziamento das caudas.

O comportamento dos dados, em um primeiro momento, parece contrariar a hipótese do desaparecimento das classes médias brasileiras e vai de encontro às evidências encontradas para países desenvolvidos.<sup>21</sup> Porém, deve-se destacar a evolução dos estratos (7), (8) e (9). Note que eles vêm apresentando seguidas reduções até o ano de 2004. Estes estratos, na verdade, são os que melhor representam a classe média nacional.<sup>22</sup> Uma observação mais cuidadosa identifica um crescimento gradual destes grupos a partir de 2003, sugerindo uma possível reversão de tendência.

Nesse sentido, o desaparecimento da classe média pode ser entendido como um fenômeno de curto prazo desencadeado pela abertura econômica. Ou seja, considerando os moldes do modelo de Birchenall (2001), o pro-

---

<sup>20</sup> Eles apresentam a maior média de crescimento ao longo dos anos, respectivamente, 0,59, 0,48 e 13,88.

<sup>21</sup> Em resumo, os estudos relacionados aos EUA, Inglaterra e Alemanha, apontam para um forte aumento da proporção de indivíduos nas extremidades em detrimento do meio da distribuição. Ver Burkhauser *et al* (1999) e Aebi, Neusser e Steiner (2001).

<sup>22</sup> Devido à grande disparidade de renda e concentração de indivíduos no extremo inferior da distribuição, não se pode considerar como classe média as unidades situadas próximas à mediana.

cesso de liberalização comercial altera a demanda por mão-de-obra no curto prazo, polarizando os rendimentos nos grupos de trabalhadores qualificados e não-qualificados, gerando um esvaziamento no meio da distribuição. Este movimento interfere na decisão do agente em investir em capital humano, aumentando as mobilidades educacional e de renda. No longo prazo, quando as novas tecnologias tornam-se mais acessíveis, a importância da qualificação declina e a distribuição retorna a um comportamento uni-modal, porém, em um patamar mais elevado de renda. Este suporte teórico fornece uma explicação para o comportamento do índice de polarização no Brasil. Observou-se um crescimento desta estatística no período pós-abertura. Entretanto, houve uma desaceleração deste crescimento, fazendo com que, em 2005, ele retornasse a patamares inferiores aos observados no final da década de 1980.

Os movimentos de curto-prazo e a alteração nas mobilidades educacional e de renda já haviam sido detectadas por Figueirêdo, Netto Junior e Pôrto Junior (2007). Já as evidências do declínio do rendimento relativo dos trabalhadores mais qualificados foram estabelecidas em Gonzaga, Menezes Filho e Terra (2006). Neste contexto, os dados relativos a 2005 sugerem uma reversão na tendência, iniciando a consolidação de uma perspectiva de longo prazo.

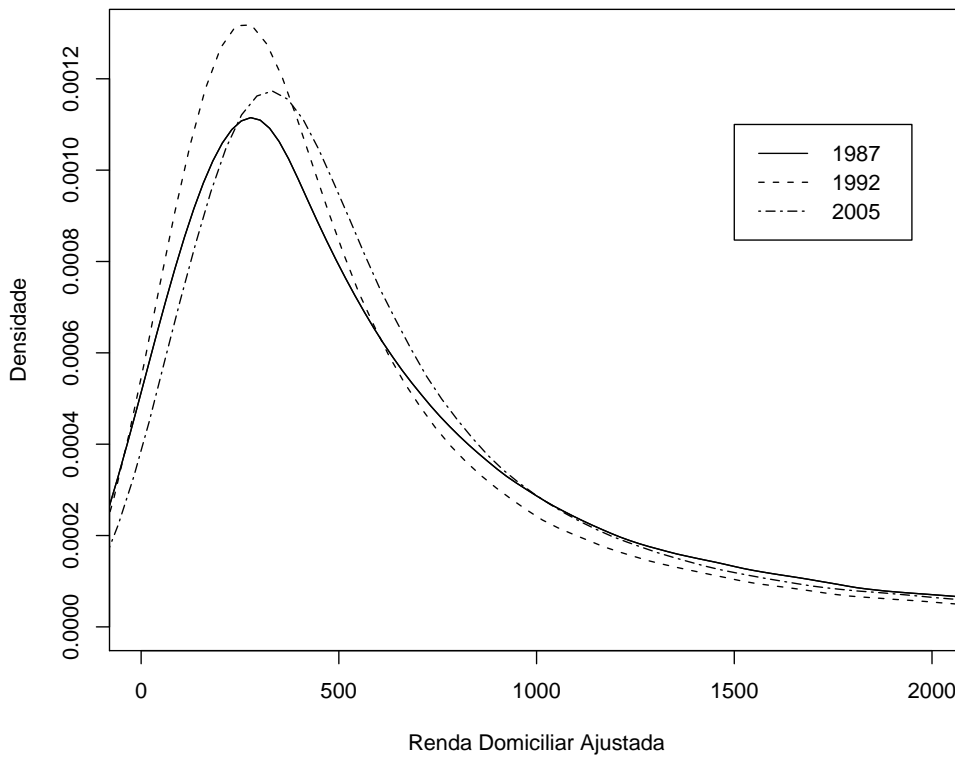
### 2.4.3 Significância Estatística e Bem-estar Econômico

Os indicadores tradicionais apontaram algumas mudanças relevantes no padrão da distribuição de renda brasileira. Porém, a observação de uma estimativa para as densidades da renda possibilitará um melhor entendimento para o processo. A Figura 4.1 apresenta as estimações das densidades *kernel* para a renda domiciliar ajustada nos anos de 1987, 1992 e 2005.

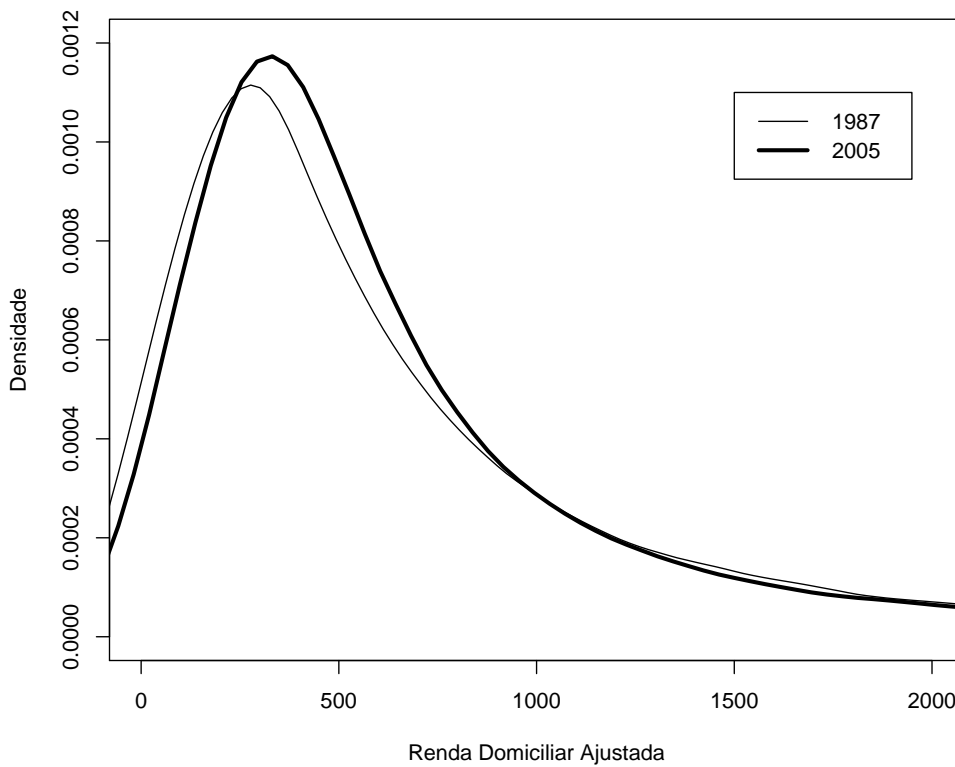
Observa-se claramente uma mudança no padrão distributivo nos períodos considerados. Em primeiro lugar, nota-se que o ano de 1992 apresenta uma concentração de renda em um nível inferior ao de 1987. Em seguida, a densidade de 2005 desloca-se para direita, representando uma “melhoria” na distribuição dos rendimentos.<sup>23</sup> A comparação de 1987 e 2005 pode ser melhor visualizada na Figura 4.2. A inspeção visual reforça as evidências encontradas anteriormente, ou seja, houve uma “melhora” na distribuição dos rendimentos.

---

<sup>23</sup> Vale salientar que, por enquanto, a expressão “melhoria” não está relacionada com um nível mais elevado de bem-estar. Esta conexão será considerada mais adiante.



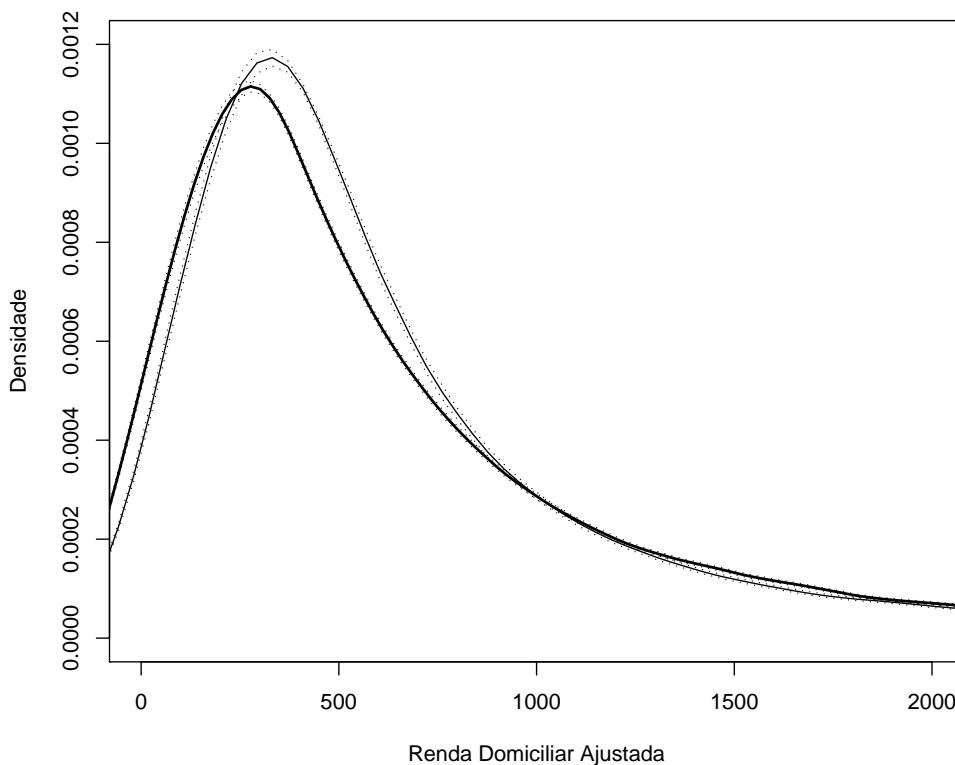
**Figura 4.1:** Distribuição de Renda no Brasil, 1987, 1992 e 2005.



**Figura 4.2:** Distribuição de Renda no Brasil, 1987 e 2005.



No entanto, qual o nível de confiabilidade dessas estimações? É sabido que os movimentos das densidades *kernel*, à luz da análise estocástica, podem estar associados a variações puramente aleatórias. Com o intuito de verificar a significância estatística das alterações na renda, considerou-se a construção das bandas de variabilidade a partir do *bootstrap* não-paramétrico. Foram geradas 1000 amostras de tamanho 67.168, para 1987, e 1000 amostras de tamanho 113.325, para 2005. Em seguida, estimaram-se os desvios padrões das densidades *kernel*. As estimações podem ser visualizadas na Figura 4.3.



**Figura 4.3:** Bandas de Variabilidade, 1987 e 2005.

Considera-se significativa a alteração ocorrida fora das bandas de variabilidade. Neste sentido, as mudanças significativas foram observadas na cauda inferior e no “meio” da distribuição. Logo, pode-se concluir que os movimentos observados na distribuição de renda brasileira devem ser relevantes. Ou seja, no que se refere ao ponto de vista estático, as transformações ocorridas no período desencadearam um movimento estatisticamente significativo no padrão distributivo brasileiro.

Solucionada a controvérsia quanto a mudança estática, resta estabelecer o impacto deste movimento sobre o nível de bem-estar econômico. Para tanto, serão considerados os cálculos das curvas de Lorenz e Lorenz generalizada. A Tabela 4.1 apresenta os resultados das estimações.

**Tabela 4.1:** Curvas de Lorenz e de Lorenz Generalizada

Anos	Curva de Lorenz									
	Estratos Populacionais %									
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	95
1987	0,01	0,02	0,05	0,09	0,14	0,20	0,29	0,40	0,58	0,72
2005	0,02	0,03	0,07	0,11	0,16	0,23	0,31	0,42	0,59	0,73
Anos	Curva de Lorenz Generalizada									
	Estratos Populacionais %									
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	95
1987	9	25	48	79	120	173	244	340	489	610
2005	12	33	62	99	144	201	272	368	511	626

**Fonte:** Dados da pesquisa. Intervalos fechados à esquerda.

Observe que, para todas as frações de renda, os valores calculados para o ano de 2005 mostram-se superiores aos de 1987. Indicando que a densidade para 2005 domina estocasticamente, em primeira e segunda ordens, a densidade de 1987. Sendo assim, os resultados indicam que as transformações ocorridas na distribuição de renda brasileira impactaram de forma positiva sobre o nível de bem-estar econômico. E mais, não há contradição entre os critérios da desigualdade média (Lorenz) e de dominância estocástica de segunda ordem (Lorenz Generalizada). Deste modo, não obstante a permanência do Brasil no topo do *ranking* da concentração de renda mundial,<sup>24</sup> os avanços distributivos se deram preservando o equilíbrio entre eficiência e justiça distributiva.

<sup>24</sup> Ver United Nations Development Program (2006).

## 2.5 Considerações Finais

O estudo de Figueirêdo, Netto Junior e Pôrto Junior (2007) detectou que os indicadores tradicionais de concentração, em especial, o índice de Gini, são insuficientes para captar as transformações ocorridas na distribuição de renda brasileira no período pós-abertura comercial. Em resumo, constatou-se o crescimento no índice de polarização de renda aliado a uma “melhoria” na distribuição dos rendimentos. Entretanto, estes resultados fomentam as seguintes questões: primeiro, dado que todos os indicadores são estocásticos, qual a significância estatística das alterações ocorridas na distribuição de renda? Segundo, a “melhoria” observada reflete um maior nível de bem-estar econômico?

Tendo estes questionamentos como ponto de partida, este estudo buscou verificar a significância estatística da mudança na distribuição de renda brasileira, no período de 1987 a 2005, e sua relação com nível de bem-estar econômico. Utilizou-se, basicamente, a análise descritiva, a inferência não-paramétrica e o cálculo das dominâncias estocásticas.

Os resultados atestaram a significância estatística das alterações na distribuição de renda. Observou-se que a densidade de renda para o ano de 2005, relativamente ao ano de 1987, é caracterizada pela concentração de indivíduos no meio da distribuição, sugerindo um processo de reversão do desaparecimento da classe média brasileira.

Os cálculos das dominâncias estocásticas de primeira e segunda ordens indicam que houve um impacto positivo sobre o nível de bem-estar. E mais, os avanços distributivos deram-se preservando o equilíbrio entre eficiência e justiça distributiva.

Por fim, deve-se ressaltar que os resultados estão relacionados apenas ao ponto de vista estático. Ou seja, o estudo silencia no que se refere à mensuração da mobilidade e sua relação com o bem-estar econômico. Logo, ele também pode ser questionado em duas frentes: qual o grau de mobilidade de renda observado no Brasil? e; em quanto esta mobilidade impacta no bem-estar econômico?

## 3. A Dinâmica da Distribuição de Renda Brasileira

### 3.1 Introdução

A alta e persistente iniquidade de renda brasileira tem tomado lugar de destaque no cenário internacional. Isto porque, após sofrerem um grande impulso na década de 1960, os indicadores de concentração de renda mantiveram-se em patamares elevados e estáveis no período compreendido entre 1970 e 2000. Tal característica tem contribuído para a permanência do Brasil no topo do *ranking* mundial da desigualdade, fazendo do país uma referência negativa no aspecto da distribuição dos rendimentos.<sup>25</sup>

Entretanto, algumas transformações recentes vêm provocando uma reversão desta tendência, caracterizando um ponto de inflexão na trajetória das medidas de desigualdade.<sup>26</sup> Neste contexto, destacam-se os efeitos diretos e indiretos do Plano Real, ou seja: a) o controle da inflação e a consequente estabilidade econômica foram determinantes para a redução dos índices de concentração ao mesmo tempo em que criaram um cenário favorável para a adoção dos programas de transferência de renda<sup>27</sup> e; b) os impactos do processo de abertura comercial e a resultante alteração na estrutura de qualificação dos trabalhadores, com rebatimento direto sobre a distribuição salarial.<sup>28</sup>

Tais características fomentam a curiosidade científica e popular em torno do fenômeno da distribuição dos rendimentos brasileiros, justificando a implementação de um estudo direcionado a esta temática. Porém, convém ressaltar que a adoção de uma estratégia voltada para à compreensão da distribuição da renda deve considerar dois elementos: a) o estático, associado ao nível de desigualdade, geralmente captado por indicadores de concentração

---

<sup>25</sup> Ver Neri (2006) e United Nations Development Program (2006).

<sup>26</sup> Esta mudança torna-se visível a partir de 2001, onde os indicadores declinam para os níveis mais baixos desde a metade da década de 1970. Para detalhes, ver o endereço eletrônico do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada: <http://www.ipeadata.gov.br>.

<sup>27</sup> Ver Barros, Henriques e Mendonça (2001) e Neri (2006).

<sup>28</sup> Ver Figueirêdo, Netto Junior e Pôrto Junior (2007).

e; b) o dinâmico, relacionado à noção de “mobilidade de renda”.<sup>29</sup> A separação entre os dois campos de pesquisa constitui uma importante referência para a execução de um trabalho empírico. É sabido que a maioria dos estudos buscam investigar a distribuição de renda apoiando-se no conceito de desigualdade, sem preocupar-se com o seu complementar. No entanto, as discussões em torno do conceito e da origem da mobilidade de renda, bem como os esforços no sentido de sua mensuração, têm ocupado cada vez mais espaço na literatura econômica.

A mobilidade pode ser entendida como a evolução da desigualdade ao longo do tempo, dado que, na prática, os indivíduos e/ou famílias mudam constantemente suas posições econômicas. Esse movimento, por sua vez, pode estar associado a diversos fatores: ciclos econômicos, modificação do nível educacional, promoções, migração, divórcios, entre outros.

Como já ressaltado, um número crescente de estudos tem se preocupado com a discussão da mobilidade de renda. Grosso modo, a literatura pode ser dividida em três grupos de pesquisa: a) o primeiro, denominado de abordagem “axiomática”, ocupa-se com a formulação de índices e com a discussão de suas propriedades. Neste contexto, podem-se citar as contribuições de Shorrocks (1978), Bartholomew (1982), Geweke, Marshall e Zarkin (1986) e Fields e Ok (1996); b) o segundo grupo busca a associação entre a dinâmica da desigualdade e o nível de bem-estar econômico. Os estudos de Atkinson (1981), Atkinson e Bourguignon (1982), Dordanoni (1992) e Gottschalk e Spolaore (2002) constituem uma importante referência para esse tópico e; c) por fim, o terceiro grupo que destaca as investigações empíricas que, embora sejam constituídas de um grande número de estudos, utilizando-se de diversas metodologias, restringem-se a um pequeno grupo de países.<sup>30</sup>

Neste contexto, a investigação empírica merece uma atenção especial. A extração de informações dinâmicas requer que uma amostra de indivíduos seja observada em diversos pontos no tempo (ou pelo menos em dois). Em outras palavras, é necessário que o painel de dados identifique cada pessoa (ou família) durante um determinado período. Tal exigência, aliada à inexistência de painéis de dados com estas características, fez com que esse campo

---

<sup>29</sup> O conceito de mobilidade de renda pode ser melhor entendido a partir da analogia do hotel de Joseph Schumpeter: suponha que um determinado hotel possua quartos mais luxuosos nos andares de cima e de baixa qualidade nos andares inferiores. Logo, quanto mais alto o andar, melhor a qualidade dos quartos. Suponha ainda que os indivíduos ao entrarem no hotel, ocupam os quartos de baixo e, com o passar do tempo, vão mudando para o andar imediatamente superior. Sendo assim, a desigualdade estaria associada à quantidade de andares e à sua distribuição entre os hóspedes. Já a mobilidade diz respeito ao grau em que os indivíduos mudam de andar ao longo do tempo.

<sup>30</sup> Mais especificamente aos casos norte-americano e alemão. Sugerem-se às leituras de Gottschalk (1997), Trede (1998), Morillo (1999) e Aebi, Neusser e Steiner (2001).

de pesquisa fosse, sistematicamente, negligenciado pela literatura empírica brasileira.

Felizmente, algumas abordagens estatísticas propõem soluções para este impedimento.<sup>31</sup> Para tanto, necessitam-se, apenas, das informações percentuais dos indivíduos em cada estrato de renda ano a ano. Em sua maioria, os métodos de estimação têm como resultado uma matriz de transição *markoviana*, que, por sua vez, possibilita a geração de um indicador de mobilidade nos moldes de Shorrocks (1978).

Tendo esses fatos como suporte, conclui-se que uma agenda de pesquisa orientada para a investigação da distribuição de renda brasileira deve abranger as duas dimensões deste fenômeno. Em um estudo recente, Figueirêdo e Ziegelmann (2006) cumprem uma parte desta exigência. Em resumo, os autores detectaram, a partir de instrumentais estáticos, uma alteração significativa na distribuição dos rendimentos no Brasil, caracterizada pelo incremento dos estratos de renda intermediários, em detrimento das extremidades. Este movimento, por sua vez, mostrou-se compatível com um nível maior de bem-estar econômico. No entanto, não obstante a importância destes resultados, o estudo silencia no que se refere à mensuração da mobilidade.

Com vistas a preencher este espaço, este estudo tem como objetivo mensurar o grau de mobilidade de renda no Brasil no período de 1987 a 2005. Para tanto, serão consideradas a abordagem axiomática da mobilidade e a construção de uma matriz de transição *markoviana*, a partir do instrumental dinâmico desenvolvido por Aebi, Neusser e Steiner (1999). Em seguida, serão efetuados os cálculos dos índices de mobilidade contidos em Prais (1955) e Shorrocks (1978).

Por fim, o artigo está organizado como segue. A segunda seção discute as suposições relacionadas às propriedades *markovianas*. A terceira seção é destinada à apresentação dos métodos de inferência. A quarta é reservada para a apresentação e discussão dos resultados. As considerações finais serão realizadas na quinta seção.

### 3.2 Distribuição de Renda: Análise Dinâmica

O principal objetivo de um estudo relacionado à mobilidade econômica é quantificar o movimento da distribuição do bem-estar ao longo do tempo.

---

<sup>31</sup> A maioria dos estudos baseia-se no cálculo de entropias relativas à exceção de Lee, Judge e Zellner (1977). Ver Adelman *et al* (1994), Golan, Judge e Miller (1996) e Aebi, Neusser e Steiner (1999).

Neste contexto, destacam-se quatro aspectos metodológicos. Primeiro, os dados referentes às unidades econômicas devem ser identificados e acompanhados ao longo do tempo. Segundo, a análise pode ser empregada em uma grande variedade de unidades econômicas. Normalmente, utilizam-se indivíduos ou famílias. Terceiro, várias dimensões do bem-estar podem ser investigadas, no entanto, a dimensão renda é a mais utilizada. Finalmente, os estudos concentram-se na comparação do ano inicial com o ano final.

Tais características favorecem a utilização das matrizes de transição *markovianas* como uma ferramenta de captação do grau de mobilidade econômica. Entretanto, sua adoção carrega consigo uma hipótese fundamental: a evolução da distribuição de renda, ao longo do tempo, será governada por um processo de Markov de primeira ordem. Sendo assim, a distribuição dos rendimentos seguirá um processo estocástico representado por uma matriz de transição que, sob certas circunstâncias, convergirá para um equilíbrio independente da distribuição inicial. Nesta seção, serão destacadas as principais suposições relativas a este modelo. Para tanto, considera-se, como ponto de partida, uma matriz hipotética  $A$ , representando a transição da renda entre dois pontos no tempo (I e II):

$$A = \begin{pmatrix} 0.64 & 0.29 & 0.04 & 0.03 & 0.00 \\ 0.14 & 0.56 & 0.26 & 0.03 & 0.01 \\ 0.02 & 0.22 & 0.54 & 0.21 & 0.01 \\ 0.01 & 0.04 & 0.27 & 0.54 & 0.14 \\ 0.00 & 0.01 & 0.05 & 0.27 & 0.67 \end{pmatrix}.$$

A matriz de transição constitui a base para os modelos de cadeias de Markov. Os elementos de  $A$  representam a proporção dos indivíduos que estavam na classe  $i$  no ano I e migraram para a classe  $j$  no ano II, ou seja, a probabilidade de transição ( $p_{ij}$ ). Sendo assim, observando a primeira linha da matriz, pode-se afirmar que o indivíduo que se encontrava no primeiro *quintil* de renda no ano I possui as seguintes probabilidades de transição: 64% de permanecer no mesmo patamar; 29% de transitar para o segundo estrato; 4% de passar para o terceiro; 3% de ir para o quarto estrato e; probabilidade igual a zero de alcançar o topo da distribuição. Uma análise similar pode ser empregada nas outras linhas da matriz.

Estabelecida a base para o modelo *markoviano*, destacam-se as seguintes suposições:

**(S1) Homogeneidade da população:** a probabilidade de transição é igual para todos os indivíduos pertencentes à classe de renda investigada.

**(S2) Processo Markoviano de Primeira Ordem:** a posição atual dos

indivíduos, tempo  $m$ , dependerá apenas do passado imediatamente anterior ( $m - 1$ ).

**(S3) Homogeneidade do Tempo:** as probabilidades de transição,  $p_{ij}$ , permanecerão constantes o longo do tempo.

Desta forma, o processo de evolução da renda poderá ser descrito por  $n(t_m) = n(t_{m-1})P$ . Onde  $n(t_m)$  representa o vetor de proporções de pessoas em cada classe de renda,  $m$  períodos depois de iniciado o processo. Como já ressaltado, sob estas circunstâncias, o processo convergirá para um equilíbrio estacionário único, de forma que a distribuição de equilíbrio,  $n^*$ , não dependa da distribuição inicial  $n(t_0)$ .

A associação entre o processo *markoviano* e a distribuição de renda ao longo do tempo foi desenvolvida por Champernowne (1953). A partir de então, esta estratégia tem sido amplamente explorada pela literatura especializada.<sup>32</sup> Vale salientar que esta abordagem não constitui a única alternativa para a investigação da dinâmica da distribuição dos rendimentos. Alguns modelos *não-markovianos* podem ser encontrados na literatura como, por exemplo, o desenvolvido por Lydall (1974).<sup>33</sup>

Realizada a apresentação das suposições referentes à dinâmica da distribuição de renda, resta discutir o método de estimação utilizado para inferir as matrizes de transição. Este ferramental e as dificuldades relativas à sua implementação, serão apresentados na próxima seção.

### 3.3 Métodos de Inferência

A discussão estabelecida na seção 2 destacou a adequação teórica das propriedades *markovianas* à evolução da renda ao longo do tempo e; o conseqüente favorecimento da utilização das matrizes de transição como uma ferramenta de captação do grau de mobilidade econômica. Entretanto, este último tópico merece uma atenção especial, pois a natureza dos dados nem sempre possibilita a implementação desta estratégia.

Por exemplo, a análise da dinâmica de renda brasileira apresenta uma dificuldade considerável: a Pesquisa Nacional de Amostras por Domicílios (PNAD), principal fonte de dados, não fornece as informações relativas a

---

<sup>32</sup> No âmbito da distribuição pessoal da renda, destacam-se, entre outros, Shorrocks (1976), Gottschalk (1997) e Aebi, Neusser e Steiner (2001). Já o estudo de Quah (1996) utiliza a abordagem de Markov para investigar o processo de convergência de renda entre as nações.

<sup>33</sup> Em resumo, o autor sugere que a distinção entre a renda permanente e transitória pode invalidar algumas considerações do modelo.



cada indivíduo (ou família) ano a ano. Ou seja, o indivíduo na posição  $i$  no vetor do ano base (1987) não corresponde ao mesmo indivíduo na posição  $i$  no vetor do ano final (2005). É possível dispor apenas das informações percentuais referentes ao número de observações dentro de cada estrato de renda nos diversos anos considerados. Tal característica impossibilita a implementação de modelos baseados nas matrizes de transição *markovianas* tradicionais e parece ter inibido a pesquisa em torno da dinâmica da renda brasileira.

Felizmente, alguns métodos alternativos estão disponíveis na literatura. Neste contexto, destacam-se os estudos de Lee, Judge e Zellner (1977), Adelman *et al* (1994) e Golan, Judge e Miller (1996). Recentemente, o instrumental, proposto por Aebi, Neusser e Steiner (1999), juntou-se às abordagens anteriores, apresentando, pelo menos, uma vantagem: a capacidade de extrair informações dinâmicas a partir de apenas dois vetores no tempo. Para tanto, considera-se que a transição de renda entre os dois períodos pode ser estimada “otimamente” a partir de critérios iterativos, de modo a minimizar a distância entre os processos de transição de renda “calculado” e “verdadeiro”.

O critério de otimização baseia-se no cálculo das entropias relativas,<sup>34</sup> ancorado no princípio fundamental da “estatística mecânica”, qual seja: o processo de transição de renda selecionado deverá representar a alternativa mais provável dentro de todas as opções possíveis.<sup>35</sup> A subseção seguinte explorará, com maiores propriedades, os argumentos aqui apresentados e destacará a construção da matriz de transição *markoviana*. Na subseção 3.2, serão discutidos os índices de mobilidade contidos nos estudos de Prais (1955) e Shorrocks (1978).

---

<sup>34</sup> Normalmente, este conceito é utilizado quando os dados apresentam algum tipo de limitação (observações incompletas, pequenas amostras ou má especificação do processo gerador). Entretanto, não obstante à sua importância, ele não é muito explorado pela literatura econométrica. Mesmo assim, alguns exemplos podem ser listados: a) White (1982) desenvolve um estimador de máxima verossimilhança para o caso de uma má especificação do modelo; b) Kitamura e Stutzer (1997) propõem um estimador similar ao de GMM, entretanto, com relativa robustez frente a pequenas amostras e; c) Golan, Judge e Miller (1996) sintetizam a utilização das entropias em diversas áreas da econometria (modelos lineares, não-lineares e dinâmicos).

<sup>35</sup> Neste contexto, a captação da dinâmica da distribuição da renda será equivalente ao ajustamento das células de probabilidade para as tabelas de contigência, onde, só as distribuições marginais são observadas. Este problema da física mecânica foi amplamente explorado por estudos estatísticos. Para detalhes, ver Aebi (1997).

### 3.3.1 Dinâmica de Renda em Dados de Corte

O objetivo desta subseção é apresentar o método de ajustamento proposto por Aebi, Neusser e Steiner (1999). Para tanto, deve-se considerar algumas suposições iniciais: a) a renda dos  $N$  indivíduos distintos segue uma seqüência de densidades  $\{q_t\}$ , com  $t \in \{0, 1, \dots\}$ ; b) a evolução desta distribuição de renda dá-se a partir de uma cadeia de Markov ao longo do tempo, com distribuição inicial  $q_0$  e; c) cada densidade  $q_t$  pode ser discretizada em  $k$  partições (estratos de renda). Com isso, a seqüência de  $k$ -vetores  $\{(q_{1,t}, \dots, q_{k,t})'\}$  possuirá as seguintes propriedades:  $q_{i,t} \geq 0$  e  $\sum_{i=1}^k q_{i,t} = 1$ , com  $t \in \{0, 1, \dots\}$ .

Admite-se ainda que a distribuição conjunta entre dois períodos,  $t$  e  $s$ , com  $s > t$ , possa ser representada por uma função bi-dimensional  $F = (F_{i,j})_{i,j=1,\dots,k}$ . Onde,  $F_{i,j}$  denotará a probabilidade do indivíduo estar na classe  $i$  no período inicial ( $t$ ) e migrar para a classe  $j$  no período final ( $s$ ).

Neste contexto,  $F$  será um processo estocástico não-observado que representa a “história” da distribuição da renda entre os dois períodos. Isto posto, considera-se que a dinâmica da renda entre os períodos poderá ser captada, indiretamente, por uma matriz de transição de probabilidades  $P = (p_{i,j})_{i,j=1,\dots,k}$  e; pela proporção de indivíduos nos  $k$  estratos de renda no tempo ( $t$ ), dada por  $\vartheta = (\vartheta_1, \dots, \vartheta_k)'$ . Sendo assim, define-se a densidade  $F$  como o produto de uma distribuição arbitrária  $\vartheta$  e uma matriz de transição  $P$ :

$$F = \text{diag}(\vartheta)P, \quad [3.1]$$

onde o operador  $\text{diag}(\cdot)$  transforma o vetor  $k \times 1$  em uma matriz  $k \times k$ . Normalmente, a definição (3.1) não é compatível com as distribuições  $q_t$  e  $q_s$ , tornando necessária a implementação de um ajustamento. Ou seja, será considerado que a  $F$ -ajustada ( $F^{adj}$ ) satisfaz:

$$q_t = F^{adj} \iota, \quad q_s = (F^{adj})' \iota. \quad [3.2]$$

Onde  $\iota$  representa um vetor  $k \times 1$  com todos os elementos iguais a um. As condições representadas em (3.2) são denominadas de “restrições de continuidade” ou “condições inicial e final”.

Sendo assim, o método de ajustamento, aqui discutido, consiste em: a) computar as probabilidades de observação de cada processo de transição de renda particular e; b) selecionar o processo com menor taxa de convergência para zero em probabilidade. Em outras palavras, supõe-se a existência de infinitas densidades  $F$ , cada uma associada a uma probabilidade de

ocorrência<sup>36</sup> e; implementa-se um critério de otimização com o objetivo de selecionar a transição de renda “mais provável”. O cálculo das probabilidades é realizado a partir do método de máxima verossimilhança. Já a seleção da  $F$  “mais provável” deve considerar que a probabilidade de se observar um processo particular converge para zero na medida que o número de indivíduos tende para infinito ( $N \rightarrow \infty$ ). Desta forma, admite-se o “princípio dos grandes desvios”, ou seja, a  $F^{adj}$  escolhida deverá apresentar a menor convergência para zero em probabilidade, dentro do conjunto de todas as densidades bi-dimensionais ( $\zeta$ ). Vejamos o método de ajustamento com maiores detalhes.

Como já ressaltado, o primeiro passo consiste na determinação da probabilidade de se observar uma transição de renda particular. Sob a hipótese de que as rendas dos  $N$  indivíduos são independentes, esta probabilidade será:

$$\prod_{i,j=1}^k (\vartheta_i p_{i,j})^{\Gamma_{i,j}},$$

onde  $\Gamma_{i,j}$  denota o número de pessoas que estavam no estrato  $i$  e migraram para o estrato  $j$ , no período considerado. Sabe-se que a transição de renda, dos  $N$  indivíduos, entre as densidades  $q_t$  e  $q_s$ , pode ser realizada a partir de diversos “caminhos”. Estas várias possibilidades são sintetizadas pelo arranjo:

$$\binom{N}{\Gamma_{11}} \binom{N - \Gamma_{11}}{\Gamma_{12}} \binom{N - \Gamma_{11} - \Gamma_{12}}{\Gamma_{13}} \dots \binom{N - \sum_{j=1}^k \Gamma_{1j}}{\Gamma_{21}} \dots \\ \binom{N - \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=1}^{k-1} \Gamma_{ij} - \sum_{j=1}^{k-1} \Gamma_{kj}}{\Gamma_{kk}} = \frac{N!}{\prod_{i,j=1}^k \Gamma_{ij}!}.$$

Sendo assim, a probabilidade de realização de um trajetória particular ( $\Gamma$ ) será calculada a partir da seguinte fórmula:

$$P_N(\Gamma | \text{diag}(\vartheta)P) = \frac{N!}{\prod_{i,j=1}^k \Gamma_{ij}!} \prod_{i,j=1}^k (\vartheta_i p_{i,j})^{\Gamma_{i,j}} = N! \prod_{i,j=1}^k \frac{(\vartheta_i p_{i,j})^{\Gamma_{i,j}}}{\Gamma_{ij}!}. \quad [3.3]$$

Estabelecido o cálculo das probabilidades, resta selecionar a transição de renda que mais se aproxime do processo “verdadeiro”. Para tanto, adota-se uma hipótese fundamental da estatística mecânica:<sup>37</sup> a densidade bi-dimensional selecionada representará o processo de transição de renda “mais

<sup>36</sup> Esta suposição é assegurada pelo estudo de Csiszár (1975), onde observa-se que o conjunto de densidades bi-dimensionais que satisfazem (3.2), denominado de  $\zeta$ , contém infinitos elementos.

<sup>37</sup> Para detalhes, ver o capítulo 1 de Ellis (1986).

provável” dentre as demais densidades pertencentes a  $\zeta$ . A consideração deste princípio será equivalente a minimizar a convergência de (3.3) para zero. Ou seja, minimizar:<sup>38</sup>

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \log P_N(\Gamma | \text{diag}(\vartheta)P) = -H(\psi | \text{diag}(\vartheta)P), \quad [3.4]$$

onde  $\psi = (\psi_{i,j})$  denota a matriz  $\Gamma/N = (\Gamma_{i,j}/N)$ . A função  $H(\cdot | \text{diag}(\vartheta)P)$  é denominada de entropia relativa para a distribuição bi-dimensional  $\psi$  com respeito a  $\text{diag}(\vartheta)P$ , sendo definida por:

$$H(\psi | \text{diag}(\vartheta)P) = \sum_{i,j} \psi_{i,j} \log \left( \frac{\psi_{i,j}}{\vartheta P} \right). \quad [3.5]$$

Ellis (1986) demonstra que  $H(\cdot | \text{diag}(\vartheta)P)$  é uma função não-negativa e estritamente convexa. Note que (3.5) possuirá um ínfimo igual a zero se  $\psi = \text{diag}(\vartheta)P$ . Sendo assim, a entropia relativa mensura a distância entre os processos calculado ( $\text{diag}(\vartheta)P$ ) e não-observado ( $\psi$ ). Portanto, o processo de otimização consistirá na minimização de (3.5) sujeito às restrições de continuidade (3.2). O *lagrangeano* para este problema será:

$$L = \sum_{i,j} \psi_{i,j} \log \left( \frac{\psi_{i,j}}{\vartheta_i p_{i,j}} \right) - \sum_{i,j} \lambda_{i,t} \left( \sum_{i,j} \psi_{i,j} - q_{i,t} \right) - \sum_{i,j} \lambda_{j,s} \left( \sum_{i,j} \psi_{i,j} - q_{j,s} \right). \quad [3.6]$$

Em (3.6),  $\lambda_{i,t}$  e  $\lambda_{j,s}$  são os  $2k$  multiplicadores de Lagrange associados a restrição (3.2). De acordo com o corolário 3.3 de Csiszár (1975), o problema possuirá solução se pelo menos um dos processos de transição de renda satisfizer a restrição (3.2). A convexidade estrita da entropia relativa, por sua vez, garante a existência de uma solução única.

A solução ótima é obtida a partir da diferenciação de (3.6) em relação a  $\psi_{i,j}$ . Igualando a condição de primeira ordem a zero, obtém-se:

$$F^{adj} = \Phi_t F \Phi_s. \quad [3.7]$$

Onde  $\Phi_t = \text{diag}(\phi_{1,t}, \dots, \phi_{k,t})$  e  $\Phi_s = \text{diag}(\phi_{1,s}, \dots, \phi_{k,s})$  correspondem às exponenciais dos multiplicadores de Lagrange, associados às condições inicial

---

<sup>38</sup> Para detalhes, ver o capítulo 1 de Golan, Judge e Miller (1996).

e final. Na mecânica quântica, esses elementos são conhecidos como os multiplicadores de Schrödinger.<sup>39</sup> Note que, se todos os multiplicadores forem iguais a um, não haverá ajustamento, indicando que  $F$  satisfaz (3.2).

Os multiplicadores de Schrödinger podem ser obtidos a partir da diferenciação de (3.6) em relação a  $\lambda_{i,t}$ , gerando o “sistema de Schrödinger”:<sup>40</sup>

$$\begin{aligned} \phi_{it} \vartheta_i \sum_{j=1}^k p_{ij} \phi_{js} &= q_{it}, \\ \left( \sum_{i=1}^k \phi_{it} \vartheta_i p_{ij} \right) \phi_{js} &= q_{js}. \end{aligned}$$

Feito isto, o cálculo da matriz de transição torna-se relativamente simples. Definindo  $P^{adj}$  como a matriz de transição ótima e sabendo que no ponto de ótimo  $F^{adj} = P^{adj} q_{it}$ , então, a partir de uma pequena manipulação algébrica e da consideração do “sistema de Schrödinger”, chega-se a:

$$P^{adj} = \frac{F^{adj}}{q_{it}} = \frac{\phi_{it} \vartheta_i p_{ij} \phi_{js}}{\phi_{it} \vartheta_i \sum_{j=1}^k p_{ij} \phi_{js}} = \frac{p_{ij} \phi_{js}}{\sum_{j=1}^k p_{ij} \phi_{js}},$$

resultando em:

$$P^{adj} = \tilde{\Phi}_s^{-1} P \Phi_s. \quad [3.8]$$

Onde  $\tilde{\Phi}_s = \text{diag}(\tilde{\phi}_{1,s}, \dots, \tilde{\phi}_{k,s}) = \text{diag}(\sum_{j=1}^k p_{1,j} \phi_{j,s}, \dots, \sum_{j=1}^k p_{k,j} \phi_{j,s})$  com  $P = (p_{ij})$ . Note que o ajustamento da matriz  $P$  só dependerá dos multiplicadores relacionados à condição final. A expressão (3.8) conterá as informações dinâmicas da renda no período considerado e sua análise segue os moldes das matrizes *markovianas* tradicionais.

### 3.3.2 Índices de Mobilidade de Renda

Segundo Shorrocks (1978), o índice de mobilidade corresponde a uma função real  $M(\cdot)$ , definida sobre o conjunto de matrizes de transição  $\mathcal{P}$ . A partir de então, alguns axiomas são impostos.

**(N) Normalização:**  $0 \leq M(P) \leq 1, \quad \forall P \in \mathcal{P}.$

<sup>39</sup> Ver Aebi e Nagasawa (1992) e Aebi (1996).

<sup>40</sup> Este sistema é solucionado a partir de um critério computacional iterativo denominado de *Iterative Proportional Fitting Procedure* (IPFP) desenvolvido por Deming and Stephan (1940).

**(M) Monotonicidade:**  $P \succ P' \leftrightarrow M(P) > M(P')$ .

**(I) Imobilidade:**  $M(I) = 0$ .

**(MP) Mobilidade Perfeita:**  $M(P) = 1$ , se  $P = ux'$ , onde  $u = (1, \dots, 1)'$  e  $x'u = 1$ .

O primeiro axioma restringe a variação do índice ao intervalo  $[0, 1]$ . O segundo associa as características da matriz de transição ao indicador de mobilidade. Ou seja, se uma matriz  $P$  apresentar uma maior mobilidade do que uma matriz  $P'$ , ela será socialmente preferível ( $\succ$ ) e, necessariamente, seu índice será superior. Em outras palavras, como a probabilidade de movimento entre as classes de renda é representada pelos elementos situados fora da diagonal principal da matriz de transição, então, se  $p_{i,j} \geq p'_{i,j}$ ,  $\forall i \neq j$  e  $p_{i,j} > p'_{i,j}$  para algum  $i \neq j$ , os índices de mobilidade para as matrizes serão:  $M(P) > M(P')$ .

Os dois últimos axiomas representam duas situações extremas. No primeiro caso, temos uma sociedade estática representada por uma matriz identidade. Logo, não há mobilidade entre as classes de renda. A situação oposta é observada na mobilidade perfeita, representada por uma matriz  $P$ , necessariamente, com linhas iguais.

A partir destes axiomas, alguns índices são apresentados, destacando-se a medida proposta por Prais (1955):

$$M_P = \frac{r - \text{tr}(P)}{r - 1}. \quad [3.9]$$

Onde  $\text{tr}(\cdot)$  representa o traço e  $r$  a ordem da matriz.

Entretanto, Shorrocks (1978) levanta a seguinte questão: como realizar comparações entre matrizes com períodos diferentes? Ou seja, para que as comparações entre os níveis de mobilidade sejam coerentes, o indicador deve ser isolado do efeito do tempo ( $T$ ). Desta forma, será possível efetuar a análise sem preocupar-se com a dimensão do intervalo entre os dois pontos no tempo ( $\Delta_t$ ). Para isso, o autor introduz um novo axioma:

**(IT) Invariância no Tempo:**  $M(P; T) = M(P^{\Delta_t}; \Delta_t T)$ ,  $\Delta_t \geq 1$ .

Ou seja, o indicador torna-se independente de uma observação particular no tempo, pois ele será compensado pelo tamanho do intervalo utilizado para a construção da matriz de transição. Dois índices são compatíveis com o novo axioma:

$$M_D = 1 - |\det(P)|^{\alpha/T}, \quad \alpha > 0. \quad [3.10]$$

Onde  $\det(P)$  corresponde ao determinante da matriz de transição  $P$ . A segunda medida é representada por:

$$M_L = 1 - |\theta_2|, \quad [3.11]$$

sendo  $\theta_2$  o segundo autovalor da matriz  $P$ .

O **Teorema 1** de Geweke, Marshall e Zarkin (1986) garante que os índices (3.10) e (3.9) serão compatíveis com a estrutura de axiomas **N**, **M**, **I**, **MP** e **IT**. Para tanto, basta que os autovalores de  $P$  sejam todos reais e não-negativos.

Outra importante característica da matriz poderá ser capturada por:

$$h = \frac{-\log 2}{\log |\theta_2|},$$

ou seja, pela velocidade de convergência da matriz calculada para a cadeia de Markov de equilíbrio. De uma outra forma,  $h$  pode ser interpretado como a “meia vida” para o processo de transição. Intuitivamente, uma estrutura rígida (baixa mobilidade) estará associada a um processo lento de convergência, ocorrendo o inverso no caso de mobilidade perfeita.

Em suma, estes indicadores permitem a mensuração da mobilidade de renda a partir das matrizes de transição. Vale ressaltar que as alternativas apresentadas são válidas para processos discretos. Geweke, Marshall e Zarkin (1986) ampliam estes resultados para os processos *markovianos* contínuos. Esta alternativa, porém, não será considerada no estudo.

## 3.4 Resultados

### 3.4.1 Dados e Implementação do Processo de Otimização

Este tópico tem como objetivos discutir a natureza e a manipulação dos dados e apontar as principais estratégias relativas ao processo de otimização implementado no estudo. Optou-se pela seleção da variável “renda familiar”,<sup>41</sup> oriunda da Pesquisa Nacional de Amostras por Domicílios (PNAD), realizada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), tendo como base o mês de setembro dos respectivos anos. O primeiro passo foi o da conversão das moedas e o deflacionamento.<sup>42</sup> Para tanto, utilizou-se o procedimento sugerido por Corseuil e Foguel (2002).

Duas observações devem ser feitas: a) o conceito de renda domiciliar e; b) o ajustamento por tamanho da família. Considerou-se como renda domiciliar a soma de todos os rendimentos recebidos pelos indivíduos residentes no domicílio. Em segundo lugar, aplicou-se um ajustamento por tamanho da família. Tal ajustamento deu-se a partir da seguinte regra:  $R_{adj} = R_d/n^\varepsilon$ . Onde,  $R_{adj}$  é a renda ajustada;  $R_d$  a renda domiciliar;  $n$  o número de pessoas no domicílio e;  $\varepsilon$  a elasticidade com respeito ao tamanho da família. O parâmetro  $\varepsilon$  está relacionado à existência de economias de escala.<sup>43</sup> Considerou-se um valor intermediário para a elasticidade ( $\varepsilon = 0,5$ ), seguindo uma orientação de Atkinson, Rainwater e Smeeding (1995).<sup>44</sup> Foram selecionadas apenas as rendas positivas e excluídos os *outliers* (rendas ajustadas acima de 50 mil reais).

A análise da transição da renda será efetuada a partir de dois pontos no tempo que, no caso deste estudo, serão os anos de 1987 e 2005. As informações necessárias ao processo de estimação são sumarizadas nos vetores de proporção de indivíduos por estrato de renda. Onde, as partições ( $k = 10$ ) representam os *decis* de renda, tendo o ano de 1987 como base.

A estimação do processo de transição  $F$  necessita de especificações *a priori* para  $\vartheta$  e  $P$ . A partir de então, é iniciado o processo de otimização, utilizando o *Iterative Proportional Fitting Procedure* (IPFP), gerando as matrizes  $F^{adj}$  e  $P^{adj}$ .

---

<sup>41</sup> Diversos trabalhos utilizam esta variável como objeto de análise, podendo-se citar, Jenkins (1995), Burkhauser *et al* (1999) e Aebi, Neusser e Steiner (2001).

<sup>42</sup> Todos os valores estão expressos em Reais de janeiro de 2005.

<sup>43</sup> Considere dois casos extremos: a)  $\varepsilon = 1$  inexistem economias de escala e; b)  $\varepsilon = 0$  existem economias de escala, ou seja, é possível que um número infinito de indivíduos possa viver igualmente bem em um dado domicílio.

<sup>44</sup> Convém ressaltar que foram testados outros valores para  $\varepsilon$ . No entanto, não observaram-se grandes mudanças nos resultados.



Assumiu-se um  $\vartheta = q_{1987}$ , ou seja, uma distribuição arbitrária igual a proporção de indivíduos por estrato de renda no ano inicial. Já a construção da matriz  $P$  baseou-se na seguinte suposição: o indivíduo só poderá mover-se para os estratos imediatamente superior ou inferior ao seu estrato de origem a cada ano.<sup>45</sup> Por exemplo, uma pessoa que pertença ao segundo *decil*, em 1987, só poderá transitar para o primeiro ou para o terceiro *decil* em 1988. Matrizes com esta propriedade são conhecidas como 3-band.<sup>46</sup> Desta forma, a especificação inicial para a densidade bi-dimensional será:  $F_1 = \text{diag}(q_{1987})P_{3band}^{18}$ .

### 3.4.2 A Dinâmica da Renda Brasileira

A Tabela 4.1 apresenta a proporção de indivíduos por *decil* de renda nos anos de 1987 e 2005. Em primeiro lugar, observa-se que a “transição” entre os dois períodos foi favorável aos estratos intermediários (3 a 8). Este movimento foi acompanhado pelo aumento da renda média (cerca de 2,10%) e pela redução da desigualdade (índice de Gini). Figueirêdo e Ziegelmann (2006) utilizam ferramentas estáticas que comprovam a significância estatística desta alteração e sua compatibilidade com um cenário de maior bem-estar econômico. Entretanto, não obstante à importância destes resultados, o que se pode afirmar em termos da dinâmica da renda neste período?

---

<sup>45</sup> Uma alternativa pode ser encontrada em Tauchen (1986).

<sup>46</sup> Uma matriz será  $(2y + 1)$ -band se seus elementos  $a_{ij} = 0$ , quando  $|i - j| > y$ .

**Tabela 4.1:** Percentual de Pessoas por *decis* de Renda

Decis de Renda	Anos	
	1987	2005
[1]	10,00	5,75
[2]	10,00	7,91
[3]	10,00	10,48
[4]	10,00	13,39
[5]	10,00	12,14
[6]	10,00	11,82
[7]	10,00	10,55
[8]	10,00	10,05
[9]	10,00	8,91
[10]	10,00	9,01
<b>Renda média</b>	<b>840,09</b>	<b>857,67</b>
<b>Gini</b>	<b>0,577</b>	<b>0,542</b>

**Fonte:** Dados da pesquisa.

O ponto de partida para a elucidação deste questionamento é estabelecido na Tabela 4.2, que representa a matriz de transição *markoviana* para os 18 anos de mobilidade no Brasil.

Note que a soma das probabilidades contidas em cada linha da matriz é igual a um ( $\sum_{j=1}^k p_{i,j} = 1$ ). A análise deste resultado é similar à realizada com uma matriz hipotética na seção 2. Observa-se que o indivíduo que encontrava-se no primeiro *decil*, em 1987, possui as seguintes probabilidades de transição: 28,0% de permanecer no mesmo patamar; 30,7% de migrar para o segundo *decil*; 21,0% de transferir-se para o terceiro; 12,1% de passar para o quarto e; probabilidades decrescentes e inferiores a 5% a partir do quinto *decil*. Ou seja, o fato de pertencer aos 10% mais pobres, no ano inicial, é preponderante para que o indivíduo não atinja o topo da distribuição no ano final.

**Tabela 4.2:** Matriz de Transição Markoviana – 1987-2005

	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]	[10]
[1]	0,280	0,307	0,210	0,121	0,048	0,021	0,009	0,003	0,001	0,000
[2]	0,183	0,228	0,216	0,172	0,093	0,056	0,031	0,016	0,005	0,000
[3]	0,068	0,118	<b>0,190</b>	<b>0,214</b>	<b>0,151</b>	<b>0,113</b>	0,076	0,048	0,019	0,003
[4]	0,026	0,062	<b>0,141</b>	<b>0,201</b>	<b>0,171</b>	<b>0,149</b>	<b>0,114</b>	0,084	0,042	0,010
[5]	0,010	0,034	<b>0,102</b>	<b>0,175</b>	<b>0,173</b>	<b>0,165</b>	<b>0,140</b>	<b>0,114</b>	0,067	0,020
[6]	0,004	0,020	0,075	<b>0,152</b>	<b>0,165</b>	<b>0,173</b>	<b>0,152</b>	<b>0,135</b>	0,089	0,035
[7]	0,002	0,013	0,056	<b>0,129</b>	<b>0,155</b>	<b>0,169</b>	<b>0,160</b>	<b>0,150</b>	0,111	0,055
[8]	0,001	0,007	0,038	<b>0,102</b>	<b>0,134</b>	<b>0,159</b>	<b>0,159</b>	<b>0,163</b>	0,140	0,097
[9]	0,000	0,002	0,018	0,060	0,093	<b>0,124</b>	<b>0,139</b>	<b>0,165</b>	0,187	0,212
[10]	0,000	0,000	0,003	0,015	0,030	0,052	0,076	0,125	0,230	0,469

**Fonte:** Dados da pesquisa.

O comportamento do décimo *decil* é similar ao do primeiro só que de uma forma inversa, isto é, quem pertencia a este estrato, em 1987, possui uma probabilidade pequena de migrar para os estratos mais baixos da distribuição. Outro ponto de destaque é que, à exceção dos 20% mais pobres e dos 20% mais ricos ((1-2) e (9-10)), as probabilidades de transição mostram-se sempre superiores a 10% no “meio” da distribuição (números em negrito), configurando um movimento favorável aos estratos intermediários.

Algumas informações relacionadas a matriz de transição podem ser observadas na Tabela 4.3. A primeira, representada pelo valor da entropia relativa, refere-se à distância entre os processos estimado e “verdadeiro”. O valor de 0,137 sugere um bom grau de ajustamento, dado que o ínfimo para esta medida é igual a zero (ver fórmula (3.5)). A velocidade de convergência para a cadeia de Markov de equilíbrio é relativamente alta. Esta constatação é formulada a partir da observação do valor da “meia vida” para o processo ( $h = 1,495$ ). De acordo com Shorrocks (1978), uma estrutura que apresente uma mobilidade perfeita possui uma convergência plena em apenas um período ( $h \rightarrow 0$ ), convergências mais lentas são associadas a grandes valores para a “meia vida” ( $h \rightarrow \infty$ ). Outra importante característica pode ser captada a partir do quadrado do segundo autovalor da matriz ( $\theta_2^2 = 0,396$ ). Para Theil (1972), este indicador representa a “imperfeição da mobilidade”.

**Tabela 4.3:** Informações Relativas à Matriz de Transição

Informações	Valores
Entropia Relativa	0,137
Meia Vida ( $h$ )	1,495
$\theta_2^2$	0,396
Índice $M_P$	0,864
Índice $M_D$	0,933*
Índice $M_L$	0,371

**Fonte:** Dados da pesquisa. \*  $\alpha = 1$ .

Por fim, destacam-se os valores dos índices de mobilidade. Foram calculadas as medidas (3.9), (3.10) e (3.11). A magnitude destes resultados torna-se clara quando comparadas com os valores internacionais. A Tabela 4.4 apresenta alguns índices para países desenvolvidos e em desenvolvimento. Nota-se que o Brasil apresenta um dos menores índices de mobilidade, sendo superior apenas ao indicador colombiano.

**Tabela 4.4:** Mobilidade de Renda Internacional

Países	Índice $M_L$
Chile	0,655
China	0,652
Peru	0,539
EUA	0,478
Alemanha	0,473
Malásia	0,373
Colômbia	0,229

**Fonte:** Gottschalk (1997), Birchenall (2001) e Fields (2001).

Este resultado indica que a estrutura social brasileira ainda apresenta uma relativa rigidez. Ou seja, o estrato de renda, no qual o indivíduo está inserido, será determinante para a sua posição social futura. Ou de uma forma equivalente, observa-se uma alta dependência intrageracional, que retrata o quanto a renda do indivíduo no tempo  $t$  pode interferir na sua renda em  $t + 1$ . Exemplificando, um agente econômico, pertencente aos 10% mais pobres, possuirá uma probabilidade muito baixa de, com o tempo, ascender socialmente, passando a “habitar” os estratos superiores da distribuição.

Tal comportamento mostra-se coerente aos resultados relacionados à dependência intergeracional, isto é, o papel da renda dos pais sobre a determinação da renda dos filhos. Esta afirmação é corroborada pelo estudo

de Ferreira e Veloso (2006) que, utilizando os dados da PNAD referentes ao ano de 1996, detectou uma baixa mobilidade intergeracional no Brasil. Isto é, os salários dos pais tendem a ser “transferidos” para os filhos em uma magnitude superior ao observado em países desenvolvidos.

Entretanto, o estudo de Figueirêdo, Netto Junior e Pôrto Junior (2007) demonstra que, mesmo em patamares inferiores ao das nações desenvolvidas, é inegável o aumento da mobilidade intergeracional brasileira nos últimos anos. Em resumo, os autores mensuram esta mobilidade a partir do efeito da escolaridade dos pais sobre a escolaridade dos filhos. Seus resultados apontam para uma redução significativa desta influência no período de 1987 a 2003. Em suma, a mobilidade educacional sobe de 0,493, em 1987, para 0,550, em 2003, indicando que o nível de instrução dos pais interfere cada vez menos no nível de instrução dos filhos.

No entanto, antes de apontar uma conclusão, um ponto deve ser destacado: o período selecionado para a construção da matriz de transição, 1987 a 2005, compreende uma fase de intensa modificação nas relações brasileiras internas e externas. Tais alterações podem ser sumarizadas pelo controle da inflação e a conseqüente estabilidade econômica, criando condições favoráveis para a implementação dos programas de transferência de renda e; pela abertura comercial e a resultante alteração nas estruturas de qualificação e de salário dos trabalhadores. Os efeitos destas transformações sobre os elementos estáticos da distribuição de renda já foram discutidos, respectivamente, por Neri (2006) e Figueirêdo, Netto Junior e Pôrto Junior (2007). O que se quer destacar é que a consideração de um período tão heterogêneo pode viesar os resultados relativos ao cálculo da mobilidade.

Com vistas a contornar este possível problema, foi estimada uma matriz de transição, considerando somente o pós-Plano Real (1995 a 2005). Neste caso, a densidade bi-dimensional que dá início ao processo de otimização será:  $F_2 = \text{diag}(q_{1995})P_{3band}^{10}$ . Os resultados deste experimento encontram-se no Apêndice D.

Foram detectadas algumas mudanças nas probabilidades de transição, uma menor velocidade de convergência para a cadeia de Markov de equilíbrio e uma maior imperfeição na mobilidade. Entretanto, os índices de mobilidade, embora inferiores aos da Tabela 4.3, não sofrem alterações expressivas, indicando que a base selecionada não possui efeito considerável na construção da matriz.

Logo, conclui-se que o Brasil apresenta uma estrutura de mobilidade de renda relativamente rígida, seja ela nos âmbitos intrageracional ou intergeracional. Grosso modo, o movimento dos agentes econômicos está dando-se em direção aos estratos intermediários da distribuição. Este comportamento mostra-se coerente com os resultados estáticos contidos em Figueirêdo e

Ziegelmann (2006), Neri (2006) e Figueirêdo, Netto Junior e Pôrto Junior (2007). Um dos argumentos centrais destes estudos é que este movimento sugere uma melhora na estrutura distributiva e indica que as transformações, embora lentas, continuam em curso, rumando para uma situação caracterizada pelo maior nível de bem-estar social. Entretanto, embora a mobilidade faça parte deste contexto, esta conclusão não pode ser estendida para os resultados dinâmicos, dado que a abordagem axiomática, aqui utilizada, não estabelece um vínculo explícito com a teoria do bem-estar econômico.

### 3.5 Considerações Finais

Este estudo buscou mensurar o grau de mobilidade de renda no Brasil no período de 1987 a 2005. Para tanto, utilizou-se a abordagem axiomática da mobilidade, conduzindo o estudo aos cálculos da matriz de transição *markoviana* e dos respectivos índices de mobilidade. Devido a limitações relacionadas ao banco de dados, mais especificamente, à ausência de informações relativas a cada indivíduo (ou família) ano a ano, optou-se pela implementação de um método de inferência baseado no cálculo de entropias relativas. O processo de estimação considerou dois períodos (1987-2005 e 1995-2005), como uma forma de isolar possíveis vieses relacionados às transformações observadas na primeira metade da década de 1990 (grosso modo, o processo de abertura comercial e a implementação do Plano Real).

Os resultados sugerem que o Brasil apresenta uma baixa mobilidade intrageracional de renda, indicando que a sua estrutura social apresenta uma relativa rigidez. Ou seja, o estrato de renda, no qual o indivíduo está inserido, será determinante para a sua posição social futura. Esta conclusão foi mantida tanto para a estimação relativa a todo o período (1987-2005), quanto na inferência relacionada ao período pós-Plano Real (1995-2005), indicando que a base selecionada não possui efeito considerável na construção da matriz.

No que se refere ao movimento observado na distribuição, detectou-se um incremento dos estratos intermediários em detrimento de suas caudas. Este resultado está em consonância com as evidências estáticas, que apontaram não só este movimento, como também a sua influência sobre a elevação do nível de bem-estar social em tempos recentes. Entretanto, embora a mobilidade de renda seja uma parte deste fenômeno, as evidências estabelecidas neste estudo não são suficientes para fornecer uma conexão formal entre a dinâmica da renda e a teoria econômica do bem-estar. Neste sentido, não obstante a importância do estabelecimento do grau de mobilidade no Brasil,

uma pergunta fica sem resposta: será que o grau de mobilidade, mensurado a partir de uma abordagem axiomática, é condizente com um maior padrão de bem-estar econômico?

## 4. Mobilidade de Renda e Bem-estar Econômico no Brasil

### 4.1 Introdução

A avaliação do padrão de bem-estar de uma determinada sociedade deve, pelo menos em tese, considerar uma vasta gama de fatores, como por exemplo: os níveis de renda, saúde, educação, segurança, saneamento, acesso à cultura e, até mesmo, a felicidade coletiva.<sup>47</sup> Entretanto, a complexidade desses fatores, bem como sua dificuldade de operacionalização, têm restringido o foco analítico apenas à “dimensão renda”. Dessa forma, há um nítido sacrifício das multi-dimensões do bem-estar, devidamente justificável pela necessidade de resultados empíricos.<sup>48</sup>

Na prática, a associação entre bem-estar econômico e distribuição de renda deve levar em conta os dois elementos do último conceito, ou seja, os seguintes pontos de vista: a) estático, associado ao nível de desigualdade, geralmente captado por indicadores de concentração de renda e; b) dinâmico, relacionado à noção de mobilidade de renda.<sup>49</sup> Sendo assim, faz-se necessária a consideração de um instrumental, teórico e empírico, capaz de captar, separadamente, a sensibilidade do padrão do bem-estar em relação às variantes da distribuição de renda.

Neste contexto, destaca-se, como ponto de partida, o estudo de Atkinson (1970). Seus resultados estabelecem a conexão entre aversão individual ao risco e aversão social à desigualdade. Em resumo, conclui-se que a observação dos axiomas tradicionais da teoria da escolha sob incerteza acarreta em uma função de bem-estar social côncava, o que, por sua vez, implica em uma preferência coletiva pela igualdade. De posse destes resultados e de alguns

---

<sup>47</sup> O estudo de Alesina, Di Tella e MacCulloch (2001) constitui uma importante referência na associação entre felicidade e bem-estar.

<sup>48</sup> Um importante contraponto a esta afirmação pode ser encontrado na abordagem das “capacitações”. Para detalhes, ver Sen (1985).

<sup>49</sup> O conceito de mobilidade de renda está relacionado com a capacidade dos indivíduos e/ou famílias mudarem suas posições econômicas ao longo do tempo. Este movimento pode estar associado a diversos fatores: ciclos econômicos, modificação do nível educacional, promoções, migração, divórcios, entre outros. Esta característica introduz padrões dinâmicos na desigualdade. Para detalhes, ver Fields e Ok (2001).



axiomas relacionados à característica da distribuição, foi desenvolvido um instrumental capaz de mensurar o nível de bem-estar a partir de informações estáticas de renda.

Do ponto de vista dinâmico, destacam-se os trabalhos de Atkinson (1981), Atkinson e Bourguignon (1982) e Gottschalk e Spolaore (2002). Em suma, estes estudos incorporaram as diversas fontes de mobilidade aos modelos de consumo intertemporal e, por conseguinte, estabelecem a conexão formal entre a mobilidade de renda e os microfundamentos da teoria econômica do bem-estar.

A separação entre os dois campos de pesquisa (estático e dinâmico) constitui uma importante referência para a execução de um trabalho empírico. É sabido que a maioria dos estudos buscam investigar a distribuição de renda apoiados no conceito de desigualdade, sem preocupar-se com o seu complementar: a mobilidade de renda. No entanto, as discussões em torno do conceito e da origem da mobilidade de renda, bem como os esforços no sentido de sua mensuração, têm ocupado cada vez mais espaço na literatura econômica.<sup>50</sup>

Neste sentido, as abordagens empíricas merecem uma atenção especial. Embora se observe um grande número de estudos no âmbito internacional,<sup>51</sup> os esforços relacionados à mensuração da mobilidade de renda foram, sistematicamente, negligenciados na literatura brasileira. Entretanto, em um estudo recente, Figueirêdo e Ziegelmann (2007a) estabelecem os primeiros resultados relativos ao grau de mobilidade de renda no Brasil, demonstrando que o país apresenta uma baixa mobilidade intrageracional, ou seja, que a renda do indivíduo no tempo  $t$ , possui um alto grau de interferência na sua renda em  $t + 1$ .<sup>52</sup> Porém, convém ressaltar que os autores baseiam-se na

---

<sup>50</sup> A literatura relacionada à mobilidade de renda pode ser dividida em três grupos de pesquisa: a) o primeiro, denominado de abordagem “axiomática”, ocupa-se com a formulação de índices e com a discussão de suas propriedades. Neste contexto, podem-se citar as contribuições de Shorrocks (1978), Bartholomew (1982), Geweke, Marshall e Zarkin (1986) e Fields e Ok (1996); b) o segundo grupo busca a associação entre a dinâmica da desigualdade e o nível de bem-estar econômico. Os estudos de Atkinson (1981), Atkinson e Bourguignon (1982), Dordanoni (1992) e Gottschalk e Spolaore (2002) constituem uma importante referência para esse tópico e; c) por fim, o terceiro grupo que destaca as investigações empíricas.

<sup>51</sup> As evidências são constituídas por um grande número de estudos, utilizando-se de diversas metodologias. No entanto, restringem-se a um pequeno grupo de países. Mais especificamente aos casos norte-americano e alemão. Sugere-se a leitura de Gottschalk (1997), Trede (1998), Morillo (1999) e Aebi, Neusser e Steiner (2001).

<sup>52</sup> O estudo apresenta duas matrizes de transição *markovianas*. A primeira considerando o período de 1987 a 2005 e a segunda compreendendo o pós-Plano Real (1995 a 2005), a partir de então, alguns índices de mobilidade são calculados. As medidas de Shorrocks (1978) –  $M_L$ , por exemplo, foram 0,3710 para 1987-2005 e 0,3370 para 1995-2005, sendo, estes resultados inferiores aos observados para a China, Chile, EUA, Alemanha e Peru e superiores apenas ao da Colômbia.

abordagem “axiomática”, ou seja, não é estabelecida uma relação entre a mobilidade e a teoria econômica do bem-estar.

No que se refere à mensuração do impacto da distribuição de renda brasileira sobre o nível de bem-estar econômico, observa-se apenas o resultado estático contido em Figueirêdo e Ziegelmann (2006). Em resumo, o estudo observa uma alteração estatisticamente significativa na distribuição dos rendimentos no Brasil, no período de 1987 a 2005, caracterizada pelo incremento dos estratos de renda intermediários, em detrimento das extremidades. Este movimento, por sua vez, mostra-se compatível com um maior nível de bem-estar econômico.

No entanto, dados os primeiros resultados relativos à mensuração da mobilidade de renda no Brasil, qual o impacto deste fenômeno sobre o padrão de bem-estar? Este estudo buscará estabelecer respostas para esta questão. Em outras palavras, o objetivo deste estudo é mensurar o efeito da mobilidade de renda sobre o nível de bem-estar econômico no Brasil. Para tanto, será considerado o modelo de consumo intertemporal desenvolvido por Gottschalk e Spolaore (2002). Desta forma, será possível destacar, isoladamente, o efeito das fontes de mobilidade sobre o bem-estar econômico.

Por fim, o artigo está organizado como segue. A segunda seção discute a associação entre distribuição de renda e bem-estar econômico a partir de um modelo de consumo intertemporal e das respectivas funções de bem-estar isoelásticas. Destaca-se ainda o método de mensuração do bem-estar a partir dos índices de Atkinson estendidos. A terceira seção é destinada à apresentação e discussão dos resultados. As considerações finais serão realizadas na quarta seção.

## **4.2 Distribuição de Renda e Bem-estar Econômico**

O que faz uma sociedade ser mais móvel do que outra? Quais os ganhos ou perdas de bem-estar associados a maior ou menor mobilidade? As respostas para essas questões assumem lugar de destaque no entendimento do fenômeno da mobilidade, entretanto, elas não possuem consenso na literatura. De acordo com Fields e Ok (2001), isto se deve à inexistência de um discurso unificado nesse campo de pesquisa, determinado pela indefinição do conceito de mobilidade econômica. Em resumo, os pesquisadores divergem quanto ao papel da “reversibilidade” e da “independência da origem” na determinação dos indicadores.

A reversibilidade está associada ao grau em que as posições econômicas são revertidas ao longo do tempo, ou seja, a capacidade dos pobres tornarem-se ricos e os ricos tornarem-se pobres. Já a independência da origem diz

respeito ao quanto a posição econômica atual depende da posição econômica no passado.<sup>53</sup> Neste último contexto, pode-se identificar dois tipos de dependência: a intergeracional, isto é, o papel da renda dos pais sobre a determinação da renda dos filhos, e; a intrageracional referente ao quanto a renda do indivíduo no tempo  $t$  pode interferir na sua renda em  $t + 1$ . Sendo assim, a determinação das causas de uma maior ou menor mobilidade estaria associada às considerações desses conceitos.

A literatura da mensuração da mobilidade é em sua maioria axiomática, ou seja, não possui relação com os fundamentos da teoria econômica do bem-estar. Os estudos de Atkinson (1981) e Atkinson e Bourguignon (1982) foram os primeiros a considerar a microfundamentação da mobilidade, porém seus resultados mostraram-se compatíveis apenas com a noção de reversibilidade. Essa dificuldade foi superada por Gottschalk e Spolaore (2002). Baseados na teoria da escolha sob incerteza, os autores propõem uma associação entre dinâmica de renda e bem-estar econômico, considerando, conjuntamente, a reversibilidade e a independência da origem.

A sub-seção seguinte discutirá com maior propriedade esses conceitos, demonstrando suas relações com a teoria econômica. Por fim, alguns indicadores de mobilidade e bem-estar serão apresentados.

#### 4.2.1 Reversibilidade e Independência da Origem

Considere uma sociedade na qual os indivíduos vivem dois períodos.<sup>54</sup> Em cada período, metade da população apresenta um consumo baixo,  $c^B > 0$ , e a restante um consumo alto,  $c^A > c^B > 0$ . Define-se  $\pi(c^i, c^j)$  como a probabilidade dos indivíduos consumirem  $c^j$  no segundo período, dado que eles consumiram  $c^i$  no primeiro período (com  $i, j = A, B$ ). Suponha ainda que uma proporção dos agentes, representada por  $(1 - \delta)$ , possui o mesmo nível de consumo em ambos os períodos e a outra, representada por  $(\delta)$ , apresenta consumos diferentes nos dois períodos. Sendo assim, essa sociedade pode ser representada por:

$$X \equiv \begin{pmatrix} \pi(c^B, c^B) = 1 - \delta & \pi(c^B, c^A) = \delta \\ \pi(c^A, c^B) = \delta & \pi(c^A, c^A) = 1 - \delta \end{pmatrix}.$$

---

<sup>53</sup> A união dos dois conceitos é conhecida como “independência temporal”.

<sup>54</sup> Este modelo pode ser reinterpretado de modo a refletir a mobilidade intergeracional. Para isto, basta trocar os “indivíduos” por “dinastias”. Nesta nova situação, a interpretação econômica não seria alterada, desde que fossem consideradas conexões altruístas entre as gerações. Nesta nova configuração, cada dinastia seria enxergada como um indivíduo com uma única função utilidade intertemporal.

Uma sociedade é dita estática, se  $\delta = 0$ ; caso  $\delta \neq 0$ , ela possuirá mobilidade resultante: a) da independência da origem, se  $\delta = 1/2$ , ou seja, o consumo no segundo período é completamente independente do consumo observado no primeiro período ou; b) da completa reversibilidade, se  $\delta = 1$ , neste caso, todos os ricos tornar-se-ão pobres e os pobres, por sua vez, tornar-se-ão ricos.

Isso posto, a associação entre o nível de mobilidade dessa sociedade e seu respectivo bem-estar, pode ser estabelecida a partir da seguinte função de bem-estar social:

$$W = \sum_i \sum_j G[u(c^i) + v(c^j)]\pi(c^i, c^j), \quad [2.1]$$

onde  $G$  representa uma transformação côncava<sup>55</sup>,  $u(\cdot)$  e  $v(\cdot)$  são funções de utilidade côncavas e  $\pi(c^i, c^j)$  designa a função de densidade conjunta, estimada a partir dos vetores de consumo. Vejamos um exemplo, suponha que a função de utilidade para dois períodos seja dada por:

$$W = \frac{1}{2} \left\{ (1 - \delta)G[u(c^B) + v(c^B)] + (1 - \delta)G[u(c^A) + v(c^A)] + \delta G[u(c^A) + v(c^B)] + \delta G[u(c^B) + v(c^A)] \right\}$$

Assim, se  $G$  é côncava,  $dW/d\delta > 0$ .<sup>56</sup> Ou seja, quanto maior o  $\delta$ , maior o bem-estar. Grosso modo, este resultado é coerente com diversas “teorias da justiça” que consideram o aumento da mobilidade como fonte de bem-estar. Prais (1955), por exemplo, define a mobilidade perfeita como o ponto de ótimo para o movimento intrageracional, pois esta situação refletiria a igualdade de oportunidades entre os indivíduos.<sup>57</sup>

Neste contexto, Atkinson e Bourguignon (1982) apontam uma conclusão importante: quando têm-se funções do bem-estar do tipo (2.1), ou seja,  $W = \sum_i \sum_j U(c^i, c^j)\pi(c^i, c^j)$  com  $\partial^2 U/\partial c^i \partial c^j < 0$ , os incrementos das probabilidades fora da diagonal principal da matriz  $X$ , geram maior bem-estar social. No entanto, para que isto ocorra, é necessário que a aversão social à

---

<sup>55</sup> Esta transformação é realizada por observar-se que as funções de bem-estar separáveis não são compatíveis com estudos de mobilidade. Para detalhes, ver Markandya (1982), Atkinson e Bourguignon (1982) e a equação 3 de Gottschalk e Spolaore (2002).

<sup>56</sup> Este resultado é assegurado por Atkinson e Bourguignon (1982) a partir da consideração de uma classe de funções de utilidade definidas a partir de dominâncias estocásticas de primeira e segunda ordens.

<sup>57</sup> Convém ressaltar que alguns estudos discordam desta visão. Para van de Gaer, Schokkaert e Martinez (2001) não está claro que a mobilidade intrageracional perfeita represente a igualdade de oportunidades. Já Abatemarco (2004) nem mesmo a considera importante para a avaliação do padrão de bem-estar.

desigualdade domine às flutuações intertemporais no consumo. Sendo assim, a matriz, apresentada no início desta subseção, tornar-se-á

$$X^* \equiv \begin{pmatrix} \pi(c^B, c^B) = 0 & \pi(c^B, c^A) = 1 \\ \pi(c^A, c^B) = 1 & \pi(c^A, c^A) = 0 \end{pmatrix}$$

no ponto de ótimo. Ou seja, o  $\delta$ -ótimo será igual a 1 (Gottschalk e Spolaore (2002)).

Vejamus este problema à luz das preferências homotéticas. Neste caso, (2.1) poderá ser representada por:<sup>58</sup>

$$W = \left\{ \sum_i \sum_j V^{1-\epsilon} \pi(c^i, c^j) \right\}^{1/(1-\epsilon)}, \quad [2.2]$$

com

$$V = \left( \alpha_1 (c^i)^{1-\rho} + \alpha_2 (c^j)^{1-\rho} \right)^{1/(1-\rho)},$$

onde  $\alpha_i$  representa a fração (peso) do consumo destinada a cada período, o parâmetro  $\epsilon$  mede o grau de aversão social à desigualdade nos diversos períodos e  $\rho$  representa a aversão às flutuações intertemporais no consumo. Como já destacado,  $dW/d\delta$  será maior do que zero, se e somente se  $\epsilon$  for maior do que  $\rho$ . Ou seja, a aversão social à desigualdade supere as flutuações intertemporais no consumo. Neste caso, o  $\delta$ -ótimo será igual a 1. Logo, conclui-se que a preferência pela mobilidade ( $\delta \neq 0$ ) induz uma situação de completa reversibilidade ( $\delta = 1$ ).

Seguindo sua construção teórica, Atkinson e Bourguignon (1982) reinterpretam a função de bem-estar social (2.2) a partir de um modelo de escolha sob incerteza (utilidade esperada), gerando:

$$W = \left\{ E_0 [\alpha_1 (c_1)^{1-\rho} + \alpha_2 (c_2)^{1-\rho}]^{(1-\epsilon)/(1-\rho)} \right\}^{1/(1-\epsilon)}. \quad [2.3]$$

Onde  $E_0$  corresponde ao operador de esperança no tempo zero. No entanto, na sociedade representada por (2.3) não há dúvida quanto à trajetória do consumo no período 2. Logo, conclui-se que o modelo de Atkinson-Bourguignon não é compatível com a hipótese da independência da origem.<sup>59</sup>

Por conta disso, Gottschalk e Spolaore (2002) propõem uma estrutura onde a revelação do consumo no período 1, não implique na remoção da incerteza quanto ao consumo no período 2. Neste caso, os agentes formularão

<sup>58</sup> Os resultados podem ser estendidos a uma classe mais ampla de funções. Para detalhes, ver o Apêndice A3 de Gottschalk e Spolaore (2002).

<sup>59</sup> Note que, para  $\epsilon > \rho$ , o valor ótimo para  $\delta$  será 1, ou seja, uma situação onde vigore a completa reversibilidade. Neste caso, a “revelação” do consumo no período 1, por exemplo, consumo baixo ( $c^B$ ), implicará, necessariamente, em um consumo alto ( $c^A$ ) no período 2. Logo, não haverá incerteza.

suas expectativas quanto a  $c_2$  a partir da observação de  $c_1$  e da distribuição conjunta dos possíveis resultados para  $c_2$ . O ponto de partida para a formulação do modelo será a inclusão do parâmetro de aversão ao risco no segundo período ( $\gamma$ ). Neste caso, essa aversão pode ser vista como uma extensão dinâmica do “véu da ignorância”,<sup>60</sup> ou seja, a incerteza é parcialmente removida no primeiro período (com o conhecimento do nível de consumo), mas mantida no período subsequente. Sendo assim, o equivalente-certeza do consumo, no segundo período, será:

$$\hat{c}_2 = \left\{ E_1[c_2^{1-\gamma}] \right\}^{1/1-\gamma}. \quad [2.4]$$

Onde  $E_1$  corresponde a expectativa formulada com base nas informações contidas no período 1. Substituindo (2.4) em (2.3) e considerando, por simplicidade,  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1/2$ , tem-se:

$$\widehat{W} = \left\{ E_0[(1/2)c_1^{1-\rho} + (1/2)\hat{c}_2^{1-\rho}]^{(1-\epsilon)/(1-\rho)} \right\}^{1/(1-\epsilon)}. \quad [2.5]$$

Caso  $\epsilon = \rho = \gamma$ , (2.5) será uma função aditiva separável de von-Neumann e Morgenstern (1944) – vN-M. Caso os parâmetros difiram, essa função será compatível com uma classe mais ampla de preferências, como a contida na axiomatização de Kreps e Porteus (1978). Nessa abordagem, observa-se: a) o abandono do axioma das loterias compostas;<sup>61</sup> b) a manutenção dos demais axiomas de vN-M e; c) consistência temporal dos planos ótimos de escolha.

A compatibilidade desta estrutura com a hipótese da independência da origem é estabelecida pelas proposições de Gottschalk e Spolaore (2002) reproduzidas a seguir:<sup>62</sup>

---

<sup>60</sup> Os argumentos filosóficos do “véu da ignorância” foram sintetizados por Rawls (1971). De acordo com esse princípio, os autores da escolha não possuem informação acerca de seu lugar na sociedade, a posição de classe ou estrato social, a fortuna ou distribuição de talentos naturais ou capacidades, etc. Neste sentido, há uma conexão direta com os argumentos econômicos da escolha sob incerteza. Harsanyi (1955) estabeleceu esse *link*.

<sup>61</sup> Esse axioma considera que apenas as distribuições marginais são relevantes para o processo de escolha. Neste caso, seria possível que duas sociedades com a mesma distribuição marginal do consumo, porém com níveis de mobilidade diferenciados, possuas o mesmo nível de bem-estar. Logo, a mobilidade *per se* perderia o seu significado em termos de bem-estar. Vejamos um exemplo: suponha duas sociedades,  $A$  e  $B$ , com as seguintes transformações de renda entre os períodos  $t$  e  $t + 1$ :  $(10, 1) \rightarrow_A (1, 10)$  e  $(10, 1) \rightarrow_B (10, 1)$ . Caso o nível de bem-estar seja avaliado a partir de um índice de desigualdade  $I(x) \equiv \{I : \mathfrak{R}_+^n \rightarrow \mathfrak{R}\}$ , então teríamos  $I_t(A) \sim I_{t+1}(A) \sim I_t(B) \sim I_{t+1}(B)$ . Ou seja, a avaliação das sociedades a partir de suas distribuições marginais, não leva em conta o processo de transformação de renda, sendo assim, a mobilidade observada na sociedade  $A$  não impactará no seu nível de bem-estar.

<sup>62</sup> As demonstrações podem ser obtidas nos apêndices A1 e A2 de Gottschalk e Spolaore (2002).

**Proposição 1:** A independência poderá ser avaliada se e somente se  $\max\{\epsilon, \rho\} > \gamma$  e  $\min\{\epsilon, \rho\} \geq \gamma$ . Assim, a independência temporal poderá ser avaliada se  $\epsilon \geq \gamma$  e  $\rho \geq \gamma$ , sendo, pelo menos, uma das igualdades estrita.

**Proposição 2:** Se as condições da Proposição 1 são satisfeitas, o valor de  $\delta$  que maximiza o bem-estar em (2.5) é maior/igual/menor do que  $1/2$  se  $\epsilon$  for maior/igual/menor do que  $\rho$ .

Note que as proposições garantem a avaliação da reversibilidade e da independência da origem, tanto conjuntamente (independência temporal), quanto separadamente. Em resumo, os resultados indicam que é possível estabelecer a relação entre a mobilidade de renda e o bem-estar econômico, desde que se considere os seguintes parâmetros: a aversão à desigualdade nos múltiplos períodos ( $\epsilon$ ); a aversão às flutuações intertemporais ( $\rho$ ) e; a aversão ao risco futuro ( $\gamma$ ). Note que a reversibilidade reduz a desigualdade nos múltiplos períodos, mas aumenta as flutuações intertemporais. Logo, os indivíduos preferirão a reversibilidade se a aversão à desigualdade dominar a aversão às flutuações intertemporais ( $\epsilon > \rho$ ).

A independência da origem reduz a desigualdade nos múltiplos períodos, mas aumenta o risco relativo ao consumo futuro. Sendo assim, os indivíduos preferirão a independência da origem caso as aversões à desigualdade e as flutuações intertemporais dominarem a aversão ao risco futuro ( $\epsilon$  e  $\rho$  não são menores do que  $\gamma$  e pelo menos um deles é maior). A avaliação dessas situações será considerada na seção seguinte.

#### 4.2.2 Índice de Atkinson Estendido

Atkinson (1970) propõe uma medida de bem-estar baseada no nível de renda que vigoraria caso a distribuição fosse igualitária ( $y_{EDI}$ ), ou seja, o nível de renda *per capita* de uma sociedade onde os rendimentos fossem distribuídos igualmente entre os indivíduos, de modo a gerar nível de bem-estar equivalente ao observado na distribuição atual. Formalmente, tem-se:

$$u(y_{EDI}) \int_0^{\bar{y}} f(y) dy = \int_0^{\bar{y}} u(y) f(y) dy.$$

Onde  $\bar{y}$  é a renda mais alta observada na distribuição;  $f(y)$  é a densidade da renda e;  $u(y)$  uma função de utilidade individual de Bernoulli. Esta medida é invariante às transformações lineares. Sendo assim, o índice de Atkinson será:

$$A = 1 - \frac{y_{EDI}}{\mu}. \quad [2.6]$$

Onde  $\mu$  representa a média empírica da renda.

Considerando um parâmetro de aversão à desigualdade  $\epsilon \geq 0$ , a equação (2.6) tornar-se-á:

$$A = \begin{cases} 1 - \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_i}{\mu} \right)^{1-\epsilon} \right)^{1/1-\epsilon}, & \text{se } \epsilon \neq 1, \\ 1 - \prod_{i=1}^n \left( \frac{y_i}{\mu} \right)^{1/n}, & \text{se } \epsilon = 1. \end{cases}$$

Ou de uma forma equivalente:

$$A = 1 - \frac{W_0}{\mu}.$$

Sendo  $W_0$  uma função de bem-estar social. O índice é crescente em  $\epsilon$ . Neste caso, quanto maior o valor de  $\epsilon$ , maior a importância atribuída à renda dos mais pobres. Se  $\epsilon = 0$ , então a função de utilidade será linear e a distribuição de renda não afetará o nível de bem-estar ( $A = 0$ ). Em suma, o índice de Atkinson mensura a perda de bem-estar oriunda da desigualdade de renda. Por exemplo, caso  $A = 0,1$ , a sociedade poderia obter o mesmo nível de bem-estar social com 90% da renda sendo distribuída igualmente. Neste caso, a sociedade encontraria-se em um padrão elevado de bem-estar. Nesta sub-seção, será apresentada uma extensão para o índice de Atkinson. Serão promovidas alterações no cálculo das funções de bem-estar, de modo a incorporar os conceitos de mobilidade de renda.

Tomando a sociedade estática como o ponto de partida, considere: a)  $W_s$  como nível de bem-estar e; b) que o nível de consumo do indivíduo  $i$  no primeiro período ( $c_1^i$ ) será preservado no segundo ( $c_{12}^i$ ), assim:

$$W_s = \left\{ E_0 \left[ (1/2)(c_1^i)^{1-\rho} + (1/2)(c_{12}^i)^{1-\rho} \right]^{(1-\epsilon)/(1-\rho)} \right\}^{1/(1-\epsilon)}.$$

Por definição, a sociedade estática não possui independência temporal. Uma vez que os indivíduos são aversos à desigualdade ( $\epsilon \geq 0$ ) e/ou às flutuações intertemporais ( $\rho \geq 0$ ), eles prefeririam uma situação onde, em cada período, o consumo fosse determinado por:

$$\tilde{c} \equiv E_0 \frac{c_1 + c_2}{2}.$$

Neste caso, a sociedade estática apresentaria um  $W_s \leq \tilde{c}$ . A diferença entre  $\tilde{c}$  e  $W_s$  mensura o quanto a sociedade pode ganhar se a desigualdade no consumo (entre os indivíduos e ao longo dos períodos) for eliminada. Atkinson (1970) considera este problema à luz da seguinte pergunta: qual



a fração de  $\tilde{c}$  que a sociedade está disposta a sacrificar de modo a torná-la mais igualitária? Surge então o índice capaz de responder a essa questão:

$$A_s = 1 - \frac{W_s}{\tilde{c}}. \quad [2.7]$$

Note que  $A_s$  mensura o bem-estar “perdido” por conta da desigualdade. Considere agora a ótica da reversibilidade. Neste caso,  $W_r$  denotará o bem-estar, onde, não há dúvida sobre o nível de consumo no período 2 ( $E_1[c_2] = c_2$ ). Assim:

$$W_r = \left\{ E_0[(1/2)(c_1)^{1-\rho} + (1/2)(c_2)^{1-\rho}]^{(1-\epsilon)/(1-\rho)} \right\}^{1/(1-\epsilon)}.$$

Dessa forma, (2.7) tornar-se-á:

$$A_r = 1 - \frac{W_r}{\tilde{c}}.$$

De forma análoga,  $A_r$  mensura a fração de consumo  $\tilde{c}$  que os indivíduos estão dispostos a sacrificar em favor da igualdade. Se a reversibilidade causa um maior bem-estar ( $\epsilon > \rho$ ) e  $c_2^i \neq c_{12}^i$  para algum  $i$ , então  $W_r > W_s$ , que por sua vez implica em  $A_r < A_s$ . Sendo assim, a diferença  $A_s - A_r$  mensurará a redução na fração do consumo que a sociedade terá de sacrificar de modo a eliminar a desigualdade. Note que, neste caso, a reversibilidade diminuiria o “sacrifício” de consumo requerido pela aversão à desigualdade.

Por fim, considere a independência da origem representada pela equação (2.5). Nesta situação, o índice de Atkinson será representado por:

$$A_0 = 1 - \frac{\widehat{W}}{\tilde{c}}.$$

A comparação de  $A_r$  e  $A_0$  fornecerá o impacto no bem-estar gerado pela “independência da origem”. Por conseguinte, o impacto total sobre o nível de bem-estar social será:<sup>63</sup>

$$A_s - A_0 \equiv (A_s - A_r) - (A_r - A_0).$$

Este resultado estabelece uma importante conexão entre mobilidade, em seu conceito mais amplo, e bem-estar econômico.

---

<sup>63</sup> Este indicador mede a perda de bem-estar. Entretanto, se ele for invertido  $A_0 - A_s \equiv (A_r - A_s) - (A_0 - A_r)$ , teremos o ganho de bem-estar associado à mobilidade.

## 4.3 Resultados

### 4.3.1 Dados

Este t3pico tem como objetivo discutir a natureza e a manipula33o dos dados. Optou-se pela vari3avel “renda pessoal”<sup>64</sup> oriunda da Pesquisa Nacional de Amostras por Domic3lios (PNAD), realizada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), tendo como base o m3s de setembro dos respectivos anos. O primeiro passo foi o da convers3o das moedas e o deflacionamento.<sup>65</sup> Para tanto, utilizou-se o procedimento sugerido por Corseuil e Foguel (2002).

Foram exclu3idas as rendas negativas e iguais a zero, pois o c3lculo do 3ndice de Atkinson necessita que o vetor de dados seja estritamente positivo. Outra caracter3stica relacionada a infer3ncia deste indicador, diz respeito 3 sua sensibilidade a valores muito pr3ximos a zero, principalmente quando o par3metro de avers3o 3 desigualdade situa-se no intervalo  $1 \leq \epsilon \leq 3$ . Golan, Perloff e Wu (2001) destacam que mesmo um pequeno n3mero de observa33es com esta caracter3stica, possuem forte influ3ncia sobre o 3ndice. Por conta disso, as rendas quase-zero foram exclu3idas da amostra. O m3todo de exclus3o baseou-se na estatística proposta por Cowell e Victoria-Feser (1996), ou seja:

$$IF(x, y) = \frac{x^\alpha + \sum_{i=1}^n w_i \frac{y_i^\alpha}{n} \left( \alpha - 1 - \frac{\alpha x}{\mu(y)} \right)}{(\alpha^2 - \alpha) \mu(y)^\alpha}.$$

Onde  $IF$  representa a fun33o de influ3ncia dos dados sobre a medida de Atkinson. A vari3avel  $y$  representa o vetor de renda,  $w$  o peso da observa33o,  $x$  a renda mais baixa observada na distribu33o e  $\alpha = 1 - \epsilon$ . Os valores de  $x$  associados a uma  $IF$  superior a 10% foram exclu3idos. Em m3dia, esta exclus3o n3o ultrapassou o percentual de 0,007% da amostra em cada  $\epsilon$  considerado.

### 4.3.2 Simula33es

Nesta se33o, ser3o apresentados e discutidos os principais resultados do estudo. As simula33es ser3o efetuadas com base em dados relativos 3 renda

---

<sup>64</sup> A utiliza33o da renda 3 uma pr3tica comum nos estudos de mobilidade internacionais, dada a limita33o referente 3 disponibilidade de dados de consumo.

<sup>65</sup> Todos os valores est3o expressos em Reais de janeiro de 2005.

brasileira em dois pontos no tempo: os anos de 1987 e 2005. Como explicitado na seção 2, serão calculadas funções de bem-estar para as sociedades estática, reversível e independente da origem. No caso da sociedade estática, o nível de renda do período 1 (1987) será mantido no segundo. A simulação relativa a reversibilidade, considerará uma inversão no padrão distributivo referente ao primeiro período. Logo, nestes dois primeiros casos, só será utilizado o vetor de dados relacionado ao ano de 1987. Por fim, a consideração da independência da origem introduz a incerteza quanto ao consumo no período 2, ou seja, o ano de 2005. Neste caso, o primeiro passo será a obtenção do equivalente certeza a partir da fórmula (2.4). Em seguida, gera-se uma expectativa de renda futura, baseada na renda de 1987 e no equivalente certeza. Esta inferência será obtida a partir da estimação da densidade conjunta, utilizando-se da técnica do *kernel smoothing*.<sup>66</sup>

A Tabela 3.1 apresenta duas informações. Primeiro, observam-se as estimativas para os índices de Atkinson estendidos. Como já ressaltado, estes indicadores mensuram a perda de bem-estar resultante da desigualdade e da imobilidade de renda. Logo, valores próximos a 1 (um) sugerem à existência de um baixo padrão de bem-estar econômico. A segunda informação está relacionada aos ganhos de bem-estar associados às diferentes fontes de mobilidade. A análise será procedida a partir da simulação de três situações sumarizadas nas colunas 1, 2 e 3. A diferença entre as simulações reside na atribuição de valores diferenciados para os parâmetros  $\epsilon$ ,  $\rho$  e  $\gamma$ .<sup>67</sup> Na primeira coluna, assume-se a existência da preferência pela igualdade ( $\epsilon = 4$ ) e as inexistências de flutuações intertemporais e do risco relativo ao nível de consumo no segundo período. O valor de  $\epsilon$  será mantido nas demais colunas, variando apenas os parâmetros  $\rho$  e  $\gamma$ . Na coluna 2, considera-se  $\rho = 2$  e  $\gamma = 0$ , ou seja, incorpora-se as flutuações intertemporais ao modelo. Na terceira coluna, todos os parâmetros assumem valores diferentes de zero. Neste caso, o  $\gamma = 2$  implica na existência do risco relativo ao consumo no período seguinte.

Na coluna 1, observa-se um  $A_s = 0,9444$ , ou seja, em uma sociedade estática, com um parâmetro de aversão à desigualdade igual a 4, a perda de bem-estar é elevada. Neste sentido, a mobilidade de renda gera ganhos coletivos. Note que os índices relativos a reversibilidade ( $A_r$ ) e à independência da origem ( $A_0$ ) são inferiores ao  $A_s$ . De fato, a reversibilidade propicia um ganho de bem-estar na ordem de 0,0206 ( $A_s - A_r$ ). Já a independência da origem é responsável por uma elevação em torno de 0,0144 ( $A_r - A_0$ ). Conseqüentemente, a mobilidade total, ou seja, a soma das duas fontes, gera um

---

<sup>66</sup> A seleção do parâmetro de alisamento deu-se a partir de método *plug-in* simples. Para detalhes, ver Härdle (1990).

<sup>67</sup> Os valores foram selecionados de modo a satisfazer os requisitos da Proposição 1.

incremento de 0,0351.

Os resultados da coluna 2 apresentam um movimento similar aos da coluna 1, variando apenas os valores absolutos. Logo, pode-se afirmar que a mobilidade gera um aumento no bem-estar. Como já ressaltado, nesta simulação não considera-se o risco relativo ao consumo no período 2 ( $\epsilon = 4$ ,  $\rho = 2$  e  $\gamma = 0$ ). A perda de bem-estar associada a uma sociedade estática é representada por  $A_s = 0,7774$ . Há uma redução deste valor quando introduz-se a mobilidade. O ganho total de bem-estar é de 0,1402, sendo 0,0825 da reversibilidade e 0,0577 da independência da origem.

A simulação da coluna 3 incorpora a aversão ao risco referente ao consumo no período seguinte. Em outras palavras, a expectativa de consumo relativa ao período 2 (no caso deste estudo, o ano de 2005), que é formulada no período 1 (no ano de 1987), deve considerar um fator de risco  $\gamma = 2$ . Espera-se, com isso, mensurar os ganhos de bem-estar associados à existência do “véu da ignorância”, isto é, referente à incerteza quanto ao consumo futuro. Note que os valores para  $A_s$  e  $A_r$  são idênticos aos observados na coluna 2, o que é natural, dado que estes indicadores são calculados tendo como base apenas os dados de 1987. Entretanto,  $A_0$  apresenta o menor valor entre todos os índices já estimados, contribuindo para o elevado ganho total de bem-estar (0,1458). Vale ressaltar que os índices e os ganhos de bem-estar são os mais expressivos dentre todas as simulações realizadas.

**Tabela 3.1:** Impacto da Mobilidade sobre o Bem-estar Econômico

Parâmetros	(1)	(2)	(3)
$\epsilon$	4	4	4
$\rho$	0	2	2
$\gamma$	0	0	2
Resultados			
$A_s$	0,9444	0,7774	0,7774
$A_r$	0,9237	0,6949	0,6949
$A_0$	0,9093	0,6372	0,6316
Reversibilidade ( $A_s - A_r$ )	-0,0206	-0,0825	-0,0825
Independência da origem ( $A_r - A_0$ )	-0,0144	-0,0577	-0,0633
Total ( $A_s - A_0$ )	-0,0351	-0,1402	-0,1458

**Fonte:** Dados da pesquisa.

A observação dos resultados sugere os seguintes destaques: a) dado o alto grau de desigualdade observado no Brasil, as simulações relativas à sociedade estática mostraram índices ( $A_s$ ) sempre superiores às das demais situações. Sendo assim, a mobilidade de renda constituiu uma importante fonte para a melhoria do bem-estar; b) neste contexto, destacam-se os ganhos referentes à reversibilidade e; c) o comportamento dos valores calculados para independência da origem. Este último tópico merece um maior destaque. Note que há um crescimento do valor, em termos absolutos, quando se transita da primeira para a terceira coluna, ou seja, a desigualdade de renda, caracterizada pela forte concentração de indivíduos na parte inferior da distribuição,<sup>68</sup> faz com que torne-se preferível uma situação onde a renda presente, no ponto de vista intrageracional, ou a renda dos pais, na visão intergeracional, não interfira na renda futura.

A comparação do resultado brasileiro com os internacionais propiciará um melhor entendimento para o fenômeno investigado. Neste sentido, destaca-se o estudo de Gottschalk e Spolaore (2002), que investiga os casos americano e alemão. Dado que as metodologias são idênticas, será possível uma comparação direta entre as realidades dos três países. Seus resultados são sumarizados nas Tabelas 3.2 e 3.3.

<sup>68</sup> O estudo de Figueirêdo e Ziegelmann (2006) corrobora esta afirmação.

**Tabela 3.2:** Impacto da Mobilidade sobre o Bem-estar Econômico nos EUA

Parâmetros	(1)	(2)	(3)
$\epsilon$	4	4	4
$\rho$	0	2	2
$\gamma$	0	0	2
Resultados			
$A_s$	0,6660	0,6680	0,6680
$A_r$	0,5650	0,6220	0,6220
$A_0$	0,3540	0,5090	0,5780
Reversibilidade ( $A_s - A_r$ )	-0,1010	-0,0460	-0,0460
Independência da origem ( $A_r - A_0$ )	-0,2110	-0,1140	-0,0440
Total ( $A_s - A_0$ )	-0,3120	-0,1600	-0,0900

**Fonte:** Gottschalk e Spolaore (2002).

Em primeiro lugar, destacam-se os comportamentos dos índices de Atkinson estendidos relativos à sociedade estática. No caso norte-americano, ele estabiliza-se em torno de 0,6660. Os índices alemães são menores (girando em torno de 0,4060). Logo, ambos são inferiores aos brasileiros, o que era esperado dado que os EUA e a Alemanha apresentam uma menor desigualdade de renda.<sup>69</sup> Sob este panorama, a reversibilidade mostra-se mais relevante, como fonte de incremento de bem-estar, para o caso brasileiro (em média 0,0300 superior aos valores dos EUA e Alemanha).

**Tabela 3.3:** Impacto da Mobilidade sobre o Bem-estar Econômico na Alemanha

Parâmetros	(1)	(2)	(3)
$\epsilon$	4	4	4
$\rho$	0	2	2
$\gamma$	0	0	2
Resultados			
$A_s$	0,4010	0,4060	0,4060
$A_r$	0,2840	0,3510	0,3510
$A_0$	0,1690	0,2500	0,3100
Reversibilidade ( $A_s - A_r$ )	-0,1170	-0,0550	-0,0550
Independência da origem ( $A_r - A_0$ )	-0,1150	-0,1010	-0,0410
Total ( $A_s - A_0$ )	-0,2320	-0,1560	-0,0960

**Fonte:** Gottschalk e Spolaore (2002).

<sup>69</sup> Ver United Nations Development Program (2006).

Nos casos americano e alemão, os ganhos gerados pela independência da origem são decrescentes, ao contrário do que observa-se no Brasil. Este comportamento sugere que a incerteza quanto ao consumo futuro são mais significativos para uma nação desigual como o Brasil do que para sociedades com níveis de distribuição de renda mais igualitários. A comparação entre os resultados dos EUA com os da Alemanha reforça esta conclusão. Dado que os EUA apresentam uma distribuição de renda mais desigual,<sup>70</sup> seus ganhos associados à independência da origem são maiores do que os observados na Alemanha.

No entanto, este resultado constitui um paradoxo, pois segundo Alesina, Di Tella e MacCulloch (2001) a desigualdade de renda possui um efeito negativo sobre a “felicidade” dos europeus mas não sobre a “felicidade” da população norte-americana, pois os americanos associam pobreza a ineficiência, enquanto que os europeus a consideram “falta de sorte”. Neste sentido, a independência da origem, que reduz a desigualdade nos múltiplos períodos, deveria ser mais relevante para a Alemanha do que para os EUA. Uma das possíveis explicações para este comportamento reside na percepção da mobilidade social e de sua associação com a independência da origem. Para Gottschalk e Spolaore (2002) ela seria mais forte entre os norte-americanos. Por fim, o que pode-se afirmar é que estes resultados destacam a heterogeneidade das sociedades. Ou seja, cada nação possui o seu próprio ponto de ótimo para a estrutura da mobilidade.

Para o caso do Brasil, esta questão fica em aberto. O que se pode afirmar é que o país apresenta uma elevada rigidez em sua estrutura social, seja ela do ponto de vista intrageracional ou intergeracional. A baixa mobilidade de renda intrageracional é destacada por Figueirêdo e Ziegelmann (2007a). Exemplificando, o estudo demonstra que um agente econômico pertencente aos 10% mais pobres, possui uma probabilidade muito baixa de, com o tempo, ascender socialmente passando a “habitar” os estratos superiores da distribuição.

Tal comportamento mostra-se coerente aos resultados relacionados a dependência intergeracional, isto é, o papel da renda dos pais sobre a determinação da renda dos filhos. Esta afirmação é corroborada por Ferreira e Veloso (2006) que, utilizando os dados da PNAD referentes ao ano de 1996, detectam uma baixa mobilidade intergeracional no Brasil. Isto é, os salários dos pais tendem a ser “transferidos” para os filhos em uma magnitude superior ao observado em países desenvolvidos.

Neste contexto, o aumento da mobilidade de renda passa a representar uma “quebra” nesta estrutura, gerando, com isso, uma melhor distribuição

---

<sup>70</sup> Esta afirmação pode ser confirmada a partir da observação da Figura 1 de Gottschalk e Spolaore (2002).

dos rendimentos e, por conseguinte, uma situação caracterizada pelo maior nível de bem-estar econômico. Entretanto, este resultado é sustentado pela hipótese da ausência de perdas de bem-estar *ex-ante*, associadas ao aumento da incerteza oriunda da mobilidade (mais especificamente, decorrente da independência da origem). Sendo assim, uma sugestão futura para a pesquisa será abordar os impactos *ex-ante* e *ex-post*. Desta forma, o incremento de bem-estar só ocorreria se o segundo efeito dominasse o primeiro. Tal estrutura teórica é fornecida por Abatemarco (2004).

#### 4.4 Considerações Finais

Este estudo buscou mensurar o efeito da mobilidade de renda sobre o nível de bem-estar econômico no Brasil. Para tanto, considerou-se o modelo de consumo intertemporal e a respectiva modificação no índice de Atkinson. A utilização deste ferramental tornou possível a separação dos efeitos das diferentes fontes teóricas da mobilidade, ou seja, da reversibilidade e da independência da origem.

Foram realizadas três simulações, supondo à existência das sociedades estática, reversível e independente da origem. Considerou-se que a aversão à desigualdade domina as aversões à flutuação intertemporal no consumo e ao risco futuro ( $\epsilon > \rho$  e  $\epsilon > \gamma$ ).

Os resultados demonstraram que a mobilidade de renda gera um impacto positivo sobre o nível de bem-estar econômico brasileiro. Neste contexto, os valores relativos a reversibilidade são coerentes, dado o alto grau de desigualdade de renda observado no Brasil. Isto é, como a distribuição de renda brasileira é caracterizada pela grande concentração de pessoas na parte inferior da densidade, uma reversão desta realidade, com os pobres tornando-se ricos e os ricos tornando-se pobres, geraria um maior bem-estar social.

Este mesmo argumento pode ser empregado para explicar o comportamento dos ganhos relacionados a independência da origem. Dada uma situação inicial desfavorável no tempo  $t$ , é preferível que ela não interfira na posição do indivíduo em  $t + 1$ . Sendo assim, o “véu da ignorância” propicia ganhos do ponto de vista agregado.

A comparação dos resultados brasileiros com os internacionais reforçaram a hipótese da influência do nível da desigualdade sobre a magnitude dos incrementos do bem-estar associados a mobilidade de renda. Ou seja, nações que apresentam grandes disparidades de renda e significativas



parcelas da população “localizadas” nos estratos inferiores da distribuição, tendem a se beneficiar mais com a mobilidade.

Por fim, os resultados sugerem que uma flexibilização na estrutura social brasileira, representada pelo o aumento na mobilidade de renda, contribuirá para a melhoria na distribuição dos rendimentos e, conseqüentemente, gerará um acréscimo no nível de bem-estar econômico. Entretanto, convém destacar que a estrutura teórica aqui utilizada não admite perdas *a priori* relacionadas ao aumento na incerteza na economia. Sendo assim, a inclusão desta possibilidade norteará uma pesquisa futura.

## 5. Conclusão

Este estudo buscou promover uma ampla investigação do processo de distribuição de renda brasileira, considerando informações estáticas e dinâmicas e as suas relações com o nível de bem-estar econômico. A análise concentrou-se no período de 1987 a 2005, como uma forma de confrontar os resultados anteriores e posteriores à abertura comercial.

Para tanto, utilizou-se uma série de instrumentais estatísticos, destacando-se: a inferência não-paramétrica, dominância estocástica, matrizes de transição (estimadas a partir de entropias generalizadas) e a simulação estocástica.

Os resultados estáticos apontaram para uma mudança estatisticamente significativa na distribuição e mais: as alterações propiciaram um ganho de bem-estar social. Os resultados dinâmicos constataram um movimento rumo ao meio da distribuição, sugerindo uma reversão do desaparecimento da classe média. Porém, a comparação com as evidências internacionais classificou o Brasil como um país com elevada rigidez de mobilidade de renda.

Logo, não obstante o aumento na mobilidade de renda no período pós-abertura comercial, os resultados ainda são relativamente tímidos. O estudo de Figueiredo, Netto Junior e Pôrto Junior (2007), destacou um dos fatores determinantes desta mobilidade, a saber: o movimento educacional. Em suma, calcula-se um índice similar ao encontrado para a mobilidade de renda, com vistas a esclarecer o quanto da escolaridade dos pais é repassada para os filhos. Os resultados indicaram um aumento da mobilidade educacional no período de 1987 a 2003, porém em uma velocidade lenta.

Sendo assim, podemos relacionar as duas mobilidades e inferir que a baixa mobilidade educacional é determinante para os níveis tímidos do movimento da renda. A solução para este problema parece óbvia, dado que de acordo com Barros, Henriques e Mendonça (2000) a educação é vista como uma das principais fontes de desigualdade no Brasil. Isto é, melhorando os níveis educacionais teremos uma maior mobilidade de renda. Porém, este argumento precisa de uma evidência mais sólida, ficando como sugestão para pesquisas futuras.

O fato é que para o Brasil, um aumento na mobilidade, em suas diversas fontes, promoverá uma elevação no bem-estar social. As simulações apresen-

tadas no quarto capítulo corroboram esta conclusão. Sendo assim, podemos afirmar que, embora em passos lentos, estamos atravessando um processo de melhoria na distribuição e no bem-estar social no Brasil.

## Referências

- ABATEMARCO, A. **Is Income Mobility Socially Desirable?** Working paper: University of Napoli, Napoli, p. 1-23, 2004.
- ADELMAN, I.; MORLEY, S.; SCHENZER, C.; WARNING, M. Estimating income mobility from census data. **Journal of Policy Modeling**, Nova York, v. 16, p. 187-213, 1994.
- AEBI, R.; NAGASAWA, M. Large deviations and propagation of chaos for Schrödinger processes. **Probability Theory and Related Fields**, Berlin, v. 94, p. 53-68, 1992.
- AEBI, R. Schrödinger's time-reversal of natural laws. **The Mathematical Intelligencer**, Berlin, v. 18, p. 62-67, 1996.
- AEBI, R. Contingency tables with prescribed marginals. **Statistical Papers**, v. 38, 1997.
- AEBI, R.; NEUSSER, K.; STEINER, P. **Evaluating theories of income dynamics: a probabilistic approach.** Berne, University of Berne: Working paper, p. 1-25, 1999.
- AEBI, R.; NEUSSER, K.; STEINER, P. **Improving models of income dynamics using cross-section information.** Berne, University of Berne: Working paper, p. 1-29, 2001.
- ALESINA, A.; Di TELLA, R.; MacCULLOCH, R. **Inequality and happiness: are Europeans and Americans different?** Cambridge, NBER: Working Paper W8198, p. 1-37, 2001.
- ANDREWS, Donald W.K.; BUCHINSKY, B. A three-step method for choosing the number of bootstrap replications. **Econometrica**, Princeton, v. 68, p. 23-51, 2000.
- ARBACHE, Jorge S. **Trade liberalization and labor markets in developing countries: theory and evidence.** Brasília, Texto para discussão: IPEA, p. 1-20, n. 853, 2001.
- ARBACHE, Jorge S.; CORSEUIL, C. Liberalização comercial e estruturas de emprego e salário. **Revista Brasileira de Economia**, Rio de Janeiro, v. 58, n. 4, p. 485-505, 2004.
- ATKINSON, Anthony B. On the measurement of inequality. **Journal of Economic Theory**, New York, v. 2, p. 244-263, 1970.
- ATKINSON, Anthony B. The measurement of income mobility. In: ATKINSON, Anthony B. (ed). **Essays in Honor of Jan Pen.** Brighton: Wheatsheaf, 1981.
- ATKINSON, Anthony B.; BOURGUIGNON, F. The comparison of multidimensional distributions of economic status. **Review of Economic Studies**, New York, v. 49, p. 183-201, 1982.

- ATKINSON, Anthony B.; RAINWATER, L.; SMEEDING, T. Income distribution in OECD countries: evidence from the Luxembourg income study (LIS). **Organization of Economic Co-operation and Development**. 1995.
- BARROS, Ricardo P.; HENRIQUES, R.; MENDONÇA, R. **A estabilidade inaceitável: desigualdade e pobreza no Brasil**. Brasília, Texto para discussão: IPEA, n. 800, 2001.
- BARTHOLOMEW, D. **Stochastic models for social processes**. New York: Wiley, 1982.
- BIRCHENALL, Javier A. Income distribution, human capital and economic growth in Colombia. New Haven, **Journal of Development Economics**, v. 66, p. 271-287, 2001.
- BOWMAN, A.; AZZALINI, A. **Applied smoothing techniques for data analysis**. New York: Oxford University Press, 1997.
- BURKHAUSER, Richard V.; CUTTS, Amy C.; DALY, Mary C.; JENKINS, Stephen P. Testing the significance of income distribution changes over the 1980s business cycle: a cross-national comparison. Chicago, **Journal of Applied Econometrics**, v. 14, p. 253-272, 1999.
- BURKHAUSER, Richard V.; LILLARD, D.; VALENTI, P. **How exits from the labor force or death impact household income: a four country comparison of public and private income support**. BHPS Conference Essex-UK, 2001.
- CHAMPERNOWNE, D. A model of income distribution. **The Economic Journal**, London, v. 63, n. 205, p. 318-351, 1953.
- CORSEUIL, C.; FOGUEL, M. Uma sugestão de deflatores para rendas obtidas a partir de algumas pesquisas domiciliares do IBGE. **Mercado de Trabalho Conjuntura e Análise**, São Paulo, v. 1, n. 19, p. 57-63, 2002.
- COWELL, Frank A.; VITÓRIA-FESER, Maria-Pia. Robustness properties of inequality measures. **Econometrica**, Princeton, v. 64, n. 1, p. 77-101, 1996.
- CSISZÁR, I. I-Divergence geometry of probability distributions and minimization problems. **The Annals of Probability**, Berlin, v. 3, p. 23-34, 1975.
- DARDANONI, V. Measuring social mobility. **Journal of Economic Theory**, London, v. 61, p. 372-394, 1993.
- DUCLOS, Jean-Yves; ESTEBAN, J.; RAY, D. Polarization: concepts, measurement, estimation. **Econometrica**, Princeton, v. 72, p. 1737-1772, 2004.
- EFRON, B. Bootstrap methods: Another look at the jackknife. **Annals of Statistics**, Stanford, v. 7, p. 7-26, 1979.
- ELLIS, Richard S. **Entropy, large deviations, and statistical mechanics**. New York: Springer-Verlag, 1986.
- FAN, J.; YAO, Q. **Nonlinear time series: nonparametric and parametric methods**. New York: Springer-Verlag, 2003.

- FERREIRA, Sérgio G.; VELOSO, Fernando A. Intergenerational mobility of wages in Brazil. **Brazilian Review of Econometrics**, Rio de Janeiro, v. 26, n. 2, p. 181-211, 2006.
- FIELDS, Gary S.; OK, Efe A. The meaning and measurement of income mobility. **Journal of Economic Theory**, New York, v. 71, p. 349-377, 1996.
- FIELDS, Gary S.; OK, Efe A. The measurement of income mobility: an introduction to the literature. In: SILBER, J. **Handbook on income inequality measurement**. Boston: Kluwer Academic Press, p. 100-125, 2001.
- FIELDS, Gary S. **Distribution and development: a new look at the developing world**. Cambridge: The MIT Press, 2001.
- FIGUEIRÊDO, Erik A. de; ZIEGELMANN, Flávio A. **Mudança na distribuição de renda brasileira: significância estatística e bem-estar econômico**. Porto Alegre: PPGE/UFRGS, 2006, no prelo.
- FIGUEIRÊDO, Erik A. de; ZIEGELMANN, Flávio A. **A dinâmica da distribuição de renda brasileira**. Porto Alegre: PPGE/UFRGS, 2007a, no prelo.
- FIGUEIRÊDO, Erik A. de; ZIEGELMANN, Flávio A. **Mobilidade de renda e bem-estar econômico no Brasil**. Porto Alegre: PPGE/UFRGS, 2007b, no prelo.
- FIGUEIRÊDO, Erik A. de; NETTO JUNIOR, José L. da S.; PÔRTO JUNIOR, Sabino da S. Distribuição, mobilidade e polarização de renda no Brasil: 1987 a 2003. **Revista Brasileira de Economia**, Rio de Janeiro, v. 61, n. 1, p. 7-32, 2007.
- FOSTER, J.; SHORROCKS, A. Poverty ordering and welfare dominance. **Social Choice and Welfare**, London, v. 5, p. 179-198, 1988.
- GOLAN, A.; JUDGE, G.; MILLER, D. **Maximum entropy econometrics**. Chichester: John Wiley & Sons, 1996.
- GOLAN, A.; PERLOFF, Jeffrey M.; WU, X. **Welfare effects of minimum wage and other government policies**. San Diego, University of California: Working paper, p. 1-42, 2001.
- GONZAGA, G.; MENEZES FILHO, Naécio A.; TERRA, Maria C. Trade liberalization and the evolution of skill earnings differentials in Brazil. **Journal of International Economics**, San Diego, v. 8, n. 2, p. 345-367, 2006.
- GOTTSCHALK, P. Inequality, income growth, and mobility: the basic facts. **Journal of Economic Perspectives**, London, v. 11, n. 2, p. 21-40, 1997.
- GOTTSCHALK, P.; SPOLAORE, E. On the evaluation of economic mobility. **Review of Economic Studies**, New York, n. 69, p. 191-208, 2002.
- GREEN, F.; DICKERSON, A.; ARBACHE, Jorge S. A picture of wage inequality and the allocation of labor through a period of trade liberalization: the case of Brazil. **World Development**, New York, v. 29, 2001.
- GEWEKE, J.; MARSHALL, R.; ZARKIN, G. Mobility indices in continuous time markov chains. **Econometrica**, Princeton, v. 54, p. 1407-1423, 1986.

- HANSEN, Bruce E. **Econometrics**. University of Wisconsin. 2006. Disponível em: <<http://www.ssc.wisc.edu/~bhansen>>, acesso em: jan/2006.
- HÄRDLE, W. **Applied nonparametric regression**. New York: Cambridge University Press, 1990.
- HARSANYI, J. Cardinal welfare, individualistic ethics, and interpersonal comparisons of utility. **Journal of Political Economy**, London, v. 63, p. 309-321, 1955.
- JENKINS, Stephen P. Did the middle class shrink during the 1980s? UK evidence from kernel density estimates. **Economic Letters**, New York, v. 49, p. 407-413, 1995.
- KITAMURA, Y.; STUTZER, M. An information-theoretic alternative to generalized method of moments estimation. **Econometrica**, Princeton, v. 65, n. 4, p. 861-874, 1997.
- KREPS, D.; PORTEUS, E. Temporal resolution of uncertainty and dynamic choice theory. **Econometrica**, Chicago, v. 46, p. 185-200, 1978.
- LEE, T.; JUDGE, G.; ZELNER, A. **Estimating the parameters of the Markov probability model from aggregate time series data**. New York: North-Holland, 1977.
- LYDALL, H. Review of Champernowne. **Journal of Economic Literature**, v. 12, 1973.
- MAIA, K. **Progresso tecnológico, qualificação de mão-de-obra e desemprego**. 2001. Tese (Doutorado em Economia) – Faculdade de Economia, Universidade de Brasília, Brasília, 2001.
- MARKANDYA, A. Intergenerational exchange mobility and economic welfare. **European Economic Review**, London, v. 17, p. 307-324, 1982.
- MENEZES FILHO, Naécio A.; RODRIGUES JÚNIOR, M. Tecnologia e demanda por qualificação na indústria brasileira. **Revista Brasileira de Economia**, Rio de Janeiro, v. 57, n. 3, p. 21-40, 2003.
- MORILLO, D. **Income mobility with nonparametric quantiles**: A comparison of the U.S. and Germany. Urbana: University of Illinois, p. 1-20, 1999. (Working paper).
- NERI, M. **Desigualdade, estabilidade e bem-estar social**. Ensaio Econômico: FGV/EPGE, Rio de Janeiro, n. 637, p. 1-35, 2006.
- PRAIS, S. Measuring social mobility. **Journal of Royal Statistical Society**, Cambridge, serie A, parte I, p. 56-66, 1955.
- QUAH, Danny T. Convergence empirics across economies with (some) capital mobility. **Journal of Economic Growth**, London, v. 1, p. 95-124, 1996.
- RAWLS, J. **A theory of justice**. Oxford: Oxford University Press, 1970.
- SEN, A. **Commodities and capabilities**. Oxford: Oxford University Press, 1985.

- SHORROCKS, A. Income mobility and the Markov assumption. **Economic Journal**, London, v. 86, p. 566-578, 1976.
- SHORROCKS, A. The measurement of mobility. **Econometrica**, Chicago, v. 46, n. 5, p. 1013-1024, 1978.
- SHORROCKS, A. The class of additively decomposable inequality measures. **Econometrica**, Chicago, v. 48, p. 613-625, 1980.
- SHORROCKS, A. Ranking income distributions. **Economica**, London, v. 50, p. 3-17, 1983.
- TAUCHEN, G. Finite state Markov-chain approximations to univariate and vector autoregressions. **Economics Letters**, London, v. 20, p. 177-181, 1986.
- THEIL, H. **Statistical decomposition analysis**. Amsterdam: North Holland, 1972.
- TREDE, M. Making mobility visible: a graphical device. **Economics Letters**, London, v. 59, p. 77-82, 1998.
- UNITED NATIONS DEVELOPMENT PROGRAM. **Human development report**, New York, 2006.
- VAN DE GAER, D.; SCHOKKAERT, E.; MARTINEZ, M. Three meanings of intergenerational mobility. **Economica**, Berlin, v. 68, p. 52-69, 2001.
- VON-NEUMANN, J.; MORGENSTERN, O. **Theory of games and economic behavior**. Princeton: Princeton University Press, 1944.
- WHITE, H. Maximum likelihood estimation of misspecified models. **Econometrica**, Chicago, v. 50, p. 1-25, 1982.
- ZIEGELMANN, Flávio A. **Nonparametric and semi-parametric methods in time series: the kernel smoothing approach**. São Pedro: 10 ESTE, 2003.



## APÊNDICE A: Estatísticas para Renda Brasileira

Estatísticas	Anos							
	1987	1988	1989	1992	1993	1995	1996	1997
Gini	0,5767	0,5942	0,6643	0,5493	0,5792	0,5741	0,5962	0,5763
Polarização	0,2590	0,2780	0,2820	0,2552	0,2814	0,2877	0,2867	0,2864
Renda média	840,09	826,73	839,62	717,49	763,05	925,95	958,74	932,80
(1) < 10%	87,23	83,8	85,95	78,94	81,89	90,39	89,39	89,59
(2) 10-20%	160,93	159,19	160,88	161,65	160,69	162,38	159,51	162,51
(3) 20-30%	231,31	230,30	231,74	235,18	231,88	229,70	230,99	229,51
(4) 30-40%	311,94	311,58	312,38	311,90	313,79	310,15	312,22	310,81
(5) 40-50%	408,96	411,52	411,58	410,48	410,25	408,28	414,04	410,45
(6) 50-60%	533,09	536,68	532,85	534,16	531,15	533,82	539,22	532,61
(7) 60-70%	702,53	704,55	702,69	703,62	699,25	700,11	709,22	698,84
(8) 70-80%	968,21	968,51	967,10	967,64	965,76	965,05	982,65	964,64
(9) 80-90%	1489,66	1491,70	1497,77	1482,63	1488,31	1488,86	1528,19	1497,41
(10) > 90%	3505,00	4058,55	3607,16	3754,20	4077,90	4087,42	4136,06	4125,16
Estatísticas	Anos							
	1998	1999	2001	2002	2003	2004	2005	—
Gini	0,5753	0,5706	0,5932	0,5634	0,5524	0,5457	0,5422	—
Polarização	0,2866	0,2845	0,2782	0,2780	0,2676	0,2639	0,2338	—
Renda média	939,39	878,28	872,43	869,45	798,25	816,13	857,67	—
(1) < 10%	89,46	87,37	82,42	82,92	81,35	82,94	81,65	—
(2) 10-20%	159,24	159,51	160,54	161,42	163,12	165,04	162,02	—
(3) 20-30%	232,49	230,86	236,62	237,61	239,29	231,79	229,65	—
(4) 30-40%	315,60	313,75	313,58	312,72	313,28	305,63	314,18	—
(5) 40-50%	412,71	412,04	409,11	408,98	409,23	407,67	416,86	—
(6) 50-60%	533,31	534,14	536,52	538,47	532,98	535,36	539,98	—
(7) 60-70%	704,30	702,99	702,01	706,01	701,85	702,60	706,05	—
(8) 70-80%	968,71	965,94	964,27	967,64	969,48	967,33	970,81	—
(9) 80-90%	1490,68	1493,47	1490,66	1482,38	1488,54	1488,05	1483,62	—
(10) > 90%	4161,86	4038,04	4077,32	4041,69	3870,08	3899,48	3945,20	—

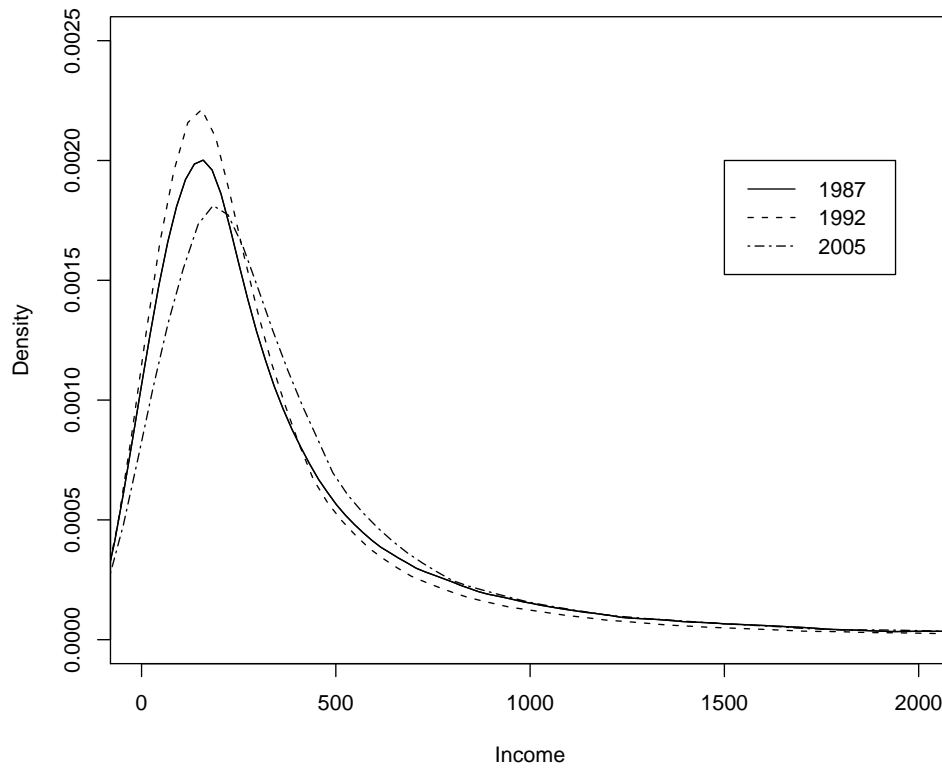
**Fonte:** Dados da pesquisa.

## APÊNDICE B: Proporção de Pessoas por Estrato de Renda

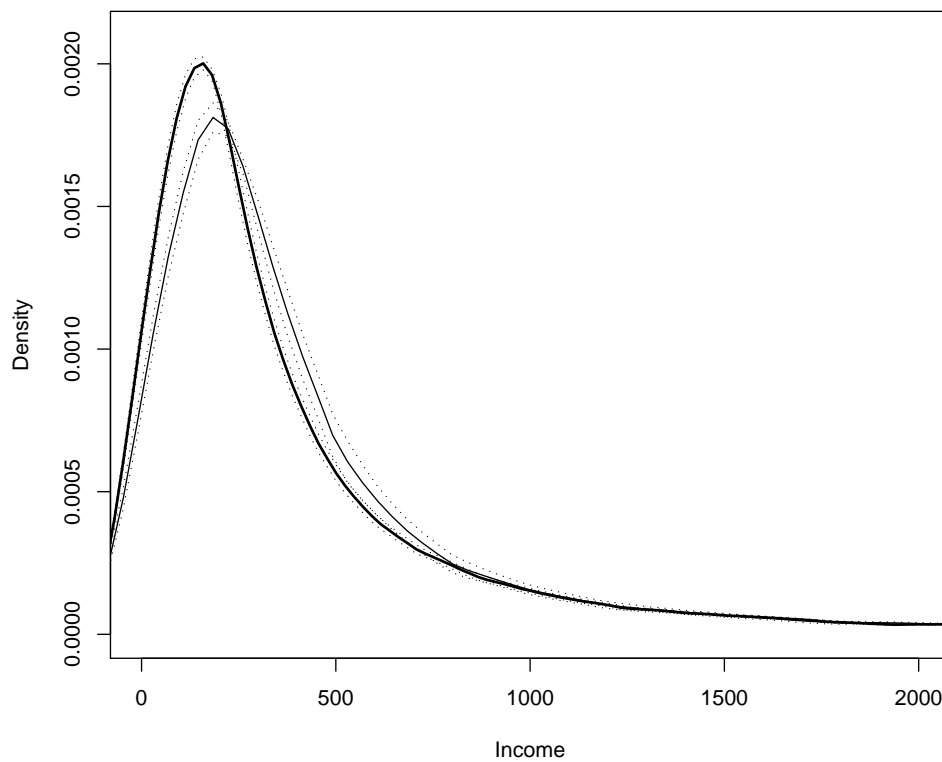
Estratos	Anos							
	1987	1988	1989	1992	1993	1995	1996	1997
(1) < 10%	10,00	<b>12,57</b>	<b>11,85</b>	<b>10,74</b>	<b>11,03</b>	7,69	6,40	8,12
(2) 10-20%	10,00	<b>11,20</b>	<b>10,85</b>	<b>11,45</b>	<b>11,11</b>	8,47	7,81	8,77
(3) 20-30%	10,00	<b>11,44</b>	<b>10,61</b>	<b>11,89</b>	<b>12,59</b>	<b>11,34</b>	<b>10,18</b>	<b>11,19</b>
(4) 30-40%	10,00	<b>10,23</b>	<b>10,70</b>	<b>11,78</b>	<b>12,68</b>	<b>11,04</b>	<b>10,93</b>	<b>10,70</b>
(5) 40-50%	10,00	<b>10,38</b>	9,23	<b>11,44</b>	<b>10,20</b>	<b>11,60</b>	<b>11,31</b>	<b>10,88</b>
(6) 50-60%	10,00	9,22	9,01	<b>10,01</b>	9,97	<b>10,05</b>	<b>10,20</b>	9,70
(7) 60-70%	10,00	8,70	8,75	9,29	8,77	9,61	<b>11,23</b>	9,96
(8) 70-80%	10,00	8,46	9,14	8,58	8,22	9,82	<b>10,74</b>	<b>10,07</b>
(9) 80-90%	10,00	8,48	9,38	7,90	7,62	9,66	<b>10,75</b>	9,94
(10) > 90%	10,00	9,32	<b>10,47</b>	6,92	7,80	<b>10,72</b>	<b>10,43</b>	<b>10,68</b>
Estratos	Anos							
	1998	1999	2001	2002	2003	2004	2005	—
(1) < 10%	7,05	7,58	7,27	6,67	7,65	6,62	5,75	—
(2) 10-20%	8,80	9,60	<b>10,10</b>	9,92	<b>10,75</b>	<b>10,10</b>	7,91	—
(3) 20-30%	<b>11,93</b>	<b>11,92</b>	<b>11,31</b>	<b>11,92</b>	<b>11,90</b>	9,22	<b>10,48</b>	—
(4) 30-40%	<b>11,17</b>	<b>11,62</b>	<b>11,10</b>	<b>10,42</b>	<b>11,17</b>	<b>13,31</b>	<b>13,39</b>	—
(5) 40-50%	<b>10,53</b>	<b>11,00</b>	<b>11,72</b>	<b>12,67</b>	<b>12,08</b>	<b>12,51</b>	<b>12,14</b>	—
(6) 50-60%	<b>10,26</b>	<b>10,51</b>	<b>10,92</b>	<b>10,85</b>	<b>10,99</b>	<b>11,77</b>	<b>11,82</b>	—
(7) 60-70%	9,91	9,31	9,19	9,80	9,71	9,88	<b>10,55</b>	—
(8) 70-80%	9,74	9,51	9,88	9,32	9,02	9,60	<b>10,05</b>	—
(9) 80-90%	9,87	9,12	8,98	8,90	8,40	8,58	8,91	—
(10) > 90%	<b>10,73</b>	9,84	9,53	9,54	8,33	8,41	9,01	—

**Fonte:** Dados da pesquisa. Valores em negrito denotam crescimento em relação a 1987.

## APÊNDICE C: Densidades de Renda



**Figura A.1:** Distribuição de Renda no Brasil, 1987, 1992 e 2005 ( $\varepsilon = 1$ ).



**Figura A.2:** Bandas de Variabilidade, 1987 e 2005 ( $\varepsilon = 1$ ).

## APÊNDICE D: Resultados para a Transição de Renda – 1995-2005

**Tabela D.1:** Matriz de Transição Markoviana – 1995-2005

	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]	[10]
[1]	0,357	0,293	0,195	0,088	0,038	0,018	0,008	0,002	0,001	0,000
[2]	0,247	0,232	0,214	0,133	0,078	0,049	0,029	0,014	0,004	0,000
[3]	0,100	0,129	0,203	0,180	0,138	0,108	0,076	0,045	0,019	0,002
[4]	0,039	0,070	0,155	0,174	0,162	0,147	0,118	0,082	0,045	0,008
[5]	0,016	0,039	0,113	0,153	0,166	0,165	0,147	0,112	0,072	0,017
[6]	0,007	0,024	0,084	0,134	0,159	0,173	0,160	0,133	0,096	0,030
[7]	0,003	0,014	0,063	0,113	0,150	0,170	0,170	0,148	0,120	0,049
[8]	0,001	0,008	0,043	0,090	0,130	0,160	0,169	0,161	0,152	0,086
[9]	0,000	0,003	0,020	0,053	0,091	0,126	0,149	0,165	0,205	0,188
[10]	0,000	0,000	0,003	0,014	0,031	0,055	0,083	0,127	0,257	0,430

**Fonte:** Dados da pesquisa.

**Tabela D.2:** Informações Relativas à Matriz de Transição – 1995-2005

Informações	Valores
Entropia Relativa	0,117
Meia Vida ( $h$ )	1,685
Índice $M_P$	0,860
$\theta_2^2$	0,439
Índice $M_D$	0,930*
Índice $M_L$	0,337

**Fonte:** Dados da pesquisa. \*  $\alpha = 1$ .

## APÊNDICE E: Aspectos Computacionais

O objetivo deste apêndice é discutir alguns procedimentos computacionais utilizados ao longo do trabalho de tese. As rotinas de estimação não serão apresentadas por restrição de espaço, porém, elas podem ser obtidas mediante solicitação ([eafigueiredo@gmail.com](mailto:eafigueiredo@gmail.com)).

Em primeiro lugar, deve-se destacar que este documento foi preparado usando o sistema tipográfico (Plain) T<sub>E</sub>X, desenvolvido por Donald Knuth. Trata-se de uma plataforma gratuita que pode ser obtida no endereço: <http://www.miktex.org.br>.

As estimações relativas ao segundo capítulo foram efetuadas nos *softwares* R, disponível em <http://www.r-project.org> e DAD 4.4, criado por Jean-Yves Duclos, Abdelkrim Araar e Carl Fortin, ambos gratuitos. As densidades *kernel* foram estimadas a partir do comando `bkde` contido na *library* `KernSmooth`. As inferências relacionadas às dominâncias estocásticas podem ser facilmente reproduzidas no DAD 4.4.

O cálculo das matrizes de transição, contido no capítulo 3, foi efetuado no *software* MatLab 7.1. Para tanto, considerou-se o algoritmo *Iterative Proportional Fitting Procedure* (IPFP) desenvolvido por Deming and Stephan (1940). Este procedimento pode ser implementado a partir da função IPF. Já o cálculo dos índices de mobilidade envolve apenas operações básicas de matrizes (determinantes e autovalores).

Por fim, a simulação estocástica do terceiro ensaio é realizada no *software* STATA 8.0. Grosso modo, definem-se cenários a partir da geração de funções de bem-estar. Para isso, utiliza-se o comando `program define`. A partir daí, a geração dos índices de Atkinson estendidos torna-se trivial.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)