PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC-SP

CHARSTON LIMA KEPPKE

ÁLGEBRA NOS CURRÍCULOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

São Paulo
2007

Livros Grátis

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC-SP

CHARSTON LIMA KEPPKE

ÁLGEBRA NOS CURRÍCULOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência para obtenção do título de ***MESTRE PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA****, sob a orientação do(a)* ***Prof(a). Dr(a). Célia Maria Carolino Pires.***

São Paulo

2007

Banca Examinadora

Profa. Dra. Célia Maria Carolino Pires (orientadora)

Profa. Dra. Bárbara Lutaif Bianchini

Prof. Dr.Armando Traldi Junior

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: ____ **Local e Data:** ______________

A minha herança bendita,
Kimberly, Kevin e Karolina,
que não saem do meu coração nem um momento,
preciosidades de meu Pai.

Ao meu grandioso Deus, doador da Vida,
Ajudador, Capacitador, Fortalecedor,
Sustentador e Exímio Professor,
que tem me feito prosperar grandemente,
que me tirou da beira da praia e que
tem me abençoado sobremaneira
em todas as obras de minhas mãos.

À minha maravilhosa esposa,
Silvia Roberta, que me auxilia em todas as situações,
mulher virtuosa, que abre a sua boca com sabedoria e
cujo ensino sempre está em seus lábios,
que tem lutado por mim todos os dias,
e cujo valor excede ao de jóias preciosas.

À minha amiga Rita Marques Lima de Castro,
que se dispôs a ajudar, a cooperar, a ensinar,
que se empenhou incomensuravelmente,
que muito lutou e coordenou o meu trabalho.

Ao meu amigo Ivan Cruz Rodrigues,
que sempre ajudou, que se dispôs a ensinar,
em finais de semana, feriados e madrugadas .

À minha querida mãe Paulina,
mulher de luta, incansável no trabalho,
que deixou tudo para cuidar de meus preciosos.

À minha querida Zoe,
que trabalha como gente grande,
nosso auxílio bem presente.

Aos queridos Rodolfo e Rafael,
por poder contar com vocês,
e por crerem junto comigo.

Ao João Carlos e Patrícia,
por tão valiosa ajuda,
no cuidado da casa e dos pequeninos.

À Marta, Paula, Débora, Dayane e Roberta,
por todo cuidado e carinho com meus filhos.

Aos queridos pastores Juarez e Solange,
por nos encorajarem a cada dia e
pela mobilização em nosso favor

Ao amigo Gerson Garcia,
por nos ceder, tão prontamente,
o uso do escritório da Stylofino

À Érica Santana, Gilberto Cury, e à Priscila Corrêa,
pelo suporte, compreensão e amizade de vocês por nós.

A todos os amigos e irmãos,
que oraram por nós e nos incentivaram.

À Prof. Dra Célia Maria Carolino Pires,
pela solicitude, pela disponibilidade,
pela orientação e compreensão.

Aos professores doutores
Bárbara Lutaif Bianchini e Armando Traldi Junior,
membros da banca de qualificação,
pelos comentários, reflexões críticas e
atenção dada a este trabalho.

À Secretaria Estadual de Educação,
pelo apoio financeiro concedido
por meio de uma Bolsa de Estudos,
apoio este essencial para que pudesse
desenvolver este projeto

RESUMO

O presente trabalho, que se insere no grupo de pesquisa “Inovações Curriculares nos Ensinos Fundamental e Médio”, composto por alunos de mestrado e de doutorado do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, tem como objetivo identificar como a Álgebra aparece nos currículos do ensino fundamental nos últimos 50 anos e realizar uma análise comparativa entre os documentos oficiais que guiam a composição curricular de Matemática no Ensino Fundamental nas últimas décadas e o depoimento de professores que atuam na rede pública e particular. Inicialmente, para o embasamento teórico, apresentamos, por meio de revisão bibliográfica, as proposições de alguns autores que discutem o ensino de Álgebra. Em seguida, investigamos quais as recomendações curriculares relativas ao ensino da Álgebra, por meio de pesquisa documental, relatando e comparando as indicações dos Guias Curriculares, das Propostas Curriculares e dos Parâmetros Curriculares Nacionais. Finalmente, por meio de aplicação de questionários a um grupo de professores que atuam na rede pública municipal e estadual de São Paulo, em turmas dos três últimos anos do Ensino Fundamental, buscamos identificar a visão dos professores sobre o tema Álgebra e o que revelam em relação à Álgebra que ensinam a seus alunos. Os resultados apontam que os professores consideram, em sua maioria, a Álgebra como um elemento importante para o desenvolvimento de habilidades de generalização, abstração, interpretação, mas que encontram severas dificuldades justamente no desenvolvimento dessas habilidades. Os problemas mais freqüentes apontados são: incompreensão no uso de letras e barreiras para generalizar e abstrair. Corroboram essas dificuldades aspectos como a forte crença no valor cultural dos conteúdos como o aspecto da aprendizagem mais valorizado pelos professores; a visão estruturalista da Álgebra e a mecanização como a técnica mais presente nas respostas. Os PCN são apontados como os materiais mais utilizados na preparação das aulas, embora haja aspectos altamente enfatizados nesse documento que pouco são citados pelos professores, o que denota, historicamente, a falta de um maior envolvimento dos professores em questões curriculares, bem como a necessidade de existir um maior preparo dos docentes para que haja um envolvimento consciente e uma reflexão crítica na construção do currículo.

Palavras-chave: Currículos. Álgebra. Ensino Fundamental. Práticas docentes.

ABSTRACT

This essay, which is inserted in the research of the group “Curricular Innovations in Elementary Education and High School”, composed by post-graduate students of the Mathematical Education Program of Post-Graduates, is aimed at identifying how Algebra has appeared in the curricula of Elementary Education in the last 50 years. Its purpose is to comparatively analyze official documents that guided the curricular composition of Mathematics in the Elementary Education in the last decades, and the view of teachers currently working in private and state-owned schools. In order to present a theoretical framework, we introduce the propositions of some authors that discuss Algebra teaching. Consecutively, we investigate the curricular recommendations on Algebra teaching through documental research, relating and comparing the indications presented by the Curricular Guides, Curricular Proposals and the National Curricular Parameters (PCNs). Finally, through the application of questionnaires to a group of teachers who work with 6^{th}, 7^{th} and 8^{th} grades in Sao Paulo municipal and state-owned schools, we try to identify the teachers' view of the theme and what it reveals about the Algebra they teach their students. The results show that most teachers consider Algebra as an important element for the development of generalization, abstraction, and interpretation abilities, in which they find serious difficulties. The most frequent problem is the lack of understanding of the use of letters and barriers to generalize and abstract. Aspects such as a strong belief in the cultural value of contents being the dearest learning element to the teachers; the structuralistic view on Algebra; and the mechanization as the most common technique present in the answers, help corroborate these difficulties. The PCNs are pointed out as the reference materials most used for class planning, although some of the aspects emphasized in this document are not frequently mentioned by the teachers. This denotes a historical lack of a deeper involvement with curricular questions by the teachers, as well as the need for a better training of these educators, in order that a critical reflection on the construction of the curriculum may be achieved.

Keywords: Curricula. Algebra. Elementary Education. Faculty's work.

SUMÁRIO

Apresentação da pesquisa

A presente dissertação, que visa identificar como a Álgebra aparece nos currículos do ensino fundamental e realizar uma análise comparativa entre os documentos oficiais que guiam a composição curricular de Matemática no Ensino Fundamental nas últimas décadas e o depoimento de professores atuantes na rede pública e particular, enquadra-se no grupo de pesquisa "Inovações Curriculares nos Ensinos Fundamental e Médio". Tal grupo, composto por alunos de mestrado e de doutorado do Programa de Estudos Pós - Graduados em Educação Matemática da PUC-SP, realiza estudos com a finalidade de investigar os processos de desenvolvimento curricular do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Tais estudos incluem análises sobre a trajetória da Matemática na organização curricular brasileira para estas etapas da escolaridade e as atuais propostas de ensino de Matemática. Focalizam variáveis que intervêm na formulação de propostas curriculares e discutem como as diretrizes veiculadas por documentos oficiais são traduzidas na prática dos professores em sala de aula e nos livros didáticos, analisando o currículo como "práxis". Investigam, também, a relação entre processos de formação de professores e os processos de mudança, inovação e desenvolvimento curricular, ponto de confluência com as investigações do Projeto "Formação de Professores de Matemática", realizado no mesmo período, sob a coordenação da Professora Dra. Célia Maria Carolino Pires. Buscam cotejar propostas curriculares com questões de vestibulares do Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM. Dentre os autores que orientam os debates no interior do grupo, destacam-se: Bishop, Doll, Sacristán, Pires, Machado, Rico, D'Ambrósio, entre outros. O grupo produziu, de 2000 a 2007, 15 dissertações de Mestrado, sendo nove do Mestrado Profissional, bem como apresentou diversos trabalhos em eventos científicos e está se organizando para a produção de um livro com vistas à divulgação dos resultados.

Neste trabalho, é feita uma análise comparativa das diretrizes curriculares para o ensino da Álgebra no Brasil, focando em três documentos: Guias Curriculares, Propostas Curriculares para o Ensino de Matemática 1º grau e

Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Essas diretrizes curriculares serão comparadas, por meio de revisão bibliográfica sobre o tema ensino da Álgebra, com proposições de alguns autores dedicados a esse tipo de estudo. Por fim, com base nas respostas a questionários aplicados com professores que ministram aulas de 6ª a 8ª séries na rede pública, faremos uma análise de como essas diretrizes acabam sendo aplicadas, na prática, pelos professores em sala de aula, buscando identificar a operacionalização do currículo.

A escolha por Álgebra deriva de algumas observações e inquietações presentes em nossa atuação como professor de matemática. Com as observações, deparamo-nos com dificuldades – tanto de alunos como de professores, relativas ao aprendizado e ao ensino da Álgebra. As inquietações foram ficando mais prementes e nos levaram a perguntar os porquês dessas dificuldades encontradas, tanto pelo corpo docente quanto pelo corpo discente. Porém, apenas inquietações não apontam a relevância do tema e, para justificá-la, seguiu-se uma pesquisa acerca do contexto do ensino da Álgebra e das dificuldades apresentadas por alunos brasileiros quanto aos conteúdos de Matemática.

Chamou-nos a atenção, nessa pesquisa feita, os resultados adversos obtidos pelos estudantes brasileiros e publicados pelos relatórios do Sistema Nacional de Avaliação Básica – SAEB, ou pelo PISA (*Programme for International Student Assessment*), implementado pela OECD (*the Organisation for Economic Co-operation and Development*).

Em 22 de abril de 2003, por exemplo, o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (Inep/MEC). publicou um estudo denominado “Qualidade da educação: uma nova leitura do desempenho dos estudantes da quarta série do ensino fundamental”, que teve como base os resultados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) de 2001. O estudo apontava que o nível de leitura e de Matemática da maioria dos alunos é considerado crítico. Na oitava série, 52% dos estudantes estavam em situação considerada “crítica” ou “muito crítica” na avaliação das habilidades de compreensão matemática. Isso significa que esses alunos não conseguiam transformar o que era solicitado no enunciado de uma questão para uma linguagem matemática. No outro extremo, havia somente 3% dos estudantes no nível classificado como “adequado” em matemática, isto é, alunos que eram capazes de interpretar e construir gráficos e resolver problemas com duas incógnitas utilizando símbolos matemáticos.

Em 2004, o relatório “Resultados do SAEB 2003”, elaborado pelo INEP, apresenta resultados semelhantes aos do SAEB 2001. Nas próprias palavras dos autores do relatório, “o cenário é de estabilidade” (RELATÓRIO RESULTADOS DO SAEB 2003, 2004, p. 10)

Reforça, ainda, a importância do tema, o fato de a Álgebra ser objeto de atenção de professores dos anos finais do ensino fundamental, de estudantes de pós-graduação, de pesquisadores, como Lins e Gimenez (1997), Miguel, Fiorentini e Miorim (1992,1993) e outros, citados ao longo dessa dissertação, que apresentam suas colaborações em duas frentes necessárias para que haja evolução no estudo desse tema: a prática e a análise da posição da Álgebra – enquanto diretriz e, portanto, currículo - nas últimas décadas de ensino em nosso país.

É interessante reforçar que a preocupação com o ensino da Álgebra ultrapassa nossas fronteiras. No encontro anual de 1988 do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), a Álgebra foi objeto de discussão de estudiosos conhecidos na área de educação matemática. Os artigos relativos a esse encontro fazem parte do compêndio “As idéias da Álgebra”, obra que serviu como um dos eixos deste trabalho.

Esses estudiosos que discutiram a Álgebra no *National Council of Teachers of Mathematics* abordaram a questão da construção do currículo e a aplicação prática desse currículo. No eixo “aplicação prática”, podemos identificar a preocupação com a busca de um ensino eficaz da Álgebra. Alguns desses participantes no NCTM, como SCHOEN (1995), propõem que esse ensino eficaz tome como base a compreensão que os alunos já têm sobre o assunto, passe por um trabalho gradual de caminhar da verbalização para chegar ao simbolismo algébrico, realize a aplicação prática dos tópicos de Álgebra, busque ensinar estratégicas para a resolução de problemas mediante experimentação. Enfim, aos professores cabe buscar envolver os alunos para que eles se comprometam com a resolução dos problemas.

No eixo relativo à construção do currículo, a problemática envolve vários atores sociais: governo, educadores, comunidade, que atuam em diferentes momentos e com posturas, muitas vezes, diversas, caracterizando a dinâmica das chamadas forças sociais, citadas por estudiosos como HOUSE (1995b).

As exigências por formação específica, associadas a mudanças radicais na forma de se viver, como, por exemplo, o advento da tecnologia da informação, fazem com que a construção do currículo passe a ser um processo mais profundo do que o rearranjo de conteúdos.

HOUSE (1995b) cita, justamente, o impacto causado por essa exigência de repensar o currículo, sem executar o chamado “rearranjo de elementos do passado” para projetar o futuro. Entre os temas da reforma curricular da escola média, ainda que haja uma reordenação de prioridades e o acréscimo de novos conteúdos, a pesquisadora cita o fato de que a Álgebra mantém-se como um item de destaque.

É preciso compreender o contexto e as exigências sociais para que se desenvolva um bom trabalho de repensar os currículos porque somente a correta compreensão das necessidades contemporâneas é eficaz para que se busque e classifique conteúdos que permitam atingir o resultado desejado. Exemplificando esta questão, podemos voltar à citação de HOUSE (1995b) sobre as forças sociais que impactam a definição de conteúdos algébricos, bem como do ensino e das aplicações sobre o assunto.

A referida autora observa que a tecnologia exige um raciocínio quantitativo e a compreensão de processos matemáticos, bem como a interdisciplinaridade de conteúdos passa a ser uma exigência social, visto que as outras ciências (sociais e biológicas) passam a apresentar uma crescente dependência de processos matemáticos que enfatizam o uso de conceitos de Álgebra. Com isto, conteúdos referentes a estatística, probabilidade, Álgebra matricial, criação de algoritmos, análise de cenários e avaliação de tendências passam a ser mais valorizados e exigidos.

Além da mudança curricular, há também uma mudança de método. A memorização perde espaço para a compreensão do processo de aprendizado, visando despertar nos alunos a estrutura de raciocínio que os permita planejar e criar algoritmos, realizar pesquisas com o uso de meios dinâmicos sobre funções e gráficos, fazer simulações do mundo real. Enfim, desenvolver um aprendizado que enfatize o desenvolvimento muito mais conceitual do uso do que a repetição mecânica ou os cálculos infindáveis, hoje feitos por computador. Como reforça HOUSE (1995b): "Em todos os níveis, a influência da tecnologia se fará sentir tanto no currículo como no processo educacional". (HOUSE, 1995b, p.5)

Essa mudança de conteúdo e de postura implica uma modificação profunda não somente da grade curricular, mas também da compreensão dos professores quanto a essas exigências sociais e à operacionalização do currículo. O primeiro passo, no entanto, é a estruturação do currículo ou, em outras palavras, o que ensinar – que conteúdo de Álgebra deve ser dado e, em seguida, que como abordá-lo?

Procuraremos aprofundar esses assuntos com a análise dos questionários realizados com os professores que ministram aulas nos últimos anos do Ensino Fundamental, visto que não adianta ter, apenas, uma boa proposta curricular, pois é do binômio conteúdo-aplicação que teremos um resultado mais favorável à existência de um aprendizado efetivo.

Assim, com base nesse cenário apresentado, surgiu a motivação para investigar em que medida as modificações realizadas nas propostas curriculares representaram, de fato, um "rearranjo dos elementos dos conteúdos do passado" ou representaram, na realidade, alterações mais radicais?

Com tal finalidade, formulamos três questões de pesquisa, a saber:

- ✓ Nas orientações curriculares mais recentes, é possível identificar as contribuições de pesquisas em relação à Álgebra na área de Educação Matemática? Quais?

- ✓ Quais as recomendações curriculares expressas em diferentes documentos curriculares no ensino de Álgebra?

- ✓ O que revelam professores de matemática que atuam no ensino fundamental, em relação à Álgebra que ensinam a seus alunos?

Este estudo está assim construído:

Capítulo 1 – apresentação de revisão bibliográfica, com a finalidade de condensar referências teóricas para subsidiar este trabalho. Dentre os trabalhos analisados, destacamos os que fazem referência a concepções algébricas e sua implicação na construção do currículo ou distribuição dos conteúdos curriculares: Miguel, Fiorentini e Miorim – Reflexões sobre Educação Algébrica, Zalman Usiskin e as concepções sobre Álgebra e Aritmética.

Capítulo 2 – apresentação da síntese comparativa, elaborada a partir de uma análise documental de propostas curriculares oficiais, com o objetivo de identificar suas semelhanças e diferenças.

Capítulo 3 - pesquisa de campo, buscando obter o pensamento de professores de Matemática a respeito do ensino e da aprendizagem de Álgebra. Para tanto, organizamos um questionário que foi respondido por um grupo de 50 professores que lecionam em 6ª, 7ª e 8ª séries do Ensino Fundamental, em escolas particulares e públicas estaduais.

Finalmente, apresentamos as considerações finais, buscando relacionar o binômio construção curricular e operacionalização (prática docente) no ensino da Álgebra no Brasil.

CAPÍTULO 1

Ensino de Álgebra e alguns autores que investigam o tema: revisão bibliográfica.

1.1. Uma breve retrospectiva

Antes de realizarmos a revisão bibliográfica e o relato sobre as mudanças curriculares e ensino da Álgebra, optamos por apresentar um histórico sobre o desenvolvimento da Álgebra, por entendermos, como ressaltam Fiorentini, Miorim e Miguel (1993b), que as leituras sobre o desenvolvimento histórico da Álgebra nos auxiliam na compreensão das concepções algébricas e da própria construção do currículo.

Os primeiros conhecimentos algébricos de que temos notícia aparecem na História Antiga, quando as evidências das invenções mecânicas criadas para a navegação mostram que o povo de Alexandria utilizou, certamente, cálculos e conhecimentos algébricos, sem os quais seria impossível a existência dessas invenções. Em Alexandria, encontramos também muitos matemáticos, alguns nativos e outros fugitivos de guerras. Os mais importantes foram Arquimedes, Eratóstenes, Apolônio, Hiparco, Menelau, Pitolomeu e Diofanto.

Arquimedes e Diofanto foram matemáticos gregos que muito contribuíram para a construção dos conhecimentos algébricos, os quais fazem parte dos currículos escolares na atualidade. O primeiro, que viveu entre 286 e 212 a.C., realizou várias aplicações aos estudos de navegações e trabalhou com inventos no campo da mecânica.

Diofanto de Alexandria teve grande importância no desenvolvimento da Álgebra. BOYER (1978) observa que se pensarmos primariamente em Álgebra em termos de notação, Diofanto pode receber o epíteto de “pai da álgebra”, ainda que, em termos de motivação e conceitos, tal pretensão seja menos justificada.

Nos livros preservados de Diofanto, denominados **Arithmetica**, encontra-se o uso sistemático de abreviações para potências de números e para relações e operações. Como aponta BOYER (1978), a diferença entre a sincopação usada por Diofanto e a notação algébrica moderna está apenas na falta de símbolos especiais para operações e relações, bem como de notações especiais. Diofanto teve, então, uma influência maior sobre a teoria moderna dos números do que quaisquer outros algebristas gregos não geométricos. Sua obra foi fundamental nos estudos da Álgebra de Viète, Bachet e Fermat.

A evolução da história da Álgebra nos mostra o quanto seus conceitos são complexos. Em geral, como apresentado em BOYER (1978), distinguem-se três momentos no desenvolvimento da Álgebra, associando-os às fases evolutivas da linguagem algébrica: **primitivo ou retórico** – fase em que não se usavam símbolos ou abreviações para expressar o pensamento algébrico (egípcios, babilônicos, gregos antes de Diofanto) – tudo era escrito em palavras; **intermediário ou sincopado** – fase que surgiu com Diofanto, com a introdução de um símbolo (a letra sigma do alfabeto grego) para representar uma incógnita; **estágio final ou simbólico** – fase em que as idéias algébricas passam a ser expressas apenas por meio de símbolos, sem recorrer ao uso de palavras. Um destaque dessa época é Viète (1540-1603), principal introdutor de novos símbolos na Álgebra.

A grande contribuição de Viète para a Álgebra foi conseguir, com o uso de letras, distinguir grandezas supostamente conhecidas de quantidades desconhecidas que precisavam ser achadas. Fez isto utilizando uma convenção que permitiu distinguir, pela primeira vez, na Álgebra, o conceito de parâmetro e a idéia de uma quantidade desconhecida:

> [...] Viète introduziu uma convenção tão simples quanto fecunda. Usou uma vogal para representar, em Álgebra, uma quantidade supostamente desconhecida, ou indeterminada, e uma consoante para representar uma grandeza ou número supostos conhecidos ou dados. (BOYER, 1978, p.223)

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993b) apontam um ponto de referência na história da Álgebra, que corresponde ao momento em que se torna clara a percepção de que o objeto de investigação da Álgebra ultrapassava o domínio até então exclusivo do estudo das equações e das operações clássicas sobre quantidades generalizadas, para dedicar-se ao estudo das operações sobre estruturas matemáticas (grupos, anéis corpos e similares). Com esse critério, a história da Álgebra divide-se em Álgebra Clássica (Elementar) e Álgebra Moderna (Abstrata).

Duas tendências se mostravam presentes naquele momento: a tradicional, que considerava a Álgebra como uma Aritmética generalizada e a tendência moderna, que considerava a Álgebra como um sistema simbólico com regras operatórias de natureza arbitrária. Enquanto alguns estudiosos apontam a Álgebra como complementação ou extensão da Aritmética, outros a associam à Geometria, a qual consideram como um ponto de partida para as generalizações algébricas.

Para encerrar esta breve retrospectiva, apresentamos a figura elaborada por João Pedro da PONTE, pesquisador português, que resume as múltiplas visões sobre Álgebra:

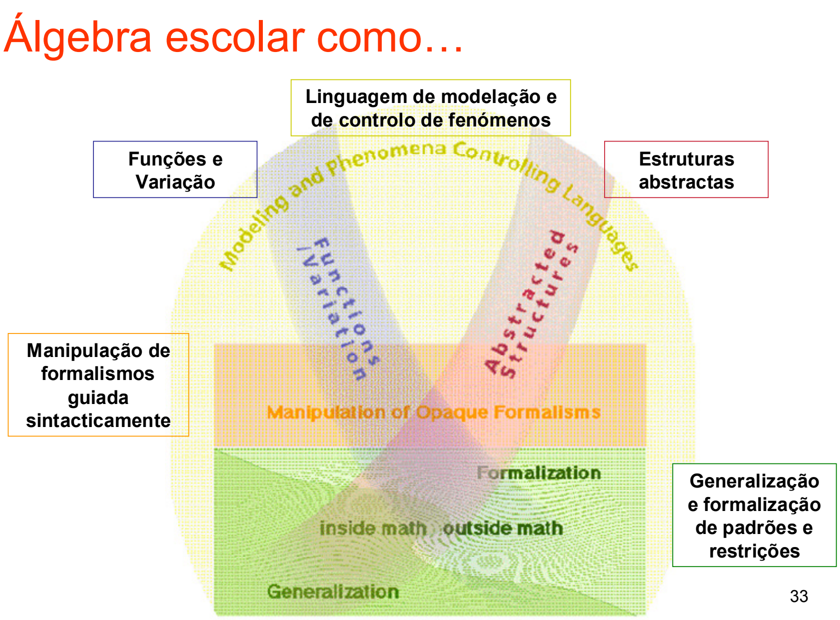


Fig. 1 – Múltiplas visões da Álgebra

Extraído de www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte

Na figura, podemos observar que estão presentes cinco visões sobre a Álgebra as quais refletem, em sua essência, diversos momentos históricos e que aqui são apresentadas, no desenvolvimento da revisão bibliográfica e também nas proposições curriculares: uma que a caracteriza como **funções e variações**; a álgebra mais tradicional, como **generalização e formalização de padrões e restrições**; bem como a visão que trata da Álgebra como **manipulação de formalismos e sintaxe**; outra visão, que se refere às **estruturas abstratas**; e a que trata da Álgebra como **linguagem de modelação e de controle de fenômenos** (visão mais recente, advinda, principalmente, com o crescimento do uso do computador).

Observamos, também, a figura como uma analogia a uma árvore, que parte da base (o concreto, o sólido - a terra), até chegar a um alto grau de abstração. Nas raízes da compreensão da Álgebra, o pesquisador estrutura a **generalização e formalização de padrões e restrições** e **a manipulação de formalismos e sintaxe**, para que se possa abstrair, com bases sólidas, e utilizar a Álgebra como **funções e variações,** como **estruturas abstratas** (apresentadas como "galhos da árvore") e como **linguagem de modelação e de controle de fenômenos,** que compõe a "copa da árvore".

1.2. Revisão Bibliográfica

Neste item, são apresentadas sínteses das leituras que realizamos sobre investigações relativas ao ensino de Álgebra, visto que esse tema apresenta uma relação imediata com a questão da construção do currículo. Cabe ressaltar que se trata de uma seleção de autores que não tem a pretensão de esgotar o assunto. Esperamos, apenas, que ela possa apresentar-se como suficiente para dar suporte ao presente trabalho e para estimular a pesquisa referente ao assunto.

1.2.1. Miguel, Fiorentini e Miorim – Reflexões sobre Educação Algébrica

Três artigos desses autores, escritos entre 1992 e 1993, nos chamaram a atenção por sua atualidade e reflexão acerca da questão da Educação Algébrica e, subliminarmente, da construção do currículo. As sínteses a seguir foram elaboradas, então, com base na leitura crítica de Álgebra ou Geometria: Para onde pende o Pêndulo? (1992), Ressonâncias e Dissonâncias do Movimento Pendular entre Álgebra e Geometria no Currículo Escolar Brasileiro (1993a) e Contribuições para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar (1993b).

Pode-se observar, da leitura dos artigos, que há, em toda a construção do currículo escolar matemático brasileiro, um caráter reprodutivo e isento do raciocínio crítico sobre o ensino e os conteúdos, levando-nos a seguir diretrizes e/ou concepções advindas de outros países. Os autores citados observam, ademais, como o currículo escolar brasileiro apresenta certo movimento oscilatório, como um pêndulo, entre a Álgebra e a Geometria, ora pendendo para um lado, ora para outro.

Essas duas considerações – quanto ao caráter reprodutivo e quanto ao movimento oscilatório – podem ser bem constatadas ao olharmos o histórico das construções curriculares no Brasil. Antes do movimento da Matemática Moderna, havia certo equilíbrio no ensino dos ramos fundamentais da Matemática, com uma leve oscilação para o caráter geométrico. Os autores (MIGUEL, FIORENTINI e MIORIM, 1992) ressaltam, no entanto, que esse equilíbrio era, na verdade, enciclopédico, porque existia somente no nível da legislação. Na sala de aula, constatava-se a existência de grande diferença entre o plano legal e a realidade escolar, dado o descaso que havia com relação ao ensino da Álgebra.

O modo com que os professores trabalhavam – e trabalham - a Álgebra, enfatizando a memorização e o uso de regras ou “macetes”, mostra essa ausência de reflexão crítica sobre os conteúdos e sobre as formas de abordá-los e de seqüenciá-los para que haja aprendizado. O equilíbrio enciclopédico existente era derivado da ausência de consciência crítica e da crença no valor cultural dos conteúdos, pois assim se pensava: como não há clareza em relação aos principais objetivos que devem ser alcançados, tudo passa a ser essencial, igualmente importante.

Miorim, Miguel e Fiorentini (1993a) comentam, ainda, o quanto esse caráter reprodutivo e acrítico pode ser verificado pela análise dos argumentos dos produtores de propostas curriculares para o ensino da Matemática. Exemplos como os de Euclides Roxo – defensor da “modernização” da Matemática e de Padre Vieira – defensor da matemática clássica – ilustram esses comentários:

> O presente volume é a simples apresentação de muitas opiniões abalisadas sobre questões mais relevantes e de ordem mais geral, relativas ao ensino da matemática [...] Tratando-se de idéias fortemente inovadoras [...] não nos julgamos com autoridade bastante para defendê-las com argumentos nossos e só ousamos apresentá-las sob o escudo de nomes de valor indiscutível. (ROXO, 1937, p. 6-7)
>
> Não sei que dirão os autores dos nossos mirabolantes programas diante do confronto que acabamos de fazer. São 80% dos candidatos às escolas superiores da Itália que se submetem [...] a um programa de matemática muito mais reduzido que o programa a de nosso chamado ensino fundamental! E notemos bem que essa medida preconizada pelos pedagogos em um país que, quanto ao nível cultural da matemática, está à altura da França e da Alemanha. (VIEIRA, 1936, p.268)

Por trás dessas concepções curriculares estão as concepções de educação. Especificamente com relação à Álgebra, FIORENTINI, MIORIM e MIGUEL (1993b) apresentam três concepções de educação algébrica que exerceram maior influência no ensino da matemática elementar em nosso país.

A primeira dessas concepções, que predominou no Brasil e em outros países entre os séculos XIX e a metade do século XX, foi a chamada concepção **lingüística-pragmática**, a qual defende que o importante é a aquisição, mesmo que mecânica, das técnicas exigidas para que se possa fazer a sintaxe, ou o transformismo algébrico; nesta visão, não importa a natureza ou relevância do problema, mas sim a forma de como fabricá-lo. Conseqüentemente, o currículo é estruturado por uma seqüência de tópicos que partem das expressões algébricas (cálculo literal), passam pelas operações com as expressões, chegam às equações e, finalmente, à resolução de problemas com base nessas equações.

A segunda concepção, denominada **fundamentalista-estrutural**, está presente no Movimento da Matemática Moderna, e predomina no país nas décadas de 1970 e 1980. Contrapondo-se à primeira, constrói o currículo tendo a Álgebra como fundamentadora dos vários campos da matemática escolar e, em conseqüência, reorganizando os tópicos algébricos no currículo, fazendo com que eles fossem antecedidos pelos chamados tópicos fundamentais, citados na comparação dos Guias Curriculares, Proposta e PCN (ver capítulo 2, a seguir). Assim, conjuntos numéricos, teoria dos conjuntos, propriedades estruturais, relações e funções antecediam as expressões algébricas, valores numéricos, operações e fatoração e precediam funções e outros conteúdos algébricos, de forma a se utilizar as chamadas propriedades estruturais das operações para justificar, logicamente, as passagens existentes na sintaxe.

Depois, tivemos a presença da chamada **concepção fundamentalista-analógica**, que procura usar modelos físicos e geométricos para tornar visíveis certas identidades algébricas. Trata-se de uma concepção que sintetiza a concepção lingüístico-pragmática e a fundamentalista-estrutural, visando recuperar o valor instrumental da Álgebra e preservar a preocupação fundamentalista, substituindo, porém, a base das propriedades estruturais por modelos geométricos ou físicos.

O problema dessas três abordagens, ressaltam os autores, é que o ensino e a aprendizagem ficam reduzidos, ainda, à sintaxe, em que a ênfase é dada à habilidade manipulativa das expressões algébricas, priorizando a linguagem ou o ensino da linguagem algébrica já constituída, em detrimento da construção do pensamento algébrico e de sua própria linguagem ou significação.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993b) propõem, então, uma outra concepção de educação algébrica, que procura mostrar que entre o pensamento algébrico e a linguagem existe uma relação de natureza dialética, não de subordinação, e que o pensamento algébrico é caracterizado pela existência de certos elementos como: percepção de regularidades, de aspectos invariantes contrastando com os variantes, de tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e da presença de um processo de generalização.

Assim, os autores observam que não existe uma única maneira ou forma de expressão do pensamento algébrico – este é abrangente e além dos campos específicos da Matemática.

> “Ele pode expressar-se através da linguagem natural, através da linguagem Aritmética, através da linguagem geométrica ou através da criação de uma linguagem específica para esse fim, isto é, através de uma linguagem

> algébrica, de natureza estritamente simbólica. (FIORENTINI, MIORIM E MIGUEL, 1993b, p.88)

Nessa concepção, há três etapas que podem se interpenetrar, visando a construção sólida do pensamento algébrico. A primeira etapa consiste em chegar às expressões simbólicas mediante a análise de situações concretas. O ensino de Álgebra inicia-se, pois, com a exploração de situações-problema, visando garantir o exercício dos elementos que caracterizam o pensamento algébrico, para que o aluno possa construir uma linguagem simbólica que seja significativa para ele.

A segunda etapa é o inverso da primeira, ou seja, é iniciar o caminho da compreensão algébrica por meio de uma expressão algébrica para atribuir a essa expressão sentidos ou significações. A terceira etapa consiste no momento em que a atenção é dada para o modo como as expressões algébricas podem ser transformadas em expressões equivalentes e para os procedimentos que validam tais transformações. É o momento do chamado transformismo (cálculo) algébrico.

1.2.2. Zalman Usiskin e as concepções sobre Álgebra

Usiskin (2003) considera que as finalidades do ensino e da aprendizagem da Álgebra são determinadas pelas várias concepções que temos acerca da Álgebra e estas correspondem à diferente importância relativa que é dada aos diversos usos das variáveis. Por isso, o autor inicia seu artigo de concepções sobre Álgebra discutindo uma questão essencial – o conceito que temos de Álgebra e de variável.

Pode-se dizer que a Álgebra tem como característica principal o uso de letras para representar objetos, os quais são comumente, mas não necessariamente, números, em Álgebra. Este ponto nos chama a atenção porque estamos acostumados a sempre pensar em variável como uma representação de números, mas ela extrapola esse universo, como podemos ver, por exemplo, nos programas algébricos de computadores, que operam variáveis sem necessariamente as associarem a valores numéricos. Na realidade, a ciência da computação cobre todos os usos de variáveis que se associam às diferentes concepções de Álgebra e, portanto, à determinação de seu conteúdo.

Tais concepções são classificadas, segundo Usiskin, em quatro grandes grupos: Álgebra como Aritmética generalizada, como meio de resolver certos problemas, como estudos de relações entre grandezas e como estudo das estruturas.

A **Álgebra** como **Aritmética generalizada**. As variáveis, aqui, são vistas como generalizadoras de modelos e compete ao aluno, portanto, traduzir e generalizar. Nesta concepção, é natural pensar as variáveis como generalizadoras de modelos. O que se espera do aluno é que ele possa generalizar operações como (-)1 . 5 = (-) 5 para –x.y = -xy. Tal generalização de modelos é fundamental em modelagem matemática.

A **Álgebra** como **estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas**. Aqui, encontramos as variáveis como incógnitas ou constantes, cabendo ao aluno resolver e simplificar. É o caso de problemas do tipo: adicionando 7 ao dobro de um número, a soma dá 21. Qual é o número? Espera-se que os alunos traduzam o problema para a linguagem algébrica, chegando à seguinte expressão: $7 + 2x = 21$. Sob a concepção de Álgebra como Aritmética generalizada, o problema teria terminado, mas sob o ponto de vista da Álgebra como estudo de procedimentos, o problema apenas começou, pois a partir desse ponto, os alunos aplicam as regras que aprenderam para resolver equações, até chegarem ao resultado.

A **Álgebra** como **estudo de relações entre grandezas**. Esta concepção é a que se manifesta pelo estudo de fórmulas, como a da área de um retângulo: $A = b.h$. Nela se expressa uma relação entre as três grandezas. A distinção entre esta concepção e a anterior é que, neste caso, as *variáveis variam*. Dentro dessa concepção, a variável é um argumento (representa os valores do domínio de uma função) ou um parâmetro (representa um número do qual dependem outros números). Apenas neste contexto existem as noções de variável independente e dependente.

A **Álgebra** como **estudo das estruturas**. Essa concepção de estudo envolve estruturas como anéis, grupos, corpos, espaços vetoriais, domínios de integridade. As variáveis são usadas como sinais arbitrários no papel, cabendo ao aluno as funções de manipular e justificar as respostas. A Álgebra é reconhecida como o estudo das estruturas pelas propriedades que são atribuídas às operações com números reais e polinômios. Exemplo: o aluno deve fatorar $6x^2 + 8ax - 26a^2$. Essa atividade não se enquadra em nenhuma das anteriores, visto que não estamos abordando função ou relação; a variável não é um argumento, a variável não é uma incógnita, visto que não existe equação para ser resolvida, tampouco algum modelo matemático que possa ser generalizado.

A questão levantada por USISKIN (2003) reside, justamente, no fato de que desejamos que os alunos possuam os referenciais (geralmente números reais) quando usam as variáveis, mas também desejamos que eles sejam capazes de operar com as variáveis sem ter de voltar sempre ao nível de seu referencial (USISKIN, 2003, p.18).

O autor ainda observa a presença de críticas contra a prática de um simbolismo extremado nas primeiras experiências com a Álgebra, bem como a oposição entre os que defendem a variável como teoria e a variável como manipulação, oposição esta que, na verdade, chega a ser, para o autor, uma ironia, visto que ambas partem da mesma visão da Álgebra (USISKIN, 2003, p.19).

USISKIN (2003) destaca o uso da Álgebra com o advento das novas tecnologias, mais precisamente, cita a relação das variáveis na ciência da computação, na qual a Álgebra se reveste de um caráter ligeiramente diferente do que é encontrado da Matemática. As aplicações da Álgebra envolvem, em geral, grandes números de variáveis que podem representar diversos tipos de objetos. Assim, na ciência da computação encontramos todos os usos das variáveis que foram descritos pelo autor e, com a influência e as exigências de conhecimento e uso de computadores, o autor considera que será provável que os alunos aprendam os diferentes usos das variáveis mais cedo do que as gerações anteriores. Finalizando, USISKIN (2003, p.21) comenta sobre o papel da Álgebra, considerando a massificação da tecnologia e a matematização crescente da sociedade, o que o leva a concluir que a Álgebra se constituiu na área-chave de estudo da matemática da escola secundária.

1.2.3. Lins e Gimenez e as relações entre Aritmética e Álgebra

A introdução da Álgebra é vista como o grande momento de corte na educação matemática escolar porque, por ser de domínio exclusivo da escola, um fracasso em Álgebra escolar significa, para LINS e GIMENEZ (1997), um fracasso absoluto – não há outro campo em que o indivíduo possa atuar e exercer a Álgebra, diferentemente do que ocorre com outros campos de conhecimento (exemplo: se a pessoa fracassa na Língua Portuguesa escolar, continuará se comunicando na rua, mas com a Álgebra, o que fazer?).

Os autores defendem que a Álgebra deve ser iniciada mais cedo, de maneira a se desenvolver junto com a Aritmética. Esta posição é contrária a um pensamento freqüente de que Álgebra é introduzida precocemente nas escolas, porque as pessoas que acreditam nessa visão entendem que os alunos não têm o nível de desenvolvimento intelectual requerido. Para defenderem sua proposição, realizam uma digressão sobre Aritmética, Álgebra e sobre as duas juntas. Ao abordar a diferença da Aritmética vista na escola e na rua, os autores comentam:

> “[...] as diferenças entre a Aritmética da rua e a escolar sugere que cada uma delas envolve seus próprios significados e suas próprias maneiras de proceder e avaliar os resultados desses procedimentos, e sugere que essas diferenças acabam constituindo legitimidades, pois do mesmo modo que a escola proíbe os métodos da rua – em geral, chamando-os de informais, e dizendo que são de aplicação limitadas – a rua proíbe os métodos da escola, chamando-os de complicados e sem significado, e dizendo que não são necessários na rua”. (LINS e GIMENEZ, 1997, p.17)

É preciso reconhecer que “ambas as posições estão corretas, e o que isso quer dizer é que nossos alunos estão vivendo em dois mundos distintos, cada um com sua organização e seus modos legítimos de produzir significado.” (LINS e GIMENEZ**,** 1997, p.17). Os autores defendem que o papel da escola é o de participar da análise e da tematização dos significados da matemática da rua e do desenvolvimento de novos significados, possivelmente matemáticos, que irão coexistir com os significados não-matemáticos, em vez de tentar substituí-los.

Para chegar à Álgebra, Lins e Gimenez fazem um paralelo com a questão da Aritmética. Em resumo, comentam que a Aritmética não muda porque há uma visão “cristalizada nos currículos tradicionais” do que é que se deve ensinar na escola. Os professores sofrem uma enorme pressão dessa tradição, tanto sob a forma de currículos e livro-texto quanto sob a “forma de uma pressão social persistente” (LINS e GIMENEZ, **1997,** p. 21) e da própria tradição a que eles foram submetidos. Essa tradição é fortalecida porque se reveste de princípios justificadores – a Aritmética escolar representa a essência da Aritmética da rua.

Assim como ocorre com a Aritmética, a matemática da escola não muda porque ela se acredita um estágio superior na linha reta do progresso humano. A escola é um lugar de formalizações, pois os conceitos científicos são considerados instrumentos nos processos que caracterizam as formas cognitivas tipicamente humanas, mas assim também o são os conceitos de rua – sua exclusão da escola sugere que esta não está voltada para aqueles processos ou que acredita que apenas os significados matemáticos privilegiados pela escola são os instrumentos adequados ou corretos.

O ponto de destaque é que tomando a idéia de coexistência entre Álgebra e Aritmética, a coexistências das duas permitiria ver a Álgebra como tratando de afirmações que envolvem – assim como a Aritmética – números, operações Aritméticas e igualdades (desigualdades) e ver a Aritmética– assim como a Álgebra – como uma ferramenta que toma parte do processo de organização da atividade humana.

Com relação à Álgebra, LINS e GIMENEZ (1997) alertam que não há um consenso sobre o que seja “pensar algebricamente” e, portanto, é necessário ir além de uma caracterização superficial que leva os educadores a considerarem a atividade algébrica apenas do ponto de vista de uma descrição, associando-a, imediatamente, a conteúdos. Essa abordagem faz com que os educadores procurem um consenso construído com base nesses conteúdos (isto é: tal coisa é Álgebra, tal outra coisa é Álgebra, esta outra coisa não é etc.). No dizer dos autores:

> "'[...] atividade algébrica é resolver problemas da Álgebra (resolver equações, por exemplo), sejam eles problemas 'descontextualizados' ou parte da solução de problemas contextualizados. Em resumo a atividade algébrica é descrita como " fazer ou usar Álgebra". A versão mais banal dessa posição é a que descreve a atividade algébrica como 'calcular com letras'." (LINS e GIMENEZ**, 1997,** p.90).

O problema de um consenso construído com base em conteúdos, na visão de Lins e Gimenez (1997), está no fato de que esse tipo de abordagem não nos permite identificar dois itens fundamentais: se existem outros tópicos que deveriam estar presentes e como organizar um currículo para a educação algébrica, além de questionar se os tópicos tradicionais são tão relevantes quanto parece indicar a inclusão tradicional nos currículos.

As diferenças encontradas em relação a concepções de educação algébrica têm raízes em diferentes conceitualizações da atividade algébrica. Os autores destacam que há duas grandes linhas no que se refere à caracterização da atividade algébrica: os que a caracterizam pelo uso de determinadas notações e os que a caracterizam pela presença de certos temas (conteúdos). Essas duas abordagens, consideradas externalistas, terminam por deixar de fora itens que os autores comentam que se caracterizam como atividade algébrica.

Uma terceira linha, denominada internalista, que é criada por Piaget e citada por LINS e GIMENEZ (1997), afirma, no entanto, que a atividade algébrica é resultado da ação do pensamento formal (reflexão sobre as operações concretas – operar sobre operações ou sobre resultados – agrupar operações de segundo grau). Esta caracterização nos leva a pensar a Álgebra como Aritmética generalizada e, novamente, torna-se uma caracterização dependente de conteúdos.

Todas essas abordagens e outras citadas pelos autores são dirigidas à sala de aula e apresentam, para LINS e GIMENEZ, o grande problema de limitar a compreensão do professor sobre “onde o aluno está” se este se comporta do modo identificavelmente correto. Mas se ele se comporta de outra maneira, diversa da maneira considerada “ideal”, o professor não tem como saber onde seu aluno está. É necessário, portanto, ter uma perspectiva de atividade algébrica que permita ao professor tanto saber o que é o ideal a ser atingido quanto ler positivamente o que o aluno faz quando está agindo de forma “não-ideal” ao executar uma atividade algébrica.

Quanto às diversas concepções de educação algébrica, a tendência predominante nos livros didáticos brasileiros, quando LINS e GIMENEZ escreveram sua obra, é a dos que possuem a chamada tendência “letrista”: a proposição das atividades usa a seqüência de técnica (algoritmo) / prática (exercícios) e a atividade algébrica é vista é vista como uma atividade de “cálculo literal”.

Essa abordagem prima pela tradição, a qual demonstra, pelos estudos feitos no Brasil e no exterior, não ser eficaz para o aprendizado. Ainda que ineficaz e até perniciosa para o aprendizado, é adotada pela maioria porque correspondem a uma visão da atividade algébrica que, para mudar, necessitará de um processo árduo de convencimento para muitos educadores e envolvidos com a atividade de ensino.

Outros seguem uma abordagem dita “facilitadora”, que segue a linha letrista, incorporando outros elementos. Estes educadores defendem que a capacidade de lidar com expressões literais vem de um processo de abstração que ocorre por meio do trabalho com situações concretas. Exemplos: usar áreas para ensinar produtos notáveis ou balanças de dois pratos para ensinar como resolver equações. Essas abordagens acreditam que certa estrutura, posta em jogo na manipulação de objetos concretos, é depois transformada em algo formal, por meio de um processo de abstração.

Ainda, outros educadores também tomam como ponto de partida o concreto, visto como real. Nesse tipo de abordagem, as atividades propostas são de investigação de situações reais ou criadas com finalidade didática, buscando semelhança com o real. A educação algébrica ocorre à medida que a produção do conhecimento algébrico serve como ferramenta para organizar uma situação. Esse tipo de abordagem sofre sérias resistências no Brasil, principalmente porque o resultado do processo de ensino e da aprendizagem não é imediatamente visível nem diretamente dirigido às técnicas algébricas mais sofisticadas.

No tocante à caracterização da atividade algébrica, para alguns pesquisadores, citados em LINZ e GIMENEZ (1997), como Boero, Bell e de Lange, a atividade algébrica é caracterizada por conteúdos (fazer ou usar Álgebra) – importante é usar a matemática para organizar o mundo. Nesse tipo de abordagem, o papel do professor é ter atenção no processo, de forma aberta ao aprendizado. Não se espera que o professor domine tudo, mas se houver algo que ele não conhece, deve considerar a situação investigativa apresentada como uma forma de aprendizado, não como o que se costuma considerar como falha.

Para os que consideram a Álgebra como a Aritmética generalizada, a atividade algébrica é caracterizada pela expressão da generalidade. Nesse caso, a tendência letrista é compensada por uma preocupação com a linguagem algébrica como meio de expressão.

LINS e GIMENEZ (1997) propõem outra abordagem, pois consideram que tanto a abordagem letrista quanto as facilitadoras estão equivocadas, sendo que a primeira – a letrista - ignora o fato de que o texto em letras não possui significado algum, visto que o significado é produzido em relação a um núcleo e pode haver vários significados possíveis. As facilitadoras, por sua vez, ignoram que a passagem de um campo semântico formado em torno de um núcleo familiar para outro núcleo, muitas vezes desconhecido, não acontece de forma suave ou por abstração, generalização ou qualquer outra coisa que sugira que permanece uma essência; ademais, quando não há a explicitação do processo ao se mudar o campo semântico, aos alunos só resta tentar "adivinhar" o que está acontecendo.

Para LINS e GIMENEZ (1997), pode-se dizer que **há atividade algébrica quando ocorre um processo de produção de significado para a Álgebra**. Os autores assim definem Álgebra: [...] “um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações Aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade.”(LINS e GIMENEZ, 1997, p.137). Para esses autores, a atividade algébrica e a Aritmética acontecem juntas, ainda que em planos diversos.

Para este tipo de abordagem, a atividade algébrica depende do conteúdo apenas à medida que um recorte do mundo é explicitado,

> “[...] um interesse especial por afirmações para as quais nós produziríamos um certo tipo de significado, que se estabelecem fronteiras para a Álgebra, e mesmo assim fronteiras bastante movediças, uma vez que esse recorte não é necessariamente o da matemática acadêmica, e, sim, o da pessoa que examina uma atividade e a classifica como algébrica ou não”. (LINS e GIMENEZ, 1997, p.137-138).

Significado, para os autores, “é o conjunto de coisas que se diz a respeito de um objeto” (LINS e GIMENEZ, 1997, p.145). Eles reforçam que significado não é o conjunto do que se poderia dizer a respeito de algo, mas sim, o que efetivamente se diz no interior de uma atividade.

Deve-se considerar, então, que o fenômeno da produção de significados é uma atividade complexa que envolve: a atividade em questão e a tarefa que é sua origem, os significados e os textos sendo produzidos, o possível processo de transformação dos núcleos e as conseqüentes rupturas em busca de novos modos de produção de significados, o papel do professor como interlocutor e os alunos como interlocutores uns dos outros, os interlocutores não-presentes, a existência de certos modos de produção que os educadores querem que os alunos dominem, a existência de certas afirmações que os alunos assumam como corretas.

O problema das abordagens tradicionais em educação matemática, lembram LINS e GIMENEZ (1997), é a preocupação exclusiva ou de tamanha importância com a existência das afirmações que os alunos assumam como corretas que todos os demais itens desaparecem do problema do educador.

Como vimos, para os autores, pensar algebricamente é produzir significados para situações em termos de números e operações aritméticas, bem como igualdades e desigualdades, para com base nisso, transformar as expressões obtidas de acordo com três características fundamentais do pensamento algébrico: **aritmeticismo** (produção de significados apenas em relação a números e operações matemáticas), **internalismo** (consideração de números e operações apenas segundo suas propriedades, não “modelando” números em outros objetos “físicos” ou “geométricos”) e **analiticidade** (operações sobre números não conhecidos como se fossem conhecidos).

Concluindo, os autores sugerem uma proposta de trabalho que se baseie em significados, não em conteúdos, e que esta proposta, na visão de Lins e Gimenez, se enquadra bem no modelo de ciclos, nos quais se possa explorar ou tematizar certos aspectos, introduzir novas considerações e, com base nos resultados, buscar meios de tornar os instrumentos desenvolvidos mais seguros e familiares para os alunos. Para estes, o projeto de educação algébrica deve permitir a produção de significados para a Álgebra e a capacidade de pensar algebricamente.

O trabalho com significado, para os autores, fornece uma flexibilidade para o professor, permitindo-lhe ter um olhar positivo e permanente do que os alunos estão dizendo e fazendo. Os ciclos sugerem um desenvolvimento que não ocorre de uma só vez, e permite a visita sucessiva e repetida ao mesmo tema, de maneiras diversas e em situações diferentes. Pode-se partir de uma atividade com “intenção” algébrica e chegar a uma atividade de “intenção” aritmética e vice–versa. “Usamos as aspas para indicar, mais uma vez, que é apenas no interior da atividade que ela se caracteriza” (LINS e GIMENEZ, 1997, p.166).

Os ciclos permitem, ademais, a revisão e a relação entre as noções de teoria e prática. A atitude do professor deve ser a de reintroduzir um componente que os autores consideram “importante na atividade matemática, estabelecendo que esta é histórica e material e que tem sujeitos.” (LINS e GIMENEZ, 1997, p.167). Quanto a conteúdos, os autores ressaltam que a oferta de uma lista desse tipo contribuiria para matar, de forma prematura, a discussão, fazendo com que o leitor ficasse preso em questões menores como "falta isso ou aquilo, sobra isto ou aquilo".

Com relação às notações, LINS e GIMENEZ (1997) ressaltam a importância de carregar o processo de significados por meio de uma notação que seja legítima e adequada. O significado está em quem o interpreta, não na notação. Além disso, muitos significados foram produzidos de tal forma que se tornaram legítimos à custa de outros – como no caso, por exemplo, de considerarmos que "x sempre é a incógnita". No dizer dos autores:

> "Se a análise da atividade algébrica e aritmética não é feita do ponto de vista dos significados, fica difícil entender a questão da adequação, e ficamos em grande parte restritos a pensar que o 'poder' da 'notação algébrica' é absoluto". (p. 168) [...] "Ao pensar a educação matemática em termos de significados, é possível um tratamento mais correto desse processo". (LINS e GIMENEZ, 1997, p.170).

1.2.4. Aspectos gerais das idéias dos autores pesquisados

Percebemos que os autores buscam contextualizar as diferentes concepções de Álgebra com as concepções e construções de currículo que acabam sobressaindo em certos períodos históricos. Observa-se a estreita associação que, direta ou indiretamente, os autores fazem entre Álgebra e Aritmética, bem como a concepção sempre presente, e condenada pelos autores, de se ver a Álgebra como uma Aritmética generalizada, e, ainda, de desenvolver a Álgebra com técnicas de memorização, sem buscar o real aprendizado e a construção de seu significado.

Os autores reforçam a importância de se repensar o papel da Álgebra com relação ao seu papel no desenvolvimento do pensamento científico e observam, de forma geral, que parte das dificuldades de aprendizagem da Álgebra deriva da falta de reflexão crítica, por parte dos educadores, dos conteúdos e das discussões sobre o ensino e sobre a construção dos conteúdos matemáticos.

Também é comum a preocupação com o desenvolvimento do pensamento algébrico, visto como um processo de produção de significado, para o aluno, da Álgebra. Há uma preocupação exclusiva ou importante demais, na visão dos autores, com os significados pré-concebidos e pré-construídos acerca da Álgebra, que levam os educadores a ensinar com essas concepções de existência de afirmações que os alunos já tenham, muitas vezes apenas na visão do educador ou do construtor do currículo, assumidas como corretas e únicas.

Por fim, de forma peculiar, cada autor ou conjunto de autores aponta sua percepção de educação algébrica. Ainda que Usiskin não apresente uma proposta de concepção algébrica, segue a preocupação dos demais quanto ao ensino da Álgebra dentro de uma contextualização. Todos consideram, mesmo que não explicitamente, que para cada concepção de Álgebra, há uma concepção de ensino e de currículo.

CAPÍTULO 2

Álgebra nos currículos do ensino fundamental: uma pesquisa documental

2.1. Contextualização

Historicamente, as reformas curriculares no Brasil ocorreram em conseqüência de modificações na estrutura do sistema de ensino ou exigências decorrentes de adaptação a avaliações internacionais (como o PISA, por exemplo). Uma breve retrospectiva reforça esta observação:

No século XX, destacam-se duas reformas curriculares – a de Francisco Campos (1931) e a de Gustavo Capanema (1942). Na reforma Francisco Campos, o papel em evidência foi o de Euclides Roxo, educador brasileiro que propôs uma abordagem articulada e inter-relacionada de três campos do saber: Álgebra, Aritmética e Geometria, por meio da unificação destes três em uma só disciplina, a Matemática. Também dessa reforma tem destaque a concepção do currículo, que foi ampliada para abordar orientações didáticas. Na reforma de Gustavo Capanema, as inovações ocorridas anteriormente foram desfeitas. Nos anos posteriores, três períodos foram marcos quanto à questão curricular: o período caracterizado pelo predomínio do Movimento "Matemática Moderna" (1965 a 1980), o segundo, de 1980 a 1994, que visava realizar um contraponto à "Matemática Moderna" e o último, surgido em 1995, revestido de um caráter nacional, que visava propor um currículo com esta abrangência.

Até a década de 1970, predominava no Brasil uma orientação curricular que se caracterizava por apresentar uma ordem hierárquica de conteúdos que deveriam ser ensinados, geralmente sem incluir aspectos importantes como objetivos, metodologia, avaliação. Com a expansão que ocorreu no ensino brasileiro e com a exigência maior de permanência obrigatória nas escolas, observamos o surgimento de outros documentos, três dos quais serão aqui estudados, por trazerem esses outros importantes aspectos citados e por caracterizarem esses três períodos mais recentes na História das reformas curriculares. Tais documentos são, pela ordem: **Guias Curriculares** (década de 1970), **Propostas Curriculares** (década de 1980) e Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1ª edição, década de 1990).

Este capítulo abordará, então, os resultados de nossa pesquisa comparativa a respeito de algumas propostas curriculares que têm orientado o ensino e aprendizagem de Álgebra no Ensino Fundamental. Dada a abrangência do tema, e como justificado anteriormente, optamos por avaliar três documentos que foram bastante significativos para as escolas do sistema público estadual de São Paulo e que traduzem as características mais importantes presentes nos últimos quarenta anos: os **Guias Curriculares** (1970), a **Proposta Curricular para o Ensino de 1º. Grau** (1980) e os **Parâmetros Curriculares Nacionais** (1ª edição, anos 1990).

Antes, porém, de detalhá-los, devemos apresentar algumas peculiaridades de nosso país no tocante a questões curriculares. Como destaca PIRES (2003), alguns pontos chamam a atenção nesse tema: a inexistência de ações para a implementação curricular e a ausência de acompanhamento e de avaliação das mudanças que são apresentadas ao longo dos anos. A autora comenta, ainda, que nos falta pesquisa voltada à compreensão dos processos de elaboração, de implementação e de desenvolvimento curricular, bem como divulgação do já pouco material existente, O problema reside no fato de que, por causa desses agravantes, decisões quanto a currículo acabam por se submeterem a decisões políticas, não educacionais (como observado nas mudanças ocorridas com a reforma Gustavo Capanema, que eliminou as inovações ocorridas na reforma anterior).

Além desse aspecto político, observamos a dicotomia existente entre a proposta e a execução. Os currículos acabam por ficar prescritivos – existem no papel – mas, na sala de aula existe um outro currículo, o “real”, aquele que é desenvolvido no processo de ensino entre professores e alunos. As boas experiências, que não são compartilhadas, acabam por se tornarem casos isolados e, sem dados, pouca decisão se pode tomar para que ocorram as alterações ou ajustes necessários, ou para que se possa reforçar o que aparenta conseguir bons resultados. As mudanças curriculares sofrem, então, com a ausência de apoio que as experiências reais anteriores poderiam trazer, e padecem com a falta de envolvimento dos atores sociais principais para essa implementação: os professores. Essa falta de envolvimento aparenta impedir a geração de um compromisso mais sólido, de um envolvimento mais efetivo na implantação de novas propostas, e o resultado é a existência desses dois currículos – o prescritivo e o real.

Um outro problema já antigo no país é a questão: devemos ter decisões curriculares centralizadas ou descentralizadas? A descentralização traz benefícios como o atendimento a peculiaridades regionais, mas aí reside também seu malefício, porque, ao permitir que se respeitem as origens, dá margem para que os problemas existentes de desigualdade social se potencializem: regiões mais avançadas conseguem desenvolver programas mais contemporâneos, enquanto regiões mais atrasadas perpetuam sua pobreza e seus limites por meio da reprodução de listas de conteúdos, sem discussão acerca da relevância dos temas. PIRES (2003) observa que as tomadas de decisão sobre currículo devem ter, como atributos, amplitude e flexibilidade, para que não dêem a idéia de algo que oprime ou impede o professor de ministrar sua aula.

A questão da avaliação também se reveste de importância porque há um descompasso entre o que se é estudado e o que acaba sendo medido nas chamadas “avaliações institucionais”. Estas são estabelecidas com base nas matrizes curriculares que são criadas para medir (em escalas) competências mais cognitivas do que as que se referem a aspectos qualitativos e mais difíceis de serem mensurados por meio de uma prova, tais como valores, atitudes etc. O resultado é um fracasso acentuado pelos meios de comunicação (lembremos os resultados obtidos nas avaliações como SAEB, PISA e congêneres) que acaba por deixar para segundo plano a discussão de um aspecto essencial: a falta de um debate curricular no sistema educacional do Brasil.

2.2. Os documentos

2.2.1. Guias Curriculares

Os **Guias Curriculares** são fruto do projeto de Estado militar que surge no Brasil desde 1964 e culmina, na Educação, com a implantação da reforma educacional condensada na Lei Federal nº 5692/71 (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional). Os **Guias Curriculares** de Matemática foram fundamentados nos seguintes instrumentos legais: Lei 4024/61, Lei 5692/71, Parecer 853/71-CFE, Resolução nº 8/71-CFE, Indicação 1/72-CEE, Parecer 399/71 – CFE, Resolução nº 10/72 – CEE, Decretos-lei 869/69 e nº 69450/71. SOUZA (2005) aponta que os **Guias Curriculares** de Matemática foram coordenados por especialistas em educação e redigidos por Anna Franchi, Almerindo Marques Bastos e Lydia Conde Lamparelli, todos professores que foram assessorados por uma equipe de professores especialistas da rede pública e privada do Ensino Fundamental, além de universitários.

Não há como fugir da compreensão de que os **Guias Curriculares** fazem parte de determinações de um contexto complexo, o qual envolve aspectos sociais, políticos, econômicos e educacionais. Organizados para orientar as escolas de 1º grau no sistema de ensino público do estado de São Paulo, os **Guias Curriculares** buscavam, além de apresentar os conteúdos para as oito séries, oferecer sugestões de caráter metodológico e definir objetivos, mas ficaram registrados em nossa História por uma peculiaridade: foram o principal registro, no Brasil, da presença da Matemática Moderna.

Comenta PIRES (2003) que a principal preocupação dos currículos formulados sob os auspícios do Movimento Matemática Moderna era a de estabelecer uma Matemática que tivesse utilidade para a técnica, a ciência e a economia moderna. A ênfase era dada às definições, ao significado dos conceitos, que deveriam ser muito precisos e absolutamente compreendidos.

No Brasil, a Matemática Moderna foi veiculada, inicialmente, por meio da introdução de novos programas nos Congressos Brasileiros de Ensino de Matemática, nas décadas de 1950 e 1960.

Esse movimento da Matemática Moderna provocou mudanças curriculares em muitos países, com sistemas e realidades diversas. Justamente as faltas de discussão suficiente e de preparação adequada dos professores levaram à incompreensão da proposta e das críticas que surgiram, anos depois, com relação ao referido movimento, principalmente no tocante à proposta de trabalho com conjuntos no início de todas as séries, aos prejuízos advindos do excesso de algebrismo, ao abandono da Geometria, à falta de vínculo com o dia-a-dia.

Os **Guias Curriculares** até tentaram incorporar certas críticas. O documento assim aponta:

> Achamos conveniente dizer algumas palavras quanto à assim chamada Matemática Moderna. Esse assunto tem dado oportunidade a muitas polêmicas, a nosso ver estéreis. Pensamos que todo problema se resume na infeliz escolha do nome: Matemática Moderna. A Matemática não é moderna, nem clássica: é simplesmente a Matemática. Ocorre que, como muitas outras ciências, ela experimentou nos últimos tempos uma evolução extraordinária, provocando uma enorme defasagem entre a pesquisa e o ensino da matéria. O que deve ser feito, e isso é importante, é uma reformulação radical dos programas, para adaptá-los às novas concepções surgidas, reformulação essa que deve atingir as técnicas e estratégias utilizadas para a obtenção dos objetivos propostos. Nessa acepção, achamos que o movimento que levou a uma orientação moderna no ensino da Matemática é irreversível, no sentido de um maior dinamismo na aprendizagem da mesma, em contraste com a maneira estática como era apresentada. Sentimos, portanto, que a orientação dada a um curso de Matemática deve ser moderna e, para isso, é necessário que se dê ênfase, no estudo da matéria, a certos aspectos que visam destacar a indiscutível unidade da Matemática, mostrando-a como uma construção única sem compartimentos estanques. Dentre esses aspectos, gostaríamos de evidenciar dois deles, que consideramos de importância fundamental: o papel central desempenhado pelas estruturas matemáticas, estruturas essas que podem ser evidenciadas no estudo dos campos numéricos bem como na geometria, e o importantíssimo conceito de relação e, mais especificamente, o conceito de função, que pode ser abordado não só no estudo das funções numéricas, como também no estudo das transformações geométricas. Além disso, é de importância primordial destacar o papel do raciocínio matemático (GUIAS CURRICULARES, 1975, p. 171).

Os **Guias Curriculares** padeceram, ademais, dos seguintes problemas: a descentralização, que potencializava, como vimos, as desigualdades regionais;

um processo de veiculação sem a devida preparação dos professores; e a falta de suficiente discussão sobre os propósitos, como ressalta PIRES (2003). Estes aspectos nos remontam à discussão apresentada anteriormente, sobre as duas grandes questões presentes em termo de construção curricular: a questão da centralização *versus* descentralização e a falta de envolvimento dos professores, principais atores, nas reformas curriculares.

2.2.2. Proposta Curricular para o Ensino de 1º Grau

Como relembra PIRES (2006), a década de 1980 foi caracterizada, no Brasil, pela abertura democrática, após um longo período de ditadura militar de quase 20 anos. Essa democratização trazia, em seu bojo, anseios de construção de espaços que refletissem essa democracia, espaços estes que certamente envolviam o ambiente escolar. Foi neste contexto que ocorreram vários debates em torno do Movimento Matemática Moderna, com discussões que estimularam Secretarias, tanto de estados quanto de municípios, a proporem um novo documento que servisse como guia curricular: as Propostas Curriculares.

Especificamente em São Paulo, trataremos da **Proposta Curricular para o Ensino de 1º Grau**, documento lançado pela rede pública estadual em 1985, época do governo Mário Covas. Documento seguinte aos Guias Curriculares, foi elaborado por Antonio Miguel (Assessor da UNICAMP), Nilson José Machado (Assessor da USP) e mais sete representantes da Coordenadoria de Ensino e Normas Pedagógicas - CENP: Marília Barros de Almeida Toledo, Mário Magnusson Jr., Regina Maria Pavanello, Roberto Barbosa, Ruy César Pietropaolo, Suzana Laino Cândido e Vinício de Macedo Santos.

Já na introdução da apresentação da **Proposta Curricular**, destacam-se os principais problemas diagnosticados na época, a saber:

> - a preocupação excessiva com o treino de habilidades com a mecanização de algoritmos, com a memorização de regras e esquemas de resolução de problemas, com a repetição e a imitação e não com uma aprendizagem que se dê, inicialmente, pela compreensão de conceitos e de propriedades, pela exploração de

situações-problema nas quais o aluno é levado a exercitar sua criatividade, sua intuição;

- a priorização dos temas algébricos e a redução ou, muitas vezes, eliminação de um trabalho envolvendo tópicos de Geometria;
- a tentativa de se exigir do aluno uma formalização precoce e um nível de abstração em desacordo com seu amadurecimento. (Proposta Curricular para o Ensino de Matemática – Ensino Fundamental, 1997, p.7)

Novamente, o momento histórico é importante. Relembra PIRES (2006) que, após o declínio da Matemática Moderna, em todo o mundo houve tentativas de construção de currículos de Matemática que fossem mais ricos, contextualizados tanto cultural como socialmente. Esses currículos tinham como características: possibilidades de se estabelecer relações entre os tópicos matemáticos e entre Matemática e outras áreas de conhecimento; preocupação em ser acessível para os alunos, por meio do reforço ao poder explicativo da Matemática, do uso de estruturas mais criativas que a chamada organização linear (uso de mapas conceituais e de redes de significados). Também se destacavam, nesses currículos pós-Matemática Moderna: a resolução de problemas como eixo articulador, a incorporação da historicidade das idéias matemáticas, o uso de recursos tecnológicos.

Com base nesse contexto, foi elaborada a **Proposta Curricular** para o ensino de 1º grau, a qual apresentava a Matemática em duas vertentes básicas, que justificam a sua inclusão nos currículos:

> -ela é necessária em atividades práticas que envolvem aspectos quantitativos da realidade, como são as que lidam com grandezas, contagens, medidas, técnicas de cálculo etc.
> - ela desenvolve o raciocínio lógico, a capacidade de abstrair, generalizar, transcender o que é imediatamente sensível. (PROPOSTA CURRICULAR PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA, 1997, p. 9).

Cabe ressaltar, no entanto, que essas duas vertentes básicas eram vistas, pelos elaboradores da **Proposta Curricular**, como elementos <u>indissociáveis</u> para que se compreendesse a real função desempenhada pela Matemática no currículo. Ao professor, o grande desafio seria conseguir uma situação de equilíbrio entre necessidades práticas e ultrapassagem da experiência concreta, tanto no nível das ferramentas quanto no das concepções. Isto porque somente uma situação de equilíbrio entre essas duas vertentes permite adequar, de forma satisfatória, a Matemática nos currículos, de modo que esta sirva para estabelecer uma continuidade entre a escola e o cotidiano (necessidades práticas) e sirva como ruptura com o senso comum, permitindo a construção para uma autonomia intelectual.

Com referência aos conteúdos e sua abordagem, a **Proposta Curricular** apresentava o conteúdo em diferentes níveis de abordagem, nos quais se buscava respeitar a integração de cada um dos temas trabalhados. A proposta apresentava quadros de conteúdo, por série (ainda que relativizasse a importância de um conjunto fixo de conteúdos) e defendia a abordagem dos conteúdos em espiral, isto é, os conceitos são introduzidos desde o início e, a cada ano, são retomados, sempre buscando ampliar a compreensão destes conceitos.

> Esse modelo apoiava-se no pressuposto de que qualquer matéria oferece elementos interessantes para a educação da criança, de forma que algo pode ser ensinado a ela, honradamente, em qualquer momento e que, portanto, um plano de estudos deve ser elaborado em torno de grandes questões, princípios e valores que uma sociedade estima dignos do interesse contínuo de seus membros. Defendia-se a idéia de que dominar as idéias básicas e usá-las eficientemente exige constante aprofundamento da compreensão que delas se tem, o que se pode conseguir aprendendo-se a utilizá-las em formas progressivamente mais complexas. (PIRES, 2003, s/p).

O conteúdo é visto como um veículo para o desenvolvimento de uma série de idéias fundamentais, articuladas com o foco no desenvolvimento do raciocínio e na instrumentação para a vida. Como eixos organizadores, apresentam-se três grandes temas: **Números** (apresentando como fio condutor a História da Matemática, em vez das propriedades estruturais); **Geometria** (tendo como eixo a manipulação dos objetos, o reconhecimento das formas, as suas características e propriedades, até resultar em uma sistematização); **Medidas** (esta, como o fio que junta os outros dois eixos, como o "cimento na construção da noção de número e na arquitetura das relações geométricas mais básicas") (PROPOSTA CURRICULAR PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA, 1997, p.15).

A **Proposta Curricular** também apontava preocupações com relação ao papel da avaliação.

> A aprendizagem de uma criança, em matemática, deve ser avaliada pelos resultados que ela apresenta ao resolver um problema, ao efetuar uma operação, ao explorar relações espaciais ou propriedades algébricas, ao analisar uma dada situação ou ao fazer uma síntese dos seus raciocínios, o que significa considerar cada impulso, cada intuição, cada manifestação de raciocínio diante dessas situações, cada registro. Assim, tais resultados são inseparáveis dos meios e recursos (processos) utilizados pela criança para chegar a eles (PROPOSTA CURRICULAR, 1997, p.17).

Nessa visão, tanto os progressos como as dificuldades de aprendizagem do aluno devem ser observados, porque são parâmetros que servem para o replanejamento das ações docentes e para o aperfeiçoamento do trabalho, sendo tais parâmetros revestidos de um caráter de continuidade. Avalia-se por meio de instrumentos convencionais (provas e testes escritos) e não-convencionais (observação do ambiente, objetos do mundo físico etc.)

A Proposta Curricular apresentou o mesmo “senão” observado nos Guias Curriculares: a falta de considerar as concepções e os conhecimentos de seus principais agentes veiculadores, os professores. O resultado foi que as concepções que nortearam a criação das propostas passaram a fazer parte, apenas, de um discurso pedagógico, sem poder, de fato, agir profundamente para que houvesse uma mudança nos pontos geradores da inquietude capaz de agrupar pessoas para propor um novo documento- guia para a adoção e ensino de um currículo de Matemática. Assim comenta PIRES (2003):

> Também em diferentes Estados e municípios brasileiros foram elaboradas propostas curriculares, com idéias similares às propostas das Secretarias Estadual e Municipal de São Paulo. No entanto, em geral, os novos discursos, como a condenação do treino de habilidades, dos algoritmos memorizados, a defesa da resolução de problemas como eixo metodológico, a compreensão de conceitos e de procedimentos, o equilíbrio entre os assuntos aritméticos, algébricos, métricos e geométricos, também não passaram a fazer parte integrante da prática dos professores. Mais uma vez, as tentativas de implementar essas novas idéias não levaram em conta as crenças dos professores que as deveriam colocar em prática. (PIRES, 2003, s/p.)

2.2.3. Os Parâmetros Curriculares Nacionais

Finalmente, chegamos à elaboração, por parte do Ministério da Educação, dos **Parâmetros Curriculares Nacionais**, os chamados PCN (de 1995 a 2002). Nessa mesma época, o Conselho Nacional de Educação implantou, com força de lei, as Diretrizes Curriculares Nacionais, e os mesmos problemas sobre a construção curricular voltaram à tona: a questão do envolvimento dos professores e a questão da centralização ou descentralização.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais da área de Matemática para o Ensino Fundamental (7 a 14 anos) foram fruto de um trabalho que envolveu a contribuição de educadores brasileiros atuantes em diversos níveis do sistema educacional. A equipe central foi constituída pelos professores Célia Maria Carolino Pires, Maria Amábile Mansutti e Maria Tereza Perez Soares, contando com a assessoria de Antonio José Lopes e a consultoria de César Coll e Délia Lerner de Zunino.

O debate e a indicação de diretrizes curriculares comuns para o ensino fundamental do Brasil estão contidos nos PCN, expressando a contribuição das investigações e das experiências existentes na área de Educação Matemática.

PIRES (2003) relaciona as várias tensões e questões existentes na época:

> Como construir referências nacionais de modo a enfrentar antigos problemas da educação brasileira e ao mesmo tempo encarar novos desafios colocados pela conjuntura mundial e pelas novas características da sociedade, como a urbanização crescente? O que significa indicar pontos comuns do processo educativo em todas as regiões, mas, ao mesmo tempo, respeitar as diversidades regionais, culturais e políticas existentes, no quadro de desigualdades da realidade brasileira? Como equacionar problemas referentes à possibilidade de acesso aos centros de produção de conhecimento, tanto das áreas curriculares quanto da área pedagógica, e que se refletem na formação dos professores que colocaram as idéias curriculares em prática? Que Matemática deve ser ensinada às crianças e jovens de hoje e com que finalidade? De que modo teorias didáticas e metodológicas devem ser incorporadas ao debate curricular, sem que sejam distorcidas e tragam prejuízos à aprendizagem dos alunos? (PIRES, 2003, s/p.)

Ao propor a elaboração dos PCN, o Ministério da Educação desejava ampliar o debate nacional sobre o ensino de Matemática, propiciar a socialização das informações e pesquisas para todos os professores brasileiros, orientar a prática escolar por meio de um referencial, bem como dar um norte para a formação inicial e continuada dos professores.

Os objetivos do MEC, com os PCN, eram contribuir para possibilitar a inserção do estudante como cidadão, tendo a Matemática como um alicerce, não como uma barreira ou um elemento de exclusão. Procuravam, portanto, reverter o quadro existente de considerar a Matemática como uma disciplina extremamente seletiva e pouco atraente, bem como visavam orientar a produção de materiais didáticos que contribuíssem para desenvolver uma política dedicada à melhoria constante do ensino.

Dessa forma, para o Ensino Fundamental, os PCN procuraram incorporar as contribuições dadas pelas pesquisas e experiências na área de Educação Matemática. Seus objetivos destacam o papel da Matemática como um instrumento importante e valorativo para o estudante; ou seja, como uma ferramenta para a compreensão do mundo e como área de estímulo à capacidade de resolução de problemas, ao interesse, à curiosidade e ao espírito investigativo.

Os conteúdos devem ser, na visão dos PCN, relevantes socialmente e contributivos para o desenvolvimento intelectual, abordando não apenas a dimensão conceitual, mas também as de procedimentos e de atitudes. Devem, então, ter conexões entre si e entre outras áreas de conhecimento, em uma visão de construção do conhecimento por meio de uma rede.

Temas sociais urgentes (meio ambiente, ética, pluralidade etc.) e temas que permitem o desenvolvimento de capacidades cognitivas importantes, como Probabilidade e Estatística e o uso da Geometria e das Medidas, são incorporados aos conteúdos, coadunando com a proposta de oferecer uma Matemática como um instrumento que realmente contribua para a formação de um cidadão. Além dos temas tradicionais, destacam-se Tratamento da Informação e História da Matemática, bem como a evidência de itens considerados relevantes no conjunto tradicional (exemplos: temas métricos e algébricos têm a mesma relevância que os aritméticos; trabalho com números racionais na forma decimal).

O ponto de partida para a construção do conhecimento matemático é a resolução de problemas, com a valorização de atitudes de segurança e auto-estima, por parte do aluno, referentes à própria capacidade de construir esses conhecimentos matemáticos. O respeito ao trabalho dos outros e a perseverança na tentativa de encontrar soluções também são atitudes estimuladas.

Ainda que, em certos aspectos, os PCN estejam próximos das Propostas Curriculares, há outros que os diferenciam das Propostas que os antecederam. Tais diferenças são encontradas, principalmente, na preocupação com a inclusão de componentes sociais e culturais do currículo, no aprofundamento do debate relativo ao papel do erro na aprendizagem, como também na postura do professor com relação à valorização dos conhecimentos prévios e das hipóteses que os alunos levantam no exercício matemático.

Em outras palavras, os PCN estimulam o desenvolvimento do pensar matemático com a premissa de que qualquer estudante é capaz de "fazer" Matemática em sala de aula, envolvendo cada um no processo de produção do conhecimento, a fim de garantir sentido ao que é feito. Para tanto, é preciso estimular a análise crítica de valores e de idéias, com atividades que façam parte de um contexto significativo para o aluno.

O aluno constrói seu próprio pensamento, em um aprendizado que pressupõe caminhos tentativos, idas e vindas e até reprodução de conhecimentos, mas desde que revestida de sentido e compreensão. O sentido é encontrado em ações nas quais o estudante se apropria do contexto e consegue resolver um problema ou questão.

Visto que os PCN entendem como importante garantir o acesso a um padrão de conhecimento matemático que seja comum a todos os alunos, a avaliação segue a mesma premissa – deve ter o papel de indicador de avaliação do trabalho escolar, e ser aplicada ao final de cada ciclo de aprendizagem.

2.3. As indicações dos documentos sobre o ensino de Álgebra

> É muito difícil encontrar problemas que mostrem para os alunos como e quando aplicar a Álgebra que eles sabem. Muitos livros didáticos, nos seus problemas propostos exigem apenas uma manipulação da linguagem formal. A falta de problemas "reais" não permite que os alunos vejam a Álgebra como necessária para "matematizar" o mundo [...] O formalismo da Álgebra, na escola, ou seja, a ênfase nos procedimentos utilizados na resolução de determinados problemas algébricos foi acatado pelos professores de matemática quando ensinam Álgebra (SANTOS, 2005, p.111).

Como aponta SANTOS (2005), em termos de currículo escolar, a Álgebra acaba por representar, para muitos alunos, o final de sua trajetória enquanto estudantes, pois eles se defrontam com este tópico e saem com a sensação de que não é possível compreender e aprender o que está sendo apresentado. Para estes alunos, a Álgebra reveste-se de um caráter de total incompreensão quanto à sua utilidade e, em outras tantas ocasiões, a Álgebra é ensinada como instrumento para outros conteúdos matemáticos, que serão estudados mais adiante, o que faz os alunos estudarem sem compreenderem bem para que estão estudando esse tema.

No Brasil, principalmente a partir da década de 1950, podemos observar muitas iniciativas de mudança curricular as quais, em sua maior parte, partiram do governo. Relembrar o período histórico é importante para que compreendamos que uma modificação curricular está envolta em demandas complexas e, muitas vezes, contraditórias. Essas múltiplas exigências por parte dos atores sociais (governo, sociedade, empresas etc.), associadas à incerteza do novo, fazem com que os desequilíbrios e os problemas de foco já existentes fiquem mais evidentes. Não podemos nos esquecer que a década de 1950 foi caracterizada por uma mudança econômica de impacto, com o advento da industrialização.

Nesse contexto, o ensino da Álgebra sofreu um processo de simplificação, para atender a uma demanda por ensino que atingia, de fato, todas as classes sociais. A Álgebra passou a ser, com a industrialização, exigência básica para a formação das pessoas de qualquer camada social. A Álgebra passou a ser requisito e exigência já na formação básica. Porém, as dificuldades que surgiram, tanto por parte dos professores quanto por parte dos alunos, no processo de ensino e de aprendizagem da Álgebra, fizeram com que de porta de entrada para a ascensão social, a Álgebra passa-se a ser, também, barreira instransponível para essa mesma desejada ascensão.

Os pesquisadores Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), ao debaterem a construção do currículo no Brasil, observam que o ensino da Álgebra caracterizou-se pela reprodução de procedimentos, os quais levavam a uma aprendizagem caracterizada pela mecanização das regras e dos passos que visavam à solução de um problema algébrico. Essa fase durou 161 anos, de 1799, ano de estréia da Álgebra como componente curricular em nosso país, até 1960. A preocupação curricular era que a Álgebra fosse um instrumento útil para a resolução de problemas e de equações.

Em 1960, época em que surge a matemática moderna, com sua proposta de aproximação dos conteúdos do ensino primário e secundário à matemática universitária, a Álgebra passou a ter um lugar de mais destaque.

> Quando falamos em introduzir a Matemática Moderna no ensino primário e secundário, queremos mostrar ao aluno que não existem Matemáticas distintas (a do primário, do secundário e do superior), mas sim uma "atitude matemática" que ele deve adquirir para melhor conhecer os diversos assuntos que compõem o currículo. (SANGIORGI, 1965).

Com a Matemática Moderna, o ensino da Álgebra passou a apresentar um foco mais rigoroso, que enfatizava a precisão da linguagem matemática, as operações e suas propriedades e os chamados "aspectos lógico-estruturais dos conteúdos". A linguagem da teoria dos conjuntos ganhou bastante espaço, dentro dessa visão de caráter unificador da matemática, como veremos adiante, na análise dos documentos (Guias e Propostas).

Após um período relativamente curto de preponderância (15 anos), a Matemática Moderna perde sua primazia e os currículos retomam a ênfase algébrica na resolução de problemas e equações, mas com uma atuação pedagógica que prima pela mecanização e pela automatização dos conteúdos, como destacam MIGUEL, FIORENTINI E MIORIM (1992).

2.3.1. Álgebra nos Guias Curriculares

Como apresentado anteriormente, na década de 1970, o documento **Guias Curriculares** Propostos Para as Matérias do Núcleo Comum do Ensino do 1º Grau era usado como subsídio para a ação docente Tratava-se de um documento que estabelecia os objetivos e conteúdos mínimos que cada aluno deveria ter desenvolvido ao final de cada nível de ensino. Em sua apresentação, os Guias Curriculares já nos apresentam uma indicação de direção (grifos nossos):

> Os Guias Curriculares, destinados a servir de elemento renovador do ensino de 1º grau, representam um primeiro esforço de estruturação de uma escola fundamental de oito anos de escolarização, dotada dos atributos de unidade e continuidade."
> "Estes Guias não apenas traduzem os conteúdos dos instrumentos legais definidores da reforma como refletem a filosofia que os informa. Por esta razão, devem ser entendidos não como modelos para fiel reprodução mas como pontos de referência para o planejamento das atividades a ser elaborado pelo professor. Da criatividade do mestre é que realmente decorre a revitalização da prática escolar.
> (Guias Curriculares – Apresentação, 1975,p.7)

Essa mesma idéia de unidade e continuidade é vista neste esquema, extraído dos Guias Curriculares (p.213):

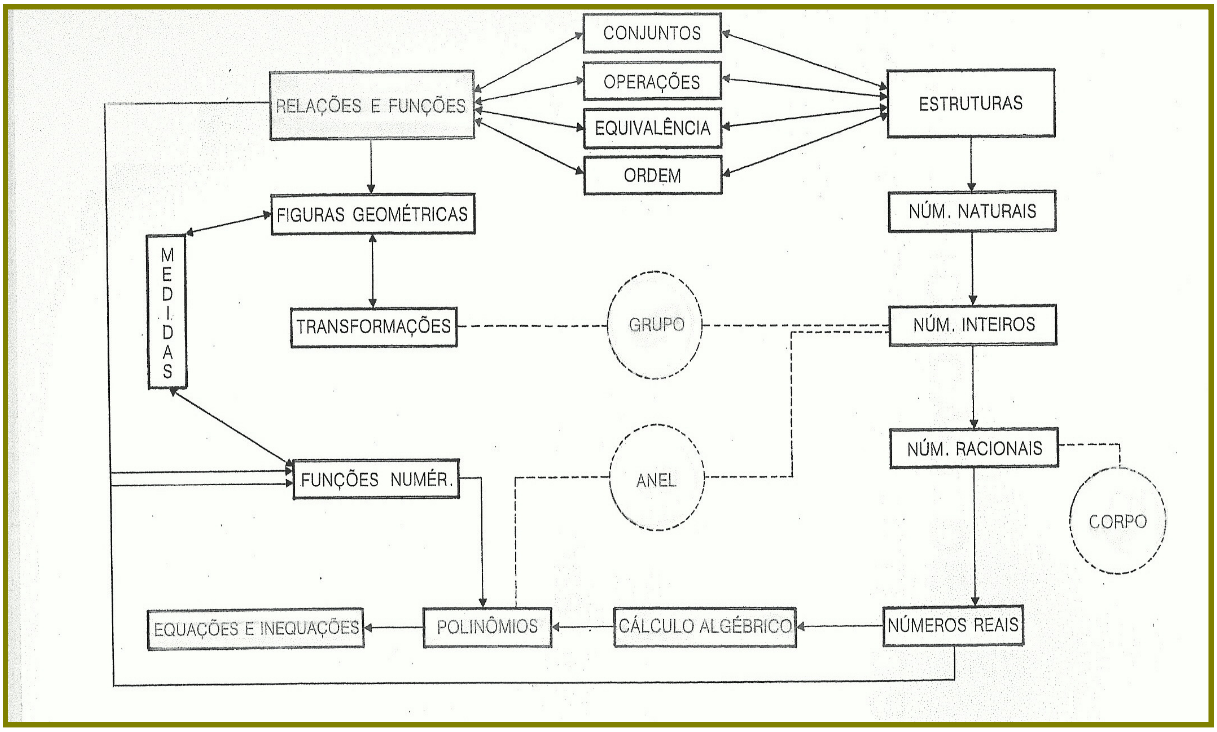


Fig. 2 – Unidade e continuidade como proposições dos Guias Curriculares

No que se refere à Álgebra, o conteúdo programático foi dividido em quatro temas, a saber: Relações e Funções, Campos Numéricos, Equações e Inequações, Geometria. Após explicar os objetivos e a distribuição ao longo dos níveis e das séries, foram reproduzidas as indicações referentes a cada tema.

Na introdução referente aos conteúdos de Matemática, os Guias Curriculares defendem que a passagem do concreto para o abstrato deve ser feita "gradativa e cuidadosamente, etapa por etapa, atendendo ao nível de amadurecimento do aluno." (Guias Curriculares, 1975, p.201)

Em sua apresentação, os autores dos Guias Curriculares esclareciam que a orientação a ser dada a um curso de Matemática deveria ser moderna e, para tanto, seria necessário enfatizar certos aspectos que destacassem a "indiscutível unidade da matemática". Olhando a Matemática como uma construção única, os Guias destacavam dois aspectos, considerados de fundamental importância (grifos nossos):

> "[...] o papel central desempenhado pelas estruturas matemáticas, estruturas estas que podem ser evidenciadas no estudo dos campos numéricos, bem como na geometria, e o importantíssimo conceito de relação, e mais especificamente, o conceito de função que pode ser abordado não só no estudo das funções numéricas, como também no estudo das transformações geométricas. Além disso, é de importância primordial destacar o papel do raciocínio matemático."
>
> (Guias Curriculares,1975, p. 201)

Logo a seguir, os Guias Curriculares enfatizam a utilização da linguagem da Teoria dos Conjuntos no tratamento de todos os temas, como forma de contribuírem, como fator unificador, para que se obtenha o objetivo estipulado anteriormente. Percebe-se, aqui, a visão da Álgebra como elemento de destaque, elemento unificador dos conteúdos. Com uma ressalva:

> Cabe apenas alertar o professor no sentido de não transformar essa linguagem auxiliar em objetivo principal do ensino da disciplina. Devemos por isso usar de todo o cuidado, a fim de não exagerar na sua utilização." (Guias Curriculares, 1975, p.202)

Quanto ao programa, os Guias Curriculares observam que não há referência explicita à resolução de problemas, aqui entendidos não somente como os que são apresentados com os chamados enunciados tradicionais, mas também os problemas que são caracterizados por situações que exijam dos estudantes a habilidade de reorganizarem dados e selecionarem princípios e conceitos para solucioná-los. Ao professor compete atuar na redação dos exercícios e problemas de modo a apresentá-los de forma clara, com precisão e objetividade, fruto de um planejamento cuidadoso por parte do professor.

Os Guias também chamam a atenção para o problema dos cálculos.

> "Embora o aluno deva saber efetuar todos os cálculos com eficiência e rapidez, devemos tomar cuidado com excesso de cálculos. É necessário evitar os chamados 'carroções' e o algebrismo exagerado, tão a gosto dos professores de orientação tradicional." (Guias Curriculares, 1975, p. 203)

2.3.2. Álgebra na Proposta Curricular

> "A elaboração da Proposta Curricular de Matemática do 1º grau pela Equipe Técnica de Matemática da Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas (CENP) da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo está diretamente ligada à discussão sobre a qualidade do ensino oferecido pelas nossas escolas públicas."
> (Proposta Curricular para o ensino de matemática, 1997,5ªed.,p.7)

Relembremos que os principais problemas encontrados na época (grifos nossos) eram relativos à preocupação considerada excessiva com o treino de habilidades, memorização de regras, repetição e imitação, <u>mecanização de algoritmos</u>, <u>priorização dos temas algébricos em detrimento da geometria</u>, tentativa de se exigir a formalização precoce do aluno e um nível de abstração discrepante com o seu amadurecimento.

Formalização e sistematização são duas palavras que bem caracterizam as Propostas, as quais buscavam apresentar o conteúdo em diferentes níveis de abordagem, respeitando a integração dos temas. Procurava-se fazer com que os alunos captassem a idéia básica ensinada e a aplicasse em situações-problema, até chegar ao momento em que se utilizaria o pensamento lógico-dedutivo. Pode-se dizer, então, que o desenvolvimento do raciocínio lógico (capacidade de abstrair e generalizar) e o preparo ou instrumentação para a vida (atividades práticas – lidar com medidas de grandeza, com contagem e técnicas de cálculo) se constituem nos dois grandes temas das propostas curriculares.

Na 6ª série, as Propostas Curriculares apresentam não apenas uma mudança de nome, de Álgebra para Cálculo Literal. O documento se propõe a dar uma nova abordagem ao tema, buscando a redução da extensão e do tempo dedicado ao desenvolvimento do assunto. Para tanto, sugere que o estudo das propriedades das operações e das regras de simplificação no cálculo com potências devam servir para legitimar os mecanismos existentes no cálculo literal, assim como ressalta que o estudo de expressões algébricas deve ter o propósito de levar o estudante a tratar, de forma generalizada, as operações e propriedades dos números já estudados.

Observam, ainda, como procedimentos metodológicos, que o professor ensine a terminologia algébrica à medida que o conteúdo a ser ensinado o exija, sendo que devem ser ensinada apenas a terminologia realmente básica e necessária para a comunicação e o enunciado das regras fundamentais das expressões algébricas. De igual forma, trabalhar com expressões polinomiais simples é mais indicado (uso de expoentes de 1º e 2º graus), por ser mais adequadas ao uso do cálculo literal nessa fase.

Na 7ª série, as **Propostas** sugerem que temas algébricos, como equações e inequações de 1º grau com uma incógnita, sejam associados à resolução de problemas simples, visto já terem sido abordados de forma intuitiva (determinação de um termo desconhecido), anteriormente. Pode-se partir de situações-problema, a serem traduzidas por equações, mas as **Propostas** indicam que o professor deve usar essas situações como ponto de partida para a resolução, visando ao desenvolvimento de um estudo autônomo das equações do 1º grau com uma incógnita.

Os objetivos apresentados são: propiciar ao estudante a experimentação de soluções, de modo a identificar suas diferenças e semelhanças; a análise da solução obtida e se esta é compatível com a situação-problema apresentada; a percepção da necessidade de se ter uma técnica que permita resolver equações.

As **Propostas** sugerem, ademais, que o professor trabalhe com o conceito de equação como o de uma igualdade com ao menos uma incógnita, em uma atividade na qual é mais importante colocar o aluno em contato com a experimentação de resultados e com a tradução algébrica do que com as técnicas de resolução.

Na 8ª série, as **Propostas** orientam aos professores que iniciem a resolução de equações do 2º grau pelo método geométrico (método de Al Khowarizmi) para, após análise crítica (constatação que o método tem suas limitações), introduzir a resolução pelo método algébrico, chegando à fórmula de Bhaskara, a fim de que o assunto possa ser <u>generalizado</u> e <u>formalizado</u> (grifos nossos).

2.3.3. Álgebra e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)

No tocante à Álgebra, nos **PCN** esse tema representa um espaço muito significativo de abstração e generalização, principalmente nas séries finais, além de possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas (PCN;1998, p.115). Segundo essa concepção, o professor teria que trabalhar para possibilitar ao estudante: o reconhecimento das diversas funções de Álgebra (ou seja, generalizar padrões aritméticos, estabelecer a relação entre duas grandezas, “modelizar”, resolver problemas aritmeticamente difíceis), responder problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis e incógnitas) e compreender a sintaxe (regras para resolução) de uma equação.

Os **PCN** estimulam a utilização de situações que levem os estudantes a construir noções algébricas pela <u>observação de regularidades</u> em tabelas e gráficos, de maneira que eles consigam estabelecer relações. Para tanto, utilizam-se problemas ligados ao trabalho com letras, expressões algébricas, noções de variáveis etc.. Esta abordagem é muito diferente de ações que buscam desenvolver o estudo da Álgebra somente enfatizando as manipulações com expressões, de forma mecânica.

No tocante à Álgebra, os **PCN** sugerem a exploração de situações de aprendizagem para desenvolver o pensamento algébrico no 3º ciclo (5ª e 6ª séries), visando que o estudante: reconheça as representações algébricas como um instrumento de expressão de generalizações das propriedades das operações Aritméticas; possa traduzir situações-problema e informações de tabelas e gráficos na linguagem algébrica e vice-versa, de modo a generalizar regularidades e identificar o significado assumido pelas letras, bem como ser capaz de utilizar os conhecimentos adquiridos com relação às operações numéricas e suas propriedades na construção de estratégias de cálculo algébrico.

Para o 4º ciclo, os **PCN** indicam a exploração de situações de aprendizagem para o desenvolvimento do pensamento algébrico, com os seguintes objetivos: a produção e a interpretação de diferentes escritas algébricas (expressões, igualdades e desigualdades), a identificação de equações, inequações e sistemas; a resolução de situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos; a observação de regularidades e o estabelecimento de leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis.

2.3.3.1. O desenvolvimento algébrico nos 3º e 4º ciclos

Devido à complexidade que caracterizam os conceitos e procedimentos algébricos, os PCN apontam como <u>não desejável</u> que se desenvolva no terceiro ciclo (5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental) um trabalho que vise ao aprofundamento das operações com as expressões algébricas e as equações. Entende-se que já é suficiente nesse ciclo que os alunos compreendam a noção de variável e reconheçam a expressão algébrica como uma forma de traduzir a relação existente entre a variação de duas grandezas. Ao explorar situações-problema que envolvam a variação de grandezas, provavelmente o aluno irá se deparar com equações, o que lhe possibilitará interpretar a letra como incógnita. Nesses casos, recomenda-se que os estudantes sejam estimulados a construir procedimentos variados para resolvê-las, deixando as técnicas convencionais para serem estudadas, de forma mais detalhada, no quarto ciclo.

Com relação ao quarto ciclo (7ª e 8ª séries do Ensino Fundamental), os PCN apresentam como proposta aos professores que estimulem e proporcionem aos estudantes novas vivências e situações que possibilitem a eles o uso dos conhecimentos matemáticos, evidenciando sua importância e significado, bem como fazendo com que os estudantes se sintam mais competentes ante esse conhecimento. Espera-se, também, que fique mais evidente para os alunos a interdisciplinaridade, isto é, a presença da Matemática em outras áreas do currículo (estudo de alguns fenômenos físicos, químicos, informática etc.).

O objetivo é que as situações possam mostrar aos estudantes que a Matemática exerce um papel central na cultura moderna, é parte do chamado saber científico e uma espécie de pré-requisito para que as pessoas tenham acesso a outros conhecimentos técnico-científicos. Em suma, a Matemática é um instrumento que pode dar condições de ascensão social.

Deve-se observar que esta proposição é muito diversa da abordagem tradicional que acontece no quarto ciclo. Normalmente, a ênfase é dada no estudo dos conteúdos algébricos, em que a mecanização domina a abordagem e, ademais, há um distanciamento maior das situações-problema do cotidiano. O problema dessa abordagem é que há uma ruptura com relação ao que o estudante estudou anteriormente, porque os conhecimentos aprendidos nos ciclos passados não servem para que o aluno resolva as situações-problema que lhe são propostas.

Entretanto, tal problema poderá ser revertido se os estudantes conseguirem estabelecer relações com os conhecimentos construídos anteriormente para os novos conteúdos a serem estudados e este é um momento propício para que esta reversão ocorra, porque há alguns aspectos relativos ao desenvolvimento cognitivo dos estudantes do 4º ciclo que facilitam a aprendizagem com o uso de conhecimentos já adquiridos, tais como: uma capacidade de observação mais detalhada, a ampliação da capacidade de pensar de maneira mais abstrata e a possibilidade de argumentar com mais clareza.

Assim, os **PCN** recomendam, para este ciclo, um trabalho com a Álgebra que tenha como ponto de partida a chamada “pré-Álgebra”, desenvolvida no ciclo anterior, fase em que as noções algébricas não são exploradas por procedimentos puramente mecânicos, mas sim com jogos, generalizações e representações matemáticas (tais como gráficos e modelos) para lidar com as expressões e equações.

O que se objetiva é que o ensino da Álgebra continue garantindo que os estudantes trabalhem com problemas, os quais lhes permitam dar significado às idéias matemáticas e à linguagem. Ademais, essa abordagem permitirá que os alunos compreendam conceitos como os de variável e de função, a representação dos fenômenos tanto na forma algébrica como na forma gráfica, a formulação e a resolução de problemas usando equações e o conhecimento das regras para resolução de uma equação (sintaxe). Os PCN sugerem o uso de construção e interpretação de planilhas, com calculadoras e computadores, para apoiar a compreensão dos conceitos algébricos.

Os **PCN** observam, ainda, a importância de os alunos perceberem conexões em atividades e problemas que envolvam noções e conceitos que são referentes a outros blocos de conhecimento. Exemplos de situações: generalizar procedimentos que possibilitem calcular o número de diagonais para qualquer tipo de polígono, indicar qual a expressão que relaciona duas grandezas, calcular as medidas da tendência central de uma pesquisa.

Vejamos o que acontece no caso da proporcionalidade: assunto já trabalhado nos ciclos anteriores, ela aparece na resolução de problemas multiplicativos, em estudos de porcentagem, de semelhança de figuras, na matemática financeira, na análise de tabelas, gráficos e funções. Para compreendê-la, devem-se explorar, também, os contra-exemplos, isto é, as situações nas quais as relações não são proporcionais.

Esta noção de proporcionalidade pode ser desenvolvida pelo estudante quando este analisa a natureza da interdependência de duas grandezas em situações-problema nas quais elas sejam diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não-proporcionais (as chamadas funções afins ou quadráticas). O aluno pode representar a variação no plano cartesiano por meio de uma sentença algébrica.

Os PCN ressaltam a importância de o professor propor situações-problema diversificadas, para que os estudantes possam reconhecer as diferentes funções da Álgebra. Esse reconhecimento acontece quando o aluno resolve problemas difíceis do ponto de vista aritmético, quando faz atividades de modelização, quando generaliza e demonstra propriedades e fórmulas, quando estabelece relações entre grandezas.

2.4. Quadro comparativo dos três documentos analisados

Assunto / Tema	**Guias Curriculares (Década de 70)**	**Propostas Curriculares (Década de 80)**	**Parâmetros Curriculares Nacionais (Década de 90)**
A visão da Matemática	Os Guias citam a Matemática como não sendo nem clássica e nem moderna, mas como simplesmente Matemática. Outro ponto importante comentado é que a Matemática sofreu nos últimos tempos uma evolução extraordinária, provocando uma enorme defasagem entre a pesquisa e o ensino da matéria.	As Propostas pensam na Matemática como sendo um tipo de linguagem, necessária não só dentro do ambiente escolar, como também fora dele, para preparar o educando para enfrentar o mundo. Dentro dessa perspectiva, dois grandes temas são apresentados nas Propostas: o desenvolvimento do raciocínio lógico (capacidade de abstrair e generalizar) e o preparo ou instrumentação para a vida.	Os PCN trazem a idéia de que a Matemática é necessária aos alunos para compreender o mundo a sua volta, além de ser uma área de conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, investigação e a capacidade de resolver problemas. Também se apresenta como importante para outras áreas do currículo, exercendo o papel central na cultura moderna, e sendo um instrumento que pode dar condições de ascensão social. A Matemática é vista como um elemento de inclusão social, por meio da construção de conhecimentos matemáticos, do cultivo à auto-estima, do respeito ao trabalho dos colegas e de perseverar na busca de soluções.
Ensino e abordagem da Matemática	Na introdução, é citada a preocupação com o modo estático do ensino. Além disso, a Matemática deve ser mostrada como uma construção única sem compartimentos estanques, além de comentar a preocupação com a Matemática aplicada.	As Propostas pretendem que o ensino de matemática desenvolva a capacidade de resolver problemas, utilizando os símbolos matemáticos, o raciocínio e lógica do aluno.	Os PCN defendem, em vez da memorização sem sentido, a construção de significados, a elaboração de estratégias e a resolução de problemas, objetivando que o aluno desenvolva importantes processos, como intuição, analogia, indução e dedução.
Elemento unificador dos três campos matemáticos	A ÁLGEBRA é vista como elemento unificador	A GEOMETRIA é vista como elemento unificador	Nos PCN, não há um elemento unificador no três campos matemáticos, visto que a MATEMÁTICA é uma construção histórica. Cada elemento do currículo deve ser trabalhado visando à compreensão da Matemática, por parte do aluno, como um instrumento que o auxilie em sua vida, permitindo-lhe adotar um posicionamento crítico.

Quadro 1 – Comparativo entre os Documentos Oficiais Estudados

Assunto / Tema	Guias Curriculares (Década de 70)	Propostas Curriculares (Década de 80)	Parâmetros Curriculares Nacionais (Década de 90)
Currículo e Álgebra	Estabelecido com base na concepção de Álgebra como fundamentalista-estrutural[1]. Em conseqüência, os currículos são reorganizados para que os tópicos algébricos (expressões algébricas, valores numéricos, operações e fatoração) sejam antecedidos por tópicos fundamentais, entendidos como "fundamentadores" (conjuntos numéricos, propriedades estruturais, estudos dos quantificadores, sentenças abertas e fechadas, conjunto universo e conjunto verdade, equações e inequações), para depois disso, serem introduzidos novos conteúdos algébricos, como funções, funções de 1º e 2º grau etc.	Pode-se observar, por trás dessa visão da Geometria como elemento unificador, a presença da chamada concepção algébrica como fundamentalista-analógica, na qual os recursos geométricos são considerados superiores a qualquer forma de abordagem apenas lógico-simbólica.	Os PCN visam estabelecer uma referência curricular, para que possam apoiar a revisão e/ou a elaboração das propostas curriculares dos estados ou das escolas integrantes dos sistemas de ensino brasileiro. É interessante verificar que esse tipo de proposição mostra uma visão que considera a construção do pensamento matemático como em articulação com outros campos e áreas. As noções de álgebra acontecem quando o aluno começa a construir suas primeiras generalizações, logo o trabalho com números propicia ao aluno a compreender a natureza das representações algébricas. Ressalte-se, ainda o fato de que os PCN consideram a Álgebra uma ferramenta poderosa. Estimulam o aluno a construir procedimentos variados e deixam as técnicas operatórias para o 4º ciclo (7ª e 8ª séries) e indicam que no 3º ciclo (5ª e 6ª séries), que os alunos apenas compreendam a noção de variável e reconheçam expressões algébricas como relação entre a variação de duas grandezas.
Mundo real e mundo da escola	Defende a presença do mundo real na escola, procurando, por meio dos objetivos propostos, enfatizar a vida, os valores democráticos, o desenvolvimento de valores relacionados à cultura do educando.	Defende a presença do mundo real na escola, inclusive, entendendo o desafio da Matemática como obter uma situação de equilíbrio entre a pressão das necessidades práticas e a ultrapassagem da experiência concreta. Como apresentado anteriormente, as Propostas lembram que a Matemática deve servir para estabelecer uma continuidade entre a escola e a vida.	Defende a presença do mundo real na escola, o que pode ser constatado apenas em observar a tônica que norteia os PCN: garantir que os currículos permitam aos estudantes o acesso aos conhecimentos necessários para que eles possam se integrar na sociedade na figura de cidadãos com consciência, responsabilidade e participação
Eixos de Organização dos Conteúdos	Relações e Funções; . Campos Numéricos; . Equações e Inequações; . Geometria.	. Números; . Medidas; . Geometria	Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas e também Tratamento da Informação, como um bloco de conteúdo, por causa de sua relevância social e contribuição para o desenvolvimento intelectual do educando.
Dimensões abordadas pelos conteúdos	Os conteúdos são explorados em sua dimensão conceitual (saber o conceito de fração, de adição, de multiplicação etc.)	Os conteúdos são explorados em sua dimensão conceitual (saber o conceito de fração, de adição, de multiplicação etc.).	Os conteúdos são explorados em sua dimensão conceitual e na dimensão de procedimentos (saber medir um comprimento, saber realizar uma estimativa etc.) e atitudes (ser colaborativo, perseverante na busca de respostas etc.). Todas estas dimensões devem ser trabalhadas em sala de aula.
Organização dos conteúdos	Segue uma forma pré-estabelecida, em que a unicidade e a linearidade apresentam-se como importantes, conforme visto anteriormente, por serem condições de aprendizado.	Apresentam sugestões de conteúdos para cada série. "Daí ter-se optado por apresentar o conteúdo em DIFERENTES NÍVEIS DE ABORDAGEM, em que se procura respeitar a integração dos temas a serem trabalhados, bem como seu desenvolvimento " em espiral"(p.13)	Os PCN deixam ao professor a organização dos conteúdos, não adotando uma hierarquia predefinida e linear. Essa organização se dará em ciclos e posteriormente em projetos. Os PCN buscam conectar os vários blocos de temas, visando estabelecer níveis de aprofundamento dos conteúdos de acordo com as possibilidades de compreensão dos estudantes em cada ciclo, sugerindo aos professores dar maior ênfase a conteúdos mais essenciais. Nessa visão, os conteúdos são contextualizados e articulados.de acordo com a realidade regional(estados e municípios) e organizados de forma integrada ao projeto educacional de cada escola.

Quadro 1 – Comparativo entre os Documentos Oficiais Estudados

[1] Para mais detalhes sobre as diferentes concepções de Álgebra, ver FIORENTINI, Dario, MIORIM, Maria Ângela e MIGUEL, Antônio. Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar. Pro-posições Vol.4 Nº 1[10] – março de 1993. p. 78-91.

Assunto / Tema	Guias Curriculares (Década de 70)	Propostas Curriculares (Década de 80)	Parâmetros Curriculares Nacionais (Década de 90)
O papel do professor	Orientar a aprendizagem de modo a permitir que o estudante tenha uma noção razoável dos processos matemáticos.	Um dos papeis do professor é distinguir entre os aspectos centrais essenciais em cada assunto e aqueles que são menos relevantes. O professor deve estimular a participação ativa dos alunos na descoberta e assimilação de idéias matemáticas.	Organizador da aprendizagem, facilitador do processo ensino-aprendizagem, mediador na comparação, Incentivador da aprendizagem, avaliador do processo.
História da Matemática	Não encontramos evidências explícitas de sugestões de uso da História da Matemática	Ainda que não utilize o termo "História da Matemática", as Propostas apresentam sugestões de exercícios que explorem o lado histórico e a interdisciplinaridade. Alguns exemplos: trabalhos de pesquisa histórica (p.86), instrumentos de medição astronômica (p. 101), como Eratóstenes mediu a Terra (p. 109-110), problemas históricos e o Teorema de Pitágoras (p. 138 a 141)	Os PCN sugerem a História da Matemática como um recurso didático e não como transmissão de informações de fatos, datas e nomes. Este recurso pode esclarecer idéias matemáticas que estão sendo construídas pelos alunos e sugerir caminhos ou alternativas para solucionar situações problemas. Além disso, a História da Matemática é um instrumento de resgate da própria identidade cultural. E por meio dela o aluno poderá compreender que o avanço tecnológico de hoje não seria possível sem a herança cultural de gerações passadas
Resolução de Problemas	Os Guias sugerem que haja muitas oportunidades para os estudantes resolverem situações problemáticas, que exijam um planejamento cuidadoso por parte do professor e, por parte do aluno, a reorganização de dados e a ação de selecionar conceitos e princípios desejados para solucionar essas situações problemáticas. Deve-se incentivar o aluno a perseverar para obter soluções das situações problemáticas apresentadas, bem como desenvolver nos estudantes o espírito critico e o debate com relação alcançados.	A Proposta indica o recurso à resolução de situações- problemas como possibilidade de raciocínio e ação, ressaltando a importância da aplicação de problemas que não conduzam a uma única solução.	Os PCN apontam a Resolução de Problemas como ponto de partida da atividade matemática, e defendem que os alunos aprendem de fato quando sentem-se desafiados a resolver situações. Os PCN criticam a utilização de problemas como forma de aplicação de conhecimentos previamente adquiridos pelos alunos.
O papel da Avaliação	Não faz referência	A avaliação é vista como um processo contínuo, cujo papel fundamental é, mais do que meramente classificar, diagnosticar o processo de aprendizagem do aluno e fornecer elementos para corrigir distorções visando sempre o sucesso do aluno na aprendizagem e não apenas quantificar o produto final.	A avaliação em suas dimensões processual e diagnóstica é tratada como parte fundamental do processo ensino-aprendizagem por permitir detectar problemas, corrigir rumos, apreciar e estimular projetos bem-sucedidos. Os PCN questionam as avaliações caracterizadas por memorização de regras e esquemas, sem verificação da compreensão dos conceitos, sem desenvolvimento de atitudes e procedimentos e sem levar em conta a criatividade nas soluções. E também valorizam as avaliações orais, alegando que estas revelam aspectos não evidentes em avaliações escritas.
Como é visto o erro	Não faz referência	O erro é citado no Tópico referente ao papel da Avaliação como um indicador de total incompreensão ou compreensão parcial do assunto.	Os PCN apresentam um aprofundamento referente ao papel do erro, que é visto como parte do processo de aprendizagem do aluno e como um fornecedor de subsídios para que o professor possa redirecionar o seu trabalho.
Incidência de Sugestões de caráter metodológic o	Os Guias apresentam algumas sugestões de caráter metodológico no campo Observações.	As Propostas dispõe de sugestões de caráter metodológico, apresentadas nos itens Comentários e Observações para o professor.	As sugestões de caráter metodológico que se destacadas nos PCN são: Resolução de problemas, Aplicação da História da Matemática, Jogos, Utilização das TICs.

Quadro 1 – Comparativo entre os Documentos Oficiais Estudados

Assunto / Tema	Guias Curriculares (Década de 70)	Propostas Curriculares (Década de 80)	Parâmetros Curriculares Nacionais (Década de 90)
O Recurso às Tecnologias da Comunicação	Não faz referência	Não faz referência	Os PCN dão muita ênfase às tecnologias, consideradas um dos principais agentes de mudança social, não somente pela influência econômica, modificando os meios de produção, mas também pelas conseqüências de seu uso no dia-a-dia das pessoas. A tecnologia, hoje em dia, invade a Escola e deve ser incorporada ao trabalho desenvolvido na Instituição de Ensino, como uma nova forma de comunicação e conhecimento. Uso de equipamentos eletrônicos, como computadores, calculadoras eletrônicas e congêneres, já é algo comum para os alunos e devem estar incorporados à Escola, não como substitutos do professor, mas como um reforço ao papel do professor no que se refere à preparação, à condução e à avaliação do processo de ensino e aprendizagem. Ademais, a oferta de uma educação tecnológica é esperada pela sociedade, até como uma forma de inclusão social; além de permitir uma formação especializada e uma sensibilização sobre o assunto.
Recurso aos jogos	Os Guias apresentam, no campo de Observações dos Conteúdos e Objetivos, algumas sugestões de atividades com jogos (exemplos: Jogo de uma diferença, p. 219; Cálculo oral, Tábua de Pitágoras - p. 235).	As Propostas trazem algumas, propostas de jogos, no tópico "Comentários e Observações para o Professor". (Ex.: Jogo dos dados coloridos, p. 116; Passa-passa, p.32, Jogos Orais, Dominó da Adição, Gincana da Adição, p.34).	Os PCN enfatizam o uso de jogos como uma forma interessante de proposição de problemas de uma maneira atrativa, favorecendo a criatividade na resolução de situações-problema. Os jogos permitem a construção de uma atitude positiva perante os erros, sem marcas negativas com relação a isto, além de propiciar a avaliação, por parte do professor, de aspectos importantes, como capacidade de compreensão, autocontrole, respeito a si próprio, comunicação, estratégia.
Modelos teórico de referencia	Prepondera o Euclidianismo, no qual o aluno deve aprender o conteúdo, com suas relações e fundamentos, predominando o componente conceitual do saber.	Prepondera o Empirismo, em que o interesse do aluno é medido pela participação e pelo desempenho nas atividades apresentadas, predominando a componente atitudinal do saber.	Prepondera o Construtivismo, no qual o que importa é como o aluno se relaciona com o saber, predominando o componente procedimental do saber.

Quadro 1 – Comparativo entre os Documentos Oficiais Estudados

2.5. Comentários finais sobre os três documentos

Os Guias Curriculares apresentam um contexto complexo por serem um fruto do projeto militar de 1964. As Propostas Curriculares foram criadas com o intuito de discutir a qualidade do ensino público. No prefácio, consta que as Propostas Curriculares surgiram a partir da reflexão sobre o papel da Matemática no currículo do 1º. grau, e levaram em consideração, para serem elaboradas, os problemas detectados no ensino dessa disciplina nos níveis mencionados e a análise crítica dos Guias Curriculares. Já os PCN são frutos das investigações e experiências existentes na área da Educação Matemática. Outra diferença é que os Guias e as Propostas são documentos estaduais, e estas propostas foram elaboradas de acordo com as necessidades (características) de cada estado, enquanto os PCN são de caráter nacional, com a intenção da unificação do ensino.

Enquanto os Guias apresentam uma proposta de conteúdo com desenvolvimento linear dos temas, as Propostas mencionam o desenvolvimento “em espiral”, ou seja, os conteúdos devem ser retomados em diferentes ocasiões, permitindo uma progressiva formalização e sistematização do conceito enfocado. Essa mesma idéia é retomada nos PCN.

Tanto nos Guias Curriculares quanto nas Propostas, observa-se a indicação de que a passagem ao abstrato deve ser feita gradativa e cuidadosamente, etapa por etapa, atendendo ao nível de amadurecimento do aluno. No entanto, apesar de nos Guias e nas Propostas serem apresentados como objetivos o desenvolvimento da capacidade de: analisar, relacionar, comparar, classificar, ordenar, sintetizar, avaliar, abstrair, generalizar e criar, a mecanização é muito evidente na metodologia aplicada. Já nos PCN, a ênfase é dada à questão de levar o aluno a observar regularidades e construir noções algébricas, enfatizando as manipulações.

Com relação à Álgebra, os PCN sugerem que as atividades relacionadas ao tema devem favorecer aos alunos a construção do conhecimento, partindo de situações-problema. Especificamente com relação aos terceiros e quarto ciclos, observa-se no terceiro a visão da Álgebra como Aritmética generalizada e funcional, enquanto no quarto ciclo preponderam as dimensões de equação e estrutural.

Ressalta-se, ainda, a preocupação dos PCN para que a realidade e as necessidades de cada espaço geográfico possam ser abordadas, com maior ou menor ênfase, de acordo com o contexto. Importante é chegar ao resultado de formar pessoas que tenham, na educação escolar, um real e possível caminho para a cidadania.

CAPÍTULO 3

Ensino de Álgebra na visão de professores do Ensino Fundamental

3.1. Introdução

Neste capítulo apresentaremos os resultados da pesquisa de campo, em que aplicamos questionários com um grupo de 50 professores de escolas públicas e da rede privada, sendo 29 respostas correspondentes à 6ª. série, 23 respostas referentes à 7ª. série e 28 respostas referentes à 8ª. série, visando identificar o que revelam os professores de matemática que atuam no ensino fundamental no tocante à Álgebra que ensinam a seus alunos.

Para essas entrevistas usamos um questionário com perguntas abertas e fechadas, que foi aplicado em sala de aula ou enviado por meio eletrônico. Os resultados obtidos, com a respectiva análise, estão apresentados a seguir:

3.2. Perfil dos respondentes

Identificação	idade	Tempo magistério	Rede ensino	Categoria	formação	Pós-graduação?	Séries 2007
P1	45	NR	Pública	OFA	Licenciatura	Especialização	8
P2	37	16	Pública	Efetivo	Licenciatura / Bacharelado	Especialização	6
P3	44	16	Pública	Efetivo	Licenciatura	Mestrado	7,8
P4	41	16	Pública	Efetivo	Licenciatura		7
P5	30	3	Pública	Efetivo	Licenciatura	Especialização	7,8
P6	46	18	Pública	Efetivo	Licenciatura	Mestrado	6
P7	29	0,4 (anos) 3 (meses)	Pública	OFA	Licenciatura		7
P8	50	15	Pública	Efetivo	Licenciatura	Mestrado	8
P9	36	3	Pública	OFA	Licenciatura	Especialização	6,7,8
P10	40	10	Pública	Efetivo	Licenciatura	Especialização	7
P11	42	14	Pública	Efetivo	Licenciatura	Especialização	6,7,8
P12	35	11	Particular	outro	Licenciatura	Mestrado	7
P13	22	3	Pública	OFA	Licenciatura	Especialização	6,7,8
P14	30	11	Privada	outro	Licenciatura	Especialização	7,8
P15	35	8	Pública	Efetivo	Licenciatura	Mestrado	8
P16	26	NR	Pública	outro	Licenciatura	-	6,7
P17	35	13	Pública	OFA	Bacharelado	-	6
P18	35	1	Pública	outro	Licenciatura	-	7
P19	47	15	Particular	outro	Licenciatura	Especialização	6,7,8
P20	27	8	Particular	outros	Licenciatura	-	7,8
P21	38	NR	Pública	OFA	Licenciatura	Especialização	
P22	29	8	Pública	OFA	Licenciatura	Especialização	6,7,8
P23	29	6	Pública	Efetivo	Licenciatura	Mestrado	8
P24	29	NR	Pública	NR	Licenciatura	-	7
P25	21		Particular	outro	Licenciatura	-	8

OFA – Ocupante de Função / Atividade NR – Não respondeu

Quadro 2 – Perfil dos respondentes

Identificação	idade	Tempo magistério	Rede ensino	Categoria	formação	Pós-graduação?	Séries 2007
P26	28	NR	Particular	outro	Licenciatura	-	8
P27	34	6	Pública	Efetivo	Licenciatura	Especialização	6
P28	39	13	Pública	Efetivo	Licenciatura	Mestrado	7
P29	40	20	Particular	outro	Licenciatura	Especialização	6
P30	38	14	Pública	Efetivo	Licenciatura / Bacharelado	Mestrado	6
P31	22	2	Pública	OFA	Licenciatura	Especialização	8
P32	37	12	Pública	Efetivo	Licenciatura	Mestrado	6,8
P33	33	9	Pública	Efetivo	Licenciatura	Mestrado	6,7,8
P34	21	1	Pública	OFA	Licenciatura	-	6,7,8
P35	43	3	Pública	outro	Licenciatura / Bacharelado	-	6
P36	42	15	Pública	Efetivo	Licenciatura	Especialização	6
P37	51	27	Pública	Efetivo	Licenciatura / Bacharelado	Mestrado	6,7,8
P38	27	7	Particular	Outro	Licenciatura	-	7
P39	24	2	Pública	Efetivo	Licenciatura	Especialização	6,8
P40	26	8	Pública	Efetivo	Licenciatura	Mestrado	6
P41	36	5	Pública	Efetivo	Licenciatura	Mestrado	6,7,8
P42	25	2	Particular	NR	Licenciatura	-	6,7,8
P43	45	14	Particular	outro	Licenciatura / Bacharelado	Especialização	7,8
P44	35	15	Pública	Efetivo	Licenciatura	Mestrado	8
P45	33	10	Pública	Efetivo	Licenciatura	-	6
P46	24	1	Particular	NR	Licenciatura	-	6,7
P47	39	16	Pública	Efetivo	Licenciatura	Mestrado	6,7,8
P48	28	3	Pública	OFA	Licenciatura	-	6
P49	25	3	Particular	outro	Licenciatura	-	6
P50	24	1a5m	Particular	outro	Licenciatura	-	6

OFA – Ocupante de Função / Atividade NR – Não respondeu

Quadro 2 – Perfil dos respondentes

A distribuição das idades dos respondentes é a seguinte: 9 professores têm de 20 a 25 anos, 13 têm entre 26 a 30 anos, 7 têm entre 31 a 35 anos, 10 têm entre 36 a 40 anos, 7 professores têm de 41 a 45 anos e 4 professores têm de 46 a 51 anos de idade, totalizando, assim, os 50 professores entrevistados.

Dos 50 professores entrevistados, 13 lecionam na rede particular de ensino e 37 lecionam na rede pública de ensino. Dos 37 professores que atuam na Rede Pública, 23 são professores titulares de cargo, 10 são professores OFA (Ocupante de Função Atividade, isto é, professores não efetivos, que são admitidos em caráter temporário) e 4 são professores eventuais.

Quanto ao tempo de magistério, 16 professores têm até 5 anos de magistério, 10 professores apresentam de 6 a 10 anos de magistério, 12 professores têm de 11 a 15 anos de magistério, 6 professores têm de 16 a 20 anos de magistério, e apenas um professor tem 27 anos de magistério.

Por fim, com relação à formação, dos 50 professores respondentes, 32 professores estão cursando pós-graduação, na área de Educação Matemática.

3.3. Apresentação e análise dos dados

3.3.1. PARTE A – Informações Gerais

Nesta parte da pesquisa, procuramos obter informações sobre livro didático e identificar o recurso mais utilizado para a preparação das aulas, visto que estamos trabalhando com a questão curricular e, portanto, consideramos oportuno buscar uma melhor compreensão sobre esse tema, por meio da identificação de indicadores de orientação de construção curricular ou de aplicação prática dos currículos. Como apontam os PCN:

> [...] Não tendo oportunidade e condições para aprimorar sua formação e não dispondo de outros recursos para desenvolver as práticas da sala de aula, os professores

> apóiam-se quase exclusivamente nos livros didáticos que, muitas vezes, são de qualidade insatisfatória. (Parâmetros Curriculares Nacionais, 1997, p.21-22)

Quanto à adoção de livro didático, dos 50 professores respondentes, 36 responderam que a escola “adotou” livro didático, 12 responderam que a escola não “adotou” o livro didático e 2 professores não responderam a esta questão. Quando perguntamos se o professor utiliza o livro adotado pela escola, dos 38 respondentes, 30 utilizam o livro adotado, 6 não utilizam o livro adotado e 2 professores não responderam a esta questão.

Neste questionário, também perguntamos quais as razões para a utilização do livro didático e obtivemos as seguintes respostas dos 38 respondentes:

.Sim, para orientar o conteúdo/servir de apoio (9 professores).

.Sim, pela praticidade/ facilidade (7 professores).

.Não, porque é inacessível (5 professores).

.Sim, porque é obrigatório (4 professores).

.Sim, pela proposta do autor (3 professores).

.Sim, porque atende aos PCN (1 professor).

.Sim, como fonte de pesquisa (1 professor).

.Não responderam (8 professores).

As respostas mais freqüentes estão de acordo com o comentário feito nos PCN, do uso do livro didático como material de apoio. Outra resposta que nos chamou a atenção foi a que aponta a não utilização do livro didático devido à falta de acesso – os professores comentaram que algumas vezes o livro fica trancado em uma sala, enquanto outros observaram que o livro foi entregue para o aluno do ano passado e não foi devolvido. Algumas respostas:

“A escola tem os livros, mas os alunos não têm acesso a eles. (P9)”

"Os alunos que utilizaram o livro no ano anterior não devolveram, e a escola não dispõe mais de livros suficientes esse ano." (P5)

"O livro didático não foi devolvido pelos alunos..." (P41)

Também perguntamos aos professores se houve discussão para a adoção do livro didático e, dos 50 professores respondentes da pesquisa, 32 responderam afirmativamente. Onze professores disseram que não houve discussão para a adoção de livro didático e sete professores não responderam a esta pergunta. Observamos, ainda, que dos professores respondentes, 19 participaram do processo de discussão/escolha do livro didático, e os fatores mais importantes que foram destacados por estes professores são:

. Proposta do livro didático (4 professores),

. Exercícios progressivos, (1 professor),

. Aprovado pelo MEC, (3 professores),

. Clareza/ Simplicidade, (4 professores),

. Outros motivos (6 professores),

. Não responderam, (1 professor).

Com esta pergunta, buscamos identificar como ocorre o processo de escolha do livro didático. Dentre os respondentes (32), pouco mais da metade participou da discussão. Quando há a possibilidade de reunião, a tendência é que haja uma discussão sobre os prós e contras da adoção de um livro e esse processo pode ser enriquecedor para os professores, individualmente, e para a escola como um todo, porque um bom livro didático pode facilitar o processo de ensino. Exemplificando:

"A oportunidade de os professores escolherem os livros didáticos, de 4 em 4 anos, sendo facilitado o contato com novas coleções. Além da adaptação à realidade da escola. A escolha do livro didático pelo grupo de professores em uma unidade escolar faz com que os professores observem as mais variadas formas de abordagem do conhecimento para os alunos." (P.3)

A pergunta seguinte fazia referência a uma lista de materiais usados para preparar as aulas, para que o professor pudesse classificá-los de 1 a 4, sendo que 1 significava o material mais usado e 4 o material menos usado. Se houvesse algum material que o professor não utilizava, este material não deveria ser classificado. Por erro de impressão, 16 questionários não contiveram essa pergunta. Analisando as respostas dos 34 professores cujo questionário continha essa questão, percebemos que parece ter havido certa dificuldade de compreensão na classificação. Cinco marcaram com "x" os materiais utilizados, não os classificando. Essas respostas não foram consideradas. Apenas três pessoas fizeram uma classificação completa, de 1 a 4. Outras três, classificaram os materiais de 1 a 3. Os demais, fizeram classificações, distribuindo os números nos extremos – ou 1, ou 4, e outras vezes, classificando vários materiais com um mesmo número.

Feitas essas ressalvas, quanto à classificação dos materiais mais utilizados para a preparação das aulas, os PCN foram os mais votados. No entanto, em outra parte do questionário, quando os professores respondem sobre temas que usam em sala de aula, apenas dois citam Informática e um, História da Matemática, temas que são bem enfatizados nos PCN. Essas respostas nos chamaram a atenção, justamente por, em um primeiro momento, uma resposta apresentar uma adesão aos PCN e, em seguida, outra resposta revelar certo desconhecimento dos temas que são bem enfatizados nos PCN.

Com relação aos outros materiais utilizados para preparação das aulas, foram citados: Internet / *sites* educativos / novas tecnologias por 4 pessoas e, com uma resposta cada, foram citados: metodologia de resolução de problemas, livros paradidáticos, provas de vestibulinho, jogos matemáticos, Revista Nova Escola.

3.3.2. PARTE B – Tabulação das respostas – em agrupamentos

Respostas dos professores que ministram, no 1º semestre de 2007, aulas na 6ª série

1) Quais conteúdos de Álgebra você trabalha? (Admite múltiplas respostas)	Respostas	%
Equações / Equações de 1º grau	23	45%
Sistemas de equações e inequações do 1º grau	4	8%
Monômios e Polinômios	4	8%
Inequações do 1º grau	4	8%
Números inteiros	3	6%
Razões e proporções	2	4%
Expressões algébricas	2	4%
Variação de grandezas	1	2%
Calculo algébrico	1	2%
Generalizações	1	2%
Regra de três	1	2%
Potenciação	1	2%
Operações nos inteiros	1	2%
Operações nos racionais	1	2%
Quatro operações	1	2%
Frações	1	2%
	51	100%

2) Você trabalha esses conteúdos porque considera que são importantes de fato ou porque fazem parte da “tradição escolar”? Explique sua resposta.		
Importantes	15	52%
Tradição	7	24%
Ambos	5	17%
Não Respondeu	1	3%
Estão dentro dos PCN	1	3%
	29	100%

3) Você acha que algum tópico que ensina poderia ser excluído de seu planejamento? Qual(is) ? Por quê?		
Não	20	69%
Sim, divisão de polinômios	3	10%
Referência a ajuste de currículos	2	7%
Sim, equações fracionárias	1	3%
Sim, racionalização de radicais	1	3%
Sim, alguns conteúdos	1	3%
Não respondeu	1	3%
	29	100%

4) Que aspectos da aprendizagem referente a esses tópicos você valoriza mais, ou seja, considera mais essenciais que o aluno aprenda? Por quê?		
Conteúdos: Variação de grandezas, Monômios e Polinômios, Equações e Inequações, Razões e Proporções, Operações Fundamentais, Frações	14	47%
Não respondeu	5	17%
NA	4	13%
Cognitivos:Compreensão/abstração/percepção de padrões	3	10%
Metodológicos: Resolução de problemas/jogos	2	7%
Contextualização (conteúdos relacionados com a realidade dos alunos + aula conduzida com questões)	1	3%
Exigidos pelos PCN	1	3%
	30	100%

5) Quais as principais dificuldades que você encontra para ensinar Álgebra aos seus alunos?		
Falta de: compreensão/interpretação/autonomia cognitiva/maturidade dos alunos	11	34%
Ensinar conteúdos específicos:Operações com racionais, Oposto do número, Regra de sinais, Fração, Operações com Inteiros, Operação inversa,	9	28%
defasagem em conteúdos/falta de pré-requisitos/embasamento alunos	5	16%
Falta de interesse/concentração do aluno	4	13%
Não tem dificuldade	1	3%
Não respondeu	1	3%
Passagem do concreto para a representação gráfica	1	3%
	32	100%

6) Quais as principais dificuldades que percebe que seus alunos têm para aprender Álgebra?		
Abstração/compreensão/interpretação/percepção/conjectura	12	38%
Conteúdos específicos:Linguagem algébrica, frações algébricas, oposto do número, regra de sinais, equações, cálculos	11	34%
Desinteresse	2	6%
Imaturidade	2	6%
Falta de pré-requisitos	2	6%
Não têm dificuldades	1	3%
Resolvem mecanicamente, falta contextualização	1	3%
Todas	1	3%
	32	100%

7) Dentre as estratégias metodológicas que você utiliza para ensinar Álgebra quais as produzem melhores resultados? Explique sua resposta		
Mostrar a aplicabilidade da Álgebra no cotidiano, na generalização de fórmulas, em vários tópicos da matemática, na resolução de problemas	14	39%
Trabalhar com material concreto	4	11%
Não Respondeu	4	11%
Trabalhar com jogos	3	8%
Ilustrar o princípio de igualdade por meio da balança de pratos	3	8%
Diversificar atividades	2	6%
Não têm estratégias	2	6%
Repetição de exercícios	1	3%
Substituir letras por quadradinhos	1	3%
Comparar as letras com objetos	1	3%
Comparar Álgebra com Aritmética	1	3%
	36	100%

9) Em sua opinião, em que os conhecimentos algébricos contribuem para a formação de seus alunos?		
Desenvolvem habilidades para: abstrair conceitos, interpretar dados, generalizar, fazer demonstrações	12	39%
Possibilitam a resolução de problemas/situações-problemas	8	26%
Propiciam raciocínio-lógico e pensamento crítico	6	19%
Auxiliam no desenvolvimento de equações, inequações e frações algébricas	2	6%
Não respondeu	2	6%
Não se aplica	1	3%
	31	100%

Quadro 3 – Tabulação das respostas dos professores de 6ª série

Respostas dos professores que ministram, no 1º semestre de 2007, aulas na 7ª série

1) Quais conteúdos de Álgebra você trabalha? (Admite múltiplas respostas)	Respostas	%
Polinômios	12	16%
Equações de 1º grau	12	16%
Produtos notáveis	10	13%
Sistemas de equações	9	12%
Fatoração	8	11%
Monômios	5	7%
Cálculo algébrico	3	4%
Áreas de figuras	2	3%
Expressões Algébricas	2	3%
Inequação	2	3%
Potenciação	2	3%
Radiciação	2	3%
Fórmulas	1	1%
Geometria	1	1%
Notação Científica	1	1%
Porcentagem	1	1%
Regra de três	1	1%
Frações algébricas	1	1%
	75	100%

2) Você trabalha esses conteúdos porque considera que são importantes de fato ou porque fazem parte da "tradição escolar"? Explique sua resposta.		
Importantes	15	56%
Ambos	5	19%
Tradição	5	19%
Não respondeu	1	4%
Estão dentro dos PCN	1	4%
	27	100%

3) Você acha que algum tópico que ensina poderia ser excluído de seu planejamento? Qual(is) ? Por quê?		
Não	18	67%
Não respondeu	2	7%

Sim	7	26%
	27	100%
4) Que aspectos da aprendizagem referente a esses tópicos você valoriza mais, ou seja, considera mais essenciais que o aluno aprenda? Por quê?		
Conteúdos: Produtos notáveis, Fatoração, Polinômios,Operações fundamentais, Equações, Inequações, Igualdades e desigualdades	15	54%
Cognitivos: analisar e compreender, generalizar, interpretar, dar significado as operações matemáticas, desenvolver raciocínio, argumentar, abstrair r deduzir	8	29%
Trabalhar com Desafio/curiosidades	2	7%
Exigido pelos PCN	1	4%
Transição do pensamento aritmético para o abstrato	1	4%
Contextualização (Que esses tópicos estejam relacionados com a realidade do aluno. Que a aula seja conduzida de tal forma que suscite questões onde a Álgebra seja o recurso para a realização das mesmas).	1	4%
	28	100%
5) Quais as principais dificuldades que você encontra para ensinar Álgebra aos seus alunos?		
Falta de compreensão/abstração/interpretação/capacidade de generalizar/autonomia cognitiva/maturidade dos alunos	16	46%
Ensinar conteúdos específicos:Tabuada, Oposto do número, Fatoração, Produtos Notáveis, Polinômios	8	23%
Falta de interesse/compromisso	3	9%
Associar Álgebra com o cotidiano	2	6%
Pressão: da direção e da família do aluno	2	6%
Ensinar a estudar Álgebra	1	3%
Desenvolver no aluno habilidade para estudar álgebra	1	3%
Trabalhar com o lúdico	1	3%
Trabalhar apenas com expressões algébricas dissociadas de significado	1	3%
	35	100%
6) Quais as principais dificuldades que percebe que seus alunos têm para aprender Álgebra?		
Abstração/compreensão/interpretação/percepção/conjectura	9	27%
Conteúdos específicos: Produtos notáveis, Polinômios, Operações com polinômios, Oposto do número	9	27%
Falta de pré-requisitos	6	18%
Imaturidade/Confunde com Aritmética	2	6%
Tende a mecanizar	2	6%
Não se aplica	2	6%
Desinteresse	1	3%
Falta de incentivo da família	1	3%
Não respondeu	1	3%
	33	100%
7) Dentre as estratégias metodológicas que você utiliza para ensinar Álgebra quais as produzem melhores resultados? Explique sua resposta		
Mostrar a aplicabilidade da Álgebra no cotidiano, na generalização de fórmulas, em vários tópicos da matemática, na resolução de problemas	8	28%
Trabalhar com jogos	4	14%
Comparar as letras com objetos	4	14%
Trabalhar com material concreto	2	7%

Fazer o aluno observar e criar padrões e generalizações	2	7%
Repetição de exercícios	1	3%
Fazer o aluno resolver na lousa	1	3%
Utilizar a História da Matemática	1	3%
Ilustrar o princípio de igualdade por meio da balança de pratos	1	3%
Fazer o aluno falar o que está pensando, e o que deve ser feito	1	3%
Pequenos testes	1	3%
Elogios	1	3%
Utilizar a informática	1	3%
Trabalhos em grupos	1	3%
	29	100%
9) Em sua opinião, em que os conhecimentos algébricos contribuem para a formação de seus alunos?		
Desenvolvem e exercitam habilidades para: criar, investigar, organizar, analisar e interpretar dados, estabelecer relações, generalizar, formar, abstrair e compreender conceitos, fazer demonstrações,	16	33%
Possibilitam resoluções de: equações e inequações, frações algébricas, problemas e situações-problemas, exercícios de geometria, expressões	12	25%
Propiciam raciocínio-lógico, autonomia na aquisição de conhecimentos	9	19%
Criam hábitos de pesquisa e reflexão, disciplina e organização	4	8%
Não se aplica	4	8%
Não respondeu	3	6%
	48	100%

Quadro 4 – Tabulação das respostas dos professores de 7ª série

Respostas dos professores que ministram, no 1º semestre de 2007, aulas na 8ª série

1) Quais conteúdos de Álgebra você trabalha? (Admite múltiplas respostas)	Respostas	%
Equações de 2º grau	23	43%
Sistemas de equações	6	11%
Monômios e Polinômios	4	8%
Funções e gráficos	5	9%
Potenciação e radiciação	2	4%
Operações com radicais	2	4%
Produtos notáveis e fatoração	2	4%
Variação de grandezas	1	2%
Teorema de Pitágoras	1	2%
Operações com o uso do discriminante	1	2%
Grandeza Direta e Indiretamente Proporcionais	1	2%
Equações Logarítmicas	1	2%
Equações Fracionárias	1	2%
Não respondeu	1	2%
Não se aplica	1	2%
Conjunto dos números racionais	1	2%
	53	100%
2) Você trabalha esses conteúdos porque considera que são importantes de fato ou porque fazem parte da "tradição escolar"? Explique sua resposta.		
Importantes	14	52%
Tradição escolar	9	33%
Ambos	3	11%

Contido nos PCN	1	4%
	27	100%
3) Você acha que algum tópico que ensina poderia ser excluído de seu planejamento? Qual(is) ? Por quê?		
Não	19	70%
Sim. Divisão de polinômios	3	11%
Sim, equações fracionárias	1	4%
Sim, casos mais complicados de produtos notáveis e fatoração	1	4%
Sim, equações biquadradas e equações irracionais	1	4%
Sim, alguns assuntos	1	4%
Sim, basta o aluno dominar as 4 operações	1	4%
	27	100%
4) Que aspectos da aprendizagem referente a esses tópicos você valoriza mais, ou seja, considera mais essenciais que o aluno aprenda? Por quê?		
Conteúdo: Inequação, Fração, Equações, Fatoração, Produtos notáveis, Variação de grandezas, Operações fundamentais, Igualdades e Desigualdades, Regra de Três	17	52%
Cognitivos: desenvolver raciocínio lógico, resolver situações-problemas, Analisar e compreender gráficos, argumentar e abstrair problemas, deduzir fórmulas	7	21%
Não respondeu	7	21%
Contextualizar	2	6%
	33	100%
5) Quais as principais dificuldades que você encontra para ensinar Álgebra aos seus alunos?		
Falta de pré-requisitos do aluno	7	26%
Conteúdos: Operações com radicais, estudo do sinal das funções, racionalização, oposto do numero e principio de equivalência	7	26%
Falta de: autonomia intelectual/abstração/compreensão/interpretação/ do aluno	6	22%
diversificar a metodologia	2	7%
Trabalhar com o lúdico	1	4%
Quase nenhuma	1	4%
Contextualizar	1	4%
Pressão da família do aluno e da direção da escola	1	4%
Sintetizar as extensas resoluções	1	4%
Despertar o interesse dos alunos	1	4%
	27	100%
6) Quais as principais dificuldades que percebe que seus alunos têm para aprender Álgebra?		
Falta de: abstração/ compreensão, interpretação, percepção matemática	10	32%
Falta de autonomia intelectual:"mente acostumada com a mecanização", "preocupação em decorar", " dependência de modelos para seguir", "não conseguem conjecturar","não conseguem transferir conhecimentos", "não conseguem resolver situações-problemas"	8	23%
Conteúdos específicos:entender a aplicação do radical, oposto de um número, propriedades operatórias dos conjuntos numéricos, equação de 2º grau e função	7	19%
Falta de: concentração/interesse/determinação/persistência	5	16%
Falta de pré-requisitos	2	6%
Falta de incentivo e apoio da família	1	3%
Relacionar a Álgebra com o dia-a-dia	1	3%
	33	100%

7) Dentre as estratégias metodológicas que você utiliza para ensinar Álgebra quais as produzem melhores resultados? Explique sua resposta.		
Mostrar a importância, a aplicabilidade da Álgebra para interpretar e resolver situações cotidianas, para generalização de fórmulas de outras disciplinas além da própria matemática, para cálculos de geometria, como por exemplo: áreas de figuras	9	26%
NR	4	11%
Comparar Álgebra com Aritmética	3	9%
Utilizar recursos de informática	3	9%
Trabalhar com jogos	4	11%
Não têm	2	6%
Promover trabalhos em grupos	2	6%
Trabalhar com materiais concretos	2	6%
Dar oportunidade aos alunos para resolverem exercícios no quadro	1	3%
Elogios para motivar os alunos	1	3%
Valorizar os conhecimentos prévios dos alunos e a partir deles introduzir novos conceitos	1	3%
Ilustrar o princípio de igualdade com a balança de pratos	1	3%
Fazer com que os alunos relatem seus procedimentos algébricos, induzindo-os ao raciocínio lógico-dedutivo	1	3%
Simular uma máquina onde o aluno dita as instruções (que seriam os passos para resolver cálculos algébricos)	1	3%
	35	100%
9) Em sua opinião, em que os conhecimentos algébricos contribuem para a formação de seus alunos?		
Possibilitam soluções de equações, problemas, exercícios de geometria, inequações, frações algébricas e soluções cotidianas	15	42%
Desenvolvem habilidades de: Formar e abstrair conceitos, Criar, Investigar, generalizar, estabelecer relações, analisar, organizar e interpretar informações.	11	31%
Promovem a construção do raciocínio lógico e da percepção matemática	6	17%
Não respondeu	2	6%
Não se aplica	2	6%
	36	100%

Quadro 5 – Tabulação das respostas dos professores de 8ª série

3.3.3. Análise dos depoimentos dos professores e dos resultados da tabulação

Antes de apresentar essa fase de análise dos questionários, é importante observar que a apresentação completa de todas as respostas está no **Apêndice 2** deste trabalho. Selecionamos, para efeito ilustrativo das análises de cada questão, algumas respostas que permitem o embasamento dos comentários feitos em cada item.

3.3.3.1. Os conteúdos de Álgebra trabalhados

Questão 1: Quais os conteúdos de Álgebra que você trabalha na 6ª/7ª/8ª série?

<u>Nota</u>: Esta questão admitia múltiplas respostas.

Comentários acerca dos depoimentos dos professores

Podemos observar que das 51 respostas da 6ª série, 23 professores da 6ª série citaram equação do 1º grau como conteúdo de Álgebra a ser ministrado na referida série. Retomando o último documento curricular, que são as Propostas Curriculares, as equações do 1º grau são tratadas na 7ª série, assim também como as inequações e sistemas de equações do 1º grau, o que nos mostra que tais professores possivelmente praticam a orientação apresentada nos Guias Curriculares.

Já na 7ª série, as respostas dos professores ficam concentradas, mais, nos conteúdos-padrões que costumam estar nos livros. Os conteúdos mais citados foram Equações de 1º grau e Polinômios, cada qual com 12 respostas, de um total de 75. Na 8ª série, que teve 53 respostas, observamos que 23 indicam Equação do 2º grau como principal conteúdo de Álgebra trabalhado na referida série. Em seguida, surgem como mais citados os seguintes conteúdos: Sistemas de Equações (6 respostas), Funções e Gráficos (5 respostas) e Monômios e Polinômios (4 respostas).

Outra característica da distribuição das respostas que nos chamou a atenção foi a de que, com exceção da 7ª série, as outras apresentam concentração de respostas em torno de um tema (Equações de 1º grau na 6ª série, com 23 respostas, que correspondem a 45% do total, e Equações de 2º grau na 8ª, com 23 respostas, que equivalem a 43% do total. Completando mais de 50% das respostas, apresentam-se os temas: Sistemas de equações e inequações de 1º grau – (4 respostas, 8%), na 6ª série, e Sistemas de equações, (6 respostas, 11%), na 8ª série). A 7ª série, por sua vez, apresenta cinco temas que atingem os 50% das respostas: Polinômios (12 respostas, 16%), Equações de 1º grau (12 respostas, 16%), Produtos notáveis (10 respostas, 13%), Sistemas de equações (9 respostas, 12%) e Fatoração (8 respostas, 11%).

3.3.3.2. Importância conferida ou influência da "tradição escolar"

Questão 2: Você trabalha esses conteúdos por que considera que são importantes de fato ou porque fazem parte da "tradição escolar"? Explique sua resposta.

Nas três séries, mais de 50% dos professores ministram os conteúdos porque os consideram importantes. Se considerarmos, ainda, as respostas que citam tanto a importância quanto a tradição, os índices chegam a 69% das respostas na 6ª série (20 de 29 respostas), 75% das respostas na 7ª série (20 de 27 respostas) e 63% das respostas na 8ª série (17 de 27 respostas). Também observamos que a importância do conteúdo vem, quase sempre, associada ao fato deste ser aplicável, tanto na vida do dia-a-dia quanto para a base conceitual, que permite ao aluno evoluir em seus estudos. Algumas respostas selecionadas para exemplificar:

"Sim, trabalho porque considero muito importante, além de ser o planejamento. São matérias que usamos em nosso cotidiano, situações vitais, testes. |Sempre falo com os alunos que a matemática do ensino fundamental é primordial para o nosso conhecimento enquanto cidadão." (P7).

"Bom... Eu considero importantes esses conteúdos para que os alunos possam dar continuidade ao estudo da matemática, pois a Álgebra está presente em todos os

conteúdos de matemática, e não podemos deixar nossos alunos sem esses conteúdos."(P41.)

"Considero tanto como tradição escolar, quanto que uma importância para a aprendizagem significativa, onde o aluno possa concretizar essas atividades." (P13)

"Por serem importantes, principalmente pela aplicação dos conceitos de Álgebra em situações simples ou complexas do cotidiano, desde as generalizações e definições de "fórmulas" de áreas e perímetros até a compreensão de custos de contas de água, luz, telefone, entre outras." (P11).

"Na verdade, porque fazem parte da tradição. Nós abordamos superficialmente assuntos que seriam muito mais relevantes aos alunos dessas séries". (P14)

"Todos são importantes, apenas se eles forem contextualizados". (P25)

"Ambos. Considero-os importantes, pois o aluno coloca em Matemática o que pensa em Português, creio que de algum modo isso estimula as elaborações mentais e também porque tradicionalmente se ensina esse conteúdo, e, assim, socialmente se cobra isso da escola." (P29)

"'Tradição escolar'. Não há muito o que justificar: os livros didáticos ditam a seqüência dos conteúdos a serem ensinados em minha prática, sendo que neste último ano é que comecei a ousar sensíveis alterações em tal seqüência."(P47)

"Trabalho porque fazem parte da "tradição escolar". Acho que alguns conteúdos não são tão importantes para a formação de um cidadão, pois devemos levar em conta que nem todos os alunos serão matemáticos." (P50)

3.3.3.3. Tópicos que poderiam ser excluídos do planejamento.

Questão 3: Você acha que algum tópico que ensina poderia ser excluído de seu planejamento? Quais? Por quê?

A maioria dos respondentes, independentemente das séries, posicionou-se contrário à exclusão de tópicos. Em média, 68,6% dos respondentes disseram "não" à pergunta se algum tópico deveria ser excluído de seu planejamento. Dos que responderam afirmativamente, quatro sugerem que seja excluído o tópico "divisão de polinômios". Outros tópicos, com uma resposta cada, forma: "geratriz de uma dízima", "equações fracionárias", "casos mais complicados e raros de produtos notáveis e fatoração", "equações biquadradas e equações irracionais", "racionalização ou simplificação de radicais", "inequação".

Dos quatro professores que sugerem a exclusão do tópico "divisão de polinômios", dois assim argumentam:

"Sim, divisão de polinômio por polinômio. Considero um tópico sem relevância ao aprendizado." (P12)

" Divisão de polinômios, aquelas astronômicas". (P45).

As demais sugestões de exclusão apresentam os seguintes argumentos, concentrados na questão da aplicação. Se o conteúdo não tem aplicação prática, na visão dos professores, não deve ser dado.

"Geratriz de uma dízima. Não vejo nenhuma aplicação na vida dos educandos". (P10).

"As equações fracionárias. Talvez seja o conteúdo que menos tenha aplicações práticas (nestas séries)." (P11).

"Os casos mais complicados e raros de produtos notáveis e fatoração. É muito esforço de simples memorização para pouca aplicação." (P14)

Alguns demonstram certa dúvida sobre a exclusão, preferindo sugerir mudanças na "carga" dada ao exercício ou mudanças na abordagem, visando uma contextualização do tema. Exemplos:

"Talvez... Racionalização ou simplificação de radicais... apenas talvez." (P.30).

“Excluído não, mas diminuir o excesso de exercícios desprovidos de significados que visam apenas à memorização de algoritmos.” (P37)

“Não digo que seja excluído, mas não é tão necessário, por exemplo, inequação, onde o aluno a usará em sua vida cotidiana?” (P50)

“Alguns tópicos, como o cálculo algébrico, deveriam ser mais contextualizados para o aluno entender o significado”. (P33)

Ainda outros consideram que deveria haver acréscimo nos conteúdos:

“Não, ao contrário. A tendência é aumentar os conteúdos, na medida em for apresentada certas situações do cotidiano.”(P48).

“Não. Acredito que o Planejamento de minha série está, inclusive, incompleto. Por isso, tenho procurado incluir tópicos em minhas aulas. Trabalho, em paralelo, Álgebra, Geometria, Conjuntos e Tratamento da Informação.” (P40).

“Quando faço planejamento, geralmente sempre acrescento”. (P6).

Parece haver, ao menos em alguns professores, a preocupação com o ensino de tópicos que resultam, apenas, em um esforço grande de memorização, sem compreensão ou aplicação prática. No entanto, observamos que parte das respostas ainda tem aquele ranço da crença no valor cultural dos conteúdos e acaba por refletir isto em respostas como “todos são fundamentais, todos são importantes, não sabemos o que pode ser importante para a vida futura do aluno”

3.3.3.4. Aspectos da aprendizagem considerados essenciais que o aluno aprenda.

Questão 4: Que aspectos da aprendizagem referentes a esses tópicos você valoriza mais, ou seja, considera mais essenciais que o aluno aprenda? Por quê?

Com relação a este tópico, causou-nos surpresa a concentração de respostas relacionadas ao “conteúdo”. Na 6ª série, 14 respostas (47% do total de 30 respostas) fazem referência a conteúdos (variações de grandezas, monômios e polinômios, equações e inequações, razões e proporções, operações fundamentais, frações); na 7ª, esse percentual aumenta para 54% (15 respostas de 28): produtos notáveis, fatoração, polinômios, operações fundamentais, equações, inequações, igualdades e desigualdades; na 8ª série, 52% das respostas (17 de um total de 33) referem-se a conteúdos (inequação, fração, equações, fatoração, produtos notáveis, variação de grandezas, operações fundamentais, igualdades e desigualdades, regra de três).

Aspectos cognitivos, tais como: analisar e compreender, generalizar, interpretar, dar significado às operações matemáticas, desenvolver o raciocínio, argumentar, abstrair, deduzir, resolver situações-problema, analisar e compreender gráficos apresentam: 3 (10%) respostas na 6ª série, 8 (29%) na 7ª série e 7 (21%) na 8ª série.

Novamente, há uma série de respostas que, considerando aspectos de conteúdo, metodológicos ou cognitivos, fazem referência à aplicabilidade no dia-a-dia do aluno, à contextualização. Algumas respostas para ilustrar a análise estão apresentadas a seguir:

“Regra de três simples e composta, porque é tudo, e abrangente no dia-a-dia.”(P1)

”Produtos notáveis e fatoração. Estes conteúdos fazem parte de uma preparação muito importante para as séries seguintes.”(P3).

”Desafios, curiosidades e problemas. Pois são itens que eles vivenciam em suas vidas”(P7)

”A resolução de problemas. Porque podemos trazer problemas do dia-a-dia”.(P22)

"A contextualização, pois o aluno se enxerga no mesmo."(P25)

"Que entenda o que está fazendo, não só seguindo a "receita" mostrada através de exemplos. Pois entendo o cerne da questão o aluno pode fazer aplicações desse conhecimento em sua vida cotidiana." (P27)

"Que esses tópicos estejam relacionados com a realidade dos alunos. Que a aula seja conduzida de tal forma que suscite questões onde a Álgebra seja o recurso para a realização das mesmas." (P37).

"O significado das operações matemáticas, bem como o domínio destas. A leitura matemática que se pode ter do mundo." (P38)

"Equação e inequação, pois, ambos os conteúdos estão inseridos no cotidiano dos alunos implícita ou explicitamente. A idéia de igualdade ou desigualdade." (P42).

"A valorização do aprendizado tem uma variação onde podemos absorver um tipo de aprendizagem, dando uma abertura para qual é o seu valor, tornando a aprendizagem relativa à realidade de cada aluno. Portanto, a valorização da avaliação é essencial desde que respeite o limite de cada um." (P48).

"*Equações e sistemas de equações, porque ele utilizará esses conceitos para o resto de sua vida, independentemente de qual profissão escolher." (P50).*

Vozes diferentes em meio ao discurso da contextualização e do uso da Matemática com aplicação no "cotidiano", que apontam, também, o ensino da Matemática pela Matemática:

"*A aplicação dos conteúdos, a contextualização, o saber resolver problemas são importantíssimos, mas acho também que se deve aprender matemática para a matemática, ou seja, determinados conteúdos não têm necessariamente que ser contextualizados, pois sua aplicação é dentro da Matemática mesmo." (P40).*

"*Equações – importantes devido à resolução de vários problemas relativos. Todavia, valorizo mais o raciocínio na resolução de tal problema (desenhos, esquemas, resolução por tentativa e erro...) e a resolução absoluta da equação não aplicada a um contexto serve mais no trabalho com gráficos de funções, dada à lei de formação." (P47)*

Com relação ao ensino da Álgebra, algumas respostas fazem referência à importância da generalização, à abstração. Exemplos:

"Para uma tomada de decisões a respeito do ensino da Álgebra, deve-se ter clareza de seu papel no currículo, além da reflexão de como a criança e o adolescente

constroem o conhecimento matemático, principalmente quanto à variedade de representações. Para a compreensão de conceitos e procedimentos algébricos é necessário um trabalho articulado com outros conteúdos, para que ele possa generalizar".(P28)

"A percepção de padrões para poder generalizar através da Álgebra." (P33)

"A transição do pensamento concreto da Aritmética para o abstrato necessário na Álgebra."(P14)

"A abstração." (P29)

"Desenvolvimento do raciocínio, criando possibilidades mentais novas como argumentação, abstração, dedução etc." (P43).

"O objetivo principal, a meu ver, é levar o aluno ao desenvolvimento de um raciocínio lógico da maneira de pensar a resolver situações problemas, desenvolver nele uma habilidade de pensar que o ajude como um todo, não somente na Matemática." (P8)

3.3.3.5. Principais dificuldades para ensinar Álgebra aos alunos

Questão 5: Quais as principais dificuldades que <u>você encontra</u> para ensinar Álgebra aos seus alunos?

Esta pergunta e a seguinte, que trata das principais dificuldades dos alunos, apresentam grande semelhança**.** Os professores responderam a esta questão sobre as principais dificuldades que eles encontram para ensinar Álgebra com referências às dificuldades dos alunos, o que, de certa forma, reflete a dificuldade do professor em lidar com as barreiras apresentadas pelos alunos. Vejamos mais detalhadamente:

Na 6ª série, que teve 32 respostas referentes a este item, as principais dificuldades apresentadas para ensinar Álgebra foram as seguintes: falta de compreensão, interpretação, autonomia cognitiva e maturidade dos alunos: 11 respostas (34%); depois, ensinar conteúdos específicos (operações com racionais, oposto do número, regra de sinais, fração, operação com inteiros, operação inversa), com 9 respostas (28%). Em terceiro lugar na quantidade de respostas, novamente os professores respondem com dificuldades que os alunos têm: defasagem em conteúdos, falta de pré-requisitos, embasamento (5 respostas, ou 16% do total) e, em seguida, falta de interesse ou de concentração do aluno: 4 respostas (13%). Finalmente, com uma resposta cada: a dificuldade está na passagem do concreto para a representação gráfica (3%); e não há dificuldade para ensinar Álgebra (3%).

Na 7ª série, foram 35 respostas para este item. Das 35 respostas, 16 (46%) apontam como principais dificuldades a falta de compreensão, de abstração, de interpretação, a capacidade de generalizar, a falta de autonomia cognitiva e de maturidade dos alunos. Depois, 8 respostas (23%): o ensino de conteúdos específicos (tabuada, oposto do número, fatoração, produtos notáveis, polinômios). Em seguida, temos, novamente, dificuldades dos alunos: falta de interesse/compromisso (3 respostas, ou 9%). Posteriormente, dificuldade de associar Álgebra com o cotidiano (2 respostas, ou 6%), pressão da direção e da família do aluno (2 respostas, ou 6%) e, todas as demais respostas únicas (que correspondem a 3%), apresentam tópicos como: ensinar a estudar Álgebra, desenvolver no aluno a habilidade para estudar Álgebra, trabalhar com o lúdico, trabalhar com expressões algébricas dissociadas de significado. Nesta série, não houve respostas que afirmassem não haver dificuldade no ensino da Álgebra.

Na 8ª série, com 27 respostas no total, há uma diferença entre as demais séries: o maior número de respostas apresenta tanto a questão do ensino dos conteúdos (que nas outras séries aparece em segundo lugar) quanto as dificuldades dos alunos. Das respostas, 7 (26%) se referem à falta de pré-requisitos do aluno e outras 7 (26%) fazem menção a conteúdos (operações com radicais, estudo do sinal das funções, racionalização, oposto do número e princípio de equivalência). Em seguida, com 6 respostas (22% do total), encontramos dificuldades dos alunos: falta de autonomia intelectual, abstração, compreensão, interpretação do aluno. Depois: diversificar a metodologia (2 respostas, ou 7%), e, com 1 resposta cada (4%): trabalhar com o lúdico, contextualizar, sintetizar resoluções extensas, despertar o interesse dos alunos, pressão da família do aluno e da direção da escola. Também houve uma resposta (4% do total) em que o professor afirma "não ter quase nenhuma" dificuldade para o ensino da Álgebra.

Algumas respostas:

"7ª – Sinto um pouco de dificuldade, pois eles não têm uma boa abstração dos conceitos, não associam os conceitos com os objetos de estudo, tornando as resoluções mecânicas." (P12).

"8ª – A falta de interesse dos alunos é evidente, mas não posso culpá-los, pois são conteúdos passados da mesma maneira que fazíamos há 10, 20 anos atrás. " (P15).

"8 ª – Já trabalhei com alunos de 8ª série, e a principal dificuldade no ensino da Álgebra, foi exatamente o princípio de equivalência, os alunos não sabiam como resolver equações simples do 1º grau. O interessante é que sabiam aplicar direitinho o algoritmo da equação do 2º grau. Desde então, procurei prestar mais atenção nesse tema e o que pude perceber é que os alunos devem ter uma preparação melhor nesse tema (princípio da equivalência)" (P41).

"6ª – Além falta de maturidade para abstrair (entender o que é uma incógnita) a falta de conhecimentos prévios." (P42)

"6ª / 8ª – Os mesmos possuem algumas lacunas no processo ensino aprendizagem, impossibilitando-os de serem autônomos na aquisição do próprio conhecimento." (P2).

"7ª / 8ª – Os alunos não têm conceitos básicos." (P5).

"6ª / 7ª – Todas as dificuldades possíveis porque eles não têm base nenhuma " (P16).

"6ª / 7ª / 8ª – Falta de pré-requisitos " (P9).

"8ª – Falta de pré-requisitos dos alunos." (P31)

"8ª – Falta de embasamento." (P25)

Outras respostas, nas quais dificuldades de compreender e usar letras, de generalizar, de abstrair são bastante ressaltadas:

"6ª - Nesta série ocorre, na maioria dos casos, o primeiro contato dos alunos com a Álgebra, as expressões algébricas, "as letras". Então, a aceitação dessa novidade é bastante lenta. Outro fator que pode dificultar bastante é o tratamento extremamente abstrato que pode ser dado a essa parte dos conteúdos." (P40)

"6ª / 7ª – Os alunos a princípio se assustam com as expressões literais e se bloqueiam a entender o sentido de uma "letra" em uma conta.." (P17)

"7ª – Logo no início a dificuldade de operar as letras." (P4).

"8ª – Fazer o aluno reconhecer que podemos usar letras como valores, que podemos dar a estas os mesmos tratamento que damos aos números. " (P8).

"6ª – Fazer com que a Aritmética não prevaleça nesses momentos, pois o pensamento deles é, até então, todo aritmético. " (P29)

"7ª – Imaturidade dos alunos e a dificuldade que os alunos têm de generalizar, visto que não sabem ler e interpretar" (P10).

"7ª – A grande dificuldade dos alunos é o entendimento, ou seja, a visualização da variável." (P24)

"7ª – O aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra. O aluno, por não compreender a conexão entre outros conceitos já aprendidos em outros conteúdos, muitas vezes não consegue generalizar os procedimentos para calcular o número de diagonais para qualquer polígono, a proporcionalidade que já vem sendo trabalhada em outros conteúdos e aparece na resolução de problemas multiplicativos, nos estudos de porcentagens entre outros." (P28).

"7ª – Despertar no aluno a abstração, conceituar incógnita e variável." (P38)

"8ª – A maior dificuldade é a falta de abstração do conteúdo" (P23)

Respostas que se referem ao desinteresse ou desmotivação ou, ainda, falta de maturidade dos educandos:

"6ª / 7ª – A falta de interesse e compromisso. Mas também a insegurança de poder fazer sozinhos, as tarefas." (P27)

"6ª – A falta de concentração, nesta fase eles brincam muito." (P49)

"6ª / 7ª / 8ª – Falta de concentração" (P34)

"6ª – A maturidade deles, a aceitação da Álgebra como linguagem matemática que envolve leitura e escrita." (P45)

"6ª – Regra de sinais. / 7ª – Falta de concentração dos alunos." (P46)

"6ª – A falta de interesse dos alunos, pois a maioria vem sem uma base para encarar a Álgebra, tornando um trabalho de reinício até atingir o objetivo." (P48)

Mais uma vez, a questão da contextualização e da associação dos conteúdos no dia-a-dia:

"7ª / 8ª – Desenvolver a habilidade para estudar Álgebra no aluno e em associar a Álgebra com o dia-a-dia." (P3).

"6ª – No passado já tive muito, mas, hoje... O que faltava: contextualização. " (.P6).

3.3.3.6. Principais dificuldades dos alunos para aprender Álgebra.

Questão 6: Quais as principais <u>dificuldades</u> que percebe <u>que seus alunos têm</u> para aprender Álgebra?

Como comentamos na pergunta 5, estas respostas e as anteriores, que se referem à dificuldade do professor em ensinar Álgebra, foram muito semelhantes. Assim, vejamos:

Na 6ª série, com 32 respostas, as principais dificuldades apontadas pelos professores como "**dificuldades dos alunos**" para aprender Álgebra foram as seguintes: falta de abstração, compreensão, interpretação, percepção: 12 respostas (38% do total); depois, o aprendizado de conteúdos específicos (linguagem algébrica, frações algébricas, oposto do número, regra de sinais, equações, cálculos), com 11 respostas (34%). Em terceiro lugar na freqüência de respostas, desinteresse; imaturidade; falta de pré-requisitos, cada qual com 2 respostas (ou 6%). Outras respostas unitárias, cada qual correspondente a 3% do total: resolvem mecanicamente, falta contextualização; todas as dificuldades e não têm dificuldades.

Na 7ª série, houve 33 respostas para essa questão. As respostas dos professores apontam como principais dificuldades dos alunos: falta de abstração, compreensão, interpretação e percepção (9 respostas, ou 27% do total); e o aprendizado de conteúdos específicos (produtos notáveis, polinômios, operações com polinômios, oposto do número), também 9 respostas (27%). A falta de pré-requisitos vem em seguida, com 6 respostas (18%). Depois: 2 respostas (6%) para imaturidade ou confusão entre Aritmética e Álgebra: 2 respostas para tendência à mecanização (6%); e uma resposta cada para desinteresse (3%) e falta de incentivo da família (3%).

Na 8ª série, foram 33 respostas. Desse total, 10 respostas (32%) foram relacionadas a: falta de abstração, compreensão, interpretação, percepção matemática; em seguida, com 8 respostas (23%), os professores classificaram falta de autonomia intelectual ("mente acostumada com a mecanização", "preocupação em decorar", dependência de modelos para seguir", "não conseguem conjecturar", "não conseguem transferir conhecimentos", "não conseguem resolver situações-problema"). O aprendizado de conteúdos específicos (entender a aplicação do radical, oposto de um número, propriedades operatórias dos conjuntos numéricos, equação de 2º grau e função) aparece em 3º lugar, com 7 respostas (19%). Em seguida, falta de concentração, interesse, determinação e persistência (5 respostas, ou 16%), falta de pré-requisitos (2 respostas, ou 6%), falta de incentivo e apoio da família (1 resposta, ou 3%), relacionar a Álgebra com o dia-a-dia (1 resposta, ou 3%).

Algumas respostas:

Sobre a dificuldade de abstrair:

"6ª - Capacidade de abstração. Dificuldade para fazer conjectura. Dificuldade para transferir conhecimentos."(P2)

“7ª - Operar com polinômios apenas (abstrato, para que serve? Perguntam eles.).”(P37)

“8ª - Dificuldade de abstração, inerente à Álgebra”.(P5)

“6ª / 7ª / 8ª - Aplicação de propriedades operatórias nos conjuntos numéricos e abstração dos conceitos.” (P11)

“7ª - Dificuldade de abstração.”(P12)

“6ª / 7ª - Percebo em alguns casos uma falta de maturidade e de abstração para compreender certo conteúdo.”(P27)

A dificuldade de desenvolver o raciocínio matemático e a tendência a mecanizar, a decorar:

“7ª - Consideram os temas de Álgebra abstratos, e ficam muitos preocupados em "decorar" e não "compreender". (P20)

“7ª - Muitos já estão acostumados há alguns anos a reduzir a matemática a regras com um olhar mecanicista e não voltado ao pensar.”(P38)

“8ª - O uso mecânico de regras, por exemplo, quando vêem uma equação de 2º grau, logo procuram calcular o discriminante”. (P14)

“8ª - Devido à preocupação em decorar, alguns alunos apresentam dificuldades no conteúdo desta série por serem uma continuação da 7ª série.” (P20).

“8ª - Desenvolver o raciocínio matemático, principalmente quando deparado com situações-problema”. (P26)

Sobre a dificuldade de lidar com letras

“6ª - Nesta série ocorre, na maioria dos casos, o primeiro contato dos alunos com a Álgebra, as expressões algébricas, “as letras”. Então, a aceitação dessa novidade é bastante lenta. Outro fator que pode dificultar bastante é o tratamento extremamente abstrato que pode ser dado a essa parte dos conteúdos.”(P40)

“6ª - Justamente a passagem da Aritmética para a Álgebra, onde os alunos têm muita dificuldade em iniciar os trabalhos com letras. Essa substituição, se não for bem trabalhada, irá criar um obstáculo didático muito difícil de sanar futuramente.” (P41)

“7ª - a mistura com letras”(P18)

“8ª - Ver que as letras são valores incógnitos e não letras as quais devem ser atribuídas valores.”(P08)

Sobre desinteresse, problemas de concentração, falta de maturidade:

"6ª / 7ª / 8ª - Acredito que em todas as séries ocorre certo desinteresse dos alunos" (P42)

"6ª / 7ª / 8ª - Pela falta de incentivo e apoio da família, muitas vezes, o aluno não percebe a importância do estudo e tem postura inadequada diante do estudo". (P43)

"6ª / 7ª - Acredito que eles pertençam a uma faixa etária que não dá importância para os estudos e por isso, com o susto que levam, como citei anteriormente, acabam perdendo o pouco interesse que anteriormente ainda tinham."(P17)

"7ª - Tempo de concentração dos alunos. Período em que os alunos se encontram em transição de personalidade." (P3).

"8ª - Falta de interesse." (P25)

"6ª - A maturidade deles, a aceitação da Álgebra como linguagem matemática que envolve leitura e escrita"(P45)

Duas respostas que chamaram a atenção por serem um pouco diferentes da categorização das demais e se voltarem, mais, para questionamentos que envolvem tanto professor quanto aluno:

"Na parte de frações algébrica, mas eu acho é que nós seres humanos não gostamos de dividir."(P06).

"6ª - Na verdade, eu não sei se a dificuldade foi minha ou se foi deles, a respeito do que escrevi na questão a cima, pois demoraram muito para entender como resolver equações" (P50)

3.3.3.7. Boas estratégias metodológicas utilizadas para ensinar Álgebra

Questão 7: Dentre as estratégias metodológicas que você utiliza para ensinar Álgebra, quais as que produzem melhores resultados? Explique sua resposta

Nesta questão, procuramos identificar quais as estratégias metodológicas utilizadas pelos professores no ensino da Álgebra que, na visão deles, produzem os melhores resultados. Na 6ª série, houve 36 respostas. O maior número de respostas (14, ou 39% do total) aponta para estratégias que permitem mostrar a aplicabilidade da Álgebra no cotidiano, bem como as que propiciam a generalização de fórmulas para a resolução de problemas. Depois, com 4 respostas (11%), aparece o trabalho com material concreto; e, com 3 respostas (8%), o trabalho com jogos e, também, a ilustração do princípio da igualdade por meio da balança de pratos. Demais respostas, todas unitárias, correspondendo a 3%: repetição de exercícios, substituição de letras por quadradinhos, comparação de letras com objetos e de Álgebra com Aritmética. Duas respostas (6%) afirmam que os professores não têm estratégias para ensinar Álgebra.

Quanto aos professores da 7ª série, obtivemos 29 respostas. Assim como na 6ª série, as estratégias que mais estão presentes nas respostas são as que mostram a aplicabilidade da Álgebra no cotidiano, bem como as que propiciam a generalização de fórmulas para a resolução de problemas. Estas estratégias tiveram, na 7ª série, 8 respostas (28% do total). Em seguida, com 4 respostas cada (14%), estão o trabalhar com jogos e o ato de comparar letras com objetos. Trabalhar com material concreto e com a observação do aluno, para que este crie padrões e generalize apresentam 2 respostas (7%). Depois, com uma resposta cada: repetição de exercícios, uso da lousa pelo aluno, uso da balança de pratos para mostrar o princípio da igualdade, fazer o aluno falar o que pensa e o que deve ser feito, pequenos testes, elogios, trabalhos em grupo. Também com uma resposta cada (3%), chamou-nos a atenção: uso da História da Matemática e da Informática, estes dois últimos tópicos, como comentamos anteriormente, bem presentes nos PCN e pouco citados se considerarmos o número de respondentes que afirma usar os PCN como material de apoio para a preparação de suas aulas.

Na 8ª série, o perfil é semelhante. Houve 35 respostas para essa pergunta. O maior número de respostas (9 respostas, ou 26% do total) faz referência a estratégias que visam mostrar a importância e a aplicabilidade da Álgebra para interpretar e resolver situações cotidianas, para a generalização de fórmulas de outras disciplinas além da própria Matemática e para cálculos de Geometria (ex.: áreas de figuras). Depois, com 4 respostas (11%), aparece o uso de jogos. A seguir, com 3 respostas cada (9%), temos: comparar Álgebra com Aritmética e utilizar recursos de informática. Com 2 respostas (6%): promover trabalhos em grupo, trabalhar com materiais concretos. Uma resposta cada (3%): uso da lousa para o aluno, elogios, valorização dos conhecimentos prévios dos educandos, o uso da balança de pratos para ilustrar o princípio de igualdade, o relato dos procedimentos algébricos para que os alunos desenvolvam o raciocínio lógico-dedutivo, simulação de construção de máquina para os alunos ditarem as instruções de resolução de cálculo algébricos.

3.3.3.8. Atividades de livros considerada bastante interessantes pelos professores

Questão 8: Destaque uma atividade que você considera bastante interessante de um livro que você utiliza.

Esta questão apresenta, por sua natureza, diversidade de respostas que dificulta a realização de agrupamentos. Assim, optamos por apresentar, neste item, as mais diferentes do conjunto e as que estão mais detalhadas e permitem, portanto, comentários mais precisos ou ricos.

> *6ª / 7ª / 8ª – A atividade que considero com grande importância seria aquelas que trabalham com o concreto, assim para depois trabalhar com os conceitos.(P13)*
>
> *6ª / 7ª / 8ª – quando o livro mostra o uso da Álgebra no cotidiano. (P19)*
>
> *6ª – Atividade do livro Educação Matemática – 6ª série – p. 56 ex. 3 – Esta atividade possibilita contextualizar situações que envolvem frações, permitindo que aluno faça divisões em partes iguais e as represente. Facilita a compreensão de frações equivalentes bem como entender divisões de frações. (P2)*
>
> *6ª Experiências matemáticas p. 229 A Álgebra empresta sua linguagem (P6)*
>
> *6ª - Quebra-cabeças, desafios (P29)*
>
> *6ª – O quadrado de lados 3x e o triângulo de lados x+3, 2x+3 e 4x-1, têm o mesmo perímetro. (a) Escreva a equação que corresponde a essa situação. (b) Quais são as medidas dos lados destes polígonos. (mostrar fazendo as respectivas substituições usando valores e unidade).(P17)*
>
> *7ª / 8ª – tópicos de história da matemática, curiosidades, retirados de vários livros.(P14)*
>
> *7ª – Iniciar o trabalho com os casos dos produtos notáveis a partir das conclusões que os próprios alunos fizeram observando cálculos numéricos.* $(2+3)^2 = (2+3).(2+3) \Rightarrow 4 + 6 + 6 + 9 \Rightarrow 4 + 2.6 + 9$*. Normalmente, dois ou três exemplos são os suficientes. Depois, propor um caso com variáveis.* $(a+b)^2 = (a+b).(a+b) \rightarrow a^2 + ab + ab + b^2 \rightarrow a^2 + 2.ab + b^2$*. Além dos alunos compreenderem, fica comprovada a veracidade das fórmulas de resolução.(P20).*
>
> *7ª – Atividades para que o aluno possa investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas, e identificar suas estruturas, construindo a linguagem algébrica para descrevê-la simbolicamente. Esse trabalho*

favorece a que o aluno construa a idéia de Álgebra como uma linguagem para expressar regularidades. (PCN, 5ª a 8ª série, matemática, p.117). Nessa situação, o professor pode encaminhar uma atividade para que os alunos encontrem a expressão n2- n que determina o número de quadradinhos brancos da n-ésima figura (ao retirar-se n quadradinhos pretos do total n2 de quadradinhos).(P28)

8ª – Uma atividade interessante é a soma dos ângulos internos de um triângulo, em que devemos também recortar um triângulo qualquer, marcar seus vértices e recortá-los, unindo-os em seguida, mostrando aos alunos que, ao promover essa união, o resultado irá ser uma meia circunferência, que "quase" todos entendem que tem por medida 180º. Fazendo uma ligação ao triângulo, podemos demonstrar isso a eles. (P41)

8ª – Caracol de equações. É uma trilha que contém casas com estrela e lua, todas as vezes que o marcador cair em uma das duas casas ele deverá resolver uma equação, acertando ele anda uma casa para frente e errando, ele deverá voltar duas casas. Ganha o jogo quem percorrer toda trilha, chegando primeiro ao final em primeiro lugar. O aluno aprende brincando. (P44)

*8ª – Para resolver problemas utilizando equações é importante saber representar expressões que contêm letras. Veja os exemplos: Considerando agora a letra **n** para indicar um número, represente as expressões em seu caderno: a) O dobro desse número. b) O triplo desse número c) O quádruplo desse número. d) A metade desse número.(P50)*

8ª – Análise de gráficos do cotidiano.(P11)

8ª – 1º) Interpretação geométrica da fatoração de uma equação de segundo grau. 2º) Fatoração algébrica de uma equação do segundo grau. Depois de explicar a interpretação geométrica parece que a algébrica é mais bem assimilada pelo aluno (Dante, 8ª série, p.54)(P20)

8ª – uso do material concreto para equação do 2º grau – Al-khowarizmi (P31)

3.3.3.9. Conhecimentos algébricos e sua contribuição para a formação de seus alunos.

Questão 9: Em sua opinião, em que os conhecimentos algébricos contribuem para a formação de seus alunos?

Na 6ª série, obtivemos 31 respostas. Do total, 12 respostas (39%) indicam que os conhecimentos algébricos contribuem para desenvolver habilidades para abstrair conceitos, interpretar dados, generalizar e fazer demonstrações. Em seguida, 8 respostas (26%) consideram que os conhecimentos algébricos possibilitam a resolução de problemas e de situações-problemas; 6 respostas (19%) que os conhecimentos algébricos propiciam o raciocínio-lógico e o pensamento crítico; 2 respostas (6%) indicam que tais conhecimentos auxiliam no desenvolvimento de equações, inequações e frações algébricas.

Para a 7ª série, foram 48 respondentes. Do total, 16 respostas (33%) consideram os conhecimentos algébricos importantes porque desenvolvem e exercitam habilidades para criar, investigar, organizar, analisar e interpretar dados, estabelecer relações, generalizar, formar, abstrair e compreender conceitos e fazer demonstrações. Em seguida, 12 respostas (25%) apontam que os conhecimentos algébricos possibilitam a resolução de equações e inequações, frações algébricas, problemas e situações-problemas, exercícios de geometria e expressões. Depois, 9 respostas (19%) consideram que tais conhecimentos propiciam raciocínio-lógico e autonomia na aquisição de conhecimentos e 4 respostas (8%) que criam hábitos de pesquisa e reflexão, disciplina e organização.

Por fim, para as 36 respostas referentes à 8ª série, temos a seguinte distribuição: 15 respostas (42%) indicam que o conhecimento algébrico possibilita soluções de equações, problemas, exercícios de geometria, inequações, frações algébricas e soluções cotidianas; 11 respostas (31%) indicam que o conhecimento algébrico desenvolve habilidades de formar e abstrair conceitos, criar, investigar, generalizar, estabelecer relações, analisar, organizar e interpretar informações; 6 respostas (17%) apontam que tal conhecimento promove a construção do raciocínio lógico e da percepção matemática.

Algumas respostas que ilustram esta compilação de dados:

*"Desenvolvimento do raciocínio lógico, habilidade em resolução de equações elementares importantes para os desafios do ensino médio." (*P3)

*"Contribuem na capacidade de criar, de investigar e de se tornar mais inteligente." (P*5)

*"Eles deixam de fazer generalização popularmente à própria Álgebra e passam a interpretar relações de sentenças algébricas, dando sentido à sua aprendizagem."(*P6)

*"Contribui para a vida deles. Sempre tento passar a eles que a Matemática em geral, a Álgebra, além de fazer parte de sua educação estudantil, profissional, será sempre presente em suas vidas até em exercícios de cidadania." (*P7)

*"O conhecimento algébrico fornece ao aluno ferramentas com os quais ele pode elaborar conceitos práticos na vida profissional, a Álgebra pode simular situações que podem equacionar a resolução dos mais diversos problemas do dia-a-dia, em todas as áreas do conhecimento."(*P8)

*"A Álgebra por tratar de variáveis e incógnitas consegue generalizar a Aritmética, desenvolvendo uma percepção e um raciocínio no aluno para perceber regularidades. Além de auxiliar principalmente no ensino médio nas conhecidas "fórmulas" e resoluções de problemas de outras disciplinas." (*P20)

*"A Álgebra ajuda no desenvolvimento do raciocínio lógico, levando o aluno a buscar novos desafios em resoluções mais complexas." (*P21)

*"Levam os alunos a mudança de hipóteses, apresentando situações que fornecem a reflexão. Das situações acadêmicas, provavelmente a mais produtiva é a que envolve a Álgebra, principalmente quando relaciona com situações do dia-a-dia."(*P26)

*"Contribui para a constituição de um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas."(*P28)

*"Para aplicá-los no dia-a-dia." (*P39)

*"Acredito que o estudo de Álgebra contribui para uma visão mais ampla sobre determinado assunto, o aluno consegue analisar dados, amarrar informações e desenvolver equações, inequações, frações algébricas, enfim, consegue ter visão além de uma simples informação"(*P42)

*"A Álgebra bem trabalhada desenvolve o raciocínio lógico, cria o hábito da pesquisa e reflexão, exige organização e torna a matemática menos "complicada" do que, de início, parece ser."(*P43)

*"Se for apenas o trabalho mecânico com equações e expressões, não há muita contribuição. Talvez o melhor seja partir de suas conjecturas para compreender o cálculo algébrico. Nesse caso não só resolveriam problemas que dependessem da Álgebra, mas teriam o raciocínio."(*P47)

*"Desenvolve o raciocínio lógico e dedutivo. O aluno é capaz de analisar situações e resolvê-las." (*P49)

*"O raciocínio algébrico ajuda o aluno a fazer generalizações, ou seja, seu conhecimento não fica limitado a meros exemplos, mas desse modo pode concluir algo "que dá certo para todos".(*P50)

Uma resposta diferente:

*"As aulas de informática trazem bons resultados. A falta de tempo de preparar as aulas e o pouco tempo de aula são alguns problemas que temos de enfrentar. (*P15)

Considerações finais

Visamos, neste trabalho, realizar a identificação de como a Álgebra aparece nos currículos do ensino fundamental e identificar a operacionalização do currículo, por meio da análise de documentos curriculares oficiais (Guias Curriculares, Propostas Curriculares para o Ensino de Matemática 1º grau e Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN) e de questionários respondidos por professores que atuam no Ensino Fundamental, tanto na rede pública quanto na rede particular. Nossas três perguntas de pesquisa, que agora serão retomadas, buscaram: a) identificar, nas orientações curriculares mais recentes, contribuições de pesquisas em relação à Álgebra na área de Educação Matemática; b) identificar quais as recomendações curriculares expressas em diferentes documentos curriculares no ensino de Álgebra; c) o que revelam professores de matemática que atuam no ensino fundamental, em relação à Álgebra que ensinam a seus alunos.

Com relação às orientações curriculares mais recentes encontramos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a presença acentuada da visão resultante das experiências e das investigações realizadas na área de Educação Matemática, aplicáveis não somente à Álgebra, mas ao currículo como um todo. Estas investigações estão presentes a contar da Introdução dos PCN, que já apresenta o conjunto como pautado em princípios derivados de estudos, práticas, pesquisas e debates, e permanecem no desenvolvimento do documento, apresentando contribuições da Etnomatemática, da História da Matemática, da Tecnologia da Informação. Ainda que com menor incidência, a Proposta Curricular para o Ensino de Matemática 1º grau traz momentos de estímulo ao uso de, por exemplo, historicidade e interdisciplinaridade, como exemplificamos no quadro comparativo dos três documentos oficiais.

A realização de uma comparação entre os três documentos oficiais que guiam a composição curricular de Matemática no Ensino Fundamental nas últimas décadas nos permitiu observar, além das diferenças de abordagem para assuntos que consideramos como relevantes dentro do escopo dessa dissertação, um aspecto histórico evolutivo na construção do currículo, isto é, uma ampliação da composição curricular em cada documento. Enquanto os Guias, por exemplo, concentravam sua proposição na construção do currículo enquanto conteúdo, as Propostas já abordavam outros aspectos igualmente importantes ao falarmos de currículo, como o papel da avaliação e o “erro” no processo de aprendizagem. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), por sua vez, ampliaram esses itens, incorporando, como citamos acima, os estudos de outros campos do conhecimento.

Com os Parâmetros Curriculares Nacionais, o currículo apresenta-se em uma visão ampla, como parte de um complexo conjunto relacionado ao ensino e à aprendizagem. A preocupação com o contexto, com a educação escolar como um real e possível caminho para a cidadania, ainda que visualizados nos documentos anteriores, geralmente na apresentação de suas “razões de ser”, é a marca registrada dos PCN e envolve, portanto, toda a sua proposição. Andamos um caminho de respeito aos valores democráticos (Guias), para a preocupação quanto ao estabelecimento de uma continuidade entre vida e escola (Proposta), até chegarmos à integração social como cidadãos (PCN) - pressupondo a construção de um conhecimento matemático que permita o exercício dessa cidadania, com responsabilidade, participação e consciência (posicionamento crítico). A Álgebra, em todo esse movimento evolutivo, ora era preponderante, ora cedia seu lugar de protagonista para a Geometria, em um movimento denominado como oscilatório e pendular, como apontaram Miguel, Fiorentini e Miorim.

Da mesma forma, nos modelos teóricos de referências, apresenta-se essa evolução. Nos Guias, como apontaram autores apresentados nesse trabalho, como Pires, identificamos um modelo teórico Euclidiano, no qual o componente conceitual do saber é o que predomina, sendo que ao aluno cabe aprender o conteúdo, com suas relações e fundamentos; nas Propostas, o Empirismo apresenta-se como base e o componente atitudinal ganha relevância, bem como o problema passa de uma ferramenta de controle da aprendizagem para o motivo de satisfação das inquietações dos estudantes. Depois, com os PCN, destaca-se o modelo denominado Construtivismo, no qual prepondera o componente procedimental do saber e o uso do problema como um meio de aproximação do estudante com o saber matemático; importando, agora, como o aluno se relaciona com esse saber e como dele pode se apropriar para ser um cidadão.

Quanto à identificação de quais as recomendações curriculares expressas em diferentes documentos curriculares no ensino de Álgebra, com os Guias observamos o domínio de uma concepção de Álgebra conhecida como fundamentalista-estrutural, na qual o currículo é construído tendo a Álgebra como fundamentadora de vários campos da Matemática. Nessa visão, presente no Movimento Matemática Moderna, a ênfase é dada à linguagem e à habilidade de manipular as expressões algébricas, mais do que à construção do pensamento algébrico. Nas Propostas, podemos observar a presença da concepção fundamentalista-analógica, que se utiliza de modelos geométricos e físicos, preservando, como apresentado na revisão bibliográfica, a preocupação fundamentalista, que dominou no Brasil nas décadas de 1970 e 1980, os mesmos períodos da presença, respectivamente, dos Guias e das Propostas. Os PCN , ao apresentarem sua proposta em ciclos, propiciam a visão de um trabalho algébrico mais baseado em significados do que em conteúdos. Trata-se de uma proposição, a nosso ver, similar à de Lins e Gimenez, também objeto de revisão bibliográfica deste trabalho, os quais defendem um projeto de educação algébrica que favoreça a produção de significados para que o aluno possa pensar algebricamente. Neste ponto, desejamos fazer uma associação com essas considerações e a terceira questão de nossa pesquisa: o que revelam professores de matemática que atuam no ensino fundamental, em relação à Álgebra que ensinam a seus alunos.

Autores diversos, aqui apresentados, como Usiskin, Lins e Gimenez, externaram sua preocupação com algumas questões no tocante à Álgebra que aparecem em nossos questionários, os quais visaram, justamente, identificar a visão dos professores sobre o tema Álgebra, o que revelam em relação à Álgebra que ensinam a seus alunos e como ocorre a operacionalização do currículo.

Primeiramente, observamos, como reforçaram esses autores, que a tendência predominante ainda é a que apresenta a chamada tendência “letrista”, isto é, traz a proposição de atividades na seqüência de técnica e prática, ainda que se busque utilizar estratégias facilitadoras da demonstração do uso da Álgebra no cotidiano e propiciadoras da generalização de fórmulas para a resolução de problemas. Esta proposição de aplicar a Álgebra no cotidiano, como observado neste trabalho, é presente nos três documentos, ainda que sua tônica seja bem mais reforçada nos PCN. Outros professores, em menor número, quando sugerem atividades para desenvolvimento do pensamento algébrico, tendem a seguir a abordagem “facilitadora” (exemplo do uso de cálculo de áreas, ou de balanças de dois pratos e de outros que utilizam situações concretas para da estrutura formal chegar à abstração).

Ao analisarmos essas respostas, recordamos, na leitura dos questionários, a questão apresentada na revisão bibliográfica de que os professores desejam que os alunos possuam os referenciais algébricos quando usam as variáveis, mas esperam que esses alunos também possam realizar uma operação mais abstrata, usando as variáveis sem ter que retornar sempre ao nível primeiro, o do referencial. Adicione-se a este posicionamento as respostas dos pesquisados com relação à importância da Álgebra. Tais professores, em sua maioria, apresentam uma aderência à proposição de muitos autores, vários aqui destacados, de ser a Álgebra um elemento importante para a construção das capacidades de generalizar, abstrair, criar, interpretar dados, bem como, em menor número de respostas, o desenvolvimento do raciocínio lógico e a autonomia na aquisição de conhecimentos. No entanto, quando observamos as respostas relativas às dificuldades enfrentadas, itens como a incompreensão no uso de letras, os problemas com generalização e abstração são muito ressaltados, o que nos leva a considerar que esse resultado pode ser devido à presença marcante, por décadas, da visão estruturalista da Álgebra, bem como à mecanização como técnica muito evidente nas metodologias encontradas nos Guias e nas Propostas.

Somada a essa visão, identificamos outro componente que pode nos levar a tentar identificar motivos para essas dificuldades encontradas - a forte crença no valor cultural dos conteúdos como o aspecto da aprendizagem mais valorizado, ou essencial, para o aluno aprender. Mais de 50%, em média, das respostas dos professores entrevistados apontaram o conteúdo como aspecto mais importante, enquanto aspectos essenciais para favorecer a generalização e abstração, os chamados aspectos cognitivos, chegaram a apenas 20%, em média, das respostas.

Em nosso questionário, os professores responderam que utilizavam, em sua maioria, os PCN como materiais mais utilizados na preparação das aulas. Esta resposta aponta consistência quando a comparamos com outras questões sobre a utilização de estratégias metodológicas para ensinar Álgebra que produzem melhores resultados, mas demonstra incoerência quando os professores responderam sobre temas que usam em sala de aula, com apenas três citações para dois aspectos muito ressaltados nos PCN: Informática e História da Matemática. Como comentamos no trabalho, essas respostas saltaram aos nossos olhos por irem de encontro à adesão aludida aos PCN, revelando certo desconhecimento de assuntos essências e enfatizados nos Parâmetros Curriculares Nacionais. Não temos elementos para inferir uma explicação para essas incoerências. O único aspecto que ousamos abordar a esse respeito nos faz retomar à construção dos documentos curriculares. Se retomarmos a história, veremos como a discussão sobre o envolvimento de educadores na construção desses currículos volta à tona. Vários autores, como Pires, Lins e Gimenez, observaram a importância de haver o envolvimento dos professores e mais, de haver uma formação e uma reflexão crítica que permita a existência de um debate embasado sobre a construção dos conteúdos matemáticos e sobre o ensino. Não há como fugirmos do fato de que, para cada concepção de um conteúdo, como a Álgebra, objeto de estudo neste trabalho, há uma concepção de ensino e de currículo

A comparação de três desses documentos oficiais que foram neste trabalho avaliados (Guias Curriculares – década de 1970, Proposta Curricular para o Ensino de 1º Grau – década de 1980 – e Parâmetros Curriculares Nacionais – década de 1990) nos levaram a considerar que, destarte o caráter integrador e a preocupação com a melhoria do nível de ensino, presente nos três, o problema da falta de envolvimento maior de professores na discussão sobre os currículos aparenta ser o aspecto principal que impediu – e impede - a execução prática de tais documentos, ou a eficácia do binômio teoria-prática que tanto buscamos. O presente trabalho nos estimula, portanto, a enfrentar o desafio de repensar a relação entre Álgebra e a construção do currículo, visto que as várias concepções algébricas representam uma forma de linguagem estritamente associada às estruturas curriculares.

Referências Bibliográficas

ARAUJO, Elizabeth Adorno de. Influências das habilidades e das atitudes em relação à matemática e à escolha profissional. Tese de doutorado. FE – UNICAMP: Campinas/SP, 1999.

BOOTH, Lesley. (1995) Dificuldades das crianças que se iniciam em Álgebra. In: A. Coxford, e A. Shulte,A. (Org.). *As idéias da Álgebra*. São Paulo: Atual.

BOYER, Carl. História da Matemática. Org. John Wiley e Sons, INC. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, 2ª reimpressão, 1978.

BRASIL (País). Ministério da Educação e do Desporto. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, v. 3. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. . Brasília : MEC / SEF, 1998. 148 p.

CASTRO, J. F*. (2004).* Um estudo sobre a própria prática em um contexto de aulas investigativas de Matemática. 197 p. Dissertação (Mestrado em Educação: Educação Matemática). Campinas: FE/Unicamp.

D' AMBROSIO, Ubiratan. Educação Matemática da teoria à prática*.* 2ª ed., Coleção Perspectivas em Educação Matemática, Campinas, SP: Papirus, 1997.

FALCÃO, J. T. R. - Clinical analysis of difficulties in algebraic problem solving among brasilian students: principal aspects and didactic issues. Proceedings of the 20th International Conference for the Psychology of Mathematics Education - PME, Vol. 2, Seville, Spain, p. 257-264, 1996.

FIORENTINI, D. MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. As concepções de educação algébrica. In: Pro-Posições. São Paulo: Cortez, 1993, v. 4, n° 1 (10): 39-54, mar. 1993.

FIORENTINI, D., MIORIM, M. A. e MIGUEL, A. (1993b). Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar, In: *Pro-Posições*, Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação – Unicamp. Vol. 4, nº 1 [10]. Campinas: Cortez Editora, p.78-91.

HOUSE, Peggy A. Reformular a Álgebra da escola média: por que e como?. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. As idéias da Álgebra. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995. p. 1-8.

KIERAN, Carolyn. The learning and teaching of school algebra. Montreal: Université du Québec à Montréal, 1992.

LINS, Romulo Campos e GIMENEZ, Joaquim. Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI. Campinas, SP: Papirus, 1997.

MIGUEL, A., FIORENTINI, D. e MIORIM, M.A. (1992a). Álgebra ou Geometria: para onde Pende o Pêndulo?. Pro-Posições. Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação – Unicamp. Vol.3 nº 1 [7] – março de 1992. p. 39-53.

MILTON, K. (1989). Fostering algebraic thinking in children. *The Australian Mathematics Teacher*, 45 (4): 14-16.

MIORIM, M.A., MIGUEL, A. e FIORENTINI, D.(1993a). Ressonâncias e Dissonâncias do movimento pendular entre Álgebra e geometria no currículo escolar brasileiro. Revista Zetekité – 19. Ano I – nº 1/1993. p. 19-39

PIRES, Célia Maria (2000). Currículos de Matemática da Organização Linear à idéia de Rede. São Paulo: FTD, 2000.

PIRES, Célia Maria Carolino (2003). Currículos de Matemática; trajetórias e possibilidades atuais (artigo).

PIRES, Célia Maria Carolino (2006). Implementação de Inovações Curriculares em Matemática: embates com concepções, crenças e saberes de professores (artigo).

PONTE, J. P.; BROCADO, J. e OLIVEIRA, H. (2003). Investigações Matemáticas na Sala de Aula*.* Belo Horizonte: Autêntica, 149p.

ROXO, Euclides. A matemática na educação secundaria. Rio de Janeiro: Companhia Editora Nacional, 1937.

SANGIORGI, Osvaldo. Entrevista à imprensa. In: Folha de São Paulo, São Paulo, SP, 3 nov. 1965.

SANTOS, Leila Muniz. Concepções do Professor de Matemática sobre o Ensino de Álgebra. São Paulo, 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC-SP, 2005

SÂO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. Proposta curricular para o ensino de matemática: ensino fundamental. 5 Ed. São Paulo: SE/CENP, 1997. 181 p.il.

SÂO PAULO. Secretaria da Educação Guias Curriculares para o ensino de 1º grau. São Paulo, CERHUPE, 1975, 276 p.

SCHOEN, Harold L. A resolução de problemas em Álgebra. *In*: As idéias da Álgebra. Organizadores : Arthur F. Coxford, Albert P. Shutle. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

SILVA, Maria Helena. Estudo das visões sobre Álgebra presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Fundamental em relação a Números e Operações. Dissertação de mestrado. PUC-SP. São Paulo/SP, 2006.

SOUZA, Gilda Lúcia Delgado. Educação Matemática na CENP: um estudo histórico sobre condições institucionais de produção cultural por parte de uma comunidade de prática. Tese (doutorado). UNICAMP. CAMPINAS, SP: [s.n.], 2005.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a Álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. As idéias da Álgebra. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, p. 9-22, 2003.

VIEIRA, Padre Arlindo S.J. O ensino das humanidades. Rio de Janeiro: Livraria Jacintho, 1936.

Apêndice 1
Instrumento de coleta de dados junto aos professores

QUESTIONÁRIO

Prezado colega professor

A finalidade deste questionário é embasar a dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática sobre o tema ***Álgebra nos Currículos do Ensino Fundamental,*** a ser apresentada na PUC-SP. Ressaltamos que a confidencialidade das respostas será mantida e que esta breve pesquisa tem caráter estritamente didático. Sua colaboração é fundamental. Agradeço por contar com sua ajuda. Favor enviar o questionário respondido até 02.06.07.

Charston Keppke (charston.keppke@gmail.com) *Maio.2007*

PARTE A

Informações gerais

Nome:____ Idade: _____ anos

Tempo de magistério (em anos):_____ Efetivo ( ) OFA ( ) Outro ( )

Formação acadêmica: ( ) Licenciatura / ( ) Bacharelado em __________________

Instituição:

____

Formação em nível de pós-graduação: ( ) Especialização ( ) Mestrado

Instituição:

____

Série(s) em que está ministrando aulas em 2007: ( ) 6ª. ( ) 7ª. ( ) 8ª.

Responda às perguntas a seguir (se você trabalha em escola da rede pública, dê preferência para falar sobre ela)

1. Você escolheu a classe que está ministrando aulas neste ano?

( ) SIM ( ) NÃO

2. Nesta escola, há a adoção de livro didático? ( ) SIM ( ) NÃO

Qual o título?

3. Você utiliza o livro didático adotado? (   ) SIM (   ) NÃO

Aponte as razões para a sua resposta:

4. Houve discussões/reuniões para a indicação do livro?   (   ) SIM   (   ) NÃO

5. Em caso afirmativo, você participou do processo?   (   ) SIM   (   ) NÃO

Tendo participado do processo, o que você aponta como fator mais importante para a escolha desse livro didático?

6. Classifique os materiais utilizados na preparação de suas aulas, em uma escala de **1** a **4**, na qual **1** significa o material mais usado e **4** o material menos usado. Se houver algum material que não é utilizado, não o classifique.

(   ) Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)

(   ) Experiências Matemáticas

(   ) Livros Didáticos

(   ) Outro. Qual?

PARTE B:

1. Quais os conteúdos de Álgebra que você trabalha:

a) na 6ª série?

b) na 7ª série?

c) na 8ª série?

2. Você trabalha esses conteúdos porque considera que são importantes de fato ou porque fazem parte da "tradição escolar"? Explique sua resposta.

3. Você acha que algum tópico que ensina poderia ser excluído de seu planejamento? Qual(is) ? Por quê?

4. Que aspectos da aprendizagem referente a esses tópicos você valoriza mais, ou seja, considera mais essenciais que o aluno aprenda? Por quê?

5. Quais as principais dificuldades que você encontra para ensinar Álgebra aos seus alunos:

a) de 6ª série?

b) de 7ª série?

c) de 8ª série?

6. Quais as principais dificuldades que percebe que seus alunos têm para aprender Álgebra:

a) de 6ª série?

b) de 7ª série?

c) de 8ª série?

7. Dentre as estratégias metodológicas que você utiliza para ensinar Álgebra quais as produzem melhores resultados? Explique sua resposta.

8. Destaque uma atividade que você considera bastante interessante de um livro que você utiliza:

a) na 6ª série:

b) na 7ª série:

c) na 8ª série:

9. Em sua opinião, em que os conhecimentos algébricos contribuem para a formação de seus alunos?

Obrigado por sua contribuição!

Apêndice 2
Respostas ao questionário

Os conteúdos de Álgebra trabalhados na 6ª série

Questão 1: Quais os conteúdos de Álgebra que você trabalha na 6ª série?

P02 – *Variação de Grandezas, Grandezas Direta e Indiretamente Proporcionais, Equações e Sistemas do 1º Grau.*
P06 – *Iniciação na Equação como termo desconhecido simples até evoluir.*
P09 – *Equação de 1º Grau*
P11 – *Equações do 1º Grau / Introdução ao Cálculo Algébrico / Generalizações*
P13 – *Equação de 1º Grau com 1 e 2 Variáveis*
P16 – *Regra de Três*
P17 – *Valor Numérico de uma Expressão Literal, Equações do 1º Grau, Expressões com Sinais de Agrupamento, Equações com Coeficientes Não Inteiros, Sistemas de Equações do 1º Grau, Razões e Proporções.*
P19 – *Números Inteiros e Equações*
P21 – *Equação do 1º Grau*
P22 – *Equações do 1º Grau*
P27 – *Equações e Potenciações*
P29 – *Equações e Sistemas de 1º Grau*
P30 – *Monômios, Polinômios*
P32 – *Operações nos Inteiros e nos Racionais*
P33 – *Equação, Proporção*
P34 – *As Quatro Operações*
P35 – *Expressão Algébrica, Termos, Polinômios, Grau do Polinômio e Etc..*
P36 – *Equação do 1º Grau*
P37 – *Equação do 1º Grau*
P39 – *Números Inteiros, Equações e Inequações do 1º Grau, Frações.*
P40 – *Equações, Monômios*
P41 – *Equação e Inequação do 1º Grau, Sistemas de Equação do 1º Grau, Monômios e Polinômios, Regra de Três Simples, Porcentagem, Aplicação de Sistemas na Geometria (Ângulos) Etc.*
P42 – *Equações de 1º Grau e Inequações*
P45 – *Monômios, Polinômios e Resoluções de Problemas envolvendo Equação de 1º Grau (Cálculo do Valor Desconhecido).*
P46 – *Equações de 1º Grau e Inequações*
P47 – *Equações do 1º Grau, após a introdução dos Números Inteiros (reforçando a "Regra de Sinais").*
P48 – *Equações, Símbolos, Igualdades e Desigualdades.*
P49 – *Inequações, Equações,*
P50 – *Equações do 1º Grau, Expressões Algébricas, Sistemas de Equações e Inequações.*

Os conteúdos de Álgebra trabalhados na 7ª série

Questão 1: Quais os conteúdos de Álgebra que você trabalha na 7ª série?

P03 – *Produtos Notáveis, Fatoração, Monômios, Polinômios,*
P04 – *Todos*
P05 – *Expressões, Sistemas Lineares, Equações de 1º Grau.*
P07 – *Notação Cientifica, Potenciação, Propriedades de Potenciação e Radiciação.*
P09 – *Equações Algébricas, Polinômios.*
P10 – *Monômios, Polinômios, Fatoração, Produtos Notáveis.*
P11 – *Sistemas de Equações / Produtos Notáveis / Fatoração / Equações Algébricas e Fracionárias*
P12 – *Polinômios, Produtos Notáveis e Fatoração.*
P13 – *Equação de 1º Grau, Sistema de Equações e Polinômios.*
P14 – *Monômios, Polinômios, Produtos Notáveis, Fatoração, Equações.*
P16 – *Polinômios.*
P18 – *Na Sétima.*
P19 – *Produtos Notáveis.*
P20 – *Equações, Sistemas, Cálculo Algébrico, Fatoração, Produtos Notáveis e Expressões Algébricas.*
P21 – *Inequação.*
P22 – *Sistemas de Equações do 1º Grau.*
P24 – *Equação.*
P27 –
P28 – *Propriedades das Operações Generalizações do Modelo Aritmético, Variação de Grandezas, Resolução de Equações, Cálculo Algébrico, Polinômios.*
P33 – *Cálculo Algébrico, Produtos Notáveis.*
P34 – *Sistema*
P37 – *Polinômios, Operação com Polinômios e Frações Algébricas.*
P38 – *Radiciação, Potenciação, Equações, Áreas de Figuras e Fatoração.*
P41 – *Equação e Inequação do 1º Grau, Sistemas de Equação do 1º Grau, Monômios e Polinômios, Regra de Três Simples, Porcentagem, Aplicação de Sistemas na Geometria (Ângulos) Etc.*
P42 – *Monômios, Polinômios, Fatoração, Produtos Notáveis.*
P43 – *Equação, Fórmulas, Sistemas, Áreas.*
P46 – *Polinômios*
P47 – *Cálculo Algébrico – Operações Com Polinômios*

Os conteúdos de Álgebra trabalhados na 8ª série

Questão 1: Quais os conteúdos de Álgebra que você trabalha na 8ª série?

P01 – *Função, Equações, Conjunto dos Números Racionais.*
P02 –
P03 –
P05 – *Noções de Função, Equações de 2º Grau.*
P08 – *Polinômios*
P09 – *Equação de 2º Grau*
P11 – *Equações do 2º Grau / Funções / Equações Fracionárias*
P12 –
P13 – *Equações do 2º Grau*
P14 –
P15 –
P19 – *Equação do 2º Grau*
P20 – *Equações e Sistemas do Segundo Grau,*
P21 – *Equação do 2º Grau*
P22 – *Equações do 2º Grau*
P23 – *Equações do 2º Grau, Operações Com Radicais.*
P25 – *Geometria, Teorema de Pitágoras e Sistemas.*
P26 – *Todo conteúdo exigido nos Exames de Vestibulinho*
P31 – *Equações do 2º Grau*
P32 – *Operações com Radicais e Operações com o uso do Discriminante*
P34 – *Equação*
P37 – *Equações do 2º Grau*
P39 – *Potenciação, Radiciação e Equação do 2º Grau.*
P41 –
P42 – *Equação de 2º Grau*
P43 – *Sistemas, Equações do 2º Grau.*
P44 – *Equações, Problemas e Sistemas do 2º Grau.*
P47 – *Equações do Segundo Grau e Sistemas de Equações.*

Importância conferida ou influência da "tradição escolar"

Questão 2: Você trabalha esses conteúdos por que considera que são importantes de fato ou porque fazem parte da "tradição escolar"? Explique sua resposta.

P01 – *Sim, Porque os alunos precisam relacionar números com letras.*

P02 – *Os mesmos são importantes, pois fazem parte da linguagem matemática.*

P03 – *Porque são importantes de fato, pois este é o momento que o aluno necessita desta aprendizagem.*

P04 – *Porque são importantes*

P05 – *Não acho que todos sejam importantes, porém a tradição escolar fala mais alto.*

P06 – *São importantes, começando o processo parte monômios até as equações*

P07 – *Sim, trabalho porque considero muito importante, além de ser o planejamento. São matérias que usamos em nosso cotidiano, situações vitais, testes. |Sempre falo com os alunos que a matemática do ensino fundamental é primordial para o nosso conhecimento enquanto cidadão.*

P08 – *Além de fazer parte da tradição escolar, o trabalho com polinômios envolve o desenvolvimento cognitivo com valores incógnitos, desenvolvendo habilidades mentais em processos construtivos do aprendizado.*

P09 – *Porque são importantes de fato.*

P10 – *Porque julgo necessários para as séries seguintes*

P11 – *Por serem importantes, principalmente pela aplicação dos conceitos de Álgebra em situações simples ou complexas do cotidiano, desde as generalizações e definições de "fórmulas" de áreas e perímetros até a compreensão de custos de contas de água, luz, telefone, entre outras.*

P12 – *Na verdade, trabalhamos esses conteúdos por uma seqüência lógica, mas considero importante, pois são ferramentas que serão utilizadas nas resoluções de exercícios. Ex. geometria.*

P13 – *Considero tanto como tradição escolar, quanto de importância para a aprendizagem significativa, em que o aluno possa concretizar essas atividades.*

P14 – *Na verdade, porque fazem parte da tradição. Nós abordamos superficialmente assuntos que seriam muito mais relevantes aos alunos dessas séries.*

P15 – *Mais pela tradição. Como somos vários professores, fica difícil uma mudança no currículo, pois alguns professores são inflexíveis.*

P16 – *NR*

P17 – *Trabalho estes conteúdos por achá-los com relevância matemática. A meu ver, são os conteúdos que fortalecem os conceitos, por exemplo, de função.*

P18 – *Porque são importantes*

P19 – *Importante, pois são conteúdos que os alunos irão usar constantemente.*

P20 – *Os conteúdos de Álgebra são importantes por tratarem de generalizações e auxiliarem no desenvolvimento dos alunos*

P21 – *Fazem parte da tradição escolar, pois tenho que seguir o material do professor titular.*

P22 – *Considero importante, pois uso livros didáticos atualizados.*

P23 – *Trabalho com estes conteúdos porque considero que podem ajudar os meus alunos em resoluções de problemas.*

P24 – *São importantes, fazem com que o aluno tenha raciocínio com variáveis.*

P25 – *Todos são importantes, apenas se eles forem contextualizados.*

P26 – *Conteúdo exigido no vestibulinho de nível médio*

P27 – *Trabalho porque acho importante, proponho mais exercícios além dos propostos pelo livro. Como já trabalhei em séries do ensino médio, sei que estes conteúdos são pré-*

requisitos para outros mais complexos.

P28 – *É muito importante o trabalho com a Álgebra, é fundamental a compreensão de conceitos como o de variável e de função, termos semelhantes; a representação na forma algébrica e na forma gráfica, para que o aluno desenvolva de forma significativa a habilidade de pensar abstratamente.*

P29 – *Ambos. Considero-os importantes, pois o aluno coloca em Matemática o que pensa em Português, creio que de algum modo isso estimula as elaborações mentais e também porque tradicionalmente se ensina esse conteúdo, e, assim, socialmente se cobra isso da escola.*

P30 – *Além de serem importantes, pois invocam aspectos de abstração, fazem parte da tradição escolar.*

P31 – *Fazem parte da tradição escolar.*

P32 – *Porque estão no planejamento da escola e no livro didático*

P33 – *Considero importante, acredito que a Álgebra auxilia o aluno na resolução de problemas, porém acho que deveria ser abordada desde cedo, para que o aluno se familiarizasse, não de forma mecânica.*

P34 – *Estão dentro dos PCN*

P35 – *Fazem parte do planejamento proposto entre professores*

P36 – *São importantes, pois são a base de toda a Matemática.*

P37 – *Além de fazer parte da "tradição escolar", considero importante no sentido de ser pré-requisito para conteúdos de Matemática e Física do Ensino Médio.*

P38 – *Os conteúdos são importantes e também fazem parte da tradição escolar, a principal preocupação é como trabalhá-los.*

P39 – *Porque são importantes.*

P40 – *É inegável a importância das equações e das expressões algébricas para a aplicação em outras áreas da Matemática como, por exemplo, a resolução de problemas.*

P41 – *Bom... Eu considero importantes esses conteúdos para que os alunos possam dar continuidade ao estudo da Matemática, pois a Álgebra está presente em todos os conteúdos de Matemática, e não podemos deixar nossos alunos sem esses conteúdos.*

P42 – *Os conteúdos eu considero importantes, mas o fator principal é que estes conteúdos estão inseridos na apostila.*

P43 – *Os conteúdos são importantes, porém, procuro torná-los interessantes para os alunos, coisa que não é fácil, utilizando-se apenas o livro didático. Os livros atuais já estão mais adequados à seleção de conteúdos. Percebemos a exclusão de alguns temas "sem sentido", como Equações Biquadradas.*

P44 – *Considero que são importantes. É possível solucionar muitos problemas, até mesmo relacionando com a Geometria, utilizando uma equação. E também são pré-requisitos para o Ensino Médio.*

P45 – *Trabalho sim, pois em minha opinião estes conteúdos fazem parte da linguagem matemática.*

P46 – *Considero importantes estes conteúdos, pois ajudam o aluno na resolução de situações no seu dia-a-dia.*

P47 – *"Tradição escolar". Não há muito o que justificar: os livros didáticos ditam a seqüência dos conteúdos a serem ensinados em minha prática, sendo que neste último ano é que comecei a ousar sensíveis alterações em tal seqüência.*

P48 – *Além de fazer parte da tradição escolar, os conteúdos citados são de grande importância para a formação do aluno na vida escolar*

P49 – *Porque faz parte do método adotado*

P50 – *Trabalho porque fazem parte da "tradição escolar". Acho que alguns conteúdos não são tão importantes para a formação de um cidadão, pois devemos levar em conta que nem todos os alunos serão matemáticos.*

Tópicos que poderiam ser excluídos dos planejamentos

Questão 3: Você acha que algum tópico que ensina poderia ser excluído de seu planejamento? Quais? Por quê?

P01 – *Não*
P02 – *Sim, as divisões de polinômios.*
P03 – *Não*
P04 – *Nenhum deve ser excluído*
P05 – *N a escola fundamental, o aluno deveria dominar apenas a Aritmética das quatro operações.*
P06 – *Quando faço planejamento, geralmente sempre acrescento.*
P07 – *Não. Pois sempre trabalho paralelamente a matéria com o lúdico e desafios.*
P08 – *Em meu planejamento procuro abordar temas que favorecem a aprendizagem de uma forma global, e tudo que é ensinado está sempre focado neste sentido.*
P09 – *Não, Acredito que na Matemática, um conteúdo puxa o outro.*
P10 – *Geratriz de uma dízima. Não vejo nenhuma aplicação na vida dos educandos.*
P11 – *As equações fracionárias. Talvez seja o conteúdo que menos tenha aplicações práticas (nestas séries)*
P12 – *Sim, divisão de polinômio por polinômio. Considero um tópico sem relevância ao aprendizado*
P13 – *Não, considero importante todos os tópicos, pois não temos capacidade de escolher o que seria importante para a vida futura do aluno.*
P14 – *Os casos mais complicados e raros de produtos notáveis e fatoração. É muito esforço de simples memorização para pouca aplicação.*
P15 – *Excluído, não. Acho que todos os tópicos são importantes apenas adotaria conteúdos diferentes em séries diferentes.*
P16 – *NR*
P17 – *Não. Na verdade, acredito ainda não ser suficiente*
P18 – *NR*
P19 – *Não*
P20 – *Não*
P21 – *Não, pois estou iniciando agora como professor.*
P22 – *Não*
P23 – *Quando o grupo de professores fez o planejamento, já foram excluídos alguns tópicos que consideramos não tão importantes, como: equações biquadradas e equações irracionais.*
P24 – *Não*
P25 – *Nenhum deve ser excluído*
P26 – *Hoje, as provas de vestibulinho são preparadas com outro conceito, diferente do método tradicional, visando perceber as habilidades (diferentes formas) dos alunos.*
P27 – *Não, todos são de grande importância. Claro que alguns são mais importantes que outros, nesses, procuro me certificar que ficaram bem entendidos pela maioria (por exemplo, equações).*
P28 – *Não, em minha opinião alguns conteúdos já foram sucumbidos demais, precisamos retomá-los, isso sim.*
P29 – *Não*
P30 – *Talvez... Racionalização ou simplificação de radicais... Apenas talvez*
P31 – *Não*
P32 – *Sim, alguns assuntos poderiam ser trabalhados de outra maneira.*
P33 – *Alguns tópicos, como o cálculo algébrico, deveriam ser mais contextualizados, para o aluno entender o significado*

P34 – *Não*
P35 – *Não, desde que os tópicos são elaborados por profissionais.*
P36 – *Não, todos os tópicos da 6º série são importantes.*
P37 – *Excluído não, mas diminuir o excesso de exercícios desprovidos de significados que visam apenas à memorização de algoritmos.*
P38 – *Não, acredito que todos são fundamentais.*
P39 – *Não*
P40 – *Não. Acredito que o Planejamento de minha série está, inclusive, incompleto. Por isso, tenho procurado incluir tópicos em minhas aulas. Trabalho, em paralelo, Álgebra, Geometria, Conjuntos e Tratamento da Informação.*
P41 – *Não, eu não acho isso.*
P42 – *Não, Acredito que todos os conteúdos devem ser trabalhados de uma forma clara e contextualizados de acordo com a realidade dos alunos.*
P43 – *Não. Acredito no sistema de conteúdos em espiral, onde a cada série os temas são aprofundados levando-se em consideração o momento (maturidade) do aluno.*
P44 – *Não, pois nosso planejamento é montado com os conteúdos considerados importantes, excluímos o que não é importante para aquela turma.*
P45 – *Divisão de polinômios, aquelas astronômicas.*
P46 – *Acho todos importantes*
P47 – *Divisão de polinômios.*
P48 – *Não, ao contrário. A tendência é aumentar os conteúdos, na medida em for apresentada certas situações do cotidiano.*
P49 – *Acredito que o método trabalha com insistência em alguns temas*
P50 – *Não digo que seja excluído, mas não é tão necessário, por exemplo, inequação, onde o aluno a usará em sua vida cotidiana?*

Aspectos da aprendizagem considerados essenciais que o aluno aprenda

Questão 4: Que aspectos da aprendizagem referentes a esses tópicos você valoriza mais, ou seja, considera mais essenciais que o aluno aprenda? Por quê?

P01 – *Regra de três simples e composta, porque é tudo, e abrangente no dia-a-dia.*
P02 – *Variação de grandezas*
P03 – *Produtos notáveis e fatoração. Estes conteúdos fazem parte de uma preparação muito importante para as séries seguintes.*
P04 – *Polinômios, pois a partir deles os alunos conseguem aprender a Álgebra.*
P05 – *N a escola fundamental, o aluno deveria dominar apenas a Aritmética das 4 operações.*
P06 – *Os monômios, eles entendem o resto fica fácil, sei que vai falar que matéria de 7ª série, mas eu começo por ai para ter sentido.*
P07 – *Desafios, curiosidades e problemas. Pois são itens que eles vivenciam em suas vidas*
P08 – *O objetivo principal, a meu ver, é levar o aluno ao desenvolvimento de um raciocínio lógico da maneira de pensar a resolver situações problemas, desenvolver nele uma habilidade de pensar que o ajude como um todo, não somente na Matemática.*
P09 – *NR*
P10 – *NR*
P11 – *Equações do 1º e do 2º Grau. Pela grande aplicação na resolução de problemas e também pela possibilidade de análise e compreensão de gráficos.*
P12 – *Produtos notáveis, por exemplo, pois é um atalho a algumas resoluções algébricas, facilitando o cálculo.*
P13 – *NR*
P14 – *A transição do pensamento concreto da Aritmética para o abstrato necessário na Álgebra.*
P15 – *Todos são importantes. Não podemos deixar de dar oportunidade ao aluno de conhecer todos os conteúdos de matemática.*
P16 – *NR*
P17 – *O reconhecimento e domínio de equações, razões e proporções. Porque embasa o aluno a compreender, por exemplo, os conteúdos estudados em Física e Química, fazendo o aluno ter raciocínio próprio, e mais do que isso ter convicção do seu raciocínio.*
P18 – *Adição, subtração, multiplicação e divisão de polinômios.*
P19 – *Não*
P20 – *NR*
P21 – *NR*
P22 – *A resolução de problemas. Porque podemos trazer problemas do dia-a-dia.*
P23 – *As equações do 2º grau é uma ferramenta que pode ser utilizada em várias resoluções de problemas.*
P24 – *O entendimento para que o aluno consiga isolar variável, para que entre o resultado.*
P25 – *A contextualização, pois o aluno se enxerga no mesmo.*
P26 – *Conteúdos essenciais para o desenvolvimento de habilidades elementares ao raciocínio matemático*
P27 – *Que entenda o que está fazendo, não só seguindo a "receita" mostrada através de exemplos. Pois entendo o cerne da questão o aluno pode fazer aplicações desse conhecimento em sua vida cotidiana.*
P28 – *Para uma tomada de decisões a respeito do ensino da Álgebra, deve-se ter, clareza de seu papel no currículo, além da reflexão de como a criança e o adolescente constroem o*

conhecimento matemático, principalmente quanto à variedade de representações. Para a compreensão de conceitos e procedimentos algébricos é necessário um trabalho articulado com outros conteúdos, para que ele possa generalizar.

P29 – *A abstração*

P30 – *Que existem tais aspectos*

P31 – *NR*

P32 – *Operações em inteiros e racionais com situações problema e operações com discriminante*

P33 – *A percepção de padrões para poder generalizar através da Álgebra*

P34 – *4 operações*

P35 – *Polinômios, por ser um tema que acompanha anos a anos.*

P36 – *As equações.*

P37 – *Que esses tópicos estejam relacionados com a realidade dos alunos. Que a aula seja conduzida de tal forma que suscite questões onde a Álgebra seja o recurso para a realização das mesmas*

P38 – *O significado das operações matemáticas, bem como o domínio destas. A leitura matemática que se pode ter do mundo*

P39 – *Frações*

P40 – *A aplicação dos conteúdos, a contextualização, o saber resolver problemas são importantíssimos, mas acho também que se deve aprender matemática para a matemática, ou seja, determinados conteúdos não têm necessariamente que ser contextualizados, pois sua aplicação é dentro da Matemática mesmo.*

P41 – *Princípio da equivalência, pois acredito ser esse é o pontapé inicial para que um aluno entenda a resolução das equações (tema discutido durante todo o ensino médio, direta ou indiretamente).*

P42 – *Equação e inequação, pois, ambos os conteúdos estão inseridos no cotidiano dos alunos implícita ou explicitamente. A idéia de igualdade ou desigualdade.*

P43 – *Desenvolvimento do raciocínio, criando possibilidades mentais novas como argumentação, abstração, dedução etc.*

P44 – *Equações do 2º grau, por ser a base para outros conteúdos.*

P45 – *As operações*

P46 – *Valorizo mais os que estão sendo exigidos pelo PCN da série referida*

P47 – *Equações – importantes devido à resolução de vários problemas relativos. Todavia, valorizo mais o raciocínio na resolução de tal problema (desenhos, esquemas, resolução por tentativa e erro...) e a resolução absoluta da equação não aplicada a um contexto serve mais no trabalho com gráficos de funções, dada à lei de formação.*

P48 – *A valorização do aprendizado tem uma variação onde podemos absorver um tipo de aprendizagem, dando uma abertura para qual é o seu valor, tornando a aprendizagem relativa à realidade de cada aluno. Portanto, a valorização da avaliação é essencial desde que respeite o limite de cada um.*

P49 – *Os jogos, pois são prazerosos e envolventes.*

P50 – *Equações e sistemas de equações, porque ele utilizará esses conceitos para o resto de sua vida, independentemente de qual profissão escolher.*

Principais dificuldades para ensinar Álgebra

Questão 5: Quais as principais dificuldades que você encontra para ensinar Álgebra aos seus alunos?

P01 – *8ª – Os alunos a se interessarem em estudar*

P02 – *6ª / 8ª – Os mesmos possuem algumas lacunas no processo ensino aprendizagem, impossibilitando-os de serem autônomos na aquisição do próprio conhecimento.*

P03 – *7ª / 8ª – Desenvolver a habilidade para estudar Álgebra no aluno e em associar a Álgebra com o dia-a-dia.*

P04 – *7ª – Logo no início a dificuldade de operar as letras*

P05 – *7ª / 8ª – Os alunos não têm conceitos básicos*

P06 – *6ª – No passado já tive muito, mas, hoje... O que faltava: contextualização.*

P07 – *7ª – Tabuada*

P08 – *8ª – Fazer o aluno reconhecer que podemos usar letras como valores, que podemos dar a estas os mesmos tratamento que damos aos números.*

P09 – *6ª / 7ª / 8ª – Falta de pré-requisitos*

P10 – *7ª – Imaturidade dos alunos e a dificuldade que os alunos têm de generalizar, visto que não sabem ler e interpretar*

P11 – *6ª – Operações que envolvam números racionais relativos, principalmente quando se envolvem sinais. / 7ª – Fatoração algébrica. / 8ª – Estudo do sinal de funções (principalmente do 2º Grau).*

P12 – *7ª – Sinto um pouco de dificuldade, pois eles não têm uma boa abstração dos conceitos, não associam os conceitos com os objetos de estudo, tornando as resoluções mecânicas.*

P13 – *6ª / 7ª / 8ª – Maior dificuldade seria considerar o oposto de cada número e a visualização da variável*

P14 – *7ª – Pouca aplicabilidade no dia-a-dia. / 8ª – Quase nenhuma.*

P15 – *8ª – A falta de interesse dos alunos é evidente, mas não posso culpá-los, pois são conteúdos passados da mesma maneira que fazíamos há 10, 20 anos atrás.*

P16 – *6ª / 7ª – Todas as dificuldades possíveis porque eles não têm base nenhuma*

P17 – *6ª / 7ª – Os alunos a princípio se assustam com as expressões literais e se bloqueiam a entender o sentido de uma "letra" em uma conta.*

P18 – *7ª – Eles confundem divisão e multiplicação*

P19 – *6ª – sinal e fração*
– *7ª – produtos notáveis e polinômios*
– *8ª – racionalização e função*

P20 – *7ª – De fazer os alunos compreenderem generalizações da Álgebra, mesmo tendo a opção de fazer uma comparação numérica. / 8ª – Reduzir as extensas resoluções*

P21 – *6ª / 7ª / 8ª – demonstrar de forma lúdica a obtenção dos resultados*

P22 – *6ª / 7ª / 8ª – Os alunos fazem um processo mecânico s/ saber interpretar o resultado.*

P23 – *8ª – A maior dificuldade é a falta de abstração do conteúdo*

P24 – *7ª – A grande dificuldade dos alunos é o entendimento, ou seja, a visualização da variável.*

P25 – *8ª – Falta de embasamento*

P26 – *6ª / 7ª / 8ª – Em geral, a defasagem escolar.*

P27 – *6ª / 7ª – A falta de interesse e compromisso. Mas também a insegurança de poder fazer sozinhos, as tarefas.*

P28 – *7ª – O aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra. O aluno, por não compreender a conexão entre outros conceitos já aprendidos em outros conteúdos, muitas vezes não consegue generalizar os procedimentos para calcular o número de diagonais para qualquer polígono, a proporcionalidade que já vem sendo trabalhada em outros conteúdos e aparece na resolução de problemas multiplicativos, nos estudos de porcentagens entre outros.*

P29 – *6ª – Fazer com que a Aritmética não prevaleça nesses momentos, pois o pensamento deles* *é, até então, todo aritmético.*

P30 – *6ª / 7ª / 8ª – todas as séries apresentam defasagem em conteúdos básicos como frações e regras de sinais*

P31 – *8ª – Falta de pré-requisitos dos alunos*

P32 – *6ª – Operações nos inteiros. / 8ª – operações com radicais*

P33 – *6ª – O significado das variáveis. / 7ª – Os procedimentos algébricos. / 8ª – O uso da Álgebra para resolver problemas*

P34 – *6ª / 7ª / 8ª – Falta de concentração*

P35 – *6ª – Confusão que fazem com a parte literal e a parte numérica*

P36 – *6ª – Equilibrar a balança, ou seja, fazer com que ele se lembra de trabalhar com a operação inversa.*

P37 – *6ª – Passagem do concreto para a representação algébrica. / 7ª – Trabalhar apenas com expressões algébricas dissociadas de significado. / 8ª – Dedução da fórmula para resolução de equações do 2º grau*

P38 – *7ª – Despertar no aluno a abstração, conceituar incógnita e variável.*

P39 – *6ª – Regra de Sinais. / 8ª – Radiciação e suas Propriedades*

P40 – *6ª - Nesta série ocorre, na maioria dos casos, o primeiro contato dos alunos com a Álgebra, as expressões algébricas, "as letras". Então, a aceitação dessa novidade é bastante lenta. Outro fator que pode dificultar bastante é o tratamento extremamente abstrato que pode ser dado a essa parte dos conteúdos.*

P41 – *6ª – Bom... Eu ainda não trabalhei com alunos nesse nível, portanto não tenho opinião sobre esse assunto.*

– *7ª – Nesse nível, eu iniciei o tema por meio de uma sondagem (diagnóstico inicial) e com muita surpresa, percebi que meus alunos (advindos da 6ª série), não haviam estudado nada sobre equações ou coisa do tipo. Então, eu comecei a trabalhar desde o início de equações, e minha surpresa foi de que eles aceitaram bem esse tema.*

– *8 ª – Já trabalhei com alunos de 8ª série, e a principal dificuldade no ensino da Álgebra, foi exatamente o princípio de equivalência, os alunos não sabiam como resolver equações simples do 1º grau. O interessante é que sabiam aplicar direitinho o algoritmo da equação do 2º grau. Desde então, procurei prestar mais atenção nesse tema e o que pude perceber é que os alunos devem ter uma preparação melhor nesse tema (princípio da equivalência).*

P42 – *6ª – Além falta de maturidade para abstrair (entender o que é uma incógnita) a falta de conhecimentos prévios.*

– *7ª – A sobrecarga de conteúdos algébricos nesta série.*

– *8ª – Devido à sobre carga da série anterior alunos passam para 8ª série sem ter interiorizado conceitos importantes*

P43 – *7ª / 8ª – Desmotivação dos alunos e pressões da família e direções da escola, (tarefas de casa, estudo, etc.).*

P44 – *8ª – Os alunos chegam na 8ª série com certos costumes, como exemplo, passa para lá com o sinal trocado, o aluno não entende o conteúdo ele decora a resolução e quando ele precisa aplicar em um exercício mais elaborado, ele não consegue raciocinar e relacionar com os conteúdos aprendidos.*

P45 – *6ª – A maturidade deles, a aceitação da Álgebra como linguagem matemática que envolve leitura e escrita.*

P46 – *6ª – Regra de sinais. / 7ª – Falta de concentração dos alunos*

P47 – *6ª / 7ª / 8ª – fazer com que entendam os conteúdos lançados na questão 6. Não poderia talvez dizer "encontrar uma estratégia de ensino", embora tenha algumas idéias.*

P48 – *6ª – A falta de interesse dos alunos, pois a maioria vem sem uma base para encarar a Álgebra, tornando um trabalho de reinício até atingir o objetivo.*

P49 – *6ª – A falta de concentração, nesta fase eles brincam muito.*

P50 – *6ª – Tive apenas uma experiência até o momento e minha dificuldade foi ao introduzir a idéia de igualdade nas equações, o que se faz de um lado deve-se fazer no outro – somar com o oposto, multiplicar pelo inverso etc.*

Principais dificuldades dos alunos para aprender Álgebra

Questão 6: Quais as principais dificuldades que percebe que seus alunos têm para aprender Álgebra?

P01 – *8ª – Relacionar, com o dia- a- dia, números com letras*
P02 – *6ª - Capacidade de abstração. Dificuldade para fazer conjectura. Dificuldade para transferir conhecimentos.*
P03 – *7ª - Tempo de concentração dos alunos. Período em que os alunos se encontram em transição de personalidade.*
– *8ª - Tempo de concentração dos alunos. Não enfrentam desafios com determinação, desistem logo e pedem a resposta.*
P04 – *7ª - A maior dificuldade é na aprendizagem de divisão de polinômios por polinômios e associar as diferenças entre divisão, multiplicação e adição (as regras).*
P05 – *7ª - Dificuldade de abstração, inerente a Álgebra. / 8ª - Dificuldade de abstração, inerente à Álgebra.*
P06 – *Na parte de frações algébrica, mas eu acho é que nós seres humanos não gostamos de dividir.*
P07 – *7ª - Eles já vêm com dificuldades, desde a 5ª série, mas o que eles me falam das dificuldades é em tabuada e algumas em contas de divisão.*
P08 – *8ª - Ver que as letras são valores incógnitos e não letras as quais devem ser atribuídas valores.*
P09 – *6ª / 7ª / 8ª - Falta de pré-requisitos*
P10 – *7ª - Não dominam a Aritmética básica*
P11 – *6ª / 7ª / 8ª - Aplicação de propriedades operatórias nos conjuntos numéricos e abstração dos conceitos.*
P12 – *7ª - Dificuldade de abstração.*
P13 – *6ª / 7ª / 8ª - Maior dificuldade seria considerar o oposto de cada número e a visualização da variável*
P14 – *7ª - O costume de trabalhar com Aritmética.*
– *8ª - O uso mecânico de regras, por exemplo, quando vêem uma equação de 2º grau, logo procuram calcular o discriminante.*
P15 – *8ª - A falta de base dos anos anteriores. Eles têm dificuldade até em tabuada.*
P16 – *6ª / 7ª – Todas*
P17 – *6ª / 7ª - Acredito que eles pertençam a uma faixa etária que não dá importância para os estudos e por isso, com o susto que levam, como citei anteriormente, acabam perdendo o pouco interesse que anteriormente ainda tinham.*
P18 – *7ª - a mistura com letras*
P19 – *6ª - Sinal (regras)*
– *7ª - polinômios e produtos notáveis.*
– *8ª - equação do 2º grau, função.*
P20 – *7ª - Consideram os temas de Álgebra abstratos, e ficam muitos preocupados em "decorar" e não "compreender".*
– *8ª - Devido à preocupação em decorar, alguns alunos apresentam dificuldades no conteúdo desta série por serem uma continuação da 7ª série.*
P21 – *6ª / 7ª / 8ª - na compreensão dos resultados*
P22 – *6ª / 7ª / 8ª - a interpretação*
P23 – *8ª - O aluno precisa de um modelo para poder resolver outros exercícios.*
P24 – *7ª - Aplicar através de experiências matemáticas*
P25 – *8ª - Falta de interesse.*
P26 – *8ª - Desenvolver o raciocínio matemático, principalmente quando deparado com situações-problema.*
P27 – *6ª / 7ª - Percebo em alguns casos uma falta de maturidade e de abstração para*

compreender certo conteúdo

P28 – *7ª – NR*

P29 – *6ª - É difícil para alguns escrever algebricamente todas as etapas da resolução de uma equação, que muitas vezes calculam mentalmente.*

P30 – *6ª / 7ª / 8ª - Eles não sabem para que servem as incógnitas*

P31 – *8ª - falta de percepção matemática*

P32 – *6ª - Entender as aplicações e regras de sinais.*

– *8ª - Entender a aplicação do radical*

P33 – *6ª - O significado das variáveis.*

– *7ª - Operações algébricas e significado.*

– *8ª - Resolver equações e aplicar em problemas*

P34 – *6ª / 7ª / 8ª – percepção*

P35 – *6ª - No momento, em relação a serie ministrada, por ter começado pouco tempo com este tema, não tive menor fracasso.*

P36 – *6ª - regra de sinais e operação inversa.*

P37 – *6ª - Resolução simplesmente da equação do 1º grau fora de um contexto.*

– *7ª - Operar com polinômios apenas (abstrato, para que serve? Perguntam eles.).*

– *8ª - Resolvem a equação do 2º grau mecanicamente, falta contextualização.*

P38 – *7ª - Muitos já estão acostumados há alguns anos a reduzir a matemática a regras com um olhar mecanicista e não voltado ao pensar*

P39 – *6ª - Regra de Sinais.*

– *8ª - Equação do 2º grau*

P40 – *6ª - Nesta série ocorre, na maioria dos casos, o primeiro contato dos alunos com a Álgebra, as expressões algébricas, "as letras". Então, a aceitação dessa novidade é bastante lenta. Outro fator que pode dificultar bastante é o tratamento extremamente abstrato que pode ser dado a essa parte dos conteúdos.*

P41 – *6ª - Justamente a passagem da Aritmética para a Álgebra, onde os alunos têm muita dificuldade em iniciar os trabalhos com letras. Essa substituição, se não for bem trabalhada, irá criar um obstáculo didático muito difícil de sanar futuramente*

– *7ª - Levando em conta que o aluno não assimilou conteúdo da série anterior, acredito que ele levará esse obstáculo do calculo com letras, até que um professor tenha o "bom senso" de tentar recuperar esse aluno (o que sabemos que é muito difícil).*

– *8ª - Idem à questão anterior. Acredito que os alunos não têm maturidade suficiente para entender que é a progressão continuada, há muita confusão também entre os professores, 8ª - e estes passam alunos pra frente sem o mínimo e condição, e sem a devida recuperação.*

P42 – *6ª / 7ª / 8ª - Acredito que em todas as séries ocorre certo desinteresse dos alunos*

P43 – *6ª / 7ª / 8ª - Pela falta de incentivo e apoio da família, muitas vezes, o aluno não percebe a importância do estudo e tem postura inadequada diante do estudo.*

P44 – *8ª - na resolução de exercícios envolvendo as operações com monômios*

P45 – *6ª - A maturidade deles, a aceitação da Álgebra como linguagem matemática que envolve leitura e escrita.*

P46 – *6ª - Visualização do abstrato.*

– *7ª - Defasagem de conceitos (alguns)*

P47 – *6ª - Regra de sinais e problemas relativos a equações.*

– *7ª - Cálculos com polinômios.*

– *8ª - Não lembro exatamente, pois a fórmula de Bháskara, devido a seu método que acaba sendo mecânico, passa a ser considerada "fácil".*

P48 – *6ª - A falta de "estrutura", uma pré-aprendizagem dos vários conteúdos matemáticos.*

P49 – *6ª - Eles se esquecem facilmente das coisas, então tem dificuldades em cálculos.*

P50 – *6ª - Na verdade, eu não sei se a dificuldade foi minha ou se foi deles, a respeito do que escrevi na questão a cima, pois demoraram muito para entender como resolver equações.*

Boas estratégias metodológicas utilizadas para ensinar Álgebra

Questão 7: Dentre as estratégias metodológicas que você utiliza para ensinar Álgebra, quais as que produzem melhores resultados? Explique sua resposta.

P01 – *Relacionar sempre com o viver diário do aluno*

P02 – *Mostrar, sempre que possível, a utilização da Álgebra para resolver ou interpretar situações do cotidiano.*

P03 – *Exploração gradativa do conhecimento, procurando descobrir o conhecimento adquirido pelo aluno até a série onde se encontra e a partir daí expor o que precisam aprender.*

P04 – *Jogos, pois os alunos gostam de competição.*

P05 – *Comparação. Faço comparações com a Aritmética.*

P06 – *Mostrando que eles já faziam Álgebra sem saber que era o termo desconhecido, que tudo tem nome, começo amarrando os monômios e vou avançando aos poucos, lendo livro paradidático etc.*

P07 – *Uso em diversas vezes a metodologia da interdisciplinaridade da matemática a com a pratica. Chego até a associar a matéria com outras disciplinas*

P08 – *Trabalho em grupo, onde são utilizados jogos com valores desconhecidos representados por letras que deverão ser determinados.*

P09 – *Na escola, só uso método tradicional*

P10 – *Construção de formulas da área, através de dobraduras*

P11 – *Aplicação em Geometria: generalização de "fórmulas" para cálculo de áreas e perímetros.Pela comparação dos cálculos de áreas e perímetros efetuados com números, a aluno visualiza a aplicação de expressões algébricas para a generalização dessas fórmulas. Aplicação em generalizações: sentenças que podem ser transformadas em expressões algébricas, como por exemplo, as formas de números pares e ímpares, permitem que o aluno perceba ainda mais a importância das expressões algébricas.*

P12 – *Utilizando recursos da informática, pois atraem a atenção por mais tempo.*

P13 – *NR*

P14 – *Os alunos resolvem exercícios no quadro, muitos trabalhos em grupos, muitos pequenos testes. Os elogios do professor nos pequenos testes motivam muitos os alunos.*

P15 – *Quando utilizo a sala de informática. As aulas ficam mais lúdicas, e os alunos conseguem enxergar gráficos e suas funções.*

P16 – *NR*

P17 – *A comparação a meu ver ainda é a que dá mais resultados, por exemplo, trocar as letras "x", "y" etc. por "bananas" "laranjas" etc. e ainda trabalhar mostrando geometricamente (comparando) como essas letras aparecem e por que.*

P18 – *Eu digo que b, por exemplo, é banana e* ***a****, abacaxi.*

P19 – *NR*

P20 – *Justificar uma expressão ou uma situação-problema utilizando uma propriedade numérica.*

P21 – *Ainda não tenho nenhuma estratégia para ensinar a Álgebra; mas percebo que os alunos gostam de jogos matemáticos.*

P22 – *Mostrar não somente o método algébrico, mas também o aritmético.*

P23 – *Utilizando recursos de informática os alunos se sentem mais atraídos e prestam mais atenção e conseguem assimilar o conteúdo.*

P24 – *Quando faço associação de nomeação a termos*

P25 – *Aquela que relaciona com outras matérias*

P26 – *NR*

P27 – *A insistência em trabalhar com exemplos e exercícios até perceber que a maioria se apropriou do conhecimento. Acredito ainda que um pouco de treino (com exercícios) se* *faz eficaz na retenção da informação. (Behavior)*

P28 – *Situações problemas, que permite dar significado à linguagem e às idéias matemáticas, como reconhecer funções algébricas, generalizar e demonstrar propriedades e fórmulas, estabelecer relações entre grandezas.*

P29 – *Desenhos, atividades em grupos, quebra-cabeças, dinâmicas diferentes usando diversos tipos de exercícios.*

P30 – *Trocar letras por quadradinhos e os fazer adivinharem seus valores!!*

P31 – *NR*

P32 – *Situações práticas, que saindo do livro, na qual o aluno constrói um resultado.*

P33 – *Percepções de padrões, através da observação, conduzindo-os à generalização através da Álgebra.*

P34 – *Propostas do seu dia-a-dia*

P35 – *Material Cuisenaire, porque dá uma visualização melhor do conteúdo*

P36 – *A história da balança.*

P37 – *Quando apresentamos questões relacionadas com o cotidiano, ou seja, questões embutidas de significados.*

P38 – *Jogos matemáticos, experiências matemáticas e valorizar a História da Matemática na conceituação.*

P39 – *Jogos matemáticos*

P40 – *As estratégias que envolvem atividades de manipulação, pois se dá um caráter mais concreto a algo que é, para os alunos, abstrato demais.*

P41 – *Bom... Você deve ter entendido que gosto muito do termo "princípio da equivalência". Essa estratégia eu utilizo bastante, por meio de registros figurais como o da balança, por exemplo, e tenho tido resultados favoráveis nessa difícil tarefa da passagem da Aritmética para a Álgebra.*

P42 – *Acredito que os materiais manipulativos, jogos e até mesmo atividades que despertem os alunos para uma visão do mundo em que vivem. Exemplos: Uma janela com medidas x e x quaisquer etc.*

P43 – *Fazer com que o aluno fale sobre Álgebra, o que está pensando, como acha que deve ser feito etc.*

P44 – *Sempre que utilizo um material diversificado, um jogo, o computador, algo que seja menos abstrato.*

P45 – *Resolução de problemas que desenvolve habilidade na leitura e escrita*

P46 – *Os jogos matemáticos*

P47 – *Não lembro de alguma que se destaque*

P48 – *Procuro diversificar as aulas, para que não torne aulas cansativas e tediosas, buscando sempre incluir a Álgebra no cotidiano e realidade dos alunos.*

P49 – *Como já falei, os jogos e materiais concretos são melhores.*

P50 – *No caso de resolução de equações, acho que a idéia de equilíbrio (balança de dois pratos) é a melhor, pelo menos para a introdução do conceito.*

Atividades de livros consideradas bastante interessantes pelos professores

Questão 8: Destaque uma atividade que você considera bastante interessante de um livro que você utiliza.

P01 – *8ª – A Álgebra de Boole*

P02 – *6ª – Atividade do livro Educação Matemática – 6ª série – p. 56 ex. 3 – Esta atividade possibilita contextualizar situações que envolvem frações, permitindo que aluno faça divisões em partes iguais e as represente. Facilita a compreensão de frações equivalentes bem como entender divisões de frações.*

P03 – *7ª – Abordagem dos produtos notáveis. (Aplicações de produtos notáveis por meio de figuras).*

– *8ª – Abordagem sobre equações do 2º grau. (Aplicações através de problemas)*

P04 – *7ª – Equações: adivinhações, a linguagem da Álgebra "experiências matemáticas".*

P05 – *7ª / 8ª – NR.*

P06 – *Experiências matemáticas p. 229 A Álgebra empresta sua linguagem*

P07 – *7ª – Acertando a tabuada em dinâmica de grupo*

P08 – *8ª – NR*

P09 – *6ª – Operações com números racionais.*

– *7ª – Operações com polinômios.*

– *8ª – Resolução de equações completas e incompletas de 2º Grau com uma variável*

P10 – *7ª – Cálculos algébricos a partir da idéia de área e perímetro de figuras*

P11 – *6ª – Desafios que envolvam os conceitos de equação, porém sem que esses conceitos tenham sido trabalhados.*

– *7ª – a demonstração dos produtos notáveis pela geometria.*

– *8ª – Análise de gráficos do cotidiano*

P12 – *7ª – Produtos Notáveis com a utilização de áreas de polígonos. Fica mais "palpável" a visualização.*

P13 – *6ª / 7ª / 8ª – A atividade que considero com grande importância seria aquelas que trabalham com o concreto, assim para depois trabalhar com os conceitos.*

P14 – *7ª / 8ª – tópicos de história da matemática, curiosidades, retirados de vários livros.*

P15 – *8ª – Os livros apresentam apenas exercícios do tipo "resolva", o que não faz o aluno se interessar em fazê-los, pois não os desafia.*

P16 – *6ª / 7ª – NR*

P17 – *6ª – O quadrado de lados 3x e o triângulo de lados x+3, 2x+3 e 4x-1, têm o mesmo perímetro. (a) Escreva a equação que corresponde a essa situação. (b) Quais são as medidas dos lados destes polígonos. (mostrar fazendo as respectivas substituições usando valores e unidade)*

P18 – *7ª – Adição, subtração. de polinômios*

P19 – *6ª / 7ª / 8ª – quando o livro mostra o uso da Álgebra no cotidiano*

P20 – *7ª – Iniciar o trabalho com os casos dos produtos notáveis a partir das conclusões que os próprios alunos fizeram observando cálculos numéricos.* $(2+3)^2 = (2+3).(2+3) \Rightarrow 4+6+6+9 \Rightarrow 4+2.6+9$. *Normalmente, dois ou três exemplos são os suficientes. Depois, propor um caso com variáveis.* $(a+b)^2 = (a+b).(a+b) \rightarrow a^2+ab+ab+b^2 \rightarrow a^2+2.ab+b^2$. *Além dos alunos compreenderem, fica comprovada a veracidade das fórmulas de resolução.*

– *8ª – 1º) Interpretação geométrica da fatoração de uma equação de segundo grau. 2º) Fatoração algébrica de uma equação do segundo grau. Depois de explicar a interpretação geométrica parece que a algébrica é mais bem assimilada pelo aluno (Dante, 8ª série, p.54).*

P21 – *6ª / 7ª / 8ª – NR*

P22 – *6ª / 7ª / 8ª – trabalhar com jogos, materiais concretos.*

P23 – *8ª – A atividade das balanças de pratos para a resolução das equações de 1º grau*
P24 – *7ª – NR*
P25 – *8ª – Demonstração dos teoremas, ex: Pitágoras;*
P26 – *8ª – Não utilizo livros, só apostilas.*
P27 – *7ª – A forma de introduzir equações utilizando uma balança de dois pratos.*
P28 – *7ª – Atividades para que o aluno possa investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas, e identificar suas estruturas, construindo a linguagem algébrica para descrevê-la simbolicamente. Esse trabalho favorece a que o aluno construa a idéia de Álgebra como uma linguagem para expressar regularidades. (PCN, 5ª a 8ª série, matemática, p.117). Nessa situação, o professor pode encaminhar uma atividade para que os alunos encontrem a expressão n2- n que determina o número de quadradinhos brancos da n-ésima figura (ao retirar-se n quadradinhos pretos do total n2 de quadradinhos).*
P29 – *6ª - Quebra-cabeças, desafios*
P30 – *NR*
P31 – *8ª – uso do material concreto para equação do 2º grau – Al-khowarizmi*
P32 – *6ª / 7ª – não gosto do livro que trabalho, assim não as vejo neste.*
P33 – *6ª – fazer e desfazer expressões.*
– *7ª – trabalho com áreas e perímetros.*
– *8ª – Não me recordo agora, mas tem algumas atividades com cálculo de área para trabalhar equação de 2º grau que são interessantes.*
P34 – *6ª / 7ª / 8ª – NR*
P35 – *"Polinômios" classificação quanto ao seu "grau"*
P36 – *NR*
P37 – *6ª – Equações do 1º grau: atividades que envolvem balança de equilíbrio.*
– *7ª – Polinômios: operações envolvendo composição e decomposição de áreas.*
– *8ª – Equação do 2º grau: problemas que envolvem áreas*
P38 – *7ª – O traçado do segmento áureo com régua e compasso*
P39 – *6ª / 8ª – situações da matemática aplicadas no dia-a-dia*
P40 – *NR*
P41 – *6ª – acho que a resposta está aberta, sem estar relacionada ao conteúdo "Álgebra", porém a atividade que eu acho bastante interessante é a que aborda o princípio da equivalência nessa série, atividades com balanças.*
– *7ª – uma atividade interessante é de dobraduras com triângulos, onde podemos dobrar os lados de um triângulo ao meio, marcando o seu ponto médio e em seguida ligar esse ponto ao ângulo que está na frente desse ponto, e repetir essa atividade nos três lados do triângulo, e com isso, encontraremos um ponto em comum que é o baricentro.*
– *8ª – Uma atividade interessante é a soma dos ângulos internos de um triângulo, em que devemos também recortar um triângulo qualquer, marcar seus vértices e recortá-los, unindo-os em seguida, mostrando aos alunos que, ao promover essa união, o resultado irá ser uma meia circunferência, que "quase" todos entendem que tem por medida 180º. Fazendo uma ligação ao triângulo, podemos demonstrar isso a eles.*
P42 – *6ª / 7ª / 8ª – A idéia de balança para ensinar equação e inequação pode ser interessante se bem trabalhada. Esta idéia está na apostila do "Objetivo"*
P43 – *7ª / 8ª – Desafios que envolvem conteúdo trabalhado indo um pouco além, fazendo com que os alunos pensem a respeito.*
P44 – *8ª – Caracol de equações. É uma trilha que contém casas com estrela e lua, todas as vezes que o marcador cair em uma das duas casas ele deverá resolver uma equação, acertando ele anda uma casa para frente e errando, ele deverá voltar duas casas. Ganha o jogo quem percorrer toda trilha, chegando primeiro ao final em primeiro lugar. O aluno aprende brincando. .*
P45 – *Representação Geométrica do Quadrado da soma*
P46 – *6ª / 7ª – Jogo*

P47 – *6ª / 7ª / 8ª – Não lembro de alguma de livros que utilizo, mas havia uma atividade que simulava uma máquina onde o aluno deveria dar "instruções". Essas instruções seriam os passos para resolver uma equação ou montar uma expressão algébrica.*

P48 – *6ª – Usar áreas de quadriláteros, garantindo que o aluno compreenda a natureza multiplicativa dos cálculos. Para isso, podem se colocar questões do tipo: quantos quadradinhos de 1 cm de lado cabem em um quadrado que tem medida de 5 cm? (material dourado)*

P49 – *7ª – A atividade que fala sobre contas correntes, pois trabalha com aquilo que o aluno já conhece.*

P50 – *8ª – Para resolver problemas utilizando equações é importante saber representar expressões que contêm letras. Veja os exemplos: Considerando agora a letra **n** para indicar um número, represente as expressões em seu caderno: a) O dobro desse número. b) O triplo desse número c) O quádruplo desse número. d) A metade desse número.*

Conhecimentos algébricos e sua contribuição para a formação de seus alunos

Questão 9: Em sua opinião, em que os conhecimentos algébricos contribuem para a formação de seus alunos?

P01 – *Equações e funções*

P02 – *Possibilita que os mesmos adquiram habilidades para abstrair conceitos.*

P03 – *Desenvolvimento do raciocínio lógico, habilidade em resolução de equações elementares importantes para os desafios do ensino médio.*

P04 – *Contribui em todos os sentidos na aprendizagem, pois é um conhecimento necessário para a vida escolar.*

P05 – *Contribuem na capacidade de criar, de investigar e de se tornar mais inteligente.*

P06 – *Eles deixam de fazer generalização popularmente à própria Álgebra e passam a interpretar relações de sentenças algébricas, dando sentido à sua aprendizagem.*

P07 – *Contribui para a vida deles. Sempre tento passar a eles que a Matemática em geral, a Álgebra, além de fazer parte de sua educação estudantil, profissional, será sempre presente em suas vidas até em exercícios de cidadania.*

P08 – *O conhecimento algébrico fornece ao aluno ferramentas com os quais ele pode elaborar conceitos práticos na vida profissional, a Álgebra pode simular situações que podem equacionar a resolução dos mais diversos problemas do dia-a-dia, em todas as áreas do conhecimento.*

P09 – *NR*

P10 – *Para o seu desenvolvimento cognitivo e para que possa estabelecer relações entre a Álgebra e os outros campos da Matemática*

P11 – *Generalizações, matematização de situações-problema, formação e abstração de conceitos geométricos.*

P12 – *Para promover a construção do raciocínio lógico matemático para aprimorar a resolução dos exercícios de geometria.*

P13 – *Como disse antes, acredito que nós, professores, não podemos muitas vezes classificar a importância dos conteúdos para nossos alunos. Defendo este ponto de vista porque encontramos dentro de uma sala muitas características diferentes, e não sabemos o que será importante para cada um no futuro.*

P14 – *A contribuição maior pode aparecer a longo prazo, mas por hora desenvolvem, sobretudo muita disciplina. Um pequeno deslize numa operação algébrica costuma ser fatal.*

P15 – *As aulas de informática trazem bons resultados. A falta de tempo de preparar as aulas e o pouco tempo de aula são alguns problemas que temos de enfrentar.*

P16 – *NR*

P17 – *Ao raciocínio próprio*

P18 – *Algo que eles levarão por toda a vida*

P19 – *Em todos os sentidos, pois a Álgebra está no cotidiano de todos.*

P20 – *A Álgebra, por tratar de variáveis e incógnitas consegue generalizar a Aritmética, desenvolvendo uma percepção e um raciocínio no aluno para perceber regularidades. Além de auxiliar principalmente no ensino médio nas conhecidas "fórmulas" e resoluções de problemas de outras disciplinas.*

P21 – *A Álgebra ajuda no desenvolvimento do raciocínio lógico, levando o aluno a buscar novos desafios em resoluções mais complexas.*

P22 – *Raciocínio lógico e pensamento crítico*

P23 – *Para resolução de problemas.*

P24 – *Contribui para a resolução de expressões, raciocínio lógico e dedutivo.*

P25 – *O aluno consegue relacionar com outras matérias de exatas.*

P26 – *Levam os alunos a mudança de hipóteses, apresentando situações que fornecem a reflexão. Das situações acadêmicas, provavelmente a mais produtiva é a que envolve a*

Álgebra, principalmente quando relaciona com situações do dia-a-dia.

P27 – *Produz um pensamento lógico e abstrato. É possível fazer demonstrações (simples) que enfatizam o poder da prova.*

P28 – *Contribui para a constituição de um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas.*

P29 – *Como disse anteriormente, acredito que de alguma forma eles influenciam nas elaborações mentais, organizam raciocínios. Certamente isso os ajudará em áreas diversas.*

P30 – *Toda parte de abstração de pensamento!*

P31 – *Resolução de problemas, "descobrir coisas", encontrar o valor da incógnita, formação de conceitos matemáticos.*

P32 – *Entender as operações matemáticas*

P33 – *Acredito que a Álgebra seja uma ferramenta para o aluno resolver problemas*

P34 – *O conhecimento algébrico contribui para a formação do educando, quando ele se torna um aluno protagonista.*

P35 – *Tendo o conteúdo bem aplicado, dará uma visão melhor para o prosseguimento do estudo em séries posteriores.*

P36 – *Acredito que a Álgebra é a base fundamental do aluno.*

P37 – *Desenvolve abstração e facilita a resolução de determinados problemas*

P38 – *É considerável a melhora na capacidade de resolver problemas - que sejam de natureza cotidiana ou não - além de enriquecer culturalmente o ser humano.*

P39 – *Para aplicá-los no dia-a-dia*

P40 – *Por exemplo, a utilização de tais conhecimentos para resolver quase todos os tipos de problemas.*

P41 – *A contribuição é muito grande, pois muitos professores trabalham somente nesse quadro e não mudam (não temos muitas opções de mudanças de quadro), então dessa forma, aprender Álgebra só vai ajudar esse aluno.*

P42 – *Acredito que o estudo de Álgebra contribui para uma visão mais ampla sobre determinado assunto, o aluno consegue analisar dados, amarrar informações e desenvolver equações, inequações, frações algébricas, enfim, consegue ter visão além de uma simples informação.*

P43 – *A Álgebra bem trabalhada desenvolve o raciocínio lógico, cria o hábito da pesquisa e reflexão, exige organização e torna a matemática menos "complicada" do que, de início, parece ser.*

P44 – *Além de precisar para sua vida escolar, acredito que a Álgebra desenvolve o raciocínio do meu aluno e dependendo, o curso superior que fará, ele poderá vir a utilizar a Álgebra.*

P45 – *Na resolução de problemas nas séries posteriores.*

P46 – *NR*

P47 – *Se for apenas o trabalho mecânico com equações e expressões, não há muita contribuição. Talvez o melhor seja partir de suas conjecturas para compreender o cálculo algébrico. Nesse caso não só resolveriam problemas que dependessem da Álgebra, mas teriam o raciocínio.*

P48 – *O aluno ao passar pelo Ensino Fundamental busca uma boa formação, a Álgebra contribui bastante para essa formação. Sem o estudo dela, o aluno pula uma etapa, onde pode ser prejudicado futuramente tanto em sua formação quanto aos seus conhecimentos.*

P49 – *Desenvolve o raciocínio lógico e dedutivo. O aluno é capaz de analisar situações e resolvê-las.*

P50 – *O raciocínio algébrico ajuda o aluno a fazer generalizações, ou seja, seu conhecimento não fica limitado a meros exemplos, mas desse modo pode concluir algo "que dá certo para todos".*

Anexo 1

Conteúdos referentes à Álgebra - de 6ª a 8ª séries

Guias Curriculares

RELAÇÕES E FUNÇÕES

OBJETIVOS:

- Adquirir conhecimentos elementares sobre o conceito de relação e em particular de função.
- Adquirir habilidades na construção e leitura de gráficos e diagramas.
- Obter conhecimentos que preparem para futuros estudos de função.
- Reconhecer número natural como o ente matemático comum a conjuntos eqüipotentes (finitos).

CONTEÚDO	**OBJETIVOS**	**OBSERVAÇÕES**
1. PAR ORDENADO; PRODUTO CARTESIANO	· Distinguir par ordenando de conjunto binário. · Empregar corretamente a notação de par ordenado. 1. $(a,b) = (c,d) \Leftrightarrow a=c \wedge b=d$ 2. $(a,b) \neq (b,a)$ se $a \neq b$ · Construir o produto cartesiano de dois conjuntos dados. · Representar o produto cartesiano por meio de gráficos e diagramas. · Relacionar o número de elementos de A x B com o número de elementos de A e o número de elementos de B.	O assunto desta unidade é enriquecido com a exploração sistemática de situações concretas, assim como dos diagramas por meio de flechas.
2. RELAÇÃO.	· Identificar uma relação de um conjunto X em um conjunto Y como um subconjunto de X x Y. · Identificar uma relação através de uma sentença aberta em duas variáveis. · Construir e interpretar gráficos e diagramas das relações. · Reconhecer as propriedades de uma relação em um conjunto X(reflexiva, simétrica e transitiva), seja através da análise dos pares ordenados que pertencem à relação, seja através do diagrama ou do gráfico da mesma.	
3. RELAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA.	· Reconhecer uma relação de equivalência, seja através da análise dos pares que pertencem à relação, seja através do gráfico ou do diagrama da mesma. · Determinar a partição que uma dada relação de equivalência estabeleça em um conjunto.	Examinar o paralelismo de retas. Destacar o papel da relação de equivalência como a de classificadora de elementos de um conjunto.

4. FUNÇÃO, EQUIPOTÊNCIA.	· Reconhecer, através da análise de seu diagrama, se uma relação de X em Y é: - uma função; - uma função bijetora. · Reconhecer conjuntos eqüipotentes. · Associar cada número natural a uma classe de conjuntos eqüipotentes (finitos).	Destacar a diferença entre conjuntos eqüipotentes e conjuntos iguais.

6ª SÉRIE

RELAÇÕES DE N E EM Z

OBJETIVOS:
- Distinguir uma relação de ordem de uma relação de equivalência pela análise de suas propriedades.
- Verificar e aplicar o fato de que um número natural maior que um pode ser escrito de uma única maneira como produto de fatores primos.

CONTEÚDO	**OBJETIVOS**	**OBSERVAÇÕES**
1. PROPRIEDADE ANTISSIMÉTRICA DE UMA RELAÇÃO EM UM CONJUNTO	· Reconhecer se uma relação em um conjunto possui a propriedade antissimétrica, examinando os pares que pertencem à relação ou examinando o diagrama dessa relação. · Distinguir antissimétrica de não simétrica.	Examinar vários exemplos, para mostrar que antissimétrica não é negação de simétrica.
2. RELAÇÃO DE ORDEM	· Verificar se uma relação em um conjunto é ou não de ordem.	Destacar que a relação de igualdade em um conjunto é uma relação de ordem e também de equivalência.
	· Verificar que a relação $a \leq b$ definida em N é uma relação de ordem. · Verificar que a relação $a \leq b$ em Z é uma relação de ordem.	Definições aconselháveis de relação de ordem em N, $a \leq b$, se, e somente se, existir $c \in N$ tal que $a + c = b$. Em Z, $a \leq b$, se, e somente se, existe $c \in Z$ + tal que $a + c = b$.
3.RELAÇÃO “É MÚLTIPLO DE “.	· Reconhecer se um número é ou não um múltiplo de outro, em N (em Z). · Determinar o conjunto dos múltiplos de um número em N (em Z). · Reconhecer que a relação “é múltiplo de” é uma relação de ordem em N, porém não é uma relação de ordem em Z. · Determinar o m.m.c. de dois ou mais números por meio da intersecção dos conjuntos dos múltiplos de cada um dos números dados.	Para determinar o conjunto dos divisores de um número, pode ser apresentado a título de motivação o seguinte jogo: construir a partir de n regiões quadrangulares de mesma medida (de cartolina, p. ex.) todas as regiões retangulares possíveis, empregando em cada vez todas as n peças. Os lados dos retângulos fornecem os divisores de n. P. ex.: se n=24, é possível construir os retângulos de medidas 1x24, 2x12, 3x8, 4x6.
4. RELAÇÃO “ É DIVISOR DE “.	· Reconhecer se um número é ou não divisor de outro em N (em Z). · Reconhecer um número natural primo	Desta forma $D_{24} = \{1,2,3,4,6,8,12,24\}$

como aquele que tem dois e somente dois divisores.

- Reconhecer números primos entre si.
- Reconhecer números primos entre si por 2, 3, 5, 9, 10, sem efetuar a divisão, e saber que, se a e b são divisores de c e a e b são primos entre si, então a x b é divisor de c.
- Determinar a fatoração completa de um número.
- Determinar o conjunto dos divisores de um número.
- Determinar o m.d.c. de dois ou mais números por meio de intersecção dos conjuntos dos divisores de cada um dos números dados.
- Reconhecer que a relação “é um divisor de” é uma relação de ordem em N, porem não é uma relação de ordem em Z.
- Comparar a relação “é múltiplo de” com “é divisor de”.
- Determinar o m.d.c e o m.m.c de dois ou mais números dados por meio de fatoração completa dos números dados.

Esta definição exclui o número 1 do conjunto dos números primos. Isto é conveniente, pois, se considerarmos o número 1 como primo, não vale a unicidade da de composição em fatores primos de um número (Teorema Fundamental da Aritmética).

Construir com os alunos dois quadros, um com os múltiplos dos números de 0 a 10 e outro com os divisores dos números de 0 a 10.

Através da observação dos dois quadros, tirar uma série de conclusões. P. ex>: todo número, com exceção do zero, possui um conjunto <u>infinito</u> de múltiplos; todo número, com exceção do zero, possui um conjunto <u>finito</u> de divisores, etc.

8 ª SÉRIE

FUNÇÕES NUMÉRICAS

OBJETIVOS

- Obter conhecimentos relacionados com o conceito da função que permitem um posterior estudo mais sistemático, do mesmo.
- Desenvolver a prática em traçar e interpretar gráficos cartesianos de funções.
- Adquirir conhecimentos que preparem o estudo da reta em Geometria Analítica.

CONTEÚDO	OBJETIVOS	OBSERVAÇÔES
1. NOÇÃO DE FUNÇÃO NUMÉRICA REPRESENTAÇÃO DE ZxZ, Q x Q e R x R	· Determinar o domínio, contradomínio e conjunto imagem de uma função numérica elementar.	Habituar o aluno a interpretar gráficos, procurando reconhecer por simples inspeção do mesmo, se representa uma função e quais as características da mesma.
	· Saber o que é gráfico de uma função.	
	· Saber o significado das intersecções do gráfico de uma função com o eixo das abcissas.	Ao determinar o gráfico da função de 1° grau, ligar com o estudo de equações do 1° grau com duas variáveis.
	· Reconhecer se uma curva é o gráfico de uma função.	
2. FUNÇÃO POLINOMIAL DO GRAU ZERO. GRÁFICO.	· Associar a uma reta paralela ao eixo das abscissas uma função polinomial do grau zero e vice-versa.	
3. FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1° GRAU. GRÁFICO.	· Associar a uma reta não paralela aos eixos coordenados uma função polinomial do 1° grau e vice-versa.	Se possível, dar a noção de declividade.
	· Associar a abscissa do ponto no qual o gráfico de uma função polinomial do 1° grau intercepta o eixo das abscissas com o valor da variável para a qual a função se anula.	Mostrar que a função fica determinada pelo conhecimento do seu gráfico.
	· Determinar o gráfico de uma função polinomial do 1° grau por meio de dois de seus pontos.	

6ª SÉRIE

NUMEROS RACIONAIS ABSOLUTOS: CONCEITO; OPERAÇÕES; PROPRIEDADES.

OBJETIVOS:

- Reconhecer a necessidade de uma segunda ampliação do campo numérico face à impossibilidade de resolução da equação ax=b com **a** e **b** naturais, no caso em que **b** não é múltiplo de **a** , **a** $\neq$ 0.
- Estabelecer a relação de inclusão: $N \subset Q_+$, se os seus elementos estiverem escritos sob forma fracionária.
- Estabelecer uma relação de ordem Q_+.
- Adquirir maior prática nas operações em Q_+ com os seus elementos escritos sob forma decimal.
- Reconhecer que as propriedades estudadas em N são mantidas em Q_+ e que uma nova propriedade é verificada: a existência do elemento inverso multiplicativo de cada elemento de Q_+ diferente de zero.

CONTEÚDO	OBJETIVOS	OBSERVAÇÕES
1. FRAÇÃO; NÚMERO RACIONAL ABSOLUTO.	· Identificar $\frac{a}{b}$ como a:b com a, b $\in$ N e b$\neq$0.	
	· Reconhecer frações equivalentes como representações diferentes de um mesmo número racional.	Reconhecer frações equivalentes através da seguinte relação: “ $\frac{a}{b}$ é equivalente a $\frac{c}{d}$, se, e somente se, a x d = b x c” (verificar que é uma relação de equivalência). Destacar a diferença entre equivalência de frações e igualdade de números racionais.
	· Reconhecer que $N \in Q_+$	
	· Simplificar frações, aplicando a fatoração e a propriedade fundamental das frações equivalentes.	
	· Determinar a representante mais simples de uma classe de equivalência de frações (fração irredutível).	
	· Saber que reduzir frações ao mesmo denominador é determinar outras frações equivalentes às primeiras, porém de mesmo denominador.	

2. ORDEM EM Q_+.	· Comparar dois números racionais absolutos quaisquer.	Definir: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$ $\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad < bc$ $\frac{a}{b} > \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad > bc$
3. REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA.	· Determinar na reta numérica o ponto representante de um número racional absoluto qualquer.	Insistir na representação geométrica, pois isto é importante no estudo das equações e inequações (resolução gráfica).
4. ADIÇÃO E MULTIPLICAÇÃO DE NUMEROS RACIONAIS ABSOLUTOS SOB FORMA FRACIONÁRIA.	· Efetuar a adição de dois números racionais absolutos quaisquer. · Efetuar a multiplicação de dois números racionais absolutos quaisquer.	Definir: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$
5. PROPRIEDADES DA ADIÇÃO E MULTIPLICAÇÃO EM Q_+.	· Verificar, por meio de cálculos, que as propriedades estudadas para essas operações em N são mantidas em Q_+.	Como $N \subset Q_+$, é preciso saber adicionar em Q_+ de tal forma que os resultados já encontrados em N se conservem.
	· Saber que a multiplicação apresenta uma nova propriedade: a existência de elemento inverso multiplicativo se o número for diferente de zero.	Por exemplo: 6 +3 = 9 em N e $6 + 3 = \frac{18}{3} + \frac{6}{2} = \frac{36 + 18}{6} = \frac{54}{6} = 9en$
6. SUBTRAÇÃO E DIVISÃO.	· Identificar a subtração como operação inversa da adição. · Efetuar a subtração de dois elementos de Q_+, quando possível.	Definir: $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$
	· Saber que em Q_+ a subtração só está definida para pares de elementos. $(\frac{a}{b}, \frac{c}{d})$ para os quais $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$. Identificar a divisão como operação inversa da multiplicação. · Efetuar a divisão de dois números racionais absolutos quaisquer.	A mesma observação feita para a adição.

	· Saber que em Q_+ a divisão só está definida para os pares $(\frac{a}{b}, \frac{c}{d})$ par os quais $\frac{c}{d} \neq 0$.	
7. REPRESENTAÇÃO DECIMAL DOS NUMEROS RACIONAIS ABSOLUTOS	· Ler e operar com números racional absolutos escritos sob forma decimal.	

ESTRUTURAS DE Q.

OBJETIVOS:

- Reconhecer a necessidade de uma nova ampliação do campo numérico face à impossibilidade de resolução em Q_+ da equação do tipo a + x = b, sendo a, b $\in Q_+$ e a < b.
- Estabelecer as relações de inclusão $N \subset Q$, $Z \subset Q$, $Q_+ \subset Q$.
- Adquirir habilidades de cálculo em Q.
- Comparar elementos de Q.
- Reconhecer que as propriedades estudadas em Q_+ são mantidas em Q e que uma nova propriedade é verificada: a existência do elemento inverso aditivo de cada elemento em Q.

CONTEÚDO	**OBJETIVOS**	**OBSERVAÇÕES**
1.O CONJUNTO DOS NUMEROS RACIONAIS	· Identificar um número racional negativo com a diferença $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ sendo $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$	Para desenvolver esse assunto, estabelecer comparações freqüentes com os conhecimentos adquiridos no estudo de Z e Q_+.
2. VALOR ABSOLUTO; ORDEM EM Q.	· Aplicar a noção de valor absoluto já aprendida em Z.	
3. REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA	· Representar na reta numérica os números racionais negativos. · Comparar dois números racionais quaisquer.	
4. ADIÇÂO E MULTIPLICAÇAO EM Q.	· Através de cálculos, concluir que as propriedades verificadas em Q_+ são mantidas em Q. · Saber que em Q a adição tem a propriedade da existência de elemento inverso aditivo.	
5. SUBTAÇÃO E DIVISÃO	· Identificar a subtração como operação inversa da adição. · Efetuar a subtração de dois elementos quaisquer de Q. · Identificar a divisão como operação	

	inversa da multiplicação. · Efetuar a divisão de dois elementos quaisquer de Q, sendo o segundo diferente de zero.	
6. POTENCIAÇÃO	· Aplicar a propriedade $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$ sendo $\frac{a}{b}$ o quociente inteiro de dois números inteiros e n um número natural, para estender a noção de potencia para base racional e expoente em N. · Verificar que as propriedades para base natural se conservam para base racional. · Identificar o símbolo na com a $\in Q^*$ e n $\in$ Z, n< 0 como o número de Q igual a $\frac{1}{a^{-n}}$. · Verificar que as propriedades da potencias de expoente positivo se conservam para as de expoente negativo. · Aplicar as propriedades da potenciação na resolução de expressões algébricas simples.	Destacar o resultado, se o expoente for par.
7. RADICIAÇÃO.	· Identificar o símbolo $\sqrt{a}$, sendo a $\in Q_+$ como o número b $\in Q_+$ tal que $b^2 = a$.	
8. RAZÃO E PROPORÇÃO. GRANDEZAS PROPORCIONAIS.	· Reconhecer uma razão entre a e b (b≠0) como o quociente entre esses dois números racionais. · Saber o que é uma proporção. · Aplicar a propriedade fundamental das proporções para calcular o termo desconhecido de uma proporção. · Reconhecer grandezas direta ou inversamente proporcionais. · Aplicar os conhecimentos adquiridos para resolver problemas simples que envolvam grandeza proporcionais. ·	Relacionar proporção com igualdade de números racionais.

CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS (R)
7ª SÉRIE

NÚMEROS REAIS: CONCEITO: IGUALDADE: ORDEM.

OBJETIVOS:

- Associar aos números racionais as representações decimais infinitas e periódicas.
- Associar aos números irracionais as representações decimais infinitas e não periódicas.

CONTEÚDO	**OBJETIVOS**	**OBSERVAÇÕES**
1. NÚMEROS RACIONAIS E NÚMEROS IRRACIONAIS.	• Determinar a representação decimal infinita e periódica de qualquer número racional dado sob a fracionária e vice-versa. • Saber que há números (p. ex. √ 2) que não podem ser obtidos por meio do quociente de dois inteiros e, portanto, não existe uma representação decimal infinita e periódica que lhes é correspondente (números irracionais).	A forma fracionária correspondente a uma dízima periódica pode ser encontrada através da resolução de equações. Exemplos: 1) $x = 0,\overline{47}$ $100\ x = 47,\overline{47}$ $99\ x – 47 \rightarrow x – \frac{47}{99}$ 2) $x – 2,3\overline{56}$ $10\ x – 23,\overline{56}$ $1000\ x – 2356,\overline{56}$ $990\ x – 2333\ \ x - \frac{2333}{999}$
2. NÚMEROS REAIS, RETA NUMÉRICA, IGUALDADE E ORDEM EM R.	• Reconhecer um número real. • Aplicar o Teorema de Pitágoras para representar números reais na reta. • Estabelecer uma bijeção entre a reta e o conjunto R. • Relacionar a ordem de R com a ordem da reta numérica.	Destacar a completividade de R.

ESTRUTURA DE R

OBJETIVOS:

- Reconhecer no conjunto dos números reais a estrutura de corpo ordenado.
- Estabelecer a completividade de R e da reta real.
- Adquirir maior habilidade no cálculo com números reais, empregando as suas propriedades.

CONTEÚDO	**OBJETIVOS**	**OBSERVAÇÕES**
1. OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E MULTIPLICAÇÃO; PROPRIEDADES; ESTRUTURA DE CORPO.	• Adicionar e multiplicar dois números reais quaisquer. • Reconhecer a impossibilidade de realizar efetivamente o cálculo em operações como: 2 + √ 3 ; √ 5 + 2; 3 √ 10, etc.	

2. SUBTRAÇÃO E DIVISÃO. POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO.	• Reconhecer e aplicar as propriedades dessas operações em R. • Reconhecer a estrutura de corpo de R. • Subtrair e dividir dois números reais quaisquer. • Elevar qualquer número real a um expoente de Z. • Aplicar as propriedades da potenciação e dos números reais em cálculos com números reais. • Associar a radiciação com a potenciação, admitindo na radiciação de índice par apenas a existência da raiz positiva.	Chamar a atenção para a base no caso de o expoente não ser inteiro.
3. ORDEM, COMPLETIVIDADE.	• Reconhecer a existência de uma relação de ordem em R. • Reconhecer a completividade de R.	

CÁLCULO ALGÉBRICO

OBJETIVOS:

- Aplicar as propriedades estruturais do corpo dos números reais, em cálculo algébrico, sempre que isto for possível e necessário.
- Adquirir habilidades no cálculo algébrico.
- Relacionar a Álgebra com os outros campos de Matemática através de suas aplicações.

CONTEÚDO	**OBJETIVOS**	**OBSERVAÇÕES**
1. MONÔMIOS, EXPRESSÕES ALGÉBRICAS VALOR NUMÉRICO	• Reconhecer um monômio e uma expressão algébrica como uma representação de um número real à qual se pode, portanto, aplicar as mesmas propriedades estruturais de R. • Calcular, sempre que possível o valor numérico de uma expressão para valores dados às variáveis, entendendo que esta substituição conduz a um número real.	O trabalho e o tempo utilizados pelo professor e alunos, no desenvolvimento deste assunto, será reduzido, se o professor desenvolver o cálculo algébrico, baseando-se nas propriedades de R, sem perder tempo em definir para as expressões algébricas (que representam números reais) as operações habituais. Por exemplo: a)$3x + 2x – 7x = (3 + 2 – 7)x = – 2x$ pela propriedade distributiva: b) $(3x ^2y) = 3 – 3^3 . (x^2) ^3y^3 = 27x^6y^3$ pela distributiva da potenciação em relação à multiplicação, etc.
2. UTILIZAÇÃO DAS PROPRIEDADES ESTRUTURAIS DE R NO CÁLCULO ALGÉBRICO	• Calcular a soma, diferença, produto, potência, quociente (quando for possível) e raiz (quando possível), de expressões algébricas, aplicando as propriedades estruturais do conjunto dos números reais.	Uma definição conveniente de monômio e de expressão algébrica é a seguinte: a) considerar uma variável $x \in R$ e $1,x,x^2,x^3 . . . .,,x^n, . .$ com $n \in N$; b) definir monômio como o produto de um número real por uma dessas expressões (definir analogamente monômios em mais de uma

		variável); c) definir expressão algébrica como expressão obtida de um conjunto de monômios aos quais se aplicam as operações algébricas.
3. PRODUTOS ESPECIAIS. FATORAÇÃOI DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS	• Desenvolver um produto especial com rapidez e eficiência. • Escrever uma expressão dada sob forma de produto.	Estudar os produtos especiais usuais, através da fórmula: $(x + a) . (x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ na Fatoração, dar os exercícios após o estudo de todos os casos.

POLINÔMIOS EM UMA VARIÁVEL

OBJETIVOS:

- Estabelecer o conceito de polinômio em uma variável e reconhecer a estrutura de anel do conjunto dos polinômios sobre R.
- Adquirir habilidades no cálculo com polinômios.
- Obter conhecimentos que permitam o estudo posterior das funções polinomiais e das equações algébricas racionais.

CONTEÚDO	**OBJETIVOS**	**OBSERVAÇÕES**
1. POLINÔMIOS EM UMA VARIÁVEL GRAU. IDENTIDADE	• Reconhecer se uma expressão algébrica é ou não um polinômio em Z, Q ou R. • Determinar o grau de um polinômio. • Aplicar a igualdade de polinômios em exercícios simples.	O estudo dos polinômios será enriquecido, se definirmos polinômios como sendo toda expressão do tipo: $a_0 x^n + a1x^{n-1} . . . + a_{n-1} x + a_n$ onde $a_0, a_1, ..., a_n$ pertencem a Z, Q ou R
2. OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E MULTIPLICAÇÃO. PROPRIEDADES. ESTRUTURA DE ANEL. SUBTRAÇÃO E DIVISÃO. FATORAÇÃO.	• Adicionar e multiplicar dois polinômios quaisquer. • Relacionar o grau do polinômio soma com os graus dos polinômios parcelas • Relacionar o grau do polinômio produto com os graus dos polinômios fatores. • Reconhecer que Z e o conjunto dos polinômios sobre R têm as mesmas propriedades estruturais (estrutura de anel). • Subtrair dois polinômios quaisquer. • Dividir dois polinômios quaisquer (divisão euclidiana). • Relacionar o grau dos polinômios dividendo e divisor com os graus dos polinômios quociente e resto. • Fatorar um polinômio completamente.	E x é uma variável, destacando-se que o polinômio se diz um polinômio em Z, em Q, ou em R, de acordo com o conjunto numérico ao qual os a i pertencem. Neste caso, observar que a possibilidade da fatoração depende do conjunto no qual os coeficientes são tomados assim como a possibilidade de divisão se restringe ao caso em que os coeficientes pertencem a um corpo. Pode-se antes de trabalhar como o algoritmo da divisão, determinar o quociente e o resto, através da igualdade de polinômios.
3. APLICAÇÃO AO ESTUDO DAS EXPRESSÕES ALGÉBRICAS	• Saber que os valores que anulam o denominador de uma expressão algébrica racional não pertencem ao seu conjunto universo.	

RACIONAIS	• Determinar esses valores. • Adicionar, subtrair, multiplicar e dividir duas expressões algébricas racionais. • Reconhecer que o conjunto Q e o conjunto das expressões algébricas racionais possuem as mesmas propriedades estruturais (estrutura de corpo).

8ª SÉRIE

NÚMEROS REAIS SOB A FORMA DE RADICAIS

OBJETIVOS:

- Adquirir habilidades no cálculo com números reais, sob forma de radicais.
- Adquirir prática nos casos mais simples de racionalização.
- Calcular a raiz quadrada de um número.

CONTEÚDO	OBJETIVOS	OBSERVAÇÕES
1. RAIZ N-ÉZIMA DE UM Nº REAL., Nºs REAIS SOB FORMA DE RADICAIS	• Saber o que é raiz n-ésima de um número real positivo. • Identificar uma potência de expoente fracionário com um radical	Definir a raiz n-ésima de um número real positivo por meio de $\sqrt[n]{a} = b \leftrightarrow b^n = a$, sendo $a \in R_+$, $b \in R_+$ e $n \in N$.
POTÊNCIA DE EXPOENTE FRACIONÁRIO, POTENCIAÇÃO EM R,	• Aplicar as propriedades da potenciação, a fim de poder comparar, simplificar e operar com os números reais, escritos sob forma de radical.	Definir a raiz n-ésima de um número real qualquer, apenas se n for ímpar.
2. OPERAÇÕES COM OS NÚMEROS REAIS ESCRITOS SOB FORMA DE RADICAL		Provar a propriedade $\sqrt[n]{a} = b \leftrightarrow \sqrt[np]{a^p} = b$, Empregando esta propriedade, justificar a definição:
3. RACIONALIZAÇÃO DE DENOMINADOR	• Aplicar os produtos notáveis para racionalizar os denominadores.	$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$ se $a \in R_+$
4. RAIZ QUADRADA	• Extrair a raiz quadrada por fatoração e simplificação de radicais.	Admitir as propriedades da potenciação em R e transformar os radicais em potências de expoente fracionário.

6ª SÉRIE

EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES DE 1° GRAU COM UMA VARIÁVEL (EM Q).

OBJETIVOS:
- Compreender o significado de uma equação e de uma inequação.
- Reconhecer a relação entre conjunto universo e conjunto verdade de uma equação ou inequação.
- Aplicar no processo de resolução de uma equação (inequação) as propriedades da igualdade (desigualdade).
- Adquirir técnicas de cálculo que permitam resolver equações e inequações do 1° grau com uma variável.

CONTEÚDO	OBJETIVOS	OBSERVAÇÔES
1. SENTENÇAS MATEMÁTICAS 1.1. Sentenças abertas	• Reconhecer sentenças matemáticas verdadeiras, falsas e abertas. • Identificar uma equação como uma sentença aberta expressa por uma igualdade. • Identificar uma inequação como uma sentença aberta expressa por uma desigualdade. • Reconhecer numa equação e numa inequação: - membros; - termos; - coeficientes dos termos; - termos semelhantes; - grau.	Destacar o papel da variável.
2. RESOLUÇÃO DE UMA EQUAÇÃO DO 1° GRAU COM UMA VARIÁVEL 3. RESOLUÇÃO DE INEQUAÇÕES DO 1° GRAU COM UMA VARIÁVEL	• Aplicar as propriedades da igualdade para resolver uma equação. • Interpretar o resultado obtido em face do conjunto universo dado (equações possíveis, impossíveis e identidades). • Aplicar as propriedades da desigualdades para resolver uma inequação. • Interpretar o resultado em face do conjunto universo dado. • Dar o gráfico do conjunto verdade de uma inequação do 1° grau com uma variável.	Habituar o aluno a conferir o resultado encontrado, substituindo o valor achado na equação dada, a fim de reforçar o conceito de solução de equação.

SISTEMA DE EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES DO 1° GRAU COM DUAS VARIÁVEIS (QxQ)
OBJETIVOS:

- Relacionar o conetivo **e** com intersecção de conjuntos.
- Relacionar o conetivo **ou** com reunião de conjuntos.
- Adquirir habilidades na resolução de sistemas do 1° grau.
- Adquirir habilidades em realizar e interpretar gráficos.

CONTEÚDO	**OBJETIVOS**	**OBSERVAÇÕES**
1.SENTENÇAS COMPOSTAS	• Construir o gráfico do conjunto verdade de sentenças abertas tipo p e q através da intersecção dos conjuntos verdade de p e q, respectivamente, sendo o universo qualquer subconjunto de Q. • Construir o gráfico do conjunto verdade de sentenças abertas do tipo p ou q através da reunião dos conjuntos verdade de p e de q, respectivamente, sendo o universo qualquer subconjunto de Q.	Lidar com sentenças do tipo p e q, do tipo "p ou q", sendo p ou sendo q uma inequação.
2. EQUAÇÃO DO 1° GRAU COM DUAS VARIÁVEIS	• Identificar o conjunto universo e o conjunto verdade de uma equação do 1° grau com duas variáveis com um produto cartesiano e um subconjunto desse produto cartesiano, respectivamente. • Escrever uma equação dada, na forma geral. • Determinar e marcar em um papel quadriculado os pontos que são soluções de uma equação do 1° grau com duas variáveis. • Associar às soluções de uma equação do 1° grau com duas variáveis, pontos que pertencem a uma mesma reta.	Construir o gráfico de N x N, Z x Z e Q x Q. Dar exercícios que chamem a atenção para o fato de haver um "acréscimo" de pontos no conjunto verdade, quando, para uma mesma equação, o conjunto universo muda de N x N para Z x Z para Q x Q. Destacar que o conjunto verdade de uma equação, quando U = Q x Q está associado a uma reta racional.
3. SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1° GRAU, COM DUAS VARIÁVEIS.	• Resolver um sistema de equações do 1° grau em duas variáveis, sendo o universo Q x Q, pelo método mais adequado para a resolução do sistema dado. • Associar os possíveis conjuntos verdade às seguintes situações geométricas: - conjunto vazio - retas paralelas não coincidentes; - conjunto unitário - retas concorrentes; - conjunto infinito - retas paralelas coincidentes.	

7ª SÉRIE

EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES (EM R).

OBJETIVOS:

- Aplicar os conhecimentos adquiridos no estudo das expressões algébricas racionais para resolver equações e inequações nas quais as mesmas se acham envolvidas.
- Aplicar os conhecimentos adquiridos no estudo da fatoração algébrica para resolver equações do 2° grau que sejam fatoráveis.

CONTEÚDO	OBJETIVOS	OBSERVAÇÕES
1. EQUAÇÕES DO 1° GRAU COM UMA VARIÁVEL ENVOLVENDO EXPRESSÕES ALGÉBRICAS RACIONAIS	• Resolver equações do 1° grau com uma variável, sabendo determinar os valores que anulam os denominadores para excluí-los do universo.	Destacar a importância de eliminar do conjunto universo os números que anulam os denominadores.
2. INEQUAÇÕES DO 1° GRAU COM UMA VARIÁVEL, ENVOLVENDO EXPRESSÕES ALGÉBRICAS RACIONAIS	• Resolver inequações do 1° grau com uma variável, envolvendo expressões algébricas racionais, determinando antes que valores devem ser excluídos do universo.	
3. EQUAÇÕES DO 2° GRAU DECOMPONÍVEUS EM DUAS DO 1° GRAU	• Resolver equações do 2° grau que se decomponham em duas do 1° grau.	

8ª SÉRIE

SISTEMAS DE EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES DO 1° GRAU COM DUAS VARIÁVEIS (EM R x R)

OBJETIVOS:
- Obter conhecimentos mais amplos sobre equações e inequações do 1° grau com uma variável
- Adquirir habilidades na resolução de sistemas do 1° grau com duas variáveis.
- Relacionar as equações do 1° com duas variáveis à função polinomial do 1° grau.
- Relacionar as inequações do 1° grau com duas variáveis e semi-planos ou regiões angulares.
- Efetuar a resolução gráfica de inequações e sistemas

CONTEÚDO	OBJETIVOS	OBSERVAÇÕES
1. EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES DO 1° GRAU COM UMA VARIÁVEL	• Resolver uma equação ou inequação, sendo o conjunto universo R ou qualquer subconjunto de R.	Este assunto permite um liame perfeito ente a geometria e os conjuntos numéricos. Portanto deve ser explorado ao máximo, pois lança os fundamentos da geometria analítica.
2. SENTENÇAS ABERTAS COM DUAS VARIÁVEIS. EQUAÇÃO DO 1° GRAU COM DUAS VARIÁVEIS INEQUAÇÃO DO 1° GRAU COM DUAS VARIÁVEIS	• Resolver uma equação do 1° grau com duas variáveis em R x R, associando seu conjunto verdade a uma reta de R x R. • Resolver uma inequação do 1° grau em duas variáveis, sendo U = R x R, associando o gráfico do seu conjunto verdade a um semiplano: fechado, se a sentença for expressa por: ≥ ou ≤, e aberto, se a sentença for expressa por ≤ ou ≥.	A fim de habituar o aluno com o trabalho associado a um material conveniente, seria bom traçar os gráficos em papel milimetrado.
3. SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1° GRAU	• Saber que resolver um sistema de equações do 1° grau é determinar o par (x,y) que satisfaça ambas as equações e, portanto, graficamente, equivale a encontrar o ponto de intersecção das duas retas que são os gráficos dos conjuntos verdade das equações dadas.	Destacar a importância do gráfico do conjunto verdade da equação. Associar ao estudo das funções, polinomiais do grau zero e do 1° grau. Examinar o caso particular da reta paralela ao eixo das ordenadas (x = h).
	• Resolver um sistema de equações pelo método que no momento for mais conveniente: da adição ou substituição,	Dar destaque à resolução gráfica de um sistema de equações, associando-a ao problema das posições relativas de duas retas no plano.
	• Resolver graficamente um sistema • Associar a existência de solução com a situação de retas concorrentes, a inexistência de solução com retas paralelas não coincidentes e indeterminação de soluções com retas paralelas coincidentes.	Nos métodos de resolução, usar apenas o de substituição e de adição, escolhendo o método que mais se adapte ao sistema.
4. SISTEMAS DE INEQUAÇÕES DO 1° GRAU COM DUAS VARIÁVEIS	• Resolver graficamente um sistema de inequações do 1° grau com duas variáveis; determinar, caso exista, a região angular do sistema.	

Anexo 2

Conteúdos referentes à Álgebra - de 6ª a 8ª séries

Propostas Curriculares

6ª série

Na 6ª série espera-se que o aluno:

NÚMERO	– Associe os números negativos a situações do cotidiano em que o aluno mantém um contato informal com números inteiros.
	– Identifique o conjunto dos números inteiros como uma extensão dos números naturais, associando os números negativos à expressão a-b nas quais a e b pertencem a N, sendo a < b.
	– Compreenda a o significado do ponto de referência e de marco zero, saiba representar os números inteiros na reta numérica e faça comparação entre eles.
	– Tenha verificado que as propriedades comutativa, associativa e existência do elemento neutro da adição, da multiplicação e a distributiva da multiplicação em relação à adição são mantidas no conjunto dos números inteiros.
	– Realize com compreensão as operações com números inteiros.
	– Identifique um número racional como o quociente a/b com a e b inteiros e b diferente de zero.
	– Represente um número racional na escrita fracionária e decimal.
	– Represente geometricamente o conjunto dos números racionais e faça comparações entre eles.
	– Realize operações com número racionais e resolva expressões numéricas.
	– Identifique monômios e polinômios como generalizações das operações e propriedades dos números já estudados.
	– Determine soma algébrica de monômios e polinômios e realize as operações.
	    – multiplicação de monômios.
	    – multiplicação de expressões algébricas.
	    – potenciação de monômios e polinômios.
	    – divisão de monômios e divisão de polinômio por um monômio.

MEDIDA	– Reconheça o grau como unidade de medida de ângulos e estabeleça as relações existentes entre grau e sues submúltiplos. – Classifique ângulos quanto à medida e classifique triângulos quanto a medida de seus ângulos internos. – Tenha inferido a relação existente entre o perímetro e o diâmetro de uma circunferência, chegando ao valor aproximado ao número Π e constatado que o perímetro da circunferência é diretamente proporcional ao seu diâmetro: $P = \Pi \times D$ – Resolva problemas de aplicação das relações concluídas no item anterior.

GEOMETRIA	– Desenvolva a noção de ângulo e de ângulo central através de experimentações e construções. – Identifique a posição de dois segmentos perpendiculares com o fato de eles formarem um ângulo de 90º, bem como, reconheça e nomeie pares de segmentos perpendiculares existentes em configurações planas e de pares de arestas perpendiculares existentes em configurações espaciais. – Identifique o perpendicularismo entre retas e planos experimentalmente e inferindo que uma reta só é perpendicular a um plano A, quanto for perpendicular a qualquer reta contida nesse plano e que passa pelo ponto A. – Identifique por meio de medição, que os pontos de bissetriz de um ângulo eqüidistam dos lados do mesmo e trace bissetriz de ângulo, utilizando rega e compasso. – Reconheça os ângulos formados por retas coplanares cortadas por uma transversal e estabeleça as relações de igualdade ou de suplementariedade nos casos onde as retas coplanares são paralelas. – Desenvolva a noção de polígono e faça construção de polígonos regulares com o auxilio de régua, compasso e transferidor. – Verifique experimentalmente os teoremas relativos à soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo.

6ª série

Os conteúdos a serem desenvolvidos na 6ª série são:

NÚMEROS	**MEDIDAS**	**GEOMETRIA**
Números inteiros: A noção de número inteiro: soma algébrica. Comparação, ordenação, representação geométrica dos números inteiros. Operação com números inteiros. Números racionais: A noção de número racional relativo. Comparação, ordem e representação geométrica. Operações: adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação. Propriedades das operações. Cálculo literal: Noções de cálculo literal. Soma algébrica e expressões algébricas. Multiplicação de expressões algébricas. Divisão de monômios. Divisão de polinômios por monômios.	Medidas de ângulos. O grau e seus submúltiplos. Comprimento de uma circunferência de arcos de circunferência.	Circunferência e ângulo: Conceito de ângulo. Classificação dos triângulos quanto à medida de seus ângulos internos. Perpendicularismo entre retas e entre segmentos de reta. Perpendicularismo entre retas e planos. Bissetriz de um ângulo. Ângulo adjacente e opostos pelo vértice. Ângulos formados por retas coplanares cortadas por uma transversal. Verificação experimental e demonstração do teorema da soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo. Soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo. Polígono regular: Noção de polígono regular. Construção de polígonos, com o auxílio de régua e transferidor. Construção de polígonos com régua e transferidor (usando a medida do ângulo interno) ou com régua, compasso e transferidor (usando a circunferência circunscrita a ele).

7ª série

Na 7ª série espera-se que o aluno:

NÚMERO	– Compreenda o significado de uma equação do 1º grau com uma incógnita. – Aplique os princípios da igualdade para resolver uma equação do 1º grau. – Utilize a equação de 1º grau na resolução de problemas. – Compreenda o significado de uma inequação do 1º grau e utilize as propriedades da desigualdade numérica para resolvê-la. – Identifique a natureza da variação das medidas de duas grandezas (direta ou inversamente proporcionais). – Represente graficamente a variação de duas grandezas e analise o comportamento desta variação. – Aplique a regra de três simples e composta na resolução de situações-problema. – Identifique a porcentagem como uma fração de denominador 100. – Resolva problemas que envolvam porcentagem. – Resolva problemas que envolvam juros, utilizando regra de três composta

MEDIDA	– Determine áreas de figuras planas através da composição e decomposição de figuras. – Utilize a noção de equivalência de áreas na resolução de problemas. – Determine o perímetro e área de círculos e setores circulares. – Determine a área da superfície total de prismas, pirâmides, cilindros., – Analise a variação do perímetro em figuras de mesma área. – Analise a variação da área em figuras de mesmo perímetro.

GEOMETRIA	– Identifique as diagonais de um polígono e determine o número de diagonais de um polígono qualquer. – Verifique utilizando dobraduras, régua e compasso as propriedades das diagonais de um paralelogramo. – Verifique experimentalmente o Teorema de Pitágoras e o demonstre através de áreas. – Tenha disponível o conceito de congruência e, em particular, de triângulos congruentes. – Identifique a correspondência entre os elementos dos triângulos congruentes, – Reconheça os casos de congruência na resolução de situações-problema. – Identifique e aplique as propriedades e relações de triângulos isósceles e eqüiláteros. – Identifique quadriláteros, seus elementos e propriedades e classifique-os. – Identifique mediana e mediatriz de um triângulo. – Construa com régua e compasso o baricentro, o circuncentro, o incentro e o ortocentro de um triângulo. – Aplique os casos de congruência de triângulos na demonstração das principais propriedades relativas a triângulos e quadriláteros.

Os conteúdos a serem desenvolvidos na 7ª série são:

<table>
<tr><th>NÚMEROS</th><th>MEDIDAS</th><th>GEOMETRIA</th></tr>
<tr><td>Equações e inequações do 1º grau com uma incógnita:

Noção de equação-tradução algébrica de situação problema

Propriedades de uma igualdade numérica

Resolução de equações do 1º grau

Resolução de problemas do 1º grau

Conceito de inequação do 1º grau

Propriedades de uma desigualdade numérica

Resolução de inequações de 1º grau

Sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas

Representação gráfica de uma equação do 1º grau

Proporcionalidade:

Noção de interdependência entre duas ou mais grandezas e a noção de variável

Grandezas diretamente proporcionais. Representação gráfica e analítica desse tipo de interdependência.

Grandezas inversamente proporcionais. Representação gráfica e analítica desse tipo de interdependência.

Grandezas não-proporcionais.

Grandezas que variam proporcionalmente ao quadrado de outras.

Razões e proporções – aplicações em problemas.

Juros simples.</td><td>Áreas e perímetros: Sistematização das áreas do paralelogramo, triângulo e trapézio.

Área do losango.

Área do círculo.

Área de um setor circular.

Problemas envolvendo áreas e perímetros.</td><td>Diagonais de um polígono:

Conceito.

Propriedades das diagonais de um paralelogramo-verificação experimental.

Número de diagonais de um polígono de <u>n</u> lados.

Teorema de Pitágoras:

Uma verificação experimental do Teorema de Pitágoras.

Uma demonstração do Teorema de Pitágoras.

Uma generalização do Teorema de Pitágoras.

Congruência de figuras planas.

Congruência de triângulos e aplicações.</td></tr>
</table>

8ª série

Na 8ª série espera-se que o aluno:

NÚMERO	– Participe da elaboração, transformação e apresentação dos dados de uma pesquisa. – Organiza os dados de uma pesquisa (por ele realizada). – Construa e interprete o gráfico: histogramas, gráficos de barras, setores circulares, linhas poligonais e de curvas. – Determine a representação fracionária de uma dízima periódica e saiba localizar um número racional qualquer, na reta numérica. – Resolva problemas de caráter geométrico cujas soluções são expressas por números irracionais. – Amplie a noção de números através de um trabalho intuitivo a respeito da completividade da reta numérica. – Tenha uma visão geral dos conjuntos numéricos e perceba a relação de inclusão que eles mantém. – Realize operações com números irracionais escritos sob a forma de radicais. – Fatore expressões algébricas. – Aproprie-se do conceito de equação do 2º grau com uma variável e domine as técnicas de resolução de uma equação do 2º grau, bem como, utilize esse conhecimento na resolução de problemas.
MEDIDA	– Verifique experimentalmente as relações métricas nos polígonos regulares e realize cálculos do lado e do apótema de um polígono inscrito numa circunferência de raio dado. – Determine a área de um polígono regular inscrito numa circunferência de raio dado. – Determine a área total da superfície de prismas, cilindros, pirâmides e cones.
GEOMETRIA	– Desenvolva a noção de semelhança de figuras planas e verifique experimentalmente o teorema fundamental da proporcionalidade e sua demonstração. – Demonstre o Teorema de Tales e saiba aplicá-lo em situações-problemas. – Aplique o teorema fundamental de proporcionalidade na verificação e demonstração dos casos de semelhança em triângulos. – Utilize os teoremas sobre semelhança de triângulos para demonstrar o Teorema de Pitágoras. – Verifique experimentalmente as relações métricas nos polígonos regulares e realize cálculos do lado e do apótema de um polígono inscrito numa circunferência de raio dado.

8ª série

Os conteúdos a serem desenvolvidos na 8ª série são:

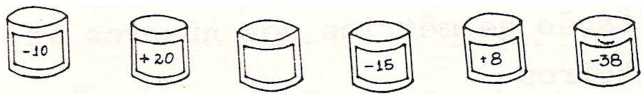
NÚMEROS	**MEDIDAS**	**GEOMETRIA**
Noções de Estatística: Levantamento e tabulação de uma amostra. Construção e interpretação de gráficos: histogramas, gráficos de barras, de setores, de linhas poligonais e de curvas. Números racionais: Representação fracionária das dizimas periódicas. Localização de números racionais na reta numérica. Números irracionais: A necessidade da nova ampliação dos conjuntos numéricos: o número irracional √2. Operações com radicais. Sistematização dos conjuntos numéricos. O conjunto dos números reais. Fatoração de expressões algébricas. Equações do 2º grau com uma variável. Equações redutíveis a uma equação do 2º grau. Problemas.	Relações métricas nos polígonos regulares. Cálculo do lado e do apótema de um polígono inscrito numa circunferência de raio dado. Área de um polígono. Determinação da área de um polígono regular inscrito numa circunferência de raio dado. Determinação da área total da superfície de prismas, cilindros, pirâmides e cones.	Semelhança: Noção de semelhança: semelhança de figuras planas. Teorema fundamental da proporcionalidade: verificação experimental e demonstração. Teorema de Tales e aplicações. Verificação experimental e demonstração dos casos de semelhança de triângulos. Relações métricas no triângulo retângulo. Demonstração do Teorema de Pitágoras.

Comentários e Observações Importantes para o Professor

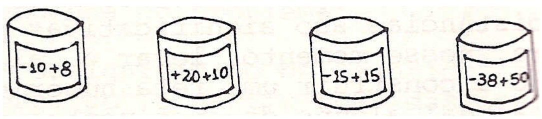
Adição e subtração: soma algébrica

“É muito freqüente o aluno fazer adições com números inteiros muito antes de se abordar essa operação especificamente, com a apresentação de regras de sinais. Tais regras geralmente acabam por aparecer na própria compreensão e prática de cada aluno:

Um exemplo de atividade motivadora para este tipo de trabalho:
"Um comerciante tem, numa prateleira, vários potes de bala. Em todos eles deveria haver a mesma quantidade de balas: 200. Ele descobriu, no entanto, que isso não acontecia: em alguns sobravam balas, em outros faltavam. Resolveu, então, colocar rótulos nos potes, indicando quantas faltavam para completar 200, ou quantas sobravam.



Diante de tal situação, pode-se trabalhar as seguintes questões:
- discutir com os alunos os possíveis significados dos rótulos - 10 e + 20 ou do rótulo sem nada;
- supondo que o comerciante tenha usado o sinal - para indicar que faltavam balas e o sinal + para indicar que sobravam balas, além das 200 que o pote deveria conter, discutir:
Onde há mais balas?
Quantas balas há em cada pote?
- supondo que o comerciante tenha colocando algumas balas em alguns potes, registrando:



discutir:

- algum pote ficou com 200 balas? Quais potes ficaram com mais de 200 balas? Quais ficaram com menos? Como substituir cada rótulo, com apenas um número, que represente essa nova situação de cada pote? Proceder analogamente no caso de o comerciante ter retirado balas de cada pote;

- representar a situação final de cada pote por pontos da reta

Quanto às propriedades da adição de números inteiros, muito mais que nomes e exemplos, o que se pretende é que o aluno consiga aplicá-las no cálculo de expressões, a fim de simplificá-las. A justificativa tais simplificações por parte do aluno está vinculada à compreensão dessas propriedades.

Multiplicação, potenciação e divisão

Quanto à multiplicação de números inteiros, tem sido ela a operação que, tradicionalmente, oferece maiores dificuldades quanto ao seu ensino, mais particularmente no que se refere à compreensão e justificativa a respeito do sinal que qualifica o produto de dois números inteiros quaisquer.

Essa dificuldade, no entanto, se atenua um pouco quando se considera que o conjunto dos números inteiros é uma ampliação do conjunto dos números naturais e, assim sendo, as operações com números inteiros devem preservar as propriedades das operações com os números naturais.

Desse modo, é possível justificar-se a "regra de sinais" da multiplicação, a partir desta idéia. Ou seja:

a) Quanto ao produto de dois números inteiros positivos ou o produto de um número positivo por zero, os resultados são obtidos imediatamente.

Exemplo:

(+3).(+2) = (+3). 0

3.2=6=+6 = 3.0=0

b) No caso do produto de dois números inteiros, de sinais contrários, também é imediato o resultado, a partir da definição de multiplicação.

Exemplo: (+3).(-2) = (-2)+(-2)+(-2)=-6 ou

(+3).(-2) =(-2).(+3)

c) O problema está em se justificar o produto de dois números inteiros negativos.

Neste caso, pode-se usar a observação (d) já feita com relação à soma algébrica, recaindo-se no caso (b).

Exemplo:

(- 3) • (- 2) = -(+ 3) • (- 2) = - [(- 2) + (-2) + (-2)] = - [-6] =+6

Outro caminho a seguir, seria utilizar-se de uma situação em que se explora o papel do zero na multiplicação e o papel do elemento inverso aditivo: numérica, associando ao 0 (zero) a situação: pote com 200 balas;

- comparar intuitivamente números inteiros.

- determinar somas algébricas, codificar e decodificar somas algébricas,
- utilizar a representação geométrica dos números inteiros na reta.

Vinculadas à adição de números inteiros, que o estudante vai efetuando, as propriedades dessa operação devem ser trabalhadas intituitivamente, a principio, retomando as propriedades da adição de naturais já conhecidas.

O surgimento de uma nova propriedade (inverso do inverso aditivo) deve ser antecipado por um trabalho como o oposto de um número inteiro, que inicialmente é visualizado na reta numérica, a partir da simetria que esses números apresentam em relação ao zero e, conseqüentemente, da mesma distância que mantém em relação a ele. Só então o trabalho como o conceito de inverso aditivo terá algum significado para o aluno. A apreensão dessa nova propriedade pelo estudante favorecerá a "transformação da subtração em adição", uma vez que não há interesse, nesse momento, em tratar essa última operação de forma estanque. Na verdade, o que se trabalha em última instância, são somas algébricas e não adição e subtração de números inteiros separadamente.

p. 120

Propriedades das operações com números racionais

Generalização

Trata-se de se proceder à sistematização das propriedades das operações com os números racionais.

A generalização dessas propriedades, no momento de suas representações, fornece uma ótima oportunidade para a introdução da letra para indicar um número qualquer.

Propriedades referentes a uma única operação

Pretende-se verificar experimentalmente (mediante um número finito de testes com números racionais) as seguintes propriedades da adição e multiplicação de números racionais: associativa, comutativa, elemento neutro e elemento inverso.

Quanto à subtração e divisão de números racionais, além de trabalhar as propriedades específicas dessas operações, é importante que os próprios alunos sejam incentivados a pesquisar a validade ou não de propriedades como comutativa, associativa, existência do elemento neutro etc. Isto porque, quando uma determinada propriedade, se verifica em uma operação e não em outra, esse confronto propicia, uma aprendizagem mais significativa para o aluno.

p. 121

NOÇÕES DE CÁLCULO LITERAL

O título dessa unidade vem substituir o de "ALGEBRA". Para além de uma simples mudança de nomes, através da aglutinação de tópicos afins, espera-se dar nova abordagem a esse tema, de modo a reduzir significativamente a sua extensão, a sua monotonia e o tempo que, geralmente, se gasta no seu desenvolvimento. Para isso, as seguintes observações relativas ao seu tratamento metodológico deverão ser levadas em consideração:

a) Esse conteúdo deve estar vinculado diretamente aos temas: "estudo das propriedades das operações" e "regras de simplificação no cálculo com potencias", que deverão dar legitimidade aos mecanismos presentes no cálculo literal.

b) Apenas a terminologia básica estritamente necessária deverá ser introduzida com o objetivo de facilitar a comunicação e o enunciado de regras fundamentais: expressões algébricas, termos de expressão (monômios), coeficiente e parte literal de um termo. Essa terminologia não deverá ser introduzida como um tópico que anteceda o próprio conteúdo, mas, sim, à medida que o desenvolvimento desse conteúdo assim o exigir.

c) É desnecessário o trabalho com os polinômios com muitos termos e com mais de duas variáveis. Os expoentes dessas variáveis não devem, na maioria das vezes, exceder a 3. Enfatizar o trabalho com expressões simples, com uma ou duas variáveis que possuam expoentes 1 e 2, pois a maior parte do cálculo literal que se emprega em nível do 1º e 2º graus se reduz a expressões desse tipo.

d) O tema fatoração não será abordado especificamente nesta unidade, embora já se comece a trabalhar as idéias nele envolvidas. As regras de fatoração. As regras de fatoração serão introduzidas imediatamente antes do início do estudo das "Equações do 2º grau", na 8ª série, pois assim o aluno terá oportunidade de usá-las para resolver uma situação-problema, percebendo sua importância.

e) O estudo de expressões algébricas deve ter como objetivo levar o aluno a tratar, de forma generalizada, as operações e propriedades dos números já estudados. É com esse sentido que a variável deve ser tratada. Por exemplo: medir segmentos (alguns convenientes), usando como unidade de medida o comprimento de um segmento escolhido pelo aluno, que o "apelidará" de 3u, por exemplo. Resultados possíveis: 2u; 1, 5u; etc. A seguir, medir u com uma régua, graduada em centímetros, por exemplo. Se 4u medir 2,5cm, teremos os seguintes valores numéricos das expressões algébricas: 5; 3,75; 1,875 cm. A partir desse trabalho, algumas operações podem ser colocadas.

Soma algébrica de monômios e de polinômios

A retomada do significado que se dá à multiplicação como soma reiterada de parcelas iguais é que deverá fundamentar a regra da soma algébrica de monômios, como

$$3+3+3+3=4.3$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=3.\frac{1}{2}$$

Então, $\forall a \in Q$, temos:

$$a+a+a=3a \text{ e } 4a + 2a = a + \underbrace{a + a + a + a}_{4\,a} + \underbrace{a}_{2a} = 6^{a}$$

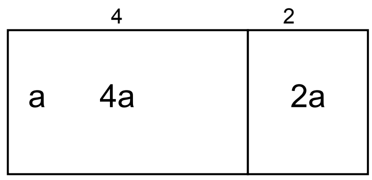
A partir de exemplo desse tipo, os alunos inferem que: para somar dois monômios, estes devem ter a mesma parte literal, uma vez que, por exemplo, 2a + 3b não pode ser escrito como a soma de parcelas todas iguais. Caso tenham a mesma parte literal, basta somarmos algebricamente seus coeficientes e conservar, a parte literal comum, fato que é garantido pela validade da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e à subtração. Assim, 4a+2a=(4+2)a. Sob esse ponto de vista, poderia ser retomado o exemplo mencionado no item (e) desta Unidade: “Construir o segmento de comprimento 2u

+ 1,5u".

Podemos utilizar, também, o cálculo de áreas, ou volumes para visualizar a soma de alguns monômios.

Assim, para a soma 4a + 2a, desenhamos dois retângulos: um de dimensão 4 e a, tendo, portanto, área 4a e o outro cujos lados medem 2 e a, de área 2a.

Compondo as duas figuras de maneira a formar um novo retângulo temos:

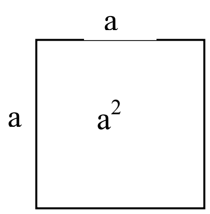


o que equivale a somar as duas áreas.

A área do retângulo, assim formado, vale 4a + 2a. Por outro lado, podemos determinar sua área triplicando um lado de medida 4+2, por outro de medida a, isto é, (4 + 2) a = 6a.

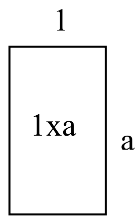
Logo 4a + 2a = 6a.

Podemos utilizar o mesmo procedimento para soma do tipo $a^2 + a$

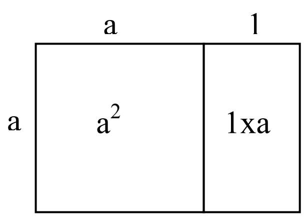


Área do quadrado: a^2

Área do retângulo: 1 x a = a



Compondo as duas figuras, temos:



O retângulo assim formado terá área $a^2 + 1a = a^2 + a$.

Podemos, também, calcular sua área pelo produto de seus lados, que medem a + 1 e a: (a + 1).a

Escrevemos então, $a^2+a = (a+1).\ a$. Um outro exemplo:

Obter a soma $a^2b + 2a^2b$.

Como $2a^2b = 1a^2b + 1a^2b$, temos: $a^2b + 2a^2b = 1a^2b + 1a^2b=3a^2b$.

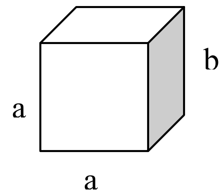
Geometricamente, temos:

Um paralelepípedo de volume a^2b

área da base: a^2

altura: b

volume: a^2b

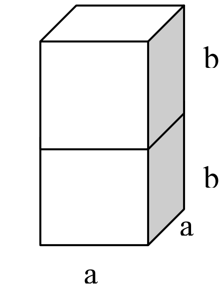


e para $2a^2b$

área da base: a^2

altura: 2b

volume: $a^2 \times 2b = 2a^2b$



Sobrepondo os paralelepípedos, teremos um paralelepípedo de volume $a^2b + 2a^2b$

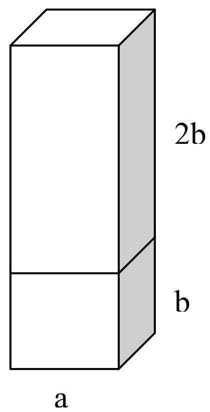
área da base: a^2

altura: b + 2b =

1b + 2b = 3b

volume: $a^2 \times 3b = 3a^2b$

Então, $a^2b + 2a^2b = 3a^2b$



A interpretação geométrica de alguns cálculos algébricos proporciona um trabalho bastante rico e educativo, porém há limitações, pois nem sempre conseguimos um modelo geométrico para explicá-los (por exemplo $3a^5 \times 2a^4$) e também porque algumas vezes esse modelo geométrico pode tornar-se muito artificial (por exemplo: $a^4 + 3a^4$, tomando um quadrado de lado a^2 e um retângulo de lados a^2 e $3a^2$).

Essa limitação é que nos leva ao passo seguinte: a abstração.

Soma algébrica de polinômios

A soma algébrica de polinômios baseia-se nas propriedades comutativa e associativa da adição e na soma de monômios.

Exemplo: $(5a^2b + 3c + 1) - (2c - 3a^2b) = 5a^2b + 3c + 1 - 2c + 3a^2b =$

associativa

$$= 5a^2b + 3a^2b + 3c - 2c + 1 = (5a^2 + 3a^2b) + (3c - 2c) + 1 = 8a^2b + c + 1$$

comutativa associativa

Multiplicação de monômios

Estas multiplicações poderão ser feitas levando-se em conta as propriedades associativa e comutativa da multiplicação e as propriedades da potenciação.

Exemplo: $2x^2.\frac{3x}{5} = 2.x.x.\frac{3}{5}.x = 2.\frac{3}{5}.x.x.x = \frac{6}{5}x^3$

Definição de potenciação comutativa associativa e definição de potenciação

Multiplicação de expressões algébricas entre si

Tais multiplicações deverão ser feitas através da aplicação da propriedade distributiva da multiplicação em relação a adição ou subtração ou distributiva composta associada à multiplicação e soma algébrica.

Potenciação de monômios e polinômios

Todos os casos de potenciação se reduzem aos de multiplicação já trabalhados.

Divisão de monômios e divisão de polinômios por um monômio

A divisão de monômios está baseada na regra da divisão de potências de mesma base e na divisão de números racionais. A divisão de uma expressão algébrica, com mais de um termo, por um monômio, baseia-se na propriedade distributiva da divisão em relação à adição e subtração à direita e na divisão de monômios.

EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA

Uma abordagem intuitiva desse tema foi vista anteriormente, quando o aluno determina o valor de um termo desconhecido de igualdade de expressões que envolvem adições, subtrações, multiplicações, divisões e potenciações. Nessa ocasião, essas igualdades estavam sempre associadas à resolução de problemas simples. Embora se deva partir ainda de situações-problema, das quais as equações sejam meras traduções, trata-se, agora, de se proceder a um estudo relativamente autônomo das equações do 1º grau com uma incógnita.

As situações-problema que deverão constituir o ponto de partida desse estudo deverão, mesmo, ultrapassar os limites desse tema de forma que possam ser traduzidas por equações com uma ou mais incógnitas e de grau maior ou igual a 1.

Um trabalho com as equações que resultam dos problemas mencionados terá o objetivo de levar o aluno a:

- experimentar soluções e perceber diferenças e semelhanças entre elas;
- analisar cada solução encontrada, a fim de verificar se é compatível com a situação-problema;
- perceber a necessidade de uma técnica de resolução de equações.

As equações racionais e mesmo as literais só deverão ser tratadas localmente se surgirem em alguma situação-problema. Ao resolver equações racionais, surgirá a necessidade de utilização de mmc de expressões algébricas simples tais como: x, 3x, $4x^2$, que deve ser trabalhado em total ligação com o mmc de números naturais quanto às demais (que apresentam denominadores do tipo x -2 , x^2 - 4, 2 x - 4, por exemplo) , poderão ser retomadas na 8º série.

A noção de equação

Num primeiro momento a preocupação não deve residir em técnicas de resolução mas sim em pôr o aluno em contato com a "tradução", com a experimentação de resultados, etc.

A partir das sentenças matemáticas obtidas pela tradução algébrica das diversas situações-problema levantadas, trabalhar o conceito de equação como sendo uma igualdade com pelo menos uma incógnita. Exemplos de situações-problema:

a) Um menino quer cortar um pedaço de barbante de 30 cm de comprimento, em duas partes não necessariamente iguais. Quanto deverá medir cada parte?
b) Um menino quer cortar um pedaço de barbante de 30 cm de comprimento em duas partes, de forma que uma dessas partes meça o dobro da outra. Quanto de verá medir cada parte?
c) Um menino quer dividir um pedaço de barbante de 36 cm de comprimento em quatro partes de modo que uma dessas partes seja igual ao triplo de uma das outras três. Quanto deverá medir cada parte?
d) A soma de um número com o seu quadrado é igual a 30. Qual é esse número?
e) De um quadrado feito em papel-cartão, com 10 cm de lado, um menino quer recortar três outros quadrados iguais de forma que a área restante do quadrado maior seja de 88 cm^2. Quanto deve medir o lado de cada um dos três quadrados recortados?

Classificação de equações quanto ao número de incógnitas e quanto ao grau

A partir das sentenças matemáticas obtidas pela tradução algébrica das diversas situações-problema levantadas e de outras sentenças, proceder à classificação das equações segundo o número de incógnitas e o grau. A partir daí, enfatizar o trabalho com as equações do 1º grau com apenas uma incógnita. Associar os diversos tipos de equações ao grau de dificuldade na resolução dos problemas e ao número de soluções desses mesmos problemas.

Propriedades de uma igualdade numérica

Procedendo experimentalmente, verificar se uma igualdade numérica se altera ou não quando operamos: quantidades diferentes a ambos os seus membros; quantidades iguais a ambos os seus membros; uma quantidade qualquer a um único membro.

Resolução de equações do 1º grau com uma incógnita

A introdução das técnicas de resolução de equações lineares do 1º grau deve decorrer da necessidade de aperfeiçoar e otimizar a procura das soluções das mesmas, Procura esta que, num primeiro momento deve ser feita experimentalmente.

A técnica de resolução de equações lineares com uma incógnita deve estar estreitamente ligada às propriedades das igualdades e às propriedades das operações envolvidas.

Sendo um objetivo desta fase de aprendizagem a aquisição da técnica de resolução dessas equações, não há necessidade de ligar cada equação a ser resolvida a uma situação-problema.

É importante interpretar a solução de equações que se reduzem a $0.x = 0$ ou $0.x = a$, com $a \neq 0$, para que não se instale no aluno a certeza de que os problemas devem sempre apresentar uma única solução.

Surge agora a oportunidade de serem retomadas as ampliações de N para Z e de Z para Q, em decorrência da impossibilidade da resolução de equações do tipo $x + a = b$ (com $a, b \in N$, quando $b < a$), $a.x = b$ (com a e b inteiros, quando b não é múltiplo de a), respectivamente.

Problemas do 1º grau

Retomar aqui alguns dos problemas propostos na introdução dessa unidade e propor novos problemas que deverão ser, agora, resolvidos através de equações.

Conceitos de inequação: inequações do 1º grau com uma incógnita

A abordagem inicial de inequações deve estar vinculada a situações-problema das quais elas serão traduções. Propor ao aluno, por exemplo, que escreva uma sentença que traduza a seguinte situação: "Numa empresa, mesmo que se triplique a produção de um certo artigo, a nova produção não superará a barreira das 2000 unidades."Após uma exploração das quantidades que poderiam satisfazer essa situação, poderia ser proposto: "No caso da mesma empresa, após triplicada a produção, alguns operários produziriam 1.500 unidades a mais. Ainda assim, a produção não superou as 2000 unidades. Quais são as quantidades compatíveis com essa situação ?

A partir das sentenças matemáticas obtidas pela tradução algébrica das diversas situações-problema levantadas, introduzir o conceito de inequação como sendo uma desigualdade, com pelo menos uma incógnita.

Classificar, em seguida, as inequações em relação ao número de incógnitas e ao grau.

Propriedades das desigualdades numéricas

Trata-se de, procedendo experimentalmente, verificar se uma desigualdade numérica se altera ou não quando operamos: quantidades diferentes a ambos os membros; quantidades iguais a ambos os membros; uma quantidade qualquer a um único membro.

Resolução de inequações do 1º grau com uma incógnita

A técnica de resolução de inequações do 1º grau com uma incógnita, por ser muito próxima à das equações do 1º grau com uma incógnita, se torna imediata, uma vez garantido um trabalho prévio com as propriedades das desigualdades numéricas. É indispensável que se faça a interpretação geométrica das soluções de uma inequação do 1º grau com uma incógnita.

Até este momento, o aluno dispõe dos números racionais, tem uma idéia intuitiva da densidade desse conjunto e, por isso mesmo, supõe que eles completam a reta numérica. No entanto, esse fato não deve constituir um fator impeditivo para a representação geométrica das soluções de inequações (em Q) por semi-retas "cheias". A questão da completividade da reta deverá ser retoma dai intuitivamente, quando da introdução dos irracionais.

Retomar os problemas propostos inicialmente e estudar novos problemas.

SISTEMAS DE DUAS EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

Problemas introdutórios envolvendo sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas.

Retomar os problemas já propostos no início do estudo de equações, que recaiam em equações do 1º grau com duas variáveis e que ficaram provisoriamente sem solução. Por exemplo:

Retomar com os alunos o problema: "Um menino quer cortar um pedaço de barbante com 30 cm de comprimento em duas partes, não necessariamente iguais. Quanto deverá medir cada parte?

Fazendo um levantamento de possíveis soluções sugeridas pelos alunos, discutir quantas soluções tem o problema e interpretar graficamente (gráfico cartesiano) tais soluções. A seguir, pedir que os alunos discutam o problema anterior acrescido de uma condição é: "um menino quer cortar um pedaço de barbante de 30 cm de comprimento em duas partes de forma que uma delas seja o dobro da outra. Quanto deverá medir cada parte?

Trabalhar com:

- a tradução do problema por meio de duas sentenças;
- o levantamento de soluções para cada condição;
- a discussão da simultaneidade das soluções;
- a interpretação geométrica das soluções e da solução comum às duas condições.

Representação gráfica de uma equação

A partir de um problema, de sua tradução e da experimentação de soluções, como já foi sugerido e levando-se em conta a intuição dos alunos e o que eles conhecem sobre números racionais, discutir com eles a existência de infinitas soluções para cada sentença.

A seguir, trabalhar os pares que solucionam uma equação, através da representação no plano cartesiano. Verificar experimentalmente que os pontos se alinham sobre uma reta; fazer o contraponto com um par de valores que não é solução da equação, verificando, no gráfico, que o ponto não está alinhado com os outros.

Com a idéia "das infinitas soluções" e dos "pontos alinhados sobre uma reta", os alunos serão levados a representar essas soluções por uma "reta cheia" (o que não deverá ser contestado neste momento, tendo em vista a noção que os alunos têm sobre a densidade de Q).

Resolução gráfica de um sistema de suas equações do 1º grau com duas incógnitas

Ao propor outras situações-problema aos alunos, em que a pesquisa numérica de soluções seja muito trabalhosa, começa a surgir a necessidade de uma técnica para resolver o sistema de equações. O primeiro passo para isso é resolvê-lo graficamente, procurando determinar o ponto de intersecção das duas retas que representam as soluções das duas equações do problema. No entanto, as atividades devem levar o aluno a perceber que, na maioria dos casos, o gráfico é insuficiente para precisar a solução do sistema e este fato revelará a necessidade de uma resolução algébrica.

Resolução analítica de um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas (métodos da substituição, da adição, da comparação).

As técnicas de resolução de sistemas de equações devem basear-se:

- nas propriedades de igualdade;
- na simultaneidade das soluções das equações que compõem o sistema.

Devem ser dadas oportunidades ao aluno, para que ele perceba que a adoção de uma ou outra técnica (substituição ou adição) para resolver um sistema depende da forma em que ele (o sistema) se apresente.

Resolução de problemas que envolvem sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas

De posse da técnica de resolução de sistemas, é importante uma retomada dos problemas.

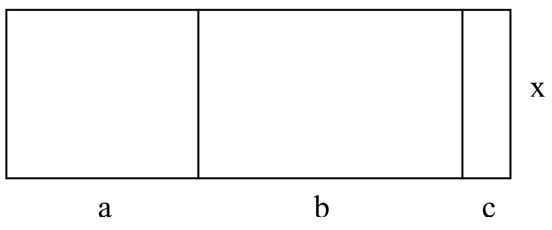
p. 167

Fatoração

Este momento, precedendo ao estudo das equações do 2º grau, é o ideal para se trabalhar a fatoração de expressões algébricas. É desejável, contudo, que se dê inicialmente um significado geométrico a esse trabalho, quando possível. Claro que, posteriormente, esse tema terá um caráter essencialmente algébrico.

- Fator comum: trata-se, agora, apenas de uma retomada, pois esse caso vem sendo trabalhado, indiretamente, em diversos momentos, desde a introdução da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

Exemplo:



podemos calcular a área do retângulo de duas maneiras: $ax + bx + cx$ ou $(a + b + c). x$

Se esses resultados representam a mesma medida, podemos escrever $ax + bx + cx = (a + b + c).x$.

Observar com os alunos:

- o primeiro membro é uma soma de três parcelas e o segundo membro é o produto de dois fatores e, como foi possível transformar a soma em um produto, essa transformação é chamada de fatoração;

- na soma ax + bx + cx, 0.x aparece nos três produtos e, no produto (a + b + c)x, o x, aparece multiplicando a + b + c, necessitando, então, colocar parênteses, com o x aparecendo em destaque. Por isso, é costume dizer que o x foi colocado em " evidência ".

Com um exemplo numérico mostrar que a fatoração é conveniente para facilitar os cálculos. Assim, para o cálculo: 13 x 45 + 25 x 45 + 12 x 45, temos: 13 x 45 = 585 25x45=1125 e 12x45=540 somando: 585 + 1125 + 540 = 2250 ou podemos determiná-lo mais facilmente, colocando 45 em evidência:

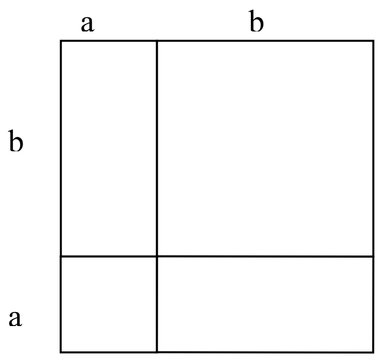
$$13 \times 45 + 25 \times 45 + 12 \times 45 = 45 \bullet (13 + 25 + 12) = 45 \times 50 = 2250$$

- Esta propriedade explica porque ao se "reduzir monômios semelhantes" basta efetuar a soma algébrica de seus coeficientes numéricos e manter a parte literal.

Trinômio quadrado perfeito:

- para a fatoração de um trinômio quadrado perfeito podemos fazer a seguinte abordagem inicial:

"Dado o quadrado de lado a + b determinar sua área":



- para determinarmos a área do quadrado podemos as áreas das quatro figuras que o compõem:

$a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (1) ;

- ou podemos calcular a área do quadradão em função do binômio que representa a medida de seu lado a + b:

$(a + b)^2$ (2)

Como as expressões (1) e (2) representam a mesma medida, escrevemos $(a^2 + 2ab + b^2) = (a + b)^2$,

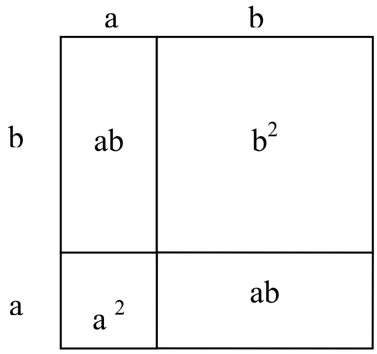
Observar com os alunos que:

- $(a + b)^2$ é a forma fatorada de $a^2 + 2ab + b^2$, pois $(a + b)^2$ é o produto de dois fatores iguais (a + b) (a + b);

- a identidade $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ já fora anteriormente trabalhada por ocasião da multiplicação de expressões algébricas:

$(a + b)^2 = (a + b).(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Convém fazer a seguir, algumas atividades, para levar o aluno a concluir que todo trinômio quadrado perfeito do tipo $a^2+2ab + b^2$, pode ser representado, geometricamente, por um quadrado como o da figura.



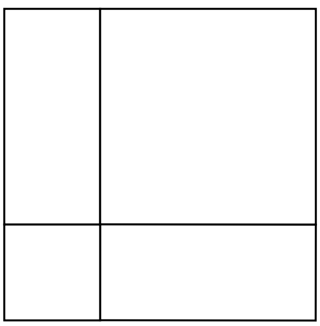
Um exemplo:

"Para a potência $(a + 3)^2$, faça o seguinte:

a) desenvolva-a algebricamente;

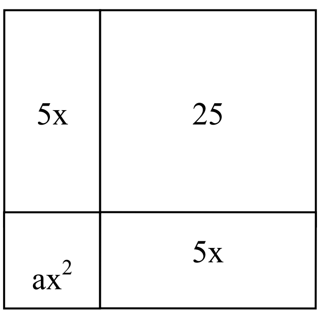
b) faça a correspondência entre cada um dos termos obtidos no desenvolvimento algébrico e a área de cada uma das partes da figura dada. Anote essas áreas no interior de cada parte;

c) escreva as medidas dos lados de cada quadrado e cada retângulo, na figura".



Num 2º momento, poder-se-ia propor exercícios do tipo:

"Dada a figura



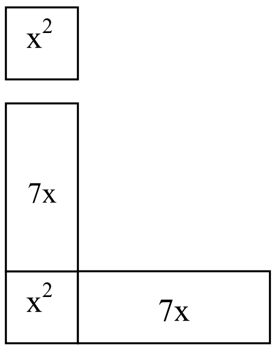
a) escreva o trinômio correspondente à soma das áreas de cada parte desse quadrado;
b) determine o binômio que representa a medida do lado desse quadrado formado por essas quatro partes;
c) em função desse binômio, determine a área do quadrado formado pelas quatro partes;
d) verifique se são iguais as expressões algébricas obtidas nos itens a e c".

A essa altura o aluno já tem os pré-requisitos necessários para reconhecer um trinômio quadrado perfeito e fatorá-lo.

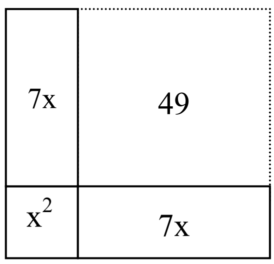
Para a melhor compreensão e fixação desse caso de fatoração convém, também, trabalhar problemas do tipo: que número deve ser somado a $x^2 + 14x$ para que se obtenha um trinômio quadrado perfeito?".

X^2 é o quadrado de x

14x é o dobro do produto
de x por 7, pois 2 . x . 7 = 14x



logo, devemos completá-lo com 49, que é 7^2



fatorando $x^2 + 14x + 49$ obtemos $(x + 7)^2$, isto é, $x^2 + 14x + 49 = (x + 7)^2$

- Para o trinômio quadrado perfeito do tipo $a^2 - 2ab + b^2$ é tranqüila sua fatoração, bastando trabalhar com o aluno a identidade $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, assim obtida: $(a - b)^2 = (a - b) . (a - b) = a^2 - ab - ab + b^{(2)} = a^2 - 2ab + b^2$.

Poderíamos obter a fatoração desse tipo de trinômio, também a partir de áreas, porém a representação geométrica desse trinômio não é de fácil visualização.

Tomemos um exemplo "O trinômio x^2 - 10x + 25 é um quadrado perfeito?".

Tomemos inicialmente um quadrado de área conforme a figura:

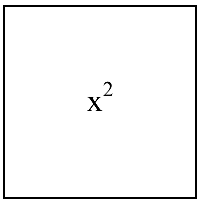


Fig. 1

Deste quadrado de área retiramos 10x, isto é, 5x + 5x

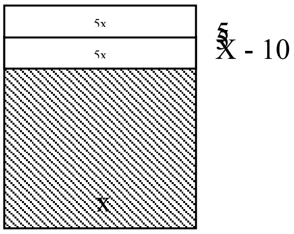
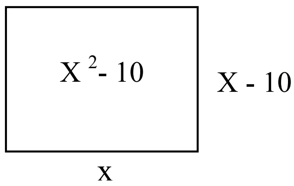


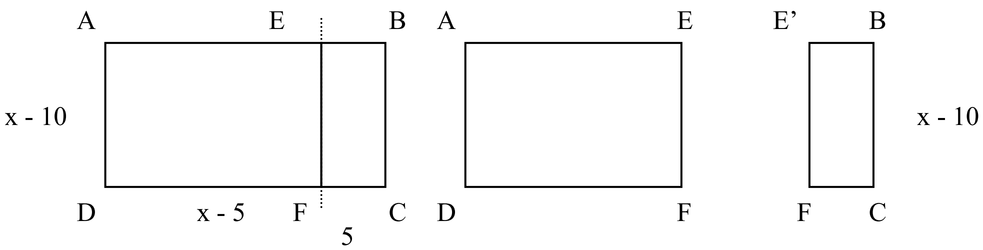
Fig. 2

Observar que a figura resultante (hachurada)

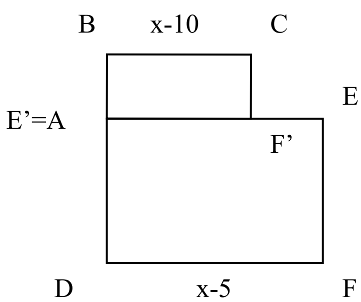
- tem lados x e x-10;
- tem área x(x-10) = x^2 -10x.

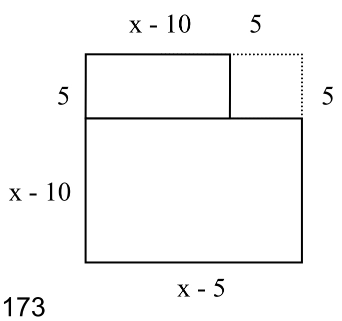


Em seguida, marcamos nos lados BA e CD dois pontos E e F respectivamente, de tal forma que BE e CF tenham a mesma medida que o lado de um dos retângulos que foi retirado, na figura 2. Nesse exemplo essa medida é 5.



Recortamos um retângulo na linha tracejada e compomos a seguinte figura:





Note que para transformarmos a figura em "L" acima em um quadrado perfeito precisamos completá-lo comum quadradinho de área 25.

Temos então um quadrado de lado x - 5, pois x - 10 + 5 = x - 5, cuja área é $(x - 5)^2$ (1)

Por outro lado, sabemos que a área desse novo quadrado é

$$\underbrace{X^2 -10x}_{\text{Área da figura em “L”}} \quad + \quad \underbrace{25}_{\text{área do quadrinho que completou o quadrado}} \qquad (2)$$

Como (1) e (2) representam medidas iguais, escrevemos:

$$X^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$$

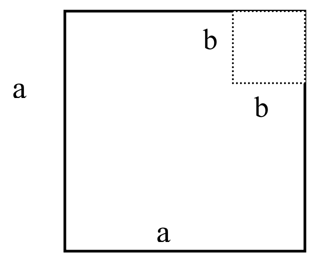
Então, x^2 -10x + 25 é um trinômio quadrado perfeito e $(x - 5)^2$ é a sua forma fatorada.

Diferenças de dois quadrados:

Como $(a + b)(a - b) = a^2-ab + ab + b^2 = a^2 - b^2$, dizemos que (a+b) (a-b) é a forma fatorada de a^2-b^2.

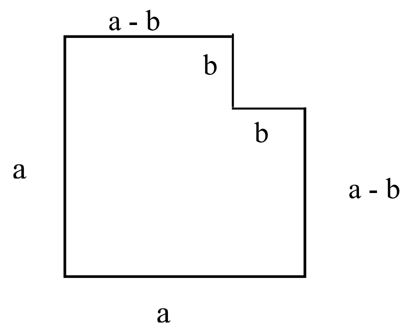
Geometricamente, temos:

Seja o quadrado de lado a, de onde retiramos o quadradinho de área b^2.



(fig. 1)

Obtemos, assim, a figura:

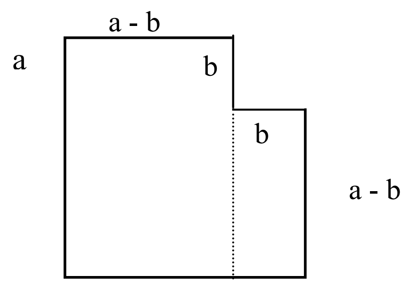


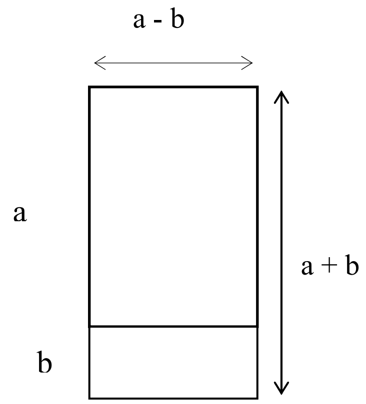
(fig. 2)

A área da figura obtida pode ser indicada por $a^2 - b^2$.

Podemos, também, determinar sua área da seguinte forma:

Recortando a figura na linha tracejada.





(fig. 3)

A área desse retângulo é (a + b) (a - b).

Como figuras (2) e (3) tem áreas iguais, escrevemos:

$$a^2 - b^2 = (a + b) (a - b)$$

Equação do 2º Grau com uma variável

Conceito de equação do 2º grau

O conceito de equação do 2º grau, com uma variável, já foi parcialmente trabalhado no momento em que se estudou o "conceito de equação", na 7ª série.

Pode-se agora, propor problemas cujas soluções sejam representadas por equações do 2º grau (inclusive aqueles problemas que ficaram em aberto), passando-se a discutir os possíveis modos de resolvê-las.

Antes de introduzir qualquer técnica para a resolução de uma equação do 2º grau, é importante que, a partir de conhecimentos já dominados, os alunos tentem determinar as soluções dos problemas.

Alguns problemas:

- Quanto deve medir a diagonal de um retângulo cujos lados medem 12 cm e 5 cm?

- Determinar o lado do quadrado cuja área é numericamente igual ao perímetro.
- Determinar o número cujo quadrado acrescentado ao seu dobro é igual ao seu quíntuplo.
- Determinar três números consecutivos, cujos quadrados têm soma 110.
- Dividir o número 12 em duas partes tais, que a soma dos produtos obtidos, multiplicando-se cada parte por si mesma, seja igual a 80.
- Um terreno retangular tem dimensões 10m x 28m. Deseja-se dividir esse terreno em dois, de maneira que um seja quadrado e o outro tenha área 216m. Quanto deve medir o lado desse quadrado?

Como alguns problemas ainda poderão continuar em aberto, este é o momento para introduzir as técnicas de resolução. Evidentemente, não é necessário associar a cada equação a ser solucionada uma situação-problema.

Após o domínio da técnica de resolução, deve-se, claro, retomar os problemas.

Resolução de equações do 2º grau

Convém discutir, com os alunos a conveniência de colocar a equação na forma geral:

$ax^2 + bx + c = 0$ onde a, b e c são números reais e $a \neq 0$

Para a resolução das equações do 2º grau do tipo $ax^2 + c = 0$, os alunos já dominam os conceitos suficientes para sua solução:
- princípios aditivo e multiplicativo da igualdade;
- conceito de radiciação.

Também as equações do tipo $ax^2 + bx = 0$ os alunos têm os pré-requisitos:
- fatoração mediante a colocação de um fator comum em evidência;
- o fato que se m x n = 0 (m e n são números reais), então m =0 ou n=0.

Para a resolução das equações completas do 2º grau é conveniente que se faça, primeiramente, uma abordagem geométrica (método de Al Khowarizmi) e só depois de uma crítica a esse método introduzimos o método algébrico (fatoração do trinômio) chegando a fórmula de Bhaskara, momento em que o assunto será generalizado e formalizado.

Método Geométrico Método de Al Khowarizmi

Al Khowarizmi, astrônomo e matemático árabe, nasceu em Bagdá. hoje capital do Iraque, nos fins do século VIII. Escreveu alguns livros, porém dois tiveram enorme importância na história da matemática. Um desses livros eram sobre Aritmética e o outro sobre Álgebra. No livro de Aritmética, Al Khowarizmi estuda o sistema de numeração decimal, criado pelos hindus, que nos utilizamos até hoje. Esse livro foi traduzido para o latim (língua utilizada pelos estudiosos), tendo sido muito difundido na Europa. Com o passar do tempo, o sistema de numeração decimal ficou conhecido como o sistema de Al Khowarizmi. Seu nome virou uma palavra associada aos números e de tanto pronunciar e escrever seu nome, este acabou por se transformar em "algarismo".

O outro livro que se tornou muito conhecido, estuda as equações e chama-se Aljabr Wa'l muqa bãlah. Na Europa, o nome do livro ficou conhecido apenas como Aljabr e depois Algebra.

O método que Al Khowarizmi utilizava para resolver equações do 2º grau é bastante geométrico.

Vejamos:

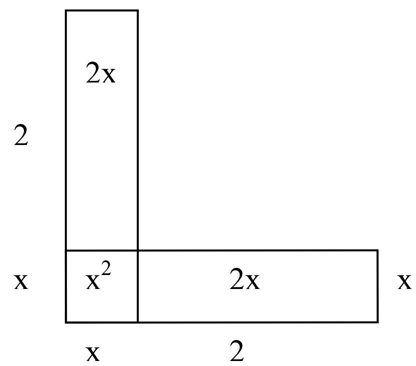
Seja a equação $x^2 + 4x - 21 = 0$

Podemos escrevê-la: $x^2 + 4x = 21$ ou, ainda, $x2 + 2x + 2x = 21$

e representamos o 1º membro da equação pela figura em forma de L:

Nesta figura, temos:

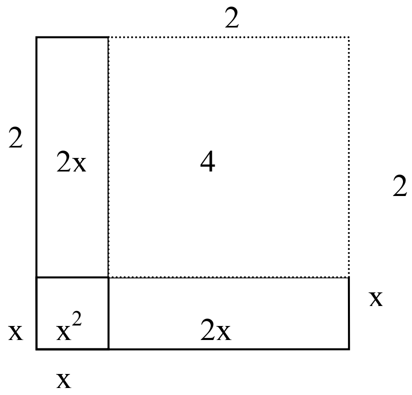
- um "quadradinho" de lado x e área x^2.
- dois retângulos de lados x e 2;
- a área de cada retângulo é 2x.



A soma das áreas dessas três figuras que compõem o "L" é $x^2 + 2x + 2x$.

Pela figura e pela relação (1), que a área $x^2+2x+2x$ é igual a 21 (área do "L").

Completando a figura de "L", de modo a obter "quadradão", teremos:



o "quadradão” assim obtido tem lado x + 2.

Sabemos que a área do "quadradão" é a soma da área do "L" com a área do quadrado de lado 2, que completou o "quadradão".

Área do quadradão:

$$21 + 4 = 25$$

Área do L   área do quadrado de lado 2

Se o "quadradão" tem área 25, então seu lado vale 5.

Logo, x + 2 = 5, e, portanto, x =3, que satisfaz à equação $x^2+4x=21$, pois $3^2 + 4.3 = 9 + 12 = 21$.

Deve-se fazer com os alunos uma crítica a esse processo, pois apesar de criativo apresenta alguns inconvenientes:

- o processo não é geral, pois ele não se aplica, por exemplo, a equações incompletas.

Se no exemplo $x^2 +4x-21=0$ Tivéssemos $x^2 - 4x+21=0$, o método também não serviria (para a equação do tipo $x^2-4x-21=0$, Al Khowarizmi empregava um outro processo, também geométrico, porém muito mais complicado que esse descrito).

- Quando é possível aplicar esse método, ele não fornece todas as soluções. Por exemplo, resolvemos a equação $x^2+4x-21=0$ e encontramos x = 3, porém existe uma outra solução que é x = -7.

Verificando: $(-7)^2 + 4. (-7)-21=$

$49 - 28 - 21 =$

$21-21 = 0$

Resoluções de equações do 2º grau. Método do algébrico (fatoração do trinômio)

Como o método geométrico é limitado, justifica-se, agora, um processo mais eficiente, que seja aplicável a todas as equações do 2º grau e que forneça todas as suas soluções.

Nos casos em que o 1º membro da equação de 2º grau, na forma geral, não permitir a aplicação de nenhum caso de fatoração conhecido, podemos construir com os alunos um artifício através do qual podemos fazer com que o 1º membro da equação se torne um trinômio quadrado perfeito, mantendo a igualdade, é claro.

Exemplo: Resolver a equação $3x^2 + 2x - 1 = 0$

Essa equação pode ser escrita

$$x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} = 0$$

Ou ainda:

$$x^2 + \frac{2}{3}x = \frac{1}{3}$$

A idéia é completar a expressão do 1º membro da equação (1), de modo a torná-la um trinômio quadrado perfeito:

$$x^2 + \frac{2}{3}x + ... = (x + ...)^2$$

Relacionando o termo $\frac{2}{3}x$ ao duplo produto, encontramos o segundo termo da soma procurada.

$$\frac{2}{3} : 2 = \frac{1}{3}$$

Então:

$$x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = (x + \frac{1}{3})^2$$

Fazendo esses acréscimos em (1) de modo a não alterar a igualdade, teremos:

$$x^2 + \frac{2}{3}x\frac{1}{3} = 0$$

a partir desse ponto o valor de x é facilmente encontrado:

$$(x + \frac{1}{3})^2 = \frac{4}{9}$$

A partir desse ponto o valor de x é facilmente encontrado:

$$x+\frac{1}{3}=\pm\sqrt{\frac{4}{9}}$$

$$x+\frac{1}{3}=\pm\frac{2}{3}$$

Depois de resolver algumas equações do 2º grau (equações com 2 raízes distintas, 2 raízes iguais ou sem raízes reais) pela fatoração do trinômio, deve-se propor aos alunos que resolvam a equação geral

$$ax^2 + bx + c = O \ (a\neq 0,\ a,\ b,\ c \in R).$$

Resolvendo essa equação do 2º grau, estaremos resolvendo todas as equações de segundo grau. A equação $ax^2 + bx + c = 0$ ($a\neq 0$).

pode ser escrita assim:

$ax^2 + bx = -c$

ou ainda, $x^2+\frac{b}{a}x=\frac{-c}{a}$

Precisamos fazer aparecer quadrado perfeito:

$$x^2+\frac{b}{a}x+...=(x+...)^2$$

associando $\frac{b}{a}x$ ao duplo produto, encontramos o segundo termo da soma procurada

$$\frac{b}{a}:a=\frac{b}{2a}$$

logo, $x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$

ou $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{-c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}$

ou ainda, $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$,

a equação terá solução real se $\frac{b^2-4ac}{4a^2}\geqslant 0$

Como o denominador $4a^2$ é sempre positivo, logo,

Então, $x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$

e $x = \frac{-b}{2a} \pm \frac{1}{2a}\sqrt{b^2 - 4ac}$ e finalmente:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

(Fórmula de Bhaskara)

Livros Grátis

(http://www.livrosgratis.com.br)

Milhares de Livros para Download:

Baixar livros de Administração
Baixar livros de Agronomia
Baixar livros de Arquitetura
Baixar livros de Artes
Baixar livros de Astronomia
Baixar livros de Biologia Geral
Baixar livros de Ciência da Computação
Baixar livros de Ciência da Informação
Baixar livros de Ciência Política
Baixar livros de Ciências da Saúde
Baixar livros de Comunicação
Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE
Baixar livros de Defesa civil
Baixar livros de Direito
Baixar livros de Direitos humanos
Baixar livros de Economia
Baixar livros de Economia Doméstica
Baixar livros de Educação
Baixar livros de Educação - Trânsito
Baixar livros de Educação Física
Baixar livros de Engenharia Aeroespacial
Baixar livros de Farmácia
Baixar livros de Filosofia
Baixar livros de Física
Baixar livros de Geociências
Baixar livros de Geografia
Baixar livros de História
Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura
Baixar livros de Literatura de Cordel
Baixar livros de Literatura Infantil
Baixar livros de Matemática
Baixar livros de Medicina
Baixar livros de Medicina Veterinária
Baixar livros de Meio Ambiente
Baixar livros de Meteorologia
Baixar Monografias e TCC
Baixar livros Multidisciplinar
Baixar livros de Música
Baixar livros de Psicologia
Baixar livros de Química
Baixar livros de Saúde Coletiva
Baixar livros de Serviço Social
Baixar livros de Sociologia
Baixar livros de Teologia
Baixar livros de Trabalho
Baixar livros de Turismo