INSTABILIDADE ESTRUTURAL DE RESERVATÓRIO D'ÁGUA ELEVADO SOB AÇÃO SÍSMICA

Jonylson Carvalho de Amarante

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:

Prof. Ronaldo Carvalho Battista, Ph.D.

Prof^a. Eliane Maria Lopes Carvalho, D.Sc.

Prof. Paulo Batista Gonçalves, D.Sc.

Prof. Vicente Custódio Moreira de Souza, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL AGOSTO DE 2004

Livros Grátis

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.

AMARANTE, JONYLSON CARVALHO DE

Instabilidade Estrutural de Reservatório D'Água Elevado Sob Ação Sísmica [Rio de Janeiro] 2004.

VIII, 94p. 29,7cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Civil, 2004).

Tese – Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Dinâmica Estrutural;

2. Interação Fluido-Estrutura;

3. Ação Sísmica;

4. Instabilidade Estrutural.

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

Aos meus pais Jony Walter de Amarante e Rita Maria do Socorro Carvalho Araújo.

AGRADECIMENTOS:

A Deus pelos obstáculos ultrapassados durante a vida.

Aos professores Ronaldo C. Battista e Eliane M. L. Carvalho pelos ensinamentos, dedicação e orientação deste trabalho de tese.

A minha irmã Claudenice Carvalho Araújo, pelo acolhimento, pelos conselhos, pela ajuda e pelos momentos de descontração a mim proporcionado. Que Deus a abençoe!

A minha irmã e mãe Cláudia Maria Carvalho Araújo Lúz, pelos conselhos, pelo incentivo e força durante essa caminhada.

A minha namorada Ana Selma de Araújo Alves, pelo companheirismo, pela paciência e pelo incentivo nos momentos mais difíceis.

A toda a minha família que tanto me apoiou e acreditou na realização deste trabalho.

Aos professores Pedro Wellington G. N. Teixeira, Maria de Lourdes Teixeira e Fernando Drumond, pelos ensinamentos e incentivos dados durante a graduação.

Aos amigos, Danilo de Hollanda Fernandes, Vitalino Venanci, Guilherme Quinderé, Bruno Agostini, Luciano Franco, Carlos Alvarez, Nelson Patrício, Walber Correa, Emerson Figueiredo, Wendell Varela, Tiago Oliveira, Luiz Alvariño, Adcleides da Silva, Hisashi Inoue, Bruno Olivieri, Roberta Viana e Miguel Pimenta pela amizade, pelo companheirismo e pelos bons momentos vivenciados na COPPE/UFRJ, obrigado!

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

Aos funcionários do PEC Thelmo, Célio, Rita, Jairo, Beth, Vilma, Luzidelle e Sandra.

A todos aqueles que, de uma forma ou de outra, contribuíram para a realização deste trabalho e que não foram, aqui, citados. Muito obrigado!

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

INSTABILIDADE ESTRUTURAL DE RESERVATÓRIO D'ÁGUA ELEVADO SOB AÇÃO SÍSMICA

Jonylson Carvalho de Amarante

Agosto/2004

Orientadores: Ronaldo Carvalho Battista Eliane Maria Lopes Carvalho

Programa: Engenharia Civil

A ação sísmica provoca forças de inércias que causam fortes vibrações e esforços internos na meso-estrutura de reservatórios d'água elevados. Apresenta-se neste trabalho um modelo matemático-numérico para o estudo do problema de interação dinâmica fluido-estrutura induzida pela ação sísmica na base da torre treliçada, no topo da qual se encontra o reservatório d'água. Um modelo analítico linearizado para simulação do movimento do fluido foi utilizado na elaboração da modelagem do sistema. Estando o reservatório acoplado à estrutura, a excitação dinâmica de base induz um movimento oscilatório no fluido, podendo levar a uma situação limite entre formação e quebra de ondas, gerando assim forças hidrodinâmicas que podem tornar o sistema estrutural instável. As equações acopladas do movimento da estrutura e do fluido sob ação sísmica foram desenvolvidas segundo o Método da Superposição Modal e solucionadas por meio do algoritmo de integração numérica de quarta ordem do Método de Runge-Kutta.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

STRUCTURAL INSTABILITY OF ELEVATED WATER TANK UNDER SEISMIC ACTION

Jonylson Carvalho de Amarante

August/2004

Advisors: Ronaldo Carvalho Battista Eliane Maria Lopes Carvalho

Department: Civil Engineering

The seismic action causes inertia forces and induce strong vibrations and large member forces in the meso-structure of elevated water tanks. This work presents a mathematical-numerical model to study the dynamic fluid-structure interaction problem induced by the seismic action in the base of the trussed tower-structure, on the top of which is the water tank. An analytical linearized model for simulation of the movement of the fluid was used in the system's modelling. Being the water tank coupled to the structure, the base excitation induces an oscillatory movement in the fluid, that could lead to a limit situation between the formation and break of waves, thus generating hydrodynamic forces that can turn unstable the structural system. The coupled equations of movement of the structure and of the fluid under seismic action were developed within the framework of Modal Superposition Method and solved with the Runge-Kutta fourth order algorithm for numeric integration of the coupled equations.

ÍNDICE

Capítulo I	
INTRODUÇÃO	
I.1 – Motivação e objetivo do trabalho	2
I.2 – Escopo do trabalho	5
Capítulo II	
DESCRIÇÃO DO PROBLEMA DA ESTRUTURA COM FLUIDO	
SOB AÇÃO SÍSMICA	
II.1 – Aspectos gerais	7
II.2 – Descrição do problema da instabilidade	7
Capítulo III	
MODELAGEM MATEMÁTICA DO MOVIMENTO DO FLUIDO	
NUM RESERVATÓRIO	
III.1 – Descrição do problema	11
III.2 – Modelo matemático do movimento do fluido	13
Capítulo IV	
MODELAGEM TEÓRICA DO SISTEMA ESTRUTURAL	
IV.1 – Sistema estrutural discretizado e Método da Superposição Modal	21
IV.2 – Sistema estrutural discretizado sob aceleração sísmica de base	31
IV.3 – Acoplamento da força hidrodinâmica ao sistema estrutural	
discretizado	36
Capítulo V	
EXEMPLOS DE APLICAÇÃO: ANÁLISE DOS RESULTADOS	
V.1 – Considerações gerais	39
V.2 – Descrição da estrutura aporticada	39
V.3 – Descrição do reservatório e parâmetros geométricos e físicos	
utlizados nas análises	41

V.4 – Freqüências e modos de vibração livre	42
V.5 – Excitação de base	44
V.6 – Respostas dinâmicas e análise do comportamento estrutural	47
V.6.1 – Respostas do reservatório com água em movimento sob ação	
do sismo EL-CENTRO	47
V.6.1.1 – Respostas para reservatório com nível d'água h_f = 3,0m	47
V.6.1.2 – Respostas para reservatório com nível d'água $h_f = 2,5m$	53
V.6.1.3 – Respostas para reservatório com nível d'água $h_f = 2,0m$	58
V.6.2 – Respostas do reservatório com água em movimento sob ação	
do sismo do MÉXICO	60
V.6.2.1 – Respostas para reservatório com nível d'água h_f = 3,0m	60
V.6.2.2 – Respostas para reservatório com nível d'água h_f = 2,5m	66
V.6.2.3 – Respostas para reservatório com nível d'água h_f = 2,0m	71
V.6.3 – Respostas para reservatório com água em repouso sob ação	
do sismo do MÉXICO	73
V.6.4 – Respostas para reservatório vazio	75
V.6.4.1 – Respostas para reservatório vazio sob ação do sismo	
EL-CENTRO	75
V.6.4.2 – Respostas para reservatório vazio sob ação do sismo	
do MÉXICO	79
V.6.5 – Resumo dos valores RMS e de PICO das respostas	82
V.6.6 – Verificação da resistência e estabilidade	84

Capítulo VI

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

VI.1 – Conclusões	88
VI.2 – Sugestões para trabalhos futuros	89

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

O movimento é um fenômeno que sempre intrigou o homem. Diversos povos antigos (egípcios, caldeus, fenícios, babilônios), por interesses variados, procuraram compreender o curso dos astros, o fluxo das marés, o ciclo dos eclipses etc [1]. As primeiras explicações eram ainda muito impregnadas de religiosidade e mito. Apenas por volta do século VI a.C. é que os gregos começaram a desenvolver um tipo de pensamento para explicar os fenômenos naturais sem a intervenção dos deuses. Foi então que se começou a esboçar uma compreensão mais física do movimento e dos demais fenômenos da natureza, dentre os quais destaca-se a Dinâmica.

Por exemplo, a Dinâmica aplicada a fluidos tem se tornado uma grande fonte de pesquisas desde o advento do computador. Nos anos 70, o Método das Diferenças Finitas (MDF) foi universalmente utilizado como método numérico na modelagem de processos envolvendo fluidos. A modernização dos computadores, associada ao advento do Método dos Elementos Finitos (MEF), permitiu que análises altamente complexas de problemas de engenharia fossem possíveis. Atualmente, os métodos numéricos são aplicados a uma vasta gama de problemas físicos [2,12,16,17].

Estando sujeitas a ações como a do vento, ondas marinhas, terremotos ou outras ações dinâmicas, estruturas mais esbeltas e arrojadas, edifícios mais altos, novas concepções estruturais com seus novos materiais e suas limitações construtivas, podem apresentar problemas de conforto para quem as usa, de utilização em serviço ou até mesmo de segurança e vida útil da própria estrutura.

I.1 Motivação e objetivo do trabalho

Embora carregamentos dinâmicos agindo em sistemas estruturais possam resultar de diferentes fontes, incluindo ações de vento ou onda e movimento de veículos, um tipo de ação de grande importância para a Engenharia Estrutural é a produzida por terremotos. O problema significante dos terremotos é a terrível conseqüência que o mesmo pode causar em uma área densamente povoada.

Para um engenheiro de sismos, o aspecto mais importante de um movimento de terra provocado por uma ação sísmica está no efeito que eles terão nas estruturas, isto é, as tensões e deformações, ou a quantidade de danos que eles produzirão [3,4].

Contudo, no caso do estudo em questão (Reservatórios Elevados com Fluido sob Ação Sísmica), surge um outro fenômeno de grande importância que deve ser levado em consideração, chamado fenômeno de *Sloshing* [6,7].

O fenômeno de *Sloshing* [6,7], ou oscilação da superfície livre de líquidos em tanques, causado por grandes terremotos, é um problema muito importante que requer clareza na sua conexão com provisões arriscadas. O seu estudo é baseado na teoria de onda de águas rasas, onde as equações básicas que descrevem a resposta não-linear do movimento de *Sloshing* [6,7] são equações diferenciais parciais sujeitas a certas condições iniciais e de contorno, resolvidas com a utilização de métodos numéricos [8,9].

A ação sísmica provoca forças de inércia que causam fortes vibrações e esforços internos na meso-estrutura de reservatórios d'água elevados, levando os mesmos ao colapso estrutural, conforme ilustrado na Figura I.1. Assim, a partir da investigação de danos e colapsos estruturais com construções de diversos materiais, o comportamento de estruturas sob ação sísmica tornou-se uma importante fonte de estudo e pesquisa.



Figura I.1 Reservatório elevado típico apoiado sobre uma estrutura tubular esbelta (antes e depois do terremoto Imperial Valley, Califórnia, 1979 [5])

Um aspecto importante é o da modelagem matemática do sistema estrutural dinâmico, isto é, a concepção de um modelo analítico que represente a estrutura que se quer analisar e a posterior formulação das equações de movimento. A solução destas equações de movimento é que fornece as respostas dinâmicas da estrutura.

Quando as equações diferenciais que governam o fenômeno físico de um problema real são conhecidas e suas geometria e condições de contorno são complexas, o que ocorre principalmente em problemas tridimensionais e/ou de grande porte, uma solução analítica é difícil e às vezes até impossível, sendo utilizado um método numérico para se obter uma solução aproximada.

O desenvolvimento de métodos numéricos para análise dinâmica tem sido alvo de intensas pesquisas em todo o mundo nos últimos tempos. Tal fato se deve, basicamente, à disponibilidade de equipamentos computacionais cada vez mais adequados à abordagem de sistemas mais complexos e às necessidades dos engenheiros considerarem em suas análises novos materiais e novas formas geométricas, exigindo novas bases na modelagem estrutural [10]. Aspectos de economia e segurança das populações e do meio ambiente têm também exigido em estruturas, como as de usinas nucleares, edifícios altos, plataformas marítimas, usinas hidro-elétricas, aeronaves etc, a adoção de modelos estruturais dinâmicos mais realísticos e sofisticados [11].

Usualmente, a análise de problemas estruturais dinâmicos se vale de procedimentos de integração aliados a algoritmos de verificação de equilíbrio e outras adaptações [12,13,14,15]. Assim, utilizando-se do Método dos Elementos Finitos [2,12,16,17,18] para aproximação espacial, a resposta dinâmica é geralmente obtida no domínio do tempo, por intermédio de métodos de integração numérica tal como Runge-Kutta [14].

Apesar do grande número de técnicas de transformação existentes, tais como Laplace e outros [19,20,21], algoritmos baseados em transformadas de Fourier são os de maior emprego para engenheiros estruturais. A análise no domínio da freqüência a ser aqui considerada é focada em algoritmos FFT [22]. Análises no domínio da freqüência são mais apropriadas quando propriedades físicas do modelo são melhores descritas em tal domínio.

Foram consideradas, na presente pesquisa, abordagens direta e modal da solução do sistema de equações de movimento resultante da discretização do modelo por elementos finitos. No domínio do tempo, a análise modal [16,17] tem se mostrado, de longa data, como uma alternativa interessante para análise dinâmica, sendo inclusive destacável a eficiência da análise de alguns modelos quando processada por intermédio de Superposição Modal [16,17]. No domínio da freqüência, a análise modal tem importância ainda mais acentuada, em virtude do elevado custo computacional da solução direta do sistema de equações complexas.

Quando se opta por análise modal, ocorrendo o desacoplamento total das equações de movimento, a solução integral pode ser implementada, sem redução de precisão, uma vez que a solução de problemas com um grau de liberdade é simples e facilmente encontrada na literatura [16,17].

A formulação estabilizada de elementos finitos, quando aplicada às equações de *Navier-Stokes* [23,24,25,26], resulta em um sistema acoplado de equações nãolineares. O termo convectivo, presente na equação de conservação da quantidade de movimento, associado à não-linearidade do material apresentado em problemas com fluidos, torna a escolha dos algoritmos de solução um assunto de suma importância, especialmente com respeito às propriedades de convergência. A busca por um método de solução pode ser muitas vezes uma tarefa difícil, dada a existência de diversas técnicas e suas variantes.

O presente trabalho tem como objetivo principal estudar o problema hidrodinâmico do movimento do fluido com superfície livre em reservatórios posicionados sobre estruturas sob ação sísmica, sendo apresentadas respostas que mostram o acréscimo de esforços, o que demanda na busca de soluções alternativas para controlar e/ou minimizar as forças hidrodinâmicas e reduzir deslocamentos e esforços na estrutura portante e suas fundações, considerando a interação fluido-estrutura-fundação-solo.

I.2 Escopo do trabalho

A apresentação do trabalho foi dividida em 6 capítulos. O Capítulo II apresenta uma breve descrição do problema: sistema estrutural (pórtico + reservatório) com fluido sujeito à ação sísmica.

O Capítulo III trata da formulação matemática do movimento do fluido num reservatório. Traz as equações que regem o problema hidrodinâmico e a força induzida pelo movimento do fluido. Explica, também, porque é utilizada uma formulação linear, apesar do movimento do fluido envolver não-linearidades.

O Capítulo IV apresenta a modelagem teórica do sistema estrutural discretizado via Método dos Elementos Finitos [12,16,17] e a análise dinâmica via Método da Superposição Modal [16,17]. Explica, também, a implementação da Aceleração Sísmica de Base no sistema [27] e traz ainda o acoplamento da Força Hidrodinâmica ao Sistema Estrutural Discretizado [26,28].

O Capítulo V traz exemplos de aplicação verificando o comportamento estrutural do sistema aporticado sob ação sísmica; freqüências e modos de vibração; respostas nos domínios do tempo e da freqüência. Traz o comportamento da estrutura devido ao acoplamento do movimento do fluido. Por fim, traz uma avaliação do acréscimo dos esforços devido ao movimento do fluido [29]. As respostas das análises feitas no presente trabalho foram obtidas por meio de um programa para análise dinâmica linear 2D elaborado em linguagem FORTRAN.

Finalmente, o Capítulo VI apresenta as conclusões extraídas deste trabalho e novas propostas para futuras pesquisas.

CAPÍTULO II

DESCRIÇÃO DO PROBLEMA DA ESTRUTURA COM FLUIDO SOB AÇÃO SÍSMICA

II.1 Aspectos gerais

Embora milhares de terremotos ocorram a cada ano e embora eles sejam amplamente distribuídos sobre a superfície da Terra, comparativamente poucos deles causam danos às propriedades, ou mesmo causam a perda de vidas humanas. Aqueles que são de interesse do engenheiro estrutural são os que podem causar danos estruturais e são chamados de "Strong-motion Earthquakes" [16].

Duas dificuldades fundamentais encontradas na análise da resposta provocada por um terremoto são a natureza aleatória da excitação e a natureza não-linear da resposta estrutural [16,17,27].

II.2 Descrição do problema da instabilidade

O sistema estrutural em estudo consiste de uma estrutura aporticada de um único vão e com múltiplos andares bem travejados por diagonais para enrijecimento estrutural e predominância do primeiro modo de vibração por flexão, já que sem travejamento a estrutura torna-se mais flexível e consequentemente acentua-se o modo de vibração lateral. Acoplado ao mesmo, encontra-se o reservatório com fluido armazenado. Assim, a excitação dinâmica de base (sismo) [27] que age nas fundações do conjunto provoca aceleração na estrutura que induz um movimento oscilatório no fluido.

Estando o reservatório acoplado à estrutura, a excitação dinâmica de base que age nas fundações do conjunto induz um movimento oscilatório no fluido, fazendo com que o mesmo se encontre numa situação limite entre formação e quebra de onda, gerando assim forças hidrodinâmicas, forças essas que fazem alterar as características dinâmicas da própria estrutura, tornando o sistema estrutural instável.

A força hidrodinâmica é a força de interação entre o reservatório e a estrutura na qual o mesmo se encontra. Essa força é obtida, a cada momento, em função da diferença de pressão hidráulica nas duas paredes transversais do reservatório (igual à pressão hidrostática, em um certo instante) e, portanto depende das alturas de fluido nas paredes. A resultante dessas pressões provoca uma ação a mais, resultando em acréscimo de esforços e deformações na estrutura.

O reservatório consiste de uma estrutura rígida contendo fluido sujeito à pressão atmosférica. Os modelos aqui analisados são definidos pelo comprimento L, pela largura **B** e pela altura de fluido em repouso h_f , como mostra a Figura II.1.



Figura II.1 Reservatório rígido

A Figura II.2a mostra, esquematicamente, numa primeira situação, o sistema estrutural com o reservatório acoplado, com o fluido em seu estado de repouso. Numa situação posterior, ao entrar em oscilação por conta da excitação de base, tem-se o surgimento da força hidrodinâmica induzida pelo movimento do fluido, (Figura II.2b).



Figura II.2 Esquema do sistema estrutural com fluido sujeito à ação sísmica.

Na Figura II.3 tem-se o sistema estrutural de um grau de liberdade generalizado (1GL) de massa M_s , com um deslocamento x, na estrutura.



Figura II.3 Esquema do acoplamento do reservatório a uma estrutura com um grau de liberdade.

A força $\mathbf{F_{induzida}}$ que aparece na situação posterior das Figuras II.2b e II.3 é a força de interação entre o reservatório e a estrutura sobre a qual o mesmo se encontra.

CAPÍTULO III

MODELAGEM MATEMÁTICA DO MOVIMENTO DO FLUIDO NUM RESERVATÓRIO

As ações dinâmicas que atuam em estruturas civis possuem, normalmente, períodos longos e, devido a isso, vibrações indesejadas ocorrem em estruturas muito flexíveis e de baixa freqüência natural. A ação hidrodinâmica originada pelo movimento do fluido em um reservatório sujeito a ação sísmica é uma delas e faz com o que o fluido responda em movimento de *Sloshing* [6,7] quando excitado em ressonância, que é uma situação limite antes de haver formação completa e quebra de onda, gerando deslocamentos e esforços indesejáveis na estrutura portante e suas fundações.

III.1 Descrição do problema

O problema em estudo consiste de um reservatório posicionado sobre uma estrutura sob ação sísmica, contendo um fluido com superfície livre sujeita à pressão atmosférica. Estando o reservatório acoplado à estrutura, o movimento desse fluido, quando a mesma é excitada, gera forças que fazem alterar as características dinâmicas da própria estrutura.

A Figura III.1 mostra, esquematicamente, o modelo, sujeito a uma excitação dinâmica de base, com a força hidrodinâmica.



Figura III.1 Esquema do sistema estrutural sujeito a uma excitação dinâmica de base com a força hidrodinâmica induzida pelo movimento do fluido.

A força $\mathbf{F}_{induzida}$ é a força de interação entre o reservatório e a estrutura sobre a qual está fixado. Essa força $\mathbf{F}_{induzida}$ é calculada, a cada instante, em função da diferença de pressão hidráulica nas duas paredes transversais do tanque (igual à pressão hidrostática, em um certo tempo). A pressão hidráulica depende das alturas de fluido nas paredes, segundo a Equação III-1, baseada na Figura III.1.

$$F_{induzida} = \frac{1}{2} \rho g b \left(h_d^2 - h_e^2 \right) \tag{III-1}$$

onde,

ρ é a massa específica do fluido;
g é a aceleração da gravidade;
b é a largura do reservatório;
h_d é a altura de fluido na parede direita do reservatório; e
h_e é a altura de fluido na parede esquerda do reservatório;

A força $\mathbf{F}_{induzida}$ obtida pela Equação III-1 considera que a pressão hidrostática é dominante sobre a força de inércia gerada pela aceleração vertical do fluido nas paredes transversais e sobre a força de atrito no fundo do tanque. Assim, as duas foram desprezadas na formulação utilizada [25].

Para obtenção da $\mathbf{F}_{induzida}$ também não foi considerada a força de inércia devido à parcela de massa fluida deslocada horizontalmente enquanto o fluido se movimenta em *Sloshing* [25].

III.2 Modelo matemático do movimento do fluido

O movimento do fluido sobre uma superfície plana e a pequena profundidade envolve não-linearidades. Um modelo não-linear, baseado na teoria de onda de águas rasas, que consiste em equações diferenciais parciais submetidas a certas condições iniciais e de contorno, resolvidas de maneira aproximada por meio de métodos numéricos, apresenta grande instabilidade numérica. Essas equações são obtidas a partir da equação da continuidade e das equações bidimensionais de Navier-Stokes [23,24,25,26].

O presente trabalho não teve a preocupação em trabalhar com os procedimentos numéricos da solução não-linear, tendo em vista que o mesmo já foi estudado [26] e foi verificado ser o perfil da superfície livre do fluido aproximadamente linear ao longo do comprimento do reservatório. Trabalhou-se, portanto, com o modelo analítico linearizado.

O reservatório esquematizado na Figura III.2 tem comprimento L, altura de fluido em repouso h_f e é submetido a um movimento horizontal dinâmico x na direção X. O sistema de eixos local **o-x-z** é considerado sobre a superfície do fluido em repouso com origem na parede lateral esquerda do reservatório.



Figura III.2 Reservatório sujeito a um movimento horizontal dinâmico

O movimento do fluido no reservatório é simulado por uma teoria linear, dispersiva e dissipativa, a qual consiste da utilização de técnicas de integração para obter uma expressão para a função de transferência com forma analítica suficientemente simples [6,7,23]. Isso é obtido a partir das equações de onda longa do problema não-linear dispersivo e dissipativo, que na forma uni-direcional é descrita pelo sistema de duas equações diferenciais parciais representado nas equações III-2 e III-3,

$$\dot{\eta} + \left[\left(h_f + \eta \right) u \right] = 0 \tag{III-2}$$

$$\dot{u} + uu' + g\eta' - \frac{1}{3}h_f^2 \dot{u}'' + \sqrt{\frac{v\omega_f}{2}}\frac{1}{h_f}u + \ddot{x} = 0$$
(III-3)

onde os pontos representam derivação em relação ao tempo e as linhas em relação ao espaço, além das derivadas e parâmetros já definidos anteriormente, tem-se:

 $\eta \equiv \eta$ (x,t) é a elevação da superfície livre (ver Figura III.2);

 $u \equiv u(x,t)$ é a velocidade horizontal da partícula do fluido (direção x);

v é o coeficiente de viscosidade cinemática do fluido;

 ω_f é a freqüência angular característica de movimento do fluido;

 h_f é a altura de fluido em repouso; e

 \ddot{x} é a aceleração do movimento de excitação do reservatório (ver Figura III.2).

Inicialmente o fluido está em repouso. Portanto as condições iniciais do problema são

$$\eta(\mathbf{x},0) = 0 \tag{III-4}$$

$$u(x,0) = 0$$
 (III-5)

A condição de impenetrabilidade das paredes do reservatório conduz às seguintes condições de contorno do problema;

$$\mathbf{u}(0,\mathbf{t}) = 0 \tag{III-6}$$

$$u(L,t) = 0 \tag{III-7}$$

As variáveis são adimensionalizadas com as relações das equações III-8 a III-12:

$$\eta^* = \frac{A_c L}{g} \eta \tag{III-8}$$

$$x^* = Lx \tag{III-9}$$

$$t^* = \frac{L}{\sqrt{gh_f}}t$$
 (III-10)

$$u^* = \frac{A_c L}{\sqrt{gh_f}} u \tag{III-11}$$

$$\ddot{x}^* = A_c f^{\circ} \left(\omega_f t^* \right) \tag{III-12}$$

onde os símbolos com asterisco representam as variáveis dimensionais originais e A_c é a amplitude de aceleração do reservatório. A partir desse ponto, até o final deste capítulo, todas as variáveis serão adimensionais.

Substituindo as variáveis adimensionais, agrupando termos e considerando a dissipação devido ao atrito com as paredes laterais e a contaminação da superfície do fluido, que leva em conta o amortecimento produzido pelo seu estiramento, as equações III-2 e III-3 são reescritas na forma adimensional:

$$\dot{\eta} + \left[u(1+\alpha\eta)u\right]' = 0 \tag{III-13}$$

$$\dot{u} + \eta' + \alpha u u' - \frac{1}{3}\beta \dot{u}'' + f^{\circ}(\sigma t) + \gamma_f u = 0 \qquad (\text{III-14})$$

e as condições iniciais e de contorno na forma adimensional são:

$$\eta(\mathbf{x},0) = \mathbf{u}(\mathbf{x},0) = 0 \tag{III-15}$$

$$u(0,t) = u(1,t) = 0$$
 (III-16)

As equações III-13 e III-14 apresentam quatro parâmetros adimensionais.

Parâmetro de não-linearidade:
$$\alpha = \frac{A_c L}{gh_f}$$
 (III-17)

Parâmetro de dispersão:
$$\beta = \frac{h_f^2}{L^2}$$
 (III-18)

Parâmetro de amortecimento do fluido:

$$\gamma_f = \sqrt{\frac{v\omega_f}{2}} \left(1 + S + 2\frac{h_f}{b} \right) \frac{L}{h_f \sqrt{gh_f}}$$
(III-19)

Parâmetro de freqüência: $\sigma = \frac{\omega_f L}{\sqrt{gh_f}}$ (III-20)

O termo (1+ S + 2h_f/b) no parâmetro do amortecimento do fluido (Equação III-19) foi sugerido por Miles, conforme indica a referência [25], e é utilizado para levar em consideração o amortecimento devido ao atrito do fluido nas paredes laterais e a contaminação da superfície do fluido. O termo 2h_f/b é um coeficiente equivalente ao efeito do amortecimento por unidade de largura devido à camada de contorno das paredes laterais. O S é um fator de contaminação de superfície e seu valor varia entre 0 e 2. Seguindo indicação de outros estudos [23] será usado S=1, que corresponde à superfície totalmente contaminada.

As freqüências naturais do movimento de *Sloshing* [6,7] do fluido podem ser obtidas por meio de,

$$\omega_f = \frac{\sqrt{gh_f}}{L} (2n+1)\pi \left[1 - \frac{1}{6} (2n+1)^2 \pi^2 \left(\frac{h_f}{L}\right)^2 \right]$$
(III-21)

onde n é um número inteiro, iniciando em zero, que representa o modo de vibração desejado.

As equações III-13 e III-14 são linearizadas, a variável $\mathbf{u}(\mathbf{x},\mathbf{t})$ é eliminada e as expressões resultantes são,

$$\eta(x,t) = -\operatorname{Re}\left\{\frac{1}{\kappa}\frac{\operatorname{sen}\left[\kappa\left(x-\frac{1}{2}\right)\right]}{\cos\left(\frac{k}{2}\right)}e^{i\sigma t}\right\} - 2\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^{n}\operatorname{sen}\left[a_{n}\left(x-\frac{1}{2}\right)\right]\operatorname{Re}\left[f_{n}e^{S_{n}t}\right]$$
(III-22)

onde, $i = \sqrt{-1}$, e

$$\kappa = \frac{\sigma}{\sqrt{1 - \frac{1}{3}\beta\sigma^2}} \left(1 - \frac{i\gamma_f}{2\sigma}\right)$$
(III-23)

$$a_n = (2n+1)\pi \tag{III-24}$$

$$f_{n} = 4 \frac{S_{n}}{\left(S_{n}^{2} + \sigma^{2}\right)} \frac{1 + \frac{1}{3}\beta S_{n}^{2}}{\left[2S_{n} + \gamma_{f}\left(1 - \frac{1}{3}\beta S_{n}^{2}\right)\right]}$$
(III-25)

$$S_{n} = \frac{-\gamma_{f} - 2ia_{n} \left(1 + \frac{1}{3}\beta a_{n}^{2}\right)}{2\left(1 + \frac{1}{3}\beta a_{n}^{2}\right)}$$
(III-26)

Para validar matematicamente essa forma de solução deve-se respeitar sempre a desigualdade da Equação III-27 [23,24,25].

$$\sigma < \sqrt{\frac{3}{\beta}} \tag{III-27}$$

De acordo com as hipóteses utilizadas na derivação das equações dissipativas de onda longa, essa solução só é válida para $\beta \ll 1$ e $\gamma_f \ll 1$ [23,24,25].

Observando a Equação III-22 da solução da elevação η , nota-se que a mesma se assemelha à resposta de um sistema dinâmico de um grau de liberdade amortecido, sendo composta por duas parcelas: (i) uma função harmônica na freqüência de excitação, representando a parte permanente; e (ii) uma outra parcela, que é uma

combinação linear de todos os modos de oscilação do fluido no reservatório, que representa a parte transiente da resposta.

No início da excitação a resposta transiente é dominante, com uma amplitude maior do que a permanente, decaindo depois rapidamente devido ao termo exponencial de potência S_n , restando em seguida somente a resposta permanente.

Depois de calculada a elevação η , a força hidrodinâmica induzida pelo movimento do fluido é obtida por meio da Equação III-28.

$$F_{induzida} = \frac{1}{2} \rho g b \Big[(h_f + \eta_d)^2 - (h_f - \eta_e)^2 \Big]$$
(III-28)

onde,

 η_d é a elevação da superfície livre na parede direita do reservatório; e

 η_e é a elevação da superfície livre na parede esquerda do reservatório, ambas representadas esquematicamente conforme a Figura III.3.



Figura III.3 Elevação da superfície livre do fluido nas paredes do reservatório.

CAPÍTULO IV

MODELAGEM TEÓRICA DO SISTEMA ESTRUTURAL

Conhecidas as propriedades físicas, mecânicas e geométricas de um sistema estrutural dinâmico [19,20,21] (isto é, um conjunto de componentes estruturais interligados entre si, sob certa condições de vinculação, submetidos a forças estáticas e dinâmicas), pode-se construir seu modelo matemático.

A modelagem matemática pode ser constituída de duas fases:

- a concepção de um modelo analítico que represente adequadamente o sistema estrutural;
- a formulação das equações diferenciais de movimento por meio da aplicação das leis e princípios da mecânica clássica.

A concepção de um modelo matemático é, possivelmente, a etapa mais importante e, por vezes, a mais complexa na análise dinâmica estrutural.

A formulação da equação de movimento deve ser conduzida por meio da aplicação do método mais apropriado:

1) aplicação da 2^a lei de Newton;

- 2) equilíbrio dinâmico pelo Princípio de D'Alembert [16,17];
- 3) aplicação do Princípio dos Trabalhos Virtuais;
- 4) aplicação do Princípio de Hamilton [16,17].

Qualquer um desses métodos pode ser aplicado na formulação das equações diferenciais de movimento de sistemas mecânicos simples (isto é, compostos de corpos rígidos interligados entre si por meio de vinculações mecânicas, molas e amortecedores). As quantidades envolvidas no Princípio Variacional de Hamilton [16,17] são escalares: energias cinética, potencial e dissipada.

IV.1 Sistema estrutural discretizado e Método da Superposição Modal

Excetuando-se os mecanismos e máquinas que constituem sistemas mecânicoestruturais naturalmente discretos, toda estrutura deformável, por mais simples que seja, é um sistema contínuo. A estrutura aporticada em estudo pode ser considerada um exemplo prático de sistemas contínuos, ou seja, um sistema cujas respostas dinâmicas globais ou suas repostas dinâmicas locais de cada um de seus componentes, em termos de deslocamentos, por exemplo, são funções contínuas das coordenadas espaciais e do tempo.

A formulação das equações ou a representação matemática desses sistemas estruturais contínuos é geralmente inviável (ou impossível) na forma global, face a grande complexidade de suas geometrias, vinculações, carregamentos etc. Nesse caso, o sistema originalmente contínuo é representado por um modelo equivalente discretizado em várias partes ou elementos.

Dentre os vários métodos de discretização existentes, o utilizado no problema em estudo foi o MEF [2,12,16,17].

O MEF [2,12,16,17] é basicamente um procedimento de discretização de uma estrutura complexa como uma montagem de elementos discretos, os quais, por sua vez, se constituem em um componente estrutural contínuo. Mas, embora um elemento barra isolado seja considerado como um elemento finito e contínuo, a essência do método é o esquema de discretização, já que o deslocamento em qualquer ponto deste elemento contínuo é expresso em termos de um número finito de deslocamentos nodais dos

extremos do elemento. O campo de deslocamento é representado por funções que definem a configuração deformada do elemento quando são aplicados deslocamentos unitários em cada uma das direções dos graus de liberdade nodais.

Para a obtenção da equação de movimento de uma estrutura, é idealizado um sistema de um grau de liberdade com todas as propriedades inerentes a qualquer problema dinâmico com massa (m), amortecimento linear viscoso (c), rigidez elástica linear (k) e fonte externa de excitação ($f_e(t)$). A força de excitação é constituída de duas parcelas: (i) uma estática permanente (F_o); e (ii) uma dinâmica ($F_e(t)$).

$$f_e(t) = F_o + F_e(t)$$
 (IV-1)

A estrutura é representada por um sistema massa-mola-amortecedor, como o mostrado na Figura IV.1,



Figura IV.1 Sistema com um grau de liberdade generalizado.

As rodas restringem o movimento de forma que o bloco só tenha liberdade para se mover horizontalmente, sendo este seu único grau de liberdade, bastando a coordenada $x_T(t)$ para definir sua posição, também composta de duas parcelas,

$$x_T(t) = \overline{x} + x(t) \tag{IV-2}$$

onde,

$$\overline{x} = \frac{F_o}{k}$$
 é a parte estática; e

x(t) é a parte dinâmica.

A equação de movimento para o sistema estrutural será obtida por meio da aplicação do Princípio de Hamilton: "a variação das energias cinética e potencial mais a variação do trabalho realizado por forças não-conservativas, durante um certo intervalo de tempo t_1 a t_2 qualquer, deve ser igual a zero" [16,17], e expressa pela Equação IV-3.

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(T - V) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W_{nc} = 0$$
 (IV-3)

onde,

 $V = U + \Omega$ é a energia potencial total, formada por duas parcelas: U é a energia de deformação elástica por flexão e Ω é o potencial das cargas externas conservativas;

W_{nc} é o trabalho das forças não-conservativas;

 δ é a variação durante o intervalo de tempo.

A energia cinética T do sistema é definida como:

$$T = \frac{1}{2}m\dot{x}_T^2 \tag{IV-4}$$

A energia de deformação elástica U e o potencial da carga externa conservativa Ω (que é igual à negativa do trabalho) são dados por:

$$U = \frac{1}{2}mx_T^2 \tag{IV-5}$$

$$\Omega = -F_a x_T \tag{IV-6}$$

Procedendo a subtração T-V e sua variação:

$$T - V = T - U - \Omega = \frac{1}{2}m\dot{x}_T^2 - \frac{1}{2}kx_T^2 + F_o x_T$$
(IV-7)

$$\delta(T-V) = m\dot{x}_T \delta \dot{x}_T - kx_T \delta x_T + F_o \delta x_T$$
(IV-8)

As forças não-conservativas atuando no sistema, como mostra o diagrama de equilíbrio de forças na Figura IV.2, são a força de amortecimento f_a e parcela dinâmica da força de excitação $F_e(t)$.



Figura IV.2 Diagrama de equilíbrio de forças.

A variação do trabalho realizado por estas forças é,

$$\delta W_{nc} = F_e(t) \delta x_T - c \dot{x}_T \delta x_T \tag{IV-9}$$

Substituindo as Equações IV-8 e IV-9 na expressão do Princípio de Hamilton [16,17] (Equação IV-3), tem-se,

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[m \dot{x}_T \delta \ddot{x}_T - k x_T \delta x_T + F_o \delta x_T \right] dt + \int_{t_1}^{t_2} \left[F_e(t) \delta x_T - c \dot{x}_T \delta x_T \right] dt = 0$$
(IV-10)

Integrando o primeiro termo da Equação IV-10 por partes (isto é, aplicando o Teorema de Gauss [17]), tem-se,

$$\int_{t_1}^{t_2} m \dot{x}_T \delta \ddot{x}_T dt = m \dot{x}_T \delta x_T \Big|_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} m \ddot{x}_T \delta x_T dt$$
(IV-11)

Pelo Princípio de Hamilton [16,17], a variação δx_T se anula nos limites de integração t₁ e t₂. Devido a isso, o primeiro termo do lado direito da Equação IV-11 fica igual a zero.

Reescrevendo e re-arrumando a Equação IV-10 com o resultado da integração por partes, agrupando todos os termos em uma só integral e colocando a variação δx_T em evidência, tem-se:

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[-m\ddot{x}_T - c\dot{x}_T - kx + F_o + F_e(t) \right] \delta x_T dt = 0$$
 (IV-12)

A igualdade da Equação IV-12 só será satisfeita, em qualquer circunstância, se o integrando for igual a zero. Sendo a variação δx_T arbitrária, o termo entre colchetes deve se anular, ficando:

$$m\ddot{x}_{T} + c\dot{x}_{T} + kx_{T} = F_{o} + F_{e}(t)$$
 (IV-13)

Substituindo $x_T(t) = \overline{x} + x(t)$ e suas derivadas, lembrando que $\overline{x} = \frac{F_o}{k}$, mostra-se que a parcela de carregamento estático F_o pode ser eliminada do problema dinâmico, obtendo-se a equação de movimento do sistema de um grau de liberdade (Equação IV-14), que é uma equação diferencial ordinária de segunda ordem, linear, não-homogênea, com coeficientes constantes.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_e(t) \tag{IV-14}$$

Essa equação poderia ser mais facilmente obtida com o equilíbrio direto de forças atuantes sobre a estrutura por meio da Segunda Lei de Newton e do Princípio de D'Alembert [16,17]. Observando a Figura IV-2, nota-se que existem três forças atuando sobre o bloco: (i) a força externa $F_o + F_e(t)$; (ii) a força de amortecimento f_a exercida pelo amortecedor; e (iii) a força elástica f_e devido à mola. O somatório destas forças deve satisfazer o equilíbrio dinâmico em um certo instante de tempo t, sendo igual à força de inércia devido à massa do bloco. A expressão do equilíbrio dessas forças fica:

$$F_o + F_e(t) - c\dot{x}_T - kx_T = m\ddot{x}_T$$
(IV-15)

e, após a substituição de x_T, chega-se à Equação IV-14.

Imaginando que a força dinâmica de excitação $F_e(t)$ cesse a partir de um certo instante t e, a partir daí, não exista mais força externa atuando sobre a estrutura, e também, se o amortecimento é desprezado, tem-se o que se chama de vibração livre não amortecida, representada pela Equação IV-16.

$$m\ddot{x} + kx = 0 \tag{IV-16}$$

Nesse caso, a resposta do sistema é da forma:

$$\mathbf{x} = \overline{\mathbf{x}} . \mathrm{sen} \ (\mathbf{\omega}. \mathbf{t}) \tag{IV-17}$$

onde,

- ω é a freqüência natural de oscilação; e
- \overline{x} é a amplitude da oscilação.

Substituindo a Equação IV-17 na Equação diferencial (IV-16), tem-se:

$$(-m\omega^2 + k)\overline{x}.\operatorname{sen}(\omega.t) = 0$$
 (IV-18)

que é o problema de autovalor do qual se obtém as freqüências naturais e os modos de vibração associados da estrutura:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$
(IV-19)

Uma vez determinados os modos de vibração e suas freqüências naturais associadas por meio da análise de vibrações livres, pode-se adotar, como coordenadas generalizadas da estrutura contínua, as amplitudes das componentes modais da resposta global do sistema dinâmico.

Para um sistema contínuo, por exemplo, o de um elemento de barra, existe um número infinito de modos naturais de vibração e freqüências associadas. Para cada caso, entretanto, pode-se tomar apenas os modos que melhor possam representar a resposta da estrutura sob ação de um determinado carregamento dinâmico.

A equação de movimento obtida por meio do Princípio de Hamilton [16,17] (Equação IV-14) faz referência a apenas um elemento estrutural. Para se obter a equação de movimento global da estrutura somando-se todas as contribuições de seus vários elementos constituintes por meio de suas matrizes de massa, de amortecimento e de rigidez, já transformadas para o referencial global, tem-se a equação na sua forma matricial:

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F_e \tag{IV-20}$$

onde,

M é a matriz de massa global da estrutura;

C é a matriz de amortecimento global da estrutura;
K é matriz de rigidez global da estrutura;

Fe é o vetor global de forças nodais associadas aos deslocamentos dinâmicos;

A resposta é então buscada na forma resultante de uma superposição de um certo número i de modos naturais de vibração. Para o caso contínuo, unidimensional, pode-se escrever essa resposta na forma,

$$\sum_{i=1}^{\infty} \phi_i y_i$$
 (IV-21)

O vetor de deslocamento global será o somatório dos deslocamentos referentes a todos os **i** modos da estrutura.

Observa-se que a representação da Equação IV-21 é na forma de separação de variáveis. Além disso, representa uma transformação de coordenadas dos deslocamentos geométricos para as coordenadas das amplitudes modais, também chamadas de coordenadas normais.

Observa-se ainda que as formas modais $\phi_i(x)$ são os próprios modos de vibração determinados do problema de vibrações livres e que contêm a informação da deformação de cada ponto nodal da estrutura associado a uma determinada freqüência.

A Superposição Modal [16,17] faz uso das propriedades de ortogonalidade entre os modos de vibração e apresenta bons resultados, mesmo utilizando somente poucos modos.

Na forma matricial

$$\underset{\sim}{\mathbf{X}} = \underset{\sim}{\mathbf{\phi}} \underset{\sim}{\mathbf{Y}} \tag{IV-22}$$

O produto da matriz das formas modais ϕ com o vetor de amplitudes modais **Y** promove uma transformação de coordenadas generalizadas para coordenadas geométricas **X**.

Substituindo o vetor deslocamento global na forma da Equação IV-22 e suas derivadas no tempo na equação do movimento (Equação IV-20) e pré-multiplicando pela matriz transposta do i-ésimo modo de vibração ϕ_i^T , tem-se,

Lembrando que os termos do lado esquerdo da equação podem ser expandidos na forma,

e como os modos de vibração são ortogonais, tem-se que,

$$\phi_i^T M \phi_j = 0,$$
 para i $\neq j$ (IV-25)

$$\phi_i^T C \phi_j = 0, \qquad \text{para } i \neq j \qquad (IV-26)$$

$$\phi_i^T K \phi_j = 0, \qquad \text{para } i \neq j \qquad (\text{IV-27})$$

A propriedade de ortogonalidade entre os modos faz desaparecer todos os termos, exceto o referente ao i-ésimo modo, ficando a equação do movimento na forma:

$$\phi_i^T M \phi_i \, \overset{\cdot}{Y}_i + \phi_i^T C \phi_i \, \overset{\cdot}{Y}_i + \phi_i^T K \phi_i \, \overset{\cdot}{Y}_i = \phi_i^T F_e$$
(IV-28)

Definindo os escalares resultantes dos produtos matriciais:

$$m_i \equiv \phi_i^T M \phi_i \tag{IV-29}$$

$$c_i \equiv \phi_i^T C \phi_i \tag{IV-30}$$

$$k_i \equiv \phi_{j_{\perp}}^T K \phi_{j_{\perp}} \tag{IV-31}$$

$$f_i \equiv \phi_i^T F_e \tag{IV-32}$$

onde,

mi é a massa generalizada associada à forma modal i;

ci é o amortecimento generalizado associado à forma modal i;

- k_i é a rigidez generalizada associada à forma modal i;
- f_i é a força generalizada associada à forma modal i.

e as substituindo na Equação IV-28, chega-se à equação do movimento de um grau de liberdade generalizado, relativo ao i-ésimo modo:

$$\boldsymbol{m}_i \boldsymbol{\ddot{y}}_i + \boldsymbol{c}_i \boldsymbol{\dot{y}}_i + \boldsymbol{k}_i \boldsymbol{y}_i = \boldsymbol{f}_i \tag{IV-33}$$

Dividindo todos os termos dessa equação pela massa generalizada m_i , pode-se reescrever de outra forma:

$$\ddot{y}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{y}_i + \omega_i^2 y_i = \frac{f_i}{m_i}$$
(IV-34)

onde,

$$\xi_i = \frac{c_i}{2\omega_i m_i}$$
 é a taxa de amortecimento do i-ésimo modo

Assim, com o Método da Superposição Modal [16,17] consegue-se transformar as N equações diferenciais simultâneas acopladas em J < N equações modais independentes. A resposta dinâmica da estrutura é obtida resolvendo-se separadamente cada equação modal, obtendo-se as repostas modais e depois procedendo à superposição descrita na Equação IV-21 para transformá-las em respostas nas coordenadas geométricas originais.

IV.2 Sistema estrutural discretizado sob aceleração sísmica de base

Os sismos são uma fonte especial de carregamento se comparados com outras formas de carregamento dinâmico, já que a excitação é aplicada diretamente sobre o solo e na forma de movimentos de base. São habitualmente expressos em termos de três componentes de aceleração de base, sendo que as horizontais são as de maior interesse para a análise dinâmica.

A resposta dinâmica estrutural é caracterizada por acelerações, velocidades e deslocamentos em todo e qualquer ponto da estrutura. O comportamento da estrutura sujeita à ação sísmica de base pode ser explicado inicialmente usando um modelo simplificado de um único grau de liberdade, como mostra a Figura IV.3. O movimento horizontal do solo provocado pelo sismo, $x_s(t)$, é o deslocamento da base da estrutura em relação a um eixo de referência fixo, x(t) é o deslocamento relativo da estrutura, m_e é a massa da estrutura, k_e é a sua rigidez linear e c_e é o amortecimento linear viscoso.



(a) Modelo da estrutura





O equilíbrio das forças indicadas no diagrama de corpo livre, para uma configuração deformada do modelo mecânico análogo da Figura IV.3b, pode ser escrito da seguinte forma:

$$F_i(t) + F_a(t) + F_k(t) = 0$$
 (IV-35)

onde,

 $F_i(t)$ é a força de inércia;

F_a(t) é a força de amortecimento viscoso;

 $F_k(t)$ é a força elástica linear resistente;

A força de inércia, nesse caso, é da forma:

$$F_i(t) = -m_e [\ddot{x}(t) + \ddot{x}_s(t)]$$
 (IV-36)

A peculiaridade da ação sísmica em relação à ação de outras forças ambientais sobre uma estrutura consiste no cálculo das forças de inércia, que não dependem somente das acelerações e velocidades relativas entre as partículas no meio fluído (ar, água etc.) e a estrutura, mas também do movimento sísmico do solo na base da estrutura; mais especificamente, das componentes de aceleração sísmica. A equação de equilíbrio dinâmico (IV-35) do sistema com um grau de liberdade pode ser reescrita na forma da equação diferencial:

$$m_e(\ddot{x}(t) + \ddot{x}_s(t)) + c_e \dot{x}(t) + k_e x(t) = 0$$
 (IV-37)

A parcela da força de inércia correspondente à aceleração sísmica pode ser escrita do lado direito da equação como uma força externa da forma:

$$m_e \ddot{x}(t) + c_e \dot{x}(t) + k_e x(t) = -m_e \ddot{x}_s$$
 (IV-38)

A formulação do modelo matemático para um sistema estrutural descrito por vários graus de liberdade e sujeito à ação sísmica pode ser feita com auxílio do Método dos Elementos Finitos (**MEF**) [2,12,16,17], sendo a equação diferencial de movimento resultante expressa em notação matricial:

$$\underset{\sim}{M} \ddot{X}(t) + \underset{\sim}{C} \dot{X}(t) + \underset{\sim}{K} X(t) = \underset{\sim}{F}_{ef}(t)$$
(IV-39)

onde,

M é a matriz de massa da estrutura;

C é a matriz de amortecimento da estrutura;

K é a matriz de rigidez da estrutura; e

 F_{ef} é o vetor de forças externas efetivo.

Os vetores \ddot{X} , \dot{X} e X representam as acelerações, as velocidades e os deslocamentos nodais, respectivamente. O vetor de forças externas do lado direito da Equação IV-39 é a força efetiva que representa as forças de inércia resultantes do triplo produto, aceleração do solo, matriz de massa e vetor apontador da direção de translação do movimento da estrutura.

$$F_{ef}(t) = -L_i M \ddot{x}_s(t)$$
(IV-40)

onde,

L_i é o vetor de coeficientes que define a direção (ou plano) de translação dos nós da estrutura;

M é a matriz de massa da estrutura;

 $\ddot{x}_{s}(t)$ é a componente horizontal de aceleração do solo, na base da estrutura.

Assim, a equação de movimento para um grau de liberdade generalizado, relativo ao i-ésimo modo, fica:

$$m_i \ddot{y}_i + c_i \dot{y}_i + k_i y_i = \int_{ef} f_i$$
 (IV-41)

Sendo o vetor de cargas generalizado definido da forma,

$$f_{s} = L_i \ddot{x}_s(t) \tag{IV-42}$$

Tem-se que:

$$L_i = \phi_i^T M\{1\}$$
 (IV-43)

O vetor L_i expressa a translação horizontal segundo um grau de liberdade em cada nó, para um deslocamento unitário na base da estrutura. A forma do vetor depende dos graus de liberdade da estrutura considerados na análise e da direção considerada do sismo (horizontal ou vertical).

Se for aplicada só a componente horizontal do terremoto, o grau de liberdade no nó "i" correspondente a essa direção é igual a um; os demais graus de liberdade neste nó são tomados como sendo zero, ou seja,

Portanto, dividindo todos os termos da Equação IV-41 pela massa generalizada m_i e re-arranjando os termos, tem-se a forma final da equação de movimento para um grau de liberdade generalizado, relativo ao i-ésimo modo:

$$\ddot{y}_{i} + 2\xi_{i}\omega_{i}\dot{y}_{i} + \omega_{i}^{2}y_{i} = \frac{\phi_{i}^{T}m\{1\}}{m_{i}}\ddot{x}_{s}$$
(IV-44)

Ainda que na prática se considerem somente duas componentes horizontais de translação nas direções dos eixos principais da estrutura, o movimento na base da estrutura gerado pela ação sísmica na realidade é tridimensional, composto por duas componentes horizontais e uma vertical, sendo que a componente vertical na maioria dos terremotos é menor que as horizontais e pode ser desconsiderada.

A matriz de massa da estrutura pode ser montada com base em dois modelos: (i) modelo de massas concentradas em pontos nodais da estrutura; e (ii) modelo de massas distribuídas ou consistentes ao longo da estrutura. O modelo de massa distribuída representa melhor a real distribuição de massa na estrutura, porém seu emprego depende do grau de refinamento necessário na discretização e do tipo de estrutura que se queira modelar.

Após definir o modelo matemático adequado para representar a estrutura sob excitação de base, é necessário adotar o método mais conveniente para resolução numérica do problema dinâmico. Para a estrutura em questão, o sistema de equações dinâmicas é linear. A resposta no tempo do sistema estrutural pode ser bem definida por meio de métodos de integração numérica aplicados às equações diferenciais lineares resultantes do Método da Superposição Modal [16,17].

A integração numérica das equações diferenciais de movimento para obtenção da reposta no tempo do sistema estrutural foi feita utilizando-se o algoritmo de integração numérica de quarta ordem do Método de Runge-Kutta (RK) [14].

O RK [14] é aplicado somente a equações diferenciais de primeira ordem. Como a equação do movimento da estrutura é de segunda ordem, é preciso transformála em duas equações de primeira ordem por meio da seguinte transformação linear, observando-se a mudança de notação:

$$\begin{cases} z_1 = y \\ z_2 = \dot{y} \end{cases} \begin{cases} z_3 = \dot{z}_1 = \dot{y} \\ z_4 = \dot{z}_2 = \ddot{y} \end{cases}$$
(IV-45)

Substituindo essas novas variáveis na equação do movimento com a excitação de base (Equação IV-39) e dividindo pela massa, tem-se o sistema de duas equações diferenciais de primeira ordem para serem integradas nas variáveis z_i com RK [14]:

$$\begin{cases} \dot{z}_{1} = z_{2} \\ \\ \dot{z}_{2} = \frac{f_{ef}(t) - c_{i}z_{2} - k_{i}z_{1}}{m_{i}} \end{cases}$$
(IV-46)

Obtidas as repostas nas variáveis z_i , faz-se sua equivalência para a variável y e suas derivadas, por meio da transformação linear da Equação IV-45.

IV.3 Acoplamento da Força Hidrodinâmica ao sistema estrutural discretizado

No acoplamento da Força Hidrodinâmica ao Sistema idealizado no item IV.2, o reservatório será colocado sobre o bloco, assumindo que esteja rigidamente ligado ao mesmo e que a força gerada nele ($F_{induzida}(t)$) atua no mesmo ponto físico que detém as propriedades dinâmicas do sistema. A Figura IV.4 ilustra o esquema do acoplamento do reservatório ao sistema massa-mola-amortecedor excitado por uma aceleração sísmica de base.



Figura IV.4 Acoplamento do reservatório à estrutura.

Matematicamente, o reservatório, com seu fluido contido, será representado pela força que ele exerce na estrutura como se fosse uma força externa aplicada ao sistema, simplesmente adicionando $F_{induzida}(t)$ à Equação IV-39.

 $F_{induzida}(t)$ é a força gerada no reservatório pelo movimento oscilatório do fluido provocado pela excitação dinâmica de base e é calculada pela Equação III-28. A $F_{induzida}(t)$ depende da elevação da superfície livre do fluido η (Equação III-22), que é função de x e de t.

Para se obter as repostas em deslocamento da estrutura é necessário, como no item IV.2, integrar a equação de movimento no tempo.

O acoplamento da Força Hidrodinâmica ao Sistema Estrutural Discretizado via MEF [2,12,16,17] é feito de maneira semelhante ao sistema com um grau de liberdade, como força externa. A força induzida pelo movimento do fluido, generalizada e associada ao modo de vibração "i", é:

$$f_{i} = \phi_{i}^{T} L F_{induzida}(t)$$
 (IV-47)

onde,

L é um vetor de mesma dimensão de ϕ_i , chamado apontador, que tem coeficiente igual a um na(s) posições relativa(s) ao(s) grau(s) de liberdade onde é aplicada a força induzida na estrutura e coeficiente igual a zero em toda as demais posições; e

Finduzida(t) é a força gerada pelo movimento oscilatório do fluido.

Somando f_i à força generalizada na Equação IV-39, tem-se a equação do movimento relativo ao i-ésimo modo com o reservatório acoplado:

$$m_i \ddot{y}_i + c_i \dot{y}_i + k_i y_i = f_i + f_i$$
 (IV-48)

Utilizando-se do mesmo algoritmo de Runge-Kutta (RK) [14], a transformação linear das equações de movimento da estrutura fica da forma:

$$\begin{cases} \dot{z}_{1} = z_{2} \\ \\ \dot{z}_{2} = \frac{f_{ef}(t) + f_{i}(t) - c_{i}z_{2} - k_{i}z_{1}}{m_{i}} \end{cases}$$
(IV-49)

Novamente, obtidas as repostas nas variáveis z_i , faz-se sua equivalência para a variável y e suas derivadas, por meio da transformação linear da Equação IV-45.

CAPÍTULO V

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO: ANÁLISE DOS RESULTADOS

V.1 Considerações gerais

Neste capítulo, faz-se a análise do comportamento do sistema estrutural sob ação sísmica.

Analisa-se o caso da estrutura da torre de aço (Pórtico) com a estrutura em concreto armado (Reservatório) com água, sendo que tanto a caixa do reservatório quanto a água contida nele foram acrescentadas como massa concentrada no topo da torre. A força induzida pelo movimento do fluido foi aplicada no topo da torre e o momento devido a excentricidade dessa força não foi considerado por conta da pequena altura de fluido.

Para todos os casos citados serão apresentadas as amplitudes de resposta, no tempo e em freqüência, em termos de deslocamentos horizontais no topo da estrutura de aço; respostas para a elevação η da água nas paredes da caixa, bem como da força induzida pelo movimento do fluido, e ainda, as amplitudes de resposta dos esforços, axial na base do reservatório elevado e também, nas diagonais da base do mesmo.

V.2 Descrição da estrutura aporticada

Os modelos a serem analisados constituem-se de estruturas metálicas de quatro andares, travejadas, com 5% de inclinação das colunas de sustentação do pórtico de aço, conforme ilustrado na Figura V.1.



Figura V.1 Modelos em estudo

Os modelos foram denominados de Λ_c , para perfís de aço do tipo cantoneira, perfís estes usuais em estruturas de aço. Na tabela V.1 estão resumidas as características geométricas desse modelo estrutural. O valor da massa total da estrutura de aço é de 7,8 toneladas.

As massas m_1 , m_2 e m_3 , apresentadas na Tabela V.2 são massas concentradas no topo da estrutura aporticada que representam a massa do reservatório em concreto armado vazio, ou do mesmo com água, para distintos níveis d'água h_f .

Modelos	Inclinação das Colunas	Colunas		Traves		Diagonais
	(%)	$A(m^2)$	I (m ⁴)	$A(m^2)$	I (m ⁴)	$A(m^2)$
$\Lambda_{ m c}$	5	1,12x10 ⁻²	4,50x10 ⁻⁵	1,26x10 ⁻²	2,66x10 ⁻⁵	0,23x10 ⁻²

Tabela V.1 Propriedades físicas e geométricas dos modelos

Tabela V.2 Massas concentradas: $m_1 = m_2 = m_3$

Situação do Resevatório							
Vazio	Vazio Com Água						
$h_f = 0$	$h_f = 3.0 \text{ m}$ $h_f = 2.5 \text{ m}$ $h_f = 2.0 \text{ m}$						
12,0 t	28,0 t	25,33 t	22,67 t				

V.3 Descrição do reservatório e parâmetros geométricos e físicos utilizados nas análises

O reservatório propriamente dito, consiste de uma caixa (ver Figuras V.1 e V.2) de concreto de base quadrada assentada no topo da estrutura de aço, com dimensões L, **B** e **H**, respectivamente, para comprimento, largura e altura.



Figura V.2 Reservatório de concreto

No presente trabalho foi adotado um reservatório padrão para estudo, definido por suas dimensões (comprimento, largura e altura) com 4m. A partir daí, foi-se variando apenas as alturas d'água em repouso.

Portanto, os casos de estudos foram definidos de acordo com a Tabela V.3.

Tabela V.3	Casos de estudo	para reservatório	com água.
140014 1.5		para reservatorio	com agaa.

RESERVATÓRIO COM ÁGUA*										
CASO 1				CASO 2			CASO 3			
L = 4	B = 4	H = 4	e=0,15	L=4	B = 4	H = 4	e=0,15	L = 4 $B = 4$ $H = 4$ $e=0,15$		
$h_{\rm f} = 3.0$			$h_{\rm f} = 2,5$			$h_{\rm f} = 2,0$				
**f=0,05			**f=0,22			**f=0,33				

* medidas em m.

** frequência fundamental do fluido (f) em Hz.

V.4 Freqüências e modos de vibração livre

As propriedades modais dinâmicas foram obtidas por meio da análise dinâmica em vibração livre. A Figura V.3 exibe as formas modais dos modos globais de flexão lateral utilizados nos modelos em estudo.

As frequências associadas às formas modais de vibração para cada um dos casos de estudo (ver Tabela V.3) são apresentados na Tabela V.4.

	Freqüências (Hz)						
Modos	Reservatório	eservatório Reservatório com água					
	vazio	Caso 1	Caso 2	Caso 3			
1º modo de flexão	2,76	1,87	1,93	2,04			
2º modo de flexão	17,02	12,64	13,21	13,84			
3º modo de flexão	22,87	20,07	20,18	20,34			
4º modo de flexão	38,58	34,36	36,08	38,05			

Tabela V.4 Freqüências Naturais para os casos em estudo



3º modo de flexão4º modo de flexãoFigura V.3Formas modais dos quatro primeiros modos globais de flexão.

V.5 Excitação de Base

Respostas dinâmicas da estrutura sob excitação sísmica em sua base foram obtidas para a componente horizontal N-S do registro de aceleração do sismo EL-CENTRO [3,4,26]. Esse registro contém uma faixa de freqüência encontrada comumente em outros sismos e, portanto, é muito empregado como acelerograma em análises dinâmicas para fins de estudo e pesquisa. O sinal no tempo e a densidade espectral de potência, filtrada, da componente horizontal de aceleração desse sismo são mostrados nas Figuras V.4a e V.4b, respectivamente.

Além dessas, outras respostas dinâmicas da estrutura foram obtidas também para a componente horizontal de aceleração na direção L-O do sismo do MÉXICO [3,4,26]. As Figuras V.5a e V.5b apresentam, respectivamente, os registros dos sinais no tempo e a densidade espectral de potência dessa componente de aceleração sísmica.

Comparando-se os sinais digitalizados no tempo e as densidades espectrais de potência das componentes horizontais de aceleração dos sismos EL-CENTRO e MÉXICO, pode-se notar a diferença nas distribuições de freqüências dos espectros: (i) o sismo EL-CENTRO (Figura V.4b) apresenta uma faixa larga de picos de densidade espectral variando entre 1,0 a 7,5 Hz, com maior concentração de energia na faixa de 1,0 a 2,5 Hz; (ii) o sismo do MÉXICO apresenta a componente horizontal L-O (Figuras V.5a), com picos de maior densidade espectral numa faixa mais concentrada, entre 0,35 e 0,5 Hz (Figura V.5b).

Os espectros de resposta em freqüência dos modelos estruturais estudados mostram que a estrutura do reservatório com água responde no seu primeiro modo de vibração por flexão lateral, cuja faixa de freqüências naturais superpõe a faixa predominante de freqüências próprias do sismo EL-CENTRO, tal como mostrado na Figura V.4b. Assim, vê-se que o primeiro modo de vibração é o modo fundamental de resposta da estrutura sob excitação de um sismo com características similares ao sismo EL-CENTRO. Por outro lado, a densidade espectral do sismo do MÉXICO se encontra numa faixa de frequência inferior às frequências naturais da estrutura.



Figura V.4a Registro no tempo da componente horizontal N-S de aceleração do sismo EL-CENTRO [3,4,26].



Figura V.4b Densidade espectral de potência, filtrado, da componente horizontal N-S de aceleração do sismo EL-CENTRO [3,4,26].



Figura V.5a Registro no tempo da componente horizontal E-O de aceleração do sismo MÉXICO [3,4,26].



Figura V.5b Densidade espectral de potência, filtrado, da componente horizontal E-O de aceleração do sismo MÉXICO [3,4,26].

V.6 Respostas dinâmicas e análise do comportamento estrutural

Usando um programa para análise dinâmica linear 2D, desenvolvido em linguagem FORTRAN, obteve-se as respostas no domínio do tempo da estrutura sob ação sísmica para o reservatório com água e vazio. Os espectros de freqüência foram obtidos aplicando a transformada rápida de Fourier (FFT) a estes sinais temporais.

V.6.1 Respostas do reservatório com água em movimento sob ação do sismo EL-CENTRO

Foram obtidas repostas dinâmicas referentes ao sismo EL-CENTRO para o reservatório com água em movimento em seus diversos casos, ou seja, variando apenas as alturas de fluido.

V.6.1.1 Respostas para reservatório com nível d'água $h_f = 3,0m$

As Figuras V.6a e V.6b exibem as repostas da elevação do perfil d'água nas paredes do reservatório para o sismo EL-CENTRO, tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência.



Figura V.6a Elevação do perfil d'água nas paredes do reservatório com água em movimento para o sismo EL-CENTRO.



Figura V.6b Densidade espectral de potência da elevação do perfil d'água nas paredes do reservatório com água em movimento para o sismo EL-CENTRO.

Nota-se com a Figura V.6a que a variação da elevação η do perfil d'água no reservatório não ultrapassa a borda, ou seja, a água em movimento não transborda. Observa-se na Figura V.6b a propagação do erro numérico decorrente da aplicação da transformada rápida de Fourier (FFT) ao sinal temporal $\eta(t)$.

As Figuras V.7a e V.7b exibem as repostas da força induzida pelo movimento d'água no reservatório para sismo EL-CENTRO, tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência.



Figura V.7a Força induzida pelo movimento do fluido para o sismo EL-CENTRO.



Figura V.7b Densidade espectral de potência da força induzida pelo movimento do fluido para o sismo EL-CENTRO.

Observa-se na Figura V.7b que a faixa de intensidade espectral da força induzida pelo movimento do fluido é a mesma do sismo EL-CENTRO (vide Figura V.4b), na qual está inserida, também, a frequência do 1º modo global de flexão do reservatório com $h_f = 3,0m$ (vide Tabela V.4)

As Figuras V.8a, V.8b, V.9a e V.9b apresentam, respectivamente, as respostas do deslocamento no topo e do esforço normal na base da estrutura com água em movimento ($h_f = 3,0m$) sob ação do sismo EL-CENTRO.



Figura V.8a Deslocamento no topo da estrutura com água em movimento para o sismo EL-CENTRO.



Figura V.8b Densidade espectral de potência do deslocamento no topo da estrutura com água em movimento para o sismo EL-CENTRO.



Figura V.9a Esforço normal na base da estrutura com água em movimento para o sismo EL-CENTRO.



Figura V.9b Densidade espectral de potência do esforço normal na base da estrutura com água em movimento para o sismo EL-CENTRO.

Nota-se nas Figuras V.8b e V.9b que a densidade espectral de respostas da estrutura sob ação do sismo EL-CENTRO ocorreu em torno da primeira frequência natural da estrutura (vide Tabela V.4), a qual está inserida na faixa de maior concentração de energia deste sismo (vide Figura V.4b).

As Figuras V.10a e V.10b exibem as repostas do esforço normal nas diagonais da base da estrutura para o sismo EL-CENTRO, no domínio do tempo e no domínio da frequência.



Figura V.10a Esforço normal nas diagonais da base da estrutura com água em movimento para o sismo EL-CENTRO.



Figura V.10b Densidade espectral de potência do esforço normal nas diagonais da base da estrutura com água em movimento para o sismo EL-CENTRO.

A variação no tempo do esforço cortante na base do montante não é mostrado, já que este é bem menor do que o esforço normal e é absorvido pelas diagonais da base da estrutura (vide Figura V.10a), cuja geometria é ilustrada nas Figuras V.1.

V.6.1.2 Respostas para reservatório com nível d'água $h_f = 2,5m$

As Figuras V.11a e V.11b exibem as repostas da elevação do perfil d'água nas paredes do reservatório para o sismo EL-CENTRO, tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência.



Figura V.11a Elevação do perfil d'água nas paredes do reservatório com água em movimento para o sismo EL-CENTRO.



Figura V.11b Densidade espectral de potência da elevação do perfil d'água nas paredes do reservatório com água em movimento para o sismo EL-CENTRO.

Nota-se com a Figura V.11a que a variação da elevação η do perfil d'água no reservatório, para este caso, também não ultrapassa a borda. Observa-se na Figura V.11b que o espectro de frequência é semelhante ao obtido para o caso 1 (vide V.6b).

As figuras V.12a e V.12b exibem as repostas da força induzida pelo movimento d'água no reservatório para o sismo EL-CENTRO, tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência.



Figura V.12a Força induzida pelo movimento do fluido para o sismo EL-CENTRO.



Figura V.12b Densidade espectral de potência da força induzida pelo movimento do fluido para o sismo EL-CENTRO.

Observa-se na Figura V.12b que, embora mantendo-se próximo da faixa de maior concentração de energia do sismo, a densidade espectral da força induzida para esta altura de fluido ($h_f = 2,5m$) ocorreu em uma faixa de frequência um pouco acima da ocorrida para o caso 1 ($h_f = 3,0m$). Chama-se a atenção para a primeira frequência natural do reservatório que, neste caso, é também um pouco maior (vide Tabela V.4).

As Figuras V.13a, V.13b, V.14a, V.14b, V.15a e V.15b exibem, respectivamente, as respostas do deslocamento do topo, do esforço normal na base e do esforço normal nas diagonais da base da estrutura sob ação do sismo EL-CENTRO nos domínios do tempo e da frequência.



Figura V.13a Deslocamento no topo da estrutura com água em movimento para o sismo EL-CENTRO.



Figura V.13b Densidade espectral de potência do deslocamento no topo da estrutura com água em movimento para o sismo EL-CENTRO.



Figura V.14a Esforço normal na base da estrutura com água em movimento para o sismo EL-CENTRO.



Figura V.14b Densidade espectral de potência do esforço normal na base da estrutura com água em movimento para o sismo EL-CENTRO.



Figura V.15a Esforço normal nas diagonais da base da estrutura com água em movimento para o sismo EL-CENTRO.



Figura V.15b Densidade espectral de potência do esforço normal nas diagonais da base da estrutura com água em movimento para o sismo EL-CENTRO.

Nota-se nas Figuras V.13b, V.14b e V.15b que a estrutura respondeu na faixa de maior densidade do sismo, na qual está inserida a primeira frequência natural do reservatório com $h_f = 2,5m$.

V.6.1.3 Respostas para reservatório com nível d'água $h_f = 2m$

As Figuras V.16 e V.17 mostram, respectivamente, a elevação do perfil d'água nas paredes do reservatório e o deslocamento no topo da estrutura para o caso 3, onde observa-se que, para esta menor altura de fluido ($h_f = 2,0m$), a elevação da água apresentou valores muito pequenos, o que provocou erros numéricos na solução do sistema de equações.

Pode-se esclarecer a origem dos erros numéricos com o auxílio da expressão da força do fluido (Equação III-28'):

$$F_{induzida} = \frac{1}{2} \rho g b \Big[(h_f + \eta_d)^2 - (h_f - \eta_e)^2 \Big]$$
(III-28')

Observa-se nesta equação que o termo $\left[(h_f + \eta_d)^2 - (h_f - \eta_e)^2\right] \rightarrow 0$ quando $\eta \rightarrow 0$.

Salienta-se que melhorias da instabilidade numérica, para todos os casos analisados, foram conseguidas com a eliminação de modos e deformações locais do modelo numérico da estrutura.



Figura V.16 Elevação do perfil d'água nas paredes do reservatório com água em movimento para o sismo EL-CENTRO.



Figura V.17 Força induzida pelo movimento do fluido para o sismo EL-CENTRO.

Observa-se, também, na Figura V.16, que, embora apresentando valores numéricos exageradamente pequenos, o padrão de resposta da elevação do perfil d'água é semelhante aos obtidos nos casos 1 e 2.

V.6.2 Respostas do reservatório com água em movimento sob ação do sismo México

Foram obtidas repostas dinâmicas referentes ao sismo do MÉXICO para o reservatório com água em movimento em seus diversos casos, ou seja, variando apenas as alturas de fluido.

V.6.2.1 Respostas para reservatório com nível d'água $h_f = 3m$

As Figuras V.18a e V.18b exibem as repostas da elevação do perfil d'água nas paredes do reservatório para o sismo do MÉXICO, nos domínios do tempo e da frequência, respectivamente.



Figura V.18a Elevação do perfil d'água nas paredes do reservatório com água em movimento para o sismo do MÉXICO.



Figura V.18b Densidade espectral de potência da elevação do perfil d'água nas paredes do reservatório com água em movimento para o sismo do MÉXICO.

Como a faixa de frequência de densidade espectral do sismo do MÉXICO é bem abaixo das frequências naturais da estrutura, a variação da elevação η (Figura V.18a) apresentou valores bem inferiores aos obtidos para este mesmo reservatório sob ação do sismo EL-CENTRO (Figura V.6a). Nota-se, entretanto, na Figura V.18b, que o padrão da densidade espectral se manteve.

As figuras V.19a e V.19b exibem as repostas da força induzida pelo movimento d'água no reservatório para sismo do MÉXICO, tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência.



Figura V.19a Força induzida pelo movimento do fluido para o sismo do MÉXICO.



Figura V.19b Densidade espectral de potência da força induzida pelo movimento do fluido para o sismo do MÉXICO.

Uma observação importante a ser feita é que η apresenta valores tão pequenos que se pode tomar o fluido como em repouso, se deslocando lateralmente com o topo da estrutura. Assim, a força induzida pelo fluido ocorre na mesma faixa de frequência dos modos dominantes da estrutura (vide Tabela V.4 e Figura V.19b), ficando acima da faixa de maior concentração de energia do sismo do MÉXICO (vide Figura V.5b).

As Figuras V.20a, V.20b, V.21a, V.21b, V.22a e V.22b mostram, respectivamente, as respostas do deslocamento no topo, do esforço normal na base e do esforço normal nas diagonais da base da estrutura com água em movimento sob ação do sismo do MÉXICO, nos domínios do tempo e da frequência.



Figura V.20a Deslocamento no topo da estrutura com água em movimento para o sismo do MÉXICO.



Figura V.20b Densidade espectral de potência do deslocamento no topo da estrutura com água em movimento para o sismo MÉXICO.


Figura V.21a Esforço normal na base da estrutura com água em movimento para o sismo do MÉXICO.



Figura V.21b Densidade espectral de potência do esforço normal na base da estrutura com água em movimento para o sismo do MÉXICO.



Figura V.22a Esforço normal nas diagonais da base da estrutura com água em movimento para o sismo do MÉXICO.



Figura V.22b Densidade espectral de potência do esforço normal nas diagonais da base da estrutura com água em movimento para o sismo do MÉXICO.

Nota-se nas Figuras V.20b, V.21b e V.22b que o primeiro pico de densidade de resposta da estrutura ocorreu na faixa de maior concentração de energia deste sismo (vide Figura V.5b) e o terceiro pico ocorreu próximo da primeira freqüência natural da estrutura (vide Tabela V.4). As amplitudes de movimento da estrutura numa faixa de frequência em torno de sua frequência fundamental (vide Tabela V.4) são, obviamente,

bem menores que as amplitudes na faixa de frequência dominante do sismo (0,36-0,50 Hz), já que estas últimas são bem menores do que a frequência fundamental da estrutura.

V.6.2.2 Respostas para reservatório com nível d'água $h_f = 2,5m$

As figuras V.23a e V.23b exibem as repostas da elevação do perfil d'água nas paredes do reservatório para o sismo do MÉXICO, tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência.



Figura V.23a Elevação do perfil d'água nas paredes do reservatório com água em movimento para o sismo do MÉXICO.



Figura V.23b Densidade espectral de potência da elevação do perfil d'água nas paredes do reservatório com água em movimento para o sismo do MÉXICO.

Observa-se nas Figuras V.23a e V.23b que variação da elevação η do perfil d'água apresentou comportamento semelhante aos obtidos anteriormente.

As figuras V.24a e V.24b exibem as repostas da força induzida pelo movimento d'água no reservatório para o sismo do MÉXICO, tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência.



Figura V.24a Força induzida pelo movimento do fluido para o sismo do MÉXICO.



Figura V.24b Densidade espectral de potência da força induzida pelo movimento do fluido para o sismo do MÉXICO.

As figuras V.25a, V.25b, V.26a, V.26b, V.27a e V.25b mostram, respectivamente, as repostas do deslocamento no topo, do esforço normal na base e do esforço normal nas diagonais da base da estrutura, sob ação do sismo do MÉXICO, no domínio do tempo e no domínio da frequência.



Figura V.25a Deslocamento no topo da estrutura com água em movimento para o sismo do MÉXICO.



Figura V.25b Densidade espectral de potência do deslocamento no topo da estrutura com água em movimento para o sismo MÉXICO.



Figura V.26a Esforço normal na base da estrutura com água em movimento para o sismo do MÉXICO.



Figura V.26b Densidade espectral de potência do esforço normal na base da estrutura com água em movimento para o sismo do MÉXICO.



Figura V.27a Esforço normal nas diagonais da base da estrutura com água em movimento para o sismo do MÉXICO.



Figura V.27b Densidade espectral de potência do esforço normal nas diagonais da base da estrutura com água em movimento para o sismo do MÉXICO.

Observa-se nas figuras V.25b, V.26b e V.27b que a estrutura apresentou comportamento semelhante ao ocorrido para o reservatório com nível d'água $h_f = 3.0m$.

V.6.2.3 Respostas para reservatório com nível d'água $h_f = 2m$

Observa-se nas figuras V.28 e V.29, que para esta altura de fluido, a elevação do perfil d'água η apresentou valores muito pequenos, o que provocou instabilidade numérica das respostas em termos de deslocamento e esforços.



Figura V.28 Elevação do perfil d'água nas paredes do reservatório com água em movimento para o sismo do MÉXICO.



Figura V.29 Força induzida pelo movimento do fluido para o sismo do MÉXICO.

Nota-se na Figura V.28 um padrão de resposta da elevação do perfil d'água $\eta(t)$ semelhante aos obtidos nas análises anteriores (h_f = 2,5m).

V.6.3 Respostas para reservatório com água em repouso sob ação do sismo do MÉXICO

Desenvolveu-se esta análise na medida em que esta situação é factível de ocorrer na prática, uma vez que é possível a utilização de tampas flutuantes que mantém o fluido confinado minimizando o *Sloshing*. Isto representa uma situação de fluido em repouso.

A análise foi feita para o sismo do MÉXICO por apresentar uma concentração de energia numa faixa de frequência mais baixa do que para o sismo EL-CENTRO e portanto, mais próxima da frequência do fluido, para os reservatórios aqui analisados.

Observa-se nas figuras V.30a, V.30b, V.31a, V.31b, que as respostas para o fluido em repouso foram bastante semelhantes (quantitativamente e qualitativamente) as obtidas para o fluido em movimento (vide figuras V.20a, V.20b, V.21a e V.21b). Isso ocorre devido a frequência do fluido para o reservatório analisado ser bem inferior à faixa de frequência desse sismo. Como os resultados foram bastante próximos, não se justificaria a utilização destas tampas flutuantes, uma vez que onera o custo do projeto.



Figura V.30a Deslocamento no topo da estrutura com água em repouso para o sismo do MÉXICO.



Figura V.30b Densidade espectral de potência do deslocamento no topo da estrutura com água em repouso para o sismo do MÉXICO.



Figura V.31a Esforço normal na base da estrutura com água em repouso para o sismo do MÉXICO.



Figura V.31b Densidade espectral de potência do esforço normal na base da estrutura com água em repouso para o sismo do MÉXICO.

V.6.4 Respostas para reservatório vazio

Foram obtidas repostas dinâmicas para o reservatório vazio tanto para o sismo EL-CENTRO quanto para o sismo do MÉXICO. Para ambos os casos, as respostas são exibidas para deslocamentos no topo, esforço normal na base e nas diagonais da base.

V.6.4.1 Respostas para reservatório vazio sob ação do sismo EL-CENTRO

As figuras V.32a, V.32b, V.33a, V.33b, V.34a e V.34b exibem, respectivamente, as respostas do deslocamento no topo, esforço normal na base, esforço normal nas diagonais da base da estrutura sob ação do sismo EL-CENTRO, no domínio do tempo e no domínio da frequência.



Figura V.32a Deslocamento no topo da estrutura com reservatório vazio para o sismo EL-CENTRO.



Figura V.32b Densidade espectral de potência do deslocamento no topo da estrutura com reservatório vazio para o sismo EL-CENTRO.



Figura V.33a Esforço normal na base da estrutura com reservatório vazio para o sismo EL-CENTRO.



Figura V.33b Densidade espectral de potência do esforço normal na base da estrutura com reservatório vazio para o sismo EL-CENTRO.



Figura V.34a Esforço normal nas diagonais da base da estrutura com reservatório vazio para o sismo EL-CENTRO.



Figura V.34b Densidade espectral de potência do esforço normal nas diagonais da base da estrutura com reservatório vazio para o sismo EL-CENTRO.

Observa-se nas figuras V.32b, V.33b e V.34b que a densidade espectral de resposta ocorreu na primeira frequência natural da estrutura (vide Tabela V.4), que é bastante próxima da faixa de maior concentração de energia destes sismos (vide Figura V.4b).

V.6.4.2 Respostas para reservatório vazio sob ação do sismo do MÉXICO

As figuras V.35a, V.35b, V.36a, V.36b, V.37a e V.37b mostram, respectivamente, as repostas do deslocamento no topo, esforço normal na base, esforço normal nas diagonais da base para a estrutura do reservatório vazio sob ação do sismo do MÉXICO, nos domínios do tempo e da frequência.



Figura V.35a Deslocamento no topo da estrutura com reservatório vazio para o sismo do MÉXICO.



Figura V.35b Densidade espectral de potência do deslocamento no topo da estrutura com reservatório vazio para o sismo do MÉXICO.



Figura V.36a Esforço normal na base da estrutura com reservatório vazio para o sismo do MÉXICO.



Figura V.36b Densidade espectral de potência do esforço normal na base da estrutura com reservatório vazio para o sismo do MÉXICO.



Figura V.37a Esforço normal nas diagonais da base da estrutura com reservatório vazio para o sismo do MÉXICO.



Figura V.37b Densidade espectral de potência do esforço normal nas diagonais da base da estrutura com reservatório vazio para o sismo do MÉXICO.

Observa-se nas figuras V.35b, V.36b e V.37b que o primeiro pico de densidade de resposta ocorreu na faixa de maior concentração de energia deste sismo (Vide Figura V.5b) e o terceiro pico ocorreu na primeira freqüência natural da estrutura (vide Tabela V.4).

V.6.5 Resumo dos valores RMS e de PICO das respostas

O valor RMS foi calculado com a Equação V-1 [28] tomando-se as amplitudes dos valores da sua resposta aleatória no tempo, de deslocamentos ou de esforços, por exemplo. Assim, tem-se:

$$A_{m} = \left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}A_{i}^{2}\right]^{\frac{1}{2}}$$
(V-1)

onde,

A_m é a raiz quadrada do valor médio (RMS);

A_i é a amplitude no instante de tempo i; e

N é o número de pontos da resposta no tempo.

A Tabela V.5 apresenta o resumo dos valores RMS e PICO, para o esforço normal na base do montante da torre para os diversos casos de análise. Os valores PICO foram tomados como os máximos valores dos picos da resposta transiente.

	ESFORÇO NORMAL NA BASE (kN)					
	SISMO EL-CENTRO					
	Reservatório	Reservatório com água				
vazio		Caso 1	Caso 2			
RMS	156,21	376,70	378,33			
VALOR PICO	721,10	1589,00	1549,00			
		$(2,20^*/3,12^{**})$	$(2,15^*/3,13^{**})$			
	SISMO DO MÉXICO					
	Reservatório	Reservatório com água				
	vazio	Caso 1	Caso 2			
RMS	39,26	99,47	91,77			
VALOR PICO	218,90	509,10	495,30			
		$(2.33^*/3.12^{**})$	$(2.26^*/3.13^{**})$			

Tabela V.5 Valores para esforço normal na base

* Relação entre as respostas para o reservatório com e sem água;

** Relação entre as respostas para o reservatório sob ação dos sismos EL-CENTRO e do MÉXICO.

Observa-se na Tabela V.5 que os esforços para o reservatório com água foram em torno de 2,20 vezes maiores do que os obtidos para o reservatório vazio, tanto para a ação do sismo EL-CENTRO quanto do sismo do MÉXICO.

Observa-se, também, nesta Tabela, que as respostas para o reservatório sob a ação do sismo EL-CENTRO apresentaram valores cerca de 3,1 vezes maiores do que as obtidas sob a ação do sismo do MÉXICO. Esses valores eram esperados, já que a freqüência do 1º modo global da estrutura se encontra na faixa de maior densidade de

energia do sismo EL-CENTRO (vide Figura V.4b e Tabela V.4) e acima da faixa de maior densidade espectral do sismo do MÉXICO (vide Figura V.5b). Além do mais, a aceleração do sismo EL-CENTRO (Figura V.4a) apresenta valores maiores do que o sismo do MÉXICO (Figura V.5a). Finalmente, observa-se que o caso mais desfavorável de esforços ocorreu para o reservatório com $h_f = 3,0$ m sob ação do sismo EL-CENTRO.

V.6.6 Verificação da resistência e estabilidade

A verificação da resistência e estabilidade foi feita na seção inferior de um montante da torre (Seção S, Figura V.1), considerando a situação mais desfavorável, ou seja, com nível d'água $h_f = 3,0m$, sob ação do sismo EL-CENTRO. Os valores dos esforços para a verificação da resistência e estabilidade foram tomados como sendo os valores de pico das respostas dinâmicas.

Foram feitos dois tipos de análise para a obtenção dos esforços solicitantes devido à ação sísmica: uma dinâmica, cujas respostas no tempo estão apresentadas no item V.6.1.1; e outra, considerando a ação do sismo como estática, de acordo com a Equação V-2 [30].

$$F_L = Z_s I_s C_L W_L \tag{V-2}$$

onde,

F_L	é a força lateral de projeto;		
$Z_{s} = 0,4$	é o fator de zona sísmica;		
$I_{s} = 1,0$	é o fator de importância;		
$C_{L} = 2,0$	é o coeficiente numérico;		
$W_L = m_i \times g$	é o peso da estrutura.		

 $m_i = 37,57t$ é massa modal da estrutura e $g = 9,81\frac{m}{s^2}$ é a aceleração da gravidade. No estudo em questão utilizou-se a massa modal do primeiro modo de flexão lateral.

Essa última análise com ação do sismo considerada estática é muito utilizada na prática de projeto.

O critério de verificação da resistência utilizado é apresentado pela fórmula da interação dos esforços, ilustrada na Equação V-3 [29].

$$\frac{N_d}{N_{dres}} + \frac{M_d}{M_{dres}} \frac{C_m}{1 - \frac{N_d}{0.73N_{cr}}} \le 1.0$$
(V-3)

onde,

N_d	é a força normal solicitante de cálculo;
N _{dres}	é a força normal resistente de cálculo;
N _{cr}	é a carga crítica de Euler;
M_{d}	é o momento fletor solicitante de cálculo;
M_{dres}	é o momento fletor resistente de cálculo;
$C_m = 0,85$	é um coeficiente de equivalência de momentos;

Sendo os valores resistentes calculados pelas Equações V-4, V-5 e V-6,

$$N_{dres} = \phi_c Q A_g f_y \tag{V-4}$$

$$N_{cr} = A_g \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL}{i^2}\right)} \tag{V-5}$$

$$N_{dres} = \phi_c W f_v \tag{V-6}$$

onde,

 ϕ_c é um coeficiente de minoração da resistência;

Q é um fator de redução da resistência devido à flambagem local;

 A_g área bruta da seção;

 f_y é a tesão de escoamento do aço;

E é o módulo de elasticidade do material;

K é um coeficiente de flambagem;

L é o comprimento da peça;

- i é o raio de giração do perfil;
- W é o módulo de resistência do perfil.

Os coeficientes de majoração de esforços adotados foram $\gamma = 1,3$ (para carga de gravidade permanente), $\gamma = 1,5$ (para carga de gravidade devido à água), e $\gamma = 1,0$ (para a carga devido ao sismo).

$$N_{d} = \sum_{i} \gamma_{i} N_{i} = 1,3N_{pp} + 1,5N_{água} + 1,0N_{sismo}$$
(V-7)

$$M_{d} = \sum_{i} \gamma_{i} M_{i} = 1.3M_{pp} + 1.5M_{água} + 1.0M_{sismo}$$
(V-8)

A Tabela V.6 apresenta os esforços solicitantes de cálculo utilizados na verificação da estabilidade (Equações V-7 e V-8) para as duas análises realizadas.

	Ação Sísmica Dinâmica				
ESFORÇOS	Carga de Gravidade		Cargo do Sigmo	ΤΟΤΑΙ	
	Peso Próprio	Água	Carga do Sisino	IUIAL	
N_{d} (kN)	264,03	358,50	1589,00	2196,53	
M_{d} (kN.m)	0,33	0,50	16,34	17,21	
	Ação Sísmica Estática				
ESFORÇOS	Carga de Gravidade		Carga do Sismo	TOTAL	
	Peso Próprio	Água			
$N_d(kN)$	264,03	358,50	680,40	1302,93	
M_d (kN.m)	0,33	0,50	7,06	7,89	

Tabela V.6 Valores dos esforços para verificação da resistência e estabilidade

Assim, fazendo a substituição dos valores da Tabela V.6 na Equação V-3, temse:

Verificação 1: considerando o sismo como ação dinâmica.

$$\frac{2211,53}{2520} + \frac{17,17}{69,98} \frac{0,85}{1 - \frac{2211,53}{0,73 \times 11613,15}} = 1,16 > 1,0$$
(V-9)

Verificação 2: considerando o sismo como ação estática.

$$\frac{1302,93}{2520} + \frac{7,89}{69,98} \frac{0,85}{1 - \frac{1302,93}{0,73 \times 11613,15}} = 0,63 < 1,0$$
(V-10)

Os resultados numéricos obtidos da verificação de resistência e estabilidade de um dos montantes (perna) da estrutura mostram que o cálculo estático equivalente usual na prática de projeto leva a esforços nada conservadores, muito menores que os obtidos quando se leva em consideração a ação dinâmica do sismo.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

V.1 Conclusões

As análises das respostas dinâmicas da estrutura sob ação de dois sismos distintos mostram que as amplitudes de deslocamento transversal no topo da torre resultaram em respostas bem maiores para o sismo EL-CENTRO do que para o sismo do MÉXICO. Esses resultados são explicados pela superposição das faixas de frequências dos modos fundamentais da estrutura com a faixa de frequências do sismo EL-CENTRO.

Os resultados numéricos obtidos mostram também, para ambas as ações sísmicas, que há um acréscimo expressivo dos deslocamentos e esforços dinâmicos na estrutura quando se considera a água no reservatório.

Instabilidade numérica das respostas em termo da variação da elevação da superfície da água em movimento – e consequentemente para as demais grandezas físicas observadas (deslocamentos e esforços) foi constatada para certos níveis d'água no reservatório considerado.

Verificou-se que o cálculo estático equivalente, usual na prática de projeto de estruturas sob ação sísmica, leva a esforços nada conservadores, muito menores do que os esforços obtidos quando se considera a ação do sismo verdadeiramente como dinâmica.

A verificação de resistência e estabilidade dos montantes (perna) da estrutura mostra que o projeto convencional da estrutura sob ação sísmica (cálculo estático equivalente) pode resultar demasiadamente não-conservador e levar a estrutura ao colapso. Este caso extremo pode, por sua vez, ser ocasionado por técnicas de otimização estrutural que buscam um dimensionamento com a justa margem de segurança exigida

88

por normas de projeto. Este não-conservadorismo do projeto convencional é demonstrado pelos resultados numéricos obtidos para esforços seccionais nas barras, quando se considera na modelagem do sistema a ação dinâmica do sismo.

V.2 Sugestões para trabalhos futuros

O estudo do fenômeno de *Sloshing* [6,7] ou oscilação da superfície livre de líquidos em tanques é baseado na teoria de onda de águas rasas cujas equações básicas são descritas por uma teoria não-linear de movimento do fluido que, associada à não-linearidade geométrica do modelo estrutural, torna a escolha dos algoritmos de solução um assunto de suma importância, especialmente com respeito às propriedades de convergência. Um modelo matemático-numérico que represente bem a interação fluido-estrutura, em particular para o problema em foco de um reservatório elevado sob ação sísmica, deve ser ainda formulado e testado.

Para certas características geométricas do reservatório e para certos níveis d'água foram encontrados problemas de erros numéricos na solução do sistema de equações. Tal fato sugere um estudo mais aprofundado no sentido de resolver este problema numérico.

Investigar a influência dos modos mais altos no movimento do fluido. Isso implica em refinar o modelo matemático da teoria de ondas em águas rasas (teoria nãolinear).

Dando continuidade à linha de pesquisa e aproveitando os modelos matemáticos apresentados, sugere-se a extensão a uma modelagem que leve em consideração a interação fluido-estrutura-solo-fundação, além da utilização de isoladores sísmicos de base na redução das amplitudes de resposta dinâmica de reservatórios elevados sob ação sísmica.

Por fim, sugere-se a realização de ensaios experimentais de modelo em escala reduzida da estrutura de um reservatório elevado com movimento do fluido e sujeito à

89

ação de aceleração horizontal na sua base. Os resultados desses ensaios, além de virem a auxiliar sobremaneira o entendimento de fenômeno físico, servirão para avaliar os modelos matemático-numéricos propostos para simular a interação dinâmica não-linear fluido-estrutura.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] MERIAM, J. L., *Dinâmica. 2nd ed.*, Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1993.
- [2] HUGHES, T. J. R., *The Finite Element Method Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*, Prentice-Hall, Inc., 1987.
- [3] Pacific Earthquake Engineering Research Center PEERC http://peer.berkeley.edu/research/motions, Unitversity of California, Berkeley, acessado em 04/2003.
- [4] National Earthquake Information Center World Data Center for Seismology, <u>http://neic.usgs.gov</u>, Denver, acessado em 04/2003.
- [5] <u>http://nisee.berkeley.edu/bertero/html/damage_due_to_vibration.html</u>, in 1994. Acessado em 04/2003.
- [6] FALTINSEN, O. M., "A Nonlinear Theory of Sloshing in Retangular Tank", Journal of Ship Research, v. 18, n. 4, pp. 224-241, Dec. 1974.
- [7] SHIMIZU, T.; HAYAMA, S., "Nonlinear Responses of Sloshing Based on the Shallow Water Theory", JSME International Journal, v. 30, n. 263, pp. 806-813, Dec. 1987.
- [8] SOUZA, D. A. F.; Algoritmo Adaptativo Implícito/Explícito por Arestas para Solução de Problemas de Transporte Tridimensionais. Dissetarção M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2002.

- [9] GALVÃO, A. S., GONÇALVES, P. B., Análise das Vibrações Não-Lineares e Instabilidade Dinâmica de Póticos Planos. Jornadas Sud-Americanas de Ingeniería Estructural, pp. 01-14, Mai, 2004.
- [10] CLOUGH, R. W & WILSON, E. .L., "Dynamic Analysis of Large Structural Systems with Local Nonlinearities", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 17/18, pp. 107-129, 1979.
- [11] BIGGS, J. M., Introduction to Structural Dynamics, New York, McGraw Hill,1964.
- [12] BATHE, K. J., Finite Element Procedures, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1996.
- [13] PREZEMIENIECKI, J., *Theory of Matrix Structural Analysis*, New York, McGraw Hill, 1968.
- [14] CARNGHAM, B., Applied Numerical Methods, J. Willey, New York, 1969.
- [15] BATTISTA, R. C. Análise Estrutural. Notas de Aula, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1990.
- [16] CLOUGH, R.W., PENZIEN, J., Dynamic of Structure. 2nd ed., New York, McGraw-Hill, 1993.
- [17] BATTISTA, R. C. Dinâmica Estrutural. Notas de Aula, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1990.
- [18] PAZ, M., *Stuctural Dynamics, Theory and Computation.* 2th ed., New York, Chapman and Hall, 1997.
- [19] DEN HARTOG, J. P., Mechanical Vibration. 2nd ed., McGraw-Hill, 1940.

- [20] TIMOSHENKO, S., YOUNG, D. H., WEAVER JR, W., Vibration Problems in Engineering, 2nd ed., New York, John Willey & Sons, 1974.
- [21] HARRIS, C. M., CREDE, C. E., *Shock and Vibration Handbook*, Vol 3, New York, McGraw-Hill, 1961.
- [22] BRIAN, O., *The Fast Fourier Transform*, Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, 1974.
- [23] LEPELLETIER, T. G., RAICHLEN, F., "Nonlinear Oscilations in Rectangular Tanks", Journal of Engineering Mechanics, v. 114, n. 1, pp. 1-23, Jan. 1988.
- [24] SUN, L. M.; FUJINO, Y.; PACHECO, B. M., "Modelling of Tuned Liquid Damper (TLD)", Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, v. 41-44, pp. 1883-1894, 1992.
- [25] FUJINO, Y.; SUN, L. M.; PACHECO, B. M., "Tuned Liquid Damper (TLD) for Suppressing Horizontal Motion of Structures", Journal of Engineering Mechanics, v. 118, n. 10, pp. 2017-2030, Oct. 1992.
- [26] SOUZA, R. A. Sistema Fluido para Atenuação de Oscilações de Estruturas Esbeltas. Dissertação M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1999.
- [27] BLANDÓN, N. A. R., Dissipação de Energia em Estruturas de Edifícios sob Ação Sísmica. Tese D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2003.
- [28] CHAKRABARTI, S.K., Hydrodynamics of Offshore Structures, Computational Mechanics, Publications Southampton and Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 1987.
- [29] PFEIL, W.; M. S., Estruturas de Aço, Dimensionamento Prático, 7th ed., Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 2000.

[30] UNIFORM BUILDING CODE, 1991. International Conference of Building Officials.

Livros Grátis

(<u>http://www.livrosgratis.com.br</u>)

Milhares de Livros para Download:

Baixar livros de Administração Baixar livros de Agronomia Baixar livros de Arquitetura Baixar livros de Artes Baixar livros de Astronomia Baixar livros de Biologia Geral Baixar livros de Ciência da Computação Baixar livros de Ciência da Informação Baixar livros de Ciência Política Baixar livros de Ciências da Saúde Baixar livros de Comunicação Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE Baixar livros de Defesa civil Baixar livros de Direito Baixar livros de Direitos humanos Baixar livros de Economia Baixar livros de Economia Doméstica Baixar livros de Educação Baixar livros de Educação - Trânsito Baixar livros de Educação Física Baixar livros de Engenharia Aeroespacial Baixar livros de Farmácia Baixar livros de Filosofia Baixar livros de Física Baixar livros de Geociências Baixar livros de Geografia Baixar livros de História Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura Baixar livros de Literatura de Cordel Baixar livros de Literatura Infantil Baixar livros de Matemática Baixar livros de Medicina Baixar livros de Medicina Veterinária Baixar livros de Meio Ambiente Baixar livros de Meteorologia Baixar Monografias e TCC Baixar livros Multidisciplinar Baixar livros de Música Baixar livros de Psicologia Baixar livros de Química Baixar livros de Saúde Coletiva Baixar livros de Servico Social Baixar livros de Sociologia Baixar livros de Teologia Baixar livros de Trabalho Baixar livros de Turismo