

GERAÇÃO AUTOMÁTICA DE MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS  
PARA ANÁLISE DE ESTRUTURAS RETICULADAS  
NA EXPLORAÇÃO DE PETRÓLEO *OFFSHORE*

Felipe Belini Defilippo

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS  
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM  
ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:

---

Prof. Breno Pinheiro Jacob, D.Sc.

---

Prof<sup>a</sup>. Beatriz de Souza Leite Pires de Lima, D.Sc.

---

Dr. Marcos Vinícius Rodrigues, D.Sc.

---

Dr. Sérgio Murilo Santos Freitas, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

SETEMBRO DE 2007

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

DEFILIPPO, FELIPE BELINI

Geração Automática de Modelos de  
Elementos Finitos para Análise de  
Estruturas Reticuladas na Exploração de  
Petróleo *Offshore* [Rio de Janeiro] 2007

X, 122p, 29,7cm (COPPE/UFRJ,  
M.Sc., Engenharia Civil, 2007)

Dissertação – Universidade Federal  
do Rio de Janeiro, COPPE

1. Geração Automática de Modelos
2. Critérios de Refinamento
3. Introdução de Imperfeição Inicial

I.COPPE/UFRJ      II.Título (série)

A Deus, que sempre caminhou ao meu lado ...

... e nos momento de fraqueza me carregou em seus braços.

## AGRADECIMENTOS

À PETROBRAS, pela oportunidade oferecida para execução de mais esta etapa em minha formação acadêmica.

Ao engenheiro Marco Antônio Maddalena, coordenador do grupo naval do Suporte Técnico da UN-RIO na época inicial do mestrado, que estimulou e lutou pelos recentes engenheiros de sua equipe a buscarem novos conhecimentos técnicos.

Ao engenheiro Cláudio José Calmon Lima, pelo apoio e estímulo.

Ao corpo técnico do LAMCSO (Laboratório de Métodos Computacionais e Sistemas *Offshore*), em especial ao engenheiro Ian, pelo auxílio na implementação das rotinas computacionais.

Ao meu orientador Prof. Breno Pinheiro Jacob, pela paciência, compreensão e assistência na condução e execução deste trabalho.

À minha esposa Cleine, pela compreensão em virtude dos momentos de convívio perdidos em frente ao computador.

Aos meus pais e irmãos, pelas preces e pensamentos positivos.

Aos amigos e familiares, pela força e incentivo nos momentos de pânico e desespero que passei para conclusão deste desafio, em especial ao meu primo e eterno salvador Marcos.

Aos meus colegas de trabalho, que acompanharam esta saga de perto e sempre me estenderam a mão quando necessitei.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

GERAÇÃO AUTOMÁTICA DE MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS  
PARA ANÁLISE DE ESTRUTURAS RETICULADAS  
NA EXPLORAÇÃO DE PETRÓLEO *OFFSHORE*

Felipe Belini Defilippo

Setembro/2007

Orientador: Breno Pinheiro Jacob

Programa: Engenharia Civil

A necessidade de reanálises nas plataformas fixas *offshore* em operação e estudos de confiabilidade estrutural para a determinação da probabilidade de colapso estrutural vêm ganhando grande importância dentro da indústria do petróleo em função de danos provocados por acidentes e pelo próprio desgaste das plataformas existentes. Sendo assim, o desenvolvimento de ferramentas computacionais que possam determinar, com maior precisão, o comportamento não-linear das estruturas de jaquetas até o colapso, tornou-se uma tarefa de grande relevância.

A proposta desta dissertação é desenvolver ferramentas de pré-processamento e geração automática de modelos de elementos finitos de estruturas reticuladas aplicadas em sistemas *offshore*, tais como jaquetas de suporte a plataformas, módulos de sustentação de equipamentos, estruturas de flare, etc. Serão abordados aspectos relacionados a refinamento automático de malhas de elementos finitos e introdução de imperfeições iniciais em seus segmentos.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

AUTOMATIC GENERATION OF FINITE ELEMENTS MODELS FOR ANALYSIS  
OF RETICULATED STRUCTURES IN PETROLEUM OFFSHORE EXPLORATION

Felipe Belini Defilippo

September/2007

Advisor: Breno Pinheiro Jacob

Department: Civil Engineering

The need of new structural analysis of fixed offshore platforms in operation and studies of structural reliability for determination of collapse probability is of major importance the petroleum industry due to damages caused in accidents and life time. The development of computational tools that can determine the non-linear behavior the jacket structures until the collapse with higher precision is of great relevance.

The purpose of this dissertation is to develop pre-processing tools and automatic generation of finite element models for reticulated structures applied to offshore systems, such as platforms supporting jackets, equipment modules, flare structures, etc. Aspects related to automatic refinement of meshes of finite elements and introduction of initial imperfections in the segments are so considered.

## ÍNDICE DO TEXTO

<b>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1. CONTEXTO E MOTIVAÇÃO.....	1
1.2. OBJETIVO E METODOLOGIA .....	2
1.3. HISTÓRICO .....	3
1.4. ORGANIZAÇÃO DO TEXTO .....	5
<b>CAPÍTULO 2 - CENÁRIO ATUAL DA UTILIZAÇÃO DE JAQUETAS.....</b>	<b>6</b>
2.1 HISTÓRICO DA APLICAÇÃO DE JAQUETAS.....	6
2.1.1. <i>Histórico da Exploração de Petróleo Offshore</i> .....	6
2.1.2. <i>A Indústria Offshore no Brasil</i> .....	8
2.2 DEFINIÇÃO DE JAQUETA .....	13
2.2.1. <i>Conceito</i> .....	13
2.2.2. <i>Elementos de uma Jaqueta</i> .....	15
2.2.3. <i>O Emprego de Plataformas Fixas tipo Jaqueta:</i> .....	19
<b>CAPÍTULO 3 - FORMULAÇÃO DOS MÉTODOS DE ANÁLISE .....</b>	<b>24</b>
3.1 INTRODUÇÃO .....	24
3.2 MODELOS MATEMÁTICOS; SOLUÇÃO NUMÉRICA.....	24
3.2.1. <i>Conceitos Preliminares sobre Análise Não-Linear</i> .....	24
3.2.2. <i>Comportamento Dinâmico de Sistemas Estruturais</i> .....	25
3.3 PROCEDIMENTOS DE SOLUÇÃO .....	27
3.4 REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA RESPOSTA NÃO-LINEAR .....	30
3.5 TIPO DE ELEMENTO.....	34
3.6 PROCEDIMENTO DE SOLUÇÃO NUMÉRICA.....	36
3.6.1. <i>Solução Incremental Interativa</i> .....	36
3.6.2. <i>Método de Newton-Raphson</i> .....	37
3.6.3. <i>Técnica do Controle de Carga</i> .....	40
3.6.4. <i>Técnica do Controle de Deslocamento</i> .....	41
3.6.5. <i>Técnica do Controle de Energia</i> .....	45
3.6.6. <i>Técnica do Comprimento de Arco Constante (Arc-Length)</i> .....	45
3.6.7. <i>Critérios de Convergência</i> .....	56



<b>CAPÍTULO 4 - GERAÇÃO AUTOMÁTICA DE MODELOS.....</b>	<b>58</b>
4.1. COLAPSO DE UMA PLATAFORMA FIXA OFFSHORE.....	58
4.2. CRITÉRIO PARA REFINAMENTO DE MALHA .....	59
4.3. IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS INICIAIS.....	62
4.3.1. <i>Consideração de Imperfeições Iniciais pelos Modos de Flambagem</i> .....	63
4.3.2. <i>Consideração de Imperfeições Iniciais pela Configuração do Arco de Círculo</i> .....	65
4.4. IMPLEMENTAÇÃO DA ROTINA DE REFINAMENTO E IMPERFEIÇÃO INICIAL.....	68
<b>CAPÍTULO 5 - APLICAÇÕES.....</b>	<b>74</b>
5.1. INTRODUÇÃO .....	74
5.2. CASO 01 : COLUNA BI-APOIADA COM IMPERFEIÇÃO INICIAL.....	75
5.3. CASO 02 : COLUNA BI-ENGASTADA COM IMPERFEIÇÃO INICIAL .....	80
5.4. CASO 03 : JAQUETA PLANA.....	85
5.5. CASO 04 : JAQUETA 3D.....	95
<b>CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....</b>	<b>107</b>
6.1. CONCLUSÕES .....	107
6.2. CONSIDERAÇÕES GERAIS.....	109
6.3. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	110
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>111</b>
<b>APÊNDICE A - DADOS ADICIONAIS DA JAQUETA 3D .....</b>	<b>115</b>
A.1 - COORDENADAS DOS VÉRTICES DA MALHA .....	115
A.2 - DADOS DOS SEGMENTOS DA MALHA .....	117
A.3. - PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS DOS MATERIAIS .....	121

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Primeiras Plataformas <i>Offshore</i> Instaladas na Califórnia - EUA.....	7
Figura 2.2 – 7 Maiores Plataformas Fixas do Mundo: <i>Offshore Magazine</i> 2004 .....	8
Figura 2.3 – Plataforma Central de Garoupa 01: Pioneirismo .....	10
Figura 2.4 – Plataformas Geminadas de Pargo 1A e 1B .....	12
Figura 2.5 – Panorama de uma Plataforma Fixa tipo Jaqueta .....	13
Figura 2.6 – Plataforma Fixa por Gravidade (a) e Auto-elevatória (b).....	14
Figura 2.7 – Estrutura Típica de uma Jaqueta .....	16
Figura 2.8 – Detalhe da Conexão com a Fundação .....	17
Figura 2.9 – Exemplos de Juntas ou Nós .....	17
Figura 2.10 – Posicionamento de Braces e Chord.....	18
Figura 2.11 – Detalhe de uma Junta .....	19
Figura 2.12 – Plataforma Pampo 01 .....	20
Figura 2.13 – Plataforma Central de Enchova 01.....	21
Figura 2.14 – Plataforma Cherne 02.....	22
Figura 2.15 – Plataformas de Carapeba 01 e 03 .....	23
Figura 3.1 – Trajetória de Equilíbrio .....	30
Figura 3.2 – Trajetória Fundamental de Equilíbrio e Ponto Limite .....	31
Figura 3.3 – Ponto de Bifurcação .....	31
Figura 3.4 – Salto Dinâmico sob Controle de Carga (snap-through) .....	32
Figura 3.5 – Salto sob Controle de Deslocamento (snap-back) .....	33
Figura 3.6 – Esquema Representativo do Método de Newton-Raphson Padrão.....	39
Figura 3.7 – Esquema Representativo do Método de Newton-Raphson Modificado .....	39
Figura 3.8 – Newton-Raphson Modificado Diverge Afastando-se da Solução Exata ....	40
Figura 3.9 – Interpretação Geom. aplicado a um problema de 1 Grau de Liberdade.....	48
Figura 3.10 – Comprimento de Arco Linearizado - Riks (plano normal constante).....	49
Figura 3.11 – Comprimento de Arco Linearizado - Ramm (plano normal atualizado) ..	49
Figura 4.1 – Magnitude na Fabricação de uma Junta .....	62
Figura 4.2 – Definição do Valor da Imperfeição Inicial.....	66
Figura 4.3 – Definição da Direção da Imperfeição Inicial .....	67
Figura 4.4 – Malha Refinada com Imperfeição Inicial (proporção 1/10).....	67
Figura 4.5 – Aplicativo SITUA-PROSIM.....	68
Figura 4.6 – Tela de Modelação e Configuração dos Segmentos .....	69

Figura 4.7 – Tela da Rotina REFIN.....	70
Figura 4.8 – Opções de Seleção e Critério de Refinamento .....	72
Figura 4.9 – Tela de Visualização dos Resultados da nova Configuração.....	73
Figura 5.1 – Coluna Bi-apoiada.....	75
Figura 5.2 – Introdução de Imperfeição Inicial - amplificação (1/5) .....	76
Figura 5.3 – Trajetória de Equilíbrio do ponto A na direção u .....	77
Figura 5.4 – Comportamento da Estrutura com variação da Imperfeição Inicial.....	79
Figura 5.5 – Coluna Bi-engastada .....	80
Figura 5.6 – Introdução da Imperfeição Inicial – amplificação (1/5).....	81
Figura 5.7 – Trajetória de Equilíbrio do ponto C na direção u.....	82
Figura 5.8 – Comportamento da Estrutura com variação da Imperfeição Inicial.....	83
Figura 5.9 – Jaqueta Plana .....	86
Figura 5.10 – Malha Refinada e Sem Imperfeição Inicial.....	87
Figura 5.11 – Trajetória de Equilíbrio do ponto K na direção u .....	88
Figura 5.12 – Resultado do Refinamento pelo Critério de Esbeltez .....	89
Figura 5.13 – Comportamento da Estrutura com variação da Imperfeição Inicial.....	90
Figura 5.14 – Divisão do Segmento em 12 Partes Iguais.....	91
Figura 5.15 – Cada Elemento Refinado no Valor de 1,5 metros.....	92
Figura 5.16 – Comportamento da Estrutura com variação do Critério de Refinamento .	93
Figura 5.17 – Variação do Tempo de Processamento em Segundos.....	94
Figura 5.18 – Jaqueta 3D.....	96
Figura 5.20 – Ponto K: monitoramento do deslocamento horizontal na direção v .....	99
Figura 5.21 – Trajetória de Equilíbrio do ponto K, na direção v .....	100
Figura 5.22 – Resultado do Refinamento pelo Critério de Esbeltez .....	101
Figura 5.23 – Comportamento da Estrutura com variação da Imperfeição Inicial.....	102
Figura 5.24 – Divisão do Segmento em 8 Partes Iguais.....	103
Figura 5.25 – Cada Elemento Refinado no Valor de 1,0 metro .....	104
Figura 5.26 – Comportamento da Estrutura com variação do Critério de Refinamento	105
Figura 5.27 – Variação do Tempo de Processamento em Segundos.....	106

## CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

---

### 1.1. Contexto e Motivação

Desde 1859 o mundo passou a conviver com um produto que estimula a cobiça humana, o petróleo. A partir desta data, se iniciou a grande corrida atrás do ouro negro. Em princípio extraía-se apenas o querosene para a iluminação, mas com advento da indústria automobilística e da aviação, somado à sua utilização nas guerras, tornou-se o principal produto estratégico do mundo moderno.

A indústria *offshore* de extração de petróleo teve início no final do século XIX na costa da Califórnia (EUA) com estruturas rústicas de madeira e lâminas d'água em torno de cinco metros. Em 1947 foram construídas as duas primeiras plataformas metálicas, já com o conceito de jaqueta.

No Brasil, a indústria do petróleo iniciou sua exploração *offshore* na década de 70, quando foram construídas as primeiras plataformas fixas tipo jaqueta. Atualmente estas estruturas, ainda em operação, estão envelhecidas, com corrosão excessiva, trincas e danos provocados por impactos de navios, rebocadores ou queda de cargas. Sendo assim, existe uma tendência destas estruturas necessitarem de reanálises freqüentes para determinação da sua capacidade de carga, para auxiliar nas decisões sobre a necessidade de reparos, permitindo sua permanência operacional em segurança.

A necessidade de reavaliação de plataformas fixas *offshore* e estudos de confiabilidade estrutural para a determinação da probabilidade de colapso estrutural vêm ganhando grande importância dentro da indústria do petróleo, em função de danos provocados por acidentes e pelo próprio desgaste das plataformas existentes. Sendo assim, o desenvolvimento de ferramentas computacionais que possam determinar, com maior precisão, o comportamento não-linear das estruturas de jaquetas até o colapso, tornou-se uma tarefa de grande relevância.

## 1.2. Objetivo e Metodologia

O objetivo desta dissertação é desenvolver ferramentas de pré-processamento e geração automática de modelos de elementos finitos de estruturas reticuladas aplicadas em sistemas *offshore*, tais como jaquetas de suporte a plataformas, módulos de sustentação de equipamentos, estruturas de *flare*, dentre outros, contribuindo principalmente na reavaliação (*re-assessment*) de estruturas já existentes. Serão abordados aspectos relacionados a refinamento automático de malhas de elementos finitos e introdução de imperfeições iniciais nos segmentos.

Para o alcance da geração automática do modelo, foi efetuada neste trabalho, a programação de uma rotina em linguagem FORTRAN e a sua incorporação em uma ferramenta computacional de análise não-linear. Dessa forma, tomou-se como ponto de partida o código da interface gráfica SITUA, desenvolvida de forma cooperativa por pesquisadores do LAMCSO (Laboratório de Métodos Computacionais e Sistemas *Offshore*) do Programa de Engenharia Civil da COPPE e do CENPES/Petrobras.

Através da associação do SITUA com o programa de análise não-linear PROSIM [1], foi possível efetuar estudos paramétricos, permitindo o traçado completo da trajetória de equilíbrio da estrutura, de modo a passar por pontos limites e caracterizar com precisão seu colapso.

De posse dos dados obtidos, foi permitido realizar uma comparação com os resultados de outros estudos publicados, objetivando avaliar as vantagens da rotina empregada.

### 1.3. Histórico

Apresenta-se a seguir, um resumo das principais referências bibliográficas sobre aplicações de análise de colapso de plataformas *offshore*, bem como procedimentos de refinamento automático de malhas reticuladas e introdução de imperfeições iniciais, realizadas nos últimos 20 anos, que contribuíram para a elaboração desta dissertação.

Em 1986, Soreide, Amdahl, e Granli [2] expuseram as bases teóricas utilizadas no programa USFOS, que foi empregado para a análise do colapso de estruturas reticuladas *offshore*. Foram realizadas comparações entre a análise não-linear pelo método dos elementos finitos e a análise experimental.

Em 1988, Stewart, Efthymiou e Vugts [3] utilizaram dois programas, MARC e INTRA, e duas formulações diferentes para obter a carga última de colapso de estruturas *offshore*. A primeira empregou modelos refinados com elementos de pórtico para representar não-linearidades importantes, como formação de rótulas e flambagem, através do programa MARC. A segunda tratou-se de uma formulação utilizando um modelo fenomenológico implementado no programa INTRA.

Em 1990, Moan, Amdahl, Granli e Hellan [4] apresentaram um método eficiente para a análise não-linear de estruturas reticuladas de aço com carregamentos estáticos e cíclicos, levando em consideração modos locais de falha relacionados com imperfeições iniciais permanentes e danos impostos por cargas acidentais, assim como flambagens e fraturas. A precisão deste método foi comprovada através comparações com resultados experimentais e métodos de análise refinados.

Em 1991, Ueda, Rashed e Nakasho [5] apresentaram um método de análise para estimar a resistência última de colapso de estruturas, considerando o endurecimento do material. A aplicação do método para análise de estruturas *offshore*

foi apresentada levando-se em conta o comportamento não-linear dos membros, das conexões e da estrutura como um todo.

Em 1994, Hellan, Moan e Drange [6] mostraram uma sistemática para validação e calibragem de uma formulação para análise não-linear, tipo *pushover*, do colapso de plataformas *offshore* para o programa USFOS, considerando os efeitos de tensões residuais e imperfeições geométricas.

Em 1997, Benjamin, Jacob e Ebecken [7] publicaram um artigo sobre o sistema computacional CALEB, um programa baseado no método dos elementos finitos que emprega elementos de pórtico para a análise não-linear física e geométrica de estruturas reticuladas em geral, incluindo plataformas fixas *offshore*.

Em 1998, Waegter, Vissing-Jorgensen e Thesbjerg [8] expuseram um artigo divulgando o programa RONJA, fundamentado numa formulação explícita da matriz tangente de um elemento de viga-coluna para análise do tipo *pushover*. Os efeitos de imperfeições iniciais foram levados em consideração implicitamente na formulação.

Em 1999, Freitas [9] apresentou estudos paramétricos para a avaliação da potencialidade de uma metodologia para análise de colapso estrutural de plataformas *offshore* fixas, utilizando o programa CALEB. Foram consideradas as fases de refinamento e geração de imperfeição inicial que antecedem a etapa de análise de colapso.

#### **1.4. Organização do Texto**

O capítulo 2 contém um histórico do uso das plataformas fixas tipo jaqueta ao longo do tempo no Brasil e no mundo, bem como principais conceitos desta estrutura, utilizando exemplos reais.

No capítulo 3 são apresentados os conceitos preliminares sobre análise não-linear de sistemas estruturais. São abordadas também algumas estratégias computacionais de solução do problema não-linear de estruturas, como o método de Newton-Raphson padrão, sua derivação modificada, os critérios de convergência e a técnica de controle de deslocamento para avanço da solução através do caminho pós-crítico.

No capítulo 4 é descrito o processo de geração automática de modelos, que antecede a fase de análise de colapso, levando em consideração as metodologias usadas no seu refinamento e na introdução de imperfeições geométricas iniciais da estrutura.

O capítulo 5 apresenta as aplicações do processo de geração automática de modelos através de exemplos bidimensionais e tridimensionais, bem como os resultados comparativos obtidos neste estudo.

Finalmente, o capítulo 6 expõe as conclusões e recomendações para trabalhos futuros na mesma linha de pesquisa.



## **CAPÍTULO 2 - CENÁRIO ATUAL DA UTILIZAÇÃO DE JAQUETAS**

---

### **2.1 Histórico da Aplicação de Jaquetas**

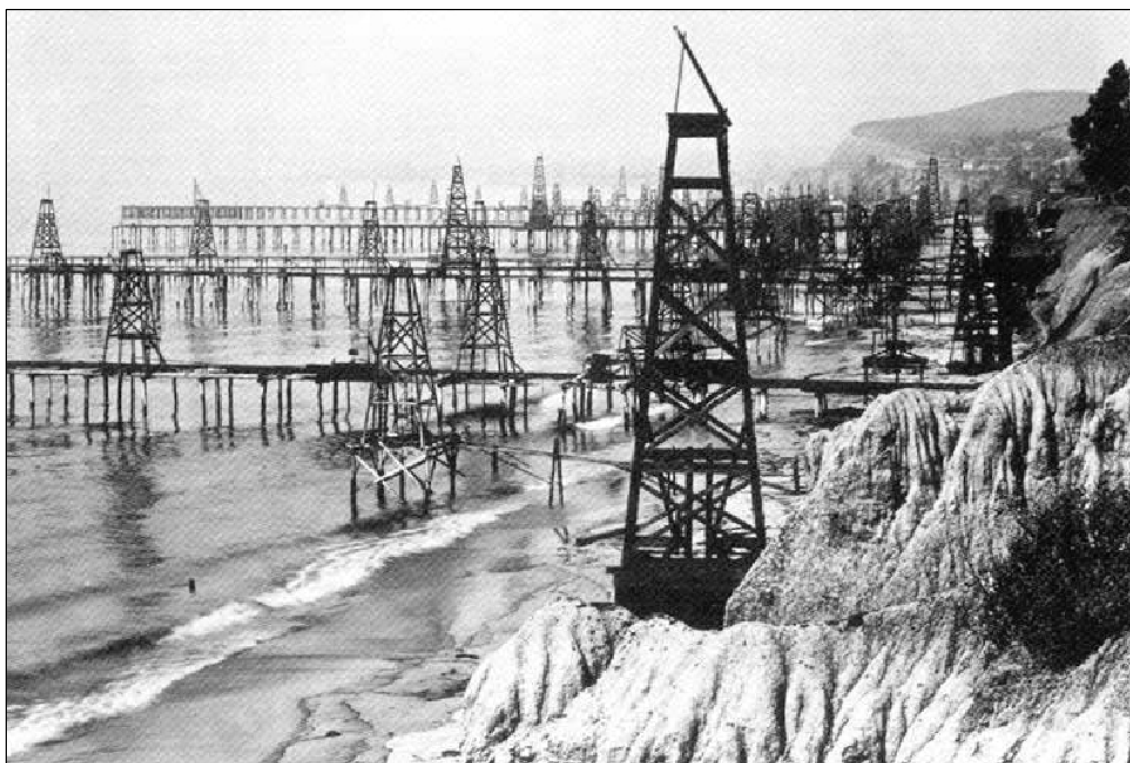
#### **2.1.1. Histórico da Exploração de Petróleo *Offshore***

Desde os anos 40, o acesso ao petróleo pelos países consumidores era relativamente fácil em decorrência dos preços estáveis. Alguns países produtores do Oriente Médio, contudo, vinham pressionando as grandes companhias internacionais, que possuíam concessão para atuar em tais países, a aumentar suas participações no preço final. Para legitimar tal movimento, em 1960 foi criada a OPEP – Organização dos Países Exportadores de Petróleo.

O primeiro choque do petróleo, ocorrido em 1973, marcou o fim da era do combustível barato e abundante. O embargo imposto pelos árabes aos Estados Unidos e as reduções da produção e da exportação fez com que o preço do barril de petróleo passasse de US\$ 3 para US\$ 12, entre outubro de 1973 e dezembro de 1974. Com isso os países exportadores definiram uma nova era para o resto do mundo: a do petróleo caro e escasso.

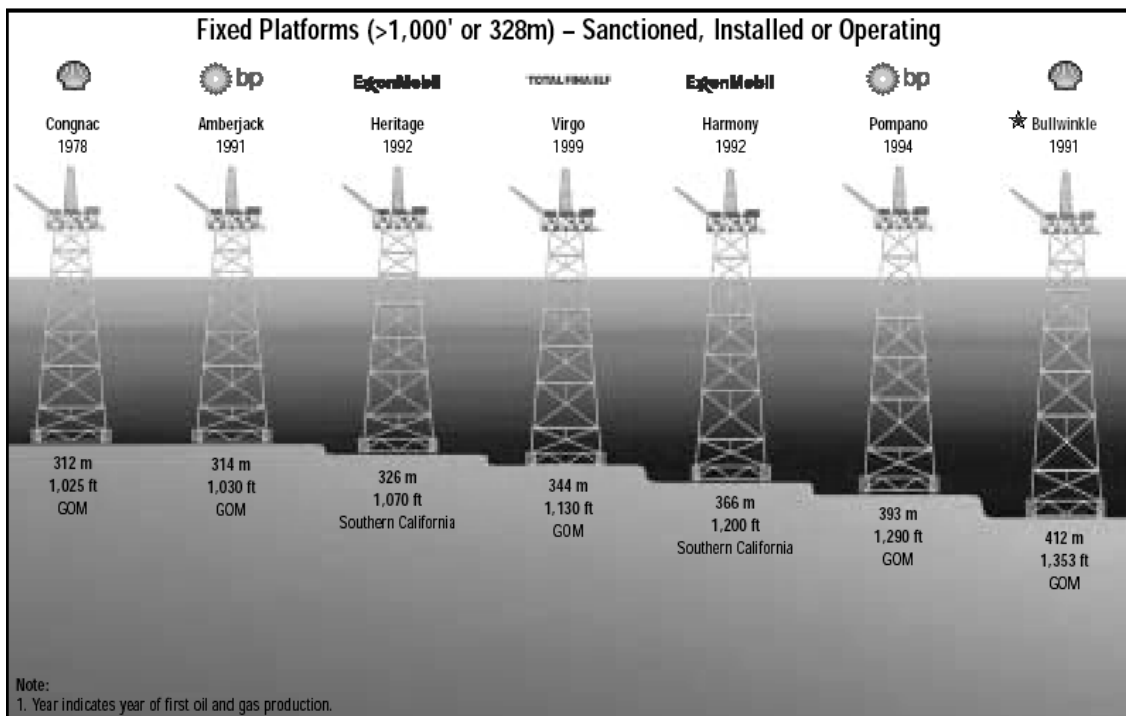
A crise do petróleo deu o impulso necessário à exploração do petróleo existente em ambiente marinho. Isto porque, com o aumento brusco do preço do petróleo e a possibilidade de escassez do produto no mercado, os países consumidores passaram a desenvolver programas de economia de combustíveis e de geração de energias alternativas. Ao mesmo tempo, buscou encontrar novas jazidas de petróleo em países não pertencentes à OPEP, e em regiões consideradas inviáveis economicamente devido à complexidade de seus ambientes, o que incentivou a exploração *offshore* em locais como o Mar do Norte, por exemplo.

Cabe ressaltar que as companhias americanas de petróleo que atuavam no Golfo do México já desenvolviam tecnologia para exploração *offshore* desde o início dos anos 50. Desta forma, quando os países do Mar do Norte e o Brasil decidiram se dedicar ao desenvolvimento da produção de petróleo em alto mar, as bases tecnológicas já estavam lançadas (Figura 2.1).



**Figura 2.1 – Primeiras Plataformas *Offshore* Instaladas na Califórnia - EUA**

Atualmente existem mais de 6.500 instalações de óleo e gás em sistemas *offshore* no mundo, em cerca de 50 países. As principais áreas são: Golfo do México: 4.000; Ásia: 950; Oriente Médio: 700; Mar do Norte: 490; Costa Oeste Africana: 380; América do Sul: 340. No conjunto das plataformas fixas tipo jaquetas de maior porte já instaladas, podemos citar as 7 principais, conforme mostra a Figura 2.2.



**Figura 2.2 – 7 Maiores Plataformas Fixas do Mundo: *Offshore Magazine* 2004**

### 2.1.2. A Indústria *Offshore* no Brasil

Em meados da década de 60, o aumento do consumo interno e a dependência externa no fornecimento de combustíveis levaram a indústria *offshore* brasileira amadurecer a idéia de se dedicar com maior ênfase à exploração submarina. A produção – em torno dos 146 mil barris diários – atendia a pouco mais de 40% do consumo; o aumento era exigido para reduzir os gastos em divisas com as importações. A modesta produção das bacias terrestres indicava a necessidade da saída para o mar, onde as primeiras pesquisas haviam começado em 1957. No final de 1966, a Petrobras deu um passo importante nessa direção, com a construção da plataforma de perfuração “Petrobras I”, para operar na profundidade de até 30 metros. Mas foi o período entre 1967 e 1968 que marcou o verdadeiro início da exploração sistemática da plataforma continental. Nesse período, a maioria das bacias marítimas foi coberta pelas equipes de pesquisa da Petrobras, usando o método de sísmica de reflexão em suas porções rasas. Em 1968, iniciou-se a perfuração do primeiro poço, na costa capixaba.

As análises dos dados sísmicos processados mostraram uma série de locais propícios à acumulação de óleo e gás na plataforma continental. Sem conseguir bons resultados no poço do Espírito Santo, a plataforma de perfuração foi deslocada para o litoral nordestino.

Embora já se registrasse produção de óleo e gás natural em águas rasas da Baía de Todos os Santos, o marco da descoberta de petróleo em mar aberto foi no Campo de Guaricema, em 1969, a largo da costa de Sergipe, em lâmina d'água de 60 metros de profundidade. Para o desenvolvimento do campo, aplicaram-se as técnicas convencionais da época para campos de médio porte: plataformas fixas de aço, tipo padrão de quatro pernas, convés duplo, guias para até seis poços, cravadas através de estacas, projetadas somente para produção e teste de poços, interligadas por uma rede de dutos multifásicos.

Haviam sido perfurados apenas sete poços quando ocorreu, em 23 de novembro de 1974, a descoberta de petróleo na Bacia de Campos pelo navio-sonda "Petrobras II". O petróleo e o gás surgiram quando a sonda atingiu 1.350 metros de profundidade, em águas de mais de 100 metros e a 100 quilômetros da costa. Esse poço deu origem ao Campo de Garoupa (Figura 2.3), o primeiro da maior bacia petrolífera do país e que produz óleo e gás natural até hoje.



**Figura 2.3 – Plataforma Central de Garoupa 01: Pioneirismo**

Quatorze plataformas fixas foram responsáveis pelo início da saga da produção na Bacia de Campos no assim chamado Sistema Definitivo, implantado em 1983. Instaladas em lâminas d'água variando entre 80 e 170 metros, as plataformas foram concebidas segundo dois tipos principais:

- a) **Plataformas Centrais:** tipo fixa de aço, cravadas por estacas, com 8 pernas, para perfuração e produção de poços, equipadas com plantas completas de processo da produção, sistema de tratamento e compressão de gás, sistemas de segurança e utilidades e acomodação de pessoal. A capacidade de produção varia de 95.000 a 200.000 bpd;
- b) **Plataformas Satélites:** semelhantes às plataformas centrais, porém a planta de processo da produção compreendendo apenas um estágio de

separação primária de fluidos produzidos. A capacidade varia de 50.000 a 63.000 bpd.

Abaixo (Tabela 2.1), podemos verificar as plataformas fixas atualmente instaladas na Bacia de Campos, bem como a capacidade de produção de óleo e gás:

SIGLA	ANO	NOME	CAPACIDADE DE PRODUÇÃO		LÂMINA D'ÁGUA (m)
			ÓLEO (mil bpd)	GÁS (mil m <sup>3</sup> /dia)	
PGP-1	1980	Plataforma Central de Garoupa 01	200	13	120
PCE-1	1982	Plataforma Central de Enchova 01	60	7	114
PCH-2	1982	Plataforma Cherne 02	48	12	142
PNA-1	1982	Plataforma Namorado 01	40	19	148
PNA-2	1982	Plataforma Namorado 02	60	3	170
PCH-1	1983	Plataforma Cherne 01	44	12	117
PPM-1	1983	Plataforma Pampo 01	80	13	111
PCP-1	1988	Plataforma Carapeba 01	16	-	86
PCP-2	1988	Plataforma Carapeba 02	10	-	87
PPG-1	1988	Plataforma Pargo 01 A/B	190	4	101
PVM-1	1988	Plataforma Vermelho 01	12	-	80
PVM-2	1988	Plataforma Vermelho 02	10	-	80
PVM-3	1988	Plataforma Vermelho 03	12	-	81
PCP-3	1994	Plataforma Carapeba 03	15	70	86
PRA-1	2007	Plataforma Rebombeio Autônomo 01	-	-	106

**Tabela 2.1 – Fonte: Site Petrobras 2007**

Carapeba 01 e 03 e Pargo 01 A/B (Figura 2.4) têm a particularidade de serem plataformas duplas, instaladas sobre o mesmo conjunto de poços, ligadas por uma passarela. Em Pargo, uma unidade concentra os equipamentos para a produção enquanto a outra tem as instalações de hotelaria e administração dos poços. Todas as plataformas fixas têm árvores-de-natal secas, isto é, acima da linha d'água.



**Figura 2.4 - Plataformas Geminadas de Pargo 1A e 1B**

Desde as descobertas iniciadas em 1974, a Bacia de Campos assumiu a posição de principal província petrolífera do país. Nessa área existem hoje 37 campos produzindo em média 1.000.000 bpd de óleo (76% da produção nacional) e 15 milhões m<sup>3</sup>/dia de gás (47%) através unidades fixas e flutuantes.

## 2.2 Definição de Jaqueta

### 2.2.1. Conceito

Segundo a Organização Nacional da Indústria do Petróleo (ONIP), jaqueta é uma estrutura de suporte de uma plataforma fixa (Figura 2.5), que vai desde a fundação até pouco acima do nível do mar e sobre a qual são instalados os módulos e/ou convés. Além disso, ela oferece apoio aos condutores dos poços e *risers* em sua subida até a superfície.

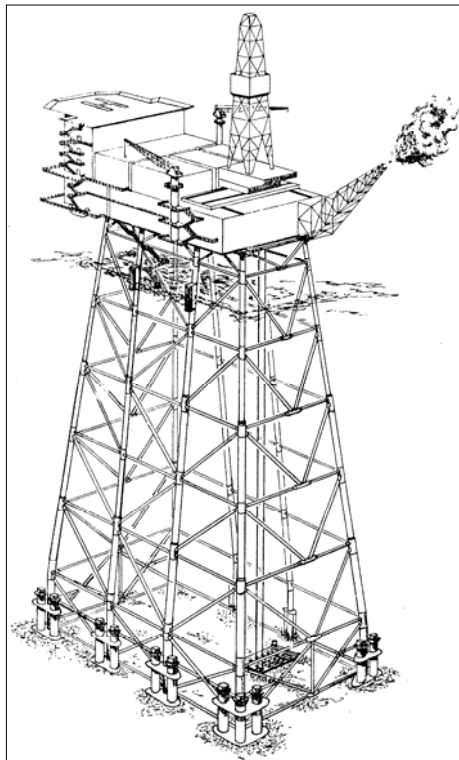
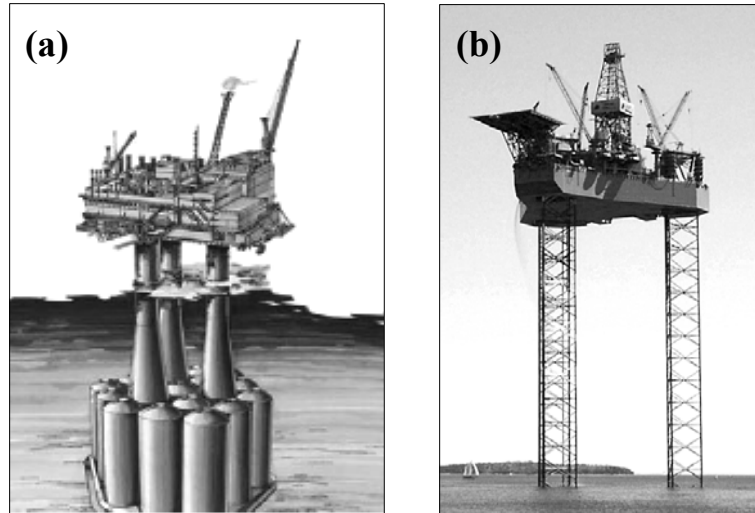


Figura 2.5 - Panorama de uma Plataforma Fixa tipo Jaqueta

No universo das plataformas apoiadas no solo marinho, a jaqueta é a estrutura mais difundida. Permite a utilização de “Árvore de Natal” na superfície (completação seca), bem como a perfuração e intervenção nos poços a partir de sonda instalada no seu convés.



Nesta concorrência pela exploração de petróleo em profundidade até 450m encontram-se também as plataformas fixas por gravidade (a) e as auto-elevatórias (b) (Figura 2.6).



**Figura 2.6 – Plataforma Fixa por Gravidade (a) e Auto-elevatória (b)**

As jaquetas são comumente compostas de elementos tubulares de paredes finas devido às seções fechadas proporcionarem empuxo e grande rigidez torcional, superfície mínima para pintura e ataque corrosivo, simplicidade de forma e aparência agradável. Nas partes submersas dessas estruturas, são projetados tubos circulares buscando a minimização das forças hidrodinâmicas em relação aos membros tubulares de seção quadrada ou retangular.

As plataformas fixas tipo jaqueta possuem alto grau de hiperestaticidade. Os elementos das barras são submetidos predominantemente a esforços axiais de tração e compressão. São estruturas com grande capacidade de redistribuir os esforços internos após a falha de algum elemento estrutural. Seu comportamento global é semelhante a uma viga em balanço, engastada no fundo do mar.

### 2.2.2. Elementos de uma Jaqueta

Para o projeto estrutural de uma plataforma fixa, diferentes áreas da engenharia são envolvidas. Algumas informações necessárias ao projeto podem assim serem resumidas:

- a) finalidades da plataforma (perfuração, produção, rebombeio, habitação, etc., ou combinação destas);
- b) área onde a plataforma será instalada, de forma a orientar quanto ao tipo de grandeza a estrutura estará submetida (solo, estados de mar, vento, corrente, onda, etc.);
- c) profundidade da lâmina d'água influenciando nas dimensões da jaqueta e métodos de construção e lançamento;
- d) número de poços a serem explorados, que dará elemento para a avaliação das áreas de convés;

Como se nota, portanto, o projeto e análise de plataformas requerem o conhecimento de várias áreas da ciência, tais como: oceanografia, análise estrutural, mecânica, engenharia de solos, arquitetura, tecnologia de construção, etc.

Conforme a norma Petrobras N-2267 [10], podemos classificar a estrutura de uma jaqueta em três tipos:

#### **Tipo A:**

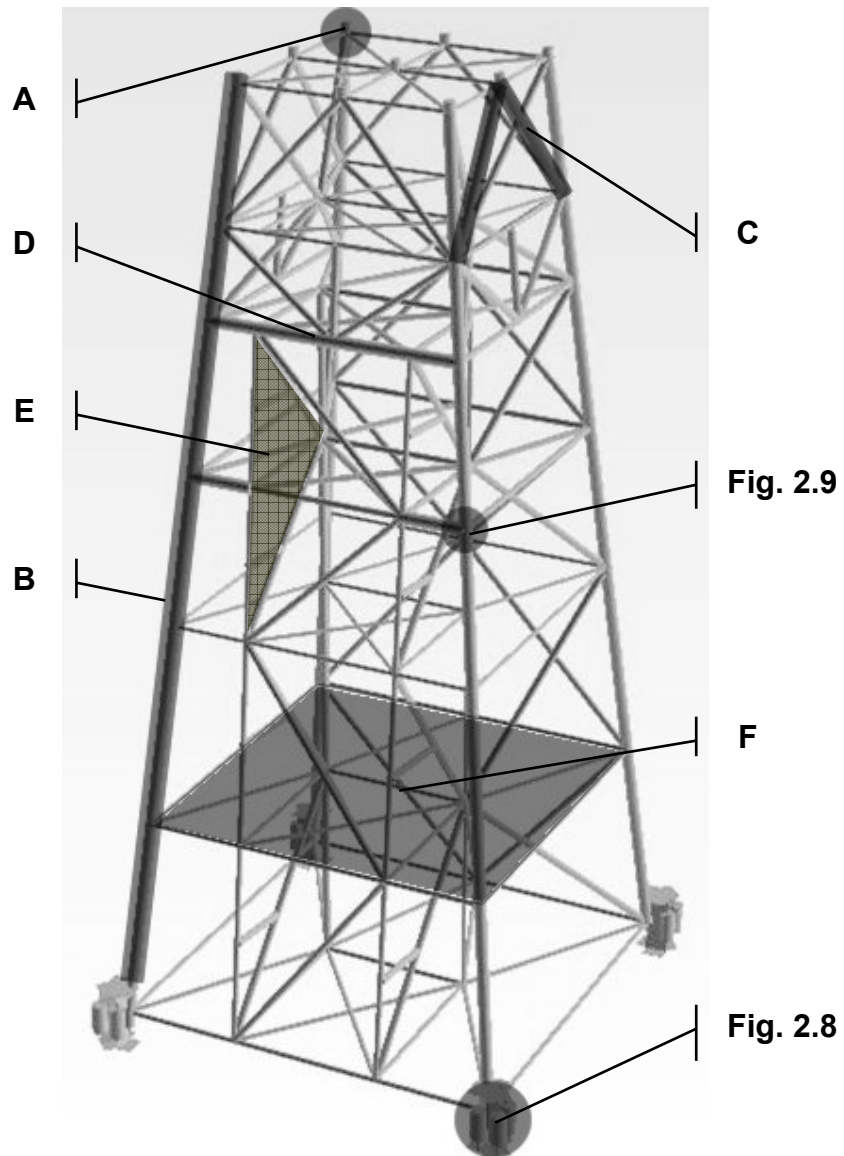
- a) ligação perna – convés (Figura 2.7– A).
- b) perna (Figura 2.7– B).
- c) ligação da perna com a luva (Figura 2.8– a);
- d) luva (Figura 2.8– b);
- e) estacas auxiliares (Figura 2.8 – c);

**Tipo B:**

- a) membros diagonais (Figura 2.7– C);
- b) horizontais das faces (Figura 2.7– D).

**Tipo C:**

- a) membros secundários das treliças da viga de lançamento (Figura 2.7– E);
- b) horizontais das mesas (Figura 2.7– F);
- c) membros secundários do convés;



**Figura 2.7 – Estrutura Típica de uma Jaqueta**

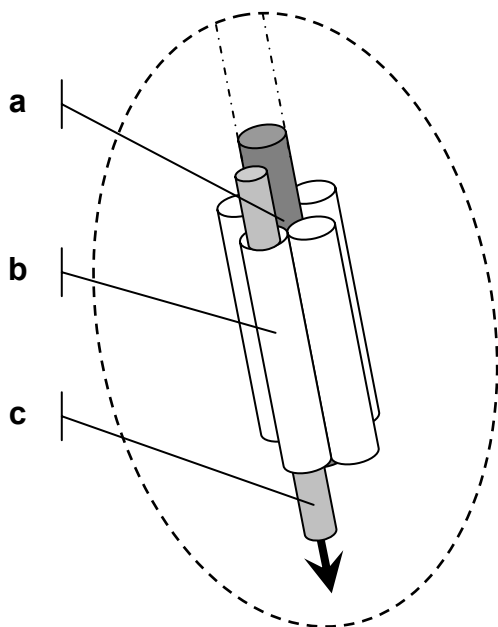


Figura 2.8 – Detalhe da Conexão com a Fundação

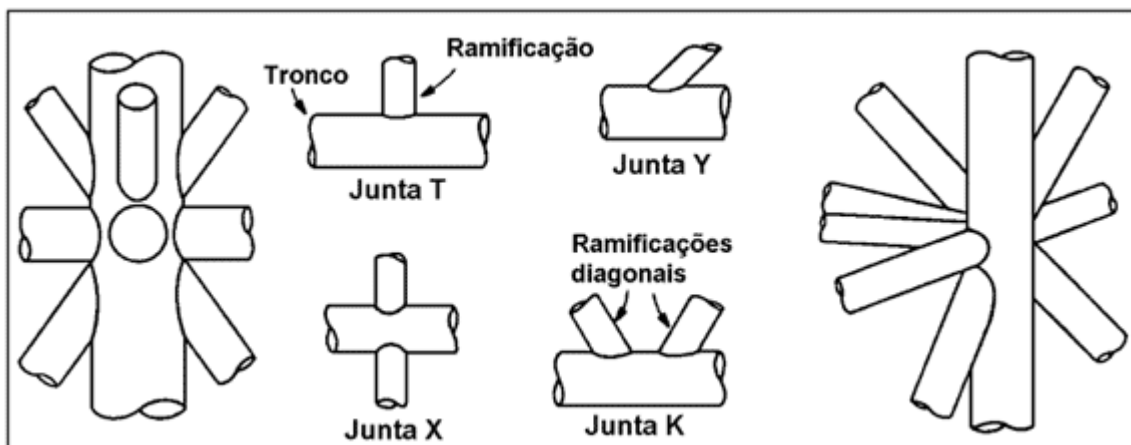


Figura 2.9 – Exemplos de Juntas ou Nós

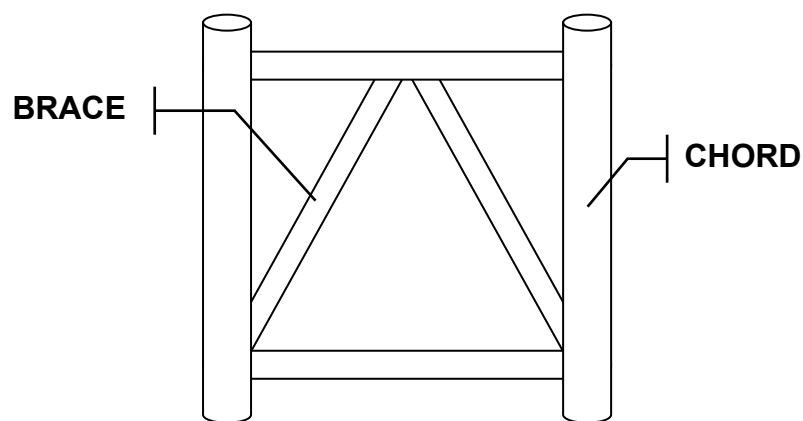
As juntas (Figura 2.9) são elementos que possuem grande influência na estabilidade global da estrutura. São rigorosamente analisadas visando garantir sua integridade por esforços sofridos pela ação da fadiga. Podemos classificar seus elementos seguindo certas definições internacionais.

O *CHORD* (Figura 2.10) é o elemento principal que recebe os outros componentes. Os outros membros tubulares são soldados a ele sem que sua estrutura seja perfurada. Qualquer membro tubular pode ser tão grande quanto um *chord*, porém nunca maior.

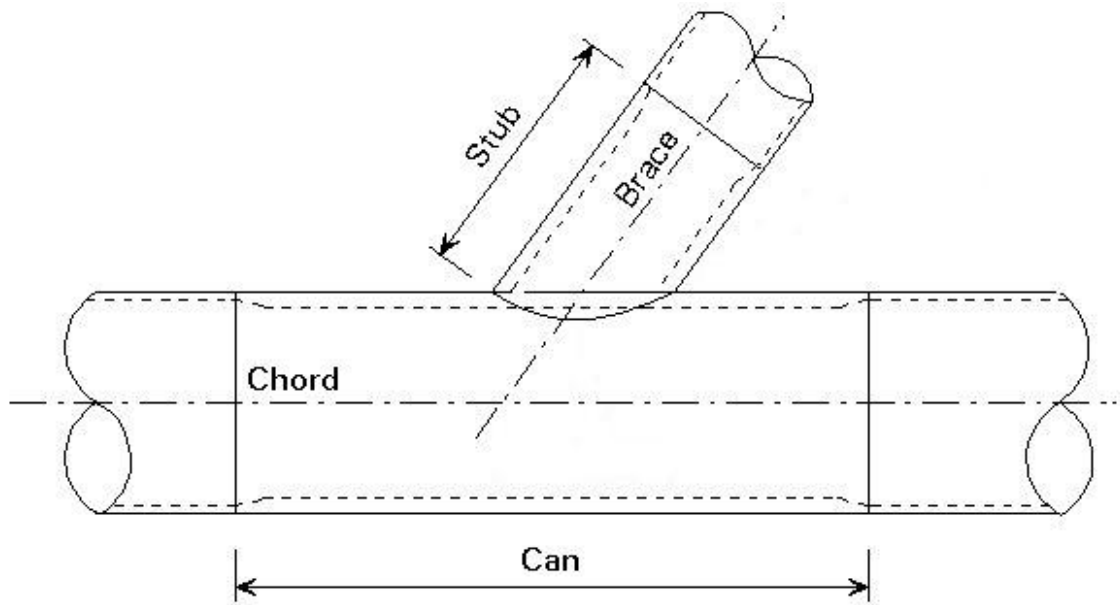
O *CAN* (Figura 2.11) é a seção do *chord* reforçada com uma espessura de parede aumentada.

Os *BRACES* (Figura 2.10) são os membros estruturais que são soldados a um *chord*. Eles terminam fisicamente na superfície do *chord*. São considerados elementos de contraventamento.

O *STUB* (Figura 2.11) é a extremidade do *brace*, reforçada localmente com uma espessura de parede aumentada.



**Figura 2.10 – Posicionamento de Braces e Chord**



**Figura 2.11 - Detalhe de uma Junta**

Para a descrição da estrutura de uma jaqueta, de modo geral, temos as seguintes etapas envolvidas:

- a) informações sobre a estrutura, tais como número de pernas, número de conveses, etc;
- b) dimensões dos vários planos horizontais, necessários à descrição da topologia;
- c) tabela, de forma codificada, dos tipos de painéis horizontais, verticais e de condutores, que compõem a estrutura;
- d) finalmente, a estrutura é especificada, patamar a patamar, dando-se o tipo de painel, bem como o tipo de perna e pilar que ocorre entre cada patamar.

### **2.2.3. O Emprego de Plataformas Fixas tipo Jaqueta:**

A seguir, destacaremos algumas plataformas fixas tipo jaqueta, instaladas no território brasileiro pela Petrobras, e que ainda encontram-se em plena operação, produzindo óleo e gás natural:

- a) A plataforma fixa de produção de óleo e gás Pampo 01 (PPM-1) (Figura 2.12), instalada desde 1983 no Campo de Pampo na Bacia de Campos, possui uma jaqueta de 122 metros de altura, 6 mesas, 8 pernas e pesa 108.090 kN. Situada a aproximadamente 114 km do litoral da cidade de Macaé, na profundidade de 111 metros, ela recebe o petróleo proveniente de 42 poços e produz 80.000 bpd. Sobre a jaqueta encontra-se um convés de 12,7 m de altura, com 2 níveis e dimensões de 44m x 78m.



**Figura 2.12 – Plataforma Pampo 01**

- b) A plataforma fixa de produção de óleo e gás Central de Enchova 01 (PCE-1) (Figura 2.13), instalada desde 1982 no Campo de Enchova na Bacia de Campos, possui uma jaqueta de 129 metros de altura, 6 mesas, 8 pernas e pesa 90.770 kN. Situada a aproximadamente 116 km do litoral da cidade de Macaé, na profundidade de 114 metros, ela recebe o petróleo proveniente de 62 poços e produz 60.000 bpd. Sobre a jaqueta encontra-se um convés de 12,9 m de altura, com 2 níveis e dimensões de 60m x 72m.



**Figura 2.13 – Plataforma Central de Enchova 01**

- c) A plataforma fixa de produção de óleo e gás Cherne 02 (PCH-2) (Figura 2.14), instalada desde 1982 no Campo de Cherne na Bacia de Campos, possui uma jaqueta de 153 metros de altura, 6 mesas, 14 pernas (8 verdadeiras e 6 falsas) e pesa 138.234 kN. Situada a aproximadamente 131 km do litoral da cidade de Macaé, na profundidade de 142 metros, ela recebe o petróleo proveniente de 27 poços e produz 48.000 bpd. Sobre a jaqueta encontra-se um convés de 13,53 m de altura, com 2 níveis e dimensões de 43m x 70m.





**Figura 2.14 – Plataforma Cherne 02**

**d)** As plataformas fixas de produção de óleo e gás Carapeba 01 (PCP-1) e Carapeba 03 (PCP-3) (Figura 2.15), instaladas no Campo de Carapeba na Bacia de Campos desde 1988 e 1994, respectivamente, possuem a característica peculiar de estarem ligadas entre si através de uma passarela de acesso. Estão sobre jaquetas de 99,2m (PCP-1) e 98,3m (PCP-3) de altura, 5 mesas, 4 pernas e pesam 60.888 kN e 15.891 kN. Situadas a aproximadamente 100 km do litoral da cidade de Macaé, na profundidade de 86,4 metros, elas recebem o petróleo proveniente de 42 poços e produzem juntas 31.000 bpd. Sobre cada jaqueta encontra-se um convés de 10,9m (PCP-1) e 7,34m (PCP-3) de altura, com 2 níveis e dimensões de 44m x 32m e 35m x 31m, respectivamente.



**Figura 2.15 – Plataformas de Carapeba 01 e 03**

## **CAPÍTULO 3 - FORMULAÇÃO DOS MÉTODOS DE ANÁLISE**

---

### **3.1 Introdução**

Neste capítulo apresenta-se a formulação do modelo matemático que representa o comportamento não-linear de sistemas estruturais, particularmente para o caso de estruturas esbeltas, como os elementos tubulares utilizados na construção de jaquetas.

### **3.2 Modelos Matemáticos; Solução Numérica**

#### **3.2.1. Conceitos Preliminares sobre Análise Não-Linear**

A essência da não-linearidade na análise estrutural pode ser de origem física ou geométrica. Quando o material do qual é constituído o corpo não apresenta comportamento elástico-linear, ou seja, não obedece a Lei de *Hooke*, o problema é dito não-linear físico. Dentro desta configuração, cabe destacar o problema elasto-plástico, caracterizado por deformações grandes o suficiente para conduzir o material a plastificação, situação em que passam a ocorrer deformações residuais permanentes.

Quando os deslocamentos são significativos a ponto de não se poder mais admitir que as configurações iniciais (não deformada) coincidem com as configurações finais do corpo, o problema é dito não-linear geométrico. Esta última hipótese pode até levar ao surgimento de novos vínculos na estrutura, caracterizando o problema de contato. Cabe salientar também o comportamento não-linear que surge quando forças não conservativas são aplicadas à estrutura.

A análise não-linear permite examinar as estruturas em situações de extremo carregamento, chegando ao seu colapso. Por possibilitar a substituição de testes de laboratório e de campo, ela vem encontrando grande emprego na indústria. Embora

modelos reduzidos e protótipos continuem sendo importantes ferramentas na avaliação de projetos, seu uso pode ser restringido a etapas mais críticas do desenvolvimento de um produto. As simulações numéricas são capazes de preverem falhas, orientarem os projetistas na escolha dos materiais mais adequados e definirem a melhor concepção das peças estruturais. Também têm a virtude de imprimir maior velocidade na avaliação dos projetos e propiciar a redução de custos com reposição de protótipos, especialmente nos ensaios destrutivos. Na indústria petrolífera nacional, as simulações numéricas ganham destaque por permitirem reproduzir as extremas condições ambientais que os dutos e as estruturas são submetidos.

O problema não-linear tem como solução a aplicação do carregamento na estrutura de forma gradual e progressiva. Cada incremento representa um passo de carregamento, para o qual é necessário determinar a configuração de equilíbrio antes de se avançar para o passo seguinte. Este processo de aplicação das cargas estáticas é associado ao conceito de tempo, como se o carregamento aumentasse em intervalos de tempo consecutivos.

### **3.2.2. Comportamento Dinâmico de Sistemas Estruturais**

Podemos descrever matematicamente o comportamento dinâmico de uma estrutura através de um problema de valor inicial e de contorno (**PVI/C**), constituído por um sistema de equações diferenciais parciais (**EDP**) hiperbólicas - as equações de movimento ou equações de equilíbrio dinâmico. Estão incorporadas na montagem deste sistema, as equações constitutivas relacionando tensões às deformações e as equações deformação-deslocamento.

Sobre essas equações diferenciais parciais, está associado um conjunto de condições de contorno no espaço, estabelecendo que o contorno da estrutura está dividido em uma região com deslocamentos conhecidos e outra com forças conhecidas.

Além disso, está associado também um conjunto de condições iniciais no tempo, estabelecendo que os deslocamentos e velocidades em qualquer ponto do domínio espacial têm valores conhecidos no tempo  $t = 0$ .

A elaboração deste modelo matemático diferencial está baseada em conceitos da Mecânica do Contínuo e da Teoria da Elasticidade. Comumente, no procedimento de solução do problema estrutural, o modelo matemático é reescrito em uma formulação integral, baseado em princípios variacionais. Esta formulação integral pode ser obtida de diversas maneiras: através de princípios de energia, como o Princípio dos Trabalhos Virtuais ou o Princípio da Energia Potencial Estacionária, ou através do método de Galerkin, baseado na técnica de resíduos ponderados.

Na solução do problema descrito por estes modelos matemáticos contínuos, que acarreta na obtenção da resposta dinâmica desejada, são empregados métodos numéricos que efetuam discretizações no espaço e no tempo. O processo usual consiste em efetuar as discretizações de forma independente (semi-discretização), em duas etapas:

**a)** na primeira etapa, utiliza-se uma técnica para a discretização espacial do domínio. Em formulações diferenciais, as EDP seriam então transformadas em um sistema de equações diferenciais ordinárias (EDO) semi-discretas (porém ainda funções contínuas do tempo);

**b)** na segunda etapa, efetua-se a discretização das EDO no tempo, obtendo-se a resposta através de um algoritmo de integração.

Nos próximos itens expõe-se o processo para o cumprimento destas etapas.

### 3.3 Procedimentos de Solução

A discretização espacial visa reduzir as equações diferenciais parciais a um sistema de equações diferenciais ordinárias semi-discretas. No contexto da análise de estruturas esbeltas, especificamente de jaquetas para plataformas fixas, a técnica de discretização empregada é o Método dos Elementos Finitos – MEF. Esta formulação, que tem sido vastamente estudada ao longo das três últimas décadas, não será descrita nesta dissertação; recomenda-se a leitura de referências clássicas da literatura, tais como [11] [12] [13].

A equação do movimento pode ser escrita da seguinte forma:

$$\mathbf{F}_i(t) + \mathbf{F}_{int}(t) = \mathbf{F}_{ext}(t)$$

Eq. 3.1

onde:

$\mathbf{F}_i$ ,  $\mathbf{F}_{int}$  e  $\mathbf{F}_{ext}$  vetores cujas componentes correspondem aos graus de liberdade dos nós da malha de elementos finitos;

$\mathbf{F}_i$  vetor de forças de inércia;

$\mathbf{F}_{int}$  vetor de forças internas resistentes (elásticas + amortecimento);

$\mathbf{F}_{ext}$  vetor de cargas externas.

Ao considerarmos o caso estático, podemos estabelecer as seguintes relações:

- $F_i$  não é considerado;
- $F_{int} = \mathbf{R}(\mathbf{u})$  vetor de esforços internos;  
função não-linear dos deslocamentos  $\mathbf{u}$  da configuração corrente;  
pode incorporar efeitos de não-linearidade geométrica e/ou física.
- $F_{ext} = \mathbf{F}(\mathbf{u})$  vetor de cargas externas;  
também *função n-l* de  $\mathbf{u}$  para *follower forces*;  
direção das cargas acompanha deformação da estrutura;  
carregamentos não-conservativos: trabalho depende da trajetória.

Chegamos, então, a equação de equilíbrio estático não-linear, semi-discreta e contínua no tempo:

$$\mathbf{R}(\mathbf{u},t) = \mathbf{F}(\mathbf{u},t)$$

Eq. 3.2

A discretização no tempo, feita já sobre as equações diferenciais ordinárias semi-discretas, possibilita a integração destas equações no tempo. Tal integração significa discretizar no tempo as equações de movimento supondo que o equilíbrio é satisfeito apenas em um determinado número de instantes separados por intervalos discretos; e assumir um comportamento para a variação das incógnitas (deslocamentos, velocidades e acelerações) ao longo de cada um destes intervalos.

Para a solução do problema estático devemos dividir a carga total em níveis e efetuar uma análise incremental, sendo que cada passo corresponde a um nível de carga. O tempo é apenas uma variável paramétrica que representa as diferentes intensidades de aplicação da carga e as correspondentes configurações de equilíbrio. O processo de solução é repetitivo, a partir de uma configuração conhecida correspondente ao tempo  $\mathbf{t}$ , busca-se a solução para a configuração correspondente a  $\mathbf{t}+\Delta\mathbf{t}$ .

O incremento de carga, correspondente ao incremento de tempo  $\Delta t$ , é determinado diretamente a partir de uma função *tempo x multiplicador* da carga, fornecida pelo analista ou pode ser determinado indiretamente, através de algum outro parâmetro de controle por técnicas de continuação.

O objetivo da análise incremental é, a partir da configuração original  $t=0$ , determinar uma seqüência de configurações de equilíbrio em instantes  $\Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots, t, t+\Delta t$ . Portanto, durante a análise deve-se acompanhar o movimento de cada partícula do corpo, desde a configuração original até a configuração final do corpo.

Temos, então, a equação de equilíbrio estático não-linear, discretizada no tempo e expressa em  $t + \Delta t$ :

$$\boxed{{}^{t+\Delta t}\mathbf{R}({}^{t+\Delta t}\mathbf{u}) = {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}({}^{t+\Delta t}\mathbf{u})} \quad \text{Eq. 3.3}$$



### 3.4 Representação Gráfica da Resposta Não-Linear

Podemos representar graficamente a resposta não-linear de uma estrutura através do traçado de um diagrama carga-deslocamento, onde a abscissa corresponde a uma componente de deslocamento (ou rotação) de um nó selecionado, e a ordenada representa o parâmetro de carga.

A curva suave apresentada no diagrama carga-deslocamento é chamada de **Trajétoria de Equilíbrio** (Figura 3.1). Cada ponto numa trajetória de equilíbrio representa uma configuração de equilíbrio estático.

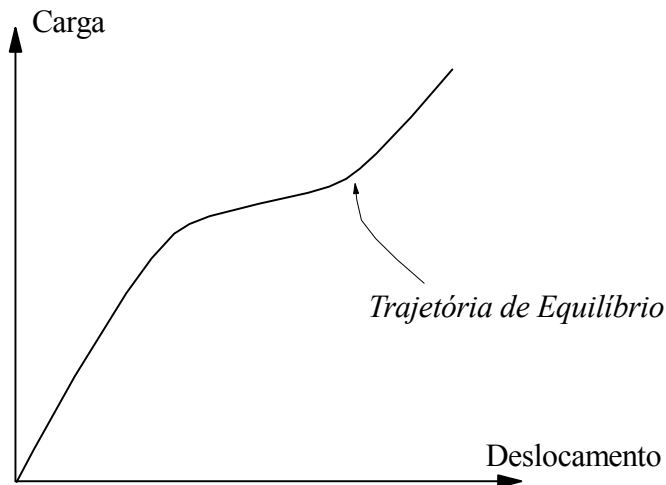
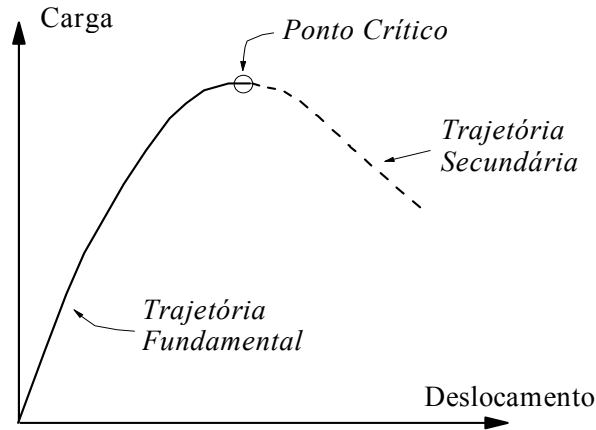


Figura 3.1 - Trajetória de Equilíbrio

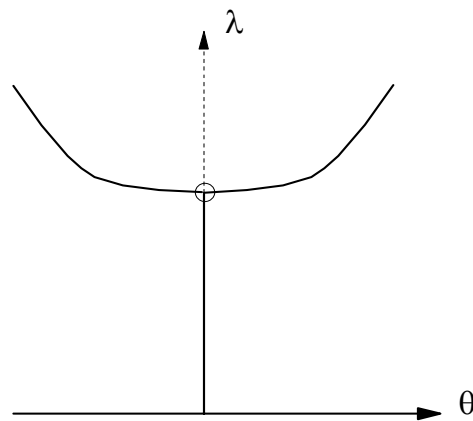
A configuração em relação à qual as cargas e os deslocamentos são medidos, por exemplo, a origem da trajetória de equilíbrio, é chamada de **configuração de referência**. A trajetória que passa por essa origem é chamada de **trajetória fundamental de equilíbrio** (Figura 3.2). Esta trajetória fundamental se estende da configuração de referência a uma configuração que corresponde a um **ponto crítico** (Figura 3.2). Podemos definir dois tipos de pontos críticos:

- **pontos limites** (Figura 3.2), o qual a tangente à curva de equilíbrio é horizontal, ou seja, é paralela ao eixo dos deslocamentos;



**Figura 3.2 - Trajetória Fundamental de Equilíbrio e Ponto Limite**

- **pontos de bifurcação** (Figura 3.3), os quais derivam duas ou mais trajetórias de equilíbrio.



**Figura 3.3 - Ponto de Bifurcação**

Geralmente, uma configuração de equilíbrio pode ser estável ou instável. As configurações estáveis ocorrem com o aumento da carga e do deslocamento; configurações instáveis podem ocorrer com a diminuição da carga e com o aumento do deslocamento, ou com a diminuição da carga e do deslocamento. Este último

comportamento é comumente denominado de salto sob controle de deslocamento (*snap-back*) e determina um ponto limite de deslocamento.

Embora, na maioria das vezes, a resposta da análise de uma estrutura antes de se alcançar pontos críticos seja suficiente para os propósitos de projeto, a determinação da resposta no intervalo pós-crítico é essencial quando se deseja estudar o comportamento da estrutura no domínio de grandes deslocamentos [14].

A solução de problemas não-lineares é usualmente obtida através da utilização de combinação de esquemas incrementais e iterativos. Técnicas de solução apropriadas devem ser capazes de superar os problemas numéricos associados com o comportamento não-linear. No contexto da implementação computacional, devem ter a capacidade de detectar pontos críticos, tais como pontos limites e pontos de bifurcação, e seguir a trajetória de equilíbrio além dos pontos críticos. Problemas com salto dinâmico sob controle de carga (*snap-through*) (Figura 3.4) e salto sob controle de deslocamento (*snap-back*) (Figura 3.5), devem ser tratados por estas técnicas.

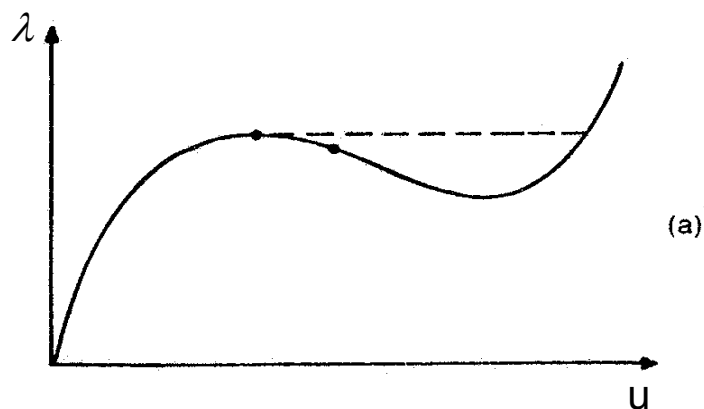
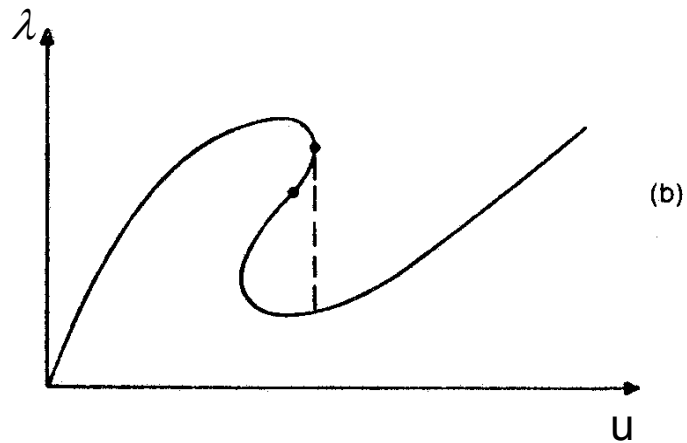


Figura 3.4 - Salto Dinâmico sob Controle de Carga (*snap-through*)



**Figura 3.5 - Salto sob Controle de Deslocamento (snap-back)**

Além disso, de acordo com Yang e Shieh [15], estes métodos devem:

- ser auto-adaptativos na mudança do sentido de crescimento da carga nos pontos limites;
- manter a estabilidade numérica das iterações em todas as regiões;
- ajustar automaticamente os tamanhos dos passos para retratar a variação na rigidez da estrutura.

Vários modos de solução têm sido propostos para se traçar as trajetórias de equilíbrio além dos pontos críticos. Muitos são baseados em variantes do método de *Newton-Raphson*, e introduzem diferentes técnicas, tais como: técnicas de controle de carga, de deslocamento, de energia e a técnica do tipo *arc-length* ou comprimento do arco.

### 3.5 Tipo de Elemento

Para a discretização espacial de jaquetas, o programa SITUA emprega elementos reticulados de pórtico. A seguir apresenta-se uma descrição das características deste elemento.

A formulação do elemento de pórtico tridimensional [16] [17] é baseada em métodos de energia, e reúne rigor matemático e precisão de resultados com a facilidade de implementação e eficiência computacional. O rigor matemático e a qualidade dos resultados são assegurados através da utilização de uma teoria incremental-iterativa, baseada no **Princípio dos Trabalhos Virtuais**. A facilidade de implementação e a eficiência computacional são alcançadas através da adoção de hipóteses simplificadoras que, sem comprometerem os resultados, permitem a integração explícita das matrizes dos elementos.

As hipóteses básicas aplicadas são:

- i) pode ocorrer plastificação apenas nas extremidades dos elementos;
- ii) as relações incrementais entre os esforços internos e os deslocamentos nodais do elemento podem ser obtidas tratando-se as rótulas plásticas como rótulas elásticas;
- iii) o critério de escoamento da seção pode ser função apenas dos momentos fletores e do esforço normal que atua nesta seção;
- iv) as deformações são pequenas em comparação com a unidade;
- v) as seções normais ao eixo, inicialmente planas, permanecem planas durante a deformação;
- vi) as translações e as rotações são grandes em comparação respectivamente, com as dimensões da estrutura e com a unidade;

- vii)** a configuração do elemento pode ser atualizada considerando-se apenas rotação de corpo rígido, ou seja, mantendo-se o eixo reto e a seção transversal e o comprimento inalterado;
- viii)** as cargas são aplicadas incrementalmente de forma que os deslocamentos incrementais (translação e rotações incrementais) satisfaçam a hipótese de pequenos deslocamentos e a plastificação da estrutura ocorra de maneira gradual.

Uma descrição detalhada das formulações da não-linearidade geométrica e física dos elementos de pórtico pode ser encontrada em diversos textos [9] [18] e não serão assuntos desta dissertação.

### 3.6 Procedimento de Solução Numérica

#### 3.6.1. Solução Incremental Interativa

Levando-se em conta a estrutura em equilíbrio, numa etapa  $t$  de aplicação de cargas externas, tem-se:

$${}^tF - {}^tR = 0$$

Eq. 3.4

onde:

${}^tR$  vetor de esforços internos da estrutura, obtido a partir da contribuição de todos os elementos finitos na etapa de incremento de carga  $t$ ;

${}^tF$  vetor resultante das cargas aplicadas à estrutura na etapa  $t$ .

Na etapa de carga  $t$  o vetor de cargas externas da estrutura é definido pela contribuição linear dos  $n$  vetores de referência de cargas, da seguinte maneira:

$${}^tF = {}^t\lambda_1 f_1 + {}^t\lambda_2 f_2 + {}^t\lambda_3 f_3 + \dots + {}^t\lambda_n f_n$$

Eq. 3.5

onde:

$f_i$  vetor de referência de carga para a carga  $i$  aplicada na estrutura;

${}^t\lambda_i$  parâmetro multiplicador da carga  $i$  na etapa de incremento de carga  $t$ .

Os parâmetros multiplicadores das cargas de referência possibilitam variar os carregamentos de acordo com as necessidades da análise não-linear, principalmente nas análises de estabilidade estrutural.

O incremento do vetor de deslocamentos da estrutura  ${}^{t+\Delta t}\Delta u$  pode ser obtido de forma aproximada, utilizando-se a matriz de rigidez tangente da estrutura:

$${}^t K_T {}^{t+\Delta t}\Delta u = {}^{t+\Delta t} F - {}^t R \quad \text{Eq. 3.6}$$

onde  ${}^t K_T$  é a matriz tangente da estrutura, obtida a partir do estado geométrico e físico da estrutura na etapa  $t$ .

Na etapa de carga  $t + \Delta t$ , o vetor de deslocamento da estrutura é dado por:

$${}^{t+\Delta t} u = {}^t u + {}^{t+\Delta t}\Delta u \quad \text{Eq. 3.7}$$

### 3.6.2. Método de Newton-Raphson

O método de *Newton-Raphson* institui um ciclo iterativo objetivando, através de aproximações sucessivas, conduzir a resposta numérica para um erro mínimo, levando em consideração critérios de convergência. Concebendo esta técnica dentro de um processo incremental iterativo, as equações de equilíbrio estático não-lineares (Eq. 3.6) e (Eq. 3.7) podem ser reescritas da seguinte forma:

$${}^{t+\Delta t} K_T^{(k-1)} \Delta u^{(k)} = {}^{t+\Delta t} F - {}^{t+\Delta t} R^{(k-1)} \quad \text{Eq. 3.8}$$

$${}^{t+\Delta t} u^{(k)} = {}^{t+\Delta t} u^{(k-1)} + \Delta u^{(k)} \quad \text{Eq. 3.9}$$

$$\Delta u^{(k)} = \Delta u^{(k-1)} + \delta u^{(k)} \quad \text{Eq. 3.10}$$

onde  $k$  representa a iteração dentro do passo de carga  $t + \Delta t$ .

As condições iniciais para cada incremento de carga são:



$${}^{t+\Delta t} \mathbf{u}^{(0)} = {}^t \mathbf{u}$$

**Eq. 3.11**

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{R}^{(0)} = {}^t \mathbf{R}$$

**Eq. 3.12**

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{K}_T^{(0)} = {}^t \mathbf{K}_T$$

**Eq. 3.13**

$$\delta \mathbf{u}^{(0)} = 0$$

**Eq. 3.14**

Como se pode observar, o sistema não-linear é resolvido por uma sucessão de problemas lineares. Os esforços numéricos maiores consistem na geração e triangularização da matriz tangente. Como geralmente a tangente ao caminho de equilíbrio pouco se modifica no intervalo de um incremento, é possível considerá-la constante, e assim agilizar o processo de cálculo. Fica assim definido o método de *Newton-Raphson* Modificado.

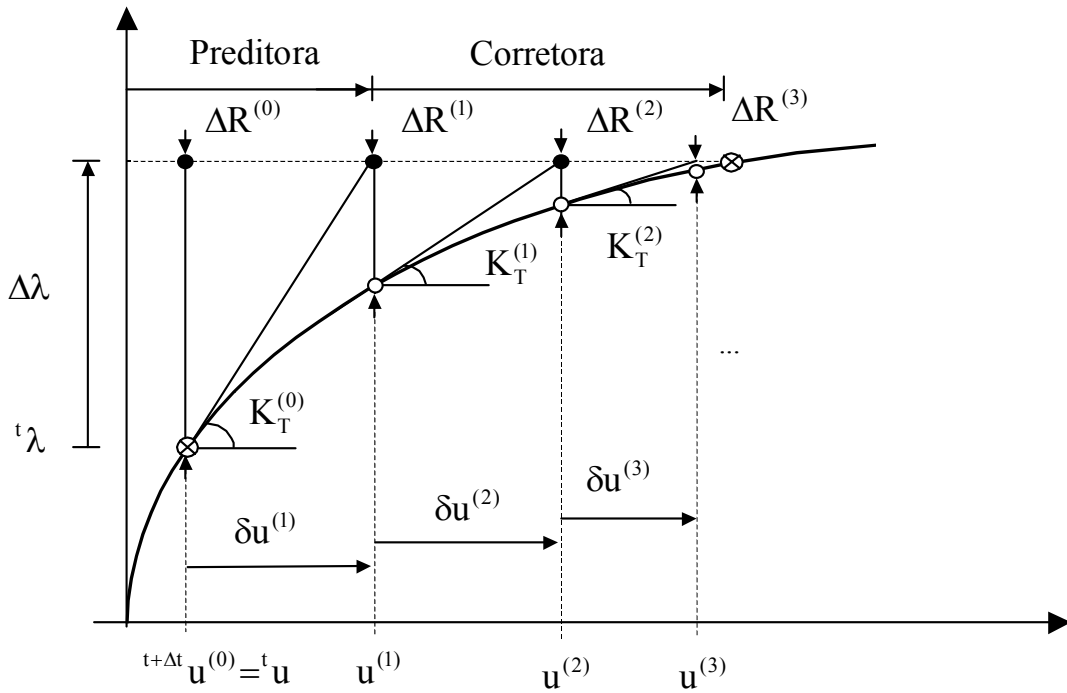


Figura 3.6 - Esquema Representativo do Método de Newton-Raphson Padrão

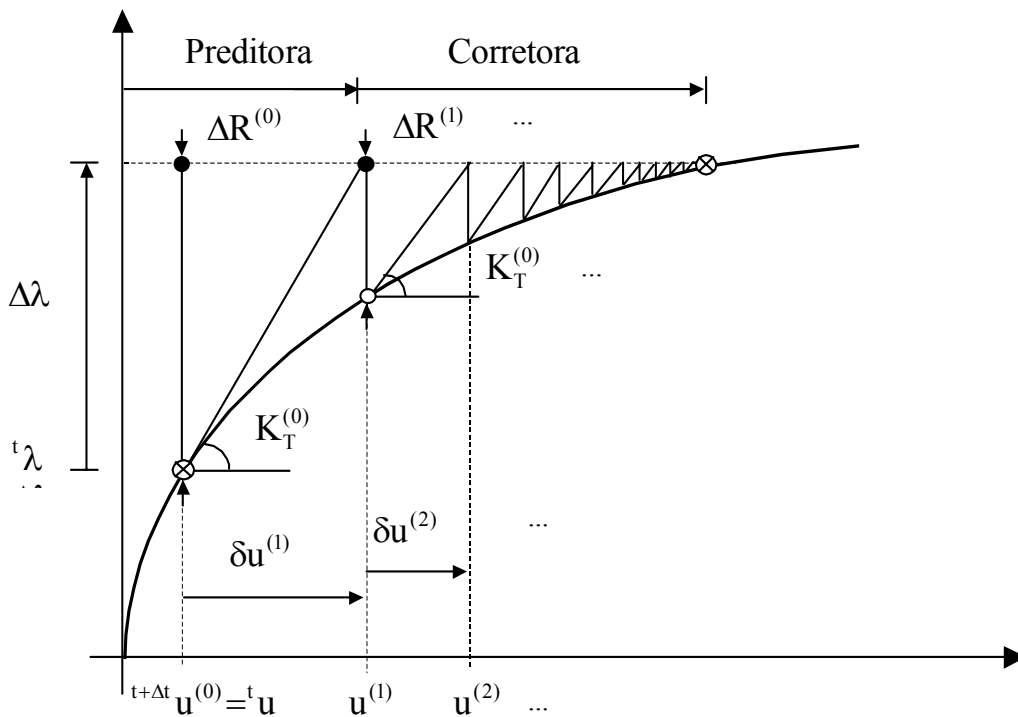
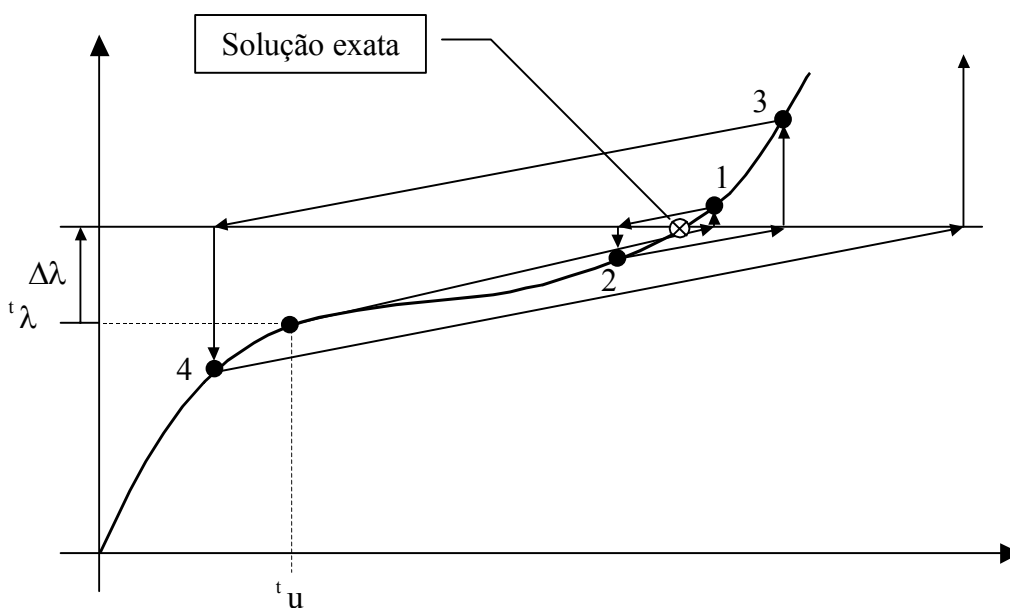


Figura 3.7 - Esquema Representativo do Método de Newton-Raphson Modificado

As figuras (Figura 3.6) e (Figura 3.7) são uma representação gráfica das aproximações sucessivas segundo os métodos *Newton-Raphson* Padrão e Modificado.

Não é difícil verificar a tendência da necessidade de um maior número de iterações para o método *Newton-Raphson* Modificado. De qualquer forma, esta técnica se torna bastante veloz por não atualizar a matriz de rigidez tangente, o que em geral torna este método mais vantajoso. Todavia, este método tem maior propensão a apresentar problemas de divergência. Podemos verificar este efeito através da Figura 3.8 onde este método diverge da solução. De forma contrária, o método de *Newton-Raphson* Padrão convergiria sem problemas.



**Figura 3.8 - Newton-Raphson Modificado Diverge Afastando-se da Solução Exata**

Nos processos iterativos torna-se necessário, a cada iteração, verificar se o algoritmo atingiu a convergência para os valores de tolerância prescritos ou mesmo se este divergiu, não atingindo o limite de iterações pré-estabelecido para o passo de carga.

### 3.6.3. Técnica do Controle de Carga

A técnica do controle de carga consiste em manter o parâmetro de carga  $\lambda$  sempre positivo e constante ao longo de um ciclo iterativo de um incremento de carga, ou seja,  $\Delta\lambda^{(k)} = 0$ . Neste caso, acima do ponto limite, o incremento de carga não

proporciona o retorno à trajetória de equilíbrio, sendo, portanto, tal estratégia útil, para análise até o ponto limite para curvas do tipo apresentado na (Figura 3.2). De forma que pontos na trajetória fundamental, até o ponto crítico, podem ser determinados. Entretanto, tal estratégia não permite a determinação de pontos na trajetória secundária.

A equação de restrição é, simplesmente,  $t + \Delta t \lambda = \text{cte.}$ , o que equivalente a fazer  $\Delta \lambda^{(k)} = 0$ . A **hipersuperfície** é definida por um **hiperplano** normal ao eixo  $\lambda$ .

### 3.6.4. Técnica do Controle de Deslocamento

A técnica do controle de deslocamento foi desenvolvida por Batoz e Dhatt [19]. Esta técnica consiste em controlar não o incremento do parâmetro de carga  $\lambda$ , mas sim uma determinada componente “j” do vetor de deslocamento ( $\mathbf{u}^{(k)}_{(j)}$ ), que é escolhida como a variável independente.

As expressões básicas do esquema incremental-iterativo podem ser escritas da forma:

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{K}^{(k-1)} \delta \mathbf{u}^{(k)} = {}^{t+\Delta t} \lambda \mathbf{f} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{R}^{(k-1)} \quad \text{Eq. 3.15}$$

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{u}^{(k)} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{u}^{(k-1)} + \delta \mathbf{u}^{(k)} \quad \text{Eq. 3.16}$$

$$\Delta \mathbf{u}^{(k)} = \Delta \mathbf{u}^{(k-1)} + \delta \mathbf{u}^{(k)} \quad \text{Eq. 3.17}$$

onde:

$\mathbf{K}$             matriz de rigidez tangente;

$\mathbf{f}$             vetor de cargas externas;

- $\mathbf{R}$             vetor de esforços internos;
- $\delta \mathbf{u}$             variação do incremento de deslocamentos de uma iteração para outra;
- $\lambda$               parâmetro de carga;
- $\mathbf{u}$               vetor de deslocamentos totais;
- $\Delta \mathbf{u}$             vetor de deslocamentos incrementais.

Considerando-se que  $\lambda$  passa a ser uma incógnita e varia ao longo das iterações, tem-se para as equações de equilíbrio:

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{K}^{(k-1)} \delta \mathbf{u}^{(k)} = {}^{t+\Delta t} \lambda^{(k)} \mathbf{f} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{R}^{(k-1)} \quad \text{Eq. 3.18}$$

e,

$${}^{t+\Delta t} \lambda^{(k)} = {}^{t+\Delta t} \lambda^{(k-1)} + \delta \lambda^{(k)} \quad \text{Eq. 3.19}$$

$$\Delta \lambda^{(k)} = \Delta \lambda^{(k-1)} + \delta \lambda^{(k)} \quad \text{Eq. 3.20}$$

como condições iniciais de um incremento, tem-se:

$${}^{t+\Delta t} \lambda^{(0)} = {}^t \lambda; \quad \Delta \lambda^{(0)} = 0 \quad \text{Eq. 3.21}$$

O parâmetro de carga  $\delta \lambda^{(1)}$  é também uma condição inicial, pois define o valor do parâmetro de carga para a primeira iteração na equação (Eq. 3.19). O valor de

$\delta\lambda^{(1)}$  deve ser determinado a partir do valor do incremento da componente de deslocamento  $\Delta u_j$ , como será demonstrado a seguir.

Substituindo a equação (Eq. 3.19) na equação (Eq. 3.18) e exprimindo o resultado em função de  $\delta\mathbf{u}^{(k)}$ , chega-se a:

$$\delta\mathbf{u}^{(k)} = \delta\mathbf{u}'^{(k)} + \delta\lambda^{(k)} \delta\mathbf{u}''^{(k)} \quad \text{Eq. 3.22}$$

onde,

$$\delta\mathbf{u}'^{(k)} = ({}^{t+\Delta t} \mathbf{K}^{(k-1)})^{-1} [{}^{t+\Delta t} \lambda^{(k-1)} \mathbf{f} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{R}^{(k-1)}] \quad \text{Eq. 3.23}$$

e,

$$\delta\mathbf{u}''^{(k)} = ({}^{t+\Delta t} \mathbf{K}^{(k-1)})^{-1} \mathbf{f} \quad \text{Eq. 3.24}$$

Observa-se que:

- A parcela  $\delta\mathbf{u}'^{(k)}$ , obtida a partir do vetor de resíduos, corresponde a variação dos deslocamentos incrementais que seria obtida com a técnica tradicional de parâmetro de carga constante (onde  $\delta\lambda^{(k)} = 0$ ). Na implementação computacional costuma-se desprezar esta parcela na primeira iteração, já que é calculada com o resíduo da última iteração do incremento anterior, que é próximo de zero dentro da tolerância especificada para o processo iterativo;
- A parcela  $\delta\mathbf{u}''^{(k)}$ , obtida a partir do vetor com a distribuição espacial do carregamento (vetor de referência), costuma ser chamada de vetor de deslocamentos tangentes. Com o método de *Newton-Raphson* modificado, esta parcela se mantém constante ao longo do ciclo iterativo.

Uma equação de restrição deve ser introduzida para compensar a incógnita adicional  $\lambda$ . Para a técnica do controle de deslocamento esta equação escreve-se:

$$\Delta \mathbf{u}^{(k)}(j) = \text{cte.} = \Delta u_j$$

Eq. 3.25

que pode ser escrita da forma:

$$\Delta \mathbf{u}^{(k)}(j) = \Delta \mathbf{u}^{(k-1)}(j) + \delta \mathbf{u}^{(k)}(j) = \Delta u_j$$

Eq. 3.26

ou

$$\Delta \mathbf{u}^{(k-1)}(j) + \delta \mathbf{u}'^{(k)}(j) + \delta \lambda^{(k)} \delta \mathbf{u}''^{(k)}(j) = \Delta u_j$$

Eq. 3.27

de onde se chega à expressão que permite obter valor da incógnita adicional  $\delta \lambda^{(k)}$ :

$$\delta \lambda^{(k)} = \frac{\Delta u_j - \Delta \mathbf{u}^{(k-1)}(j) - \delta \mathbf{u}'^{(k)}(j)}{\delta \mathbf{u}''^{(k)}(j)}$$

Eq. 3.28

Para a primeira iteração:

$$\delta \lambda^{(1)} = \frac{\Delta u_j}{\delta \mathbf{u}''^{(1)}(j)}$$

Eq. 3.29

A técnica de controle de deslocamento é muito útil quando se deseja passar por pontos limites de trajetórias que apresentam saltos dinâmicos sob controle de carga (*snap-through*) (Figura 3.4), porém não é funcional com pontos limites de deslocamento

em trajetórias que apresentam saltos sob controle de deslocamento (*snap-back*) (Figura 3.5).

### 3.6.5. Técnica do Controle de Energia

A técnica do controle de energia é uma ferramenta muito poderosa na resolução de problemas não-lineares. Esta técnica foi proposta, independentemente, por Bathe e Dvorkin [20] e Yang e Shieh [15], porém estes últimos foram os primeiros a apresentar uma descrição formal. Ao invés de usar incrementos de carga, como nas implementações tradicionais do método de *Newton-Raphson*, ou incrementos de deslocamentos, como no caso da técnica do controle de deslocamentos, esta técnica utiliza incrementos de energia, ou seja, incrementos de carga e deslocamento, simultaneamente. O bom desempenho desta técnica para a análise de pontos limites e do comportamento *snap-through* foi amplamente documentado por Yang e Shieh [15]. Entretanto, ela ainda apresenta algumas dificuldades com pontos de bifurcação e o comportamento *snap-back*.

### 3.6.6. Técnica do Comprimento de Arco Constante (*Arc-Length*)

A técnica do comprimento do arco constante foi originalmente proposta por Wempner [21] e Riks [22] para estruturas geometricamente não-lineares. Subseqüentes modificações apresentadas por Crisfield [23] e Ramm [24] a tornaram bastante simples para a implementação em um programa de elementos finitos.

A proposta fundamental deste método é tratar o parâmetro de carga como uma variável adicional, controlando não o incremento do parâmetro de carga, nem o incremento de uma determinada componente  $j$  do vetor de deslocamento  $\Delta \mathbf{u}^{(k)}_{(j)}$ , mas sim o comprimento do vetor no espaço  $(\mathbf{u}, \lambda)$  de dimensão  $(n + 1)$  que une o ponto



conhecido da trajetória ao ponto incógnito desejado, ou seja, a corda do arco da trajetória a ser determinada.

Para equilibrar o número de equações e o número de incógnitas, uma equação de restrição é somada às equações de equilíbrio originais, dada por:

$$\alpha \|\Delta \mathbf{u}\|^2 + \beta \Delta \lambda^2 \|\mathbf{f}\|^2 = \Delta l^2$$

Eq. 3.30

onde:

$\Delta \mathbf{u}$         vetor de deslocamento incremental;

$\Delta \lambda$         incremento do parâmetro de carga;

$\mathbf{f}$         vetor de carga de referência;

$\Delta l$         corda do arco;

$\alpha$  e  $\beta$         fatores de escala ou de ponderação ajustáveis.

Os fatores  $\alpha$  e  $\beta$  podem ser empregados para homogeneizar as dimensões e a magnitude numérica das parcelas da equação (considerando termos de carga e deslocamento, translações e rotações, etc.). A (Figura 3.9) mostra a interpretação geométrica da técnica do controle do arco constante aplicada a um problema de um grau de liberdade. A equação de restrição define uma superfície, muitas vezes denominada de **hipersuperfície de restrição**. As iterações de equilíbrio são executadas ao longo desta superfície.

Há diferentes versões da técnica do controle do arco constante, correspondendo a diferentes valores atribuídos aos fatores de escala  $\alpha$  e  $\beta$ .

- **técnica do comprimento de arco elíptico:** esta é a forma mais geral da técnica do controle do arco constante. A equação de restrição (que representa uma elipsóide no espaço tridimensional) é dada pela equação (Eq. 3.30).

- **técnica do comprimento de arco esférico:** nesta versão, a equação de restrição representa uma esfera no espaço tridimensional e é dada por:

$$\|\Delta \mathbf{u}^{(k)}\|^2 + \Delta \lambda^{(k)2} \|\mathbf{f}\|^2 = \Delta l^2$$

Eq. 3.31

isto corresponde a tomar, na expressão geral definida anteriormente (Eq. 3.30),  $\alpha=\beta=1$ .

- **técnica do comprimento de arco cilíndrico:** a equação de restrição representa um cilindro no espaço tridimensional e é dada por:

$$\|\Delta \mathbf{u}^{(k)}\|^2 = \Delta l^2$$

Eq. 3.32

o que corresponde a tomar, na expressão geral definida anteriormente (Eq. 3.30),  $\alpha = 1$  e  $\beta = 0$ .

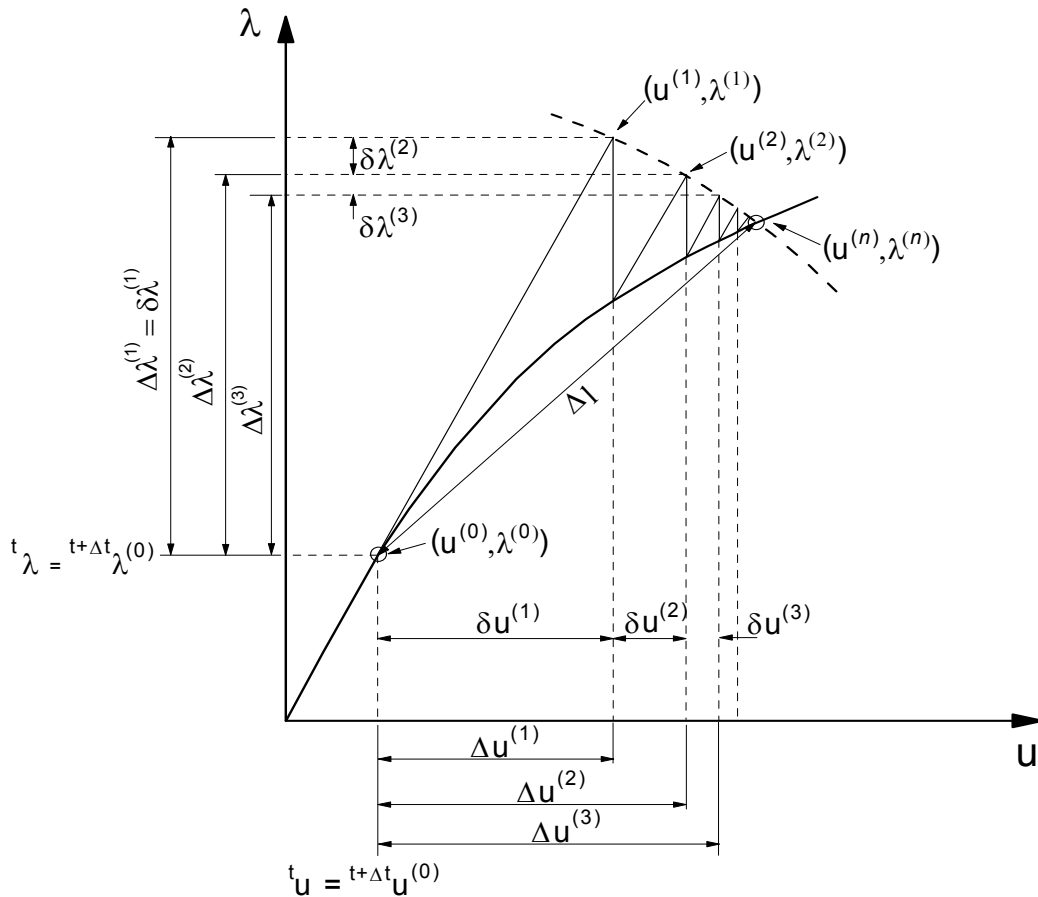


Figura 3.9 - Interpretação Geométrica aplicado a um problema de 1 Grau de Liberdade

- **técnica do comprimento de arco linearizado:** nesta versão, as iterações são efetuadas em um plano tangente, que pode ser constante, técnica do plano normal constante (Figura 3.10) ou atualizado em cada iteração, técnica do plano normal atualizado (Figura 3.11).

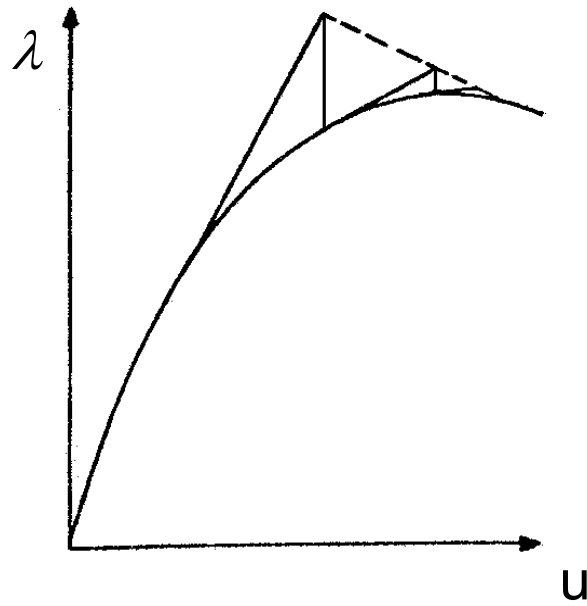


Figura 3.10 - Comprimento de Arco Linearizado - Riks (plano normal constante)

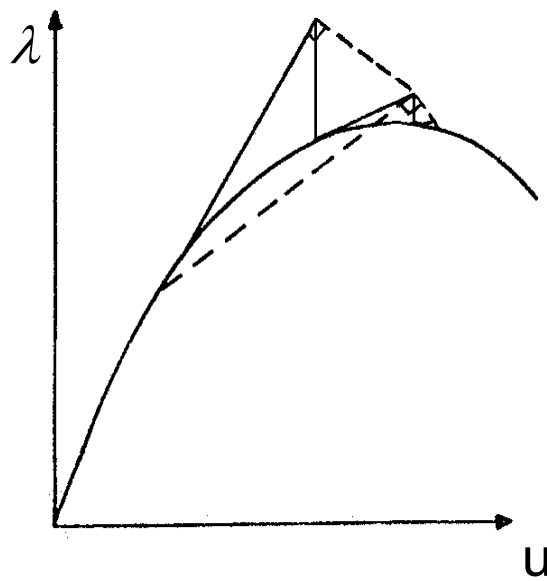


Figura 3.11 - Comprimento de Arco Linearizado - Ramm (plano normal atualizado)

A técnica do plano normal constante emprega a equação de restrição esférica apenas na primeira iteração de cada incremento. Nas iterações seguintes, toma-se uma expressão que considera quantidades iterativas (da primeira iteração e da iteração

corrente), ao invés de tomar as quantidades incrementais atualizadas. A versão linearizada da equação de restrição, correspondente à técnica do plano normal constante, é dada por:

$$\delta \mathbf{u}^{(1)T} \delta \mathbf{u}^{(k)} + \delta \lambda^{(1)} \delta \lambda^{(k)} \mathbf{f}^T \mathbf{f} = 0$$

Eq. 3.33

onde:

$\delta \mathbf{u}^{(k)}$  vetor de deslocamento da iteração k;

$\delta \lambda^{(k)}$  parâmetro de carga da iteração k.

Isto equivale a fazer com que a solução de cada iteração ( $\delta \mathbf{u}^{(k)}$ ,  $\delta \lambda^{(k)}$ ) seja ortogonal à solução da primeira iteração ( $\delta \mathbf{u}^{(1)}$ ,  $\delta \lambda^{(1)}$ ), ou à solução predita. A **hipersuperfície** de restrição é, então, um **hiperplano** normal à tangente da trajetória de equilíbrio no ponto correspondente à última configuração conhecida.

A técnica do plano normal atualizado, proposta por RAMM [24], consiste em substituir a solução da primeira iteração pela solução incremental da iteração anterior:

$$\Delta \mathbf{u}^{(k-1)T} \delta \mathbf{u}^{(k)} + \Delta \lambda^{(k-1)} \delta \lambda^{(k)} \mathbf{f}^T \mathbf{f} = 0$$

Eq. 3.34

Neste caso, o hiperplano de restrição é normal a uma secante que passa pela solução incremental da iteração anterior, e não mais à tangente da trajetória de equilíbrio. Ao contrário da proposta original de Riks [22], o plano normal é atualizado em cada iteração.

Embora a versão linearizada seja mais fácil de implementar, ela não é tão robusta quanto à versão original não-linear (ou quadrática) da técnica do controle do

arco constante, pois tem sido observado que as técnicas quadráticas são mais estáveis e convergem mais facilmente do que as versões linearizadas.

O sistema de equações completo (de ordem “n + 1”) é dado por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{f} \\ \delta \mathbf{u}^{(1)T} & \delta \lambda^{(1)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \mathbf{u}^{(k)} \\ \delta \lambda^{(k)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\mathbf{R}^{(k)} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{Eq. 3.35}$$

onde:

$\mathbf{R}^{(k)}$         vetor de carga desequilibrado;

$\mathbf{K}$             matriz de rigidez tangente.

Percebe-se que mesmo que a matriz de rigidez tangente seja singular, a matriz total pode não ser. Esta é uma das razões pela qual esta técnica é muito eficiente para se encontrar pontos limites.

De acordo com Batoz e Dhatt [19], a solução do sistema de equações (Eq. 3.35), que passa a ser não-simétrico, é obtida através da decomposição do vetor de deslocamento em dois termos, em um procedimento semelhante ao apresentado na descrição da técnica de controle de deslocamento (Eq. 3.22 a Eq. 3.24), obtendo-se:

$$\delta \mathbf{u}^{(k)} = ({}^{t+\Delta t} \mathbf{K}^{(k-1)})^{-1} [({}^{t+\Delta t} \lambda^{(k-1)} + \delta \lambda^{(k)}) \mathbf{f} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{R}^{(k-1)}] \quad \text{Eq. 3.36}$$

ou seja,

$$\delta \mathbf{u}^{(k)} = ({}^{t+\Delta t} \mathbf{K}^{(k-1)})^{-1} [({}^{t+\Delta t} \lambda^{(k-1)} \mathbf{f} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{R}^{(k-1)}) + \delta \lambda^{(k)} \mathbf{f}] \quad \text{Eq. 3.37}$$

$$\delta \mathbf{u}^{(k)} = \delta \mathbf{u}'^{(k)} + \delta \lambda^{(k)} \delta \mathbf{u}''^{(k)} \quad \text{Eq. 3.38}$$

onde,

$$\delta \mathbf{u}'^{(k)} = (\mathbf{K}^{(k-1)})^{-1} [\mathbf{f} - \mathbf{R}^{(k-1)}] \quad \text{Eq. 3.39}$$

e,

$$\delta \mathbf{u}''^{(k)} = (\mathbf{K}^{(k-1)})^{-1} \mathbf{f} \quad \text{Eq. 3.40}$$

A primeira parcela da equação (Eq. 3.38) corresponde à variação dos deslocamentos incrementais que se obtém utilizando-se a técnica do controle de carga, e a segunda, é a solução tangente.

A substituição da equação (Eq. 3.38) na equação de restrição linearizada da técnica do controle do arco constante (Eq. 3.34) torna possível a determinação de  $\delta \mathbf{u}^{(k)}$  e  $\delta \lambda^{(k)}$ . O vetor dos deslocamentos totais é atualizado, e o novo vetor de carga desequilibrado é calculado. Iterações são efetuadas até que o critério de convergência adotado seja satisfeito.

#### a) Técnica do Comprimento de Arco Cilíndrico:

Quando a equação (Eq. 3.36) é substituída na equação de restrição geral não-linear da técnica do comprimento de arco (Eq. 3.30 a Eq. 3.32), obtém-se uma equação quadrática, em termos de  $\delta \lambda^{(k)}$ :

$$A [\delta \lambda^{(k)}]^2 + B \delta \lambda^{(k)} + C = 0 \quad \text{Eq. 3.41}$$

cujos coeficientes são dados, no caso da técnica do comprimento do arco cilíndrico, por:

$$A = \|\delta \mathbf{u}''^{(k)}\|^2$$

Eq. 3.42

$$B = 2\delta \mathbf{u}''^{(k)T} (\Delta \mathbf{u}^{(k-1)} + \delta \mathbf{u}'^{(k)})$$

Eq. 3.43

$$C = \|\Delta \mathbf{u}^{(k-1)} + \delta \mathbf{u}'^{(k)}\|^2 - \Delta l^2$$

Eq. 3.44

Em geral, a raiz escolhida é aquela que corresponde à menor mudança na direção do vetor de deslocamento da iteração  $\mathbf{k}$  em relação ao vetor de deslocamento anterior, o que equivale a determinar o menor ângulo entre as duas soluções, prevalecendo a que conduzir à maior projeção do vetor de deslocamento incremental atual sobre a direção do vetor do deslocamento incremental da iteração anterior ou o maior valor para  $\cos \theta$  nas equações (Eq. 3.45) e (Eq. 3.46), a seguir:

$$\cos \theta_1 = \Delta \mathbf{u}^{(k-1)T} (\Delta \mathbf{u}^{(k)})_1$$

Eq. 3.45

$$\cos \theta_2 = \Delta \mathbf{u}^{(k-1)T} (\Delta \mathbf{u}^{(k)})_2$$

Eq. 3.46

Lam e Morley [25] apresentaram uma metodologia para se lidar com as raízes complexas que podem aparecer na equação quadrática mencionada anteriormente. Uma vantagem das versões **linearizadas** é que, quando  $\mathbf{K}$  é positiva, a obtenção de  $\delta \lambda^{(k)}$  não passa pela solução de uma equação quadrática, portanto, não existe o problema da escolha da raiz apropriada.



### b) Determinação do Sinal do Incremento Inicial do Parâmetro de Carga:

O sinal do parâmetro de incremento de carga na primeira iteração de cada passo deve ser determinado de acordo com algum critério, pois a escolha errada deste sinal conduzirá à convergência em pontos previamente calculados. Um dos critérios mais empregados é o que utiliza o sinal do determinante da matriz de rigidez corrente para determinar o sinal do incremento de carga. Este procedimento funciona muito bem na maioria dos casos, porém em alguns casos o critério falha, por exemplo, quando solucionadores iterativos são empregados com procedimento incremental-iterativos em técnicas de continuação [26]. No presente trabalho, o sinal do incremento de carga inicial foi determinado a partir do produto interno,  $({}^t \delta \mathbf{u}''^{(1)})^T \cdot ({}^{t+\Delta t} \delta \mathbf{u}''^{(1)})$ , ou seja, o sinal do produto interno do deslocamento tangente da 1ª iteração do penúltimo passo pelo deslocamento tangente, na 1ª iteração do passo atual. Quando o sinal deste produto interno é negativo significa que um ponto limite foi ultrapassado, então o sinal do parâmetro de carga é modificado.

### c) Controle do Deslocamento Tangente:

Outro ponto importante é que existe a possibilidade de que o deslocamento tangente tenda a infinito em pontos próximos a um ponto limite da trajetória de equilíbrio. Para evitar que isto ocorra, pode-se limitar este deslocamento a um valor máximo  $\delta \mathbf{u}''_{\text{máx}}$ , de forma que se  $\| \delta \mathbf{u}'' \| > \delta \mathbf{u}''_{\text{máx}}$ , então:

$$\delta \lambda = \frac{\delta \mathbf{u}''_{\text{máx}}}{\| \delta \mathbf{u}'' \|} \delta \lambda^{(1)} \quad \text{Eq. 3.47}$$

O valor de  $\delta \mathbf{u}''_{\text{máx}}$  pode ser considerado como um múltiplo do deslocamento tangente da primeira iteração do primeiro passo,  ${}^1 \delta \mathbf{u}''^{(1)}$ .

**d) Estratégia de Incremento Automático do Parâmetro de Carga:**

Uma estratégia adaptativa que pode ser muito útil no emprego da técnica de controle de carga ou das técnicas do controle do arco constante é a determinação automática da variação do parâmetro de carga inicial,  $\delta\lambda^{(1)}$ , para a definição do valor do parâmetro de carga para a primeira iteração,  ${}^{t+\Delta t}\lambda^{(1)}$ , que consiste em, ao final de cada passo da análise, monitorar o número de iterações requeridas para a convergência ( $N_{it}$ ) da técnica iterativa, e comparar este número com um valor ótimo ( $N_{ot}$ ), calculando-se a razão:

$$\xi = \frac{N_{ot}}{N_{it}}$$

**Eq. 3.48**

Através desta monitoração, calcula-se  $\delta\lambda^{(1)}$  para o passo de carga seguinte, afetando o valor atual pelo coeficiente  $\xi$  elevado a uma potência  $\zeta$ :

$${}^{t+\Delta t}\delta\lambda^{(1)} = \xi^\zeta \delta\lambda^{(1)}$$

**Eq. 3.49**

Valores típicos para  $N_{ot}$  podem variar, por exemplo, entre 3 e 10; para o expoente  $\zeta$  adotam-se, geralmente, os valores 1 [23] e 1/2 [24]. Esta estratégia adaptativa exige do analista apenas a definição da variação do incremento do parâmetro de carga para o primeiro incremento da análise.

Uma visão geral das diversas estratégias adaptativas existentes na literatura é apresentada por Joaquim [27].

### 3.6.7. Critérios de Convergência

Nos processos iterativos, com controle de carga ou deslocamento, é sempre necessário a cada iteração verificar se o algoritmo atingiu a convergência para os valores de tolerância prescritos ou mesmo se este divergiu, não atingindo o limite de iterações pré-estabelecido para o passo de carga.

No intuito de verificar a convergência existem varias implementações possíveis. As mais usuais e aplicadas neste trabalho são:

- critério de deslocamentos;
- critério de força;
- critério de energia.

Para o critério de deslocamentos, exige-se que a razão entre as normas Euclidianas dos deslocamentos incrementais e dos deslocamentos totais da etapa de carga  $t + \Delta t$ , na iteração  $k$ , seja menor ou igual a tolerância  $\varepsilon_d$ :

$$\frac{\|\delta \mathbf{u}^{(k)}\|}{\|\mathbf{u}^{(k)}\|} \leq \varepsilon_d$$

Eq. 3.50

Para o critério de força, compara-se a razão entre as normas Euclidianas do vetor de desequilíbrio de forças ou resíduo no passo de carga  $t + \Delta t$ , na iteração  $k$  e do início do incremento de carga  $t + \Delta t$ , com a tolerância de forças  $\varepsilon_f$ :

$$\frac{\|\Delta \mathbf{R}^{(k)}\|}{\|\Delta \mathbf{R}^{(0)}\|} \leq \varepsilon_f$$

Eq. 3.51

O critério de energia proposto por Bathe [12], procura englobar de uma só vez os critérios de deslocamento e de força. Neste compara-se o incremento de energia

interna no passo de carga  $k$ , ou seja, a cada iteração com o incremento de energia inicial:

$$\frac{\|(\delta \mathbf{u}^{(k)})^T \Delta \mathbf{R}^{(k)}\|}{\|(\delta \mathbf{u}^{(1)})^T \Delta \mathbf{R}^{(1)}\|} \leq \varepsilon_e$$

**Eq. 3.52**

Deve-se chamar à atenção para o fato de que o uso de um ou mais desses critérios de convergência não garante a exatidão da solução numérica, mas sim um melhor grau de precisão da mesma, desde que os métodos numéricos em geral conduzem para soluções aproximadas no que se trata de problemas não-lineares. Desta forma, em geral, recomenda-se a utilização dos três métodos.

É importante salientar ainda, que os valores das tolerâncias descritos devem ser estabelecidos de modo a equilibrar a precisão de resultados com o custo computacional, levando-se em consideração que valores muito altos podem levar a resultados pouco precisos e, caso contrário, valores muito baixos, a uma precisão exagerada e desnecessária, com custos computacionais excessivos.

### 4.1. Colapso de uma Plataforma Fixa *Offshore*

Uma plataforma fixa *offshore* consiste em uma estrutura reticulada com alto grau de hiperestaticidade, onde seus elementos de barra estão predominantemente submetidos a esforços axiais, sendo estes de tração ou compressão.

Os sistemas reticulados espaciais são freqüentemente considerados como tipo de estruturas com grande capacidade de redistribuir os esforços internos após a falha de um elemento. Entretanto, apesar de seu alto grau de redundância interna, ao redistribuir estes esforços, outros elementos chegam a sua carga de colapso, gerando assim uma cadeia de falhas localizadas, que levam ao colapso global da estrutura.

O colapso global da estrutura é, em geral, precedido pelo colapso individual de várias barras, podendo ocorrer também colapso de juntas tubulares por puncionamento. A esta seqüência de colapsos individuais, que resulta no colapso global, dá-se o nome de colapso progressivo. Em geral, o colapso se inicia pelos *braces* que por serem relativamente mais esbeltos, sofrem flambagem inelástica. Cada *brace* que entra em colapso, além de deixar de absorver esforços incrementais, sofre um descarregamento parcial, seguido por uma redistribuição de tensões na estrutura. Neste processo, a estrutura utiliza todos os caminhos de carga possíveis para se estabilizar novamente, o que faz com que as barras originalmente pouco carregadas tenham um papel importante na capacidade de carga final da plataforma.

Para realizar uma análise de uma estrutura com este nível de complexidade, fazendo o uso de elementos de pórtico clássicos, é importante considerar imperfeições geométricas e uso de vários elementos para representar cada uma das barras. Isto faz da geração de dados para uma análise de colapso uma tarefa de extrema relevância.

## 4.2. Critério para Refinamento de Malha

Para a correta representação do comportamento pós-crítico dos membros que compõem uma estrutura reticulada, não é suficiente adotar a prática usual na análise linear, com a utilização de apenas um elemento de pórtico para discretizar cada membro. Ao contrário, é necessário proceder ao refinamento desta discretização de modo que vários elementos de pórtico representem um membro estrutural, como uma perna (*chord*) ou diagonal (*brace*) de uma jaqueta *offshore*.

Um sistema computacional para a análise não-linear de colapso baseado no Método dos Elementos Finitos deve dispor de algum tipo de critério para efetuar tal refinamento. Os critérios mais simples deixam por conta do usuário o estabelecimento do número de segmentos pelo qual cada elemento de uma determinada região deve ser subdividido, e de limites para o comprimento de um elemento resultante do refinamento, de modo a não exceder determinados valores mínimos e máximos pré-fixados.

Alternativamente, o usuário pode determinar um comprimento de segmento aproximado, de modo que o número de segmentos, pelo qual cada membro de uma determinada região deve ser subdividido, seja igual ao número inteiro mais próximo do resultado da divisão do seu comprimento pelo comprimento de segmento aproximado.

Um critério mais automático, sugerido em 1997 por Benjamin [7], consiste na utilização do índice de esbeltez que define se um elemento de uma determinada região é muito esbelto, esbelto ou não esbelto. De acordo com esta classificação é estabelecido o número pelo qual cada elemento deve ser dividido, respeitando-se, também, determinados comprimentos limites para evitar que o comprimento do elemento resultante do refinamento seja muito pequeno ou muito grande.

A condição simplificadora para aplicação deste critério foi de que todas as barras fossem rotuladas na extremidade. Com isso, para efeito de refinamento da malha básica, os dois nós extremos de cada barra terão translações impedidas e rotações livres. Desta forma, o comprimento de flambagem de uma barra de comprimento  $L$  é igual a  $L$ .

Define-se o índice de esbeltez a partir dos seguintes parâmetros:

$$\lambda = \frac{L}{r}$$

**Eq. 4.1**

$$C_s = \left[ \frac{2\pi^2 E}{\sigma_y} \right]^{1/2}$$

**Eq. 4.2**

$$C_i = 0.5C_s$$

**Eq. 4.3**

$$C_i = \left[ \frac{0.5\pi^2 E}{\sigma_y} \right]^{1/2}$$

**Eq. 4.4**

onde,

- $\lambda$  índice de esbeltez da barra;
- $L$  comprimento de flambagem da barra;
- $r$  raio de giração da seção transversal da barra;
- $E$  módulo de elasticidade do material;

$\sigma_y$	tensão de escoamento do material;
$C_i$	limite inferior de esbeltez para barras esbeltas;
$C_s$	limite superior de esbeltez para barras esbeltas;

A classificação das barras segue os seguintes critérios:

- para  $\lambda \leq C_i$  a barra é pouco esbelta
- para  $C_i < \lambda < C_s$  a barra é esbelta
- para  $\lambda \geq C_s$  a barra é muito esbelta

Para aplicação do critério de esbeltez são especificados parâmetros  $n_1$ ,  $n_2$  e  $n_3$ . Estes números significam em quantas partes serão divididas as barras de acordo com a classificação estabelecida (pouco esbeltas, esbeltas e muito esbeltas).



### 4.3. Imperfeições Geométricas Iniciais

As imperfeições físicas (tensões residuais, por exemplo) estão associadas às imperfeições geométricas que ocorrem nas estruturas reais quando estas são fabricadas (Figura 4.1). A presença de imperfeições iniciais geométricas deve ser considerada na análise não-linear de estruturas esbeltas porque a capacidade de tais estruturas, geralmente, é reduzida devido à presença dessas imperfeições. Este fenômeno está ligado ao fato de que o comportamento de algumas estruturas que apresentam pontos críticos em sua trajetória de equilíbrio é altamente sensível à existência de pequenas imperfeições.



**Figura 4.1 – Magnitude na Fabricação de uma Junta**

Os efeitos da distribuição da plasticidade e de imperfeições geométricas devem ser, então, representados de uma forma apropriada nas análises baseadas em rótulas plásticas de estruturas esbeltas. Uma forma possível de se considerar os efeitos de imperfeições iniciais, de tensões residuais e da distribuição da plasticidade na análise não-linear de pórticos através de rótulas elasto-plásticas é a imposição de valores artificiais de imperfeições na análise. Elas podem ser incorporadas ao modelo

computacional como imperfeições numéricas que são usadas para simular as imperfeições físicas reais, ou também, para forçar a ocorrência de certo tipo de resposta da estrutura como, por exemplo, fazer com que o comportamento da estrutura siga uma trajetória secundária, baseado no fato de que o comportamento das estruturas reais, que possuem imperfeições, apresenta, geralmente, pontos limites ao invés de pontos de bifurcação, conforme descrito por Cook, Malkus e Plesha em 1989 [28].

As imperfeições em estruturas reais são raramente conhecidas com precisão. São grandezas randômicas que, para serem tratadas rigorosamente, exigiriam análises onerosas em sistemas não-lineares, utilizando, por exemplo, técnicas probabilísticas. Por este motivo, diversas abordagens simplificadas para a consideração de imperfeições iniciais podem ser acopladas à análise de pórticos. Veremos, a seguir, alguns métodos para consideração destas imperfeições.

#### **4.3.1. Consideração de Imperfeições Iniciais pelos Modos de Flambagem**

Imperfeições geométricas iniciais podem ser determinadas, através do cálculo de modos de flambagem, obtidos a partir da montagem de um problema de autovalor associado a uma matriz de rigidez geométrica, tal como sugerido por Benjamin [7]. Ao utilizar esta hipótese, procura-se fazer com que o comportamento da estrutura percorra um caminho secundário representando adequadamente o colapso individual de cada membro, evitando-se pontos de bifurcação, e permitindo a análise do colapso global, incluindo uma estimativa para a carga limite.

A idéia básica desta metodologia é fazer com que a configuração inicial da estrutura com imperfeição geométrica tenha a forma de um modo de flambagem combinado. Ela consiste em efetuar uma análise não-linear geométrica da estrutura carregada apenas com o peso próprio, aplicado em um incremento de carga. Com os

esforços que resultam desta análise é possível calcular a matriz de rigidez geométrica da estrutura.

A partir desta configuração é realizada a análise de modos de flambagem linearizada, resolvendo o seguinte problema de autovalor:

$$(KL - \lambda KG) \Phi = 0$$

Eq. 4.5

onde,

- KL** matriz de rigidez linear;
- KG** matriz de rigidez geométrica;
- $\Phi$**  matriz contendo os modos de flambagem;
- $\lambda$**  autovalores.

As componentes do modo de flambagem combinado, resultante da combinação linear de modos de flambagem selecionados, são normalizadas e multiplicadas por um fator de escala para garantir pequenas imperfeições.

Por fim, as novas coordenadas dos nós da estrutura, relativas à configuração inicial com imperfeições geométricas, são determinadas através da soma das coordenadas originais do sistema perfeito às componentes do modo de flambagem combinado. Após este procedimento, a análise de colapso através de rótulas plásticas pode ser efetuada, aplicando-se todas as cargas atuantes na estrutura.

Ao aplicar este método deve-se tomar cuidado com os sinais dos autovalores na escolha dos modos de flambagem a serem considerados para gerar imperfeições iniciais. Apenas modos com autovalores positivos devem ser empregados. Outro ponto

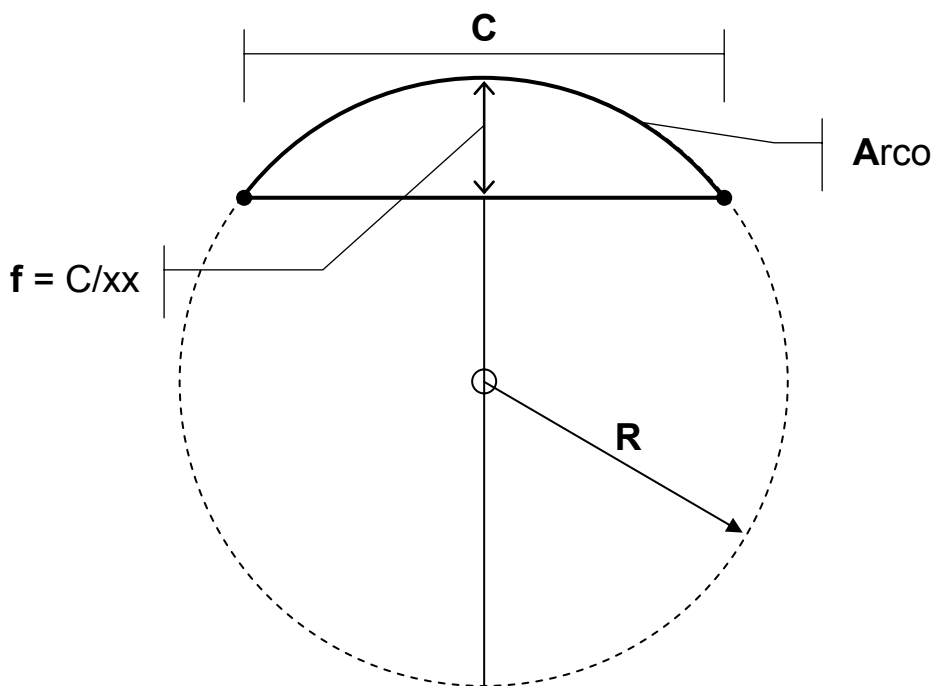
importante é que o fator de escala deve ser pequeno, de modo que a imperfeição resultante seja fisicamente pequena, porém numericamente significativa; para isto pode-se observar uma razão entre a maior componente do modo de flambagem combinado (unitária, porque o modo resultante é normalizado) e o comprimento da barra em que ele ocorre.

#### **4.3.2. Consideração de Imperfeições Iniciais pela Configuração do Arco de Círculo**

Outro método para a consideração de imperfeições iniciais é a transformação da configuração inicial da estrutura em elementos de arco de círculo.

A técnica consiste em alterar os membros que compõem a estrutura, inicialmente retilíneos, em uma configuração de um **arco de círculo**, sendo sua flecha (**f**) o valor da imperfeição inicial desejada (Figura 4.2).

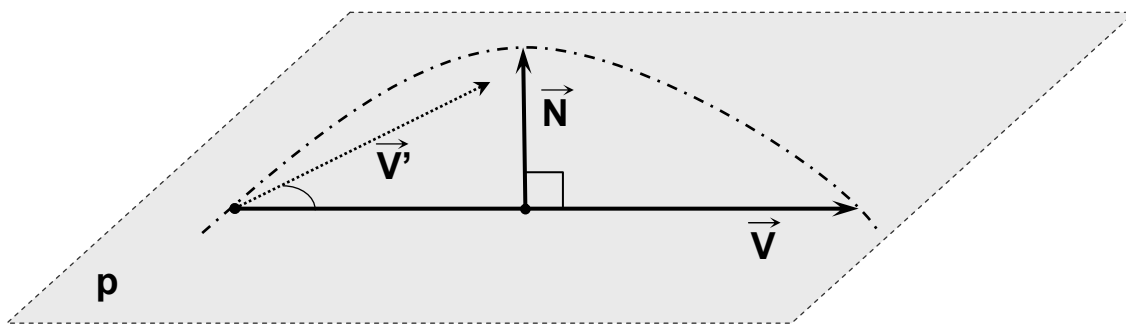
Para tanto, considera-se o membro selecionado como uma corda (**C**) de uma circunferência de raio (**R**). Determina-se seu comprimento e, por fim, calcula-se o valor da imperfeição através da proporção em escala **1:xx**, sendo **xx** o número de vezes que a imperfeição inicial (**f**) ficará menor em relação ao tamanho da corda (**C**).



**Figura 4.2 – Definição do Valor da Imperfeição Inicial**

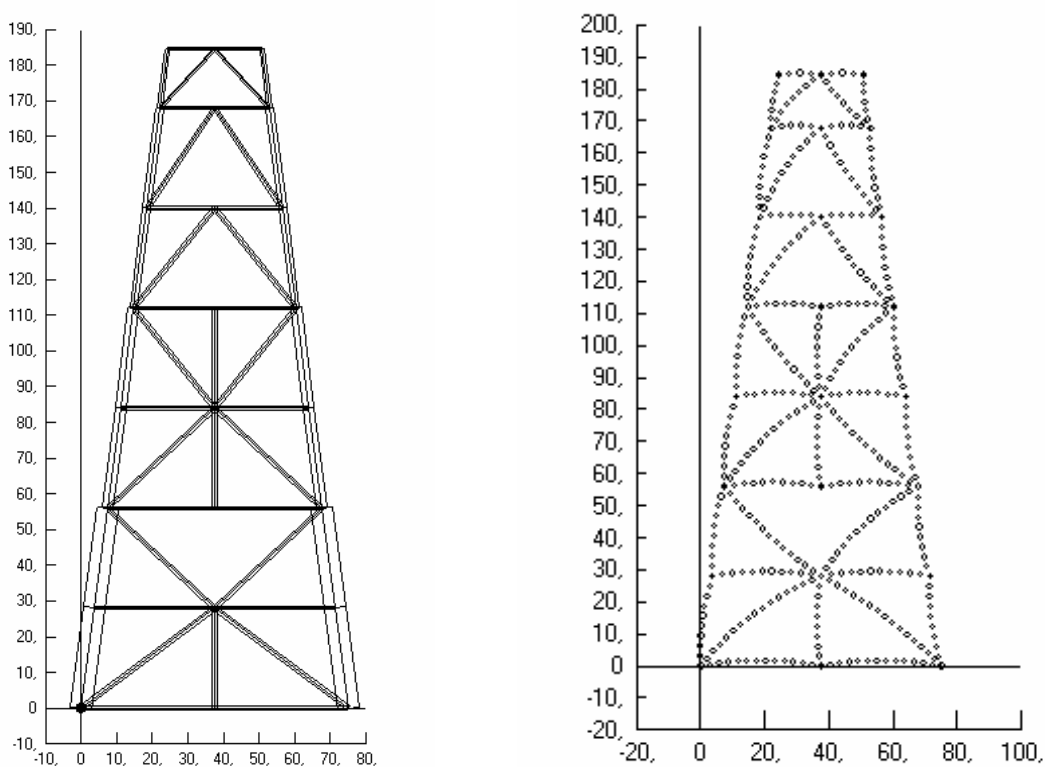
Por fim, torna-se necessário estabelecer a direção adequada desta imperfeição.

Para esta tarefa, em primeiro lugar, define-se o elemento a ser refinado como um vetor (**V**) de módulo, direção e sentido conhecidos (Figura 4.3). Em seguida, é estabelecido um vetor auxiliar (**V'**), de mesma origem ao vetor (**V**), objetivando determinar o plano auxiliar (**p**). Através deste plano (**p**), calcula-se o vetor normal (**N**), obtendo a direção onde ocorrerá a imperfeição inicial. Vale ressaltar que a determinação do vetor auxiliar (**V'**) impacta diretamente na direção final da imperfeição.



**Figura 4.3 – Definição da Direção da Imperfeição Inicial**

Ao aplicar este método, torna-se imprescindível a realização de um refinamento adequado da malha, pois somente assim obtém-se uma configuração satisfatória da imperfeição inicial. Abaixo podemos verificar uma estrutura plana onde seus segmentos foram refinados por elementos de 3 metros e imperfeição inicial na proporção 1/10 (Figura 4.4).



**Figura 4.4 – Malha Refinada com Imperfeição Inicial (proporção 1/10)**

#### 4.4. Implementação da Rotina de Refinamento e Imperfeição Inicial

Para o alcance da geração automática de modelos e posterior análise de seus resultados, tornou-se necessária a programação de uma rotina em linguagem FORTRAN e a sua incorporação em uma ferramenta computacional de análise não-linear. Esta rotina passou a ser chamada pelo nome REFIN e foi incorporada no aplicativo SITUA-PROSIM [1].

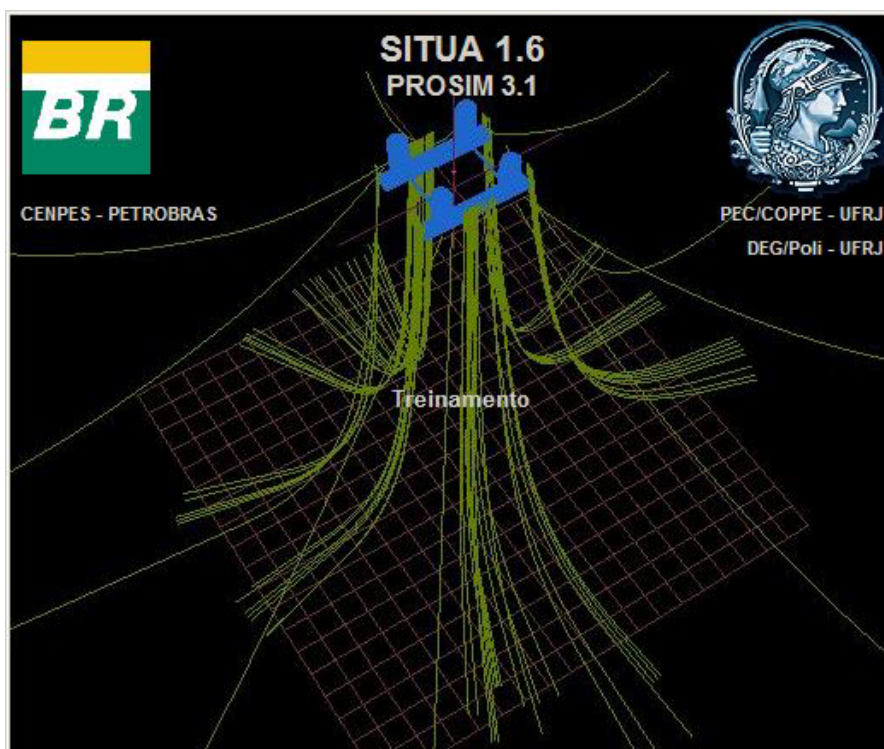


Figura 4.5 – Aplicativo SITUA-PROSIM

A parceria SITUA-PROSIM é um aplicativo de análise estrutural desenvolvido pelo LAMCSO - Laboratório de Métodos Computacionais e Sistemas *Offshore* - do PEC/COPPE/UFRJ, originalmente voltado para a análise de unidades flutuantes ancoradas, considerando o acoplamento do modelo hidrodinâmico do casco da unidade flutuante com modelos de elementos finitos de risers e linhas de ancoragem.

O programa PROSIM efetua simulações numéricas do comportamento de sistemas para exploração de petróleo *offshore*. Já o SITUA, é uma interface gráfica de

pré e pós-processamento para a geração automática dos arquivos com os modelos de análise utilizados pelo PROSIM e posterior visualização dos resultados.

Pelo SITUA, na opção de modelação da estrutura, através da aba “Segmentos”, podemos verificar as primeiras melhorias na ferramenta: foram incluídas as colunas “Comprimento do Elemento” e “Número de Elementos” (Figura 4.6-A), além das informações sobre “Imperfeição Inicial” (Figura 4.6-B). Para a garantia do correto preenchimento dos novos campos, a rotina de refinamento REFIN foi incorporada ao aplicativo. Seu acionamento é realizado através do botão “REFIN” (Figura 4.6-C), presente na mesma aba.

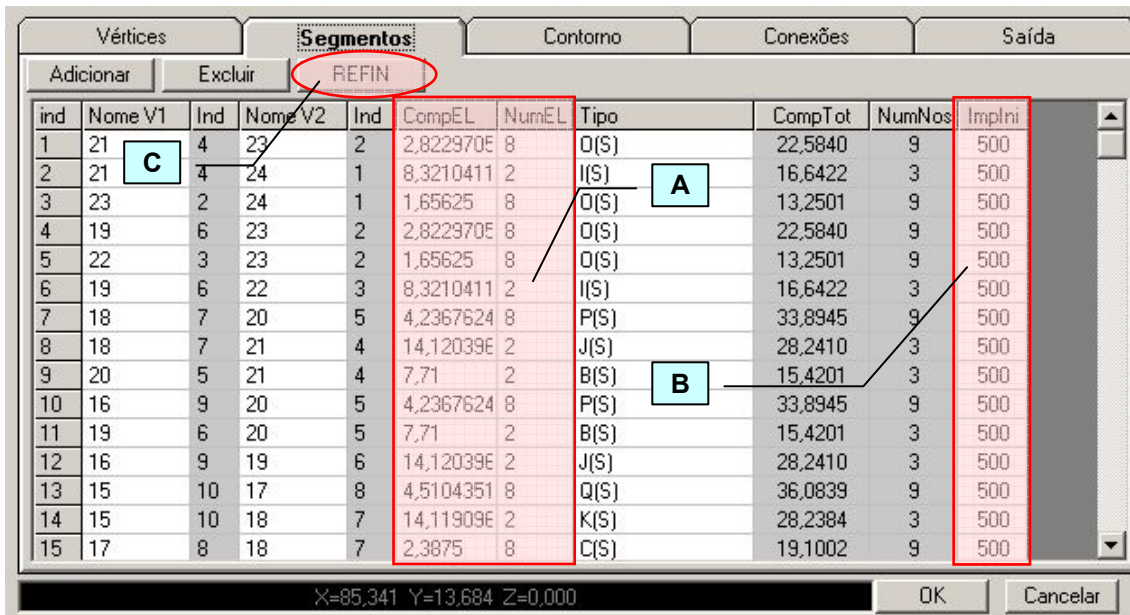


Figura 4.6 - Tela de Modelação e Configuração dos Segmentos

A Rotina REFIN tem por objetivo definir os parâmetros de refinamento automático e de introdução da imperfeição inicial nos segmentos do reticulado.



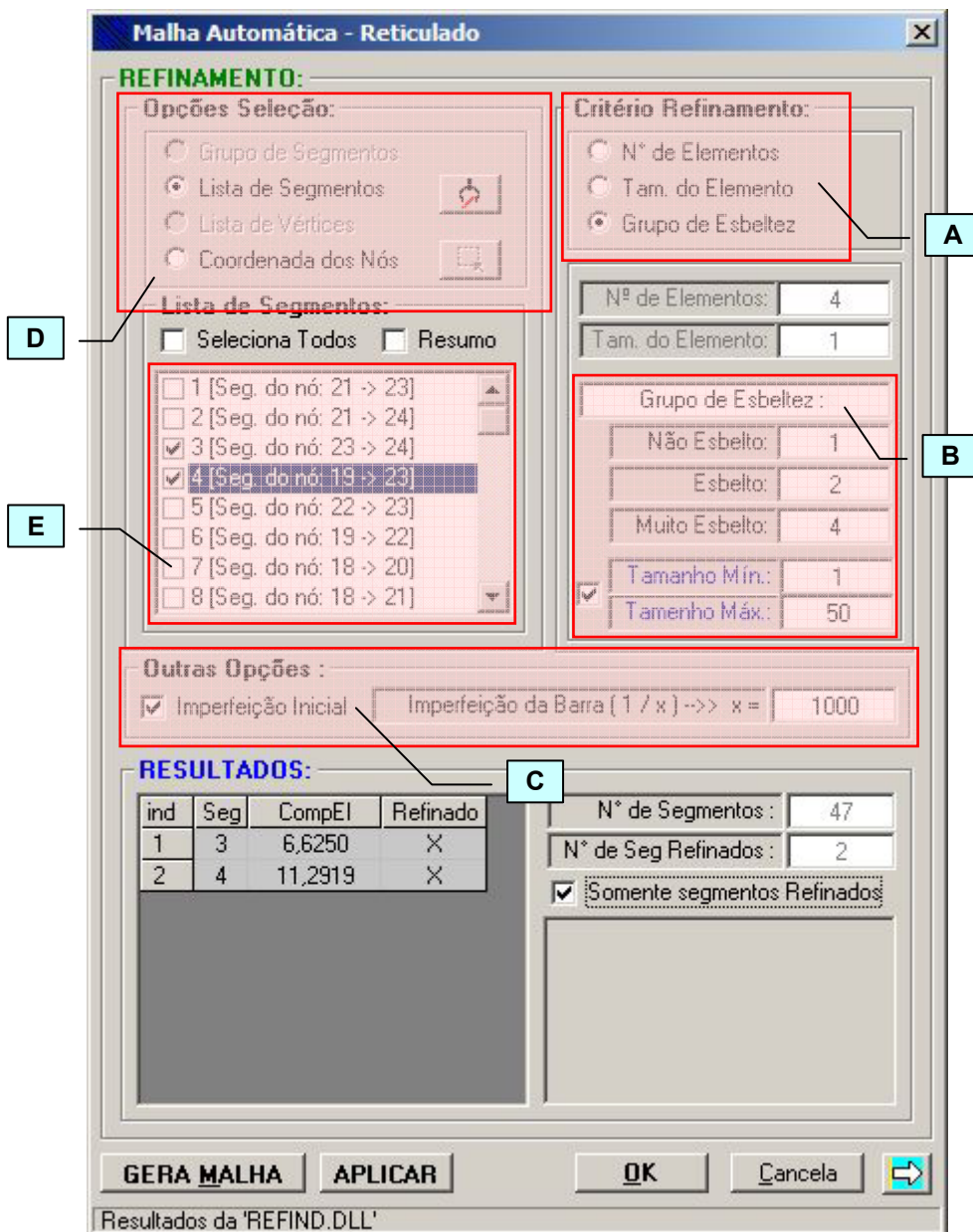


Figura 4.7 - Tela da Rotina REFIN

Foram incluídos três critérios de refinamento (Figura 4.7-A): por número de elementos no segmento, por tamanho do elemento e através do grupo de esbeltez.

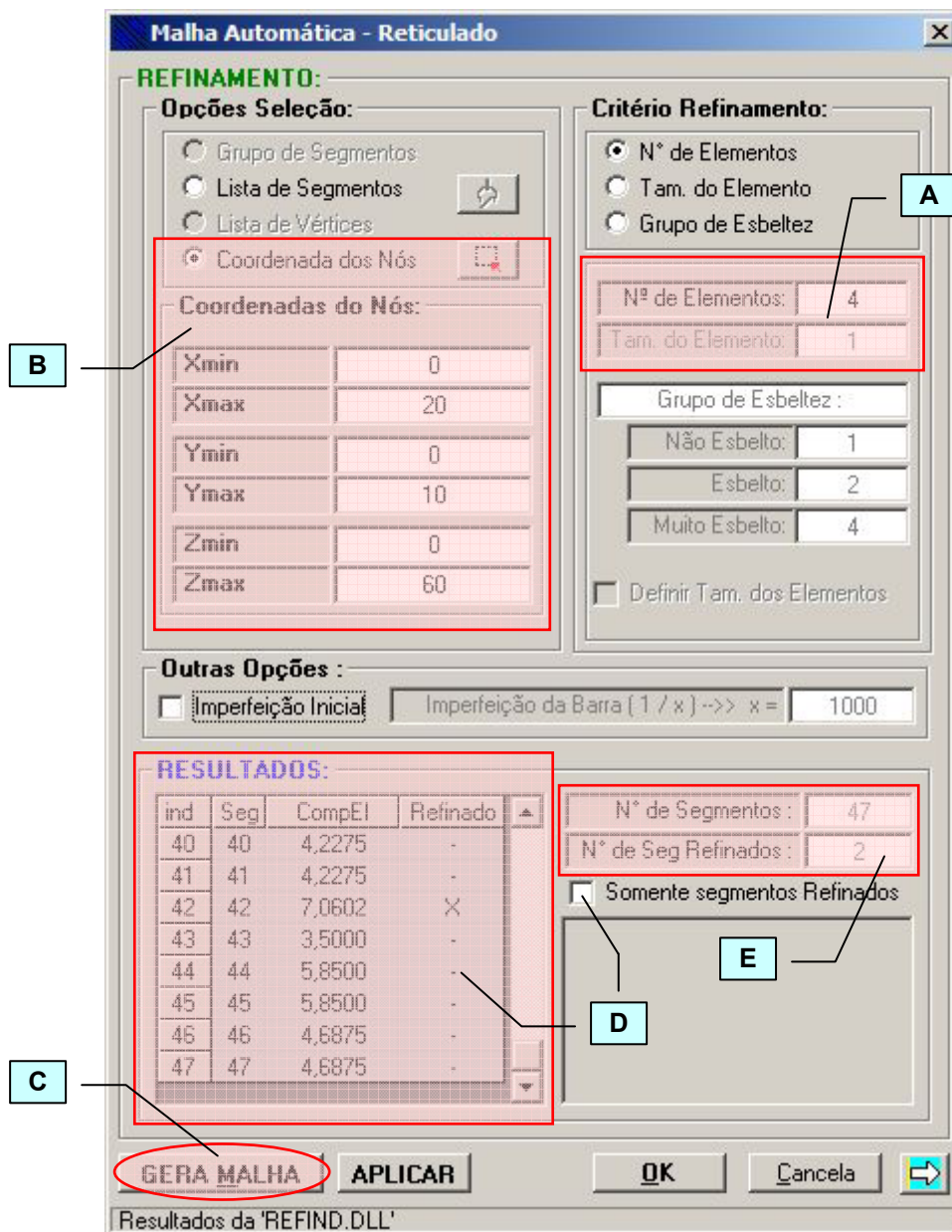
Através do critério por número de elementos ou tamanho do elemento, basta informar o valor preferencial no campo específico (Figura 4.8-A).

Pelo critério de esbeltez, torna-se necessário informar à ferramenta os parâmetros de refinamento (Figura 4.7-B). Estes números definem em quantas partes serão divididos os segmentos de acordo com a classificação estabelecida (não esbelto,

esbelto ou muito esbelto). Além disso, pode-se garantir o tamanho mínimo e máximo de cada elemento.

Com relação à introdução da imperfeição inicial (Figura 4.7-C), basta definir a proporção entre o comprimento do segmento e o comprimento da imperfeição (ex. 1/1000, 1/500, 1/250, etc.). Esta imperfeição leva em consideração a configuração pelo arco de círculo, já descrita neste capítulo.

Para a seleção dos segmentos a serem refinados ou que receberão a imperfeição inicial, existem duas opções (Figura 4.7-D): pela lista de segmentos (Figura 4.7-E) ou através da região de abrangência onde estão contidos os segmentos escolhidos (Figura 4.8-B).



**Figura 4.8 – Opções de Seleção e Critério de Refinamento**

Após a definição dos parâmetros de refinamento automático e de introdução da imperfeição inicial, utiliza-se o botão “Gera Malha” (Figura 4.8-C) para a geração dos resultados. A ferramenta informa os dados finais, que podem ser filtrados de forma somente a exibirem os elementos que receberam refinamento (Figura 4.8-D). Também ficam dispostos o somatório de segmentos da estrutura, bem como o número final de segmentos que sofreram intervenção (Figura 4.8-E).

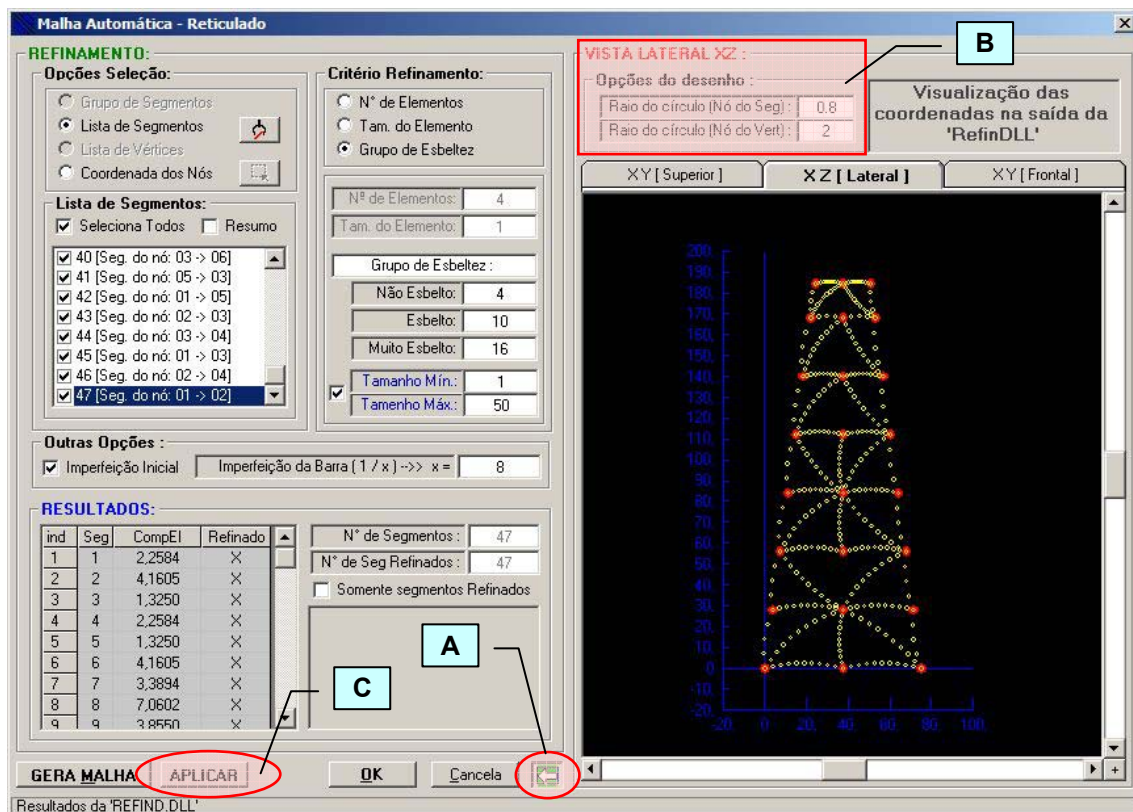


Figura 4.9 – Tela de Visualização dos Resultados da nova Configuração

Para a verificação gráfica dos resultados, torna-se necessário expandir a tela através do botão “Seta” (Figura 4.9-A). Esta nova tela possui alguns recursos que garantem a melhor visualização da malha, oferecendo a opção de definição dos raios aos círculos utilizados no desenho (Figura 4.9-B).

Após a confirmação dos resultados, o botão “Aplicar” (Figura 4.9-C) deve ser acionado objetivando atualizar a tabela descrita na Figura 4.6.

## CAPÍTULO 5 - APLICAÇÕES

---

### 5.1. Introdução

Neste capítulo é apresentado o estudo de quatro casos no intuito de avaliar os conceitos apresentados nos capítulos anteriores. Como forma de comparação dos resultados, todos os casos foram retirados de trabalhos realizados por Freitas [9] em 1999 e Rodrigues [18] em 2000.

Os dois primeiros casos estudados, com menor grau de complexidade, são apresentados de maneira mais objetiva e sem grande aprofundamento, com o intuito de demonstra o grau de precisão e a eficiência das implementações ocorridas no programa SITUA. Já os dois últimos casos, sendo um pórtico plano e uma plataforma *offshore* genérica, receberam maior relevância, buscando determinar a qualidade dos dados finais oferecidos pelo sistema.

Em todas as análises apresentadas utilizou-se a técnica do Comprimento de Arco Constante (*Arc-Length*) como procedimento incremental/iterativo, bem como os novos recursos implementados no aplicativo SITUA-PROSIM já mencionados no capítulo anterior.

## 5.2. CASO 01 : Coluna Bi-apoiada com Imperfeição Inicial

Neste primeiro caso, são efetuadas as análises elasto-plástica não-linear geométrica de uma coluna bi-apoiada de seção tubular, conforme esquema abaixo (Figura 5.1).

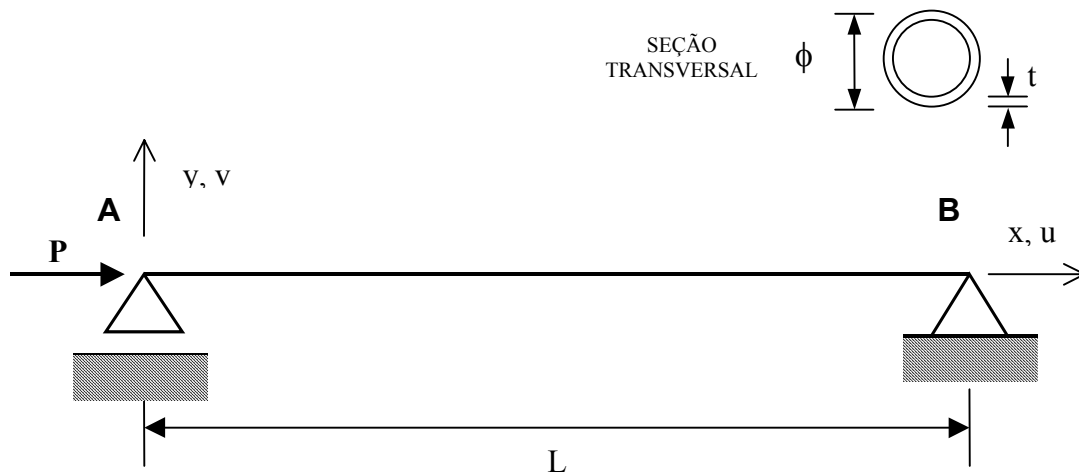


Figura 5.1 - Coluna Bi-apoiada

Os dados que definem a estrutura encontram-se a seguir:

$$L = 2.421,6 \text{ cm}$$

$$\phi = 60,0 \text{ cm}$$

$$t = 3,0 \text{ cm}$$

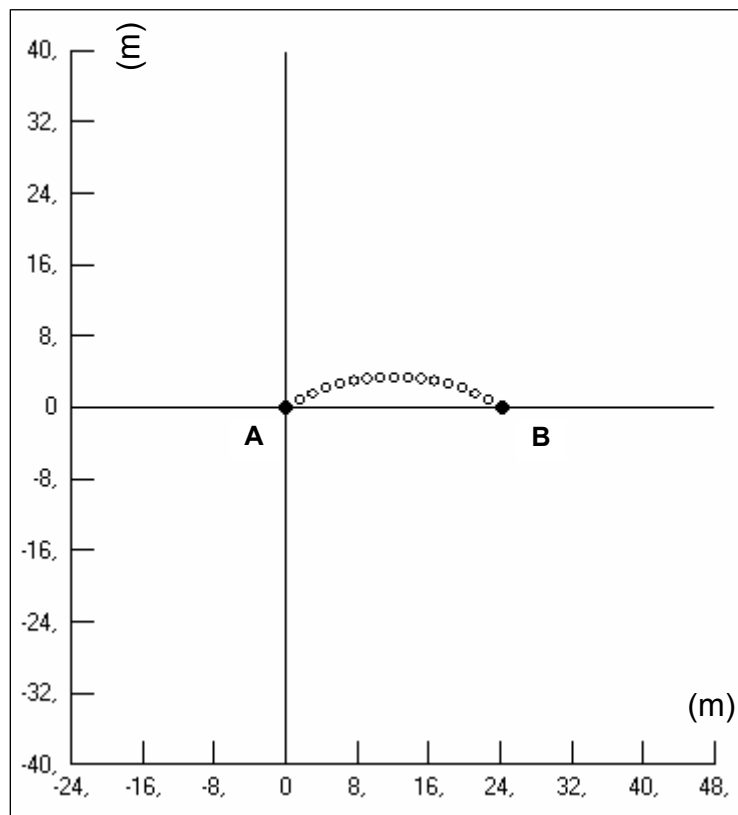
$$E = 21.000,0 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_y = 33 \text{ kN/cm}^2$$

A estrutura foi discretizada com 16 elementos, sendo todos com a mesma dimensão de 151,35 cm. Nenhum critério foi utilizado para se chegar a esta quantidade

de elementos, senão a tentativa de alcançar os resultados obtidos por Justino [29], Freitas [9] e demais autores citados.

Foi introduzida uma imperfeição inicial ao problema, utilizando a nova rotina REFIN do SITUA, considerando o mesmo valor de amplitude adotado por Freitas [9], na razão de 1/666,67, no centro da estrutura. Abaixo, verifica-se a configuração amplificada (proporção 1/5) da referida imperfeição, observando o arco de circunferência:



**Figura 5.2 - Introdução de Imperfeição Inicial - amplificação (1/5)**

Podemos avaliar a resposta do caso proposto, comparando os resultados obtidos com os estudos realizados por Soreide em 1986 [2] através dos programas UFOS e FENRIS, Justino Filho em 1993 [29] com o programa NLFA e Freitas em 1999 [9], utilizando o programa CALEB. Estes resultados são mostrados no gráfico a seguir:

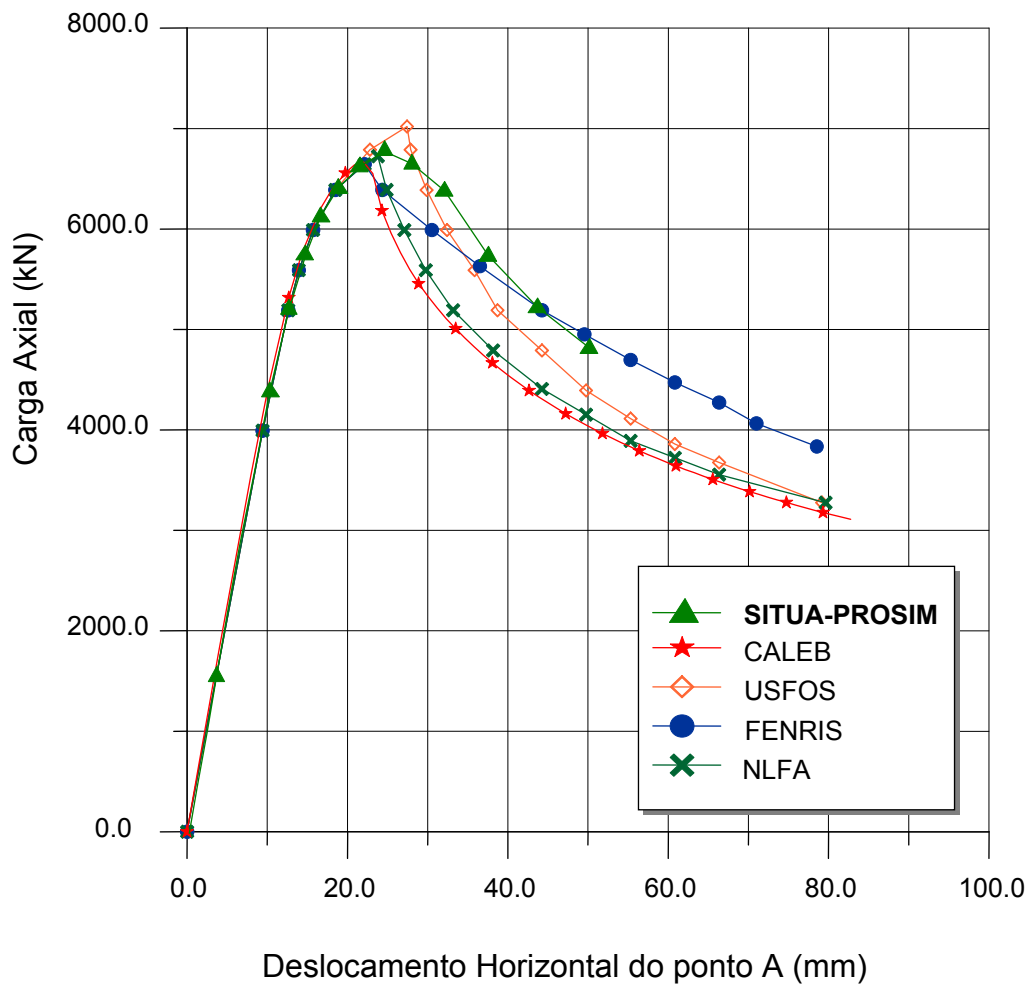


Figura 5.3 - Trajetória de Equilíbrio do ponto A na direção u

Torna-se importante, antes da interpretação dos resultados do gráfico em questão, constatar alguns aspectos da formulação empregada em cada programa:

- A análise feita através do programa USFOS, que emprega o método plástico nodal e a teoria geral de viga-coluna, utilizou apenas um elemento em sua discretização e a imperfeição inicial foi introduzida pela presença de carga lateral no centro da estrutura.
- O programa FENRIS utilizou o método dos elementos finitos e a não-linearidade física emprega a plasticidade computacional distribuída, com integração numérica ao longo da seção transversal do elemento.



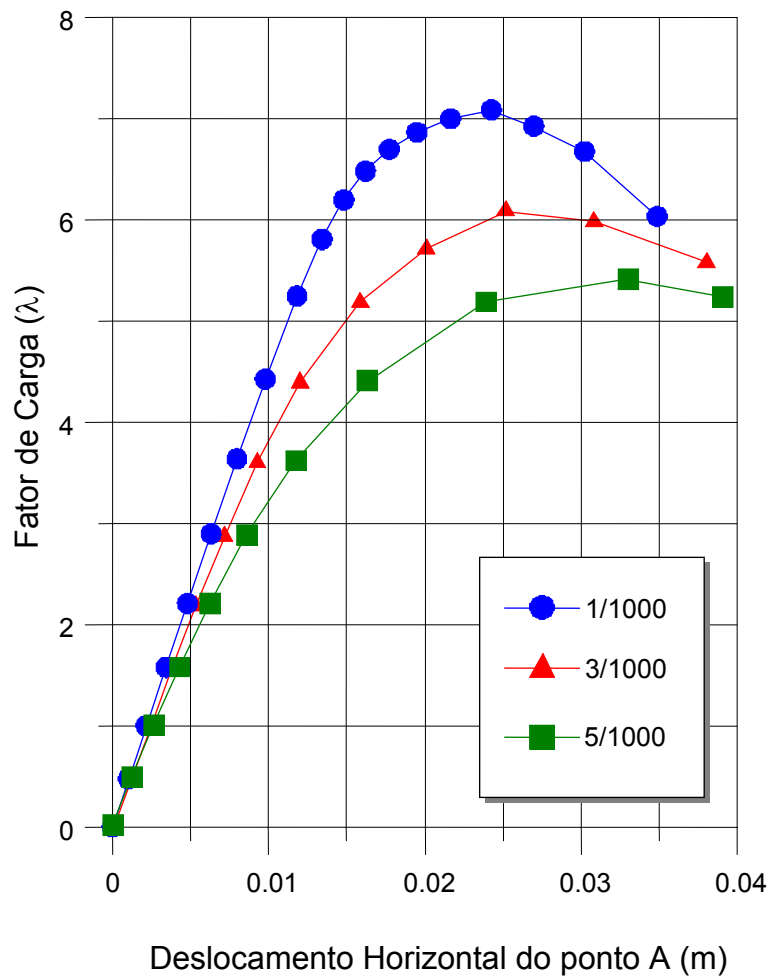
- O programa NLFA utilizou o método plástico nodal da teoria elasto-plástica perfeita. Na análise, a coluna foi discretizada com oito elementos.
- No caso do programa CALEB, a formulação elasto-plástica empregada é semelhante à desenvolvida no presente trabalho. As diferenças principais encontram-se na função de escoamento e na forma com que o efeito de plastificação gradual da seção se processa.

Pode-se verificar que os resultados obtidos pelo programa SITUA-PROSIM chegaram a uma configuração bem próxima dos demais aplicativos, obtendo carga limite de 6.800,0 kN.

O programa CALEB apresentou carga limite menor que os programas USFOS e NLFA e próxima ao programa FENRIS, que considera em sua análise o efeito de plastificação gradual da seção. No caso do USFOS, a utilização de apenas um elemento de viga, causou falha na representação do efeito da imperfeição inicial. Já no NLFA, a diferença deve-se basicamente na discretização mais pobre, representada por apenas oito elementos.

Analisando a região pós-crítica, o SITUA-PROSIM apresentou bons resultados com a utilização do método *arc-length*, demonstrando aproximada variação em relação aos demais autores que empregaram a técnica de continuação do controle de deslocamento.

Utilizando a mesma discretização da malha e o mesmo carregamento axial, o gráfico a seguir representa o comportamento da estrutura na variação do valor da imperfeição inicial:



**Figura 5.4 - Comportamento da Estrutura com variação da Imperfeição Inicial**

Como era de se esperar em modelos simples, conforme a coluna bi-apoiada utilizada, o valor da imperfeição inicial influenciou diretamente na capacidade da estrutura de suportar cargas, tendo as maiores imperfeições causando menores cargas limite. Vale ressaltar que a introdução da imperfeição inicial na coluna causa a perturbação necessária para a definição do caminho onde ocorrerá o deslocamento. A falta desta imperfeição ocasionou encurtamento da coluna sem atingir a carga limite em passos aceitáveis.

### 5.3. CASO 02 : Coluna Bi-engastada com Imperfeição Inicial

Neste segundo caso, são efetuadas as análises elasto-plástica não-linear geométrica da coluna bi-engastada de seção tubular, conforme esquema abaixo (Figura 5.5).

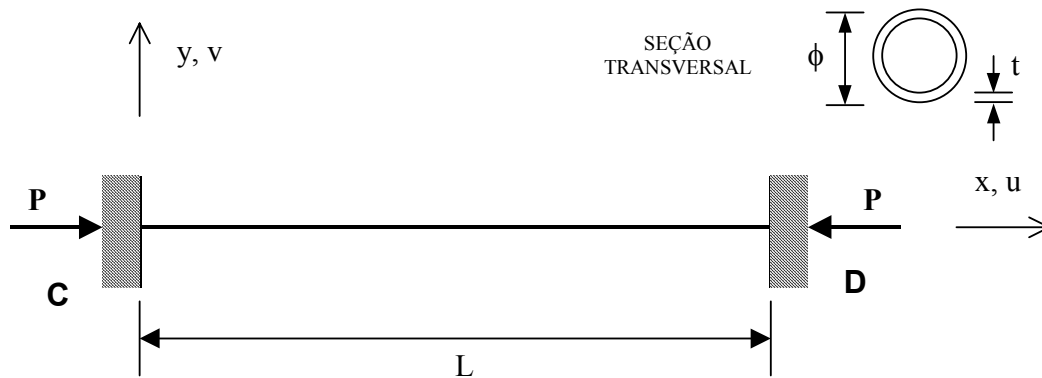


Figura 5.5 - Coluna Bi-engastada

Os dados que definem a estrutura encontram-se a seguir:

$$L = 572,0 \text{ cm}$$

$$\phi = 11,4 \text{ cm}$$

$$t = 0,23 \text{ cm}$$

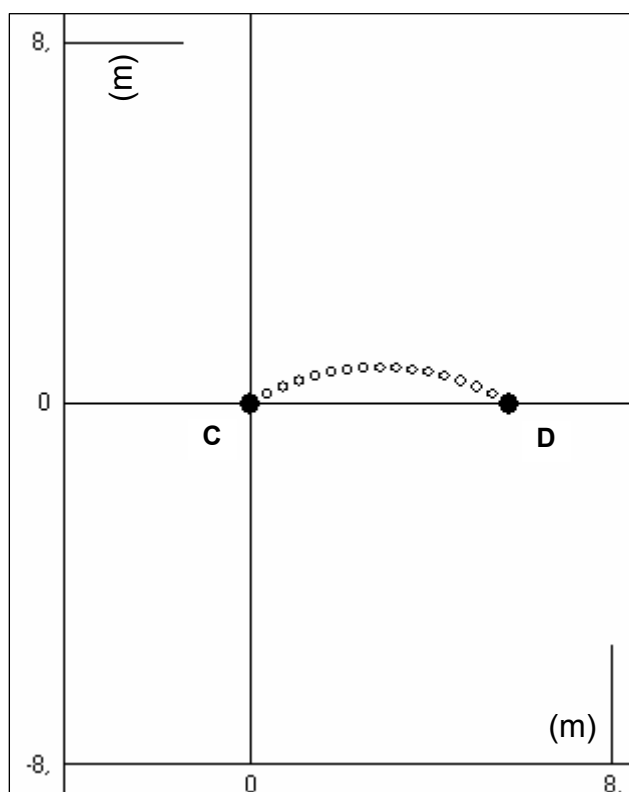
$$E = 21.000,0 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_y = 29,8 \text{ kN/cm}^2$$

Para este caso utilizou-se a mesma discretização do exemplo anterior: 16 elementos, todos com a dimensão de 35,75 cm.

Uma imperfeição inicial foi introduzida com amplitude na razão de 1/1.000 no centro da estrutura com configuração de um arco de circunferência, através do novo recurso oferecido pelo SITUA.

Na Figura 5.6, verifica-se a configuração amplificada (proporção 1/5) da referida imperfeição.



**Figura 5.6 - Introdução da Imperfeição Inicial – amplificação (1/5)**

As respostas obtidas na análise são mostradas no gráfico da Figura 5.7. Pode-se verificar ainda, uma comparação com resultados numérico, analítico e experimental obtidos por alguns autores citados por Justino [29] e Freitas [9], confirmando o bom desempenho do programa SITUA-PROSIM.

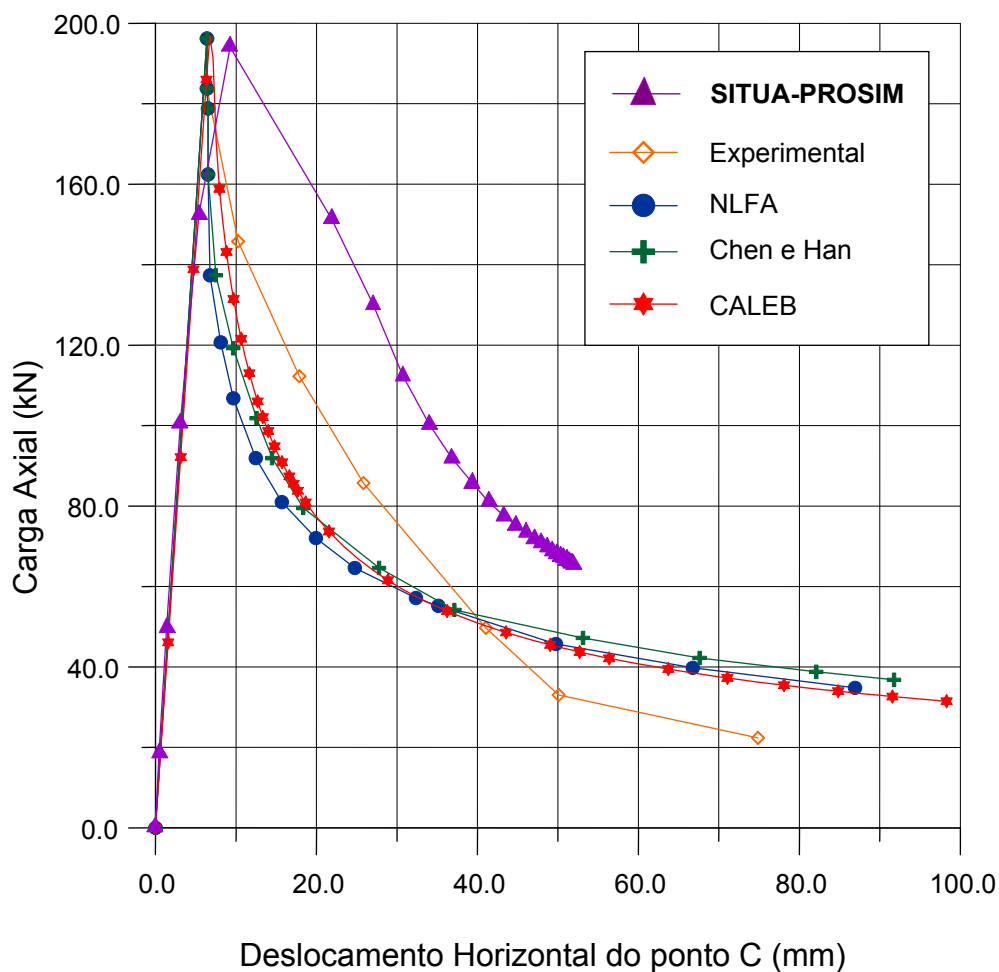


Figura 5.7 - Trajetória de Equilíbrio do ponto C na direção u

Para melhor compreensão destes resultados alguns aspectos importantes sobre os programas e análises envolvidos são necessários.

A carga limite apresentada pelo programa NLFA desenvolvido por Justino [29] foi de 196,2 kN e a carga limite obtida por Chen e Han [30] foi igual a 192,2 kN. A carga limite experimental foi de 184,3 kN e a carga limite obtida com o CALEB foi 196,9 kN. Por fim, a carga limite atingida pelo programa SITUA-PROSIM foi de 195,4 kN.

Chen e Han [30] obtiveram uma solução analítica utilizando o método plástico nodal perfeito e a teoria geral da viga-coluna.

Verificando-se a trajetória de equilíbrio experimental, é fácil notar após o ponto limite, uma resistência maior que as soluções teóricas. Isso se deve ao efeito de endurecimento do material. Esta constatação fica bem evidente ao observarmos a curva obtida pelo SITUA-PROSIM que utilizou a técnica do Comprimento de Arco Constante (*Arc-Length*) como procedimento incremental/iterativo.

Novamente, utilizando o mesmo refinamento da malha e o mesmo carregamento axial, o gráfico abaixo representa o comportamento da estrutura na variação do valor da imperfeição inicial:

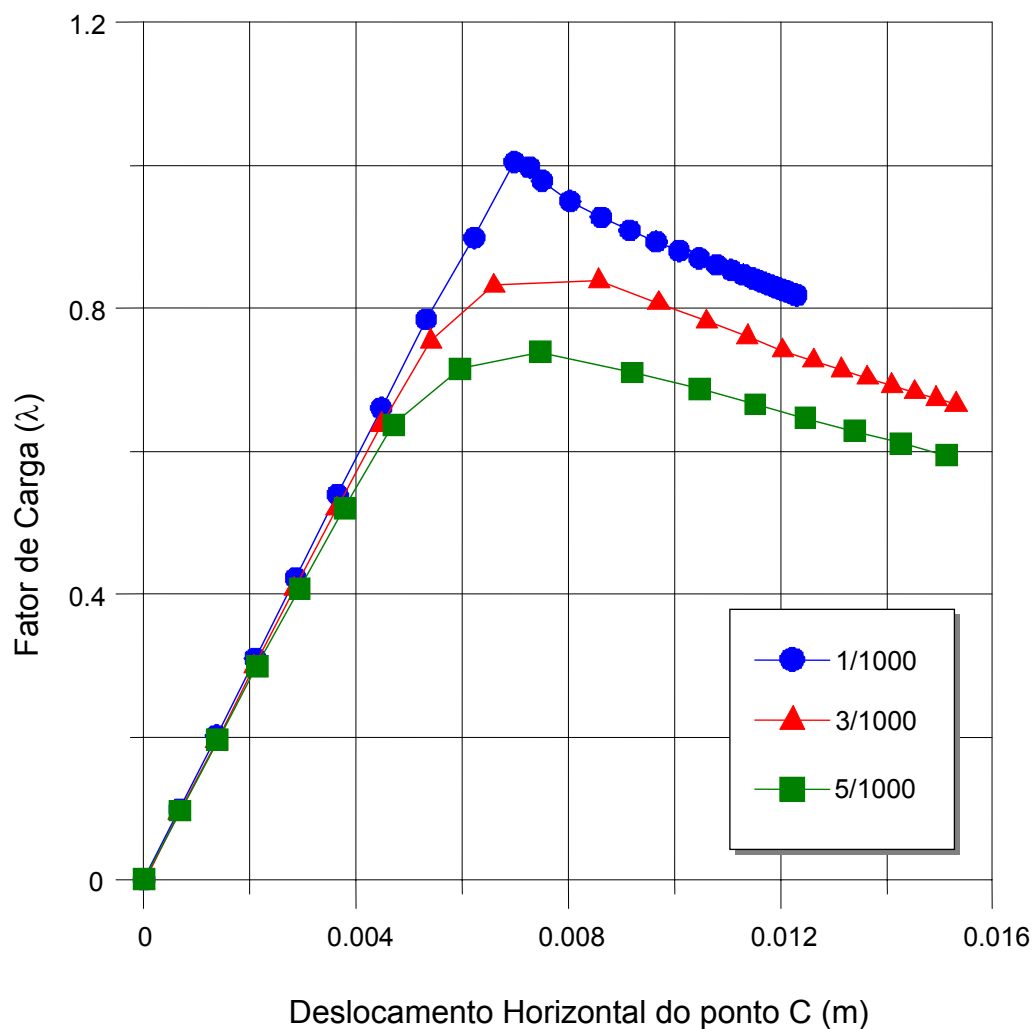


Figura 5.8 - Comportamento da Estrutura com variação da Imperfeição Inicial

Da mesma forma que os resultados do caso anteriormente estudado, o valor da imperfeição inicial influenciou diretamente na capacidade da estrutura de suportar cargas, tendo as maiores imperfeições causando menores cargas limite.

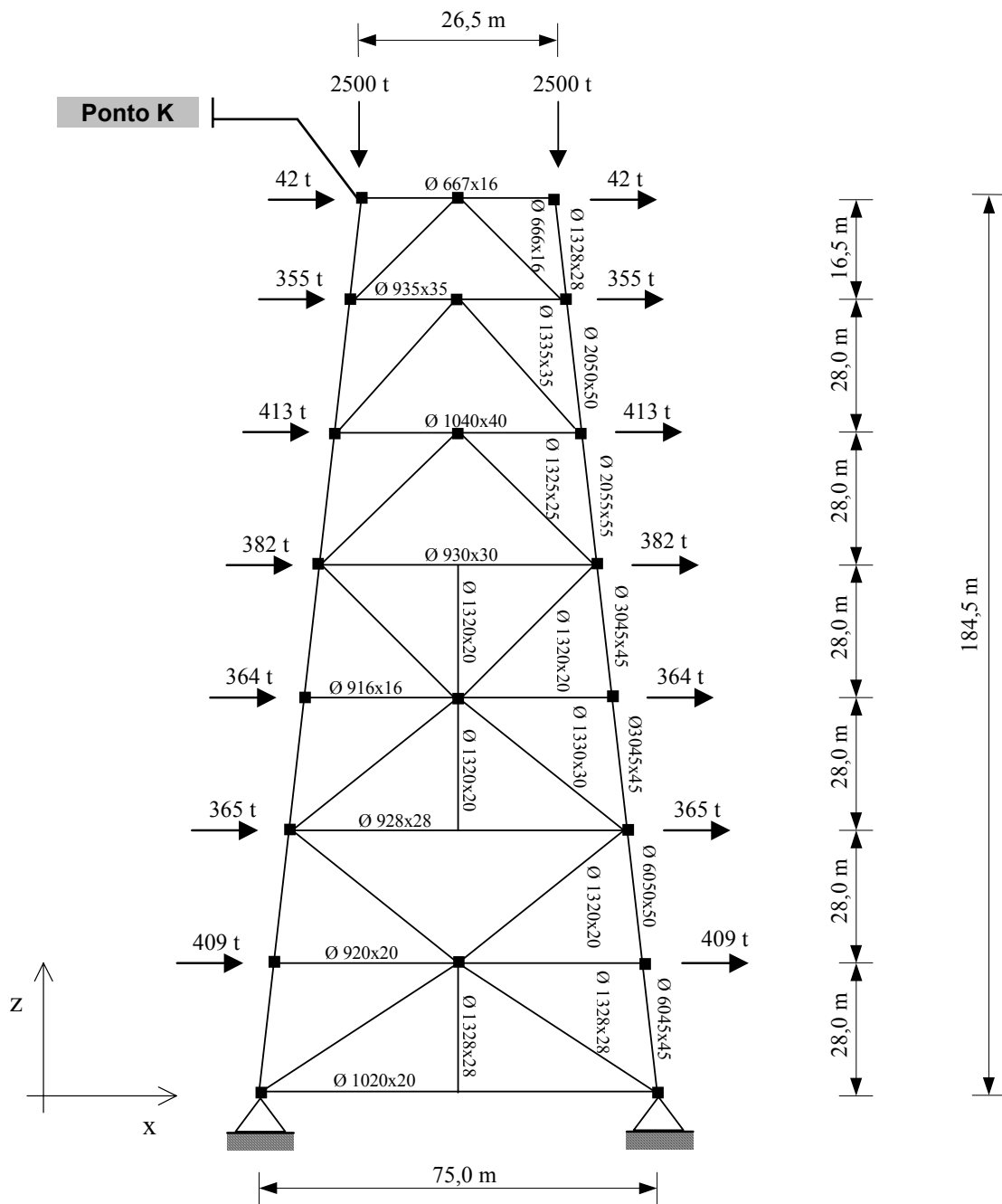
#### **5.4. CASO 03 : Jaqueta Plana**

Neste exemplo, é utilizado um modelo que possui propriedades semelhantes às de uma plataforma fixa real. A Figura 5.9 apresenta os dados que caracterizam o pórtico plano analisado. O mesmo é composto por seções tubulares circulares.

Esta estrutura foi apresentada por Stewart et al.[3] em 1988 e posteriormente analisada por Freitas [9] em 1999 e Rodrigues [18] em 2000.

As cargas atuantes na estrutura também estão identificadas na Figura 5.9. Dois carregamentos atuam sobre a estrutura: o primeiro trata-se de cargas verticais constantes, equivalentes à carga de convés, que somam um total de 5.000 tf. Já o segundo, são cargas horizontais incrementais, equivalentes ao somatório de um carregamento ambiental de 4.663 tf, distribuídas no modelo. Não foram consideradas as cargas de peso próprio da estrutura.





**Figura 5.9 – Jaqueta Plana**

Os dados complementares que definem a estrutura encontram-se a seguir:

$E = 206.010.000,0 \text{ kN/m}^2$

$f_y = 350.001,18 \text{ kN/m}^2$

**POISS** = 0,3

**P Espec** = 77,00 kN/m<sup>3</sup>

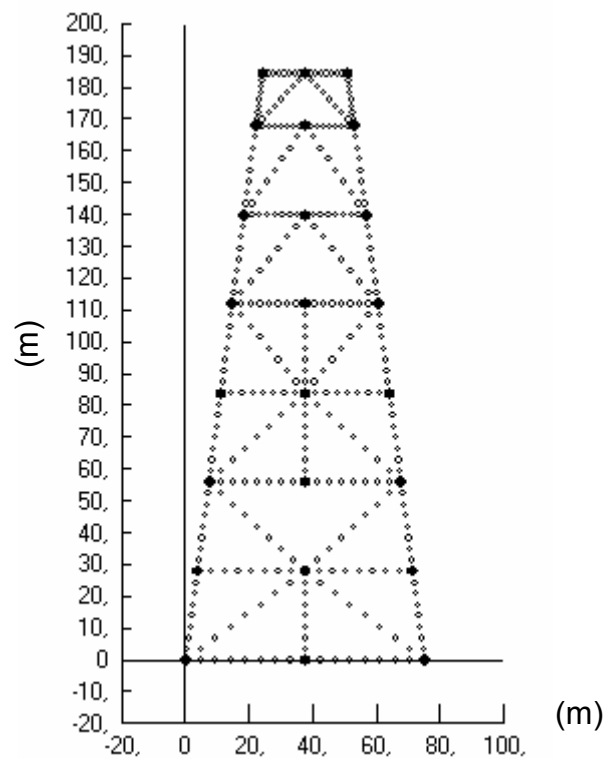
**CM** = 2,0

**CD** = 1,2

**CDL** = 0,0

**CA** = 1,0

Para os resultados obtidos no gráfico da Figura 5.11, empregou-se a mesma discretização usada por Freitas em 1999[9], ou seja, todos os segmentos divididos em 8 elementos iguais e a malha sem imperfeição inicial (Figura 5.10).



**Figura 5.10 – Malha Refinada e Sem Imperfeição Inicial**

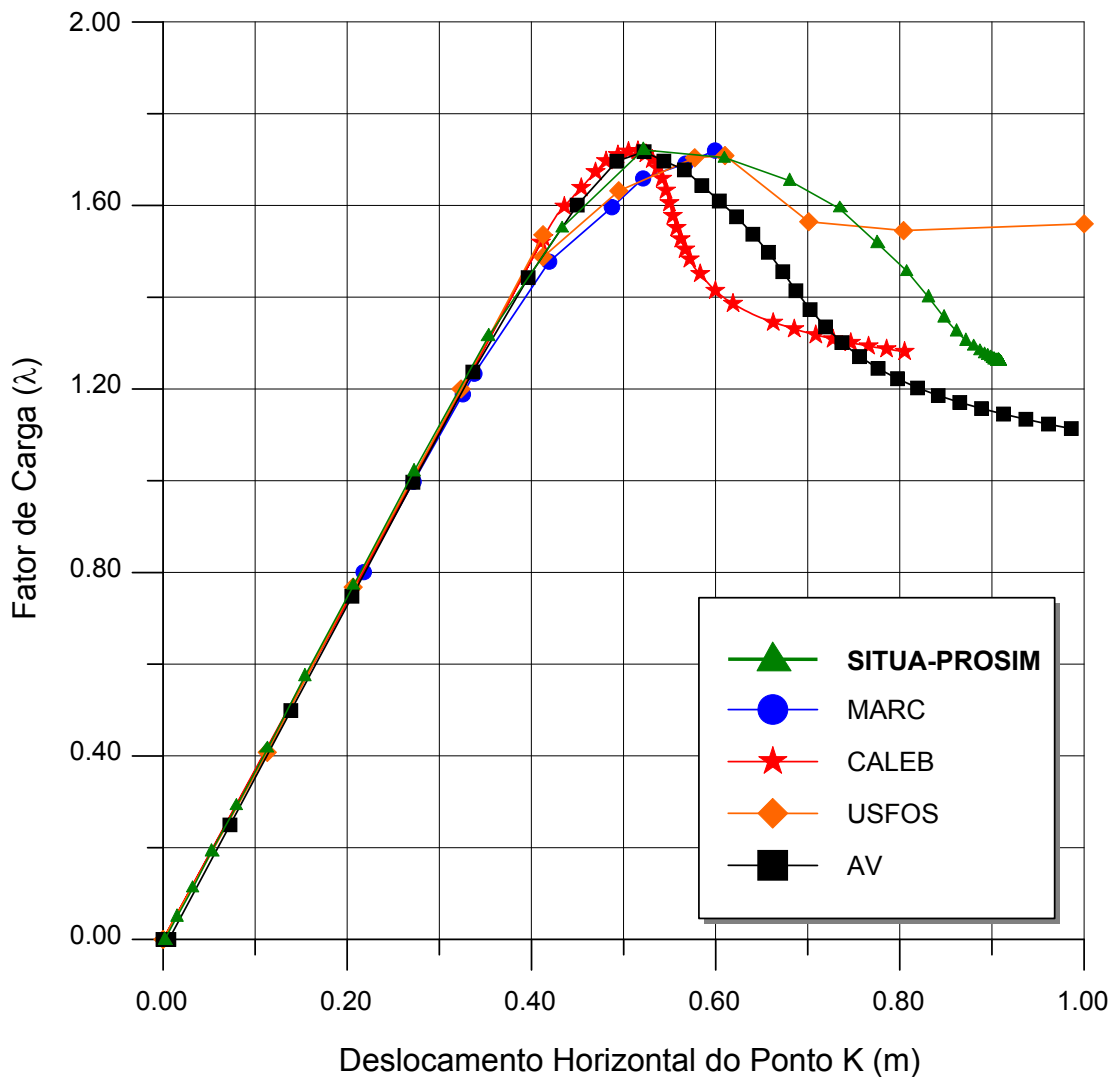
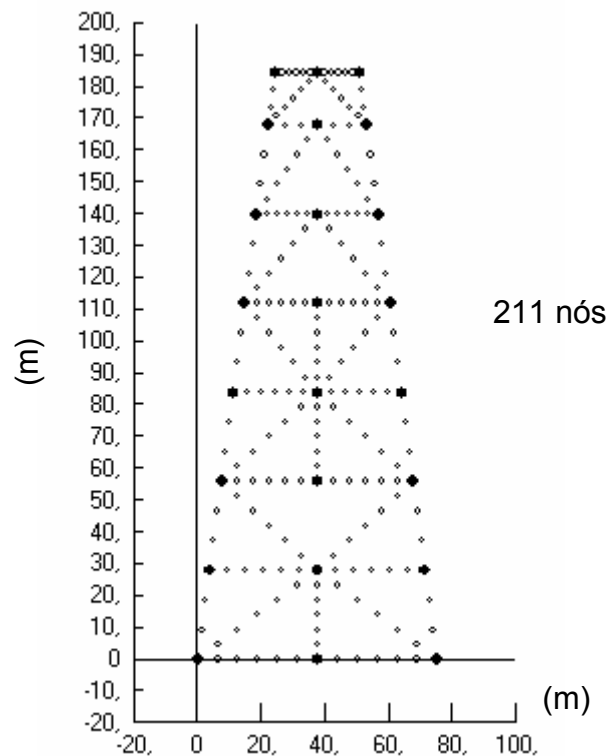


Figura 5.11 - Trajetória de Equilíbrio do ponto K na direção u

O gráfico da Figura 5.11 exibe as curvas fator de carga vs deslocamento horizontal do ponto K, que é o nó superior esquerdo no topo da estrutura, identificado na Figura 5.9. Foi feita uma comparação com os resultados obtidos por Stewart [3] em 1988, Hellan [6] em 1994, Freitas [9] em 1999 e Rodrigues [18] em 2000, que utilizaram os programas MARC, USFOS, CALEB e AV, respectivamente. O valor mais importante nesta comparação é o da carga última de colapso, que variou pouco entre os exemplos, com fator de carga próximo de 1,70.

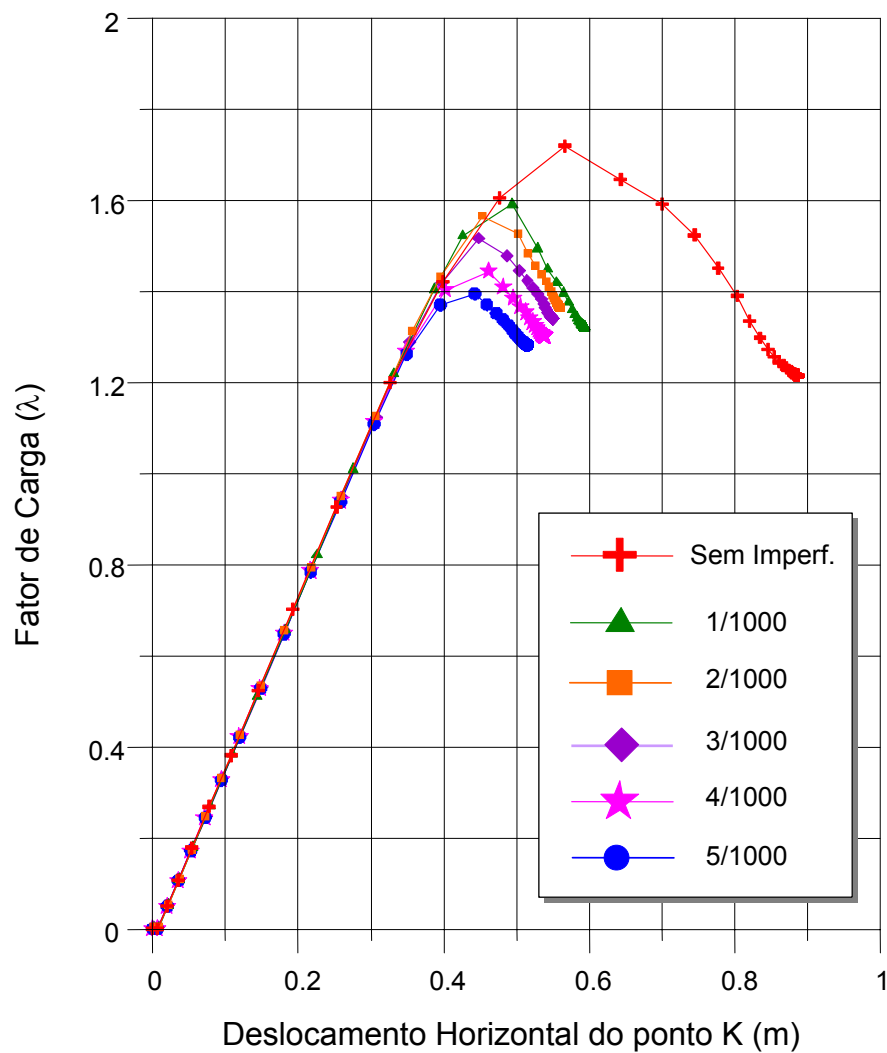
Serão apresentadas, a seguir, as análises paramétricas de verificação da influência da amplitude das imperfeições iniciais, assim como o grau de refinamento da malha no colapso do modelo. No primeiro estudo foi considerada uma única malha para avaliação de cinco níveis de imperfeição e no segundo, estrutura sem imperfeição para três critérios de refinamento.

Para o estudo da influência da amplitude da imperfeição inicial, refinou-se a malha utilizando o critério de esbeltez na proporção 3:6:12, ou seja, segmentos não esbeltos dividido em 3 partes, esbeltos em 6 e muito esbeltos em 12. Pode-se verificar o resultado através da Figura 5.12.



**Figura 5.12 – Resultado do Refinamento pelo Critério de Esbeltez**

O estudo observou 5 níveis de imperfeição inicial além da estrutura sem imperfeição alguma. Os resultados podem ser comparados no gráfico da Figura 5.13.



**Figura 5.13 - Comportamento da Estrutura com variação da Imperfeição Inicial**

Pode-se perceber que, mesmo sendo uma estrutura mais complexa, o nível da imperfeição inicial influenciou diretamente no resultado da carga limite, deixando nítida sua variação na comparação com a malha sem nenhuma imperfeição. O fator máximo de carga atingido pela configuração sem imperfeição foi de 1,72, seguido por 1,59 para imperfeição na proporção 1/1000, 1,56 para 2/1000, 1,51 para 3/1000, 1,44 para 4/1000 e 1,39 para 5/1000.

No segundo estudo, definiu-se a estrutura sem imperfeição inicial, variando os critérios de refinamento. No primeiro critério utilizou-se a divisão dos segmentos em

12 partes iguais (Figura 5.14), já o segundo definiu cada elemento refinado no tamanho de 1,5 metros (Figura 5.15). Por fim, o terceiro critério estabeleceu a proporção 3:6:12 pelo princípio do cálculo da esbeltez do segmento (Figura 5.12).

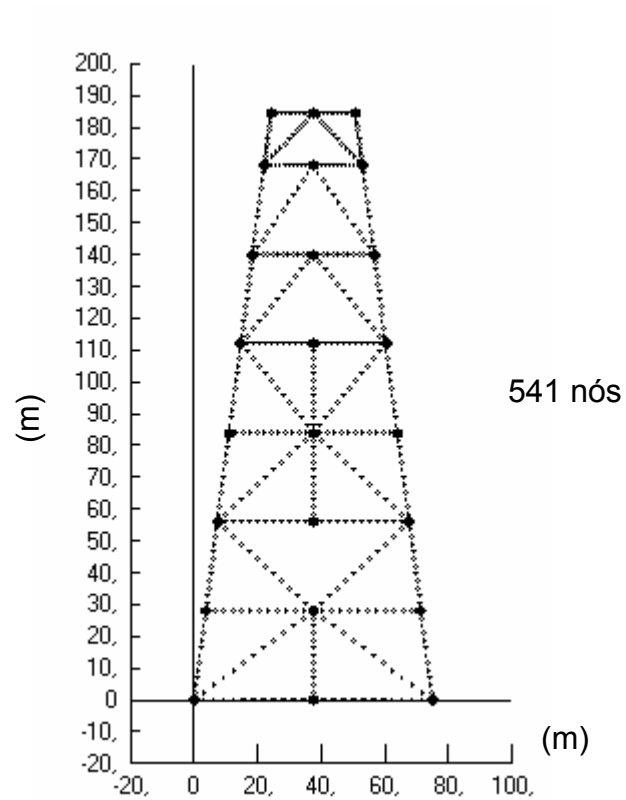
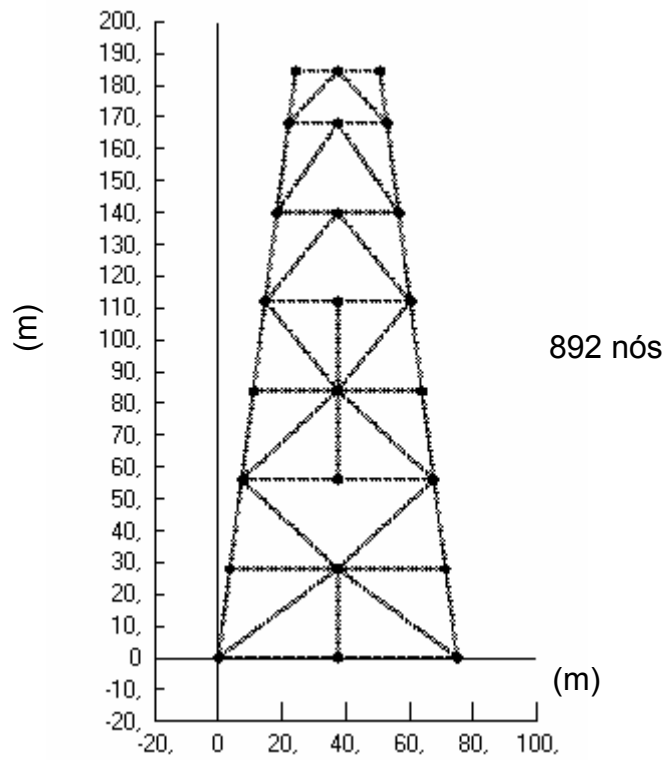
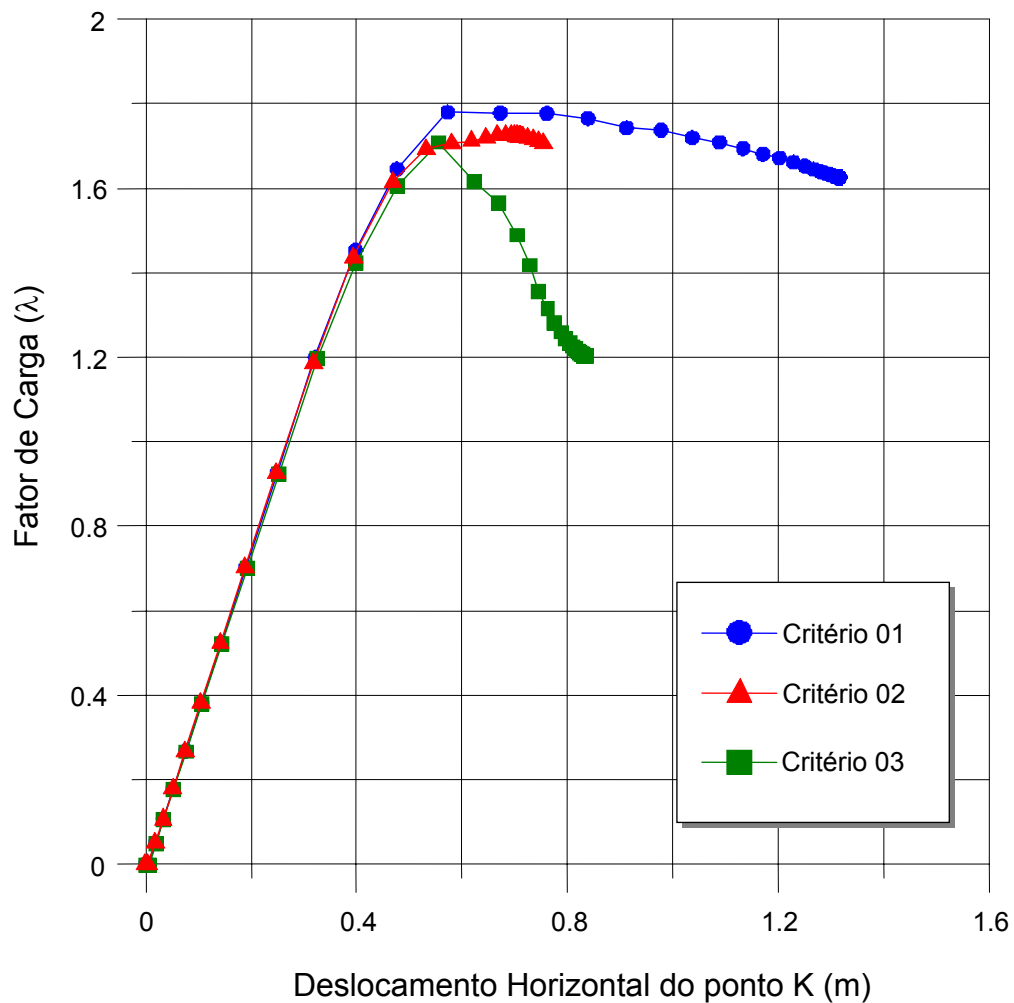


Figura 5.14 – Divisão do Segmento em 12 Partes Iguais



**Figura 5.15 – Cada Elemento Refinado no Valor de 1,5 metros**

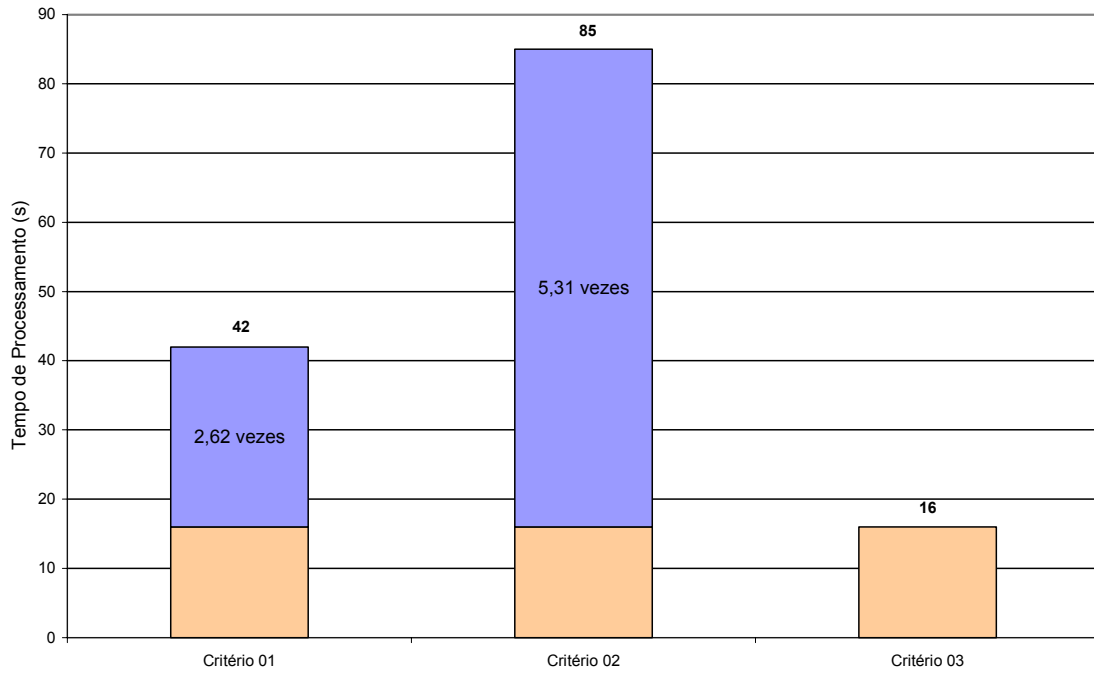
Os resultados desta análise podem ser observados no gráfico a seguir:



**Figura 5.16 – Comportamento da Estrutura com variação do Critério de Refinamento**

Constata-se pelos resultados obtidos que não ocorreram grandes variações nos casos analisados. A carga última de colapso variou entre os fatores 1,78 para o critério de refinamento 01, 1,73 para o critério de refinamento 02 e 1,71 para o critério de refinamento 03. Por outro lado, o tempo de processamento necessário para cada caso diferenciou significativamente. Através do gráfico da Figura 5.17, verifica-se esta variação em segundos.





**Figura 5.17 – Variação do Tempo de Processamento em Segundos**

Comparativamente, o tempo de processamento do critério de refinamento 01 (segmentos em 12 partes iguais) ficou 2,62 vezes maior que o critério de refinamento 03 (esbeltez na proporção 3:6:12). Já o critério de refinamento 02 (elementos no tamanho de 1,5 metros) gastou 5,31 vezes mais tempo de processamento que o critério de refinamento 03. Conclui-se que um bom refinamento de uma estrutura reflete consideravelmente no tempo gasto pela análise não influenciando em seus resultados.

## 5.5. CASO 04 : Jaqueta 3D

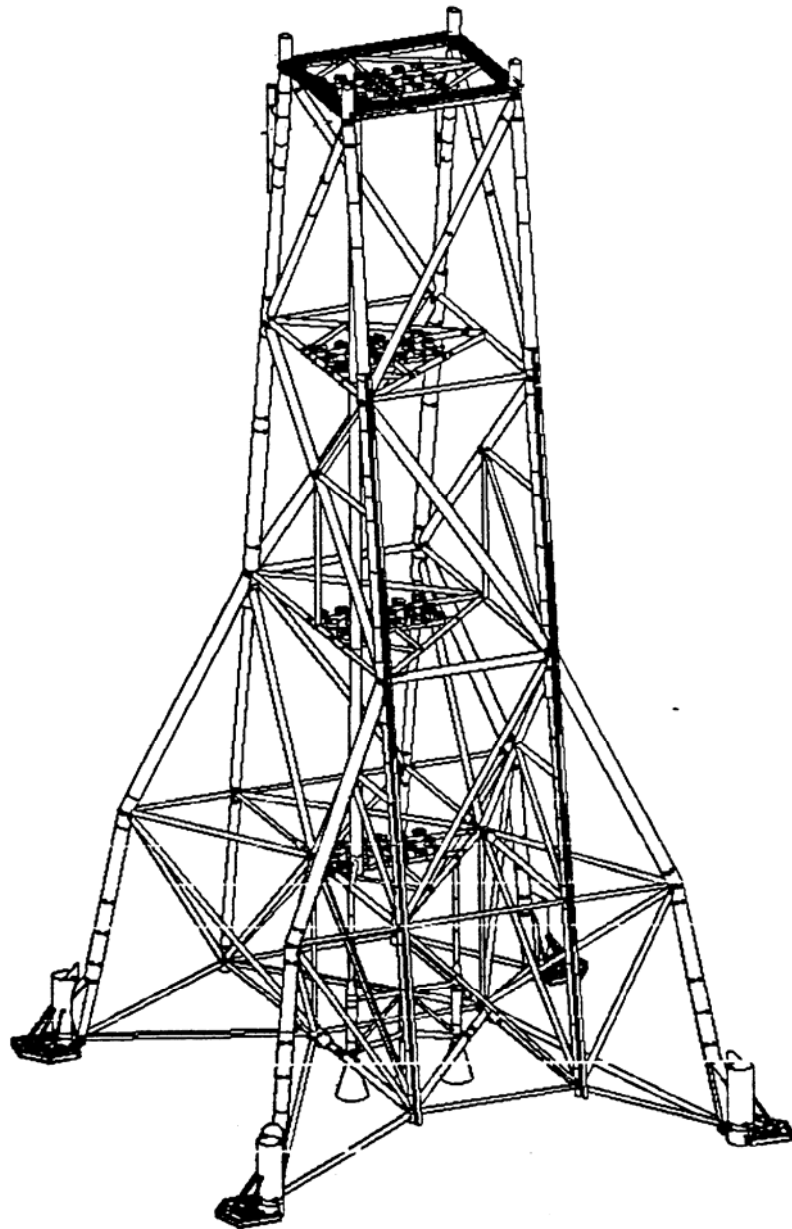
A plataforma fixa *offshore* hipotética do tipo jaqueta analisada neste caso foi apresentada por Freitas [9] em 1999 e Rodrigues [18] em 2000. Sua concepção levou como base as características da plataforma Carapeba 03 (Figura 5.18), atualmente operacional na Bacia de Campos. Este exemplo demonstrou a capacidade do programa SITUA-PROSIM em analisar uma estrutura com dimensões próximas das utilizadas na prática.

Este modelo encontra-se em lâmina d'água de 86,7m, possui uma altura de 98,3m, na direção *z*, e dimensões transversais do topo de 16,0m, na direção *x*, e 13,7m, na direção *y*. Na base, suas dimensões transversais são 44,5m, na direção *x*, e 44,6m na direção *y*. Possui 5 mesas, 4 pernas, duas faces verticais e 2 faces inclinadas (Figura 5.19).

As cargas atuantes na jaqueta são: peso próprio, cargas de convés (com resultante total de cargas verticais no valor de 1.820 toneladas) e cargas ambientais de onda, corrente e vento (37,2 m/s), aplicadas na direção *y*, com onda e correnteza centenárias. Na presente análise, a base da jaqueta foi simplesmente apoiada nos quatro cantos da mesma.

Demais informações de modelagem e características geométricas utilizadas na análise desta estrutura podem ser encontradas no Apêndice A.

Em todos os estudos apresentados, levou-se em consideração o ponto K (Figura 5.20) como nó de monitoramento do deslocamento horizontal da estrutura.



**Figura 5.18 – Jaqueta 3D**

Os dados que definem as propriedades físicas da estrutura encontram-se a seguir:

$$\mathbf{E} = 210.000.000,0 \text{ kN/m}^2$$

$$\mathbf{f}_y = 340.000,00 \text{ kN/m}^2$$

$$\mathbf{POISS} = 0,3$$

$$P \text{ Espec} = 77,00 \text{ kN/m}^3$$

$$CM = 2,0$$

$$CD = 1,2$$

$$CDL = 0,0$$

$$CA = 1,0$$

Abaixo estão os dados ambientais de correnteza e onda considerados neste estudo:

<b>Dados de Correnteza</b>				
Profundidade (m)	Velocidade (m/s)	Azimute (direção)	Azimute (grau)	Direção de Ataque (grau)
0,0	2,06	N	0	90
20,0	1,9	N	0	90
80,0	1,7	N	0	90
86,7	1,5	N	0	90

<b>Dados de Onda</b>					
Altura (m)	Período (s)	Azimute (direção)	Azimute (grau)	Direção de Ataque (grau)	Fase (grau)
14,53	14,99	S	180	90	0

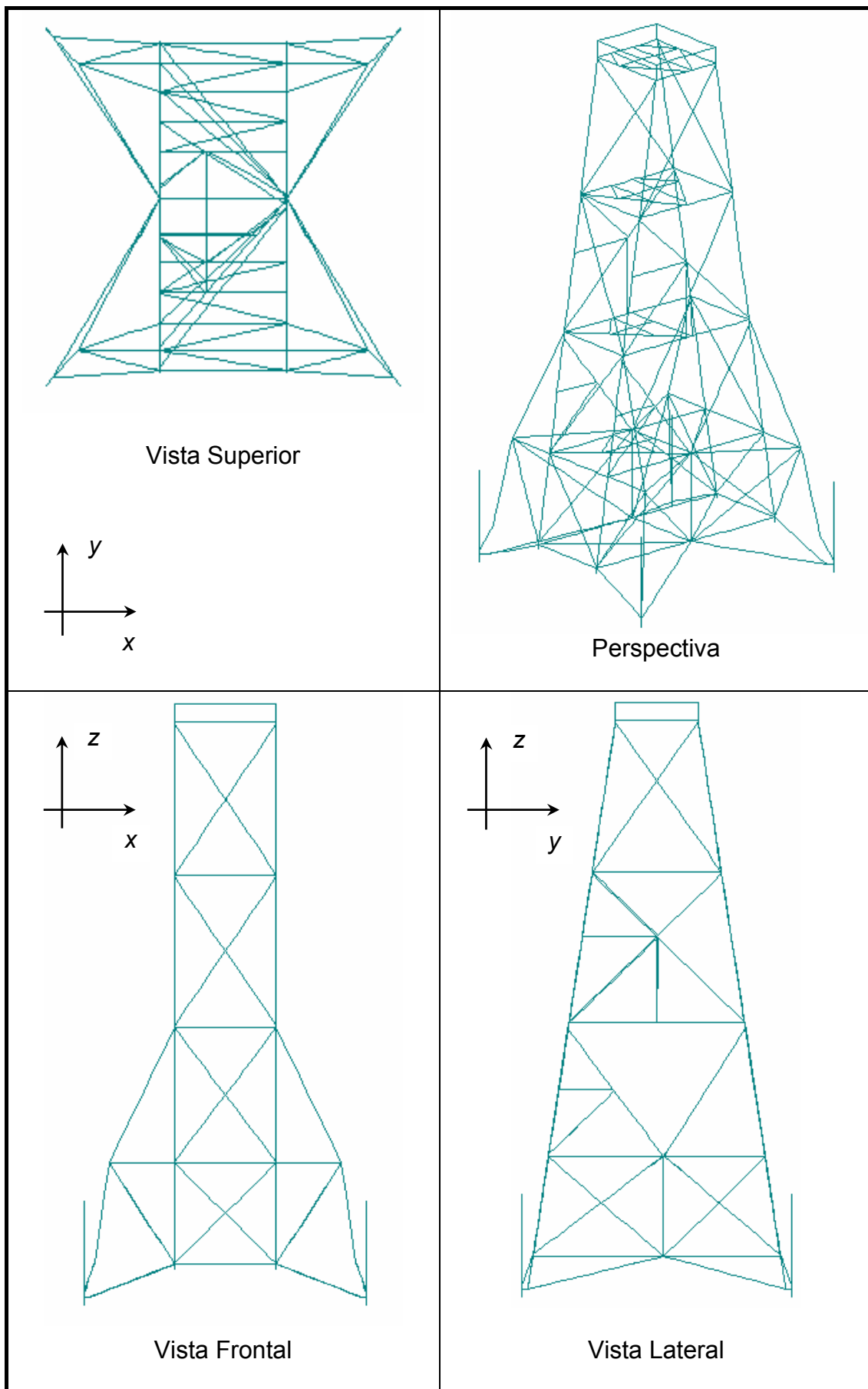
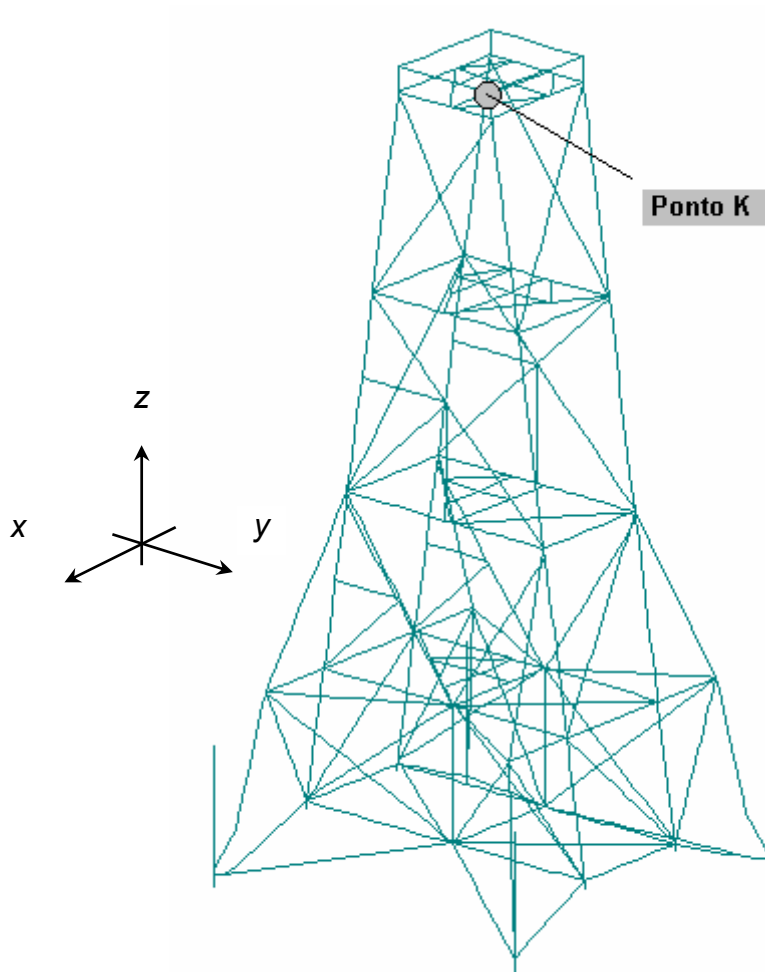
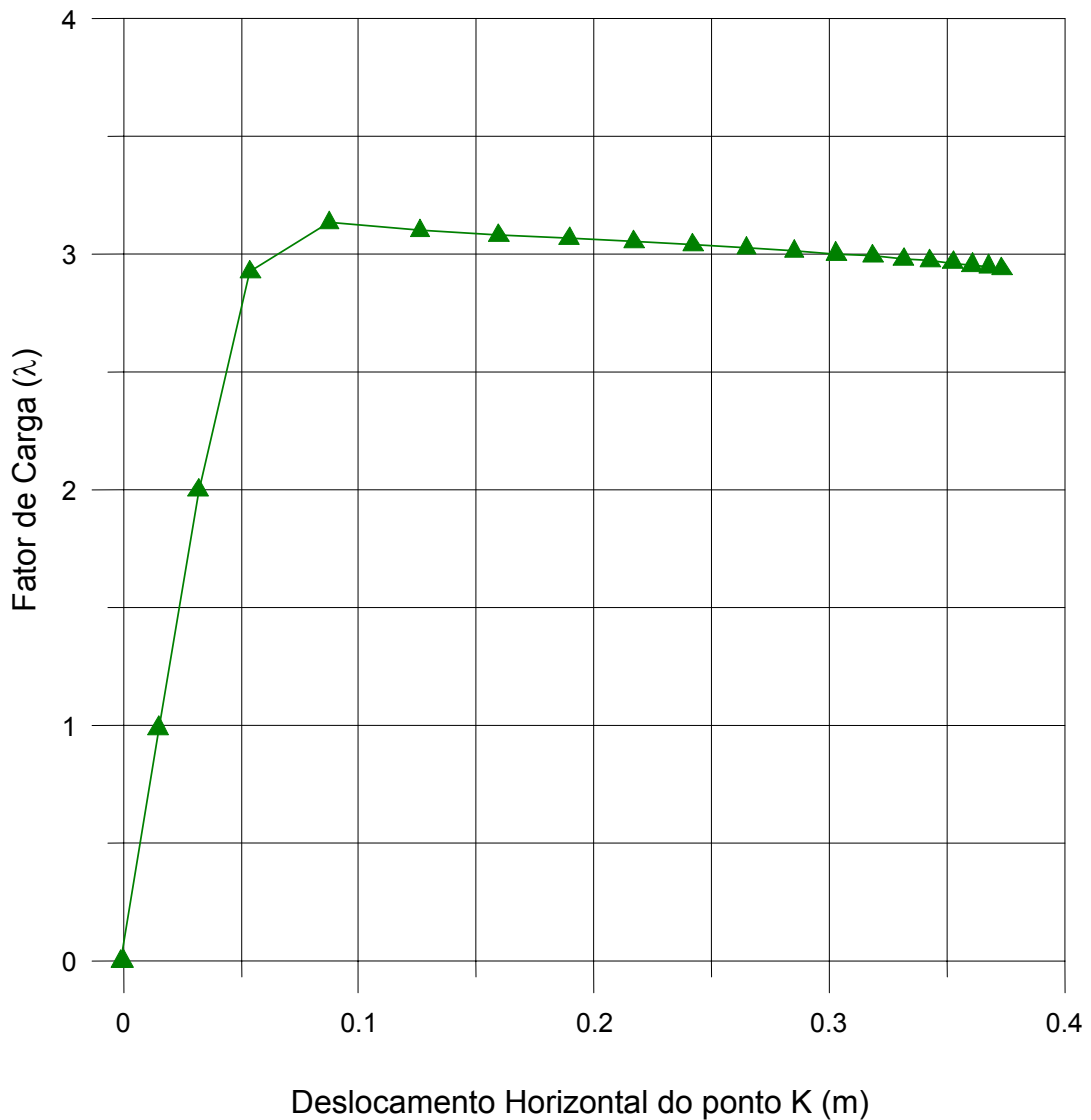


Figura 5.19 – Vistas da Jaqueta 3D



**Figura 5.20 – Ponto K: monitoramento do deslocamento horizontal na direção v**

No primeiro estudo, o objetivo foi verificar a capacidade e eficiência da ferramenta e suas implementações na determinação da carga última de colapso, com grau de precisão aceitável. Para este fim, refinou-se a malha pelo critério de esbeltez na proporção 2:4:8, sem introdução de imperfeição inicial. O gráfico da Figura 5.21 apresenta os resultados.



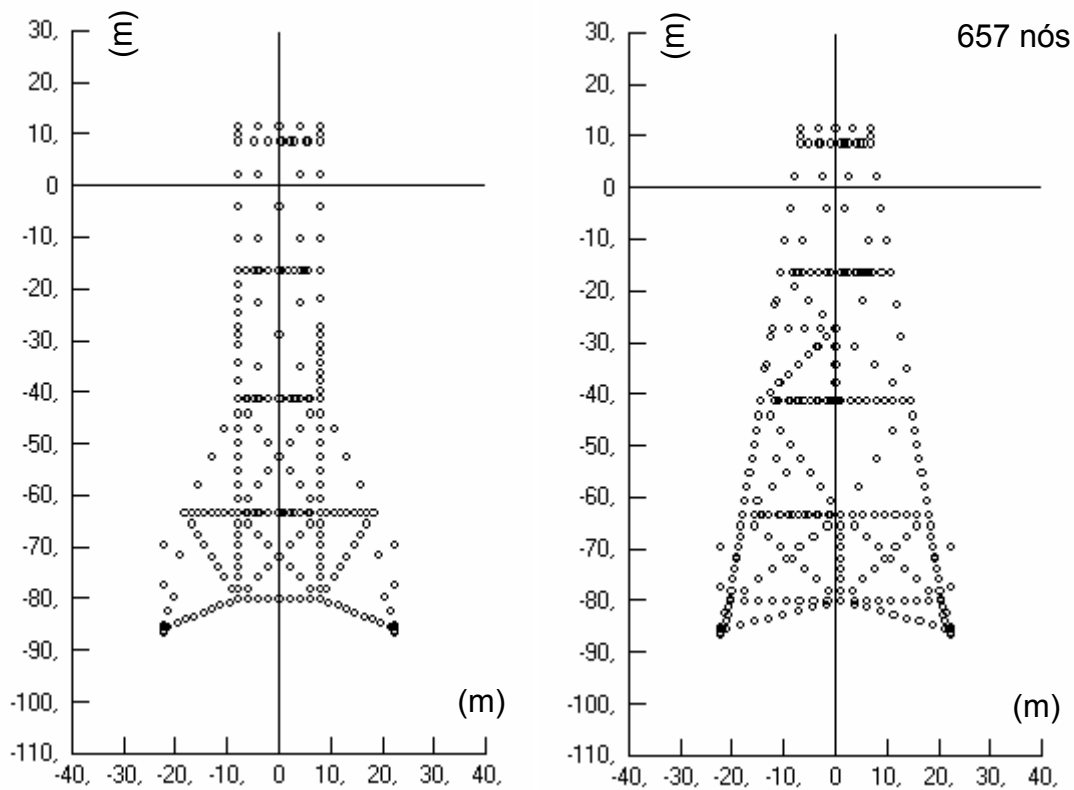
**Figura 5.21 - Trajetória de Equilíbrio do ponto K, na direção v**

Apesar de, por ausência de informação na definição dos carregamentos sofridos pela estrutura, não ter sido possível uma comparação com demais autores, pode-se concluir que a resposta obtida na presente análise foi aceitável e eficiente, determinando em poucos incrementos e com boa precisão, o ponto limite de carga, chegando ao fator 3,13 no passo 05.

Serão apresentadas, a seguir, as análises paramétricas de verificação da influência da amplitude das imperfeições iniciais, assim como grau de refinamento da malha no colapso do modelo. No primeiro estudo foi considerada uma única malha para

avaliação de três níveis de imperfeição e no segundo, estrutura sem imperfeição para três critérios de refinamento.

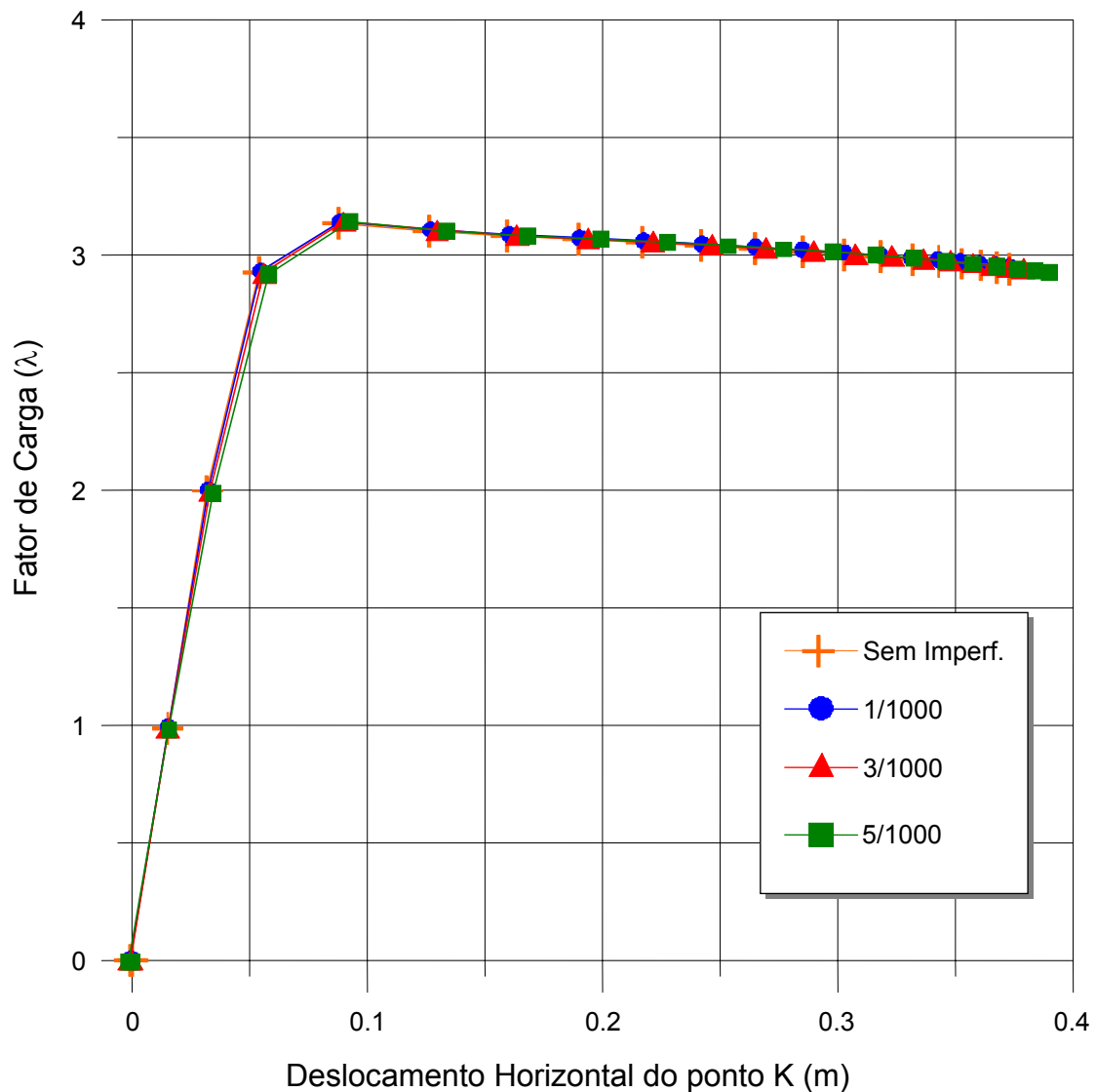
Para o estudo da influência da amplitude da imperfeição inicial, refinou-se a malha utilizando o critério de esbeltez na proporção 2:4:8, ou seja, segmentos não esbeltos dividido em 2 partes, esbeltos em 4 e muito esbeltos em 8. Pode-se verificar o resultado através da Figura 5.22.



**Figura 5.22 - Resultado do Refinamento pelo Critério de Esbeltez**

O estudo avaliou 3 níveis de imperfeição inicial além da estrutura sem imperfeição. Os resultados podem ser comparados no gráfico da Figura 5.23.



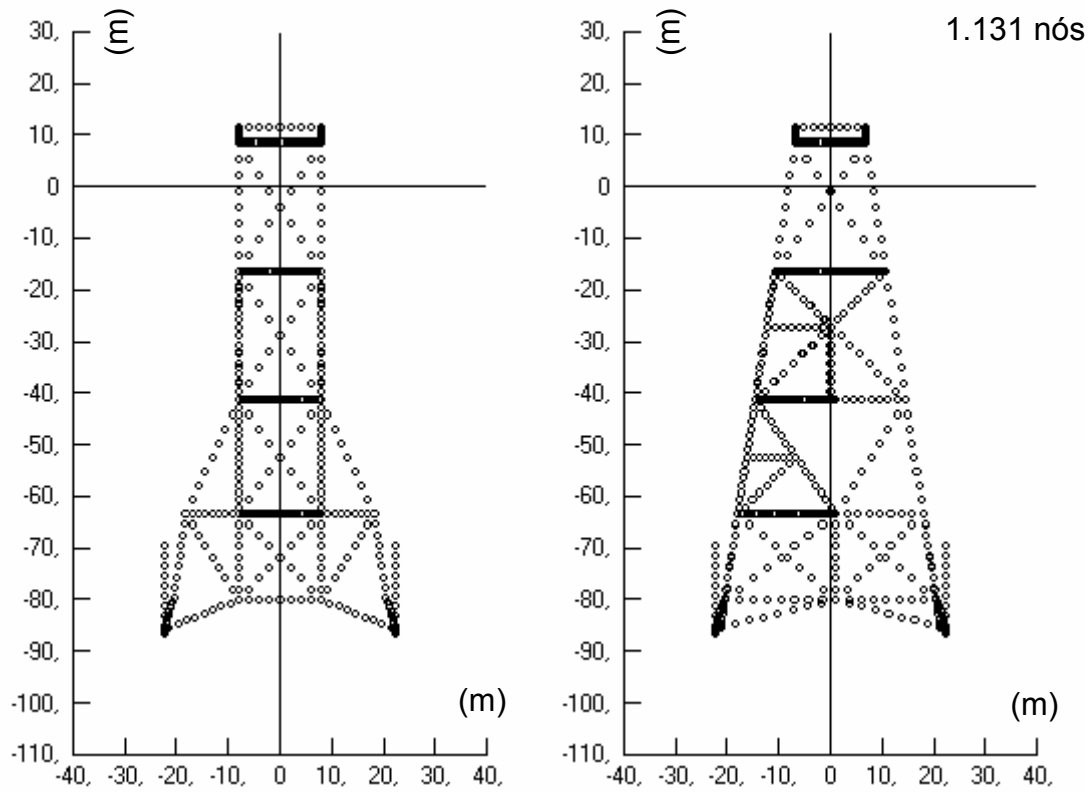


**Figura 5.23 - Comportamento da Estrutura com variação da Imperfeição Inicial**

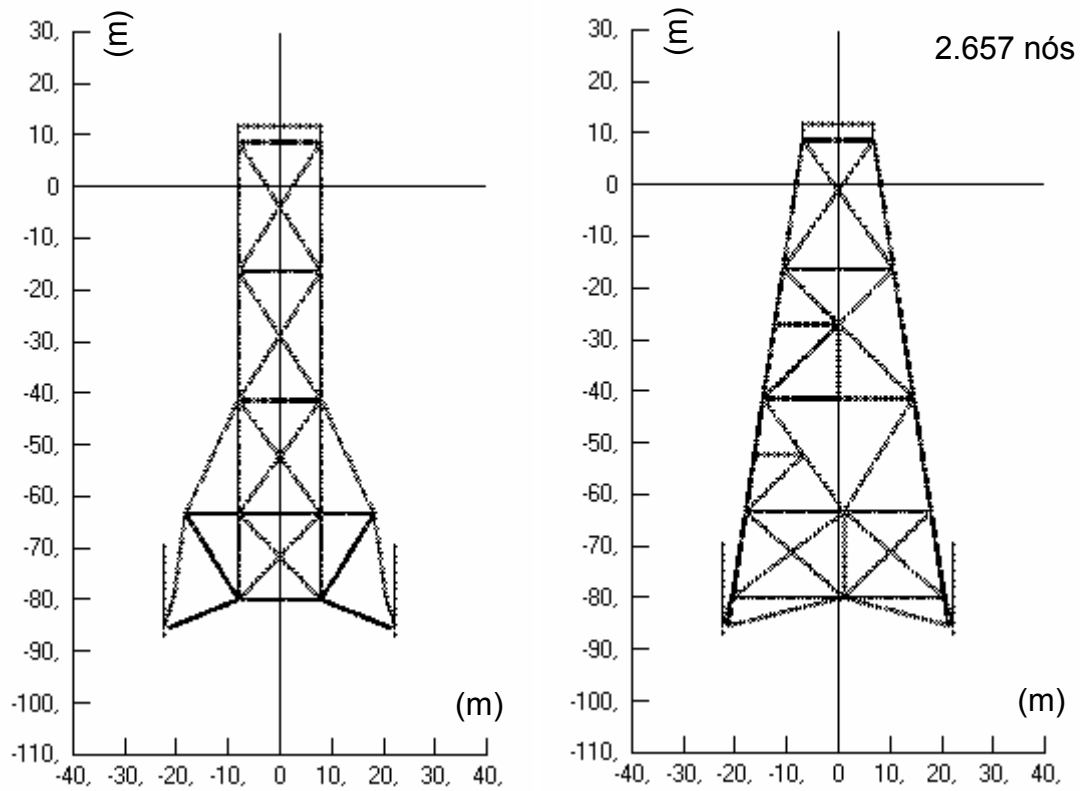
Neste exemplo, não foi observada variação no comportamento da estrutura. Todas as imperfeições analisadas chegaram ao fator de carga limite variando entre 3,13 e 3,14. Percebe-se que, comparando com os casos anteriores analisados, quanto maior a complexidade da estrutura, menor é a influência do nível da imperfeição inicial, principalmente em análises que levam em consideração carregamentos ambientais.

No segundo estudo, definiu-se a estrutura sem imperfeição inicial, variando os critérios de refinamento. O primeiro critério utilizou-se a divisão dos segmentos em 8 partes iguais (Figura 5.24), já o segundo definiu cada elemento refinado no tamanho de

1,0 metro (Figura 5.25). Por fim, o terceiro critério estabeleceu a proporção 2:4:8 pelo princípio do cálculo da esbeltez do segmento (Figura 5.22).

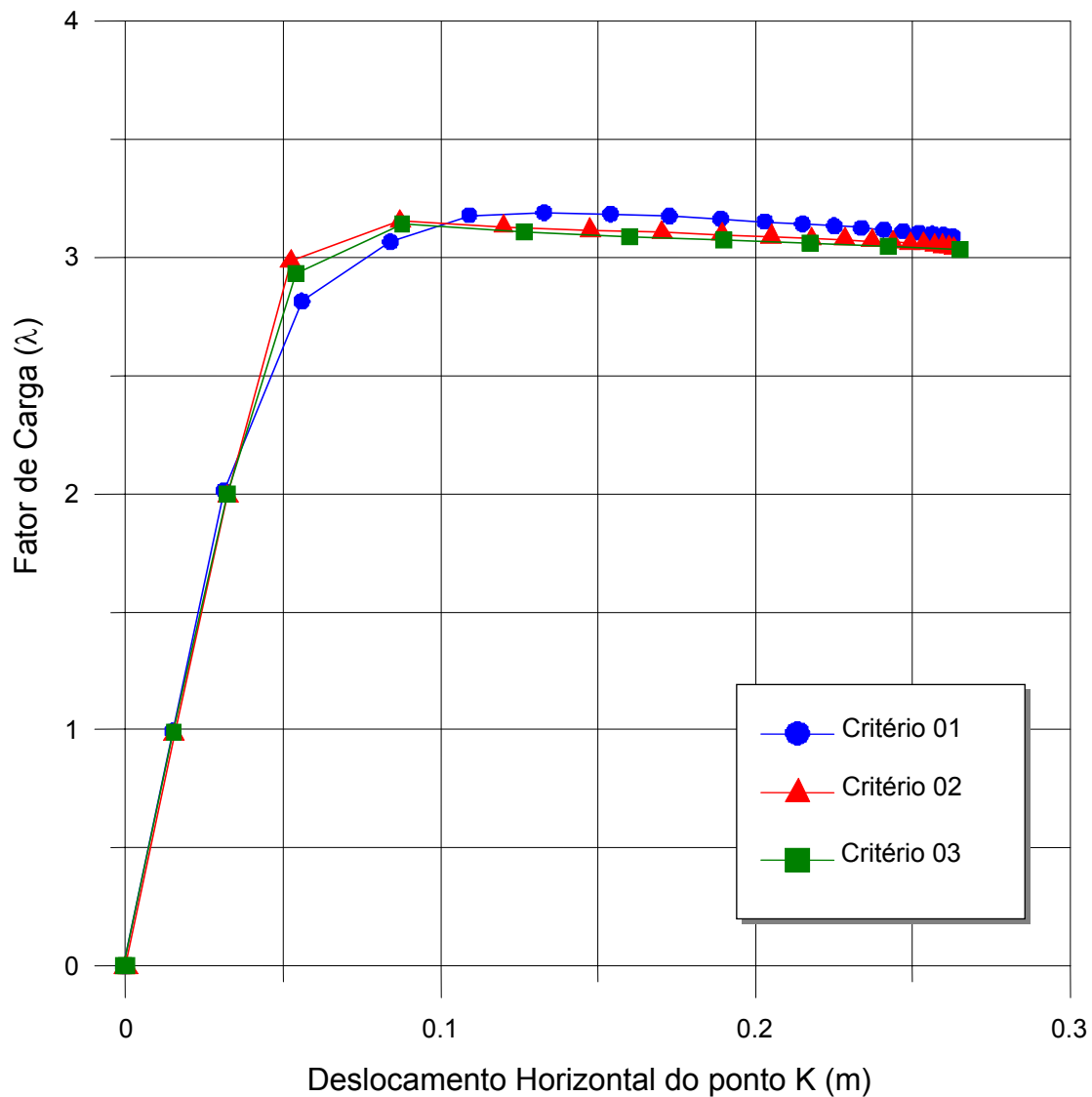


**Figura 5.24 - Divisão do Segmento em 8 Partes Iguais**



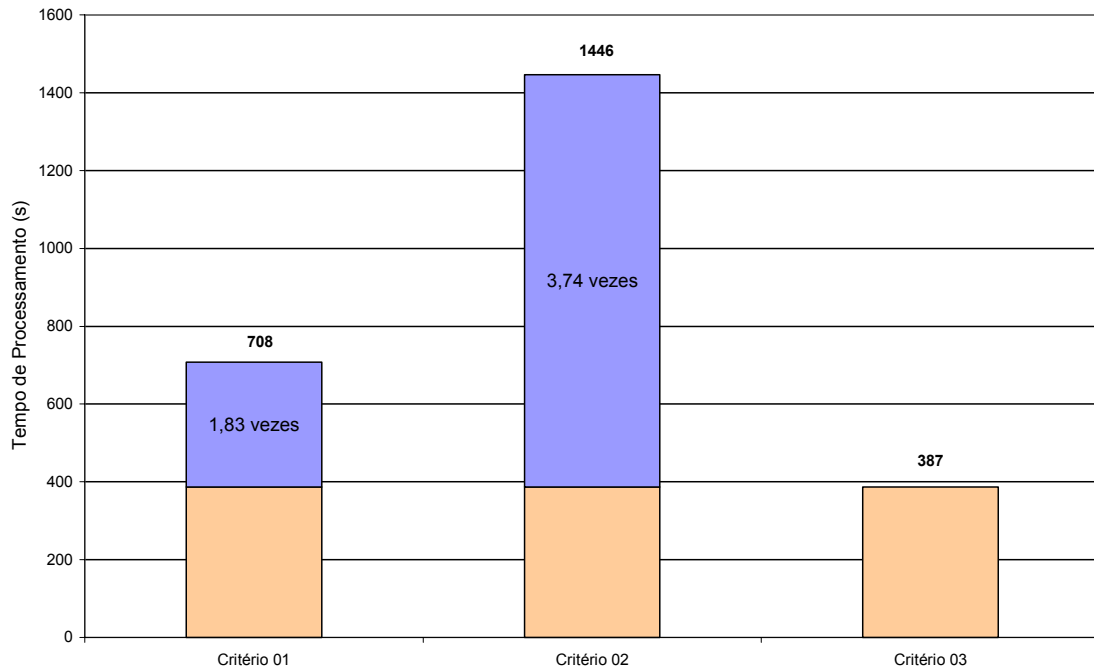
**Figura 5.25 - Cada Elemento Refinado no Valor de 1,0 metro**

Os resultados desta análise podem ser observados no gráfico a seguir:



**Figura 5.26 - Comportamento da Estrutura com variação do Critério de Refinamento**

Análogo ao exemplo do Caso 03 (Figura 5.16), constata-se pelos resultados obtidos que não ocorreram grandes variações nos estudos analisados. A carga última de colapso variou entre os fatores 3,19 para o critério de refinamento 01, 3,16 para o critério de refinamento 02 e 3,13 para o critério de refinamento 03. Por outro lado, o tempo de processamento necessário para cada critério diferenciou significativamente. Através do gráfico da Figura 5.27, verifica-se esta variação em segundos.



**Figura 5.27 - Variação do Tempo de Processamento em Segundos**

Comparativamente, o tempo de processamento do critério de refinamento 01 (segmentos em 8 partes iguais) ficou 1,83 vezes maior que o critério de refinamento 03 (esbeltez na proporção 2:4:8). Já o critério de refinamento 02 (elementos no tamanho de 1,0 metro) gastou 3,74 vezes mais tempo de processamento que o critério de refinamento 03. Afirma-se que um bom refinamento de uma estrutura reflete consideravelmente no tempo gasto pela análise não influenciando em seus resultados.

## CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES

---

### 6.1. Conclusões

As conclusões retiradas deste trabalho, levando em consideração os resultados obtidos através dos casos analisados, são descritas a seguir:

- O correto refinamento de uma malha proporciona uma melhor discretização da estrutura, evitando problemas numéricos e garantindo a adequada configuração da curva de imperfeição inicial;
- Deve-se ter atenção para o nível de refinamento estabelecido. Malhas muito refinadas aumentam o tempo de análise, sem benefício nos resultados;
- O nível de refinamento para malhas com imperfeições iniciais influencia diretamente nos resultados de carga última, causando ligeiro decréscimo para as malhas mais refinadas;
- O valor da imperfeição inicial afeta os resultados de carga última tornando-os mais baixos com o aumento da magnitude da imperfeição;
- A utilização da técnica do comprimento do arco constante permitiu a obtenção de trajetórias de equilíbrio, passando por pontos limites de carga;
- Os resultados comparativos obtidos através dos casos analisados puderam afirmar que a consideração de imperfeições iniciais pela configuração do arco de círculo é um método bastante satisfatório, causando poucas variações em relação ao método utilizado por Freitas [9] e Rodrigues [18];
- Pôde-se confirmar a eficiência da utilização do critério de esbeltez com processo de refinamento automático. Através das análises, observou-se um ganho considerável no tempo de processamento sem perda na qualidade dos resultados. Vale ressaltar que a proporção 1:2:4, como multiplicador básico, mostrou-se satisfatória;

- No estudo ocorrido na malha da plataforma *offshore* fixa, verificou-se a falta de influência no uso da introdução de imperfeições iniciais, levando a resultados não conclusivos em relação à eficácia deste método para estruturas de grande porte com a utilização de cargas ambientais.

## **6.2. Considerações Gerais**

Com base nos resultados apresentados no capítulo anterior, conclui-se que o sistema computacional de análise não-linear SITUA-PROSIM, apresentou um comportamento consistente, em termos numéricos, nos casos analisados, mostrando eficiência e confiabilidade no estudo de estruturas reticuladas espaciais. Pode-se afirmar ainda que os objetivos que motivaram esta linha de pesquisa foram plenamente atingidos.

Neste trabalho realizaram-se estudos paramétricos com estruturas reticuladas, tendo por objetivo desenvolver ferramenta de pré-processamento e geração automática de modelos de elementos finitos, utilizando o sistema computacional SITUA-PROSIM. Através das análises realizadas e verificações ocorridas no comportamento estrutural das malhas, foi possível obter conhecimento suficiente para garantir a melhoria da ferramenta SITUA-PROSIM, trazendo benefícios para seus futuros usuários.



### 6.3. Sugestões para Trabalhos Futuros

Vários aspectos da análise não-linear de estruturas reticuladas foram tratadas neste trabalho e a eficiência das implementações avaliadas. Verificou-se que nem sempre a utilização de todas as técnicas é a melhor opção para garantir uma melhor análise numérica. Para a superação das dificuldades é conveniente que possa existir flexibilidade na forma de atacar o problema.

Dando continuidade a linha de pesquisa deste trabalho, algumas sugestões para trabalhos futuros podem ser levantadas:

- Com objetivo de aumentar a precisão da modelagem das malhas reticuladas, principalmente na reavaliação de antigas plataformas, é de fundamental importância o aprofundamento nos estudos de estratégias computacionais para análise de confiabilidade de estruturas *offshore*;

- O desenvolvimento de uma formulação para a consideração do endurecimento do material nos modelos de elementos finitos de pórtico pode ser futuramente abordada e implementada no programa SITUA-PROSIM;

- A pesquisa aqui desenvolvida limitou-se à análise não-linear estática de estruturas reticuladas. A introdução da análise dinâmica em estudos posteriores pode vir a ser considerada;

- A implementação de elementos de juntas na formulação não-linear e a consideração do efeito de flambagem nas análises das estruturas também podem ser concebidas;

- Por fim, melhorias no processo de modelação de estruturas reticuladas no programa SITUA-PROSIM, como por exemplo, a possibilidade de variar a área transversal ao longo do segmento, tornarão a ferramenta mais eficiente, garantindo melhor aceitação de seus recursos pelo usuário final.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

- [1] JACOB, B.P, *Programa PROSIM: Simulação Numérica do Comportamento de Unidades Flutuantes Ancoradas*, Manual de Entrada de Dados, Versão 3.0, COPPE/UFRJ, Programa de Engenharia Civil, Rio de Janeiro, 2006.
- [2] SOREIDE, T.H., AMDAHL, J., GRANLI, T., et al., *Collapse Analysis of Framed Offshore Structures*, Proceedings of the 18th Annual Offshore Technology Conference, pp. 95-102, Houston, USA, 1986.
- [3] STEWART, G., EFTHYMIU, M. and VUGTS, J.H., *Ultimate strength and Integrity Assessment of Fixed Offshore Platforms*, International Conference on the Behaviour of Offshore Structures (BOSS), Trondheim, Norway, p.1205-1221, 1988.
- [4] MOAN, T., AMDAHL, J. GRANLI, T. and HELLAN,O., *Colapse Behaviour of Offshore Structural Systems*, Advances in Marine Structures-2, Edited by C.S. Smith and R.S. Dow, Admiralty Research Establishment, Dunfermline, Scotland, UK p.496-493, 1990.
- [5] UEDA, Y., RASHED, S. M. H. & NAKASHO, K., *New Efficient and Accurate Method of Nonlinear Analysis of Offshore Tubular Frames (The Idealized Structural Unit Method)*, Journal of Energy Resources Technology, Transactions of the ASME, v. 107, n. 2 (Jun), pp. 204-211, 1991.
- [6] HELLAN, MOAN, T. & DRANGE, S. O., “*Use of Nonlinear Pushover Analysis in Ultimate Limit State Design and Integrity Assessment of Jacket Structures*”, Proceedings of the 7th International Conference on the Behaviour of Offshore Structures (BOSS), Editor Chryssostomidis, v. 3, pp. 323-345, Pergamon, Massachusetts, 1994.
- [7] BENJAMIN, A.C, JACOB B.P. & EBECKEN N.F.F., *CALEB: A computer program for collapse analysis of offshore platforms and general framed structures*, Offshore Engineering, p.303-313, Edited by Carneiro, F.L.L.B.; Ferrante, A.J.; Batista, R.C. and Ebecken N.F.F., Computational Mechanics Publications, Sep.1997.

- [8] WAEGTER, J., VISSING-JORGENSEN, C., THESBJERG, et al., *Pushover Analysis of Framed offshore Structures*, on Proceedings of the Offshore Mechanics and Arctic Engineering Conference (17th International Conference - OMAE), p.1-6, 1998.
- [9] FREITAS, S.M.S., *Comportamento de Colapso de Plataformas Offshore*, Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1999.
- [10] N-2267, *Seleção de Áreas Críticas para Inspeção de Plataformas Fixas de Aço*, Revisão B, CONTEC, Petrobras, 2005.
- [11] ZIENKIEWICZ, O. C., *The Finite Element Method*, 3 ed. New York, McGraw-Hill, 1977.
- [12] BATHE, K. J., *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, New Jersey, 1996.
- [13] HUGHES, Thomas J. R., *The Finite Element Method*, New Jersey, Prentice-Hall, 1987.
- [14] BELLINI, P. X. & CHULYA, A., *An Improved Automatic Incremental Algorithm for the Efficient Solution of Nonlinear Finite Element Equations*, Computers & Structures, v. 26, n. 1/2, pp. 99-110, 1987.
- [15] YANG, Y. B. & SHIEH, M. S., *Solution Method for Nonlinear Problems with Multiple Critical Points*, AIAA Journal, v. 28, n. 12 (Dec), pp. 2110-2116, 1990.
- [16] BENJAMIN, A. C. & EBECKEN, N. F. F., *Formulação de um Elemento Finito de Pórtico Elasto-Plástico a partir da Teoria Plástica de Vigas*, Revista Brasileira de Engenharia, Caderno de Engenharia Estrutural, v. 3, No 2, pp. 29-57, 1985.
- [17] BENJAMIN, A. C. & EBECKEN, N. F. F., *Formulação de um Elemento Finito de Pórtico Elasto-Plástico Não-Linear com Matriz de Rigidez Determinada Explicitamente*, Revista Brasileira de Engenharia, Caderno de Engenharia Estrutural, v. 4, No 2, pp. 45-73, 1986.

- [18] RODRIGUES, P.F.N., *Ferramentas Numéricas para a Análise Não-Linear Física e Geométrica de Estruturas Reticuladas na Exploração de Petróleo Offshore*, Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2000.
- [19] BATOZ, J. L. & DHATT, G., *Incremental Displacement Algorithms for Nonlinear Problems*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 14, pp. 1262-1267, 1979.
- [20] BATHE, K. J. & DVORKIN, E. N., *On the Automatic Solution of Nonlinear Finite Element Equations*, Computers & Structures, v. 17, n. 5-6, pp. 871-879, 1983.
- [21] WEMPNER, G. A., *Finite Elements, Finite Rotations and Small Strains of Flexible Shells*, International Journal of Solids and Structures, v. 5, pp. 117- 53, 1969.
- [22] RIKS, E., *The Application of Newton's Method to the Problem of Elastic Stability*, Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME, v. 39, pp. 1060-1066, 1972.
- [23] CRISFIELD, M.A., *Non-Linear Finite Element Analysis of Solids and Structures*, Vol. 1: Essentials, Chicester, John Wiley & Sons, Inc, 1991.
- [24] RAMM, E., *Strategies for tracing the Non-linear Response Near Limit Points*, *Non-linear Finite Element Analysis in Structural Mechanics*, Wunderlich, W., Stein, E. and Bathe, K. -J. (eds), New York, Springer-Verlag, pp. 63-89, 1981.
- [25] LAM, W. F. & MORLEY, C. T., *Arc-Length for Passing Limit Points in Structural Calculation*, Journal of Structural Engineering, ASCE, v. 118, n. 1 (Jan), pp. 169-185, January, 1992.
- [26] FENG, Y. T., PERIC, D. & OWEN, D. R. J., *A New Criterion for Determination of Initial Loading Parameter in Arc-Length Methods*, Computers & Structures, v. 58, n. 3, pp. 479-485, 1996.
- [27] JOAQUIM, M.C., *Procedimentos e Estratégias para Solução de Problemas Estáticos com Não-Linearidade Geométrica*, Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2000.

- [28] COOK, R. D., MALKUS, D. S. & PLESHA, M. E., *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, 3 ed. New York, John Wiley & Sons, Inc, 1989.
- [29] JUSTINO FILHO, M. R., *Análise do Colapso de Estrutura Offshore no Supercomputador Hipercubo Intel iPSC/860*, Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1993.
- [30] CHEN, W. F. & HAN, D. J., *Tubular Members in Offshore Structures*, Pitman Publishing, Inc, 1985.

## APÊNDICE A - DADOS ADICIONAIS DA JAQUETA 3D

---

### A.1 - Coordenadas dos Vértices da Malha

Ref.	x	y	z
PT01	8,0000	6,8580	11,6000
PT02	8,0000	-6,8580	11,6000
PT03	-8,0000	-6,8580	11,6000
PT04	-8,0000	6,8580	11,6000
PT05	8,0000	6,8580	8,6000
PT06	8,0000	-6,8580	8,6000
PT07	-8,0000	-6,8580	8,6000
PT08	-8,0000	6,8580	8,6000
PT09	8,0000	1,1430	8,6000
PT10	-2,0530	-6,8580	8,6000
PT11	-2,0530	6,8580	8,6000
PT12	-8,0000	-3,4290	8,6000
PT13	-8,0000	1,1430	8,6000
PT14	-8,0000	2,6760	8,6000
PT15	-2,0530	1,1430	8,6000
PT16	-2,0530	-3,4290	8,6000
PT17	2,2554	-3,4290	8,6000
PT18	8,0000	10,7100	-16,4000
PT19	8,0000	-10,7100	-16,4000
PT20	-8,0000	-10,7100	-16,4000
PT21	-8,0000	10,7100	-16,4000
PT22	8,0000	1,1430	-16,4000
PT23	-8,0000	-3,4010	-16,4000
PT24	-8,0000	1,1430	-16,4000
PT25	-8,0000	2,3409	-16,4000
PT26	-2,0306	7,1407	-16,4000
PT27	-2,0434	1,1430	-16,4000
PT28	-2,0530	-3,4010	-16,4000
PT29	1,8662	-3,4010	-16,4000
PT30	-2,0592	-6,3090	-16,4000
PT31	8,0000	14,5600	-41,4000
PT32	-8,0000	14,5600	-41,4000
PT33	8,0000	-12,3593	-27,1100
PT34	-8,0000	-12,3593	-27,1100
PT35	8,0000	-14,5600	-41,4000
PT36	-8,0000	-14,5600	-41,4000
PT37	-8,0000	0,0000	-27,1100
PT38	8,0000	0,2218	-27,1100
PT39	8,0000	1,1430	-41,4000
PT40	8,0000	0,0662	-41,4000
PT41	-8,0000	1,1430	-41,4000
PT42	-8,0000	0,0000	-41,4000
PT43	-8,0000	-3,4290	-41,4000
PT44	-2,0530	1,1430	-41,4000
PT45	-2,0530	-3,4290	-41,4000
PT46	-2,0530	-8,7234	-41,4000
PT47	3,3415	-3,4290	-41,4000
PT48	8,0000	17,9500	-63,4000
PT49	-8,0000	17,9500	-63,4000
PT50	18,2300	17,9500	-63,4000

Ref.	x	y	z
PT51	-18,2300	17,9500	-63,4000
PT52	8,0000	1,1430	-63,4000
PT53	-8,0000	1,1430	-63,4000
PT54	-8,0000	-16,2507	-52,3720
PT55	-8,0000	-17,9500	-63,4000
PT56	8,0000	-16,2513	-52,3763
PT57	8,0000	-17,9500	-63,4000
PT58	-8,0000	-6,7285	-52,3720
PT59	8,0000	-6,7254	-52,3763
PT60	-18,2300	-17,9500	-63,4000
PT61	18,2300	-17,9500	-63,4000
PT62	-8,0000	-3,4290	-63,4000
PT63	-2,0530	-10,8534	-63,4000
PT64	-2,0530	-3,4290	-63,4000
PT65	-2,0530	1,1430	-63,4000
PT66	4,1686	-3,4290	-63,4000
PT67	8,0000	20,5100	-80,0000
PT68	-8,0000	20,5100	-80,0000
PT69	8,0000	1,1430	-80,0000
PT70	-8,0000	1,1430	-80,0000
PT71	-8,0000	-20,5100	-80,0000
PT72	8,0000	-20,5100	-80,0000
PT73	21,3600	21,3500	-85,4000
PT74	-21,3600	21,3500	-85,4000
PT75	-21,3600	-21,3500	-85,4000
PT76	21,3600	-21,3500	-85,4000
PT77	20,5500	20,4700	-79,6900
PT78	22,2475	22,3100	-84,8861
PT79	22,2500	22,3100	-85,4000
PT80	22,2500	22,3100	-69,7000
PT81	22,2500	22,3100	-86,7000
PT82	-20,5500	20,4700	-79,6900
PT83	-22,2475	22,3100	-84,8861
PT84	-22,2500	22,3100	-85,4000
PT85	-22,2500	22,3100	-69,7000
PT86	-22,2500	22,3100	-86,7000
PT87	-20,5500	-20,4700	-79,6900
PT88	-22,2475	-22,3100	-84,8861
PT89	-22,2500	-22,3100	-85,4000
PT90	-22,2500	-22,3100	-69,7000
PT91	-22,2500	-22,3100	-86,7000
PT92	20,5500	-20,4700	-79,6900
PT93	22,2475	-22,3100	-84,8861
PT94	22,2500	-22,3100	-85,4000
PT95	22,2500	-22,3100	-69,7000
PT96	22,2500	-22,3100	-86,7000

## A.2 - Dados dos Segmentos da Malha

Ref.	Vértice Inicial	Vértice Final	Tipo	Compr. (m)
01	PT01	PT02	1Q	13,7160
02	PT02	PT03	1Q	16,0000
03	PT03	PT04	1Q	13,7160
04	PT04	PT01	1Q	16,0000
05	PT01	PT05	3K	3,0000
06	PT02	PT06	3K	3,0000
07	PT03	PT07	3K	3,0000
08	PT04	PT08	3K	3,0000
09	PT05	PT09	1Q	5,7150
10	PT09	PT06	1Q	8,0010
11	PT06	PT10	1Q	10,0530
12	PT10	PT07	1P	5,9470
13	PT05	PT11	1O	10,0530
14	PT08	PT11	1O	5,9470
15	PT09	PT11	1I	11,5639
16	PT07	PT12	1R	3,4290
17	PT12	PT13	1R	4,5720
18	PT10	PT12	1G	6,8648
19	PT13	PT14	1U	1,5330
20	PT14	PT08	1P	4,1820
21	PT11	PT14	1G	7,2702
22	PT11	PT15	1G	5,7150
23	PT09	PT15	1Q	10,0530
24	PT13	PT15	1P	5,9470
25	PT15	PT16	1I	4,5720
26	PT10	PT16	1G	3,4290
27	PT12	PT16	1I	5,9470
28	PT09	PT17	1I	7,3419
29	PT10	PT17	1G	5,5064
30	PT16	PT17	1I	4,3084
31	PT05	PT18	3J	25,2950
32	PT06	PT19	3B	25,2950
33	PT07	PT20	3A	25,2950
34	PT08	PT21	3G	25,2950
35	PT05	PT19	2R	30,5554
36	PT06	PT20	2Y	29,9306
37	PT07	PT21	2T	30,5554
38	PT08	PT18	2X	29,9306
39	PT19	PT20	1K	16,0000
40	PT18	PT21	1L	16,0000
41	PT18	PT22	2B	9,5670
42	PT19	PT22	2D	11,8530
43	PT20	PT23	2I	7,3090
44	PT23	PT24	2J	4,5440
45	PT24	PT25	2K	1,1979
46	PT21	PT25	2G	8,3691
47	PT25	PT26	1G	7,6598
48	PT21	PT26	2B	6,9551
49	PT22	PT26	2B	11,6870
50	PT26	PT27	1P	5,9977
51	PT22	PT27	1Q	10,0434



Ref.	Vértice Inicial	Vértice Final	Tipo	Compr. (m)
52	PT24	PT27	1Q	5,9566
53	PT27	PT28	1S	4,5440
54	PT23	PT28	1Q	5,9470
55	PT28	PT29	1Q	3,9192
56	PT22	PT29	1W	7,6336
57	PT28	PT30	1P	2,9080
58	PT29	PT30	1W	4,8852
59	PT23	PT30	1G	6,6143
60	PT20	PT30	1W	7,3934
61	PT18	PT31	3I	25,2947
62	PT21	PT32	3F	25,2947
63	PT18	PT32	1A	29,9303
64	PT31	PT32	2M	16,0000
65	PT19	PT33	3G	10,8362
66	PT20	PT34	3H	10,8362
67	PT33	PT35	3G	14,4585
68	PT34	PT36	3I	14,4585
69	PT35	PT36	2F	16,0000
70	PT20	PT35	1A	29,9303
71	PT33	PT38	2B	12,5811
72	PT34	PT37	2B	12,3593
73	PT36	PT37	2Y	20,4009
74	PT21	PT37	2Y	15,1462
75	PT20	PT37	1G	15,1462
76	PT35	PT38	1K	20,5598
77	PT19	PT38	2X	15,3039
78	PT31	PT38	2X	20,2432
79	PT31	PT39	1Q	13,4170
80	PT39	PT40	1S	1,0768
81	PT35	PT40	1Q	14,6262
82	PT32	PT39	1Q	20,8810
83	PT38	PT40	1G	14,2908
84	PT32	PT41	1Q	13,4170
85	PT41	PT42	1R	1,1430
86	PT37	PT42	1G	14,2900
87	PT42	PT43	1Q	3,4290
88	PT36	PT43	1Q	11,1310
89	PT44	PT45	1K	4,5720
90	PT45	PT46	1K	5,2944
91	PT41	PT44	1M	5,9470
92	PT39	PT44	1K	10,0530
93	PT36	PT46	1Q	8,3326
94	PT43	PT46	1G	7,9623
95	PT43	PT45	1I	5,9470
96	PT45	PT47	1I	5,3945
97	PT46	PT47	1Q	7,5585
98	PT39	PT47	1Q	6,5272
99	PT31	PT48	2S	22,2597
100	PT32	PT49	2P	22,2597
101	PT32	PT48	2F	27,4134
102	PT48	PT49	1G	16,0000
103	PT48	PT50	1H	10,2300
104	PT31	PT50	3D	24,4979
105	PT49	PT51	1H	10,2300

Ref.	Vértice Inicial	Vértice Final	Tipo	Compr. (m)
106	PT32	PT51	3C	24,4979
107	PT50	PT52	1P	19,6756
108	PT48	PT52	1K	16,8070
109	PT51	PT53	1P	19,6756
110	PT49	PT53	1K	16,8070
111	PT49	PT52	1X	23,2051
112	PT32	PT53	2L	25,7685
113	PT31	PT52	2L	25,7685
114	PT36	PT54	3F	11,1015
115	PT54	PT55	2R	11,1582
116	PT35	PT56	3F	11,1058
117	PT56	PT57	2Q	11,1538
118	PT35	PT55	2G	27,4134
119	PT36	PT58	2M	13,4803
120	PT53	PT58	2M	13,5491
121	PT54	PT58	2E	9,5222
122	PT55	PT58	1Q	15,7334
123	PT35	PT59	2L	13,4856
124	PT52	PT59	2L	13,5438
125	PT56	PT59	2E	9,5259
126	PT57	PT59	1Q	15,7326
127	PT55	PT57	1G	16,0000
128	PT55	PT60	1H	10,2300
129	PT53	PT60	1P	21,6609
130	PT36	PT60	3E	24,4979
131	PT57	PT61	1H	10,2300
132	PT52	PT61	1P	21,6609
133	PT35	PT61	3E	24,4979
134	PT52	PT57	2C	19,0930
135	PT55	PT62	2C	14,5210
136	PT53	PT62	2E	4,5720
137	PT55	PT63	1Y	9,2590
138	PT62	PT63	1F	9,5125
139	PT63	PT64	1K	7,4244
140	PT62	PT64	1I	5,9470
141	PT64	PT65	1K	4,5720
142	PT53	PT65	1M	5,9470
143	PT52	PT65	1L	10,0530
144	PT64	PT66	1I	6,2216
145	PT63	PT66	1X	9,6866
146	PT52	PT66	1Y	5,9651
147	PT48	PT67	2P	16,7962
148	PT49	PT68	2T	16,7962
149	PT48	PT68	1L	23,1973
150	PT67	PT68	1H	16,0000
151	PT52	PT69	1G	16,6000
152	PT52	PT67	1X	25,5077
153	PT67	PT69	1K	19,3670
154	PT50	PT67	1X	19,6664
155	PT50	PT69	1P	25,7427
156	PT68	PT70	1L	19,3670
157	PT53	PT70	1G	16,6000
158	PT53	PT68	1Y	25,5077
159	PT51	PT68	1X	19,6664

<b>Ref.</b>	<b>Vértice Inicial</b>	<b>Vértice Final</b>	<b>Tipo</b>	<b>Compr. (m)</b>
160	PT51	PT70	1P	25,7427
161	PT55	PT71	2Q	16,7962
162	PT57	PT72	2P	16,7962
163	PT71	PT72	1H	16,0000
164	PT55	PT72	1M	23,1973
165	PT70	PT71	2F	21,6530
166	PT53	PT71	2A	27,2839
167	PT60	PT70	1X	27,2902
168	PT60	PT71	1X	19,6664
169	PT52	PT72	2A	27,2839
170	PT69	PT72	2J	21,6530
171	PT61	PT69	1X	27,2902
172	PT61	PT72	1X	19,6664
173	PT69	PT70	1G	16,0000
174	PT68	PT69	1Y	25,1213
175	PT69	PT71	2I	26,9231
176	PT67	PT73	1Q	14,4345
177	PT69	PT73	1Q	24,8188
178	PT68	PT74	1Q	14,4345
179	PT70	PT74	1Q	24,8188
180	PT70	PT75	2E	26,7130
181	PT71	PT75	1Q	14,4345
182	PT69	PT76	2C	26,7130
183	PT72	PT76	1Q	14,4345
184	PT50	PT77	3C	16,6462
185	PT77	PT78	3C	5,7677
186	PT78	PT79	3L	0,5139
187	PT73	PT79	1Q	1,3091
188	PT78	PT80	3L	15,1861
189	PT79	PT81	3L	1,3000
190	PT51	PT82	3C	16,6462
191	PT82	PT83	3C	5,7677
192	PT83	PT84	3L	0,5139
193	PT74	PT84	1Q	1,3091
194	PT83	PT85	3L	15,1861
195	PT84	PT86	3L	1,3000
196	PT60	PT87	3E	16,6462
197	PT87	PT88	3E	5,7677
198	PT88	PT89	3L	0,5139
199	PT75	PT89	1Q	1,3091
200	PT88	PT90	3L	15,1861
201	PT89	PT91	3L	1,3000
202	PT61	PT92	3D	16,6462
203	PT92	PT93	3D	5,7677
204	PT93	PT94	3L	0,5139
205	PT76	PT94	1Q	1,3091
206	PT93	PT95	3L	15,1861
207	PT94	PT96	3L	1,3000

### A.3. - Propriedades Geométricas dos Materiais

Tipo	Ø Externo (m)	Ø Interno (m)
1A	1,100	1,062
1B	0,114	0,100
1C	0,114	0,097
1D	0,219	0,187
1E	0,300	0,281
1F	0,350	0,334
1G	0,400	0,384
1H	0,400	0,381
1I	0,400	0,375
1J	0,400	0,368
1K	0,450	0,434
1L	0,450	0,431
1M	0,450	0,425
1N	0,450	0,418
1O	0,450	0,412
1P	0,500	0,481
1Q	0,500	0,475
1R	0,500	0,462
1S	0,500	0,455
1T	0,500	0,450
1U	0,500	0,437
1V	0,508	0,483
1W	0,550	0,531
1X	0,550	0,525
1Y	0,550	0,518
1Z	0,550	0,512
2A	0,550	0,505
2B	0,600	0,581
2C	0,600	0,575
2D	0,600	0,568
2E	0,600	0,562
2F	0,650	0,618
2G	0,650	0,612
2H	0,650	0,605
2I	0,650	0,600
2J	0,650	0,587
2K	0,650	0,575
2L	0,700	0,675
2M	0,700	0,668
2N	0,800	0,737
2O	0,850	0,834
2P	0,850	0,831
2Q	0,850	0,825
2R	0,850	0,818
2S	0,850	0,812
2T	0,850	0,787
2U	0,850	0,775
2V	0,900	0,881
2W	0,900	0,875
2X	0,900	0,868
2Y	0,900	0,862

<b>Tipo</b>	<b>Ø Externo (m)</b>	<b>Ø Interno (m)</b>
2Z	0,900	0,850
3A	1,100	1,062
3B	1,100	1,037
3C	1,250	1,205
3D	1,250	1,200
3E	1,250	1,187
3F	1,350	1,318
3G	1,350	1,312
3H	1,350	1,305
3I	1,350	1,287
3J	1,375	1,312
3K	1,100	1,050
3L	2,210	2,135

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)