



**Carolina Coelho da Rosa**

**Análise experimental das propriedades  
dinâmicas dos bambus das espécies  
*guadua, dendrocalamus e aurea***

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio.

Orientador: Khosrow Ghavami

Rio de Janeiro, Agosto de 2005

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.



**Carolina Coelho da Rosa**

**Análise experimental das propriedades  
dinâmicas dos bambus das espécies  
*guadua, dendrocalamus e aurea***

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo.

**Prof. Khosrow Ghavami**

Orientador

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

**Prof. João Luis Pascal Roehl**

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

**Prof. Felipe José da Silva**

Departamento de Engenharia Mecânica e de Materiais - IME

**Prof. José Eugênio Leal**

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 29 de agosto de 2005

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, autora e do orientador.

## **Carolina Coelho da Rosa**

Graduou-se em Engenharia Civil na Universidade Federal do Pará (UFPA), em novembro de 2002 .

### **Ficha Catalográfica**

Rosa, Carolina Coelho da

Análise experimental das propriedades dinâmicas dos bambus das espécies guadua, dendrocalamus e aurea / Carolina Coelho da Rosa ; orientador: Khosrow Ghavami. – Rio de Janeiro : PUC, Departamento de Engenharia Civil, 2005.

103 f. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia civil – Teses. 2. Bambu. 3. Phyllostachys aurea. 4. Dendrocalamus giganteus. 5. Guadua angustifolia. 6. Fator de amortecimento. 7. Frequência natural. 8. Análise modal. 9. Propriedades físicas. 10. Propriedades mecânicas. I. Ghavami, Khosrow. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. III. Título.

**CDD: 624**

Á minha família.

## Agradecimentos

A Deus, por ter me dado muita força.

Ao meu orientador professor Khosrow Ghavami, pela orientação no desenvolvimento deste trabalho.

A CAPES, pelo apoio financeiro.

Aos meus amigos, que estavam sempre ao meu lado nestes anos de mestrado.

À minha família que tinha sempre uma palavra de ajuda e incentivo.

Aos técnicos do Laboratório de Estruturas e Materiais - LEM da PUC-Rio.

Ao Professor Newton Soeiro e ao aluno de mestrado de Engenharia Mecânica da UFPA Alan Raphael que me ajudaram na realização dos ensaios desenvolvidos no Laboratório de Mecânica da UFPA.

Ao aluno Rômulo Reis que me auxiliou na realização do ensaio desenvolvido no Laboratório de Vibrações da PUC-Rio.

Ao Jair Gomes, por todo seu carinho, atenção e ajuda na realização deste trabalho.

## Resumo

da Rosa, Carolina Coelho; Ghavami, Khosrow. **Análise experimental das propriedades dinâmicas dos bambus das espécies *guadua*, *dendrocalamus* e *aurea***. Rio de Janeiro, 2005. 103 p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O Bambu é classificado como Bambusoideae ou como Bambusaceae que pode ser encontrado em abundância especialmente em regiões tropicais e subtropicais. Estudos mostram que a relação resistência à tração e peso específico do bambu é 2.73 vezes maior que a do aço com a vantagem de ter um baixo consumo de energia e baixo custo em sua produção, além de ser um material renovável e ecológico. O bambu é utilizado nas construções civis por séculos, especialmente em regiões sujeitas aos abalos sísmicos. Essas construções, como as obras construídas na América Latina e Taj Mahal, na Índia, mostram que o bambu possui boa resistência às cargas sísmicas; mesmo com essas evidências, muitas vezes citadas na literatura científica disponível, não encontramos estudos sobre o comportamento dinâmico do bambu nas obras de engenharia. No Brasil, o bambu é encontrado com abundância em quase todo território nacional, são muito reduzidos os estudos sobre suas propriedades e metodologia para emprego; quanto às propriedades dinâmicas praticamente sem referências.

## Palavras-Chave

Bambu; *Phyllostachys aurea*; *Dendrocalamus giganteus*; *Guadua angustifolia*; fator de amortecimento; frequência natural; análise modal; propriedades físicas e propriedades mecânicas.

## Abstract

da Rosa, Carolina Coelho; Ghavami, Khosrow (Advisor). **Experimental analysis of the dynamic properties of the bamboos of the species *guadua*, *dendrocalamus e aurea*.** Rio de Janeiro, 2005. 103 p. MSc. Dissertation – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The Bamboo is classified as Bambusoideae or as Bambusaceae that can be found in abundance in tropical and sub-tropical countries. Studies had shown that the relation tensile strength and specific weight of the bamboo is 2.73 greater than that of the steel with the advantage to have a low consumption of energy and low cost in its production, besides being a renewable and ecological material. The bamboo is used in the civil constructions per centuries, especially in earthquake regions. These constructions, as constructed in America Latina and Taj Mahal, in India, show that the bamboo possess good resistance to seismic loads; exactly with this fact many times cited in available scientific literature do not find studies on the dynamic behavior of the bamboo. In Brazil, the bamboo is found with abundance in almost all domestic territory, very is reduced the studies on its properties and methodology for job; how much to the dynamic properties practically without references.

## Keywords

Bamboo; *Phyllostachys aurea*; *Dendrocalamus giganteus*; *Guadua angustifolia*; damping factor; natural frequency; modal analysis; physical properties and mechanical properties.



## Sumário

1. Introdução	18
1.1 As Vantagens do bambu	19
1.2 A utilização do bambu na Engenharia	20
1.3 Objetivos e motivação	21
1.4 Organização do trabalho	22
2. Revisão bibliográfica	24
2.1 Graus de liberdade	25
2.2 Vibração livre	26
2.2.1 Sistema massa-mola	26
2.2.2 Amortecimento viscoso	28
2.2.2.1 Movimento sub-amortecido	31
2.2.2.2 Movimento criticamente amortecido	32
2.2.2.3 Movimento super amortecido	33
2.3 Propriedades dinâmicas	34
2.3.1 Freqüência natural	35
2.3.2 Amortecimento	35
2.3.2.1 Medição do amortecimento	36
2.3.2.1.1 Métodos de análise	36
2.4 Análise modal	39
2.4.1 Análise modal experimental	40
2.4.1.1 Função Resposta em Freqüência (FRF)	40
2.4.1.1.1. Função Resposta em Freqüência Pontual	42
2.4.1.1.2. Função Resposta em Freqüência de Transferência	42
2.4.1.1.3. Função Resposta em Freqüência Impulsiva	43
2.4.1.2. Métodos de identificação modal	43
2.4.1.2.1. Métodos no domínio do tempo	45
2.4.1.2.2. Métodos no domínio da freqüência	49

2.5. Considerações finais	53
3. Métodos e materiais	54
3.1 Introdução	54
3.2 Massa específica	55
3.3 Módulo de elasticidade à flexão e coeficiente de Poisson	56
3.4 Fator de amortecimento e freqüência natural	58
3.4.1. Via ensaio direto	58
3.4.2. Via análise modal	59
3.4.2.1. Apoios especiais	60
3.4.2.1.1. Condição de contorno 1	60
3.4.2.1.2. Condição de contorno 2	61
4. Apresentação e análise dos resultados	64
4.1 Introdução	64
4.2 Massa específica	64
4.3 Módulo de elasticidade à flexão e coeficiente de Poisson	65
4.4 Fator de amortecimento e freqüência natural	68
4.4.1. Via ensaio direto	68
4.4.1.1. Módulo de elasticidade dinâmico	70
4.4.1.2. Freqüências naturais	71
4.4.2. Via análise modal	75
4.4.2.1. Condição de contorno 1	75
4.4.2.2. Condição de contorno 2	83
5. Conclusões	88
5.1. Síntese das principais indicações numéricas	88
5.2. Enunciado das conclusões	89
6. Referências bibliográficas	91

Apêndice A 94

Apêndice B 98

## Lista de figuras

Figura 1.1 - Templo Bambushain em Hongzhou, na China	20
Figura 1.2 – Ponte de bambu	20
Figura 1.3 – Pavilhão de bambu na Expo de Hanover – Alemanha em 2000	21
Figura 1.4 – Ponte de bambu em Stuttgart, na Alemanha	21
Figura 1.5 – Ponte de bambu na Colômbia	21
Figura 1.6 – Ponto de bambu na Colômbia	21
Figura 1.7 – Protótipo de uma casa de bambu usada na Índia para o estudo da resistência ao terremoto	22
Figura 2.1 - Modelo matemático de um sistema com um grau de liberdade	26
Figura 2.2 – Sistema massa-mola sem atrito	26
Figura 2.3 – Exemplo de resposta de um sistema sem amortecimento	28
Figura 2.4 – Sistema massa-mola-amortecedor sem atrito	28
Figura 2.5 – Exemplo de resposta de um sistema sub-amortecido	32
Figura 2.6 – Exemplo de resposta de um sistema criticamente amortecido	33
Figura 2.7 - Exemplo de resposta de um sistema super amortecido	34
Figura 2.8 - Resposta sub-amortecida de um sistema com um grau de liberdade	37
Figura 2.9 – Método da meia potência	38
Figura 2.10 - Função Resposta em Freqüência (FRF) pontual	42
Figura 2.11 – Função Resposta em Freqüência (FRF) de transferência	43
Figura 2.12 – Classificação dos métodos de análise modal	44
Figura 2.13 - Diagrama de Nyquist mostrando o ajuste do círculo	50

Figura 3.1–Dimensões das amostras de bambu para o ensaio de massa específica	55
Figura 3.2 – Corpo de prova de bambu sendo pesado na balança eletrônica com precisão de 0,01 g	56
Figura 3.3 – Determinação peso do corpo de prova através da imersão em água	56
Figura 3.4 – Esquema do ensaio com carga estática	57
Figura 3.5 – Segmento de bambu com carga da extremidade livre	57
Figura 3.6 – Vishay, utilizado para obter as deformações dos segmentos	57
Figura 3.7 – Esquema do ensaio para determinação do fator de amortecimento e frequência natural do segmento em balanço	59
Figura 3.8 – Segmento de bambu em balanço para o ensaio para determinação das propriedades dinâmicas	59
Figura 3.9 – Computador usado para obter as respostas dos segmentos	59
Figura 3.10 – Bambu preso em uma de suas extremidade por um fio	61
Figura 3.11 – Bambu inteiro apoiado sobre as esponjas	62
Figura 3.12 – Obtenção da FRF Pontual	62
Figura 3.13 – Obtenção de uma FRF de Transferência	63
Figura 4.1 – Curvas tensão-deformação superiores obtidas durante o ensaio nos segmentos de bambu	66
Figura 4.2 – Curvas tensão-deformação inferiores obtidas durante o ensaio nos segmentos de bambu.	66
Figura 4.3 – Gráfico de carga-deslocamento das espécies estudadas	67
Figura 4.4 – Resposta no domínio do tempo do primeiro teste realizado no terceiro segmento da espécie <i>Guadua angustifolia</i>	68
Figura 4.5 – Resposta no domínio da frequência do primeiro teste realizado no terceiro segmento da espécie <i>Guadua angustifolia</i>	69
Figura 4.6 - Representação do modelo de elementos finitos utilizado para a viga em estudo	72

Figura 4.7– Comparação entre os resultados das frequências naturais da espécie <i>Dendrocalamus giganteus</i>	73
Figura 4.8 – Comparação entre os resultados das frequências naturais da espécie <i>Phyllostachys aurea</i>	74
Figura 4.9 – Comparação entre os resultados das frequências naturais da espécie <i>Guadua angustifolia</i>	74
Figura 4.10 – Modos de vibração da espécie <i>Guadua angustifolia</i> 1ª Amostra	76
Figura 4.11 – Modos de vibração da espécie <i>Guadua angustifolia</i> 2ª Amostra	77
Figura 4.12 – Modos de vibração da espécie <i>Guadua angustifolia</i> 3ª Amostra	78
Figura 4.13 – Modos de vibração da espécie <i>Dendrocalamus giganteus</i> 1ª Amostra	79
Figura 4.14 – Modos de vibração da espécie <i>Dendrocalamus giganteus</i> 2ª amostra	79
Figura 4.15 – Modos de vibração da espécie <i>Dendrocalamus giganteus</i> 3ª Amostra	80
Figura 4.16 – Modos de vibração da espécie <i>Phyllostachys aurea</i> 1ª Amostra	81
Figura 4.17 – Modos de vibração da espécie <i>Phyllostachys aurea</i> 2ª Amostra	81
Figura 4.18 – Modos de vibração da espécie <i>Phyllostachys aurea</i> 3ª Amostra	82
Figura 4.19 – Modos de vibração da espécie <i>Guadua angustifolia</i>	84
Figura 4.20 – Modos de vibração da espécie <i>Dendrocalamus giganteus</i>	85
Figura 4.21 – Modos de vibração da espécie <i>Phyllostachys aurea</i>	86

## Lista de tabelas

Tabela 1.1 – Relação entre a resistência à tração e a massa específica dos materiais	19
Tabela 1.2 - Relação entre energia de produção por unidade de tensão de materiais	19
Tabela 2.1 – Valores experimentais do fator de amortecimento	25
Tabela 4.1 – Valores médios de massa específica de cada corpo de prova e a média da espécie <i>Dendrocalamus giganteus</i>	64
Tabela 4.2 – Valores médios de massa específica de cada corpo de prova e média da espécie <i>Phyllostachys aurea</i>	64
Tabela 4.3 – Valores médios de massa específica de cada corpo de prova e média da espécie <i>Guadua angustifolia</i>	65
Tabela 4.4 – Valores médios do coeficiente de Poisson das espécies estudadas	67
Tabela 4.5 - Módulos de elasticidade à flexão das espécies estudadas	67
Tabela 4.6 – Valores médios do fator de amortecimento e frequência natural das espécies de bambu	70
Tabela 4.7 – Resultado do amortecimento e frequência natural dos segmentos de aço e alumínio	70
Tabela 4.8 – Módulos de Elasticidade dinâmicos obtidos a partir das frequências naturais	71
Tabela 4.9 – Frequências naturais obtidas analiticamente	72
Tabela 4.10 – Frequências naturais obtidas numericamente	73
Tabela 4.11 – Resultados das frequências naturais e fatores de amortecimento da espécie <i>Guadua angustifolia</i>	76
Tabela 4.12 – Resultados das frequências naturais e fatores de amortecimento da espécie <i>Dendrocalamus giganteus</i>	78

Tabela 4.13 – Resultados das frequências naturais e fatores de amortecimento da espécie <i>Phyllostachys aurea</i>	80
Tabela 4.14 – Frequências naturais e fatores de amortecimento do primeiro modo de vibração à flexão da espécie <i>Guadua angustifolia</i>	82
Tabela 4.15 – Frequências naturais e fatores de amortecimento do primeiro modo de vibração à flexão da espécie <i>Dendrocalamus giganteus</i>	83
Tabela 4.16 – Frequências naturais e fatores de amortecimento do primeiro modo de vibração à flexão da espécie <i>Phyllostachys aurea</i>	83
Tabela 4.17 – Resultados das frequências naturais e fatores de amortecimento das amostras de bambu apoiadas sobre uma base elástica	84
Tabela 4.18 – Frequências naturais e fatores de amortecimento do primeiro modo de vibração à flexão das espécies <i>Guadua angustifolia</i> , <i>Dendrocalamus giganteus</i> e <i>Phyllostachys aurea</i>	86
Tabela 5.1 - Relação entre o módulo de elasticidade à flexão e a massa específica dos materiais.	88
Tabela 5.2 – Valores de fator de amortecimentos obtidos através do ensaio direto das espécies estudadas.	89
Tabela 5.3 – Valores de fator de amortecimento obtidos através de análise modal considerando a condição de contorno 1.	89
Tabela 5.4 - Valores de fator de amortecimento obtidos através de análise modal considerando a condição de contorno 2.	89



## Lista de símbolos e abreviaturas

### Romanos

k	Constante de rigidez
m	Massa
C	Coeficiente de amortecimento
F(t)	Força de excitação em função do tempo
t	Tempo
C <sub>cr</sub>	Amortecimento crítico
W	Perda de energia por ciclo de oscilação
V	Energia potencial
$\Omega$	Freqüência do carregamento harmônico
p <sub>o</sub>	Amplitude do carregamento harmônico
D	Fator dinâmico amplificador
p <sub>max</sub>	Amplitude da resposta permanente máxima
H( $\omega$ )	Função de transferência
x( $\omega$ )	Resposta do sistema em função da freqüência
F( $\omega$ )	Força de excitação em função da freqüência
x(t)	Deslocamento em função do tempo
$\dot{x}(t)$	Velocidade em função do tempo
$\ddot{x}(t)$	Aceleração em função do tempo
S1GL	Sistema com um grau de liberdade
SVGL	Sistema com vários graus de liberdade
FRF	Função resposta em freqüência
E <sub>f</sub>	Módulo de elasticidade à flexão
f	Freqüência natural
DG	<i>Dendrocalamus giganteus</i>
GA	<i>Guadua angustifolia</i>
PA	<i>Phyllostachys aurea</i>

## Gregos

$\nu$	Coeficiente de Poisson
$\alpha(\omega)$	Receptância
$\alpha(i\omega)$	Receptância
$\beta$	Fator de frequência
$\delta$	Decremento logarítmico
$\omega_d$	Frequência circular amortecida
$\sigma_t$	Resistência à tração
$\xi$	Fator de amortecimento
$\omega_n$	Frequência natural circular
$\rho$	Amplitude da resposta permanente
$\eta$	Fator de perda

# 1.

## Introdução

O Bambu classificado genericamente como Bambusoideae ou como Bambusaceae, é encontrado no mundo em mais de 1200 espécies divididas em cerca de 90 gêneros. São encontrados em altitudes que variam de zero até 4800 metros. São resistentes a temperaturas abaixo de zero (principalmente os leptomorfos ou alastrantes) e a temperaturas tropicais (principalmente os paquimorfos ou entouceirantes). Crescem como pequenas gramíneas e chegam a extremos de 40 metros de altura. São encontrados em abundância em regiões tropicais e sub-tropicais.

As espécies observadas no Brasil são na sua maioria exóticas provenientes do continente asiático, tais como *Bambusa vulgaris*, *Dendrocalamus strictus*, *Dendrocalamus giganteus* e *Phyllostachys aurea* (AZZINI et al, 1997).

Segundo o sistema radicular os bambus classificam-se em Paquimorfo ou Entouceirantes (exemplos: *Bambusa*, *Guadua* e *Dendrocalamus*) e Leptomorfos ou Alastrantes (exemplo: *Phyllostachys*). Os primeiros possuem rizomas curtos e grossos com gemas laterais, e o segundo grupo possui rizomas que desenvolvem-se no solo de forma a ocupar grandes áreas. Existem ainda os Anfipodiais, que combinam características dos dois (exemplo: *Chusquea*).

O bambu tem um crescimento diferente das árvores, ele não apresenta um crescimento simultâneo radial e perpendicular. Já surge do solo geralmente com seu diâmetro máximo. À medida que vai crescendo, as fibras vão se tornando cada vez mais duras e resistentes até chegar a um máximo entre os 3 e os 5 anos, idade apropriada para seu emprego na construção. Depois que o bambu passa de 6 anos, seu colmo começa lentamente a tornar-se claro até que seca completamente. (GHAVAMI, 1992).

## 1.1.

### As vantagens do bambu

Segundo GHAVAMI (1992), estudos sobre as propriedades do bambu provaram que ele é melhor do que materiais como aço, madeira e concreto, quando fazemos uma relação entre a resistência à tração e a massa específica, conforme a Tabela 1.1. Onde mostra que o bambu apresenta a maior relação entre eles, tornando vantajoso o seu emprego na construção civil.

Tabela 1.1 – Relação entre a resistência à tração e a massa específica dos materiais.

Material	Resist. Tração $\sigma_t$ (N/mm <sup>2</sup> )	Massa específ. $M_{eb}$ (N/mm <sup>3</sup> x 10 <sup>-2</sup> )	$R = \frac{\sigma_t}{M_{eb}} * 10^2$	R/R <sub>aço</sub>
Aço (CA 50 A)	500	7.83	0.64	1.00
Bambu	140	0.80	1.75	2.73
Alumínio	304	2.70	1.13	1.77
Ferro Fundido	281	7.20	0.39	0.61

O bambu tem ainda a vantagem de ter baixo consumo de energia e baixo custo na sua produção, além de ser um material ecológico e renovável, que é uma necessidade dos dias atuais. A Tabela 1.2 mostra a relação entre a energia de produção dos materiais por unidade de tensão, provando que o bambu consome pouca energia para a sua produção. (GHAVAMI, 1992)

Tabela 1.2 - Relação entre energia de produção por unidade de tensão de materiais.

Material	Bambu	Madeira	Concreto	Aço
MJ/m <sup>3</sup> /MPa	30	80	240	1500

## 1.2.

### A utilização do bambu na Engenharia

De acordo com Hidalgo Lopez [1] a utilização do bambu pelos seres humanos é feita há milênios, principalmente no Oriente, em países como China, Índia, Japão, Indonésia e Filipinas, e no Ocidente, em países como Colômbia e Costa Rica, mas em geral nos continentes americanos e asiáticos, principalmente, onde existem indústrias voltadas para exploração e comercialização de produtos manufaturados como pisos, forros e laminados.

Na Ásia encontram-se estruturas muito antigas de bambu, como exemplo tem-se o Taj Mahal e algumas pontes na China.

Alguns exemplos de obras já realizadas de bambu: Templo Bambushain em Hangzhou, na China (Figura 1.1), ponte de bambu (Figura 1.2), Pavilhão de bambu na Expo de Hannover, Alemanha em 2000 (Figura 1.3), Ponte de bambu de Stuttgart, Alemanha (Figura 1.4), ponte de bambu na Colômbia (Figura 1.5), ponte de bambu na Colômbia (Figura 1.6).



Figura 1.1 - Templo Bambushain em Hangzhou, na China.



Figura 1.2 - Ponte de bambu.



Figura 1.3 - Pavilhão de bambu na Expo de Hanover – Alemanha em 2000.



Figura 1.4 – Ponte de Bambu de Stuttgart, na Alemanha.

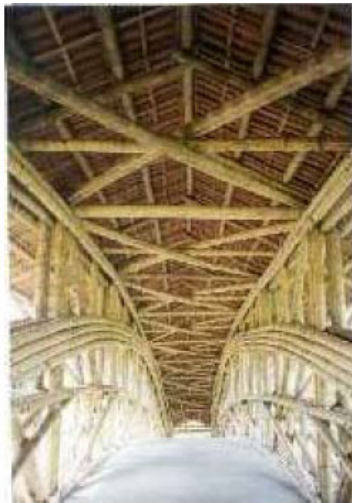


Figura 1.5 – Ponte de Bambu na Colômbia.



Figura 1.6 – Ponte de Bambu na Colômbia.

O bambu é muito utilizado na construção civil em regiões sujeitas aos abalos sísmicos. Estas construções mostraram que o bambu possui boa resistência às cargas sísmicas.

### 1.3.

#### Objetivos e motivação

O objetivo deste trabalho é fazer um estudo experimental para levantar as propriedades dinâmicas, em particular o amortecimento estrutural de três espécies

de bambu, *Dendrocalamus giganteus*, *Guadua angustifolia* e *Phyllostachys aurea*, sobre segmentos de seção aberta e de seção circular fechada.

Na literatura disponível não se encontram muitos estudos sobre o comportamento dinâmico do bambu. O único trabalho publicado sobre o assunto foi no NOCMAT/3 por GHAVAMI et. al. em 2002.

Em Bangalore na Índia, um protótipo de uma casa de bambu com dimensões de 2,7 x 2,7 metros, feita com colunas e grelhas de bambu, cobertos com 50 mm de argamassa e telhado feito com tesouras e terças de bambu, foi desenvolvido para o estudo de resistência a terremotos, Figura 1.6. Fixado a uma mesa vibratória que realiza movimentos triaxiais, o protótipo foi submetido à simulação do forte terremoto que abateu Kobe no Japão em 1995. A construção resistiu aos testes sem qualquer perda de capacidade estrutural, provando o excelente desempenho do bambu quando sujeito a abalos sísmicos.

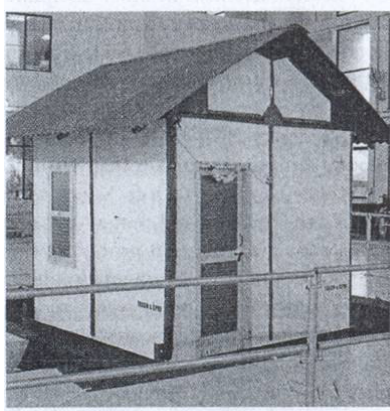


Figura 1.7 – Protótipo de uma casa de bambu usada na Índia para o estudo da resistência ao terremoto.

#### 1.4.

### Organização do trabalho

Além do Capítulo 1, o trabalho está dividido em mais quatro capítulos descritos a seguir:

Capítulo 2 - Revisão bibliográfica sobre dinâmica das estruturas, mostrando métodos de determinação do fator de amortecimento, assim como alguns métodos utilizados no estudo de análise modal.

Capítulo 3 - Abordagem das metodologias utilizadas em todos os ensaios realizados nesta pesquisa.

Capítulo 4 - Apresentação e análise dos resultados provenientes dos ensaios realizados.

Capítulo 5 - Conclusões e sugestões para trabalhos que possam ser realizados futuramente.

Apêndice A - Análise numérica dos segmentos de bambu.

Apêndice B – Análise analítica dos segmentos de bambu.



## 2.

### Revisão bibliográfica

A análise dinâmica ou análise de vibrações é o estudo da relação entre o movimento de um sistema físico e as forças que o causam. Geralmente a prática usual se limita ao comportamento de estruturas submetidas a cargas estáticas, admitindo-se que as cargas aplicadas lentamente às estruturas são instantaneamente equilibradas. Contudo, existem estruturas que são freqüentemente submetidas a forças cujas amplitudes variam continuamente com o tempo. Têm-se na natureza diversos exemplos desse fenômeno entre os quais citam-se: forças causadas pela ação do vento, movimentos decorrentes de abalos sísmicos, ondas sonoras, vibrações produzidas por máquinas rotativas e até mesmo o caminhar de pessoas. Sob esses tipos de carregamento, os elementos estruturais entram em vibração; portanto, a análise dinâmica das estruturas é tão importante na garantia da estabilidade de uma estrutura quanto na sua análise estática.

GHAVAMI et al (2002) apresenta um trabalho com pequenos segmentos de bambu. Segmentos em balanço de seção transversal retangular com dimensões de 3 x 12 milímetros e comprimento de aproximadamente 500 milímetros, tudo aproximadamente. Utilizam-se duas vigas da espécie *Dendrocalamus giganteus* para esse experimento. As medições são tomadas através de acelerômetros e os amortecimentos são obtidos com o método do decremento logarítmico. Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Valores experimentais do fator de amortecimento.

Espécime 1		Espécime 2	
Teste	$\xi$ (%)	Teste	$\xi$ (%)
1	0.690	1	0.542
2	0.645	2	0.539
3	0.507	3	0.427
4	0.516	4	0.537
Média	0.590	Média	0.511

## 2.1.

### Graus de liberdade

Em dinâmica estrutural o número de coordenadas necessárias para especificar a configuração ou a posição de um sistema em qualquer instante é chamado de número de graus de liberdade. Assim, estruturas contínuas têm um número elevado de graus de liberdade. O processo de idealização ou seleção de um modelo matemático apropriado permite a redução dos números de graus de liberdade para um número reduzido e em alguns casos somente a um grau de liberdade. Esses sistemas de um grau de liberdade podem ser descritos convenientemente por um modelo como o mostrado na Figura 2.1 que tem os seguintes elementos:

- (1) O elemento massa,  $m$ , representa a massa e a sua inércia que são características inerentes da estrutura;
- (2) o elemento mola com constante de rigidez,  $k$ , representa a força elástica restaurada e a capacidade de energia potencial da estrutura;
- (3) o elemento amortecedor com coeficiente de amortecimento,  $c$ , representa a característica de dissipação de energia da estrutura;
- (4) e a força de excitação  $F(t)$  representa a ação das forças externas no sistema estrutural. A força  $F(t)$  é escrita dessa forma para indicar que é uma função do tempo.

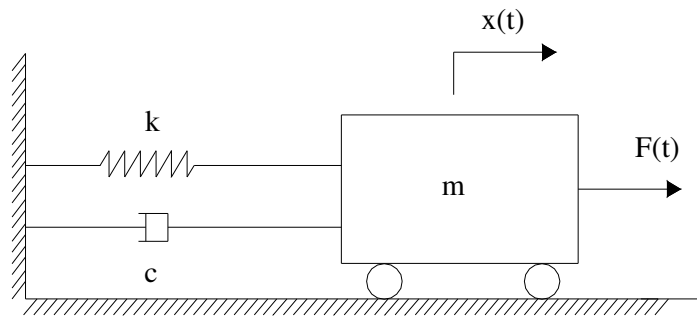


Figura 2.1. Modelo matemático de um sistema com um grau de liberdade.

## 2.2.

### Vibração livre

Um sistema estrutural está sujeito à vibração livre quando é atuado somente pela energia potencial e pela energia cinética internas ao sistema.

#### 2.2.1.

##### Sistema massa-mola

O sistema massa-mola de um grau de liberdade, é mostrado na Figura 2.2, sendo  $m$  a massa e  $k$  a rigidez da mola.

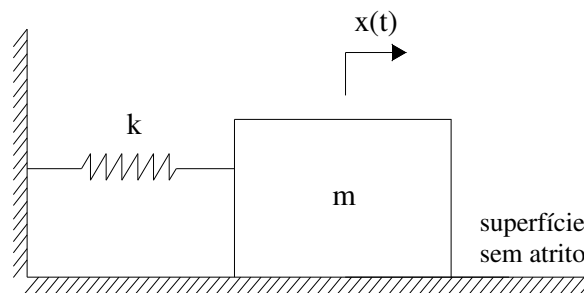


Figura 2.2 – Sistema massa-mola sem atrito.

A equação do movimento para este sistema é dada pela equação:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (2.1)$$

Uma possível solução para a equação acima é da forma:

$$x(t) = Ae^{\lambda t} \quad (2.2)$$

Logo, a equação do movimento é reescrita na forma:

$$mA\lambda^2 e^{\lambda t} + kAe^{\lambda t} = 0 \quad (2.3)$$

Como  $Ae^{\lambda t} \neq 0$ , pode-se cancelar este termo, e resolver a equação de segundo grau, chamada equação característica, obtendo-se:

$$m\lambda^2 + k = 0 \Rightarrow \lambda = \sqrt{\frac{-k}{m}} = \pm i\sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.4)$$

Como,  $\lambda = \pm i\omega_n$  onde  $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$  é definida como a frequência natural do sistema e a solução fica conforme:

$$x(t) = A_1 e^{i\omega_n t} + A_2 e^{-i\omega_n t} \quad (2.5)$$

Têm-se agora duas constantes arbitrárias,  $A_1$  e  $A_2$ , para determiná-las, são necessárias duas condições iniciais  $x(0) = x_0$  e  $\dot{x}(0) = v_0$ , sendo que a primeira representa a posição inicial e a segunda a velocidade inicial.

Sabe-se que  $e^{i\omega_n t}$  é a forma exponencial para  $\cos \omega_n t + i \sin \omega_n t$  e assim, a equação que descreve a dinâmica do sistema pode ser reescrita da seguinte forma:

$$x(t) = C \cos \omega_n t + D \sin \omega_n t \quad (2.6)$$

Onde C e D, novamente, são constantes arbitrárias que podem ser determinadas a partir das condições iniciais do problema, expostas anteriormente.

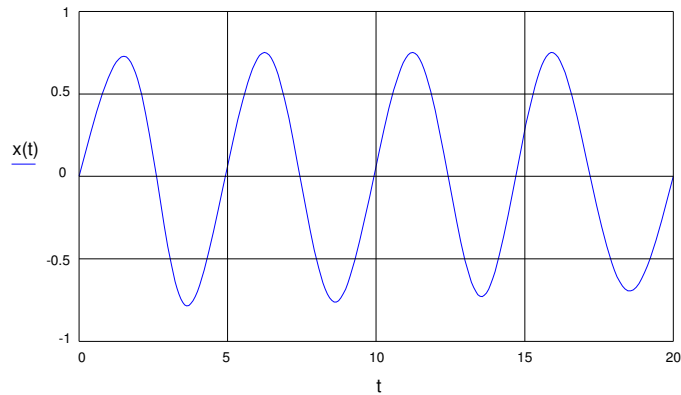


Figura 2.3 – Exemplo de resposta de um sistema sem amortecimento.

### 2.2.2.

#### Amortecimento viscoso

O sistema massa-mola-amortecedor de um grau de liberdade mostrado na Figura 2.4 é constituído de uma massa,  $m$ , conectada a uma referência fixa por uma mola de rigidez,  $k$ , e um amortecedor com coeficiente de amortecimento,  $c$ .

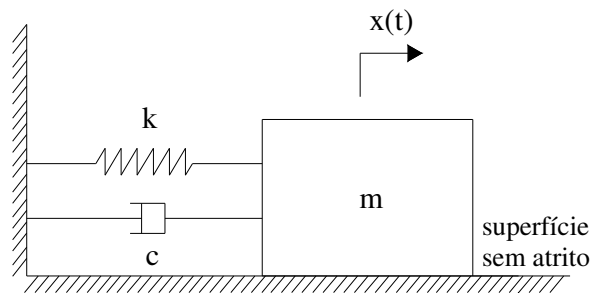


Figura 2.4 – Sistema massa-mola-amortecedor sem atrito.

A equação do movimento para este sistema é dada segundo:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (2.7)$$

ou

$$\ddot{x}(t) + \frac{c}{m}\dot{x}(t) + \frac{k}{m}x(t) = 0 \quad (2.8)$$

Sendo:  $\omega_n^2 = \frac{k}{m}$  e  $2\xi\omega_n = \frac{c}{m}$ , onde  $\xi$  é fator de amortecimento do sistema.

O sistema está sujeito as seguintes condições iniciais  $x(0) = x_0$  e  $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$ , sendo que a primeira representa a posição inicial e a segunda a velocidade inicial.

Uma solução como já visto anteriormente é dada por:

$$x(t) = Ae^{\lambda t} \quad (2.9)$$

Assim temos:

$$\dot{x}(t) = A\lambda e^{\lambda t} \quad (2.10)$$

$$\ddot{x}(t) = A\lambda^2 e^{\lambda t} \quad (2.11)$$

Substituindo (2.10) e (2.11) em (2.7) temos:

$$(m\lambda^2 + c\lambda + k)Ae^{\lambda t} = 0 \quad (2.12)$$

Já que  $Ae^{\lambda t} \neq 0$ , pode-se cancelar este termo e obter a equação:

$$m\lambda^2 + c\lambda + k = 0 \quad (2.13)$$

As soluções para a equação anterior são de acordo como a seguir.

$$\lambda_{1,2} = \frac{-c}{2m} \pm \frac{1}{2m} \sqrt{c^2 - 4mk} \quad (2.14)$$

A solução (2.14) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\frac{c^2 - 4mk}{4m^2}} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} = \\ &= -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left[\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2\right](-1)} = -\frac{c}{2m} \pm i\sqrt{\omega_n^2 - \left(\frac{c}{2m}\right)^2} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Sendo que  $\omega_d = i\sqrt{\omega_n^2 - \left(\frac{c}{2m}\right)^2}$  é chamada de frequência circular amortecida.

Assim, a solução do sistema, se as raízes forem distintas, tem a seguinte forma:

$$x(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} \quad (2.16)$$

Substituindo (2.15) em (2.16), tem-se:

$$\begin{aligned} x(t) &= Ae^{\left(\frac{c}{2m} + i\sqrt{\omega_n^2 - \left(\frac{c}{2m}\right)^2}\right)t} + Be^{\left(\frac{c}{2m} - i\sqrt{\omega_n^2 - \left(\frac{c}{2m}\right)^2}\right)t} = \\ &= e^{-\frac{c}{2m}t} \left[ Ae^{i\sqrt{\omega_n^2 - \left(\frac{c}{2m}\right)^2}t} + Be^{-i\sqrt{\omega_n^2 - \left(\frac{c}{2m}\right)^2}t} \right] = \\ &= e^{-\frac{c}{2m}t} (Ae^{i\omega_d t} + Be^{-i\omega_d t}) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Na forma geométrica, a solução anterior fica:

$$x(t) = e^{-\frac{c}{2m}t} (C \cos \omega_d t + D \sin \omega_d t) \quad (2.18)$$

O valor de  $\lambda$  pode ser real ou complexo, dependendo do termo  $c^2 - 4mk$ . Assim, tem-se 3 casos possíveis. O amortecimento crítico é definido segundo a seguinte equação:

$$c_{cr} = 2m\omega_n = 2\sqrt{mk} \quad (2.19)$$

O fator de amortecimento do sistema é definido conforme a seguinte equação:

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2m\omega_n} \quad (2.20)$$

Sendo assim, as raízes da equação podem ser escritas conforme (2.21).

$$\lambda_{1,2} = \omega_n [-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}] \quad (2.21)$$

De acordo com o valor de  $c^2 - 4mk$  ou  $\xi$ , têm-se 3 casos a seguir:

$\xi < 1$  – duas raízes complexas e conjugadas.

$\xi = 1$  – duas raízes reais e iguais.

$\xi > 1$  – duas raízes reais e diferentes.

A seguir são apresentados sucintamente os 3 casos de movimento amortecido. É de interesse apenas o movimento sub-amortecido. Sendo este o caso 1, onde:  $\xi < 1$  – duas raízes complexas e conjugadas.

### 2.2.2.1.

#### Movimento sub-amortecido ( $\xi < 1$ )

Este caso é o de maior interesse da engenharia devido à grande frequência com que ocorre, correspondendo a um baixo valor de amortecimento. Então verifica-se que as raízes da equação podem ser escritas da forma a seguir:

$$\lambda_{1,2} = \omega_n (-\xi \pm i\sqrt{1-\xi^2}) = -\xi\omega_n \pm i\omega_d \quad (2.22)$$

A solução geral fica como em (2.23).

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} (A \cos \omega_d t + B \sin \omega_d t) \quad (2.23)$$

As constantes A e B da equação (2.23) são determinadas a partir das condições iniciais do movimento em  $t=0$ .

Para  $x(0) = x_o$ , substituindo na equação (2.23) tem-se:

$$A = x_o$$

Para  $\dot{x}(0) = \dot{x}_o$ , substituindo na equação (2.23) tem-se:

$$\dot{x}(0) = -A\xi\omega_n + B\omega_d \quad \therefore \quad B = \frac{\dot{x}_o}{\omega_d} + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} x_o$$

A solução fica da forma:

$$x = e^{-\xi\omega_n t} [x_o \cos(\omega_d t) + \left( \frac{\dot{x}_o}{\omega_d} + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} x_o \right) \sin(\omega_d t)] \quad (2.24)$$



Fazendo a composição dos harmônicos, tem-se:

$$x = e^{-\xi\omega_n t} \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\dot{x}_0}{\omega_d} + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} x_0\right)^2} \cos(\omega_d t - \theta) \quad (2.25)$$

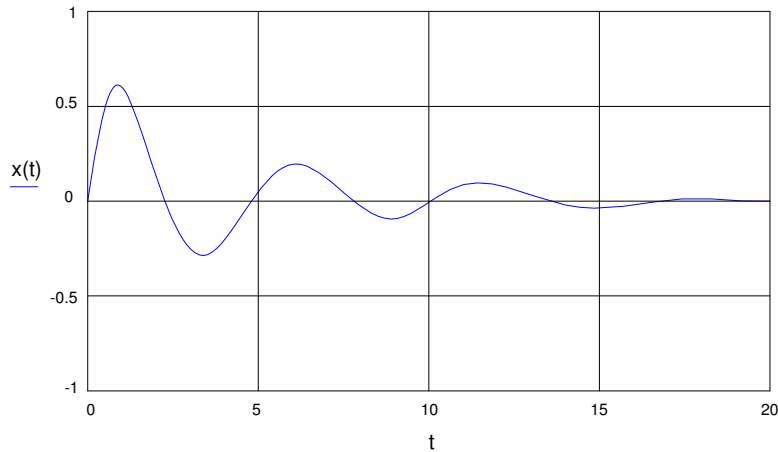


Figura 2.5 – Exemplo de resposta de um sistema sub-amortecido.

### 2.2.2.2.

#### Movimento criticamente amortecido ( $\xi=1$ )

É a transição entre o movimento sub-amortecido e superamortecido. As raízes são reais e iguais e  $c=c_{cr}$ , conforme visto na equação (2.20). Então, a raiz fica conforme (2.26).

$$\lambda = -\omega_n \quad (2.26)$$

Pode-se escrever agora a solução geral da seguinte maneira:

$$x(t) = (A + Bt)e^{-\omega_n t} \quad (2.27)$$

Aplicando-se as mesmas condições iniciais obtém-se a resposta do sistema de acordo com:

$$x = e^{-\omega_n t} [x_0 + (\dot{x}_0 + \omega_n x_0)t] \quad (2.28)$$

Neste caso, não existe oscilação, a massa não passa pela sua posição inicial com o mesmo sentido da sua velocidade inicial uma segunda vez.

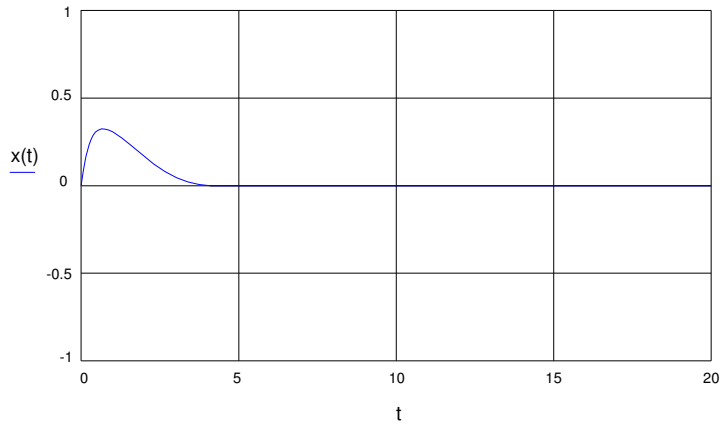


Figura 2.6 – Exemplo de resposta de um sistema criticamente amortecido.

### 2.2.2.3.

#### Movimento super amortecido ( $\xi > 1$ )

As raízes são reais e diferentes. O movimento não é oscilatório. As raízes são:

$$\lambda_{1,2} = \omega_n [-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}] \quad (2.29)$$

A solução fica da forma:

$$x(t) = Ae^{\omega_n[-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}]t} + Be^{\omega_n[-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}]t} \quad (2.30)$$

Como  $e^\theta = \cosh \theta + \sinh \theta$  e  $e^{-\theta} = \cosh \theta - \sinh \theta$ , tem-se:

$$x = e^{-\xi\omega_n t} A[\cosh(\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}t) + \sinh(\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}t)]$$

$$+ B[\cosh(\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}t) - \sinh(\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}t)]$$

Se  $A+B=C$  e  $A-B=D$ , logo:

$$x = e^{-\xi\omega_n t} [C \cosh(\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}t) + D \sinh(\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}t)] \quad (2.31)$$

Aplicando-se as mesmas condições iniciais obtém-se a seguinte solução final:

$$x = e^{-\xi\omega_n t} [x_0 \cosh(\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}t) + \left( \frac{\dot{x}_0}{\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}} + \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} x_0 \right) \sinh(\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}t)] \quad (2.32)$$

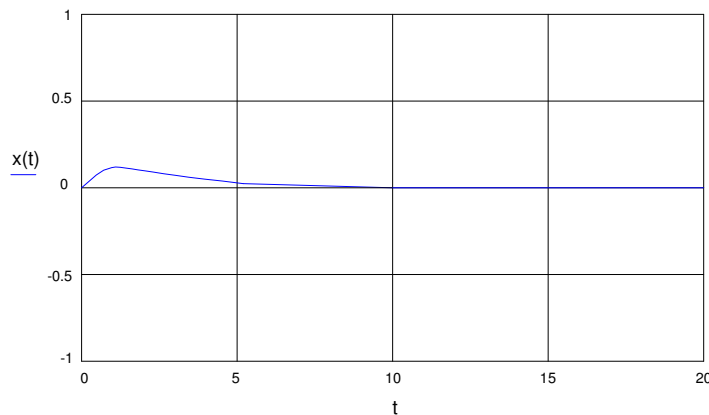


Figura 2.7 - Exemplo de resposta de um sistema super amortecido.

### 2.3.

#### Propriedades dinâmicas

A frequência natural de vibração e o amortecimento são as duas mais importantes propriedades dinâmicas de um sistema vibratório. Em um sistema estrutural qualquer, é de grande importância a determinação das frequências naturais para avaliarem os níveis de vibrações que o sistema apresentará por causa da ressonância. O conhecimento da propriedade de amortecimento do sistema também conduz a informações valiosas sobre a estrutura interna e a micromecânica do material, e é de grande importância no estudo da fadiga e da fluência.

### **2.3.1.**

#### **Frequência natural**

A determinação da frequência natural é de fundamental importância em qualquer sistema estrutural. Para cada sistema existem várias frequências naturais, variando também de sistema para sistema. Esta é a frequência com que o sistema oscila quando muda da posição estática para a vibratória. É dependente da rigidez que o sistema apresenta e de sua massa.

### **2.3.2.**

#### **Amortecimento**

A propriedade de uma estrutura em dissipar energia é chamada amortecimento e este pode ser gerado através de três mecanismos: arraste fluido dinâmico (amortecimento fluido), dissipação de energia interna do material (amortecimento material) e por atrito ou impacto entre as partes constituintes de uma estrutura (amortecimento estrutural). O amortecimento fluido é o resultado da energia dissipada por viscosidade e pressão de arraste aplicada em uma estrutura, como, por exemplo, o fluxo de óleo entre o pistão e o cilindro absorvedor de choque que provê a maior parte do amortecimento de um automóvel. Alguns materiais, como borracha e chumbo, possuem alto amortecimento material e são usados para absorver choque ou são laminados e colocados nos elementos estruturais formando compostos altamente amortecidos. Um exemplo de amortecimento estrutural pode ser visto na fricção de duas superfícies parafusadas em uma articulação. Este mecanismo dissipa a maior parte da energia em estruturas metálicas que vibram sob ação de vento. O amortecimento total de uma estrutura é a soma das componentes de amortecimento fluido, amortecimento material e amortecimento estrutural. Geralmente em estruturas, o amortecimento é dominado por amortecimento fluido ou amortecimento estrutural, a menos que a estrutura seja provida de sistemas atenuadores especialmente projetados. (RESENDE, 2003)

**2.3.2.1.****Medição do amortecimento**

Uma maneira conveniente para medir o amortecimento é através do fator de perda  $\eta$ , que é obtido pela relação entre a perda de energia em um ciclo de oscilação,  $W$ , e o pico de energia potencial,  $V$ , armazenado neste sistema durante o ciclo. O fator de perda é então definido como:

$$\eta = \frac{W}{2\pi V} \quad (2.33)$$

Considerando que o fator de perda em estruturas é muito pequeno e a influência do amortecimento na resposta da vibração pode ser notado somente próximo da ressonância então o fator de perda pode ser obtido pela equação a seguir:

$$\eta = 2\xi \quad (2.34)$$

**2.3.2.1.1.****Métodos de análise**

Dois métodos confiáveis de determinação do amortecimento são os métodos do decremento logarítmico e de meia potência.

**Método do Decremento Logarítmico**

A resposta de um sistema com um grau de liberdade em vibração livre amortecida é uma oscilação harmônica, conforme mostrado na equação (2.25).

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} C \cos(\omega_d t - \theta) \quad (2.35)$$

Onde  $C$  e  $\theta$  são constantes.

Para pequenos fatores de amortecimento ( $\xi \leq 0.10$ ),  $\omega_n = \omega_d$  é aceito como boa aproximação. A equação (2.35) é mostrada na Figura 2.8.

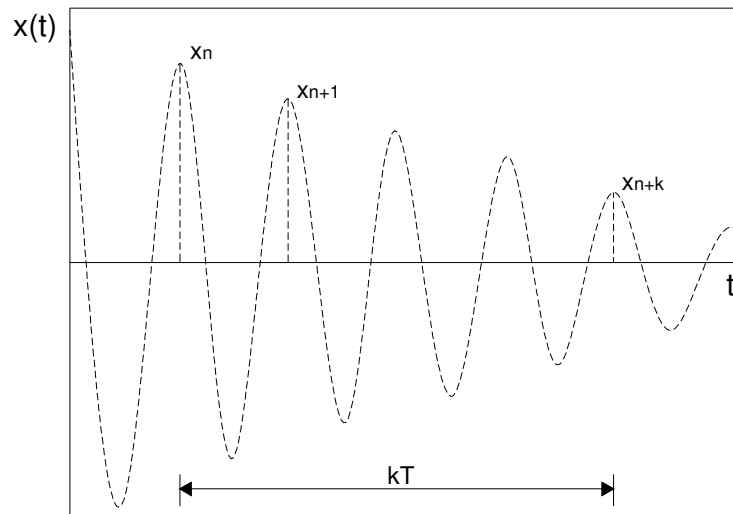


Figura 2.8 - Resposta sub-amortecida de um sistema com um grau de liberdade.

Quando se faz a relação entre dois picos consecutivos da resposta sub-amortecida, chamados de  $x_n$  e  $x_{n+1}$ , obtém-se o seguinte resultado:

$$\frac{x_n}{x_{n+1}} = \frac{x[\omega_d t - \theta]}{x[\omega_d (t + \frac{2\pi}{\omega_d}) - \theta]} = e^{2\pi\xi\omega_n / \omega_d} \quad (2.36)$$

Aplicando-se o logaritmo neperiano em  $\frac{x_n}{x_{n+1}}$  e considerando que

$\omega_n = \omega_d$ , tem-se:

$$\ln \frac{x_n}{x_{n+1}} = \delta = 2\pi\xi \quad (2.37)$$

A equação (2.37) é a definição de decremento logarítmico,  $\delta$ . Logo, o fator de amortecimento fica:

$$\xi = \frac{\delta}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{x_n}{x_{n+1}} \quad (2.38)$$

Quando o amortecimento é muito pequeno pode-se utilizar a relação entre  $k$  picos positivos medidos no período natural  $kT$ . Tem-se então:

$$\ln \frac{x_x}{x_{n+k}} = k\delta = 2\pi\xi \quad (2.39)$$

O fator de amortecimento fica como na equação (2.40).

$$\xi = \frac{\delta}{2\pi k} \ln \frac{x_n}{x_{n+k}} \quad (2.40)$$

### Método da Meia Potência

A resposta permanente de um sistema com um grau de liberdade, sujeito a um carregamento harmônico de frequência  $\Omega$  e amplitude  $p_0$  é mostrado conforme a equação a seguir:

$$x(t) = p \text{sen}(\Omega t - \theta) \quad (2.41)$$

Onde  $p$  é a amplitude da resposta permanente dada por:

$$p = D \frac{p_0}{k} \quad (2.42)$$

Na equação (2.40)  $D$  é o fator dinâmico amplificador e é definido como:

$$D = [(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2]^{-1/2} \quad (2.43)$$

Sendo o fator da frequência:

$$\beta = \frac{\Omega}{\omega_n} \quad (2.44)$$

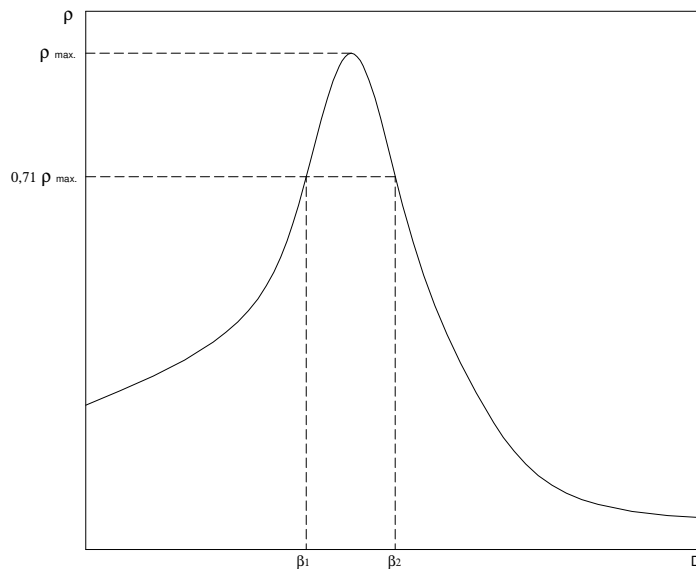


Figura 2.9 – Método da meia potência.

O forte efeito do amortecimento no controle da amplitude da resposta próximo da ressonância ( $\beta=1$ ) é claramente mostrado no gráfico. O fator de amortecimento é obtido por este método por dois valores de  $\beta$  em  $\frac{1}{\sqrt{2}}\rho_{\max}$ , como mostrado na Figura 2.9. Considera-se que, para as equações (2.42) e (2.43),  $\rho_{\max} = \frac{1}{2\xi} \frac{P_o}{k}$  a seguinte equação é formulada:

$$[(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta^2)]^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2\xi} \quad (2.45)$$

A solução desta equação leva a dois valores aproximadamente simétricos,  $\beta_1$  e  $\beta_2$ , como mostrado na Figura 2.9. O fator de amortecimento é então obtido pela equação (2.46).

$$\xi = \frac{\beta_2 - \beta_1}{\beta_2 + \beta_1} \quad (2.46)$$

A verificação experimental do fator de amortecimento pelo método da meia potência consiste em executar um número suficiente de respostas próximas da ressonância, plotar isso em um gráfico e traçar uma linha horizontal na ordenada  $\rho_{\max} / \sqrt{2}$ . Encontra-se então os valores de  $\beta_1$  e  $\beta_2$  e finalmente calcula-se o fator de amortecimento pela equação (2.46).

## 2.4.

### Análise modal

Existem dois procedimentos para determinação das características dinâmicas, denominados de Análise Modal Teórica e Análise Modal Experimental.

O primeiro procedimento consiste na formulação de um modelo matemático da estrutura em estudo através de uma técnica de discretização. O Método dos Elementos Finitos é muito utilizado para esse caso, obtêm-se as matrizes físicas de massa e de rigidez da estrutura. Então, utilizam-se essas matrizes na formulação de um problema de autovalores e autovetores, sendo que a solução são as freqüências naturais e os modos de vibração da estrutura.



Esses resultados constituem o chamado modelo modal teórico (LOFRANO, 2003).

O segundo procedimento através dos dados experimentais determina as frequências modais, fatores de amortecimento modais e modos de vibração. Através de ensaios experimentais são obtidas as características da resposta do sistema, que são geralmente dadas através de Função de Respostas em Frequência (FRF) ou resposta impulsiva (Maia et al, 1997 apud LOFRANO, 2003).

### **2.4.1.**

#### **Análise modal experimental**

Tipicamente, as características dinâmicas de um sistema estrutural são definidas pela função de transferência. Seis tipos de funções de transferências são empregados na análise de estruturas: Receptância (deslocamento/força), Mobilidade (velocidade/força), Inertância (aceleração/força), Rigidez Dinâmica (força/deslocamento), Impedância Mecânica (força/velocidade) e Massa Aparente (força/aceleração).

A análise modal experimental determina o modelo modal de uma estrutura, ou seja, suas frequências naturais, amortecimentos modais e formas modais de vibração.

Na técnica de análise modal, a função resposta em frequência da estrutura pode ser medida em um ponto único, com a excitação impulsiva aplicada em vários pontos da estrutura, ou a estrutura pode ser excitada em um único ponto, usando-se sinais aleatórios de banda larga, com a função resposta em frequência medida em vários pontos da estrutura.

#### **2.4.1.1.**

##### **Função Resposta em Frequência (FRF)**

A Função Resposta em Frequência (FRF) para S1GL é um caso particular da Função de Transferência. A função de transferência apresenta a seguinte forma:

$$H(\omega) = \frac{x(\omega)}{F(\omega)} \quad (2.47)$$

Que é a função que relaciona a resposta do sistema a uma excitação a ele aplicada.

Para determinar  $H(\omega)$ , é considerado um sistema segundo o da Figura 2.1, com condições iniciais homogêneas e excitação harmônica conforme:

$$F(t) = F_0 e^{i\omega t} \quad (2.48)$$

A equação do movimento resulta na seguinte forma:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_0 e^{i\omega t} \quad (2.49)$$

A solução particular da equação é da forma:

$$x(t) = F_0 H(\omega) e^{i\omega t} \quad (2.50)$$

Que substituindo na equação do movimento obtém-se:

$$H(\omega) = \frac{1}{-\omega^2 m + i\omega c + k} \quad (2.51)$$

A equação (2.51) é a forma mais comum de se apresentar uma FRF. A FRF expressa pela equação (2.51) é denominada receptância, geralmente denotada por  $\alpha(\omega)$  ou  $\alpha(i\omega)$ . Esta quantidade complexa descreve a relação entre a resposta em termos de deslocamento e da força de excitação aplicada à um sistema, caracterizando completamente as suas propriedades. (AGUILERA, 2005).

Diversas estruturas não podem ser modeladas como um sistema de um grau de liberdade, em virtude de que seu comportamento dinâmico, geralmente, necessitar de mais do que uma coordenada para ser completamente descrito. Portanto, um sistema com  $N$  graus de liberdade, consiste em um conjunto de FRF's diferentes, e é descrito por um modelo modal com  $N$  frequências naturais e  $N$  formas modais. Cada FRF pode ser escrita sob a forma de uma série de termos, cada um dos quais diz respeito à contribuição de cada modo de vibração à resposta total. Assim a receptância pode ser escrita como:

$$\alpha_{ks}(\omega) = \sum_{j=1}^N \frac{j A_{ks}}{\omega_j^2 - \omega^2 + i\eta_j \omega \omega_j} \quad (2.52)$$

Onde  $\eta_j$  é o fator de perda modal,  $^j A_{ks}$  é a constante modal e  $\omega_j$  é a frequência natural, relativas ao  $j$ -ésimo modo de vibração;  $\omega$  é a frequência do carregamento; e  $\alpha_{ks}$  é a resposta modal do sistema, onde  $k$  é a posição do deslocamento e  $s$  é a posição da força.

#### 2.4.1.1.1.

#### Função Resposta em Frequência Pontual

A FRF pontual, quando sua magnitude é representada em escala logarítmica, apresenta uma anti-ressonância para cada par de ressonância, conforme mostra a Figura 2.10.

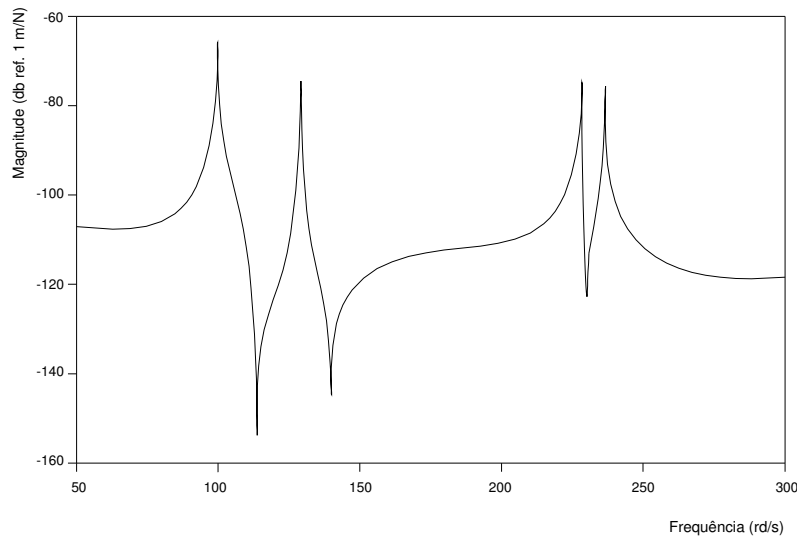


Figura 2.10-Função Resposta em Frequência (FRF) pontual.

A Figura 2.10 mostra picos invertidos entre picos de ressonância. Os picos são referentes a cada frequência natural do sistema. Os picos invertidos representam a mudança de fase de  $180^\circ$  associada com as ressonâncias.

#### 2.4.1.1.2.

#### Função Resposta em Frequência de Transferência

Neste caso não é certa a ocorrência da anti-ressonância para cada par de ressonância, conforme mostrado na Figura 2.11.

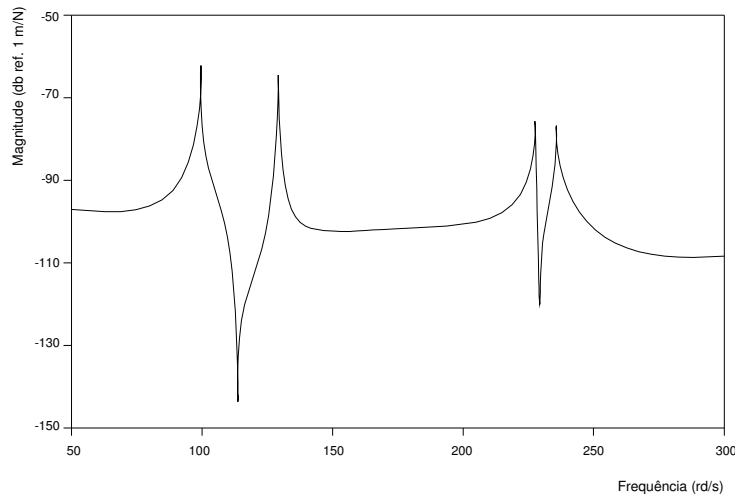


Figura 2.11 – Função Resposta em Frequência (FRF) de transferência.

Apresentam picos bem menores e os ângulos de fase diferentes de  $0^\circ$  e  $180^\circ$ .

#### 2.4.1.1.3.

#### Função Resposta em Frequência Impulsiva

A Função Resposta Impulsiva corresponde a uma Função Resposta em Frequência, e envolve o cálculo da inversa da Transformada de Fourier, que é uma característica padrão de um analisador espectral. (MAIA et al, 1997 apud AGUILERA, 2005)

#### 2.4.1.2.

#### Métodos de identificação modal

Os modelos no domínio do tempo, de um modo geral, tendem a fornecer melhores resultados quando existe uma larga faixa de frequência ou um número grande de modos presentes, considerando que os modelos no domínio da frequência tendem a fornecer melhores resultados quando a faixa de frequência de interesse é limitada e o número de modos é relativamente pequeno.

Os métodos no domínio do tempo e da frequência podem ser divididos em diretos e indiretos. Uma segunda classificação diz respeito ao número de modos que podem ser analisados ligados aos S1GL e SVGL. No domínio do tempo tem-se somente a análise de SVGL, enquanto que no domínio da

freqüência podemos ter a análise S1GL e SVGL como método indireto e como método direto apenas a análise SVGL.

Geralmente, quando se excita uma estrutura, um conjunto de FRF's é obtido, tendo por base a coleta de uma série de dados medidos. Estas FRF's são o resultado da excitação da estrutura em cada ponto selecionado e a medição da resposta em várias posições ao longo da estrutura. Alguns métodos de análise modal somente podem ser aplicados a uma única FRF de cada vez. Estes métodos são denominados métodos de única entrada/ única saída (SISO). Outros métodos permitem que várias FRF's sejam analisadas simultaneamente, com respostas tomadas em vários pontos sobre a estrutura, mas usando uma excitação pontual. Esses são denominados de métodos globais ou métodos de única entrada/ múltiplas saídas (SIMO). A filosofia por trás dessa categoria de métodos é que as freqüências naturais e os fatores de amortecimento não variam (teoricamente) de uma FRF para outra (elas são propriedades globais da estrutura) e, assim, deveria ser possível obter um conjunto único e consistente daquelas propriedades, processando várias FRF's ao mesmo tempo. Finalmente, existem métodos que podem processar simultaneamente todas as FRF's disponíveis obtidas de posições de várias respostas e excitações. Esses métodos são denominados de polireferência ou múltiplas entradas/ múltiplas saídas (MIMO). Situações de múltiplas entradas/ única saída (MISO) são também possíveis, mas são pouco usadas. (SOEIRO, 2001)

A Figura 2.12 mostra o diagrama com várias categorias possíveis de métodos.

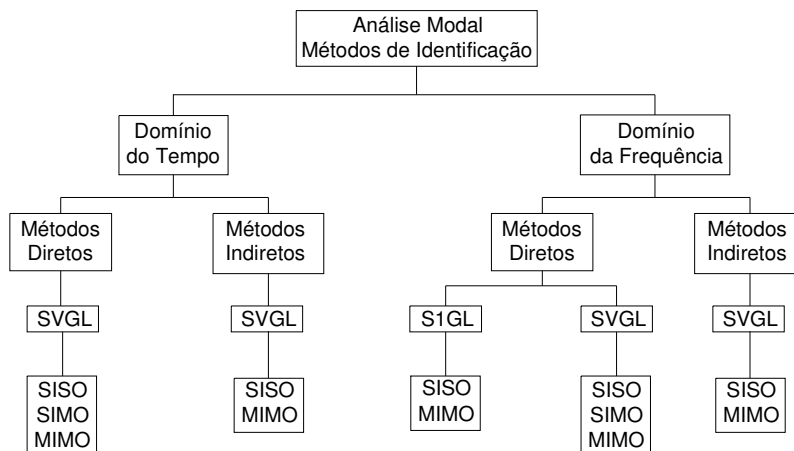


Figura 2.12 – Classificação dos métodos de análise modal.

### 2.4.1.2.1.

#### Métodos no domínio do tempo

##### Método da Exponencial Complexa

O método da exponencial complexa é um método simples de identificação modal, no domínio do tempo, que está na categoria dos métodos indiretos de vários graus de liberdade e que é classificado na categoria SISO, ou seja, é projetado para analisar uma única função impulsiva de cada vez.

No domínio da frequência, para um sistema linear, amortecido e N graus de liberdade, a FRF do tipo receptância  $\alpha_{ji}$  (deslocamento medido no ponto j para uma força aplicada no ponto i) pode ser dada pela equação (2.53).

$$\alpha_{ji}(i\omega) = \sum_{r=1}^{2N} \frac{{}^r A_{ji}}{\omega_r \xi_r + i(\omega - \omega_d)} \quad (2.53)$$

Com  $\omega_d = \omega_r \sqrt{1 - \xi^2}$ ,  $\omega_{d(r+N)} = -\omega_{d(r)}$  e  ${}^{r+N} A_{ji} = {}^r A_{ji}^*$ . O símbolo (\*) usado denota o complexo conjugado. O método da exponencial complexa, ao contrário dos métodos de identificação modal no domínio da frequência, trabalha a função resposta impulsiva, obtida da equação (2.53) pela aplicação da transformada de Fourier, conforme a seguir:

$$h_{ji}(t) = \sum_{r=1}^{2N} {}^r A_{ji} e^{s_r t} \text{ ou } h(t) = \sum_{r=1}^{2N} A'_r e^{s_r t} \quad (2.54)$$

Onde  $s_r = -\omega_{n(r)} \xi_r + i\omega_{d(r)}$ . A resposta temporal  $h(t)$  é avaliada em uma série de intervalos igualmente espaçados  $\Delta t$ , por:

$$h_0 = h(0) = \sum_{r=1}^{2N} A'_r$$

$$h_1 = h(\Delta t) = \sum_{r=1}^{2N} A'_r e^{s_r(\Delta t)} \quad (2.55)$$

$\vdots \rightarrow \vdots$

$$h_L = h(L\Delta t) = \sum_{r=1}^{2N} A_r' e^{s_r(L\Delta t)}$$

Ou fazendo  $V_r = e^{s_r t}$ , simplesmente:

$$h_0 = \sum_{r=1}^{2N} A_r'$$

$$h_1 = \sum_{r=1}^{2N} A_r' V_r \quad (2.56)$$

$$\vdots \rightarrow \vdots$$

$$h_L = \sum_{r=1}^{2N} A_r' V_r^L$$

Onde tem-se que  $A_r'$  é a constante modal e  $s_r$  são os autovalores.

Deve ser notado que na equação (2.56) os valores de  $A_r'$  e  $V_r$  não são conhecidos. Então, para calcular esses valores é utilizada uma técnica desenvolvida por Prony em 1775 e conhecida como Método de Prony (SOEIRO, 2001). Baseia-se no fato de que os pólos  $s_r$ , para um sistema sub-amortecido, sempre ocorrem em pares complexos conjugados. Foi estabelecido que existe um polinômio em  $V_r$ , de ordem  $L$ , com coeficientes reais  $\beta$ , denominados de coeficientes auto-regressivos, tal que a seguinte relação matemática pode ser escrita:

$$\beta_0 + \beta_1 V_r + \beta_2 V_r^2 + \dots + \beta_L V_r^L = 0 \quad (2.57)$$

Assim, de modo a calcular os coeficientes  $\beta$ , para avaliar  $V_r$ , é necessário apenas multiplicarem-se ambos os lados de cada uma das equações (2.56) pelos valores correspondentes de  $\beta_0$  a  $\beta_L$  e somar os resultados. Essa operação fornece a equação a seguir:

$$\sum_{j=0}^L \beta_j h_j = \sum_{j=0}^L (\beta_j \sum_{r=1}^{2N} A_r' V_r^j) = \sum_{j=0}^L (A_r' \sum_{j=0}^L \beta_j V_r^j) \quad (2.58)$$

A soma interna da equação (2.58) é exatamente o polinômio da equação (2.57). Então, como o polinômio se anula para cada valor de  $V_r$ , segue que:

$$\sum_{j=0}^L \beta_j h_j = 0, \text{ para cada valor de } V_r \quad (2.59)$$

Através da equação (2.59) é possível calcular os coeficientes  $\beta_j$  que permitirão a solução do polinômio da equação (2.57), determinando-se os valores de  $V_r$ . Para calcular os  $\beta_j$  procede-se como segue:

- Por conveniência  $L$  pode ser tomado como  $2N$ ;
- Então, existirão  $2N$  conjuntos de pontos  $h_j$ , cada um adiantado em relação ao outro em intervalo de tempo  $\Delta t$ ;
- Toma-se  $\beta_{2N}$  igual à unidade.

Portanto, o resultado deste procedimento é a seguinte equação matricial:

$$\begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_2 & \cdots & h_{2N-1} \\ h_1 & h_2 & h_3 & \cdots & h_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ h_{2N-1} & h_{2N} & h_{2N+1} & \cdots & h_{4N-2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{2N-1} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} h_{2N} \\ h_{2N+1} \\ h_{2N+2} \\ \vdots \\ h_{4N-1} \end{Bmatrix} \quad (2.60)$$

Ou, simplesmente:

$$[h]_{2N \times 2N} \{\beta\}_{2N \times 1} = \{h\}_{2N \times 1} \quad (2.61)$$

Determinados os coeficientes  $\beta_j$ , um algoritmo de solução de polinômio pode ser usado para determinar as raízes  $V_r$ . Posteriormente, usando a relação  $V_r = e^{s_r t}$  e seu valor complexo correspondente, podem-se determinar as frequências naturais e os fatores de amortecimento. Por outro lado, com os valores de  $V_r$ , usa-se a equação (2.56) para calcular os resíduos e, conseqüentemente, as constantes modais. Os resíduos são facilmente calculados reescrevendo a equação (2.56) como:



$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ V_1 & V_2 & \dots & V_{2N} \\ V_1^2 & V_2^2 & \dots & V_{2N}^2 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ V_1^{2N-1} & V_2^{2N-1} & \dots & V_{2N}^{2N-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ \vdots \\ A_{2N} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} h_0 \\ h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_{2N-1} \end{Bmatrix} \quad (2.62)$$

Onde, por conveniência, foram tomados os primeiros (2N-1) valores de  $h_j$ . Na realidade, é bastante tomar (N -1) valores, uma vez que  $A_r$  e  $V_r$  aparecem em pares conjugados (SOEIRO,2001).

### **Método da Exponencial Complexa – Mínimos Quadrados (LSCE)**

Este método de identificação foi introduzido em 1979 e é a extensão do método da exponencial complexa para um procedimento global de identificação modal (SOEIRO, 2001). Portanto, este método é um método SIMO, ou seja, ele processa simultaneamente várias Funções Respostas Impulsivas, referentes a vários pontos de medição, que são obtidas a partir da aplicação de uma força em um único ponto. Neste procedimento de análise, um conjunto consistente de parâmetros globais (frequências naturais e fatores de amortecimento modais) é obtido eliminando-se a variação obtida para estes parâmetros quando se aplica o método da exponencial complexa em diferentes Respostas Impulsivas.

### **Método de Ibrahim**

Trata-se de um método global de ajustamento no domínio do tempo. A formulação deste método inclui estados vetoriais, onde a resposta de deslocamento e velocidade necessita de cálculos de integração da resposta de aceleração livre. Usa resposta em vibração livre amortecida ao invés da Função Resposta Impulsiva. Para um sistema de N graus de liberdade, a resposta da estrutura para um ponto i e um instante t é expressa como a soma da resposta individual de cada modo (MAIA et al, 1997 apud AGUILERA, 2005).

### 2.4.1.2.2.

#### **Métodos no domínio da freqüência**

##### **Método da Amplitude de Pico**

Este é o método mais simples conhecido para identificar os parâmetros modais de uma estrutura. As freqüências são tomadas simplesmente da observação dos picos da curva de magnitude da resposta. Os fatores de amortecimento são calculados da agudeza dos picos e as formas modais são calculadas das razões das amplitudes dos picos em vários pontos sobre a estrutura. De modo a levar em conta a amplitude da força de excitação, o uso da receptância representa um melhoramento do método. Esse método considera que os modos são reais e, embora seja bastante simplório, ele pode fornecer resultados razoáveis se os modos são bem separados e se o amortecimento não é muito alto.

##### **Método da Resposta de Quadratura e do Componente Máximo de Quadratura**

Este método difere do método da amplitude de pico pela forma de determinar a posição das freqüências naturais da estrutura. O método da resposta de quadratura localiza as freqüências naturais nos pontos onde a componente em fase da resposta (a parte real) é nula. Isto corresponde a uma diferença de fase de 90 graus entre a função força e a resposta. O método do componente máximo de quadratura considera que as freqüências naturais ocorrem nos pontos onde a componente de quadratura da resposta (parte imaginária) tem um máximo (ou mínimo). Essa componente está 90 graus fora de fase com a excitação (SOEIRO, 2001).

##### **Método de Ajuste do Círculo**

Como foi visto anteriormente, a Receptância de um sistema de N graus de liberdade, com amortecimento histerético, é dada pela seguinte expressão:

$$\alpha_{ks}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{r A_{ks}}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\eta_r \omega \omega_r} \quad (2.63)$$

Onde  $\eta_r$  e  ${}^r A_{ks}$  são, respectivamente, o fator de perda e a constante modal complexa  ${}^r A_{ks} = A_r e^{i\phi_r}$  associados com r-ésimo modo.

Na prática, existe uma faixa limitada de freqüências para a qual os dados experimentais são coletados. A contribuição à resposta total dos termos situados fora da faixa experimental de freqüência pode ser levada em conta por meio de resíduos. O método de ajustamento de círculo assume a hipótese que a contribuição dos modos fora da faixa àquela particular sob estudo é uma constante. Assim a equação (2.63) é aproximada por:

$$\alpha_{ks}(\omega) = \frac{{}^r A_{ks}}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\eta_r \omega \omega_r} + {}^r B_{ks} \tag{2.64}$$

Onde  ${}^r B_{ks}$  é uma constante complexa associada com o modo r. Por outro lado, como já discutido, o diagrama de Nyquist de  $1/(\omega_r^2 - \omega^2 + i\eta_r \omega \omega_r)$  é um círculo. Olhando a equação (2.64), observa-se que a multiplicação pela constante complexa  ${}^r A_{ks}$  significa uma ampliação ou redução do raio do círculo, tanto quanto uma certa rotação, e que a adição de  ${}^r B_{ks}$  corresponde a uma simples translação (SOEIRO, 2001). Como de fato é apresentado no diagrama de Nyquist a equação (2.64), a curva completa não será exatamente um círculo, mas apresentará seções de arco de círculo ao redor da freqüência natural, como ilustrado na Figura 2.13.

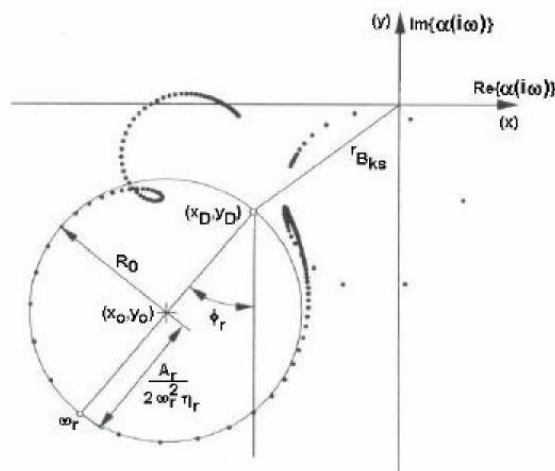


Figura 2.13 – Diagrama de Nyquist mostrando o ajuste do círculo.

Este método consiste basicamente no ajuste de um círculo à curva de resposta em frequência, próxima à frequência natural. A curva complexa não representará exatamente um círculo, mas apresentará seções de círculo ao redor da frequência natural.

Este método é frequentemente desconsiderado devido ao fato de se dizer que ele somente trabalha bem quando os modos estão bem separados e para valores de amortecimento não tão altos. Entretanto, na opinião de alguns pesquisadores esse método trabalha muito bem para a maioria dos casos mesmo quando se trata de estruturas altamente complexas (SOEIRO, 2001).

### **Método dos Mínimos Quadrados**

Seja a função Receptância para o mecanismo de amortecimento histerético, conforme mostrado a seguir:

$$\alpha_{ks}(i\omega) = \sum_j \frac{{}^j A_{ks}}{s_j - \omega^2} \quad \text{onde} \quad s_j = \omega_j^2(1 + \eta_j) \quad (2.65)$$

O somatório da equação (2.65) se estende pelo número de modos da banda de frequência considerada. Por simplicidade, faz-se  $A_j = {}^j A_{ks}$ .

O erro em cada valor experimental da frequência é:

$$E_k = \frac{A_r}{s_r - \omega^2} + \sum_{j \neq r} \frac{A_j}{s_j - \omega^2} - H(i\omega_k) \quad (2.66)$$

Sendo  $H(i\omega_k)$  o valor experimental da função resposta em frequência do tipo Receptância e o somatório representa a contribuição dos modos afastados do  $r$ -ésimo modo.

Por definição:

$$B_k = \sum_{j \neq r} \frac{A_j}{s_j - \omega^2} - H(i\omega_k) \quad (2.67)$$

onde os parâmetros  $A_j$  e  $s_j$  são conhecidos previamente. Por exemplo, suponha-se que esses parâmetros tenham sido determinados por ajustamento do círculo por Nyquist ou pelo método inverso. Desta forma, os  $B_k$  podem ser calculados, com  $k=1, 2, \dots, N$ , sendo  $N$  o número de pontos de frequência em que  $H(i\omega_k)$  foi medida. Portanto, pode-se reescrever a equação (2.66) como a seguir:

$$E_k = \frac{A_r}{s_r - \omega_k^2} + B_k \quad \text{ou} \quad E_k = \frac{1}{s_r - \omega_k^2} [A_r + B_k (s_r - \omega_k^2)] \quad (2.68)$$

O objetivo aqui é o de atualizar os valores das constantes modais e autovalores pelo método do mínimo erro quadrático. Assim, definindo o fator de peso  $P_k = 1/(s_r - \omega_k^2)$ , que é computado com o valor prévio de  $s_r$ , pode-se escrever a seguinte expressão para o erro quadrático:

$$\text{ERRO}_k^2 = E_k E_k^*$$

$$E_k E_k^* = |P_k|^2 \left[ |A_r|^2 + (s_r - \omega_k^2) A_r^* B_k + (s_r^* - \omega_k^2) A_r B_k^* + |(s_r - \omega_k^2) B_k|^2 \right] \quad (2.69)$$

Então, somando-se os erros referentes a cada ponto  $k$  de frequência, derivando em relação aos conjugados complexos das constantes modais e autovalores, e igualando a zero, obtém-se a seguinte equação matricial:

$$\begin{bmatrix} \sum_k |P_k|^2 & \sum_k |P_k|^2 B_k \\ \sum_k |P_k|^2 B_k^* & \sum_k |P_k|^2 |B_k|^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_r \\ s_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_k |P_k|^2 B_k \omega_k^2 \\ \sum_k |P_k|^2 |B_k|^2 \omega_k^2 \end{Bmatrix} \quad (2.70)$$

A solução da equação (2.70) fornece os valores atualizados de  $A_r$  e  $s_r$ , computados em função dos valores previamente estabelecidos dentro da banda de frequência varrida por  $k$ .

A cada iteração, o valor do erro é calculado pela equação (2.69) usando-se os valores atualizados. Então, um critério de convergência adequado deve ser usado, tal como o apresentado na equação abaixo, de modo a sinalizar quando o processo iterativo deve ser encerrado:

$$\frac{|\text{Erro}_{\text{atual}}^2 - \text{Erro}_{\text{anterior}}^2|}{\text{Erro}_{\text{anterior}}^2} < 0,01 \quad (2.71)$$

O desenvolvimento matemático aqui apresentado permite que se estabeleça a seguinte metodologia:

1. Tomar como dados de entrada inicial um conjunto de valores de  $A_j$  e  $s_j$ , correspondentes aos modos contidos na banda de frequência de interesse, obtidos por qualquer um dos métodos já apresentados.

2. Montar a equação (2.70), resolvê-la e determinar o novo conjunto de  $A_j$  e  $s_j$ . Esse procedimento deve ser feito para a obtenção de valores atualizados de  $A_j$  e  $s_j$  para cada um dos modos contidos na banda de frequência de interesse.
3. Verificar o critério de convergência. Se este critério for obedecido parar o procedimento, caso contrário, repetir os passos anteriores até que a convergência seja obtida.

É claro que a convergência é obtida com menor número de iterações se os valores iniciais de  $A_j$  e  $s_j$  forem bem escolhidos. Uma boa recomendação é a de se obterem os valores iniciais de  $A_j$  e  $s_j$  pelo ajustamento do círculo de Nyquist (SOEIRO, 2001).

## 2.5.

### Considerações finais

Como este é o primeiro trabalho sobre o estudo dinâmico com bambu, houve a necessidade de se fazer uma revisão bibliográfica completa em análise dinâmica que servirá de base para qualquer outra pesquisa desenvolvida nesta área, já que não será necessária a utilização de todos os métodos nesta dissertação.

Com a revisão bibliográfica realizada, já existe base para desenvolver os experimentos, estudando as espécies *Dendrocalamus giganteus*, *Phyllostachys aurea* e *Guadua angustifolia*.

### 3.

## Métodos e materiais

### 3.1.

#### Introdução

Os ensaios são desenvolvidos no Laboratório de Estruturas e Materiais (LEM) do Departamento de Engenharia Civil, no Laboratório de Vibrações do Departamento de Engenharia Mecânica, ambos na PUC-Rio e no Laboratório de Engenharia Mecânica da UFPA. Os bambus utilizados são das espécies *Phyllostachys aurea*, de um bambuzal localizado na cidade de Bananal no estado de São Paulo, *Dendrocalamus giganteus* e *Guadua angustifolia*, de bambuzais localizados no Jardim Botânico no estado do Rio de Janeiro.

Os bambus da espécie *Phyllostachys aurea* foram cortados em outubro de 2001, a aproximadamente 20 cm acima do nível do solo e foram mantidos em posição vertical, curando, durante o período de 5 semanas. Depois foram cortados em comprimento de três metros para o transporte ao LEM-PUC. Ficaram armazenados na posição vertical no LEM.

Os bambus das espécies *Dendrocalamus giganteus* e *Guadua angustifolia* foram cortados em março de 2003, 15 cm acima do nível do solo e foram mantidos na posição vertical, curando, durante o período de duas semanas. Foram cortados também em comprimento de três metros e transportados ao LEM na PUC-Rio. Foram mantidos no LEM nas mesmas condições que o *Phyllostachys aurea*.

É importante observar que devido ao fato de que o bambu apresenta diferentes propriedades físicas e mecânicas ao longo do seu comprimento, dividido em base, meio e topo, no presente trabalho, são utilizadas somente bases de bambu.

### 3.2.

#### Massa Específica

Para a determinação da massa específica, são cortadas dez amostras de cada espécie conforme mostrado na Figura 3.1. Os corpos de prova para este ensaio ainda são divididos em quatro partes para ser verificado o peso específico de acordo com a concentração de fibras, também mostrado na Figura 3.1. Eles são divididos em CP1, CP2, CP3, CP4, aumentando de acordo com a concentração das fibras, ou seja, os corpos de prova CP1 têm uma concentração de fibras menor que o CP4.

A espécie *Phyllostachys aurea* não pode ser cortada em quatro partes como as outras, pois a espessura era menor. Sendo cortada em somente duas partes, obedecendo ao mesmo princípio das outras espécies, o crescimento da concentração das fibras obedece à ordem da numeração.

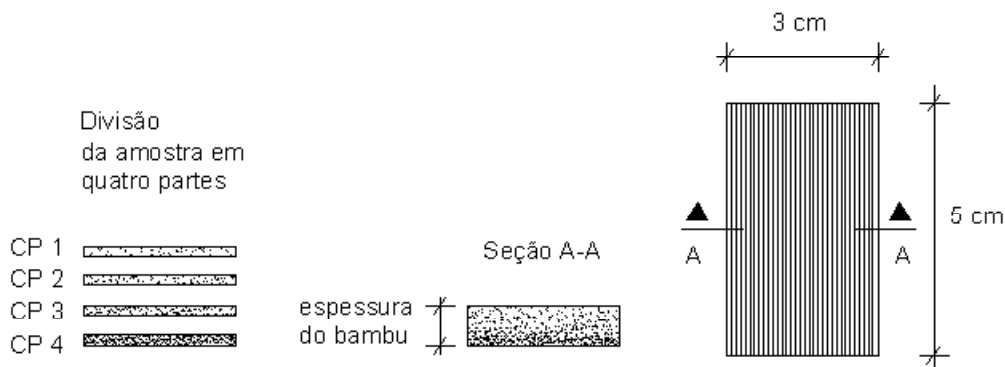


Figura 3.1 – Dimensões das amostras de bambu para o ensaio de massa específica.

O corpo de prova é pesado, seco ao ar em uma balança eletrônica com precisão de 0,01 g para obter a massa ( $m$ ), em gramas, como mostrado na Figura 3.2.

Segundo a norma INBAR – ISO/ TC 165 N315 Date: 2001-12-07 para obter o volume dos corpos de prova, primeiro determina-se a massa do equipamento ( $M_{eq}$ ) em que o corpo de prova é submerso na água, em gramas. Depois determina-se a massa do corpo de prova junto com o equipamento ( $M_{eq+a}$ ), em gramas, segundo a Figura 3.3. O volume do corpo de prova é determinado através da equação 3.1.



$$\text{Volume (cm}^3\text{)} = m - M_{\text{eq+a}} + M_{\text{eq}} \quad (3.1)$$

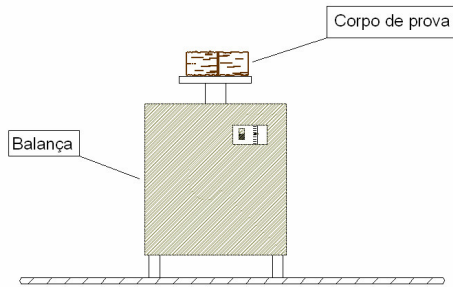


Figura 3.2 – Corpo de prova de bambu sendo pesado na balança eletrônica com precisão de 0,01 g.

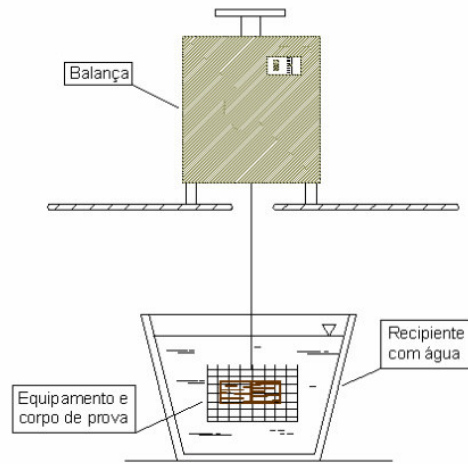


Figura 3.3 – Determinação peso do corpo de prova através da imersão em água.

A massa específica é obtida a partir da equação (3.2).

$$M_{\text{eb}} = \frac{m}{\text{Volume}} \quad (3.2)$$

### 3.3. Módulo de elasticidade à flexão e coeficiente de Poisson

Este ensaio tem como objetivo determinar o módulo de elasticidade à flexão e o coeficiente de Poisson das três espécies de bambu em estudo.

São utilizados dois segmentos de bambu com nó, de cada espécie, para este ensaio. O sistema formado para a determinação do módulo de elasticidade à flexão e do coeficiente de Poisson é composto pelos elementos apresentados no esquema das Figuras 3.4, 3.5 e 3.6. São colados, no segmento, “strain gages” unidirecionais (tipo: PA-06-250BA-120L Excel Sensores), orientados nas duas direções, longitudinal e transversal, próximos ao engaste, onde as deformações são máximas.

O lado engastado do segmento é concebido através da fixação deste na extremidade de uma mesa com o auxílio de garras metálicas. Na extremidade livre do segmento foram aplicadas cargas estáticas, de maneira gradual, através da utilização de pesos colocados convenientemente em um suporte preso nessa extremidade.

Os “strain gages” foram ligados ao módulo de aquisição de dados (Vishay modelo P-350 A Serial nº 037003 Measurements Group), o qual fez a leitura das deformações à medida que as cargas são aplicadas. Também foram medidos os deslocamentos dos segmentos.

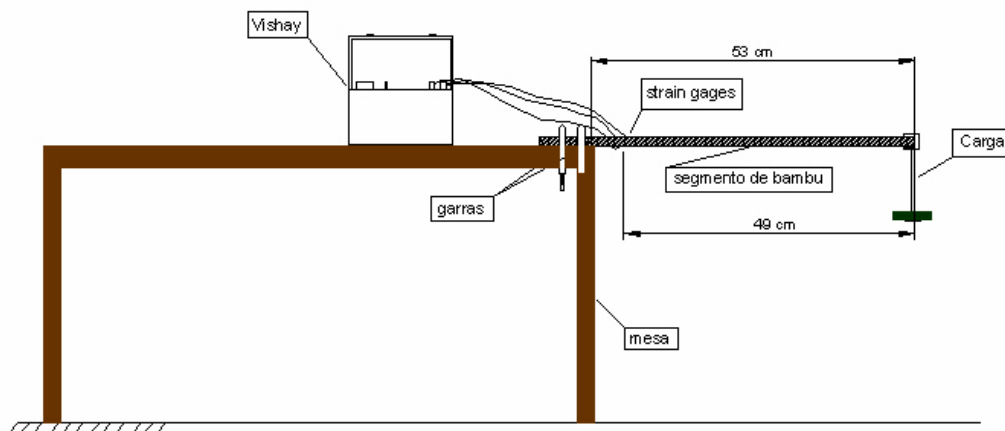


Figura 3.4 – Esquema do ensaio com carga estática.

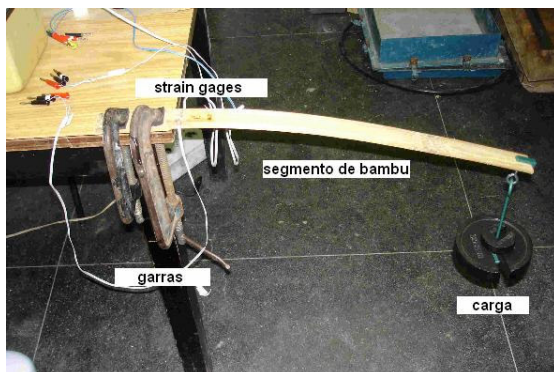


Figura 3.5 – Segmento de bambu com carga da extremidade livre.

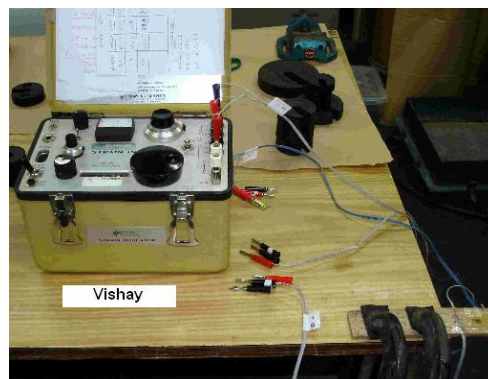


Figura 3.6 – Vishay, utilizado para obter as deformações dos segmentos.

Os módulos de elasticidade à flexão são obtidos a partir da equação (3.3):

$$E_f = \frac{PL^3}{3dI} \quad (3.3)$$

Onde,  $E_f$  é módulo de elasticidade à flexão,  $P$  a carga,  $L$  o comprimento,  $d$  o deslocamento e  $I$  o momento de inércia da seção transversal.

O coeficiente de Poisson é determinado diretamente dos gráficos obtidos das leituras do extensômetros, conforme relatado no capítulo 4.

### 3.4.

#### Fator de amortecimento e frequência natural

##### 3.4.1.

##### Via ensaio direto

Para a determinação do fator de amortecimento do bambu e da frequência natural do sistema, oito segmentos de cada espécie de bambu são cortados. Foi necessário cortar o bambu inteiro em partes menores (1 metro cada) para possibilitar o transporte do mesmo. As dimensões dos corpos de prova são: 0,038 m de base, 0,005 m de altura e 0,55 de comprimento livre (do apoio até a extremidade).

O sistema formado para a realização do ensaio é constituído basicamente pelo segmento engastado em uma de suas extremidades a um suporte metálico sobre uma mesa, um acelerômetro (modelo 752-100 S/N AB47 com sensibilidade de 10.174 mV/g) preso com o auxílio de cera de abelha na extremidade livre do segmento e um microcomputador. Uma pequena carga com um leve toque é aplicada na extremidade livre do segmento, de forma a representar um pulso de carga. A resposta é registrada no computador através do programa HP 356 xa PA 100 E, que capta o sinal enviado pelo acelerômetro. As respostas dos segmentos são avaliadas tanto no domínio da frequência quanto no domínio do tempo, para se obterem as propriedades dinâmicas do modelo físico, ou seja, seu fator de amortecimento e frequências naturais.

O esquema do ensaio é apresentado nas Figuras 3.7, 3.8 e 3.9:

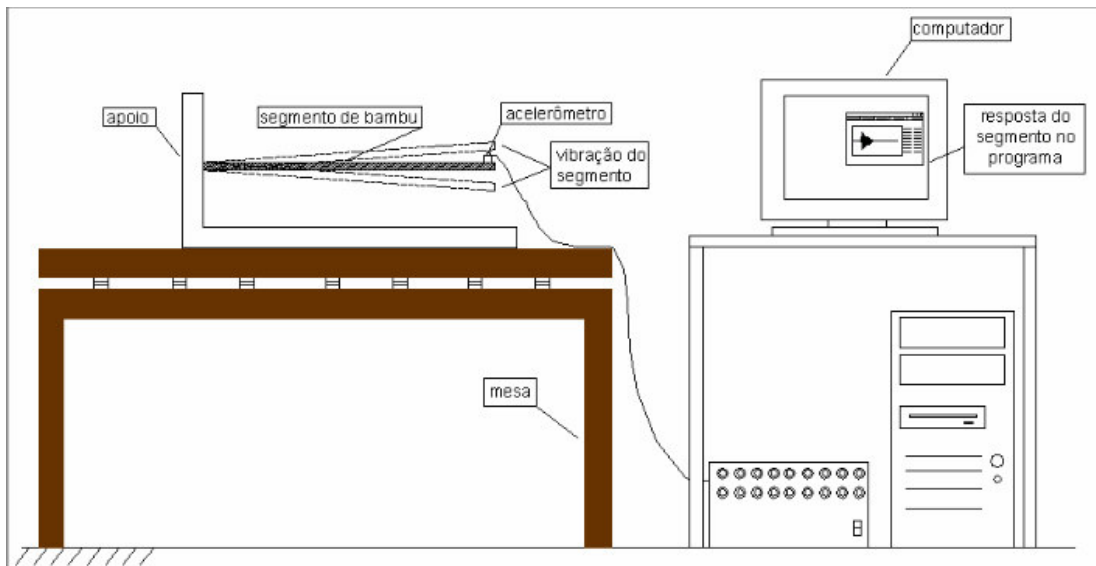


Figura 3.7 – Esquema do ensaio para determinação do fator de amortecimento e frequência natural do segmento em balanço.

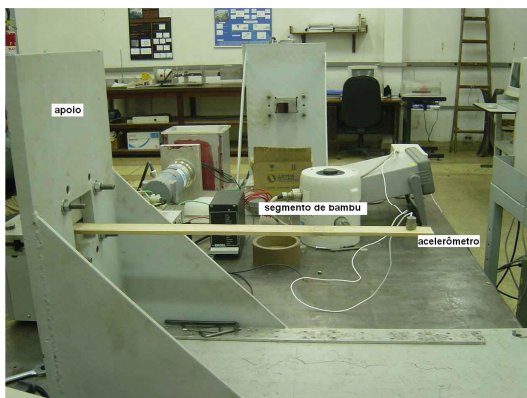


Figura 3.8 – Segmento de bambu em balanço para o ensaio de determinação das propriedades dinâmicas.



Figura 3.9 – Computador usado para se obterem as respostas dos segmentos.

### 3.4.2.

#### Via análise modal

Os ensaios são desenvolvidos no Laboratório de Engenharia Mecânica da UFPA. Inicialmente, são propostas duas formas para determinação das propriedades, fator de amortecimento e frequências naturais, sendo uma constituída

pelo bambu suspenso por um fio (barbante de algodão) e o bambu apoiado sobre esponjas, uma base elástica. Na primeira forma, não se obteve sucesso, pois o bambu era muito pesado e o fio (barbante de algodão) não suportava o peso; portanto, foi necessário cortar as amostras. Então as amostras são divididas da seguinte forma: bambus com 1 metro de comprimento apoiado sobre base elástica, às esponjas e bambus com 0,33 metros presos por um fio (barbante de algodão) em uma de suas extremidades. Estas condições de apoio se assemelham a uma análise livre-livre, que é o procurado, procedimentos que apresentassem baixa interferência das condições de contorno nas respostas dinâmicas encontradas. As espécies utilizadas nesses ensaios são as mesmas dos ensaios anteriores.

Estes ensaios têm como objetivo determinar as Funções Resposta em Freqüência (Pontual e de Transferência). Depois de obtidas as FRF's, os parâmetros modais das vigas são obtidos através de um software específico, no caso o TEST.LAB Ver 4B.

### **3.4.2.1.**

#### **Apoios especiais**

Com base em experimentos realizados anteriormente no Laboratório de Engenharia Mecânica da UFPA, são escolhidas duas condições de apoio especiais:

#### **3.4.2.1.1.**

##### **Condição de contorno 1**

Para este ensaio foi desenvolvido um esquema onde os bambus são presos por um fio (barbante de algodão) em uma de suas extremidades, conforme mostrado na Figura 3.10.

Para a realização deste ensaio foi necessária a utilização dos seguintes equipamentos:

- Martelo pequeno, célula de carga, com um contrapeso para aumentar a inércia do mesmo e com uma ponta de plástico;
- Cabos BNC, para a conexão do acelerômetro e do martelo com o analisador;
- Acelerômetro PCB, Modelo 352B68, sensibilidade 104,5 mV/g;

- Um analisador HP 35665 A com número de série: 3603A03491, Versão do Software instalado no Analisador: FIRMWARE REVISION: A.01.11, que realiza as análises utilizando a Transformada Rápida de Fourier (FFT) de espectro com um ou dois canais dentro de uma faixa de frequência que vai de 0,19531 Hz até 102,4 kHz para o modo de um canal e 0,097656 Hz até 51,2 kHz para o modo de dois canais.

O martelo e o acelerômetro são conectados ao Analisador Dinâmico de Sinais HP 35665 A com os cabos CBN aos canais 1 e 2 respectivamente.

Foram utilizadas 3 amostras de cada espécie. O corpo de prova tinha 0,33 metros e foi dividido e marcado com uma caneta em 13 pontos equidistantes, o acelerômetro foi preso no último ponto na extremidade livre, ou seja, no ponto 13 com o auxílio de cera de abelha. Então foi aplicada uma carga de impacto com o martelo 5 vezes em cada ponto para obter as FRF's pontual e as FRF's de transferência.

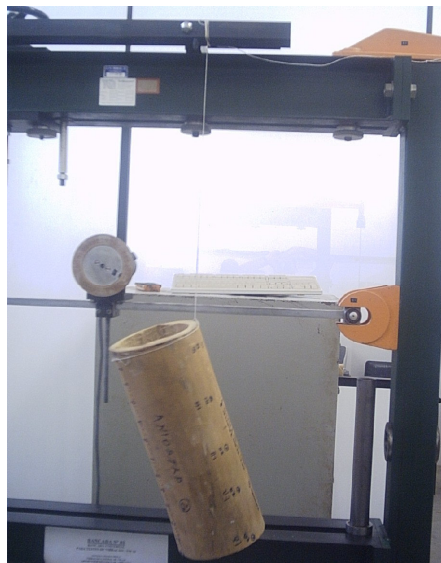


Figura 3.10 – Bambu preso em uma de suas extremidade por um fio.

#### 3.4.2.1.2.

##### Condição de contorno 2

Neste ensaio o segmento bambu com 1 metro de comprimento foi apoiado sobre duas esponjas nas extremidades em uma bancada conforme mostrado na

Figura 3.11. Mede-se a distância entre os apoios, sendo então dividido em 12 partes iguais. Para a realização deste ensaio foi necessária a utilização dos mesmos equipamentos utilizados e mesmo procedimento do ensaio anterior.

A posição do acelerômetro na amostra é mostrada na Figura 3.11. Para obter a FRF Pontual aplica-se uma carga de impacto com o martelo no ponto onde o acelerômetro foi fixado, conforme a Figura 3.12. Para obter as FRF's de transferência aplica-se uma carga de impacto com o martelo nos outros pontos marcados na viga, conforme a Figura 3.13.



Figura 3.11 – Bambu inteiro apoiado sobre as esponjas.



Figura 3.12 – Obtenção da FRF Pontual.

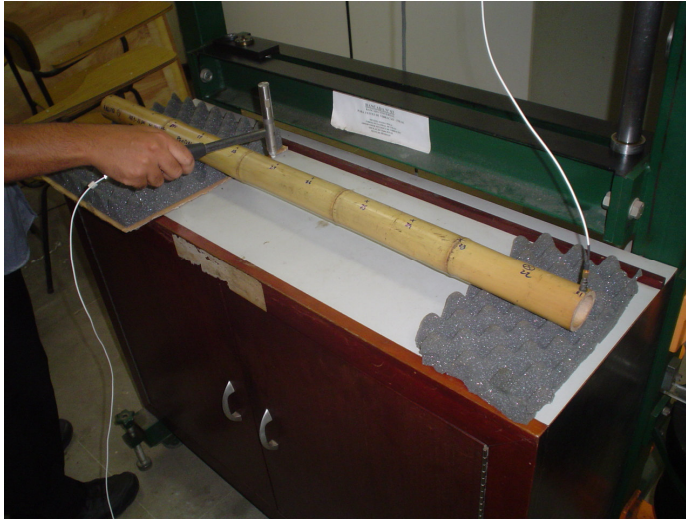


Figura 3.13 – Obtenção de uma FRF de Transferência.



## 4.

### Apresentação e análise dos resultados

#### 4.1.

##### Introdução

Neste capítulo são apresentados e analisados os resultados dos ensaios mostrados no capítulo 3.

#### 4.2.

##### Massa Específica

Os resultados de massa específica para as três espécies estudadas, *Dendrocalamus giganteus*, *Phyllostachys aurea* e *Guadua angustifolia* são apresentados nas Tabelas 4.1, 4.2 e 4.3, respectivamente. A seção transversal do bambu foi dividida em 4 partes para as espécies *Dendrocalamus giganteus* e *Guadua angustifolia* e 2 partes para a espécie *Phyllostachys aurea*, onde CP1 é a parte interior e CP2 a exterior.

Tabela 4.1 – Valores médios de massa específica de cada corpo de prova e a média da espécie *Dendrocalamus giganteus*.

Corpo de Prova	Massa Específica (kg/m <sup>3</sup> )
CP 1	626
CP 2	666
CP 3	744
CP 4	924
Média	740

Tabela 4.2 – Valores médios de massa específica de cada corpo de prova e a média da espécie *Phyllostachys aurea*.

Corpo de Prova	Massa Específica (kg/m <sup>3</sup> )
CP 1	686
CP 2	930
Média	808

Tabela 4.3 – Valores médios de massa específica de cada corpo de prova e a média da espécie *Guadua angustifolia*.

Corpo de Prova	Massa Específica (kg/m <sup>3</sup> )
CP 1	600
CP 2	610
CP 3	759
CP 4	989
Média	740

Os resultados mostram que a massa específica varia de acordo com a concentração das fibras, já que os CP 1 são os corpos de prova que apresentam as menores concentrações de fibras e os CP 4 apresentam maior concentração de fibras. Sendo que quanto maior a concentração de fibras, o corpo de prova apresenta, maior a massa específica.

Os dados encontrados sobre massa específica na literatura foram de CULZONI (1986) da espécie *Dendrocalamus giganteus* que apresenta um valor de 860 kg/m<sup>3</sup> para base de bambu. O ensaio realizado por CULZONI não levou em consideração a concentração de fibras como neste.

Para a espécie *Phyllostachys aurea*, XAVIER (2003) encontrou valores de 627 kg/m<sup>3</sup>, mas a determinação da massa específica foi baseada na norma NBR 7190/97, da ABNT (1997) – Projeto de estrutura de madeira, que apresenta algumas diferenças, pois o volume considerado neste caso é o volume saturado das amostras.

#### 4.3.

#### Módulo de elasticidade à flexão e coeficiente de Poisson

Foram realizados em duas amostras de cada espécie conforme apresentado no item 3.3, sendo que a legenda significa: DG é *Dendrocalamus giganteus*, PA é *Phyllostachys aurea* e GA é *Guadua angustifolia*. A deformação superior longitudinal é representada por SL e a deformação superior transversal é representada por ST. A deformação inferior longitudinal é IL e a deformação inferior transversal é IT.

As curvas tensão-deformação obtidas a partir do ensaio dos segmentos de bambu são apresentadas na Figura 4.1.

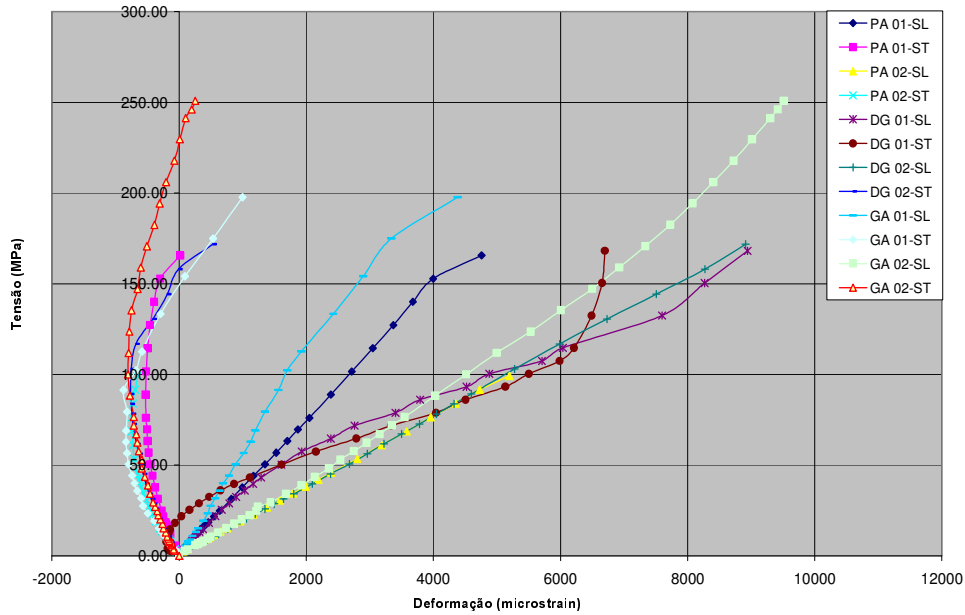


Figura 4.1 – Curvas tensão-deformação superiores obtidas durante o ensaio nos segmentos de bambu.

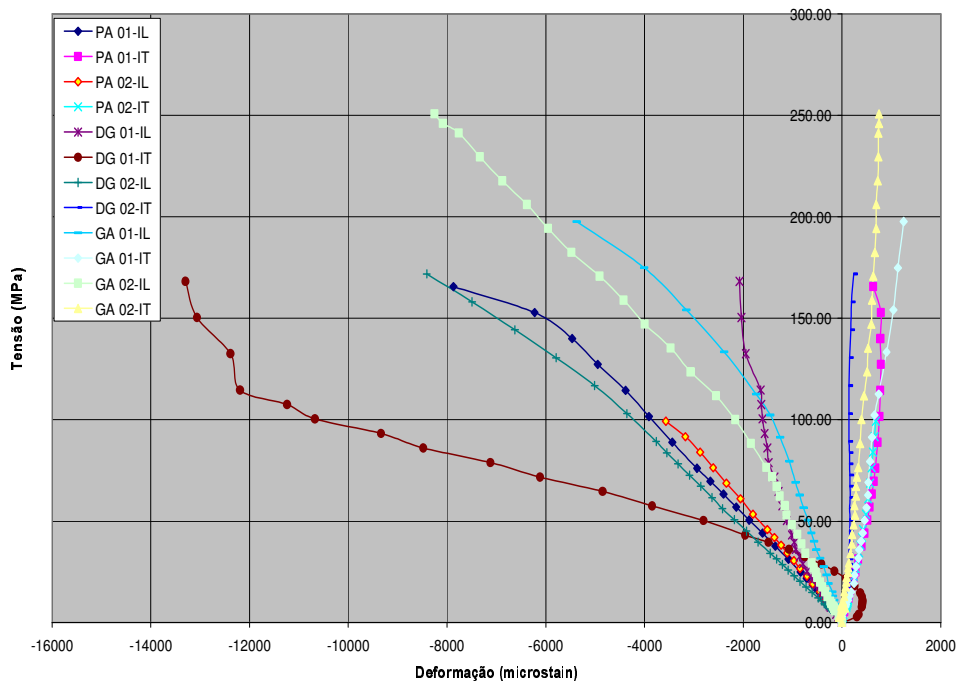


Figura 4.2 – Curvas tensão-deformação inferiores obtidas durante o ensaio nos segmentos de bambu.

Como alguns resultados não apresentavam coerência, pode ter ocorrido o descolamento do strain gage durante o ensaio ou este não foi colado

exatamente a  $90^\circ$  graus. Então foram considerados somente os valores coerentes e somente até o limite de proporcionalidade, sendo posteriormente calculada a média aritmética desses valores. Esses coeficientes de Poisson calculados são apresentados na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Valores médios do coeficiente de Poisson das espécies estudadas.

Espécie	$\nu$
<i>Dendrocalamus giganteus</i>	0,24
<i>Phyllostachys aurea</i>	0,34
<i>Guadua angustifolia</i>	0,23

O gráfico de carga-deslocamento das espécies estudadas é apresentado na Figura 4.3.

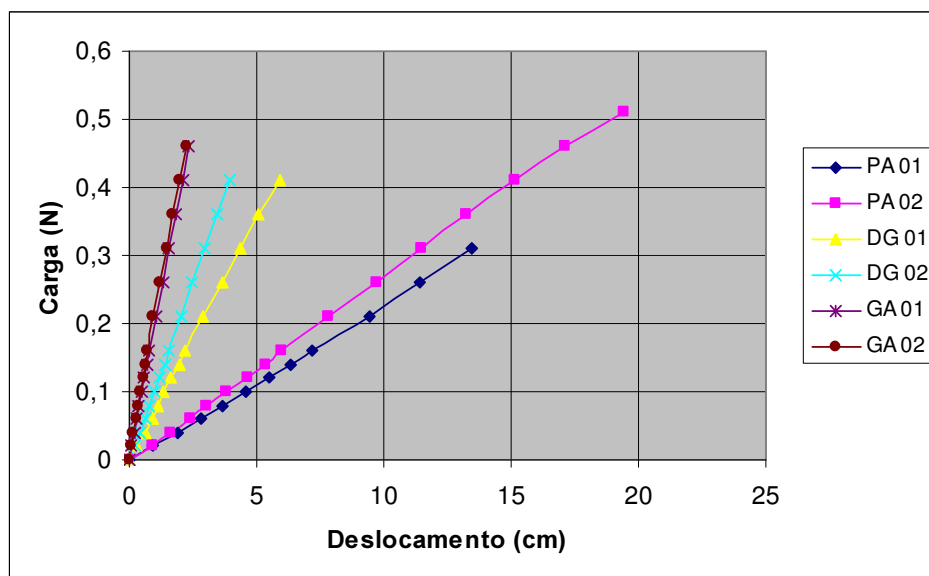


Figura 4.3 – Gráfico de carga -deslocamento das espécies estudadas.

O módulo de elasticidade foi calculado pela equação (3.3). Os valores dos módulos de elasticidade obtidos são apresentados na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Módulos de elasticidade à flexão das espécies estudadas.

Espécies	$E_f$ (GPa)
<i>Dendrocalamus giganteus</i>	7,19
<i>Phyllostachys aurea</i>	10,84
<i>Guadua angustifolia</i>	11,54

CULZONI (1986) encontrou para o módulo de elasticidade à flexão de base de *Dendrocalamus giganteus* o valor de 10,57 GPa em ensaios de flexão simples em três pontos.

#### 4.4.

#### Fator de amortecimento e frequência natural

##### 4.4.1.

##### Via ensaio direto

Neste experimento são realizados três testes em cada um dos oito segmentos de cada espécie de bambu utilizados. Obteve-se neste experimento a resposta no domínio do tempo e no domínio da frequência.

Submetendo-se o segmento a uma condição inicial de deslocamento, no domínio do tempo o sinal captado pelo acelerômetro foi obtido, conforme mostrado na Figura 4.4, que é um exemplo de resposta no domínio do tempo.

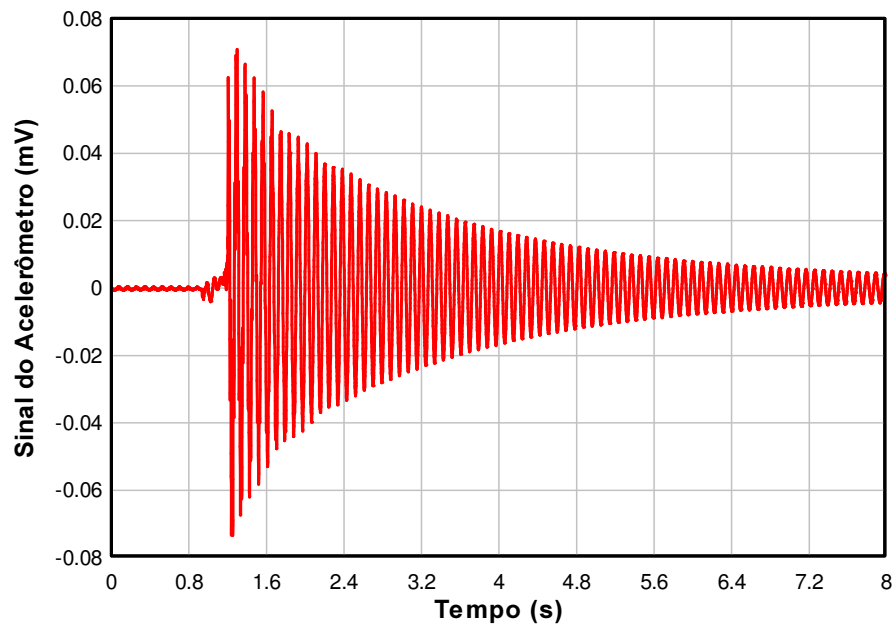


Figura 4.4 – Resposta no domínio do tempo do primeiro teste realizado no terceiro segmento da espécie *Guadua angustifolia*.

Nota-se que a condição inicial foi realizada em aproximadamente  $t \cong 1.2s$ . Até esse instante o sinal de resposta deveria ser uma linha reta em

zero, mas o acelerômetro captou algum ruído causado pela vibração de outra coisa que não a do segmento. Para obter o fator de amortecimento do sistema ( $\xi$ ) aplica-se o método do decremento logarítmico. Obtendo o decremento logarítmico para cada período, calcula-se a média dos decrementos.

Aplica-se a mesma condição inicial de deslocamento no segmento e no domínio da frequência. O sinal do acelerômetro é captado, conforme mostra a Figura 4.5, que é um exemplo de resposta no domínio da frequência.

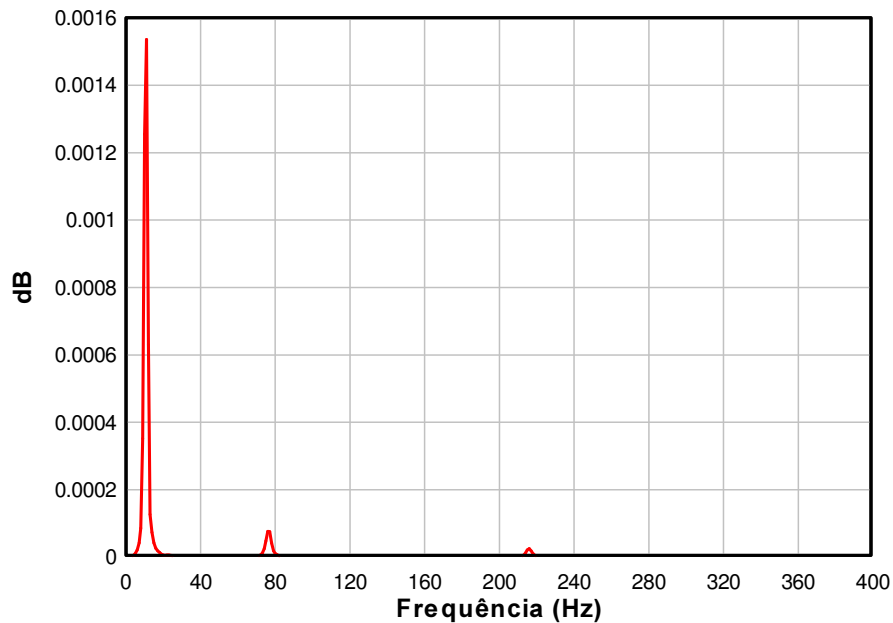


Figura 4.5 – Resposta no domínio da frequência do primeiro teste realizado no terceiro segmento da espécie *Guadua angustifolia*.

Nota-se que neste caso, a primeira frequência natural do segmento é  $f_1 = 11$  Hz e a segunda frequência natural é  $f_2 = 76$  Hz.

Os resultados de fatores de amortecimento e frequências naturais ( $f$ ) são apresentados na Tabela 4.6. Os resultados são uma média aritmética. Somente foi possível obter a primeira e a segunda frequência natural. As frequências referentes ao primeiro modo de vibração são representadas por  $f_1$  e as referentes ao segundo modo são representadas por  $f_2$ .

Tabela 4.6 – Valores médios do fator de amortecimento e frequência natural das espécies de bambu.

Espécie	$f_1$ (Hz)	$f_2$ (Hz)	$\xi$ (%)
<i>Dendrocalamus giganteus</i>	8,0	53,95	1,518
<i>Phyllostachys aurea</i>	9,5	69,47	1,322
<i>Guadua angustifolia</i>	11,25	76,50	0,989

Os resultados de fator de amortecimento e frequência natural apresentados são referentes aos sistemas utilizados.

Como comparação, o mesmo experimento foi realizado em segmentos de aço e alumínio. Os segmentos de aço e de alumínio apresentavam as mesmas dimensões dos segmentos de bambu. Os valores de fator de amortecimento encontrados são a média aritmética de três ensaios realizados em cada amostra. Os resultados são apresentados na Tabela 4.7.

Tabela 4.7 – Resultado do amortecimento e frequência natural dos segmentos de aço e alumínio.

Material	$f$ (Hz)	$\xi$ (%)
Aço	20,5	0,332
Alumínio	12,5	0,899

Comparando-se os resultados das espécies de bambu com os outros materiais observa-se que o amortecimento é maior e frequência natural menor, que era o esperado.

Comparando-se os valores de fator de amortecimento encontrados, com os valores apresentados por GHAVAMI et. al. (2002) que para o Espécime 1 é 0,5895 % e para o Espécime 2 é 0,5112 % , pode-se notar que os fatores de amortecimento apresentados neste trabalho são maiores. Isso pode ter acontecido devido à diferença entre os comprimentos dos segmentos analisados, o que pode influenciar nos valores do fator de amortecimento devido ao não-linearidade do bambu. Assim, é provável que tenha havido a falta de cuidado durante o ensaio, já que o ensaio realizado para a apresentação daquele trabalho foi muito rápido e realizado em somente duas amostras.

#### 4.4.1.1.

##### **Módulo de elasticidade dinâmico**

Obtidas as frequências naturais experimentais podemos fazer o cálculo do Módulo de Elasticidade dinâmico para a primeira frequência natural, obtido

através da equação (4.2) da teoria de vibrações transversais de vigas, para vigas em balanço.

$$E_d = \frac{3,1935f^2L^4\rho A}{I} \quad (4.2)$$

Onde:

$E_d$  = módulo de elasticidade dinâmico

$f$  = frequência natural

$L$  = comprimento

$M_{eb}$  = massa específica

$A$  = seção transversal

$I$  = momento de inércia

Os módulos de elasticidade dinâmicos são apresentados na Tabela 4.8:

Tabela 4.8 – Módulos de Elasticidade dinâmicos obtidos a partir das frequências naturais.

Espécie	$E_d$ (GPa)
<i>Dendrocalamus giganteus</i>	8,28
<i>Phyllostachys aurea</i>	9,87
<i>Guadua angustifolia</i>	10,81

Comparando-se os valores dos módulos de elasticidade dinâmicos com os módulos de elasticidade à flexão obtidos no item 4.3 observa-se que os valores apresentam uma boa aproximação,

#### 4.4.1.2.

##### **Frequências naturais**

Para fazer uma comparação dos valores das frequências naturais encontradas experimentalmente foi realizado um cálculo analítico, através do programa Mathcad 2001 e um cálculo numérico, através do programa ANSYS 8.0 para obtenção das frequências naturais.

Nos cálculos analíticos e numéricos foram utilizados os valores de coeficiente de Poisson, massa específica e módulo de elasticidade à flexão, encontrados neste trabalho.

As frequências naturais foram obtidas analiticamente através das equações da teoria de vibrações transversais de vigas. O cálculo analítico é apresentado no Apêndice A. Os valores são apresentados na Tabela 4.9. A



tabela mostra os modos e as freqüências naturais de vibração para os segmentos DG (*Dendrocalamus giganteus*), PA (*Phyllostachys aurea*) e GA (*Guadua angustifolia*).

Tabela 4.9 – Freqüências naturais obtidas analiticamente.

Modos de vibração da viga	Freqüências naturais (Hz)		
	DG	PA	GA
1° modo	8,88	10,43	11,25
2° modo	55,62	65,36	70,47
3° modo	155,75	183,01	197,32

A Figura 4.6 mostra o modelo de elementos finitos utilizado para discretizar o segmento e os dados necessários para a solução do problema. O cálculo numérico é apresentado no Apêndice B.

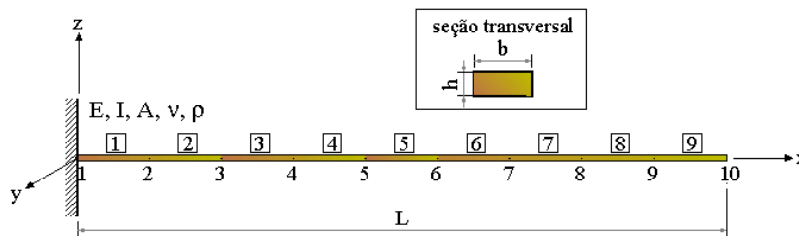


Figura 4.6 - Representação do modelo de elementos finitos utilizado para a viga em estudo

As freqüências naturais obtidas através do programa ANSYS 8.0 são apresentadas na Tabela 4.10. Foi obedecida à mesma nomenclatura utilizada no cálculo analítico.

Tabela 4.10 – Freqüências naturais obtidas numericamente.

Modos de vibração da viga	Freqüências naturais (Hz)		
	DG	PA	GA
1° modo	8,96	10,53	11,35
2° modo	56,17	65,99	71,15
3° modo	157,29	184,83	199,27

Observa-se que os valores de freqüências naturais obtidas numericamente e analiticamente são muito próximos para as freqüências naturais referentes a cada modo.

**Comparação de resultados (Analítico, Numérico e Experimental)**  
 freqüências naturais de vibração (modos) da viga em balanço

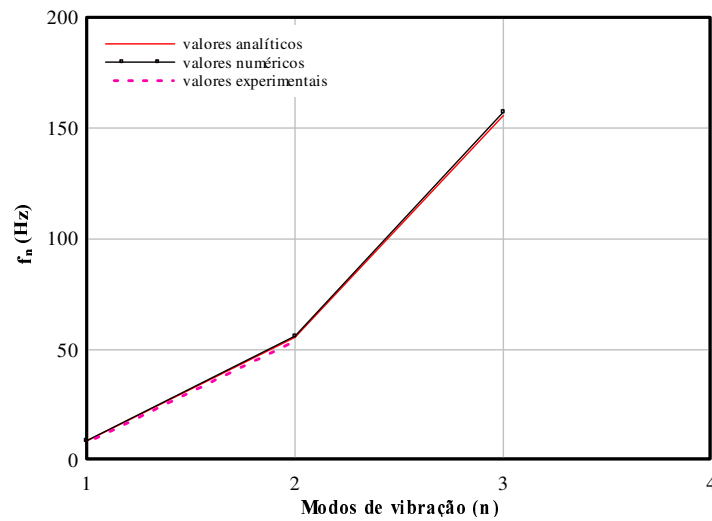


Figura 4.7– Comparação entre os resultados das freqüências naturais da espécie *Dendrocalamus giganteus*.

**Comparação de resultados (Analítico, Numérico e Experimental)**  
 freqüências naturais de vibração (modos) da viga em balanço

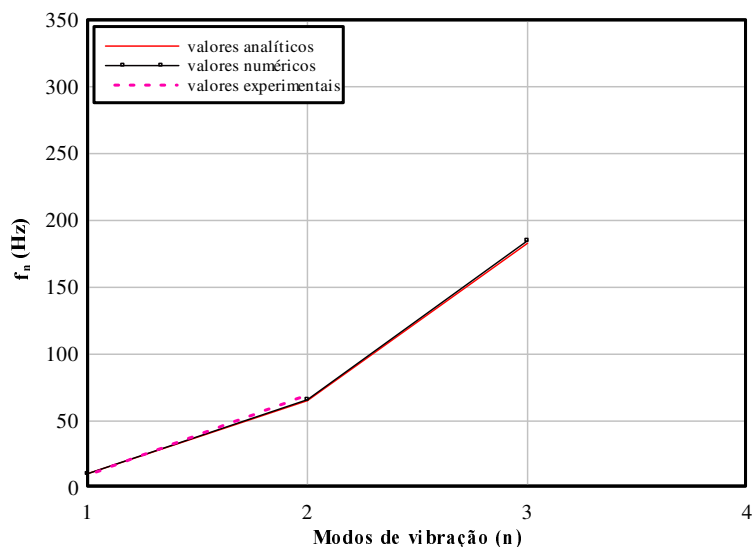


Figura 4.8 – Comparação entre os resultados das freqüências naturais da espécie *Phyllostachys aurea*.

**Comparação de resultados (Analítico, Numérico e Experimental)**  
 freqüências naturais de vibração (modos) da viga em balanço

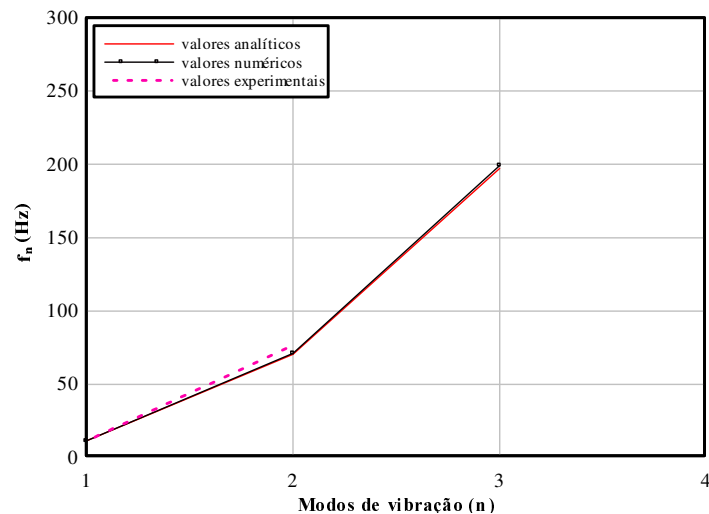


Figura 4.9 – Comparação entre os resultados das freqüências naturais da espécie *Guadua angustifolia*.

Comparando-se os resultados analíticos e numéricos com os resultados experimentais nas Figuras 4.7, 4.8 e 4.9, nota-se que os valores são todos próximos.

#### 4.4.2.

##### Via análise modal

Os ensaios foram realizados conforme descrito no Capítulo 3 – Métodos e materiais, depois de obtidas as FRF Pontual e de Transferência que estão no domínio da frequência, foi utilizado o programa Test.lab para obter as frequências naturais, fatores de amortecimento e modos de vibração dos bambus.

O programa Test.lab utiliza o método da Exponencial Complexa, que atua no domínio do tempo, para a extração modal. O programa faz uma combinação de todas as FRF obtidas somando a influência de cada uma na solução geral.

O objetivo principal é obter as frequências naturais referentes ao primeiro modo de vibração à flexão e os respectivos fatores de amortecimento.

##### 4.4.2.1.

##### Condição de contorno 1

Os valores das frequências naturais e fator de amortecimento das amostras de bambu com comprimentos de 0.33 metros são apresentados nas Tabelas 4.11, 4.12 e 4.13. As frequências naturais e fatores de amortecimento estão relacionados a cada modo de vibração. Para cada espécie foram ensaiadas três amostras. Sendo que a GA é da espécie *Guadua angustifolia* a DG é da espécie *Dendrocalamus giganteus* e a PA é espécie *Phyllostachys aurea*. As Figuras 4.10 a 4.18 ilustram os modos de vibração encontrados para cada espécie. Os modos de vibração gerados pelo programas estão numerados de acordo com as frequências naturais encontradas para cada amostra depois de feita a combinação de todas as FRF. Com este tipo de apoio não se restringe a vibração de corpo rígido. Vários modos de vibração estão relacionados a este modo de vibrar.

Tabela 4.11 – Resultados das frequências naturais e fatores de amortecimento da espécie *Guadua angustifolia*.

Modos de Vibração (n)	GA					
	1ª Amostra		2ª Amostra		3ª Amostra	
	f (Hz)	$\xi_r$ (%)	f (Hz)	$\xi_r$ (%)	f (Hz)	$\xi_r$ (%)
1	744,73	2,16	794,24	2,15	812,29	1,58
2	814,47	1,95	1119,60	1,92	1475,58	1,87
3	1910,67	1,96	2027,98	2,09	2110,11	2,35
4	2225,94	1,47	2494,67	3,51	2580,89	1,99
5	2991,84	2,02	2705,76	1,93	2832,17	2,19
6	-	-	3000,45	1,60	2908,98	1,18

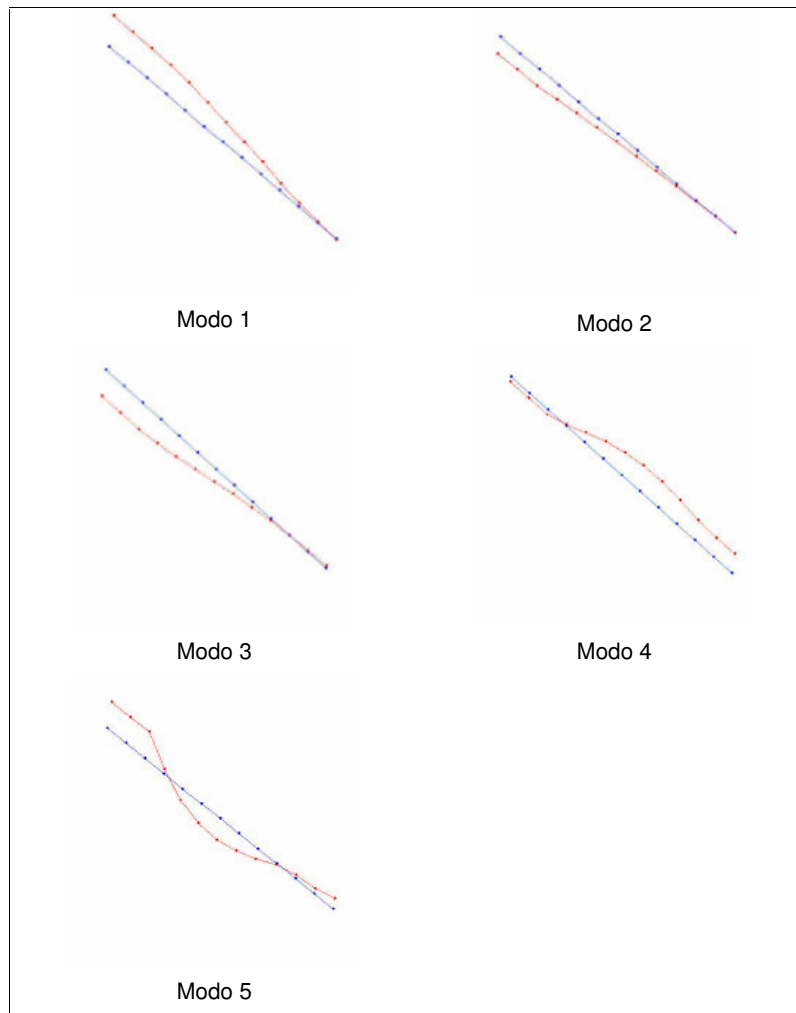


Figura 4.10 – Modos de vibração da espécie *Guadua angustifolia* 1ª Amostra.

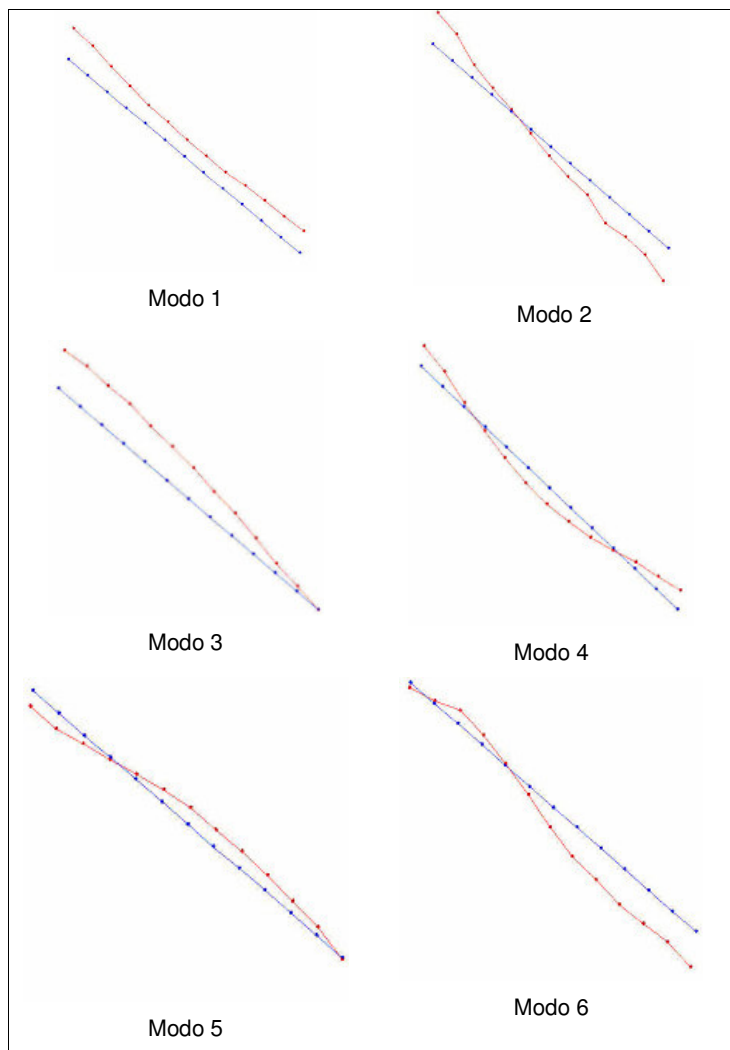


Figura 4.11 – Modos de vibração da espécie *Guadua angustifolia* 2ª Amostra.

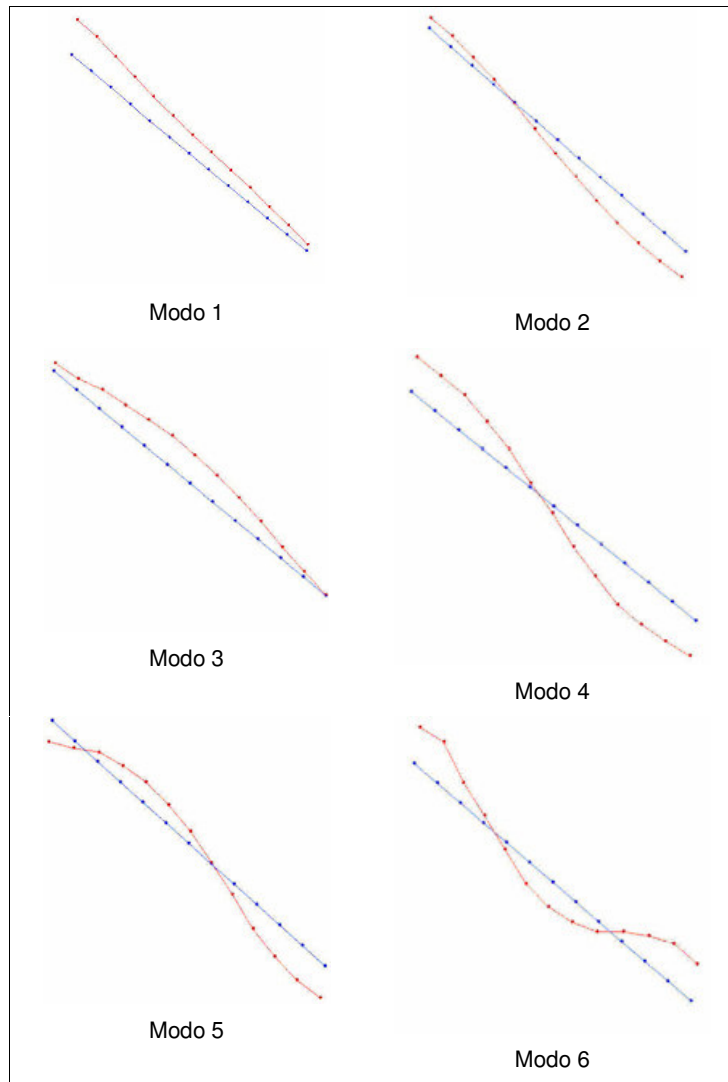


Figura 4.12 – Modos de vibração da espécie *Guadua angustifolia* 3ª Amostra.

Tabela 4.12 – Resultados das frequências naturais e fatores de amortecimento da espécie *Dendrocalamus giganteus*.

Modos de Vibração (n)	2ª amostra					
	1º Amostra		2º Amostra		3º Amostra	
	f (Hz)	$\xi_r$ (%)	f (Hz)	$\xi_r$ (%)	f (Hz)	$\xi_r$ (%)
1	964,41	2,0200	1029,87	1,86	1008,47	1,96
2	1152,69	1,90	2612,55	1,91	2001,59	1,55
3	2890,99	1,89	2851,83	1,48	2610,78	2,05
4	2958,83	1,17	-	-	-	-

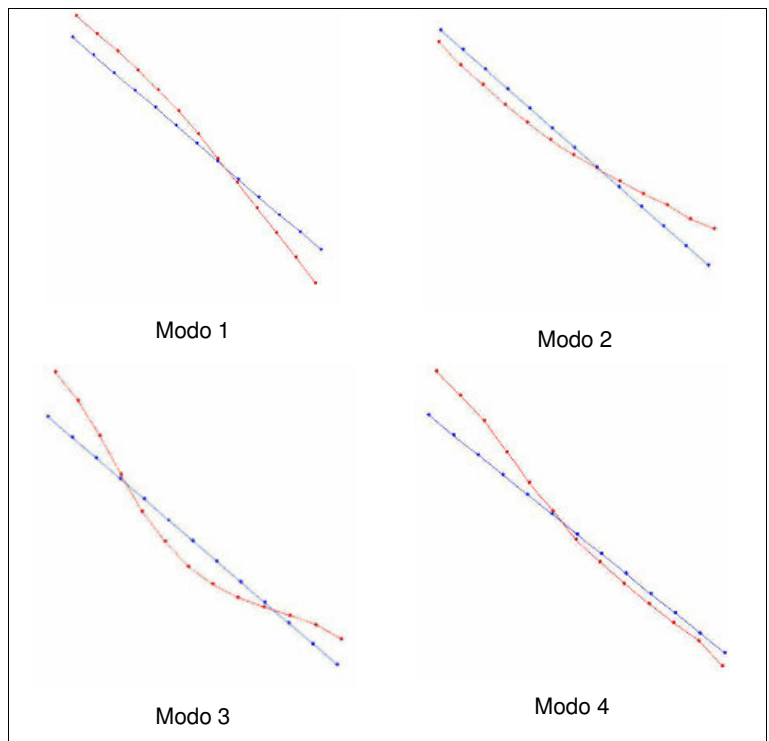


Figura 4.13 – Modos de vibração da espécie *Dendrocalamus giganteus* 1ª Amostra.

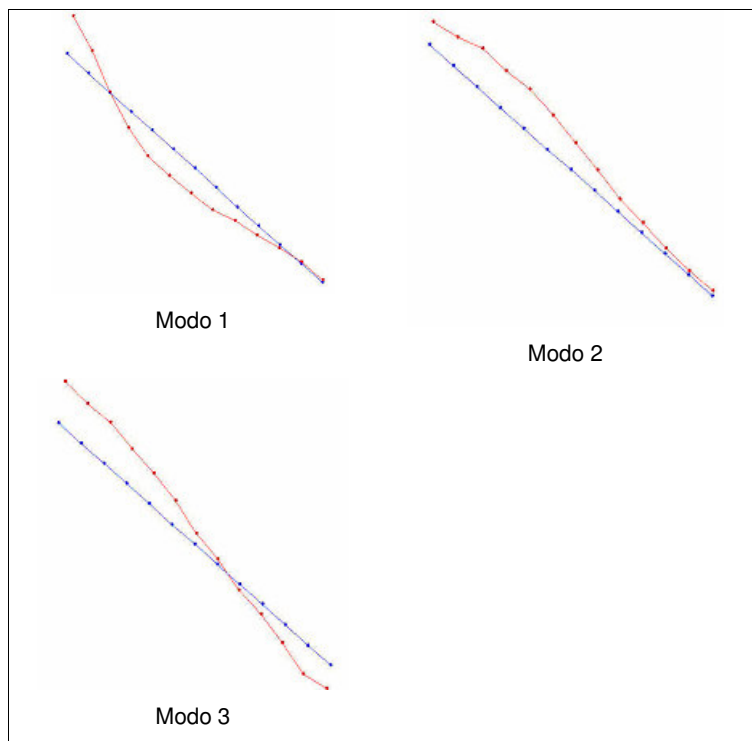


Figura 4.14 – Modos de vibração da espécie *Dendrocalamus giganteus* 2ª Amostra.



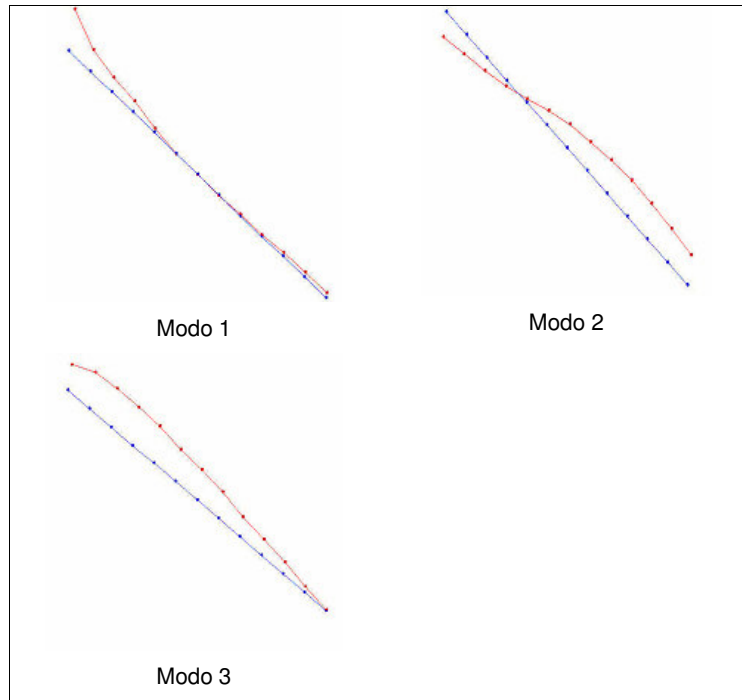


Figura 4.15 – Modos de vibração da espécie *Dendrocalamus giganteus* 3ª Amostra.

Tabela 4.13 – Resultados das frequências naturais e fatores de amortecimento da espécie *Phyllostachys aurea*.

Modos de Vibração (n)	PA					
	1º Amostra		2º Amostra		3º Amostra	
	f (Hz)	$\xi_r$ (%)	f (Hz)	$\xi_r$ (%)	f (Hz)	$\xi_r$ (%)
1	557,18	13,98	633,29	6,34	856,90	1,05
2	816,50	1,43	842,40	1,12	1073,60	1,54
3	1001,22	1,97	1095,44	1,05	1185,15	1,37
4	1386,99	1,32	1436,17	1,12	1517,84	1,14

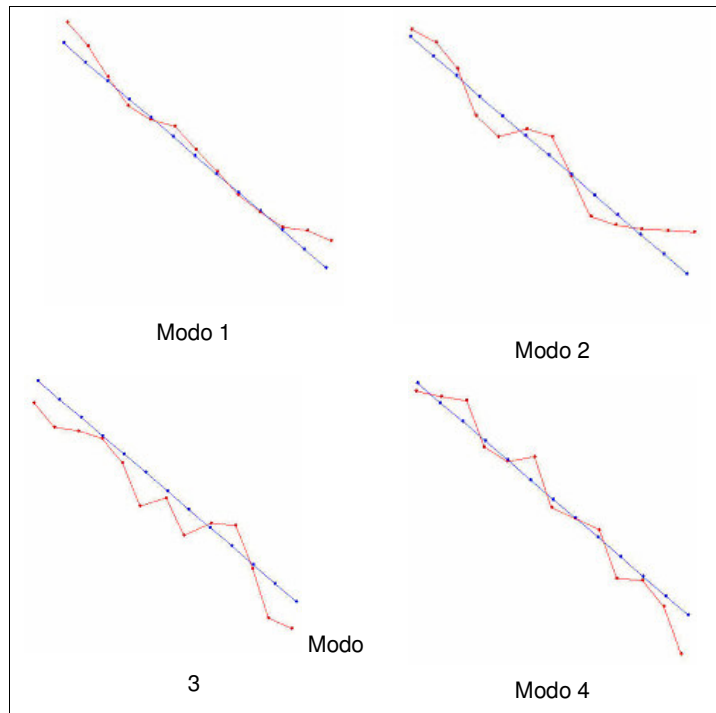


Figura 4.16 – Modos de vibração da espécie *Phyllostachys aurea* 1ª Amostra.

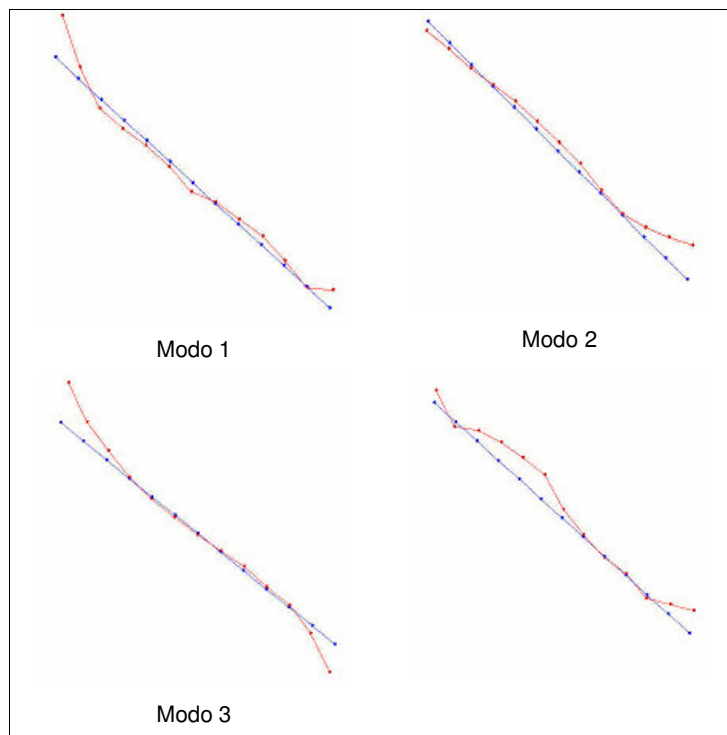


Figura 4.17 – Modos de vibração da espécie *Phyllostachys aurea* 2ª Amostra.

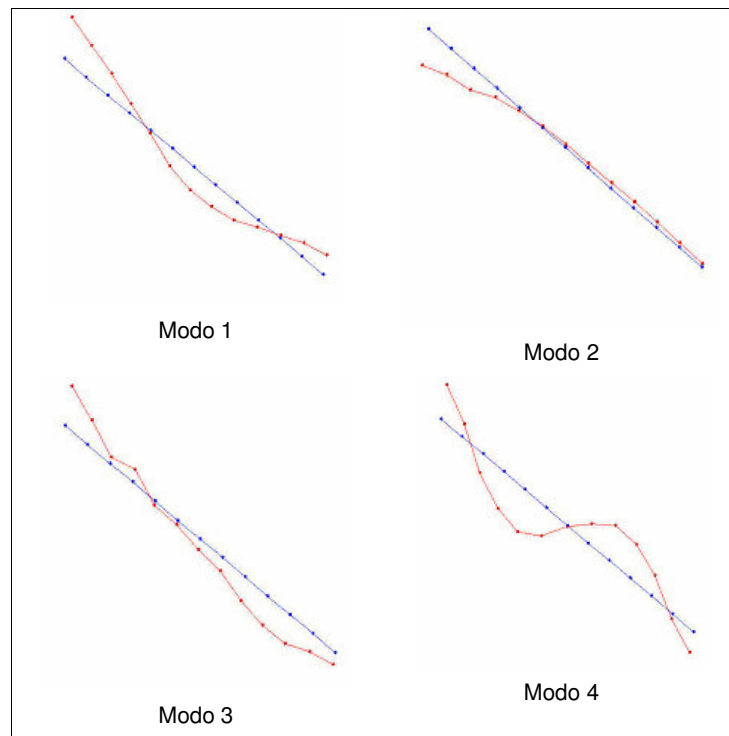


Figura 4.18 – Modos de vibração da espécie *Phyllostachys aurea* 3ª Amostra.

Nota-se que a uma boa quantidade de modos de vibração são referentes ao movimento de corpo rígido, como Translações e Rotações em torno dos eixos, mas só o que interessa são as vibrações do primeiro modo de vibração à flexão.

As Tabelas 4.14, 4.15 e 4.16 mostram as freqüências naturais e fatores de amortecimento encontrados.

Tabela 4.14 – Freqüências naturais e fatores de amortecimento do primeiro modo de vibração à flexão da espécie *Guadua angustifolia*.

Amostra	f (Hz)	$\xi$ (%)	Modo que foi extraído
GA – 1ª Amostra	2991,84	2,02	5
GA – 2ª Amostra	2494,64	3,51	4
GA – 3ª Amostra	2908,98	1,18	6

Tabela 4.15 – Freqüências naturais e fatores de amortecimento do primeiro modo de vibração à flexão da espécie *Dendrocalamus giganteus*.

Amostra	f (Hz)	$\xi$ (%)	Modo que foi extraído
DG – 1° Amostra	2890,99	1,89	3
DG – 2° Amostra	-	-	-
DG – 3° Amostra	-	-	-

Tabela 4.16 – Freqüências naturais e fatores de amortecimento do primeiro modo de vibração à flexão da espécie *Phyllostachys aurea*.

Amostra	f (Hz)	$\xi$ (%)	Modo que foi extraído
PA – 1° Amostra	-	-	-
PA – 2° Amostra	-	-	-
PA – 3° Amostra	856,90	1,05	1

Nota-se que na Tabela 4.14 a Amostra GA – 2° Amostra, apresenta uma freqüência natural diferente das dos outros modos. Isso pode ter acontecido devido à influência dos modos de vibração de corpo rígido que ocorrem gerando erros na resposta. Por esse motivo foi desconsiderado este valor de fator de amortecimento. Calculando a média dos os outros dois valores obtem-se um valor de fator de amortecimento igual a 1,60 % para a espécie *Guadua angustifolia*. Para a espécie *Dendrocalamus giganteus* e *Phyllostachys aurea* por não ter sido encontrada a vibração do primeiro modo de vibração à flexão, foi considerado somente o fator de amortecimento dos modos encontrados, sendo portanto o amortecimento de 1,89 % e 1,05 % respectivamente.

#### 4.4.2.2.

##### Condição de contorno 2

Os resultados de fator de amortecimento e freqüências naturais para cada modo de vibração são apresentados na Tabela 4.14. GA é da espécie *Guadua angustifolia*, DG é da espécie *Dendrocalamus giganteus* e PA é espécie *Phyllostachys aurea*. As Figuras 4.19, 4.20 e 4.21 ilustram os modos de vibração encontrados para cada amostra.

Tabela 4.17 – Resultados das freqüências naturais e fatores de amortecimento das amostras de bambu apoiadas sobre uma base elástica.

Modos de Vibração (n)	GA		DG		PA	
	f (Hz)	$\xi_r$ (%)	f (Hz)	$\xi_r$ (%)	f (Hz)	$\xi_r$ (%)
1	439,15	1,97	550,49	1,16	254,10	0,96
2	520,66	1,31	567,65	1,75	616,22	1,10
3	540,16	1,20	774,32	1,56	634,50	0,83
4	857,55	0,30	880,38	1,74	870,20	1,01
5	891,79	1,87	932,20	1,36	890,75	0,94
6	1074,21	1,83	1285,76	2,03	1047,96	2,97

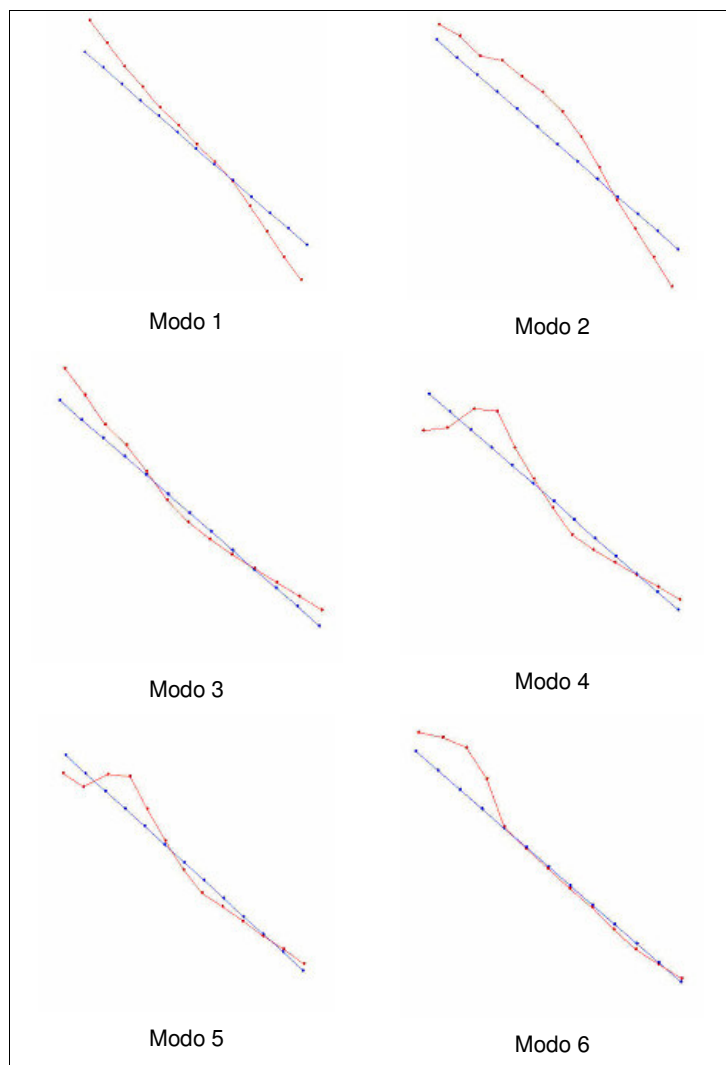


Figura 4.19 – Modos de vibração da espécie *Guadua angustifolia*.

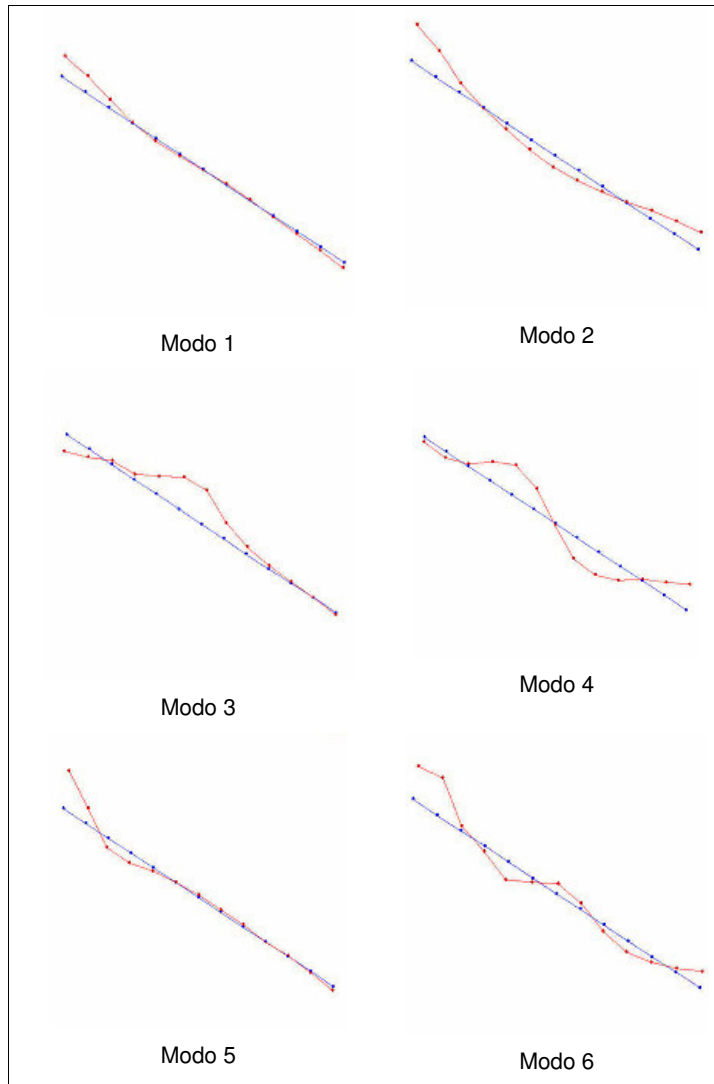


Figura 4.20 – Modos de vibração da espécie *Dendrocalamus giganteus*.

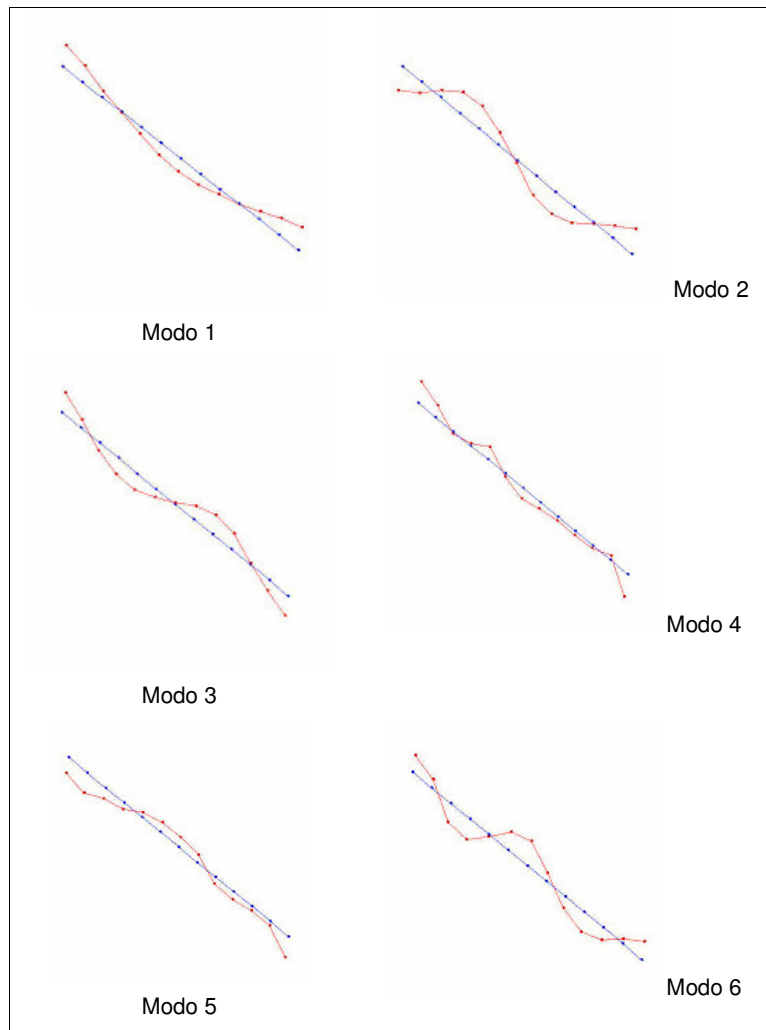


Figura 4.21 – Modos de vibração da espécie *Phyllostachys aurea*.

Tabela 4.18 – Frequências naturais e fatores de amortecimento do primeiro modo de vibração à flexão das espécies *Guadua angustifolia*, *Dendrocalamus giganteus* e *Phyllostachys aurea*.

Amostra	f (Hz)	$\xi$ (%)	Modo que foi extraído
GA	540,16	1,20	3
DG	567,65	1,75	2
PA	254,10	0,96	1

Neste ensaio, verifica-se que para as amostras analisadas foi obtido o modo de vibração desejado e, portanto os valores de fator de amortecimento encontrados são de 1,20 % para espécie *Guadua angustifolia*, 1,75 % para a espécie *Dendrocalamus giganteus* e 0,96 % para espécie *Phyllostachys aurea*.

Comparando-se estes valores de fator de amortecimento encontrados com os valores de fator de amortecimento obtidos no experimento do bambu preso por um fio, obteve-se apresentam coerência entre eles.



## 5.

### Conclusões

#### 5.1.

#### Síntese das principais indicações numéricas

##### Módulo de elasticidade à flexão e massa específica

Para apresentação dos resultados de módulo de elasticidade à flexão do bambu das espécies estudadas realizou-se uma comparação dos bambus com a espécie de madeira Ipê e com o aço. Fez-se então uma relação entre o módulo de elasticidade à flexão com a massa específica desses materiais, que são apresentados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Relação entre o módulo de elasticidade à flexão e a massa específica dos materiais.

Material	$E_{\text{flexão}}$ (MPa)	$M_{\text{eb}}$ (kg/m <sup>3</sup> )	$R = \frac{E_{\text{flexão}}}{M_{\text{eb}}}$	$R / R_{\text{aço}}$
Aço	205000	7850	26,11	1,00
Madeira - Ipê	16670	1065	15,65	0,60
Bambu - <i>P. aurea</i>	9870	808	12,22	0,47
Bambu - <i>D. giganteus</i>	8280	740	11,19	0,43
Bambu - <i>G. angustifolia</i>	10810	740	14,61	0,56

##### Fator de amortecimento

#### a) Via ensaio direto

Os valores de fator de amortecimento obtidos através do ensaio direto do segmento retangular em balanço são apresentados na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Valores de fator de amortecimentos obtidos através do ensaio direto das espécies estudadas.

Material	$\xi$ (%)
Bambu - <i>P. aurea</i>	1,322
Bambu - <i>D. giganteus</i>	1,518
Bambu - <i>G. angustifolia</i>	0,989

### b) Via análise modal

Os valores de fator de amortecimento obtidos através do ensaio de análise modal são apresentados nas Tabelas 5.3 e 5.4.

Tabela 5.3 – Valores de fator de amortecimento obtidos através de análise modal considerando a condição de contorno 1.

Material	$\xi$ (%)
Bambu - <i>P. aurea</i>	1,05
Bambu - <i>D. giganteus</i>	1,89
Bambu - <i>G. angustifolia</i>	1,60

Tabela 5.4 - Valores de fator de amortecimento obtidos através de análise modal considerando a condição de contorno 2.

Material	$\xi$ (%)
Bambu - <i>P. aurea</i>	0,96
Bambu - <i>D. giganteus</i>	1,75
Bambu - <i>G. angustifolia</i>	1,20

## 5.2.

### Enunciado das conclusões

A massa específica do bambu varia ao longo da seção transversal, de acordo com a concentração das fibras. Sendo maior quanto maior a sua concentração de fibras.

Na comparação realizada entre as relação módulo de elasticidade à flexão e a massa específica dos materiais, nota-se que em comparação ao aço e a espécie de madeira Ipê, as espécies de bambu apresentam as menores relações.

Os valores de módulo de elasticidade obtidos pelo ensaio dinâmico, através da teoria de vibrações transversais de viga apresentaram boa aproximação com os módulos de elasticidade à flexão.

Comparando-se os fatores de amortecimento obtidos através do ensaio do bambu preso por um fio na extremidade com os fatores de amortecimento obtidos através do ensaio do bambu sobre uma base elástica, nota-se uma boa coerência entre os valores.

Como sugestão para trabalhos futuros:

Realizar o ensaio para obter a massa específica do topo e meio do bambu.

Fazer o ensaio para obter o módulo de elasticidade à flexão das outras partes do bambu, o topo e o meio, tanto por esse método como à flexão simples.

Realizar o mesmo experimento do segmento em balanço só que com bambu inteiro com a seção completa.

Antes de desenvolver o ensaio de análise modal, elaborar um modelo numérico em algum programa, levando em consideração as condições de contorno e não linearidade do bambu, como os nós, e obter a frequência natural para o modo desejado. Com a frequência natural obtida, fazer análise experimental levando em consideração faixa de frequência mais próxima da frequência encontrada numericamente. Conseguindo-se assim menor influência dos modos de vibração próximos.

Obter os parâmetros modais do bambu inteiro com outras condições de contorno, que é de grande importância para o estudo da engenharia.

## 6.

### Referências bibliográficas

AGUILERA, J. R. **Estudo de dispositivos para avaliação de vibrações e análise modal experimental de cabos de linhas de transmissão**, Departamento de Engenharia Civil, 2005, 78 p. Trabalho de Conclusão de Curso.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7190, Projeto de Estruturas de Madeira**. Rio de Janeiro, 107 p, 1997.

AZZINI, A., SANTOS, R.L., PETTINELLI JÚNIOR, A., **Bambu: Material alternativo para construções rurais**. Campinas, SP, Instituto Agrônomo de Campinas, Boletim Técnico, n. 171, p. 1-18, 1997.

BROWN, J.L. **Bamboo house passes seismic test**. The magazine of American society of civil engineer, Civil Engineering News, Volume 74 Number II, 2004

CRUZ, M. L. **Caracterização Física e Mecânicas de Colmos Inteiros do Bambu da Espécie *Phyllostachys aurea*: Comportamento à Flambagem**. Rio de Janeiro, 2003, 114 p. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil. PUC-Rio.

CULZONI, R. A. M. **Características dos Bambus e sua Utilização como Material Alternativo no Concreto**, Rio de Janeiro, 1986, 134 p. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil. PUC-Rio.

GHAVAMI, K. **Bambu, um material alternativo na Engenharia**. Revista de Engenharia. Construção Civil. Pesquisa Engenho. Editora Técnica Ltda, São Paulo No. 492. p. 23-27, 1992.

GHAVAMI, K.; VENANCIO FILHO, F.; RODRIGUES Jr., S.; PASQUETTI, E. **Experimental analysis of damping property of bamboo**, NOCMAT/3 –

Vietnam International Conference on Non-Conventional Materials and Technologies, p. 325-330, 2003.

GHAVAMI, K.; MARINHO, A. B. **Propriedades físicas e mecânicas do colmo inteiro do bambu da espécie *Guadua angustifolia***, Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, v.9, n.1, p. 107-114, 2005.

INTERNATIONAL NETWORK ON BAMBOO AND RATAN. **INBAR: International Model Building Code for Bamboo**, 1999. ISO/ TC 165 N 315.

IRVINE, M. **Structural Dynamics, For the Practising Engineer**. London: Allen & Unwin, 1986.

HIDALGO LOPEZ, O. **Bamboo, The gift of the gods**. Oscar Hidalgo Lopez editor, 553 p., 2003.

LOFRANO, M. **Técnicas de Estimativa de FRFS Angulares em Análise Modal Experimental com Aplicações a Estruturas do Tipo Viga**, São Carlos, 2003, 152 p. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.

PAZ, M. **Structural Dynamics, Theory and Computation**. Second Edition, New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1985.

RESENDE, F.M. **Influência das Fibras de Aço, Polipropileno e Sisal no Amortecimento de Concretos de Resistência Normal e de Alto Desempenho**, Rio de Janeiro, 2003, 98 p. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio.

ROEHL, J.L. P. **Dinâmica das Estruturas - Análise no tempo**, Notas de aula do Mestrado, Departamento de Engenharia Civil da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Volume 1, 141 p.

SOEIRO, N. S. **Análise Modal Experimental**, Notas de Aula do Mestrado. Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Pará, 61 p., 2001.

XAVIER, L.M. **Caracterização Química, Física e Mecânica do *Phyllostachys aurea* e sua Resistência ao Ataque de Térmitas, Preservado com Ácido Bórico e Tanino Condensável**. Seropédica, Rio de Janeiro, 2004, 44 p. Dissertação de Mestrado. Departamento de Ciências Ambientais e Florestais. UFRRJ.

**Apêndice A**

**ANÁLISE MODAL DE UMA VIGA EM BALANÇO COM SEÇÃO TRANSVERSAL  
RETANGULAR DE BAMBU**

ORIGIN := 1

MATERIAL: BAMBU

kN := 100kgf

ton := 10<sup>3</sup>kg

UNIDADES: m,ton, kN, kN/m<sup>2</sup>,m<sup>4</sup>

DADOS:

**Dimensões e propriedades geométricas da viga**

**h := 0.005m** ,Diâmetro externo do tubo

**b := 0.038m** ,Espessura da parede do tubo

**A := b · h**

**A = 1.9 × 10<sup>-4</sup> m<sup>2</sup>** ,Área da seção transversal

**L := 0.53m** ,Comprimento da viga

Momento de Inércia à flexão(J)

$$J := \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$J = 3.958 \times 10^{-10} m^4$$

**Propriedades físicas e mecânicas de acordo com a espécie a ser analisada**

<b>Espécie:</b>	<b>(Dendrocalamus-v1)</b>	<b>(Áurea-v2)</b>	<b>(Guadua-v3)</b>
Módulo de elasticidade(E):	$E_{v1} := 7.19 \cdot 10^6 \frac{kN}{m^2}$	$E_{v2} := 10.84 \cdot 10^6 \frac{kN}{m^2}$	$E_{v3} := 11.54 \cdot 10^6 \frac{kN}{m^2}$
Peso específico(ρ):	$\rho_{v1} := 740 \frac{kg}{m^3}$	$\rho_{v2} := 808 \frac{kg}{m^3}$	$\rho_{v3} := 740 \frac{kg}{m^3}$
Coefficiente de Poisson(ν):	$\nu_{v1} := 0.24$	$\nu_{v2} := 0.34$	$\nu_{v3} := 0.23$
Massa total da viga(M <sub>t</sub> ):	$M_{tv1} := A \cdot L \cdot \rho_{v1}$ $M_{tv1} = 7.452 \times 10^{-5} ton$	$M_{tv2} := A \cdot L \cdot \rho_{v2}$ $M_{tv2} = 8.137 \times 10^{-5} ton$	$M_{tv3} := A \cdot L \cdot \rho_{v3}$ $M_{tv3} = 7.452 \times 10^{-5} ton$

Massa distribuída da viga(m):  $m_{v1} := A \cdot \rho_{v1}$        $m_{v2} := A \cdot \rho_{v2}$        $m_{v3} := A \cdot \rho_{v3}$   
 $m_{v1} = 1.406 \times 10^{-4} \frac{\text{ton}}{\text{m}}$        $m_{v2} = 1.535 \times 10^{-4} \frac{\text{ton}}{\text{m}}$        $m_{v3} = 1.406 \times 10^{-4} \frac{\text{ton}}{\text{m}}$

Coefficiente de rigidez da viga em balanço(k):  $k_{v1} := \frac{3 \cdot E_{v1} \cdot J}{L^3}$        $k_{v2} := \frac{3 \cdot E_{v2} \cdot J}{L^3}$        $k_{v3} := \frac{3 \cdot E_{v3} \cdot J}{L^3}$   
 $k_{v1} = 0.057 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$        $k_{v2} = 0.086 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$        $k_{v3} = 0.092 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

**Obtenção das primeiras 4 frequências naturais e modos de vibração da viga em balanço do problema através das eqs. da teoria de vibrações transversais em vigas**

As frequências naturais são obtidas através da equação:  $\omega_n = C_n \sqrt{\frac{E \cdot J}{m \cdot L^4}}$       ORIGIN := 1

Os modos de vibração são obtidos através de equação:

$$\phi_n(x) = C_n \cdot (\sin(a_n \cdot x) - \sinh(a_n \cdot x) - \sigma_n (\cos(a_n \cdot x) - \cosh(a_n \cdot x)))$$

onde:  $\sigma_n = \frac{\sin(a_n \cdot L) + \sinh(a_n \cdot L)}{\cos(a_n \cdot L) + \cosh(a_n \cdot L)}$        $C_n = (a_n \cdot L)^2 \Rightarrow C_n = (q)^2$

$$q := \begin{pmatrix} 1.875104 \\ 4.694091 \\ 7.854757 \\ 10.995541 \end{pmatrix} \quad C := q^2 \quad C = \begin{pmatrix} 3.516 \\ 22.034 \\ 61.697 \\ 120.902 \end{pmatrix}$$

$$a := \left(\frac{1}{L}\right) \sqrt{C} \quad a = \begin{pmatrix} 3.538 \\ 8.857 \\ 14.82 \\ 20.746 \end{pmatrix} \frac{1}{\text{m}}$$

n := 1..4

**DENDROCALAMUS-V1**

$$\omega_{v1n} := C_n \sqrt{\frac{E_{v1} \cdot J}{m_{v1} \cdot L^4}} \quad \omega_{v1n} = \begin{matrix} 55.768 \\ 349.494 \\ 978.593 \\ 1.918 \cdot 10^3 \end{matrix} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$fv_{1n} := \frac{\omega_{v1n}}{2 \cdot \pi} \quad fv_{1n} = \begin{matrix} 8.876 \\ 55.624 \\ 155.748 \\ 305.204 \end{matrix} \text{Hz}$$



$$\sigma v_{1n} := \frac{\sin(a_n \cdot L) + \sinh(a_n \cdot L)}{\cos(a_n \cdot L) + \cosh(a_n \cdot L)}$$

$$\sigma v_{1n} =$$

1.362221
0.981868
1.000776
0.999966

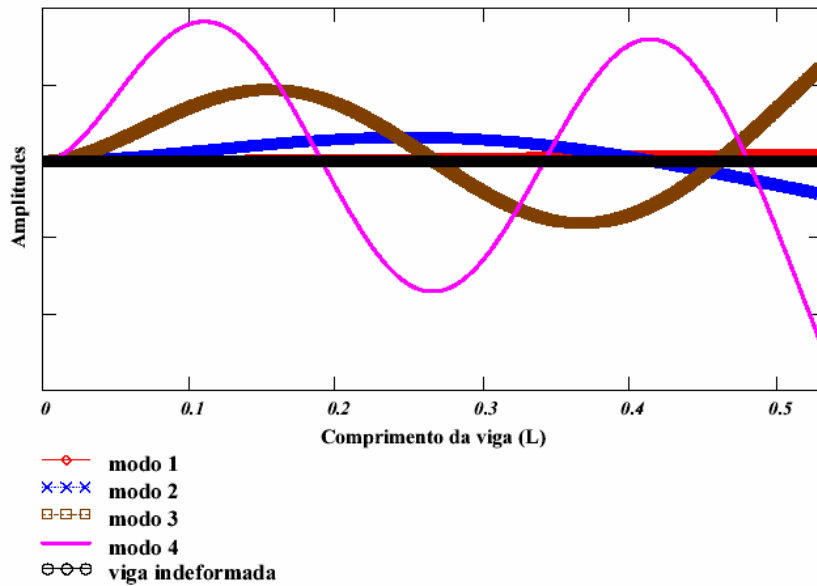
$$\phi v_{11}(x) := C_1 \cdot [\sin(a_1 \cdot x) - \sinh(a_1 \cdot x) - \sigma v_{11} \cdot (\cos(a_1 \cdot x) - \cosh(a_1 \cdot x))] ]$$

$$\phi v_{12}(x) := C_2 \cdot [\sin(a_2 \cdot x) - \sinh(a_2 \cdot x) - \sigma v_{12} \cdot (\cos(a_2 \cdot x) - \cosh(a_2 \cdot x))] ]$$

$$\phi v_{13}(x) := C_3 \cdot [\sin(a_3 \cdot x) - \sinh(a_3 \cdot x) - \sigma v_{13} \cdot (\cos(a_3 \cdot x) - \cosh(a_3 \cdot x))] ]$$

$$\phi v_{14}(x) := C_4 \cdot [\sin(a_4 \cdot x) - \sinh(a_4 \cdot x) - \sigma v_{14} \cdot (\cos(a_4 \cdot x) - \cosh(a_4 \cdot x))] ]$$

$$IND(x) := 0$$



**AUREA-V2**

$$\omega v_{2n} := C_n \cdot \sqrt{\frac{E_{v2} \cdot J}{m_{v2} \cdot L^4}}$$

$$\omega v_{2n} =$$

65.531
410.677
1.15·10 <sup>3</sup>
2.253·10 <sup>3</sup>

$$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$fv_{2n} := \frac{\omega v_{2n}}{2 \cdot \pi}$$

$$fv_{2n} =$$

10.43
65.361
183.013
358.633

$$\text{Hz}$$

**GUADUA-V3**

$$\omega_{v3n} = C_n \cdot \sqrt{\frac{E_{v3} \cdot J}{m_{v3} \cdot L^4}}$$

$$\omega_{v3n} =$$

70.652
442.77
1.24·10 <sup>3</sup>
2.429·10 <sup>3</sup>

$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$$fv_{3n} := \frac{\omega_{v3n}}{2 \cdot \pi}$$

$$fv_{3n} =$$

11.245
70.469
197.315
386.659

$\text{Hz}$

**Apêndice B**

```

/FILE,ANALISE MODAL VIGA RETANGULAR DE BAMBU (Dendrocalamus),,
!/CONFIG,NRES,50000
/TITLE,AN_MODAL-VIGA EM BALANÇO DE BAMBU
/REPLOT
!
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1

! VIGA EM BALANÇO DE BAMBU
/PREP7
! DADOS DA VIGA:unidades utilizadas: m,kN,kN/m^2,m^4
b=0.038      !Base da viga
h=0.005      !Altura da viga
A=b*h        !Área da seção transversal
L=0.53       !Comprimento da viga
I = (b*h**3)/(12) !Momento de Inércia à flexão
E=7.19E+6    !Módulo de elasticidade da viga(Dendrocalamus)
nu=0.24      !Coeficiente de Poison
ro=0.74      !Peso específico (ton/m^3)

! DEF.DO TIPO DE ANÁLISE
ANTYPE, MODAL
MODOPT,SUBSP,5,,5 !OPÇÃO DE ANÁLISE MODAL: SUBSPACE INTERATION
MXPAND,1        !MODO EXPANDIDO
! DEF. DO ELEMENTOS FINITOS P/ MODELAR A VIGA
ET,1,BEAM3
IET,2,MASS21 !ELE. DE MASSA DISCRETA
! DEF. DAS CTES REAIS DOS ELEMENTOS
R,1, A,I,h
!R,2,0,1,0
!DEF. DAS PROPRIEDADES DO ELEM.
MP,EX,1,E      !Módulo de elasticidade
MP,NUXY,1,nu   !Coeficiente de Poison
MP,DENS,1,ro   !Peso específico (ton/m^3)

! *****DEFINIÇÃO DA GEOMETRIA DO PROBLEMA*****
!DEF. DOS NÓS DA VIGA
N,1
N,10,L
! CONECTIVIDADE DOS NÓS
TYPE,1
REAL,1

```

```

MAT,1
FILL
E,1,2
EGEN,9,1,1
EPlot
FINISH
!obtenção da Solução
/SOLU
!DEF. DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO(RESTRIÇÕES NODAIS)
D,1,ALL !nÓ 1 restringido em todas as direções
FINISH
/SOLU
SOLVE
*GET,fo1,MODE,1,FREQ
*GET,fo2,MODE,2,FREQ
*GET,fo3,MODE,3,FREQ
*GET,fo4,MODE,4,FREQ
*GET,fo5,MODE,5,FREQ
*DIM,LABEL,CHAR,1,5
*DIM,VALUE,,1,10
LABEL(1,1) ='Freqs,'
LABEL(1,2) ='(Hz)
*VFILL,VALUE(1,1),DATA,fo1
*VFILL,VALUE(1,2),DATA,fo2
*VFILL,VALUE(1,3),DATA,fo3
*VFILL,VALUE(1,4),DATA,fo4
*VFILL,VALUE(1,5),DATA,fo5
/COM
/OUT,Freqs_V1_Dendrocalamus,vrt
/COM,*****RESULTADOS DO EX01-ANALISE MODAL*****
/COM,***** FRQS NATURAIS DE VIBRACAO DA VIGA*****
/COM,
/COM,          |MODO1| |MODO2| |MODO3| |MODO4| |MODO5|
/COM,
*VWRITE,LABEL(1,1),LABEL(1,2),VALUE(1,1),VALUE(1,2),VALUE(1,3),VALUE(1,4),VALU
E(1,5)
(1X,A8,A8,' ',F10.3,' ',F10.3,' ',1F10.3,' ',1F10.3,' ',1F10.3)
/COM,*****FIM*****
/OUT
FINISH
*LIST,Freqs_V1_Dendrocalamus,vrt

```

```

/FILE,ANALISE MODAL VIGA RETANGULAR DE BAMBU (Aurea),,
!/CONFIG,NRES,50000
/TITLE,AN_MODAL-VIGA EM BALANÇO DE BAMBU
/REPLOT
!
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1

! VIGA EM BALANÇO DE BAMBU
/PREP7
! DADOS DA VIGA:unidades utilizadas: m,kN,kN/m^2,m^4
b=0.038      !Base da viga
h=0.005      !Altura da viga
A=b*h        !Área da seção transversal
L=0.53       !Comprimento da viga
I = (b*h**3)/(12) !Momento de Inércia à flexão
E=10.84E+6   !Módulo de elasticidade da viga(Aurea)
nu=0.34      !Coeficiente de Poison
ro=0.808     !Peso específico (ton/m^3)

! DEF.DO TIPO DE ANÁLISE
ANTYPE, MODAL
MODOPT,SUBSP,5,,,5 !OPÇÃO DE ANÁLISE MODAL: SUBSPACE INTERATION
MXPAND,1        !MODO EXPANDIDO
! DEF. DO ELEMENTOS FINITOS P/ MODELAR A VIGA
ET,1,BEAM3
IET,2,MASS21 !ELE. DE MASSA DISCRETA
! DEF. DAS CTES REAIS DOS ELEMENTOS
R,1, A,I,h
IR,2,0,1,0
!DEF. DAS PROPRIEDADES DO ELEM.
MP,EX,1,E      !Módulo de elasticidade
MP,NUXY,1,nu   !Coeficiente de Poison
MP,DENS,1,ro   !Peso específico (ton/m^3)
! *****DEFINIÇÃO DA GEOMETRIA DO PROBLEMA*****
!DEF. DOS NÓS DA VIGA
N,1
N,10,L
! CONECTIVIDADE DOS NÓS
TYPE,1
REAL,1
MAT,1
FILL
E,1,2
EGEN,9,1,1

```

```

EPlot
Finish
!obtenção da Solução
/SOLU
!DEF. DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO(RESTRIÇÕES NODAIS)
D,1,ALL !nó 1 restringido em todas as direções
Finish
/SOLU
SOLVE
*GET,fo1,MODE,1,FREQ
*GET,fo2,MODE,2,FREQ
*GET,fo3,MODE,3,FREQ
*GET,fo4,MODE,4,FREQ
*GET,fo5,MODE,5,FREQ
*DIM,LABEL,CHAR,1,5
*DIM,VALUE,,1,10
LABEL(1,1)='Freqs,'
LABEL(1,2)='(Hz)'
*VFILL,VALUE(1,1),DATA,fo1
*VFILL,VALUE(1,2),DATA,fo2
*VFILL,VALUE(1,3),DATA,fo3
*VFILL,VALUE(1,4),DATA,fo4
*VFILL,VALUE(1,5),DATA,fo5
/COM
/OUT,Freqs_V2_Aurea,vrt
/COM,*****RESULTADOS DO EX01-ANALISE MODAL*****
/COM,*****FRQS NATURAIS DE VIBRACAO DA VIGA*****
/COM,
/COM,          |MODO1|  |MODO2|  |MODO3|  |MODO4|  |MODO5|
/COM,
*VWRITE,LABEL(1,1),LABEL(1,2),VALUE(1,1),VALUE(1,2),VALUE(1,3),VALUE(1,4),VALU
E(1,5)
(1X,A8,A8,' ',F10.3,' ',F10.3,' ',1F10.3,' ',1F10.3,' ',1F10.3)
/COM,*****FIM*****
/OUT
Finish
*LIST,Freqs_V2_Aurea,vrt

```

```

/FILE,ANALISE MODAL VIGA RETANGULAR DE BAMBU (Guadua),,
!/CONFIG,NRES,50000
/TITLE,AN_MODAL-VIGA EM BALANÇO DE BAMBU
/REPLOT
!
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1

! VIGA EM BALANÇO DE BAMBU
/PREP7
! DADOS DA VIGA:unidades utilizadas: m,kN,kN/m^2,m^4
b=0.038      !Base da viga
h=0.005      !Altura da viga
A=b*h        !Área da seção transversal
L=0.53       !Comprimento da viga
I = (b*h**3)/(12) !Momento de Inércia à flexão
E=11.54E+6   !Módulo de elasticidade da viga(Guadua)
nu=0.23      !Coeficiente de Poison
ro=0.74      !Peso específico (ton/m^3)

! DEF.DO TIPO DE ANÁLISE
ANTYPE, MODAL
MODOPT,SUBSP,5,,,5 !OPÇÃO DE ANÁLISE MODAL: SUBSPACE INTERATION
MXPAND,1        !MODO EXPANDIDO
! DEF. DO ELEMENTOS FINITOS P/ MODELAR A VIGA
ET,1,BEAM3
IET,2,MASS21 !ELE. DE MASSA DISCRETA
! DEF. DAS CTES REAIS DOS ELEMENTOS
R,1, A,I,h
IR,2,0,1,0
!DEF. DAS PROPRIEDADES DO ELEM.
MP,EX,1,E        !Módulo de elasticidade
MP,NUXY,1,nu     !Coeficiente de Poison
MP,DENS,1,ro     !Peso específico (ton/m^3)
! *****DEFINIÇÃO DA GEOMETRIA DO PROBLEMA*****
!DEF. DOS NÓS DA VIGA
N,1
N,10,L
! CONECTIVIDADE DOS NÓS
TYPE,1
REAL,1
MAT,1
FILL
E,1,2
EGEN,9,1,1

```

```

EPlot
Finish
!obtenção da Solução
/SOLU
!DEF. DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO(RESTRIÇÕES NODAIS)
D,1,ALL !nó 1 restringido em todas as direções
Finish
/SOLU
SOLVE
*GET,fo1,MODE,1,FREQ
*GET,fo2,MODE,2,FREQ
*GET,fo3,MODE,3,FREQ
*GET,fo4,MODE,4,FREQ
*GET,fo5,MODE,5,FREQ
*DIM,LABEL,CHAR,1,5
*DIM,VALUE,,1,10
LABEL(1,1)='Freqs,'
LABEL(1,2)='(Hz)'
*VFILL,VALUE(1,1),DATA,fo1
*VFILL,VALUE(1,2),DATA,fo2
*VFILL,VALUE(1,3),DATA,fo3
*VFILL,VALUE(1,4),DATA,fo4
*VFILL,VALUE(1,5),DATA,fo5
/COM
/OUT,Freqs_V3_Guadua,vrt
/COM,*****RESULTADOS DO EX01-ANALISE MODAL*****
/COM,*****FRQS NATURAIS DE VIBRACAO DA VIGA*****
/COM,
/COM,          |MODO1|  |MODO2|  |MODO3|  |MODO4|  |MODO5|
/COM,
*VWRITE,LABEL(1,1),LABEL(1,2),VALUE(1,1),VALUE(1,2),VALUE(1,3),VALUE(1,4),VALU
E(1,5)
(1X,A8,A8,' ',F10.3,' ',F10.3,' ',1F10.3,' ',1F10.3,' ',1F10.3)
/COM,*****FIM*****
/OUT
Finish
*LIST,Freqs_V3_Guadua,vrt

```



# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)