



**Sérgio Jurandyr Machado**

**Gestão do risco de taxa de juros em entidades de  
previdência complementar: limites e possibilidades de  
imunização**

**Tese de Doutorado**

Tese apresentada ao programa de Pós-Graduação em Administração do Departamento de Administração da PUC-Rio como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de Doutor em Administração.

Orientador: Prof. Antonio Carlos Figueiredo Pinto

Rio de Janeiro  
Setembro de 2006

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.



**Sergio Jurandyr Machado**

**Gestão do risco de taxa de juros em entidades de  
previdência complementar: limites e possibilidades de  
imunização**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-graduação em Administração de Empresas da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Antonio Carlos Figueiredo Pinto**

Orientador

Departamento de Administração – PUC-Rio

**Prof. Walter Lee Ness, Jr.**

Departamento de Administração - PUC-Rio

**Prof. Luiz Felipe Jacques da Motta**

Departamento de Administração – PUC-Rio

**Prof. Ricardo Pereira Câmara Leal**

COPPEAD – UFRJ

**Prof. Ubiratan Jorge Iorio de Souza**

UERJ

**Prof. João Pontes Nogueira**

Vice-Decano de Pós-Graduação do CCS

Rio de Janeiro, 12 de setembro de 2006

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização do autor, do orientador e da universidade.

### **Sérgio Jurandyr Machado**

Graduou-se em Economia na Universidade Federal de Minas Gerais em 1994, com Pós-graduação em Finanças na University of Southampton (2000). De 1994 a 1996 foi consultor da Coopers & Lybrand e, desde 1997, é Assessor Econômico da Secretaria do Tesouro Nacional. É professor de Finanças desde 2002.

#### Ficha Catalográfica

Machado, Sérgio Jurandyr

Gestão do risco de taxa de juros em entidades de previdência complementar: limites e possibilidades de imunização / Sérgio Jurandyr Machado ; orientador: Antonio Carlos Figueiredo Pinto. – Rio de Janeiro : PUC, Departamento de Administração, 2006.

125 f. ; 30 cm

Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Administração.

Inclui referências bibliográficas.

1. Administração – Teses. 2. Risco de taxa de juros. 3. Estrutura a termo. 4. Duração. 5. Imunização. 6. Entidade de previdência complementar. I. Pinto, Antonio Carlos Figueiredo. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Administração. III. Título.

CDD: 658

## Agradecimentos

Ao meu orientador Professor Antonio Carlos Figueiredo pelo estímulo e parceria para a realização desse trabalho.

A Secretaria do Tesouro Nacional e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ser realizado.

Aos professores que participaram da Comissão examinadora.

Aos professores do IAG/PUC-Rio, pelo encaminhamento ao longo do curso.

Aos funcionários do Departamento de Administração pelo carinho e atenção ao longo desses quatro anos.

A todos os amigos e familiares pelo apoio e confiança.

## Resumo

Machado, Sérgio Jurandy; Pinto, Antonio Carlos Figueiredo (Orientador). **Gestão do risco de taxa de juros em entidades de previdência complementar: limites e possibilidades de imunização**. Rio de Janeiro, 2006, 125p. Tese de Doutorado – Departamento de Administração de Empresas, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O termo imunização denota a construção de uma carteira de títulos de forma a torná-la imune a variações nas taxas de juros. No caso das entidades de previdência complementar, o objetivo da imunização é distribuir os recebimentos intermediários e finais dos ativos de acordo com o fluxo de pagamentos dos beneficiários. Em geral, quanto maior a classe de alterações na estrutura a termo das taxas de juros (ETTJ), mais restritivo se torna o modelo. Embora exista uma vasta literatura sobre o aspecto estatístico e sobre o significado econômico dos modelos de imunização, esse trabalho inova ao prover uma análise detalhada do desempenho comparado dos modelos, sob três perspectivas complementares: o método escolhido, a dimensionalidade e, ainda, o horizonte de investimento. Entretanto, a decisão final do gestor não está restrita à escolha do método de imunização, como também ao horizonte de investimento a ser imunizado, uma vez que outros instrumentos financeiros podem garantir tanto a solvência econômica quanto a financeira. Os limites não operacionais à imunização são analisados por meio da comparação das medianas do relativo de riqueza e da probabilidade de exaustão da carteira. A análise permite concluir que os modelos de imunização tradicional são mais eficientes, especialmente no médio e longo prazo, que os modelos multidimensionais de gestão do risco de taxa de juros. Ademais, demonstra-se que não existem limites naturais à imunização, quando aplicada ao mercado previdenciário brasileiro por um período igual ou inferior a 10 anos.

## Palavras-chave

Risco de taxa de juros; estrutura a termo; *duration*; imunização; entidade de previdência complementar.

## Abstract

Machado, Sérgio Jurandyr; Pinto, Antonio Carlos Figueiredo (Advisor). **Interest rate risk management in pension funds: immunization's limits and possibilities**. Rio de Janeiro, 2006, 125p. PhD Dissertation – Departamento de Administração de Empresas, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Immunization is defined as the investment in assets in such a way that the fixed income portfolio is immune to a change in interest rates. In the special case of pension funds, immunization seeks the distribution of the cash inflows in accordance with the outflows represented by the fund's liabilities. The article compares distinct alternative methods of immunization against the traditional duration-matching strategy. All portfolios were obtained as a result of mathematical programming problems, where the choice of the immunization strategy led to the restrictions imposed on the evolution of the term structure of interest rates. Despite the intensive research related to this subject, there are some gaps to be filled yet, especially those concerned with the investment horizon. That is exactly the main objective of this thesis. The work provides the basis for selecting the most appropriate method for immunization and also demonstrates the superiority of the traditional duration-matching strategy, especially in the medium and long run. Moreover, it is demonstrated that there is no limit other than operational to the immunization process concerning Brazilian markets for investment horizons of less than 10 years.

## Keywords

Interest rate risk management; term structure of interest rates; duration; immunization; pension fund.

## Sumário

1. Introdução	10
1.1. Objetivos	13
1.2. Delimitação do estudo	14
1.3. Relevância do estudo	14
1.4. Pressupostos epistemológicos	15
1.5. Tipos de pesquisa	16
1.6. O método de pesquisa	16
1.7. Limitações do método	18
1.8. Estrutura do trabalho e principais conclusões	19
2. Risco de taxa de juros e imunização	21
2.1. Dedicção e imunização tradicional	22
2.2. A estrutura a termo da taxa de juros	26
2.2.1. Estimacção da estrutura a termo da taxa de juros	28
2.2.2. Simulacção da curva a termo	28
2.3. A evolucção dos modelos de imunizacção	31
2.3.1. Imunizacção baseada em formas funcionais da ETTJ	33
2.3.2. Imunizacção baseada na análise dos componentes principais	35
2.3.3. Imunizacção baseada em choques arbitrários	38
3. A comparacção entre os modelos de imunizacção	41
3.1. Estimando a estrutura a termo da taxa de juros	43
3.2. Simulando a evolucção da curva a termo	44
3.3. Cômputo do passivo de uma EPC	47
3.4. Construindo as carteiras imunizadas	50
3.4.1. Carteira baseada em formas funcionais da ETTJr	50
3.4.2. Carteira baseada na análise dos componentes principais	54
3.4.3. Carteira baseada em choques arbitrários	57
3.5. Indicadores de eficiência	66
3.5.1. Exposicção líquida ao risco	67
3.5.2. Diversificacção	67
3.5.3. Custos de transacção	68
3.6. Eficiência média ponderada	69
4. Alocação de longo prazo e os limites à imunizacção	72
5. Conclusão	81
6. Referências bibliográficas	86
Apêndice A – Eficiência média ponderada (tabelas completas)	91
Apêndice B – Scripts do MATLAB	97



## Lista de figuras

Figura 1 - Estrutura a Termo	34
Figura 2 - Componentes da Curva a Termo	51
Figura 3 - Evolução do IMM-D	77
Figura 4 - Probabilidade de Exaustão	79

## Lista de tabelas

Tabela 1 - Reservas Técnicas	11
Tabela 2 - Carteira Consolidada por Tipo de Aplicação (EFPC)	11
Tabela 3 - Títulos Utilizados	43
Tabela 4 - Tábua de Mortalidade - Sexo Feminino – 2004	47
Tabela 5 - Tábua de Mortalidade - Sexo Masculino – 2004	48
Tabela 6 - Dispêndio da EPC	49
Tabela 7 - Estatísticas Gerais	52
Tabela 8 - Imunização (Fator Único)	53
Tabela 9 - Imunização (2 Fatores)	53
Tabela 10 - Imunização (3 Fatores)	54
Tabela 11 - Imunização (4 Fatores)	54
Tabela 12 - Quatro Primeiros Autovetores	55
Tabela 13 - Poder Explanatório do Modelo	55
Tabela 14 - Imunização (Fator Único)	56
Tabela 15 - Imunização (2 Fatores)	56
Tabela 16 - Imunização (3 Fatores)	57
Tabela 17 - Imunização (4 Fatores)	57
Tabela 18 - Imunização Fator Único ( $\alpha = 0,25$ )	58
Tabela 19 - Imunização 2 Fatores ( $\alpha = 0,25$ )	59
Tabela 20 - Imunização 3 Fatores ( $\alpha = 0,25$ )	59
Tabela 21 - Imunização 4 Fatores ( $\alpha = 0,25$ )	59
Tabela 22 - Imunização Fator Único ( $\alpha = 0,50$ )	60
Tabela 23 - Imunização 2 Fatores ( $\alpha = 0,50$ )	60
Tabela 24 - Imunização 3 Fatores ( $\alpha = 0,50$ )	61
Tabela 25 - Imunização 4 Fatores ( $\alpha = 0,50$ )	61
Tabela 26 - Imunização Fator Único ( $\alpha = 0,75$ )	62
Tabela 27 - Imunização 2 Fatores ( $\alpha = 0,75$ )	62
Tabela 28 - Imunização 3 Fatores ( $\alpha = 0,75$ )	63
Tabela 29 - Imunização 4 Fatores ( $\alpha = 0,75$ )	63
Tabela 30 - Imunização Fator Único ( $\alpha = 1$ )	64
Tabela 31 - Imunização 2 Fatores ( $\alpha = 1$ )	65
Tabela 32 - Imunização 3 Fatores ( $\alpha = 1$ )	65
Tabela 33 - Imunização 4 Fatores ( $\alpha = 1$ )	66
Tabela 34 - Modelos Mais Eficientes	70
Tabela 35 - Evolução do IMM-D	76
Tabela 36 - Estatísticas Básicas	78
Tabela 37 - Retorno e Risco	79

## Introdução

A indústria de previdência complementar brasileira vem apresentando elevadas taxas de crescimento nos últimos anos. A impossibilidade dos sistemas compulsórios de previdência satisfazerem completamente as necessidades dos segurados, associada às previsões sobre o desequilíbrio do sistema, têm incentivado a adesão de parte expressiva da população brasileira a esquemas complementares de previdência. Ressalta-se que nem mesmo nos países mais desenvolvidos, os sistemas compulsórios de segurança social atendem completamente às necessidades dos cidadãos. Via de regra, tais sistemas apenas proporcionam benefícios que garantem aos segurados um mínimo de bem-estar.

Atribui-se a Brás Cubas a instituição do primeiro montepio no Brasil, em 1543. O sistema de previdência complementar foi institucionalizado pela lei 6435/77, tendo se beneficiado da promulgação, em 1974, da chamada lei Erisa (*Employee Retirement Income Security Act*) americana, a qual disciplinou a atividade dos fundos de pensão, de onde copiou a terminologia e os conceitos básicos.

Além da previdência complementar tradicional oferecida pelas entidades fechadas de previdência complementar, doravante EFPC, aos funcionários das empresas patrocinadoras, são vários os produtos distribuídos pelas entidades abertas de previdência complementar (EAPC): previdência complementar aberta tradicional – PCA, plano gerador de benefícios líquidos – PGBL, vida gerador de benefícios líquidos – VGBl<sup>1</sup>, fundo de aposentadoria programada individual – FAPI, plano com remuneração garantida – PRGP e plano com atualização garantida – PAGP.

Os planos se subdividem em planos de benefício definido (BD), planos de contribuição definida (CD) e planos de contribuição variável (CV) – anteriormente conhecidos como planos mistos de contribuição definida – sendo esses últimos os responsáveis por parcela significativa do crescimento do mercado brasileiro de previdência na última década, especialmente após a regulamentação do PGBL em 1997 e do VGBl em 1998. As reservas técnicas dos fundos de

previdência complementar, abertos e fechados, atingiram R\$ 372,4 bilhões em dezembro de 2005, conforme a tabela 1:

Tabela 1 – Reservas Técnicas

Valores em R\$ bilhões correntes

Ano	Reservas Técnicas (EFPC)	Variação (%)	Reservas Técnicas (EAPC)	Variação (%)
1994	46,5	n.d.	1,6	n.d.
1995	57,5	23,6	2,3	42,0
1996	71,7	24,7	3,1	35,6
1997	86,9	21,2	4,6	48,5
1998	90,8	4,5	7,0	49,9
1999	115,1	26,8	10,3	49,2
2000	130,1	13,0	14,2	36,4
2001	154,6	18,8	21,0	47,8
2002	168,4	9,0	29,1	39,1
2003	216,1	28,3	44,2	51,5
2004	255,8	18,3	61,4	38,9
2005	295,2	15,4	77,2	25,8

Fonte: Associação Nacional de Previdência Privada – ANAPP e Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar – ABRAPP

No que diz respeito às entidades fechadas, o consolidado por tipo de aplicação ressalta a maior participação dos títulos de renda fixa – aproximadamente 61% – conforme a tabela 2:

Tabela 2 – Carteira Consolidada por Tipo de Aplicação (EFPC)

Discriminação	% (dez/2005)
Ações	20,3
Imóveis	4,2
Depósitos a Prazo	1,1
Fundos de Investimento - RF	46,4
Fundos de Investimento - RV	10,4
Empréstimos a Participantes	1,9
Financiamento Imobiliário	0,8
Debêntures	1,2
Títulos Públicos	12,1
<b>Outros</b>	<b>1,6</b>

Fonte: ABRAPP

Nos planos de benefício de caráter previdenciário na modalidade de contribuição variável<sup>ii</sup>, a criação de valor na indústria de previdência complementar está associada à capacidade do gestor em prover o beneficiário do plano de uma alocação eficiente de capital, em dois momentos distintos:

- a) Durante o período de diferimento, ou seja, durante o prazo de pagamento das contribuições para o fundo, ao maximizar a rentabilidade auferida pelos recursos, incrementando o *funding* a ser utilizado no pagamento futuro de benefícios;
- b) Após o período de diferimento, ao minimizar a probabilidade de insolvência da entidade de previdência complementar, doravante EPC, garantindo o pagamento do benefício pelo período estipulado em contrato.

Em ambos os casos, a alocação deve se fazer dentro dos limites estabelecidos pela legislação e órgãos reguladores. Entretanto, enquanto a alocação de recursos no período de diferimento busca basicamente garantir maior rentabilidade à carteira de investimentos, a alocação pós-diferimento também deve levar em consideração o fluxo de benefícios a ser pago aos beneficiários.

Partindo-se da premissa que tal fluxo pode ser descrito de forma análoga ao fluxo de um título de renda fixa, cria-se um incentivo natural para a utilização das reservas técnicas referentes aos benefícios concedidos na compra desse tipo de instrumento financeiro. Esse incentivo será tanto maior quanto menor o prêmio de risco oferecido pelos ativos de renda variável e quanto maior a aversão ao risco por parte do gestor.

A decisão sobre quais títulos de renda fixa devem fazer parte da carteira estará necessariamente associada à incerteza, uma vez que não é possível prever com exatidão a evolução futura das taxas de juros. Assim, é apropriado ajustar o fluxo de rendimentos auferidos ao fluxo de pagamentos a ser efetuado, de forma a minimizar o risco de taxa de juros.

Usualmente, adota-se uma estratégia de imunização de forma a buscar que o risco de taxa de juros do ativo seja similar ao do passivo. Variações inesperadas das taxas de juros irão afetar o valor presente de ativos e passivos de forma semelhante, garantindo a solvência da EPC.

A imunização reduz a alocação de ativos a um problema de programação matemática que maximiza (ou minimiza) uma dada função objetivo, sujeita a restrições associadas às mudanças na estrutura a termo<sup>iii</sup> descritas pelo modelo de imunização utilizado e aos limites de aplicação impostos pela legislação. Em geral, quanto maior a classe de alterações na curva de juros que se pretende imunizar, mais restritivo se torna o modelo.

O gerenciamento do risco de taxa de juros nas EPC deve, pois, contemplar o exame conjunto de dois fatores: a) das possibilidades de imunização decorrentes da relação custo-benefício entre a redução do risco, as restrições impostas à formação da carteira e os custos de transação; b) do limite ou período ideal de imunização obtido a partir da análise sobre a alocação de recursos no contexto da gestão integrada de ativos e passivo.

## 1.1

### Objetivos

O objetivo principal da tese é o de comparar o desempenho de modelos de gestão de risco de taxa de juros que, baseados em alternativas distintas de programação matemática, objetivam garantir o pagamento do fluxo futuro de benefícios de uma EPC. Para que o objetivo principal seja atingido, é necessário alcançar alguns objetivos intermediários, a saber:

- a) Discutir a adequação dos métodos de estimação e de modelagem da estrutura a termo da taxa de juros à análise que se pretende efetuar;
- b) Verificar a importância da dimensionalidade como fator explicativo da eficiência na gestão do risco de taxa de juros. Soto (2004) define a dimensionalidade do método como o número de fatores de sensibilidade às taxas de juros utilizado no modelo de imunização;
- c) Examinar a influência do horizonte de investimento sobre o desempenho dos modelos de imunização;
- d) Verificar a influência do modelo de imunização sobre os custos de transação e a diversificação da carteira;
- e) Definir limites de imunização da carteira sob a ótica de alocação de ativos no longo prazo.

## 1.2

### **Delimitação do estudo**

Os limites do estudo são descritos conforme segue:

- a) A pesquisa abrange somente os planos na modalidade de contribuição variável (antigos planos mistos de contribuição definida) das entidades de previdência complementar, incluídas as seguradoras autorizadas a operar planos de benefícios de caráter previdenciário;
- b) O estudo compreende apenas os instrumentos de renda fixa presentes no mercado de capitais brasileiro, na medida em que a legislação pertinente proíbe as EPC de realizar investimentos no mercado de capitais internacional. Ademais, os títulos estarão restritos a aqueles cuja responsabilidade de emissão é do Tesouro Nacional. Dessa forma, elimina-se a necessidade adicional de modelagem do risco de crédito. Ademais, não existem limites de aplicação em títulos de responsabilidade do Tesouro Nacional por parte das EPC;
- c) A análise se limitará à gestão do risco de taxa de juros após o período de diferimento, uma vez que eventuais perdas ou ganhos obtidos durante o período de pagamento das contribuições serão revertidos integralmente ao beneficiário do plano de previdência.

## 1.3

### **Relevância do estudo**

Em primeiro lugar, não se tem conhecimento de uma análise abrangente que busque comparar o desempenho, no mercado brasileiro de previdência complementar, dos principais modelos de imunização. Embora exista uma vasta literatura sobre o aspecto estatístico e sobre o significado econômico dos modelos de imunização, esta tese inova ao prover uma análise detalhada da performance comparada dos modelos, sob as perspectivas complementares da dimensionalidade, do horizonte de investimento, dos custos de transação e da diversificação da carteira.

Segundo, buscar-se-á discutir os limites impostos à imunização por instrumentos financeiros correlatos, mais especificamente por instrumentos de

renda variável. Trata-se, portanto, de uma análise sobre alocação de ativos, promovidas as adaptações ao contexto do gerenciamento conjunto de ativos e passivos.

A maioria esmagadora dos estudos sobre o gerenciamento financeiro das entidades de previdência complementar se concentra na exploração das possibilidades inerentes à gestão das instituições fechadas, os fundos de pensão. As entidades abertas ou as seguradoras autorizadas a atuar como tal vêm sendo alvo secundário de pesquisa. Tal discrepância no montante de estudos referentes às entidades abertas e fechadas não encontra ressonância no crescimento das reservas técnicas que, proporcionalmente, tem se mostrado maior nas entidades abertas, corroborando uma importância crescente das mesmas no mercado financeiro brasileiro.

A existência de diferenças entre as entidades abertas e fechadas tais como a amplitude do acesso aos planos de benefícios, a possibilidade ou não de fins lucrativos, as medidas saneadoras em caso de déficit atuarial<sup>iv</sup>, a vedação ou não da realização de empréstimos pessoais aos participantes, dentre outras, não modifica o objetivo primordial para o qual as mesmas foram criadas: instituir e operar planos de benefícios de caráter previdenciário concedidos em forma de renda continuada ou pagamento único. Dessa forma, a adoção de uma abordagem única é ao mesmo tempo inovadora e relevante.

Finalmente, cabe salientar que a gestão do risco de taxa de juros será analisada no contexto da evolução de uma estrutura a termo para as taxas reais de juros. Existem aqui duas diferenças básicas com relação às análises usuais: primeiro, o exame do desempenho dos modelos de imunização ocorre, normalmente, por meio da utilização de testes empíricos e não em um ambiente de simulação. Segundo, a evolução da estrutura a termo é normalmente descrita em termos da variação dos juros nominais.

## 1.4

### **Pressupostos epistemológicos**

Metodologia é uma preocupação instrumental (DEMO, 1985). Partindo-se do pressuposto que o foco principal de pesquisa em administração de empresas deve ser em assuntos que tragam uma contribuição à prática gerencial, buscar-se-á



corroborar a veracidade de uma hipótese sobre a gestão financeira das EPC, a partir das conseqüências observáveis geradas por meio da experimentação.

O positivismo será adotado como a linha filosófica de análise. Basicamente quantitativa e pautada pelo rigor estatístico, a pesquisa fará uso de simulações e de modelagem estocástica, técnicas baseadas essencialmente no paradigma positivista e com margem reduzida para uma interpretação nos moldes alicerçados na fenomenologia (REMENYI, et al., 1998). De acordo com Bertrand e Fransoo (2002), a utilização da simulação se justifica quando a complexidade do estudo impede a obtenção de uma solução única (e de sua prova associada) a partir da mera formulação matemática do problema.

## 1.5

### Tipos de pesquisa

Quanto aos fins, a pesquisa possui caráter exploratório, sendo esse conseqüência da natureza ainda pouco explorada da análise sobre as diferenças entre a performance apresentada pelos modelos de gerenciamento do risco de taxa de juros, no contexto do mercado de previdência complementar brasileiro.

Ademais, pode-se caracterizar a pesquisa como empírica, nos moldes propostos por Bertrand e Fransoo (2002). Segundo os autores, nesse tipo de investigação, o pesquisador tem como objetivo primordial validar os modelos teóricos desenvolvidos no contexto da pesquisa operacional, caracterizando-se, portanto, como um complemento à abordagem axiomática.

## 1.6

### O método de pesquisa

Aparentemente, a primeira avaliação empírica da gestão do risco de taxa de juros foi realizada por Fisher e Weil (1971). Desde então, várias análises (FONG e VASICEK, 1984; CHAMBERS et al., 1988; BARBER e COPPER, 1996; WILLNER, 1996; NAWALKHA et al., 2003, dentre outros) discorreram sobre a comparação do modelo tradicional (baseado no conceito restrito de *duration*) com uma determinada estratégia alternativa de imunização, cada uma delas baseada em um conceito ampliado de *duration*.

Em uma análise inovadora, Soto (2004) realizou uma comparação abrangente de vários modelos de imunização. Foram testados, conjuntamente, modelos polinomiais, exponenciais, de fatores comuns e de pontos ótimos. A autora apresenta evidências que suportam a existência de uma correlação positiva entre a dimensão e a eficiência do modelo.

O número de fatores de sensibilidade às taxas de juros, e não um modelo em particular, caracterizou-se como o principal responsável pela eficiência na imunização, reduzindo a gestão do risco de taxa de juros a uma questão de dimensionalidade. Assim, esperar-se-ia que um modelo exponencial de terceira ordem apresentasse uma eficiência bastante próxima de um modelo que utiliza três componentes principais ou três pontos ótimos e assim sucessivamente.

No que diz respeito ao horizonte de investimento, Bravo e da Silva (2006) constataram uma maior eficiência dos modelos em horizontes mais longos de tempo. Uma possível explicação seria a maior variabilidade das taxas de curto prazo.

Tanto a análise comparativa efetuada por Soto (2004) quanto a executada por Bravo e da Silva (2006), foram formatadas a partir de testes empíricos. A primeira utilizou dados do mercado de renda fixa espanhol e a segunda do mercado português. Nessa tese, o exame da eficiência dos modelos de imunização será realizado sob uma perspectiva distinta. A análise empírica cederá espaço a simulações do valor em risco da carteira. Dessa forma, será possível: a) restringir o efeito negativo da reduzida disponibilidade de dados sobre preços no mercado secundário de títulos públicos federais (as informações consolidadas relativas ao mercado brasileiro são disponibilizadas pela Andima apenas a partir de 2001); b) desconsiderar o argumento – não necessariamente correto – de que a distribuição empírica dos retornos passados de ativos reproduz de forma razoável a distribuição futura, tornando a análise mais robusta; c) desenvolver uma apreciação que se utiliza dos conceitos da teoria de modelagem da ETTJ.

A análise se dará no contexto da evolução das taxas de juros reais, possibilitando a incorporação de informações decorrentes das peculiaridades do mercado brasileiro – existência de um volume significativo de títulos indexados a índices de preços e ausência de títulos prefixados com vencimentos no médio e longo prazo. Ademais, boa parte dos modelos de estrutura a termo discutidos na

subseção 2.2.2 foram originalmente derivados no contexto de taxas de juros reais (CAMPBELL et al., 1997).

Serão testados representantes de cada uma das linhas de pesquisa que sucederam a imunização tradicional – Willner (1996) no caso da imunização baseada em formas funcionais da ETTJ, Barber e Cooper (1996) na imunização fundamentada no exame de componentes principais e Nawalkha et al. (2003) na imunização baseada em choques arbitrários – ressaltando-se os eventuais ganhos de eficiência em relação ao método tradicional.

## 1.7

### Limitações do método

Como limitações do método, pode-se citar:

- a) A modelagem da estrutura a termo por meio de modelos de difusão contínua é suportada pela incorporação de novas informações que continuamente causam alterações marginais nos preços dos ativos. Tais modelos não contemplam o efeito de choques que, embora raros, apresentam grande repercussão sobre a curva de juros (Brito, 2001);
- b) A análise se limita aos instrumentos de renda fixa cuja emissão é de responsabilidade do Tesouro Nacional. Essa escolha se justifica pela premissa de inexistência de risco de crédito. Assim, títulos privados de renda fixa e derivativos não serão alvo de análise, ainda que tais instrumentos financeiros possam adicionar algum grau de flexibilidade às estratégias de imunização;
- c) Embora a teoria financeira moderna seja fartamente recheada de modelos que buscam descrever movimentos futuros das taxas de juros, esses não são explicitamente capturados pelos métodos de imunização analisados. Nesse sentido, os processos de imunização examinados são “míopes”. Uma alternativa consiste na modelagem da incerteza referente à evolução da estrutura a termo das taxas de juros por meio de um processo estocástico e da inclusão desse na análise para a formatação da carteira de ativos. Significativamente mais demandante em termos computacionais, essa alternativa inclui a modelagem estocástica de forma associada à gestão de renda fixa, tratando a questão a partir de modelos de otimização dinâmica, tais como os desenvolvidos por Zenios et al. (1998) e

Boulier et al. (2001). Os estudos empíricos sobre os ganhos de performance desse tipo de modelagem aplicada à gestão do risco de taxa de juros são inconclusivos (AGCA, 2005);

d) A estratégia de imunização depende fundamentalmente da possibilidade de se comprar e vender títulos no mercado secundário de forma direta e rápida. A ausência completa de liquidez torna o método inócuo;

e) Não há garantias de que a tábua de mortalidade utilizada é a melhor representação da expectativa de sobrevivência dos participantes do plano de benefícios (risco atuarial). Mesmo que houvesse certeza de que a tábua é a mais precisa, ainda assim a análise estaria limitada. Isso se deve ao fato de que a tábua explicita probabilidades de sobrevivência. Assim, a assunção de que o passivo pode ser representado por um dado fluxo (não estocástico) de saídas pode ou não se confirmar.

## 1.8

### **Estrutura do trabalho e principais conclusões**

O trabalho está dividido em três etapas distintas, porém intrinsecamente relacionadas. O capítulo 2 traz o referencial teórico sobre o tema e a evolução da discussão técnica sobre gestão do risco de taxa de juros – por meio da imunização – desde o artigo seminal de Redington (1952). O capítulo 3 traz uma comparação dos modelos de imunização baseados em: a) formas funcionais da estrutura a termo; b) análise de componentes principais; e c) choques arbitrários. A análise é abrangente, na medida em que o cômputo da sensibilidade a alterações nas taxas de juros não se restringe a um horizonte de investimento específico. Adicionalmente, os custos de transação e a diversificação (alavancagem) da carteira também fazem parte do exame. O capítulo 4 trata da existência de limites ao processo de imunização, por meio do confronto com a alternativa de aplicação de parcela dos recursos em instrumentos de renda variável.

O estudo permite concluir que: a) a imunização não é uma mera questão de dimensionalidade, sendo significativamente influenciada pelo horizonte de investimento, pelos custos de transação e pelo grau de diversificação (alavancagem); b) há um claro *trade-off* entre a dimensão do modelo de

imunização e a diversificação e custos de transação associados; e c) para passivos com *duration* de até 10 anos, os limites à imunização são de natureza eminentemente operacional, de modo que a adoção de uma estratégia do tipo *lifestyle*<sup>v</sup> não é indicada para o período após o diferimento.

## 2

### Risco de Taxa de Juros e Imunização

Um dos objetivos principais da teoria financeira é o de estudar como os investidores realizam suas escolhas sob incerteza. Até a década de 50, a análise financeira estava centrada na verificação dos retornos obtidos. A dimensão risco não era alvo de estudos.

Ao descrever pormenorizadamente a relação entre risco e retorno, Markowitz (1952) dotou a gestão ativa de recursos de novas diretrizes. Desde então, no que diz respeito à administração de recursos, a gestão ativa tem como objetivo principal maximizar o retorno de uma carteira de ativos para um dado nível de risco. A partir da mensuração dos retornos de cada ativo, de seus riscos individuais e das correlações entre eles, é possível traçar uma fronteira eficiente a qual mostrará o *portfolio* que proporciona o maior retorno para um dado nível de risco. Quanto maior o retorno esperado da estratégia ativa – definido como a diferença entre o retorno total e o retorno do *benchmark* – maior o risco.

Infelizmente, esse não é um exercício trivial. A história pregressa de retornos e correlações de ativos pode não se repetir, trazendo dificuldades adicionais à estratégia de alocação de recursos. Ademais, a gestão ativa só poderá agregar valor aos investidores se os mercados não forem totalmente eficientes.

A gestão passiva de recursos busca evitar o descasamento entre a carteira de ativos e um determinado *benchmark*. Trata-se, basicamente, de replicar a constituição de um determinado índice, seja ele de ações, renda fixa ou instrumentos financeiros correlatos. Estratégias passivas se justificam pela performance pouco consistente de boa parte dos fundos de gestão ativa (BOGLE, 2002). A preocupação do gestor se resume, basicamente, à redução do *tracking error*, de modo a garantir que os ativos reproduzam de forma fidedigna as movimentações do *benchmark*. Ressalte-se que o fluxo de dispêndios de uma EPC pode ser compreendido como um índice composto por uma série de títulos sem cupom com valor de face e vencimento idênticos aos das obrigações atuariais.

Investidores institucionais de grande importância, as EPC buscam alocar o capital disponível de forma a garantir que o volume de recursos acumulados seja

capaz de garantir o pagamento dos benefícios a que fazem jus os assistidos. Uma perspectiva do tipo *asset-only* pode gerar alocações subótimas (MUHALIDHAR, 2001) com conseqüências negativas sobre o grau de solvência da instituição. Dessa forma, a política de gerenciamento de ativos é conjugada à distribuição esperada dos passivos futuros, recebendo o nome de *asset liability management* (ALM).

No caso dos planos de benefício definido, um estudo formal em ALM está normalmente focado na modelagem do fluxo de passivos e dos retornos dos instrumentos utilizados na composição do ativo, de forma a viabilizar a comparação da performance líquida entre as alternativas de investimento disponíveis para uma determinada entidade de previdência.

No que diz respeito aos planos de contribuição variável, o ALM só faz sentido a partir do momento em que os benefícios começam a ser pagos, podendo ser executado a partir de uma ótica ativa, passiva ou de uma combinação de ambas.

Sob a perspectiva da alocação ativa, o gestor se concentra no gerenciamento do excesso de recursos, *surplus asset allocation*, a qual incorpora noções de balanceamento entre retorno e risco – nos moldes da fronteira eficiente – para grupos de instrumentos financeiros (WARING, 2004).

Na gestão passiva, o objetivo é cobrir todas as obrigações futuras da EPC, sem incorrer no risco adicional associado à obtenção de um excesso de retorno. O gestor buscará, portanto, replicar o índice que reflete as obrigações atuariais da EPC. Os dois métodos mais populares de gerenciamento passivo de recursos de renda fixa constituem-se na imunização<sup>vi</sup> e na dedicação (FABOZZI, 2000). A única diferença se caracteriza pela extensão da combinação entre os desembolsos e recebimentos decorrentes do passivo e ativo, respectivamente.

## 2.1

### **Dedicação e imunização tradicional**

Ao contrário do que o nome renda fixa possa denotar, a renda de um título só será fixa se o comprador mantiver a posse do mesmo até o vencimento. Ao descrever-se o preço de um título como:

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+i)^t} + \frac{M}{(1+i)^n} \quad (1)$$

onde  $C$  é o valor do cupom no período,  $i$  é a taxa interna de retorno e  $M$  o valor a ser pago na data de vencimento, fica explícita a dependência do preço à evolução da taxa de juros. Um incremento da taxa possivelmente significará uma perda para o comprador se esse tiver que se desfazer do título em data anterior a do vencimento. Convencionou-se denominar esse risco derivado da flutuação da taxa de juros como risco de taxa de juros.

Os modelos de dedicação e imunização buscam reduzir o risco de taxa de juros nas estratégias de alocação de recursos que contemplam um horizonte de investimento predefinido. Em princípio, só faz sentido incluí-las no rol de estratégias de ALM se o passivo puder ser representado por um fluxo predeterminado de benefícios a pagar. Nesse sentido, cada um dos fluxos pode ser compreendido como um horizonte de investimento.

Nos planos de benefício definido, especialmente durante o período de diferimento, essa parece ser uma premissa de análise pouco realista, uma vez que o caráter estocástico do passivo é um fator preponderante de pesquisa, sendo decorrente, principalmente, da evolução salarial do futuro beneficiário durante a fase laboral, da taxa de rotatividade de empregados na empresa patrocinadora e da taxa de mortalidade esperada para os participantes (risco de sobrevida).

Nos planos de contribuição variável, após o período de diferimento, a premissa é mais realista, na medida em que a variabilidade do passivo encontra razão tão somente no risco de sobrevida, não sendo necessárias assunções adicionais sobre a evolução salarial e rotatividade dos beneficiários. Isso torna o trabalho do atuário muito mais simples (ATKINSON e DICKSON, 2000). Nesse caso, fluxos futuros de pagamento de benefícios podem ser obtidos a partir da utilização de tábuas de mortalidade, sem a necessidade de premissas adicionais. Ademais, o risco de sobrevida será reduzido na mesma proporção de crescimento da opção, pelos futuros assistidos, do recebimento de uma renda temporária em detrimento a uma renda vitalícia.

Carteiras dedicadas significam grandes dispêndios, pois buscam a combinação exata entre as entradas e saídas de capital. Normalmente, têm espectro limitado pela virtual impossibilidade de se obter títulos sem cupom com



vencimentos idênticos aos de todos os fluxos de caixa passivos. Esse problema é ainda mais contundente no caso brasileiro, dado o pequeno volume de títulos de renda fixa de longo prazo. Ainda que seja possível adotar a estratégia de dedicação para horizontes de investimento de curta duração, o mercado brasileiro de renda fixa praticamente inviabiliza esse tipo de operação no médio e longo prazo. As LTN possuem prazo médio de 11,45 meses<sup>vii</sup>. Ressalte-se que praticamente todo o fluxo de saída de uma EPC está indexado à variação anual de um índice de preços e o Tesouro Nacional não emite títulos com cláusula de atualização monetária sem o pagamento de cupons intermediários, a não ser pela NTN-B Principal, cuja venda está restrita ao ambiente do Tesouro Direto, ou seja, apenas pessoas físicas podem comprar esse título (compra limitada a R\$ 400.000,00)<sup>viii</sup>.

Ante a dificuldade na formação de carteiras dedicadas, o analista financeiro poderia adotar a estratégia de montar a carteira com títulos que apresentem valor presente idêntico ao das saídas de caixa previstas. Se a curva da taxa de juros não se alterar significativamente, o investimento será suficiente para cobrir as despesas.

Entretanto, o que se verifica na realidade é um alto grau de volatilidade das taxas de juros. Na tentativa de mensurar o risco de taxa de juros, Macaulay (1938) criou o conceito de *duration*. Ao perceber a correlação entre a volatilidade dos preços dos títulos e o prazo médio dos mesmos, Macaulay procurou explicitar uma medida que pudesse ser utilizada pelo investidor como parâmetro do risco associado a uma determinada carteira de títulos.

Nesse sentido, pode-se calcular a derivada do preço de um título para determinar a variação aproximada desse preço em função de pequenas variações na taxa de juros:

$$\frac{dP}{di} = \frac{(-1).C}{(1+i)^2} + \frac{(-2).C}{(1+i)^3} + \dots + \frac{(-n)(C+M)}{(1+i)^{n+1}} \quad (2)$$

Dividindo-se (2) por P, temos a variação percentual do preço em função de pequenas variações na taxa de juros:

$$\frac{dP}{P} \cdot \frac{1}{di} = -\frac{1}{1+i} \left[ \frac{C}{1+i} + \frac{2C}{(1+i)^2} + \dots + \frac{n(C+M)}{(1+i)^n} \cdot \frac{1}{P} \right] \quad (3)$$

A expressão entre colchetes representa a *duration* de Macaulay, enquanto a equação (3) explicita a relação inversa entre incrementos na taxa de juros e decréscimos no preço de um título, a *duration* modificada.

O cômputo da *duration* é de fundamental importância para o processo de imunização. Esse processo foi definido por Redington (1952) como a alocação de recursos de forma a tornar uma carteira “imune” a variações nas taxas de juros, garantindo um montante determinado de recursos em uma data futura específica.

No caso das EPC, o objetivo da imunização é distribuir os recebimentos intermediários e finais dos ativos de acordo com a previsão para o fluxo de pagamentos dos benefícios. O conceito de *duration* vem ao encontro da necessidade do gestor ao indicar o título (ou conjunto de títulos) que possui um prazo ponderado médio idêntico ao período de tempo compreendido entre a data vigente e a de pagamento do benefício. Igualando a *duration* do ativo e do passivo, alterações nas taxas de juros influenciarão ambos na mesma magnitude, minimizando as perdas ou ganhos líquidos.

Na medida em que uma infinidade de combinações garantiria essa igualdade, recorre-se normalmente a uma otimização. Para uma dada função objetivo – que pode estar relacionada, por exemplo, ao custo ou à diversificação da carteira – tem-se um problema típico de programação matemática que busca minimizar (ou maximizar) essa função objetivo, sujeita a uma série de restrições. Dentre outras, tais restrições contemplam a igualdade entre a *duration* do ativo e do passivo, eventuais restrições de alocação decorrentes da legislação e a exigência de que o somatório dos percentuais dos títulos em carteira seja igual a 100%. A essa forma de gestão convencionou-se denominar imunização tradicional. Tal método representa o ponto de partida para medidas mais amplas de sensibilidade ao risco inerente à evolução da estrutura a termo da taxa de juros.

## 2.2

### A estrutura a termo da taxa de juros

O valor do dinheiro no tempo, ou seja, a oportunidade de investir o dinheiro obtendo uma determinada remuneração é um dos conceitos básicos na análise de qualquer instrumento financeiro. Essa remuneração, a taxa de juros, normalmente difere de acordo com o período de aplicação dos recursos. Sua descrição, ou mais precisamente a forma de expressão da incerteza inerente à evolução futura das taxas de juros, é parte essencial do ALM.

A estrutura a termo da taxa de juros (ETTJ) é definida como “o mapa que relaciona o termo de um empréstimo à taxa de juros embutida no mesmo (ALMEIDA, 2001, p. 1)”. O cálculo do preço de ativos de renda fixa – que apresentam risco de crédito similar – depende da relação entre taxas de juros e prazo de vencimento dos títulos, relação esta exposta pela ETTJ.

A taxa de desconto que iguala o somatório de todos os fluxos de um título a seu valor presente é denominada *yield to maturity*. Trata-se, basicamente, da taxa interna de retorno de um título. Sua representação gráfica, a *yield* não se confunde com a ETTJ. Esta é representada pela curva de juros à vista (curva *spot*) para títulos que não possuem cupom enquanto aquela representa a relação entre as taxas internas de retorno dos títulos com cupom e seus respectivos prazos de vencimento.

Finalmente, a partir da curva de juros à vista é possível definir a curva de juros a termo (curva *forward*), sendo esta a representação gráfica das taxas de juros implícitas entre os diversos pontos daquela. Uma das teorias que tenta explicar a forma da curva de juros – a teoria das expectativas – argumenta que as expectativas dos agentes sobre as taxas a termo são as responsáveis pelo formato da ETTJ.

Como boa parte dos modelos de ETTJ foi desenvolvida em tempo contínuo, as taxas de juros passam a ser definidas como instantâneas. Intuitivamente, uma taxa instantânea (também conhecida como taxa de curto prazo) pode ser compreendida como a taxa que se aplica a um curtíssimo espaço de tempo<sup>ix</sup>.

No mercado brasileiro de renda fixa, os títulos zero cupom estão restritos ao curto prazo. As Letras do Tesouro Nacional – LTN, títulos prefixados e sem

pagamentos intermediários, possuem prazo máximo de 30 meses<sup>x</sup>. Dessa forma, é necessário construir uma ETTJ teórica a partir de técnicas que possibilitam a transformação das taxas referentes a títulos com cupom em taxas de juros *spot*, na medida em que a utilização direta das taxas internas de retorno dos títulos com cupom caracterizaria um procedimento incorreto. Isso porque tal procedimento assume a hipótese de reaplicação dos valores à mesma taxa de juros.

Basicamente, a construção da ETTJ a partir de títulos com cupom pode ser realizada a partir do método *bootstrap*<sup>xi</sup>. Na medida em que a taxa de juros equivalente ao primeiro período já é conhecida, deve-se proceder aos seguintes passos:

- a) Calcular a taxa equivalente ao segundo período. Para tanto, faz-se necessário subtrair o valor presente dos fluxos referentes ao título com vencimento no segundo período de seu valor de face, por meio da utilização de duas taxas distintas: para o primeiro fluxo a taxa já conhecida e equivalente ao primeiro período; para o segundo fluxo, pela taxa que se deseja calcular. “Dessa forma, obtém-se um fluxo composto de valor presente e de valor futuro sem cupons intermediários, podendo-se calcular, então, a taxa de juros *spot* relativa àquela maturidade (FERREIRA, 2004, p. 37)”;
- b) Repetir o procedimento anterior para os títulos com prazo de vencimento crescente. A cada novo fluxo, taxas *spot* equivalentes vão sendo descobertas.

A pesquisa acadêmica sobre estrutura a termo apresenta, basicamente, duas vertentes. A primeira relaciona-se ao “problema da estimação da ETTJ numa determinada data (VIEIRA NETO, 1999, p. 107)”. Essa vertente é representada por modelos nos quais a estrutura a termo é descrita por uma forma funcional particular.

A segunda vertente é composta por modelos de equilíbrio (VASICEK, 1977; COX, INGERSOLL e ROSS, 1985) e de não-arbitragem da estrutura a termo (HO e LEE, 1986; BLACK, DERMAN e TOY, 1990; HULL e WHITE, 1990; HEATH, JARROW e MORTON, 1992).

Diferenciam-se dos modelos de curvas parametrizadas ao fazerem uso explícito de hipóteses econômicas e ao analisar a evolução das taxas de juros a termo (curva *forward*). São normalmente descritos por equações diferenciais (daí

serem classificados como modelos de difusão contínua), cuja solução representa a função que associa cada taxa de juros *spot* a um determinado prazo de vencimento, ou seja, a curva de juros.

Assim, embora as duas vertentes possuam poucos pontos de ligação, uma abordagem conjunta apresenta benefícios significativos, permitindo não apenas a formatação de carteiras imunizadas, mas também um teste sobre a eficiência dos modelos adotados na imunização.

### 2.2.1

#### Estimação da estrutura a termo da taxa de juros

Uma estrutura a termo corretamente calculada possui grande significância para o mercado na medida em que permite “calcular o valor de mercado de uma carteira de títulos pouco líquidos; avaliar adequadamente opções, *swaps* e contratos futuros; verificar possibilidades de arbitragem entre os títulos de renda fixa disponíveis; ajudar na implementação de índices de renda fixa; e melhor investigar o retorno das carteiras de títulos de renda fixa (VARGA, 2003, p. 207)”.

A obtenção da curva de juros referente a uma determinada data se dá por meio de técnicas estatísticas que buscam suavizar os dados obtidos através das observações dos preços dos títulos. “Não há referência a nenhuma teoria de precificação de ativos além do fluxo de caixa descontado (JORDAN e MANSI, 2003, p. 1488)”. Assim, os movimentos nas taxas de juros são expressos por alterações nos parâmetros que caracterizam a função de ajuste, permitindo formulação de estratégias de *hedge* baseadas nesses estimadores e viabilizando as estratégias de imunização descritas na seção 2.3.1. Essa linha de pesquisa foi notabilizada pelos trabalhos de McCulloch (1971, 1975), através do uso de interpolações polinomiais por meio de *splines*.

### 2.2.2

#### Simulação da Curva a Termo

A modelagem da ETTJ objetiva produzir uma série de curvas de juros que possam efetivamente vir a ser observadas na realidade. Os modelos de evolução

das taxas a termo distinguem-se entre modelos de fator único ou multifatoriais, de equilíbrio ou de não-arbitragem, e normais ou lognormais, servindo, basicamente, ao propósito de simular estruturas a termo de forma a subsidiar a avaliação instrumentos financeiros dependentes das taxas de juros.

Nos modelos unifatoriais, toda a estrutura a termo é função de uma única variável ou fator, normalmente a taxa de juros instantânea. A associação a apenas uma fonte de incerteza não é demasiadamente restritiva, “uma vez que o método unifatorial implica todas as taxas movendo-se na mesma direção, mas não na mesma intensidade. A ETTJ não possui, como eventualmente se supõe, uma mesma forma sempre (HULL, 2000, p. 565)”.

Após o trabalho seminal de Heath, Jarrow e Morton (1992), vários autores têm buscado incrementar a precisão dos modelos propostos por meio da inserção de novos fatores de incerteza. Desta forma, as taxas de curto e longo prazo poderiam se mover em direções opostas. Essa multiplicidade de dimensões será tanto mais eficiente quanto menor a correlação entre as variâncias observadas em pontos distintos da estrutura a termo.

Nos modelos de equilíbrio, também conhecidos como endógenos, a curva de juros em um dado tempo  $t$  é derivada analiticamente a partir dos parâmetros definidos e não há garantia de que ela será idêntica à curva de mercado efetivamente observada.

Em um artigo pioneiro, Vasicek (1977) explicita as bases dos modelos de equilíbrio unifatoriais, descrevendo o processo para a taxa instantânea de juros a partir da seguinte equação diferencial estocástica:

$$dr = a(b - r)dt + \sigma dz \quad (4)$$

onde  $a$ ,  $b$  e  $\sigma$  são constantes que descrevem a taxa de reversão à média, a média e o desvio-padrão, respectivamente, da taxa de juros instantânea e  $dz$  um processo de Wiener básico que segue uma distribuição normal com média zero e variância  $dt$ . Reversão à média nesse caso significa que as taxas de juros são “atraídas” para um nível médio no longo prazo – quando a taxa está alta, a reversão à média faz com que seu *drift* torne-se negativo; de forma análoga, quando a taxa está baixa, o *drift* torna-se positivo.

Intuitivamente, pode-se dividir o processo descrito por Vasicek em duas partes: a primeira, caracterizada por um componente determinístico (*drift*) que ressalta a tendência das taxas de juros a retornar para um dado valor médio (sempre que  $r$  for maior que  $b$ , o termo  $a(b - r)$  será negativo, impactando negativamente a taxa de curto-prazo. Analogamente, sempre que  $r$  for menor que  $b$ , o impacto será positivo); a segunda, representada pela volatilidade do processo.

O ponto fraco do método proposto por Vasicek decorre do fato de que o modelo pode gerar taxas reais negativas, o que dificilmente ocorrerá na realidade. Nesse sentido, Cox, Ingersoll e Ross (1985) propõem um procedimento alternativo onde o processo para a taxa de juros instantânea é descrito por:

$$dr = a(b - r)dt + \sigma\sqrt{r}dz \quad (5)$$

O componente representado pela raiz de  $r$  impede que as taxas de juro tornem-se negativas.

O aspecto endógeno do procedimento adotado nos métodos de equilíbrio é normalmente apresentado pelos analistas financeiros como o responsável pela maior utilização dos modelos de não-arbitragem ou exógenos. Nestes, o procedimento é “calibrado” de forma a ajustar a estrutura a termo inicial à curva de juros efetivamente observada no mercado.

Pioneiro na linha dos modelos de não-arbitragem, o método de Ho e Lee (1986) transforma a curva de juros prevalecente no mercado em um *input* do processo. Nesse sentido, o modelo consubstancia-se no primeiro método coerente com os princípios da não-arbitragem. A versão em tempo contínuo do processo para a taxa de juros de curto prazo passa a ser descrito por:

$$dr = \frac{\partial\theta(t)}{\partial t}dt + \sigma dz \quad (6)$$

onde  $\theta(t)$  é uma função determinística escolhida de forma a possibilitar que o modelo seja capaz de gerar, na data inicial, uma estrutura a termo idêntica à observada no mercado. Em contrapartida, o procedimento proposto por Ho e Lee desconsidera uma eventual tendência de reversão à média da taxa de juros, o que

significa que a mesma pode evoluir indefinidamente, alcançando níveis improváveis (taxas extremamente elevadas ou negativas).

Hull e White (1990) exploram essa “deficiência” do modelo de Ho e Lee, propondo uma extensão do modelo de Vasicek:

$$dr = a\left(\frac{\theta(t)}{a} - r\right)dt + \sigma dz \quad (7)$$

Portanto, a taxa de juros instantânea tende à média  $\frac{\theta(t)}{a}$ . No modelo de Hull e White, diferentemente do proposto por Ho e Lee, a análise contempla um espectro mais amplo de volatilidade, já que a mesma é afetada concomitantemente pela constante de reversão à média  $a$  e pelo desvio-padrão  $\sigma$ . A probabilidade de taxas de juros negativas é reduzida pela introdução do processo de reversão.

Os modelos descritos acima, com exceção do proposto por Cox, Ingersoll e Ross (1985)<sup>xii</sup>, apresentam uma característica em comum: supõe-se que o processo que descreve o comportamento da taxa de juros instantânea segue uma distribuição normal. O termo estocástico que descreve a volatilidade não depende do nível da taxa de juros. Black, Derman e Toy (1990) rompem esse paradigma ao propor uma distribuição lognormal para o processo:

$$d \ln r = \left[ \theta(t) + \frac{\sigma'(t)}{\sigma(t)} \ln(r) \right] dt + \sigma(t) dz \quad (8)$$

Tal mudança torna impossível a obtenção de taxas de juros negativas, o que, teoricamente (embora pouco provável), pode ocorrer quando da utilização de modelos normais. A volatilidade passa a ser descrita por um termo estocástico que é proporcional ao nível das taxas de juros. Ao tornar a volatilidade uma função do tempo, o modelo pode precificar instrumentos que apresentam negociação ativa no mercado de forma mais precisa. Nessa linha de raciocínio, Heath, Jarrow e Morton (1992) propuseram uma extensão do método ao definir um modelo lognormal de dois fatores.

## 2.3

### A evolução dos modelos de imunização

Os modelos de imunização representam uma forma simples de gerenciar o risco de taxa de juros, na medida em que “o gestor tem de monitorar apenas o



preenchimento das condições associadas às restrições, não havendo a necessidade adicional de se estimar os processos estocásticos que governam os fatores de risco (SOTO, 2004, p. 1090)”. De estruturação relativamente simples e computacionalmente menos intensivos que os modelos estocásticos, os métodos baseados no conceito – tradicional ou expandido – de *duration* permanecem extremamente populares entre os gestores de carteiras. Entretanto, é necessário analisar essa “simplicidade” no contexto da evolução das estratégias de imunização.

O modelo tradicional assume uma ETTJ plana e variações idênticas para todas as taxas de juros, independentemente do prazo. Fischer e Weil (1971) propõem uma modificação de modo que a estrutura a termo não tenha de ser necessariamente plana, embora permaneça a restrição de que as variações sejam paralelas. Embora mais simples, a medida original proposta por Macaulay é no mínimo tão eficiente quanto a proposta por Fischer e Weil (LAU, 1983).

Ocorre que, historicamente, os movimentos nas taxas de curto prazo tendem a ser superiores aos das taxas de longo prazo e, conseqüentemente, a assunção de que a ETTJ irá se modificar apenas por meio de movimentos paralelos é restritiva. Isso não significa que o cômputo tradicional da *duration* deva ser negligenciado, mas tão somente que o acréscimo de medidas adicionais de sensibilidade ao risco de taxa de juros pode ser benéfico.

Assim, as estratégias de imunização evoluíram de forma a contemplar variações não apenas paralelas da ETTJ, expandindo o conceito de *duration*. Essa evolução ocorreu por meio de três vias distintas<sup>xiii</sup>: a) os modelos passaram a incorporar, na programação matemática, novas restrições decorrentes do tipo de forma funcional da estrutura a termo que se pretende imunizar; b) foram incorporadas proteções para cada uma das alterações fundamentais – obtidas a partir da análise de fatores – da ETTJ; c) a imunização passou a contemplar movimentos puramente estocásticos da ETTJ, sem nenhuma restrição adicional decorrente de parametrização específica. Representantes de cada uma dessas linhas de pesquisa estão descritos nas subseções 2.3.1, 2.3.2 e 2.3.3, respectivamente.

Por último, cabe realizar algumas observações sobre o conceito de convexidade. A convexidade (C) de um título é definida como a média ponderada

do prazo de seus fluxos elevada ao quadrado:  $\sum_{t=t_1}^{t=t_n} t^2 w_t$ . Os pesos são representados pela razão entre o valor presente de cada fluxo e o preço do título. Para alterações não infinitesimais da ETTJ, a variação relativa do preço de um título é aproximada por:

$$\frac{\Delta P}{P} \cong -D\Delta y + \frac{1}{2}C(\Delta y)^2 \quad (9)$$

A equação (9) sugere que uma maior convexidade será sempre preferível. Isso porque independentemente do sinal de  $\Delta y$ ,  $(\Delta y)^2$  sempre será positivo. Entretanto, essa assunção é baseada na existência apenas de mudanças paralelas da ETTJ. Ocorre que movimentos unicamente paralelos não são comuns, sendo normalmente acompanhados por mudanças em outros fatores como curvatura e inclinação da ETTJ. Conforme salientado por Lacey e Nawalkha (1993), Gagnon e Johnson (1994), e Soto (2001), pequenas variações não paralelas podem ser suficientes para transformar em negativa a variação positiva esperada no preço do título. Assim, uma vez que a convexidade se caracteriza como uma medida de retorno, é possível que a mesma acrescente risco de taxa de juros ao *portfolio*. Tal fato constituiu-se na principal motivação para Fong e Vasicek (1984) derivarem a medida de risco de imunização  $M^2$ , uma função linear da convexidade.

Ademais, a assunção de que uma maior convexidade será sempre preferível porque gerará maior retorno é inconsistente com as condições de equilíbrio. Se a presença de maior convexidade fosse algo indubitavelmente benéfico, títulos com esse atributo deveriam ser negociados a preços mais elevados. Entretanto, “os estudos empíricos sobre um possível valor positivo para a convexidade não são conclusivos (GARBADE, 1996)”. Dessa forma, a convexidade não fará parte da análise que se segue.

### 2.3.1

#### Imunização baseada em formas funcionais da ETTJ

Como alternativa aos modelos polinomiais de estimação descritos em 2.2.1, Nelson e Siegel (1987) derivaram um modelo adjetivado como

parcimonioso, na medida em que o número de parâmetros estimados é significativamente inferior. A curva de juros é descrita por:

$$YC(m) = l + (s + c) \frac{(1 - e^{-m/\tau})}{m/\tau} - ce^{-m/\tau} \quad (10)$$

onde  $YC(m)$  é a taxa de juros,  $m$  representa o prazo de vencimento e  $l, s, c$  e  $\tau$  os parâmetros nível, inclinação, curvatura e velocidade de convergência para a taxa de juros de longo prazo, respectivamente. Em geral, não existirá um conjunto específico de parâmetros capaz de ajustar a função para todos os prazos de vencimento, o que implica a utilização de um critério que norteie a aproximação. Os parâmetros são, portanto, estimados por meio de métodos como mínimos quadrados.

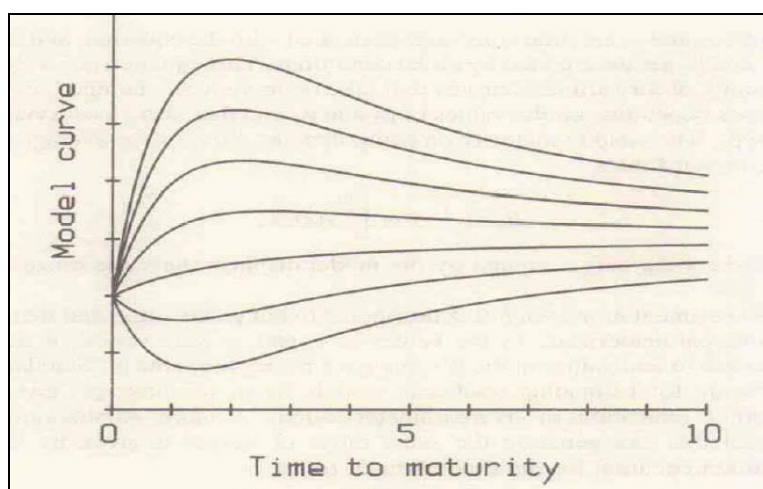


Figura 1 – Estrutura a Termo

Fonte: Extraído de Nelson e Siegel (1987), p.476

Pode-se observar na figura 1 que as formas típicas de ETTJ (monotônica, invertida para cima, invertida para baixo) podem ser obtidas por meio dessa função. Uma das vantagens do modelo é que ele permite que a curva de juros se comporte assintoticamente, consistente com a realidade presente no mercado de juros (o espectro de variação das taxas de curto prazo é maior).

A premissa de que a estrutura a termo pode ser descrita por uma forma funcional particular em cada momento do tempo, ensejou a criação de modelos de imunização baseados em um conceito expandido de *duration*. Nesse caso, a gestão do risco de taxa de juros está associada à equalização da sensibilidade de ativos e

passivos a fatores de risco, sendo esses obtidos a partir da diferenciação da função de ajuste escolhida com relação a seus parâmetros.

Esse tipo de formulação do problema foi originalmente proposto por Cooper (1977), tendo sido posteriormente desenvolvido por Chambers et al. (1988) e Prisman e Shores (1988). Os autores adotam a premissa de que um polinômio pode ser ajustado de forma a descrever a ETTJ vigente e que a incerteza associada à evolução da curva de juros pode ser representada pela alteração nos parâmetros que definem a função de ajuste. A partir daí, deriva-se um vetor de *duration*, onde cada elemento é obtido por meio da diferenciação da função preço com respeito a cada um desses parâmetros.

Uma evolução dessa linha de pesquisa foi proposta por Willner (1996). O autor propõe a imunização baseada na uniformização das sensibilidades representadas pelos parâmetros da função de ajuste exponencial do modelo parcimonioso de Nelson e Siegel (1987).

Ao diferenciar a função de ajuste de Nelson e Siegel com respeito a cada um de seus parâmetros obtém-se o vetor de *duration* descrito pelo modelo exponencial para cada um dos títulos em carteira. Ressalte-se que os parâmetros da função de ajuste não devem ser confundidos com os fatores obtidos pela análise de componentes principais (descrita no subitem seguinte). Embora os termos utilizados para descrevê-los sejam idênticos, existem diferenças no cômputo e no apelo intuitivo de cada uma das perspectivas.

### 2.3.2

#### **Imunização baseada na análise dos componentes principais**

Essa vertente também está alicerçada na equalização das sensibilidades aos fatores de risco. Entretanto, tais fatores não são obtidos a partir de uma função de ajuste, mas sim por uma análise de componentes principais (ACP).

Ao contrário dos modelos representados por aproximações funcionais, na análise de componentes principais não há uma definição *a priori* dos fatores de risco. A premissa básica é a de que é possível detectar os fatores capazes de explicar parcela significativa da variabilidade dos retornos dos títulos, por meio de um procedimento de análise multivariada de dados conhecido como análise de fatores.

Uma das dificuldades ao se realizar uma análise multivariada reside na visualização das relações entre uma série de variáveis de uma base de dados. Felizmente, na grande maioria dos casos, boa parte das variáveis de uma dada base é governada pelo mesmo princípio.

Essa redundância de informações permite uma simplificação por meio de técnicas como a análise dos componentes principais. O método gera um novo conjunto de variáveis denominadas componentes principais<sup>xiv</sup>, sendo cada um desses uma combinação linear das variáveis originais. Os componentes principais formam uma base ortogonal, reduzindo a zero a informação redundante.

No caso específico da estrutura a termo, a análise busca estimar os componentes mais representativos das alterações no amplo espectro das taxas de juros representadas. De posse de uma série de dados sobre a ETTJ do mercado americano, Litterman e Scheinkman (1991) identificam três fatores ortogonais como os responsáveis pela maior parte (aproximadamente 98%) dos movimentos da estrutura a termo da taxa de juros americana: movimentos paralelos (nível), mudanças na inclinação e alterações na curvatura. Segundo Varga e Valli (2001), esses mesmos fatores respondem por 94,3% dos movimentos da ETTJ no mercado brasileiro.

O método baseado em componentes principais possui a vantagem de identificar os fatores explicativos das variações da curva de juros, fazendo uso de dados reais. Entretanto, o foco de virtude é ao mesmo tempo responsável pela principal deficiência do modelo, ao tornar a análise dependente da amostra. As aproximações funcionais padecem de deficiência semelhante, embora os fatores possam ser especificados de uma forma conveniente à análise engendrada pelo gestor de recursos.

Baseado no trabalho de Litterman e Scheinkman (1991), Barber e Copper (1996) sugerem a adoção de métodos de imunização alicerçados no *hedge* desses componentes principais. Partindo-se da premissa que a estrutura a termo se altera em múltiplas direções – e que a carteira só estará imunizada se prover proteção para cada uma das alterações de direção fundamentais – os autores sugerem a adoção da análise de componentes principais, já que “o único guia disponível para determinar o conjunto de movimentos independentes é a própria história destes (BARBER e COOPER, 1996, p. 99)”.

Suponha que a estrutura a termo de taxas de juros  $r(s)$  se altere por um montante  $u(s)h$ , onde  $u(s)$  representa uma função conhecida  $u$  de prazo de vencimento  $s$  e  $h$  representa uma variável randômica. Assuma, ainda, que  $x(s)$  representa a alteração  $r(s) - r_0(s)$  na data  $s$ . Se as alterações nas taxas a vista de diferentes prazos de vencimento não forem perfeitamente correlacionadas, teremos:

$$x(s) = \sum_{k=1}^K u_k(s)h_k \quad (11)$$

Se  $n$  fluxos de caixa irão ocorrer entre  $t_1$  e  $t_n$ ,  $x(s)$  e  $u_k(s)$  podem ser expressos como vetores coluna de dimensão  $n$ . Em notação vetorial a equação (11) se transforma em:

$$X = \sum_{k=1}^K h_k U_k \quad (12)$$

O objetivo da estratégia é aproximar  $X$  – definido como o vetor de mudanças nas taxas a vista – por meio da combinação linear de um pequeno conjunto de mudanças fundamentais expressas pelos componentes  $u_k$ . Assim, tem-se:

$$X_t = \bar{X} + \sum_{k=1}^k h_{t,k} u_k + E_t \quad (13)$$

onde  $\bar{X}$  representa o vetor de médias de mudança das taxas *spot* e  $E_t$  o vetor de erros. Os parâmetros  $h_{t,k}$  são obtidos por meio da regressão de  $X_t$  em  $U_1, \dots, U_k$ . Por sua vez, a análise de componentes principais permite determinar  $U_1, \dots, U_k$  de forma a minimizar a variância do erro total.

A cada fator  $U_k$  corresponderá uma medida de *duration*  $D_k$  definida por:

$$D_k = \sum_{i=1}^N W_t C_i u_k(t_i) t_i / P_{i(0)} \quad (14)$$

onde  $W_t$  representa o fator de desconto que traz a valor presente o valor do cupom a ser pago em  $t$ . Definindo-se  $D_k^A$  e  $D_k^P$  como a *duration* do ativo e do passivo, respectivamente, alcança-se a imunização mediante a escolha de ativos que viabilizem a igualdade entre  $D_k^A$  e  $D_k^P$ .

### 2.3.3

#### Imunização baseada em choques arbitrários

Na imunização baseada em choques arbitrários, o procedimento de imunização não está necessariamente associado a uma forma funcional específica da ETTJ. Nesse sentido, busca-se imunizar uma carteira de ativos em um ambiente de choques arbitrários sobre a curva de taxa de juros.

Fong e Vasicek (1984) foram os primeiros a oferecer uma solução nesse contexto, baseada no conceito de dispersão ao redor da *duration*. A hipótese básica do modelo consiste na divisão do risco de taxa de juros em dois componentes básicos: a magnitude da alteração sofrida pela estrutura a termo e o tipo de título (ou conjunto de títulos) exposto a essa modificação. O segundo termo representa uma medida de risco de imunização. A minimização desse risco busca reduzir a variabilidade do valor de um título em função de movimentos aleatórios das taxas de juros.

Ao testar a hipótese, Fong e Vasicek demonstram que o risco de imunização pode ser descrito pela variável:

$$M^2 = \frac{\sum_i^n (t_i - D)^2 PV(CF_i)}{\sum_i^n PV(CF_i)} \quad (15)$$

onde  $D$  representa a *duration* do título (ou o horizonte de investimento),  $t_i$  é o prazo do fluxo  $i$  e  $PV(CF_i)$  é o valor presente do fluxo  $i$ .

Trata-se, portanto, de uma medida de dispersão que tenderá a zero na medida em que a data de recebimento dos cupons se aproximar da *duration* da carteira. De fato,  $M^2$  será igual a zero se a carteira for composta apenas por um título sem cupom. A estratégia de gerenciamento conjunto de ativos e passivos consistirá, portanto, em minimizar  $M^2$  para uma dada *duration* do passivo.

Ao se observar a equação (15) nota-se certa semelhança com o conceito de convexidade, a não ser pelo fato de que  $M^2$  está necessariamente associada a um horizonte de tempo. Entretanto, trata-se de perspectivas diferentes: na derivação de  $M^2$ , Fong e Vasicek se concentram na modelagem e mensuração da exposição ao risco. O conceito de convexidade, ao contrário, enfatiza ganhos no retorno

(ganhos esses que se baseiam em bases frágeis e podem facilmente se transformar em variações negativas, conforme descrito anteriormente).

Numa análise correlata, Balbás e Ibáñez (1998) propuseram uma nova medida para o risco de imunização. Os autores introduzem o conceito de condição de imunização fraca<sup>xv</sup>. Esta é verificada quando da existência de pelo menos um título  $i$  no *portfolio* que, em decorrência de um choque  $k$  na estrutura a termo, seja capaz de produzir um retorno maior ou igual ao retorno esperado.

Assim,  $\frac{Vi(k)}{Pi} \geq R$ , onde  $Vi(k)$  representa o retorno do título  $i$  na

ocorrência do choque  $k$ ,  $Pi$  o preço do título  $i$  e  $R$  o retorno esperado. A condição pode ser interpretada da seguinte forma: um investidor que tenha certeza da ocorrência de um determinado choque  $k$  irá comprar um título cuja rentabilidade esperada não será comprometida pela alteração na curva de juros.

Suponha agora que exista um subconjunto de choques para os quais a condição de imunização fraca não se verifica. Nesse caso, o risco da estratégia de imunização pode ser calculado a partir das perdas decorrentes da ocorrência de tais choques e a minimização do risco de imunização estará associada à minimização dessas perdas. Para tanto, os autores sugerem a adoção de uma medida do risco de imunização:

$$\tilde{N} = \frac{\sum_i^n |t_i - D| PV(CF_i)}{\sum_i^n PV(CF_i)} \quad (16)$$

Embora os dois modelos partam de uma mesma premissa, a da ocorrência de choques arbitrários sobre a curva de taxa de juros, a carteira de ativos é exposta a diferentes extensões de choques, o que justifica a diferença entre as medidas de dispersão apresentadas. A rigor, uma série de modelos de dispersão pode ser criada a partir da exposição a diferentes choques arbitrários. Entretanto, as justificativas econômicas para o modelo linear e para o quadrático são mais consistentes (BALBÁS, et al., 2002).

Finalmente, Nawalkha et al. (2003) propuseram um método generalizado para o *hedge* do risco de taxa de juros em uma ambiente de choques arbitrários da estrutura a termo onde não há imposição de limites à extensão dos choques. Ao contrário dos modelos de Fong e Vasicek e de Balbás e Ibáñez, os autores não



assumem que o fluxo de caixa oriundo dos títulos tenha de ser necessariamente positivo, ou seja, permite-se a venda a descoberto. Assim, é possível:

- a) Derivar o modelo do vetor  $M$  generalizado para título  $i$ , ou seja, uma série de medidas de risco de imunização de ordem  $m$ , descritas por:

$$M_i^m = \left[ \sum_{t=1}^n C_t \cdot W_t \cdot [g(t) - g(H)]^m / P_0 \right] \quad (17)$$

onde  $C_t$  representa o cupom em  $t$ ,  $W_t$  a função que traz o cupom a valor presente, e  $g(t)$  representa uma função polinomial que associa um expoente  $\alpha$  ao prazo  $t$  de cada fluxo de caixa oriundo dos títulos em carteira. O valor de  $\alpha=1$  corresponde ao caso clássico onde a distância entre o prazo de vencimento de cada fluxo de caixa e o horizonte de planejamento é elevada à potência inteira. Se definirmos  $0 < \alpha < 1$ , podemos creditar um maior peso aos fluxos de curto prazo, garantindo uma melhor imunização caso as taxas de juros de curto prazo se mostrem mais voláteis que as de longo prazo;

- b) Igualar as medidas de risco a zero, independentemente do uso de títulos sem cupom<sup>xvi</sup>.

O vetor  $M$  de medidas de risco pode ser especialmente interessante para aplicação no caso brasileiro, uma vez que as taxas reais de curto prazo são mais voláteis que as de longo prazo. Assim, espera-se um melhor desempenho dos modelos que contemplem  $0 < \alpha < 1$ . Matematicamente, esse intervalo garante que, dada a função polinomial  $g(t) = t^\alpha$ , a razão  $g(s)^m / g(t)^m$  seja maior que  $s^m / t^m$  para um prazo de vencimento  $s > t$ . Intuitivamente, a definição desse intervalo pode ser compreendida como a determinação de que a volatilidade da parte inicial da estrutura a termo terá uma maior ponderação.

### 3

## A Comparação entre os Modelos de Imunização

A essência da pesquisa empírica está na produção e acumulação de evidência para suportar suas conclusões (REMENYI, *et al.* 1998). Nesse sentido, são necessárias as seguintes ações com o objetivo de comparar a eficiência dos modelos de imunização:

- a) Estimar a estrutura a termo das taxas reais de juros (ETTJr) a partir das NTN-C disponíveis em mercado<sup>xvii</sup>. Em princípio, a ETTJr pode ser obtida de uma forma alternativa, a partir da observação das taxas negociadas no mercado de derivativos, mais especificamente no mercado de *swaps* (DI x IGP-M). Nesses contratos, uma das partes envolvidas aceita trocar os juros acumulados no mercado de DI, durante o período de vigência do acordo, por juros prefixados indexados a uma taxa flutuante (no caso, o IGP-M). A outra parte assume o compromisso inverso. Entretanto, a ETTJr obtida a partir dos títulos do Tesouro Nacional indexados ao IGP-M caracteriza-se, atualmente, como a melhor alternativa. “Dada a carência de derivativos de índices de preços, os rendimentos de títulos públicos federais indexados à inflação representam a única solução para a extração de uma curva de juros reais (FRALETTI, 2004, p. 62)”;
- b) Simular a evolução da ETTJr. Basicamente, o processo envolve a escolha do processo estocástico que descreve a taxa de juros, a calibragem dos parâmetros do processo e a simulação em si, onde são obtidas as trajetórias fictícias das variáveis de interesse;
- c) Construir as carteiras imunizadas a partir da formulação imposta por cada um dos métodos descritos na seção 2.3;
- d) Estimar o valor presente líquido da estratégia para um dado horizonte de investimento, ou seja, a diferença entre os fluxos futuros do ativo e do passivo, descontados pelas taxas obtidas no processo de modelagem da ETTJr (passo b);
- e) Calcular a exposição líquida ao risco, aqui definida como a mediana do desvio absoluto entre o valor presente dos fluxos futuros do ativo e do passivo. A

mediana representa o valor típico da estratégia, tendo sido também a medida de posição escolhida por SOTO (2004) para a comparação entre as estratégias<sup>xviii</sup>;

- f) Avaliar o grau de diversificação da carteira imunizada. A diversificação reduz o risco de liquidez e o risco de alavancagem associado às carteiras compostas por poucos instrumentos financeiros. Em princípio, títulos com maturações distintas (ao invés da concentração em único vencimento) garantem uma maior flexibilidade para o gestor;
- g) Calcular os custos de transação de cada uma das diferentes estratégias;
- h) Estabelecer um peso para cada um dos três indicadores de eficiência – exposição líquida ao risco, diversificação e custos de transação – de forma a viabilizar a classificação ordenada de acordo com os critérios determinados.

A base de dados a ser utilizada é a disponibilizada pela Associação Nacional de Instituições do Mercado Financeiro – ANDIMA, a partir do ano de 2001, com as taxas indicativas de negociação de títulos públicos no mercado secundário. A pesquisa se restringe aos títulos de responsabilidade do Tesouro Nacional passíveis de alocação de acordo com as resoluções CMN 2967/02, CMN 3121/03 e CMN 3305/2005, que impõem os limites a serem respeitados pelas EPC no que diz respeito à aplicação dos recursos referentes às reservas técnicas.

A legislação obriga a correção anual dos valores dos benefícios por um índice de preços, serão utilizados na análise todos os vencimentos disponíveis das Notas do Tesouro Nacional – Série C (NTN-C), títulos indexados ao IGP-M. Ressalta-se que a estratégia de imunização pode ser formatada com qualquer outro título de renda fixa (NTN-B, NTN-Principal, LTN, debêntures, etc). A tabela 3 retrata os títulos utilizados na análise. Os vencimentos originais foram ligeiramente alterados com vistas a simplificar as simulações. Assim, todos os títulos pagam cupons na mesma data. Os preços foram recalculados com base na curva *spot* original interpolada, de tal forma que os fluxos calculados são idênticos aos que de fato ocorreriam na eventual existência dos títulos.

Tabela 3 – Títulos Utilizados

<i>Título</i>	<i>Vencimento Original</i>	<i>Novo Vencimento</i>
NTN-C	01/12/2006	01/10/2006
NTN-C	01/04/2008	01/10/2008
NTN-C	01/03/2011	01/10/2011
NTN-C	01/07/2017	01/10/2017
NTN-C	01/04/2021	01/10/2021
NTN-C	01/01/2031	01/10/2030

Embora o passivo de uma EPC seja corrigido anualmente por um índice de preços, o pagamento de cupons pelas NTN-C é semestral, o que implica um descasamento em favor do ativo. Tal descasamento será tanto mais significativo quanto maior o índice de inflação. Para evitar esse viés, assume-se que o IGP-M acumulado no período entre a formatação da carteira imunizada e o pagamento das obrigações será igual a zero. Os *portfolios* de ativos serão rebalanceados sempre que ocorrer pagamento de cupons dos títulos em carteira.

### 3.1

#### Estimando a estrutura a termo da taxa de juros

A primeira dificuldade na gestão do risco de taxa de juros surge durante a estimação da ETTJr. Primeiro, é necessário calcular as taxas à vista a partir de títulos com cupom, já que o mercado brasileiro não conta com títulos sem cupom de longo prazo. Para tanto, foi utilizado a técnica de *bootstrapping* descrita no ponto 2.2. Posteriormente, é preciso obter taxas de juros para uma série de prazos distintos, a partir de apenas alguns pontos (seis no caso dessa tese). Normalmente, utiliza-se algum procedimento de interpolação, o que reduz a estimação da ETTJr a um exercício de cálculo numérico. A interpolação pode ser considerada como um processo para a determinação do valor  $y$  de uma função  $y = f(x)$ , onde o valor de  $y$  não pode ser computado diretamente a partir da própria função, mas é determinado por meio de certos valores previamente conhecidos.

Varga (2003) demonstra a superioridade do método baseado em *splines* para o mercado brasileiro. Segundo o autor, as taxas resultantes da utilização do método fazem muito mais sentido econômico do que as obtidas, por exemplo, pela capitalização das taxas a termo ou pela interpolação linear.

As funções *spline* têm sua origem no velho método de aproximação de funções diferenciáveis por meio de aproximações polinomiais. A base desse método é estabelecida pelo Teorema de Weierstrass, que explicita a possibilidade de aproximação de uma função continuamente diferenciável em um determinado intervalo por um polinômio definido nesse mesmo intervalo. Todos os polinômios que se ajustam a uma determinada função formam o que se convencionou denominar base, e a escolha do polinômio de ajuste pode ser baseada, por exemplo, no critério dos mínimos quadrados.

A tendência de maior precisão nos ajustes obtidos a partir da utilização de polinômios de alto grau é acompanhada por um aumento na variância dos parâmetros, tornando o processo de estimação menos confiável. Entretanto, esse tipo de problema pode ser mitigado por meio da aproximação de seções de polinômios por polinômios de menor grau. “Essas funções polinomiais são denominadas funções *spline*, das quais as mais utilizadas são as *splines* cúbicas (SHEA, 1984, p. 256)”.

Para efeito dessa tese, o cômputo das taxas à vista foi realizado por meio da utilização de *cubic splines*. Embora mais trabalhosa, a implementação do *cubic spline* é facilitada sobremaneira pela existência, no MATLAB, de funções predefinidas para a realização dos cálculos. Computadas as taxas à vista é possível obter as taxas a termo e, por conseguinte, iniciar o processo de simulação da ETTJr descrito abaixo.

### 3.2

#### **Simulando a Evolução da Curva a Termo**

Dada a taxonomia e as características básicas dos modelos descritos no ponto 2.2.2, o gestor de recursos poderia indagar se realmente existe um método que deva ser eleito como o mais apropriado para o exame do comportamento futuro das taxas de juros. “Em virtude da profusão de modelos é razoável se questionar se existem considerações, empíricas ou não, que possam motivar a escolha de um modelo (CHEYETTE, 1999)”.

Vários critérios podem ser identificados como necessários a um modelo de estrutura a termo. A princípio, o método deve ter significado econômico, ser implementável e aproximar de forma bastante precisa os preços observados no

momento da análise. Ocorre que não apenas um, mas vários modelos citados preenchem esses requisitos básicos e, portanto, são elegíveis.

Os modelos endógenos são consistentes com o equilíbrio econômico, embora a um alto custo: nem sempre é possível descrever a estrutura a termo vigente. Fitton e McNatt (1999) ressaltam que os modelos de não-arbitragem utilizam uma série de premissas que, embora auxiliem o processo de ajuste dos parâmetros à ETTJr vigente, não necessariamente capturaram a essência da dinâmica da estrutura a termo. Os modelos multifatoriais estão normalmente associados a uma implementação mais lenta e dispendiosa e, portanto, o analista deve examinar criteriosamente o *trade-off* existente, especialmente no caso das taxas apresentarem alto grau de correlação. Nesse caso, a utilização dos modelos unifatoriais pode ser mais interessante. Finalmente, “os modelos normais e lognormais representam os extremos de um processo que, em realidade, parece estar em algum lugar entre esses limites (SANYAL, 1997, p. 55)”.

Para efeito dessa tese, foram considerados os seguintes critérios de escolha, em ordem decrescente de importância:

- a) Facilidade de implementação;
- b) Possibilidade de calibragem do modelo, ou seja, adequação do modelo à ETTJr vigente;
- c) Geração de curvas futuras condizentes com as expectativas de mercado obtidas a partir da estrutura a termo da volatilidade.

Assim, a escolha recaiu sobre o modelo BDT. Embora não necessariamente o mais realista, tal modelo goza de grande aceitação no mercado (LEVIN, 2004) e pode ser implementado de forma relativamente simples (apresenta rotinas de implementação predefinidas em MATLAB). Ademais, o modelo não exige a definição a priori de uma taxa de juros real de equilíbrio, já que o processo de reversão à média não é tratado de forma explícita. Essa característica é bastante importante, na medida em que não existe consenso sobre qual seria essa taxa de equilíbrio no caso brasileiro. O fato da reversão à média ser endógena ao modelo, ou seja, determinada a partir dos parâmetros de entrada, resulta na vantagem adicional de que as taxas de juro não podem tornar-se negativas.

Definido o modelo, faz-se necessária a implementação da simulação da ETTJr *per se*. O modelo BDT foi originalmente derivado em tempo discreto, fazendo uso de uma árvore binomial com probabilidades idênticas de movimentos para cima e para baixo do preço do ativo-objeto. De modo geral, a aproximação discreta para a construção de uma árvore binomial procura aproximar a equação diferencial estocástica do ativo-objeto, tomando-se intervalos de tempo  $\Delta t$ .

Pode-se avaliar um título de qualquer prazo de vencimento, desde que se construa uma árvore de taxas futuras longa o suficiente. O processo começa com o valor de face da obrigação e, a partir daí, vai-se obtendo o preço a cada vértice anterior, descontando os preços futuros usando a taxa daquele nó. Indo para trás, até a raiz da árvore, chega-se ao preço hoje (BESSADA, et al., 2003).

Definido o número de passos, o valor do ativo financeiro é calculado por meio da “indução para trás”. Para cada título do Tesouro foi utilizada uma árvore com 12 passos e estrutura a termo da volatilidade consistente com o horizonte de análise.

Embora a estrutura a termo da volatilidade das taxas de juros vigente seja observável (além de representar um *input* de suma importância do modelo) é interessante confrontar o tipo de variação que se observa no preço do ativo financeiro quando o processo de simulação da ETTJr parte de estruturas a termo da volatilidade distintas. Trata-se de uma ferramenta que garante maior robustez à análise, na medida em que se torna possível testar como o preço dos títulos é afetado por diferentes estruturas de volatilidade. No limite, o que se está tentando observar é como e em que profundidade as diferentes árvores binomiais obtidas irão influenciar o ativo e o passivo da entidade de previdência complementar.

Por simplicidade, adotou-se um modelo *ad hoc* para a volatilidade, desconsiderando-se modelos de volatilidade condicional. O modelo de simulação contempla uma volatilidade da volatilidade, aqui definida como o desvio padrão da volatilidade calculada para períodos subseqüentes de 12 meses cada.

Trata-se, portanto, do cálculo do desvio padrão da volatilidade a partir de uma janela móvel com um número fixo de observações. Foram realizadas 1000 simulações para cada um dos títulos disponíveis para aquisição. Para cada simulação foi imputada uma estrutura a termo da volatilidade distinta. Cada ponto dessa estrutura foi calculado a partir de uma distribuição normal com média igual à volatilidade vigente para aquele termo e desvio padrão obtido a partir do

cômputo da volatilidade da volatilidade. Assim, foi possível obter 1000 diferentes preços em  $t_0$  e calcular o efeito líquido sobre cada uma das estratégias de alocação de ativos.

### 3.3

#### Cômputo do passivo de uma EPC

Embora o evento morte tenha natureza não-determinística, os fluxos de saída são normalmente tratados como fluxos predeterminados, sendo obtidos a partir da aplicação de tábuas de mortalidade.

Os fluxos, embora não associados a uma EPC específica, são realistas, tendo sido computados por meio da aplicação das tábuas de mortalidade de 2004 para os sexos feminino e masculino, disponibilizadas pelo IBGE.

Tabela 4 – Tábua de Mortalidade - Sexo Feminino – 2004 (Dados Parciais)

<i>Idades Exatas (X)</i>	<i>Probabilidades de Morte entre Duas Idades Exatas <math>Q(X,N)</math> (Por Mil)</i>	<i>Óbitos <math>D(X,N)</math></i>	<i><math>l(X)</math></i>	<i><math>L(X)</math></i>	<i><math>T(X)</math></i>	<i>Expectativa de Vida à Idade X <math>E(X)</math></i>
0	22,61	2261	100000	98018	7554125	75,5
1	2,353	230	97739	97624	7456107	76,3
.	.	.	.	.	.	.
65	16,292	1294	79401	78754	1469742	18,5
66	17,591	1374	78108	77421	1390987	17,8
67	19,065	1463	76734	76002	1313567	17,1
68	20,757	1562	75271	74489	1237565	16,4
69	22,659	1670	73708	72873	1163075	15,8
70	24,708	1780	72038	71148	1090202	15,1
71	26,907	1890	70258	69313	1019054	14,5
72	29,335	2006	68368	67365	949741	13,9
73	32,028	2125	66362	65299	882376	13,3
74	34,988	2248	64237	63113	817076	12,7
75	38,175	2366	61989	60806	753964	12,2
.	.	.	.	.	.	.
80 ou mais	1000	49058	49058	475269	475269	9,7

Fonte: IBGE, Diretoria de Pesquisas (DPE), Coordenação de População e Indicadores Sociais

$Q(X, N)$  = Probabilidades de morte entre as idades exatas X e X+N.

$l(X)$  = Número de sobreviventes à idade exata X.

$D(X, N)$  = Número de óbitos ocorridos entre as idades X e X+N.

$L(X, N)$  = Número de pessoas-anos vividos entre as idades X e X+N.

$T(X)$  = Número de pessoas-anos vividos a partir da idade X.

$E(X)$  = Expectativa de vida à idade X.



Tabela 5 – Tábua de Mortalidade - Sexo Masculino – 2004 (Dados Parciais)

<i>Idades Exatas (X)</i>	<i>Probabilidades de Morte entre Duas Idades Exatas Q(X,N) (Por Mil)</i>	<i>Óbitos D(X,N)</i>	<i>l(X)</i>	<i>L(X)</i>	<i>T(X)</i>	<i>Expectativa de Vida à Idade X E(X)</i>
0	30,41	3041	100000	97372	6790971	67,9
1	2,782	270	96959	96824	6693599	69,0
.	.	.	.	.	.	.
65	25,285	1654	65411	64584	1044134	16,0
66	27,063	1725	63757	62894	979550	15,4
67	29,086	1804	62032	61130	916656	14,8
68	31,416	1892	60227	59281	855526	14,2
69	34,033	1985	58335	57343	796245	13,6
70	36,878	2078	56350	55311	738902	13,1
71	39,885	2165	54272	53190	683591	12,6
72	43,048	2243	52107	50986	630402	12,1
73	46,334	2310	49864	48709	579416	11,6
74	49,771	2367	47554	46370	530707	11,2
75	53,444	2415	45187	43979	484337	10,7
.	.	.	.	.	.	.
80 ou mais	1000	32819	32819	289085	289085	8,8

Fonte: IBGE, Diretoria de Pesquisas (DPE), Coordenação de População e Indicadores Sociais Q(X, N) = Probabilidades de morte entre as idades exatas X e X+N.

l(X) = Número de sobreviventes à idade exata X.

D(X, N) = Número de óbitos ocorridos entre as idades X e X+N.

L(X, N) = Número de pessoas-anos vividos entre as idades X e X+N.

T(X) = Número de pessoas-anos vividos a partir da idade X.

E(X) = Expectativa de vida à idade X.

Assume-se que: a) a entidade de previdência complementar concede o benefício da renda vitalícia para um grupo de 500 mulheres e 500 homens, todos com idade igual a 65 anos no momento da aposentadoria; e b) os benefícios não serão revertidos a novos beneficiários após a morte do participante. A data de corte é representada pelo mês de outubro de 2005 e estipulou-se um salário anual fixo e uniforme da ordem de R\$ 50.000,00. O fluxo aproximado de dispêndio da EPC para os próximos dez anos é descrito na tabela 6:

Tabela 6 – Dispendio da EPC

<i>Ano</i>	<i>Mulheres</i>	<i>Homens</i>	<i>Total</i>
2006	24.592.700,00	24.367.875,00	48.960.575,00
2007	24.152.925,00	23.691.300,00	47.844.225,00
2008	23.676.300,00	22.964.150,00	46.640.450,00
2009	23.157.375,00	22.178.750,00	45.336.125,00
2010	22.590.900,00	21.327.925,00	43.918.825,00
2011	21.973.200,00	20.405.975,00	42.379.175,00
2012	21.300.525,00	19.408.850,00	40.709.375,00
2013	20.567.150,00	18.332.650,00	38.899.800,00
2014	19.766.450,00	17.174.300,00	36.940.750,00
2015	18.891.750,00	15.930.025,00	34.821.775,00

Nota: Dispendio calculado a partir da multiplicação do montante salarial referente ao grupo de mulheres e de homens pelas probabilidades de sobrevivência descrita nas tabelas 4 e 5, respectivamente.

O passivo de uma EPC pode ser compreendido como um *portfolio* de títulos sem cupom, com vencimentos idênticos aos das datas em que ocorrem os pagamentos dos benefícios aos assistidos (RYAN e FABOZZI, 2002). Portanto, tem-se um índice, formatado pelo atuário da EPC, que retrata a rentabilidade de uma série de títulos. Caberia ao gestor imunizar a carteira de ativos de forma a buscar exatamente a rentabilidade desse índice.

Não obstante, o passivo não será tratado de forma conjunta sob o formato de um único “índice atuarial”, mas como uma série de índices ou horizontes de investimento onde cada pagamento será imunizado individualmente. Realizada dessa forma, a análise permite comparar a evolução das diferenças entre os modelos quando expostos a diferentes horizontes de investimento.

Embora a legislação brasileira (Resolução CNSP nº 104/2004 e Resolução MPAS/CPC nº 1/1978) determine que a contratação de taxa de juros no período de pagamento do benefício deve respeitar o limite máximo de 6% ao ano, o valor presente do fluxo de benefícios será obtido com base na estrutura a termo prevalecente na data da imunização, evitando-se eventual sobra (ou falta) de recursos em decorrência do descasamento entre a taxa atuarial utilizada e a taxa de juros efetivamente observada. A utilização de uma taxa de desconto única não seria conveniente por dois motivos:

- a) A taxa seria arbitrária, podendo ser diferente para planos de pensão com o mesmo risco de crédito e de mercado, inviabilizando eventuais comparações;
- b) Os fluxos de saída não serão necessariamente distribuídos de forma uniforme. A *yield to maturity* é apenas uma taxa “média” utilizada para títulos que oferecem o pagamento de cupons.

### 3.4

#### Construindo as carteiras imunizadas

As estratégias de imunização em análise envolvem o exame de um a quatro fatores de risco. Daí o aspecto multidimensional da análise. Basicamente, a construção de uma carteira imunizada envolve dois passos:

- a) o cômputo do vetor de risco dos títulos e, por conseguinte, do *portfolio*:

$$M_{port} = M_i \times p_i \quad (18)$$

onde  $M_i$  representa o vetor de risco do título  $i$  e  $p_i$  o peso desse título na carteira;

- b) a resolução de um problema de otimização.

A otimização, por sua vez, contempla:

- b.1) uma função objetivo que maximiza a diversificação da carteira de ativos nos moldes propostos por Nawalkha (2003) e Soto (2004):

$$\text{Min} \sum_{i=1}^j p_i^2 \quad (19)$$

- b.2) uma restrição que condicione a igualdade do vetor de risco do *portfolio* ao vetor de riscos do passivo;
- b.3) uma restrição que obrigue que o somatório das participações dos títulos presentes na carteira seja igual a 100%.

#### 3.4.1

##### Carteira baseada em formas funcionais da ETTJr

Os três primeiros parâmetros da caracterização funcional de Nelson e Siegel para a curva de juros – descrita pela equação (10) – podem ser interpretados como a força particular de cada um dos componentes da curva a termo: taxas de curto, médio e longo prazo. No curto prazo, onde  $m$  assume valores pequenos, o valor de

$YC(m)$  é função do somatório entre os parâmetros  $l$  e  $s$ . Nos pontos intermediários da curva a termo, a taxa é influenciada pelos parâmetros  $l$  e  $c$ . Por fim, o limite do valor de  $YC(m)$  à medida que  $m$  cresce é dado pelo parâmetro  $l$ .

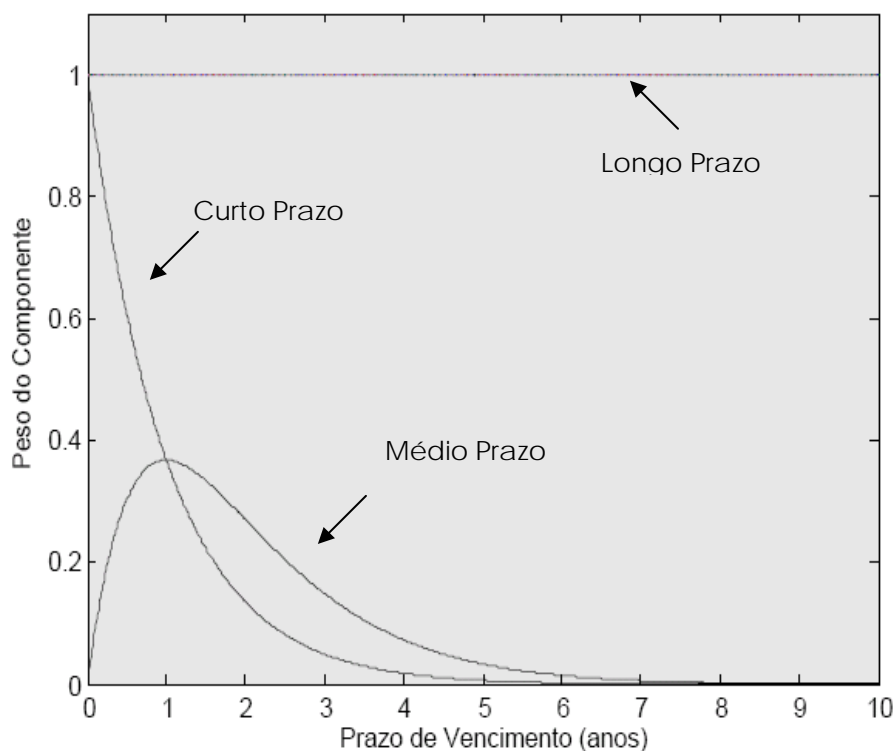


Figura 2 – Componentes da Curva a Termo

Barrett et al. (2004) demonstraram que o ajuste de  $YC(m)$  é relativamente insensível à velocidade de convergência, de forma que a análise pode assumir um valor constante para o parâmetro  $\tau$ . O exame gráfico da ETTJr em vários pontos do tempo fornece indícios de que a curva de juros torna-se aproximadamente plana entre 60 e 120 meses. Dessa forma, adotar-se-á  $\tau$  igual a 90 meses, uma vez que esse representa o ponto médio do intervalo. Definido o valor de  $\tau$  é possível ajustar a curva por meio de uma regressão não-linear e obter os valores ótimos para os parâmetros  $l$ ,  $s$  e  $c$ . A tabela 7 exhibe os parâmetros e os valores de  $R^2$  para as ETTJr estimadas mensalmente no período compreendido entre outubro de 2002 e setembro de 2005<sup>xix</sup>:

Tabela 7 – Estatísticas Gerais

Mês	l	s	c	R <sup>2</sup>	Mês	l	s	c	R <sup>2</sup>
out/02	10,71	(2,15)	2,15	0,93	abr/04	8,30	(0,67)	0,67	0,98
nov/02	11,05	(3,16)	3,15	0,95	mai/04	8,34	(1,51)	1,51	0,90
dez/02	10,21	1,61	(1,60)	0,46	jun/04	8,24	(1,16)	1,16	0,96
jan/03	10,72	(0,33)	0,33	0,51	jul/04	8,08	(0,60)	0,59	0,76
fev/03	10,83	(1,72)	1,72	0,85	ago/04	7,98	0,62	(0,61)	0,71
mar/03	10,67	(0,64)	0,64	0,52	set/04	8,04	0,27	(0,26)	0,24
abr/03	9,98	1,67	(1,68)	0,70	out/04	7,99	0,84	(0,83)	0,80
mai/03	9,52	3,49	(3,48)	0,84	nov/04	8,07	0,99	(1,00)	0,85
jun/03	9,44	3,71	(3,71)	0,86	dez/04	8,08	1,05	(1,06)	0,85
jul/03	9,47	3,62	(3,62)	0,86	jan/05	7,93	2,28	(2,31)	0,85
ago/03	9,56	1,70	(1,69)	0,96	fev/05	8,01	2,83	(2,87)	0,81
set/03	9,51	0,05	(0,05)	0,38	mar/05	8,28	1,90	(1,94)	0,76
out/03	9,33	0,07	(0,07)	0,41	abr/05	8,27	1,48	(1,51)	0,75
nov/03	9,12	(0,37)	0,36	0,65	mai/05	7,97	3,36	(3,43)	0,74
dez/03	8,79	(0,29)	0,29	0,60	jun/05	7,91	3,92	(4,01)	0,73
jan/04	8,38	(0,30)	0,29	0,88	jul/05	7,90	3,96	(4,06)	0,73
fev/04	8,30	(0,06)	0,06	0,18	ago/05	7,59	4,55	(4,64)	0,72
mar/04	8,39	(0,44)	0,44	0,93	set/05	7,72	5,12	(5,22)	0,77

De posse dos parâmetros estimados para setembro de 2005, é possível calcular o vetor de *duration* para cada um dos títulos, tal como descrito em Fernández (1999):

$$D_i = \begin{pmatrix} D_{l,i} \\ D_{s,i} \\ D_{c,i} \\ D_{\tau,i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{P_i} \sum_{t=1}^{v_i} F_{it} t \exp(-r_i t) \\ \frac{1}{P_i} \sum_{t=1}^{v_i} F_{it} \tau \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \exp(-r_i t) \\ \frac{1}{P_i} \sum_{t=1}^{v_i} F_{it} \tau \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \left[ 1 - \left(1 + \frac{t}{\tau}\right) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \right] \exp(-r_i t) \\ \frac{1}{P_i} \sum_{t=1}^{v_i} F_{it} \left\{ (s+c) - \left[ (s+c) \left(1 + \frac{t}{\tau}\right) + \frac{t^2 c}{\tau^2} \right] \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right\} \exp(-r_i t) \end{pmatrix}$$

onde  $F_{it}$  representa o fluxo de caixa do título  $i$  no período  $t$ . Por último, deve-se formatar a carteira de forma a garantir que a *duration* do *portfolio* seja idêntica à do passivo:

$$D_{passivo} = \begin{pmatrix} D_{l,p} \\ D_{s,p} \\ D_{c,p} \\ D_{\tau,p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H \\ \tau \left[ 1 - \exp\left(-\frac{H}{\tau}\right) \right] \\ \tau \left[ 1 - \left(1 + \frac{H}{\tau}\right) \exp\left(-\frac{H}{\tau}\right) \right] \\ (s+c) - \left[ (s+c) \left(1 + \frac{H}{\tau}\right) + \frac{H^2 c}{\tau^2} \right] \exp\left(-\frac{H}{\tau}\right) \end{pmatrix}$$

As tabelas 8 a 11 explicitam a composição da carteira imunizada para cada um dos horizontes de análise:

Tabela 8 – Imunização (Fator Único)

Horizonte de Investimento	NTN-C 2006	NTN-C 2008	NTN-C 2011	NTN-C 2017	NTN-C 2021	NTN-C 2031
2006	0,52	0,40	0,25	0,03	(0,07)	(0,14)
2007	0,45	0,35	0,24	0,06	(0,02)	(0,08)
2008	0,38	0,30	0,22	0,09	0,03	(0,02)
2009	0,30	0,26	0,20	0,12	0,08	0,05
2010	0,23	0,21	0,18	0,14	0,13	0,11
2011	0,16	0,16	0,16	0,17	0,17	0,17
2012	0,08	0,11	0,15	0,20	0,22	0,24
2013	0,01	0,07	0,13	0,23	0,27	0,30
2014	(0,06)	0,02	0,11	0,25	0,32	0,37
2015	(0,14)	(0,03)	0,09	0,28	0,36	0,43

Nota: Imunização baseada no modelo proposto por Willner (1996). O somatório das participações de cada título será necessariamente igual a 1 e os valores negativos correspondem às vendas a descoberto.

Tabela 9 – Imunização (2 Fatores)

Horizonte de Investimento	NTN-C 2006	NTN-C 2008	NTN-C 2011	NTN-C 2017	NTN-C 2021	NTN-C 2031
2006	0,75	0,36	0,03	(0,17)	(0,10)	0,14
2007	0,50	0,34	0,18	0,01	(0,03)	(0,01)
2008	0,29	0,32	0,31	0,17	0,05	(0,13)
2009	0,09	0,30	0,41	0,30	0,11	(0,22)
2010	(0,08)	0,27	0,49	0,42	0,18	(0,27)
2011	(0,22)	0,23	0,54	0,51	0,24	(0,30)
2012	(0,34)	0,19	0,57	0,58	0,29	(0,30)
2013	(0,44)	0,15	0,58	0,63	0,35	(0,26)
2014	(0,52)	0,10	0,56	0,66	0,39	(0,20)
2015	(0,57)	0,05	0,53	0,67	0,44	(0,12)

Nota: Imunização baseada no modelo proposto por Willner (1996). O somatório das participações de cada título será necessariamente igual a 1 e os valores negativos correspondem às vendas a descoberto.

Tabela 10 – Imunização (3 Fatores)

<i>Horizonte de Investimento</i>	<i>NTN-C 2006</i>	<i>NTN-C 2008</i>	<i>NTN-C 2011</i>	<i>NTN-C 2017</i>	<i>NTN-C 2021</i>	<i>NTN-C 2031</i>
2006	0,91	0,21	(0,14)	(0,05)	0,10	(0,03)
2007	0,45	0,39	0,24	(0,03)	(0,10)	0,05
2008	0,08	0,50	0,52	0,02	(0,20)	0,08
2009	(0,19)	0,54	0,71	0,09	(0,23)	0,08
2010	(0,38)	0,53	0,81	0,19	(0,20)	0,05
2011	(0,51)	0,48	0,84	0,30	(0,11)	(0,00)
2012	(0,57)	0,39	0,81	0,41	0,01	(0,06)
2013	(0,59)	0,28	0,73	0,52	0,17	(0,11)
2014	(0,56)	0,14	0,61	0,63	0,34	(0,16)
2015	(0,51)	(0,01)	0,46	0,72	0,52	(0,19)

Nota: Imunização baseada no modelo proposto por Willner (1996). O somatório das participações de cada título será necessariamente igual a 1 e os valores negativos correspondem às vendas a descoberto.

Tabela 11 – Imunização (4 Fatores)

<i>Horizonte de Investimento</i>	<i>NTN-C 2006</i>	<i>NTN-C 2008</i>	<i>NTN-C 2011</i>	<i>NTN-C 2017</i>	<i>NTN-C 2021</i>	<i>NTN-C 2031</i>
2006	0,97	0,08	(0,09)	0,07	(0,04)	0,01
2007	0,45	0,39	0,24	(0,03)	(0,10)	0,05
2008	0,05	0,56	0,53	(0,11)	(0,07)	0,05
2009	(0,26)	0,70	0,64	(0,05)	(0,06)	(0,26)
2010	(0,38)	0,54	0,81	0,19	(0,19)	(0,38)
2011	(0,53)	0,54	0,82	0,25	(0,05)	(0,02)
2012	(0,57)	0,39	0,81	0,41	0,01	(0,06)
2013	(0,58)	0,27	0,73	0,53	0,16	(0,11)
2014	(0,56)	0,14	0,61	0,63	0,34	(0,16)
2015	(0,32)	(0,42)	0,62	1,10	0,08	(0,07)

Nota: Imunização baseada no modelo proposto por Willner (1996). O somatório das participações de cada título será necessariamente igual a 1 e os valores negativos correspondem às vendas a descoberto.

### 3.4.2

#### Carteira baseada na análise dos componentes principais

O primeiro passo para a construção da carteira imunizada baseada na ACP é extrair, do histórico de mudanças das taxas a vista, um pequeno número de componentes principais capazes de explicar a parte máxima da variância dessas mudanças. Para tanto, foram utilizados dados referentes ao período compreendido entre outubro de 2002 e outubro de 2005. O procedimento completo compreende as seguintes etapas: a) cálculo da curva a vista teórica a partir das taxas internas de

retorno dos títulos negociados no primeiro dia útil de cada mês; b) interpolação das taxas utilizando o método de *splines* cúbicas e c) extração dos componentes principais.

Foram selecionados 23 pontos distintos para a ACP, espaçados de forma não uniforme, com maior concentração no curto prazo. A ausência de uniformidade segue os padrões propostos por Barber e Copper (1996) e se justifica pela maior volatilidade da parte inicial da ETTJr:

Tabela 12 – Quatro Primeiros Autovetores

<i>Prazo de Vencimento (em anos)</i>	<i>U1</i>	<i>U2</i>	<i>U3</i>	<i>U4</i>
0,083	0,423	0,887	0,160	0,084
0,166	0,424	0,889	0,145	0,089
0,249	0,431	0,888	0,130	0,094
0,500	0,477	0,869	0,072	0,109
1,000	0,671	0,719	-0,113	0,128
1,500	0,861	0,381	-0,322	0,084
2,000	0,915	0,203	-0,348	-0,008
2,500	0,928	0,270	-0,234	-0,076
3,000	0,904	0,399	-0,069	-0,112
3,500	0,881	0,449	0,066	-0,127
4,000	0,893	0,406	0,143	-0,131
4,500	0,942	0,273	0,150	-0,117
5,000	0,987	0,065	0,103	-0,085
5,500	0,982	-0,163	0,042	-0,044
6,000	0,936	-0,346	0,001	-0,008
6,500	0,882	-0,469	-0,013	0,019
7,000	0,836	-0,547	-0,011	0,037
7,500	0,801	-0,596	0,002	0,050
8,000	0,779	-0,623	0,022	0,058
8,500	0,769	-0,634	0,045	0,062
9,000	0,769	-0,631	0,071	0,064
9,500	0,777	-0,616	0,097	0,064
10,000	0,792	-0,591	0,125	0,062

Nota: Os autovetores correspondem aos coeficientes de cada um dos componentes principais, podendo ser compreendidos como a importância relativa de cada variável em relação ao componente principal.

Tabela 13 – Poder Explanatório do Modelo

<i>Componente</i>	<i>Autovalor</i>	<i>% Variância</i>	<i>% Cumulativo</i>
1	14,897	64,768	64,768
2	7,440	32,346	97,114
3	0,458	1,991	99,105
4	0,157	0,682	99,787

Nota: O autovalor representa a quantidade de variância explicada por um fator. A variância total é igual a 23,00.



As tabelas 14 a 17 explicitam a composição da carteira imunizada para cada um dos horizontes de análise:

Tabela 14 – Imunização (Fator Único)

<i>Horizonte de Investimento</i>	<i>NTN-C 2006</i>	<i>NTN-C 2008</i>	<i>NTN-C 2011</i>	<i>NTN-C 2017</i>	<i>NTN-C 2021</i>	<i>NTN-C 2031</i>
2006	0,17	0,20	0,20	0,15	0,16	0,12
2007	0,19	0,34	0,32	0,07	0,15	(0,06)
2008	0,20	0,47	0,44	(0,01)	0,14	(0,24)
2009	0,23	0,73	0,66	(0,16)	0,11	(0,57)
2010	0,23	0,76	0,69	(0,18)	0,11	(0,61)
2011	0,20	0,43	0,40	0,01	0,14	(0,18)
2012	0,15	(0,00)	0,02	0,26	0,18	0,39
2013	0,12	(0,28)	(0,23)	0,43	0,21	0,76
2014	0,10	(0,44)	(0,37)	0,52	0,23	0,96
2015	0,10	(0,46)	(0,39)	0,53	0,23	0,99

Nota: Imunização baseada no modelo proposto por Barber e Cooper (1996). O somatório das participações de cada título será necessariamente igual a 1 e os valores negativos correspondem às vendas a descoberto.

Tabela 15 – Imunização (2 Fatores)

<i>Horizonte de Investimento</i>	<i>NTN-C 2006</i>	<i>NTN-C 2008</i>	<i>NTN-C 2011</i>	<i>NTN-C 2017</i>	<i>NTN-C 2021</i>	<i>NTN-C 2031</i>
2006	0,29	0,01	0,18	0,13	0,41	(0,03)
2007	(0,05)	0,69	0,35	0,09	(0,33)	0,24
2008	0,04	0,72	0,46	0,01	(0,20)	(0,02)
2009	0,84	(0,20)	0,57	(0,23)	1,36	(1,35)
2010	1,00	(0,39)	0,58	(0,26)	1,67	(1,59)
2011	0,14	0,51	0,41	0,02	0,03	(0,11)
2012	(0,66)	1,22	0,14	0,35	(1,47)	1,42
2013	(1,00)	1,40	(0,07)	0,55	(2,06)	2,18
2014	(1,01)	1,24	(0,20)	0,64	(2,03)	2,37
2015	(0,76)	0,83	(0,26)	0,62	(1,51)	2,07

Nota: Imunização baseada no modelo proposto por Barber e Cooper (1996). O somatório das participações de cada título será necessariamente igual a 1 e os valores negativos correspondem às vendas a descoberto.

Tabela 16 – Imunização (3 Fatores)

<i>Horizonte de Investimento</i>	<i>NTN-C 2006</i>	<i>NTN-C 2008</i>	<i>NTN-C 2011</i>	<i>NTN-C 2017</i>	<i>NTN-C 2021</i>	<i>NTN-C 2031</i>
2006	0,66	0,22	(0,18)	(0,13)	0,39	0,03
2007	0,50	1,01	(0,18)	(0,30)	(0,36)	0,34
2008	0,23	0,84	0,27	(0,13)	(0,21)	0,01
2009	0,83	(0,20)	0,58	(0,22)	1,36	(1,35)
2010	0,63	(0,61)	0,94	0,00	1,69	(1,66)
2011	(0,41)	0,19	0,96	0,42	0,06	(0,22)
2012	(1,32)	0,84	0,79	0,83	(1,43)	1,29
2013	(1,72)	0,98	0,65	1,07	(2,02)	2,04
2014	(1,77)	0,80	0,55	1,19	(1,99)	2,23
2015	(1,47)	0,42	0,44	1,13	(1,47)	1,94

Nota: Imunização baseada no modelo proposto por Barber e Cooper (1996). O somatório das participações de cada título será necessariamente igual a 1 e os valores negativos correspondem às vendas a descoberto.

Tabela 17 – Imunização (4 Fatores)

<i>Horizonte de Investimento</i>	<i>NTN-C 2006</i>	<i>NTN-C 2008</i>	<i>NTN-C 2011</i>	<i>NTN-C 2017</i>	<i>NTN-C 2021</i>	<i>NTN-C 2031</i>
2006	0,80	0,07	(0,00)	(0,26)	0,27	0,12
2007	0,10	1,42	(0,67)	0,07	(0,02)	0,10
2008	(0,02)	1,10	(0,04)	0,10	(0,00)	(0,14)
2009	(0,18)	0,87	(0,68)	0,73	2,22	(1,97)
2010	0,10	(0,04)	0,27	0,51	2,14	(1,98)
2011	(0,01)	(0,24)	1,46	0,04	(0,28)	0,03
2012	(0,63)	0,12	1,64	0,18	(2,02)	1,71
2013	(1,08)	0,30	1,45	0,46	(2,56)	2,43
2014	(1,25)	0,25	1,20	0,69	(2,43)	2,55
2015	(1,20)	0,14	0,77	0,88	(1,70)	2,10

Nota: Imunização baseada no modelo proposto por Barber e Cooper (1996). O somatório das participações de cada título será necessariamente igual a 1 e os valores negativos correspondem às vendas a descoberto.

### 3.4.3

#### Carteira baseada em choques arbitrários

Definido o vetor  $M$  generalizado para título  $i$ , ou seja, uma série de medidas de risco de imunização de ordem  $m$  é possível calcular o risco de mesma ordem do *portfolio*:

$$\sum_{i=1}^j p_i M_i^m = 0 \quad (20)$$

onde  $j$  representa o número de títulos disponíveis e  $p_i$  a proporção de cada título na carteira. Isso equivale à construção das seguintes restrições para o processo de imunização:

$$\begin{pmatrix} D(1) \\ D(2) \\ D(3) \\ D(4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{P_i} \sum_{t=1}^n C_t W_t g(t) \\ \frac{1}{P_i} \sum_{t=1}^{v_i} C_t W_t g(t)^2 \\ \frac{1}{P_i} \sum_{t=1}^{v_i} C_t W_t g(t)^3 \\ \frac{1}{P_i} \sum_{t=1}^{v_i} C_t W_t g(t)^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g(H) \\ g(H)^2 \\ g(H)^3 \\ g(H)^4 \end{pmatrix}$$

Foram adotados 4 modelos, cada um deles com um parâmetro  $\alpha$  distinto: 0,25; 0,50; 0,75 e 1. As tabelas 18 a 33 explicitam a composição da carteira imunizada para cada um dos horizontes de análise:

Tabela 18 – Imunização Fator Único ( $\alpha = 0,25$ )

Horizonte de Investimento	NTN-C 2006	NTN-C 2008	NTN-C 2011	NTN-C 2017	NTN-C 2021	NTN-C 2031
2006	0,75	0,36	0,18	(0,04)	(0,11)	(0,15)
2007	0,45	0,26	0,18	0,07	0,04	0,02
2008	0,25	0,19	0,17	0,14	0,13	0,12
2009	0,09	0,14	0,16	0,19	0,20	0,21
2010	(0,04)	0,10	0,16	0,24	0,26	0,28
2011	(0,15)	0,06	0,16	0,28	0,32	0,34
2012	(0,25)	0,03	0,15	0,31	0,36	0,39
2013	(0,33)	(0,00)	0,15	0,34	0,40	0,44
2014	(0,41)	(0,03)	0,15	0,37	0,44	0,48
2015	(0,49)	(0,05)	0,15	0,40	0,47	0,52

Nota: Imunização baseada no modelo proposto por Nawalkha et al. (2003). O valor de  $\alpha$  representa o expoente do prazo  $t$  de cada fluxo de caixa oriundo dos títulos em carteira. O somatório das participações de cada título será necessariamente igual a 1 e os valores negativos correspondem às vendas a descoberto.

Tabela 19 – Imunização 2 Fatores ( $\alpha = 0,25$ )

<i>Horizonte de Investimento</i>	<i>NTN-C 2006</i>	<i>NTN-C 2008</i>	<i>NTN-C 2011</i>	<i>NTN-C 2017</i>	<i>NTN-C 2021</i>	<i>NTN-C 2031</i>
2006	1,07	(0,09)	(0,00)	(0,05)	0,02	0,05
2007	0,06	0,81	0,40	0,08	(0,12)	(0,23)
2008	(0,49)	1,21	0,60	0,17	(0,17)	(0,33)
2009	(0,83)	1,42	0,70	0,23	(0,17)	(0,36)
2010	(1,06)	1,53	0,76	0,28	(0,15)	(0,35)
2011	(1,23)	1,57	0,79	0,32	(0,12)	(0,33)
2012	(1,35)	1,57	0,80	0,36	(0,09)	(0,29)
2013	(1,43)	1,53	0,79	0,39	(0,04)	(0,24)
2014	(1,49)	1,48	0,78	0,42	0,00	(0,18)
2015	(1,53)	1,41	0,76	0,44	0,05	(0,12)

Nota: Imunização baseada no modelo proposto por Nawalkha et al. (2003). O valor de  $\alpha$  representa o expoente do prazo  $t$  de cada fluxo de caixa oriundo dos títulos em carteira. O somatório das participações de cada título será necessariamente igual a 1 e os valores negativos correspondem às vendas a descoberto.

Tabela 20 – Imunização 3 Fatores ( $\alpha = 0,25$ )

<i>Horizonte de Investimento</i>	<i>NTN-C 2006</i>	<i>NTN-C 2008</i>	<i>NTN-C 2011</i>	<i>NTN-C 2017</i>	<i>NTN-C 2021</i>	<i>NTN-C 2031</i>
2006	1,07	(0,21)	0,16	0,03	0,04	(0,08)
2007	0,03	6,92	(7,49)	(3,96)	(0,90)	6,40
2008	(0,50)	5,32	(4,71)	(2,55)	(0,69)	4,13
2009	(0,85)	7,83	(7,58)	(4,00)	(0,98)	6,58
2010	(1,09)	10,37	(10,66)	(5,56)	(1,27)	9,22
2011	(1,27)	12,96	(13,93)	(7,21)	(1,57)	12,02
2012	(1,40)	15,62	(17,36)	(8,93)	(1,87)	14,94
2013	(1,49)	18,34	(20,93)	(10,72)	(2,18)	17,98
2014	(1,56)	21,12	(24,61)	(12,57)	(2,49)	21,11
2015	(1,61)	23,96	(28,39)	(14,47)	(2,81)	24,33

Nota: Imunização baseada no modelo proposto por Nawalkha et al. (2003). O valor de  $\alpha$  representa o expoente do prazo  $t$  de cada fluxo de caixa oriundo dos títulos em carteira. O somatório das participações de cada título será necessariamente igual a 1 e os valores negativos correspondem às vendas a descoberto.

Tabela 21 – Imunização 4 Fatores ( $\alpha = 0,25$ )

<i>Horizonte de Investimento</i>	<i>NTN-C 2006</i>	<i>NTN-C 2008</i>	<i>NTN-C 2011</i>	<i>NTN-C 2017</i>	<i>NTN-C 2021</i>	<i>NTN-C 2031</i>
2006	1,04	(0,28)	0,45	(0,25)	(0,10)	0,14
2007	(2,97)	(1,40)	25,64	(35,53)	(17,12)	32,39
2008	(5,92)	(9,66)	55,00	(59,47)	(29,94)	50,98
2009	(1,50)	6,05	(0,47)	(10,78)	(4,46)	12,16
2010	(3,91)	2,58	20,35	(35,12)	(16,46)	33,56
2011	(7,29)	(3,70)	52,44	(70,48)	(34,08)	64,10
2012	(11,66)	(12,78)	95,82	(116,82)	(57,30)	103,75
2013	(17,04)	(24,66)	150,44	(174,07)	(86,10)	152,43
2014	(23,41)	(39,31)	216,20	(242,12)	(120,43)	210,05
2015	(30,77)	(56,69)	293,02	(320,85)	(160,22)	276,51

Nota: Imunização baseada no modelo proposto por Nawalkha et al. (2003). O valor de  $\alpha$  representa o expoente do prazo  $t$  de cada fluxo de caixa oriundo dos títulos em carteira. O somatório das participações de cada título será necessariamente igual a 1 e os valores negativos correspondem às vendas a descoberto.

Tabela 22 – Imunização Fator Único ( $\alpha = 0,50$ )

<i>Horizonte de Investimento</i>	<i>NTN-C 2006</i>	<i>NTN-C 2008</i>	<i>NTN-C 2011</i>	<i>NTN-C 2017</i>	<i>NTN-C 2021</i>	<i>NTN-C 2031</i>
2006	0,66	0,39	0,20	(0,02)	(0,10)	(0,14)
2007	0,48	0,31	0,19	0,05	0,00	(0,03)
2008	0,34	0,24	0,18	0,10	0,08	0,06
2009	0,22	0,19	0,17	0,15	0,14	0,14
2010	0,11	0,14	0,16	0,19	0,20	0,20
2011	0,02	0,10	0,16	0,22	0,25	0,26
2012	(0,07)	0,06	0,15	0,26	0,29	0,31
2013	(0,15)	0,02	0,14	0,29	0,34	0,37
2014	(0,23)	(0,01)	0,14	0,32	0,38	0,41
2015	(0,30)	(0,05)	0,13	0,34	0,42	0,46

Nota: Imunização baseada no modelo proposto por Nawalkha et al. (2003). O valor de  $\alpha$  representa o expoente do prazo  $t$  de cada fluxo de caixa oriundo dos títulos em carteira. O somatório das participações de cada título será necessariamente igual a 1 e os valores negativos correspondem às vendas a descoberto.

Tabela 23 – Imunização 2 Fatores ( $\alpha = 0,50$ )

<i>Horizonte de Investimento</i>	<i>NTN-C 2006</i>	<i>NTN-C 2008</i>	<i>NTN-C 2011</i>	<i>NTN-C 2017</i>	<i>NTN-C 2021</i>	<i>NTN-C 2031</i>
2006	0,93	0,18	(0,07)	(0,13)	(0,03)	0,12
2007	0,01	0,67	0,66	0,23	(0,11)	(0,47)
2008	0,00	0,50	0,51	0,23	0,00	(0,25)
2009	(0,24)	0,55	0,63	0,33	0,03	(0,30)
2010	(0,42)	0,56	0,70	0,39	0,07	(0,30)
2011	(0,54)	0,54	0,72	0,44	0,12	(0,27)
2012	(0,63)	0,50	0,71	0,47	0,16	(0,22)
2013	(0,69)	0,44	0,68	0,49	0,21	(0,14)
2014	(0,72)	0,37	0,63	0,51	0,26	(0,05)
2015	(0,73)	0,29	0,56	0,51	0,32	0,05

Nota: Imunização baseada no modelo proposto por Nawalkha et al. (2003). O valor de  $\alpha$  representa o expoente do prazo  $t$  de cada fluxo de caixa oriundo dos títulos em carteira. O somatório das participações de cada título será necessariamente igual a 1 e os valores negativos correspondem às vendas a descoberto.

Tabela 24 – Imunização 3 Fatores ( $\alpha = 0,50$ )

<i>Horizonte de Investimento</i>	<i>NTN-C 2006</i>	<i>NTN-C 2008</i>	<i>NTN-C 2011</i>	<i>NTN-C 2017</i>	<i>NTN-C 2021</i>	<i>NTN-C 2031</i>
2006	1,01	0,02	(0,05)	0,02	0,05	(0,04)
2007	(0,13)	1,48	0,19	(0,84)	(0,59)	0,90
2008	(0,23)	1,01	0,46	(0,21)	(0,27)	0,24
2009	(0,47)	1,05	0,58	(0,11)	(0,23)	0,18
2010	(0,62)	0,99	0,65	0,02	(0,15)	0,11
2011	(0,69)	0,86	0,68	0,15	(0,05)	0,04
2012	(0,73)	0,72	0,69	0,28	0,05	(0,00)
2013	(0,74)	0,56	0,67	0,38	0,15	(0,02)
2014	(0,74)	0,41	0,63	0,47	0,24	(0,01)
2015	(0,72)	0,28	0,57	0,52	0,32	0,04

Nota: Imunização baseada no modelo proposto por Nawalkha et al. (2003). O valor de  $\alpha$  representa o expoente do prazo  $t$  de cada fluxo de caixa oriundo dos títulos em carteira. O somatório das participações de cada título será necessariamente igual a 1 e os valores negativos correspondem às vendas a descoberto.

Tabela 25 – Imunização 4 Fatores ( $\alpha = 0,50$ )

<i>Horizonte de Investimento</i>	<i>NTN-C 2006</i>	<i>NTN-C 2008</i>	<i>NTN-C 2011</i>	<i>NTN-C 2017</i>	<i>NTN-C 2021</i>	<i>NTN-C 2031</i>
2006	1,02	(0,08)	0,07	0,00	(0,04)	0,02
2007	(0,78)	5,45	(5,18)	(0,18)	3,17	(1,48)
2008	(0,04)	(0,17)	2,06	(0,41)	(1,39)	0,95
2009	(0,56)	1,56	(0,11)	(0,03)	0,25	(0,12)
2010	(0,69)	1,44	0,04	0,10	0,28	(0,16)
2011	(0,77)	1,31	0,08	0,23	0,37	(0,22)
2012	(0,81)	1,22	0,02	0,36	0,52	(0,30)
2013	(0,84)	1,17	(0,15)	0,49	0,72	(0,38)
2014	(0,86)	1,17	(0,39)	0,59	0,95	(0,46)
2015	(0,88)	1,21	(0,69)	0,68	1,20	(0,52)

Nota: Imunização baseada no modelo proposto por Nawalkha et al. (2003). O valor de  $\alpha$  representa o expoente do prazo  $t$  de cada fluxo de caixa oriundo dos títulos em carteira. O somatório das participações de cada título será necessariamente igual a 1 e os valores negativos correspondem às vendas a descoberto.

Tabela 26 – Imunização Fator Único ( $\alpha = 0,75$ )

<i>Horizonte de Investimento</i>	<i>NTN-C 2006</i>	<i>NTN-C 2008</i>	<i>NTN-C 2011</i>	<i>NTN-C 2017</i>	<i>NTN-C 2021</i>	<i>NTN-C 2031</i>
2006	0,59	0,40	0,23	0,01	(0,08)	(0,14)
2007	0,47	0,34	0,21	0,05	(0,01)	(0,06)
2008	0,37	0,28	0,20	0,09	0,05	0,02
2009	0,27	0,23	0,18	0,13	0,10	0,09
2010	0,18	0,18	0,17	0,16	0,16	0,15
2011	0,10	0,13	0,16	0,19	0,21	0,22
2012	0,02	0,08	0,14	0,22	0,25	0,28
2013	(0,06)	0,04	0,13	0,25	0,30	0,33
2014	(0,14)	(0,00)	0,12	0,28	0,35	0,39
2015	(0,21)	(0,04)	0,11	0,31	0,39	0,44

Nota: Imunização baseada no modelo proposto por Nawalkha et al. (2003). O valor de  $\alpha$  representa o expoente do prazo  $t$  de cada fluxo de caixa oriundo dos títulos em carteira. O somatório das participações de cada título será necessariamente igual a 1 e os valores negativos correspondem às vendas a descoberto.

Tabela 27 – Imunização 2 Fatores ( $\alpha = 0,75$ )

<i>Horizonte de Investimento</i>	<i>NTN-C 2006</i>	<i>NTN-C 2008</i>	<i>NTN-C 2011</i>	<i>NTN-C 2017</i>	<i>NTN-C 2021</i>	<i>NTN-C 2031</i>
2006	0,83	0,29	(0,03)	(0,16)	(0,08)	0,14
2007	0,47	0,34	0,22	0,05	(0,01)	(0,06)
2008	0,19	0,36	0,39	0,21	0,04	(0,19)
2009	(0,03)	0,36	0,50	0,33	0,10	(0,26)
2010	(0,21)	0,35	0,58	0,43	0,15	(0,29)
2011	(0,35)	0,33	0,62	0,49	0,20	(0,30)
2012	(0,46)	0,30	0,64	0,54	0,24	(0,27)
2013	(0,54)	0,25	0,63	0,58	0,29	(0,21)
2014	(0,59)	0,20	0,60	0,59	0,34	(0,13)
2015	(0,62)	0,14	0,54	0,59	0,38	(0,03)

Nota: Imunização baseada no modelo proposto por Nawalkha et al. (2003). O valor de  $\alpha$  representa o expoente do prazo  $t$  de cada fluxo de caixa oriundo dos títulos em carteira. O somatório das participações de cada título será necessariamente igual a 1 e os valores negativos correspondem às vendas a descoberto.

Tabela 28 – Imunização 3 Fatores ( $\alpha = 0,75$ )

<i>Horizonte de Investimento</i>	<i>NTN-C 2006</i>	<i>NTN-C 2008</i>	<i>NTN-C 2011</i>	<i>NTN-C 2017</i>	<i>NTN-C 2021</i>	<i>NTN-C 2031</i>
2006	0,96	0,13	(0,12)	(0,01)	0,08	(0,03)
2007	0,26	0,61	0,37	(0,19)	(0,27)	0,22
2008	(0,04)	0,65	0,55	(0,06)	(0,23)	0,13
2009	(0,29)	0,70	0,69	0,03	(0,22)	0,10
2010	(0,45)	0,67	0,76	0,14	(0,15)	0,04
2011	(0,54)	0,58	0,77	0,27	(0,04)	(0,03)
2012	(0,58)	0,46	0,73	0,40	0,09	(0,10)
2013	(0,58)	0,31	0,66	0,52	0,24	(0,15)
2014	(0,55)	0,15	0,57	0,64	0,38	(0,19)
2015	(0,50)	(0,01)	0,46	0,73	0,53	(0,19)

Nota: Imunização baseada no modelo proposto por Nawalkha et al. (2003). O valor de  $\alpha$  representa o expoente do prazo  $t$  de cada fluxo de caixa oriundo dos títulos em carteira. O somatório das participações de cada título será necessariamente igual a 1 e os valores negativos correspondem às vendas a descoberto.



Tabela 29 – Imunização 4 Fatores ( $\alpha = 0,75$ )

<i>Horizonte de Investimento</i>	<i>NTN-C 2006</i>	<i>NTN-C 2008</i>	<i>NTN-C 2011</i>	<i>NTN-C 2017</i>	<i>NTN-C 2021</i>	<i>NTN-C 2031</i>
2006	1,00	0,01	(0,03)	0,04	(0,03)	0,01
2007	(0,20)	2,02	(0,73)	(0,88)	1,06	(0,27)
2008	(0,08)	0,77	0,46	(0,11)	(0,12)	0,09
2009	(0,40)	1,02	0,44	(0,13)	0,08	(0,01)
2010	(0,48)	0,75	0,69	0,10	(0,07)	0,01
2011	(0,50)	0,44	0,87	0,33	(0,17)	0,02
2012	(0,48)	0,15	0,96	0,55	(0,19)	0,01
2013	(0,46)	(0,07)	0,96	0,71	(0,12)	(0,02)
2014	(0,43)	(0,22)	0,86	0,82	0,03	(0,06)
2015	(0,42)	(0,28)	0,67	0,86	0,27	(0,10)

Nota: Imunização baseada no modelo proposto por Nawalkha et al. (2003). O valor de  $\alpha$  representa o expoente do prazo  $t$  de cada fluxo de caixa oriundo dos títulos em carteira. O somatório das participações de cada título será necessariamente igual a 1 e os valores negativos correspondem às vendas a descoberto.

Tabela 30 – Imunização Fator Único ( $\alpha = 1$ )

<i>Horizonte de Investimento</i>	<i>NTN-C 2006</i>	<i>NTN-C 2008</i>	<i>NTN-C 2011</i>	<i>NTN-C 2017</i>	<i>NTN-C 2021</i>	<i>NTN-C 2031</i>
2006	0,52	0,40	0,25	0,03	(0,07)	(0,14)
2007	0,45	0,35	0,24	0,06	(0,02)	(0,08)
2008	0,38	0,30	0,22	0,09	0,03	(0,02)
2009	0,30	0,26	0,20	0,12	0,08	0,05
2010	0,23	0,21	0,18	0,14	0,13	0,11
2011	0,16	0,16	0,16	0,17	0,17	0,17
2012	0,08	0,11	0,15	0,20	0,22	0,24
2013	0,01	0,07	0,13	0,23	0,27	0,30
2014	(0,06)	0,02	0,11	0,25	0,32	0,37
2015	(0,14)	(0,03)	0,09	0,28	0,36	0,43

Nota: Imunização baseada no modelo proposto por Nawalkha et al. (2003). O valor de  $\alpha$  representa o expoente do prazo  $t$  de cada fluxo de caixa oriundo dos títulos em carteira. O somatório das participações de cada título será necessariamente igual a 1 e os valores negativos correspondem às vendas a descoberto.

Tabela 31 – Imunização 2 Fatores ( $\alpha = 1$ )

<i>Horizonte de Investimento</i>	<i>NTN-C 2006</i>	<i>NTN-C 2008</i>	<i>NTN-C 2011</i>	<i>NTN-C 2017</i>	<i>NTN-C 2021</i>	<i>NTN-C 2031</i>
2006	0,73	0,37	0,05	(0,17)	(0,11)	0,14
2007	0,51	0,34	0,18	0,01	(0,03)	(0,00)
2008	0,30	0,32	0,29	0,16	0,05	(0,12)
2009	0,12	0,29	0,38	0,30	0,12	(0,20)
2010	(0,04)	0,25	0,45	0,41	0,19	(0,26)
2011	(0,19)	0,22	0,50	0,51	0,26	(0,29)
2012	(0,31)	0,18	0,54	0,58	0,32	(0,30)
2013	(0,41)	0,13	0,55	0,64	0,37	(0,27)
2014	(0,49)	0,09	0,54	0,67	0,42	(0,22)
2015	(0,56)	0,04	0,51	0,69	0,46	(0,14)

Nota: Imunização baseada no modelo proposto por Nawalkha et al. (2003). O valor de  $\alpha$  representa o expoente do prazo  $t$  de cada fluxo de caixa oriundo dos títulos em carteira. O somatório das participações de cada título será necessariamente igual a 1 e os valores negativos correspondem às vendas a descoberto.

Tabela 32 – Imunização 3 Fatores ( $\alpha = 1$ )

<i>Horizonte de Investimento</i>	<i>NTN-C 2006</i>	<i>NTN-C 2008</i>	<i>NTN-C 2011</i>	<i>NTN-C 2017</i>	<i>NTN-C 2021</i>	<i>NTN-C 2031</i>
2006	0,90	0,23	(0,14)	(0,06)	0,10	(0,03)
2007	0,43	0,40	0,26	(0,04)	(0,12)	0,06
2008	0,11	0,47	0,51	0,04	(0,20)	0,07
2009	(0,17)	0,51	0,70	0,12	(0,24)	0,07
2010	(0,37)	0,51	0,81	0,21	(0,21)	0,05
2011	(0,50)	0,47	0,85	0,31	(0,14)	0,01
2012	(0,58)	0,39	0,83	0,42	(0,02)	(0,04)
2013	(0,60)	0,28	0,75	0,52	0,13	(0,09)
2014	(0,58)	0,16	0,63	0,62	0,31	(0,14)
2015	(0,53)	0,02	0,48	0,70	0,50	(0,17)

Nota: Imunização baseada no modelo proposto por Nawalkha et al. (2003). O valor de  $\alpha$  representa o expoente do prazo  $t$  de cada fluxo de caixa oriundo dos títulos em carteira. O somatório das participações de cada título será necessariamente igual a 1 e os valores negativos correspondem às vendas a descoberto.

Tabela 33 – Imunização 4 Fatores ( $\alpha = 1$ )

Horizonte de Investimento	NTN-C 2006	NTN-C 2008	NTN-C 2011	NTN-C 2017	NTN-C 2021	NTN-C 2031
2006	0,97	0,09	(0,10)	0,08	(0,05)	0,01
2007	0,20	0,87	0,12	(0,51)	0,38	(0,06)
2008	(0,04)	0,78	0,42	(0,27)	0,12	(0,01)
2009	(0,32)	0,83	0,61	(0,20)	0,10	(0,01)
2010	(0,44)	0,66	0,76	0,06	(0,05)	0,01
2011	(0,47)	0,40	0,87	0,38	(0,21)	0,03
2012	(0,43)	0,10	0,91	0,71	(0,32)	0,04
2013	(0,37)	(0,19)	0,90	1,00	(0,37)	0,04
2014	(0,29)	(0,43)	0,81	1,21	(0,32)	0,02
2015	(0,23)	(0,60)	0,66	1,32	(0,16)	(0,00)

Nota: Imunização baseada no modelo proposto por Nawalkha et al. (2003). O valor de  $\alpha$  representa o expoente do prazo  $t$  de cada fluxo de caixa oriundo dos títulos em carteira. O somatório das participações de cada título será necessariamente igual a 1 e os valores negativos correspondem às vendas a descoberto.

### 3.5

#### Indicadores de eficiência

As diferentes estratégias de imunização serão comparadas por meio da ponderação de três indicadores de eficiência distintos: exposição líquida ao risco, diversificação e custos de transação.

Basicamente, existem duas formas de se conduzir a análise: a) calculando-se os valores futuros das carteiras em cada momento (de  $t_0$  até  $t_n$ ) e comparando-os ao montante necessário para o pagamento dos benéficos de responsabilidade da EPC; b) computando o valor presente líquido das carteiras (valor presente dos ativos menos valor presente do passivo) nos moldes propostos por Serpa (2003).

A primeira perspectiva normalmente está associada à comparação da rentabilidade do *portfolio* ao retorno necessário para o pleno cumprimento das obrigações da EPC. Esse tipo de indicador parece apropriado ao exame em questão, uma vez que a construção de carteiras imunizadas representa a busca pela obtenção de uma taxa de retorno idêntica à do *benchmark*, que nesse caso é representado pelo passivo da EPC.

Ocorre que a formatação da análise sob essa perspectiva aumenta significativamente o número de simulações necessárias a cada período que se acrescenta ao horizonte de investimento. Isso acaba por praticamente inviabilizar

a análise para horizontes de médio e longo prazo<sup>xx</sup>, reduzindo a viabilidade de sua utilização em estudos que envolvam entidades de previdência.

Nesse caso, a segunda alternativa mostra-se mais apropriada e será a utilizada nessa tese. O cômputo do valor presente líquido da estratégia reduz o volume de simulações e concentra toda a análise em  $t_0$ , através do cômputo de um indicador de erro de aderência ex-ante<sup>xxi</sup>, que penaliza simetricamente desvios negativos ou positivos. Infelizmente, esse benefício é acompanhado por um custo. Sob essa perspectiva, não é possível calcular o custo de transação de forma direta, o que exige a adoção de uma *proxy*.

### 3.5.1

#### Exposição líquida ao risco

O primeiro indicador de eficiência, a exposição líquida ao risco – ELR, é aqui definido como a mediana do desvio absoluto entre o valor presente dos fluxos futuros do ativo e do passivo, descontados pelas taxas obtidas no processo de modelagem da ETTJr. A primeira coluna das tabelas 1 a 10 do apêndice A explicita a mediana da ELR dos *portfolios* associados às distintas possibilidades de imunização para cada um dos dez horizontes de investimento selecionados. Os dados são relativos e a base de comparação é o valor obtido por meio da estratégia de imunização tradicional (idêntica à imunização com apenas um fator baseada em formas funcionais da ETTJr).

### 3.5.2

#### Diversificação

As carteiras imunizadas obtidas apresentarão graus distintos de diversificação. As restrições adicionais impostas à otimização pelos modelos não-tradicionais de imunização terão como provável consequência uma menor diversificação da carteira e uma maior alavancagem – utilização de vendas a descoberto (que podem ser parcialmente replicadas por meio da utilização de derivativos, embora esses instrumentos não façam parte da análise contida nessa tese).

Nawalkha (1995) sugere que opções de venda de títulos podem substituir as posições vendidas. Infelizmente, tais opções ainda não estão disponíveis no mercado brasileiro, embora exista a intenção do Tesouro Nacional e do Banco Central do Brasil em adotar o mecanismo, de forma a revitalizar o mercado secundário de títulos públicos, reduzindo o custo de financiamento da dívida pública mobiliária federal interna<sup>xxii</sup>.

Existem alternativas representadas por contratos de *swap* (DI x IGP-M) e contratos futuros de cupom de IGP-M. Ambos podem ser realizados de forma segura e relativamente simples na Bolsa de Mercadorias e Futuros – BM&F.

Entretanto, ao incluir instrumentos derivativos, o gestor estará agregando novos fatores de risco à sua carteira. “Não há dúvida que derivativos, pelo seu poder de alavancagem, podem, introduzidos numa carteira de aplicações financeiras, aumentar o risco dessa carteira (CARVALHO, 2002, p. 37)”.

Além do risco de base, devem ser levados em consideração a dificuldade em se realizar contratos durante o prazo e no montante necessários à estratégia, dados os limites impostos pela BM&F, e a eventual incapacidade de replicar a operação nos moldes requeridos<sup>xxiii</sup>.

Assim, o segundo indicador de eficiência será representado pela soma dos quadrados dos pesos de cada ativo no *portfolio*. Uma média da soma dos quadrados alta representa um forte indício de dificuldade na construção da carteira com o nível de restrições imposto. O indicador está expresso na segunda coluna das tabelas 1 a 10 do apêndice A.

### 3.5.3

#### Custos de transação

Os custos de transação são formados por um componente fixo, a corretagem, e por um componente variável, a diferença entre o preço de compra e de venda de um título (*bid-ask spread*). A parcela fixa dos custos de transação é representada pelo custo de utilização do sistema especial de liquidação e custódia (SELIC) acrescido de um spread cobrado pela instituição financeira.

Normalmente, trata-se de um custo pouco significativo. A parte variável depende basicamente das condições de mercado, sendo comum verificar um

incremento em situações de estresse, o que pode tornar o “rebalanceamento” de carteiras pouco diversificadas ainda mais oneroso.

O cenário base – conservador – refere-se à média do *bid-ask spread* verificada no ano de 2005, na compra e venda de títulos efetuada pelo Tesouro Nacional no ambiente do Tesouro Direto.

Para efeito do cômputo do custo de transação total, serão acrescentados 0,00035% por transação, referente aos valores devidos pelos participantes do SELIC, relativos à custódia de títulos.

Conforme descrito em 3.5, existe a necessidade de se calcular os custos de transação de forma indireta. Nesse sentido, tais custos serão obtidos a partir do custo associado à transformação da carteira imunizada com base no horizonte de investimento subsequente ao horizonte no qual se apura o custo na carteira referente a este horizonte.

Assim, por exemplo, o custo de transação referente a cada uma das carteiras em 2006 será igual a duas vezes (rebalanceamento semestral) o custo de transformação do *portfolio* de 2007 no *portfolio* de 2006, e assim sucessivamente. Para o exercício de 2005 (ano de formação das carteiras) e 2015 (ano de encerramento das carteiras), assume-se igualdade nos custos associados à formação das carteiras. Os custos de transação estão dispostos na terceira coluna das tabelas 1 a 10 do apêndice A.

### 3.6

#### **Eficiência média ponderada**

Finalmente, é preciso definir a ponderação de cada um dos três indicadores de eficiência. A decisão sobre o peso de cada um dos indicadores é de suma importância, uma vez que a mesma deve levar em consideração as idiosincrasias de cada EPC e seus efeitos sobre a administração de recursos da entidade. Embora exista um número ilimitado de possibilidades a serem definidas pelo gestor, foram adotadas três alternativas distintas de ponderação as quais denominaremos cenários I, II e III, respectivamente.

No cenário I, a ponderação da exposição líquida ao risco, da diversificação e do custo de transação é de 70%, 25% e 5%, respectivamente. Os cenários II e III negligenciam os custos de transação e a ponderação foi fixada em 70/30 e 50/50,

respectivamente. Os pesos associados a cada um dos indicadores de eficiência foram escolhidos de forma *ad hoc*, baseados em uma percepção preliminar do que seria razoável do ponto de vista do gestor de uma EPC. Entretanto, as entidades de previdência complementar têm perfil bastante heterogêneo, o que certamente irá se refletir sobre a forma de ponderação do gestor no que diz respeito aos indicadores e, por conseguinte, sobre os resultados de cada estratégia de imunização. Dessa forma, é fundamental que se compreenda que os resultados apresentados devem ser analisados sob uma perspectiva mais ampla, que contemple diretrizes individuais das EPC para a gestão do risco de taxa de juros.

A tabela 34 retrata os modelos mais eficientes de acordo com cada um dos três cenários, além de explicitar o modelo com menor exposição líquida ao risco, maior diversificação e menor custo de transação.

Tabela 34 – Modelos Mais Eficientes

Ano	ELR	Diversificação	CT	Cenário I	Cenário II	Cenário III
2006	CA 3 (0,75)	ACP 1	EXP 1	EXP 4	CA 4 (0,75)	ACP 1
2007	EXP 2	ACP 1	EXP 1	CA 1 (0,50)	CA 1 (0,50)	CA 1 (0,50)
2008	CA 1 (0,75)	CA 1 (0,25)	EXP 1	CA 1 (0,75)	CA 1 (0,75)	CA 1 (0,50)
2009	EXP 1	CA 1 (0,50)	ACP 1	EXP 1	EXP 1	EXP 1
2010	EXP 1	CA 1 (0,75)	EXP 1	EXP 1	EXP 1	CA 1 (0,75)
2011	ACP 2	EXP 1	CA 2 (0,25)	EXP 1	EXP 1	EXP 1
2012	ACP 1	EXP 1	CA 1 (0,25)	EXP 1	EXP 1	EXP 1
2013	CA 3 (0,50)	EXP 1	CA 1 (0,25)	EXP 1	EXP 1	EXP 1
2014	CA 3 (0,50)	EXP 1	ACP 1	EXP 1	EXP 1	EXP 1
2015	EXP 1	EXP 1	EXP 1	EXP 1	EXP 1	EXP 1

Nota: Os termos EXP, ACP e CA correspondem aos modelos de imunização baseados em Willner (1996), Barber e Cooper (1996) e Nawalkha et al. (2003), respectivamente. O número associado a cada termo representa a quantidade de fatores. Os valores decimais entre parênteses representam o valor de  $\alpha$  escolhido para os modelos baseados em choques arbitrários. Os termos ELR e CT correspondem à exposição líquida ao risco e o custo de transação respectivamente. O modelo exponencial de um fator (EXP 1) é idêntico à imunização tradicional.

A análise pormenorizada dos resultados permite várias conclusões. Levando-se em consideração apenas a exposição líquida ao risco, o efeito dimensionalidade não foi verificado em todo o horizonte de estudo. Em metade dos dez anos (2008, 2009, 2010, 2012 e 2015), modelos de apenas um fator se mostraram mais eficientes. Apenas no curto prazo, há evidências inequívocas de que a dimensão, até o limite de três fatores, é um elemento de redução de risco. A importância das variações não paralelas da ETTJ diminui sensivelmente no médio e longo prazo (ver tabela 12). Assim, as conclusões obtidas por Soto (2004) e

Bravo e da Silva (2006) devem ser examinadas com cuidado, na medida em que há uma clara influência do horizonte de investimento sobre o desempenho dos modelos multifatoriais.

A questão da diversificação também influencia sobremaneira os resultados. As carteiras baseadas em medidas multidimensionais são normalmente mais alavancadas. A alavancagem, por sua vez, acaba por impactar o desvio absoluto e, por conseguinte, tornar a estratégia menos eficiente.

Igualmente, a presença de custos de transação altera de forma expressiva a análise, uma vez que a estratégia baseada na imunização tradicional é significativamente mais barata, especialmente em horizontes de investimento mais longos. A influência é especialmente clara no caso dos modelos baseados em choques arbitrários de terceira e quarta ordem. Essa constatação é corroborada por Agca (2005) por meio da afirmação de que a escolha do método de imunização passa a ser uma função do horizonte de investimento, uma vez que os custos de transação impactam profundamente as carteiras imunizadas no médio e longo prazo.

Embora as restrições impostas ao processo de otimização não incluam a obrigatoriedade de inclusão de um título de vencimento próximo ao horizonte de investimento, essa é uma característica que pode ser observada na grande maioria das carteiras formatadas nos moldes da imunização tradicional. Nesse sentido, os resultados são consistentes com os obtidos por Bravo e da Silva (2006). Segundo os autores, a simples inclusão de um título com vencimento próximo ao horizonte de investimento torna a estratégia de imunização tradicional a mais eficiente dentre todas as estratégias analisadas.

Se considerarmos os cenários construídos a partir de ponderações dos três indicadores de eficiência, a imunização tradicional se mostra indubitavelmente superior do quarto ao décimo ano. A explicação para tamanha superioridade parece ser a fusão dos argumentos explicitados acima: as carteiras obtidas a partir do modelo tradicional, embora eventualmente expostas a um risco de taxa de juros marginalmente superior, são significativamente mais diversificadas, menos alavancadas e menos dispendiosas. Ademais, a importância das variações não paralelas diminui no médio e longo prazo. O somatório desses fatores é plenamente favorável às estratégias tradicionais.



## Alocação de Longo Prazo e os Limites à Imunização

O julgamento do desempenho de gestores de EPC baseado no retorno obtido por índices de mercado que negligenciam a questão da sensibilidade à taxa de juros tende a ser impróprio, na medida em que não guarda, necessariamente, relação direta com o passivo dessas entidades. Uma EPC com grande volume de benefícios a conceder no curto e médio prazo deve ter uma administração distinta de uma entidade cujos pagamentos encontram-se uniformemente distribuídos por 20 ou 30 anos.

Mesmo atingindo o retorno auferido por esse *benchmark*, a estratégia adotada pode simplesmente não gerar o fluxo de recursos suficientes para honrar o passivo atuarial. Essa é uma questão fundamental não apenas por conta da saúde financeira das EPC, mas também porque altera a compensação baseada em performance nos moldes definidos quando da transferência da gestão de recursos a terceiros.

A solvência econômica – caracterizada pela situação onde o total dos haveres supera o total das obrigações – deve ser acompanhada da solvência financeira – que não é assegurada pela solvência econômica e expressa a situação em que há disponibilidade de recursos líquidos para os pagamentos correntes das obrigações.

Os métodos de imunização descritos acima buscam exatamente a garantia de que ambas serão alcançadas. Mas a decisão final do gestor não está restrita à escolha do método de imunização, como também ao horizonte de investimento a ser imunizado, uma vez que outros instrumentos financeiros podem garantir tanto a solvência econômica quanto a financeira.

A meta de uma EPC deve ser a de atender intertemporalmente seu fluxo previdenciário. “O que de fato interessa é o exato cumprimento da meta atuarial ao menor risco possível (SERPA, p. 667)”. É sob essa perspectiva que se assenta a formatação de estratégias de alocação baseadas no conceito de imunização.

Se o que de fato interessa é o cumprimento da meta associado ao menor risco, o horizonte pode ser definido a partir da comparação das probabilidades de

insolvência de uma EPC associadas a diferentes alocações dos recursos das reservas técnicas.

A questão que se coloca é se a imunização garante uma menor probabilidade de insolvência para todo o horizonte de investimento ou apenas para uma parte dele. Estratégias do tipo *lifestyle*, no período após o diferimento, são adequadas? Esse tipo de questionamento encontra eco na tradicional crença de que o mercado acionário deve merecer atenção especial daqueles investidores que possuam um horizonte de investimento de longo prazo.

O raciocínio por trás dessa recomendação está intimamente relacionado ao conceito de diversificação no tempo (*time diversification*), que preconiza uma redução no risco apresentado pelas ações na medida em que se aumenta o prazo de aplicação dos recursos.

Formalmente, a diversificação no tempo é definida como o incremento na probabilidade de obtenção de um determinado retorno em decorrência de acréscimos ao horizonte de investimento. O risco de ruína (*shortfall risk*) é representado pela probabilidade complementar da diversificação no tempo.

Trata-se de assunto controverso na literatura em finanças. Existe uma vasta gama de artigos (SAMUELSON, 1969, MERTON, 1971; KRITZMAN e RICH, 1998; MILEVSKY, 1999) que conclui por uma proporção fixa na alocação entre ativos de risco e ativos livres de risco, independentemente do prazo em que os recursos serão investidos. Não obstante, uma igualmente extensa série de artigos (LEVY, 1978; REICHENSTEIN, 1986; AMBACHTSHEER, 1989; STRONG e TAYLOR, 2001) demonstra que a construção de carteiras ótimas com diferentes horizontes de investimento está necessariamente associada a distintas proporções de alocação nos ativos com risco.

Se os preceitos da diversificação no tempo estiverem corretos, existirá um limite natural ao horizonte de imunização das carteiras, o qual poderá ser calculado mediante a comparação entre as performances esperadas dos instrumentos financeiros e a probabilidade de insolvência associada.

Existe uma vasta gama de índices de investimento que busca monitorar o desempenho de classes específicas de ativos, notadamente do mercado de ações. Por simplificação, a análise se restringiu a dois *benchmarks*: um associado ao mercado acionário e o outro ao mercado de renda fixa.

No caso da renda variável, a escolha recaiu sobre o índice IBOVESPA. Trata-se do mais importante indicador do desempenho médio das cotações do mercado acionário brasileiro e a metodologia de cálculo permanece a mesma desde a sua implementação, em 1968.

No caso dos títulos de renda fixa, há uma forte lacuna nos indicadores financeiros brasileiros (VARGA, 1999). Buscando reduzir essa deficiência, a ANDIMA criou o índice de mercado IMA, formado por sub-índices atrelados à taxa SELIC, ao IPCA e ao IGP-M. No caso das NTN-C, os índices associados são o IMA-C (todas as NTN-C disponíveis em mercado), o IMA-C 5 (todas as NTN-C com prazo inferior ou igual a 5 anos) e o IMA-C 5+ (todas as NTN-C com prazo superior a 5 anos). Computados a partir de abril de 2005, todos são índices de retorno total e encadeados segundo o método de Laspeyres.

A comprovação de que os modelos baseados no conceito tradicional de *duration* são eficientes em todos os cenários utilizados, especialmente para horizontes de investimento superiores a três anos, representa um forte incentivo à utilização, pelos gestores de EPC, de *benchmarks* nos moldes dos índices IMA produzidos pela ANDIMA, realizadas as devidas modificações no sentido de substituir o prazo de vencimento médio pela *duration*.

Nesse sentido, foi criado um novo índice específico denominado IMM-D (índice de mercado modificado – *duration*), para três horizontes distintos: 3, 5 e 10 anos. Assim, é possível comparar o retorno associado a cada um desses sub-índices ao IBOVESPA, e determinar se a diversificação no tempo impõe limites à adoção da imunização de carteiras. Ressalte-se que existe um outro limitador, de ordem operacional, o qual não será alvo de análise. Trata-se da dificuldade de construir carteiras imunizadas para horizontes de investimento distantes, na medida em que a *duration* do título de prazo mais longo (NTN-C 2031) é próxima a 10 anos.

A adoção de um indexador distinto, o IPCA, possibilitaria a construção de carteiras imunizadas por prazos mais extensos por meio da utilização de NTN-B. Existem séries desse título com vencimento em 2045.

A principal modificação em relação ao índice de mercado produzido pela ANDIMA, refere-se à forma de ponderação dos títulos na carteira. Normalmente, os títulos dos índices de renda fixa são ponderados pela sua participação relativa no mercado, sendo essa uma característica também presente no IMA. Assim, por

exemplo, o peso da NTN-C com vencimento em 2031 no IMA-C (data base igual a 29 de abril de 2006), era de 41,42%, idêntico a sua participação no volume total de títulos indexados ao IGP-M em poder do público nessa mesma data base.

A justificativa para a ponderação pelo valor de mercado reflete a “importância econômica relativa de um determinado título é parece lógica para investidores que não possuem preferências específicas com respeito à alocação de ativos (REILLY e WRIGHT, 1997, p. 134)”.

No entanto, o que se busca nessa análise é dotar o índice de uma característica que decorre eminentemente do critério de alocação que se pretende imputar. A manutenção da *duration* especificada exige que a carteira seja rebalanceada mensalmente, de forma a garantir que os títulos integrantes e seus pesos associados sejam capazes de assegurar o nível estipulado de sensibilidade à taxa de juros.

O peso do título passa a ser determinado de forma a alcançar esse objetivo. Provavelmente, essa carteira ensejaria uma maior dificuldade de manutenção do que a baseada no valor de mercado. Não obstante, esse é o ônus desse tipo de estratégia.

De resto, o IMM-D é praticamente idêntico ao IMA. Trata-se de um índice de retorno total encadeado segundo o método de Laspeyres. Assim, a fórmula geral do índice é dada por:

$$I_t = I_{t-1} \times \frac{\sum_{i=1}^n q_{i,t-1} \times p_{i,t}}{\sum_{i=1}^n q_{i,t-1} \times p_{i,t-1}} \quad (21)$$

onde  $t$  representa o período de tempo,  $n$  o número de títulos que compõem a carteira do índice,  $I_{t-1}$  o número-índice no mês imediatamente anterior,  $q_{i,t-1}$  a quantidade do  $i$ -ésimo título na carteira do índice no último dia útil mês imediatamente anterior e  $p_{i,t-1}$  o preço do  $i$ -ésimo título no último dia útil do mês imediatamente anterior.

O IMM-D mede a evolução do valor, a preços de mercado, de suas carteiras com valor inicial igual a R\$ 1.000,00. Para tanto, foram utilizados os

preços calculados pela ANDIMA para todos os vencimentos de NTN-C disponíveis para negociação em mercado.

Embora as taxas indicativas já venham sendo disponibilizadas a partir do segundo semestre de 2000, o cálculo do índice se restringe aos 54 meses compreendidos no período entre novembro de 2001 e março de 2006, para os quais, além da taxa indicativa, também foram disponibilizados os preços unitários.

Tabela 35 – Evolução do IMM-D

Mês	IMM-3	IMM-5	IMM-10	Mês	IMM-3	IMM-5	IMM-10
nov/01	1.000	1.000	1.000	fev/04	1.595	1.649	1.844
dez/01	1.000	995	983	mar/04	1.620	1.680	1.873
jan/02	1.062	1.044	1.013	abr/04	1.668	1.727	1.922
fev/02	1.060	1.035	988	mai/04	1.680	1.752	1.984
mar/02	1.075	1.047	986	jun/04	1.690	1.759	1.982
abr/02	1.092	1.063	1.000	jul/04	1.696	1.760	1.970
mai/02	1.098	1.075	1.027	ago/04	1.717	1.781	1.990
jun/02	1.119	1.088	1.020	set/04	1.715	1.778	1.983
jul/02	1.159	1.129	1.063	out/04	1.735	1.798	2.002
ago/02	1.204	1.174	1.109	nov/04	1.740	1.810	2.036
set/02	1.227	1.220	1.216	dez/04	1.726	1.790	1.999
out/02	1.309	1.299	1.291	jan/05	1.734	1.800	2.012
nov/02	1.285	1.289	1.320	fev/05	1.763	1.827	2.035
dez/02	1.323	1.317	1.318	mar/05	1.784	1.844	2.043
jan/03	1.385	1.379	1.380	abr/05	1.783	1.846	2.054
fev/03	1.400	1.397	1.406	mai/05	1.767	1.835	2.058
mar/03	1.395	1.399	1.429	jun/05	1.766	1.819	2.000
abr/03	1.379	1.391	1.444	jul/05	1.766	1.819	1.997
mai/03	1.351	1.374	1.455	ago/05	1.749	1.800	1.975
jun/03	1.356	1.370	1.441	set/05	1.760	1.806	1.968
jul/03	1.391	1.405	1.479	out/05	1.780	1.822	1.974
ago/03	1.458	1.477	1.568	nov/05	1.779	1.829	2.002
set/03	1.474	1.496	1.594	dez/05	1.810	1.845	1.979
out/03	1.511	1.542	1.670	jan/06	1.840	1.910	2.133
nov/03	1.522	1.570	1.745	fev/06	1.845	1.909	2.139
dez/03	1.549	1.602	1.789	mar/06	1.828	1.887	2.106
jan/04	1.566	1.620	1.812	Acumulado	82,8%	88,7%	110,6%

Nota: Os custos de transação foram desconsiderados. O valor entre parênteses refere-se à *duration* em anos.

Tal como no IMA, a carteira é alterada sempre que ocorrem novas emissões ou vencimentos, de forma a expurgar variações em seu valor decorrentes dessas mudanças. Assim, são refletidas apenas as variações decorrentes de modificações nos preços dos títulos.

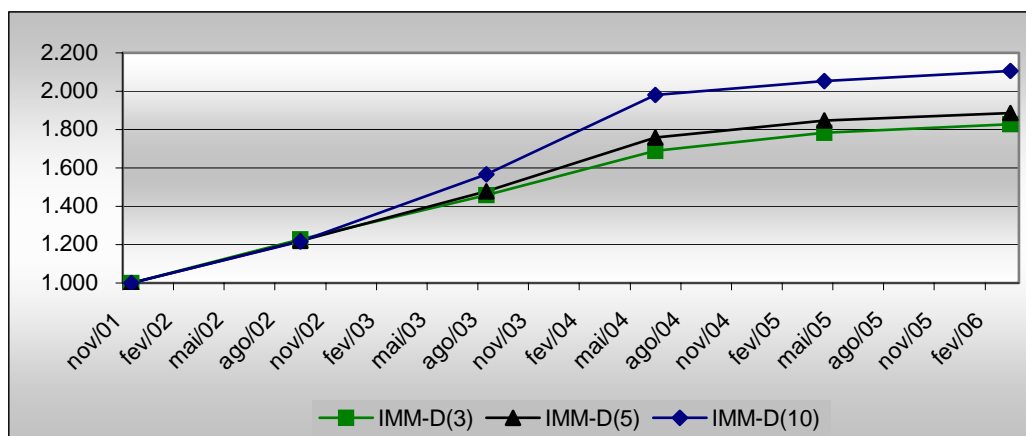


Figura 03 – Evolução do IMM-D

Os limites não operacionais à imunização serão analisados nos moldes propostos por Howe e Mistic (2003), por meio da comparação das medianas do relativo de riqueza (igual a 1 mais a taxa de retorno periódica) referente a cada uma das carteiras. O eventual limite à imunização será dado pelo horizonte de investimento a partir do qual a probabilidade de exaustão (aqui compreendida como a situação onde o total dos haveres é inferior ao total de obrigações) da carteira composta por instrumentos de renda variável passa a ser igual ou inferior a da carteira imunizada para horizonte de investimento idêntico.

Além da probabilidade de exaustão, é de suma importância mensurar a magnitude pela qual o relativo de riqueza do IBOVESPA é inferior ao do *benchmark*. Isso porque será de responsabilidade da EAPC (co-responsabilidade no caso da EFPC) a cobertura de eventual déficit atuarial após o início do pagamento do benefício. Nesse sentido, utilizou-se a semivariância dos retornos, a qual foi calculada por:

$$SV = \frac{\sum_{i=1}^n \{\min[0, (W_i - W^*)]\}^2}{n - 1} \quad (22)$$

onde  $W_i$  representa o relativo de riqueza referente ao IMM-D ou ao índice IBOVESPA,  $W^*$  representa o relativo de riqueza referente ao *benchmark* e  $n$  representa o número de períodos. Ao elevar ao quadrado a diferença entre os relativos de riqueza, a medida penaliza os desvios mais significativos, o que assume um comportamento avesso ao risco por parte do investidor.

Tabela 36 – Estatísticas Básicas

<i>ÍNDICE</i>	<i>Retorno Médio</i>	<i>Desvio-Padrão</i>	<i>Retorno Máximo</i>	<i>Retorno Mínimo</i>
IMM-D (3)	1,18	1,81	6,64	- 2,01
IMM-D (5)	1,24	1,80	6,51	- 1,25
IMM-D (10)	1,47	2,53	9,64	- 2,81
IBOVESPA	2,39	7,82	17,92	- 16,95

Nota: Os custos de transação foram desconsiderados. O valor entre parênteses refere-se à *duration* em anos.

A obtenção da mediana do relativo de riqueza referente a cada um dos sub-índices IMM-D e ao IBOVESPA se dará a partir de um processo de reamostragem, de acordo com o método *bootstrap*. Ao não fazer uso de uma distribuição de probabilidades assumida, a reamostragem calcula uma distribuição empírica a partir da amostragem com reposição de uma amostra original. “A chave é a substituição das observações após a amostragem, o que permite ao pesquisador criar tanto amostras quanto necessário e jamais se preocupar quanto à duplicação de amostras, exceto quando isso acontecer ao acaso (HAIR, et al., 2005, p. 552)”. Dependendo da extensão na qual o desempenho do mercado de ações e de títulos se repete, esse é um exercício potencialmente mais realista que uma simulação pura.

A amostra original – a partir da qual se fará o *bootstrap* – é representada pelos retornos mensais referentes ao período compreendido entre novembro de 2001 e março de 2006. Embora os dados referentes ao Ibovespa estejam disponíveis desde a sua criação em 1968, os dados computados para o IMM-D se restringem ao período supracitado.

A distribuição empírica obtida se altera a medida que aumenta o número de amostras *bootstrap*. Hair et al. (2005) sugere a utilização de pelo menos 1000 amostras – a distribuição se torna muito bem formada e se aproxima da curva normal. A mediana do relativo de riqueza será obtida a partir da utilização desse número de amostras.

Tabela 37 – Retorno e Risco

ÍNDICE	Mediana do Relativo de Riqueza	Probabilidade de Exaustão	Semivariância
IMM-D (3)	1,51	0,089	0,0005
IMM-D (5)	2,07	0,033	0,0006
IMM-D (10)	4,20	0,026	0,0033
IBOVESPA*	2,16	0,113	0,0101
IBOVESPA **	3,60	0,106	0,0278
IBOVESPA ***	8,47	0,104	0,0865

\* Horizonte de investimento de 3 anos.

\*\* Horizonte de investimento de 5 anos.

\*\*\* Horizonte de investimento de 10 anos.

Nota: o relativo de riqueza é igual a 1 mais a taxa de retorno periódica e os custos de transação foram desconsiderados. O valor entre parênteses refere-se à *duration* em anos.

Os cálculos sumarizados na tabela 37 atestam o elevado prêmio de risco oferecido pelos instrumentos de renda variável. Ao comparar-se a rentabilidade obtida pelo IBOVESPA, pela carteira imunizada IMM-10 e pela taxa SELIC no período utilizado na análise (novembro de 2001 a março de 2006), tem-se os seguintes retornos acumulados: 193,4%, 110,6% e 108,78%. Não obstante, a queda na probabilidade de exaustão da carteira variável a medida que o horizonte de investimento se expande não se traduz em uma probabilidade inferior à apresentada pela carteira imunizada.

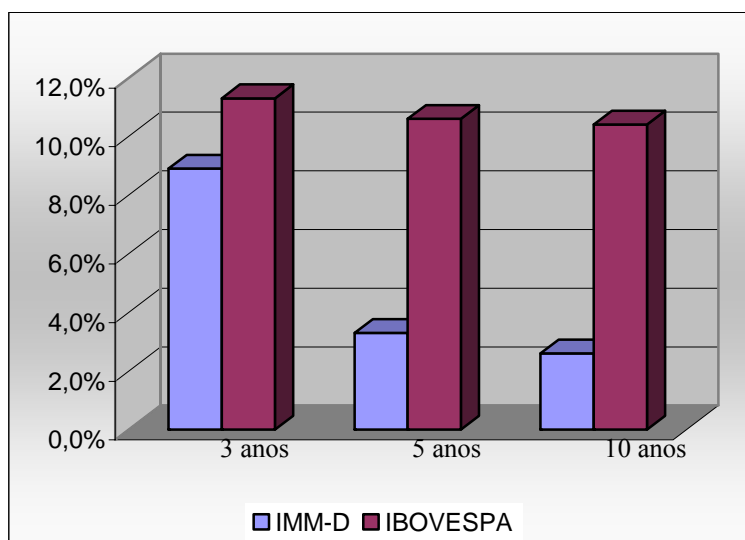


Figura 04 – Probabilidade de Exaustão



Trata-se, portanto, da demonstração de que não existem limites naturais à imunização, quando aplicada ao mercado previdenciário brasileiro por um período igual ou inferior a 10 anos. Nesse sentido, a adoção de estratégias alternativas baseadas no investimento em instrumentos de renda variável deve estar necessariamente associada à diretriz de assunção de risco ativo por parte do conselho deliberativo da EPC.

A generalização de tal conclusão é prejudicada pela vinculação dos resultados a um determinado período de tempo, uma vez que a evolução da diferença entre os relativos de riqueza da renda variável e da renda fixa não é passível de representação por meio de um modelo determinístico. Não obstante, as alterações futuras na ETTJ devem afetar ativos e passivos de forma semelhante nas carteiras imunizadas, de tal forma que um eventual aumento no prêmio de risco do mercado acionário não deve conduzir inexoravelmente à obtenção de uma probabilidade de exaustão inferior à proporcionada pela imunização.

Caso o limite à imunização fosse redefinido de forma a se basear na probabilidade de se atingir uma taxa mínima de retorno anual, a conclusão tenderia a ser distinta. Muito embora não exista demonstração inequívoca dos ganhos associados à diversificação no tempo, o culto à renda variável não deve ser simplesmente renegado. Se inexistentes a taxação e a possibilidade de compartilhamento de risco entre diferentes planos de benefício de uma mesma EPC, a decisão de alocação refletirá o perfil de risco e retorno adotado pelos gestores da entidade de previdência complementar.

Por fim, os dados referentes à semivariância dos retornos atestam a necessidade da utilização de uma maior parcela do capital social da EAPC (ou contribuição adicional do patrocinador no caso da EFPC) na cobertura de eventuais déficits atuariais, quando utilizada a alternativa à imunização.

## 5

### Conclusão

A solvência econômica de uma EPC – caracterizada pela situação onde o total dos haveres supera o total das obrigações – deve ser acompanhada da solvência financeira – que não é assegurada pela solvência econômica e expressa a situação em que há disponibilidade de recursos líquidos para os pagamentos correntes das obrigações. Os métodos de imunização descritos buscam exatamente a garantia de que ambas serão alcançadas. O julgamento do desempenho de gestores baseado no retorno obtido por índices de mercado que negligenciam a questão da sensibilidade à taxa de juros tende a ser impróprio, na medida em que não guarda, necessariamente, relação direta com o passivo.

A análise detalhada do desempenho comparado dos métodos de imunização explicita a influência do horizonte de investimento sobre a eficiência dos modelos multidimensionais. No curto prazo, a adoção de dimensões adicionais agrega eficiência à estratégia. No médio e longo prazo, modelos baseados na imunização tradicional são mais eficientes. O exame, aplicado ao mercado brasileiro, demonstra que a questão dimensionalidade (e sua influência) deve ser analisada de forma associada ao horizonte de investimento. Modelos de três ou quatro dimensões podem gerar carteiras extremamente alavancadas e custos de transação expressivos, especialmente para horizontes de investimento mais distantes.

As alternativas à imunização tradicional são mais custosas, tanto em termos de capital humano quanto em tecnologia computacional. O esforço só seria válido se os benefícios advindos da utilização de medidas multidimensionais de risco fosse substancial. Os resultados aqui obtidos não permitem corroborar essa expectativa, a não ser para horizontes de investimento de curta duração.

A utilização de apenas NTN-C não restringe as conclusões aqui obtidas. O processo de imunização pode ser replicado com qualquer título de renda fixa, público ou privado, de séries distintas ou não, dependendo, tão somente, da escolha do gestor e das características individuais de cada EPC.

O cômputo da exposição líquida ao risco é de especial interesse na medida em que pode servir de base para o cálculo do prêmio a ser pago pela EPC no caso da fundação ou da seguradora optar por ressegurar seu passivo. Esse tipo de resseguro foi contemplado no artigo 11 da lei complementar nº 109/2001, e caracteriza-se como a possibilidade de contratação de operações de resseguro pelas entidades de previdência, tendo sido ratificado no projeto de lei complementar que trata da política de resseguros e retrocessão.

Além da exposição líquida ao risco, foram analisados os custos de transação e o grau de diversificação/alavancagem da carteira. O peso associado a cada uma das variáveis deve ser ajustado pelo gestor de acordo com as peculiaridades inerentes a EPC: a) *expertise* na utilização de instrumentos derivativos; b) possibilidade de obtenção de taxas competitivas na intermediação; e c) probabilidade, vislumbrada pelo gestor, de replicar o fluxo da venda a descoberto.

Ao contrário dos exames a partir de dados empíricos, a análise se baseou em simulações da evolução da ETTJ para computar a exposição ao risco de cada uma das carteiras imunizadas. Dessa forma, foi possível restringir o efeito negativo da reduzida disponibilidade de dados sobre preços no mercado secundário de títulos públicos federais e reduzir a influência da distribuição empírica dos retornos (que não necessariamente reproduz fielmente a distribuição futura), tornando a análise mais robusta. A comparação dos modelos de imunização, a partir de uma análise baseada somente em dados empíricos, poderia restringir o exercício a um mero exame de qual o tipo de estrutura a termo que melhor se ajusta à série de dados.

As otimizações utilizadas no exame comparativo dos modelos de imunização contemplaram uma mesma função objetivo, a qual buscou maximizar a diversificação da carteira. Embora essa identidade seja necessária à análise, o uso de uma função objetivo distinta pode alterar moderadamente os resultados, ainda que se espere uma alteração de intensidade e direção similar para cada um dos modelos. Pesquisas futuras podem explicitar de forma mais precisa os desvios decorrentes desse tipo de alteração.

A comprovação de que os modelos baseados no conceito tradicional de *duration* são eficientes na maioria dos cenários utilizados estimula a inclusão, no marco regulatório do setor de previdência complementar, de um novo índice de

referência de renda fixa para os gestores. Ao contrário de índices sem correlação com o passivo, sub-índices do IMM-D podem ser construídos de forma a refletir as características atuariais do fundo, consubstanciando-se em medidas mais coerentes para controle da performance financeira. De fato, a adoção da divergência não planejada (Instrução Normativa 04/2003), pela Secretaria de Previdência Complementar, como mecanismo de controle e avaliação de riscos, representa incentivo adicional nessa direção.

O IMM-D, derivado nos moldes do IMA, foi formatado de modo a substituir o prazo de vencimento médio pela *duration*, adequando-o às “exigências” do gerenciamento conjunto de ativos e passivos nas EPC.

A partir da criação do IMM-D, foi possível concluir que os limites à formação de carteiras imunizadas se restringem aos limites operacionais, pelo menos no que diz respeito ao mercado brasileiro, a horizontes de investimento de até 10 anos e à alternativa representada pelo investimento no índice IBOVESPA. Ainda que dependentes das diretrizes individuais de gestão de risco de cada EPC, as carteiras com instrumentos de renda variável não são capazes de prover uma probabilidade de exaustão inferior à das carteiras imunizadas para horizontes idênticos.

Na medida em que a influência dos limites operacionais assume tamanha importância, a atuação do Tesouro Nacional no sentido de mitigá-los adquire especial valor. A adoção de medidas como, por exemplo, o fim da restrição de vendas à NTN-Principal pode – e deve – influenciar positivamente o mercado de previdência complementar no Brasil.

A inexistência de limites não-operacionais à imunização deve ser compreendida como um incentivo adicional a alocações significativas em renda fixa. Essa característica na alocação de recursos deve se mostrar tanto mais presente naquelas EPC cujo passivo está concentrado em um horizonte de tempo menos distante. Negligenciar esse fato significa, necessariamente, agregar mais risco à patrocinadora da EFPC. Não obstante, a adoção de diretrizes associadas a estratégias do tipo *lifestyle* podem ser adequadas a EPC que tenham um significativo volume de assistidos com expectativa de sobrevivência expressiva, especialmente se as dificuldades operacionais de montagem de uma carteira imunizada forem relevantes.

A generalização das conclusões referentes ao limite de imunização é prejudicada pela dependência dos resultados ao período de tempo utilizado para a obtenção dos relativos de riqueza, especialmente por conta da variação do prêmio de risco do mercado de ações. Espera-se uma redução significativa das taxas reais de juros no mercado brasileiro e, portanto, há que se ponderar sobre como deve evoluir a diferença entre os relativos de riqueza da renda variável e da renda fixa.

No que diz respeito ao relativo de riqueza, a eventual queda nas taxas reais tende a se refletir na elevação da diferença em favor da renda variável. O mesmo dificilmente ocorrerá com a probabilidade de exaustão. Isso porque tal probabilidade é afetada, basicamente, por alterações nas taxas de juros após a formatação das carteiras. Como as alterações futuras na curva a termo devem afetar ativos e passivos de forma semelhante nas carteiras imunizadas, a elevação do prêmio de risco do mercado acionário não significa necessariamente a obtenção de uma probabilidade de exaustão inferior à proporcionada pela imunização. A alteração nas taxas em momento anterior à formatação das carteiras afeta tão somente o valor presente do fluxo de benefícios.

Dessa forma, a escolha do horizonte de imunização depende necessariamente do perfil de risco que a EPC pretende adotar. Considerações sobre a evolução dos relativos de riqueza e sobre a probabilidade de exaustão estão intimamente ligadas à renda auferida pela EPC – seja por meio da taxa de gestão ou pela participação no resultado decorrente da obtenção de excedentes financeiros – a acréscimos no valor real do benefício pago aos beneficiários em momento posterior ao da concessão da aposentadoria e a necessidade de aportes adicionais por parte dos patrocinadores (no caso das EFPC) e da seguradora (no caso das EAPC), em função da eventual não aderência à tábua de sobrevivência.

A utilização de apenas três horizontes de comparação (3, 5 e 10 anos) dificulta a aproximação por meio de uma função, o que por sua vez impede a realização de testes de convergência. Análises futuras podem identificar a magnitude das alterações decorrentes da expansão (ou contração) da janela de dados, além de auxiliar no processo de obtenção de um eventual valor de convergência.

Por fim, ressalvadas as limitações da análise, o exame depreendido demonstrou a inequívoca eficiência dos modelos de imunização tradicional na gestão do risco de taxa de juros e na minimização da probabilidade de insolvência

de uma EPC. Esse tipo de alocação deve, portanto, ser parte fundamental no rol de estratégias passíveis de utilização por parte dos gestores, uma vez que a mesma auxilia a obtenção dos recursos necessários ao pagamento dos benefícios concedidos, independentemente do número de assistidos. Sua adoção pelas EPC brasileiras tende a crescer na medida em que forem reduzidos os gargalos de liquidez no mercado secundário de títulos de renda fixa e em percentual semelhante ao da elevação da razão inativos/ativos.

## Referências bibliográficas

AGCA, S. The performance of alternative interest rate risk measures and immunization strategies under a Heath-Jarrow-Morton framework, **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 40, p. 645-669, 2005.

ALMEIDA, C.I.R. **Estimação, teste e aplicações em mercados emergentes: a estrutura a termo da taxa de juros**, Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2001.

ATKINSON, M.E.; DICKON, D.C.M. **An introduction to actuarial studies**, Massachusetts: Edward Elgar Publishing, 2000.

BALBÁS, A.; IBÁÑEZ A. When Can You Immunize a Bond Portfolio, **Journal of Banking & Finance**, v. 22, p. 1571-1595, 1998.

BALBÁS, A.; IBANEZ, A.; LOPEZ, S. Dispersion measures as immunization risk measures, **Journal of Banking & Finance**, v. 26, p. 1229-1244, 2002.

BARBER, J.R.; COPPER, M.L. Immunization using principal component analysis. **Journal of Portfolio Management**, v. 23, p. 99-105, 1996.

BARRETT, W.B.; GOSNELL, T.F.; HEUSON, A.J. Term-structure factor shifts and economic news, **Financial Analysts Journal**, v. 60, p.81-94, 2004.

BERTRAND, J.W.M.; FRANSOO, J.C. Operations management research methodologies using quantitative modeling, **International Journal of Operations & Production Management**, v. 22, p. 241-264, 2002.

BESSADA, O.M.; COSENZA, C.A.N.; NEVES, C. Aplicação do modelo de Black, Derman & Toy à precificação de opções sobre títulos de renda fixa, **Trabalhos para Discussão, Banco Central do Brasil**, n. 74, 2003.

BLACK, F.; DERMAN, E.; TOY, W. A one-factor model of interest rates and its application to Treasury bond options, **Financial Analysts Journal**, v. 46, p. 33-39, 1990.

BOGLE, J.C. An index fund fundamentalist, **Journal of Portfolio Management**, v. 28, p. 31-39, 2002.

BOULIER, J.F.; HUANG, S.; TAILLARD, G. Optimal management under stochastic interest rates: the case of a protected defined contribution pension fund, **Insurance: Mathematics and Economics**, v. 28, p. 173-189, 2001.

BRAVO, J.M.V.; da SILVA, C.M.P. Immunization using a stochastic-process independent multi-factor model: The Portuguese experience, **Journal of Banking and Finance**, v.30, p. 133-156, 2006.

BRITO, R. D.; FLORES JÚNIOR, R. G. A jump-diffusion yield-factor model of interest, **Financial Lab Working Paper**, n. 3, 2001.

CAMPBELL, J.Y.; LO, A.W.; MACKINLAY, A.C. **The econometrics of financial markets**, Princeton: Princeton University Press, 1997.

CARVALHO, J.L. A utilização de derivativos na composição das reservas técnicas de seguradoras, empresas de previdência privada e de capitalização, **Estudos Funenseg**, n.1, 2002.

CHAMBERS, D.R.; CARLETON, W.T.; McENALLY, R.W. Immunizing default-free bond portfolios with a duration vector, **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v.23, p. 89-104, 1988.

CHEYETTE, O. Interest rate models. In: BABEL, D.F.; FABOZZI, F.J. (Org.). **Investment Management for Insurers**, New Hope: Fabozzi Associates, p. 237-256, 1999.

COOPER, I.A. Asset values, interest rate changes and duration, **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 12, p. 701-723, 1977.

COX, J.C.; INGERSOLL, J.E.; ROSS, S.A. A theory of the term structure of interest rates, **Econometrica**, v. 53, p. 385-407, 1985.

DE LA ROCQUE, E. C. **O mercado de juros brasileiro: uma contribuição para a modelagem de mercados de juros e futuros em economias instáveis**, Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 1997.

DEMO, P. **Introdução à metodologia da ciência**, São Paulo: Editora Atlas, 1985.

ELTON, E.J.; GRUBER, M.J.; MICHAELY, R. The structure of spot rates and immunization, **Journal of Finance**, v. 45, p. 629-642, 1990.

FABOZZI, F.J., **Bond Markets, Analysis and Strategies**, New Jersey: Prentice Hall International, 2000

FERNÁNDEZ, I.G.; CINCA, A.N. Inmunización de una cartera de renta fija con un modelo de duración multifactorial, **Documento de Trabajo, Universidad Complutense de Madrid**, n. 38, 1999.

FERREIRA, L. F. R. **Manual de Gestão de Renda Fixa**, São Paulo: Bookman, 2004.



FISHER, L.; WEI, R.L. Coping with the risk of interest rate fluctuations: returns to bondholders from naive and optimal strategies”, **The Journal of Business**, v. 44, p. 408-443, 1971.

FITTON, P.; MCNATT, J. F. The four faces of an interest rate model. In: BABEL, D.F.; FABOZZI, F.J. (Org.). **Investment Management for Insurers**, New Hope: Fabozzi Associates, 1999, p. 257-268.

FONG, H.G.; VASICEK, O.A. A Risk Minimizing Strategy for Portfolio Immunization, **The Journal of Finance**, v. 39, p. 1541-1546, 1984.

FRALETTI, P. B. **Ensaio sobre taxas de juros em reais e sua aplicação na análise financeira**, Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, 2004.

GAGNON, L.; JOHNSON, L.D. Dynamic immunization under stochastic interest rates, **Journal of Portfolio Management**, v. 20, p. 48-54, 1994.

GARBADE, K.D. **Fixed Income Analytics**, Massachusetts, MIT Press, 1996.

GOLUB, B.W.; TILMAN, L.M. **Risk Management: Approaches for Fixed Income Markets**, New York: John Wiley & Sons, 2000.

HAIR, J.F.; ANDERSON, R.E; TATHAM, R.L.; BLACK, W.C. **Análise multivariada de dados**, Porto Alegre: Bookman, 2005.

HEATH, D.; JARROW, R.; MORTON, A. Bond pricing and the term structure of interest rates: a new methodology for contingent claims valuation, **Econometrica**, v. 60, p. 77-105, 1992.

HO, T.S.Y., LEE, S.B., Term structure movements and pricing interest rate contingent claims, **Journal of Finance**, v.41, p. 1011-1029, 1986.

HOWE, T.S.; MISTIC, D.L. Taxes, time diversification, and asset choice at retirement, **Journal of Economics and Finance**, v. 27, p. 404-421, 2003.

HULL, J., WHITE, A., Valuing derivative securities using explicit finite difference method, **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 25, p. 87-100, 1990.

HULL, J. **Options, futures and other derivatives**, New Jersey: Prentice-Hall International, 2000.

JORDAN, J.V.; MANSI, S.A. Term structure estimation from on-the-run Treasuries, **Journal of Banking and Finance**, v. 27, p. 1487-1509, 2003.

LAATSCH, F. E.; KLEIN, D.P. The nominal duration of TIPS bonds, **Review of Financial Economics**, v. 14, p. 47-60, 2005.

LACEY, N.J.; NAWALKHA, S.K. Convexity, risk and returns, **Journal of Fixed Income**, v.3, p. 72-79, 1993.

LAU, W.P. **An empirical examination of alternative interest rate immunization strategies**, PhD. Dissertation, University of Wisconsin, 1983.

LEVIN, A. Interest rate model selection, **The Journal of Portfolio Management**, v. 30, p. 74-86, 2004.

LITTERMAN, R.; SCHEINKMAN, J. Common factors affecting bond returns, **Journal of Fixed Income**, v. 1, p. 54-61, 1991.

MACAULAY, F. **Some theoretical problems suggested by the movements of interest rates, bond yields and stock prices in the United States since 1856**, National Bureau of Economic Research, New York, 1938.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection, **Journal of Finance**, v.7, p. 77-91, 1952.

MCCULLOCH, J.H. Measuring the term structure of interest rates, **Journal of Business**, v. 34, p. 19-31, 1971.

MCCULLOCH, J.H. The tax-adjusted yield curve, **Journal of Finance**, v. 30, p. 811-829, 1975.

MURALIDHAR, A.S. **Innovations in pension fund management**, Stanford University Press, Stanford, California, 2001.

NAWALKHA, S.K.; SOTO, G.M.; ZHANG, J. Generalized M-vector models for hedging interest rate risk, **Journal of Banking & Finance**, v. 27, p. 1581-1604, 2003.

NAWALKHA, S.K.; SOTO, G.M.; BELIAEVA, N.A. **Interest Rate Risk Modeling**, New Jersey: John Wiley & Sons, 2005.

NELSON, C.R.; SIEGEL, A. F. Parsimonious modeling of yield curves, **Journal of Business**, v. 60, p. 473-489, 1987.

PRISMAN, E.Z.; SHORES, M.R. Duration measures for specific term structure estimations and applications to bond portfolio immunization. **Journal of Banking and Finance**, v. 12, p. 493-504, 1988.

REDINGTON, F.M. Review of the principles of life-office valuations, **Journal of the Institute of Actuaries**, p. 286-340, 1952.

REILLY, F.K.; WRIGHT, D.J. Bond market indexes, In: FABOZZI, F.J. (Org.). **The Handbook of Fixed Income Securities**, New York: McGraw-Hill, 1997, p. 129-145.

REMENYI, D.; WILLIAMS, B.; MONEY, A.; SWARTZ, E. **Doing research in business and management: an introduction to process and method**, Sage Publications, London, 1998.

RYAN, R.J.; FABOZZI, F.J. Rethinking pension liabilities and asset allocation, **Journal of Portfolio Management**, v. 28, p. 7-16, 2002.

SANYAL, A. The integration of time-series analysis with term-structure models. In: CORNYN, A.G.; MAYS, E. (Org.). **Interest Rate Risk Models**, Chicago: Glenlake Publishing, 1997, p. 51-71.

SERPA, M.C.S. O papel do gestor de riscos em fundos de pensão, In: DUARTE, A.; VARGA, G. (Org.). **Gestão de Riscos no Brasil**, Rio de Janeiro: Financial Consultoria, 2003, p. 693-707.

SHEA, G.S. Pitfalls in smoothing interest rate term structure data: equilibrium models and spline approximations, **The Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 19, p. 253-269, 1984.

SOTO, G.M. Immunization derived from a polynomial duration vector in the Spanish bond market, **Journal of Banking and Finance**, v. 25, p. 1037-1057, 2001.

SOTO, G.M. Duration models and IRR management, **Journal of Banking and Finance**, v.28, p. 1089-1110, 2004.

VARGA, G.; VALLI, M. Movimentos da estrutura a termo da taxa de juros brasileira e imunização, **Economia Aplicada**, v.5, 2001.

VARGA, G. Interpolação por cubic spline para a estrutura a termo brasileira. In: DUARTE, A.; VARGA, G. (Org.). **Gestão de Riscos no Brasil**, Rio de Janeiro: Financial Consultoria, 2003, p. 207-215.

VASICEK, O.A., An equilibrium characterization of the term structure, **Journal of Financial Economics**, v. 5, p. 177-188, 1977.

VIEIRA NETO, C.A. **Modelagem da Estrutura a Termo da Taxa de Juros e Avaliação de Contratos Derivativos**, Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, 1999.

WARING, M.B. Liability-relative investing, **Journal of Portfolio Management**, v. 30, p. 8-21, 2004.

WILLNER, R. A new tool for portfolio managers: level, slope and curvature durations, **Journal of Fixed Income**, v. 5, p. 48-59, 1996.

ZENIOS, S.A.; HOLMER, M.R.; McKENDALL, R.; VASSIADOU, C. Dynamic models for fixed-income portfolio management under uncertainty, **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 22, p. 1517-1541, 1998.

## Apêndice A

### Eficiência média ponderada (tabelas completas)

Nas tabelas referentes ao apêndice I, os termos EXP, ACP e CA correspondem aos modelos de imunização baseados em Willner (1996), Barber e Cooper (1996) e Nawalkha et al. (2003), respectivamente. O número associado a cada termo representa a quantidade de fatores. Os valores decimais entre parênteses representam o valor de  $\alpha$  escolhido para os modelos baseados em choques arbitrários. Os termos ELR e CT correspondem à exposição líquida ao risco e o custo de transação respectivamente. O modelo exponencial de um fator (EXP 1) é idêntico à imunização tradicional e equivale à base 100.

Tabela 1 – Eficiência Média Ponderada (2006)

Modelo de Imunização	ELR	Diversificação	CT	Cenário I	Cenário II	Cenário III
EXP 1	100,00	100,00	100,00	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>
EXP 2	111,34	143,01	295,66	<b>128,47</b>	<b>120,84</b>	<b>127,18</b>
EXP 3	41,33	173,93	474,87	<b>96,16</b>	<b>81,11</b>	<b>107,63</b>
EXP 4	34,46	184,88	494,16	<b>95,05</b>	<b>79,58</b>	<b>109,67</b>
ACP 1	153,43	32,67	199,33	<b>125,53</b>	<b>117,20</b>	<b>93,05</b>
ACP 2	127,89	59,15	811,79	<b>144,90</b>	<b>107,27</b>	<b>93,52</b>
ACP 3	143,98	130,78	785,75	<b>172,77</b>	<b>140,02</b>	<b>137,38</b>
ACP 4	176,43	152,58	1.211,96	<b>222,24</b>	<b>169,28</b>	<b>164,51</b>
CA 1 (0,25)	103,61	144,29	295,21	<b>123,36</b>	<b>115,81</b>	<b>123,95</b>
CA 2 (0,25)	39,38	219,64	1.033,99	<b>134,18</b>	<b>93,46</b>	<b>129,51</b>
CA 3 (0,25)	62,94	232,26	9.804,33	<b>592,34</b>	<b>113,74</b>	<b>147,60</b>
CA 4 (0,25)	143,50	277,96	41.382,50	<b>2.239,06</b>	<b>183,83</b>	<b>210,73</b>
CA 1 (0,50)	96,59	144,29	203,46	<b>113,86</b>	<b>110,90</b>	<b>120,44</b>
CA 2 (0,50)	90,62	219,64	1.141,15	<b>175,40</b>	<b>129,33</b>	<b>155,13</b>
CA 3 (0,50)	18,69	232,26	1.904,98	<b>166,40</b>	<b>82,76</b>	<b>125,47</b>
CA 4 (0,50)	14,68	277,96	6.290,10	<b>394,27</b>	<b>93,66</b>	<b>146,32</b>
CA 1 (0,75)	99,01	112,35	145,02	<b>104,65</b>	<b>103,01</b>	<b>105,68</b>
CA 2 (0,75)	109,73	159,43	409,77	<b>137,16</b>	<b>124,64</b>	<b>134,58</b>
CA 3 (0,75)	27,20	183,48	880,99	<b>108,96</b>	<b>74,08</b>	<b>105,34</b>
CA 4 (0,75)	18,76	190,89	2.229,77	<b>172,34</b>	<b>70,40</b>	<b>104,83</b>
CA 1 (1)	100,08	100,00	100,00	<b>100,06</b>	<b>100,06</b>	<b>100,04</b>
CA 2 (1)	109,31	139,19	280,13	<b>125,32</b>	<b>118,27</b>	<b>124,25</b>
CA 3 (1)	46,95	171,97	496,78	<b>100,69</b>	<b>84,45</b>	<b>109,46</b>
CA 4 (1)	37,66	184,87	1.021,02	<b>123,63</b>	<b>81,82</b>	<b>111,27</b>

Tabela 2 – Eficiência Média Ponderada (2007)

Modelo de Imunização	ELR	Diversificação	CT	Cenário I	Cenário II	Cenário III
EXP 1	100,00	100,00	100,00	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>
EXP 2	85,65	103,35	257,53	<b>98,67</b>	<b>90,96</b>	<b>94,50</b>
EXP 3	90,93	108,44	337,32	<b>107,63</b>	<b>96,18</b>	<b>99,68</b>
EXP 4	91,34	108,44	340,16	<b>108,05</b>	<b>96,47</b>	<b>99,89</b>
ACP 1	99,20	71,70	193,12	<b>97,02</b>	<b>90,95</b>	<b>85,45</b>
ACP 2	156,66	198,50	250,42	<b>171,81</b>	<b>169,21</b>	<b>177,58</b>
ACP 3	244,67	414,71	551,60	<b>302,53</b>	<b>295,68</b>	<b>329,69</b>
ACP 4	185,26	638,69	494,90	<b>314,10</b>	<b>321,29</b>	<b>411,98</b>
CA 1 (0,25)	92,50	77,50	197,94	<b>94,02</b>	<b>88,00</b>	<b>85,00</b>
CA 2 (0,25)	160,00	227,04	494,36	<b>193,48</b>	<b>180,11</b>	<b>193,52</b>
CA 3 (0,25)	4.329,97	41.166,49	3.167,33	<b>13.480,97</b>	<b>15.380,93</b>	<b>22.748,23</b>
CA 4 (0,25)	20.838,67	834.999,22	34.559,63	<b>225.064,86</b>	<b>265.086,84</b>	<b>427.918,94</b>
CA 1 (0,50)	88,75	77,50	156,12	<b>89,31</b>	<b>85,38</b>	<b>83,13</b>
CA 2 (0,50)	302,17	227,04	233,17	<b>279,94</b>	<b>279,63</b>	<b>264,61</b>
CA 3 (0,50)	604,46	41.166,49	883,86	<b>10.758,94</b>	<b>12.773,07</b>	<b>20.885,48</b>
CA 4 (0,50)	1.105,63	834.999,22	7.495,81	<b>209.898,53</b>	<b>251.273,70</b>	<b>418.052,42</b>
CA 1 (0,75)	91,87	98,36	127,14	<b>95,26</b>	<b>93,82</b>	<b>95,12</b>
CA 2 (0,75)	93,55	98,38	291,87	<b>104,67</b>	<b>95,00</b>	<b>95,96</b>
CA 3 (0,75)	180,62	186,05	286,47	<b>187,27</b>	<b>182,25</b>	<b>183,33</b>
CA 4 (0,75)	472,97	1.686,72	1.750,55	<b>840,29</b>	<b>837,09</b>	<b>1.079,84</b>
CA 1 (1)	100,99	100,00	100,00	<b>100,69</b>	<b>100,69</b>	<b>100,49</b>
CA 2 (1)	85,91	103,75	247,98	<b>98,47</b>	<b>91,26</b>	<b>94,83</b>
CA 3 (1)	95,79	111,17	293,85	<b>109,54</b>	<b>100,40</b>	<b>103,48</b>
CA 4 (1)	249,36	307,80	425,16	<b>272,76</b>	<b>266,89</b>	<b>278,58</b>

Tabela 3 – Eficiência Média Ponderada (2008)

Modelo de Imunização	ELR	Diversificação	CT	Cenário I	Cenário II	Cenário III
EXP 1	100,00	100,00	100,00	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>
EXP 2	157,95	112,62	220,25	<b>149,73</b>	<b>144,35</b>	<b>135,29</b>
EXP 3	112,72	197,69	220,09	<b>139,33</b>	<b>138,21</b>	<b>155,20</b>
EXP 4	118,47	210,14	237,99	<b>147,36</b>	<b>145,97</b>	<b>164,31</b>
ACP 1	205,40	182,08	368,79	<b>207,74</b>	<b>198,40</b>	<b>193,74</b>
ACP 2	130,04	268,61	1.786,43	<b>247,50</b>	<b>171,61</b>	<b>199,33</b>
ACP 3	124,00	305,44	1.792,57	<b>252,79</b>	<b>178,44</b>	<b>214,72</b>
ACP 4	119,71	427,97	2.053,75	<b>293,48</b>	<b>212,19</b>	<b>273,84</b>
CA 1 (0,25)	126,08	61,09	153,12	<b>111,18</b>	<b>106,58</b>	<b>93,58</b>
CA 2 (0,25)	305,38	767,33	272,86	<b>419,24</b>	<b>443,97</b>	<b>536,36</b>
CA 3 (0,25)	3.342,07	25.750,71	3.574,23	<b>8.955,83</b>	<b>10.064,66</b>	<b>14.546,39</b>
CA 4 (0,25)	40.074,14	3.505.423,90	67.946,15	<b>907.805,18</b>	<b>1.079.679,06</b>	<b>1.772.749,02</b>
CA 1 (0,50)	103,30	77,16	131,62	<b>98,18</b>	<b>95,46</b>	<b>90,23</b>
CA 2 (0,50)	252,51	219,21	211,32	<b>242,12</b>	<b>242,52</b>	<b>235,86</b>
CA 3 (0,50)	177,17	503,95	213,77	<b>260,69</b>	<b>275,20</b>	<b>340,56</b>
CA 4 (0,50)	628,42	2.492,12	2.703,11	<b>1.198,08</b>	<b>1.187,53</b>	<b>1.560,27</b>
CA 1 (0,75)	93,63	90,19	116,76	<b>93,93</b>	<b>92,60</b>	<b>91,91</b>
CA 2 (0,75)	202,61	135,60	212,59	<b>186,36</b>	<b>182,51</b>	<b>169,11</b>
CA 3 (0,75)	128,94	277,68	203,66	<b>169,87</b>	<b>173,57</b>	<b>203,31</b>
CA 4 (0,75)	113,14	291,71	326,56	<b>168,46</b>	<b>166,71</b>	<b>202,43</b>
CA 1 (1)	100,00	100,00	100,00	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>
CA 2 (1)	151,29	109,47	215,83	<b>144,06</b>	<b>138,74</b>	<b>130,38</b>
CA 3 (1)	115,50	186,12	223,63	<b>138,56</b>	<b>136,68</b>	<b>150,81</b>
CA 4 (1)	155,94	298,17	220,74	<b>194,74</b>	<b>198,61</b>	<b>227,06</b>

Tabela 4 – Eficiência Média Ponderada (2009)

Modelo de Imunização	ELR	Diversificação	CT	Cenário I	Cenário II	Cenário III
EXP 1	100,00	100,00	100,00	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>
EXP 2	175,58	190,21	183,78	<b>179,65</b>	<b>179,97</b>	<b>182,89</b>
EXP 3	119,85	408,70	167,52	<b>194,44</b>	<b>206,50</b>	<b>264,28</b>
EXP 4	121,88	447,74	299,64	<b>212,23</b>	<b>219,64</b>	<b>284,81</b>
ACP 1	320,53	633,68	46,71	<b>385,13</b>	<b>414,48</b>	<b>477,10</b>
ACP 2	661,18	2.185,77	340,35	<b>1.026,29</b>	<b>1.118,56</b>	<b>1.423,47</b>
ACP 3	659,71	2.185,87	657,79	<b>1.041,15</b>	<b>1.117,55</b>	<b>1.422,79</b>
ACP 4	908,35	4.822,96	882,50	<b>1.885,71</b>	<b>2.082,74</b>	<b>2.865,66</b>
CA 1 (0,25)	215,56	80,71	126,59	<b>177,40</b>	<b>175,11</b>	<b>148,14</b>
CA 2 (0,25)	267,13	1.560,28	168,91	<b>585,51</b>	<b>655,07</b>	<b>913,71</b>
CA 3 (0,25)	4.797,39	81.958,78	3.731,36	<b>24.034,44</b>	<b>27.945,81</b>	<b>43.378,09</b>
CA 4 (0,25)	8.667,75	147.242,75	30.419,67	<b>44.399,10</b>	<b>50.240,25</b>	<b>77.955,25</b>
CA 1 (0,50)	159,62	78,24	115,96	<b>137,09</b>	<b>135,20</b>	<b>118,93</b>
CA 2 (0,50)	233,36	438,25	127,48	<b>279,29</b>	<b>294,83</b>	<b>335,80</b>
CA 3 (0,50)	176,97	805,65	202,53	<b>335,42</b>	<b>365,57</b>	<b>491,31</b>
CA 4 (0,50)	160,97	1.294,21	212,12	<b>446,84</b>	<b>500,94</b>	<b>727,59</b>
CA 1 (0,75)	127,59	88,11	109,60	<b>116,82</b>	<b>115,74</b>	<b>107,85</b>
CA 2 (0,75)	199,13	261,59	159,12	<b>212,74</b>	<b>217,87</b>	<b>230,36</b>
CA 3 (0,75)	130,79	508,54	179,85	<b>227,68</b>	<b>244,11</b>	<b>319,66</b>
CA 4 (0,75)	135,29	647,10	360,36	<b>274,50</b>	<b>288,84</b>	<b>391,20</b>
CA 1 (1)	100,36	100,00	100,00	<b>100,26</b>	<b>100,26</b>	<b>100,18</b>
CA 2 (1)	169,93	176,04	183,69	<b>172,15</b>	<b>171,77</b>	<b>172,99</b>
CA 3 (1)	123,74	390,61	163,77	<b>192,46</b>	<b>203,80</b>	<b>257,17</b>
CA 4 (1)	157,51	551,31	315,63	<b>263,86</b>	<b>275,65</b>	<b>354,41</b>

Tabela 5 – Eficiência Média Ponderada (2010)

Modelo de Imunização	ELR	Diversificação	CT	Cenário I	Cenário II	Cenário III
EXP 1	100,00	100,00	100,00	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>
EXP 2	113,53	334,64	148,11	<b>170,53</b>	<b>179,86</b>	<b>224,08</b>
EXP 3	106,26	651,96	162,24	<b>245,48</b>	<b>269,97</b>	<b>379,11</b>
EXP 4	106,32	652,01	153,30	<b>245,09</b>	<b>270,03</b>	<b>379,16</b>
ACP 1	147,03	861,94	476,06	<b>342,21</b>	<b>361,50</b>	<b>504,48</b>
ACP 2	292,66	3.851,41	1.917,63	<b>1.263,60</b>	<b>1.360,29</b>	<b>2.072,04</b>
ACP 3	309,11	4.069,05	1.920,79	<b>1.329,68</b>	<b>1.437,09</b>	<b>2.189,08</b>
ACP 4	354,93	4.982,06	2.303,83	<b>1.609,16</b>	<b>1.743,07</b>	<b>2.668,50</b>
CA 1 (0,25)	125,39	135,09	108,80	<b>126,98</b>	<b>128,30</b>	<b>130,24</b>
CA 2 (0,25)	129,21	2.401,86	119,39	<b>696,88</b>	<b>811,01</b>	<b>1.265,54</b>
CA 3 (0,25)	2.547,15	190.919,65	3.882,81	<b>49.707,06</b>	<b>59.058,90</b>	<b>96.733,40</b>
CA 4 (0,25)	8.750,96	1.722.236,08	45.131,04	<b>438.941,25</b>	<b>522.796,50</b>	<b>865.493,52</b>
CA 1 (0,50)	108,15	97,16	104,83	<b>105,24</b>	<b>104,85</b>	<b>102,65</b>
CA 2 (0,50)	115,63	686,63	104,44	<b>257,82</b>	<b>286,93</b>	<b>401,13</b>
CA 3 (0,50)	106,91	1.015,94	191,75	<b>338,41</b>	<b>379,62</b>	<b>561,43</b>
CA 4 (0,50)	108,86	1.491,40	192,76	<b>458,69</b>	<b>523,62</b>	<b>800,13</b>
CA 1 (0,75)	103,47	93,98	104,22	<b>101,13</b>	<b>100,62</b>	<b>98,72</b>
CA 2 (0,75)	117,92	446,05	116,94	<b>199,90</b>	<b>216,36</b>	<b>281,98</b>
CA 3 (0,75)	105,11	711,31	177,00	<b>260,25</b>	<b>286,97</b>	<b>408,21</b>
CA 4 (0,75)	101,18	723,48	307,48	<b>267,07</b>	<b>287,87</b>	<b>412,33</b>
CA 1 (1)	100,26	100,00	100,00	<b>100,18</b>	<b>100,18</b>	<b>100,13</b>
CA 2 (1)	112,19	306,31	151,54	<b>162,69</b>	<b>170,42</b>	<b>209,25</b>
CA 3 (1)	107,37	641,15	156,84	<b>243,29</b>	<b>267,51</b>	<b>374,26</b>
CA 4 (1)	100,88	686,21	319,24	<b>258,13</b>	<b>276,48</b>	<b>393,55</b>

Tabela 6 – Eficiência Média Ponderada (2011)

Modelo de Imunização	ELR	Diversificação	CT	Cenário I	Cenário II	Cenário III
EXP 1	100,00	100,00	100,00	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>
EXP 2	173,96	481,06	115,44	<b>247,81</b>	<b>266,09</b>	<b>327,51</b>
EXP 3	122,89	774,63	172,53	<b>288,31</b>	<b>318,41</b>	<b>448,76</b>
EXP 4	110,98	780,59	166,69	<b>281,17</b>	<b>311,87</b>	<b>445,79</b>
ACP 1	98,83	261,40	620,53	<b>165,56</b>	<b>147,60</b>	<b>180,12</b>
ACP 2	90,12	276,62	1.854,29	<b>224,95</b>	<b>146,07</b>	<b>183,37</b>
ACP 3	164,71	804,24	1.851,17	<b>408,91</b>	<b>356,57</b>	<b>484,47</b>
ACP 4	140,28	1.356,98	1.699,85	<b>522,43</b>	<b>505,29</b>	<b>748,63</b>
CA 1 (0,25)	158,05	204,58	95,94	<b>166,58</b>	<b>172,01</b>	<b>181,32</b>
CA 2 (0,25)	167,92	2.890,84	87,64	<b>844,64</b>	<b>984,80</b>	<b>1.529,38</b>
CA 3 (0,25)	4.453,72	337.065,15	4.021,53	<b>87.584,97</b>	<b>104.237,15</b>	<b>170.759,43</b>
CA 4 (0,25)	22.686,01	7.820.966,58	59.827,12	<b>1.974.113,21</b>	<b>2.362.170,18</b>	<b>3.921.826,30</b>
CA 1 (0,50)	128,77	127,52	96,40	<b>126,84</b>	<b>128,39</b>	<b>128,15</b>
CA 2 (0,50)	161,56	829,37	96,82	<b>325,27</b>	<b>361,90</b>	<b>495,47</b>
CA 3 (0,50)	103,71	1.034,97	166,62	<b>339,67</b>	<b>383,09</b>	<b>569,34</b>
CA 4 (0,50)	116,13	1.528,92	205,35	<b>473,79</b>	<b>539,97</b>	<b>822,53</b>
CA 1 (0,75)	115,32	106,37	99,94	<b>112,32</b>	<b>112,64</b>	<b>110,85</b>
CA 2 (0,75)	176,21	593,38	101,72	<b>276,78</b>	<b>301,36</b>	<b>384,80</b>
CA 3 (0,75)	115,41	772,27	190,48	<b>283,38</b>	<b>312,46</b>	<b>443,84</b>
CA 4 (0,75)	131,15	805,42	230,59	<b>304,69</b>	<b>333,43</b>	<b>468,29</b>
CA 1 (1)	100,80	100,00	100,00	<b>100,56</b>	<b>100,56</b>	<b>100,40</b>
CA 2 (1)	172,21	445,33	119,39	<b>237,85</b>	<b>254,14</b>	<b>308,77</b>
CA 3 (1)	126,76	781,64	161,05	<b>292,20</b>	<b>323,23</b>	<b>454,20</b>
CA 4 (1)	140,50	791,31	299,82	<b>311,17</b>	<b>335,75</b>	<b>465,91</b>

Tabela 7 – Eficiência Média Ponderada (2012)

Modelo de Imunização	ELR	Diversificação	CT	Cenário I	Cenário II	Cenário III
EXP 1	100,00	100,00	100,00	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>
EXP 2	200,51	535,18	102,02	<b>279,25</b>	<b>300,91</b>	<b>367,85</b>
EXP 3	165,26	704,25	192,80	<b>301,38</b>	<b>326,96</b>	<b>434,76</b>
EXP 4	165,32	704,26	192,23	<b>301,40</b>	<b>327,00</b>	<b>434,79</b>
ACP 1	92,90	147,74	409,78	<b>122,46</b>	<b>109,35</b>	<b>120,32</b>
ACP 2	185,30	3.352,30	816,33	<b>1.008,60</b>	<b>1.135,40</b>	<b>1.768,80</b>
ACP 3	205,89	4.017,96	814,27	<b>1.189,32</b>	<b>1.349,51</b>	<b>2.111,92</b>
ACP 4	217,53	5.455,90	857,91	<b>1.559,14</b>	<b>1.789,04</b>	<b>2.836,72</b>
CA 1 (0,25)	94,35	250,73	86,15	<b>133,03</b>	<b>141,26</b>	<b>172,54</b>
CA 2 (0,25)	195,79	2.759,63	88,12	<b>831,37</b>	<b>964,94</b>	<b>1.477,71</b>
CA 3 (0,25)	3.672,25	459.489,56	4.147,11	<b>117.650,32</b>	<b>140.417,44</b>	<b>231.580,90</b>
CA 4 (0,25)	24.794,23	20.004.626,17	74.429,89	<b>5.022.234,00</b>	<b>6.018.743,81</b>	<b>10.014.710,20</b>
CA 1 (0,50)	94,26	151,65	89,73	<b>108,38</b>	<b>111,48</b>	<b>122,95</b>
CA 2 (0,50)	182,83	780,40	104,01	<b>328,28</b>	<b>362,10</b>	<b>481,62</b>
CA 3 (0,50)	143,51	865,33	148,13	<b>324,20</b>	<b>360,06</b>	<b>504,42</b>
CA 4 (0,50)	165,85	1.418,67	232,71	<b>482,40</b>	<b>541,70</b>	<b>792,26</b>
CA 1 (0,75)	97,46	117,96	96,42	<b>102,53</b>	<b>103,61</b>	<b>107,71</b>
CA 2 (0,75)	197,45	608,85	95,80	<b>295,22</b>	<b>320,87</b>	<b>403,15</b>
CA 3 (0,75)	166,13	674,33	195,21	<b>294,63</b>	<b>318,59</b>	<b>420,23</b>
CA 4 (0,75)	182,40	818,62	187,57	<b>341,72</b>	<b>373,27</b>	<b>500,51</b>
CA 1 (1)	100,19	100,00	100,00	<b>100,13</b>	<b>100,13</b>	<b>100,09</b>
CA 2 (1)	198,97	505,10	104,73	<b>270,79</b>	<b>290,81</b>	<b>352,04</b>
CA 3 (1)	166,49	722,66	183,74	<b>306,40</b>	<b>333,34</b>	<b>444,58</b>
CA 4 (1)	189,48	881,99	256,03	<b>365,94</b>	<b>397,23</b>	<b>535,74</b>

Tabela 8 – Eficiência Média Ponderada (2013)

Modelo de Imunização	ELR	Diversificação	CT	Cenário I	Cenário II	Cenário III
EXP 1	100,00	100,00	100,00	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>
EXP 2	105,98	486,56	99,61	<b>200,81</b>	<b>220,16</b>	<b>296,27</b>
EXP 3	97,46	540,45	218,61	<b>214,26</b>	<b>230,35</b>	<b>318,95</b>
EXP 4	97,17	540,48	217,74	<b>214,03</b>	<b>230,16</b>	<b>318,83</b>
ACP 1	152,78	406,99	217,11	<b>219,55</b>	<b>229,05</b>	<b>279,89</b>
ACP 2	285,45	5.202,30	219,38	<b>1.511,36</b>	<b>1.760,50</b>	<b>2.743,87</b>
ACP 3	277,46	5.843,52	233,96	<b>1.666,80</b>	<b>1.947,28</b>	<b>3.060,49</b>
ACP 4	283,48	6.842,01	338,13	<b>1.925,85</b>	<b>2.251,04</b>	<b>3.562,75</b>
CA 1 (0,25)	121,06	258,09	78,41	<b>153,19</b>	<b>162,17</b>	<b>189,58</b>
CA 2 (0,25)	104,32	2.233,50	92,97	<b>636,05</b>	<b>743,08</b>	<b>1.168,91</b>
CA 3 (0,25)	3.060,15	519.241,04	4.260,82	<b>132.165,40</b>	<b>157.914,41</b>	<b>261.150,59</b>
CA 4 (0,25)	24.856,53	35.973.159,82	88.904,63	<b>9.015.134,75</b>	<b>10.809.347,51</b>	<b>17.999.008,17</b>
CA 1 (0,50)	109,12	159,19	84,28	<b>120,39</b>	<b>124,14</b>	<b>134,15</b>
CA 2 (0,50)	98,13	613,29	109,89	<b>227,51</b>	<b>252,68</b>	<b>355,71</b>
CA 3 (0,50)	95,12	634,66	138,47	<b>232,17</b>	<b>256,98</b>	<b>364,89</b>
CA 4 (0,50)	114,44	1.276,88	244,43	<b>411,55</b>	<b>463,17</b>	<b>695,66</b>
CA 1 (0,75)	104,43	123,07	93,45	<b>108,54</b>	<b>110,02</b>	<b>113,75</b>
CA 2 (0,75)	101,88	514,44	100,75	<b>204,96</b>	<b>225,65</b>	<b>308,16</b>
CA 3 (0,75)	98,17	520,73	207,76	<b>209,29</b>	<b>224,94</b>	<b>309,45</b>
CA 4 (0,75)	107,52	705,49	208,76	<b>262,08</b>	<b>286,91</b>	<b>406,51</b>
CA 1 (1)	100,65	100,00	100,00	<b>100,45</b>	<b>100,45</b>	<b>100,32</b>
CA 2 (1)	105,63	469,45	99,09	<b>196,26</b>	<b>214,78</b>	<b>287,54</b>
CA 3 (1)	98,85	555,94	208,34	<b>218,59</b>	<b>235,98</b>	<b>327,39</b>
CA 4 (1)	124,60	894,65	244,94	<b>323,13</b>	<b>355,62</b>	<b>509,63</b>

Tabela 9 – Eficiência Média Ponderada (2014)

Modelo de Imunização	ELR	Diversificação	CT	Cenário I	Cenário II	Cenário III
EXP 1	100,00	100,00	100,00	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>
EXP 2	101,30	392,99	102,48	<b>174,29</b>	<b>188,81</b>	<b>247,15</b>
EXP 3	100,51	396,64	237,91	<b>181,41</b>	<b>189,35</b>	<b>248,57</b>
EXP 4	100,56	396,64	587,24	<b>198,91</b>	<b>189,38</b>	<b>248,60</b>
ACP 1	151,31	500,37	30,42	<b>232,53</b>	<b>256,03</b>	<b>325,84</b>
ACP 2	264,17	4.056,96	557,29	<b>1.227,02</b>	<b>1.402,01</b>	<b>2.160,56</b>
ACP 3	261,24	4.583,04	591,68	<b>1.358,21</b>	<b>1.557,78</b>	<b>2.422,14</b>
ACP 4	261,12	5.074,30	701,49	<b>1.486,43</b>	<b>1.705,08</b>	<b>2.667,71</b>
CA 1 (0,25)	117,29	241,14	72,13	<b>145,99</b>	<b>154,45</b>	<b>179,21</b>
CA 2 (0,25)	97,47	1.664,14	96,26	<b>489,08</b>	<b>567,47</b>	<b>880,81</b>
CA 3 (0,25)	3.095,24	530.064,96	4.364,02	<b>134.901,11</b>	<b>161.186,15</b>	<b>266.580,10</b>
CA 4 (0,25)	29.712,27	52.906.652,70	103.236,87	<b>13.252.623,61</b>	<b>15.892.794,40</b>	<b>26.468.182,48</b>
CA 1 (0,50)	108,97	154,40	79,71	<b>118,86</b>	<b>122,60</b>	<b>131,68</b>
CA 2 (0,50)	94,14	439,52	114,81	<b>181,52</b>	<b>197,75</b>	<b>266,83</b>
CA 3 (0,50)	92,85	441,62	143,75	<b>182,59</b>	<b>197,48</b>	<b>267,24</b>
CA 4 (0,50)	114,45	1.186,39	269,79	<b>390,20</b>	<b>436,03</b>	<b>650,42</b>
CA 1 (0,75)	104,34	122,44	90,88	<b>108,19</b>	<b>109,77</b>	<b>113,39</b>
CA 2 (0,75)	98,88	390,38	105,45	<b>172,09</b>	<b>186,33</b>	<b>244,63</b>
CA 3 (0,75)	100,84	394,49	204,25	<b>179,42</b>	<b>188,93</b>	<b>247,66</b>
CA 4 (0,75)	105,97	525,08	213,89	<b>216,15</b>	<b>231,71</b>	<b>315,53</b>
CA 1 (1)	100,00	100,00	100,00	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>
CA 2 (1)	101,35	387,85	101,21	<b>172,97</b>	<b>187,30</b>	<b>244,60</b>
CA 3 (1)	100,22	402,23	234,95	<b>182,46</b>	<b>190,82</b>	<b>251,22</b>
CA 4 (1)	129,88	795,37	242,99	<b>301,91</b>	<b>329,53</b>	<b>462,63</b>



Tabela 10 – Eficiência Média Ponderada (2015)

Modelo de Imunização	ELR	Diversificação	CT	Cenário I	Cenário II	Cenário III
EXP 1	100,00	100,00	100,00	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>
EXP 2	146,31	299,67	100,00	<b>182,33</b>	<b>192,32</b>	<b>222,99</b>
EXP 3	155,12	306,12	100,00	<b>190,12</b>	<b>200,42</b>	<b>230,62</b>
EXP 4	181,34	443,68	100,00	<b>242,85</b>	<b>260,04</b>	<b>312,51</b>
ACP 1	129,57	394,96	100,00	<b>194,44</b>	<b>209,18</b>	<b>262,26</b>
ACP 2	236,28	1.960,57	100,00	<b>660,54</b>	<b>753,56</b>	<b>1.098,42</b>
ACP 3	240,51	2.300,69	100,00	<b>748,53</b>	<b>858,56</b>	<b>1.270,60</b>
ACP 4	235,91	2.395,91	100,00	<b>769,11</b>	<b>883,91</b>	<b>1.315,91</b>
CA 1 (0,25)	103,25	216,37	100,00	<b>131,37</b>	<b>137,19</b>	<b>159,81</b>
CA 2 (0,25)	160,55	1.206,52	100,00	<b>419,02</b>	<b>474,34</b>	<b>683,54</b>
CA 3 (0,25)	4.552,97	518.135,71	100,00	<b>132.726,01</b>	<b>158.627,79</b>	<b>261.344,34</b>
CA 4 (0,25)	50.780,52	69.752.082,58	100,00	<b>17.473.572,01</b>	<b>20.961.171,14</b>	<b>34.901.431,55</b>
CA 1 (0,50)	101,22	144,49	100,00	<b>111,98</b>	<b>114,20</b>	<b>122,86</b>
CA 2 (0,50)	126,70	306,30	100,00	<b>170,27</b>	<b>180,58</b>	<b>216,50</b>
CA 3 (0,50)	128,25	306,41	100,00	<b>171,38</b>	<b>181,70</b>	<b>217,33</b>
CA 4 (0,50)	162,19	1.152,06	100,00	<b>406,55</b>	<b>459,15</b>	<b>657,13</b>
CA 1 (0,75)	100,35	118,96	100,00	<b>104,99</b>	<b>105,94</b>	<b>109,66</b>
CA 2 (0,75)	137,06	283,42	100,00	<b>171,80</b>	<b>180,97</b>	<b>210,24</b>
CA 3 (0,75)	156,90	310,55	100,00	<b>192,47</b>	<b>203,00</b>	<b>233,72</b>
CA 4 (0,75)	169,19	361,08	100,00	<b>213,71</b>	<b>226,76</b>	<b>265,14</b>
CA 1 (1)	100,31	100,00	100,00	<b>100,22</b>	<b>100,22</b>	<b>100,15</b>
CA 2 (1)	150,11	302,27	100,00	<b>185,65</b>	<b>195,76</b>	<b>226,19</b>
CA 3 (1)	153,81	303,13	100,00	<b>188,45</b>	<b>198,61</b>	<b>228,47</b>
CA 4 (1)	205,56	620,63	100,00	<b>304,05</b>	<b>330,08</b>	<b>413,10</b>

## Apêndice B

### Scripts do MATLAB

No apêndice B são apresentados os *scripts* de MATLAB utilizados com o intuito de estimar e simular a evolução da estrutura a termo da taxa de juros. Ressalta-se que algumas funções abaixo necessitam da utilização de *toolboxes* disponibilizadas pelo provedor do software.

#### 1. Curva Spot

```
% CurvaSpot.m
Settle = datenum('10/1/2005');
Bonds = [Settle+1 0.00 [] 2 2 1; datenum('12/1/2005') 0.06 [] 2 2 1; datenum('12/1/2006') 0.06 [] 2
2 1;...
datenum('4/1/2008') 0.06 [] 2 2 1; datenum('3/1/2011') 0.06 [] 2 2 1; datenum('7/1/2017') 0.06 [] 2
2 1; datenum('4/1/2021') 0.06 [] 2 2 1; datenum('1/1/2031') 0.06 [] 2 2 1];
Yields = xlsread('NTNModificada.xls', 1, 'C285:C292');
OutputCompounding = 365;
[ZeroRates, CurveDates] = zbyield(Bonds, Yields, Settle, OutputCompounding);
x = CurveDates;
y = ZeroRates;
t = (741809 - Settle)/30;
xi = linspace(x(1), x(8), t);
yi = spline(x,y,xi);
Q = [yi];
K(:,1) = Q
```

#### 2. Curva Forward 2006

```
%CurvaForward2006.m
RefStartDates = ['01-Oct-2005'];
RefEndDates = ['01-Nov-2005';
'01-Dec-2005';
'01-Jan-2006';
'01-Feb-2006';
'01-Mar-2006';
'01-Apr-2006';
'01-May-2006';
'01-Jun-2006';
'01-Jul-2006';
'01-Aug-2006';
'01-Sep-2006';
'01-Oct-2006'];
Compounding = 365;
ValuationDate = ['1-Oct-2005'];
RefRates = [yi(1);
yi(2);
yi(3);
yi(4);
yi(5);
yi(6);
```

```

yi(7);
yi(8);
yi(9);
yi(10);
yi(11);
yi(12)];
StartDates = ['01-Oct-2005';
'01-Nov-2005';
'01-Dec-2005';
'01-Jan-2006';
'01-Feb-2006';
'01-Mar-2006';
'01-Apr-2006';
'01-May-2006';
'01-Jun-2006';
'01-Jul-2006';
'01-Aug-2006';
'01-Sep-2006'];
EndDates = ['01-Nov-2005';
'01-Dec-2005';
'01-Jan-2006';
'01-Feb-2006';
'01-Mar-2006';
'01-Apr-2006';
'01-May-2006';
'01-Jun-2006';
'01-Jul-2006';
'01-Aug-2006';
'01-Sep-2006';
'01-Oct-2006'];
Rates = ratetimes(Compounding, RefRates, RefEndDates,...
RefStartDates, EndDates, StartDates, ValuationDate);

```

### 3. Árvore BDT 2006 (Ativo)

```

% BDTtree2006.m
ValuationDate = '10-01-2005';
StartDates = ['01-Oct-2005';
'01-Nov-2005';
'01-Dec-2005';
'01-Jan-2006';
'01-Feb-2006';
'01-Mar-2006';
'01-Apr-2006';
'01-May-2006';
'01-Jun-2006';
'01-Jul-2006';
'01-Aug-2006';
'01-Sep-2006'];
EndDates = ['01-Nov-2005';
'01-Dec-2005';
'01-Jan-2006';
'01-Feb-2006';
'01-Mar-2006';
'01-Apr-2006';
'01-May-2006';
'01-Jun-2006';
'01-Jul-2006';
'01-Aug-2006';
'01-Sep-2006'];

```

```

'01-Oct-2006'];
Compounding = 365;
Maturity = EndDates;
i=1;
while i<1000
r = [normrnd(.08658,.02232); normrnd(.08613,.02232);...
normrnd(.08272,.02121); normrnd(.07659,.01897);...
normrnd(.06721,.01546);normrnd(.05912,.01251);...
normrnd(.04889,.00970); normrnd(.04147,.00935);...
normrnd(.03677,.01054); normrnd(.03737,.00930);...
normrnd(.04179,.00843); normrnd(.04921,.01043)];
Volatility = [r(1); r(2); r(3); r(4); r(5); r(6); r(7); r(8); r(9); r(10);...
r(11); r(12)];
BDTVolSpec = bdtvolspec(ValuationDate, EndDates, Volatility);
RateSpec = intenvset('Compounding',365,'Rates', Rates,...
'StartDates', StartDates, 'EndDates', EndDates,...
'ValuationDate', ValuationDate);
BDTTimeSpec = bdttimespec(ValuationDate, Maturity, Compounding);
BDTTree = bdttree(BDTVolSpec, RateSpec, BDTTimeSpec);
BDTInstSet = instadd('Bond', 0.06, '10-01-2005', '10-01-2006', 2, 0, [], [], [], [], [], 1893.84);
[Price, PriceTree] = bdtprice(BDTTree, BDTInstSet);
T = [PriceTree.PTree{1}];
Z(i,:) = T;
i=1+i;
end
Z(1:999,:);

```

#### 4. Árvore BDT 2006 (Passivo)

```

% BDTree2006L.m
ValuationDate = '10-01-2005';
StartDates = ['01-Oct-2005';
'01-Nov-2005';
'01-Dec-2005';
'01-Jan-2006';
'01-Feb-2006';
'01-Mar-2006';
'01-Apr-2006';
'01-May-2006';
'01-Jun-2006';
'01-Jul-2006';
'01-Aug-2006';
'01-Sep-2006'];
EndDates = ['01-Nov-2005';
'01-Dec-2005';
'01-Jan-2006';
'01-Feb-2006';
'01-Mar-2006';
'01-Apr-2006';
'01-May-2006';
'01-Jun-2006';
'01-Jul-2006';
'01-Aug-2006';
'01-Sep-2006';
'01-Oct-2006'];
Compounding = 365;
Maturity = EndDates;
i=1;
while i<1000
r = [normrnd(.08658,.02232); normrnd(.08613,.02232);...

```

```

normrnd(.08272,.02121); normrnd(.07659,.01897);...
normrnd(.06721,.01546);normrnd(.05912,.01251);...
normrnd(.04889,.00970); normrnd(.04147,.00935);...
normrnd(.03677,.01054); normrnd(.03737,.00930);...
normrnd(.04179,.00843); normrnd(.04921,.01043)];
Volatility = [r(1); r(2); r(3); r(4); r(5); r(6); r(7); r(8); r(9); r(10);...
r(11); r(12)];
BDTVolSpec = bdtvolspec(ValuationDate, EndDates, Volatility);
RateSpec = intenvset('Compounding',365,'Rates', Rates,...
'StartDates', StartDates, 'EndDates', EndDates,...
'ValuationDate', ValuationDate);
BDTTimeSpec = bdttimespec(ValuationDate, Maturity, Compounding);
BDTTree = bdttree(BDTVolSpec, RateSpec, BDTTimeSpec);
BDTInstSet = instadd('Bond', 0.00, '10-01-2005', '10-01-2006', 0, 0, [], [], [], [], [], 1000);
[Price, PriceTree] = bdtprice(BDTTree, BDTInstSet);
T = [PriceTree.PTree{1}];
Z(i,:) = T;
i=i+1;
end
Z(1:999,:);

```

## 5. Curva Forward 2007

```

%CurvaForward2007.m
RefStartDates = ['01-Oct-2005'];
RefEndDates =['01-Dec-2005';
'01-Feb-2006';
'01-Apr-2006';
'01-Jun-2006';
'01-Aug-2006';
'01-Oct-2006';
'01-Dec-2006';
'01-Feb-2007';
'01-Apr-2007';
'01-Jun-2007';
'01-Aug-2007';
'01-Oct-2007'];
Compounding = 365;
ValuationDate = ['1-Oct-2005'];
RefRates =[yi(2);
yi(4);
yi(6);
yi(8);
yi(10);
yi(12);
yi(14);
yi(16);
yi(18);
yi(20);
yi(22);
yi(24)];
StartDates = ['01-Oct-2005';
'01-Dec-2005';
'01-Feb-2006';
'01-Apr-2006';
'01-Jun-2006';
'01-Aug-2006';
'01-Oct-2006';
'01-Dec-2006';
'01-Feb-2007'];

```

```

'01-Apr-2007';
'01-Jun-2007';
'01-Aug-2007'];
EndDates = ['01-Dec-2005';
'01-Feb-2006';
'01-Apr-2006';
'01-Jun-2006';
'01-Aug-2006';
'01-Oct-2006';
'01-Dec-2006';
'01-Feb-2007';
'01-Apr-2007';
'01-Jun-2007';
'01-Aug-2007';
'01-Oct-2007'];
Rates = ratetimes(Compounding, RefRates, RefEndDates,...
RefStartDates, EndDates, StartDates, ValuationDate);

```

## 6. Árvore BDT 2007 (Passivo)

```

% BDTree2007L.m
ValuationDate = '10-01-2005';
StartDates = ['01-Oct-2005';
'01-Dec-2005';
'01-Feb-2006';
'01-Apr-2006';
'01-Jun-2006';
'01-Aug-2006';
'01-Oct-2006';
'01-Dec-2006';
'01-Feb-2007';
'01-Apr-2007';
'01-Jun-2007';
'01-Aug-2007'];
EndDates = ['01-Dec-2005';
'01-Feb-2006';
'01-Apr-2006';
'01-Jun-2006';
'01-Aug-2006';
'01-Oct-2006';
'01-Dec-2006';
'01-Feb-2007';
'01-Apr-2007';
'01-Jun-2007';
'01-Aug-2007';
'01-Oct-2007'];
Compounding = 365;
Maturity = EndDates;
i=1;
while i<1000
r = [normrnd(.086,.0222); normrnd(.080,.0201);...
normrnd(.063,.0138); normrnd(.045,.0092);...
normrnd(.037,.0101);normrnd(.045,.0091);...
normrnd(.056,.0132); normrnd(.055,.0133);...
normrnd(.048,.0105); normrnd(.037,.0074);...
normrnd(.031,.0082); normrnd(.035,.0086)];
Volatility = [r(1); r(2); r(3); r(4); r(5); r(6); r(7); r(8); r(9); r(10);...
r(11); r(12)];
BDTVolSpec = bdtvolspec(ValuationDate, EndDates, Volatility);
RateSpec = intenvset('Compounding',365,'Rates', Rates,...

```

```

    'StartDates', StartDates, 'EndDates', EndDates,...
    'ValuationDate', ValuationDate);
BDTTimeSpec = bdttimespec(ValuationDate, Maturity, Compounding);
BDTTree = bdttree(BDTVolspec, RateSpec, BDTTimeSpec);
BDTInstSet = instadd('Bond', 0.00, '10-01-2005', '10-01-2007', 0, 0, [], [], [], [], [], 1000);
[Price, PriceTree] = bdtprice(BDTTree, BDTInstSet);
T = [PriceTree.PTree{1}];
Z(i,:) = T;
i=1+i;
end
Z(1:999,:);

```

## 7. Curva Forward 2008

```

%CurvaForward2008.m
RefStartDates = ['01-Oct-2005'];
RefEndDates = ['01-Jan-2006';
    '01-Apr-2006';
    '01-Jul-2006';
    '01-Oct-2006';
    '01-Jan-2007';
    '01-Apr-2007';
    '01-Jul-2007';
    '01-Oct-2007';
    '01-Jan-2008';
    '01-Apr-2008';
    '01-Jul-2008';
    '01-Oct-2008'];
Compounding = 365;
ValuationDate = ['1-Oct-2005'];
RefRates = [yi(3);
    yi(6);
    yi(9);
    yi(12);
    yi(15);
    yi(18);
    yi(21);
    yi(24);
    yi(27);
    yi(30);
    yi(33);
    yi(36)];
StartDates = ['01-Oct-2005';
    '01-Jan-2006';
    '01-Apr-2006';
    '01-Jul-2006';
    '01-Oct-2006';
    '01-Jan-2007';
    '01-Apr-2007';
    '01-Jul-2007';
    '01-Oct-2007';
    '01-Jan-2008';
    '01-Apr-2008';
    '01-Jul-2008'];
EndDates = ['01-Jan-2006';
    '01-Apr-2006';
    '01-Jul-2006';
    '01-Oct-2006';
    '01-Jan-2007';
    '01-Apr-2007'];

```

```
'01-Jul-2007';
'01-Oct-2007';
'01-Jan-2008';
'01-Apr-2008';
'01-Jul-2008';
'01-Oct-2008'];
Rates = ratetimes(Compounding, RefRates, RefEndDates,...
  RefStartDates, EndDates, StartDates, ValuationDate);
```

## 8. Árvore BDT 2008 (Ativo)

```
% BDTTree2008.m
ValuationDate = '10-01-2005';
StartDates = ['01-Oct-2005';
  '01-Jan-2006';
  '01-Apr-2006';
  '01-Jul-2006';
  '01-Oct-2006';
  '01-Jan-2007';
  '01-Apr-2007';
  '01-Jul-2007';
  '01-Oct-2007';
  '01-Jan-2008';
  '01-Apr-2008';
  '01-Jul-2008'];
EndDates = ['01-Jan-2006';
  '01-Apr-2006';
  '01-Jul-2006';
  '01-Oct-2006';
  '01-Jan-2007';
  '01-Apr-2007';
  '01-Jul-2007';
  '01-Oct-2007';
  '01-Jan-2008';
  '01-Apr-2008';
  '01-Jul-2008';
  '01-Oct-2008'];
Compounding = 365;
Maturity = EndDates;
i=1;
while i<1000
r = [normrnd(.0850,.0218); normrnd(.0675,.0154);...
  normrnd(.0410,.0094); normrnd(.0417,.0083);...
  normrnd(.0560,.0131); normrnd(.0501,.0109);...
  normrnd(.0345,.0074); normrnd(.0329,.0082);...
  normrnd(.0472,.0140); normrnd(.0597,.0205);...
  normrnd(.0594,.0211); normrnd(.0505,.0175)];
Volatility = [r(1); r(2); r(3); r(4); r(5); r(6); r(7); r(8); r(9); r(10);...
  r(11); r(12)];
BDTVolSpec = bdtvolspec(ValuationDate, EndDates, Volatility);
RateSpec = intenvset('Compounding',365,'Rates', Rates,...
  'StartDates', StartDates, 'EndDates', EndDates,...
  'ValuationDate', ValuationDate);
BDTTimeSpec = bdttimespec(ValuationDate, Maturity, Compounding);
BDTTree = bdttree(BDTVolSpec, RateSpec, BDTTimeSpec);
BDTInstSet = instadd('Bond', 0.06, '10-01-2005', '10-01-2008', 2, 0, [], [], [], [], [], 1893.84);
[Price, PriceTree] = bdtprice(BDTTree, BDTInstSet);
T = [PriceTree.PTree{1}];
Z(i,:) = T;
i=1+i;
```



```
end
Z(1:999,:)
```

**9. Árvore BDT 2008 (Passivo)**

```
% BDTree2008L.m
ValuationDate = '10-01-2005';
StartDates = ['01-Oct-2005';
'01-Jan-2006';
'01-Apr-2006';
'01-Jul-2006';
'01-Oct-2006';
'01-Jan-2007';
'01-Apr-2007';
'01-Jul-2007';
'01-Oct-2007';
'01-Jan-2008';
'01-Apr-2008';
'01-Jul-2008'];
EndDates = ['01-Jan-2006';
'01-Apr-2006';
'01-Jul-2006';
'01-Oct-2006';
'01-Jan-2007';
'01-Apr-2007';
'01-Jul-2007';
'01-Oct-2007';
'01-Jan-2008';
'01-Apr-2008';
'01-Jul-2008';
'01-Oct-2008'];
Compounding = 365;
Maturity = EndDates;
i=1;
while i<1000
r = [normrnd(.0850,.0218); normrnd(.0675,.0154);...
normrnd(.0410,.0094); normrnd(.0417,.0083);...
normrnd(.0560,.0131); normrnd(.0501,.0109);...
normrnd(.0345,.0074); normrnd(.0329,.0082);...
normrnd(.0472,.0140); normrnd(.0597,.0205);...
normrnd(.0594,.0211); normrnd(.0505,.0175)];
Volatility = [r(1); r(2); r(3); r(4); r(5); r(6); r(7); r(8); r(9); r(10);...
r(11); r(12)];
BDTVolSpec = bdtvolspec(ValuationDate, EndDates, Volatility);
RateSpec = intenvset('Compounding',365,'Rates', Rates,...
'StartDates', StartDates, 'EndDates', EndDates,...
'ValuationDate', ValuationDate);
BDTTimeSpec = bdttimespec(ValuationDate, Maturity, Compounding);
BDTTree = bdttree(BDTVolSpec, RateSpec, BDTTimeSpec);
BDTInstSet = instadd('Bond', 0.00, '10-01-2005', '10-01-2008', 0, 0, [], [], [], [], [], 1000);
[Price, PriceTree] = bdtprice(BDTTree, BDTInstSet);
T = [PriceTree.PTree{1}];
Z(i,:) = T;
i=1+i;
end
Z(1:999,:)
```

**10. Curva Forward 2009**

```
%CurvaForward2009.m
RefStartDates = ['01-Oct-2005'];
```

```

RefEndDates = ['01-Feb-2006';
'01-Jun-2006';
'01-Oct-2006';
'01-Feb-2007';
'01-Jun-2007';
'01-Oct-2007';
'01-Feb-2008';
'01-Jun-2008';
'01-Oct-2008';
'01-Feb-2009';
'01-Jun-2009';
'01-Oct-2009'];
Compounding = 365;
ValuationDate = ['1-Oct-2005'];
RefRates = [yi(4);
yi(8);
yi(12);
yi(16);
yi(20);
yi(24);
yi(28);
yi(32);
yi(36);
yi(40);
yi(44);
yi(48)];
StartDates = ['01-Oct-2005';
'01-Feb-2006';
'01-Jun-2006';
'01-Oct-2006';
'01-Feb-2007';
'01-Jun-2007';
'01-Oct-2007';
'01-Feb-2008';
'01-Jun-2008';
'01-Oct-2008';
'01-Feb-2009';
'01-Jun-2009'];
EndDates = ['01-Feb-2006';
'01-Jun-2006';
'01-Oct-2006';
'01-Feb-2007';
'01-Jun-2007';
'01-Oct-2007';
'01-Feb-2008';
'01-Jun-2008';
'01-Oct-2008';
'01-Feb-2009';
'01-Jun-2009';
'01-Oct-2009'];
Rates = ratetimes(Compounding, RefRates, RefEndDates,...
RefStartDates, EndDates, StartDates, ValuationDate);

```

## 11. Árvore BDT 2009 (Passivo)

```

% BDTree2009L.m
ValuationDate = '10-01-2005';
StartDates = ['01-Oct-2005';
'01-Feb-2006';
'01-Jun-2006'];

```

```

'01-Oct-2006';
'01-Feb-2007';
'01-Jun-2007';
'01-Oct-2007';
'01-Feb-2008';
'01-Jun-2008';
'01-Oct-2008';
'01-Feb-2009';
'01-Jun-2009'];
EndDates = ['01-Feb-2006';
'01-Jun-2006';
'01-Oct-2006';
'01-Feb-2007';
'01-Jun-2007';
'01-Oct-2007';
'01-Feb-2008';
'01-Jun-2008';
'01-Oct-2008';
'01-Feb-2009';
'01-Jun-2009';
'01-Oct-2009'];
Compounding = 365;
Maturity = EndDates;
i=1;
while i<1000
r = [normrnd(.083,.0210); normrnd(.053,.0106);...
normrnd(.039,.0086); normrnd(.055,.0132);...
normrnd(.042,.0084); normrnd(.032,.0081);...
normrnd(.049,.0152); normrnd(.061,.0215);...
normrnd(.052,.0182); normrnd(.040,.0125);...
normrnd(.033,.0073); normrnd(.038,.0066)];
Volatility = [r(1); r(2); r(3); r(4); r(5); r(6); r(7); r(8); r(9); r(10);...
r(11); r(12)];
BDTVolSpec = bdtvolspec(ValuationDate, EndDates, Volatility);
RateSpec = intenvset('Compounding',365,'Rates', Rates,...
'StartDates', StartDates, 'EndDates', EndDates,...
'ValuationDate', ValuationDate);
BDTTimeSpec = bdttimespec(ValuationDate, Maturity, Compounding);
BDTTree = bdttree(BDTVolSpec, RateSpec, BDTTimeSpec);
BDTInstSet = instadd('Bond', 0.00, '10-01-2005', '10-01-2009', 0, 0, [], [], [], [], [], 1000);
[Price, PriceTree] = bdtprice(BDTTree, BDTInstSet);
T = [PriceTree.PTree{1}];
Z(i,:) = T;
i=1+i;
end
Z(1:999,:);

```

## 12. Curva Forward 2010

```

%CurvaForward2010.m
RefStartDates = ['01-Oct-2005'];
RefEndDates = ['01-Mar-2006';
'01-Aug-2006';
'01-Jan-2007';
'01-Jun-2007';
'01-Nov-2007';
'01-Apr-2008';
'01-Sep-2008';
'01-Feb-2009';
'01-Jul-2009'];

```

```

'01-Dec-2009';
'01-May-2010';
'01-Oct-2010'];
Compounding = 365;
ValuationDate = ['1-Oct-2005'];
RefRates = [yi(5);
yi(10);
yi(15);
yi(20);
yi(25);
yi(30);
yi(35);
yi(40);
yi(45);
yi(50);
yi(55);
yi(60)];
StartDates = ['01-Oct-2005';
'01-Mar-2006';
'01-Aug-2006';
'01-Jan-2007';
'01-Jun-2007';
'01-Nov-2007';
'01-Apr-2008';
'01-Sep-2008';
'01-Feb-2009';
'01-Jul-2009';
'01-Dec-2009';
'01-May-2010'];
EndDates = ['01-Mar-2006';
'01-Aug-2006';
'01-Jan-2007';
'01-Jun-2007';
'01-Nov-2007';
'01-Apr-2008';
'01-Sep-2008';
'01-Feb-2009';
'01-Jul-2009';
'01-Dec-2009';
'01-May-2010';
'01-Oct-2010'];
Rates = ratetimes(Compounding, RefRates, RefEndDates,...
RefStartDates, EndDates, StartDates, ValuationDate);

```

### 13. Árvore BDT 2010 (Passivo)

```

% BDTree2010L.m
ValuationDate = '10-01-2005';
StartDates = ['01-Oct-2005';
'01-Mar-2006';
'01-Aug-2006';
'01-Jan-2007';
'01-Jun-2007';
'01-Nov-2007';
'01-Apr-2008';
'01-Sep-2008';
'01-Feb-2009';
'01-Jul-2009';
'01-Dec-2009';
'01-May-2010'];

```

```

EndDates =['01-Mar-2006';
'01-Aug-2006';
'01-Jan-2007';
'01-Jun-2007';
'01-Nov-2007';
'01-Apr-2008';
'01-Sep-2008';
'01-Feb-2009';
'01-Jul-2009';
'01-Dec-2009';
'01-May-2010';
'01-Oct-2010'];
Compounding = 365;
Maturity = EndDates;
i=1;
while i<1000
r = [normrnd(.080,.0199); normrnd(.041,.0094);...
normrnd(.051,.0113); normrnd(.044,.0090);...
normrnd(.033,.0081); normrnd(.056,.0185);...
normrnd(.056,.0199); normrnd(.041,.0132);...
normrnd(.033,.0070); normrnd(.042,.0057);...
normrnd(.061,.0110); normrnd(.077,.0178)];
Volatility = [r(1); r(2); r(3); r(4); r(5); r(6); r(7); r(8); r(9); r(10);...
r(11); r(12)];
BDTVolSpec = bdtvolspec(ValuationDate, EndDates, Volatility);
RateSpec = intenvset('Compounding',365,'Rates', Rates,...
'StartDates', StartDates, 'EndDates', EndDates,...
'ValuationDate', ValuationDate);
BDTTimeSpec = bdttimespec(ValuationDate, Maturity, Compounding);
BDTTree = bdttree(BDTVolSpec, RateSpec, BDTTimeSpec);
BDTInstSet = instadd('Bond', 0.00, '10-01-2005', '10-01-2010', 0, 0, [], [], [], [], [], 1000);
[Price, PriceTree] = bdtprice(BDTTree, BDTInstSet);
T = [PriceTree.PTree{1}];
Z(i,:) = T;
i=1+i;
end
Z(1:999,:)

```

#### 14. Curva Forward 2011

```

%CurvaForward2011.m
RefStartDates = ['01-Oct-2005'];
RefEndDates =['01-Apr-2006';
'01-Out-2006';
'01-Apr-2006';
'01-Out-2007';
'01-Apr-2007';
'01-Out-2008';
'01-Apr-2008';
'01-Out-2009';
'01-Apr-2009';
'01-Out-2010';
'01-Apr-2010';
'01-Out-2011';
'01-Apr-2011'];
Compounding = 365;
ValuationDate = ['1-Oct-2005'];
RefRates =[yi(6);
yi(12);
yi(18);
yi(24);

```

```

yi(30);
yi(36);
yi(42);
yi(48);
yi(54);
yi(60);
yi(66);
yi(72)];
StartDates = ['01-Oct-2005';
'01-Apr-2006';
'01-Out-2006';
'01-Apr-2006';
'01-Out-2007';
'01-Apr-2007';
'01-Out-2008';
'01-Apr-2008';
'01-Out-2009';
'01-Apr-2009';
'01-Out-2010';
'01-Apr-2011'];
EndDates = ['01-Apr-2006';
'01-Out-2006';
'01-Apr-2006';
'01-Out-2007';
'01-Apr-2007';
'01-Out-2008';
'01-Apr-2008';
'01-Out-2009';
'01-Apr-2009';
'01-Out-2010';
'01-Apr-2011';
'01-Out-2011'];
Rates = ratetimes(Compounding, RefRates, RefEndDates,...
RefStartDates, EndDates, StartDates, ValuationDate);

```

## 15. Árvore BDT 2011 (Ativo)

```

% BDTree2011.m
ValuationDate = '10-01-2005';
StartDates = ['01-Oct-2005';
'01-Apr-2006';
'01-Out-2006';
'01-Apr-2006';
'01-Out-2007';
'01-Apr-2007';
'01-Out-2008';
'01-Apr-2008';
'01-Out-2009';
'01-Apr-2009';
'01-Out-2010';
'01-Apr-2011'];
EndDates =['01-Apr-2006';
'01-Out-2006';
'01-Apr-2007';
'01-Out-2007';
'01-Apr-2008';
'01-Out-2008';
'01-Apr-2009';
'01-Out-2009';
'01-Apr-2010';

```

```

'01-Out-2010';
'01-Apr-2011';
'01-Out-2011'];
Compounding = 365;
Maturity = EndDates;
i=1;
while i<1000
r = [normrnd(.07595,.01844); normrnd(.06127,.01583);...
normrnd(.06127,.01583); normrnd(.03118,.00916);...
normrnd(.03704,.00878); normrnd(.03715,.01017);...
normrnd(.03245,.00848); normrnd(.03551,.00842);...
normrnd(.03346,.00919); normrnd(.03575,.00844);...
normrnd(.08722,.02215); normrnd(.08418,.02103)];
Volatility = [r(1); r(2); r(3); r(4); r(5); r(6); r(7); r(8); r(9); r(10);...
r(11); r(12)];
BDTVolSpec = bdtvolspec(ValuationDate, EndDates, Volatility);
RateSpec = intenvset('Compounding',365,'Rates', Rates,...
'StartDates', StartDates, 'EndDates', EndDates,...
'ValuationDate', ValuationDate);
BDTTimeSpec = bdttimespec(ValuationDate, Maturity, Compounding);
BDTTree = bdttree(BDTVolSpec, RateSpec, BDTTimeSpec);
BDTInstSet = instadd('Bond', 0.06, '10-01-2005', '10-01-2011', 2, 0, [], [], [], [], [], 1893.84);
[Price, PriceTree] = bdtprice(BDTTree, BDTInstSet);
T = [PriceTree.PTree{1}];
Z(i,:) = T;
i=1+i;
end
Z(1:999,:)

```

## 16. Árvore BDT 2011 (Passivo)

```

% BDTTree2011L.m
ValuationDate = '10-01-2005';
StartDates = ['01-Oct-2005';
'01-Apr-2006';
'01-Out-2006';
'01-Apr-2006';
'01-Out-2007';
'01-Apr-2007';
'01-Out-2008';
'01-Apr-2008';
'01-Out-2009';
'01-Apr-2009';
'01-Out-2010';
'01-Apr-2011'];
EndDates = ['01-Apr-2006';
'01-Out-2006';
'01-Apr-2007';
'01-Out-2007';
'01-Apr-2008';
'01-Out-2008';
'01-Apr-2009';
'01-Out-2009';
'01-Apr-2010';
'01-Out-2010';
'01-Apr-2011';
'01-Out-2011'];
Compounding = 365;
Maturity = EndDates;
i=1;

```

```

while i<1000
r = [normrnd(.07595,.01844); normrnd(.06127,.01583);...
    normrnd(.06127,.01583); normrnd(.03118,.00916);...
    normrnd(.03704,.00878); normrnd(.03715,.01017);...
    normrnd(.03245,.00848); normrnd(.03551,.00842);...
    normrnd(.03346,.00919); normrnd(.03575,.00844);...
    normrnd(.08722,.02215); normrnd(.08418,.02103)];
Volatility = [r(1); r(2); r(3); r(4); r(5); r(6); r(7); r(8); r(9); r(10);...
    r(11); r(12)];
BDTVolSpec = bdtvolspec(ValuationDate, EndDates, Volatility);
RateSpec = intenvset('Compounding',365,'Rates', Rates,...
    'StartDates', StartDates, 'EndDates', EndDates,...
    'ValuationDate', ValuationDate);
BDTTimeSpec = bdttimespec(ValuationDate, Maturity, Compounding);
BDTTree = bdttree(BDTVolSpec, RateSpec, BDTTimeSpec);
BDTInstSet = instadd('Bond', 0.00, '10-01-2005', '10-01-2011', 0, 0, [], [], [], [], [], 1000);
[Price, PriceTree] = bdtprice(BDTTree, BDTInstSet);
T = [PriceTree.PTree{1}];
Z(i,:) = T;
i=1+i;
end
Z(1:999,:)

```

## 17. Curva Forward 2012

```

%CurvaForward2012.m
RefStartDates = ['01-Oct-2005'];
RefEndDates = ['01-May-2006';
    '01-Dec-2006';
    '01-Jul-2007';
    '01-Feb-2008';
    '01-Sep-2008';
    '01-Apr-2009';
    '01-Nov-2009';
    '01-Jun-2010';
    '01-Jan-2011';
    '01-Aug-2011';
    '01-Mar-2012';
    '01-Oct-2012'];
Compounding = 365;
ValuationDate = ['1-Oct-2005'];
RefRates = [yi(7);
    yi(14);
    yi(21);
    yi(28);
    yi(35);
    yi(42);
    yi(49);
    yi(56);
    yi(63);
    yi(70);
    yi(77);
    yi(84)];
StartDates = ['01-Oct-2005';
    '01-May-2006';
    '01-Dec-2006';
    '01-Jul-2007';
    '01-Feb-2008';
    '01-Sep-2008';
    '01-Apr-2009'];

```



```

'01-Nov-2009';
'01-Jun-2010';
'01-Jan-2011';
'01-Aug-2011';
'01-Mar-2012'];
EndDates = ['01-May-2006';
'01-Dec-2006';
'01-Jul-2007';
'01-Feb-2008';
'01-Sep-2008';
'01-Apr-2009';
'01-Nov-2009';
'01-Jun-2010';
'01-Jan-2011';
'01-Aug-2011';
'01-Mar-2012';
'01-Oct-2012'];
Rates = ratetimes(Compounding, RefRates, RefEndDates,...
RefStartDates, EndDates, StartDates, ValuationDate);

```

## 18. Árvore BDT 2012 (Passivo)

```

% BDTtree2012L.m
ValuationDate = '10-01-2005';
StartDates = ['01-Oct-2005';
'01-May-2006';
'01-Dec-2006';
'01-Jul-2007';
'01-Feb-2008';
'01-Sep-2008';
'01-Apr-2009';
'01-Nov-2009';
'01-Jun-2010';
'01-Jan-2011';
'01-Aug-2011';
'01-Mar-2012'];
EndDates = ['01-May-2006';
'01-Dec-2006';
'01-Jul-2007';
'01-Feb-2008';
'01-Sep-2008';
'01-Apr-2009';
'01-Nov-2009';
'01-Jun-2010';
'01-Jan-2011';
'01-Aug-2011';
'01-Mar-2012';
'01-Oct-2012'];
Compounding = 365;
Maturity = EndDates;
i=1;
while i<1000
r = [normrnd(.072,.0169); normrnd(.040,.0084);...
normrnd(.043,.0088); normrnd(.041,.0111);...
normrnd(.058,.0204); normrnd(.039,.0117);...
normrnd(.037,.0070); normrnd(.061,.0109);...
normrnd(.082,.0197); normrnd(.087,.0221);...
normrnd(.078,.0186); normrnd(.066,.0138)];
Volatility = [r(1); r(2); r(3); r(4); r(5); r(6); r(7); r(8); r(9); r(10);...
r(11); r(12)];

```

```

BDTVolSpec = bdtvolspec(ValuationDate, EndDates, Volatility);
RateSpec = intenvset('Compounding',365,'Rates', Rates,...
    'StartDates', StartDates, 'EndDates', EndDates,...
    'ValuationDate', ValuationDate);
BDTTimeSpec = bdttimespec(ValuationDate, Maturity, Compounding);
BDTTree = bdttree(BDTVolSpec, RateSpec, BDTTimeSpec);
BDTInstSet = instadd('Bond', 0.00, '10-01-2005', '10-01-2012', 0, 0, [], [], [], [], 1000);
[Price, PriceTree] = bdtprice(BDTTree, BDTInstSet);
T = [PriceTree.PTree{1}];
Z(i,:) = T;
i=1+i;
end
Z(1:999,:)

```

### 19. Curva Forward 2013

```

%CurvaForward2013.m
RefStartDates = ['01-Oct-2005'];
RefEndDates = ['01-Jun-2006';
    '01-Feb-2007';
    '01-Oct-2007';
    '01-Jun-2008';
    '01-Feb-2009';
    '01-Oct-2009';
    '01-Jun-2010';
    '01-Feb-2011';
    '01-Oct-2011';
    '01-Jun-2012';
    '01-Feb-2013';
    '01-Oct-2013'];
Compounding = 365;
ValuationDate = ['1-Oct-2005'];
RefRates = [yi(8);
    yi(16);
    yi(24);
    yi(32);
    yi(40);
    yi(48);
    yi(56);
    yi(64);
    yi(72);
    yi(80);
    yi(88);
    yi(96)];
StartDates = ['01-Oct-2005';
    '01-Jun-2006';
    '01-Feb-2007';
    '01-Oct-2007';
    '01-Jun-2008';
    '01-Feb-2009';
    '01-Oct-2009';
    '01-Jun-2010';
    '01-Feb-2011';
    '01-Oct-2011';
    '01-Jun-2012';
    '01-Feb-2013'];
EndDates = ['01-Jun-2006';
    '01-Feb-2007';
    '01-Oct-2007';
    '01-Jun-2008'];

```

```
'01-Feb-2009';
'01-Oct-2009';
'01-Jun-2010';
'01-Feb-2011';
'01-Oct-2011';
'01-Jun-2012';
'01-Feb-2013';
'01-Oct-2013'];
Rates = ratetimes(Compounding, RefRates, RefEndDates,...
  RefStartDates, EndDates, StartDates, ValuationDate);
```

## 20. Árvore BDT 2013 (Passivo)

```
% BDTTree2013L.m
ValuationDate = '10-01-2005';
StartDates = ['01-Oct-2005';
'01-Jun-2006';
'01-Feb-2007';
'01-Oct-2007';
'01-Jun-2008';
'01-Feb-2009';
'01-Oct-2009';
'01-Jun-2010';
'01-Feb-2011';
'01-Oct-2011';
'01-Jun-2012';
'01-Feb-2013'];
EndDates = ['01-Jun-2006';
'01-Feb-2007';
'01-Oct-2007';
'01-Jun-2008';
'01-Feb-2009';
'01-Oct-2009';
'01-Jun-2010';
'01-Feb-2011';
'01-Oct-2011';
'01-Jun-2012';
'01-Feb-2013';
'01-Oct-2013'];
Compounding = 365;
Maturity = EndDates;
i=1;
while i<1000
r = [normrnd(.067,.0151); normrnd(.046,.0093);...
  normrnd(.033,.0078); normrnd(.055,.0183);...
  normrnd(.045,.0153); normrnd(.034,.0069);...
  normrnd(.059,.0100); normrnd(.082,.0200);...
  normrnd(.086,.0216); normrnd(.074,.0170);...
  normrnd(.059,.0112); normrnd(.045,.0065)];
Volatility = [r(1); r(2); r(3); r(4); r(5); r(6); r(7); r(8); r(9); r(10);...
  r(11); r(12)];
BDTVolSpec = bdtvolspec(ValuationDate, EndDates, Volatility);
RateSpec = intenvset('Compounding',365,'Rates', Rates,...
  'StartDates', StartDates, 'EndDates', EndDates,...
  'ValuationDate', ValuationDate);
BDTTimeSpec = bdttimespec(ValuationDate, Maturity, Compounding);
BDTTree = bdttree(BDTVolSpec, RateSpec, BDTTimeSpec);
BDTInstSet = instadd('Bond', 0.00, '10-01-2005', '10-01-2013', 0, 0, [], [], [], [], [], 1000);
[Price, PriceTree] = bdtprice(BDTTree, BDTInstSet);
T = [PriceTree.PTree{1}];
```

```
Z(i,:) = T;
i=1+i;
end
Z(1:999,:)
```

## 21. Curva Forward 2014

```
%CurvaForward2014.m
RefStartDates = ['01-Oct-2005'];
RefEndDates = ['01-Jul-2006';
'01-Apr-2007';
'01-Jan-2008';
'01-Oct-2008';
'01-Jul-2009';
'01-Apr-2010';
'01-Jan-2011';
'01-Oct-2011';
'01-Jul-2012';
'01-Apr-2013';
'01-Jan-2014';
'01-Oct-2014'];
Compounding = 365;
ValuationDate = ['1-Oct-2005'];
RefRates = [yi(9);
yi(18);
yi(27);
yi(36);
yi(45);
yi(54);
yi(63);
yi(72);
yi(81);
yi(90);
yi(99);
yi(108)];
StartDates = ['01-Oct-2005';
'01-Jul-2006';
'01-Apr-2007';
'01-Jan-2008';
'01-Oct-2008';
'01-Jul-2009';
'01-Apr-2010';
'01-Jan-2011';
'01-Oct-2011';
'01-Jul-2012';
'01-Apr-2013';
'01-Jan-2014'];
EndDates = ['01-Jul-2006';
'01-Apr-2007';
'01-Jan-2008';
'01-Oct-2008';
'01-Jul-2009';
'01-Apr-2010';
'01-Jan-2011';
'01-Oct-2011';
'01-Jul-2012';
'01-Apr-2013';
'01-Jan-2014';
'01-Oct-2014'];
Rates = ratetimes(Compounding, RefRates, RefEndDates,...
```

```
RefStartDates, EndDates, StartDates, ValuationDate);
```

## 22. Árvore BDT 2014 (Passivo)

```
% BDTree2014L.m
ValuationDate = '10-01-2005';
StartDates = ['01-Oct-2005';
'01-Jul-2006';
'01-Apr-2007';
'01-Jan-2008';
'01-Oct-2008';
'01-Jul-2009';
'01-Apr-2010';
'01-Jan-2011';
'01-Oct-2011';
'01-Jul-2012';
'01-Apr-2013';
'01-Jan-2014'];
EndDates = ['01-Jul-2006';
'01-Apr-2007';
'01-Jan-2008';
'01-Oct-2008';
'01-Jul-2009';
'01-Apr-2010';
'01-Jan-2011';
'01-Oct-2011';
'01-Jul-2012';
'01-Apr-2013';
'01-Jan-2014';
'01-Oct-2014'];
Compounding = 365;
Maturity = EndDates;
i=1;
while i<1000
r = [normrnd(.062,.0134); normrnd(.049,.0104);...
normrnd(.033,.0081); normrnd(.056,.0198);...
normrnd(.034,.0088); normrnd(.049,.0066);...
normrnd(.079,.0186); normrnd(.086,.0217);...
normrnd(.073,.0166); normrnd(.057,.0102);...
normrnd(.040,.0062); normrnd(.031,.0085)];
Volatility = [r(1); r(2); r(3); r(4); r(5); r(6); r(7); r(8); r(9); r(10);...
r(11); r(12)];
BDTVolSpec = bdtvolspec(ValuationDate, EndDates, Volatility);
RateSpec = intenvset('Compounding',365,'Rates', Rates,...
'StartDates', StartDates, 'EndDates', EndDates,...
'ValuationDate', ValuationDate);
BDTTimeSpec = bdttimespec(ValuationDate, Maturity, Compounding);
BDTTree = bdttree(BDTVolSpec, RateSpec, BDTTimeSpec);
BDTInstSet = instadd('Bond', 0.00, '10-01-2005', '10-01-2014', 0, 0, [], [], [], [], [], 1000);
[Price, PriceTree] = bdtprice(BDTTree, BDTInstSet);
T = [PriceTree.PTree{1}];
Z(i,:) = T;
i=1+i;
end
Z(1:999,:)
```

## 23. Curva Forward 2015

```
%CurvaForward2015.m
RefStartDates = ['01-Oct-2005'];
```

```

RefEndDates = ['01-Aug-2006';
'01-Jun-2007';
'01-Apr-2008';
'01-Feb-2009';
'01-Dec-2009';
'01-Oct-2010';
'01-Aug-2011';
'01-Jun-2012';
'01-Apr-2013';
'01-Feb-2014';
'01-Dec-2014';
'01-Oct-2015'];
Compounding = 365;
ValuationDate = ['1-Oct-2005'];
RefRates = [yi(10);
yi(20);
yi(30);
yi(40);
yi(50);
yi(60);
yi(70);
yi(80);
yi(90);
yi(100);
yi(110);
yi(120)];
StartDates = ['01-Oct-2005';
'01-Aug-2006';
'01-Jun-2007';
'01-Apr-2008';
'01-Feb-2009';
'01-Dec-2009';
'01-Oct-2010';
'01-Aug-2011';
'01-Jun-2012';
'01-Apr-2013';
'01-Feb-2014';
'01-Dec-2014'];
EndDates = ['01-Aug-2006';
'01-Jun-2007';
'01-Apr-2008';
'01-Feb-2009';
'01-Dec-2009';
'01-Oct-2010';
'01-Aug-2011';
'01-Jun-2012';
'01-Apr-2013';
'01-Feb-2014';
'01-Dec-2014';
'01-Oct-2015'];
Rates = ratetimes(Compounding, RefRates, RefEndDates,...
RefStartDates, EndDates, StartDates, ValuationDate);

```

## 24. Árvore BDT 2015 (Passivo)

```

% BDTree2015L.m
ValuationDate = '10-01-2005';
StartDates = ['01-Oct-2005';
'01-Aug-2006';
'01-Jun-2007';

```

```

'01-Apr-2008';
'01-Feb-2009';
'01-Dec-2009';
'01-Oct-2010';
'01-Aug-2011';
'01-Jun-2012';
'01-Apr-2013';
'01-Feb-2014';
'01-Dec-2014'];
EndDates = ['01-Aug-2006';
'01-Jun-2007';
'01-Apr-2008';
'01-Feb-2009';
'01-Dec-2009';
'01-Oct-2010';
'01-Aug-2011';
'01-Jun-2012';
'01-Apr-2013';
'01-Feb-2014';
'01-Dec-2014';
'01-Oct-2015'];
Compounding = 365;
Maturity = EndDates;
i=1;
while i<1000
r = [normrnd(.058,.0118); normrnd(.048,.0101);...
normrnd(.042,.0117); normrnd(.048,.0165);...
normrnd(.036,.0071); normrnd(.069,.0143);...
normrnd(.086,.0219); normrnd(.075,.0176);...
normrnd(.058,.0105); normrnd(.040,.0063);...
normrnd(.030,.0084); normrnd(.035,.0109)];
Volatility = [r(1); r(2); r(3); r(4); r(5); r(6); r(7); r(8); r(9); r(10);...
r(11); r(12)];
BDTVolSpec = bdtvolspec(ValuationDate, EndDates, Volatility);
RateSpec = intenvset('Compounding',365,'Rates', Rates,...
'StartDates', StartDates, 'EndDates', EndDates,...
'ValuationDate', ValuationDate);
BDTTimeSpec = bdttimespec(ValuationDate, Maturity, Compounding);
BDTTree = bdttree(BDTVolSpec, RateSpec, BDTTimeSpec);
BDTInstSet = instadd('Bond', 0.00, '10-01-2005', '10-01-2015', 0, 0, [], [], [], [], [], 1000);
[Price, PriceTree] = bdtprice(BDTTree, BDTInstSet);
T = [PriceTree.PTree{1}];
Z(i,:) = T;
i=1+i;
end
Z(1:999,:);

```

## 25. Curva Forward 2017

```

%CurvaForward2017.m
RefStartDates = ['01-Oct-2005'];
RefEndDates = ['01-Out-2006';
'01-Out-2007';
'01-Out-2008';
'01-Out-2009';
'01-Out-2010';
'01-Out-2011';
'01-Out-2012';
'01-Out-2013';
'01-Out-2014'];

```

```

'01-Out-2015';
'01-Out-2016';
'01-Out-2017'];
Compounding = 365;
ValuationDate = ['1-Oct-2005'];
RefRates = [yi(12);
yi(24);
yi(36);
yi(48);
yi(60);
yi(72);
yi(84);
yi(96);
yi(108);
yi(120);
yi(132);
yi(144)];
StartDates = ['01-Oct-2005';
'01-Out-2006';
'01-Out-2007';
'01-Out-2008';
'01-Out-2009';
'01-Out-2010';
'01-Out-2011';
'01-Out-2012';
'01-Out-2013';
'01-Out-2014';
'01-Out-2015';
'01-Out-2016'];
EndDates = ['01-Out-2006';
'01-Out-2007';
'01-Out-2008';
'01-Out-2009';
'01-Out-2010';
'01-Out-2011';
'01-Out-2012';
'01-Out-2013';
'01-Out-2014';
'01-Out-2015';
'01-Out-2016';
'01-Out-2017'];
Rates = ratetimes(Compounding, RefRates, RefEndDates,...
RefStartDates, EndDates, StartDates, ValuationDate);

```

## 26. Árvore BDT 2017 (Ativo)

```

% BDTree2017.m
ValuationDate = '10-01-2005';
StartDates = ['01-Oct-2005';
'01-Out-2006';
'01-Out-2007';
'01-Out-2008';
'01-Out-2009';
'01-Out-2010';
'01-Out-2011';
'01-Out-2012';
'01-Out-2013';
'01-Out-2014';
'01-Out-2015';
'01-Out-2016'];

```



```

EndDates =['01-Out-2006';
'01-Out-2007';
'01-Out-2008';
'01-Out-2009';
'01-Out-2010';
'01-Out-2011';
'01-Out-2012';
'01-Out-2013';
'01-Out-2014';
'01-Out-2015';
'01-Out-2016';
'01-Out-2017'];
Compounding = 365;
Maturity = EndDates;
i=1;
while i<1000
r = [normrnd(.04890,.00949); normrnd(.03819,.00754);...
normrnd(.05395,.01821); normrnd(.03293,.00743);...
normrnd(.06510,.01274); normrnd(.08569,.02159);...
normrnd(.07035,.01556); normrnd(.04811,.00733);...
normrnd(.03147,.00871); normrnd(.03392,.01052);...
normrnd(.04320,.01453); normrnd(.04362,.01466)];
Volatility = [r(1); r(2); r(3); r(4); r(5); r(6); r(7); r(8); r(9); r(10);...
r(11); r(12)];
BDTVolSpec = bdtvolspec(ValuationDate, EndDates, Volatility);
RateSpec = intenvset('Compounding',365,'Rates', Rates,...
'StartDates', StartDates, 'EndDates', EndDates,...
'ValuationDate', ValuationDate);
BDTTimeSpec = bdttimespec(ValuationDate, Maturity, Compounding);
BDTTree = bdttree(BDTVolSpec, RateSpec, BDTTimeSpec);
BDTInstSet = instadd('Bond', 0.06, '10-01-2005', '10-01-2017', 2, 0, [], [], [], [], [], 1893.84);
[Price, PriceTree] = bdtprice(BDTTree, BDTInstSet);
T = [PriceTree.PTree{1}];
Z(i,:) = T;
i=1+i;
end
Z(1:999,:)

```

## 27. Curva Forward 2021

```

%CurvaForward2021.m
RefStartDates = ['01-Oct-2005'];
RefEndDates =['01-Feb-2007';
'01-Jun-2008';
'01-Out-2009';
'01-Feb-2011';
'01-Jun-2012';
'01-Out-2013';
'01-Feb-2015';
'01-Jun-2016';
'01-Out-2017';
'01-Feb-2019';
'01-Jun-2020';
'01-Out-2021'];
Compounding = 365;
ValuationDate = ['1-Oct-2005'];
RefRates =[yi(16);
yi(32);
yi(48);
yi(64);

```

```

yi(80);
yi(96);
yi(112);
yi(128);
yi(144);
yi(160);
yi(176);
yi(192)];
StartDates = ['01-Oct-2005';
'01-Feb-2007';
'01-Jun-2008';
'01-Out-2009';
'01-Feb-2011';
'01-Jun-2012';
'01-Out-2013';
'01-Feb-2015';
'01-Jun-2016';
'01-Out-2017';
'01-Feb-2019';
'01-Jun-2020'];
EndDates = ['01-Feb-2007';
'01-Jun-2008';
'01-Out-2009';
'01-Feb-2011';
'01-Jun-2012';
'01-Out-2013';
'01-Feb-2015';
'01-Jun-2016';
'01-Out-2017';
'01-Feb-2019';
'01-Jun-2020';
'01-Out-2021'];
Rates = ratetimes(Compounding, RefRates, RefEndDates,...
RefStartDates, EndDates, StartDates, ValuationDate);

```

## 28. Árvore BDT 2021 (Ativo)

```

% BDTree2021.m
ValuationDate = '10-01-2005';
StartDates = ['01-Oct-2005';
'01-Feb-2007';
'01-Jun-2008';
'01-Out-2009';
'01-Feb-2011';
'01-Jun-2012';
'01-Out-2013';
'01-Feb-2015';
'01-Jun-2016';
'01-Out-2017';
'01-Feb-2019';
'01-Jun-2020'];
EndDates = ['01-Feb-2007';
'01-Jun-2008';
'01-Out-2009';
'01-Feb-2011';
'01-Jun-2012';
'01-Out-2013';
'01-Feb-2015';
'01-Jun-2016';
'01-Out-2017'];

```

```

'01-Feb-2019';
'01-Jun-2020';
'01-Out-2021'];
Compounding = 365;
Maturity = EndDates;
i=1;
while i<1000
r = [normrnd(.03854,.00946); normrnd(.03539,.00892);...
normrnd(.03480,.00933); normrnd(.07014,.01492);...
normrnd(.07974,.01928); normrnd(.05174,.00846);...
normrnd(.03048,.00845); normrnd(.03885,.01273);...
normrnd(.04400,.01484); normrnd(.03290,.00975);...
normrnd(.03441,.00889); normrnd(.05051,.00867)];
Volatility = [r(1); r(2); r(3); r(4); r(5); r(6); r(7); r(8); r(9); r(10);...
r(11); r(12)];
BDTVolSpec = bdtvolspec(ValuationDate, EndDates, Volatility);
RateSpec = intenvset('Compounding',365,'Rates', Rates,...
'StartDates', StartDates, 'EndDates', EndDates,...
'ValuationDate', ValuationDate);
BDTTimeSpec = bdttimespec(ValuationDate, Maturity, Compounding);
BDTTree = bdttree(BDTVolSpec, RateSpec, BDTTimeSpec);
BDTInstSet = instadd('Bond', 0.06, '10-01-2005', '10-01-2021', 2, 0, [], [], [], [], [], 1893.84);
[Price, PriceTree] = bdtprice(BDTTree, BDTInstSet);
T = [PriceTree.PTree{1}];
Z(i,:) = T;
i=i+1;
end
Z(1:999,:);

```

## 29. Curva Forward 2031

```

%CurvaForward2031.m
RefStartDates = ['01-Oct-2005'];
RefEndDates = ['01-Nov-2007';
'01-Dec-2009';
'01-Jan-2012';
'01-Feb-2014';
'01-Mar-2016';
'01-Apr-2018';
'01-May-2020';
'01-Jun-2022';
'01-Jul-2024';
'01-Aug-2026';
'01-Sep-2028';
'01-Oct-2030'];
Compounding = 365;
ValuationDate = ['1-Oct-2005'];
RefRates = [yi(25);
yi(50);
yi(75);
yi(100);
yi(125);
yi(150);
yi(175);
yi(200);
yi(225);
yi(250);
yi(275);
yi(300)];
StartDates = ['01-Oct-2005'];

```

```

'01-Nov-2007';
'01-Dec-2009';
'01-Jan-2012';
'01-Feb-2014';
'01-Mar-2016';
'01-Apr-2018';
'01-May-2020';
'01-Jun-2022';
'01-Jul-2024';
'01-Aug-2026';
'01-Sep-2028'];
EndDates = ['01-Nov-2007';
'01-Dec-2009';
'01-Jan-2012';
'01-Feb-2014';
'01-Mar-2016';
'01-Apr-2018';
'01-May-2020';
'01-Jun-2022';
'01-Jul-2024';
'01-Aug-2026';
'01-Sep-2028';
'01-Oct-2030'];
Rates = ratetimes(Compounding, RefRates, RefEndDates,...
RefStartDates, EndDates, StartDates, ValuationDate);

```

### 30. Árvore BDT 2031 (Ativo)

```

% BDTree2031.m
ValuationDate = '10-01-2005';
StartDates = ['01-Oct-2005';
'01-Nov-2007';
'01-Dec-2009';
'01-Jan-2012';
'01-Feb-2014';
'01-Mar-2016';
'01-Apr-2018';
'01-May-2020';
'01-Jun-2022';
'01-Jul-2024';
'01-Aug-2026';
'01-Sep-2028'];
EndDates = ['01-Nov-2007';
'01-Dec-2009';
'01-Jan-2012';
'01-Feb-2014';
'01-Mar-2016';
'01-Apr-2018';
'01-May-2020';
'01-Jun-2022';
'01-Jul-2024';
'01-Aug-2026';
'01-Sep-2028';
'01-Oct-2030'];
Compounding = 365;
Maturity = EndDates;
i=1;
while i<1000
r = [normrnd(.03431,.00967); normrnd(.03702,.01090);...
normrnd(.07793,.01831); normrnd(.05236,.00869)];...

```

```

normrnd(.03233,.00975); normrnd(.04203,.01401);...
normrnd(.03145,.00869); normrnd(.05413,.00971);...
normrnd(.07498,.01699); normrnd(.07180,.01568);...
normrnd(.03913,.00964); normrnd(.08727,.02910)];
Volatility = [r(1); r(2); r(3); r(4); r(5); r(6); r(7); r(8); r(9); r(10);...
r(11); r(12)];
BDTVolSpec = bdtvolspec(ValuationDate, EndDates, Volatility);
RateSpec = intenvset('Compounding',365,'Rates', Rates,...
'StartDates', StartDates, 'EndDates', EndDates,...
'ValuationDate', ValuationDate);
BDTTimeSpec = bdttimespec(ValuationDate, Maturity, Compounding);
BDTTree = bdttree(BDTVolSpec, RateSpec, BDTTimeSpec);
BDTInstSet = instadd('Bond', 0.12, '10-01-2005', '10-01-2030', 2, 0, [], [], [], [], [], 1805.16);
[Price, PriceTree] = bdtprice(BDTTree, BDTInstSet);
T = [PriceTree.PTree{1}];
Z(i,:) = T;
i=i+1;
end
Z(1:999,:);

```

<sup>i</sup> A rigor, o VGBL é um plano de seguro de vida com cobertura por sobrevivência e não um plano de previdência, embora exista a alternativa de indenização sob a forma de anuidade, baseada no montante acumulado ao final do prazo de diferimento.

<sup>ii</sup> A resolução do Conselho de Gestão da Previdência Complementar nº 16, de 22 de novembro de 2005, define a modalidade de contribuição variável como aquela na qual os benefícios programados apresentam a conjugação das características das modalidades de contribuição definida e benefício definido.

<sup>iii</sup> Para efeito desta tese, os termos estrutura a termo, curva de juros e estrutura a termo das taxas de juros serão utilizados de forma indistinta.

<sup>iv</sup> No mercado aberto, a não aderência à tábua será bancada pelo segurador. No mercado fechado, a não aderência será bancada pelos patrocinadores.

<sup>v</sup> Estratégias do tipo *lifestyle* são definidas como estratégias de alocação nas quais o investimento em renda variável é transformado em investimento em renda fixa, a medida que se aproxima a data de aposentadoria do beneficiário. Para efeito dessa tese, o termo será utilizado de forma ligeiramente distinta, significando a aplicação de parte dos recursos garantidores dos benefícios já concedidos em renda variável.

<sup>vi</sup> Gagnon e Johnson (1994) não concordam com o entendimento usual de que a imunização é uma estratégia passiva. Segundo os autores, a necessidade de “rebalanceamentos” é condição suficiente para caracterizar a imunização como uma estratégia ativa.

<sup>vii</sup> Relatório da Dívida Pública Mobiliária Federal Interna – DPMFi de maio de 2006.

<sup>viii</sup> Ademais, a legislação brasileira não contempla a possibilidade de negociação do cupom pago pelas NTN-C em separado do principal, o que reduz a possibilidade de formatação de carteiras dedicadas. Esse mecanismo, conhecido como strips (*separate trading of registered interest and principal*) só é permitido para as NTN-B e NTN-D. No mercado americano, os cupons dos títulos indexados à inflação (Treasury Inflation-Protected Securities – TIPS) são passíveis de negociação, o que incrementa as possibilidades de gestão (LAATSCH e KLEIN, 2005).

<sup>ix</sup> A taxa de juros instantânea é uma entidade teórica não observada na realidade. Normalmente, a taxa anualizada de 1 dia ou de 1 mês é utilizada como proxy. Ver De La Rocque (1997) para uma discussão detalhada sobre o assunto.

<sup>x</sup> Relatório da Dívida Pública Mobiliária Federal Interna – DPMFi de maio de 2006.

<sup>xi</sup> O termo *bootstrap* é um conceito genérico e pode ser traduzido como a melhora de uma determinada situação por meio do próprio esforço, sem auxílio externo. Nesse sentido, convencionou-se denominar esse tipo de técnica para o cálculo da curva *spot* de método *bootstrap*, uma vez que as taxas a vista são computadas tão somente por meio da utilização dos títulos com cupom existentes. O termo voltará a ser utilizado no capítulo 4, em contexto diverso, mas com significado semelhante.

<sup>xii</sup> O modelo de Cox, Ingersoll e Ross (1985) descreve a volatilidade das taxas de juros como proporcional à raiz quadrada da taxa verificada, estando, portanto, entre os extremos representados pelos modelos normais e lognormais, respectivamente.

<sup>xiii</sup> A rigor, existe uma quarta perspectiva. Éltton et al. (1990) e, posteriormente, Navarro e Nave (2001) propuseram a utilização de modelos baseados no conceito de “pontos ótimos” da ETTJ (*optimal keyrates*, no original). Nesse caso, as modificações da ETTJ são descritas por variações em um ou mais pontos da curva de juros e por sua correlação com as demais taxas. A análise está focada na busca por evidências que permitam discernir qual ou quais pontos específicos possuem maior representatividade. Entretanto, esses modelos não serão alvo de análise na medida em que partem da premissa de que a mudança da ETTJ pode ser descrita de forma precisa por alterações em um número limitado de vértices-chaves escolhidos de forma *ad hoc*.

<sup>xiv</sup> A análise fatorial se subdivide em análise de fatores comuns e análise de componentes. O modelo fatorial de componentes é o mais apropriado, quando o objetivo principal de estudo é identificar o número mínimo de fatores necessários para explicar a parte máxima da variância do conjunto original de variáveis.

<sup>xv</sup> *Weak immunization condition*, no original.

<sup>xvi</sup> Nos modelos de Fong e Vasicek e Balbás e Ibáñez, o risco de imunização só será igual a zero quando da utilização de um título sem cupom com vencimento em data idêntica a do horizonte de investimento.

<sup>xvii</sup> Embora pareça existir uma prevalência de análises sob o prisma nominal, a existência de um volume significativo de títulos indexados a índices de preços no mercado brasileiro de renda fixa se consubstancia em um incentivo para a análise em termos reais. Ademais, Laatsch e Klein (2005) demonstram que, mantida constante a inflação esperada, a *duration* efetiva de títulos sem cupom indexados a índices de inflação é igual a de títulos zero de prazo idêntico.

<sup>xviii</sup> Alternativamente, o indicador de *tracking error* pode ser obtido por meio do cálculo do desvio-padrão de uma série de dados composta pela diferença entre o retorno da carteira e o retorno do *benchmark*, sendo seu valor ideal igual a zero. Entretanto, para que se pudesse comparar os resultados obtidos com aqueles explicitados por Soto (2004), o desvio padrão foi preterido em prol da mediana.

<sup>xix</sup> Embora, os dados sobre o mercado secundário de títulos públicos federais estejam disponíveis a partir de agosto de 2000, foi apenas em outubro de 2002 que se tornaram disponíveis todos os títulos utilizados nessa análise.

<sup>xx</sup> De fato, os estudos comparativos de Soto (2004) e Bravo e da Silva (2006) restringem-se a um horizonte de investimento de 3 e 4 anos, respectivamente.

<sup>xxi</sup> *Ex-ante tracking error*, no original. Ver Golub e Tilman, 2000, p. 177.

<sup>xxii</sup> Ver cartilha “Propostas para o Aprimoramento dos Mercados Primário e Secundário da Dívida Pública Mobiliária” no *site* do Banco Central do Brasil: [www.bacen.gov.br](http://www.bacen.gov.br)

<sup>xxiii</sup> O legislador, preocupado em mitigar o risco decorrente de alavancagem, restringiu a operação com derivativos às operações de *hedge* no caso das EAPC (Resolução CNSP nº 98/2002). No que diz respeito às EFPC, as operações que não se destinam à diminuição do risco são desestimuladas pela obrigatoriedade de manutenção de recursos aplicados em ativos de baixíssimo risco, a título de contrapartida (Resolução CMN nº 3121/2003).

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)