



**Rodrigo Brites Martins Teixeira**

**Opções Reais e Teoria de Jogos como Base de Decisões  
Estratégicas em Empresas do setor de Telecomunicações  
no Brasil**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação de Mestrado apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Administração do Departamento de Administração da PUC-Rio.

Orientador: Luiz E. Brandão

Rio de Janeiro, março de 2007.

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.



**Rodrigo Brites Martins Teixeira**

**Opções Reais e Teoria de Jogos como Base de Decisões  
Estratégicas em Empresas do setor de Telecomunicações  
no Brasil**

Dissertação de Mestrado apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Administração do Departamento de Administração da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada:

**Dr. Luiz E. Brandão  
Orientador**

**Departamento de Administração – PUC-Rio**

**Dr. Marcelo Cabus Klotze**

**Departamento de Administração – PUC-Rio**

**Dra. Katia Rocha  
IPEA - Rio**

**Dr. João Pontes Nogueira**

**Vice-Decano de Pós-Graduação do Centro  
de Ciências Sociais da PUC-Rio**

Rio de Janeiro, Março de 2007.

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem a autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Rodrigo Brites Martins Teixeira**

Graduou-se em Engenharia de Telecomunicações e Produção na PUC-Rio em 2000.

#### Ficha Catalográfica

Teixeira, Rodrigo Brites Martins

Opções Reais e Teoria de Jogos como Base de Decisões Estratégicas em Empresas do setor de Telecomunicações no Brasil / Rodrigo Brites Martins Teixeira ; orientador: Luiz E. Brandão – 2007.

55 f.; il. ; 30 cm

Dissertação (Mestrado em Administração) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

Inclui bibliografia.

1. Administração – Teses. 2. Teoria de Jogos. 3. Opções Reais. 4. Opções Reais Híbridas. 5. Telecomunicações. 6. Estratégia. 7. Flexibilidade. 8. Árvore Trinomial. I. Brandão, Luiz E. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Administração. III. Título.

CDD: 658

## Agradecimentos

Ao meu orientador, Dr. Luiz Eduardo Teixeira Brandão, pela extrema dedicação e transmissão de conhecimentos fundamentais para a realização deste trabalho.

Aos professores da banca, Dr. Marcelo C. Klotze e Dra. Katia Rocha, pelo apoio crítico e colaboração no meu trabalho.

Ao Professor Dr. Antonio Carlos Figueiredo pela ajuda inicial no desenvolvimento desse trabalho.

À Professora. Veranise Dubois que contribuiu com uma consultoria matemática.

Aos professores do Departamento de Administração da PUC-Rio, pela oportunidade de crescimento pessoal e profissional.

À Teresa e ao Fábio pela presteza e paciência.

Aos amigos do curso de mestrado, pela ajuda e companheirismo.

Ao pessoal da OI pela transmissão de conhecimento e vivência no mercado.

Aos meus amigos, pelo incentivo, interesse e momentos de distração.

À minha família pelo apoio emocional e incentivo constantes.

À Maria, pelo carinho, compreensão e incentivo inestimáveis.

## Resumo

Teixeira, Rodrigo Brites Martins; Brandão, Luiz Eduardo (orientador). **Opções Reais e Teoria de Jogos como Base de Decisões Estratégicas em Empresas do setor de Telecomunicações no Brasil**. Rio de Janeiro, 2007. 55 p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Administração, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

As decisões estratégicas das empresas são afetadas pelas oportunidades de investimento e as ações das suas concorrentes. Imai e Watanabe propõem um modelo de opções reais para determinar a decisão de investimento ótima de uma empresa, considerando um jogo de múltiplos estágios com duas firmas sob um processo trinomial multiperíodo em um modelo discreto. Utilizamos o modelo de Imai e Watanabe para determinar o momento estratégico ótimo para investimento em uma nova tecnologia em função da variação do custo de investimento e da demanda inicial, considerando duas empresas concorrentes no mercado brasileiro de telecomunicações, onde uma empresa é líder (L) e a outra é seguidora (S). Considerando que ambas empresas já atuam no mercado e pretendem investir em uma nova tecnologia que permitirá a expansão dos seus negócios, determinamos a curva de gatilho do custo do investimento e da demanda inicial dos serviços que delimitam a estratégia de investimento ótima da empresa líder.

## Palavras-chave

Opções reais; Teoria de Jogos; Telecomunicações; Árvore Trinomial;

## Abstract

Teixeira, Rodrigo Brites Martins; Brandão, Luiz Eduardo (advisor). **Using Real Options and Game Theory for Strategic Decisions in the Brazilian Telecommunication Market**. Rio de Janeiro, 2007. 55 p. Msc. Dissertation – Departamento de Administração, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Corporate strategic decisions are affected by investment opportunities and actions of rival firms. Imai and Watanabe suggest a real option and game theory model to determine optimal investment decision considering a two firms multistage game following a multiperiod trinomial process in a discrete model. Imai & Watanabe model is used to define this optimal time to invest in a new technology as a function of the cost of investment and initial demand. We consider two competing firms in the Brazilian telecommunication market where one firm is leader (L) and the other is the follower (S). We assume both firms are already active in this market and intend to invest in a new technology that will allow them to expand their business. We define a trigger curve of cost of investment and initial demand of the services that define optimal investment strategy for the leading firm.

## Keywords

Real Option; Game Theory; Telecommunication; Trinomial Tree

## Sumário

1	Introdução	11
1.1.	Objetivo	12
1.2.	Delimitação do Estudo	13
1.3.	Estrutura da Dissertação	13
2	Referencial Teórico	15
2.1.	Revisão de Literatura	15
2.1.1.	Opções Reais e Teoria de Jogos	15
2.1.2.	Trabalhos Realizados no Brasil	22
2.2.	Referencial Teórico	24
2.2.1.	Opções Reais	25
2.2.2.	Modelo Utilizado	31
3	Modelagem	36
3.1.	Tipo de Pesquisa	36
3.2.	Dados e premissas	36
3.3.	Ferramentas Utilizadas	39
4	Resultados	40
5	Conclusões	44
5.1.	Conclusões	44
5.2.	Sugestões para Trabalhos Futuros	44
6	Referências Bibliográficas	46
7	Apêndices	50
7.1.	Código do programa I (Variação do Custo de Investimento)	50
7.2.	Código do programa II (Variação da Demanda Inicial)	53



## Lista de figuras

Figura 1 – Árvore Binomial (modelo de Cox, Ross e Rubinstein (1979))	29
Figura 2 – Interpretação do método de diferenças finitas como uma árvore trinomial	30
Figura 3 – Modelo Treliça	35
Figura 4 – Valor do Projeto x Custo de Investimento	40
Figura 5 – Valor do Projeto x Demanda Inicial	42

## Lista de tabelas

Tabela 1: $D_{ij}$ Lucro por unidade de demanda (R\$/cliente)	37
Tabela 2: Parâmetros estimados	38

## Lista de Abreviaturas e Siglas

CAPM	<i>Capital Asset Pricing Model</i> (modelo de precificação de ativos)
CFO	Chief Financial Officer (executivo de finanças)
CST	Companhia Siderúrgica de Tubarão
EVA	<i>Economic Value Added</i> (valor econômico adicionado)
FCD	Fluxo de Caixa Descontado
FTTP	“Fiber To The Premises”
L	Empresa Líder
LTF	Laminador de Tiras a Frio
LTQ	Laminador de Tiras a Quente
MBG	Movimento Browniano Geométrico
OR	Opções Reais
ORH	Opções Reais Híbridas
P&D	Pesquisa e Desenvolvimento
S	Empresa Seguidora
TIR	Taxa Interna de Retorno
VPL	Valor Presente Líquido
WACC	<i>Weighted Average Cost of Capital</i> (custo médio ponderado de capital)

# 1 Introdução

Para a tomada de decisões estratégicas são utilizadas ferramentas tradicionais adequadas como Fluxo de Caixa Descontado (FCD), Payback e CAPM. Porém, há flexibilidade, ou seja, opções que não são capturadas por esses métodos tradicionais, além de existir o efeito da ação dos concorrentes. Neste trabalho analisamos decisões estratégicas ótimas em um mercado com duas empresas, uma Líder (L) e outra Seguidora (S). Para analisar o efeito da presença de concorrentes na estratégia ótima, foi utilizada a metodologia de opções reais aliada à teoria de jogos.

Nesse trabalho, pesquisamos a utilização do método de opções reais para o auxílio na avaliação da melhor opção estratégica em função dos fatores macroeconômicos relevantes e das possibilidades de cada negócio. As incertezas crescem em função da volatilidade da economia brasileira e, conseqüentemente, há maior risco nos negócios. Atualmente, a opção real pode ser aplicada com o objetivo de explicar altos valores de empresas de tecnologia e como uma forma de identificar e organizar a estratégia de empresas no que diz respeito a avaliar as oportunidades de crescimento.

A análise de opções reais é uma valiosa ferramenta para a avaliação de um investimento com flexibilidade gerencial em condições de incerteza. No método tradicional VPL (Valor Presente Líquido), não considerar a flexibilidade gerencial geralmente deprecia a avaliação do investimento. No entanto, a análise por opções reais pode aumentar as oportunidades de investimento quando é considerada a flexibilidade de decisões no futuro. Como as decisões são normalmente tomadas em ambiente de incerteza e com competição entre empresas, um investimento pode criar uma vantagem competitiva futura.

Quando se trata de flexibilidade gerencial e competição em situações dinâmicas, uma linha de pesquisa que atualmente vem sendo amplamente estudada é a associação da teoria de jogos à opções reais. Esse tipo de Opção Real

(OR) também chamada de *Opção Real Híbrida* (ORH) servirá como base para este estudo.

A decisão de negócios em diversas indústrias e situações pode ser implementada considerando a flexibilidade através da expansão, abandono, contração, adiamento e extensão, ou pode acontecer em estágios sequenciais constituindo opções reais.

Neste trabalho será dado especial enfoque à opção de adiamento, ou seja, escolha do momento ideal para o investimento, já que esta é a opção mais comum no caso de concorrência entre empresas de telecomunicações. É através dela que uma empresa decide quando irá efetuar o investimento em uma nova tecnologia.

### **1.1. Objetivo**

O objetivo dessa pesquisa é verificar se a metodologia de opções reais e teoria de jogos pode ajudar a empresa a tomar decisões estratégicas ótimas em condições de competição, utilizando o modelo de Imai & Watanabe (2005). Este modelo auxilia as empresas em decisões estratégicas ótimas, considerando um jogo de múltiplos estágios, com duas firmas sob um processo trinomial de período único, correspondendo a um modelo discreto. A pesquisa irá buscar uma aplicação no mercado de telecomunicações brasileiro com a utilização desse modelo. O arcabouço teórico dessa pesquisa deve ser simples o bastante de forma a poder ajudar executivos brasileiros na formulação de suas estratégias. O objetivo final estará focado em responder as seguintes questões:

1. Como opções reais e teoria de jogos podem auxiliar as empresas de telecomunicações a tomar decisões estratégicas na arena competitiva brasileira?
2. Como o valor do projeto se modifica sob o efeito das interações estratégicas na arena competitiva, em função do custo de investimento e da demanda inicial?

## **1.2. Delimitação do Estudo**

Este trabalho limita-se a aplicar a metodologia de Imai & Watanabe em uma situação de competitividade de empresas brasileiras de telecomunicações.

Nessa situação de competitividade buscou-se determinar o momento estratégico ótimo para investimento em uma nova tecnologia em função da variação do custo de investimento e da demanda inicial, considerando duas empresas concorrentes no mercado brasileiro de telecomunicações, em que uma empresa é líder (L) e a outra é seguidora (S). Ambas empresas já atuam no mercado e pretendem investir em uma nova tecnologia que permitirá a expansão dos seus negócios.

## **1.3. Estrutura da Dissertação**

Esta dissertação está estruturada em 7 capítulos, como segue:

No capítulo 1, no qual se encontra esta introdução, são apresentadas as motivações para o desenvolvimento deste estudo, definidos os objetivos e apresentadas as limitações do trabalho.

O referencial teórico é realizado no capítulo 2, em que são apresentados os principais conceitos, estudos e seus resultados referentes ao tema opções reais e teoria de jogos no mercado de telecomunicações brasileiro.

Através da metodologia do estudo, que é explicada no capítulo 3, demonstra-se como foram feitas as buscas dos dados e conceitos utilizados no trabalho, quais foram os dados selecionados, como eles foram tratados e quais as ferramentas utilizadas.

No capítulo 4 são apresentados os resultados encontrados e respectivos comentários que respondem as perguntas descritas no capítulo 1, na parte onde é definido o objetivo final do trabalho.

No capítulo 5, que se refere à conclusão, são apresentados os comentários finais e recomendações para possíveis trabalhos futuros. Já no capítulo 6 apresentamos as referências bibliográficas mais significativas que deram suporte à dissertação apresentada.

No Capítulo 7, são apresentados os anexos e algumas informações complementares, para ajudar na compreensão da dissertação.

## **2. Referencial Teórico**

### **2.1. Revisão de Literatura**

#### **2.1.1. Opções Reais e Teoria de Jogos**

Uma pesquisa da Bain & Co (2001), a respeito da utilização de 25 ferramentas distintas no processo estratégico de empresas, mostrou que a prática de opções reais não é muito comum no cenário internacional, uma vez que na amostra estudada somente 6,5 % das empresas utilizam a análise de opções reais.

Por outro lado, Graham & Harvey (2001) chegaram à conclusão de que 26,59 % das empresas utilizam opções reais para avaliar o valor de projetos. Essa pesquisa sobre as práticas das empresas americanas, no que tange ao custo de capital, avaliação de projetos e estrutura de capital, foi realizada com 392 CFO (*Chief Financial Officer* – Executivo de Finanças) de corporações de diferentes tamanhos. Foi constatado que as empresas de grande porte, em sua maioria, utilizam as técnicas de VPL e CAPM, enquanto as empresas pequenas são menos sofisticadas para avaliar investimento de risco, preferindo utilizar técnicas de Payback. Esse estudo fornece evidências de que há espaço para melhorar as técnicas de avaliação de projetos utilizadas, levando em consideração as incertezas dos mesmos.

A avaliação de projetos, na maioria das empresas, ainda é feita utilizando métodos como o valor presente líquido (VPL), taxa interna de retorno (TIR) e valor econômico adicionado (EVA). O mais comum ainda é o VPL. Com a rapidez de mudanças introduzidas pela nova economia, esse método se mostra menos eficaz e, sendo estático, avalia projetos com base nas informações disponíveis no momento. Pela análise de opções reais, a avaliação de projetos leva em conta hipóteses de forma, prazo e data de início de investimento, considerando adicionalmente as probabilidades envolvidas em cada cenário da economia. Na



decisão estratégica, se um projeto tem um VPL menor que outro pela avaliação corrente utilizando o método de VPL, o menor VPL é descartado. Porém, acontecem mudanças que criam oportunidades, fazendo o VPL do projeto analisado aumentar de forma a transformar esse projeto descartável em um projeto rentável. A avaliação por análise de opções reais aborda essa volatilidade dos negócios estudando os investimentos a serem feitos em projetos de uma forma mais ampla, considera ainda os acontecimentos que possam vir a fazer com que tais projetos sejam alavancados ou se tornem um fracasso. O valor do projeto não está somente no seu retorno, mas também na flexibilidade que ele proporciona ao executivo.

Na avaliação de projetos por opções reais, pode ser citado o estudo desenvolvido por McDonald (1998), que busca avaliar a efetividade de critérios a princípio arbitrários, como 20% de taxa média de atratividade e 1,5 índice de lucratividade (payback). O autor sugere o uso dos dois critérios combinados e chegou à conclusão de que, apesar da arbitrariedade, os critérios geraram decisões de investimento quase ótimas, capturando 50% do valor da opção de adiamento, chegando, às vezes, a até 90%. Esse resultado não tem como objetivo incentivar o uso dos métodos arbitrários, mas sim explicar o motivo pelo qual esses métodos têm algum sucesso e são copiados pelas empresas. O autor sugere ainda que o método que deveria ser utilizado é o de opções reais.

Mauboussin (1999) indica o uso de opções reais para avaliação de empresas da nova economia. As antigas técnicas de avaliação como VPL e Payback eram suficientes para a avaliação de empresas tradicionais. No entanto, com a rapidez das mudanças da nova economia estas práticas se tornaram pouco eficientes. Os mercados novos e sem regulamentação contribuíram para o aumento da incerteza, e para captar a flexibilidade gerencial e a intuição estratégica com rigor analítico, pode-se utilizar a avaliação por opções reais. Muitos dos negócios tradicionais podem ser avaliados por fluxo de caixa descontado, já que o foco é a otimização dos recursos. Os negócios emergentes são mais bem avaliados por opções reais, já que neste caso o foco é “ser a próxima grande descoberta”. Como o cenário estratégico evolui, as ferramentas para avaliação também devem evoluir e, no estudo, são exemplificadas aplicações de opções reais em casos reais para algumas empresas. Para o autor, o método das opções reais se tornará bastante importante na avaliação do valor de empresas, sendo os impulsionadores para isso

a aceleração das mudanças, especialmente em relação à evolução tecnológica e ao aumento das incertezas.

Copeland e Keenan (1998a) também avaliam o valor da flexibilidade gerencial e demonstram que em ambiente de incerteza os métodos antigos, como fluxo de caixa descontado ou VPL, não conseguem captar o valor da flexibilidade. Segundo esses autores o método de opção real é útil em situação de grande incerteza e, nesse caso, os gerentes necessitam de flexibilidade para responder a essa ameaça. Se a decisão enfrentada estiver em ambiente de pouca incerteza ou não houver mudança a fazer quando obtiver novas informações, o método de VPL funciona bem. Em opções reais o direito de comprar algum bem no futuro é adquirido por um valor hoje e, no futuro, o bem pode ou não ser de fato comprado dependendo dos acontecimentos. Essa opção será mais valiosa quanto maior for a incerteza futura e, em casos de pouca ou nenhuma incerteza, a opção perde seu valor. São apresentados casos simples de aplicação de opções reais, dentre eles o uso deste método para auxiliar uma empresa a avaliar a decisão de adquirir uma mina de carvão. Usando o valor do carvão hoje e projetando para o futuro, a mina tem um VPL positivo, mas baixo. No entanto, a empresa sabe que o preço do carvão pode ter uma grande flutuação. Como o valor do projeto hoje é próximo ao valor limite para investimento, a flutuação da projeção de vendas será sensível às futuras mudanças de preço. A aquisição do *leasing* da mina dará uma opção de adiar a abertura da mesma até o preço do carvão suba a um patamar que faça o projeto ser economicamente viável. Nesse caso, a flexibilidade quase que dobra o valor da avaliação do projeto original, portanto captando o valor da flexibilidade nesse caso. Isso indica que a empresa deve investir na aquisição do *leasing*.

Copeland e Keenan (1998a) afirmam também que a avaliação por opções reais auxilia na decisão de investimentos em pesquisa e desenvolvimento na indústria farmacêutica, em montagem de microcomputadores e em outros casos que forem passíveis de grande incerteza e flexibilidade gerencial. O estudo conclui que tomar decisão irreversível de investimento em ambiente de incerteza é arriscado, e ser capaz de alterar a decisão assim que novas informações estiverem disponíveis ajuda a diminuir o risco. Os métodos tradicionais não captam o valor da flexibilidade. Opções reais, por outro lado, fornecem uma base teórica para avaliar o escopo estratégico gerencial. Com o avanço nos estudos dessa

ferramenta, houve um aumento no número de situações reais em que é possível aplicá-la.

Em outro trabalho, Copeland e Keenan (1998b) analisam como tornar as opções reais, de fato, reais. Foi constatado que apesar de a avaliação pelo método de opções reais ser de fato eficiente, os executivos continuam utilizando os métodos antigos, e um dos motivos é a complexidade dos exemplos existentes de aplicação de opções reais. Aplicações simplificadas de opções reais são apresentadas de forma a melhorar na prática o entendimento e aumentar a sua utilização. As dificuldades de aplicação são apresentadas de forma a auxiliar os executivos. São exemplificados casos, em diferentes setores da indústria, do uso da opção composta (o exercício de uma opção leva à outra opção), da opção de aprendizado (estudo sobre a incerteza de quantidade ou tecnologia em vez de tentar estimá-la) e da opção arco-íris (*“rainbow options”*, opção com diferentes fontes de incerteza). O objetivo desses exemplos é estimular a prática da avaliação de projetos por opções reais. Muitas tentativas de uso de opções reais na formulação de estratégias corporativas foram infelizes e não refletiam a realidade, fazendo com que poucos gerentes utilizassem essa metodologia. Opção real ajuda nas decisões com incerteza de mercado e tecnologia. Conseqüentemente, caso seja ignorado esse tipo de avaliação, muitas empresas subvalorizarão verdadeiras oportunidades de investimento.

Segundo Copeland (1998b), as opções reais podem ser classificadas em três grupos: opções de crescimento (aumento de escala de produção, mudança de tecnologia, mudança de escopo); opções de adiamento/aprendizado; opção de abandono (diminuição de escala, mudança para uma tecnologia mais barata, limitar o escopo)). Esses sete tipos básicos de opções reais podem acontecer combinadas, ou seja, opção composta. Exemplo disso é o investimento em pesquisa e desenvolvimento (P&D), que pode tanto resultar na opção de comercialização de um produto quanto gerar a opção de investimento em um projeto de P&D futuro. Opções reais podem ter mais de uma fonte de incerteza que, nesse caso, é chamada de opção arco-íris (*“rainbow options”*). O valor da opção de comercializar um projeto de pesquisa e desenvolvimento depende da incerteza tecnológica (os cientistas serão bem sucedidos na invenção do novo produto?) e da incerteza de demanda (qual será a demanda por esse produto?).

Em Luehrman (1998), primeiro é feita uma equivalência entre projetos e ações. Em projetos, o investimento é utilizado na compra ou na construção de um bem produtivo, ou seja, utilizar o dinheiro para explorar um negócio é semelhante a exercer uma opção no mercado de ações. Existem cinco variáveis básicas que definem uma opção:

- O dinheiro gasto corresponde ao *preço de exercício da opção* ( $X$ );
- O valor presente do bem (ativo) comprado ou construído corresponde ao *valor de mercado da opção* ( $S$ );
- O período de tempo que a empresa pode adiar a decisão de investimento sem perder essa oportunidade corresponde ao *tempo de expiração* ( $t$ );
- A *incerteza* ( $\sigma^2$ ) sobre os valores futuros;
- O valor do dinheiro no tempo definido por *taxa de retorno livre de risco* ( $r_f$ ).

É feita a associação dessas variáveis com duas outras variáveis, fazendo com que a avaliação por opções reais dependa somente de duas variáveis: VPLq e  $\sigma\sqrt{\Delta t}$ . A variável VPLq depende de  $S$ ,  $X$ ,  $t$  e  $r_f$ ; e a variável  $\sigma\sqrt{\Delta t}$  depende de  $t$  e  $\sigma^2$ . No cálculo de opções reais utiliza-se uma variável que depende do valor do VPL, o VPLq. Para o autor, é mais fácil partir de um método já conhecido, VPL, para a avaliação por opções reais, do que esquecer os métodos antigos e começar do zero. Esse método é mais uma forma de simplificar a utilização de opções reais.

Copeland & Tufano (2004) criticam o uso de métodos simplistas na avaliação de projetos. Os projetos possuem incertezas, porém o uso de métodos tradicionais sugere que as realidades atuais são fixas. Além disso, existem outros problemas no uso desses métodos. As empresas podem alterar a composição de financiamento de dívidas ao longo do tempo para compor o WACC, que é utilizado no fluxo de caixa descontado. Outro complicador no uso dos métodos tradicionais é o fato de considerar que os investimentos são fixos ao longo dos anos, quando, na realidade, as empresas podem escolher outros destinos para seus investimentos. Esses autores indicam o uso do método de opções reais. N,

Atualmente existem estudos sobre avaliação, também utilizando opções reais, que levam em conta a presença dos concorrentes, entre eles Smit e Ankum (1993), que desenvolvem um jogo de investimento simples sob incerteza e analisam a decisão de duas firmas em um jogo de equilíbrio perfeito.

Como já visto anteriormente, a análise de investimentos por opções reais leva em conta a flexibilidade gerencial sob condições de incerteza. Muitos estudos sobre a relação de flexibilidade gerencial e estratégia competitiva, através da análise de opções reais e teoria de jogos vêm sendo realizados. Dixit e Pindyck (1994) desenvolveram um importante estudo baseado no equilíbrio das indústrias. Outras pesquisas que vêm sendo conduzidas sobre o mesmo tema são as de Ang e Dukas (1991), Brickley e Zimmerman (2000), Huisman e Kort (2000), Garlappi (2000), Murto e Keppo (2002), Pawlina e Kort (2002), Weeds (2002), Thijssen, Huisman e Kort (2002), e Lmabrecht e Perraudin (2003).

Existem dois modelos que condensam a análise por opções reais e teoria de jogos. Grenadier (1996) considera duas empresas que competem em um mercado e analisa o preço de equilíbrio. Neste modelo as duas empresas podem agir continuamente, mas o modelo exclui as tomadas de decisão simultâneas. Huisman (2001) desenvolve um modelo mais rigoroso com base em Fudenberg e Tirole (1985), que analisam a estratégia de entrada em um mercado sob incerteza de demanda e a competição entre duas empresas.

Algumas investigações são formuladas por tempos discretos. Isto quer dizer que cada empresa toma decisões em tempos discretos, não sendo possíveis decisões simultâneas, o que fica um pouco distante do que acontece com o tempo real (contínuo). Smit e Ankum (1993) desenvolvem um jogo de investimentos simples com um ou dois estágios sob incerteza e analisam a decisão de duas firmas em um jogo de equilíbrio perfeito. Smit e Trigeorgis (2001) fazem a análise de competição duopolista, que é um estudo comum na economia industrial e que integra conceitos úteis sobre o modelo. Imai e Watanabe (2003) consideram um jogo de múltiplos estágios, com duas firmas sob um processo trinomial de  $N$  períodos  $dt$ , correspondendo a um modelo discreto de acordo com Grenadier (1996). Em Huisman (2001), Huisman e Kort (2002) e Grenadier (1996), as duas empresas estudadas podem decidir simultaneamente. Por outro lado, em Imai e Watanabe (2003) as duas empresas têm que decidir de forma seqüencial, uma de cada vez.

Outro estudo recente desenvolvido por Smit e Trigeorgis (2006) ilustra o uso de avaliação pelo princípio de opções reais e teoria de jogos para analisar oportunidades de investimento em casos de decisões de estratégia competitivas em situação de incerteza. São utilizados exemplos de casos de inovação, alianças

e aquisições para discutir os aspectos estratégicos e competitivos em indústrias de consumo de eletrônicos e telecomunicações. O estudo auxilia na decisão de competir independentemente ou colaborar através de alianças estratégicas.

Imai e Watanabe (2005) considera um jogo de múltiplos estágios com duas empresas, em que a demanda varia em cada estágio. É considerado o modelo de decisão seqüencial de duas empresas (empresas decidindo em momentos diferentes). Na decisão seqüencial uma empresa decide primeiro, a empresa Líder (L), e posteriormente a empresa Seguidora (S) toma sua decisão em função da primeira. O valor do projeto para as duas empresas pode ser tratado como um caso especial de “*switching option*”, o que significa que esses valores podem ser calculados por este modelo estendido. É aplicado o modelo de treliça (“*lattice model*”) para o processo de demanda. Embora o modelo de treliça seja discreto, o mesmo pode convergir para um processo de tempo contínuo, tomando as devidas precauções com os parâmetros do modelo e escolhendo períodos de transação que tendam para o infinito. O modelo utilizado, portanto, possui tempo contínuo para um horizonte finito.

O estudo feito por Imai e Watanabe (2005) conseguiu analisar como o valor do projeto varia com as variáveis de custo, volatilidade e demanda inicial. O modelo considera duas empresas, mas pode ser ampliado para mais empresas. Se considerarmos somente uma empresa, o valor do projeto pode ser calculado pela teoria de opções. Para esse caso, pode ser observado que o valor varia monotonicamente, aumenta com a diminuição dos custos e os aumentos da demanda inicial e da volatilidade. Por outro lado, foi observado que o valor do projeto, em ambiente competitivo, não mantém nenhum tipo de relação monotônica com as variáveis custo de investimento, demanda inicial e volatilidade.

A demanda tem forte dependência se a empresa rival investiu ou não. O nível de demanda depende também do tempo, ou seja, quanto mais perto do final da oportunidade maior a demanda. O cálculo pode ser feito quando a demanda segue um processo estocástico ou Movimento Browniano Geométrico, que foi utilizado no modelo em questão.

A seguir, faremos uma análise dos trabalhos sobre opções reais e teoria de jogos realizados no Brasil..

### 2.1.2. Trabalhos Realizados no Brasil

Hackbart (2001) propôs a avaliação de projetos por dois modelos de opções reais distintos. Primeiramente, analisou pela metodologia de opções reais três projetos em fase de estudo e execução da Companhia Siderúrgica de Tubarão (CST). Os três projetos são: Laminador de Tiras a Quente (LTQ), Laminador de Tiras a Frio (LTF) e Alto forno III. Primeiro foi feita uma análise por VPL de cada um dos projetos, e posteriormente a opção de adiamento nesses projetos foi analisada seguindo o modelo de Dixit e Pindyck (1994). Neste mesmo trabalho é analisado o projeto Virtua da empresa Globo Cabo, utilizando o modelo de Schwartz (2000) para análise de projetos de alta tecnologia. O autor conclui que no primeiro caso o modelo de Dixit e Pindyck (1994) foi bem sucedido na avaliação dos projetos da CST. No entanto, no segundo caso, o autor considera que a utilização de Schwartz (2000) revelou problemas teóricos no modelo, mas acredita em uma possível evolução das idéias que o compõem, possibilitando a sua aplicação do modelo no futuro.

Berrêdo (2001) constatou indícios de utilização de opções reais na avaliação da Embratel durante o processo de privatização devido ao ágio pago sobre o preço mínimo. Ao contrário dos métodos tradicionais (FCD, VPL, TIR), em opções reais é possível captar o valor da flexibilidade gerencial futura. Para não subvalorizar os próximos leilões que aconteceriam na época, o autor sugeriu o uso de opções reais permitindo, assim, a captação do valor da flexibilidade gerencial, o que ajudou a definir o valor das concessões e o valor mínimo a ser pago pelas empresas.

Lima (2002) estudou a dinâmica de investimentos privados em geração de energia termelétricas no Brasil utilizando a teoria de opções reais. O trabalho foi dividido em três partes. Na primeira, foram utilizados o modelo de opções reais e a análise de decisão para determinar as estratégias de escolha do melhor momento de construção de uma termelétrica considerando incerteza exógena na expansão da oferta de termelétricas. Na segunda parte, foi utilizado o mesmo modelo, porém foram considerados a incerteza na demanda e a constância da expansão da oferta permanece constante, e na terceira, a expansão da oferta ocorre em resposta às incertezas e à interação entre os agentes. Nesse caso foram utilizados o modelo de análise de decisão, opções reais e teoria dos jogos. Os resultados obtidos foram

o prêmio de risco exigido pelo investidor para fazer o investimento imediato e a determinação do melhor momento de investimento em função de algumas variáveis do problema. Foi também mostrado que a concorrência pode atrasar seu investimento fazendo a comparação entre as diferentes situações estudadas.

Carvalho (2005) incorpora a flexibilidade gerencial à avaliação de projetos através do uso de árvores binomiais de decisão, com probabilidades neutras a risco, para avaliação por opções reais em tempo discreto. Esse estudo utilizou a programação dinâmica para valorar a opção de expandir e de abandonar em empresas de tecnologia. Foi apresentada a aplicação do modelo teórico e a conclusão foi que o valor do projeto com presença de flexibilidade aumenta em relação ao valor do projeto sem flexibilidade, sendo que o valor da flexibilidade foi calculado pelo método de opções reais.

Dias (2005) utiliza a avaliação por opções reais híbridas para analisar e auxiliar as empresas de petróleo na solução de problemas complexos dessa indústria. Primeiramente é utilizada a teoria de opções reais juntamente com a teoria de jogos, considerando assim de forma endógena o comportamento estratégico de outras empresas, especialmente no jogo de parada ótima com algumas externalidades positivas conhecido por guerra de atrito e a possibilidade de trocar esse jogo por um jogo cooperativo de barganha. Na segunda combinação utiliza teoria de jogos com métodos probabilísticos e de decisão estatística bayesianos, gerando uma nova maneira de modelar a incerteza técnica de um projeto em modelos dinâmicos de opções reais. Essas duas combinações são recombinadas para se obter uma solução adequada que capture as diferenças de valor nos jogos não-cooperativo e cooperativo. De forma mais sucinta, são analisadas outras opções reais híbridas, com destaque para as opções reais evolucionárias com grande potencial em aplicações complexas de otimização sob incerteza. O método é exemplificado usando algoritmos genéticos para evoluir a regra de decisão de exercício ótimo da opção real. O trabalho faz uma revisão sintética das contribuições de opções reais híbridas para avaliação de projetos e o autor enfatiza que o método incentiva o uso de novas informações, através do seqüenciamento de projetos, valorizando o conceito de aprendizagem em organizações. O principal objetivo do trabalho foi encontrar um modelo adequado de incerteza técnica que pudesse ser aplicado no contexto dinâmico de opções reais, tendo sido feita uma proposição básica de que a incerteza técnica não



demanda prêmio de risco na análise econômica de projetos em corporações com acionistas diversificados. Os conceitos inovadores de distribuição de revelações e de processos de revelação ajudam a resolver problemas práticos em que a incerteza técnica tem um papel relevante. Esses conceitos são diretamente ligados ao conceito de expectativas condicionais, largamente utilizado em finanças. No caso de incertezas técnicas a filtração é indexada por eventos (em vez do tempo) e seguindo leis de redução da variância. O conceito de destruição de revelações está diretamente ligado à medida de aprendizagem. Através da medida de aprendizagem, procurou-se diminuir o problema de incerteza técnica. A tese procurou desenvolver uma teoria de medidas de aprendizagem probabilística, através de exemplos intuitivos e da formalização de uma lista de axiomas que essas medidas de aprendizagem devem ter para serem adequadas em problemas de valor econômico da informação, incluindo problemas de opções reais. Foi mostrado também que a interação estratégica principal, no caso de exploração de petróleo, é modelada com a guerra de atrito. No caso do jogo de barganha, o foco foi na solução cooperativa de Nash, devido à sua importância prática e à sua conexão com o equilíbrio perfeito em subjogos. Chegou-se à conclusão de que a troca do jogo não cooperativo de guerra de atrito pelo jogo cooperativo de barganha através de uma parceria, na maioria dos casos práticos foi a melhor alternativa.

Dias (2005) também destacou o método de opções reais evolucionárias, tendo esse método a vantagem da flexibilidade de modelagem por ser um método de otimização de uso geral que utiliza algoritmos genéticos úteis, especialmente para casos complexos, em que não existe um método analítico direto para encontrar o ótimo. A maior desvantagem desse método é o tempo computacional. No entanto, com o aumento da velocidade de processamento computacional ao longo do tempo, esse problema tende a ser minimizado. O autor finaliza comentando que a difusão prática de opções reais deverá ser acompanhada pela disponibilidade de programas “amigáveis” de opções reais, que não demandem conhecimentos matemáticos sofisticados.

## **2.2. Referencial Teórico**

## 2.2.1. Opções Reais

As Opções Reais são modeladas por vários métodos como a simulação de Monte Carlo, modelos contínuos ou modelos discretos. Neste trabalho utilizaremos o modelo discreto de árvore Trinomial que é explicado mais adiante. Primeiramente serão apresentados alguns conceitos básicos.

### 2.2.1.1. Processo de Wiener

O processo de Wiener, que recebe esse nome em homenagem a Norbert Wiener, é um processo estocástico gaussiano, de tempo contínuo, com incrementos independentes utilizado na modelagem do Movimento Browniano e tem a seguinte representação matemática:  $\Delta Z = \varepsilon_t \sqrt{\Delta t}$ , onde para cada número positivo de  $t$ , é definido um valor de  $Z$ .

De acordo com Pindyck (1994) o processo de Wiener é um processo estocástico de tempo contínuo com três importantes propriedades. Primeiro, é um processo de Markov, isto quer dizer que a distribuição de probabilidade de valores futuros depende somente dos valores correntes, não sendo afetada por valores passados do processo. Assim, os valores correntes são os únicos necessários para fazer a melhor previsão do comportamento futuro. Segundo, o processo de Wiener tem incrementos independentes, o que significa que a distribuição de probabilidade das alterações no processo em qualquer intervalo de tempo é independente de qualquer outro intervalo de tempo. A terceira e última propriedade é que as mudanças no processo em qualquer intervalo de tempo finito possuem distribuição normal, com variância que aumenta linearmente com o intervalo de tempo.

O processo de Markov é particularmente importante, pois ele é utilizado na modelagem de preço de ações, ou seja, as informações públicas são incorporadas diretamente ao preço de mercado das ações. Os valores passados não têm nenhum valor para a previsão do futuro, o que é chamado de forma fraca da eficiência do mercado.

As três premissas apresentadas acima (processo de Markov, incrementos independentes e variações com distribuição de probabilidade normal) são bastante

restritivas, sugerindo que existem poucas variáveis do mundo real que podem ser modeladas com o processo de Wiener. Por exemplo, enquanto os preços de ações satisfazem a propriedade de Markov e têm incrementos independentes, não é aceitável que as variações de preço tenham distribuição normal, uma vez que o preço não pode cair abaixo de zero. Dessa forma é mais prudente assumir que as variações nos preços possuem distribuição lognormal, ou seja, que as mudanças no logaritmo dos preços têm distribuição normal. Isso significa modelar o logaritmo do preço como um processo de Wiener, ao invés do preço. O processo de Wiener através do uso de transformações adequadas pode ser utilizado para modelar um universo amplo de variáveis que variam continuamente e estocasticamente com o tempo.

É importante redefinir as propriedades do processo de Wiener formalmente. Se  $z(t)$  é um processo de Wiener, então uma mudança em  $z$  e  $\Delta z$ , correspondente a um intervalo  $\Delta t$ , satisfaz as seguintes condições:

- 1) A relação entre  $\Delta z$  e  $\Delta t$  é dada por:

$$\Delta z = \varepsilon_t \sqrt{\Delta t} \quad (1)$$

Onde  $\varepsilon_t$  é uma variável aleatória de distribuição normal,  $N(0,1)$ .

- 2) A variável aleatória  $\varepsilon_t$  é serialmente descorrelacionada, isto é,  $\xi[\varepsilon_t \varepsilon_s] = 0$  para  $t \neq s$ . Então os valores de  $\Delta z$  para quaisquer dois intervalos de tempo distintos são independentes. [ $z(t)$  segue um processo de Markov com incrementos independentes].

Analisemos agora o que essas duas condições implicam para a variação de  $z$  em um intervalo de tempo finito  $T$ . O intervalo pode ser dividido em  $N$  intervalos menores, com  $N = T / \Delta t$ . A variação em  $z$  neste intervalo é dada por:

$$z(s+T) - z(s) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \sqrt{\Delta t} \quad (2)$$

Os  $\varepsilon_i$ 's são independentes entre si. Conseqüentemente podemos aplicar o teorema do limite central para a soma deles, e dizer que a variação  $z(s+T) - z(s)$  possui distribuição normal com média zero e variância  $N\Delta t = T$ . Essa última vem do fato que  $\Delta z$  depende de  $\sqrt{\Delta t}$  e não de  $\Delta t$ , a variância das alterações no processo de Wiener cresce linearmente com o tempo.

Fazendo  $\Delta t$  ficar infinitamente pequeno, o processo de Wiener é representado por  $dz$ , no tempo contínuo como:

$$dz = \varepsilon_t \sqrt{dt} \quad (3)$$

O processo de Wiener será utilizado mais adiante para modelar a incerteza da demanda.

### 2.2.1.2. Movimento Browniano

O movimento Browniano foi primeiramente descoberto pelo biólogo Robert Brown para explicar os movimentos aleatórios de partículas macroscópicas num líquido, como consequência dos choques das moléculas do líquido nas partículas. Atualmente esse modelo é bastante utilizado para descrever o movimento de volatilidade de papéis no mercado de ações e o mesmo é utilizado também na avaliação de valor de projetos.

Segundo Hull (2002), o processo de Wiener, como citado anteriormente, pode ser utilizado para modelar processos estocásticos mais complexos. Uma generalização do processo de Wiener das mais simples é o Movimento Browniano com tendência (“drift”):

$$dx = \alpha dt + \sigma dz \quad (4)$$

Onde  $dz$  é o incremento do processo de Wiener,  $\alpha$  é o parâmetro de tendência (“drift”) e  $\sigma$  é o parâmetro de variância.

Note que em qualquer intervalo de tempo  $\Delta t$ , a variação em  $x$ , denominada  $\Delta x$  tem distribuição normal, o valor esperado  $E(\Delta x) = \alpha \Delta t$  e a variância  $Var(\Delta x) = \sigma^2 \Delta t$ . Para explicar melhor a variância, observe que o termo da direita da equação,  $\sigma dz$ , fornece a variabilidade ou ruído para o caminho seguido por  $x$ , a quantidade dessa variabilidade é  $\sigma$  vezes o processo de Wiener. O processo de Wiener possui um desvio padrão de 1, conseqüentemente  $\sigma$  vezes o processo de Wiener tem um desvio padrão de  $\sigma \sqrt{\Delta t}$ . Assim a variância do incremento de  $x$  é  $\sigma^2 \Delta t$ .

Outro importante tipo de processo estocástico é conhecido como processo de Itô. Ele também é derivado do processo de Wiener, no qual os parâmetros  $\alpha$  e

$\sigma$  são funções da variável  $x$  e do tempo  $t$ . Algebricamente o processo de Itô pode ser escrito como:

$$dx = \alpha(x,t)dt + \sigma(x,t)dz \quad (5)$$

Nele, novamente, a equação (5) é o incremento de Wiener, e  $\alpha(x,t)$  e  $\sigma(x,t)$  são funções conhecidas (não aleatórias). A novidade está no fato de que os coeficientes de tendência (“drift”) e de variância são funções do estado atual e do tempo.

Um caso especial do processo de Itô é o Movimento Browniano Geométrico com tendência (“drift”), aqui  $\alpha(x,t) = \alpha x$  e  $\sigma(x,t) = \sigma x$ , em que  $\alpha$  e  $\sigma$  são constantes. Nesse caso a equação (5) fica reescrita da seguinte forma:

$$dx = \alpha x dt + \sigma x dz \quad (6)$$

Onde  $dx$  é o incremento de  $x$ ,  $\alpha$  é a tendência,  $\sigma$  a variância de  $x$  e  $dz$  o incremento de Wiener.

A equação (6) é bastante utilizada para a modelagem de preço de ações, em que  $dx$  é o incremento no preço da ação no pequeno intervalo  $dt$ ,  $\alpha$  é a taxa esperada de retorno da ação por unidade de tempo e  $\sigma$  a volatilidade do preço da ação. Mais adiante utilizaremos essa equação para modelar a incerteza de demanda na avaliação de projetos.

### 2.2.1.3. Árvore Binomial

Uma técnica bastante útil e muito popular para precificar uma ação envolve a construção de árvores binomiais. Este é um diagrama que representa os possíveis caminhos que o preço de uma ação pode tomar no mercado ao longo de sua vida. A abordagem aqui adotada é a de Cox, Ross e Rubinstein (1979).

Considerando que a avaliação de um ativo pode assumir vários valores e que, para simplificar esse comportamento, determina-se alguns intervalos de tempo  $\delta t$ , ao final desse intervalo o valor da ação pode subir com probabilidade  $p$  ou cair com probabilidade  $1 - p = q$ . A árvore é binomial, pois ao final de cada intervalo ( $dt$ ) o ativo pode ter dois possíveis valores. Se o ativo subir, ele terá o valor de  $S_0u$ , se ele cair assumirá o valor de  $S_0d$ , portanto, para construir a árvore binomial são necessários os valores de  $p$ ,  $q$ ,  $u$  e  $d$ .

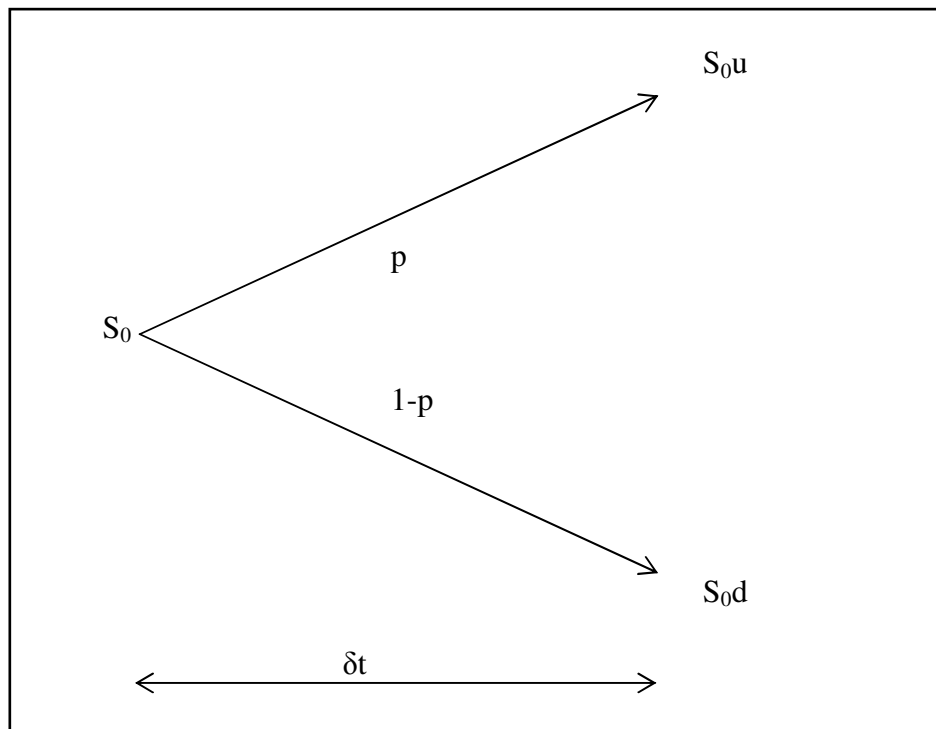


Figura 1 – Árvore Binomial (modelo de Cox, Ross e Rubinstein (1979))

Formulas básicas de cálculo da árvore binomial:

$$\bullet \quad u = e^{\sigma \sqrt{dt}} \quad (7)$$

$$\bullet \quad d = e^{-\sigma \sqrt{dt}} = 1 / u \quad (8)$$

$$\bullet \quad p = \frac{e^{-rdt} - d}{u - d} \quad (9)$$

Onde  $r$  é a taxa livre de risco.

#### 2.2.1.4. Árvore Trinomial

Segundo Hull (2002), a árvore trinomial é derivada do método de diferenças finitas. Os termos podem ser interpretados da seguinte forma:

$-\frac{1}{2} rjdt + \frac{1}{2} \sigma^2 j^2 dt$  : Probabilidade de o valor do ativo decrescer de  $j dS$  para  $(j-1)dS$  no intervalo de tempo  $dt$ ;

$1 - \sigma^2 j^2 dt$  : Probabilidade de o valor do ativo permanecer inalterado em  $j dS$  no intervalo de tempo  $dt$ ;

$$\frac{1}{2} rjdt + \frac{1}{2} \sigma^2 j^2 dt : \text{Probabilidade de o valor do ativo aumentar de } j dS$$

para  $(j+1)dS$  no intervalo de tempo  $dt$ ;

Os termos acima estão ilustrados na figura a seguir:

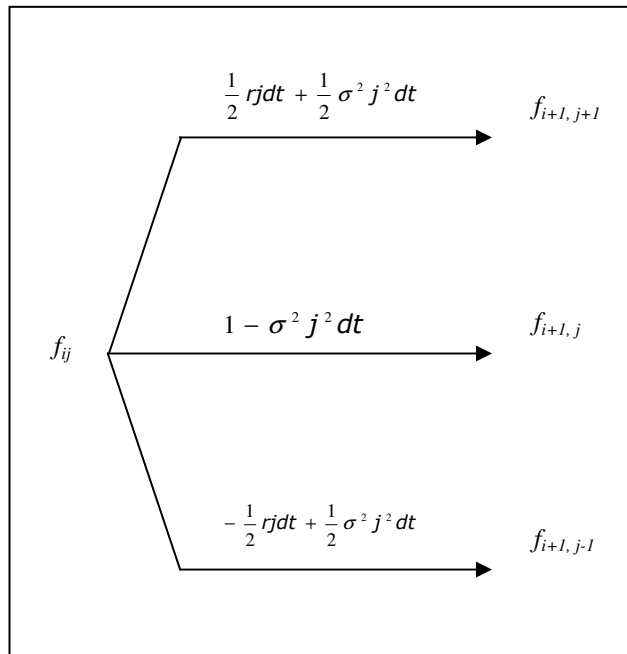


Figura 2 – Interpretação do método de diferenças finitas como uma árvore trinomial

Pode ser observado que a soma das três probabilidades é 1. O aumento esperado do valor do ativo no intervalo  $dt$  é dado por  $r j dS \delta t = r S dt$ , o que equivale ao aumento esperado em uma situação com neutralidade de risco. Para pequenos valores de  $dt$ , eles também fornecem a variância do valor do ativo no intervalo  $dt$  como sendo  $\sigma^2 j^2 dS^2 \delta t = \sigma^2 S^2 dt$ . Isso corresponde ao processo estocástico seguido de  $S$ . O valor de  $f$  no tempo  $i dt$  é calculado como sendo o valor esperado de  $f$  no tempo  $(i + 1) dt$  numa situação com neutralidade de risco descontado a taxa livre de risco.

Para que a versão explícita do método de diferenças finitas funcione corretamente, as três probabilidades  $(-\frac{1}{2} rjdt + \frac{1}{2} \sigma^2 j^2 dt; 1 - \sigma^2 j^2 dt;$

$\frac{1}{2} rjdt + \frac{1}{2} \sigma^2 j^2 dt)$  devem possuir valores positivos. Se uma das

probabilidades for negativa haverá problema para que haja convergência para a solução da equação diferencial.

Quando houver o uso de mudança de variável, as probabilidades em que  $Z = \ln S$  terá um decréscimo de  $dZ$ , ficará igual e irá aumentar de  $dZ$  serão, respectivamente,

$$\left( -\frac{dt}{2dZ} \left( r - \frac{\sigma^2}{2} \right) + \frac{dt}{2dZ^2} \sigma^2; 1 - \frac{dt}{dZ^2} \sigma^2; \frac{dt}{2dZ} \left( r - \frac{\sigma^2}{2} \right) + \frac{dt}{2dZ^2} \sigma^2 \right)$$

Esses movimentos em  $Z$  correspondem à variação do valor do ativo de  $S$  para  $S e^{-dZ}$ ,  $S$  e  $e^{dZ}$ , respectivamente. A condição  $dZ = \sigma \sqrt{3dt}$  deve ser satisfeita para que a árvore trinomial e as probabilidades sejam equivalentes ao método original.

### 2.2.2. Modelo Utilizado

O modelo de Imai & Watanabe (2005) fornece a base para a construção de elementos úteis na tomada de decisão estratégica. A análise da literatura existente nos leva à conclusão de que ele responde com mais eficiência às necessidades das empresas de telecomunicações, dadas a incerteza de demanda, as mudanças tecnológicas e a flexibilidade gerencial.

Consideremos uma empresa que oferece um serviço e vai tomar a decisão de investimento em uma nova tecnologia. Por exemplo, a empresa fornece banda larga e vai começar a oferecer maior taxa de dados ao seu cliente. Para isso precisa de uma nova tecnologia como “FTTP” (“Fiber To The Premises” – fibra óptica até perto da casa do cliente). A fim de possuir a nova tecnologia a empresa precisa investir em novos equipamentos e infra-estrutura que suportem essa nova tecnologia.

Existe uma empresa líder (L) que tem vantagem competitiva por ser pioneira e já ser conhecida no mercado, com isso ela pode decidir antes da outra empresa, seguidora (S), se quer investir na nova tecnologia. A empresa S é similar à líder (L), porém observa o que a líder (L) decide para tomar sua decisão.

A empresa líder (L) e a seguidora (S) já possuem uma tecnologia de banda larga. A líder quer avaliar o investimento em uma nova tecnologia, num projeto que tem vida útil estimada de 5 anos, comum para projetos de telecomunicações



onde a tecnologia fica obsoleta em pouco tempo. Problema: Como essa empresa deve se comportar? Qual o melhor momento de investir possuindo uma estratégia ótima?

Para avaliar o comportamento das duas empresas com a incerteza de demanda e analisar as estratégias das empresas de Telecomunicações no Brasil, foi utilizado o modelo sugerido por Imai e Watanabe (2005). Neste modelo considera-se duas empresas L e S. Sendo L (líder) primeira a investir, pioneira e, S (seguidora), que acompanha a líder. As duas empresas investem em um projeto e competem entre si. Cada empresa escolhe o momento do investimento. A decisão de uma empresa afeta não só o valor do seu projeto, como também o valor do projeto da concorrente. O faturamento das empresas depende da demanda e das ações das firmas.

Duas formas de decisão podem ser consideradas levando em conta o momento de decisão de cada empresa. Pode ser uma decisão seqüencial, uma firma após a outra. Nesse caso a empresa L tem vantagem competitiva em relação à empresa S. A outra pode ser chamada de decisão simultânea, em que as duas firmas fazem suas decisões sem levar em consideração o que foi decidido pela concorrente. No trabalho apresentado analisamos somente a decisão seqüencial.

É considerado que a demanda é incerta e segue um movimento Browniano Geométrico (descrito no item 2.2.1.2).  $Y(t)$  é a demanda em função do tempo ( $t$ ). Considerando uma demanda instantânea em determinado momento sendo da seguinte forma:

$$dY(t) = \mu Y(t)dt + \sigma Y(t)dZ \quad (10)$$

Onde:

$\mu$  é a tendência do valor (“DRIFT”)

$\sigma$  é o parâmetro de dispersão

$dZ$  é o incremento do processo de Wiener (descrito no item 2.2.1.1)

Utiliza-se o modelo de treliça (“*lattice*”) para representar esse processo.

Cox, Ross e Rubinstein (1979) e Redelman e Bartter (1979) propõem um processo binomial e mostram que o processo converge para o processo de difusão quando os parâmetros são corretamente especificados e o número de períodos de transação tendem a infinito. Trigeorgis (1991) propõe o modelo trinomial com transformação logarítmica para melhorar a eficiência numérica. Assume-se que o número de períodos de decisão é  $N+1$ . É conhecido que o processo trinomial converge para o movimento browniano geométrico quando  $N$  tende a infinito. Portanto assume-se que o  $N$  é suficientemente grande para essa aproximação.

Existe diferença entre o número de períodos de tempo ( $M$ ) e períodos de decisão ( $N$ ). Período de tempo é uma divisão temporal. Por exemplo, o mês é o ano dividido por doze. O período de decisão é o período em que acontecem as escolhas. Por exemplo, em uma empresa é tomada a decisão de investir ou não de 2 em 2 meses. Dessa forma o período de decisão não necessariamente é um múltiplo do período de tempo.

Os principais fatores que influenciam o Modelo de Imai & Watanabe<sup>1</sup> são a volatilidade ( $\sigma$ ), o custo do investimento ( $I$ ) e a demanda inicial. Os fatores estratégicos que influenciam o modelo são o tipo de decisão (seqüencial ou simultânea) e a posição estratégica da empresa (Líder ou Seguidora). O objetivo do estudo de Imai & Watanabe é levantar como o valor de um projeto varia com a variação da volatilidade, custo de investimento e a demanda inicial.

As empresas L e S em cada etapa, período de decisão ( $N$ ), têm que fazer sua escolha de investimento. Após a empresa ter investido, ela não pode investir novamente. Só existe uma oportunidade de investimento.

Inicialmente, cada empresa tem lucro com uma tecnologia antiga ou com um projeto atual. Posteriormente, cada empresa tem a opção de fazer adaptações para uma nova tecnologia ou investir em um novo projeto. A empresa tem a oportunidade de investimento ao menos uma vez durante um horizonte finito  $T$ . O fluxo de caixa obtido por um investimento é incerto e é irreversível.

No tempo  $t$  o fluxo de caixa de cada empresa  $i$  ( $i = L, S$ ) é definido por:

$$Y(t) D_{jk} dt \quad (j, k = 0, I) \quad (11)$$

- **$Y(t)$  : Demanda do projeto no tempo  $t$**
- **$D_{jk}$  : Lucro por unidade de demanda**

<sup>1</sup> Imai & Watanabe modificaram e introduziram a decisão seqüencial em cada estágio no modelo de Grenadier (1996) e Huisman (2001) chegando a um modelo em tempo discreto

$D_{00}$  : Nenhuma das empresas investiu

$D_{10}$  : A empresa  $i$  investiu e sua rival não investiu

$D_{01}$  : A empresa  $i$  não investiu e sua rival fez o investimento

$D_{11}$  : Ambas empresas investiram

Assume-se que:

$D_{10} > D_{11} > D_{00} > D_{01}$  (substituição estratégica)

$D_{10} - D_{00} > D_{11} - D_{01}$  (vantagem de ser o primeiro)

Em Imai & Watanabe (2005) os valores de lucro por unidade de demanda foram escolhidos a título de exemplo. No estudo aqui proposto será feita uma aplicação deste modelo na utilização prática em empresas de telecomunicações do mercado brasileiro. Portanto, esses valores serão derivados de um plano de negócios de um produto aqui construído através de levantamento de dados em conformidade com o Brasil.

Cada firma tem que tomar uma decisão de investir ou não a cada período de decisão ( $N$ ). Para representar esses momentos de decisão foi construído um modelo de treliça (Figura 2). A demanda  $Y(t)$  flutua estocasticamente no tempo. A cada estágio ambas as firmas participam de um subjogo para o investimento, se nenhuma das duas ainda não tiver investido. Escolhendo os parâmetros cuidadosamente, o modelo de treliça converge para um processo estocástico com tempo contínuo.

Tem-se como premissa que a demanda  $Y(t)$  segue um movimento Browniano Geométrico e taxa livre de risco  $r$ . O processo de difusão da demanda  $Y(t)$  instantânea nessas condições é:

$$dY(t) = r Y(t) dt + Y(t) dz \quad (12)$$

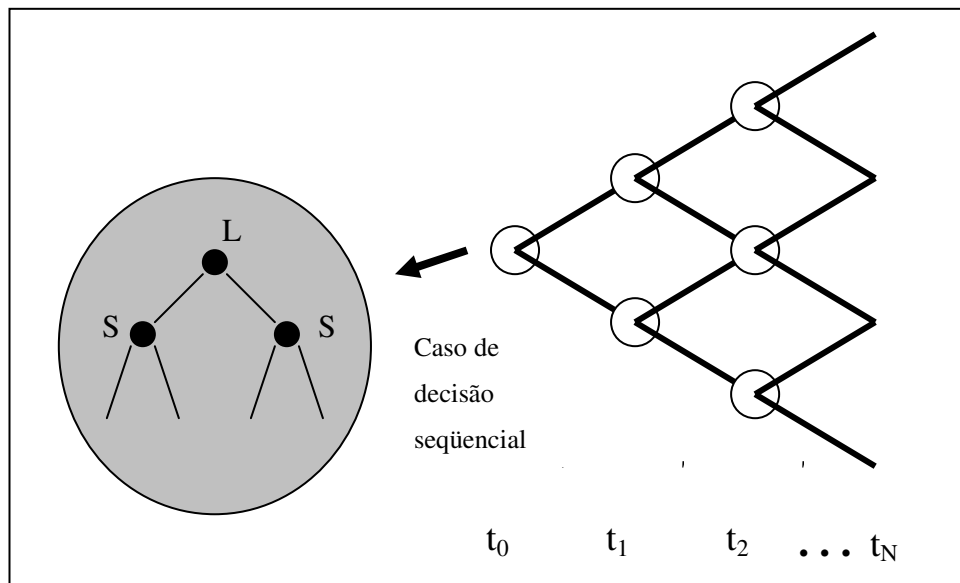


Figura 3 – Modelo Treliza

## **3 Modelagem**

### **3.1. Tipo de Pesquisa**

Para a classificação da pesquisa, toma-se como base a taxionomia apresentada por Vergara (1990), que a qualifica em relação a dois aspectos: quanto aos fins e quanto aos meios.

Quanto aos fins, a pesquisa será exploratória e aplicada. Exploratória porque, embora exista algum conhecimento internacional sobre teoria de jogos e opções reais, no Brasil ainda há poucos trabalhos publicados sobre este tema. Aplicada, porque é motivada pela necessidade de ferramentas que auxiliem na arena competitiva de telecomunicações no Brasil, que está sempre investindo em novas tecnologias.

Quanto aos meios, a pesquisa será de laboratório, bibliográfica, estudo de caso e experimental. De laboratório, porque serão utilizadas ferramentas computacionais para simular o comportamento de competição entre as empresas. Bibliográfica, porque para a fundamentação teórico-metodológica do trabalho será realizada investigação sobre os seguintes assuntos: teoria de jogos e opções reais, estratégia, jogos com multiestágios, investimento em tecnologia sob incertezas. Estudo de caso, porque será feito um estudo que retrata um tipo de produto no mercado de telecomunicações no Brasil. E, por fim, experimental, já que será feita a manipulação e o controle de variáveis independentes, tais como custo de investimento e demanda inicial, com o objetivo de observar o reflexo no valor do projeto.

### **3.2. Dados e premissas**

Para utilizar o modelo de Imai & Watanabe (2005) é necessário encontrar valores de lucro por usuário para os quatro estados possíveis de decisão estratégica.

Primeiramente foram encontrados valores para  $D_{00}$ ,  $D_{01}$ ,  $D_{10}$  e  $D_{11}$ . Para encontrar esses valores fez-se um estudo de caso que reflete o que acontece no mercado brasileiro de telecomunicações. Foi escolhido um produto da linha de produtos de banda larga. Nesse trabalho foram levados em consideração a receita por usuário da empresa, os custos diretos e indiretos, o investimento, a demanda e outros fatores inerentes a esse mercado. Ao final, encontrou-se o lucro líquido mensal e esse valor foi dividido pelo número de usuários mensal. Chegou-se a um valor de lucro por usuário mensal. Foram somados os lucros mensais ao longo de cada ano. Para finalizar foi calculada uma média de todos os anos e encontrado o valor de lucro por usuário médio anual.

Na situação  $D_{00}$ , nenhuma empresa investindo em um produto novo, considerou-se que existia inicialmente uma lucratividade média anual de R\$ 180,00/cliente. Esse valor é referente a uma estimativa do mercado. Como o produto está em fase de maturidade, essa lucratividade tende a diminuir com o tempo. No caso  $D_{01}$ , considerou-se que, caso o concorrente venha a investir, a lucratividade atual tende a diminuir, pois a tendência do cliente é a migrar para o concorrente, visto que o concorrente tem mais opções de serviços. Portanto, nesse caso foi considerado  $D_{01} = \text{R\$ } 120,00/\text{cliente}$ .

No caso  $D_{10}$  e  $D_{11}$ , é considerado o estudo de caso com dados que são bem próximos à realidade do mercado de telecomunicações brasileiro. Em  $D_{10}$ , a lucratividade média anual obtida foi R\$ 886,26/cliente. Em  $D_{11}$ , considerou-se que, devido à atitude de investimento da empresa concorrente, a empresa L passa a ter que diminuir sua receita e o número de clientes diminui, portanto a lucratividade por usuário diminui. O valor encontrado é  $D_{11}=524,32$ . A partir desses valores foi construída a Tabela 1. Nela,  $D_{i,j}$  é o lucro por demanda da empresa Líder, na situação  $L=i$ ,  $S=j$ . Por exemplo  $D_{11}$ , é a situação em que tanto a líder quanto a seguidora investiram na nova tecnologia, ou seja,  $L=1$  e  $S=1$ .

	Seguidora não investe	Seguidora investe
Líder não investe	$D_{00} = \text{R\$ } 180/\text{cliente}$	$D_{01} = \text{R\$ } 120/\text{cliente}$
Líder investe	$D_{10} = \text{R\$ } 886/\text{cliente}$	$D_{11} = \text{R\$ } 524/\text{cliente}$

Tabela 1:  $D_{ij}$  Lucro por unidade de demanda (R\$/cliente)

O lucro por demanda da empresa S é análogo ao da empresa L, porém L tem vantagem competitiva de poder escolher primeiro qual decisão tomar. Isso quer dizer que  $D_{00}$  (Líder) =  $D_{00}$  (Seguidora). Quando a líder tiver um lucro por demanda  $D_{10} = 886$  R\$/cliente, a seguidora terá um lucro por demanda  $D_{01} = 120$  R\$/cliente.

Foi considerado que a volatilidade anual ( $\sigma$ ) é de 30%, tendo sido esse valor calculado a partir da demanda esperada, estimativa. A taxa livre de risco é de 15% ao ano. O valor de N utilizado foi 50, portanto o número de períodos de decisão (N+1) é igual a 51. Nesse caso o modelo apresenta convergência, o N=50 é considerado alto, satisfazendo a condição de N grande, de acordo com a seção 2.2.2.

Após a obtenção de valores foram obtidos os resultados das simulações apresentados no capítulo 4.

Foram feitas duas simulações com o objetivo de construir dois gráficos obtendo o comportamento do valor do projeto, variando em função do custo de investimento e da demanda inicial.

Ao variar, por exemplo, o custo de investimento, a demanda inicial foi considerada constante, e, ao variar a demanda inicial, o custo de investimento foi considerado constante. Nos dois casos a volatilidade foi considerada constante, igual a 30 %, calculada a partir da estimativa da demanda. A demanda inicial foi estimada de acordo com o mercado para o produto estudado, considerada 2,5 milhões. O custo do investimento é o custo do equipamento necessário para prover o serviço vendido (produto). Nesse caso o valor é R\$ 1,7 bilhões.

Variável	Valor
N	50
Taxa livre de risco (r)	15 % ao ano
Volatilidade anual ( $\sigma$ )	30 %
Demanda inicial	2,5 milhões de clientes
Custo de Investimento	R\$ 1,7 bilhões

Tabela 2: Parâmetros estimados

### 3.3. Ferramentas Utilizadas

Para a realização da simulação e elaboração do estudo de caso foi utilizado um software proprietário em linguagem Matlab no qual foram feitas algumas modificações para avaliar o valor do projeto das empresas em função da variação do custo de investimento e da demanda inicial. Cada elemento de variação foi simulado em programas distintos. Cada programa leva normalmente de 8 a 10 minutos para gerar o resultado em forma de gráfico no Matlab, isso vai depender do valor da variação “*step*” desejado.

O programa é composto de duas rotinas, a primeira chamada de run e a outra IW. A rotina run chama a rotina IW. Em run é determinado o “*step*” (passo) utilizado, e isso vai depender da precisão desejada pelo usuário. No primeiro programa utilizado, o “*step*” arbitrado para o custo de investimento foi de R\$ 50 milhões, 1,5 % do valor final de R\$ 3 bilhões. O programa levou aproximadamente oito minutos para gerar os resultados. A rotina IW avalia as possíveis decisões das empresas em função de várias demandas, nos diferentes estados, chegando ao valor do projeto no estado inicial, em função dos possíveis estados futuros. O gráfico é constituído por valores dos projetos de L e S no estado inicial, sendo um valor de L e S para cada custo de investimento. O mesmo processo é repetido para o segundo programa que varia a demanda inicial, calculando valores dos projetos da empresa L e S para cada valor de demanda inicial. No segundo programa foi utilizado um “*step*” de 50.000, 0,7 % do valor final de 7 milhões de clientes. Nesse caso o programa levou dez minutos para gerar o resultado.

Os códigos destes programas encontram-se no apêndice (seção 7.1 e 7.2)



## 4 Resultados

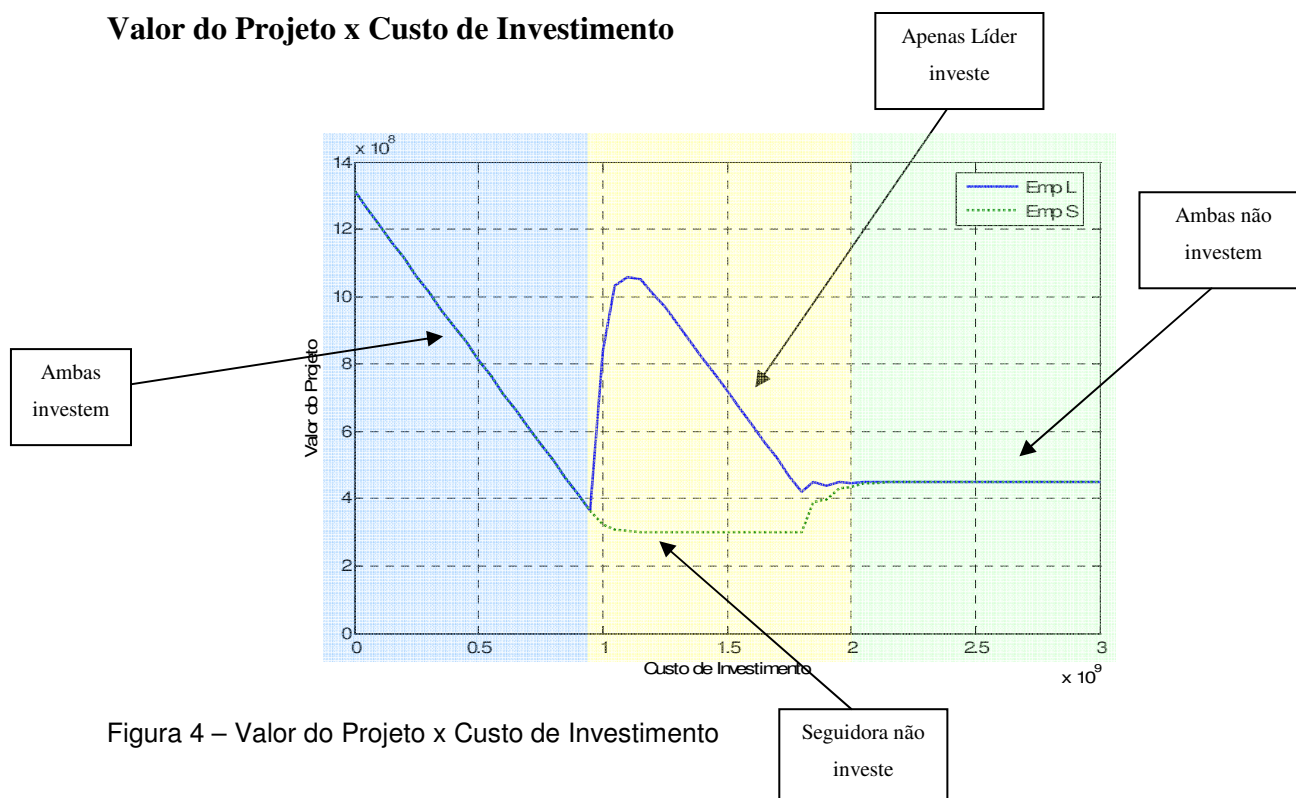
O objetivo deste trabalho foi o de definir qual o momento estratégico ótimo para a empresa líder (L) investir na nova tecnologia.

Foi utilizado um modelo que simula jogos competitivos para as duas empresas, simulando como os valores dos seus projetos se comportam em função do custo de investimento e da demanda inicial baseado no modelo de Imai & Watanabe, aplicado ao mercado brasileiro de telecomunicações. Foram feitas simulações para encontrar o melhor momento para tomar decisões de investimento em uma nova tecnologia em função do custo de investimento e da demanda inicial.

As figuras 3 e 4 apresentam os principais resultados do modelo:

- Valor do Projeto x Custo de Investimento (FIGURA 4)
- Valor do Projeto x Demanda Inicial (FIGURA 5)

### Valor do Projeto x Custo de Investimento



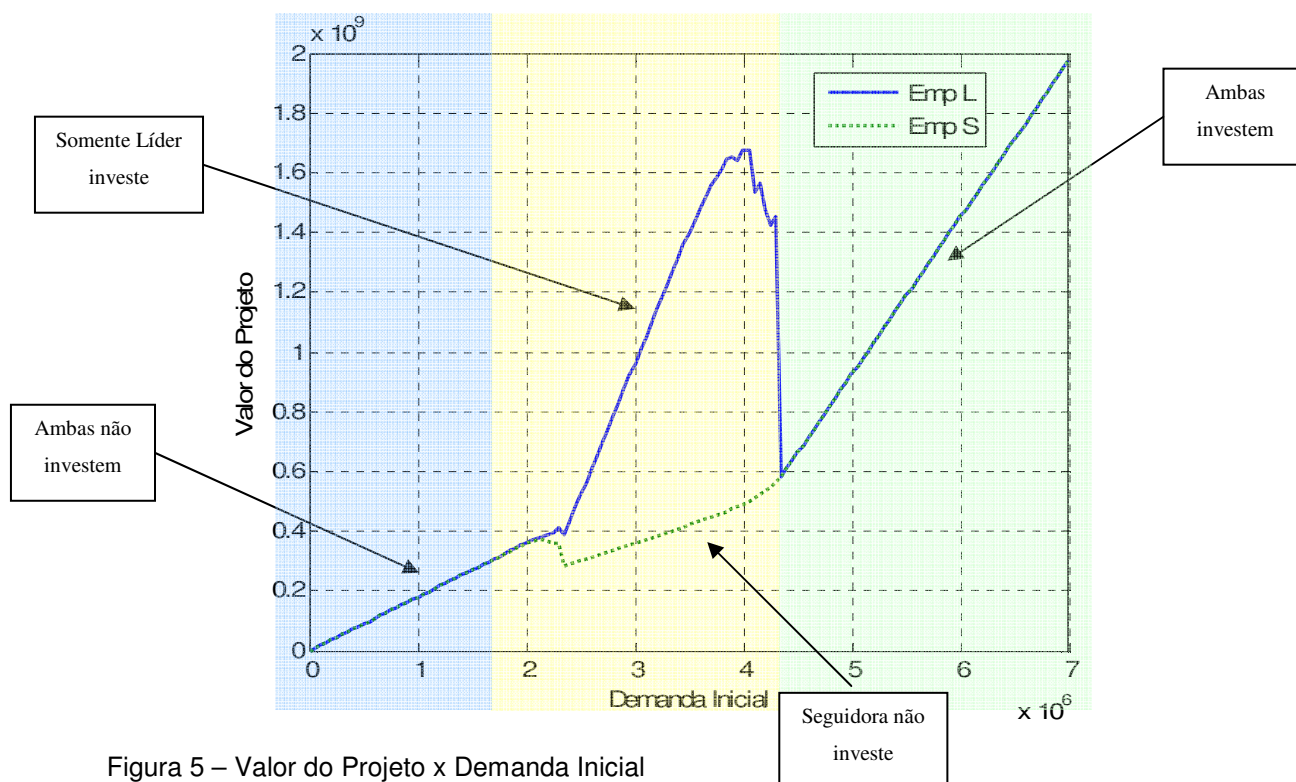
Neste gráfico (figura 4) podemos ver como o valor do projeto se comporta para as duas empresas em ambiente de competição e incerteza de demanda. No eixo horizontal temos o custo de investimento e no eixo vertical o valor do projeto.

Lembre-se de que as empresas já possuem uma base instalada, estão operando normalmente e o projeto a ser incorporado é uma nova tecnologia que vai incrementar as receitas.

Podemos observar que existem 3 fases distintas: ÁREA I ( $0 < I < R\$ 950$  milhões); ÁREA II ( $R\$ 950 \text{ milhões} < I < R\$ 1,8 \text{ bilhões}$ ); e ÁREA III ( $I > R\$ 1,8 \text{ bilhões}$ ).

Na ÁREA I, como o custo é baixo, as duas empresas investem imediatamente. A partir do investimento R\$ 950 milhões, a empresa seguidora deixa gradativamente de investir em alguns estados até deixar de investir completamente. Por outro lado, a empresa líder passa a ter monopólio do mercado. Conseqüentemente o valor do projeto aumenta bruscamente ao mesmo tempo em que a empresa líder aumenta sua fatia de mercado total em relação a seguidora. Isto faz com que o valor para a seguidora se reduza ainda mais. O custo do investimento continua aumentando, determinando que o valor do projeto passe a cair gradativamente. Essa situação perdura até um custo de investimento de cerca de R\$ 1,8 bilhões. A partir daí, a empresa líder também deixa de investir na nova tecnologia e o valor do projeto é exatamente o valor anterior sem a nova tecnologia para ambas as empresas.

## Valor do Projeto x Demanda Inicial



Neste outro gráfico da variação do valor do projeto em função da variação da demanda inicial, pode ser observado que também existem 3 áreas distintas: ÁREA I ( $0 < Y(1) < 1,75$  milhões); ÁREA II ( $1,75$  milhões  $< Y(1) < 4,35$  milhões); e ÁREA III ( $Y(1) > 4,35$  milhões).

Na ÁREA I, como a demanda é baixa, nenhuma das duas empresas investe. A medida que a demanda vai aumentando o valor do projeto sobe.

A partir da demanda de 1,7 milhões de clientes começa a ser interessante para a empresa L investir em alguns estados e, com o aumento da demanda, o número de estados em que é interessante investir vai aumentando gradativamente. Por outro lado, não é interessante para S investir. Como consequência, L passa a ter o monopólio do mercado de nova tecnologia e, conseqüentemente, o valor do seu projeto aumenta mais fortemente. À medida que a demanda continua aumentando, começa a ficar interessante em alguns estados S investir também. L vai perdendo o monopólio, até que em 4,35 milhões as duas empresas dividem o mercado.

A partir de 4,35 milhões, com o crescimento da demanda, o valor dos projetos das duas empresas tem um aumento gradativo, porém agora com uma

taxa maior que a situação inicial (Área I), na qual as duas empresas estavam ainda com o projeto antigo sem a nova tecnologia.

## 5 Conclusões

### 5.1. Conclusões

O objetivo desse trabalho foi desenvolver um estudo de opções reais híbridas para esclarecer seus conceitos e auxiliar as empresas brasileiras de telecomunicações nas tomadas de decisões estratégicas ótimas. O trabalho se iniciou com a apresentação de algumas teorias e estudos já realizados sobre o assunto, seguida de uma breve apresentação do modelo de Imai & Watanabe. Posteriormente, utilizou-se um caso brasileiro de competitividade no mercado de telecomunicações para servir como entrada no modelo de Imai & Watanabe. Finalmente, foram apresentados os resultados da pesquisa propriamente dita, realizada segundo o intento desse trabalho.

Verificamos que o modelo de Imai & Watanabe pode auxiliar as empresas a tomar decisões estratégicas ótimas, já que a partir de estimativas de alguns parâmetros, pode ser simulado, antecipadamente, qual será o comportamento das empresas num ambiente competitivo. Assim torna-se possível escolher o melhor momento para a tomada de decisão de investimento em um novo produto. Os resultados dessa simulação mostram como o valor do projeto se modifica em função do custo e da demanda inicial para cada empresa: L (líder) e S (seguidora).

O modelo sugere que nem sempre o valor do projeto se reduz à medida que o custo do investimento aumenta. Na figura 4, por exemplo, o valor do projeto aumenta significativamente quando o custo de investimento se aproxima a R\$ 1 bilhão. Existe uma curva de gatilho, dentro da Área II que revela ser vantajoso para a empresa L, naquela situação de custo de investimento, investir na nova tecnologia. A empresa entra no mercado sozinha e ainda diminui a participação de mercado da empresa concorrente. Para valores de custo de investimento abaixo dessa área ótima, as empresas dividem o mercado e, para valores acima destes, o custo de investimento fica alto e ambas não investem.

Já na figura 5 os valores dos projetos não aumentam diretamente com o aumento da demanda inicial, contrariando o comportamento esperado. Nesta figura também existe uma faixa na qual a empresa L tem vantagem competitiva se investir na nova tecnologia, enquanto, por outro lado, essa condição de demanda inicial não é atrativa para que a seguidora faça seu investimento.

Para que sua decisão de investimento em uma nova tecnologia seja ótima, a empresa L deve se posicionar dentro das faixas ótimas da figura 4 e da figura 5.

Com estas análises mostramos que ao não considerar as ações das rivais, a empresa líder poderá tomar decisões não ótimas. A metodologia de Imai & Watanabe foi apresentada e aplicada de maneira bastante explícita, para facilitar o entendimento e tentar fomentar o interesse dos leitores e gerentes de empresas pelo assunto.

## **5.2. Sugestões para Trabalhos Futuros**

Algumas linhas de trabalhos futuros podem estender os resultados obtidos nesta dissertação, tais como:

- Estender a análise para outros setores produtivos da economia brasileira (petroquímica, energia, bancos, mineração, papel e celulose, transporte aéreo e siderurgia);
- Utilizar o método em exemplos práticos e comparar sua robustez em relação a outros métodos;
- Estender a análise de forma a considerar decisões simultâneas;
- Estender a análise de forma a considerar situações de alianças estratégicas como comentado em Dias (2005) e Smith & Trigeorgis (2006);
- Criar uma interface mais amigável para a entrada de dados no programa, facilitando o uso do mesmo pelas empresas;
- Expandir o modelo para aceitar outros processos estocásticos além do MGB.

## 6 Referências Bibliográficas

ANATEL (Agencia Nacional de Telecomunicações) **Indicadores** Disponível em <http://www.anatel.gov.br> Acesso em: 10 Jan. 2007.

ANG, J. S. AND DUKAS, S. P.: 1991, **Capital budgeting in a competitive environment**, *Managerial Finance* 17(2-3), 6–15, 1991.

BERRÊDO, M. C. H., **Abordagem por Opções Reais na privatização do setor de telecomunicações: o caso da Embratel**, Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Industrial, PUC-Rio, 2001.

BRANDÃO, L. E. T., **Uma aplicação da teoria das Opções em tempo discreto para avaliação de uma concessão rodoviária no Brasil**, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Industrial, PUC-Rio, 2002.

BRICKLEY, JAMES, C. S. AND ZIMMERMAN, J., **An introduction to game theory and business strategy**, *Journal of Applied Corporate Finance* 13(2), p84–98, 2000.

CARVALHO, L. C. A., **Uma abordagem da teoria de Opções Reais em tempo discreto**, Tese de Mestrado, Departamento de Administração, PUC-Rio, 2005.

COPELAND, T. ; TUFANO, P. **A Real World Way to Manage Real Options** *Harvard Business Review* p.90 (9p), 2004.

COPELAND, T. ; KEENAN, P. **How Much is Flexibility Worth?** *McKinsey Quarterly* Number 2, p38-49, 1998a.

COPELAND, T. ; KEENAN, P. **Making Real Options Real** *McKinsey Quarterly* Number 3, p128-141, 1998b.

DIAS, M. A. G., **Opções Reais Híbridas com Aplicações em Petróleo**, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Industrial, PUC-Rio, 2005.

DIXIT, A. K. AND PINDYCK, R. S., **Investment under Uncertainty**, Princeton University Press, 1994.

FUDENBERG, D. AND TIROLE, J., **Pre-emption and rent equalization in the adoption of new technology**, *The Review of Economic Studies* 52, p383–401, 1985.

GARLAPPI, L., **Preemption risk and the valuation of r & d ventures**, Discussion Paper, 2000.

GRAHAM, J. R. ; HARVEY, C. R.:, **The theory and practice of corporate finance: evidence from the field**, *Journal of Financial Economics* Vol. 60 (Issues 2-3), p187–243, 2001.

GRENADIER, S. R., **The strategic exercise of options: Development cascades and overbuilding in real estate markets**, *Journal of Finance* 51(5), p1653–1679, 1996.

HIRSCHMAN, A. O. **Exit, voice and loyalty - responses to decline in firms, organizations, and states**. Harvard University Press, 1970.

HUISMAN, K. J. AND KORT, P. M., **Strategic technology adoption taking into account future technological improvements:a real options approach**, working paper, 2000.

HUISMAN, K. J. AND KORT, P. M., **Strategic technology investment under uncertainty**, *OR Spectrum* 24, p79–98, 2002.

HUISMAN, K. J. M., **Technology and Investment: A Game Theoretic Real Options Approach**, Kluwer Academic Publishers, 2001.

IMAI, J. AND WATANABE, T., **A sensitivity analysis of the real option model**, working paper, 2003.

IMAI J. ; WATANABE T., **A Multi-stage Investment Game in Real Option Analysis** June 20, 2005. Disponível em <http://realoptions.org/> Acesso em: 15 Nov. 2005.

HARCKBART, G., **Aplicação da Teoria de Opções Reais a Avaliação de Empresas**, Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Industrial, PUC-Rio, 2001.



HULL, JOHN C., **Option, futures and other derivatives**, 5 ed., Prentice Hall, 2002.

KREGEL, J., **Capital flows: globalization of production and financing development**. Unctad Review, 1994.

LIMA, L., **Avaliação de Termelétricas no Brasil Estudando o Melhor Momento de Investimento Por Modelos de Opções Reais**, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Industrial, PUC-Rio, 2002.

LOPES, W. P., **Uma abordagem para Aplicação Integrada de Cenários de Estratégia com avaliação de Opções Reais em Telecomunicações**, Tese de Mestrado, Departamento de Administração, PUC-Rio, 2004.

LUEHRMAN, T. A., **Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers** Harvard Business Review, Manager's Tool Kit, 1998.

MAUBOUSSIN, M. J., **Get Real. In: Using Real Options in Security Analysis** Vol. 10 Disponível em <http://www.valuesweep.com/getreal.pdf> Acesso em: 13 Dez. 2005.

MAUBOUSSIN, M. J. and Hiler Bob., **Cash Economics in the New Economy**, Desk Notes, Credit Suisse First Boston, 1999.

MCDONALD, R. L., **Real Options and Rules of Thumb in Capital Budgeting**, Northwestern University, working paper, 1998.

MURTO, P. AND KEPPONEN, J., **A game model of irreversible investment under uncertainty**, working paper, 2002.

PAWLINA, G. AND KORT, P. M., **Strategic capital budgeting: Asset replacement under market uncertainty**, working paper, 2002.

RIGBY, D. (Bain & Company), **Management Tools & Techniques - A Survey** California Management Review Vol. 43 p.139-159 - NO. 2 Winter 2001 - <http://www.bain.com/bainweb/PDFs/cms/Marketing/3296.pdf> Acesso em: 15 Dez. 2005.

SMIT, H. T. J. AND ANKUM, L. A., **A real options and game-theoretic approach to corporate investment strategy under competition**, Financial Management, p241–250, 1993.

SMIT, H. T. J. AND TRIGEORGIS, L., **Flexibility and commitment in strategic investment, Real Options and Investment Under Uncertainty/** Classical Readings and Recent Contributions, p451–498, 2001.

SMIT, H. T. J. AND TRIGEORGIS, L., **Real options and games: Competition, alliances and other applications of valuation and strategy** Review of Financial Economics 15, p. 95–112, 2006.

SCHWARTZ, S.E. & ZOZAYA-GOROSTIZA, C., **eValuation of Information and Technology Investments as Real Options** (Artigo não publicado), 2000.

THIJSSSEN, J. J. J., HUISMAN, K. J. M. AND KORT, P. M., **Symmetric equilibrium strategies in game theoretic real option models**, working paper No.2002-81, 2002.

VERGARA, S. C., **Projetos e Relatórios de Pesquisa em Administração**, 5ª Edição, Editora Atlas, 1990.

WEEDS, H., **Strategic delay in a real options model of R&D competition**, The Review of Economic Studies 69(3), 729–747, 2002.

ZYSMAN, J. **Government, markets and growth**. Cornell University Press, 1983.

## 7 Apêndices

### 7.1. Código do programa I (Variação do Custo de Investimento)

*Run.m (Rotina run)*

```
clear value
step=50000000;
for i=0:step:300000000
    value((i/step)+1,1)=i;
    value((i/step)+1,2:3)=IW(i);
end
plot(value(:,1),value(:,2:3))
clear i step
```

*IW.m (rotina IW)*

```
function value=IW(I);
% Exemplo Numerico para "A Multi-stage Investment Game in Real Option Analysis"
% Imai and Watanabe (2005), working paper
%Definicao de Parametros
Y(1)=2500000; % demanda inicial
D00=180; % Multiplicador da demanda quando nenhuma empresa investiu
D01=120; % Multiplicador da demanda para a empresa que *nao* investiu quando a outra
investiu
D10=886; % Multiplicador da demanda para a empresa que investiu quando a outra nao
investiu
D11=524; % Multiplicador da demanda quando as duas empresas investiram
%I=1700000000; % custo de investimento
sigma=0.3; % volatilidade da demanda
r=0.15; % taxa livre de risco
N=50; % periodos = N+1
%Outras variaveis
T=1;
dt=T/N; % delta T
Z=sqrt(3*dt); % delta z
```

```

d=exp(-r*dt); % Fator de desconto para um periodo
prob=[1/6 2/3 1/6];
% Fluxos de caixa para os periodos N+1 são todos zero
m00(1:1+N*2,1:2,N+1)=zeros(1+N*2,2);
m10(1:1+N*2,1:2,N+1)=zeros(1+N*2,2);
m01(1:1+N*2,1:2,N+1)=zeros(1+N*2,2);
m11(1:1+N*2,1:2,N+1)=zeros(1+N*2,2);
%Calculando o valor dos projetos das empresas por resolução reversa
for i=N:-1:1
    for j=1:1+(i-1)*2
        factor=((1+(i-1)*2)-(j-1))-median(1:1+(i-1)*2);
        y=dt*Y(1)*exp((r-0.5*sigma^2)*(i)*dt+sigma*factor*Z);
        % 00
        %Empresa L investe
        % Resultados relativos para S:
        in=D11*y-I+d*prob*[m11(j,2,i+1) m11(j+1,2,i+1) m11(j+2,2,i+1)];
        out=D01*y+d*prob*[m10(j,2,i+1) m10(j+1,2,i+1) m10(j+2,2,i+1)];
        if in>out
            inl=[in in];
        else
            aux=D10*y-I+d*prob*[m10(j,1,i+1) m10(j+1,1,i+1) m10(j+2,1,i+1)];
            inl=[aux out];
        end
        %Empresa L não investe
        % Resultados relativo para S:
        in=D10*y-I+d*prob*[m01(j,2,i+1) m01(j+1,2,i+1) m01(j+2,2,i+1)];
        out=D00*y+d*prob*[m00(j,2,i+1) m00(j+1,2,i+1) m00(j+2,2,i+1)];
        if in>out
            aux= D01*y+d*prob*[m01(j,1,i+1) m01(j+1,1,i+1) m01(j+2,1,i+1)];
            outl=[aux in];
        else
            aux= D00*y+d*prob*[m00(j,1,i+1) m00(j+1,1,i+1) m00(j+2,1,i+1)];
            outl=[aux out];
        end
        %Equilibrio
        if inl(1,1)>outl(1,1)
            m00(j,1:2,i)=inl;
        else
            m00(j,1:2,i)=outl;
        end
    end
end

```

```

%10 e 01
% Resultados relativos para a empresa que não investiu:
in=D11*y-I+d*prob*[m11(j,2,i+1) m11(j+1,2,i+1) m11(j+2,2,i+1)];
out=D01*y+d*prob*[m10(j,2,i+1) m10(j+1,2,i+1) m10(j+2,2,i+1)];
if in>out
    m10(j,1:2,i)=[in+I in];
    m01(j,1:2,i)=[in in+I];
else
    aux=D10*y+d*prob*[m10(j,1,i+1) m10(j+1,1,i+1) m10(j+2,1,i+1)];
    m10(j,1:2,i)=[aux out];
    m01(j,1:2,i)=[out aux];
end
%11
m11(j,1,i)=D11*y+d*prob*[m11(j,1,i+1) m11(j+1,1,i+1) m11(j+2,1,i+1)];
m11(j,2,i)=D11*y+d*prob*[m11(j,2,i+1) m11(j+1,2,i+1) m11(j+2,2,i+1)];
end %j
end % i
value=m00(1,1:2,1);

```

## 7.2. Código do programa II (Variação da Demanda Inicial)

*Run.m (Rotina run)*

```
clear value
step=50000;
for i=0:step:7000000
    value((i/step)+1,1)=i;
    value((i/step)+1,2:3)=IW(i);
end
plot(value(:,1),value(:,2:3))
clear i step
```

*IW.m (rotina IW)*

```
function value=IW(Y1);
% Exemplo Numerico para "A Multi-stage Investment Game in Real Option Analysis"
% Imai and Watanabe (2005), working paper
%Definicao de Parametros
%Y(1)=2500000; % demanda inicial
D00=180; % Multiplicador da demanda quando nenhuma empresa investiu
D01=120; % Multiplicador da demanda para a empresa que *nao* investiu quando a outra
investiu
D10=886; % Multiplicador da demanda para a empresa que investiu quando a outra nao
investiu
D11=524; % Multiplicador da demanda quando as duas empresas investiram
I=1700000000; % custo de investimento
sigma=0.3; % volatilidade da demanda
r=0.15; % taxa livre de risco
N=50; % periodos = N+1
%Outras variaveis
T=1;
dt=T/N; % delta T
Z=sqrt(3*dt); % delta z
d=exp(-r*dt); % Fator de desconto para um periodo
prob=[1/6 2/3 1/6];
% Fluxos de caixa para os periodos N+1 são todos zero
m00(1:1+N*2,1:2,N+1)=zeros(1+N*2,2);
m10(1:1+N*2,1:2,N+1)=zeros(1+N*2,2);
m01(1:1+N*2,1:2,N+1)=zeros(1+N*2,2);
```

```

m11(1:1+N*2,1:2,N+1)=zeros(1+N*2,2);
%Calculando o valor dos projetos das empresas por resolução reversa
for i=N:-1:1
for j=1:1+(i-1)*2
factor=((1+(i-1)*2)-(j-1))-median(1:1+(i-1)*2);
y=dt*Y1*exp((r-0.5*sigma^2)*(i)*dt+sigma*factor*Z);
% 00
%Empresa L investe
% Resultados relativos para S:
in=D11*y-I+d*prob*[m11(j,2,i+1) m11(j+1,2,i+1) m11(j+2,2,i+1)];
out=D01*y+d*prob*[m10(j,2,i+1) m10(j+1,2,i+1) m10(j+2,2,i+1)];
if in>out
inl=[in in];
else
aux=D10*y-I+d*prob*[m10(j,1,i+1) m10(j+1,1,i+1) m10(j+2,1,i+1)];
inl=[aux out];
end
%Empresa L não investe
% Resultados relativo para S:
in=D10*y-I+d*prob*[m01(j,2,i+1) m01(j+1,2,i+1) m01(j+2,2,i+1)];
out=D00*y+d*prob*[m00(j,2,i+1) m00(j+1,2,i+1) m00(j+2,2,i+1)];
if in>out
aux= D01*y+d*prob*[m01(j,1,i+1) m01(j+1,1,i+1) m01(j+2,1,i+1)];
outl=[aux in];
else
aux= D00*y+d*prob*[m00(j,1,i+1) m00(j+1,1,i+1) m00(j+2,1,i+1)];
outl=[aux out];
end
%Equilibrio
if inl(1,1)>outl(1,1)
m00(j,1:2,i)=inl;
else
m00(j,1:2,i)=outl;
end
%10 e 01
% Resultados relativo para a empresa que não investiu:
in=D11*y-I+d*prob*[m11(j,2,i+1) m11(j+1,2,i+1) m11(j+2,2,i+1)];
out=D01*y+d*prob*[m10(j,2,i+1) m10(j+1,2,i+1) m10(j+2,2,i+1)];
if in>out
m10(j,1:2,i)=[in+I in];

```

```
m01(j,1:2,i)=[in in+I];
else
    aux=D10*y+d*prob*[m10(j,1,i+1) m10(j+1,1,i+1) m10(j+2,1,i+1)];
    m10(j,1:2,i)=[aux out];
    m01(j,1:2,i)=[out aux];
end
%11
m11(j,1,i)=D11*y+d*prob*[m11(j,1,i+1) m11(j+1,1,i+1) m11(j+2,1,i+1)];
m11(j,2,i)=D11*y+d*prob*[m11(j,2,i+1) m11(j+1,2,i+1) m11(j+2,2,i+1)];
end %j
end % i
value=m00(1,1:2,1);
```



# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)