

ANÁLISE DETERMINÍSTICA TRIDIMENSIONAL DE RISERS NO DOMÍNIO  
DA FREQUÊNCIA

Luiz Felipe Teixeira da Silva

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS  
PROGRAMAS DE PÓS – GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS  
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA  
CIVIL.

Aprovada por:

---

Prof. Gilberto Bruno Ellwanger, D.Sc.

---

Dr. Claudio Marcio Silva Dantas, D.Sc.

---

Prof. Luís Volnei Sudati Sagrilo, D.Sc.

---

Dr<sup>a</sup>. Ana Lúcia Fernandes Lima Torres, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL.

JULHO DE 2007

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

SILVA, LUIZ FELIPE TEIXEIRA

Análise Determinística Tridimensional  
de Risers no Domínio da Freqüência  
[Rio de Janeiro] 2007

XVI, 149 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ,  
M.Sc., Engenharia Civil, 2007)

Dissertação - Universidade Federal  
do Rio de Janeiro, COPPE.

1. Estruturas Offshore
2. Linearização da Força de Arrasto
3. Análise no Domínio da Freqüência  
I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

**Aos meus pais, Manuel Pereira da Silva e Gracinda Maria Teixeira da Silva, pela dedicação e incentivo.**

**Aos meus irmãos, Renata e Carlos Augusto, pela amizade e apoio.**

## **AGRADECIMENTOS**

Ao professor Gilberto Bruno Ellwanger pelo incentivo em todos os momentos, a orientação e confiança no meu trabalho.

Ao Claudio Márcio Silva Dantas pela valiosa contribuição, dedicação e orientação, sem a qual esta tese não seria possível.

Ao pessoal do Laboratório de Análise e Confiabilidade em Estruturas Offshore, em especial a Luís Volnei Sudati Sagrilo, Marcos Queija e Felipe pelo incentivo e orientação ao longo de todo o mestrado.

À minha namorada Monique Gomes pelo companheirismo, paciência e compreensão.

Agradeço também a todos meus amigos que me apoiaram em toda a minha vida, pela amizade e fidelidade.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## ANÁLISE DETERMINÍSTICA TRIDIMENSIONAL DE RISERS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Luiz Felipe Teixeira da Silva

Julho/2007

Orientadores: Gilberto Bruno Ellwanger  
Claudio Marcio Silva Dantas

Programa: Engenharia Civil

Na análise dinâmica determinística de estruturas offshore, o campo de velocidade é considerado através de uma onda regular, sendo esta caracterizada por amplitude e uma única frequência, função do seu período fundamental. Como a força hidrodinâmica é não linear na parcela de arrasto, não é possível a aplicação da teoria linear no domínio da frequência, a menos que sejam aplicados métodos de linearização para tratar a não linearidade.

O objetivo desta dissertação é o estudo e implementação do procedimento de determinação da força de arrasto na equação de Morison, através dos coeficientes da série de Fourier, no programa de análise dinâmica no domínio da frequência. Este procedimento representa melhor a força de arrasto, quando comparado com a técnica de linearização de Krolikowsky-Gay. O resultado obtido pelo método proposto é comparado com aquele fornecido pela simulação originalmente não linear da força de arrasto no domínio do tempo.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

THREE-DIMENSIONAL DETERMINISTIC ANALYSIS OF RISERS IN THE  
FREQUENCY DOMAIN

Luiz Felipe Teixeira da Silva

July/2007

Advisors: Gilberto Bruno Ellwanger

Claudio Marcio Silva Dantas

Department: Civil Engineering

In deterministic dynamic analysis of offshore structures, velocity field is considered through a regular wave, and this can be characterized by amplitude and just one frequency, function of its main period. As the hydrodynamic drag force acting on slender cylinder is nonlinear, it is not possible the application of the linear theory in the frequency domain unless the method are applied to linearize this nonlinear drag force.

The main objective of this dissertation is the study and the implementation of the determination of drag force expressed by Morison's equation, by using the coefficients of Fourier series, applied in the frequency domain dynamic analysis program. This procedure represents the drag force much better than the process of linearization proposed by Krolikowsky-Gay. The obtained result by the proposed method is compared to the one performed by the original simulation of the nonlinear drag force in time domain.

## ÍNDICE

<b>CAPÍTULO I .....</b>	<b>1</b>
<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 – Introdução e Motivação .....	1
1.2 – Objetivo principal.....	2
1.3 – Descrição do texto .....	4
<b>CAPÍTULO II .....</b>	<b>5</b>
<b>INTRODUÇÃO À ANÁLISE DE ESTRUTURAS OFFSHORE .....</b>	<b>5</b>
2 Introdução.....	5
2.1 Cargas Atuantes sobre uma Plataforma.....	6
2.2 Definição de um Riser .....	9
2.3 Riser Rígido em Catenária .....	13
2.4 Cargas Atuantes sobre o Riser .....	14
<b>CAPÍTULO III .....</b>	<b>17</b>
<b>CÁLCULO DO CARREGAMENTO DEVIDO AO FLUIDO.....</b>	<b>17</b>
3 Introdução.....	17
3.1 Equação de Morison .....	17
3.2 Teoria de onda do mar – Análise Determinística .....	19
3.3 – Teoria linear de Airy .....	21
3.4 - Determinação das expressões de velocidades, acelerações. ....	23
3.4.1 Consideração do termo $kx$ na amplitude de velocidade de onda.....	27
<b>CAPÍTULO IV .....</b>	<b>31</b>
<b>MÉTODOS DE LINEARIZAÇÃO DA FORÇA DE ARRASTO NA EQUAÇÃO DE MORISON .....</b>	<b>31</b>
4 Introdução.....	31
4.1 Solução Não Linear.....	31
4.2 Método de Linearização proposto por Krolikowski-Gay .....	33

4.2.1	Princípio da Decomposição Independente .....	34
4.2.2	Solução de Krolikokowsky-Gay com corrente.....	37
4.2.3	Solução de Krolikokowsky-Gay sem corrente (Técnica de Sobreposição).....	39
4.3	Série de Fourier .....	43
4.4	Estudo da relação entre amplitude de velocidade de onda e velocidade de corrente.....	46
4.4.1	Elemento Vertical .....	46
4.5	Exemplos Complementares .....	49
4.5.1	Elemento Vertical .....	49
4.5.2	Elemento Horizontal .....	56
4.5.3	Elemento inclinado 10º com eixo Z e pertencente ao plano XZ.....	57
4.6	Estudo de Sensibilidade em diferentes tipos de Risers .....	59
4.6.1	Riser Vertical.....	60
4.6.2	Riser em Catenária livre .....	61
4.7	Principais conclusões do Capítulo IV .....	62
<b>CAPÍTULO V .....</b>		<b>63</b>
<b>ASPECTOS DA ANÁLISE DINÂMICA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA .....</b>		<b>63</b>
5	INTRODUÇÃO.....	63
5.1	Consideração do Movimento Prescrito.....	63
5.2	Solução Dinâmica no Domínio da Frequência.....	64
5.3	Consideração da Velocidade Relativa.....	67
5.4	Solução estrutural dos N coeficientes de Fourier .....	70
5.4.1	Solução simultânea dos N coeficientes de Fourier .....	70
5.4.2	Solução simplificada dos N coeficientes de Fourier .....	73
5.5	Cálculo da Tensão Longitudinal .....	74
<b>CAPÍTULO VI.....</b>		<b>77</b>
<b>ANÁLISES DINÂMICAS DE RISERS VERTICAIS: .....</b>		<b>77</b>
<b>MODELOS API BUL 16J - 1992 .....</b>		<b>77</b>
6	Introdução.....	77
6.1	Modelos API BUL 16J 1992 – Análises Comparativas .....	78

6.1.1	Resposta considerando dois e três coeficientes da série de Fourier. ...80	80
6.2	Análises estáticas e dinâmicas de risers verticais da API BUL 16J .....81	81
6.3	Verificação Considerando a Rotação de Carregamentos Alinhados.....89	89
6.4	Verificação Considerando a Rotação de Carregamentos Desalinhados..93	93
6.5	Análises Complementares do riser 1500-40-1-D da API .....95	95
6.6	Análises Considerando Variação do Coeficiente de Arrasto.....101	101
6.7	Verificação da Qualidade da Resposta .....103	103
<b>CAPÍTULO VII .....</b>		<b>104</b>
<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....</b>		<b>104</b>
7	Conclusões.....	104
7.1	Sugestões para Trabalhos Futuros .....	109
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>		<b>110</b>
<b>ANEXO I.....</b>		<b>112</b>
<b>ANEXO II.....</b>		<b>118</b>
<b>ANEXO III.....</b>		<b>132</b>
<b>ANEXO IV.....</b>		<b>147</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 2-1 - PLATAFORMAS FIXAS (AÇO E CONCRETO) E PLATAFORMAS FLUTUANTES .....	6
FIGURA 2-2 – MOVIMENTOS DE UMA PLATAFORMA SEMI-SUBMERSÍVEL E FPSO RESPECTIVAMENTE.....	7
FIGURA 2-3 – DESCRIÇÃO DA COMPOSIÇÃO DOS MOVIMENTOS. ....	8
FIGURA 2-4 – RISER COM CONFIGURAÇÃO VERTICAL .....	10
FIGURA 2-5 – RISER COM CONFIGURAÇÃO EM CATENÁRIA.....	10
FIGURA 2-6– “RISER ” COM CONFIGURAÇÃO COMPLEXA - “LAZY S” .....	10
FIGURA 2-7– CONFIGURAÇÃO LAZY-WAVE .....	11
FIGURA 2-8– PLIANT WAVE .....	11
FIGURA 2-9 – CONFIGURAÇÕES STEEP-WAVE(ESQUERDA) E STEEP-S (DIREITA) .....	11
FIGURA 2-10 – TRECHO DE UM RISER RÍGIDO DE PRODUÇÃO. ....	12
FIGURA 2-11 – SEÇÃO TRANSVERSAL TÍPICA DE UM RISER FLEXÍVEL .....	12
FIGURA 2-12 - RISER RÍGIDO EM CATENÁRIA E SUA CONEXÃO À PLATAFORMA.....	13
FIGURA 2-13 - VISÃO EM PLANTA / A DIREÇÃO DA LINHA CORRESPONDE À SETA VERMELHA .....	15
FIGURA 2-14 – POSIÇÕES FAR E NEAR.....	15
FIGURA 3-1 - SISTEMA DE COORDENADAS.....	20
FIGURA 3-2 – TEORIA LINEAR DE AIRY (CONDIÇÕES DE CONTORNO).....	22
FIGURA 3-3 - COMPONENTES HORIZONTAIS DA VELOCIDADE E DA ACELERAÇÃO DO FLUIDO. .....	24
FIGURA 3-4 - DEFINIÇÃO DO SISTEMA DE REFERÊNCIA.....	26
FIGURA 4-1–SISTEMA DE REFERÊNCIA BIDIMENSIONAL. ....	36
FIGURA 4-2 – VERIFICAÇÃO DA LINEARIZAÇÃO PARA $A_G = 0.1$ . $U_G$ .....	40
FIGURA 4-3 - VERIFICAÇÃO DA LINEARIZAÇÃO PARA $A_G = 2$ . $U_G$ .....	41
FIGURA 4-4 – FORÇA DE ARRASTO – KROLIKOWSKY-GAY – ONDA A $0^\circ$ E $45^\circ$ - CORRENTE NULA. ....	42
FIGURA 4-5 – FORÇA DE ARRASTO DA EQUAÇÃO DE MORISON – EIXO X GLOBAL – CORRENTE NULA. ....	44
FIGURA 4-6 – FORÇA DE ARRASTO – SÉRIE DE FOURIER – ONDA A $0^\circ$ E $45^\circ$ - CORRENTE NULA. ....	45
FIGURA 4-7 - FORÇA DE ARRASTO DA EQUAÇÃO DE MORISON – EIXO X GLOBAL – CORRENTE NULA. ....	45

FIGURA 4-8 - GRÁFICO DA FORÇA DE ARRASTO NA EQUAÇÃO DE MORISON – DIREÇÃO X	
GLOBAL - $A_G/ U_G = 0.3$ .....	47
FIGURA 4-9 - GRÁFICO DA FORÇA DE ARRASTO NA EQUAÇÃO DE MORISON – DIREÇÃO X	
GLOBAL - $A_G/ U_G = 0.7$ .....	47
FIGURA 4-10 - GRÁFICO DA FORÇA DE ARRASTO NA EQUAÇÃO DE MORISON – DIREÇÃO X	
GLOBAL - $A_G/ U_G = 1$ .....	48
FIGURA 4-11 - GRÁFICO DA FORÇA DE ARRASTO NA EQUAÇÃO DE MORISON – DIREÇÃO X	
GLOBAL - $A_G/ U_G = 5$ .....	48
FIGURA 4-12 - GRÁFICO DA FORÇA DE ARRASTO NA EQUAÇÃO DE MORISON – DIREÇÃO X	
GLOBAL - $A_G/ U_G = 10$ .....	49
FIGURA 4-13 – GRÁFICO DA FORÇA DE ARRASTO NA EQUAÇÃO DE MORISON – DIREÇÃO X	
GLOBAL.....	50
FIGURA 4-14 - GRÁFICO DA FORÇA DE ARRASTO NA EQUAÇÃO DE MORISON – DIREÇÃO X	
GLOBAL.....	51
FIGURA 4-15 - GRÁFICO DA FORÇA DE ARRASTO NA EQUAÇÃO DE MORISON – DIREÇÃO X	
GLOBAL.....	51
FIGURA 4-16 - GRÁFICO DA FORÇA DE ARRASTO NA EQUAÇÃO DE MORISON – DIREÇÃO Y	
GLOBAL.....	52
FIGURA 4-17 - GRÁFICO DA FORÇA DE ARRASTO NA EQUAÇÃO DE MORISON – DIREÇÃO X	
GLOBAL.....	53
FIGURA 4-18 - GRÁFICO DA FORÇA DE ARRASTO NA EQUAÇÃO DE MORISON – DIREÇÃO X	
GLOBAL.....	53
FIGURA 4-19 - GRÁFICO DA FORÇA DE ARRASTO NA EQUAÇÃO DE MORISON – DIREÇÃO Y	
GLOBAL.....	54
FIGURA 4-20 - GRÁFICO DA FORÇA DE ARRASTO NA EQUAÇÃO DE MORISON – DIREÇÃO X	
GLOBAL.....	55
FIGURA 4-21 - GRÁFICO DA FORÇA DE ARRASTO NA EQUAÇÃO DE MORISON – DIREÇÃO Y	
GLOBAL.....	55
FIGURA 4-22 - ILUSTRAÇÃO DA DISPOSIÇÃO DO ELEMENTO HORIZONTAL ANALISADO.....	56
FIGURA 4-23 – GRÁFICO DA FORÇA DE ARRASTO NA EQUAÇÃO DE MORISON – DIREÇÃO X	
GLOBAL.....	56
FIGURA 4-24 - GRÁFICO DA FORÇA DE ARRASTO NA EQUAÇÃO DE MORISON – DIREÇÃO Z	
GLOBAL.....	57
FIGURA 4-25- ELEMENTO INCLINADO 10° COM EIXO Z E 80° COM EIXO X – PLANO XZ.....	57
FIGURA 4-26 - GRÁFICO DA FORÇA DE ARRASTO NA EQUAÇÃO DE MORISON – DIREÇÃO X	
GLOBAL.....	58

FIGURA 4-27 - GRÁFICO DA FORÇA DE ARRASTO NA EQUAÇÃO DE MORISON – DIREÇÃO Z GLOBAL.....	58
FIGURA 4-28 – MODELO DE RISER VERTICAL.....	60
FIGURA 4-29 - GRÁFICO DA FORÇA DE ARRASTO - DIREÇÃO X GLOBAL – RISER VERTICAL – TOPO.....	60
FIGURA 4-30 – MODELO DE RISER VERTICAL.....	61
FIGURA 4-31 - FORÇA DE ARRASTO - DIREÇÃO X GLOBAL – RISER CATENÁRIA. - TOPO. ....	61
FIGURA 5-1 – FLUXOGRAMA DA SOLUÇÃO ESTRUTURAL SIMULTÂNEA DE FOURIER.....	72
FIGURA 5-2 – COMPARAÇÃO ENTRE OS FLUXOGRAMAS DA SOLUÇÃO ESTRUTURAL SIMULTÂNEA E SIMPLIFICADA DE N COEFICIENTES DE FOURIER.....	74
FIGURA 5-3 – DISPOSIÇÃO DOS PONTOS EM TORNO DA SEÇÃO TRANSVERSAL.....	76
FIGURA 6-1 - CASOS API BUL 16J – DESENHO ESQUEMÁTICO DOS CASOS ANALISADOS. .....	78
FIGURA 6-2 - CASOS API BUL 16J – DISPOSIÇÃO ESQUEMÁTICA DAS CARGAS CONSIDERADAS.....	79
FIGURA 6-3 – MÁXIMO DESLOCAMENTO X.....	81
FIGURA 6-4 – MÁXIMA TENSÃO DE FLEXÃO.....	81
FIGURA 6-5 - MÁXIMO DESLOCAMENTO X.....	82
FIGURA 6-6 – MÁXIMA TENSÃO DE FLEXÃO.....	82
FIGURA 6-7 - MÁXIMO DESLOCAMENTO X.....	83
FIGURA 6-8 – MÁXIMA TENSÃO DE FLEXÃO.....	83
FIGURA 6-9 – MÁXIMO DESLOCAMENTO X.....	84
FIGURA 6-10 – MÁXIMA TENSÃO DE FLEXÃO.....	85
FIGURA 6-12 – MÁXIMO DESLOCAMENTO X.....	86
FIGURA 6-13 – MÁXIMA TENSÃO DE FLEXÃO.....	86
FIGURA 6-14 - MÁXIMO DESLOCAMENTO X.....	87
FIGURA 6-15 – MÁXIMA TENSÃO DE FLEXÃO.....	87
FIGURA 6-16 - MÁXIMO DESLOCAMENTO X.....	88
FIGURA 6-17– MÁXIMA TENSÃO DE FLEXÃO.....	88
FIGURA 6-18 – VERIFICAÇÃO DA RESPOSTA MEDIANTE ROTAÇÃO DO CARREGAMENTO – KROLIKOWSKY-GAY.....	90
FIGURA 6-19 – VERIFICAÇÃO DA RESPOSTA MEDIANTE ROTAÇÃO DO CARREGAMENTO – FOURIER.....	91
FIGURA 6-20 - VERIFICAÇÃO DA RESPOSTA MEDIANTE ROTAÇÃO DO CARREGAMENTO – SEM MOVIMENTO DINÂMICO.....	92
FIGURA 6-21 - VERIFICAÇÃO DA RESPOSTA MEDIANTE ROTAÇÃO DO CARREGAMENTO – SEM MOVIMENTO DINÂMICO.....	92

FIGURA 6-22 – VERIFICAÇÃO DA RESPOSTA MEDIANTE ROTAÇÃO DO CARREGAMENTO – KROLIKOWSKY-GAY.....	94
FIGURA 6-23 – VERIFICAÇÃO DA RESPOSTA MEDIANTE ROTAÇÃO DO CARREGAMENTO – FOURIER.....	94
FIGURA 6-24- VERIFICAÇÃO DA RESPOSTA MEDIANTE ROTAÇÃO DO CARREGAMENTO – FOURIER – 2 COEFICIENTES. ....	95
FIGURA 6-25 - MÁXIMO DESLOCAMENTO X. – SEM MOVIMENTO DINÂMICO. ....	96
FIGURA 6-26 – MÁXIMA TENSÃO DE FLEXÃO. – SEM MOVIMENTO DINÂMICO.....	97
FIGURA 6-27 - CASO API 1500 – MÁXIMO DESLOCAMENTO X. – COM MOVIMENTO DINÂMICO.....	97
FIGURA 6-28 - CASO API 1500 - MÁXIMA TENSÃO DE FLEXÃO. – COM MOVIMENTO DINÂMICO.....	98
FIGURA 6-29 - CASO API 1500 – MÁXIMO DESLOCAMENTO X.....	98
FIGURA 6-30 - CASO API 1500 - MÁXIMA TENSÃO DE FLEXÃO. ....	99
FIGURA 6-31 - CASO API 1500 - MÁXIMO DO DESLOCAMENTO X - ANÁLISE SEM MOVIMENTO DINÂMICO PRESCRITO. ....	99
FIGURA 6-32 - CASO API 1500 - MÁXIMO DA TENSÃO DE FLEXÃO - ANÁLISE SEM MOVIMENTO DINÂMICO PRESCRITO. ....	100
FIGURA 6-33 - MODELO ESTRUTURAL API 1500 - VERIFICAÇÃO DA VARIAÇÃO DO CD – MÁXIMO DESLOCAMENTO X. ....	101
FIGURA 6-34 - VERIFICAÇÃO DA VARIAÇÃO DO CD – MÁXIMA TENSÃO DE FLEXÃO TME. ....	102
FIGURA 6-35 - MODELO ESTRUTURAL API 1500 - VERIFICAÇÃO DO NÚMERO DE ITERAÇÕES. ....	103

## NOMENCLATURA

- F - Força Hidrodinâmica de Morison  
 $F_n$  - Força Hidrodinâmica normal de Morison  
 $K_D$  - Constante de arrasto  
 $K_M$  - Constante de inércia  
 $C_D$  - Coeficiente de arrasto  
 $C_M$  - Coeficiente de inércia  
 $\rho$  - Massa específica da água  
 $A_R$  - Área da seção transversal do cilindro  
D, R - Diâmetro e raio do cilindro respectivamente  
 $\vec{V}(t)$  - Vetor global de velocidade da onda  
 $\vec{\ddot{V}}(t)$  - Vetor global de aceleração da onda  
 $\vec{u}(t)$  - Vetor normal de velocidade da onda  
 $\vec{\ddot{u}}(t)$  - Vetor normal de aceleração da onda  
 $R_e$  - Número de Reynolds  
 $\vec{U}_n$  - Vetor normal de velocidade da corrente  
 $\vec{\dot{r}}_n(t)$  - Vetor normal de velocidade da estrutura  
 $\vec{\ddot{r}}_n(t)$  - Vetor normal de aceleração da estrutura  
 $\Phi$  - Função potencial de velocidades  
g - Aceleração da gravidade  
p - Pressão  
t - Tempo  
f(t) - Função do tempo  
 $\eta$  - Função elevação da superfície do mar  
A - Amplitude da onda regular  
H - Altura da onda regular  
w - Frequência fundamental da onda regular  
T - Período da onda regular  
 $\lambda$  - Comprimento de onda regular

$k$  - Número de onda regular  
 $c$  - Celeridade de onda regular  
 $\vec{U}_G$  - Vetor global de velocidade da corrente  
 $\vec{E}$  - Vetor de cossenos diretores do elemento  
 $L$  - Comprimento do elemento  
 $\vec{A}_G$  - Vetor global de amplitude de velocidade da onda  
 $\vec{Aa}_G$  - Vetor global de amplitude de aceleração da onda  
 $\vec{A}_n$  - Vetor normal de amplitude de velocidade da onda  
 $\vec{Aa}_n$  - Vetor normal de amplitude de aceleração da onda  
 $\vec{r}_G(t)$  - Vetor global de velocidade da estrutura  
 $\vec{Ar}_G$  - Vetor global de amplitude de velocidade da estrutura  
 $\vec{Ar}_n$  - Vetor normal de amplitude de velocidade da estrutura  
 $\vec{u}_n^R(t)$  - Vetor normal de velocidade relativa onda estrutura  
 $\vec{A}_n^R$  - Vetor normal de amplitude relativa onda estrutura  
 $F_{NL}^D$  - Vetor da força de arrasto normal não linear  
 $F_{Fourier}^D$  - Vetor da força de arrasto normal expandida pela série de Fourier  
 $a_0, a_n, b_n$  - Coeficientes da série de Fourier  
 $F_L^{D1_n}$  - Vetor da força de arrasto normal linearizada para solução 1 de Krolikowsky-Gay  
 $F_L^{D3_n}$  - Vetor da fForça de arrasto normal linearizada para solução 2 de Krolikowsky-Gay  
 $F_L^{D3_n}$  - Vetor da força de arrasto normal linearizada para solução 3 de Krolikowsky-Gay  
 $E[e_x \cdot e_x]$  - Erro médio quadrático na direção x normal  
 $E[e_y \cdot e_y]$  - Erro médio quadrático na direção y normal  
 $E[e_z \cdot e_z]$  - Erro médio quadrático na direção z normal  
 $\vec{V}_G^F$  - Vetor global de velocidade do fluido (onda + corrente)  
 $\vec{V}_n^F$  - Vetor normal de velocidade do fluido  
 $|\vec{V}_n^F|$  - Módulo da velocidade normal do fluido  
 $\vec{V}_N^R$  - Vetor normal de velocidade relativa fluido estrutura

$|\mathbf{V}_n^R|$  - Módulo da velocidade relativa normal fluido estrutura  
 $n_{\text{COEF}}$  - Número de coeficientes utilizado na série de Fourier  
 $Z_{\text{med}}$  - Coordenada Z média do elemento  
 $\text{Mov}(t)$  - Função do movimento prescrito no tempo  
 $A^{\text{RAO}}$  - Amplitude do RAO  
 $\varepsilon^{\text{RAO}}$  - Fase do RAO  
 $\text{Mov}(\omega)$  - Função do movimento prescrito na frequência  
 $C$  - Matriz de amortecimento  
 $K$  - Matriz de rigidez da estrutura  
 $M$  - Massa de massa  
 $\bar{X}(\omega)$  - Vetor complexo de deslocamento estrutural dinâmico no domínio da frequência  
 $\dot{X}(\omega)$  - Vetor complexo de velocidade estrutural dinâmico no domínio da frequência  
 $\ddot{X}(\omega)$  - Vetor complexo de aceleração estrutural dinâmico no domínio da frequência  
 $\dot{X}(t)$  - Vetor complexo de velocidade estrutural dinâmico no domínio do tempo  
 $\ddot{X}(t)$  - Vetor complexo de aceleração estrutural dinâmico no domínio do tempo  
 $F(t)$  - Vetor complexo de carregamento externo aplicado no riser no domínio do tempo  
 $\bar{F}(\omega)$  - Vetor complexo de carregamento externo aplicado no riser no domínio da frequência  
 $\omega_1, \omega_2$  - Frequências naturais do riser  
 $\delta_1, \delta_2$  - Amortecimentos críticos associados as frequências naturais do riser  
 $C_H$  - Matriz de amortecimento hidrodinâmico  
 $\sigma(t)$  - Tensão longitudinal no domínio do tempo  
 $S^*(\omega)$  - Tensão longitudinal no domínio da frequência  
 $TME, TMI$  – Tensão de flexão na parede externa e interna do riser respectivamente.

# CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

### 1.1 – Introdução e Motivação

Com o aumento das atividades de exploração e produção de petróleo em águas profundas e ultra profundas, têm-se observado um aumento do emprego de sistemas flutuantes de produção ancorados, baseados, principalmente, em navios e plataformas semi-submersíveis, em contraposição às estruturas fixas que vinham sendo empregadas em menores lâminas d'água. Tais estruturas flutuantes são posicionadas em locações previamente definidas com base no arranjo de poços do campo de produção, recebendo óleo e/ou gás do poço por meio de dutos denominados de risers. Um riser é um condutor que liga um equipamento situado no fundo do mar à unidade de perfuração ou produção (plataforma ou navio). Apresenta-se como um duto esbelto, suspenso do fundo do mar pela unidade flutuante.

O projeto dos sistemas de risers representa atualmente um dos principais desafios tecnológicos no desenvolvimento de campos produtivos localizados em grandes lâminas d'água. Trazendo este aspecto para o cenário brasileiro, a PETROBRAS tem investigado a possibilidade de utilização de risers rígidos de aço como uma alternativa viável para a produção de óleo e gás em águas profundas e ultra profundas, onde o emprego de risers flexíveis constitui uma limitação técnica e/ou econômica, no que diz respeito, por exemplo, ao diâmetro máximo oferecido e à capacidade máxima de resistência à pressão externa.

O comportamento dinâmico de um *riser* é influenciado de forma significativa pelos movimentos do corpo flutuante ao qual ele está conectado, impondo-lhe deslocamentos laterais e verticais em sua extremidade superior. Além destas ações, devem ser consideradas as cargas de onda, corrente, peso próprio, pressão externa, pressão devida ao fluido interno, tensionamento no topo e outros efeitos representados por cargas concentradas. Assim sendo, o número de análises necessárias para um projeto numa determinada locação torna-se bastante elevado, uma vez que alguns parâmetros do modelo estrutural do *riser*, tais como tração no topo, deslocamentos impostos no topo e peso específico do fluido interno podem variar em função da intensidade e direção das cargas ambientais sobre o *riser*.

No caso de estruturas “offshore”, o carregamento hidrodinâmico atuante é usualmente avaliado com o auxílio da fórmula de Morison. Na sua forma original, a expressão guarda uma relação não linear quadrática entre a velocidade relativa fluido estrutura.

O procedimento de linearização da equação de Morison permite a determinação da resposta dinâmica da estrutura através da análise determinística no domínio da frequência, reduzindo significativamente o custo computacional quando comparada com a análise no domínio do tempo [1].

## **1.2 – Objetivo principal**

No campo da engenharia “offshore”, vários métodos de linearização da equação de Morison têm sido propostos por alguns autores para o cálculo simplificado da força de arrasto em elementos cilíndricos. Uma técnica de linearização bastante difundida em programas de análise estrutural é aquela proposta por Krolikowski e Gay [2], utilizada por Bordallo [3], que dá um tratamento determinístico e aleatório à teoria de onda empregada. A técnica proposta por Krolikowski e Gay também pode ser utilizada em sintonia com uma teoria determinística, tendo sido empregada no programa RISERFW [4], sendo esta última abordagem a que será explorada nesse trabalho e comparada com a representação da parcela de arrasto não linear pela série de Fourier, a ser implementada.

A proposta principal desta dissertação de mestrado é implementar o procedimento da série de Fourier em um programa de análise estrutural no domínio da frequência [5] para representar a força de arrasto não linear da equação de Morison. O método de Krolikowsky-Gay, já implementado no programa de análise estrutural no domínio da frequência [5], será comparado com a série de Fourier, o que por sinal é uma das pautas principais e inovadoras desta dissertação.

A implementação da série de Fourier possibilitará uma análise determinística no domínio da frequência, que representará melhor a força de arrasto não linear em relação ao método de linearização proposto por Krolikowsky-Gay, não só para problemas tridimensionais, como também para problemas bidimensionais com o carregamento atuando fora dos eixos de referência global.

A dissertação se propõe a investigar a utilização da série de Fourier com um coeficiente na representação da parcela da força de arrasto não linear. Para realizar a implementação e testes dessa nova metodologia, será utilizado a estrutura de um programa já existente, programa de análise estrutural no domínio da frequência [5], visando possibilitar a realização de análises estruturais determinísticas no domínio da frequência.

O programa de análise estrutural no domínio da frequência [5] foi desenvolvido originalmente para a análise aleatória no domínio da frequência, de acordo com a Referência [6].

Serão apresentados também resultados considerando um procedimento simplificado que emprega dois ou três coeficientes na série de Fourier. A série de Fourier com vários coeficientes será implementada de forma simplificada, apenas com o objetivo de se obter resultados iniciais para essa solução. Isso porque a solução computacional correta exige inúmeras e complexas implementações, o que não se encaixa no escopo desta dissertação.

### 1.3 – Descrição do texto

No Capítulo II são apresentadas as diversas concepções de sistemas flutuantes complacentes, além da descrição dos sistemas de risers. Os risers são os elementos estruturais, cujo tema deste trabalho, linearização da força de arrasto, tem um grande potencial de aplicação, visando possibilitar a realização de análises estruturais determinísticas no domínio da frequência dessas estruturas.

O Capítulo III apresenta o cálculo do carregamento devido à ação do fluido na estrutura, representado pela equação de Morison. São apresentados também os procedimentos para análise determinística, assim como a teoria linear de Airy, teoria de onda utilizada nesta dissertação.

O Capítulo IV, escopo principal deste trabalho, apresenta três métodos de linearização do termo de arrasto da equação de Morison implementados (as duas soluções de Krolkowski–Gay e a série de Fourier) , bem como suas formulações e deduções matemáticas. Os três métodos de linearização descritos são aplicados em problemas tridimensionais, sem levar em consideração a velocidade da estrutura. Foram desenvolvidas planilhas em MATHCAD, em que foram investigados exemplos sem velocidade estrutural, para os casos bidimensionais e tridimensionais. Foi desenvolvido neste capítulo um programa em Fortran que calcula a força de arrasto linearizada, de acordo com as metodologias estudadas, em cada elemento que define a geometria de um riser.

No Capítulo V são apresentadas alguns aspectos da análise dinâmica no domínio da frequência.

No Capítulo VI a nova metodologia é investigada através da utilização do programa de análise estrutural no domínio da frequência [5], a partir das análises de seis risers verticais tracionados no topo, oriundos da API (American Petroleum Institute). Os resultados obtidos também são comparados com os obtidos pelas análises no domínio do tempo. Neste capítulo também são investigadas outras situações de carregamento, criadas com intuito de aumentar a complexidade do problema e, assim, identificar as possíveis limitações da metodologia proposta.

No Capítulo VII são apresentadas as principais conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

# CAPÍTULO II

## *INTRODUÇÃO À ANÁLISE DE ESTRUTURAS OFFSHORE*

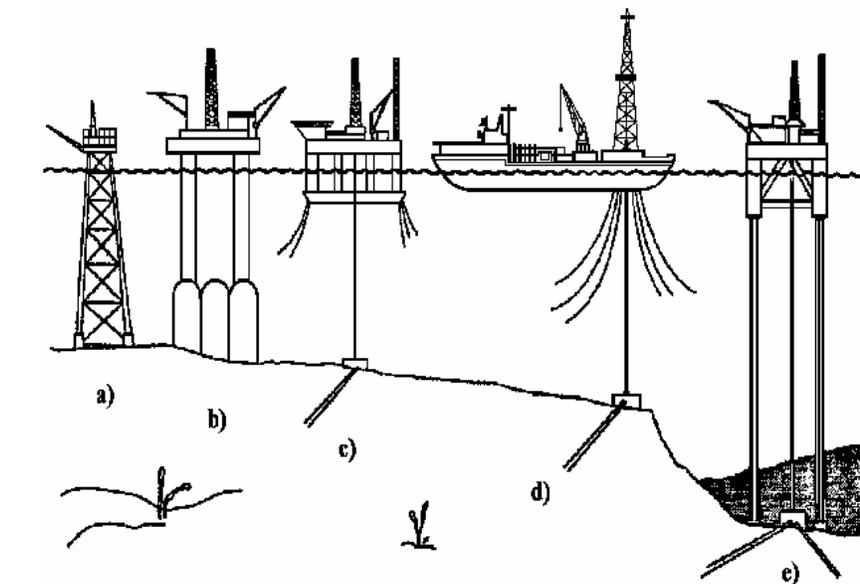
### **2 Introdução**

Com a expansão das atividades de prospecção, as reservas de petróleo passaram a ser exploradas em profundidades cada vez maiores, ultrapassando os 400 metros. Em decorrência disto, incrementam-se a severidade dos carregamentos ambientais, assim como os custos de fabricação e instalação das estruturas necessárias. Estes fatos motivaram diversos estudos sobre a concepção de estruturas complacentes, que passaram a constituir alternativas viáveis para sistemas estruturais que suportam as atividades de exploração e produção em profundidades acima de 400 metros.

Uma plataforma flutuante de produção pode ser definida como uma estrutura complacente posicionada através de um sistema de ancoragem e caracterizada por apresentar grandes deslocamentos horizontais sob a ação das cargas ambientais. São conjuntos muito flexíveis que possuem período de vibração dos modos horizontais bem diferente dos períodos das ondas de maior conteúdo energético, tanto em fase de operação, quanto sob condições de tormenta.

Na Figura 2-1 são apresentadas plataformas fixas de aço e concreto, além de outras concepções estruturais que viabilizam a produção econômica da exploração do petróleo em águas intermediárias, profundas e ultraprofundas:

- (a) Plataformas fixas de aço (também conhecidas como “jaquetas”);
- (b) Plataformas fixas de concreto (Mar do Norte);
- (c) Plataformas flutuantes semi-submersíveis;
- (d) Navios ancorados (FPSO);
- (e) Plataformas de pernas atirantadas (TLP);
- (f) spar buoy



f)



Figura 2-1 - Plataformas fixas (aço e concreto) e Plataformas flutuantes

## 2.1 Cargas Atuantes sobre uma Plataforma

Entre as cargas atuantes sobre uma plataforma, destacam-se as cargas ambientais, isto é, aquelas provenientes da ação do mar (ondas e correntes) e da ação do vento incidindo na plataforma.

Essas cargas dão origem aos movimentos característicos de embarcações: surge, sway, heave, roll, pitch e yaw (ver Figura 2-2); gerando esforços que são preponderantes na análise e no dimensionamento das colunas, dos flutuadores (pontoons) e das conexões entre os conveses e as colunas.

Dentre esses esforços citam-se: forças transversais, forças longitudinais, momentos torsionais, além daqueles provocados por acelerações vertical, longitudinal

e transversal do convés (decorrentes dos movimentos de heave, surge e sway, respectivamente).

Além dos carregamentos ambientais, atuam ainda as cargas permanentes (tais como, peso próprio, peso de equipamentos, de tubulações e sobrecargas) e de operação (tais como, aquelas relativas ao guindaste e ao puxamento e conexão de risers).

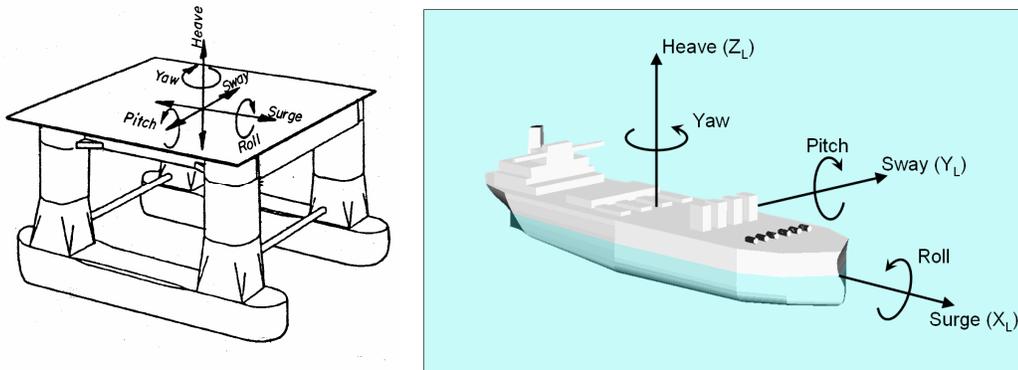


Figura 2-2 – Movimentos de uma Plataforma Semi-submersível e FPSO respectivamente.

Um dos fatores determinantes na análise de *risers* são as tensões provocadas pelos movimentos impostos no topo dos mesmos pelo sistema flutuante a que estão conectados. Para a realização da análise desacoplada de *risers* é necessária, então, a prévia definição dos movimentos do corpo flutuante.

A interação entre as ondas do mar e o corpo flutuante considerado, resulta em forças no topo do riser que podem ser divididas em três categorias:

**1** - Forças de primeira ordem que oscilam na freqüências das ondas, induzindo movimentos de primeira ordem, que também são conhecidos como movimentos de alta freqüência (*high frequency*) ou movimentos na freqüências das ondas.

**2** - Forças de segunda ordem com freqüências abaixo das freqüências das ondas, induzindo movimentos de segunda ordem, também denominados movimentos de baixa freqüência (*low frequency*).

**3** - Componentes permanentes das forças de segunda ordem, conhecidas como forças de deriva lenta média das ondas.

Uma forma gráfica da representação dos movimentos citados é mostrada na Figura 2-3.

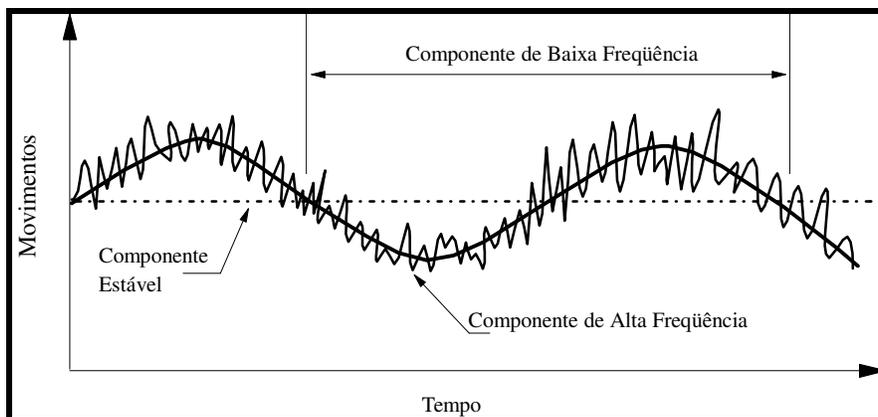


Figura 2-3 – Descrição da composição dos movimentos.

Além das ondas, o vento e a corrente marinha atuando sobre a embarcação também geram forças em regime permanente e variável a serem consideradas nas análises de movimento do corpo flutuante [7].

Os movimentos da embarcação nas frequências das ondas podem ser obtidos de ensaios em modelos reduzidos para ondas regulares ou aleatórias. Uma outra possibilidade de obtenção desses movimentos seria através de análises computacionais, usando técnicas no domínio do tempo ou da frequência. A técnica no domínio da frequência, geralmente mais utilizada, envolve a determinação inicial do operador de amplitude de resposta (RAO), varrendo a faixa de frequências das ondas. O espectro de movimento da embarcação, num dado grau de liberdade, pode então ser obtido multiplicando o quadrado do RAO correspondente pelo o espectro de mar atuante.

Os movimentos nas frequências das ondas ocorrem nos três graus de liberdade de translação e nos três de rotação do sistema flutuante: *surge*, *sway*, *heave*, *roll*, *pitch*, *yaw*, respectivamente. Foi usada terminologia inglesa por ser a mais difundida no âmbito dos projetos offshore.

Uma outra condição de contorno no topo dos risers é o elemento de conexão à embarcação. Nas análises de risers flexíveis, o efeito do conector é geralmente desprezada. Para risers rígidos, a rigidez da ligação de topo é de extrema importância na determinação dos esforços próximos a esta região. Em geral, uma junta flexível, denominada de flexjoint, é utilizada, permitindo que o riser seja articulado no topo, propiciando uma resistência à flexão bastante reduzida.

## 2.2 Definição de um Riser

Um riser é um condutor que liga um equipamento situado no fundo do mar à unidade de perfuração ou produção (plataforma ou navio). Apresenta-se como um duto esbelto, suspenso do fundo do mar pela unidade flutuante. O sistema do riser é, portanto, a interface entre a estrutura estática no fundo do mar e a estrutura flutuante que possui comportamento dinâmico.

Limitações no comprimento máximo de cada trecho do duto fazem com que, em alguns casos, o riser seja segmentado, para facilitar os processos de fabricação, transporte, instalação e substituição no local. Esses segmentos de tubo podem ser unidos por conectores ou solda.

Os risers podem desempenhar funções específicas, tais como: condução de fluidos entre a cabeça do poço e a unidade flutuante; importação, exportação ou circulação de fluidos entre a unidade flutuante e um equipamento remoto; guiar os equipamentos de perfuração no poço ou realizar outras funções especializadas.

Podemos classificar, de forma simplificada, o riser de acordo com sua configuração, material e finalidade.

A configuração de um riser pode ser um dos três tipos:

1. Vertical: é aplicada uma força de tração no topo com a finalidade de manter o riser sempre tracionado, evitando a sua flambagem.
2. Catenária: na maioria dos casos não é aplicada força de tração no topo. As extremidades (topo e fundo) não estão no mesmo alinhamento vertical.
3. Complexa: derivada da configuração em catenária, o riser assume uma geometria em forma de catenária dupla através da instalação de flutuadores ou bóias mantidas submersas com poitas (espécie de tirante).

As Figura 2-4, Figura 2-5 e Figura 2-6 à Figura 2-9 mostram as três configurações apresentadas anteriormente.

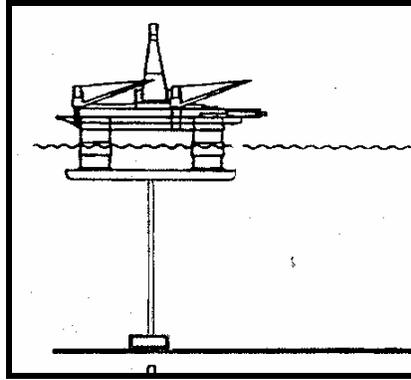


Figura 2-4 – Riser com Configuração Vertical

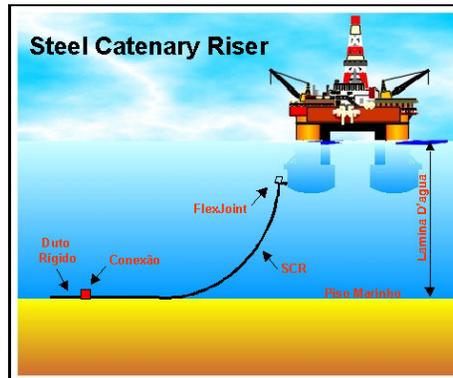


Figura 2-5 – Riser com Configuração em Catenária

A principal configuração utilizada é a catenária livre (free hanging), conforme mostrado na Figura 2-5, que se constitui na mais simples e barata. Existem, no entanto, outras configurações que podem ser empregadas, que trazem o uso de elementos de flutuação como forma de aliviar peso e atenuar movimentos dinâmicos transmitidos para a região inferior do riser, denominada de TDP (Touch Down Point). As figuras abaixo exemplificam essas alternativas.

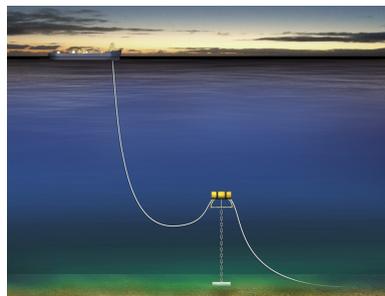


Figura 2-6– “Riser ” com Configuração Complexa - “Lazy S”

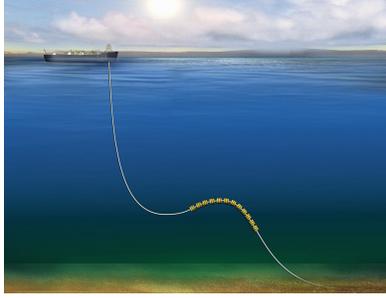


Figura 2-7– Configuração Lazy-Wave

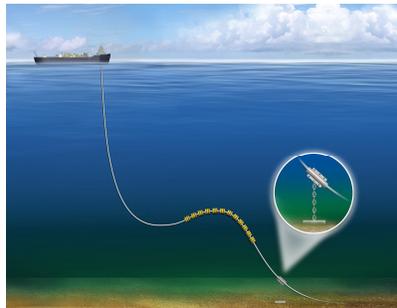


Figura 2-8– Pliant Wave

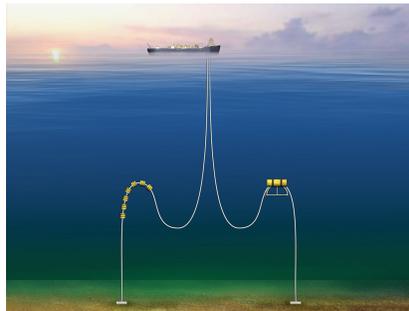


Figura 2-9 – Configurações Steep-Wave(esquerda) e Steep-S (direita)

De acordo com o material utilizado em sua fabricação o riser pode ser classificado em rígido ou flexível.

1. Rígido: geralmente constituído de aço, mas podendo também ser de titânio ou compósitos; em geral, é instalado na vertical em plataformas tipo TLP e spar buoy, na forma de catenária em lâminas d'águas profundas em plataformas tipo semi-submersível, TLPs e Spar-Buoy e lazy-wave.
2. Flexível: é, em geral, constituído de camadas de aço intercaladas com polietileno. As camadas de aço proporcionam flexibilidade ao riser, enquanto que as camadas de polietileno proporcionam estanqueidade,

proteção contra corrosão e evitam a abrasão das camadas metálicas [9,10].

As Figura 2-10 e Figura 2-11 mostram respectivamente trechos de um riser rígido e um flexível.



Figura 2-10 – Trecho de um Riser Rígido de Produção.

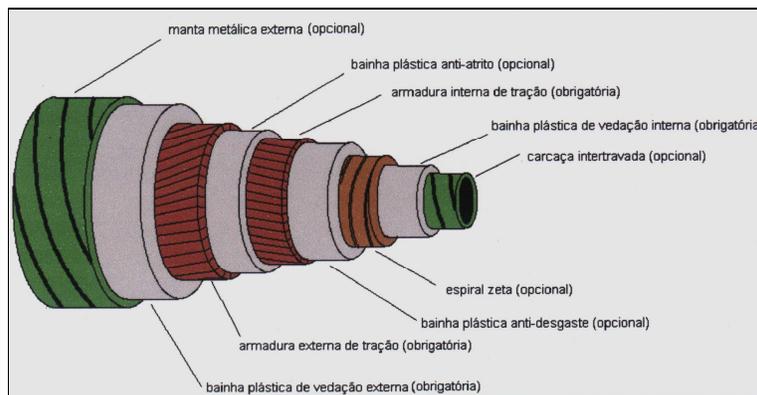


Figura 2-11 – Seção Transversal Típica de um Riser Flexível

Os risers são fixados na unidade flutuante através de sistemas de conexão, posicionados geralmente nos bordos da plataforma. A seleção da área para instalação dos sistemas de conexão depende do arranjo da plataforma e do arranjo de fundo previsto para a locação. Podem estar conectados acima da linha d'água, próximo ao nível do convés principal, ou abaixo da linha d'água, próximo dos flutuadores (*pontoons*).

De acordo com a finalidade, o riser pode ser classificado como:

1. Riser de perfuração: tem a finalidade de abrigar a coluna de perfuração, retornando em seu anular o fluido de perfuração à superfície, trazendo consigo os cascalhos provenientes desta operação para análises mineralógicas do material perfurado.
2. Riser de completção: numa fase subsequente à perfuração, o poço é preparado para produzir, através da operação de completção do mesmo. O riser de completção tem como finalidade levar os equipamentos até a zona produtora. Entende-se por completção um conjunto de operações realizadas após o término dos trabalhos de perfuração, visando colocar o poço em produção.

3. Riser de produção: Após a fase de completação, o poço está pronto para produzir, o que se dá após a instalação de um equipamento formado por um conjunto de válvulas de controle e segurança, denominado árvore de natal.

### 2.3 Riser Rígido em Catenária

Um riser rígido em catenária (Steel Catenary Riser – SCR) é, portanto, um tubo constituído de aço que apresenta configuração em catenária, conforme pode ser visto na Figura 2-12.

Risers deste tipo costumam ter o diâmetro suficientemente grande para acomodar a produção do fluido que será transferido. Em virtude dos grandes esforços devidos ao momento fletor, deve-se dedicar atenção especial à junta da extremidade, em contato com a plataforma.

A Figura 2-12 mostra um riser rígido em catenária, destinado à importação de fluido, conectado à plataforma no *pontoon*. Os momentos são aliviados no topo com o uso de uma junta tipo *flexjoint*, localizada numa base chamada de receptáculo.

Essas juntas são compostas de metal e elastômero, que suportam altos carregamentos de compressão e transferem um momento relativamente pequeno para a estrutura suporte, permitindo, assim, grandes deflexões angulares sem produzir grandes momentos na extremidade do riser.

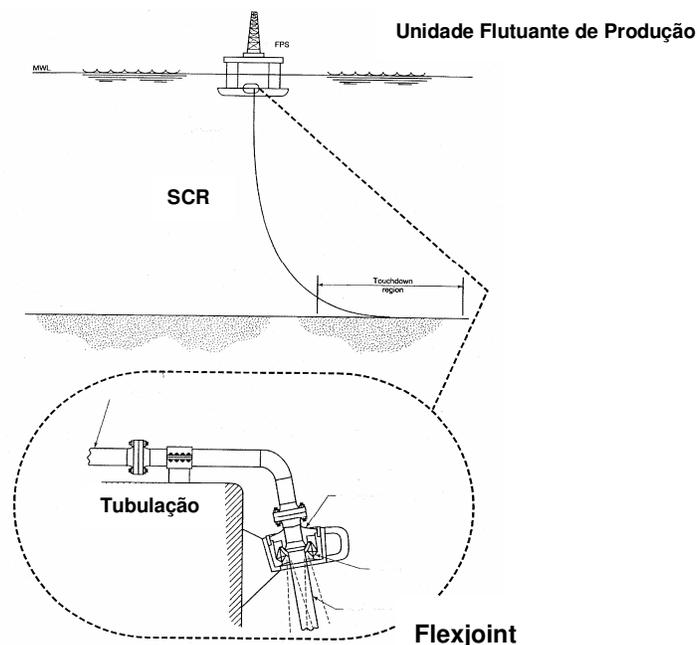


Figura 2-12 - Riser Rígido em Catenária e sua Conexão à Plataforma

Em relação à alternativa de riser vertical tracionado, a linha rígida em catenária, SCR, tem a vantagem da eliminação do sistema de tracionamento na superfície, pois os movimentos verticais da estrutura em relação ao riser são compensados pela alteração na geometria da catenária na região próxima ao fundo [7]. Tal alternativa torna-se tecnicamente viável apenas em águas profundas, pois o comportamento do duto rígido se assemelha ao de uma linha flexível devido à relação rigidez/profundidade [7].

## **2.4 Cargas Atuantes sobre o Riser**

O carregamento atuante sobre um riser inclui, além dos movimentos impostos no topo pelo corpo flutuante, ações de onda e corrente, pressão externa, pressão interna e peso próprio. No caso de risers verticais considera-se também a tração no topo imposta por um equipamento tracionador para evitar compressão nas partes mais baixas do riser, evitando o risco de flambagem.

O estabelecimento dos casos de carregamento a serem considerados na verificação da integridade de um riser pode ser uma atividade complexa e que requer atenção do projetista, de forma que sejam estabelecidas as condições mais críticas que o riser irá enfrentar quando instalado.

As análises de fadiga são normalmente realizadas empregando-se um conjunto de condições ambientais e operacionais consideradas como sendo representativas de um ano típico de operação. Podem ser assumidos valores de direções e intensidades dos dados ambientais especificados pelos oceanógrafos, cobrindo uma larga faixa de direções e períodos.

Nos casos de cargas extremas, os perfis de corrente, ventos e ondas, devem ser combinados para levar o riser à situação mais crítica que pode acontecer.

A posição média assumida pela plataforma durante a atuação de cada condição ambiental altera a configuração geométrica do riser.

A Figura 2-13 ilustra as situações NEAR (o corpo flutuante se desloca na mesma direção e sentido do riser), FAR (o corpo flutuante se desloca na mesma direção e sentido oposto do riser), TRANSVESE 1 (o corpo flutuante se desloca a 270° com a direção do riser para a direita, sentido do ângulo é anti-horário), TRANVERSE 2 (o corpo flutuante se desloca a 90° com a direção do riser para a esquerda), NEAR QUARTER 1,2 (que representam o movimento do corpo flutuante a 315° e 45°, respectivamente, com o sentido de se aproximar do riser) e FAR QUARTER 1,2 (que representam o movimento do corpo flutuante a 225° e 135°, respectivamente, com o

sentido oposto do near quarter ,ou seja, sentido de se afastar do riser ) são assumidas no sentido de procurar resumir as situações possíveis.

O sentido dos ângulos explicados no texto acima é o anti-horário e encontra-se melhor exemplificado na Figura 2-13.

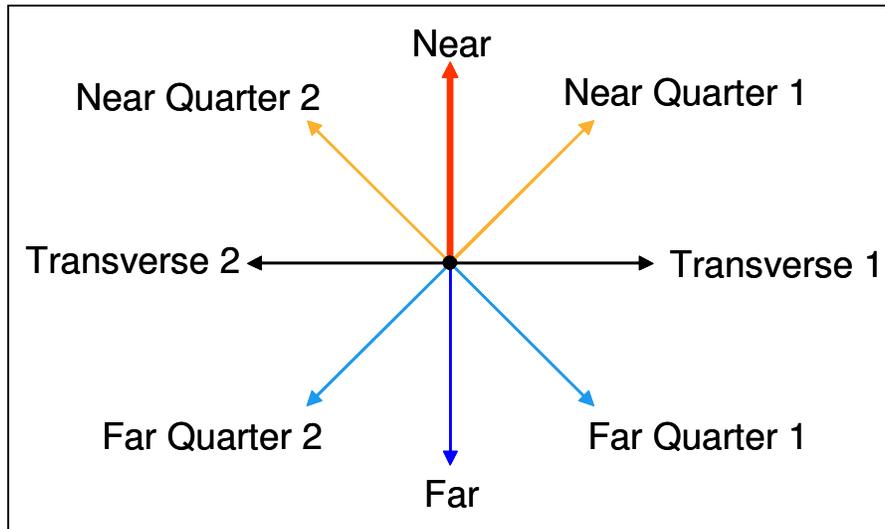


Figura 2-13 - Visão em planta / A direção da linha corresponde à seta vermelha

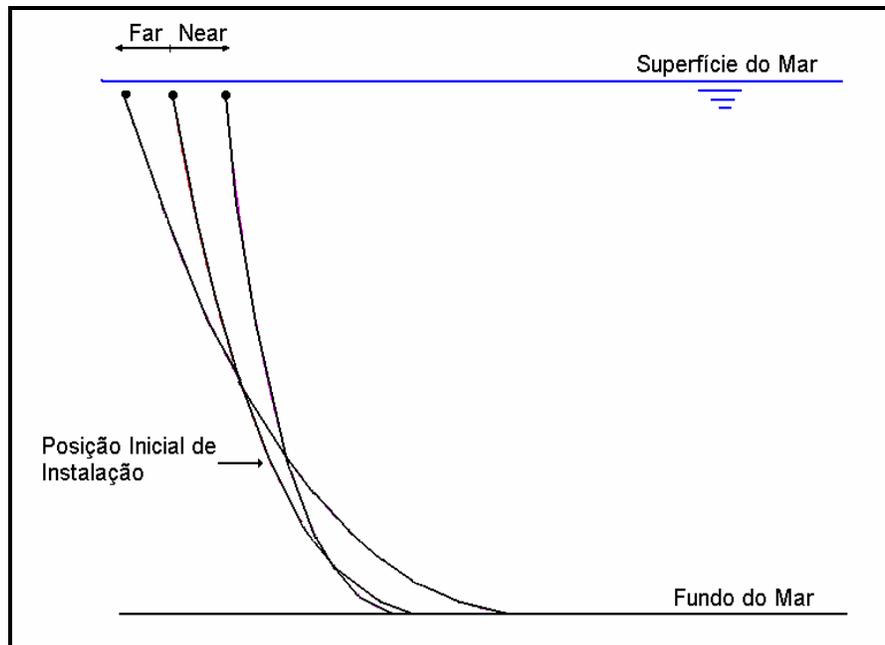


Figura 2-14 – Posições Far e Near

O aproamento onda-plataforma é crítico e muitas vezes a direção mais crítica de onda não corresponde a uma das direções cardinais fornecidas pela Ocenografia. Algumas vezes são empregadas interpolações de dados de ondas ou assume-se que os dados de ondas valem para setores de +/- 22,5 graus em torno da direção nominal.

### **Estratégia de Solução**

Em análises de linhas, em geral, pode-se fazer uma clara distinção entre o conjunto de cargas estáticas e o conjunto de cargas dinâmicas.

#### **Cargas Estáticas:**

- Peso próprio e empuxo;
- Corrente;
- Movimento imposto correspondente ao offset estático da plataforma, que representa a posição média assumida pela plataforma a cada direção de uma condição ambiental sobre ela.

#### **Cargas Dinâmicas:**

- Onda;
- Movimento imposto no topo devido ao efeito da onda sobre o flutuante, que pode incluir movimento de segunda ordem de baixa frequência.
- Forças induzidas por desprendimento de vórtices.

A estratégia, então, é dividir a análise em duas partes, ou numa análise dita estática-dinâmica. A parte estática do carregamento é aplicada e resolvida numa análise estática. A partir desta configuração, se inicia uma análise dinâmica, com redefinição de carregamento, em que são fornecidas as cargas estáticas, juntamente com as cíclicas.

# CAPÍTULO III

## CÁLCULO DO CARREGAMENTO DEVIDO AO FLUIDO.

### 3 Introdução

O objetivo deste capítulo é apresentar a teoria de onda linear de Airy [11], isto é, as expressões de velocidade e aceleração da onda utilizadas na equação de Morison, que será apresentada no próximo item, na análise determinística. Além disso, será apresentada a técnica de normalização empregada neste trabalho e também utilizada pelos programas de análise dinâmica no domínio do tempo [8] e frequência [5], para a obtenção do vetor normal ao elemento que se encontra arbitrariamente orientado num sistema de referência tridimensional. O objetivo é eliminar a componente tangencial ao elemento, que não gera força de arrasto no mesmo, e obter as componentes normais ao elemento no sistema global de referência.

#### 3.1 Equação de Morison

Em 1950, Morison [12] propôs uma expressão matemática para o cálculo da força hidrodinâmica devida à incidência de uma onda num cilindro vertical e fixo, considerando o escoamento bidimensional e harmônico. Posteriormente, esta formulação original foi estendida para modelar a força considerando um escoamento tridimensional ainda considerando uma geometria vertical do elemento analisado. A intensidade da força por unidade de comprimento atuante num dado ponto de um cilindro vertical é dada por:

$$F = K_D \cdot |\dot{u}(t)| \cdot \dot{u}(t) + K_M \cdot \ddot{u}(t) \quad (3.1)$$

onde  $K_M = C_M \cdot \rho \cdot A_R = C_M \cdot \rho \cdot \pi \frac{D^2}{4}$  e  $K_D = \frac{1}{2} \cdot C_D \cdot \rho \cdot D$  são, respectivamente, as constantes de inércia e de arrasto.  $C_M$  e  $C_D$  são os coeficientes básicos de inércia e de arrasto,  $\rho$  é a massa específica da água,  $A_R$  é a área da seção transversal do cilindro de diâmetro  $D$ ,  $\dot{u}(t)$  é a velocidade horizontal da partícula fluida no instante “t” e,  $\ddot{u}(t)$  é a correspondente aceleração horizontal. O módulo de  $\dot{u}(t)$  denota justamente o tamanho deste vetor. O segundo termo desta equação é do tipo potencial e amplamente referenciado na bibliografia com sendo o termo de inércia. A primeira parcela se refere aos efeitos viscosos e é denominada de termo de arrasto, que guarda uma relação quadrática no que diz respeito à velocidade do fluido.

Os coeficientes de arrasto e de inércia são usualmente função de algumas características do escoamento como, por exemplo, do número de Reynolds e de Keulegan-Carpenter. Baseado nos valores assumidos por esses números adimensionais, o escoamento é classificado como subcrítico ( $300 < Re < 2.10^5$ ), crítico ( $2.10^5 < Re < 7.10^5$ ), supercrítico ( $7.10^5 < Re < 3.10^6$ ) e hipercrítico ( $3.10^6 < Re$ ). Os valores tipicamente assumidos pelo coeficiente de arrasto estão no seguinte intervalo:  $0.5 < C_D < 1.7$ , quando o efeito de VIV [13,14,15] é insignificante.

Um dos trabalhos pioneiros que empregou técnicas de linearização da força de arrasto na análise de risers foi proposto por Krolkowski e Gay (1980) [2]. A metodologia proposta, que permite a consideração ou não da velocidade de corrente bem como a possibilidade de se adotar uma abordagem determinística ou aleatória [6] da teoria de onda empregada, está limitada à forma unidimensional da força de arrasto, portanto, a um elemento vertical e cargas de onda, corrente e de movimento prescrito alinhados em um dos eixos globais (X ou Y) do sistema de referência do elemento vertical. Além disso, a solução de Krolikowsky-Gay trunca a série de Fourier no primeiro coeficiente, desprezando o efeito dos maiores harmônicos.

A resposta estrutural é obtida através da solução dinâmica iterativa no domínio da frequência devido à consideração da velocidade relativa fluido estrutura na equação de Morison:

$$F_n = K_D |\dot{u}_n + U_n - \dot{r}_n| (\dot{u}_n + U_n - \dot{r}_n) + \rho \cdot A_R (C_M - 1) (\ddot{u}_n - \ddot{r}_n) + \rho \cdot A_R \cdot \ddot{u}_n \quad (3.2)$$

onde  $\dot{r}_n$  e  $\ddot{r}_n$  são os vetores normais de velocidade e aceleração da estrutura,  $U_n$  é o vetor normal de velocidade de corrente e as demais grandezas já definidas anteriormente. Para uma análise estrutural, a aceleração da estrutura não será levada em conta na equação de Morison (carregamento externo), e sim, no lado esquerdo da equação dinâmica na matriz de massa adicionada. Esses aspectos serão abordados no Capítulo V.

Observa-se que o método de Krolkowski-Gay originalmente se propõe a analisar elementos verticais, considerando as cargas de onda, corrente e de movimentos prescritos de uma forma alinhada.

Ao considerarmos elementos não verticais, é necessário levar as grandezas de interesse do processo de linearização do sistema de referência global do elemento para o local, achando as componentes normais do elemento, como poderá ser visto no Item 3.4.

Resumindo, pode-se dizer em relação a linearização da parcela de arrasto considerando onda determinística com corrente:

1. Observando-se a equação de Morison modificada, Equação 3.2, nota-se que a força hidrodinâmica referente à parcela de arrasto é proporcional ao quadrado da velocidade relativa fluido estrutura, caracterizando assim uma não linearidade.
2. Tendo a força de arrasto uma forte influência na resposta de um riser, torna-se necessário empregarmos uma expressão linear equivalente para representar a originalmente quadrática para que possamos realizar a análise dinâmica no domínio da frequência.
3. Os coeficientes para onda determinística, foram sugeridos por Krolkowski- Gay [2] de tal forma que o erro decorrente da linearização fosse o menor possível.
4. A solução de Krolkowsky-Gay trunca a série de Fourier no primeiro coeficiente, desprezando a contribuição dos demais harmônicos.

### 3.2 Teoria de onda do mar – Análise Determinística.

O objetivo das teorias existentes para descrever o fenômeno da onda é basicamente descobrir a função potencial de velocidades  $\Phi$ . O desenvolvimento da teoria aqui apresentada se inicia assumindo que o fluido é incompressível e o fluxo é contínuo e irrotacional. As equações diferenciais que regem o movimento são dadas pelas equações de Laplace e Bernoulli [16], respectivamente:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \nabla^2 \Phi = 0 \quad (3.3)$$

$$\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} + p + \rho g z + \frac{1}{2} \rho \left[ \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] = f(t) \quad (3.4)$$

onde:

$\Phi$  = função potencial de velocidades.

$\rho$  = densidade do fluido.

$g$  = aceleração da gravidade.

$p$  = pressão.

$t$  = tempo.

$f(t)$  = uma função do tempo.

O sistema de coordenadas retangulares xyz é definido no nível de águas tranqüilas com x sendo a direção de propagação da onda, z a direção que reflete a distância entre o fundo do mar e o eixo x, e y como sendo o eixo ortogonal a x e z.

Para calcular a força que aparece no corpo flutuante devida à onda temos que, inicialmente, verificar qual a teoria de onda mais adequada à região em que estamos operando. Para águas profundas e ultra-profundas e considerando-se uma análise aleatória [6], é comum se adotar a teoria de onda linear, teoria de Airy, que também foi adotada nesse trabalho e será descrita a seguir.

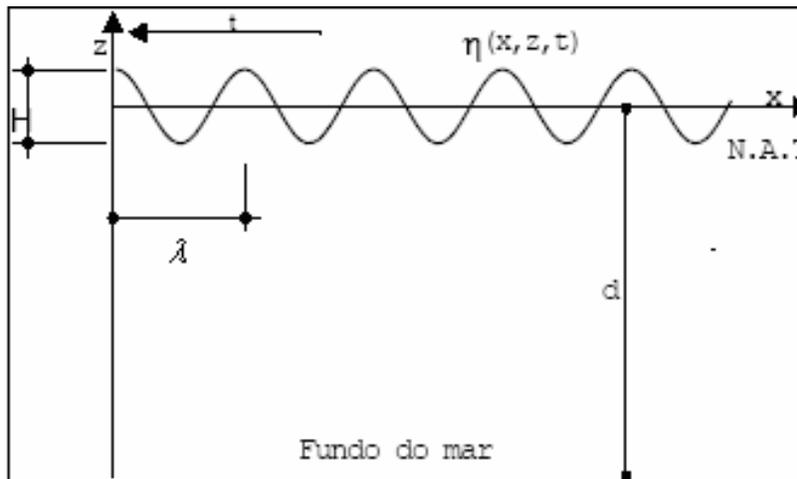


Figura 3-1 - Sistema de coordenadas

As condições de contorno aplicadas para obter a solução das equações diferenciais do problema são estabelecidas:

- a) A velocidade da partícula na direção vertical deve ser nula no fundo do mar.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{em} \quad z = -d \quad (3.5)$$

com d sendo a profundidade ou distância entre o nível de águas tranqüilas e o fundo do mar (Figura 3-1).

- b) Condição de contorno cinemática - uma partícula que esteja sobre a superfície livre em um dado instante, irá se manter sobre a superfície em qualquer tempo.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{em} \quad z = \eta \quad (3.6)$$

com  $\eta$  sendo a função que mede a elevação da superfície do mar em relação ao plano XY no nível de águas tranqüilas (Figura 3-1).

c) Condição de contorno dinâmica - a pressão total na superfície livre fora do fluido deve ser constante e igual a pressão atmosférica.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{p}{\rho} + g\eta + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] = 0 \quad \text{em } z = \eta \quad (3.7)$$

### 3.3 – Teoria linear de Airy

Para que seja possível explicitar a função  $\Phi$ , é necessário definir a função de elevação da superfície  $\eta(x,t)$ . A escolha de representação de  $\eta(x,t)$  se faz em função do comportamento observado durante as campanhas de medição nas regiões geográficas de interesse. Numerosos estudos foram realizados no passado, com o intuito de fornecer subsídios para a escolha correta de  $\eta(x,t)$ , dando origem a diversas teorias de onda.

A teoria linear de Airy [16] representa de forma adequada o caráter aleatório [6,17,18] do mar de curta duração em águas profundas, já que o sinal das elevações pode ser considerado como um processo aleatório e gaussiano, gerado pela soma de um grande número de ondas harmônicas de pequenas amplitudes.

Na teoria de Airy, supõe-se que a função elevação associada a cada onda seja dada por:

$$\eta(x, t) = A \cos(kx - \omega t) \quad (3.8)$$

Para o caso determinístico a função elevação associada à onda regular é  $\eta(x, t)$ , onde:

A = amplitude da onda.

H = altura da onda ( $H=2A$ ).

$\omega$  = frequência angular ( $\omega=2\pi/T$ ).

T = período.

$\lambda$  = comprimento de onda.

k = número de onda ( $k=2\pi/\lambda$ ).

c = a celeridade ( $c = \lambda/T$ )

Na Figura 3-1,  $d$  é a profundidade,  $x$  é direção de propagação da onda no eixo horizontal, e  $z$  o eixo vertical, com a origem do sistema sobre a superfície livre e  $z$  positivo significando ponto acima da superfície.

Utilizando-se as equações (3.5), (3.6) e (3.7) estabelecidas pela aplicação das condições de contorno, obtém-se a função potencial de velocidades:

$$\Phi(x, z, t) = A \frac{g}{w} \frac{\cosh[k(z+d)]}{\cosh(kd)} \sin(kx - wt) \quad (3.9)$$

e a equação da dispersão:

$$w^2 = gk \tanh(kd) \quad (3.10)$$

A Figura 3-2 abaixo ilustra as condições de contorno da teoria linear de Airy citadas anteriormente, onde  $x$  é a direção de propagação da onda.

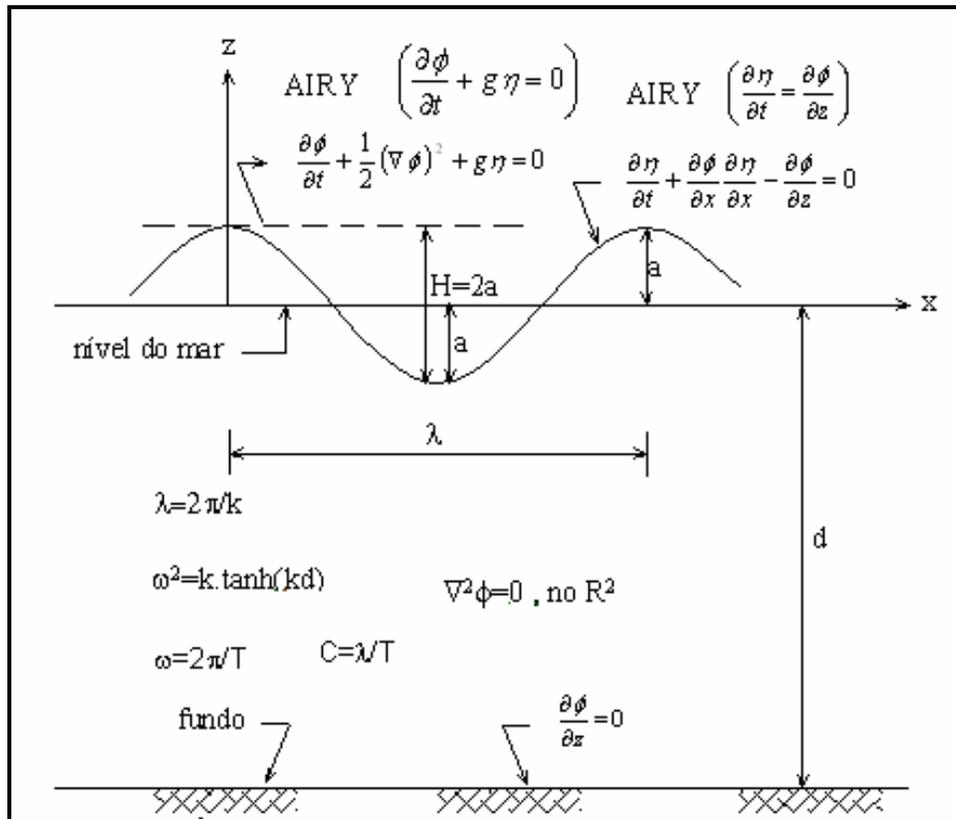


Figura 3-2 – Teoria Linear de Airy (condições de contorno)

### 3.4 - Determinação das expressões de velocidades, acelerações.

Definida a função  $\Phi$  que descreve o fluxo do fluido, podemos determinar as velocidades e as acelerações das partículas em pontos contidos no plano xz por:

$$\dot{V}_H(x, z, t) = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad \dot{V}_V(x, z, t) = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (3.11)$$

$$\ddot{V}_H(x, z, t) = \frac{\partial \dot{V}_H}{\partial t} \quad \ddot{V}_V(x, z, t) = \frac{\partial \dot{V}_V}{\partial t} \quad (3.12)$$

Com  $\dot{V}_H, \dot{V}_V$  e  $\ddot{V}_H, \ddot{V}_V$  sendo as velocidades e as acelerações nas direções x e z, respectivamente. Devido à hipótese de unidirecionalidade das ondas, a velocidade e a aceleração na direção y são nulas.

A partir de (3.11) e (3.12) e utilizando as relações (3.9) e (3.10), pode-se calcular as expressões que fornecem as velocidades e acelerações do fluido devido à onda, que são:

Velocidade Horizontal:

$$\dot{V}_H(x, z, t) = \frac{H}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{\lambda} \frac{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot (z+d)\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot d\right)} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x - w \cdot t\right) \quad (3.13)$$

Aceleração Horizontal:

$$\ddot{V}_H(x, z, t) = \frac{H}{\lambda} \cdot g \cdot \pi \frac{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot (z+d)\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot d\right)} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x - w \cdot t\right) \quad (3.14)$$

Velocidade Vertical:

$$\dot{V}_V(x, z, t) = \frac{H}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{\lambda} \frac{\sinh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot (z+d)\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot d\right)} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x - w \cdot t\right) \quad (3.15)$$

Aceleração Vertical:

$$\ddot{V}_V(x, z, t) = \frac{H}{\lambda} \cdot g \cdot \pi \frac{\sinh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot (z+d)\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot d\right)} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x - w \cdot t\right) \quad (3.16)$$

onde g é a aceleração da gravidade (9,81 m/s<sup>2</sup>).

Uma descrição mais detalhada de todos os passos e simplificações adotadas para este procedimento determinístico podem ser encontradas em Chakrabarti [11].

A velocidade e aceleração horizontais são decompostas nas direções globais X e Y e são dadas por:

$$\dot{V}_{H_x}(x, z, t) = \frac{H}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{\lambda} \frac{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot (z + d)\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot d\right)} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x - w \cdot t\right) \cdot \cos(\theta) \quad (3.17)$$

$$\dot{V}_{H_y}(x, z, t) = \frac{H}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{\lambda} \frac{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot (z + d)\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot d\right)} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x - w \cdot t\right) \cdot \sin(\theta) \quad (3.18)$$

$$\ddot{V}_{H_x}(x, z, t) = \frac{H}{\lambda} \cdot g \cdot \pi \frac{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot (z + d)\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot d\right)} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x - w \cdot t\right) \cdot \cos(\theta) \quad (3.19)$$

$$\ddot{V}_{H_y}(x, z, t) = \frac{H}{\lambda} \cdot g \cdot \pi \frac{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot (z + d)\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot d\right)} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x - w \cdot t\right) \cdot \sin(\theta) \quad (3.20)$$

onde  $\theta$  é o ângulo formado pela direção de propagação da velocidade e da aceleração horizontal com o eixo X do sistema de referência global, vide Figura 3-3.

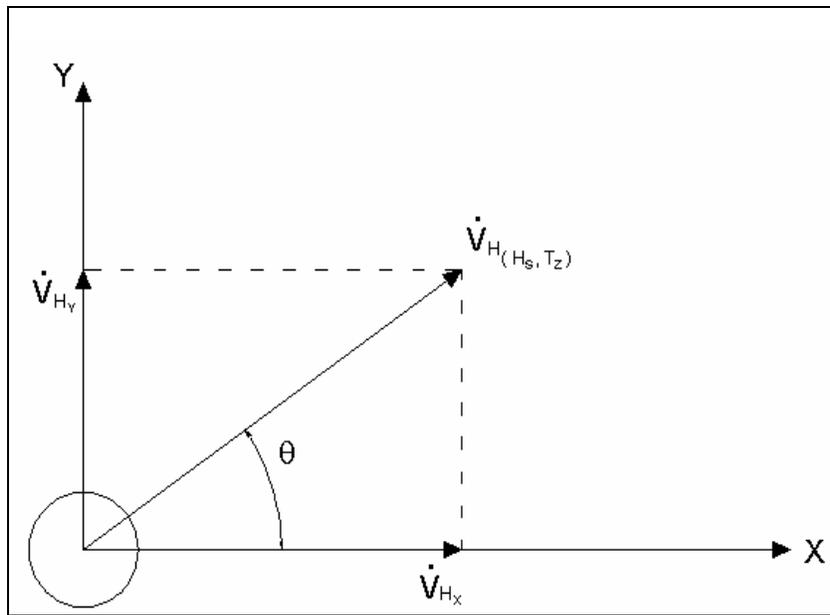


Figura 3-3 - Componentes horizontais da velocidade e da aceleração do fluido.

Estas grandezas são dadas no sistema de referência global do programa de análise estrutural e para considerá-las na equação de Morison é necessário que as mesmas sejam expressas no sistema de referência do elemento analisado. Passaremos a apresentar a técnica de normalização empregada neste trabalho e também utilizada pelos programas de análise dinâmica no domínio do tempo [8] e sa frequência [5], para a obtenção do vetores de velocidade da onda, corrente e amplitude da onda, normais ao elemento que se encontra arbitrariamente orientado num sistema de referência tridimensional, Figura 3-4. O objetivo é eliminar a componente tangencial e obter as componentes normais ao elemento escritas no eixo global. Para uma análise estrutural será mostrado também, o vetor de velocidade e amplitude de velocidade estrutural normal, assim como o vetor de amplitude e velocidade relativa onda estrutura normal.

Tendo sido apresentadas as expressões de velocidade e aceleração, estes vetores juntamente com o vetor de velocidade de corrente, têm suas componentes no sistema de referência global dadas por:

$$\vec{\dot{V}} = \dot{V}_{H_x} \mathbf{i} + \dot{V}_{H_y} \mathbf{j} + \dot{V}_V \mathbf{k} \quad (3.21)$$

$$\vec{\ddot{V}} = \ddot{V}_{H_x} \mathbf{i} + \ddot{V}_{H_y} \mathbf{j} + \ddot{V}_V \mathbf{k} \quad (3.22)$$

$$\vec{U}_G = U_{G_x} \mathbf{i} + U_{G_y} \mathbf{j} + U_{G_z} \mathbf{k} \quad (3.23)$$

O vetor  $\vec{E}$  tangente ao elemento é:

$$\vec{E} = E_1 \mathbf{i} + E_2 \mathbf{j} + E_3 \mathbf{k} \quad (3.24)$$

onde  $\vec{E}$  é o co-seno diretor do elemento de coordenadas  $(x_1, y_1, z_1)$  e  $(x_2, y_2, z_2)$  é dado por:

$$\vec{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta x}{L} \\ \frac{\Delta y}{L} \\ \frac{\Delta z}{L} \end{bmatrix}$$

sendo:

$$\Delta x = x_2 - x_1 ;$$

$$\Delta y = y_2 - y_1 ;$$

$$\Delta z = z_2 - z_1 ;$$

$$L = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$$

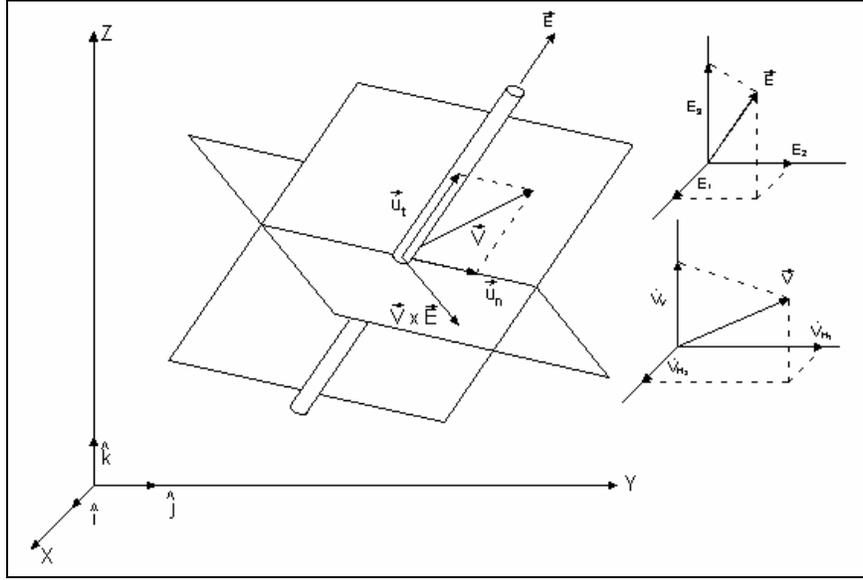


Figura 3-4 - Definição do sistema de referência.

Observando a Figura 3-4, podemos escrever:

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} \vec{u}_n \\ \vec{u}_t \end{bmatrix} = \vec{E} \times [\vec{V} \times \vec{E}] \quad (3.25)$$

Avaliando a expressão entre colchetes, temos:

$$[\vec{V} \times \vec{E}] = \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \dot{V}_{H_x} & \dot{V}_{H_y} & \dot{V}_v \\ E_1 & E_2 & E_3 \end{bmatrix} = (\dot{V}_{H_y} E_3 - \dot{V}_v E_2) \mathbf{i} + (\dot{V}_v E_1 - \dot{V}_{H_x} E_3) \mathbf{j} + (\dot{V}_{H_x} E_2 - \dot{V}_{H_y} E_1) \mathbf{k}$$

e agora utilizando (3.25) temos,

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} \vec{u}_n \\ \vec{u}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{u}_y \\ \dot{u}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ E_1 & E_2 & E_3 \\ (\dot{V}_{H_y} E_3 - \dot{V}_v E_2) & (\dot{V}_v E_1 - \dot{V}_{H_x} E_3) & (\dot{V}_{H_x} E_2 - \dot{V}_{H_y} E_1) \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

resultando em ,

$$\begin{aligned} \vec{u} = \begin{bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{u}_y \\ \dot{u}_z \end{bmatrix} &= [E_2(\dot{V}_{H_x} E_2 - \dot{V}_{H_y} E_1) - E_3(\dot{V}_v E_1 - \dot{V}_{H_x} E_3)] \mathbf{i} \\ &+ [E_3(\dot{V}_{H_y} E_3 - \dot{V}_v E_2) - E_1(\dot{V}_{H_x} E_2 - \dot{V}_{H_y} E_1)] \mathbf{j} \\ &+ [E_1(\dot{V}_v E_1 - \dot{V}_{H_x} E_3) - E_2(\dot{V}_{H_y} E_3 - \dot{V}_v E_2)] \mathbf{k} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Sabendo que  $E_1^2 + E_2^2 + E_3^2 = 1$  e fazendo  $R = \vec{E} \circ \vec{V} = E_1 \dot{V}_{H_x} + E_2 \dot{V}_{H_y} + E_3 \dot{V}_V$ , temos finalmente que as componentes normais de velocidade escritas no eixo global são dadas por:

$$\vec{\dot{u}}_n = \begin{bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{u}_y \\ \dot{u}_z \end{bmatrix} = (\dot{V}_{H_x} - E_1 \cdot R) \mathbf{i} + (\dot{V}_{H_y} - E_2 \cdot R) \mathbf{j} + (\dot{V}_V - E_3 \cdot R) \mathbf{k} \quad (3.28)$$

Analogamente, os vetores normais de aceleração e corrente escritas no eixo global são dadas por:

$$\vec{\ddot{u}}_n = \begin{bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}_y \\ \ddot{u}_z \end{bmatrix} = (\ddot{V}_{H_x} - E_1 \cdot S) \mathbf{i} + (\ddot{V}_{H_y} - E_2 \cdot S) \mathbf{j} + (\ddot{V}_V - E_3 \cdot S) \mathbf{k} \quad (3.29)$$

$$\vec{U}_n = \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{bmatrix} = (U_{G_x} - E_1 \cdot Z) \mathbf{i} + (U_{G_y} - E_2 \cdot Z) \mathbf{j} + (U_{G_z} - E_3 \cdot Z) \mathbf{k} \quad (3.30)$$

sendo:  $S = \vec{E} \circ \vec{V} = E_1 \dot{V}_{H_x} + E_2 \dot{V}_{H_y} + E_3 \dot{V}_V$  e  $Z = \vec{E} \circ \vec{U}_G = E_1 U_{G_x} + E_2 U_{G_y} + E_3 U_{G_z}$ .

### 3.4.1 Consideração do termo $kx$ na amplitude de velocidade de onda

Podemos obter a amplitude da velocidade e amplitude da aceleração da onda no domínio da freqüência, através da velocidade e aceleração da onda no domínio do tempo, respectivamente, levando em consideração o termo "Kx" da onda. Com a consideração do termo "Kx" da onda, tanto a força de arrasto, quanto a força de inércia da equação de Morison, possuirão parcelas reais (termos em cossenos) e imaginárias (termos em senos). O termo "Kx" da onda será implementado no programa de análise estrutural, no domínio da freqüência [5].

Utilizando a Equação (3.13) da velocidade da onda horizontal no tempo:

$$\dot{V}_H(x, z, t) = u(x, z, t) = \frac{H}{2} \cdot g \cdot \frac{T \cosh(k \cdot (z + d))}{\lambda \cosh(k \cdot d)} \cdot \cos(k \cdot x - w \cdot t)$$

sendo:

$$C = \frac{H}{2} \cdot g \cdot \frac{T \cosh(k \cdot (z + d))}{\lambda \cosh(k \cdot d)} \quad (3.31)$$

$$\dot{V}_H(x, z, t) = C \cdot \cos(k \cdot x - w \cdot t) \quad (3.32)$$

Desenvolvendo a Equação (3.32) tem-se:

$$\dot{V}_H(x, z, t) = C \cdot (\cos kx \cdot \cos wt + \sin kx \cdot \sin wt)$$

Podemos escrever a equação acima da seguinte forma:

$$\dot{V}_H(x, z, t) = C \cdot \sqrt{(\cos kx)^2 + (\sin kx)^2} \cdot \cos(-w \cdot t + \gamma)$$

onde:  $\gamma = \tan^{-1}\left(\frac{\sin(k \cdot x)}{\cos(k \cdot x)}\right)$

Extrapolando para o domínio da frequência, a amplitude da velocidade de onda horizontal é:

$$A_H(x, z) = C \cdot \sqrt{(\cos kx)^2 + (\sin kx)^2} \quad (3.33)$$

Utilizando a equação da velocidade da onda vertical no domínio do tempo (3.15), temos:

$$\dot{V}_V(x, z, t) = v(x, z, t) = \frac{H}{2} \cdot g \cdot \frac{T \sinh(k \cdot (z + d))}{\lambda \cosh(k \cdot d)} \cdot \sin(k \cdot x - w \cdot t)$$

$$D = \frac{H}{2} \cdot g \cdot \frac{T \sinh(k \cdot (z + d))}{\lambda \cosh(k \cdot d)} \quad (3.34)$$

$$\dot{V}_V(x, z, t) = D \cdot \sin(k \cdot x - w \cdot t) \quad (3.35)$$

Desenvolvendo a Equação (3.35):

$$\dot{V}_V(x, z, t) = D \cdot (\sin kx \cdot \cos wt - \sin wt \cdot \cos kx)$$

Podemos escrever a equação acima da seguinte forma:

$$\dot{V}_V(x, z, t) = D \cdot \sqrt{(-\cos kx)^2 + (\sin kx)^2} \cdot \sin(-w \cdot t + \gamma)$$

Extrapolando para o domínio da frequência, a amplitude da velocidade de onda vertical é:

$$A_V(x, z) = D \cdot \sqrt{(-\cos kx)^2 + (\sin kx)^2} \quad (3.36)$$

Analogamente obtemos as amplitudes da aceleração da onda:

$$Aa_H(x, z) = C \cdot \sqrt{(\sin kx)^2 + (-\cos kx)^2} \quad (3.37)$$

$$Aa_V(x, z) = D \cdot \sqrt{(\cos kx)^2 + (\sin kx)^2} \quad (3.38)$$

As amplitudes, de velocidade e aceleração da onda, horizontais são decompostas nas direções globais X e Y, onde  $\theta$  é dado de acordo com a Figura 3-3, e são dadas por:

$$A_{H_x}(x, z) = A_H(x, z) \cdot \cos(\theta) \quad (3.39)$$

$$A_{H_y}(x, z) = A_H(x, z) \cdot \sin(\theta) \quad (3.40)$$

$$Aa_{H_x}(x, z) = Aa_H(x, z) \cdot \cos(\theta) \quad (3.41)$$

$$Aa_{H_y}(x, z) = Aa_H(x, z) \cdot \sin(\theta) \quad (3.42)$$

logo:

$$\vec{A}_G = A_{H_x} \mathbf{i} + A_{H_y} \mathbf{j} + A_v \mathbf{k} \quad (3.43)$$

$$\vec{Aa}_G = Aa_{H_x} \mathbf{i} + Aa_{H_y} \mathbf{j} + Aa_v \mathbf{k} \quad (3.44)$$

Utilizando as técnicas de normalização, obtemos os vetores normais de amplitude, de velocidade e aceleração da onda, escritos no eixo global respectivamente:

$$\vec{A}_n = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = (A_{H_x} - E_1 \cdot R) \mathbf{i} + (A_{H_y} - E_2 \cdot R) \mathbf{j} + (A_v - E_3 \cdot R) \mathbf{k} \quad (3.45)$$

$$\vec{Aa}_n = \begin{bmatrix} Aa_x \\ Aa_y \\ Aa_z \end{bmatrix} = (Aa_{H_x} - E_1 \cdot S) \mathbf{i} + (Aa_{H_y} - E_2 \cdot S) \mathbf{j} + (Aa_v - E_3 \cdot S) \mathbf{k} \quad (3.46)$$

sendo:  $R = \vec{E} \circ \vec{A}_G = E_1 A_{H_x} + E_2 A_{H_y} + E_3 A_v$  e  $S = \vec{E} \circ \vec{Aa}_G = E_1 Aa_{H_x} + E_2 Aa_{H_y} + E_3 Aa_v$

A velocidade estrutural no domínio do tempo no eixo global é:

$$\vec{r}_G = \dot{r}_{H_x} \mathbf{i} + \dot{r}_{H_y} \mathbf{j} + \dot{r}_v \mathbf{k} \quad (3.47)$$

A amplitude de velocidade da estrutura no domínio da frequência no eixo global é:

$$\vec{Ar}_G = Ar_{H_x} \mathbf{i} + Ar_{H_y} \mathbf{j} + Ar_v \mathbf{k} \quad (3.48)$$

Utilizando as técnicas de normalização, obtemos os vetores normais, de velocidade e amplitude de velocidade da estrutura, escritos no eixo global respectivamente:

$$\vec{\dot{r}}_n = \begin{bmatrix} \dot{r}_x \\ \dot{r}_y \\ \dot{r}_z \end{bmatrix} = (\dot{r}_{H_x} - E_1 \cdot R)\mathbf{i} + (\dot{r}_{H_y} - E_2 \cdot R)\mathbf{j} + (\dot{r}_v - E_3 \cdot R)\mathbf{k} \quad (3.49)$$

$$\vec{A}\dot{r}_n = \begin{bmatrix} A\dot{r}_x \\ A\dot{r}_y \\ A\dot{r}_z \end{bmatrix} = (A\dot{r}_{H_x} - E_1 \cdot S)\mathbf{i} + (A\dot{r}_{H_y} - E_2 \cdot S)\mathbf{j} + (A\dot{r}_v - E_3 \cdot S)\mathbf{k} \quad (3.50)$$

sendo:  $R = \vec{E} \circ \vec{r}_G = E_1 \dot{r}_{H_x} + E_2 \dot{r}_{H_y} + E_3 \dot{r}_v$  e  $S = \vec{E} \circ \vec{A}\dot{r}_G = E_1 A\dot{r}_{H_x} + E_2 A\dot{r}_{H_y} + E_3 A\dot{r}_v$

A velocidade relativa normal onda estrutura, no domínio do tempo, será:

$$\dot{u}_x^R = \dot{u}_x - \dot{r}_x;$$

$$\dot{u}_y^R = \dot{u}_y - \dot{r}_y;$$

$$\dot{u}_z^R = \dot{u}_z - \dot{r}_z.$$

logo:

$$\vec{\dot{u}}_n^R = \begin{bmatrix} \dot{u}_x^R \\ \dot{u}_y^R \\ \dot{u}_z^R \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

Para obtermos a amplitude relativa normal fluido estrutura no domínio da freqüência, devemos subtrair a amplitude da velocidade normal da onda pela amplitude da velocidade normal da estrutura, sendo assim, temos:

$$A_x^R = A_x - A\dot{r}_x;$$

$$A_y^R = A_y - A\dot{r}_y;$$

$$A_z^R = A_z - A\dot{r}_z.$$

E o vetor de amplitude de velocidade relativa onda estrutura normal será:

$$\vec{A}_n^R = \begin{bmatrix} A_x^R \\ A_y^R \\ A_z^R \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

# CAPÍTULO IV

## MÉTODOS DE LINEARIZAÇÃO DA FORÇA DE ARRASTO NA EQUAÇÃO DE MORISON

### 4 Introdução

Os objetivos principais desse capítulo são:

1. Apresentar o procedimento do cálculo da força de arrasto originalmente quadrática na equação de Morison, que é empregado no programa de análise estrutural que opera no domínio do tempo [8].
2. Apresentar as hipóteses e expressões propostas por Krolikowsky-Gay [2], considerando uma abordagem determinística da teoria de onda em problemas com e sem a consideração da corrente marinha.
3. Apresentar um procedimento alternativo de cálculo da força de arrasto, através da simulação da expressão quadrática e posterior cálculo dos coeficientes  $A_0$ ,  $A_n$  e  $B_n$  da série de Fourier. Será mostrado que tal procedimento tem amplas vantagens na representação da força de arrasto num programa de análise de risers no domínio da frequência [5], quando comparado com o procedimento de Krolikowsky-Gay [2].

#### 4.1 Solução Não Linear

O procedimento de análise no domínio do tempo emprega a expressão originalmente quadrática da parcela de arrasto.

A velocidade do fluido, no domínio do tempo, no eixo global do elemento, é obtida somando-se as componentes da velocidade da onda com a velocidade de corrente em cada direção global.

$$V_X^F = \dot{V}_{H_x} + U_{G_x};$$

$$V_Y^F = \dot{V}_{H_y} + U_{G_y};$$

$$V_Z^F = \dot{V}_V + U_{G_z}$$

O vetor de velocidade do fluido global é dado por:

$$\vec{V}_G^F = \begin{bmatrix} V_X^F \\ V_Y^F \\ V_Z^F \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Normalizando a velocidade do fluido, utilizando os cossenos diretores e as técnicas do Capítulo III (Item 3.4):

$$\mathbf{R} = \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{V}_X^F + \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{V}_Y^F + \mathbf{E}_3 \cdot \mathbf{V}_Z^F$$

$$\mathbf{V}_X^{F_n} = \mathbf{V}_X^F - \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{R};$$

$$\mathbf{V}_Y^{F_n} = \mathbf{V}_Y^F - \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{R};$$

$$\mathbf{V}_Z^{F_n} = \mathbf{V}_Z^F - \mathbf{E}_3 \cdot \mathbf{R}$$

Assim o vetor de velocidade normal do fluido será:

$$\bar{\mathbf{V}}_n^F = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_X^{F_n} \\ \mathbf{V}_Y^{F_n} \\ \mathbf{V}_Z^{F_n} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Com isso podemos calcular o módulo da velocidade normal do fluido.

$$|\mathbf{V}_n^F| = \sqrt{(\mathbf{V}_X^{F_n})^2 + (\mathbf{V}_Y^{F_n})^2 + (\mathbf{V}_Z^{F_n})^2} \quad (4.3)$$

É importante observar a relação existente entre as componentes normais da velocidade do fluido nesse método.

O vetor da força de arrasto não linear normal, no sistema global de referência X, Y e Z é:

$$\bar{\mathbf{F}}_{NL}^D = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd \cdot |\mathbf{V}_n^F| \cdot (\mathbf{V}_X^{F_n}) \\ \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd \cdot |\mathbf{V}_n^F| \cdot (\mathbf{V}_Y^{F_n}) \\ \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd \cdot |\mathbf{V}_n^F| \cdot (\mathbf{V}_Z^{F_n}) \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

No contexto de uma análise estrutural, a velocidade da estrutura normal deve ser levada em consideração. Para isso, deve-se calcular a velocidade relativa fluido estrutura normal. Logo, as componentes da velocidade relativa fluido estrutura normal, no sistema global de referência são:

$$\mathbf{V}_X^R = \mathbf{V}_X^F - \dot{\mathbf{r}}_X;$$

$$\mathbf{V}_Y^R = \mathbf{V}_Y^F - \dot{\mathbf{r}}_Y;$$

$$\mathbf{V}_Z^R = \mathbf{V}_Z^F - \dot{\mathbf{r}}_Z$$

O vetor de velocidade relativa normal entre o fluido e a estrutura é:

$$\vec{V}_n^R = \begin{bmatrix} V_X^R \\ V_Y^R \\ V_Z^R \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$\dot{r}_n = [\dot{r}_X; \dot{r}_Y; \dot{r}_Z]^T$  é o vetor normal de velocidade de resposta da estrutura.

O módulo da velocidade normal relativa fluido estrutura é dada por:

$$|V_n^R| = \sqrt{(V_X^R)^2 + (V_Y^R)^2 + (V_Z^R)^2} \quad (4.6)$$

O vetor da força de arrasto normal não linear, no sistema global de referência X, Y e Z é:

$$\vec{F}_{NL}^D = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd \cdot |V_n^R| \cdot (V_X^R) \\ \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd \cdot |V_n^R| \cdot (V_Y^R) \\ \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd \cdot |V_n^R| \cdot (V_Z^R) \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

## 4.2 Método de Linearização proposto por Krolkowski-Gay

Essa técnica de linearização aplicada [2] resulta em erros consideráveis do método no domínio do tempo para ambos os tipos de ondas, regular e aleatória [6;17,18], para condições ambientais extremas.

### Linearização do termo de arrasto na Equação de Morison

Basicamente, a aproximação linear é escolhida para minimizar o erro médio quadrático entre o termo não linear original e termo linear proposto. Para o nosso caso, a não linearidade é o termo da velocidade quadrática da equação de Morison, segundo a Equação (3.1).

Segundo Krolkowski-Gay [2], Gelb e Vander Velde [19] mostraram que o erro da aproximação do erro médio quadrático é minimizado com a expansão da força de arrasto não linear pela série de Fourier, negligenciando os harmônicos superiores. A omissão dos harmônicos superiores pode ser justificada pelo fato de que estes têm menor amplitude que o harmônico fundamental.

A linearização é dependente do tipo de carregamento. Para a aplicação em risers, podemos considerar quatro tipos de carregamento:

1. Caso de onda regular
2. Caso de onda regular com corrente
3. Caso de onda aleatória
4. Caso de onda aleatória com corrente

Serão abordados os dois primeiros casos para análise determinística no domínio da freqüência. Outras informações a respeito de casos de onda aleatória podem ser encontradas nas Referências [6;17].

Segundo Krolikowsky-Gay [2] é necessário linearizar o termo quadrático da força de arrasto, de acordo com a equação abaixo:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot C_D \cdot \left[ (A_n - iwAr_n) \cdot e^{iwt} + U_n \right] \cdot \left| (A_n - iwAr_n) \cdot e^{iwt} + U_n \right| = \\ \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot C_D \cdot B_1 \cdot (A_n - iwAr_n) \cdot e^{iwt} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot C_D \cdot B_2 \cdot U_n \end{aligned} \quad (4.8)$$

Os coeficientes  $B_1$  e  $B_2$  são selecionados para dar um adequado ajuste linear para o termo de arrasto não linear.

Para os casos tridimensionais, a abordagem de Krolikowski-Gay [2] utilizará o principio da decomposição independente para obter as componentes normais dos coeficientes de linearização,  $B_1$  e  $B_2$ , nas três direções do eixo global e, conseqüentemente possibilitar o cálculo da força de arrasto nessas três direções. Este aspecto será abordado no item a seguir.

#### 4.2.1 Princípio da Decomposição Independente

A força hidrodinâmica, por unidade de comprimento, atuando num cilindro de diâmetro equivalente  $D$  é dada pela equação:

$$F_n = \frac{1}{2} \rho \cdot C_D \cdot D \cdot \left| \dot{u}_n^R + U_n \right| (\dot{u}_n^R + U_n) + \rho \cdot A_R \cdot (C_M - 1) (\ddot{u}_n - \ddot{r}_n) + \rho \cdot A_R \cdot \ddot{u}_n \quad (4.9)$$

$U_n = [U_x; U_y; U_z]^T$  é o vetor de velocidade da corrente normal ao elemento;

$\dot{u}_n^R = \dot{u}_n - \dot{r}_n = [\dot{u}_x - \dot{r}_x; \dot{u}_y - \dot{r}_y; \dot{u}_z - \dot{r}_z]^T = [\dot{u}_x^R; \dot{u}_y^R; \dot{u}_z^R]^T$  é o vetor normal da velocidade relativa da partícula fluida devido à onda e à estrutura, de acordo com Equação (3.51);  $\dot{u}_n = [\dot{u}_x; \dot{u}_y; \dot{u}_z]^T$  e  $\ddot{u}_n = [\ddot{u}_x; \ddot{u}_y; \ddot{u}_z]^T$  são os vetores de velocidade e aceleração normal da partícula fluida devido a onda e  $\ddot{r}_n = [\ddot{r}_x; \ddot{r}_y; \ddot{r}_z]^T$  é o vetor normal de aceleração de resposta da estrutura.

Genericamente, estes vetores de velocidade e, conseqüentemente, da força, possuem componentes nas direções normais X e Y. A componente tangencial da força desaparece quando se considera o coeficiente de arrasto nulo nesta direção e, portanto, a velocidade nesta direção não é de interesse. Para um elemento vertical e cargas atuando colinearmente, situação de carregamento para a qual este método se propõe linearizar, estes vetores bidimensionais possuem apenas uma componente não nula, caracterizando assim a necessidade de uma análise estrutural apenas bidimensional.

Suponhamos que o vetor bidimensional do termo de arrasto possa ser decomposto independentemente nas direções normais do sistema de referência local de elemento genérico, resultando em:

$$F_{NL}^D = \frac{1}{2} \rho \cdot C_D \cdot D \cdot |\dot{u}_n^R + U_n| (\dot{u}_n^R + U_n) \cong \frac{1}{2} \rho \cdot C_D \cdot D \cdot [|\dot{u}_x^R + U_x| (\dot{u}_x^R + U_x) + |\dot{u}_y^R + U_y| (\dot{u}_y^R + U_y) + |\dot{u}_z^R + U_z| (\dot{u}_z^R + U_z)] \quad (4.10)$$

Feita esta aproximação para cada direção normal da força, desejamos aproximá-la através da expressão linear dada por:

$$\frac{1}{2} \rho \cdot C_D \cdot D \cdot [|\dot{u}_x^R + U_x| (\dot{u}_x^R + U_x) + |\dot{u}_y^R + U_y| (\dot{u}_y^R + U_y) + |\dot{u}_z^R + U_z| (\dot{u}_z^R + U_z)] \cong \frac{1}{2} \rho \cdot D \cdot C_D [\mathbf{B1} \cdot \dot{u}_n^R + \mathbf{B2} \cdot U_n] \quad (4.11)$$

sendo **B1** e **B2** matrizes diagonais, constituídas de coeficientes de linearização. Assim, a força de arrasto normal linearizada também é dada por:

$$F_L^D = \frac{1}{2} \rho \cdot D \cdot C_D [\mathbf{B1} \cdot \dot{u}_n^R + \mathbf{B2} \cdot U_n] = \frac{1}{2} \rho \cdot D \cdot C_D \cdot \begin{bmatrix} B1_{1,1} \cdot \dot{u}_x^R + B2_{1,1} \cdot U_x \\ B1_{2,2} \cdot \dot{u}_y^R + B2_{2,2} \cdot U_y \\ B1_{3,3} \cdot \dot{u}_z^R + B2_{3,3} \cdot U_z \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Os coeficientes são obtidos impondo a condição de minimização do erro médio quadrático da aproximação da força não linear pela linearizada em cada direção normal, ou seja, de forma desacoplada, conforme expressão (4.11).

$$\frac{\partial}{\partial B1_{1,1}} E[e_x \cdot e_x] = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial}{\partial B2_{1,1}} E[e_x \cdot e_x] = 0 \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial B1_{2,2}} E[e_y \cdot e_y] = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial}{\partial B2_{2,2}} E[e_y \cdot e_y] = 0 \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial B_{1,3,3}} E[e_z \cdot e_z] = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial}{\partial B_{2,3,3}} E[e_z \cdot e_z] = 0 \quad (4.15)$$

onde o erro em cada direção normal é dado por:

$$E[e_x \cdot e_x] = E\left[\left(\dot{u}_x^R + U_x \left| (\dot{u}_x^R + U_x) - B_{1,1,1} \dot{u}_x^R - B_{2,1,1} U_x \right. \right)^2\right] \quad (4.16)$$

$$E[e_y \cdot e_y] = E\left[\left(\dot{u}_y^R + U_y \left| (\dot{u}_y^R + U_y) - B_{1,2,2} \dot{u}_y^R - B_{2,2,2} U_y \right. \right)^2\right] \quad (4.17)$$

$$E[e_z \cdot e_z] = E\left[\left(\dot{u}_z^R + U_z \left| (\dot{u}_z^R + U_z) - B_{1,3,3} \dot{u}_z^R - B_{2,3,3} U_z \right. \right)^2\right] \quad (4.18)$$

Embora a marcha de cálculo para a obtenção dos coeficientes de linearização seja relativamente simples, devido à simplificação adotada no que diz respeito à decomposição independente, deve-se levar em consideração o seguinte aspecto:

- Todo processo de linearização deve manter o módulo da força linearizada invariante sob uma rotação de eixos do sistema de coordenadas do elemento. O mesmo se aplica para o ângulo relativo da força medido em relação a um sistema fixo de referência.

Para um elemento vertical, essa propriedade pode ser ilustrada mediante a Figura 4-1.

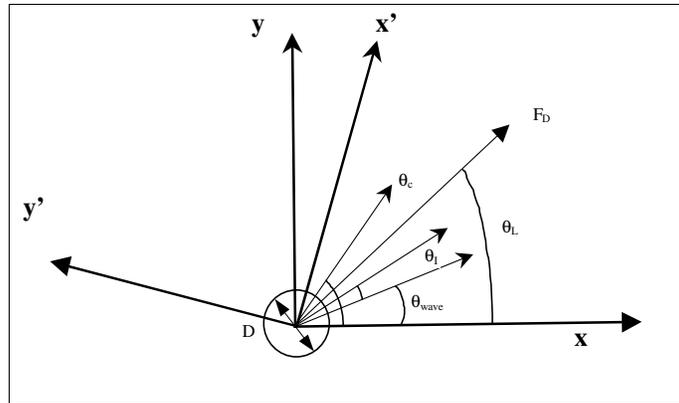


Figura 4-1–Sistema de referência bidimensional.

Na Figura 4-1,  $\theta_c$  é a direção da corrente,  $\theta_{wave}$  é a direção principal de propagação da onda,  $\theta_l$  é o ângulo formado entre a velocidade relativa instantânea  $\dot{u}_n^R(t)$  e  $\theta_{wave}$ . O sistema de referência original  $xy$  é rotacionado para constituir o sistema  $x'y'$ . Aplicando a propriedade para um dado vetor  $\dot{u}_n^R(t)$  e  $U_n$ , o módulo do vetor linearizado de força deve ser o mesmo em ambos os sistemas de referência. O ângulo  $\theta_L$ , definindo a direção do vetor de força linearizada, deve ser o mesmo

quando medido em ambos os referenciais. Para um elemento simétrico, em relação ao seu eixo vertical, a rotação do sistema  $xy$  para  $x'y'$  é equivalente a somar o correspondente  $\Delta\theta$  de rotação aos ângulos  $\theta_c$  e  $\theta_{\text{wave}}$ .

O princípio da decomposição independente não possui esta propriedade, pois o erro médio quadrático da aproximação, a cada direção normal, definidos para o caso bidimensional pelas expressões (4.16) à (4.18), é função do sistema de coordenadas adotado. O não atendimento dessa propriedade básica mencionada é devido à aproximação descrita pela expressão (4.10), que não considera a correlação existente entre as componentes de velocidade do fluido nas direções normais ao elemento. Como consequência desta aproximação, a minimização do erro médio quadrático é estabelecida, a cada componente normal da força, de forma desacoplada, ou seja, independente.

#### 4.2.2 Solução de Krolikowsky-Gay com corrente

Segundo Krolikowsky-Gay [2], uma técnica é expandir a força de arrasto não linear pela série de Fourier, considerando a velocidade de corrente atuando.

Os coeficientes de linearização B1 e B2 são obtidos analiticamente truncando a série de Fourier no primeiro termo e são dados por:

##### Coeficientes da parcela dinâmica:

$$B1_{\text{aux1}} = 2 \cdot U_n \quad (4.19)$$

$$B1_{\text{aux2}} = \frac{8}{3\pi} \cdot A_n^R \cdot \left[ \left[ 1 + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{U_n}{A_n^R} \right)^2 \right] \cdot \left[ \sqrt{1 - \left( \frac{U_n}{A_n^R} \right)^2} \right] + \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{U_n}{A_n^R} \right) \cdot \arcsin \left( \frac{U_n}{A_n^R} \right) \right] \quad (4.20)$$

$$B1 = \begin{cases} B1_{\text{aux1}} & \text{se } A_n^R \leq U_n \\ B1_{\text{aux2}} & \text{se } A_n^R > U_n \end{cases} \quad (4.21)$$

##### Coeficientes da parcela estática:

$$B2_{\text{aux1}} = \frac{(A_n^R)^2}{2 \cdot U_n} + U_n \quad (4.22)$$

$$B2_{\text{aux2}} = \frac{(A_n^R)^2}{\pi \cdot U_n} \cdot \left[ \left[ 1 + 2 \cdot \left( \frac{U_n}{A_n^R} \right)^2 \right] \cdot \left[ \arcsin \left( \frac{U_n}{A_n^R} \right) \right] + \left( 3 \cdot \frac{U_n}{A_n^R} \right) \cdot \left[ \sqrt{1 - \left( \frac{U_n}{A_n^R} \right)^2} \right] \right] \quad (4.23)$$

$$B2 = \begin{cases} B2aux1 & \text{se } A_n^R \leq U_n \\ B2aux2 & \text{se } A_n^R > U_n \end{cases} \quad (4.24)$$

Sendo assim, obtemos duas situações distintas:

- **1)**  $|A_n^R| \leq |U_n|$

O vetor da força de arrasto linearizada normal é:

$$F_L^{D1_n} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd \cdot B2aux1 \cdot U_n + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd \cdot B1aux1 \cdot \dot{u}_n^R \quad (4.25)$$

- **2)**  $|A_n^R| > |U_n|$

O vetor da força de arrasto linearizada normal é:

$$F_L^{D2_n} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd \cdot B2aux2 \cdot U_n + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd \cdot B1aux2 \cdot \dot{u}_n^R \quad (4.26)$$

$B1aux1$ ,  $B1aux2$ ,  $B2aux1$  e  $B2aux2$  são as matrizes diagonais dos coeficientes de linearização.  $\dot{u}_n^R$  é o vetor de velocidade relativa entre a onda e a estrutura no domínio do tempo.  $U_n$  é o vetor da velocidade normal da corrente e  $A_n^R$  é o vetor da amplitude relativa entre a onda e a estrutura no domínio da frequência.

É importante observar que a expressão a ser empregada no cálculo do coeficiente de linearização é dependente da relação entre amplitude de velocidade de onda e velocidade de corrente. Pensando nisso, foi desenvolvida uma planilha Mathcad em que se estudam diversas situações para a relação  $A_G/U_G$  (vide Anexo I), sendo  $A_G$  o vetor da amplitude de velocidade de onda global e  $U_G$  o vetor da velocidade de corrente global. O exemplo do Anexo I foi desenvolvido para cilindro vertical bidimensional, com carregamento alinhado no plano. Logo, para esse caso,  $A_G$  e  $U_G$  deixam de ser vetores e passam a ser escalares.

Os Anexos II e III contém exemplos, baseados em planilhas Mathcad, que possibilitam a inclinação do elemento em qualquer direção e a aplicação de carregamentos, de onda e corrente, desalinhados no elemento.

### 4.2.3 Solução de Krolikowsky-Gay sem corrente (Técnica de Sobreposição)

Segundo Krolikowsky-Gay [2], uma outra técnica é expandir a força de arrasto não linear pela série de Fourier, não considerando a velocidade de corrente atuando:

Os coeficientes de linearização B1 e B2 são obtidos analiticamente truncando a série de Fourier no primeiro termo e são dados por:

$$B1 = \frac{8}{3\pi} A_n^R = \frac{8}{3\pi} \cdot \sqrt{(A_n)^2 + w^2 \cdot (A\dot{r}_n)^2} \quad (4.27)$$

$$B2 = U_n \quad (4.28)$$

Observar que B<sub>1</sub> depende da amplitude da velocidade da estrutura A $\dot{r}_n$ (Z), e duas conseqüências são constatadas:

1. B<sub>1</sub> varia ao longo da extensão do riser.
2. É necessário fazer uma suposição inicial para B<sub>1</sub>(z), resolver para A $\dot{r}_n$ (Z) e recalculer B<sub>1</sub>(z), repetindo o procedimento até que as sucessivas avaliações de A $\dot{r}_n$ (Z) estejam com uma tolerância aceitável. Na prática esse procedimento converge rapidamente para problemas típicos de risers (menos de seis iterações).

É importante observar que a Equação (4.27) é apenas um caso especial da Equação (4.20) com U<sub>n</sub> = 0.

A solução da técnica de sobreposição é obtida somando-se os resultados só da onda com os casos só de corrente.

O vetor da força de arrasto linearizada normal é dado por:

$$F_L^{D_3}_n = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd \cdot B2 \cdot U_n + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd \cdot B1 \cdot \dot{u}^R_n \quad (4.29)$$

B1 e B2 são as matrizes diagonais dos coeficientes de linearização. Os coeficientes de linearização devem ser calculados com as componentes normais ao elemento escritas no sistema global de referência, de acordo com as técnicas do Capítulo III.

Inicialmente, neste capítulo, não estamos interessados numa análise estrutural. O objetivo inicial é verificar o comportamento dessas soluções somente no que diz respeito à geração da força de arrasto. Para isso, no lugar do vetor de amplitude relativa normal onda estrutura, A $\dot{r}_n^R$ , será utilizado o vetor de amplitude normal de

onda,  $A_n$ . No lugar de  $\dot{u}_n^R$ , para simular a velocidade relativa normal onda estrutura no tempo, será utilizado  $\dot{u}_n$ , para simular a velocidade normal da onda no tempo.

Para os exemplos dos Anexos I, II e III, a força de arrasto foi simulada no tempo para a solução de Krolikowsky-Gay “com corrente” e “sem corrente” (técnica de sobreposição), com o objetivo de comparar com a solução original não linear.

Os dados para todos os exemplos desenvolvidos nesse capítulo, estão apresentados na tabela IV.1, a seguir:

Altura da onda regular	Hmáx	10m
Período fundamental da onda	T	11s
Diâmetro do cilindro	D	0.5
Coefficiente de arrasto	CD	0.7
Coefficiente de inércia	CM	1.7
Lâmina d'água	SWL	1000m
Coordenada Z média do elemento	Zméd	990m
Velocidade de corrente	$U_G$	1.2 m/s

Tabela IV.1 – Dados para análises determinísticas sem velocidade da estrutura.

A Figura 4-2 mostra os resultados empregando-se a solução proposta pelo método de linearização de Krolikowski-Gay (velocidade de corrente maior que a amplitude da onda), juntamente com a respectiva solução não linear para um cilindro vertical unitário, com onda e corrente incidindo a  $0^\circ$  (problema bidimensional).

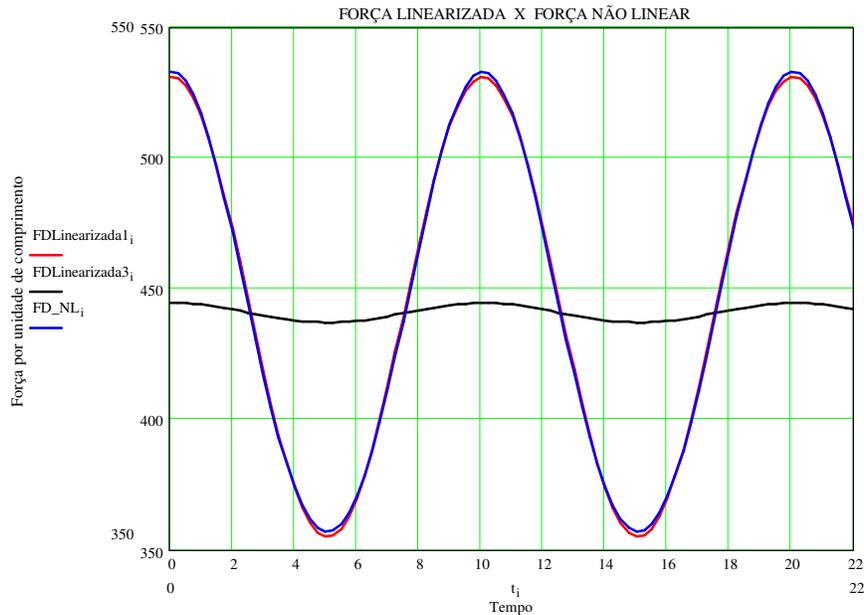


Figura 4-2 – Verificação da linearização para  $A_G = 0.1$ .  $U_G$ .

A técnica de sobreposição “sem corrente”, proposta por Krolkowski-Gay (FDlinearizada3 no gráfico da Figura 4-1), leva à resultados não satisfatórios quando a amplitude da velocidade de onda for pequena em relação a velocidade de corrente. Apresenta melhores resultados à medida que a dinâmica do problema aumenta, isto é, quando a amplitude da velocidade de onda aumenta em relação à velocidade de corrente.

Na Figura 4-3 é apresentado, para a mesma situação anterior (Figura 4-2), o desempenho das soluções propostas pelo método de linearização de Krolkowski-Gay com e sem corrente (a amplitude da onda é duas vezes maior que a velocidade de corrente), juntamente com a respectiva força de arrasto original não linear.

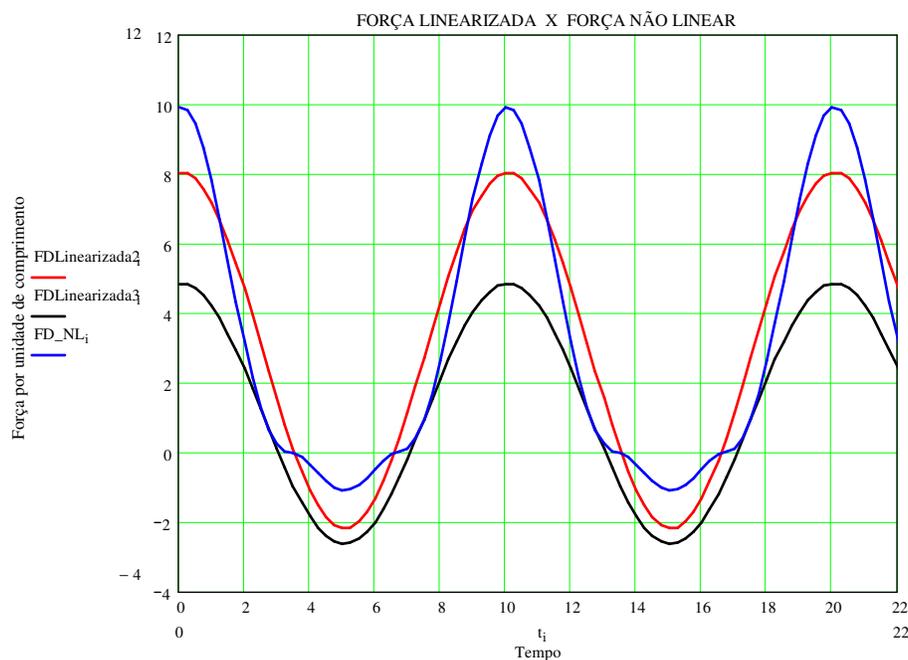


Figura 4-3 - Verificação da linearização para  $A_G = 2$ .  $U_G$

É importante observar que a técnica de sobreposição proposta por Krolkowski-Gay apresenta resultado melhor à medida que a dinâmica do problema aumenta, isto é, quando a amplitude da velocidade de onda aumenta em relação à velocidade de corrente. Mas, não chega a fornecer resultados satisfatórios na representação da parcela de arrasto não linear da equação de Morison.

No cabeçalho dos gráficos mostrados a seguir, além dos dados da Tabela IV.1, temos as seguintes informações:

- $U_{xlocal}$ ,  $U_{ylocal}$ ,  $U_{zlocal}$ , representam as velocidades de corrente normais escritas nos eixos, X, Y e Z globais, respectivamente. As

componentes normais nos Anexos II e III foram chamadas de componentes “locais”.

- $Amp_{xlocal}$ ,  $Amp_{ylocal}$ ,  $Amp_{zlocal}$ , representam as amplitudes de velocidade de onda normais escritas nos eixos, X, Y e Z globais, respectivamente.
- $\theta_{sea}$  representa o ângulo que a onda faz com o eixo X global, no sentido anti-horário, de acordo com a Figura 3-3.
- $\theta_{scurr}$  representa o ângulo que a corrente faz com o eixo X global, no sentido anti-horário, de acordo com a Figura 3-3.

A Figura 4-4 mostra que para um cilindro vertical unitário, com onda a  $0^\circ$  (problema bidimensional) e a  $45^\circ$ , sem ação de corrente, a solução de Krolikowsky-Gay “sem corrente” não mantém o módulo da força ao se girar o carregamento de  $45^\circ$ . Isto é decorrente do princípio da decomposição independente que esse método adota.

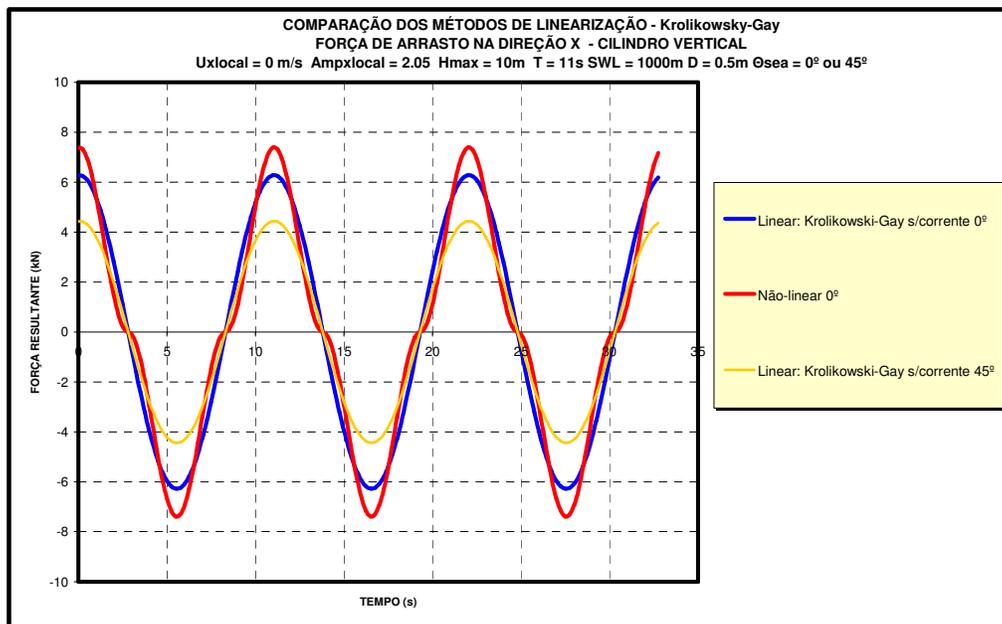


Figura 4-4 – Força de Arrasto – Krolikowsky-Gay – onda a  $0^\circ$  e  $45^\circ$  - corrente nula.

Diante das limitações que este método apresenta em possíveis análises tridimensionais, sob condições quaisquer de carregamento, surge a necessidade de considerarmos métodos de linearização essencialmente tridimensionais, que considerem as componentes de velocidades normais, fenômenos correlacionados. Daí a necessidade da utilização da série de Fourier.

### 4.3 Série de Fourier

Uma alternativa para representar a força de arrasto não linear é escrevê-la através da série de Fourier, sendo este o tema inovador desta dissertação. A força de arrasto normal representada através da série de Fourier é:

$$F_{\text{Fourier}}^D = a_0 + \sum_{n=1}^{\text{ncoef}} \left( a_n \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{L} \cdot t\right) + b_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{L} \cdot t\right) \right) \quad (4.30)$$

$$a_0 = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \cdot dt \quad (4.31)$$

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{L} \cdot t\right) dt \quad (4.32)$$

$$b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{L} \cdot t\right) dt \quad (4.33)$$

onde,  $L = \frac{\pi}{\omega}$  representa os limites da integral, sendo função da freqüência fundamental

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ . T é o período fundamental da onda regular e ncoef é o número de coeficientes

utilizados para calcular a série de Fourier.

Para análise sem velocidade estrutural, a função f(t) será a própria força de arrasto normal não linear no domínio do tempo:

$$f(t) = \bar{F}_{\text{NL}}^D = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd \cdot |V_n^F| \cdot (V_X^F) \\ \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd \cdot |V_n^F| \cdot (V_Y^F) \\ \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd \cdot |V_n^F| \cdot (V_Z^F) \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

É importante observar que a série de Fourier leva em consideração o módulo da velocidade normal do fluido, que por sua vez, considera a correlação entre as componentes normais X, Y e Z, sendo por isso, um método tridimensional.

Para análise com velocidade estrutural:

$$f(t) = \bar{F}_{\text{NL}}^D = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd \cdot |V_n^R| \cdot (V_X^R) \\ \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd \cdot |V_n^R| \cdot (V_Y^R) \\ \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd \cdot |V_n^R| \cdot (V_Z^R) \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

A Figura 4-5 ilustra um exemplo de comparação dos métodos de linearização da força de arrasto em um cilindro vertical unitário, com onda incidindo a  $0^\circ$  (problema bidimensional), sem ação de corrente. O objetivo é mostrar que para essa situação, a solução de Krolikowski-Gay “sem corrente” se iguala à série de Fourier, com um coeficiente.

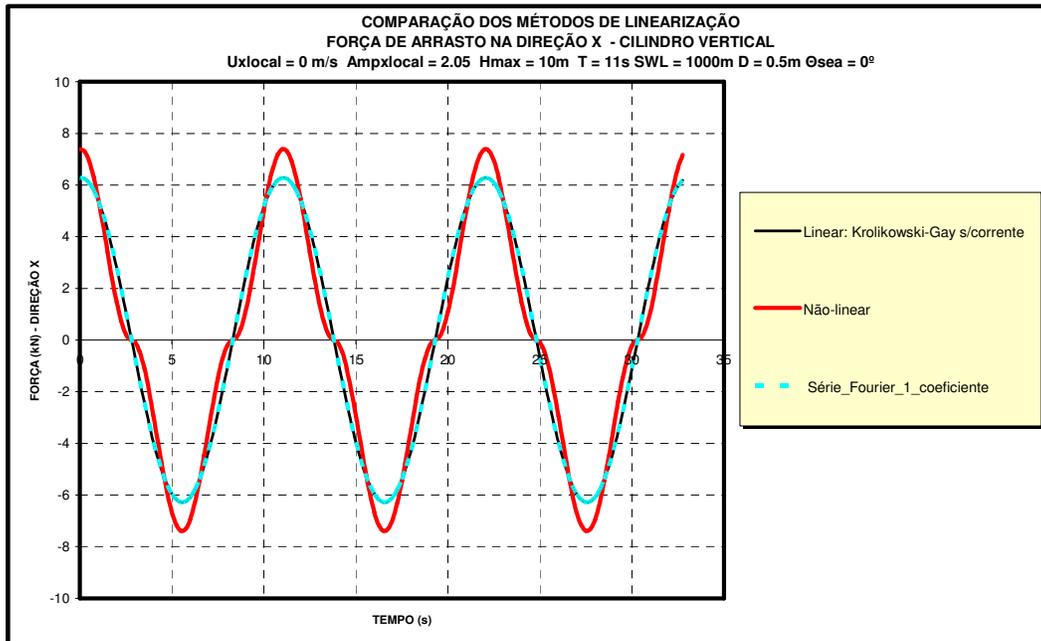


Figura 4-5 – Força de Arrasto da equação de Morison – eixo X global – corrente nula.

É importante observar que o método de Krolikowski-Gay [2] “com corrente” e “sem corrente” (Itens 4.2.2 e 4.2.3, respectivamente) obtêm seus coeficientes de linearização através do desenvolvimento analítico da expansão da força de arrasto quadrática, utilizando as expressões da série de Fourier e truncando a série no primeiro termo. Tal desenvolvimento foi realizado para cilindro vertical com carregamento incidindo na direção de um dos eixos globais, X ou Y, do sistema de referência do próprio cilindro vertical (problema bidimensional). Conseqüentemente, era esperado que o método de Krolikowski-Gay [2] se igualasse a série de Fourier com um coeficiente para essa situação específica.

Na Figura 4-6, a força de arrasto representada pela série de Fourier, com um coeficiente, mantém o módulo da força ao girar o carregamento de  $45^\circ$ . Isto justifica seu emprego num programa de análise estrutural, que opere no domínio da frequência [5].

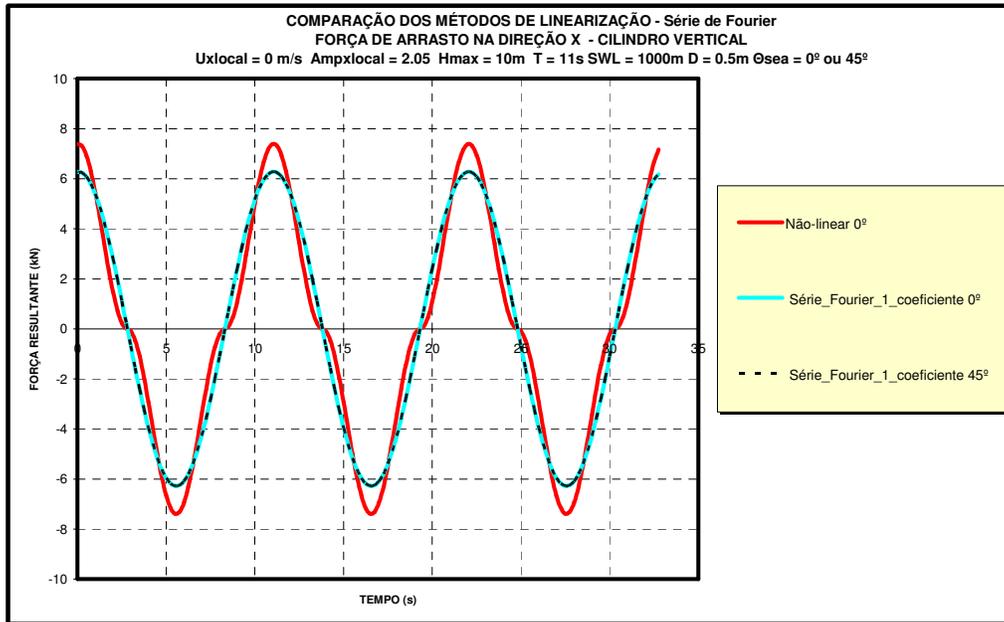


Figura 4-6 – Força de Arrasto – Série de Fourier – onda a  $0^\circ$  e  $45^\circ$  - corrente nula.

A Figura 4-7 apresenta um exemplo de comparação entre os métodos de linearização da força de arrasto em um cilindro vertical unitário com onda incidindo a  $45^\circ$ , sem ação de corrente (a resposta nos eixos X e Y globais serão iguais).

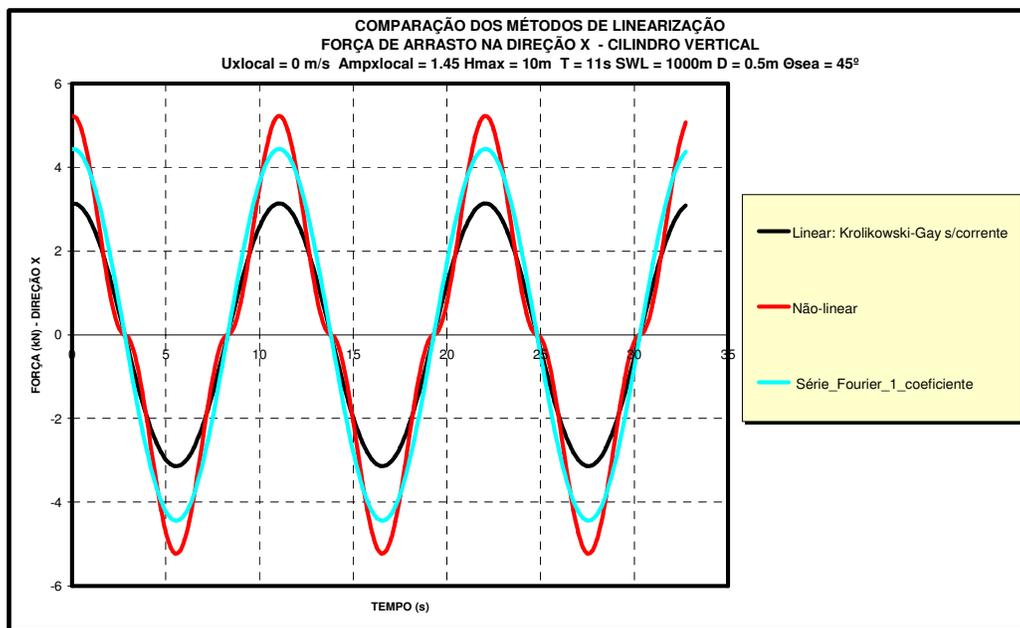


Figura 4-7 - Força de Arrasto da equação de Morison – eixo X global – corrente nula.

O objetivo é mostrar que para a situação em que apenas giramos o sistema de referência, a solução de Krolkowski-Gay não se iguala à série de Fourier com um coeficiente.

#### 4.4 Estudo da relação entre amplitude de velocidade de onda e velocidade de corrente.

O objetivo desse item é estudar diversas relações entre a amplitude da velocidade da onda ( $A_G$ ) e velocidade de corrente ( $U_G$ ), comparando os métodos de Krolikowsky-Gay [2] e série de Fourier com a força de arrasto original quadrática.

Utilizando a planilha do Anexo III, foram estudadas 20 relações entre amplitude da onda ( $A_G$ ) e velocidade de corrente ( $U_G$ ), de acordo com a Equação (4.36). Além dessas, também foi estudado o caso onde a relação entre amplitude de velocidade de onda e velocidade de corrente é igual a um. A Equação (4.36) foi aplicada em cada direção global do elemento (ver Anexo III).

$$U_G = \begin{bmatrix} \frac{A_G}{0.1} \\ \frac{A_G}{0.2} \\ \frac{A_G}{0.3} \\ \frac{A_G}{0.4} \\ \frac{A_G}{0.5} \\ \frac{A_G}{0.6} \\ \frac{A_G}{0.7} \\ \frac{A_G}{0.8} \\ \frac{A_G}{0.9} \\ \frac{A_G}{0.99} \end{bmatrix} \quad U_G = \begin{bmatrix} \frac{A_G}{1.1} \\ \frac{A_G}{2} \\ \frac{A_G}{3} \\ \frac{A_G}{4} \\ \frac{A_G}{5} \\ \frac{A_G}{6} \\ \frac{A_G}{7} \\ \frac{A_G}{8} \\ \frac{A_G}{9} \\ \frac{A_G}{10} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

Os dados de entrada são idênticos aos do item anterior (Tabela IV.1), com exceção da altura de onda que agora vale cinco metros.

##### 4.4.1 Elemento Vertical

O exemplo estudado é para um cilindro vertical. Os carregamentos de onda e corrente foram considerados alinhados no eixo X global, com o objetivo de se manter as relações estabelecidas na Equação (4.36). Isto é, onda e corrente com mesmo ângulo de ataque: 0°. Este exemplo encontra-se no Anexo III deste trabalho.

Como o elemento é vertical e com carregamento atuando no plano, ao longo do eixo X global do elemento, teremos a força de arrasto apenas na direção X global.

Da Figura 4-8 à Figura 4-12 são apresentados os gráficos da força de arrasto normal na direção X global para diferentes relações entre amplitude de velocidade de onda normal e velocidade de corrente normal.

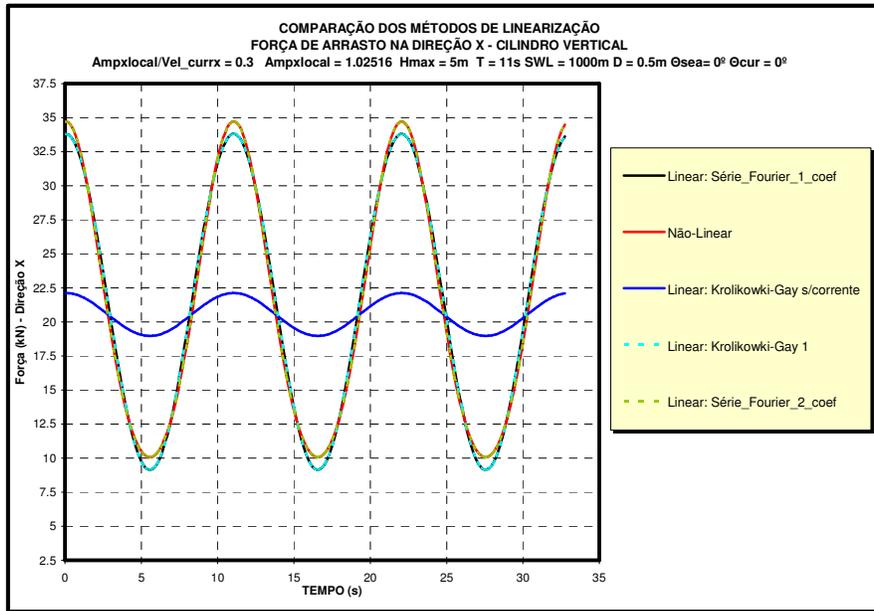


Figura 4-8 - Gráfico da Força de arrasto na equação de Morison – direção X global -  $A_G / U_G = 0.3$ .

É importante salientar que a solução de Krolikowsky-Gay “com corrente” apresenta ótima concordância com a solução da série de Fourier com um coeficiente, de acordo com o que foi concluído no item anterior.

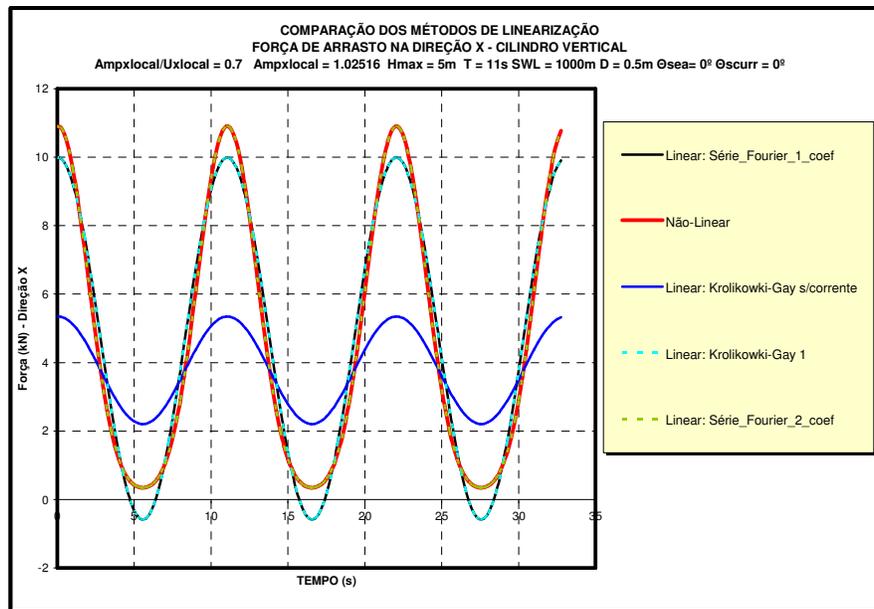


Figura 4-9 - Gráfico da Força de arrasto na equação de Morison – direção X global -  $A_G / U_G = 0.7$ .

A Figura 4-10 mostra que, para a relação igual a um, a solução de Krolikowski-Gay 1 “com corrente” se iguala com a solução de Krolikowski-Gay 2 “com corrente” e,

naturalmente, como o cilindro é vertical com carregamento na direção X global, essas duas ultimas se igualam à solução da série de Fourier com um coeficiente.

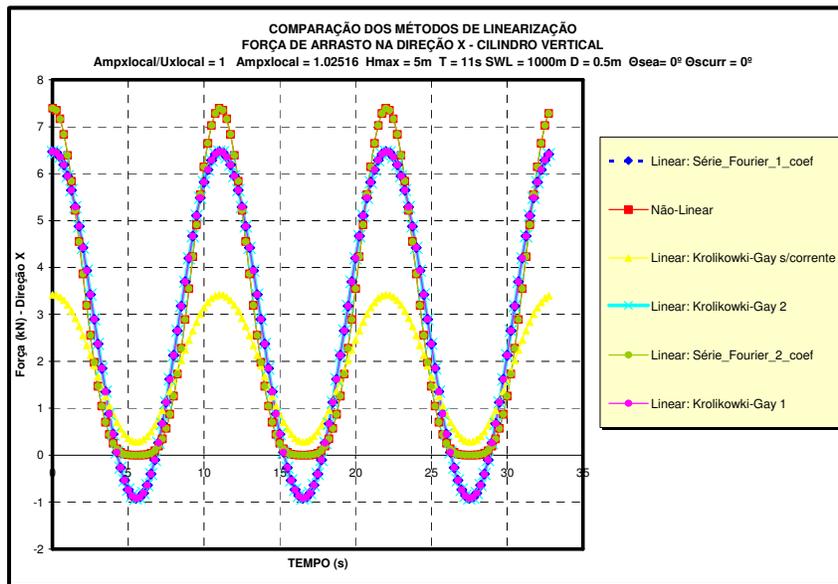


Figura 4-10 - Gráfico da Força de arrasto na equação de Morison – direção X global -  $A_G / U_G = 1$ .

A Figura 4-11 e a Figura 4-12 apresentam os resultados para relação entre amplitude de velocidade de onda normal e velocidade de corrente normal igual a 5 e 10, respectivamente. Observar que para problemas em que a dinâmica é muito maior do que a estática o terceiro coeficiente apresenta um pequeno ganho em relação ao segundo coeficiente.

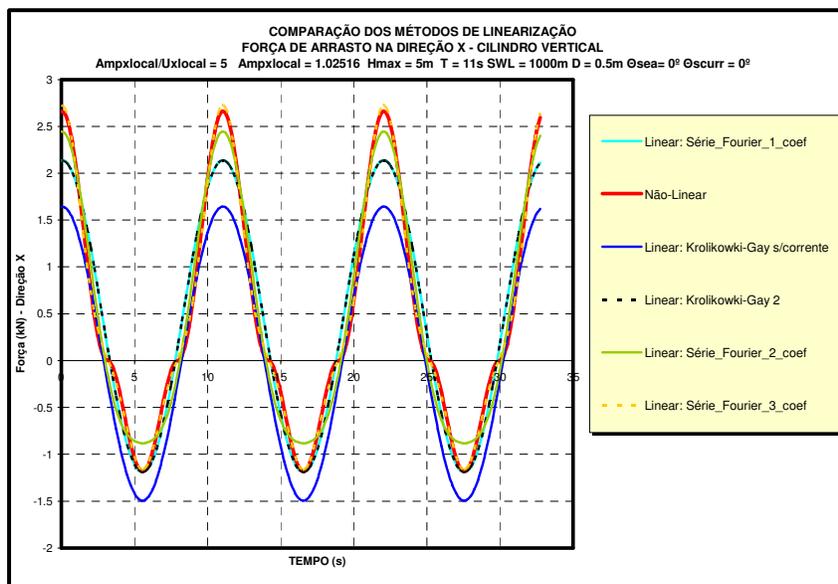


Figura 4-11 - Gráfico da Força de arrasto na equação de Morison – direção X global -  $A_G / U_G = 5$ .

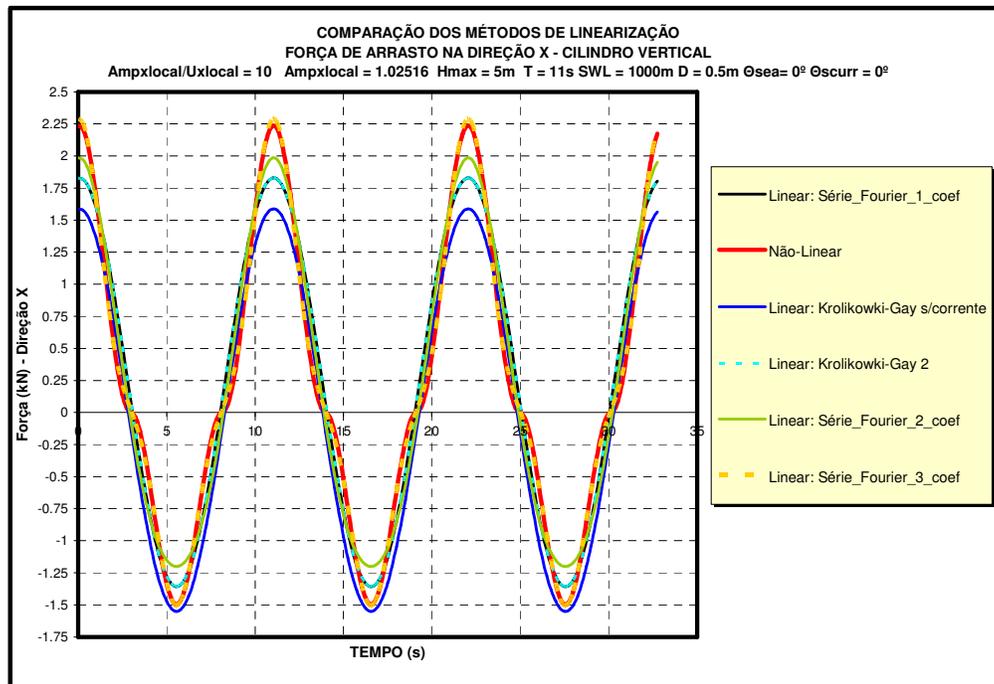


Figura 4-12 - Gráfico da Força de arrasto na equação de Morison – direção X global -  $A_G/ U_G = 10$ .

É importante observar que à medida que se aumenta o valor relativo da amplitude de velocidade de onda em relação à velocidade de corrente, aumenta a discrepância entre a solução linear de Krolikowski-Gay “com corrente” e a expressão quadrática da força.

A seguir serão investigados outros exemplos de aplicação da força de arrasto (exemplos tridimensionais considerando corrente e onda atuando de forma alinhada e desalinhada), com diferentes casos de carregamento aplicados em diferentes geometrias de cilindro.

## 4.5 Exemplos Complementares

Neste item serão desenvolvidos mais exemplos, com o objetivo de investigar outras configurações de carregamento (onda e corrente) e geometria de cilindro, avaliando o comportamento da força de arrasto. Os dados utilizados nesse item foram descritos na Tabela IV.1.

### 4.5.1 Elemento Vertical

Para o elemento vertical teremos a força de arrasto nos eixos X e Y. A força de arrasto longitudinal é eliminada pelo processo de normalização, descrito no Capítulo

III. Logo, a componente na direção Z global não vai existir, pois no cilindro vertical ela é a própria componente tangencial, cujo coeficiente de arrasto é considerado nulo.

O objetivo principal agora é investigar diferentes configurações para o carregamento atuante no elemento vertical. Com isso temos as seguintes situações:

1. Exemplo 1: onda e corrente alinhados incidindo a  $0^\circ$ .

Nesse exemplo, a velocidade de corrente normal é menor do que a amplitude de velocidade de onda normal, portanto a dinâmica prevalece nessa direção. É importante salientar que a solução de Krolikowsky-Gay apresenta ótima concordância com a solução da série de Fourier com um coeficiente, o que era de se esperar, visto que a solução de Krolikowsky-Gay [2] nada mais é do que a solução da série de Fourier truncada no primeiro termo. A solução linear de Krolikowsky-Gay “sem corrente” é a solução de sobreposição de Krolikowski-Gay para um cilindro vertical.

Na Figura 4-13, a solução de Krolikowski-Gay “com corrente”, apesar de ter se igualado a série de Fourier, com um coeficiente, não apresentou boa concordância com a solução não linear. Já a solução com dois coeficientes de Fourier apresentou uma ótima concordância com a solução não linear.

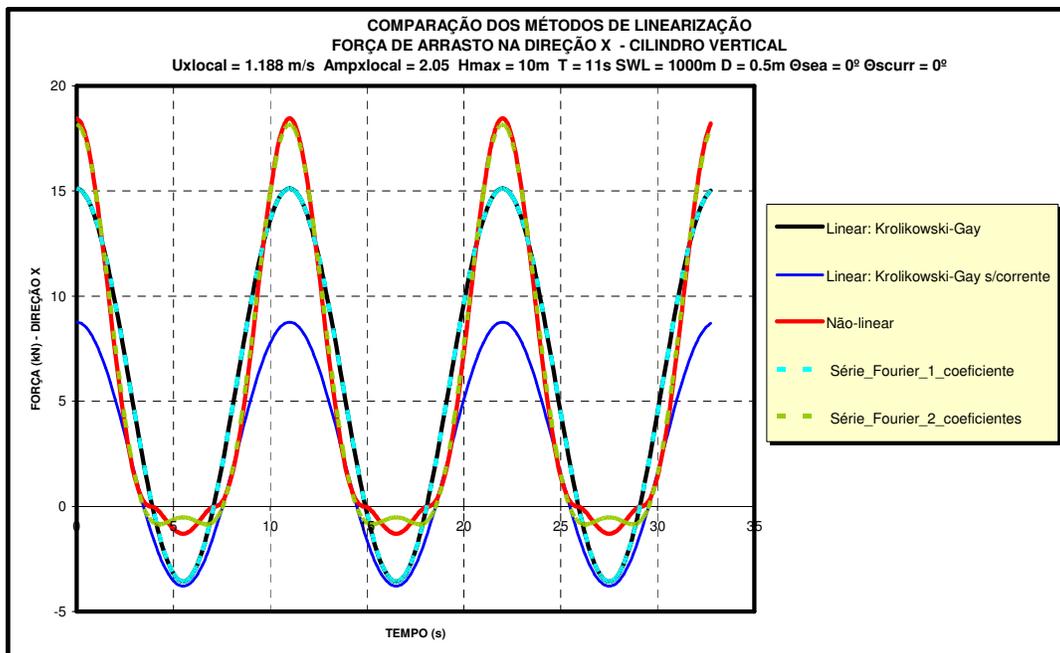


Figura 4-13 – Gráfico da Força de Arrasto na equação de Morison – direção X global.

A Figura 4-14 mostra somente a parcela dinâmica da força de arrasto normal. É importante observar que nesse exemplo a parcela dinâmica é muito superior a parcela estática.

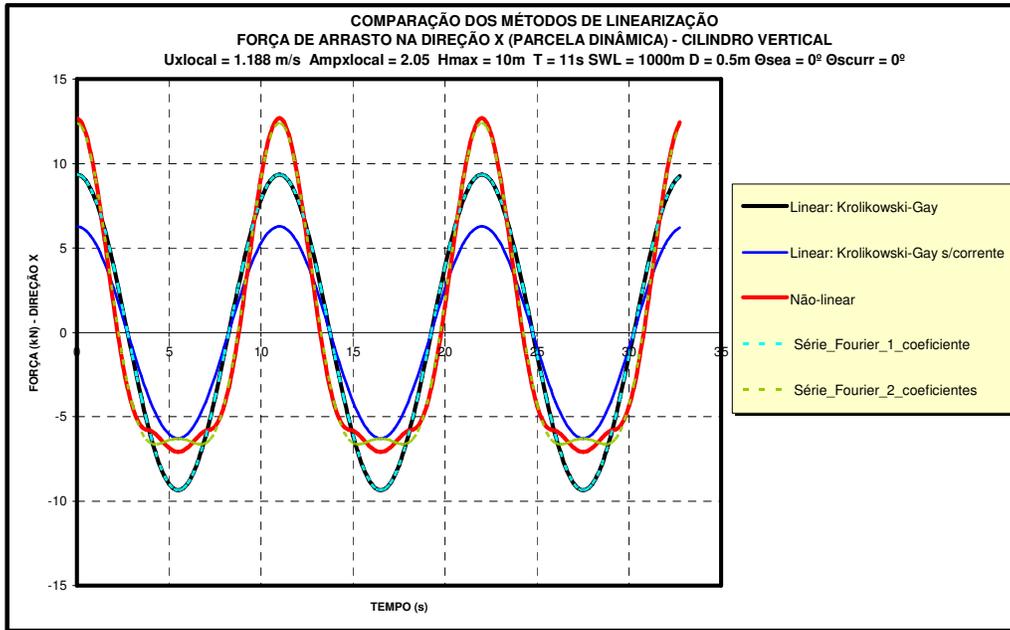


Figura 4-14 - Gráfico da Força de Arrasto na equação de Morison – direção X global.

## 2. Exemplo 2: onda e corrente alinhados incidindo a 15°

A Figura 4-15 e a Figura 4-16 mostram a resposta da força de arrasto normal ao elemento para a direção X e Y globais, respectivamente.

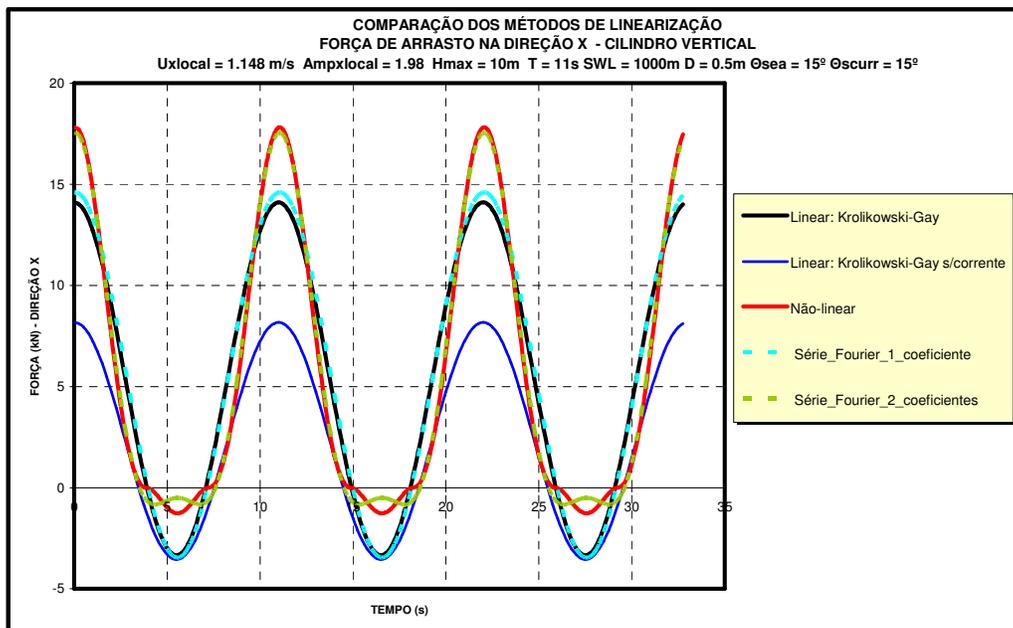


Figura 4-15 - Gráfico da Força de arrasto na equação de Morison – direção X global.

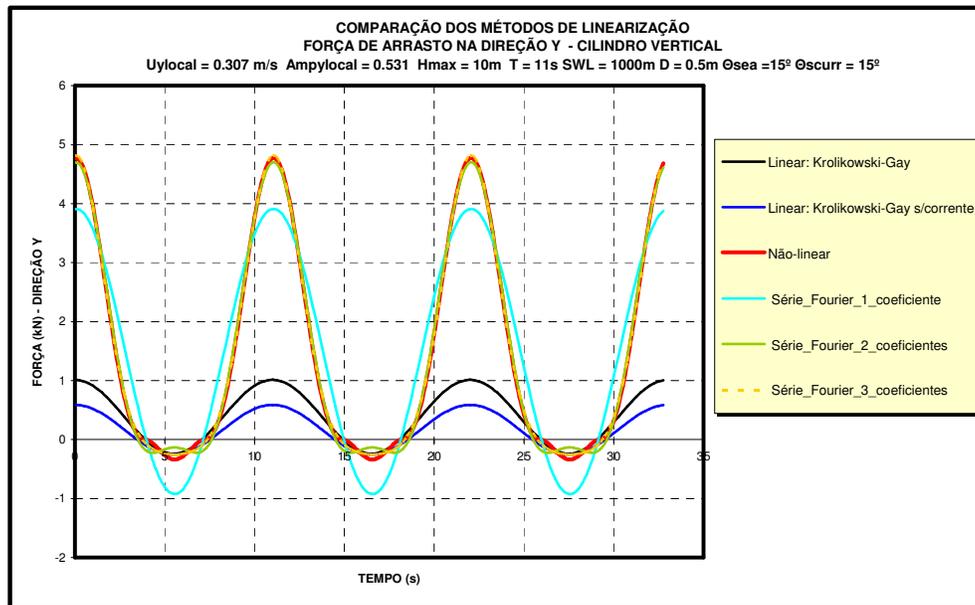


Figura 4-16 - Gráfico da Força de arrasto na equação de Morison – direção Y global.

É importante observar que na direção X global, a solução de Krolikowsky-Gay não se iguala mais a série de Fourier com um coeficiente. Esse fato se agrava ainda mais na direção Y global. Isso ocorre porque a solução de Krolikowsky-Gay é uma solução fechada para um cilindro vertical com onda e corrente incidindo a zero grau.

Mesmo para o caso bidimensional com o carregamento atuando fora de um dos eixos globais, X ou Y, do sistema de referência do elemento (onda e corrente alinhados incidindo a 15°), a solução de Krolikowsky-Gay não mantém o módulo da força ao se girar o sistema de referência, devido ao princípio da decomposição independente que esse método adota. A solução de Fourier leva em consideração o módulo da velocidade normal na equação de Morison e, portanto, mantém o módulo da força ao se girar o sistema de referência.

É importante observar que a resposta de Krolikowsky-Gay no eixo X global apresentou uma ótima concordância com a resposta da série de Fourier com um coeficiente, isso porque a onda estava a 15° com o eixo X global. A resposta de Krolikowsky-Gay no eixo Y global apresentou péssima concordância com a resposta da série de Fourier com um coeficiente, pois o ângulo que a onda faz com o eixo Y é maior, e a decomposição independente teve uma maior influência no resultado.

Mesmo para os casos bidimensionais com o carregamento atuando fora de um dos eixos globais, X ou Y, do sistema de referência do elemento, a solução da série de Fourier com um coeficiente já apresentou grande vantagem em relação ao método de Krolikowsky-Gay, em razão deste ser um método essencialmente tridimensional.

3. Exemplo 3: onda e corrente alinhados incidindo a 45°.

A resposta da força de arrasto normal nas direções X e Y globais são iguais. Portanto, a Figura 4-17 ilustra a força de arrasto na direção do eixo X global.

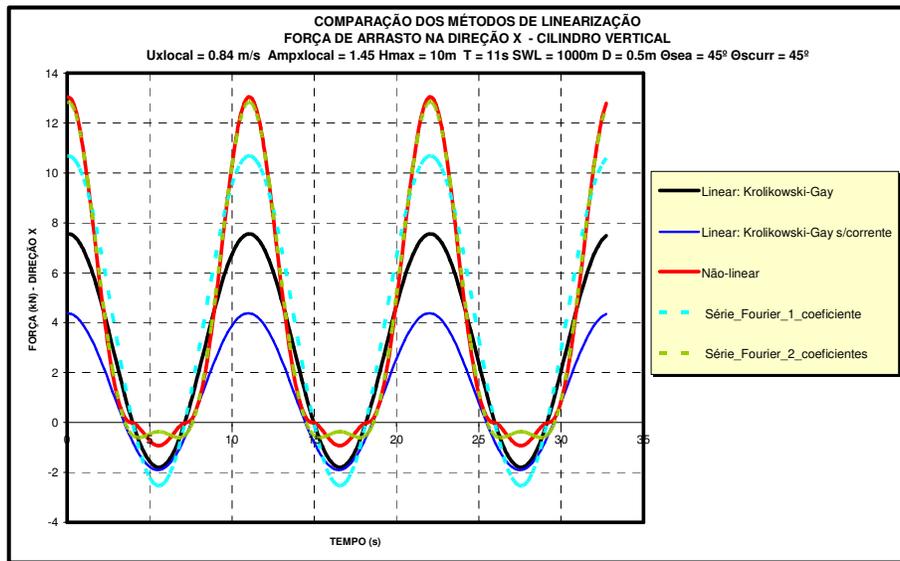


Figura 4-17 - Gráfico da Força de arrasto na equação de Morison – direção X global.

A partir do quarto exemplo, os carregamentos de onda e corrente serão considerados desalinhados.

4. Exemplo 4: elemento vertical unitário com corrente incidindo a 50° e onda incidindo a 20°.

A Figura 4-18 e a Figura 4-19 representam a resposta da força de arrasto normal nas direções X e Y globais, respectivamente.

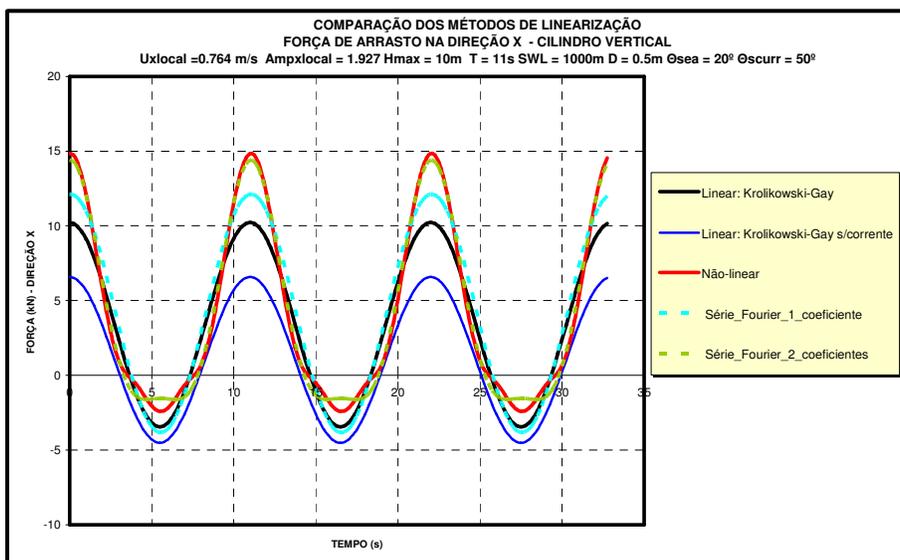


Figura 4-18 - Gráfico da Força de arrasto na equação de Morison – direção X global.

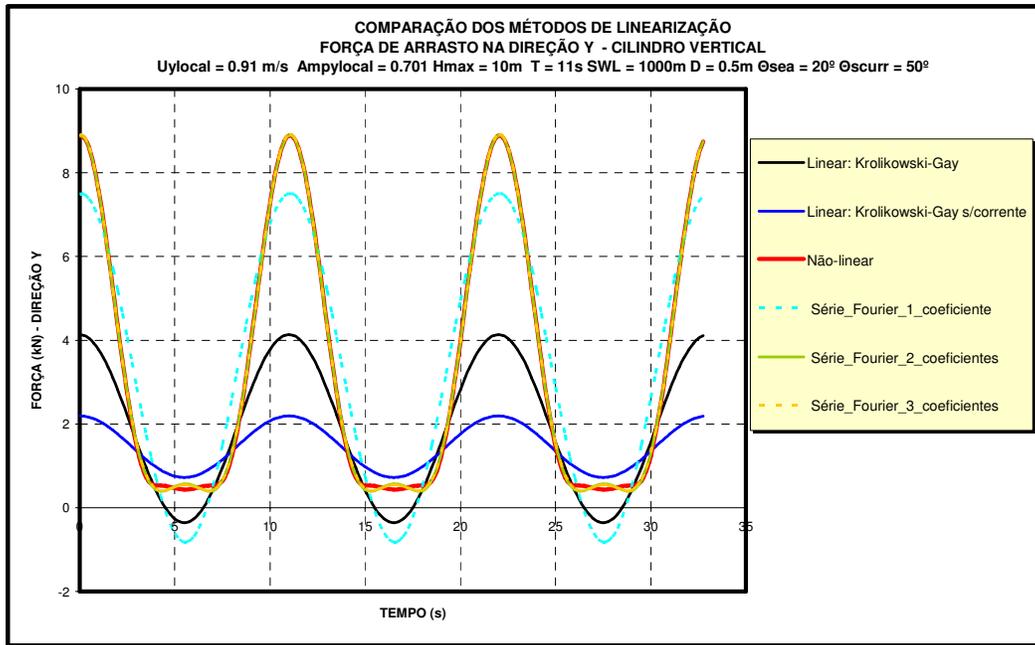


Figura 4-19 - Gráfico da Força de arrasto na equação de Morison – direção Y global.

A solução da série de Fourier com um coeficiente, novamente, obteve melhores resultados na representação da força de arrasto não linear, quando comparada à solução de Krolikowsky-Gay, tanto na direção X global, quanto na direção Y global.

É importante observar que a resposta de Krolikowsky-Gay no eixo X global apresentou uma concordância aceitável com a resposta da série de Fourier com um coeficiente. Já a resposta de Krolikowsky-Gay no eixo Y global apresentou péssima concordância com a resposta da série de Fourier com um coeficiente. Isso porque a decomposição independente não leva em consideração o módulo da velocidade normal para o cálculo da força de arrasto.

5. Exemplo 5: elemento vertical unitário com corrente a 70° e onda a 40°.

Na Figura 4-20 e na Figura 4-21, pode-se observar, respectivamente, a resposta da força de arrasto normal, escritas nas direções X e Y globais. Novamente, a série de Fourier com um coeficiente representou melhor a solução não linear que a solução de Krolikowsky-Gay. A série de Fourier com dois coeficientes apresentou ótima concordância com a força de arrasto não linear.

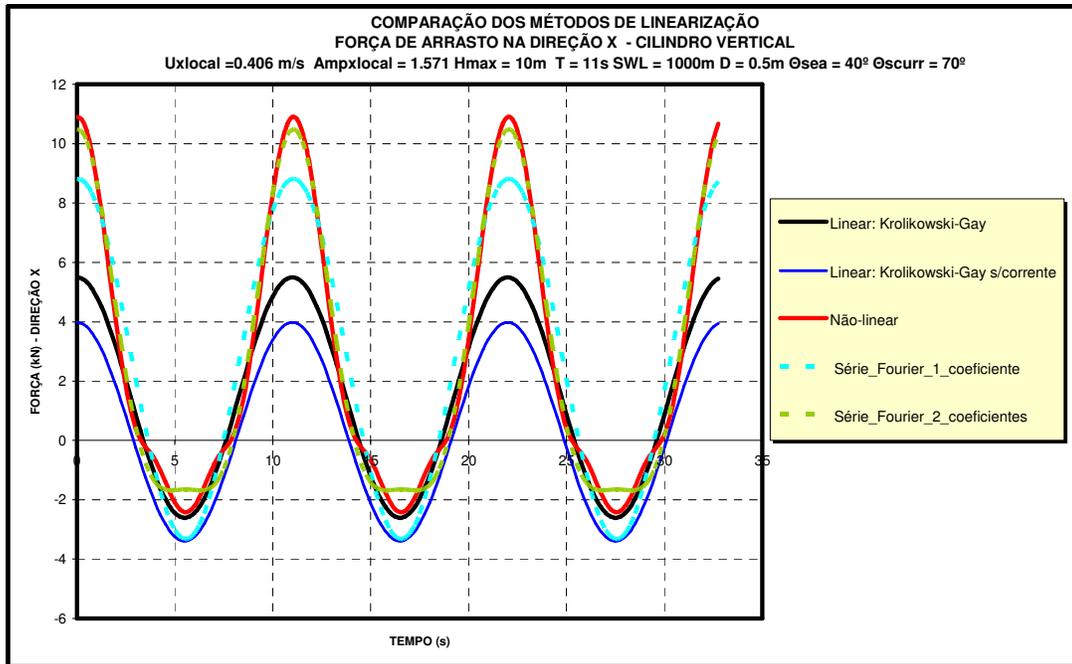


Figura 4-20 - Gráfico da Força de arrasto na equação de Morison – direção X global.

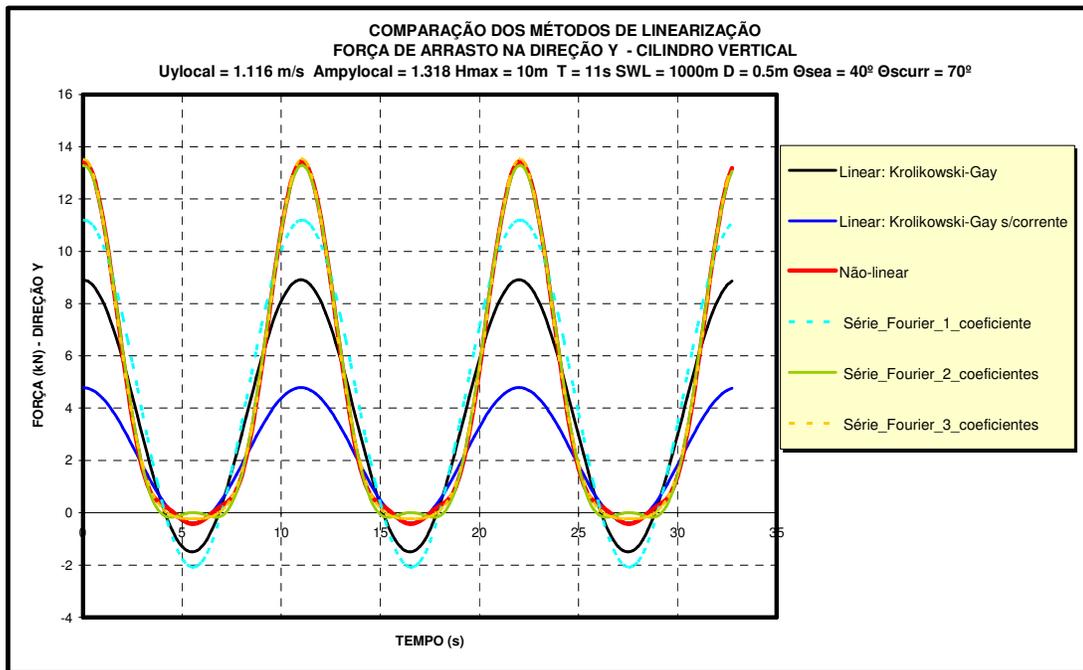


Figura 4-21 - Gráfico da Força de arrasto na equação de Morison – direção Y global.

## 4.5.2 Elemento Horizontal

O exemplo a seguir representa um elemento horizontal unitário com onda e corrente a  $45^\circ$ . Para esse elemento teremos componentes normais escritas nas direções X e Y globais, além da componente no eixo Z global, devido à velocidade vertical da onda. A força de arrasto no eixo X e Y globais são iguais, portanto, será mostrada apenas a força em X global.

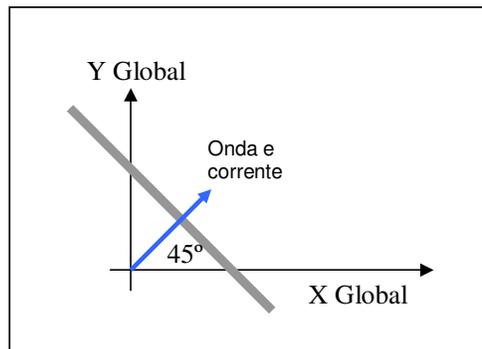


Figura 4-22 - Ilustração da Disposição do Elemento Horizontal analisado.

A Figura 4-23 apresenta os procedimentos de linearização da força de arrasto com a solução não linear, além da solução da série de Fourier com um e dois coeficientes (que apresenta ótima concordância com a solução não linear), para a direção X global. É importante observar que a velocidade de corrente normal é menor do que a amplitude de velocidade de onda normal, portanto, a dinâmica prevalece nessa direção.

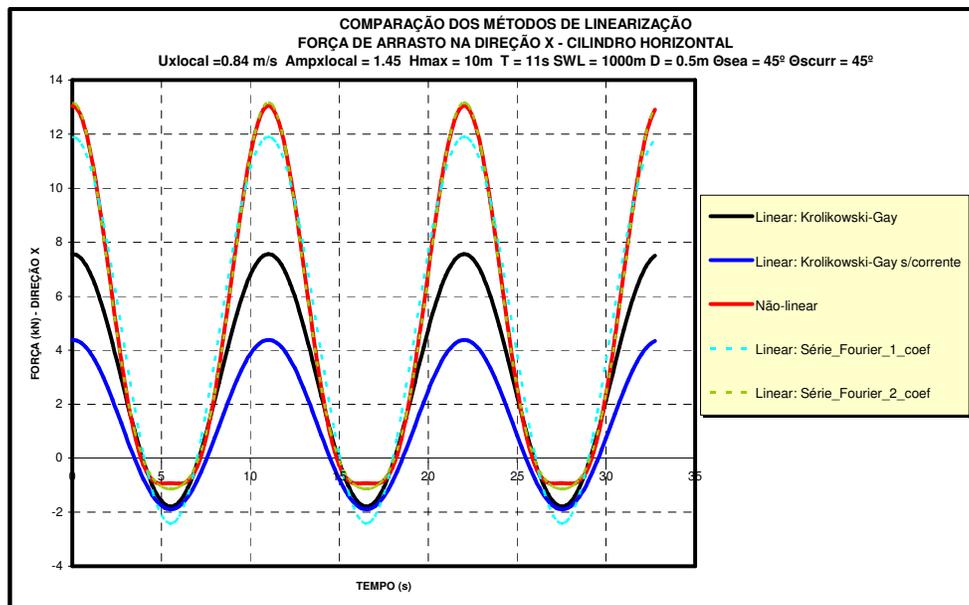


Figura 4-23 – Gráfico da Força de Arrasto na equação de Morison – direção X global.

A Figura 4-24 mostra a resposta no eixo Z global. A série de Fourier com dois coeficientes apresentou ótima concordância com a solução não linear. Observar também que como a velocidade de corrente normal é nula, a solução de sobreposição de Krolikowsky-Gay “sem corrente” não se iguala à série de Fourier com um coeficiente, na direção Z global. Esse fato seria mais uma vantagem do uso da série de Fourier com apenas um coeficiente, em relação ao método de Krolikowsky-Gay para representar a força de arrasto não linear.

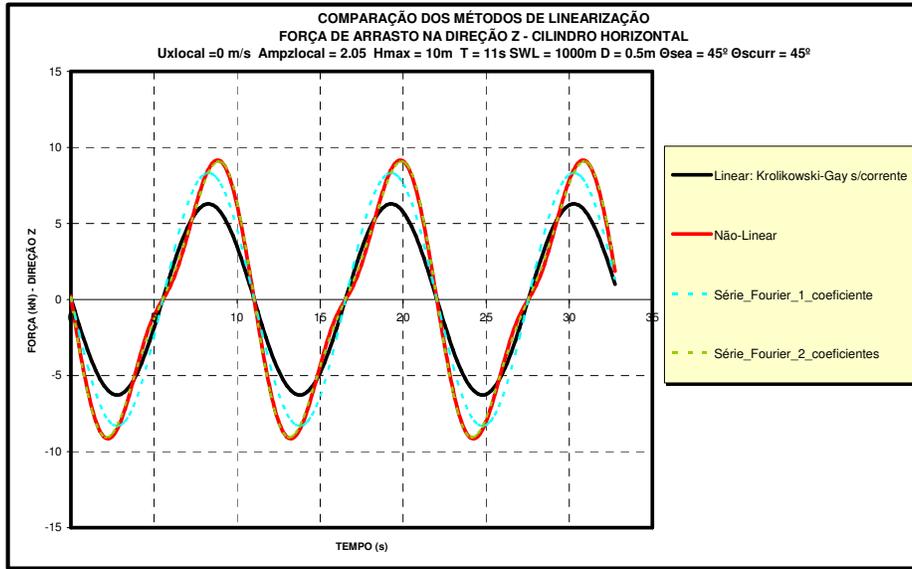


Figura 4-24 - Gráfico da Força de arrasto na equação de Morison – direção Z global.

#### 4.5.3 Elemento inclinado $10^\circ$ com eixo Z e pertencente ao plano XZ

- O exemplo apresentado a seguir é um elemento inclinado a  $10^\circ$  com eixo Z e a  $80^\circ$  com eixo X, estando contido no plano XZ, com onda e corrente alinhados incidindo a  $0^\circ$ , de acordo com a Figura 4-25.

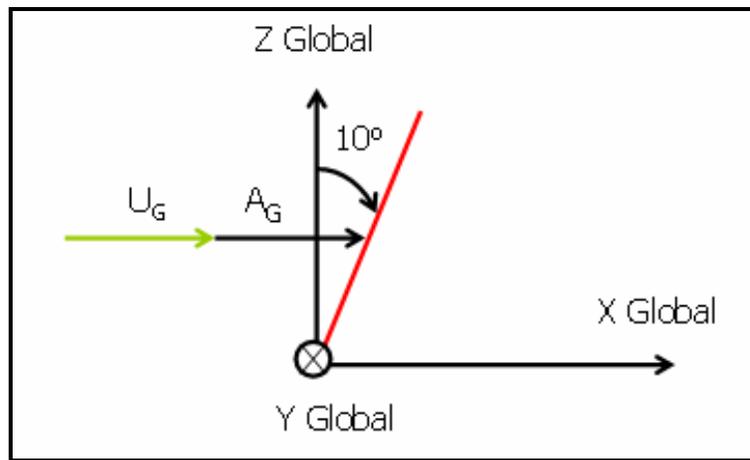


Figura 4-25- Elemento inclinado  $10^\circ$  com eixo Z e  $80^\circ$  com eixo X – Plano XZ.

A Figura 4-26 e a Figura 4-27 apresentam a força de arrasto normal nas direções X e Z globais, respectivamente.

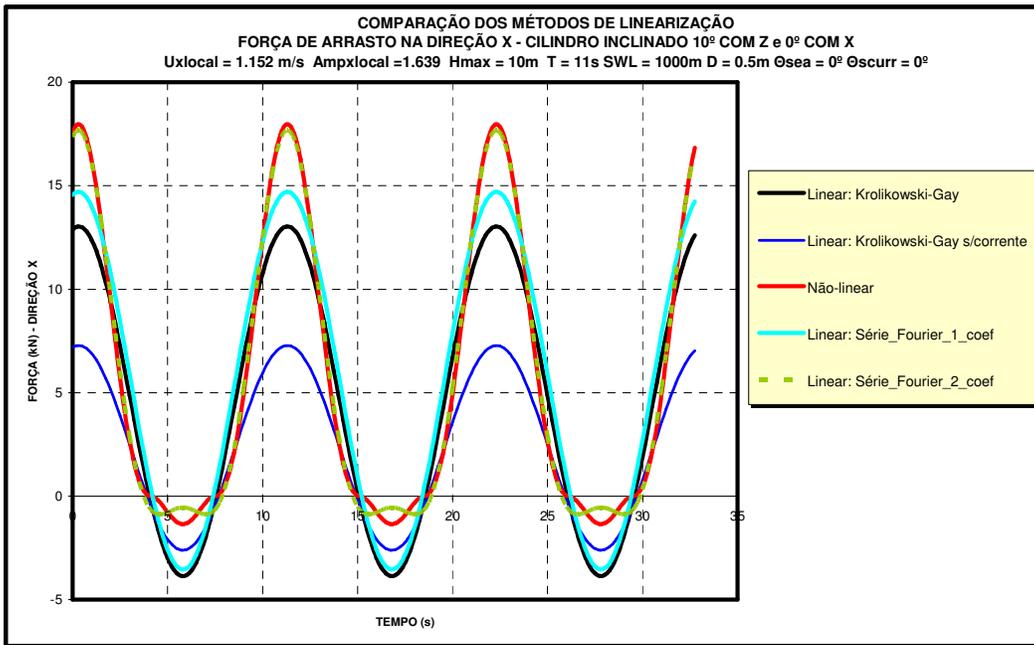


Figura 4-26 - Gráfico da Força de arrasto na equação de Morison – direção X global.

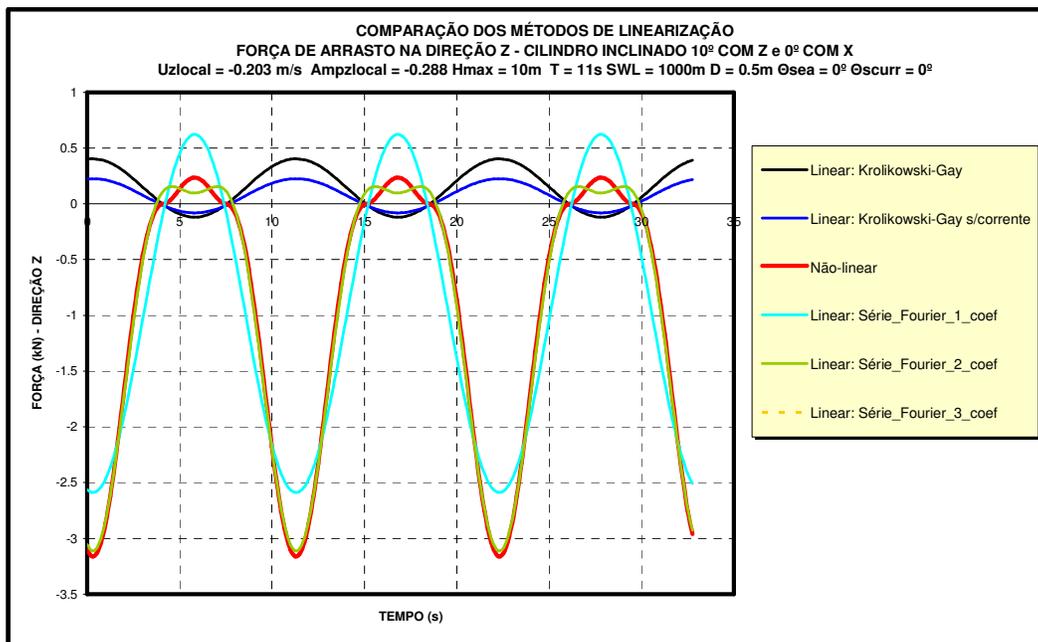


Figura 4-27 - Gráfico da Força de arrasto na equação de Morison – direção Z global.

Para cilindros inclinados, a solução de Krolikowsky-Gay não se iguala a solução da série de Fourier com um coeficiente, mesmo para o caso com o carregamento alinhado incidindo sobre um dos eixos globais, X ou Y, do sistema de referência do elemento.

A solução de Krolikowsky-Gay, no eixo X global, apresentou diferença em relação à solução de Fourier com um coeficiente (Figura 4-26). Na componente de arrasto gerada no eixo Z global (Figura 4-27), a representação através da solução de Krolikowsky-Gay não apresentou boa concordância. Já à solução da série de Fourier com um coeficiente foi muito satisfatória nessas situações.

Apesar do cilindro e as cargas estarem contidas no plano XZ, as respostas da força de arrasto não se igualam, em razão do cilindro possuir certa inclinação, apresentando diferenças que já eram esperadas, visto que, o método de Krolikowsky-Gay foi desenvolvido para a situação específica do cilindro vertical com o carregamento atuando na direção de um dos eixos globais, X ou Y, do sistema de referência do elemento. A decomposição independente para esse caso, ocorre no plano vertical XZ.

#### 4.6 Estudo de Sensibilidade em diferentes tipos de Risers

Foi desenvolvido nesse trabalho um programa em Fortran que calcula a força de arrasto linearizada, de acordo com as metodologias estudadas anteriormente em cada elemento. Após calcular uma série temporal da força de arrasto, o programa publica o máximo valor obtido (envoltória da força de arrasto ao longo do comprimento do riser). Com isso, obtem-se a sensibilidade da força de arrasto atuando na estrutura por completo e não mais em apenas um elemento.

O perfil de corrente triangular utilizado é o que segue abaixo:

$$U_G = \frac{1.2 \cdot (Z_{med})}{SWL} \quad (4.37)$$

onde:

$Z_{med}$  é a coordenada Z média do elemento

SWL é a lamina d'água.

### 4.6.1 Riser Vertical

O primeiro exemplo será para um riser vertical, com onda e corrente alinhados a  $0^\circ$ . Logo, a resposta será toda no eixo x. A lâmina d'água é igual a 515 metros.

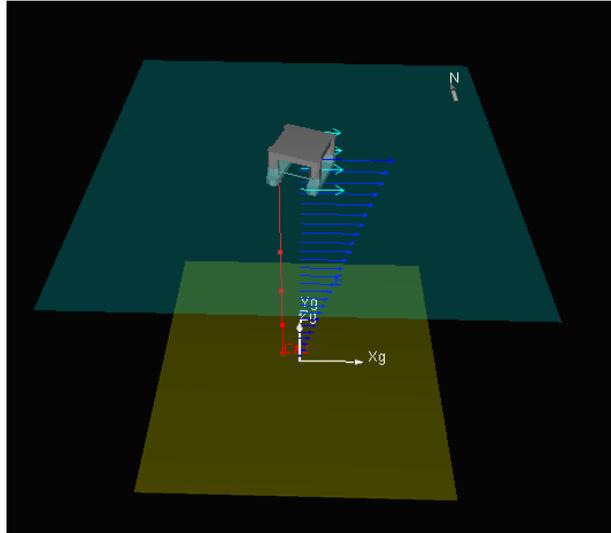


Figura 4-28 – Modelo de Riser Vertical.

A Figura 4-29 mostra as soluções para a região do topo do riser, onde ocorreram diferenças entre os métodos (perto do solo as soluções são praticamente idênticas). É importante observar que a solução de Krolikowsky-Gay apresentou excelente concordância com a série de Fourier com um coeficiente.

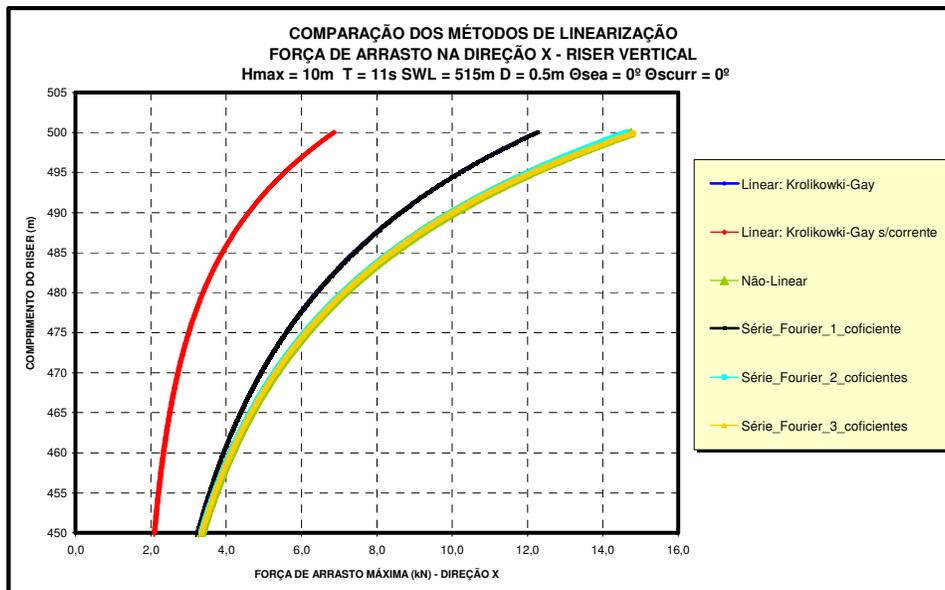


Figura 4-29 - Gráfico da força de arrasto - Direção X global – Riser Vertical – Topo.

#### 4.6.2 Riser em Catenária livre

O segundo exemplo será para um riser em catenária livre, com onda e corrente alinhados a  $0^\circ$  e lâmina d'água de 1795 metros.

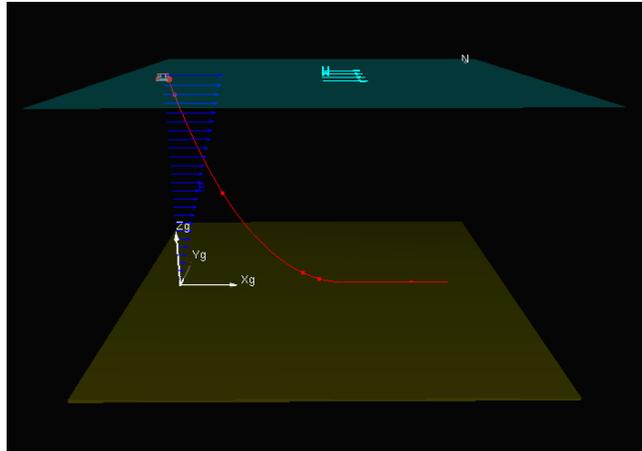


Figura 4-30 – Modelo de Riser Vertical.

A Figura 4-31 mostra as soluções para a região do topo do riser onde ocorreram diferenças entre os métodos (perto do solo as soluções são praticamente idênticas). A solução de Krolikowsky-Gay não coincide exatamente com a série de Fourier com um coeficiente. A solução com dois coeficientes novamente é excelente.

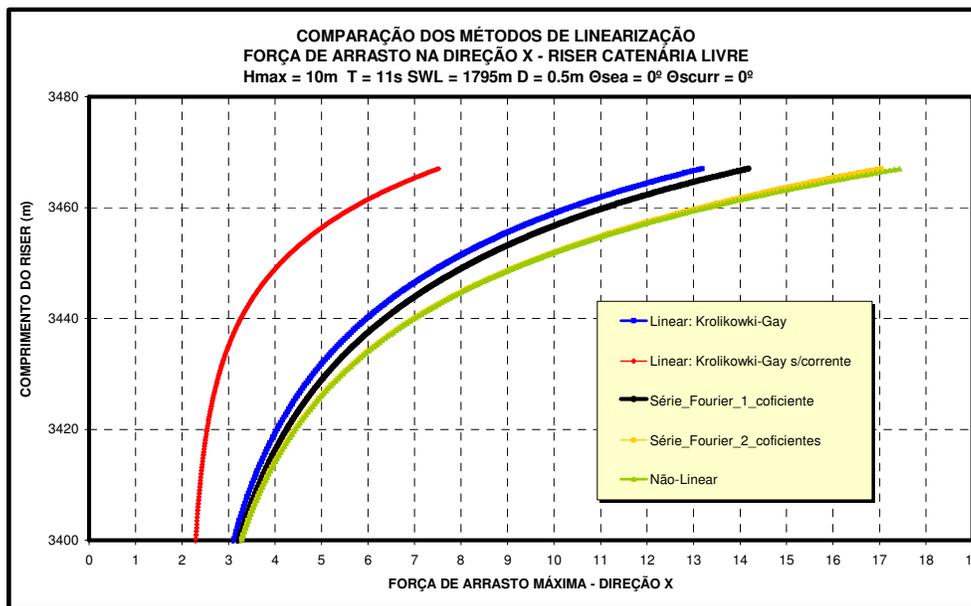


Figura 4-31 - Força de arrasto - Direção X global – Riser Catenária. - Topo.

Os resultados para o riser vertical e para o riser em catenária livre apresentaram as mesmas propriedades e tendências dos resultados do Item 4.5 para elementos verticais, horizontais e inclinados.

## 4.7 Principais conclusões do Capítulo IV

1. A representação da expressão quadrática da força de arrasto, através da série de Fourier, se iguala ao método de linearização de Krolikowsky-Gay para situações de cilindro vertical, com e sem corrente, com ângulo nulo.
2. O método da série de Fourier mantém o módulo da força ao se girar os eixos de referência global. A princípio, podemos notar que a solução através da série de Fourier, mesmo com apenas um coeficiente, já seria melhor que a solução proposta por Krolikowsky-Gaym, para casos de carregamentos situados fora dos eixos globais em cilindros verticais. Esse fato já justifica a investigação dessa metodologia em um programa de análise no domínio da frequência [5].
3. Aumento da discrepância entre o método da série de Fourier e a solução não linear da força de arrasto, à medida que aumenta-se a a dinâmica (aumento da velocidade de onda).
4. A série de Fourier com 2 e 3 coeficientes é a melhor representação da força quando comparado com a solução não linear.
5. Embora verifique-se que existe discrepância entre a série de Fourier (1 coeficiente) com a solução não linear, acredita-se que isto influencie pouco a resposta final do riser ao se realizar sua análise no domínio da frequência e comparar com a análise no domínio do tempo, visto que a força de arrasto é apenas um dos carregamentos atuantes no riser.
6. A série de Fourier com vários coeficientes também será investigada num programa de análise estrutural no domínio da frequência [5] , de forma simplificada, apenas com o objetivo de se obter resultados iniciais para essa solução. Isso porque, a solução computacional correta exige inúmeras e complexas implementações, o que não se encaixa no escopo dessa dissertação.

# CAPÍTULO V

## ASPECTOS DA ANÁLISE DINÂMICA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

### 5 INTRODUÇÃO

A dissertação se propõe a investigar a utilização da série de Fourier com um coeficiente para representar a parcela da força de arrasto não linear. Para realizar a implementação e testes dessa nova metodologia, será utilizado a estrutura de um programa já existente, programa de análise estrutural no domínio da frequência [5], visando possibilitar a realização de análises estruturais determinísticas no domínio da frequência.

A seguir serão abordados alguns tópicos fundamentais para realização da análise dinâmica no domínio da frequência.

#### 5.1 Consideração do Movimento Prescrito

Neste item, será apresentado o procedimento de consideração dos movimentos prescritos de primeira ordem advindo da frequência da onda.

A função do movimento prescrito no domínio do tempo é dada por:

$$\text{Mov}(t) = A \cdot A^{\text{RAO}} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varepsilon^{\text{RAO}}) \quad (5.1)$$

No caso determinístico, a onda é regular, caracterizada por altura máxima ou amplitude e uma única frequência, função do seu período fundamental  $T$ , dada por  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ .

$A^{\text{RAO}}$  e  $\varepsilon^{\text{RAO}}$  são, respectivamente, a amplitude e a fase do RAO (Response Amplitude Operator) do sistema flutuante num dado grau de liberdade na frequência,  $\omega$ .  $A$  é a amplitude da onda regular.

No domínio da frequência, a função de movimento, prescrito num dado grau de liberdade, é composta pela parte real e imaginária do RAO:

$$\text{Mov}(\omega) = A_1 \cdot A_1^{\text{RAO}} \left[ \cos(\varepsilon_1^{\text{RAO}}) - i \cdot \text{sen}(\varepsilon_1^{\text{RAO}}) \right] \quad (5.2)$$

## 5.2 Solução Dinâmica no Domínio da Freqüência

De uma forma geral, tanto numa análise no domínio do tempo, como no domínio freqüência, o que buscamos é a solução da equação a seguir.

$$M.\ddot{X}(t) + C.\dot{X}(t) + K.X(t) = F(t) \quad (5.3)$$

O vetor  $F(t)$  de forças externas tem a sua origem nas forças hidrodinâmicas atuantes diretamente sobre a estrutura do riser e/ou impondo movimento no topo do mesmo caso esteja conectado a um sistema flutuante.

A matriz de massa  $\mathbf{M}$  é composta pela massa estrutural oriunda do riser e do seu fluido interno e pela massa adicionada, originada pela consideração da aceleração relativa fluido estrutura na parcela de inércia da equação de Morison. A matriz de amortecimento  $\mathbf{C}$  é composta pelo amortecimento estrutural propriamente dito e pelo amortecimento hidrodinâmico originado pela consideração da velocidade relativa fluido estrutura da parcela de arrasto da equação de Morison.  $\mathbf{K}$  é a matriz de rigidez da estrutura, que é mantida constante ao longo da análise dinâmica no domínio da freqüência, caracterizando a linearidade geométrica da análise.

A linearidade do vetor de forças hidrodinâmicas externas  $F(t)$ , obtida pelos métodos de linearização apresentados no Capítulo IV, é capaz de produzir um modelo hidrodinâmico linear equivalente ao originalmente quadrático.

A solução dinâmica no domínio da freqüência é obtida assumindo-se que o carregamento externo determinístico  $F(t)$  e a resposta  $X(t)$  do deslocamento em (5.3) são compostos pela soma de funções senoidais e cossenoidais. Assim sendo, para o mar regular de freqüência  $\omega$  podemos escrever de uma forma aproximada:

$$F(t) = \bar{F}.e^{i.\omega.t} \quad (5.4)$$

$$X(t) = \bar{X}.e^{i.\omega.t} \quad (5.5)$$

onde  $\bar{F}$  e  $\bar{X}$  são vetores complexos, ambos com amplitude e fases correspondentes à freqüência de onda considerada. Os vetores de velocidade e aceleração da resposta são dados por:

$$\dot{X}(t) = \frac{d}{dt} X(t) = \frac{d}{dt} \bar{X}.e^{i.\omega.t} = i.\omega.\bar{X}.e^{i.\omega.t} \quad (5.6)$$

$$\ddot{X}(t) = \frac{d}{dt} \dot{X}(t) = \frac{d}{dt} i.w.\bar{X}.e^{i.w.t} = i^2.w^2.\bar{X}.e^{i.w.t} = -w^2.\bar{X}.e^{i.w.t} \quad (5.7)$$

Substituindo as quatro últimas expressões na Equação (5.3) chegamos a:

$$-M.w^2.\bar{X}.e^{i.w.t} + C.i.w.\bar{X}.e^{i.w.t} + K.\bar{X}.e^{i.w.t} = \bar{F}.e^{i.w.t}$$

E, assumindo que **M**, **C** e **K** não variam no tempo, chega-se na equação dinâmica no domínio da frequência, dada por:

$$[-w^2.M + iw.C + K]\bar{X}(w) = \bar{F}(w) \quad (5.8)$$

$$\bar{X}(w) = \frac{\bar{F}(w)}{[-w^2.M + K + iw.C]}$$

Multiplicando do lado direito da equação, em cima e em baixo pelo conjugado do denominador,  $[(-w^2.M + K) - iw.C]$ .

$$\bar{X}(w) = \bar{F}(w) \cdot \left[ \frac{[(-w^2.M + K) - iw.C]}{[(-w^2.M + K)^2 + i^2w^2.C^2]} \right]$$

mas  $i^2 = -1$

$$\bar{X}(w) = \bar{F}(w) \cdot \left[ \frac{[(-w^2.M + K) - iw.C]}{[(-w^2.M + K)^2 - w^2.C^2]} \right]$$

logo:

$$\bar{X}(w) = \bar{F}(w) \cdot \left[ \frac{(-w^2.M + K)}{[(-w^2.M + K)^2 + w^2.C^2]} - i \cdot \frac{w.C}{[(-w^2.M + K)^2 + w^2.C^2]} \right] \quad (5.9)$$

Usando as relações,  $x + i.y = A \cdot e^{i\phi}$ , onde  $A = \sqrt{x^2 + y^2}$  e  $\tan\phi = \frac{y}{x}$ , a

Equação (5.9) pode ser expressa da seguinte forma:

$$\bar{X}(w) = \frac{\bar{F}(w)}{[(-w^2.M + K)^2 + w^2.C^2]^{\frac{1}{2}}} \cdot e^{-i\phi} \quad (5.10)$$

$$\bar{X}(w) = \left[ \frac{Fr(w)}{[(-w^2.M + K)^2 + w^2.C^2]^{\frac{1}{2}}} \cdot \cos\phi + i \cdot \frac{Fi(w)}{[(-w^2.M + K)^2 + w^2.C^2]^{\frac{1}{2}}} \cdot \sin\phi \right]$$

onde:

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{w \cdot C}{(-w^2 \cdot M + K)} \right) \quad (5.11)$$

$Fr(w)$  é a parcela real e  $Fi(w)$  é a parcela imaginária do vetor de forças externo aplicado. O vetor de forças externas aplicado  $\bar{F}(w)$  ou  $\bar{F}$  é composto por parte real e imaginária, logo o problema no domínio da frequência é resolvido separadamente para a parcela real e imaginária do carregamento. A solução será em forma de número complexo.

$M$ ,  $C$  e  $K$  são, respectivamente, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez da estrutura. A matriz acoplada de amortecimento adotada é a do modelo de Rayleigh [20], definida como:

$$C = \alpha M + \beta K \quad (5.12)$$

Sendo  $\alpha$  e  $\beta$  definidos a partir das primeiras frequências naturais da estrutura  $w_1$  e  $w_2$ , e das percentagens de amortecimento crítico associadas  $\delta_1$  e  $\delta_2$ :

$$\alpha = \frac{2w_1w_2(\delta_1w_2 - \delta_2w_1)}{w_2^2 - w_1^2} \quad \beta = \frac{2(\delta_2w_2 - \delta_1w_1)}{w_2^2 - w_1^2} \quad (5.13)$$

Observa-se que com a consideração do termo “ $Kx$ ” na parcela real e imaginária da amplitude de onda, conforme item 3.4.1, temos que: tanto a parcela de inércia quanto a parcela de arrasto são constituídas de parte real e parte imaginária. O mesmo ocorre para o movimento prescrito, que produz uma parcela real e outra imaginária no vetor de forças externas  $\bar{F}(w)$  ou  $\bar{F}$ .

Desta forma, a resposta dinâmica obtida pela solução da Equação (5.10) é determinada de forma independente para a parte real e imaginária do carregamento, gerando os deslocamentos também constituídos de parte real e imaginária.

### 5.3 Consideração da Velocidade Relativa

Como mencionado anteriormente, para a consideração da velocidade estrutural na equação de Morison e, conseqüentemente, no vetor de forças externas presente no lado direito da equação do movimento, torna-se necessário que a solução dinâmica seja iterativa.

O vetor complexo de deslocamento estrutural no domínio da freqüência obtido pela Equação (5.10) é:

$$\bar{X}(w) = X_R(w) + i \cdot X_I(w) \quad (5.14)$$

onde os índices R e I indicam a parcela real e imaginária da resposta.

Substituindo (5.14) nas Equações (5.5), (5.6) e (5.7), obtém-se, novamente, os vetores de deslocamento, velocidade e aceleração no domínio do tempo:

$$\begin{aligned} X(t) &= (X_R + i \cdot X_I) \cdot e^{i \cdot w \cdot t} \\ \dot{X}(t) &= i \cdot w \cdot (X_R + i \cdot X_I) \cdot e^{i \cdot w \cdot t} \\ \ddot{X}(t) &= i^2 \cdot w^2 \cdot (X_R + i \cdot X_I) \cdot e^{i \cdot w \cdot t} \end{aligned} \quad (5.15)$$

Conseqüentemente, os vetores de velocidade e a aceleração, no domínio da freqüência, são dadas por:

$$\dot{X}(w) = i \cdot w \cdot X_R(w) - w \cdot X_I(w) \quad (5.16)$$

$$\ddot{X}(w) = -w^2 \cdot X_R(w) - i \cdot w^2 \cdot X_I(w) \quad (5.17)$$

A Equação (5.10) reflete o problema a ser resolvido para obtenção da solução dinâmica no domínio da freqüência, onde o vetor de forças externa  $\bar{F}(w)$  ou  $\bar{F}$  é constituído por todas as cargas consideradas na análise dinâmica.

O vetor da força de arrasto linearizada normal pode ser escrita da seguinte forma:

$$F_L^D = \frac{1}{2} \rho \cdot C_D \cdot D \cdot \mathbf{B1} \cdot [A_x; A_y; A_z]^T \quad (5.18)$$

onde  $[A_x; A_y; A_z]^T$  é o vetor normal de amplitude de velocidade de onda, incluindo o termo "Kx" da onda e encontra-se definido no Capítulo III, na Equação (3.45).  $\mathbf{B1}$  é a matriz diagonal com os coeficientes de linearização dinâmicos.

Na geração da força de amortecimento hidrodinâmico é necessário ter os coeficientes de linearização multiplicando as velocidades no sistema de referência global, para que este termo possa ser passado para o lado esquerdo da Equação (5.3). Logo, o vetor de força de arrasto total no sistema global por unidade de comprimento fica sendo:

$$F_L^D = \frac{1}{2} \rho \cdot C_D \cdot D \cdot \mathbf{B1} \cdot \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \rho \cdot C_D \cdot D \cdot \mathbf{B1} \cdot \dot{X}(w) \quad (5.19)$$

onde cada termo deve ser multiplicado pelo comprimento  $\Delta L$  do elemento para constituir a força concentrada:

$$F_L^D \cdot \Delta L = \frac{1}{2} \rho \cdot C_D \cdot D \cdot \Delta L \cdot \mathbf{B1} \cdot \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \rho \cdot C_D \cdot D \cdot \Delta L \cdot \mathbf{B1} \cdot \dot{X}(w) \quad (5.20)$$

Considerando que a única força dinâmica atuante sobre a estrutura seja a força de arrasto, pode-se igualar a Equação (5.8) a (5.20), resultando:

$$[-w^2 \cdot M + iw \cdot C + K] \bar{X}(w) = \frac{1}{2} \rho \cdot C_D \cdot D \cdot \Delta L \cdot \mathbf{B1} \cdot \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \rho \cdot C_D \cdot D \cdot \Delta L \cdot \mathbf{B1} \cdot \dot{X}(w) \quad (5.21)$$

Sabendo que  $\dot{X}(w) = i \cdot w \cdot \bar{X}(w)$ , pode-se reescrever a Equação (5.21) como:

$$[-w^2 \cdot M + iw \cdot [C + C_H] + K] \bar{X}(w) = \frac{1}{2} \rho \cdot C_D \cdot D \cdot \Delta L \cdot \mathbf{B1} \cdot \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

onde  $C_H$  é a matriz de amortecimento hidrodinâmico dada por:

$$C_H = \frac{1}{2} \rho \cdot C_D \cdot D \cdot \Delta L \cdot \mathbf{B1} \quad (5.23)$$

É importante observar que ambos os lados da Equação (5.22) são dependentes dos coeficientes de linearização e, por isso, a solução dinâmica é obtida através de um processo iterativo. Caso não seja adotado amortecimento estrutural na análise, na primeira iteração do processo é adotado um amortecimento hidrodinâmico artificial para que a solução dinâmica não “dispare”, o que necessitaria de um número grande de iterações para se atingir a convergência.

Para a solução no domínio da frequência, utilizando a série de Fourier (método numérico), foi adotado um raciocínio semelhante, de acordo com o que será apresentado a seguir.

O vetor da força de arrasto linearizada normal, escrita no eixo global é:

$$F_{L n}^D = \frac{1}{2} \rho \cdot C_D \cdot D \cdot \mathbf{B1} \cdot A_n^R \quad (5.24)$$

onde  $A_n^R = [A_x - A\hat{r}_x; A_y - A\hat{r}_y; A_z - A\hat{r}_z]^T$  é o vetor normal da amplitude de velocidade relativa da partícula fluida devido à onda e à estrutura, de acordo com Equação (3.52).

De acordo com as Equações (4.32) e (4.33), utilizando a Equação (4.35) para análise estrutural, pode-se escrever a Equação (5.24) utilizando o vetor resultante da parcela dinâmica da série de Fourier, onde  $a_n$  é o vetor da parcela real e  $b_n$  é o vetor da parcela imaginária.

$$F_{\text{Fourier } n}^D = \frac{1}{2} \rho \cdot C_D \cdot D \cdot \sqrt{(a_n)^2 + (b_n)^2} \quad (5.25)$$

Igualando a Equação (5.24) com a Equação (5.25), as componentes dos elementos da diagonal principal da matriz de coeficientes dinâmicos de linearização “fictício” de Fourier, nas três direções globais X, Y e Z, são:

$$\mathbf{B1}_i^F = \frac{\sqrt{(a_{n i})^2 + (b_{n i})^2}}{A_{n i}^R} \quad (5.26)$$

onde  $i = 1, \dots, 3$ . O índice  $i$  equivale as três direções globais (X, Y, Z).

Com isso, na primeira iteração do processo, utilizando o método numérico da série de Fourier, também será adotado um amortecimento hidrodinâmico artificial para que a solução dinâmica não “dispare”.

Para a parcela estática da força de arrasto o mesmo raciocínio foi adotado. O vetor da parcela estática da força de arrasto normal linearizada é:

$$F_{L n}^D = \frac{1}{2} \rho \cdot C_D \cdot D \cdot \mathbf{B2} \cdot U_n \quad (5.27)$$

De acordo com a Equação (4.31), utilizando a Equação (4.35) para análise estrutural, o vetor da parcela estática da força de arrasto normal, escrita com o vetor da parcela estática da série de Fourier ( $a_0$ ), é:

$$F_{\text{Fourier } n}^D = \frac{1}{2} \rho \cdot C_D \cdot D \cdot a_0 \quad (5.28)$$

Igualando a Equação (5.27) com a Equação (5.28), as componentes dos elementos da diagonal principal da matriz de coeficientes estáticos de linearização “fictício” de Fourier, nas três direções globais X, Y e Z, são:

$$B2^F_i = \frac{a_{0i}}{U_{ni}} \quad (5.29)$$

onde  $i = 1, \dots, 3$ . O índice  $i$  equivale as três direções globais (X, Y, Z).

O coeficiente de linearização B2, juntamente com a velocidade de corrente, caracteriza a parcela estática do carregamento. Esta parcela estática da força de arrasto contribuirá com o deslocamento total estático da estrutura. A solução final será a soma da parcela estática mais a parcela dinâmica.

## 5.4 Solução estrutural dos N coeficientes de Fourier

É importante ressaltar que a solução estrutural simultânea de todos os coeficientes não foi implementada nesta dissertação de mestrado, devido as complexas alterações e implementações computacionais exigidas, que fogem ao escopo do trabalho. Foi feito um processo simplificado para resolver a série de Fourier com vários coeficientes, e este será apresentado mais adiante. A solução estrutural simultânea dos N coeficientes de Fourier será apresentada a seguir.

### 5.4.1 Solução simultânea dos N coeficientes de Fourier

A solução simultânea de todos os coeficientes consiste em resolver a equação abaixo:

$$M \cdot \ddot{X} + C \cdot \dot{X} + K \cdot X = F_D(w_1, w_2, \dots, w_n) + F_I(w_1) + \bar{M}(w_1) \quad (5.30)$$

onde  $F_D(w_1, w_2, \dots, w_n)$  é o vetor da força de arrasto nas N frequências geradas pelos N coeficientes da série de Fourier, ver Item (4.3);  $\bar{M}(w_1)$  é o vetor do movimento prescrito dinâmico na frequência fundamental da onda e  $F_I(w_1)$  é o vetor da parcela de inércia também na frequência fundamental da onda.

Na frequência fundamental da onda, todos os carregamentos estão atuando. Observar que para o segundo, terceiro e N harmônicos da série de Fourier, os carregamentos gerados não atuarão na frequência fundamental da onda e sim em frequências iguais a duas, três e N vezes a frequência fundamental da onda, respectivamente. Para essas demais frequências geradas devido aos N coeficientes

de Fourier teremos apenas à força de arrasto atuando, logo o sistema de equações muda para esses harmônicos, de acordo com as equações a seguir:

$$\begin{aligned}
 M \cdot \ddot{X}(w) + C \cdot \dot{X}(w) + K \cdot X(w) &= F_D(w_1) + F_1(w_1) + \bar{M}(w_1) \\
 M \cdot \ddot{X}(2w) + C \cdot \dot{X}(2w) + K \cdot X(2w) &= F_D(w_2) + 0 + 0 \\
 M \cdot \ddot{X}(3w) + C \cdot \dot{X}(3w) + K \cdot X(3w) &= F_D(w_3) + 0 + 0 \\
 M \cdot \ddot{X}(nw) + C \cdot \dot{X}(nw) + K \cdot X(nw) &= F_D(w_n) + 0 + 0
 \end{aligned} \tag{5.31}$$

A solução no domínio da freqüência é um processo iterativo, pois temos **B1** dos dois lados da equação dinâmica, de acordo com o que foi visto anteriormente.

Resolvendo o sistema de Equações (5.31), ao final da primeira iteração, podemos simular a velocidade estrutural no domínio do tempo, contemplando todas as freqüências geradas pelos harmônicos de Fourier, de acordo com a equação abaixo.

$$\begin{aligned}
 \dot{X}^1(t) = A_1 \cdot \cos(w_1 \cdot t) + B_1 \cdot \sin(w_1 \cdot t) + A_2 \cdot \cos(w_2 \cdot t) + B_2 \cdot \sin(w_2 \cdot t) + \\
 A_3 \cdot \cos(w_3 \cdot t) + B_3 \cdot \sin(w_3 \cdot t) + \dots + A_n \cdot \cos(w_n \cdot t) + B_n \cdot \sin(w_n \cdot t)
 \end{aligned} \tag{5.32}$$

onde  $\dot{X}^1(t)$  é o vetor da velocidade estrutural no domínio do tempo na primeira iteração.  $A_1$  e  $B_1$ ,  $A_2$  e  $B_2$ ,  $A_3$  e  $B_3$ ,  $A_n$  e  $B_n$  são os vetores da parcela real e imaginária da resposta da velocidade de cada freqüência do problema gerada pela série de Fourier ao se linearizar a força de arrasto.

Com a simulação da velocidade estrutural no tempo para a primeira iteração, podemos calcular novamente os harmônicos da série de Fourier, para montar o vetor de carregamento externo no lado direito das Equações (5.31) e processar a segunda iteração do problema, onde o vetor da força de arrasto será:

$$F_D = |V_F - \dot{X}^1(t)| \cdot (V_F - \dot{X}^1(t)) \tag{5.33}$$

onde  $V_F$  é o vetor da velocidade do fluido.

Resolve-se novamente as Equações (5.31) e calcula-se outra vez os vetores da velocidade, aceleração e deslocamento. Com as componentes real e imaginária da velocidade, podemos fazer a simulação no tempo, ao final de cada iteração do problema.

$$\begin{aligned}
 \dot{X}^1(t) &= f(w^1_1, w^1_2, \dots, w^1_{ncoef}) \\
 \dot{X}^2(t) &= f(w^2_1, w^2_2, \dots, w^2_{ncoef}) \\
 \dot{X}^3(t) &= f(w^3_1, w^3_2, \dots, w^3_{ncoef}), \dots, \\
 \dot{X}^n(t) &= f(w^n_1, w^n_2, \dots, w^n_{ncoef})
 \end{aligned}
 \tag{5.34}$$

onde n é igual ao número de iterações utilizados na análise estrutural. ncoef é igual ao número de coeficientes da série de Fourier, que por sua vez geram automaticamente o mesmo número de freqüências (igual a ncoef) para o problema.

$\dot{X}^n(t) = f(w^n_1, w^n_2, \dots, w^n_{ncoef})$  é o vetor da velocidade estrutural na enésima iteração simulada no domínio do tempo, sendo função das N freqüências do problema.

No final do processo iterativo obtém-se os deslocamentos, as velocidades e as acelerações da estrutura, contemplando todos as freqüências geradas pelos N coeficientes de Fourier. É importante salientar que também temos os vetores da parcela real e imaginária dos deslocamentos, aceleração e, conseqüentemente das tensões e esforços ao final de cada iteração, podendo assim, também, simulá-los no tempo e obter os valores máximos de cada parâmetro de resposta de interesse.

O resumo da solução estrutural simultânea dos coeficientes de Fourier será apresentada de acordo com a Figura 5-1 a seguir.

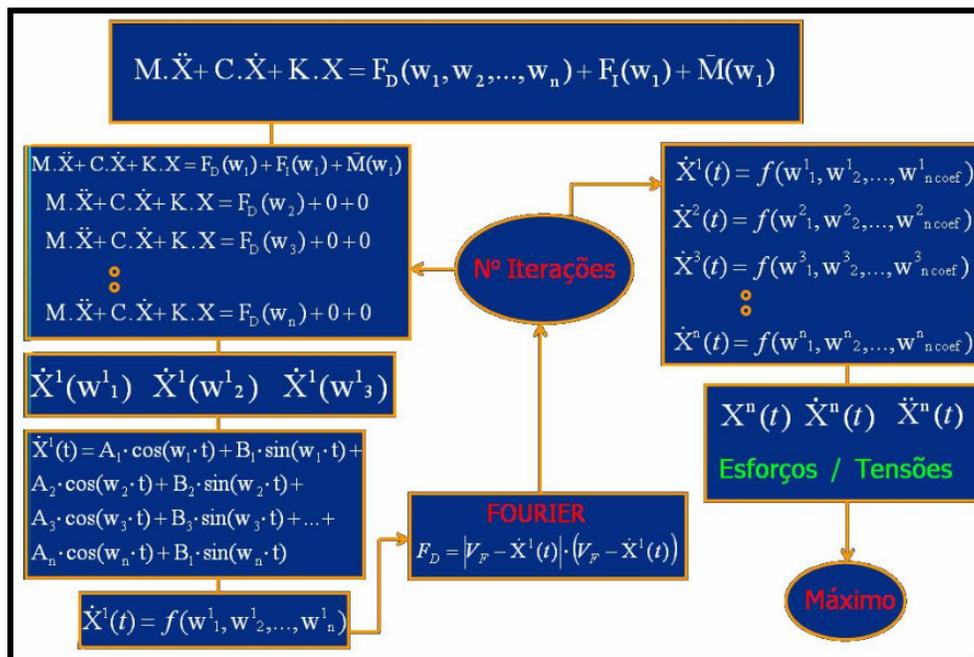


Figura 5-1 – Fluxograma da solução estrutural simultânea de Fourier.

Cabe aqui ressaltar que o objetivo desta dissertação é investigar a metodologia da solução da série de Fourier com um coeficiente num programa de análise estrutural no domínio da frequência, comparando com o procedimento no domínio do tempo. Será investigada também o seu desempenho em relação ao procedimento de linearização de Krolikowsky-Gay. A solução da série de Fourier com um coeficiente é um método tridimensional e, por isso, se mostra mais vantajoso do que a solução proposta por Krolikowsky-Gay.

As soluções com dois e três coeficientes de Fourier também serão implementadas, porém de forma simplificada. Esse procedimento simplificado foi feito com o objetivo de se obter repostas iniciais para o segundo e terceiro coeficiente de Fourier.

#### **5.4.2 Solução simplificada dos N coeficientes de Fourier**

Caso seja feita uma análise com três coeficientes de Fourier, por exemplo, o programa de análise estrutural no domínio da frequência [5] terá que ser executado três vezes.

Para o problema determinístico, o programa de análise estrutural no domínio da frequência [5] não está preparado para resolver o sistema de Equações (5.31). Este só está preparado para resolver uma equação, que corresponde a frequência fundamental da onda.

A implementação da solução simultânea dos N coeficientes de Fourier no programa de análise estrutural no domínio da frequência [5] exige uma série de implementações que fogem ao escopo desta dissertação.

A solução adotada é guardar as parcelas reais e imaginárias de deslocamento e tensão a cada execução do programa, que corresponderia a solução de cada harmônico da série de Fourier. Cada vez que “rodamos” o programa resolvemos um harmônico de Fourier. Depois de rodar o programa N vezes, correspondente a N coeficientes de Fourier, deve-se fazer a simulação no domínio do tempo (isso porque as repostas ocorrem em diferentes frequências, gerada pelos coeficientes de Fourier), de acordo com o Anexo IV, e obter os máximos correspondentes aos parâmetros de resposta de interesse. Isso também faz com que o processo fique simplificado e bastante lento.

A solução estrutural simplificada, dita desacoplada, utilizada nesta dissertação será comparada com a solução estrutural simultânea dos coeficientes de Fourier, de acordo com a Figura 5-2 a seguir:

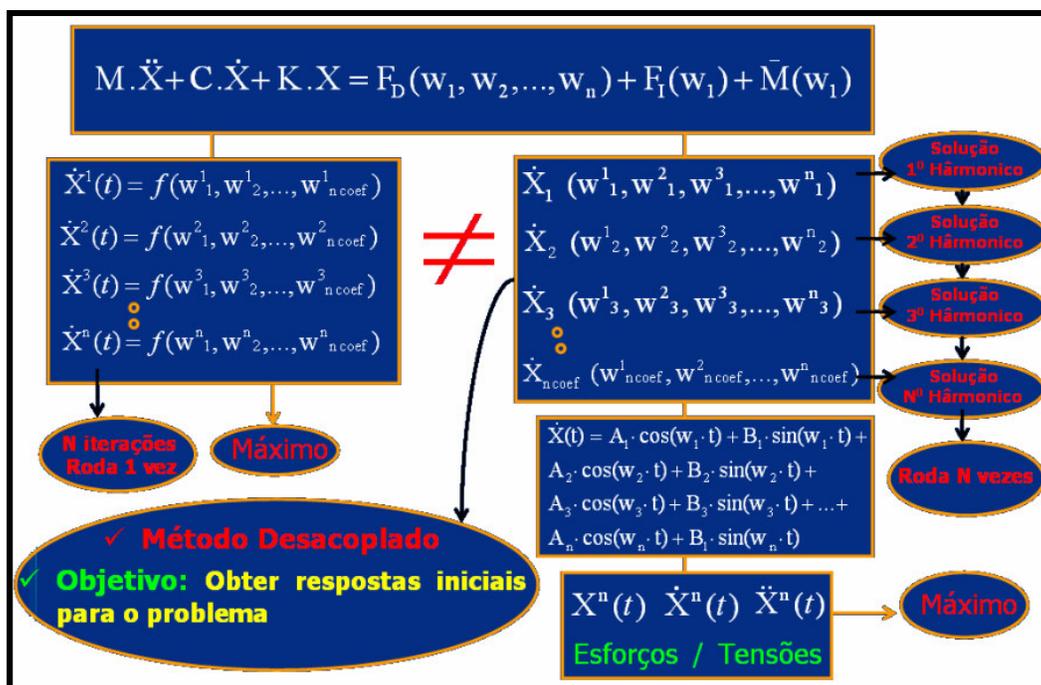


Figura 5-2 – Comparação entre os fluxogramas da solução estrutural simultânea e simplificada de N coeficientes de Fourier.

## 5.5 Cálculo da Tensão Longitudinal

A análise determinística tem como objetivo avaliar tensões máximas em SCR's (steel catenary riser), que são obtidas através do cálculo da tensão de Von Mises. A tensão de Von Mises é obtida em função das relações quadráticas das tensões principais. O procedimento de análise no domínio da frequência impede que seja obtido a tensão de Von Mises diretamente a partir dos harmônicos dos esforços atuantes. Desta forma, emprega-se a tensão longitudinal como sendo o parâmetro de resposta, que norteia o projetista na tentativa de se fazer uma prévia avaliação do nível de tensão atuante no riser e compará-lo com a tensão admissível.

A tensão longitudinal é calculada em 8 pontos da seção transversal do riser, com o objetivo de levar em consideração a combinação dos sinais dos esforços axiais, bem como os de flexão atuantes nos dois planos ortogonais à seção transversal do tubo. As tensões nos oito pontos são obtidas pela seguinte expressão:

$$\sigma^{[i]}(t) = \frac{F_x(t)}{A_R} + \frac{M_y(t)}{I_Y} \cdot Z_i + \frac{M_z(t)}{I_Z} \cdot Y_i \quad (5.35)$$

onde  $F_x(t)$ ,  $M_y(t)$  e  $M_z(t)$  são, respectivamente, esforço axial, momento fletor no plano do riser e do momento fletor fora do plano do riser. As constantes  $A_R$ ,  $I_Y$  e  $I_Z$  são, respectivamente, a área da seção transversal do riser e os momentos de inércia em torno dos eixos Y e Z.

$Y_i$  e  $Z_i$  são as distâncias do ponto de interesse à linha neutra correspondente, sendo medidas ao longo do eixo Z caso opere-se com  $M_y$  e ao longo do eixo Y se com  $M_z$ .

A primeira parcela,  $\frac{F_x(t)}{A_R}$ , representa a tensão axial. A segunda parcela mais a terceira,  $\frac{M_y(t)}{I_Y} \cdot Z_i + \frac{M_z(t)}{I_Z} \cdot Y_i$ , representa a tensão devido ao momento fletor. A soma resulta na tensão longitudinal. Para obter a tensão de flexão na parede externa do tubo (TME), deve-se usar o raio externo do mesmo para o cálculo. Já para a tensão de flexão na parede interna (TMI), deve-se usar o raio interno.

$$Y = R \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -\sqrt{2} \\ 2 \\ 0 \\ \sqrt{2} \\ 2 \\ 1 \\ \sqrt{2} \\ 2 \\ 0 \\ -\sqrt{2} \\ 2 \end{bmatrix} \quad Z = R \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -\sqrt{2} \\ 2 \\ -1 \\ -\sqrt{2} \\ 2 \\ 0 \\ \sqrt{2} \\ 2 \\ 1 \\ \sqrt{2} \\ 2 \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

$R$ , é o raio do tubo. Nas análises no domínio da frequência, as tensões são obtidas dos esforços, operando com os mesmos na forma de números complexos. Assim, empregam-se as seguintes expressões:

$$S_{[i]}^*(w) = \frac{F_x^*(w)}{A_R} + \frac{M_y^*(w)}{I_Y} \cdot Z_i + \frac{M_z^*(w)}{I_Z} \cdot Y_i \quad (5.37)$$

onde o símbolo \* indica um número complexo.  $w$  é a frequência da onda regular, para a qual foi determinada a resposta estrutural.  $S_{[i]}^*(w)$  representa as tensões em cada ponto  $i$  da seção transversal.

A Figura 5-3 ilustra os pontos da seção transversal onde também se pode observar a orientação dos eixos locais  $Y$  e  $Z$ .

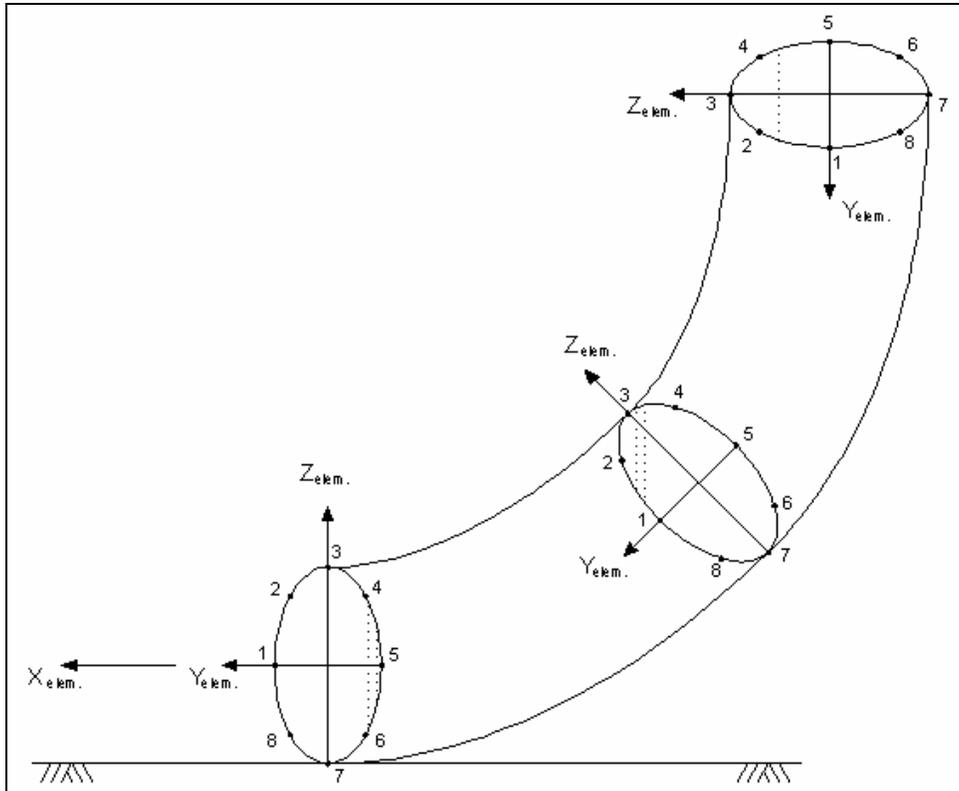


Figura 5-3 – Disposição dos pontos em torno da seção transversal.

As tensões, longitudinais e de flexão, obtidas pelas análises no domínio da frequência são calculadas em oito pontos da seção transversal de acordo com a expressão da tensão longitudinal, Equação (5.37). Já no domínio do tempo, esta tensão é calculada empregando-se o momento fletor resultante que, de forma geral, não ocorre necessariamente num plano que contém a linha que liga dois pontos da seção diametralmente opostos, o que pode levar a possíveis diferenças entre esses métodos.

# CAPÍTULO VI

## ***ANÁLISES DINÂMICAS DE RISERS VERTICAIS: MODELOS API BUL 16J - 1992***

### **6 Introdução**

No Capítulo IV foram descritos os procedimentos empregados na implementação dos modelos hidrodinâmicos lineares equivalentes, propostos para representarem a força de arrasto originalmente não linear na equação de Morison, num programa de análise estrutural. A série de Fourier, com um coeficiente, foi implementada no módulo ANFLEXF do programa ANFLEX [8], programa de análise dinâmica não linear no domínio do tempo, de propriedade da PETROBRAS. Este módulo de análise, que opera no domínio da frequência, foi originado do então programa ALFREQ [5], também de propriedade da PETROBRAS, e desenvolvido em parceria com a COPPE/UFRJ. O método de linearização da força de arrasto proposto por Krolikowsky-Gay [2] já estava implementado no módulo ANFLEXF do programa ANFLEX [8].

Este capítulo tem como objetivo principal investigar resultados da implementação feita no programa de análise dinâmica no domínio da frequência [5], considerando uma única onda monocromática, corrente e movimento imposto no topo do riser na mesma frequência da onda a partir da análise de seis risers verticais. São analisados, inicialmente, três modelos de risers verticais, no qual, para cada modelo de riser, foram considerados dois níveis de tração no topo, em diferentes lâminas d'água, cujos resultados aqui obtidos são comparados com aqueles publicados pelo American Petroleum Institute – API BUL 16J [21], que fornece resultados balizadores.

Após a investigação e comparação dos resultados do programa de análise estrutural com os resultados publicados pela API BUL 16J, para condições de carregamento específicas, são realizadas análises dinâmicas adicionais no domínio da frequência, considerando novas condições de carregamento. A verificação dos resultados obtidos é realizada mediante comparações com aqueles obtidos a partir de análises no domínio do tempo. No contexto da avaliação da resposta estrutural, será investigada ainda a existência de algumas propriedades dos métodos de linearização, mencionadas e já verificadas no Capítulo IV, considerando casos de carregamento alinhados e desalinhados.

## 6.1 Modelos API BUL 16J 1992 – Análises Comparativas

Em 1992 o *API* publicou um relatório técnico que apresenta diversos resultados de análises estáticas e dinâmicas de risers de perfuração, que são risers verticais tracionados no topo. Estas análises tiveram duas propostas principais: a) mostrar o grau de concordância entre os programas de análise de risers pertencentes aos participantes; b) apresentar resultados que pudessem ser utilizados futuramente para validar outros programas de análise estrutural. No que diz respeito às análises determinísticas efetuadas, foram analisados três modelos de risers de diferentes comprimentos (500ft, 1500ft e 3000ft) e cada um com dois níveis de tracionamento. Foram consideradas cargas de onda e corrente, bem como movimento prescrito estático e dinâmico imposto pela plataforma no topo dos risers, estando todas as cargas atuando numa mesma direção de incidência, conforme Figura 6-1 e Figura 6-2. As propriedades dos risers e os valores dos carregamentos atuantes encontram-se descritos na referência [21] e na Tabela VI.1 a seguir.

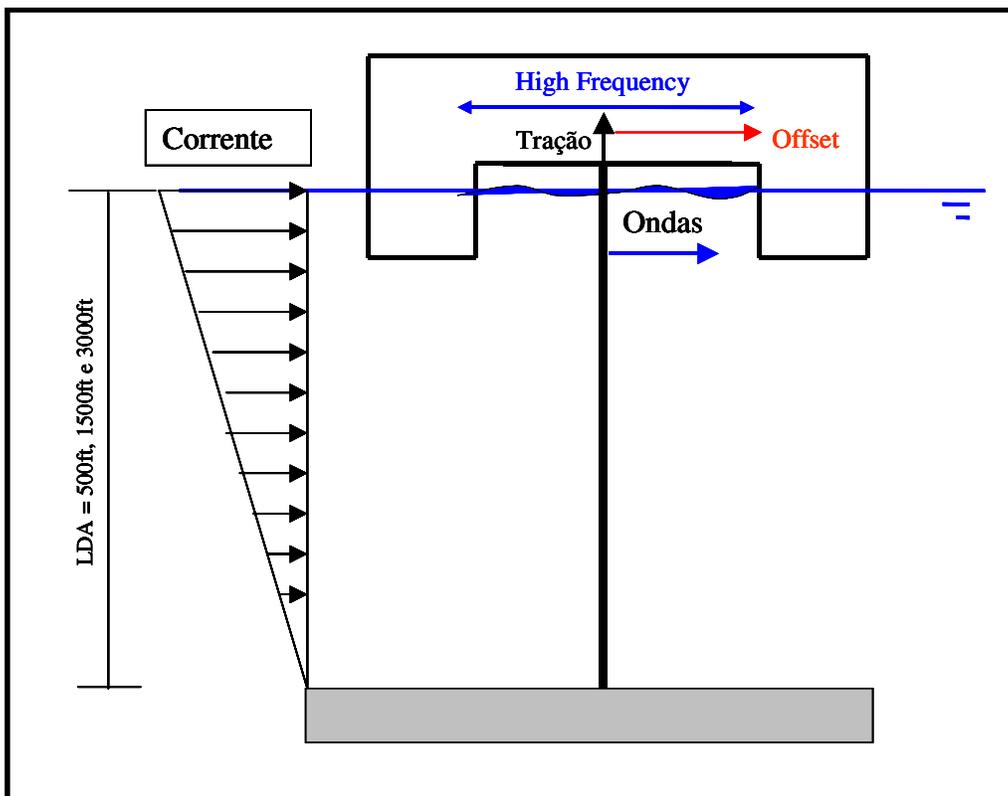


Figura 6-1 - Casos API BUL 16J – Desenho Esquemático dos Casos Analisados.

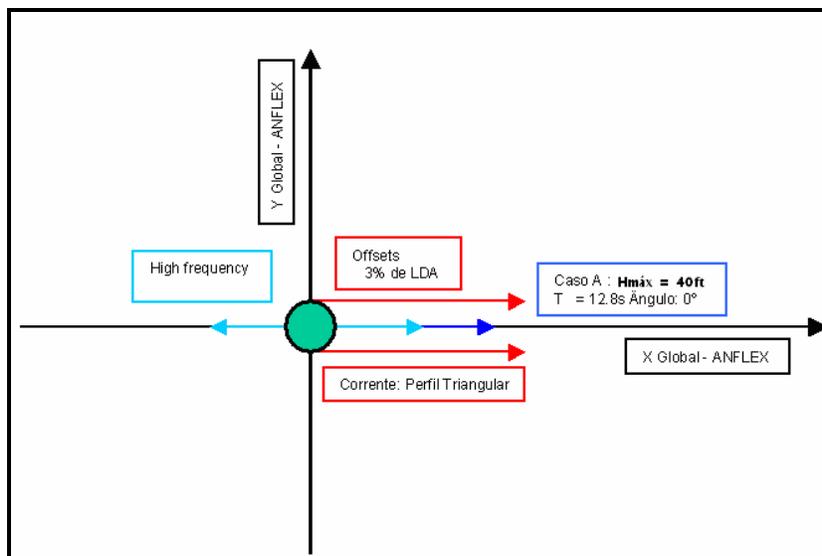


Figura 6-2 - Casos API BUL 16J – Disposição Esquemática das Cargas Consideradas.

Altura da Onda (ft)	Altura da Onda (m)	Período da Onda (s)	Risers	Nível de Tração	Tração no Topo do Riser (kN)
40	12.20	12.80	500-40-1-D	1	756.5
<b>Comprimento Riser (ft)</b>	<b>Comprimento Riser (m)</b>	<b>Tipo de Análise</b>	500-40-2-D	2	1068.0
500	170	D - Determinística	1500-40-1-D	1	1646.5
1500	480		1500-40-2-D	2	2670.0
3000	950.4		3000-40-1-D	1	2225.0
			3000-40-2-D	2	2892.5
<b>Perfil de Corrente - 500-40-1-D/ 500-40-2-D</b>		<b>Perfil de Corrente - 1500-40-1-D/ 1500-40-2-D</b>		<b>Perfil de Corrente - 3000-40-1-D/ 3000-40-2-D</b>	
Coordenada Z (m)	Velocidade (m/s)	Coordenada Z (m)	Velocidade (m/s)	Coordenada Z (m)	Velocidade (m/s)
0.000	0.000	0.0000	0.000	0.000	0.000
9.140	0.206	91.400	0.206	9.140	0.206
152.40	1.03	457.20	1.03	914.40	1.03
152.50	0.000	457.30	0.000	914.50	0.000
170.00	0.000	480.00	0.000	950.40	0.000

Tabela VI.1 – Dados dos carregamentos atuantes nos seis risers da API.

Os modelos estruturais foram aqui analisados através da metodologia determinística de análise dinâmica, no domínio da frequência (ALFREQ [5]) e também no domínio do tempo (ANFLEX [8]). Os resultados são comparados com os publicados pela API em termos de máximos de deslocamentos ao longo das estruturas e tensões devidas ao momento fletor. Os risers foram modelados através de elementos de pórtico tridimensionais e nenhum amortecimento estrutural foi adotado nas análises dinâmicas, apenas o amortecimento hidrodinâmico, devido à velocidade relativa fluido estrutura no termo de arrasto da equação de Morison. As análises no domínio da frequência foram realizadas empregando cinco iterações no processo de convergência da resposta estrutural, devido à consideração da velocidade relativa fluido estrutura da equação de Morison. As análises dinâmicas no domínio do tempo foram realizadas com tempo total de integração de 70 segundos.

Foram realizadas análises de vibrações livres dos três modelos de risers e, para cada modelo de riser foram considerados dois níveis de tração diferentes, para a determinação das frequências de vibração das estruturas. Nestas análises modais, os

risers foram considerados em suas respectivas posições deformadas médias, obtidas considerando cargas de corrente e offset estático de 3% da lâmina d'água.

Os resultados publicados pela API foram obtidos a partir de diversos programas comerciais, cuja metodologia de análise dinâmica empregada não foi necessariamente no domínio do tempo.

A Tabela VI.2 ilustra as freqüências naturais dos risers correspondentes aos diferentes modos de vibração, para os dois níveis de tração no topo.

Modelo API	500-40-1-D	1500-40-1-D	3000-40-1-D
FREQ. DOS MODOS	FREQ. DOS MODOS 500	FREQ. DOS MODOS 1500	FREQ. DOS MODOS 3000
1	0.51	0.21	0.11
2	1.19	0.43	0.23
3	2.14	0.67	0.35
4	3.40	0.93	0.47
Modelo API	500-40-2-D	1500-40-2-D	3000-40-2-D
FREQ. DOS MODOS	FREQ. DOS MODOS 500	FREQ. DOS MODOS 1500	FREQ. DOS MODOS 3000
1	0.66	0.33	0.15
2	1.46	0.67	0.29
3	2.47	1.01	0.44
4	3.76	1.37	0.59

Tabela VI.2 - Freqüências dos modos naturais dos risers em rad/s.

O período da onda é de 12.8 segundos, o que corresponderia a uma freqüência de 0.5 radianos por segundo. Para o riser de 500ft, a onda estará excitando o seu primeiro modo de vibração, levando a uma situação de ressonância com a estrutura.

### 6.1.1 Resposta considerando dois e três coeficientes da série de Fourier.

Como foi visto no Capítulo V, a solução dos N coeficientes de Fourier não está sendo realizada de forma simultânea, isto é, está sendo feita de forma independente. A cada execução do programa se resolve para cada coeficiente de Fourier, ou seja, na primeira execução do programa obtemos a resposta estrutural devido ao primeiro coeficiente, na segunda execução do programa obtemos a resposta devido somente ao segundo coeficiente e, assim, sucessivamente. Obtendo, assim, as parcelas reais e imaginárias do deslocamento e tensão de flexão para os N coeficientes da série de Fourier.

Com as parcelas reais e imaginárias do deslocamento e tensão de flexão, para os N harmônicos da série de Fourier, podemos somar as funções no tempo (isso deve ser feito pois os harmônicos de Fourier ocorrem em diferentes freqüências), e obter a resposta de máximos e mínimos para dois e três coeficientes, de acordo com o procedimento do Anexo IV.

## 6.2 Análises estáticas e dinâmicas de risers verticais da API BUL 16J

Inicialmente, são apresentados na Figura 6-3 e Figura 6-4 os resultados obtidos para o riser de 1500ft, para máximo deslocamento X e máxima tensão de flexão, respectivamente. As soluções de Krolikowsky-Gay e a série de Fourier com um coeficiente forneceram os mesmos resultados através da metodologia de análise dinâmica no domínio da frequência. Isto se deve à colinearidade dos carregamentos de onda, corrente e de movimento prescrito num ângulo nulo de incidência.

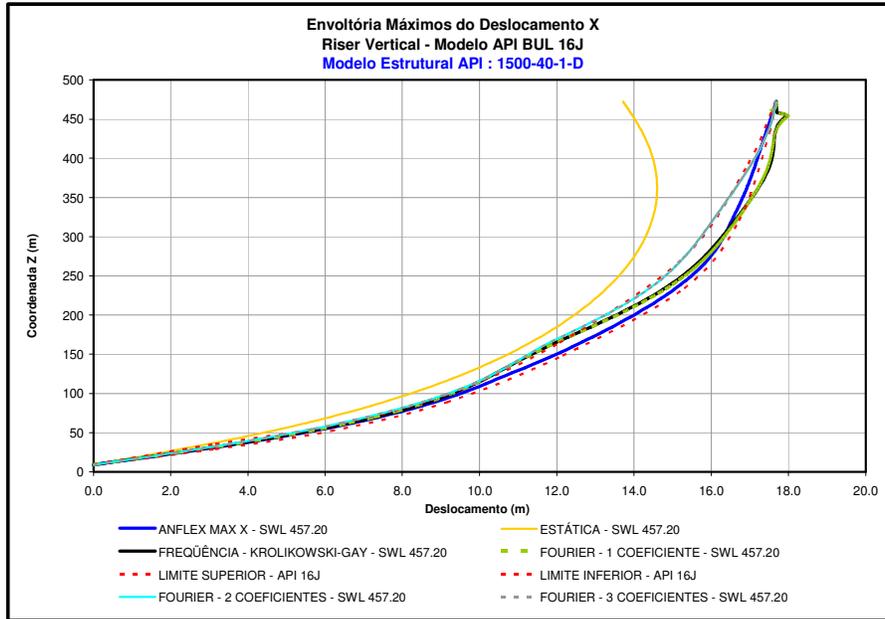


Figura 6-3 – Máximo deslocamento X.

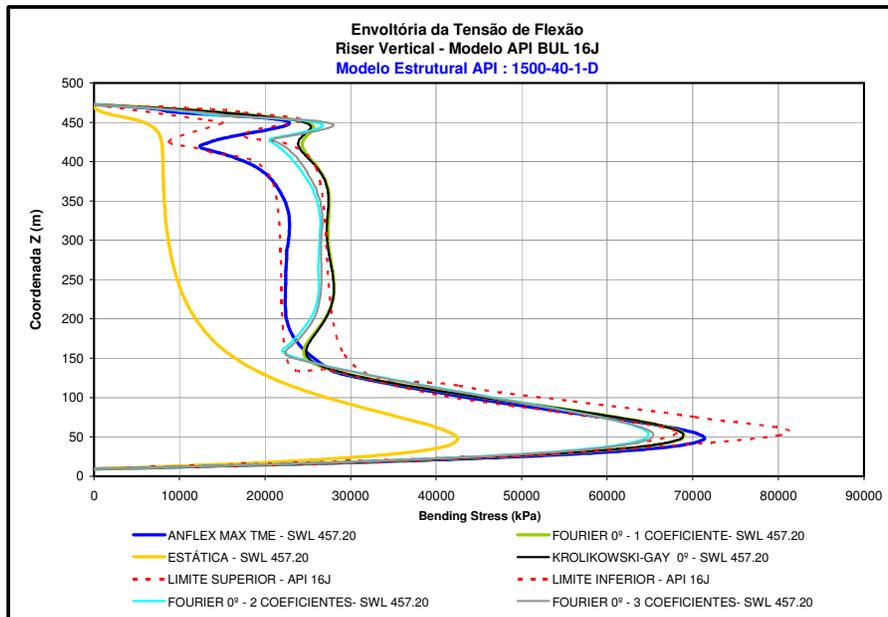


Figura 6-4 – Máxima tensão de Flexão.

Da Figura 6-5 a Figura 6-8 pode-se observar os resultados para os risers de 500ft e 3000ft.

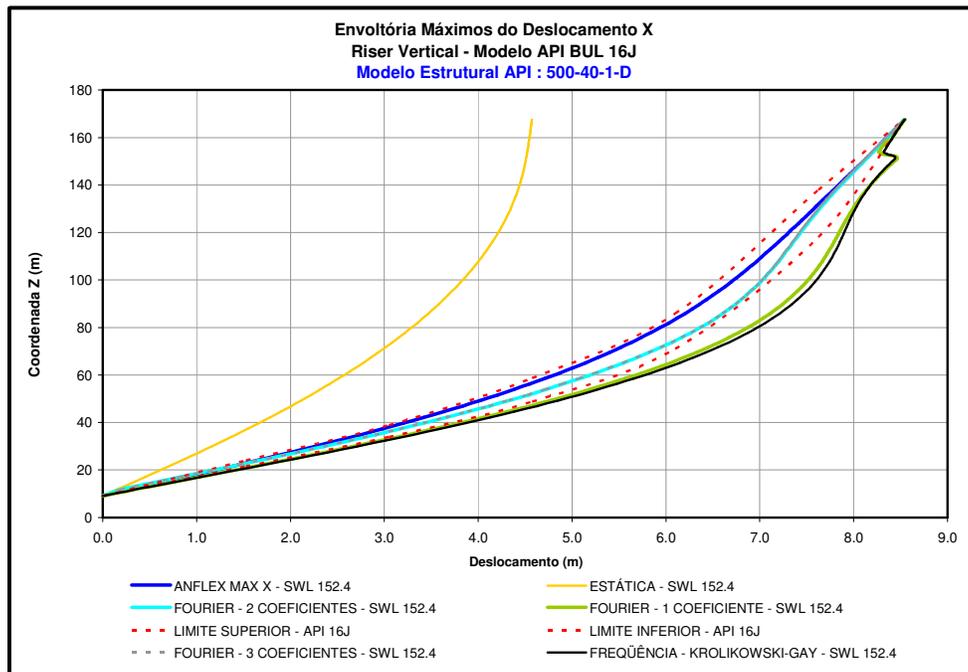


Figura 6-5 - Máximo deslocamento X.

Na maioria das situações os resultados com três coeficientes praticamente coincidiram com o resultado com dois coeficientes da série de Fourier. Logo, para esses casos, o resultado com três coeficientes não será apresentado.

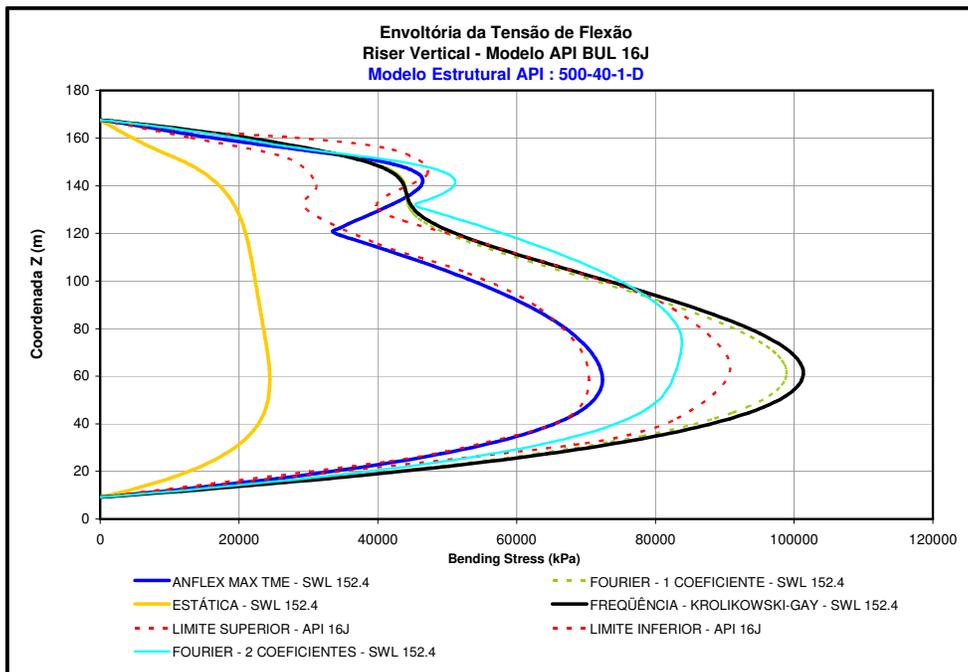


Figura 6-6 – Máxima tensão de Flexão.

É importante observar que o riser de 500ft encontrava-se em ressonância com o período da onda, de acordo com a tabela VI.2. Isso justifica o fato do resultado (deslocamento X e tensão de flexão) no domínio da frequência ter sido mais conservador, quando comparado com o resultado no domínio do tempo. Os resultados para o riser de 3000ft seguem a mesma tendência do riser de 1500ft.

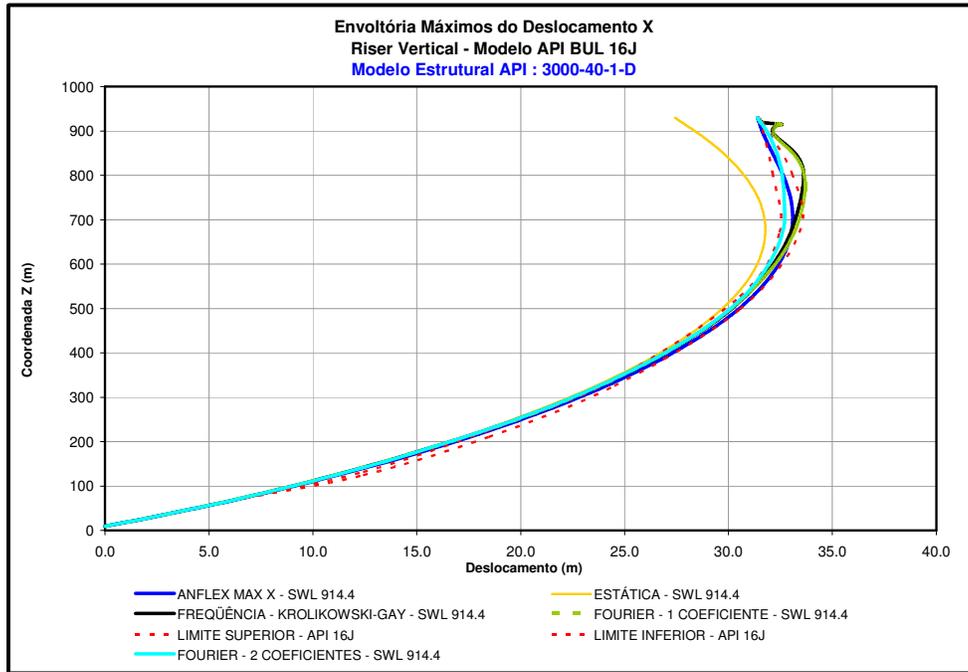


Figura 6-7 - Máximo deslocamento X.

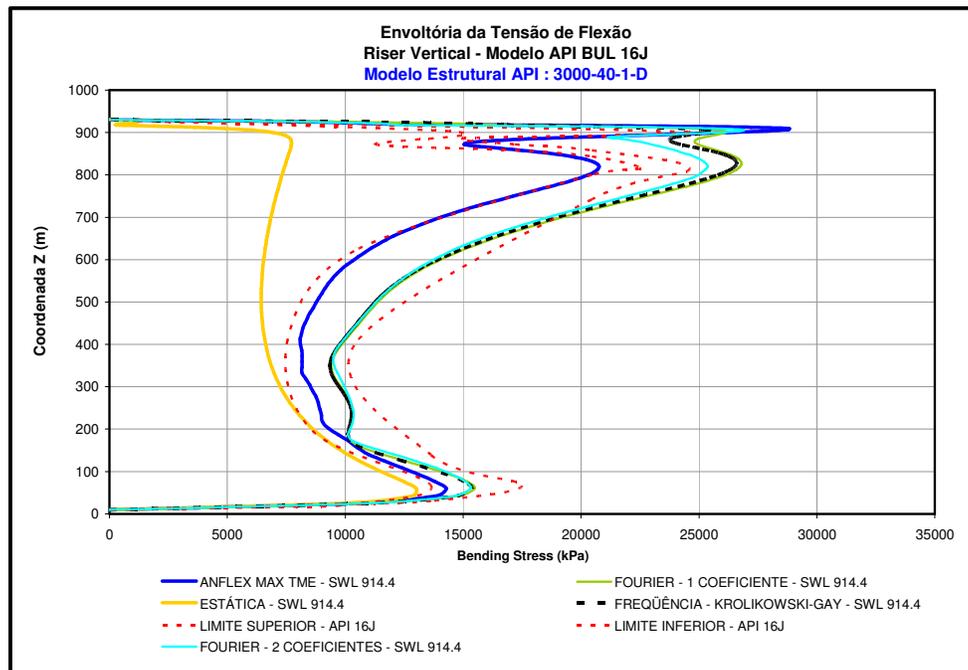


Figura 6-8 – Máxima tensão de Flexão.

As soluções de Krolikowsky-Gay e de Fourier com um coeficiente praticamente coincidiram, como era de se esperar para o riser vertical com carregamento todo alinhado a 0°.

Observar que para todos os risers (500ft, 1500ft, 3000ft), a resposta do deslocamento X no domínio da frequência, principalmente na região do topo, não apresenta boa concordância, tanto com a resposta no domínio do tempo, como com os limites propostos pela API BUL 16J [21]. Este fato se deve a existência de uma superfície livre no topo do riser (Figura 6-1), onde a linearidade geométrica da análise no domínio da frequência não permite resolver de forma eficiente esta situação.

É importante salientar que a resposta do máximo deslocamento X para série de Fourier com dois e três coeficientes representa melhor a resposta do deslocamento na superfície livre do riser do que com apenas um coeficiente. Observa-se que, neste caso, a resposta obtida considerando três coeficientes pouco se difere da resposta com dois coeficientes, de acordo com o que foi visto no Capítulo IV.

Da Figura 6-9 a Figura 6-10 serão apresentados os resultados para o riser de 1500ft, estando agora totalmente submerso no mar, diferente dos casos anteriores, onde o riser possuía um trecho no topo fora d' água (superfície livre no topo do riser), ver Figura 6-1.

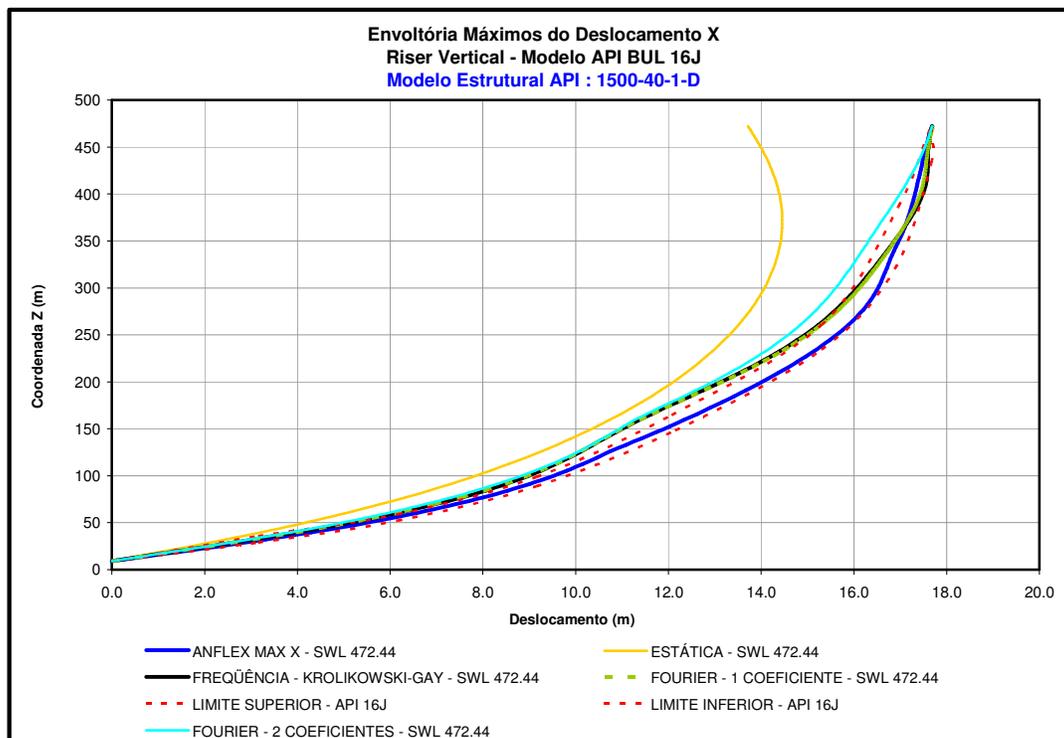


Figura 6-9 – Máximo deslocamento X.

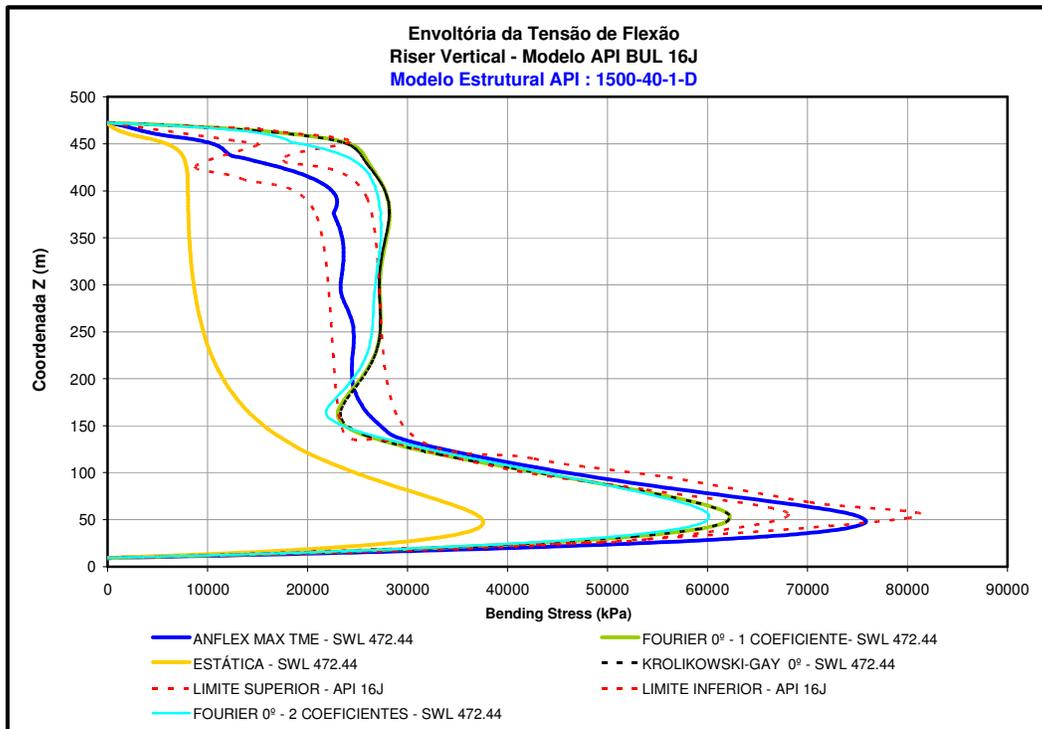


Figura 6-10 – Máxima tensão de Flexão.

Observar que para o riser de 1500ft totalmente submerso, a resposta do deslocamento X no domínio da freqüência, na região do topo, apresenta boa concordância, tanto com a resposta no domínio do tempo, como com os limites propostos pela API BUL 16J [21]. Este fato se deve a eliminação da superfície livre do riser (Figura 6-1).

Da Figura 6-11 a Figura 6-16 serão apresentados os resultados de máximo deslocamento em X e máxima tensão de flexão para os mesmos modelos da API de 500, 1500 e 3000ft, com o carregamento incidente idêntico, só que o nível de tração no topo é maior. Todos os risers não estão totalmente submersos no mar (apresentam superfície livre na região do topo), de acordo com os modelos originais da API BUL 16J [21] para esses casos de maior nível de tração no topo (ver Item 6.1).

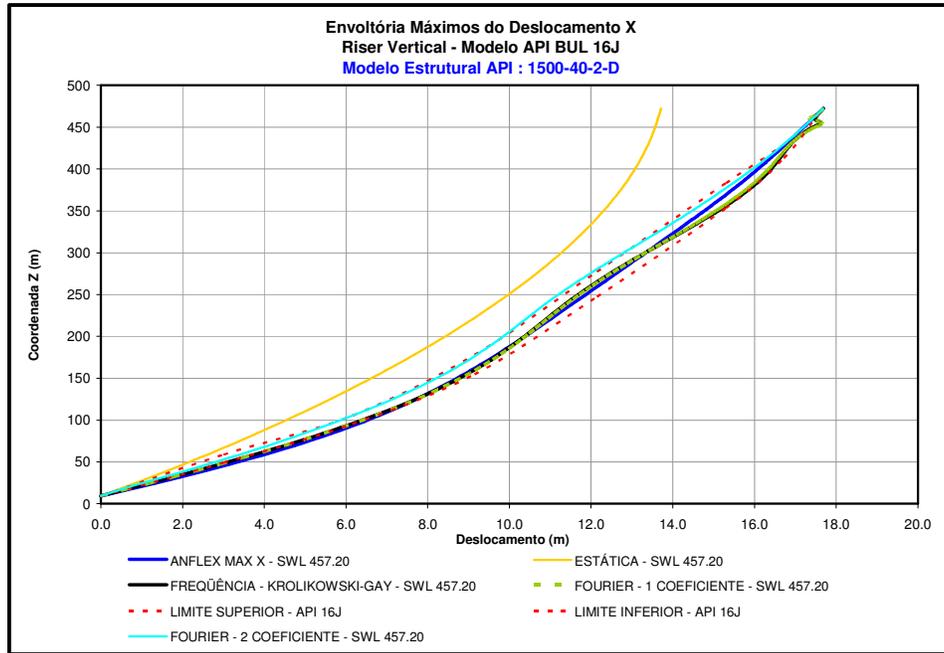


Figura 6-11 – Máximo deslocamento X.

É importante observar que com o riser mais tracionado, a resposta do deslocamento X no domínio da frequência melhora, principalmente na região do topo, se enquadrando melhor nos limites propostos pela API BUL 16J [21].

A Figura 6-12 ilustra o resultado de tensão de flexão para o riser de 1500ft com maior nível de tração no topo. Observar que para esse caso a resposta da série de Fourier apresentou boa concordância com os limites propostos pela API.

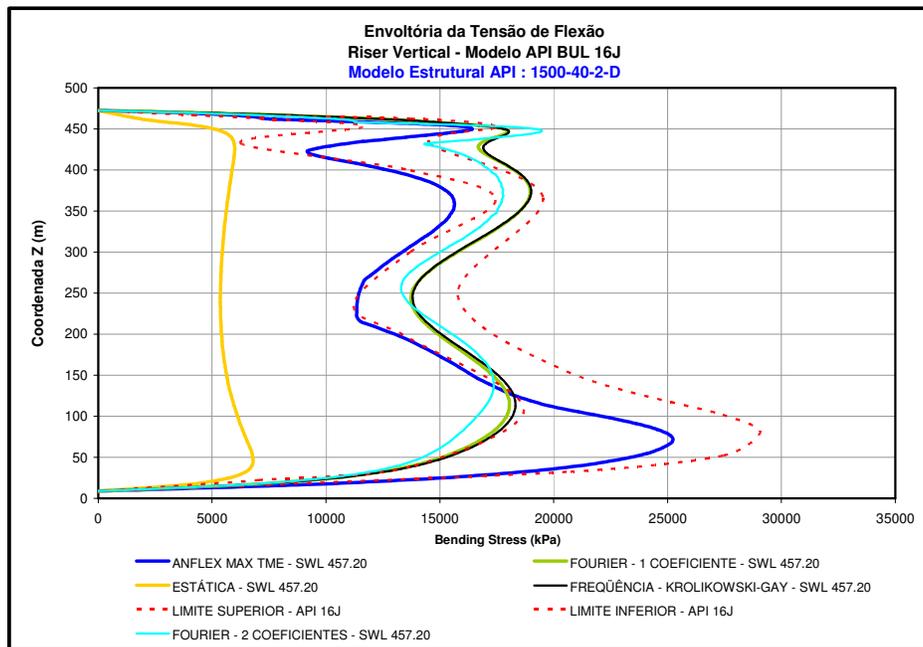


Figura 6-12 – Máxima tensão de Flexão.

Da Figura 6-13a Figura 6-16 pode-se observar os resultados para os risers de 500ft e 3000ft com maior nível de tração no topo.

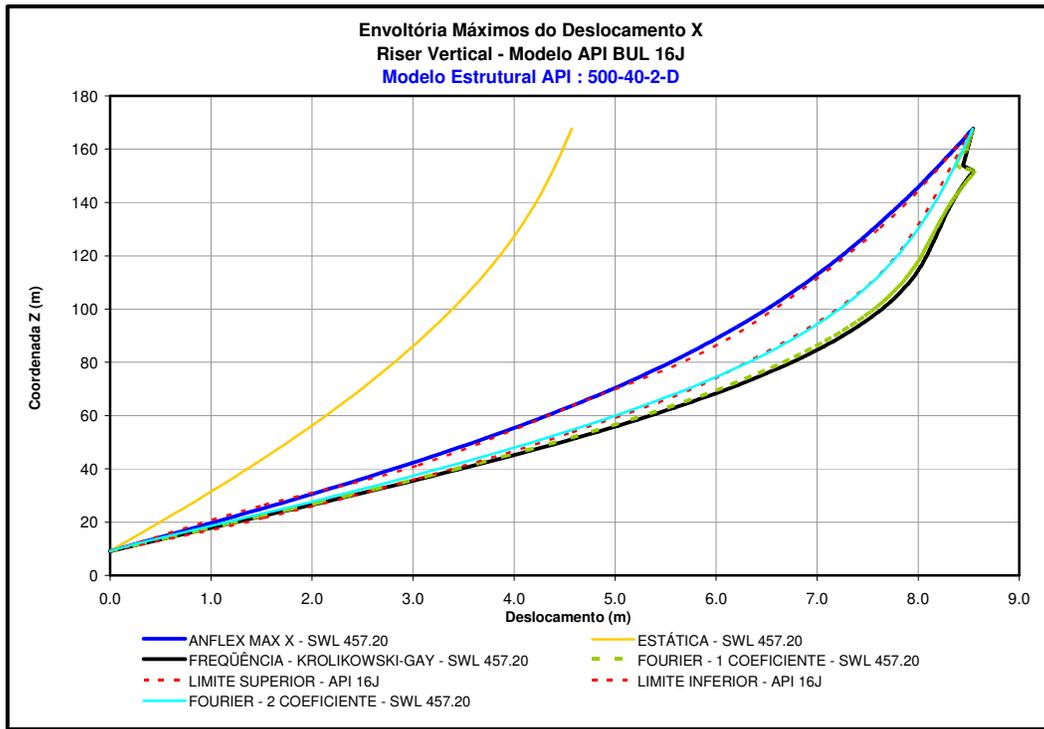


Figura 6-13 - Máximo deslocamento X.

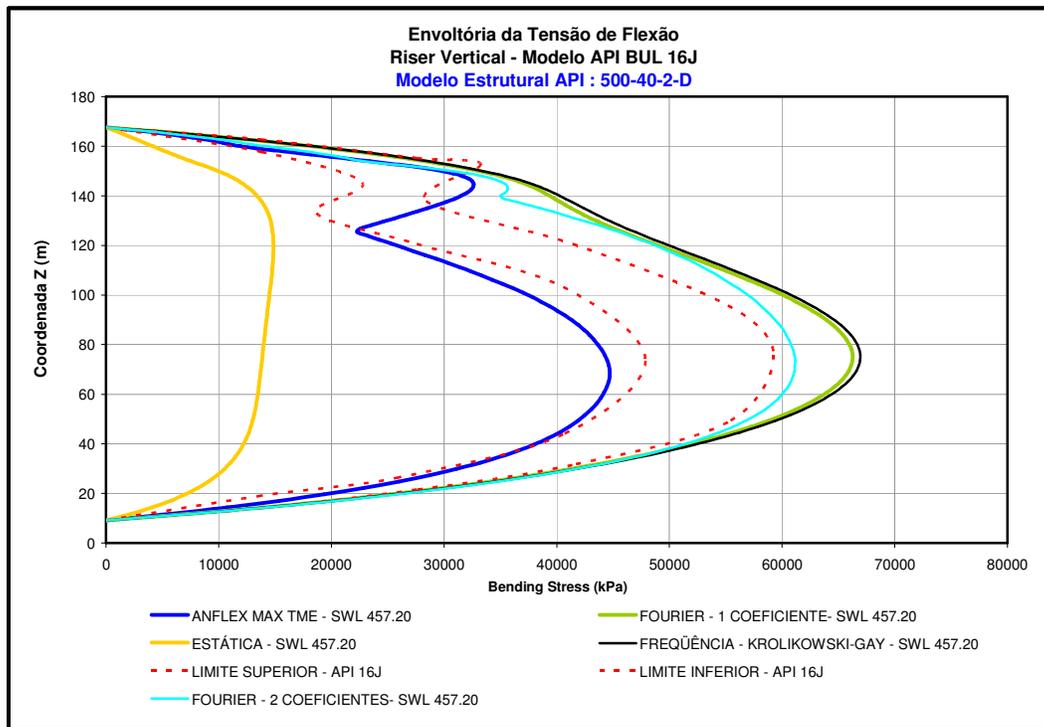


Figura 6-14 – Máxima tensão de Flexão.

É importante observar que o riser de 500ft encontrava-se em ressonância com o período da onda, de acordo com a tabela VI.2. Esse fato justifica o resultado (deslocamento X e tensão de flexão) no domínio da frequência ter sido mais conservador quando comparado com o resultado no domínio do tempo

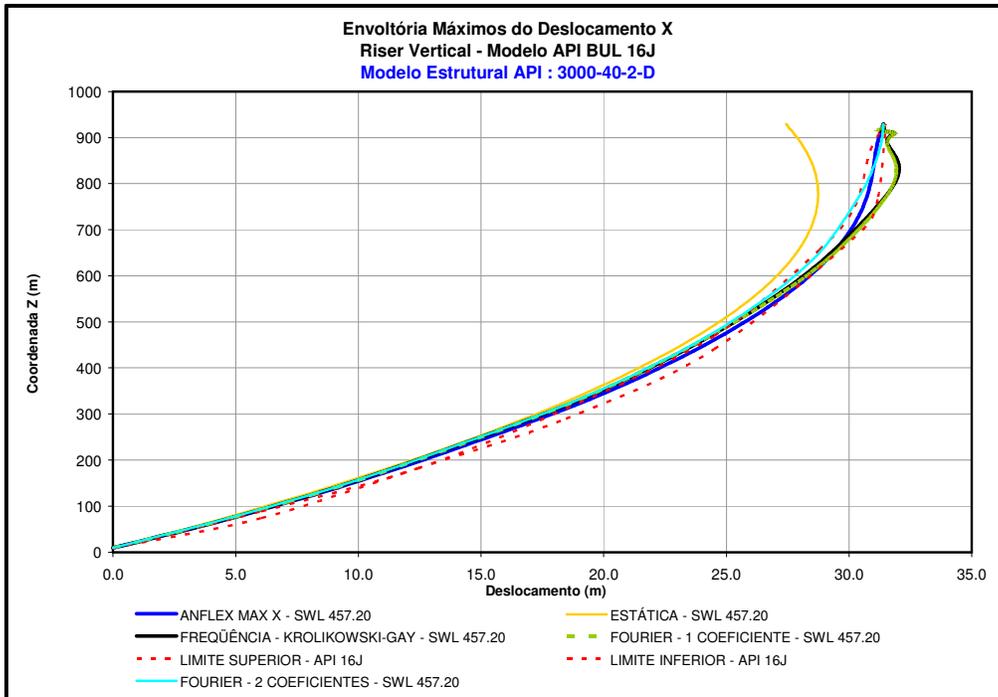


Figura 6-15 - Máximo deslocamento X.

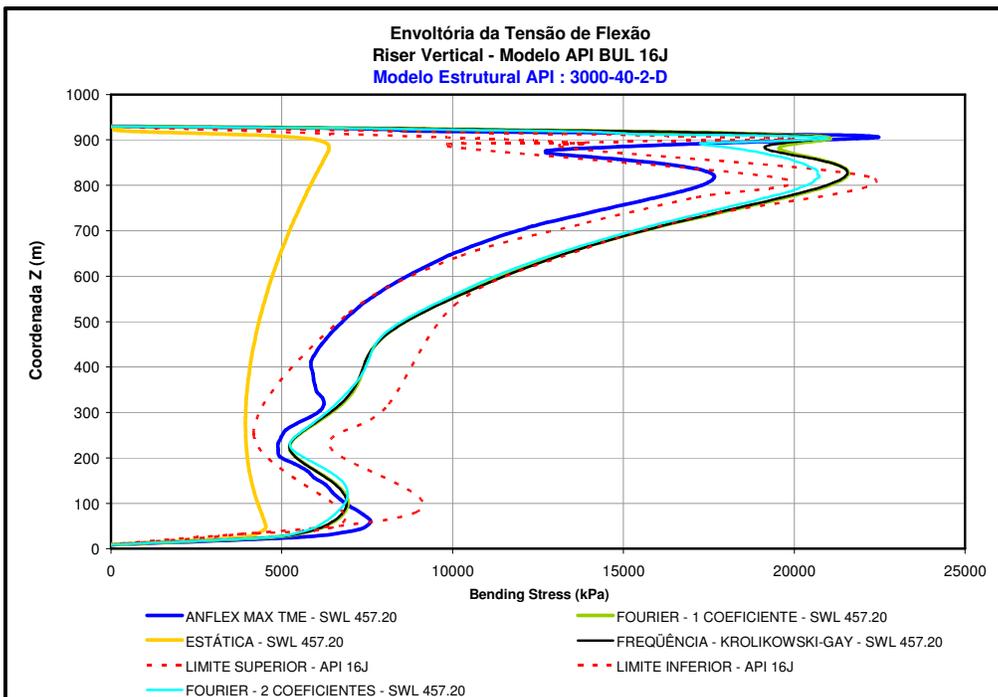


Figura 6-16– Máxima tensão de Flexão.

Ao compararmos os resultados obtidos no domínio da frequência com os no domínio do tempo, observamos que não há uma boa concordância, em termos de máximos deslocamentos e máxima tensão de flexão. Por isso, há necessidade da implementação do segundo harmônico da série de Fourier, para tentar representar melhor essa parcela de arrasto não linear, de acordo com resultados do Capítulo IV. A resposta com dois coeficientes (mesmo para o método simplificado utilizado nessa dissertação – Item 5.4.2) melhora a resposta em termos de máxima tensão de flexão e máximo deslocamento, principalmente na parte da superfície livre no topo do riser, onde ocorre a interação entre onda e corrente.

As tensões de flexão, obtidas pelas análises no domínio da frequência, são calculadas em oito pontos da seção transversal, de acordo com as expressões apresentadas no Item 5.5. Já no domínio do tempo, esta tensão é calculada empregando o momento fletor resultante que, de forma geral, não ocorre necessariamente num plano que contém a linha que liga dois pontos da seção diametralmente opostos. Entretanto, como as cargas de onda, corrente e de movimento de apoio foram consideradas incidindo com ângulo nulo, observa-se que as maiores tensões de flexão ocorrem justamente nos pontos 3 e 7 da seção transversal do riser (ver Figura 5-3).

### **6.3 Verificação Considerando a Rotação de Carregamentos Alinhados**

Nas análises realizadas no Capítulo IV para elementos cilíndricos, foi verificada a existência de algumas propriedades, no que diz respeito à invariabilidade do módulo da força linearizada e da sua direção resultante, mediante a variação da direção do carregamento incidente.

Aqui neste capítulo, verificaremos tais aspectos dentro do contexto de uma análise estrutural no domínio da frequência. Analisaremos o riser vertical de 1500-40-1-D [21], submetido às mesmas cargas de onda, corrente e de movimento estático e dinâmico consideradas no item 6.1. Sendo que, ao invés de considerarmos o ângulo de incidência nulo, consideraremos o carregamento mencionado aplicado a 45°.

Esta variação do ângulo de aplicação da carga pode ser interpretada como um giro de 45° do sistema de referência, onde devemos constatar ao longo do riser a invariabilidade de sua resposta estrutural, uma vez que o vetor de carregamento externo tem a mesma intensidade em módulo.

Observando a Figura 5-3 do Capítulo V, nota-se que a variação da direção de incidência do carregamento de  $0^\circ$  para  $45^\circ$  faz com que a tensão de flexão resultante deixe de ocorrer nos pontos 3 e 7 da seção transversal para ocorrer nos pontos 2 e 6 da mesma.

A Figura 6-17 e a Figura 6-18 ilustram os resultados obtidos pelo método de linearização de Krolikowsky-Gay e pela série de Fourier, respectivamente, em termos de máxima tensão de flexão, girando todo o carregamento a  $45^\circ$  e comparando com o resultado a  $0^\circ$ .

Observar que o método de linearização de Krolikowsky-Gay não conserva a resposta mediante a rotação do carregamento. Já o método da série de Fourier com um coeficiente conserva a resposta ao se girar o carregamento, o que vem a justificar a implementação no programa de análise estrutural no domínio da frequência [5], que foi justamente o objetivo principal desta dissertação. A série de Fourier com dois coeficientes não conserva a resposta ao se girar o carregamento devido ao procedimento simplificado adotado neste trabalho (Item 5.4.2).

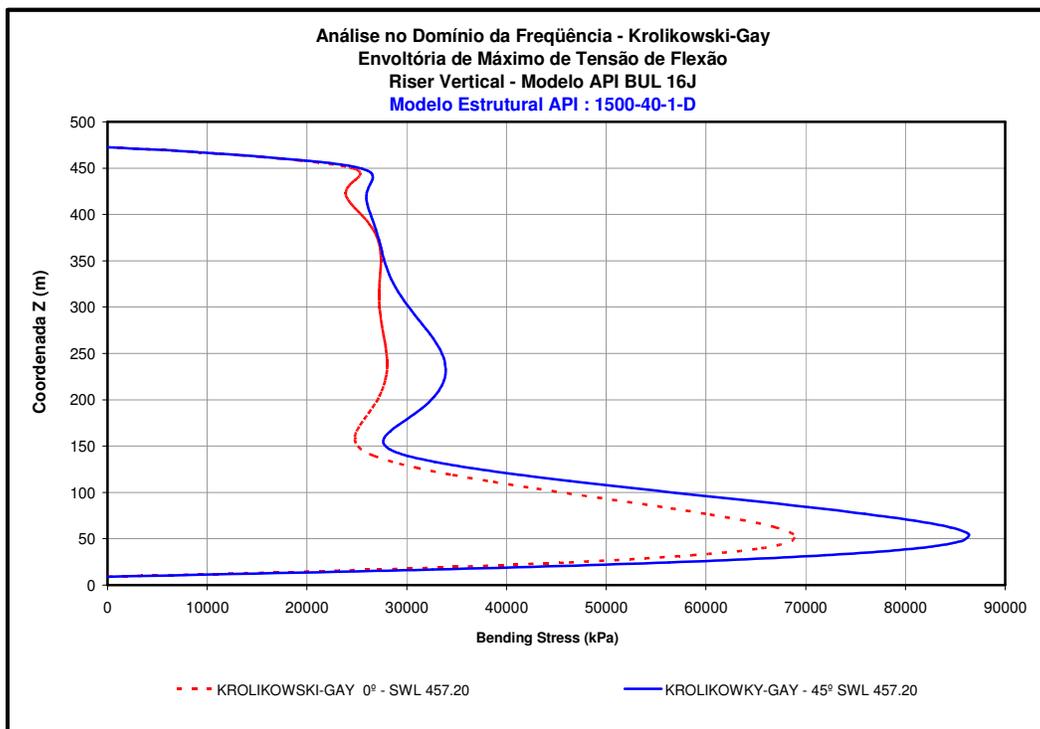


Figura 6-17 – Verificação da Resposta Mediante Rotação do Carregamento – Krolikowsky-Gay.

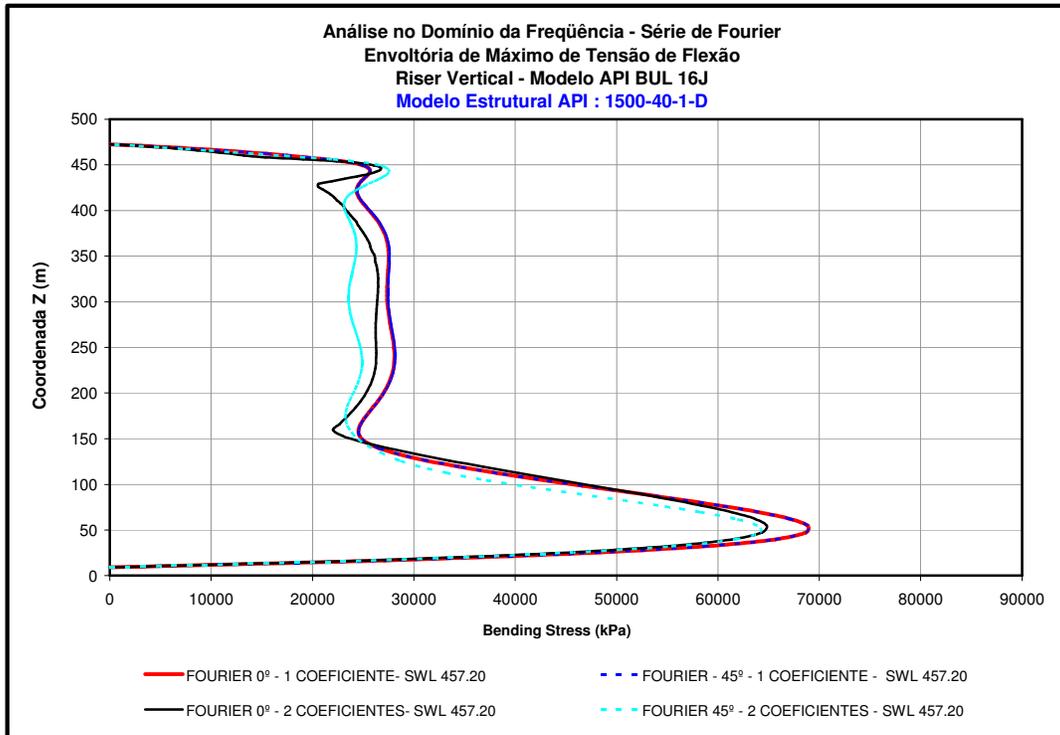


Figura 6-18 – Verificação da Resposta Mediante Rotação do Carregamento – Fourier.

Foram realizadas, também, análises no domínio da freqüência, considerando apenas a influência da onda, sem movimento dinâmico imposto, e mantendo-se as demais cargas inalteradas.

A Figura 6-19 e a Figura 6-20 ilustram os resultados obtidos em termos de máxima tensão de flexão, para o riser vertical de 1500ft, considerando os carregamentos de onda e corrente alinhados a 0° e 45° para Krolikowsky-Gay e série de Fourier com 1 e 2 coeficientes, respectivamente. Novamente, o princípio da decomposição independente, empregado no método de Krolikowski-Gay, não permite manter o módulo da força linearizada numa direção qualquer de carregamento. Já com Fourier isso não ocorre.

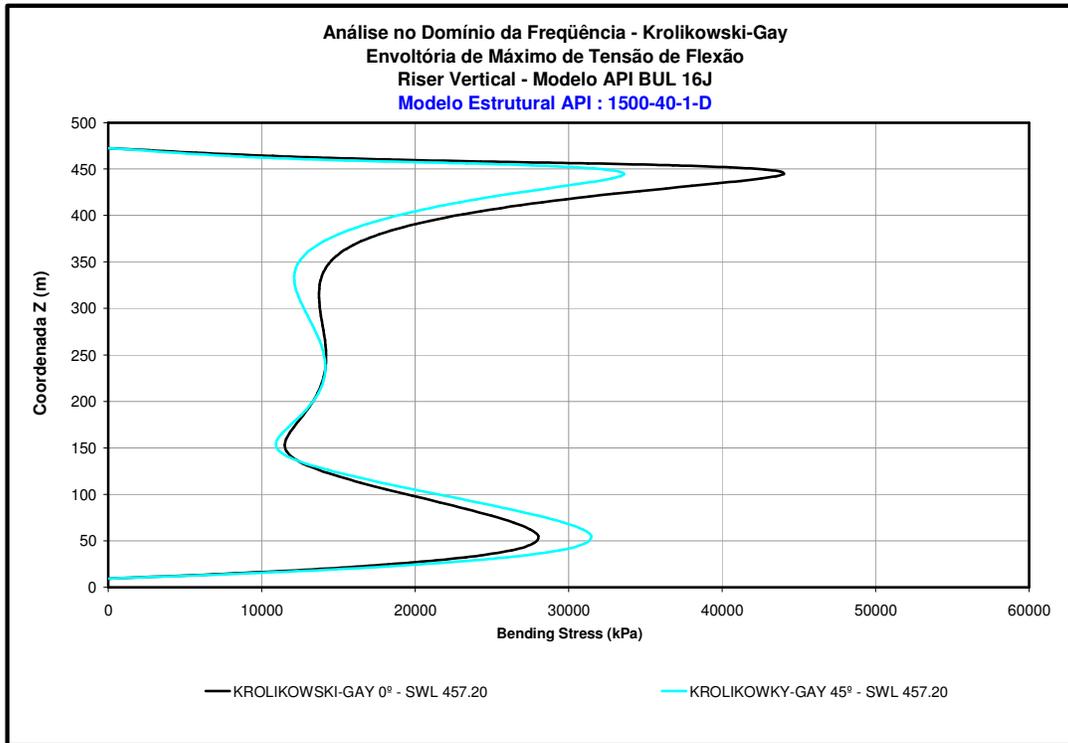


Figura 6-19 - Verificação da Resposta Mediante Rotação do Carregamento – sem movimento dinâmico.

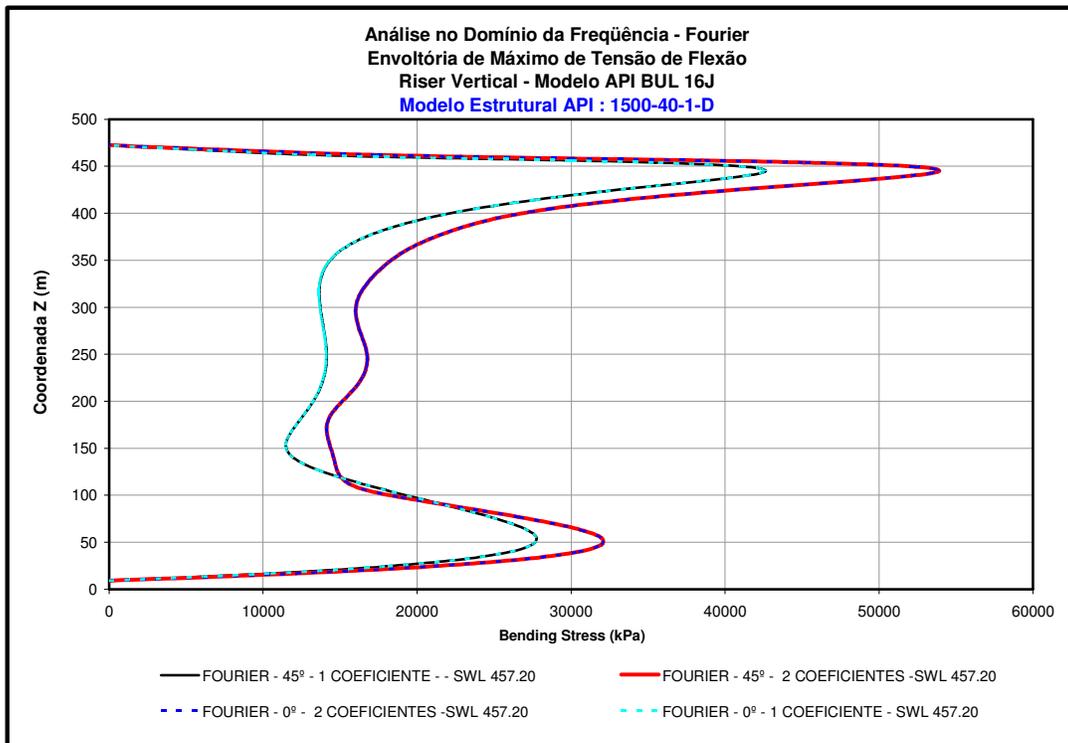


Figura 6-20 - Verificação da Resposta Mediante Rotação do Carregamento – sem movimento dinâmico.

A Figura 6-17 mostra que a utilização do princípio da decomposição independente empregado com o método de Krolikowski-Gay não permite manter o módulo da força linearizada numa direção qualquer de carregamento. A Figura 6-18 mostra os resultados obtidos pelo método da série de Fourier, que comprova que esse método mantém o módulo da força, tendo um ótimo desempenho. As pequenas diferenças apresentadas na Figura 6-18 para resposta de Fourier com 2 coeficientes, se deve ao fato da solução estar sendo obtida de forma simplificada, conforme foi visto no Capítulo V.

Serão considerados no próximo item casos de carregamentos inteiramente desalinhados na verificação da invariabilidade da resposta estrutural, mediante rotação de tais carregamentos.

#### 6.4 Verificação Considerando a Rotação de Carregamentos Desalinhados

Nestas análises, serão considerados dois grupos de carregamento: o primeiro considera cargas de corrente, onda e de movimentos estáticos e de primeira ordem (movimento dinâmico prescrito); o segundo grupo de carregamento difere do anterior por não considerar o movimento de primeira ordem aplicado no topo do riser. A Tabela VI.3 ilustra as direções das cargas consideradas em cada grupo proposto.

Carregamentos Considerados					
		Movimento Estático	Corrente	Onda	Movimento 1ª ordem
Grupo 1	Direção	30º	0º	15º	30º
		45º	15º	30º	45º
Grupo 2	Direção	30º	0º	15º	-
		45º	15º	30º	-

Tabela VI.3 – Direções de Carregamento consideradas.

A Figura 6-21, Figura 6-22 e Figura 6-23 ilustram os resultados em termos de máxima tensão de flexão, obtidos através do método de linearização de Krolikowsky-Gay e através da série de Fourier com 1 e 2 coeficientes, respectivamente, onde podemos observar os resultados obtidos para ambos os grupos de carregamento.

Como apontado e mostrado nos exemplos numéricos do Capítulo IV, os resultados obtidos por cada um dos métodos diferem à medida que aumentamos a complexidade do carregamento, em termos de direção de incidência.

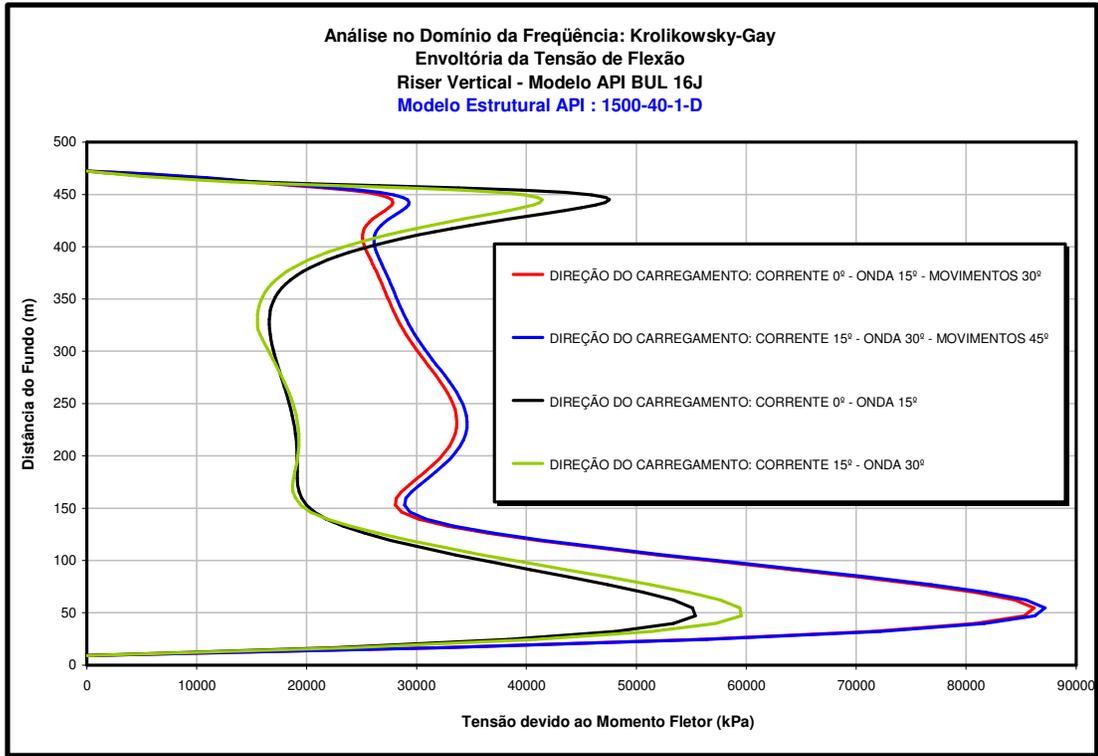


Figura 6-21 – Verificação da Resposta Mediante Rotação do Carregamento – Krolikowsky-Gay.

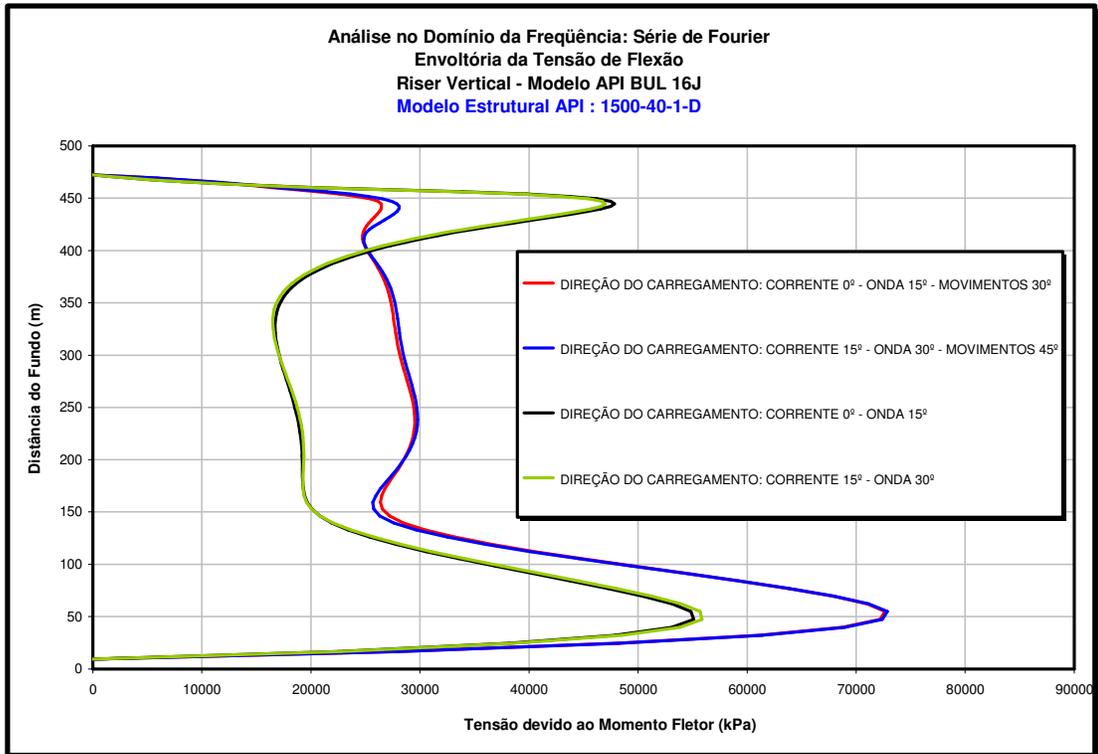


Figura 6-22 – Verificação da Resposta Mediante Rotação do Carregamento – Fourier.

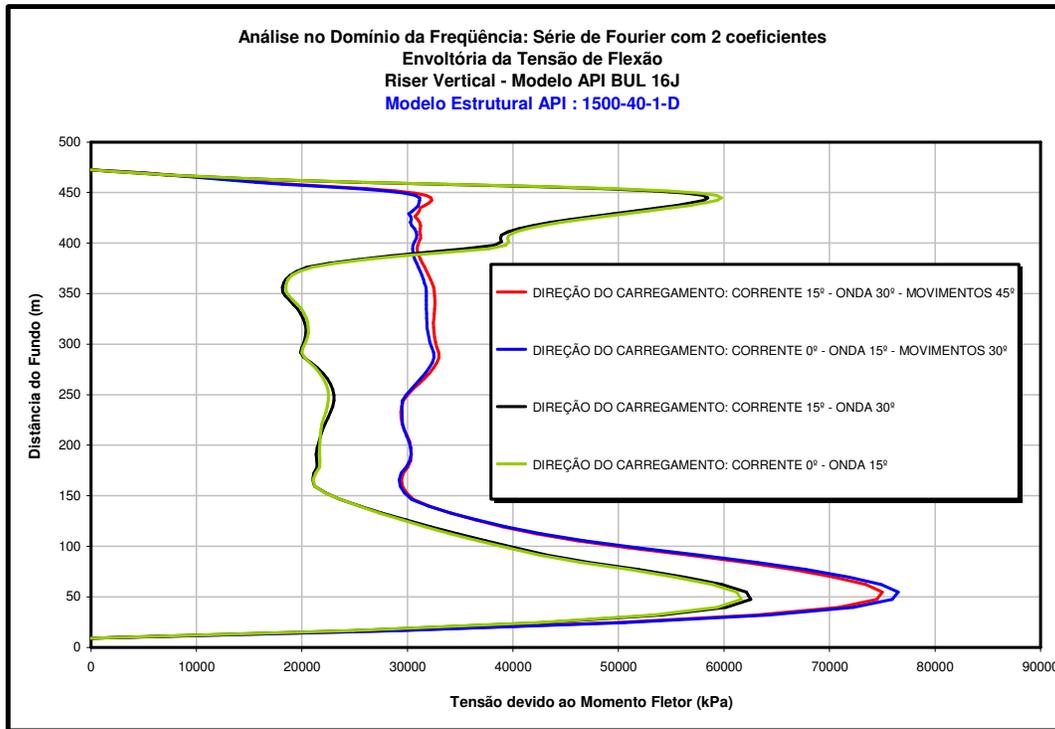


Figura 6-23- Verificação da Resposta Mediante Rotação do Carregamento – Fourier – 2 coeficientes.

## 6.5 Análises Complementares do riser 1500-40-1-D da API

Neste item serão investigadas outras situações de carregamento. O modelo utilizado será o do riser de 1500-40-1-D, originalmente utilizado no Item 6.1. A partir desse modelo algumas características do carregamento serão modificadas, mantendo o restante do carregamento intacto, com o intuito de, assim, identificar as possíveis limitações da metodologia proposta.

A resposta para o terceiro coeficiente de Fourier, de acordo com a Figura 6-3 e Figura 6-4, apresentou-se muito similar ao resultado com 2 coeficientes. Porém, todos os exemplos apresentados até o presente momento possuíam grande parcela da estática, o que acaba “mascarando” o resultado final em termos de valores máximos.

No exemplo a seguir foram realizadas análises no domínio do tempo e da frequência, considerando apenas a influência da onda, sem movimento dinâmico imposto e offset estático, mantendo-se as demais cargas inalteradas, de acordo com o exemplo original do Item 6.1. O objetivo é de observar somente a resposta proveniente do carregamento de onda atuando no riser, podendo avaliar a contribuição real do segundo e do terceiro coeficientes de Fourier (método simplificado). O riser não se

encontra totalmente submerso, assim como o exemplo original do riser de 1500-40-1-D [21].

A Figura 6-24, a seguir, ilustra o resultado obtido em termos de deslocamento máximo para o riser vertical de 1500ft.

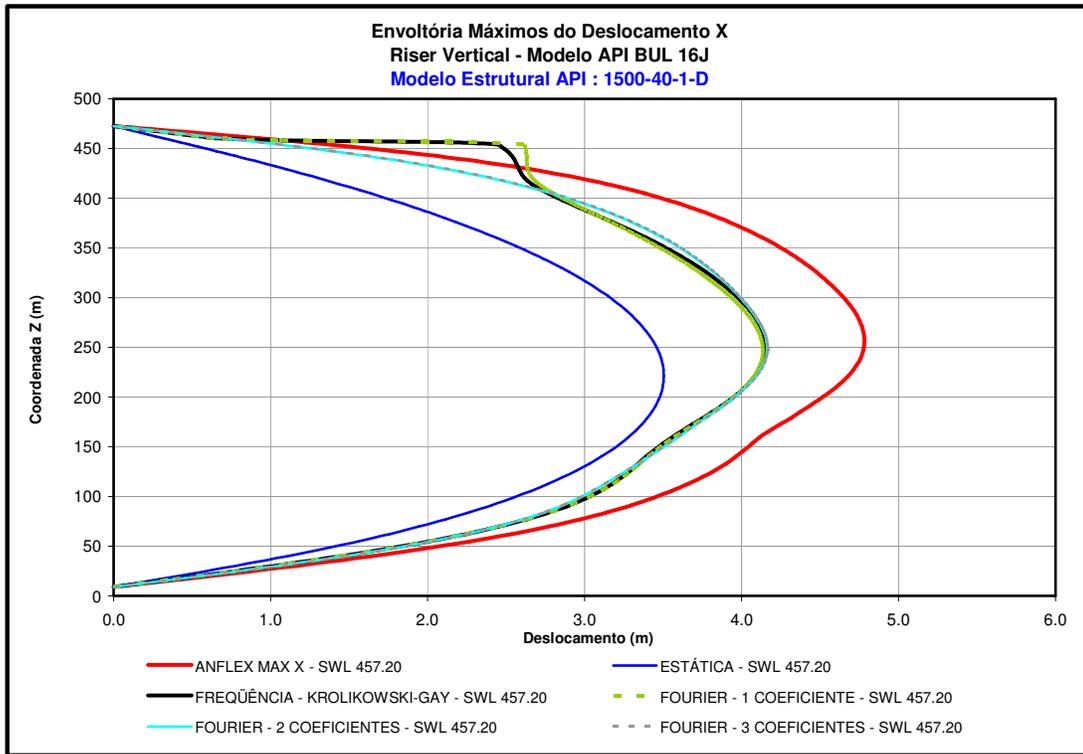


Figura 6-24 - Máximo deslocamento X. – sem movimento dinâmico.

Em termos de deslocamentos máximos, a série de Fourier com três coeficientes não apresentou nenhum ganho para o riser de 1500ft, sem a aplicação do movimento dinâmico e offset estático. É importante observar que o segundo coeficiente melhorou muito a representação do deslocamento máximo na superfície livre do riser, onde ocorre a interação entre onda e corrente. A resposta no domínio da frequência se mostrou mais amortecida do que a resposta no domínio do tempo.

Na Figura 6-25, observa-se que a máxima tensão de flexão devido ao terceiro coeficiente pouco acrescenta em termos de envoltória, quando comparado com a solução com dois coeficientes de Fourier. Este fato encontra-se de acordo com o que foi concluído no Capítulo IV, em que na grande maioria dos casos a resposta com dois coeficientes tinha uma ótima concordância ao representar a força de arrasto não linear, exceto para problemas em que a dinâmica é muito superior à estática. Mesmo assim, para esses casos, o segundo coeficiente teve boa concordância.

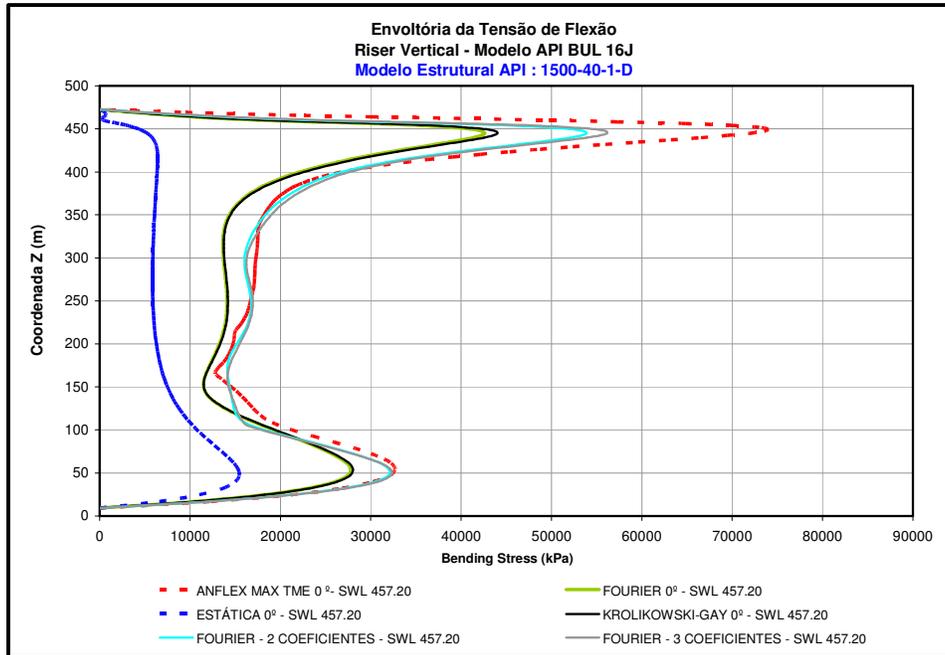


Figura 6-25 – Máxima tensão de Flexão. – sem movimento dinâmico.

Foram realizadas, também, análises no domínio do tempo e da frequência, considerando apenas a influência da onda, com movimento dinâmico imposto, sem offset estático, mantendo-se as demais cargas inalteradas (modelo original – Item 6.1). O riser não se encontra totalmente submerso, assim como o exemplo original do riser de 1500-40-1-D. A Figura 6-26 e Figura 6-27 ilustram os resultados obtidos em termos de deslocamento e tensão de flexão máximos para o riser vertical de 1500ft.

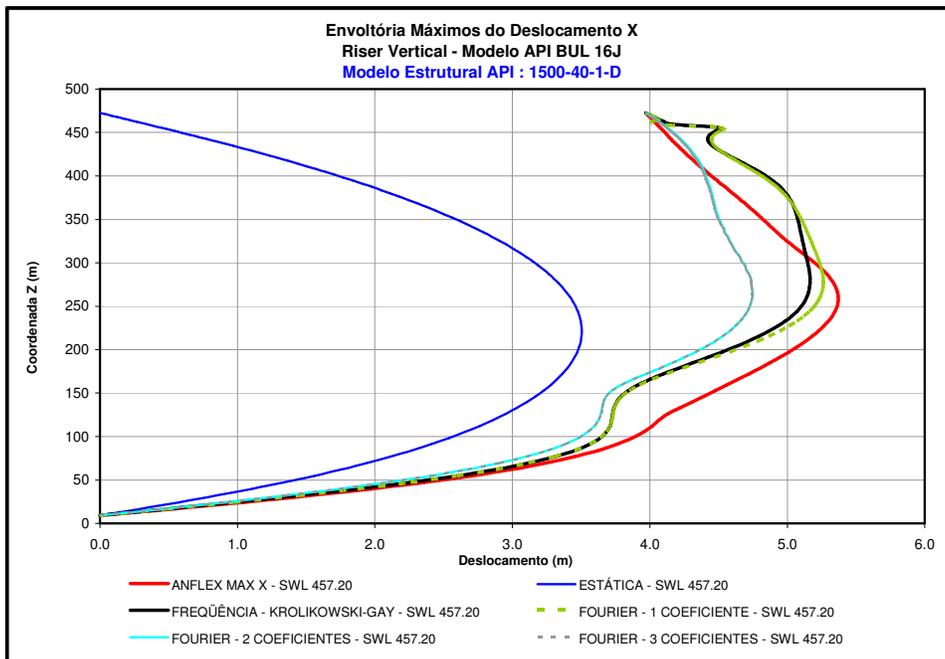


Figura 6-26 - Caso API 1500 – Máximo Deslocamento X. – com movimento dinâmico.

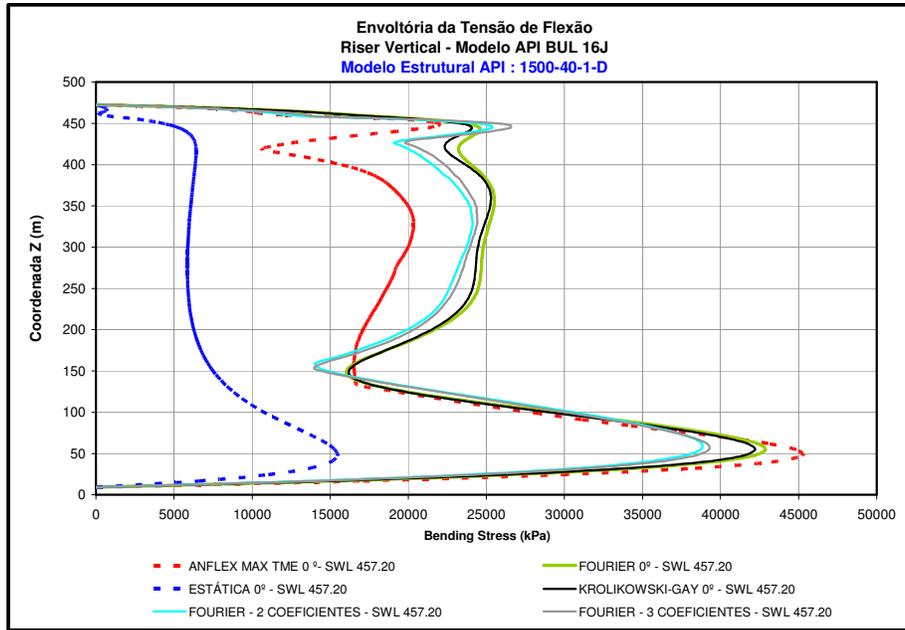


Figura 6-27 - Caso API 1500 - Máxima Tensão de Flexão. – com movimento dinâmico.

Foram realizadas ainda análises no domínio do tempo e da frequência, considerando dois valores reduzidos de alturas máximas de onda: dois terços e um terço do valor original, correspondendo aos valores de 8.1m e 4.1m de  $H_{m\acute{a}x}$ , respectivamente e mantendo-se as demais cargas inalteradas (modelo original – Item 6.1). A Figura 6-28 e a Figura 6-29 ilustram os resultados obtidos em termos de deslocamento e tensão de flexão máximos para o riser vertical de 1500ft.

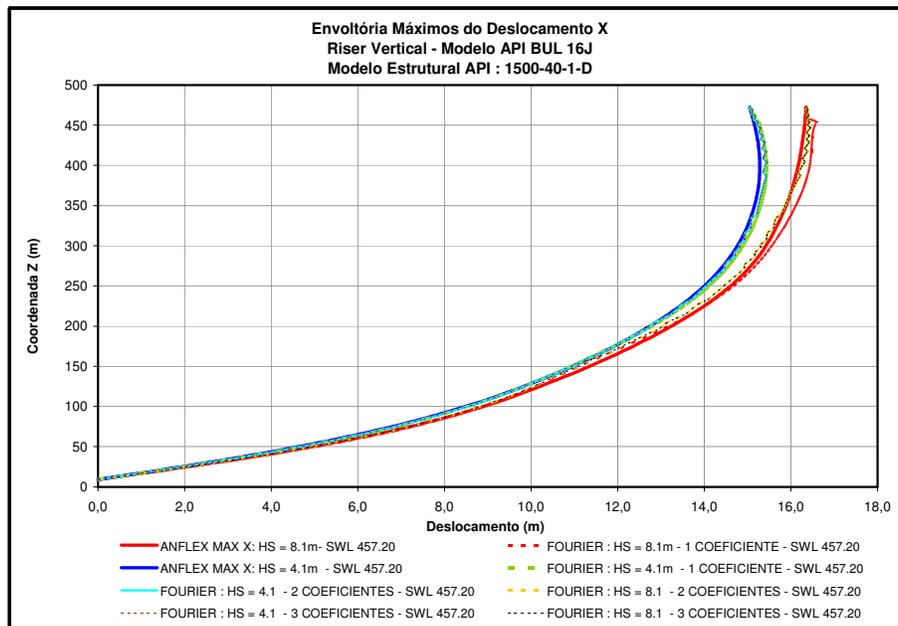


Figura 6-28 - Caso API 1500 – Máximo Deslocamento X.

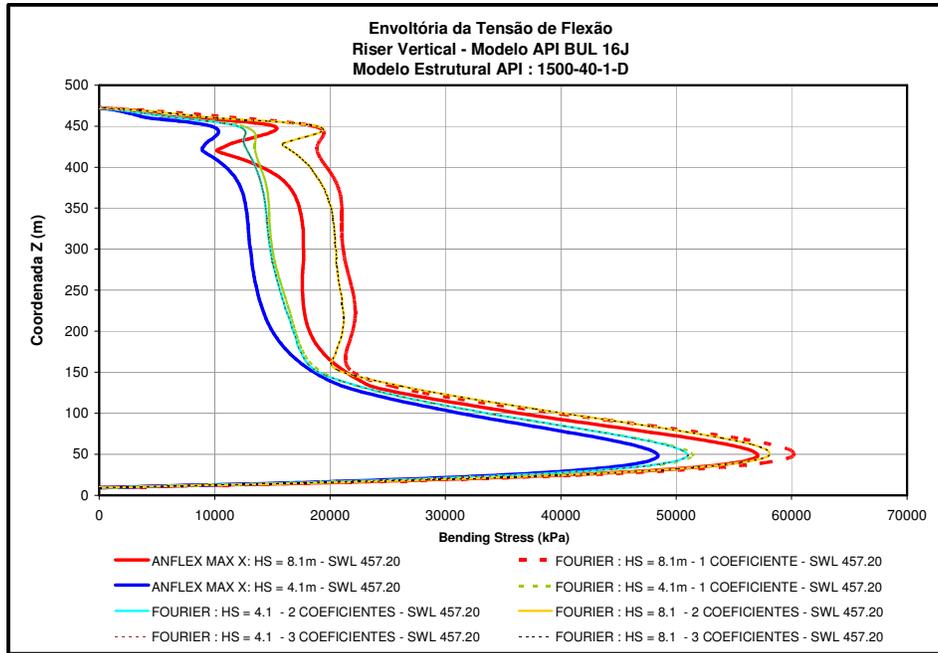


Figura 6-29 - Caso API 1500 - Máxima Tensão de Flexão.

Para estes dois valores de alturas máximas de onda foram realizadas novas análises, eliminando-se o movimento dinâmico imposto e o offset estático da plataforma. As demais cargas ficaram inalteradas (modelo original – Item 6.1). A Figura 6-30 e a Figura 6-31 ilustram os resultados obtidos.

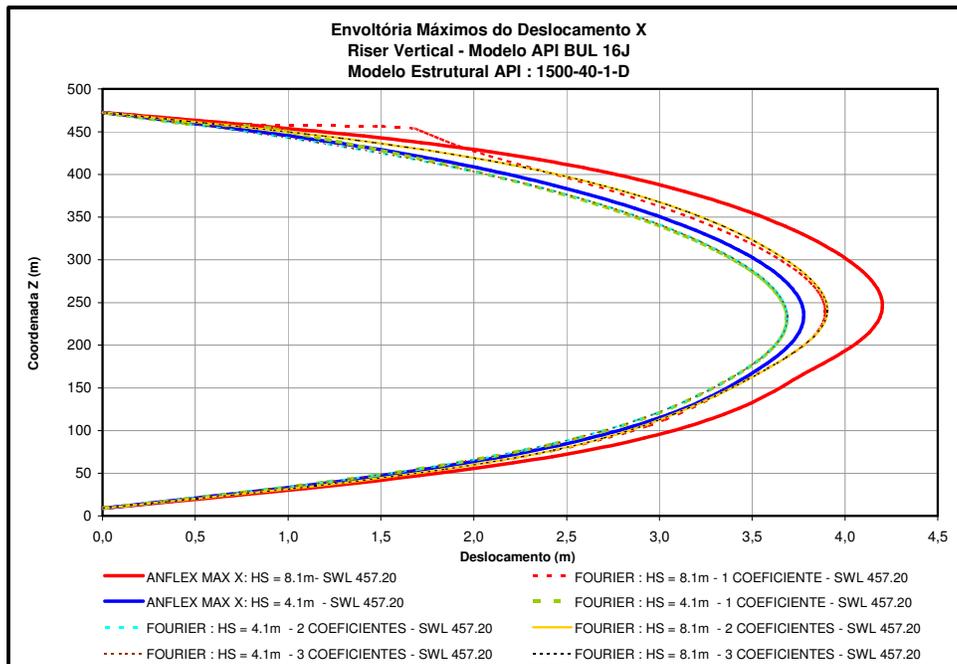


Figura 6-30 - Caso API 1500 - Máximo do Deslocamento X - Análise sem Movimento Dinâmico Prescrito.

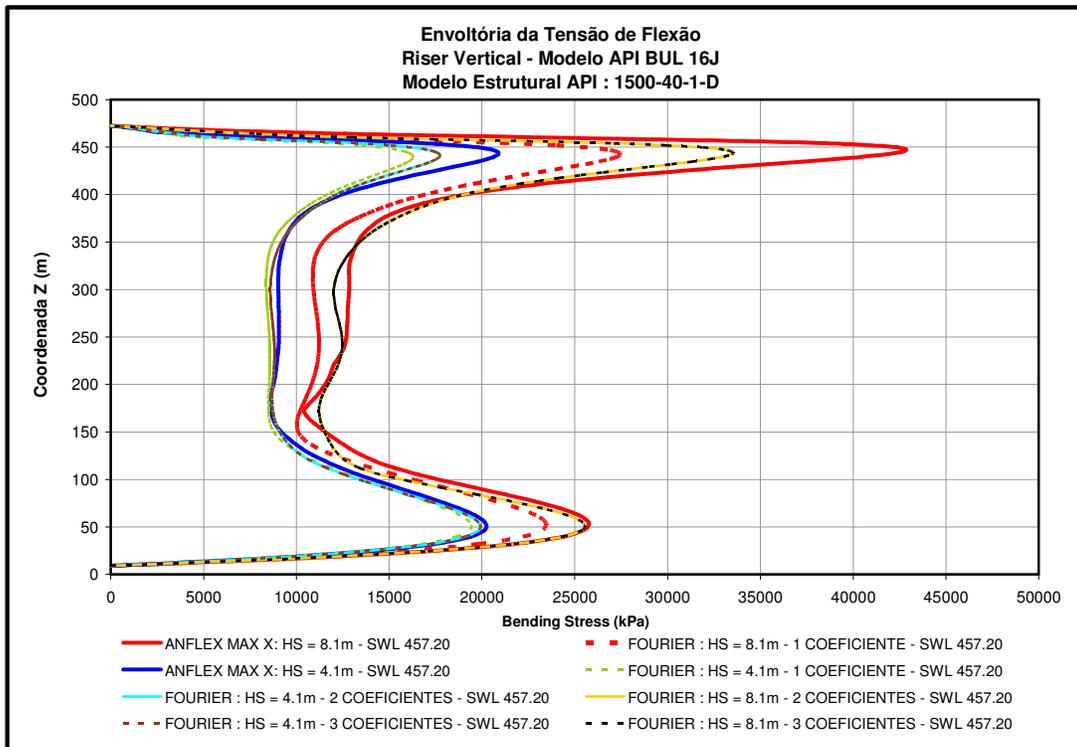


Figura 6-31 - Caso API 1500 - Máximo da Tensão de Flexão - Análise sem Movimento Dinâmico Prescrito.

Para os exemplos com valores reduzidos de alturas máximas de onda (Figura 6-28 à Figura 6-31), com movimento dinâmico imposto no topo do riser, devido ao flutuante, e sem movimento dinâmico imposto no topo do riser, a resposta tanto em termos de deslocamentos, como em termos de tensões para a série de Fourier com dois coeficientes foi satisfatória, quando comparado com a solução no domínio do tempo.

O segundo coeficiente melhora a resposta em termos de máximo deslocamento e máxima tensão de flexão, principalmente na superfície livre do riser, já sendo grande vantagem em relação ao uso de apenas um coeficiente de Fourier. O nível de resposta do terceiro coeficiente é muito similar ao segundo coeficiente, não apresentando grandes melhoras, em termos de deslocamento e tensão devido ao momento fletor para os risers verticais da API estudados. Isso está de acordo com o que foi concluído no Capítulo IV, em que na grande maioria dos casos a resposta com dois coeficientes tinha uma ótima concordância ao representar a força de arrasto não linear, principalmente para problemas em que a dinâmica não era muito superior à estática.

## 6.6 Análises Considerando Variação do Coeficiente de Arrasto

Foram realizadas também análises considerando diferentes coeficientes de arrasto ao longo do riser. Devido a consideração da velocidade relativa na equação de Morison, observa-se que um aumento do coeficiente de arrasto gera um aumento da parcela de arrasto, porém aumenta o amortecimento hidrodinâmico do riser, reduzindo a sua resposta estrutural. Os casos analisados da API, conforme Item 6.1, consideram um coeficiente de arrasto de 0.7. Desta forma, foram realizadas análises no domínio da frequência e do tempo da estrutura de 1500-40-1-D, considerando dois novos valores de Cd: 1.0 e 1.5.

A Figura 6-32 ilustra o resultado em termos de máximo deslocamento X. Os resultados obtidos no domínio da frequência mostraram-se de acordo com os resultados obtidos no domínio do tempo, onde se constatou um aumento da resposta estrutural na região de grande influência das ondas, devido ao aumento deste carregamento.

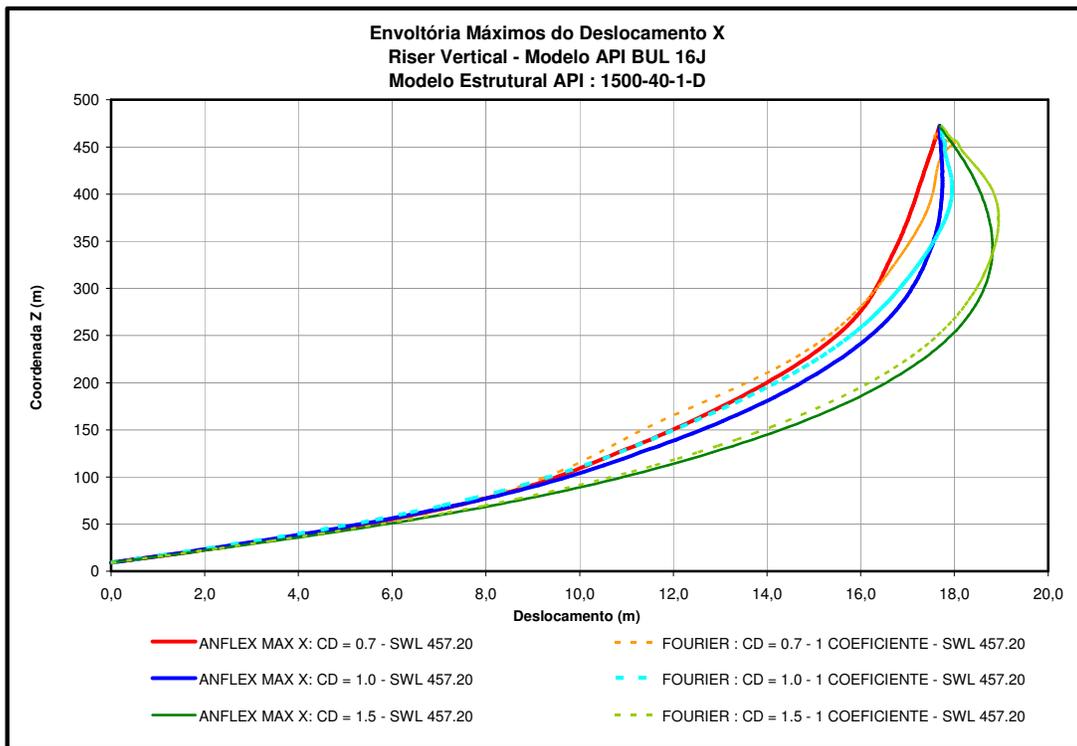


Figura 6-32 - Modelo Estrutural API 1500 - Verificação da Variação do CD – Máximo Deslocamento X.

A Figura 6-33 ilustra o resultado em termos de máxima tensão de flexão na parede externa do riser. Os resultados obtidos no domínio da frequência mostraram-se de acordo com os resultados obtidos no domínio do tempo, onde se constatou um aumento da resposta estrutural na região de grande influência das ondas, devido ao aumento deste carregamento e uma diminuição significativa da resposta abaixo desta região, devido ao aumento do amortecimento hidrodinâmico.

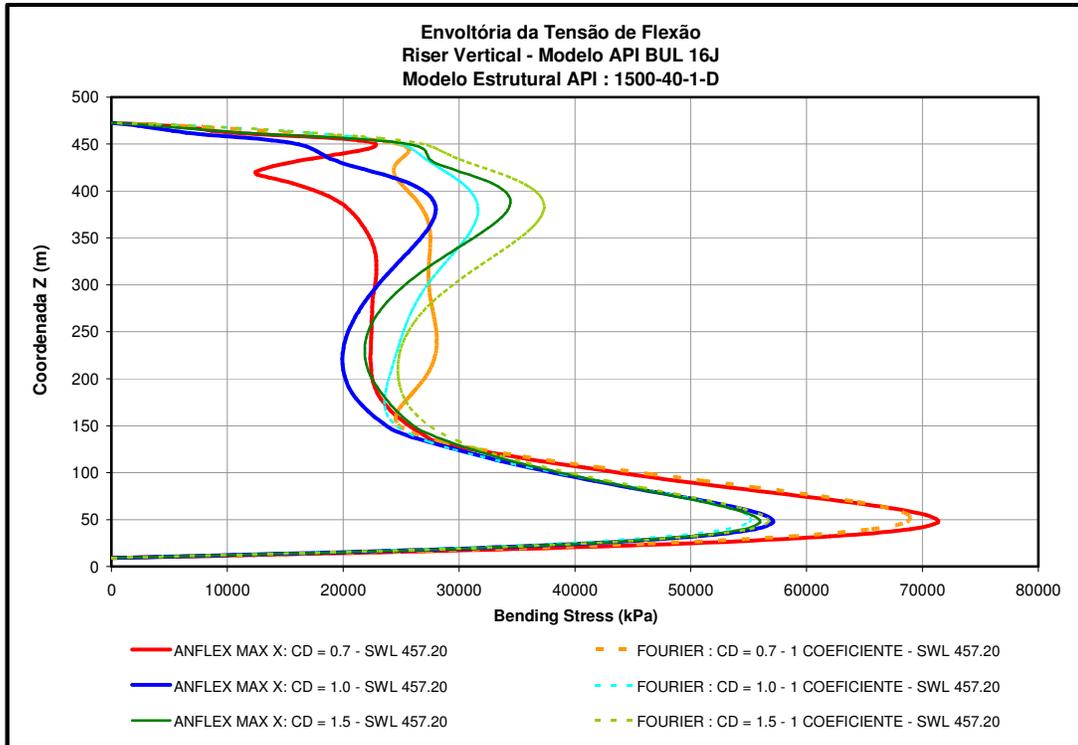


Figura 6-33 - Verificação da Variação do CD – Máxima Tensão de Flexão TME.

## 6.7 Verificação da Qualidade da Resposta

Este item tem o propósito de verificar se o número de iterações utilizadas nas análises dinâmicas no domínio da frequência foi suficiente para estabilizar a resposta estrutural obtida de forma iterativa. No que diz respeito às análises no domínio da frequência, foram empregadas 5 iterações na obtenção da resposta.

A Figura 6-34 mostra a máxima tensão de flexão para diferentes números de iterações, onde constata-se que a resposta obtida na terceira iteração é repetida na quarta iteração.

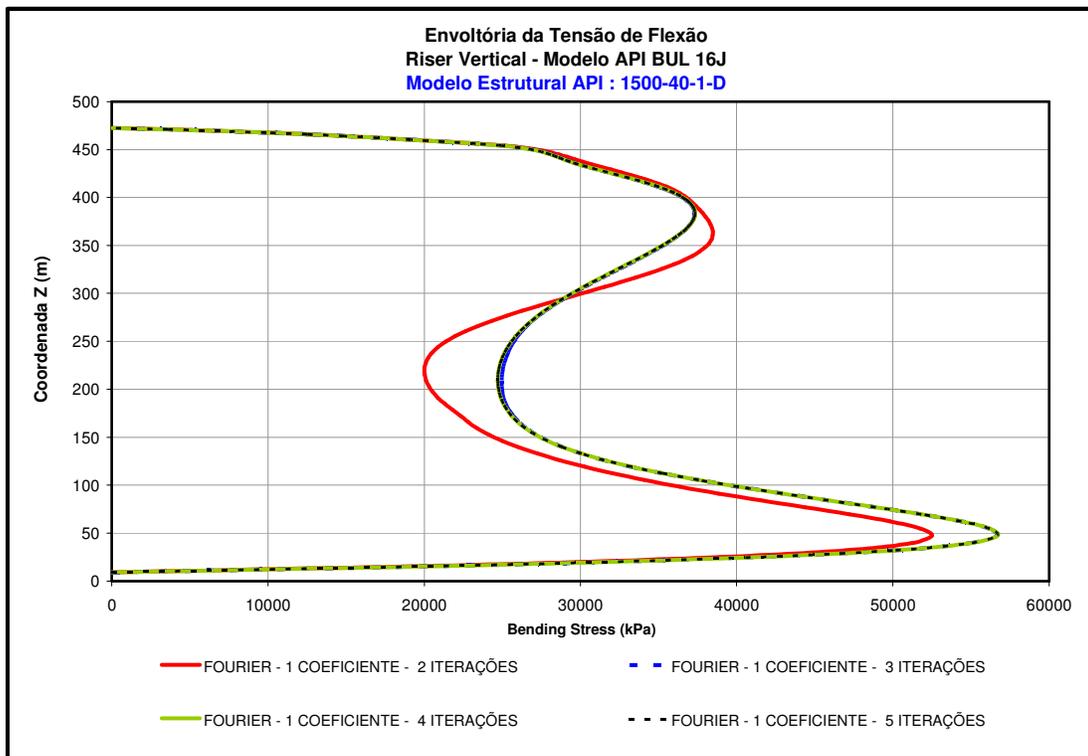


Figura 6-34 - Modelo Estrutural API 1500 - Verificação do Número de Iterações.

# CAPÍTULO VII

## **CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

### **7 Conclusões**

O presente trabalho teve como principal objetivo estudar o processo de representação do termo de arrasto não linear da equação de Morison, através da série de Fourier, aplicados a problemas tridimensionais e comparar suas vantagens com o método de Krolikowsky-Gay. Tais linearizações permitem, numa fase preliminar de projeto, análises de risers no domínio da frequência, reduzindo significativamente o custo computacional. Se por um lado a linearização implica em perda de exatidão matemática, o que pode exercer uma grande importância na resposta, dependendo da estrutura analisada, os métodos não lineares implicam em um custo maior no que diz respeito ao número de operações matemáticas para a sua determinação.

Através dos resultados obtidos no Capítulo IV, para os métodos de linearizações em estudo, sem a velocidade da estrutura, podem ser apresentadas as seguintes conclusões:

Quanto ao uso da decomposição independente através do processo de Krolikowski-Gay:

1. Seu desempenho só se iguala a série de Fourier com um coeficiente em uma situação: Problemas bidimensionais com onda e/ou corrente incidindo na direção de um dos dois eixos globais, X e Y, em cilindro vertical, situação para o qual o método foi desenvolvido. Porém não apresenta resultado satisfatório ao representar a força de arrasto não linear, principalmente nos casos em que a amplitude de velocidade de onda é maior que a velocidade de corrente.
2. Mesmo para problemas em cilindro vertical, com cargas de onda e corrente alinhadas atuando fora dos eixos globais X e Y (o que seria igual ao problema bidimensional, apenas girando o sistema de referência), a solução de Krolikowsky-Gay não mantém o módulo da força de arrasto, devido ao princípio da decomposição independente que esse método adota.
3. Não mantém o módulo da força ao se girar o carregamento em direções fora dos eixos X e Y globais, tanto para condições de casos de

carregamento alinhados, como para os casos de carregamentos desalinhados.

4. Para cilindros horizontais e inclinados, a força de arrasto normal no eixo global Z é muito mal representada, tanto pelo método de sobreposição de Krolikowsky-Gay "sem corrente", como para a solução acoplada de Krolikowsky-Gay "com corrente". É importante notar que para o elemento horizontal, a velocidade de corrente no eixo Z é zero. Logo, a relação entre amplitude de velocidade de onda normal e velocidade de corrente normal não existe nessa direção, portanto a única solução é usar a técnica de sobreposição de Krolikowsky-Gay "sem corrente" nesta direção.
5. Para cilindro inclinado no plano XZ e cargas atuando no plano XZ, a solução de Krolikowsky-Gay não obteve boa concordância na representação da solução não-linear nos eixos X e Z globais, quando comparada à solução de Fourier com um coeficiente. Como o cilindro possui certa inclinação (apesar do cilindro e das cargas estarem contidas no plano, isto é, na direção de um dos dois eixos globais, X e Y), as respostas da força de arrasto não se igualam, apresentando diferenças que já eram esperadas.

Quanto ao uso da série de Fourier para representar a força de arrasto não linear na equação de Morison:

1. Mantém o módulo da força ao se girar o carregamento em direções fora da direção de um dos dois eixos globais, X e Y, em cilindros verticais, tanto para condições de casos de carregamento alinhados como para casos com os carregamentos desalinhados, o que já é a primeira vantagem em relação à técnica de linearização proposta por Krolikowsky-Gay
2. O uso de dois coeficientes na série de Fourier representa muito bem a solução não linear em cilindros verticais, horizontais e inclinados, tanto para problemas bidimensionais quanto para problemas tridimensionais.
3. A solução da série de Fourier com três coeficientes, ao representar a força de arrasto não linear, na maioria das situações, apresentou o mesmo nível de resposta da solução de Fourier com dois coeficientes. Isso só não ocorreu para problemas em que a dinâmica era de 5 a 10

vezes maior do que a estática, mesmo assim o nível de resposta do segundo coeficiente apresentado foi satisfatório.

4. Para cilindros horizontais e inclinados (para um riser em catenária teremos esses dois tipos de elemento), a força de arrasto normal no eixo Z global é muito bem representada pela solução da série de Fourier com um coeficiente, o que já seria a segunda vantagem em relação à solução de Krolikowsky-Gay. A representação com dois coeficientes se mostrou excelente para representar a força de arrasto não linear normal no eixo Z global.
5. Para cilindro inclinado no plano XZ e cargas atuando no plano XZ, a solução de Fourier, com apenas um coeficiente, representou a solução não-linear nos eixos X e Z globais de forma satisfatória, superando em muito a solução de Krolikowsky-Gay.

Através dos resultados obtidos no Capítulo VI, para os métodos de linearizações com velocidade relativa fluido estrutura em estudo, aplicados a riser vertical, podem ser apresentadas as seguintes conclusões:

Quanto ao uso da decomposição independente através do processo de Krolikowski-Gay, todos os itens observados em relação ao Capítulo IV se confirmaram:

1. Iguale-se a série de Fourier com um coeficiente, em termos de deslocamento e tensão de flexão máximos, em uma situação: problemas bidimensionais com onda e/ou corrente na direção de um dos dois eixos globais, X e Y, em riser vertical.
2. Não mantém o módulo da força ao se girar o carregamento em direções fora de um dos dois eixos globais, X e Y, para problemas tridimensionais, tanto para condições de casos de carregamento alinhados, como para casos com os carregamentos desalinhados.
3. Os risers da API, apesar de serem verticais, apresentaram um certo grau de inclinação, devido às ações da corrente e do offset estático da plataforma. A atuação da corrente, juntamente com o offset estático de 3% da lâmina d'água, produziram uma inclinação do riser vertical muito pequena, que não mostrou diferenças no resultado ao comparar a série de Fourier, com um coeficiente, com o método de Krolikowski-Gay, para o exemplo bidimensional.

4. Representação não satisfatória da superfície livre do riser em termos de deslocamento (interação onda corrente). Os modelos de risers verticais da API BULL 16J [21] analisados possuíam parte do topo do riser fora d'água, ver Figura 6-1.
5. Mesmo aumentando o nível de tração no topo dos risers as respostas em termos de tensão de flexão e deslocamento máximos apresentaram as mesmas características e tendências dos modelos originais da API. Apesar de o deslocamento ter apresentado uma pequena melhora, este ainda apresenta uma péssima concordância com os limites da API BULL 16J [21] na superfície livre do riser.
6. Foi analisado um exemplo de riser vertical da API, alterando a lâmina d'água original, fazendo com que o riser ficasse totalmente submerso no mar, sem alterar o perfil de corrente original. Para esse caso, a representação no topo do riser, em termos de deslocamento máximo não foi totalmente satisfatória, apesar de ter apresentado uma certa melhora, que deve-se ao fato do riser estar totalmente submerso.

Quanto ao uso da série de Fourier, com um coeficiente, para representar a força de arrasto não linear na equação de Morison:

1. Mantém o módulo da força ao se girar o carregamento em direções fora da na direção de um dos dois eixos globais, X e Y, para problemas tridimensionais, tanto para condições de casos de carregamento alinhados, como para casos com os carregamentos desalinhados, sendo já uma vantagem em relação à Krolikowsky-Gay.
2. Representação não satisfatória da superfície livre do riser em termos de deslocamento máximo. Os modelos de risers verticais da API analisados possuíam parte do topo do riser fora d'água, onde o perfil de corrente triangular vai do solo até a superfície da lâmina d'água, ver Figura 6-1. A linearidade geométrica da análise no domínio da frequência não permite resolver de forma eficiente esta situação.
3. Os resultados em termos de deslocamento e tensão de flexão máximos apresentaram-se muito conservadores, quando comparados com os limites superiores da API, principalmente para o riser de 500ft [21], que estava em ressonância com a frequência da onda, de acordo com a Tabela VI.2.

Quanto ao uso da série de Fourier com dois e três coeficientes (método simplificado) para representar a força de arrasto não linear na equação de Morison:

1. Na maioria dos casos investigados manteve o módulo da força ao se girar o carregamento em direções fora da na direção de um dos dois eixos globais, X e Y, para problemas tridimensionais, tanto para condições de casos de carregamento alinhados, como para casos com os carregamentos desalinhados. As pequenas diferenças apresentadas são devidas ao fato da solução com vários coeficientes estar sendo feita de forma simplificada.
2. Ótima representação da superfície livre do riser em termos de deslocamento máximo. A tensão de flexão máxima também melhora, principalmente no topo.
3. Foi analisado exemplo de riser vertical da API, alterando a lâmina d'água original, fazendo com que todo o riser ficasse totalmente submerso no mar, sem alterar o perfil de corrente original. Para esse caso, a representação no topo do riser, em termos de deslocamento máximo no eixo X foi satisfatória.
4. De uma forma geral, os resultados em termos de deslocamento e tensão de flexão máximos apresentaram-se menos conservadores, encaixando-se melhor nos limites propostos pela API BUL 16J [21].
5. Para os exemplos com valores reduzidos da altura máxima de onda (Figura 6-28 a Figura 6-31), com e sem movimento dinâmico imposto no topo do riser, devido ao flutuante, a resposta em termos de deslocamento e de tensões de flexão máximos, para a série de Fourier com dois coeficientes, foi satisfatória, quando comparado com a solução no domínio do tempo. A solução com três coeficientes em nada acrescentou na resposta, se comparada com a solução com dois coeficientes de Fourier. Este fato está de acordo com a conclusão dos resultados do Capítulo V (exemplos sem velocidade da estrutura), no qual na maior parte dos casos, a solução com dois coeficientes representou muito bem a solução não linear, principalmente para problemas em que a dinâmica não era muito superior à estática.

## 7.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

1. No programa de análise estrutural no domínio da frequência [5], implementar o procedimento de análise que considere  $N$  coeficientes na série de Fourier empregado para representar a força de arrasto não linear (sem adotar as simplificações aqui assumidas).
2. Estudar diferentes configurações de risers: risers em catenária livre (SCR) e risers em catenária livre com flutuadores, tipo lazy-wave (SLWR).
3. Utilizar para a análise determinística outra teoria de onda, sem ser a de Airy, como por exemplo, a teoria de Stokes [11].
4. Utilizar a representação da força de arrasto não linear da equação de Morison através da série de Fourier, com vários coeficientes, para análise aleatória.
5. Investigar a possibilidade de tratar a não linearidade geométrica da estrutura, de forma a melhorar o desempenho da análise no domínio da frequência.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] MOURELLE, M.M., *Dynamic Analysis of Structural Systems Made up of Slender Marine Lines*. D.Sc. Thesis, Department of Civil Engineering, COPPE/UFRJ, Brazil, 1993. (in Portuguese).
- [2] KROLIKOWSKY, L. P., GAY T. A., 1980. *An Improved Linearization Technique for Frequency Domain Risers Analysis*, OTC 3777, Houston, Texas.
- [3] BORDALLO, M. E. C., 1993. *Análise Aleatória de Risers Rígidos no Domínio da Freqüência Utilizando Técnicas de Linearização*. Tese de M. Sc, COPPE / UFRJ, Rio de Janeiro, RJ.
- [4] "RISERFW - *Análise estática e dinâmica no domínio da freqüência de risers rígidos dentro do ambiente windows- Manual teórico*" COPPE-UFRJ/PETROBRAS.
- [5] ALFREQ - *Análise Dinâmica Aleatória de Risers Rígidos e em Catenária - Manual de Entrada de Dados*. PETROBRAS/CENPES/DIPREX/SEDEM, Maio de 1997.
- [6] DANTAS, C. M. S., 2000. *Análise de Técnicas de Linearização Estatística da Força de Arrasto em Estruturas Offshore*. Tese de M. Sc., COPPE / UFRJ, Rio de Janeiro, RJ.
- [7] ABREU e SOUSA, L. F., 1998. *Comparação de Modelos de Análise para Verificação de Fadiga de Risers Rígidos em Catenária*, Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [8] "ANFLEX- *Análise não linear de risers e linhas de ancoragem – "Manual de utilização"*" PETROBRAS/CENPES/ DIPREX/SEDEM, Novembro de 1996.
- [9] SOUSA, J. R. M. de, 1999. *Análise Numérica de Risers Flexíveis*. Tese de M. Sc., COPPE / UFRJ, Rio de Janeiro, RJ.
- [10] SOUSA, J. R. M. de, 2004. *Análise Local de Linhas Flexíveis pelo Método dos Elementos Finitos*. Tese de D. Sc., COPPE / UFRJ, Rio de Janeiro, RJ.

- [11] CHAKRABARTI, S. K., 1987. *Hydrodynamics of Offshore Structures*. In: Computational Mechanics Publication.
- [12] MORISON et al, 1950. *The Force Exerted by Surface Waves on Piles*. Petroleum Transactions, Volume 189, Number TP 2846, pp 149-154.
- [13] FRANCISS, R. - *Vibrações Induzidas por Vórtices em Membros Esbeltos de Estruturas Offshore Flutuantes* - Tese D.Sc. - Programa de Engenharia Civil, COPPE/UFRJ, 1999.
- [14] CASAPRIMA, H.G., *High Frequency Dynamic Response of Marine Risers with Application to Flow-Induced Vibration*, PhD Thesis, MIT, USA, 2000.
- [15] LOPES, R. K. D., 2006. *Análise de Estruturas Sujeitas a Vibrações Induzidas por Vórtices*. Tese de M. Sc., COPPE / UFRJ, Rio de Janeiro, RJ.
- [16] SIQUEIRA, M. Q., 1995. *Análise Aleatória de Estruturas Marítimas: Estatística de Curto e Longo Prazo e Determinação de Valores Extremos* . Tese de D.Sc., COPPE / UFRJ, Rio de Janeiro, RJ
- [17] DANTAS, C. M. S., 2004. *Metodologia de Análise de Fadiga de Risers Rígidos no Domínio da Frequência com utilização de modelos Hidrodinâmicos Tridimensionais Linearizados* . Tese de D. Sc., COPPE / UFRJ, Rio de Janeiro, RJ.
- [18] TORRES, A. L. F. L., 1993. *Análise Dinâmica Aleatória Aplicada a Estrutura de Plataformas Marítimas*. Tese de D. Sc., COPPE / UFRJ, Rio de Janeiro, RJ.
- [19] GELB, A., and W. E. VANDER VELDE. *Multiple-Input Describing Functions and Nonlinear System Design*. New York: McGraw-Hill, 1968.
- [20] CLOUGH, R. W. and PENZIEN, J., 1993 *Dynamics of Structures*. Mc Graw-Hill.
- [21] API BUL 16J – American Petroleum Institute, 1992. Bulletin on Comparison of Marine Drilling Risers Analyses.

# **ANEXO I**



## Universidade Federal do Rio de Janeiro COPPE/UFRJ

Aluno: Luiz Felipe Teixeira da Silva

105004199

### PROCEDIMENTOS DE LINEARIZAÇÃO DA FORÇA DE ARRASTO PARA ANÁLISES DETERMINÍSTICAS

#### 1 - DADOS DA ONDA:

Altura máxima da onda:  $H_{max} := 10$

Amplitude da onda:  $Amp_w := \frac{H_{max}}{2}$

Período da onda:  $T := 10$

Frequência da onda:  $Freq_w := \frac{2 \cdot \pi}{T}$

Profundidade:  $d := 100$

Número de onda:  $k_{aux} := 0.0$       $k := \text{root}(Freq_w^2 - g \cdot k_{aux} \cdot \tanh(k_{aux} \cdot d), k_{aux})$

Comprimento de onda:  $\lambda := 2 \cdot \frac{\pi}{k}$

#### 2 - COMPONENTE DE VELOCIDADE

Lâmina d água:  $SLW := 100$

Coordenada Z considerada:  $Z := 99$

Coordenada X considerada:  $X := 1$

Amplitude da velocidade da onda:  $A1 := Amp_w \cdot Freq_w \cdot e^{k \cdot (Z - SLW)}$

$$A1 = 2.09926$$

Velocidade da onda no domínio do tempo:  $VX(t) := A1 \cdot \cos(k \cdot X - Freq_w \cdot t)$

Tempo de simulação:  $T_{anal} := 3 \cdot T$

Intervalo de Tempo:  $\Delta t := 0.2^s$       $N := \frac{T_{anal}}{\Delta t}$       $i := 1, 2, \dots, N$

$$t_i := \Delta t \cdot (i - 1)$$

Sinal simulado:  $SinalVX_i := VX(t_i)$

Velocidade da corrente:  $V_c := \frac{A1}{2}$

### 3 - DETERMINAÇÃO DA FORÇA DE ARRASTO

COEFICIENTE DA PARCELA DINÂMICA:

$$B1_{aux1} := 2 \cdot V_c$$

$$B1_{aux2} := \frac{8}{3\pi} \cdot A1 \cdot \left[ \left[ 1 + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{V_c}{A1} \right)^2 \right] \cdot \left[ \sqrt{1 - \left( \frac{V_c}{A1} \right)^2} \right] + \frac{3}{2} \cdot \frac{V_c}{A1} \cdot \operatorname{asin} \left( \frac{V_c}{A1} \right) \right]$$

$$B1(A1) := \begin{cases} B1_{aux1} & \text{if } A1 \leq V_c \\ B1_{aux2} & \text{if } A1 > V_c \end{cases} \quad B1(A1) = 2.43583$$

COEFICIENTE DA PARCELA ESTÁTICA:

$$B2_{aux1} := \frac{A1^2}{2 \cdot V_c} + V_c$$

$$B2_{aux2} := \frac{A1^2}{\pi \cdot V_c} \cdot \left[ \left[ 1 + \frac{4}{2} \cdot \left( \frac{V_c}{A1} \right)^2 \right] \cdot \left( \operatorname{asin} \left( \frac{V_c}{A1} \right) \right) + \left( 3 \cdot \frac{V_c}{A1} \right) \cdot \left[ \sqrt{1 - \left( \frac{V_c}{A1} \right)^2} \right] \right]$$

$$B2(A1) := \begin{cases} B2_{aux1} & \text{if } A1 \leq V_c \\ B2_{aux2} & \text{if } A1 > V_c \end{cases}$$

**SOLUÇÃO 1:**  $A1 \leq V_c$

$$FDLinearizada1 := B2_{aux1} \cdot V_c + B1_{aux1} \cdot VX(t_i)$$

$$\operatorname{mean}(FDLinearizada1) = 3.27786$$

$$\operatorname{stdev}(FDLinearizada1) = 3.11764$$

**SOLUÇÃO 2:**  $A1 > V_c$

$$FDLinearizada2 := B2_{aux2} \cdot V_c + B1_{aux2} \cdot VX(t_i)$$

$$\operatorname{mean}(FDLinearizada2) = 2.8998$$

$$\operatorname{stdev}(FDLinearizada2) = 3.61049$$

**SOLUÇÃO 3: Linearização sem Corrente**

$$B1aux3 := \left( \frac{8}{3 \cdot \pi} \cdot A1 \right)$$

$$FDLinearizada3 := Vc \cdot Vc + B1aux3 \cdot VX(t_i)$$

$$\text{mean}(FDLinearizada3) = 1.09262$$

$$\text{stdev}(FDLinearizada3) = 2.636$$

**SOLUÇÃO 4: NÃO LINEAR**

$$FD\_NL_1 := (VX(t_i) + Vc) \cdot |VX(t_i) + Vc|$$

$$\text{mean}(FD\_NL) = 2.89979$$

$$\text{stdev}(FD\_NL) = 3.803$$

**SOLUÇÃO 5: SÉRIE DE FOURIER**

Número de Coeficientes da Série de Fourier

$$\text{ncoef} := 2$$

$$L := \frac{\pi}{\text{Freqw}}$$

$$n := 1, 2, \dots, \text{ncoef}$$

$$f(x) := (VX(x) + Vc) \cdot |VX(x) + Vc|$$

$$a_0 := \left( \frac{1}{2 \cdot L} \cdot \int_{-L}^L f(x) \, dx \right)$$

$$a_n := \left( \frac{1}{L} \cdot \int_{-L}^L f(x) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L}\right) \, dx \right)$$

$$b_n := \left( \frac{1}{L} \cdot \int_{-L}^L f(x) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L}\right) \, dx \right)$$

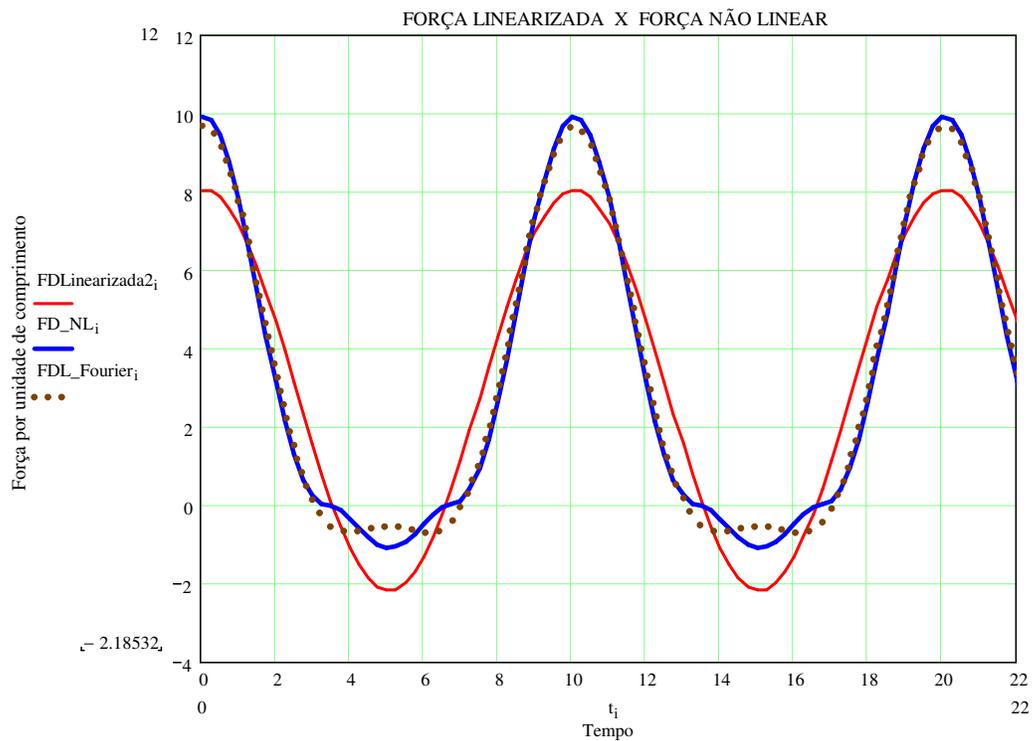
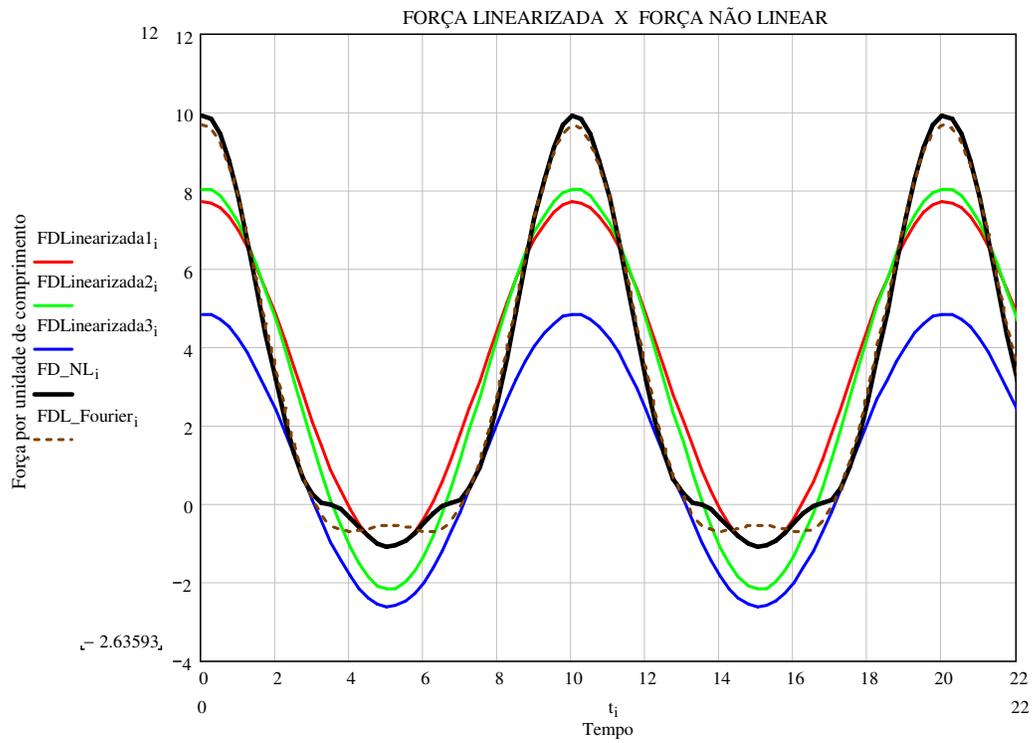
$$g(x) := a_0 + \sum_{n=1}^{\text{ncoef}} \left( a_n \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{L} \cdot x\right) + b_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{L} \cdot x\right) \right)$$

$$FDL\_Fourier_1 := g(t_i)$$

$$t_i := \Delta t \cdot (i - 1)$$

$$\text{mean}(FDL\_Fourier) = 2.8998$$

$$\text{stdev}(FDL\_Fourier) = 3.7919$$



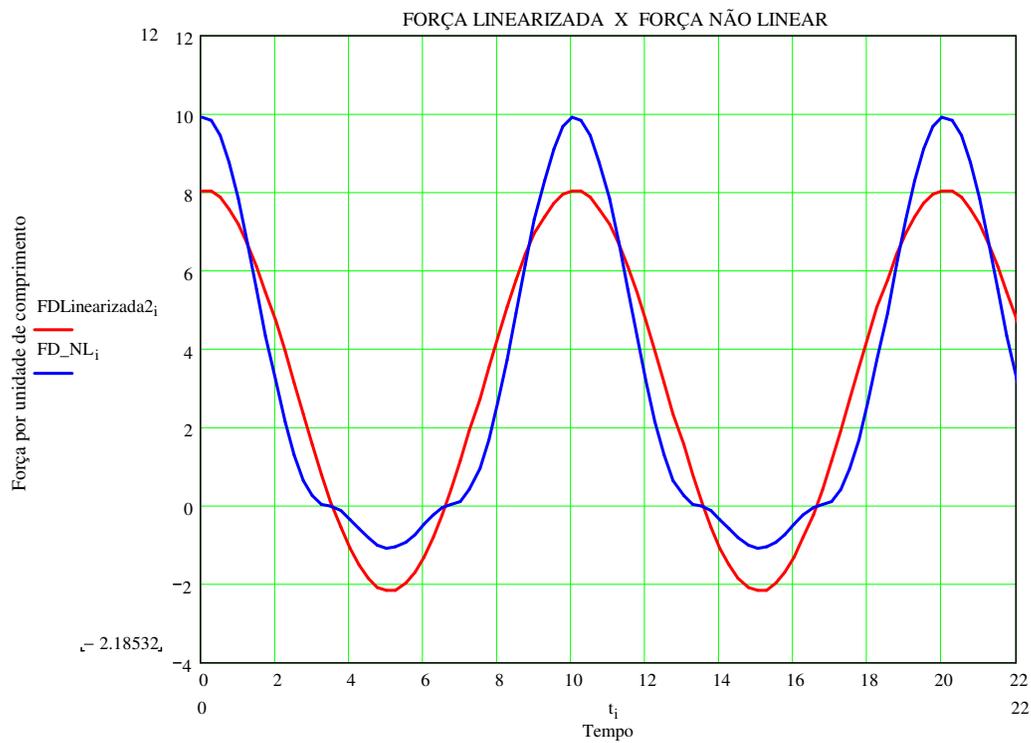
$ERRO1 := FD\_NL_1 - FDLinizada1_1$	$mean(ERRO1) = -0.37807$
$ERRO2 := FD\_NL_1 - FDLinizada2_1$	$mean(ERRO2) = -1.07699 \times 10^{-5}$
$ERRO3 := FD\_NL_1 - FDLinizada3_1$	$mean(ERRO3) = 1.80717$
$ERRO4 := FD\_NL_1 - FDL\_Fourier_1$	$mean(ERRO4) = -1.13131 \times 10^{-5}$

stdev (ERRO1) = 1.29452

stdev (ERRO2) = 1.19459

stdev (ERRO3) = 1.54555

stdev (ERRO4) = 0.29022



## **ANEXO II**



## Universidade Federal do Rio de Janeiro COPPE/UFRJ

Aluno: Luiz Felipe Teixeira da Silva

105004199

### Espectro simplificado - Análise com onda determinística

<b>DADOS DA ONDA:</b>	ORIGIN:= 1	
Hmax:= 10	Altura da onda determinística	
T := 11	Período da onda determinística em segundos.	
g := 9.81	Aceleração da gravidade em m/s <sup>2</sup> .	
$w := \frac{2 \cdot \pi}{T}$	Frequência angular da onda.	
SWL := 100	Distância entre o fundo mar e o nível de águas tranquilas ( SWL ).	
$Ampw := \frac{Hmax}{2}$	Amplitude da onda.	
kaux := 0.0		
$k := \text{root} \left( w^2 - g \cdot kaux \cdot \tanh(kaux \cdot SWL), kaux \right)$		
k = 0.033	Número de onda.	
$\lambda := 2 \cdot \frac{\pi}{k}$	Comprimento de onda.	
Cdx:= 0.7		$\lambda = 188.59$
Cdy := 0.7	Coefficiente de Drag.	
Cdz := 0.7		
Cm:= 1.7	Coefficiente de inercia.	
D := 0.5	Diametro do elemento estrutural.	
$\rho := 10.05$	Peso específico da água do mar em kN/m <sup>3</sup> .	

**Coordenadas do elemento:**

Elemento inclinado  $10^\circ$  com eixo z e  $45^\circ$  com eixo x:

$$\text{coordx}_1 := 0 \quad \text{coor dy}_1 := 0 \quad \text{coordz}_1 := 989.015$$

$$\text{coordx}_2 := 0.1228 \quad \text{coor dy}_2 := 0.1228 \quad \text{coordz}_2 := 990$$

Coordenada Z do ponto médio:

$$z := \frac{(\text{coordz}_1 + \text{coordz}_2)}{2}$$

$$z = 989.5076$$

Projeção do elemento na direção X:  $\Delta x := \text{coordx}_2 - \text{coordx}_1 \quad \Delta x = 0.123$

Projeção do elemento na direção Y:  $\Delta y := \text{coor dy}_2 - \text{coor dy}_1 \quad \Delta y = 0.123$

Projeção do elemento na direção Z:  $\Delta z := \text{coordz}_2 - \text{coordz}_1 \quad \Delta z = 0.985$

Comprimento do elemento:

$$L := \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} \quad L = 0.9999954$$

**Para o cálculo da força linearizada considerou-se os seguintes pontos:**

Coordenada X considerada:  $X := \frac{(\text{coordx}_1 + \text{coordx}_2)}{2} \quad X = 0.061$

Coordenada Z considerada:  $z = 989.5076$  (calcula no meio do elemento)

**Definição das velocidades das partículas fluidas:**

Ângulo de ataque da onda em graus:

$$k_{aux} := \frac{\pi}{180}$$

Mar:

$\text{ang} := 30 \quad \theta := k_{aux} \cdot \text{ang}$       Ângulo que a direção de propagação da velocidade e aceleração de onda horizontal faz com a direção do eixo x no sentido anti-horário no sistema de referência global:

$\theta = 0.524 \text{rad}$

**Ângulo de ataque da corrente em graus:**

$$\theta_{cur} := 60 \quad \text{angcur} := k_{aux} \cdot \theta_{cur}$$

$$\text{Perfil de corrente:} \quad \text{Vel}_{cur} := \left( \frac{1,2}{SWL} \cdot z \right)$$

**A corrente horizontal é decomposta nas direções globais x e y dadas por:**

Vetor generalizado de velocidade da corrente:

$$\text{UG} := \begin{pmatrix} \text{Vel}_{cur} \cdot \cos(\text{angcur}) \\ \text{Vel}_{cur} \cdot \sin(\text{angcur}) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Cossenos Diretores:} \quad \text{E} := \begin{pmatrix} \frac{\Delta x}{L} \\ \frac{\Delta y}{L} \\ \frac{\Delta z}{L} \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Uhx} := \text{Vel}_{cur} \cdot \cos(\text{angcur}) \\ \text{Uhy} := \text{Vel}_{cur} \cdot \sin(\text{angcur}) \\ \text{Uv} := 0 \end{array}$$

$$\text{E1} := \frac{\Delta x}{L} \quad \text{E2} := \frac{\Delta y}{L} \quad \text{E3} := \frac{\Delta z}{L} \quad \text{E1}^2 + \text{E2}^2 + \text{E3}^2 = 1$$

$$\text{R} := \text{E} \cdot \text{UC} \quad \text{R} = \text{E1} \cdot \text{Uhx} + \text{E2} \cdot \text{Uhy} + \text{E3} \cdot \text{Uv}$$

**As componentes normais de velocidade de corrente são dadas por:****componentes normais de velocidade de corrente:**

$$\text{Uxlocal} := \text{Uhx} - \text{E1} \cdot \text{R}$$

$$\text{Uylocal} := \text{Uhy} - \text{E2} \cdot \text{R}$$

$$\text{Uzlocal} := \text{Uv} - \text{E3} \cdot \text{R}$$

**Velocidade total do fluido horizontal devido a movimentação da onda:**

$$V_h(t) := \frac{H_{\max}}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{\lambda} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot X - w \cdot t\right)$$

$$V_h(t) := \frac{H_{\max}}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{\lambda} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot X\right) \cdot \cos(w \cdot t) \dots$$

$$+ \frac{H_{\max}}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{\lambda} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot X\right) \cdot \sin(w \cdot t)$$

**Velocidade total do fluido vertical devido a movimentação da onda::**

$$V_v(t) := \frac{H_{\max}}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{\lambda} \cdot \frac{\sinh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot X - w \cdot t\right)$$

$$V_v(t) := \frac{H_{\max}}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{\lambda} \cdot \frac{\sinh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot X\right) \cdot \cos(w \cdot t) \dots$$

$$+ \left( \frac{-H_{\max}}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{\lambda} \cdot \frac{\sinh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot X\right) \cdot \sin(w \cdot t)$$

**aceleração total do fluido horizontal devido a movimentação da onda::**

$$A_h(t) := \frac{H_{\max} \cdot g \cdot \pi}{\lambda} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot X - w \cdot t\right)$$

$$A_h(t) := \frac{H_{\max} g \cdot \pi}{\lambda} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot X\right) \cdot \cos(w \cdot t) \dots$$

$$+ \left( \frac{-H_{\max} g \cdot \pi}{\lambda} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \right) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot X\right) \cdot \sin(w \cdot t)$$

**aceleração total do fluido vertical devido a movimentação da onda:**

$$A_v(t) := \frac{-H_{\max} g \cdot \pi}{\lambda} \cdot \frac{\sinh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot X - w \cdot t\right)$$

$$A_v(t) := \left( \frac{-H_{\max} g \cdot \pi}{\lambda} \cdot \frac{\sinh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \right) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot X\right) \cdot \cos(w \cdot t) \dots$$

$$+ \left( \frac{-H_{\max} g \cdot \pi}{\lambda} \cdot \frac{\sinh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \right) \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot X\right) \cdot \sin(w \cdot t)$$

**A velocidade e aceleração horizontais são decompostas nas direções globais x e y dadas por:**

$$V_{hx}(t) := V_h(t) \cdot \cos(\theta) \quad A_{hx}(t) := A_h(t) \cdot \cos(\theta)$$

$$V_{hy}(t) := V_h(t) \cdot \sin(\theta) \quad A_{hy}(t) := A_h(t) \cdot \sin(\theta)$$

$$VelG(t) := \begin{pmatrix} V_{hx}(t) \\ V_{hy}(t) \\ V_v(t) \end{pmatrix} \quad AcelG(t) := \begin{pmatrix} A_{hx}(t) \\ A_{hy}(t) \\ A_v(t) \end{pmatrix}$$

$$R(t) := E \cdot VelG(t) \quad R(t) = E1 \cdot V_{hx}(t) + E2 \cdot V_{hy}(t) + E3 \cdot V_v(t)$$

$$S(t) := E \cdot AcelG(t) \quad S(t) = E1 \cdot A_{hx}(t) + E2 \cdot A_{hy}(t) + E3 \cdot A_v(t)$$

**As componentes normais de velocidade e aceleração são dadas por:**

**componentes normais de velocidade**

$$V_{xlocal}(t) := V_{hx}(t) - E1 \cdot R(t)$$

$$V_{ylocal}(t) := V_{hy}(t) - E2 \cdot R(t)$$

$$V_{zlocal}(t) := V_v(t) - E3 \cdot R(t)$$

**componentes normais de aceleração**

$$A_{xlocal}(t) := A_{hx}(t) - E1 \cdot S(t)$$

$$A_{ylocal}(t) := A_{hy}(t) - E2 \cdot S(t)$$

$$A_{zlocal}(t) := A_v(t) - E3 \cdot S(t)$$

**Amplitude total da velocidade da onda horizontal:**

Amplitude da velocidade da onda:

$$A_{mph} := \sqrt{\left( \frac{H_{max}}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{\lambda} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot X\right) \right)^2 + \left( \frac{H_{max}}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{\lambda} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot X\right) \right)^2} \dots$$

$$A_{mph} = 2.017$$

**Amplitude total da velocidade da onda vertical:**

Amplitude da velocidade da onda:

$$A_{mpv} := \sqrt{\left( \frac{H_{max}}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{\lambda} \cdot \frac{\sinh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot X\right) \right)^2 + \left( \frac{H_{max}}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{\lambda} \cdot \frac{\sinh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot X\right) \right)^2}$$

$$A_{mpv} = 2.017$$

**A amplitude da velocidade de onda horizontal é decomposta nas direções globais x e y dadas por:**

$$\text{Amphx} := \text{Amph} \cdot \cos(\theta)$$

$$\text{Amphy} := \text{Amph} \cdot \sin(\theta)$$

$$\text{AmpG} := \begin{pmatrix} \text{Amphx} \\ \text{Amphy} \\ \text{Ampv} \end{pmatrix}$$

$$R := E \cdot \text{AmpG} \quad (\text{Produto escalar}) \quad R = E1 \cdot \text{Amphx} + E2 \cdot \text{Amphy} + E3 \cdot \text{Ampv}$$

**As componentes normais de amplitude são dadas por:**

**componentes normais de amplitude de velocidade de onda**

$$\text{Ampxlocal} := \text{Amphx} - E1 \cdot R$$

$$\text{Ampylocal} := \text{Amphy} - E2 \cdot R$$

$$\text{Ampzlocal} := \text{Ampv} - E3 \cdot R$$

**Amplitude total da aceleração da onda horizontal:**

Amplitude da aceleração da onda:

$$\text{Ampah} := \sqrt{\left( \frac{\text{Hmax} \cdot g \cdot \pi}{\lambda} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \text{SWL}\right)} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot X\right) \right)^2 + \left( \frac{-\text{Hmax} \cdot g \cdot \pi}{\lambda} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \text{SWL}\right)} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot X\right) \right)^2} \dots$$

$$\text{Ampah} = 1.152$$

**Amplitude total da aceleração da onda vertical:**

Amplitude da aceleração da onda:

$$\text{Ampav} := \sqrt{\left( \frac{-H_{\max} g \cdot \pi}{\lambda} \cdot \frac{\sinh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \text{SWL}\right)} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot X\right) \right)^2 + \left( \frac{-H_{\max} g \cdot \pi}{\lambda} \cdot \frac{\sinh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \text{SWL}\right)} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot X\right) \right)^2} \quad \text{Ampav} = 1.152$$

**A amplitude da aceleração de onda horizontal é decomposta nas direções globais x e y dadas por:**

$$\text{Ampahx} := \text{Ampah} \cdot \cos(\theta)$$

$$\text{Ampahy} := \text{Ampah} \cdot \sin(\theta)$$

$$\text{AmpaG} := \begin{pmatrix} \text{Ampahx} \\ \text{Ampahy} \\ \text{Ampav} \end{pmatrix}$$

$$R := E \cdot \text{AmpaG} \quad (\text{Produto escalar}) \quad R = E1 \cdot \text{Ampahx} + E2 \cdot \text{Ampahy} + E3 \cdot \text{Ampav}$$

**As componentes normais de amplitude são dadas por:**

**componentes normais de amplitude de aceleração**

$$\text{Ampaxlocal} := \text{Ampahx} - E1 \cdot R$$

$$\text{Ampaylocal} := \text{Ampahy} - E2 \cdot R$$

$$\text{Ampazlocal} := \text{Ampav} - E3 \cdot R$$

### Equação de Morison

A equação de originalmente proposta por Morison em 1950 para o cálculo da força de onda atuante, perpendicular, sobre um cilindro vertical, foi modificada para levar em conta a velocidade e a aceleração da estrutura.

$$F_D = \rho \cdot \pi \cdot \frac{D^2}{4} \cdot C_{M,AX} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot C_d \cdot |V_{X\text{fluido}} - V_{X\text{estrutura}}| \cdot (V_{X\text{fluido}} - V_{X\text{estrutura}})$$

Ã Linearização da parcela de arrasto considerando onda determinística com corrente:

Observando-se a equação de Morison modificada, nota-se que a força hidrodinâmica referente à parcela de arrasto é proporcional ao quadrado da velocidade relativa fluido-estrutura, caracterizando assim uma não linearidade.

Tendo a força de arrasto uma forte influência na resposta de um riser, torna-se necessário um processo de linearização para a análise do problema domínio da frequência.

Os coeficientes para onda determinística, abaixo relacionados, foram sugeridos por Gay - Krolkowski de tal forma que o erro decorrente da linearização fosse o menor possível. Para tanto, foi minimizado o valor médio quadrático entre a parcela original e a parcela linearizada, resultando para uma onda monocromática nas seguintes expressões.

### COMPONENTE DE VELOCIDADE - DIREÇÃO X LOCAL:

Tempo de simulação:

$$T_{\text{anal}} := 3 \cdot T$$

Intervalo de Tempo:

$$\Delta t := 0.25 \quad N := \frac{T_{\text{anal}}}{\Delta t} \quad i := 1, 2, \dots, N \quad t_i := \Delta t \cdot (i - 1)$$

Sinal simulado:

$$\text{Sinal}V_x := V_{x\text{local}}(t_i)$$

$$\text{Amp}_{x\text{local}} = 1.461$$

$$U_{x\text{local}} = 0.569$$

$$\frac{\text{Amp}_{x\text{local}}}{U_{x\text{local}}} = 2.567$$

**DETERMINAÇÃO DA FORÇA DE ARRASTO**

COEFICIENTE DA PARCELA DINÂMICA:

$$B1_{aux1} := 2 \cdot U_{xlocal}$$

$$U_{xlocal} = 0.569$$

$$Amp_{xlocal} = 1.461$$

$$B1_{aux1} = 1.138$$

$$B1_{aux2} := \frac{8}{3\pi} \cdot Amp_{xlocal} \cdot \left[ \left[ 1 + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{U_{xlocal}}{Amp_{xlocal}} \right)^2 \right] \cdot \left[ \sqrt{1 - \left( \frac{U_{xlocal}}{Amp_{xlocal}} \right)^2} \right] \dots \right] \\ + \frac{3}{2} \cdot \frac{U_{xlocal}}{Amp_{xlocal}} \cdot \operatorname{asin} \left( \frac{U_{xlocal}}{Amp_{xlocal}} \right)$$

$$B1(Amp_{xlocal}) := \begin{cases} B1_{aux1} & \text{if } |Amp_{xlocal}| \leq |U_{xlocal}| \\ B1_{aux2} & \text{if } |Amp_{xlocal}| > |U_{xlocal}| \end{cases}$$

$$B1(Amp_{xlocal}) = 1.519$$

COEFICIENTE DA PARCELA ESTÁTICA:

$$B2_{aux1} := \frac{Amp_{xlocal}^2}{2 \cdot U_{xlocal}} + U_{xlocal}$$

$$B2_{aux2} := \frac{Amp_{xlocal}^2}{\pi \cdot U_{xlocal}} \cdot \left[ \left[ 1 + \frac{4}{2} \cdot \left( \frac{U_{xlocal}}{Amp_{xlocal}} \right)^2 \right] \cdot \left( \operatorname{asin} \left( \frac{U_{xlocal}}{Amp_{xlocal}} \right) \right) \dots \right] \\ + \left( 3 \cdot \frac{U_{xlocal}}{Amp_{xlocal}} \right) \cdot \left[ \sqrt{1 - \left( \frac{U_{xlocal}}{Amp_{xlocal}} \right)^2} \right]$$

$$B2(Amp_{xlocal}) := \begin{cases} B2_{aux1} & \text{if } |Amp_{xlocal}| \leq |U_{xlocal}| \\ B2_{aux2} & \text{if } |Amp_{xlocal}| > |U_{xlocal}| \end{cases}$$

$$B2(Amp_{xlocal}) = 1.908$$

**SOLUÇÃO 1:**  $|Amp_{xlocal}| \leq |U_{xlocal}|$ 

$$FDLinearizada1X_1 := \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot C_{dx} \cdot B2_{aux1} \cdot U_{xlocal} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot C_{dx} \cdot B1_{aux1} \cdot V_{xlocal}(t_i)$$

$$\operatorname{mean}(FDLinearizada1X) = 2.449$$

$$\operatorname{stdev}(FDLinearizada1X) = 2.44$$

$$FILinearX_1 := \rho \cdot \pi \cdot \frac{D^2}{4} \cdot C_m \cdot A_{xlocal}(t_i)$$

$$B2_{aux1} \cdot U_{xlocal} = 1.392$$

$$\operatorname{mean}(FILinearX) = 0$$

$$\operatorname{stdev}(FILinearX) = 2.335$$

$$F_{\text{morison1X}} := F_{\text{LinearX}} + F_{\text{DLinearizada1X}}$$

$$\text{mean}(F_{\text{morison1X}}) = 2.449$$

$$\text{stdev}(F_{\text{morison1X}}) = 3.377$$

**SOLUÇÃO 2:**  $|A_{\text{mpxlocal}}| > |U_{\text{xlocal}}|$

$$F_{\text{DLinearizada2X}} := \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot C_{\text{dx}} \cdot B_{2\text{aux2}} \cdot U_{\text{xlocal}} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot C_{\text{dx}} \cdot B_{1\text{aux2}} \cdot V_{\text{xlocal}}(t_i)$$

$$\text{mean}(F_{\text{DLinearizada2X}}) = 1.911$$

$$\text{stdev}(F_{\text{DLinearizada2X}}) = 3.256$$

$$F_{\text{morison2X}} := F_{\text{LinearX}} + F_{\text{DLinearizada2X}}$$

$$\text{mean}(F_{\text{morison2X}}) = 1.911$$

$$\text{stdev}(F_{\text{morison2X}}) = 4.007$$

**SOLUÇÃO 3: Linearização sem Corrente**

$$B_{1\text{aux3}} := \left( \frac{8}{3 \cdot \pi} \cdot A_{\text{mpxlocal}} \right)$$

$$F_{\text{DLinearizada3X}} := \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot C_{\text{dx}} \cdot U_{\text{xlocal}} \cdot U_{\text{xlocal}} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot C_{\text{dx}} \cdot B_{1\text{aux3}} \cdot V_{\text{xlocal}}(t_i)$$

$$\text{mean}(F_{\text{DLinearizada3X}}) = 0.57$$

$$\text{stdev}(F_{\text{DLinearizada3X}}) = 2.658$$

$$F_{\text{morison3X}} := F_{\text{LinearX}} + F_{\text{DLinearizada3X}}$$

$$\text{mean}(F_{\text{morison3X}}) = 0.57$$

$$\text{stdev}(F_{\text{morison3X}}) = 3.538$$

**SOLUÇÃO 4: NÃO LINEAR**

$$VFx(t) := Vhx(t) + Uhx$$

$$VFy(t) := Vhy(t) + Uhy$$

$$VFz(t) := Vv(t) + Uv$$

$$R(t) := E1 \cdot VFx(t) + E2 \cdot VFy(t) + E3 \cdot VFz(t)$$

$$VFxlocal(t) := VFx(t) - E1 \cdot R(t)$$

$$VFylocal(t) := VFy(t) - E2 \cdot R(t)$$

$$VFzlocal(t) := VFz(t) - E3 \cdot R(t)$$

$$VNORMA(t) := \sqrt{(VFxlocal(t))^2 + (VFylocal(t))^2 + (VFzlocal(t))^2}$$

$$FD\_NL\_X_1 := \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cdx(VFxlocal(t_i)) \cdot |VNORMA(t_i)|$$

$$\text{mean}(FD\_NL\_X) = 3.319$$

$$\text{stdev}(FD\_NL\_X) = 5.012$$

$$Fmorison4X_1 := FLinearX_1 + FD\_NL\_X_1$$

$$\text{mean}(Fmorison4X) = 3.319$$

$$\text{stdev}(Fmorison4X) = 5.503$$

**SOLUÇÃO 5:****SÉRIE DE FOURIER - DIREÇÃO LOCAL DO ELEMENTO**

Número de Coeficientes da Série de Fourier

$$ncoef := 1$$

$$L := \frac{\pi}{w}$$

$$fx(x) := \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cdx(VFxlocal(x)) \cdot |VNORMA(x)|$$

$$n := 1, 2.. ncoef$$

$$a0 := \left( \frac{1}{2 \cdot L} \cdot \int_{-L}^L fx(x) dx \right)$$

$$a_n := \frac{1}{L} \cdot \int_{-L}^L f(x) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L}\right) dx$$

$$b_n := \frac{1}{L} \cdot \int_{-L}^L f(x) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L}\right) dx$$

$$g(x) := a_0 + \sum_{n=1}^{ncoef} \left( a_n \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{L} \cdot x\right) + b_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{L} \cdot x\right) \right)$$

$$FDL\_FourierX_i := g(x(t_i))$$

$$\text{mean}(FDL\_FourierX) = 3.319$$

$$\text{stdev}(FDL\_FourierX) = 4.805$$

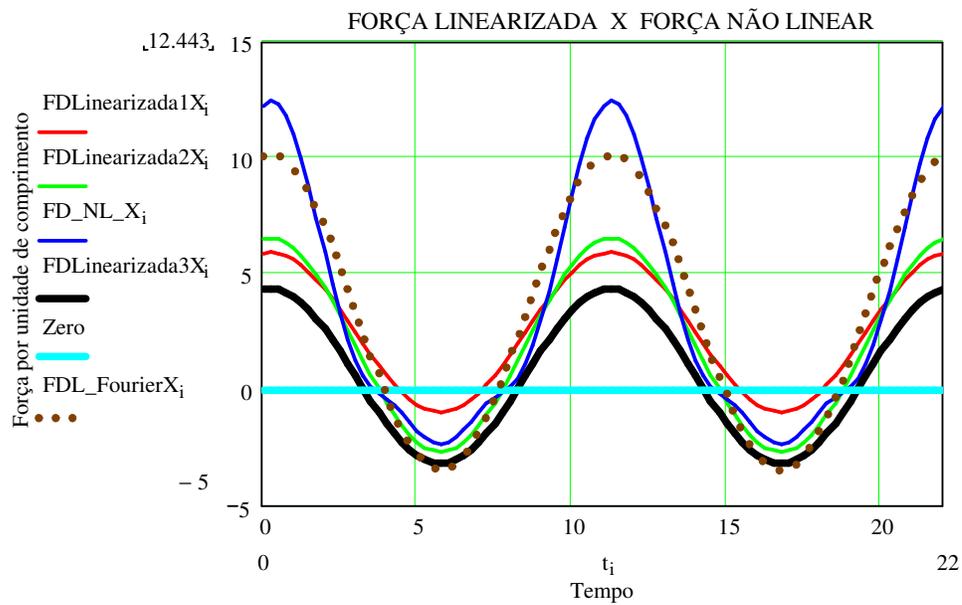
$$Fmorison5X_i := FLinearX_i + FDL\_FourierX_i$$

$$\text{mean}(Fmorison5X) = 3.319$$

$$\text{stdev}(Fmorison5X) = 5.315$$

Zero := 0

i := 1, 2.. N



O cálculo para as direções Y e Z locais é o mesmo.

## **ANEXO III**



## Universidade Federal do Rio de Janeiro COPPE/UFRJ

Aluno: Luiz Felipe Teixeira da Silva

105004199

### Espectro simplificado - Análise com onda determinística - Estudo do comportamento da relação entre amplitude de velocidade de onda e velocidade de corrente, variando a velocidade de corrente e mantendo a amplitude de velocidade de onda constante

<b>DADOS DA ONDA:</b>	ORIGIN:= 1
Hmax:= 5	Altura da onda determinística
T := 11	Período da onda determinística em segundos.
g := 9.81	Aceleração da gravidade em m/s <sup>2</sup> .
$w := \frac{2 \cdot \pi}{T}$	Frequência angular da onda.
SWL := 1000	Distância entre o fundo mar e o nível de águas tranquilas ( SWL ).
$Ampw := \frac{Hmax}{2}$	Amplitude da onda.
kaux := 0.0	
$k := \text{root} \left( w^2 - g \cdot kaux \cdot \tanh(kaux \cdot SWL), kaux \right)$	
k = 0.033	Número de onda.
$\lambda := 2 \cdot \frac{\pi}{k}$	Comprimento de onda.
$\lambda = 188.59$	
Cdx:= 0.7	
Cdy := 0.7	Coeficiente de Drag.
Cdz := 0.7	
Cm:= 1.7	Coeficiente de inercia.

$D := 0.5$       Diâmetro do elemento estrutural.

$\rho := 10.05'$       Peso específico da água do mar em  $\text{kN/m}^3$ .

**Coordenadas do elemento:**      (elemento vertical)

$\text{coordx}_1 := 0$        $\text{coordy}_1 := 0$        $\text{coordz}_1 := 989.5$

$\text{coordx}_2 := 0$        $\text{coordy}_2 := 0$        $\text{coordz}_2 := 990.5$

Coordenada Z do ponto médio:       $z := \frac{(\text{coordz}_1 + \text{coordz}_2)}{2}$

$z = 990$

Projeção do elemento na direção X:       $\Delta x := \text{coordx}_2 - \text{coordx}_1$

Projeção do elemento na direção Y:       $\Delta y := \text{coordy}_2 - \text{coordy}_1$

Projeção do elemento na direção Z:       $\Delta z := \text{coordz}_2 - \text{coordz}_1$

Comprimento do elemento:

$$L := \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} \quad L = 1$$

**Para o cálculo da força linearizada considerou-se os seguintes pontos:**

Coordenada X considerada:       $X := \frac{(\text{coordx}_1 + \text{coordx}_2)}{2}$

Coordenada Z considerada:       $z = 990$

**Definição das velocidades das partículas fluidas:**

Ângulo de ataque da onda em graus:

$$k_{aux} := \frac{\pi}{180}$$

Mar:

$\text{ang} := 0$

$\theta := k_{aux} \cdot \text{ang}$

$\theta = 0 \text{ rad}$

Ângulo que a direção de propagação da velocidade e aceleração de onda horizontal faz com a direção do eixo x no sentido anti-horário no sistema de referência global:

**Amplitude total da velocidade da onda horizontal:**

Amplitude da velocidade da onda:

$$\text{Amph} := \sqrt{\left( \frac{\text{Hmax}}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{\lambda} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \text{SWL}\right)} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot X\right) \right)^2 + \left( \frac{\text{Hmax}}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{\lambda} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \text{SWL}\right)} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot X\right) \right)^2}$$

**Amplitude total da velocidade da onda vertical:**

Amph = 1.025

Amplitude da velocidade da onda:

$$\text{Ampv} := \sqrt{\left( \frac{\text{Hmax}}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{\lambda} \cdot \frac{\sinh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \text{SWL}\right)} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot X\right) \right)^2 + \left( \frac{\text{Hmax}}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{\lambda} \cdot \frac{\sinh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \text{SWL}\right)} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot X\right) \right)^2}$$

Ampv = 1.025

**A amplitude da velocidade de onda horizontal é decomposta nas direções globais x e y dadas por:**

$\text{Amphx} := \text{Amph} \cdot \cos(\theta)$

$\text{Amphy} := \text{Amph} \cdot \sin(\theta)$

$\text{Vel\_curr\_global\_h} :=$	$\frac{\text{Amph}}{0.1}$ $\frac{\text{Amph}}{0.2}$ $\frac{\text{Amph}}{0.3}$ $\frac{\text{Amph}}{0.4}$ $\frac{\text{Amph}}{0.5}$ $\frac{\text{Amph}}{0.6}$ $\frac{\text{Amph}}{0.7}$ $\frac{\text{Amph}}{0.8}$ $\frac{\text{Amph}}{0.9}$ $\frac{\text{Amph}}{0.99}$	$\text{Vel\_curr\_global\_v} :=$	$0$ $0$ $0$ $0$ $0$ $0$ $0$ $0$ $0$ $0$
----------------------------------	---	----------------------------------	--

**Ângulo de ataque da corrente em graus:**

$$\theta_{cur} := 0 \quad \text{angcur} := \text{kau} \cdot \theta_{cur}$$

**A corrente horizontal é decomposta nas direções globais x e y dadas por:**

$$\text{Vel\_curr\_global\_x} := \text{Vel\_curr\_global\_h} \cdot \cos(\text{angcur})$$

$$\text{Vel\_curr\_global\_y} := \text{Vel\_curr\_global\_h} \cdot \sin(\text{angcur})$$

$$\text{Vel\_curr\_global\_z} := \text{Vel\_curr\_global\_v}$$

Cossenos Diretores:

$$E := \begin{pmatrix} \frac{\Delta x}{L} \\ \frac{\Delta y}{L} \\ \frac{\Delta z}{L} \end{pmatrix} \quad E1 := \frac{\Delta x}{L} \quad E2 := \frac{\Delta y}{L} \quad E3 := \frac{\Delta z}{L}$$

$$R := E1 \cdot \text{Vel\_curr\_global\_x} + E2 \cdot \text{Vel\_curr\_global\_y} + E3 \cdot \text{Vel\_curr\_global\_z}$$

**As componetes normais de velocidade de corrente são dadas por:****componetes normais de velocidade de corrente:**

$$\text{Vel\_currx} := \text{Vel\_curr\_global\_x} - E1 \cdot R$$

$$\text{Vel\_curry} := \text{Vel\_curr\_global\_y} - E2 \cdot R$$

$$\text{Vel\_currz} := \text{Vel\_curr\_global\_z} - E3 \cdot R$$

Cossenos Diretores:

$$E := \begin{pmatrix} \frac{\Delta x}{L} \\ \frac{\Delta y}{L} \\ \frac{\Delta z}{L} \end{pmatrix} \quad E1 := \frac{\Delta x}{L} \quad E2 := \frac{\Delta y}{L} \quad E3 := \frac{\Delta z}{L}$$

$$R := E1 \cdot \text{Vel\_curr\_global\_x} + E2 \cdot \text{Vel\_curr\_global\_y} + E3 \cdot \text{Vel\_curr\_global\_z}$$

**As componenetes normais e tangenciais de velocidade de corrente são dadas por:**

**componenetes normais e tangenciais de velocidade de corrente:**

$$\text{Vel\_currx} := \text{Vel\_curr\_global\_x} - E1 \cdot R$$

$$\text{Vel\_curry} := \text{Vel\_curr\_global\_y} - E2 \cdot R$$

$$\text{Vel\_currz} := \text{Vel\_curr\_global\_z} - E3 \cdot R$$

$$\text{Vel\_currx} =$$

	1
1	10.252
2	5.126
3	3.417
4	2.563
5	2.05
6	1.709
7	1.465
8	1.281
9	1.139
10	1.036

$$\text{Vel\_curry} =$$

	1
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0
10	0

$$\text{Vel\_currz} =$$

	1
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0
10	0

$$\text{AmpG} := \begin{pmatrix} \text{Amphx} \\ \text{Amphy} \\ \text{Ampv} \end{pmatrix}$$

$$R := E \cdot \text{AmpG} \quad (\text{Produto escalar})$$

$$R = E1 \cdot \text{Amphx} + E2 \cdot \text{Amphy} + E3 \cdot \text{Ampv}$$

**componenetes normais e tangenciais de amplitude**

$$\text{Ampxlocal} := \text{Amphx} - E1 \cdot R$$

$$\text{Ampylocal} := \text{Amphy} - E2 \cdot R$$

$$\text{Ampzlocal} := \text{Ampv} - E3 \cdot R$$

**Velocidade total do fluido horizontal devido a movimentação da onda:**

$$V_h(t) := \frac{H_{\max}}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{\lambda} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot z}{\lambda}\right)}{\cosh\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot SWL}{\lambda}\right)} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot X - w \cdot t\right)$$

$$V_h(t) := \frac{H_{\max}}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{\lambda} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot X\right) \cdot \cos(w \cdot t) + \frac{H_{\max}}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{\lambda} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot X\right) \cdot \sin(w \cdot t)$$

**Velocidade total do fluido vertical devido a movimentação da onda::**

$$V_v(t) := \frac{H_{\max}}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{\lambda} \cdot \frac{\sinh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot X - w \cdot t\right)$$

$$V_v(t) := \frac{H_{\max}}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{\lambda} \cdot \frac{\sinh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot X\right) \cdot \cos(w \cdot t) - \frac{H_{\max}}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{\lambda} \cdot \frac{\sinh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot X\right) \cdot \sin(w \cdot t)$$

**aceleração total do fluido horizontal devido a movimentação da onda::**

$$A_h(t) := \frac{H_{\max} \cdot g \cdot \pi}{\lambda} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot X - w \cdot t\right)$$

$$A_h(t) := \frac{H_{\max} \cdot g \cdot \pi}{\lambda} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot X\right) \cdot \cos(w \cdot t) - \frac{H_{\max} \cdot g \cdot \pi}{\lambda} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot X\right) \cdot \sin(w \cdot t)$$

**aceleração total do fluido vertical devido a movimentação da onda:**

$$A_v(t) := \frac{-H_{\max} \cdot g \cdot \pi}{\lambda} \cdot \frac{\sinh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot X - w \cdot t\right)$$

$$A_v(t) := \frac{-H_{\max} \cdot g \cdot \pi}{\lambda} \cdot \frac{\sinh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot X\right) \cdot \cos(w \cdot t) + \frac{-H_{\max} \cdot g \cdot \pi}{\lambda} \cdot \frac{\sinh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot z\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot SWL\right)} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot X\right) \cdot \sin(w \cdot t)$$

**A velocidade e aceleração horizontais são decompostas nas direções globais x e y dadas por:**

$$V_{hx}(t) := V_h(t) \cdot \cos(\theta) \quad A_{hx}(t) := A_h(t) \cdot \cos(\theta)$$

$$V_{hy}(t) := V_h(t) \cdot \sin(\theta) \quad A_{hy}(t) := A_h(t) \cdot \sin(\theta)$$

$$\text{VelG}(t) := \begin{pmatrix} V_{hx}(t) \\ V_{hy}(t) \\ V_v(t) \end{pmatrix} \quad \text{AcelG}(t) := \begin{pmatrix} A_{hx}(t) \\ A_{hy}(t) \\ A_v(t) \end{pmatrix}$$

$$R(t) := E \cdot \text{VelG}(t) \quad R(t) = E1 \cdot V_{hx}(t) + E2 \cdot V_{hy}(t) + E3 \cdot V_v(t)$$

$$S(t) := E \cdot \text{AcelG}(t) \quad S(t) = E1 \cdot A_{hx}(t) + E2 \cdot A_{hy}(t) + E3 \cdot A_v(t)$$

**As componentes normais e tangenciais de velocidade e aceleração são dadas por:**

#### **componentes normais e tangenciais de velocidade**

$$V_{xlocal}(t) := V_{hx}(t) - E1 \cdot R(t)$$

$$V_{ylocal}(t) := V_{hy}(t) - E2 \cdot R(t)$$

$$V_{zlocal}(t) := V_v(t) - E3 \cdot R(t) \quad (\text{desprezar na hora de linearizar a força, porque para esse caso } C_d = 0)$$

#### **componentes normais e tangenciais de aceleração**

$$A_{xlocal}(t) := A_{hx}(t) - E1 \cdot S(t)$$

$$A_{ylocal}(t) := A_{hy}(t) - E2 \cdot S(t)$$

$$A_{zlocal}(t) := A_v(t) - E3 \cdot S(t)$$

**COMPONENTE DE VELOCIDADE - DIREÇÃO X LOCAL:**

Tempo de simulação:

$$T_{\text{anal}} := 3 \cdot T$$

Intervalo de Tempo:

$$\Delta t := 0.2t$$

$$N := \frac{T_{\text{anal}}}{\Delta t}$$

$i := 1, 2.. N$

$$t_i := \Delta t \cdot (i - 1)$$

Sinal simulado:

$$\text{SinalVxlocal}_i := Vxlocal(t_i)$$

$j := 1.. 10$

$$\text{Ampxlocal} = 1.02516$$

$$\text{CoX} := \frac{\text{Ampxlocal}}{\text{Vel\_currx}}$$

	1
1	10.252
2	5.126
3	3.417
4	2.563
Vel\_currx = 5	2.05
6	1.709
7	1.465
8	1.281
9	1.139
10	1.036

	1
1	0.1
2	0.2
3	0.3
4	0.4
CoX = 5	0.5
6	0.6
7	0.7
8	0.8
9	0.9
10	0.99

**DETERMINAÇÃO DA FORÇA DE ARRASTO**

COEFICIENTE DA PARCELA DINÂMICA:

$$B1_{\text{aux1}_j} := 2 \cdot \text{Vel\_currx}_j$$

$$B1_{\text{aux2}_j} := \frac{8}{3\pi} \cdot \text{Ampxlocal} \cdot \left[ \left[ 1 + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\text{Vel\_currx}_j}{\text{Ampxlocal}} \right)^2 \right] \cdot \left[ \sqrt{1 - \left( \frac{\text{Vel\_currx}_j}{\text{Ampxlocal}} \right)^2} \right] + \frac{3}{2} \cdot \frac{\text{Vel\_currx}_j}{\text{Ampxlocal}} \cdot \text{asin} \left( \frac{\text{Vel\_currx}_j}{\text{Ampxlocal}} \right) \right] \dots$$

$$B1(\text{Ampxlocal}) = \begin{cases} B1_{\text{aux1}} & \text{if } |\text{Ampxlocal}| \leq |\text{Vel\_currx}| \\ B1_{\text{aux2}} & \text{if } |\text{Ampxlocal}| > |\text{Vel\_currx}| \end{cases}$$

COEFICIENTE DA PARCELA ESTÁTICA:

$$B2aux1_j := \frac{Ampxlocal^2}{2 \cdot Vel\_currx_j} + Vel\_currx_j$$

$$B2aux2_j := \frac{Ampxlocal^2}{\pi \cdot Vel\_currx_j} \cdot \left[ \left[ 1 + \frac{4}{2} \cdot \left( \frac{Vel\_currx_j}{Ampxlocal} \right)^2 \right] \cdot \left( \text{asin} \left( \frac{Vel\_currx_j}{Ampxlocal} \right) \right) \dots \right] \\ + \left( \frac{Vel\_currx_j}{Ampxlocal} \right) \cdot \left[ \sqrt{1 - \left( \frac{Vel\_currx_j}{Ampxlocal} \right)^2} \right]$$

$$B2(Ampxlocal) = \begin{cases} B2aux1 & \text{if } |Ampxlocal| \leq |Vel\_currx| \\ B2aux2 & \text{if } |Ampxlocal| > |Vel\_currx| \end{cases}$$

**SOLUÇÃO 1:**  $|Ampxlocal| \leq |Vel\_currx|$

$$FDLinearizada1X_{i,j} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cdx \cdot (B2aux1_j \cdot Vel\_currx_j + B1aux1_j \cdot Vxloca(t_i))$$

$$FDLinearizada1X := \begin{cases} \text{for } j \in 1..10 \\ \text{for } i \in 1..N \\ FDL_{i,j} \leftarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cdx \cdot (B2aux1_j \cdot Vel\_currx_j + B1aux1_j \cdot Vxloca(t_i)) \\ FDL \end{cases}$$

$$stdv\_FDLinearizada1X := \begin{cases} \text{for } j \in 1..10 \\ STDV_j \leftarrow \text{stdev}(FDLinearizada1X^{(j)}) \\ STDV \end{cases}$$

$$mean\_FDLinearizada1X := \begin{cases} \text{for } j \in 1..10 \\ MEAN_j \leftarrow \text{mean}(FDLinearizada1X^{(j)}) \\ MEAN \end{cases}$$

**SOLUÇÃO 2:**  $|Amp_{local}| > |Vel_{curr}|$

$$FDLinearizada2X_{1,j} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cdx \left( B2aux2_j \cdot Vel_{curr}_j + B1aux2_j \cdot Vxloca(t_i) \right)$$

```

FDLinearizada2X:=
  for j ∈ 1..10
    for i ∈ 1..N
      FDL_{i,j} ← 1/2 · ρ · D · Cdx ( B2aux2_j · Vel_curr_j + B1aux2_j · Vxloca(t_i) )
    FDL

```

```

stdv_FDLinearizada2X :=
  for j ∈ 1..10
    STDV_j ← stdev ( FDLinearizada2X^{(j)} )
  STDV

```

```

mean_FDLinearizada2X:=
  for j ∈ 1..10
    MEAN_j ← mean ( FDLinearizada2X^{(j)} )
  MEAN

```

**SOLUÇÃO 3: Linearização sem Corrente**

$$B1aux3_j := \left( \frac{8}{3 \cdot \pi} \cdot Amp_{local} \right)$$

$$FDLinearizada3X_{1,j} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cdx \left( Vel_{curr}_j \cdot Vel_{curr}_j + B1aux3_j \cdot Vxloca(t_i) \right)$$

```

FDLinearizada3X:=
  for j ∈ 1..10
    for i ∈ 1..N
      FDL_{i,j} ← 1/2 · ρ · D · Cdx ( Vel_curr_j · Vel_curr_j + B1aux3_j · Vxloca(t_i) )
    FDL

```

```

stdv_FDLinearizada3X :=
  for j ∈ 1..10
    STDV_j ← stdev ( FDLinearizada3X^{(j)} )
  STDV

```

$$\text{mean\_FDLinearizada3X} := \begin{cases} \text{for } j \in 1..10 \\ \text{MEAN}_j \leftarrow \text{mean}(\text{FDLinearizada3X}^{(j)}) \\ \text{MEAN} \end{cases}$$

#### SOLUÇÃO 4: NÃO LINEAR

$$\text{VFx}(t) := \text{Vhx}(t) + \text{Vel\_curr\_global\_x}$$

$$\text{VFy}(t) := \text{Vhy}(t) + \text{Vel\_curr\_global\_y}$$

$$\text{VFz}(t) := \text{Vv}(t) + \text{Vel\_curr\_global\_z}$$

$$\text{R}(t) := E1 \cdot \text{VFx}(t) + E2 \cdot \text{VFy}(t) + E3 \cdot \text{VFz}(t)$$

$$\text{VFxlocal}(t) := \text{VFx}(t) - E1 \cdot \text{R}(t)$$

$$\text{VFylocal}(t) := \text{VFy}(t) - E2 \cdot \text{R}(t)$$

$$\text{VFzlocal}(t) := \text{VFz}(t) - E3 \cdot \text{R}(t)$$

$$\text{VNORMA}(t) := \sqrt{(\text{VFxlocal}(t))^2 + (\text{VFylocal}(t))^2 + (\text{VFzlocal}(t))^2}$$

$$\text{FD\_NL\_X}_{i,j} := \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot \text{Cdx}(\text{VFxlocal}(t)_j) \cdot |\text{VNORMA}(t)_j|$$

$$\text{FD\_NLX} := \begin{cases} \text{for } j \in 1..10 \\ \text{for } i \in 1..N \\ \text{FDL}_{i,j} \leftarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot \text{Cdx}(\text{VFxlocal}(t)_j) \cdot |\text{VNORMA}(t)_j| \\ \text{FDL} \end{cases}$$

$$\text{stdv\_FD\_NLX} := \begin{cases} \text{for } j \in 1..10 \\ \text{STDV}_j \leftarrow \text{stdev}(\text{FD\_NLX}^{(j)}) \\ \text{STDV} \end{cases}$$

$$\text{mean\_FD\_NLX} := \begin{cases} \text{for } j \in 1..10 \\ \text{MEAN}_j \leftarrow \text{mean}(\text{FD\_NLX}^{(j)}) \\ \text{MEAN} \end{cases}$$





```

stdv_FDL_FourierX := for j ∈ 1.. 10
                    |   STDVj ← stdev(FDL_FourierX(j))
                    |   STDV

```

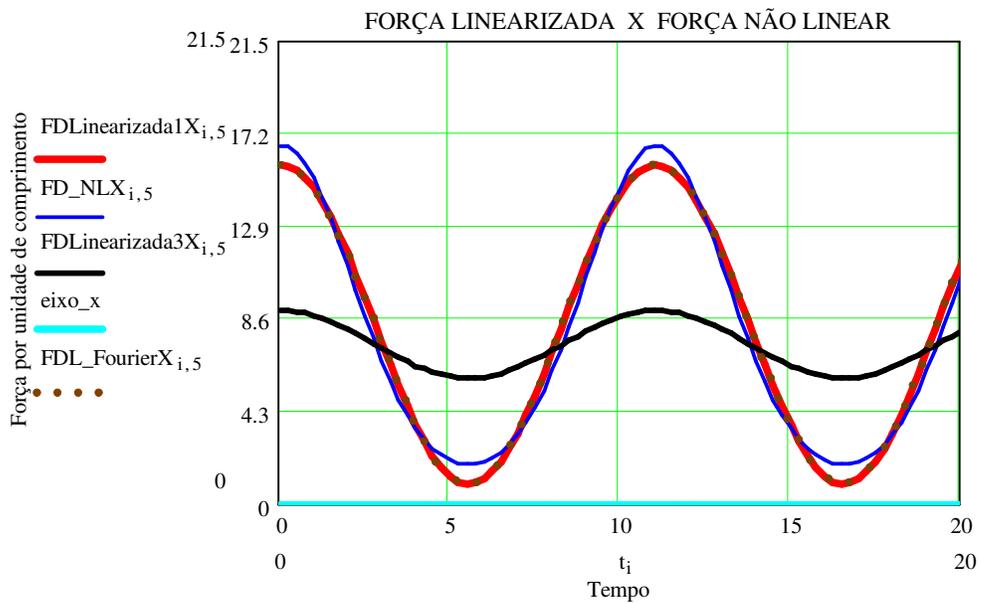
```

mean_FDL_FourierX := for j ∈ 1.. 10
                    |   MEANj ← mean(FDL_FourierX(j))
                    |   MEAN

```

eixo\_x := 0

i := 1, 2.. N



$$ERRO1X_{i,j} = FD\_NLX_{i,j} - FDLinearizada1X_{i,j}$$

O cálculo para as direções Y e Z locais é o mesmo.

# **ANEXO IV**



## Universidade Federal do Rio de Janeiro COPPE/UFRJ

Aluno: Luiz Felipe Teixeira da Silva

105004199

### SOMA DOS HARMÔNICOS DA SÉRIE DE FOURIER:

ORIGIN:= 1

DADOS := READPRN("ENVOLTORIA3.dat")

rows(DADOS) = 100

cols(DADOS) = 7

NELM:= rows(DADOS)            i := 1.. NELM            j := 1.. cols(DADOS)

A0<sub>i</sub> := DADOS<sub>i,1</sub>

AN1<sub>i</sub> := DADOS<sub>i,2</sub>

BN1<sub>i</sub> := DADOS<sub>i,3</sub>

AN2<sub>i</sub> := DADOS<sub>i,4</sub>

BN2<sub>i</sub> := 1·DADOS<sub>i,5</sub>

AN3<sub>i</sub> := DADOS<sub>i,6</sub>

BN3<sub>i</sub> := 1·DADOS<sub>i,7</sub>

T := 12.8            w :=  $2 \cdot \frac{\pi}{T}$

w = 0.491

Δt := 0.001·T

N :=  $\frac{T}{\Delta t}$             N =  $1 \times 10^3$

```

FDL:= for i ∈ 1.. NELM
      vmax ← -1000000000000
      vmin ← 1000000000000
      for j ∈ 1.. N
        xx ← A0i + AN1i·cos(w·j·Δt) + BN1i·sin(w·j·Δt) + AN2i·cos(2·w·j·Δt) ...
              + BN2i·sin(2·w·j·Δt) + AN3i·cos(3·w·j·Δt) + BN3i·sin(3·w·j·Δt)
        vmax ← xx if xx > vmax
        vmin ← xx if xx < vmin
      max1 ← vmax
      min1 ← vmin
      aux1,1 ← max1
      aux1,2 ← min1
    aux

```

Onde: T e o período natural da onda.

w é a freqüência da onda.

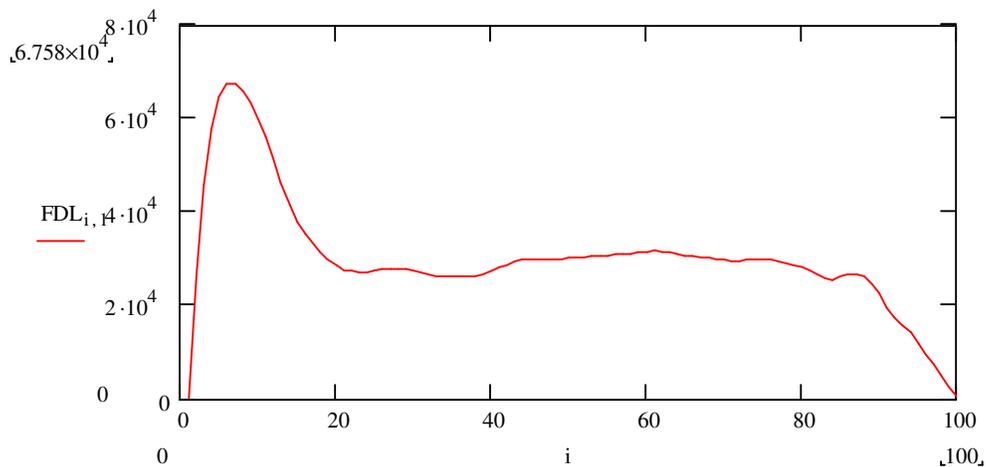
NELM é o numero de elementos do riser.

A0 é correspondente ao termo estático A0 da serie de Fourier

AN<sub>i</sub> é correspondente ao termo i dinâmico real AN<sub>i</sub> da serie de Fourier

BN<sub>i</sub> é correspondente ao termo i dinâmico imaginário BN<sub>i</sub> da serie de

Fourier.



# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)