JULIO CESAR PORFIRIO DE ALMEIDA

ARGUMENTAÇÃO E PROVA NA MATEMÁTICA ESCOLAR DO ENSINO BÁSICO:

A SOMA DAS MEDIDAS DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

PUC/SP

São Paulo

2007

JULIO CESAR PORFIRIO DE ALMEIDA

ARGUMENTAÇÃO E PROVA NA MATEMÁTICA ESCOLAR DO ENSINO BÁSICO:

A SOMA DAS MEDIDAS DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de ***MESTRE PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA****, sob a orientação da* **Profa. Dra. JANETE BOLITE FRANT.**

PUC/SP

São Paulo

2007

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: ____ **Local e Data:** _______________

DEDICATÓRIA

Para Maria, mãe e pai, exemplo de coragem. Possui "a estranha mania de ter fé na vida..."

À Luiz Gonzaga, cuja memória permeia estas páginas. Ganhava a vida vendendo livros, ingrata e sublime missão em um país que tanto precisa deles.

Ao velho Osório Porfírio, mestre das coisas da vida. Alma iluminada, não lhe fez falta a luz dos olhos.

AGRADECIMENTOS

São muitas as gratidões que estão no caminho deste livro. É um prazer percorrê-las.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela concessão da Bolsa de Estudos que viabilizou minha participação neste Programa.

Ao Banco do Brasil S.A., que possibilitou o aproveitamento desta oportunidade ímpar de crescimento intelectual e pessoal.

À querida Professora Dra. Janete Bolite Frant, orientadora deste trabalho, cujas inquietações só não são maiores que sua doçura e paciência.

Às Professoras Dras. Celina Aparecida Almeida Pereira Abar e Nielce Lobo, pelas valiosas sugestões que muito contribuíram para enriquecer o conteúdo deste trabalho.

A Leonço Barboza de Alencar e Robson Balilla, cujo apoio e compreensão – que provavelmente jamais poderão ser retribuídos à altura – foram essenciais para a realização deste sonho.

Aos Professores Doutores do Programa, Ana Paula Jahn, Benedito Antonio Silva, Célia Maria C. Pires, Cileda Queiroz S. Coutinho, Maria Cristina S. A. Maranhão, Saddo Ag Almouloud, Sandra Maria P. Magina, Siobhan Victoria Healy, Sônia Barbosa C. Igliori, Sônia Pitta Coelho, Ubiratan D'Ambrosio e Vincenzo Bongiovanni. Mais do que conteúdos, nos transmitiram lições de vida.

À Vera Lucia Hemiko Sakamoto e todos os funcionários da PUC/SP.

A Marco Aurélio Munhoz Cano, amigo e companheiro de jornada.

À querida Rosemeire Engi pelo amparo, pela infinita paciência e dedicação demonstradas nas etapas conclusivas deste estudo.

À Ana Paula V. Sylvestre pela condução através dos, às vezes, tortuosos caminhos do idioma de Shakespeare.

Por último, mas não menos importante, agradeço a toda minha família, Marli e Marlene, desculpando-me pela ausência ao longo destes anos. Muito obrigado!

Spes in Arduis (na adversidade, há esperança)
Divisa da University of South África

Verdade é o que está provado, não o que sabemos. (a.d.)

RESUMO

Este estudo trata da demonstração da soma da medida dos ângulos internos de um triângulo por alunos da oitava série do Ensino Fundamental e da primeira série do Ensino Médio, a partir da resolução de duas questões específicas. Procura contribuir com o Projeto Argumentação e Prova na Matemática Escolar (AprovaME), que tem como um de seus objetivos o mapeamento das concepções sobre argumentação e prova de alunos adolescentes em escolas públicas e particulares do Estado de São Paulo. Para esse levantamento foi elaborado um questionário contendo, em dois cadernos, cinco questões de Álgebra e cinco de Geometria, aplicados a 1998 alunos na faixa etária entre 14 e 16 anos. As duas questões analisadas estão inseridas no caderno de Geometria.
Após a tabulação das informações coletadas, extraiu-se dessa população uma amostra de 50 alunos, cujas respostas foram classificadas em quatro níveis progressivos quanto às formas de validação dos argumentos empregados numa evolução da categoria Prova Pragmática (métodos rudimentares de verificação) à Prova Intelectual (elaboração de raciocínios de natureza lógico-dedutiva e produção de explicações caracterizadas como demonstrações matemáticas). Na etapa seguinte, esses alunos foram agrupados de acordo com os tipos de resposta apresentados para a realização de entrevistas individuais visando à obtenção de esclarecimentos adicionais sobre suas escolhas. Encerra o trabalho um panorama conclusivo baseado no resultado da análise em que são sugeridas formas de abordagem do tema Provas e Demonstrações em sala de aula, contemplando a realização de atividades dinâmicas que privilegiem a construção de argumentos matematicamente consistentes, fundamentados na expressão de raciocínios generalizadores.

Palavras-Chave: Prova e Demonstração, Argumentação, Geometria Plana, Triângulo, Educação Matemática.

ABSTRACT

This study is about the demonstration of amount of measure the internal angles of triangles made by 8th grade from Fundamental School and the First year of High School, from of resolution of two specified questions. This work intends to contribute with the “Argumentation and Proof in School Mathematics” project (AprovaME), that has as one of objectives the mapping of conceptions about teenager’s argumentation and proofs in public and private schools of São Paulo (state) For this was made a questionnaire in two books, five questions of Algebra and with five questions of Geometry. They were given to 1998 pupils aged between 14 and 16 years. The two analyzed questions are in the Geometry notebook.

After checking the given information, took out 50 pupils as sample, that answers were classified in four progressive levels according their form of argument used in evolution of the Pragmatic proof (first principles methods of verification) to the Intellectual proof (elaborations of reasoning from logical-deduction nature and the production of explanation characterized as mathematics demonstration). In the following phase these pupils were put in groups according with the types of answers presented, to do the individual interviews aiming explanations about their choose. Finish the work a conclusive survey based in the results of the analysis, where are suggested forms of approach of subject Proofs and Demonstrations in the classroom, contemplating the execution of dynamic activities that give privilege the construction of mathematically consistent argument based in the expression of generalized reasoning.

Keywords: Proof and Demonstration, Argumentation, Plane Geometry, Triangle, Mathematics Education.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS

CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

1.1 Objetivo

O presente estudo tem como objetivo investigar o papel da prova e demonstração no ensino de Geometria. Em particular, analisaremos o desempenho de estudantes dos Ensinos Fundamental e Médio de escolas públicas e particulares do Estado de São Paulo em relação a duas questões sobre a soma das medidas dos ângulos internos do triângulo.

Durante quase quinze anos de Magistério, com atuação junto a alunos tanto de Ensino Médio como de Superior, ao longo de inúmeras apresentações de conteúdos de natureza algébrica e geométrica, correções de atividades e avaliações, resoluções de dúvidas surgidas em sala de aula, ou mesmo através de simples conversas informais, pude constatar em diversas oportunidades a aguda deficiência, evidenciada por parcela considerável da população estudantil, no trato de questões matemáticas mais elaboradas, no que concerne à profundidade do raciocínio lógico-dedutivo exigida para o encaminhamento das soluções.

Em outras palavras, meu extenso convívio profissional com centenas de aprendizes pertencentes a uma ampla faixa etária, que varia entre 15 e 30 anos, foi sedimentando na percepção, também compartilhada por vários colegas de disciplina com quem já pude trocar impressões, de que o incremento na utilização em sala de aula de situações-problema que fogem ao trivial emprego de fórmulas prontas e de algoritmos *step-by-step* (ou “receita-de-bolo” como são também conhecidos), chega a provocar em muitos alunos não apenas o esmorecimento e o conseqüente distanciamento dos estudos como também, em alguns casos extremados, verdadeiras situações de pânico e repulsa pela disciplina, requerendo mesmo a interveniência de pais, coordenadores pedagógicos e até de psicoterapeutas.

Diante da perspectiva de tal cenário desfavorável constituir-se em fato gerador de desgastes pessoais por deficiências de formação, desconhecimento de conteúdos e de alternativas didáticas, desmotivação ou por simples comodismo, é possível supor que existam professores que realmente acabem preferindo trabalhar dentro dos limites do confortável e seguro plano composto por breves aulas expositivas, puramente esquemáticas, sucedidas por grandes quantidades de exercícios de enunciados rasos, onde todo o esforço se concentrará na mera substituição de valores literais por números dados, ou então na repetição à exaustão de regras pré-estabelecidas que, uma vez memorizadas, poderão por si só garantir o êxito nas provas escolares, salvo eventuais erros nos cálculos.

Acrescente-se ainda a este quadro a assunção, não raras vezes, de uma postura autoritária e disciplinadora do docente, inibidora de questionamentos e de iniciativas de exploração dos tópicos transmitidos para além das exigências curriculares, ou seja, de atitudes pró-ativas que ensejam a aproximação e a afinidade entre alunos e as coisas da Matemática.

Admite-se que, para muitas famílias, a qualidade do trabalho de um educador possa ser avaliada principalmente pela sua capacidade de imposição do silêncio durante a aula e pela quantidade de tarefas passadas ao aprendiz. Pessoalmente valorizo um comportamento disciplinado e a disposição de ocupar produtivamente o tempo disponível da turma como elementos indispensáveis a um bom ambiente de estudos, no entanto, enfatizo a necessidade de se atentar e atribuir a devida importância também para os aspectos qualitativos envolvidos em tais atividades. Neste contexto, se os procedimentos descritos nos parágrafos anteriores de fato agregam algum conhecimento matemático ao aluno, também se prestam, por outro lado, para retroalimentar sua falta de interesse e de envolvimento com a matéria, bem como sua ojeriza por situações desafiadoras e por estratégias de aprendizagem que o estimulem tanto ao aprofundamento de conceitos já apresentados como ao desenvolvimento de maior grau de autonomia na busca de novos domínios, perpetuando assim a problemática ora comentada.

Para reforço desta argumentação, vale a pena reproduzir sucintamente e a título de exemplo, parte de minha própria experiência como aluno, quando, até a oitava série do então 1º Grau (atual Ensino Fundamental) meu aprendizado em Matemática seguiu em linhas gerais o modelo em discussão, privilegiando sobretudo o uso de fórmulas e regras prontas, entregues pelos professores, que nos passavam ainda vários exemplos procurando esgotar todas as possibilidades de aplicação daqueles conteúdos (que chamávamos à época de *Pontos* da matéria), ao que se seguiam dezenas de exercícios. Com base naqueles modelos copiados da lousa, ou destacados no livro didático, procedíamos à execução da tarefa. Tratávamos cada conteúdo como um conjunto fechado, totalmente estanque e incomunicável, independente tanto do anterior quanto daquele que lhe sucedia, o que facilitava a absorção devido à menor quantidade de elementos para memorizar. Nos dias de avaliação, sem lançar mão de fraudes, eu realmente consumia bastante tempo na memorização das seqüências de cálculos e das fórmulas empregadas, invariavelmente com êxito. Sentia-me logrado, porém, caso o professor promovesse alterações nas questões de prova, mínimas que fossem, em relação aos rígidos modelos estabelecidos, motivo de justa revolta em sala, tamanha a dependência existente.

Contudo, chegando ao 2º Grau (atual Ensino Médio), o insucesso na participação em concorridos processos seletivos para admissão em conceituadas instituições de ensino técnico profissionalizante (o *Vestibulinho*), nos quais as questões ligadas às Ciências Exatas já exigiam um raciocínio mais elaborado e maior articulação entre diversos temas, evidenciou minha condição paradoxal de estudante com elevadas notas e reduzido volume de conhecimentos matemáticos. Com o auxílio de pessoas mais experientes percebi então a necessidade da vinculação entre os conteúdos, mais ainda, do entendimento das origens e dos porquês da composição das fórmulas, leis, regras, teoremas etc. Enfim, de onde vinha e para onde ia tudo aquilo que passivamente escutamos e copiamos por anos a fio – prova e demonstração. Seria uma descoberta estimulante e decisiva, um ponto de ruptura em minha maneira de encarar a Matemática, a Ciência e a própria vida.

Muitos anos depois, já no exercício do Magistério, verifiquei chocado que a situação do ensino não havia mudado muito desde então, apesar da revolução tecnológica em curso e do fantástico progresso experimentado no período em outros segmentos da sociedade humana. Desejoso de compartilhar com meus alunos uma visão integrada dos conteúdos, valorizadora do raciocínio lógico e demonstrativo, desmistificadora da Matemática enquanto uma Ciência incompreensível, hermética em seus fundamentos, distante e impermeável ao cotidiano das pessoas, tenho enfrentado as resistências e dificuldades já citadas em passagem anterior, e que para simplificação vamos aqui sintetizar em dois processos significativos: a resolução de equações quadráticas e a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo; portanto, um de natureza algébrica e outro de natureza geométrica, respectivamente.

No primeiro caso, durante discussões com alunos da primeira série do Ensino Médio envolvendo as referidas equações de 2º grau, reproduzo na lousa a dedução completa da chamada Fórmula de Bháskara, utilizada para a determinação de suas raízes, justamente em contraponto à situação de aprendizagem que experimentei quando estudante. A reação das turmas ao longo dos anos, porém, tem se revelado desoladora, apesar de não se tratar de um conteúdo inédito, com muitas queixas pela dificuldade acrescentada (a demonstração) e uso de chavões do tipo: "*Por que o senhor não põe logo a fórmula pronta na lousa?* " (é exatamente o tipo de atitude que estou pretendendo abolir), "*Não foi desse jeito que aprendi !*" (infelizmente), "*Assim eu não sei fazer !*" (embora a fórmula seja rigorosamente a mesma de sempre), "*O senhor vai pedir que faça assim na prova?*" (em caso afirmativo, seria para facilitar o seu entendimento) e outros. Registrei alguns casos, inclusive, de alunos que repentinamente se tornavam incapazes de calcular as raízes (x' e x''), embora o fizessem há mais de um ano, porque sentiam que a demonstração da fórmula tinha elevado o seu nível de dificuldade, como se sua configuração final tivesse sofrido alterações em relação àquela estudada na oitava série.

De outra feita, durante o desenvolvimento de tópicos ligados à Geometria Analítica e Trigonometria junto a alunos da terceira série do Ensino Médio, tenho notado a ocorrência de dúvidas originadas por interpretações equivocadas de fenômenos geométricos, especialmente no caso da soma das medidas dos ângulos internos de triângulos, ora associada a valores exóticos (90°, 120° e 360°, por exemplo), ora pretensamente dependente das dimensões dos lados e do tipo de triângulo envolvido (se eqüilátero, isósceles, retângulo etc.). Em algumas dessas ocasiões pedi que procurassem refletir a respeito, com a entrega de uma conclusão devidamente amparada através de demonstração válida, com resultados pouco expressivos. Normalmente, o valor correto (180°) vinha acompanhado de uma dedução visivelmente copiada de livros ou outras fontes, muitas vezes contendo falhas de reprodução que a tornavam incoerente, denotando a falta de entendimento daquilo que se colocava no papel apenas com o propósito de desvencilhamento da tarefa.

Descontente com a situação, senti então a necessidade de debruçar-me sobre o problema, num esforço investigativo que permitisse não apenas a determinação de quais são as reais concepções de prova e demonstração dos alunos, mas também, a partir dos indícios levantados, o estabelecimento de um norte que orientasse a preparação de novas estratégias para a abordagem desses e de outros conteúdos matemáticos, aperfeiçoando a metodologia de ensino a ser aplicada doravante em minhas aulas, de maneira a propiciar uma melhoria no desempenho dos alunos no tratamento das informações que exijam um alto nível de raciocínio dedutivo.

Ao tomar conhecimento da constituição de um grupo de professores e mestrandos, que seria responsável pela condução de um trabalho acadêmico abarcando justamente estas temáticas, vislumbrei com entusiasmo a possibilidade de aderir a ele, e concretizar meu projeto na forma de uma Dissertação de Mestrado. Uma vez incluído nesse grupo como Professor Colaborador, procurei num instante inicial gestionar junto aos participantes a minha intenção de desenvolver exatamente os dois processos destacados acima (Resolução de Equações de 2º Grau e a Soma das Medidas dos Ângulos Internos de um Triângulo). O andamento das discussões entre os participantes ao longo do tempo acabaria por descartar da pesquisa o primeiro deles, mas felizmente nela incluiria o segundo, partilhado em dois exercícios cuja análise compõe o objeto central do presente estudo.

Estes, por sua vez, integram um conjunto de questões vinculadas a tópicos de Geometria e Álgebra desenvolvidas especificamente para este propósito, compondo o projeto denominado *Argumentação e Prova na Matemática Escolar* (AProvaME), coordenado pela Professora Dra. Siobhan Victoria Healy e conduzido pelo Grupo de Pesquisa Tecnologias e Meios de Expressão em Matemática (TecMEM), ligado ao Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), contando ainda com a atuação voluntária de 30 Professores Colaboradores, incluído o autor.

1.2 A problemática

A prova desempenha um papel fundamental dentro da Matemática, diferenciando-a mesmo de outras ciências experimentais ao permitir a validação (ou não) de conhecimentos de maneira absolutamente distinta dos procedimentos verificados em simples processos empíricos. Por exemplo, é sabido que a força exercida por uma carga elétrica sobre outra sofre influência, entre outros aspectos, do meio físico onde ambas encontram-se inseridas, forçando a determinação através de experimentos de uma constante (chamada de Coulomb) que viabilizasse os valores obtidos através de cálculos, ou seja, os tornassem compatíveis com os resultados observados na Natureza. Por outro lado, tal prática certamente não se apresentaria suficientemente válida para justificar uma afirmação de caráter puramente matemático como “a soma de dois números naturais pares resultará em um número também par”, verificável a partir de uma outra concepção de raciocínio, que priorize a busca de uma solução de alcance universal, isto é, aplicável a todos os infinitos elementos do conjunto numérico em questão; neste caso seguindo a lógica irrefutável: “Para os números naturais *n* e *p*, temos que 2.n e 2.p são pares, logo a soma 2.n + 2.p pode ser representada por 2.(n + p) que também será par, com o total (n + p) perfazendo um número natural”.

Provas ou demonstrações possuem diversas funções. A mais comum é a de **validar** um resultado, ou seja, comprovar que é verdadeiro. Embora de grande importância, esta função somente desperta o interesse dos estudantes em alguns casos de dúvida diante de uma conjectura, passando praticamente despercebida nas situações em que a solução lhes parece óbvia quando inexiste então a necessidade de verificar sua legitimidade.

Outro papel da prova é o de **explicar** porque um resultado é verdadeiro. Segundo De Villiers (apud NASSER e TINOCO, 2001, p.10):

> Em vez de enfatizar na prova apenas seu papel de verificação, a função mais fundamental da prova como meio de explicação deve ser explorada, a fim de apresentar a prova como uma atividade significativa para os alunos.

Ainda se pode definir uma função de **sistematização**, isto é, de preparação para o domínio do processo dedutivo. Assim, observando as demonstrações expostas em aula, o aluno toma conhecimento das diversas estruturas matemáticas para no futuro estar capacitado a efetuar provas por ele próprio. Bell (apud NASSER e TINOCO, 2001) relaciona ainda as funções da prova de **descoberta** de novos resultados e da **comunicação** do conhecimento matemático.

Embora em termos educacionais um currículo de Matemática deva contemplar atividades que facilitem o desenvolvimento e a comunicação efetiva de argumentos matematicamente válidos (Parâmetros Curriculares Nacionais, Brasil, 1998), existem pesquisas evidenciando que o raciocínio dos aprendizes é influenciado por uma série de aspectos que com freqüência transcendem os limites das exigências lógicas e, portanto, também não se apresentam conforme as regras lógicas (WASON & LIGHT, GIROTTO e LEGRENZI, apud HEALY, 2005). Outros estudos internacionais apontam ainda para uma grande tendência à confusão entre raciocínios dedutivos e simples justificativas empíricas (HEALY e HOYLES, 2000).

Embora, ainda, reconhecida a crucial importância da prova para uma caracterização do conhecimento matemático, são notórias as dificuldades encontradas, em um âmbito internacional, para o seu ensino e aprendizagem. De acordo com Healy e Hoyles (2000) e Lin (apud HEALY, 2005), por exemplo, os alunos de escolas da Inglaterra tendem à utilização de argumentos empíricos, ao passo que os de Taiwan demonstram preferência por apresentações mais formais, apesar de nenhum dos dois grupos ter evidenciado um grau significativo de compreensão desta última forma de argumentação. Se tais estudos podem, por um lado, ensejar algumas projeções e expectativas sobre um eventual desempenho de estudantes brasileiros no tocante às concepções de prova matemática, é bem verdade que tal cenário ainda requer um levantamento mais apurado e adequado à nossa realidade educacional que se constitua em um referencial e fonte sólida de informações de forma a permitir uma subseqüente elaboração de projetos e estratégias inovadores voltados ao suprimento de deficiências e à cobertura apropriada das carências específicas ao atual panorama da Educação Matemática em nosso país.

Dentro deste contexto não se pode perder de vista que, além do estabelecimento de novas situações de aprendizagem, o ensino eficaz da prova em Matemática irá exigir igualmente dos professores a concordância e a assimilação das mesmas, ou, em outras palavras, precisariam não somente aceitá-las como também absorvê-las nos casos em que se observasse a carência de tais conhecimentos. Fundamentado nesta perspectiva o Projeto AprovaME direciona sua investigação pautado em dois enfoques inter-relacionados: O primeiro, vinculado à constituição de situações de aprendizagem, particularmente com a exploração dos múltiplos recursos encontrados dentro de ambientes computacionais, em que os aprendizes são levados à necessidade da explicitação de propriedades e justificativas na linguagem formal do sistema enquanto interagem com os dados gerados por elas. O segundo enfoque destaca a figura do professor, agente principal do processo de adaptação que tem por finalidade a integração destas abordagens inovadoras na sala de aula.

1.3 Questão de pesquisa

Formulação de diretriz procurando abarcar de maneira sintética o objetivo e a problemática em discussão neste estudo, uma vez caracterizada sua relevância social enquanto contribuição ao trabalho do professor em sala de aula, para nortear todo o desenvolvimento subseqüente, ponderadas as delimitações especificadas para o Projeto AprovaME:

QUAL É A TIPIFICAÇÃO DE PROVA DE ALUNOS DE OITAVAS SÉRIES DO ENSINO FUNDAMENTAL E DE PRIMEIRAS SÉRIES DO ENSINO MÉDIO PARA A SOMA DAS MEDIDAS DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO?

1.3.1 Hipótese

Fundamentado nos anos de experiência profissional, a expectativa inicial é de um predomínio de raciocínios eminentemente calculatórios, ou seja, conclusões advindas do emprego de algumas situações particulares, isoladas, utilizadas como prova suficiente para justificar integralmente a propriedade em estudo.

De igual forma, muitos resultados incorretos deverão ser obtidos, assim como restrições quanto ao tipo de triângulo abordado. Também são esperados muitos casos em que, embora as respostas estejam corretas, inexistirão justificativas que as corroborem (indicativo de valores meramente memorizados, sem que se saiba o porquê).

O encaminhamento da pesquisa terminará por confirmar ou refutar tal hipótese; no entanto, qualquer seja seu desfecho, poderemos contar ainda com a atribuição de índices que possibilitarão aumentar o grau de conhecimento, lançando um pouco mais de luz sobre um aspecto crucial, como visto, do ensino de Matemática.

CAPÍTULO 2. REFERENCIAL TEÓRICO E METODOLOGIA

2.1 Metodologia

Atingir a meta proposta pela Questão de Pesquisa cria a necessidade do estabelecimento de uma interface com o aluno, de forma a possibilitar a captação e o conhecimento de sua maneira de pensar a justificativa para o resultado da soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo. Para tanto, utilizando critérios inspirados em Healy e Hoyles (1998), torna-se viável a apresentação de situações-problema pré-formatadas envolvendo esta temática sob diferentes enfoques, devidamente amparados pelas quatro formas de validação teorizadas por Nicolas Balacheff comentadas na seção 2.3.1. Assim, a posterior análise das escolhas realizadas fornecerá indícios sobre o tipo de raciocínio desenvolvido para solução dessas questões, prevista ainda a realização de entrevistas para coleta de esclarecimentos adicionais que permitam não apenas um seguro posicionamento de caráter conclusivo como também a proposição de alternativas para a melhoria do desempenho no aprendizado deste conteúdo, caso sejam constatadas distorções.

Feita a opção pelo trabalho de campo, as situações-problema que compõem a base desta pesquisa foram incorporadas ao questionário a ser aplicado em sala de aula, dentro das premissas do Projeto AprovaME, apresentado a partir da próxima seção, beneficiando-se assim da estrutura existente e da abrangência desse projeto, ao qual permaneceram vinculadas durante as etapas de aplicação e codificação das justificativas e, posteriormente, segregadas para as fases restantes de análise e conclusões.

Para maior clareza seguem, numa estrutura de tópicos, as diversas ações previstas para a construção deste estudo:

1. Atividades realizadas em conjunto com o grupo de trabalho do Projeto AprovaME:

   - elaboração de situações-problema abordando a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo, associadas às quatro formas de validação preconizadas por Nicolas Balacheff (Empirismo Ingênuo, Experiência Crucial, Exemplo Genérico e Experiência Mental);

   - inserção das situações-problema elaboradas no questionário final do Projeto AprovaME;

   - aplicação da pesquisa em sala de aula, a alunos de oitavas séries do Ensino Fundamental e primeiras séries do Ensino Médio;

   - codificação das justificativas coletadas;

   - tabulação dos dados;

   - seleção aleatória de amostra dentre a população pesquisada, para composição da massa crítica fundamental ao aprofundamento do estudo.

2. Atividades realizadas de forma singular:

    - análise e interpretação dos dados obtidos a partir da amostra selecionada;

    - levantamento de casos na amostra que demandem maiores esclarecimentos e escolha de sujeitos para marcação de entrevistas;

    - elaboração de roteiros e realização das entrevistas;

    - transcrição do conteúdo das entrevistas, refinamento, confrontação e análise das informações disponíveis;

    - consolidação das características observadas e comentários;

    - proposição de alternativas para abordagens que privilegiem a argumentação e prova envolvendo noções de soma de medidas de ângulos internos de um triângulo;

    - conclusão;

    - reflexões para futuras pesquisas.

Previamente à apresentação pormenorizada da temática norteadora do presente estudo, mostra-se de relevância proceder a uma descrição, em linhas gerais, do conteúdo do Projeto AprovaME, ao qual este estudo se encontra plenamente integrado.

2.2 O Projeto AprovaME

2.2.1 Dos objetivos

1. Mapeamento das concepções sobre argumentação e prova de alunos adolescentes em escolas do Estado de São Paulo.

2. Formar grupos de trabalho compostos por pesquisadores e professores para a elaboração de situações de aprendizagem, visando envolver alunos em processos de construção de conjecturas e provas em contextos integrando ambientes informatizados.

3. Criar um espaço virtual de compartilhamento entre os membros da equipe do projeto e analisar seu papel no desenvolvimento das situações de aprendizagem, bem como na evolução de conhecimentos pedagógicos sobre prova em Matemática.

4. Avaliar situações de aprendizagem, em termos da compreensão dos alunos sobre a natureza e funções de prova em Matemática.

5. Investigar a implementação destas atividades por diferentes professores e assim identificar em que medida sua participação nos grupos de trabalho fornece uma apropriação desta abordagem para o ensino e aprendizagem de prova.

6. Formular recomendações relacionadas ao papel da argumentação e da prova no currículo de Matemática escolar.

7. Contribuir para o debate internacional sobre o ensino e aprendizagem de prova em Matemática.

2.2.2 Da estruturação

O Projeto AprovaME encontra-se dividido em duas fases distintas com previsão de atuação de todo o corpo de participantes (pesquisadores e professores colaboradores) em ambas, a saber:

Fase 1

Iniciada em agosto 2005, constou do mapeamento das concepções de alunos matriculados na 8ª série do Ensino Fundamental e na 1ª série do Ensino Médio de escolas públicas e particulares do Estado de São Paulo, períodos diurno e noturno, situados dentro de uma faixa etária de 14 a 16 anos de idade. Para tanto, foi selecionada aleatoriamente uma amostra a partir de turmas previamente indicadas por todos os professores colaboradores dentro da qual, ao longo daquele semestre, foi aplicado um questionário elaborado com base em similar desenvolvido por Healy e Hoyles (1998) na Inglaterra e já empregado em pesquisas efetuadas na Austrália, França, Israel e Taiwan.

Compreende, também, questões que procuram avaliar em que medida os alunos tendem a aceitar resultados meramente empíricos como prova, distingui-los de argumentos matematicamente válidos ou se são capazes de construir tais argumentos. Além disso, pretende verificar a influência da forma de apresentação (linguagem natural, formal, figuras etc.) sobre a compreensão das provas matemáticas. As questões contemplam dois domínios, Geometria e Álgebra, organizadas internamente em dois grandes grupos, a saber:

1. Avaliação de diversas argumentações apresentadas como prova de uma dada afirmação;

2. Construção de provas.

Para a fundamentação da definição dos argumentos apresentados no questionário, foi adotado o modelo de concepções de prova de Nicolas Balacheff (1987), apresentado na seção 2.3.1.

As informações coletadas foram organizadas pela equipe de professores colaboradores com utilização de critérios baseados em Healy e Hoyles (1998) e estruturadas hierarquicamente por turmas e escolas para análise da correlação de respostas entre os alunos que compartilham experiências comuns, gerando um mapa de suas concepções que possibilita uma avaliação das áreas de compreensão de provas, tanto aquelas que são contempladas no atual planejamento de ensino como as que devam ser objeto de maior atenção.

Fase 2

Esta fase abrange dois eixos investigativos inter-relacionados, a Aprendizagem e o Ensino. No primeiro deles, o objetivo é a elaboração e avaliação de situações voltadas aos aspectos das dificuldades e das limitações na compreensão das provas matemáticas associadas ao mapeamento constituído na Fase 1. No eixo pertinente ao Ensino, o foco é o professor e sua contribuição dentro do processo de elaboração das situações de aprendizagem e as modificações destas em ação, considerando que serão propostas dentro de suas salas de aula.

A metodologia empregada nesta etapa inspira-se em Cobb (2003, apud HEALY, 2005), segundo o qual os experimentos de *design* contribuem para o desenvolvimento e compreensão de sistemas complexos que envolvem vários elementos de naturezas distintas, as chamadas “ecologias de aprendizagem”. Estes elementos incluem basicamente as tarefas e problemas aos quais os aprendizes serão apresentados, bem como as ferramentas e recursos fornecidos para as resoluções e os meios pelos quais o professor pode administrar as relações entre estes diferentes agentes dentro da sala de aula. A associação com a palavra Ecologia destaca a interatividade entre os contextos investigados e a importância da análise conjunta de seus diversos componentes, e não separada.

A estratégia adotada, por sua vez, previu a continuidade do esforço colaborativo entre pesquisadores e professores mestrandos iniciada já nos trabalhos da Fase 1. Desta feita, o desenvolvimento das situações de aprendizagem seguiu um modelo no qual grupos formados por três professores colaboradores e dois pesquisadores, pelo menos, elaboraram problemas envolvendo ou objetos geométricos criados com o *software* Cabri-gèometre ou elementos algébricos com utilização de planilhas eletrônicas (MS Excel). Ambos os sistemas foram adotados por serem familiares ao grupo e pelo potencial no ensino da prova (HEALY e HOYLES; MARIOTTI apud HEALY, 2005). Essas equipes reuniram-se quinzenalmente de forma presencial e mantiveram contato permanente através do espaço virtual TelEduc, já empregado na Fase 1.

Numa primeira etapa (intra-grupos), as situações foram elaboradas, testadas pelos grupos, discutidas e reformuladas, quando necessário. Tais discussões foram realizadas com base na análise das presumidas interações entre alunos e computador, considerando quais aspectos da prova são favorecidos e a quais concepções estão relacionados. Para aprimoramento do trabalho analítico foram coletados, ainda, o registro dos diálogos entre os participantes (professores e pesquisadores) bem como as produções escritas e digitadas por eles. Cada professor também construiu seu próprio registro, no qual documentou suas perspectivas sobre o desenvolvimento destas situações dentro do grupo, o que fornece dados referentes aos seus conhecimentos pedagógicos sobre a prova em Matemática (SHULMAN apud HEALY, 2005), cuja análise busca a identificação das transformações nesses conhecimentos.

Já em uma nova etapa (inter-grupos), os resultados da produção de cada equipe estiveram disponíveis no ambiente virtual TelEduc de maneira que cada professor colaborador tivesse condições de escolher e desenvolver em uma de suas turmas de alunos, um mínimo de duas atividades elaboradas pelos outros grupos, uma em Álgebra e a outra em Geometria, coletando todo o material gerado (escrito e gravado no computador). Tal aplicação em sala de aula foi acompanhada pelos pesquisadores para subsidiar um posterior trabalho de análise, em que foram destacadas as ações realizadas pelo professor e os aspectos de prova matemática apresentados no encontro, bem como a classificação dos mesmos obtida através da interação dos alunos com os aplicativos computacionais durante a execução das atividades. Ao término de cada aplicação, os pesquisadores e professores colaboradores envolvidos emitiram um relatório contendo as expectativas iniciais, objetivos alcançados, dificuldades enfrentadas e reflexões sobre os resultados atingidos. Estes documentos também foram publicados no ambiente TelEduc para amparar novas discussões com o propósito de efetuar revisões e aperfeiçoamentos das situações de aprendizagem desenvolvidas.

Dessa forma, os encontros dos grupos de trabalho deverão dar ênfase à avaliação das situações abordadas, verificando se e em que grau as principais dificuldades detectadas no levantamento das concepções efetuado na Fase 1 foram superadas pelos alunos participantes desta nova etapa e quais os aspectos da prova matemática que ainda demandam esforços para a contínua evolução do conhecimento.

2.3 Fundamentação teórica

Uma das maiores dificuldades encontradas quando da elaboração das dez questões de pesquisa dentro da Fase 1 com o propósito de avaliar o domínio da concepção de prova matemática pelos alunos, tanto em Álgebra quanto em Geometria, foi a necessidade imperativa da vinculação das mesmas a uma metodologia cientificamente validada que possibilitasse, se não a mensuração, ao menos uma classificação das respostas obtidas em classes ou categorias a partir das quais se pudesse estabelecer um levantamento conjuntural da situação existente dentro da população a ser pesquisada, criar condições para a emissão de um juízo de valor, facilitar o processo de análise do desempenho e, por fim, formatar adequadamente o posterior encaminhamento das propostas de situações de aprendizagem previstas na Fase 2.

Para tanto o grupo de pesquisadores do projeto optou pela utilização dos Processos de Prova e Situações de Validação delineados por Nicolas Balacheff (1987), descritos na seção seguinte, com adaptações tendo em vista as especificidades do trabalho em curso, do que se tratará mais adiante.

2.3.1 Da categorização dos aspectos da prova matemática

Segundo Balacheff (1987), o conjunto de provas produzidas pelos alunos pode ser classificado em duas grandes categorias, dentro de um processo de evolução cognitiva, por ele denominada *gênesis cognitiva da demonstração*, até o ponto em que eles conseguem entender o significado de uma demonstração e também mostram-se aptos a produzi-las. São as Provas Pragmáticas (*preuve pragmatique*) e as Provas Intelectuais (*preuve intellectuelle*), que evidenciam o grau do domínio deste conhecimento. As provas pragmáticas são justificativas fundamentadas em ações simples diretas sobre algumas representações de objetos matemáticos, ao passo que as provas intelectuais não apresentam a ocorrência de ações de caráter empírico, mas principalmente as ações internas entre as quais se destaca a utilização do discurso lógico-dedutivo para a caracterização dos objetos e de suas relações.

A elevação de uma categoria para a outra dependerá do desenvolvimento conjunto das formas de ação, formulação e validação. O autor identifica quatro diferentes formas de validação ligadas ao processo de ascensão:

1. Empirismo Ingênuo (*empirism naif*), escala inicial do desenvolvimento cognitivo. Caracterizada pela tentativa de validação de uma propriedade a partir de alguns poucos exemplos práticos, sem maiores aprofundamentos. Este método rudimentar e reconhecidamente inconsistente é um dos primeiros procedimentos para se chegar a uma generalização e tende mesmo a resistir ao longo do processo de evolução do raciocínio geométrico.

2. Experiência Crucial (*experience cruciale*) é uma etapa do processo de validação onde ainda se procura verificar uma dada propriedade através de um exemplo específico, porém com a existência de indícios de preocupação com a não abrangência da demonstração, explicitando o problema da generalização.

3. Exemplo Genérico (*exemple générique*), com uso de um exemplo particular, mas verificada a ocorrência de argumentações para validar uma propriedade, no intuito de justificar a sua generalidade.

4. Experiência Mental (*expérience mentale*), nível mais elevado da seqüência descrita, quando os argumentos validadores independem de representações concretas (como acontecia no Exemplo Genérico), sendo conduzidos por raciocínio abstrato que domina a generalidade da situação.

De acordo com o autor, o alcance do nível Experiência Mental demarca com nitidez a transposição da categoria Prova Pragmática para a Prova Intelectual. Neste patamar as ações são interiorizadas e focadas na generalização, em *gênesis cognitiva da demonstração,* tornando-se desnecessária a utilização de concretização particular. Por outro lado, o nível Exemplo Genérico caracteriza um estágio intermediário, com o sujeito convergindo ora para a categoria de Prova Pragmática, ora para a categoria de Prova Intelectual, dependendo do tipo de ação sobre o exemplo estudado, ou seja, se ainda depende do uso de representações concretas ou se as utiliza somente como reforço para explanação de raciocínio de caráter generalizante.

A explicação classificada como Experiência Mental pode, segundo Balacheff, ser definida como demonstração matemática quando conserva os princípios que fundamentam o rigor matemático:

> ... requer uma organização e um status particular de conhecimento, explicitados e aceitos por uma comunidade...O conhecimento deve se constituir como um conjunto fortemente institucionalizado de definições, teoremas e regras de dedução, cuja validade é socialmente compartilhada. (BALACHEFF apud GRAVINA 1998, p.33).

2.4 A composição do grupo de trabalho

Uma vez aprovado o financiamento ao projeto AprovaME pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), os pesquisadores mobilizaram-se no sentido de formar um grupo de trabalho sinérgico envolvendo, além deles próprios, mestrandos interessados em participar como professores colaboradores, com o intuito de não apenas operacionalizar a pesquisa como também desenvolver processos de construção de conjecturas e provas em ambiente informatizado e, posteriormente, conduzir sua aplicação dentro de sala de aula.

Como pré-requisito à participação estipulava-se o prévio compromisso com a obtenção de anuência de ao menos uma instituição de ensino para a aplicação da pesquisa (questionário) em três salas de aula, escolhidas pelos pesquisadores em processo randômico dentro de uma base de cinco turmas indicadas pelo professor colaborador, entre oitavas séries do Ensino Fundamental e primeiras séries do Ensino Médio.

Por questões de disponibilidade de horários, criaram-se várias equipes de trabalho com calendários distintos de encontros, todos com freqüência quinzenal, nas quais os integrantes foram distribuídos de acordo com suas possibilidades ou conveniências.

2.4.1 Do ambiente TelEduc

Adotado como espaço virtual de compartilhamento de informações e principal ferramenta de comunicação entre os membros do grupo, o *software* livre TelEduc (distribuído e/ou modificável sob os termos da GNU General Public License versão 2, como publicada pela Free Software Foundation) é um ambiente para realização de cursos a distância através da Internet. Em constante desenvolvimento pelo Nied (Núcleo de Informática Aplicada a Educação) sob a orientação da Profa. Dra. Heloísa Vieira da Rocha do Instituto de Computação da Unicamp (Universidade Estadual de Campinas), a partir de uma metodologia de formação de professores construída com base na análise das várias experiências presenciais realizadas pelos profissionais daquele núcleo.

2.4.2 Recursos do ambiente

Estão distribuídos de acordo com o perfil de seus usuários: alunos (no nosso caso específico, os professores colaboradores) e formadores (o grupo de pesquisadores).

Para melhor entendimento, segue abaixo um breve relato dos recursos disponíveis para todos os usuários.

- *Estrutura do Ambiente*: contém informações sobre o funcionamento do ambiente TelEduc;

- *Dinâmica do Curso*: contém informações sobre a metodologia e a organização geral de um curso;

- *Agenda*: é a página de entrada do ambiente e do curso em andamento (o projeto AprovaME). Traz a programação de um determinado período do curso (diária, semanal etc.);

- *Avaliações*: lista as avaliações em andamento (não utilizado no projeto);

- *Atividades*: apresenta as atividades a serem realizadas;

- *Material de Apoio*: apresenta informações úteis relacionadas à temática do projeto, subsidiando o desenvolvimento das atividades propostas;

- *Leituras*: apresenta artigos relacionados à temática tratada, podendo incluir sugestões de revistas, jornais, endereços na Web etc;

- *Perguntas Freqüentes*: contêm a relação das perguntas realizadas com maior freqüência (FAQ) e suas respectivas respostas;

- *Exercícios*: ferramenta para criação, edição e gerenciamento de exercícios com questões dissertativas, de múltipla-escolha, de associar colunas e de verdadeiro ou falso (não utilizado no projeto);

- *Parada Obrigatória*: contém materiais que visam desencadear reflexões e discussões entre os participantes;

- *Mural*: espaço reservado para que todos os participantes possam disponibilizar informações relevantes para o contexto do projeto;

- *Fóruns de Discussão*: permite acesso a uma página que contém tópicos em discussão naquele momento. O acompanhamento da discussão se dá por meio da visualização de forma estruturada das mensagens já enviadas e, a participação, por meio do envio de mensagens;

- *Bate-Papo*: permite uma conversa em tempo-real entre os participantes do projeto (*Chat*). Os horários de bate-papo com a presença dos formadores são, geralmente, informados na "Agenda". Se houver interesse do grupo, o bate-papo pode ser utilizado em outros horários;

- *Correio*: trata-se de um sistema de correio eletrônico interno ao ambiente. Assim, todos os participantes podem enviar e receber mensagens através do mesmo. Todos, a cada acesso, devem consultar seu conteúdo a fim de verificar as novas mensagens recebidas;

- *Grupos*: permite a criação de grupos de pessoas para facilitar a distribuição e/ou desenvolvimento de tarefas;

- *Perfil*: trata-se de um espaço reservado para que cada participante do projeto possa se apresentar aos demais de maneira informal, descrevendo suas principais características, além de permitir a edição de dados pessoais. O objetivo fundamental do Perfil é fornecer um mecanismo para que os participantes possam se "conhecer à distância" visando ações de comprometimento entre o grupo. Além disso, favorece a escolha de parceiros para o desenvolvimento de atividades (formação de grupos de pessoas com interesses em comum);

- *Diário de Bordo*: como o nome sugere, trata-se de um espaço reservado para que cada um possa registrar suas experiências: sucessos, dificuldades, dúvidas, anseios, visando proporcionar meios que desencadeiem um processo reflexivo a respeito do seu processo de aprendizagem. As anotações pessoais podem ser compartilhadas ou não com os demais. Em caso positivo, podem ser lidas e/ou comentadas pelas outras pessoas, servindo também como um outro meio de comunicação;

- *Portfólio*: nesta ferramenta os participantes podem armazenar textos e arquivos utilizados e/ou desenvolvidos durante o curso, bem como endereços da Internet. Esses dados podem ser particulares, compartilhados apenas com os formadores (pesquisadores) ou com todos os demais. Cada participante pode ver os demais portfólios e comentá-los se assim o desejar;

- *Acessos*: permite acompanhar a freqüência de acesso dos usuários ao aplicativo e às suas ferramentas.

Recursos disponíveis apenas para formadores:

- *Intermap*: permite a visualização da interação dos participantes do projeto nas ferramentas Correio, Fóruns de Discussão e Bate-Papo;

- *Administração*: permite o gerenciamento das ferramentas de um curso, das pessoas que participam e, ainda, a alteração de seus dados. As funcionalidades disponíveis são: visualização/alteração de dados e cronograma, escolha e destaque de ferramentas, inscrição de participantes (Alunos e Formadores), gerenciamento de inscrições, alteração de nomenclatura do Coordenador e envio de senha;

- *Suporte*: permite aos formadores entrar em contato com o suporte do Ambiente (administrador do TelEduc[1]) através de e-mail.

O ambiente possui um esquema de autenticação de acesso. Para que os usuários possam acessar o aplicativo, são necessárias identificação pessoal e senha, que lhes serão solicitadas. As senhas serão fornecidas quando do cadastramento no ambiente.

2.4.3 Da utilização do TelEduc no cotidiano do projeto

No recurso Agenda, são publicadas pela coordenação as programações periódicas de encontros e dos objetivos a atingir em cada etapa. Em Atividades estão relacionadas as principais tarefas a serem executadas, como versões de questionários em desenvolvimento e sugestões para codificação de respostas. Normas técnicas, planilhas e os fundamentos do projeto estão disponíveis em Material de Apoio, enquanto Leituras abriga textos referenciais sobre prova e demonstração matemática para consulta permanente.

No recurso Fóruns de Discussão, por sua vez, funciona um espaço virtual que possibilita ágil troca de informações, veiculação de sugestões e encaminhamento de

[1] Endereço do aplicativo na Internet: http://www.teleduc.pucsp.br/.

dúvidas a toda a comunidade participante do projeto. Segmentado por assunto (Questionários, Comentários sobre textos e Dúvidas sobre o andamento dos trabalhos, por exemplo), permite um acompanhamento próximo e freqüente do desenrolar do trabalho, agilizando pela facilidade de acesso a comunicação entre pessoas e equipes e assim contribuindo para o cumprimento eficaz das diversas etapas do rigoroso cronograma estabelecido para cada Fase.

Igual utilidade é encontrada em Correio, em que foi atribuído um endereço a cada participante, de forma a todos terem a oportunidade de enviar e receber mensagens tanto coletivas quanto individuais, facilidade não concedida pelo recurso anterior. Nos Portfólios, cada participante ou equipe mantém um espaço apropriado para armazenagem e divulgação (parcial ou total) de pontos de vista, propostas e tarefas diversas realizadas.

2.5 O questionário

2.5.1 Da elaboração a partir de um modelo

Balizado pelos pressupostos anteriormente descritos, o grupo de trabalho (pesquisadores e professores) iniciou as discussões em setembro de 2005, inicialmente com o propósito de formatar as questões de Álgebra e Geometria a serem apresentadas aos alunos pesquisados, tomando como referência a versão em português, reproduzida no Anexo 2, do material publicado originalmente em inglês

(Anexo 1) e já empregado em estudo similar conduzido por Celia Hoyles e Siobhan Victoria Healy na Europa (Inglaterra), contendo duas situações-problema envolvendo conceitos de Álgebra, identificadas como **A1** e **A2** e outras três, **G1**, **G2** e **G3** voltadas à Geometria.

É perceptível nesta proposta uma preocupação em adaptar o questionário para seu público-alvo, inclusive com o uso dos nomes Bia, Cíntia, Dario, Edu e Fernando, que certamente mostram-se mais familiares ao olhar do aluno que os originais Barry, Cynthia, Dylan, Ewan e Yorath, por exemplo.

Ato contínuo, foi solicitado pelo grupo de pesquisadores a cada professor colaborador que, ao longo da primeira semana de setembro, procedesse a uma primeira resolução destas questões, numa simulação do que posteriormente viria a acontecer em sala de aula, porém assumindo uma postura crítica especialmente quanto aos aspectos Clareza na apresentação/comunicação dos enunciados (Perguntado: *"Você acha que os alunos entendem o que está sendo solicitado?"*), grau de Dificuldade das questões abordadas (*"Você acha que as questões são viáveis para que série / idade?"*) e qual o tempo ideal de Duração da pesquisa (*"Quanto tempo os alunos necessitam para responder?"*), procurando ainda estabelecer dentro da intersecção resultante a sua aderência ao perfil do público-alvo escolhido, ou seja, ponderando-se todos os quesitos, estariam os alunos da oitava série do Ensino Fundamental e da primeira série do Ensino Médio realmente aptos a compreenderem e satisfatoriamente retornarem este levantamento?

Para as questões de múltipla escolha (**A1** e **G1**), deveria ser atribuída na mesma enquete uma nota entre 0 e 10, arbitrariamente, para cada um dos argumentos dos alunos (Artur, Beth,... Amanda, Bia etc.). Analisando os resultados obtidos constatamos a validação pela equipe das afirmações vinculadas a Artur (média igual a 10,0), Célia (8,7) e Duda (8,2) no campo da Álgebra, e Címtia (10,0), Amanda (9,7), Hélia (8,5) e Fernando (8,3) em Geometria. No segmento oposto, encontramos Franklin (5,5) e Érica (4,2) na Álgebra, e Bia (média 5,9) na Geometria. Merece destaque a grande variação observada na distribuição das notas por argumentação, em alguns casos extremos com conceitos oscilando entre 5 e 10 (Edu), ou entre 3 e 9 (Franklin), por exemplo, situação a ser ponderada quando da avaliação das interpretações por parte dos alunos.

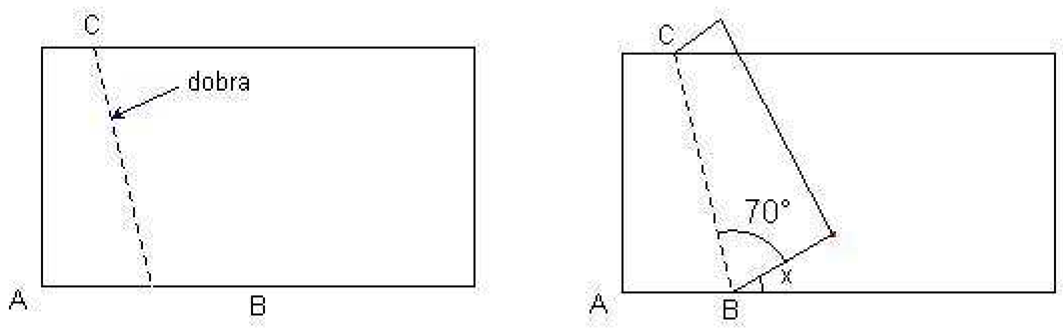
Cumprida essa etapa, conclui-se por meio da análise dos diversos Pareceres disponíveis nos fóruns de discussão do sistema TelEduc que, de uma maneira geral, os pontos de vista manifestados pelos professores colaboradores mostram convergência quanto ao nível adequado de dificuldade e a previsão de pelo menos 2 horas-aula para a resolução das questões (sendo uma hora para cada conjunto, Álgebra e Geometria). Apontam ainda para a necessidade de reformulação da proposição **G1**, onde a análise das respostas de Amanda, Bia, Címtia, Dario, Edu, Fernando e Hélia, divididas em outras 4 indagações para cada um, apresentam-se em formato demasiado extenso e de leitura cansativa, num *lay-out* que prejudica a clareza da comunicação e tende a levar, por pouco apetecível, ao desestímulo da reflexão e preenchimento pelo aluno.

Em seguida, foram propostas a inclusão de mais quatro atividades, sendo duas em Geometria e duas em Álgebra, estas últimas explorando situações envolvendo operações numéricas, inclusive o conceito de fatorial, inédito para alunos do Ensino Fundamental e da 1ª série do Ensino Médio, alvos desta pesquisa:

Geometria

Atividade 1

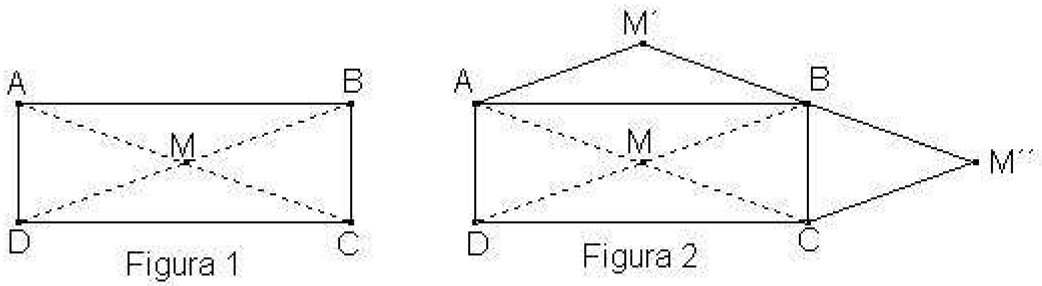
Dobre uma folha de papel, conforme o esquema abaixo. Qual é a medida x do ângulo?



Justifique sua resposta.

Atividade 2

Uma folha de papel tem quatro dobras e forma um retângulo de modo que as bordas se justapõem perfeitamente (sem se sobrepor) formando as diagonais do retângulo da figura 1 abaixo. Desdobrando duas partes obtemos a figura 2.



Prove que os pontos M´, B e M´´ são alinhados.

Álgebra

Atividade 1

1! = 1

4! = 4 x 3 x 2 x 1

7! = 7 x 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1

n! = n x (n-1) x (n-2) x (n-3) x (n-4) x ... x 1

a) 3! é um número par?

Justifique

b) 9! é um múltiplo de 5?

Justifique

c) 62! é um múltiplo de 13?

Justifique

Atividade 2

a) A afirmação abaixo é verdadeira ou falsa?

Quando se soma um múltiplo de três qualquer com um múltiplo de seis qualquer, o resultado é sempre um múltiplo de três.

Justifique sua resposta.

b) A afirmação abaixo é verdadeira ou falsa?

Quando se soma um múltiplo de cinco qualquer com um múltiplo de quatro qualquer, o resultado é sempre um múltiplo de cinco.

Justifique sua resposta.

Num procedimento semelhante ao adotado quando da elaboração da primeira versão do questionário, a oportunidade da incorporação total ou parcial dessas suas questões foi submetida à consulta junto aos professores colaboradores. Ouvidas as suas opiniões e sugestões, acabou desaconselhada a inclusão das Atividades 2 de Geometria, consideradas de acentuada complexidade face o propósito da pesquisa, e 2b de Álgebra, por ser repetitiva. Por outro lado, optou-se pela inserção das Atividades 1 de Geometria e Álgebra, esta última com adaptações (simplificação da parte introdutória e elevação na quantidade de indagações), prevalecendo a entrada no corpo de questões da abordagem do conceito de Fatorial.

2.5.2 Do questionário piloto

Uma das principais decisões tomadas neste período foi a da aplicação do questionário a um grupo reduzido, formado por apenas um aluno de 8ª série e um da 1ª série do Ensino Médio em cada uma das escolas onde posteriormente se realizaria a pesquisa, ou seja, cada professor colaborador se encarregou tanto da escolha destes sujeitos como da condução de todo o processo. O *Questionário Piloto* constituía-se então em aquisição de massa crítica que proporcionaria valiosa oportunidade para antecipação das dificuldades encontradas pelos pesquisados na resolução das atividades, de ganho de alguma *expertise* pelos aplicadores e, sobretudo, de possibilidade de aperfeiçoamento e aferição da sistemática de avaliação das respostas obtidas, de maneira a permitir ações de planejamento e controle com vistas a minimizar as chances de ocorrência de falhas durante o transcorrer da grande pesquisa, ponderada a sua abrangência (cerca de 2 mil alunos espalhados por vários municípios do Estado de São Paulo).

Como resultado das sugestões recebidas e das discussões realizadas preliminarmente, foram efetuadas inserções de novas situações-problema, e também algumas exclusões, no questionário piloto que passou então a contar para esta aplicação experimental com cinco questões de Álgebra e cinco de Geometria (Anexo 3).

Após a sua aplicação, entre o mês de setembro e o início de outubro de 2005, sem maiores transtornos, o grupo de trabalho, subdividido em cinco equipes, voltou a se reunir para a necessária troca de experiências, a discussão sobre a viabilidade da realização de pequenos ajustes nas questões e, principalmente, para o estabelecimento dos critérios de avaliação das respostas dos alunos, os quais serão expostos e comentados detalhadamente na seção 2.6.

É importante destacar que, durante a aplicação piloto, os aspectos que mais chamaram a atenção foram as dúvidas dos alunos sobre a definição de Quadrilátero (pertinente à questão **G3**), reiteradamente confundido com a figura do Quadrado, e as dificuldades de interpretação de texto e expressão de grande parte deles, divorciando muitas vezes as justificativas escritas do que na realidade está sendo questionado.

2.5.3 Da versão final

Além das reuniões presenciais, de freqüência quinzenal, foram realizados nesse período diversos fóruns virtuais de discussão no ambiente TelEduc, em que não apenas se debatiam exaustivamente a inclusão de novas questões (ou exclusões) como também as melhores maneiras de facilitar a comunicação para os alunos dos enunciados e afirmativas propostos, selecionando-se minuciosamente as palavras e termos, visando sua clarificação e ao mesmo tempo o estímulo à produção de respostas mais precisas.

Em suma, todo o mês de outubro acabou sendo consumido na montagem da versão final do questionário, com o aproveitamento das observações e várias sugestões derivadas da recente aplicação piloto, resultando no enxugamento de algumas situações-problema consideradas repetitivas ou com menor poder de agregar novas informações, procurando assim tornar o conteúdo mais espaçado e com um formato mais amigável para o aluno pesquisado, estimulando assim a motivação para maior dedicação e sinceridade no preenchimento do questionário, quesitos verdadeiramente essenciais para o sucesso da empreitada.

Em que pese a complexidade desse evento, o fato de estarmos já próximos do final do ano letivo de 2005 passou a constituir um ponto de preocupação para o grupo, uma vez que algumas instituições de ensino poderiam criar objeções à realização de pesquisas externas ou atividades do gênero a partir da segunda quinzena de novembro, período tradicionalmente reservado à aplicação de avaliações oficiais, aulas de recuperação e demais tarefas correlatas, uma situação que este autor à época sintetizou como uma *“corrida contra o relógio”*, conforme mensagem de alerta encaminhada para a coordenação do Projeto (via TelEduc) em 21 de outubro, à qual foi respondida com a certeza de que o material estaria impresso e disponível para distribuição em uma semana, o que felizmente acabou prevalecendo.

Assim sendo, cada professor colaborador retirou seu lote de cópias, previamente solicitado, tendo à sua frente todo o mês de novembro como prazo acordado para a operacionalização da pesquisa, momento cercado de expectativas e desencadeador de uma enorme teia de atividades até aqui inertes, no aguardo deste impulso.

Essa foi a versão definitiva do questionário que chegou às escolas, contendo cinco situações-problema abordando conceitos de Álgebra e outras cinco voltadas à Geometria, organizadas respectivamente em blocos de **A1** a **A5** e de **G1** a **G5** com um caderno independente e capeado (Anexo 4) para cada bloco, fruto de relativo consenso entre os componentes do grupo de trabalho:

A1: Artur, Beth, Duda, Franklin e Hanna estavam tentando provar que a seguinte afirmação é verdadeira:

Quando você soma dois números pares quaisquer, o resultado é sempre par.

Resposta de Artur

a é um número inteiro qualquer
b é um número inteiro qualquer
2*a* e 2*b* são números pares quaisquer
2*a* +2b = 2 (*a* + *b*)

Então Artur diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Beth

2 + 2 = 4   4 + 2 = 6
2 + 4 = 6   4 + 4 = 8
2 + 6 = 8   4 + 6 = 10

Então Beth diz que a afirmação é verdadeira.

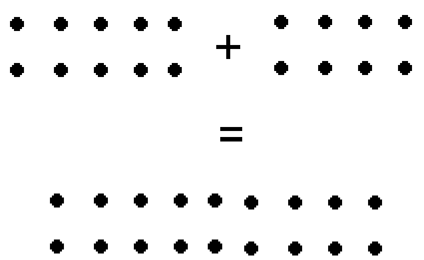
Resposta de Duda

Números pares terminam em 0, 2, 4, 6 ou 8.

Quando você soma dois destes, a resposta vai ainda terminar em 0, 2, 4, 6 ou 8.

Então Duda diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Franklin



Então Franklin diz que a afirmação é verdadeira

Resposta de Hanna

8 + 6 = 14

8 = 2 x 4
6 = 2 x 3
14 = 2 x (4 + 3)

8 + 6 = 2 x 7

Então Hanna diz que a afirmação é verdadeira

Das respostas acima, escolha uma que é a mais parecida com a resposta que você daria se tivesse que resolver esta questão.

Das respostas acima, escolha aquela para a qual você acha que seu professor daria a melhor nota.

A afirmação é:

Quando você soma dois números pares quaisquer, o resultado é sempre par.

Para cada resposta abaixo, circule SIM, NÃO ou NÃO SEI.

	Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.			Mostra que a afirmação é verdadeira **apenas** para alguns números pares.		
Resposta de Artur	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei
Resposta de Beth:	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei
Resposta de Duda:	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei
Resposta de Franklin:	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei
Resposta de Hanna:	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei

A2. Suponha que já foi provado que:

Quando você soma dois números pares quaisquer, o resultado é sempre par.

Zé pergunta o que precisa ser feito para provar que:

Quando você soma dois números pares maiores que 100, o resultado é sempre par.

Escolha A ou B:

(A) Zé não precisa fazer nada, pois a afirmação já foi provada. ☐

(B) Zé precisa construir uma nova prova. ☐

A3. A afirmação abaixo é verdadeira ou falsa?

Quando você soma dois números ímpares quaisquer, o resultado é sempre par.

Justifique sua resposta.

A4. A afirmação abaixo é verdadeira ou falsa?

Quando você soma um múltiplo de três qualquer com um múltiplo de seis qualquer, o resultado é sempre um múltiplo de três.

Justifique sua resposta.

A5: Sabendo que:

4! significa 4 x 3 x 2 x 1

5! significa 5 x 4 x 3 x 2 x 1

Responda:

d) **5!** é um número par?

Justifique

e) O que significa **8!** ?

f) **8!** é um múltiplo de 21?

Justifique

g) **62!** é um múltiplo de 37?

Justifique

h) Pedro calculou **23!**

Sem calcular, determine o último algarismo do resultado encontrado por Pedro.

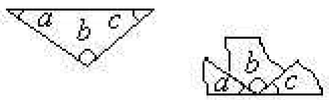
Justifique

G1: Amanda, Dario Hélia, Cíntia e Edu estavam tentando provar que a seguinte afirmação é verdadeira:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer, o resultado é sempre 180º.

Resposta de Amanda

Eu recorto os ângulos e junto os três.



Eu obtenho uma linha reta que é 180º.
Eu tentei para um triângulo eqüilátero e também para um isósceles e a mesma coisa acontece.
Então Amanda diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Dario

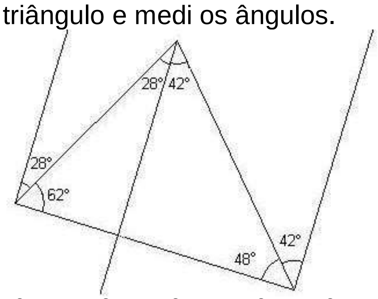
Eu medi cuidadosamente os ângulos de alguns triângulos e fiz uma tabela.

a	b	c	total
110	34	36	180
95	43	42	180
35	72	73	180
10	27	143	180

Em todos eles a soma foi de 180º.
Então Dario diz que a afirmação é verdadeira

Resposta de Hélia

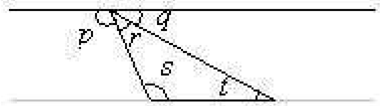
Eu desenhei três retas perpendiculares a um lado do triângulo e medi os ângulos.



$(90^o - 28^o) + 28^o + 42^o + (90^o - 42^o) = 180^o$
Então Hélia diz que a afirmação é verdadeira

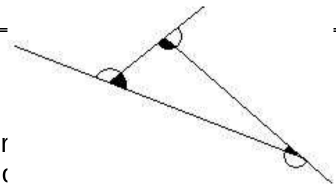
Resposta de Cíntia

Eu desenhei uma reta paralela à base do triângulo:



Afirmações Justificativa
p = s.......................... Ângulos alternos internos entre duas paralelas são iguais.
q = t .... Ângulos alternos internos entre duas paralelas são iguais.
p + q + r = 180º.......... Ângulos numa linha reta.
Logo *s + t + r* = 180º
Então Cíntia diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Edu



Se você caminhar por toda volta sobre a linha do triângulo e terminar olhando o caminho por onde começou, você deve ter gir um total de 360º. Você pode ver que cada ângulo externo quand somado ao ângulo interno deve dar 180º porque eles formam uma reta. Isso faz um total de 540º. 540º – 360º = 180º.

Então Edu diz que a afirmação é verdadeira.

Das respostas acima, escolha uma que é a mais parecida com a resposta que você daria se tivesse que resolver esta questão.

Das respostas acima, escolha aquela para a qual você acha que seu professor daria a melhor nota.

A afirmação é:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer, o resultado é sempre 180°.

Para cada resposta abaixo, circule SIM, NÃO ou NÃO SEI.

	Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.			Mostra que a afirmação é verdadeira **apenas** para alguns triângulos.		
Resposta de Amanda	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei
Resposta de Dario	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei
Resposta de Hélia	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei
Resposta de Cíntia	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei
Resposta de Edu	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei

G2. Suponha que já foi provado que:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer, o resultado é sempre 180°.

Zeca pergunta o que precisa ser feito para provar que:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo retângulo qualquer, o resultado é sempre 180°.

Escolha A ou B:

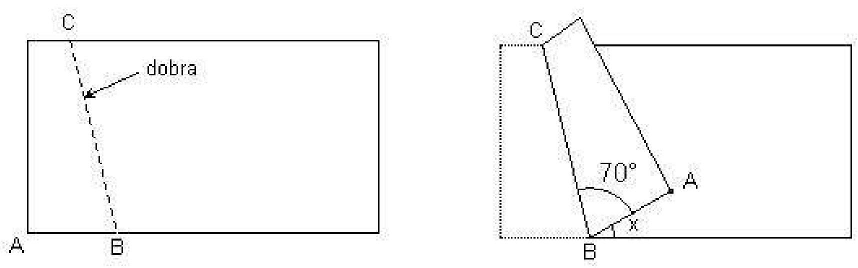
(A) Zeca não precisa fazer nada, pois a afirmação já foi provada. ☐

(B) Zeca precisa construir uma nova demonstração. ☐

G3. A afirmação abaixo é verdadeira ou falsa?

Quando você soma os ângulos internos de um quadrilátero qualquer, o resultado é sempre 360^o.

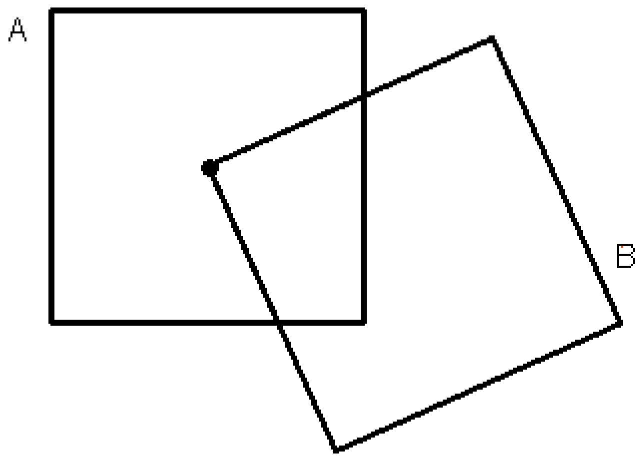
Justifique sua resposta:
G4: Dobre uma folha de papel, conforme o esquema abaixo. Obter o valor de x.



Justifique sua resposta.

G5: A e B são dois quadrados idênticos. Um vértice do quadrado B está localizado no centro do quadrado A.

Qual fração da área do quadrado A está coberta pelo quadrado B?



Justifique sua resposta

2.6 A categorização dos argumentos

Em concomitância à aplicação do Questionário Piloto, as equipes de pesquisadores e professores colaboradores iniciaram discussões visando estabelecer o critério a ser empregado para a categorização das justificativas dos alunos, partindo dos conceitos polarizados de Provas Pragmáticas e Provas Intelectuais definidos por Nicolas Balacheff, passando pelos níveis intermediários de validação Empirismo Ingênuo, Experiência Crucial, Exemplo Genérico e Experiência Mental, promovendo as adaptações necessárias aos objetivos do projeto, cuja tabulação de informações exige *a priori* a adoção de um sistema eminentemente quantitativo, em contraposição à evidente subjetividade inerente à intenção de se classificar o ponto de vista de uma pessoa em relação a determinado tema: até que ponto está correta, ou não, num exemplo cotidiano, a atitude de um indivíduo que prefere assistir a um seriado televisivo de procedência estrangeira à uma telenovela nacional?

Tendo em mente todas essas limitações o grupo de trabalho optou pela montagem de uma escala numérica na qual, a cada valor se associaria uma condição resolutiva assemelhada aos preceitos de cada uma daquelas etapas de transição preconizadas por Balacheff. Assim, em 17 de outubro foi apresentada uma primeira proposta para análise, contemplando a seqüência:

0: Respostas totalmente erradas, respostas que não apresentam justificativas ou exemplos, ou respostas que simplesmente repetem o enunciado caracterizando um ciclo vicioso.

1. Alguma informação pertinente, mas sem deduções ou inferências – por exemplo, respostas que são completamente empíricas.

2. Alguma dedução/inferência, explicitação de propriedades pertinentes ou elementos que evidenciam uma estrutura matemática, sem contudo trazer todos os passos necessários para uma prova.

   2a: Falta muito para chegar à prova (mais próximo de 1).

   2b: Falta pouco para chegar à prova (mais próximo de 3).

3. Respostas corretas, totalmente justificadas.

Posteriormente, ao longo de vários encontros, esses critérios foram empregados ainda em caráter experimental junto aos questionários piloto, ocasiões em que cada uma das questões dissertativas era esmiuçada em conjunto pelos participantes, que julgavam qual a categoria mais adequada às justificativas encontradas (0, 1, 2, 2a, 2b ou 3), num procedimento que permitiria não só o aperfeiçoamento da sistemática mas, principalmente, treinar os professores colaboradores que mais adiante responderiam pela avaliação dos mais de dois mil questionários a serem distribuídos, realizada desta feita individualmente.

Para melhor ilustrar o tipo de trabalho então realizado, segue a análise efetuada pelo grupo sobre as questões de Álgebra contidas no questionário piloto aplicado pelo autor, cujas justificativas aqui reproduzidas procuram preservar fielmente as palavras do aluno:

A3. A afirmação abaixo é verdadeira ou falsa?

Quando você soma dois números ímpares quaisquer, o resultado é sempre par.

Justifique sua resposta.

"Verdadeira, pois se na resposta de Arthur, conclui-se que 2.(a + b), sendo a e b números inteiros quaisquer, o resultado sempre será par, (lembrando que números inteiros apresentam nos negativos e positivos)."

Exs:

3 + 3 = 6 101 + 333 = 434
3 + 5 = 8
9 + 7 = 16"

Avaliação do Grupo:

1 apresenta uma tentativa de generalização, claramente amparada em algumas situações empíricas.

Observação: A *resposta de Arthur* citada pelo aluno remete ao conteúdo da questão **A1** (*"Quando você soma dois números pares quaisquer, o resultado é sempre par."*).

A4. A afirmação abaixo é verdadeira ou falsa?

Quando você soma um múltiplo de três qualquer com um múltiplo de seis qualquer, o resultado é sempre um múltiplo de três.

Justifique sua resposta.

"Verdadeira, pois um múltiplo de seis já é um múltiplo de três, então se somado a qualquer múltiplo de 3 continuará com suas propriedades de múltiplo de três."

3 + 6 = 9 : 3 = 3

30 + 60 = 90 : 3 = 30

9 + 12 = 21 : 3 = 7"

Avaliação do Grupo:

3 – Resposta textual totalmente justificada, em que pese a utilização de exemplos numéricos, neste caso em caráter meramente acessório.

A5: Sabendo que:

4! significa 4 x 3 x 2 x 1

5! significa 5 x 4 x 3 x 2 x 1

Responda:

a) **5!** é um número par?

Justifique

"Sim, pois 4! = 24 e 5! = 24 x 5 = 120 que é número par, podendo concluir que quando há números pares em multiplicação o resultado é par."

Avaliação do Grupo:

3 – Resposta justificada através do emprego de propriedade. Para situações da espécie ficou então acordado o estabelecimento de um novo código: o **3p**.

b) O que significa **8!** ?

“8 x 7 x 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1”

Avaliação do Grupo:

3 – Havia sido decidida previamente a aceitação deste tipo de resposta como totalmente justificada através do uso de cálculo, sinalizada com a inclusão do código **3c**.

c) **8!** é um múltiplo de 21?

Justifique

“Não, pois quando há números pares em uma multiplicação o resultado também é par, 21 é ímpar então não são múltiplos.”

Avaliação do Grupo:

0 – Resposta totalmente incorreta, tendo em vista a evidente confusão entre os conceitos mencionados.

d) **62!** é um múltiplo de 37?

Justifique

“Não, pois o resultado é par e 37 é ímpar, não são múltiplos.”

Avaliação do Grupo:

0 – Ratificação do raciocínio conflituoso utilizado anteriormente.

e) Pedro calculou **23!**
Sem calcular, determine o último algarismo do resultado encontrado por Pedro.

Justifique

"1, pois 23! = 23 x 22 x 21....3 x 2 x 1."

Avaliação do Grupo:

0 – Depreende-se que talvez o sentido desejado pelo enunciado não tenha sido devidamente percebido pelo aluno.

Claro está que tal sistemática somente pode ser aplicada às questões que pedem algum tipo de justificativa ao sujeito pesquisado, no caso, **A3**, **A4**, **A5** (itens **a** até **e**) do caderno de Álgebra, e **G3**, **G4** e **G5** do de Geometria.

Como visto, ao final desta série de encontros a escala imaginada inicialmente acabaria sofrendo alguns pequenos ajustes, passando a assumir a partir de então uma formatação definida pela seguinte seqüência:

0: Respostas totalmente erradas, respostas que não apresentam justificativas ou exemplos, ou respostas que simplesmente repetem o enunciado caracterizando um ciclo vicioso.

1: Alguma informação pertinente, mas sem deduções ou inferências – por exemplo, respostas que são completamente empíricas.

2: Alguma dedução/inferência, explicitação de propriedades pertinentes ou elementos que evidenciam uma estrutura matemática, sem contudo trazer todos os passos necessários para uma prova.

2a: Falta muito para chegar a prova (mais próximo de 1).

2b: Falta pouco para chegar a prova (mais próximo de 3).

3C: Respostas corretas, totalmente justificadas por meio de cálculos.

3P: Respostas corretas, totalmente justificadas com referência a propriedades pertinentes.

2.7 A entrevista

Uma vez concluídas as análises preliminares das informações coletadas na pesquisa, deve ser avaliada a necessidade da realização de entrevistas com alunos participantes para obtenção de maiores esclarecimentos quanto a tendências manifestadas nas respostas, dúvidas mais comuns, inconsistências de raciocínio e demais ocorrências significativas, quer pela quantidade encontrada, quer pelos fatos que, por si, sejam capazes de revelar indícios que agreguem valor à análise.

Para tanto, os protocolos podem ser classificados e agrupados em função dos tipos de resposta apurados, ou por outros critérios que se mostrem mais apropriados naquele momento. Caso o cenário resultante recomende a realização de entrevistas, hipótese mais provável dada a complexidade da temática, deve ser eleito ao menos um protocolo de cada grupo e previamente elaborado um roteiro básico contemplando os aspectos mais intrigantes em cada situação. Para maior conforto e precisão as conversações devem ser gravadas e cada aluno entrevistado pode ter acesso ao seu questionário para relembrar os registros efetuados, bem como acrescentar novos elementos, se de utilidade para a perfeita compreensão pelo pesquisador dos aspectos mais obscuros.

De antemão devem ser tomadas todas as medidas de praxe: autorização formal da escola e/ou da família do aluno, agendamento do encontro e preparação para a condução da conversa, de forma que o entrevistado sinta-se favoravelmente desinibido e motivado para auxiliar no esclarecimento das dúvidas. Como de resto em todo o processo, a identidade dos sujeitos também deve ser preservada aqui, através da utilização de nomes fictícios, apelidos e outros recursos da espécie.

CAPÍTULO 3. TRABALHO DE CAMPO E SUA DISCUSSÃO

3.1 A aplicação da pesquisa

Vencido cada degrau dentro do processo, o projeto AprovaME chegava então a um momento chave em sua evolução com a distribuição das cópias a 27 professores colaboradores, que as encaminharam a 2.038 estudantes dos períodos matutino, vespertino e noturno, alocados em 76 salas de aula em mais de trinta instituições de ensino, privadas e públicas (entre estaduais e municipais), situadas em dez municípios de diferentes regiões geográficas do Estado de São Paulo: Capital, Jacupiranga, Jundiaí, Lorena, Osasco, Promissão, Santo André, Santos, São Bernardo do Campo e São Caetano do Sul.

Considerando o porte e a complexidade logística envolvida nesta atividade, foram fixadas algumas normas de conduta (Anexo 5) a serem observadas por todos os participantes, resultado também de coleta e síntese de várias sugestões angariadas presencial e virtualmente nos meses anteriores.

Ao longo do mês de novembro cada professor colaborador conduziu a aplicação dos questionários nas escolas sob sua responsabilidade, procedendo também à avaliação das justificativas recebidas de acordo com os critérios estipulados. Período de trabalho intenso e de enfrentamento de várias dificuldades, destacando-se, sobretudo, as dúvidas surgidas na avaliação das respostas às questões dissertativas, momentos em que se disparavam telefonemas, *e-mail* e mensagens TelEduc a orientadores, pesquisadores, colegas, enfim, onde quer que se pudesse procurar auxílio.

A título de exemplo, foi aberto em 28 de outubro um Fórum virtual para debate da correta categorização da seguinte resposta encontrada para a questão **A5e**, que já havia sido objeto de muita discussão em um encontro anterior:

“...pois sempre a última multiplicação será ‘2x1’ que é igual a ‘2’ e todo número multiplicado por 2 é um número par.”

Participaram cinco professores colaboradores, este autor inclusive, em que ao final apuraram-se as classificações **3**, **3P**, **2b**, **0** e **1**, não havendo consenso sequer sobre a correção (ou não) da afirmativa proposta.

Situação previsível, haja vista a experiência já vivenciada na aplicação piloto, embora em menor escala. No entanto, com serenidade, aos poucos os obstáculos foram sendo transpostos com a ajuda dos diversos encontros presenciais, virtuais (portfólios e fóruns TelEduc), mensagens e muito esforço, de sorte que os prazos programados não sofreram grandes prejuízos.

Seguem depoimentos de alguns professores colaboradores, preservados os seus nomes, numa tentativa de estabelecer um olhar panorâmico sobre o que representou esta fase:

> Tinha dúvidas de como aplicar as provas, mas durante as reuniões elas foram esclarecidas. Durante a aplicação tive dificuldade em manter o silêncio e a concentração dos alunos, quem me ajudou muito foram os professores mais antigos da escola, desta forma consegui manter o ambiente favorável.
>
> Percepção das dificuldades de alguns alunos em entender as perguntas. Não consegui acompanhar a aplicação do questionário em todas as turmas como gostaria.
> Acompanhei apenas uma turma durante todo o tempo em que respondiam as questões, nas outras duas fiz a apresentação do questionário e tive o

> auxilio do professor dessas turmas no tempo restante. As atividades que a escola desenvolvia naquele período dificultaram minha permanência na sala.
>
> A aplicação do questionário despertou o interesse do professor das turmas escolhidas (meus alunos eram de 5ª e 6ª séries). Se este professor puder acompanhar as próximas fases, possivelmente será um colaborador e ou divulgador do projeto, principalmente se esta participação interferir na sua prática.
>
> Um ponto negativo foi a aplicação do questionário muito próximo do final das aulas.
>
> Outro momento significativo foi a realização da pesquisa (demonstração em geometria e álgebra) que nos fez enxergar o quanto este assunto está esquecido no ensino e algo precisa ser feito.
>
> Ponto negativo: desinteresse por parte dos alunos, acho que pelo fato de não valer nota.
>
> A aplicação do questionário foi um desafio, pois encontrar uma escola disponível e convencer as turmas a responder os questionários com a atenção e seriedade que precisávamos foi realmente muito trabalhoso.

Não foi diferente no caso deste autor, mesmo de posse da concordância da Administração da Escola Municipal de Ensino Professora Alcina Dantas Feijão (pública), de São Caetano do Sul, para a aplicação dos questionários a três turmas (8ª A, 8ª B e 1A), tendo encontrado grande resistência ao desempenho da tarefa por parte da Coordenação do curso de Ensino Fundamental, devido a questões de indisponibilidade de horário em virtude da proximidade do final do ano letivo, houve por bem transferir, após negociação, a pesquisa para as oitavas séries **A** e **B** do Colégio Ateneu (privado), no mesmo município, sendo levada à prática com a anuência dos organizadores do projeto AprovaME. Ressalte-se que, no caso da primeira série do Ensino Médio (1A), o trabalho transcorreu normalmente conforme o previsto.

Ainda neste particular, os questionários em todas estas turmas foram aplicados por um mesmo professor, titular à época da disciplina Matemática em ambas as escolas citadas, uma vez que o autor somente leciona para turmas da 3ª série do Ensino Médio, excluídas do público-alvo deste projeto.

Para fins de registro dos principais aspectos observados durante o andamento dos trabalhos, haja vista minha ausência nessa etapa, útil enquanto subsídio à análise dos resultados, realizei entrevista com esse professor aplicador (reproduzida no Apêndice 1), merecendo destaque a inexistência de conteúdos de Geometria na grade curricular de todas estas turmas pesquisadas, daí a expectativa de encontrar maiores dificuldades nas questões que os contemplam (incluindo as duas que compõem o foco do presente estudo), e a possibilidade das informações coletadas nas respostas não refletirem com exatidão o real potencial do aluno naquelas temáticas, fruto de um relaxamento decorrente da não atribuição de nota, de acordo com a opinião do entrevistado.

3.2 A codificação das justificativas

Conforme procedimento descrito anteriormente, de forma concomitante ao desenrolar da pesquisa de campo, aprofundava-se o difícil trabalho de análise das justificativas então apresentadas, de maneira que, até o final de 2005, toda a massa de informações estivesse preparada para a tabulação, processo denominado Codificação pelo público interno do Projeto, e a consolidação global dos resultados.

Menos complexo que a avaliação das respostas dos alunos, mas contendo o mesmo grau de importância, a forma de apresentação dos dados deveria primar pela clareza, objetividade e exatidão, pois, afinal de contas grande parte das discussões e trabalhos posteriores envolvendo o projeto se alimentaria desta síntese, representativa por excelência de todos os esforços envidados meses a fio, e não dos questionários individuais, aos quais doravante se referirá apenas como Protocolos.

Diante deste fato a coordenação do AprovaME desenvolveu e apresentou a todo o grupo de trabalho em dezembro 2005 uma planilha MS Excel configurada para abrigar todas as respostas acumuladas, sendo que, a cada uma de suas linhas a serem preenchidas estaria associado o nome de um aluno participante (protocolo). Por outro lado, cada uma das colunas guarda correspondência ou com um dos critérios **0**, **1**, **2a**, **2b** e **3** (para as questões passíveis desta categorização), ou então com uma das alternativas de escolha/preenchimento disponíveis (para as demais questões).

No momento da impostação nas respectivas células, os dados dos protocolos deveriam ser devidamente convertidos em registros numéricos binários **0** e **1**, traduzindo a não escolha ou a escolha, nesta ordem, da opção indicada em cada coluna por protocolo, de maneira a permitir ao final uma totalização dos resultados por questão, por tipo de resposta, por uma determinada opção, etc.

Repassadas pelo grupo todas as instruções a serem seguidas e esclarecidas as dúvidas levantadas, cada professor colaborador foi então incumbido da codificação dos protocolos em seu poder durante as férias escolares de janeiro 2006 e, evidentemente, do tempestivo retorno da planilha resultante à coordenação do projeto, responsável pela consolidação de todas as informações coletadas.

Procurando clarificar a dinâmica dos procedimentos descritos, segue um modelo detalhado de preenchimento da planilha adotada:

Alguns exemplos de codificação dos cadernos *Álgebra* e *Geometria*

G1: Amanda, Dario Hélia, Cíntia e Edu estavam tentando provar que a seguinte afirmação é verdadeira:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer, o resultado é sempre 180°.

Resposta de Amanda

Eu recorto os ângulos e junto os três.

Eu obtenho uma linha reta que é 180°.
Eu tentei para um triângulo equilátero e também para um isósceles e a mesma coisa acontece.
Então Amanda diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Dario

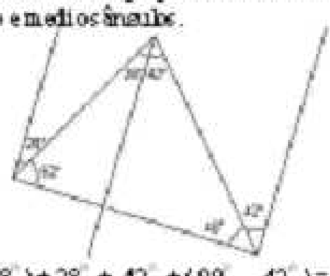
Eu medi cuidadosamente os ângulos de alguns triângulos e fiz uma tabela.

a	b	c	total
110	34	36	180
95	43	42	180
35	72	73	180
10	27	143	180

Em todos eles a soma foi de 180°.
Então Dario diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Hélia

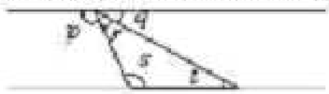
Eu desenhei três retas perpendiculares a um lado do triângulo e medi os ângulos.



$(90° - 28°) + 28° + 42° + (90° - 42°) = 180°$
Então Hélia diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Cíntia

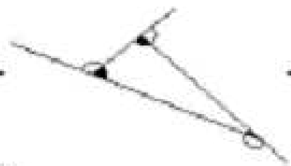
Eu desenhei uma reta paralela à base do triângulo:



Afirmações	Justificativa
$p = s$	Ângulos alternos internos entre duas paralelas são iguais.
$q = t$	Ângulos alternos internos entre duas paralelas são iguais.
$p + q + r = 180°$	Ângulos numa linha reta.

$\therefore s + t + r = 180°$
Então Cíntia diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Edu



Se você caminhar por toda volta sobre a linha do triângulo e terminar olhando o caminho por onde começou, você deve ter girado um total de 360°. Você pode ver que cada ângulo externo quando somado ao ângulo interno deve dar 180° porque eles formam uma reta. Isso faz um total de 540°. 540° − 360° = 180°.

Então Edu diz que a afirmação é verdadeira.

Das respostas acima, escolha uma que é a mais parecida com a resposta que você daria se tivesse que resolver esta questão.

Amanda

Das respostas acima, escolha aquela para a qual você acha que seu professor daria a melhor nota.

Amanda

Na planilha fica:

	A	CJ	CK	CL	CM	CN	CO	CP	CQ	CR	CS
1											
2		G1									
3		Mais parecida					Melhor Nota				
4	Aluno	Amanda	Dario	Helia	Cintia	Edu	Amanda	Dario	Helia	Cintia	Edu
5	Renan	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
6											

Se o aluno escolher mais que uma opção, insere-se 1 em todas as escolhidas.

A afirmação é:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer, o resultado é sempre 180^{o}

Para cada resposta abaixo, circule SIM, NÃO ou NÃO SEI.

	Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.			Mostra que a afirmação é verdadeira **apenas** para alguns triângulos.		
Resposta de Amanda	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei
Resposta de Dario	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei
Resposta de Hélia	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei
Resposta de Cíntia	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei
Resposta de Edu	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei

Na planilha fica:

	A	CT	CU	CV	CW	CX	CY
1							
2		Amanda					
3		Sempre Verdadeira			Às vezes verdadeira		
4	Aluno	Sim	Não	Não Sei	Sim	Não	Não Sei
5	Renan	1	0	0	0	1	0
6							

	A	CZ	DA	DB	DC	DD	DE
1							
2		Dario					
3		Sempre Verdadeira			Às vezes verdadeira		
4	Aluno	Sim	Não	Não Sei	Sim	Não	Não Sei
5	Renan	0	1	0	1	0	0
6							

	A	DF	DG	DH	DI	Barra de fórmulas	DK
1							
2		Hélia					
3		Sempre Verdadeira			Às vezes verdadeira		
4	Aluno	Sim	Não	Não Sei	Sim	Não	Não Sei
5	Renan	1	0	0	0	1	0
6							

	A	DL	DM	DN	DO	DP	DQ
1							
2		Cintia					
3		Sempre Verdadeira			Às vezes verdadeira		
4	Aluno	Sim	Não	Não Sei	Sim	Não	Não Sei
5	Renan	0	0	1	0	0	1
6							

	A	DR	DS	DT	DU	DV	DW
1							
2		Edu					
3		Sempre Verdadeira			Às vezes verdadeira		
4	Aluno	Sim	Não	Não Sei	Sim	Não	Não Sei
5	Renan	0	1	0	1	0	0
6							

G2. Suponha que já foi provado que:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer, o resultado é sempre 180º.

Zeca pergunta o que precisa ser feito para provar que:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo retângulo qualquer, o resultado é sempre 180º.

Escolha A ou B:

(A) Zeca não precisa fazer nada, pois a afirmação já foi provada. ☐

(B) Zeca precisa construir uma nova demonstração. ☒

Na planilha fica:

	A	DX	DY
1			
2		G2	
3			
4	Aluno	Nada	Nova
5	Renan	0	1
6			

A3. A afirmação abaixo é verdadeira ou falsa?

Quando você soma dois números ímpares quaisquer, o resultado é sempre par.

Justifique sua resposta.

SIM PORQUE...

1, 3, 5, 7, 9

1 + 3 = 4
1 + 5 = 6
1 + 7 = 8
1 + 9 = 10

3 + 3 = 6
3 + 5 = 8
3 + 7 = 10
3 + 9 = 12

5 + 7 = 12
5 + 9 = 14

O esquema para codificar esta resposta é:

0: *Respostas totalmente erradas, respostas que não apresentam justificativas ou exemplos, ou respostas que simplesmente repetem o enunciado caracterizando um "círculo vicioso".*

1: *Alguma informação pertinente, mas sem deduções ou inferências. Por exemplo, respostas que são completamente empíricas.*

2: *Alguma dedução/inferência, explicitação de propriedades pertinentes ou elementos que evidenciam uma estrutura matemática, sem contudo trazer todos os passos necessários para uma prova.*

2a: *Falta muito para chegar à prova (mais próximo de 1)*
2b: *Falta pouco para chegar à prova (mais próximo de 3)*

3: *Respostas corretas, totalmente justificadas.*

Na planilha fica:

Aparece "1" aqui, pois o aluno apresentou apenas casos empíricos em sua justificativa.

	A	AR	AS	AT	AU	AV	AW	AX
1								
2		A3						
3		Verdeira ou falsa?		Justificativa				
4	Aluno	Verd	Fal	0	1	2a	2b	3
5	Renan	1	0	0	1	0	0	0

Coloca-se "1" aqui se o aluno indicar que concorda com a afirmação – ainda que ele simplesmente apresente uma justificativa, sem ter explicitado "sim", "verdadeira", etc.

Se o aluno indicar, de alguma forma, que não concorda com a afirmação, coloca-se "1" aqui.

Face ao leque de situações encontradas, seriam ainda admitidas ao esquema de codificação apresentado, juntamente com o **0** e o **1**, as possibilidades de resposta:

-2 Em branco;

-1 "Não sei".

3.3 Memorial reflexivo

Marcando o final do primeiro semestre, e da primeira fase do projeto AprovaME, a coordenação solicitou a cada um dos participantes (pesquisadores e mestrandos) a elaboração de um memorial contendo na essência uma reflexão pessoal sobre as experiências vivenciadas no período, por meio do registro e análise sistemática das ações, impressões, interpretações, explicitações, hipóteses e preocupações envolvidas. Instrumento avaliativo e crítico que não apenas permitiria um reconhecimento da trajetória percorrida durante a Fase 1 como também poderia vir a subsidiar a retomada das atividades já no limiar da Fase 2. De forma dirigida, contemplava os aspectos:

- Para você, quais foram os momentos mais significativos desta primeira fase?

- Que dificuldades enfrentou e o que o ajudou a superá-las?

- Cite e comente um ponto positivo e um ponto negativo desta fase do projeto.

- Outros comentários ou sugestões.

E, antevendo os próximos passos no andamento das atividades, sobretudo a construção de situações de aprendizagem envolvendo argumentação, prova e demonstração, pedia ainda a descrição de uma atividade relacionada a estes temas já desenvolvida junto aos alunos, ainda que sem o uso de recursos computacionais, além de uma outra realizada como aluno, durante a formação. Em caso negativo, o participante deveria comentar as razões da não abordagem daqueles temas em sala de aula.

Um olhar sobre os Memoriais publicados no sistema TelEduc revela uma relativa convergência de opiniões, depreendida entre os pontos de vista com maior freqüência, elencados pelos professores colaboradores, discriminados em cada um dos aspectos em que se dividia a sondagem:

- Momentos mais significativos:

Em geral, envolvem os assuntos tratados durante os encontros, a aplicação dos questionários e a codificação.

> Tivemos momentos significativos em todas as reuniões: leitura e discussão dos textos, interpretação de alguns questionários e discussões a respeito das codificações.
>
> ...as reuniões quinzenais até a aplicação e codificação dos questionários.
>
> Os momentos mais significativos poderiam ser todos, mas, em particular, a análise dos protocolos quando pudemos verificar quais são as dificuldades dos alunos – algumas comuns ao que pudemos observar no dia a dia com nossos alunos, independentemente da pesquisa feita pelo AprovaME.
>
> A proposta de participar como sujeito resolvendo e respondendo as questões, nos ajudou muito na compreensão e seleção do que seria aplicado em nossos alunos, pensar no tempo de aplicação, arrumação de algumas questões que não estavam muito claras, correções em enunciados.

- Dificuldades enfrentadas:

Indubitavelmente, o predomínio dos problemas com a categorização das justificativas apresentadas, embora também fossem representativos os obstáculos no trato com a sisudez da literatura acadêmica.

> A classificação de algumas respostas dos alunos pesquisados nos níveis estabelecidos constituiu uma dificuldade significativa porém o auxílio dos colegas e professores ajudou a minimizá-la.
>
> Uma dificuldade foi a compreensão dos textos, onde foi necessário várias leituras. Também a codificação dos questionários foi trabalhosa, tivemos vários encontros para esclarecer os critérios adotados e definir a pontuação de cada pergunta.

- Pontos positivos:

Destaque para a satisfação com o cumprimento das metas previstas para a Fase 1.

> A organização do projeto tanto nas atividades presenciais como no ambiente TelEduc constituiu um ponto positivo do projeto além dele próprio pois, atualmente, mesmo os docentes que já trabalham há anos no magistério têm dificuldades para realizar provas.
>
> Como ponto positivo, tenho que o objetivo que queríamos alcançar para a 1ª Fase do Projeto foi alcançado, ou seja, aplicamos e codificamos os questionários.
>
> Tenho vários: a troca de experiências com os meus colegas, a aplicação dos questionários, as discussões pertinentes sobre o tema e saber que com este projeto temos dados estatísticos que poderão ser úteis para uma possível mudança no ensino de matemática relacionada a provas e argumentações.

- Pontos negativos:

Verificada aqui a pequena quantidade de situações geradoras de desconforto aos participantes, inclusive com dispersão entre as respostas encontradas.

> Não notei ocorrências significativas a ponto de serem colocadas como pontos negativos.
>
> Agora, ponto negativo, não consegui identificar algum de muita importância, a não ser o fato de não saber onde colocar -1 ou -2 na planilha em alguns casos.
>
> Ponto negativo: muitas turmas diferentes, pois caso contrário, as discussões seriam muito mais ricas e nos tornaríamos mais unidos.
>
> Está sendo conciliar todas as disciplinas e o projeto (tempo).
>
> Poucos textos em português sobre o assunto.
>
> Talvez falte um pouco mais de informação a respeito do que está sendo estudado neste projeto, gostaria de saber os resultados do projeto anterior já aplicado em outros paises.

- Atividades relacionadas a prova e demonstração:

Raras, de acordo com a enquete. Normalmente vinculadas aos conteúdos equação de 2º grau (Fórmula de Bhaskara e propriedades das raízes), relações no triângulo retângulo (teorema de Pitágoras), trigonometria (algumas razões trigonométricas) e Geometria Analítica. O manifesto desinteresse dos alunos pelo tema desmotivaria a tomada de outras iniciativas da espécie, conforme justificativa recorrente.

> Quanto às atividades relacionadas ao tema, tenho desenvolvido com os alunos, na introdução de quase todos os assuntos a serem estudados, apenas as conjecturas a partir da observação de vários casos (nível 1 de nosso projeto).
>
> Desenvolvi com alunos de 7ª Série a atividade que Amanda dá como resposta, o recorte dos ângulos para obter juntos 180°.
>
> Atividades do projeto de classes de aceleração da Secretaria de educação de SP, onde em vários momentos eram abordadas algumas demonstrações.
>
> No ensino médio com ajuda do programa Cabri, levanto algumas questões no ensino de geometria analítica.
>
> Normalmente não dou muita atenção para as provas e demonstrações, na minha opinião isso de deve ao fato de seguir o livro didático onde são poucas as demonstrações e provas.
>
> Esse tipo de ação está prejudicado atualmente pois sinto em meus alunos uma única preocupação. Quanto você trabalha um conhecimento eles tem apenas uma pergunta “Como faz?”, perguntas como “O que é?”, “Por quê?”, “Há outra forma?” estão cada vez mais raras e se você as colocam pouco repercutem.

> Não trabalho com demonstração com os alunos, porque os mesmos já assumiram a postura de querer saber direto a formula, e não tem paciência de ver uma demonstração.
>
> Nunca trabalhei tal atividade com meus alunos, por vários motivos:
>
> - Quando nós fazemos alguma demonstração para os alunos eles acham muito difícil, pelo motivo que eles também não estão acostumados e familiarizados com tal atividade.
>
> - Mesmo eu, como aluno, não tive esta experiência, fica então mais difícil para aplicar com os alunos.
>
> - Em escolas particulares sempre trabalhei com sistemas de ensino (Anglo), onde o tempo é curtíssimo. Já em escolas estaduais, os alunos sentem muitas dificuldades.

Igualmente, durante a formação profissional, a tônica dominante foi a aparição eventual de algumas demonstrações formais em aulas e a pouca ênfase na importância da disseminação desta prática como parte do cotidiano pedagógico, lembram os colaboradores.

> Durante minha formação lembro de demonstrações formais no quadro e alguns exercícios tipo ‘prove que’.
>
> Durante minha formação não me recordo de atividades sobre provas e demonstrações.

A leitura destes depoimentos não somente corrobora as impressões iniciais que motivaram a elaboração do presente estudo como ainda reforça sua relevância social: a existência de grandes dificuldades, tanto no trato de questões envolvendo raciocínios lógico-dedutivos mais elaborados como no próprio entendimento das demonstrações realizadas em aula, que em tese deveriam justamente exercer um papel facilitador no processo de acomodação do conhecimento. Evidenciados também o desinteresse e o distanciamento dos alunos em relação à matéria, como que fechando e realimentando este círculo vicioso.

Previsível, embora preocupante, a tendência manifestada por alguns professores diante da resistência oferecida pelas turmas de evitar esquemas de aula que privilegiassem o aprofundamento daquelas temáticas, até numa repetição de suas próprias experiências enquanto estudantes, contribuindo assim para a perenização desse ciclo.

3.4 A amostra

Uma vez concluído o processo individualizado de codificação das justificativas, já em fevereiro 2006, cada participante encaminhou todo o lote de protocolos aplicados e sua planilha eletrônica à coordenação do projeto, responsável pela recepção e consolidação de todos os resultados apurados em um único arquivo, que passaria a conter ao final de alguns ajustes e adaptações, necessários, as informações coletadas para um total de 1.998 protocolos considerados válidos (entre 2.012 distribuídos), discriminados por número seqüencial, nome do professor colaborador aplicador, sala e apelido do aluno, parcialmente reproduzido no Anexo 11.

Em sobreposição ao início da Fase 2 do AprovaME, o grupo de trabalho também mobilizou-se na segmentação entre duas linhas distintas quanto ao foco na estruturação de pesquisas, por assim dizer, paralelas aos objetivos centrais do projeto e que, conforme o previsto, serviriam de esteio às Dissertações de Mestrado dos professores colaboradores envolvidos. Dentro deste contexto, uma das turmas formadas desenvolveria temas vinculados à utilização dos conceitos de prova e demonstração matemática em diversos livros didáticos adotados em cursos regulares do Ensino Fundamental (oitavas sérias) e Ensino Médio (primeira série); a outra estaria dedicada ao estudo do desempenho dos alunos verificado nas respostas atribuídas às diferentes questões de Álgebra e Geometria registradas nos protocolos, com o fracionamento do questionário em seis partes, a saber:

- A1 e A2;
- A3 e A4;
- A5;
- G1 e G2;
- G3;
- G4 e G5.

Cada um destes grupamentos foi então confiado a um único mestrando, que deveria, por decisão da coordenação do projeto, restringir suas observações apenas aos cinqüenta elementos de uma amostra obtida aleatoriamente a partir do universo de 1.998 protocolos, gerada de forma centralizada e distribuída para uso comum.

Foi publicada, então, uma lista contendo os cinqüenta protocolos sorteados e efetuados entre os participantes o rateio das tarefas de localização física dos respectivos cadernos de questões, reprodução (providenciar uma cópia para cada mestrando e para cada pesquisador), preenchimento/conferência dos campos codificados de cada protocolo, retorno e consolidação dos dados para disponibilização geral.

Com o envio da planilha representativa da amostra, apresentada no Anexo 6, e a realização de um encontro da turma para esclarecimentos gerais e orientações sobre os próximos procedimentos a serem seguidos no trato com as questões a serem analisadas por mestrando, o centro do foco dissertativo do presente estudo passa então a priorizar o desenvolvimento da pesquisa com as questões designadas, preterindo deste trecho em diante o histórico do andamento das etapas restantes do projeto AprovaME, o qual certamente será ainda – dada a sua notória relevância para a evolução do ensino de Matemática no Brasil – objeto de inúmeras produções acadêmicas no futuro próximo.

3.5 O escopo

Um questionário composto por dois cadernos, contendo um deles cinco questões de Álgebra e o outro, cinco questões de Geometria, foi aplicado a um universo de 1.998 alunos dentre os quais, por sua vez, selecionou-se uma amostra randômica de 50 sujeitos (protocolos), cujas respostas passaram a constituir uma base de dados única.

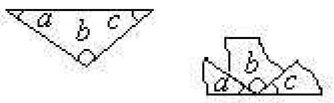
E, daquelas dez questões originais, o objeto de interesse da pesquisa a ser desenvolvida e apresentada neste trabalho fica delimitado a apenas duas delas, denominadas G1 e G2, a saber:

G1: Amanda, Dario, Hélia, Cíntia e Edu estavam tentando provar que a seguinte afirmação é verdadeira:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer, o resultado é sempre 180^o.

Resposta de Amanda

Eu recorto os ângulos e junto os três.



Eu obtenho uma linha reta que é 180^o.
Eu tentei para um triângulo eqüilátero e também para um isósceles e a mesma coisa acontece.
Então Amanda diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Dario

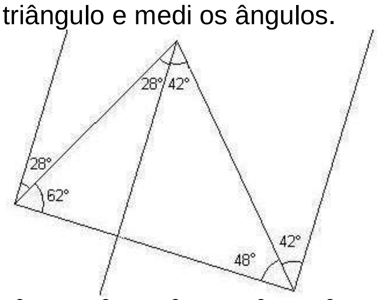
Eu medi cuidadosamente os ângulos de alguns triângulos e fiz uma tabela.

a	b	c	total
110	34	36	180
95	43	42	180
35	72	73	180
10	27	143	180

Em todos eles a soma foi de 180^o.
Então Dario diz que a afirmação é verdadeira

Resposta de Hélia

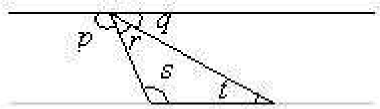
Eu desenhei três retas perpendiculares a um lado do triângulo e medi os ângulos.



$(90^o - 28^o) + 28^o + 42^o + (90^o - 42^o) = 180^o$
Então Hélia diz que a afirmação é verdadeira

Resposta de Cíntia

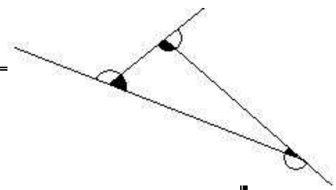
Eu desenhei uma reta paralela à base do triângulo:



Afirmações	Justificativa
$p = s$..........................	Ângulos alternos internos entre duas paralelas são iguais.
$q = t$	Ângulos alternos internos entre duas paralelas são iguais.
$p + q + r = 180^o$..........	Ângulos numa linha reta.

Logo $s + t + r = 180^o$
Então Cíntia diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Edu



Se você caminhar por toda volta sobre a linha do triângulo e terminar olhando o caminho por onde começou, você deve ter girado um total de 360^o. Você pode ver que cada ângulo externo quando somado ao ângulo interno deve dar 180^o porque eles formam uma reta. Isso faz um total de 540^o. 540^o – 360^o = 180^o.

Então Edu diz que a afirmação é verdadeira.

Das respostas acima, escolha uma que é a mais parecida com a resposta que você daria se tivesse que resolver esta questão.

Das respostas acima, escolha aquela para a qual você acha que seu professor daria a melhor nota.

A afirmação é:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer, o resultado é sempre 180º.

Para cada resposta abaixo, circule SIM, NÃO ou NÃO SEI.

	Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.			Mostra que a afirmação é verdadeira **apenas** para alguns triângulos.		
Resposta de Amanda	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei
Resposta de Dário	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei
Resposta de Hélia	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei
Resposta de Cíntia	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei
Resposta de Edu	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei

G2. Suponha que já foi provado que:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer, o resultado é sempre 180º.

Zeca pergunta o que precisa ser feito para provar que:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo retângulo qualquer, o resultado é sempre 180°.

Escolha A ou B:

(A) Zeca não precisa fazer nada, pois a afirmação já foi provada. ☐

(B) Zeca precisa construir uma nova demonstração. ☐

Ambas tabelas relacionadas, como visto, a problemas envolvendo a validação para a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo, cujo resultado em quaisquer circunstâncias é sempre igual a meia volta (180 graus, π radianos etc).

O primeiro caso (G1), subdividido em duas etapas, registra uma confrontação entre justificativas diferentes, todas corretas, atribuídas a cinco personagens (Amanda, Dario, Hélia, Cíntia e Edu), em que o aluno é levado à opção por uma ou, no máximo, por duas delas, representando uma escolha de caráter puramente pessoal (*Das respostas acima, escolha uma que é a mais parecida com a resposta que você daria se tivesse que resolver esta questão*) e uma outra de forma presumida (*Das respostas acima, escolha aquela para a qual você acha que seu professor daria a melhor nota*), tentando interpretar a maneira de pensar de uma terceira pessoa, o professor. Em seguida, o aluno é convidado a uma análise da abrangência de cada proposição, isoladamente, sob o pressuposto de que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer é, realmente, sempre igual a 180 graus, respondendo com *Sim*, *Não* ou *Não Sei* se as argumentações ali expostas justificam plenamente (*Mostra que a afirmação é sempre verdadeira*) ou apenas parcialmente (*Mostra que a afirmação é verdadeira apenas para alguns triângulos*) esta afirmação.

A outra questão (G2), supondo já comprovada a afirmação anterior, pede ao aluno que indique o procedimento a ser adotado para a validação do caso em que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo retângulo resulte em 180 graus. Apresenta duas alternativas para tal: Uma (A) evidenciando o fato da justificação da soma dos ângulos internos igual a 180° para um triângulo qualquer ser aplicável também à figura do triângulo retângulo; e outra (B) impondo a necessidade do desenvolvimento de uma demonstração específica para esta figura.

3.6 Aspectos de provas

Numa análise *a priori*, há interesse do estabelecimento de uma aderência entre os conteúdos abordados pelas questões G1 (especialmente) e G2 e as diversas etapas de classificação de justificativas preconizadas por Balacheff que fundamentam esta seção da pesquisa, com o objetivo de mostrar quais as intenções contidas em cada enunciado e das alternativas disponíveis à escolha pelo aluno, no tocante à categorização das provas e demonstrações matemáticas.

De concepção hermética, estas não possibilitam a expressão textual do ponto de vista do aluno, manifestado somente através da opção por uma das respostas pré-formatadas, situação funcional enquanto facilitadora da classificação das justificativas, contra o risco de que a omissão dos detalhes que motivaram tais escolhas represente, por outro lado, uma perda considerável de informação.

Ao contrário de outras questões dissertativas contidas nos protocolos, à análise dos resultados de ambas não será facultada a reprodução integral do modelo subjetivo e interpretativo desenvolvido pelo grupo de trabalho do Projeto AprovaME, preservada contudo a fidelidade a seus princípios básicos, conforme descrição abaixo.

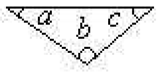
3.6.1 Da questão G1

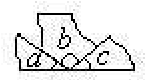
Como visto, sua primeira parte destaca a afirmação a ser provada e apresenta cinco possibilidades objetivas de resposta, corretas na essência não obstante encontrarem-se em patamares distintos quanto ao processo de ascensão da categoria Prova Pragmática à Prova Intelectual, comentadas a seguir:

Afirmação: **Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer, o resultado é sempre 180^{o}.**

Resposta de Amanda

Eu recorto os ângulos e junto os três.





Eu obtenho uma linha reta que é 180^o.
Eu tentei para um triângulo eqüilátero e também para um isósceles e a mesma coisa acontece.
Então Amanda diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta do tipo *Experiência Crucial*, em que a demonstração é iniciada com alguns exemplos isolados (no caso, um triângulo escaleno, um isósceles e um eqüilátero), mas com a explicitação de um viés à generalização, através do emprego dos valores literais *a*, *b*, *c*, que certamente a diferencia de uma simples tentativa empírica. Situada, contudo, ao nível de uma Prova Pragmática.

Resposta de Dario

Eu medi cuidadosamente os ângulos de alguns triângulos e fiz uma tabela.

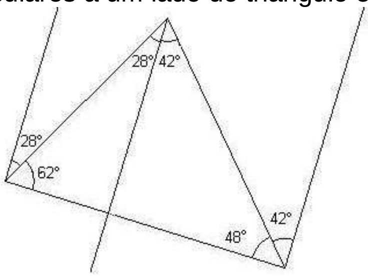
a	b	c	total
110	34	36	180
95	43	42	180
35	72	73	180
10	27	143	180

Em todos eles a soma foi de 180^o.
Então Dario diz que a afirmação é verdadeira.

Situação que caracteriza um *Empirismo Ingênuo*, em que a validação da afirmativa busca sustentação apenas em alguns exemplos numéricos, inexistindo preocupações quanto a particularidades (verificações em triângulos isósceles e eqüiláteros, entre outras). Forma mais rudimentar de uma Prova Pragmática.

Resposta de Hélia

Eu desenhei três retas perpendiculares a um lado do triângulo e medi os ângulos.



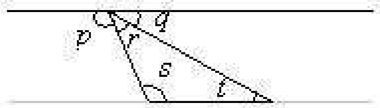
$(90^o - 28^o) + 28^o + 42^o + (90^o - 42^o) = 180^o$

Então Hélia diz que a afirmação é verdadeira

Embora de construção mais elegante que a situação anterior, ainda configura um *Empirismo Ingênuo* em sua linha central de raciocínio, haja vista a conclusão como fruto de uma única observação de caráter nitidamente experimental, sem a intenção de expansão da idéia no sentido de sua generalização, ou seja, da busca de sua viabilidade para a justificação da propriedade em qualquer triângulo. Logo, permanece também como um tipo de Prova Pragmática.

Resposta de Cíntia

Eu desenhei uma reta paralela à base do triângulo:



Afirmações	Justificativa
$p = s$...........................	Ângulos alternos internos entre duas paralelas são iguais.
$q = t$...........................	Ângulos alternos internos entre duas paralelas são iguais.
$p + q + r = 180^o$..........	Ângulos numa linha reta.

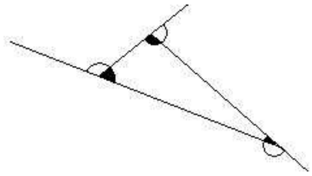
Logo $s + t + r = 180^o$

Então Cíntia diz que a afirmação é verdadeira.

Experiência Mental, com argumentação totalmente desprendida da necessidade de recorrência a exemplos concretos, ao contrário das explicações precedentes, tomando como bases exclusivamente definições e regras dedutivas reconhecidas, voltada, sobretudo, para a procura de uma universalidade na sua aplicação, isto é, a comprovação da validade da afirmação para qualquer triângulo indistintamente. Marca, portanto, claramente a evolução da Prova Pragmática para a Prova Intelectual.

Resposta do Edu

Se você caminhar por toda volta sobre a linha do triângulo e terminar olhando o caminho por onde começou, você deve ter girado um total de 360^o. Você pode ver que cada ângulo externo quando somado ao ângulo interno deve dar 180^o porque eles formam uma reta. Isso faz um total de 540^o. $540^o - 360^o = 180^o$.



Então Edu diz que a afirmação é verdadeira.

A resposta acima é definida como *Exemplo Genérico.* A presença de valores numéricos, válidos nesta resposta para qualquer configuração de triângulo, não caracteriza necessariamente a exploração de uma situação particular. Entretanto, diferentemente da justificativa atribuída a Cíntia, esta solução não se fundamenta em teoremas ou propriedades com validade "*socialmente compartilhada*" (Balacheff, 1998), que possam elevá-la à condição de demonstração matemática, distinguindo-a neste aspecto do nível *Experiência Mental*, muito embora possa ser adequadamente categorizada como uma Prova Intelectual, tendo em vista o uso da concretização tão somente como suporte para a expressão de um pensamento generalizador.

Das respostas acima, escolha uma que é a mais parecida com a resposta que você daria se tivesse que resolver esta questão.

Ponderadas as argumentações ofertadas e feita a opção por uma das cinco respostas comentadas anteriormente, o aluno escreverá no campo acima o nome do personagem correspondente (Amanda, Dario, Hélia, Cíntia ou Edu). Destaque para o fato da mesma, por sua vez, se revestir de grande importância dentro do presente estudo, pois representando o seu ponto de vista, permitirá uma caracterização inicial do perfil daquele sujeito quanto à interpretação de um problema matemático no tocante aos aspectos prova e demonstração, a ser refinada em etapas subseqüentes.

Das respostas acima, escolha aquela para a qual você acha que seu professor daria a melhor nota.

Da mesma forma, caberá ao aluno preencher o retângulo com um nome, cuja escolha desta vez deverá coincidir com a presumida preferência de seu professor de Matemática. Ainda que indiretamente, poderá servir como indicador do tipo de raciocínio valorizado em sala de aula, pelo menos na percepção daquele aprendiz.

Ambas as informações, devidamente codificadas (registros binários), serão posteriormente impostadas na planilha eletrônica, de forma a permitir a consolidação e análise dos resultados. A criação de um confronto entre as duas respostas, a de caráter pessoal e a atribuída a um terceiro, poderá subsidiar a pesquisa com dados qualitativos de algum interesse, admitida a figura do professor como o maior referencial de conhecimento dentro da disciplina, como a revelação de uma escala de valor, na mente do aluno, associada ao diferencial entre o seu ponto de vista (*O que eu sei*) e a suposta opinião do formador (*O que eu deveria saber*), por exemplo.

A tabela abaixo sintetiza todas as possibilidades de resposta para a questão G1 com os respectivos significados quanto à categorização dos argumentos, proporcionando uma melhor compreensão e maior conforto nas comparações mútuas:

Tabela 1. Classificação das Justificativas

Possibilidades	**Descrição**	**Forma de validação**	**Categoria**
AMANDA	Recorte dos ângulos	Experiência Crucial	Prova Pragmática (alguma generalização)
DARIO	Medições de alguns exemplos e construção de tabela	Empirismo Ingênuo	Prova Pragmática (procedimento rudimentar)
HÉLIA	Desenho de três retas perpendiculares	Empirismo Ingênuo	Prova Pragmática (um único experimento)
CÍNTIA	Desenho de reta paralela à base com demonstração	Experiência Mental	Prova Intelectual
EDU	Caminho sobre o perímetro da figura	Exemplo Genérico	Prova Intelectual
(Sem resposta)	-	-	-

Já a segunda parte desta mesma questão contempla um quadro comparativo entre as cinco respostas acima, para o registro feito pelo aluno de seu entendimento (concordância, discordância ou ignorância) sobre a amplitude da validade de cada uma delas, diante das hipóteses Universal (justificativa aplicável a qualquer triângulo) e Pontual (aplicação limitada apenas a alguns tipos de triângulos).

Afirmação: **Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer, o resultado é sempre 180°.**

Para cada resposta abaixo, circule SIM, NÃO ou NÃO SEI.

	Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.			Mostra que a afirmação é verdadeira **apenas** para alguns triângulos.		
Resposta de Amanda	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei
Resposta de Dário	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei
Resposta de Hélia	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei
Resposta de Cíntia	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei
Resposta de Edu	Sim	Não	Não sei	Sim	Não	Não sei

As possibilidades de escolha encontram-se posicionadas, dentro da formatação adotada, de uma maneira não excludente, ou seja, o aluno possui liberdade para repetição da opção em uma mesma resposta, o que implicará na eventualidade da existência de um *Sim* concomitante a ambas as hipóteses, culminando então na criação de um conflito (derivado da inviabilidade de uma justificativa ser *sempre* verdadeira e, ao mesmo tempo, ser *às vezes* verdadeira) cujo esclarecimento, em caso de interesse, demandaria uma entrevista com o sujeito pesquisado.

Outras combinações de alternativas não surtirão tais efeitos indesejados, pois o *Não* assinalado em duplicidade significará que, para o aluno, a resposta associada é falsa; enquanto o *Não Sei* nas mesmas condições evidenciará a dúvida ou a insuficiência do conhecimento correlato àquela colocação. Já o *Sim* atribuído a uma das hipóteses acompanhado do *Não* à outra indicará claramente uma preferência quanto à classificação da resposta em análise.

Em uma dada resposta, a opção por *Não* ou *Não Sei* para a primeira (Sempre verdadeira), seguida respectivamente por *Não Sei* ou *Sim* para a segunda hipótese (Às vezes verdadeira) poderá revelar incertezas factíveis no posicionamento do aluno, do tipo: *Sei que* (a resposta) *não é sempre válida, mas tenho dúvida se pode ser verdadeira em alguns casos*. Ou: *Sei que é válida para alguns exemplos, mas não estou certo se é sempre verdadeira*.

Finalmente, a conjunção de *Sim* ou *Não Sei* com *Não Sei* ou *Não*, nesta ordem, constituirá situações atípicas, como respostas sabidamente verdadeiras com validade duvidosa para alguns triângulos, e respostas com aplicação a todos os triângulos duvidosa, mas que certamente não são verdadeiras para alguns triângulos. Tais inconsistências também poderão ser dirimidas por meio de entrevistas com os autores dos casos detectados.

3.6.2 Da questão G2

Houve a repetição da mesma afirmativa da questão anterior, mas, desta feita já assumida como verdadeira (propriedade matemática), o que conseqüentemente dispensará qualquer esforço para sua comprovação. Em seguida, a inserção de uma pergunta indireta, atribuída ao personagem Zeca, sobre quais procedimentos se farão necessários na validação daquela propriedade quando aplicada a um triângulo retângulo colocará o aluno, também de forma objetiva, diante de duas possibilidades (A) e (B), sendo somente uma delas correta conforme abaixo:

Afirmação (propriedade): **Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer, o resultado é sempre 180°.**

Proposição (a ser provada): **Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo retângulo qualquer, o resultado é sempre 180°.**

Possibilidades de resposta disponíveis:

(A) Zeca não precisa fazer nada, pois a afirmação já foi provada. ☐

Alternativa correta, uma vez que a propriedade textualmente se apresenta válida para *qualquer* triângulo, o que, evidentemente, incorpora também o triângulo retângulo.

(B) Zeca precisa construir uma nova demonstração. ☐

Incorreta. A afirmação já provada é suficiente, face o exposto.

A formatação deste problema não permite a categorização das respostas pelo simples emprego da metodologia padrão, como em G1. Através da descrição de um evento de (aparente, como veremos) reduzido grau de complexidade, a questão G2 busca explorar o controle pelo aluno da particularização de uma situação, ou seja, se a partir da observação de uma propriedade universal ocorre ao sujeito a percepção de sua igual validade quando aplicada de maneira elementar, numa via reversa, mas de importância equivalente à capacidade de generalização de um indivíduo. Numa estratégia de aproximação, a escolha da alternativa (A) é indicativa de uma tendência ao perfil da categoria Prova Intelectual, ao passo que a opção pela alternativa (B) pode sinalizar uma afinidade com o pensamento característico definido pela categoria Prova Pragmática.

3.6.3 Da codificação das questões G1 e G2

Não existindo para ambas as questões a necessidade da classificação pelos critérios gerais estabelecidos (0, 1, 2a, 2b e 3) já descritos, o processo de codificação na planilha eletrônica resumiu-se então à atribuição de valor 1 para a célula representativa da escolha do sujeito em cada situação e valor 0 para as demais, excetuando-se as questões deixadas sem resposta (em branco), situação em que todas as células correspondentes foram preenchidas com –2 conforme acordado pelo grupo.

A título de ilustração, segue exemplo de preenchimento da planilha para a primeira resposta solicitada pela questão G1 (*Das respostas acima, escolha uma que é a mais parecida com a resposta que você daria se tivesse que resolver esta questão*) a partir de quatro protocolos numerados seqüencialmente:

Nº	Nº Original	Aplicador	turma	Aluno	G1 Mais parecida Amanda	Dario	Helia	Cintia	Edu
1	1270	Marcilio	8A	Agnes	0	0	0	1	0
2	100	Alvesmar	abc	Alyne	1	0	0	0	0
3	369	Benedita	CFD	Ana Luiza	0	1	0	0	0
4	1	Alexandre	8C	ANDERSON	0	0	1	0	0

Idem para G2, referente às conclusões A e B (*“Zeca não precisa fazer* ‘Nada’*, pois a afirmação já foi provada”*, e *“Zeca precisa construir uma* ‘Nova’ *demonstração”*):

Nº	Nº Original	Aplicador	turma	Aluno	G2 Nada	Nova
1	1270	Marcilio	8A	Agnes	1	0
2	100	Alvesmar	abc	Alyne	1	0
3	369	Benedita	CFD	Ana Luiza	0	1
4	1	Alexandre	8C	ANDERSON	1	0

É de grande importância a atenção para a ocorrência de erros formais nas respostas antes de sua impostação na planilha, com o intuito de prevenção de futuras falhas na totalização e interpretação dos resultados. Em uma análise prévia, as situações mais esperadas foram:

G1

- Preenchimento de apenas um dos dois campos disponíveis (*Escolha do aluno* ou ‘*Escolha’ do professor*). Resolúvel através da caracterização de resposta em branco para o campo não preenchido e validação do outro;

- Escolha no quadro comparativo de respostas de mais de uma alternativa (*Sim*/*Não*/*Não Sei*) para uma única hipótese (*Sempre verdadeira* ou *Às vezes verdadeira*). Como conseqüência, a invalidação da mesma;

G2

- Escolha em duplicidade das alternativas A e B. Implica na invalidação da questão.

Evidentemente, foram desconsideradas anomalias como anotação de outros nomes que não aqueles adotados nas questões e gracejos diversos, tendo em vista os pressupostos básicos da participação voluntária do aluno nesta pesquisa e da sua conscientização quanto à necessidade de sério empenho e dedicação na elaboração das respostas, embora não possa ser totalmente desprezada a probabilidade de ocorrências da espécie.

3.7 Desempenho da população total

Uma vez efetuada a impostação das informações codificadas, finalmente torna-se possível uma primeira exposição dos resultados tabulados para a população total de 1.998 protocolos, base de amparo a uma avaliação preliminar do desempenho e um referencial para todo o trabalho, antes da segmentação da pesquisa aos 50 elementos da amostra selecionada.

3.7.1 Do desempenho na questão G1

Nas tabelas a seguir estão sintetizadas as respostas encontradas para cada um dos itens que compõem esta questão, através das quantidades apuradas e respectivas representações percentuais, a saber:

Amanda, Dario, Hélia, Cíntia e Edu estavam tentando provar que a seguinte afirmação é verdadeira:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer, o resultado é sempre 180°.

Tabela 2. Escolha Pessoal – População

Resposta mais parecida com a que você daria se tivesse que resolver esta questão:					
Amanda	Dario	Hélia	Cíntia	Edu	Sem resposta
461 23,1%	640 32,0%	389 19,5%	225 11,3%	220 11,0%	63 3,1%

Mais da metade dos alunos pesquisados manifestou sua preferência pelo emprego de métodos empíricos, no caso representado pelas alternativas atribuídas a Dario e Hélia, nesta ordem, para a validação da afirmação, ressaltando o fato da resposta de Amanda também destacar o uso de concretizações como ferramenta para obtenção de conclusões. Apenas um entre cada cinco protocolos, aproximadamente, aponta para uma justificativa enquadrada nos moldes de uma Prova Intelectual (correspondente às questões de Cíntia e Edu).

Tabela 3. Escolha Atribuída ao Professor - População

Resposta para a qual você acha que seu professor daria a melhor nota:					
Amanda	Dario	Hélia	Cíntia	Edu	Sem resposta
189	250	609	670	230	50
9,5%	12,5%	30,5%	33,5%	11,5%	2,5%

Não obstante a opção pessoal, num primeiro momento, pela utilização de recursos meramente experimentais para justificação da afirmação proposta, como visto, no olhar do aluno a valorização pelo professor recairá sobre a resposta de Cíntia, voltada à universalização da solução, desprendida de situações pontuais e consubstanciada em sólida fundamentação teórica. Sintomaticamente, denota a importância conferida à Álgebra, ainda que o próprio aluno não a compreenda.

Igualmente merecedora de atenção é a expressiva margem alcançada pela argumentação de Hélia, esta última convincente, embora não possa ser considerada definitiva, tendo em vista tratar-se de um exemplo isolado. Não é possível, sem o conhecimento de maiores detalhes, a extração de conclusões sobre estes resultados. De qualquer forma, seria interessante questionar se, por exemplo, as construções matematicamente mais elaboradas (Cíntia e Hélia) foram escolhidas como reflexo de uma realidade em sala de aula (o professor efetivamente lança mão de explicações semelhantes) ou apenas pela elegância aparente dos conteúdos, pouco acomodados pelo aluno (não entendeu muito bem, mas achou *bonito*).

Afirmação: **Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer, o resultado é sempre 180°.**

Desdobro por tipo de resposta:

Tabela 4. Quadro Comparativo (População): Resposta de Amanda - Sempre Válida

Amanda			
Mostra que a afirmação é sempre verdadeira:			
Sim	Não	Não sei	Sem resposta
1200	416	267	115
60,1%	20,7%	13,4%	5,8%

Aceitação consensual da validade desta justificativa, em contraponto ao fato de que apenas 23,1% dos protocolos a reproduziriam, e menos de 10% a atribuiriam ao próprio professor. O formato da pergunta inicial "...*escolha uma que é a mais parecida com a resposta que você daria...*" permite a suposição de que o aluno tenha preterido a, vamos denominá-la assim, opção Amanda porque simplesmente, de *per si*, não se sentiu capaz de imaginar todo aquele procedimento, tendo entretanto a reconhecido como verdadeira.

Tabela 5. Quadro Comparativo (População): Resposta de Amanda – Parcialmente Válida

Amanda			
Mostra que a afirmação é verdadeira apenas para alguns triângulos:			
Sim	Não	Não sei	Sem resposta
563	800	270	365
28,2%	40,0%	13,5%	18,3%

Este resultado guarda coerência com o posicionamento anterior, visto que, diante da aceitação da aplicabilidade da resposta de Amanda a quaisquer triângulos, evidentemente não seria plausível a sua validação, ao mesmo tempo, "*apenas para alguns triângulos*" como enunciado acima, embora alguns possam ter erroneamente entendido desta maneira. Apesar disto, a expressiva quantidade deixada sem respostas, equivalente a quase um em cada cinco unidades computadas, parece indicar que boa parte dos alunos que havia assinalado o "Sim" migrou agora para esta alternativa, criando uma situação em que é admissível supor que, sendo sempre válida a justificativa de Amanda, torna-se então dispensável a resposta para a presente questão. Sobressai numa comparação entre ambas as tabelas, ainda, a pequena variação do índice de protocolos contendo a alternativa “Não Sei”.

Tabela 6. Quadro Comparativo (População): Resposta de Dario - Sempre Válida

Dario			
Mostra que a afirmação é sempre verdadeira:			
Sim	Não	Não sei	Sem resposta
1256	374	234	134
62,9%	18,7%	11,7%	6,7%

A acentuada concordância com a resposta de Dario, sendo inclusive o maior valor apurado dentro da questão **G1**, mostra-se aderente ao fato desta representar também a metodologia favorita enquanto justificativa da afirmação, como visto. De um modo geral, a identificação dos alunos com uma linha de raciocínio empírico rudimentar já se constitui em um dos pontos mais salientes detectados neste início de pesquisa.

Tabela 7. Quadro Comparativo (População): Resposta de Dario - Parcialmente Válida

Dario			
Mostra que a afirmação é verdadeira apenas para alguns triângulos:			
Sim	Não	Não sei	Sem resposta
525	824	291	358
26,3%	41,2%	14,6%	17,9%

Prevalência do “Não” (com o maior índice da categoria), numa repetição do resultado verificado em situação similar para a resposta de Amanda, de certa forma corroborando uma expectativa criada quando daquela análise, inclusive na constatação da (quase) paridade entre protocolos deixados em branco em ambos os casos (Amanda e Dario), evidenciando mais uma vez a tendência de migração de parte dos alunos que responderam afirmativamente a questão anterior.

Tabela 8. Quadro Comparativo (População): Resposta de Hélia - Sempre Válida

Hélia			
Mostra que a afirmação é sempre verdadeira:			
Sim	Não	Não sei	Sem resposta
1173	349	325	151
58,7%	17,5%	16,3%	7,5%

Opção bastante representativa, tendo em vista a maioria absoluta registrada neste levantamento (terceiro maior índice, abaixo apenas dos “Sim” atribuídos às respostas de Dario e Amanda), em reforço à tendência, já comentada anteriormente, de busca imediata pelo aluno de exemplos *práticos* (aqui um único caso, numérico) para amparar a demonstração de fenômenos matemáticos.

Tabela 9. Quadro Comparativo (População): Resposta de Hélia - Parcialmente Válida

Hélia			
Mostra que a afirmação é verdadeira apenas para alguns triângulos:			
Sim	Não	Não sei	Sem resposta
557	711	365	365
27,9%	35,5%	18,3%	18,3%

A exemplo das questões análogas já relatadas, também a resposta “Não” de Hélia é válida somente para alguns triângulos, apesar de sua configuração (fundamentada justamente em um caso isolado) num primeiro momento induzir o contrário, ou seja, a explicação poderia ser verdadeira para *aquela* figura impressa no questionário, mas seria igualmente verdadeira para *todos* os triângulos?

A julgar pelos dados da tabela, essa dúvida aparentemente não foi relevante para parte considerável dos alunos envolvidos na pesquisa. Por outro lado, temos a repetição do efeito da migração de autores de respostas “Sim” para “Sem Resposta” entre ambas as tabelas.

Tabela 10. Quadro Comparativo (População): Resposta de Cíntia - Sempre Válida

Cíntia			
Mostra que a afirmação é sempre verdadeira:			
Sim	Não	Não sei	Sem resposta
1089	362	385	162
54,5%	18,1%	19,3%	8,1%

Repetição de elevado índice de concordância com o *Sempre Verdadeira*, mas, diferentemente das respostas anteriores, merece destaque neste caso a preferência do “Não Sei” sobre a negação pura e simples, ainda que por pequena margem. Indício de um conflito na mente do aluno, impulsionado pela dificuldade de compreensão de uma explanação de natureza Intelectualizada, face uma visão eminentemente Pragmática do que seja uma Prova? Como essa dificuldade, delimitada aqui à soma das medidas dos ângulos internos do triângulo, poderia ser então caracterizada?

Tabela 11. Quadro Comparativo (População): Resposta de Cíntia - Parcialmente Válida

Cíntia			
Mostra que a afirmação é verdadeira apenas para alguns triângulos:			
Sim	Não	Não sei	Sem resposta
522	701	413	362
26,1%	35,1%	20,7%	18,1%

Da mesma forma, a resposta de Cíntia como justificativa *Apenas para Alguns Triângulos* foge, na avaliação dos alunos, da seqüência “Não-Sim-Sem Resposta-Não Sei” manifestada para Amanda, Dario e Hélia, agora com a inversão de posicionamento entre as duas últimas alternativas, como visto na tabela, em que pese o efeito da migração “Sim-Sem Resposta” entre as duas colocações, fenômeno já descrito anteriormente e também encontrado aqui.

O incremento da quantidade de sujeitos com dúvidas neste caso (a soma das respostas “Não Sei” e “Sem Resposta” chega a quase 40% da quantidade de protocolos) pode ser mais um indicador da, assim chamada, tendência conflituosa comentada no parágrafo anterior, justamente nesta afirmação, que é a mais próxima da que costumeiramente o professor utiliza em sala de aula.

Tabela 12. Quadro Comparativo (População): Resposta de Edu - Sempre Válida

Edu			
Mostra que a afirmação é sempre verdadeira:			
Sim	Não	Não sei	Sem resposta
1118	356	372	152
56,0%	17,8%	18,6%	7,6%

Estes resultados acabam por consolidar o perfil típico estabelecido para as consultas da espécie *Sempre Verdadeira* envolvendo respostas categorizáveis como Provas Intelectuais (Cíntia e Edu): a confirmação do “Sim” por maioria absoluta e seguida, nesta ordem, por “Não Sei”, pela Negação e por “Sem Resposta”, ao passo que para as demais, representativas de Provas Pragmáticas, é mantida a seqüência ordenada “Sim-Não-Não Sei-Sem Resposta”.

Tabela 13. Quadro Comparativo (População): Resposta de Edu - Parcialmente Válida

Edu			
Mostra que a afirmação é verdadeira apenas para alguns triângulos:			
Sim	Não	Não sei	Sem resposta
482	720	438	358
24,1%	36,0%	22,0%	17,9%

Destaque para o índice de adesões à alternativa “Não Sei”, o maior para a categoria dentre as cinco afirmações. Reiteração do cenário observado para a resposta de Cíntia aplicada como justificativa *Apenas para Alguns Triângulos*, incluindo a migração de parte das respostas “Sim” no primeiro quadro para “Sem

Resposta" no segundo, tendência encontrada em todas as colocações desta questão.

A este respeito, a título de comparação, vale reproduzir em números absolutos as variações ocorridas entre as respostas para cada uma das afirmações propostas:

Colocação 1: Mostra que a afirmação é sempre verdadeira.

Colocação 2: Mostra que a afirmação é verdadeira apenas para alguns triângulos.

Tabela 14. Distribuição das Escolhas dos Alunos – População (Quantidade de Protocolos)

Justificativa atribuída a	"Sim" para 1 (I)	"Não" para 2 (II)	Diferença (I) – (II) (III)	"Sem Resposta" para 1 (IV)	"Sem Resposta" para 2 (V)	Diferença (V) – (IV) (VI)	Diferença (III) – (VI) (VII)
AMANDA	1200	800	400	115	365	250	150
DARIO	1256	824	432	134	358	224	208
HÉLIA	1173	711	462	151	365	214	248
CÍNTIA	1089	701	388	162	362	200	188
EDU	1118	720	398	152	358	206	192

A coluna (III) indica a quantidade de protocolos que *fugiu* da seqüência lógica esperada ("Sim" para a Colocação 1 e "Não" para a 2) para cada uma das justificativas (valor médio: 416). A coluna (VI), por sua vez, informa o acréscimo de questões não respondidas verificado entre as colocações (média de 219 protocolos). Finalmente, na coluna (VII) temos o número de alunos que, em tese, escolheu o "Sim" na primeira colocação e na segunda acabou por optar entre "Sim" novamente, ou por "Não Sei" (numa média de 197), de qualquer maneira configurando uma distorção em relação às expectativas.

Em outras palavras, é como se, traduzido em valores médios, 416 dos 1998 alunos deixassem de acompanhar o padrão de respostas inicialmente esperado (seção 3.6.1), sendo que, destes, 219 optassem por deixar a segunda colocação sem resposta, o que, como visto, não implicaria necessariamente num desvio (podem ter entendido que a mesma era então dispensável), enquanto os 197 restantes acabassem por escolher alternativas incoerentes com a anterior, inconsistência que demandaria a realização de entrevistas para obtenção de maiores esclarecimentos.

Evidentemente não estamos levando em consideração neste momento o fato de que outras respostas para as justificativas de Dario e Hélia, por exemplo, seriam “Não” para a primeira e “Sim” para a segunda colocação.

3.7.2 Do desempenho na questão G2

Supondo que a afirmação anterior já foi provada, o que precisa ser feito para provar que:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo retângulo qualquer, o resultado é sempre 180°.

Tabela 15. Questão G2 - População

Não precisa fazer nada, pois a afirmação já foi provada	1168	58,4%
Precisa construir uma nova demonstração	801	40,1%
Sem resposta	29	1,5%

Comparativamente, poucos alunos deixaram de se posicionar nesta questão, entretanto, a defesa da necessidade de uma nova demonstração para a situação proposta acima (triângulo retângulo) apresenta um índice significativo de adesões, ressaltado o fato da hipótese do mesmo resultado para a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer já ter sido de antemão admitida como definitiva (provada). Sintomaticamente, este valor encontra-se também muito próximo da adição das respostas "Não Sei" com aquelas deixadas em branco na Questão **G1** para a justificativa atribuída a Cíntia (presumivelmente a mais empregada pelo professor) em sua segunda colocação (*apenas para alguns triângulos*).

Reveste-se então de relevância dentro do presente estudo uma abordagem, através de entrevistas, dos aspectos que motivaram tal conclusão.

3.8 Desempenho da amostra

Uma vez expostos os resultados obtidos junto à população de 1998 alunos consultados, acompanhados de alguns comentários pertinentes, segue abaixo uma descrição inicial dos dados extraídos da amostra de 50 protocolos que referenciarão todo o restante desenvolvimento deste trabalho.

3.8.1 Do desempenho na questão G1

Amanda, Dario, Hélia, Cíntia e Edu estavam tentando provar que a seguinte afirmação é verdadeira:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer, o resultado é sempre 180º.

Tabela 16. Escolha Pessoal - Amostra

Resposta mais parecida com a que você daria se tivesse que resolver esta questão:					
Amanda	Dario	Hélia	Cíntia	Edu	Sem resposta
10	18	8	7	5	2
20%	36%	16%	14%	10%	4%

Tabela 17. Escolha Atribuída ao Professor - Amostra

Resposta para a qual você acha que seu professor daria a melhor nota:					
Amanda	Dario	Hélia	Cíntia	Edu	Sem resposta
3	7	14	18	5	3
6%	14%	28%	36%	10%	6%

Tabela 18. Quadro Comparativo (Amostra): Resposta de Amanda - Sempre Válida

Amanda			
Mostra que a afirmação é sempre verdadeira:			
Sim	Não	Não sei	Sem resposta
30	12	6	2
60%	24%	12%	4%

Tabela 19. Quadro Comparativo (Amostra): Resposta de Amanda - Parcialmente Válida

Amanda			
Mostra que a afirmação é verdadeira apenas para alguns triângulos:			
Sim	Não	Não sei	Sem resposta
16	19	8	7
32%	38%	16%	14%

Tabela 20. Quadro Comparativo (Amostra): Resposta de Dario - Sempre Válida

Dario			
Mostra que a afirmação é sempre verdadeira:			
Sim	Não	Não sei	Sem resposta
28	9	9	4
56%	18%	18%	8%

Tabela 21. Quadro Comparativo (Amostra): Resposta de Dario - Parcialmente Válida

Dario			
Mostra que a afirmação é verdadeira apenas para alguns triângulos:			
Sim	Não	Não sei	Sem resposta
14	23	9	4
28%	46%	18%	8%

Tabela 22. Quadro Comparativo (Amostra): Resposta de Hélia - Sempre Válida

Hélia			
Mostra que a afirmação é sempre verdadeira:			
Sim	Não	Não sei	Sem resposta
27	8	12	3
54%	16%	24%	6%

Tabela 23. Quadro Comparativo (Amostra): Resposta de Hélia - Parcialmente Válida

Hélia			
Mostra que a afirmação é verdadeira apenas para alguns triângulos:			
Sim	Não	Não sei	Sem resposta
15	16	12	7
30%	32%	24%	14%

Tabela 24. Quadro Comparativo (Amostra): Resposta de Cíntia - Sempre Válida

Cíntia			
Mostra que a afirmação é sempre verdadeira:			
Sim	Não	Não sei	Sem resposta
27	8	12	3
54%	16%	24%	6%

Tabela 25. Quadro Comparativo (Amostra): Resposta de Cíntia - Parcialmente Válida

Cíntia			
Mostra que a afirmação é verdadeira apenas para alguns triângulos:			
Sim	Não	Não sei	Sem resposta
17	15	14	4
34%	30%	28%	8%

Tabela 26. Quadro Comparativo (Amostra): Resposta de Edu - Sempre Válida

Edu			
Mostra que a afirmação é sempre verdadeira:			
Sim	Não	Não sei	Sem resposta
27	7	13	3
54%	14%	26%	6%

Tabela 27. Quadro Comparativo (Amostra): Resposta de Edu - Parcialmente Válida

Edu			
Mostra que a afirmação é verdadeira apenas para alguns triângulos:			
Sim	Não	Não sei	Sem resposta
14	16	15	5
28%	32%	30%	10%

Num primeiro olhar sobre estes resultados, verifica-se a confirmação das preferências registradas pela população, à exceção da troca do “Não” pelo “Sim” na justificativa atribuída a Cíntia, *apenas para alguns triângulos*.

Ao contrário do observado na população geral, exceto para os casos de Hélia e Cíntia, não se manifestou significativamente aqui o fenômeno da migração de respostas do “Sim” para “Sem Resposta”, conforme o quadro comparativo:

Colocação 1: Mostra que a afirmação é sempre verdadeira.

Colocação 2: Mostra que a afirmação é verdadeira apenas para alguns triângulos.

Tabela 28. Distribuição das Escolhas dos Alunos – Amostra (Quantidade de Protocolos)

Justificativa atribuída a	“Sim” para 1 (I)	“Não” para 2 (II)	Diferença (I) – (II) (III)	“Sem Resposta” para 1 (IV)	“Sem Resposta” para 2 (V)	Diferença (V) – (IV) (VI)	Diferença (III) – (VI) (VII)
AMANDA	30	19	11	2	7	5	6
DARIO	28	23	5	4	4	0	5
HÉLIA	27	16	11	3	7	4	7
CÍNTIA	27	15	12	3	4	1	11
EDU	27	16	11	3	5	2	9

Assim, enquanto para a população completa tínhamos um índice médio de 53% de transferência (aumento de “Sem Resposta” para a segunda colocação sobre a quantidade de alunos que optaram pelo “Sim” na primeira mas não escolheram o “Não” na segunda colocação), na amostra tal resultado não ultrapassou os 24%.

Ainda para o caso de Cíntia, *Sempre Verdadeira*, aumenta a vantagem do “Não Sei” sobre o “Não”, reforçando a sensação da dificuldade de compreensão pelo aluno de uma explicação de natureza mais Intelectualizada, diante de um entendimento demasiadamente Pragmático do que seja uma Prova.

A soma das alternativas “Não Sei” e “Sem Resposta” para o caso de Edu, *verdadeira apenas para alguns triângulos* atingiu 40%, superando o total obtido em categoria similar pela justificativa de Amanda junto à população completa, situação que será discriminada juntamente com as demais na seção 3.9.1.

3.8.2 Do desempenho na questão G2

Supondo que a afirmação anterior já foi provada, o que precisa ser feito para provar que:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo retângulo qualquer, o resultado é sempre 180°.

Tabela 29. Questão G2 - Amostra

Não precisa fazer nada, pois a afirmação já foi provada	27	54%
Precisa construir uma nova demonstração	21	42%
Sem resposta	2	4%

3.9 Comparação entre os desempenhos da população total e da amostra

Após a publicação de todos os resultados apurados, mas antes do prosseguimento dos trabalhos da pesquisa, é conveniente proceder a uma avaliação qualitativa do banco de dados que a subsidia, representado pela amostra de 50 protocolos, feita através de uma comparação direta contra a origem (os 1.998 protocolos), com o intuito de verificar a confiabilidade da amostra, isto é, em que grau ela é representativa do universo do qual foi extraída e, portanto, pode permitir de maneira segura a condução das atividades e a obtenção de conclusões. Para tanto todas as escolhas dos alunos em cada questão, apresentadas nas páginas anteriores, estão agora convertidas em valores percentuais, possibilitando uma melhor visualização para efeito de análise.

3.9.1 Para a questão G1

Amanda, Dario, Hélia, Cíntia e Edu estavam tentando provar que a seguinte afirmação é verdadeira:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer, o resultado é sempre 180°.

Tabela 30. Escolha Pessoal – Comparação População / Amostra

Resposta mais parecida com a que você daria se tivesse que resolver esta questão:						
	Amanda	Dario	Hélia	Cíntia	Edu	Sem resposta
Amostra	20,0%	36,0%	16,0%	14,0%	10,0%	4,0%
População	23,1%	32,0%	19,5%	11,3%	11,0%	3,1%

Mantida a ordem de escolha entre os dois grupamentos (Dario-Amanda-Hélia-Cíntia-Edu), com acentuada preferência pela resposta de Dario entre os sujeitos da amostra, e crescimento do índice de concordância com a justificativa atribuída a Cíntia.

Tabela 31. Escolha Atribuída ao Professor – Comparação População / Amostra

Resposta para a qual você acha que seu professor daria a melhor nota:						
	Amanda	Dario	Hélia	Cíntia	Edu	Sem resposta
Amostra	6,0%	14,0%	28,0%	36,0%	10,0%	6,0%
População	9,5%	12,5%	30,5%	33,5%	11,5%	2,5%

De igual maneira, com exceção das quantidades semelhantes verificadas junto à amostra para as alternativas Amanda e Sem Resposta (6,0%), em contraponto à significativa diferença entre ambas encontrada na tabulação dos dados da população total (9,5% e 2,5% respectivamente).

Tabela 32. Quadro Comparativo (População / Amostra): Resposta de Amanda - Sempre Válida

Amanda				
Mostra que a afirmação é sempre verdadeira:				
	Sim	Não	Não sei	Sem resposta
Amostra	60,0%	24,0%	12,0%	4,0%
População	60,1%	20,7%	13,4%	5,8%

O diferencial de aceitação da justificativa de Amanda nos dois casos é praticamente nulo, mostrando-se mais expressivo quando da sua negação, sem contudo chegar a provocar variações na seqüência inicialmente estabelecida, ou mesmo a comprometer a consistência destes resultados.

Tabela 33. Quadro Comparativo (População/Amostra): Resposta de Amanda - Parcialmente Válida

Amanda				
Mostra que a afirmação é verdadeira apenas para alguns triângulos:				
	Sim	Não	Não sei	Sem resposta
Amostra	32,0%	38,0%	16,0%	14,0%
População	28,2%	40,0%	13,5%	18,3%

Manutenção do predomínio da alternativa “Não”, seguida pelo “Sim” com elevação do índice alcançado por esta última. A inversão de posicionamento entre “Sem Resposta” e “Não Sei” ocorrida na amostra em relação à população não invalidará a utilização das informações, na medida em que possam ser ambas enquadradas em um único bloco, composto pela quantidade de sujeitos que deixaram de optar tanto pela concordância como pela discordância com a proposição da tabela.

Tabela 34. Quadro Comparativo (População / Amostra): Resposta de Dario - Sempre Válida

Dario				
Mostra que a afirmação é sempre verdadeira:				
	Sim	Não	Não sei	Sem resposta
Amostra	56,0%	18,0%	18,0%	8,0%
População	62,9%	18,7%	11,7%	6,7%

Confirmação do maior índice para a alternativa “Sim”, ocorrendo entretanto na amostra uma igualdade entre os valores percentuais atribuídos a “Não” e “Não Sei” diferentemente dos resultados apurados junto à população, onde prevalece a alternativa “Não”. Merece destaque nessa alteração a evolução verificada para “Não

Sei”, que passou dos 11,7% originais para 18,0% conforme demonstrado na tabela, ao passo que as escolhas “Não” mantiveram-se praticamente inalteradas para os dois grupos. Em última instância, tal distorção poderá levar à adoção da seqüência “Não-Não Sei” como critério de desempate nas etapas posteriores deste trabalho onde tal necessidade tornar-se imperativa.

Tabela 35. Quadro Comparativo (População/Amostra): Resposta de Dario – Parcialmente Válida

Dario				
Mostra que a afirmação é verdadeira apenas para alguns triângulos:				
	Sim	Não	Não sei	Sem resposta
Amostra	28,0%	46,0%	18,0%	8,0%
População	26,3%	41,2%	14,6%	17,9%

Repetição do fenômeno já constatado na resposta de Amanda *Apenas Para Alguns*, com a inversão das alternativas “Sem Resposta” e “Não Sei”, e preservadas as demais na ordem de preferência, da população para a amostra.

Tabela 36. Quadro Comparativo (População / Amostra): Resposta de Hélia - Sempre Válida

Hélia				
Mostra que a afirmação é sempre verdadeira:				
	Sim	Não	Não sei	Sem resposta
Amostra	54,0%	16,0%	24,0%	6,0%
População	58,7%	17,5%	16,3%	7,5%

Notável a elevação no índice da escolha “Não Sei” para a amostra, a ponto de sobrepujar a “Não”, que experimentou um pequeno decrescimento como as demais, provocando a alteração, neste caso, do seqüenciamento “Sim-Não-Não Sei-Sem Resposta” tipificado para as questões onde a afirmação é *Sempre Verdadeira*.

Tabela 37. Quadro Comparativo (População / Amostra): Resposta de Hélia - Parcialmente Válida

Hélia				
Mostra que a afirmação é verdadeira apenas para alguns triângulos:				
	Sim	Não	Não sei	Sem resposta
Amostra	30,0%	32,0%	24,0%	14,0%
População	27,9%	35,5%	18,3%	18,3%

Outra considerável variação na quantidade percentual de respostas “Não Sei”. Mais uma vez constatada a prevalência desta última sobre a alternativa “Sem Resposta”, inicialmente empatadas como visto na tabela acima.

Tabela 38. Quadro Comparativo (População / Amostra): Resposta de Cíntia - Sempre Válida

Cíntia				
Mostra que a afirmação é sempre verdadeira:				
	Sim	Não	Não sei	Sem resposta
Amostra	54,0%	16,0%	24,0%	6,0%
População	54,5%	18,1%	19,3%	8,1%

Reiteração do cenário descrito quando da resposta de Hélia (mostrando que a afirmação é *Sempre Verdadeira*): crescimento da preferência pela alternativa “Não Sei” junto à amostra e estabelecimento do *ranking* “Sim-Não Sei-Não-Sem Resposta”, curiosamente até com os mesmos índices percentuais verificados naquela situação.

Tabela 39. Quadro Comparativo (População / Amostra): Resposta de Cíntia - Parcialmente Válida

Cíntia				
Mostra que a afirmação é verdadeira apenas para alguns triângulos:				
	Sim	Não	Não sei	Sem resposta
Amostra	34,0%	30,0%	28,0%	8,0%
População	26,1%	35,1%	20,7%	18,1%

Talvez na composição mais significativa entre todas as respostas demonstradas nesta seção, a amostra registra a predominância da aceitação à resposta de Cíntia, em contraposição ao resultado apurado junto à população total da pesquisa. Merece destaque também o esvaziamento do índice “Sem Resposta” (acima de dez pontos percentuais).

Tabela 40. Quadro Comparativo (População / Amostra): Resposta de Edu - Sempre Válida

	Edu			
Mostra que a afirmação é sempre verdadeira:				
	Sim	Não	Não sei	Sem resposta
Amostra	54,0%	14,0%	26,0%	6,0%
População	56,0%	17,8%	18,6%	7,6%

Representativos das condições anteriores, os resultados da amostra neste caso não alterou o posicionamento das alternativas delineado pela população, ao mesmo tempo que reforça a tendência manifestada já nas respostas *Sempre Verdadeiras* atribuídas a Hélia e Cíntia, e quase que com os mesmos índices daquelas (exceção feita a “Não” e “Não Sei” por dois pontos percentuais a menos e a mais, respectivamente).

Tabela 41. Quadro Comparativo (População / Amostra): Resposta de Edu - Parcialmente Válida

	Edu			
Mostra que a afirmação é verdadeira apenas para alguns triângulos:				
	Sim	Não	Não sei	Sem resposta
Amostra	28,0%	32,0%	30,0%	10,0%
População	24,1%	36,0%	21,9%	18,0%

Expressivo incremento do índice para “Não Sei” na amostra, interpondo-a como segunda maior opção e ocasionando outra mudança em comparação à situação verificada inicialmente na população. Novamente constatada uma grande redução nos protocolos deixados sem resposta neste quesito.

Com o intuito de facilitar a comparação, podemos aglutinar em um único quadro todas as preferências demonstradas nesta questão pela população total e pelos integrantes da amostra, expressadas em valores percentuais:

Tabela 42. Quadro Comparativo População / Amostra: Distribuição das Escolhas dos Alunos (%)

Justificativa	Grupo	*É sempre verdadeira*				*Verdadeira para alguns triângulos*			
		Sim	Não	Não Sei	Sem Resposta	**Sim**	Não	Não Sei	Sem Resposta
AMANDA	População	60,1	20,7	13,4	5,8	28,2	40,0	13,5	18,3
	Amostra	60,0	24,0	12,0	4,0	32,0	38,0	16,0	14,0
DARIO	População	62,9	18,7	11,7	6,7	26,3	41,2	14,6	17,9
	Amostra	56,0	18,0	18,0	8,0	28,0	46,0	18,0	8,0
HÉLIA	População	58,7	17,5	16,3	7,5	27,9	35,5	18,3	18,3
	Amostra	54,0	16,0	24,0	6,0	30,0	32,0	24,0	14,0
CÍNTIA	População	54,5	18,1	19,3	8,1	26,1	35,1	20,7	18,1
	Amostra	54,0	16,0	24,0	6,0	34,0	30,0	28,0	8,0
EDU	População	56,0	17,8	18,6	7,6	24,1	36,0	22,0	17,9
	Amostra	54,0	14,0	26,0	6,0	28,0	32,0	30,0	10,0

Numa outra visão, podemos estabelecer a justificativa mais associada a cada uma das alternativas, para ambas as colocações:

Tabela 43. Quadro Comparativo (População / Amostra): Justificativas Preferidas

Grupo	*É sempre verdadeira*				*Verdadeira para alguns triângulos*			
	Sim	Não	Não Sei	Sem Resposta	**Sim**	Não	Não Sei	Sem Resposta
População	Dario	Amanda	Cíntia	Cíntia	Amanda	Dario	Edu	Amanda/Hélia
Amostra	Amanda	Amanda	Edu	Dario	Cíntia	Dario	Edu	Amanda/Hélia

Coincidências entre população e amostra nas maiores incidências de “Não” na primeira, e de “Não”, “Não Sei” e “Sem Resposta” na segunda colocação. É interessante frisar a presença da justificativa de Cíntia não apenas junto a “Não Sei” e “Sem Resposta”, já comentada anteriormente, mas também agora ligada ao “Sim” como se fosse, digamos, apenas parcialmente verdadeira, justamente esta, que deveria ser a prova conclusiva da validade da proposição inicial.

É curioso notar que a justificativa de Dario, fundamentada em somente quatro exemplos isolados, sofreu grande rejeição enquanto *verdadeira apenas para alguns* *triângulos*. Da mesma forma, a justificativa de Amanda, que não contém valores numéricos, claramente não foi percebida como *sempre verdadeira.*

Também merece destaque a ligação da justificativa atribuída a Edu à alternativa “Não Sei” em ambas as colocações, evidenciando um possível não entendimento pelos alunos da descrição do raciocínio empregado.

3.9.2 Para a questão G2

Supondo que a afirmação anterior já foi provada, o que precisa ser feito para provar que:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo retângulo qualquer, o resultado é sempre 180°.

Tabela 44. Questão G2 – Comparação População / Amostra

	Amostra	População
Não precisa fazer nada, pois a afirmação já foi provada	54,0%	58,4%
Precisa construir uma nova demonstração	42,0%	40,1%
Sem resposta	4,0%	1,5%

A elevação dos questionários deixados sem resposta para esta questão dentro da amostra selecionada, apesar de proporcionalmente sensível, não consegue provocar conseqüências no ordenamento original das alternativas, mantido em patamares de razoável estabilidade.

3.9.3 Da confiabilidade da amostra

Sopesados os resultados das questões **G1** e **G2** apresentados nas seções precedentes para a população e para a amostra, individual e comparativamente, pode-se admitir a existência de um grau aceitável de confiança quanto à representatividade dos números apurados a partir dos cinqüenta protocolos pinçados do seio do universo total da pesquisa, tanto mais levando em conta o fato das alternativas “Não Sei” e “Sem Resposta” muitas vezes confundirem-se na execução de trabalhos desta natureza, ou seja, a real possibilidade de um sujeito optar por simplesmente deixar em branco uma questão sobre a qual tenha dúvidas, mesmo diante da disponibilidade de uma resposta mais adequada (“*Não Sei*”). De tal sorte, se ambas puderem ser consideradas como um único grupamento, as variações entre população e amostra encontradas para as justificativas de Amanda, Dario e Hélia *Apenas Para Alguns Triângulos* (**G1**) deixam de ter significado, por exemplo.

Deve ser ressaltado, aliás, que não havia no questionário aplicado uma opção “Sem Resposta” disponível à escolha pelo aluno. Tal título foi empregado somente nas etapas de apuração de resultados para explicitar, evidentemente, a quantidade de situações-problema deixadas em branco em cada uma das questões. Então, a hipótese de simplesmente relevar este índice ou ao menos reavaliar sua importância, caso a caso, na continuidade do presente estudo começará a ganhar algum sentido.

Todavia, situações de inversão de posicionamento envolvendo direta ou indiretamente as alternativas “Sim” e “Não” como as descritas nas justificativas de

Dario e Hélia *Sempre Verdadeiras*, bem como em Cíntia e Edu *Apenas Para Alguns Triângulos*, deverão ser necessariamente levadas em consideração nas investigações e análises vindouras, ponderando suas eventuais influências sobre as conclusões dali resultantes.

Para efeito de registro, a questão **G2** não apresentou qualquer distorção em seus índices que pudesse comprometer a confiabilidade da amostra, conforme comentado na seção anterior.

3.10 Do desdobramento dos resultados da pesquisa sobre a amostra

Apenas como subsídio aos procedimentos adotados na continuação do trabalho, relatados a seguir, encontra-se apresentado no Apêndice 2 o detalhamento das tabelas mostradas nas seções 3.8.1 e 3.8.2, agora contendo o desdobro dos protocolos (numerados de 1 a 50) para cada uma das categorias consideradas.

3.11 A análise dos resultados

Uma vez tabulados os dados apurados durante a pesquisa, especificamente no caso da amostra, torna-se conveniente classificá-los quanto aos tipos de respostas encontrados para **G1** e **G2**, possibilitando assim um melhor encaminhamento do processo analítico destes resultados.

O critério adotado então consiste prioritariamente na divisão dos 50 protocolos da amostra em duas grandes categorias, representadas a saber:

1. alunos que optaram pela alternativa A na questão **G2** (“*Zeca não precisa fazer nada, pois a afirmação já foi provada*”);

2. alunos que optaram pela alternativa B na questão **G2** (“*Zeca precisa construir uma nova demonstração*”).

Num segundo momento, cada uma destas categorias será subdividida em outras cinco, correspondendo ao tipo de justificativa adotada na questão **G1** (Amanda, Dario, Hélia, Cíntia ou Edu) referente à “*resposta que você daria se tivesse que resolver esta questão*”, perfazendo portanto um total de dez grupos de protocolos possíveis, cujos totais seguem apresentados na tabela:

Tabela 45. Quantidade de Protocolos por Grupo de Resposta

G1 →	Amanda	Dario	Hélia	Cíntia	Edu	TOTAL
Alternativa A (**G2**)	6	10	4	4	3	27
Alternativa B (**G2**)	4	8	4	3	2	21
TOTAL	10	18	8	7	5	48

Distribuição aplicada a apenas 48 protocolos, lembrando que 2 alunos na amostra deixaram de responder ambas as questões. Num primeiro olhar, desperta a atenção o fato de 21 alunos (representando quase a metade da amostra) entenderem ser necessária a construção de uma demonstração específica para a figura do triângulo retângulo, assim como a expressiva margem registrada para as justificativas atribuídas a Amanda e Dario face, por exemplo, os resultados apurados para Edu e Cíntia, reiterando ser esta última, provavelmente, a mais próxima daquilo que os professores praticam em aula.

Sem perder de vista a Questão de Pesquisa, este cenário ressuscita ainda uma série de outras inquietações, levantadas anteriormente: Configuraria a dificuldade de compreensão de uma explanação de caráter intelectualizado, diante de uma visão preponderantemente pragmática do que seja uma Prova? Como essa dificuldade poderia ser caracterizada? O professor efetivamente demonstra teoremas e propriedades em suas atividades? Induz seus alunos a produção de justificativas? Qual o posicionamento dos alunos perante a metodologia empregada em aula (preferem com ou sem demonstrações)? Por que a escolha do aluno difere daquela de seu professor (questão **G1**)?

Constatada a necessidade, reveste-se então de grande importância para a conclusão do estudo o aprofundamento da investigação, através da realização de entrevistas com os alunos, de alguns dos aspectos que motivaram a composição dos resultados acima, naturalmente delimitada aqui ao caso da soma das medidas dos ângulos internos do triângulo.

3.12 As entrevistas

Em um primeiro momento, pode-se imaginar que um plano ideal talvez pedisse a realização de, pelo menos, uma entrevista por grupo, visando a cobertura de todas as possibilidades. Porém, tendo em vista a exigüidade de tempo, face a proximidade do final do ano letivo de 2006, foram selecionados cinco protocolos referentes aos grupos que escolheram a alternativa B para a Questão G2, tendo cada um deles por sua vez escolhido respectivamente Amanda, Dario, Hélia, Cíntia e Edu na Questão G1. Este critério leva em consideração ainda o fato de que, a princípio, os alunos que optaram pela alternativa A (correta) não apresentaram dificuldades na interpretação de G2 que justificassem um esmiuçamento do raciocínio empregado. Por outro lado, os motivos que os teriam levado a escolher uma entre as cinco justificativas disponíveis em G1 podem ser igualmente apurados entre os sujeitos selecionados do outro grupo (optantes da alternativa B), sem prejuízos à análise.

Uma vez determinado o público-alvo, foi elaborado o roteiro base para as entrevistas (Apêndice 3), contendo questionamentos não apenas sobre as escolhas do aluno para **G1** e **G2**, bem como sobre a atuação do professor no tocante a abordagem de provas e demonstrações e o posicionamento do aluno diante da mesma. Foram previstos também encaixes de questões adicionais surgidas durante o transcorrer das conversações, em função de especificidades detectadas em cada caso, e de perguntas recebidas de outros professores-colaboradores, em atenção à sugestão da Coordenação de realizar as entrevistas de forma compartilhada entre os cinco participantes do grupo cujas pesquisas envolvem o uso do questionário do Projeto AprovaME, quando existissem sujeitos em comum, de maneira a tornar o processo mais breve e produtivo (vide instruções contidas no Anexo 7).

Assim, das cinco entrevistas programadas, uma teve suas questões repassadas para outro colega, que então se responsabilizou pela execução da tarefa. Ressalve-se a necessidade da substituição de três sujeitos, pois dois deles, residentes nos municípios de São Paulo (SP) e Jacupiranga (SP), não foram localizados (situação previsível, decorrido um ano desde a aplicação da pesquisa) enquanto a direção da escola do terceiro, também em São Paulo, não autorizou a realização da entrevista. Para o preenchimento das vagas foram convidados três alunos de São Caetano do Sul (SP), naturalmente com padrões de resposta similares àqueles substituídos.

A seguir, apresentam-se os comentários e análise do conteúdo de cada uma das entrevistas, cujas transcrições encontram-se junto aos Apêndices e Anexos no final deste estudo. Excertos dos diálogos foram reproduzidos à guisa de esclarecimento ou reforço das idéias contidas nos trechos onde estão inseridos.

As instituições de ensino e séries escolares informadas referem-se ao período de aplicação do questionário (novembro de 2005), enquanto os demais dados que compõem o perfil dos sujeitos estão atualizados até a data do registro dos depoimentos.

3.12.1 Primeiro aluno (justificativa de Amanda)

Estudante de Escola Municipal em São Caetano do Sul, onde reside, 16 anos de idade, matriculado na primeira série do Ensino Médio (período noturno), isento de retenções escolares, é também aluno do SENAI onde cursa Mecânica desde 2004. Vive com os pais e não apresenta carências sócio-econômicas. Entrevista transcrita no Apêndice 4.

Questionado primeiramente sobre o emprego de justificativas em atividades de Matemática, declarou que as questões propostas em aula exigiam basicamente soluções numéricas, obtidas através do uso de cálculos e de fórmulas *decoradas*, inexistindo a necessidade da apresentação de outras provas. Da mesma maneira, os professores em geral também não tem o hábito de demonstrar as propriedades, fórmulas e teoremas durante a exposição dos conteúdos, com exceção do SENAI, na avaliação do aluno, a única escola a abordar estas temáticas.

Quanto ao tipo de aula, enfatizou sua preferência pela demonstração dos conteúdos, possibilitando ao aluno descobrir o porquê da importância de cada tópico exposto ("...*mostrando como se chegou naquilo*"), permitindo assim a associação da teoria (definida como "*lógica*") à prática e consumando, na sua ótica, o processo de aprendizagem ("*...então é por isso que as pessoas aprendem. Quando associam a lógica com a prática elas aprendem, isso é o aprendizado...*"). Contudo, através da fala do sujeito fica evidenciado o desejo de concordância com o suposto ponto de vista do entrevistador sobre o assunto ("*Normalmente isso é que é aprendizado, né?*").

A escola adota como material didático uma série de apostilas do Sistema Sigma de Ensino (Editora Suplegraf – São Paulo) mais o livro *Matemática: Ciências e Aplicações de IEZZI, Gelson et al.* (2ª ed.. São Paulo (SP): Atual Editora, 2004).

Mesmo diante da hipótese de uma demonstração eventualmente tornar o entendimento da matéria mais complexo do que simplesmente decorar uma fórmula ou uma regra pronta, ratificou em duas passagens que o ato de mera memorização de elementos para a realização de um exame, por exemplo, normalmente implica num rápido esquecimento logo após o mesmo, ao passo que a acomodação mental da matéria torna possível sua utilização "*até no seu cotidiano*" (do aprendiz).

Justificando a escolha da argumentação atribuída a Amanda, entende ser a mais adequada por óbvia, quando comparada às demais, pois sempre que os vértices de um triângulo forem recortados e montados em sequência o resultado contemplará uma meia volta (180°):

"...um triângulo, ele tenha 180 graus na soma de seus lados, porque se você recortar um triângulo,...se você juntar as três partes vai dar os 180 graus..."

Percebe-se a confusão entre as nomenclaturas "lado" e "ângulo", tratadas aqui como tendo o mesmo significado.

Igualmente, merece destaque nesta discussão a afirmação pelo aluno de uma teoria necessária (conceito), com a qual ele se identifica e que utiliza como fundamento para recorrentemente amparar suas opiniões, neste caso associada à figura do quadrado inscrito numa circunferência:

> ...e 180 é também a metade de 360...que no caso seria a reta, e, se você cortar um círculo no meio 180 graus seria exatamente o meio... Você sempre aprende na escola... 90 graus é o quadrado. Pensa que quando você vê o quadrado só tem linha reta, então é a resposta mais óbvia...então 90 vira 180, metade do círculo...dá pra fazer todas essas associações de resposta, que seria muito mais fácil, não precisa saber o conceito...qualquer um que esteja no ensino médio sabe que um ângulo reto mede 90 graus.

Logo, a justificativa de Amanda é a que mais se aproxima de sua referência para a situação proposta, dispensando até mesmo o prévio conhecimento de que a soma das medidas dos três ângulos internos de um triângulo será sempre igual a 180°. Além disso:

> ...é a mais simples, não envolve nem muitas letras, nem muitos conceitos, nem nada, é só uma teoria muito básica...Não precisa fazer muitos testes pra saber que é isso.

Onde a fala “mais simples” pode referir-se à elegância da construção, significando ser ao mesmo tempo uma prova de fácil entendimento, sem o apelo à, no sentido empregado por Malba Tahan, algebreira. Remetendo novamente à sua concepção deste problema:

“...basta apenas você saber do ângulo de 90 graus, pensar um pouquinho...é a resposta mais simples a ser dada.”

Na sua opinião a justificativa de Amanda seria também a opção do professor, justamente por ser a mais simples, observando uma saudável mudança de postura do docente diante das dificuldades enfrentadas pelos alunos (“*...os professores de Matemática ultimamente têm tentado mais facilitar do que complicar...*”), provavelmente motivada por cursos de aperfeiçoamento ministrados a docentes e a uma maior preocupação com o tema por parte das entidades mantenedoras de escolas, no caso a Prefeitura Municipal.

Confrontado com a escolha da justificativa de Dario como Sempre Verdadeira (além da de Amanda), afirmou que as somas das medidas dadas eram sempre iguais a 180°, confirmando a propriedade. Instado quanto ao aspecto de se tratar apenas de alguns exemplos isolados, explicou que este caso seguia intrinsecamente a mesma lógica empregada por Amanda, com a diferença que enquanto na mesma os vértices (ângulos) eram sobrepostos numa figura, aqui (Dario) os valores numéricos eram somados, permitindo uma fácil dedução da validade da generalização deste princípio.

Já para a justificativa de Hélia a escolha recaiu sobre o “Não” para ambas as situações, mais uma vez devido ao grau de dificuldade apresentado no esquema proposto. Não entendeu a presença dos ângulos de 90° na demonstração (resultantes do posicionamento perpendicular das retas em relação ao lado do triângulo), bem como a função das retas. Sugeriu a colocação apenas da soma das medidas dos ângulos e não está convencido de que a argumentação seja válida para todos os triângulos, nem inclusive para a própria figura da questão.

A este respeito, em particular, alegou não conseguir chegar a nenhuma conclusão devido à dificuldade encontrada na associação da soma (chamada de *fórmula*) com o desenho, no porquê da existência dos ângulos de 28° e nas diferenças (90° - 28°) e (90° - 42°). Achou que não funcionaria no caso do triângulo retângulo (não soube explicar por que, mostrando insegurança).

Tendo respondido no questionário que as justificativas de Cíntia e de Edu são ao mesmo tempo Sempre Verdadeiras e Verdadeiras Apenas para Alguns Triângulos, argumentou após rever ambas as questões que não se esforçou na resolução em virtude da grande complexidade das mesmas, alegando que no caso de Amanda a visualização era facilitada pela existência apenas de dois desenhos bastante sintéticos, ao contrário de Cíntia, onde a existência das letras, a montagem e as afirmações mostradas (contendo muitos números, segundo ele) complicaram e desestimularam a análise da questão. No caso de Edu, o longo e pouco claro enunciado não favorecia a interpretação dos dados e, conseqüentemente, acabou por provocar sua desistência de perseverar no processo resolutivo.

Na questão **G2**, por sua vez, optou à época da pesquisa pela construção de uma demonstração exclusiva para o triângulo retângulo devido à existência de um ângulo reto na figura, supostamente capaz de provocar alterações na afirmação estabelecida. Durante a entrevista, contudo, observou a falha ocorrida na análise sem a interferência do autor.

Em suma, destacamos na entrevista:

- o privilégio a exercícios de cálculos e respostas numéricas (“exatas”) em detrimento à exigência de justificativas nas atividades desenvolvidas em sala de aula, com exceção do curso realizado na escola SENAI ;

- apesar de manifestar-se favoravelmente ao emprego de provas e demonstrações em aula, o aluno nitidamente efetua escolhas ao nível de Provas Pragmáticas, alegando serem de imediata compreensão, ao tempo que evita, ou abandona aquelas que estão a exigir maior esforço dedutivo, deixando-as inconclusas ou resolvidas de forma impulsiva, gerando incoerências. Indícios de adaptação do ponto de vista do sujeito, de forma a apenas corroborar a presumida opinião do pesquisador (pró-demonstrações), sem conformidade com suas atitudes e práticas;

- a ênfase no rápido esquecimento dos conteúdos decorados para breve utilização em avaliações;

- várias situações de associação com o caso do quadrado inscrito em uma circunferência, tomado como seu principal referencial nesta temática;

- confusão entre conceitos matemáticos como Lado e Ângulo, Meio e Metade, Lógica e Teoria, etc;

- visão contextualizada de aula, encarando o Professor como parceiro e não como adversário;
- grande nível de dificuldade na visualização e deficiências no trato de tópicos de Geometria, especialmente, neste caso, do Teorema de Tales.

3.12.2 Segundo aluno (justificativa de Dario)

Aluna matriculada na primeira série do Ensino Médio em uma escola particular no município de Santo André (SP), 16 anos de idade, sem maiores informações sobre o perfil sócio-econômico. Entrevista transcrita no Anexo 8.

Faz uma distinção entre atividades "*de justificar*" e "*de fazer contas*". Na introdução, declarou que a maior parte delas dentro de seu curso de Matemática valoriza apenas a execução de cálculos. Por solicitação, citou Trigonometria como um exemplo do segundo caso, não se recordando entretanto de nenhuma situação do primeiro ("*porque são muitas, né?*").

Diante da insistência, contudo, disse que nestas atividades o que deveria ser justificada era a forma como se chegou a uma determinada conclusão, mas ressaltou tratar-se apenas de explicar "*o porquê do resultado da conta*", descartando a possibilidade de eventos como análises de afirmações propostas em aula ou deduções de fórmulas, muito embora confirme a prática habitual destas ações pelo professor em sala.

Pessoalmente mostra-se favorável à exposição dos conteúdos sempre acompanhados das correspondentes demonstrações, facilitando assim o seu entendimento. Questionada então sobre a realização de tarefas voltadas à demonstração de fórmulas ou teoremas, destacou novamente a Trigonometria, onde segundo ela o professor recentemente apresentou alguns desenhos e pediu demonstrações à turma (a aluna não forneceu detalhes sobre estes elementos).

Atribuiu a escolha da justificativa de Dario no questionário à "*lógica do exercício*", consistida na própria seqüência de quatro exemplos resolvidos existente na questão, sem maiores esclarecimentos e revelando alguma insegurança na resposta.

No papel de seu professor optou pela justificativa de Edu, a mais bem embasada na sua opinião, dentro de um critério que privilegia a riqueza de informações, no aspecto quantitativo (repare no uso freqüente da palavra *mais*, que também reforça sua fala):

"Porque eles (os professores) vão sempre por um lado mais justificado, e a de Edu tá mais detalhado, tem mais justificativa."

No quadro comparativo da segunda parte de **G1** assinalou "Não" para a justificativa de Amanda em ambas as hipóteses ("Sempre Verdadeira" e "Verdadeira Apenas Para Alguns Triângulos"), e, respectivamente "Não Sei" e "Sim" para Hélia, "Sim" e "Não" tanto para Dario como para Cíntia e, finalmente, "Não" e "Sim" para a justificativa de Edu (a provável escolha de seu professor).

A afirmação inicial contida na questão **G2** não é convincente no caso específico do triângulo retângulo, no ponto de vista da aluna, que sente a necessidade de uma nova demonstração, explicitada através da construção de um desenho onde se possa comprovar que a soma das medidas dos ângulos internos daquela figura também seja igual a 180°.

Principais pontos observados:

- preponderância de atividades envolvendo somente o emprego de cálculos, na avaliação da entrevistada, que declarou "*algumas vezes*" precisar preparar justificativas, embora não tivesse conseguido citar exemplos destas tarefas em virtude de serem "*muitas*". De acordo com o depoimento, tais justificativas se resumem principalmente à simples descrição de todas as passagens numéricas e/ou algébricas realizadas durante o desenvolvimento dos cálculos;

- a fala deixa a impressão de que o professor não tem sido refratário à abordagem de temas envolvendo provas e demonstrações, com menção inclusive a atividades da espécie efetuadas em sala de aula;

- utilização de um mesmo assunto, Trigonometria, a título de exemplo para ilustrar tanto o grupo das atividades *de fazer contas* como *de justificar*:

"...Por exemplo, agora nós estamos vendo trigonometria, e é só cálculo."

E em outro trecho:

“Já, agora a gente tá aprendendo trigonometria, e a professora deu os desenhos e pediu pra gente demonstrar...”

- a escolha da justificativa de Dario (Prova Pragmática) revela um Empirismo Ingênuo em sua linha de raciocínio, e a dificuldade encontrada para explicar sua decisão pode ser tanto em conseqüência da pouca afinidade com a argumentação típica de um pensamento lógico-dedutivo como, eventualmente, um indício de opção puramente aleatória, isenta de critérios, que a aluna declinou de admitir durante a entrevista;

- as respostas deixadas no quadro comparativo guardam coerência, com a aceitação das justificativas de Dario (naturalmente) e Cíntia, e o reconhecimento da validade da afirmação de Hélia somente para o exemplo ali citado, refutando a de Amanda (que também caracteriza uma Prova Pragmática). Exceção feita ao caso de Edu, onde se registra uma aceitação apenas parcial (“Verdadeira Apenas Para Alguns Triângulos”) e mesmo assim acabou sendo a escolha atribuída ao professor, como visto;

- a reiterada necessidade da construção de uma nova demonstração na questão G2, fundamentada em uma imagem (desenho) onde estejam claramente identificadas as medidas dos ângulos a serem somadas, reforça o grau de dificuldade enfrentado pela entrevistada na interpretação e análise de uma informação textual, ainda que bastante simples;

- em que pese a aluna declarar sua preferência por um tipo de aula que inclua demonstrações, seu posicionamento parece indicar uma atitude passiva, ou menos investigativa, diante dos diversos conteúdos que lhe são expostos, resultante talvez da falta de hábito ou de estímulo para procurar evoluir e aprofundar o trabalho analítico, distanciando-se cada vez mais do imediatismo raso e das conclusões apressadas e impulsivas.

3.12.3 Terceiro aluno (justificativa de Hélia)

Matriculado na primeira série do Ensino Médio, no período noturno, em escola municipal de São Caetano do Sul (SP), cidade onde também reside com seus pais. Com 16 anos de idade, comerciário, não apresenta carências sócio-econômicas. Sofreu uma retenção escolar. Entrevista transcrita no Apêndice 5.

A escola adota como material didático uma série de apostilas do Sistema Sigma de Ensino (Editora Suplegraf – São Paulo) mais o livro *Matemática: Ciências e Aplicações de IEZZI,* Gelson et al. (2ª ed. São Paulo (SP): Atual Editora, 2004).

A fala do aluno caracteriza inicialmente o tipo de aula de Matemática como de cunho preponderantemente expositivo (fiel à seqüência: Apresentação do conteúdo / Resolução de exemplo / Série de exercícios / Nota), com a solicitação de respostas objetivas para as atividades propostas, na maior parte das vezes, muito embora exista a preocupação de informar a exigência de justificativas em alguns casos:

"Tem exercícios que (o professor) pede pra você fazer e justificar, certo?"

A pergunta de reforço ao final da frase deixa de certa forma a impressão do aluno estar apenas procurando dizer aquilo que, na sua avaliação, seria a preferência do entrevistador quanto ao tema (isto é, a existência de exercícios onde as respostas devem ser justificadas), sem contudo refletir uma situação real ocorrida no cotidiano da sala de aula.

Da mesma maneira, apesar de relatar o minucioso trabalho de demonstração dos conteúdos desenvolvido por alguns professores, o aluno termina por destacar a apresentação da matéria efetuada por tantos outros docentes de modo prescritivo:

> ...aqueles (professores) que mostra assim (para a classe:) ó isso aqui é o que vocês vão ter que fazer, e daí ele explica bem assim (para a classe:) ó vocês vão ter que fazer isso daqui, e deixa pra nós resolver...

E, ainda que procure adotar um tom de crítica a essa conduta profissional, conclui seu ponto de vista com uma concordância velada:

> ...quando chega o professor e fala (para a classe): ó vocês vão ter que aprender isso aqui, pega e taca a fórmula lá (na lousa) e você (fala para o professor:) meu, ó, é só isso? ... e é só isso, ô?
>
> É tão mais fácil fazer só isso e acabou, né?
>
> E todos (os professores), de um modo geral, conseguiram passar bem o serviço...o que eles queriam passar pra gente.

Num primeiro instante o entrevistado mostra-se favorável a uma exposição mais dedutiva dos assuntos abordados em aula ("...você fica mais interagido na aula, ali você acaba tendo mais conhecimento sobre aquela matéria, entendeu?"), para logo em seguida acabar evidenciando as desvantagens de tal iniciativa:

“Mas tem vezes também que acaba cansando (com ênfase), vem lá de trás, você acaba ficando aquela aula meio cansativa...”

Defendeu sem convicção a escolha da justificativa de Hélia na questão G1, indicando somente os ângulos da figura e a operação descrita, sem no entanto conseguir estabelecer uma relação entre estes e a conclusão do problema. Aparentemente não percebeu a perpendicularidade entre as retas desenhadas e o lado do triângulo, elemento chave para a compreensão e o encaminhamento da solução daquela proposta.

Reconheceu a dificuldade que teria para chegar a uma definição semelhante sem o auxílio do texto da questão mas, numa comparação com as demais, resolveu optar pela resposta de Hélia por ser no seu entendimento a “mais...lógica, a mais certa, tudo”. Perguntado, considerou-a válida para quaisquer triângulos, sem mais esclarecimentos.

Na sua concepção, a justificativa de Cíntia seria a escolha de seu professor devido ao perfil generalizado e uma apresentação mais elegante. Repare no uso da palavra “mais” como reforço para o que diz:

> Porque na (justificativa) da Cíntia ela tá mais, assim, teoria, tá mostrando mais, assim, de fórmula, tudo...tava bem mais chamativo, assim, bem mais explicadinho do que da Hélia. Pra mim o professor, ele, quando ele visse a (justificativa) da Cíntia ele ia valorizar mais do que a da Hélia.

O fato do entrevistado haver optado por outra alternativa faz supor que o argumento de Cíntia deve estar “bem mais explicadinho” somente para o entendimento do professor, e provavelmente signifique um viés de maior dificuldade para compreensão pelo seu real público-alvo.

No quadro comparativo da questão G1 assinalou “Não Sei” para as justificativas de Amanda, Dario e Edu. Questionado, negou a existência de dúvidas, explicando seu posicionamento como conseqüência da argumentação pouco consistente, na sua visão, verificada naquelas respostas:

> ...eu não chegaria a esse ponto de colocar, explicar desse jeito que eles (Amanda, Dario e Edu) explicaram...eu não acho que está tão bem formulada a resposta quanto da Cíntia e da Hélia.

Concordou ainda que a resposta de Dario (exemplos numéricos), citada nesta altura da entrevista, apresenta maior dificuldade que a de Cíntia, sem entrar em detalhes.

Assinalou “Sim” para ambas as colocações na resposta de Hélia (sua escolha). Desconcertado, e sem conseguir articular uma justificativa adequada, admitiu a contradição e o erro. Na seqüência da conversa, contudo, decidiu-se pela validade daquela afirmação para quaisquer triângulos.

Já para a resposta de Cíntia (escolha presumida de seu professor), assinalou respectivamente “Não” e “Sim” nas duas colocações. Ratificou suas opções, sob o pressuposto de ser a argumentação que mais agradaria ao docente, ainda que, curiosamente, não se mostre convincente para o aluno:

> ...ao meu ver o professor vendo...essa explicação da Cíntia...com certeza...ele ia elogiar...
>
> (Pergunta:) Ou seja, você quer dizer que o seu professor estaria dando uma resposta que você entende que não é verdadeira?
>
> Mas...na visão dele era verdadeira.

> (Pergunta:) Mas na sua não era. Por que não te convenceu?
>
> Não. Porque não está tão bem explicado. A meu ver, da forma como está apresentada, só com o uso de letras.

Esse trecho traduz uma incoerência na linha de raciocínio do entrevistado, que desconsiderou as respostas de Amanda, Dario e Edu justamente por não se encontrarem tão bem elaboradas como a de Cíntia (e a de Hélia). Note que o supracitado uso de letras serviria ao mesmo tempo, na concepção do aluno, tanto para agradar ao professor como para desqualificar o argumento.

Novamente, instado a propor uma situação em que a justificativa de Cíntia se mostrasse falsa, logo preferiu reposicionar-se quanto à sua validade (passando agora para “Sim” e “Não”), mantendo suas demais escolhas (resposta de Hélia para si e de Cíntia para seu professor):

Atribuiu as falhas apontadas ao tempo disponível para preencher o questionário, insuficiente na sua opinião para o aprofundamento da análise das questões, evidenciando a possibilidade de respostas obtidas aleatoriamente.

Com efeito, tão logo viu, admitiu a marcação da alternativa B na questão G2, também motivada pela escassez de tempo, entendendo que, caso fizesse o desenho de um triângulo retângulo teria plenas condições de afirmar que a soma das medidas de seus ângulos internos seria igual a 180 graus. Alertado que, sem instrumentos de desenho e de medição adequados, o desenho de pouco valeria para se decidir por uma das alternativas, apenas concordou, e manifestou sua gratidão a todos os seus professores de Matemática, sabendo ser essa a profissão do entrevistador, mesmo não sentindo muito entusiasmo pela disciplina e não se considerando hábil no trato com números.

Principais tópicos elencados:

- a escolha pessoal da justificativa de Hélia, mais um típico caso de Prova Pragmática, denota o Empirismo Ingênuo na forma de atuação do aluno no contexto da demonstração matemática;

- o tipo da aula descrito e o próprio desempenho do entrevistado permitem supor a prática de atividades que valorizam o trabalho de cálculo a partir do uso de fórmulas entregues prontas, e talvez pouco exigentes quanto ao emprego de raciocínios dedutivos;

- um outro possível indicador do aspecto relacionado acima é a freqüência com que os conceitos de fórmula, teoria, teorema, propriedade, demonstração, etc. se confundem e se misturam ao longo do depoimento;

- extrema dificuldade verificada na construção de argumentos sólidos para exposição do ponto de vista diante dos questionamentos efetuados;

- tendência a evitar a ocorrência de conflitos através da assunção prematura das falhas, de desvios do tema da conversação, concordância com a suposta opinião do entrevistador ou simplesmente evitando uma tomada de posição;

- tendo em vista as evasivas empregadas na tentativa de justificar a escolha das respostas de Hélia e Cíntia na questão G1, resta a suposição de que o sujeito não entendeu o conteúdo de nenhuma delas, embora não tenha enunciado tal dificuldade;

- talvez pela razão acima tivesse adotado para seu professor uma justificativa (Cíntia) que em dado momento teria se revelada falsa para si mesmo. Nesse caso seria lícito intuir a possibilidade de escolhas efetuadas arbitrariamente (*chutes*) em virtude da alegada falta de tempo, de interesse ou de conhecimentos de Geometria;

- esta hipótese de qualquer modo não chega a invalidar a categorização atribuída à prova do aluno, que nitidamente prefere o desenvolvimento de exemplos isolados, e tende a rechaçar o uso de regras universais e elementos literais, como visto;

- diante da pergunta, afirmou peremptoriamente ser favorável à prática usual de deduções e demonstrações nas aulas de Matemática, mas sua resposta parece ter apenas o intuito de agradar o entrevistador.

3.12.4 Quarto aluno (justificativa de Cíntia)

Matriculado na oitava série do Ensino Fundamental, período matutino, de escola particular localizada em São Caetano do Sul (SP), cidade onde também reside com os pais. Com 15 anos de idade, cursa Inglês desde 2003, pratica natação e gosta de computação. Isento de retenções escolares. Entrevista transcrita no Apêndice 6.

Sua aula de Matemática, assim como das demais disciplinas do curso, está vinculada ao Sistema de Ensino adotado pela escola (Positivo), que inclui material gráfico (apostilas, livros didáticos e paradidáticos), conteúdos complementares (em CD-ROM), portal educacional na Internet e metodologia pré-formatada de ensino, oferecendo treinamento aos professores. O método busca trabalhar situações contextualizadas em sala de aula, com atividades que provoquem uma construção crítica do pensamento e da ação. Logo, dentro desta proposta todos os conteúdos apresentados em sala são devidamente demonstrados e discutidos.

O aluno entrevistado não concebe o aprendizado através de outro tipo de aula, já acostumado com estes procedimentos. Na sua ótica, a iniciativa deve partir do aluno, principal interessado, e não do professor.

Escolheu a justificativa de Cíntia, tanto para si como para seu professor, por considerá-la a mais abrangente e a mais parecida com o que efetivamente vê no cotidiano da disciplina. Considerou criativa a resposta atribuída a Amanda, não se recordando de ter realizado experimento semelhante.

No quadro comparativo da questão G1 entendeu que as respostas de Amanda, Hélia e Cíntia são sempre verdadeiras, deixando a segunda colocação sem resposta. Afirmou que, uma vez consideradas válidas aquelas justificativas, tornava-se dispensável o preenchimento da mesma. Este modo de interpretar a questão acabou por caracterizar o fenômeno da migração de respostas comentado na seção 3.7.1.

No caso de Hélia, argumentou que sempre que se traçassem três retas perpendiculares ao lado de um triângulo, portanto paralelas entre si, e se medissem os ângulos à exemplo da figura dada, poderíamos verificar que a soma das medidas dos ângulos complementares internos dos dois vértices pertencentes ao lado perpendicular às retas com a medida do ângulo do terceiro vértice seria igual a 180 graus. Alertado de que a condição expressada na questão não previa a alteração do valor das medidas dos ângulos (fixadas no caso em 28° e 42°), e nada ali garantia, a princípio, a manutenção do resultado para um outro triângulo qualquer, o aluno reconsiderou sua posição.

Assinalou respectivamente “Não” e “Sim” para a resposta de Dario, percebendo sua validade somente para os quatro exemplos ali relacionados, ao contrário do ocorrido para a justificativa de Hélia, como visto. Marcou “Não Sei” para ambas as colocações no caso de Edu, onde a parte final do enunciado não lhe pareceu clara, mais especificamente a subtração conclusiva (540° - 360° = 180°), cuja lógica não assimilou.

Optou pela alternativa B na questão G2. Justificou afirmando que, na época em que respondeu o questionário, concluiu que através da resposta de Cíntia (escolhida para si e para seu professor) não seria possível demonstrar o resultado da soma das medidas dos ângulos internos para triângulos retângulos, por não conseguir visualizá-lo naquele momento na figura proposta. Portanto, apesar de reconhecer o valor de 180° como resultado, pensou ser necessária a construção de uma nova demonstração. Posteriormente, em conversa com colegas de escola, mudou de idéia.

Destaca-se na entrevista:

- as escolhas efetuadas e a argumentação com teor generalizante do aluno guardam coerência com os preceitos de uma típica linha de pensamento classificada por Balacheff como Experiência Mental, numa evolução da Prova Pragmática para a Intelectual, em que pese os erros cometidos na classificação da resposta de Hélia e na questão G2, provocados por instantes de desconcentração, segundo ele;

- mesmo nestas circunstâncias, percebe-se a preocupação com a generalização dentro das argumentações oferecidas;

- a metodologia da aula contempla atividades onde o aluno é incentivado à prática de demonstrações e da elaboração de justificativas para o encaminhamento da solução de situações-problema. A escolha de uma mesma resposta para si e para o professor evidencia o razoável grau de interação professor/aluno dentro do processo ensino-aprendizagem;

- dificuldades para interpretação da resposta de Edu e da validade da afirmação contida na questão G2 quando aplicada à figura do triângulo retângulo, ambas com enunciados de natureza essencialmente textual.

3.12.5 Quinto aluno (justificativa de Edu)

Matriculado na primeira série do Ensino Médio de escola estadual (período noturno) do município de São Paulo (SP), localizada no bairro da Moóca, onde também reside com a mãe. Com 17 anos de idade, trabalha há um ano como escriturário. Sofreu duas retenções escolares. Entrevista transcrita no Apêndice 7.

Suas aulas de Matemática baseiam-se na realização e entrega de exercícios para nota, sem a necessidade de apresentar outras justificativas além dos cálculos efetuados. Em muitos casos não existe a correção, sendo suficiente a simples apresentação da lista completa. Apesar disso, o professor procura deduzir as fórmulas e demonstrar todas as propriedades, segundo o aluno.

De sua parte, o entrevistado define tais ações como elementos complicadores, preferindo que a matéria seja transmitida de maneira sucinta, facilitando tanto o trabalho de copiá-la no caderno quanto a sua posterior aplicação nos exercícios. Entende o currículo de Matemática no Ensino Médio como sendo de caráter eminentemente informativo, bastando a apresentação dos principais tópicos, com um mínimo de bagagem teórica, e de instruções objetivas de como devem ser utilizados em exercícios, preferencialmente através de exemplos numéricos.

Sustenta seu ponto de vista no princípio de que o ensino deve ser voltado para a vida das pessoas, e não consegue enxergar "*utilidade prática*", por exemplo, na demonstração da propriedade ora em estudo. Por isso, hoje lhe é suficiente saber apenas que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°, sem maiores detalhes. Caso algum dia realment e necessite saber *por que* isso acontece, bastará então consultar materiais didáticos disponíveis e aprender, para uso imediato.

Ainda dentro desta lógica resolveu escolher na questão G1 a resposta de Edu, a mais contextualizada na sua opinião. Ao contrário das constatações das entrevistas anteriores, o aluno considerou-a uma justificativa de percepção quase instantânea e bastante convincente, apesar de reconhecer que seria incapaz de desenvolver um raciocínio semelhante sem o auxílio do questionário.

Escolheu para seu professor a justificativa de Cíntia, que não compreendeu, por conter valores literais, elementos e definições geométricos e ser o mais próximo daquilo que vê em sala de aula.

Desse modo, respondeu “Não Sei” em ambas as colocações para as justificativas de Cíntia e Hélia. Diante da complexidade de ambas as argumentações, também não procurou se esforçar para chegar a uma conclusão. Respondeu “Sim” para a primeira colocação nas justificativas de Amanda, Dario e Edu, deixando a segunda em branco. Tendo já se decidido pela validade das três afirmações, considerou desnecessária a continuidade do preenchimento da questão.

Confessou alguma dificuldade no entendimento da proposição de Amanda, mas depois de analisá-la aprovou-a. Seria sua segunda opção, depois da resposta de Edu. Quanto ao caso de Dario, convenceu-se com os quatro exemplos mostrados, imaginando que o mesmo só poderia ser invalidado através da entrega de um contra-exemplo por um cético.

Segundo seu depoimento, a escolha da alternativa B na questão G2 resultou de uma falha de memória naquela ocasião, quando confundiu a figura do triângulo retângulo com a de um quadrilátero, cuja soma das medidas dos ângulos internos era, obviamente, diferente do resultado proposto, estando a exigir assim uma nova demonstração.

Destaca-se na entrevista:

- pela fala do aluno podemos supor que, embora o professor efetivamente procure trabalhar os aspectos de prova e demonstrações em sala de aula, não existe a preocupação com a sua utilização nas atividades exigidas aos alunos, de modo a tornar infrutífero todo o esforço;

- o aluno francamente admite preferir a transmissão de conteúdos sem embasamento teórico, ou com o mínimo possível, por imaginar que tal procedimento possa dificultar a absorção, ou a utilização, da matéria. Seu objetivo é conhecer superficialmente o conteúdo, pensando em desenvolver apenas os tópicos que precise utilizar no cotidiano, à medida que forem surgindo as oportunidades (necessidades).

- mostra que o ensino de Matemática deveria se preocupar somente com o dia-a-dia das pessoas. Neste caso, não existiria enquanto Ciência;

- coerente neste panorama a escolha da justificativa de Edu, a mais contextualizada dentre as disponíveis em G1, por um aluno que tende a vincular a aquisição de conhecimento à aplicação *prática*. Definida como Exemplo Genérico, elevaria a forma de raciocínio do entrevistado à categoria de Prova Intelectual, mesmo quando ponderados o pouco entusiasmo manifestado pelas respostas de Hélia e Cíntia, mas tendo em vista também a indicação desta última como a escolha atribuída ao professor, a aceitação da justificativa de Amanda e até a articulada argumentação empregada na defesa da resposta de Dario, face seu desinteresse pelos estudos;

- com relação a este último aspecto, talvez uma adequada orientação educacional possa, com o tempo, levá-lo à reflexão e a uma reavaliação de seus pontos de vista, facultando-lhe o desenvolvimento de seu potencial.

CAPÍTULO 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

4.1 Breve histórico do trabalho desenvolvido

Numa recapitulação sucinta da trajetória percorrida até aqui, tivemos como objetivo central deste estudo a análise do tipo de prova e demonstração em Geometria, realizado por alunos do Ensino Básico no Estado de São Paulo, delimitado ao caso da soma das medidas dos ângulos internos do triângulo.

Para tanto, valemo-nos de duas questões específicas à temática incorporadas ao questionário elaborado pela equipe de pesquisadores do Projeto AprovaME em conjunto com um grupo de professores colaboradores, entre os quais se inclui o autor.

Após a definição da problemática e da hipótese inicial, apresentamos no Capítulo 2 os estudos de Nicolas Balacheff que nortearam este trabalho, o Projeto AprovaME ao qual se encontra integrado, a estruturação do questionário e do sistema de codificação das respostas a serem obtidas.

No trabalho de campo e tratamento dos dados, Capítulo 3, descrevemos a aplicação da pesquisa, a codificação das justificativas, as discussões travadas dentro do Projeto, o estabelecimento de uma amostra de 50 alunos pesquisados, as análises quantitativas e qualitativas efetuadas para as duas questões de interesse (**G1** e **G2**) e a definição de critérios para realização de entrevistas complementares.

Finalmente, procedemos à tomada de cinco depoimentos de alunos para obtenção de maiores informações sobre os diferentes grupos de respostas levantados na pesquisa, cujo conteúdo, acompanhado dos comentários pertinentes, encontra-se relatado ao final daquele Capítulo.

4.2 Conclusão

Ainda que não contrariem nossa projeção inicial (seção 1.3.1), lamentavelmente, os resultados da amostra em geral podem ser considerados ruins.

Fundamentado nas informações coletadas nas entrevistas e, antes, no desempenho dos sujeitos da amostra no preenchimento do questionário, torna-se possível elencar então as seguintes constatações, de caráter conclusivo, no tocante à tipificação de prova de alunos de oitavas séries do Ensino Fundamental e de primeiras séries do Ensino Médio, para a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo:

1. Categorizada como Prova Pragmática, com o exercício preferencial de ações diretas sobre determinadas representações concretas dos objetos matemáticos – "*hipotecada pela singularidade do acontecimento que a constitui...tributária de uma contingência material: ferramentas imprecisas, defeitos no funcionamento...*" (BALACHEFF apud GRAVINA, 2000)[2].

[2] Traduzido aqui pela expressiva aceitação observada das justificativas atribuídas a Amanda, Dario e Hélia, como as mais aderentes ao próprio posicionamento do aluno, conforme Tabela 16. Indica a necessidade de se trilhar toda uma evolução cognitiva, até chegar ao entendimento e aceitação do significado da metodologia matemática, que procura, a partir de indícios, deduzir regras aplicáveis a idéias e não a coisas.

Como nos mostram a epistemologia e a História, o nascimento desta Ciência está estreitamente vinculado ao atendimento às diversas necessidades de quantificação de objetos materiais surgidas nos primórdios da civilização humana. Com o passar do tempo, o desenvolvimento de todo um sistema formal de pensamento para reconhecer, classificar e explorar padrões acabou por adquirir uma dinâmica própria, transcendendo os aspectos puramente utilitários que a originaram. Assim sendo, a Matemática acabou por assumir um caráter não-empírico, passando seus axiomas, teoremas e propriedades, perante a impossibilidade da realização de experimentos concretos, a serem validados através de procedimentos dedutivos, provas e demonstrações. Dentro deste contexto, torna-se imperativo ao estudante não apenas a compreensão da importância de tais construções como, também, estar apto a produzi-las.

2. Dentro desta categoria verifica-se o predomínio do Empirismo Ingênuo como principal linha de pensamento adotada no trato com a temática. Mais primário dentre os quatro níveis idealizados por Balacheff quanto às formas de validação de propriedades, apóia-se somente na aplicação de alguns poucos exemplos, sem maiores aprofundamentos, como é o caso das justificativas de Dario e Hélia. Tal classificação denota a extensão do processo educativo a ser percorrida na busca da ascensão intelectual citada no item anterior.

3. Na avaliação da maioria dos alunos, registrada na Tabela 17, a escolha dos professores recairia sobre a justificativa de Cíntia, representando um raciocínio de natureza Experiência Mental, já categorizada como Prova Intelectual, exprimindo inicialmente um juízo favorável de valor sobre sua atuação profissional. Porém, a soma das respostas Pragmáticas de Amanda, Dario e Hélia mostra-se ligeiramente superior à das respostas Intelectuais de Cíntia e Edu, numa demonstração da renitente vocação para o empirismo e preocupante na medida em que possa refletir um único tipo de situação vivenciado dentro da sala de aula.

4. De acordo com a Tabela 43, estas duas últimas respostas são depositárias da maior incidência de escolhas “Não Sei”, caracterizando a dificuldade para compreensão de explanações contendo elementos dedutivos em face da necessidade da apresentação de exemplos particularizados, típica desta categoria, e da pouca habilidade no trato com valores literais verificada nas entrevistas.

5. Entre as causas dos erros cometidos, e na raiz de grande parte das dificuldades apresentadas pelos alunos nestas questões, destaca-se a insuficiência de conhecimentos elementares de Geometria Plana, especialmente aqueles vinculados ao Teorema de Tales que, apesar de sua crucial importância para a justificativa da soma das medidas dos ângulos internos do triângulo, não foi sequer citado nas entrevistas, assim como é provável que não tenha sido utilizado em nenhum dos protocolos da amostra, a julgar pela inexistência de esboços. Talvez a origem do problema resida no fato destes temas serem tratados quase que exclusivamente no Ensino Fundamental. Os quatro sujeitos matriculados no Ensino Médio entrevistados admitiram jamais ter trabalhado com tópicos de Geometria em seus cursos, algo preocupante.

6. Os professores, de um modo geral, têm o hábito de utilizar provas e demonstrações em seu trabalho, mas quase sempre com o emprego de metodologias meramente expositivas, pouco atraentes por si e, com a proposição de atividades em que estas práticas são simplesmente esquecidas, com a excessiva priorização da resolução de problemas através da substituição de números em fórmulas, do seguimento de regras, da efetuação de cálculos e da obtenção de soluções essencialmente numéricas. A importância dada a estes quesitos durante o andamento do curso acaba se impondo, peremptoriamente, em detrimento de tarefas abertas, que exijam um maior envolvimento com ações interiorizadas dirigidas à generalidade, desprendidas de concretizações particulares, e que, por insuficientes, deixam de gerar repercussão entre o público-alvo.

7. Muitas vezes os alunos, quando instados, assumem uma opinião francamente favorável à produção de justificativas, admitindo mesmo ser o método mais eficaz para aquisição de conhecimentos. Contudo, o desempenho geral dos sujeitos mostrado nesta pesquisa, bem como a substância dos depoimentos colhidos, funcionando como um contraponto ao discurso, deixam a impressão de que, na verdade os discentes são levados a evitar tais iniciativas por uma questão de comodismo ou falta de hábito, numa atitude que, tomada coletivamente, carrega o potencial de induzir o professor a efetivamente perenizar a situação descrita anteriormente, realimentando assim o círculo vicioso.

4.3 Sugestões para atividades

A título de contribuição, ainda que pequena, para a melhoria do quadro descrito, apresentamos nos Anexos 9 e 10 algumas propostas de atividades dinâmicas envolvendo a soma das medidas dos ângulos internos de triângulos para execução em aula, contemplando as características de interatividade e desenvolvimento de um raciocínio mais crítico, necessários à construção de um pensamento dedutivo e a conseqüente produção de argumentações e justificativas dirigidas à generalização, reforçando ainda alguns conceitos de Geometria fundamentais a esta temática.

O material contido nos Anexos foi elaborado pela equipe do Projeto AprovaME, com a participação do autor, ao passo que as demais atividades encontram-se disponíveis na Internet. Dentro da filosofia do projeto, exigem a utilização de recursos computacionais, no caso empregando o *software Cabri Geomètre*, distribuído pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo às escolas jurisdicionadas. Outros trabalhos similares também podem ser encontrados para o *software* livre *Régua e Compasso.*

É recomendável a aplicação de atividades envolvendo ângulos internos de triângulos já a partir da 4ª série do Ensino Fundamental, inicialmente com trabalhos manuais de dobraduras e desenhos. O uso de ferramentas dinâmicas de Geometria, como as citadas acima, pode ser estimulado a partir da 5ª série.

4.4 Reflexões para futuras pesquisas

Longe de pretender esgotar o assunto, este trabalho, ao contrário, suscita novas inquietações, haja vista a Matemática, não sendo uma ciência experimental, exigir necessariamente o emprego de provas e demonstrações para a verificação de propriedades, teoremas, ajustes, entre outros, a ela relacionados.

Uma leitura superficial de alguns livros didáticos revelou a quase inexistência de problemas *em aberto* envolvendo a soma de ângulos internos. Poucos contêm a demonstração de tal propriedade, ou mesmo chegam a contemplar esta temática. Qual a influência do livro didático nesse panorama?

Neste contexto cabe ao professor um papel primordial. Fazendo sua parte, deve incentivar seus alunos à construção de conjecturas. Estes, por sua vez, diante de exemplos empíricos deveriam ser levados a pensar: “Será válido em qualquer situação?” Como proceder? Se a formação do docente não valorizou os aspectos de provas e demonstrações, é possível que ele próprio não esteja igualmente convicto de sua importância, ou talvez não saiba como praticá-los eficazmente em sala de aula.

Finalizando, destaco o aprendizado e a oportunidade de reflexão proporcionados pela condução deste estudo, convencido da importância de perseverar na abordagem de conteúdos enriquecidos pelas correspondentes provas e demonstrações matemáticas, utilizando na medida do possível estratégias que contemplem as modernas mídias disponíveis ou, ao menos, atuando em sala de aula com iniciativas que busquem desenvolver no aluno o interesse, ou a necessidade, de construir argumentações sólidas e justificativas consistentes, como pede a boa prática desta Ciência, tema capital para o progresso do ensino em nosso país.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BALACHEFF, Nicolas. **Processus de Preuve et Situations de Validation**. Educational Studies in Mathematics, vol. 18, Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 1987.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília (DF): MEC, 1998.

CASTILHO, Antonio Paulo Ferreira de; PESCUMA, Derna. **Projeto de Pesquisa. O que é? Como fazer?** 2ª ed. São Paulo (SP): Olho d'Água, 2005.

______. **Referências Bibliográficas**. 2ª ed. São Paulo (SP): Olho d'Água, 2005.

______. **Trabalho Acadêmico.** O que é? Como fazer? 2ª ed. São Paulo (SP): Olho d'Água, 2005.

COBB, P.; CONFREY, J.; DISESSA, A.; LEHRER, R.; SCHAUBLE, L. **Design Experiments in Education Research**. *Educational Researcher*, 32 (1), pp.9-13. 2003.

GIL, Antonio Carlos. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 3ª ed. São Paulo (SP): Atlas, 1996.

GRAVINA, Maria Alice. **Os Ambientes de Geometria Dinâmica e o Pensamento Hipotético-Dedutivo**, 2001. Tese (Doutorado em

Informática na Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS, Porto Alegre (RS).

HEALY, Siobhan Victoria; HOYLES, Celia. **Justifying and Proving in School Mathematics**. Technical Report, University of London, Institute of Education. 1998.

______. **A Study of Proof Conception in Algebra**. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(4), pp.396-428. 2000.

HEALY, Siobhan Victoria; HOYLES, Celia. **Software Tools for Geometrical Problem Solving: Potentials and Pitfalls**. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6, pp. 235-256. 2001.

______. **Curriculum Change and Geometrical Reasoning**. Sense Publishers. 2005.

LIGHT, P.; GIROTTO, V.; LEGRENZI, P. **Children's Reasoning on Conditional Promises and Permissions**. *Cognitive Development*, 5, pp. 369-383. 1990.

LIN, F. (L.). **An Approach for Developing Well-tested, Validated Research of Mathematics Learning and Teaching**. In T. NAKAHARA and M. KOYAMA (Eds.), *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1, pp. 84-89. Hiroshima: Hiroshima University. 2000.

MARIOTTI, M. A. **Justifying and Proving in the Cabri Environment**. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6 (3), pp. 283-317. 2001.

NASSER, Lílian; TINOCO Lucia. **Argumentação e Provas no Ensino de Matemática**. 2.ed. Rio de Janeiro (RJ): Projeto Fundão – IM/UFRJ, 2001. pp.1-10. Disponível em: *http://www.teleduc.pucsp.br/cursos/aplic/index.php?cod_ curso=323*. Acesso em 17 ago 2005.

PIETROPAOLO, Ruy César. **(Re)significar a Demonstração nos Currículos da Educação Básica e da Formação de Professores de Matemática**, 2005. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica, PUC, São Paulo (SP).

TSUHA, Jitsunori. **Curso de Eletrotécnica**. São Bernardo do Campo (SP): ETILG, 1977.

VAZ, Regina de Lourdes. **O uso das isometrias do software Cabri-Gèométre como recurso no processo de prova e demonstração**, 2004. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica, PUC, São Paulo (SP).

WASON, P. C. **Reasoning**. In B. Foss (ed.), *New Horizons in Psychology*. Harmondsworth, United Kingdom: Penguim Books. 1966.

INTERNET

BALACHEFF, Nicolas apud GRAVINA, Maria Alice. **Prova e Demonstração em Educação Matemática**, 2000. p.66-67. Disponível em:*http://www.teleduc.pucsp.br/cursos/aplic/index.php?cod_curso=323*. Acesso em 19 set 2005.

BALACHEFF, Nicolas. **A Epistemologia do Pesquisador: A Prova como Impasse na Pesquisa Educacional**. Tradução por Chang Kuo Rodrigues. 2005. Disponível em: *http://www.pucsp.br/pensamentomatematico/balacheff_ prova.ppt*. Acesso em 19 ago 2006.

GROUPEMENT NATIONAL D'EQUIPES DE RECHERCHE EN DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES – MINISTÈRE DE LA JEUNESSE, DE L'ÉDUCATION NATIONALE ET DE LA RECHERCHE (FRANÇA). **Prova e Demonstração**. Tradução por Ana Paula Jahn (Org.). São Paulo (SP): PUC, 2006. p. 84-99. Disponível em: *http://www.teleduc.pucsp.br/cursos/aplic/index. php? cod_curso=323*. Acesso em 08 mar 2006.

HEALY, Siobhan Victoria (Coord.). **Argumentação e Prova na Matemática Escolar** – Descritivo do projeto enviado e aprovado pelo CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), 2005. Disponível em: *http://www.teleduc.pucsp.br/cursos/aplic/index.php?cod_curso=323*. Acesso em 20 nov 2005.

APÊNDICES

APÊNDICE 1 – DEPOIMENTO DO PROFESSOR APLICADOR DA PESQUISA

- Expliquei ao pessoal do que se tratava, que era para a dissertação de mestrado de um amigo meu, procurando deixar bem claro que um eventual mau desempenho não iria afetar a média bimestral deles, evitando uma situação de *stress*, mas pedi que encarassem o desafio com a maior seriedade. Acho que o fato de não valer nota acabou comprometendo em parte o resultado da pesquisa, pois a resolução de algumas questões, especialmente as dissertativas, que demandam um maior esforço de raciocínio, acabam esbarrando na preguiça deles e, de repente, eles não desenvolvem todo o seu potencial, ou seja, o que fica no papel em alguns casos não reflete o real conhecimento deles sobre aquele assunto, entende?

- No começo tinha uns alunos que perguntaram se seriam obrigados a fazer o teste, eu disse que seria melhor se eles fizessem, mas sem ameaças (risos), no fim todos aceitaram. Durante a prova houve alguma tentativa de cola, mas não permiti. Num dado instante estavam todos concentrados, como se fosse uma avaliação normal, valendo nota.

- Sem dúvida as questões de Geometria foram as que apresentaram maior dificuldade. Eles não tiveram essa matéria até hoje, é incrível como ninguém mais dá valor a essas coisas ! No (Colégio) Ateneu eles ainda vão ter uma Geometria pesada até o fim do curso, mas no (EME) Alcina a turma fica três anos sem saber a diferença entre um retângulo e um quadrado, isso é terrível !

- Fatorial? Eles ainda não aprenderam isso, depois você me retorna o resultado, não?

- No geral o ambiente foi tranqüilo. Sinto que o pessoal das oitavas (séries) encarou com mais seriedade e motivação do que a turma do (Ensino) Médio, acho que o desempenho deles será melhor, apesar da bagagem um pouco inferior.

- Foi uma satisfação participar. Vou procurar acompanhar o andamento do projeto. Ninguém mais quer saber de demonstrações, só pedem qual é a fórmula que devem usar, isso não é Matemática, tem que mudar, eu ainda insisto nesse negócio...se não demonstrar não é Ciência, é Mistificação (risos)!

APÊNDICE 2 – DESDOBRAMENTO DOS RESULTADOS DA AMOSTRA

G1: Amanda, Dario, Hélia, Cíntia e Edu estavam tentando provar que a seguinte afirmação é verdadeira:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer, o resultado é sempre 180º.

Mais parecida					
Amanda	Dario	Helia	Cintia	Edu	Sem Resposta
2, 15, 16, 18, 29, 32, 38, 43, 47, 50	**3, 6, 8, 9, 11, 14, 17, 22, 23, 26, 28, 30, 34, 35, 41, 42, 45, 49**	**4, 5, 20, 21, 25, 31, 36, 48**	**1, 10, 12, 24, 27, 39, 40**	**19, 33, 37, 44, 46**	**7, 13**

Melhor nota					
Amanda	Dario	Helia	Cintia	Edu	Sem Resposta
29, 38, 49	**9, 12, 15, 20, 25, 32, 45**	**3, 11, 14, 16, 17, 22, 23, 24, 40, 41, 43, 44, 47, 50**	**1, 2, 5, 6, 8, 10, 18, 19, 26, 28, 30, 31, 34, 35, 36, 39, 42, 48**	**4, 21, 27, 33, 37**	**7, 13, 46**

Amanda				
Sempre verdadeira				
Sim	Não	Não sei	Sem resposta	Erro
1, 2, 3, 4, 8, 9, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 21, 22, 23, 25, 26, 29, 32, 33, 35, 36, 38, 41, 42, 44, 46, 47, 49, 50	**6, 10, 11, 19, 28, 31, 37, 39, 40, 43, 45, 48**	**5, 7, 20, 27, 30, 34**	**13**	**24 (Duplicidade)**

Amanda				
Às vezes verdadeira				
Sim	Não	Não sei	Sem resposta	Erro
1, 4, 6, 9, 16, 19, 24, 27, 28, 31, 37, 39, 42, 43, 45, 49	**2, 3, 5, 8, 11, 12, 18, 21, 22, 23, 29, 30, 32, 35, 36, 38, 40, 44, 47**	**7, 15, 20, 25, 26, 34, 48, 50**	**10, 13, 14, 17, 33, 41, 46**	

Dario				
Sempre verdadeira				
Sim	Não	Não sei	Sem resposta	Erro
1, 2, 3, 4, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 18, 21, 23, 24, 27, 28, 29, 30, 32, 33, 34, 35, 36, 39, 42, 45, 49	**6, 8, 19, 22, 25, 26, 37, 38, 44**	**5, 7, 20, 31, 40, 43, 47, 48, 50**	**13, 17, 41, 46**	

Dario				
Às vezes verdadeira				
Sim	Não	Não sei	Sem resposta	Erro
1, 5, 6, 17, 19, 22, 26, 37, 38, 39, 41, 42, 44, 46	**2, 3, 4, 8, 9, 11, 12, 15, 16, 18, 21, 23, 25, 27, 28, 29, 32, 34, 35, 36, 40, 45, 49**	**7, 20, 24, 29, 30, 43, 47, 48, 50**	**10, 13, 14, 33**	

Helia				
Sempre verdadeira				
Sim	Não	Não sei	Sem resposta	Erro
1, 2, 4, 5, 6, 11, 12, 14, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 31, 32, 34, 36, 37, 39, 40, 41, 42, 44, 45, 46, 47	**17, 26, 28, 29, 30, 35, 38, 49**	**7, 8, 9, 10, 15, 18, 20, 27, 33, 43, 48, 50**	**3, 13, 19**	

Helia				
Às vezes verdadeira				
Sim	Não	Não sei	Sem resposta	Erro
1, 4, 5, 19, 25, 26, 27, 28, 30, 31, 33, 35, 38, 40, 42	**2, 6, 8, 16, 21, 22, 23, 29, 32, 34, 36, 37, 39, 44, 45, 49**	**7, 9, 11, 12, 15, 18, 20, 24, 43, 47, 48, 50**	**3, 10, 13, 14, 17, 41, 46**	

Cintia				
Sempre verdadeira				
Sim	Não	Não sei	Sem resposta	Erro
1, 2, 4, 6, 8, 9, 12, 14, 15, 18, 19, 21, 24, 26, 27, 28, 29, 32, 34, 35, 36, 39, 40, 42, 44, 46, 47	**5, 22, 23, 31, 37, 38, 45, 50**	**3, 7, 11, 16, 20, 25, 30, 33, 41, 43, 48, 49**	**10, 13, 17**	

Cintia				
Às vezes verdadeira				
Sim	Não	Não sei	Sem resposta	Erro
1, 5, 9, 10, 15, 17, 19, 22, 23, 29, 31, 37, 38, 42, 45, 49, 50	**2, 4, 12, 18, 21, 26, 27, 28, 32, 34, 35, 36, 39, 44, 47**	**3, 6, 7, 8, 11, 16, 20, 24, 25, 30, 33, 40, 43, 48**	**13, 14, 41, 46**	

Edu				
Sempre verdadeira				
Sim	Não	Não sei	Sem resposta	Erro
1, 2, 4, 6, 10, 12, 18, 19, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 39, 40, 42, 44, 50	**8, 9, 11, 14, 17, 23, 30**	**3, 5, 7, 15, 16, 20, 31, 38, 43, 45, 47, 48, 49**	**13, 41, 46**	

Edu				
Às vezes verdadeira				
Sim	Não	Não sei	Sem resposta	Erro
1, 4, 5, 8, 11, 18, 25, 29, 30, 39, 41, 42, 43, 46	**2, 6, 12, 19, 21, 22, 26, 27, 28, 32, 34, 35, 36, 37, 44, 50**	**3, 7, 9, 15, 16, 20, 23, 24, 31, 38, 40, 45, 47, 48, 49**	**10, 13, 14, 17, 33**	

G2. Suponha que já foi provado que:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer, o resultado é sempre 180°.

Zeca pergunta o que precisa ser feito para provar que:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo retângulo qualquer, o resultado é sempre 180°.

Nada	Nova	Sem Resposta	Erro
1, 2, 4, 6, 8, 10, 11, 12, 16, 17, 19, 23, 25, 28, 29, 30, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 43, 45, 47	**3, 5, 9, 14, 15, 18, 20, 21, 22, 24, 26, 27, 31, 40, 41, 42, 44, 46, 48, 49, 50**	**7, 13**	

APÊNDICE 3 – ROTEIRO BASE PARA ENTREVISTAS

1. Você se lembra desse questionário? Em algumas questões você utilizou cálculo e em outras deveria justificar as respostas. O seu professor utiliza esse tipo de atividade? Ele pede para justificar as respostas? O seu professor demonstra os teoremas ou fórmulas em sala de aula?

2. Você prefere assim ou gostaria que fossem apresentados *diretamente*, sem as demonstrações?

3. Por que na questão G1 você escolheu a resposta de (Amanda/Dario/Hélia/Cíntia/Edu)?

4. Por que você entende que seu professor escolheria a resposta de (Amanda/Dario/Hélia/Cíntia/Edu)?

5. (Questões específicas quanto às escolhas do aluno para a afirmação proposta na questão G1)

6. Por que na questão G2 você entende ser necessária a construção de uma nova demonstração?

7. (Questões repassadas por outros professores-colaboradores)

APÊNDICE 4 – TRANSCRIÇÃO DA ENTREVISTA 1 (ESCOLHA DE AMANDA)

DATA: 07/11/2006

TEMA: Entrevista sobre Questões G1 e G2

Participantes: Pesquisador (P) e Aluno (A)

P: Você lembra deste questionário? Em algumas questões você utilizou cálculo e em outras foi pedido para justificar as respostas. Eu queria saber se seu professor utiliza este tipo de atividade em sala.

A: Não. Sempre foram questões que exigiam respostas [pausa] exatas, sem justificativas.

P: Ele não pede para justificar as respostas?

A: Não, nunca foi pedido. Sempre era para fazer as contas, tudo o mais, era colocada a fórmula meio que decorada e colocava em prática, e resolvia o problema. Nunca pedia para justificar.

P: E o professor, demonstra em sala de aula as fórmulas, os teoremas?

A: Normalmente não, eu só fui descobrir o π [pi], porque que era o π agora nesta série [1ª EM] estudando pra prova que uns professores me falaram. Também o único lugar onde me trabalharam as provas foi no SENAI, aqui [na escola] não.

P: E você, prefere assim, apresentando diretamente as fórmulas e os teoremas ali, diretamente, pronta para uso, ou você preferiria que fosse apresentada a dedução, digamos, a demonstração de como se chegou até ali?

A: Com certeza mostrando como se chegou naquilo. Normalmente isso é que é aprendizado, né? Você descobre porque está utilizando aquilo. Normalmente, um bom profissional é aquele que é um bom técnico, além de competente, mas isso é outra coisa. Normalmente um bom técnico é o que sabe associar tanto a lógica quanto a parte prática, então é por isso que as pessoas aprendem. Quando associam a lógica com a prática elas aprendem, isso é o aprendizado, e não simplesmente pegar uma coisa já decorada que depois você acaba esquecendo e fica no ar.

P: Agora, você acha que ajuda a utilizar melhor essa fórmula, esse teorema, se você souber de onde ele vem, ou não? Ou será que a dedução vai complicar demais e é melhor ter tudo já pronto?

A: Não, com certeza [a dedução] ajuda. Acho que uma das coisas mais óbvias que tem na Matemática é por exemplo uma regra de três [pausa] muitas pessoas tem dificuldade, tal, para colocar numa prova [pausa] já a partir do momento que você entende o porque da regra de três então você utiliza ela o resto da vida e nunca mais esquece. Utiliza até no seu cotidiano. A partir do momento que você tem que decorar uma fórmula, aí depois de um tempo você já não sabe usar mais. Você vai, faz a prova, sai e logo depois você esquece.

P: Agora veja, no questionário de Geometria, tem a questão G1. Por que você escolheu a resposta de Amanda?

A: É meio que óbvio que um triângulo, ele tenha 180 graus na soma de seus lados, porque se você recortar um triângulo, de qualquer maneira que você rasgue, se você juntar as três partes vai dar os 180 graus, tanto numa reta [pausa] e 180 é também a metade de 360 [pausa] que no caso seria a reta, e, se você cortar um círculo no meio 180 graus seria exatamente o meio [pausa] então por isso. Você sempre aprende na escola, ah [pausa] 90 graus é o quadrado. Pensa que quando você vê o quadrado só tem linha reta, então é a resposta mais óbvia [pausa] então 90 vira 180, metade do círculo [pausa] dá pra fazer todas essas associações de resposta, que seria muito mais fácil, não precisa saber o conceito, mas eu acredito que qualquer um que esteja no ensino médio sabe que um ângulo reto mede 90 graus.

P: E destas cinco propostas que você tem aqui nesta questão [G1] você acha que esta [a de Amanda] exprime melhor o seu ponto de vista?

A: Sim, porque é a mais simples, não envolve nem muitas letras, nem muitos conceitos, nem nada, é só uma teoria muito básica, muito simples, basta apenas você saber do ângulo de 90 graus, pensar um pouquinho [pausa] é a resposta mais simples a ser dada. Não precisa fazer muitos testes pra saber que é isso.

P: Ainda nessa mesma questão tem uma outra colocação. Seria a resposta que você acha que seu professor daria. E você entendeu que ele também escolheria Amanda. Por que essa percepção?

A: Porque dentro de uma escola municipal a gente tem diversos problemas quanto a alunos que não acompanham [o curso]. E os professores de Matemática ultimamente têm tentado mais facilitar do que complicar [pausa] e aí eles iriam dar a resposta mais óbvia, mais simples, e explicaria pros alunos por que. Tanto o professor do ano passado quanto o do ano retrasado. A Matemática é meio que um transtorno para a maioria das pessoas, então os professores vão procurar mais facilitar [pausa] então eles vão procurar passar a resposta mais simples, não colocando diversas fórmulas.

P: Na seqüência do questionário temos um quadro com cinco afirmações e pergunta-se se são sempre verdadeiras ou somente as vezes são verdadeiras. Se você escolheu Amanda, por que entendeu que a afirmação de Dario também é sempre verdadeira?

A: Porque aqui está afirmando que a soma dos três ângulos [pausa] A, B e C, ou independente da letra que você nomeie, a soma dos três vai dar sempre 180 graus. Então vai confirmar que é um triângulo, seguindo sempre a mesma teoria.

P: Mas aí a afirmação não seria válida apenas para esses exemplos?

A: Aí é pelo mesmo motivo do exercício da Amanda, exigindo um pouquinho mais de conceito, que no caso [de Amanda] é o dobro de 90 graus, que relatando de novo, vai dar aqueles 180 né? Ela vai colocando numa linha. E aqui ele [Dario] já somou os três ângulos [pausa] em qualquer triângulo a soma dos três vai dar 180 graus, então ali exigiria um pouco mais de esforço, tem que saber um pouquinho mais de teoria [pausa] mas dá pra deduzir facilmente.

P: Nessa mesma linha, vejamos as afirmações de Cíntia e de Edu [pausa] você entendeu que são ao mesmo tempo sempre válidas e válidas somente para alguns triângulos. Daria para explicar melhor o seu ponto de vista?

[pede um tempo para rever as questões e procurar lembrar o motivo daquelas respostas]

A: Essas duas respostas são bem complexas, prefiro tomar como não verdade, porque não analisei elas direito naquele dia [da pesquisa] [pausa] eu pensei na hora, bem, é muito complicado e não vou ficar me esforçando muito para isso, e não associei a idéia das retas aos 180 graus, como fiz na primeira parte deste exercício [pausa] a resposta da Amanda estava bem mais fácil de visualizar, você tinha os ângulos, tinha as retas, e a posição em que você olhava o exercício ficava muito mais fácil de reconhecer. Já na resposta de Cíntia não, era meio complicado perceber, tudo o mais, e depois que você via o P, R, Q, complicava demais e eu então preferi tomar como não verdade pra não atirar no escuro.

P: Na hora que você resolveu não tinha entendido, o enunciado não estava claro para você...

A: Não, não estava [pausa] tinha muitos números, em vez de facilitar a resposta só complicou. Só agora deu pra entender.

P: E no caso do Edu...

A: Também. Aí eu comecei a ler e me perdi, o enunciado estava comprido demais e não era muito claro, quando começou a misturar com aqueles números então resolvi desistir e passar pra [questão] seguinte.

P: Vocês não tiveram qualquer tipo de esclarecimento prévio não é? Só deram o questionário para vocês preencherem [pausa] nenhuma sugestão, nenhum tipo de dica, é isso?

[A concordou]

P: Muito bem. Na afirmação de Hélia você colocou "Não" para ambas as opções [Sempre Verdadeira e As Vezes Verdadeira]. Qual foi sua idéia neste caso?

A: Ela desenhou três retas aqui, não demonstrou [inaudível] ângulo de 90 graus [pausa] ficou muito estranha, muito complexa. As três retas não facilitaram em nada [pausa] deveria ter desenhado uma só e mostrava, ou colocava a soma dos três ângulos internos [pausa] eu acho que ela complicou demais e que não vale para todos os triângulos, por exemplo, para o triângulo retângulo.

P: E nem para o triângulo da figura seria válida? Não te convenceu? Por que?

A: Não. Não convenceu. Ficou muito estranho, não dá pra afirmar coisa nenhuma ali porque não tem assimilação da informação com o triângulo e com a fórmula [pausa] aqui não mostra, não tem letra indicando o porquê do ângulo de 90 graus, o porquê do ângulo de 28 graus, esse ângulo se encontra em dois lugares, e eu também não sei o porquê que tirou de 90 graus [pausa] não convence. Essa afirmativa está muito embananada, não convenceu e também para o triângulo retângulo não daria certo essa sucessão [apressa a fala, demonstra insegurança].

P: Por que na questão G2 você entende ser necessária a construção de uma nova demonstração?

A: Porque ali falava de triângulo retângulo, logo tinha um ângulo reto em jogo e aí já não dava pra afirmar nada, eu pensei naquele dia [da pesquisa] [pausa] só que pensando bem não tem nada a ver, tanto faz o tipo de triângulo a soma dos ângulos no fim tem que dar 180 graus, eu errei [pausa]. Foi mal.

[segue perguntas e comentários sobre as questões G3 e A5].

APÊNDICE 5 – TRANSCRIÇÃO DA ENTREVISTA 3 (ESCOLHA DE HÉLIA)

DATA: 09/11/2006

TEMA: Entrevista sobre Questões G1 e G2

PARTICIPANTES: Pesquisador (P) e Aluno (A)

P: Você lembra deste questionário? Em algumas questões você utilizou cálculo e em outras foi pedido para justificar as respostas. Eu queria saber se seu professor utiliza este tipo de atividade em sala.

A: Tem exercícios que pede pra você fazer e justificar, certo? Agora, tem exercícios que não tem assim [pausa] é mais pela resposta, ali por cima mesmo, ali tira só o resultado bem claro ali e nós manda pro professor, é, o professor diz que passa pra frente, né, e devolve pra sua carteira depois dá o visto, ele já vê que tá feito.

P: E o professor, demonstra em sala de aula as fórmulas, os teoremas?

A: Eu tive todo tipo de professor [pausa], desde aqueles que mostra assim [para a classe:] ó isso aqui é o que vocês vão ter que fazer, e daí ele explica bem assim [para a classe:] ó vocês vão ter que fazer isso daqui, e deixa pra nós resolver, entendeu? E até aqueles que começam desde lá [pausa breve] de desde trás, lá de trás, explicando como se chegou passo a passo até chegar naquela fórmula lá, explica tudinho, bem detalhado, pra depois nós fazer o exercício. E nos últimos anos eu tive todo esse tipo de professor, né? E todos, de um modo geral, conseguiram passar bem o serviço [gagueja], o que eles queriam passar pra gente.

P: E você, prefere assim, apresentando diretamente as fórmulas e os teoremas ali, diretamente, pronta para uso, ou você preferiria que fosse apresentada a dedução, a demonstração de como se chegou até ali?

A: Sinceramente [pausa longa], eu [pausa], bom como posso falar [gagueja]? Teve aulas que eu gostei de ter desde o comecinho [pausa], demonstrador, assim mata toda a curiosidade e você fica mais interagido na aula, ali você acaba tendo mais conhecimento sobre aquela matéria, entendeu? Mas tem vezes também que acaba cansando [enfatizando essa palavra], vem lá de trás, você acaba ficando aquela aula meia cansativa e quando chega o professor e fala [para a classe:] ó vocês vão ter que aprender isso aqui, pega e taca a fórmula lá [na lousa] e você [para o professor:] meu, ó, é só isso? Se você fizer isso e [inaudível], e você pega [para o professor:] e é só isso, ô? É tão mais fácil fazer só isso e acabou, né? Mas você acaba ficando meio que sem o conhecimento daquilo ali, né? Como inventaram aquilo [pausa], como chegaram naquilo? Você acaba ficando com o nível mais baixo de conhecimento sobre aquela matéria [pausa], no caso as fórmulas [pausa] de Matemática.

P: Mas, afinal, você prefere as aulas de Matemática com ou sem as demonstrações?

A: Com [pausa longa] com, com, com, com.

P: Tem certeza?

A: Certeza.

P: No questionário de Geometria, tem a questão G1. Por que você escolheu a resposta de Hélia?

A: Porque aqui no caso do [pausa para pegar o questionário e olhar]. no caso aqui, ó [mostra a questão], eu tô lendo, agora eu tô vendo os ângulos aqui, cada [apontando para a figura da justificativa de Hélia], cada quina do ângulo aqui então no caso seria 90 graus [pausa], 90 graus, correto? Daí nas subtrações que teve, tudo, eu achei a mais lógica assim, a mais [não concluiu a frase, revelando alguma insegurança].

P: Agora, sozinho, sem a indicação de Hélia, você teria chegado a essa mesma conclusão também?

A: Não.

P: Gostou dela porque você a comparou com as outras que estavam apresentadas na questão?

A: Sim, sim, sim, eu comparei todas e a que eu achei a mais, assim, lógica, a mais certa, tudo, pra responder eu achei ela, a Hélia.

P: Na sua opinião é válida para qualquer triângulo?

A: É, é, no meu modo de ver eu achei essa aqui, a resposta da Hélia, a que eu usaria, era essa.

P: Ainda nessa mesma questão tem uma outra colocação. Seria a resposta que você acha que seu professor daria. E você entendeu que ele escolheria Cíntia. Por que?

A: Porque na da Cíntia ela tá mais, assim, teoria, tá mostrando mais, assim, de fórmula, tudo, e eu assim, no meu ver, eu olhando esse aqui eu ia, pra mim, ia ser muito mais fácil responder da Hélia como da Cíntia, e a da Cíntia pra mim tava bem mais chamativo, assim, bem mais explicadinho do que da Hélia. Pra mim o professor, ele, quando ele visse a [justificativa] da Cíntia ele ia valorizar mais do que a da Hélia.

P: Isso porque você está se deparando ali com uma situação genérica, sem exemplos numéricos.

A: Correto, correto.

P: No quadro comparativo desta questão você respondeu “Não Sei” para as justificativas de Amanda, Dario e Edu. Existe alguma dúvida? E nesse caso, qual seria?

A: [pausa para olhar o questionário] Não digo dúvida, mas eu digo que seria, assim, mal explicada, entendeu? Eu, olhando elas, eu não, sinceramente, eu não chegaria a esse ponto de colocar, explicar desse jeito que eles [Amanda, Dario e Edu] explicaram. Eu, o que eu faria, explicar mais ou menos como a da Hélia, a da Cíntia, eu não acho que [Amanda, Dario e Edu] está tão bem formulada a resposta quanto da Cíntia e da Hélia.

P: Você entende que, por exemplo, a resposta de Dario, que é baseada apenas em alguns casos práticos, apresenta maior dificuldade do que a de Cíntia, totalmente genérica?

A: É [pausa para olhar a justificativa de Dario], foi, foi sim.

P: Você disse que escolheu a justificativa de Hélia porque era a mais lógica. No entanto, aqui no quadro você assinalou “Sim” tanto para Sempre Verdadeira como para Verdadeira Apenas para Alguns Triângulos. Não entendi o seu ponto de vista. Você poderia explicar melhor?

A: Aí eu acabei caindo em contradição, né? [pausa para olhar o quadro] É, foi, foi, foi mesmo [pausa], bom, no caso [pausa], é, triângulos são todos iguais, né? Não tem como ter [gagueja] sempre vai ter um ângulo lá e [pausa] acabei errando essa mesmo, aí eu acabei dando um tiro no pé.

P: Ou será que o quadro não ficou muito claro para você?

A: [pausa longa para olhar a questão] Não, essa forma aqui [indicando a figura existente na justificativa de Hélia] vai valer para todos os triângulos mesmo, não é só para alguns não, todos os triângulos vai ser tanto como se fosse esse daqui, como esse [apontando para a figura da resposta de Cíntia] ou esse daqui de dentro [mostrando agora a figura da resposta de Amanda], independente de tamanho ou de lado que ele tivesse, ia servir para todos mesmo, e não somente para alguns. Eu errei, sinceramente.

P: Ainda nessa linha, gostaria que você explicasse porque assinalou “Não” (Sempre Verdadeira) e “Sim” (Verdadeira Apenas para Alguns Triângulos) para Cíntia, que na sua opinião seria a escolha de seu professor.

A: Bom, no caso aqui, olhando o desenho, tudo, igual eu disse pro senhor, ao meu ver o professor vendo essa formula aqui, essa explicação da Cíntia, ele com certeza, pra mim no meu caso, ele ia elogiar, ia [inaudível], mas [não concluiu a frase].

P: Ou seja, você quer dizer que o seu professor estaria dando uma resposta que você entende que não é verdadeira?

A: Mas pra mim, na visão dele era verdadeira.

P: Mas na sua não era. Por que não te convenceu?

A: Não. Porque não está tão bem explicado. A meu ver, da forma como está apresentada, só com o uso de letras.

P: Na sua avaliação, pode ser que exista algum triângulo que não se enquadre na situação de ângulos alternos internos que esta descrita aí?

A: Não, que daí nesse caso [observa a figura da resposta de Cíntia], é, eu vou tornar naquela tecla que eu falei com o senhor, que todos os triângulos, independente da forma que eles estejam, ângulo, tudo, eles ia ser o mesmo, entendeu? O que eu posso dizer é que, mesmo, a resposta da Cíntia como da Hélia, elas são certas por qualquer tipo de ângulo, entendeu? Quem errou aqui fui eu, ó [aponta para si próprio].

P: Quer dizer então que hoje você se reposicionaria em relação a esta questão?

A: É, eu reformularia a minha resposta. Eu não daria a mesma resposta.

P: Nesse caso, o que você responderia hoje para essa questão da Cíntia?

A: Ó, ao meu ver, aqui [indica a primeira parte de G1] eu responderia do mesmo jeito. Aí eu escolheria a [justificativa de] Hélia pra mim e a [de] Cíntia pro professor, só que eu ia mudar aqui nesse quadro [aponta para o quadro comparativo das respostas], aqui eu reformularia ele.

P: Como você colocaria a justificativa de Cíntia?

A: A de Cíntia que é do professor, certo? Eu ia colocar que ela não serve pra alguns casos, serve para todos, que aí, eu, quem errou aqui fui eu, foi na pressa mesmo.

P: O quadro não ficou muito claro para você ou teve algum outro problema quando foi aplicado esse questionário?

A: Quando foi aplicado esse teste pra mim, o tempo, no caso, entendeu [com o auxílio de gestos, quis dizer que o tempo de resolução era reduzido]? Foi numa aula só e aí foi bem rápido. Eu recebi as duas folhas [os cadernos de Álgebra e Geometria] e aí eu tive que responder, não teve como eu raciocinar muito tempo, certinho, não tive muito tempo pra formular a resposta, pensar direitinho, certo.

P: Por que na questão G2 você entende ser necessária a construção de uma nova demonstração?

A: [o aluno pede o questionário, observa a questão e desenha um triângulo retângulo] É, mais uma vez hoje eu reformularia minha resposta.

P: E naquele dia [da aplicação da pesquisa], por que você entendeu que a afirmação não era suficiente?

A: [pausa longa] Puxa vida [pausa]. Eu acho que foi falta de eu tentar resolver esse exercício mesmo, ver direitinho, procurar colocar no papel. [olhando para a questão] Porque aqui eu não tô vendo nada, eu não fiz nada. Infelizmente eu coloquei um “X” aqui e passei pra próxima. No caso, hoje, se eu pegasse um desse aqui eu faria o desenho, desenharia direitinho, iria com certeza, olhando, iria ter três pontos né? E com certeza vai dar 180 graus.

P: Mas você não poderia utilizar instrumentos de desenho ou de medição para auxiliar. Somente o desenho não iria resolver o seu problema.

A: Entendi, entendi. O que eu ia falar, hoje posso dizer que tive, assim, que tô com o conhecimento bem mais amplo do que eu tava um tempo atrás, na época até que eu fiz essa prova, né, que o professor que eu tive naquela época era um desses que entregava a fórmula pronta em cima da mesa, na lousa, e dizia [para a classe:] ó pessoal, nesse bimestre nós vamos aprender isso aqui, e o pessoal chegava e falava [para o professor:] é só isso então, é bem fácil. E hoje temos um professor que explicava bem mais a matéria, mas não reclamo e nem meus colegas tem nada pra reclamar de ninguém. Não sou fã de Matemática, não sou bom com números, mas graças a Deus eu já passei de Matemática e estou super feliz. Todos os meus professores lutaram pra passar a matéria e só tenho a agradecer.

[seguem perguntas e comentários sobre outras questões].

APÊNDICE 6 – TRANSCRIÇÃO DA ENTREVISTA 4 (ESCOLHA DE CÍNTIA)

DATA: 17/11/2006

TEMA: Entrevista sobre Questões G1 e G2

PARTICIPANTES: Pesquisador (P) e Aluno (A)

P: Você lembra deste questionário? Em algumas questões você utilizou cálculo e em outras foi pedido para justificar as respostas. Eu queria saber se seu professor utiliza este tipo de atividade em sala.

A: Mais ou menos, deixa ver [pausa para olhar o questionário]. Sim, nós usamos o material do Positivo lá na escola. Eu acho bom. O professor só coloca o nome da matéria lá e depois nós é que temos que fazer o resto, tudo [pausa breve].Tudo tem que ser bem explicadinho senão não vale. Acho que se não for assim não tem como aprender [balança a cabeça negativamente]. Só ficar olhando pra lousa ou pra apostila não vai fazer a gente aprender nem por transmissão de pensamento, né? Tem que correr atrás né, porque o interesse é nosso [pausa enquanto aponta para si mesmo]. Quem vai precisar demonstrar conhecimento no futuro é a gente [pausa breve] eu fico mesmo no pé do professor, eu boto ele pra trabalhar [risos] enquanto eu não entender direitinho a matéria eu não largo [cerra os punhos]. Tô pagando caro, tem que valer a pena, né?

P: E o professor, demonstra em sala de aula as fórmulas, os teoremas?

A: Lógico, não tô te falando? A gente não dá moleza não.

P: Nem de vez em quando você preferiria que alguma matéria fosse apresentada, assim, direta, sem nenhuma demonstração, aquela parte mais chatinha, se pulasse...

A: E aí depois cai ela no vestibular, e como é que fica? E outra, é a gente que desenvolve a matéria, o professor só ajuda [pausa breve]. Não tem como [deixar de demonstrar os conteúdos]. Tem uns dias que eu não estou mesmo a fim, mas não tem como. Se não mostrar serviço minha mãe fica enchendo [pausa breve e cenho franzido] é duro.

P: Por que na questão G1 você escolheu a resposta de Cíntia?

A: Porque é a que cobre mais as possibilidades, entendeu? Não depende de números [aponta para o questionário] isso é que é demonstração [pausa breve]. Falou ali, ta provado, acabou, não tem como dizer que não serve [ênfase na afirmação] que não vai dar os 180 [graus].

P: Como vocês fazem em sala de aula?

A: É bem desse jeito [com o emprego de demonstrações]. A gente só usa basicamente letras, x, y, essas coisas, pra provar que dá certo. É a mais parecida com aquilo que a gente vê [em aula]. Essa [resposta] da Amanda eu achei muito legal, não lembro de ter feito assim [em aula]. Nossa, é bem pensada né, gostei da idéia [pausa breve], bem sacada.

P: Por que você entende que seu professor também escolheria a resposta de Cíntia?

A: Com certeza. Se é a minha escolha, será muito mais a dele. É do jeito que ele gosta que nós fazemos. É a cara dele [pausa breve]. Com certeza é a Cíntia.

P: E no quadro comparativo da questão G1, você marcou aqui “Sim” [apontando para o questionário] para as respostas de Amanda, Hélia e Cíntia, mas deixou as colunas da direita em branco. O que aconteceu?

A: Deixa ver [olha para o quadro]. É lógico: se as respostas que você falou estão sempre certas, valem sempre né, então acabou: Não tem mais necessidade de continuar respondendo. Tá certa sempre, fim. Era pra continuar fazendo mesmo assim?

P: Era.

A: Ah [pausa breve]. Mas então não foi bem pensado, né? Você concorda que se vale pra tudo não tem mais o que discutir [movendo os braços em sinal de encerramento de questão]. Se fosse aqui [na escola] ia dar pau. Se perdesse nota por causa disso ia dar briga [aparenta alguma irritação].

P: Mas aqui não precisa brigar. Por que no seu entender a resposta da Hélia é sempre verdadeira?

A: Ora, porque é. Veja bem, se você pegar o lado dum triângulo e desenhar três retas perpendiculares qualquer, elas vão ser todas paralelas, não é? E aí então se você medir aqueles ângulos ali [indicando a ilustração desta questão] que nem na figura, então você vai ver que se somar os dois [as duas medidas dos ângulos] internos [apontando para os vértices da figura] com o terceiro ali que é os [são os ângulos] opostos pelo vértices das paralelas, a soma vai dar 180 graus, né? É isso.

P: Mas se você ler o enunciado com atenção verá que nada ali garante a validade dessa justificativa para um outro triângulo qualquer, ou seja, outra figura cujos ângulos sejam diferentes de 28º e 42º, percebe?

A: Deixa eu ver [analisa atentamente a figura]. É que eu já sabia que tinha que dar 180 graus no fim, sempre dá. Pois é [pausa breve]. É tudo valor numérico, né? De repente se fosse outro ângulo pode ser que não desse [um resultado igual a 180º]. Entendi, acho que entendi o que você quis dizer. É certo do jeito que está aí, pra esses ângulos [batendo com o dedo na figura]. Se fossem outros [outras medidas de ângulos] não dava pra aplicar direto, ia ter que calcular de novo pra ver se bate, né? Então é verdadeira só pra esse triângulo, certo. Entendi.

P: É como a resposta de Dario. Veja, aqui você respondeu “Não” e “Sim” [indicando o quadro comparativo]. É o mesmo tipo de raciocínio.

A: Sim, aqui eu vi logo de cara. Só valia pra aqueles quatro exemplos, é claro.

P: E aqui na resposta de Edu você marcou “Não Sei” duas vezes [indicando o quadro comparativo]. Qual a dificuldade?

A: Deixa ver, nem lembro mais [olha para o quadro e para a justificativa de Edu]. Vai, anda, dá a volta, vai, volta [deslizando o indicador sobre o perímetro da figura]. Então tá, legal. Só que não deu pra entender porque que faz essa conta de 540º menos 360º. Olha, o cara girou 360º no fim, OK. 540º é a soma das três retas, OK. Só que aí tirando um do outro vai dar a soma dos ângulos de fora, e não de dentro, que é o que ele quer. Boiei.

P: [explica o enunciado ao aluno] E agora, entendeu?

A: Sim. Agora ficou claro. Ridículo. Não gosto quando essas coisas [falhas] acontecem.

P: Por que na questão G2 você entende ser necessária uma nova construção?

A: [examina a questão] Ah, isso aí foi o seguinte: Naquela época eu tentei fazer [pausa breve] pela regra [resposta] da Cíntia, que eu tinha escolhido, e não era possível, porque ali não dava pra desenhar um ângulo reto, entende, ali não [pausa breve] eu não conseguia fazer um triângulo retângulo encaixado naquela posição [apontando para o triângulo inserido entre as retas paralelas da figura]. Mas eu sabia que ia dar 180 [graus] no fim, de qualquer jeito era essa a resposta. Então eu falei que devia fazer um desenho específico pro caso do triângulo retângulo. Mas foi bobagem, porque aí na saída [após a entrega do questionário preenchido] eu falei com uns amigos [colegas de escola que também participaram desta pesquisa] e eles me falaram que dava, aí foi que eu consegui visualizar a figura dentro do esquema da Cíntia, foi bobagem [pausa breve, contrariado]. Não precisava de fazer nova demonstração, não. Esquece, é besteira minha.

[seguem perguntas e comentários sobre outras questões].

APÊNDICE 7 – TRANSCRIÇÃO DA ENTREVISTA 5 (ESCOLHA DE EDU)

DATA: 24/11/2006

TEMA: Entrevista sobre Questões G1 e G2

PARTICIPANTES: Pesquisador (P) e Aluno (A)

P: Você lembra deste questionário? Em algumas questões você utilizou cálculo e em outras foi pedido para justificar as respostas. Eu queria saber se seu professor utiliza este tipo de atividade em sala.

A: Não, a gente trabalha com umas listas de exercícios que ele [o professor] passa pra gente, onde temos que fazer as contas e apresentar tudo pra ele [o professor] pra valer nota. Quando não dá tempo inclusive o professor nem corrige, e só entregar completo que já ganha a nota, só pela entrega da lista. Mas é tudo pra calcular, não tem esses lances de ficar fazendo demonstração teórica, não. Nunca tive isso na escola. Normalmente é problema pra resolver com contas, fórmula, essas coisas.

P: O seu professor demonstra os teoremas ou fórmulas em sala de aula?

A: Sim, ele apresenta todas em detalhes [as fórmulas, teoremas, etc.] demonstra tudo, mas eu sinceramente nem copio. Acho que ele [o professor] acaba trabalhando à toa, muito esforço por nada. Mas ele faz, sim, a parte dele [o professor] ninguém reclama de corpo mole dele, não.

P: Estou entendendo então que você gostaria que os conteúdos fossem apresentados diretamente, sem as demonstrações.

A: Isso, com certeza. Esse negócio só complica a matéria, faz ela mais difícil do que já é normalmente, tá ligado? Leva muito mais tempo pra dar a matéria e só complica. Se [o professor] der só a fórmula, assim pronta e acabou, nossa, é muito [com ênfase] mais simples. É fácil de copiar no caderno, é rápido e é fácil de usar nas listas, nos exercícios. Bota uns exemplos de como usa [a fórmula] e pronto. Eu consigo fazer fácil, todo mundo entende e pronto. Não tem comparação. Ainda bem que [as demonstrações] não cai na prova, senão tava ferrado [risos]. Pra que complicar? Mas eu não falo nada. Eu quero é terminar [o curso] logo !

P: Mas você acha que desta forma se consegue aprender Matemática?

A: Veja bem, é o seguinte: Aqui [na escola] a maioria é tudo pobre, ninguém aqui vai entrar na USP, tá ligado? Então é o seguinte: eu acho que aqui no [Ensino] Médio a gente tem que ter uma idéia de como é as coisas em cada matéria, assim por alto. Então o professor tem passar um pouco de cada parte da Matemática, só pra [os alunos] saber que existe, como resolve, informação, assim, o básico. Não precisa ir fundo porque [os alunos] não vai usar e logo esquece. Tem que apresentar o grosso, assim, sem muita teoria, só o básico, pra gente saber que existe e conhecer a Matemática mais assim geral, entende? Aí da uns exemplos de como é que usa, só com número, sem letra, x, esses negócios. Dá uns exemplos com número, a gente treina a fórmula lá, e passa pra próxima, tá bom.

P: E assim vocês não desenvolvem novos conhecimentos e fica cada vez mais difícil, por exemplo, alguém entrar na USP, como você disse.

A: Não tenho muita ilusão sobre isso. Meu modo de vista é muito claro: a escola tem que ensinar coisas pra vida das pessoas, que elas usam no dia-a-dia, entende? A coisa tem que ser muito prática, pra vida que nós leva, pra nos ajudar em casa, no trabalho, na vida. Ninguém quer perder tempo aprendendo coisas que não vai usar pra nada. Quero sair [da escola] com uma bagagem que vai me ajudar a melhorar na vida. A escola tem que passar coisas úteis pra nós. Nesses lances da [justificativa de] Cíntia aí, por exemplo, não vejo nada de utilidade prática nessas demonstração, tá ligado? Em nenhuma. Que nem, pra mim, por exemplo, basta saber que a soma dos três ângulos do triângulo dá 180 graus, basta o professor chegar e falar: Pessoal, olha, a soma dos ângulos sempre dá 180 graus. Sempre, nunca vai dar outra coisa ! E só isso, mais nada. É o suficiente que eu tenho que saber sem gastar muita energia. Sabendo isso, se algum dia na minha vida eu precisar saber Por que a soma lá dá 180 graus, ter que explicar, que saber, aí então eu, na hora que precisar, vou pesquisar em livros, biblioteca, Internet, pergunto pra alguém. Pesquiso fundo até entender direitinho, saber tudo porque que a soma dos ângulos do triângulo é 180 graus. Na hora que eu precisar usar o conhecimento, aí eu corro atrás e não esqueço, porque vou estar usando naquele momento, entende? Mas hoje basta pra mim saber só que dá 180 graus, o resto eu pesquiso, corro atrás se precisar. Por isso que o professor só tem que dar uns toques, ensinar só o principal de cada matéria. O resto a gente pesquisa se precisar usar.

P: Por que na questão G1 você escolheu a resposta de Edu?

A: Justamente porque é a mais prática, direta, que dá pra gente fazer igual na rua, em casa. A leitura é comprida mas dá pra entender. O cara lá [Edu] saiu andando, vira, segue andando, vira de novo, anda e volta pro ponto de partida. Andou um triângulo inteiro e deu uma volta de 360 graus, não é isso? Voltou onde estava. Se não fizesse as viradas andaria uma reta, e cada reta seria os 180 graus, se não virasse. Três vezes os 180 graus das viradas, menos os 360 graus da volta que ele [Edu] deu, pronto: os 180 graus da soma dos ângulos de dentro. Me convenceu.

P: Você seria capaz de desenvolver uma justificativa dessas sozinho? Sem o questionário?

A: Ah, aí não. Entendi e te expliquei, mas sem a ajuda da figura eu acho que não pensaria isso aí não [pausa longa, olhando o questionário]. Não conseguiria sozinho não [risos].

P: Por que você entende que seu professor escolheria a resposta de Cíntia?

A: Porque, não sei, tem toda aquela explicação que eu te falei, do desenho técnico, dos ângulos, das fórmulas. É o que ele [professor] faria na aula, é o que ele acha que fica legal, que prova que é verdadeira, para ele.

P: E você, te convenceu a resposta da Cíntia?

A: [Risos] Não entendi nada [pausa breve], e nem quero [risos]. Não gostei e não convenceu [risos].

P: Você respondeu “Não Sei” para as respostas de Cíntia e de Hélia. Sobre a de Cíntia você acabou de falar. E Hélia?

A: As duas são muito difíceis de entender. A Hélia é a mesma coisa. Muito, muito complicado. Não me convenceu de novo. Pelo menos, não entendi. Por isso os dois “Não Sei”. Muito desenho técnico, muita fórmula, não entendi nada. Nem fiquei muito tempo tentando resolver. Dei uma olhadinha, não entendi o fio da meada e logo larguei. Nem tentei resolver, fui embora [para a próxima questão].

P: E o “Sim” para o Sempre Verdadeiro nas respostas de Amanda, Dario e Edu?

A: [olhando o questionário] A questão da Amanda, no começo não entendi. Achei que tava difícil. Aí depois eu pensei, pensei um tempo, olhei e saquei. Aí eu entendi. Faz umas colagem e no fim fica como se fosse uma reta, né? Prova que dava os 180 graus de resultado naquela meia volta quando junta as três pontas [vértices do triângulo]. Se não fosse a [justificativa] que eu já tinha marcado [Edu], eu escolhia ela [Amanda]. A do Dario também. Sempre que somar os ângulos do triângulo vamos ter lá os 180 [graus]. Então é verdadeira também.

P: Mas pelo que ele [Dario] mostrou, apenas aqueles quatro exemplos são legítimos. Quem garante que não poderia aparecer um caso que desmentisse sua justificativa?

A: É que eu já sabia que ia dar 180 [graus] sempre. Então foi fácil concordar com ele [Dario]. Eu sabia que não podia aparecer um caso diferente, que não desse 180 graus. A única forma de provar que ele [Dario] estava errado era um descrente conseguir arrumar um caso onde você somava os ângulos dum triângulo e não desse os 180 [graus]. Aí mostrava esse exemplo e provava que [Dario] tava errado. Só assim. De resto [Dario] tava certo sempre.

P: E a de Edu...

A: Marquei que sim [Sempre Verdadeira] porque eu te disse que era a que eu tinha marcado pra mim antes.

P: Mas você deixou em branco todas as colunas da direita [Afirmação Verdadeira Apenas Para Alguns Triângulos] para essas justificativas [Amanda, Dario e Edu].O que aconteceu?

A: Deixa eu ver [pausa longa enquanto olha o quadro comparativo]. Foi que eu já tinha dito que eram [sempre] verdadeiras. Então não tinha mais o que fazer, né? Não precisava preencher porque já eram verdadeiras.

P: Por que na questão G2 você entende ser necessária a construção de uma nova demonstração?

A: Eu não lembro muito bem [pausa breve]. Faz muito tempo que eu respondi. Mas foi por causa do triângulo ser retângulo, e eu achei que era que nem o quadrado, assim [sinaliza com o indicador a figura de um quadrilátero no ar]. É claro que as somas dos ângulos agora [no caso do quadrilátero] não vai dar 180 graus, porque são quatro lados, tem um a mais [que no caso do triângulo]. Aí é claro que [a afirmação proposta] não ia servir mesmo. Não dava mais 180 [graus]. Tinha que fazer outra prova [uma nova demonstração], tava errado. Mas não precisava fazer outra [demonstração], não. Não era o que eu tinha pensado, era ainda um triângulo, não ia mudar a soma [das medidas dos ângulos internos]. Era a mesma prova [demonstração] ainda que tava valendo.

ANEXOS

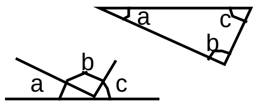
ANEXO 1 – QUESTÕES G1 E G2 NA VERSÃO ORIGINAL

G1. Amanda, Barry, Cynthia, Dylan, Ewan and Yorath were trying to prove whether the following statement is true or false:

When you add the interior angles of a triangle the sum is always 180°.

Amanda's answer

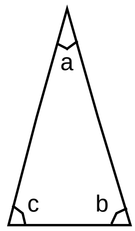
I tore the angles up and put them together.



It came to a straight line which is 180°. I tried for an equilateral and an isosceles as well and the same thing happened.

So Amanda says it's true.

I drew an isosceles triangle with *c* equal to 65°.

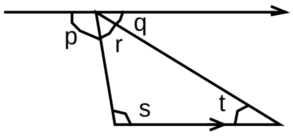


Barry's answer

Statements	Reasons
$a = 180° - 2c$	Base angles in isosceles triangle equal
$a = 50°$	180° - 130°
$b = 65°$	180° - ($a + c$)
$c = b$	Base angles in isosceles triangle equal

Cynthia's answer

I drew a line parallel to the base of the triangle



Statements	Reasons
$p = s$	Alternate angles between two parallel lines are equal
$q = t$.	Alternate angles between two parallel lines are equal
$p + q + r = 180°$	Angles on a straight line

$s + t + r = 180°$

So Cynthia says it's true.

Dylan's answer

I measured the angles of all sorts of triangles accurately and made a table.

a	*b*	*c*	*total*
110	34	36	180
95	43	42	180
35	72	73	180
10	27	143	180

They all added up to 180°.

So Dylan says it's true.

Yorath's answer

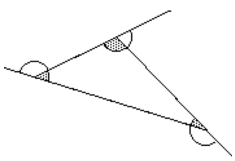
I drew a tessellation of triangles and marked all the equal angles.

I know that the angles round a point add up to 360°.

So Yorath says it's true.

Ewan's answer

If you walk all the around the edge of the triangle, you end up facing the way you began. You must have turned a total of 360°. You can see that each exterior angle when added to the interior angle must give 180° because they make a straight line. This makes a total of 540°. 540° – 360° = 180°.



So Ewan says it's true.

	Agree	Don't know	Disagree
AMANDA'S ANSWER			
1. Has a mistake in it	1	2	3
2. Shows that the statement is always true	1	2	3
3. Only shows that the statement is true for some triangles	1	2	3
4. Shows you why the statement is true	1	2	3
5. Is an easy way to explain to someone in your class who is unsure	1	2	3

Figure 2: Assessing the validity and explanatory power of Amanda's answer

G2. Suppose it has now been proved that, when you add the interior angles of any triangle, your answer is always 180˚.

Zoe asks what needs to be done to prove whether, when you add the interior angles of any right-angled triangle, your answer is always 180˚.

Tick either A or B.

(A) Zoe doesn't need to do anything, the first statement has already proved this. ☐

(B) Zoe needs to construct a new proof. ☐

ANEXO 2 – PRIMEIRA VERSÃO EM PORTUGUÊS DO QUESTIONÁRIO

A1: Artur, Beth, Célia, Duda, Érica, Franklin e Hanna estavam tentando provar que a seguinte afirmação é verdadeira:

Quando se soma dois números pares quaisquer, o resultado é sempre par.

Resposta de Artur

a é um número inteiro qualquer
b é um número inteiro qualquer
2*a* e 2*b* são números pares quaisquer
2*a* +2b = 2 (*a* + *b*)

Então Artur diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Beth

2 + 2 = 4	4 + 2 = 6
2 + 4 = 6	4 + 4 = 8
2 + 6 = 8	4 + 6 = 10

Então Beth diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Célia

Números pares são números que podem ser divididos por 2. Quando você soma n´meros com um fator comum, 2 neste caso, a resposta terá o mesmo fator comum.

Então Célia diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Duda

Números pares terminam em 0, 2, 4, 6 ou 8. Quando você soma dois destes, a resposta
vai ainda terminar em 0, 2, 4, 6 ou 8.

Então Duda diz que a afirmação é verdadeira.

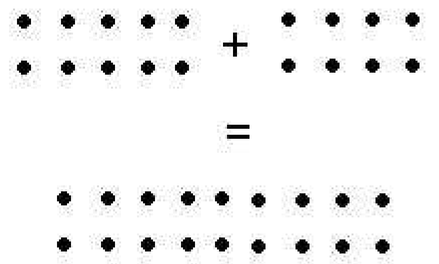
Resposta de Érica

Seja x = número inteiro qualquer
y = número inteiro qualquer

x + y = z
z – y = x
z – x = y
z + z – (x + y) = x + y = 2z

Então Érica diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Franklin



Então Franklin diz que a afirmação é verdadeira

Resposta de Hanna

8 + 6 = 14

8 = 2 x 4
6 = 2 x 3
14 = 2 x (4 + 3)

8 + 6 = 2 x 7

Então Hanna diz que a afirmação é verdadeira

Das respostas acima, escolha uma que é a mais parecida com a resposta que você daria se tivesse que resolver esta questão.

Das respostas acima, escolha aquela para a qual você acha que seu professor daria a melhor nota.
Para cada item, circule SIM (1), NÃO (2) ou NÃO SEI (3)

A afirmação é:

Quando se soma dois números pares quaisquer, o resultado é sempre par.

	SIM	NÃO	NÃO SEI
Resposta de Artur:			
Contem um erro.	1	2	3
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	1	2	3
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns números pares.	1	2	3
Explica de modo fácil porque a afirmação é verdadeira.	1	2	3
Resposta de Beth:			
Contem um erro.	1	2	3
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	1	2	3
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns números pares.	1	2	3
Explica de modo fácil porque a afirmação é verdadeira.	1	2	3
Resposta de Célia:			
Contem um erro.	1	2	3
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	1	2	3
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns números pares.	1	2	3
Explica de modo fácil porque a afirmação é verdadeira.	1	2	3
Resposta de Duda:			
Contem um erro.	1	2	3
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	1	2	3
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns números pares.	1	2	3
Explica de modo fácil porque a afirmação é verdadeira.	1	2	3
Resposta de Érica:			
Contem um erro.	1	2	3
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	1	2	3
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns números pares.	1	2	3
Explica de modo fácil porque a afirmação é verdadeira.	1	2	3
Resposta de Franklin:			
Contem um erro.	1	2	3
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	1	2	3
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns números pares.	1	2	3
Explica de modo fácil porque a afirmação é verdadeira.	1	2	3
Resposta de Hanna:			
Contem um erro.	1	2	3
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	1	2	3
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns números pares.	1	2	3
Explica de modo fácil porque a afirmação é verdadeira.	1	2	3

A2. Suponha que já foi demonstrado que:

Quando se soma dois números pares quaisquer, o resultado é sempre par.

Zé pergunta o que precisa ser feito para provar que:

Quando se soma dois números pares maiores que 100, o resultado é sempre par.

Escolha A ou B:

(A) Zé não precisa fazer nada, pois a afirmação já foi provada. ☐

(B) Zé precisa construir uma nova demonstração. ☐

A3. A afirmação abaixo é verdadeira ou falsa? Justifique sua resposta.

Quando se soma dois números ímpares quaisquer, o resultado é sempre par.

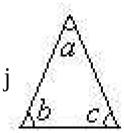
Minha resposta:

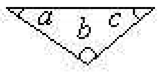
G1: Amanda, Bia, Cíntia, Dario, Edu, Fernando e Hélia estavam tentando provar que a seguinte afirmação é verdadeira:

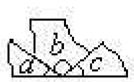
Quando se soma os ângulos internos de um triângulo qualquer,
o resultado é sempre 180º.

Resposta de Amanda

Eu recorto os ângulos e coloco j







Eu obtenho uma linha reta que é 180^o.
Eu tentei para um triângulo eqüilátero e também para um isósceles e a mesma coisa acontece.

Então Amanda diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Bia

Eu desenhei um triângulo isósceles, com c igual a 65^o.

Afirmações	Justificativa
$a = 180^o - 2c$	Os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais.
$a = 50^o$	$180^o - 130^o$.
$b = 65^o$	$180^o - (a + c)$
$c = d$	Os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais.

$\therefore a + b + c = 180^o$.

Então Bia diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Cíntia

Eu desenhei uma reta paralela à base do triângulo:

Afirmações .... Justificativa

$p = s$.......................... Ângulos alternos internos entre duas paralelas são iguais.

$q = t$.......................... Ângulos alternos internos entre duas paralelas são iguais.

$p + q + r = 180°$.......... Ângulos numa linha reta.

$\therefore s + t + r = 180°$

Então Cíntia diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Dario

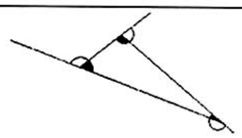
Eu medi cuidadosamente os ângulos de todos os tipos de triângulos e fiz uma tabela.

a	b	c	total
110	34	36	180
95	43	42	180
35	72	73	180
10	27	143	180

Em todos eles a soma foi de 180°.

Então Dario diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Edu



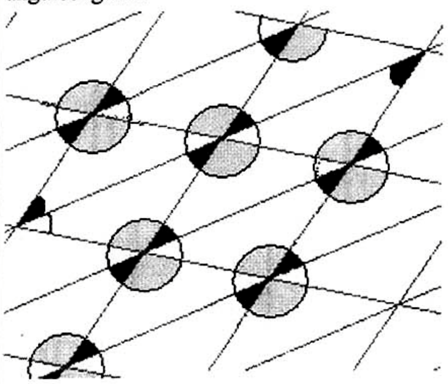
Se você caminhar por toda volta sobre a linha do triângulo, você termina olhando o caminho por onde começou. Você deve ter girado um total de 360°.

Você pode ver que cada ângulo externo quando somado ao ângulo interno deve dar 180° porque eles formam uma reta. Isso faz um total de 540°. 540° – 360° – 180°.

Então Edu diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Fernando

Eu desenhei uma rede de triângulos e marquei ângulos iguais.

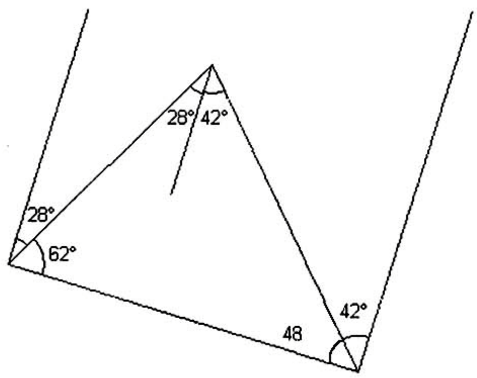


Eu sei que os ângulos em volta de um ponto somam 360°.

Então Fernando diz que a afirmação é verdadeira

Resposta de Hélia

Eu desenhei três retas perpendiculares a um lado do triângulo e medi os ângulos.



$(90° - 28°) + 28° + 42° + (90° - 42°) = 180°$

Então Hélia diz que a afirmação é verdadeira

Das respostas acima, escolha uma que é a mais parecida com a resposta que você daria se tivesse que resolver esta questão.

Das respostas acima, escolha aquela para a qual você acha que seu professor daria a melhor nota.

Para cada item, circule SIM (1), NÃO (2) ou NÃO SEI (3)

A afirmação é:

Quando se soma os ângulos internos de um triângulo qualquer, o resultado é sempre 180^{o}.

	SIM	NÃO	NÃO SEI
Resposta de Amanda:			
Contem um erro.	1	2	3
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	1	2	3
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns triângulos.	1	2	3
Explica de modo fácil porque a afirmação é verdadeira.	1	2	3
Resposta de Bia:			
Contem um erro.	1	2	3
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	1	2	3
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns triângulos.	1	2	3
Explica de modo fácil porque a afirmação é verdadeira.	1	2	3
Resposta de Cíntia:			
Contem um erro.	1	2	3
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	1	2	3
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns triângulos.	1	2	3
Explica de modo fácil porque a afirmação é verdadeira.	1	2	3
Resposta de Dario:			
Contem um erro.	1	2	3
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	1	2	3
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns triângulos.	1	2	3
Explica de modo fácil porque a afirmação é verdadeira.	1	2	3
Resposta de Edu:			
Contem um erro.	1	2	3
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	1	2	3
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns triângulos.	1	2	3
Explica de modo fácil porque a afirmação é verdadeira.	1	2	3
Resposta de Fernando:			
Contem um erro.	1	2	3
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	1	2	3
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns triângulos.	1	2	3
Explica de modo fácil porque a afirmação é verdadeira.	1	2	3

Resposta de Hélia:

Contem um erro.	1	2	3
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	1	2	3
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns triângulos.	1	2	3
Explica de modo fácil porque a afirmação é verdadeira.	1	2	3

G2. Suponha que já foi demonstrado que:

Quando se soma os ângulos internos de um triângulo qualquer, o resultado é sempre 180º.

Zeca pergunta o que precisa ser feito para provar que:

Quando se soma os ângulos internos de um triângulo retângulo qualquer, o resultado é sempre 180º.

Escolha A ou B:

(A) Zeca não precisa fazer nada, pois a afirmação já foi provada. ☐

(B) Zeca precisa construir uma nova demonstração. ☐

G3. A afirmação abaixo é verdadeira ou falsa? Justifique sua resposta.

Quando se soma os ângulos internos de um quadrilátero qualquer, o resultado é sempre 360º.

Minha resposta:

ANEXO 3 – QUESTIONÁRIO PILOTO

A1: Artur, Beth, Célia, Duda, Érica, Franklin e Hanna estavam tentando provar que a seguinte afirmação é verdadeira:

Quando você soma dois números pares quaisquer, o resultado é sempre par.

Resposta de Artur

a é um número inteiro qualquer
b é um número inteiro qualquer
2*a* e 2*b* são números pares quaisquer
2*a* +2b = 2 (*a* + *b*)

Então Artur diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Beth

2 + 2 = 4	4 + 2 = 6
2 + 4 = 6	4 + 4 = 8
2 + 6 = 8	4 + 6 = 10

Então Beth diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Célia

Números pares são múltiplos de 2. Quando você soma números com um fator comum, 2 neste caso, a resposta terá o mesmo fator comum.

Então Célia diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Duda

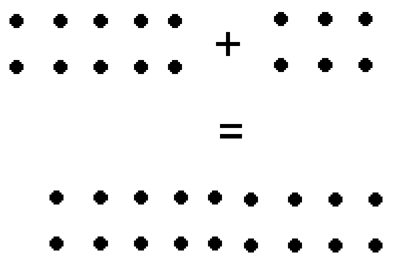
Números pares terminam em 0, 2, 4, 6 ou 8.
Quando você soma dois destes, a resposta vai ainda terminar em 0, 2, 4, 6 ou 8

Então Duda diz que a afirmação é verdadeira

Resposta de Érica
Seja x = número inteiro qualquer
y = número inteiro qualquer
x + y = z
z – y = x
z – x = y
z + z – (x + y) = x + y = 2z

Então Érica diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Franklin



Então Franklin diz que a afirmação é verdadeira

Resposta de Hanna

8 + 6 = 14

8 = 2 x 4
6 = 2 x 3
14 = 2 x (4 + 3)

8 + 6 = 2 x 7

Então Hanna diz que a afirmação é verdadeira

Das respostas acima, escolha uma que é a mais parecida com a resposta que você daria se tivesse que resolver esta questão.

Das respostas acima, escolha aquela para a qual você acha que seu professor daria a melhor nota.

A afirmação é:

Quando você soma dois números pares quaisquer, o resultado é sempre par.

Para cada item abaixo, circule SIM, NÃO ou NÃO SEI.

Resposta de Artur:			
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns números pares.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Resposta de Beth:			
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns números pares.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Resposta de Célia:			
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns números pares.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Resposta de Duda:			
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns números pares.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Resposta de Érica:			
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns números pares.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Resposta de Franklin:			
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns números pares.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Resposta de Hanna:			
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns números pares.	SIM	NÃO	NÃO SEI

A2. Suponha que já foi provado que:

Quando você soma dois números pares quaisquer, o resultado é sempre par.

Zé pergunta o que precisa ser feito para provar que:

Quando você soma dois números pares maiores que 100, o resultado é sempre par.

Escolha A ou B:

(A) Zé não precisa fazer nada, pois a afirmação já foi provada. ☐

(B) Zé precisa construir uma nova prova. ☐

A3. A afirmação abaixo é verdadeira ou falsa?

Quando se soma dois números ímpares quaisquer, o resultado é sempre par.

Justifique sua resposta.

A4

A afirmação abaixo é verdadeira ou falsa?

Quando você soma um múltiplo de três qualquer com um múltiplo de seis qualquer, o resultado é sempre um múltiplo de três.

Justifique sua resposta.

A5: Sabendo que:

4! significa 4 x 3 x 2 x 1

5! significa 5 x 4 x 3 x 2 x 1

Responda:

i) **5!** é um número par?

Justifique

j) O que significa **8!** ?

k) **8!** é um múltiplo de 21?

Justifique

l) **62!** é um múltiplo de 37?

Justifique

m) Qual é o último algarismo de 23!?

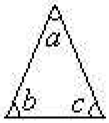
Justifique

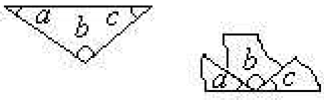
G1: Amanda, Bia, Cíntia, Dario, Edu, Fernando e Hélia estavam tentando provar que a seguinte afirmação é verdadeira:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer, o resultado é sempre 180°.

Resposta de Amanda

Eu recorto os ângulos e junt





Eu obtenho uma linha reta que é 180°.
Eu tentei para um triângulo eqüilátero e também para um isósceles e a mesma coisa acontece.

Então Amanda diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Bia

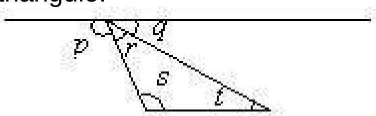
Eu desenhei um triângulo isósceles, com *c* igual a 65°.

Afirmações — Justificativa
$a = 180^o - 2c$............. Os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais.
$a = 50^o$........................ $180^o - 130^o$.
$b = 65^o$ .... $180^o - (a + c)$
$c = d$.......................... Os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais.
$\therefore a + b + c = 180^o$.

Então Bia diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Cíntia

Eu desenhei uma reta paralela à base do triângulo:



Afirmações — Justificativa
$p = s$.......................... Ângulos alternos internos entre duas paralelas são iguais.
$q = t$ .... Ângulos alternos internos entre duas paralelas são iguais.
$p + q + r = 180^o$.......... Ângulos numa linha reta.
$\therefore s + t + r = 180^o$

Então Cíntia diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Dario

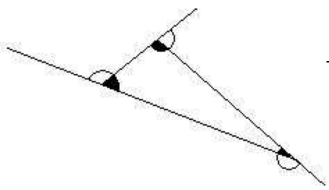
Eu medi cuidadosamente os ângulos de todos os tipos de triângulos e fiz uma tabela.

a	b	c	total
110	34	36	180
95	43	42	180
35	72	73	180
10	27	143	180

Em todos eles a soma foi de 180°.

Então Dario diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Edu



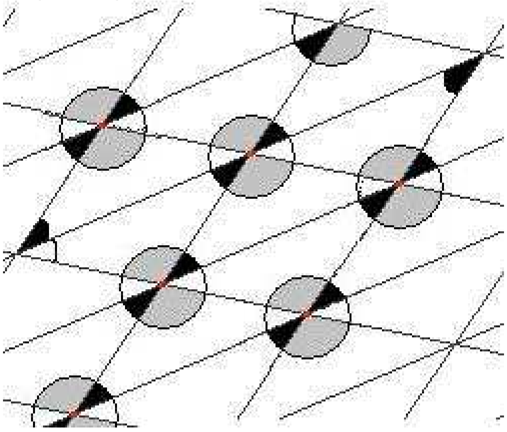
Se você caminhar por toda volta sobre a linha do triângulo e termina olhando o caminho por onde começou. Você deve ter gira um total de 360°.

Você pode ver que cada ângulo externo quando somado ao ângulo interno deve dar 180° porque eles formam uma reta. Isso faz um total de 540°.
$540^o - 360^o - 180^o$.

Então Edu diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Fernando

Eu desenhei uma rede de triângulos e marquei ângulos iguais.

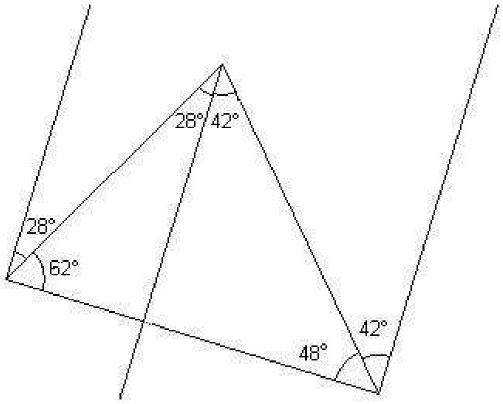


Eu sei que os ângulos em volta de um ponto somam 360°.

Então Fernando diz que a afirmação é verdadeira

Resposta de Hélia

Eu desenhei três retas perpendiculares a um lado do triângulo e medi os ângulos.



$(90^o - 28^o) + 28^o + 42^o + (90^o - 42^o) = 180^o$

Então Hélia diz que a afirmação é verdadeira

Das respostas acima, escolha uma que é a mais parecida com a resposta que você daria se tivesse que resolver esta questão.

Das respostas acima, escolha aquela para a qual você acha que seu professor daria a melhor nota.

A afirmação é:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer, o resultado é sempre 180°

Para cada item, circule SIM (1), NÃO (2) ou NÃO SEI (3)

Resposta de Amanda:			
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns triângulos.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Resposta de Bia:			
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns triângulos.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Resposta de Cíntia:			
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns triângulos.	SIM	NÃO	NÃO SEI

Resposta de Dario:			
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns triângulos.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Resposta de Edu:			
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns triângulos.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Resposta de Fernando:			
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns triângulos.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Resposta de Hélia:			
Mostra que a afirmação é **sempre** verdadeira.	SIM	NÃO	NÃO SEI
Mostra **apenas** que a afirmação é verdadeira para alguns triângulos.	SIM	NÃO	NÃO SEI

G2. Suponha que já foi provado que:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer, o resultado é sempre 180º.

Zeca pergunta o que precisa ser feito para provar que:

Quando você soma as medidas dos ângulos internos de um triângulo retângulo qualquer, o resultado é sempre 180º.

Escolha A ou B:

(A) Zeca não precisa fazer nada, pois a afirmação já foi provada. ☐

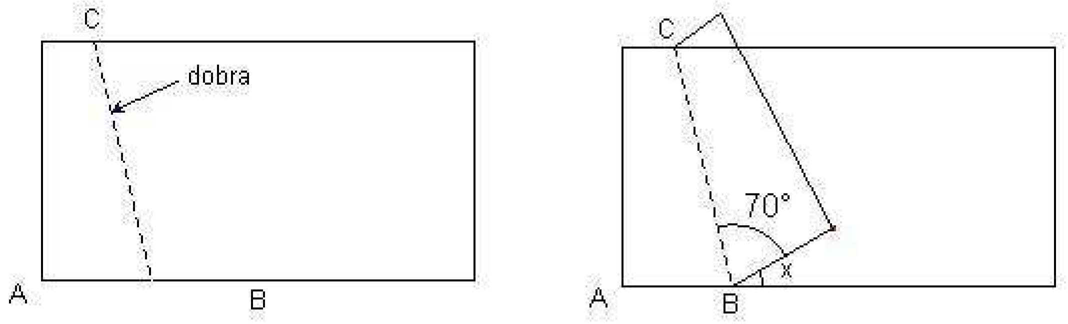
(B) Zeca precisa construir uma nova demonstração. ☐

G3. A afirmação abaixo é verdadeira ou falsa? Justifique sua resposta.

Quando se soma os ângulos internos de um quadrilátero qualquer, o resultado é sempre 360º.

Minha resposta:

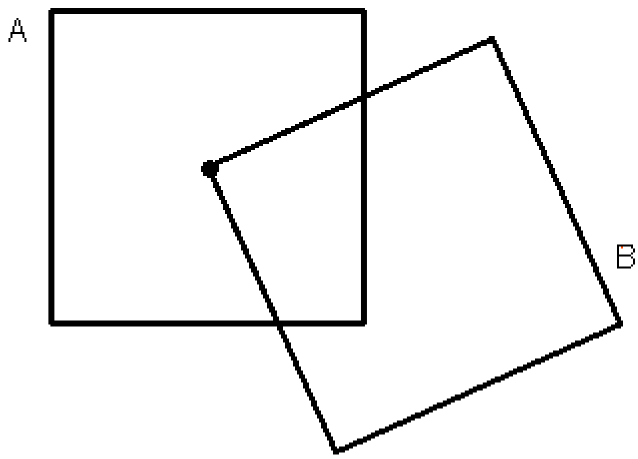
G4: Dobre uma folha de papel, conforme o esquema abaixo. Obter o valor de x.



Justifique sua resposta.

G5: A e B são dois quadrados idênticos. Um vértice do quadrado B está localizado no centro do quadrado A.

Qual fração da área do quadrado A está coberta pelo quadrado B?



Justifique sua resposta

ANEXO 4 – CAPA DOS CADERNOS DE QUESTÕES

Questionário sobre Prova

Nome: .... Masculino ou Feminino: ....

Escola: ....
Turma:.......................................

Data de nascimento: .... Data de hoje:...............................

Você tem 50 minutos para responder estas questões.

Na primeira questão, você deve escolher uma entre as várias respostas. Nas demais questões, você deve produzir suas próprias respostas. Estamos interessados no seu raciocínio e não apenas na resposta. Assim, gostaríamos que você descrevesse como chegou à resposta e não apagasse seus rascunhos.

Na maioria das questões, você deve apresentar uma justificativa. Tente escrever da maneira mais clara que puder.

Use uma caneta e, caso necessário, corrija uma resposta sem apagar (não use corretivo).

Não use calculadora.

Uso exclusivo do projeto

escola id:

turma id:

aluno id:

Projeto AprovaMe

ANEXO 5 – NORMAS DE CONDUTA PARA APLICAÇÃO DA PESQUISA

- Apresentar-se para a classe como um professor mestrando em Educação Matemática e participante de um projeto que faz parte do trabalho final de seu curso.

- Este projeto tem por objetivo pesquisar o ensino de prova, demonstrações e argumentações em Matemática, não é avaliativo e os resultados são para tentar proporcionar possíveis mudanças no currículo desta disciplina.

- É uma pesquisa a nível estadual, serão 75 turmas **(sic)** de escolas particulares e/ou públicas, e a mesma já foi também objeto de pesquisa internacional.

Atenção:

- Não deve haver interferência por parte dos aplicadores;

- Se possível, aplicar o questionário em todas as classes ao mesmo tempo;

- Tempo mínimo para preenchimento igual a 50 minutos;

- Se a escola permitir, liberar a saída dos alunos após a permanência mínima;

- Os alunos devem usar apenas caneta.

ANEXO 6 – AMOSTRA DE 50 PROTOCOLOS SELECIONADA

Nº	Nº Original	Aplicador	turma	Aluno
1	1270	Marcilio	8A	Agnes
2	100	Alvesmar	abc	Alyne
3	369	Benedita	CFD	Ana Luiza S. H. Prianti
4	1	Alexandre	8C	ANDERSON
5	929	Julio Cesar	1A	André
6	1303	Maria Estela	Uni_A	Bruna M.
7	955	Lourival	1A	Bruno
8	944	Julio Cesar	1A	Caio
9	1899	Wellington	A	Camila S
10	106	Alvesmar	abc	Daiane
11	55	Alexandre	8A	DANIELA
12	1754	Suelli	8B	Daniela
13	1582	Paulo	B	Daniele Martins
14	433	Edna	B	Danielle D.
15	434	Edna	B	Debora J.
16	1672	Silviane	8B	E40
17	1713	Silviane	8C	E81
18	534	Ednaldo	8B	Eraldo
19	747	Flavio	8C	Erick da Silva Novaes
20	963	Lourival	1A	Felipe g
21	1433	Mirtes	1B	Gabriel
22	1407	Mirtes	1A	Gezinara
23	1504	Moacir	B	ISADORA
24	327	Benedita	CFA	Isaias Sampaio Henrique
25	441	Edna	B	Jefferson
26	1015	Lourival	1D	karen
27	1326	Maria Estela	Uni_A	Karina
28	631	Fabiana	abc	Leandro
29	942	Julio Cesar	1A	Leandro B
30	1835	Valdenir	B	Letícia F.
31	915	Jose Leoncio	C	Lucas da S.
32	852	Jose Leoncio	A	Lucas H.
33	1285	Marcilio	8A	Mariana
34	200	Amadeu	B	Mariana Elisete
35	1301	Marcilio	8B	Maryann
36	562	Fabiana	abc	Mayara
37	891	Jose Leoncio	B	Nelson M.
38	1268	Marcilio	8A	Pedro
39	1455	Mirtes	1C	Priscilla
40	1721	Suelli	1D	Rebeca
41	1330	Maria Estela	Uni-B	Renata
42	636	Fabiana	abc	Renato
43	453	Edna	B	Samira
44	249	Anderson	A	Sergio
45	1371	Mirtes	1A	Silene
46	364	Benedita	CFB	Talita Janaina Rodrigues
47	1356	Maria Estela	Bosque	Thaiane
48	1030	Lourival	1D	valmir
49	2013	Julio Cesar	8A	Vini P
50	779	Jonas	abc	15

ANEXO 7 – ALUNOS SELECIONADOS PARA ENTREVISTAS

	Escolhido por	Nº	Nome	Série	Escola	Aplicador
1	AMADEU	1	Agnes C. V. M.	8A	Colégio São Joaquim	Marcilio
2	LUIZ D.	3	Ana Luiza S. E. Prianti	1D	EE Prof. Francisco F. F. da Silva	Benedita
3	JONAS	7	Bruna M. Sanches	1A	Uni A – Colégio	Estela
4	ESTELA	15	Daniele Duarte	1B	E.E. Vicente Peixoto	Edna
5	AMADEU	19	Flávia C. Franzoni	8B	EE Prof. Getulio Nogueira de Sá	Silviane
6	**JULIO**	20	Gabriel Davies Jr.	1B	E.E. Cap. Bernardo F. Machado.	Mirtes
7	LUIZ D.	21	Isadora R. dos Santos	1B	E.E. Narcísio Álvares Lobo	Moacir
8	**JULIO**	24	Joice Nunes Moura	1A	E.E. MMDC	Fabiana
9	**JULIO E ESTELA**	25	Karina V. Teixeira	1A	Uni A – Colégio	Estela
10	AMADEU	26	Leandro H. Ota	1A	EE MMDC	Fabiana
11	**LUIZ D. E JULIO**	32	Marcelo C. Pereira	1D	Romeu Montoro	Lourival
12	ESTELA	34	Mariana Elisete	1O	E.E. Dr. Antenor Soares Gandra	Amadeu
13	**LUIZ D. E JULIO**	37	Nelson Machado	1B	Colégio Adventista de Itapicirica da Serra	José Leoncio
14	ESTELA	41	Renata Silva dos Santos	1B	Colégio Uni A	Estela
15	AMADEU E JONAS	42	Renato D. Goya	1A	EE MMDC	Fabiana
16	JONAS	44	Sergio Silva Borg Junior	8A	SEMEF	Anderson
17	JONAS	50	Walmir C. D. Silva	1D	Romeu Montoro	Lourival

ORIENTAÇÕES PARA A ORGANIZAÇÃO DAS ENTREVISTAS

1. Em princípio, cada mestrando se responsabiliza pelas entrevistas dos alunos que escolheu. Entretanto, alguns sujeitos foram escolhidos por dois mestrandos e serão entrevistados apenas por um deles. Assim, as entrevistas foram redistribuídas como abaixo, levando em conta o critério acima, as tarefas já executadas e o fato de que um mestrando escolheu 5 sujeitos.

Amadeu: sujeitos 1, 19, 26

Jonas: sujeitos 7, 42, 44, 50 (a entrevista do 42 será partilhada com Amadeu)

Luiz D.: sujeitos 3, 21, 32 (a entrevista do 32 será partilhada com Julio)

Julio: sujeitos 20, 24, 25, 37 (a entrevista do 25 será partilhada com Estela, a entrevista do 37 será partilhada com Luiz D.)

Estela: sujeitos 14, 34, 41.

2. Podem ocorrer trocas de sujeitos entre os mestrandos, desde que explicitadas as razões e com o acordo dos orientadores (email para Sonia e Janete, com cópia para Lulu).

3. Amadeu completará a tabela acima com os nomes das escolas e os nomes completos dos sujeitos a serem entrevistados, alem de conferir os outros dados. Em seguida, envia um arquivo com a nova tabela para: Jonas, Luiz, Julio, Estela, Sonia, Janete, com cópia para Lulu.

4. As entrevistas deverão ser todas realizadas entre 7 e 30 de novembro.

5. As entrevistas não precisam integrar o texto do exame de qualificação.

6. As transcrições das entrevistas devem estar prontas até 15/12, para que os mestrandos possam trabalhar nas análises nas férias.

7. De hoje, 24/10, até o dia 4 de novembro, cada um dos mestrandos fica responsável por:

a. contatar IMEDIATAMENTE os aplicadores correspondentes aos seus sujeitos a serem entrevistados, para começar a cuidar dos detalhes da entrevista; avisar imediatamente os mestrandos e orientadores (em mail único endereçado a

Jonas Borsetti Silva Santos
Maria Estela C. De Oliveira De Souza
Amadeu Tunini Doro
Julio Cesar Porfirio De Almeida
Luiz Donizeti Ferreira
Janete Bolite Frant
Sonia Pitta Coelho,

Com cópia para Lulu), no caso de existir impossibilidade de algum sujeito para a entrevista; empenhar-se em conseguir os agendamentos pois em caso de impossibilidade os sujeitos serão substituídos, a critério dos orientadores;

b. agendar datas para as entrevistas e cuidar de todas as providencias práticas para o bom andamento desta (lugar, tempo, gravador, autorização dos pais se for o caso, cópia dos protocolos do sujeito e protocolo em branco para o caso de ser necessário que o sujeito escreva algo, etc, etc, etc...).

c. elaborar os roteiros de entrevista dos seus sujeitos. Para isso, levar em conta: as posições desses sujeitos nas suas tabelas, as categorias e/ou grupos resultantes da sua análise e, muito importante, os protocolos dos seus sujeitos. Colocamos abaixo algumas questões elaboradas pelo Amadeu (G4 e G5), para dar uma idéia:

ALUNO 26:

- Na questão G4 você usou a letra y para representar um ângulo. Você "chutaria" um valor para esse ângulo? Qual? Porquê?
- Na questão G5 você disse que dividindo a quadrado A em 4 partes, formaria dois triângulos retângulos semelhantes. A sua afirmação está correta, mas para eu entender melhor, o quê você quis dizer com a palavra semelhantes?
- Se girarmos o quadrado B em torno do centro do quadrado A, ajudaria a resolver e justificar a questão? Porquê?

ALUNO 42:

- Na questão G4 você não apresentou uma resposta e nem justificativa, olhe-a e veja se lembra o porquê?
- Na questão G5, você respondeu corretamente e disse que dava para ver claramente que a resposta era 1/4. Se eu não consigo ver claramente, você poderia me explicar de alguma forma? Como?
- Você acha que exercícios que pedem justificativa pode auxiliar no desenvolvimento do pensamento (raciocínio) matemático? Porquê?

d. examinar as posições dos outros sujeitos (os que não são do seu grupo de entrevista) nas suas tabelas e/ou categorias de análise, e elaborar eventuais questões de entrevista (para alguns deles) que sejam do interesse de sua pesquisa; lembrem-se, quanto mais vocês conhecem sobre a amostra, em relação às suas questões, mais vocês podem escrever sobre a sua pesquisa. Os mestrandos acolherão, ouvidos os orientadores, questões de seus colegas. Um exemplo: digamos que Estela, depois de olhar a posição do sujeito 19 nas suas tabelas e categorias de análise, decide encaminhar duas questões para o roteiro de entrevista dele. Para isso, deve:

e. enviar, até 2 de novembro, um feriado, essas questões para o responsável pela entrevista do sujeito 19 (Amadeu), com cópia para os orientadores (Sônia e Janete). Analogamente para os outros mestrandos que desejem incluir questões.

f. De posse de suas questões e das enviadas por seus colegas, cada mestrando elaborará os seus roteiros de entrevista, uma para cada sujeito do seu grupo.

g. enviar, até 4 de novembro, esses roteiros de entrevista (3 ou 4, dependendo do mestrando) aos orientadores (Janete e Sonia), com cópia para Lulu.

h. No dia 6/11, com inicio às 16:30, conforme mail enviado a todos na 2ª feira pela Janete e reproduzido no mail correspondente a esse arquivo, haverá o 2º workshop de dissertações sobre questionários. Nesse dia, vamos conversar sobre os roteiros e fazer entrevistas simuladas. Para isso, trazer:

- gravador (com pilha), pen-drive com gravador ou outro meio de registro
- cópia dos roteiros de entrevistas
- cópias dos protocolos de cada um dos sujeitos do seu grupo de entrevista
- cópia em branco de um questionário (álgebra ou geometria, dependendo das suas questões de investigação).

ANEXO 8 – TRANSCRIÇÃO DA ENTREVISTA 2 (ESCOLHA DE DARIO)

DATA: (Não informada)

TEMA: Questões G1 e G2

PARTICIPANTES: Pesquisadora (E) e Aluna (A3)

E: No ano passado, nessa mesma época, você respondeu dois questionários sobre questões de Geometria e Álgebra que em alguns momentos você realizava cálculos, e em outros você tinha que justificar sua resposta. Você realiza ou já realizou atividades desse tipo no decorrer das aulas de Matemática? Dê alguns exemplos.

A3**:** Sim, algumas vezes nós fazemos atividade de justificar, mas a maioria é de fazer contas mesmo. Por exemplo, agora nós estamos vendo trigonometria, e é só cálculo.

E: E as atividades que você fez de justificar, você poderia dar exemplos de como foi?

A3**:** Agora eu não sei se vou recordar porque são muitas, né?

E: Como que era você não se recorda, o que você tinha que justificar?

A3**:** Falar como eu cheguei naquele resultado, é isso.

E: Seria justificar uma afirmação ou deduzir uma fórmula, por exemplo?

A3**:** Não, fórmula não, é só mesmo justificar o porquê do resultado da conta.

E: Em relação à questão G1, por que você escolheu para a sua resposta a afirmação de Dario?

A3**:** Aqui eu fui mais pela lógica do exercício.

E: Que lógica é essa, você pode explicar?

A3**:** Ah [pausa breve] foi pelos exemplos como ele mostrou os ângulos.

E: E por que você escolheu a resposta de Edu para seu professor?

A3**:** Porque eles vão sempre por um lado mais justificado, e a de Edu tá mais detalhado, tem mais justificativa.

E: Na questão G2, por que você entende ser necessário construir uma nova demonstração?

A3**:** Porque ele teria que fazer um outro desenho pra mostrar que a soma dos ângulos do triângulo daria 180^o.

E: Então você acredita que precisa construir uma nova demonstração?

A3**:** É, precisa fazer para comprovar que a soma dos ângulos é 180^o.

E: Seu professor apresenta as demonstrações / deduções das fórmulas e teoremas no decorrer das aulas?

A3**:** Sim.

E: Você prefere assim ou gostaria que fossem apresentados diretamente, sem as demonstrações?

A3**:** Com as demonstrações, porque fica mais fácil de entender o conteúdo.

E: Você já fez alguma atividade para demonstrar uma fórmula ou teorema?

A3**:** Já, agora a gente tá aprendendo trigonometria, e a professora deu os desenhos e pediu para a gente demonstrar para ela.

E: Observe as questões G1 e G2, será que elas ajudariam você a justificar a questão G3 de uma outra forma? [pausa para a aluna observar as questões e responder]

A3**:** Tem outra forma, aqui fala que a soma dos ângulos internos do triângulo é 180^o, e na resposta do professor, que foi a de Edu, a soma dos ângulos externos no final dariam 360^o. Outra forma seria usar um quadrilátero, não necessariamente o quadrado.

ANEXO 9 – PROPOSTAS PARA ATIVIDADE DINÂMICA

Soma dos ângulos internos de um triângulo

Criar os passos:

1. Desenhe um triângulo ABC usando o Cabri
2. Pelo vértice A, trace uma reta paralela ao lado BC.
3. Nessa reta, escolha dois pontos quaisquer, D e E, em lados opostos com relação ao vértice A.
4. Meça os ângulos DAB, EAC, CBA, BCA. Que relação existe entre eles?
5. Meça o ângulo BAC.
6. Somando as medidas dos ângulos DAB com BAC e CAE, o que você conclui?
7. Agora, observando o triângulo ABC, o que você pode dizer sobre a soma dos seus ângulos internos?
8. Pelo vértice B, trace uma reta paralela ao lado AC.
9. Nessa reta, escolha dois pontos quaisquer, F e G, em lados opostos com relação ao vértice B.
10. Meça os ângulos FBA,GBC. Que relação existe entre esses ângulos e os ângulos BCA e CAB?
11. Somando as medidas dos ângulos FBA com ABC e CBG, o que você conclui?
12. Agora, observando o triângulo ABC, o que você pode dizer sobre a soma dos seus ângulos internos?
13. Usando lápis e papel, vamos tentar demonstrar, para qualquer triângulo, a conclusão que você obteve nesse exercício.

Atividade – Ângulos Opostos pelo Vértice

Usando o Cabri, construa duas retas concorrentes.

Nomeie os ângulos agudos como a e b e os obtusos como c e d.

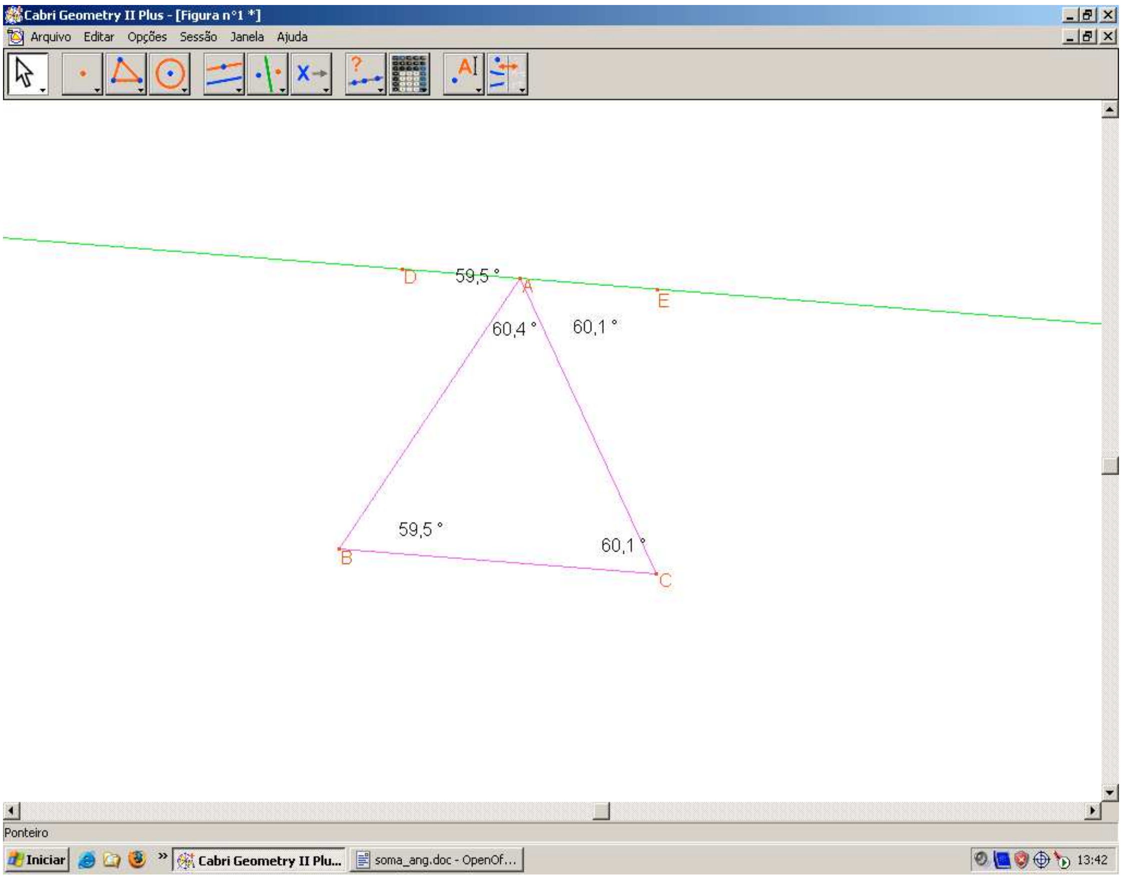
Então a + c = _______________

Por quê?

E b + c = _________________.

Por quê?

O que você pode concluir com relação aos ângulos a e b?

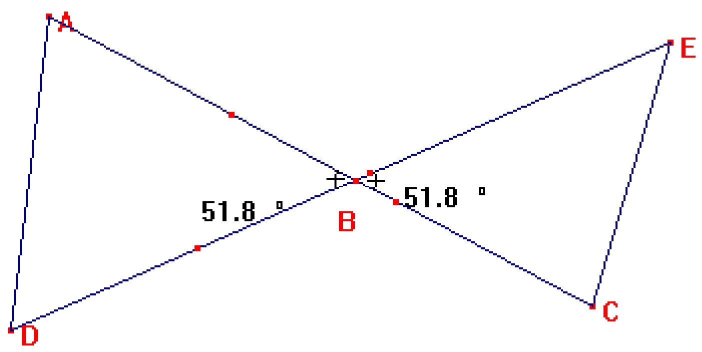


As atividades devem ser realizadas no CABRI.

Atividade 1

Marque dois pontos quaisquer A e C, una-os com segmento, conforme figura abaixo:

Marque dois pontos quaisquer D e E, uma-os com segmento, conforme figura abaixo:



Nomeie os ângulos que você observa:

Meça esses ângulos.

O ponto ______ é a intersecção dos segmentos ______ e ______.

Os pontos ABC e DBE serão sempre __________, então o que você pode concluir com

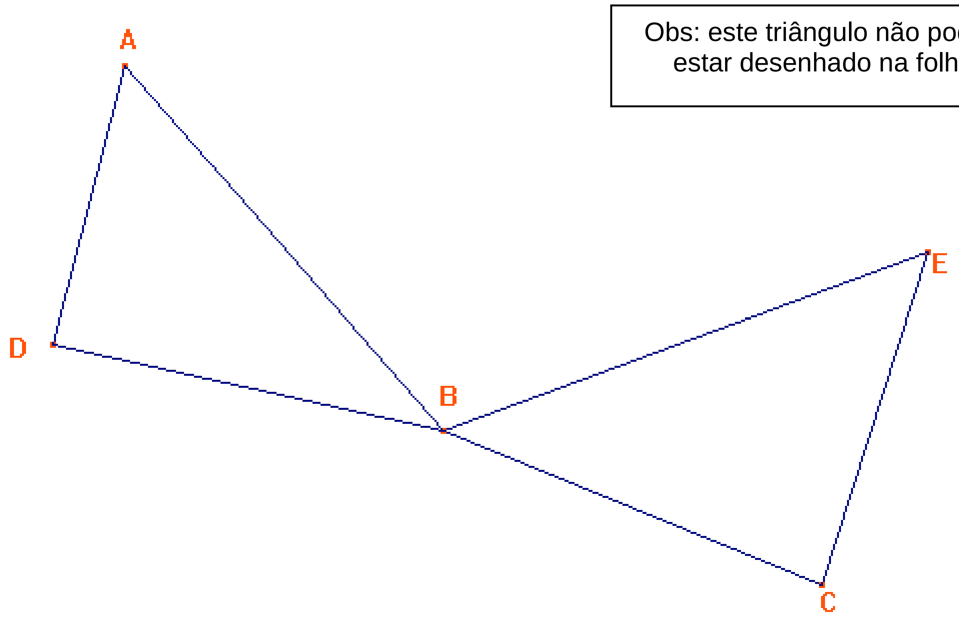
relação aos ângulos A B D e E B C.

R:____.

Atividade 2

Construa dois triângulos sendo que um dos vértices seja comum.

Obs: este triângulo não poderá estar desenhado na folha.



Nomeie os ângulos que tenha os vértices comuns.

Meça esses ângulos:

Movimente o ponto comum aos dois triângulos até que os ângulos fiquem iguais.

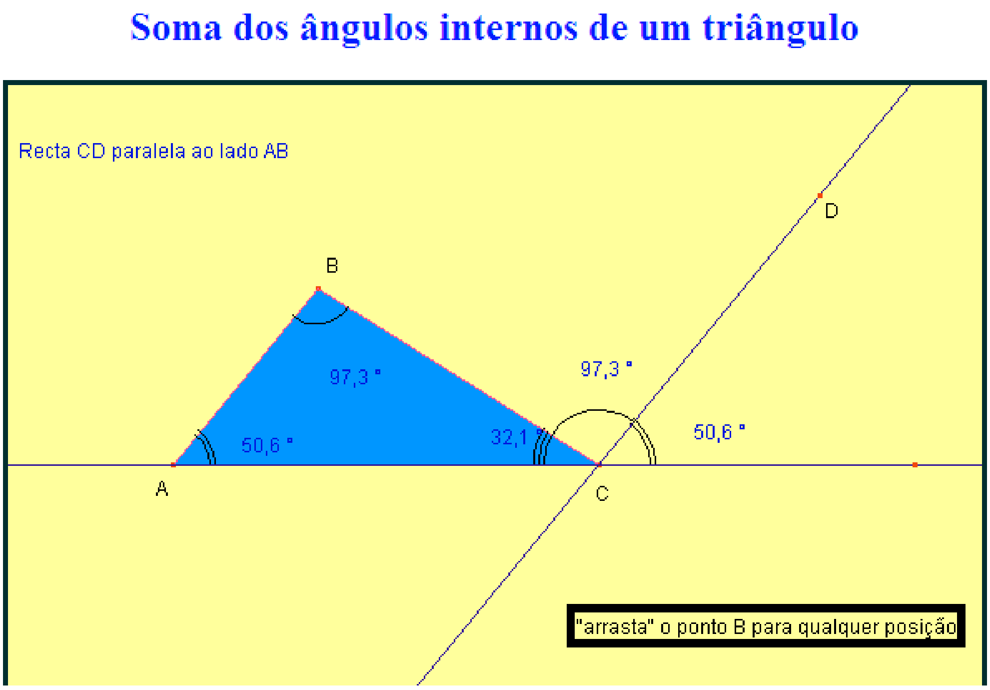
Observe o que acontece com os segmentos que passam pelo ponto comum.

O que você pode concluir?

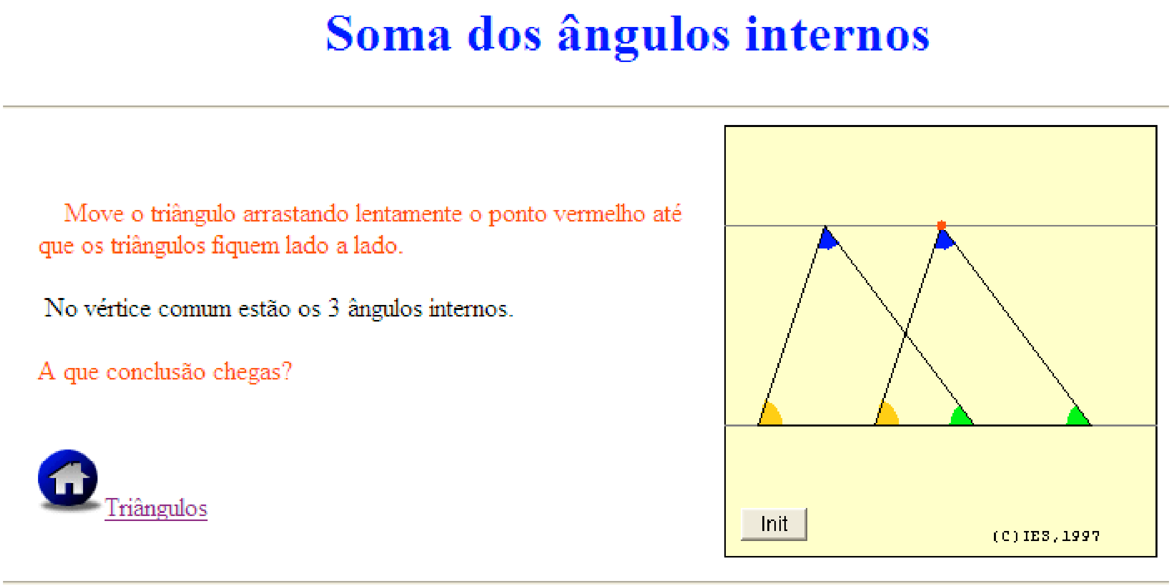
ANEXO 10 – PROPOSTAS PARA ATIVIDADE DINÂMICA (INTERNET)

Até março de 2007 verificou-se o acesso aos sítios mencionados:

http://www.dgidc.min-edu.pt/mat-no-sec/criar/triangulos/Nov.htm



http://www.dgidc.min-edu.pt/mat-no-sec/criar/triangulos/somainter.htm



ANEXO 11 – CODIFICAÇÃO DAS JUSTIFICATIVAS

ANEXO 11

				G1									
				Mais parecida					Melhor Nota				
			Aluno	Amanda	Dario	Helia	Cintia	Edu	Amanda	Dario	Helia	Cintia	Edu
929	Jose Leon(	C	Vanessa C.	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
930	Julio Cesar	1A	Leandro	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
931	Julio Cesar	1A	André	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
932	Julio Cesar	1A	Thais	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
933	Julio Cesar	1A	Anderson	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
934	Julio Cesar	1A	A Vinicius	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
935	Julio Cesar	1A	Gregório	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
936	Julio Cesar	1A	Rafael	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
937	Julio Cesar	1A	Vanessa	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
938	Julio Cesar	1A	Vinicius M	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
939	Julio Cesar	1A	Fábio	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
940	Julio Cesar	1A	Giovani	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0

				Amanda						Dario					
				Sempre Verdadeira			Às vezes verdadeira			Sempre Verdadeira			Às vezes verdadeira		
			Aluno	Sim	Não	Não Sei	Sim	Não	Não Sei	Sim	Não	Não Sei	Sim	Não	Não Sei
929	Jose Leon(	C	Vanessa C.	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
930	Julio Cesar	1A	Leandro	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
931	Julio Cesar	1A	André	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0
932	Julio Cesar	1A	Thais	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0
933	Julio Cesar	1A	Anderson	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
934	Julio Cesar	1A	A Vinicius	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
935	Julio Cesar	1A	Gregório	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
936	Julio Cesar	1A	Rafael	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
937	Julio Cesar	1A	Vanessa	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0
938	Julio Cesar	1A	Vinicius M	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
939	Julio Cesar	1A	Fábio	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
940	Julio Cesar	1A	Giovani	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0

				Hélia						Cintia					
				Sempre Verdadeira			Às vezes verdadeira			Sempre Verdadeira			Às vezes verdadeira		
			Aluno	Sim	Não	Não Sei	Sim	Não	Não Sei	Sim	Não	Não Sei	Sim	Não	Não Sei
929	Jose Leon(	C	Vanessa C.	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1
930	Julio Cesar	1A	Leandro	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
931	Julio Cesar	1A	André	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
932	Julio Cesar	1A	Thais	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1
933	Julio Cesar	1A	Anderson	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
934	Julio Cesar	1A	A Vinicius	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
935	Julio Cesar	1A	Gregório	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1
936	Julio Cesar	1A	Rafael	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
937	Julio Cesar	1A	Vanessa	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
938	Julio Cesar	1A	Vinicius M	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
939	Julio Cesar	1A	Fábio	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1
940	Julio Cesar	1A	Giovani	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0

				Edu						G2	
				Sempre Verdadeira			Às vezes verdadeira				
			Aluno	Sim	Não	Não Sei	Sim	Não	Não Sei	Nada	Nova
929	Jose Leon(	C	Vanessa C.	1	0	0	1	0	0	1	0
930	Julio Cesar	1A	Leandro	0	1	0	1	0	0	1	0
931	Julio Cesar	1A	André	0	0	1	1	0	0	0	1
932	Julio Cesar	1A	Thais	0	0	1	0	0	1	0	1
933	Julio Cesar	1A	Anderson	1	0	0	0	0	1	0	1
934	Julio Cesar	1A	A Vinicius	1	0	0	0	0	1	0	1
935	Julio Cesar	1A	Gregório	0	1	0	1	0	0	1	0
936	Julio Cesar	1A	Rafael	0	1	0	0	1	0	1	0
937	Julio Cesar	1A	Vanessa	0	0	1	0	0	1	1	0
938	Julio Cesar	1A	Vinicius M	1	0	0	0	1	0	1	0
939	Julio Cesar	1A	Fábio	0	0	1	0	0	1	1	0
940	Julio Cesar	1A	Giovani	1	0	0	0	1	0	1	0