ICLÉA MARIA BONALDO

INVESTIGAÇÕES SOBRE NÚMEROS NATURAIS E PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DESSE TEMA NO INÍCIO DA ESCOLARIDADE

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

PUC/SP
São Paulo
2007

ICLÉA MARIA BONALDO

INVESTIGAÇÕES SOBRE NÚMEROS NATURAIS E PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DESSE TEMA NO INÍCIO DA ESCOLARIDADE

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA**, sob a orientação da **Profª. Dra. Célia Maria Carolino Pires.**

PUC/SP
São Paulo
2007

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a produção total ou parcial desta dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura________________________ Local e Data__________________

Dedicatória

Dedico este trabalho à Maria Antonieta Zanzini Zanuncio e Aristeu Zanuncio, que contribuíram para eu ser o que sou e, especialmente, para que eu realizasse um sonho.

A verdadeira gratidão que tenho é algo que vai além da facilidade de expressar as palavras “muito obrigado”, mas a real complexidade e subjetividade de expressar esse sentimento, pois com ele está o reconhecimento do quanto nós necessitamos uns dos outros e da consciência de que sozinhos é impossível a plena realização.

Vocês me deram força e me permitiram transpor todos os obstáculos surgidos durante o percurso.

Estavam presentes em cada situação que encontrei, em cada situação que vivi, me permitindo sempre aprender algo.

Vocês compartilharam momentos de ansiedade, alegria, sempre acreditando e valorizando este trabalho, oferecendo-me apoio incondicional. A admiração que tenho é eterna, sempre serão um espelho, tanto em minha vida pessoal como profissional.

Vocês atribuíram um novo significado na minha vida e configuraram uma nova realidade, transformando. Foram o meu “porto seguro” e se fizeram presentes em todos os instantes desta caminhada.

Hoje sei que a generosidade vai muito além das dimensões humanas e permite acreditar que viver vale a pena. Obrigada!

Agradecimento

A DEUS por todas as oportunidades concedidas ao longo da minha trajetória, pela força ao transpor os obstáculos e porque comigo esteve por todo o trajeto.

À minha orientadora e amiga, profª. Drª Célia Maria Carolino Pires, por ter acreditado em mim aceitando-me como sua orientanda. Por sua confiança, amizade, companheirismo e carinho demonstrado no decorrer da elaboração deste trabalho. Por ter mostrado-me um caminho, no qual, o caminho é difícil, porém prazeroso.Jamais me esquecerei do que aprendi após lhe conhecer.

À profª Drª Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão e à profª. Drª. Anna Regina Lanner de Moura que na qualificação demonstraram grande profissionalismo, competência, dedicação e afeto. Suas orientações contribuíram para o enriquecimento do trabalho.

À minha mãe, Elza Ap. Zanzini Bonaldo, a quem amo e que apoiou-me incondicionalmente em todos os momentos e ensinou-me a superar qualquer barreira.

Ao meu irmão Klinger Antonio Bonaldo, que sempre me incentivou e que de uma forma ou de outra, contribuiu no desenvolvimento deste trabalho.

À minha tia Maria Elidia Zanzini Cherubim e André Cherubim que sempre compartilharam todos os momentos.

À minha amiga Irene da Conceição Rodrigues Prestes, da turma do Mestrado Profissional que sempre dispensou seu tempo e me proporcionou bons momentos e trocas de saberes.

Ao meu amigo Ivan Cruz Rodrigues, também da turma do Mestrado Profissional, que nos momentos de angústia teve palavras de conforto, ânimo, críticas e sugestões.

Aos amigos Mauricio, Sandro, Márcia, Mut e Lourdes pelo companheirismo.

Às amigas Ângela Maria Figueira Zignani, Cloriza Cardoso Pazzian, Fabíola Gonzalez dos Santos, Regina Murador, Heloisa Cantu e Salete Cristina Venarusso que sempre torceram por mim.

Ao especial amigo Robson Eluiso Felipe e sua esposa Lílian Cristina Trevizan Felipe, sempre dispostos a amparar nas emergências do cotidiano.

Aos professores e funcionários da EE Prefeito Ângelo Domezi, que em momentos difíceis souberam me animar e por todo tempo demonstraram estarem pronto a me apoiar.

À Direção da EE João Tuschi e da EE Rosa Benatti por permitirem que seus professores das séries iniciais respondessem à pesquisa.

Às minhas queridíssimas companheiras de trabalho: Marli Rivânia Ribeiro, Tânia Regina Almeida e Maria Inês Gomes que durante todo este tempo motivaram-me e deram-me todo suporte necessário para que eu pudesse alcançar o meu alvo desejado.

À Dirigente Regional da Diretoria de Ensino da Região de Jaú, Maria Tereza de Castro Irágine Fiorelli e a comissão de bolsa Mestrado que permitiram que eu pudesse ter acesso ao Mestrado Profissional, e poder concluí-lo.

À Supervisora Maria Eliza Goi Roscani que me deu todo suporte necessário, pois sem este apoio seria impossível chegar aqui.

A Everaldo Viana Fonseca, companheiro de viagens durante estes anos.

Aos meus avós Ângela Zanzini e Ângelo Zanzini, ao meu pai Luis Antonio Bonaldo (in memorian) que estão em outra dimensão torcendo por mim e que certamente vibrariam com o meu sucesso.

Devo a todos vocês o sucesso nesta minha jornada, e por isso... Os meus sinceros agradecimentos!

Resumo

Esta pesquisa tem o objetivo de investigar o ensino e aprendizagem de números naturais, buscando identificar semelhanças e diferenças entre os resultados e indicações de pesquisas sobre a construção do conceito de números pelas crianças. Analisa as contribuições de Piaget, Kamii, Fayol, Lerner e Sadovsky e as implicações que essas pesquisas trouxeram e trazem para o trabalho em sala de aula, especialmente no ano inicial do Ensino Fundamental.

Para realizar este estudo, primeiramente fizemos um levantamento bibliográfico e a análise de documentos curriculares oficiais e analisamos cadernos de alunos. Organizamos um questionário que foi respondido por 12 professores, coletando dados que nos possibilitassem realizar um estudo diagnóstico nessas turmas do ano inicial do Ensino Fundamental de três escolas públicas estaduais.

Investigamos "como" as diretrizes presentes nos documentos oficiais são traduzidas na prática dos professores em sala de aula.

Buscamos descobrir o que um grupo de professoras, que atuam no início da escolaridade, conhecem em relação a construção da idéia de número e como é trabalhado em sala de aula.

As questões da pesquisa que orientam nosso trabalho são as seguintes: que contribuições para a construção do conceito de números pelas crianças trazem teorias e pesquisas desenvolvidas por autores como Piaget, Kamii, Fayol, Lerner e Sadovsky?; nos documentos curriculares oficiais, que orientações foram apresentadas ao longo das últimas décadas, a respeito do processo de ensino e aprendizagem de números naturais pelas crianças, no início do Ensino Fundamental?; que conhecimentos sobre o assunto podem ser identificados nas falas de um grupo de professoras pesquisado e que conjecturas podemos formular sobre sua prática, analisando algumas tarefas que elas utilizam?

Palavras-chave: Construção de conhecimentos numéricos. Investigações. Formação de professores. Práticas docentes.

Abstract

This research has the objective to investigate the education and learning of natural numbers, searching to identify similarities and differences between the results and indications of research on the construction of numbers concepts for the children. It analyzes the contributions of Piaget, Kamii, Fayol, Lerner and Sadovsky and the implications that these researchs had brought and brings for the work in classroom, especially in the initial year of Basic School.

We investigate how the lines of direction in official documents are translated in the practical of the teachers in classroom.

We search to discover what a group of teachers, who act at the initial year, and what they know about the number construction idea and how it is worked in classroom.

The questions of the research that guide our work are the following ones: which contributions for the construction of the concept of numbers by the children bring theories and research developed for authors as Piaget, Kamii, Fayol, Lerner and Sadovsky?; in curricular official documents these directions had been presented, throughout of last decades, regarding the process of education and learning of natural numbers by the children, at the beginning of basic education?; what knowledge about the subject can be identified in speech of a group of teachers searched and which conjectures we can formulate on their practice, analyzing some tasks used by them.

Key-Word: Construction of numerical knowledge. Inquiries. Teacher's formation. Teaching practice.

Sumário

Apresentação da pesquisa

Nosso percurso de investigação

O ensino e aprendizagem de números no início do Ensino Fundamental sempre teve grande interesse em nossa trajetória profissional como professora e depois, como coordenadora pedagógica e diretora de escola. Assim como o processo de alfabetização em Língua Portuguesa, o trabalho com os números naturais constitui um dos momentos mais significativos na aprendizagem das crianças e pode interferir nas relações positivas ou negativas que elas estabelecem com a Matemática.

Ao cursar o mestrado profissional, interessamo-nos pelas pesquisas existentes sobre o assunto e, além das teorias piagetianas sobre a gênese documento na criança, que já conhecíamos, buscamos leituras de outros autores, como Kamii, Fayol, Lerner, Sadovsky, verificando uma ampla gama de contribuições sobre o tema.

Nosso primeiro movimento foi então organizar essas contribuições para compreender melhor as semelhanças, as diferenças e complementaridades entre esses estudos e também pensando na possibilidade de divulgar esse conjunto de idéias aos professores polivalentes, que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Participando do Projeto de Pesquisa "Inovações Curriculares nos Ensinos Fundamental e Médio", que reúne mestrandos e doutorandos do Programa de Estudos Pós - Graduados em Educação Matemática e é coordenado por nossa orientadora neste trabalho, percebemos a importância de investigar como os documentos curriculares oficiais tratam o ensino dos números naturais.

Assim, nosso segundo movimento foi o de recuperar as orientações curriculares de Programas e Propostas, analisando documentos como o "Programa da Escola Primária de São Paulo", de 1969, os "Guias Curriculares", da década de 70, a Proposta Curricular de São Paulo, da década de 80 e os Parâmetros Curriculares Nacionais, da década de 90. Esse trabalho foi de especial importância para nós, pois a relação do professor com as propostas curriculares é, de modo geral, superficial. Não se faz uma análise, por exemplo, de quais são os pressupostos teóricos adotados nem um estudo comparativo entre as propostas apresentadas ao longo do tempo.

No projeto de pesquisa “Inovações Curriculares nos Ensinos Fundamental e Médio”, além da preocupação com as análises sobre a trajetória da Matemática na organização curricular brasileira e sobre as propostas atuais de ensino de Matemática, investiga-se como as diretrizes veiculadas por documentos oficiais são traduzidas na prática dos professores em sala de aula, analisando o currículo como “práxis” e a relação entre processos de formação de professores e os processos de mudança, inovação e desenvolvimento curriculares.

Desse modo, o movimento seguinte foi o de buscar identificar o que as professoras, que atuam nas séries iniciais, conhecem a respeito das investigações da construção da idéia de números pelas crianças e como trabalham números em sala de aula. Para buscar algumas respostas, nossa opção foi a de entrevistar um grupo de professoras do 1º ano do ensino fundamental e também analisar cadernos de seus alunos, procurando identificar as tarefas que selecionam para o trabalho com números.

Relevância do tema pesquisado

A construção da idéia de número pelas crianças no início de seu processo de escolarização, no primeiro ano do Ensino Fundamental, é um tema importante, tanto do ponto de vista dos professores, que têm a responsabilidade de realizar essa aproximação das crianças com os conhecimentos matemáticos, quanto por parte dos pesquisadores.

Um dos clássicos da literatura educacional, também um dos marcos das teorias construtivistas piagetianas, foi escrito pelo próprio Piaget em parceria com Szemninska: “A gênese do número na criança”, publicado no Brasil em 1971. Na primeira parte desse livro, o autor procurava demonstrar, como a conservação das quantidades e a invariância dos conjuntos se desenvolvem no ser humano. Na segunda, mostrava como se desenvolve a correspondência termo a termo, quer do ponto de vista ordinal ou cardinal. Na terceira parte, Piaget demonstrava como se desenvolvem as composições aditivas e multiplicativas.

Sob a influência dessas pesquisas e teorizações, nas décadas de 70 e 80, em especial, uma nova didática para o ensino de números foi construída, dando-se ênfase a uma espécie de "período preparatório" em que atividades pré-numéricas eram realizadas. Essas atividades eram de "classificação" e de "seriação" (ou seqüenciação) que se configuravam como pré-requisitos para a aprendizagem do número.

De 1971 até o momento, 36 anos se passaram. Outras pesquisas e teorias foram apresentadas, novas práticas foram inseridas nas salas de aula, de forma que acreditamos ser relevante a análise do tema em questão.

Assim, ao estudar questões relacionadas ao "Ensino e aprendizagem de números no ano inicial do Ensino Fundamental", nosso trabalho tem como finalidade resgatar as contribuições de teorias e de pesquisas sobre a construção do conceito de número pelas crianças, especialmente nos trabalhos de Piaget e Kamii (com contribuições de Szemninska) e de Fayol, Lerner e Sadovsky. Analisando suas possíveis influências no ensino desse tema, esperamos contribuir para o estudo de inovações curriculares e para a formação de professores polivalentes na realidade brasileira.

Questões norteadoras da pesquisa

Para orientar nosso trabalho, formulamos as seguintes questões de pesquisa:

- ✓ Que contribuições para a construção do conceito de números pelas crianças trazem teorias e pesquisas desenvolvidas por Piaget, Kamii, Fayol, Lerner e Sadovsky?
- ✓ Nos documentos curriculares oficiais que orientações foram apresentadas, ao longo das últimas décadas, a respeito do processo de ensino e aprendizagem de números naturais pelas crianças, no início do ensino fundamental?
- ✓ Que conhecimentos sobre o assunto podem ser identificados nas falas de um grupo de professoras pesquisado e que conjecturas podemos formular sobre sua prática, analisando algumas tarefas que elas utilizam?

Procedimentos de coleta de dados

Nosso estudo inclui inicialmente a síntese que elaboramos a partir de levantamento bibliográfico, particularmente dos livros: A Gênese do Número na Criança, Aritmética: Novas Perspectivas: Implicações na Teoria de Piaget, Reinventando a Aritmética: Implicações da Teoria de Piaget, Desvendando a Aritmética: Implicações da Teoria de Piaget, A Criança e o Número: Implicações Educacionais da Teoria de Piaget para a Atuação Junto a Escolares de 4 a 6 Anos, A Criança e o Número: da Contagem à Resolução de Problemas, Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas, A Matemática na Escola: Aqui e Agora.

Por meio de análise documental, de propostas curriculares oficiais, elaboramos uma síntese e buscamos identificar semelhanças e diferenças entre elas. Os documentos analisados foram: Programa da Escola Primária de São Paulo, de 1969, Guias Curriculares, da década de 70, Proposta Curricular para o Ensino de Matemática – Ensino Fundamental, da década de 80 e Parâmetros Curriculares Nacionais, da década de 90.

Com relação à pesquisa de campo, com objetivo de obter indicações relativas ao que as professoras conhecem a respeito das investigações sobre o tema e sobre o que é feito em sala de aula, organizamos um questionário que foi respondido por um grupo de 12 professoras que lecionam no ano inicial do Ensino Fundamental, em três escolas públicas estaduais, da Diretoria de Ensino da Região de Jaú, que é a região onde atuamos profissionalmente e que, por isso, é de especial interesse. Um ponto de destaque é o de que o grupo de professoras participantes da entrevista era bastante experiente, com tempo de magistério de 13 a 23 anos e faixa etária entre 32 a 50 anos, todas atuando exclusivamente na escola pública.

A pesquisa de campo foi completada com a análise de cadernos de alunos desses professores. A escolha de um caderno, de um aluno, de cada sala do ano inicial e de uma única escola, foi aleatória.

Organizamos o texto em cinco capítulos, da seguinte maneira:

No capítulo 1, apresentamos nossa revisão bibliográfica realizada a partir das leituras de textos sobre as teorias de Piaget e Kamii, sobre a construção do número pelas crianças. Na seqüência, reunimos dados sobre estudos de Fayol, Lerner e Sadovsky.

No capítulo 2, organizamos uma síntese de indicações apresentadas em documentos oficiais em diferentes períodos, a saber: Programa da Escola Primária de São Paulo, de 1969, Guias Curriculares, da década de 70, Proposta Curricular para o Ensino de Matemática – Ensino Fundamental, da década de 80 e Parâmetros Curriculares Nacionais, da década de 90.

No capítulo 3, reunimos possíveis indicações sobre o que um grupo de professoras conhece acerca das investigações da construção da idéia de números pelas crianças e como trabalham números em sala de aula. Foram reunidas também indicações a partir da análise das respostas dos professores aos questionários e dos cadernos de alguns de seus alunos.

No capítulo 4, analisamos os relatos docentes sobre suas respectivas práticas e conseqüente registro nos cadernos de seus alunos.

No capítulo 5, apresentamos as conclusões e considerações finais acerca do tema proposto.

Capítulo 1

TEORIAS E ESTUDOS SOBRE A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE NÚMERO

1.1. Introdução

As investigações sobre a construção do conceito de número foram impulsionadas pela teoria de Piaget e também de sua colaboradora Kamii.

Ao longo da década de 90, as investigações sobre a construção do conceito de número receberam novos olhares e novas contribuições. Uma delas é a de Michel Fayol. Outra importante contribuição é a das pesquisadoras argentinas Delia Lerner e Patrícia Sadovsky.

Neste capítulo, buscaremos elaborar uma síntese sobre os trabalhos desses pesquisadores em relação à construção do conceito de número.

1.2. As contribuições de Piaget

Jean Piaget, psicólogo suíço, ganhou renome mundial com seus estudos sobre os processos de construção do conhecimento nas crianças. Ele e seus colaboradores publicaram mais de 30 livros a esse respeito. Estudou a evolução do pensamento até a adolescência, procurando entender os mecanismos mentais que a criança utiliza para captar o mundo.

Até o início do século XX, acreditava-se que as crianças pensavam como os adultos.

Piaget construiu um modelo explicativo para os processos de conhecimento. Ele partiu da biologia, passou pela psicologia e chegou à epistemologia e à compreensão dos processos de criação do conhecimento humano. Concluiu que os processos biológicos básicos eram encontrados, também, nos processos cognitivos, já que estes seriam um prolongamento daqueles.

Piaget, observando seus três filhos, concluiu que as crianças não pensavam como os adultos. A teoria de Piaget do desenvolvimento cognitivo é uma teoria de etapas, uma teoria que pressupõe que os seres humanos passam por diversas mudanças ordenadas e previsíveis.

Os pressupostos de sua teoria são:

- O interacionismo;
- A idéia do construtivismo seqüencial;
- Fatores que interferem no desenvolvimento.

Na visão de Piaget, a criança é vista como um ser que a todo momento interage com a realidade, operando ativamente com objetos e pessoas. A interação com o ambiente faz com que se construam estruturas mentais e adquira maneiras de fazê-las funcionar. O eixo central, portanto, é a interação com o meio e essa interação ocorre através de dois processos simultâneos: a organização interna e a adaptação ao meio, funções essas que se desenvolvem no decorrer da vida.

Piaget define a adaptação como o próprio desenvolvimento da inteligência que acontece através da assimilação (uso de uma estrutura mental já formada) e a acomodação (processo que implica a modificação de estruturas já desenvolvidas para resolver uma nova situação).

Com a interação da assimilação e da acomodação ocorre a equilibração das estruturas cognitivas, sendo ela um processo de auto regulação interna. O desequilíbrio é fundamental, pois a criança buscará o reequilíbrio, de modo a reorganizar seu conhecimento, no sentido de uma adequação do que ocasionou o desequilíbrio.

Para Piaget, a inteligência se constrói à medida que novos patamares de equilíbrio adaptativo são alcançados. Ele aborda a inteligência como algo dinâmico, decorrente da construção de estruturas de conhecimento que, enquanto vão sendo construídas, vão se instalando no cérebro. A inteligência, portanto, não aumenta por acréscimo, mas sim por reorganização.

O desenvolvimento da inteligência é explicado pela relação recíproca existente com a gênese da inteligência e do conhecimento. Piaget criou um modelo epistemológico onde o conhecimento não está nem no sujeito, nem no objeto, mas na interação entre ambos.

1.2.1. Os tipos de conhecimento

Piaget classifica o conhecimento em três tipos: O conhecimento físico, o conhecimento lógico-matemático e o conhecimento social.

O conhecimento físico consiste no sujeito explorando os objetos. Para construir esse conhecimento é necessária a existência de uma estrutura lógico-matemática, de modo a colocar novas relações com o conhecimento que já existe. A cor e o peso dos objetos são exemplos de propriedades físicas. São os atributos ou qualidades observáveis.

O conhecimento lógico-matemático consiste nas relações feitas pelo sujeito. O sujeito estabelece novas relações com os objetos, relações estas que não têm existência na realidade externa, estão na mente do sujeito. São as relações que envolvem conceitos diferentes, por exemplo, as relações “igual”, “diferente”, “maior”, “menor”, etc.

O conhecimento social é obtido a partir das ações e interações com as pessoas. Ele é proveniente do consenso social externo ao sujeito, pode ser ensinado a partir de informações do mundo exterior, como por exemplo: o nome dos números, o nome dos objetos, regras sociais, dentre outros. A origem fundamental do conhecimento social são as convenções estabelecidas pelas pessoas.

Piaget é contrário à afirmação de que o conceito de número é transmitido para a criança como conhecimento social. Para ele a base fundamental do conhecimento lógico-matemático é a própria criança. A criança desenvolve uma estrutura lógico-matemática para assimilar e organizar o conhecimento.

> As pessoas que acreditam que os conceitos numéricos devem ser ensinados através da transmissão social falham por não fazerem a distinção fundamental entre o conhecimento social e o lógico-matemático. (KAMII, 2001, p.25).

Portanto, segundo Kamii (1982), a visão de Piaget contrasta com a crença de que existe um “mundo de números em direção ao qual toda criança deve ser socializada”**.**

Piaget se contrapôs a que o número não é alguma coisa conhecida inatamente, por intuição ou empiricamente pela observação. Com a tarefa de conservação, os conceitos numéricos não são adquiridos por meio da linguagem. Piaget e seus colaboradores demonstraram que o número é algo que cada ser humano constrói através da criação e coordenação de relações.

O fato de a criança dominar as palavras “um, dois, três” não implica que ela saiba relacionar a palavra com a quantidade. Por exemplo: o professor pode “treinar” a criança para contar de 1 a 9, porém este fato não garante que ela saiba relacionar o número 8 com um conjunto que contenha 8 objetos.

Quando o professor solicita à criança que quantifique objetos, deve se preocupar com o pensamento da criança, sugerindo, por exemplo, que pegue um livro para cada colega da classe, dessa forma, ele poderá observar se ela pega a quantidade necessária.

1.2.2. Estágios do desenvolvimento

Para Piaget, os estágios do desenvolvimento caracterizam as diferentes maneiras do indivíduo interagir com a realidade, ou seja, de organizar seus conhecimentos, visando sua adaptação, constituindo-se na modificação progressiva dos esquemas de assimilação. Os estágios evoluem como uma espiral, cada estágio inclui o anterior e o torna mais amplo.

Piaget não define uma ordem cronológica rígida para os estágios, mas os apresentam em uma seqüência constante. Ele determinou quatro estágios no desenvolvimento lógico:

Estágio sensório-motor: mais ou menos de 0 a 2 anos: a atividade intelectual da criança é de natureza sensorial e motora.

Estágio pré-operatório: mais ou menos de 2 a 7 anos: a criança desenvolve a capacidade simbólica, começa a curiosidade, é quando surgem as perguntas “por que?”, “como?”, “o que é isto?” é quando aparece o pensamento intuitivo.

Estágio das operações concretas: mais ou menos dos 7 aos 11 anos: a criança ainda está totalmente ligada a objetos reais, concretos, mas já é capaz de passar da ação à operação, que é uma ação interiorizada.

Estágio das operações formais: mais ou menos dos 11 anos em diante: ocorre o desenvolvimento das operações de raciocínio lógico. A criança é capaz de pensar usando abstrações.

Cada estágio serve de base para o estágio seguinte. A tabela abaixo traz um resumo dos estágios com suas características, faixa etária e algumas noções matemáticas pertinentes:

CLASSIFICAÇÃO DAS ESTRUTURAS COGNITIVAS			
Estágio	Característica	idade	Noções matemáticas
1. SENSÓRIO-MOTOR	1. Atividades reflexas 2. Primeiros hábitos 3. Coordenação entre visão e preensão 4. Permanência do objeto, intencionalidade de atos 5. Diferenciação de esquemas de ação 6. Solução de problemas	meses 0 – 1 1 – 4 4 – 8 8 – 11 11 – 18 18 – 24	Maior/ menor Noções de espaço, formas
2. PRÉ-OPERATÓRIO	1. Função simbólica (linguagem) 2. Organizações representativas, pensamento intuitivo 3. regulação representativa articulada	anos 2 – 4 4 – 5 5 – 7	Desenhos, ordem Contagem, figuras geométricas Correspondência termo a termo, conservação do número, classificação simples
3. OPERAÇÕES CONCRETAS	1. Operações simples, regras, pensamento estruturado, fundamentado na manipulação de objetos 2. Multiplicação lógica	7 – 8 8 – 11	Reversibilidade, classificação, seriação, transitividade, conservação do tamanho, distância, área, conservação de quantidade discreta, conservação da massa
4. OPERAÇÕES FORMAIS	1. Lógica hipotético-dedutiva, raciocínio abstrato 2. Estruturas formais	11 – 13 13 – 15	Proporções, combinações Demonstração, álgebra

Os estágios do desenvolvimento vão se configurando na medida em que os esquemas de assimilação vão se modificando.

São esquemas, uma estrutura mental ou cognitiva, pela qual a criança está constantemente se adaptando e organizando o meio. O esquema contém uma seqüência de conhecimentos estruturada para uma finalidade.

Piaget observou que as crianças constroem esquemas semelhantes em situações semelhantes, por isso, concluiu que os esquemas estão ligados a estruturas inatas. Os esquemas mudam com a maturidade, ficando mais refinados e contendo mais abstração.

A escola pode iniciar dos esquemas de assimilação da criança, sugerindo atividades desafiadoras que causem desequilíbrios sucessivos, provocando descoberta e proporcionando a construção do conhecimento. Esse conhecimento é construído a partir das concepções que a criança possui como as advindas do meio, por meio da interação.

1.2.3. Abstração empírica e abstração reflexiva

Segundo Piaget, há dois tipos de abstração a abstração empírica e a reflexiva. Na abstração empírica a criança se concentra numa certa propriedade do objeto, ignorando as outras, por exemplo, ao observar um objeto o olhar da criança é focado na cor do objeto, desconsiderando o peso ou o material do qual é feito.

Na abstração reflexiva, ou construtiva, a criança envolve a construção de uma relação entre os objetos. Essa relação não tem uma existência na realidade externa, ela existe somente na mente da criança. Por exemplo, ao observar duas bolas de mesma cor, mas de tamanhos diferentes, a diferença entre as duas bolas existe na mente de quem observou a diferença.

Para Piaget nos estágios sensório-motor e pré-operacional, a abstração reflexiva não existe sem a abstração empírica, e vice-versa. Por exemplo, a criança não consegue estabelecer a diferença de um objeto se ela não puder observar as propriedades de diferença entre eles.

> (...) Depois de fazer a distinção teórica entre a abstração empírica e reflexiva, Piaget vai adiante e diz que na realidade psicológica da criança uma não existe sem a outra. Por exemplo, a criança não consegue construir a relação “diferente” se ela não puder observar propriedades diferentes nos objetos. Da mesma forma, a relação “dois” seria impossível de ser construída se a criança pensasse que objetos separados se comportam como gotas de água (que acabam por formar uma só gota). Inversamente, a criança não poderia construir o conhecimento físico se ela não tivesse uma estrutura lógico-matemática que lhe permitisse colocar novas observações em relação com o conhecimento que ela já tem. Para perceber que um certo peixe é vermelho, por exemplo a criança precisa de um esquema classificatório para distinguir o vermelho das outras cores. Ela também precisa de um esquema classificatório para distinguir “peixe” dos outros objetos que ela conhece. A estrutura lógico-matemática (construída pela abstração reflexiva) é, assim necessária para abstração empírica. (KAMII, 1994, p. 31)

Nos estágios seguintes, a abstração reflexiva pode ocorrer sem depender da empírica. Para a abstração do número, é necessário que a criança estabeleça relações entre os objetos e os quantifique mentalmente. Se a criança já formou o conceito de número pela abstração reflexiva, ela poderá então operar sobre os números.

> A distinção entre os dois tipos de abstração pode parecer sem importância enquanto a criança está aprendendo números pequenos, vamos dizer, até 10. Quando ela chega a 999 e 1000, contudo, fica claro que é impossível aprender todos os números inteiros a partir de conjuntos de objetos ou fotografias. Números são aprendidos não por abstração empírica de conjuntos já feitos, mas por abstração reflexiva à medida que a criança constrói relações. É possível entender números tais como 1.000.002 mesmo sem tê-lo visto antes ou contado 1.000.002 objetos dentro ou fora de um conjunto, porque essas relações são criadas pela mente. (Ibidem, p. 32)

1.2.4. Ordem e inclusão hierárquica

O número, de acordo com Piaget, é uma síntese de dois tipos de relações que a criança elabora entre os objetos (por abstração reflexiva), sendo uma a ordem e a outra a inclusão hierárquica.

Para quantificar um grupo de objetos é necessário que criemos uma ordem mental para efetuar a contagem, de modo que, um mesmo objeto não seja contado mais de uma vez. Imagine uma sala de aula. Para determinar a quantidade de carteiras de uma sala, é necessário que se estabeleça uma ordem, pois, se começarmos a contar as carteiras aleatoriamente, contaremos mais de uma vez a mesma carteira, pelo fato de não estarmos seguindo uma ordem pré-estabelecida.

Isso ocorre com a criança que não tem a idéia de ordem ainda formada. Quando pedimos que contem, por exemplo, um conjunto com seis moedas sobre uma mesa é muito comum que a criança conte e reconte a mesma moeda até chegar ao número conhecido por ela.

Ordenar não é a única ação mental sobre os objetos. É necessário ordenar os objetos para se ter certeza de que nenhum vai ser pulado, porém a inclusão hierárquica classifica os objetos em 1º, 2º, 3º, 4º..., na ordem. É comum, ao perguntarmos para a criança, depois de contar 8 moedas arrumadas numa relação ordenada, quantas moedas temos e ela afirmar que são 8. Se pedirmos para que mostre o "8", ela muitas vezes aponta para o 8º objeto. Isso indica que, para a criança, as palavras "um", "dois", "três", ..., são os nomes de cada elemento, ela não colocou as moedas numa relação de inclusão hierárquica, ela vê 8 como sendo o último e não o 8 no todo.

Segundo Piaget, "(...) a criança pode quantificar o conjunto numericamente somente se ela puder colocá-los numa única relação sintetizando ordem e inclusão hierárquica." (Ibidem, p. 34).

É importante que a criança coloque todos os tipos de conteúdos (objetos, eventos, ações) dentro de todas as relações, pois a estrutura hierárquica da inclusão de classes acontece quando o pensamento da criança se torna móvel. Essa mobilidade ocorre quando a criança relaciona todos os tipos de conteúdos e o resultado é a estrutura lógico-matemática do número.

1.2.5. Inclusão de classes

O trabalho de inclusão de classe visa determinar a capacidade da criança de coordenar os aspectos qualitativos e quantitativos de uma classe e uma sub-classe. O exemplo clássico:

Mostra-se a uma criança cinco cachorros e dois gatos, pergunta-se o que há mais: cachorros ou gatos? Depois, pergunta-se o que há mais: cachorros ou animais? Uma criança no estágio operatório concreto responderá que há mais animais, enquanto uma criança que ainda não está neste estágio, provavelmente responderá “cachorros”. Crianças menores só conseguem pensar sobre as partes (cachorros e gatos) e não sobre o todo (animais).

Ela não compara classes de hierarquias diferentes. Há crianças que demoram a fazer esta inclusão de classes e isso apenas significa que cada um tem caminhos e ritmos próprios. A inclusão de classes é necessária à construção da noção de quantidade.

1.2.6. Reversibilidade

Na teoria de Piaget, dos 7 aos 8 anos, o pensamento das crianças tem mobilidade suficiente para ser reversível. Reversibilidade refere-se à capacidade de executar a mesma ação nos dois sentidos do percurso. A possibilidade de desenrolar uma ação nos dois sentidos: cortar o todo em duas partes e reunir as partes num todo.

A reversibilidade é a habilidade de operar mentalmente ações opostas simultaneamente.

1.2.7. Símbolos e signos

Piaget fez uma distinção entre símbolos e signos no aprendizado dos números.

> (...) símbolos são sinais que sugerem fortemente o significado. Por exemplo: **IIIII** significando cinco. Ele contém a própria quantidade cinco. Ele representa a sua classe de conjuntos de cinco elementos porque ele mesmo é um elemento da classe. Os símbolos podem ser criados pelas crianças, e dão alguma informação sobre o tipo de esquema de ação que estão representando. Os signos são convencionais como o cinco, 5, five, V, etc. Os signos são conhecimentos sociais e exigem um trabalho especial de construção. (NETO, 2002, p. 33)

A criança utiliza símbolos, como figuras, risquinhos e os dedos, como instrumento de contagem. Para Piaget, as características dos símbolos são para dar suporte a uma semelhança figurativa com a idéia que está sendo representada. Não requerem nenhuma informação de outras pessoas. As crianças, quando constroem a idéia de "oito" ou "nove", por abstração reflexiva, criam seus próprios símbolos para representar esse conhecimento lógico-matemático. Por exemplo: "oooooooo" ou "////////".

1.2.8. Autonomia e heteronomia

Na teoria de Piaget, autonomia significa capacidade de se autogovernar e heteronomia significa ser governado por outro.

Autonomia é a capacidade de pensar por si mesmo e decidir entre o certo e o errado, entre o verdadeiro e o falso, levando-se em consideração todos os fatores relevantes, independentemente de recompensa ou punição. A característica principal da autonomia é a capacidade de cooperação.

Na heteronomia a verdade e a decisão estão centradas no outro.

Piaget discute, em sua obra, a questão da autonomia e do seu desenvolvimento. A essência dessa autonomia é fazer com que as crianças tomem decisões sozinhas, sem interferência e que escolham o melhor caminho, a melhor solução. Assim, construímos a nossa própria concepção de mundo, a partir da reflexão das nossas próprias experiências. A aprendizagem passa a ser uma constante procura de significados. Não só a compreensão do todo, mas das partes também integradas a um contexto, essa é a essência do construtivismo.

O construtivismo é uma teoria de aprendizagem que pressupõe que construímos a nossa própria concepção de mundo em que vivemos, a partir da reflexão sobre as nossas experiências.

1.2.9. A construção do conceito de número

A abordagem que Piaget faz em relação ao número na sua teoria é que ele vê o número como uma estrutura mental que cada criança constrói a partir de uma capacidade natural de pensar, e não algo aprendido do meio ambiente. O número é construído pela repetida adição de “1”, assim podemos dizer que a adição já está incluída em sua construção.

Para Piaget, o conceito de número é construído individualmente a partir das relações que a criança estabelece entre os objetos, na sua leitura de mundo. Nesse caminho, quanto mais diversificadas as experiências, melhores são as possibilidades de ampliação das estruturas responsáveis pelo desenvolvimento cognitivo.

1.3. As contribuições de Kamii

Constance Kamii é natural de Genebra, Suíça, Bacharel em Sociologia, com Mestrado em Educação e Doutorado em Educação e Psicologia. Aluna e colaboradora de Jean Piaget, fez diversos cursos de pós-doutoramento, nas universidades de Genebra e de Michigan, ligados à Epistemologia Genética e a outras áreas educacionais relacionadas à teoria piagetiana e de outros pesquisadores.

Kamii trata das questões da natureza do número, objetivos para "ensinar" número, princípios de ensino, situações na escola que podem ser usadas pelos professores para "ensinar" número.

Enfatiza a importância do conceito de quantidade e suas múltiplas aplicações na vida da criança.

Para Kamii, o jogo é um tipo de atividade particularmente poderosa para o exercício da vida social e da atividade construtiva da criança. Ela pontua em seus trabalhos os jogos em grupo, como fator de importância para o desenvolvimento da capacidade cognitiva e interpessoal, sendo mais eficiente e prazeroso do que folhas de exercícios e atividades similares.

1.3.1. O número

Kamii (2001) trata de assuntos ligados à natureza do número e à aplicação destes conhecimentos à prática pedagógica de professores de crianças de 4 a 7 anos. A autora apresenta questões fundamentais sobre a aquisição do conceito de quantidade e suas múltiplas utilizações na vida das crianças, com todas as conseqüências pedagógicas. Kamii destaca dois aspectos:

- Respeito pela criança, o conhecimento sobre o desenvolvimento de sua inteligência e relações com o meio e também com a importância dada ao trabalho dos professores;
- A finalidade dos processos educacionais utilizados pelas escolas.

Nos dois aspectos, observa-se a busca de soluções para uma educação de maior qualidade.

Seu estudo embasa-se em Piaget, que estabeleceu uma distinção entre três tipos de conhecimento: conhecimento físico, conhecimento lógico-matemático, conhecimento social.

A relação estabelecida entre os objetos depende de cada indivíduo. Se a pessoa pretende comparar o peso das duas peças, provavelmente dirá que elas têm o mesmo peso (mais precisamente que elas têm a mesma massa). Se, no entanto, a pessoa pretende pensar em termos numéricos, dirá que existem duas peças (no conjunto observado). As duas peças são observáveis, ou seja, a propriedade de serem duas é observável, o número "2" não é observável. Piaget afirma que "o número é uma relação criada mentalmente por cada indivíduo" (PIAGET apud KAMII, 1997, p. 29).

Kamii afirma que "a opinião de Piaget sobre a natureza lógico-matemática do número é completamente oposta a dos educadores de matemática encontrada na maioria dos livros. Um livro padrão (Duncam, Capps, Dolciani, Quast e Zweng, 1972) afirma que número é uma propriedade dos conjuntos, da mesma maneira que idéias como cor, tamanho e forma se referem às propriedades dos objetos". (KAMII, 1994, p. 30)

Ao apresentar às crianças conjuntos de quatro lápis, quatro flores, quatro balões e cinco lápis, e pedir-lhes que encontrem os conjuntos que tenham a mesma propriedade do número, supõe-se que a criança aprende conceitos sobre o número ao abstrair a “propriedade de número”, a partir de vários conjuntos, do mesmo modo que elas abstraem a cor e outras propriedades físicas dos objetos.

Na teoria de Piaget, a abstração da cor a partir dos objetos ocorre de forma diferente da abstração do número.

A construção do número acontece gradualmente por “partes”, ao invés de tudo de uma vez. Em conclusão, a estrutura lógico-matemática de número não pode ser ensinada diretamente, uma vez que a criança tem que construí-la por si mesma.

Kamii sugere ainda que:

> (...) as crianças quantifiquem objetos na escola, o que se baseia na hipótese de que o pensamento envolvido na tentativa da criança de quantificar objetos deve ajudá-la a construir o número, se ela já estiver num estágio relativamente elevado para fazê-lo. A inteligência desenvolve-se pelo uso. (KAMII, 2001, p. 37)

Quando a criança quantifica os objetos, o professor deve lembrar que o objetivo real não deve ser observar o comportamento de quantificar acertadamente. O foco do professor deve estar localizado no pensamento que se desenvolve na cabeça da criança. É através dele que a criança constrói as estruturas mentais.

Para Kamii,

> Ainda é um mistério o como precisamente a criança constrói o número, assim como também o é o processo da aprendizagem da linguagem. Contudo, existe bastante evidência teórica e empírica de que as raízes do número têm uma natureza muito geral”. (Ibidem, p. 39)

A noção de número só pode emergir a partir da atividade de estabelecer os tipos de relações. Daí, decorre que o primeiro princípio de ensino é o de atribuir importância ao fato de colocar todas as espécies de objetos, eventos e ações em todos os tipos de relações.

Kamii não prioriza o ensino de signos. Para ela, o meio ambiente é o melhor espaço para aguçar a curiosidade da criança. O professor deve entender “muito bem" a diferença entre contar de memória e contar com significado numérico, pois a criança deve dominar a estrutura lógico-matemática.

> A representação com signos é super-enfatizada na educação inicial e eu prefiro coloca-la em segundo plano. Muito os professores ensinam as crianças a contar, ler e escrever numerais, acreditando que assim estão ensinando conceitos numéricos. É bom para a criança aprender a contar, ler e escrever numerais, mas é muito mais importante que ela construa a estrutura mental de número. Se a criança tiver construído esta estrutura terá maior facilidade em assimilar os signos a ela. Se não a construiu, toda a contagem, leitura e escrita de numerais será feita apenas de memória (decorando). (Ibidem, p.40)

É primordial que o professor propicie uma ambiente de aprendizagem onde existam números falados e números escritos, assim a criança se interessa em aprender e compreender, isso ocorre a partir da estrutura mental que está em seu interior.

Kamii conclui:

> O objetivo para "ensinar" o número é o da construção que a criança faz da estrutura mental de número. Uma vez que esta não pode ser ensinada diretamente, o professor deve priorizar o ato de encorajar a criança a pensar ativa e autonomamente em todos os tipos de situações. Uma criança que pensa ativamente à sua maneira, incluindo quantidades, inevitavelmente constrói o número. A tarefa do professor é a de encorajar o pensamento espontâneo da criança, o que é muito difícil porque a maioria de nós foi treinada para obter das crianças a produção de respostas "certas". (Ibidem, p 41)

Kamii analisa três princípios de ensino que envolve mais especificamente a quantificação de objetos:

> 1. A criação de todos os tipos de relações:
>   Encorajar a criança a estar alerta e colocar todos os tipos de objetos, eventos e ações em todas as espécies de relações.
> 2. A quantificação de objetos:
>   a. Encorajar as crianças a pensarem sobre número e quantidades de objetos quando estes sejam significativos para elas.
>   b. Encorajar a criança a quantificar objetos logicamente e a comparar conjuntos (em vez de encorajá-las a contar).
>   c. Encorajar a criança a fazer conjuntos com objetos móveis.
> 3. Interação social com os colegas e os professores:
>   a. Encorajar a criança a trocar idéias com seus colegas.
>   b. Imaginar como é que a criança está pensando, e intervir de acordo com aquilo que parece estar sucedendo em sua cabeça.
>   (Ibidem, p. 42)

Em relação ao ensino de número, uma das finalidades é que o pensamento numérico se desenvolva naturalmente.

O professor deve ser cuidadoso para não insistir em que a criança dê resposta correta a todo custo. Perguntas devem ser feitas casualmente incentivando-a a pensar numericamente.

> As crianças podem saber como recitar números numa seqüência correta, mas não escolhem necessariamente usar esta aptidão como uma ferramenta confiável. Quando a criança constrói a estrutura mental do número e assimila as palavras a esta estrutura, a contagem torna-se um instrumento confiável". (Ibidem, p. 54)

Segundo a autora,

> Os professores treinados sem conhecer a teoria de Piaget podem ser vistos freqüentemente ensinando crianças a tocar cada objeto quando dizem uma palavra. Este é apenas um ensino superficial. As crianças têm que assimilar as palavras numéricas à estrutura mental. Se esta estrutura ainda não estiver construída, a criança não possui o que necessita para assimilar palavras numéricas. (Ibidem, p. 56)

Pedir às crianças que contem não é uma boa maneira de ajudá-las a quantificar objetos. Uma abordagem melhor desta questão é pedir-lhes que comparem dois conjuntos.

Para Kamii

> As crianças não aprendem conceitos numéricos com desenhos, tampouco aprendem conceitos numéricos meramente pela manipulação de objetos. Elas constroem esses conceitos pela abstração reflexiva à medida em que atuam (mentalmente) sobre os objetos. (Ibidem, p. 58)

Quando uma criança distribui livros para a classe, o importante não é a manipulação dos livros, mas o raciocínio que se desenvolve enquanto ela distribui os livros.

Kamii ainda afirma que:

> A criança não constrói o número fora do contexto geral do pensamento no dia-a-dia. Portanto, o professor deve encorajar a criança a colocar todos os tipos de coisas, idéias e eventos em relações todo o tempo, em vez de focalizar apenas a quantificação. (Ibidem, p. 70)

1.3.2. Situações para ensinar número

As situações que Kamii propõe em seus livros conduzem à quantificação de objetos. São apresentados sob dois títulos: "vida diária" e "jogos em grupos". Em cada exemplo observa-se que deve haver o estímulo ao pensar sobre número e quantidades de objetos quando estes são significativos para a criança.

As situações da vida diária referem-se à distribuição de materiais, divisão e coleta de objetos, registro de informação, arrumação da sala de aula.

Os jogos em grupo sugeridos incentivam a criança a pensar no número utilizando baralho, dados, boliche, jogos de tabuleiro, jogo da memória entre outros.

Os jogos em grupo fazem com que as crianças pensem não só numericamente, mas ativamente, tomem decisões, discutam resultados, troquem opiniões e comparem quantidades.

Para Kamii "Os jogos em grupo (...), são situações ideais para troca de opiniões. Neles as crianças são motivadas a controlar a contagem". (KAMII, 1990, p. 63).

Quando as crianças estão jogando em grupo e uma delas é corrigida por outra é uma situação de aprendizagem bem melhor do que inúmeras atividades no caderno ou folhas impressas. Quando elas realizam as atividades dadas pelo professor, fazem apenas o seu trabalho e não questionam o que a outra criança pensou.

Kamii afirma que "Nos jogos em grupo as crianças estão mentalmente muito mais ativas e críticas e aprendem a depender delas mesmas para saber se seu raciocínio está correto ou não". (Ibidem, p. 63)

1.4. As contribuições de Fayol

Michel Fayol, pesquisador francês, professor de Psicologia na Universidade Blaise Pascal, em sua obra (1996) faz um balanço das contribuições da psicologia cognitiva, no que se refere à aquisição do número pela criança. Através de uma análise do trabalho de vários pesquisadores, ele discute essencialmente a questão da enumeração e da conservação de quantidades. Um dos objetivos de sua obra é o de expor a origem e o funcionamento das atividades que conduzem a enumeração através do componente lingüístico que permite a denominação de número.

Segundo Fayol, o estudo das operações aritméticas, do número e de sua evolução foi, por muito tempo, motivo de atenção por parte de diversos pesquisadores. Afirma ainda que as pesquisas atuais utilizam métodos e temáticas diferentes das que as precederam, porém não diferem quanto à perspectiva na qual são abordadas.

Apresenta duas fases para o desenvolvimento da corrente numérica verbal, que mais ou menos se superpõem. Na primeira, seria adquirida "de cor" uma ordem convencional de "etiquetas verbais" e, durante a segunda, essa ordem estaria decomposta em entidades/abstrações relacionadas com as outras.

1.4.1. A aquisição da seqüência verbal

A aquisição verbal é apresentada por Fayol em três partes: estável e convencional, estável e não convencional e a nem estável nem convencional. É importante ressaltar que as diferenças inter-individuais permanecem muito acentuadas no primeiro ano de escolarização e essas diferenças coexistem com uma fortíssima variabilidade intra-individual.

- Estável e convencional: estável por ser reencontrada em cada experiência, e convencional, porque corresponde às regras adultas. Apresenta fatores ligados ao ambiente.
- Estável e não convencional: também é comum de ser reencontrada e é classificada como não convencional porque não adota ou faltam elementos da ordem do adulto. Quando as crianças precisam enumerar coleções de tamanho relativamente elevado elas recorrem a uma seqüência parcialmente memorizada e parcialmente inventada. Durante este período a criança ainda não construiu as regras lingüísticas da produção das denominações verbais do número. Por exemplo, ela

memoriza “de cor” 21, 22, ... 29 ao invés de aplicar o princípio de formação 20+2, 20+3,..., 20+9.... Podemos pensar que uma certa prática é necessária à criança para que ela consiga memorizar uma cadeia suficiente da cadeia numérica, de maneira a poder exercer, sobre ela, análises que conduzam a descobertas de regras de formação das expressões aritméticas.

- Nem estável nem convencional: varia na mesma criança de uma experiência a outra. Algumas crianças alternam com termos isolados dos quais alguns aparecem particularmente freqüentes (13, 16, 19) sem que se compreenda o porquê. Percebe-se, na porção instável, denominações “inventadas” a partir das regras de formações como, por exemplo, dez-dez produzindo após dezenove ou emprestadas a partir de outros conjuntos organizados de acordo com as mesmas modalidades (alfabeto, cores, etc.).

A idade das aquisições verbais revela-se extremamente variável de uma criança para a outra e, na mesma criança, de um período a outro. Fayol afirma que uma das razões das diferenças depende, sem dúvida alguma, da diversidade dos estímulos fornecidos pelo ambiente.

Durante muito tempo, a corrente verbal é objeto de uma aprendizagem “de cor”, principalmente para as unidades (de 1 a 9) e, a partir de 16, mais geralmente para os números de 20 a 99, existem regras lingüísticas de formação que a criança terá que descobrir e depois aplicar. Fayol cita que Deloche e Seron qualificam como particulares os números de 11 a 15, como elementos que permanecerão, mesmo no adulto, tratados de maneira diferenciada.

Independentemente do tamanho e da freqüência de ocorrência de um conjunto numérico, o armazenamento dos princípios de construção lingüística da cadeia numérica facilita a tarefa e autoriza a etiquetagem de todo o conjunto. Já a aprendizagem “decorada”, além de exigir um esforço enorme, não permite a enumeração de um conjunto de cardinal até então desconhecido.

Fayol apresenta quatro níveis de elaboração e procedimentos de organização da cadeia numérica:

a) O nível do “rosário” (string level):

Os nomes dos números se encontram completamente inseridos na seqüência e é essa última que se vê memorizada e lembrada de acordo com uma totalidade única, do tipo “umdoistresquatrocincoseis...”, ainda não possuem nenhuma individualidade. Lidamos com a produção justaposta, mas não coordenada de duas ordens comportamentais. Trata-se de uma simulação, a cadeia verbal pode ser pronunciada na presença de objetos, mas é uma recitação que se sustenta desprovida de significação aritmética.

b) O nível “cadeia não seccionável”:

Nesse nível, a criança ainda não consegue iniciar a contagem de um número qualquer da seqüência conhecida por ela. Por exemplo, se pedirmos a uma criança que comece contando do 5, ela irá iniciar a contagem do 1 (mesmo que bem baixinho) até chegar no 5 e daí “iniciar” a contagem em voz alta. Isso significa que, para descobrir qual número segue o outro, a criança precisa “passar em revista” toda a lista.

É nesse período que a criança começa a resolver alguns problemas simples de adição, é a fase do “contar tudo”. A autonomia dos termos numéricos permite que a criança compreenda, em certo grau, a significação ordinal da contagem.

Esta fase evidencia, em um determinando período do desenvolvimento, uma estreita ligação entre duas habilidades: a exatidão da contagem verbal e a capacidade em dizer qual número segue o outro. Pode durar muito tempo, além dos cinco anos de idade, dependendo, sem dúvida, do nível de habilidade e da freqüência com que é utilizada.

c) O nível “cadeia seccionável”:

Nesse nível, são destacadas duas habilidades, contar a partir de um número dado (por exemplo, a partir do 5) e contar um intervalo (de 5 a 9). Esse nível comporta uma série de ligações suscetíveis de serem produzidas e ligadas a qualquer ponto do desencadeamento.

Para uma criança, se pedirmos para contar às avessas, a partir do 18, ela irá contar “baixinho” (14, 15, 16, 17, 18) e, em voz alta, irá formular: 18, 17, 16, 15, 14, baixinho novamente (apenas com movimentos labiais) 11, 12, 13, 14 e, em voz alta, 14, 13, 12, 11... Esse procedimento impõe uma carga cognitiva muito pesada, exige uma mobilização da cadeia numérica em direção à continuidade.

O estudo do desenvolvimento da cadeia verbal permite uma abordagem da utilização que as crianças podem fazer. O progresso na estruturação que torna possível a passagem do “contar tudo” ao “contar a partir de” ou ainda ao “contar de x a y”.

1.4.2. Da seqüência oral à codificação escrita

O desenvolvimento da cadeia verbal não saberia limitar-se ao oral. De fato, ao menos na nossa civilização, a numeração escrita ocupa um espaço fundamental e, ainda, o problema da aquisição pode e deve ser levantado.

As formas de codificação, como por exemplo, a egípcia e a babilônica apresentam uma clara vantagem em relação ao sistema de numeração decimal devido à facilidade com que é possível compreendê-las, porém precisam de muitos sinais e tornam as operações delicadas:

a) o sistema egípcio utilizava símbolos diferentes para as unidades, as dezenas, as centenas, etc.

O 1 era representado por uma marca que se parecia com um bastão |

O 2 por duas marcas ||

E assim por diante:

3 |||	7 |||||||
4 ||||	8 ||||||||
5 |||||	9 |||||||||
6 ||||||	

Quando chegavam a 10, eles trocavam as dez marcas: |||||||||| por ∩ , que indicava o agrupamento. Feito isso, continuavam até o 19:

10 ∩ 15 ∩ |||||
11 ∩ | 16 ∩ ||||||
12 ∩ || 17 ∩ |||||||
13 ∩ ||| 18 ∩ ||||||||
14 ∩ |||| 19 ∩ |||||||||

O 20 era representado por ∩ ∩ E continuavam:

30 ∩ ∩ ∩
40 ∩ ∩ ∩ ∩
.
.
.
90 ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩

Para registrar 100, ao invés de ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ , trocavam esse agrupamento por um símbolo novo, que parecia um pedaço de corda enrolada: .

Juntando vários símbolos de 100, escreviam o 200, o 300,... etc, até o 900.

Dez marcas de 100 eram trocadas por um novo símbolo, que era a figura da flor de lótus:

Desta forma, trocando cada dez marcas iguais por uma nova, eles escreviam todos os números de que necessitavam.

Os símbolos usados pelos egípcios e o que significava cada marca, seguem na tabela abaixo:

Símbolo egípcio	**descrição**	**nosso número**
𓏺	bastão	1
𓎆	calcanhar	10
𓍢	rolo de corda	100
𓆼	flor de lótus	1000
𓂭	dedo apontando	10000
𓆛	peixe	100000
𓁨	homem	1000000

Eles escreviam o número 322 da seguinte forma:

𓍢 𓍢𓍢𓎆 𓎆 𓏺 𓏺 ou seja, 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 1 + 1

b) o sistema babilônico onde se manifesta o início da notação posicional o símbolo ▼ não tem o mesmo valor (1 ou 60) de acordo com a posição. Por exemplo, codificam o 48 e o 81 dessa forma:

◀ ◀ ▼ ▼ ▼ ▼ = 4 x 10 + 8 x 1 = 48
◀ ◀ ▼ ▼ ▼ ▼

▼ ◀ ▼ = 1 x 60 + 2 x 10 + 1 = 81
◀

Os babilônios usaram os símbolos cuneiformes. O sistema de numeração babilônico, cuneiforme, utiliza dois símbolos para representar os números:

▼ representa 1 ◀ representa 10

A representação era feita do seguinte modo:

▼ = 1 ▼▼ = 2 ▼▼▼ = 3, ...

(Os babilônios usavam o princípio da adição na representação cuneiforme.)

O número sete, por exemplo, seria escrito do seguinte modo:

7 = ▼▼▼▼
▼▼▼

A partir do dez: ◀▼ = 11, ◀▼▼ = 12, ◀▼▼▼ = 13, ...

Quarenta e três seria, então,

◀◀▼▼▼ = 43
◀◀

Os babilônios utilizavam um sistema posicional, ou seja, um sistema onde "a posição interessa". Os símbolos para 10 estavam posicionados à esquerda dos símbolos para 1, para números inferiores a 60.

Para representar números maiores que 60, como por exemplo 85, os babilônios utilizavam um sistema sexagesimal, ou de base 60:

▼ ◀ ▼▼▼ = 85
◀ ▼▼

um 60 (60^1) dois 10 cinco 1 (60^0)

Um numeral babilônico como,

◀
▼▼ ◀▼ ◀ ▼▼
◀ ◀

é interpretado como sendo $2\times60^2+21\times60^1+32\times60^0 = 8492$.

Ao contrário dos sistemas apresentados acima, os sistemas de notação posicional, como o nosso, apresentam poucos símbolos, porém a necessidade de levar em conta o valor posicional, que corresponde a diferentes potências de base 10, os torna mais complexos e difíceis de serem compreendidos.

Fayol apresenta três ordens de fenômenos relativos a aquisição da numeração pela criança:

1) Mesmo sem compreender as funções do número, parecem perceber muito cedo a sua diversidade. Por exemplo: (a) Indicações idiossincrásicas (incomunicáveis); (b) pictogramas; (c) símbolos que correspondem termo a termo com os elementos sem perceber semelhanças com estes e (d) sinais convencionais. Pode ocorrer, por exemplo, de uma criança indicar o cardinal 5 desenhando cinco vezes este número em uma etiqueta, utilizando desta forma sinais convencionais como se fossem símbolos.

2) A utilização da notação posicional infere dificuldades, principalmente na sua compreensão. Passagem da enumeração e contagem para codificação e decodificação, por exemplo.

3) A compreensão e o emprego dos sinais de operações: +, -, =, etc, é o setor no qual os obstáculos são mais difíceis de serem eliminados. O fato de a criança saber ler os símbolos matemáticos não garante a pertinência de sua interpretação.

Segundo Fayol:

> Indubitavelmente, o estudo do código escrito talvez – porque pareça conceitualmente simples ao adulto culto – não recebeu a mesma atenção que o da cadeia verbal. Entretanto, mesmo neste domínio, foi preciso esperar o início dos anos 80 para que os sistemas de numeração puderam ser abordados sob um ângulo lingüístico. (FAYOL, 1996, p. 43)

1.4.3. Processos de quantificação

Fayol apresenta três categorias de procedimentos que permitem determinar quantos elementos um determinado conjunto comporta:

1) Apercepção global: é possível perceber quantos elementos existem em um conjunto sem que seja necessário contá-los.

2) Contagem: é uma habilidade que necessita da coordenação de atividades visuais, manuais e vocais. Com esta habilidade, é possível determinar quantos elementos existem em um conjunto, de uma forma bem precisa, independentemente do tamanho deste conjunto. É possível uma criança, muito cedo, iniciar a contagem.

Para efetuar a contagem, é necessária a correspondência estrita entre objetos e nome dos números e também a separação do que já foi contado do que falta contar, de modo a evitar a recontagem ou o esquecimento de algum objeto. São evidenciadas, como as maiores dificuldades, na contagem, a coordenação dessas habilidades.

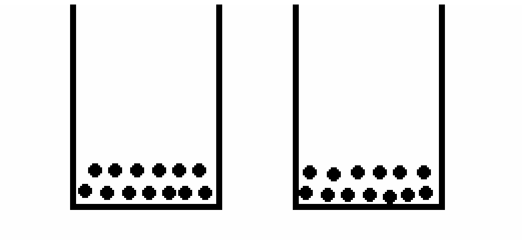
3) Avaliação Global: depende parcialmente da capacidade de contagem, seu caráter rápido tende a aproximá-la da apercepção global. A avaliação revela-se ainda melhor quando a criança tem um bom domínio da contagem, são apresentadas quatro estratégias: na primeira, a criança advinha, sem fazer referência à contagem; na segunda, a criança efetua a contagem sistematicamente a partir do 1; na terceira, a criança articula contagens que vão para a frente e para trás e, na quarta, a criança organiza pontos de referências que lhe são próprios.

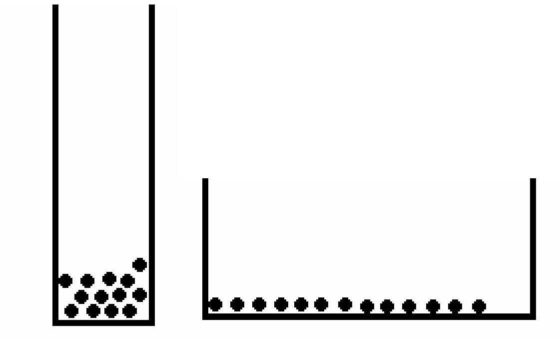
1.4.4. Conservação

No que diz respeito à conservação do número, Fayol enfatiza os trabalhos de Piaget e seus colaboradores.

Ele cita o experimento clássico, onde a criança é convidada a colocar contas (bolinhas) em frascos idênticos, junto com o pesquisador. Em seguida, é solicitado à criança que coloque as contas em frascos diferentes (mais alto e mais estreito ou mais baixo e mais largo) e pergunta-se, à criança, qual frasco tem mais contas. Ao observar os frascos, a criança não percebe que a quantidade não foi alterada e tende a afirmar que no frasco mais alto e mais estreito a quantidade é maior ou que, no frasco mais baixo e mais largo, a quantidade é menor.

As figuras abaixo ilustram esse fato:





Fayol destaca:

> De acordo com Piaget, parece claramente, através da experiência anteriormente relatada através de muitas outras, que a conservação do número, isto é, sua invariância afirmada apesar das modificações perceptivas das configurações, não resulta de uma constatação indutiva, mas de uma dedução. Longe de ser observada, a conservação seria concebida como necessária: nem a contagem nem a correspondência termo a termo seriam suficientes para garanti-la. (Ibidem, p. 68)

Muitas vezes, a criança dá respostas errôneas por não compreender o que foi solicitado verbalmente, o que mostra a influência da linguagem nos resultados. Outro ponto a ser destacado é a invariância do número. Os fracassos muitas vezes registrados são devido à incompreensão das instruções dadas e não à ausência de “noções”.

> O problema das relações entre linguagem e conservação poderia levar em conta diferentes modalidades de ligação entre representações lingüísticas, de um lado, e visuais – espaciais, de outro. Se tal fosse o caso, a criança iria coordenar duas evoluções paralelas, mas não necessariamente congruentes. A primeira envolveria os aspectos da situação por ela retidos. A segunda seria relativa às regras que estabelecem uma ligação entre discurso e referência. (Ibidem, p. 70)

A formulação lingüística interfere na determinação das respostas das crianças às provas de conservação. O adulto, muitas vezes, considerando modificações pouco relevantes, pode conduzir a criança do fracasso ao sucesso ou vice versa.

Alguns autores citados por Fayol (1996) não condicionam a aquisição da numeração e da contagem ao acesso à conservação. O fracasso nas provas de conservação não implicaria na impossibilidade da criança aprender, compreender e aplicar a contagem.

> As concepções das relações entre conservação e contagem evoluíram consideravelmente durante os dois últimos decênios. Enquanto Piaget, de um lado, e Greco, de outro, consideraram as atividades de numeração secundária em relação ao caráter fundamental da conservação das quantidades descontínuas, os trabalhos posteriores mostraram-se sucessivamente contraditórios a este ponto de vista. (...)
> a) o desenvolvimento das habilidades numéricas, mesmo complexas, não depende do acesso prévio à conservação do número
> b) o fato de se estimular os sujeitos a contarem antes de submetê-los à provas de conservação (das quais não são advertidos) provoca uma melhora bastante sensível e muito sistemática dos resultados
> c) a preparação às atividades numéricas induz progressos nos domínios aritméticos e lógicos, enquanto que a preparação baseada nas classificações e seriações ocasiona melhora unicamente nesses setores
> d) o fato de fornecer uma informação de retorno relativo à exatidão dos julgamentos de conservação tende a provocar um crescimento dos recursos à enumeração para auxiliar as respostas. (Ibidem, p. 81)

Fayol destaca duas concepções que relacionam a conservação e a contagem: a primeira mostra o impacto maciço da contagem sobre a conservação que ele observou em várias pesquisas; a segunda, os dados empíricos que não são suficientes para dar fundamento direto à conservação, os quais são apresentados em pesquisas com a perspectiva teórica de Piaget. Ainda aponta existirem caminhos para a reconciliação dessas duas concepções, considerando que as influências das atividades numéricas, sobre o acesso à conservação, não resulta do impacto direto das mesmas, mas sim da abstração reflexiva (Piaget) operada pela criança.

> Deve estar claro que toda aquisição só é possível quando mediada pela atividade de quem aprende. Em suma, as intervenções – em sentido amplo – no ambiente só podem dar resultado na medida em que induzam um trabalho cognitivo da parte do sujeito. É por isso que, de um lado, a eficácia do ensino, por mais inegável que seja, permanece difícil de ser assegurada. (Ibidem, p. 169)

1.5. As contribuições de Delia Lerner e Patrícia Sadovsky

Lerner é pesquisadora e professora de graduação e de mestrado nas universidades de Buenos Aires e La Plata. Destaca-se pela atuação abrangente e intensa em termos científicos e práticos. Assessora órgãos governamentais e instituições particulares na Espanha e em vários países da América Latina. Trabalha ainda numa escola de nível fundamental - que considera seu "melhor laboratório" - e é consultora de diversos projetos. No Brasil, participa do programa “Escola que Vale”, do Centro de Educação e Documentação para Ação Comunitária (Cedac), em São Paulo, e aconselha o Ministério da Educação nas áreas de alfabetização, currículos e livros didáticos.

Sadovsky é doutora em Didática da Matemática; professora da Faculdade de Ciências Exatas e Naturais da Universidade de Buenos Aires (UBA); pesquisadora do Centro de Formação e Investigação no Ensino das Ciências (CEFIEC) e coordenadora do centro de capacitação de professores da Secretaria de Educação da Cidade de Buenos Aires.

As pesquisas de Lerner e Sadovsky foram inspiradas por Emília Ferreiro e Anne Sinclair. Apresentam um estudo com o intuito de investigar como as crianças elaboram suas suposições em relação à notação numérica muito antes de ingressarem na escola. Pautam-se na teoria psicogenética para compreender os processos de construção do conhecimento que envolve a notação numérica.

Em suas pesquisas sobre números, o objetivo era o de investigar quais as hipóteses que as crianças criavam a partir do contato cotidiano com a numeração escrita e descobrir por que, apesar de todos os recursos didáticos utilizados, a aprendizagem do sistema de numeração ainda é um problema.

O problema na aprendizagem do sistema de numeração aparece não só quando o professor trabalha na base dez, mas em outras também. A grande dificuldade está na relação do agrupamento com a escrita numérica. Após entrevistarem as crianças, constataram que elas não relacionam as unidades, as dezenas e as centenas com o “vai um” ou “pede emprestado”. As autoras afirmam:

> (...) “vai um” e “peço emprestado” – ritual inerente das contas escolares – não tinham vínculo nenhum com as “unidades, dezenas e centenas”

> estudadas previamente. Esta ruptura manifestava-se tanto nas crianças que cometiam erros ao resolver as contas como naqueles que obtinham o resultado correto: Nem umas nem outras pareciam entender que os algarismos convencionais estão baseados na organização de nosso sistema de numeração. (LERNER e SADOVSKY, 1996, p. 74)

As autoras se atentaram para o fato de que a criança entende o número a partir de experiências significativas. É neste contato que ela irá conhecendo regularidades da escrita e do significado numérico.

Lerner e Sadovsky tinham como pressuposto:

> (...) Como a numeração escrita existe não só dentro da escola, mas também fora dela, as crianças têm oportunidade de elaborar conhecimentos acerca deste sistema de representação muito antes de ingressar na primeira série. Produto cultural, objeto de uso social cotidiano, o sistema de numeração se oferece à indagação infantil desde as páginas dos livros, à listagem de preços, os calendários, as regras, as notas da padaria, os endereços das casas, etc... (Ibidem, p. 74)

Lerner e Sadovsky desenvolveram uma pesquisa com 50 crianças na faixa etária de cinco a oito anos e de uma mesma série. As entrevistas clínicas foram realizadas com duplas de crianças. O intuito da pesquisa era o de saber como as crianças se apropriam do conhecimento do sistema de numeração. Foram elaboradas situações didáticas que propiciaram questionamentos e formulações de idéias. Essas situações foram baseadas em uma proposta didática com o objetivo de descobrir o que as crianças consideravam importante ou do seu interesse e que idéias tinham em relação aos números.

Para as autoras, é uma opção didática levar em conta ou não o que as crianças sabem, as perguntas que se fazem, os problemas que se formulam e os conflitos que devem superar, assim como, a natureza do objeto de conhecimento e a valorizaração das conceitualizações das crianças à luz das propriedades desse objeto.

A criança, ao tentar se apropriar do nosso sistema de numeração, deverá descobrir o que ele oculta. Elas começam por detectar aquilo que lhes resulta observáveis no contexto da interação social. A partir destes conhecimentos, multiplicam suas perguntas a respeito do sistema de numeração.

Lerner e Sadovsky afirmam que:

> Introduzir na sala de aula a numeração escrita tal como ela é, e trabalhar a partir dos problemas a sua utilização, são duas regras a que nos submetemos na complexidade do sistema de numeração. (Ibidem, p. 117)

Ao pensar no trabalho didático com a numeração escrita, é imprescindível ter presente uma questão essencial: trata-se de ensinar e de aprender um sistema de representação. Então, será necessário criar situações que permitam mostrar a própria organização do sistema, como descobrir de que maneira este sistema "encarna" as propriedades da estrutura numérica que ele representa.

Lerner e Sadovsky falam que é necessário estimular a utilização de materiais em que apareçam números escritos em seqüências - fita métrica, almanaque, régua, etc - isso torna possível que as crianças aprendam a buscar, por si mesmas, a informação de que necessitam. Estes materiais são úteis para todas as crianças, as que estão em condições de ordenar todos os números propostos poderão utilizá-los para verificar sua produção. Em síntese, todas as situações têm oportunidade de buscar uma resposta, todas crescem graças ao trabalho cooperativo, todas realizam aprendizagem.

A relação fala/numeração escrita é um caminho que as crianças transitam em ambas as direções: não só a seqüência oral é um recurso importante na hora de compreender ou anotar as escritas numéricas, como também recorrer à seqüência é um recurso para reconstruir o nome do número. Essa é uma das razões pelas quais é fundamental propor atividades que favoreçam o estabelecimento de regularidades na numeração escrita.

Se queremos conseguir que as crianças adquiram ferramentas a partir das quais possam "autocriticar" as escritas baseadas na correspondência com a numeração falada, é preciso garantir a circulação de informação referente às regularidades. Assim, fica claro que a análise de uma regularidade observável na notação numérica, além de incidir no progresso para a escrita convencional, contribui ao avanço da numeração falada.

1.5.1. A numeração escrita

Lerner e Sadovsky procuravam descobrir quais as conclusões que as crianças poderiam tirar a partir de seu contato cotidiano com a numeração escrita, como por exemplo, os calendários, números das casas, dos telefones, preços dentre outros.

As situações didáticas aplicadas pelas pesquisadoras tinham como foco a comparação e a produção de números de modo a observar a produção da escrita numérica.

Para a comparação dos números, foi utilizado um jogo com baralho, denominado jogo da guerra ou batalha. O baralho era constituído de vinte cartas, com um único naipe, e números de 5 a 31.

Para a produção do número, a estratégia era solicitar às crianças que pensassem e escrevessem um número muito alto; após o registro do número iniciava-se uma discussão onde as crianças eram convidadas a opinar sobre qual delas tinha escrito o maior número.

Para as autoras, as crianças elaboram critérios de comparação numérica muito antes de conhecer o número na forma convencional. As crianças já fazem a relação entre a posição e o valor dos algarismos. Quando interagem com a escrita numérica, percebem a regularidade e procuram representar os números pela escrita interagindo dentro de um contexto (mundo real).

Segundo Lerner e Sadovsky a elaboração de conceitualizações a respeito da escrita dos números baseia-se nas informações extraídas da numeração falada e do conhecimento da escrita convencional. Para produzir os números, cuja escrita convencional ainda não adquiriram, as crianças misturam símbolos que conhecem, colocando-os de maneira tal que se correspondam, como a ordenação dos termos na numeração falada.

1.5.2. Aspectos essenciais observados no processo pelo qual as crianças se aproximam da compreensão do sistema de numeração

As autoras, após a pesquisa, delinearam cinco aspectos observados quando as crianças tentaram conhecer o sistema de numeração, os quais consideram essenciais:

1.5.2.1. Aspecto 1: Quanto maior a quantidade de algarismos de um número maior é o número

Ao entrevistarem as crianças as autoras observaram que elas elaboram a seguinte hipótese: “quanto maior a quantidade de algarismos de um número, maior é o número”. As autoras apresentam três exemplos, destacamos:

> Alina (6 anos, primeira série), ao justificar suas decisões no jogo da guerra afirma que 23 é maior que 5 “porque este (23, porém ela não o nomeia porque desconhece sua denominação oral) tem dois números e tem mais, e este (5) tem um só número”. (Ibidem, p. 77)

Segundo Lerner e Sadovsky, o critério de comparação numérica que as crianças elaboram funciona mesmo quando elas não conhecem a denominação oral dos números. Este critério acontece a partir da interação com a numeração escrita e independentemente da seqüência numérica. Constituí-se também numa ferramenta importante no âmbito da notação numérica, permitindo comparar qualquer par de números cuja quantidade de algarismos seja diferente.

Elas observaram que, mesmo quando as crianças não conhecem a denominação oral dos números, quando os nomeia, recorrem, não só à quantidade de algarismos, mas ao lugar que ocupam na seqüência oral.

Os argumentos relacionados à escrita têm prioridade sobre os vinculados à seqüência oral. Isso ocorre a partir da interação da criança com a numeração escrita, independentemente da manipulação da seqüência de números, sendo um fator importante para a notação numérica. Essa interação é importante para a criança, porque ela compara qualquer par de números cuja quantidade de algarismos seja diferente. Percebe-se que as crianças não conhecem a denominação oral dos números que estão comparando quando sabem nomear o número, mas justificam a afirmação recorrendo, não só à quantidade de algarismos, mas ao lugar que ocupam na seqüência oral, como por exemplo, quando a criança afirma que o 16 é maior que 5 pois tem mais números atrás dele do que atrás do 5.

Segundo as pesquisadoras, ocorrem momentos de conflitos, principalmente quando começam a perceber que um número, cujos algarismos são todos "baixinhos" (1111), é maior que outro formado por algarismos "muito altos" (999).

1.5.2.2. Aspecto 2: O primeiro é quem manda

Nas pesquisas, ficou evidente que as crianças já sabem que a posição dos algarismos desempenha uma função importante no sistema de numeração decimal, e que o valor que um algarismo representa depende do lugar em que está localizado, em relação aos outros que constituem o número.

Depois que a criança descobre que a posição do algarismo desempenha uma função importante no sistema de numeração decimal, ela demonstra ser capaz de desenvolver o critério de comparação, com base na posição dos algarismos, porém, para ela, inicialmente, é o primeiro algarismo quem manda. Ao comparar dois números com a mesma quantidade de algarismos ela observa que o maior será aquele que tiver o primeiro algarismo maior (por exemplo: 56 e 78). É importante que a criança compreenda que, quando o primeiro algarismo for igual nos dois números, (por exemplo: 79 e 78), será necessário observar o segundo algarismo.

Lerner e Sadovsky falam que, para a maioria das crianças, os argumentos relacionados à numeração escrita têm prioridade sobre os vinculados à seqüência oral; como exemplo destacamos:

> (...) Alina e Ariel, por exemplo, justificam originalmente suas afirmações apelando à posição dos algarismos nos números escritos ("Estão ao contrário", "Diferencia-se pelo primeiro"), e só apontam argumentos referentes à seqüência oral ("Sim, porque neste (21) está depois e neste (12) está primeiro"). (Ibidem, p. 83)

As autoras observaram que o critério de comparação baseado na posição dos algarismos está longe de construir-se de uma única vez, pois a sua generalização requer a superação de alguns obstáculos. Falam também que as crianças não suspeitam que “o primeiro é quem manda” porque representa agrupamentos de dez, ainda não descobriram as regras do sistema de numeração, mas nada impede que levantem hipóteses em relação ao assunto.

Dizer que oito é menor que dez é uma afirmação válida em qualquer cultura, independentemente do sistema de numeração que ela utiliza. Porém, se esta afirmação se justifica, afirmando-se que “oito tem só um algarismo e que dez tem dois”, utiliza-se uma argumentação que é específica dos sistemas posicionais; já que nos sistemas não-posicionais a quantidade não está relacionada ao valor do número. Assim, o que o sistema posicional tem que os outros não têm é a potencialidade (por exemplo: $324 = 3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 4 \times 10^0$). Ela é responsável pela relação quantidade de algarismos-valor do número, dela depende também a validade do “primeiro é quem manda”.

Mas nem tudo é posicional na vida das crianças. A numeração falada se interpõe no caminho da posicionalidade e dá origem a produções aditivas, estas produções são facilmente interpretadas não só pelos adultos, como também pelas crianças que já escrevem convencionalmente os números em questão, o que coloca em evidência uma indubitável vantagem dos sistemas aditivos: sua transparência.

Quando as crianças conseguem organizar o que descobriram na escrita numérica, que o valor de um algarismo varia em função da posição que ocupa, a partir da informação que lhes dá a seqüência oral, eles podem estabelecer intervalos constituídos por “vinte”, “trinta”, e aí surgem os nós.

1.5.2.3. Aspecto 3: O papel dos nós

As autoras denominam como “nós” os números 100, 200, 300... e os números como 101, 102...., 199, 201, 202.... 299 são os que estão entre os “nós”.

> A apropriação da escrita convencional dos números não segue a ordem da série numérica: as crianças, manipulam em primeiro lugar a escrita dos "nós" – quer dizer das dezenas, centenas, unidades de mil..., exatas – e só depois elaboram a escrita dos números que se posicionam nos intervalos entre estes nós. (Ibidem, p. 87)

As autoras apresentaram vários exemplos e os dados obtidos sugeriam que as crianças se apropriam, em primeiro lugar, da escrita convencional da potência da base ($100 = 10^2$) e que a escrita dos outros "nós", correspondentes a essa potência, é elaborada a partir desse modelo, conservando a quantidade de algarismos e isso a leva a um outro aspecto: a importância da numeração falada. Destacamos o caso de Nádia (seis anos, primeira série):

Pesquisador	*Nádia*
Agora vou pedir que você escreva um bem alto.	Muito alto?
Sim.	Vou escrever no máximo mil (escreve 900).
Que número é esse?	Novecentos.
E o mil como é?	(Escreve 1000)
Como você acha que seria o dois mil?	(Escreve 2000)
E quatro mil?	(Escreve 4000)
Nove mil?	(Escreve 9000)
Dez mil?	(Escreve 10000)
Me diz... mil e cem, como acha que é?	(Muito surpresa) Mil e cem? Para mim esse número não existe.
Não existe?	(Pensa um longo tempo e logo escreve 1000100)
E mil e quinhentos?	(Escreve 1000500)

(Ibidem, p. 88)

As autoras afirmam que, se pretendemos que o uso da numeração seja realmente o ponto de partida da reflexão e, se esperamos que seja efetivamente possível estabelecer regularidades, torna-se necessário adotar outra decisão: trabalhar desde o começo e, simultaneamente, com diferentes intervalos da seqüência numérica. Deste modo, será possível favorecer comparações entre números e de diferentes quantidades de algarismos, promover a elaboração de conclusões, tais como: (1) os “cens” precisam de três algarismos, os “mil” de quatro, etc., os quais foram utilizados como instrumentos de autocontrole de outras escritas numéricas; (2) propiciar o conhecimento da escrita convencional dos ”nós” e sua utilização como base da produção de outras escritas; (3) conseguir, em suma, que cada escrita se construa em função de outras relações significativas.

1.5.2.4. Aspecto 4: A numeração falada

Para Lerner e Sadovsky, a criança supõe que a numeração escrita se prende rigorosamente à numeração falada, sabem também que, no sistema de numeração, a quantidade de algarismos está ligada à grandeza do número. Assim, a numeração falada diz respeito essencialmente à escrita dos números que estão entre os “nós”. Por exemplo, o número 2894, nesse período pode ser representado pela criança como “2000800904” e, somente quando “dominarem” a numeração falada e a escrita, é que vão se deparar com uma situação, buscando uma situação de escrita convencional.

A hipótese, na qual a escrita numérica é o resultado de uma correspondência com a numeração falada, conduz a criança a criar notações não convencionais. Isso ocorre porque a diferença da numeração escrita em relação à numeração falada está em que a falada não é posicional. Se a numeração falada fosse posicional, a denominação oral de 2894 seria “dois, oito, nove, quatro”; no entanto, a denominação utilizada para este número explicita as potências de 10 correspondentes aos algarismos (dois mil, oitocentos e noventa e quatro).

> Evidentemente, não é tarefa fácil descobrir o que está oculto na numeração falada e o que está oculto na numeração escrita, aceitar que uma coisa não coincide sempre com a outra, determinar quais são as informações fornecidas pela numeração falada que resulta pertinente aplicar à numeração escrita e quais não, descobrir que os princípios que regem a numeração escrita não são diretamente transferíveis à numeração falada...

> E, no entanto, apesar de todas estas dificuldades inerentes ao objeto de conhecimento, as crianças apropriam-se progressivamente da escrita convencional dos números que antes realizavam a partir da vinculação com a numeração falada (Ibidem, p. 97)

Para as autoras, é observável que, apesar das dificuldades, as crianças se apropriam progressivamente da escrita convencional.

1.5.2.5. Aspecto 5: Notação convencional

As autoras observaram que as crianças se deparam com duas questões contraditórias:

> — Por um lado, elas supõem que a numeração escrita se vincula estritamente à numeração falada;
>
> — Por outro lado, sabem que em nosso sistema de numeração a quantidade de algarismos está relacionada à magnitude do número representado. (Ibidem, p. 98)

Em relação à primeira conclusão, a criança refere-se à escrita dos números posicionados nos intervalos entre "nós", enquanto que os outros são representados de maneira convencional.

As crianças escrevem os números, que estão entre dois "nós", com mais algarismos que os números que representam os mesmos "nós". Por exemplo, três mil e cinco mil: elas escrevem, convencionalmente, 3000 e 5000; porém, três mil, oitocentos e cinqüenta e quatro, elas representam como 300080054 ou 3000854; mas, ao perceberem que a numeração falada é diferente da numeração escrita, elas tentam se aproximar da convencional "diminuindo a escrita".

Em síntese para Lerner e Sadovsky:

> As escritas que correspondem à numeração falada entram em contradição com as hipóteses vinculas à quantidade de algarismos das notações numéricas. Tomar consciência deste conflito e elaborar ferramentas para superá-lo parecem ser passos necessários para progredir até a notação convencional. (Ibidem, p. 108)

As autoras mostram que as crianças produzem e interpretam escritas convencionais antes de justificá-las, apelando à lei do agrupamento recursivo, além de elaborarem conceitos e estratégias em relação à notação numérica e falam que é uma opção didática o professor valorizar ou não o que as crianças sabem, as perguntas que fazem, os problemas que elaboram e os conflitos que devem superar.

As autoras afirmam que, nas escritas numéricas realizadas pelas crianças, coexistem modalidades de produção diferentes para números posicionados em diferentes intervalos da seqüência. Crianças que escrevem convencionalmente qualquer número de dois algarismos (25, 13, 47, etc) produzem escritas correspondentes com a numeração falada e fazem o mesmo quando se trata de centena (10025 para cento e vinte e cinco, 20027 para duzentos e vinte e sete, etc).

Lerner e Sadovsky indicam que a relação numeração/falada não unidirecional, assim como a numeração extraída da numeração falada, intervém na conceitualização da escrita numérica. Reciprocamente, os conhecimentos elaborados a respeito da escrita dos números incidem nos juízos comparativos referentes à numeração falada. Para elas, não são tarefas fáceis: (1) descobrir o que está oculto na numeração e o que está oculto em sua representação escrita; (2) aceitar que uma coisa não coincide sempre com a outra e (3) determinar quais as informações pertinentes fornecidas pela numeração falada que devem ser aplicadas na numeração escrita, levando em conta que uma não é diretamente transferível à outra.

Segundo as autoras, as crianças supõem que a numeração escrita se vincula estritamente à numeração falada e sabem que em nosso sistema de numeração a quantidade de algarismos está relacionada à magnitude do número representado. Em síntese, as escritas que correspondem à numeração falada entram em contradição com as hipóteses vinculadas à quantidade de algarismos das notações numéricas. Tomar consciência deste conflito e elaborar ferramentas para superá-lo, parecem ser passos necessários para progredir até a notação convencional.

1.6. Considerações sobre o Capítulo 1

A análise dos trabalhos dos diferentes autores revela pontos comuns, mas também evidencia que a ênfase dada por eles a um determinado aspecto do processo de construção do número é bastante peculiar.

Para destacar essas ênfases, optamos por organizar o quadro abaixo em que destacamos as posições de destaque que os diferentes autores analisados conferem ao processo de construção do conceito de número pelas crianças.

	Ênfases
Piaget	A construção de conhecimentos se dá por interação entre as estruturas mentais já existentes na criança, inclusive as inatas, e o ambiente, mediante a ação.
	As etapas do desenvolvimento mental e as aquisições de estruturas que correspondam a cada etapa ocorrem em uma seqüência onde cada aquisição da criança se apóia em outras anteriores e serve de apoio às posteriores.
	Por análise e síntese a criança no ano inicial do Ensino Fundamental constrói o novo (assimilação), obtendo informações que conflitam com as já existentes e ficam aumentadas quantitativamente (desequilíbrio), ocorrendo realinhamentos e compreensões (acomodação) mudando a qualidade das aplicações (novos esquemas).
	Entre a assimilação e a acomodação ocorre uma espiral crescente de negações de negação, onde assimilações provocam acomodações e acomodações provocam assimilações.
	O número é uma síntese de dois tipos de relações que a criança elabora entre os objetos (por abstração reflexiva), sendo uma a ordem e a outra a inclusão hierárquica.
Kamii	Ainda é um mistério o como precisamente a criança constrói o número, assim como também o é o processo da aprendizagem da linguagem. Contudo, existe bastante evidência teórica e empírica de que as raízes do número têm uma natureza muito geral. O número/conceito numérico é criado mentalmente pela criança. Para ela a estrutura lógico-matemática do número não pode ser ensinada,

	mas sim construída pela criança e que a noção de número só pode emergir a partir da atividade de estabelecer todos os tipos de relações.
	Enfatiza o jogo como um tipo de atividade poderosa para o ensino/aprendizagem do conceito numérico e destaca os jogos em grupo. Posiciona-se contra as intermináveis folhas de exercícios, que geralmente são propostas para a criança.
	Considera que as crianças não aprendem conceitos numéricos com desenhos nem pela manipulação de objetos, elas os constroem pela abstração reflexiva. Ela sugere que o professor propicie um ambiente de aprendizagem onde haja números falados e escritos.
	A criança não constrói o número fora do contexto geral do pensamento no dia-a-dia. Portanto, o professor deve encorajar a criança a colocar todos os tipos de coisas, idéias e eventos em relações todo o tempo, em vez de focalizar apenas a quantificação.
Fayol	Destaca o componente lingüístico, que permite a denominação de número. Defende que aquisição da seqüência verbal depende da diversidade de estímulos fornecidos pelo ambiente. Avalia que a criança não constrói regras lingüísticas da produção das denominações verbais, mas sim, ela os memoriza.
	Em relação à conservação, ele concorda com Piaget e enfatiza que a criança dá respostas errôneas por não compreender o que foi solicitado verbalmente, o que mostra a influência da linguagem nos resultados. Para ele, os fracassos das crianças são devidos à incompreensão das instruções dadas. No trabalho do professor, há impacto maciço da contagem sobre a conservação e a influência das atividades numéricas sobre o acesso à conservação não resulta do impacto direto das mesmas, mas da abstração reflexiva operada pela criança.
	Mesmo sem compreender as funções do número, as crianças parecem perceber muito cedo a sua diversidade. Por exemplo: (a) Indicações idiossincrásicas (incomunicáveis); (b) pictogramas; (c) símbolos que correspondem termo a termo com os elementos sem perceber semelhanças com estes e (d) sinais convencionais.

	A utilização da notação posicional infere dificuldades, principalmente na sua compreensão. Passagem da enumeração e contagem para codificação e decodificação, por exemplo.
	A compreensão e o emprego dos sinais de operações: +, -, =, etc, é o setor no qual os obstáculos são mais difíceis de serem eliminados. O fato de a criança saber ler os símbolos matemáticos não garante a pertinência de sua interpretação.
Lerner e Sadovsky	O conceito de números pelas crianças é construído com base tanto no desenvolvimento cognitivo quanto na interação com o ambiente social em que convivem. Destacam que a criança entende o número a partir de experiências significativas.
	As crianças elaboram suposições em relação à notação numérica muito antes de ingressar na escola. As dificuldades da criança estão na relação do agrupamento com a escrita numérica e ela tem dificuldades em relacionar unidades, dezenas e centenas com o "vai um" ou "pede emprestado".
	As crianças elaboram critérios de comparação numéricos muito antes de conhecer o número na forma convencional. Elas já fazem a relação entre a posição e o valor dos algarismos quando interagem com a escrita numérica. Assim, percebem a regularidade e procuram representar os números pela escrita. Isso ocorre quando a criança interage dentro de um contexto, com o seu mundo real.
	As crianças supõem que a numeração escrita se vincula estritamente a numeração falada e sabem que em nosso sistema de numeração a quantidade de algarismos está relacionada à magnitude do número representado.
	Destacam a importância de jogos e de uso de referências do universo numérico cotidiano das crianças como a fita métrica, álbuns, placas de carros, entre outros.

Capítulo 2

INDICAÇÕES SOBRE O ENSINO DE NÚMEROS APRESENTADAS EM DOCUMENTOS CURRICULARES

Neste capítulo, apresentamos os resultados de nossa pesquisa a respeito das propostas e guias que têm orientado o ensino e a aprendizagem de números no ano inicial do Ensino Fundamental.

Essa etapa do trabalho possibilitou configurar um panorama referente às propostas do ensino de números, desde o Programa da Escola Primária de São Paulo (1969) aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (1997).

2.1. Programa da Escola Primária do Estado de São Paulo de 1969

Esse programa considerou a matemática como uma área de conhecimento que abrange campos variados, aos quais a criança deveria ser introduzida simultaneamente, porém com aprofundamento gradativo nos níveis de complexidade.

Com relação ao conceito da Matemática, o documento destacava:

> O ensino da Matemática na Escola Primária tem como objeto de estudo a formação de conceitos, o estabelecimento de relações numéricas e espaciais, compreensão das operações com números e fatos geométricos.
> Os vários conteúdos, tratados dentro de nova estruturação, permitem o desenvolvimento da compreensão e da criatividade, encorajam a descoberta de idéias e generalizações. (PROGRAMA DA ESCOLA PRIMÁRIA DO ESTADO DE SÃO PAULO, 1969, p.19)

Ao propor objetivos para o ensino de Matemática, o documento assim os explicitava:

> Com o estudo da Matemática espera-se que a criança:
> 1. Desenvolva seu pensamento, de tal forma, que se torne capaz de:
>   – abstrair (pensar também na ausência de objetos concretos);

– analisar (perceber os vários elementos existentes no objeto);
– sintetizar (compor com vários elementos um todo completo).

2. Venha:
   – a classificar, ou seja, agrupar objetos ordenados segundo uma relação de coordenação e subordinação;
   – a ordenar, isto é, agrupar os objetos de acordo com as semelhanças percebidas e seriá-las segundo suas diferenças quantitativas;
   – a comparar, isto é, perceber as diferenças e semelhanças entre os objetos;
   – a raciocinar, isto é, ser capaz de estabelecer relação entre os fatos.
3. Compreenda a linguagem matemática, possibilitando o uso claro e preciso da representação simbólica que lhe é pertinente.
4. Forme hábitos e métodos de trabalho:
   – desenvolva técnicas de pesquisa;
   – desenvolva a capacidade de avaliar o trabalho realizado.
5. Perceba que o estudo da Matemática é atraente e concorre para o desenvolvimento posterior nos mais variados campos do conhecimento da vida prática.
6. Desenvolva sua criatividade e sensibilidade estética na medida em que perceba a ordem e harmonia existentes nas relações matemáticas. (Ibidem, p.19).

Observando os objetivos propostos, nesse documento, percebemos que ele já sugeria o uso de material concreto e observamos um indício de contextualização.

Com relação ao Sistema de Numeral Decimal, o documento apresentava os seguintes objetivos:

Visa-se neste item criar condições:

- à associação do nome do número (numeral) a uma quantidade;
- à compreensão que cada número contém uma unidade a mais do que o antecedente (exceção feita ao zero);
- à compreensão dos ordinais;
- à formação dos numerais dos números maiores que 9 (base 10):
  a) à compreensão de que o valor do algarismo depende de sua posição no numeral;
  b) à compreensão da dezena como formada por 10 unidades, da centena como formada por 10 dezenas, do milhar como formado por 10 centenas;
- à formação do conceito de igualdade e desigualdade;
- à compreensão da dúzia como formada por doze elementos;
- ao reconhecimento de números pares e ímpares.

(Ibidem, p.21).

No quadro abaixo sintetizamos a proposta de conteúdos relacionados ao conceito de número, por série, apresentada no documento:

CONTEÚDO			
1ª série	2ª série	3ª série	4ª série
- Fazer correspondência entre conjuntos. - Ordenar quantidades. - Ler e escrever numerais de 0 a 9. - Identificar, sem contar, pequenas quantidades.			
- Agrupar uma mesma quantidade de diferentes maneiras.	- Agrupar uma mesma quantidade de diferentes maneiras.		
- Formar grupos com um determinado número de elementos, especificando o número de grupos formados e o número de elementos restantes. Exemplo com 5 elementos: 2 grupos de 2 e resta 1, ou 1 grupo de 3 e restam 2, etc.	- Dezenas – Formar grupos de dez, especificando as dezenas e o número de elementos restantes (unidades).	- Centenas - Formar grupos de cem (10 grupos de 10), especificando o número de grupos de cem (centena), o número de grupos de dez (dezena) e o número de elementos restantes (unidade).	- Milhar - Formar o grupo de mil. 10 grupos de 100 = 10 centenas = 100 dezenas = 1000 unidades.
	- Conceito de par e ímpar: dado um grupo com um determinado número de elementos, ver se é ou não possível separá-lo em dois grupos com um mesmo número de elementos.		
		- Dúzia: Formar o conceito de dúzia, meia dúzia, duas dúzias etc.	- Dúzia. Aplicação
	- Ler e escrever numerais de números de 0 a 100.	- Ler e escrever numerais de números até 1000.	
- Comparar números usando os símbolos igual a (=) e diferente de (≠).	- Comparar números usando os símbolos = e ≠.	- Comparar números usando os símbolos maior que (>) e menor que (<) : 4 > 2, 2 < 4.	
	- Decompor números em dezenas e unidades. Exemplo: 32 = 3 dezenas e 2 unidades ou 32 unidades.	- Decompor números em centenas, dezenas e unidades. Exemplo: 263 = 2 centenas, 6 dezenas e 3 unidades, ou 26 dezenas e 3 unidades ou 263 unidades.	
- Localizar um elemento em uma série usando ordinais (até décimo).	- Ordinais. Aplicação.	- Ordinais até vigésimo.	

Observa-se que o conteúdo proposto está em colunas que, lidos no sentido vertical, dão, de certa maneira, a seqüência que era imposta ao ensino e, lidas no sentido horizontal, trazem a idéia de “até que ponto” o professor deveria ir naquele conteúdo.

2.2. Guias Curriculares do Estado de São Paulo, da década de 70

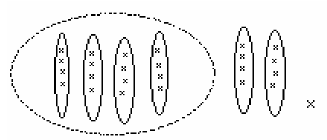
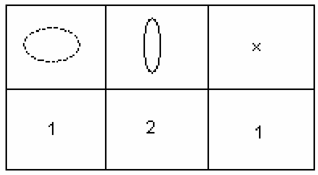
Os Guias Curriculares, da década de 70 subsidiavam a ação docente, estabeleciam os objetivos e os conteúdos mínimos a serem desenvolvidos pelos alunos, ao final de cada nível de ensino. Iremos destacar os elementos que se referem ao trabalho com números naturais:

Os objetivos para o trabalho com números naturais: conceitos e sistema de numeração eram assim formulados:

> • Compreender o conceito de número.
> • Compreender o processo de agrupamento e de notação dos sistemas posicionais de numeração.
> • Aplicar os princípios do Sistema de Numeração Decimal na realização das técnicas operatórias.
> • Ler e escrever números menores que 1.000.
> (GUIAS CURRICULARES, 1970, p.231).

Com relação aos conteúdos e objetivos eram apresentados como no quadro abaixo e, nas observações, o guia indicava a necessidade de uso de uma metodologia diversificada:

CONTEÚDO	**OBJETIVO**	**OBSERVAÇÕES**
1. Número 1.1. Conceito	• Classificar elementos segundo diferentes critérios como cor, forma, tamanho, etc.	Podem ser utilizados quaisquer objetos distinguíveis um do outro por um ou mais atributos.
	• Identificar os elementos “postos juntos” como um conjunto.	
	• Comparar o número de elementos de dois conjuntos, estabelecendo uma correspondência um a um entre um deles e uma parte do outro (não necessariamente própria).	O estabelecimento de uma correspondência um a um entre dois conjuntos é um meio de levar à compreensão da igualdade entre números.
1.2. Números de 0 a 9 ou de 0 a 10.	• Associar símbolos às quantidades correspondentes.	Introduzir a idéia de representação.

2. Processo de Agrupamento e de Notação dos Sistemas Posicionais de Numeração.	• Traduzir agrupamentos em diferentes bases, por meio de uma representação escrita, utilizando algarismos e vice-versa: – em bases não decimais; – em bases decimais.	Os agrupamentos em diferentes bases são introduzidos apenas com o objetivo de compreender o processo recursivo de agrupamento e o processo de notação. Ex: Agrupar 25 objetos, utilizando a base quatro, em saquinhos ou caixas de diferentes tamanhos e cores. O desenho abaixo ilustra o processo de agrupamento.  Este resultado será registrado numa tabela 
3. Números até 1.000, valor das unidades de diversas ordens do Sistema de Numeração Decimal	• Associar às unidades de 1.ª, 2.ª, 3.ª e 4.ª ordem os valores 1, 10, (10 X 10), (10 X 10 X 10) e os respectivos nomes: unidade simples, dezena, centena, unidade de milhar.	Poderão ser utilizados materiais constituídos por figuras planas ou sólidas com áreas ou volumes proporcionais às potências da base (material multibase).
	• Traduzir em palavras números representados por algarismos e vice-versa.	Os mesmos recursos anteriores podem ser utilizados.
	• Aplicar o conceito de valor posicional, decompondo um número nas unidades de diversas ordens.	Ex: 2458 = 2000 + 400 + 50 + 8
4. Ordenação dos Números Naturais	• Comparar números por meio das expressões: igual, maior que, menor que, ou empregando os sinais = , > ou <.	
	• Representar o sucessor de um número em qualquer base, utilizando o processo recursivo de agrupamento. • Representar no sistema decimal o antecessor e o sucessor de qualquer número.	Agrupando-se quantidade de 2 em 2, ou 3 em 3, ou 4 em 4, etc., e acrescentando-se sempre uma unidade à quantidade agrupada, evidencia-se a lei de formação de uma seqüência numérica em um sistema posicional de numeração.

(Ibidem, p.231).

2.2.1. Subsídios para a implementação do Guia Curricular de Matemática – 1979 – CENP – SP

Os Guias curriculares foram acompanhados de uma outra publicação, denominada “Subsídios para a implementação do Guia Curricular de Matemática”.

A elaboração dos subsídios tinha como objetivo fornecer, ao professor, elementos que permitissem resolver o problema de identificar as atividades necessárias à obtenção dos resultados esperados, permitindo, assim, a efetiva implementação das propostas curriculares, no que diz respeito à matemática.

Nos subsídios de “Álgebra para o 1.º grau” - 1.ª a 4.ª séries” destacamos algumas indicações que consideramos interessantes.

Os subsídios apresentavam as informações que julgavam apropriadas e oportunas, visando permitir um melhor entendimento dos objetivos especificados para as unidades da programação curricular.

O material organizado procurava determinar toda seqüência de aprendizagem, um amplo conjunto de atividades, considerados os comportamentos reconhecidos como pré-requisitos, envolvendo tarefas múltiplas e progressivas a serem realizadas pelos alunos e sugestões metodológicas que orientassem o professor na supervisão dessas atividades.

As atividades eram programadas de modo a convergirem para os objetivos definidos nos guias curriculares, para as séries e unidades. Sugeriam apenas alguns dos possíveis caminhos a serem seguidos.

A programação do material elaborado envolvia:

- Formulação de objetivos;
- Descrição de materiais didáticos a serem empregados;
- Descrição de formas de utilização desses materiais;
- Observações referentes a fatores que condicionam o uso do material, relacionados ao aluno, à disponibilidade de recursos didáticos e à própria programação.

É evidente que, apesar do número elevado de atividades propostas, elas não esgotavam todas as possibilidades existentes.

Tanto os subsídios, quanto os guias curriculares, são meras sugestões, visando auxiliar a tarefa do professor. A esse cabia, em última instância, diante das condições de trabalho e dos recursos existentes, decidir sobre a conveniência de aceitar essas sugestões, ampliá-las ou modificá-las, de modo a melhor executar sua tarefa. Outros tipos de atividades serviriam igualmente para atingir os objetivos programados e poderiam ser encontrados em muitos livros didáticos disponíveis.

O trabalho contribuía, de forma indireta, para auxiliar o professor, pois estabelecia condições em que o desempenho, descrito nos objetivos, deveria ocorrer, bem como os padrões de rendimento mínimo aceitável, concorrendo desse modo para maior eficiência no processo de avaliação.

Os assuntos estavam agrupados em vários capítulos, porém não constituíam compartimentos estanques. O professor deveria escolher a ordem em que deveriam ser desenvolvidos, bem como a distribuição por série. Só o professor podia, em seu planejamento, decidir qual era a distribuição conveniente. Considerava-se, também, que certas atividades, desenvolvidas em capítulos diferentes, deveriam ser intercaladas e/ou realizadas simultaneamente, a fim de que se obtivessem os resultados esperados.

Na 1ª série, os objetivos visavam desenvolver habilidades necessárias à exploração do conceito de número, relativa:

- *à coordenação visual, auditiva e motora;*
- *à discriminação visual e auditiva;*
- *à orientação espacial;*
- *à raciocínio lógico;*
- *à noção de conjunto universo;*
- *à noção de inclusão;*
- *à noção de seriação;*
- *à noção de correspondência;*
- *à classificação;*
- *ao enriquecimento do vocabulário.*

(SUBSÍDIOS PARA A IMPLEMENTAÇÃO DO GUIA CURRICULAR DE MATEMÁTICA,1979 , p.15).

O material a ser utilizado era descrito detalhadamente:

Blocos Lógicos: *É constituído por 48 peças, denominadas blocos, que apresentam os seguintes atributos:*

4 formas (circular, quadrada, retangular e triangular);
3 cores (azul, vermelho e amarelo);
2 tamanhos (grande e pequeno);
2 espessuras (grosso e fino).

Logo, são 4 X 3 X 2 X 2 = 48 blocos. Os blocos são encontrados em plásticos ou em madeira. O atributo espessura pode ser substituído: assim os blocos grossos são substituídos por blocos com furo e os finos correspondem a blocos sem furo. Nesse caso, os blocos podem ser confeccionados em papel cartão. O material é indicado, sobretudo para iniciação à Lógica Matemática (uso dos conectivos e da negação) e para desenvolver as noções elementares da Teoria dos Conjuntos (pertinência, inclusão, intersecção, reunião e complementação). O material pode ser fabricado em papel cartão usando as quatro formas, as três cores e os dois tamanhos, eliminando o atributo espessura com a redução do número de peças a

4 X 3 X 2 = 24.

***Material Cuisenaire**: São barrinhas, na forma de prismas retangulares de 1 cm² de secção, com o comprimento variando de 1 a 10 cm. A cada comprimento está associada uma cor, permitindo as seguintes denominações:*

1. *Barrinha branca ou natural (unidade);*
2. *Barrinha vermelha;*
3. *Barrinha verde clara;*
4. *Barrinha roxa;*
5. *Barrinha amarela;*
6. *Barrinha verde-escura;*
7. *Barrinha preta;*
8. *Barrinha marrom;*
9. *Barrinha azul;*
10. *Barrinha alaranjada.*

Com exceção das barrinhas brancas e pretas, as demais formam três famílias:

- *A vermelha formada pelas barrinhas vermelha, roxa e marrom;*
- *A amarela constituída pelas barrinhas amarela e alaranjada;*
- *A azul constituída pelas barrinhas verde clara, verde escura e azul.*

Em geral, um jogo contém 241 peças. O material é utilizado com várias finalidades, entre elas, para o estudo das operações com números naturais, para introdução dos racionais e para a iniciação à geometria. (SUBSÍDIOS PARA A IMPLEMENTAÇÃO DO GUIA CURRICULAR DE MATEMÁTICA, 1979, p.15).

No **Capítulo 1** dos subsídios, eram apresentadas 9 atividades com os Blocos lógicos e 9 atividades com as barrinhas Cuisenaire, as quais traziam descrição, passo a passo, do seu desenvolvimento. As atividades estão apresentadas na íntegra no anexo I.

Acreditava-se que a criança já havia cursado um bom pré-escolar e deveria ter realizado uma grande parte dessas atividades, portanto já teria desenvolvido os mecanismos necessários à aquisição do conceito de número. Cabia ao professor verificar se o aluno já interiorizara tal conceito, podendo lançar mão de outras atividades.

No entanto, a flexibilidade era mínima, visto que era necessário desenvolver todas as atividades previstas, não sendo obrigatório que fossem realizadas de uma só vez.

Elas poderiam ser efetuadas à medida que fossem necessárias ao desenvolvimento do programa previsto no planejamento do professor. Era indicado também intercalar as atividades, alternando o uso dos vários tipos de materiais.

No estudo dos números naturais menores que 10, havia uma grande preocupação na concentração de ordenação numérica e na inclusão hierárquica. Os subsídios não permitiam a presença de outros números conhecidos pelas crianças, o que representava uma grande perda de estímulo.

Os subsídios dedicam o **Capítulo 2** para o estudo dos números de 0 a 9 e apresentam para a 1ª série:

> Objetivos:
> 1. Reconhecer os números naturais de 0 a 9.
> 2. Associar símbolos às quantidades correspondentes.
> 3. Ler e escrever os símbolos dos números menores que 10.
> 4. Ordenar quantidades de 1 a 9.
> 5. Reconhecer que cada número possui uma unidade a mais que a anterior.
> 6. Realizar, com auxílio de material, as adições e subtrações que envolvem os números de 0 a 9.
>
> Pré-requisitos:
> Capacidade de discriminar: formas, tamanhos, cores, posições, símbolos, etc.
>
> Material:
> Material Cuisenaire, palitos, lápis, tampinhas, feijões, etc.
> (Ibidem, p. 25)

As atividades propostas pelos subsídios e que tratam do estudo dos números menores que 10 encontram-se na íntegra no anexo II.

O **Capítulo 3**, denominado “Ordenação dos números naturais”, traz atividades (anexo III) que apresentam preocupação com a simbologia, a quem a criança não atribui o caráter universalizante, característica intrínseca aos símbolos matemáticos. Não se privilegia o raciocínio, nem a diversificação ou o lúdico, de modo que haja estímulo, seja instigado a levantar hipóteses, criar suas próprias estratégias e reconhecer a efetiva aplicabilidade dos números em seu cotidiano. De modo que o trabalho, sendo desvinculado, acaba por tornar-se mecânico e, por vezes, destituído de significação. As atividades são apresentadas no anexo

Para a 1ª série, traz:

> <u>Objetivos</u>:
> Comparar números naturais, menores que 100, por meio das expressões: igual a, menor que, maior que, ou empregando os símbolos:
> =, < ou >.
>
> <u>Pré-requisitos:</u>
> Ter as noções de: na frente, atrás, à direita, à esquerda, em cima, embaixo, vizinho, etc.
>
> <u>Material:</u>
> Blocos Lógicos, material Cuisenaire e outros materiais criados pelo professor.
> (Ibidem, p. 33)

No **Capítulo 4**, "Sistema de Numeração Decimal", é sugerido o uso de diversos materiais:

Argolas de papel cartão (confeccionadas com tiras de papel unidas nas extremidades com durex ou cola), são sugeridas três medidas para o comprimento dessas argolas: 10 cm, 18 cm e 25 cm e 1 cm para a largura.

Caixa de numeração (conjunto formado por três caixas de fósforo sem tampa e três tipos de grãos, são sugeridos feijão, milho e ervilha e as caixas são unidas pelas laterais)

Material Dourado Montessori.

O material é constituído de peças de madeira, de quatro tipos. As peças têm as seguintes dimensões:

a) Pequeno cubo: 1 cm X 1 cm X 1 cm;

b) Barra: 1 cm X 1 cm X 10 cm;

c) Placa: 1 cm X 10 cm X 10 cm;

d) Cubo: 10 cm X 10 cm X 10 cm.

É recomendado para a compreensão do sistema decimal de numeração, pois suas peças guardam entre si as mesmas proporções que existem entre a unidade, a dezena, a centena e o milhar. Serve, também, para concretização das noções de volume e de massa.

A introdução do material dourado nas orientações didáticas denota a tentativa de valorização do concreto, no entanto, os esforços parecem, aí, resumirem-se, visto que não há exploração da praticidade da escrita numérica na identificação (por exemplo, a placa dos carros); quantificação (como o preço de uma passagem) nem o estímulo à observação. Não se parte, pois, da importância social do número, nem buscam-se atividades que promovam reflexão e ação modificada, frente ao novo conhecimento adquirido. As atividades sugeridas encontram-se no anexo III.

Os subsídios trazem ainda para a 1ª série do Ensino Fundamental:

> Objetivos:
> 1. Compreender o processo de agrupamento e de notação dos sistemas posicionais de numeração.
> 2. Ler e representar (com símbolos) os números menores que 100.
> 3. Decompor números, menores que 100, nas unidades das diversas ordens.
>
> Pré-requisitos:
> Domínio de conhecimentos sobre os números menores que 10.
> (Ibidem, p. 43)

2.3. Proposta Curricular do Estado de São Paulo para o Ensino de Matemática – Ensino Fundamental, da década de 80

Na Proposta Curricular para o Ensino de Matemática, da década de 80, e no material “Atividades Matemáticas”, ambos da Secretaria Estadual de Educação de São Paulo, pretendia-se atingir as grandes metas para o ensino de Matemática: as aplicações práticas e o desenvolvimento do raciocínio lógico.

> (...) Pode-se estudar os Números a partir de sua organização em conjuntos numéricos, passando–se dos Naturais aos Inteiros, aos Racionais, aos Reais, tendo como fio condutor as propriedades estruturais que caracterizam tais conjuntos, ou pode-se estudá-los acompanhando a evolução da noção de número a partir tanto de contagens como de medidas, sem ter ainda as propriedades estruturais claramente divisadas, deixando-se guiar pelo fio condutor que a História propicia e trocando assim uma sistematização prematura por uma abordagem mais rica em significados. Nessa proposta, optou-se por essa última abordagem. (PROPOSTA CURRICULAR, 1986, p.11)

Com relação ao ensino de números no Ciclo Básico, o documento destaca:

> (...) No Ciclo Básico, as atividades preparatórias, envolvendo classificações, seqüências e simbolizações em sentido amplo, deverão conduzir a uma

> noção inicial de número e de sistema de numeração. Pretende-se uma introdução aos números naturais, através da contagem e das operações básicas, a partir de seu significado concreto, sem ter ainda preocupações com a formalização de propriedades.
> (...) Neste primeiro contato com a Matemática, o fundamental é o estabelecimento de uma linguagem simples referente aos aspectos quantitativos da realidade, envolvendo o sistema de representação dos números que, juntamente com o alfabeto, preparará os alunos para uma verdadeira alfabetização.
> Nas séries seguintes, a noção de número é ampliada, passando a incorporar os números racionais, sob representação fracionária. Para isto as idéias iniciais sobre medidas são especialmente importantes. (Ibidem, p.19)

Ao apresentar os objetivos o documento destaca que, no Ciclo Básico, espera-se que o aluno:

> Perceba que cada número natural designa uma coleção de coleções com a mesma quantidade de elementos e que ocupa um lugar na série numérica.
> Realize a contagem dos elementos de uma coleção e represente simbolicamente (de 1 a 9), bem como, desenvolva o conceito de zero.
> Compreenda a estrutura do sistema de numeração decimal.
> Compreenda o significado das operações básicas com números naturais e identifique, em situações-problema, as idéias envolvidas em cada uma.
> Construa os fatos fundamentais relativos às quatro operações.
> Utilize as propriedades das operações na realização de cálculos.
> Domine as técnicas operatórias da adição, multiplicação e subtração com números naturais menores que 1.000.(Ibidem, p.23)

A Proposta Curricular para o Ensino de Matemática apresenta orientações didáticas e, fazendo referência à noção de número natural, faz as seguintes afirmações:

> Muito mais que a simples associação de um símbolo à quantidade, deseja-se que a criança perceba que cada número natural designa uma coleção de coleções com uma mesma quantidade de elementos.
> Convém lembrar, que a formação da idéia de número é um processo complexo que se dá, por abstração, a partir de ações que envolvem classificações, comparações, relações de inclusão, entre outras.
> O desenvolvimento dessa idéia dá ao longo dos 8 anos do 1º grau: desde os processos de contagem direta, que abrangem os números naturais, até os processos de medidas, que conduzem aos números irracionais. (Ibidem, p.27)

Em item separado, destaca a exploração da contagem de rotina, dando a impressão de que se trata de outro assunto, separado da "noção de número natural":

> Explorar a contagem de rotina (que a maioria das crianças já domina, ao ingressar no Ciclo Básico), através de cantigas de roda, jogos, dramatizações etc. Com essas atividades pretende-se avaliar o conhecimento, que a criança já possui, do número natural, bem como o

> nível desse conhecimento. É importante partir de onde o aluno já se encontra. (Ibidem, p.28)

Também é destacado um item sobre a comparação de quantidades:

> As experiências que a criança desenvolve, para a formação do conceito de número e para operar com eles, têm como suporte, relações que se estabelecem entre os elementos de duas coleções: seja comparando intuitivamente duas ou mais quantidades, fazendo correspondência termo a termo, seja percebendo a inclusão de um conjunto em outro, seja ordenando ou classificando objetos, a partir de critérios que lhe pareçam válidos.
> Através de pesquisas pedagógicas, constatou-se que crianças de 7 anos procedem de diferentes maneiras, quando comparam as quantidades de elementos de duas coleções. Tais procedimentos estão relacionados com a ordem de grandeza dos elementos das mesmas; assim, se as coleções possuem até 6 objetos cada uma, a comparação é feita por percepção global.
> No caso em que as duas coleções tenham quantidades de objetos mais ou menos entre 7 e 15, o procedimento que a criança acaba descobrindo é a formação de pares, onde cada par é constituído por um elemento de cada coleção. Quando se trata de coleções em quantidades de elementos maiores que 15, a formação de pares de torna difícil (principalmente se tratar de representação gráfica) e, nesse caso, a tendência é comprar grupos de elementos de cada coleção.(Ibidem, p.28)

O documento enfatiza a introdução dos símbolos numéricos de 1 a 9 e também a construção da seqüência numérica, pelo acréscimo sucessivo de um elemento:

> Trabalhando a idéia de simbolização, as crianças são levadas a representar simbolicamente diferentes quantidades, por meio de tracinhos, quadrículas etc., até chegar ao símbolo numérico.
> A introdução desses símbolos numéricos deve ser feita a partir de situações que sejam significativas para a criança: registro de resultados de um jogo, da sua idade, do total de crianças de seu grupo, etc. Um jogo interessante, é o dominó de símbolos e quantidades, onde cada símbolo deverá ser justaposto à quantidade correspondente.
> (...) Construindo coleções de objetos, onde cada uma tem um elemento a mais que a anterior, obtemos a seqüência numérica, onde está presente o aspecto ordinal do número, ou seja: a criança inclui “1 em 2”, “2 em 3”, “3 em 4” etc. (Ibidem, p.28)

Faz uma proposta para a introdução do “conceito de número zero” e de sua representação:

> Invertendo o procedimento anterior, ou seja: construindo uma seqüência de coleções onde cada uma possui um elemento a menos que a anterior, a criança chegará à ausência de elementos, à qual será associado o número zero. (Ibidem, p.28).

Completa o quadro de sugestões, propondo atividades para a representação dos números naturais na reta numérica:

> Através de situações de jogos, em que cada criança deva ocupar uma "casa", em uma fileira de quadros desenhados no chão, os alunos poderão descobrir a necessidade de: começar a numerar as casas a partir de uma origem; colocar as casas em distâncias iguais, uma das outras. . (Ibidem, p.29)

Com relação ao Sistema de Numeração Decimal, o documento destaca as atividades de agrupamentos e trocas, de forma bastante detalhada:

> Ao propiciar experiências com agrupamentos e trocas em bases variadas, estaremos levando os alunos a compreender o processo de agrupamentos e trocas, na base 10, que caracteriza o sistema posicional de numeração decimal. As atividades desenvolvidas deverão permitir que as crianças entendam que é possível designar o número de objetos de uma coleção finita, fazendo agrupamentos e nomeando-os, ou realizando trocas, com valores preestabelecidos. Por exemplo:
> Dados 23 palitos, as crianças poderão agrupá-los de 5 em 5 e dizer:
> "Temos 4 grupos de 5 palitos soltos".
> Ou:
> Convencionando-se que cada 5 palitos podem ser trocados por uma tampinha, após feitas as trocas, com 23 palitos dados, os alunos concluirão:
> "Temos 4 tampinhas e 3 palitos."
> É importante que também sejam realizadas experiências envolvendo a operação inversa, isto é: dado o resultado de um agrupamento numa certa base, obter a coleção inicial que lhe deu origem.
> Por exemplo:
> São apresentados aos alunos: 3 tampinhas e 2 palitos, com a informação de que foram realizadas trocas na base 4 (isto é cada tampinha vale 4 palitos).
> Os alunos deverão refazer o caminho e descobrir que coleção inicial continha 14 palitos. Uma vez compreendido esse sistema de agrupamentos e trocas, aos alunos terão condições não só de compreendendo perfeitamente o significado das ordens das unidades, dezenas, etc.
> Além disso, compreendido esse sistema de agrupamentos e trocas, os processos utilizados nas técnicas operatórias se tornarão evidentes para as crianças.
> É importante, portanto, que bastante tempo e atenção sejam dispensados a este tema. (Ibidem, p.29)

2.3.1. Atividades Matemáticas – Ciclo Básico

No material de Atividades Matemáticas - AM, também há uma explicitação a respeito dos temas que serão abordados nessas atividades, dos quais, em função de nosso interesse, destacamos algumas indicações:

SEQÜÊNCIAS

> Este tema habitualmente não é tratado na nossa escola de primeiro grau. No entanto, ele é necessário para desenvolver habilidades que favoreçam a compreensão, não só do sistema posicional de representação dos números naturais, como de qualquer outro procedimento algorítmico presente na Matemática.
> As situações selecionadas para a aprendizagem envolvem movimentos corporais, discriminação auditiva, manipulação de materiais e representações gráficas. (ATIVIDADES MATEMÁTICAS – AM, 1990, p.10).

CLASSIFICAÇÃO

> Este é um outro tema que habitualmente é deixado de lado no ensino de Matemática. A operação de classificar é, entretanto, absolutamente necessária para o estabelecimento de categorias e, portanto, para a formação de conceitos.
> Tendo em vista que a nossa proposta de aprendizagem matemática preocupa-se fundamentalmente com o desenvolvimento do pensamento, faz-se necessário incluir esse tema que será retrabalhado e ampliado nas demais séries, segundo o amadurecimento das crianças.
> As atividades propostas para a primeira série têm a seguinte graduação de dificuldade: reconhecer entes semelhantes; discriminar um ente diferente entre entes de mesmas características; estabelecer a relação de pertinência de um ente a um grupo; agrupar por categorias; inferir o critério utilizado nessa classificação e estabelecer critérios para o agrupamento de uma coleção de entes. (ibidem, p.10)

SIMBOLIZAÇÃO

> Estas atividades visam criar condições para a compreensão dos símbolos matemáticos. Grande parte da aprendizagem matemática pode ser encarada com aquisição de uma nova linguagem e os símbolos matemáticos podem ser considerados como palavras dessa nova língua, cada um deles correspondendo a um conceito perfeitamente definido. Criar condições para aquisição dessa nova linguagem é um dos nossos objetivos. (ibidem, p.10)

NÚMERO NATURAL

> Estas atividades têm por finalidade propiciar condições para que a criança perceba que cada número natural designa uma coleção de coleções com uma mesma quantidade de elementos.
> Com as atividades iniciais o que se propõe é avaliar o conhecimento que a criança possui do número e qual o “status” desse conhecimento. É importante partir de onde o aluno já se encontra.
> Em seguida à verificação da contagem de rotina, são oferecidas atividades nas quais os alunos devem comparar coleções segundo os mais variados recursos: coleções até seis elementos, de seis a quinze elementos e

> coleções cujas quantidades ultrapassam a capacidade de contagem das crianças. Além disso, essas coleções são ora fixas, ora móveis, ora justapostas, etc. Esta diversidade de situações visa a provocar nos alunos a criação de vários procedimentos para *comparar* coleções, cada um dos quais tendo por características a melhor adequação à situação, em termos de rapidez e eficiência.
> É com o estabelecimento de equivalência entre coleções com a mesma quantidade de elementos que se destaca o conceito de número natural. (ibidem, p.10)

<u>SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL</u>

> As atividades constantes deste tema visam a proporcionar experiências com agrupamentos e trocas, inclusive em bases diferentes da decimal, a fim de propiciar a compreensão do processo de agrupamentos e trocas que caracterizam o sistema posicional de numeração decimal.
> O nosso sistema de numeração não apareceu de uma hora para a outra. Ele é a síntese de muitos séculos de civilização, contendo contribuições de vários outros sistemas empregados no passado, criados para representar, de modo eficiente, qualquer número natural.
> As atividades desenvolvidas levam as crianças a entenderem que é possível designar o número de objetos de uma coleção finita fazendo agrupamentos e nomeando-os ou realizando "trocas" com valores pré-estabelecidos. No nosso sistema, cada dez unidades valem uma dezena, isto é, trocamos dez unidades por uma dezena etc.
> Uma vez compreendido este sistema de trocas, os processos utilizados nas técnicas operatórias tornar-se-ão evidentes para a criança. E, portanto, importante dispensar um bom tempo e atenção a este tema. (ibidem, p.10)

2.4. Parâmetros Curriculares Nacionais, da década de 90

Os PCN surgem da necessidade de repensar a prática pedagógica, nela incutindo a reflexão, a contextualização e a adequação metodológica.

Na visão assumida por esse documento, os alunos constroem significados a partir de múltiplas e complexas interações. Cada aluno é sujeito de seu processo de aprendizagem, enquanto o professor é o mediador na interação dos alunos entre si, essencial à socialização. Assim sendo, as orientações didáticas apresentadas enfocam fundamentalmente a intervenção do professor na criação de situações de aprendizagem coerentes com essa concepção.

Cada tema e área de conhecimento correspondem a um conjunto de orientações didáticas de caráter mais abrangente – orientações didáticas gerais – que indicam como a concepção de ensino proposta se estabelece no tratamento da área. Para cada bloco de conteúdo correspondem orientações didáticas específicas, que expressam como determinados conteúdos podem ser tratados. Assim, as orientações didáticas permeiam as explicitações sobre o ensinar e o aprender, bem como as explicações dos blocos de conteúdos, para uma situação de ensino e aprendizagem, são também determinadas pelo enfoque didático da área.

Sem deixar de considerar os aspectos positivos das várias tendências, os PCN se fixam em dois pontos, na participação construtiva do aluno e na necessidade da intervenção do professor para a aprendizagem:

> Neste ciclo, o ensino de Matemática deve levar o aluno a:
>
> - Construir o significado do número natural a partir de seus diferentes usos no contexto social, explorando situações-problema que envolvam contagem, medidas e códigos numéricos.
> - Interpretar e produzir escritas numéricas, levantando hipóteses sobre elas, com base na observação de regularidades, utilizando-se da linguagem oral, de registros informais e da linguagem matemática. (PCN DE MATEMÁTICA, 1997, p.65).

Os PCN indicam como conceitos e procedimentos que envolvem Números Naturais e Sistemas de Numeração Decimal:

> - Reconhecimento de números naturais e racionais no contexto diário
> - Compreensão e utilização das regras do sistema de numeração decimal, para leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais de qualquer ordem de grandeza.
> - Formulação de hipóteses sobre a grandeza numérica, pela observação da posição dos algarismos na representação decimal de um número racional. (Ibidem, p.70)

E assim se expressam sobre o ensino e aprendizagem matemática no primeiro ciclo:

> As crianças que ingressam no primeiro ciclo, tendo passado ou não pela pré-escola, trazem consigo uma bagagem de noções informais sobre numeração, medida, espaço e forma, construídas em sua vivência cotidiana. Essas noções matemáticas funcionarão como elementos de referência para o professor na organização das formas de aprendizagem.
>
> As coisas que as crianças observam (a mãe fazendo compras, a numeração das casas, os horários das atividades da família), os cálculos que elas próprias fazem (soma de pontos de um jogo, controle de quantidade de figurinhas que possuem) e as referências que conseguem estabelecer (estar distante de, estar próximo de) serão transformadas em objetos de reflexão e se integrarão às suas primeiras atividades matemáticas escolares.
>
> Desse modo, é fundamental que o professor, antes de elaborar situações de aprendizagem, investigue qual é o domínio que cada criança tem sobre o assunto que vai explorar, em que situações algumas concepções são ainda

> instáveis, quais as possibilidades e as dificuldades de cada uma para enfrentar este ou aquele desafio.
>
> É importante salientar que partir dos conhecimentos que as crianças possuem não significa restringir-se a eles, pois é papel da escola ampliar esse universo de conhecimentos e dar condições a elas de estabelecerem vínculos entre o que conhecem e os novos conteúdos que vão construir, possibilitando uma aprendizagem significativa.
>
> Eles também se utilizam de representações tanto para interpretar o problema como para comunicar sua estratégia de resolução. Essas representações evoluem de formas pictóricas (desenhos com detalhes nem sempre relevantes para a situação) para representações simbólicas, aproximando-se cada vez mais das representações matemáticas. Essa evolução depende de um trabalho do professor no sentido de chamar a atenção para as representações, mostrar suas diferenças, as vantagens de algumas, etc.
>
> Ao explorarem as situações-problema, os alunos deste ciclo precisam do apoio de recursos como materiais de contagem (fichas, palitos, reprodução de cédulas e moedas), instrumentos de medida, calendários, embalagens, figuras tridimensionais e bidimensionais, etc.
>
> Contudo, de forma progressiva, vão realizando ações mentalmente, e, após algum tempo, essas ações são absorvidas. Assim, por exemplo, se mostram a certa altura capazes de encontrar todas as possíveis combinações aditivas que resultam 10, sem ter necessidade de apoiar-se em materiais e é importante que isso seja incentivado pelo professor. (Ibidem, p.63).

As orientações didáticas expressas nos PCN são subsídios ao professor sobre como ensinar, ou seja, como criar situações de aprendizagem de acordo com a perspectiva construtivista.

A conquista dos objetivos propostos para o ensino fundamental depende de uma prática educativa que tenha como eixo a formação de um cidadão autônomo e participativo.

No entanto, há determinadas considerações a fazer a respeito do trabalho em sala de aula, que ultrapassam as fronteiras de um tema ou área de conhecimento. Essas considerações evidenciam que o ensino não pode estar limitado ao estabelecimento de um padrão de intervenção homogêneo e idêntico para todos os alunos. A prática educativa é bastante complexa, pois o contexto de sala de aula traz questões de ordem afetiva, emocional, cognitiva, física e de relação pessoal. A dinâmica dos acontecimentos de uma sala de aula é tal que mesmo uma aula planejada, detalhada e consistente dificilmente ocorre conforme o imaginado: olhares, tons de voz.

Diversas variáveis interferem diretamente na dinâmica prevista. Os PCN destacam alguns tópicos sobre didática considerados essenciais pela maioria dos profissionais em educação: autonomia, diversidade, interação e cooperação, disponibilidade para a aprendizagem, organização do tempo; organização do espaço e seleção do material.

As orientações didáticas contribuem para a reflexão a respeito de como ensinar, abordando aspectos ligados às condições nas quais se constituem os conhecimentos matemáticos. Analisam os conceitos e procedimentos a serem ensinados, os modos pelos quais as crianças constroem esses conhecimentos matemáticos.

Os conhecimentos a respeito dos números naturais são construídos num processo em que eles aparecem como instrumento útil para resolver determinados problemas e como um objeto que pode ser estudado por si mesmo.

Sua utilidade é percebida pelas crianças antes mesmo de chegarem à escola; elas conhecem números de telefone, de ônibus, lidam com preços, numeração de calçado, idade, calendário. O estudo dos números como objeto matemático também deve partir de contextos significativos para os alunos, envolvendo, por exemplo, o reconhecimento da existência de diferentes tipos de números (naturais, racionais e outros) e de suas representações e classificações (primos, compostos, pares, ímpares, etc.).

A criança vem para a escola com um razoável conhecimento não apenas dos números de 1 a 9, como também de números como 12,13,15, que já lhe são bastante familiares e de outros números que aparecem com freqüência no seu dia - a- dia, como os números que indicam os dias do mês, que vão até 30 ou 31.

Desse modo, as atividades de leitura, escrita, comparação e ordenação de notações numéricas devem tomar como ponto de partida os números que a criança conhece; em função disso, o professor:

- elabora, junto com os alunos, um repertório de situações em que usam números;
- pede aos alunos que recortem números em jornais e revistas e façam a leitura deles (do jeito que sabem);
- elabora, com a classe, lista com números de linhas de ônibus da cidade, números de telefones úteis, números de placas de carros, e solicita a leitura deles;

> • orienta os alunos para que elaborem fichas onde cada um vai anotar os números referentes a si próprio, tais como: idade, data de nascimento, número do calçado, peso, altura, número de irmãos, etc.;
> • trabalha diariamente com o calendário para identificar o dia do mês e registrar a data;
> • solicita aos alunos que façam aparecer, no visor de uma calculadora, números escritos no quadro ou indicados oralmente;
> • pede aos alunos que observem a numeração da rua onde moram, onde começa e onde termina, e registrem o número de suas casas e de seus vizinhos.
> • verifica como os alunos fazem contagens e como fazem a leitura de números com dois ou mais dígitos e que hipóteses possuem acerca das escritas desses números. (Ibidem, pág 97)

Na prática escolar, no entanto, o mais comum é tentar explicar, logo de início, as ordens que compõem uma escrita numérica – unidade, dezena, etc. – para que o aluno faça a leitura e a escrita dos números com compreensão.

Embora isso possa parecer simples e natural do ponto de vista do adulto, que já conhece as regras de formação do sistema de numeração, o que se observa é que os alunos apresentam dificuldades nesse trabalho, deixando o professor sem compreender por que isso acontece.

No entanto, mesmo sem conhecer as regras do sistema de numeração decimal, as crianças são capazes de indicar qual é o maior número de listagem, em função da quantidade de algarismos presentes em sua escrita (justificam que 156 é maior que 76 porque tem mais "números"); também são capazes de escrever e interpretar números compostos por dois ou três algarismos.

Para produzir escritas numéricas, alguns alunos recorrem à justaposição de escritas que já conhecem, organizando-as de acordo com a fala. Assim, por exemplo, para representar o 128, podem escrever 100208 (cem/vinte/oito) ou 100 20 8 (cem/vinte e oito).

É importante que o professor dê a seus alunos a oportunidade de exporem suas hipóteses sobre os números e as escritas numéricas, pois essas hipóteses constituem subsídios para a organização de atividades.

Dentre as situações que favorecem a apropriação da idéia de números pelos alunos, algumas se destacam. Uma delas consiste em levá-los à necessidade de comparar duas coleções do ponto de vista da quantidade, seja organizando uma coleção que tenha tantos objetos quanto uma outra; seja organizando uma coleção que tenha o dobro, ou o triplo, etc., de uma outra; seja completando uma coleção para que ela tenha a mesma quantidade de objetos de uma outra.

Uma outra situação é aquela em que os alunos precisam situar algo numa listagem ordenada, seja para lembrar da posição de um dado objeto numa linha, ou de um jogador num jogo em que se contem pontos, ou para ordenar uma seqüência de fatos, do primeiro ao último. Nessas situações, utilizarão diferentes estratégias como a contagem, o pareamento, a estimativa, o arredondamento e, dependendo da quantidade, até a correspondência de agrupamentos.

Os procedimentos elementares de cálculo, por sua vez, também contribuem para o desenvolvimento da concepção do número. Isso ocorre, por exemplo, quando precisam identificar deslocamentos (avanços e recuos) numa pista graduada; ou então quando necessitam indicar a quantidade de elementos de coleções que juntam, separam, repartem.

Explorar as escritas pessoais elaboradas pelos alunos não exclui outro aspecto fundamental que é o de caminhar em direção às escritas convencionais, sem as quais não terão referência para se apropriarem do conhecimento socialmente estabelecido.

As características do sistema de numeração-agrupamentos de 10 em 10, valor das representações numéricas e dos procedimentos de cálculo em situações-problema.

É no trabalho com números "maiores" e menos freqüentes, na vivência das crianças, que será necessário explorar os procedimentos de leitura, associando-os à representação escrita do número.

O recurso à história da numeração e os instrumentos como ábacos e calculadoras podem contribuir para um trabalho interessante com números e, em especial, com o sistema de numeração.

2.5 – Considerações sobre o Capítulo 2

No quadro abaixo apresentamos uma categorização de alguns aspectos abordados nos documentos oficiais para o ano inicial do Ensino Fundamental:

		Programa da Escola primária de São Paulo de 1969	**Guias curriculares da década da 70**	**Subsídios para a implementação do Guia Curricular de Matemática - 1979 - CENP**	**Proposta Curricular para o Ensino de Matemática – Ensino Fundamental da década de 80 e Atividades Matemáticas**	**Parâmetros Curriculares Nacionais da década de 90**
	Uso do termo conjunto	Faz referência	Faz referência	Faz referência	Usa o termo coleção	Usa o termo coleção
	O ensino dos Numerais	Ler e escrever numerais de 0 a 9	Ler e escrever números menores que 1000	Ler e representar(com símbolos) os números menores que 100	Números menores que 1000, representação na reta numérica	Não há limite pré-estabelecido
	Simbologia	Utiliza o” =” e o “≠” para comparar números	Utiliza o “=” , “>”, “<”, para comparar números	Utiliza o “=”, “>” e o “<”.	Não faz referência	Não faz referência
	Uso de Cantilenas	Não faz referência	Não faz referência	Não faz referência	Exploração de contagem de rotina	Não faz referência
CATEGORIA	**Materiais manipuláveis**	óculos, sapatos, carrinhos,	Material multibase, figuras planas, saquinhos e caixas	Blocos lógicos, Escala Cuisenaire, Dominó, jogos e materiais criados pelo professor (feijão, palitos...), material dourado, cartaz de pregas	Dominó de símbolos e quantidades, ábaco, material dourado, cartaz de pregas, fichas, palitos	Fichas, palitos, moedas, calendários, embalagens, figuras bi e tridimensionais, uso do ábaco
	Uso da Calculadora	Não faz referência	Não faz referência	Não faz referência	Não faz referência	Instrumento para produzir e analisar escritas
	Jogos	Jogo de seqüência(jogo de uma e duas diferenças)	Não faz referência	Não faz referência	Faz referência	Utiliza como recurso
	Estudo de bases diferentes de dez	Faz referência	Faz referência	Não faz referência	Não faz referência	Não faz referência
	Números pares e ímpares	Faz referência	Não faz referência	Não faz referência	Não faz referência	Não faz referência
	Atividades de agrupamento	Faz referência	Faz referência	Não faz referência	Não faz referência	Não faz referência

		Programa da Escola primária de São Paulo de 1969	Guias curriculares da década da 70	Subsídios para a implementação do Guia Curricular de Matemática - 1979 - CENP	Proposta Curricular para o Ensino de Matemática – Ensino Fundamental da década de 80 e Atividades Matemáticas	Parâmetros Curriculares Nacionais da década de 90
CATEGORIA	**Classes**	Não faz referência	Unidade, Dezena, Centena e Unidade de milhar	Não faz referência	Não faz referência	Não faz referência
	Sucessor e Antecessor	Não faz referência	Faz referência	Faz referência	Não faz referência	Não faz referência
	Estudo do zero	Não faz referência	Não faz referência	Deverá ser introduzido quando surgir oportunidade favorável.	Não faz referência	Não faz referência
	Representação por meio de figuras	Não faz referência	Não faz referência	Faz referência	Não faz referência	Faz referência
	Pré-requisitos	Não faz referência	Não faz referência	Faz referência	Não faz referência	Não faz referência
	Atividades orais	Não faz referência	Não faz referência	Faz referência	Não faz referência	Não faz referência
	Exercícios de fixação	Não faz referência	Não faz referência	Faz referência	Não faz referência	Não faz referência
	Uso do caderno quadriculado	Não faz referência	Não faz referência	Faz referência	Faz referência	Não faz referência
	Reta numérica	Não faz referência	Não faz referência	Faz referência	Não faz referência	Não faz referência
	Noção de inclusão	Não faz referência	Não faz referência	Faz referência	Faz referência	Não faz referência
	Exploração de conceitos de grandeza, posição, direção e sentido	Não faz referência	Não faz referência	Não faz referência	Faz referência	Não faz referência
	Atividades de Classificação, seqüência e ordenação	Não faz referência	Não faz referência	Faz referência	Faz referência	Não faz referência
	Situações significativas	Não faz referência	Não faz referência	Não faz referência	Faz referência	Não faz referência
	Situações problema	Não faz referência	Não faz referência	Não faz referência	Não faz referência	Como recurso

		Programa da Escola primária de São Paulo de 1969	Guias curriculares da década da 70	Subsídios para a implementação do Guia Curricular de Matemática - 1979 - CENP	Proposta Curricular para o Ensino de Matemática – Ensino Fundamental da década de 80 e Atividades Matemáticas	Parâmetros Curriculares Nacionais da década de 90
CATEGORIA	**Uso de estratégias pessoais das crianças**	Não faz referência	Não faz referência	Não faz referência	Não faz referência	Faz referência
	Construção da autonomia do aluno	Não faz referência	Não faz referência	Não faz referência	Não faz referência	Faz referência
	História da matemática	Não faz referência	Não faz referência	Não faz referência	Não faz referência	História da numeração
	Tecnologia da Informação	Não faz referência	Não faz referência	Não faz referência	Não faz referência	Como recurso
	Papel do erro	Não faz referência	Não faz referência	Não faz referência	Não faz referência	Faz referência

Capítulo 3

CONHECIMENTOS DE PROFESSORAS A RESPEITO DAS INVESTIGAÇÕES SOBRE A CONSTRUÇÃO DA IDÉIA DE NÚMERO PELAS CRIANÇAS

3.1. Introdução

Nosso objetivo, neste capítulo, é apresentar algumas indicações sobre conhecimentos de um grupo de professoras a respeito das investigações sobre a construção do número pelas crianças, assunto que apresentamos nos capítulos anteriores.

Para tanto, analisaremos os depoimentos de 12 professoras de escola pública estadual, que responderam a um questionário que elaboramos (anexo IV).

Neste capítulo serão analisadas as questões 1, 2, 3, e 4 do questionário.

Inicialmente fizemos um pedido à direção de três escolas, expondo que a pesquisa fazia parte de um projeto de dissertação de mestrado. Após a aceitação, o convite se estendeu às professoras do ano inicial do Ensino Fundamental. As professoras aceitaram participar da pesquisa.

As escolas escolhidas estão localizadas o interior do estado de São Paulo, na região de Jaú e atendem apenas ao ciclo I do Ensino Fundamental, nos períodos da manhã e da tarde.

O questionário foi respondido no espaço do HTPC (horário de trabalho pedagógico coletivo) em oito sessões de 50 minutos, que aconteciam nas segundas e terças-feiras, porém algumas das questões foram respondidas pelas professoras fora desse horário, de modo que, algumas das questões da pesquisa foram respondidas na presença da pesquisadora e outras foram entregues posteriormente, pois, segundo as entrevistadas, precisariam de elementos para respondê-las, como foi o caso da questão sobre as atividades mais relevantes e menos relevantes para a compreensão e uso dos números.

A Pesquisadora, ao efetuar a entrevista, na HTPC, apresentava as questões para as professoras, as quais discutiam em grupo e respondiam individualmente.

3.2 As professoras, perfil e depoimentos

Numa breve análise do perfil das professoras que responderam as questões, observou-se que:

As professoras têm entre 32 e 50 anos.

A média das idades é de 40 anos

100% dos professores entrevistados são do sexo feminino.

Todas as professoras são da Diretoria de Ensino da Região de Jaú.

O tempo de magistério variou de 13 a 23 anos.

Todas as professoras atuam somente na escola pública.

Será feita uma análise das respostas das professoras, para cada uma das questões. Os questionários serão identificados por uma seqüência que vai de P1 à P12, introduzida aleatoriamente nos questionários preenchidos pelas 12 professoras participantes da pesquisa.

3.2.1 Formação e atuação profissional focalizando, especialmente, a relação com o ensino e aprendizagem de matemática para crianças.

Questão 1. Fale um pouco sobre você, sobre sua formação e sobre sua atuação profissional focalizando, especialmente, sua relação com o ensino e aprendizagem de matemática para crianças.

(P1) É formada em magistério com especialização em Pré-escola, cursou a faculdade de Pedagogia com especialização em Administração e Supervisão Escolar. Atua no magistério desde 1985, tem trabalhado em escolas públicas estaduais e municipais, nos anos iniciais. Assim se posiciona em relação ao ensino e aprendizagem de Matemática:

"Procuro contribuir para a formação do aluno como ser social, estabelecendo a relação aluno/realidade social, relacionando a Matemática com o cotidiano e as demais áreas do conhecimento, visando a formação integral do aluno para o exercício da cidadania".

(P2) É professora há 16 anos. Terminou o Magistério em 1986 e iniciou seu trabalho como docente na rede pública estadual 4 anos mais tarde. É graduada em Geografia e pós-graduada em Psicopedagogia e no momento está concluindo o curso de Pedagogia, destaca:

"Trabalhei por 7 anos com turmas de 2ª série e nos últimos 9 anos me dedico ao trabalho com crianças da 1ª série do Ensino Fundamental. Apesar de minha formação, não posso dizer que tenho um bom embasamento teórico acerca do processo de construção do conceito de número pelas crianças. Tive contato com a teoria do número de Piaget somente há 4 anos durante o curso de Psicopedagogia. Entretanto, a teoria foi abordada de forma superficial o que dificulta aplicá-la na prática. Venho modificando gradativamente a minha prática de ensino de matemática, buscando torná-la mais significativa através de atividades que possibilitem aos alunos construir seus conhecimentos, fazendo com que a aprendizagem ocorra num processo menos mecânico".

(P3) Fez o Magistério e se formou em 1984, começou a lecionar em 1987, em caráter excepcional, dando aulas de matemática para quintas séries do ensino regular e da suplência, fala:

"Eu venho de uma família pobre. Meu pai não estudou, aprendeu apenas a escrever seu próprio nome. Minha mãe fez até a 4ª série. Para eles estudar não era prioridade. Apesar disso, eu adorava ir à escola. Fui alfabetizada na 1ª série, nunca repeti de ano, era muito esforçada.

Sempre gostei de matemática e procuro passar isso para os alunos. Assim como as crianças vivem num mundo letrado, elas também vivem cercadas de números, como por exemplo, os números das casas, telefones, preços de supermercado, entre outros".

(P4) Leciona há 20 anos. É professora de Educação Especial, formada no Magistério e possui nível superior (Pedagogia), destaca:

"Sou professora de Educação Especial em uma escola municipal em Barra Bonita. Exerci a função de coordenadora pedagógica durante 5 anos em escolas públicas estaduais. Sou formada no Magistério e possuo nível superior (Pedagogia), também possuo curso para trabalhar com alunos com necessidades especiais.Trabalhei muito com a 1ª série no início da carreira, hoje estou novamente com a 1.ª série. Não sinto dificuldade em ensinar matemática para meus alunos por ser uma área de que gosto muito.

Dentro da sala de aula faço papel de mediadora, organizo o ambiente tornando-o favorável ao aprendizado, seleciono conteúdo e as situações-problema que possibilitem o desenvolvimento de novos conceitos, procedimentos e atitudes, forneço informações que o aluno não tem condições de obter sozinho, seleciono materiais didáticos que fazem com que meus alunos compreendam os conceitos matemáticos".

(P5) É formada no Magistério Público e fez faculdade de Pedagogia, diz:

"Atuo há mais ou menos 15 anos na 1ª série e atualmente estou fazendo o curso de matemática nas séries iniciais".

(P6) Formada no magistério e graduada em Letras, relata:

"Em relação aos números sou aprendiz, pois meu forte é humanas".

(P7) Cursa o 2º ano de Pedagogia, diz:

“Atualmente, estou trabalhando com a 1ª série e confesso que estou decepcionada com o “ensino” devido à progressão continuada, porque as crianças não querem nada com nada. Estou cursando o 2º ano de Pedagogia e minha turminha tem um bom rendimento em Matemática, é uma disciplina que particularmente é a minha preferida, procuro trabalhar sempre com material concreto, usando o material dourado que é de mais fácil compreensão”.

(P8) Formada no magistério, afirma:

“A minha formação, quando fiz o magistério na época em que estudei, era tradicional, muita memorização. Só que tinha um grande detalhe que hoje não tem, éramos educados e respeitávamos os professores. E não havia tantas brigas e alunos atrapalhando aulas como hoje.

Em relação ao ensino da Matemática, na 1ª série, trabalho o livro didático, encarte de propaganda, calendários, tampinhas ou palitos. Procuro fazer um trabalho diversificado, mas sempre respeitando o limite dos alunos”.

(P9) Fez magistério e relata:

“A minha formação foi tradicional. Muita memorização. O respeito com o educador e mais atenção nas explicações faziam a diferença para um bom aprendizado. No ensino da Matemática na 1ª série trabalho com livro didático, encarte de propagandas, palitos, etc... Também faço trabalho diversificado na sala de aula respeitando o avanço do aluno”.

(P10) Formada no Curso Normal Superior. Trabalha na Rede Estadual há 13 anos e não é efetiva, destaca:

“Desde o início do meu trabalho, preocupei-me com o aprendizado de meus alunos, queria que eles compreendessem o que estavam fazendo não mecanicamente, mas com compreensão”.

(P11) Formada em Pedagogia, professora do Ensino Fundamental há 22 anos, na maioria dos quais sempre trabalhou com a primeira série:

“Gosto muito do que faço e me sinto realizada, pois adoro trabalhar com os pequeninos, vendo-os crescer em tamanho e sabedoria. Estou nesta unidade escolar há 10 anos.

Em relação ao ensino de matemática, estão sendo aplicadas na prática de sala de aula as propostas indicadas no projeto pedagógico, onde se observa o envolvimento dos alunos a fazer pelo prazer, engajados em situações que lhes são reais, significativas, que fazem parte do seu dia-a-dia. Atividades onde se busca a variedade de recursos didáticos (jogos, jornais, revistas, paradidáticos...), possibilitando o trabalho de várias disciplinas simultâneas, desencadeando a curiosidade e encorajando os alunos a se envolverem diante das situações propostas”.

(P12) Professora formada no curso Normal Superior, atua no Ensino Fundamental há 17 anos, dos quais 15 anos em Escola Estadual:

“Sinto que escolhi a profissão certa, pois adoro o que faço. Quanto ao ensino e aprendizagem de Matemática, acredito que os jogos são meios suficientes e melhores para a aprendizagem. As crianças aprendem através de um processo de construção a partir de dentro de si mesmas, então procuro trabalhar sempre com material concreto, em situações reais, significativas e do cotidiano”.

No quadro abaixo apresentamos uma síntese das respostas em relação à formação das professoras e o que elas priorizam no ensino e aprendizagem da matemática:

	Formação	**O que o professor prioriza no ensino e aprendizagem da matemática**
P1	Magistério e Pedagogia	O cotidiano
P2	Magistério e Geografia	A aprendizagem significativa,menos mecânico
P3	Magistério	Não fez referência
P4	Magistério e Pedagogia	Materiais didáticos
P5	Magistério e Pedagogia	Não fez referência
P6	Magistério e Letras	Não fez referência
P7	Magistério e está cursando o 2º ano de Pedagogia	Materiais concretos
P8	Magistério	Livro didático, propaganda e trabalho diversificado
P9	Magistério	Livro didático, propaganda e trabalho diversificado
P10	Magistério e Normal Superior	A compreensão
P11	Magistério e Pedagogia	Jogos, jornais e revistas
P12	Magistério e Normal Superior	Jogos, material concreto e situações reais, significativa e do cotidiano

3.2.2 Referências que utilizam para organizar o trabalho com vistas à aprendizagem dos números pelas crianças

Questão 2. Você já deve ter observado que as orientações didáticas referentes ao ensino de números naturais para crianças de educação infantil ou anos iniciais do Ensino Fundamental variam ao longo do tempo. Que referências você usa para organizar seu trabalho com vistas à aprendizagem dos números pelas crianças?

(P1) Utilizo materiais didáticos manipuláveis, como o Material dourado, Atividades Matemáticas (AM), Parâmetros Curriculares Nacionais de 1ª a 4ª série (PCN) e livros didáticos.

(P2) Encontro no PCN de Matemática e no AM boas referências para a organização do trabalho.

(P3) Procuro me orientar no PCN, nos cursos de orientação oferecidos pela Diretoria de Ensino e em alguns livros didáticos, como o Planeta Azul, AM, etc...

(P4) Utilizo como referências livros didáticos atualizados, PCN, AM e revistas especializadas.

(P5) Utilizo AM, PCN e livros didáticos.

(P6) De acordo com a realidade da escola e dos alunos onde estou trabalhando.

(P7) Procuro trabalhar com cartazes para que as crianças memorizem os algarismos de 0 a 9 e para que façam a leitura e a escrita diária.

(P8) Trabalho com a memorização dos numerais de 0 a 10. Utilizo cartazes com os números, trabalhando com materiais manipuláveis.

(P9) Trabalho com a memorização dos numerais do calendário e também dos números de alunos matriculados na classe.

(P10) Trabalho o Sistema de Numeração Decimal (SND) com meus alunos, usando materiais concretos, pois acredito que eles resolvem as atividades compreendendo o que estão fazendo. Acredito ainda que o uso desses materiais ajuda o aluno a pensar, construir conhecimentos e aplicá-los no seu dia-a-dia, sabendo o porquê das coisas, e não simplesmente mecanizando procedimentos e regras, levando-os a reflexão.

(P11) Acredito na educação como instrumento de formação de cidadãos aptos ao exercício de sua cidadania. Para que esse objetivo seja alcançado, minha prática está fundamentada em atividades que promovam a reflexão e a discussão dos conteúdos trabalhados em sala de aula. Utilizo o AM cujas atividades levam o aluno à reflexão e a ser sujeito do seu conhecimento, promovendo a discussão entre eles para que o conhecimento se concretize. Muitas atividades são desenvolvidas em duplas ou em grupos, o aluno tem oportunidade de expor suas dúvidas e juntos solucioná-las.

(P12) Acredito que a Matemática desempenha na formação básica do cidadão é muito importante. A formação básica para a cidadania significa falar da inserção das pessoas no mundo do trabalho e das relações sociais. Para isso organizo meu trabalho usando materiais concretos, situações da vida cotidiana, sempre promovendo a reflexão e discussão dos conteúdos. Utilizo também o AM.

No quadro abaixo apresentamos resumidamente as referências que as professoras utilizam para organizar seu trabalho visando a aprendizagem dos números pelas crianças:

	AM	**PCN**	**Materiais Manipuláveis**	**Livro didático**	**Material de Cursos da Diretoria de Ensino**	**Revistas**
P1	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Não fez referência	Não fez referência
P2	Utiliza	Não fez referên cia	Não fez referência	Não fez referência	Não fez referência	Não fez referência
P3	Utiliza	Utiliza	Não fez referência	Utiliza	Utiliza	Não fez referência
P4	Utiliza	Utiliza	Não fez referência	Utiliza	Não fez referência	Utiliza
P5	Utiliza	Utiliza	Não fez referência	Utiliza	Não fez referência	Não fez referência
P6	Não fez referência	Não fez referên cia	Não fez referência	Não fez referência	Não fez referência	Não fez referência
P7	Não fez referência	Não fez referên cia	Não fez referência	Não fez referência	Não fez referência	Não fez referência
P8	Não fez referência	Não fez referên cia	Utiliza	Não fez referência	Não fez referência	Não fez referência
P9	Não fez referência	Não fez referên cia	Não fez referência	Não fez referência	Não fez referência	Não fez referência
P10	Não fez referência	Não fez referên cia	Utiliza	Não fez referência	Não fez referência	Não fez referência
P11	Utiliza	Não fez referên cia	Não fez referência	Não fez referência	Não fez referência	Não fez referência
P12	Utiliza	Não fez referên cia	Utiliza	Não fez referência	Não fez referência	Não fez referência

3.2.3 Conhecimentos a respeito das contribuições de Jean Piaget e/ou de Constance Kamii para a compreensão da aprendizagem de números pelas crianças

Questão 3. Se você conhece algumas contribuições de Jean Piaget e/ou de Constance Kamii para a compreensão da aprendizagem de números pelas crianças, comente-as.

(P1) "Jean Piaget: A inteligência concreta e o conhecimento dos 7 aos 12 anos. A tarefa cognitiva imposta à criança dos 7 aos 8 anos, no período operacional concreto, é dominar as operações. Ora, a operação é uma ação interiorizada, que se torna reversível para se coordenar com outras na forma de estruturas operatórias. Assim, as ações são somadas (+), subtraídas (-), divididas (/), multiplicadas (X), formando sistemas de operações, responsáveis pelo aparecimento de noções como substância, peso, volume, espaço, série, classe, número, etc.., definidas ou expressas, de agora em diante, através da linguagem. Como, neste período, a criança só constrói essas noções a partir da ação dos sujeitos sobre os objetos reais, a inteligência é concreta."

(P2) "Conheço a teoria de Piaget acerca da construção do conceito de número apenas superficialmente. Piaget diz que o conceito de número não se ensina, é construído pela criança a partir de suas ações. É por meio de três conceitos básicos: conservação, seriação e classificação que a criança desenvolve as noções essenciais para a compreensão da idéia de número.

O professor pode contribuir significativamente para essa compreensão criando situações em que a criança consiga desenvolver suas habilidades levando em conta o estágio de desenvolvimento lógico em que ela se encontra. Quanto a Kamii sei somente que ela fundamentou seus estudos na teoria de Piaget, mas desconheço suas contribuições".

(P3) "Sim, Piaget diz que através de situações onde a criança interage com o objeto, torna-se mais fácil a sua interpretação, a sua aprendizagem".

(P4) “Sobre Piaget conheço superficialmente sua teoria construtivista, onde devemos respeitar as fases do aluno, porém não saberia comentá-las. Constance Kamii não conheço”.

(P5) “Jean Piaget: contribuiu com a teoria do desenvolvimento cognitivo, onde o processo é influenciado por fatores como: maturação, exercitação, aprendizagem social e equilíbrio, baseado nisso a educação da criança deve possibilitar um desenvolvimento amplo e dinâmico desde o período sensório-motor até o abstrato, deve propor atividades desafiadoras que provoquem desequilíbrios e reequilíbrações sucessivas, promovendo a descoberta e a construção do conhecimento da teoria construtivista). Constance Kamii: não conheço suas contribuições”.

(P6) “Sim, já li algumas coisas de Jean Piaget e de Constance Kamii, mas me recordo vagamente sobre os livros por isso prefiro nem comentar”.

(P7) “Kamii critica o ensino tradicional e insiste em que a habilidade da criança em escrever respostas corretas não é um ”objetivo válido” e que o importante é a atividade mental, é saber qual foi o processo utilizado para chegar”.

(P8) “Para Piaget, a criança tem as hipóteses que eles têm que compreender para poder avançar. O professor tem que estar sempre intervindo e colocando as crianças em conflitos. Procurar sempre estar trabalhando com material concreto”.

(P9) “Para Piaget as crianças tem as hipóteses, elas têm que compreender para poder avançar. O professor deve sempre estar intervindo, colocando as crianças em conflito, por exemplo, trabalhar com material concreto”.

(P10) “Jean Piaget argumenta que dos 7 aos 8 anos (dependendo dos meios social e escolar), em média, a criança se encontra no nível operatório concreto e devem ser apresentadas a ela situações que proporcionem o desenvolvimento do raciocínio lógico. Para ele, a manipulação de objetos leva a criança a raciocinar “sem obstáculos” e a aprendizagem é mais fácil e duradoura.

Para Kamii, os conceitos numéricos são sempre abstratos, porque são criados por cada criança por meio de abstração construtiva. Segundo ela a origem do conhecimento lógico-matemático está na mente de nossas crianças e nossos esforços devem ter como meta a abstração construtiva”.

(P11) “Segundo Jean Piaget, o erro é uma fonte de aprendizagem, mas não é única, não se deve fazer pedagogia pensando no erro. Devemos ensinar para acertar, para isso devemos encorajar as tentativas e os procedimentos de nossos alunos tendo em mente o acerto.

O conhecimento é construído ao longo do tempo e sobre interferência do físico, social, lógico, matemático e cultural.

Piaget buscou formas de ensinar números tentando reproduzir sua construção matemática: definir o número, estudá-lo e depois utilizá-lo.

- Classificação de coleções por meio de relação de um conjunto (quantidade de elementos).

- Identificação do número como característica de uma classe de coleções.

Para Piaget aprender significa conhecer, isto é assimilar. A inteligência é a capacidade de assimilação que pode se modificar durante o desenvolvimento e que pode impor limites de aprendizagem.

Para Constance Kamii, os conceitos numéricos são sempre abstratos, porque são criados por cada criança por meio de abstração construtiva. Já o nível concreto do aprendizado dos números não existe e o semiconcreto e simbólico são difíceis de definir”.

(P12) “A abordagem defendida por Piaget é que ele vê o número como uma estrutura mental que cada criança constrói a partir de uma capacidade natural de pensar e não algo aprendido do meio ambiente. O importante é fornecer oportunidade às crianças de se engajarem no raciocínio que envolve o número.

Segundo Constance Kamii, a origem do conhecimento lógico-matemático está na mente da criança e nossos esforços devem ter como meta a abstração construtiva em vez da observação, manipulação e representação de fatos observáveis”.

3.2.4 Conhecimentos a respeito das contribuições de Delia Lerner e/ou de Michel Fayol para a compreensão da aprendizagem de números pelas crianças

Questão 4. Se você conhece algumas contribuições de Delia Lerner e/ou de Michel Fayol para a compreensão da aprendizagem de números pelas crianças, comente-as.

(P1) "Délia Lerner elaborou com suas colaboradoras uma proposta com o intuito de realizar um estudo que permitisse descobrir quais são os aspectos do sistema de numeração que as crianças consideram relevantes ou de seu interesse, quais as idéias que elaboram acerca dos números, quais os problemas que formulam, quais as soluções que constroem, quais os conflitos que podem ser gerados entre suas próprias conceitualizações ou entre estas e determinadas características do objeto que estão tentando compreender. As crianças constroem desde cedo critérios para comparar números, bem antes de estudar as unidades, dezenas e centenas".

(P2) "Vi algumas matérias na revista Nova Escola que mencionavam os estudos de Delia Lerner, mas essas leituras não foram suficientes para colocar-me a par de suas contribuições. Já os estudos de Michel Fayol são desconhecidos por mim".

(P3) "A exploração, comparação, ordenação, operações, produzir e interpretar, são os eixos principais para a organização das situações propostas em sala de aula".

(P4) "Já li algumas reportagens com Delia Lerner em revistas especializadas de Educação, porém não saberia comentar suas contribuições para compreensão da aprendizagem de números pelas crianças. Michel Fayol, não conheço".

(P5) "Não conheço as contribuições de Delia Lerner e nem as de Michel Fayol".

(P6) “Já ouvi falar desses pensadores, mas não tenho nada a comentar”.

(P7) “Segundo Lerner, as crianças constroem desde cedo critérios para comparar números, bem antes de estudar unidade, dezena e centena, geralmente elaboram hipóteses, quanto maior a quantidade de algarismos de um número, maior é o número ou quem manda é aquele que está na frente”.

(P8) “Para Delia Lerner temos que fazer o possível para que as crianças se apropriem do conhecimento matemático e procurar formular nossas aulas com uma ampla variedade de situações, que vão além do livro didático. Situações essas que levam a criança a ser um ser pensante e reflexivo em relação aos números”.

(P9) “Para Delia Lerner fazer o possível para que as crianças se apropriem do conhecimento matemático, formular aula com variedades de situações que vão além do livro didático. Situações que levam a criança a ser mais pensante em relação aos números”.

(P10) “De acordo com os pensadores Delia Lerner e Michel Fayol, as crianças elaboram suas próprias hipóteses, como por exemplo:

- no critério de comparação, eles podem identificar o maior número sem conhecer as regras do sistema.
- o valor do algarismo na escrita dependendo do lugar em que está localizado em relação aos outros.
- supõe que a quantidade de algarismos está relacionada ao tamanho do número.

Através destes conflitos é que o professor deve ajudar a criança a construir seu conhecimento”.

(P11) “Segundo Delia Lerner e Michel Fayol sobre como as crianças se aproximam do conhecimento do sistema de numeração, servem de base à proposição de situações didáticas que oferecem à criança oportunidades de colocar em jogo suas próprias hipóteses e compará-las com as de outras crianças, possibilitando elaborar argumentos, descobrir contradições e detectar erros:

- Identificar qual é o maior número sem conhecer as regras do sistema de numeração (critério de comparação).

- Identifica que a posição do algarismo no número cumpre um papel importante no nosso sistema de numeração, isto é, o valor de um algarismo na escrita depende do lugar em que está localizado em relação aos outros algarismos, embora não conheça as regras de agrupamentos e trocas.

- Supõe que a numeração escrita se relaciona estreitamente com a numeração falada.

- Sabe que a quantidade de algarismos está relacionada ao tamanho do número.

Assim, explorando esses conflitos o professor pode ajudar a criança a construir progressivamente escritas convencionais e com significados".

(P12) "Segundo pesquisas realizadas por Delia Lerner, Michel Fayol e as do grupo francês Ermel, as crianças constroem hipóteses em relação à compreensão da aprendizagem de números:

- Tamanho da escrita - Quando apresentados dois números com quantidades de algarismos diferentes às crianças, elas irão afirmar que o maior é o que tem mais algarismos.

- O primeiro é quem manda - Ao comparar dois números com a mesma quantidade de algarismos, as crianças afirmam que o maior é aquele que começa com o número maior.

- Escrita associada à fala - As crianças organizam o número de acordo com a fala. Exemplo: 546 = 500406."

No quadro seguinte apresentamos um resumo das respostas das professoras em relação às questões 3 e 4 do questionário, adotando as seguintes possibilidades:

- ✓ Sim: afirmou conhecer e discorreu sobre a contribuição do pesquisador.
- ✓ Não: afirmou não conhecer.
- ✓ Razoavelmente: afirmou que conhece e citou alguma contribuição.

	Jean Piaget	Constance Kamii	Michel Fayol	Délia Lerner
P1	Razoavelmente	Não	Não fez referência	Sim
P2	Razoavelmente	Não	Não	Não
P3	Razoavelmente	Não	Não fez referência	Não fez referência
P4	Razoavelmente	Não	Não fez referência	Não
P5	Razoavelmente	Não	Não	Não
P6	Razoavelmente	Razoavelmente	Não	Não
P7	Não fez referência	Razoavelmente	Não	Razoavelmente
P8	Razoavelmente	Não fez referência	Não	Razoavelmente
P9	Razoavelmente	Não fez referência	Não	Razoavelmente
P10	Razoavelmente	Razoavelmente	Razoavelmente	Razoavelmente
P11	Razoavelmente	Razoavelmente	Razoavelmente	Razoavelmente
P12	Razoavelmente	Razoavelmente	Razoavelmente	Razoavelmente

3.3. Considerações sobre o Capítulo 3

Um primeiro destaque que faremos refere-se ao fato de que no grupo de 12 professoras, apenas três não haviam cursado ou não estavam cursando uma graduação em nível superior.

No entanto, as respostas sobre o que elas priorizavam no ensino e na aprendizagem de matemática foram bastante similares, permitindo-nos levantar a hipótese de que a formação em nível superior dessas professoras não trouxe grandes contribuições para a reflexão sobre a prática docente e para a incorporação de novas idéias sobre ensinar e aprender.

Os destaques dados pelas professoras foram a aprendizagem significativa, menos mecânica, a compreensão, o cotidiano e recursos (como jogos, material concreto, jornais, propaganda).

Com relação ao que as professoras declaram utilizar para organizar seu trabalho, verificamos que o material que é mais citado pelos professores são as Atividades Matemáticas, material elaborado pela Equipe Técnica de Matemática da Coordenadora de Estudos e Normas Pedagógicas, distribuído à rede publica estadual e acompanhado de formação dos professores para seu uso. Embora o material tenha algumas propostas questionáveis como as atividades chamadas pré-numéricas de classificação e seriação, por exemplo, ele ainda é uma referência importante para os professores.

Os recursos menos lembrados foram os materiais de cursos oferecidos pela Diretoria de Ensino e as revistas especializadas.

	S	N
AM	7	5
PCN	4	8
Materiais manipuláveis	4	8
Livro didático	4	8
Materiais de Cursos da Diretoria de Ensino	1	11
Revistas especializadas	1	11

Algumas professoras como P6 e P7 não fizeram referência a qualquer material de apoio.

Relativamente ao conhecimento das contribuições dos autores e de suas investigações, 11 professoras declaram conhecer as teorias piagetianas razoavelmente.

Com relação ao trabalho de Constance Kamii, apenas 5 declaram conhecer razoavelmente e as demais afirmaram não conhecer ou não fizeram referência. De certo modo, esse fato é um pouco surpreendente, pois sabemos que os livros dessa autora fazem parte das bibliotecas das escolas.

Michel Fayol é o autor menos conhecido e Lerner tem 6 indicações de que é conhecida (1 “sim” e 5 “razoavelmente”).

Capítulo 4

O QUE O GRUPO DE PROFESSORAS RELATA SOBRE SUA PRÁTICA E O QUE ESTÁ REGISTRADO NOS CADERNOS DE SEUS ALUNOS

4.1. Introdução

Nosso objetivo neste capítulo é apresentar a síntese dos relatos feitos pelas professoras a respeito das atividades que realizam em sala de aula. Aqui apresentaremos a análise das questões 5, 6 e 7 do questionário (anexo IV).

Também apresentaremos os resultados da análise que fizemos dos cadernos de alunos dessas professoras.

4.2. Atividades desenvolvidas pelas professoras com suas turmas, referentes à compreensão e uso dos números naturais e de suas escritas

Questão 5. Que tipo de atividades você desenvolveu com sua turma, este ano, até o presente momento, referentes à compreensão e uso dos números naturais e de suas escritas. Descreva as que considera mais relevantes.

(P1) Descreve uma atividade em que utiliza uma cantiga infantil para explorar a seqüência numérica.

Atividade: A galinha do vizinho

Objetivo: Proceder à contagem de rotina.

Material necessário: nenhum.

Desenvolvimento: No pátio da escola, as crianças formam uma roda e cantam:

“A galinha do vizinho,
Bota ovo amarelinho,
Bota um, bota dois,
Bota três, bota quatro,
Bota cinco, bota seis,
Bota sete, bota oito,
Bota nove, “bota dez.”

Ao dizer “bota dez”, todas as crianças se abaixam. Aquelas que não se abaixarem irão para dentro da roda “chocar os ovos”.

Repito algumas vezes a brincadeira, até que todas as crianças memorizem a sequência dos números naturais de 1 a 10.

Atividade: Quantos são os ovos?

Objetivo: Representar graficamente quantidades numéricas.

Material necessário: lápis, borracha, papel sulfite, lápis de cor.

Desenvolvimento: Continuando a atividade do dia anterior, dou a cada criança uma folha de papel sulfite e digo:

- “Hoje, vocês vão desenhar uma galinha e a quantidade de ovos que ela chocou. Vocês podem escolher o número de ovos, de um até dez”.

Depois de feito o desenho, eu proponho à classe perguntas como por exemplo:

- Alguém desenhou uma galinha que tenha chocado apenas dois ovos? E três?

Os alunos que responderem afirmativamente mostrarão seus desenhos para a classe e assim por diante.

Exploro com perguntas todos os números que surgirem nos desenhos.

Ao final, eu pergunto:

- “Qual foi à galinha que chocou mais ovos?”.

(P2) Desenvolve atividades em grupos, jogos, brincadeiras, cantigas, onde a criança possa interagir com a turma e elaborar seus conhecimentos. Gosta muito das atividades encontradas no AM como por exemplo:

Atividades 20, 23, 24 - que verificam o domínio da contagem de rotina de quantidades pequenas.

Atividades 44, 45 - que possibilitam a compreensão do sistema posicional de representação dos números naturais através do trabalho com seqüências.

Atividade 47 - que possibilitam introduzir símbolos numéricos relacionando-os às quantidades correspondentes.

Atividade 50 - trabalha a conservação das quantidades.

Atividades 55, 56 - levam a aprendizagem da idéia de seqüência numérica.

(P3) Utiliza parlendas:

Um, dois, feijão com Arroz..., cantando, contando, recortando, ordenando, colocando as quantidades.

(P4) Utiliza várias atividades para compreensão dos números naturais as que merecem destaque:

Jogos, brincadeiras, músicas semelhantes as que estão contidas no AM e também trabalho com a contagem de rotina.

(P5) Utiliza desenhos, material dourado, escrita do nome dos números, ligar o número com a escrita, ligar o número com a quantidade, distinguir quantidades, diferenças entre números e letras.

(P6) Esclarece que a sua classe é uma substituição temporária, e que "já pegou o barco andando e está remando contra a maré" porque os alunos são "indisciplinados" e a maioria não está alfabetizada. Por isso ainda está apresentando os numerais pouco a pouco.

(P7) Faz a leitura e escrita dos numerais, valor posicional adição, subtração, multiplicação, agrupamentos, seqüência numérica, escrita por extenso...

(P8) Trabalha em grupos, com tampinhas, mostrando número 1 e a sua quantidade e mostra a escrita. Leva encartes, do próprio livro didático, mesmo sendo de outras matérias, mostrando que os números estão sempre presentes em nossas vidas. Os números são importantes porque através deles identificamos nossa idade, datas importantes como o nosso nascimento, números de casas, calçados, etc...

Sem os números nós não vivemos porque eles também estão no nosso controle financeiro, através do dinheiro.

(P9) Trabalha em grupos, com tampinhas e material dourado, mostrando números e quantidade de tampinhas correspondentes. Trabalha também a escrita.

Mostra encartes do próprio livro didático, fala que os números são importantes para nossa vida, explicando que através deles identificamos nossa idade, ano em que nascemos, números das casas, etc...

(P10) Faz uso do Atividades Matemáticas, porque as atividades nele propostas levam os alunos a participarem de forma mais concreta, despertando a criatividade e agilidade, o interesse em construir sua própria aprendizagem. Cita duas atividades relevantes do AM:

Atividade 50 - o que mostra o cartão: objetivo: ler e grafar símbolos numéricos.

Atividade 75 - quem fez mais pontos: objetivo: ordenar quantidades representadas por escritas obtidas mediante a regra de troca.

(P11) Utiliza o Atividades Matemáticas e cita que contém 28 atividades relacionadas a números naturais, as quais têm por finalidade proporcionar condições para que a criança perceba que cada número natural indica uma coleção de coleções com uma mesma quantidade de elementos.

Com as atividades iniciais o que se propõe é avaliar o conhecimento que a criança possui do número e qual a proporção desse conhecimento.

Em relação ao tema, sistema de numeração decimal são 19 atividades que proporcionam experiências com agrupamentos e trocas inclusive em bases diferentes da decimal, a fim de favorecer a compreensão do processo de agrupamentos e trocas que caracterizam o sistema posicional de numeração decimal.

(P12) Desenvolve seu trabalho com o Atividades Matemáticas, pois são atividades que levam o aluno a pensar e participar de forma concreta, desperta a criatividade, a agilidade e o interesse em construir a própria aprendizagem.

Para que a criança perceba que cada número natural indica uma coleção, no AM tem 28 atividades relacionadas ao tema.

4.3. Propostas de livro didático de 1ª. Série, sobre o tema (números) que as professoras consideram interessantes para a aprendizagem de seus alunos

Questão 6. Descreva duas propostas de livro didático de 1ª. Série, sobre o tema (números) que você achou bastante interessantes para a aprendizagem de seus alunos.

(P1) Apresenta duas propostas:

<u>Proposta 1</u>

A criança com a mão aberta, deverá relacionar a quantidade de dedos com figuras que o professor pedirá para observar. Exemplo: ao mostrar 4 dedos a criança relaciona com 4 flores.

Proposta 2

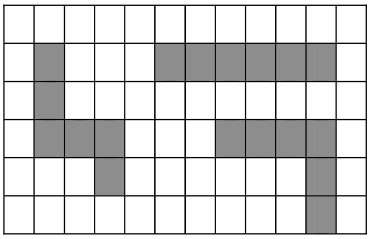
O professor apresenta uma trilha com números de 0 a 99 e pede para o aluno completar os espaços em branco da trilha e também para escrever o "nome" do número.

Objetivo: leitura e escrita de números de 0 a 99.

(P2) Selecionou propostas relacionadas à aprendizagem da conservação das quantidades e à descoberta da regra que forma uma seqüência dada que possibilita à criança compreender o sistema posicional de representação dos números naturais.

Proposta 1

O aluno deverá preencher uma folha quadriculada. É dado um exemplo onde seis quadradinhos são pintados de várias maneiras, como:



Na folha 1 o aluno deverá pintar cinco quadradinhos, na folha 2 oito quadradinhos e na última folha a criança escolhe a quantidade.

Proposta 2

A criança deverá observar uma seqüência de bonecos, coloridos (1 azul, um amarelo, um vermelho, um azul…) que estão em fila e descobrir qual é o "segredo" da seqüência.

(P3) Trabalhar com tabelas e gráficos

Proposta 1: Peso dos alunos.

Pesar cada aluno da sala, depois montar uma tabela e o gráfico com os pesos coletados. Discutir com os alunos, quem pesa mais, ou menos... quais os pesos que são mais freqüentes... etc...

<u>Proposta 2</u> : Jogo do nunca dez

<u>Proposta 3</u>: Bingos de números.

<u>Proposta 4</u> : Peso de animais.

Figura de três animais e o peso de cada um deles, depois passar para uma tabela organizando os dados e construir um gráfico.

Por exemplo:

Macaco 26 quilos, pintar 26 quadradinhos...

(P4) As atividades que achei interessantes para aprendizagem dos meus alunos são as propostas 1 e 2 , pois fazem com que pensem para chegarem aos resultados, são desafiadoras para os mesmos.

<u>Proposta 1</u>

Apresenta um pequeno texto que fala dos planetas. Pede para a criança colocar o nome dos planetas do mais próximo do sol ao mais distante, fazendo as seguintes perguntas: Quem é o primeiro? E o segundo?

<u>Proposta 2</u>

A criança deve observar a figura de uma vaso com flores e completar até 9.Na segunda figura ela deve completar as laranjas , também até 9.

(P5) Apresenta duas propostas:

<u>Proposta1</u>

Vamos contar? É feita a contagem através de desenhos. Perguntar à criança quantos desenhos tem, e ela tem que responder através do número e de sua escrita.

Proposta 2

O que será? O aluno escolhe uma cor para cada número e pinta com as cores que escolheu os espaços marcados com os números determinados no mosaico, para ver qual figura aparecerá.

(P6) Também apresenta duas propostas:

Proposta 1: de trabalhar com os materiais didáticos (material dourado);

Proposta 2 : também trabalhar com o lúdico, como o ábaco, estes são importantíssimo, porém não tem na escola e se tiver eu nunca vi.

(P7) Trabalhando com sistema de numeração decimal posicional ordem crescente e decrescente.

(P8) Respondendo as questões de nº 6 e 7, no livro didático eu considero todos os temas importantes, mas é que na verdade não conseguimos trabalhar todos os temas.

E na 1ª série sempre acabamos trabalhando mais adição e subtração e dando uma noção de multiplicação e divisão.

(P9) Atividades como dominó, material dourado, cédulas, moedas e etc...

(P10) Em nossa escola não trabalho diretamente com livro didático, pois adotamos o Livro AM, mas eles servem como apoio em relação às atividades que o livro AM não aborda.

(P11) Apesar de não trabalhar com livro didático de matemática, gosto muito de um em especial onde se explora a utilização social do número e não há limites para a sua apresentação, estimulando o aluno a pesquisar e representar quaisquer números do seu dia-a-dia; com atividades variadas, o aluno é levado a construir e apropriar-se da idéia e do conceito de número, fazendo assim, a distinção entre o conhecimento social do número e a apropriação do significado do conceito de número.

(P12) Eu não trabalho com livro didático, uso o AM, mas quando preciso de um apoio, recorro ao livro.

4.4. Propostas de livro didático de 1ª. Série, sobre o tema (números) consideradas pouco interessantes para a aprendizagem

Questão 7. Descreva duas propostas de livro didático de 1ª. Série, sobre o tema (números) que você considera pouco interessantes para a aprendizagem.

(P1) Considera que em geral as propostas dos livros didáticos são úteis para a aprendizagem de Matemática e, portanto, não indica nenhuma atividade que considera desinteressante.

(P2) Selecionei atividades que do meu ponto de vista tem sua utilidade somente na verificação do domínio de habilidades.

Proposta 1 :A criança observa vários estojos com lápis e escreve quantos estão faltando.Em todos deve haver a mesma quantidade – máximo de 5.

Proposta 2 :A criança deve observar uma reta numérica e escreve o número que está faltando.

(P3) Passar o lápis sobre os traçados dos números.

Por exemplo : 7 – 7 - 7............

(P4) Para mim não são interessantes a proposta 1 e 2, por não causarem desafio aos alunos, pois o básico da seqüência numérica já é bem trabalhada, assimilada compreendida pelos alunos na pré-escola

<u>Proposta 1</u> : A criança deve observar várias figuras com 3 ,4,5....elementos e relacionar com os dedos da sua mão.

<u>Proposta 2</u>: Pede para que a criança pense em um animal que ela goste.Logo após ela deverá desenhar cinco.

(P5) Todas as propostas que eu vi, de uma forma ou outra são interessantes.

(P6) Tudo que é novo é interessante acredito, porém não acho que nenhuma seja pouco interessante.

(P7) Os primeiros números (pinte a quantidade de quadrado representada pelo seu número ao lado).

(P8) Respondendo as questões de nº 6 e 7, no livro didático eu considero todos os temas importantes, mas é que na verdade não conseguimos trabalhar todos os temas.

E na 1ª série sempre acabamos trabalhando mais adição e subtração e dando uma noção de multiplicação e divisão.

(P9) Não respondeu.

(P10) Em nossa escola, não adotamos o livro didático, pois trabalhamos o AM, mas o que considero pouco interessante, para a aprendizagem dos alunos, é que os números são oferecidos um de cada vez, eles se preocupam com o traçado, a seqüência que é o mais importante fica de lado, que é a reflexão e a construção da aprendizagem.

(P11) Na escola em que leciono, não trabalhamos com livro didático, e sim com o Atividades Matemáticas de 1ª a 4ª série.

O que eu acho pouco interessante em alguns livros didáticos sobre o tema números é o estudo que se faz da seqüência numérica (apresenta e aprende um número de cada vez), registrando, recitando, representando, copiando muitas vezes no espaço reservado do livro para completar e assim praticar e aprender a maneira correta do seu traçado e muitas vezes deixando de trabalhar a construção e a compreensão das primeiras idéias e conceitos.

(P12) Em nossa escola, não adotamos o livro didático, trabalhamos de 1ª a 4ª série com o AM, mas posso observar que os livros didáticos se preocupam com o traçado, a seqüência, deixando de trabalhar a construção e a compreensão.

4.5. Atividades mais freqüentes encontradas nos cadernos dos alunos

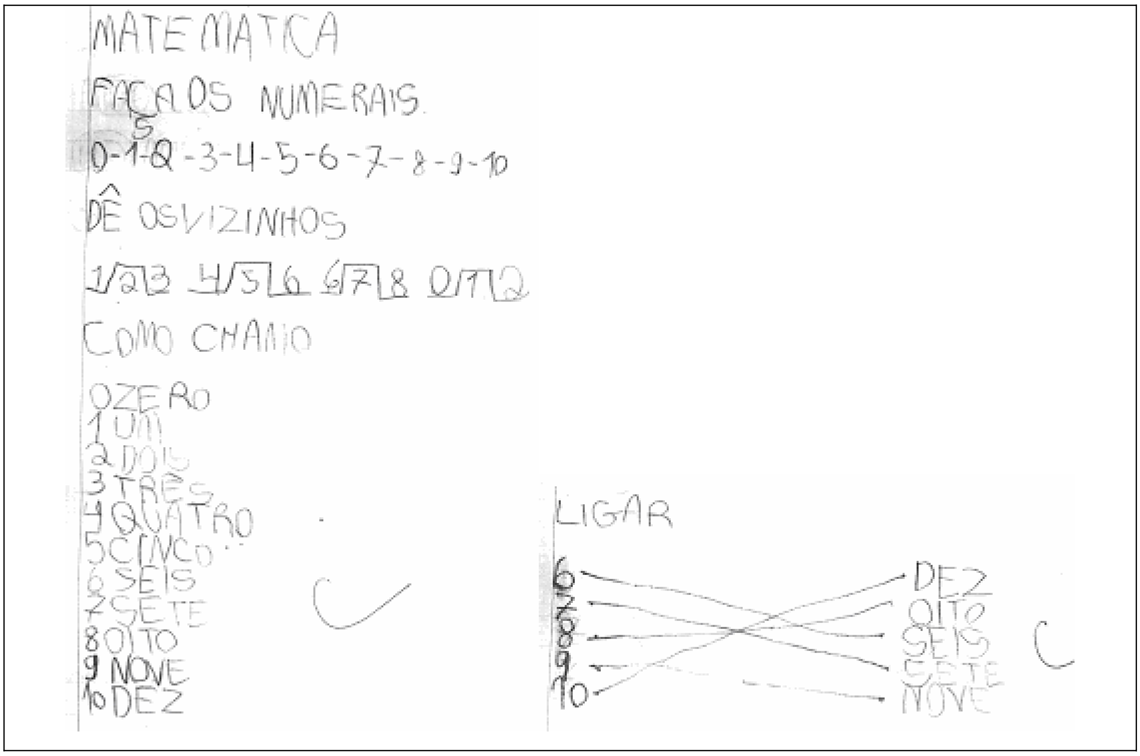
As atividades constantes do Anexo V são as mais freqüentes registradas nos cadernos dos alunos:

- indicação do antecessor (ou sucessor)
- escrita por extenso de números
- ditado de números

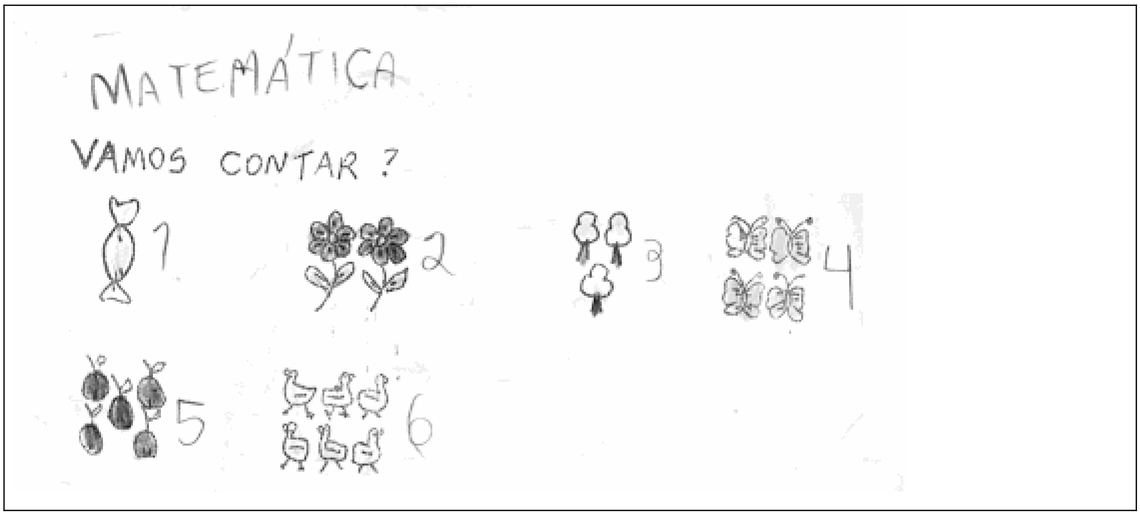
- relação entre símbolos numéricos e escritas por extenso

Abaixo destacamos algumas atividades retiradas dos cadernos dos alunos, as quais iremos nomear de “produção”. Apresentamos também a análise dessas atividades:

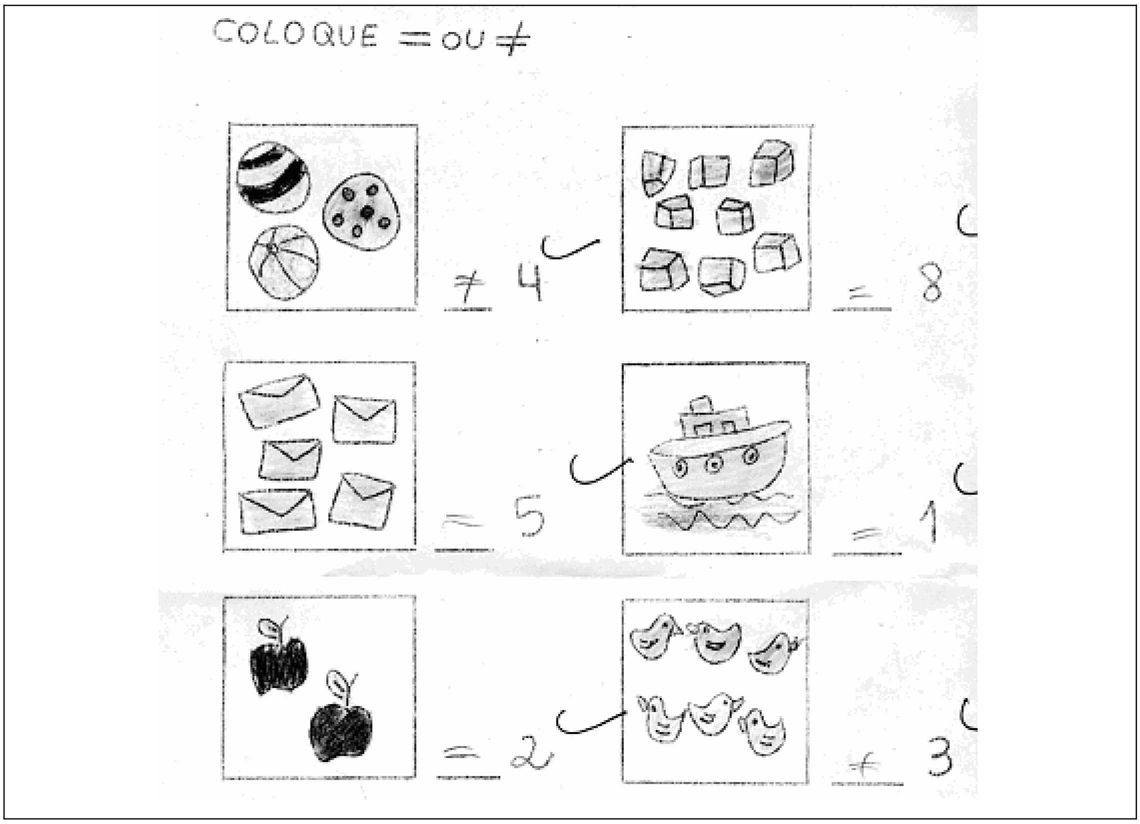
Produção 1



Produção 2



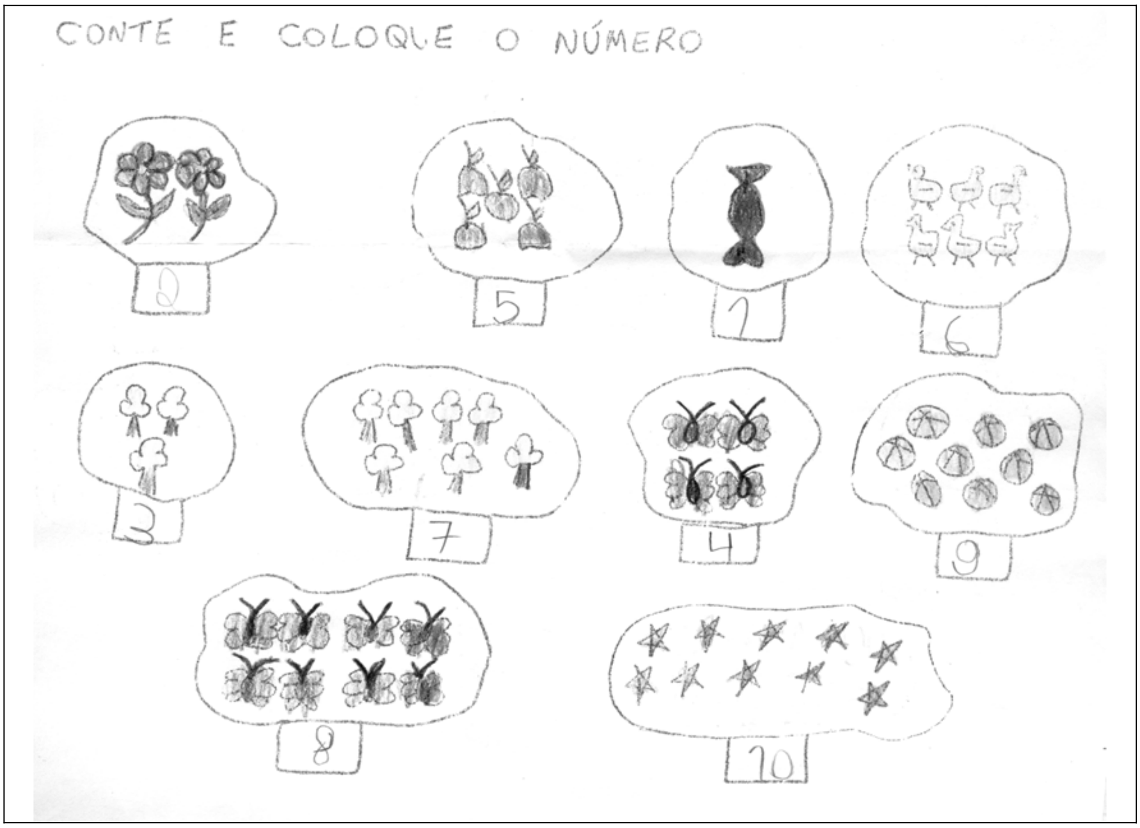
Produção 3



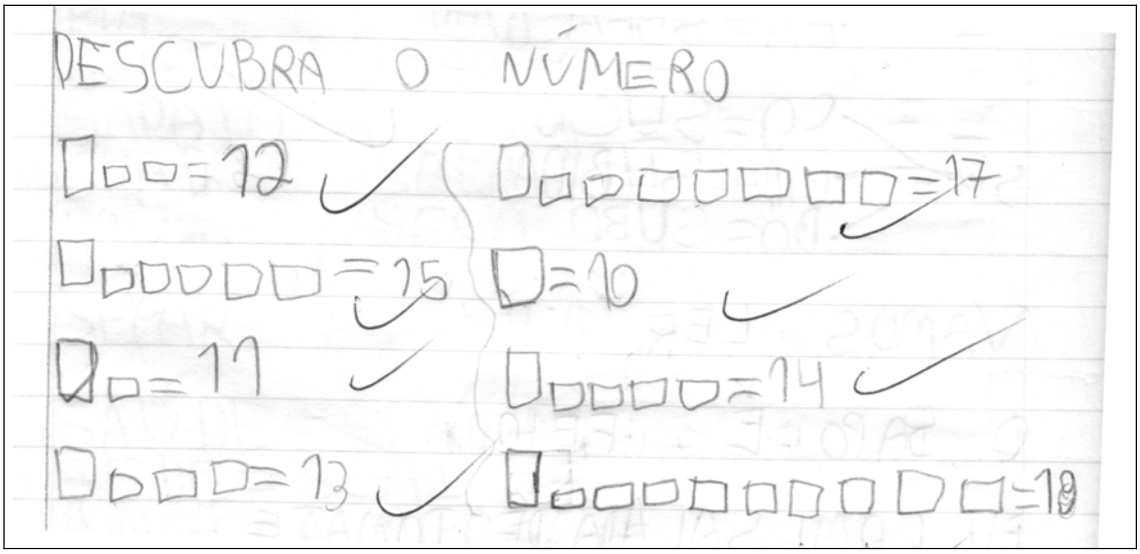
Produção 4

Produção 5

Produção 6

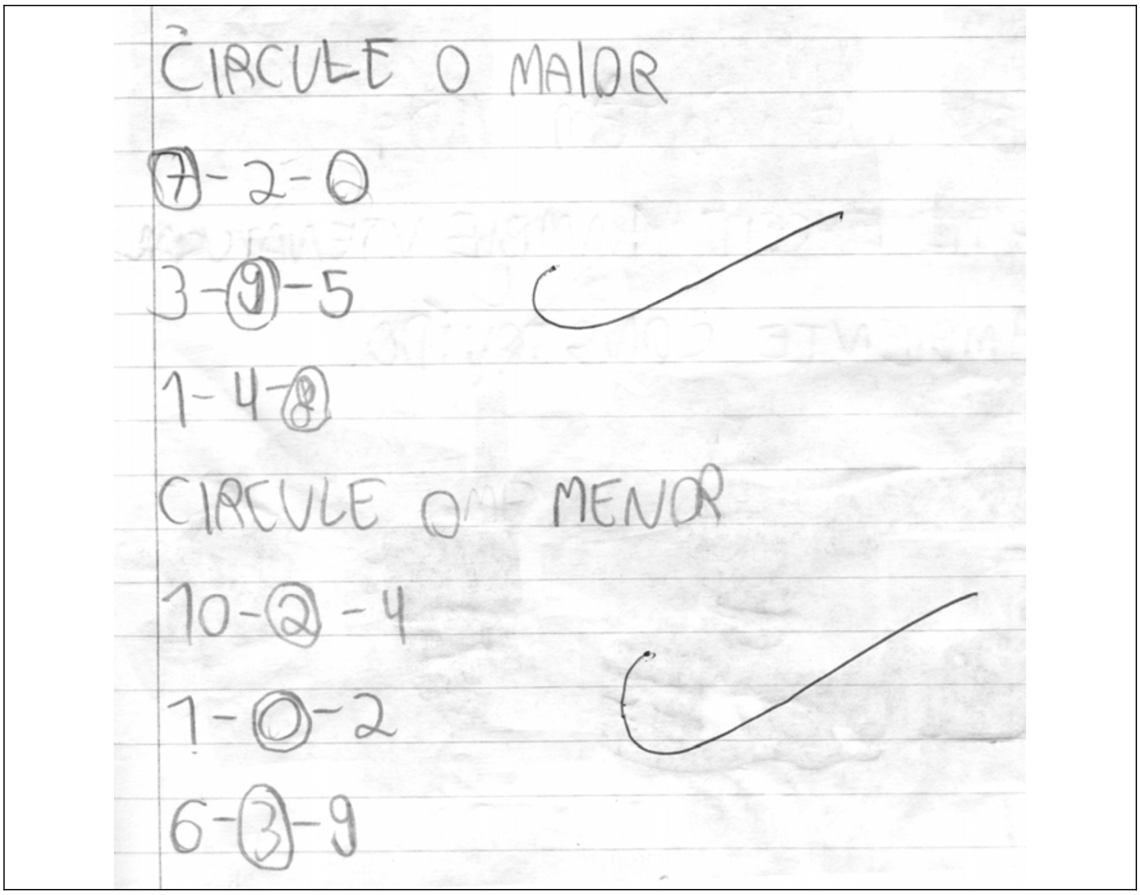


Produção 7


DESCUBRA O NÚMERO

□□□=12 | □□□□□□□□=17
□□□□□□□=15 | □=10
□□=11 | □□□□□□=14
□□□□□=13 | □□□□□□□□□□=18

Produção 8

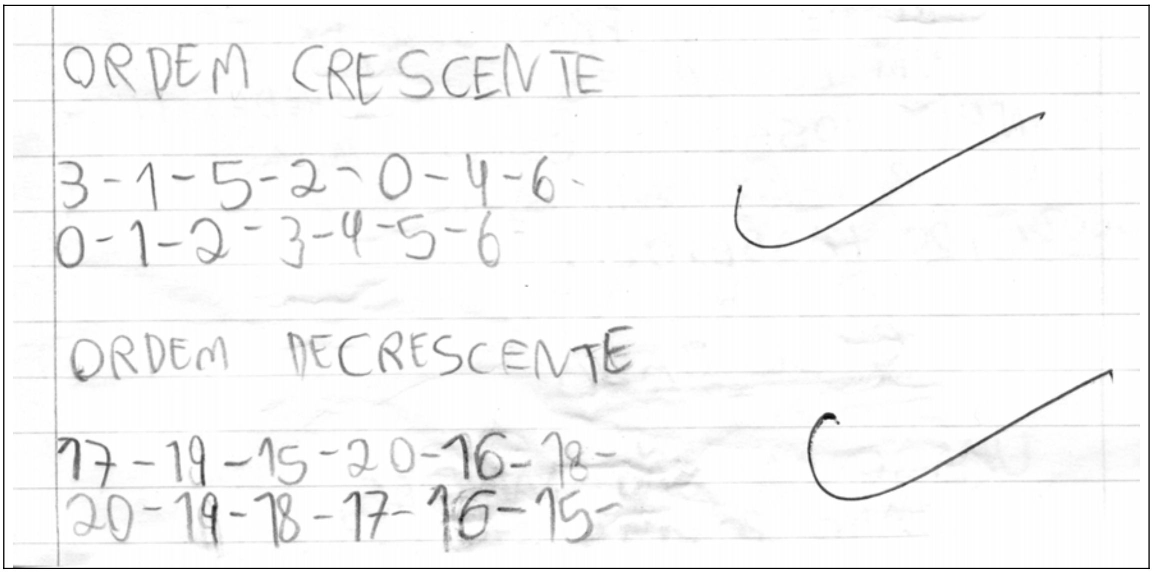

CIRCULE O MAIOR

7-2-0
3-9-5
1-4-8

CIRCULE O MENOR

10-2-4
1-0-2
6-3-9

Produção 9

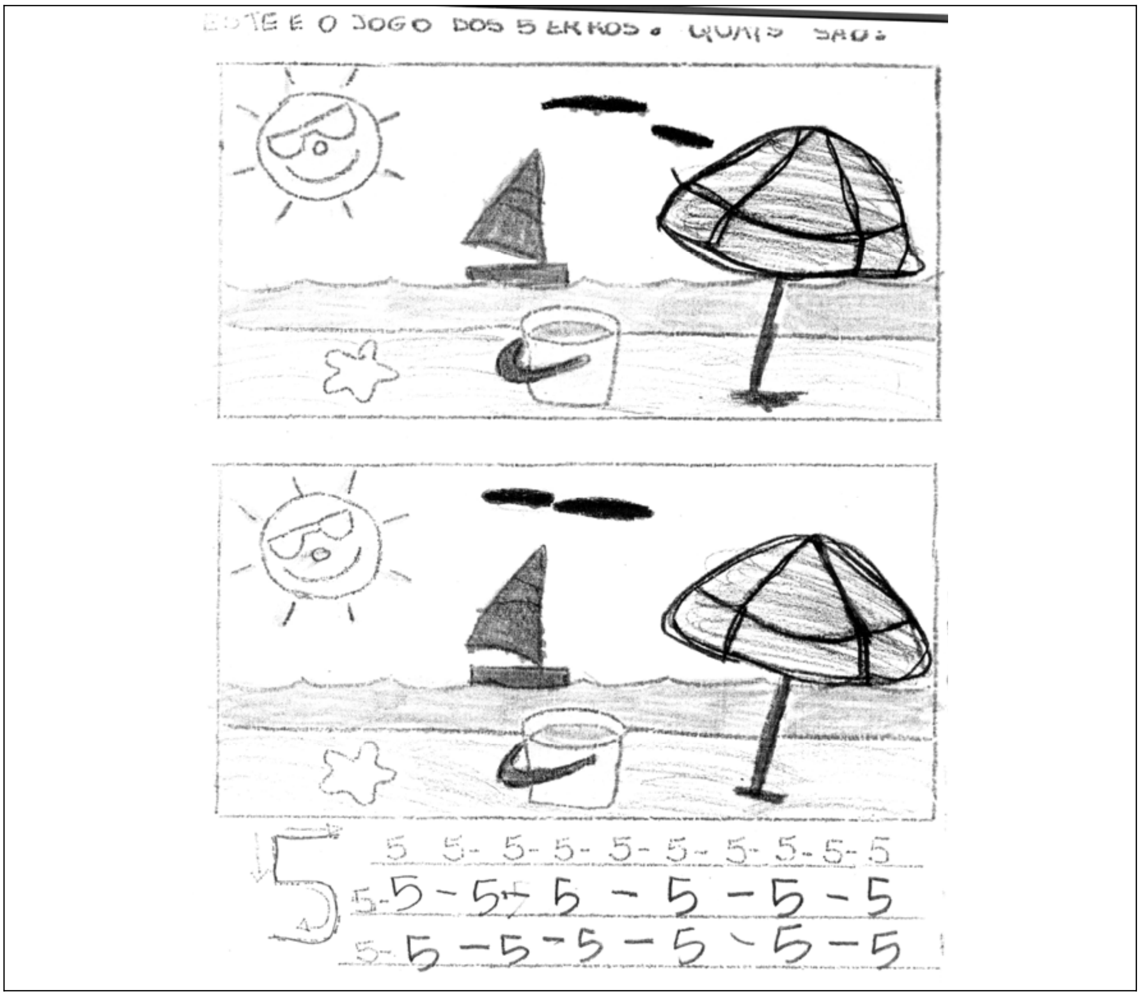

ORDEM CRESCENTE

3-1-5-2-0-4-6-
0-1-2-3-4-5-6

ORDEM DECRESCENTE

17-19-15-20-16-18-
20-19-18-17-16-15-

Produção 10



Analisando as produções, observamos que a professora primeiro ensina a escrever de 0 até 10 e,assim, consecutivamente. Sua concepção é que a criança para progredir no aprendizado dos números precisa aprender um a um, seguindo uma série numérica. Essa maneira de ensinar não leva em consideração que a criança, muito antes de freqüentar a sala de aula, tem contato diário com o sistema de numeração. Por exemplo, ao observar o calendário, o número da casa... A professora utilizou outros recursos, como o livro didático.

Ao trabalhar o conceito de antecessor e sucessor, na seqüência de 0 a 9, ela utilizou uma situação que freqüentemente aparece em livros didáticos: o uso de um “risquinho” que simboliza uma “ casinha “, para representar a seqüência numérica. Se o objetivo dessa atividade é tornar a situação significativa para a criança, sabemos que ela gera confusões no raciocínio. Assim não tem sentido a professora colocar o zero na primeira casinha, não existe casinha número 0. Os conceitos de antecessor e sucessor são operatórios, ou seja, para se obter o sucessor de um número basta acrescentar um objeto à coleção que tem esse número como cardinal.

“Como me chamo” e “Ligar” são atividades tradicionais, na verdade, simples exercícios de aplicação ou de fixação de técnicas ou regras. Nota-se a ausência de atividades contextualizadas.

Observamos que as atividades mais comuns são as que consistem em contar objetos, estabelecendo uma correspondência um a um entre um objeto e um rótulo numérico que o designa.

A compreensão do sistema numérico decimal, entretanto, requer mais do que a simples contagem de elementos.

Se o objetivo das produções é levar a criança a estabelecer relações, vemos que o material utilizado não atingiu o objetivo, apesar de todo o esforço da professora em fazer com que as crianças atribuíssem sentidos a figuras. A partir do momento em que os objetos aparecem em forma de figuras, estas constituem apenas uma representação e não os objetos em si, o que já pode ser um elemento complicador para a criança. A professora poderia ter sugerido que as crianças levassem para a aula objetos, os manipulassem e a partir daí, desenvolvessem a atividade de contagem.

Nas produções constatamos atividades do AM – Volume 1 do Ciclo Básico, que foram modificadas, nota-se que o professor explorou a contagem de rotina e a quantificação. Observamos na produção, que a escrita dos numerais de 0 a 10 consiste num treino da escrita correta do numeral, uma reprodução. O numeral sempre está associado a uma coleção que está desenhada. Raramente, a criança desenha. As situações propostas são estáticas. Sabemos que a criança tem que sentir a necessidade de contar e fazer registro dessa contagem. Nas situações de jogos, isso ocorre, pois a criança necessita guardar quantidades e comunicar resultados. Provavelmente, se a professora tivesse optado por situações de jogos, ela estaria favorecendo muito mais a aquisição do signo numérico do que nas situações propostas.

Analisando as produções, concluímos que muitas são uma "simulação" do uso do Material Dourado Montessori. Serviu para trabalhar a base decimal, mas não posicional. O professor poderia ter utilizado o ábaco que é posicional, pois peças iguais podem assumir valores diferentes conforme o lugar que ocupam. Neste momento o essencial era a manipulação do material dourado, percebendo que são necessários 10 cubinhos para formar uma dezena. Como é muito difícil para o aluno desenhar o material dourado, o professor poderia ter usado outras representações. Mesmo o uso do material concreto como recurso pedagógico, não tem garantido a compreensão dos princípios básicos do nosso sistema de numeração. É através de atividades socialmente significativas que a escola poderia desenvolver e solidificar as noções já existentes acerca do sistema de numeração decimal, construídas em situações anteriores e fora da escola.

Nas turmas de primeira série do Ensino Fundamental, o contato das crianças com números, limita-se, em geral, a cem. Muitas vezes passando no início do ano pelos exercícios preparatórios, pela revisão dos números de um até dez, o trabalho com números superiores a dez só se iniciou após as noções de unidades e dezenas, como se esse conteúdo fosse fundamental para compreensão do número pela criança.

As produções tratam de exercícios silenciosos em que professores e alunos nada têm a dizer, visto que tais atividades não possibilitam relatos de experiências pessoais. Essas produções não favorecem o pensamento criativo, nem a construção de conceitos. São atividades tradicionais, que não consideram o conhecimento que a criança traz para a escola e que foi adquirido em suas experiências extra-escolar, “podando” a criatividade e tomando a matemática como um fim em si mesma.

Nestas produções observamos que o desenho pelo desenho não se constitui em uma forma de comunicação, pois esta implica interação com outras crianças. Para que isso ocorra, é necessário organizar atividades que garantam apreciação dos desenhos produzidos por eles. Sendo assim, é importante o professor propor situações nas quais, desenhar envolva discussão entre outras crianças, troca de idéias e que cada vez mais elas passem a buscar outras maneiras de interação e, com o tempo, sintam a necessidade de incluir símbolos e sinais matemáticos.

Atividades Matemáticas (AM) - Ciclo Básico

Verificamos, ao analisar os cadernos dos alunos, que são freqüentes o uso de atividades do AM, parcialmente modificadas, aliadas ao livro didático. Tal utilização, entretanto, não leva em conta o caráter seqüencial adotado na elaboração do material, visto que, a proposta do AM é organizar as atividades seqüencialmente de modo que elas se complementem.

As mais utilizadas são: nº 15, 20, 21, 22, 23, 26, 28, 30, 34, 44, 45, 62 e 119, que estão apresentas no anexo VI.

4.6 Considerações sobre o Capítulo 4

A análise do que o grupo de professoras relata sobre sua prática e o que está registrado nos cadernos de seus alunos revela que as descobertas de pesquisa e as recomendações e orientações didáticas delas decorrentes ainda estão muito distantes de serem implementadas em suas salas de aula.

Percebemos contradições entre algumas análises que fazem a respeito de propostas de atividades que consideram ou não interessantes para a aprendizagem dos números a as atividades registradas nos cadernos dos alunos.

Parece não haver muita clareza com relação às expectativas de aprendizagem relativas aos números naturais, nesse ano inicial do Ensino Fundamental, parecendo haver uma compreensão de que trabalho com os números pode ser bastante restrito.

Essa discussão é fundamental de ser feita especialmente no momento em que se aponta a necessidade de construir uma nova estrutura e organização dos conteúdos em um Ensino Fundamental de nove anos visando a uma implementação consistente dessa importante conquista de educação brasileira.

Os argumentos para a incorporação de crianças de seis anos no ensino fundamental se apóiam em parte na constatação de que um número significativo de crianças com essa idade, filhas de famílias das classes média e alta, já se encontram no mundo escolar, seja na pré-escola ou no Ensino Fundamental (Brasil, 2005). O que difere da maior parte das crianças brasileiras dessa mesma faixa etária.

Sendo assim, a reorganização do Ensino Fundamental em nove anos de escolaridade pode contribuir para este último grupo possa ter a mesma oportunidade. A inclusão das crianças de seis anos de idade não deverá significar a mera antecipação dos conteúdos e atividades que tradicionalmente foram compreendidos como adequados à primeira série, mas é importante que a ampliação contribua para a melhoria das aprendizagens nas diferentes áreas de conhecimento e, em particular, da matemática.

Capítulo 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao concluir este trabalho, inicialmente gostaria de destacar a importância do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática para meu desenvolvimento profissional, ampliando meus conhecimentos sobre o ensino, a aprendizagem, o currículo, a escola e o sistema escolar. Nesse processo, foram de grande relevância o nosso envolvimento nos cursos das diferentes disciplinas, a troca de experiências com colegas, as leituras e reflexões e especialmente a participação no grupo de pesquisa. Certamente, o trabalho de conclusão foi um dos maiores desafios. Queria realizar algo que fosse útil, não só para mim, mas também para meus colegas, em particular para as professoras polivalentes que ensinam matemática. Queria olhar criticamente para a realidade, mas sem assumir uma postura de desvalorizar o que essas professoras fazem em suas salas de aula.

No trabalho que realizaram em 1986, Cochran-Smith & Lytle, afirmam: “na maioria dos estudos, os professores são objetos das investigações dos pesquisadores e espera-se que sejam consumidores e implementadores desses resultados”. O que está faltando são as vozes dos próprios professores, as questões que eles colocam, os quadros referenciais interpretativos que eles usam para compreender e melhorar sua própria prática de sala de aula.

Assim, coloco-me como uma professora que tem questões que gostaria de responder. Mesmo tendo certeza de que não responderemos totalmente às questões formuladas, vamos retomá-las e buscar respondê-las com base nos dados que coletamos.

5.1 As contribuições de teorias e pesquisas desenvolvidas por autores como Piaget, Kamii, Fayol, Lerner e Sadovsky para a construção do conceito de números pelas crianças

Sem dúvida, a construção dos números pelas crianças é um dos temas sobre os quais podemos encontrar diferentes estudos e teorizações.

Ao formular idéias consolidadas em "A Gênese do Número na Criança", Piaget e Szeminska colocam o foco no aluno, trazendo a perspectiva da construção do conhecimento em oposição às idéias até então dominantes de transmissão do conhecimento, de aprendizagem pelas atividades de cópia, de treino, de repetição.

Um aspecto polêmico das formulações piagetianas é a ênfase conferida às chamadas etapas do desenvolvimento mental e às aquisições de estruturas, sem uma articulação com as influências do meio. O processo de construção de conhecimentos era descrito como uma cadeia de análises e sínteses.

Alguns dos resultados das investigações piagetianas foram transformados em tarefas (atividades para que os alunos passassem a observar a conservação de quantidades, por exemplo) que, analisadas hoje, são consideradas bastante inadequadas.

A formulação de Kamii de que o número é uma síntese de dois tipos de relações que a criança elabora entre os objetos (por abstração reflexiva), sendo uma a ordem e a outra a inclusão hierárquica, também motivaram o aparecimento de tarefas bastante inadequadas, especialmente, ao se buscar fazer com que as crianças de 6/7 anos conseguissem conceber o número como designação de uma classe de coleções equipotentes (aspecto cardinal) e que ocupa uma ordem na série numérica (aspecto ordinal).

Por outro lado, Kamii traz sua contribuição ao reforçar as afirmações de Piaget no que se refere ao fato de que número/conceito numérico é criado mentalmente pela criança. Em decorrência, a estrutura lógico-matemática do número não pode ser ensinada, mas sim construída pela criança.

Outra contribuição de Kamii refere-se ao destaque dado ao jogo como um tipo de atividade poderosa para o ensino/aprendizagem do conceito numérico, em especial os jogos em grupo. O seu posicionamento contrário às intermináveis listagens de exercícios propostos para a criança também é uma grande contribuição.

Kamii sugere aos professores a criação de um ambiente propício à aprendizagem, onde haja números falados e escritos e dentro do contexto geral do pensamento no dia-a-dia.

Fayol traz um destaque muito especial e inovador ao componente lingüístico, que permite a denominação de número. Ao defender que a aquisição da seqüência verbal depende da diversidade de estímulos fornecidos pelo ambiente recupera a importância das atividades orais, das cantilenas numéricas que ajudam na memorização da seqüência e que haviam sido abandonadas nas práticas docentes.

Um alerta importante dado por Fayol refere-se ao problema de que muitos erros, aparentemente cometidos pelas crianças, são decorrentes da não compreensão do que foi solicitado verbalmente, mostrando a influência da linguagem.

Fayol revela que, mesmo sem compreender as funções do número, as crianças parecem perceber muito cedo a sua diversidade, idéia que vai aparecer com destaque no trabalho de Lerner e Sadovsky.

Outro alerta importante tem a ver com a compreensão e o emprego dos sinais de operações: +, -, =, etc. Como aconteceu, muitas vezes, no período de influência da Matemática Moderna, em que a simbolização era muito precocemente introduzida. Fayol lembra que o fato de a criança saber ler os símbolos matemáticos não garante a pertinência de sua interpretação do que eles de fato representam.

Lerner e Sadovsky fazem a articulação das perspectivas piagetianas com as abordagens vigotskianas, ao assumirem que o conceito de números pelas crianças é construído com base tanto no desenvolvimento cognitivo quanto na interação com o ambiente social em que convivem.

O ponto alto do trabalho dessas pesquisadoras, em nossa opinião, é revelar que as crianças elaboram suposições, em relação à notação numérica, muito antes de ingressarem na escola e que elaboram critérios de comparação numéricos muito antes de conhecer o número na forma convencional; que fazem a relação entre a posição e o valor dos algarismos quando interagem com a escrita numérica.

Destacam ainda que isso é potencializado quando a criança interage dentro de um contexto com o seu mundo real e propõem o desenvolvimento de atividades de uso de referências do universo numérico cotidiano das crianças.

Suas investigações apontam um caminho em que parece às suposições e hipóteses das crianças que devem ser o ponto de partida da construção de um sentido numérico.

5.2 As sinalizações de documentos curriculares oficiais, ao longo das últimas décadas, a respeito do processo de ensino e aprendizagem de números naturais pelas crianças, no início do ensino fundamental

As orientações presentes nos documentos curriculares oficiais também foram sofrendo sensíveis modificações.

Ao analisarmos o programa da escola primária de São Paulo, de 1969, concluímos que é um documento que, no ensino do conceito numérico, não relaciona observações da vida das crianças. O aluno apenas faz o que se pede e nada fala ou escreve com significado. É um ensino voltado para a passividade, não importando se a criança compreendeu ou não.

O conteúdo proposto é compartimentado, estanque e numa sucessão linear, sem conexão com o cotidiano da criança. Nada é comentado e nem proposto em relação à história da matemática, há indícios que ela é pronta e acabada.

Não são apresentados recursos didáticos ou outros materiais que têm um papel importante no processo ensino-aprendizagem de números. É um ensino preocupado com excessivas abstrações, mais voltado à teoria do que à prática.

Na década de 70, intensificou-se o movimento da matemática moderna que provocou a abertura de debates sobre como ensinar e fazer a criança compreender a matemática na escola. Nesse momento, as idéias de Piaget sobre a construção do número chegaram ao Brasil e, com elas, a importância de se trabalhar lógica para possibilitar a construção do conceito de número pela criança.

A teoria de Piaget provocou mudanças sobre o que deveria ser ensinado de números no ano inicial, porém, por não ter sido compreendido o complexo processo de construção do número descrito por Piaget, transformaram as estruturas lógicas constituintes do número. Essas estruturas foram transformadas em conteúdos a serem desenvolvidos em sala de aula.

Percebe-se que, nesse período, no trabalho pedagógico com número, é enfatizado o papel das atividades lógicas de seriação, classificação e correspondência termo a termo para construção desse conceito.

Os Guias Curriculares da década de 70 apresentavam conteúdo, objetivo e observações para o ensino de número, mas seu conteúdo expressava a inexistência de preocupação com o desenvolvimento da inteligência.

Os objetivos sugeriam e revelavam que o fazer pedagógico com números se baseava na concepção de que conhecer número era saber contar e escrever, a aprendizagem era pautada pela memorização, priorizava rapidez, exatidão, rigor e precisão. Estão bem enfatizadas a percepção e a memorização sem considerar a compreensão. A seqüência numérica era ampliada por etapas, independentemente do conhecimento prévio das crianças.

Observa-se que o ensino de número se reduzia à repetição de algarismos, através do preenchimento de folhas. A seqüência numérica verbal era repetida com vistas à memorização e a contagem, como reprodução da seqüência numérica oral, era exigida a todo custo. O trabalho pedagógico com o número era considerado uma técnica perceptivo-motora, por entendê-la como algo fácil, contendo apenas dez signos diferentes.

O sistema de escrita dos números era visto como um sistema regido por poucas regras. Desse modo, à aprendizagem da numeração escrita era dispensada pouca atenção, não havendo preocupação com o desenvolvimento da aprendizagem. Nessa perspectiva, não se considerava o número como um conceito a ser construído, ele era transmitido como um conhecimento social, um saber já constituído.

Nos subsídios podemos afirmar que o modo de conduzir o processo de ensino e aprendizagem de números estava pautado na pedagogia tradicional, isto é, o conteúdo era apresentado pelo professor de maneira fragmentada, como uma organização em partes, enfocando o conhecimento como absoluto e inquestionável.

Nessa tendência pedagógica, o professor tinha total domínio do processo educativo em sala de aula e sua metodologia se pautava em aulas expositivas, nas quais "transmitia" o conteúdo de forma pronta e acabada e o "repassava" incentivando os alunos para que repetissem e reproduzissem o modelo proposto. A escola era considerada o local em que se teria o acesso ao saber, sendo, seu único compromisso, a transmissão de conteúdo, sem nenhuma relação com a realidade cultural ou com as questões sociais.

Podemos observar, em relação ao ensino de números, que os conteúdos estão hierarquizados. É uma organização dominada pela idéia de pré-requisito. Nessa visão, a aprendizagem numérica ocorre como se os conteúdos se articulassem como elos de uma corrente, encadeados cada um com um pré-requisito. Um exemplo que amarra essa idéia é o fato de ensinar primeiros os números até dez, depois os menores que cem e depois os menores que mil.

A concepção linear faz com que, ao se definir qual será o elo da cadeia, tomem-se os chamados como "ponto de partida". Um exemplo é quando se tomam conjuntos como base para a aprendizagem de números, o que não é necessariamente o caminho mais adequado. Observa-se que o conhecimento prévio das crianças na construção do significado numérico é desconsiderado.

A partir de 1980, a preocupação com o ensino de número passa para o: Por quê? Para que? Para quem? Assim, observamos que, no ciclo básico, as atividades de classificação, seqüência e simbolização conduzem a uma noção inicial de número e de sistema de numeração.

Os números são "introduzidos" através da contagem, a partir de seu significado concreto, sem ter preocupações com a formalização de propriedades. Concluímos que o fundamental era o estabelecimento de uma linguagem simples, referente aos aspectos quantitativos da realidade, envolvendo o sistema de representação dos números que, junto com o alfabeto, prepararia a criança para uma verdadeira alfabetização.

Nos anos iniciais, a noção de número é ampliada. Algumas propriedades básicas dos números passam a ser enfatizadas, uma vez que a percepção clara das mesmas irá constituir suporte para a operação com números de modo genérico, sem referência imediata a contagens.

Observamos que era necessário a criança entender muito mais que a simples associação de um símbolo à quantidade, era necessário a criança perceber que cada número designava uma coleção de coleções com a mesma quantidade de elementos. O que mais chama atenção é que a formação da idéia de número é um processo complexo que se dá por abstração a partir de ações que envolvem classificações, comparações, relações de inclusão, etc.

A proposta curricular defende a necessidade de explorar contagem de rotina (acreditando que a criança já domina o conceito de número quando ingressa no ciclo básico), através de cantigas de rodas, dramatizações, jogos, etc. É notável a importância de o professor saber onde o aluno já se encontra.

A proposta curricular, assim como o AM, propõem um trabalho com seqüências numéricas, por acreditarem que estas se fazem necessárias à formação do raciocínio lógico-matemático. Propõem dois tipos de seqüências, as repetitivas e as recursivas. A proposta curricular propõe um trabalho com agrupamento com bases decimais e não decimais, precedendo a base decimal. A compreensão, pela criança, do processo de agrupamentos e trocas em bases menores facilita a compreensão do sistema decimal. Nos AM são propostas situações onde a criança realiza agrupamentos, entre elas, existem os jogos “nunca três, quatro, cinco...” tais atividades são chamadas de jogos e possuem regras pré-estabelecidas.

Nos PCN, as orientações, acerca do encaminhamento do processo pedagógico com o número, deixam explícitas a consideração de que, no contexto atual, o “repertório” numérico que as crianças possuem extrapola o contar e o medir, o que fica evidente quando se tecem comentários sobre o número enquanto código, bem como da presença desse aspecto do número em diversas situações do cotidiano (embora não haja uma preocupação em explicitar como as crianças “vêem” esses números, uma vez que eles não apresentam nenhuma relação direta com os aspectos ordinal e cardinal).

Há ainda orientações no sentido de verificar quais números as crianças reconhecem e também observações quanto às conjecturas que elaboram sobre a numeração escrita, antes mesmo de se apropriarem desse sistema de representação. Observa-se que os exemplos presentes no PCN estão embasados nos estudos de Lerner e Sadovsky sobre a apropriação do sistema numérico decimal, embora não haja citação explicita dessa fonte.

Os conteúdos estão organizados em blocos, números e sistemas de numeração, grandezas e medidas, espaço e forma. O bloco de conteúdos referente a números e sistema de numeração envolve a contagem. A notação e escrita numérica enfatizam as situações da aprendizagem propostas às crianças, assim como a utilização da contagem geral em brincadeiras e situações em que as crianças percebam a necessidade de contar.

A partir da análise dos documentos oficiais, identificamos a importância dada à construção numérica pela criança quando interage com o meio, cabendo à escola organizar o ambiente com vistas a possibilitar que elas re-elaborem os conceitos espontâneos e os transforme em conceitos matemáticos. Desse modo, a função da escola é garantir que a aprendizagem se efetive.

5.3 Os conhecimentos sobre o tema "Construção do Conceito de Número" que podem ser identificados nas falas de um grupo de professoras pesquisadas

Com base nos dados levantados relativamente ao conhecimento das contribuições dos autores e de suas investigações, podemos constatar algumas evidências trazidas por Zeichner (1992). Para esse pesquisador, a maior parte dos professores não procura a pesquisa educacional acadêmica para instruir ou melhorar suas práticas. Ele destaca que, geralmente, o conhecimento gerado por meio da pesquisa educacional acadêmica é apresentado de forma que não leva os professores a se engajarem intelectualmente nela. Seus resultados são apresentados como definitivos, inquestionáveis, ou usados para impor algum programa prescritivo a ser seguido pelos professores. Ele acredita que, talvez, por essas razões, os professores acabam se afastando das pesquisas acadêmicas. Outra razão importante para esse afastamento é a forma negativa através da qual os professores são descritos nessas pesquisas.

De modo geral, as professoras pesquisadas afirmaram conhecer razoavelmente as idéias piagetianas, mas poucas conhecem Constance Kamii e Fayol. Lerner e Sadovsky são razoavelmente conhecidas, talvez em função de suas pesquisas terem sido freqüentemente citadas em materiais de formação de professores da Secretaria da Educação.

Em suas reflexões, embora as professoras façam referência à chamada aprendizagem significativa, e à compreensão, acabam por focalizar mais os recursos para o ensino - jogos, material concreto, jornais, propaganda - do que as questões relativas às hipóteses e conhecimentos prévios dos alunos.

Mais uma vez, o fato de parte das professoras ter cursado ou estar cursando o ensino superior não trouxe um diferencial que mereça destaque no que se refere a estudos teóricos e resultados de investigações.

Como já destacamos, anteriormente, retomamos nossa observação de que, aparentemente, o fato de 9 professoras terem cursado ou estarem cursando uma graduação em nível superior, as suas respostas não foram marcantemente diferenciadas em relação às demais que não possuem ou não estão cursando a graduação.

Observamos ainda que o Atividades Matemáticas continua sendo uma forte referência para o trabalho das professoras, muito embora possamos avaliar que alguns dos pressupostos teóricos que o embasaram já foram redimensionados.

5.4 Conjecturas que podem ser formuladas sobre a prática desse grupo de professoras, a partir da análise de algumas tarefas que eles propõem a seus alunos

Na análise das práticas das professoras e das tarefas que elas propõem a seus alunos não é possível identificar os objetivos que presidem suas escolhas.

Aparentemente, trata-se de um rol bastante repetitivo de atividades. Verificamos que, numa mesma folha de atividades, são reunidas propostas de trabalhos bastante descontextualizadas.

Observamos que não há atividades que estimulem a percepção dos alunos para as várias utilidades dos códigos numéricos e dos números em suas vidas. Os códigos numéricos não são utilizados pelo professor para identificar (os números das casas, por exemplo), classificar (os números do CEP) e ordenar, por exemplo, (o RG).

Também não são explorados os aspectos práticos da escrita numérica, quantificar (o preço de uma passagem, por exemplo). Não há registro de atividades que estimulem a observação dos alunos, dos códigos existentes nas placas de trânsito, nas propagandas, nos preços; nem a análise das informações numéricas contidas em rótulos de produtos vendidos no comércio.

Enfim, situações que mostram a presença do número em nossas vidas não são exploradas no decorrer das aulas.

Também não são explorados recortes de revistas, jornais, portadores de símbolos numéricos e de palavras que os representam.

Observamos, ainda, a ausência de atividades que têm por objetivo desenvolver a capacidade de descobrir regularidades e que facilite a compreensão das estruturas do sistema de numeração decimal, como, por exemplo, atividades de formação de seqüência numérica do tipo acrescentar um ou retirar um, que são fundamentais para o domínio do sistema de numeração.

Nos depoimentos das professoras, verificamos que as atividades orais (como as contagens, por exemplo) não são muito trabalhadas por elas. Também parece que não consideram importantes os jogos, como instrumento facilitador e motivador, portanto, possíveis de propiciar situações significativas de aprendizagem. Fizeram referências a jogos como dominó, jogos com varetas, de tabuleiros, de baralho, mas afirmaram que por “falta de tempo e acúmulo de conteúdo”, foram abandonando os jogos.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática. v.3 Brasília: MEC/ SEF, 1997.

COCHRAN-SMITH, M; LYTLE, S. L. *The Teacher research movement: a decade later*. Educacional Researcher, v.28, n.7. p.15-25, 1999.

ELBAZ, F. Teacher thinking*. A study of pratical knowledge*. Londres: Crom Helm, 1983.

FAYOL, Michel*. A Criança e o Número: Da contagem à resolução de problemas.* Tradução por Rosana Severino de Leoni. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

GARCIA, C.M*. Formação de Professores para uma mudança educativa*. Portugal: Porto, 1998.

INRP. *Un, deux, beaucoup, passionement*. Coleção Rencontre pédagogiques. Paris.

KAMMI, Constance; JOSEPH, Linda Leslie*. Aritmética: Novas perspectivas: Implicações na Teoria de Piaget.* Tradução por Marcelo Cestari T. Lellis, Marta Rabioglio, Jorge José de Oliveira. 2. ed. Campinas, Papirus, 1993.

KAMMI, Constance; DECLARCK, Georgia, *Reinventando a Aritmética: Implicações da Teoria de Piaget.* Tradução por Elenice Curt, Marina Célia Moraes Dias, Maria do Carmo D. Mendonça. 8. ed. Campinas: Papirus, 1994.

KAMMI, Constance; LIVINGSTON, Sally J. *Desvendando a Aritmética: Implicações da Teoria de Piaget.* Tradução por Marta Rabioglio e Camilo F. Ghorayeb. 2. ed. Campinas: Papirus, 1995.

KAMMI, Constance. *A criança e o Número: Implicações Educacionais da Teoria de Piaget para a atuação junto a escolares de 4 a 6 anos.* Tradução por Regina A. de Assis. 28. ed. Campinas: Papirus, 2001.

LERNER, Délia e SADOVSKY, Patricia*. O sistema de numeração: um problema didático.* In: PARRA, Cecília; SAIZ Irmã; [et al] (Org.). *Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas*. Tradução por Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 73-155.

MONTANGERO, Jacques; MAURICE-NAVILLE, Danielle. *Piaget ou a Inteligência em Evolução* – Sinopse Cronológica e Vocabulário. Tradução por Tânia Beatriz Iwaszko Marques e Fernando Becker. Porto Alegre, Artmed, 1998.

NETO, Ernesto Rosa. *Didática da Matemática*. São Paulo: Ed. Ática, 11 ed., 2002.

PIAGET, Jean e SZEMINSKA, Alina. *A Gênese do Número na criança*. Tradução de Christiano Monteiro Oiticica. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 3 ed. 1981

PERRENOUD, Philippe*. Construir as competências desde a escola*. Porto Alegre: Artmed, 1999.

PIRES, Célia Maria Carolino. *As Crianças e a Função Social dos Números*. In: Material para o Curso de Formação de Professores. Uniararas. 2003.

PIRES, Célia Maria Carolino. *As Crianças e a produção de escritas numéricas*. In: Material para o Curso de Formação de Professores. Uniararas. 2003.

PIRES, Célia Maria Carolino. *As Crianças e seus procedimentos de contagem e de comparação de quantidades*. In: Material para o Curso de Formação de Professores. Uniararas. 2003.

PIRES, Célia Maria Carolino. *Descobertas de professores sobre o universo numérico das crianças*. In: Material para o Curso de Formação de Professores. Uniararas. 2003.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. *Guias Curriculares Propostos Para As Matérias do Núcleo Comum do Ensino Do 1.º Grau*. 1979.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. *Programa da Escola Primária do Estado de São Paulo*. São Paulo: SE, 1969.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Subsídios para a implementação do guia curricular de Matemática: Álgebra para o 1º grau - 1ª a 4ª séries.* 2ª ed. São Paulo: SE/CENP, 1979.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Atividades Matemáticas: Ciclo Básico*. v.1. São Paulo: SE/CENP, 1982.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. *Proposta Curricular para o Ensino de Matemática: 1.º Grau*. São Paulo: SE/CENP, 1986.

SCHÖN, D. A*. Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem.* Porto Alegre: Editora Artmed. 2000.

SHULMAN, L. Renewing the pedagogy of teacher education: the impact of subject-specific conceptions of teaching. In L Montero Mesa e J M Vaz Jeremias. *Las didácticas específicas en la formación del profesorado*. Santiago de Compostela, Tórculo Edicións, 1992.

TARDIF, M. *Saberes Docentes e Formação Profissional*. Petrópolis, RJ.: Vozes, 2002.

ZEICHNER, K. *Novos caminhos para o praticum: uma perspectiva para os anos 90*, in Nóvoa, A (coord)Os professores e sua formação. Lisboa: Dom Quixote. (1992)

ZUNINO, Delia Lerner. *A Matemática na Escola: Aqui e agora.* Tradução por Juan Acuña Llorens. 2. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

Anexos

Anexo I

Atividades dos Subsídios para a implementação do Guia Curricular de Matemática - Álgebra para o 1º grau – 1ª a 4ª séries

CAPÍTULO 1

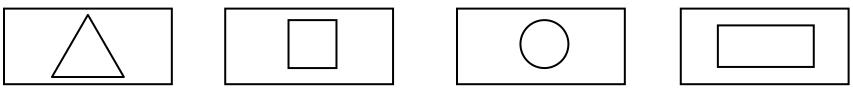
ATIVIDADES:

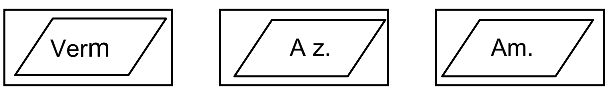
A. Com os blocos lógicos

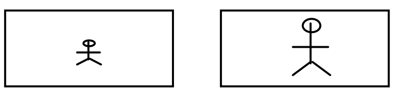
1. **Jogo Livre**: A familiarização com as peças do jogo poderá ser obtida através do jogo livre: dado o material à criança, ela constrói com ele o que desejar. Além de manipular as peças, conhecendo-as melhor, o aluno poderá dar vazão à sua criatividade.
2. **Jogos de reconhecimento das peças**: Nesta fase, o nome "geométrico" das peças não é importante. Os nomes poderão ser substituídos por outros sugeridos pela criança. É comum, por exemplo, que a peça triangular seja chamada de "chapéu" ou de "telhado", a peça quadrada de "janela", a redonda de "roda", etc.

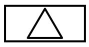
    a) **Reconhecimento das peças**: Escolhidos os nomes o professor poderá, através de ordens, pedir que as crianças mostrem determinadas peças. Por exemplo: uma peça redonda, uma peça amarela, um bloco vermelho e pequeno, um bloco redondo, azul e grande, etc.

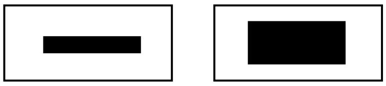
    b) **Formação de conjuntos**: Escolhida uma peça, o professor poderá solicitar que as crianças formem um conjunto com todas as percas da mesma cor, da mesma forma ou do mesmo tamanho (isto é ou todas grandes ou todas pequenas). Outra variação do exercício é traçar, no chão, uma curva fechada simples e, usando símbolos ou dando ordens oralmente, propor que os alunos coloquem no interior da curva as peças que formam um determinado conjunto. Para indicar os vários conjuntos que podem ser formados usamos, por exemplo, cartões indicando as 4 formas:



Cartões indicando as cores: 

Ou indicando o tamanho: 

Assim, por exemplo, o cartão  representa a ordem “forme conjuntos com blocos triangulares”.

Se o jogo tiver 48 peças, poderão ser usados cartões que indiquem a espessura: 

É claro, também, que todas estas atividades podem ser obtidas com qualquer outro tipo de material de que o professor possa dispor ou construir e que tenha o mesmo tipo de estrutura.

c) **Descoberta da peça escondida:** Após as crianças terem formado um conjunto, retira-se, sem que elas vejam, uma das suas peças. As crianças deverão descobrir qual foi a peça retirada. O professor poderá, de início, retirar a peça, de um conjunto com poucos elementos (como por exemplo, do conjunto das peças quadradas) e, em seguida, trabalhar com os conjuntos de maior número de peças (por exemplo: conjunto das peças amarelas, das peças grandes ou mesmo do jogo todo). Poder, também, retirar mais de uma peça.

d) **Jogo do tato:** Neste caso, a criança deverá reconhecer as peças pelo tato, sem revê-las. Para isso, o professor poderá colocar as peças num saquinho, não transparente. Pode, também, dispor as crianças em círculo, de mãos para trás, colocar uma peça nas mãos de cada uma, para que as crianças as nomeiem, dando sua forma, tamanho e espessura.

3. **Jogos de reconhecimento das diferenças**: Desenvolvem não só a habilidade de distinguir semelhanças e diferenças quanto à forma, cor e tamanho, como também, bons hábitos sociais (aprender a ganhar e a perder, esperar a vez de jogar, respeitar a vez do colega que joga, etc.).

a) **Reconhecimento de diferenças**: para levar a criança a perceber as diferenças existentes entre peças, o professor poderá tomar, por exemplo, duas peças e mostrá-las à classe, perguntando em que elas são diferentes (se na cor, no tamanho ou na forma). Dessa maneira, a criança irá notando que, entre duas peças, existem sempre uma, duas, três diferenças. Variando o exercício, poderá pedir, por exemplo, que as crianças mostrem peças que tenham um determinado número de diferenças em relação à peça que o professor está mostrando e digam em que elas são diferentes.

b) **Trenzinho de diferenças**: Outra variação é propor que os alunos formem “trenzinhos” de uma, duas ou três diferenças. Colocada uma peça, cada criança colocará, a seguir, uma outra com um determinado número de diferenças da anterior (uma, duas ou três diferenças) é conveniente começar com uma diferença e ir aumentando, gradativamente.

4. **Reprodução de formas:** utilizado para verificar o grau de coordenação motora do aluno e se ele é capaz de registrar por meio de um desenho, a sua percepção das diferenças de tamanho, de forma e de cor. Para isso, o professor poderá pedir que as crianças reproduzam no caderno peças que ele vai apresentando.

5. **Jogos de correspondência:** São importantes para a aquisição de conceito de número. O professor poderá, por exemplo, apresentar dois conjuntos e solicitar às crianças que formem pares, tomando um bloco de cada conjunto. Ao final, poderá perguntar em qual dos conjuntos havia mais peças. Outro modo será apresentar conjuntos que tenham, ou o mesmo número de elementos (exemplo: o conjunto das peças amarelas e o das peças vermelhas; o das peças redondas e o das retangulares) ou número diferente de elementos (exemplo: conjunto das peças quadras e das redondas azuis). Na falta desse material o professor poderá utilizar outros conjuntos para este jogo. Por exemplo: conjuntos de tampinhas de refrigerantes, ou de palitos de picolé ou pirulito, ou ainda grãos de feijão, milho, etc.

6. **Jogos do "não":** Para habituar a criança com o "não", de largo uso em matemática, o professor poderá pedir que os alunos mostrem peças que ele nomeará, citando um atributo ou negando-o. Exemplo: "mostrar um bloco que não seja redondo; um bloco não vermelho; um bloco quadrado não grande; um bloco redondo azul não pequeno, etc".

   Outras atividades poderiam ser:

   a) formação de conjuntos de peças, por exemplo: "não grandes", "não azuis", "não retangulares", etc.;

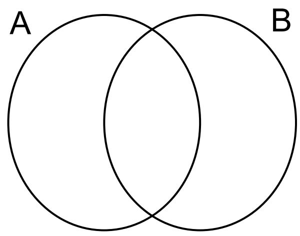
   b) dizer tudo que uma certa peça apresentada não é; por exemplo: uma peça triangular azul pequena, não é redonda, não é quadrada, não é retangular, não é amarela, não é vermelha, não é grande.

7. **Jogo das deduções**: Uma peça escondida poderá ser descoberta através de perguntas, às quais o professor responderá dizendo apenas: "é" ou "não é", ou ainda: "sim" ou "não" (exemplo: É azul? É grande?, etc.).

   Este jogo pode levar o aluno a perceber quando é capaz de deduzir algum atributo e, desse modo, "economizar" perguntas. Por exemplo: "Se a peça não é grande, então ela é pequena"; "Se a peça não é azul e não é amarela, então ela é vermelha".

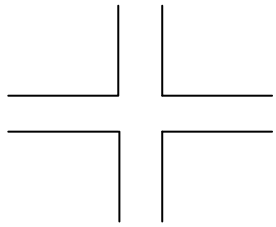
8. **Jogos do "e"** :

   Diagramas: Através dos diagramas de Venn, de Carrol e do "traçado das ruas" , vários jogos podem ser realizados, para que o aluno identifique os elementos comuns a dois ou mais conjuntos dados.



a) Diagramas de Venn: Traçam-se no chão, duas curvas fechadas simples (como na figura ao lado, representando, respectivamente, dois conjuntos A e B. No interior de cada uma delas, o aluno deverá colocar as peças de dois conjuntos sugeridos pelo professor. Exemplo: no conjunto A, as peças amarelas e no conjunto B, as redondas. O importante é que a colocação correta das peças, em especial as que pertencem, simultaneamente, aos dois conjuntos, seja obtida pelos próprios alunos.

b) Traçado das "ruas": O mesmo exercício poderá ser proposto, traçando-se um diagrama como o da figura ao lado. O professor poderá, por exemplo, pedir que os alunos coloquem numa das "ruas" as peças amarelas e na outra, as redondas. Que peças ficarão no cruzamento, é uma outra questão a ser explorada.

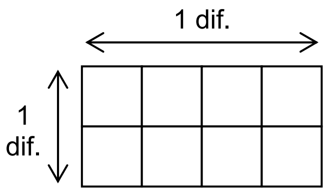


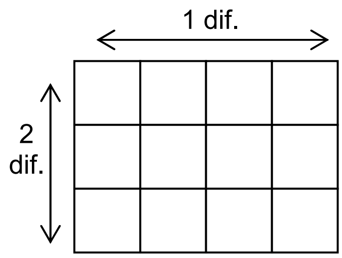
c) Diagrama de Carrol: É outro tipo de diagrama usado para explorar a conjunção de dois atributos e que explora o "não" matemático. Para a mesma situação anterior o diagrama teria a disposição da figura abaixo. Na região **I**, ficarão as peças redondas e não amarelas; em **II**, as redondas e não amarelas; em **III**, as redondas e amarelas e, em **IV**, as não redondas e não amarelas.

	Amarelas	Não Amarelas
Redondas	I	II
Não Redondas	III	IV

9. Outros Jogos:

a) Dominó: Traçando quadros com determinado número de casas, o professor poderá propor que os alunos arrumem as peças, de acordo com determinado critério, por ele sugerido. Exemplo: num quadro de 8 casas (4x2), dispor as peças de modo que, colocada uma peça as vizinhas tenham uma diferença em relação a ela, tanto nas linhas como nas colunas. Outro exemplo: num quadro para 12 peças (4x3), coloca-las de modo que apresentem uma diferença segundo as linhas e duas diferenças segundo as colunas.

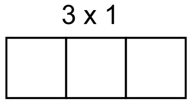




b) Arrumação das peças: A separação dos elementos, de um determinado conjunto universo, em classe, que tenha um atributo comum, pode ser explorada, dispondo-se as peças em quadros, como, por exemplo, os sugeridos nas figuras ao lado.

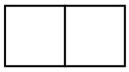
b.1. Conjunto universo: o jogo completo. (a solução seria separar pela cor).

3 x 1



b.2. Universo: o jogo completo.

2 x 1

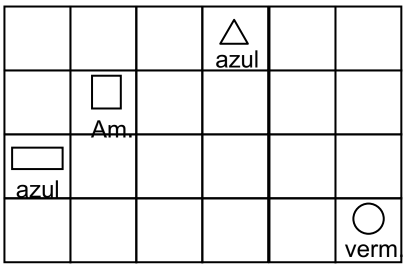


b.3. Seria um quadro 4x3.
Universo: peças pequenas por exemplo.

b.4. Seria um quadro 6x4.
Universo: o jogo completo.

Uma variação para a atividade é apresentar o quadro e colocar algumas peças, segundo um certo critério. O aluno precisará descobrir qual foi o critério, para poder colocar as peças restantes. Exemplo:

Universo: o jogo completo.



Obs.: É claro que todas as atividades podem ser exploradas usando o jogo com 48 peças. Além disso, outros tipos de atividades análogas podem ser usadas e que não fazem uso dos blocos lógicos. Ver, por exemplo, a coluna das observações, no Guia Curricular de Matemática para o Ensino do 1º grau (págs. 182 e 183).

B. Com as barrinhas Cuisenaire

1. **Jogo livre**: Como no caso dos blocos lógicos, a familiarização com as peças do jogo é obtida através de atividades em que as crianças constroem seus jogos, livremente, utilizando sua criatividade.

2. **Jogos dirigidos**: O professor poderá, por exemplo, propor atividades, tais como: trenzinho com peças da mesma cor; com duas cores diferentes, cercados com barrinhas de uma ou de mais de uma cor, etc. Essas atividades serão úteis para a fixação de cores que as crianças não conheçam ou sobre as quais tenham dúvidas.

3. **Escada**: A formação de escadas permitirá que a criança fixe as cores e ordene as barrinhas pelo tamanho. O trabalho poderá ser iniciado com as 5 primeiras barrinhas e, aos poucos, ir acrescentando as restantes, simultaneamente com o estudo dos números até 10.

Exemplo de atividades que podem ser exploradas:

a) Formem uma escada com as cinco barras (branca, vermelha, verde-clara, roxa e amarela).
b) Qual é a maior? Qual a menor?
c) Qual a barra que vem após a verde-clara? E antes da vermelha?
d) Retirada uma das barras (sem que o aluno veja), perguntar: Qual a que está faltando?
e) Sem olhar, diga as cores das barras, começando pela menor; depois, começando pela maior.

4. **Composição de barras**: São atividades utilizadas para que a criança realize, praticamente, as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Consiste em pedir que a criança componha uma determinada barra usando só a barrinha branca ou, então, usando as que são menores do que a barra indicada. Exemplo:

a) Quantas barrinhas brancas são necessárias para compor a vermelha e a verde-clara?
b) Se tomarmos a barra vermelha, qual a que deve ser colocada, ponta a ponta com ela, para obtermos a barra amarela?
c) Com quais barrinhas podemos obter a verde-clara? E a amarela?
d) Para compor a barrinha roxa, usando sói barras da mesma cor, quais barrinhas devemos usar?

5. **Jogo do tato**: O reconhecimento das barrinhas pelo tato, sem que as crianças vejam as barras, é, também, um exercício a ser explorado, visando a noção de tamanho e a comparação entre as barrinhas. O professor poderá, para esse fim, colocar as crianças em círculo, de mãos para trás, e, colocando uma ou duas barras nas mãos de cada aluno, pedir que digam qual a cor das mesmas.

6. **Relação cor-número**: Explorando o material, através de várias atividades, o professor poderá, então, relacionar as barras com os números e seus símbolos:

Branca:	1 (um)
Vermelha:	2 (dois)
Verde-clara:	3 (três)
Roxa:	4 (quatro)
Amarela:	5 (cinco)

7. **Reprodução de construções**:

a) Com um determinado número de barras de certa cor, o professor propõe que a criança faça com elas uma construção qualquer; em seguida, a criança fará a mesma construção, usando a mesma quantidade de barras, porém de uma outra cor. Essas construções, isto é, a disposição das barras de modo a formar uma “estrutura” ou “desenho”, permite introduzir a noção de proporção, a percepção da idéia de número, etc.

b) Outra possibilidade é a de reproduzir as barrinhas no caderno e, depois, pintá-las.

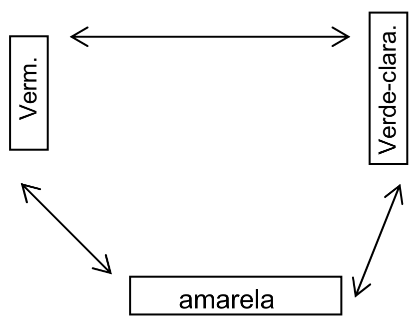
8. **Noção de inclusão**: Com barras de duas cores as crianças construirão um trenzinho. Em seguida poderão perguntar: “Esse trem é mais curto ou mais comprido do que aquele feito com as barras de uma dessa cores?” Esse tipo de atividade é útil pata prepara a noção de inclusão.

9. **“Conversa” das barrinhas**: Tomando algumas barras (3 ou 4, por exemplo), o professor poderá propor que elas, “conversem” entre si. A “conversa” poderá ser, por exemplo,: “eu sou da mesma cor que você”, etc.).

Verificar:

a) Quais as barras que poderão “falar”?
b) Qual delas “falará” mais?
c) Qual delas ficará “calçada”?

A conversa poderá ser representada num diagrama, usando flechas para indicar a frase “eu sou menor que vocês”.
Exemplo:



Observações:

É evidente que se acriança já cursou um bom pré-escolar, ela já deve ter realizado uma grande parte dessas atividades, já tendo desenvolvido os mecanismos necessários à aquisição do conceito de números. Cabe ao professor verificar se isso ocorre. É claro, também, que os materiais aqui descritos e utilizados não são os únicos existentes. Muitos outros são indicados e o professor pode fazer a sua escolha ou mesmo criar outro tipo de material, acessíveis dentro das condições de trabalho de sua escola. Por outro lado, se for necessário desenvolver todas as atividades previstas, não é obrigatório que sejam realizadas de uma só vez. Elas podem ser efetuadas à medida que vão sendo necessárias ao desenvolvimento do programa previsto no planejamento do professor. É útil, também, intercalar as atividades, alternando o uso dos vários tipos de material.

Anexo II

Atividades dos Subsídios para a implementação do Guia Curricular de Matemática - Álgebra para o 1º grau – 1ª a 4ª séries

CAPÍTULO 2

ATIVIDADES:

A. **Estudo dos números até 5**

I. **Atividades com material de manipulação**

1. **Com o material Cuisenaire** (barrinhas: 1, 2, 3, 4 e 5)

a) Composição de barrinhas: Utilizando as barras colocadas ponta a ponta, as crianças notarão que:

− duas barras brancas forma uma vermelha;

− uma vermelha e uma branca, formam uma verde-clara;

− uma verde-clara e uma branca, formam uma roxa;

− uma roxa e uma branca, formam uma amarela.

Outras combinações serão obtidas, tais como:

− duas vermelhas formam uma roxa;

− uma vermelha e uma verde-clara formam uma amarela.

Justapondo mais de duas barras outras composições podem ser obtidas, como por exemplo:

− três brancas formam uma verde-clara;

− duas vermelhas e uma branca formam uma amarela;

− quatro brancas formam uma roxa;

− cinco brancas formam uma amarela, etc.

Ver a atividade B.4 da Introdução.

2. **Com outros materiais:**

Atividades semelhantes poderão ser propostas usando material diferente. Por exemplo:

Dispor cinco palitos de modos diferentes. Formar uma escada com palitos, de modo que em cada degrau haja um palito a mais que no anterior:

______

______ ______

______ ______ ______

Traçar, no chão, duas curvas simples fechadas. Dar ao aluno um determinado número de objetos e solicitar que ele os distribua no interior das duas curvas. Repetir o exercício distribuindo de outro modo, até esgotar todas as possibilidades.

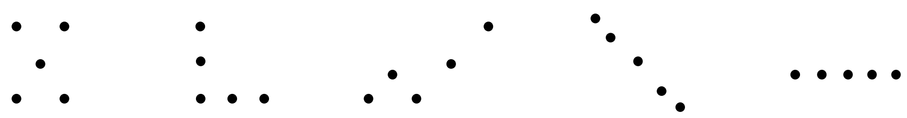
Observações: Outras atividades que devem ser desenvolvidas, intercaladas às que aqui são propostas:

− os jogos de correspondência A . 5 da Introdução.
− as atividades do item A do capítulo: “Ordenação dos Números Naturais”; no caso das barras Cuisenaire trabalhar, de início, apenas com as primeiras.

II. **Atividades gráficas**

1**.** Desenhar certo número de pontos de várias maneiras:

Por exemplo, com 5 pontos:

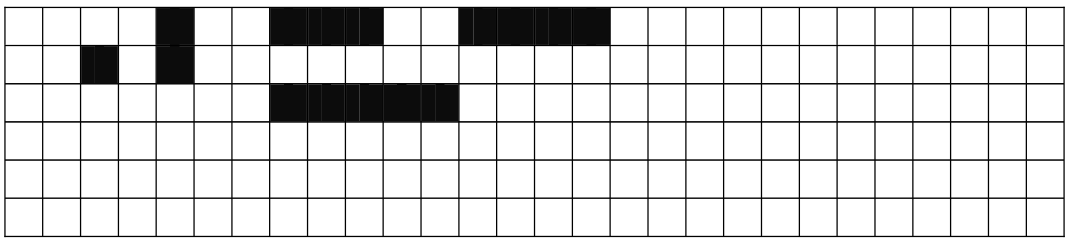


2. Pintar quadrados num caderno quadriculado.

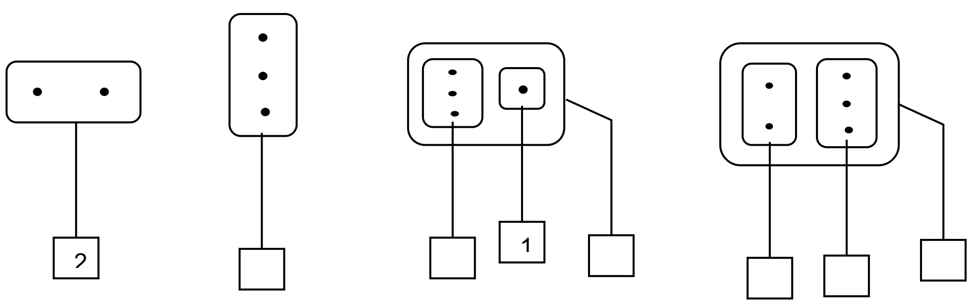
Esta situação serve, também, para a comparação de números.

Por exemplo: 3 é menor que 5.

Por outro lado, também, serve para preparar a noção de área de uma região plana.



3. Usando a representação gráfica de conjuntos, em exercícios tais como:
− Completar, de acordo com o modelo:

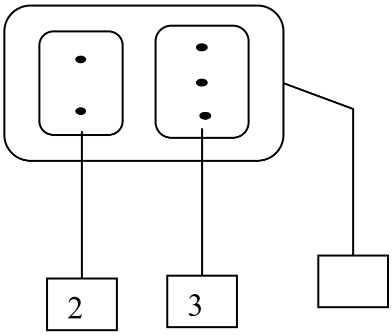


Outras atividades

1. A partir das atividades sugeridas acima, pode-se introduzir os primeiros passos na adição. Por exemplo:

As barrinhas branca e vermelha são colocadas ponta a ponta. Qual a barrinha que pode substituir essas duas? Simbolicamente, teríamos: 1 + 2 = ...

O diagrama



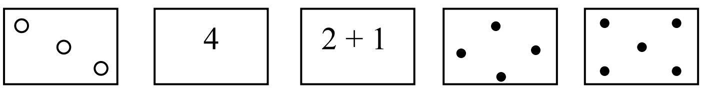
Pode ser representado por: 2 + 3 = ...

Se eu tiver um lápis e ganhar outros dois, com quantos lápis ficarei?

1 + 2 = ...

2. Ditado de números: O simples ditado de números, que deverão ser representados com os vários símbolos (algarismo ou palavras), é de muita utilidade nesta fase.

3. Ditado mudo: Através de fichas ou cartões mostrados à classe, tais como:



4. Exercícios de complemento:

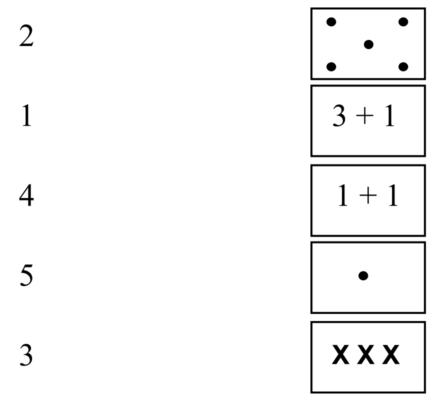
a) De seqüências:
Continue:
1, 2, ___, ___, ___ .
5, 4, ___, ___, ___ .

b) De igualdade:
Complete:
2 + 1 = ____________
3 + 2 = ____________
4 = ___ + ___ = ___
3 = ___ + ___ + ___
4 = ______ + ______
1 + 1 + 1 + 1 + 1 = _____
2 + 5 = __________
2 + ___ = 4

5. Exercícios de correspondência:

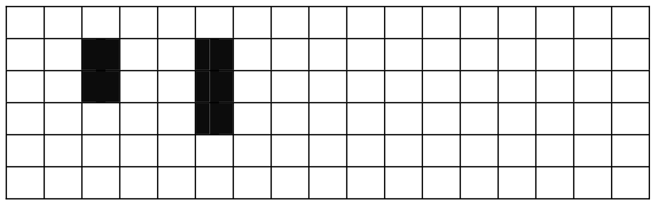
Exemplo:

Ligue, corretamente, por meio de um traço, os números da primeira coluna com as figuras correspondentes da segunda.



6. Comparação de números: As barras Cuisenaire e a representação dos números em papel quadriculado (de acordo com o sugerido em **II**.2) podem ser aproveitados para exercícios de comparação entre os números.

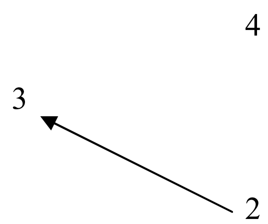
Exemplo: A figura abaixo, mostra que: “2 é menor que 3”



Assim que o professor julgar oportuno, poderá introduzir os sinais < e > .

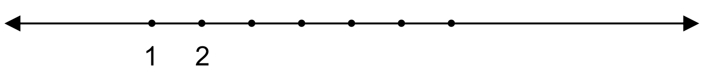
7. “Conversa” dos números: É um tipo de atividade realizada através de diagramas de flechas. Por exemplo:

Complete o desenho. A flecha diz: “............ é menor que ....”



8. Localização dos números na reta numérica: Escolhe-se uma unidade e a partir de um ponto escolhido ao acaso para representar o um, localizam-se os números restantes.

Complete:



9. Seqüência dos números:
Podem ser usados novamente os diagramas de flecha. Exemplo:

A Flecha $\xrightarrow{+1}$ indica que o número seguinte tem uma unidade a mais.
Complete:

$$\underset{1}{\bullet} \xrightarrow{+1} \bullet \xrightarrow{+1} \bullet \xrightarrow{+1} \bullet \xrightarrow{+1} \bullet \xrightarrow{+1} \bullet$$

Analogamente poderia ser usada, a partir de 5, a flecha $\xrightarrow{-1}$

Observações: o número zero poderá ser introduzido quando surgir a oportunidade favorável, por exemplo:

− Como resultante de uma situação de separar ou retirar;

− Como resultado de situações do tipo: “Márcia trouxe do galinheiro, onde existem dois ninhos, 3 ovos. Quantos ovos ela poderia ter encontrado em cada ninho?”.

As respostas seriam:

	1º ninho	2º ninho
a)	2	1
b)	1	2
c)	3	Nenhum
d)	nenhum	3

Essas respostas seriam traduzidas em:

a) 2 + 1; b) 1 + 2; c) 3 + 0;

− introduzida a subtração, o zero surge, naturalmente, como resultado de uma subtração entre números iguais.

10. Famílias de números: No fundo, são várias decomposições de um número em parcelas. Exemplo:

2 = 1 + ____ 3 = 1 + ____ 3 = 2 + ____
2 = 2 + 0 3 = 3 + ____ 3 = ____ + 3, etc.

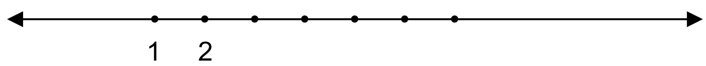
B. Estudo dos números de 6 a 9.

O professor poderá continuar o estudo dos números (com utilização de materiais que o próprio aluno manipule) representando-os por meio de desenhos, localizando-os na reta numérica, através de exercícios escritos e "inventando" situações orais. Por exemplo:

1. Compor a barrinha verde-escura, usando:
   a) apenas duas barras, colocadas ponta a ponta (devem ser exploradas todas as possibilidades);
   b) três barras na mesma situação;
   c) só barrinhas brancas;
   d) apenas barrinhas de uma mesma cor, etc.

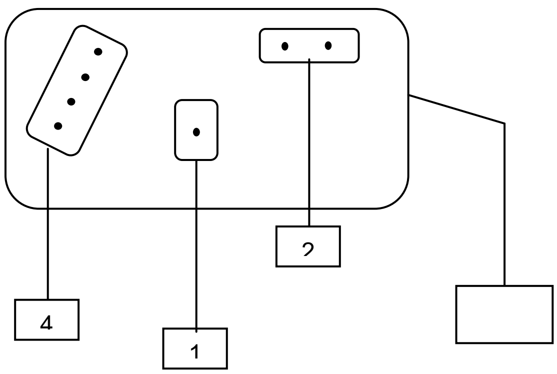
2. Desenhar 6 pontos de vários modos. Repetir o exercício para os outros números.

3. Localizar na reta numérica, os números até 7.



4. Completar:

   Em símbolos: 4 + 1 + 2 = _______



5. Completar a "família do 6" :

   6 = 1 + _____; 6 = 4 + _____; 6 = 0 + _____

   6 = 2 + _____; 6 = 5 + _____

   6 = 3 + _____; 6 = 6 + _____

6. Completar:

   6 = _____ = _____ ; 6 = _____ + _____ + _____

   6 = _____ + _____ + _____ ;

1 + 3 + 2 = _____ ; 1 + 2 + _____ = 6

2 + 2 + 2 = _____ ;

8 = _____ + _____ ; 4 + 1 = _____ ; 3 + 4 = _____

5 + 4 = _____ ; 3 + 3 + 3 = _____; 2 + 1 + 1 = _____

7. Completar, usando <, = ou > :

3 ______ 6	5 + 1 _____ 6	7 _____ 3 = 3
3 _____ 2	2 + 3 _____ 8	6 + 1 _____ 7 + 2
5 + 3 _____ 6 + 1	2 + 6 _____ 5	4 + 1 _____ 3 + 2
6 + 3_____ 6	5 + 1 _____ 4 + 2	

8. Unir, por meio de traços, os elementos da 1º coluna aos elementos da segunda que representam números iguais.

4 + 2	6
2 + 1	4
3 + 3	5
4 + 0	3
• • • • •	0

9. Completar as seqüências:

1, 3, 5, ___, ___;

2, 4, ___, ___;

2, 3, 4, ___, ___, ___.

Observações: A composição de barrinhas usando apenas barras de uma cor (exemplos: a verde-escura composta de três vermelhas ou de duas verde-claras ou de seis brancas) prepara os conceitos de multiplicação e divisão, pois a adição 2 + 2 + 2 será apresentada mais tarde de outro modo como 3 x 2. A situação: “quantas barrinhas 2 são necessárias para compor a 6” será apresentada como 6 : 2 = 3.

É claro que os exemplos dados, nas atividades acima, não são suficientes para atingir os objetivos propostos. São, apenas, sugestões que julgamos úteis para esse fim. Outros exercícios serão encontrados nos livros-texto ou criados pelo professor.

Anexo III

Atividades dos Subsídios para a implementação do Guia Curricular de Matemática - Álgebra para o 1º grau – 1ª a 4ª séries

CAPÍTULO 3

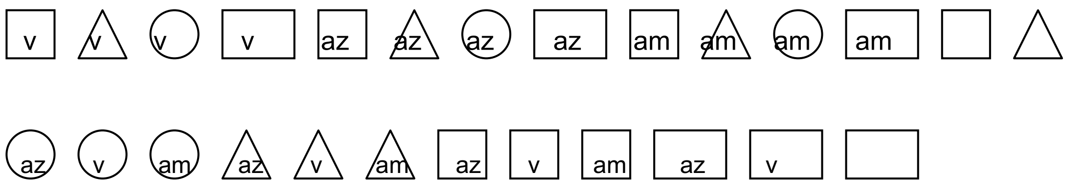
ATIVIDADES:

1. Com as barrinhas Cuisenaire, pedir que a criança faça uma escada. A seguir, solicitar que ela siga, sem olhar, quais as barras vizinhas de uma delas. Por exemplo:

   − Qual a barra que vem antes da amarela? E depois?

   Construída a escada, retirar uma das barras e pedir que o aluno diga qual a barra que está faltando.

2. Usando os blocos lógicos finos pequenos:
   a) Solicitar que as crianças disponham os blocos numa única fila, de modo organizado. A disposição das peças pode varias e essa variedade de ser incentivada. Exemplos:

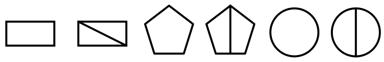


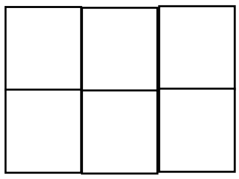
   b) Feita a arrumação das peças, o professor tomará uma peça qualquer e pedirá a uma criança que, sem olhar, diga qual a peça que vem antes ou depois dela. Repetir o exercício com outras peças.

   c) Sem que a criança veja, o professor muda uma peça de lugar. A criança deverá descobrir qual a peça deslocada e recolocá-la no lugar certo. Aos poucos, aumentar a dificuldade, mudando de lugar mais de uma peça.

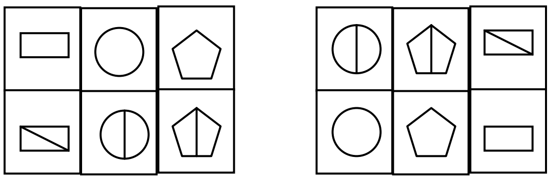
   Obs.: caso o professor não disponha dos blocos lógicos, poderá criar um material estruturado, com duas ou três variáveis e realizar atividades semelhantes.

   É importante que a criança fixe o critério que adotou na disposição feita. É um preparo para a fixação da ordem numérica, da ordem alfabética, da seqüência dos meses, dos dias da semana, etc.

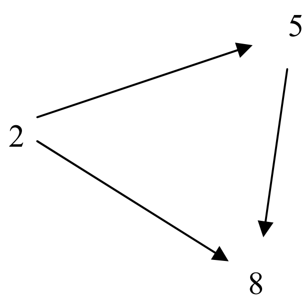
3. Dispor as figuras  , no quadro abaixo, de modo que as duas peças vizinhas (segundo a linha ou as colunas) tenham apenas uma diferença.



Exemplo de soluções:

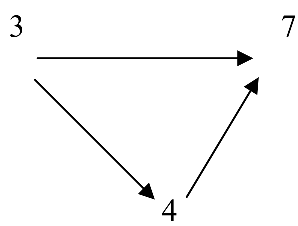


4. “Conversa” dos números: a flecha ⟶ diz “eu sou menor do que você”. Dados os números 2, 5 e 8, quais podem “ falar” ? com quem? Qual “falou” mais? Qual ficou “ calado” ?



Obs.: o exercício pode ser feito com as barrinha Cuisenaire. Tomando duas ou mais barras, a criança poderá “fazer de conta” que elas conversam entre si. O exercício será feito oralmente.

5. Traduzir a “conversa”, abaixo, sabendo que a flecha ⟶ diz “ .... é menor que ...... “ .



6. Dar os vizinhos:

____, 3, ____; _____, 4, _____; _____, 6, _____; _____ 8, _____;

____, 12, _____; _____, 19, _____; _____, 31, _____; _____, 53, _____.

7. Completar corretamente, usando os sinais $<$, = ou $>$:

3 _____ 5; 2 _____ 2; 5 _____ 6; 7 _____ 2; 4 _____ 9; 10 _____8;

13 _____ 10; 15 _____ 15; 21 _____ 20; 25 _____ 29.

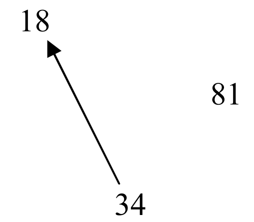
8. Completar as seqüências:

1, 2, 3, 4,____, ____, ____, ____.

10, 11, 12, ____, ____, ____, ____, ____.

10, 20, 30, ____, ____, ____, ____, ____.

9. Completar o diafragma com as flechas que faltas, de modo que a “conversa” seja: “_____ é maior que ____ “.



Observações:

1. O conceito de ordem é um dos mais importantes da Matemática.

Uma relação de ordem em um conjunto pode ser dos mais variados tipos. A mais comum, talvez, é a ordem alfabética.

Vários exemplos podem ser citados:

a) a ordem em que as crianças entram ou saem da sala de aula é um exemplo de ordem temporal;
b) a ordem em que as palavras são dispostas num dicionário é um exemplo de ordem de um tipo especial, útil, também, em Matemática e chamada ordem lexicográfica;
c) a ordem dos pontos de uma reta, fixado um sentido de percurso.

2. A principal característica de uma relação de ordem é a **transitividade**: Se um elemento **a** precede um elemento **b** e **b** precede **c**, então **a** precede **c**.

Assim, por exemplo, no conjunto dos números naturais a relação “vem antes de” é uma ordem: se **a** vem antes de **b** e **b** vem antes de **c**, então **a** vem antes de **c**. No mesmo conjunto, a relação “é antecessor de”, não é uma ordem pois: **2** é antecessor de **3** e **3** é antecessor de **4**, mas **2** não é antecessor de **4**.

3. A terminologia “antecessor” e “sucessor” não precisa ser, necessariamente, dada ao aluno. No entanto, através da noção de “vizinho”, ela deve ser bastante explorada, insistindo-se principalmente, nas noções de “um a menos” e de “um a mais” que caracterizam o fato de um número ser “vizinho” de outro.

4. Não é conveniente dar simultaneamente os símbolos de “menor que”, “maior que”. O professor deve introduzir primeiro um desses símbolos e só depois que o aluno estiver habituado a usá-lo introduzir o outro.

CAPÍTULO 4

ATIVIDADES:

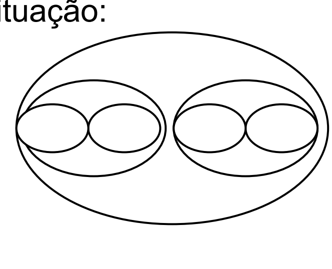
Para a compreensão do processo de agrupamento e de notação dos sistemas posicionais de numeração, é interessante explorar as atividades de agrupamentos em diferentes bases. Além do valor metodológico, é um tipo de atividade pelo qual a criança manifesta, em geral, grande interesse. Essas atividades permitem que a criança abstraia e generalize o processo e proporciona uma base sólida para a compreensão do Sistema de numeração Decimal e, também, para a compreensão do transporte nas operações com que irá trabalhar mais tarde. Como a aprendizagem fica mais fácil quando o sistema de numeração não usa muitos algarismos, sugerimos que as atividades sejam desenvolvidas nas bases 2 e 3, antes de o fazer na base 10.

1. **Jogo do “NUNCA DOIS”.**
   O jogo se baseia na seguinte regra básica:
   “Dois elementos do mesmo tipo nunca podem ficar juntos: devem ser substituídos por um elemento de outro tipo”.

a) **Com a caixa de numeração**.
Regras do jogo:
− Na caixa A só podemos colocar os grãos de feijão; na B, só os de milho; na C, os de ervilha.
− Cada vez que tivermos dois feijões, devemos trocá-los por um grão de milho; dois grãos de milho devem ser trocados por um de ervilha.
O que a criança fará se o professor lhe der, por exemplo, três feijões?
Ela deverá trocar dois feijões por um milho, colocar o feijão que sobrou na caixa A e o milho na caixa B.

b) **Com a cartaz de pregas**
Para que a mesma atividade seja realizada com mais um material, o professor poderá utilizar o cartaz de pregas. Dividindo o cartaz em três colunas, estabelecerá as regras para uso de fichas coloridas. A seguir dará uma série de exercícios pára que os alunos resolvam inclusive os que foram realizados com a caixa de numeração. Por exemplo, se duas fichas amarelas “valem” uma azul e duas azuis, uma vermelha, dar aos alunos 5 fichas amarelas.

c) **Com as argolas de papel cartão.**
Duas argolas amarelas (pequenas) podem ser encaixadas numa verde (média) e duas verdes se encaixam numa rosa (grande)
Se o professor der ao aluno 5 amarelas, o aluno deverá efetuar os encaixes obtendo a situação:



d) **Com o material Cuisenaire**.

O aluno trabalhará com as barras de cor branca, vermelha, roxa e marrom: duas brancas são trocadas por uma vermelha; duas vermelhas, por uma roxa e duas roxas, por uma marrom.

2. Jogo do “NUNCA TRÊS”.

Basta trocar a regra básica para:

– “Três elementos do mesmo tipo nunca podem ficar juntos: devem ser substituídos por um elemento de outro tipo”

Novos exercícios podem ser propostos, tanto com o cartaz de pregas como com a caixa de numeração. Por exemplo:

a) Dar à criança 7 feijões. Ele deverá trocar 6 feijões por dois milhos, colocar o feijão restante na caixa A e os milhos na caixa B.

b) Com 14 feijões: a criança trocará 12 feijões por 4 milhos; os dois feijões restantes serão colocados em A; a seguir trocará 3 grãos de milho por um de ervilha; sobrará um milho que será colocado em B; a ervilha é colocada em C.

3. Jogo do “NUNCA ....”.

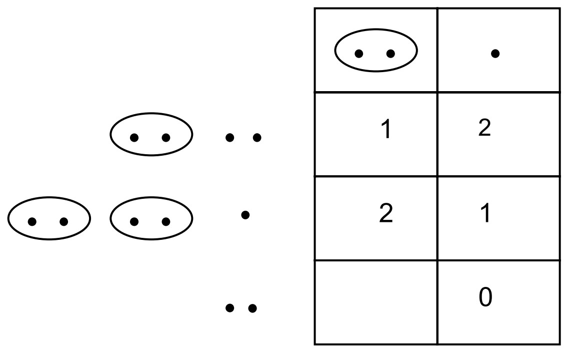
Antes de passar à base dez, o professor, se julgar necessa´rio, poderá propor exercícios em outras bases: 4, 5, etc.

O importante é que as trocas sejam efetuadas com segurança e que o aluno compreenda o processo.

4. Representação:

Depois que as crianças estiverem trabalhando com desembaraço e já forem capazes de realizar, com firmeza, qualquer exercício proposto, elas poderão registrar no caderno e na lousa o que foi feito, conforme o exemplo abaixo.

Os feijões (ou as fichas amarelas, ou as barras brancas, etc.) serão representadas por pontos. Teremos:



Quando as crianças adquirirem segurança na realização desses exercícios elas perceberão, com facilidade, porque depois do 9 vem o 10.

Nessa altura, o professor poderá trabalhar com a base dez e a criança será capaz de escrever os números maiores que o 9, compreendendo o significado das ordens.

5. Base dez.

a) o trabalho nesta base pode ser realizado com a caixa de numeração, com o cartaz de pregas e com o material dourado Montessori. Exemplos:

− 16 cubinhos do material dourado Montessori correspondem a uma barrinha e seis cubinhos;

− 16 feijões do jogo do "nunca dez" correspondem a 1 milho e 6 feijões;

− 16 fichas amarelas, no cartaz de pregas, correspondem a uma azul e seis amarelas.

b) Para a representação usando o material dourado Montessori, por exemplo:

	Representação		
Número de cubinhos			
Dezesseis	1	6	10 + 6
Vinte e três	2	3	20 + 3
Quarenta e cinco			
Cinqüenta e um			

Na base dez é conveniente não esquecer de pedir ao aluno que leia todo número que for escrito.

Inicialmente não é necessário estabelecer os nomes das ordens, o que será feito no momento em que o professor achar conveniente. Poderá associar cada cubinho do material dourado Montessori com uma unidade e cada barra com uma dezena.

6. Como exercício de fixação poderemos usar:

a) Ditado de números.

b) Ditado "mudo": tomando peças do material dourado Montessori (ou colocando fichas no cartaz de pregas, etc.) o professor pedirá que as crianças escrevam o número representado pelo material.

c) Completamento de seqüências:

10	,	11	,	12	,	___	,	___	,	___	___	,	...	,	20	;
10	,	20	,	30	,	___	,	___	,	___	___	,	...	,	90	;
2	,	12	,	22	,	___	,	___	,	___	___	,	...	,	92	;
30	,	31	,	32	,	___	,	___	,	___	___	,	...	,	42	.

d) Exercícios sobre composição e decomposição.

Resolva, de acordo com o modelo:

37	=	30	+	7	5 __	=	___	+	8
29	=	___	+	___	__ 7	=	30	+	___
82	=	___	+	___	__ __	=	20	+	1
___	=	40	+	2	7 __	=	___	+	9

Anexo IV

Entrevista com grupo de professoras do ano inicial do Ensino Fundamental

Prezado(a) Professor(a).

Meu nome é Icléa Maria Bonaldo, sou Professora de Matemática e Diretora da rede Estadual de Ensino e estou cursando o Mestrado Profissional em Educação Matemática na PUC-SP.

Pretendo, em meu trabalho de conclusão de curso, desenvolver um projeto sobre o ensino e aprendizagem de números nas séries iniciais do Ensino Fundamental, priorizando a 1ª série.

Solicito que responda ao questionário abaixo onde, num primeiro momento meu objetivo é caracterizar o perfil do professor(a) e num segundo momento direcionar o meu trabalho com perguntas objetivas.

Desde já, agradeço a colaboração.

Nome: ______________________

Idade: ______________________

Tempo de magistério: __________

Escola em que atua:

( ) Particular

( ) Pública

Você leciona:

( ) na educação infantil

( ) na 1ª. série do ensino fundamental

1. Fale um pouco sobre você e sobre sua formação e sobre sua atuação profissional focalizando, especialmente, sua relação com o ensino e aprendizagem de matemática para crianças.

2. Você já deve ter observado que as orientações didáticas referentes ao ensino de números naturais para crianças de educação infantil ou anos iniciais do ensino fundamental variam ao longo do tempo. Que referências você usa para organizar seu trabalho com vistas à aprendizagem dos números pelas crianças?

3. Se você conhece algumas contribuições de Jean Piaget e/ou de Constance Kamii para a compreensão da aprendizagem de números pelas crianças, comente-as.

4. Se você conhece algumas contribuições de Delia Lerner e/ou de Michel Fayol para a compreensão da aprendizagem de números pelas crianças, comente-as.

5. Que tipo de atividades você desenvolveu com sua turma, este ano, até o presente momento, referentes à compreensão e uso dos números naturais e de suas escritas. Descreva as que considera mais relevantes.

6. Descreva duas propostas de livro didático de 1ª. Série, sobre o tema (números) que você achou bastante interessantes para a aprendizagem de seus alunos.

7. Descreva duas propostas de livro didático de 1ª. Série, sobre o tema (números) que você considera pouco interessantes para a aprendizagem.

Anexo V

Atividades mais freqüentes registradas nos cadernos dos alunos

1. Quem vem antes?

____3, ____5, ____7, ____10.

2. Escreva como se lê:

0 __________
2 __________
3 __________
4 __________
5 __________
6 __________
7 __________
8 __________
9 __________
10 _________

3. Ligar:

6	DEZ
7	OITO
8	SEIS
9	SETE
10	NOVE

4. Descubra os vizinhos:

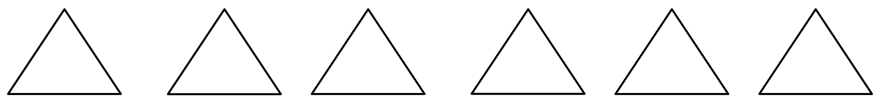
____ 2 ____
____ 5 ____
____ 6 ____
____ 9 ____

5. Escreva a seqüência de 1 a 9.

6. Ditado de números.

7. Desenhe 5 bolinhas.

8. Pinte 6 triângulos.



9. Quem fugiu?

0, 1, 2, _____, 4, _____, 6, 7, 8, _____.

10. Decomponha:

1 = 1 unidade	12 = 1 dezena + 2 unidades
2 = _________	14 = __________________________
3 = _________	18 = __________________________

11. Desenhe a quantia que se pede:

8	3	5

12. Escreva a seqüência numérica de 0 a 10, na ordem crescente e decrescente.

13. Complete:

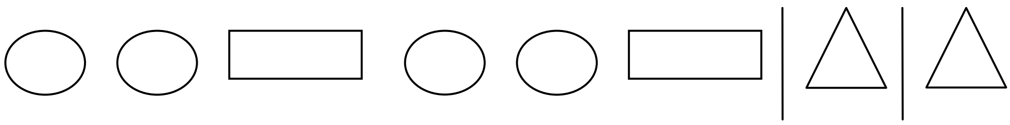
1 dúzia = ____
Meia dúzia = ____
1 dezena = ____
Meia dezena = ____

14. Escreva numerais de 2 em 2.

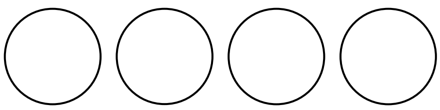
15. Complete com = ou ≠.

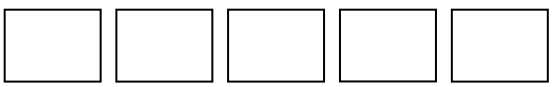
2 ______ 2
10 ______ 10
20 ______ 25
0 ______ 29

16. Complete a seqüência.



17. Escreva par ou ímpar.

 __________

 ________

18. Faça os números ímpares do 0 ao 20.

19. Faça os números pares do 50 ao 60.

20. Coloque > ou <.

4 ____ 6

6 ____ 7

36 ____ 21

42 ____ 12

21. Circule o número menor.

18 - 67 - 80 - 76

52 - 36 - 25 - 63

22. Quanto falta?

3 para 5 = ____

Anexo VI

Atividades mais utilizadas pelo professor extraídas do AM

ATIVIDADE Nº 15: “O JOGO DAS FILAS”.

OBJETIVO: Desenvolver os conceitos “por baixo de”, “por cima de”, “pelo lado direito” e “pelo lado esquerdo”.

MATERIAL NECESSÁRIO: Duas bolas.

DESENVOLVIMENTO: Os alunos devem colocar-se, formando duas filas, e você dá uma bola ao primeiro aluno de cada uma delas. Peça que cada um passe a bola para a criança que está atrás, obedecendo à seguinte regra: a bola deverá ser passada “por cima” da cabeça dela.

O último aluno da fila deverá pegar a bola e colocar-se à frente do primeiro e assim sucessivamente. O jogo termina quando o primeiro aluno de uma das filas retornar à sua posição inicial.

Repita várias vezes o jogo, alternando as regras como, por exemplo: a bola será passada por baixo das pernas de cada aluno ou por um dos lados e assim por diante.

Para o Professor

TEMA: Vocabulário fundamental para a Matemática.

META: Proporcionar condições para o domínio dos conceitos relativos à direção e sentido.

COMENTÁRIOS: Jogos e dramatizações são situações valiosas para que os alunos venham a alcançar o objetivo explicitado.

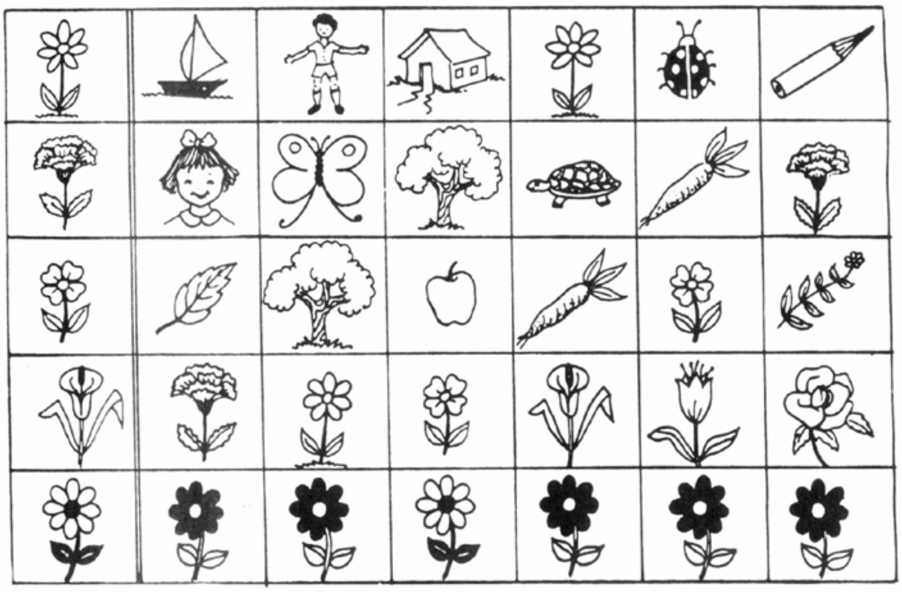
ATIVIDADE Nº 20: “AS FILEIRAS”

OBJETIVO: Diferenciar entre vários entes aqueles que são semelhantes.

MATERIAL: Uma folha do tipo A para cada aluno (modelo no apêndice).

DESENVOLVIMENTO: Recorte a primeira fileira da folha tipo A e distribua, dando uma a cada aluno.

Folha A



Peça que observem bem as figuras, pois devem marcar a que mais se parece com a do primeiro quadradinho.

Comente os acertos e os erros eventuais, solicitando que as próprias crianças se manifestem o respeito.

Faça o mesmo com as demais fileiras.

Depois de realizarem a tarefa com a última fileira, as crianças podem colar as tiras no caderno e colorir as figuras.

Para o Professor.

TEMA: Classificação.

META: Propiciar o desenvolvimento da habilidade de classificar.

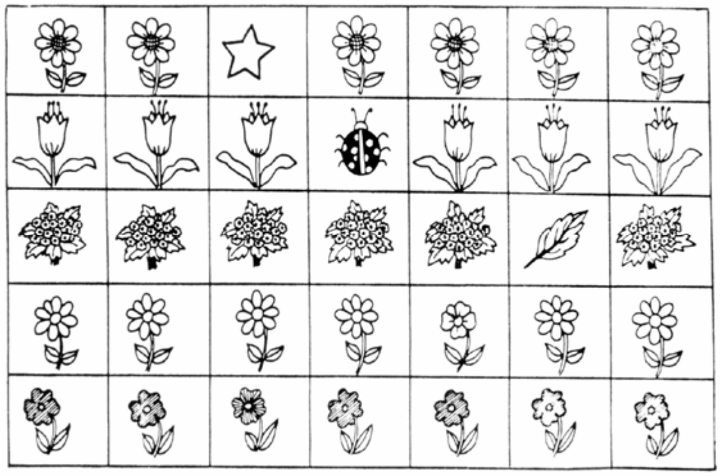
ATIVIDADE Nº 21: “QUAL A FIGURA DIFERENTE?”

OBJETIVO: Diferenciar entre entes semelhantes, o ente diferente.

MATERIAL: Uma folha do tipo B para cada aluna (modelo no apêndice).

DESENVOLVIMENTO: Distribua uma folha do tipo B para cada aluno.

Folha B



Peça que observem bem as figuras de cada fileira horizontal, pois devem marcar a que é diferente das demais.

Comente os acertos e os erros eventuais, solicitando que as próprias crianças se manifestem o respeito.

Ao final, as crianças podem colar a folha no caderno e colorir as figuras.

Para o Professor.

TEMA: Classificação.

META: Propiciar o desenvolvimento da habilidade de classificar.

COMENTÁRIOS: Ao realizar uma classificação, é sempre necessário discriminar-se um ente pertence ou não a uma das classes. Discriminar diferenças é o início dessa compreensão.

Classificar é agrupar em categorias, segundo um critério pré-estabelecido.

O estabelecimento de categorias é, porém, um processo complexo e diferente de simplesmente agrupar.

Tendo em vista que a nossa proposta de aprendizagem matemática se preocupa com o desenvolvimento do pensamento, se faz necessário incluir entre os temas escolhidos um de classificação.

Este tema será retrabalhado e ampliado nas demais séries, segundo a idade e o amadurecimento das crianças.

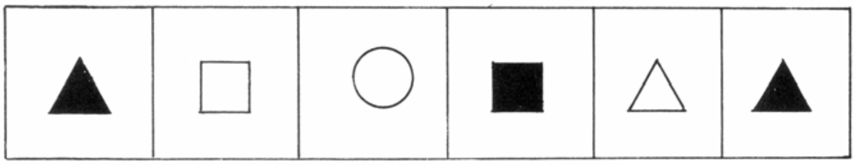
Na primeira série nos limitaremos a propor o exercício de algumas atividades necessárias ao desenvolvimento da operação de classificação, de acordo com a seguinte graduação de dificuldade:

- Reconhecer entes semelhantes;
- Discriminar um ente diferente entre entes de mesmas características;
- Estabelecer a relação de pertinência de um ente a um grupo;
- Estabelecer a relação de não pertinência de um ente a um grupo;
- Agrupar por categorias, mediante um critério estabelecido pelo professor;
- Agrupar diferentemente os mesmos elementos por critérios diferentes estabelecidos pelo professor;
- Inferir o critério utilizado numa classificação;
- Estabelecer critérios para o agrupamento de uma coleção de entes.

Em cada atividade relativa ao tema, temos sempre presente, também, um crescendo de dificuldades.

Nesta atividade, a seqüência das fileiras a, b, c, d, e é ordenada levando isto em conta.

Esta atividade pode também ser realizada com formas geométricas. Por exemplo:



ATIVIDADE Nº 22: "A GALINHA DO VIZINHO"

OBJETIVO: Proceder à contagem de rotina.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO: No pátio da escola, as crianças formam uma roda e cantam:

"A galinha do vizinho,
Bota ovo amarelinho,
Bota um, bota dois,
Bota três, bota quatro,
....
Bota nove, bota dez."

Ao dizer “bota dez”, todas as crianças se abaixam. Aquelas que não se abaixarem irão para dentro da roda “chocar os ovos”.

Repita algumas vezes a brincadeira, até que todas as crianças memorizem a seqüência dos números naturais de 1 a 10.

Para o Professor.

TEMA: Número natural.

META: Verificar o domínio da contagem de rotina.

COMENTÁRIOS: Antes de iniciar a aprendizagem sistemática dos números naturais, é importante que se verifique se a criança está pronta para o trabalho. Um dos indicadores da prontidão requerida é a recitação ordenada dos números, habilidade básica da contagem, ainda que um processo mecânico.

Assim sendo, estas atividades iniciais pretendem apenas verificar qual é o conhecimento que a criança possui do numérico e qual o “status” desse conhecimento.

ATIVIDADE Nº 23: “QUANTOS SÃO OS OVOS?”

OBJETIVO: Representar graficamente quantidades numéricas.

MATERIAL NECESSÁRIO: Lápis, borracha, papel sulfite, lápis de cor.

DESENVOLVIMENTO: Continuando a atividade do dia anterior, dê a cada criança uma folha de papel sulfite e diga:

- “Hoje, vocês vão desenhar uma galinha e a quantidade de ovos que ela chocou. Vocês podem escolher o número de ovos, de um até dez.”.

Depois de feito o desenho, você propõe à classe perguntas como, por exemplo:

- “Alguém desenhou uma galinha que tenha chocado apenas dois ovos? E três?”

Os alunos que responderem afirmativamente mostrarão seus desenhos para a classe e assim por diante. Explore com perguntas todos os números que surgirem nos desenhos. Ao final, você pode perguntar:

- “Qual foi à galinha que chocou mais ovos?”

Para o Professor.

TEMA: Número natural.

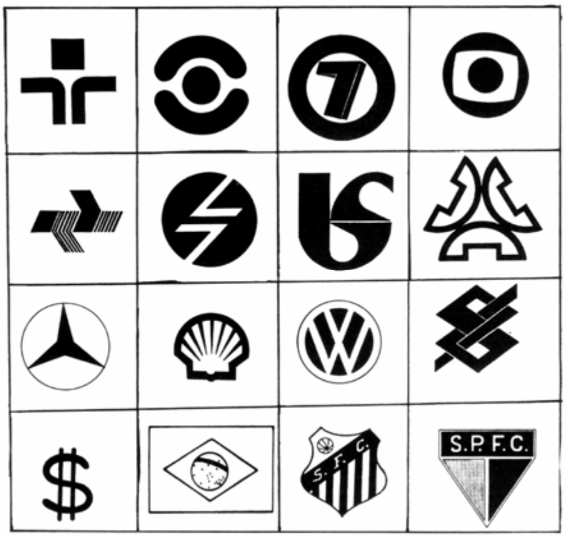
META: Verificar o domínio das quantidades numéricas.

ATIVIDADE Nº 26: "QUEM SABE O QUE É?"

OBJETIVO: Inferir que um símbolo representa um objeto, uma idéia, uma atividade e apenas uma.

MATERIAL NECESSÁRIO: 16 símbolos (modelo no apêndice).

DESENVOLVIMENTO: Divida a classe em quatro grupos. Dê a cada grupo quatro das figuras abaixo para que tentem dizer o que cada uma delas representa (significa).



Passado algum tempo, interrompa a ação e peça a cada grupo que escolha um representante. Cada um deles irá à frente e, mostrando as figuras, explicarão quais os símbolos que conhece.

Em caso de dúvidas ou desconhecimento dos símbolos, peça às crianças que perguntem a seus pais ou irmãos se eles os conhecem e contem aos colegas no dia seguinte.

Para o Professor.

TEMA: Simbolização.

META: Proporcionar condições para a compreensão do conceito de símbolo matemático.

COMENTÁRIOS: Grande parte da aprendizagem matemática pode ser encarada como aquisição de uma nova linguagem e os símbolos matemáticos podem ser considerados como palavras dessa nova língua, cada um deles correspondendo a um conceito perfeitamente definido. Sobre esses símbolos é estabelecida uma sintaxe que, com suas regras próprias, vai determinar como eles podem ser relacionados entre si.

A fim de desenvolver um bom trabalho, que tenha por objeto a aquisição desta nova linguagem, é necessário apresentar às crianças atividades que sirvam de suporte à introdução, compreensão e utilização dos símbolos matemáticos.

ATIVIDADE Nº 28: "QUANTOS ANOS VOCÊ TEM?"

OBJETIVO: Representar graficamente quantidades numéricas.

MATERIAL NECESSÁRIO: Lápis, borracha, lápis de cor e papel sulfite.

DESENVOLVIMENTO: Peça a cada criança que desenhe quantidades associadas aos símbolos numéricos que conhecem. Cada folha será usada para um só número e as crianças podem desenhar objetos variados. Apresente os cartões da atividade anterior, um a um.

Ao final, pergunte a uma das crianças:

- "Você pode nos" dizer ", com um dos desenhos, quantos anos você tem?".

Para o Professor.

TEMA: Número natural.

META: Verificar o domínio da associação dos símbolos às quantidades correspondentes.

COMENTÁRIOS: Esta atividade e a anterior permitem verificar até onde vai o conhecimento da criança com relação aos números. Por isso, faça um levantamento dos resultados para reforçar a aprendizagem, quando for necessário.

ATIVIDADE Nº 30: "QUEM TEM MAIS?"

OBJETIVO: Comparar duas coleções.

MATERIAL NECESSÁRIO: Duas coleções com, no máximo, 6 objetos de tamanhos diferentes.

DESENVOLVIMENTO: Divida a classe em grupos com quantidades diferentes de alunos. Cada grupo deve ter, no máximo, 6 alunos. Peça às crianças que comparem os grupos, dois a dois, levando-as a empregarem as expressões: "mais que", "menos que" e "tanto quanto".

Assim, você pode fazer as perguntas do tipo:

- "Este grupo tem tantos elementos quanto aquele? E este outro?"

Escolha dois grupos e peça que seus elementos fiquem em pé.

Pergunte à classe:

- "Qual desses dois grupos tem mais elementos? Quantos a mais?"

- "Qual tem menos? Quantos a menos?"

- "Como é que vocês sabem?"

Agora, separe a classe em grupos de quatro alunos e dê a cada grupo duas coleções de objetos. Por exemplo: uma coleção de 5 tampas e uma coleção de 6 palitinhos.

Peça aos grupos que verifiquem quais das duas coleções possui mais objetos.

Para o Professor.

TEMA: Número natural.

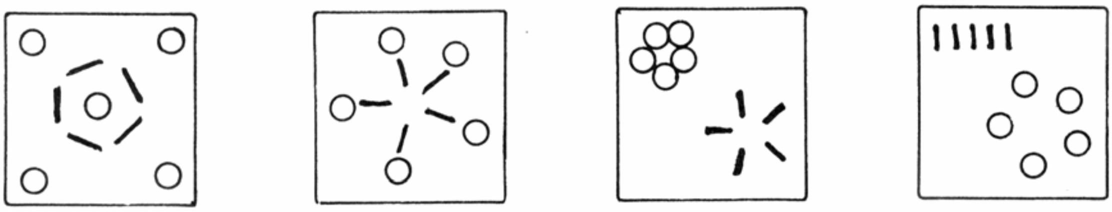
META: Verificar como as crianças procedem para comparar coleções de no máximo seis objetos cada uma.

COMENTÁRIOS: Foi constatado, através de pesquisas pedagógicas, notadamente as realizadas pelo "Instituto de Pesquisas do Ensino da Matemática" de Bordeaux (França), que crianças de 7 anos procedem de diferentes maneiras quando comparam as quantidades de elementos de duas coleções. Os diferentes procedimentos estariam relacionados com a ordem de grandeza dos elementos das referidas coleções.

Assim é que, se as coleções possuem no máximo 6 objetos cada uma, a resposta à pergunta"em qual coleção há mais objetos?" é dada imediatamente, pois a percepção é global.

As crianças, neste caso, não sentem necessidade de formar pares de elementos para responder à pergunta.

Nesta atividade é conveniente que você disponha os objetos, em cada grupo, de uma forma diferente, para observar em que medida o "modo" de dispor estes objetos induz à resposta dada pelas crianças. Assim, por exemplo, são disposições diferentes.



Varie a quantidade de objetos de cada coleção. Percorra os grupos para observar os procedimentos utilizados pelas crianças e procure sempre estimular a participação de todos.

ATIVIDADE Nº 34: "MENINOS X MENINAS".

OBJETIVO: Comparar quantidades.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO: Você reúne todos os alunos, se possível, no pátio. Peça-lhes que descubram uma forma de saber se na classe há mais meninos ou meninas. Observe como as crianças se comportam para chegar a uma resposta.

Para o Professor.

TEMA: Número natural.

META: Criar condições para que a comparação de quantidades móveis se faça através da formação de pares.

ATIVIDADE Nº 44: “DESCUBRA A REGRA”.

OBJETIVO: Identificar o motivo de uma seqüência repetitiva.

MATERIAL NECESSÁRIO: Nenhum.

DESENVOLVIMENTO: Disponha algumas crianças, em uma fila, do seguinte modo: um aluno ficará sentado, um em pé, um sentado, um em pé e assim por diante. Em seguida, peça às outras crianças que se coloquem na fila de modo que a mesma “arrumação” continue.

Pergunte, a seguir, para cada um:

- “Por que você está aí nessa posição?”

- “Vamos ver se está certo? O que vocês acham?”

Desta forma, você poderá corrigir os eventuais erros.

Oriente a discussão para que os alunos descubram a regra de formação da seqüência em questão.

Forme uma nova seqüência: um menino, duas meninas, um menino, duas meninas e assim por diante.

Depois de todos estarem corretamente colocados, tente fazer com que verbalizem a regra de formação da seqüência. Para tanto, é necessário que as crianças percebam qual é a menor parte da seqüência que se repete (isto é, o motivo da seqüência).

Nos exemplos dados, os motivos são respectivamente: “um aluno sentado, um em pé” e “um menino, duas meninas”.

Peça a um grupo de alunos (5 ou 6 alunos que combinem entre si uma regra (motivo) e se “arrumem” segundo esta regra. As outras crianças deverão se dispor de modo a completar a seqüência, verbalizando o motivo da mesma.

Lembrando que em algumas brincadeiras infantis existem seqüências repetitivas de gestos, você pode utilizá-las para explorar esta atividade. Por exemplo: as brincadeiras do “pirulito que bate bate”, “atirei um pau no gato” e “escravos de Jô”.

Para o Professor.

TEMA: Seqüências.

META: Propiciar condições para a compreensão do sistema posicional de representação dos números naturais.

COMENTÁRIOS: A compreensão do sistema posicional de numeração pode ser mais facilmente obtida com a exploração conveniente de determinadas atividades. Os exercícios que lidam com **seqüências** (uma sucessão de elementos determinada por uma **regra**) permitem a compreensão de procedimentos semelhantes aos que serão encontrados no estudo de representação da seqüência dos números naturais, por isso, esta atividade inicia o trabalho com seqüências repetitivas.

Numa seqüência repetitiva como □ ▫ □ ▫ □ ▫ ... há sempre um **motivo**. Por motivo, entende-se a “menor parte” da seqüência com a qual, mediante repetição, é possível formá-la. Assim, no nosso exemplo, o **motivo** é □ ▫ e os termos da seqüência são, portanto todos iguais a □ ▫.

ATIVIDADE Nº 45: “AS SEGUIDINHAS”.

OBJETIVO: Formar seqüências repetitivas com os mais diversos materiais manipuláveis.

MATERIAL NECESSÁRIO: Papel sulfite cola, tesoura, lápis de cor, palitos, tampinhas, botões coloridos, grãos, figuras geométricas, etc.

DESENVOLVIMENTO: Organize a classe em grupos e dê a cada grupo uma coleção de objetos, como por exemplo: botões coloridos, figuras geométricas coloridas, palitos, grãos e tampinhas.

Peça a cada grupo para construir um “trenzinho”, colocando, um após o outro, objetos de sua coleção.

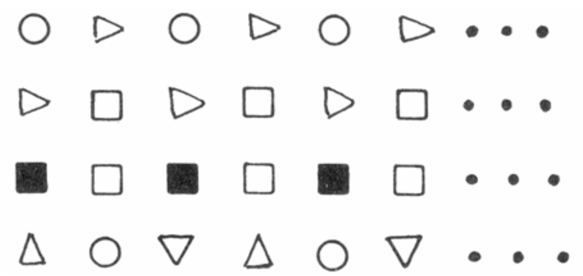
Peça a cada grupo para construir um “trenzinho”, colocando, um após o outro, objetos de sua coleção.

Em um primeiro momento, a criança irá criar livremente. Aos poucos, porém, você pode sugerir que elas construam uma “seguidinha”, isto é, um trenzinho de vagões iguais (o mesmo que formar uma seqüência repetitiva).

1. Com botões coloridos, podem ser feitas as “seguidinhas”:
− um botão grande, um pequeno, um botão grande, um pequeno e assim por diante.
− um botão vermelho, dois brancos, um vermelho, dois brancos e assim por diante.
− um botão azul, um branco, um vermelho, um botão azul, um branco, um vermelho e assim por diante.

2. Com grãos, palitos e tampinhas, podem ser feitas as seqüências:
− uma tampinha, dois palitos, uma tampinha, dois palitos e assim por diante.
− um grão, uma tampinha, dois palitos, um grão, uma tampinha, dois palitos e assim por diante.

3. Com figuras geométricas, explorando os atributos forma e cor:



Você pode iniciar, algumas vezes, a colocação das peças; pedindo às crianças para continuarem a construção.

Ao final, as crianças farão colagens (ou desenhos) para representar as seqüências que construíram. Cada grupo deverá afixar, na lousa, o seu trabalho para que todos o vejam.

Para o Professor.

TEMA: Seqüências.

META: propiciar condições para a compreensão do sistema posicional de representação dos números naturais.

COMENTÁRIOS: Durante a experimentação desse material, as crianças se referiam às seqüências como “as seguidinhas”. Achamos, então, preferível adotar essa nomenclatura na medida em que é mais significativa para elas.

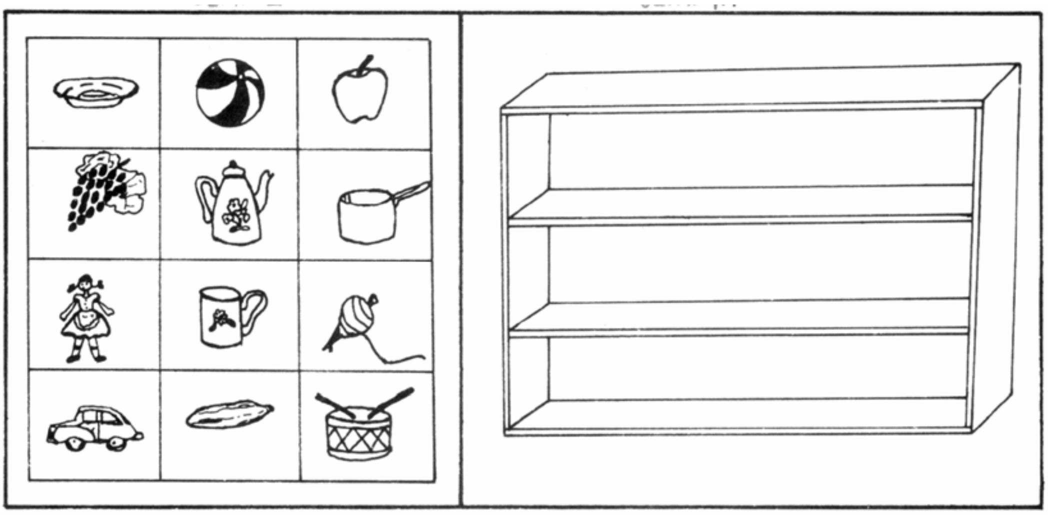
ATIVIDADE Nº 62: “AS PRATELEIRAS”

OBJETIVO: Classificar objetos a partir de um critério pré-estabelecido.

MATERIAL: Uma folha do tipo L e uma do tipo M, para cada criança; tesoura e cola (modelos no apêndice).

DESENVOLVIMENTO: Distribua uma folha do tipo L e uma do tipo M para cada aluno. Solicite que recortem as figuras da folha L, pois deverão arrumá-las nas prateleiras de modo que as da mesma família fiquem juntas.

Folha L Folha M



Solicite, ao final, que as crianças expliquem por que escolheram a prateleira do meio (ou a de cima ou a de baixo) para o grupo das frutas (ou dos brinquedos ou dos objetos de cozinha).

PARA O PROFESSOR.

TEMA: Classificação.

META: Propiciar o desenvolvimento da habilidade de realizar a operação de classificação.

COMENTÁRIOS: É conveniente multiplicar a atividade descrita, utilizando outros objetos.

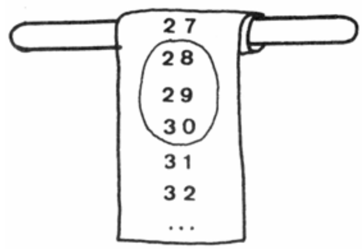
A fim de diversificar, você pode, também, propor para um grupo de entes, qual o que não deveria estar na prateleira.

ATIVIDADE Nº 119: “LOGO ANTES, LOGO DEPOIS”.

OBJETIVO: Estabelecer o antecessor e o sucessor de um número natural.

MATERIAL NECESSÁRIO: Rolinho dos números; grupos de três cartões com números naturais consecutivos.

DESENVOLVIMENTO: Peça às crianças que peguem seu rolinho dos números. Diga-lhes que observem cada número natural. Escolha um deles, por exemplo, o 29. Pergunte qual é o número que vem logo antes do 29 e o que vem logo depois.



Repita o mesmo com outros números.

Pergunte se qualquer um dos números tem um que vem logo antes e outro que vem logo depois.

Dê, a seguir, um cartão numerado a cada criança e peça que procurem, na classe, seus próximos: qual o que vem logo antes e qual o que vem logo depois.

Peça às crianças que se coloquem lado a lado, exibindo os seus cartões numerados, para que todos os vejam. As próprias crianças irão conferir as respostas.

Para o Professor.

TEMA: Sistema de Numeração Decimal.

META: Propiciar condições para a fixação da seqüência dos números naturais, com ênfase especial no antecessor e sucessor dos números 10, 20, 30, 40,...

COMENTÁRIOS: Eis alguns exemplos de grupos de três números naturais consecutivos com os quais vale a pena trabalhar, por serem aqueles onde as dificuldades aparecem mais:

9, 10, 11	10, 11, 12
19, 20, 21	21, 22, 23
29, 30, 31	32, 33, 34
39, 40, 41	43, 44, 45
49, 50, 51	54, 55, 56
59, 60, 61	65, 66, 67
69, 70, 71	76, 77, 78
79, 80, 81	87, 88, 89
89, 90, 91	

Evitamos a expressão "os vizinhos de 29", pois na 2.ª série introduziremos a nomenclatura correta.