



MINISTÉRIO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
OBSERVATÓRIO NACIONAL
DIVISÃO DE PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO

TESE DE DOUTORADO

INVERSÃO GRAVIMÉTRICA ASSISTIDA

Fernando José Soares e Silva Dias

Orientadora
Valéria Cristina Ferreira Barbosa

2007

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.



OBSERVATÓRIO NACIONAL
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

NOME DO CANDIDATO: Fernando José Soares e Silva Dias

NÍVEL: Doutorado

TÍTULO DO TRABALHO: “Inversão gravimétrica assistida”

DATA DA DEFESA: 01 de junho de 2007

LOCAL: Auditório do Observatório Nacional

COMISSÃO EXAMINADORA:

Dra. Valéria Cristina Ferreira Barbosa COGE/ON (Presidente)

Dr. João Batista Corrêa da Silva UFPA

Dr. Carlos Alberto Mendonça IAG/USP

Dr. Haroldo Fraga de Carvalho Velho LAC/INPE

Dr. Valiya Mannathal Hamza COGE/ON

Dr. Íris Pereira Escobar COGE/ON (Suplente)

Dr. Paulo de Tarso L. Menezes UERJ (Suplente)

Agradecimentos

A Dra. Valéria Barbosa, minha orientadora e referência de competência, caráter, coragem e, sobretudo, dedicação.

Ao meu co-orientador Dr. Hamza, professor e parceiro, cujo convívio muito contribuiu para a minha formação.

Aos componentes da comissão julgadora, Dr. João Batista C. da Silva, Dr. Haroldo Fraga de C. Velho, Dr. Carlos A. Mendonça e Dr. Valiya M. Hamza, pela relevância das sugestões formuladas na revisão da tese. Em especial ao Dr. João Batista, pela abrangente e rigorosa colaboração.

A minha esposa Norma e aos meus filhos Fernanda e Daniel, pela compreensão carinhosa de minha quase ausência nestes últimos quatro anos. À minha irmã Cristina, de quem sou fã recíproco, pelo carinho e apoio.

A todos os amigos que compartilham um cotidiano profissional de vinte e cinco anos e que tornam esta jornada uma experiência melhor de ser vivida. Alguns são tão próximos que se tornaram indissociáveis da minha própria caminhada, como é o caso do Newton, Kohl, Íris, Carlos Veiga, Wladimir e o Cosme. Existem também aqueles que sempre estiveram ao meu lado prontos a ajudar incondicionalmente, como é o caso do Constantino, Ronaldo, Beth, Joelson, Alcides, João, Élder, Edir, Vinólia e Ari. Aos demais peço perdão pela omissão e muito obrigado por tudo.

Ao Dr. Davis Oliveira pela cessão dos dados do granito Redenção e ao Dr. Roberto Dall’Agnol pelas sugestões e análise dos resultados de Redenção.

Ao Dr. Roberto Morais pela cessão dos dados relativos ao domo de sal de Galveston Island.

E por fim, estendo os meus agradecimentos aos membros da Comissão de Pós-Graduação, da Coordenação de Geofísica do ON, em especial ao Dr. Andrés Papa, Dr. Valiya Hamza, Dr. Jorge Luis, Dr. Cosme Neto, Dr. Jandyr Travassos e Dr. Jean Flexor.

O desespero eu agüento. O que me apavora é essa esperança.

Millôr

A minha companheira Norma Isaura

Sumário

Agradecimentos	iii
Dedicatória	iv
Sumário	
Lista de tabelas	vii
Lista de Apêndices	vii
Lista de Figuras	vii
Resumo	1
Abstract	3
CAPÍTULO 1 - Introdução à inversão gravimétrica assistida pelo intérprete	5
CAPÍTULO 2 - Inversão gravimétrica 2D com Suavidade Diferenciada	11
2.1 Introdução	11
2.2 Metodologia	13
2.2.1 O problema direto	13
2.2.2 O problema inverso	15
2.2.2.1 <i>Estimador Suavidade Global (GS: Global Smoothness)</i>	15
2.2.2.2 <i>Estimador Robusto</i>	17
2.2.2.3 <i>Resolvendo o problema inverso em duas etapas</i>	18
2.2.2.4 <i>Detalhes matemáticos e computacionais do método</i>	19
2.3 Testes com dados sintéticos	24
2.3.1 Domos de sal como fonte interferente	24
2.3.2 Intrusões ígneas como fontes interferentes	27
2.4 Testes com dados reais	29
2.4.1 Zona de cisalhamento de Bavali	29
2.4.2 Bacia Algarve	32
2.4.3 Corpo complexo de East Bull Lake	34
2.5 Conclusões	36

CAPÍTULO 3 - Inversão gravimétrica 3D adaptativa	38
3.1 Introdução	38
3.2 Metodologia	42
3.2.1 O problema direto	42
3.2.2 O problema inverso mal-posto	44
3.2.3 Premissas de compacidade para múltiplas fontes	45
3.2.4 O modelo geológico de referência	46
3.2.5 Formulação matemática do problema inverso	48
3.2.6 Critérios de parada do algoritmo	53
3.2.7 Processo iterativo de reconstrução adaptativa	54
3.2.8 Processo de reconstrução adaptativa ilustrada através de dados sintéticos	56
3.2.8.1 <i>Primeira estimativa com diferentes modelos sintéticos</i>	57
3.2.8.2 <i>Estimativas via processo da reconstrução adaptativa</i>	59
3.2.9 A escolha do parâmetro de regularização	63
3.3 Modelos sintéticos	64
3.3.1 Exemplo 1: anomalia gravimétrica com interferência destrutiva	66
3.3.2 Exemplo 2: anomalia gravimétrica complexa e interferente	72
3.3.3 Exemplo 3: domo de sal	75
3.3.4 Exemplo 4: corpo complexo aflorante	79
3.4 Comparação com outros métodos de inversão 3D de dados gravimétricos	87
3.4.1 Inversão da anomalia gravimétrica não interferente	92
3.4.2 Inversão da anomalia gravimétrica interferente	95
3.4.3 Inversão da anomalia muito interferente	99
3.5 Aplicação a dados reais	104
3.5.1 Maciço granítico Redenção	104
3.5.2 Domo de sal de Galveston	115
3.5.2.1 <i>Inversão usando como hipótese o modelo geológico de Fueg (1995)</i>	119
3.5.2.2 <i>Inversão usando uma segunda hipótese para o modelo geológico de referência</i>	122
3.6 Conclusões	128
CAPÍTULO 4 - Conclusões finais	130

Lista de Tabelas

Tabela 2.1 - Valores numéricos atribuídos aos elementos do vetor \mathbf{P}^0 e aos elementos da diagonal das matrizes \mathbf{W}_o , \mathbf{W}_p e \mathbf{W}_g , como função da posição do centro dos prismas x_o_j e das coordenadas x_i das observações.	22
Tabela 3.1 – Valores numéricos atribuídos às variáveis de controle usadas nos métodos de Li e Oldenburg (1998), Portniaguine e Zhdanov (2002) e proposto nesta tese, inversão IGA, na inversão das três anomalias apresentadas nas Figuras 3.36a-c.	103

Lista de Apêndices

Apêndice A - Detalhes matemáticos para a minimização de $\phi_2(\mathbf{p})$ (equação 2.10) sujeito ao vínculo de positividade	133
Apêndice B - Algoritmo do método gravimétrico inverso 3D	136
Apêndice C - Algoritmo do processo de Reconstrução Adaptativa	137
Referências Bibliográficas	138

Lista de Figuras

- Figura 2.1 Modelo interpretativo. (a) Anomalia gravimétrica observada (pontos). (b) Ambiente geológico consistindo de uma interface (linha contínua grossa) e múltiplas fontes interferentes (polígonos sombreados). O modelo interpretativo consiste de M prismas verticais justapostos, cujas espessuras $p_j, j=1, 2, \dots, M$ são os parâmetros a serem estimados. 14
- Figura 2.2 – Exemplo esquemático mostrando a forte tendenciosidade produzida pela inversão GS na presença de fontes interferentes. (a) Anomalias observada (pontos) e ajustada (linha contínua). (b) A interface verdadeira (linha contínua), a fonte interferente (área cinza) e a interface estimada por inversão GS (linha tracejada). 16
- Figura 2.3 – Representação esquemática da φ -ésima região de interferência, definida por uma coordenada horizontal qualquer $x_{c\varphi}$ e pelo intervalo $x \in [x_{o\varphi_I}, x_{o\varphi_F}]$ (a). Os elementos usados para definir, automaticamente, o vetor \mathbf{p}^0 e a matriz \mathbf{W}_p são o φ -ésimo segmento de reta L_φ (linha tracejada), interface estimada via inversão GS (linha sólida grossa), a área $A(\varphi)$ (região cinza) e as profundidades $Z_j^{L_\varphi}$ da linha L_φ , para todo j satisfazendo $x_{o\varphi_I} \leq x_{o_j} \leq x_{o\varphi_F}$ (pontos). Representação esquemática dos elementos diagonais das matrizes \mathbf{W}_o (b), \mathbf{W}_p (c), \mathbf{W}_ε (d) como funções da coordenada x das observações gravimétricas e \mathbf{W}_ε como uma função dos resíduos (e) para o método dos mínimos quadrados (linha pontilhada) e o método robusto proposto usando uma mediana igual a 1 mGal (linha tracejada) e 0,1 mGal (linha contínua). O fator β em (c) é igual a $\left(\frac{A(\varphi)}{A_{\max}} \right)^\alpha$ conforme a equação 2.13. 23
- Figura 2.4 – Exemplo sintético simulando uma bacia sedimentar tendo domos de sal como fontes interferentes. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos) e ajustada (linha vermelha) via inversão SD. As anomalias regionais separadas da anomalia observada via técnica de separação regional-residual por ajuste polinomial pelos métodos dos mínimos quadrados e por ajuste polinomial robusto, usando polinômio de grau 7, são mostradas em linhas amarela e verde, respectivamente. (b) O relevo verdadeiro do embasamento é representado pelo contato entre as áreas cinza (sedimentos) e preta (embasamento). Os domos de sal representam as fontes interferentes e são mostrados como áreas brancas. Os relevos estimados para o embasamento via o método proposto (SD), a inversão GS_RP e a inversão GS_LSP são mostrados em linhas vermelha, verde e amarela, respectivamente. 26
- Figura 2.5 – Exemplo sintético simulando uma bacia sedimentar tendo intrusões ígneas como fontes interferentes. (a) Anomalia magnética de campo total observada (pontos azuis), anomalias Bouguer observada (pontos pretos) e ajustada (linha vermelha) via inversão SD. As anomalias regionais separadas da anomalia gravimétrica observada, via

técnica de separação regional-residual por ajuste polinomial pelos métodos dos mínimos quadrados e por ajuste polinomial robusto, usando polinômio do grau 7, são mostradas em linhas amarela e verde, respectivamente. (b) O relevo verdadeiro do embasamento é representado como o contato separando as áreas cinza (sedimentos) e preta (embasamento). As intrusões ígneas representam as fontes interferentes e são mostradas como áreas brancas. Os relevos estimados do embasamento via o método proposto (SD), a inversão GS_RP e a inversão GS_LSP são mostrados em linhas vermelha, verde e amarela, respectivamente.

28

Figura 2.6 – Interface separando a crosta superior da crosta inferior na zona de cisalhamento de Bavali, Índia. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos) e ajustada (linha contínua) via inversão SD. (b) Interface estimada via inversão GS (linha contínua) e seleção das coordenadas horizontais (indicadas por setas) presumidas para as fontes interferentes presentes na crosta superior. (c) Modelagem interativa (linha tracejada) realizada por Radhakrishna et al. (2003) e o resultado da inversão usando SD (contato entre as áreas branca e preta) para a interface separando as crostas superior e inferior. A faixa pontilhada cinza representa a zona de cisalhamento de Bavali (BSZ) interpretada por Radhakrishna et al. (2003).

31

Figura 2.7 – Interface sedimento-embasamento na presença de formações de sal sobre a Bacia Algarve, Portugal. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos) e ajustada (linha contínua) via inversão SD. (b) O relevo do embasamento estimado via inversão SD para a Bacia Algarve é mostrado como o contato separando as áreas branca (sedimentos) e preta (embasamento Paleozóico). O Banco de Guadalquivir está assinalado como GB.

33

Figura 2.8 - Interface anortosito-tonalito sob o complexo gabro-anortosito em East Bull, Canadá. (a) Anomalia Bouguer observada (pontos) e anomalia ajustada (linha contínua preta) via inversão SD. As anomalias regionais separadas da anomalia observada através dos métodos de ajuste polinomial por mínimos quadrados e robusto, usando polinômio de grau 7, são mostradas em linhas cinzas contínua e tracejada, respectivamente. (b) Interfaces anortosito-tonalito estimadas via inversão SD (contato entre as áreas cinza e preta), via a inversão GS_RP (linha tracejada) e através inversão GS_LSP (linha contínua). (c) Interface anortosito-tonalito estimada via inversão SD (linha branca) e a modelagem interativa de Paterson e Reeves's (1985) mostrando os contatos entre o tonalito (área preta), anortosito (área cinza escuro) e gabro (área cinza claro).

35

Figura 3.1 – A superfície superior contém o conjunto das N observações da anomalia gravimétrica sobre a superfície da Terra. O volume interpretativo (abaixo), onde presumivelmente estão distribuídas as fontes anômalas, é discretizado em uma malha $m_x \times m_y \times m_z$ de M prismas elementares 3D justapostos que compõem o modelo interpretativo.

43

Figura 3.2 – Representação esquemática da distância, $d_{\ell j}$, do ℓ -ésimo eixo (linha contínua grossa) ao j -ésimo prisma 3D (em cinza) do modelo interpretativo. A_{ℓ} e B_{ℓ} (pontos brancos) são os extremos do ℓ -ésimo eixo e $xe_{\ell j}$, $ye_{\ell j}$ e $ze_{\ell j}$ são

coordenadas Cartesianas do ponto $D_{\ell j}$ (ponto preto), que é definido pela projeção ortogonal do centro do j -ésimo prisma (ponto cinza) ao ℓ -ésimo eixo em relação às direções x , y e z , respectivamente. 48

Figura 3.3 – (a) O corpo sintético é o cubo amarelo com contraste de densidade de $0,4 \text{ g/cm}^3$. O ponto interno ao cubo é o elemento geométrico posicionado em $x = 3,2 \text{ km}$, $y = 3,2 \text{ km}$ e $z = 3,5 \text{ km}$, e contraste de $0,4 \text{ g/cm}^3$. (b) Anomalia Bouguer corrompida por ruído produzida pelo corpo prismático simulado na Figura 3.3a. O intervalo das curvas de contorno é de $0,2 \text{ mGal}$. 57

Figura 3.4 – Estimativas da distribuição dos contrastes de densidade na primeira iteração do processo de reconstrução adaptativa usando modelos interpretativos constituídos por (a) $4 \times 4 \times 4$ prismas, (b) $5 \times 5 \times 5$ prismas, (c) $6 \times 6 \times 6$ prismas, (d) $12 \times 12 \times 12$ prismas e (e)-(h) são as correspondentes anomalias Bouguer observadas (em linhas contínuas pretas) e ajustadas (linhas tracejadas vermelhas). 58

Figura 3.5 – (a) Estimativa da distribuição dos contrastes de densidade na primeira iteração do processo de reconstrução adaptativa e o vínculo geométrico (esfera vermelha). (b) Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas). O intervalo das curvas de contorno é de $0,2 \text{ mGal}$. 61

Figura 3.6 – (a) Estimativa da distribuição dos contrastes de densidade após a segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa e os elementos geométricos (esferas vermelhas). (b) Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas). O intervalo das curvas de contorno é de $0,2 \text{ mGal}$. 62

Figura 3.7 – (a) Estimativa da distribuição dos contrastes de densidade após 4 iterações sucessivas do processo de reconstrução adaptativa. As esferas vermelhas representam os elementos geométricos iniciais e os gerados automaticamente para a quarta iteração do processo de reconstrução adaptativa. (b) Anomalias observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas) via inversão com o processo de reconstrução adaptativa. O intervalo das curvas de contorno é de $0,2 \text{ mGal}$. 62

Figura 3.8 – Modelo sintético simulando uma fonte única com contraste de densidade variável. (a) Dois cubos simulando dois setores homogêneos com contrastes de densidade $-0,4$ (cubo a esquerda) e $0,4 \text{ g/cm}^3$ (cubo a direita). Os elementos geométricos são constituídos pelos dois pontos interiores aos cubos com $\rho_1 = -0,4$ (ponto mais a esquerda) e $\rho_2 = 0,4 \text{ g/cm}^3$ (ponto mais a direita). (b) Solução estimada via inversão IGA usando um modelo interpretativo ótimo composto por $4 \times 3 \times 3$ prismas. (c) Anomalia Bouguer sintética contaminada por ruído produzida pelos cubos mostrados em (a). O intervalo das curvas de contorno é de $0,1 \text{ mGal}$. 67

Figura 3.9 – (a) Estimativa da segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa usando um modelo interpretativo composto por $8 \times 6 \times 6$ prismas. (b) Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas). O intervalo das curvas de contorno é de $0,1 \text{ mGal}$. 68

- Figura 3.10 – (a) Estimativa da terceira iteração do processo de reconstrução adaptativa usando um modelo interpretativo composto por $16 \times 12 \times 12$ prismas. (b) Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas). O intervalo das curvas de contorno é de 0,1 mGal. 69
- Figura 3.11 – (a) Estimativa obtida na quarta iteração do processo de reconstrução adaptativa usando um modelo interpretativo composto por $32 \times 24 \times 24$ prismas. (b) Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas). O intervalo das curvas de contorno é de 0,1 mGal. 70
- Figura 3.12 - Relações existentes entre a fonte sintética verdadeira (os dois prismas maiores translúcidos), a estimativa obtida com o processo de reconstrução adaptativa (pequenos prismas transparentes azuis e vermelhos) e os correspondentes elementos geométricos iniciais e adicionados (pequenas esferas). As cores azul e vermelha correspondem aos contrastes de densidade $-0,4$ e $0,4 \text{ g/cm}^3$, respectivamente. 70
- Figura 3.13 - Aniquiladores (Parker, 1994) presentes nas estimativas obtidas: (a) na segunda iteração (Figura 3.9) e (b) quarta iteração (Figura 3.11). 71
- Figura 3.14 - (a) Modelo sintético com três fontes prismáticas homogêneas com contrastes de densidade iguais a: $0,15$ (fonte azul), $0,4$ (fonte vermelha) e $0,3 \text{ g/cm}^3$ (fonte verde). (b) Anomalia Bouguer observada contaminada com ruído produzida pelas fontes mostradas em (a). (c) Modelo geológico de referência estático formado por eixos amarelos localizados no interior das fontes sintéticas verdadeira (em cores transparentes). O intervalo de contorno é de 1 mGal. 73
- Figura 3.15 – (a) Primeira solução via inversão IGA obtida com modelo interpretativo de $7 \times 12 \times 6$ prismas. (b) Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas preta) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas). O intervalo das curvas de contorno é de 1 mGal. 73
- Figura 3.16 – (a) Solução estimada na segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa com modelo interpretativo composto por $14 \times 24 \times 12$ prismas. (b) Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas). O intervalo das curvas de contorno é de 1,0 mGal. 74
- Figura 3.17 – (a) Solução estimada na terceira iteração do processo de reconstrução adaptativa com modelo interpretativo composto por $28 \times 48 \times 24$ prismas. (b) Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas). O intervalo das curvas de contorno é de 1,0 mGal. 74
- Figura 3.18 – Domo de sal sintético com contraste de densidade igual a $-0,3 \text{ g/cm}^3$. 76
- Figura 3.19 – Domo de sal sintético. Modelo geológico de referência inicial (estático) formado por um conjunto de elementos geométricos (eixos) utilizados na inversão. 76
- Figura 3.20 – Anomalia Bouguer do domo de sal simulado na Figura 3.18. O intervalo das curvas de contorno é de 0,2 mGal. 77

- Figura 3.21 – Domo de sal sintético. (a) Solução estimada na primeira iteração do processo de reconstrução adaptativa com modelo interpretativo composto por $10 \times 11 \times 9$ prismas. (b) Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas). O intervalo das curvas de contorno é de 0,2 mGal. 77
- Figura 3.22 – Domo de sal sintético. Vistas em perspectivas do modelo sintético verdadeiro: (a) visada inferior e (b) visada superior. Vistas em perspectivas da solução estimada na segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa com modelo interpretativo composto por $20 \times 22 \times 18$ prismas: (c) Visada inferior da solução e (d) Visada superior da solução. 78
- Figura 3.23 – Solução via inversão com auxílio da segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa: Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas). O intervalo das curvas de contorno é de 0,2 mGal. 79
- Figura 3.24 – Vistas em perspectivas do corpo complexo simulando um lopólito aflorante formado por corpos de composições granítica (azul) e anortosítica (amarelo). (a) Visada lateral superior. (b) Visada frontal inferior. 80
- Figura 3.25 – Anomalia Bouguer contaminada por ruído produzido pelo corpo sintético complexo simulando o lopólito mostrado na Figura 3.24. O intervalo das curvas de contorno é de 1,0 mGal. 80
- Figura 3.26 – Modelo geológico de referência inicial (estático). O conjunto de elementos geométricos (esferas vermelhas) representa o arcabouço estrutural do corpo anortosítico (amarelo translúcido) com contraste de densidade alvo de $0,4 \text{ g/cm}^3$ e o do corpo granítico (azul translúcido) com contraste de densidade alvo de $0,2 \text{ g/cm}^3$. 81
- Figura 3.27 – Corpo complexo aflorante. (a) Primeira estimativa da distribuição dos contrastes de densidade via inversão IGA usando um modelo interpretativo composto por $4 \times 3 \times 3$ prismas. (b) Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas). O intervalo das curvas de contorno é de 1,0 mGal. 82
- Figura 3.28 - Corpo complexo aflorante. (a) Solução estimada na segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa usando um modelo interpretativo composto por $8 \times 6 \times 6$ prismas. (b) Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas). O intervalo das curvas de contorno é de 1,0 mGal. 83
- Figura 3.29 - Corpo complexo aflorante. (a) Vistas em perspectiva da solução estimada na terceira iteração do processo de reconstrução adaptativa usando um modelo interpretativo composto por $16 \times 12 \times 12$ prismas. (a) Visada superior lateral da estimativa. (b) Visada frontal inferior da estimativa. 83
- Figura 3.30 - Corpo complexo aflorante. Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas) produzida pela terceira

estimativa da distribuição dos contrastes de densidade (Figura 3.29). O intervalo das curvas de contorno é de 1,0 mGal.	84
Figura 3.31 - Corpo complexo aflorante. Vistas em perspectiva da solução estimada na quarta iteração do processo de reconstrução adaptativa usando um modelo interpretativo composto por $32 \times 24 \times 24$ prismas. (a) Visada superior lateral da estimativa. (b) Visada frontal inferior da estimativa.	84
Figura 3.32 - Corpo complexo aflorante. Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas) produzida pela quarta estimativa da distribuição dos contrastes de densidade (Figura 3.31). O intervalo das curvas de contorno é de 1,0 mGal.	85
Figura 3.33 – Corpo complexo aflorante. Sobreposição da quarta estimativa (amarelo e azul) e do arcabouço da fonte sintética verdadeira (cinza translúcido). (a) Visada superior lateral. (b) Visada frontal inferior.	86
Figura 3.34 – Corpo complexo aflorante. Dois cortes verticais mostram a compacidade das fontes estimadas na quarta iteração.	86
Figura 3.35 – Fontes sintéticas que produzem diferentes padrões de interferência do sinal gravimétrico conforme mostrados na Figura 3.36. (a) Fontes aflorantes e muito afastadas produzindo anomalias gravimétricas não interferentes (Figura 3.36a). (b) Fontes aflorantes e muito próximas entre si produzindo anomalias gravimétricas interferentes (Figura 3.36b). (c) Fontes rasas e muito próximas entre si produzindo anomalias gravimétricas muito interferentes (Figura 3.36c).	88
Figura 3.36 – Anomalias Bouguer sintéticas contaminadas por ruído. (a) Anomalia gravimétrica não interferente produzida pelas fontes simuladas na Figura 3.35a. (b) Anomalia gravimétrica interferente produzida pelas fontes simuladas na Figura 3.35b. (c) Anomalia gravimétrica muito interferente produzida pelas fontes simuladas na Figura 3.35c.	89
Figura 3.37 – Inversão da anomalia gravimétrica não interferente (Figura 3.36a) produzida pelas fontes aflorantes (Figura 3.35a). Estimativa 3D da distribuição dos contrastes de densidade via o método de Li e Oldenburg (1998).	93
Figura 3.38 – Inversão da anomalia gravimétrica não interferente (Figura 3.36a) produzida pelas fontes aflorantes (Figura 3.35a). Estimativa 3D da distribuição dos contrastes de densidade via o método de Portniaguine e Zhdanov (2002). Os prismas que compõem as fontes verdadeiras estão destacados por arestas brancas.	94
Figura 3.39 – Elementos geométricos compostos por dois eixos inclinados, em vermelho, usados na aplicação do método IGA à anomalia não interferente (Figura 3.36a). Os prismas amarelos translúcidos são as fontes verdadeiras (Figura 3.35a).	94
Figura 3.40 – Inversão da anomalia gravimétrica não interferente (Figura 3.36a) produzida pelas fontes aflorantes (Figura 3.35a). Estimativa 3D da distribuição dos	

contrastes de densidade via o método proposto (IGA). Os prismas que compõem as fontes verdadeiras estão destacados por arestas brancas.	95
Figura 3.41 – Inversão da anomalia gravimétrica interferente (Figura 3.36b) produzida pelas fontes aflorantes (Figura 3.35b). Estimativa 3D da distribuição dos contrastes de densidade via o método de Li e Oldenburg (1998).	96
Figura 3.42 – Inversão da anomalia gravimétrica interferente (Figura 3.36b) produzida pelas fontes aflorantes (Figura 3.35b). Estimativa 3D da distribuição dos contrastes de densidade via o método de Portniaguine e Zhdanov (2002). Os prismas que compõem as fontes verdadeiras estão destacados por arestas brancas.	97
Figura 3.43 - Elementos geométricos compostos por dois eixos inclinados em vermelho, usados na aplicação do método IGA à anomalia interferente (Figura 3.36b). Os prismas amarelos translúcidos são as fontes verdadeiras (Figura 3.35b).	98
Figura 3.44 – Inversão da anomalia gravimétrica interferente (Figura 3.36b) produzida pelas fontes aflorantes (Figura 3.35b). Estimativa 3D da distribuição dos contrastes de densidade via o método IGA. Os prismas que compõem as fontes verdadeiras estão destacados por arestas brancas.	98
Figura 3.45 – Inversão da anomalia gravimétrica interferente (Figura 3.36c) produzida pelas fontes rasas (Figura 3.35c). Estimativa 3D da distribuição dos contrastes de densidade via o método de Li e Oldenburg (1998) usando $\beta=1,2$ (a), $\beta=3$ (b) e $\beta=4$ (c).	100
Figura 3.46 – Inversão da anomalia gravimétrica interferente (Figura 3.36c) produzida pelas fontes rasas (Figura 3.35c). Estimativa 3D da distribuição dos contrastes de densidade via o método de Portniaguine e Zhdanov (2002). Os prismas que compõem as fontes verdadeiras estão destacados por arestas brancas.	101
Figura 3.47 - Elementos geométricos compostos por dois eixos inclinados, em vermelho, usados na aplicação do método IGA à anomalia fortemente interferente (Figura 3.36c). Os prismas amarelos translúcidos são as fontes verdadeiras (Figura 3.35c).	102
Figura 3.48 – Inversão da anomalia gravimétrica interferente (Figura 3.36c) produzida pelas fontes rasas (Figura 3.35c). Estimativa 3D da distribuição dos contrastes de densidade via o método IGA. Os prismas que compõem as fontes verdadeiras estão destacados por arestas brancas.	102
Figura 3.49 – Maciço granítico Redenção . Mapa geológico do granito Redenção e áreas adjacentes, segundo Oliveira et al. (2007), mostrando a localização das bordas aflorantes deste granito.	104
Figura 3.50 – Maciço granítico Redenção . Localização das estações gravimétricas (pontos pretos) sobre o granito Redenção e áreas adjacentes.	105

Figura 3.51 – Maçiço granítico Redenção . Componente residual da anomalia Bouguer do granito Redenção. O intervalo de contorno é de 2 mGal.	105
Figura 3.52 – Maçiço granítico Redenção . Componente residual da anomalia Bouguer do granito Redenção (linhas contínuas) e o limite da borda aflorante do granito Redenção (pontos pretos). O intervalo de contorno é de 2 mGal.	106
Figura 3.53 – Maçiço granítico Redenção . Elementos geométricos (pontos) usados na primeira iteração da reconstrução adaptativa do IGA. (a) Visada lateral da face sul. (b) Visada superior.	107
Figura 3.54 – Maçiço granítico Redenção . Arranjo espacial esquemático 2D dos elementos geométricos próximos à borda do maçiço granítico Redenção. Ao elemento externo ao granito (ponto em vermelho) é atribuído o valor de contraste-alvo de densidade de 0 g/cm^3 , e aos elementos internos (pontos em azul) o valor de $-0,09 \text{ g/cm}^3$.	108
Figura 3.55 – Maçiço granítico Redenção . Primeira estimativa da distribuição dos contrastes de densidade usando um modelo interpretativo composto por $8 \times 9 \times 4$ prismas. (a) Visada superior. (b) Visada inferior.	109
Figura 3.56 – Maçiço granítico Redenção . Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas) na primeira iteração do processo de reconstrução adaptativa. O intervalo das curvas de contorno é de 3,0 mGal.	110
Figura 3.57 – Maçiço granítico Redenção . Estimativa da inversão obtida na segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa usando um modelo interpretativo composto por $16 \times 18 \times 8$ prismas. (a) Visada superior. (b) Visada lateral da face sul.	111
Figura 3.58 – Maçiço granítico Redenção . Conjunto dos elementos geométricos gerados automaticamente na segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa.	112
Figura 3.59 - Maçiço granítico Redenção . Ajuste obtido pela segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa. Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas) na segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa. O intervalo das curvas de contorno é de 3,0 mGal.	112
Figura 3.60 – Maçiço granítico Redenção . Estimativa da distribuição do contraste de densidade obtida na quarta iteração do processo de reconstrução adaptativa. (a) Visada superior. (b) Visada da face sul. (c) Visada da face oeste. (d) Corte horizontal, na profundidade de 2 km, para mostrar a compacidade por partes do corpo estimado e exemplificar a relação existente entre a geometria da estimativa do granito e os elementos geométricos (esferas vermelhas) gerados nesta quarta iteração.	113
Figura 3.61 Maçiço granítico Redenção . Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas) nas (a) terceira e (b) quarta iterações do processo de reconstrução adaptativa. O intervalo das curvas de contorno é de 3,0 mGal.	114

- Figura 3.62 – **Galveston Island**. Localização da área de localização do domo de sal de Galveston Island, (Fueg, 1995; Moraes e Hansen, 2001). 115
- Figura 3.63 – **Galveston Island**. Distribuição das 386 estações de observações gravimétricas (circunferências vermelhas) e anomalia Bouguer (linhas pretas) obtida por interpolação das observações, (Fueg, 1995; Moraes e Hansen, 2001). O intervalo de contorno é de 0,5 mGal. 116
- Figura 3.64 – **Galveston Island**. Anomalias gravimétricas (a) regional, produzida por fontes mais profundas, e (b) residual, produzida pelo domo de sal de Galveston Island, Texas. A pequena elipse escura no centro da anomalia residual consiste de dois pontos pretos que definem as posições das duas seqüências de elementos geométricos usados na inversão do método IGA e que, presumidamente, são pontos internos ao domo de sal. 117
- Figura 3.65 – **Galveston Island**. Representação esquemática da distribuição 2D de densidades na área de estudo interpretada por Fueg e Xia (1996). O corte vertical do domo de sal de Galveston Island está representado pela poligonal cinza com densidade de $2,17 \text{ g/cm}^3$ e os sedimentos encaixantes mostram uma estratificação horizontal com aumento da densidade em profundidade variando de $1,975$ a $2,4 \text{ g/cm}^3$. 117
- Figura 3.66 – **Modelo geológico de referência inicial simplificado baseado nas informações de Fueg (1995)**. (a) Seqüência de elementos geométricos alinhados verticalmente (eixos grossos e pontos em preto) localizada, em planta, na Figura 3.64b (ponto preto mais a noroeste) nas coordenadas: $x=321,6 \text{ km}$ e $y=3143,4 \text{ km}$. (b) Seqüência de elementos geométricos alinhados verticalmente (eixos grossos e pontos em preto) localizada, em planta, na Figura 3.64b (ponto preto mais a sudeste) nas coordenadas: $x= 322,4 \text{ km}$ e $y= 3142,7 \text{ km}$. Os valores à esquerda e à direita dos elementos geométricos em (a) e (b) são, respectivamente, as profundidades e os correspondentes valores-alvo dos contrastes de densidade atribuídos a cada elemento geométrico. 120
- Figura 3.67 – **Galveston Island**. Diferentes visadas em perspectiva da estimativa da distribuição dos contrastes de densidade obtida na segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa. Empregamos o modelo geológico de referência inicial mostrado na Figura 3.66 que foi definido a partir da distribuição de densidade apresentada por Fueg (1995) (Figura 3.65). 121
- Figura 3.68 – **Galveston Island**. Anomalias Bouguer observada (linha contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas) na segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa. O espaçamento entre as linhas de contorno é de 0,8 mGal. 122
- Figura 3.67 – **Segunda hipótese para o modelo geológico de referência inicial**. Uma seqüência de elementos geométricos (pontos e eixos) distribuídos verticalmente entre as profundidades 0,4 km a 2,2 km. As coordenadas horizontais de localização desta seqüência de elementos geométricos são $x= 321,83 \text{ km}$ e $y= 3143,4 \text{ km}$. Os valores à esquerda e à direita dos elementos geométricos são, respectivamente, as profundidades e os correspondentes contrastes-alvo de densidade atribuídos a cada elemento geométrico. 123

- Figura 3.68 – **Galveston Island**. Anomalias Bouguer observada (linha contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas) na segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa. O espaçamento entre as linhas de contorno é de 0,8 mGal. 122
- Figura 3.69 – **Segunda hipótese para o modelo geológico de referência inicial**. Uma seqüência de elementos geométricos (pontos e eixos) distribuídos verticalmente entre as profundidades 0,4 km a 2,2 km. As coordenadas horizontais de localização desta seqüência de elementos geométricos são $x = 321,83$ km e $y = 3143,4$ km. Os valores à esquerda e à direita dos elementos geométricos são, respectivamente, as profundidades e os correspondentes contrastes-alvo de densidade atribuídos a cada elemento geométrico. 123
- Figura 3.70 – **Galveston Island**. Diferentes visadas em perspectiva da terceira solução estimada partindo-se da segunda hipótese para o modelo geológico de referência (Figura 3.69). (a) Visada superior sul-norte. (b) Visada inferior sul-norte. (c) Visada sudoeste-nordeste. 124
- Figura 3.71 – **Galveston Island**. Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas) na terceira iteração do processo de reconstrução adaptativa. 125
- Figuras 3.72 – **Galveston Island**. Diferentes visadas em perspectiva da quarta solução estimada para o domo de sal partindo-se da segunda hipótese de modelo geológico de referência (Figura 3.69). (a) Visada lateral no azimute sul-norte. (b) Visada inferior no azimute sudoeste-nordeste. (c) Visada lateral oeste-leste. 126
- Figura 3.73 – **Galveston Island**. Anomalias Bouguer observada (linha contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas) na quarta iteração do processo de reconstrução adaptativa. O intervalo das linhas de contorno é de 0,8 mGal. 127

Resumo

Apresentamos dois novos métodos de inversão gravimétrica baseados na teoria de regularização de Tikhonov e na assistência do intérprete, chamados de **inversões gravimétricas assistidas**. O método de inversão gravimétrica assistida permite ao intérprete incluir, no processo inverso, informação *a priori* sobre a geologia de acordo com seu julgamento subjetivo. Este conceito de inversão requer o julgamento de um intérprete experiente, na decisão de aceitar uma solução que construa fontes interpretativas geologicamente plausíveis e rejeitar os cenários geologicamente irreais.

Na primeira inversão gravimétrica assistida, chamada de **inversão gravimétrica com suavidade diferenciada**, estimamos uma interface complexa entre dois meios contendo heterogeneidades de densidade (chamadas de fontes interferentes) que produzem uma anomalia gravimétrica interferente. O método combina um procedimento de ajuste robusto e o vínculo que a interface seja muito suave próximo às fontes, cujas coordenadas horizontais são aproximadamente definidas pelo intérprete. O método proposto difere das técnicas de separação regional-residual por não fazer nenhuma restrição ao conteúdo espectral da anomalia produzida pela interface a ser estimada, ou seja, a interface pode produzir uma resposta gravimétrica contendo tanto baixos quanto altos números de onda. Portanto, ela pode ser aplicada para mapear o relevo de uma interface complexa de separação de dois meios em um ambiente geológico contendo fontes interferentes tanto rasas como profundas. Testes realizados com dados sintéticos mostram que o método pode ser útil na estimação do relevo do embasamento de uma bacia sedimentar na presença de camadas e domos de sal ou na presença de intrusões máficas nas camadas sedimentares, no embasamento ou em ambos. O método foi aplicado a dados reais em 3 ambientes geológicos com diferentes tipos de fontes interferentes e interfaces a serem interpretadas: (1) a interface entre as crostas superior e inferior sobre a zona de cisalhamento de Bavali, no sul da Índia; (2) a topografia do embasamento Paleozóico da Bacia Algarve ao sul de Portugal e (3) a interface anortosito-tonalito sob o corpo aflorante gabro-anortosítico de East Bull Lake, em Ontário, Canadá. Os resultados mostram concordância com as correspondentes feições geológicas conhecidas mesmo quando as anomalias, produzidas pela interface estimada e pelas fontes interferentes, apresentam larga sobreposição de conteúdo espectral.

A segunda inversão gravimétrica assistida, chamada de **inversão gravimétrica 3D adaptativa**, estima uma distribuição 3D de contrastes de densidade que produz uma anomalia gravimétrica

interferente. O modelo interpretativo consiste de uma malha de prismas 3D retangulares, justapostos na direção vertical e em ambas as direções horizontais. Presumimos que o contraste de densidade em cada prisma é constante e estimamos o contraste de densidade para todos os prismas. A nossa abordagem iterativa estima a distribuição 3D de contrastes de densidade que ajusta a anomalia observada dentro dos erros de medida e favorece soluções apresentando fontes gravimétricas compactas em torno de elementos geométricos pré-especificados, tais como eixos e pontos. Em cada iteração, este método redefine o número de prismas do modelo interpretativo, os elementos geométricos e os contrastes de densidade (positivos ou negativos) atribuídos a cada elemento geométrico. Na primeira iteração, o intérprete define o modelo interpretativo inicial, especifica uma primeira aproximação para as posições dos elementos geométricos (eixos e pontos) e seus correspondentes valores de contraste de densidade. Cada elemento geométrico opera como uma primeira aproximação do esqueleto, de uma particular região homogênea da fonte gravimétrica cuja geometria queremos recuperar. A primeira aproximação dos elementos geométricos e seus correspondentes contrastes de densidade formam a estrutura do modelo geológico de referência estático, isto é, a informação *a priori* introduzida pelo intérprete que é mantida fixa ao longo das iterações. Da segunda iteração em diante, o processo de reconstrução adaptativa automaticamente define um novo modelo interpretativo, cujo número de prismas é oito vezes maior do que o número de prismas na iteração anterior. Este processo define também um novo conjunto de elementos geométricos (consistindo apenas de pontos) e seus associados contrastes-alvo de densidade, formando um modelo geológico de referência dinâmico, isto é, a nova informação *a priori* que será redefinida automaticamente a cada iteração. Estes novos elementos geométricos estão localizados no centro dos prismas, cujos contrastes de densidade estimados alcançaram os correspondentes contrastes de densidade alvo na iteração anterior. O processo iterativo é interrompido quando visualmente a geometria das fontes estimadas não variar ao longo das sucessivas iterações do processo de reconstrução gravimétrica adaptativa. Os exemplos com dados sintéticos ilustraram o bom desempenho do método na recuperação de geometrias complexas, de fontes gravimétricas múltiplas e localizadas próximas entre si. Aplicamos o método aos dados gravimétricos do granito Redenção, na província metalogênica de Carajás, localizado a este do Craton Amazônico, Brasil, e do domo de sal de Galveston Island, localizado próximo à costa do Texas, EUA. O primeiro resultado revela que o plúton Redenção tem uma forma aproximadamente de um cone invertido com espessura máxima da ordem de 6,5 km, correspondendo a uma intrusão lacolítica em forma de camada. No segundo conjunto de dados reais testamos duas diferentes hipóteses de modelo

geológico de referência estático. Destacamos que a planejada interatividade com o intérprete, dá ao método versatilidade para testar diferentes hipóteses geológicas da área em estudo.

Abstract

We present two new gravity inversion methods based on Tikhonov regularization theory and the interpreter assistance, named **assisting gravity inversions**. Assisting gravity inversion method allows the interpreter including prior geological knowledge into the inverse process according to one's subjective judgment. This inversion conception also requires the judgment of an experienced interpreter to accept a solution, which constructs geologically meaningful interpretation sources, and reject unrealistic geological scenarios.

In the first assisting gravity inversion, named **2D gravity inversion using a differentiated smoothness**, we estimate a complex interface between two media containing density heterogeneities (referred to as interfering sources) that give rise to a complex and interfering gravity field. The method combines a robust fitting procedure and the constraint that the interface is very smooth near the interfering sources, whose approximate horizontal coordinates are defined by the interpreter. The proposed method differs from the regional-residual separation techniques by using no spectral content assumption about the anomaly produced by the interface to be estimated, i.e., the interface can produce a gravity response containing both low- and high-wavenumber features. As a result, it may be applied to map the relief of a complex interface in a geologic setting containing either shallow or deep-seated interfering sources. Tests conducted with synthetic data show that the method can be of utility in estimating the basement relief of a sedimentary basin in the presence of salt layers and domes or in the presence of mafic intrusions in the basement or in both basement and the sedimentary section. The method was applied to real gravity data from three geologic settings having different kinds of interfering sources and interfaces to be interpreted: (1) the interface between the upper and lower crusts over the Bavali shear zone of southern India, (2) the Paleozoic basement topography over Algarve Basin, south Portugal, and (3) the anorthosite-tonalite interface over the East Bull Lake gabbro-anorthosite complex outcrop in Ontario, Canada. The results showed good agreement with the corresponding known geological features, even when the anomalies produced by the estimated interface and the interfering sources present highly overlapping spectral contents.

The second assisting inversion, named **3D adaptative gravity inversion**, estimates a 3D density-contrasts distribution that gives rise to an interfering gravity field. The interpretation model consists of a grid of 3D vertical, juxtaposed prisms in both horizontal and vertical directions. We assumed that the density contrast within each prism is constant and we estimate the prisms density contrasts of all prisms. Our iterative approach estimates the 3D density-contrasts distribution that fits the observed anomaly within the measurement errors and favors compact gravity sources closest to pre-specified geometric elements such as axes and points. At each iteration, this method retrieves the geometries of multiple gravity sources with prescribed target density contrasts (positive and negative values) assigned to each geometric element. At the first iteration, the interpreter sets an initial interpretation model, specifies the first-guess geometric elements (axes and points) and the corresponding target density contrasts. Each geometric element operates as the first-guess skeletal outline of a particular, homogeneous section of the gravity source to be reconstructed. The first-guess geometric elements and the assigned target density contrasts make up the static geologic reference model, i. e., the prior information introduced by the interpreter that are fixed along the iterations. From the second iteration on, the adaptive reconstruction scheme redefines automatically a new interpretation model whose number of prisms is eight times greater than the previous iteration. This scheme also redefines automatically a new set of geometric elements (which will consist only of points) and the associated target density contrasts that make up the dynamic geologic reference model, i. e., the new prior information automatically redefined at each iteration. These new geometric elements (points) will be located at the centers of the prisms whose density contrast estimates attained the corresponding target density contrasts at the previous iteration. The iteration stops when the geometries of the estimated sources are invariant along successive iterations of the reconstruction scheme. The examples with synthetic data illustrate the good performance of the method in reconstructing a sharp image of multiple and closely located gravity sources. We applied the method to gravity data from the Redenção granite in the Carajás metallogenic province of the eastern Amazonian Craton, Brazil, and from Galveston Island salt dome, offshore Texas, USA. The first result reveals that the Redenção pluton has a nearly conical shape with thickness of about 6.5 km, which corresponds to a sheet-like laccolithic intrusion. In the second real data we tested two different geologic hypotheses about the static geologic reference model to show the versatility of the proposed method to test the interpreter's experience and geological knowledge of the study area.

Introdução à inversão gravimétrica assistida pelo intérprete

A solução de um problema inverso de dados gravimétricos requer a abordagem de questões relacionadas à sua existência, unicidade e estabilidade. Em geral, não existe uma solução para um problema inverso em gravimetria que ajuste exatamente os dados observados. Isto ocorre na prática porque os dados observados contêm ruído aleatório que não pode ser explicado pelo modelo físico-matemático que associa os dados teóricos aos parâmetros. A inexistência de solução levou ao conceito de *quasisolução* (Tikhonov e Arsenin, 1977) definida como uma solução, cuja métrica entre os dados observados e os dados ajustados, é a menor possível. Embora exista solução, esta pode não ter unicidade e nem estabilidade. De fato, o problema inverso gravimétrico raramente tem solução única e estável. A não unicidade da solução é a existência de mais de uma solução que explica os dados gravimétricos observados dentro da precisão experimental. Por outro lado, uma solução é instável se uma pequena perturbação nas observações geofísicas leva a uma grande variação na solução. Portanto, unicidade e estabilidade são conceitos distintos. Deste modo, unicidade não implica em estabilidade e estabilidade não implica em unicidade (Silva et al., 2002). No entanto, tanto a unicidade como a estabilidade da solução, de um problema inverso em gravimetria, podem ser asseguradas através da introdução de informação *a priori* sobre as fontes anômalas.

Em gravimetria a primeira informação (ou vínculo) usada para garantir a unicidade da solução vem diretamente do teorema de Smith (Smith, 1961). Este teorema garante a unicidade da solução para fontes anômalas gravimétricas confinadas no interior de uma placa horizontal, com localização conhecida e com distribuição de densidade constante ao longo da direção vertical. Brodsky (1983), Strakhov e Brodsky (1985) e Brodsky (1986) apresentaram teoremas matemáticos de unicidade em gravimetria para a classe de polígonos e poliedros uniformes, respectivamente. Silva et al. (2002) analisaram o significado físico dos vínculos matemáticos impostos por estes teoremas de unicidade na classe dos corpos homogêneos. Estes autores concluíram que a solução do problema inverso em gravimetria deve ser procurada na classe de corpos que satisfaz o teorema de Smith (1961) ou apresentem compacidade sem bordas com protuberâncias torcidas. No primeiro caso a unicidade da solução é garantida enquanto, no segundo caso, as chances de violação dos teoremas de Strakhov e

Brodsky (1985) são minimizadas.

Como a garantia da unicidade não implica em estabilidade da solução então, mesmo garantido a unicidade da solução, a instabilidade pode ocorrer se o problema inverso tentar estimar feições da fonte anômala que não podem ser resolvidas pelos dados gravimétricos. Ao contrário da unicidade, em que não há uma teoria unificada, mas vários teoremas matemáticos difíceis de serem traduzidos em termos de informações geológicas, a estabilidade da solução tem uma teoria unificada conhecida como regularização de Tikhonov (1963). O método de regularização de Tikhonov garante a estabilidade da solução de uma ampla classe de problemas inversos introduzindo informações *a priori* sobre os parâmetros a serem estimados. Concretamente, o método da regularização de Tikhonov consiste na construção de operadores regularizadores que minimizam funcionais estabilizantes, sujeito ao funcional geofísico que estabelece a condição de uma solução aproximada, explicar as observações geofísicas dentro da precisão experimental. Estes funcionais estabilizantes caracterizam-se por serem não negativos, contínuos e definidos em um subconjunto compacto do espaço de parâmetros ao qual a solução verdadeira deve pertencer. Portanto, a regularização de Tikhonov presume que a solução do problema inverso é única e garante a estabilidade desta solução. No entanto, Silva et al. (2002) ressaltam que tanto a unicidade quanto a estabilidade podem ser obtidas simultaneamente através do método de regularização. Isto ocorre se houver a intersecção em um único ponto dos espaços nulos do funcional estabilizante e do funcional geofísico. Neste caso, o resultado é uma solução fortemente tendenciosa na direção da informação *a priori* introduzida pelo funcional estabilizante.

Na teoria de regularização de Tikhonov os funcionais estabilizantes são expressões matemáticas que, obrigatoriamente, impõem restrições físicas que podem, em alguns casos, serem interpretadas em termos de hipóteses geológicas sobre as fontes anômalas. Muitas vezes estas hipóteses são ignoradas pelo intérprete que usam os programas automáticos de inversão de dados geofísicos como caixas-pretas. Portanto, neste caso o intérprete não saberá avaliar se as restrições físicas inerentes aos funcionais estabilizantes são adequadas ao ambiente geológico da área em estudo. Concretamente, a única avaliação que o intérprete pode fazer é uma análise numérica para julgar se o ajuste aos dados observados é aceitável dentro da precisão experimental presumida. Desta forma, após a construção do funcional estabilizante, a solução do problema inverso é obtida de forma automática sem nenhuma interferência do intérprete. Neste caso, ao intérprete só cabe aceitar ou recusar a solução estimada. Portanto, não há nenhuma possibilidade do intérprete interagir com o problema inverso. Desde a década de 70, a regularização de Tikhonov vem sendo regularmente

usada na solução de problemas inverso em geofísica. Desde então, a maioria dos geofísicos entendeu a automatização dos algoritmos de inversão como a eliminação de julgamentos subjetivos sobre a qualidade da solução. Aparentemente os algoritmos automáticos de inversão surgiram para eliminar a subjetividade inerente à modelagem direta interativa. No entanto, na prática, a subjetividade não é eliminada devida à presença das hipóteses geológicas (informações *a priori*) introduzidas matematicamente na construção dos funcionais estabilizantes. Esta subjetividade muitas vezes é esquecida ou ignorada pela maioria dos intérpretes e alguns poucos autores (e.g., Boschetti e Moresi, 2001 e Silva et al., 2001b) apontaram os riscos desta subjetividade implícita. Desta forma, a regularização de Tikhonov estima soluções com unicidade e estabilidade de modo automático sem, no entanto, permitir julgamentos sobre o significado geológico da solução estimada. Por outro lado, poucos métodos inversos em geofísica têm sido desenvolvidos de modo a permitir a interatividade do intérprete com o problema inverso. Dentre estes trabalhos, seguindo a linha de algoritmos inversos interativos, destacamos: Boschetti e Moresi (2001), Barbosa e Silva (2006) e Silva e Barbosa (2006).

Nesta tese apresentamos dois novos métodos de inversão de dados gravimétricos que possibilitam a interação do intérprete no problema inverso. Esta interação do intérprete no problema inverso faz-se de duas formas. A primeira consiste na introdução da informação *a priori* ao problema inverso de modo direto. Na segunda forma de interação, cabe ao intérprete decidir se aceita ou rejeita a solução estimada. No caso de rejeição da solução, há a possibilidade do intérprete redefinir a informação *a priori* e realizar uma nova inversão. Chamaremos este processo de inversão assistida pelo intérprete. Embora os dois métodos inversos que apresentamos nesta tese tenham objetivos distintos, a característica comum entre eles é a assistência direta do intérprete na introdução de informação *a priori* e na decisão de aceitar a solução estimada ou formular novas hipóteses sobre a informação *a priori* a ser incorporada para tentar uma nova inversão. Vale ressaltar que, neste trabalho, a informação *a priori* a ser incorporada não é a simples definição de parâmetros de regularização ou outros parâmetros de controle como nível de ruído presumido para os dados. Neste processo de inversão assistida a informação *a priori* a ser incorporada está relacionada diretamente a informações geológicas conhecidas ou presumidas pelo intérprete.

No capítulo 2 apresentamos um novo método de inversão gravimétrica denominado de **inversão gravimétrica 2D com suavidade diferenciada (SD)**. Este método ataca o problema de estimar as profundidades de uma interface complexa separando dois meios geológicos contendo heterogeneidades de densidade (chamadas de fontes interferentes) produzindo uma anomalia

gravimétrica interferente. Matematicamente, este problema inverso não tem unicidade, pois há a violação do teorema de Smith (1961), e nem estabilidade da solução. O conteúdo espectral da anomalia gravimétrica produzida pelas fontes interferentes apresenta uma considerável sobreposição com o conteúdo espectral da anomalia gravimétrica produzida pela interface e, conseqüentemente, os métodos tradicionais de separação regional-residual não produzem bons resultados. O presente método combina um procedimento de ajuste robusto com o vínculo de alto grau de suavidade para a interface estimada nas regiões próximas das fontes interferentes, cujas coordenadas horizontais de localização são definidas, de modo aproximado pelo intérprete, baseado no seu conhecimento geológico e/ou geofísico sobre a área.

Vale ressaltar que o método proposto difere das técnicas de separação regional-residual por não usar informações restritivas sobre o conteúdo espectral referente a anomalia gravimétrica produzida pela interface a ser estimada. Ao contrário, o presente método transfere esta decisão para o intérprete. Então, cabe ao intérprete decidir se um dado comprimento de onda da anomalia gravimétrica é produzido pela interface ou pelas fontes interferentes. O desempenho deste método foi testado com dados sintéticos produzidos por bacias sedimentares, na presença de camadas e diápiros de sal e intrusões máficas intra-embasamento e intra-sedimentos. O método foi aplicado a três conjuntos de dados reais tendo diferentes tipos de fontes interferentes e interface a ser estimada. Na primeira aplicação, interpretamos a interface separando as crostas superior e inferior sob a zona de cisalhamento de Bavali, Índia, na presença de fontes interferentes na crosta superior. Na segunda aplicação, estimamos o embasamento da Bacia Algarve, Portugal, na presença de formações de sal. Finalmente, na terceira aplicação, estimamos a interface anortosito-tonalito sob o complexo intrusivo gabro-anortosito de East Bull Lake, Canadá.

No capítulo 3 é proposto um novo método de inversão gravimétrica denominado **inversão gravimétrica 3D adaptativa (IGA)**. Este método ataca o problema de estimar uma distribuição espacial discreta de contrastes de densidade que ajuste a anomalia Bouguer dentro do erro experimental e favoreça fontes gravimétricas compactas em torno de elementos geométricos tais como eixos e pontos. Também, neste segundo problema, não há garantia nem da unicidade da solução (Smith, 1961) e nem de sua estabilidade. Este método recupera as geometrias de múltiplos corpos anômalos que estão próximos entre si gerando anomalias interferentes. Para tanto, o intérprete fornece um modelo geológico de referência que consiste em pré-estabelecer a posição espacial de cada elemento geométrico (eixos e pontos) e prescrever contrastes-alvo de densidade (positivos ou negativos), para cada elemento geométrico na região 3D onde presumivelmente estão

as fontes anômalas. Então, cada elemento geométrico opera como uma aproximação inicial do esqueleto de uma região homogênea da fonte gravimétrica a ser recuperada. Uma estimativa, assim obtida, permite delinear múltiplas fontes gravimétricas anômalas, compactas por partes e posicionadas em torno de eixos e pontos. Estimada a distribuição 3D de contrastes de densidade, o intérprete pode aceitar a solução ou iniciar uma nova inversão usando um novo procedimento iterativo chamado de reconstrução adaptativa. Neste processo de reconstrução adaptativa temos, automaticamente, o aumento do número de parâmetros e elementos geométricos a cada iteração. Também de modo automático, são definidas as posições espaciais de novos elementos geométricos e dos associados contrastes-alvo de densidade.

O procedimento de reconstrução adaptativa é aplicado iterativamente pelo intérprete possibilitando que mais detalhes sejam recuperados nas geometrias das estimativas das fontes gravimétricas. Neste método inverso, a assistência do intérprete se dá em duas situações. A primeira assistência ocorre no início da inversão, quando o intérprete presume um modelo geológico de referência e estabelece a discretização da região (modelo interpretativo) onde estão presumidamente distribuídas as fontes anômalas. A segunda assistência do intérprete ocorre no final de cada iteração do processo de reconstrução adaptativa. Neste momento, caberá ao intérprete decidir se a solução deve ser aceita ou se uma nova iteração do processo de reconstrução adaptativa deve ser realizada. Para tanto, o intérprete deve avaliar se houve invariância das geometrias das fontes anômalas estimadas, ao longo de sucessivas iterações do processo de reconstrução adaptativa.

Testes com dados sintéticos mostram que o método pode ser usado para estimar as geometrias de fontes anômalas de diferentes ambientes geológicos. O primeiro ambiente simula uma fonte gravimétrica única formada por porções homogêneas de contrastes de densidade com diferentes sinais. O segundo ambiente simula múltiplos corpos localizados em diferentes profundidades e que produzem uma anomalia gravimétrica interferente. O terceiro teste simula um único domo de sal com geometria complexa. Finalmente, o quarto ambiente geológico simula duas fontes gravimétricas com diferentes contrastes de densidade, de mesmo sinal, formando um lopolito em que uma das unidades geológicas envolve totalmente a outra unidade. Também mostramos, através de dados gravimétricos sintéticos, que o método proposto apresenta um melhor desempenho na estimativa de corpos geológicos separados por pequenas distâncias, quando comparado aos métodos de inversão disponíveis na literatura. Este fato deve-se à maior quantidade e qualidade de informação *a priori* introduzida pelo presente método. O método foi testado em dados reais

coletados sobre o plúton granítico localizado na província de Carajás, Pará, Brasil e sobre o domo de sal de Galveston Island localizado no Golfo do México, Texas, EUA. Os testes com dados sintéticos e reais mostraram que o método torna possível a reconstrução de imagens abruptas, de múltiplos corpos anômalos com variações dos contrastes de densidade.

Inversão gravimétrica 2D com suavidade diferenciada

2.1 Introdução

Muitos dos métodos empregados na estimativa de uma interface de separação de dois meios consideram ambos os meios homogêneos (Bott, 1960; Corbató, 1965; Oldenburg, 1974; Leão et al., 1996; Barbosa et al., 1997, Barbosa et al., 1999a), ou consideram o meio inferior homogêneo e o meio superior heterogêneo em que se presume uma lei monotônica para o declínio do contraste de densidade com a profundidade (Cordell, 1973; Murthy e Rao, 1979; Rao, 1986; Chai e Hinze, 1988; Rao et al., 1994; Barbosa, et al., 1999b; Garcia–Abdeslem et al., 2005; Silva et al., 2006). Todos estes métodos são inadequados para interpretar ambientes geológicos (por exemplo, embasamento de uma bacia sedimentar) em que um ou ambos os meios apresentem heterogeneidades de densidade produzidas pela presença de fontes interferentes (por exemplo, domos de sal, diques ou soleiras). Todos estes corpos e feições geológicas, exceto a interface de separação dos meios, serão chamados de fontes interferentes. As fontes produzem uma anomalia gravimétrica complexa e interferente e nestas condições todos os métodos citados anteriormente produzem estimativas severamente distorcidas da interface. Geralmente, nestes casos, o intérprete necessita fazer uma separação regional-residual preliminar, com a premissa de que as anomalias regional e residual são produzidas, respectivamente, por uma única interface profunda e por fontes interferentes rasas de pequenas dimensões horizontais, confinadas em uma faixa estreita de profundidade.

No caso em que as fontes, tanto regionais quanto residuais, estão separadas por grandes distâncias verticais, os métodos clássicos de separação regional-residual permitem, separações e subsequentes interpretações confiáveis para cada uma das duas componentes (Granser et al., 1989; Beltrão et al., 1991). Este, por exemplo, é o caso do relevo suave do embasamento de uma bacia sedimentar cujos sedimentos são invadidos por soleiras diabásicas. Entre os métodos tradicionais de separação regional-residual aplicados às anomalias gravimétricas, o método espectral e os métodos de ajuste polinomial são os mais utilizados atualmente. O método espectral baseia-se na premissa que as anomalias regional e residual não apresentam superposição dos seus espectros, portanto a separação das anomalias regional e residual pode ser obtida através de uma escolha criteriosa do número de onda de corte. Como já mencionado anteriormente, isto é aproximadamente esperado

para o caso em que as fontes residuais (fontes rasas) estão confinadas em níveis de profundidades suficientemente distantes das fontes regionais (fontes profundas). No entanto, no caso em que as fontes interferentes (residuais) estão distribuídas em um extenso intervalo de profundidades (tal como diápiros de sal e diques diabásicos) há uma substancial superposição dos espectros das anomalias residuais e regionais e, conseqüentemente, os métodos tradicionais de separação regional-residual falharão. Para este caso, sem a incorporação de informação *a priori*, existirão infinitas soluções.

Apresentamos um novo método de inversão gravimétrica (Silva Dias et al., 2007) que utiliza informação *a priori* para mapear interfaces complexas de separação de dois meios na presença de heterogeneidades interferentes em um ou ambos os meios. Os espectros da anomalia gravimétrica produzida pelas fontes interferentes apresentam uma superposição relevante com o conteúdo espectral da anomalia produzida pela interface. Esta superposição é causada pelas características geométricas presumidas para a interface e para as fontes interferentes, isto é, suas amplas extensões verticais produzindo anomalias com extensa banda espectral. Através da combinação de um procedimento de ajuste robusto com a imposição de um alto grau de suavidade para a interface estimada na vizinhança das fontes interferentes, estimamos uma interface capaz de produzir uma anomalia com conteúdo espectral tanto com altos como com baixos números de onda. Deste modo, nosso método não requer que a interface e as fontes interferentes estejam confinadas em estreitas faixas de profundidade separadas por uma extensa distância vertical. No entanto, o método requer que o intérprete decida se um dado comprimento de onda da anomalia é produzido por uma fonte interferente ou pela interface. No caso de interferências causadas por corpos intrusivos de composição máfica, por exemplo, esta decisão pode estar apoiada em uma análise preliminar de dados magnéticos, se disponíveis. No caso de ambientes geológicos não magnéticos, esta decisão pode estar baseada na análise da coincidência entre a concavidade da interface estimada (para cima ou para baixo), via o método de inversão de Barbosa et al. (1997), e a concavidade esperada pelo intérprete, baseada no conhecimento geológico da área estudada. Após decidir se a anomalia é uma interferência ou não, o intérprete precisa definir uma coordenada horizontal aproximada para cada fonte interferente. Esta informação pode ser obtida aplicando-se o método de Barbosa et al. (1997), que sob a hipótese simplificada de não haver interferência, estima uma interface suave (uma vez que este método usa a regularização de Tikhonov de ordem um) que explica a anomalia gravimétrica observada. Como consequência, as coordenadas horizontais correspondentes aos altos e baixos desta interface estimada localizam, aproximadamente, as fontes das interferências

previamente selecionadas.

Quando aplicado à interpretação de estruturas geológicas, consistindo de uma única interface alternando trechos topograficamente suaves com outros irregulares e várias fontes interferentes com ampla distribuição vertical, o método proposto apresenta melhor desempenho em comparação com métodos que invertem anomalias regionais obtidas através de técnicas de separação regional-residual. Empregamos o método proposto na interpretação de três perfis de dados reais. O primeiro perfil é uma anomalia gravimétrica sobre a zona de cisalhamento de Bavali, na Índia, causada pela interface de separação entre as crostas superior e inferior, e com a interferência de rochas intracrustais localizadas acima da interface. O segundo perfil de dados reais é a anomalia gravimétrica causada pela topografia do embasamento Paleozóico na presença de formações de sal, na Bacia Algarve, situada próximo ao encontro de placas Açores-Gibraltar. Finalmente, o terceiro perfil gravimétrico cruza o lopólito aflorante formando o complexo gabro-anortosítico em East Bull Lake, Ontário, Canadá. Todos os resultados são consistentes com os atributos geológicos conhecidos das interfaces estimadas, ilustrando o bom desempenho deste novo método.

2.2 Metodologia

2.2.1 O problema direto

Seja \mathbf{g}^0 o vetor N -dimensional das observações da anomalia gravimétrica (Figura 2.1a), produzida por um ambiente geológico contendo uma interface de separação de dois meios e alguns corpos geológicos interferentes (Figura 2.1b). Ambos os meios são homogêneos com densidade ρ_1 (meio superior) e ρ_2 (meio inferior), exceto pela presença de poucos e isolados domínios de contornos arbitrários incrustados em um ou ambos os meios. Para estimar o relevo desta interface, selecionamos uma região finita no espaço $x-z$ contendo a interface e os corpos interferentes e a discretizamos em M prismas verticais retangulares, bidimensionais e justapostos, cujos tops coincidem com a superfície terrestre (Figura 2.1b). A dimensão horizontal de todos os prismas é constante e conhecida. As dimensões verticais dos prismas representam as profundidades da interface e são os parâmetros a serem estimados a partir dos dados gravimétricos (Figura 2.1b). Por

simplicidade, este modelo é apresentado na versão 2D, como mostra a Figura 2.1; no entanto, todo o desenvolvimento que se segue pode ser estendido ao caso 3D.

A anomalia gravimétrica observada, \mathbf{g}^0 , produzida por esta interface na presença de fontes geológicas interferentes, é uma superposição dos efeitos gravimétricos e mais uma componente de ruído, tal que,

$$\mathbf{g}^0 = \mathbf{g}^{\text{Reg}} + \mathbf{g}^{\text{res}} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.1)$$

em que $\boldsymbol{\varepsilon}$ é um vetor N -dimensional de erros experimentais aleatórios, \mathbf{g}^{Reg} e \mathbf{g}^{res} são vetores N -dimensionais contendo, respectivamente, as anomalias gravimétricas regional e residual. Neste trabalho, a assinatura gravimétrica residual é presumida como sendo produzida pelas fontes interferentes, assim como a assinatura gravimétrica regional é supostamente produzida pela interface, isto é, pela estrutura geológica de interesse.

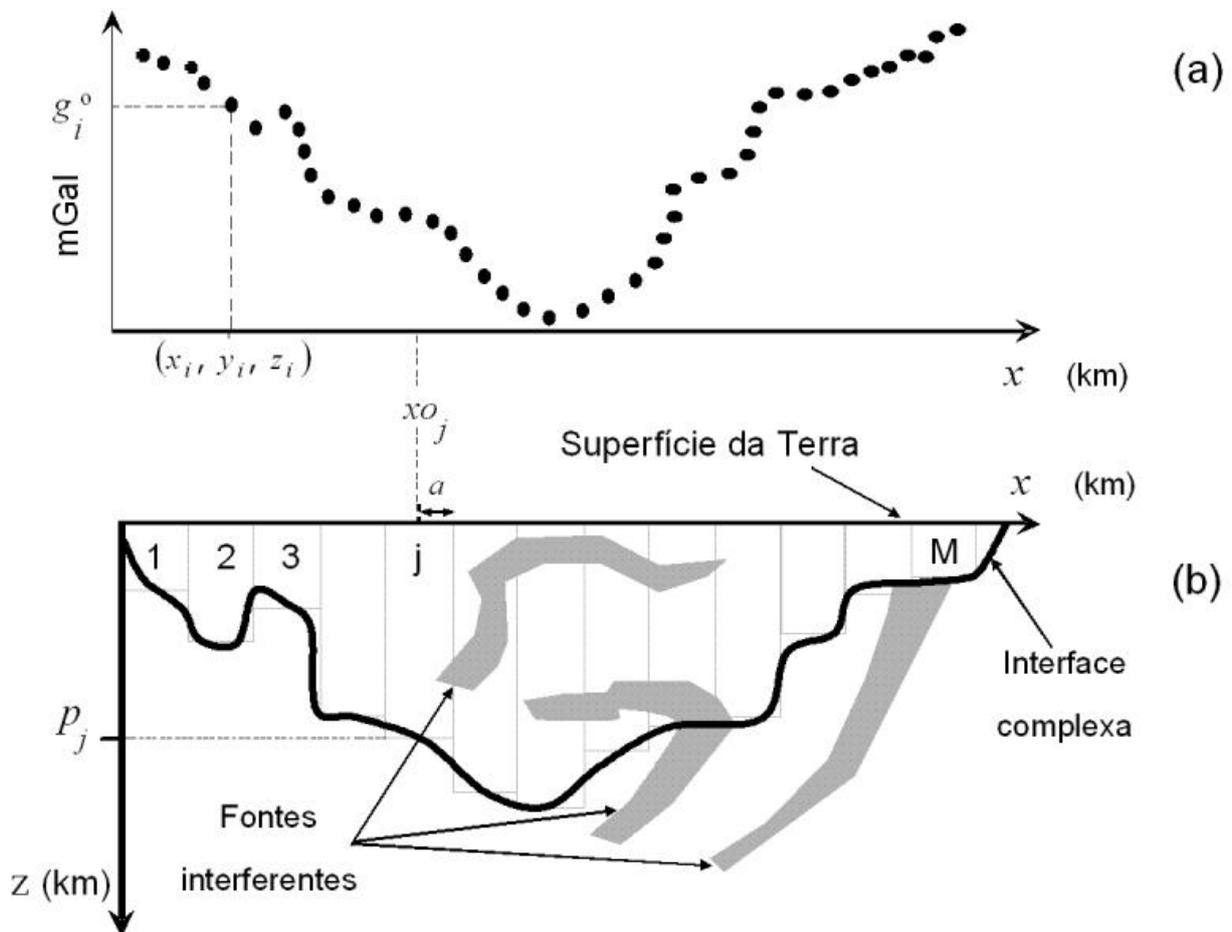


Figura 2.1 Modelo interpretativo. (a) Anomalia gravimétrica observada (pontos). (b) Ambiente geológico consistindo de uma interface (linha contínua grossa) e múltiplas fontes interferentes (polígonos sombreados). O modelo interpretativo consiste de M prismas verticais justapostos, cujas espessuras $p_j, j=1, 2, \dots, M$ são os parâmetros a serem estimados.

A i -ésima observação da anomalia gravimétrica regional teórica, g_i^R , (Blakely, 1995) está relacionada à espessura do j -ésimo prisma pela relação não linear,

$$g_i^R(x_i, y_i, z_i) = \gamma \sum_{j=1}^M \Delta\rho_j \int_{x_{o_j}-a}^{x_{o_j}+a} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{p_j} \frac{z_i - z'_j}{\left[(x_i - x'_j)^2 + (y_i - y'_j)^2 + (z_i - z'_j)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} dx'_j dy'_j dz'_j, \quad i=1, \dots, N, \quad (2.2)$$

em que $\Delta\rho_j \equiv \Delta\rho \equiv \rho_1 - \rho_2$ é o contraste de densidade presumidamente conhecido entre o j -ésimo prisma e o meio inferior, γ é a constante universal da gravitação, x_{o_j} é a coordenada horizontal do centro do j -ésimo prisma, e a é a semi-largura constante dos prismas ao longo da direção horizontal (Figura 2.1b). A espessura do j -ésimo prisma (p_j) representa a profundidade da interface em x_{o_j} . Portanto, as espessuras de cada prisma ($p_j, j=1, \dots, M$) são os parâmetros a serem estimados pelo nosso problema.

2.2.2 O problema inverso

2.2.2.1 Estimador Suavidade Global (GS: *Global Smoothness*)

Um estimador clássico frequentemente usado para estimar a profundidade da interface em M pontos discretos, é obtido pela minimização do funcional

$$\phi^p = \|\mathbf{R}\mathbf{p}\|^2 \quad (2.3)$$

sujeito a

$$\frac{\|\mathbf{r}\|^2}{N} = \delta^2, \quad (2.4)$$

em que \mathbf{p} é o vetor M -dimensional dos parâmetros a serem estimados, $\mathbf{r} = \mathbf{g}^0 - \mathbf{g}^R(\mathbf{p})$ é um vetor N -dimensional dos resíduos estimados da anomalia, $\|\cdot\|$ é a norma Euclidiana, δ^2 é a expectativa do erro médio quadrático dos erros observacionais, e \mathbf{R} é uma matriz $M-1 \times M$ representando um operador diferencial discreto de primeira ordem (Twomey, 1963; Constable et al., 1987), cujas linhas contêm somente dois elementos não nulos, 1 e -1, os quais estão associados à

cada par de parâmetros adjacentes. A interface estimada obtida pela minimização do funcional 2.3, sujeito ao vínculo 2.4, é a solução estabilizada pela regularização de Tikhonov de primeira ordem (Tikhonov e Arsenin, 1977). Devido ao produto \mathbf{Rp} ser uma aproximação por diferenças finitas da primeira derivada de \mathbf{p} , então através da minimização de $\|\mathbf{Rp}\|^2$, ficam favorecidas as soluções que são relativamente suaves e, implicitamente, introduzimos a informação de que o relevo da interface é suave (Barbosa et al., 1997). Neste trabalho, a estimativa da uma interface usando a regularização de Tikhonov de primeira ordem será chamada de inversão com Suavidade Global (GS).

A inversão GS é particularmente adequada à interpretação de uma interface suave separando dois meios; porém, não é adequada para mapear uma interface suave na presença de múltiplas fontes interferentes presentes em um ou ambos os meios. Neste caso, a solução GS nas vizinhanças das fontes interferentes apresenta severa tendenciosidade em direção a uma falsa interface, que pode ser mais rasa, ou mais profunda, que a interface verdadeira. A Figura 2.2 ilustra tal tendenciosidade através de um modelo esquemático de uma fonte interferente (área cinza) sobre uma interface (linha contínua grossa). A interface estimada com a inversão GS (linha tracejada) tende a apresentar, na vizinhança logo abaixo da fonte interferente, uma seqüência de altos e baixos. Este exemplo esquemático ilustra a diferença considerável entre a interface verdadeira e a estimada via inversão GS na presença de fontes interferentes.

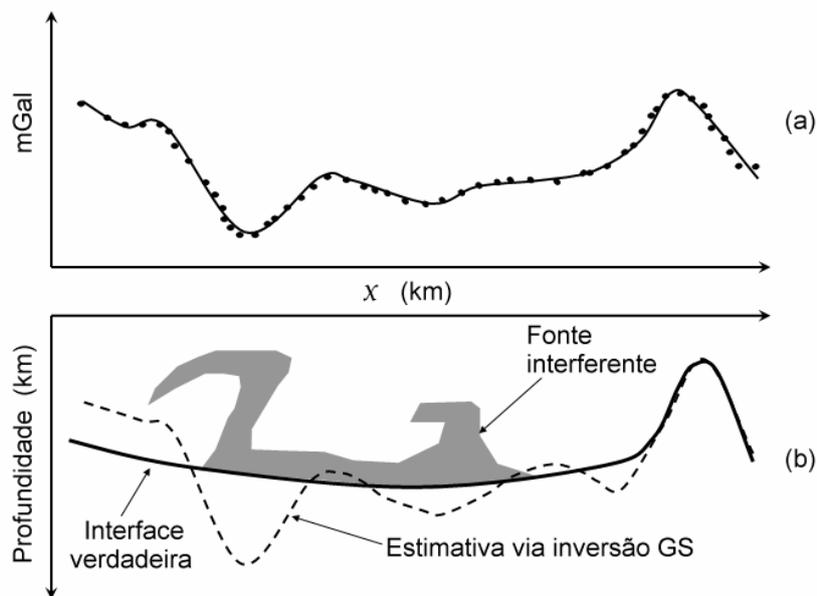


Figura 2.2 – Exemplo esquemático mostrando a forte tendenciosidade produzida pela inversão GS na presença de fontes interferentes. (a) Anomalias observada (pontos) e a ajustada (linha contínua). (b) A interface verdadeira (linha contínua), a fonte interferente (área cinza) e a interface estimada por inversão GS (linha tracejada).

2.2.2.2 Estimador Robusto

O problema inverso não linear de estimar as profundidades da interface em M pontos discretos, na presença de fontes geológicas interferentes, a partir de uma anomalia gravimétrica observada, é resolvido neste trabalho através da minimização dos funcionais

$$\phi^{\mathbf{p}} = \left\| \mathbf{W}_{\mathbf{p}}^{1/2} \mathbf{R}\mathbf{p} \right\|^2, \quad (2.5)$$

$$\phi^{\mathbf{p}^0} = \left\| \mathbf{W}_{\mathbf{p}^0} \mathbf{p} - \mathbf{p}^0 \right\|^2, \quad (2.6)$$

e

$$\phi^{\mathbf{r}} = \left\| \mathbf{W}_{\boldsymbol{\varepsilon}}^{1/2} \mathbf{r} \right\|^2, \quad (2.7)$$

sujeito ao vínculo de positividade dos parâmetros

$$\mathbf{p} \geq \mathbf{0}, \quad (2.8)$$

em que \mathbf{p}^0 é um vetor de referência *a priori*, $\mathbf{W}_{\mathbf{p}^0}$ é uma matriz diagonal $M \times M$ cujo i -ésimo elemento diagonal assume o valor zero se o correspondente parâmetro não estiver vinculado a estar próximo a p_i^0 , e o valor 1 (um) caso contrário, $\mathbf{W}_{\boldsymbol{\varepsilon}}$ e $\mathbf{W}_{\mathbf{p}}$ são matrizes de pesos, diagonais, definidas positivas, respectivamente, $N \times N$ e $M-1 \times M$, que serão descritas mais a frente. Na prática, o vetor nulo $\mathbf{0}$ na equação 2.8 é substituído por um vetor $\mathbf{v} \in \Re^M$, cujos elementos são números positivos da ordem de 10^{-8} . As definições das funções 2.5 a 2.8, como serão descritas abaixo, permitem estimar uma interface complexa na presença de fontes geológicas interferentes.

De acordo com a equação 2.7, a matriz $\mathbf{W}_{\boldsymbol{\varepsilon}}$ controla a proximidade desejável entre os dados observados e os ajustados. Se $\mathbf{W}_{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{I}_N$, em que \mathbf{I}_N é a matriz identidade de N -ésima ordem, a soma dos quadrados das diferenças entre os dados observados e ajustados terá que ser mínima, no sentido dos mínimos quadrados. Entretanto, neste trabalho, para produzir um ajuste mais robusto dos dados do que o ajuste clássico dos mínimos quadrados, na classe dos estimadores M (Huber, 1981), $\mathbf{W}_{\boldsymbol{\varepsilon}}$ é definida como uma matriz diagonal cujo i -ésimo elemento diagonal, $w_{\boldsymbol{\varepsilon}ii}$, é inversamente proporcional ao valor absoluto do resíduo r_i na i -ésima observação. Como $\mathbf{W}_{\boldsymbol{\varepsilon}}$ é uma função de \mathbf{r} , um ajuste robusto é obtido na prática através da atualização iterativa dos

parâmetros estimados e dos valores de $W_{\varepsilon_{ii}}$. Pequenos pesos são atribuídos a resíduos grandes e vice-versa.

No presente método, a introdução do funcional 2.5 tem dois objetivos: produzir uma solução estável e minimizar a influência das fontes interferentes (fontes residuais) na interface estimada (fonte regional). Para alcançar o segundo objetivo, a matriz \mathbf{W}_p é utilizada para aumentar a imposição do vínculo de suavidade à interface na vizinhança da fonte interferente. Para tanto pondera-se a i -ésima linha de \mathbf{R} , associada a um par de profundidades (espessuras de prismas) localizadas na vizinhança das fontes interferentes, pelo i -ésimo elemento diagonal de $\mathbf{W}_p \equiv \{w_{p_{ii}}\}$ ao qual é atribuído um valor suficientemente grande. Quanto maior o valor atribuído a $\mathbf{W}_p \equiv \{w_{p_{ii}}\}$ mais suave será o relevo da interface estimada nas vizinhanças das fontes interferentes. Finalmente, como será mostrado na próxima seção, a minimização do funcional 2.6 impõe que a interface estimada, próxima ao corpo interferente, seja aproximadamente um polinômio de primeiro grau.

2.2.2.3 Resolvendo o problema inverso em duas etapas

A metodologia proposta foi implementada em duas etapas, usando um método semi-automático que considera as coordenadas horizontais xc_φ , $\varphi = 1, \dots, \Phi$, de localização aproximada das Φ fontes interferentes, como sendo conhecidas *a priori* ou estimadas via uma preliminar inversão dos dados gravimétricos. Nesta primeira etapa, é usada a inversão GS para obter a estimativa $\hat{\mathbf{P}}^{\text{GS}}$, através da minimização não vinculada do funcional

$$\phi_1(\mathbf{p}) = \frac{\|\mathbf{r}\|^2}{N} + \lambda^s(\delta) \|\mathbf{R}\mathbf{p}\|^2, \quad (2.9)$$

sendo $\lambda^s(\delta)$ um escalar não negativo. Ressalte-se que o funcional 2.9 introduz um determinado grau de suavidade à interface estimada (fonte regional). Na ausência de informação precisa referente à interface verdadeira, é razoável impor um pequeno grau de suavização ao relevo estimado, como forma de evitar uma suavização excessiva. Deste modo, é atribuído a $\lambda^s(\delta)$ um pequeno valor ainda capaz de produzir soluções estáveis. Este procedimento, realizado na primeira etapa, conduz à estimativa de uma interface fortemente distorcida devido à presença de fontes interferentes (como mostrada na Figura 2.2b em linha tracejada). A imposição de tendenciosidade mínima à solução

exerce um importante papel na identificação do sinal da curvatura da interface estimada (para cima ou para baixo), como será visto mais à frente.

Em uma segunda etapa, implementamos um processo iterativo usando $\hat{\mathbf{p}}^{GS}$ como uma aproximação inicial e minimizamos a soma ponderada dos funcionais 2.5, 2.6 e 2.7; ou seja, minimizamos o funcional

$$\phi_2(\mathbf{p}) = \left\| \mathbf{W}_\varepsilon^{1/2} \mathbf{r} \right\|^2 + \lambda^{ws}(\delta) \left\| \mathbf{W}_\mathbf{p}^{1/2} \mathbf{R}\mathbf{p} \right\|^2 + \lambda^o(\delta) \left\| \mathbf{W}_o\mathbf{p} - \mathbf{p}^o \right\|^2 \quad (2.10)$$

sujeito ao vínculo da inequação 2.8. Os parâmetros $\lambda^o(\delta)$ e $\lambda^{ws}(\delta)$ são escalares não negativos. Especificamente, $\lambda^{ws}(\delta)$ controla o aumento da suavização da interface nas proximidades da fonte interferente. O valor ótimo para $\lambda^{ws}(\delta)$ é o menor número positivo ainda produzindo soluções estáveis e uma interface suavizada nas proximidades das fontes interferentes. A variável $\lambda^o(\delta)$ controla o quanto próximo estará o relevo da interface estimada de um polinômio de primeiro grau, nas proximidades da fonte interferente. Então, quanto maior $\lambda^o(\delta)$, mais próxima estará a interface de um polinômio de primeiro grau, na vizinhança de uma fonte interferente.

As minimizações dos funcionais 2.9 e 2.10 serão obtidas iterativamente pelo método de Gauss-Newton usando a estratégia de Marquardt (1963) e o vínculo 2.8 será incorporado às perturbações computadas em cada iteração através de um algoritmo de mínimos quadrados com vínculo de positividade (Haskell e Hanson, 1981; Hanson e Haskell, 1982). Os detalhes matemáticos da otimização são apresentados no Apêndice A.

2.2.2.4 Detalhes matemáticos e computacionais do método

Seja um conjunto de fontes interferentes, $S_\varphi, \varphi=1,\dots,\Phi$, sendo cada fonte caracterizada pela coordenada horizontal de localização x_{c_φ} e uma região em torno desta coordenada, chamada de φ -ésima região de interferência, definida a seguir.

Na primeira iteração, através da minimização do funcional $\phi_1(\mathbf{p})$ (equação 2.9) em relação a \mathbf{p} , obtemos a solução $\hat{\mathbf{p}}^{GS}$ apenas com o vínculo de suavidade global. Presumimos que próximo a um corpo geológico interferente, $\hat{\mathbf{p}}^{GS}$ sempre apresentará algum grau de concavidade. Portanto, os

trechos de $\hat{\mathbf{p}}^{GS}$ sem concavidade definida, neste trabalho, corresponderão às regiões sem corpos geológicos interferentes.

Usando a solução $\hat{\mathbf{p}}^{GS}$, identificamos a concavidade na interface estimada em $(x_{o_j}, \hat{p}_j^{GS})$, $j = 2, 3, \dots, M-1$, como sendo para cima ou para baixo, respectivamente, dependendo de qual desigualdade,

$$\hat{p}_j^{GS} \geq \frac{\hat{p}_{j-1}^{GS} + \hat{p}_{j+1}^{GS}}{2}, \quad (2.11)$$

ou

$$\hat{p}_j^{GS} < \frac{\hat{p}_{j-1}^{GS} + \hat{p}_{j+1}^{GS}}{2} \quad (2.12)$$

é satisfeita. Em seguida, para cada interferência S_φ , $\varphi = 1, \dots, \Phi$, identificamos a coordenada x_{o_j} de um conjunto $\{x_{o_k}\}$, $k = 1, 2, \dots, M$ que está próximo de $x_{c\varphi}$, e determinamos as coordenadas horizontais, $x_{o_{\varphi_I}}$ e $x_{o_{\varphi_F}}$, nas vizinhanças de x_{o_j} , tal que, em todos os pontos internos ao intervalo $[x_{o_{\varphi_I}}, x_{o_{\varphi_F}}]$ que contem x_{o_j} , o sinal da curvatura da interface estimada (para cima ou para baixo) é o mesmo sinal da curvatura no ponto x_{o_j} . Os índices φ_I e φ_F correspondem às coordenadas horizontais dos limites mais a esquerda e mais a direita, da φ -ésima região de interferência (Figura 2.3a). Da segunda iteração em diante, minimizamos o funcional $\phi_2(\mathbf{p})$ (equação 2.10) usando $\hat{\mathbf{p}}^{GS}$ como uma aproximação inicial e definindo o vetor \mathbf{p}^0 e as matrizes \mathbf{W}_ε , \mathbf{W}_p e \mathbf{W}_o da seguinte forma. Para $j = 1, \dots, M$, se a coordenada x_{o_j} estiver fora dos limites de qualquer região de interferência, fazemos $p_j^0 = 0$ e $\mathbf{W}_o \equiv \{w_{o_{jj}}\} = 0$. Analogamente, para $i = 1, \dots, N$, se a coordenada $x = x_i$ da i -ésima observação estiver fora dos limites de qualquer região de interferência, fazemos $\mathbf{W}_\varepsilon \equiv \{w_{\varepsilon_{ii}}\} = 1$. Finalmente, para $j = 1, \dots, M-1$, se a coordenada $\frac{x_{o_{j+1}} + x_{o_j}}{2}$ for externa aos limites de qualquer região de interferência, fazemos $\mathbf{W}_p \equiv \{w_{p_{jj}}\} = 1$. Caso contrário, para $j = 1, \dots, M$, se a coordenada x_{o_j} estiver dentro dos limites da φ -ésima região de interferência, fazemos $\mathbf{W}_o \equiv \{w_{o_{jj}}\} = 1$. A matriz \mathbf{W}_p e o vetor \mathbf{p}^0 são obtidos de modo automático através do seguinte procedimento. Primeiro definimos L_φ como uma

reta unindo os pontos $(x_{\varphi_I}, \hat{p}_{\varphi_I}^{GS})$ e $(x_{\varphi_F}, \hat{p}_{\varphi_F}^{GS})$ (linha tracejada na Figura 2.3a). Em seguida, determinamos a área A_φ (área sombreada na Figura 2.3a) da φ -ésima região de interferência, limitada pela reta L_φ e pelo trecho da interface estimada via inversão definida pelos pontos $(x_{\varphi_j}, \hat{p}_j^{GS})$, $j = \varphi_I, \varphi_{I+1}, \dots, \varphi_F$. Para $j = 1, \dots, M-1$, se a coordenada $\frac{x_{\varphi_{j+1}} - x_{\varphi_j}}{2}$

for interna a φ -ésima região de interferência, o j -ésimo elemento da diagonal de \mathbf{W}_p é dado por

$$w_{p_{jj}} = \left(\frac{A(\varphi)}{A_{\max}} \right) \alpha, \quad (2.13)$$

em que α é um número positivo usualmente variando de 2 a 100, e $A_{\max} = \max_{1 \leq \varphi \leq \Phi} [A(\varphi)]$. A

constante α é um fator amplificador (maior do que 1) impondo que o maior valor em \mathbf{W}_p seja α .

Ainda para o caso em que a coordenada x_{φ_j} , $j = 1, \dots, M$, pertença ao intervalo da φ -ésima região

de interferência, é atribuído ao j -ésimo elemento de \mathbf{p}^0 , p_j^0 , o valor da coordenada vertical

$z_j^{L_\varphi}$, correspondente à interseção entre o segmento L_φ e a linha vertical passando por $x = x_{\varphi_j}$. A

Figura 2.3a mostra, em pontos pretos, as profundidades cujos valores numéricos são atribuídos aos

elementos de \mathbf{p}^0 na φ -ésima região de interferência. Finalizando, a matriz \mathbf{W}_ε é atualizada da

seguinte maneira. Se o i -ésimo ponto de observação em $x = x_i$ estiver dentro do intervalo da φ -

ésima região de interferência, o i -ésimo elemento diagonal de \mathbf{W}_ε , na k -ésima iteração, $k \geq 2$, é

computado por

$$w_{\varepsilon_{ii}}^k = e^{-0,5 \left(\frac{r_i^{(k-1)}}{s^{(k-1)}} \right)^2} + 10^{-4}, \quad (2.14)$$

em que $r_i^{(k-1)}$ é o i -ésimo valor absoluto do resíduo na $(k-1)$ -ésima iteração, definido como a

diferença entre a i -ésima observação e o efeito gravimétrico no mesmo ponto produzido pela

interface estimada na $(k-1)$ -ésima iteração, e $s^{(k-1)}$ é a mediana dos valores absolutos de todos os

resíduos r_i , $i = 1, \dots, N$, calculados na $(k-1)$ -ésima iteração. O papel da matriz \mathbf{W}_ε é favorecer a

existência de resíduos de grande magnitude dentro da φ -ésima região de interferência. Com este

objetivo, pequenos pesos são sucessivamente atribuídos para os grandes resíduos dentro da φ -ésima região de interferência. Este procedimento minimiza a influência das fontes interferentes na anomalia regional ajustada, dentro da região de interferência. A tabela 1 resume os valores atribuídos aos elementos de \mathbf{p}^0 , \mathbf{W}_o , \mathbf{W}_p e \mathbf{W}_ε , levando em consideração o posicionamento do centro dos prismas xo_j e das coordenadas x_i das observações, em relação as regiões de interferência. As Figuras 2.3b a 2.3d mostram uma representação esquemática dos elementos diagonais das matrizes \mathbf{W}_o , \mathbf{W}_p e \mathbf{W}_ε , respectivamente. A Figura 2.3e ilustra, para os pontos dentro da região de interferência, o i -ésimo peso $w_{\varepsilon_{ii}}^k$, na k -ésima iteração, como uma função do i -ésimo valor absoluto do resíduo da $(k-1)$ -ésima iteração do método dos mínimos quadrados (linha pontilhada) e do procedimento robusto (equação 2.14) atribuindo-se dois valores à mediana, $s^{(k-1)}$: 1 mGal (linha tracejada) e 0,1 mGal (linha contínua).

Tabela 2.1 – Valores numéricos atribuídos aos elementos do vetor \mathbf{p}^0 e aos elementos diagonais das matrizes \mathbf{W}_o , \mathbf{W}_p e \mathbf{W}_ε , como uma função da posição dos centros dos prismas xo_j e das coordenadas x_i das observações.

	xo_j fora da φ -ésima região de interferência	xo_j dentro da φ -ésima região de interferência	x_i fora da φ -ésima região de interferência	x_i dentro da φ -ésima região de interferência
p_j^0	0	$z_j^{L\varphi}$ (Figura 2.3a)	—	—
$w_{o_{jj}}$	0	1	—	—
$w_{p_{jj}}$	1	equação 2.13	—	—
$w_{\varepsilon_{ii}}^k$	—	—	1	equação 2.14

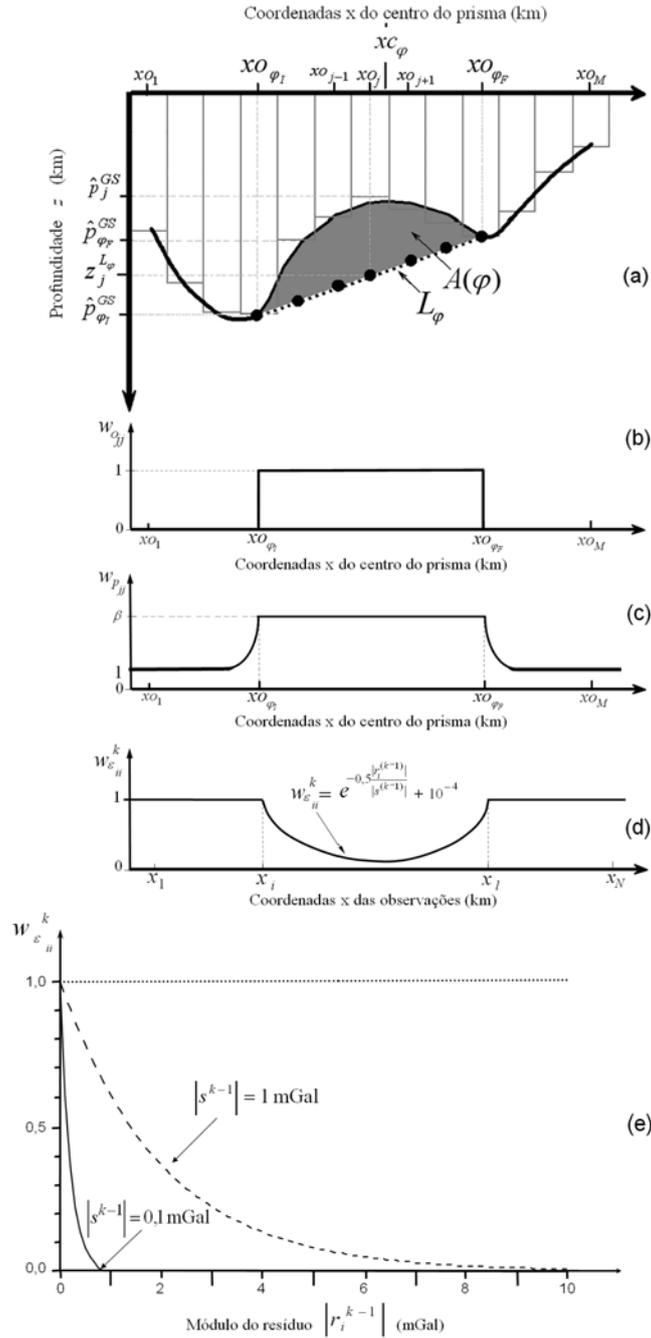


Figura 2.3 – Representação esquemática da φ -ésima região de interferência, definida por uma coordenada horizontal qualquer xc_φ e pelo intervalo $x \in [xo_{\varphi_I}, xo_{\varphi_F}]$ (a). Os elementos usados para definir, automaticamente, o vetor \mathbf{p}^0 e a matriz \mathbf{W}_p são o φ -ésimo segmento de reta L_φ (linha tracejada), interface estimada via inversão GS (linha sólida grossa), a área $A(\varphi)$ (região cinza) e as profundidades $z_j^{L_\varphi}$ da linha L_φ , para todo j satisfazendo $xo_{\varphi_I} \leq x_o_j \leq xo_{\varphi_F}$ (pontos). Representação esquemática dos elementos diagonais das matrizes \mathbf{W}_0 (b), \mathbf{W}_p (c), \mathbf{W}_ε (d) como funções da coordenada x das observações gravimétricas e \mathbf{W}_ε como uma função dos resíduos (e) para o método dos mínimos quadrados (linha pontilhada) e o método robusto proposto usando uma mediana igual a 1 mGal (linha tracejada) e 0,1 mGal (linha contínua). O fator β em (c) é igual a $\left(\frac{A(\varphi)}{A_{\max}} \right) \alpha$ conforme a equação 2.13.

Observe que aos elementos da matriz \mathbf{W}_p associados às extensas regiões de interferência são atribuídos valores de grande magnitude (equação 2.13), enquanto para aqueles elementos não associados com qualquer região de interferência são atribuídos o valor 1. Esta transição abrupta entre os elementos da matriz \mathbf{W}_p , que está associada a vizinhança da borda da região de interferência, leva a oscilações espúrias no relevo da interface estimada. Para evitar a ocorrência de tais artefatos indesejáveis, foi introduzida uma transição suavizada aos elementos de \mathbf{W}_p que estão associados às bordas das regiões interferentes. Diferentes graus de suavização na transição dos valores podem ser selecionados. Escolhemos o menor grau de suavização capaz de eliminar qualquer artefato espúrio no relevo da interface estimada.

Note que a matriz \mathbf{W}_e é iterativamente modificada de acordo com a equação 2.14, enquanto as matrizes \mathbf{W}_p e \mathbf{W}_o são mantidas fixas para todas as subseqüentes iterações (maiores ou iguais a 3).

2.3 Testes com dados sintéticos

O desempenho do método proposto foi estudado através da simulação de dois diferentes tipos de bacia sedimentar. Para evitar os indesejáveis efeitos de borda na interface estimada, estendemos a área de discretização para ambos os lados do perfil gravimétrico.

2.3.1 Domo de sal como fonte interferente

A Figura 2.4a mostra observações (pontos) da anomalia Bouguer corrompida por ruído aleatório e que foram produzidas por uma bacia sedimentar (Figura 2.4b) consistindo predominantemente de sedimentos homogêneos (área cinza) contendo uma camada de sal e intrusões de diápiros de sal (áreas brancas). Aos sedimentos e as unidades de sal são atribuídos os contrastes de densidade de $-0,2$ e $-0,4 \text{ g/cm}^3$, respectivamente, relativamente ao embasamento homogêneo (área preta). O ruído pseudo-aleatório adicionado à anomalia sintética é Gaussiano, com

média zero e desvio padrão de 0,1 mGal. Esse modelo simulado foi baseado na interpretação de uma seção geológica da Bacia Algarve, Portugal, relatada por Matias et al. (2005a).

O relevo real do embasamento mostra, no intervalo $x \in [25 \text{ km}, 95 \text{ km}]$, um comportamento suave produzindo uma resposta gravimétrica com conteúdo espectral predominantemente distribuído nos pequenos números de onda. Entretanto, o alto estrutural em torno de $x = 18 \text{ km}$ produz uma resposta gravimétrica com conteúdo espectral distribuído predominantemente nos altos números de onda, a qual podem ser interpretada como uma anomalia residual interferente gerada por uma fonte rasa. Contudo, a resposta gravimétrica das fontes interferentes (camadas e domos de sal) tem um conteúdo espectral distribuído tanto nos altos como nos baixos números de onda. Para estimar o relevo do embasamento, o semi-espaço sob o intervalo $x \in [-4 \text{ km}, 120 \text{ km}]$ é discretizado em 62 prismas verticais, justapostos e com larguras iguais de 2 km. Presumimos o conhecimento verdadeiro do contraste de densidade entre os sedimentos e o embasamento de $-0,2 \text{ g/cm}^3$ e empregamos: $\lambda^S(\delta) = 10$, $\lambda^{WS} = 0,1$, $\lambda^O(\delta) = 1$, $\alpha = 100$, $\Phi = 2$, $xc_1 = 46 \text{ km}$ e $xc_2 = 67 \text{ km}$. A Figura 2.4b mostra, em linha vermelha, a interface estimada evidenciando o bom desempenho do presente método em estimar tanto a área suave quanto as oscilações de grandes amplitudes da interface. A correspondente anomalia ajustada é mostrada na Figura 2.4a, em linha vermelha.

Objetivando realizar um estudo comparativo, estimamos o relevo do embasamento empregando a inversão GS (i.e., minimizando-se o funcional 2.9) à anomalia regional que foi obtida pelos seguintes métodos polinomiais de separação regional-residual: i) método de ajuste clássico por mínimos quadrados; e ii) método de ajuste polinomial robusto. A primeira estimativa será chamada de inversão GS_LSP e a segunda de inversão GS_RP. Na Figura 2.4a são mostradas as anomalias gravimétricas produzidas pelas estimativas da topografia do embasamento (regional) que foram obtidas ajustando-se um polinômio de grau 7 usando-se o método robusto de Beltrão et al. (1991) (linha verde) e o método clássico dos mínimos quadrados (linha amarela) para a separação regional-residual. Foi considerado um modelo interpretativo e um contraste de densidade ($\Delta\rho = -0,2 \text{ g/cm}^3$) idêntico ao usado no teste anterior. A Figura 2.4b mostra o relevo estimado do embasamento via os métodos de inversão GS_RP (linha verde) e via GS_LSP (linha amarela), atribuindo-se os valores $\lambda^S(\delta) = 5$ e $\lambda^S(\delta) = 6$, respectivamente. Comparando os resultados mostrados na Figura 2.4b, nota-se que o método proposto (linha vermelha) tem desempenho superior na definição do relevo do embasamento quando comparado à inversão GS_LSP (linha amarela) e GS_RP (linha verde). O melhor desempenho do método proposto neste trabalho ocorre porque o método: i) não estabelece

qualquer premissa *a priori* sobre o conteúdo espectral da anomalia produzida pela interface estimada, isto é, a anomalia produzida pela interface pode ser indistintamente caracterizada por baixos e altos números de onda; e ii) apoia-se na habilidade do intérprete e na informação geológica *a priori* para diferenciar as feições geológicas de alto número de onda que pertencem à anomalia produzida pela interface daquelas que caracterizam a interferência.

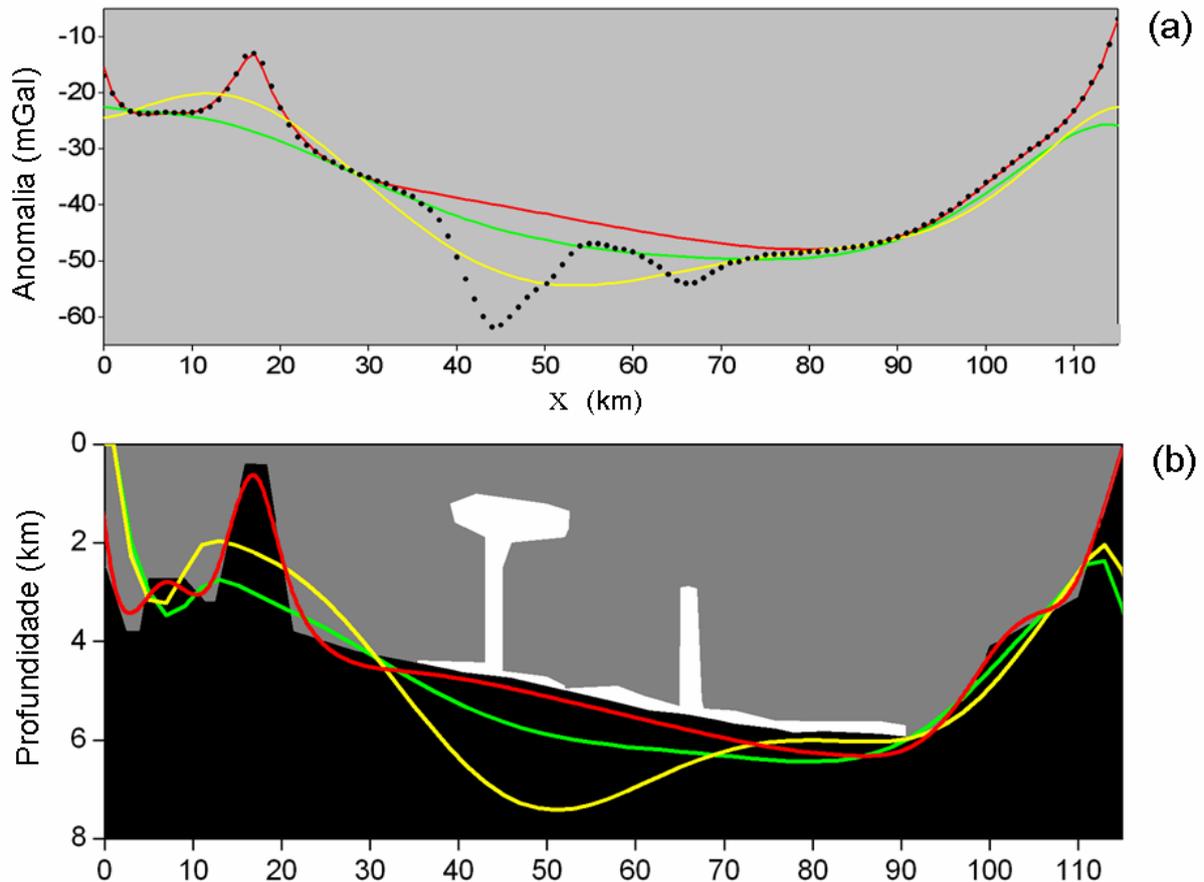


Figura 2.4 – Exemplo sintético simulando uma bacia sedimentar tendo domos de sal como fontes interferentes. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos) e ajustada (linha vermelha) via inversão SD. As anomalias regionais separadas da anomalia observada via técnica de separação regional-residual por ajuste polinomial pelos métodos dos mínimos quadrados e por ajuste polinomial robusto, usando polinômio de grau 7, são mostradas em linhas amarela e verde, respectivamente. (b) O relevo verdadeiro do embasamento é representado pelo contato entre as áreas cinza (sedimentos) e preta (embasamento). Os domos de sal representam as fontes interferentes e são mostrados como áreas brancas. Os relevos estimados para o embasamento via o método proposto (SD), a inversão GS_RP e a inversão GS_LSP são mostrados em linhas vermelha, verde e amarela, respectivamente.

2.3.2 Intrusões ígneas como fontes interferentes

A Figura 2.5a mostra as anomalias gravimétrica (pontos pretos) e magnética de campo total (pontos azuis), ambas corrompidas por ruído e produzidas pela simulação 2D de uma bacia sedimentar (Figura 2.5b). Esta bacia sedimentar é constituída por um embasamento (área preta) e um pacote de sedimentos (área cinza), ambos apresentando estruturas intrusivas simuladas tais como diques e soleiras (áreas brancas). Os contrastes de densidade uniformes dos sedimentos e das fontes ígneas intrusivas relativas ao embasamento são $-0,2$ e $0,13 \text{ g/cm}^3$, respectivamente. As fontes apresentam-se magnetizadas uniformemente por indução com inclinação de magnetização de 60° e declinação de 0° . As intensidades de magnetização são $0,5 \text{ A/m}$ (embasamento), $4,5 \text{ A/m}$ (fonte mais à esquerda), e $1,0 \text{ A/m}$ (fonte mais à direita). O ruído gaussiano pseudo-aleatório adicionado às observações, tanto gravimétrica como magnética, tem média zero e desvios padrões de $1,0 \text{ mGal}$ e 4 nT , respectivamente.

As fontes interferentes residuais (intrusivas ígneas) estão localizadas tanto acima como abaixo da fonte regional (relevo do embasamento). Tendo em vista que neste ambiente sedimentar simulado as anomalias interferentes são geradas por fontes que também apresentam respostas magnéticas, a decisão sobre as coordenadas horizontais de cada fonte interferente pode ser apoiada na análise dos dados magnéticos (pontos azuis na Figura 2.5a). Deste modo, presumimos a presença de duas fontes interferentes, $\Phi=2$, porque nas coordenadas $xc_1 = 110 \text{ km}$ e $xc_2 = 186 \text{ km}$, a resposta magnética contém componentes de altos números de onda com grande amplitude.

A anomalia gravimétrica foi invertida usando-se um modelo interpretativo consistindo de 86 prismas verticais com larguras de 3 km e centros definidos entre as coordenadas horizontais $-7,5$ e $250,5 \text{ km}$. A Figura 2.5b mostra a solução estimada (linha vermelha) via inversão SD, empregando-se $\lambda^S(\delta) = 20$, $\lambda^{WS}(\delta) = 3$, $\lambda^O(\delta) = 1$, $\alpha = 100$, e considerando o correto contraste de densidade de $-0,2 \text{ g/cm}^3$ entre os sedimentos e o embasamento. A Figura 2.5a mostra a anomalia gravimétrica ajustada (linha vermelha). Novamente comparamos o relevo do embasamento estimado via inversão SD com aqueles obtidos pela inversão GS, aplicada à componente regional que foi separada da anomalia observada, tanto através do método dos mínimos quadrados (linha amarela na Figura 2.5a) como do método robusto (linha verde na Figura 2.5a), ambos ajustando um polinômio de grau 7 às

observações. A Figura 2.5b mostra o relevo estimado para o embasamento via as inversões GS_RP (linha verde) e GS_LSP (linha amarela), atribuindo-se $\lambda^S(\delta)=15$ e $\lambda^S(\delta)=5$, respectivamente.

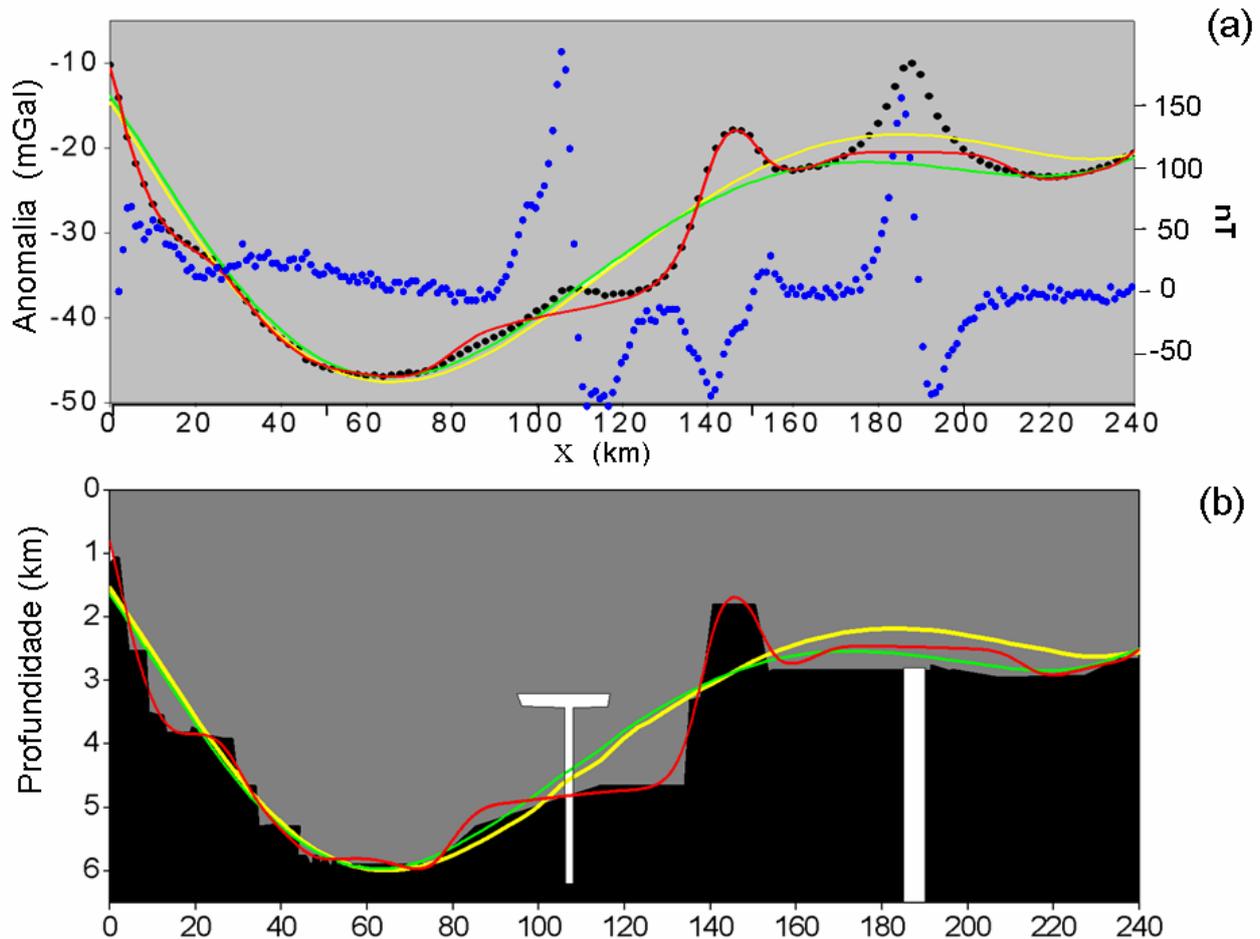


Figura 2.5 – Exemplo sintético simulando uma bacia sedimentar tendo intrusões ígneas como fontes interferentes. (a) Anomalia magnética de campo total observada (pontos azuis), anomalias Bouguer observada (pontos pretos) e ajustada (linha vermelha) via inversão SD. As anomalias regionais separadas da anomalia gravimétrica observada, via técnica de separação regional-residual por ajuste polinomial pelos métodos dos mínimos quadrados e por ajuste polinomial robusto, usando polinômio do grau 7, são mostradas em linhas amarela e verde, respectivamente. (b) O relevo verdadeiro do embasamento é representado como o contato separando as áreas cinza (sedimentos) e preta (embasamento). As intrusões ígneas representam as fontes interferentes e são mostradas como áreas brancas. Os relevos estimados do embasamento via o método proposto (SD), a inversão GS_RP e a inversão GS_LSP são mostrados em linhas vermelha, verde e amarela, respectivamente.

Comparando o nosso resultado (linha vermelha na Figura 2.5b) e aqueles obtidos através da inversão GS, aplicada às componentes regionais após a separação regional-residual por ajustes polinomiais (linhas verde e amarela na Figura 2.5b), notamos o melhor desempenho do nosso método na recuperação da topografia composta por seções do embasamento tanto suaves quanto irregulares. Por outro lado, a Figura 2.5b mostra que as inversões GS_RP (linha verde) e GS_LSP (linha amarela) não resolvem a estrutura do embasamento associada ao sinal gravimétrico com conteúdo espectral predominantemente distribuído nos altos números de onda, em especial o alto estrutural em degrau observado em $x = 150$ km.

2.4 Testes com dados reais

O presente método foi aplicado a dados gravimétricos reais de três ambientes geológicos com diferentes tipos de fontes interferentes e diferentes interfaces a serem interpretadas. Na primeira aplicação, interpretamos a interface separando as crostas superior e inferior sobre a zona de cisalhamento de Bavali (Índia) na presença de corpos crustais isolados produzindo uma forte anomalia interferente. Na segunda aplicação estimamos o embasamento da Bacia Algarve (Portugal) na presença de domos e camadas de sal. Finalmente, na última aplicação estimamos a interface anortosito-tonalito sob o complexo gabro-anortosito aflorante de East Bull Lake (Canadá).

2.4.1 Zona de cisalhamento de Bavali

A Figura 2.6a mostra a anomalia Bouguer (pontos) sobre a zona de cisalhamento de Bavali (BSZ) e sobre os contíguos segmentos crustais inferiores do Pré-Cambriano, através do Platô Wynard no sudeste da Índia. Os dados gravimétricos foram corrigidos do efeito da Moho. Na Figura 2.6c é mostrada a interpretação (linha tracejada) da interface de separação entre as camadas superior e inferior da crosta, feita por Radhakrishna et al. (2003), usando uma modelagem gravimétrica interativa baseada no mapeamento geológico e atribuindo uma densidade uniforme de

2,85 g/cm³ à crosta inferior e uma densidade variável à crosta superior. Invertemos esta anomalia posicionando as observações gravimétricas nas suas respectivas altitudes, discretizando a região em subsuperfície no intervalo $x \in [-7 \text{ km}, 121 \text{ km}]$ em 128 prismas com 1 km de largura, com contraste de densidade de -0,22 g/cm³ e fazendo $\lambda^S(\delta) = 0,05$, $\lambda^{WS}(\delta) = 0,5$, $\lambda_0(\delta) = 0$ e $\alpha = 2$.

Radhakrishna et al. (2003) interpretou nesta área três fontes interferentes: dois corpos aflorantes em torno das coordenadas $x = 38 \text{ km}$ e $x = 62 \text{ km}$, e um terceiro corpo não aflorante em $x = 22 \text{ km}$ com centro de massa na profundidade de 8 km. Diferentemente, presumimos a presença de quatro fontes interferentes ($\Phi = 4$) porque na primeira iteração a interface estimada pelo método de inversão de Barbosa et al. (1997) (linha contínua na Figura 2.6b) existem concavidades para cima em quatro coordenadas horizontais (seta verticais na Figura 2.6b) que foram selecionadas como $xc_1 = 22 \text{ km}$, $xc_2 = 38 \text{ km}$, $xc_3 = 50 \text{ km}$ e $xc_4 = 65 \text{ km}$.

O resultado da inversão SD é mostrado na Figura 2.6c, onde a interface estimada é representada como o contato separando a área branca (crosta superior) e preta (crosta inferior). A anomalia ajustada produzida pelo método proposto é mostrada na Figura 2.6a (linha contínua). Estimamos três feições geológicas notáveis e todas são concordantes com os resultados estabelecidos por Radhakrishna et al. (2003) (linha tracejada na Figura 2.6c). A primeira possivelmente está relacionada à BSZ e foi inferida devido ao alto gradiente da interface estimada no intervalo $x \in [70 \text{ km}, 80 \text{ km}]$. A segunda feição geológica é o alto estrutural próximo de $x = 30 \text{ km}$, e a terceira é a topografia da interface da crosta profunda ser suave nos intervalos $x \in [50 \text{ km}, 70 \text{ km}]$ e $x \in [80 \text{ km}, 90 \text{ km}]$. Note que, em contraste com a interpretação de Radhakrishna et al. (2003) (linha tracejada Figura 2.6c), não estimamos os baixos estruturais localizados entre $x \in [45 \text{ km}, 50 \text{ km}]$ e em torno da coordenada $x = 20 \text{ km}$ porque a metodologia proposta considerou os baixos gravimétricos atribuídos sobre estas coordenadas como sendo produzidos por fontes interferentes.

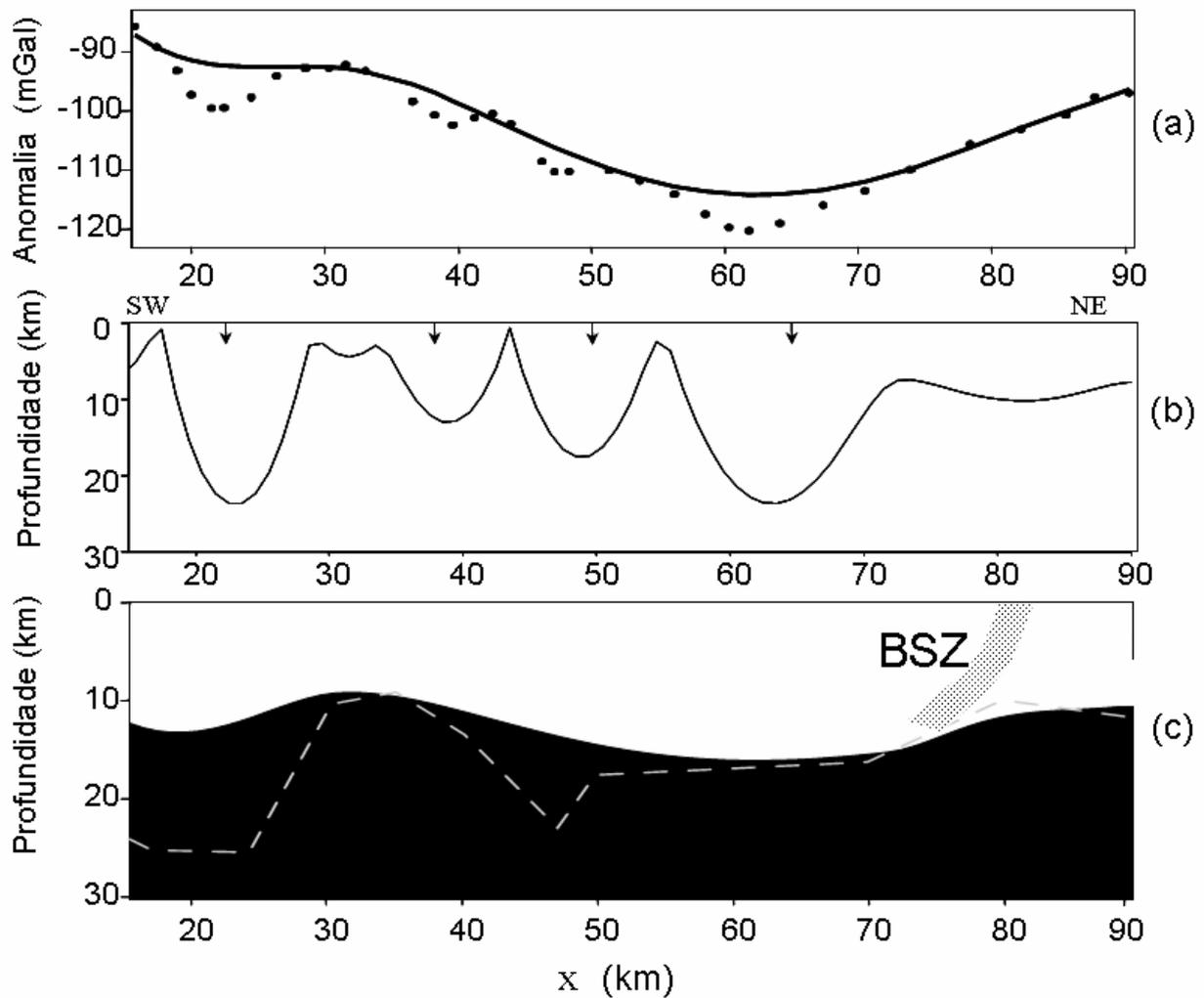


Figura 2.6 – Interface separando a crosta superior da crosta inferior na zona de cisalhamento de Bavali, Índia. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos) e ajustada (linha contínua) via inversão SD. (b) Interface estimada via inversão GS (linha contínua) e seleção das coordenadas horizontais (indicadas por setas) presumidas para as fontes interferentes presentes na crosta superior. (c) Modelagem interativa (linha tracejada) realizada por Radhakrishna et al. (2003) e o resultado da inversão usando SD (contato entre as áreas branca e preta) para a interface separando as crostas superior e inferior. A faixa pontilhada cinza representa a zona de cisalhamento de Bavali (BSZ) interpretada por Radhakrishna et al. (2003).

2.4.2 Bacia Algarve

A Figura 2.7a mostra um perfil (pontos) da anomalia gravimétrica sobre a bacia oceânica Algarve, no Golfo de Cadiz, Portugal, corrigida do efeito devido ao afinamento crustal para sudoeste (Matias et al., 2005a) e acrescida de um nível de base de -10 mGal. O afinamento crustal tem natureza extensional e foi formado durante a principal fase de rifting no Mesosóico, ocorrido entre a península Ibérica e a África (Gràcia et al., 2003). A correção para a variação gravimétrica profunda produzida pela espessura crustal consistiu da remoção, nas observações originais, de um polinômio de primeiro grau ajustado ao perfil Bouguer (Matias et al., 2005a). A direção predominante da anomalia da Bacia Algarve é nordeste, e o perfil Bouguer observado é perpendicular a esta direção. Na porção sudeste do perfil na Figura 2.7a, o alto gravimétrico coincide com uma feição estrutural conhecida como Banco de Guadalquivir (GB), um alto estrutural bem conhecido do Golfo de Cadiz. A Bacia Algarve é uma das principais unidades geológicas do Golfo de Cadiz que está localizado na margem sudoeste da Península Ibérica. A cobertura sedimentar da Bacia Algarve é composta por rochas do final do Triássico ao Quaternário. A evolução da Bacia Algarve pode ser descrita através dos seguintes mecanismos geodinâmicos: i) processo extensional durante o Mesozóico, associado à ruptura do Pangea e a evolução da borda de contato de placas tectônicas Ibéria-África; e ii) processo de compressão durante a sua evolução no Cenozóico associada com a variação da trajetória da placa Africana em relação à placa Ibérica (Brede et al., 1992; Maldonado et al., 1999). Portanto, a evolução da Bacia Algarve dentro da margem sul Ibérica é caracterizada pela inversão tectônica, durante a orogenia Alpina, das estruturas extensionais do Mesozóico (Medialdea et al., 2004). Grande parte da Bacia Algarve está coberta por perfis de sísmica multi-canal; no entanto, a dificuldade no uso destes dados, para entender a estrutura tanto tectônica quanto do “embasamento Paleozóico”, é devida a presença de formações de sal do Triássico e Jurássico, pois elas atenuam o sinal sísmico do embasamento (Matias, et al. 2005b).

Aplicamos o método proposto à anomalia para estimar o relevo do “embasamento Paleozóico” da bacia na presença de conhecidas formações de sal (Matias, et al. 2005b) que são consideráveis fontes gravimétricas interferentes. Presumimos um modelo interpretativo consistindo de 90 prismas verticais com largura de 1 km, e com os seus centros definidos entre as coordenadas horizontais -2,0 km e 87 km. Presumimos também que o contraste de densidade entre os sedimentos e o

embasamento varia com as coordenada horizontal de nordeste para sudeste de $-0,3$ a $-0,6 \text{ g/cm}^3$. Fixamos $\lambda^S(\delta) = 25$, $\lambda^{WS}(\delta) = 6$, $\lambda^O(\delta) = 1$ e $\alpha = 7$. Baseados na interface estimada (não mostrada) pela aplicação do método de Barbosa et al. (1997) e no conhecimento *a priori* do alto gravimétrico do Banco Guadalquivir, presumimos a presença de três fontes interferentes ($\Phi = 3$) em $xc_1 = 8 \text{ km}$, $xc_2 = 25 \text{ km}$ e $xc_3 = 45 \text{ km}$. O resultado da inversão SD é mostrado na Figura 2.7b onde o relevo do embasamento da Bacia Algarve está delineado pelo contato entre as áreas branca e preta. A anomalia ajustada é mostrada na Figura 2.7a (linha contínua). O resultado mostra um alto estrutural do embasamento na porção sudeste que coincide com o Banco de Guadalquivir. Próximo às coordenadas $x = 25 \text{ km}$ e $x = 45 \text{ km}$ o nosso método identificou claramente a presença de fontes interferentes (possivelmente formações de sal) produzindo valores gravimétricos residuais negativos. Apesar da informação *a priori* apontar a possível existência de fonte interferente na coordenada $x = 8 \text{ km}$, o nosso método não determinou valores negativos para a anomalia gravimétrica residual neste ponto.

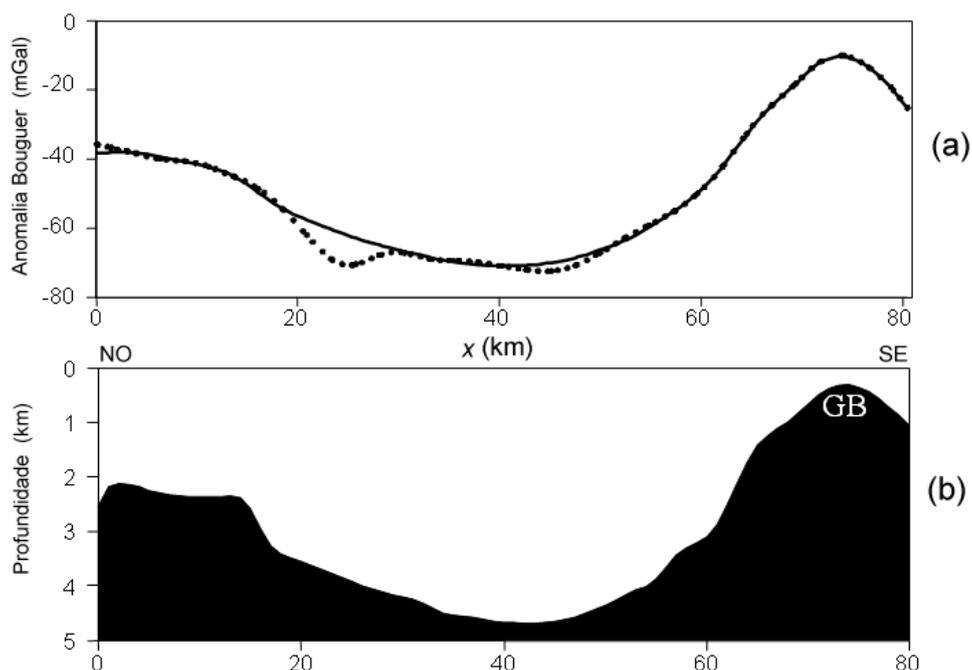


Figura 2.7 – Interface sedimento-embasamento na presença de formações de sal sobre a Bacia Algarve, Portugal. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos) e ajustada (linha contínua) via inversão SD. (b) O relevo do embasamento estimado via inversão SD para a Bacia Algarve é mostrado como o contato separando as áreas branca (sedimentos) e preta (embasamento Paleozóico). O Banco de Guadalquivir está assinalado como GB.

Tendo em vista que os dados sintéticos mostrados na Figura 2.4 foram baseados na geologia da Bacia Algarve, acreditamos que a anomalia regional mostrada na Figura 2.7a é realística e que a topografia estimada do embasamento (Figura 2.7b) está razoavelmente próxima da topografia real.

2.4.3 Corpo complexo de East Bull Lake

A anomalia gravimétrica mostrada na Figura 2.8a (pontos) situa-se sobre a estrutura geológica intrusiva em camadas de gabro-anortosito de East Bull Lake, a noroeste de Ontário, Canadá (Paterson e Reeves, 1985). Esta anomalia é produzida por rocha gabróica encaixada em fonte anortosítica larga, sendo que ambas as unidades estão encaixadas em rocha tonalítica. A metodologia proposta foi aplicada a esta anomalia com o propósito de estimar a interface de separação entre a unidade anortosítica e a unidade encaixante tonalítica. Foi estabelecido um modelo interpretativo consistindo de 60 prismas com largura de 0,1 km, definidos no intervalo $x \in [0 \text{ km}, 6 \text{ km}]$. Baseados na informação dada pela extensão do afloramento das rochas gabróicas, presumimos a presença de uma única fonte interferente ($\Phi = 1$) em $xc_1 = 3,35 \text{ km}$. Os parâmetros de controle da inversão foram: $\lambda^S(\delta) = 3$, $\lambda^{WS}(\delta) = 5$, $\lambda^O(\delta) = 0$ e $\alpha = 3$. O contraste de densidade entre as rochas anortosíticas e tonalíticas foi fixado em $0,2 \text{ g/cm}^3$. A interface anortosito-tonalito estimada via inversão SD é mostrada na Figura 2.8b (contato separando as áreas cinza e preta) e a correspondente anomalia ajustada é mostrada na Figura 2.8a (linha contínua preta). Também são mostradas, na Figura 2.8a, as anomalias regionais estimadas por métodos polinomiais de separação regional-residual por ajuste por mínimos quadrados (linha cinza contínua) e por ajuste polinomial robusto (linha cinza tracejada), usando um polinômio de sétimo grau. A Figura 2.8b mostra as interfaces estimadas anortosito-tonalito usando as inversões GS_LSP (linha contínua) e GS_RP (linha tracejada), considerando $\lambda^S = 15$. O trecho mais profundo das estimativas via inversão GS_LSP e GS_RP, mostram um baixo um pouco mais profundo próximo a $x = 3,2 \text{ km}$ quando comparadas com a estimativa do método proposto de inversão no mesmo ponto, que estima uma intrusão com a base quase plana e com profundidade máxima em torno de $0,35 \text{ km}$. Assim como as inversões GS_LSP e GS_RP, o método proposto interpretou a resposta gravimétrica próxima a

$x = 3,2$ km como interferente, devida à presença da unidade gabróica aflorante no intervalo $x \in [2,3 \text{ km}, 3,8 \text{ km}]$. Por outro lado, a inversão SD estimou uma considerável oscilação da interface anortosito-tonalito em $x = 2,2$ km, bem mais acentuada do que o comportamento suave mostrada no mesmo ponto pelas inversões GS_LSP e GS_RP.

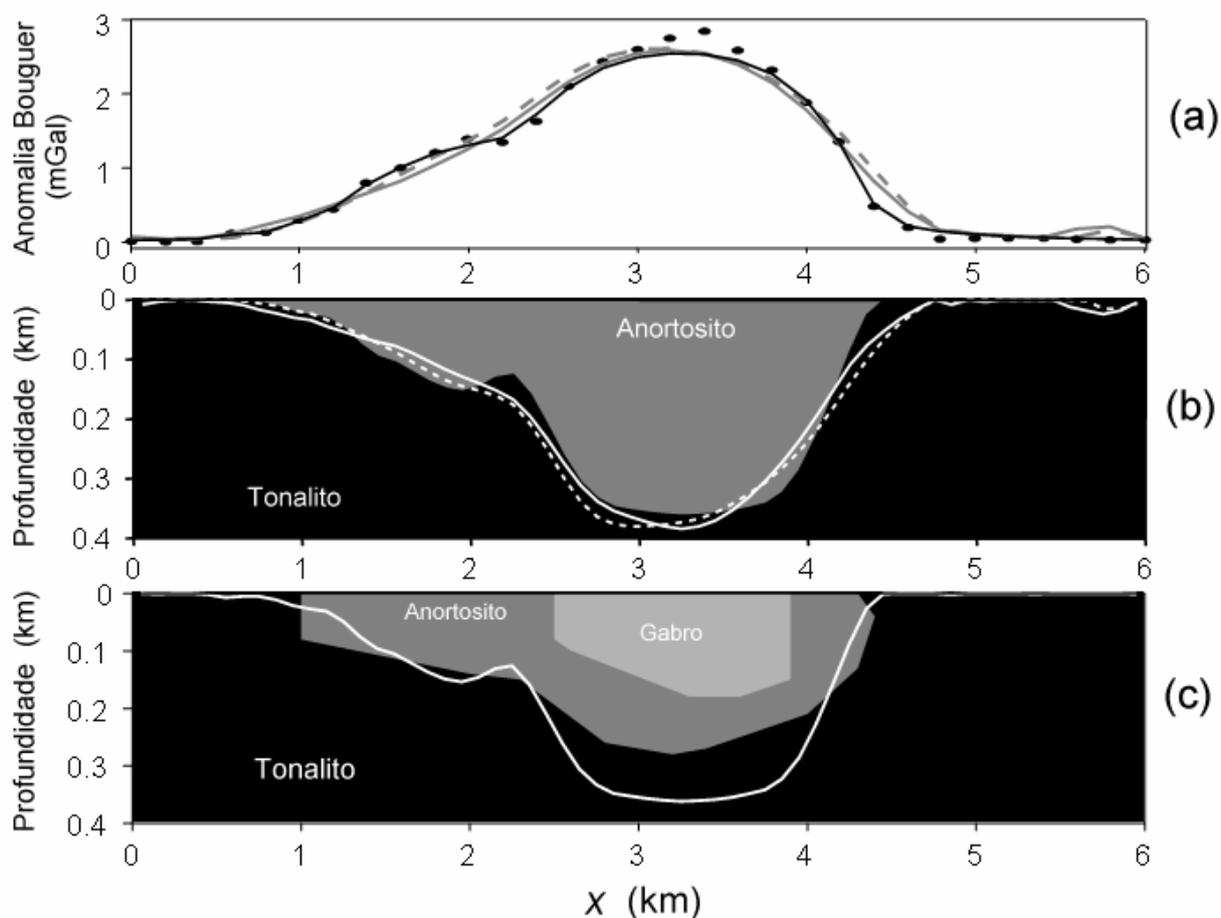


Figura 2.8 - Interface anortosito-tonalito sob o complexo gabro-anortosito em East Bull, Canadá. (a) Anomalia Bouguer observada (pontos) e anomalia ajustada (linha contínua preta) via inversão SD. As anomalias regionais separadas da anomalia observada através dos métodos de ajuste polinomial por mínimos quadrados e robusto, usando polinômio de grau 7, são mostradas em linhas cinzas contínua e tracejada, respectivamente. (b) Interfaces anortosito-tonalito estimadas via inversão SD (contato entre as áreas cinza e preta), via a inversão GS_RP (linha tracejada) e através inversão GS_LSP (linha contínua). (c) Interface anortosito-tonalito estimada via inversão SD (linha branca) e a modelagem interativa de Paterson e Reeves's (1985) mostrando os contatos entre o tonalito (área preta), anortosito (área cinza escuro) e gabro (área cinza claro).

Ressaltamos que o nosso método introduz um alto grau de suavidade à interface estimada próximo às fontes interferentes (rochas gabróicas aflorantes), sem, contudo, impor a mesma característica ao restante da interface. Deste modo, o nosso método preservou na interface anortosito-tonalito a oscilação em 2,2 km e eliminou a influência da fonte gabróica em torno de 3,35 km. Por outro lado, os métodos de separação regional-residual por ajuste polinomial não resultam em componentes regionais caracterizadas por conteúdo espectral distribuídos por altos e baixos números de onda. Como resultados temos que as interfaces estimadas com as inversões GS_LSP e GS_RP, exibem um mesmo grau de suavização em toda a interface, levando a uma estimativa acentuadamente suavizada em toda a extensão da interface anortosito-tonalito.

A Figura 2.8c mostra o resultado obtido pela modelagem interativa de Paterson e Reeves (1985). Eles atribuíram o valor $2,65 \text{ g/cm}^3$ à densidade da rocha tonalítica encaixante (área preta), $2,85 \text{ g/cm}^3$ à densidade da rocha anortosítica (área cinza escuro), e $2,93 \text{ g/cm}^3$ à densidade da rocha gabróica (área cinza claro). A principal diferença entre a interpretação de Paterson e Reeves (1985) e a inversão SD está no intervalo $x \in [2,3 \text{ km}, 3,8 \text{ km}]$, onde o método SD estimou a interface anortosito-tonalito (linha branca na Figura 2.8c) claramente mais profunda e achatada, bem como mais extensa para as profundidades abaixo dos 200 m. Por outro lado, as bordas laterais da estimativa SD são aproximadamente iguais às apresentadas por Paterson e Reeves (1985).

2.5 Conclusões

Apresentamos um método de inversão para mapear uma interface complexa de separação de dois meios, na presença de múltiplas heterogeneidades de densidade (referidas como fontes interferentes) em um ou ambos os meios. Não são severas as restrições feitas sobre o conteúdo espectral da anomalia regional e residual gerada pela interface e fontes interferentes, respectivamente, quando comparadas com aquelas feitas pelos atuais métodos de separação regional-residual. No entanto, a resposta gravimétrica produzida por cada fonte interferente deve ser inteiramente côncava ou inteiramente convexa. O método de inversão proposto combina um procedimento de ajuste robusto, consistindo do método de mínimos quadrados com ponderação redefinida iterativamente, com a incorporação de um alto grau de suavidade na interface estimada

na vizinhança das fontes interferentes, cujas coordenadas horizontais aproximadas são previamente definidas pelo intérprete. No caso em que as fontes interferentes são rochas fortemente magnéticas, a discriminação entre feições pertencentes à interface e aquelas consideradas interferentes pode ser apoiada na comparação entre os dados gravimétricos e magnéticos, se os últimos forem disponíveis. Alternativamente, a localização horizontal das fontes interferentes pode advir da análise da interface estimada por outros métodos como, por exemplo, a inversão com suavidade global (i.e. regularizador de Tikhonov de ordem um). Uma característica operacional positiva do método proposto é a flexibilidade na especificação da coordenada horizontal, i.e., basta que esta coordenada esteja em qualquer ponto dentro do intervalo presumido como região de interferência. Comparado com o método de inversão com o vínculo de suavidade global, aplicado à anomalia gravimétrica regional obtida via separação regional-residual por métodos de ajuste polinomial, o presente método tem a vantagem de produzir estimativas confiáveis na interpretação de interfaces complexas, tanto na presença de fontes interferentes pequenas e rasas quanto extensas e profundas. Secundariamente, a anomalia residual gravimétrica, obtida por subtração da anomalia ajustada à observada, pode ser interpretada tanto por modelagem direta quanto por um procedimento de inversão. Finalizando, este novo método pode ser aplicado a uma variedade de problemas geológicos, permitindo o mapeamento de diferentes interfaces, incluindo o relevo do embasamento de bacias sedimentares, a interface crosta-manto e o contato entre rochas ígneas intercaladas em camadas concêntricas. Testes com dados sintéticos exemplificam o ótimo desempenho do método na interpretação do embasamento de bacias sedimentares, nas presenças de estruturas salinas e de intrusivas ígneas pré e pós o processo de sedimentação.

Aplicando o presente método a três perfis gravimétricos reais estimamos interfaces consistentes com o conhecimento geológico das correspondentes áreas. No primeiro perfil estimamos a interface separando a crosta superior da crosta inferior, na zona de cisalhamento de Bavali (Índia). No segundo perfil gravimétrico estimamos o embasamento da Bacia Algarve (Portugal) na presença de formações de sal. No último perfil gravimétrico estimamos a interface anortosito-tonalito sob o complexo aflorante gabro-anortosito de East Bull Lake (Canadá).

Inversão gravimétrica 3D adaptativa

3.1 Introdução

A inversão linear gravimétrica é uma ferramenta que permite a interpretação de heterogeneidades de densidade na crosta da Terra. No entanto, toda inversão de dados geofísicos tem dificuldades decorrentes de um conjunto discreto de observações medidos com imprecisões observacionais e da perda de sensibilidade do método com a profundidade. Mais especificamente, na inversão gravimétrica, acrescenta-se a não unicidade da solução provada através da demonstração do teorema de Smith (1961) e o fato do campo da gravidade ser estacionário não contendo, portanto, informação espectral. Estas dificuldades fazem o problema inverso de estimar uma distribuição 3D (ou 2D) de contrastes de densidade, a partir de um conjunto discreto 2D (ou 1D) de dados gravimétricos ser um problema matematicamente mal-posto. A caracterização deste problema inverso como um problema mal-posto significa dizer que não há unicidade e nem estabilidade na solução estimada para a distribuição 3D (ou 2D) de contrastes de densidade. Em um problema discreto, a não unicidade da solução é devida à deficiência de posto do operador matricial do sistema linear que relaciona um conjunto de parâmetros ao conjunto de dados. Então, para uma distribuição discreta de contrastes de densidade, isto implica que o número de observações independente é menor que o número de parâmetros independentes. Em outras palavras, a não unicidade é devida à existência de um espaço nulo não trivial. Para a obtenção de uma solução com unicidade, estabilidade e com significado geológico, os métodos inversos incorporam informação *a priori* aos parâmetros na tentativa de transformar o operador matricial do sistema linear envolvido em outro operador que não tenha espaço nulo.

Matematicamente, a unicidade da solução pode ser obtida incorporando-se informação *a priori* diretamente ao espaço nulo dos parâmetros. Na abordagem mais comumente empregada, a unicidade da solução é obtida simultaneamente com a estabilidade da solução através da construção de funcionais estabilizantes (Silva et al., 2002). Estes funcionais estabilizantes são construídos de acordo com a teoria de regularização de Tikhonov (Tikhonov, 1963) e têm o papel de introduzir algum tipo de informação *a priori* sobre os parâmetros a serem estimados. Vários

autores impõem que alguns (ou todos) parâmetros estimados estejam o mais próximos possíveis de valores numéricos conhecidos *a priori*. Este conjunto de valores numéricos, atribuídos a todos os parâmetros, é chamado de modelo de referência ou solução de referência. O funcional estabilizante chamado de Tikhonov de ordem zero (Tikhonov e Arsenin, 1977) impõe que a solução estimada esteja o mais próxima possível da solução nula no sentido dos mínimos quadrados. Neste caso, o modelo de referência dos parâmetros é o vetor nulo. A solução estimada via Tikhonov de ordem zero é também chamada na literatura geofísica de solução com vínculo de mínima norma Euclideana. Na literatura geofísica o estabilizador de Tikhonov de ordem zero foi popularizado através dos estimadores *ridge regression* (Hoerl e Kennard, 1970) e inversa generalizada (Lanczos, 1961). Medeiros e Silva (1996), por exemplo, estimaram uma distribuição 2D dos contrastes de densidade de uma bacia sedimentar. Bear et al., (1995) estimaram uma distribuição 3D dos contrastes de densidade via estimador de Tikhonov de ordem zero, porém implementado através da decomposição em valores singulares. Alguns outros autores impuseram uma solução (ou modelo) de referência diferente da solução nula. Braile et al. (1974), por exemplo, impõem uma solução estimada que esteja mais próxima de uma solução de referência presumida *a priori*. O segundo funcional estabilizante muito empregado na obtenção de soluções com unicidade e estabilidade é chamado de estimador de Tikhonov de ordem um (Tikhonov e Arsenin, 1977). Este funcional impõe a minimização da primeira derivada espacial da estimativa dos parâmetros. Na literatura geofísica, a solução estimada empregando-se o funcional estabilizante de Tikhonov de ordem um é conhecida por solução de mínima estrutura ou solução com vínculo de máxima suavidade global. Alguns exemplos específicos da utilização do funcional de Tikhonov de ordem um são apresentados por Medeiros e Silva (1996), Barbosa et al (2002) e Silva et al. (2001b) na obtenção de distribuições 2D dos contrastes de densidade (ou de magnetização) a partir de dados gravimétricos (ou magnéticos).

Infelizmente, isoladamente os regularizadores de Tikhonov tanto de ordem zero como de ordem um impõem uma forte tendenciosidade na estimativa 2D (ou 3D) da distribuição da propriedade física (contrastos de densidade ou de magnetização) na inversão de dados de campos potenciais (gravimétrico e magnético). Silva et al. (2001b) e Barbosa et al. (2002) mostraram que a minimização dos funcionais estabilizantes de Tikhonov, de ordens zero e um, sujeita a explicar a anomalia gravimétrica dentro de uma precisão imposta pelo erro experimental, resulta em uma estimativa 2D da distribuição do contraste de densidade que apresenta os valores máximos dos contrastes de densidade nas proximidades da superfície da Terra e que estes valores decrescem

continuamente com a profundidade. Vale ressaltar que esta tendenciosidade resulta na estimativa de fontes anômalas com topos aflorantes, difusas e com formas geométricas hemecilíndricas (hemisféricas, para um problema 3D). Li e Oldenburg (1996) e (1998) mostram esta tendenciosidade na estimativa 3D da distribuição de contrastes de magnetização e de densidade, respectivamente, na inversão de dados magnéticos e gravimétricos. Portniaguine e Zhdanov (1999) mostram que a minimização de Tikhonov de ordem um produz estimativas 2D da distribuição do contraste de densidade cujos valores máximos estimados para os contrastes podem estar localizados em uma das bordas da região de interpretação. Uma destas possíveis bordas é a superfície da Terra, mas esta borda não é a única. As Figuras 1c, 2c e 3c de Portniaguine e Zhdanov (1999) ilustraram, por exemplo, que os valores máximos estimados para os contrastes de densidade estão localizados na borda mais profunda da região a ser interpretada. Estas figuras mostram ainda que há um suave decréscimo dos valores estimados dos contrastes de densidade em direção ao centro da região da subsuperfície onde estão presumivelmente as fontes anômalas.

Desta forma, a estabilização do problema inverso via o regularizador de Tikhonov de ordem zero ou 1 para estimar uma distribuição 2D (ou 3D) dos contrastes de densidade, produz corpos anômalos difusos e com o máximo em uma das bordas da região interpretativa. Na tentativa de estimar fontes anômalas, não difusas e não localizadas nas bordas da região interpretativa, alguns autores têm apresentado novos funcionais estabilizantes. Last e Kubik (1983), por exemplo, apresentaram o funcional estabilizante de compacidade da solução, para estimar fontes anômalas de mínimo volume. Guillen e Menichetti (1984) modificaram o método de Last e Kubik (1983) para estimar fontes compactas concentradas em torno de um ponto ou eixo cuja posição espacial é conhecida *a priori*. Barbosa e Silva (1994) generalizaram o método de Guillen e Menichetti (1984) concentrando massas anômalas ao redor de múltiplos eixos permitindo, assim, a estimativa de corpos com formas complexas. Portniaguine e Zhdanov (1999 e 2002) apresentaram o método de inversão focada (que é uma adaptação do método de Last e Kubik, 1983) para estimar fontes anômalas gravimétricas e magnéticas 3D. Zhdanov et al. (2004) aplicaram a inversão focada a dados de gradientes gravimétricos. Li e Oldenburg (1996 e 1998), na tentativa de evitar a imposição de máxima suavidade, minimizam a primeira derivada do vetor ponderado dos parâmetros. Segundo estes autores, os “pesos ideais” que ponderam os parâmetros são a função discreta de Green do problema gravimétrico (ou magnético). Esta estratégia foi introduzida para evitar a concentração da fonte anômala na superfície da Terra, atuando como compensação direta à perda vertical de sensibilidade na estimativa de uma distribuição 3D de contrastes de densidade

(ou magnetização). René (1986) obtém uma fonte compacta através de um processo iterativo, a partir de uma tentativa inicial que consiste de uma ou várias massas (em forma de prismas) com densidades estabelecidas *a priori*. Esta tentativa inicial, ou semente, não obrigatoriamente explica os dados geofísicos. Iterativamente, o método de René (1986) acrescenta novas massas (novos prismas) às bordas da solução anterior, fazendo com que o corpo anômalo cresça de acordo com algum critério especificado *a priori*. Uma estratégia semelhante à apresentada por René (1986), em que sucessivamente são acrescentadas massas anômalas com contrastes de densidade não nulos, foi apresentada por Camacho et al. (2000). A principal diferença é que estes autores introduzem vínculos como volume mínimo. Recentemente, Silva e Barbosa (2006) e Barbosa e Silva (2006) apresentaram métodos 2D de inversão de dados, respectivamente, gravimétricos e magnéticos para a interpretação de múltiplas fontes anômalas, 2D, complexas e separadas uma das outras por pequenas distâncias. Estes métodos baseiam-se nas técnicas de inversão desenvolvida por Guillen e Menichetti (1984) e Barbosa e Silva (1994), sendo modificada para permitir a interpretação das anomalias interferentes causadas por múltiplos corpos complexos. Os métodos de Silva e Barbosa (2006) e Barbosa e Silva (2006) introduzem a informação que as fontes anômalas estão concentradas no entorno de elementos geométricos, consistindo de pontos e eixos, que caracterizam o arcabouço das diferentes fontes anômalas.

Apresentamos neste capítulo um método de inversão linear para estimar múltiplas fontes gravimétricas 3D a partir da anomalia Bouguer com padrão alto de interferência, similar ao apresentado por Silva e Barbosa (2006). Este método estima uma distribuição 3D dos contrastes de densidade, que ajusta a anomalia observada dentro dos erros observacionais e favorece fontes gravimétricas compactas próximas aos elementos geométricos pré-especificados, tais como eixos e pontos. Cada elemento geométrico está associado a um valor de contraste-alvo de densidade (positivo ou negativo) também presumido *a priori* pelo intérprete. Este par, composto por cada elemento geométrico e contraste-alvo de densidade, chamaremos de modelo geológico de referência estático (inicial). Ao contrário dos métodos de Silva e Barbosa (2006) e Barbosa e Silva (2006), o modelo geológico de referência, estabelecido pelo intérprete, opera apenas como uma primeira aproximação do esqueleto de uma particular porção homogênea de uma presumível fonte gravimétrica anômala. Em complemento ao método inverso gravimétrico 3D proposto, apresentamos um procedimento para contornar as restrições inerentes à perda de sensibilidade com a profundidade e introduzir informação *a priori* ao método inverso. O novo procedimento, chamado de reconstrução adaptativa, é um processo iterativo que consiste na automática

redefinição do modelo interpretativo e de um novo modelo geológico de referência (pontos e contrastes-alvo de densidade), denominado modelo geológico de referência dinâmico. Após a redefinição do modelo interpretativo e de combinar aditivamente o novo modelo geológico de referência dinâmico com o estático (conjunto de elementos geométricos e contrastes-alvo de densidade inicialmente fornecidos pelo intérprete), o procedimento iterativo de reconstrução adaptativa realiza uma nova inversão gravimétrica. A combinação do novo método de inversão gravimétrica 3D com o procedimento iterativo de reconstrução adaptativa será chamada de método IGA.

Para testar o desempenho do método de inversão IGA realizamos testes com dados sintéticos simulando diversos ambientes geológicos complexos. Nestes testes, mostramos a eficiência na recuperação espacial da geometria de múltiplas fontes anômalas 3D que produzem anomalias gravimétricas interferentes. A eficiência do método IGA também foi testada em duas anomalias gravimétricas reais, produzidas por dois diferentes ambientes geológicos. Na primeira aplicação, interpretamos os dados Bouguer do plúton granítico aflorante de Redenção, Brasil, em que testamos a hipótese de uma anisotropia deste corpo granítico em concordância com as informações *a priori* fornecidas por mapeamentos geológicos. A segunda anomalia Bouguer é produzida pelo domo de sal de Galveston Island, EUA. Nesta aplicação testamos hipóteses geológicas fornecidas por furos de sondagem. Nestas duas aplicações a dados reais, os resultados produzidos pelo IGA são consistentes com as informações geológicas existentes sobre estes dois corpos.

3.2 Metodologia

3.2.1 O problema direto

Seja \mathbf{g}^o o conjunto das N observações da anomalia gravimétrica compondo uma malha de dados localizada na superfície da Terra (Figura 3.1). A anomalia gravimétrica é produzida pela variação de densidade no interior de um volume finito, no semi-espaco $x-y-z$ abaixo da superfície da Terra. Este volume, chamado de volume interpretativo (Figura 3.1), tem suas dimensões estabelecidas pelo intérprete. Os limites horizontais do volume interpretativo estão

associados aos limites horizontais da malha das observações gravimétricas. O limite vertical do volume interpretativo define a máxima profundidade em subsuperfície na qual o intérprete presume estarem distribuídas as fontes gravimétricas. Consideramos que a distribuição espacial contínua de densidades, no interior do volume interpretativo, possa ser adequadamente aproximada por uma distribuição espacial discreta de densidades. Desta forma, o volume interpretativo é dividido em M prismas tridimensionais justapostos. As dimensões de cada prisma são conhecidas e iguais a d_x , d_y e d_z ao longo das direções x , y e z , respectivamente. Consideramos que o contraste de densidade dentro de cada prisma não varia. Deste modo, o volume interpretativo é discretizado em uma malha $m_x \times m_y \times m_z$ de M prismas elementares 3D justapostos, cujos contrastes de densidade são desconhecidos (Figura 3.1). O número M de prismas que compõe o modelo interpretativo é dado por $M = m_x \cdot m_y \cdot m_z$.

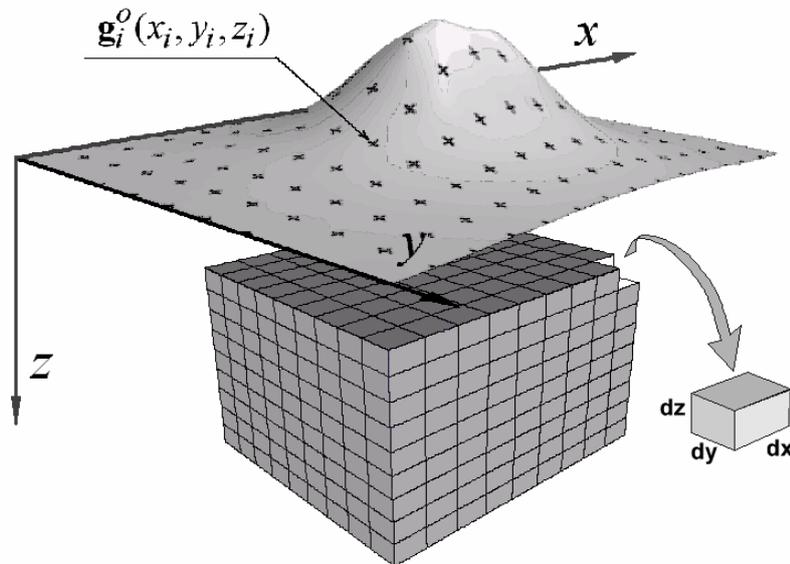


Figura 3.1 – A superfície superior contém o conjunto das N observações da anomalia gravimétrica sobre a superfície da Terra. O volume interpretativo (abaixo), onde presumivelmente estão distribuídas as fontes anômalas, é discretizado em uma malha $m_x \times m_y \times m_z$ de M prismas elementares 3D justapostos que compõem o modelo interpretativo.

No i -ésimo ponto de observação (Figura 3.1), ou seja, nas coordenadas $x=x_i$, $y=y_i$ e $z=z_i$, a componente vertical da anomalia gravimétrica teórica, g_i^c , gerada pelo conjunto dos M prismas do modelo interpretativo, é determinada pela equação:

$$g_i^c(x_i, y_i, z_i) = \gamma \sum_{j=1}^M p_j \int_{x_j - \frac{d_x}{2}}^{x_j + \frac{d_x}{2}} \int_{y_j - \frac{d_y}{2}}^{y_j + \frac{d_y}{2}} \int_{z_j - \frac{d_z}{2}}^{z_j + \frac{d_z}{2}} \frac{(z_i - z'_j) dx' dy' dz'}{\left[(x_i - x'_j)^2 + (y_i - y'_j)^2 + (z_i - z'_j)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}, \quad (3.1)$$

em que p_j é o contraste de densidade do j -ésimo prisma em relação a uma densidade qualquer de referência, γ é a constante universal da gravitação e x_j , y_j e z_j são as coordenadas x , y e z do centro de massa do j -ésimo prisma, respectivamente.

Esta equação pode ser reescrita como a combinação linear

$$g_i^c = \sum_{j=1}^M a_{ij} p_j, \quad i=1, \dots, N, \quad (3.2)$$

em que o elemento a_{ij} é definido por

$$a_{ij} = \gamma \int_{x_j - \frac{d_x}{2}}^{x_j + \frac{d_x}{2}} \int_{y_j - \frac{d_y}{2}}^{y_j + \frac{d_y}{2}} \int_{z_j - \frac{d_z}{2}}^{z_j + \frac{d_z}{2}} \frac{(z_i - z'_j) dx' dy' dz'}{\left[(x_i - x'_j)^2 + (y_i - y'_j)^2 + (z_i - z'_j)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}. \quad (3.3)$$

Em notação matricial a equação 3.2 é definida como:

$$\mathbf{g}^c = \mathbf{A} \mathbf{p}$$

em que $\mathbf{A}(N \times M)$ é a matriz cujo ij -ésimo elemento, a_{ij} , é numericamente a contribuição do j -ésimo prisma, com contraste de densidade unitário, à i -ésima observação gravimétrica, o j -ésimo elemento do vetor M -dimensional \mathbf{p} é o contraste de densidade do j -ésimo prisma e o i -ésimo elemento do vetor N -dimensional \mathbf{g}^c é a anomalia gravimétrica teórica nas coordenadas (x_i, y_i, z_i) .

3.2.2 O problema inverso mal-posto

O problema inverso de estimar a distribuição espacial do contraste de densidade, \mathbf{p} , a partir do vetor N -dimensional da anomalia gravimétrica observada, \mathbf{g}^o , pode ser formulado através da minimização do funcional

$$\phi^g(\mathbf{p}) = \left\| \mathbf{g}^o - \mathbf{g}^c \right\|^2,$$

(3.4)

em que $\| \cdot \|$ é a norma Euclidiana. No entanto, o vetor estimado $\hat{\mathbf{p}}$ que minimiza o funcional 3.4 é uma solução sem unicidade e sem estabilidade.

3.2.3 Premissas de compacidade para múltiplas fontes

Para transformar o problema mal-posto (minimização do funcional 3.4) em um problema bem-posto, buscaremos uma distribuição espacial particular para os contrastes de densidade entre as várias distribuições que ajustam os dados gravimétricos dentro de uma precisão experimental. Para tanto, impomos que a estimativa da distribuição do contraste de densidade deve satisfazer as seguintes premissas físicas e geológicas que denominaremos premissas de compacidade para múltiplas fontes. A primeira premissa estabelece que as múltiplas fontes anômalas 3D podem ser representadas por uma distribuição discreta de contrastes de densidade de prismas elementares 3D (Figura 3.1), em que o contraste de densidade de cada fonte anômala (ou de uma porção da fonte anômala) é vinculado a assumir um valor próximo a um limite inferior ou superior, ambos especificados *a priori* pelo intérprete. Estes valores limites para os contrastes de densidade serão chamados de contrastes-alvo de densidade. Desta forma, incorpora-se indiretamente a informação que cada fonte anômala é homogênea ou homogênea por partes. A segunda premissa estabelece que a estimativa da distribuição do contraste de densidade deve favorecer fontes anômalas 3D compactas. Portanto, cada fonte anômala deve ser um volume sólido, isto é, não apresentar cavidades em seu interior. A terceira premissa impõe que cada fonte anômala (ou cada porção da fonte) deve estar concentrada em torno de elementos geométricos definidos pelo intérprete através de eixos e pontos no espaço 3D do volume interpretativo. Estes elementos geométricos operam como um esqueleto de uma porção homogênea da fonte anômala 3D. Desta forma, as estimativas dos contrastes de densidade devem ser tendenciosas na direção de concentrar excessos (ou deficiências) de massas anômalas em torno destes elementos geométricos.

Para introduzirmos estas três premissas definiremos, em primeiro lugar, um modelo geológico de referência e, em seguida, apresentaremos a formulação matemática do problema inverso.

3.2.4 O modelo geológico de referência

Definimos o modelo geológico de referência como um conjunto de informações geológicas conhecidas sobre a região em estudo. Estas informações podem ser oriundas do conhecimento geológico do intérprete advindo dos mapeamentos geológicos em escalas regional e local, das sondagens e das interpretações geológicas fornecidas por outros métodos geofísicos. Especificamente, o modelo geológico de referência é constituído pelos seguintes componentes: 1) conjunto de n_E elementos geométricos; e 2) conjunto de n_E valores alvos para os contrastes de densidade, $\rho_\ell, \ell = 1, 2, \dots, n_E$.

Cada um dos n_E elementos geométricos é definido pelo intérprete como um ponto ou um eixo, dentro do volume interpretativo, e descrevem um presumível esqueleto de uma porção homogênea que compõe uma fonte anômala 3D. As posições de cada elemento geométrico no volume interpretativo são estabelecidas pelo intérprete com base no seu conhecimento geológico e representam uma estrutura mínima, em torno da qual haverá concentração de excesso (ou deficiência) de massa. A cada elemento geométrico (eixo ou ponto) associa-se um valor alvo de contraste de densidade, $\rho_\ell, \ell = 1, 2, \dots, n_E$. Então, com base no modelo geológico de referência, construiremos de modo automático um vetor M -dimensional de contrastes-alvo de densidade, \mathbf{p}^{alvo} , e um vetor M -dimensional de distâncias \mathbf{d} . O j -ésimo elemento do vetor \mathbf{p}^{alvo} , p_j^{alvo} , é o contraste-alvo de densidade do j -ésimo prisma elementar do modelo interpretativo e o j -ésimo elemento do vetor \mathbf{d} , d_j , é a distância entre o centro do j -ésimo prisma ao elemento geométrico mais próximo. Para a definição dos vetores \mathbf{p}^{alvo} e \mathbf{d} vamos primeiro calcular as distâncias $d_{\ell j}$, do centro do j -ésimo prisma elementar, x_j, y_j e z_j , ao ℓ -ésimo elemento geométrico. No caso em que o elemento geométrico for um ponto nas coordenadas Cartesianas x_{e_ℓ}, y_{e_ℓ} e z_{e_ℓ} temos

$$d_{\ell j} = \left[(x_j - x_{e_\ell})^2 + (y_j - y_{e_\ell})^2 + (z_j - z_{e_\ell})^2 \right]^{1/2}, \quad \ell = 1, \dots, n_E, \quad j = 1, \dots, M. \quad (3.5)$$

No caso em que o ℓ -ésimo elemento geométrico é um eixo, temos

$$d_{\ell j} = \left[(x_j - x_{e_{\ell j}})^2 + (y_j - y_{e_{\ell j}})^2 + (z_j - z_{e_{\ell j}})^2 \right]^{1/2} \delta^U, \quad \ell = 1, \dots, n_E, \quad j = 1, \dots, M, \quad (3.6)$$

em que δ é um escalar positivo de grande magnitude, da ordem de 10^8 , e $U = \overline{A_\ell D_{\ell j}} + \overline{D_{\ell j} B_\ell} - \overline{A_\ell B_\ell}$. Como mostra a Figura 3.2, os pontos brancos, A_ℓ e B_ℓ , definem os extremos do ℓ -ésimo eixo (linha contínua grossa) e $xe_{\ell j}$, $ye_{\ell j}$ e $ze_{\ell j}$ são as coordenadas Cartesianas do ponto $D_{\ell j}$ (ponto preto) que é definido pela projeção ortogonal do centro do j -ésimo prisma (ponto cinza) ao ℓ -ésimo eixo em relação às direções x , y e z , respectivamente. $\overline{A_\ell B_\ell}$, $\overline{A_\ell D_{\ell j}}$ e $\overline{D_{\ell j} B_\ell}$ são os comprimentos dos segmentos que unem os pares de pontos A_ℓ e B_ℓ , A_ℓ e $D_{\ell j}$, e $D_{\ell j}$ e B_ℓ , respectivamente. Note que, se o ponto $D_{\ell j}$ (projeção ortogonal do centro do j -ésimo prisma ao ℓ -ésimo eixo) está contido no ℓ -ésimo eixo (como exemplificado na Figura 3.2), então na equação 3.6 o expoente de δ é nulo e a equação se reduz a $d_{\ell j} = \left[(x_j - xe_{\ell j})^2 + (y_j - ye_{\ell j})^2 + (z_j - ze_{\ell j})^2 \right]^{1/2}$. Caso contrário, se o ponto $D_{\ell j}$ não está contido no ℓ -ésimo eixo, um valor positivo muito grande é atribuído ao expoente de δ e o elemento $d_{\ell j}$ será igualmente grande.

Após calcular as distâncias entre os prismas e os elementos geométricos, $d_{\ell j}$, em que $\ell = 1, 2, \dots, n_E$ e $j = 1, 2, \dots, M$, definiremos o j -ésimo elemento do vetor \mathbf{d} como

$$d_j = \min_{1 \leq \ell \leq n_E} \{d_{\ell j}\}, \quad (3.7)$$

e o j -ésimo elemento do vetor \mathbf{p}^{alvo} como

$$p_j^{alvo} = \rho_{\ell^*}, \quad \ell^* = \arg \min_{1 \leq \ell \leq n_E} \{d_{\ell j}\}, \quad j = 1, \dots, M. \quad (3.8)$$

Concretamente, a cada um dos M prismas do modelo interpretativo é associado um par de atributos (d_j, p_j^{alvo}) em que d_j é a menor das distâncias entre o j -ésimo prisma e cada um dos n_E elementos geométricos, e p_j^{alvo} é o correspondente contraste de densidade atribuído ao elemento geométrico de menor distância.

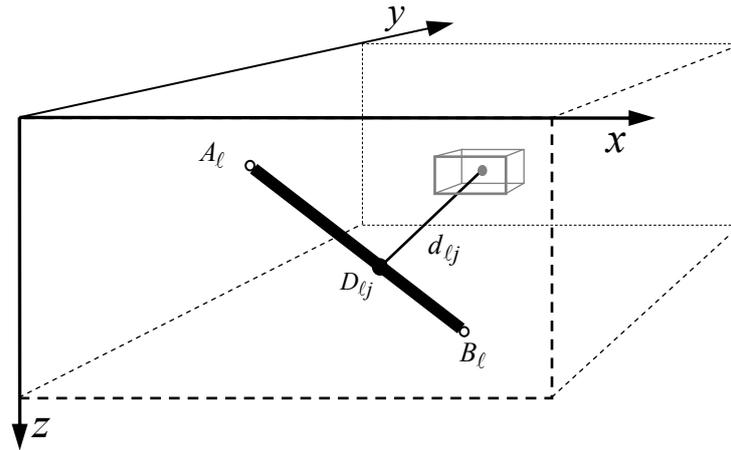


Figura 3.2 – Representação esquemática da distância, $d_{\ell j}$, do ℓ -ésimo eixo (linha contínua grossa) ao j -ésimo prisma 3D (em cinza) do modelo interpretativo. A_{ℓ} e B_{ℓ} (pontos brancos) são os extremos do ℓ -ésimo eixo e $x_{e_{\ell j}}$, $y_{e_{\ell j}}$ e $z_{e_{\ell j}}$ são coordenadas Cartesianas do ponto $D_{\ell j}$ (ponto preto), que é definido pela projeção ortogonal do centro do j -ésimo prisma (ponto cinza) ao ℓ -ésimo eixo em relação às direções x , y e z , respectivamente.

3.2.5 Formulação matemática do problema inverso

Matematicamente, as premissas estabelecidas no modelo geológico de referência serão incorporadas ao problema inverso através de um algoritmo iterativo, com base nos métodos de inversão 2D de dados gravimétricos e magnéticos desenvolvidos, respectivamente, por Silva e Barbosa (2006) e Barbosa e Silva (2006). Este algoritmo iterativo parte da solução regularizada de Tikhonov de ordem zero que estima uma distribuição de contraste de densidade não homogênea, com os maiores valores dos contrastes de densidade localizados nas proximidades da superfície da Terra e apresentando um decaimento suave com a profundidade.

Para recuperarmos as geometrias de múltiplas fontes gravimétricas 3D, que produzem uma anomalia gravimétrica interferente, estimaremos a distribuição espacial dos contrastes de densidade que ajuste os dados e que incorpore as premissas de compacidade às fontes gravimétricas 3D. Estas fontes gravimétricas podem ser aflorantes ou não aflorantes, com formas geométricas complexas, com contrastes de densidade positivos e/ou negativos e podem estar

unidas ou separadas (verticalmente e/ou lateralmente) por pequenas distâncias. A incorporação das premissas de compacidade às fontes gravimétricas 3D será realizada através de um método iterativo de inversão de dados gravimétricos. O método iterativamente estima um vetor de perturbação do contraste de densidade, $\Delta \mathbf{p}$, que deve afetar principalmente os contrastes de densidade dos prismas elementares que estão mais próximos aos elementos geométricos (pontos e eixos) especificados pelo intérprete. Especificamente, na k -ésima iteração, o método estima o vetor perturbação dos parâmetros, $\Delta \mathbf{p}^{(k)}$, através da minimização de

$$\left\| \mathbf{W}_{\mathbf{p}}^{1/2(k)} \Delta \mathbf{p}^{(k)} \right\|^2 \quad (3.9)$$

sujeito a

$$\frac{1}{N} \left\| \mathbf{W}_{\mathbf{r}}^{1/2} (\mathbf{g}^o - \mathbf{A} \mathbf{p}_o^{(k)} - \mathbf{A} \Delta \mathbf{p}^{(k)}) \right\|^2 = \sigma, \quad (3.10)$$

sendo σ o valor esperado para a média das somas dos quadrados das realizações do ruído que contamina as observações gravimétricas e os elementos do vetor $\mathbf{p}_o^{(k)}$ são os elementos do vetor \mathbf{p}^{alvo} ou são valores nulos. $\mathbf{W}_{\mathbf{p}}^{1/2(k)}$ e $\mathbf{W}_{\mathbf{r}}^{1/2}$ são matrizes de ponderação, diagonais e definidas positivas nos espaços dos parâmetros e das observações, respectivamente.

Na k -ésima iteração o j -ésimo elemento da diagonal de $\mathbf{W}_{\mathbf{p}}^{1/2(k)}$ é definido como

$$\left(w_{\mathbf{p}}^{1/2} \right)_{jj}^{(k)} = \frac{d_j^3}{\left| \hat{p}_j^{(k-1)} \right| + \varepsilon}, \quad j = 1, 2, \dots, M, \quad (3.11)$$

em que ε é um escalar positivo da ordem de 10^{-7} , d_j é definido pela equação 3.7 e $\hat{p}_j^{(k-1)}$ é a estimativa do j -ésimo elemento do vetor de parâmetros, na iteração $(k-1)$. Desta forma, um peso de pequena magnitude será atribuído aos prismas que estão localizados próximos a um elemento geométrico (eixo ou ponto) e um peso grande será atribuído aos prismas distantes de um elemento geométrico.

A matriz diagonal $\mathbf{W}_{\mathbf{r}}^{1/2}$ impõe um ajuste com resíduo progressivamente menor, nos pontos de observação mais próximos aos elementos geométricos. Para tanto, o i -ésimo elemento da diagonal é definido por

$$\left(w_r^{1/2}\right)_{ii} = \frac{D_{\max}}{h_i}, \quad (3.12)$$

em que D_{\max} é a diagonal do volume interpretativo e h_i é a distância horizontal entre a i -ésima observação e o elemento geométrico mais próximo.

O problema inverso vinculado definido pelas equações 3.9 e 3.10 pode ser formulado como um problema de otimização não vinculada, em que minimizamos o funcional

$$\phi = \left(\mathbf{g}^o - \mathbf{A}\mathbf{p}_o^{(k)} - \mathbf{A}\Delta\mathbf{p}^{(k)}\right)^T \mathbf{W}_r \left(\mathbf{g}^o - \mathbf{A}\mathbf{p}_o^{(k)} - \mathbf{A}\Delta\mathbf{p}^{(k)}\right) + \lambda \Delta\mathbf{p}^{(k)T} \mathbf{W}_p^{(k)} \Delta\mathbf{p}^{(k)}, \quad (3.13)$$

em que $\lambda > 0$ é o parâmetro de regularização.

Para obtermos o mínimo do funcional 3.13 em relação a $\Delta\mathbf{p}^{(k)}$ tomamos o gradiente deste funcional em relação a $\Delta\mathbf{p}^{(k)}$ e igualamos o resultado ao vetor nulo, resultando em

$$-\mathbf{A}^T \mathbf{W}_r \left(\mathbf{g}^o - \mathbf{A}\mathbf{p}_o^{(k)}\right) + \left(\mathbf{A}^T \mathbf{W}_r \mathbf{A} + \lambda \mathbf{W}_p^{(k)}\right) \Delta\hat{\mathbf{p}}^{(k)} = \mathbf{0}. \quad (3.14)$$

Portanto, na k -ésima iteração, a estimativa do vetor perturbação dos parâmetros, $\Delta\hat{\mathbf{p}}^{(k)}$, pode ser obtida resolvendo o sistema de N equações lineares em M incógnitas, definido como

$$\Delta\hat{\mathbf{p}}^{(k)} = \left(\mathbf{A}^T \mathbf{W}_r \mathbf{A} + \lambda \mathbf{W}_p^{(k)}\right)^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{W}_r \left(\mathbf{g}^o - \mathbf{A}\mathbf{p}_o^{(k)}\right). \quad (3.15)$$

Note que a solução deste sistema de equações é computacionalmente inviável, uma vez que M é o número de prismas elementares que compõem o modelo interpretativo e em geral é um valor muito grande, usualmente $M \gg 10^4$. Para viabilizarmos a obtenção de $\Delta\hat{\mathbf{p}}^{(k)}$ aplicamos a seguinte identidade matricial (Beck e Arnold, 1977) à equação 3.15,

$$\left(\mathbf{C}^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{C} + \mathbf{B}\right)^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{D}^{-1} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{C}^T \left(\mathbf{C} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{C}^T + \mathbf{D}\right)^{-1},$$

em que \mathbf{B} , \mathbf{C} e \mathbf{D} são matrizes genéricas, sendo \mathbf{B} e \mathbf{D} matrizes não singulares, e obtemos

$$\Delta\hat{\mathbf{p}}^{(k)} = \left(\mathbf{W}_p^{(k)}\right)^{-1} \mathbf{A}^T \left(\mathbf{A} \left(\mathbf{W}_p^{(k)}\right)^{-1} \mathbf{A}^T + \lambda \mathbf{W}_r^{-1}\right)^{-1} \left(\mathbf{g}^o - \mathbf{A}\mathbf{p}_o^{(k)}\right). \quad (3.16)$$

A equação 3.16 requer o cálculo da inversa da matriz $\left(\mathbf{A} \left(\mathbf{W}_p^{(k)}\right)^{-1} \mathbf{A}^T + \lambda \mathbf{W}_r^{-1}\right)$ de ordem N , em que N é o número de observações gravimétricas. Como estamos solucionando um problema inverso 3D em que $N \ll M$, a solução do sistema de equações 3.16 demandará um menor esforço computacional quando comparado ao problema original (equação 3.15). Portanto, o problema original de estimar a inversa de uma matriz $M \times M$ (equação 3.15) foi transformado no problema que envolve a inversa de uma matriz $N \times N$ (equação 3.16).

Iterativamente, a estimativa do vetor de parâmetros, $\hat{\mathbf{p}}$, é atualizada calculando-se na k -ésima iteração:

$$\hat{\mathbf{p}}^{(k)} = \mathbf{p}_o^{(k)} + \Delta \hat{\mathbf{p}}^{(k)}. \quad (3.17)$$

O processo iterativo é resolvido de acordo com os seguintes passos. Na primeira iteração ($k=1$) estabelecemos um valor positivo para λ , $\mathbf{p}_o^{(1)} = \mathbf{0}$ (vetor nulo), $\mathbf{W}_p^{(1)1/2} = \mathbf{I}_M$ e $\mathbf{W}_r^{1/2}$ conforme a equação 3.12. Então, estimamos o vetor de perturbação dos parâmetros (equação 3.16) e atualizamos as estimativas do vetor de parâmetros (equação 3.17).

A minimização do funcional 3.13 não garante que as premissas de compacidade para múltiplas fontes sejam incorporadas à solução estimada. Adicionalmente, ao longo das iterações o termo $(\mathbf{g}^o - \mathbf{A}\mathbf{p}_o^{(k)})$ pode ter magnitudes pequenas, o que faz a evolução da estimativa requerer muitas iterações para variar significativamente. Para contornar estas restrições, implementamos um algoritmo de penalização. Para tanto, presumimos que a distribuição de densidades pode ser descrita por dois tipos diferentes de materiais: (1) rocha encaixante homogênea e (2) fontes anômalas. Ao longo do processo iterativo, o algoritmo de penalização impõe que as densidades estimadas devam assumir os valores presumidos para a rocha encaixante ou os valores presumidos para as fontes anômalas. No entanto, a distribuição geométrica destes valores é desconhecida. Como estamos estimando os contrastes de densidade de um meio, então estabelecemos o contraste de 0 g/cm^3 para a rocha encaixante e valores diferentes de zero para os contrastes de densidade das fontes anômalas.

Este algoritmo de penalização estabelece que se na iteração $k-1$ a j -ésima estimativa, $\hat{p}_j^{(k-1)}$, violar o intervalo $[10^{-4}, p_j^{alvo} - v_j]$ (se o contraste-alvo de densidade for positivo) ou $[p_j^{alvo} - v_j, -10^{-4}]$ (se o contraste-alvo de densidade for negativo), então na k -ésima iteração é atribuído um valor muito grande ao j -ésimo elemento da diagonal da matriz de ponderação dos parâmetros, $\mathbf{W}_p^{1/2(k)}$, e o j -ésimo elemento do vetor $\mathbf{p}_o^{(k)}$ é alterado para o limite do intervalo violado (i.e., p_j^{alvo} ou zero). Matematicamente, este algoritmo é implementado de acordo com as seguintes condições:

$$\left. \begin{array}{l} p_{o_j}^{(k)} = p_j^{alvo} \\ w_{jj}^{(k)} = \Omega \end{array} \right\} \text{ se } \left| \hat{p}_j^{(k-1)} \right| \geq \left| p_j^{alvo} - \nu_j \right| \quad (3.18)$$

e

$$\left. \begin{array}{l} p_{o_j}^{(k)} = 0 \\ w_{jj}^{(k)} = \Omega \end{array} \right\} \text{ se } \frac{p_j^{alvo}}{\left| p_j^{alvo} \right|} \times \hat{p}_j^{(k-1)} \leq 10^{-4} \quad (3.19)$$

em que Ω é um escalar suficientemente grande, da ordem de 10^7 , e $\nu_j = \vartheta \times p_j^{alvo}$, sendo ϑ um valor pré-estabelecido pelo intérprete e usualmente igual a 0,02.

O j -ésimo elemento do vetor perturbação, $\Delta \hat{p}_j^{(k)}$, que foi afetado pelas condições 3.18 e 3.19 terá, na k -ésima iteração, um valor muito pequeno, uma vez que o método minimiza o funcional 3.9. Como o j -ésimo elemento de $\mathbf{p}_o^{(k)}$ foi fixado em um dos extremos, p_j^{alvo} (contraste-alvo de densidade da fonte anômala) ou zero (rocha encaixante), então de acordo com a equação 3.17 a estimativa do j -ésimo parâmetro na k -ésima iteração, $\hat{p}_j^{(k)}$, que viola as condições 3.18 e 3.19, tenderá a manter-se em um dos extremos. Esta tendenciosidade é uma tentativa de congelamento de alguns contrastes de densidade em um dos extremos, 0 ou p_j^{alvo} .

Com o objetivo de acelerar o processo iterativo, o algoritmo de penalização estabelece que se, na iteração $k-1$, a j -ésima estimativa $\hat{p}_j^{(k-1)}$ não violar o intervalo $[10^{-4}, p_j^{alvo} - \nu_j]$ ou $[p_j^{alvo} - \nu_j, -10^{-4}]$, então $p_o^{(k)}$ é modificado de acordo com as seguintes condições:

$$p_{o_j}^{(k)} = p_j^{alvo} \quad \text{se} \quad \left| \frac{p_j^{alvo} - \nu_j}{2} \right| \leq \left| \hat{p}_j^{(k-1)} \right| < \left| p_j^{alvo} - \nu_j \right| \quad (3.20)$$

e

$$p_{o_j}^{(k)} = 0 \quad \text{se} \quad 10^{-4} < \left| \hat{p}_j^{(k-1)} \right| < \left| \frac{p_j^{alvo} - \nu_j}{2} \right|. \quad (3.21)$$

Ressaltamos que, para garantir a incorporação das premissas de compacidade para múltiplas fontes ao longo das sucessivas iterações, as condições estabelecidas nas relações 3.20 e 3.21

apenas alteram alguns elementos do vetor $\mathbf{p}_0^{(k)}$, mas não alteram os elementos da matriz $\mathbf{W}_p^{1/2(k)}$, que são calculados de acordo com a equação 3.11. Portanto, este procedimento não impõe que, na k -ésima iteração, a estimativa do j -ésimo parâmetro $p_j^{(k)}$, tenda a congelar-se em um dos extremos $[0 \text{ ou } p_j^{alvo}]$ porque não estamos forçando que a correção do correspondente parâmetro, $\Delta \hat{p}_j^{(k)}$, seja pequena.

O Apêndice B mostra o algoritmo da metodologia descrita nesta subseção.

3.2.6 Critérios de parada do algoritmo

Como no processo iterativo penalizamos alguns elementos do vetor $\mathbf{p}_0^{(k)}$, (conforme mostram as equações 3.18 e 3.21), então ao longo das primeiras iterações, a anomalia gravimétrica ajustada não explica a anomalia observada. Este fato resulta em um valor maior que σ na equação 3.10. Depois de algumas iterações, as penalizações atuam sobre poucos elementos de $\mathbf{p}_0^{(k)}$, levando o lado esquerdo da equação 3.10, a uma variação progressivamente menor em torno σ . Especificamente, estabelecemos dois critérios de parada do algoritmo. O primeiro critério é a invariabilidade da norma do vetor dos resíduos (equação 3.4) em iterações consecutivas, avaliando-se:

$$\left| \frac{\varphi^g(\mathbf{p}^{(k)}) - \varphi^g(\mathbf{p}^{(k-1)})}{\varphi^g(\mathbf{p}^{(k)})} \right|^{1/2} \leq 10^{-4}. \quad (3.22)$$

Simultaneamente, em um segundo critério de parada, avalia-se se o número total de prismas que atingiram o valor de contraste alvo diminuiu ao longo das iterações. Neste caso, o algoritmo é interrompido e considera-se como solução a obtida na estimativa anterior.

3.2.7 Processo iterativo de reconstrução adaptativa

Apresentamos um novo procedimento iterativo chamado de reconstrução adaptativa. Este procedimento baseia-se na diminuição progressiva de todas as dimensões dos prismas elementares que compõem o modelo interpretativo inicial com o conseqüente aumento do número de prismas do modelo interpretativo e, concomitante, na possível expansão da informação *a priori* (modelo geológico de referência) pela incorporação de novos elementos geométricos (pontos). A reconstrução adaptativa consiste das seguintes iterações. Na primeira iteração o intérprete estabelece os números de prismas que compõem o modelo interpretativo inicial, ao longo de x , y e z , e as informações *a priori* que compõem o modelo geológico de referência (eixos, pontos e contrastes-alvo de densidade). Sob estas premissas, é obtida uma estimativa estável dentro dos erros experimentais, quando então o intérprete pode aceitar esta estimativa como solução ou iniciar uma segunda etapa, em que uma nova estimativa da distribuição dos contrastes de densidade será obtida. Nesta segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa, o modelo interpretativo passa a ser composto por prismas, cujas dimensões horizontais e verticais são a metade das dimensões usadas na iteração anterior. Simultaneamente, o conjunto anterior de elementos geométricos pode ser expandido pelo acréscimo de novos pontos. Estes novos pontos correspondem aos centros dos prismas, cujas estimativas dos contrastes de densidade são iguais ou próximos dos correspondentes contrastes-alvo estabelecidos *a priori* pelo intérprete. Estes novos pontos, com seus contrastes-alvo associados, são somados ao conjunto inicial de elementos geométricos. Então, realiza-se uma inversão em que obtemos uma nova estimativa que chamaremos de segunda estimativa do processo de reconstrução adaptativa. Este processo pode ser repetido até que o intérprete considere não haver mais incorporação de informação *a priori* à estimativa, como discutiremos abaixo.

Note que, neste processo de reconstrução, a progressão do número de prismas M que compõem o novo modelo interpretativo é geométrica e tem razão igual a 8. Deste modo, ao início da t -ésima iteração do processo de reconstrução adaptativa, o modelo interpretativo é rediscritizado em uma malha constituída por $2^{(t-1)}m_x \times 2^{(t-1)}m_y \times 2^{(t-1)}m_z$ prismas tridimensionais, cujas dimensões são $2^{(t-1)}$ vezes menores do que as correspondentes dimensões d_x , d_y e d_z dos prismas que compõem o modelo interpretativo inicial. Assim, por exemplo, considere um modelo interpretativo inicial ($t = 1$) composto por uma malha regular de $3 \times 4 \times 6$ prismas regulares de 1 km de aresta. Ao início da

quarta estimativa sucessiva, com o processo de reconstrução adaptativa, os prismas do modelo interpretativo em $t = 4$ terão um comprimento de aresta de apenas 125 m e o novo modelo interpretativo é constituído por $24 \times 32 \times 48$ prismas 3D.

Então, no processo de reconstrução adaptativa temos dois tipos de modelos geológicos de referência ao longo das iterações. O primeiro chamaremos de modelo geológico de referência inicial sendo constituído pelos elementos geométricos (eixos e pontos) e os correspondentes contrastes-alvo de densidade. Este modelo geológico inicial é pré-estabelecido pelo intérprete na primeira iteração ($t = 1$) e não será alterado ao longo das sucessivas iterações, ou seja, será um modelo estático. O segundo modelo geológico de referência será definido de modo automático a partir da segunda iteração ($t \geq 2$) do processo de reconstrução adaptativa. Este segundo modelo geológico é constituído de elementos geométricos (apenas pontos) e os correspondentes contrastes-alvo de densidade. Ao final de cada iteração este segundo modelo geológico de referência é descartado e, automaticamente, redefinido no início da iteração seguinte. Portanto, ao longo das sucessivas iterações, este segundo modelo geológico de referência será um modelo dinâmico.

Ressaltamos que cada nova iteração do processo de reconstrução requer um considerável acréscimo do esforço computacional ainda que a solução da equação 3.16 envolva apenas a inversa de uma matriz $N \times N$. Então, o estabelecimento de um limite máximo para o número de prismas no modelo interpretativo modificado, M , pode ser um critério prático de encerramento para o processo de refinamento da estimativa por reconstrução adaptativa. Porém, ressaltamos que existe um critério mais objetivo para a finalização do processo de reconstrução adaptativa: a invariabilidade das geometrias das fontes anômalas estimadas ao longo de sucessivas iterações. Em outras palavras, existe uma iteração do processo de reconstrução adaptativa a partir da qual as variações nas formas geométricas das fontes estimadas são apenas residuais. Deste modo, o critério mais natural de encerramento do processo de reconstrução adaptativa é aplicado pelo intérprete, através da inspeção visual. Neste processo o intérprete verifica se não há variação significativa entre as feições das estimativas obtidas em iterações consecutivas. Ressaltamos que é sempre uma escolha do intérprete continuar ou interromper o algoritmo de reconstrução adaptativa, caracterizando uma assistência direta do usuário.

O método que apresentamos neste terceiro capítulo será chamado de **inversão gravimétrica 3D adaptativa (IGA)**. O Apêndice C mostra o algoritmo deste processo iterativo de reconstrução adaptativa.

3.2.8 Processo de reconstrução adaptativa ilustrado através de dados sintéticos

O método proposto, IGA, estima uma distribuição 3D dos contrastes de densidade que explique os dados gravimétricos observados dentro da precisão experimental e que represente fontes geológicas compactas (sem buracos em seus interiores) distribuídas em torno dos elementos geométricos. O intérprete pode aceitar esta solução ou iniciar uma nova inversão usando o procedimento de reconstrução adaptativa apresentado na subseção 3.2.7. Iniciada uma primeira iteração ($t=1$) do processo de reconstrução adaptativa, a malha 3D de M de prismas elementares considerada é o modelo interpretativo inicial. Então, na segunda iteração ($t=2$), um novo modelo interpretativo é automaticamente redefinido, sendo composto por prismas cujas dimensões são a metade das usadas na estimativa anterior. Simultaneamente, o conjunto anterior de elementos geométricos é expandido pelo acréscimo de novos pontos localizados nos centros dos prismas cujas estimativas dos contrastes de densidade se aproximaram dos contrastes-alvo de densidade pré-estabelecidos. A estes novos elementos geométricos (pontos) serão atribuídos os correspondentes contrastes-alvo de densidade atingidos, formando assim o modelo geológico de referência dinâmico. A seguir exemplificaremos, através de dados sintéticos, o ganho decorrente da utilização do processo de reconstrução adaptativa na recuperação da geometria do corpo anômalo.

A Figura 3.3a mostra um corpo sintético homogêneo em forma de prisma (cubo amarelo) com arestas de $2 \times 2 \times 2$ km, nas direções dos eixos x , y e z , respectivamente. O centro do corpo verdadeiro está nas coordenadas $x = 3$ km, $y = 3$ km e $z = 3$ km, e o contraste de densidade foi arbitrado em $0,4 \text{ g/cm}^3$. A anomalia Bouguer gerada na superfície por este prisma (Figura 3.3b) foi corrompida por ruído Gaussiano, com média nula e desvio padrão de $0,05$ mGal. Esta anomalia gravimétrica foi gerada numa malha regular com 10×10 pontos de medidas e com espaçamentos iguais de $1,01$ km ao longo das direções x e y . O modelo geológico de referência inicial (estático) usado nos testes constitui-se de um elemento geométrico (ponto) com contraste-alvo de densidade de $0,4 \text{ g/cm}^3$. Este ponto (esfera na Figura 3.3a) está localizado nas coordenadas $x = 3,2$ km, $y = 3,2$ km e $z = 3,5$ km.

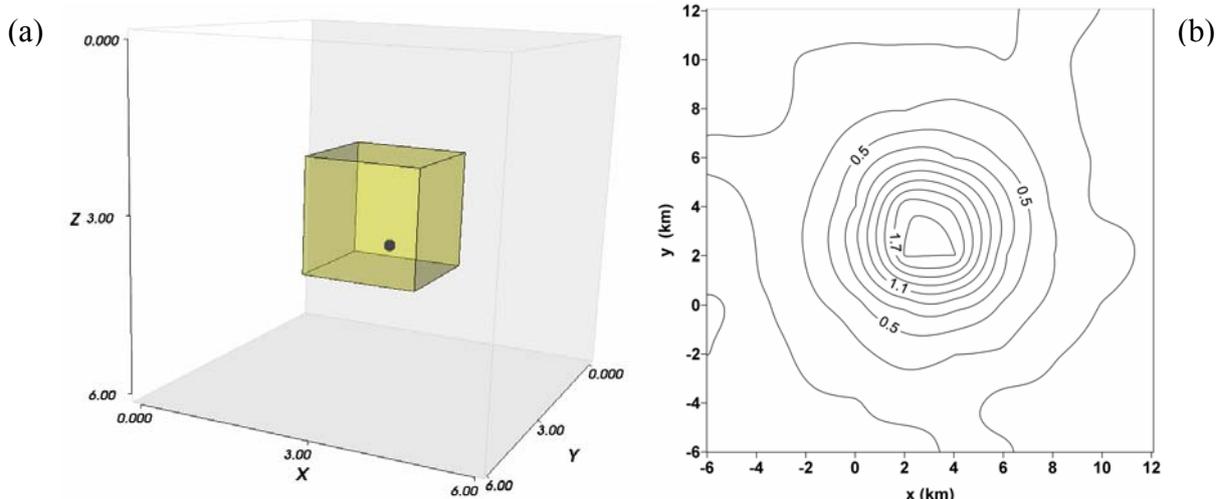


Figura 3.3 – (a) O corpo sintético é o cubo amarelo com contraste de densidade de $0,4 \text{ g/cm}^3$. O ponto interno ao cubo é o elemento geométrico posicionado em $x = 3,2 \text{ km}$, $y = 3,2 \text{ km}$ e $z = 3,5 \text{ km}$, e contraste de $0,4 \text{ g/cm}^3$. (b) Anomalia Bouguer corrompida por ruído produzida pelo corpo prismático simulado na Figura 3.3a. O intervalo das curvas de contorno é de $0,2 \text{ mGal}$.

3.2.8.1 Primeira estimativa usando o método IGA com diferentes modelos interpretativos

Este tópico mostra a importância da escolha do modelo interpretativo inicial para a obtenção de uma primeira estimativa que explique a anomalia observada. Para tanto, a anomalia sintética mostrada na Figura 3.3b é invertida com quatro diferentes modelos interpretativos iniciais, usando o mesmo parâmetro de regularização de $0,01$. As Figuras 3.4a-d mostram, em perspectiva, as quatro estimativas da distribuição dos contrastes de densidade em que a fonte gravimétrica verdadeira está representada por um prisma translúcido em amarelo (Figuras 3.4b e 3.4d) ou por suas arestas em amarelo (Figuras 3.4a e 3.4c). As correspondentes anomalias ajustadas são mostradas nas Figuras 3.4e-h em linhas tracejadas vermelhas.

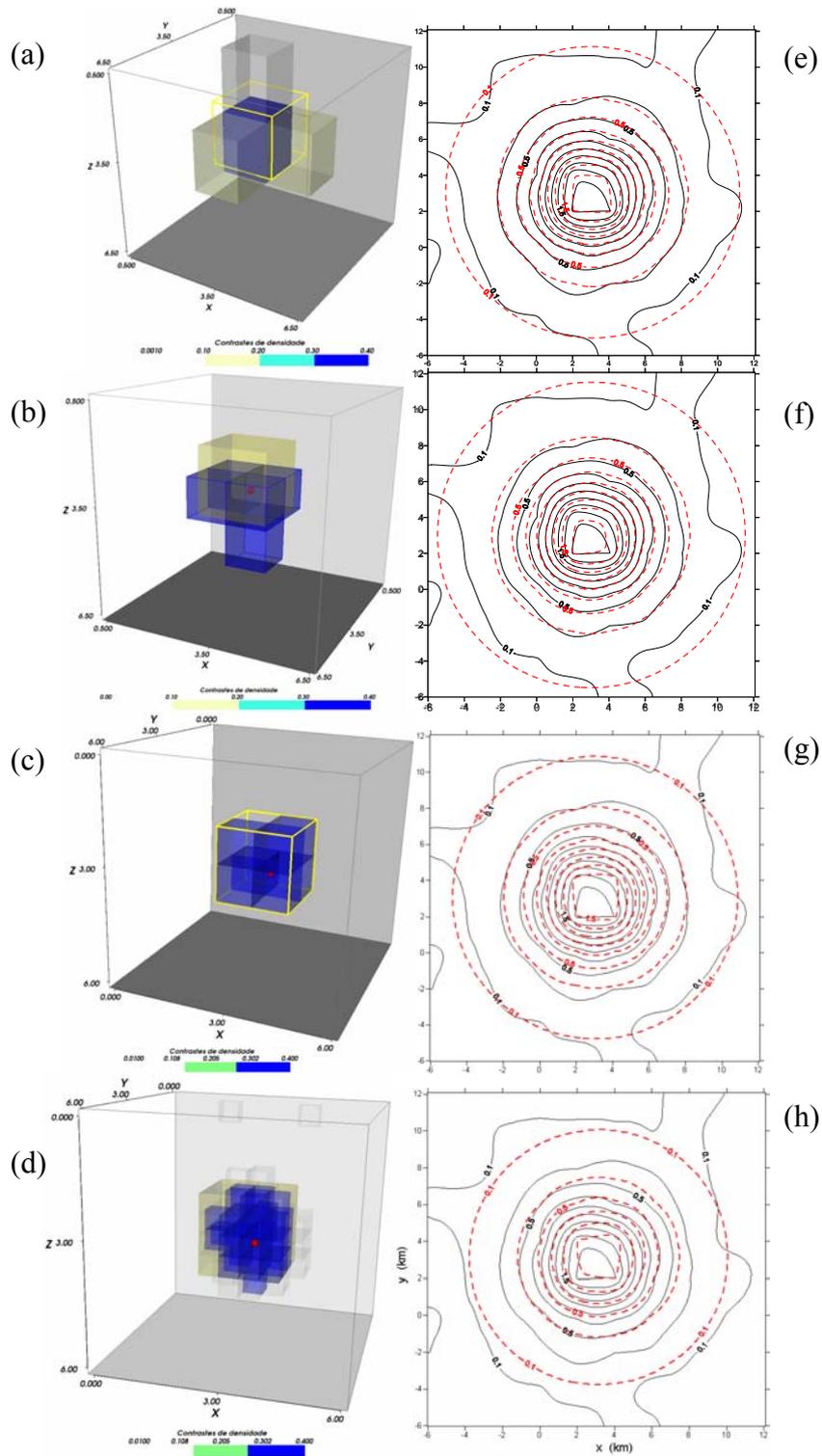


Figura 3.4 – Estimativas da distribuição dos contrastes de densidade na primeira iteração do processo de reconstrução adaptativa usando modelos interpretativos constituídos por (a) $4 \times 4 \times 4$ prismas, (b) $5 \times 5 \times 5$ prismas, (c) $6 \times 6 \times 6$ prismas, (d) $12 \times 12 \times 12$ prismas e (e)-(h) são as correspondentes anomalias Bouguer observadas (em linhas contínuas pretas) e ajustadas (linhas tracejadas vermelhas).

A estimativa mostrada na Figura 3.4a foi obtida usando-se um modelo interpretativo constituído por 4 x 4 x 4 prismas cujas dimensões são 1,5 x 1,5 x 2 km. Com outro modelo interpretativo, constituído por 5 x 5 x 5 prismas com dimensões de 1,2 x 1,2 x 1,2 km, foi obtida a estimativa mostrada na Figura 3.4b. Uma terceira estimativa, mostrada na Figura 3.4c, foi obtida usando-se um modelo interpretativo constituído por 6 x 6 x 6 prismas, cujas dimensões são de 1 x 1 x 1 km. Note que estas três estimativas (Figuras 3.4a-c), produzem um ajuste aceitável (Figuras 3.4e-g), apesar de não recuperarem a geometria do corpo verdadeiro (Figura 3.3a), uma vez que o modelo interpretativo é constituído por prismas com grande volume. Por outro lado, a quarta estimativa (Figura 3.4d) obtida com o modelo interpretativo inicial de 12 x 12 x 12 prismas com dimensões de 0,5 x 0,5 x 0,5 km produz um anomalia gravimétrica (Figura 3.4h em linhas tracejadas vermelhas) que não explica a anomalia gravimétrica observada (em linhas contínuas pretas). Especificamente, neste último caso, testamos um amplo conjunto de valores para o parâmetro de regularização na tentativa de obtenção de uma estimativa que produza um ajuste aceitável. No entanto, a prática mostra a existência de um limite mínimo para o volume dos prismas elementares que compõem o modelo interpretativo associado à obtenção de um ajuste aceitável da anomalia gravimétrica quando não há o auxílio do processo de reconstrução adaptativa. Desta forma, abaixo deste volume mínimo não é possível estimar, sem o esquema da reconstrução adaptativa, distribuições espaciais compactas de contrastes de densidade capazes de produzir um ajuste aceitável da anomalia gravimétrica observada. No exemplo sintético em que os prismas elementares têm pequenos volumes (Figura 3.4d), atribuir valores baixos ao parâmetro de regularização (λ) leva a soluções que violam o critério de compacidade das fontes estimadas. Inversamente, atribuir valores altos ao parâmetro de regularização produz corpos compactos, mas incapazes de produzir um ajuste aceitável da anomalia invertida.

3.2.8.2 Estimativas via processo de reconstrução adaptativa.

O objetivo deste tópico é exemplificar a importância do processo de reconstrução adaptativa na recuperação da geometria do corpo verdadeiro. Para tanto, realizamos a inversão dos dados sintéticos simulados na Figura 3.3a usando o processo de aprendizagem adaptativa partindo de um modelo interpretativo composto por prismas grosseiros e

finalizando o processo com um modelo interpretativo composto por prismas elementares com volumes pequenos. Na primeira iteração ($t=1$) escolhemos um modelo interpretativo constituído por uma malha regular de $3 \times 3 \times 3$ prismas cujas dimensões são $2 \times 2 \times 2$ km. Estabelecemos $\lambda = 1$ e $\vartheta = 0,02$. Observar que, neste teste, é usado um modelo interpretativo composto por prismas de volumes grandes. A Figura 3.5a mostra a estimativa 3D da distribuição dos contrastes de densidade e a Figura 3.5b a anomalia ajustada (linhas tracejadas vermelhas). Como o modelo interpretativo (não mostrado) é constituído por um conjunto de prismas com “dimensões e posicionamentos ótimos”, então a fonte estimada (Figura 3.5a) recupera exatamente a geometria da fonte verdadeira. Repare que os termos “dimensões e posicionamentos ótimos” são usados no sentido de descrever o modelo interpretativo como informação *a priori* relevante para a recuperação da geometria da fonte verdadeira. Neste sentido, o modelo interpretativo inicial usado neste exemplo sintético é um caso particular em que um único prisma elementar do modelo interpretativo inicial é capaz de recuperar exatamente a geometria da fonte gravimétrica verdadeira (Figura 3.3a).

Em seguida, realizaremos uma nova inversão usando o processo de reconstrução adaptativa apresentada na subsecção 3.2.7. Nesta segunda iteração ($t = 2$) do processo de reconstrução adaptativa, uma nova estimativa é obtida através de um modelo interpretativo composto por uma malha regular de $6 \times 6 \times 6$ prismas em que as dimensões horizontais e vertical, de cada prisma, são a metade das respectivas dimensões usadas na estimativa anterior (Figura 3.5a). O novo conjunto de vínculos geométricos é constituído pelos dois pontos mostrados na Figura 3.6a. Relembremos que, no processo de reconstrução adaptativa, o conjunto inicial de elementos geométricos (modelo geológico de referência estático) será sempre preservado ao longo das sucessivas iterações. Portanto, nesta segunda iteração ilustrada na Figura 3.6a, o ponto mais profundo é o elemento geométrico inicial. O novo elemento geométrico (ponto mais raso na Figura 3.6a) está localizado no centro do prisma cuja estimativa anterior do contraste de densidade (Figura 3.5a) atingiu o valor alvo, que neste caso é $0,4 \text{ g/cm}^3$. Destacamos que este novo elemento geométrico e seu correspondente contraste-alvo de densidade constituem o modelo geológico de referência dinâmico definido na segunda iteração. O resultado da inversão (Figura 3.6a) mostra que a estimativa da distribuição dos contrastes de densidade recuperou perfeitamente o corpo prismático verdadeiro. Na Figura 3.6b a anomalia gravimétrica produzida por esta solução (linhas tracejadas vermelhas) explica a anomalia observada (linhas contínuas pretas). Note na Figura

3.6a que o novo elemento geométrico, adicionado nesta segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa (ponto mais raso), está equidistante do centro dos novos 8 prismas localizando-se no centro do prisma rediscretizado. Comparando as Figuras 3.5a e 3.6a, notamos que não houve modificação da geometria da fonte geológica estimada. Então, de acordo com o critério de parada do processo de reconstrução adaptativa, o algoritmo é interrompido. No entanto, iremos realizar mais iterações visando a compreensão do processo de reconstrução adaptativa.

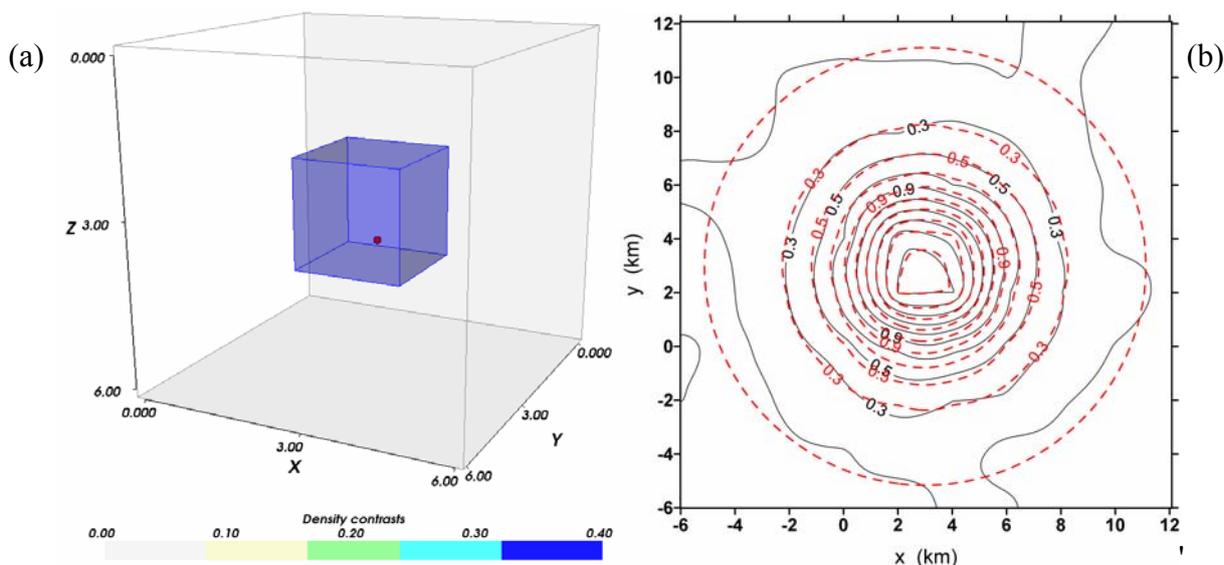


Figura 3.5 – (a) Estimativa da distribuição dos contrastes de densidade na primeira iteração do processo de reconstrução adaptativa e o vínculo geométrico (esfera vermelha). (b) Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas). O intervalo das curvas de contorno é de 0,2 mGal.

Após 4 iterações do processo de reconstrução adaptativa o modelo interpretativo é composto por $24 \times 24 \times 24$ prismas elementares de $0,25 \times 0,25 \times 0,25$ km. Note que este modelo interpretativo final é constituído por prismas elementares menores que aqueles usados na Figura 3.4d. A Figura 3.7a mostra a estimativa final na quarta iteração do processo de reconstrução adaptativa.

Ao compararmos a solução estimada usando o processo de reconstrução adaptativa (Figura 3.7a) com as soluções estimadas sem este processo (Figuras 3.4a-d) notamos o melhor desempenho da inversão anterior com o processo de reconstrução adaptativa na recuperação da geometria do corpo verdadeiro.

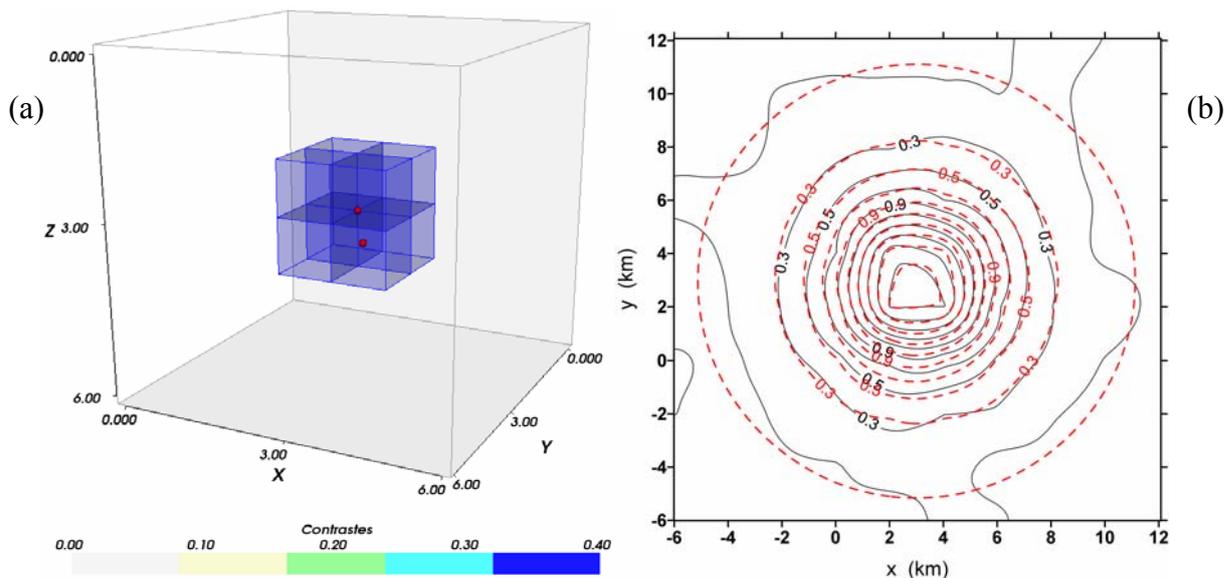


Figura 3.6 – (a) Estimativa da distribuição dos contrastes de densidade após a segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa e os elementos geométricos (esferas vermelhas). (b) Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas). O intervalo das curvas de contorno é de 0,2 mGal.

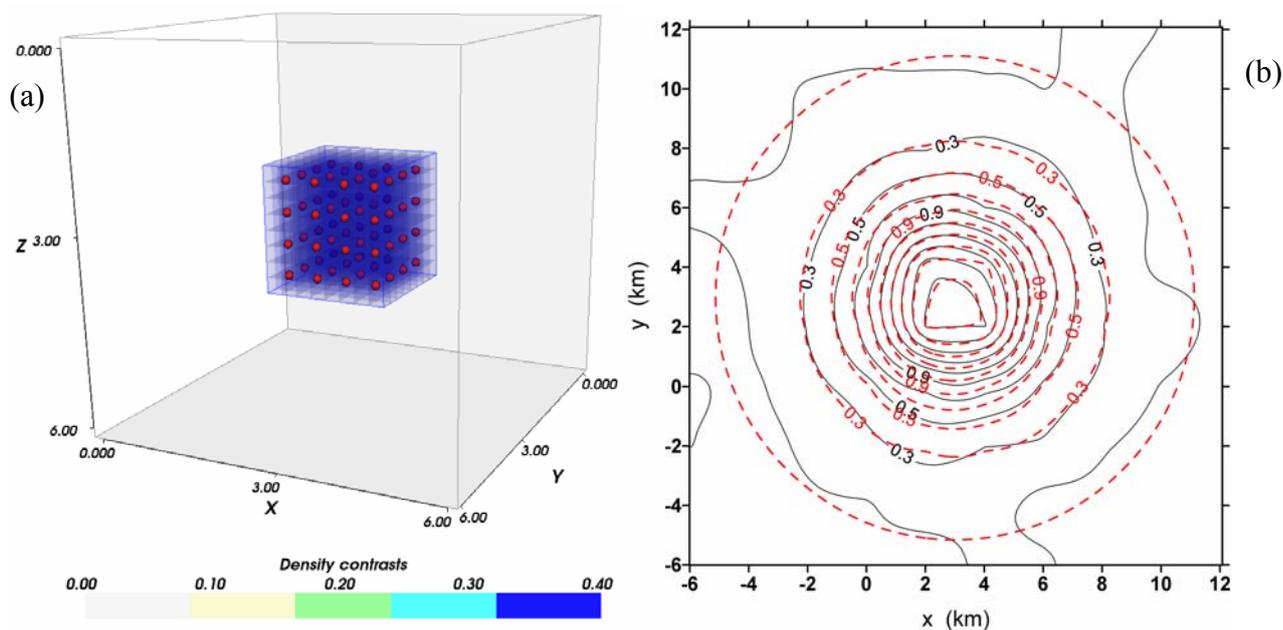


Figura 3.7 – (a) Estimativa da distribuição dos contrastes de densidade após 4 iterações do processo de reconstrução adaptativa. As esferas vermelhas representam os elementos geométricos iniciais e os gerados automaticamente para a quarta iteração do processo de reconstrução adaptativa. (b) Anomalias observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas) via inversão com o processo de reconstrução adaptativa. O intervalo das curvas de contorno é de 0,2 mGal.

Note que a distribuição espacial dos contrastes de densidade estimados na Figura 3.7a reconstituiu perfeitamente a geometria da fonte verdadeira. Por outro lado, ressalte-se que o método de inversão proposto, sem o processo de reconstrução adaptativa, não produz uma solução que explique a anomalia observada se for usado um modelo interpretativo inicial constituído por uma malha fina como mostramos na Figura 3.4d.

O desempenho superior da inversão via o processo de reconstrução adaptativa, na recuperação da fonte verdadeira, é uma consequência da expansão iterativa dos elementos geométricos. Note, na Figura 3.7a, que os pontos vermelhos representam os elementos geométricos dos modelos geológicos de referência inicial (estático) e dinâmico, definidos automaticamente para a quarta iteração.

3.2.9 A escolha do parâmetro de regularização

Na primeira iteração do problema inverso, o funcional mostrado na equação 3.9 é o regularizador de Tikhonov de ordem zero (*Ridge Regression*) uma vez que a matriz de peso \mathbf{W}_p é a matriz identidade \mathbf{I} . Neste caso, os maiores valores estimados dos contrastes de densidade estão tendenciosamente concentrados nas proximidades da superfície da Terra e diminuem continuamente com a profundidade. Na segunda iteração usamos o vínculo de concentração de massa no entorno de eixos e pontos e, neste caso, a matriz \mathbf{W}_p é diferente de \mathbf{I} . No entanto, em virtude da estimativa obtida na primeira iteração, as fontes gravimétricas estão aflorantes ou posicionadas muito próximo à superfície da Terra. Se as fontes verdadeiras são aflorantes, a partir da segunda iteração, o vínculo de compactidade das massas em torno de eixos e pontos, introduz uma informação na estimativa que é complementar a informação introduzida pelo *Ridge Regression*, o que resulta em fontes aflorantes e compactas. Se as fontes verdadeiras não são aflorantes, as informações introduzidas pelo funcional 3.9 não são complementares. Ou seja, poderão existir prismas com contraste diferente de zero e isolados, preferencialmente próximos à superfície da Terra e distantes dos elementos geométricos, o que viola o vínculo de compactidade imposto à solução. A existência destes prismas isolados é favorecida se o modelo interpretativo inicial

for constituído por prismas elementares de pequeno volume (Figura 3.4d). Neste caso, a inversão através do IGA não produzirá uma solução estritamente compacta ou um ajuste aceitável da anomalia observada, independente do valor usado para o parâmetro de regularização. Deste modo, uma estimativa compacta que ajuste a anomalia observada, depende tanto da escolha do modelo interpretativo inicial quanto do parâmetro de regularização.

O valor atribuído pelo intérprete ao parâmetro de regularização terá de favorecer a compacidade das fontes anômalas. Na solução do problema inverso através do IGA, existem três situações possíveis que dependem diretamente do valor atribuído ao parâmetro de regularização. 1) A estimativa obtida não produz fontes compactas mas ajusta a anomalia observada; 2) a estimativa obtida produz fontes compactas e ajusta a anomalia observada e 3) a estimativa produz fontes compactas mas não ajusta a anomalia observada. A primeira situação é produzida com um baixo valor de λ . A segunda situação é produzida por uma estreita faixa de valores de λ . Nesta faixa, os valores ideais para o parâmetro de regularização são os de menor magnitude, que produzem a compacidade das fontes anômalas estimativas e que ajustem a anomalia observada. Finalizando, o desajuste relativo à terceira situação é devido ao valor excessivamente alto atribuído a λ .

A atribuição de valor ao parâmetro de regularização é sempre feita por tentativa e erro, uma vez que os limites para a sua faixa de variação são específicos de cada problema inverso, tal como é a escolha dos modelos interpretativo e geológico de referência inicial.

3.3 Modelos sintéticos

A seguir são apresentados quatro modelos sintéticos e as correspondentes estimativas obtidas pelo método de inversão proposto. Todos os modelos são de difícil interpretação com os métodos de inversão de dados gravimétricos disponíveis na literatura e visam mostrar o desempenho da metodologia proposta. Ressalte-se que a metodologia não impõe qualquer restrição envolvendo o número de fontes geológicas, complexidade da geometria das fontes, valor dos contrastes de

densidade e posição relativa das fontes geológicas ou qualquer relação entre os comprimentos das arestas dos prismas que compõem o modelo interpretativo.

As inversões realizadas nas quatro diferentes simulações sintéticas usaram diferentes critérios de escolha dos respectivos modelos interpretativos. Nos primeiros testes aplicamos o método proposto usando a situação ideal em que o intérprete escolhe um modelo interpretativo “ótimo”, i.e, um modelo cujo volume dos prismas elementares são perfeitamente adequados à recuperação das feições das fontes anômalas verdadeiras. Ocorre que a escolha do modelo interpretativo “ótimo” só é garantida quando é conhecida a geometria das fontes verdadeiras. Por esta razão, a escolha de um modelo interpretativo “ótimo” é improvável em situações reais em que é comum a insuficiência de informação *a priori* sobre as fontes geológicas. As inversões das anomalias sintéticas dos exemplos 1 e 2, que apresentaremos a seguir, são obtidas com modelos interpretativos “ótimos”, em que estabelecemos uma perfeita adequação de posicionamento e dimensionamento dos prismas, que compõem o modelo interpretativo, em relação à geometria das fontes geológicas verdadeiras. Por esta razão, os resultados dos primeiros dois exemplos apresentam a fiel recuperação da geometria das fontes estimadas, mesmo sem o auxílio do processo de reconstrução adaptativa.

Por outro lado, as estimativas do terceiro e do quarto exemplos, via inversão IGA, são obtidas usando uma escolha heurística, tanto no posicionamento quanto no dimensionamento dos prismas que compõem o modelo interpretativo. Esta escolha do modelo interpretativo é semelhante à realizada em uma aplicação a dados reais em que o intérprete ignora as fontes geológicas verdadeiras. No caso específico do terceiro exemplo, as dimensões dos prismas elementares do modelo interpretativo na primeira iteração têm exatamente o dobro das correspondentes dimensões dos prismas usados na construção da fonte sintética. Por último, na estimativa do quarto exemplo sintético é utilizado um modelo interpretativo que não apresenta qualquer coerência das dimensões e posicionamento dos prismas elementares, com a geometria das fontes sintéticas verdadeiras. Note que, no terceiro e quarto exemplos, devido à escolha de um modelo interpretativo mais realista, foi perdida a garantia de um bom ajuste da anomalia observada na primeira estimativa do processo de reconstrução adaptativa. Adicionalmente, notamos a eficiência do método em recuperar a forma das fontes verdadeiras depende do emprego do processo de reconstrução adaptativa.

3.3.1 Exemplo 1: anomalia gravimétrica com interferência destrutiva

O primeiro teste simula uma única fonte heterogênea soterrada em um meio homogêneo. Esta fonte geológica com densidade variável é composta por dois setores homogêneos, cada um com densidade constante. A Figura 3.8a mostra em perspectiva os dois setores homogêneos que estão representados por dois cubos (vermelho e azul) com arestas de 1 km. As coordenadas Cartesianas dos pontos centrais do cubo azul são $x = 1,5$ km, $y = 2,5$ km e $z = 1,5$ km e as do cubo vermelho são $x = 1,5$ km, $y = 3,5$ km e $z = 1,5$ km. Os dois cubos sintéticos têm contrastes de densidade de $-0,4$ (azul) e $0,4$ g/cm³ (vermelho), gerando uma anomalia gravimétrica em superfície com alto padrão de interferência destrutiva. Esta anomalia gravimétrica foi gerada numa malha regular em $z = 0$ km, contendo 10×8 pontos de medidas com espaçamentos iguais a 1 km ao longo das direções x e y . A Figura 3.8c mostra, em linhas contínuas pretas, a anomalia gravimétrica corrompida com ruído Gaussiano aditivo, com média nula e desvio padrão de 0,001 mGal.

Note que a existência de dois setores adjacentes com contrastes de densidade de $-0,4$ (azul) e $0,4$ g/cm³ (vermelho) torna a interpretação não trivial, em virtude da existência de um aniquilador (Parker, 1994) da anomalia gravimétrica medida na superfície da Terra. Portanto, a anomalia gravimétrica negativa produzida pelo setor azul é parcialmente anulada pela anomalia gravimétrica positiva produzida pelo setor vermelho. Desta forma, existe uma região em subsuperfície em que as fontes anômalas não produzem efeito na anomalia gravimétrica medida na superfície. Esta região em que as massas anômalas não produzem nenhum efeito gravimétrico fora da Terra é chamada de aniquilador.

Usamos como elementos geométricos na inversão dois pontos representados por esferas na Figura 3.8a. Ao ponto (esfera mais a esquerda), localizado nas coordenadas Cartesianas $x = 2,9$ km, $y = 1,5$ km e $z = 1,5$ km, atribuímos o contraste-alvo de densidade $-0,4$ g/cm³, e ao ponto (esfera mais a direita), posicionado em $x = 3,1$ km, $y = 1,5$ km, e $z = 1,5$ km, atribuímos o contraste-alvo de densidade $0,4$ g/cm³. A solução estimada sem o processo de reconstrução adaptativa (Figura 3.8b) recupera completamente a forma das fontes anômalas. Na inversão usamos um modelo interpretativo composto por $4 \times 3 \times 3$ prismas regulares de 1 km de aresta, parâmetro de regularização $\lambda = 0,0005$ e $\vartheta = 0,5$. Vale ressaltar que, a diferença absoluta entre as anomalias gravimétricas observada e ajustada (não mostrada) é um resíduo de 0,001 mGal.

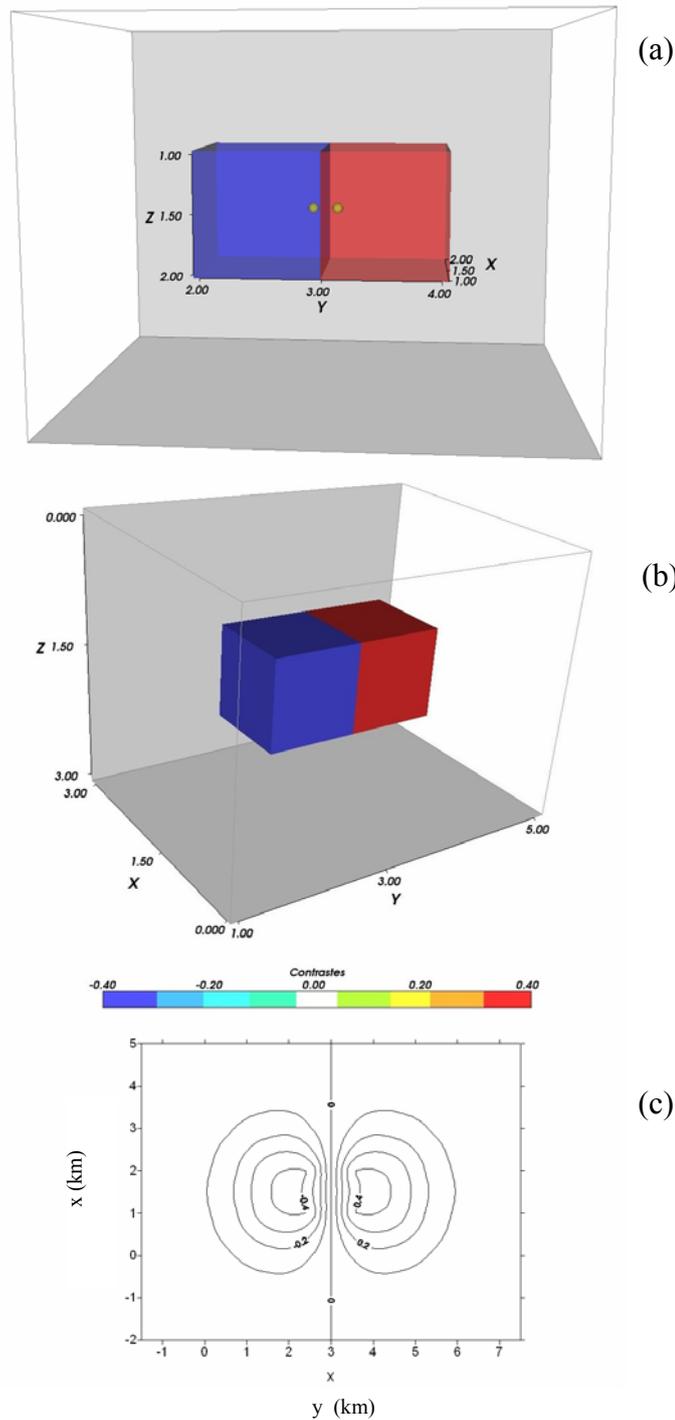


Figura 3.8 –Modelo sintético simulando uma fonte única com contraste de densidade variável. (a) Dois cubos simulando dois setores homogêneos com contrastes de densidade $-0,4$ (cubo a esquerda) e $0,4 \text{ g/cm}^3$ (cubo a direita). Os elementos geométricos são constituídos pelos dois pontos interiores aos cubos com $\rho_1 = -0,4 \text{ g/cm}^3$ (ponto mais a esquerda) e $\rho_2 = 0,4 \text{ g/cm}^3$ (ponto mais a direita). (b) Solução estimada via inversão IGA usando um modelo interpretativo ótimo composto por $4 \times 3 \times 3$ prismas. (c) Anomalia Bouguer sintética contaminada por ruído produzida pelos cubos mostrados em (a) . O intervalo das curvas de contorno é de $0,1 \text{ mGal}$.

Sucessivamente, realizamos três novas estimativas usando o processo de reconstrução adaptativa que apresentaremos a seguir. A Figura 3.9a mostra a segunda estimativa obtida com a segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa, usando um modelo interpretativo composto por $8 \times 6 \times 6$ prismas. Note que apesar da solução estimada (Figura 3.9a) não recuperar perfeitamente o corpo verdadeiro (Figura 3.8a), esta solução produz um ajuste aceitável (Figura 3.9b em linhas tracejadas vermelhas).

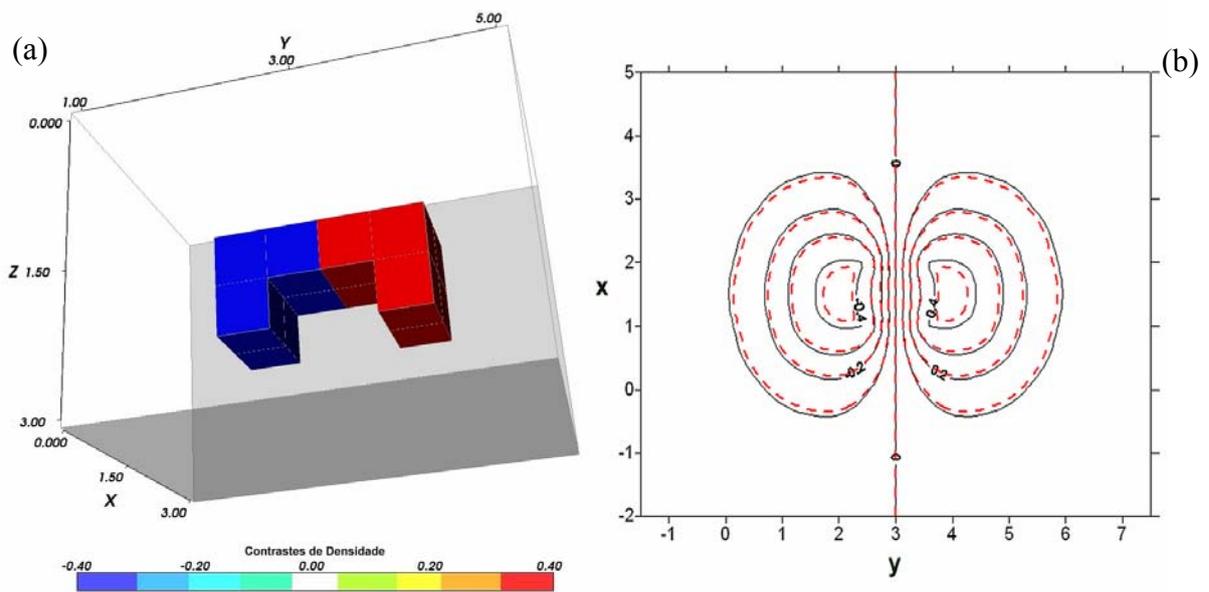


Figura 3.9 – (a) Estimativa obtida na segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa usando um modelo interpretativo composto por $8 \times 6 \times 6$ prismas. (b) Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas). O intervalo das curvas de contorno é de 0,1 mGal.

A Figura 3.10a mostra a solução estimada na terceira iteração do processo de reconstrução adaptativa usando um modelo interpretativo composto por $16 \times 12 \times 12$ prismas. Note que, nesta iteração, a geometria da fonte estimada variou em comparação com a fonte estimada na iteração anterior do processo de reconstrução adaptativa (Figura 3.9a). A anomalia gravimétrica ajustada é mostrada na Figura 3.10b em linhas tracejadas vermelhas.

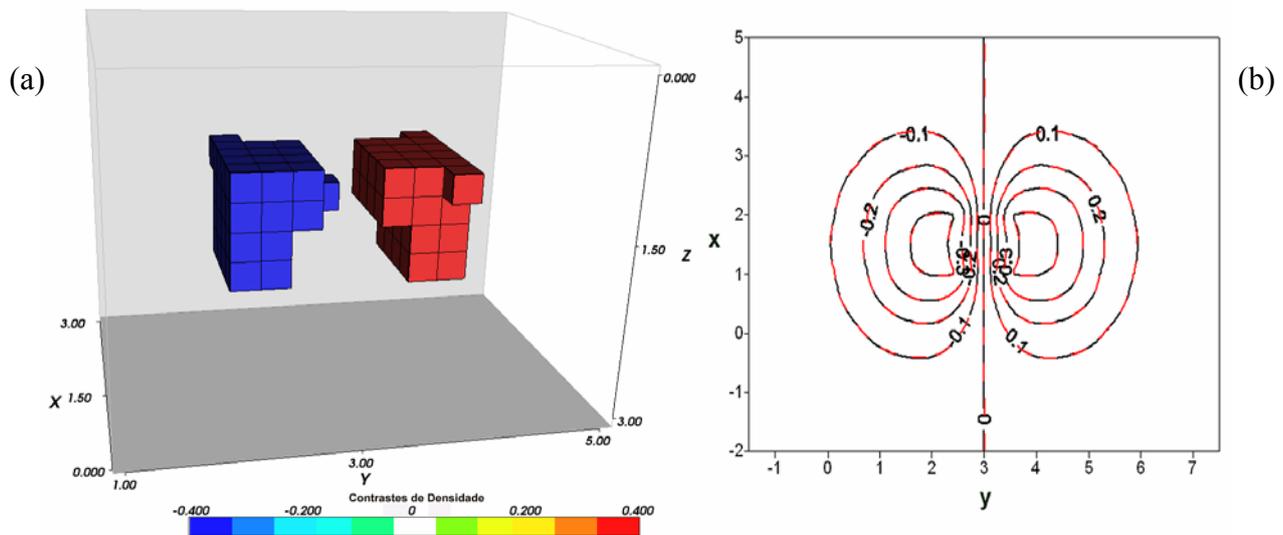


Figura 3.10 – (a) Estimativa obtida na terceira iteração do processo de reconstrução adaptativa usando um modelo interpretativo composto por $16 \times 12 \times 12$ prismas. (b) Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas). O intervalo das curvas de contorno é de 0,1 mGal.

Usando um modelo interpretativo composto por um total de $32 \times 24 \times 24$ prismas, a estimativa obtida na quarta iteração do processo de reconstrução adaptativa (Figura 3.11a) mostra a dificuldade do método de estimar a região de contato entre os dois setores homogêneos do corpo. No entanto, ressaltamos que a anomalia gravimétrica produzida por esta solução (em linhas tracejadas vermelhas na Figura 3.11b) mostra o ótimo ajuste obtido nesta quarta iteração.

Como explicamos no capítulo anterior, ao longo das sucessivas iterações do processo de reconstrução adaptativa, o modelo interpretativo passou a ser composto por prismas progressivamente menores e, simultaneamente, ao conjunto de elementos geométricos iniciais (modelo geológico de referência estático) são adicionados automaticamente novos pontos localizados no centro dos prismas que atingiram o valor alvo na iteração anterior.

Para a quarta iteração do processo de reconstrução adaptativa, apresentamos na Figura 3.12 a relação espacial existente entre as soluções verdadeira (dois cubos maiores translúcidos) e estimada (prismas menores e transparentes nas cores azul e vermelho). Adicionalmente mostramos os elementos geométricos iniciais e adicionados durante o processo de reconstrução adaptativa que formam os modelos geológicos de referência estático e dinâmico, respectivamente. Para uma melhor visualização, omitimos na Figura 3.12 o volume interpretativo e a barra de cores.

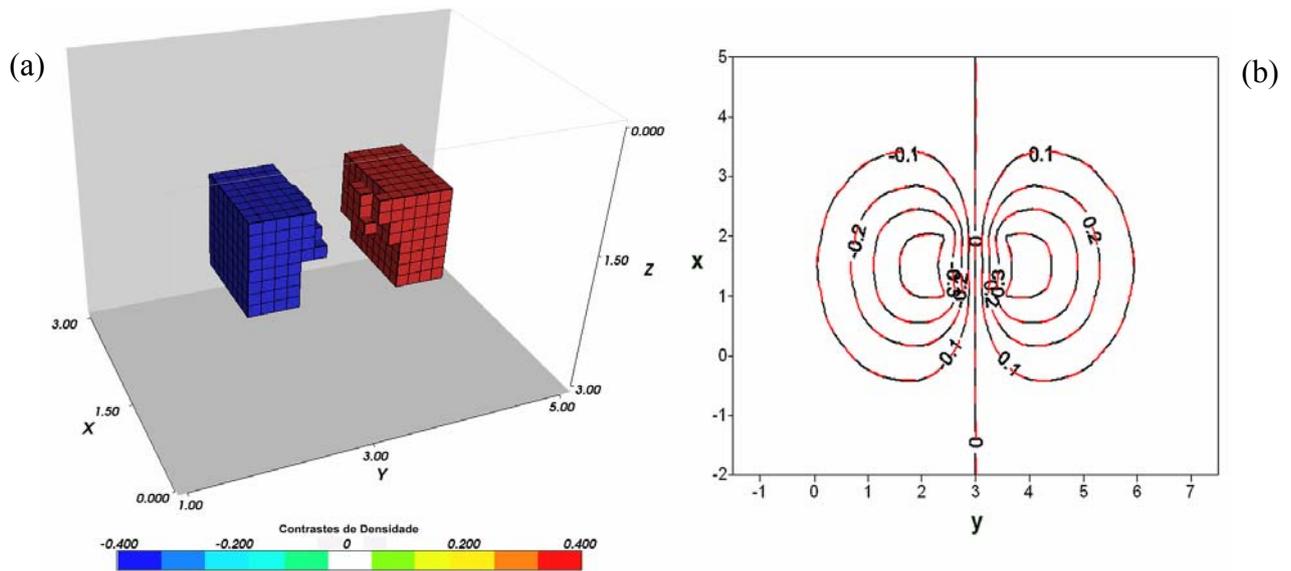


Figura 3.11 – (a) Estimativa obtida na quarta iteração do processo de reconstrução adaptativa usando um modelo interpretativo composto por $32 \times 24 \times 24$ prismas. (b) Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas). O intervalo das curvas de contorno é de 0,1 mGal.

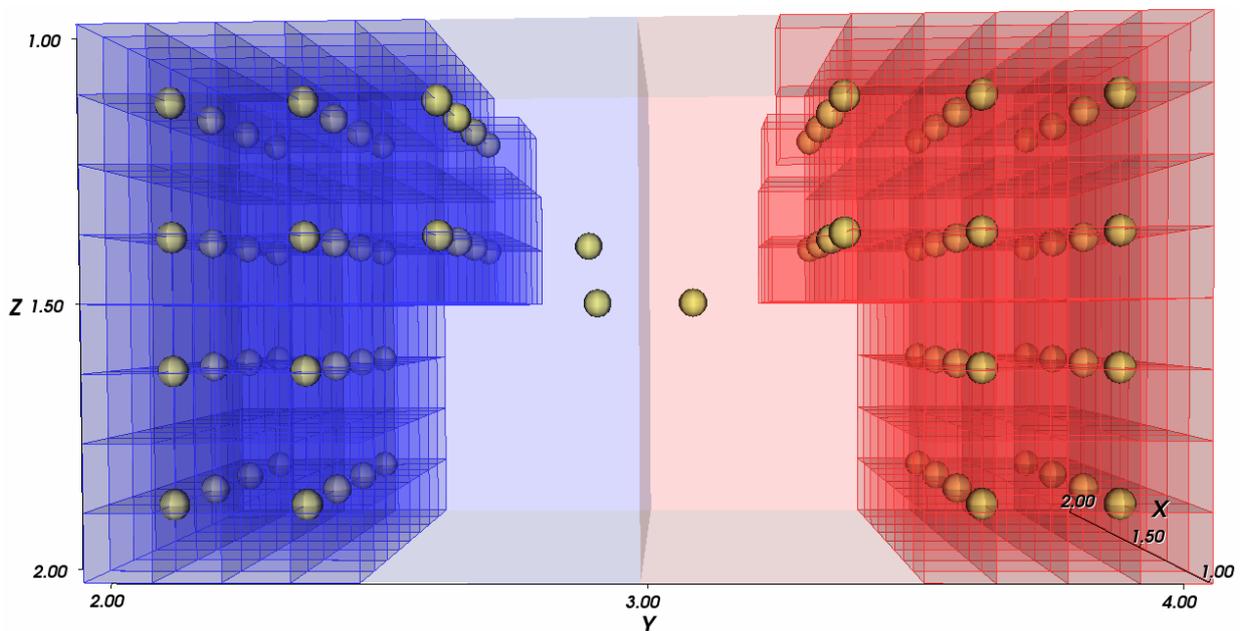


Figura 3.12 - Relações existentes entre a fonte sintética verdadeira (os dois prismas maiores translúcidos), a estimativa obtida com o processo de reconstrução adaptativa (pequenos prismas transparentes azuis e vermelhos) e os correspondentes elementos geométricos iniciais e adicionados (pequenas esferas). As cores azul e vermelha correspondem aos contrastes de densidade $-0,4$ e $0,4 \text{ g/cm}^3$, respectivamente.

Como curiosidade, mostramos nas Figura 3.13a-b os aniquiladores relativos às soluções estimadas, respectivamente, na segunda (Figura 3.9) e quarta (Figura 3.11) iterações.

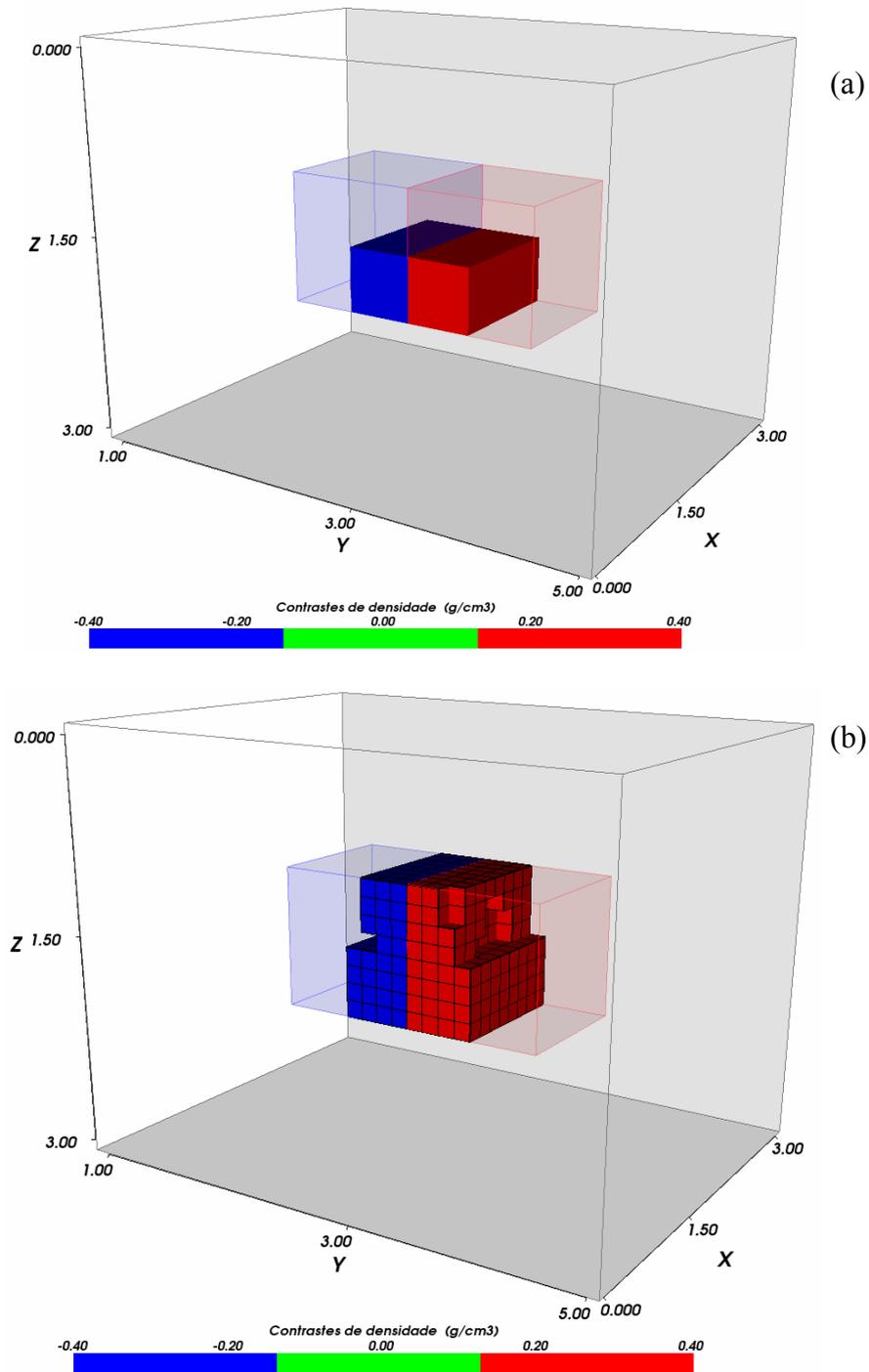


Figura 3.13 - Aniquiladores (Parker, 1994) presentes nas estimativas obtidas: (a) na segunda iteração (Figura 3.9) e (b) quarta iteração (Figura 3.11).

3.3.2 Exemplo 2: anomalia gravimétrica complexa e interferente

Neste segundo teste são simuladas 3 fontes distintas, homogêneas, com diferentes contrastes de densidade e soterradas em um meio homogêneo. A Figura 3.14a mostra em perspectiva as posições relativas destas fontes. A fonte prismática com contraste de $0,15 \text{ g/cm}^3$ (azul) em relação ao meio encaixante tem dimensão vertical de 1 km e dimensões horizontais de 10 e 1 km, respectivamente, nas direções x e y . As profundidades do topo e da base desta fonte azul são 1 e 2 km, respectivamente. A fonte prismática com contraste de $0,4 \text{ g/cm}^3$ (fonte vermelha) tem profundidades do topo e da base, respectivamente, iguais a 1 e 4 km e tem dimensões de $2,5 \times 3 \times 3$ km, nas direções x , y e z , respectivamente. Por último, a fonte prismática com contraste de $0,3 \text{ g/cm}^3$ (verde) tem dimensões de $5 \times 5 \times 2$ km, respectivamente, nas direções x , y e z , e cujas profundidades do topo e da base são 3 e 5 km, respectivamente. A Figura 3.14b mostra a complexa e interferente anomalia gravimétrica gerada pelas 3 fontes prismáticas sintéticas, acrescida de ruído Gaussiano aditivo com média nula e desvio padrão de 0,01 mGal. Estes dados gravimétricos foram gerados em uma malha regular de 17×22 pontos, em $z = 0$ km, e com espaçamentos de 1 km ao longo das direções x e y .

A Figura 3.14c mostra o conjunto de 11 elementos geométricos (eixos na cor amarela), os quais formam um esqueleto estrutural das fontes verdadeiras (em cores translúcidas). Especificamente, estabelecemos 6 eixos horizontais para compor o esqueleto da fonte de contraste de densidade $0,3 \text{ g/cm}^3$ (corpo verde) e 4 eixos verticais e um eixo horizontal, respectivamente, para compor os esqueletos das fontes com contrastes de densidade de $0,4 \text{ g/cm}^3$ (corpo vermelho) e de $0,15 \text{ g/cm}^3$ (corpo azul). O contraste de densidade alvo de cada eixo é o valor do contraste de densidade verdadeiro da fonte onde o eixo é interno.

A estimativa via inversão IGA da anomalia sintética (Figura 3.14b) é mostrada na Figura 3.15a. Comparando as Figuras 3.14a e 3.15a, notamos a boa recuperação da distribuição espacial das fontes 3D e das suas geometrias. Na inversão foi usado um modelo interpretativo com $7 \times 12 \times 6$ prismas regulares com arestas de 1 km ao longo das direções x , y e z , um parâmetro de regularização $\lambda = 1000$ e $\vartheta = 0,02$. A anomalia gravimétrica ajustada produzida por esta estimativa é mostrada na Figura 3.15b em linhas tracejadas vermelhas.

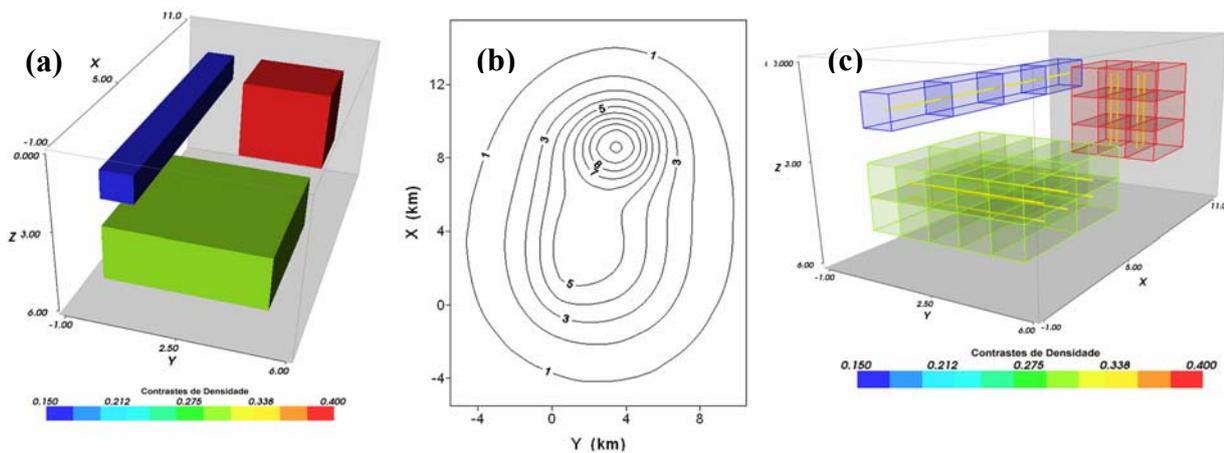


Figura 3.14 - (a) Modelo sintético com três fontes prismáticas homogêneas com contrastes de densidade iguais a: 0,15 (fonte azul), 0,4 (fonte vermelha) e 0,3 g/cm^3 (fonte verde). (b) Anomalia Bouguer observada contaminada com ruído produzida pelas fontes mostradas em (a). (c) Modelo geológico de referência estático formado por eixos amarelos localizados no interior das fontes sintéticas verdadeira (em cores transparentes). O intervalo de contorno é de 1 mGal.

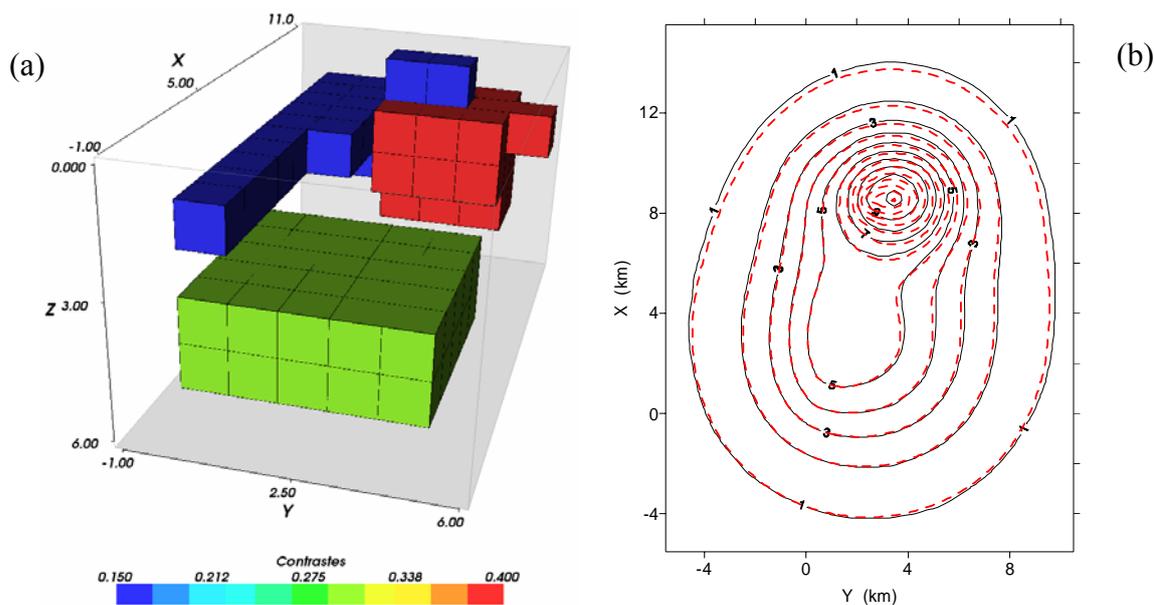


Figura 3.15 – (a) Solução via inversão IGA obtida com modelo interpretativo de $7 \times 12 \times 6$ prismas. (b) Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas preta) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas). O intervalo das curvas de contorno é de 1 mGal.

As Figuras 3.16a e 3.17a mostram, respectivamente, a segunda e terceira estimativas obtidas nas segunda e terceira iterações do processo de reconstrução adaptativa, com modelos interpretativos compostos por $14 \times 24 \times 12$ e $28 \times 48 \times 24$ prismas, respectivamente.

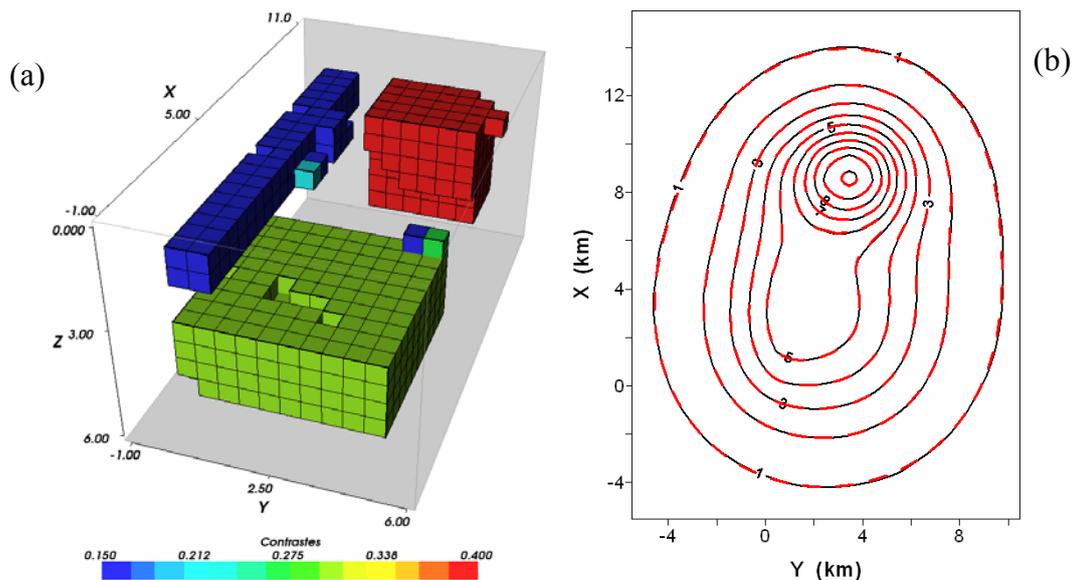


Figura 3.16 – (a) Solução estimada na segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa com modelo interpretativo composto por $14 \times 24 \times 12$ prismas. (b) Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas). O intervalo das curvas de contorno é de 1,0 mGal.

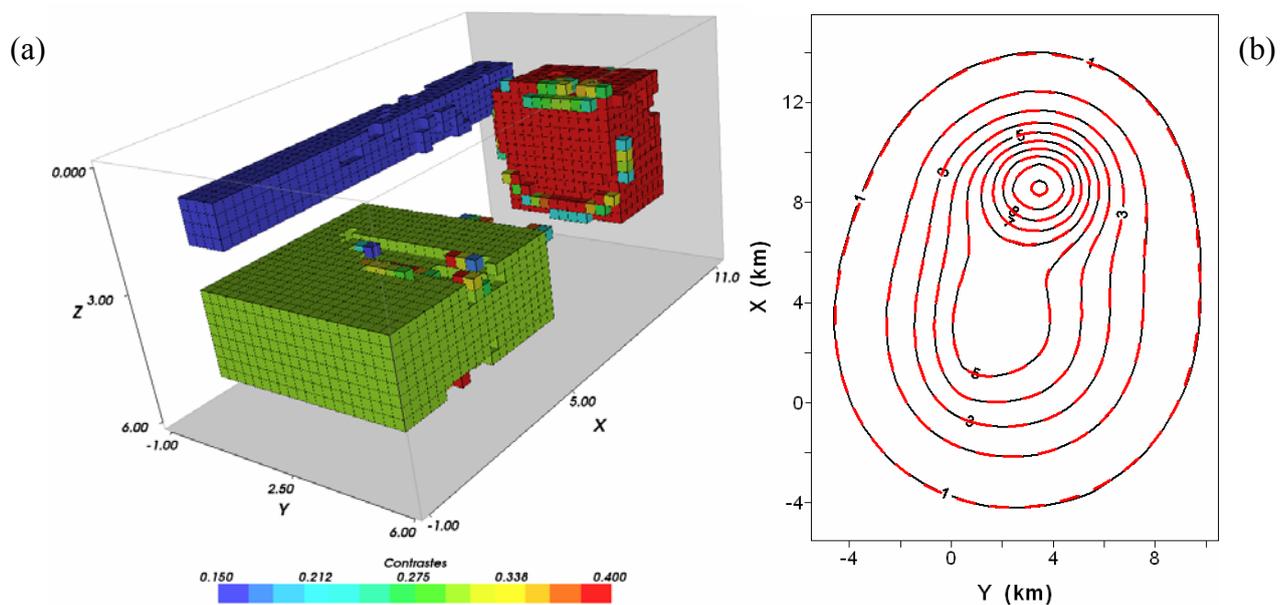


Figura 3.17 – (a) Solução estimada na terceira iteração do processo de reconstrução adaptativa com modelo interpretativo composto por $28 \times 48 \times 24$ prismas. (b) Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas). O intervalo das curvas de contorno é de 1,0 mGal.

Comparando as Figuras 3.16a e 3.17a com a Figura 3.14a, notamos a excelente recuperação da geometria das fontes verdadeiras. As correspondentes anomalias ajustadas são mostradas nas Figuras 3.16b e 3.17b em linhas tracejadas vermelhas. Vale ressaltar que a solução estimada na quarta iteração (não mostrada) não apresentou uma considerável variabilidade nas geometrias dos corpos estimados em comparação à solução estimada na terceira iteração. Este fato indica que a solução estimada na terceira iteração (Figura 3.17a) pode ser aceita como a solução estimada pelo intérprete finalizando o processo de reconstrução adaptativa.

3.3.3 Exemplo 3: domo de sal

Neste exemplo a fonte sintética simula um domo de sal homogêneo, soterrado em sedimentos homogêneos. Ao contraste de densidade do domo de sal é atribuído o valor de $-0,3 \text{ g/cm}^3$ de densidade em relação aos sedimentos (meio encaixante). A Figura 3.18 mostra em perspectiva a geometria do domo de sal que é constituída por 3 porções. A porção superior é formada por uma camada horizontal de sal localizada entre as profundidades de 1 e 1,5 km e estendendo-se por 3 e 3,25 km ao longo das direções x e y , respectivamente. A porção inferior do domo de sal é formada por um estreito diápiro contínuo, que se estende entre as profundidades de 1,5 km e 4,25 km, constituindo a raiz do domo de sal. Finalmente, a terceira porção está localizada junto ao topo do domo de sal, sendo caracterizada por uma pequena parede vertical de sal. Ressaltamos que o topo desta parede de sal é o detalhe mais raso de toda a estrutura da fonte sintética atingindo a profundidade de 0,5 km.

Os elementos geométricos, mostrado na Figura 3.19, são constituídos por 12 eixos, dos quais 10 são horizontais e 2 verticais. Atribuímos a todos os eixos o contraste-alvo de densidade igual a $-0,3 \text{ g/cm}^3$. A Figura 3.20 mostra a anomalia gravimétrica gerada pelo domo de sal acrescida de ruído Gaussiano aditivo, com média zero e desvio padrão de 0,001 mGal. A anomalia gravimétrica está definida em uma malha regular de 18×18 pontos em $z = 0$ km, com espaçamentos de 1 km ao longo das direções x e y .

A primeira solução via inversão IGA e sua correspondente anomalia ajustada são mostradas nas Figuras 3.21a e 3.21b, respectivamente. Na inversão foi usado um modelo interpretativo composto por $10 \times 11 \times 9$ prismas com comprimentos de 0,5 km nas direções x , y e z , um

parâmetro de regularização $\lambda = 100$ e $\vartheta = 0,02$. A Figura 3.21a mostra que a primeira estimativa além de recuperar com baixa resolução as feições mais rasas da fonte sintética verdadeira, não recupera a sua estrutura mais profunda.

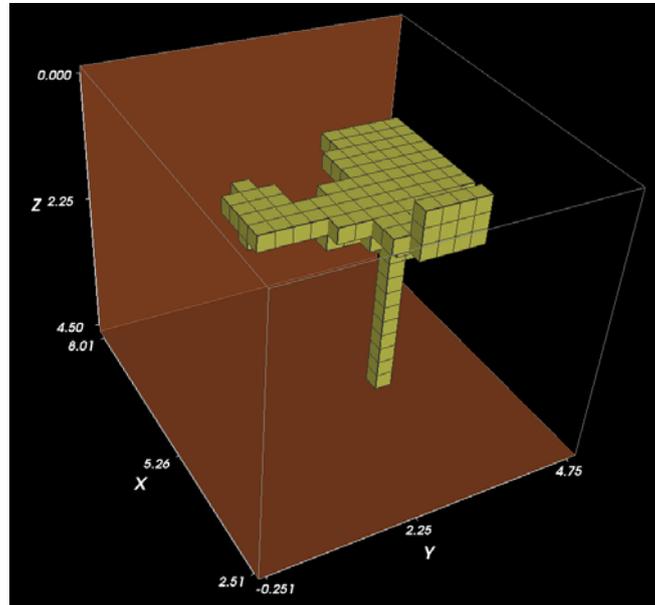


Figura 3.18 – Domo de sal sintético com contraste de densidade igual a $-0,3 \text{ g/cm}^3$.

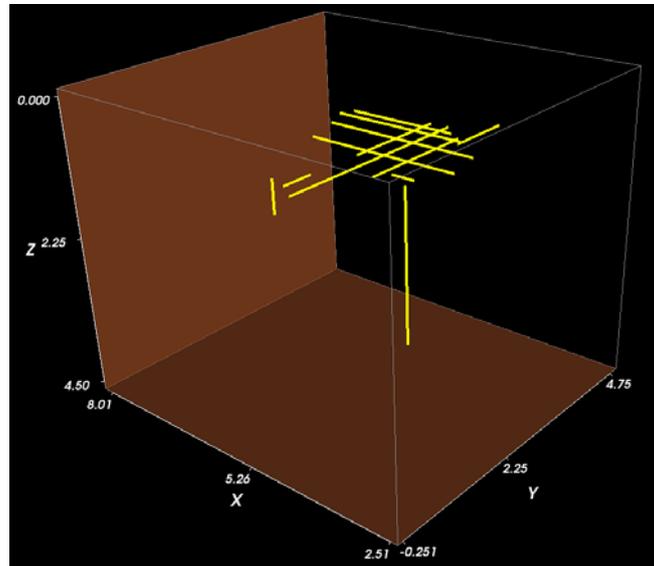


Figura 3.19 – Domo de sal sintético. Modelo geológico de referência inicial (estático) formado por um conjunto de elementos geométricos (eixos) utilizados na inversão.

Uma segunda solução é obtida na segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa. Nesta inversão, automaticamente, é redefinido um modelo interpretativo composto por $20 \times 22 \times 18$ prismas de 0,25 km de comprimento ao longo das direções x , y e z .

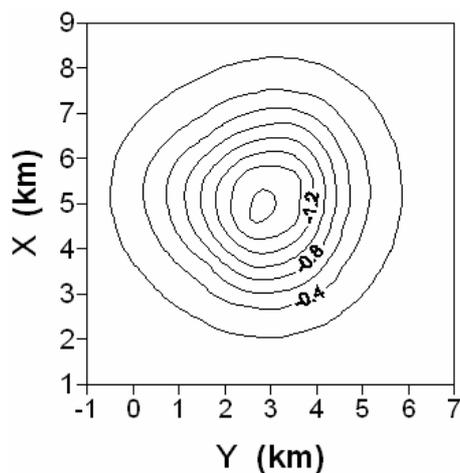


Figura 3.20 – Anomalia Bouguer do domo de sal simulado na Figura 3.18. O intervalo das curvas de contorno é de 0,2 mGal.

As Figuras 3.22c e 3.22d mostram, em perspectiva, a solução estimada nesta segunda iteração. Comparando as Figuras 3.22a (domo de sal verdadeiro) e 3.22c notamos a perfeita reconstituição da raiz do domo de sal. Adicionalmente, notamos uma excelente recuperação da complexa geometria que forma a base da soleira do sal. Comparando as Figuras 3.22b (domo de sal verdadeiro) e 3.22d notamos a ótima reconstituição do topo da soleira de sal e a razoável recuperação da pequena parede vertical de sal. A Figura 3.23 mostra a anomalia ajustada por esta segunda solução estimada.

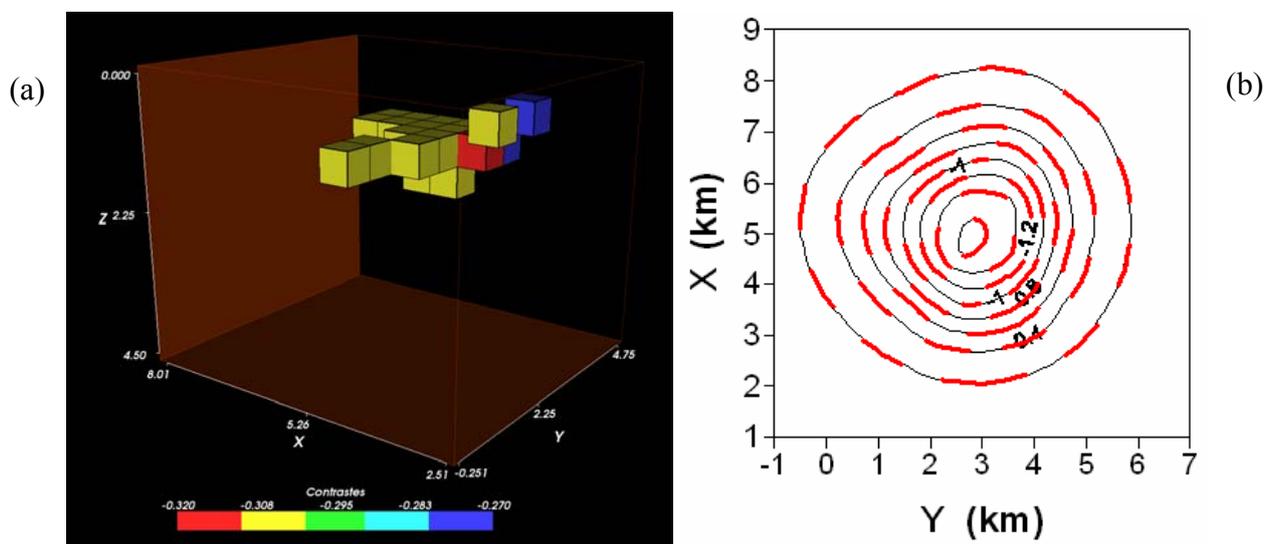


Figura 3.21 – Domo de sal sintético. (a) Solução estimada na primeira iteração do processo de reconstrução adaptativa com modelo interpretativo composto por $10 \times 11 \times 9$ prismas. (b) Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas). O intervalo das curvas de contorno é de 0,2 mGal.

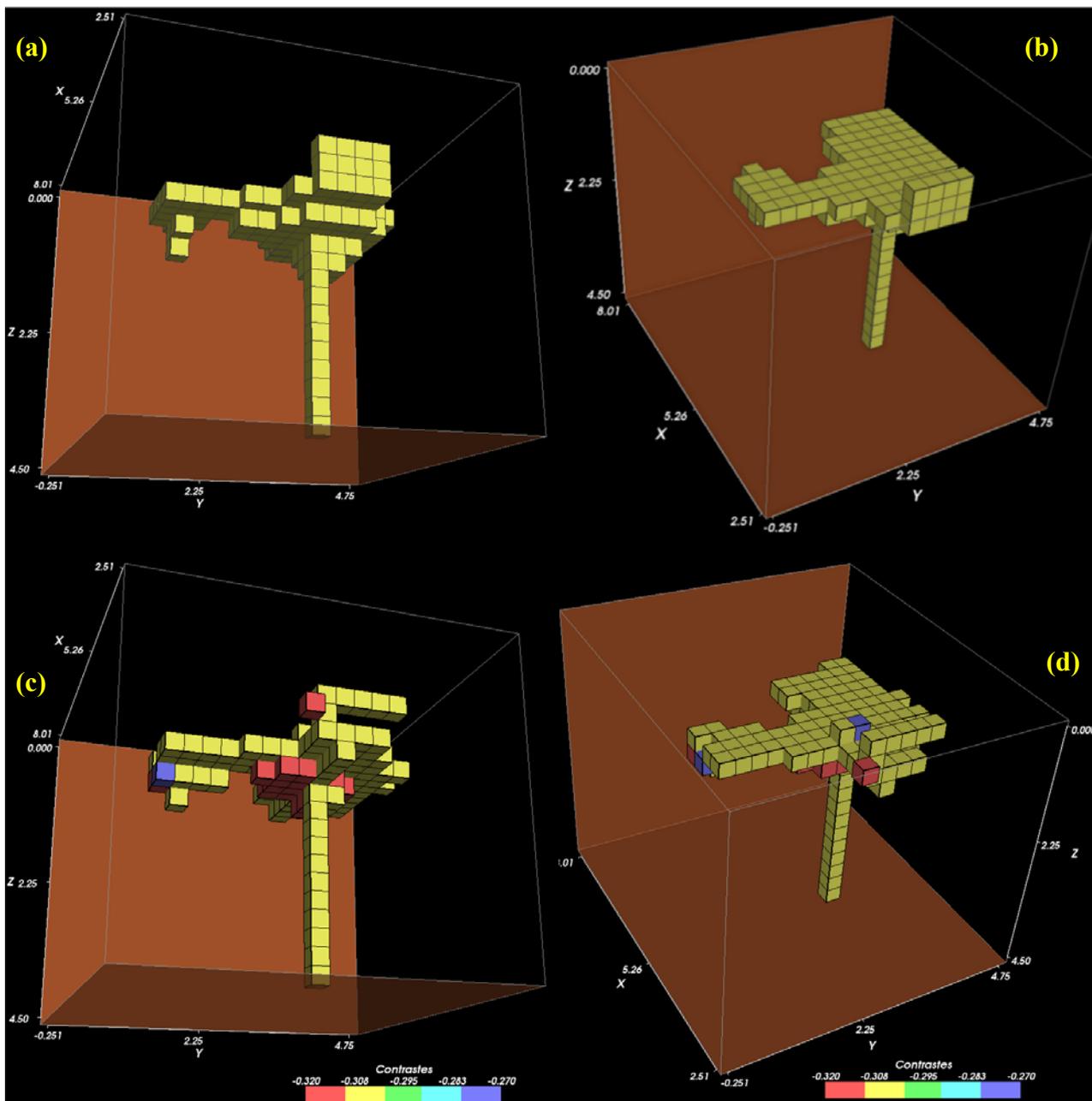


Figura 3.22 – Domo de sal sintético. Vistas em perspectivas do modelo sintético verdadeiro: (a) visada inferior e (b) visada superior. Vistas em perspectivas da solução estimada na segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa com modelo interpretativo composto por $20 \times 22 \times 18$ prismas: (c) visada inferior da solução e (d) Visada superior da solução.

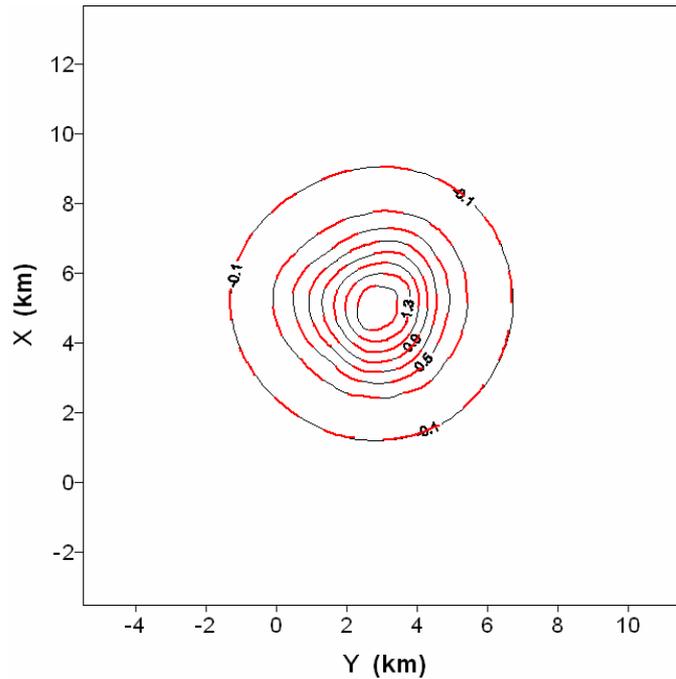


Figura 3.23 – Solução via inversão com auxílio da segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa: Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas). O intervalo das curvas de contorno é de 0,2 mGal.

3.3.4 Exemplo 4: corpo complexo aflorante

Neste exemplo é simulado um corpo complexo aflorante, encaixado em meio homogêneo formado por meta-sedimentos. Este corpo complexo simula um lopólito formado por um corpo pequeno de rochas de composição granítica (com densidade de $2,65 \text{ g/cm}^3$) penetrando um corpo de composição anortosítica (com densidade de $2,85 \text{ g/cm}^3$) tendo contrastes de densidade de 0,2 e 0,4 g/cm^3 , respectivamente, em relação à encaixante meta-sedimentar. A Figura 3.24 mostra, em perspectiva, o lopólito simulado com dimensões de 1,5 km em todas as direções x , y e z . O corpo menor, em azul na Figura 3.24, com a forma de um paralelepípedo de 1,5 km na direção x , 0,5 km na direção y e 0,5 km na direção z , representa o corpo granítico. O corpo maior, em amarelo na Figura 3.24, representa o corpo de composição anortosítica.

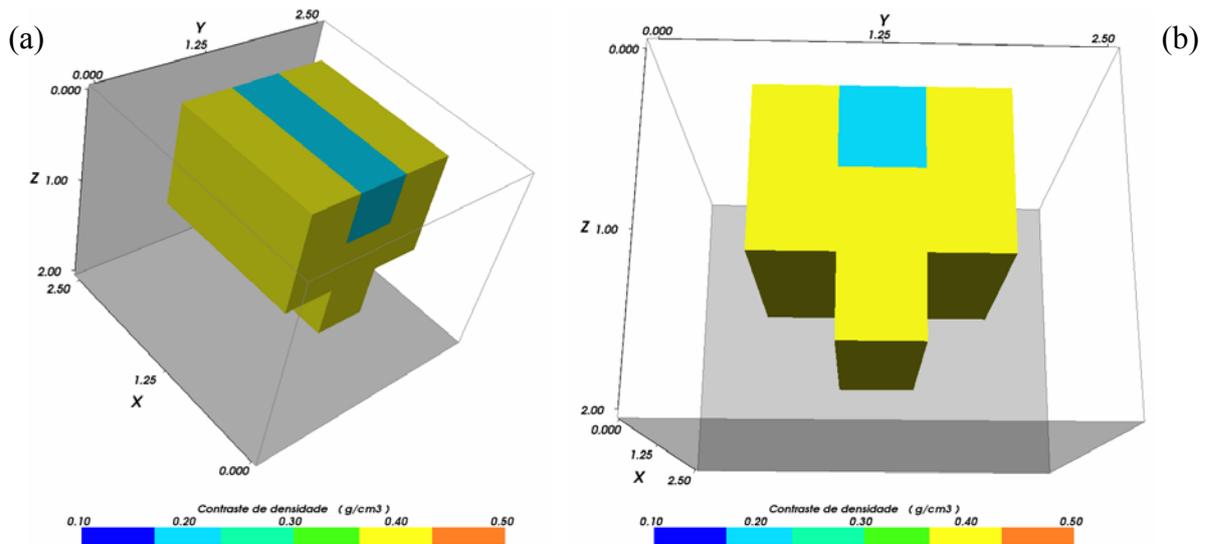


Figura 3.24 – Vistas em perspectivas do corpo complexo simulando um lopólito aflorante formado por corpos de composições granítica (azul) e anortosítica (amarelo). (a) Visada lateral superior. (b) Visada frontal inferior.

A anomalia produzida pela fonte sintética foi corrompida por acréscimo de ruído Gaussiano com média nula e desvio padrão de 0,05 mGal e está representada na Figura 3.25. Esta a anomalia gravimétrica está definida em uma malha regular de 13×13 pontos em $z = 0$ km, com espaçamentos de 0,5 km ao longo das direções x e y .

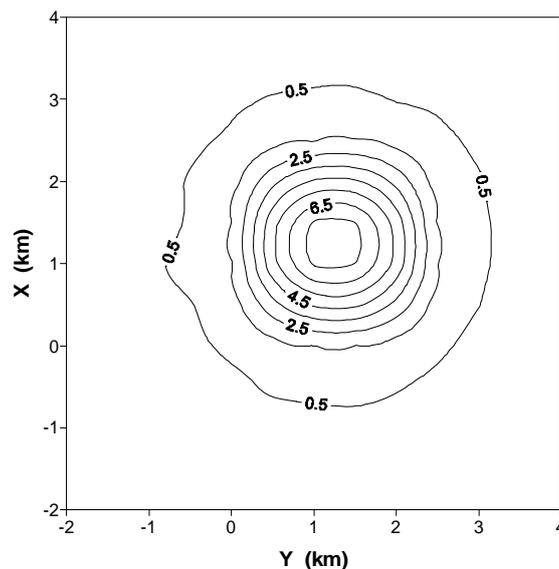


Figura 3.25 – Anomalia Bouguer contaminada por ruído produzido pelo corpo sintético complexo simulando o lopólito mostrado na Figura 3.24. O intervalo das curvas de contorno é de 1,0 mGal.

O conjunto de elementos geométricos especificado para a inversão da anomalia deste exemplo é constituído por 21 pontos conforme mostra a Figura 3.26. A cada ponto é atribuído o valor de 0,4 ou 0,2 g/cm³, ao contraste de densidade alvo, dependendo se o intérprete presume que o ponto localize-se, respectivamente, dentro do corpo maior (em amarelo translúcido) ou do corpo menor (em azul translúcido) na Figura 3.26. Neste teste sintético simularemos uma seqüência realística em que o intérprete parte de um modelo interpretativo grosseiro, sem relação com as fontes verdadeiras e, em seguida, realiza algumas iterações do processo de reconstrução adaptativa. Esta seqüência inicia com um modelo interpretativo composto por 4×3×3 prismas cujos comprimentos são 0,8, 0,8 e 0,7 km, ao longo das direções x , y e z , respectivamente.

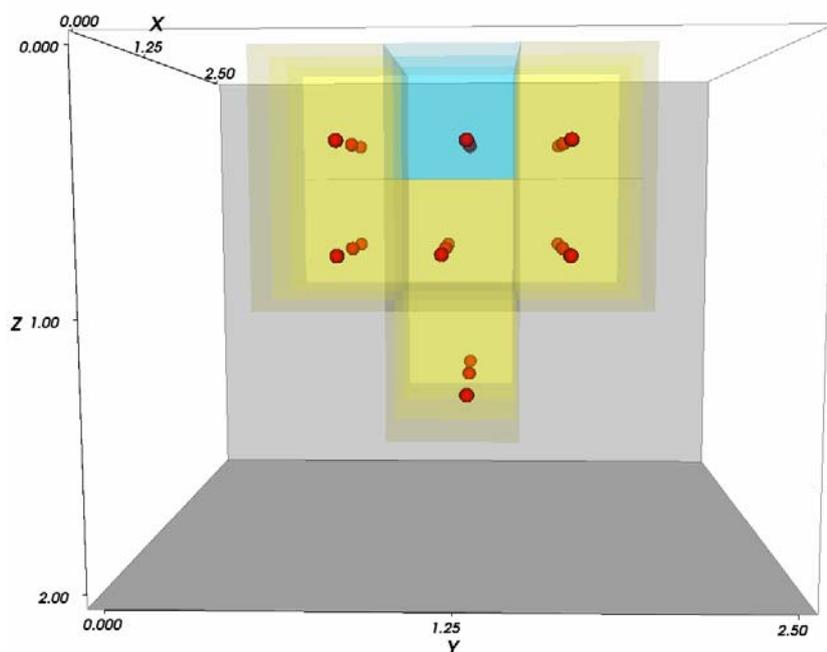


Figura 3.26 – Modelo geológico de referência inicial (estático). O conjunto de elementos geométricos (esferas vermelhas) representa o arcabouço estrutural do corpo anortosítico (amarelo translúcido) com contraste de densidade alvo de 0,4 g/cm³ e o do corpo granítico (azul translúcido) com contraste de densidade alvo de 0,2 g/cm³.

Em todas as inversões realizadas, estabelecemos $\lambda = 0,5$ e $\vartheta = 0,02$. A primeira estimativa obtida e a correspondente anomalia gravimétrica ajustada são mostradas nas Figuras 3.26a e 3.26b, respectivamente. Comparando o corpo verdadeiro (Figura 3.24) com a solução estimada (Figura 3.27a), notamos que não houve a recuperação das estruturas verdadeiras do lopólito. Adicionalmente ressaltamos que esta solução estimada (Figura 3.27a) produziu uma anomalia gravimétrica ajustada (Figura 3.27b em linhas tracejadas vermelhas) que não explica os dados

gravimétricos observados (em linhas contínuas pretas). Vale ressaltar que este teste ilustra uma situação real em que o intérprete desconhece a geometria das fontes verdadeiras e escolhe um modelo interpretativo grosseiro, composto por $4 \times 3 \times 3$ prismas, com o qual é produzido o desajuste entre as anomalias gravimétricas observada e ajustada mostrada na Figura 3.27b.

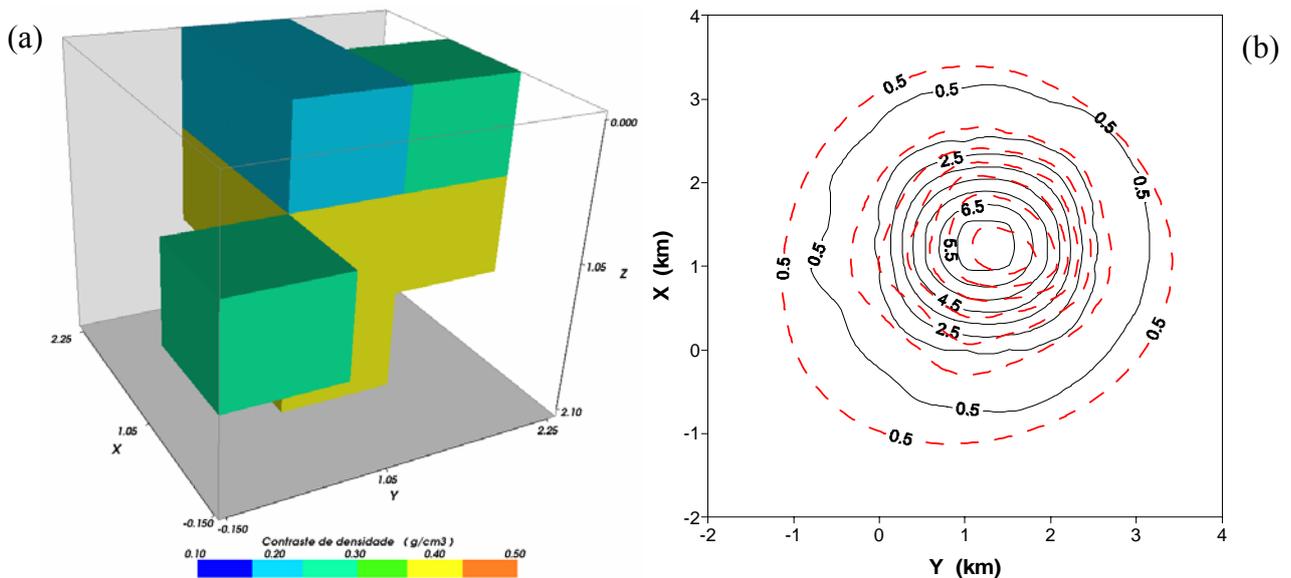


Figura 3.27 – Corpo complexo aflorante. (a) Primeira estimativa da distribuição dos contrastes de densidade via inversão IGA usando um modelo interpretativo composto por $4 \times 3 \times 3$ prismas. (b) Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas). O intervalo das curvas de contorno é de 1,0 mGal.

Na seqüência, uma nova estimativa é obtida através do processo de reconstrução adaptativa. A solução estimada na segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa (Figura 3.28a) mostra o bom desempenho do método na recuperação das feições do lopólito. Ao contrário do teste anterior, esta solução estimada produziu um ajuste da anomalia gravimétrica aceitável, dentro da precisão imposta pelo erro experimental. A Figura 3.28b mostra as anomalias gravimétricas observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas).

Em seguida realizamos uma nova iteração do processo de reconstrução adaptativa, objetivando verificar se há uma possível modificação das estimativas das geometrias das fontes. A Figura 3.29 mostra duas visões em perspectiva da solução estimada nesta terceira iteração do processo de reconstrução adaptativa. Comparando as Figuras 3.28a e 3.29a, notamos uma variação da forma geométrica tanto do corpo interno como também do corpo externo que compõem o lopólito. Em comparação com o corpo verdadeiro (Figura 3.24), notamos que esta terceira solução estimada

(Figura 3.29) mostra um melhor detalhamento das geometrias dos corpos que compõem o lopólito e uma correspondente melhoria no ajuste da anomalia gravimétrica (Figura 3.30).

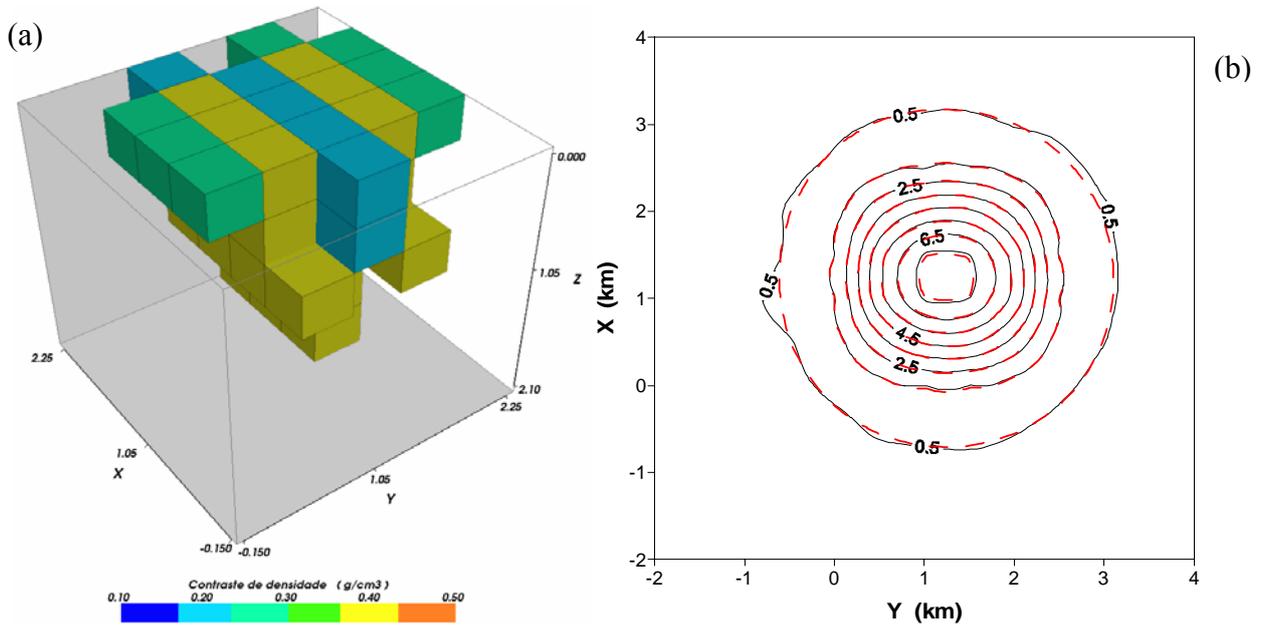


Figura 3.28 - Corpo complexo aflorante. (a) Solução estimada na segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa usando um modelo interpretativo composto por $8 \times 6 \times 6$ prismas. (b) Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas). O intervalo das curvas de contorno é de 1,0 mGal.

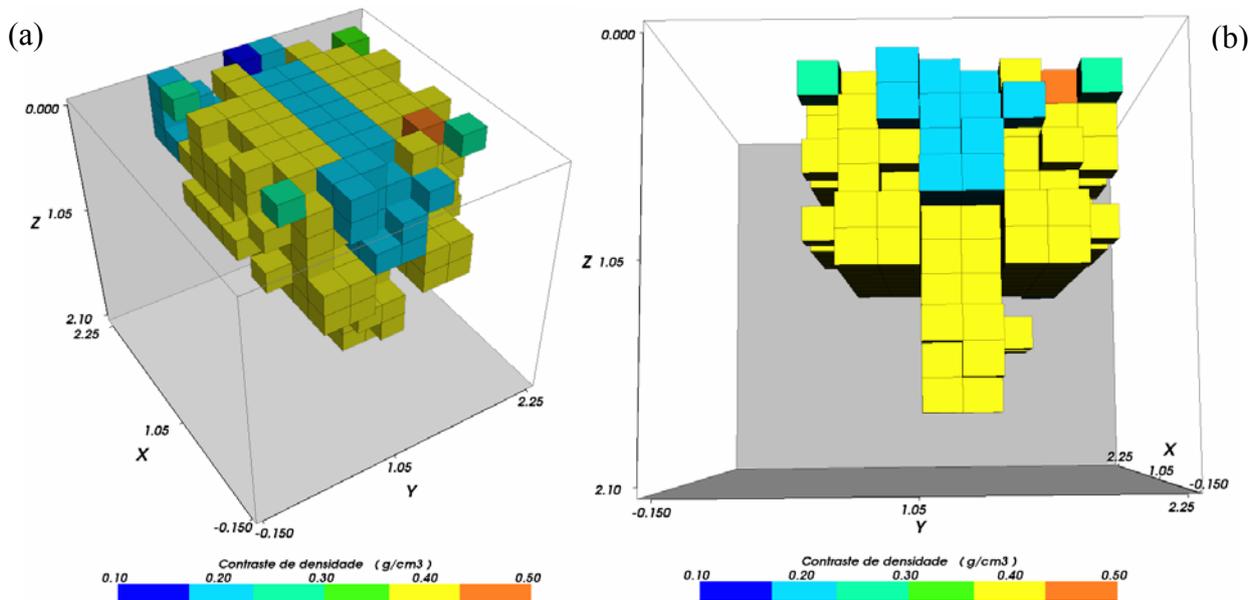


Figura 3.29 - Corpo complexo aflorante. (a) Vistas em perspectiva da solução estimada na terceira iteração do processo de reconstrução adaptativa usando um modelo interpretativo composto por $16 \times 12 \times 12$ prismas. (a) Visada superior lateral da estimativa. (b) Visada frontal inferior da estimativa.

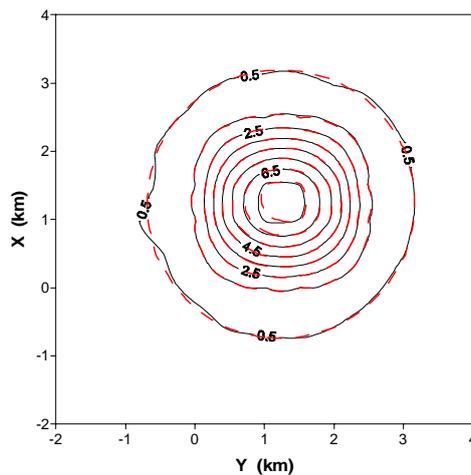


Figura 3.30 - Corpo complexo aflorante. Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas) produzida pela terceira estimativa da distribuição dos contrastes de densidade (Figura 3.29). O intervalo das curvas de contorno é de 1,0 mGal.

A variabilidade na estimativa da forma geométrica do corpo geológico entre a segunda e a terceira iterações do processo de reconstrução adaptativa indica que mais uma nova iteração pode ser tentada. Por esta razão, realizamos uma quarta iteração do processo de reconstrução adaptativa usando um modelo interpretativo constituído por 18432 prismas. A Figura 3.31a-b mostra a estimativa da distribuição dos contrastes de densidade, obtida na quarta iteração do processo de reconstrução adaptativa, e a Figura 3.32 mostra o correspondente ajuste da anomalia gravimétrica.

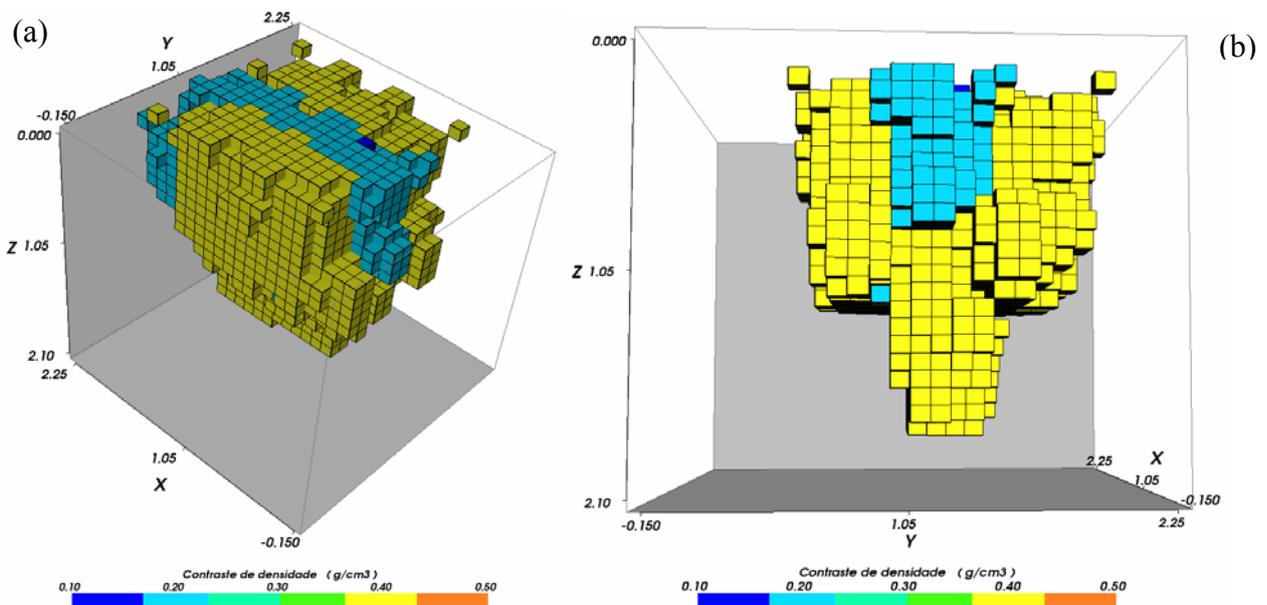


Figura 3.31 - Corpo complexo aflorante. Vistas em perspectiva da solução estimada na quarta iteração do processo de reconstrução adaptativa usando um modelo interpretativo composto por $32 \times 24 \times 24$ prismas. (a) Visada superior lateral da estimativa. (b) Visada frontal inferior da estimativa.

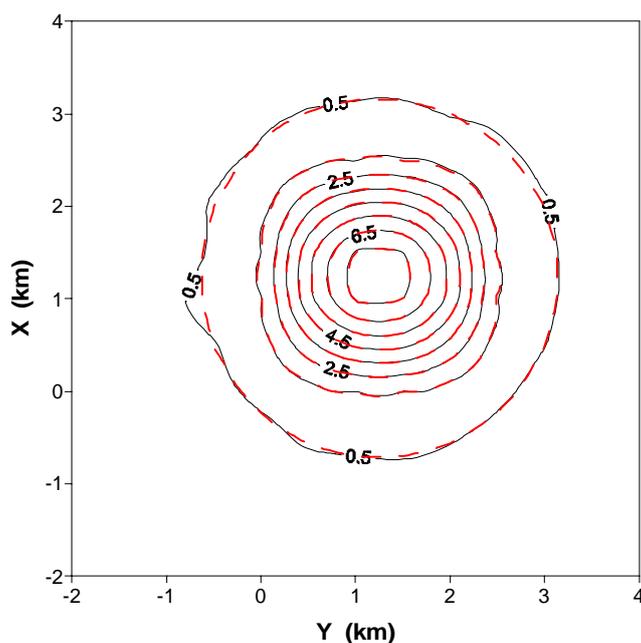


Figura 3.32 - Corpo complexo aflorante. Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas) produzida pela quarta estimativa da distribuição dos contrastes de densidade (Figura 3.31). O intervalo das curvas de contorno é 1,0 mGal.

Comparando as Figuras 3.29 e 3.31 notamos uma variabilidade pequena na estimativa da forma geométrica do corpo geológico, entre a terceira e quarta iterações do processo de reconstrução adaptativa adaptativa. Esta pequena invariabilidade da forma geométrica indica que a distribuição dos contrastes de densidade estimada na quarta iteração (Figura 3.30) pode ser aceita como a solução estimada pelo intérprete. Desta forma, desprezamos as soluções anteriores e finalizamos o processo de reconstrução adaptativa. Ressaltamos que a boa definição dos detalhes do lopólito pode ser notada na Figura 3.33 através da sobreposição espacial entre o arcabouço verdadeiro das fontes (em cinza translúcido) e a quarta estimativa (em amarelo e azul). Note que as faces verticais da solução estimada honram os limites espaciais do corpo verdadeiro. A profundidade maior da solução estimada em relação à profundidade real está associada ao processo de reconstrução adaptativa e indica que, no modelo interpretativo inicial, houve um super-dimensionamento da dimensão dos prismas na direção z .

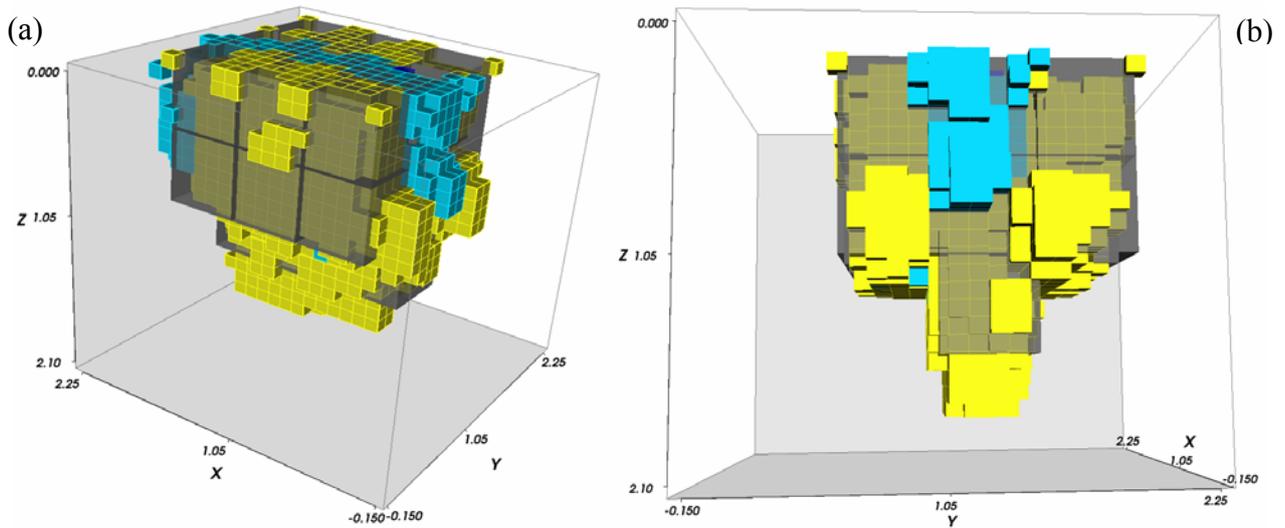


Figura 3.33 – Corpo complexo aflorante. Sobreposição da quarta estimativa (amarelo e azul) e do arcabouço da fonte sintética verdadeira (cinza translúcido). (a) Visada superior lateral. (b) Visada frontal inferior.

A Figura 3.34 mostra o interior da quarta estimativa, após a remoção de um volume relativo a dois cortes verticais. Nesta ilustração, notamos que o processo de reconstrução adaptativa preserva a compacidade das fontes estimada.

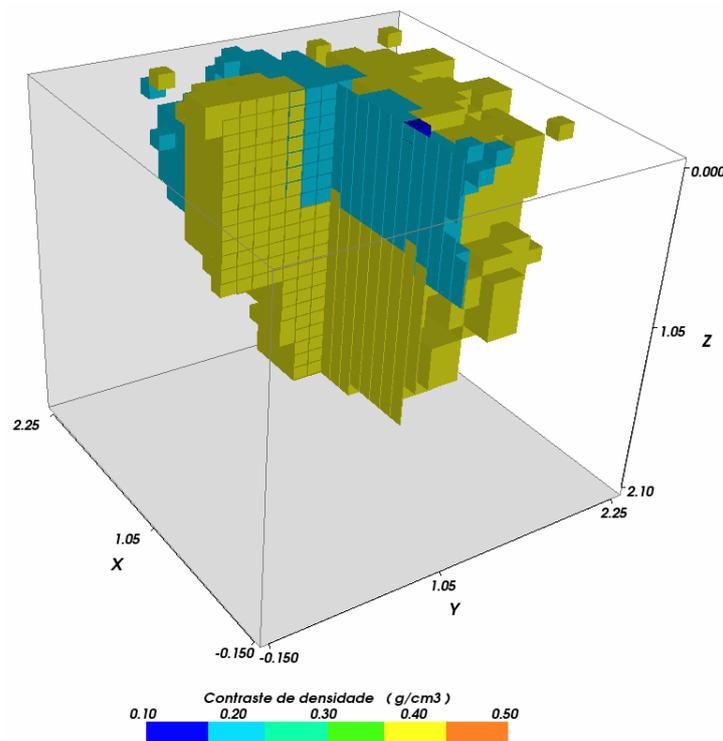


Figura 3.34 – Corpo complexo aflorante. Dois cortes verticais mostram a compacidade das fontes estimadas na quarta iteração.

3.4 Comparação com outros métodos de inversão 3D de dados gravimétricos

Silva et al. (2002) e Barbosa et al. (2002) mostraram que a minimização da norma Euclideana da primeira derivada do vetor de parâmetros, sujeita explicar anomalia gravimétrica dentro de uma precisão imposta pelo erro experimental, resulta em uma estimativa 2D da distribuição dos contrastes de densidade que é aflorante e decresce continuamente com a profundidade. Este estimador, também denominado de Tikhonov de ordem um (ou estimador da máxima suavidade global), impõe uma forte suavidade na distribuição dos contrastes de densidade, em subsuperfície, resultando em uma fonte anômala 2D ou 3D aflorante e difusa. As Figuras 3a-c de Portniaguine e Zhdanov (2002) exemplificam esta tendenciosidade de estimar fontes magnéticas 3D aflorantes e difusas, aplicando o estimador de suavidade a dados magnéticos. Silva et al. (2001b, na Figura 8) exemplificam esta mesma tendenciosidade na estimativa 2D da distribuição dos contrastes de densidade. Vale ressaltar que esta tendenciosidade de estimar fontes anômalas com topos aflorantes, com formas geométricas hemecilíndricas (hemisféricas, para um problema 3D) e com contraste de densidade decrescendo continuamente com a profundidade, também é verificada quando usamos o estimador *Ridge Regression* (Hoerl and Kennard, 1970). No estimador *Ridge Regression* (ou estimador de norma Euclidiana mínima, ou estimador de Tikhonov de ordem zero) minimiza-se a norma Euclideana do vetor de parâmetros sujeito à solução explicar os dados gravimétricos dentro do erro experimental. A Figura 3 de Li e Oldenburg (1996) mostra claramente a tendenciosidade de se obter uma distribuição de magnetização 3D hemisférica, aflorante e difusa usando o estimador de norma Euclideana mínima em dados magnéticos. A Figura 7 de Silva et al. (2001b) mostra esta mesma tendenciosidade no caso gravimétrico 2D.

Entre as tentativas de superar esta tendenciosidade em problemas 3D de inversão de dados gravimétricos e estimar fontes gravimétricas não aflorantes, destacamos os trabalhos desenvolvidos por Li e Oldenburg (1998) e Portniaguine e Zhdanov (2002). Nesta subseção são comparadas as estimativas obtidas pelo método proposto, IGA, com as estimativas obtidas por Li e Oldenburg (1998) e por Portniaguine e Zhdanov (2002). Para tanto simulamos 3 exemplos sintéticos, mostrados nas Figuras 3.35a-c, objetivando gerar anomalias gravimétricas com diferentes graus de interferência. Os exemplos são constituídos por um par de fontes com geometrias iguais que simulam corpos geológicos alongados, com o mesmo mergulho em relação à vertical e com dimensões nas direções x , y e z de, respectivamente, $0,10 \times 0,15 \times 0,30$ km. As fontes

gravimétricas sintéticas são homogêneas e estão soterradas em meio uniforme, apresentando em relação ao meio encaixante um mesmo contraste de densidade de $0,4 \text{ g/cm}^3$. Nas Figuras 3.35a, 3.35b e 3.35c o par de fontes estão separadas por distâncias horizontais de 0,8, 0,25 e 0,25 km, respectivamente.

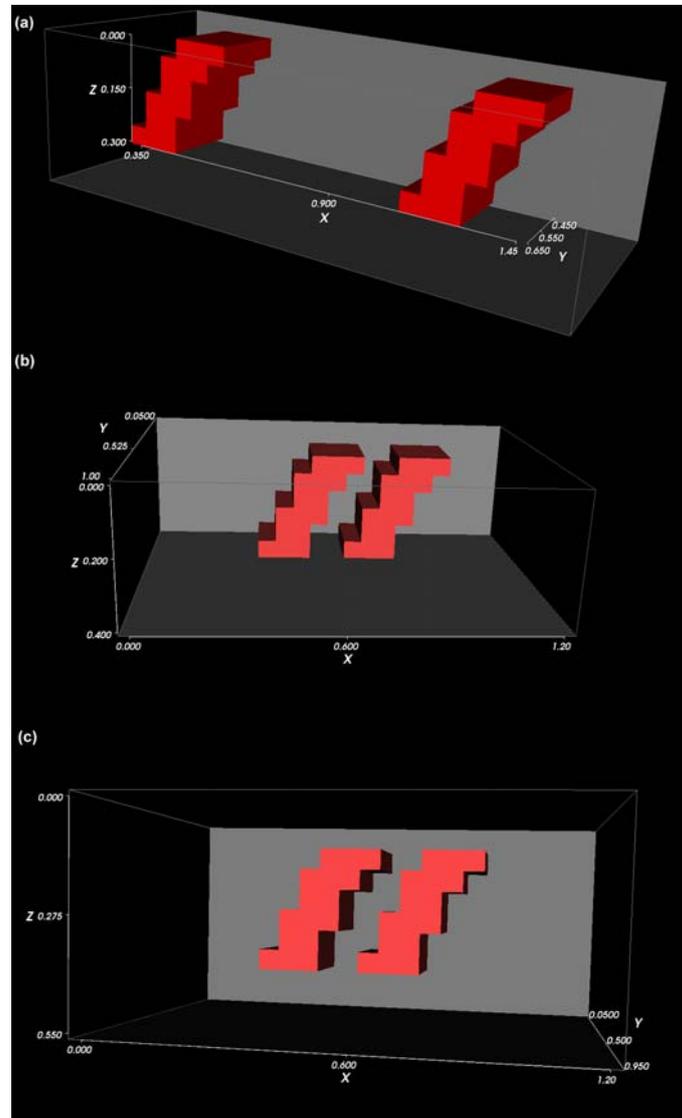


Figura 3.35 – Fontes sintéticas que produzem diferentes padrões de interferência do sinal gravimétrico conforme mostrados na Figura 3.36. (a) Fontes aflorantes e muito afastadas produzindo anomalias gravimétricas não interferentes (Figura 3.36a). (b) Fontes aflorantes e muito próximas entre si produzindo anomalias gravimétricas interferentes (Figura 3.36b). (c) Fontes rasas e muito próximas entre si produzindo anomalias gravimétricas muito interferentes (Figura 3.36c).

No entanto, as fontes geológicas simuladas nas Figuras 3.35a e 3.35b são aflorantes, ao passo que na Figura 3.35c as fontes são não aflorantes, com os seus topos localizados a 0,1 km de profundidade. As correspondentes anomalias geradas pelas fontes das Figuras 3.35a-c são

mostradas com a mesma ordenação nas Figuras 3.36a-c. Estas 3 anomalias foram geradas em malhas regulares de 23×15 pontos, com $z = 0$ km e espaçamentos de 0,1 km ao longo das direções x e y . Foi adicionado, a cada uma das anomalias teóricas, ruído Gaussiano com média zero e desvio padrão de 0,001 mGal.

Apresentaremos a seguir, as estimativas da distribuição 3D das massas anômalas invertendo-se os dados gravimétricos mostrados nas Figuras 3.36a-c, utilizando o método proposto nesta tese (IGA) e os métodos de Li e Oldenburg (1998) e Portniaguine e Zhdanov (2002) para o caso magnético. Para tanto, em primeiro lugar, apresentamos uma breve exposição das metodologias de Li e Oldenburg (1998) e Portniaguine e Zhdanov (2002).

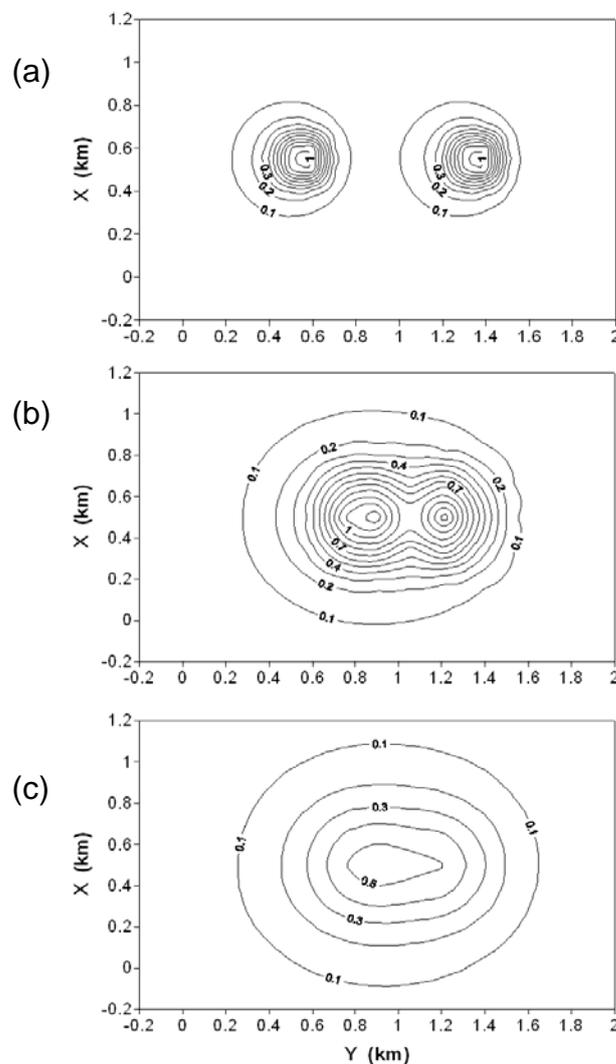


Figura 3.36 –Anomalias Bouguer sintéticas contaminadas por ruído. (a) Anomalia gravimétrica não interferente produzida pelas fontes simuladas na Figura 3.35a. (b) Anomalia gravimétrica interferente produzida pelas fontes simuladas na Figura 3.35b. (c) Anomalia gravimétrica muito interferente produzida pelas fontes simuladas na Figura 3.35c.

O método Li e Oldenburg (1998) usa o mesmo modelo interpretativo do método proposto nesta tese. Desta forma, a região da Terra de interesse é discretizada em uma grade de prismas retangulares, 3D, justapostos, tendo cada prisma densidade constante. Neste método estima-se uma distribuição 3D dos contrastes de densidade a partir da inversão de dados gravimétricos. Como destacamos anteriormente, o problema inverso em gravimetria em que minimiza-se a norma Euclideana do vetor dos parâmetros ou a norma Euclideana de sua primeira derivada, tende a concentrar a estimativa do excesso ou da falta de massa junto à superfície da Terra, formando um corpo anômalo difuso e aflorante. Desta forma, a estabilização do problema inverso via o regularizador de Tikhonov de ordem zero ou de ordem um, para estimar uma distribuição 3D dos contrastes de densidade, pode produzir corpos anômalos falsamente aflorantes e difusos. Na tentativa de melhorar a imagem de fontes anômalas não aflorantes, os autores Li e Oldenburg (1998) usam uma ponderação do vetor de parâmetros em que os pesos decaem com a profundidade z , na mesma razão que o kernel gravimétrico produzido pela célula elementar prismática 3D decai com a profundidade z . De acordo com estes autores, esta ponderação é uma forma de compensar a perda de sensibilidade do método inverso devido ao decaimento do sinal da gravidade com a distância. No entanto, ressaltamos que esta presumível compensação da perda de sensibilidade não implica que a solução estimada coincida com a solução verdadeira.

Matematicamente, a função objeto não vinculada, a ser minimizada por Li e Oldenburg (1998), pode ser definida como:

$$\| \mathbf{A}\mathbf{p} - \mathbf{g}^o \|^2 + \lambda_s \| \mathbf{R}\mathbf{W}(\mathbf{p} - \mathbf{p}_o) \|^2 + \lambda_o \| \mathbf{W}(\mathbf{p} - \mathbf{p}_o) \|^2, \quad (3.23)$$

em que \mathbf{A} é a matriz de sensibilidade cujo ij -ésimo elemento é definido na equação 3.3, \mathbf{g}^o é o vetor das observações, \mathbf{p} é o vetor dos parâmetros a ser estimado, \mathbf{R} é o operador matricial de primeira derivada, \mathbf{p}_o é um vetor M -dimensional de referência dos contrastes de densidade, λ_s e λ_o são parâmetros de regularização e \mathbf{W} é uma matriz diagonal de pesos de ordem M , cujo j -ésimo elemento da diagonal é definido como

$$w_{jj}(z) = \frac{1}{(z_j - z_o)^{\beta/2}}, \quad j = 1, \dots, M \quad (3.24)$$

sendo z_j a coordenada z do centro do j -ésimo prisma que compõem o modelo interpretativo. Segundo os autores, em geral, β é igual a 2 e z_o depende do tamanho dos prismas que compõem o

modelo interpretativo e da altura das observações gravimétricas. Vale ressaltar que o papel dos pesos é a concentração na estimativa do excesso ou falta de massa na superfície da Terra.

O segundo método disponível na literatura que visa melhorar a estimativa de fontes anômalas 3D não aflorantes foi proposto por Portniaguine e Zhdanov (2002). Este método baseia-se no trabalho de Last e Kubik (1983) utilizando o mesmo modelo interpretativo do modelo proposto nesta tese e consiste em minimizar

$$\left\| \mathbf{A} \mathbf{p} - \mathbf{g}^o \right\|^2 + \lambda \left\| \mathbf{W} \mathbf{p} \right\|^2 \quad (3.25)$$

em que λ é o parâmetro de regularização. As observações são as componentes do vetor \mathbf{g}^o e \mathbf{p} é o vetor dos parâmetros a ser estimado. O j -ésimo elemento da matriz diagonal M -dimensional, \mathbf{W}^2 , é definido como

$$w_{jj}^2 = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (a_{ij})^2}}{\hat{p}_j^2 + \beta^2}, \quad (3.26)$$

sendo β um escalar pequeno positivo e a_{ij} o ij -ésimo elemento da matriz de sensibilidade, \mathbf{A} , definido na equação 3.3.

Note que a matriz de pesos \mathbf{W} é uma função dos parâmetros estimados $\hat{\mathbf{p}}$. Por esta razão, a inversão é realizada através de um algoritmo iterativo, no qual a estimativa, $\hat{\mathbf{p}}$, de uma iteração é usada para redefinir \mathbf{W} que será usada na iteração seguinte. Especificamente, a partir da estimativa $\hat{\mathbf{p}}$, ao fim da k -ésima iteração, a matriz \mathbf{W} a ser usada na iteração $k+1$ é recalculada através das equações 3.26. Em seguida, determina-se a nova estimativa para \mathbf{p} minimizando-se o funcional 3.25.

Para evitar que a estimativa tenda a uma solução de volume mínimo com densidade muito alta, ao fim de cada iteração são impostas penalizações aos parâmetros que violarem um intervalo pré-estabelecido para os valores estimados de densidade. Este intervalo está compreendido entre os limites, ρ_{bg} (densidade do meio encaixante) e ρ_{alvo} (densidade alvo). Então, quando $\rho_{alvo} > \rho_{bg}$ a cada iteração são aplicadas as seguintes penalizações nas componentes do vetor $\hat{\mathbf{p}}$:

$$\hat{p}_j^k - \rho_{bg} = \rho_{alvo} \quad \text{se} \quad \hat{p}_j^k - \rho_{bg} > \rho_{alvo}$$

e

$$\hat{p}_j^k - \rho_{bg} = 0 \quad \text{se} \quad \hat{p}_j^k - \rho_{bg} \leq 0$$
(3.28)

Regras similares são impostas quando $\rho_{alvo} < \rho_{bg}$. O processo iterativo é interrompido quando a estimativa da k -ésima iteração produzir um valor do funcional ajustante geofísico, $\| \mathbf{A} \hat{\mathbf{p}}_k - \mathbf{g}^o \|^2$, que seja igual ou menor que o valor esperado para a média da soma dos quadrados das realizações do ruído contido nos dados gravimétricos. Objetivando fazer uma comparação, apresentamos, a seguir, as estimativas da distribuição 3D dos contrastes de densidade, invertendo-se as anomalias gravimétricas mostradas nas Figuras 3.36a-c, usando, primeiramente, o método de Li e Oldenburg (1998), em seguida, o método de Portniaguine e Zhdanov (2002) e, por último, o método proposto IGA. Para tanto, estabelecemos o mesmo modelo interpretativo para todas as inversões realizadas com os três métodos, sendo este constituído por $35 \times 5 \times 8$ prismas, tendo cada prisma arestas de dimensões iguais a $0,05 \times 0,2 \times 0,05$ km, nas direções x , y e z , respectivamente. A Tabela 3.1 mostra os valores atribuídos para as variáveis de controle usadas por estes três métodos de inversão nas suas aplicações às três anomalias gravimétricas apresentadas nas Figuras 3.36a-c.

3.4.1 Inversão da anomalia gravimétrica não interferente

A Figura 3.37 mostra a solução estimada aplicando o método inverso de Li e Oldenburg (1998) à anomalia gravimétrica não interferente mostrada na Figura 3.36a. Esta solução quando comparada com o correspondente modelo sintético verdadeiro (Figura 3.35a), mostra uma distribuição difusa dos valores dos contrastes de densidade estimados. Contudo, notamos que as localizações das duas fontes anômalas estimadas são as exatas localizações das fontes sintéticas verdadeiras (Figura 3.35a). Em outras palavras, a solução estimada usando o método de Li e Oldenburg (1998) localiza os dois corpos anômalos, porém, não delinea as suas geometrias.

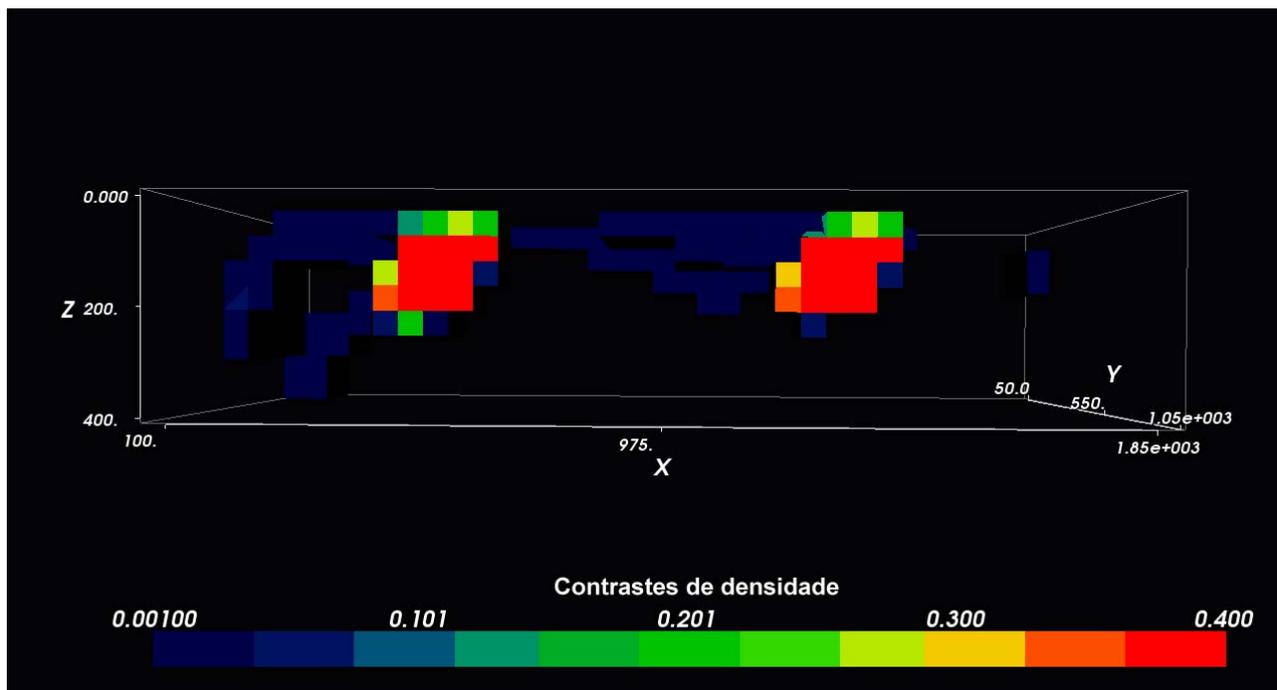


Figura 3.37 – Inversão da anomalia gravimétrica não interferente (Figura 3.36a) produzida pelas fontes aflorantes (Figura 3.35a). Estimativa 3D da distribuição dos contrastes de densidade via o método de Li e Oldenburg (1998).

A mesma anomalia não interferente (Figura 3.36a) é invertida através do método de Portniaguine e Zhdanov (2002). A estimativa 3D da distribuição dos contrastes de densidade (Figura 3.38) mostra que o método proposto por Portniaguine e Zhdanov (2002) localiza e delinea as duas fontes anômalas. A perda de resolução nas porções mais profundas das fontes anômalas estimadas não compromete a interpretação de suas formas geométricas.

A anomalia gravimétrica não interferente (Figura 3.36a) é novamente invertida, agora usando-se o método IGA. Para tanto estabelecemos como vínculos geométricos dois eixos mostrados, em vermelho, na Figura 3.39. A Figura 3.40 mostra a solução estimada revelando uma excelente recuperação das fontes anômalas verdadeiras (Figura 3.35a). Similarmente à solução de Portniaguine e Zhdanov (2002), notamos que a inversão proposta nesta tese também não recupera a base dos dois corpos. Por outro lado, em termos quantitativos, verificamos que a solução mostrada na Figura 3.40 é mais homogênea que a solução estimada por Portniaguine e Zhdanov (2002) (Figura 3.38).

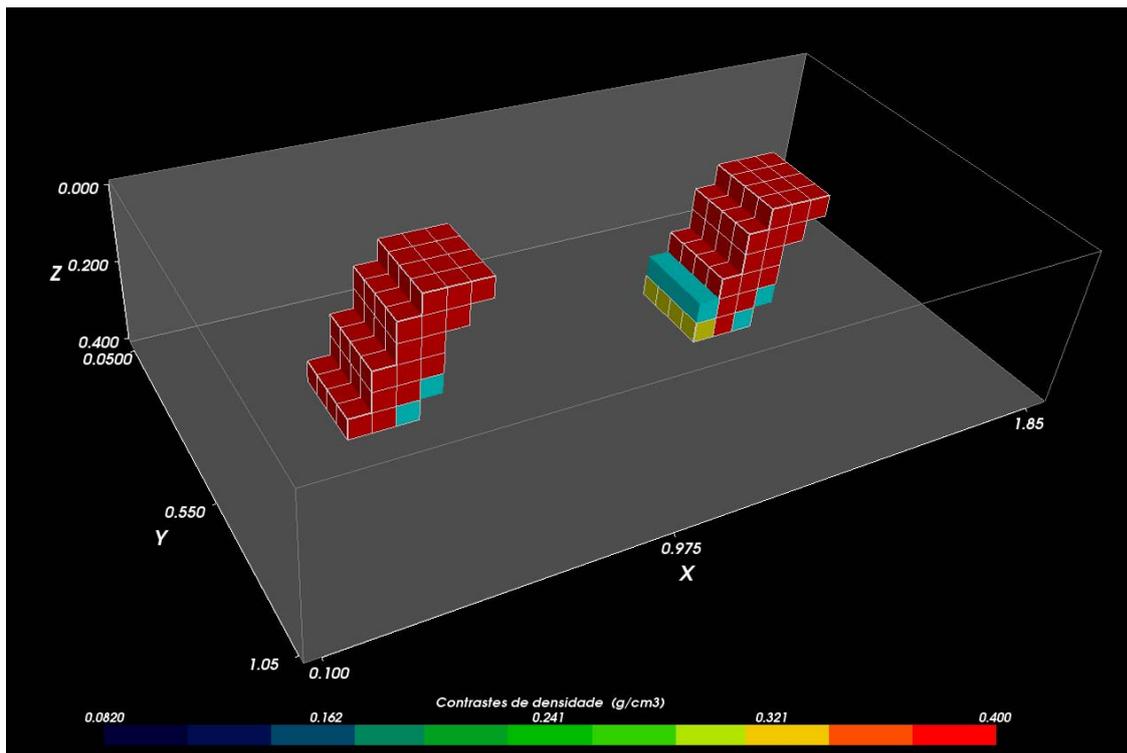


Figura 3.38 – Inversão da anomalia gravimétrica não interferente (Figura 3.36a) produzida pelas fontes aflorantes (Figura 3.35a). Estimativa 3D da distribuição dos contrastes de densidade via o método de Portniaguine e Zhdanov (2002). Os prismas que compõem as fontes verdadeiras estão destacados por arestas brancas.

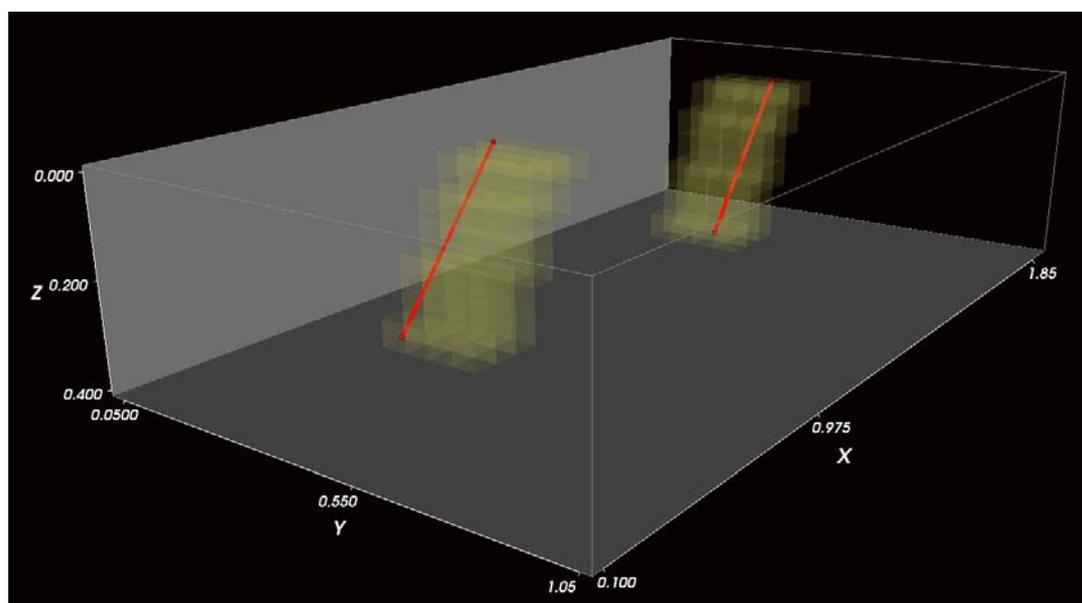


Figura 3.39 – Elementos geométricos compostos por dois eixos inclinados, em vermelho, usados na aplicação do método IGA à anomalia não interferente (Figura 3.36a). Os prismas amarelos translúcidos são as fontes verdadeiras (Figura 3.35a).

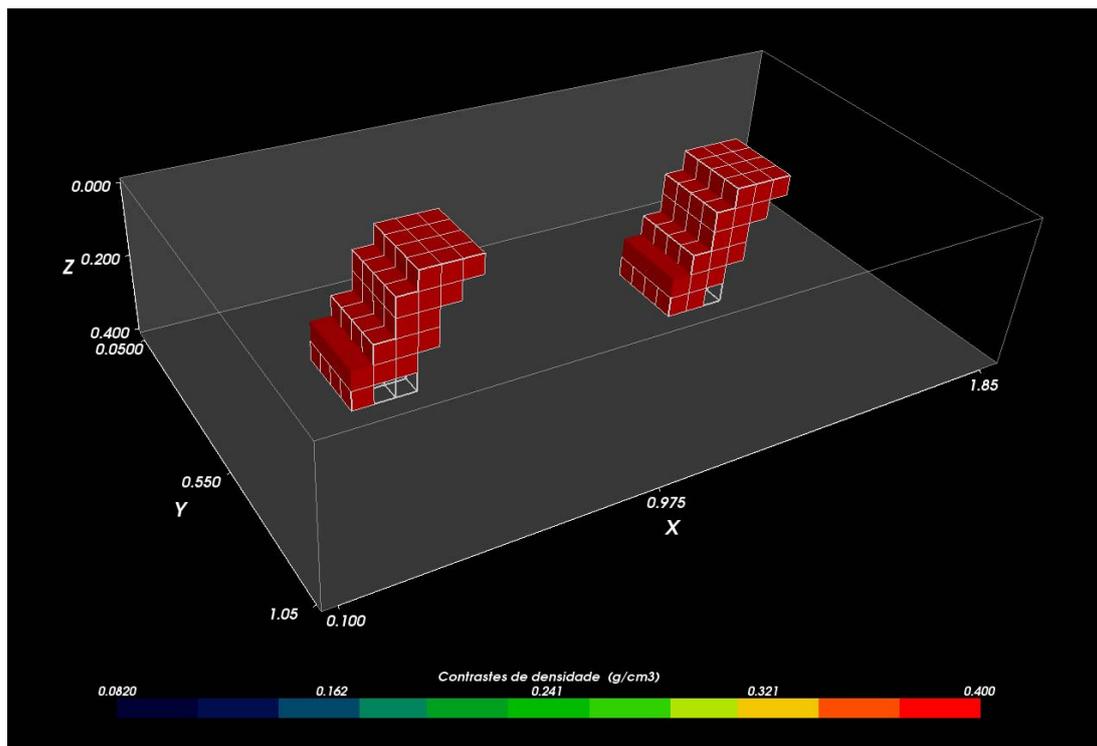


Figura 3.40 – Inversão da anomalia gravimétrica não interferente (Figura 3.36a) produzida pelas fontes aflorantes (Figura 3.35a). Estimativa 3D da distribuição dos contrastes de densidade via o método proposto (IGA). Os prismas que compõem as fontes verdadeiras estão destacados por arestas brancas.

3.4.2 Inversão da anomalia gravimétrica interferente

A seguir apresentamos as soluções estimadas invertendo-se a anomalia gravimétrica interferente, mostrada na Figura 3.36b, que foi produzida pelo modelo sintético da Figura 3.35b. A Figura 3.41 mostra a solução estimada via método de Li e Oldenburg (1998). Comparando-se esta solução com as fontes verdadeiras (Figura 3.35b), notamos que o método de Li e Oldenburg (1998) estimou apenas uma única fonte, não homogênea e alongada horizontalmente. Apesar das fontes anômalas verdadeiras serem aflorantes, notamos que na parte superior do corpo estimado há uma excessiva dispersão nos valores dos contrastes de densidade, comprometendo a interpretação da fonte anômala. Adicionalmente, a solução também não define a parte inferior do corpo estimado. Apesar do resultado da inversão do método de Li e Oldenburg (1998) não recuperar as duas fontes verdadeiras, ressaltamos que este resultado é coerente. Esta coerência é explicada, matematicamente, uma vez que Li e Oldenburg (1998) minimizam a função-objeto definida pela

equação 3.23, em que o papel dos elementos da matriz **W** é evitar a concentração da distribuição de massas nas proximidades da superfície da Terra. Portanto, no método de Li e Oldenburg (1998), o excesso ou (a deficiência) de massa é forçado a não estar distribuído nas proximidades da superfície da Terra. Adicionalmente, o método de Li e Oldenburg (1998), não é adequado à interpretação de fontes anômalas separadas por pequenas distâncias e produzindo anomalias gravimétricas interferentes.

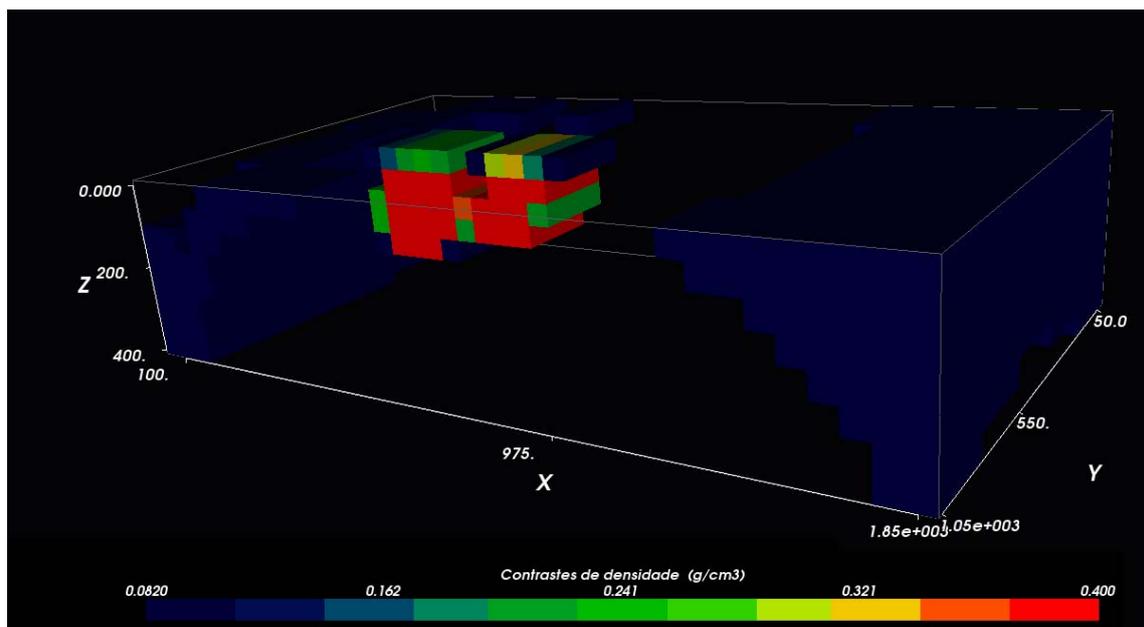


Figura 3.41 – Inversão da anomalia gravimétrica interferente (Figura 3.36b) produzida pelas fontes aflorantes (Figura 3.35b). Estimativa 3D da distribuição dos contrastes de densidade via o método de Li e Oldenburg (1998).

A Figura 3.42 mostra a solução estimada via o método de Portniaguine e Zhdanov (2002). Comparada à solução estimada pelo teste anterior (Figura 3.41), a solução estimada via o método de Portniaguine e Zhdanov (2002) (Figura 3.42) apresentou um desempenho superior quando aplicado à anomalia interferente da Figura 3.36b. Destacamos que este método estimou duas substanciais distribuições de massas com contrastes de densidade homogêneos e iguais a $0,4 \text{ g/cm}^3$, delineando assim duas fontes anômalas alongadas. A metade superior e a parte central das fontes anômalas estimadas estão bem próximas das fontes anômalas verdadeiras (Figura 3.35b). No entanto, ressalte-se que a distribuição estimada dos contrastes de densidade é heterogênea na porção mais profunda e com contrastes de densidade menores que os contrastes verdadeiros das fontes anômalas. Desta forma, as estimativas de uma distribuição heterogênea e difusa dos contrastes de densidade na porção inferior e de uma distribuição homogênea e compacta na porção superior (Figura 3.42) podem levar à seguinte interpretação geológica. Presença de duas fontes aflorantes, compactas,

separadas horizontalmente por uma pequena distância e localizadas nas proximidades da superfície sendo que, em profundidade, tais fontes se transformam em uma única fonte difusa com contrastes de densidade variando suavemente de 0,25 a 0,1 g/cm³.

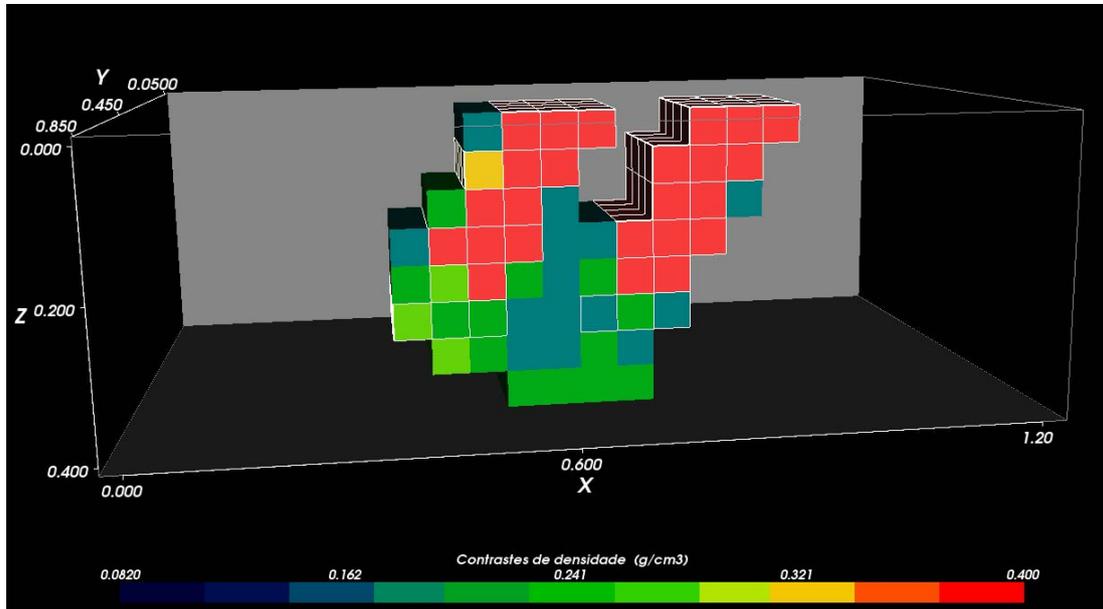


Figura 3.42 – Inversão da anomalia gravimétrica interferente (Figura 3.36b) produzida pelas fontes aflorantes (Figura 3.35b). Estimativa 3D da distribuição dos contrastes de densidade via o método de Portniaguine e Zhdanov (2002). Os prismas que compõem as fontes verdadeiras estão destacados por arestas brancas.

Desta forma, a Figura 3.42 mostra que a solução estimada via o método de Portniaguine e Zhdanov (2002) aplicado à anomalia gravimétrica interferente (produzida por duas fontes anômalas aflorantes separadas por uma pequena distância horizontal) é capaz de localizar e delinear muito bem as feições do topo das duas fontes anômalas. No entanto, este método mostra uma substancial perda de eficiência na recuperação das geometrias das fontes em profundidade, resultando em uma imagem difusa de uma fonte única.

Objetivando fazer uma comparação, aplicamos o método IGA à anomalia gravimétrica interferente (Figura 3.36b). Para tanto usamos o conjunto de elementos geométricos constituído de dois eixos (em vermelho) como mostrados na Figura 3.43. A estimativa 3D da distribuição dos contrastes de densidade através do IGA (Figura 3.44), mostra a excelente resolução do método proposto na reconstituição tanto das porções rasas como também das porções profundas que compõem as duas fontes verdadeiras (Figura 3.35b). Destacamos também a total homogeneidade e compacidade das massas anômalas estimadas. Ao contrário da solução difusa estimada pelo método

de Li e Oldenburg (1998) (Figura 3.41), a solução estimada pelo método proposto apresenta uma distribuição com um único contraste de densidade igual a $0,4 \text{ g/cm}^3$.

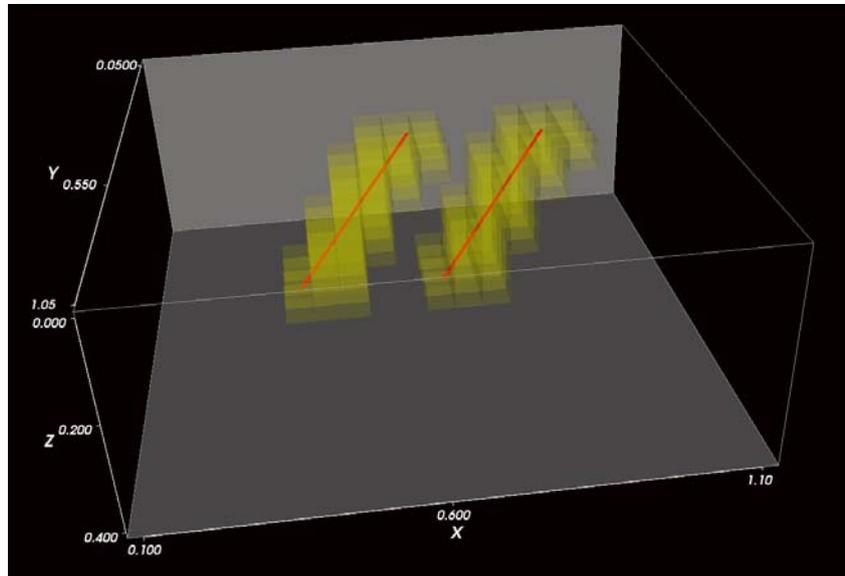


Figura 3.43 - Elementos geométricos compostos por dois eixos inclinados em vermelho, usados na aplicação do método IGA à anomalia interferente (Figura 3.36b). Os prismas amarelos translúcidos são as fontes verdadeiras (Figura 3.35b).

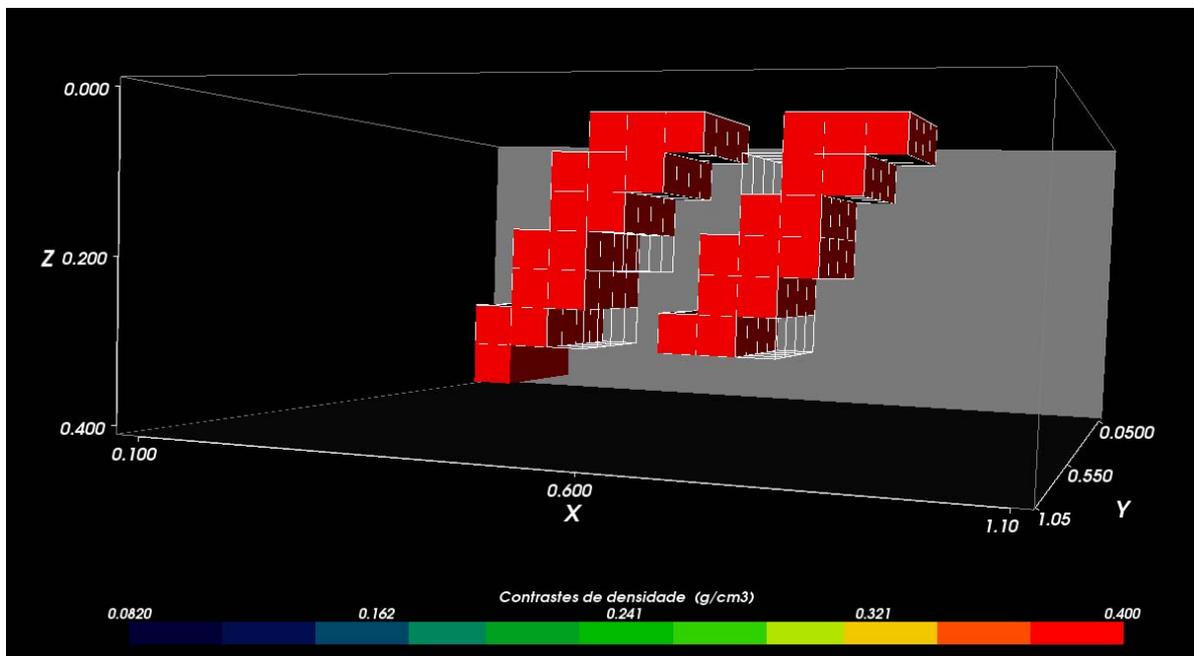


Figura 3.44 – Inversão da anomalia gravimétrica interferente (Figura 3.36b) produzida pelas fontes aflorantes (Figura 3.35b). Estimativa 3D da distribuição dos contrastes de densidade via o método IGA. Os prismas que compõem as fontes verdadeiras estão destacados por arestas brancas.

Em comparação com o resultado do método de Portniaguine e Zhdanov (2002) (Figura 3.42), notamos que a estimativa da distribuição dos contrastes de densidade via o método IGA (Figura 3.44) recupera com melhor resolução toda a extensão das duas fontes anômalas. Desta forma, o método IGA delinea as geometrias das duas fontes aflorantes tanto em superfície como em profundidade.

3.4.3 Inversão da anomalia gravimétrica muito interferente

Os exemplos anteriores destacam que apenas o método proposto não apresentou queda de desempenho quando aplicado à anomalia gravimétrica interferente. Finalizando este tópico de comparação, aplicaremos os três métodos à anomalia gravimétrica fortemente interferente mostrada na Figura 3.36c. Na aplicação do método de Li e Oldenburg (1998) usamos três valores diferentes para a variável de controle β (Tabela 3.1), objetivando um melhor desempenho do método na recuperação das fontes anômalas verdadeiras (Figura 3.35c). As soluções estimadas são mostradas nas Figuras 3.45a-c.

O melhor resultado foi obtido usando-se o valor $\beta=4$ em que a solução estimada (Figura 3.45c) detectou a existência de duas fontes anômalas distintas. Similarmente ao resultado apresentado na Figura 3.41, neste teste (com $\beta=4$ aplicado a dados gravimétricos fortemente interferentes) a solução estimada não foi capaz de delinear as geometrias das duas fontes verdadeiras. Por outro lado, as soluções estimadas usando-se $\beta=1,2$ (Figura 3.45a) e $\beta=3$ (Figura 3.45b) mostram uma distribuição difusa dos contrastes de densidade que não localizam e nem delinham as duas fontes anômalas verdadeiras.

Ao aplicarmos o método de Portniaguine e Zhdanov (2002) à anomalia fortemente interferente (Figura 3.36c), estimamos uma distribuição dos contrastes de densidade que resolve, predominantemente, estruturas abruptas das duas fontes anômalas como mostra a Figura 3.46.

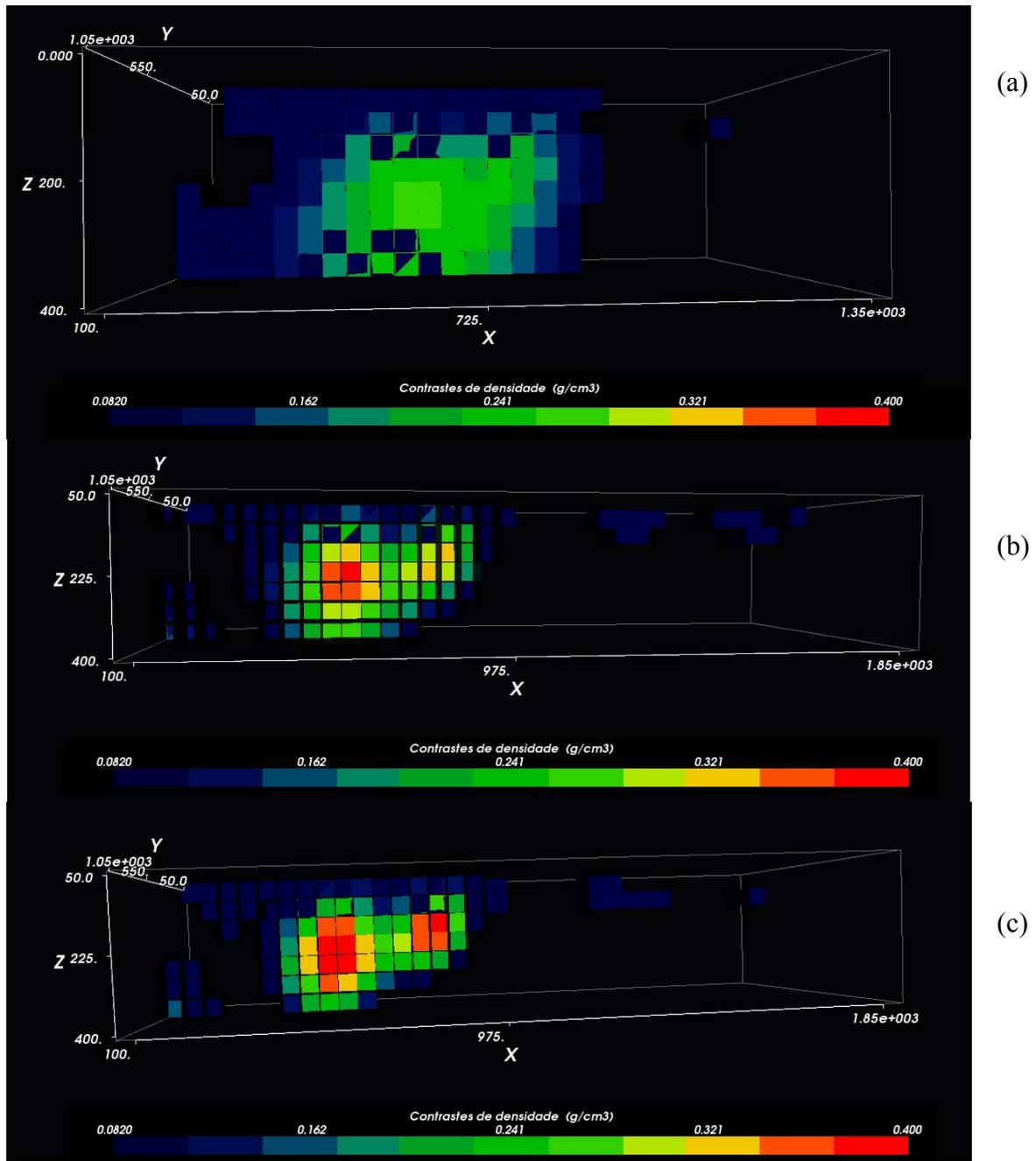


Figura 3.45 – Inversão da anomalia gravimétrica interferente (Figura 3.36c) produzida pelas fontes rasas (Figura 3.35c). Estimativa 3D da distribuição dos contrastes de densidade via o método de Li e Oldenburg (1998) usando $\beta=1,2$ (a), $\beta=3$ (b) e $\beta=4$ (c).

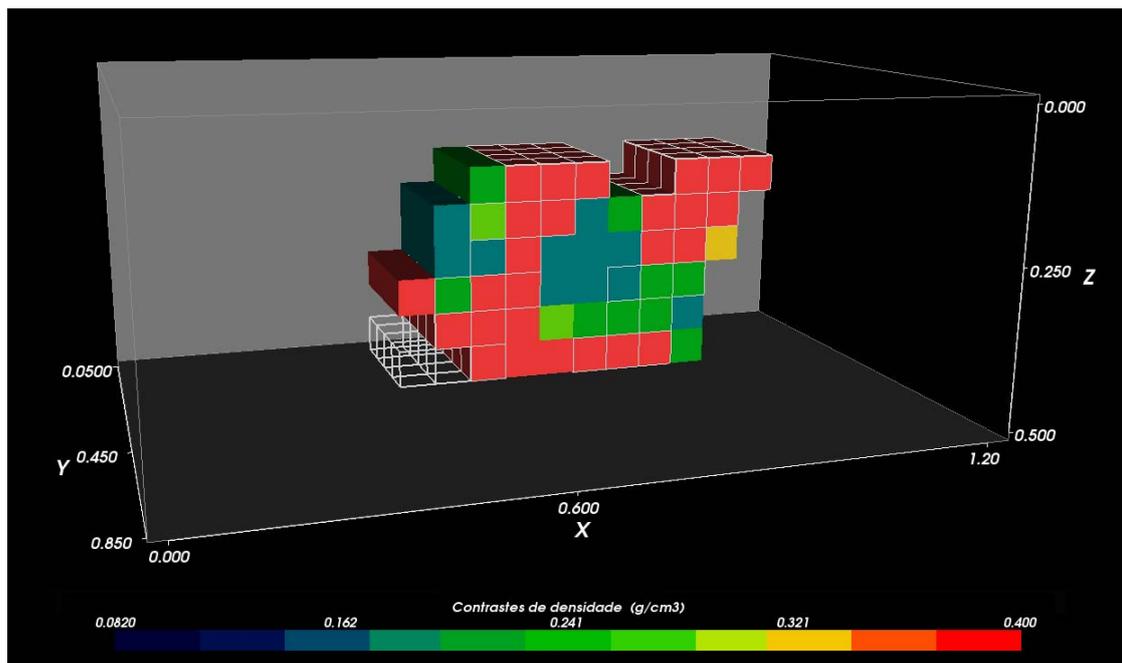


Figura 3.46 – Inversão da anomalia gravimétrica interferente (Figura 3.36c) produzida pelas fontes rasas (Figura 3.35c). Estimativa 3D da distribuição dos contrastes de densidade via o método de Portniaguine e Zhdanov (2002). Os prismas que compõem as fontes verdadeiras estão destacados por arestas brancas.

No entanto, o aspecto mais marcante do resultado da inversão via Portniaguine e Zhdanov (2002) é a não delimitação das geometrias das fontes anômalas em profundidade. Este resultado confirma a perda de eficiência deste método quando aplicado tanto às anomalias gravimétricas interferentes (Figura 3.36b) como às fortemente interferentes (Figura 3.36c), cujas estimativas das distribuições dos contrastes de densidade são mostradas nas Figuras 3.42 e 3.46, respectivamente. Apesar desta perda de eficiência do método de Portniaguine e Zhdanov (2002), ressaltamos que este resultado é coerente uma vez que este método incorpora a informação de fonte anômala com volume mínimo.

Simulando dados gravimétricos fortemente interferentes produzidos por dois cubos não aflorantes, Zhdanov et al. (2004) produziram um resultado análogo ao mostrado na Figura 3.46 em que não há a recuperação das fontes verdadeiras em profundidade, como mostra a Figura 6a destes autores.

Para a inversão da anomalia gravimétrica fortemente interferente (Figura 3.36c) via o método proposto (IGA), usamos como vínculos geométricos dois eixos (em vermelho na Figura 3.47). A solução estimada pelo método IGA (Figura 3.48) mostra tanto a localização como a delimitação das formas geométricas das duas fontes anômalas verdadeiras (Figura 3.35c). Em comparação com as

inversões via os métodos de Li e Oldenburg (1998) (Figura 3.45) e Portniaguine e Zhdanov (2002) (Figura 3.46), o resultado da inversão usando o método IGA (Figura 3.48) mostra uma excelente recuperação das duas fontes anômalas verdadeiras (Figura 3.35c) que produziram a anomalia fortemente interferente (Figura 3.36c).

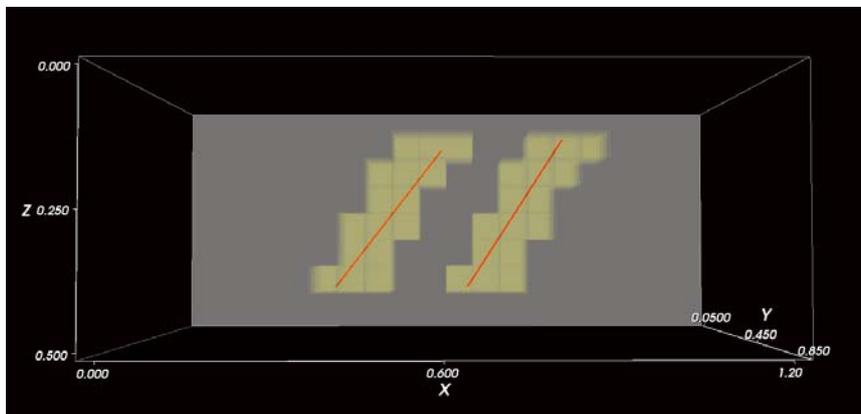


Figura 3.47 - Elementos geométricos compostos por dois eixos inclinados, em vermelho, usados na aplicação do método IGA à anomalia fortemente interferente (Figura 3.36c). Os prismas amarelos translúcidos são as fontes verdadeiras (Figura 3.35c).

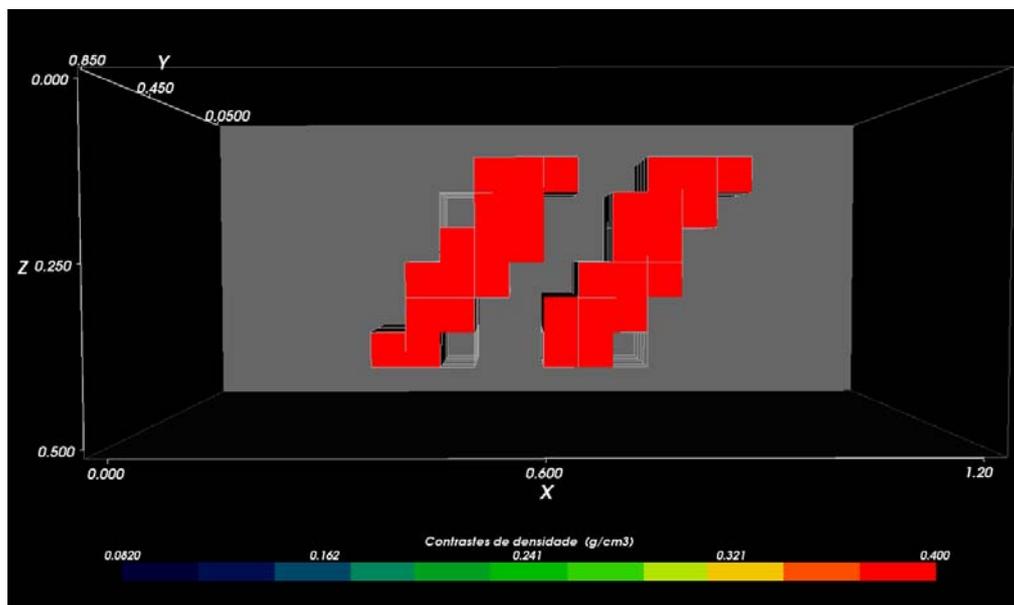


Figura 3.48 – Inversão da anomalia gravimétrica interferente (Figura 3.36c) produzida pelas fontes rasas (Figura 3.35c). Estimativa 3D da distribuição dos contrastes de densidade via o método IGA. Os prismas que compõem as fontes verdadeiras estão destacados por arestas brancas.

Os parâmetros de controle usados nas inversões de Li e Oldenburg (1998), Portniaguine e Zhdanov (2002) e IGA, estão reunidos na Tabela 3.1. O melhor desempenho do método IGA na recuperação das fontes anômalas (Figura 3.35c), que produziram a anomalia gravimétrica

fortemente interferente (Figura 3.36c) deve-se à introdução de informação *a priori* mais restritiva que os métodos de Li e Oldenburg (1998) e Portniaguine e Zhdanov (2002). De fato, o método proposto nesta tese exige uma maior quantidade de informação *a priori* para a solução da ambigüidade fundamental envolvendo o produto entre o volume das fontes anômalas e suas propriedades físicas. Vale ressaltar, que o único meio para estimar tanto o volume quanto a propriedade física das fontes anômalas, usando dados gravimétricos, é introduzir uma forte informação *a priori* sobre as fontes anômalas. Caso contrário, as soluções estimadas serão apenas imagens difusas (Figura 3.45) ou com baixa resolução (Figura 3.46) das fontes anômalas em subsuperfície.

Tabela 3.1 – Valores numéricos atribuídos às variáveis de controle usadas nos métodos de Li e Oldenburg (1998), de Portniaguine e Zhdanov (2002) e o proposto nesta tese, inversão IGA, aplicados à inversão das três anomalias gravimétricas apresentadas nas Figuras 3.36a-c.

	Anomalia gravimétrica não interferente (Figura 3.36a)	Anomalia gravimétrica interferente (Figura 3.36b)	Anomalia gravimétrica muito interferente (Figura 3.36c)
Método de inversão apresentado por Li e Oldenburg (1998)	$p_o = 0,4 \text{ g/cm}^3$ $z_o = 0,05 \text{ km}$ $\beta = 1,8$ Figura 3.37	$p_o = 0,4 \text{ g/cm}^3$ $z_o = 0,05 \text{ km}$ $\beta = 1,8$ Figura 3.41	$p_o = 0,4 \text{ g/cm}^3$ $z_o = 0,05 \text{ km}$ $\beta = 4, 3 \text{ e } 1,2$ Figuras 3.45(a), (b) e (c)
Método de inversão apresentado por Portniaguine e Zhdanov (2002)	$\rho_{alvo} = 0,4 \text{ g/cm}^3$ $p_{bg} = 0 \text{ g/cm}^3$ $\lambda = 10^{-4}$ Figura 3.38	$\rho_{alvo} = 0,4 \text{ g/cm}^3$ $p_{bg} = 0 \text{ g/cm}^3$ $\lambda = 10^{-4}$ Figura 3.42	$\rho_{alvo} = 0,4 \text{ g/cm}^3$ $p_{bg} = 0 \text{ g/cm}^3$ $\lambda = 10^{-4}$ Figura 3.46
Método IGA	$p_{alvo} = 0,4 \text{ g/cm}^3$ $\vartheta = 0,002$ $\lambda = 5$ Figura 3.40	$p_{alvo} = 0,4 \text{ g/cm}^3$ $\vartheta = 0,002$ $\lambda = 50$ Figura 3.44	$p_{alvo} = 0,4 \text{ g/cm}^3$ $\vartheta = 0,002$ $\lambda = 8$ Figura 3.48

3.5 Aplicação a dados reais

3.5.1 Maciço granítico Redenção

O maciço Redenção é um corpo granítico anorogênico Paleoproterozóico, pertencente à Suíte Jamon situada na província de Carajás no cráton Amazônico (Dall’Agnol et al., 2005). É um granito não foliado, de alto nível crustal, colocado em crosta rígida arqueana e cortando discordantemente suas rochas encaixantes (Oliveira et al., 2007). O mapa geológico simplificado do maciço aflorante Redenção e das áreas adjacentes é mostrado na Figura 3.49.

Segundo Oliveira (2006) o granito Redenção é aproximadamente homogêneo com densidade média igual a $2,64 \text{ g/cm}^3$. Este autor estabeleceu uma densidade média de $2,73 \text{ g/cm}^3$ às rochas encaixantes, considerando a predominância da densidade dos granitóides vizinhos ao plúton Redenção. Portanto, por simplificação, consideramos o valor médio do contraste de densidade entre o plúton e o meio encaixante igual a $-0,09 \text{ g/cm}^3$.

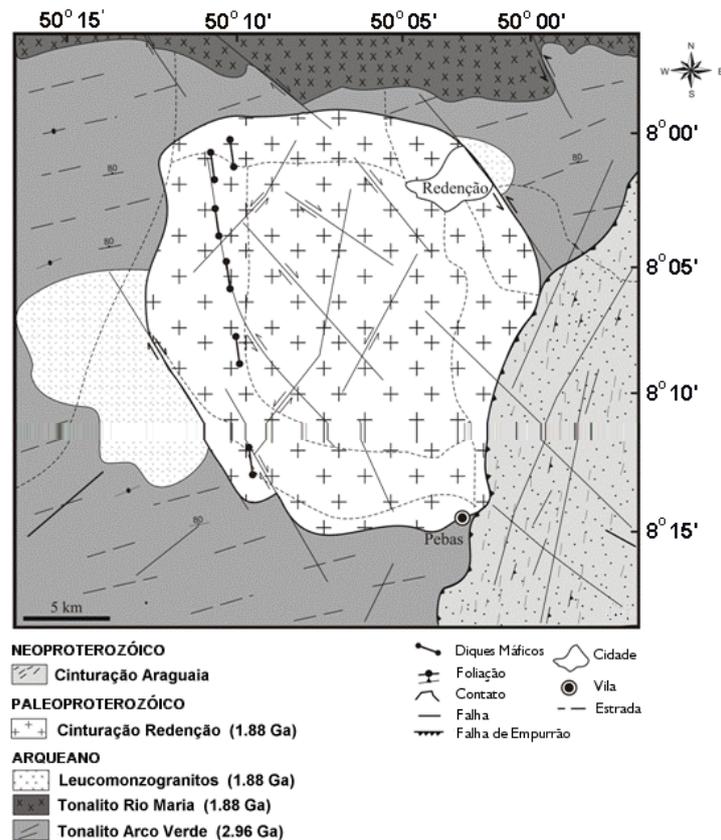


Figura 3.49 – **Maciço granítico Redenção**. Mapa geológico do granito Redenção e áreas adjacentes, segundo Oliveira et al. (2007), mostrando a localização das bordas aflorantes deste granito.

Segundo Oliveira et al. (2007) o levantamento gravimétrico é composto por 135 estações, com espaçamento de 1 km, ao longo de estradas sobre o granito Redenção e sobre as rochas encaixantes (Figura 3.50).

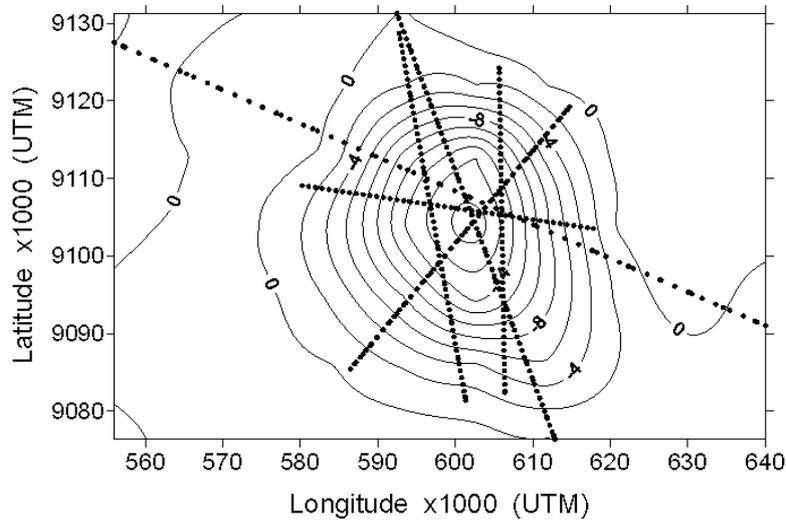


Figura 3.50 – **Maciço granítico Redenção**. Localização das estações gravimétricas (pontos pretos) sobre o granito Redenção e áreas adjacentes.

A componente residual da anomalia Bouguer do granito Redenção é mostrada na Figura 3.51. Esta componente residual é obtida subtraindo-se dos dados observados originais um polinômio de primeiro grau, ajustado aos dados gravimétricos via método dos mínimos quadrados. A Figura 3.52 localiza a borda aflorante do plúton Redenção (pontos pretos) em relação à componente residual da anomalia Bouguer (linhas contínuas pretas).

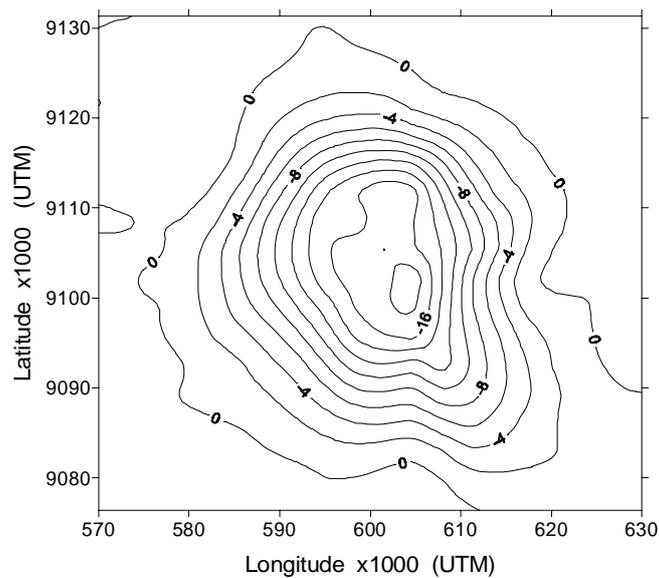


Figura 3.51 – **Maciço granítico Redenção**. Componente residual da anomalia Bouguer do granito Redenção. O intervalo de contorno é de 2 mGal.

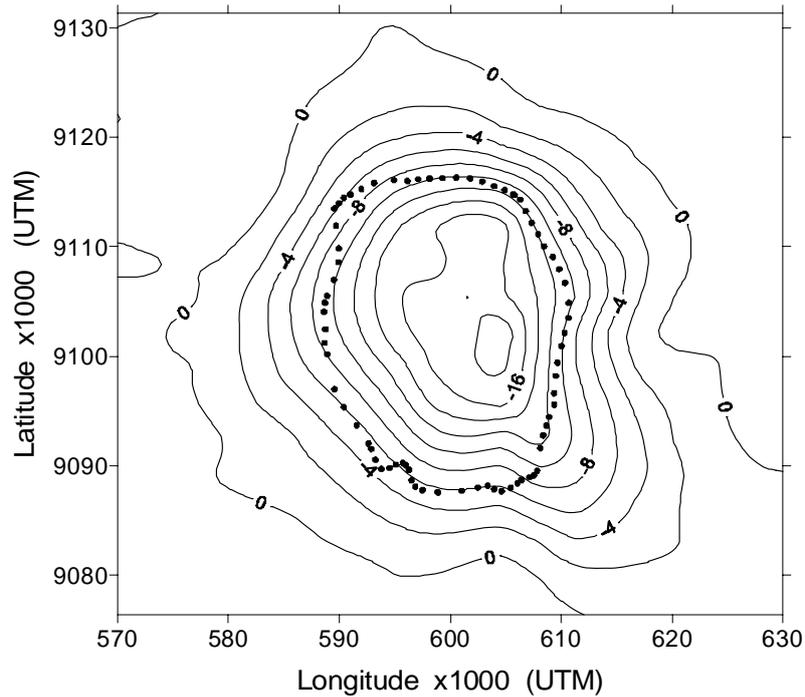


Figura 3.52 – **Maciço granítico Redenção**. Componente residual da anomalia Bouguer do granito Redenção (linhas contínuas) e o limite da borda aflorante do granito Redenção (pontos pretos). O intervalo de contorno é de 2 mGal.

Na inversão da componente residual da anomalia Bouguer de Redenção (Figura 3.51), via o método IGA, empregamos um conjunto inicial de elementos geométricos que impõe que a estimativa da distribuição dos contrastes de densidade produza um corpo granítico concentrado em torno dos elementos geométricos especificados *a priori*. Como o granito Redenção é aflorante, com os limites da sua borda em superfície conhecidos, estabelecemos como elementos geométricos iniciais um conjunto de 173 pontos distribuídos próximos à superfície (Figuras 3.53a e 3.53b), na região aflorante do granito. Note a existência de um único elemento geométrico mais profundo, no centro do maciço granítico e posicionado em $z = 3$ km. Especificamente, nas proximidades da borda aflorante do granito Redenção incorporamos 111 pontos (elementos geométricos) posicionados externamente e internamente ao granito localizados nas profundidades de 0,1 e 0,5 km, respectivamente. Atribuímos o valor 0 g/cm^3 aos contrastes-alvo de densidade de todos os elementos geométricos externos ao corpo granítico, o que significa impor a presença de embasamento. Atribuímos o valor $-0,09 \text{ g/cm}^3$ aos contrastes-alvo de densidade de todos os elementos geométricos localizados internamente ao corpo granítico. A Figura 3.54 mostra uma representação esquemática 2D do posicionamento relativo dos elementos geométricos junto à borda aflorante do granito, visando estabelecer os limites do plúton como um vínculo. Finalmente,

estabelecemos dois novos pontos na região sudeste da área, localizados externamente ao granito e distante de sua borda (Figura 3.53b), aos quais atribuímos o valor-alvo de contraste de densidade de $-0,12 \text{ g/cm}^3$. Estes dois pontos são os vínculos relativos a um segundo corpo não aflorante ou a uma anisotropia de densidade do próprio granito Redenção.

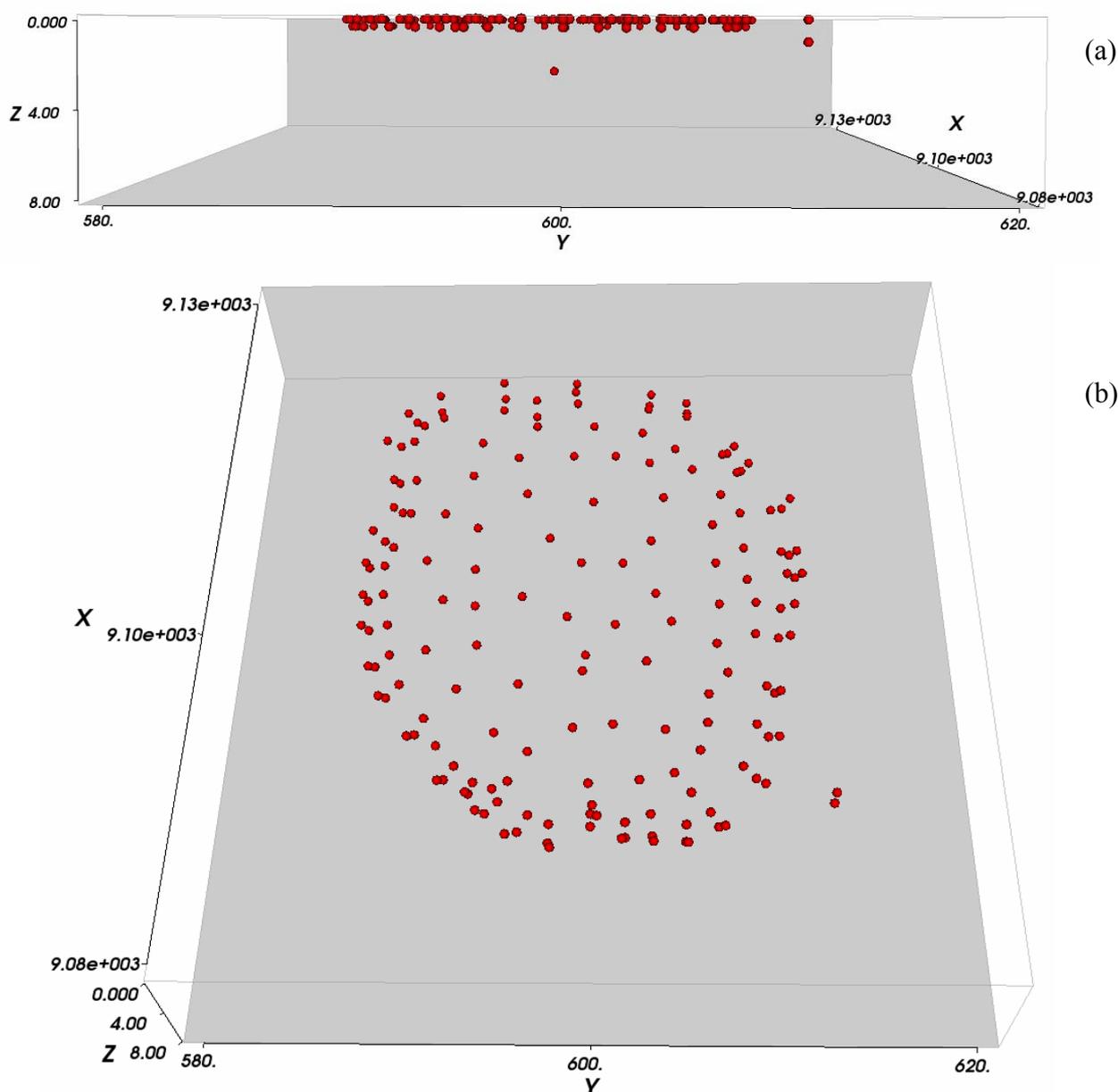


Figura 3.53 – **Maciço granítico Redenção**. Elementos geométricos (pontos) usados na primeira iteração da reconstrução adaptativa do IGA. (a) Visada lateral da face sul. (b) Visada superior.

Realizamos quatro inversões empregando o processo de reconstrução adaptativa. O modelo interpretativo inicial é composto por $8 \times 9 \times 4$ prismas com dimensões de $5 \times 5 \times 2$ km, nas direções

x , y e z , respectivamente. Estabelecemos $\lambda = 0,8$ e $\vartheta = 0,02$.

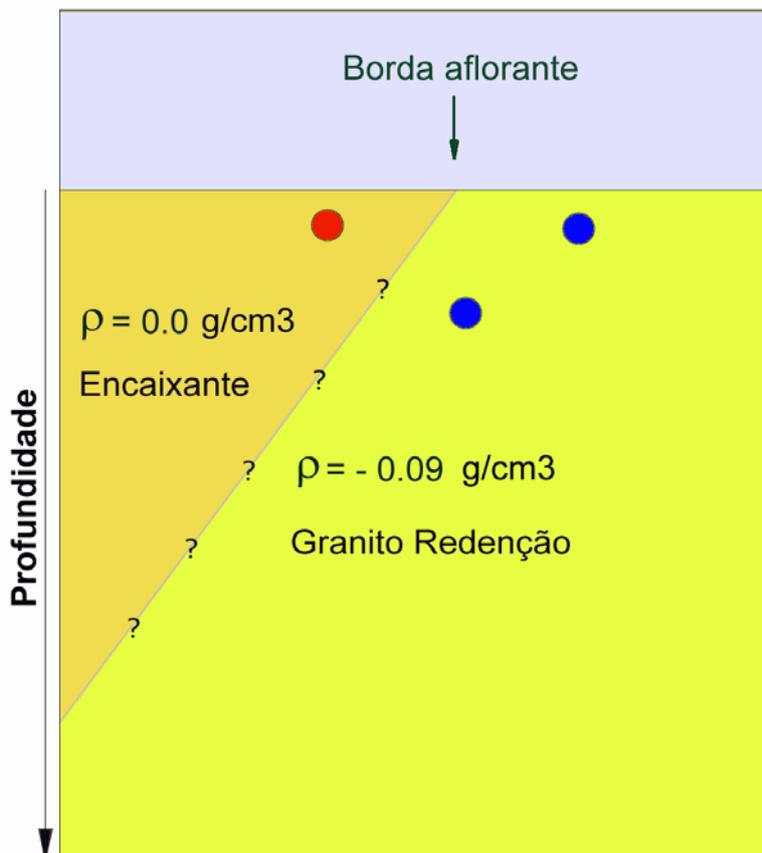


Figura 3.54 – **Maciço granítico Redenção**. Arranjo espacial esquemático 2D dos elementos geométricos próximos à borda do maciço granítico Redenção. Ao elemento externo ao granito (ponto em vermelho) é atribuído o valor de contraste-alvo de densidade de 0 g/cm^3 , e aos elementos internos (pontos em azul) o valor de $-0,09 \text{ g/cm}^3$.

As Figuras 3.55a e 3.55b mostram a estimativa da distribuição dos contrastes de densidade obtida na primeira iteração do processo de reconstrução adaptativa. Para esta primeira estimativa usamos o conjunto de elementos geométricos mostrado na Figura 3.53. Vale notar que esta solução estimada produziu uma anomalia gravimétrica ajustada (Figura 3.56, em linhas tracejadas vermelhas) que não explicam os dados gravimétricos observados (em linhas contínuas pretas). Este ajuste inaceitável indica que o modelo interpretativo inicial é inadequado à produção de estimativas das distribuições 3D dos contrastes de densidade com resolução suficiente para o detalhamento do plúton Redenção. Por esta razão, inicia-se uma segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa.

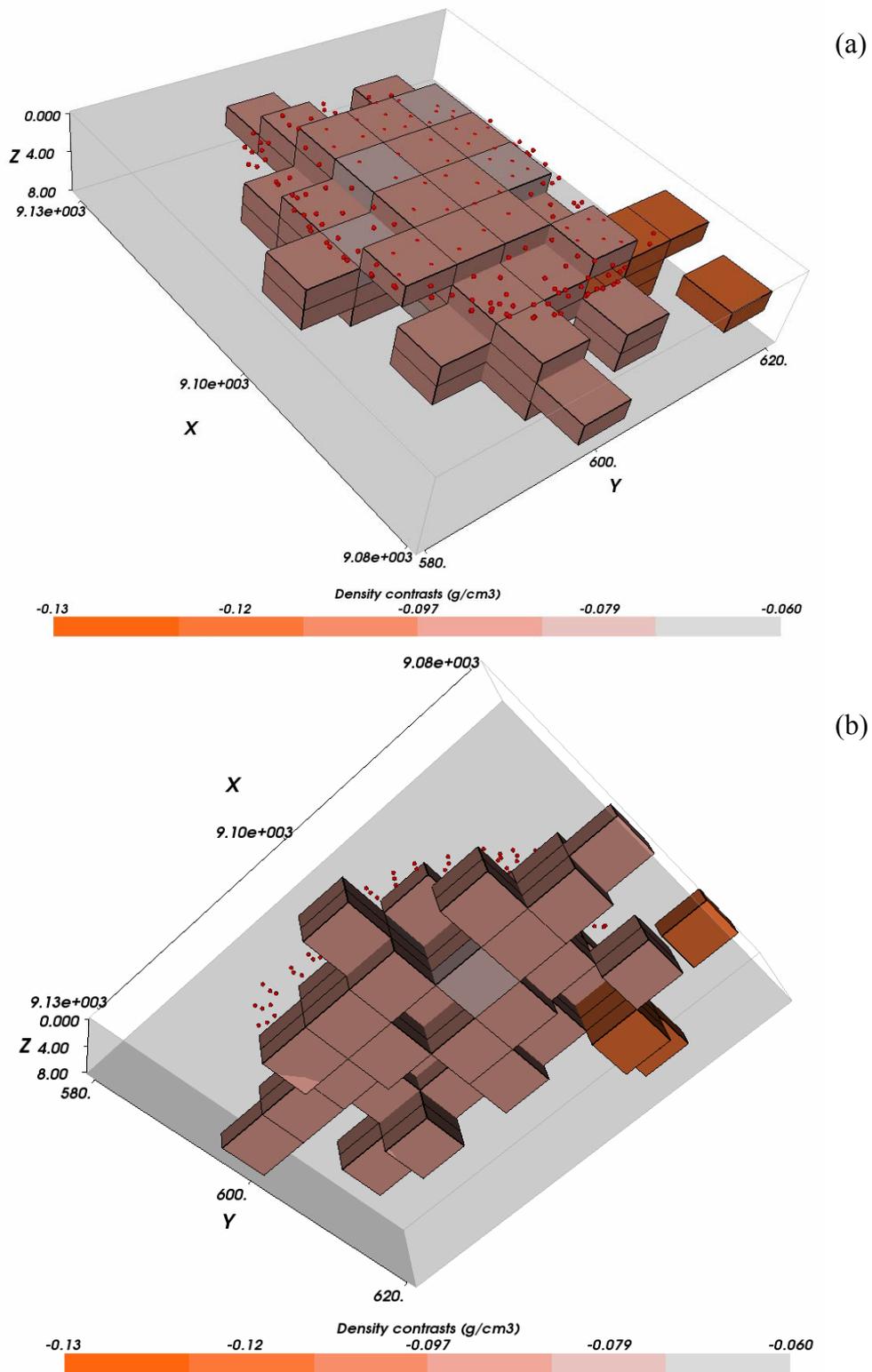


Figura 3.55 – **Macço granítico Redenção**. Primeira estimativa da distribuição dos contrastes de densidade usando um modelo interpretativo composto por $8 \times 9 \times 4$ prismas. (a) Visada superior. (b) Visada inferior.

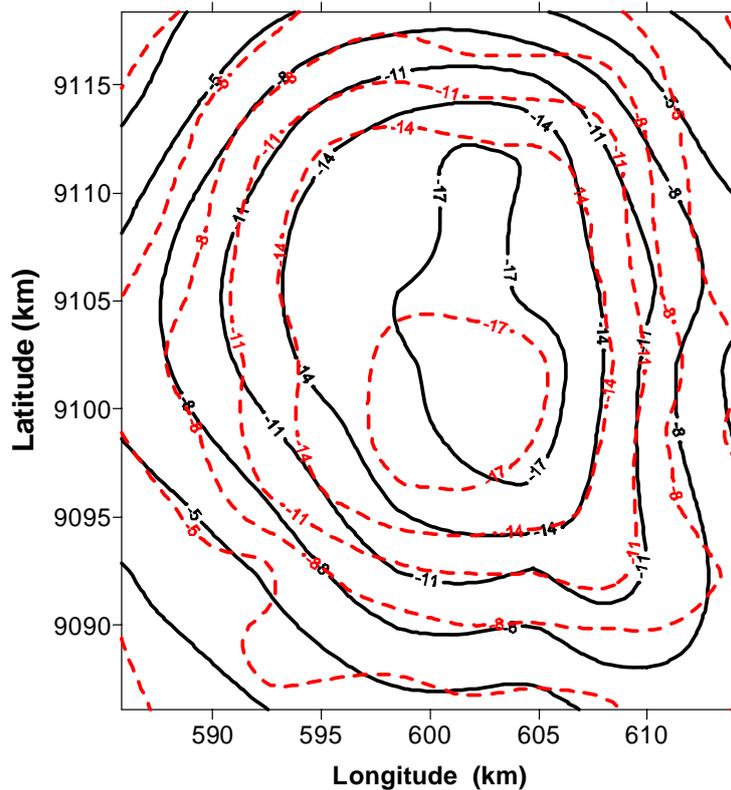


Figura 3.56 – **Maciço granítico Redenção**. Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas) na primeira iteração do processo de reconstrução adaptativa. O intervalo das curvas de contorno é de 3,0 mGal.

A Figura 3.57 mostra a estimativa da distribuição dos contrastes de densidade obtida na segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa. Vale ressaltar que o contraste de densidade entre o granito e a encaixante é um valor muito pequeno logo, pequenas oscilações das estimativas dos contrastes de densidade significam que, localmente, o granito atingiu um valor próximo à densidade da rocha encaixante ($2,73 \text{ g/cm}^3$). Portanto, localmente, na superfície do granito, temos estimativas iguais a zero para os contrastes de densidade que estão representados nas figuras por prismas transparentes. Vale ressaltar que, na região sudeste do corpo granítico delineado, estimamos um corpo pequeno sub-aflorante, homogêneo, compacto e com contraste densidade de $-0,12 \text{ g/cm}^3$ em relação à rocha encaixante. A presença deste corpo menos denso que o granito ($2,61 \text{ g/cm}^3$) foi imposta através de um par de elementos geométricos, externos aos limites da borda aflorante. A imposição destes elementos geométricos deve-se ao conhecimento geológico de uma pequena variação de fácies no extremo sul do corpo granítico. Portanto, este corpo menos denso nas adjacências da borda sudeste pode ser uma simples variação de fácies do granito Redenção. Finalmente, ressaltamos que somente presumindo a existência deste corpo menos denso produzimos um ajuste aceitável da anomalia gravimétrica. Especificamente para o caso do granito Redenção,

estabelecemos para o critério de convergência do método inverso IGA (equação 3.22), o valor limite de 0,01 mGal para a variação da média quadrática dos resíduos. Lembramos que o processo de reconstrução adaptativa é interrompido por decisão do intérprete, baseada nas invariâncias tanto na geometria como no volume dos corpos estimados em iterações consecutivas. O conjunto de elementos geométricos e o ajuste obtido na segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa são mostrados nas Figuras 3.58 e 3.59, respectivamente.

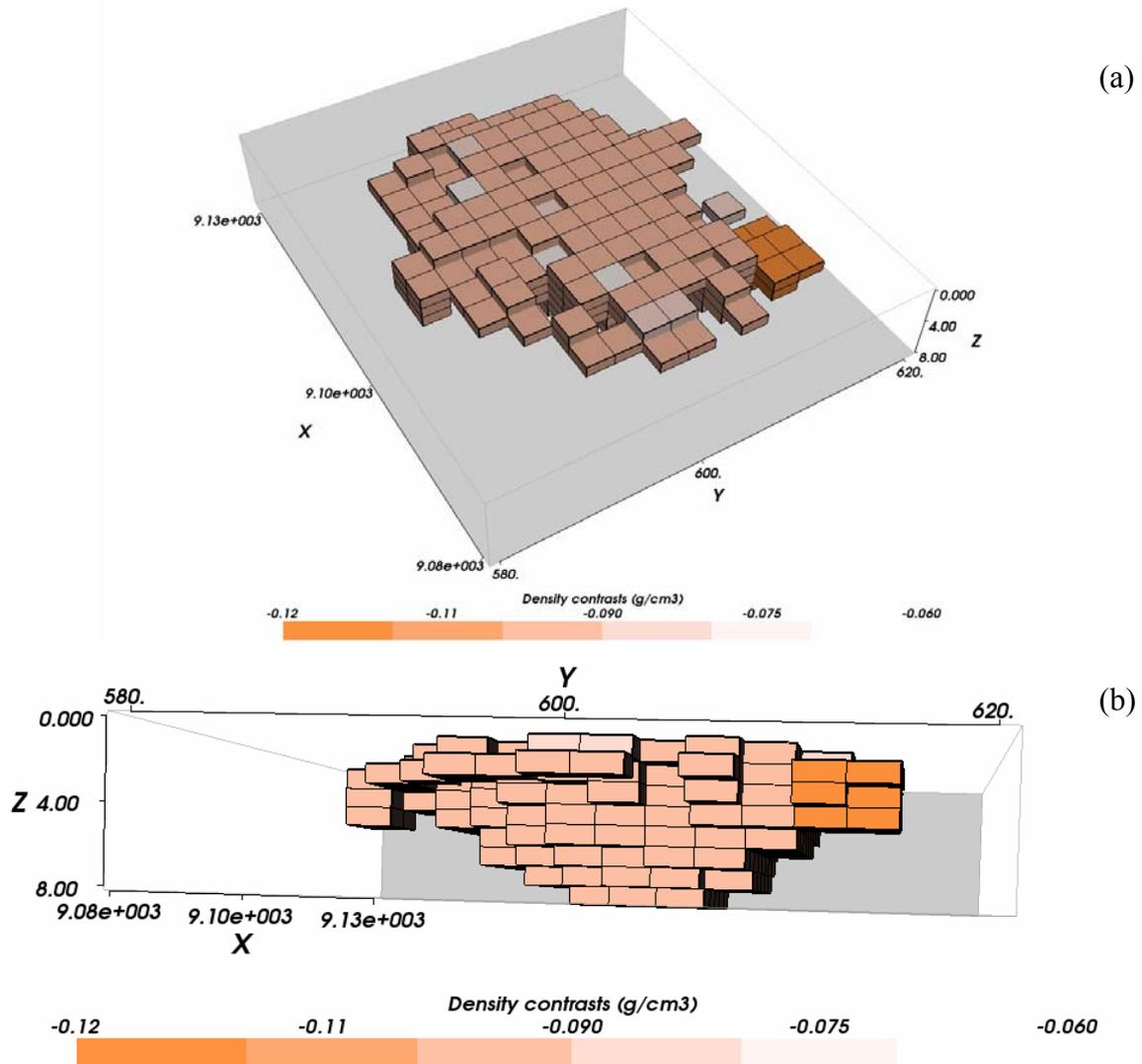


Figura 3.57 – **Maçio granítico Redenção**. Estimativa da inversão obtida na segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa usando um modelo interpretativo composto por $16 \times 18 \times 8$ prismas. (a) Visada superior. (b) Visada lateral da face sul.

Obtemos duas novas estimativas com o emprego da terceira e quarta iterações do processo de reconstrução adaptativa. As Figuras 3.60a-d mostram diferentes vistas em perspectivas da solução estimada na quarta iteração do processo de reconstrução adaptativa. Vale ressaltar que a terceira

(não mostrada) e quarta iterações do processo de reconstrução adaptativa produzem estimativas do corpo granítico de Redenção com profundidades máximas de 6,5 km, sem apresentar modificações significativas nas feições laterais. As Figuras 3.61a e 3.61b mostram, em linhas tracejadas em vermelho, as anomalias ajustadas pelas soluções estimadas, respectivamente, na terceira e quarta iterações do processo de reconstrução adaptativa. Vale ressaltar que notamos uma notável melhora dos ajustes da anomalia observada, produzidos na terceira e quarta iterações (Figuras 3.61a e 3.61b), quando comparados aos ajustes produzidos na primeira (Figura 3.56) e segunda (Figura 3.59) iterações.

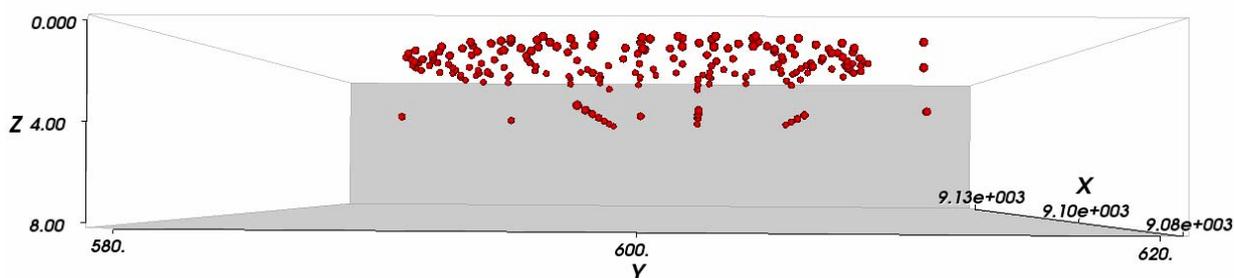


Figura 3.58 – **Maciço granítico Redenção**. Conjunto dos elementos geométricos gerados automaticamente na segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa.

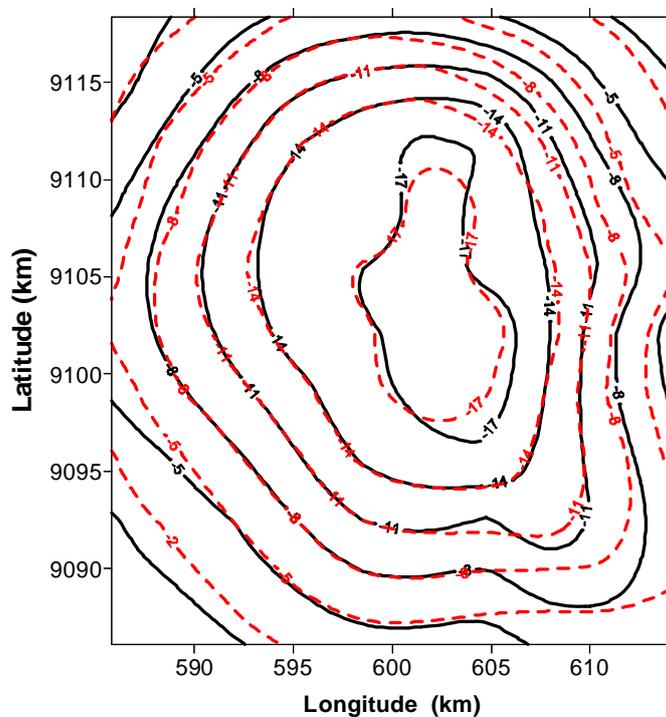


Figura 3.59 - **Maciço granítico Redenção**. Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas) na segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa. O intervalo das curvas de contorno é de 3,0 mGal.

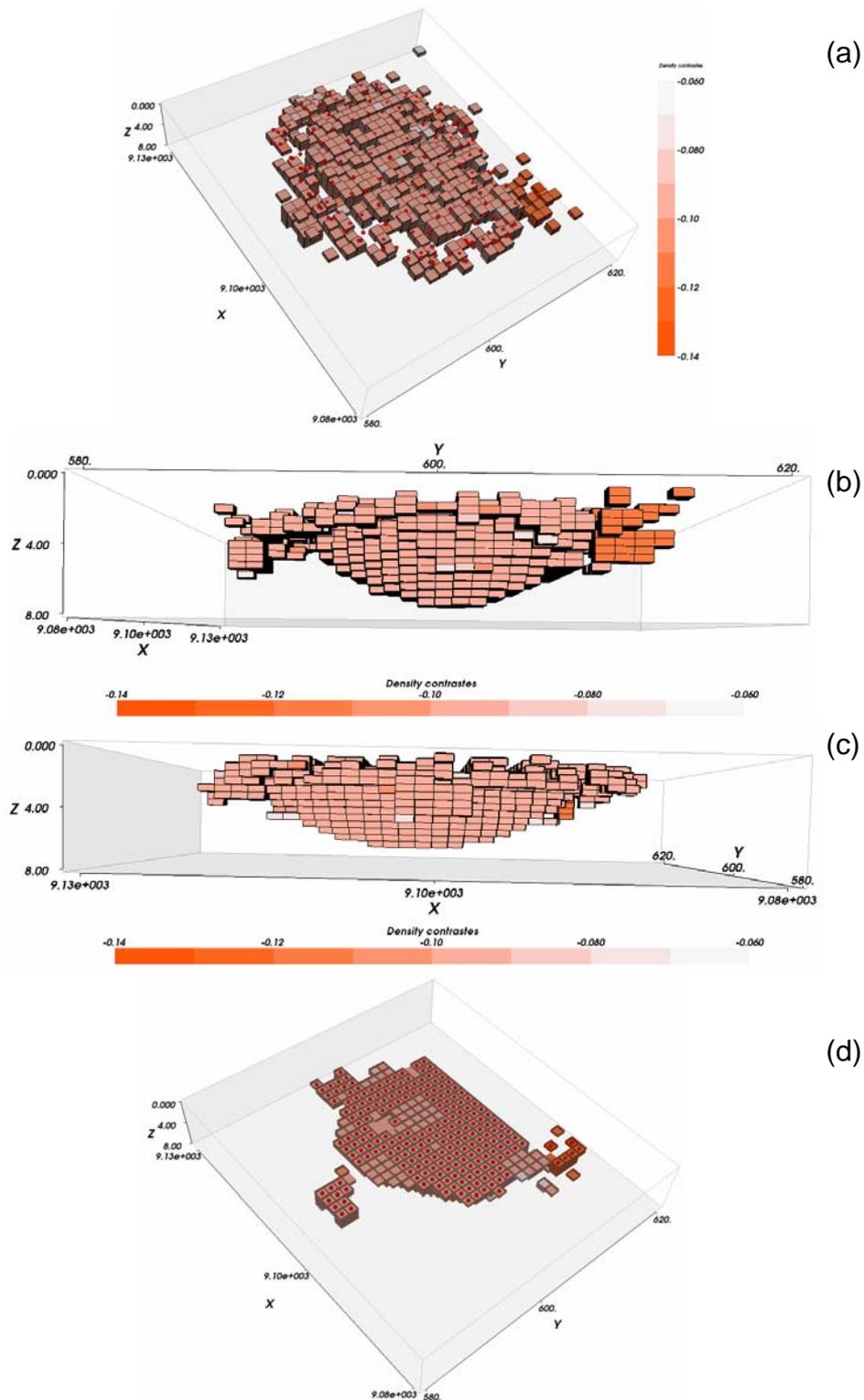


Figura 3.60 – **Maciço granítico Redenção**. Estimativa da distribuição do contraste de densidade obtida na quarta iteração do processo de reconstrução adaptativa. (a) Visada superior. (b) Visada da face sul. (c) Visada da face oeste. (d) Corte horizontal, na profundidade de 2 km, para mostrar a compacidade por partes do corpo estimado e exemplificar a relação existente entre a geometria da estimativa do granito e os elementos geométricos (esferas vermelhas) gerados nesta quarta iteração.

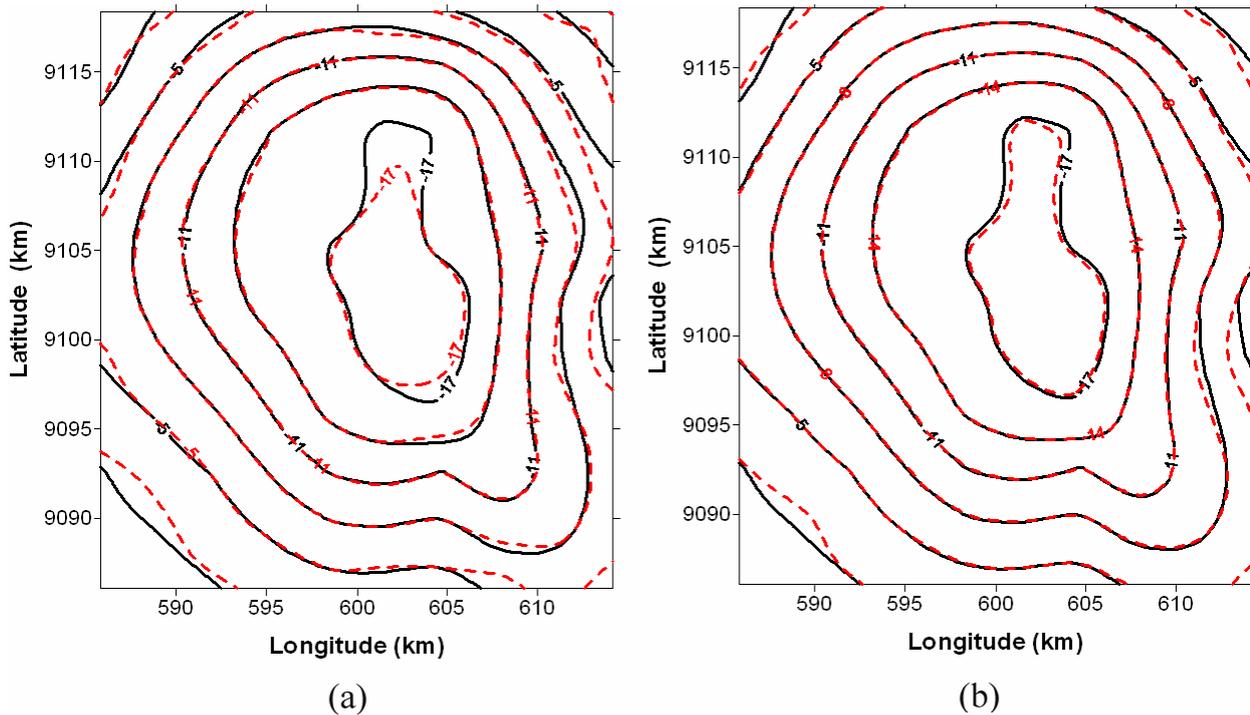


Figura 3.61 **Maciço granítico Redenção**. Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas) nas (a) terceira e (b) quarta iterações do processo de reconstrução adaptativa. O intervalo das curvas de contorno é de 3,0 mGal.

Destas quatro estimativas obtidas para o granito Redenção no processo de reconstrução adaptativa, notamos que a primeira estimativa produziu um ajuste dos dados gravimétricos que não explica a anomalia gravimétrica observada. Neste caso, o corpo granítico estimado não apresentou anisotropias na face aflorante e atingiu uma profundidade máxima de 8 km localizada sob o mínimo da anomalia Bouguer. Diferentemente, as estimativas da distribuição dos contrastes de densidade obtidas na segunda e terceira iterações do processo de reconstrução adaptativa mostram um maior detalhamento das feições geométricas do corpo granítico que atingem as profundidades máximas de 8,0 e 6,5 km, respectivamente. Finalmente, notamos que a solução (Figura 3.60a-d) obtida na quarta iteração do processo de reconstrução adaptativa sugere a espessura máxima de 6,5 km para granito Redenção e preserva a geometria da base do plúton que foi estimada na terceira iteração. Adicionalmente, a solução estimada na quarta iteração produz um ajuste aceitável da anomalia gravimétrica observada (Figura 3.61b). As invariâncias, tanto da geometria como do volume do granito Redenção, levaram-nos a escolher a solução estimada na quarta iteração (Figura 3.60) como uma boa estimativa 3D do granito Redenção.

Este resultado mostra que o granito Redenção é um corpo apresentando uma forma de cone invertido truncado, com diâmetro da base de aproximadamente 25 km, tendo como limite lateral a sua borda aflorante, e com espessura de 6,5 km. Esta relação confirma a classificação, feita por Oliveira et al. (2007) para o granito Redenção, como uma intrusão lacolítica em forma de lençol ou lâmina.

3.5.2 Domo de sal de Galveston Island

Nesta subseção testamos o desempenho do presente método de inversão na interpretação de um domo de sal no Golfo do México conhecido como Galveston Island. A área de estudo (Figura 3.62) localiza-se sobre a plataforma continental do Golfo do México a uma distância de 100 km ao sul de Galveston Island, Texas, EUA.

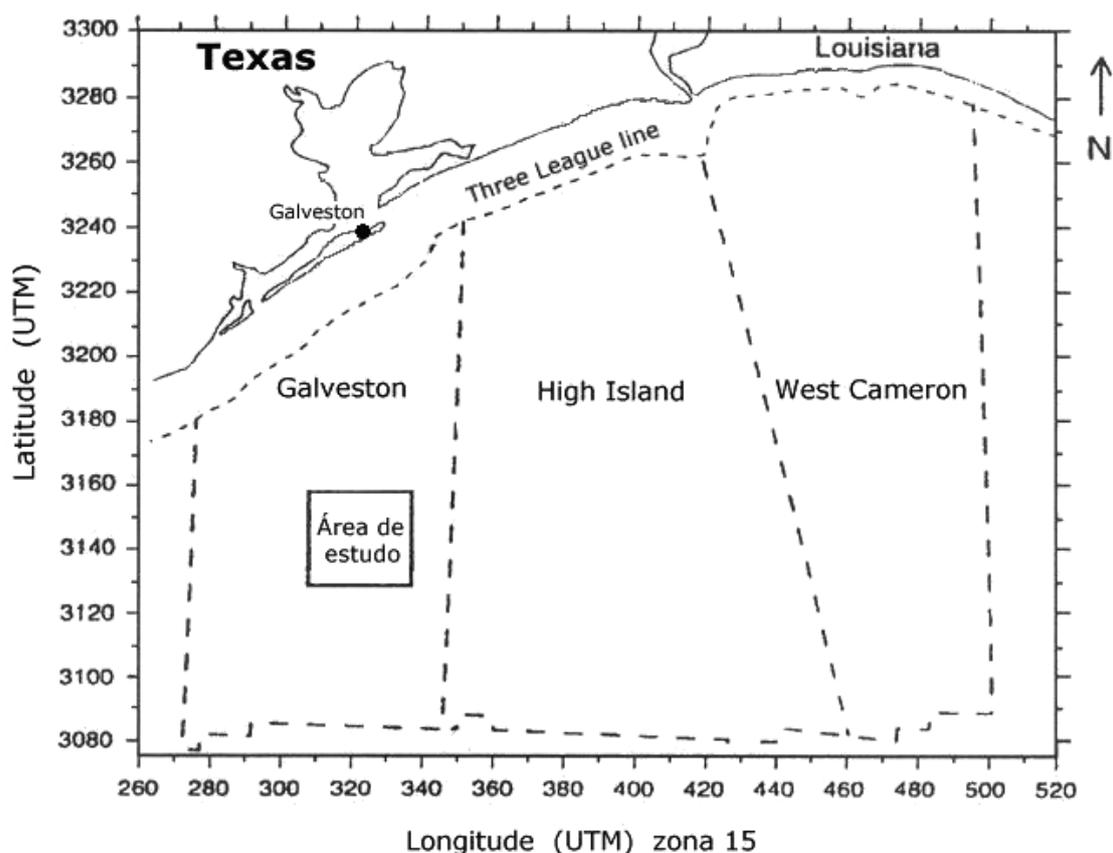


Figura 3.62 – **Galveston Island**. Localização da área de localização do domo de sal de Galveston Island, (Fueg, 1995; Moraes e Hansen, 2001).

A Figura 3.63 mostra as 386 estações das observações gravimétricas (circunferências vermelhas) resultantes da integração de levantamentos marinhos e o mapa da anomalia Bouguer (linhas contínuas) da área em estudo (Fueg, 1995; Moraes e Hansen, 2001). A anomalia Bouguer mostra um forte efeito gravimétrico regional de direção nordeste-sudoeste que, possivelmente, é produzido pela interface que separa a crosta do manto. O alto gravimétrico no centro da área em estudo é o efeito do domo de sal de Galveston Island.

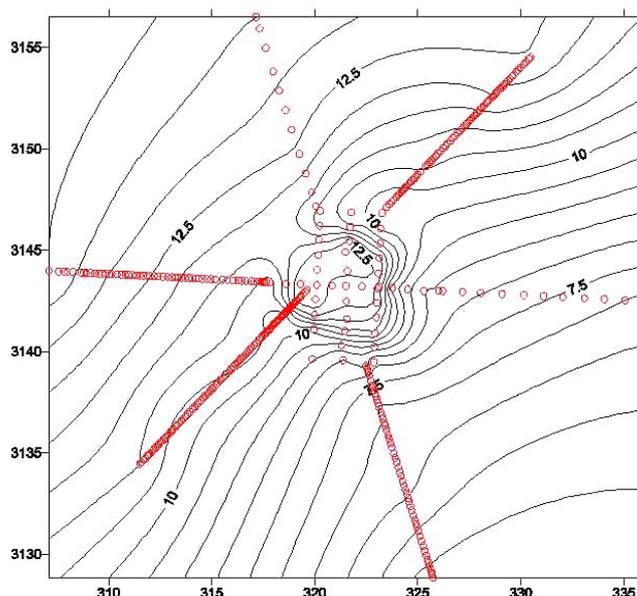


Figura 3.63 – **Galveston Island**. Distribuição das 386 estações de observações gravimétricas (circunferências vermelhas) e anomalia Bouguer (linhas pretas) obtida por interpolação das observações, (Fueg, 1995; Moraes e Hansen, 2001). O intervalo de contorno é de 0,5 mGal.

Para separar o efeito gravimétrico produzido pelas fontes mais profundas (fontes regionais) do efeito gravimétrico produzido pelo domo de sal (fonte residual), usamos a técnica de separação regional-residual por ajuste polinomial via método dos mínimos quadrados. A Figura 3.64a mostra a anomalia gravimétrica regional produzida pelo ajuste de um polinômio de quarto grau. A Figura 3.64b mostra a anomalia Bouguer residual com máximo e mínimo gravimétricos de 2,4 e -1,4 mGal, respectivamente. Esta anomalia residual foi obtida após a correção da anomalia Bouguer original (Figura 3.63) do efeito gravimétrico regional. A correção consistiu em subtrair das observações gravimétricas originais (Figura 3.63) a anomalia gravimétrica regional (Figura 3.64a).

A Figura 3.65 mostra a distribuição vertical 2D de densidades dos sedimentos até a profundidade de 5 km apresentada por Fueg e Xia (1996) a partir de furos de sondagem na área em estudo.

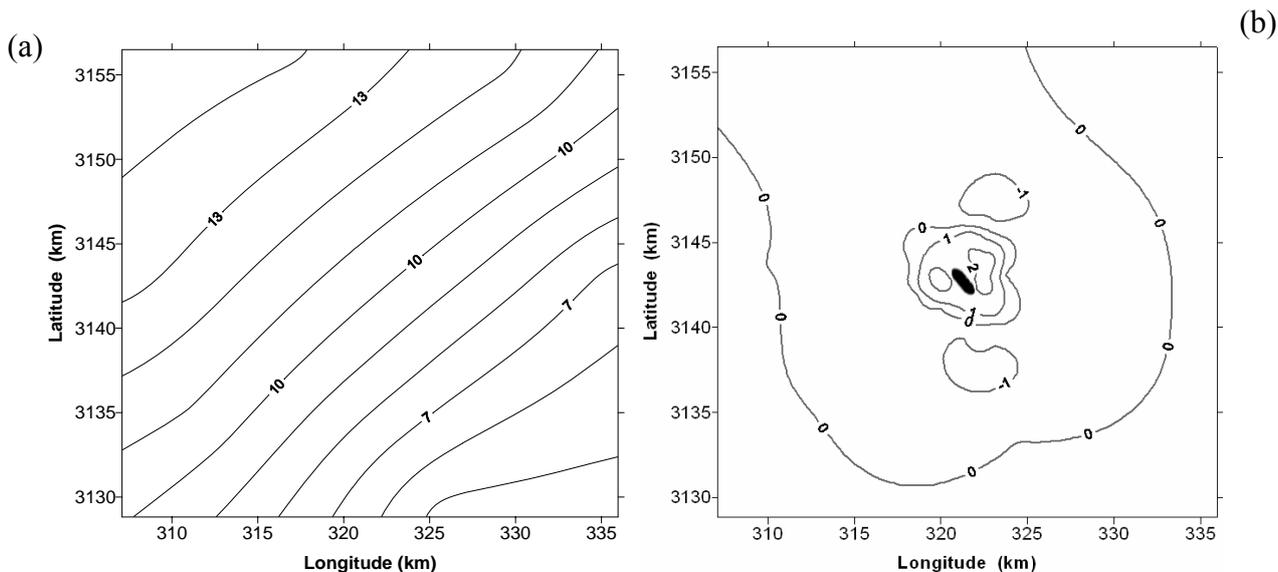


Figura 3.64 – **Galveston Island**. Anomalias gravimétricas (a) regional, produzida por fontes mais profundas, e (b) residual, produzida pelo domo de sal de Galveston Island, Texas. A pequena elipse escura no centro da anomalia residual consiste de dois pontos pretos que definem as posições das duas seqüências de elementos geométricos usados na inversão do método IGA e que, presumidamente, são pontos internos ao domo de sal.

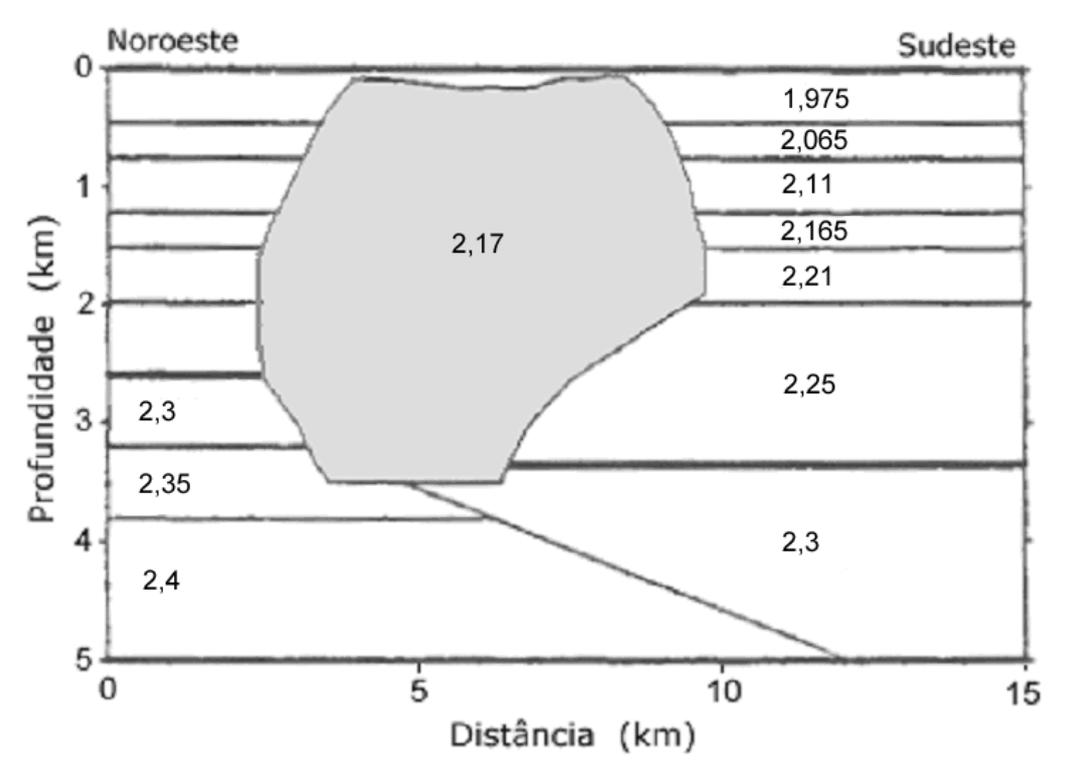


Figura 3.65 – **Galveston Island**. Representação esquemática da distribuição 2D de densidades na área de estudo interpretada por Fueg e Xia (1996). O corte vertical do domo de sal de Galveston Island está representado pela poligonal cinza com densidade de $2,17 \text{ g/cm}^3$ e os sedimentos encaixantes mostram uma estratificação horizontal com aumento da densidade em profundidade variando de $1,975$ a $2,4 \text{ g/cm}^3$.

Note que, segundo Fueg (1995) e Fueg e Xia (1996), o domo de sal de Galveston Island (poligonal) é um corpo raso, homogêneo, com densidade de $2,17 \text{ g/cm}^3$, com geometria aproximadamente circular, com diâmetro de cerca de 7 km, com profundidade máxima de sua base de 3,5 km e exibindo uma pequena estrutura lateral chamada de overhang.

Este domo de sal, com densidade de $2,17 \text{ g/cm}^3$, está encaixado em um pacote sedimentar estratificado em camadas aproximadamente horizontais com densidade variando de $1,975 \text{ g/cm}^3$ a $2,4 \text{ g/cm}^3$. Note que, próximo à superfície, a porção superior do domo de sal de Galveston Island apresenta uma densidade maior que a densidade das rochas sedimentares encaixantes. Por outro lado, abaixo da profundidade de 1,5 km o domo de sal apresenta uma densidade menor que a densidade das rochas sedimentares encaixantes. Portanto, há uma região em que a densidade do domo de sal é igual à densidade do sedimento. Esta região em que o contraste de densidade entre o sal e os sedimentos é nula é chamada de zona nula (“nil zone”), uma vez que o sal dentro desta região não produz efeito na anomalia gravimétrica. Este ambiente geológico é de extrema complexidade em virtude da existência de uma solução chamada de aniquilador da anomalia gravimétrica medida na superfície da Terra (Parker, 1994). Por definição, uma distribuição do contraste de densidade é um aniquilador se esta distribuição não produzir nenhum efeito gravimétrico fora da Terra. Enfatizamos que esta solução aniquiladora está presente na área em estudo. Note que, de acordo com Fueg (1995) e Fueg e Xia (1996), a porção do domo de sal acima da zona nula tem um contraste de densidade positivo produzindo uma anomalia gravimétrica positiva na superfície da Terra. Por outro lado, a porção do domo de sal abaixo da zona nula produz uma anomalia gravimétrica negativa, porque o contraste de densidade entre o sal e os sedimentos é negativo. O resultado desta distribuição positiva e negativa dos contrastes de densidade é o efeito aniquilador da anomalia gravimétrica medida na superfície. A existência de uma solução aniquiladora implica na não unicidade da solução. O método de inversão IGA soluciona a falta de unicidade da solução através da introdução de informação *a priori*. A introdução de informação *a priori* implica estimar uma distribuição espacial particular, para os contrastes de densidade, dentre as várias distribuições que ajustam os dados gravimétricos dentro de uma precisão experimental. Especificamente, na inversão IGA, estimaremos uma distribuição dos contrastes de densidade que deve estar tendenciosa na direção de concentrar excessos (ou deficiências) de massas anômalas em torno de elementos geométricos (eixos e pontos) que funcionam como esqueletos das fontes anômalas.

3.5.2.1 Inversão usando como hipótese o modelo geológico de referência de Fueg (1995)

Para a inversão pelo presente método da anomalia Bouguer produzida pelo domo de sal de Galveston Island (Figura 3.64b), estabelecemos um modelo geológico de referência inicial baseado nas informações geológicas de Fueg (1995) e Fueg e Xia (1996) (Figura 3.65). Para tanto, estabelecemos como elementos geométricos duas seqüências verticais de eixos e pontos. Presumimos que estas duas seqüências verticais de elementos geométricos estão localizadas internamente ao domo de sal e alinhadas no azimuth noroeste-sudeste como mostram os pontos pretos na Figura 3.64b. As Figuras 3.66a e 3.66b mostram os dois conjuntos de elementos geométricos dispostos verticalmente (pontos e vários pequenos eixos verticais na cor preta). O conjunto de elementos geométricos mostrado na Figura 3.66a apresenta pontos e eixos distribuídos entre as profundidades de 0,15 a 3,9 km e sua localização em planta é o ponto mais a noroeste na Figura 3.64b. O conjunto de elementos geométricos mostrado na Figura 3.66b apresenta pontos e eixos distribuídos entre as profundidades de 0,15 a 3,41 km e sua localização em planta é o ponto mais a sudeste na Figura 3.64b. O contraste-alvo de densidade associado a cada um destes pequenos eixos e pontos estão mostrados na Figura 3.66. Estes contrastes-alvo de densidade, entre o domo de sal e a encaixante sedimentar, foram obtidos subtraindo-se da densidade do sal ($2,17 \text{ g/cm}^3$) a densidade das camadas sedimentares que formam a encaixante, como mostra a Figura 3.65. Ressaltamos que, na aplicação do método IGA, estabelecemos que a estimativa da distribuição dos contrastes de densidade mostrará um sal heterogêneo encaixado em um pacote sedimentar homogêneo.

Realizamos duas iterações usando o processo de reconstrução adaptativa. Na primeira iteração, a estimativa para o domo de sal de Galveston Island é obtida com um modelo interpretativo constituído por $11 \times 11 \times 18$ prismas com dimensões de 1 km em ambas direções horizontais e 0,3 km na direção vertical. Foi atribuído o valor de $\lambda = 100$ para o parâmetro de regularização e o valor 0,02 a ϑ .

A Figura 3.67 mostra a estimativa da distribuição 3D dos contrastes de densidade obtida na segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa. Nesta segunda iteração, usamos um modelo interpretativo composto por $22 \times 22 \times 36$ prismas. Note que na porção superior do domo de

sal, a estimativa dos contrastes de densidade mostra uma variação estratificada em camadas aproximadamente horizontais, e com contrastes de densidade variando predominantemente entre 0,2 e 0,06 g/cm³. Esta estratificação foi definida por Fueg (1995) e Fueg e Xia (1996) para o pacote sedimentar, porém lembramos que, na aplicação da inversão IGA, definimos o sal como corpo heterogêneo e a sua encaixante (sedimentos) como homogênea.

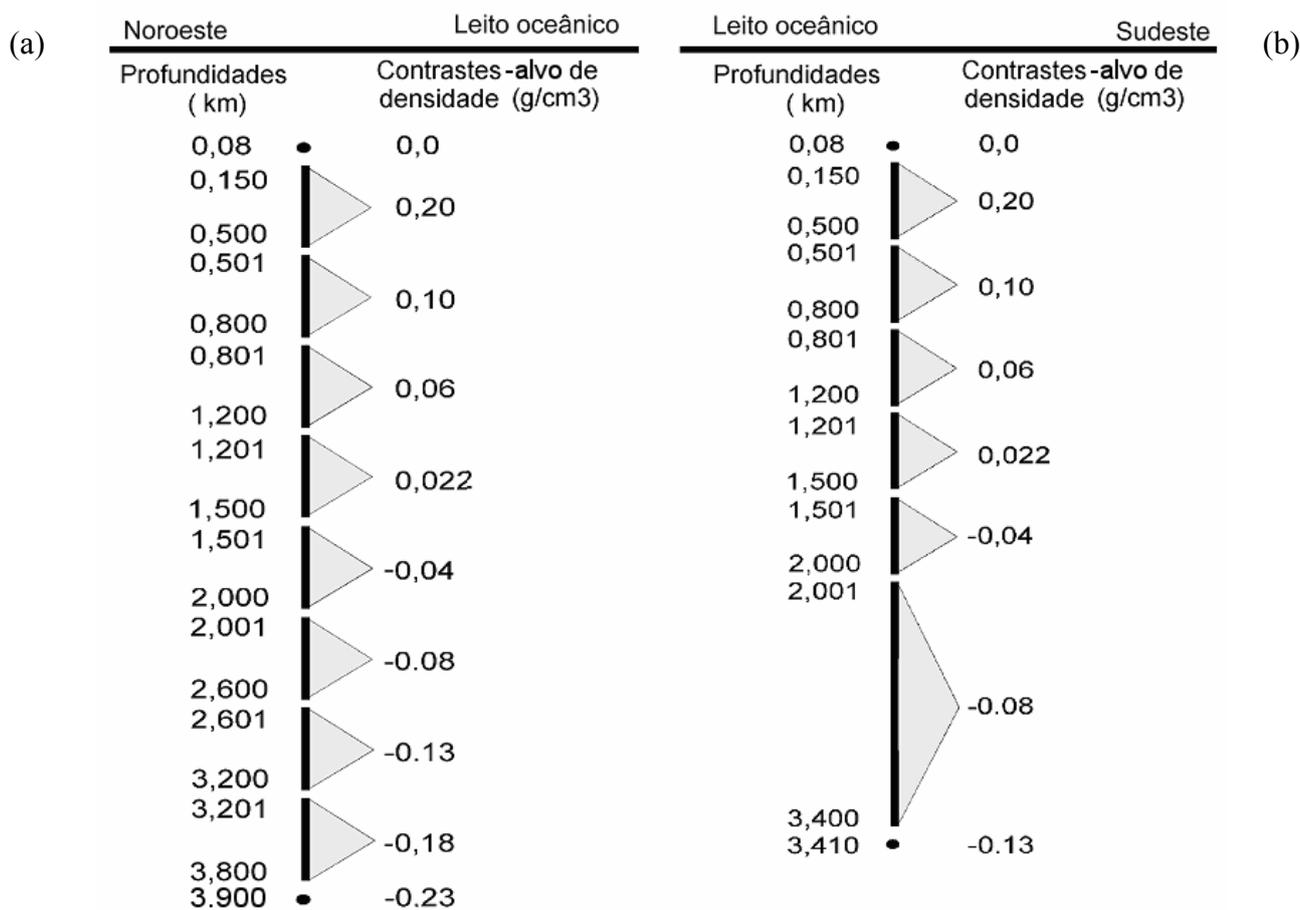


Figura 3.66 – **Modelo geológico de referência inicial simplificado baseado nas informações de Fueg (1995)**. (a) Seqüência de elementos geométricos alinhados verticalmente (eixos grossos e pontos em preto) localizada, em planta, na Figura 3.64b (ponto preto mais a noroeste) nas coordenadas: $x=321,6$ km e $y=3143,4$ km. (b) Seqüência de elementos geométricos alinhados verticalmente (eixos grossos e pontos em preto) localizada, em planta, na Figura 3.64b (ponto preto mais a sudeste) nas coordenadas: $x=322,4$ km e $y=3142,7$ km. Os valores à esquerda e à direita dos elementos geométricos em (a) e (b) são, respectivamente, as profundidades e os correspondentes valores-alvo dos contrastes de densidade atribuídos a cada elemento geométrico.

Note, na Figura 3.67, que na porção inferior do domo de sal, a estratificação não é bem definida. Uma possibilidade é a existência de camadas mais grossas na porção inferior do domo de Sal, com contrastes de densidade negativos atingindo aproximadamente $-0,3$ g/cm³, tal como sugere a interpretação de Fueg (1995) e Fueg e Xia (1996). Uma segunda possibilidade é a existência de um

contraste lateral de densidade entre os sedimentos provocados pelo *pinchout* como sugere a interpretação de Fuego e Xia (1996) (Figura 3.65).

De acordo com a Figura 3.67, a estimativa da base do domo de sal de Galveston Island é de 5,4 km e geometricamente é um corpo verticalmente alongado. A solução estimada pelo presente método difere da interpretação de Fuego (1995) mas produz um ajuste aceitável como mostra a Figura 3.68 (linhas tracejadas vermelhas).

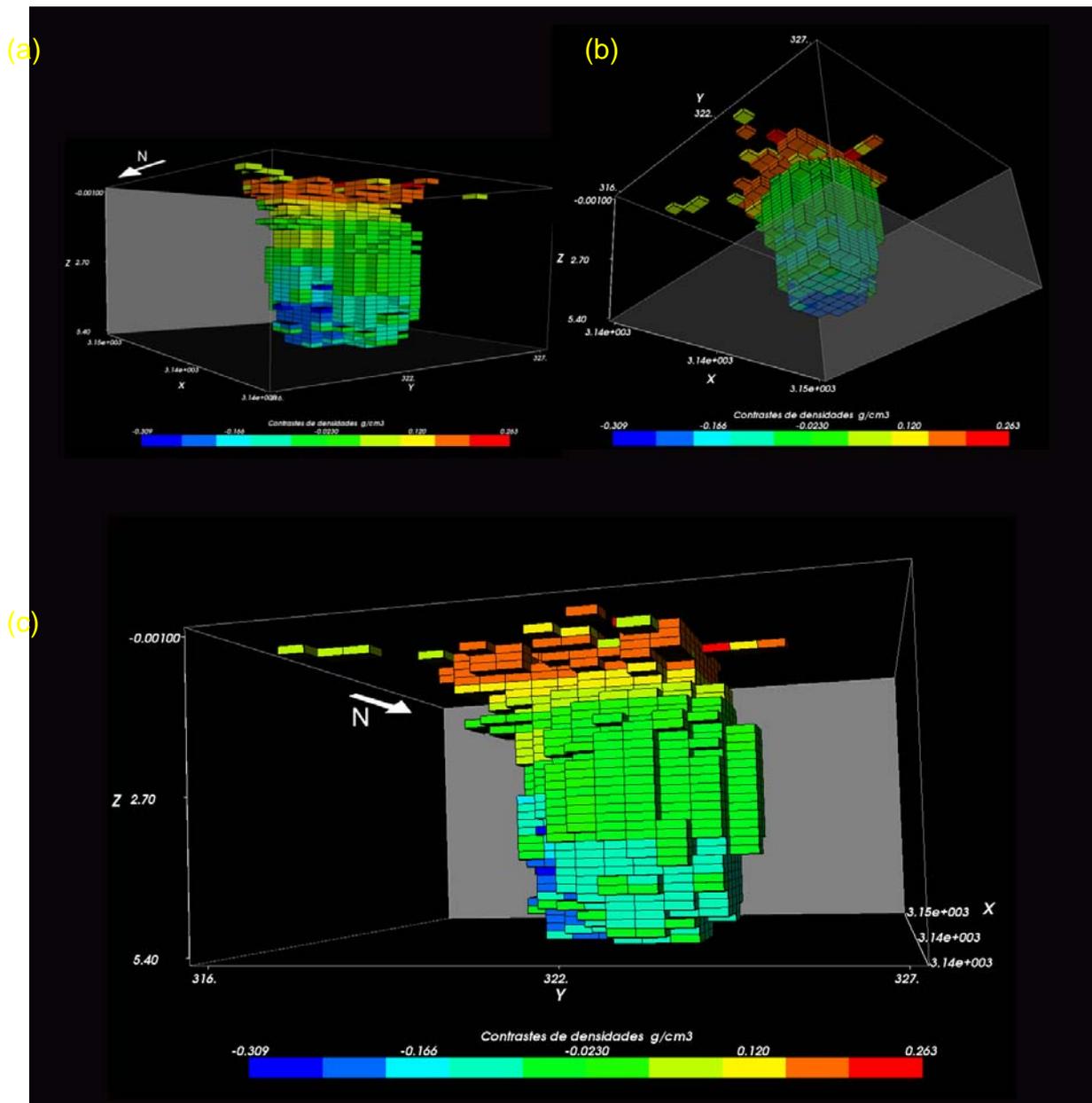


Figura 3.67 –Galveston Island. Diferentes visadas em perspectiva da estimativa da distribuição dos contrastes de densidade obtida na segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa. Empregamos o modelo geológico de referência inicial mostrado na Figura 3.66 que foi definido a partir da distribuição de densidade apresentada por Fuego (1995) (Figura 3.65).

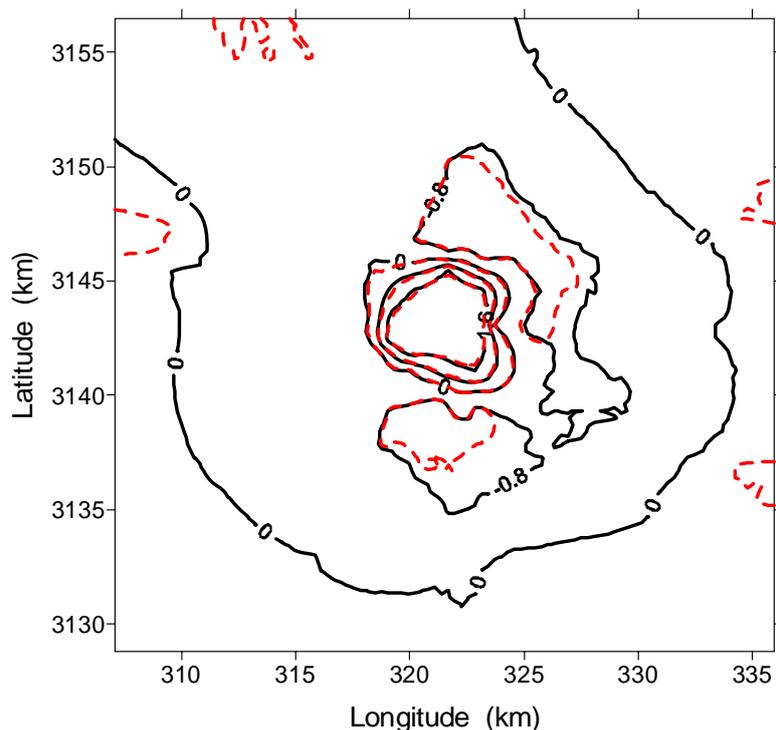


Figura 3.68 – **Galveston Island**. Anomalias Bouguer observada (linha contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas) na segunda iteração do processo de reconstrução adaptativa. O intervalo das curvas é de 0,8 mGal.

3.5.2.2 Inversão usando uma segunda hipótese para o modelo geológico de referência

Diferentemente de Fueg (1995), que interpretou o domo de sal de Galveston Island como um corpo circular que atinge a profundidade de 3,5 km, estimamos, no teste anterior, um domo de sal verticalmente alongado e com profundidade superior a 5 km. Esta diferença levou-nos a testar uma segunda hipótese para o modelo geológico de referência. Para tanto, presumimos uma distribuição simplificada para as densidades das rochas sedimentares encaixantes do domo de Galveston Island, tendo como referência a distribuição mostrada na Figura 3.65. A Figura 3.69 mostra que nesta segunda hipótese os elementos geométricos iniciais são formados por pontos (esferas azuis) e uma única seqüência de pequenos eixos verticais. Baseado em uma nova distribuição de densidades simplificada, atribuímos a cada elemento geométrico um contraste-alvo de densidade (valores mais à direita da Figura 3.69).

Realizamos quatro iterações usando o processo de reconstrução adaptativa. Na primeira iteração estabelecemos um modelo interpretativo composto por $5 \times 5 \times 10$ prismas com dimensões de $2,2 \times 2,2 \times 0,5$ km nas direções x , y e z , respectivamente. Estabelecemos $\lambda = 10000$ e $\vartheta = 0,02$.

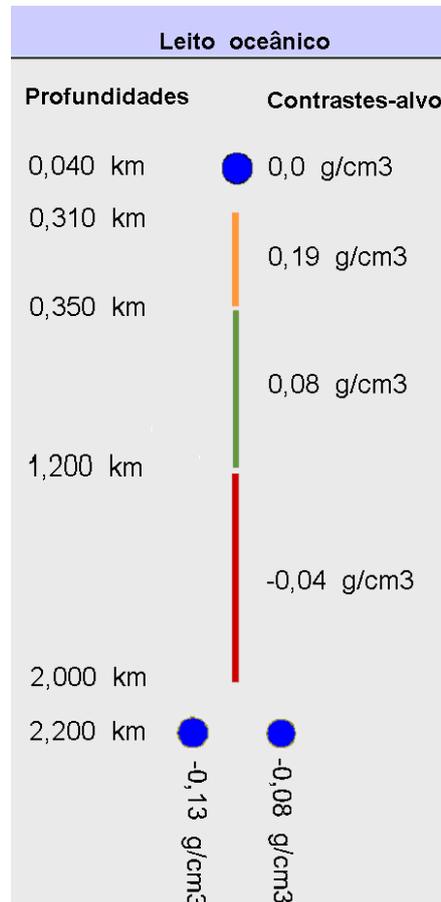


Figura 3.69 –**Segunda hipótese para o modelo geológico de referência inicial.** Uma seqüência de elementos geométricos (pontos e eixos) distribuídos verticalmente entre as profundidades 0,4 km a 2,2 km. As coordenadas horizontais de localização desta seqüência de elementos geométricos são $x = 321,83$ km e $y = 3143,4$ km. Os valores à esquerda e à direita dos elementos geométricos são, respectivamente, as profundidades e os correspondentes contrastes-alvo de densidade atribuídos a cada elemento geométrico.

Na terceira iteração do processo de reconstrução adaptativa o modelo interpretativo é composto por $20 \times 20 \times 40$ prismas. A terceira estimativa da distribuição dos contrastes de densidade é mostrada na Figura 3.70 e a correspondente anomalia ajustada é mostrada, em linhas tracejadas vermelhas, na Figura 3.71.

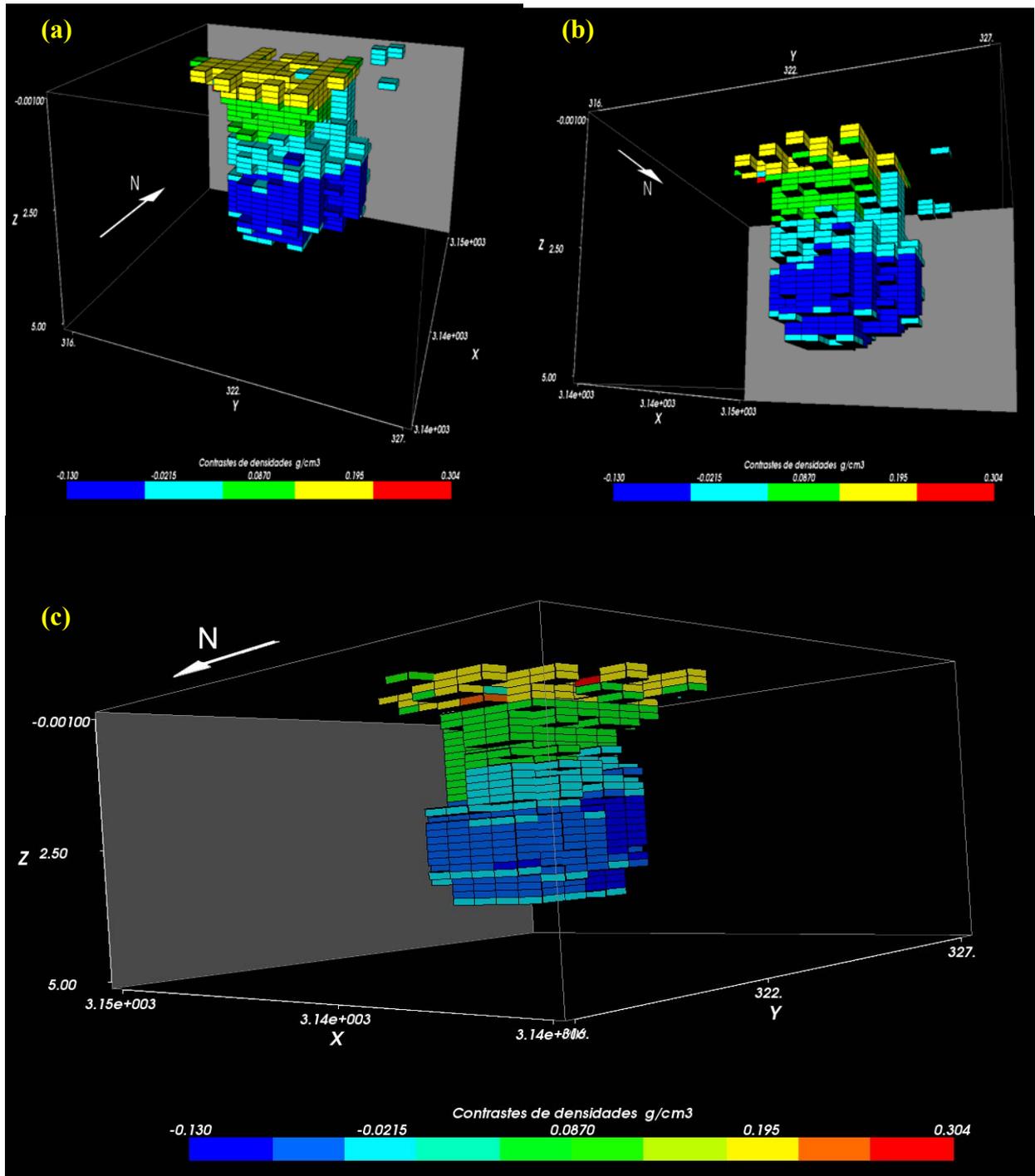


Figura 3.70 – **Galveston Island**. Diferentes visadas em perspectiva da terceira solução estimada partindo-se da segunda hipótese para o modelo geológico de referência (Figura 3.69). (a) Visada superior sul-norte. (b) Visada inferior sul-norte. (c) Visada sudoeste-nordeste.

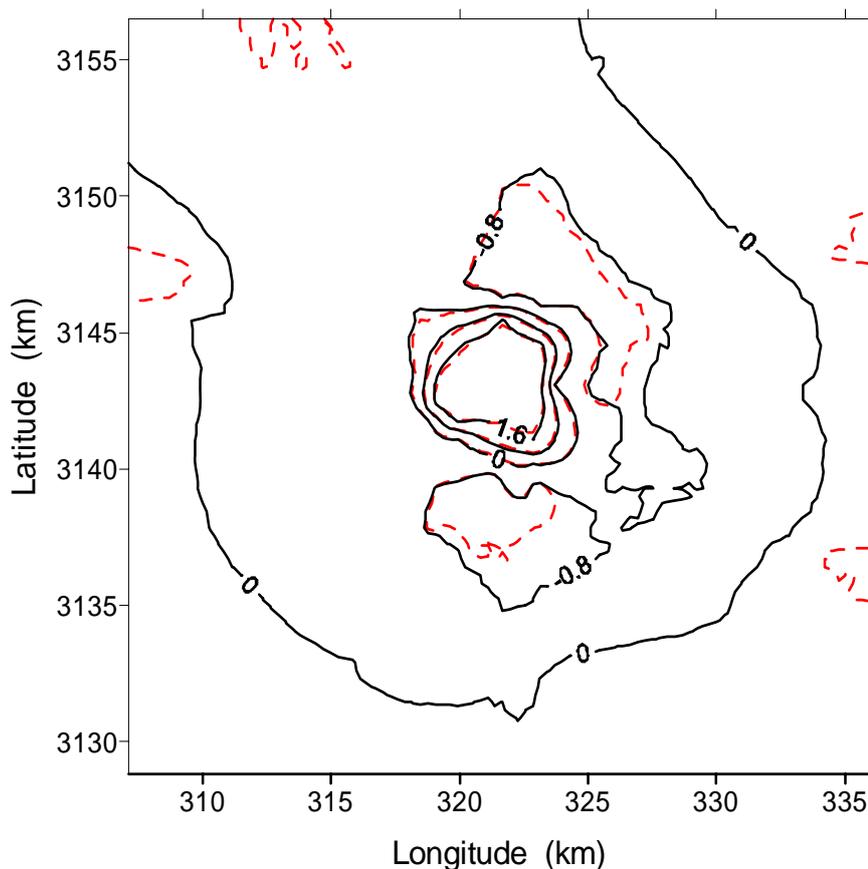
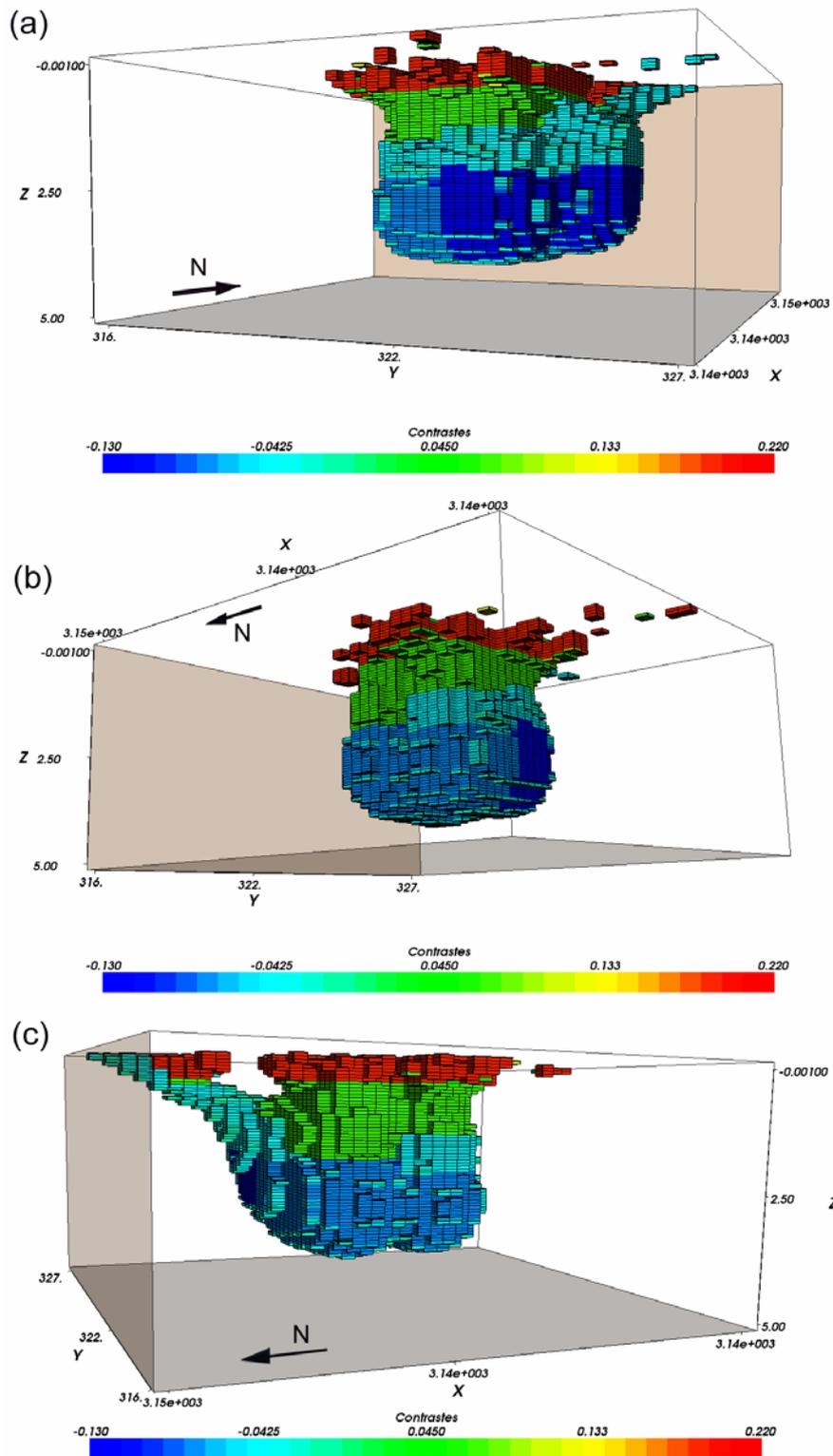


Figura 3.71 – **Galveston Island.** Anomalias Bouguer observada (linhas contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas) na terceira iteração do processo de reconstrução adaptativa.

A Figura 3.72 mostra a estimativa da distribuição 3D dos contrastes de densidade obtida na quarta iteração do processo de reconstrução adaptativa usando um modelo interpretativo composto por $40 \times 40 \times 80$ prismas. Esta estimativa do domo de sal de Galveston Island mostra que a profundidade máxima para a base do domo é de 3,9 km. Note que esta solução recuperou um domo de sal aproximadamente cilíndrico, como sugeriu Fueg (1995) e Moraes e Hansen (2001). Observamos claramente a existência de um overhang a leste (Figura 3.72a), mais sutil e mais raso que o previsto por Fueg (1995). A estimativa revela a possível existência de um segundo overhang ainda não relatado, situado na face norte do domo. Se confirmado, a importância deste overhang se deve a sua extensão lateral e sua pouca profundidade. Finalmente, ressaltamos que esta solução produziu uma anomalia gravimétrica ajustada (linhas tracejadas vermelhas na Figura 3.73) que explica a anomalia gravimétrica observada (linhas observadas) dentro da precisão imposta pelo ruído experimental.



Figuras 3.72 – **Galveston Island**. Diferentes visadas em perspectiva da quarta solução estimada para o domo de sal partindo-se da segunda hipótese de modelo geológico de referência (Figura 3.69). (a) Visada lateral no azimuth sul-norte. (b) Visada inferior no azimuth sudoeste-nordeste. (c) Visada lateral oeste-leste.

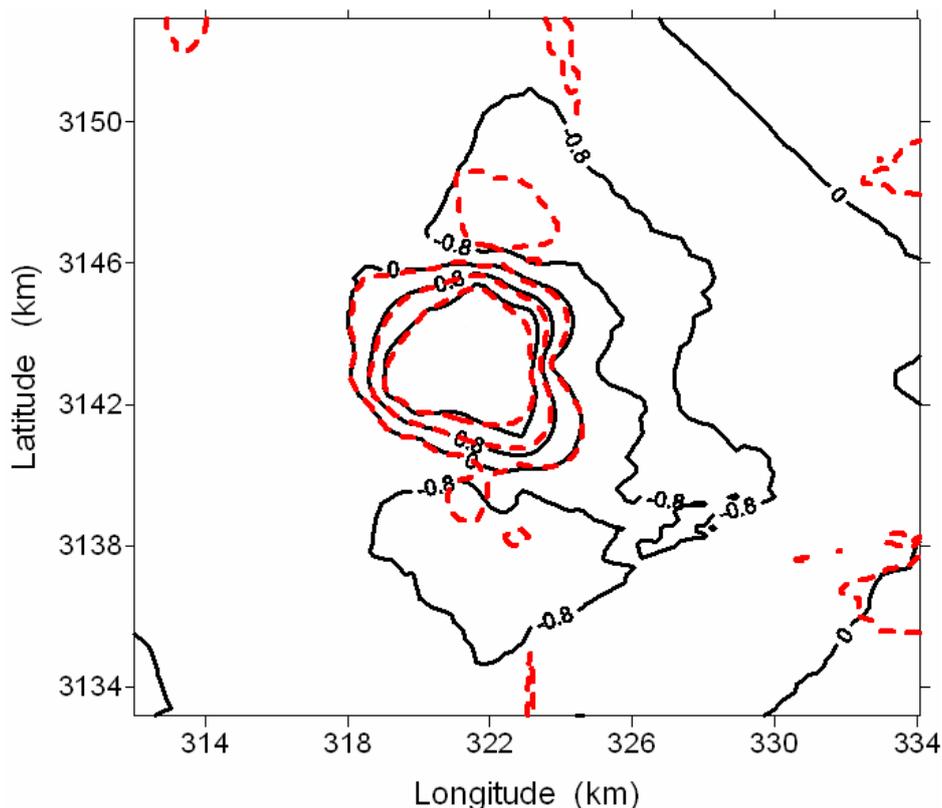


Figura 3.73 – **Galveston Island**. Anomalias Bouguer observada (linha contínuas pretas) e ajustada (linhas tracejadas vermelhas) na quarta iteração do processo de reconstrução adaptativa. O intervalo das linhas de contorno é de 0,8 mGal.

As duas estimativas obtidas via IGA para o domo de sal de Galveston Island apresentadas nas Figuras 3.67 e 3.72, diferem nas suas formas geométricas e nas profundidades máximas atingidas pelas bases do domo. Na Figura 3.67 o domo de sal estimado é alongado verticalmente e atinge a profundidade de 5,4 km. Por outro lado, na Figura 3.72 o domo de sal estimado é aproximadamente cilíndrico, com uma topografia do fundo um pouco mais plana, mais extensa e atingindo a profundidade de 3,98 km. Vale ressaltar que todas as soluções apresentadas nesta subseção produziram ajustes aceitáveis à anomalia observada quando considerada a magnitude dos erros observacionais comuns aos levantamentos gravimétricos marítimos (Nabighian et al., 2005). Portanto, escolher como “melhor solução” a estimativa apresentada na Figura 3.67 (usando o modelo geológico de referência sugerido por Fueg, 1995), ou escolher a estimativa apresentada na Figura 3.72 (usando um modelo geológico de referência simplificado da Figura 3.69), dependerá de adicionais informações geológicas. Entretanto, destacamos que as sucessivas estimativas apresentadas nas Figuras 3.70 e 3.72 mostraram maior estabilidade tanto na geometria do domo quanto na profundidade máxima alcançada (aproximadamente igual a 4 km).

3.6 Conclusões

Apresentamos um método de inversão para estimar uma distribuição 3D dos contrastes de densidade, que ajusta os dados observados dentro dos erros experimentais e favorece fontes gravimétricas compactas envoltórias de elementos geométricos (pontos e eixos) especificados *a priori*. Este método aproxima a distribuição espacial contínua de densidades, no interior da Terra, por uma distribuição discreta de densidades composta por uma malha regular de prismas 3D justapostos, cujos contrastes de densidades são desconhecidos. É imposto que as fontes gravimétricas estimadas são homogêneas por partes, compactas e distribuídas em torno de elementos geométricos (pontos e eixos) que operam como esqueletos estruturais presumidos para as fontes anômalas. Como não há imposição de transição suave na estimativa da distribuição dos contrastes de densidade, este método torna-se particularmente adequado à interpretação de corpos com variação abrupta de densidade. Adicionalmente, como o método impõe fontes compactas nas proximidades dos eixos e pontos, esta forte tendenciosidade permite delinear as geometrias de múltiplas fontes anômalas, contíguas ou próximas entre si e que produzem anomalias gravimétricas interferentes.

O intérprete pode aceitar a solução estimada ou começar uma nova inversão usando o esquema de reconstrução adaptativa. Neste processo iterativo, um novo modelo interpretativo e um novo conjunto de elementos geométricos são redefinidos automaticamente. Deste modo, a cada iteração, a região onde presumivelmente estão distribuídas as fontes anômalas é rediscritizada e, automaticamente, é gerada uma nova malha de prismas 3D composta por um o número de prismas oito vezes maior que o número de prismas da iteração anterior. Simultaneamente, o conjunto de elementos geométricos varia dinamicamente através do descarte e da adição de novos elementos geométricos em cada iteração. O encerramento do processo de reconstrução adaptativa ocorre na iteração em que há invariâncias tanto dos volumes como das geometrias das fontes estimadas, em relação à iteração anterior.

Similarmente aos métodos anteriores, que incorporam a informação de mínimo volume das fontes anômalas (inversão focada) ou incorporam a informação de variação suave aos parâmetros ponderados por uma função que depende da profundidade das fontes anômalas, mostramos que o nosso método também recupera fontes isoladas que geram anomalias gravimétricas não interferentes. Em contraste, ressaltamos que o presente método mostra um desempenho muito

superior na interpretação de anomalias gravimétricas interferentes produzidas por fontes anômalas que estão separadas por pequenas distâncias.

Testamos o desempenho do método em anomalias gravimétricas sintéticas e interferentes, acrescidas de ruído. Estes dados gravimétricos simularam ambientes geológicos complexos, compostos por vários corpos anômalos, com contrastes de densidade positivo e/ou negativo. As fontes anômalas simuladas localizam-se em diversos níveis de profundidade e estão separadas uma das outras por pequenas distâncias ou estão contíguas. Os resultados obtidos mostram a eficiência do método na recuperação das geometrias das fontes gravimétricas simuladas.

O método também foi aplicado a dois conjuntos de dados reais. Na aplicação à anomalia Bouguer do maciço granítico Redenção, Pará, usamos informações *a priori* advindas de mapeamentos geológicos uma vez que o granito é aflorante. Nosso resultado mostrou que o granito Redenção apresenta uma forma aproximadamente cônica, com espessura máxima de 6.5 km e diâmetro de aproximadamente 25 km. Na aplicação à anomalia Bouguer do domo de sal de Galveston Island, Texas, EUA, testamos duas diferentes hipóteses geológicas sobre a variação de densidade entre o domo de sal e sua encaixante. A primeira hipótese baseia-se nas informações geológicas complexas fornecidas por furos de sondagens e a segunda hipótese é uma simplificação da primeira. Usando a primeira hipótese, estimamos um domo de sal alongado com profundidade da base superior a 5 km. Por outro lado, usando a segunda hipótese estimamos um domo de sal aproximadamente cilíndrico, com profundidade da base em torno de 4 km e exibindo lateralmente a leste e a norte, estruturas chamadas de *overhang*. Ressaltamos que *overhang* é um tipo de estrutura geológica associada à retenção de petróleo e gás.

Conclusões finais

Nesta tese desenvolvemos dois novos métodos de inversão gravimétrica que permitem a interação do intérprete na introdução da informação *a priori* e na decisão de aceitar a solução estimada ou definir novas hipóteses sobre a informação *a priori* e tentar uma nova inversão. Neste novo conceito de inversão, que chamamos de inversão assistida, cabe ao intérprete estabelecer e testar hipóteses geológicas que serão introduzidas matematicamente aos funcionais estabilizantes que desenvolvemos nesta tese. Assim através da assistência direta do intérprete incorporamos informações geológicas que não estão restritas às classes dos conhecidos funcionais estabilizantes descritos na teoria de regularização de Tikhonov (como, por exemplo, os funcionais de ordens zero, um e dois) e suas modificações. Na presente abordagem, o intérprete pode testar extensamente as suas subjetivas experiências geológicas sobre a área em estudo. Isto não significa uma simples modificação de parâmetros de controle da inversão, mas tentar novas hipóteses geológicas e aceitar aquela solução que apresente com significado geológico.

O primeiro método de inversão gravimétrica assistida designamos **inversão gravimétrica 2D com suavidade diferenciada**. Este método mapeia uma interface complexa 2D de separação de dois meios, na presença de múltiplas heterogeneidades de densidade (chamadas de fontes interferentes). Em contraste com os métodos atuais de separação regional-residual, nenhuma hipótese restritiva é feita sobre o conteúdo espectral das anomalias gravimétricas, residuais e regional, causadas pelas fontes interferentes e a interface, respectivamente. O método combina um procedimento de ajuste robusto com o vínculo que a interface é muito suave nas proximidades das fontes interferentes. As localizações aproximadas ao longo das coordenadas horizontais das fontes interferentes são as informações *a priori* fornecidas pelo intérprete. Portanto, a assistência do intérprete neste método consiste na escolha destas coordenadas que pode ser: i) conhecida pelo intérprete através de mapeamentos geológicos; ii) fornecida por outros métodos geofísicos; e ii) inferida pelo intérprete através da estimativa da interface obtida por outros métodos inversos, como por exemplo, a regularização de Tikhonov de ordem 1. O método da suavidade diferenciada foi testado em dados gravimétricos sintéticos e reais produzindo boas estimativas na interpretação de interfaces complexas, na presença de fontes pequenas e rasas ou largas e profundas. Este método mostrou-se adequado à interpretação de uma grande variedade de interfaces em diferentes

ambientes geológicos, como por exemplo, embasamento de uma bacia sedimentar, interface separando crosta-manto e interface de contato entre rochas ígneas intercaladas. Embora o método da suavidade diferenciada foi desenvolvido nesta tese para a interpretação das profundidades de uma interface em um ambiente geológico 2D, não existem dificuldades metodológicas na sua extensão para o mapeamento de uma interface 3D na presença de corpos interferentes. Finalmente, destacamos que o presente método também pode ser adaptado para a inversão de dados magnéticos, isto é, para a interpretação de uma interface magnética na presença de corpos interferentes magnéticos.

O segundo método de inversão gravimétrica assistida designamos **inversão gravimétrica 3D adaptativa**. Este método estima iterativamente uma distribuição 3D de contrastes de densidade que explique os dados gravimétricos observados dentro da precisão experimental e que constitua fontes gravimétricas compactas distribuídas em torno de elementos geométricos (eixos e pontos) que formam um esqueleto estrutural das fontes. A região da Terra de interesse é discretizada em uma malha de prismas 3D verticais, que são justapostos nas direções horizontais e vertical, sendo que cada prisma tem contraste de densidade constante porém desconhecido. Esta malha de prismas 3D forma o modelo interpretativo deste segundo método. Na primeira iteração do método, o intérprete estabelece um modelo interpretativo inicial, presume um conjunto de eixos e pontos que compõem o esqueleto inicial das fontes anômalas a serem recuperadas e atribui os contrastes-alvo de densidade (positivo ou negativo) a cada elemento geométrico (eixos e pontos). Este conjunto de elementos geométricos inicial e os correspondentes contrastes-alvo de densidade formam o modelo geológico de referência estático, que é proposto pelo intérprete e é invariante ao longo das iterações. Após estimar, na primeira iteração, uma distribuição 3D de fontes gravimétricas compactas distribuídas em torno dos elementos geométricos iniciais, inicia-se então uma nova iteração em que automaticamente é redefinido um modelo interpretativo composto por um número de prismas maior do que o número de prismas da discretização anterior. Também de modo automático é redefinido o conjunto de elementos geométricos (composto apenas por pontos) e seus correspondentes contrastes-alvo de densidade, formando assim um modelo geológico de referência dinâmico, que se modificará a cada iteração. Estes novos elementos geométricos (pontos) estarão localizados no centro dos prismas cujas estimativas dos contrastes de densidade, na iteração anterior, atingiram os correspondentes contrastes-alvo de densidade. Então, em cada iteração, o método utiliza uma associação dos modelos geológicos de referência estático (inicial) e dinâmico (redefinido automaticamente). O critério de parada do processo iterativo deste método está baseado na

invariância das geometrias e volumes das fontes gravimétricas 3D estimadas entre duas iterações sucessivas. Esta invariância é verificada pelo intérprete através de uma inspeção visual. Portanto, a assistência do intérprete neste método consiste na definição do modelo geológico de referência estático (inicial), no modelo interpretativo inicial e na decisão de parada do método. Testes com dados gravimétricos sintéticos e reais mostraram que o método é capaz de recuperar as formas geométricas de múltiplas fontes que produziram anomalias fortemente interferentes. Concluímos que o método é capaz de interpretar fontes gravimétricas de uma ampla variedade de ambientes geológicos, tais como bacias sedimentares, mineralizações e ambientes com intrusivas ígneas. Possíveis extensões deste método incluem a inversão de dados magnéticos, sísmicos e MT para a interpretação de múltiplas fontes anômalas 3D.

Finalmente, ressaltamos que nos dois métodos inversos de dados gravimétricos, propostos nesta tese, foram planejadas intervenções do intérprete. Estes métodos de inversão gravimétrica assistida pelo intérprete visam a praticidade e a eficiência na incorporação de informação independente dos dados gravimétricos. Neste novo conceito de inversão, viabilizamos um modo muito simples de introduzir a experiência e o conhecimento do intérprete ao problema inverso. Nesta nova abordagem, além da avaliação do ajuste dos dados observados, possibilitamos a introdução do julgamento subjetivo do intérprete na avaliação da qualidade e da plausibilidade geológica da solução estimada.

Apêndice A

Detalhes matemáticos da minimização de $\phi_2(\mathbf{p})$ (equação 2.10) sujeito ao vínculo de positividade

Considere o problema não linear de minimizar o funcional $\phi_2(\mathbf{p})$ (equação 2.10) sujeito à condição de positividade dos parâmetros (equação 2.8). Para resolver este problema vinculado, usamos o método iterativo de Gauss-Newton com a estratégia de Marquardt (1963). O vínculo 2.8 é incorporado às perturbações computadas em cada iteração, via um algoritmo de mínimos quadrados com a condição de positividade dos parâmetros (Haskell e Hanson, 1981; Hanson e Haskell, 1982).

Para tanto, uma aproximação de segunda ordem $\phi'_2(\mathbf{p})$ de $\phi_2(\mathbf{p})$ é obtida no ponto \mathbf{p}_k

$$\begin{aligned} \phi'_2(\mathbf{p}) = & \phi_2(\mathbf{p}_k) + \nabla_{\mathbf{p}}^T \left\{ \left\| \mathbf{W}_{\varepsilon}^{1/2} (\mathbf{g}^o - \mathbf{g}^R(\mathbf{p})) \right\|^2 \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} \Delta \mathbf{p}_k + \lambda^{ws}(\delta) \nabla_{\mathbf{p}}^T \left\{ \left\| \mathbf{W}_{\mathbf{p}}^{1/2} \mathbf{R} \mathbf{p} \right\|^2 \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} \Delta \mathbf{p}_k + \\ & \lambda^o(\delta) \nabla_{\mathbf{p}}^T \left\{ \left\| \mathbf{W}_o \mathbf{p} - \mathbf{p}^o \right\|^2 \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} \Delta \mathbf{p}_k + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{p}_k^T \nabla_{\mathbf{p}} \nabla_{\mathbf{p}}^T \left\{ \left\| \mathbf{W}_{\varepsilon}^{1/2} (\mathbf{g}^o - \mathbf{g}^R(\mathbf{p})) \right\|^2 \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} \Delta \mathbf{p}_k + \\ & \frac{1}{2} \lambda^{ws}(\delta) \Delta \mathbf{p}_k^T \nabla_{\mathbf{p}} \nabla_{\mathbf{p}}^T \left\{ \left\| \mathbf{W}_{\mathbf{p}}^{1/2} \mathbf{R} \mathbf{p} \right\|^2 \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} \Delta \mathbf{p}_k + \frac{1}{2} \lambda^o(\delta) \Delta \mathbf{p}_k^T \nabla_{\mathbf{p}} \nabla_{\mathbf{p}}^T \left\{ \left\| \mathbf{W}_o \mathbf{p} - \mathbf{p}^o \right\|^2 \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} \Delta \mathbf{p}_k, \end{aligned} \quad (\text{A-1})$$

em que $\Delta \mathbf{p}_k = \mathbf{p} - \mathbf{p}_k$, $\nabla_{\mathbf{p}} \left\{ \xi \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k}$ é o vetor gradiente, $M \times 1$, da função $\xi(\mathbf{p})$ em relação ao vetor \mathbf{p} ,

avaliado em $\mathbf{p} = \mathbf{p}_k$ e cujo j -ésimo elemento é dado por $\left. \frac{\partial \xi}{\partial p_j} \right|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k}$ e $\nabla_{\mathbf{p}} \nabla_{\mathbf{p}}^T \left\{ \xi \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k}$ é a matriz

Hessiana, $M \times M$, da função ξ avaliada em $\mathbf{p} = \mathbf{p}_k$ e cujo ij -ésimo elemento é dado por

$\left. \frac{\partial^2 \xi}{\partial p_i \partial p_j} \right|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k}$. Tomando o gradiente da função expandida $\phi'_2(\mathbf{p})$, em relação a \mathbf{p} , e igualando o

resultado ao vetor nulo,

$$\begin{aligned} & \nabla_{\mathbf{p}}^T \left\{ \left\| \mathbf{W}_{\varepsilon}^{1/2} (\mathbf{g}^o - \mathbf{g}^R(\mathbf{p})) \right\|^2 \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} + \lambda^{ws}(\delta) \nabla_{\mathbf{p}}^T \left\{ \left\| \mathbf{W}_{\mathbf{p}}^{1/2} \mathbf{R} \mathbf{p} \right\|^2 \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} + \lambda^o(\delta) \nabla_{\mathbf{p}}^T \left\{ \left\| \mathbf{W}_o \mathbf{p} - \mathbf{p}^o \right\|^2 \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} + \\ & \nabla_{\mathbf{p}} \nabla_{\mathbf{p}}^T \left\{ \left\| \mathbf{W}_{\varepsilon}^{1/2} (\mathbf{g}^o - \mathbf{g}^R(\mathbf{p})) \right\|^2 \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} \hat{\Delta} \mathbf{p}_k + \lambda^{ws}(\delta) \nabla_{\mathbf{p}} \nabla_{\mathbf{p}}^T \left\{ \left\| \mathbf{W}_{\mathbf{p}}^{1/2} \mathbf{R} \mathbf{p} \right\|^2 \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} \hat{\Delta} \mathbf{p}_k + \end{aligned} \quad (\text{A-2})$$

$$\lambda^o(\delta) \nabla_{\mathbf{p}} \nabla_{\mathbf{p}}^T \left\{ \left\| \mathbf{W}_o \mathbf{p} - \mathbf{p}^o \right\|^2 \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} \hat{\Delta} \mathbf{p}_k = \mathbf{0},$$

obtemos $\hat{\Delta} \mathbf{p}_k$ em um único passo do método de Gauss-Newton necessário para alcançarmos o mínimo de $\phi_2'(\mathbf{p})$

$$\left[\nabla_{\mathbf{p}} \nabla_{\mathbf{p}}^T \left\{ \left\| \mathbf{W}_\varepsilon^{1/2} (\mathbf{g}^o - \mathbf{g}^R(\mathbf{p})) \right\|^2 \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} + \lambda^{ws}(\delta) \nabla_{\mathbf{p}} \nabla_{\mathbf{p}}^T \left\{ \left\| \mathbf{W}_p^{1/2} \mathbf{R} \mathbf{p} \right\|^2 \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} + \lambda^o(\delta) \nabla_{\mathbf{p}} \nabla_{\mathbf{p}}^T \left\{ \left\| \mathbf{W}_o \mathbf{p} - \mathbf{p}^o \right\|^2 \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} \right] \hat{\Delta} \mathbf{p}_k = \quad (\text{A-3})$$

$$- \left(\nabla_{\mathbf{p}} \left\{ \left\| \mathbf{W}_\varepsilon^{1/2} (\mathbf{g}^o - \mathbf{g}^R(\mathbf{p})) \right\|^2 \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} + \lambda^{ws}(\delta) \nabla_{\mathbf{p}} \left\{ \left\| \mathbf{W}_p^{1/2} \mathbf{R} \mathbf{p} \right\|^2 \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} + \lambda^o(\delta) \nabla_{\mathbf{p}} \left\{ \left\| \mathbf{W}_o \mathbf{p} - \mathbf{p}^o \right\|^2 \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} \right)$$

Os vetores gradientes avaliados em $\mathbf{p} = \mathbf{p}_k$ são dados por:

$$\nabla_{\mathbf{p}} \left\{ \left\| \mathbf{W}_o \mathbf{p} - \mathbf{p}^o \right\|^2 \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} = 2 \mathbf{W}_o (\mathbf{W}_o \mathbf{p}_k - \mathbf{p}^o),$$

$$\nabla_{\mathbf{p}} \left\{ \left\| \mathbf{W}_p^{1/2} \mathbf{R} \mathbf{p} \right\|^2 \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} = 2 \mathbf{R}^T \mathbf{W}_p \mathbf{R} \mathbf{p}_k,$$

e

$$\nabla_{\mathbf{p}} \left\{ \left\| \mathbf{W}_\varepsilon^{1/2} (\mathbf{g}^o - \mathbf{g}^R(\mathbf{p})) \right\|^2 \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} = -2 \mathbf{A}_k^T \mathbf{W}_\varepsilon (\mathbf{g}^o - \mathbf{A}_k \mathbf{p}_k)$$

em que \mathbf{A}_k é a matriz Jacobiana $N \times M$ da função \mathbf{g}^R (equação 2.2), avaliada em $\mathbf{p} = \mathbf{p}_k$ e cujo ij -

ésimo elemento é dado por $\left. \frac{\partial g_i^R}{\partial p_j} \right|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k}$. As matrizes Hessianas avaliadas em $\mathbf{p} = \mathbf{p}_k$ são dadas por:

$$\nabla_{\mathbf{p}} \nabla_{\mathbf{p}}^T \left\{ \left\| \mathbf{W}_o \mathbf{p} - \mathbf{p}^o \right\|^2 \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} = 2 \mathbf{W}_o^2,$$

$$\nabla_{\mathbf{p}} \nabla_{\mathbf{p}}^T \left\{ \left\| \mathbf{W}_p^{1/2} \mathbf{R} \mathbf{p} \right\|^2 \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} = 2 \mathbf{R}^T \mathbf{W}_p \mathbf{R},$$

e

$$\nabla_{\mathbf{p}} \nabla_{\mathbf{p}}^T \left\{ \left\| \mathbf{W}_\varepsilon^{1/2} (\mathbf{g}^o - \mathbf{g}(\mathbf{p})) \right\|^2 \right\} \Big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} = 2 \mathbf{A}_k^T \mathbf{W}_\varepsilon \mathbf{A}_k.$$

A equação A-3 pode então ser reescrita como

$$\mathbf{H}_k \Delta \hat{\mathbf{p}}_k = -\mathbf{J}_k \quad (\text{A-4})$$

sendo

$$\mathbf{J}_k = \lambda^o(\delta)2\mathbf{W}_o(\mathbf{W}_o\mathbf{p}_k - \mathbf{p}^o) + \lambda^{ws}(\delta)2\mathbf{R}^T\mathbf{W}_p\mathbf{R}\mathbf{p}_k - 2\mathbf{A}_k^T\mathbf{W}_\varepsilon(\mathbf{g}^o - \mathbf{A}_k\mathbf{p}_k)$$

e

$$\mathbf{H}_k = \lambda^o(\delta)2\mathbf{W}_o^2 + \lambda^{ws}(\delta)2\mathbf{R}^T\mathbf{W}_p\mathbf{R} + 2\mathbf{A}_k^T\mathbf{W}_\varepsilon\mathbf{A}_k.$$

O passo $\Delta\hat{\mathbf{p}}_k$ necessário para alcançar o mínimo de $\phi_2'(\mathbf{p})$ é obtido pela solução do sistema linear A-4. Se a estratégia de Marquardt (1963) é incorporada à solução da equação A-4, o mínimo de $\phi_2'(\mathbf{p})$,

$$\hat{\mathbf{p}}_{k+1} = \hat{\mathbf{p}}_k + \Delta\hat{\mathbf{p}}_k,$$

estará mais próximo do mínimo de $\phi_2(\mathbf{p})$ do que a aproximação anterior \mathbf{p}_k (Silva et al., 2001a), exceto em alguns casos patológicos. A função $\phi_2(\mathbf{p})$ é agora expandida até a segunda ordem em $\hat{\mathbf{p}}_{k+1}$ e o processo é repetido.

Note que o problema inverso originalmente não linear de minimizar o funcional $\phi_2(\mathbf{p})$ foi transformado (através do método de Gauss-Newton) em uma seqüência de problemas lineares para estimar, na k -ésima iteração, o passo $\Delta\hat{\mathbf{p}}_k$. Então, para incorporarmos o vínculo de positividade (equação 2.8) minimizaremos, na k -ésima iteração, o seguinte funcional linear vinculado:

$$\|\mathbf{H}_k\Delta\mathbf{p}_k - \mathbf{J}_k\|^2 \tag{A-5}$$

sujeito a

$$\Delta\mathbf{p}_k \geq -\mathbf{p}_k + \mathbf{v}, \tag{A-6}$$

sendo \mathbf{v} um vetor com M elementos composto por números positivos pequenos da ordem de 10^{-8} . A incorporação do vínculo A-6 ao problema de minimização A-5 pode ser feito através do algoritmo de mínimos quadrados com o vínculo de positividade (Haskell e Hanson, 1981; Hanson e Haskell, 1982).

O critério de convergência está baseado na invariância do funcional $\phi_2(\mathbf{p})$ que, na prática, ocorre quando for satisfeita a inequação

$$\left| \frac{\phi_2(\hat{\mathbf{p}}_k) - \phi_2(\hat{\mathbf{p}}_{k+1})}{\phi_2(\hat{\mathbf{p}}_k)} \right| \leq 0.001 .$$

Apêndice B

Algoritmo do método gravimétrico inverso 3D

- (a) Estabelecer: $k = 1$; $\mathbf{p}_o^{(k)} = \mathbf{0}$; $\mathbf{W}_p^{(k)} = \mathbf{I}_M$ e \mathbf{W}_r usando a equação 3.12
- (b) Estimar $\Delta \hat{\mathbf{p}}^{(k)}$ usando a equação 3.16
- (c) Calcular $\hat{\mathbf{p}}^{(k)}$ usando a equação 3.17
- (d) Testar os critérios de parada do algoritmo (subseção 3.2.6). Se os critérios forem satisfeitos, então vá para o item (g) do **Apêndice C**. Caso contrário, vá para o item (e) deste algoritmo.
- (e) Atualizar iteração fazendo: $k = k + 1$
- (f) Definir $\mathbf{W}_p^{(k)}$ usando a equação 3.11
- (g) Redefinir $\mathbf{p}_o^{(k)}$ e $\mathbf{W}_p^{(k)}$ a partir das relações 3.18, 3.19, 3.20 e 3.21
- (h) Retorne para o item (b)

Algoritmo do processo de reconstrução adaptativa

- (a) $t = 1$;
- (b) Definir as dimensões iniciais para o modelo interpretativo: $(m_x, m_y \text{ e } m_z)$ e $(d_x, d_y \text{ e } d_z)$
- (c) Definir o modelo geológico de referência inicial (ou estático) (eixos, pontos e contrastes-alvo de densidade iniciais)
- (d) Definir o modelo interpretativo como uma malha constituída por $2^{t-1}m_x \times 2^{t-1}m_y \times 2^{t-1}m_z$ prismas 3D
- (e) Computar os vetores \mathbf{d} (equação 3.7) e \mathbf{p}^{alvo} (equação 3.8)
- (f) Executar o algoritmo do **Apêndice B**
- (g) Teste de evolução da estimativa. Se **não variou** a geometria da solução estimada, então o intérprete deve **encerrar o processo iterativo**. Caso contrário, continue para o item (h)
- (h) Descartar o modelo geológico de referência dinâmico caso exista
- (i) Definir o novo modelo geológico de referência dinâmico conforme subseções 3.2.8
- (j) Incrementar t fazendo: $t = t + 1$
- (k) Retornar ao item (d)

Referências Bibliográficas

- Barbosa, V. C. F. e J. B. C. Silva, 1994, Generalized compact gravity inversion: *Geophysics*, **59**, 57–68.
- _____, 2006, Interactive 2D magnetic inversion: A tool for aiding forward modeling and testing geologic hypotheses: *Geophysics*, **62**, L43-L50.
- Barbosa, V. C. F., J. B. C. Silva, e W. E. Medeiros, 1997, Gravity inversion of basement relief using approximate equality constraints on depths: *Geophysics*, **62**, 1745-1757.
- _____, 1999a, Gravity inversion of a discontinuous relief stabilized by weighted smoothness constraints on depth: *Geophysics*, **64**, 1429–1437.
- _____, 1999b, Stable inversion of gravity anomalies of sedimentary basins with nonsmooth basement reliefs and arbitrary density contrast variations: *Geophysics*, **64**, 754–764.
- _____, 2002, Practical applications of uniqueness theorems in gravimetry: Part II—Pragmatic incorporation of concrete geologic information: *Geophysics*, **67**, 795–800.
- Beck, J. V. e K. J. Arnold, 1977, *Parameter estimation in engineering and science*: JohnWiley & Sons, Inc.
- Bear, G. W., H. J. Al-Shukri e A. J. Rudman, 1995, Linear inversion of gravity data for 3-D density distributions: *Geophysics*, **60**, 1354–1364.
- Beltrão, J. F., J. B. C. Silva e J. C. Costa, 1991, Robust polynomial fitting for regional gravity estimation: *Geophysics*, **56**, 80-89.
- Blakely, R. J, 1995, *Potential theory in gravity and magnetic applications*: Cambridge University Press.
- Boschetti, F. e L. Moresi, 2001, Interactive inversion in geosciences: *Geophysics*, **66**, 1226-1234.
- Bott, M. H. P., 1960, The use of rapid digital computing methods for direct gravity anomalies interpretation of sedimentary basins: *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, **3**, 63-67.
- Braile, L.W., G. R. Keller e W. J. Peeples, 1974, Inversion of gravity data for two-dimensional density distributions: *Journal of Geophysical Research*, **79**, 2017–2021.
- Brede, R., M. Hauptmann e H. G., Herbig, 1992, Plate tectonics and intracratonic mountain ranges in Morocco – The Mesozoic-Cenozoic development of the Central High Atlas and Middle Atlas: *Geologische Rundschau*, **81**, 127-141.

- Brodsky, M. A., 1983, The uniqueness of gravity-data inversion for homogeneous polyhedra: *Physics of the Solid Earth*, **12**, 60-67.
- Brodsky, M. A., 1986, On the uniqueness of the inverse potential problem for homogeneous polyhedrons: *SIAM J. Appl. Math.*, **46**, 345–350.
- Camacho, A. G., F. G. Montesinos e R. Vieira, 2000, Gravity inversion by means of growing bodies: *Geophysics*, **65**, 95–101.
- Chai, Y. e W. J. Hinze, 1988, Gravity inversion of an interface above which the density contrast varies exponentially with depth: *Geophysics*, **53**, 837-845.
- Constable, S. C., R. L. Parker e C. G. Constable, 1987, Occam's inversion: a practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data: *Geophysics*, **52**, 289-300.
- Corbató, C. E., 1965, A least-squares procedure for gravity interpretation: *Geophysics*, **30**, 228-233.
- Cordell, L., 1973, Gravity analysis using an exponential density-depth function – San Jacinto Graben, California: *Geophysics*, **38**, 684-690.
- Dall'Agnol, R., N. P. Teixeira, O. T. Rämö, C. A. V. Moura, M. J. B. Macambira e D. C. Oliveira, 2005, Petrogenesis of the Paleoproterozoic, rapakivi, A-type granites of the Archean Carajás Metallogenic Province, Brazil: *Lithos*, **80**, 101-129..
- Fueg, J. E., 1995, Three dimensional gravity modeling of the Galveston Island salt dome in the Gulf of Mexico: M.Sc. Thesis, Colorado School of Mines.
- Fueg, J. E. e H. Xia, 1996, Estimation of salt base depth using 3d gravity modeling: A case history from the Northern Gulf of Mexico: 66th Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 1384-1386.
- García-Abdeslem, J., J. M. Romo, E. Gómez-Treviño, J. Ramírez-Hernández, F.J. Esparza-Hernández e C. F. Flores-Luna, 2005, A constrained 2D gravity model of the Sebastián Vizcaíno Basin, Baja California Sur, Mexico: *Geophysical Prospecting*, **53**, 755-765.
- Gràcia, E., J. Dañobeitia, J. Vergés, R. Bartolomé e D. Córdoba, 2003, Crustal architecture and tectonic evolution of the Gulf of Cadiz (SW Iberian margin) at the convergence of the Eurasian and African plates: *Tectonics*, **22**: 7.1–7.12, 1033, doi:10.1029/2001TC901045.
- Granser, H., B. Meurers e P. Steinhauser, 1989, Apparent density mapping and 3D gravity inversion in the Eastern Alps: *Geophysical Prospecting*, **37**, 279-292.
- Guillen, A. e V. Menichetti, 1984, Gravity and magnetic inversion with minimization of a specific functional: *Geophysics*, **49**, 1354–1360.
- Hanson, R. J. e K. H. Haskell, 1982, Two algorithms for the linearly constrained least squares problem: *ACM Transactions on Mathematical Software*, **8**, 323 – 333.

- Haskell, K. H. e R. J. Hanson, 1981, An algorithm for linear least squares problems with equality and nonnegativity constraints: *Mathematical Programming*, **21**, 98-118.
- Hoerl, A. E. e R. W. Kennard, 1970, Ridge regression: Biased estimation for nonorthogonal problems: *Technometrics*, **12**, 55-67.
- Huber, P. J., 1981, *Robust Statistics*: John Wiley and Sons.
- Lanczos, C., 1961, *Linear differential operators*: D. Van Nostrand Co.
- Last, B. J. e K. Kubik, 1983, Compact gravity inversion: *Geophysics*, **48**, 713-721.
- Li, Y. e D. W. Oldenburg, 1996, 3-D inversion of magnetic data: *Geophysics*, **61**, 394-408
- Li, Y. e D. W. Oldenburg, 1998, 3-D inversion of gravity data: *Geophysics*, **63**, 109-119.
- Leão, J. W. D., P. T. L. Menezes, J. F. Beltrão e J. B. C. Silva, 1996, Gravity inversion of basement relief constrained by the knowledge of depth at isolated points: *Geophysics*, **61**, 1702-1714.
- Marquardt, D. W., 1963, An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters: *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, **2**, 601-612.
- Matias, H. C., F. Sandnes, V. C. F. Barbosa, P. T. L. Menezes, L. M. Matias e F. A. Santos, 2005a, Offshore Algarve Basin, Portugal: morphology of Paleozoic "basement" and influence on Mesozoic sedimentation: Presented at the AAPG 2005 Annual Convention and Exhibition, AAPG.
- Matias, H., W. U. Mohriak, P.T.L. Menezes, F. Sandnes, V.C.F. Barbosa, L. M. Matias e F. Santos, 2005b, Salt distribution and Morphology in the Offshore Algarve Basin (Portugal): 25th Annual GCSSEPM (Gulf Coast Section of the Society of Economic Paleontologists and Mineralogists) Foundation Bob F. Perkins Research Conference - Petroleum Systems of Divergent Continental Margin Basins; Houston Marriott Westchase: SEG, Expanded Abstracts, **1**, 1-19.
- Maldonado, A., L. Somoza e L. Pallarés, 1999, The Betic orogen and the Iberian-African boundary in the Gulf of Cadiz: geological evolution (central North Atlantic): *Marine Geology*, **155**, 9-43.
- Medeiros, W. E. e J. B. S. Silva, 1996, Geophysical inversion using approximate equality constraints: *Geophysics*, **61**, 1678-1688.
- Medialdea, T., R. Vegas, L. Somoza, J. T. Vázquez, A. Maldonado, V. Díaz-del-Río, A. Maestro, D. Córdoba e M.C. Fernández-Puga, 2004, Structure and evolution of the "Olistostrome" complex of the Gibraltar Arc in the Gulf of Cádiz (eastern Central Atlantic): evidence from two long seismic cross-sections: *Marine Geology*, **209**, 173-198.
- Moraes, R.A.V. e R. O. Hansen, 2001, Constrained inversion of gravity fields for complex 3-D structures: *Geophysics*, **66**, 501-510.

- Murthy, I. V. R. e D. B. Rao, 1979, Gravity anomalies of two dimensional bodies of irregular cross section with density contrast varying with depth: *Geophysics*, **44**, 1525-1530.
- Nabighian, M. N., M. E. Ander, V. J. S. Grauch, R. O. Hansen, T. R. LaFehr, Y. Li, W. C. Pearson, J. W. Peirce, J. D. Phillips e M. E. Ruder, 2005, Historical development of the gravity method in exploration: *Geophysics*, **70**, 63ND–ND89.
- Oldenburg, D. W., 1974, The inversion and interpretation of gravity anomalies: *Geophysics*, **39**, 526–536.
- Oliveira, D.C., 2006, Modelos de evolução e colocação dos granitos Paleoproterozóicos da Suite Jamon, sudeste do Cráton Amazônico: Tese de Doutorado, Universidade Federal do Pará.
- Oliveira, D.C., R. Dall'Agnol, J. B. C. Silva, Almeida, J. A. C., 2007, Gravimetric, radiometric, and magnetic susceptibility study of the Paleoproterozoic Redenção and Bannach plutons: implications for architecture and zoning of A-type granites: *Journal of South American Earth Sciences* (in press)
- Parker R., 1994, *Geophysical Inverse Theory*: Princeton University Press.
- Paterson, N. R. e C. V. Reeves, 1985, Applications of gravity and magnetic surveys: The state-of-the-art in 1985: *Geophysics*, **50**, 2558–2594.
- Portniaguine, O. e M.S. Zhdanov, 1999, Focusing geophysical inversion images: *Geophysics*, **64**, 874–887
- Portniaguine, O. e M. S. Zhdanov, 2002, 3-D magnetic inversion with data compression and image focusing: *Geophysics*, **67**, 1532–1541.
- Radhakrishna, M., P. J. Kurian, C. G. Nambiar e B. V. S. Murty, 2003, Nature of the crust below the Southern Granulite Terrain (SGT) of Peninsular India across the Bavali shear zone based on analysis of gravity data: *Precambrian Research*, **124**, 21–40.
- Rao, D. B., 1986, Modelling of sedimentary basins from gravity anomalies with variable density contrast: *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, **84**, 207-212.
- Rao, V. C., V. Chakravarthi e M. L. Raju, 1994, Forward modelling: Gravity anomalies of two-dimensional bodies of arbitrary shape with hyperbolic and parabolic density functions: *Computers and Geosciences*, **20**, 873-880.
- René, R. M., 1986, Gravity inversion using open, reject, and “shape of the anomaly” fill criteria: *Geophysics*, **51**, 988–994.
- Silva, J. B. C. e V. C. F. Barbosa, 2006, Interactive gravity inversion: *Geophysics*, **71**, J1–J9.
- Silva, J. B. C., D. C. L. Costa e V.C.F. Barbosa, 2006, Gravity inversion of basement relief and estimation of density contrast variation with depth: *Geophysics*, **71**, J51-J58.

- Silva, J. B. C., W. E. Medeiros e V. C. F. Barbosa, 2001a, Pitfalls in nonlinear inverse problem: *Pure and Applied Geophysics*, **158**, 945-964.
- _____, 2001b, Potential field inversion: Choosing the appropriate technique to solve a geologic problem: *Geophysics*, **66**, 511–520.
- _____, 2002, Practical applications of uniqueness theorems in gravimetry: Part I—Constructing sound interpretation methods: *Geophysics*, **67**, 788–794.
- Silva Dias, F. J. S., V. C. F. Barbosa e J. B. C. Silva, 2007, 2D gravity inversion of a complex interface in the presence of interfering sources: *Geophysics*, **72**, I13-I22.
- Smith, R. A., 1961, A uniqueness theorem concerning gravity fields: *Proc. Cam. Phil. Soc.*, **57**, 865–870.
- Strakhov, V. N. e M. A. Brodskiy, 1985, Uniqueness in the inverse logarithmic potential problem: *Bull. Acad. of Sci. USSR, Phys. of the Solid Earth*, **21**, 430–443.
- Tikhonov, A. N., 1963, Regularization of ill-posed problems: *Doklady Akad. Nauk, SSSR*, **153**, 49–52.
- Tikhonov, A. N., e V. Y. Arsenin, 1977, *Solutions of ill-posed problems*: V. H. Winston & Sons.
- Twomey, S., 1963, On the numerical solution of Fredholm integral equations of the first kind by the inversion of the linear system produced by quadrature: *Journal of the Association for Computing Machinery*, **10**, 97-101.
- Zhdanov, M. S., R. Ellis e S. Mukherjee, 2004, Three-dimensional regularized focusing inversion of gravity gradient tensor component data: *Geophysics*, **71**, 925-937

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)