

**MICHÈLE MEDICI**

**A CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO  
ESTATÍSTICO: ORGANIZAÇÃO,  
REPRESENTAÇÃO E INTERPRETAÇÃO DE  
DADOS POR ALUNOS DA 5ª SÉRIE  
DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO**

**2007**

MICHÈLE MEDICI

**A CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO  
ESTATÍSTICO: ORGANIZAÇÃO,  
REPRESENTAÇÃO E INTERPRETAÇÃO DE  
DADOS POR ALUNOS DA 5ª SÉRIE  
DO ENSINO FUNDAMENTAL**

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação da **Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho***

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

2007

**Banca Examinadora**

---

---

---

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

**Assinatura:**

---

**Local e Data:**

---

## DEDICATÓRIA

*Este trabalho é dedicado às minhas filhas,  
Gabriela e Fernanda, e ao meu marido, Paulo,  
que foram sempre compreensivos nestes anos de  
grande dedicação ao estudo, me apoiaram,  
incentivaram e acreditaram em mim.*

## **AGRADECIMENTOS**

Inicialmente, quero agradecer a todas as pessoas que acreditaram e contribuíram para a conquista e a realização deste trabalho.

Em especial, à orientadora desta pesquisa, Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho, pela grande contribuição e pelo incentivo que sempre me deu, mesmo nos momentos mais difíceis.

Ao Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud, que me ajudou a prosseguir, quando tive vontade de desistir.

À Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Maria Inez Rodrigues Miguel, que foi minha professora na graduação, participou das minhas bancas e fez contribuições fundamentais para esta pesquisa.

À Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Claudete Maria Medeiros Vendramini, que também participou das minhas bancas com importantes contribuições.

Aos professores do curso de Mestrado Acadêmico em Educação Matemática da PUC, por terem despertado o meu interesse para esta minha nova área de atuação profissional, a área acadêmica. Em ordem alfabética: Anna Francchi, Benedito Antonio da Silva, Célia Maria Carolino Pires, Lulu Healy, Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão, Sílvia Dias de Alcântara Machado e Wagner Rodrigues Valente.

A todos os demais funcionários da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Aos meus alunos da 5<sup>a</sup> série do ano de 2006, um agradecimento muito especial, já que sem eles este trabalho não teria acontecido.

À Escola, que nos proporcionou grande aprendizado, e aos colegas que muito me ajudaram e apoiaram.

Aos colegas do curso de Mestrado Acadêmico, pelas grandes contribuições pessoais que me proporcionaram. Em especial, à minha amiga desde o tempo do Bacharelado em Matemática, feito também na PUC-SP, Luciana Fajardo Vidigal, que me incentivou a fazer o curso de Mestrado Acadêmico junto com ela.

Aos meus pais, que estiveram presentes no meu dia-a-dia, ajudando na organização da rotina, permitindo que eu tivesse mais tempo para a pesquisa, agradecimentos especialíssimos.

MEDICI, MICHÈLE. **A construção do Pensamento Estatístico: Organização, Representação e Interpretação de Dados por Alunos da 5ª série do Ensino Fundamental.** Dissertação de Mestrado Acadêmico. São Paulo. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: 2007.

## RESUMO

No nosso dia-a-dia ou em estudos e pesquisas científicas constatamos a necessidade de explorar as representações tabulares e gráficas. O relatório do 4º INAF ressalta, entre outros aspectos, que apenas 23% da população brasileira demonstra certa familiaridade com essas representações. Por acreditar que devemos começar cedo a explorá-las, o objetivo desta dissertação foi conceber uma seqüência didática, em um enfoque experimental, para introduzir estatística aos alunos da 5ª série (hoje 6º ano) do Ensino Fundamental. Buscamos não apenas as condições didáticas que favoreçam a evolução autônoma do aluno na resolução de problemas de organização, representação e interpretação de um conjunto de dados, mas também a seqüência didática que o professor possa utilizar, visando favorecer a construção do pensamento estatístico. Assim, investigamos a maneira como o aluno interage com as situações propostas pelo professor, os conhecimentos preliminares que os alunos já possuem, as hipóteses elaboradas por eles e a forma como mobilizam os conhecimentos construídos. Para tais análises, utilizamos os pressupostos da Engenharia Didática e concluímos que as aulas devem ser permeadas por debates coletivos e em pequenos grupos de trabalho e que todas as etapas devem ser construídas pelos alunos, responsáveis pela sua pesquisa. Pudemos verificar que os elementos para a construção do pensamento estatístico puderam ser compostos gradativamente pelos alunos e que as representações foram muitas vezes pouco organizadas e / ou com informações inexatas ou faltantes. Os debates proporcionaram uma homogeneização dos *milieux*, o que pôde levar à aprendizagem dos alunos. Levantamos uma série de questões para serem exploradas com esses alunos no ano seguinte de escolaridade.

**Palavras-chave: representações tabulares e gráficas, pensamento estatístico, seqüência didática.**

## **ABSTRACT**

Either during our every day life or in studies or scientific researches, we evidenced the necessity of exploring tabular and graphic representations. The report from the 4<sup>th</sup> INAF stands out, among other aspects, that only 23% of the Brazilian population shows some familiarity with this kind of representations. As we believe that the sooner we begin to explore them, the better. The aim of this essay was to conceive a didactic sequence on an experimental focus in order to introduce statistics to 5<sup>th</sup> graders (nowadays belonging to the 6<sup>th</sup> year) from Ensino Fundamental (Secondary School). We are not only looking for didactic conditions that would support student's autonomous evolution on solving problems of organization, representation and interpretation of a set of data, as well as the didactic sequence which the teacher would use in order to promote the construction of the statistical thinking. Thus, we investigate the way the students interact with situations proposed by the teachers, the students' former knowledge, hypothesis formulated by them and the way they deal with constructed knowledge. For such analysis, we made use of the surmises of Didactic Engineering and we concluded that the classes must be fulfilled with collective debates and that the students have to be in small groups and every step must be built by them and they are responsible for their research. We are able to notice that the elements for the construction of the statistical thinking could be gradually composed by the students and the representations were most of the time, badly organized and / or with incorrect or missing information. The debates led to homogeneity of the *milieux* which turned into the students' learning. We raised a series of questions to be explored with them during their following school year.

**Keywords: tabular and graphic representations, statistical thinking, didactic sequence.**

## SUMÁRIO

<b>APRESENTAÇÃO</b> .....	11
<b>1. ESTUDOS PRELIMINARES</b> .....	18
1.1. (An)alfabetismo Matemático .....	18
1.2. Leitura dos Gráficos .....	23
1.3. Parâmetros Curriculares Nacionais (3º. e 4º. Ciclos do E.F.) .....	27
1.4. Levantamento Bibliográfico .....	30
<b>2. REFERENCIAL TEÓRICO E METODOLÓGICO</b> .....	41
2.1. Pensamento Estatístico .....	41
2.1.1. Definições de “pensamento” e “raciocínio” .....	41
2.1.2. Pensamento Estatístico (Wild e Pfannkuch) .....	42
2.2. Teoria das Situações (Guy Brousseau).....	49
2.3. Metodologia e Procedimentos Metodológicos .....	54
<b>3. ANÁLISE DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS</b> .....	56
3.1. Apresentação da Situação .....	56
3.2. Análise Teórica (ou Análise <i>a Priori</i> ) .....	60
3.2.1. Problema de pesquisa, hipótese da pesquisa e coleta dos dados .....	60
3.2.2. Organização e representacao dos dados .....	60
3.2.3. Interpretação dos dados .....	62
3.3. Análise <i>a Posteriori</i> .....	63
3.3.1. Problema de Pesquisa, hipótese da pesquisa e coleta dos dados .....	63

3.3.2. Organização e representação dos dados .....	66
3.3.3. Interpretação dos dados .....	72
<b>CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>80</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>86</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>89</b>

Só existe um único método para ensinar todas as ciências: é o método natural, válido tanto nas artes quanto nas línguas. As variações que poderiam existir são tão insignificantes que não exigiriam método especializado.

*La grande didactique* (1643: Chapitre XIX, problème IV)

## APRESENTAÇÃO

Está presente na vida de todos os indivíduos a apresentação de informações por meio de tabelas e gráficos.

Em 2004, o Instituto Paulo Montenegro e a Ação Educativa fizeram uma pesquisa estatística com amostra da população selecionada e entrevistada pelo IBOPE. Foram entrevistadas cerca de 2 000 pessoas de 15 a 64 anos, residentes em todo o território nacional e que representavam a população brasileira como um todo, no que se refere a localização geográfica, urbanização, nível sociocultural e econômico, escolaridade, etnia e gênero.

Cada uma das pessoas entrevistadas resolveu 36 tarefas de complexidade variada, em que se utilizaram materiais do nosso dia-a-dia, tais como folhetos, jornais, mapas, fita métrica, régua e relógio, além de lápis, papel e calculadora. As respostas foram dadas oralmente, com exceção da anotação do número do telefone.

Um dos resultados desta pesquisa foi que apenas 23% da população brasileira demonstra certa familiaridade com algumas representações gráficas, como mapas, tabelas e gráficos. Isso sugere o quanto a Escola Básica precisa dedicar-se ao trabalho com as representações tabulares e gráficas como estratégia de democratização do acesso à informação e a recursos e procedimentos para organizá-la e analisá-la.

As considerações desse relatório reforçam as nossas preocupações com a construção do pensamento estatístico. Assim, propusemos uma seqüência didática que visou criar condições para o desenvolvimento do pensamento estatístico em crianças da 5ª série do Ensino Fundamental (hoje 6º ano).

Curcio (1989) propôs três níveis para a compreensão dos dados representados graficamente, referentes a:

- **Leitura dos Dados:** o sujeito limita-se a ler literalmente o gráfico respondendo questões imediatas, ou seja, lê a informação descrita nos eixos ou na legenda, sem qualquer interpretação.
- **Leitura entre os Dados:** o sujeito realiza alguma interpretação dos dados e da forma como estão integrados no gráfico, começando a realizar inferências de natureza simples.

- Leitura além dos Dados: o sujeito é capaz de inferir ou predizer um determinado resultado ou acontecimento em função de vários conhecimentos e não apenas baseado em alguma informação apresentada no gráfico.

Um dos nossos objetivos, com a seqüência didática que elaboramos, foi fazer com que os alunos da 5ª série evoluam da Leitura dos Dados para a Leitura além dos Dados. Acreditamos que essa evolução deve acontecer com o exercício da atividade da análise dos dados de pesquisas estatísticas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998, terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental) destacam a importância da Estatística, devido ao seu uso atual na sociedade, ressaltando que o estudo do seu conteúdo possibilita o desenvolvimento do pensamento estatístico juntamente com o raciocínio estatístico para resolver determinadas situações-problema nas quais é necessário coletar, organizar e apresentar dados, além de os interpretar e comunicar seus resultados, por meio da linguagem estatística.

Assim, com intuito de contribuir para o ensino e a aprendizagem nessa área, buscamos desenvolver nossa pesquisa, procurando estudar as condições didáticas para a introdução ao trabalho com representações de uma distribuição de freqüências com alunos de 11-12 anos (3º ciclo do Ensino Fundamental, 5ª série, hoje 6º ano).

Quais são as condições didáticas que favorecem a evolução autônoma do aluno na resolução de problemas de organização, representação e interpretação de um conjunto de dados? Que tipo de seqüência didática o professor pode utilizar visando favorecer a construção do pensamento estatístico? Estas são as questões que orientaram a nossa pesquisa.

Na tentativa de responder a essas questões, buscamos levantar pesquisas nessa área, verificando que diversos pesquisadores apresentaram trabalhos que abordam a educação estatística.

Entre eles, citamos Wild e Pfannkuch (1999), que criaram uma estrutura de quatro dimensões que pretende organizar alguns elementos do pensamento estatístico que apareceram durante sua investigação. Esse é um trabalho que esteve

na base do desenvolvimento de nossas atividades e na análise dos resultados obtidos.

Morais (2006), que também desenvolveu sua pesquisa fundamentada no trabalho desses autores, concluiu, em sua dissertação, que há necessidade de um número maior de pesquisas que investiguem o pensamento estatístico e a aprendizagem estatística, em todos os níveis de escolaridade.

Bifi (2006), em sua pesquisa sobre o nível de mobilização dos conhecimentos por parte dos alunos do Ensino Superior, constatou que as duplas investigadas dominaram perfeitamente os cálculos algébricos, mas não deram significados a eles, ou seja, o que importou foram os resultados numéricos. Assim, ressaltou a necessidade da elaboração de uma seqüência didática que permita ao aluno vivenciar a construção de conceitos estatísticos de base e sua mobilização.

Carvalho (2001) ressaltou, em sua tese de doutorado, entre outras coisas, a importância da atividade colaborativa (no caso, em duplas) no desenvolvimento lógico e dos conteúdos estatísticos abordados pelos alunos.

Megid e Carvalho (2005) realizaram uma pesquisa com alunos da 6ª série de duas escolas, em que tinham como objetivo abordar a estatística de forma a torná-la interessante para o aluno, fazendo-o compreender sua importância. O trabalho pedagógico centrou-se na interação aluno-professor e aluno-aluno, proporcionando a negociação e a construção dos significados entre todos que participaram da aula.

Campos e Wodewotzki (2005) revelaram uma preocupação voltada predominantemente para questões de ensino e aprendizagem em um ambiente onde se destacam a investigação e a reflexão como essenciais no processo de construção do conhecimento, desenvolvendo estratégias de Modelagem Matemática e de Aprender Fazendo (*learning by doing*). Os autores acreditam que os índices de insatisfação e as taxas de reprovação na disciplina de Estatística tendem a diminuir se os professores se dedicarem à tarefa de tornar a disciplina mais significativa para os alunos, aproximando a teoria da prática e

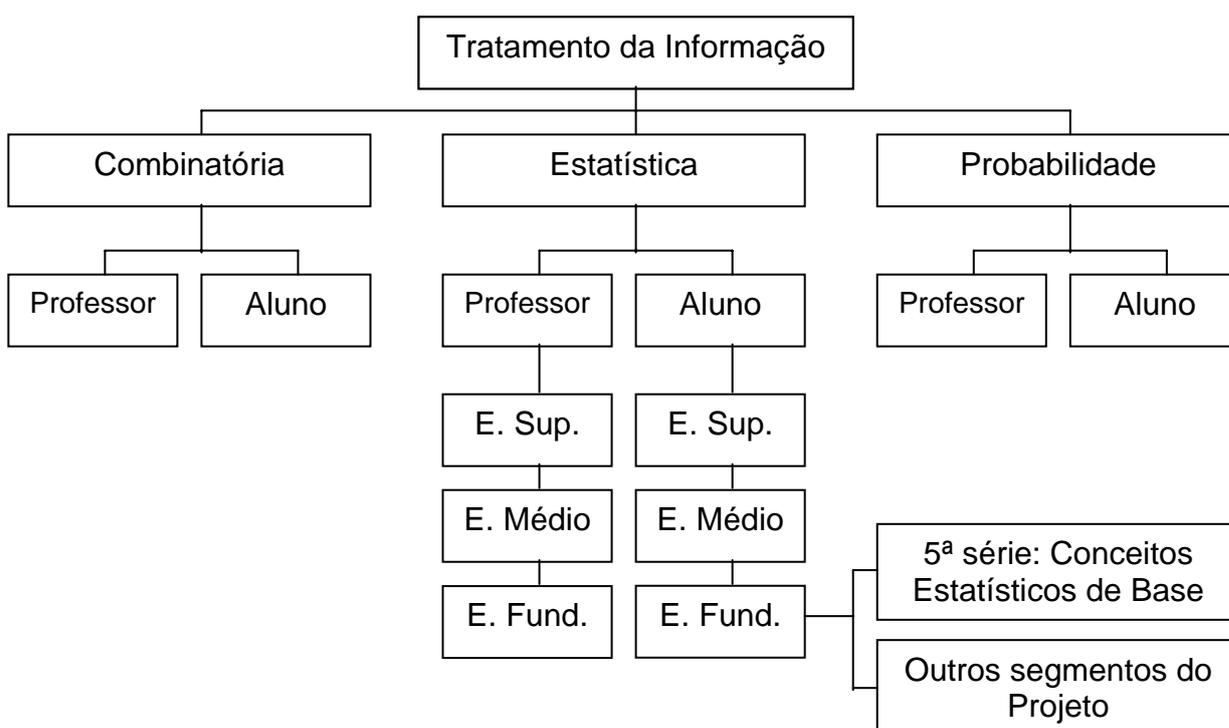
condições de aprendizagem, dando maior importância ao significado do que aos cálculos, visando à construção do pensamento estatístico.

Nossa pesquisa contemplou o trabalho em grupos tendo por objetivo a troca entre eles para a execução das tarefas exploratórias por meio do debate de idéias e da exposição dos conhecimentos prévios de cada aluno.

O referencial teórico está embasado na Teoria das Situações, de Guy Brousseau (1996) e no Pensamento Estatístico de Wild e Pfannkuch (1999). Apresentaremos elementos dessas teorias que serão utilizados neste trabalho, no capítulo 2 desta dissertação.

O desenvolvimento desta pesquisa está inserido em um projeto coordenado pelo Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud, intitulado “O pensamento matemático: formação de um núcleo de ensino-aprendizagem e de pesquisa”. O tema relativo ao ensino-aprendizagem da Estocástica está inserido no subprojeto “Processos de ensino-aprendizagem de conceitos estocásticos”, coordenado pela Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho, que foi a orientadora desta pesquisa de mestrado.

O esquema a seguir ilustra os subprojetos que compõem o projeto principal.



Temos três subgrupos de trabalho que tratam dos seguintes temas: combinatória, probabilidade e estatística. Este projeto pesquisa sob duas óticas: a de como o aluno apreende os conhecimentos e como o professor encara esses ensinamentos. Por isso, dentro de cada tema, temos grupos de estudos que têm como foco os alunos (processo de aprendizagem) e outros que têm como foco o professor (processo de ensino).

Este trabalho está inserido no segmento de estatística, com foco no aluno. Assim, temos estudos de 1ª a 4ª séries, 5ª a 8ª séries, Ensino Médio e Superior. De 5ª a 8ª séries, temos esta pesquisa sobre a exploração de conceitos de base com alunos da 5ª série.

O objeto desta pesquisa é o estudo dos primeiros passos na construção do pensamento estatístico por crianças da 5ª série do Ensino Fundamental.

Tendo iniciado o trabalho como professora de matemática para a 5ª série, em 2005, preocupamo-nos em elaborar um Projeto de Estatística e, devido ao fato de a escola não adotar um livro didático a ser usado pelos alunos nas aulas de matemática, começamos a pensar na construção de uma seqüência didática.

Para isso, consultamos os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (PCN-EF, 1998), Livros Didáticos e pesquisas na área. O presente estudo tem origem nessa busca de como trabalhar, com alunos de 5ª série, a construção dos primeiros passos de um pensamento estatístico.

As questões que orientaram esta pesquisa foram: Quais condições didáticas favorecem a evolução autônoma do aluno na resolução de problemas de organização, representação e interpretação de um conjunto de dados? Que tipo de seqüência didática o professor pode utilizar, visando favorecer a construção do pensamento estatístico?

Assim, o objetivo desta pesquisa foi testar uma organização didática concebida em um enfoque experimental. Para isso, fez-se necessário investigar alguns pontos:

- a) Como o aluno interage com as situações propostas pelo professor?
- b) Que conhecimentos preliminares o grupo já possui?
- c) Que hipóteses são elaboradas por eles?
- d) Como os alunos mobilizam os conhecimentos construídos?

Nossa fase experimental consistiu em observar os trabalhos de pesquisas estatísticas feitas pelos alunos, para verificar que tipos de estratégias eles elaboram na resolução de problemas, visando encontrar respostas para as nossas questões de pesquisa.

Fazendo uma análise preliminar das questões propostas, construímos as seguintes hipóteses de pesquisa:

- a) Na vida cotidiana dos alunos, existe contato anterior com pesquisa, pelo menos, por meio de resultados divulgados pela mídia.
- b) A organização didática das situações propostas pelo professor favorece a resolução da situação-problema, permitindo a instauração das *dialéticas de ação – formulação – validação*<sup>1</sup>, mas, muitas vezes, de forma pouco organizada e / ou com informações inexatas ou faltantes.
- c) A discussão, mediada pelo professor, deve trazer novas informações ao grupo e poderá sistematizar alguns procedimentos e representações. Pode-se prever que, nesse momento, ocorrerá uma busca de homogeneização do *milieu*<sup>2</sup> que poderá levar à aprendizagem dos alunos. Esperamos que o mesmo grupo, em um trabalho posterior, possa utilizar esses novos conhecimentos de forma eficaz e autônoma.

O desenvolvimento das atividades foi feito pela própria professora, que é também a pesquisadora, em duas salas de 5ª série (na atual organização do Ensino Fundamental, 6º ano), com 28 e 29 alunos cada, em uma escola particular da cidade de São Paulo.

A fase de estudos prévios para a implementação da seqüência didática da nossa pesquisa utilizou os pressupostos da Engenharia Didática desenvolvida por Michele Artigue (1996).

Tomando-a como metodologia de pesquisa, desenvolvemos nosso trabalho em quatro etapas, citadas com detalhes no capítulo 2, e por nós desenvolvidas da seguinte forma:

---

<sup>1</sup> Denominação dada por Brousseau para as fases definidas na sua Teoria das Situações (detalhada no capítulo 2).

1. Análises prévias: levantamento bibliográfico e das pesquisas na área, assim como dos Parâmetros Curriculares Nacionais (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental, 1998), relativos à Estatística (conteúdo desenvolvido no bloco Tratamento da Informação).
2. Concepção e análise teórica das atividades:
  - a. Concepção: Identificação das variáveis didáticas que escolhemos fazer intervir; no nosso caso, variáveis de comando, que foram classificadas por Artigue (1996) como microdidáticas. Compreendeu a concepção da seqüência didática a ser desenvolvida com os alunos.
  - b. Análise teórica (ou análise *a priori*): definição das variáveis didáticas<sup>3</sup> e análises matemática e didática da atividade proposta aos alunos.
3. Experimentação: Aplicação da seqüência didática nas duas turmas de 5ª série.
4. Análise *a posteriori* e validação:
  - a. Análise *a posteriori*: análise e interpretação dos resultados extraídos da experimentação, coletados de produções escritas durante as aulas e observações da participação das atividades de sala de aula.
  - b. Validação: confronto das análises *a priori* e *a posteriori* e validação ou não das questões de pesquisa propostas.

No capítulo 3 desta dissertação, apresentamos a situação na qual elaboramos nossa seqüência didática, fizemos a análise teórica (ou análise *a priori*) e a análise *a posteriori*.

Dividimos esta fase em três blocos: problema e hipótese da pesquisa e coleta dos dados; organização dos dados (representação tabular e gráfica); e interpretação dos resultados da pesquisa.

No capítulo final constam as conclusões e considerações finais.

---

<sup>2</sup> *Milieu*, segundo Brousseau, é tudo o que interage com o aluno: conhecimentos próprios, dos colegas, dos pais, professores, livros didáticos, entre outros.

<sup>3</sup> Entendemos como variável didática a escolha, feita pelo professor e pelo pesquisador, que pode mudar a estratégia e o comportamento do aprendiz.

## **CAPÍTULO 1: ESTUDOS PRELIMINARES**

Neste capítulo, apresentamos, inicialmente, os dados da pesquisa desenvolvida nos anos de 2002 e 2004 pelo Instituto Paulo Montenegro e a Ação Educativa sobre o (an)alfabetismo funcional matemático, traçando um paralelo com a leitura de gráficos desenvolvida por Curcio (1989, CURCIO apud LOPES, 2002). Esses dois trabalhos confirmam a relevância de nossa pesquisa, já que apresentam dados do desempenho estatístico do brasileiro, reforçando a necessidade de maior reflexão e maior número de pesquisas sobre esse tema para incrementar o trabalho com esse conteúdo nas escolas.

Ainda, para complementar, apresentamos uma leitura dos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) sobre o ensino da Estatística, ressaltando os pontos que julgamos essenciais para a compreensão da nossa pesquisa.

Por fim, apresentamos os resultados de algumas pesquisas relevantes na área, ressaltando os pontos relacionados ao nosso trabalho e que nos ajudaram a embasar nosso conteúdo.

### **1.1. (AN)ALFABETISMO MATEMÁTICO**

No mundo em rápida mudança e com o mar de informações que temos recebido todos os dias na mídia, o acesso do indivíduo às questões sociais e econômicas se dá cada vez mais cedo. Ressaltamos, então, o papel social da educação matemática, também responsável por promover o acesso e o desenvolvimento, cada vez mais democrático e consciente, de estratégias de leitura do mundo para as quais os conhecimentos matemáticos são fundamentais.

As tabelas e os gráficos aparecem nos jornais escritos e televisivos, em revistas dos mais variados assuntos, em livros didáticos. Entretanto, sua leitura e interpretação precisam ser desenvolvidas. Por isso a importância de a escola proporcionar ao aluno, desde o Ensino Fundamental, a formação de conceitos estatísticos de base que o auxiliem no exercício de sua cidadania. Estas considerações são evidenciadas nos relatórios do INAF (Indicador Nacional de Analfabetismo Funcional) de 2002 e 2004.

O objetivo das avaliações de habilidades diagnosticadas pelo INAF é gerar informações que ajudem a dimensionar e compreender os problemas da Educação

brasileira, fomentem o debate público sobre ele e orientem a formulação, a implementação e a avaliação de políticas educacionais e propostas pedagógicas.

O INSTITUTO PAULO MONTENEGRO e a AÇÃO EDUCATIVA são os responsáveis por essas avaliações, que começaram em 2001 e são feitas anualmente. O IBOPE OPINIÃO é o responsável pela seleção e pelas entrevistas com os sujeitos da pesquisa.

Se, em 1958, a UNESCO definia como “alfabetizada” a pessoa capaz de ler e escrever um enunciado simples, relacionado à sua vida diária, entende-se, hoje em dia, que muitas outras habilidades de leitura e escrita são mobilizadas pelo cidadão, e exigidas dele, no desempenho das mais diversas atividades de sua vida pessoal, profissional, esportiva, artística, religiosa, etc. É por isso que a UNESCO tem recomendado que se adotem os conceitos de alfabetismo e analfabetismo funcional. É considerada alfabetizada funcional a pessoa capaz de utilizar a leitura e a escrita para fazer frente às demandas de seu contexto social e de usar essas habilidades para continuar aprendendo e se desenvolvendo ao longo da vida. (2004, p.3).

Seguindo recomendação da UNESCO, na década de 90 o IBGE passou a divulgar índices de alfabetismo funcional.

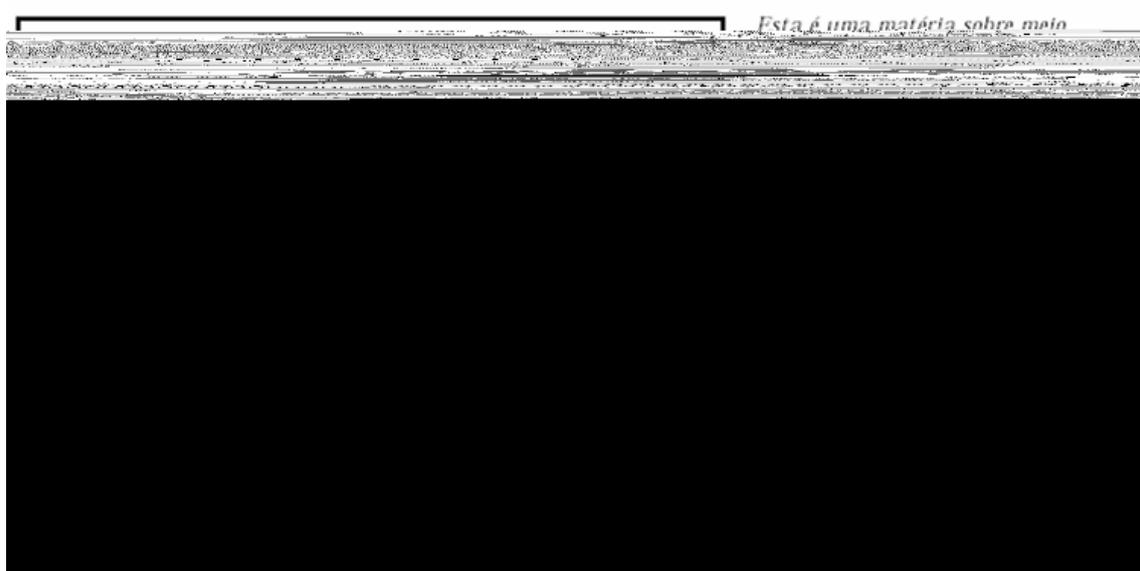
Até então, o IBGE considerava analfabetos funcionais pessoas com menos de quatro anos de escolaridade. Na América do Norte e na Europa eram considerados analfabetos funcionais pessoas com até oito ou nove anos de escolaridade.

No Brasil, o INAF surge como a primeira iniciativa de fazer um levantamento nacional sobre o alfabetismo de jovens e adultos, que aponta níveis de alfabetismo funcional da população em situações de uso da leitura e da escrita e do cálculo, revelando ainda hábitos e práticas em que as pessoas mobilizam suas habilidades e as condições de que dispõem para isso. Os anos de 2001, 2003 e 2005 foram indicadores do analfabetismo em leitura e escrita e, os anos de 2002, 2004 e 2006 foram indicadores de analfabetismo matemático. Os dados referentes a 2006 não se encontravam disponíveis para consulta até a entrega desta pesquisa.

Para as avaliações, a cada ano são coletadas amostras de cerca de 2000 pessoas de 15 a 64 anos, residentes em todo o território nacional e que representem a população brasileira como um todo, no que se refere a localização geográfica, urbanização, nível sociocultural e econômico, escolaridade, etnia e gênero. Os sujeitos são selecionados pelo IBOPE e entrevistados em seus domicílios. São feitas

36 tarefas de complexidade variada, em que se utilizam materiais do nosso dia-a-dia, tais como folhetos, jornais, mapas, fita métrica, régua e relógio, além de lápis, papel e calculadora. As respostas são dadas oralmente, com exceção da anotação do número do telefone.

Segue um exemplo de questão aplicada aos entrevistados. Foi apresentada uma página, reproduzida à esquerda, com textos e gráficos, sobre o meio-ambiente. O texto à direita reproduz a fala do entrevistador. Durante a avaliação observam-se, inclusive, as atitudes.



**FIGURA 1: QUESTÃO DO INAF SOBRE O MEIO-AMBIENTE**

Segundo os relatórios do INAF (2004), existem quatro níveis de alfabetismo funcional em relação às habilidades matemáticas<sup>4</sup>:

- **ANALFABETISMO MATEMÁTICO:**

os entrevistados considerados nesta situação de analfabetismo matemático não demonstram dominar sequer habilidades matemáticas mais simples, como ler o preço de um produto, um anúncio ou anotar um número de telefone ditado por alguém. (4º INAF, 2004, p.8).

<sup>4</sup> "O que o INAF considera como *habilidade matemática* é a capacidade de mobilizar conhecimentos associados à quantificação, à ordenação, à orientação, e também sobre suas relações, operações e representações, aplicados à resolução de problemas similares àqueles com os quais a maior parte da população brasileira se depara cotidianamente." (4º INAF, 2004, P.5).

- ALFABETISMO MATEMÁTICO – NÍVEL 1: os entrevistados classificados neste nível

apresentam um nível de habilidade matemática bastante elementar: são capazes de ler números de uso freqüente em contextos específicos (preços, horários, números de telefone, instrumentos de medida simples, calendários), mas encontram muita dificuldade em resolver problemas envolvendo cálculos, em identificar relações de proporcionalidade ou compreender representações matemáticas como tabelas e gráficos. (4º INAF, 2004, p.8).

- ALFABETISMO MATEMÁTICO – NÍVEL 2: o grupo de entrevistados classificados neste nível

já demonstra dominar completamente a leitura de números naturais, independente da ordem de grandeza, são capazes de ler e comparar números decimais que se referem a preços, contar dinheiro e “fazer” troco. Também são capazes de resolver situações que envolvem operações (de adição, subtração, multiplicação e divisão), mas só aquelas em que um único cálculo é necessário. Este grupo é também capaz de identificar a existência de relações de proporcionalidade direta (entre preço e qualidade de produtos, por exemplo) e de proporcionalidade inversa (como entre o número de prestações e o valor da prestação). (4º INAF, 2004, p.8).

- ALFABETISMO MATEMÁTICO – NÍVEL 3: o que distingue o desempenho do entrevistado classificado no nível 3 é que ele

é capaz de adotar e controlar uma estratégia na resolução de um problema que envolva a execução de uma série de operações. Só esta parcela é também capaz de resolver problemas que envolvam cálculo proporcional. É ainda mais preocupante a revelação de que apenas nesse grupo encontram-se os sujeitos que demonstram certa familiaridade com representações gráficas como mapas, tabelas e gráficos. (4º INAF, 2004, p.8-9).

A seguir, apresentamos os resultados das pesquisas feitas nos anos de 2002 e 2004 e a diferença, em pontos percentuais, entre eles.

**TABELA 1: EVOLUÇÃO DOS NÍVEIS DE “ANALFABETISMO MATEMÁTICO”  
NOS ANOS DE 2002 E 2004**

NÍVEIS	2002	2004	DIFERENÇA
Analfabeto	3%	2%	-1 pp
Alfabetismo – nível 1	32%	29%	-3 pp
Alfabetismo – nível 2	44%	46%	+2 pp
Alfabetismo – nível 3	21%	23%	+2 pp
TOTAL	100%	100%	

Fonte: 4º Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional

Os resultados das pesquisas de 2002 e 2004 foram obtidos com a aplicação dos mesmos instrumentos e com idêntica metodologia amostral e não se distinguem significativamente.

Pode-se dizer que, em 2004, 23% da população brasileira era “alfabetizada estatisticamente”, já que é no Alfabetismo Matemático – nível 3 que o sujeito demonstra certa familiaridade com algumas representações gráficas, conforme apresentado anteriormente, na definição dos níveis considerados na pesquisa.

Segundo os relatórios do 4º INAF,

apesar de vivermos numa sociedade em que tantas informações são veiculadas por meio de tabelas e gráficos diversos – e que tantas avaliações e decisões são pautadas nas tendências que essas representações gráficas sugerem – menos da metade dos entrevistados declara prestar atenção nos gráficos que acompanham matérias de jornal ou revistas. (4º INAF, 2004, p.19).

As análises das questões do teste que envolveu a leitura de gráficos e tabelas revelaram que

sempre têm baixos índices de acerto (entre 41% e 8%), com vantagens expressivas dos grupos mais jovens sobre os mais velhos, das classes A e B sobre as demais, dos homens sobre as mulheres, dos mais sobre os menos instruídos.

Embora o teste proponha a leitura de gráficos e tabelas comumente veiculados pela mídia, só entre a população com nível superior é que se chega a atingir índices de acerto superiores a 70%.

Isso sugere o quanto a Escola Básica precisa dedicar-se ao trabalho com essas representações como estratégia de democratização do acesso à informação e a recursos e procedimentos para organizá-la e analisá-la. (4º INAF, 2004, p. 19).

Acreditamos que o desenvolvimento do pensamento<sup>5</sup> estatístico favorece não apenas a construção de um cidadão crítico e atuante, mas, principalmente, permite ao aluno o desenvolvimento de um raciocínio<sup>6</sup> próprio dessa área do saber. Acreditamos que nestas condições o sujeito pode desenvolver as habilidades necessárias para uma alfabetização funcional, hoje imprescindível para o bom exercício da maioria das profissões.

Tais considerações do relatório do INAF reforçam as nossas preocupações e a finalidade do conteúdo desta dissertação, que é uma seqüência didática que visou criar condições para o desenvolvimento das habilidades estatísticas em crianças da 5ª série, estágio aqui considerado o início da escolaridade nessa área, já que as pesquisas indicam que esse tema tem sido pouco trabalhado nas séries iniciais, tal como orientam os Parâmetros Curriculares Nacionais.

## **1.2. LEITURA DOS GRÁFICOS**

De forma similar aos níveis determinados pelo INAF para o alfabetismo funcional, na leitura das informações gráficas podem-se observar diferentes níveis de compreensão dos dados, conforme propõe Curcio. (1989, CURCIO apud LOPES, 2002). Esses níveis são referentes a:

- Leitura dos dados: “a pessoa limita-se a ler literalmente o gráfico, retirando os fatos explícitos, lendo a informação descrita nos eixos ou na legenda, sem realizar qualquer interpretação” (1989, CURCIO apud LOPES, 2002). A pessoa apenas responde questões imediatas. Segundo Carvalho (2001), na sala de aula as tarefas que se limitam a este tipo de atividade apresentam um baixo nível cognitivo. Citamos aqui ainda os livros didáticos de Matemática destinados ao Ensino Fundamental II que, conforme resultados de pesquisas na área (MORAIS, 2006 e FRIOLANI, 2007, particularmente), apresentam poucas atividades que exijam além desse tipo de leitura.

---

<sup>5</sup> Conjunto das reflexões não sistemáticas do homem sobre suas experiências como ser social, detalhado no capítulo 2.

Como exemplo, podemos citar um dos grupos de alunos da 5ª série no qual aplicamos a nossa seqüência didática, que tinha como problema de pesquisa saber para que time os alunos da 5ª série A torciam. O São Paulo teve 46% das preferências, e os alunos deste grupo fizeram a seguinte análise: “Como diz a hipótese, achamos que o São Paulo ganharia, e acertamos. Ele teve muito mais votos que os outros.” Assim, eles fizeram apenas o confronto do resultado encontrado na pesquisa com a hipótese inicialmente levantada.

- Leitura entre os dados:

a pessoa realiza alguma interpretação dos dados e da forma como estes estão integrados no gráfico, ao mesmo tempo em que recorre a outros conceitos e capacidades, o que lhe permite identificar relações matemáticas apresentadas no gráfico. Nesse nível, a pessoa começa a realizar inferências de natureza simples. (1989, CURCIO apud LOPES, 2002).

Como exemplo, podemos citar outro dos grupos de alunos da 5ª série, que tinha como problema de pesquisa saber a preferência dos colegas entre computador, *videogame*, *game-boy* e outros. Fizeram a seguinte análise: “Nós achávamos que a preferência seria o computador. Acertamos, porque os resultados foram: 14 pessoas preferiam o computador, 7 pessoas o videogame e 1 pessoa nenhum”.

Este grupo de alunos, além de concluir sobre o resultado que estava na sua hipótese, fez a leitura das demais preferências do grupo.

- Leitura além dos dados:

a pessoa é capaz de inferir ou prever um determinado resultado ou acontecimento em função de vários conhecimentos e não apenas baseado em alguma informação apresentada no gráfico. Ao atingir esse patamar, a pessoa adquire condição de responder a perguntas implícitas tendo como base extrapolações, previsões ou inferências realizadas a partir de uma interpretação. (1989, CURCIO apud LOPES, 2002).

Como exemplo, citamos outro dos grupos de alunos da 5ª série, desta vez da turma B, que também tinha como problema de pesquisa saber para que time

---

<sup>6</sup> Encadeamento de argumentos, detalhado no capítulo 2.

os alunos de sua sala torciam. O São Paulo teve 17 dos 29 votos, o Corinthians e o Santos tiveram 4 votos e o Palmeiras, 3 votos.

Os alunos fizeram a seguinte análise:

*A pergunta era: Para que time a maioria dos alunos da 5ª série B torce. Provavelmente o São Paulo iria ganhar, pois já foi tri campeão Mundial e está em primeiro lugar no campeonato Brasileiro e ele ganhou (em nossa pesquisa). Em segundo lugar ficou o Corinthians, em terceiro Santos e por último o Palmeiras.*

Esse grupo de alunos confrontou o resultado da sua pesquisa com a sua hipótese, leu os demais resultados e fez comentários sobre eles, baseados em acontecimentos reais que são do seu conhecimento.

Eles utilizaram a palavra “ganhar” ao referirem-se ao resultado que acreditavam que teria a maior preferência dos colegas da classe.

Podemos dizer que as crianças evoluem na compreensão dos gráficos, ou seja, usando os níveis de Curcio (1989): num primeiro instante fazem a Leitura dos Dados, evoluem para a Leitura entre os Dados, para, finalmente, fazer a Leitura além dos Dados.

Pensar que a evolução na compreensão de um qualquer gráfico acontece num contínuo entre uma primeira fase onde o sujeito lê o que está presente, ou seja, fica num nível concreto e limitado pelo que está visualmente presente num gráfico, até uma forma mais evoluída onde retira informações abstractas com base numa análise da informação e dos seus conhecimentos anteriores, mostra-nos como “nunca é cedo demais para envolver as crianças na recolha de dados e na construção dos seus próprios gráficos”. (1989, CURCIO apud CARVALHO, 2001, p.85).

Para a organização dessa seqüência didática que permita a aprendizagem do aluno, segundo Carvalho, o professor deve estar atento aos interesses reais das crianças e ao fato de que, ao mesmo tempo em que coloca informações simples aos alunos, deve encorajá-los com outras que não se limitem a uma simples leitura da informação presente no gráfico. Depois, pode promover a sua progressão no sentido dos aspectos mais abstratos, como acontece com a inferência. Podemos então afirmar que, segundo Curcio (1989), de um modo geral, as tarefas com gráficos desafiam os sujeitos a integrar, aplicar e transformar aquilo que sabem.

Compreender o significado de um gráfico depende do enriquecimento de um vasto campo de experiências nos mais variados domínios, bem como da adoção de um conjunto de convenções matemáticas. Simultaneamente, não existem dois processos idênticos na construção, e dois sujeitos não trazem para a mesma situação os mesmos recursos. Reforça-se, então, a necessidade de um trabalho desenvolvido em contextos próximos à realidade do aluno, seja em sua vida cotidiana, seja em práticas interdisciplinares no contexto escolar. O conhecimento do contexto é fator facilitador para a boa interpretação dos dados, permitindo ao aluno ultrapassar a simples leitura dos eixos.

A comparação entre os níveis propostos por Curcio (1989) e os níveis de alfabetismo funcional propostos pelo INAF nos permite dizer que, quando o sujeito se encontra no nível 1 de alfabetismo matemático, possivelmente ele faz apenas a Leitura dos Dados; ao atingir o nível 2 de alfabetismo matemático, provavelmente ele possa fazer a Leitura entre os Dados; e, quando ele está no nível 3, é provável que consiga fazer a Leitura além dos Dados. Ou seja:

- O nível 1 do Alfabetismo Matemático permite ao sujeito ler números de uso freqüente em contextos específicos. Assim, poderá fazer a Leitura dos Dados, sendo capaz de ler literalmente o gráfico, retirando deste os fatos explícitos.
- No nível 2 do Alfabetismo Matemático o sujeito já demonstra dominar completamente a leitura dos números naturais e é capaz de ler e comparar números decimais. Acreditamos que poderá fazer, então, a Leitura entre os Dados, com alguma interpretação destes e da forma como estão integrados no gráfico, realizando inferências de natureza simples.
- O sujeito, no nível 3 do Alfabetismo Matemático, demonstra certa familiaridade com representações gráficas (mapas, tabelas e gráficos). Portanto, ele possivelmente poderá fazer a Leitura além dos Dados, inferindo ou predizendo um determinado resultado ou acontecimento em função de vários outros, respondendo a perguntas implícitas que tenham como base extrapolações, previsões ou inferências realizadas a partir de uma interpretação.

Nosso objetivo é, assim, oferecer informações, por meio de uma seqüência didática a ser introduzida na 5ª série, que permitam aos alunos fazer a Leitura além

dos Dados, ou seja, garantir que possam fazer extrapolações, previsões ou inferências a partir de uma interpretação gráfica.

### **1.3. PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS (TERCEIRO E QUARTO CICLOS DO ENSINO FUNDAMENTAL)**

A importância que damos à Estatística, em função do seu uso atual na sociedade, destaca-a como um bloco de conteúdo dos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Com relação à Estatística, a finalidade é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem freqüentemente em seu dia-a-dia. Além disso, calcular algumas medidas estatísticas como média, mediana e moda com o objetivo de fornecer novos elementos para interpretar dados estatísticos. (PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS, 1998, p.52).

No 3º ciclo (5ª e 6ª séries), especificamente no trabalho com o raciocínio estatístico, o ensino deve visar o desenvolvimento de situações de aprendizagem que levem o aluno a “coletar, organizar e analisar informações, construir e interpretar tabelas e gráficos, formular argumentos convincentes, tendo por base a análise de dados organizados em representações matemáticas diversas.” (PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS, 1998, p. 65).

Os conteúdos a serem desenvolvidos no 3º ciclo no campo da Estatística são:

- Conceitos e Procedimentos:
  - Coleta, organização de dados e utilização de recursos visuais adequados (fluxogramas, tabelas e gráficos) para sintetizá-los, comunicá-los e permitir a elaboração de conclusões.
  - Leitura e interpretação de dados expressos em tabelas e gráficos.
  - Compreensão do significado da média aritmética como indicador da tendência de uma pesquisa. (PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS, 1998, p. 74).

- Atitudes:
  - Desenvolvimento da capacidade de investigação e da perseverança na busca de resultados, valorizando o uso de estratégias de verificação e controle de resultados.
  - Predisposição para alterar a estratégia prevista para resolver uma situação-problema quando o resultado não for satisfatório.
  - Reconhecimento que pode haver diversas formas de resolução para a mesma situação-problema e conhecê-las.
  - Valorização e uso da linguagem matemática para expressar-se com clareza, precisão e concisão.
  - Valorização do trabalho coletivo, colaborando na interpretação de situações-problema, na elaboração de estratégias de resolução e na sua validação.
  - Interesse pelo uso dos recursos tecnológicos, como instrumentos que podem auxiliar na realização de alguns trabalhos, sem anular o esforço da atividade compreensiva. (PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS, 1998, p. 75).

Neste ciclo, já pensando em preparar os alunos para o seguinte, é importante conhecermos os conteúdos que posteriormente serão abordados. Assim, os conteúdos estatísticos sugeridos para serem explorados pelo professor no 4º ciclo (7ª e 8ª séries) são:

- Leitura e interpretação de dados expressos em gráficos de colunas, de setores, histogramas e polígonos de frequência.
- Organização de dados e construção de recursos visuais adequados, como gráficos [...], para apresentar globalmente os dados, destacar aspectos relevantes, sintetizar informações e permitir a elaboração de inferências.
- Compreensão de termos como frequência, frequência relativa, amostra de uma população para interpretar informações de uma pesquisa.
- Distribuição das frequências de uma variável de uma pesquisa em classes de modo que resuma os dados com um grau de precisão razoável.
- Obtenção das medidas de tendência central de uma pesquisa (média, moda e mediana), compreendendo seus significados para fazer inferências. (PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS, 1998, p.90).

O estudo do conteúdo estatístico possibilita o desenvolvimento do pensamento e do raciocínio para resolver determinadas situações-problema, nas quais é necessário coletar, organizar e apresentar dados, além de interpretá-los; e comunicar resultados, por meio da linguagem estatística.

Ao propor o trabalho com pesquisas é preciso mostrar ao aluno que nesse tipo de atividade é importante levar em conta alguns aspectos: definir clara e precisamente o problema, indicando a população a ser observada e as variáveis envolvidas; decidir se a coleta de dados será por recenseamento ou por amostragem; fazer uma análise preliminar das informações contidas nos dados numéricos que possibilite uma organização adequada desses dados, a observação de aspectos relevantes e a realização de cálculos. Além disso, é preciso encontrar as representações mais convenientes para comunicar e interpretar os resultados, obter algumas conclusões e levantar hipóteses sobre outras. (PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS, 1998, p.135).

Segundo os PCNs, para ampliar a análise dos alunos, é importante levá-los a fazer resumos estatísticos e interpretação dos resultados, para que compreendam o significado e a importância das medidas de tendência central de uma pesquisa (média, moda e mediana).

Eles terão oportunidade de desenvolver conhecimentos para poder compreender, analisar e apreciar as estatísticas apresentadas pelos meios de comunicação e para um melhor reconhecimento das informações confiáveis. Poderão constatar que um problema estatístico pode ser resolvido por diferentes procedimentos e que nem todos os procedimentos estatísticos se adaptam bem a todos os problemas. (PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS, 1998, p.136).

Devemos ressaltar que as informações apresentadas referem-se ao conjunto do 3º e 4º ciclos (a não ser aquelas definidas como sendo específicas do 3º ou do 4º ciclo), ou seja, de 5ª a 8ª séries, sendo que nossa pesquisa se deu apenas com alunos da 5ª série — portanto, um pouco mais restrita do que esse conjunto de informações.

Podemos dizer que os nossos objetivos com os alunos da 5ª série coincidem ou vão além dos objetivos propostos pelos PCNs, já que, ao propor a seqüência didática apresentada nesta dissertação, visamos que os alunos pudessem coletar, organizar em tabelas e gráficos e analisar informações coletadas por eles e que fazem parte do seu dia-a-dia. Na análise das informações, procuramos incentivá-los a formular justificativas para que fizesse a Leitura além dos Dados (CURCIO, 1989).

Pudemos observar que os PCNs relacionam as atividades estatísticas e suas interpretações, mas não destacam a percepção da variabilidade. Os autores que falam de pensamento, raciocínio e alfabetização alertam para a espinha dorsal do

pensamento e do raciocínio estatístico, que é a variabilidade. Assim, devemos estar atentos para que não se abra uma lacuna na aprendizagem dos conceitos estatísticos de base do aluno quanto à análise da variabilidade.

Ao propor o trabalho de pesquisa, definimos clara e precisamente o que vem a ser o problema e a hipótese da pesquisa, debatemos sobre população e amostra; na montagem do questionário, debatemos sobre questões abertas e fechadas e sobre a forma de coleta dos dados, os diversos tipos de gráficos, as variáveis discretas e contínuas, qualitativas e quantitativas, entre outros.

Não tivemos a oportunidade de explorar, nesta seqüência didática, o significado da média aritmética, já que não houve pesquisas de variáveis quantitativas. Entretanto, exploramos esse conceito no trato das notas dos trabalhos e das provas.

Quanto às atitudes, acreditamos termos desenvolvido a capacidade de investigação e da perseverança na busca de resultados, o reconhecimento de que pode haver diversas formas de resolução para a mesma situação-problema, a valorização do uso da linguagem estatística para expressar-se com clareza e precisão e a valorização do trabalho coletivo.

#### **1.4. LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO**

Por meio do levantamento de materiais sobre o tema do nosso estudo, encontramos pesquisas de vários autores. A seguir, encontram-se relacionadas algumas delas, as quais julgamos mais significativas para a nossa pesquisa.

Iniciamos pelo trabalho intitulado “Estatística em um curso de administração de empresas – mobilização dos conceitos estatísticos de base”, desenvolvido por Bifi (2006) como pesquisa de mestrado em Educação Matemática realizada na PUC-SP. Seu objetivo foi verificar, segundo os termos de Robert (1998), o nível de mobilização dos conhecimentos estatísticos por parte dos alunos do Ensino Superior (em particular, de um curso de administração), que já haviam cursado pelo menos um módulo da disciplina Estatística.

Robert (1998) classifica os conteúdos de Matemática a ensinar em quatro dimensões e Bifi (2006) utilizou os três níveis para os conhecimentos adquiridos, constantes na quarta dimensão, que são: técnico, mobilizável e disponível.

Um conhecimento é caracterizado como pertencente ao Nível Técnico quando corresponde a um trabalho único e simples, como aplicações imediatas de teoremas, propriedades, definições ou fórmulas. Segundo Bifi (2006), está relacionado, principalmente, às definições utilizadas em uma determinada tarefa. Por exemplo: o aluno que consegue elaborar um gráfico, mas não o interpreta adequadamente devido às relações complexas entre os dados.

O Nível Mobilizável caracteriza o conhecimento que corresponde a um início de justaposição de saberes de um certo domínio em que vários métodos podem ser mobilizados. Um exemplo de Bifi (2006): uma atividade que fornece os dados coletados de uma determinada variável e, logo em seguida, pede ao aluno uma análise estatística destes. Dependendo de como está transcrito, o enunciado da atividade pode sugerir um caminho a ser percorrido, ou seja, implicitamente o aluno é conduzido a utilizar cálculos algébricos ou até mesmo raciocínio lógico, para que venha a alcançar resultados favoráveis na resolução do problema.

Faz parte do Nível Disponível o conhecimento que permite ao aluno responder corretamente o que é proposto, sem indicações. Segundo Bifi (2006), quando o aluno sabe procurar, por si mesmo, entre os conhecimentos, aquele que pode ser utilizado; quando sabe dar contra-exemplos, mudar de quadro, aplicar métodos não previsíveis.

O trabalho de Bifi (2006) visou diagnosticar a mobilização dos conceitos estatísticos de base. Ele esperava não apenas conhecer o nível de funcionamento dos conceitos segundo Robert (1998) e, especificamente, aqueles ligados ao estudo da variabilidade por parte dos alunos do Ensino Superior, mas também identificar os possíveis erros cometidos por esses alunos.

Bifi (2006) propôs uma atividade diagnóstica com três duplas de alunos voluntários do curso de administração que já haviam cursado a disciplina de Estatística. A atividade foi dividida em três etapas que se distinguiram por diferentes níveis de complexidade e pela forma de representação dos dados a serem analisados. Na primeira etapa, foi apresentado um banco de dados fictício, contendo valores referentes a duas variáveis quantitativas: idade e renda mensal; na segunda, foram apresentadas duas tabelas: variável quantitativa discreta e variável quantitativa contínua; e, na terceira, os gráficos das distribuições de freqüências representadas nas tabelas do item anterior.

Segundo Bifi (2006), os alunos deveriam analisar uma situação-problema fictícia, nos moldes da atividade profissional da área da Administração de Empresas.

Os resultados obtidos nessa pesquisa indicaram que as duplas investigadas dominaram perfeitamente os cálculos algébricos, mas sem dar significado a eles, ou seja, o que importou foram os resultados numéricos. Eles não sentiram necessidade das interpretações ou justificativas e não conseguiram explicar os conceitos mais simples e imediatos, como média e desvio-padrão, para interpretar a variabilidade dos dados. Vale a pena ressaltar que Bifi (2006) descreve esses alunos como sujeitos com conhecimentos estatísticos desenvolvidos em aula com auxílio de *softwares* estatísticos, tais como SPSS.

O caminho escolhido por Bifi (2006) proporcionou novas perspectivas para o ensino de Estatística: ele ressaltou a necessidade da elaboração de uma seqüência didática que permita ao aluno vivenciar a construção de conceitos estatísticos de base e sua mobilização, em uma análise exploratória de dados, e o conseqüente estudo dos resultados obtidos quando da aplicação de tal engenharia em um grupo com as mesmas características do grupo pesquisado. Sugeriu, ainda, ampliar a população para outras áreas profissionais.

Passamos em seguida ao trabalho de pesquisa de mestrado em Educação Matemática desenvolvido por Moraes (2006). Citamos particularmente estas duas pesquisas (Bifi e Moraes), por terem sido desenvolvidas no mesmo projeto no qual a nossa própria pesquisa está inserida, o que justifica a comparação dos resultados.

A dissertação de mestrado de Moraes (2006), intitulada “Um estudo sobre o pensamento estatístico: componentes e habilidades”, teve como objetivo investigar as concepções de professores do Ensino Fundamental sobre o Pensamento estatístico.

Para isso, ela aplicou um questionário a 20 professores de matemática do Ensino Fundamental e Médio, em exercício, de escolas públicas e privadas de Belo Horizonte, que responderam de forma voluntária. O instrumento foi composto por duas partes distintas: a primeira identifica o perfil do professor em exercício, explicitando seus dados pessoais e profissionais e a segunda expõe as concepções desse docente quanto aos conceitos estatísticos de base, por meio de duas situações-problema.

Este trabalho também foi desenvolvido no quadro teórico que busca estudar o desenvolvimento do pensamento e do raciocínio estatístico, assim como dos níveis de alfabetização estatística. Tanto Bifi (2006) como Moraes (2006) usaram como referencial teórico os textos de Wild e Pfannkuch (1999) e de Gal (2002) para analisar os dados obtidos.

Uma das constatações de Morais foi a de que, devido ao fato de o professor basear seu trabalho nos tipos de tarefas sugeridas nos livros didáticos, ele tem a falsa sensação de trabalhar a estatística e de desenvolver o pensamento estatístico. Mas, de fato, ele acaba reforçando a concepção errônea da estatística, em uma visão tecnicista e limitada a interpretações simples de dados em registros tabulares e gráficos. Este seria, segundo apresentamos anteriormente neste texto, o nível mais elementar proposto por Curcio (Leitura dos Dados). Tal fato evidencia uma ruptura na formação do pensamento estatístico que pode ser comprovada pelas atividades propostas nos livros didáticos, uma vez que alguns propõem um número insuficiente de situações de coleta e representação de dados em tabelas e gráficos e poucos investem na transnumeração<sup>7</sup>: deixam de explorar não apenas a passagem do registro tabular ao gráfico e vice-versa, mas também a análise e o estudo da variação dos dados, o que viria a estimular a tomada de decisões.

Vale a pena reforçar que, conforme apresentamos anteriormente no item 1.3 deste texto, os Parâmetros Curriculares não sugerem, pelo menos explicitamente, o trabalho com essa análise de variação para a tomada de decisões.

De acordo com Morais (2006), os livros didáticos exploram demasiadamente as representações gráficas e tabulares, sem, contudo, associá-las à análise e ao estudo da variação de dados, sendo esses, na maioria das vezes, discretos. Além disso, as tarefas solicitam interpretações simples de gráficos ou tabelas e, ainda, a sua construção, com prioridade para o gráfico de colunas. Nos livros, não percebemos a articulação entre as representações que caracterizam o processo de transnumeração. Pode-se assim supor que, apesar do trabalho anunciado sobre tabelas e gráficos, ele não é suficiente para a construção do pensamento estatístico. Na verdade, os docentes consideram o registro pelo registro, esquecendo-se dos conceitos matemáticos, estatísticos e do contexto mobilizado em tais representações.

Observa a autora que a percepção sobre o conceito de média é facilmente reconhecido pelos docentes, visto que um número significativo o identifica e o explicita como estatístico; um número menor de sujeitos, porém, menciona os demais conceitos estatísticos e um número ainda menor relaciona essas medidas de

---

<sup>7</sup> Wild e Pfannkuch definem transnumeração como sendo as transformações de representações feitas para facilitar a compreensão dos dados, buscando completar a análise dos mesmos. Apresentamos este ponto mais detalhadamente em nosso capítulo 2.

tendência central, o que poderia indicar uma predisposição ou uma habilidade para comparações e análises críticas de dados. Tal fato certamente traz implicações para o ensino-aprendizagem da estatística, sobre a análise de dados (Modelo PPDAC de Wild e Pfannkuch, 1999) e o estudo da variação envolvendo esses dados.

A análise da autora permitiu uma observação relacionando o tempo de atuação dos docentes com o ensino da estatística. Os resultados evidenciaram que, no grupo pesquisado, os professores com aproximadamente 15 anos de carreira têm uma visão reducionista da estatística, identificando apenas o conceito estatístico de média aritmética e o conhecimento matemático de números e decimais nas tarefas propostas. Morais (2006) acredita que a razão para tal comportamento se deva, entre outros, à inclusão recente da estatística no Ensino Fundamental, pois a maioria dos livros didáticos publicados antes de 1996 não contemplava a estatística no nível elementar. Já professores recém-formados identificam conceitos matemáticos, como números, porcentagem, proporção, coordenadas cartesianas, conceitos estatísticos de média, moda e mediana; reconhecem a variabilidade na análise de dados; identificam o conhecimento do contexto e o procedimental, além da transnumeração; não ficam apenas no discurso, já que demonstram suas concepções nas resoluções das tarefas propostas. É fato que todos eles estudaram estatística na graduação; talvez por isso estejam mais familiarizados com o pensamento estatístico. Mas não podemos nos esquecer de que a prática desses docentes é alimentada por livros didáticos e outros recursos que abordam a estatística na escola básica, já que, atualmente, a maioria das coleções e *softwares* contempla a estatística e a probabilidade.

Conclui a autora que existe a necessidade de um número maior não só de pesquisas para investigar o pensamento estatístico e a aprendizagem da estatística em todos os níveis de escolaridade, como também de trabalhos que auxiliem o professor em sua prática docente, de modo a complementar satisfatoriamente as atividades propostas nos livros didáticos.

O terceiro trabalho que abordamos aqui é a tese de doutorado apresentada na Universidade de Lisboa por Carolina de Carvalho (CARVALHO, 2001), intitulada “Interação entre Pares – Contributos para a Promoção do Desenvolvimento Lógico e do Desempenho Estatístico no 7º ano de Escolaridade”. Teve como objetivo investigar o papel do trabalho em duplas quanto ao desenvolvimento lógico e ao

desempenho estatístico dos alunos do 7º ano de escolaridade de duas escolas na grande Lisboa, ao desenvolverem tarefas não habituais de estatística.

Ela selecionou, não aleatoriamente, dois grupos de sujeitos, da seguinte forma: todos os sujeitos do estudo foram submetidos à 1ª e à 2ª aplicação do ECDL<sup>8</sup> e a uma situação de pré e pós-teste, gerando um grupo de controle e outro experimental, suficientemente equivalentes quanto à idade, ao número de meninas e meninos e ao *status* socioeconômico.

Essa pesquisa consistiu em três sessões de trabalho em duplas com tarefas não habituais na unidade curricular de Estatística e uma discussão geral, em cada uma das turmas, entre a investigadora e as diferentes duplas.

As análises das respostas dos alunos no pré e no pós-teste reforçaram a constatação de que, quando os sujeitos que integravam cada um dos grupos responderam ao pré-teste, o número de respostas incorretas ou em branco foi muito semelhante nos dois grupos. Porém, quando se analisaram as respostas do pós-teste realizado cerca de um mês e meio após o pré-teste, verificou-se que o pós-teste dos alunos do grupo experimental apresentou um menor percentual de respostas incorretas ou em branco. No que tange ao desenvolvimento lógico, os progressos não foram tão diferenciados entre os dois grupos.

Verificou-se, também, que o trabalho em duplas constitui ferramenta importante para o desenvolvimento de atitudes mais positivas.

A investigação realizada permitiu compreender a relevância da natureza das tarefas na aderência que as mesmas provocam, no empenho dos alunos, na qualidade dos argumentos apresentados quando interagem. Por tudo isso, no que se refere à Estatística, as atividades a desenvolver com os alunos deveriam incluir aquilo que de mais significativo pode ser feito com estes conteúdos, nomeadamente atividades que desenvolvam a capacidade de proceder a análises críticas da informação vinculada, a escolha entre parâmetros estatísticos que melhor representam uma determinada distribuição, ou a planificação e execução de um trabalho estatístico e não apenas exercícios de aplicação de algoritmos ou procedimentos. (CARVALHO, 2001, p.482).

---

<sup>8</sup> Prova coletiva elaborada na França por Hornemann (1975), que a define como uma “prova genética que utiliza o pensamento lógico, tal como Piaget o definiu, e que permite determinar em que estágio de desenvolvimento intelectual se encontra o sujeito.” (BALDY e PETUNE apud CARVALHO, 2001, p. 205).

Mais um texto importante na constituição do nosso trabalho foi a pesquisa apresentada por Maria Auxiliadora Bueno Andrade Megid e Dione Lucchesi de Carvalho (MEGID e CARVALHO, 2005). Na opinião destas pesquisadoras, a Estatística deveria ser um assunto mais bem explorado no contexto escolar, pois a utilização de gráficos pela mídia é muito freqüente e, para interpretar com clareza o mundo em que se vive, é necessário dominar essa linguagem.

As autoras realizaram uma pesquisa em duas turmas de 6ª série de duas escolas, uma pública e outra particular, ambas do município de Campinas, São Paulo. Buscaram uma maneira diferente de abordar o tema, procurando torná-lo interessante para o aluno, fazendo-o compreender a sua importância. Assim, foram privilegiadas as discussões e as atividades nas quais a participação do aluno fosse fundamental.

A investigação partiu da sondagem primeira do que os alunos entendiam sobre Estatística e da sua utilidade social. Em seguida foram convidados a planejar e realizar uma pesquisa estatística, escolhendo o tema, confeccionando questionários, realizando entrevistas, construindo tabelas e gráficos pertinentes às respostas e organizando a divulgação da pesquisa.

O percurso foi permeado pela negociação e construção dos significados e as tarefas subseqüentes foram sendo delineadas a partir das manifestações dos alunos e dos modelos que foram sendo constituídos em cada turma. (MEGID e CARVALHO, 2005, p.2).

Os dados da investigação foram coletados por intermédio de diário de campo, de gravações em áudio e vídeo, de entrevistas com alunos e com as professoras auxiliares de pesquisa, além das produções escritas dos alunos, analisados em duas categorias: (1) o processo de produção e elaboração dos conhecimentos pelos alunos e (2) o processo de produção de conhecimentos pedagógicos e profissionais pela professora. Essas duas categorias foram permeadas por outras, transversais: a mediação e os encontros de professora e alunos durante o trabalho pedagógico e os aspectos socioculturais presentes em todo o processo investigativo. Com as análises, alguns aspectos emergiram. Destacaram-se os conhecimentos matemáticos trabalhados durante a investigação, entre eles: cálculo de porcentagem; cálculo com graus; gráficos e tabelas. Também se fizeram notar: nas tarefas realizadas em grupo e nas negociações coletivas, a importância da interação entre alunos; a interação destes com a professora, proporcionando uma melhor

compreensão dos procedimentos matemáticos e estatísticos e auxiliando o aluno a verbalizar o que pensa, a representar matematicamente as suas idéias. Tudo isso contribui para o desenvolvimento do raciocínio, para a flexibilidade do pensamento matemático e para o desenvolvimento da linguagem matemática.

O trabalho pedagógico centrou-se, como acima referido, na interação aluno-professor e aluno-aluno, proporcionando a negociação e a construção dos significados entre todos que participaram da aula.

A atitude do professor é importante nas relações que se estabelecem em atividades desenvolvidas desta maneira. O modo como fala, o quanto ouve, deixando os alunos colocarem suas idéias, corrigirem-se mutuamente, enfim, deixando os alunos construir significados nas negociações entre seus pares e o professor, vai determinar o maior ou menor progresso do desenvolvimento do ambiente de aprendizagem que se estabelecerá na sala de aula. (MEGID e CARVALHO, 2005, p.6).

Também Campos e Wodewotzki (2005) revelaram, em sua pesquisa, uma preocupação voltada predominantemente para questões de ensino e aprendizagem em um ambiente onde se destacam a investigação e a reflexão como essenciais no processo de construção do conhecimento: desenvolveram estratégias de Modelagem Matemática e de Aprender Fazendo (*Learning by doing*) no contexto do trabalho com projetos com um plano pedagógico para o desenvolvimento de alguns conteúdos curriculares da disciplina de Estatística em cursos de graduação.

Tal forma de trabalho supõe o desenvolvimento de um programa de estudo baseado na organização e no desenvolvimento curricular centrados no aluno, que passa a ser co-responsável pelo processo de aprendizagem. Ele é chamado a participar ativamente, com base em situações-problema do seu cotidiano e passa a responsabilizar-se pelas informações e a compreender e refletir sobre as atividades que estão sendo desenvolvidas.

Nessa perspectiva, em termos da Educação Estatística, os estudantes, de um modo geral devem ser preparados para levantar problemas de seu interesse, formular questões, propor hipóteses, coletar os dados, escolher os métodos estatísticos apropriados, refletir, discutir e analisar criticamente os resultados considerando as limitações da Estatística sobretudo no que se refere à incerteza e variabilidade. (CAMPOS e WODEWOTZKI, 2005, p.1).

Os elementos básicos nesse processo de construção do conhecimento são a investigação, a descoberta, a reflexão e a validação. Assim, os autores afirmam que o foco deve ser desviado do produto para o processo, de forma que a análise, a interpretação e a crítica dos dados estatísticos se tornem mais importantes do que a técnica. Os alunos devem ser incentivados a argumentar, interpretar, questionar, analisar e tomar decisões, mais do que calcular ou desenhar.

Segundo os autores, o desenvolvimento de um conteúdo pragmático a partir de temas, problemas ou projetos escolhidos pelo grupo de alunos ou trazidos por eles para a sala de aula, sempre relacionados com o cotidiano, reflete diretamente na motivação, no interesse e no compromisso manifestado pelos alunos. Nesse aspecto, também o fato de a coleta de dados e a pesquisa sobre o assunto em estudo serem de responsabilidade dos alunos gerou um compromisso com o desenvolvimento das atividades, abrindo espaço sobretudo para discussões e interpretações das soluções encontradas, na linguagem do mundo real.

Ao praticar essas estratégias pedagógicas, estamos motivando os alunos (e o professor), facilitando a aprendizagem (pois o conteúdo passa a ter mais significação), preparando o aluno para o exercício de sua profissão (pois os exemplos são aplicados), desenvolvendo no aluno o espírito crítico e transformador de sua realidade (à medida que ele é instigado a interpretar e analisar diferentes situações), além de estarmos fomentando a compreensão do papel sócio-cultural da Matemática (em geral) e da Estatística (em particular). (CAMPOS e WODEWOTZKI, 2005, p.11-12).

Os autores concluem, dizendo que os índices de insatisfação e as taxas de reprovação na disciplina de Estatística tendem a diminuir se os professores se dedicarem à tarefa de tornar a disciplina mais significativa para os estudantes, aproximando a teoria da prática e estimulando a criatividade e o espírito crítico dos alunos.

Todos esses trabalhos, além de outros que lemos, muito contribuíram para embasar nossa pesquisa.

Pudemos constatar na dissertação de Bifi (2006), entre outras coisas, que, frente às atividades estatísticas diagnósticas, os alunos dominaram perfeitamente os cálculos algébricos, mas sem dar significado a eles, ou seja, o que importou foram os resultados numéricos. Eles não sentiram necessidade das interpretações ou das justificativas. Assim, ele propõe a elaboração de uma seqüência didática que permita

ao aluno vivenciar a construção de conceitos estatísticos de base e sua mobilização, em uma análise exploratória de dados.

Morais (2006), baseada em sua pesquisa com docentes, afirma, entre outras constatações, que o professor baseia seu trabalho nos tipos de tarefas sugeridas nos livros didáticos, o que dá a ele a falsa sensação de trabalhar a estatística e de desenvolver o pensamento estatístico. Isso porque, de fato, a maioria dos livros didáticos reforça a visão tecnicista e limitada a interpretações simples de dados em registros tabulares e gráficos. A autora critica as atividades propostas nos livros didáticos, que propõem um número insuficiente de situações relativas não somente à coleta dos dados e à representação tabular e gráfica, mas também à transnumeração — passagem do registro tabular ao gráfico e vice-versa — e, além disso, solicitam interpretações simples de gráficos e tabelas e construções, principalmente do gráfico de colunas. Ao desenvolver essas atividades da forma apresentada pelos livros, os docentes consideram o registro pelo registro, esquecendo-se dos conceitos matemáticos, estatísticos e do contexto mobilizado em tais representações.

Entretanto, nossa seqüência didática sugere que os alunos possam fazer uma pesquisa estatística de forma bastante eficaz do ponto de vista das condições de aprendizagem, dando maior importância ao significado do que aos cálculos.

Na tese de doutorado de Carvalho (2001), ela explora a importância do trabalho em duplas, que desenvolve atitudes mais positivas nos alunos e qualidade nos argumentos apresentados, quando interagem.

Nossa pesquisa também contemplou o trabalho em grupos, no caso de quatro ou três alunos, visando a troca entre eles para a execução das tarefas exploratórias, por meio do debate de idéias e da exposição dos conhecimentos prévios de cada aluno.

Carvalho (2001) preocupou-se, ainda, em desenvolver atividades que ajudassem o aluno a proceder a análises críticas da informação vinculada, a escolha entre parâmetros estatísticos que melhor representavam uma determinada distribuição e não se limitou a exercícios de aplicação de algoritmos ou procedimentos.

No caso da pesquisa desenvolvida pelos alunos da 5ª série, eles puderam escolher, na apresentação final do trabalho, o tipo de gráfico (colunas ou setores) que eles acreditaram que melhor representaria o resultado da sua pesquisa.

Na opinião de Megid e Carvalho (2005), devido à freqüência da utilização de gráficos pela mídia, é necessário dominar essa linguagem para interpretar com clareza o mundo em que se vive. Pensando nisso, as autoras realizaram uma pesquisa em duas turmas de 6ª série, na qual privilegiaram as discussões e as atividades em que a participação do aluno fosse fundamental.

Assim, desenvolveram uma investigação que partiu da sondagem primeira do que os alunos entendiam sobre estatística e da sua utilidade social. A seguir, propuseram que os alunos planejassem e realizassem uma pesquisa estatística, escolhendo o tema, confeccionando questionários, realizando entrevistas, construindo tabelas e gráficos pertinentes às respostas e organizando a divulgação da pesquisa. O trabalho pedagógico centrou-se na interação aluno-professor e aluno-aluno, proporcionando a negociação e a construção dos significados entre todos que participam da aula.

O trabalho de Megid e Carvalho (2005), quanto ao modo como foi desenvolvido, está muito próximo do que fizemos, principalmente quanto à dinâmica de debates em sala de aula e da construção conjunta dos significados. Essa dinâmica possibilitou que, a cada aula, fizéssemos um replanejamento das ações, visando que o conteúdo fosse assimilado pelos alunos da forma mais natural possível.

O trecho abaixo cabe perfeitamente bem ao trabalho que desenvolvemos, já que o aprendizado como professora e como pesquisadora foram constantes.

As análises feitas do trabalho da professora-pesquisadora visaram entender esta profissional como pessoa que ensinando / aprendendo se constitui professora e aprendendo / aprofundando / refletindo se transforma em pesquisadora que vai reelaborando a prática e os novos saberes pedagógicos. (MEGID e CARVALHO, 2005, p.8).

## CAPÍTULO 2: REFERENCIAL TEÓRICO E METODOLÓGICO

Este capítulo tem como objetivo apresentar o nosso quadro conceitual, ou seja, o quadro teórico que usamos para embasar nossa pesquisa e analisar nossos resultados.

Explanamos sobre o pensamento estatístico, particularmente a transnumeração (WILD e PFANNKUCH, 1999). Antes, porém, definimos o que, nesta pesquisa, entendemos por “pensamento estatístico” e “raciocínio estatístico”.

A seguir, desenvolvemos alguns aspectos a respeito da Teoria das Situações (BROUSSEAU, 1996), pois a nossa etapa experimental utilizou as quatro fases pelas quais o aluno deve passar, mediados pelo professor.

Tecemos, então, considerações sobre a Engenharia Didática, já que utilizamos seus pressupostos.

### 2.1. PENSAMENTO ESTATÍSTICO

#### 2.1.1. DEFINIÇÕES DE “PENSAMENTO” E “RACIOCÍNIO”

De acordo com o Dicionário Michaelis, a palavra “pensamento” tem as seguintes definições:

**pen.sa.men.to**<sup>1</sup> *sm* (*pensar+mento*<sup>2</sup>) **1** Ato ou faculdade de pensar. **2** Ato do espírito ou operação da inteligência. **3** Fantasia, imaginação, sonho. **4** Cuidado, preocupação, solicitude. **5** Idéia, lembrança. **6** Modo de pensar; opinião. **7** Alma, espírito. **8** Conceito, moralidade (de um apólogo, epigrama, ou sátira); a intenção de um autor. *P. de classe, Sociol:* conjunto de idéias, valorações, atitudes e conceitos peculiares aos membros de uma camada social. *P. social, Sociol:* conjunto das reflexões não sistemáticas do homem sobre suas experiências como ser social. (Michaelis, 1998, p.1588).

Podemos destacar que o pensamento pode ser definido como o “conjunto das reflexões não sistemáticas do homem sobre suas experiências como ser social”.

Também o Dicionário Michaelis apresenta a palavra “raciocínio” com as seguintes definições:

**ra.cio.cí.nio** *sm* (*lat ratiociniu*) **1** Ato, faculdade ou maneira de raciocinar. **2** Operação intelectual discursiva, pela qual, da afirmação de uma ou mais de uma proposição, passamos a afirmar outra em virtude de uma conexão necessária com as primeiras. **3** Encadeamento de argumentos. **4** Juízo. **5** Objeção, ponderação. **6**

Inteligência, razão. **7 Filos** Operação pela qual o espírito tira a conclusão das premissas; na filosofia escolástica, a forma lógica do raciocínio é o silogismo. *R. cornuto*: o dilema. *R. dedutivo*: silogismo em que as premissas são mais gerais que a conclusão. *R. indutivo*: silogismo em que as premissas são mais particulares que a conclusão. (Michaelis, 1998, p.1761).

Podemos destacar que o raciocínio pode ser definido como o “encadeamento de argumentos”. E, com a ajuda de Garfield e Gal, concluímos que:

O raciocínio estatístico pode ser definido como a forma como as pessoas raciocinam com idéias estatísticas e atribuem sentido à informação estatística. Isto envolve fazer as interpretações baseadas em conjuntos de dados, de representações gráficas, e de resumos estatísticos.<sup>9</sup> ([GARFIELD e GAL, 1999](#), P.207)

No nosso trabalho, citamos os dois termos e acreditamos que os alunos, com estas atividades por nós propostas, possam desenvolver as habilidades tanto para o raciocínio como para o pensamento estatístico.

### **2.1.2. PENSAMENTO ESTATÍSTICO (WILD E PFANNKUCH)**

Neste subcapítulo, apresentamos, resumidamente, as idéias de Wild e Pfannkuch (1999) a respeito do pensamento estatístico, ressaltando os aspectos ligados à transnumeração.

Moore (1997, MOORE apud PFANNKUCH e WILD, 1999, p.224) propôs uma lista de elementos do pensamento estatístico: a necessidade de dados, a importância da produção de dados, a onipresença da variabilidade, a medida e a modelagem da variabilidade. Segundo Wild e Pfannkuch (1999), para muitos estatísticos, estes são apenas alguns elementos que compõem o “pensamento estatístico”.

Snee define pensamento estatístico como processos de pensamento, que reconhecem que a variação está presente em todos e em tudo o que fazemos, todo o trabalho de uma série de processos interconectados, que identificam, caracterizam, quantificam,

---

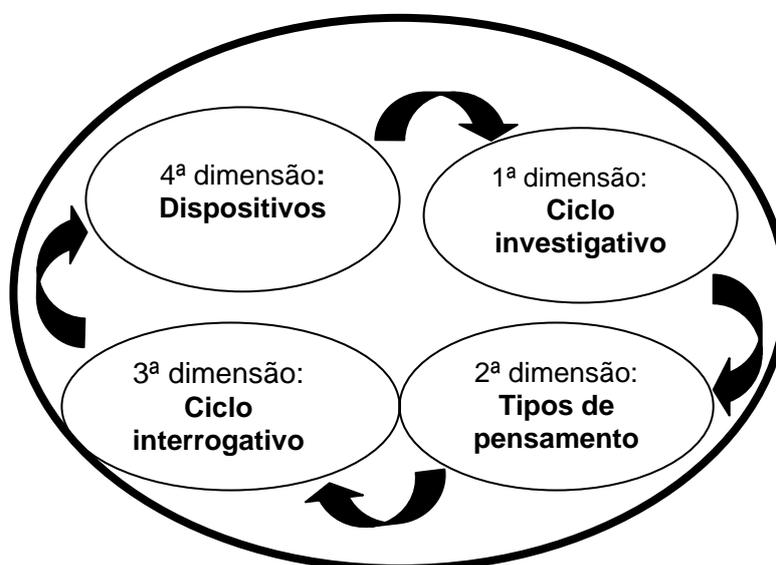
<sup>9</sup> Statistical reasoning may be defined as the way people reason with statistical ideas and make sense of statistical information ([Garfield and Gal 1999](#)). This involves making interpretations based on sets of data, graphical representations, and statistical summaries. ([GARFIELD e GAL, 1999](#), p.207)

controlam e reduzem a variação.<sup>10</sup> (1990, SNEE apud PFANNKUCH e WILD, 1999, p.224).

Wild e Pfannkuch (1999) preocupam-se com os complexos processos de pensamento que sustentam a resolução de problemas reais e, para melhorá-la, usam estatística. Reconhecem a importância do pensamento estatístico na vida diária, particularmente a interpretação da informação que aparece nas mídias.

A estatística é parte fundamental da era da informação em que estamos. Acreditamos que a investigação estatística é usada para nos ajudar a entender o mundo em que vivemos. Por isso a importância de aprender a “pensar estatisticamente”. E aprender supõe sintetizar a nova informação com a já existente. O “pensamento estatístico” que nos interessa deve ter, como metodologia, o trabalho com a resolução de problemas contextualizados no mundo real.

Wild e Pfannkuch (1999) criaram uma estrutura de quatro dimensões, com a pretensão de organizar alguns dos elementos do pensamento estatístico que se produz durante a investigação.



**FIGURA 2: ESTRUTURA DE 4 DIMENSÕES (WILD E PFANNKUCH)**  
(WILD e PFANNKUCH apud MORAIS, 2006, p.31)

<sup>10</sup> “Thought processes, which recognize that variation is all around us and present in everything we do, all work is a series of interconnected processes, and identifying, characterising, quantifying, controlling, and reducing variation provide opportunities for improvement.” (1990, SNEE apud PFANNKUCH e WILD, 1999, p.224)

Na resolução de um problema estatístico, o sujeito opera em cada uma destas quatro dimensões. Entretanto, devido ao nível de escolaridade dos alunos de nossa pesquisa, eles poderão encontrar-se apenas no Ciclo Investigativo (1ª Dimensão) e em alguns Tipos de Pensamento (2ª Dimensão). Assim, neste subcapítulo, apresentamos resumidamente as idéias de Wild e Pfannkuch (1999) a respeito destas duas dimensões, ressaltando, ainda, os aspectos ligados à transnumeração.

### **1ª Dimensão: O Ciclo Investigativo**

A primeira dimensão, o Ciclo Investigativo, refere-se à maneira como o sujeito atua e pensa durante a investigação estatística. É uma adaptação do modelo PPDAC (problema, planejamento, dados, análises, conclusões) de MacKa e Oldford (1994, OLDFORD apud WILD e PFANKUCH, p.227, 1999) e trata da abstração e da resolução de um problema estatístico baseado em um problema real maior; pretende alcançar cada meta de aprendizagem. A aprendizagem que se obtém e as necessidades que se identificam com este ciclo podem originar novos ciclos investigativos.



**FIGURA 3: ESQUEMA DO CICLO INVESTIGATIVO (PPDAC)**  
(WILD e PFANKUCH, 1999, tradução da p.254).

No caso da nossa pesquisa, realizada com alunos da 5ª série, procuramos partir de um problema de pesquisa com contexto muito próximo ao dia-a-dia dos alunos e que pudesse gerar sucessivos ciclos investigativos. Ou seja, buscamos que os alunos partissem da compreensão do problema — uma vez que a problematização é o que diferencia uma pesquisa de um levantamento —, passando pelo planejamento, pela coleta e análise dos dados, para o encaminhamento a uma conclusão ou a um novo ciclo investigativo, partindo de nova problematização.

## **2ª Dimensão: Tipos de Pensamento**

Segundo Wild e Pfannkuch (1999), a quantidade de tipos de pensamento estatístico surgiu de entrevistas realizadas por estatísticos e subsequente refinamento e modificação quando tais tipos são aplicados aos estudantes. Alguns tipos de pensamento foram mais comuns para a resolução de problemas em geral. Concentramo-nos naqueles inerentemente estatísticos.

## **Fundamentos do Pensamento Estatístico**

De acordo com os autores estudados, os tópicos a seguir fundamentam o pensamento estatístico.

- Reconhecimento da necessidade de dados:

Reconhecer que as experiências pessoais e as evidências são insuficientes para nelas basearmos decisões. Isto é um impulso estatístico.

- Transnumeração:

A idéia fundamental da aprendizagem, no enfoque estatístico, é formar e transformar as representações dos dados, a fim de obter uma melhor compreensão deles. Wild e Pfannkuch (1999) referem-se a essa idéia como transnumeração e a definem como as transformações numéricas feitas para facilitar a compreensão.

No sentido de Duval (1988, DUVAL apud DAMM, 2002, p.151), é uma transformação de uma representação mudando registros de representação semiótica, ou seja, conversão de registros.

A transnumeração ocorre no momento em que encontramos maneiras de obter dados que capturam os elementos significativos da realidade: características invariantes que podem representar essa realidade – variável estatística – e os diversos valores que essas características ou variáveis podem assumir. Está

presente em toda análise estatística de dados e se dá cada vez que trocamos a forma de olhar esses dados com a esperança de encontrar novo significado.

A transnumeração contempla aspectos do pensamento geral — explicativo e estratégico —, contribuindo, também, para a formação do pensamento estatístico. Wild e Pfannkuch (1999)

[...] propõem três tipos de transnumeração:

1. a transnumeração obtida a partir da medida que captura as qualidades ou características do mundo real;
2. aquela que ao passar dos dados brutos a uma representação tabular ou gráfica permite significá-los;
3. a transnumeração que comunica este significado que surge dos dados, de forma que seja compreensível a outros.

[...] Permite que o aluno raciocine sobre as representações dos dados, compreendendo-os, interpretando-os, analisando-os a partir dos registros, de modo a escolher, dentre as representações, a mais adequada aos dados e ao contexto exposto. (MORAIS, 2006, p.33-34).

Nosso principal objetivo com a pesquisa desenvolvida pelos alunos foi exatamente que eles pudessem conseguir dar significado aos dados coletados representados em tabelas ou gráficos, compreendendo e interpretando os resultados obtidos por sua análise.

- Considerações a respeito da Variação:

Segundo Wild e Pfannkuch (1999), a peça central do pensamento estatístico é variação ou variabilidade, que é uma realidade observável. O estatístico toma decisões em situações de incerteza e muito dessa incerteza se deve à variação presente em tudo.

Os estatísticos buscam as procedências de variabilidade em modelos e relações entre as variáveis. Se nada é encontrado, calculam aproximadamente a extensão da variabilidade e trabalham ao redor dela. A presença de regularidades permite oferecer os prognósticos e medidas de variabilidade mais relevantes.

- Um conjunto particular de modelos (raciocínio baseado-agregado):

Segundo os autores, todos os pensamentos usam modelos. A maior contribuição da disciplina Estatística ao pensamento tem sido seu próprio conjunto de modelos, de estruturas, que estimulam a reflexão sobre certos aspectos da investigação em geral. De concreto, têm-se desenvolvido métodos para a representação e a análise a partir de modelos matemáticos que incluem

componentes aleatórias. Nossa hipótese é de que a introdução ao uso de modelos para a análise dos dados se processa pelo estudo da distribuição de freqüências que podem ser associadas a esses dados.

Por isso, as atividades propostas aos alunos neste trabalho passam necessariamente pela construção de distribuições de freqüências e suas representações. Essa construção é de responsabilidade do aluno, ou seja, ele vai sugerir uma distribuição e vai argumentar pela sua pertinência. Contrariamente ao que pode ser encontrado em vários materiais didáticos, deixamos ao aluno, nesse contato com a estatística em contexto escolar (muitas vezes o primeiro contato), a responsabilidade de passar do conjunto de dados brutos à distribuição de freqüências que o representam, sem atividades do tipo “siga o modelo”.

- Conhecimento do contexto, conhecimento estatístico e sínteses:

A matéria prima com que se trabalha o pensamento estatístico é o conhecimento estatístico, o conhecimento contextual e a informação que provém dos dados. O próprio pensamento é a síntese desses elementos para produzir implicações, conceitos e conjecturas.

A razão de muitos estudantes não conseguirem ter um pensamento estatístico é que os exemplos apresentados nas aulas de estatística são, na maioria, áridos e descontextualizados.

O fato de os nossos alunos da 5ª série pesquisarem assuntos de interesse de cada grupo de trabalho pôde fazer com que eles, inseridos no contexto dessa primeira análise, pudessem dar significado aos resultados encontrados.

### **Tipos Gerais de Pensamento Aplicados ao Contexto Estatístico**

Por “pensamento estratégico”, Wild e Pfannkuch (1999) entendem o propósito de decidir o que fazer e como fazer. Incluem-se alguns aspectos como: planejar como abordar a tarefa, dividir a tarefa em subtarefas, estabelecer prazos para as subtarefas, dividir o trabalho, antecipar problemas e planejar como evitá-los. Uma parte importante do pensamento estratégico é ter consciência das restrições que se devem considerar no planejamento.

Segundo os autores, alguns fatores limitam a qualidade e a efetividade do pensamento. A carência de conhecimentos obviamente restringe o pensador. Quando pessoas com diferentes conhecimentos tratam de um mesmo problema, o desafio é encontrar uma nova forma de observá-lo. Tendemos a resolver problemas

seguindo modelos precedentes que podem ser inadequados, mas as pessoas curiosas, imaginativas e comprometidas possuem habilidades que lhes permitem realizar conexões úteis.

A construção de modelos e sua utilização para entender e prever o comportamento de aspectos do mundo está na forma geral do pensamento. Construir modelos estatísticos nos dá a idéia de interpretar a informação para retroalimentar dentro de um modelo mental. Dependendo do problema e da educação e experiência do pensador, os elementos estatísticos podem também fazer parte da forma de pensar acerca do mundo e esta maneira pode vir a ser parte integral de nossos modelos do contexto real.

Uma técnica básica na resolução de problemas nas ciências matemáticas é encontrar a forma de colocar um novo problema dentro de um problema que já tenha sido resolvido, antes de imaginar uma solução que possa ser aplicada ou adaptada. A disciplina Estatística é uma manifestação dessa estratégia, pois coloca processos eficientes para a criação de arquétipos<sup>11</sup> do problema e os une a métodos de solução. Com o uso da estatística, primeiro reconhecemos os elementos do nosso contexto, operando um modelo, e colocamos os resultados em outro contexto, do geral ao particular. É característico dos procedimentos estatísticos que apliquemos modelos relativamente sofisticados de análises de dados e de projeto experimental.

As ferramentas de análises de processo nos proporcionam um meio de construir novos corpos de teoria estatística, direcionando criticamente áreas importantes do processo estatístico a respeito das quais os professores atualmente preferem não falar. As teorias devem dar aos estudantes oportunidade de aprender e dar sentido ao trato estatístico.

A pretensão última da investigação estatística é o aprendizado<sup>12</sup> no domínio do contexto de um problema real. A estatística é por si mesma uma coleção de modelos abstratos, os quais permitem uma implementação eficiente do uso de arquétipos como um método de resolução de problemas. Nosso processo de abstração clarifica a argumentação e a eficiência na resolução de problemas.

---

<sup>11</sup> **ar.qué.ti.po** *sm* 1 Modelo dos seus criados. 2 O que serve de modelo ou exemplo, em estudos comparativos; protótipo (Michaelis, 1998, p.217).

<sup>12</sup> Entende-se por aprendizagem a construção de modelos mentais do sistema submetido ao ensino.

## **2.2. TEORIA DAS SITUAÇÕES (GUY BROUSSEAU)**

A Teoria das Situações foi desenvolvida por Guy Brousseau em 1975 para modelar o ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos. Discorreremos um pouco sobre o que ele definiu como situações didáticas e situações a-didáticas.

Segundo o autor, situação didática é o conjunto de relações estabelecidas implícita e/ou explicitamente entre *milieu*<sup>13</sup>, situações e aluno, na resolução de um problema, que tem como objetivo o saber. Os diversos tipos de *milieu* geram diferentes ações e estratégias, tanto para o professor como para o aluno.

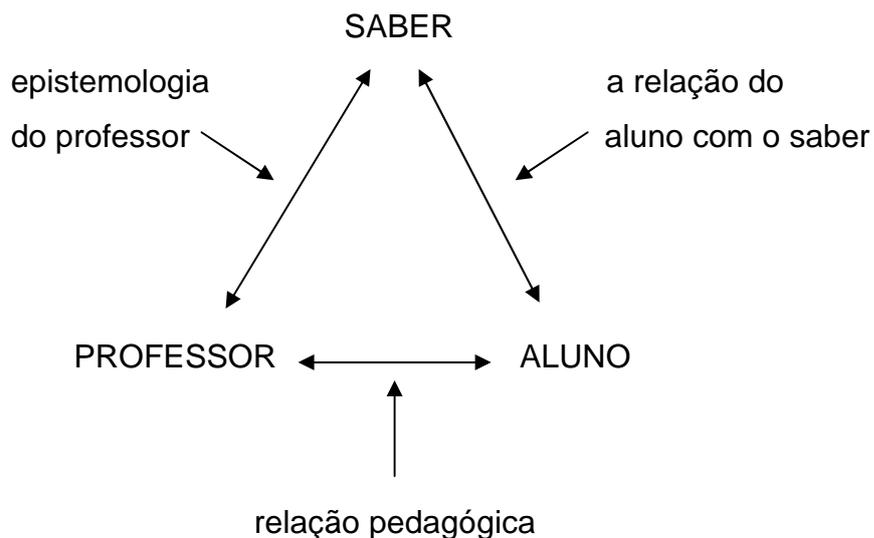
Segundo o autor:

Um processo de aprendizagem pode ser caracterizado de modo geral (se não determinado) por um conjunto de situações identificáveis (naturais ou didáticas) reproduzíveis, conduzindo freqüentemente à modificação de um conjunto de comportamentos dos alunos, modificação característica da aquisição de um determinado conjunto de conhecimentos. (BROUSSEAU apud ALMOULOU, 2004, p.1)

Brousseau propôs um modelo teórico visando à construção, à análise e à experimentação de situações didáticas, fundamentado na noção de *milieu*, buscando analisar as relações: entre os alunos, os conhecimentos, os saberes e as situações organizadas pelo professor, nas quais o aluno estabelece relações com o conhecimento a ser construído; entre os próprios conhecimentos; e entre as situações.

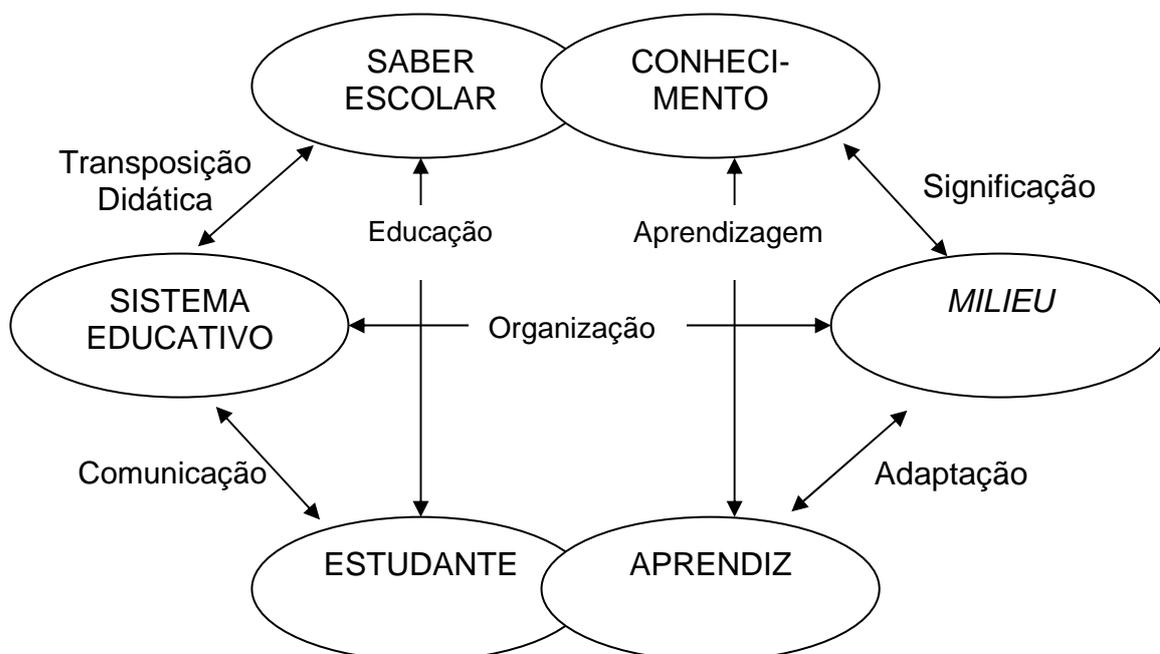
---

<sup>13</sup> *Milieu*, segundo Brousseau, é tudo o que interage com o aluno: conhecimentos dos alunos, dos colegas, dos pais, professores, livros didáticos, entre outros.



**FIGURA 4: TRIÂNGULO DA DIDÁTICA (BROUSSEAU)**

Este esquema evoluiu de um triângulo para um hexágono, mostrando a complexidade dessas relações.



**FIGURA 5: HEXÁGONO DA DIDÁTICA (BROUSSEAU)**  
(BROUSSEAU, 2006, Adaptação dos slides, 32-35).

Neste sentido, Brousseau chama atenção para o uso de situações adidáticas.

- Uma situação a-didática concerne a parte de uma situação didática que o professor delega (devolve) ao estudante. O professor se esforça em excluir suas intervenções relativas à solução.
- O estudante pode então interagir com um *milieu* quase não didático, onde ele pode e deve ignorar as intenções didáticas do professor.
- Assim a produção pelo estudante de diferentes tipos de ações, de formulações e de validações só responde a necessidades próprias, não didáticas. (BROUSSEAU, 2006, slide 38).

Segundo Brousseau, para que o aluno apreenda é necessário que ele se encontre em um *milieu* antagonista, ou seja, é necessário que enfrente desafios e supere obstáculos. Em outras palavras, é necessário que o aluno seja desafiado pelo *milieu* para que possa efetivamente aprender com a resolução do problema que lhe é proposto, pois, assim, no jogo estabelecido entre aluno e *milieu*, o prêmio pela vitória é a aprendizagem.

De acordo com a Teoria das Situações, o aluno apreende o objeto do saber por interações com o meio e tendo o professor como mediador da situação. Após apreender o objeto do saber, o aluno pode gerar ações próprias e adaptar esse saber para a resolução de novos problemas, sejam estes encontrados no curso de novas aprendizagens, sejam ligados a situações do seu dia-a-dia, fora de contexto escolar – as situações não didáticas, segundo Brousseau.

Na situação clássica de ensino, o professor elabora um exercício e diz ao aluno o método que deve ser usado para resolvê-lo. Assim, ele elimina o *milieu* antagonista (neste caso, o *milieu* é aliado), já que o aluno sabe o que deve ser feito para a resolução do exercício e não existem desafios para a resolução da situação proposta. Desta forma, segundo a Teoria das Situações, a aprendizagem pode não ocorrer, já que a situação não foi efetivamente vivida pelo aluno, nem interiorizada.

A situação didática não pode ser modelizada como uma simples comunicação, ou como uma simples interação social. É necessário fazer intervir outro sistema.

Esta necessidade decorre de uma das cláusulas do próprio contrato didático, que implica o processo da sua extinção: está subentendido, desde o início da relação didática, que terá que chegar um momento em que ele se quebrará. Nesse momento, no final do ensino, o sistema ensinado deverá ser capaz de fazer face,

com o auxílio do saber aprendido, a sistemas desprovidos de intenções didáticas. O saber ensinado ao aluno deve, então, dar-lhe a possibilidade de ler as suas relações com estes sistemas como novas situações a-didáticas e, por este meio, dar-lhes uma resposta apropriada. O meio é o sistema antagonista, ou antes, previamente ensinado. (BROUSSEAU, 1996, p.88-89).

Nas nossas atividades, a organização será tal que o *milieu* possa ser antagonista. Elas foram organizadas de forma que os alunos façam o planejamento, a coleta e a organização dos dados sem modelos prévios, mas os conhecimentos e procedimentos necessários como pré-requisitos já estão disponíveis — são os conhecimentos precedentes — e serão elementos fundamentais no *milieu* do aluno.

Segundo Brousseau, nas situações adidáticas, as relações de um aluno com o meio podem ser classificadas em quatro fases pelas quais o aluno deve passar, com mediação do professor. É importante destacar que essa mediação se faz para garantir que o aluno possa reconhecer as retroações do *milieu*, mas sem que envolva o saber visado, para não tirar a “adidaticidade” da situação.

A organização didática das situações propostas pelo professor favorece a resolução da situação-problema, permitindo a instauração das seguintes dialéticas:

1. DIALÉTICA DA AÇÃO: de acordo com Brousseau, é o momento de trocas de informação não codificadas ou sem linguagem: as ações e as decisões que agem diretamente sobre o outro protagonista. “Uma boa situação de ação [...] deve permitir ao aluno julgar o resultado de sua ação [...] sem a intervenção do mestre [...]. Assim ele abandona ou melhora seu modelo para criar um outro: a situação provoca uma aprendizagem por adaptação”. (ALMOULOUD, 2004, p. 7-8). Nesta fase, inicia-se a resolução da questão com conhecimentos já estáveis no aluno, e este passa a pesquisar o novo assunto, por meio da experimentação — tentativa e erro. É uma fase de manipulação de materiais e saberes, de ações concretas e mentais sobre estes, de reconhecimento e de construção de estratégias.
2. DIALÉTICA DA FORMULAÇÃO: conforme aponta Brousseau, neste momento há trocas de informação codificadas em uma linguagem, ou seja, o aluno busca informações, troca mensagens com as pessoas que fazem parte do seu *milieu* e passa a adquirir novas ferramentas matemáticas, tentando formular um modelo explícito para a solução da situação proposta pelo professor. Essas mensagens estão sob o controle dos códigos lingüísticos, formais ou gráficos e podem transitar entre eles. A utilização da linguagem matemática de forma precisa nas

comunicações entre os alunos é um dos melhores resultados pedagógicos desse tipo de situação, o que justifica a importância da qualidade da atividade proposta. A fase de formulação é favorecida pela organização dos alunos em grupos, nos quais, a fim de que a estratégia para resolução do problema possa avançar, eles devem verbalizar ou redigir suas próprias idéias, esforçar-se para convencer os pares da validade destas e da validade ou não das idéias dos colegas.

3. DIALÉTICA DA VALIDAÇÃO: segundo Brousseau é o momento de trocas de juízo. “É a etapa em que o aprendiz deve mostrar por que o modelo que criou é válido. É a ocasião em que o aluno submete a mensagem matemática [...] ao julgamento de seu interlocutor”. (ALMOULOUD, 2004, p. 9) Cada aluno deve defender, perante o grupo, o modelo que encontrou para a resolução da situação proposta, e o grupo, mediado pelo professor, deve validar ou não o modelo apresentado. Os alunos cooperam na medida em que conseguem partilhar o mesmo desejo de chegar a uma verdade. Tais situações mostram a profunda ancoragem da atividade matemática no pensamento racional e a importância educativa do seu investimento, que ultrapassa o simples domínio da aprendizagem de conhecimentos. Neste trabalho, a fase da validação é prevista para os momentos nos quais os alunos tentam defender nos grupos sua forma de representação dos dados, assim como sua análise destes. Um outro momento de validação deve acontecer no debate intergrupo.
4. DIALÉTICA DA INSTITUCIONALIZAÇÃO: o professor explicita o estatuto cognitivo do saber. Assim, após ouvir as soluções encontradas pelos alunos, vai explicitar o novo conceito matemático, ou seja, vai formalizar o novo assunto, dando-lhe, inclusive, as nomeações necessárias.

Depois da institucionalização feita pelo professor, o saber torna-se um “saber oficial”, que os alunos devem utilizar na resolução de problemas matemáticos. Portanto, devem reaplicar este conceito em outras situações para consolidá-lo. Esse novo saber, que passa a integrar o conjunto de ferramentas matemáticas disponíveis para o sujeito, modifica o sujeito que aprende.

Nas dialéticas da ação, da formulação e da validação, o saber é ferramenta implícita, usada para desenvolver a estratégia. O aluno é ator, responsável pela sua formação, e o professor é mediador, responsável pela devolução, ato pelo qual o

professor transfere a responsabilidade para o aluno. Já na dialética da institucionalização, o saber é objeto.

Quando é feita a institucionalização, o objeto é descontextualizado. Para a reutilização, o objeto volta a ser recontextualizado. Neste trabalho, será institucionalizado, entre outros, o conceito de distribuição de freqüências sem, no entanto, abordar uma definição formal, devido ao nível de escolaridade dos alunos.

### **2.3. METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

Utilizamos, como metodologia da nossa pesquisa, os pressupostos da Engenharia Didática, de Michelle Artigue (1996). Assim, este subcapítulo tem por objetivo expor alguns pontos dessa metodologia.

A noção de engenharia didáctica emergiu em didáctica da matemática no início da década de 1980, com o objectivo de etiquetar uma forma de trabalho didáctico: aquela que era comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projecto preciso, se apóia nos conhecimentos científicos do seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico, mas, ao mesmo tempo, se encontra obrigado a trabalhar sobre objectos muito mais complexos do que os objectos depurados da ciência, e portanto a estudar de uma forma prática, com todos os meios ao seu alcance, problemas de que a ciência não quer, ou ainda, não é capaz de se encarregar. (Artigue, 1996, p.193).

A engenharia didáctica caracteriza-se por um esquema experimental baseado em realizações didáticas na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de seqüências de ensino.

Vista como metodologia de investigação, comparativamente a outros tipos de investigação baseadas nas experimentações na sala de aula, a engenharia didáctica caracteriza-se pelo registro no qual se situa e pelos modos de validação que lhe são associados, validação esta fundada no confronto entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori*.

Engenharia didáctica, como metodologia de pesquisa, compreende quatro fases:

1. Análises prévias: a fase de concepção é efetuada apoiando-se em um quadro teórico didático geral, que será constituído pelos resultados de pesquisas anteriores, pelas teorias didáticas também escolhidas como suporte para a análise dos dados e por conhecimentos didáticos já adquiridos no domínio

estudado, apoiando-se em certo número de análises preliminares que são, na maior parte dos casos, a análise epistemológica dos conteúdos visados pelo ensino; a análise do ensino habitual e dos seus efeitos; a análise das concepções dos alunos, das dificuldades e obstáculos que marcam a sua evolução; a análise do campo de constrangimentos no qual virá a situar-se a realização didática efetiva, considerando os objetivos específicos da investigação.

2. Concepção e análise *a priori*: o investigador toma a decisão de agir sobre um determinado número de variáveis do sistema, optando por dois tipos de variáveis de comando:
  - a. Variáveis macro-didáticas ou globais: dizem respeito à organização global da engenharia.
  - b. Variáveis micro-didáticas ou locais: dizem respeito à organização local da engenharia, isto é, à organização de uma sessão ou de uma fase, podendo, às vezes, ser variáveis de ordem geral ou variáveis dependentes do conteúdo didático cujo ensino é visado.
3. Experimentação: é a fase de aplicação da seqüência concebida para um grupo de estudantes, podendo ser modificada, conforme as análises após cada sessão.
4. Análise *a posteriori* e validação:
  - a. Análise *a posteriori*: apóia-se no conjunto de dados recolhidos da experimentação, tais como observações realizadas nas sessões de ensino, produções dos alunos na sala de aula ou fora dela. Esses dados são freqüentemente completados por outros, obtidos por meio da utilização de metodologias externas: questionários, testes individuais ou em pequenos grupos, realizados em diversos momentos do ensino ou no seu final.
  - b. Validação: é no confronto das análises *a priori* e *a posteriori* que se funda essencialmente a validação das hipóteses envolvidas na investigação.

### **CAPÍTULO 3: ANÁLISE DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS**

Elaboramos uma seqüência didática visando à construção de representações de distribuições de freqüências em tabelas e gráficos, da maneira que julgamos ser natural para a apreensão deste conceito de forma significativa pelos alunos da 5ª série.

Citando Brousseau (1996), podemos dizer que acreditamos que este tipo de seqüência didática pode tornar-se eficiente, quando os professores utilizam situações didáticas no processo de ensino e de aprendizagem.

Para efeito de análise, dividimos este capítulo em três etapas.

Na primeira etapa, que chamamos Apresentação da Situação, definimos nossas concepções e organizações da nossa fase experimental.

Na segunda etapa, a que chamamos Análise Teórica (ou análise *a priori*), identificamos e definimos as variáveis didáticas<sup>14</sup> que julgamos importantes e fizemos as análises: matemática, didática (evolução da descrição do funcionamento das situações propostas aos alunos) e pedagógica (gestão da atividade).

Na terceira etapa, a qual chamamos Análise *a posteriori*, fizemos a análise e a interpretação dos resultados extraídos da experimentação, que nos levaram a responder as nossas questões de pesquisa. Esses dados referem-se às produções escritas pelos alunos durante as aulas e a observações a respeito da participação dos mesmos nas atividades de sala de aula.

#### **3.1. APRESENTAÇÃO DA SITUAÇÃO**

A seqüência didática apresentada nesta pesquisa foi elaborada para alunos da 5ª série do Ensino Fundamental que ainda não haviam tido contato com a pesquisa estatística em contexto escolar. Foi executada em duas turmas de 28 e 29 alunos cada, em uma escola particular em São Paulo.

Durante o ano de 2006, essas 5ªs séries tiveram dois professores de matemática: uma que lecionava apenas Estatística (a própria pesquisadora) com uma aula de 50 minutos por semana, e um outro professor, que trabalhava os demais conteúdos dessa disciplina.

---

<sup>14</sup> Entendemos como variável didática a escolha feita pelo professor ou pelo pesquisador que pode mudar a estratégia, o comportamento do aprendiz.

Para que a seqüência não ficasse muito longa e não levasse mais do que um semestre, definimos que teríamos apenas uma questão de pesquisa por grupo para coleta de dados, e que o público-alvo seriam os alunos da própria sala de aula, diminuindo assim a complexidade do contexto no qual esses alunos teriam seu primeiro contato com a Estatística.

Para os trabalhos, organizamo-los em grupos de três ou quatro alunos. Como ainda estávamos no início do ano, o critério foi aleatório. Na montagem dos grupos, procuramos que tivessem, sempre que possível, duas meninas e dois meninos e que os grupos de três alunos também fossem mistos. Acreditamos que o trabalho nos grupos mistos seja mais produtivo por evitar assuntos alheios ao trabalho.

Este tipo de organização com os alunos também possibilita o contato com o trabalho em equipe, a cada dia mais importante, já que podem aprender a dividir tarefas, a negociar, a cooperar, a ter responsabilidade e compromisso com o grupo, além da oportunidade de debate e dos conflitos de idéias.

Segundo Carvalho (2001), quando os alunos trabalham em grupos, podem confrontar os seus pontos de vista com os dos seus parceiros, discutir e negociar como resolver a tarefa e, ainda, gerir uma relação social. Neste processo têm que encontrar um equilíbrio interpessoal, entre as respostas de cada um deles, e um intrapessoal, quando são convidados a questionarem acerca da sua própria resposta face à do parceiro.

O nosso objetivo com esta seqüência didática é que os alunos façam a construção de distribuições de freqüências, representando-as em tabelas e gráficos, de forma que tais distribuições e suas representações passem a ter significado para eles. Ou seja, a vivência dos alunos na coleta dos dados para posterior contagem poderá fazer com que eles percebam os números tabulados e representados graficamente como representações dos dados.

De acordo com Wild e Pfannkuch (1999), a idéia fundamental da aprendizagem da estatística é a de formar e transformar as representações dos dados de um sistema, a fim de obter uma melhor compreensão deles. Os autores definem que a transnumeração ocorre no momento em que os sujeitos encontram maneiras de representar os dados que capturam os elementos significativos da realidade. Ou seja, a transnumeração é obtida a partir da captura de características do mundo real que, ao passar dos dados brutos a uma representação tabular ou gráfica ou para a língua materna, permite significá-los e re-significá-los de forma

compreensível. Os autores afirmam que a transnumeração está presente em toda análise estatística de dados e se dá cada vez que, com a esperança de encontrar novo significado, trocamos a forma de representar e analisar esses dados.

Duval (1998, DUVAL apud DUMM, 2002), ao tratar dos registros de representação, afirma que a transformação de uma representação em um outro registro, conservando a totalidade ou uma parte do objeto matemático em questão, é o que ele chama de conversão e é fundamental para a construção do significado do objeto representado.

As teorias de Wild e Pfannkuch (1999) e de Duval (1998) convergem para a necessidade de transitar por diferentes representações de um mesmo objeto matemático. Pode-se, portanto, considerar que a aquisição de conhecimentos ocorre somente a partir do momento em que o aluno passe a fazer esse processo naturalmente. No nosso projeto, pretendemos que os alunos consigam transitar entre as linguagens materna, tabular e gráfica e dar-lhes significado, buscando, dessa forma, novas informações para a interpretação dos dados.

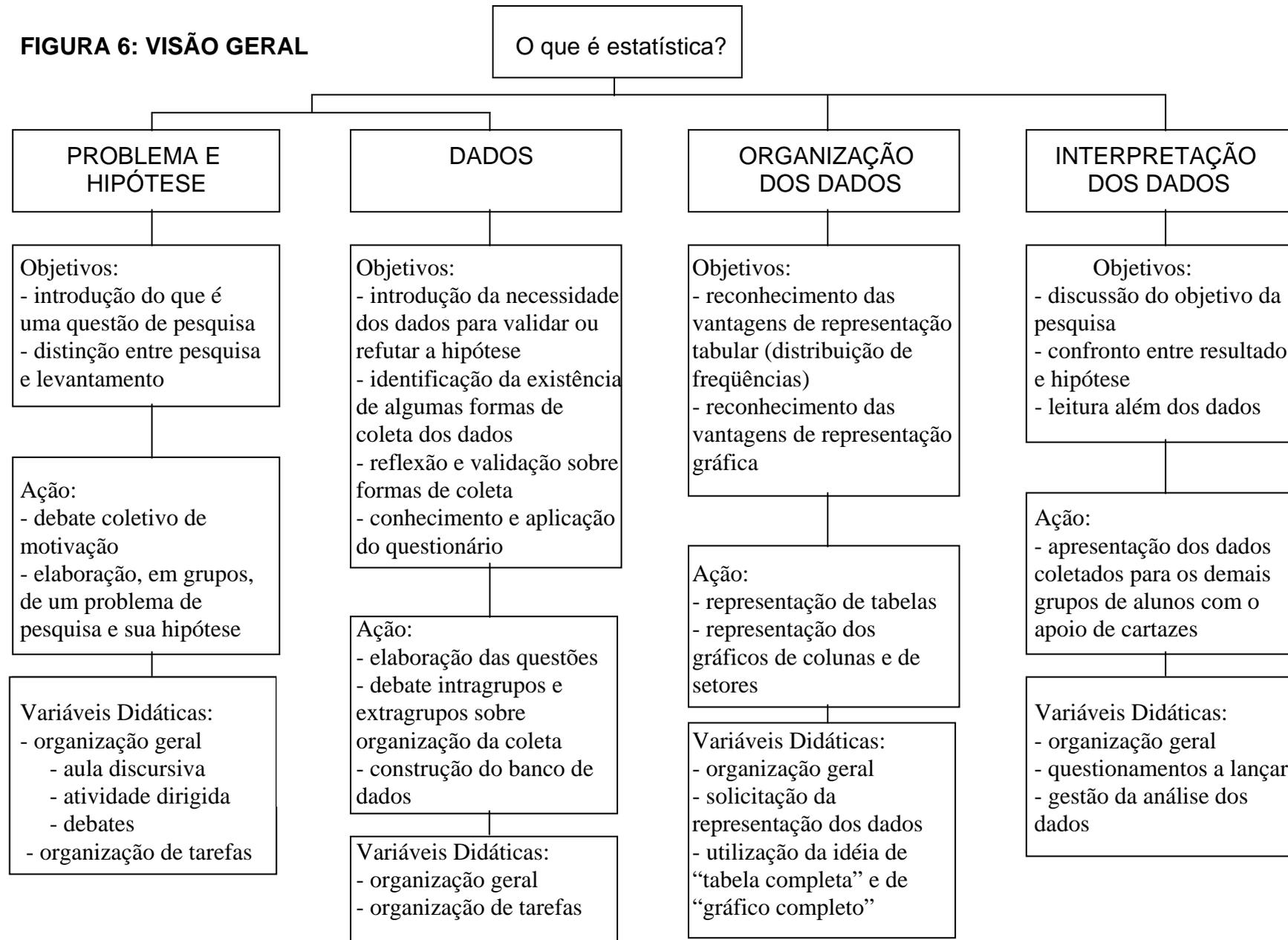
Na narrativa que se segue o termo “debate” refere-se ao processo em que, sendo perguntado ao grupo que conhecimento tem sobre determinado assunto, cada um vai dizendo o que sabe, sempre mediados pela professora, que fornece as informações necessárias à complementação do conhecimento explicitado pelo grupo. São os momentos de institucionalização.

Buscamos organizar as atividades segundo as quatro fases das situações didáticas de Brousseau (1996), já descritas no capítulo 2: dialéticas da ação, da formulação, da validação e da institucionalização.

As análises foram divididas em três blocos: no primeiro bloco temos o problema da pesquisa, a hipótese da pesquisa e a coleta dos dados; no segundo, a organização dos dados (representações tabular e gráfica) e, no terceiro, a interpretação dos resultados da pesquisa. Os blocos foram organizados em aulas, de acordo com a unidade de tempo em que foram desenvolvidas.

Segue quadro com visão geral do trabalho desenvolvido:

**FIGURA 6: VISÃO GERAL**



### **3.2. ANÁLISE TEÓRICA (OU ANÁLISE A PRIORI)**

A seguir, apresentamos a análise das atividades que compõem a seqüência de 20 aulas, divididas nos três blocos.

#### **3.2.1. PROBLEMA DA PESQUISA, HIPÓTESE DA PESQUISA E COLETA DOS DADOS**

Aula 1: No primeiro encontro, a proposta foi um debate sobre o que os alunos sabem sobre estatística e onde eles sabem que ela é utilizada no nosso dia-a-dia.

Aula 2: Debate sobre o que é um problema de pesquisa, uma hipótese de pesquisa e um público-alvo. Definição do público-alvo das nossas pesquisas; no caso, os próprios alunos da sala de aula.

Aula 3: Cada grupo deveria debater sobre a forma de coletar os dados, ficando os alunos livres para escolher a forma que julgassem mais adequada. O desafio era que todos os alunos fossem entrevistados e que isso fosse feito de forma organizada, já que todos os grupos de alunos deveriam fazer as coletas dos dados praticamente ao mesmo tempo.

Aula 4: Descrição, por um dos elementos de cada grupo, sobre a forma da coleta dos dados, para debate sobre as várias formas utilizadas. Em seguida, cada grupo de alunos deveria fazer a contagem dos dados obtidos da forma como achasse melhor. Era uma atividade dirigida que exigiria a participação de todas as equipes.

Para a participação nessas quatro aulas, consideramos que os alunos deveriam ter apenas os conhecimentos usuais do nível de escolaridade, já que partimos da premissa de que na vida cotidiana dos alunos, existe contato anterior com pesquisa, pelo menos, por meio de resultados divulgados pela mídia.

#### **3.2.2. ORGANIZAÇÃO E REPRESENTAÇÃO DOS DADOS**

Aula 5: A tarefa dos alunos era a elaboração, em uma folha de sulfite branca, de uma apresentação dos resultados da sua pesquisa para os demais grupos da sala. Deveriam registrar o problema e a hipótese da pesquisa, além dos resultados dos dados coletados. Foi sugerido que fizessem a representação na forma tabular (escolha didática) e ressaltado que deveriam organizar os dados para apresentar

aos colegas, da forma que quisessem e soubessem (organização espontânea), porém os componentes de cada grupo deveriam discutir sobre como fazer.

Para a representação tabular dos dados, os alunos deveriam ter o domínio das quatro operações matemáticas. O objetivo dessa atividade é a aquisição da ferramenta de organização e apresentação de dados, por meio da consolidação da representação dos dados por meio de tabelas, que poderão passar a ter significado para os alunos.

A resolução esperada era que os alunos representassem os dados sem a preocupação com a sua completude e sem pensar na tabela como suficiente fonte das informações, pois a orientação indicava que nossa “tabela completa” deveria ter título explicativo, cabeçalho, total e fonte.

Uma das possíveis dificuldades dos alunos na resolução dessa situação proposta seria a transposição dos dados para a tabela.

Aula 6: Com os trabalhos finalizados, os alunos de cada grupo deveriam fazer a apresentação das suas pesquisas, momento em que discutiríamos os itens que deveriam compor a nossa “tabela completa”.

Aula 7: Uma vez definida a “tabela completa”, os grupos deveriam elaborar um trabalho de final de bimestre em que, utilizando-se dos debates, pudessem aperfeiçoar o problema e a hipótese de pesquisa, sem mexer no conteúdo, e fizessem a “tabela completa”.

Aula 8: Prova (atividade dirigida): o objetivo, na elaboração da prova, era tentar saber quais os conceitos apreendidos pelos alunos sobre problema de pesquisa, hipótese de pesquisa e público-alvo e, principalmente, sobre a organização dos dados em tabelas.

Aulas 9 a 13:

Com os dados já representados na tabela, os alunos deveriam, então, representá-los em gráficos.

A resolução esperada era a construção, principalmente, dos gráficos de colunas, de barras e / ou de setores. Por já termos construído a “tabela completa”, acreditávamos que os alunos já tivessem mais informações complementares para a construção do “gráfico completo”.

Podemos dizer que, apesar de não sabermos se este conteúdo havia sido visto pelos alunos na vida escolar, na vida cotidiana provavelmente eles já o haviam visto em divulgações da mídia.

O “gráfico completo” de colunas e barras deveria ter, nos eixos, uma escala adequada e os nomes, preferencialmente nas colunas e barras; poderia também ser legendado. O gráfico de setores deveria ter nome em cada um dos setores — também com a possibilidade de ser legendado — e sua frequência. Todos eles deveriam ter título e indicar a fonte.

Finalizada a representação gráfica, os grupos de alunos fariam a apresentação para os demais alunos, visando o debate das informações e a construção do “gráfico completo”.

Para fazer a representação gráfica, é desejável que os alunos tenham domínio das quatro operações matemáticas e, especificamente para representar o gráfico de setores, devem ter também o conhecimento das representações fracionárias e saber fazer uso do compasso e do transferidor.

As possíveis dificuldades desses alunos na resolução da situação proposta seriam a escolha do tipo de gráfico, a sua representação e o cálculo dos ângulos para a utilização no gráfico de setores.

Com esta atividade, pretendíamos que o aluno executasse a mudança do registro de representação tabular para gráfico.

### 3.2.3. INTERPRETAÇÃO DOS DADOS

Aula 14: Análise dos resultados obtidos, confrontando a hipótese da pesquisa, o resultado da coleta dos dados e a interpretação de seus significados. Esta atividade seria realizada por meio do debate entre os alunos do grupo.

Aula 15: Prova (atividade dirigida): o objetivo desta prova era tentar saber o quanto os alunos apreenderam sobre a representação gráfica e a análise dos resultados de uma pesquisa. Destacamos aqui ter sido esta uma avaliação diagnóstica e formativa, cujos resultados deveriam permitir um replanejamento necessário ao nosso trabalho.

Aulas 16 a 18: Elaboração de um cartaz com todas as informações levantadas pelos grupos.

Os objetivos da elaboração do cartaz são: juntar tudo o que havia sido feito em uma única unidade, facilitando assim a visualização do todo pelos alunos; refazer todas as atividades no momento em que os alunos estavam “passando a limpo”; e facilitar a apresentação das pesquisas para os demais colegas da classe. Para esta atividade, os alunos do grupo deveriam debater os vários pontos abordados.

Aulas 19 e 20: apresentação dos cartazes, visando à socialização dos conhecimentos e das pesquisas, e o debate sobre o tema apresentado.

Para a realização das atividades deste bloco, os conhecimentos preliminares dos alunos foram os usuais do nível de escolaridade, que lhes permitiram a confecção de cartazes, assim como a aquisição dos novos conhecimentos em questão.

### **3.3. ANÁLISE A POSTERIORI**

Nesta etapa fizemos a análise e a interpretação dos resultados extraídos da experimentação. Esses dados referem-se às produções escritas pelos alunos durante as aulas e a observações a respeito da participação dos mesmos nas atividades de sala de aula.

Anexas, encontram-se as atividades desenvolvidas por dois dos dezesseis grupos, um de cada sala.

#### **3.3.1. PROBLEMA DE PESQUISA, HIPÓTESE DA PESQUISA E COLETA DOS DADOS**

Aula 1: No debate sobre o que os alunos sabem sobre estatística e onde eles sabem que ela é utilizada no nosso dia-a-dia, eles trouxeram os conhecimentos que tinham sobre o assunto e pudemos aprofundá-los, por meio de outras informações do próprio grupo e da professora. Durante todo o debate sobre estatística, nomeamos os conceitos que foram aparecendo, para que o grupo começasse a se familiarizar com os termos estatísticos.

Foi interessante, pois muitos deles conseguiram achar os exemplos solicitados e pudemos, inclusive, distinguir a análise que fazemos sobre os dados coletados da inferência estatística, que faz previsões futuras baseadas no passado, usando ferramentas probabilísticas apropriadas.

Em seguida, contamos para eles sobre as etapas da pesquisa científica que iríamos desenvolver durante o ano e falamos rapidamente sobre cada uma das etapas, para que tivessem uma visão geral do todo.

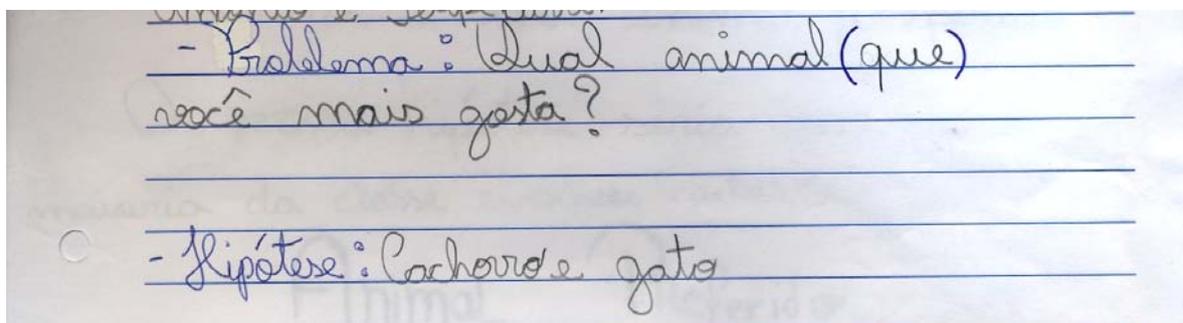
Aula 2: Depois de debatermos sobre o problema e sobre a hipótese de pesquisa e de termos definido que o público-alvo das nossas pesquisas seriam os próprios

alunos da sala de aula, estes, em grupo — cada grupo de alunos poderia buscar um assunto de seu interesse —, elaboraram um problema e uma hipótese de pesquisa. Interferimos para que não houvesse grupos na mesma sala com o mesmo problema, visando tornar diferentes as informações a serem obtidas.

Durante a discussão, exploramos rapidamente os conceitos de população e amostra, ressaltando que a população é todo o público-alvo, como ocorre, por exemplo, no recenseamento populacional do IBGE, enquanto amostra é uma parte da população que a representa. Como estávamos em época de eleição, debatemos sobre as pesquisas de opinião pública. Entretanto, esses conceitos não foram formalizados.

A nossa interferência foi mínima nas formulações dos problemas e nas hipóteses feitas. Os problemas de pesquisa apareceram, na maioria das vezes, na forma interrogativa e em questões curtas, simples e objetivas, ou seja, já na forma como posteriormente eles indagariam aos colegas durante a coleta dos dados. Nesse primeiro contato com o método científico, admitimos esse amálgama entre questão de pesquisa e questão que faz parte do instrumento de coleta de dados. Os alunos distinguiram as duas satisfatoriamente pelo estudo e pela discussão das hipóteses de pesquisa. Estas apareceram quase sempre com apenas uma ou poucas palavras na resposta, e tivemos que lembrá-los de justificá-las, usando seu próprio vocabulário e conteúdos gramaticais, para a construção do texto visado.

Segue exemplo de um problema de pesquisa que apareceu na forma interrogativa em questão curta, simples e objetiva; com uma hipótese de pesquisa com poucas palavras na resposta.



Durante a elaboração do questionário, exploramos os conceitos de questões abertas e fechadas, já que alguns grupos de alunos pensaram em deixar que o entrevistado respondesse livremente à sua questão (questão aberta), enquanto

outros grupos de alunos elaboraram questões com respostas de múltipla escolha (questões fechadas). Nos grupos, debatemos sobre o que seria mais adequado àquela situação. Eles entenderam esse conceito com facilidade, tanto que, na apresentação do trabalho para os demais grupos, classificaram o levantamento que fizeram em uma dessas duas categorias.

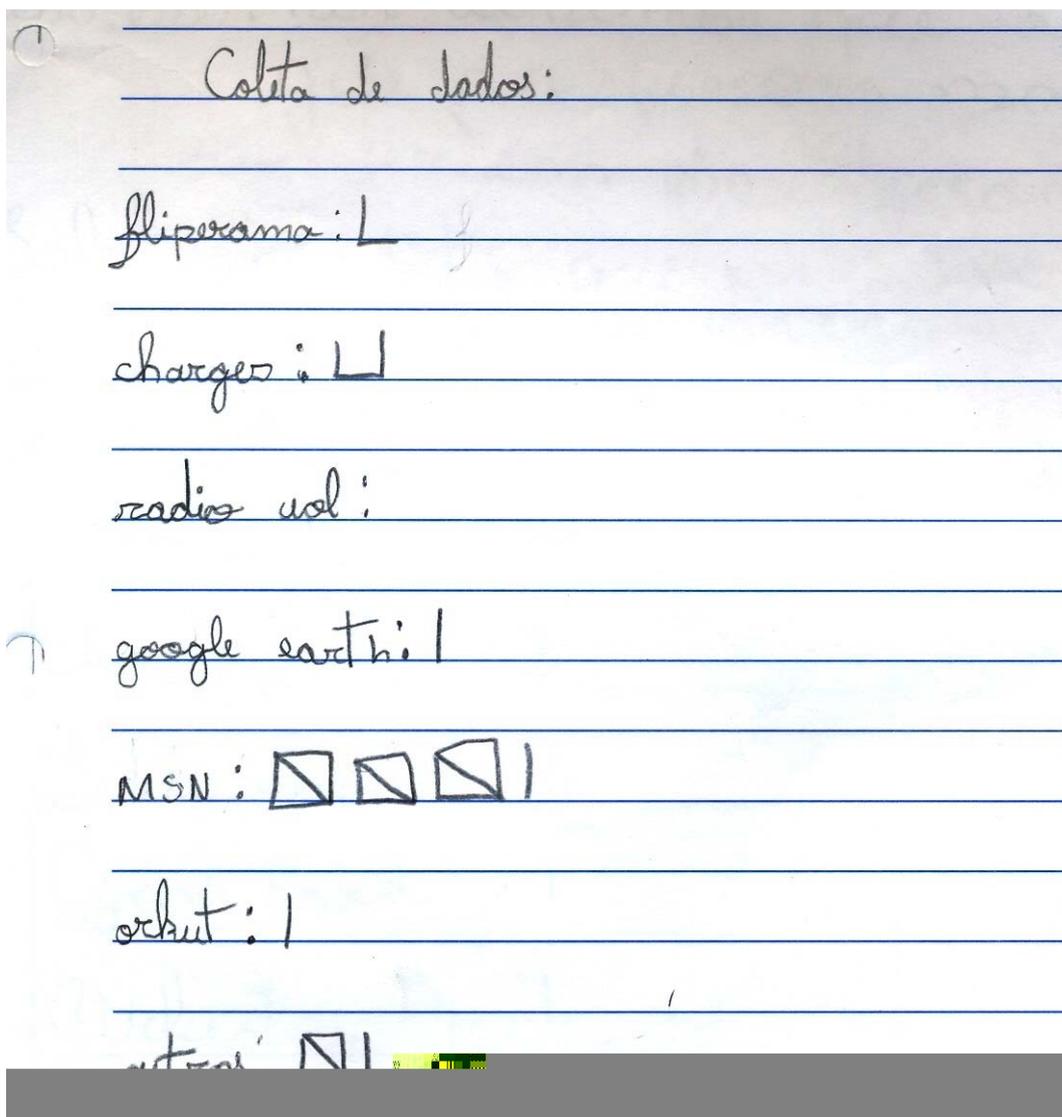
Os temas pesquisados pelo grupo foram: gêneros de filme; animais de estimação; horário em que dormem; sites em que mais se divertem; signos; bandas favoritas; viagens feitas nas últimas férias; esportes preferidos para prática; esportes que mais gostam de assistir; times de futebol; preferências de lazer; o que fazer nos fins de semana; e matéria favorita.

Aula 3: Cada grupo de alunos teve liberdade para encontrar a melhor forma para a coleta dos dados, que foi feita basicamente de três modos diferentes: anotação dos nomes de todos os alunos da sala e, na frente de cada um deles, a resposta para a sua questão; divisão dos alunos da classe em subgrupos, divididos entre os integrantes do grupo em questão, que foram anotando a quantidade de respostas para cada categoria definida; e, por fim, anotação na lousa, por alguns grupos de alunos, das opções de respostas para sua questão, cada um dos alunos da sala que se encaixava em uma das opções levantava as mãos, momento em que os elementos do grupo contavam a quantidade de pessoas e anotavam.

Aula 4: Durante a exposição e o debate sobre os métodos utilizados para a coleta, os alunos disseram o que acharam que funcionou e o que acharam que dificultou a coleta dos dados. Os grupos de alunos que anotaram os nomes de cada um e as suas escolhas expressaram maior segurança do que os demais, de que todos responderam e apenas uma vez. Acreditamos que, vivenciando esse processo, na próxima vez em que fizerem a coleta dos dados de uma pesquisa, terão mais instrumentos para decidir a melhor forma de fazê-lo.

Em seguida, cada grupo de alunos fez a contagem dos dados obtidos da forma como acharam melhor. As estratégias encontradas por eles foram: contar e anotar o número final; fazer bastões; e marcar um “x” para cada aluno na frente das categorias.

A seguir, apresentamos a contagem dos dados feita por um dos grupos de alunos, que fez a marcação com bastões.



### 3.3.2. ORGANIZAÇÃO E REPRESENTAÇÃO DOS DADOS

Aula 5: Diante da sugestão para que fizessem uma tabela para apresentar os dados pesquisados, alguns alunos disseram não saber como fazer. Entretanto, pedimos que discutissem no grupo e fizessem a apresentação dos dados da forma como julgassem melhor para o entendimento dos colegas da classe.

Acreditamos que os alunos tenham observado tabelas feitas na horizontal, pois quase todos os grupos de alunos fizeram-na assim. Segue exemplo.

ESPORTE QUE MAIS GOSTA	HANDBALL	FUTEBOL	NATAÇÃO	TENIS	OUTROS
------------------------------	----------	---------	---------	-------	--------

Confirmou-se nossa hipótese de que os alunos já haviam tido contato com elementos da estatística, ainda que apenas em sua vida cotidiana, fora do ambiente escolar. Afinal, a mídia divulga constantemente resultados de pesquisas e de levantamentos, utilizando representação tabular ou gráfica.

Para a representação tabular dos dados, pudemos constatar que os grupos de alunos tinham o domínio das quatro operações matemáticas. Os novos conhecimentos foram mobilizados pelos alunos, na maioria das vezes, de forma espontânea. Não observamos dificuldade nos grupos de alunos para a transposição dos dados para a tabela.

Aula 6: Com os trabalhos finalizados, cada grupo de alunos apresentou a sua pesquisa. Debates sobre os diferentes tipos de representação tabular que apareceram e sobre as informações constantes.

Conforme previmos, os alunos representaram as tabelas sem a preocupação com a sua completude, ou seja, na maioria das vezes sem título, sem cabeçalho, sem total e em nenhuma delas foi indicada a fonte. Isso nos leva a uma hipótese: se o contato dos alunos com as representações tabulares foi por meio da mídia, esse recurso não tem sido usado adequadamente. Como vários professores utilizam tabelas e gráficos publicados pela mídia para desenvolver suas aulas, é importante que tenham consciência desse tipo de problema e que orientem seus alunos para um questionamento sobre a completude das informações dadas ao leitor, ao cidadão.

Utilizando o próprio material por eles produzido, debatemos sobre as tabelas feitas pelos grupos, ressaltando as diferenças e as semelhanças, as necessidades e

a falta de informações, assim como a formatação. Ressaltamos que a tabela é uma forma de representação dos dados que deve ser eficiente fonte de informações.

Definimos uma tabela, que chamamos de “tabela completa”, representada conforme as normas do IBGE, em que constam a frequência dos dados coletados já categorizados, cabeçalho completo, total, título e fonte. Sugerimos o uso da régua na representação tabular por uma questão de organização do trabalho.

Durante as apresentações, na interpretação dos dados, todos eles de variáveis discretas, o termo “maioria” foi várias vezes citado pelos alunos para representar o que mais apareceu — não necessariamente 50% mais um —, apesar de não termos explorado com eles as medidas de tendência central. Podemos assim observar que a idéia de moda aparece no diálogo dos alunos de forma intuitiva e natural, o que nos faz levantar a hipótese de que esse conceito não representará obstáculo no momento de formalização das medidas de tendência central.

Aula 7: Os grupos de alunos fizeram o trabalho final, conforme as orientações e as demandas — devolução do problema, nos termos de Brousseau — por nós dadas, que consistiu na reelaboração das três etapas já concluídas: a definição do problema de pesquisa deve ser clara o suficiente (durante a coleta dos dados, os colegas da classe entenderam a questão?); a hipótese de pesquisa deve ter uma resposta completa e uma justificativa; e a tabela deve ser completa.

Aula 8: A nota média das provas foi 7,8, o que consideramos muito bom. Pudemos verificar que os conceitos, apesar de em nenhum momento das aulas terem sido escritos no caderno ou na lousa, foram sempre muito discutidos durante as aulas e assimilados pelos alunos. A nossa tabela completa também foi feita de forma satisfatória pelos alunos, mas nem sempre tão completa.

A tabela abaixo contém a porcentagem de alguns itens por nós considerados na representação da “tabela completa”. O levantamento dos dados foi feito sobre o trabalho inicial dos 16 grupos de alunos, contendo as primeiras hipóteses; sobre o trabalho final dos mesmos 16 grupos, após o debate coletivo e em grupo; e sobre a prova, feita individualmente pelos alunos, sem consulta. Os percentuais apresentados referem-se ao fato de o aluno colocar de forma correta o título, o cabeçalho, os dados, o total e a fonte.

**TABELA 2: FORMA DE APRESENTAÇÃO DA TABELA PELOS ALUNOS**

<b>Atividade</b>	<b>Apresentação do título</b>	<b>Apresentação do cabeçalho</b>	<b>Apresentação dos dados</b>	<b>Apresentação do total</b>	<b>Apresentação da fonte</b>
<b>Trabalho inicial (16 grupos)</b>	19 %	31 %	94 %	6 %	0 %
<b>Trabalho final (16 grupos)</b>	72 %	78 %	100 %	69 %	75 %
<b>Prova individual (52 alunos)</b>	71 %	50 %	98 %	71 %	35 %

Fonte: tabelas feitas pelos alunos da 5ª série

Pudemos verificar que o título foi colocado em apenas 19% dos trabalhos iniciais. Aparentemente ele foi assimilado como importante pelos grupos de alunos em 72% dos casos, o que nos faz acreditar que os alunos perceberam a necessidade de sua apresentação. Na prova individual, 71% dos alunos lembraram-se de colocá-lo, o que nos faz crer que, até individualmente, consideraram-no necessário.

A apresentação do cabeçalho foi feita inicialmente por 31% dos grupos de alunos, passando, depois dos debates, para 78%. Entretanto, na prova individual ele apareceu em 50% dos casos, o que nos faz crer que pelo menos metade dos alunos percebeu a necessidade de sua apresentação.

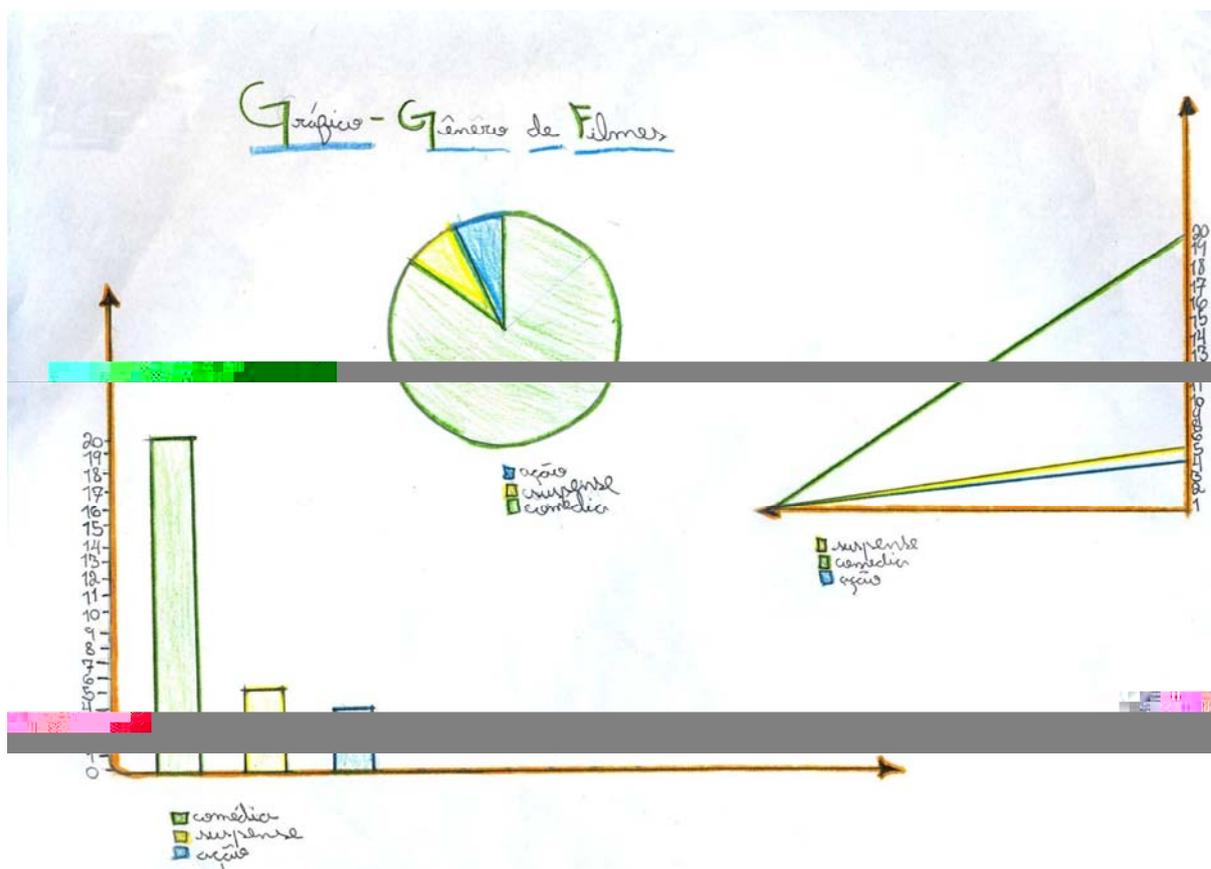
Os alunos não tiveram dificuldade na apresentação correta dos dados. No trabalho inicial apenas um grupo apresentou-os incorretamente: a apresentação foi na forma de pauzinhos, sem a contagem destes. A correção foi feita no trabalho final, visando uma melhor visualização da quantidade de cada uma das categorias. Na prova individual, ocorreu apenas o equívoco de um aluno, que trocou um dos dados.

A apresentação do total ao final da tabela aconteceu em apenas 6% dos casos, ou seja, apenas um grupo de alunos pensou em colocá-lo. Podemos dizer, porém, que a necessidade de registro do total foi percebida pelos alunos, já que no trabalho final foi colocado em 69% das vezes e, na prova individual, em 71%.

A apresentação da fonte não aconteceu no trabalho inicial, mas apareceu em 75% dos trabalhos finais, o que acreditamos ter ocorrido apenas pelo fato de os alunos aceitarem a orientação do professor. Entretanto, esteve presente apenas em 35% das provas individuais. Assim, consideramos que os alunos perceberam a necessidade da apresentação do título e do total, mas ainda precisam reforçar a importância da apresentação do cabeçalho e da fonte.

Na apresentação dos dados de uma pesquisa, podemos utilizar tabelas ou gráficos, ou seja, é desnecessário empregar as duas representações, a não ser que tragam informações diferentes ou complementares.

Aulas 9 a 13: O momento mais esperado pelos alunos foi a representação dos dados na forma gráfica, e os gráficos mais explorados por eles foram os de colunas e de setores. Alguns grupos de alunos cogitaram da utilização do gráfico de linhas, mas ele era inadequado ao tipo de variável em estudo, a variável discreta. Talvez este fato seja devido à presença constante do gráfico de linhas na mídia, por ser aquele, como já referimos anteriormente, um período eleitoral. Um dos grupos de alunos tentou representar os seus dados no gráfico de linhas. A seguir, o esboço feito por eles do trabalho inicial, momento em que estavam formulando suas hipóteses.



As equipes tinham o domínio das quatro operações matemáticas, o que facilitou bastante o trabalho. A maioria delas fez o gráfico de colunas sem muitas dificuldades. Entretanto, metade dos alunos apresentou dificuldade na definição e na representação das escalas. O maior desafio para eles foi a construção do gráfico de setores, já que a grande maioria nunca havia utilizado o transferidor: tentavam dividir a circunferência sem preocupar-se com as medidas dos ângulos dos setores. Eles conheciam as representações das medidas dos ângulos notáveis e não tiveram dificuldade em compreender a representação de cada grau no transferidor. Para essa atividade, eles utilizaram a calculadora, visando a rapidez dos cálculos.

O gráfico de colunas completo foi mais facilmente apreendido pelo grupo, devido à experiência na construção da nossa tabela completa. Definimos que o gráfico de colunas completo deve conter o título da categoria e da frequência nos eixos da abscissa e da ordenada, o título explicativo, a fonte e o nome de cada uma das categorias. Entretanto, na representação feita por eles, nenhum grupo de alunos se lembrou de colocar o nome dos eixos, 10% dos alunos colocaram a fonte e, em metade dos trabalhos, foram incluídos o título e uma escala correta.

Discutimos sobre a indicação dos nomes de cada uma das categorias e decidimos que o melhor seria colocá-los abaixo de cada coluna, visando a facilidade da leitura das informações. Entretanto, nos casos em que os nomes das categorias não cabem abaixo das colunas por serem grandes, podemos utilizar a legenda.

Definimos que o gráfico de setores completo deve conter o nome de cada uma das categorias, preferencialmente nos setores; a frequência absoluta destes; o título; e a fonte. Entretanto, a representação do gráfico de setores, devido ao pouco conhecimento dos alunos a respeito das frações e nenhum conhecimento do uso do transferidor, levou praticamente uma aula para ser construída e mais uma aula para a nova representação dos dados da pesquisa de cada grupo de alunos. Devido ao fato de eles ainda não conhecerem a “regra de três”, o conceito de setor foi explorado por meio das representações fracionárias. A principal dificuldade encontrada por eles foi o cálculo dos ângulos correspondentes a cada setor, apesar do uso da calculadora. Entretanto, não notamos dificuldade dos alunos na interpretação dos dados dessa forma representados.

Em seguida, eles fizeram uma nova representação do “gráfico completo” de colunas e de setores, para apresentação aos demais grupos.

### 3.3.3. INTERPRETAÇÃO DOS DADOS

Aula 14: Durante a elaboração da análise dos resultados obtidos na pesquisa, a grande maioria dos grupos de alunos teve facilidade em confrontar a hipótese da pesquisa com o resultado obtido por eles.

De acordo com os níveis de compreensão dos dados (CURCIO, 1989), os alunos fizeram a Leitura dos Dados (nível 1), ou seja, o confronto da hipótese com o resultado da pesquisa; ou a Leitura entre os Dados (nível 2), o que corresponde, como já vimos, à interpretação sobre a forma como eles estavam integrados.

Incentivamo-los a fazer a Leitura além dos Dados (nível 3); entretanto, notamos dificuldade dos alunos em posicionar-se com relação aos dados coletados. Essa dificuldade é justificada, uma vez que esse foi o seu primeiro contato com esse tipo de atividade.

Na opinião de Curcio (1987),

o conhecimento de um sujeito acerca de um determinado tipo de gráfico depende de ter sido exposto a uma experiência anterior significativa com uma destas formas de representação. Esta experiência anterior contribui para o sujeito identificar informações relevantes e necessárias para a compreensão do gráfico, por exemplo: o tipo de gráfico; a relação matemática entre os números e as idéias que traduzem; as operações matemáticas que encerra e possibilita. Na opinião deste autor, estes três fatores surgem como dos mais conseqüentes para a compreensão dos sujeitos acerca dos gráficos. (CARVALHO, 2001, p.82)

Aula 15: Realizaram uma prova cujo objetivo foi tentar saber o quanto os alunos apreenderam sobre a representação gráfica e a análise dos resultados de uma pesquisa. A média das notas das provas foi 6,9, o que consideramos bom, enquanto a média das notas dos gráficos foi 4 (em 5) e a média das notas da análise foi 2,9 (em 5).

As tabelas com o percentual das informações por nós analisadas e colocadas nos gráficos de colunas e de setores pelos alunos foram apresentadas a seguir.

Assim como o levantamento dos dados da tabela, o levantamento dos dados dos gráficos foi feito sobre o trabalho inicial dos 16 grupos de alunos, em que se registraram as primeiras hipóteses; sobre o trabalho final dos mesmos 16 grupos, após o debate coletivo e em grupo; e sobre a prova feita individualmente pelos alunos, sem consulta.

Os percentuais apresentados referem-se ao fato de o aluno lembrar-se de colocar o título, o nome das categorias nos eixos, a escala (correta), o total e a fonte. Qualquer tipo de incorreção na escala fez com que não a considerássemos para efeito desta contagem.

**TABELA 3: FORMA DE APRESENTAÇÃO DO GRÁFICO DE COLUNAS**

<b>Atividade</b>	<b>Apresentação do título</b>	<b>Apresentação das categorias nos eixos</b>	<b>Determinação da escala</b>	<b>Apresentação das categorias</b>	<b>Apresentação da fonte</b>
<b>Trabalho inicial (16 grupos)</b>	50 %	0 %	50 %	90 %	10 %
<b>Trabalho final (16 grupos)</b>	67 %	60 %	70 %	90 %	73 %
<b>Prova individual (43 alunos)</b>	53 %	23 %	47 %	98 %	47 %

Fonte: gráficos de colunas feitos pelos alunos da 5ª série

Esperávamos que, devido ao fato de já termos debatido sobre a nossa “tabela completa”, os alunos já tivessem algum conhecimento para a representação dos nossos “gráficos completos”.

A apresentação do título aconteceu em 50% dos trabalhos iniciais, enquanto na tabela foram 19%, no trabalho final aumentou para 67% e na prova individual ficou em 53% (na tabela foram 71%).

A apresentação das categorias nos eixos da abscissa e da ordenada não apareceu nos trabalhos iniciais; entretanto, nos trabalhos finais apareceu em 60% dos casos. Na prova individual apareceu em apenas 23% dos casos, o que nos faz crer que os alunos não perceberam a necessidade dessa inclusão e a fizeram apenas devido à orientação da professora.

A determinação correta da escala aconteceu em 50% dos trabalhos iniciais e em 70% dos trabalhos finais. Na prova individual, 47% dos alunos a fizeram corretamente. Os principais problemas encontrados foram: não-colocação das marcações de cada valor da escala, marcações com medidas diferentes entre elas e medida entre o 0 e 1 diferente das demais. Mesmo praticamente mantendo-se o percentual entre o trabalho inicial e a prova, pelo fato de esta ter sido feita individualmente, acreditamos que houve aprendizagem desse item.

A apresentação das categorias aconteceu em 90% dos casos nos trabalhos em grupo e em 98% dos casos na prova individual. Foi bastante discutida a forma da colocação de cada uma das categorias e talvez por isso tenha ficado mais presente sua inserção no gráfico para os alunos.

A apresentação da fonte aconteceu inicialmente em 10% dos casos, mas, na tabela, não apareceu no trabalho inicial. No trabalho final apareceu em 73% dos casos e nas provas individuais, em 47% dos casos; na tabela essa apresentação ficou em 35%; portanto, houve um aumento.

Análises feitas por Li e Shen (1992) possibilitaram-nos verificar alguns pontos fracos na construção do gráfico de barras: “1) omissão de escalas num ou em ambos os eixos, 2) o esquecimento do zero, sem o indicar no eixo vertical, 3) insuficientes divisões nas escalas, 4) não legendar os eixos.” (LI e SHEN apud CARVALHO, 2001, p.91). Segundo eles, as questões que parecem trazer maiores insucessos aos alunos prendem-se às escalas.

Na nossa análise, pudemos verificar que as categorias estão totalmente representadas nos dados dos alunos, mas a apresentação do título, da fonte e a elaboração correta da escala ainda podem ser melhoradas. Acreditamos que os alunos não perceberam a necessidade da apresentação dos nomes das categorias nos eixos.

Na prova individual, os alunos deveriam representar os dados em qualquer tipo de gráfico. possivelmente colunas ou setores. A maioria dos alunos representou no gráfico de colunas, devido à maior segurança nessa forma de representação.

Eis a tabela com os resultados obtidos nas apresentações dos gráficos de setores:

**TABELA 4: FORMA DE APRESENTAÇÃO DO GRÁFICO DE SETORES**

<b>Atividade</b>	<b>Apresentação do título</b>	<b>Apresentação das frequências</b>	<b>Determinação dos ângulos</b>	<b>Apresentação das categorias</b>	<b>Apresentação da Fonte</b>
<b>Trabalho inicial (16 grupos)</b>	14 %	43 %	29 %	71 %	0 %
<b>Trabalho final (16 grupos)</b>	79 %	21 %	71 %	100 %	79 %
<b>Prova individual (14 alunos)</b>	64 %	14 %	75 %	93 %	57 %

Fonte: gráficos de setores feitos pelos alunos da 5ª série

A apresentação do título no gráfico de setores foi inicialmente de 14%, abaixo dos 19% feitos inicialmente na tabela e dos 50% feitos inicialmente no gráfico de colunas. Entretanto, no trabalho final apareceu em 79% dos casos e, na prova individual, em 64%.

A apresentação das frequências nos setores dos gráficos aconteceu em 43% dos trabalhos iniciais, em 21% dos trabalhos finais e em 14% das provas individuais.

No trabalho inicial, 29% dos grupos de alunos determinaram corretamente o ângulo de cada um dos setores. Já no trabalho final este percentual aumentou para 71% e na prova individual foi de 75%. Os alunos estavam realmente muito envolvidos com a aquisição desse novo conhecimento.

A apresentação das categorias aconteceu em 71% dos trabalhos iniciais e em 100% dos trabalhos finais. Na prova individual, 93% apresentaram as categorias. Assim como no gráfico de colunas, pudemos verificar que os alunos têm incorporado a apresentação das categorias nos gráficos.

A apresentação da fonte não aconteceu no trabalho inicial, mas foi de 79% no trabalho final e de 57% na prova individual. Comparando as atividades individuais, pudemos notar um crescimento no índice de registros da fonte. Mesmo assim,

julgamos que isso tenha ocorrido mais por aceitarem orientação do professor do que pela necessidade de completar a tabela.

Acreditamos que, naquele momento, os alunos estavam muito envolvidos com a descoberta dos ângulos dos setores, com o uso do transferidor e do compasso e, por isso, deixaram de lado alguns conhecimentos já debatidos anteriormente.

Curcio (1989) cita que

“o sucesso na construção deste tipo de representações depende da compreensão que a criança tem do raciocínio proporcional e da sua capacidade para utilizar um compasso e especialmente o transferidor”. Estes dois fatos [...] fazem com que os gráficos circulares sejam, entre os gráficos tradicionais, os mais difíceis de os alunos compreenderem e construir. (CURCIO apud CARVALHO, 2001, p.93)

A noção de ângulo e a sua medição são igualmente apontadas por Girard (1996) como duas noções que os alunos do ensino básico podem ainda não ter adquirido completamente, e esse fato dificulta a sua compreensão dos gráficos circulares. (CARVALHO, 2001, p. 93)

Apresentamos a seguir a tabela com a análise dos resultados das pesquisas dos alunos.

A análise feita no trabalho inicial pelos grupos foi alterada e completada pelos alunos várias vezes até chegar à versão que consta no trabalho final. Portanto, podemos dizer que os resultados obtidos pelos alunos no trabalho final foi bastante estimulado pela professora.

O critério utilizado para esta análise tentou aproximar-se ao máximo da classificação de Curcio. Entretanto, essa tarefa foi bastante complicada devido às diversas interpretações possíveis dos textos dos alunos. Assim, para efeito desta análise, o aluno que fez a Leitura dos Dados (nível 1) apenas confrontou os dados da hipótese com os dados obtidos na pesquisa; o aluno que fez a Leitura entre os Dados (nível 2), além de ter confrontado a hipótese com os dados obtidos na pesquisa, comentou sobre os demais resultados; e o aluno que fez a Leitura além dos Dados (nível 3), além de ter feito estas duas análises, também registrou uma opinião sobre os resultados, baseada nos seus conhecimentos prévios.

**TABELA 5: ANÁLISE DOS RESULTADOS, SEGUNDO A CLASSIFICAÇÃO DE CURCIO**

<b>Atividade</b>	<b>Leitura dos dados (nível 1)</b>	<b>Leitura entre os dados (nível 2)</b>	<b>Leitura além dos dados (nível 3)</b>
<b>Trabalho final (16 grupos)</b>	20%	27%	53%
<b>Prova individual (53 alunos)</b>	51%	19%	30%

Fonte: análises das pesquisas feitas pelos alunos da 5ª série

No trabalho final, 53% dos grupos de alunos chegaram à Leitura além dos Dados, 27% fizeram a Leitura entre os Dados e 20% fizeram a Leitura dos Dados.

Na prova individual, 51% dos alunos fizeram a Leitura dos Dados; 19%, a Leitura entre os Dados; e 30%, a Leitura além dos Dados. Apesar de a maioria ter feito apenas a Leitura dos Dados, consideramos que 30% é um número aparentemente muito bom para a Análise além dos Dados, se considerarmos que fizemos uma única atividade explorando esse tipo de análise.

Aulas 16 a 18: A elaboração de um cartaz pelos grupos fez, realmente, com que eles conseguissem fazer a “amarração” de todo o trabalho, já que estivemos por quatro meses elaborando esta pesquisa. Também atingimos o objetivo de melhorar o que já havia sido feito e de proporcionar a apresentação de todo o trabalho aos demais colegas da classe.

Esses cartazes, assim como todos os trabalhos dos alunos, foram posteriormente expostos na “mostra de trabalhos” e deixaram a maioria dos alunos aparentemente orgulhosos das suas produções perante suas famílias.

Aulas 19 e 20: Os alunos sentiram-se satisfeitos em apresentar o seu trabalho e seus resultados para os colegas.

Solicitamos que dividissem as informações constantes no cartaz, de forma que todos pudessem apresentar alguma parte. A grande maioria dos colegas da



## **CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS**

No nosso dia-a-dia ou em estudos e pesquisas científicas, constatamos a necessidade de explorar as representações tabulares e gráficas, muito utilizadas na mídia escrita e televisiva e nos livros didáticos, o que aumenta a necessidade da competência para a leitura das informações desta forma representadas. Por outro lado, também a utilização dessas representações se faz necessária para demonstrar resultados de pesquisas ou evoluções de algum tipo de dado.

Em 2004, por meio dos relatórios do 4º INAF, constatamos que apenas 23% da população brasileira demonstra certa familiaridade com algumas representações gráficas, como mapas, tabelas e gráficos. De uma forma geral, os resultados de pesquisas na área da Educação Estatística também convergem para essa pouca familiaridade. Daí a importância de introduzirmos esses conteúdos o mais cedo possível entre as crianças, já que, cada vez que fazemos um novo trabalho com essas representações, vamos apreendendo novos conteúdos e procedimentos, tornando a sua representação e a sua leitura cada vez mais naturais.

É importante ter em mente que o objetivo principal é o significado de cada uma das etapas da pesquisa, e não os cálculos para a construção das representações. Assim, o uso da calculadora torna-se quase necessário para que o aluno execute rapidamente os cálculos e entretenha-se mais com o significado.

O trabalho em grupos também é fundamental neste tipo de atividade, já que a troca entre os alunos lhes permite construir novos significados para o mesmo objeto, além de proporcionar a negociação entre eles, o que provoca a explicitação não só dos novos conhecimentos em fase de construção, como também das dúvidas e dificuldades.

Durante toda a nossa seqüência didática, procuramos aproximar a teoria da prática, fazendo com que a pesquisa estatística se torne uma ferramenta para os alunos e seja a mais próxima possível da sua realidade.

Utilizando-nos dos níveis de compreensão dos dados representados graficamente (CURCIO, 1989), nosso propósito foi fazer com que os alunos evoluíssem da Leitura dos Dados para a Leitura além dos Dados.

Tendo como objetivo conceber uma seqüência didática, em um enfoque experimental, para introduzir estatística aos alunos da 5ª série do Ensino

Fundamental (hoje 6º ano), pesquisamos algumas questões, que orientaram nossa dissertação:

Quais as condições didáticas que favorecem a evolução autônoma do aluno na resolução de problemas de organização, representação e interpretação de um conjunto de dados? Que tipo de seqüência didática o professor pode utilizar, visando favorecer a construção do pensamento estatístico?

Para responder a essas perguntas, fez-se necessário investigar alguns pontos: Como o aluno interage com as situações propostas pelo professor? Que conhecimentos preliminares o grupo já possui? Que hipóteses são elaboradas por eles? Como os alunos mobilizam os conhecimentos construídos?

Durante toda a pesquisa desenvolvida pelos alunos, o que permeou nosso trabalho em sala de aula foi o debate, coletivo e em pequenos grupos de trabalho, de três ou quatro alunos. Para sabermos quais eram os conhecimentos preliminares desse grupo de alunos, propusemos, a cada etapa, que fizessem a atividade com seus conhecimentos prévios para, somente depois de suas hipóteses construídas, discutirmos as maneiras como cada grupo havia feito, definirmos uma forma que nós, como grupo, achássemos melhor, para, então, eles reelaborarem essa mesma etapa, com os novos conhecimentos adquiridos.

Dessa forma, tivemos como identificar seus conhecimentos preliminares, seus conhecimentos adquiridos no debate para, finalmente, por meio de uma prova bastante prática do ponto de vista metodológico, verificar o que de fato foi incorporado pelos alunos.

Esse caminho percorrido pelos estudantes pôde ser acompanhado pelas famílias, quando os cartazes com todo o percurso do trabalho foram expostos juntamente com todos os seus trabalhos preliminares. Temos, anexo, o processo de dois dos dezesseis grupos, um de cada sala.

Uma das hipóteses desta pesquisa era a de que a organização didática das situações propostas pelo professor favorece a resolução da situação-problema, permitindo a instauração das dialéticas de ação, formulação e validação, mas, muitas vezes, de forma pouco organizada e / ou com informações inexatas ou faltantes.

No nosso trabalho, na dialética da ação, iniciou-se a resolução da questão com conhecimentos já estáveis no aluno, e este passou a pesquisar o novo assunto

por meio da experimentação — tentativa e erro. A dialética de formulação foi favorecida pela organização dos alunos em grupos, nos quais eles deviam convencer seus pares sobre suas idéias, para que a estratégia para resolução do problema pudesse avançar, e sobre a validade ou não da idéia dos colegas. Na dialética da validação, os alunos tentavam defender nos grupos, e depois intergrupos, sua forma de representação dos dados, assim como a análise destes.

Podemos dizer que esse ciclo foi começado e recomeçado diversas vezes pelos alunos, visando favorecer a construção do pensamento estatístico. Como previmos, apesar de este pensamento estar sendo construído gradativamente, as representações foram muitas vezes pouco organizadas e / ou com informações inexatas ou faltantes. Assim, muitos alunos se esqueciam de colocar a fonte da sua pesquisa ou colocavam o total ao lado da tabela, ao invés de registrá-lo no final, ou mesmo colocavam títulos pouco explicativos da sua representação.

Nossa outra hipótese era de que a discussão, mediada pelo professor, traria novas informações ao grupo e poderia sistematizar alguns procedimentos e representações. Podia-se prever que, nesse momento, ocorreria uma busca de homogeneização do *milieu* que poderia levar à aprendizagem dos alunos. Esperávamos, também, que o mesmo grupo, em um trabalho posterior, pudesse utilizar esses novos conhecimentos de forma eficaz e autônoma.

Pudemos realmente verificar que as discussões trouxeram novas informações ao grupo, assim como sistematizaram alguns procedimentos e representações e que, de fato, houve uma homogeneização do *milieu*, que pôde levar à aprendizagem dos alunos. Esse mesmo grupo, agora na 6ª série, está utilizando esses novos conhecimentos em outras atividades e poderemos verificar se eles foram realmente apreendidos.

Acreditamos que as condições didáticas que favorecem a construção autônoma do aluno na resolução de problemas de organização, representação e interpretação de um conjunto de dados sejam, justamente, as aulas administradas com constantes debates, que vêm sempre ao encontro dos interesses do grupo. Pudemos perceber que, muitas vezes, os debates seguiram rumos diferentes nas duas classes, devido aos diferentes conhecimentos preliminares e às diferentes curiosidades dos alunos; são as especificidades de cada um dos grupos, gerando diferentes *milieux* para o desenvolvimento das atividades coletivas, tais como o debate.

Também acreditamos que, quando o aluno elabora o seu problema de pesquisa e a sua hipótese, momento em que começa a pensar realmente no que vai pesquisar, ele se torna autor de fato da pesquisa que vai fazer. A coleta dos dados para posterior representação tabular e / ou gráfica compromete-o ainda mais, para, finalmente, concluir o trabalho com a análise dos dados. Acreditamos que esse tipo de seqüência didática favorece a construção do pensamento estatístico.

Continuamos trabalhando com esses alunos, hoje na 6ª série (7º ano), e pretendemos explorar com eles os pontos que julgamos ainda não apreendidos, assim como lhes propiciar novas aprendizagens, especialmente no campo da Estatística. As atividades praticadas com esses grupos neste ano não são mais feitas nas aulas de matemática, já que não leciono matemática para a 6ª série. Entretanto, participo com eles de atividades multidisciplinares, nas quais podemos explorar conteúdos estatísticos, geométricos e algébricos.

Nos debates feitos em sala de aula, os conceitos de **população e amostra** não foram formalizados e foram pouco explorados, já que definimos como público-alvo da nossa pesquisa os alunos da própria sala de aula, visando maior facilidade na coleta dos dados. Assim, já estamos trabalhando, neste ano, com informações constantes no *site* do IBGE<sup>15</sup>, onde, antes do início da coleta dos dados, os alunos leram sobre o que é o censo.

Nas representações tabulares feitas em 2006, as apresentações do título, dos dados e do total foram assimiladas pela grande maioria. Entretanto, na prova individual, apenas 35% colocaram a fonte e 50% dos alunos colocaram o cabeçalho.

Nesse trabalho que estamos atualmente fazendo com esse grupo hoje na 6ª série, utilizando as informações do IBGE, trabalhamos com pesquisas respondidas por quatro diferentes fontes: os dados coletados na 6ª série A, os dados coletados na 6ª série B, as suas estimativas (ajustes em relação aos dados coletados em sala de aula) e os dados oficiais da população brasileira, colhidos no site do IBGE. Acreditamos que o trabalho com quatro diferentes **fontes** na coleta de uma mesma variável fará com que percebam a importância não só da sua presença nas representações tabulares e gráficas, como também de certas formalizações, como a explicitação de cabeçalho e de fonte como meios de identificar cada uma dessas

---

<sup>15</sup> IBGE: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

representações. Certamente debateremos sobre essa questão durante as apresentações dos resultados para os demais alunos da classe.

Nas representações dos gráficos de colunas, pudemos verificar, por meio de provas individuais, que a apresentação das categorias está presente na representação dos dados para 98% dos alunos; a apresentação do título está em 53% deles; a da fonte e a escala correta, em 47% cada, e ainda podem ser melhorados. Acreditamos que os alunos não perceberam a necessidade da apresentação dos nomes das categorias nos eixos, já que apenas 23% se lembraram de colocar.

Poderemos propor a esse grupo uma atividade com gráficos sem nome nas **categorias nos eixos**, de forma que haja várias possibilidades, preferencialmente conflitantes, tentando fazê-los perceber a necessidade de sua apresentação.

Como a apresentação do **título** foi aparentemente assimilada pelos alunos na tabela, acreditamos que tenham esquecido de colocá-lo nos gráficos, talvez pela ansiedade diante desse novo conhecimento.

Pensamos que, com relação às **escalas** do gráfico de colunas, o melhor seria que os alunos pudessem exercitar mais vezes a confecção do gráfico, ainda no papel, para apreendê-la. A comparação com outros gráficos que representem a mesma variável, porém feitos com escalas diferentes, também poderão fazer com que os alunos possam perceber a necessidade e a importância desse recurso na representação.

Com relação aos gráficos de setores, podemos inferir que a apresentação das categorias e a determinação correta dos ângulos foram assimiladas por pelo menos 25% dos alunos da 5ª série, já que apenas essa quantidade de alunos optou por fazer essa representação gráfica na prova individual. As apresentações do título e da fonte foram assimiladas pela maioria, ficando faltando apenas a apresentação das **freqüências**. Entretanto, como naquele momento os alunos não tinham conhecimento das porcentagens, podemos inferir que essas apresentações não eram tão significativas para esses alunos, por serem números absolutos. Sendo as freqüências relativas agora de conhecimento deles, poderemos explorar sua colocação nos gráficos de setores e acreditamos que sem muita dificuldade.

Tivemos a oportunidade de explorar as representações apenas dos gráficos de colunas e barras e de setores. Entretanto, principalmente o gráfico de linhas foi lembrado por alunos. Dentro desse projeto que estamos desenvolvendo,

procuraremos introduzir alguma atividade em que possamos explorar o gráfico de linhas, analisando alguma variável contínua, além de outros tipos de gráficos.

Com relação à análise dos dados, pretendíamos, em parceria com a professora de Língua Portuguesa, que os grupos de alunos pudessem buscar na mídia eletrônica ou em outras mídias mais informações sobre os assuntos por eles pesquisados. Se possível, que pudessem confrontar os resultados por eles encontrados com os de pesquisas feitas com outro público-alvo, tendo como produto final uma análise mais aprofundada dos resultados, o que poderia configurar a leitura além dos dados.

Entretanto, não tivemos tempo de finalizar o trabalho de pesquisa e de escrita de uma análise que complementasse a já feita pelos alunos. Para uma primeira experiência de pesquisa estatística, acreditamos que essa falta não comprometeu o trabalho; poderia tê-lo melhorado. Nesse trabalho que estamos fazendo com os dados do IBGE, estamos justamente proporcionando esse confronto de informações.

Neste ano, também pretendemos explorar com os alunos os recursos tecnológicos para a representação dos dados em tabelas e gráficos feitos utilizando a informática. Possivelmente trabalharemos os próprios dados que já estão sendo coletados no *site* do IBGE na forma tabular, na representação gráfica. Devido à importância que damos hoje em dia ao *software Excel* e ao pouco conhecimento que os alunos têm dele, provavelmente iremos utilizá-lo para as nossas representações.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARTIGUE, Michelle. **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

ALMOULOU, Saddo Ag; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. **A estruturação do “Milieu” Adidático**. PUC-SP. Notas de aula (2º semestre de 2004).

BIFI, Carlos Ricardo. **Estatística em um Curso de Administração de Empresas – Mobilização de Conceitos Estatísticos de Base**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUC-SP 2006

BOOT, Waine C.; COLOMB, Gregory G.; WILLIAMS, Joseph M. **A Arte da Pesquisa**. São Paulo: Martins Fontes, 2002.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental). Brasília: SEF/MEC. 1998.

BROUSSEAU, Guy. **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

BROUSSEAU, Guy. **Didática e Teoria das Situações Didáticas em Matemática**. PUC-SP, 2006. Disponível em <<http://www.pucsp.br/pensamentomatematico>> - material de apoio do Professor Brousseau - Acesso em dezembro de 2006.

CAMPOS, Celso Ribeiro; WODEWOTZKI, Maria Lucia Lorenzetti. **A didática da estatística**: soluções para a sala de aula. Artigo escrito para o V CIBEM (17 a 22 julho de 2005).

CARVALHO, Carolina. **Interação entre Pares** – Contributos para a promoção do desenvolvimento lógico e do desempenho estatístico no 7º ano de escolaridade. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de Lisboa, Lisboa, 2001.

DAMM, Regina Flemming. Registros de Representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara et al. **Educação Matemática**: uma introdução. 2. ed. São Paulo: EDUC, 2002.

FRIOLANI, Luis César. **O pensamento estocástico nos livros didáticos do Ensino Fundamental**. Dissertação de Mestrado. PUC-SP, São Paulo, 2007.

GARFIELD, J., and GAL, I. (1999), "Teaching and Assessing Statistical Reasoning". In: **Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12**, ed. L. Stiff, Reston, VA: National Council Teachers of Mathematics, p. 207-219.

**INAF: 2º Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional:** um diagnóstico para inclusão social – Atividade Matemática – primeiros resultados. São Paulo: Instituto Paulo Montenegro / Ação Educativa, 2002. Disponível em: <<http://www.ipm.org.br>>. Acesso em agosto de 2005.

**INAF: 4º Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional:** um diagnóstico para inclusão social pela educação – Atividade de Habilidade Matemática. São Paulo: Instituto Paulo Montenegro / Ação Educativa, 2004. Disponível em <<http://www.ipm.org.br>>. Acesso em agosto de 2005.

LOPES, Celi Aparecida Espasandin. **A probabilidade e a estatística no ensino fundamental:** uma análise curricular. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Unicamp, Campinas, 1998.

LOPES, Celi Aparecida Espasandin. Literacia estatística e o INAF 2002. In: **Letramento no Brasil: Habilidades Matemáticas:** p. 187-197. São Paulo: Global, 2004.

MEGID, Maria Auxiliadora Bueno Andrade; CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Professores e alunos construindo saberes e significados em um projeto de estatística.** Artigo escrito para o V CIBEM (17 a 22 julho de 2005).

MORAIS, Tula Maria Rocha. **Um estudo sobre o pensamento estatístico:** "componentes e habilidades". Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. PUC-SP, São Paulo, 2006.

MICHAELIS: **Moderno Dicionário da Língua Portuguesa.** São Paulo: Companhia Melhoramentos, 1998.

NOVAES, Diva Valério. **A mobilização de conceitos estatísticos:** estudo exploratório com alunos de um curso de Tecnologia em Turismo. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. PUC-SP, São Paulo, 2004.

UENO, Renata; MORAES, Mara Sueli Simão. **A abordagem da estatística por meio de problemas ampliados pelos temas político-sociais.** Artigo escrito para o V CIBEM (17 a 22 julho de 2005).

WILD, C. J.; PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical enquiry. In: **International Statistical Review**, Auckland, v.67, n.3, p. 223-265. 1999.

## ANEXOS

Trabalho.

Problema: 1- As pessoas na sala de aula estavam muito cansadas durante a aula, alguns dormindo, outros sempre bocejando. Então o grupo teve a ideia de fazer uma ~~propriedade~~.

Hipótese: Achamos que dormiam às 9:30, 10:00.

Dados:

$$\cancel{9:00} + 0$$

$$9:30 \quad \square 1 - 6.$$

$$10:00 \quad \square - 5.$$

$$10:30 \quad \square 1 - 7.$$

$$\cancel{07:30} \quad 0$$

$$11:00 \quad \Gamma - 2.$$

$$\cancel{11:30} \quad \Gamma - 2.$$

$$\text{outros} : \Gamma - 3 - 5.$$

8:30 / 10:00	06 alunos	05 alunos	7 alunos	02 alunos	2 alunos	3 alunos.	Que HORAS
10:30 / 11:00							AS
11:30 / OUTROS							PESSOAS
							⊖ DORMEM
							? ?

Resumimos que a hora que as pessoas vão dormir é: 10:30 com 7 alunos!

28/03

Problema: Que horas as pessoas dormem?

Hipótese: Acharmos que dormem 9:30h.

Que horas as pessoas dormem?

(Resposta)

nº pessoas

9:30

06

10:00

05

10:30

07

11:00

02

outras :

05

total ..

25

DATA: 28/03

AVALIAÇÃO DE ESTATÍSTICA  
5ª série – 1º bimestre



7,5

Desde o início das aulas, estamos desenvolvendo um projeto de pesquisa. Definimos o público-alvo, cada grupo elaborou um problema e uma hipótese para ele

15

○

que não ser "atingidas" pela pesquisa.

3. O que é um problema de pesquisa? | Problema de pesquisa

15

A 5ª série do ano passado fez uma pesquisa sobre animais de estimação com estudantes da 1ª série do Ensino Fundamental até a 3ª série do Ensino Médio.

Um dos grupos apresentou as seguintes informações:

Problema de pesquisa: "Nós gostaríamos de saber quanto o dono cuida de seus animais de estimação."

Hipótese: "Achamos que a possível resposta seria: às vezes, porque os meninos de hoje andam muito ocupados."

Dados coletados: 27 pessoas responderam que cuidam SEMPRE, 11 pessoas responderam que cuidam MUITAS VEZES, 26 pessoas responderam que cuidam ÀS VEZES, 4 pessoas responderam que cuidam RARAMENTE e 2 pessoas responderam que NUNCA cuidam.

6. Faça uma tabela (completa) que represente os dados coletados por esse grupo.

30 (Quanto vezes) as pessoas cuidam de seus Bichinhos de Estimação !!!

SEMPRE	MUITAS VEZES	ÀS VEZES	RARAMENTE	NUNCA
27 pessoas	11 pessoas	26 pessoas	4 pessoas	2 pessoas

AVALIAÇÃO DE ESTATÍSTICA  
5ª série – 1º bimestre



9,0  
/

Desde o início das aulas, estamos desenvolvendo um projeto de pesquisa. Definimos o público-alvo, cada grupo elaborou um problema e uma hipótese para ele.

Responda:

10. 1. O que é público-alvo? público-alvo são as pessoas

10. 3. O que é um problema de pesquisa? um problema de pesquisa

Cada grupo coletou os dados da sua pesquisa e passou a organizá-los. Nas últimas aulas, temos refletido sobre a tabela.

05. 5. Por que organizamos os dados em tabelas? Organizamos os dados em tabelas para uma maior organização e porque é muito importante saber o que é uma tabela.

A 5ª série do ano passado fez uma pesquisa sobre animais de estimação

responderam que cuidam

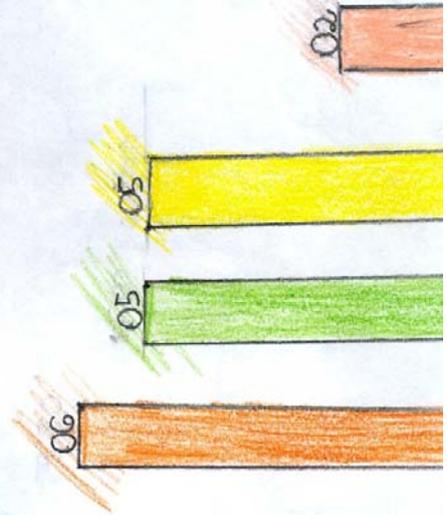
<u>categoria</u>	<u>frequência</u>
sempre	27
muitas vezes	11
às vezes	26
raramente	04
nunca	02

desta a cuida

28/03

### GRÁFICO

- pessoas dormem ?  
 - dormem as 9:30.



- problema - que  
 - hipótese - Acharm

Exercício

Problema

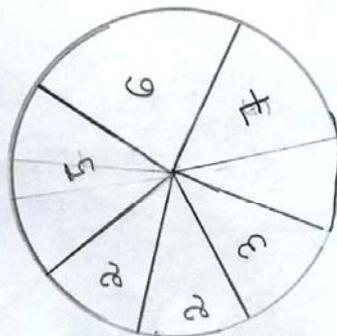
- 1- As pessoas na sala de aula estavam muito cansadas durante a aula. Outros dormindo e bocejando. Então tivemos a ideia de fazer a pesquisa imediatamente quando as pessoas dormem.

Hipótese

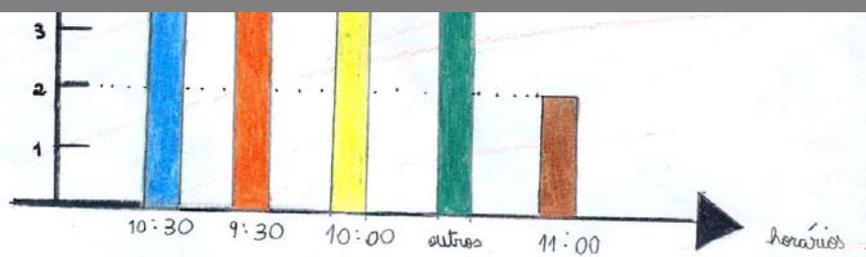
- Achamos que dormem os 9:30, 10:00.

- Dados :
- 9:00 - 0
  - 9:30 - 6
  - 10:00 - 5
  - 10:30 - 7
  - 11:00 - 2
  - 11:30 - 2
  - Outros : 3

gráfico



Trabalho de estatística, com Michelle.

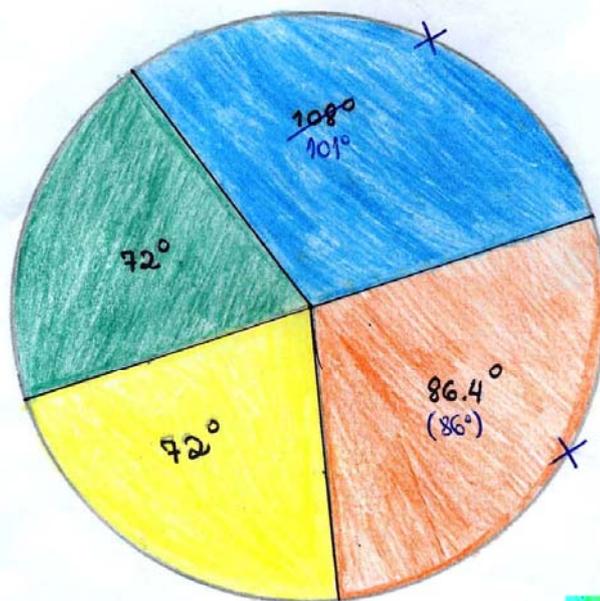


FONTE - alunos da Escola, 5-A.

trabalho de estatística, com Michelle.

$$\frac{2,25}{3}$$

de quantas horas as pessoas dormem?



não precisa escrever as medidas (graus)

Legenda:

- - outros horários
- - 10:30 h
- - 9:30 h
- - 10:00 h

11:00 h → FALTOU

{ horários

colocar no gráfico (não precisa colocar na legenda)

n.º de pessoas:

- - 5 pessoas
- - 7 pessoas
- - 6 pessoas
- - 5 pessoas

88



(Uma dificuldade por fazer  
10 quadros de texto



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



## Correção da Análise.

OK

fizemos o trabalho de Estatística, onde  
<sup>nossa</sup> (fizemos) pesquisas <sup>foi</sup> para saber (o seguinte problema)  
"Que horas as pessoas dormem?" Nessa hipótese ~~era~~  
que a maioria dormiria às 9:30h ~~ou~~ às 10:00.  
~~Se~~ <sup>nos</sup> enganamos, a maioria dormia às 10:30h Percebemos  
<sup>os alunos</sup> que d



## AVALIAÇÃO DE ESTATÍSTICA

5ª série – 2º bimestre

7,3

sempre	27
muitas vezes	13
às vezes	26
raramente	4
nunca	2
TOTAL	72

Fonte: Estudantes da 1ª série do E.F. até a 3ª série no E.M.

Obs: Um dado foi alterado para facilitar os cálculos.

O grupo que coletou estes dados tinha o seguinte problema e hipótese de pesquisa:

**Problema de pesquisa:** "Nós gostaríamos de saber quanto o dono cuida de seus animais de estimação."

**Hipótese de pesquisa:** "Achamos que a possível resposta seria: às vezes, porque os meninos de hoje andam muito ocupados."

$$\begin{array}{r} 360 \\ - 360 \\ \hline 000 \end{array}$$

L72  
⊙

$$\begin{array}{r} 72 \\ + 72 \\ \hline 144 \\ + 72 \\ \hline 216 \end{array}$$

1. Faça um gráfico (completo)

2. Faça uma análise dos resultados desta pesquisa.

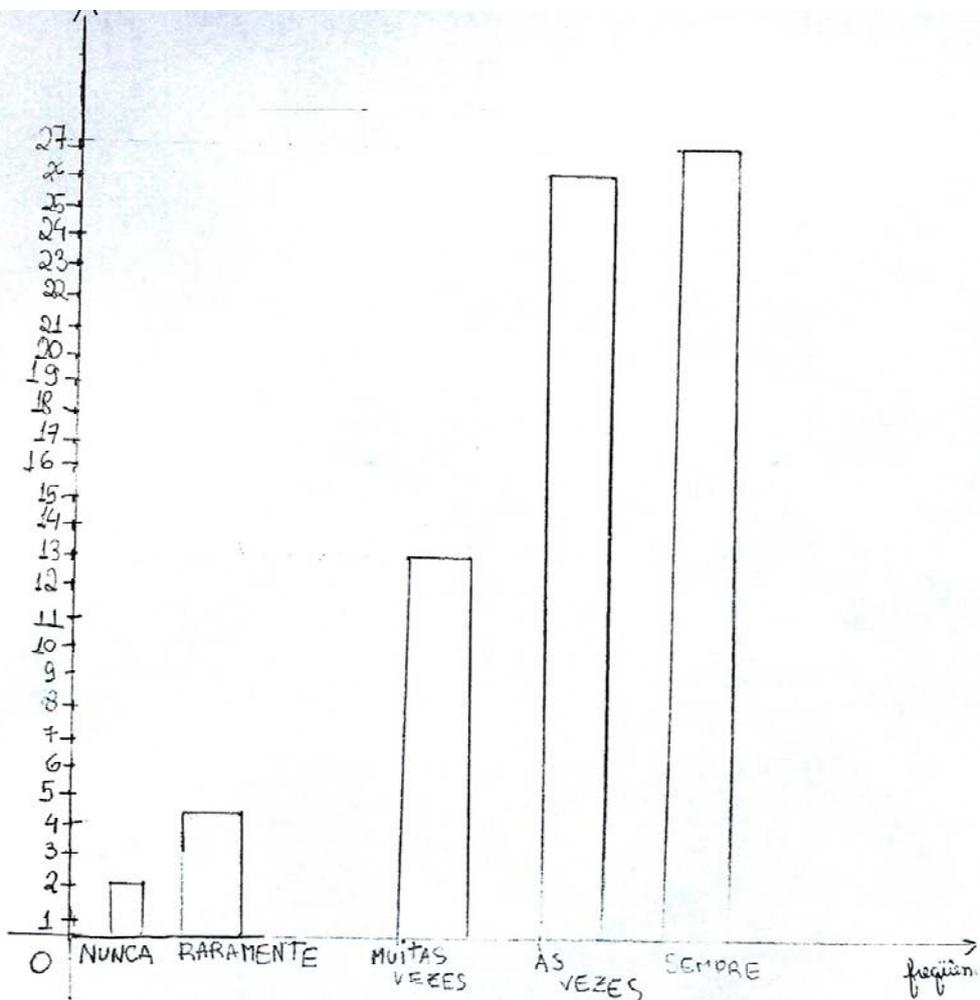
20/10

Este grupo chegou muito perto da sua hipótese. Eles acharam que a maioria <sup>das respostas</sup> seria ser os negres, mas foi o segundo já que para a surpresa do grupo sempre ganhou.

4,25  
/5

título?

n: de pessoas



fonte: Estudantes da 1ª série de E.F. até  
a 3ª série de E.M.

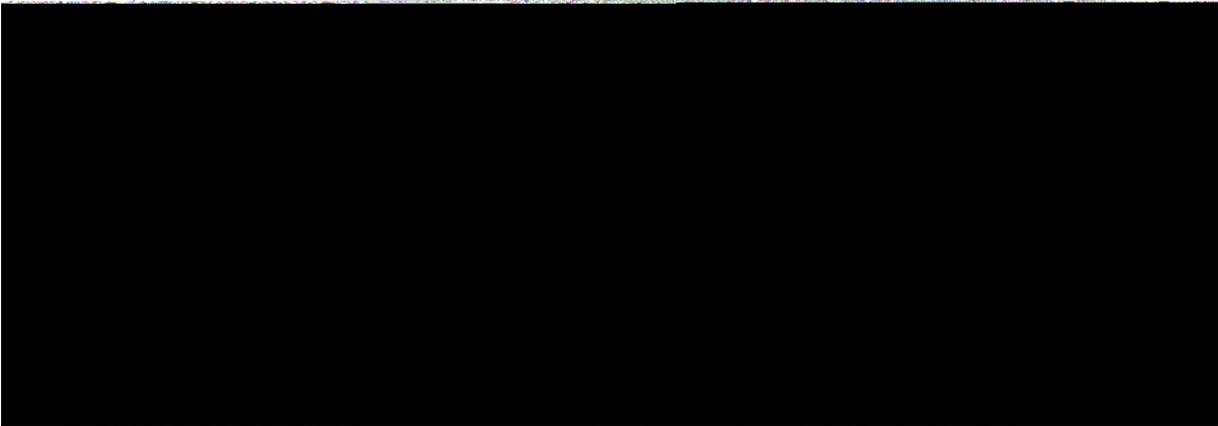
## AVALIAÇÃO DE ESTATÍSTICA

5ª série – 2º bimestre

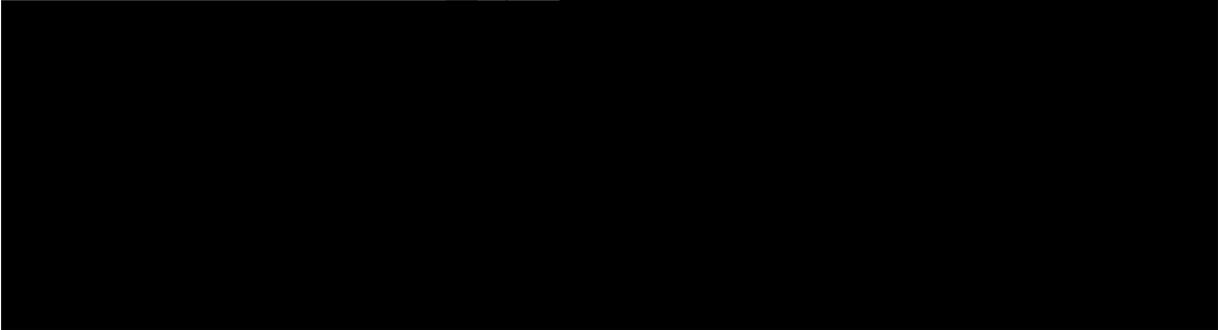
Na avaliação de estatística do 1º bimestre, vocês representaram em uma



raramente	4
nunca	2
TOTAL	72



hipótese de pesquisa: "Acreditamos que a possível resposta seria: às vezes, porque os meninos de hoje andam muito ocupados."



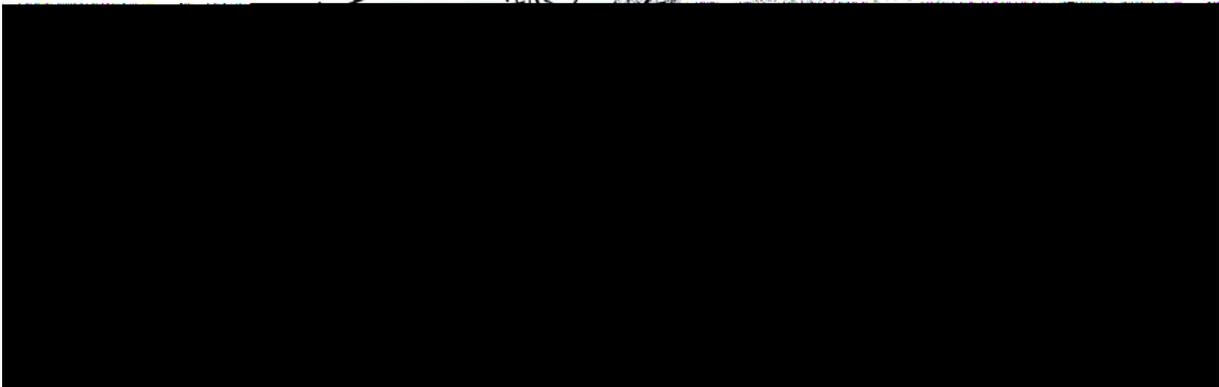
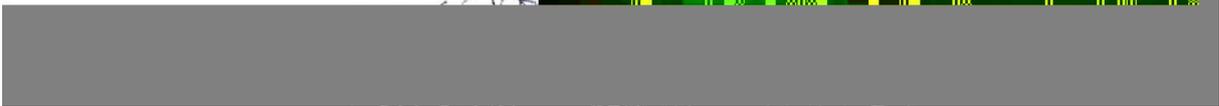
1. Faça um gráfico (completo) que represente estes dados coletados.

+0,5

27 PESSOAS

GRÁFICO  
de  
TODOS

SEMPRE



---

---

---

---

---

---

---

---

m/6

titulo

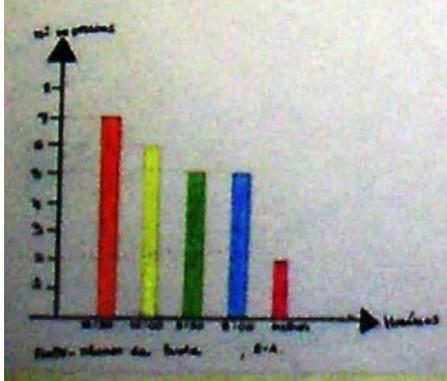
no de p...  
30



na prova na sala de aula estavam muito cansa-  
dos durante a aula. Alguns dormiram e até  
despediram. Então tivemos a ideia de fazer a  
pesquisa de horários que as pessoas dormem!

① Trabalho começou quando a gente pensou em o que  
pesquisar. Resolvemos pesquisar que horas as pessoas dormem.  
② segundo passo de nosso Trabalho foi perguntar para as  
pessoas que horas elas dormem. As respostas foram: 9:30,  
10:30, 11:00 e "outras". Depois disso confeccionamos  
uma tabela para saber os dados, anotamos no caderno.  
No terceiro passo fizemos um gráfico de barras. No aula  
seguinte vamos fazer o gráfico de barras.

HORÁRIO	Nº Pessoas
9:30	7
10:30	6
11:00	5
outras	2



Assessoria: Mikela

8:21

## Etapa 1

1- PROBLEMA

2- Hipótese

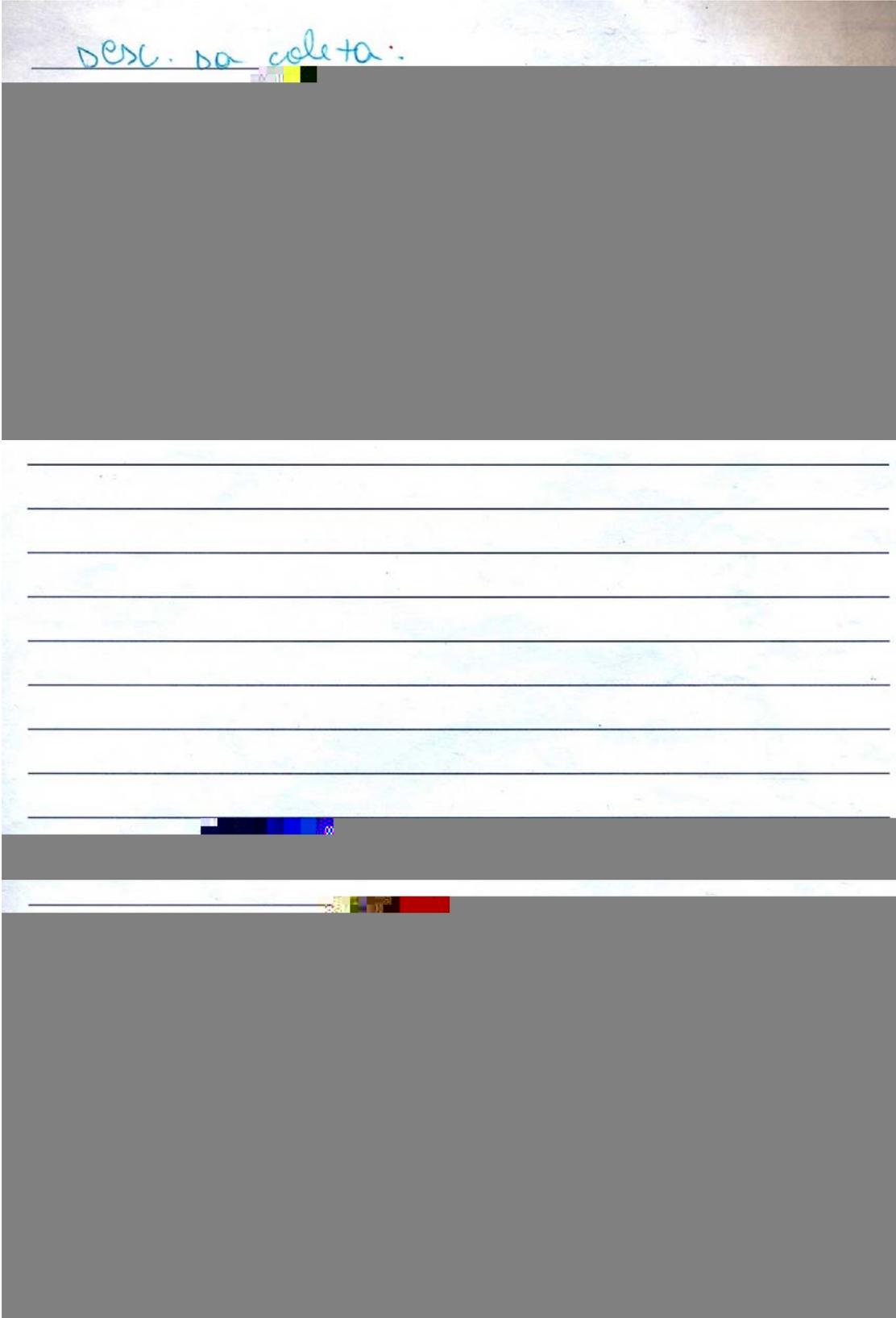
3- Coleta de dados

x x x univ. S x x x

1- Qual é seu esporte preferido.

2- Eu acho que o esporte que mais gente gosta é futebol.

3- - Nataçao / nat. S



ESPORTES	Nº de PESSOAS
Natação	5
FUTEBOL	17

# ESPORTE PREFERIDO

Problema: QUAL É SEU ESPORTE PREFERIDO?

HIPÓTESE: NÓS ACREDITAMOS QUE O FUTEBOL IRÁ SER O ESPORTE PREFERIDO DA 5ª B.  
 dos alunos

ESPORTE PREFERIDO

ESPORTES	no de PESSOAS	TOTAL	FONTE
ESGRIMA	1		
KARATÊ	1		
HAND BALL	0		
VOLLEI	2	↓ coloca no final da tabela (última linha)	↓ coloca fora da tabela (abaixo dela)
NATAÇÃO	5		

## AVALIAÇÃO DE ESTATÍSTICA

5ª SÉRIE



1,0 2. Quem foi o público-alvo das nossas pesquisas? O nosso público-alvo foi a 5ª B.

1,0 3. O que é um problema de pesquisa? É a pergunta, o problema, o que querem saber.

0,5 4. O que é uma hipótese de pesquisa? Hipótese é quando se faz uma afirmação sobre alguma coisa. Ex: "Achamos que São Paulo irá ganhar."

Cada grupo coletou os dados da sua pesquisa e passou a organizá-los. Nas últimas aulas, temos refletido sobre a tabela.

1,0 5. Por que organizamos os dados em tabelas? Organizamos em tabelas para nos organizar melhor

A 5ª série do ano passado fez uma pesquisa sobre animais de estimação com estudantes da 1ª série do Ensino Fundamental até a 3ª série do Ensino Médio.

Um dos grupos apresentou as seguintes informações:

Problema de pesquisa: "Nós gostaríamos de saber quanto o dono cuida de seus animais de estimação."

Hipótese: "Achamos que a possível resposta seria: às vezes, porque os meninos de hoje andam muito ocupados."

Dados coletados: 27 pessoas responderam que cuidam SEMPRE, 11 pessoas responderam que cuidam MUITAS VEZES, 26 pessoas responderam que cuidam ÀS VEZES, 4 pessoas responderam que cuidam RARAMENTE e 2 pessoas responderam que NUNCA cuidam.

27/11/2014

26	às vezes		
11	muitas vezes	2ª série do Ensino Fundamental até 3ª do Ensino Médio	70 pessoas
4	Raramente	↓	↓
2	nunca	(ambos)	tabele

AVALIAÇÃO DE ESTATÍSTICA  
5ª série – 1º bimestre



7,5

Desde o início das aulas, estamos desenvolvendo um projeto de pesquisa. Definimos o público-alvo, cada grupo elaborou um problema e uma hipótese para ele.

Responda:

10 1. O que é público-alvo? Público-alvo é o grupo de pessoas

10 3. O que é um problema de pesquisa? Um problema de pesquisa é a pergunta que fazemos ao público-alvo. Ex: "Qual é a sua comida favorita?"

05

4. O que é uma hipótese de pesquisa? Uma hipótese de pesquisa é o que um grupo acha que tal hipótese vai ganhar. Ex: "Eu acho que vai ganhar malavida?"

A 5ª série do ano passado fez uma pesquisa sobre animais de estimação com estudantes da 1ª série do Ensino Fundamental até a 3ª série do Ensino Médio.

Um dos grupos apresentou as seguintes informações:

Problema de pesquisa: "Nós gostaríamos de saber quanto o dono cuida de seus animais de estimação."

Hipótese: "Achamos que a possível resposta seria: às vezes, porque os meninos de hoje andam muito ocupados."

Dados c

ÀS VEZES, 4 pessoas responderam que cuidam RARAMENTE e 2 pessoas responderam que NUNCA cuidam.

6. Faça uma tabela (completa) que represente os dados coletados por esse grupo.

30

título: Problema de Pesquisa

Nós gostaríamos de saber quanto o dono cuida de seus animais de estimação	
Hipótese: Às vezes, porque os meninos hoje andam muito ocupados.	
Dados coletados:	

Muitas vezes	11
Raramente	4
Nunca	2
Total:	70

fonte:

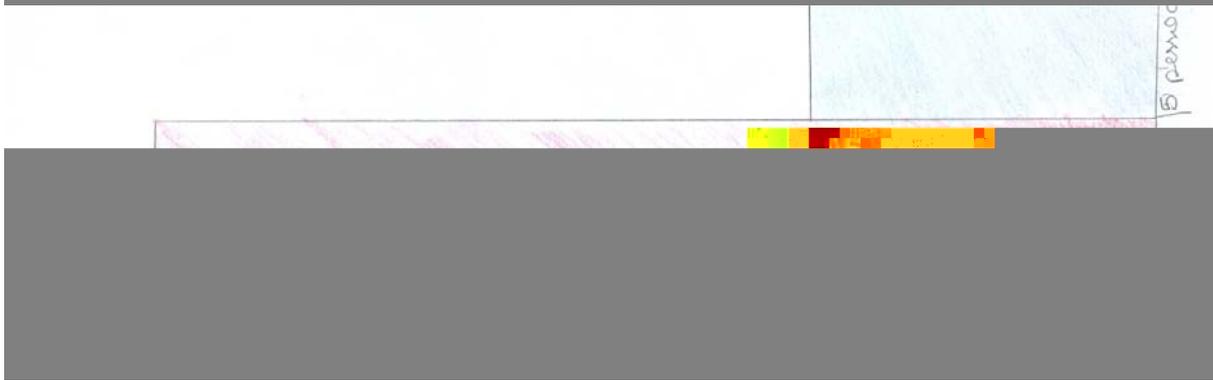
# Gráfico

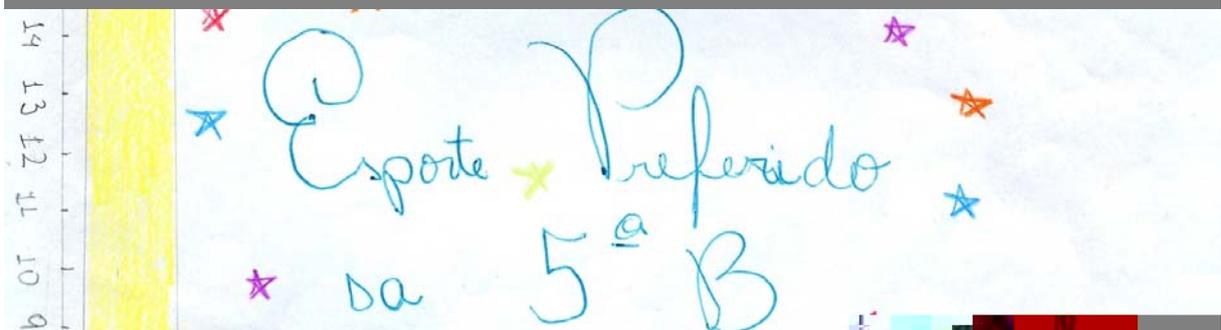
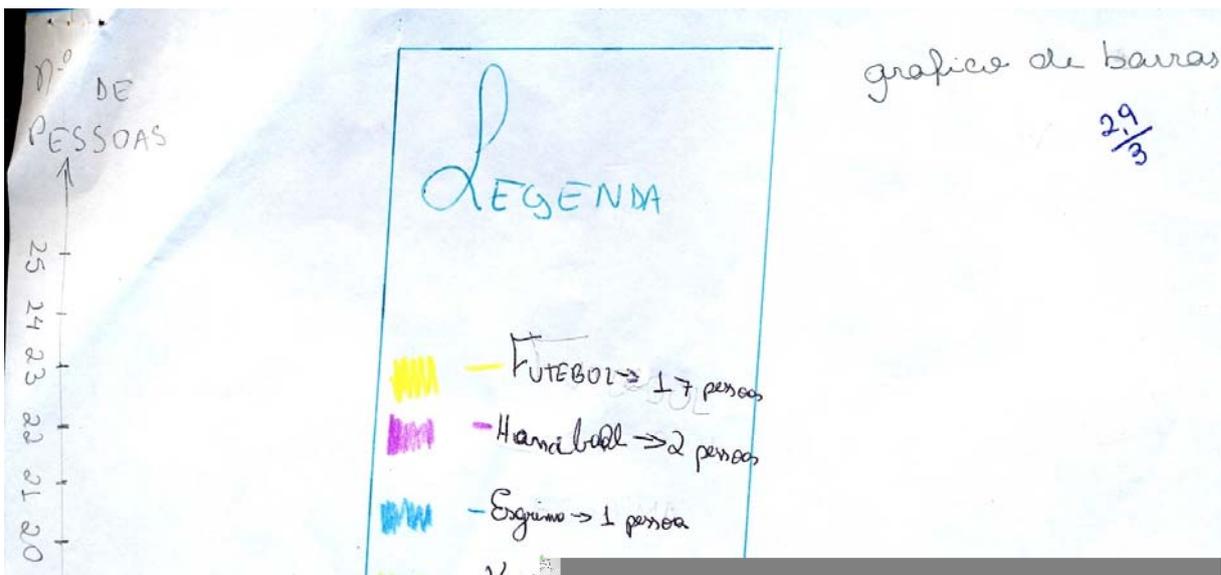
Qual é o



te prefere?

- LEGENDA
- = Futebol
  - = natação
  - = Handball
  - = Uolei
  - = Esquima
  - = Karatê

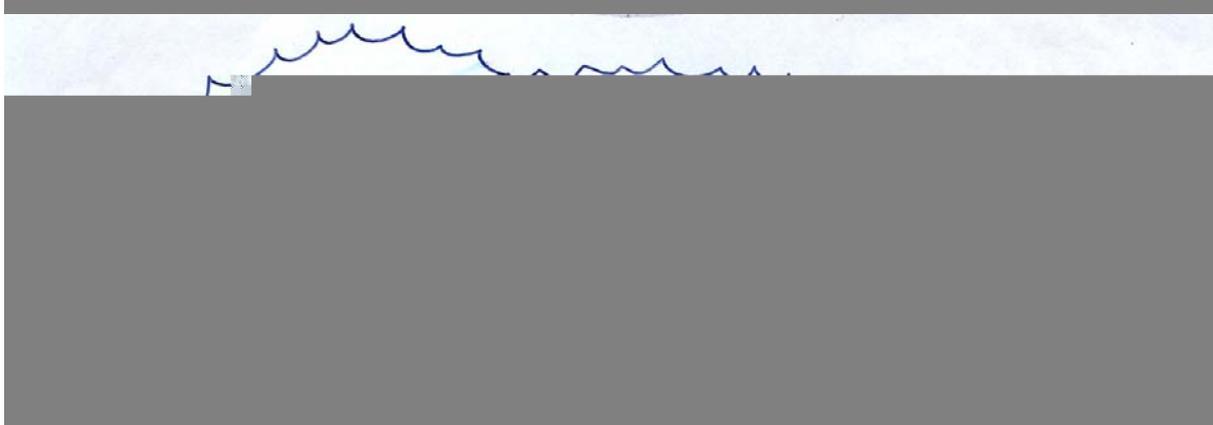




7  
6  
5

Fonte: Alunos da 5ª B. FII

Esporte D



- - Futebol → 11 pessoas
  - - Karatê → 5 pessoas
  - - Esgrima → 1 pessoa
  - - Volley → 2 pessoas
  - - Handebol → 2 pessoas
- ↓  
não coloca o nº de pessoas

Fonte: Cadernos  
da 5ª B. FII

9.4

Análise Final

3.5 / 4

No começo dessa pesquisa, achávamos que os esportes que iam aparecer ~~antes~~ o futebol seria ter mais votos. E foi o que realmente ac...

4

## metodologia

No começo do ano iniciamos um novo trabalho nas aulas de estatística, o trabalho era sobre os esportes favoritos da 5ª série B.

Com 28 pessoas para serem entrevistadas, então dividi mos a classe em 3 grupos. Depois de já termos os resultados, fizemos uma tabela, após isso também fizemos uma gráfico de barras de acordo com o mesmo assunto de [redacted]

Alguns dias depois aprendemos a fazer um novo tipo de gráfico, e de setores. Por fim usamos tudo que sabemos sobre gráficos, e fizemos um trabalho [redacted] a análise [redacted]

fizemos o gráfico de setor, fizemos a análise e a final o cartaz

h

7

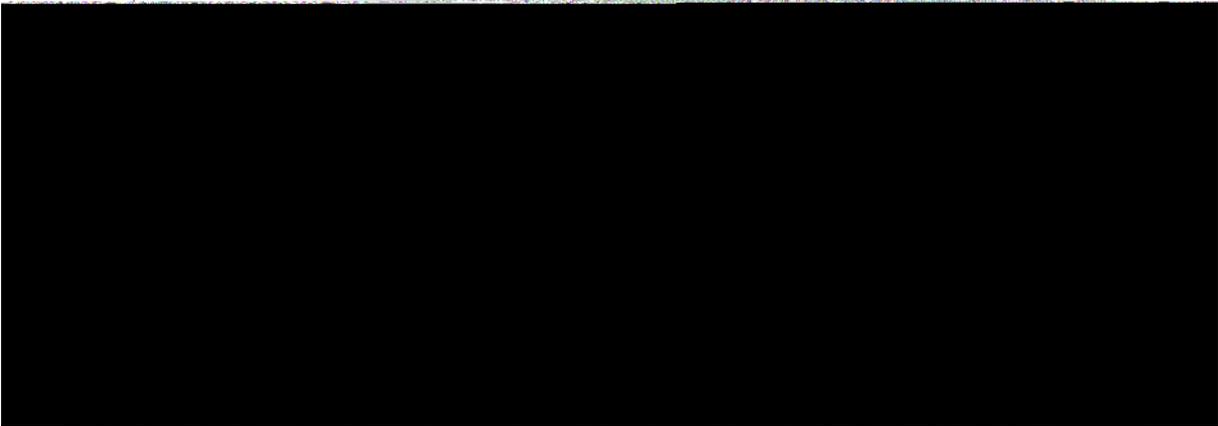
## AVALIAÇÃO DE ESTATÍSTICA

5ª série – 2º bimestre

Na avaliação de estatística do 1º bimestre, vocês representaram em uma



raramente	4
nunca	2
TOTAL	72



hipótese de pesquisa: "Acreditamos que a possível resposta seria: às vezes, porque os meninos de hoje andam muito ocupados."



1. Faça um gráfico (completo) que represente estes dados coletados.



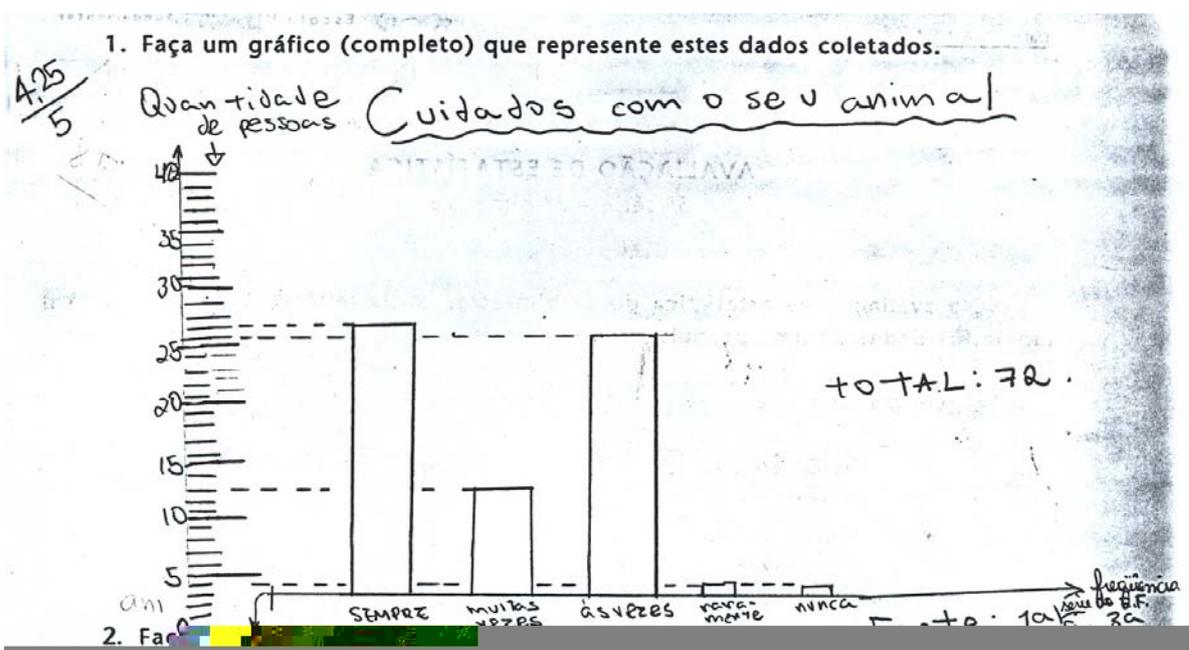
## AVALIAÇÃO DE ESTATÍSTICA

5ª série – 2º bimestre

Na avaliação de estatística do 1º bimestre, vocês representaram em uma

raramente	4
nunca	2
TOTAL	72

hipótese de pesquisa: "Acreditamos que a possível resposta seria: às vezes, porque os meninos de hoje andam muito ocupados."





ESPORTE	Nº DE PESSOAS
ESGRIMA	1
KARATÊ	1
HANDBOL	2
VOLLEY	2
NATAÇÃO	5
FUTEBOL	17
TOTAL:	28

**RIVALDE**

DO COMEÇO dessa pesquisa, achávamos que os alunos não poderiam o futebol seria o mais votado e que realmente acabamos ganhando alguns votos que o futebol seria mais votado por o BSA. Sim é um país que pratica muito esse esporte, já sabemos como jogar e outros jogos da sala, basquete e vôlei, e outros jogos.

