

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA  
CELSO SUCKOW DA FONSECA - CEFET/RJ

DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
COORDENADORIA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS  
E MATEMÁTICA

DISSERTAÇÃO

O DESENVOLVIMENTO E USO DA BIBLIOTECA DE FUNÇÕES, EM VISUAL BASIC  
FOR APPLICATIONS DO EXCEL, APLICADA AO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA

Raphael Alcaires de Carvalho

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-  
GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM  
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA.

Rafael Barbastefano, doutor.  
Orientador

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL  
JULHO / 2007

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

## SUMÁRIO

	Pág.
<b>INTRODUÇÃO</b>	1
<b>I- IMPORTÂNCIA DO COMPUTADOR NO ENSINO</b>	4
I.1- Computador no mundo atual	4
I.2- A educação matemática e o computador	5
I.3- Uso do computador na escola	8
I.4- Papert e sua teoria	10
<b>II- PLANILHAS NO ENSINO</b>	18
II.1- Modelos matemáticos	18
II.2- A história da planilha eletrônica e a gênese do Excel	19
II.3- Planilhas eletrônicas e suas vantagens	21
II.4- Exemplos de utilização de planilhas eletrônicas	22
II.5- Benefícios da planilha eletrônica para o aprendizado do aluno	23
<b>III- DEFINIÇÃO DO PROBLEMA</b>	25
III.1- Uso do VBA para questões de geometria analítica	25
III.2- Biblioteca de geometria analítica	26
III.2.1- Ponto	33
III.2.1.1- Distância entre dois pontos	33
III.2.1.2- Distância entre ponto e reta	33
III.2.1.3- Ponto médio	34
III.2.1.4- Pontos colineares	35
III.2.1.5- Potência de um ponto	36
III.2.2- Reta	37
III.2.2.1- Coeficiente angular da reta	37
III.2.2.2- Equação reduzida da reta	38
III.2.2.3- Equação da reta com coeficiente angular	39
III.2.2.4- Equação geral da reta	40
III.2.2.5- Posição relativa entre duas retas	41
III.2.2.6- Pertinência de um ponto na reta	44
III.2.2.7- Mediatriz	45

III.2.3-	Circunferência	46
III.2.3.1-	Posição relativa entre ponto e circunferência	46
III.2.3.2-	Posição relativa entre reta e circunferência	48
III.2.3.3-	Posição relativa entre duas circunferências	50
III.2.4-	Triângulo	54
III.2.4.1-	Área de triângulo	54
III.2.4.2-	Baricentro	54
III.2.4.3-	Ortocentro	55
III.2.4.4-	Tipos de triângulos quanto aos lados	56
III.2.4.5-	Tipos de triângulos quanto aos ângulos	58
III.2.4.6-	Perímetro de triângulos	60
III.2.4.7-	Mediana relativa ao lado BC do triângulo ABC	61
III.2.4.8-	Bissetriz interna relativa ao lado BC do triângulo ABC	62
III.2.4.9-	Bissetriz externa relativa ao lado BC do triângulo ABC	63
III.2.4.10-	Altura relativa ao lado BC do triângulo ABC	64
III.2.5-	Funções	66
III.2.5.1-	Raiz ou zero de uma função afim	66
III.2.5.2-	Raiz ou zero de uma função quadrática	66
III.2.6-	$\mathbb{R}^3$	67
III.2.6.1-	Volume de um tetraedro	67
III.2.6.2-	Distância entre dois pontos	67
III.2.6.3-	Distância entre ponto e reta	67
III.2.6.4-	Distância de um ponto ao plano	68
<b>IV-</b>	<b>ESTUDO DE CASO</b>	<b>69</b>
	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>77</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>79</b>
	<b>ANEXOS</b>	<b>81</b>
	Anexo I: Questionários	81
	Anexo II: Lista de Exercícios	85
	Anexo III: Exemplo de um código fonte de uma função	104

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central do CEFET-RJ

C331 Carvalho, Raphael Alcaires de

O desenvolvimento e uso da biblioteca de funções, em Visual Basic for applications do Excel, aplicada ao ensino de geometria analítica /Raphael Alcaires de Carvalho.--2007.

vii , 105f.:il. color., graf.;enc.

Dissertação (Mestrado) Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, 2007.

Bibliografia: f. 79-80

Inclui anexos com exercícios

1. Visual Basic for applications 2. Excel (Linguagem de programação de computador) 3. Geometria analítica 4. Biblioteca de funções 5. Estudo de casos  
I.Título.

CDD 005.133



## Agradecimentos

- À minha namorada, Marlise Costa Lima, pelas críticas e sugestões dadas, pelo incentivo e crença na possibilidade da conclusão dessa dissertação.
- Ao Professor Rafael Barbastefano (D.C.), pelo empenho no trabalho de orientação e pela cessão de todos os materiais necessários que muito contribuíram para a elaboração deste trabalho.
- Aos alunos do ensino técnico de Biotecnologia do CEFET de Química -RJ: Adalgisa Felipe da Rocha de Oliveira Wiekowski, André Luiz Ramos de Souza, Bruno A. Brandimarte Leal, Bianca Dutra da Silva Rego, Diana Araújo Pontes, Eric C. S. de Santa Rita Matta, Fernanda Mendes Gomes, Fernanda Silva Terzi, Francis Ferreira Vilaça, Ingrid Camara Cruz, Isabelle Rocha Nobre, João Alberto Xavier Ramos, Júlio César de M Santos Filho, Luana Rocha Fleming, Luisa Cardoso Manso, Marina de França Basto Silva, Mayara Paes Ieme Washington, Odilon Barbosa de Brito e Rafaela A. F. de Mendonça, pela colaboração.

Resumo da dissertação submetida ao PPECM/CEFET-RJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de mestre em ensino de ciências e matemática.

## O DESENVOLVIMENTO E USO DA BIBLIOTECA DE FUNÇÕES, EM VISUAL BASIC FOR APPLICATIONS DO EXCEL, APLICADA AO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA

Raphael Alcaires de Carvalho

Julho de 2007

Orientador: Rafael Garcia Barbastefano, D.Sc.

Programa: PPECM

Nos dias de hoje, muitos programas de computador vem sendo usados como auxiliares no processo de ensino-aprendizagem. Uma classe de programas que vêm despertando interesse são as planilhas eletrônicas, sistemas computadorizados que arquivam ou guardam números e fórmulas numéricas em tabelas e que foram originalmente projetadas para substituir sistemas de contabilidade manual (paper based accounting). Há uma grande disseminação das planilhas eletrônicas, em particular, na educação com a utilização do programa Excel, que além de ser muito conhecido, possui rapidez de aprendizagem e facilidade de trabalho. Esse software permite ao desenvolvedor criar uma biblioteca de funções através da linguagem de programação Visual Basic for Applications. Devido à ausência de desenvolvimento de bibliotecas de funções para serem aplicadas ao ensino de geometria analítica foi escolhida essa vertente para o trabalho. Foi realizado um estudo com o uso da biblioteca de geometria analítica, em VBA, no Centro Federal de Educação Tecnológica de Química. Foram aplicados questionários para avaliação do uso da biblioteca que se revelou útil para resolução de um conjunto de problemas.

Palavras-chave: biblioteca de funções, geometria analítica, planilhas eletrônicas, Excel e computador no ensino.



Abstract of dissertation submitted to PPECM/CEFET/RJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Teaching to Science and Mathematics.

THE DEVELOPMENT AND USE OF FUNCTIONS LIBRARY, IN VISUAL BASICS FOR APPLICATIONS FOR EXCEL, APPLIED TO ANALITIC GEOMETRY TEACHING

Raphael Alcaires de Carvalho

July / 2007

Supervisor: Rafael Garcia Barbastefano, D.Sc.

Program: PPECM

Nowadays, many computer programs are being used as assistant in the teaching and learning processes. Spreadsheets, which is a type of software that organizes numbers in tables and formulae and originally developed in order to substitute systems of manual accounting, is one of the most used. One of the most used spreadsheets is Excel, which possesses easiness of learning and work. This software allows the developer to create a library of functions through a programming language know as Visual Basic for Applications. We developed a library of functions for analytic geometry, for educational use. We have applied the library in a case study with students of the Federal Centre of Technological Education of Chemistry. Questionnaires for evaluation of the use of the library have been applied.

Keyword: functions library, analytic geometry, spreadsheet, Excel and computer in teaching.

## INTRODUÇÃO

Atualmente é perceptível a presença das novas tecnologias no cotidiano, as informações chegam de forma quase instantânea e o computador está inserido neste cenário. Os computadores estão cada vez mais presentes nas vidas das pessoas, eles são usados para trabalhar, estudar, pesquisar e etc.

Na educação o computador já é de grande importância, sendo usado de várias formas com intuito de mudar a metodologia e melhorar a qualidade do ensino. E no contexto histórico atual, percebe-se que para formar cidadãos aptos a viverem nesse mundo de intenso fluxo de informações e surgimentos de novas tecnologias é necessária a inserção do computador na educação.

A matemática é vista, culturalmente, por muitos como uma disciplina enfadonha e muito difícil (criada para poucos). Muitos educadores estão trabalhando para alterar esses adjetivos por bela, interessante, importante. E para isso estão contextualizando a matemática, mostrando as várias aplicações dela no campo da engenharia, da informática dentre outras áreas. Além disso, estão usando o computador para tornar a aula mais agradável, para conquistar os alunos.

Muitos estudos apontam para uma mudança nos currículos educacionais, em particular na matemática, com recomendações para usos de calculadoras, computadores e outros meios tecnológicos. Na educação matemática vários projetos, com o uso do computador, estão sendo desenvolvidos e aplicados em salas de aula.

Recentemente muitos programas estão sendo desenvolvidos para o ensino da matemática. Outros programas que não são feitos exclusivamente para esse fim podem ser usados para ensinar alguns tópicos da matemática ou da estatística, por exemplo, o Excel que possui várias funções para a resolução de exercícios dessas disciplinas.

O presente trabalho foi realizado com o intuito de criar uma biblioteca de funções para ser usada como uma ferramenta auxiliar no ensino de geometria analítica, uma vez que não existem

funções no Excel para resolver problemas dessa natureza. A linguagem de programação Visual Basic for Applications (VBA), já existente no Excel, foi utilizada para desenvolver a biblioteca de funções usadas no próprio programa do Excel. Essa planilha foi escolhida também pelo fato de possuir um uso bastante prático e fácil, por ser encontrada em quase todos os computadores e muitos usuários já a utilizarem e mesmo para aqueles que não usam ou não a conhecem é uma forma de entrar em contato com um novo software e despertar o interesse para conhecer outras funcionalidades do Excel.

No capítulo 1 é apresentada a importância do computador no ensino: primeiro mostrando como e onde o computador está sendo usado no mundo atual e suas aplicações, depois de maneira mais específica a utilização do computador na educação matemática, as recomendações para se incluir no currículo da matemática e a utilização dos materiais tecnológicos, entre eles, o computador. Mostram-se alguns exemplos onde houve sucesso com a utilização do computador para fins educativos. Depois é apresentada a teoria de Seymour Papert e sua metodologia de ensino mostrando alguns projetos importantes.

No capítulo 2 são mostradas as planilhas de ensino, com uma breve apresentação da modelagem matemática, depois é apresentada a história da planilha eletrônica e a origem do Excel com suas vantagens, onde e como são utilizadas as planilhas eletrônicas. No final do capítulo são mostrados os benefícios das planilhas eletrônicas para o aprendizado dos alunos.

No capítulo 3 é apresentado o uso da linguagem de programação Visual Basic for Applications (VBA), a biblioteca de funções e como essa foi aplicada para o ensino de geometria analítica. É mostrado como instalar a biblioteca e como utilizar as funções. Para cada função é apresentado um exemplo e descrita sua sintaxe.

No capítulo 4 é apresentado um estudo de caso, detalhando como foi realizada a aplicação de exercícios para serem resolvidos utilizando a biblioteca de funções de geometria analítica. É mostrado também os resultados obtidos com as respostas dos questionários enviados pelos

alunos com uma análise pormenorizada sobre a funcionalidade e aplicabilidade das funções para serem utilizadas no ensino de geometria analítica.

## I. IMPORTÂNCIA DO COMPUTADOR NO ENSINO

O computador é muito importante na atualidade e é encontrado em muitas escolas. Alguns professores já o utilizam para fins didáticos, sendo usado, em particular, como um instrumento para auxiliar na resolução de problemas matemáticos. Muitos softwares educativos são criados para atender tais finalidades.

### I.1 Computador no mundo atual

São vários os locais em que os computadores aparecem devido a sua capacidade de processar grandes quantidades de informação, são eles: bancos, supermercados, hospitais, bolsa de valores, locadoras, pedágios, cinemas, consultórios médicos, consultórios odontológicos, escolas, etc.

As aplicações do computador são várias: na área médica (ressonância magnética), na área de engenharia (cálculos usados para construções), no comércio, na economia, na sociologia, na biologia, usamos nas eleições, utilizamos para falar com outras pessoas pela Internet, serve para transações bancárias, inscrições via Internet (empregos, estágios, concursos, etc), compras de vários produtos já são feitas pela Internet (eletrônicos, livros, revistas, móveis, etc), serve como entretenimento e também como um meio educativo, essa última aplicação será abordada nesta dissertação.

Alguns profissionais necessitam de uma capacitação para usar o computador em seu trabalho, entre eles podemos citar: policiais, balconistas, caixas de supermercados, bibliotecários, bancários, físicos, químicos, biólogos, matemáticos, engenheiros, médicos, professores entre outros.

## I.2 A educação matemática e o computador

O mundo atualmente sofre profundas transformações tecnológicas numa velocidade muito grande. A comunicação atual é praticada de maneira quase instantânea. As informações chegam ao leitor praticamente no momento em que o acontecimento ocorreu. Os jornais, revistas, telejornais tornaram-se secundários diante da Internet. A educação é vista como a única saída para o acompanhamento dessas mudanças, por isso os alunos devem estar inseridos num ambiente onde a tecnologia permeia os estudos. A matemática é a chave para abrir o caminho em direção ao conhecimento de novas tecnologias.

O currículo, em particular da matemática, deve conter as novas tecnologias para que o aluno possa obter uma formação adequada para entrar para o mercado de trabalho, uma vez que a sociedade atual é muito competitiva, não precisando assim submeter-se ao subemprego. A tecnologia não deve ser usada somente para motivar as aulas, deve-se, por exemplo, usar programas de computadores com a intenção de despertar no aluno um senso crítico e não transformá-lo num mero reprodutor de algoritmos, sem que haja interação entre estes. O computador é um dos melhores meios tecnológicos para ser usado em sala de aula ele é a ligação entre importantes tópicos da matemática e o cotidiano, ou seja, pode-se mostrar várias aplicações matemática e ainda estimular o raciocínio, o pensamento crítico, a criatividade do aluno, fazendo-o desenvolver suas próprias atividades, teorias, etc.

Portanto, deve-se pensar em novas metodologias e teorias de ensino para a inserção de novas tecnologias na aprendizagem dos alunos, como também uma forma para a busca do conhecimento e para diminuição da desigualdade social.

No entanto, para usar o computador na educação são necessários: avaliar o computador e o programa que será utilizado, capacitar o professor para tal função, utilizar uma metodologia específica na avaliação do aluno, um laboratório adequado, elaborar um material e selecionar um conteúdo próprio para tal função. E um dos grandes problemas para a inserção de computadores

no ensino deve-se à ausência de professores capacitados para usá-los em sala de aula, problema este visto pela comunidade matemática como um dos desafios a ser enfrentado.

Devido às tendências atuais da Educação Matemática frente às novas tecnologias a comunidade matemática recorreu às Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar, em 1980, com National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) dos EUA que publicou sob o título genérico “Uma agenda para a Ação”, as “Recomendações para o Ensino da Matemática nos Anos 80”, tais normas constituem uma parte da resposta dada pela comunidade dos educadores matemáticos às solicitações da reforma do ensino e aprendizagem da Matemática. Elas representam ao mesmo tempo uma reflexão e um prolongamento das respostas dos educadores aos desejos de mudança. Nesse documento está assumido o consenso de que todos os alunos necessitam aprender mais Matemática, uma Matemática diferente, cujo ensino deve ser significativamente revisto.

Dentre as 8 recomendações 3 apontam o uso do computador como uma ferramenta para auxiliar na educação. A seguir alguns itens importantes dessas três recomendações para este trabalho.

**Recomendação 1:** “Que o foco do ensino da Matemática nos anos 80 seja a resolução de problemas”. No desenvolvimento da recomendação 1 é dito que os programas de Matemática dos anos 80 devem propiciar aos alunos métodos matemáticos que ajudem na resolução de problemas como forma de alargar as abordagens tradicionais de resolução de problemas e implementar novas estratégias de interação e simulação.

**Recomendação 2:** “Que as *capacidades básicas* em Matemática sejam definidas de modo a incluírem mais do que facilidades de cálculo”. *Capacidades básicas* nessa recomendação significa tudo aquilo que é essencial para que um cidadão tenha uma vida produtiva e com significado, agora e no futuro. A aquisição de conhecimentos básica de computadores é citada como um item essencial.

**Recomendação 3:** “Que os programas de Matemática tirem todas as vantagens das capacidades das calculadoras e dos computadores em todos os níveis de ensino”. No desenvolvimento da recomendação 3 é dito que todos os estudantes devem ter acesso a calculadoras e cada vez mais aos computadores ao longo dos seus programas de Matemática nas escolas. Além disso, todos os professores de Matemática devem adquirir formação básica em computadores, através dos programas de formação profissional ou dos programas de formação continuada, e as Universidades devem proporcionar essas formações em conhecimentos básicos de computadores, programação e uso educativo de calculadoras e computadores.

Na revista “Educação e Matemática”, número 1, da década de 80, está escrito no editorial de Paulo Abrantes: “(...) Em Portugal, nos últimos tempos, o Ensino da Matemática tem vivido uma situação de crise permanente. Em todos os graus de ensino (...)” Para mudar essa situação Abrantes considera, dentre outras coisas, que é importante que se recorra às novas tecnologias, e em particular aos computadores, como fonte de renovação das práticas pedagógicas.

Pode-se afirmar que a formação do sujeito deve ser repensada e refletida em um contexto mais amplo, no qual a tecnologia se faz cada vez mais presente. Refletindo sobre essa questão, acredita-se que a Educação desempenha uma importante função na preparação de indivíduos críticos, conscientes e livres, atualizados com os avanços tecnológicos, integrados plenamente na sociedade que, a cada momento, se atualiza e se transforma. Conseqüentemente, a educação deve propiciar ao sujeito ambientes nos quais possa ter contato com as novas tecnologias, para que em sua formação, ele não perca a dimensão do desenvolvimento científico e tecnológico que perpassa pelo país. Dessa forma, deve-se refletir sobre os métodos de trabalho e teorias de ensino, adequando-os aos avanços tecnológicos.



### I.3 Uso do computador na escola

Uma razão para o uso do computador na escola está na possibilidade do desenvolvimento do raciocínio e a criação de situações de resoluções de problemas. Além disso, para mudar o sistema de ensino, para formar cidadãos com qualificações exigidas pela sociedade como: “profissional crítico, criativo, com capacidade de pensar, de aprender a aprender, de trabalhar em grupo e de conhecer o seu potencial intelectual, com capacidade de constante aprimoramento e depuração de idéias e ações”.

Os aplicativos têm uma importância muito grande tanto para o aluno quanto para o professor, segundo José Armando Valente (1993a):

*“Programas de processamento de texto, planilhas, manipulação de banco de dados, construção e transformação de gráficos, sistemas de autoria, calculadores numéricos, são aplicativos extremamente úteis tanto ao aluno quanto ao professor. Talvez estas ferramentas constituam uma das maiores fontes de mudança do ensino e do processo de manipular informação”.*

Os programas de processamento de texto são muito utilizados para elaboração de textos nas várias disciplinas, e alguns aplicativos permitem a elaboração de projetos de matemática como estudos de área e medidas, e a elaboração de projetos de ciência como modelagem do sistema respiratório e do movimento de objetos segundo as leis da física newtonianas.

Pessoas com necessidades especiais podem se beneficiar da comunicação com o computador através de teclados com teclas em Braille, dispositivos que “entendem” um determinado movimento do usuário através de sensores e etc. E através da metodologia Logo de ensino aprendizagem uma grande quantidade de crianças com necessidades especiais se beneficia como os deficientes físicos, deficientes auditivos, deficientes visuais, autistas, deficientes mentais e crianças com problemas de aprendizagem. Tendo assim um amplo leque para que todos se beneficiem dos processos educacionais através de computador.

Um dos vários exemplos do uso do computador na educação é o do projeto PROEM (Promoção Educativa do Menor) que tem uma proposta alternativa de educação para crianças

carentes. O PROEM é ligado ao sistema público de ensino do Distrito Federal e foi elaborado na década de 80 com o objetivo de dar assistência às crianças carentes que passaram a freqüentar as ruas da cidade de Brasília, DF. No artigo de Valente (1993c) são mostrados quatro casos de alunos que conseguiram evoluir muito nos estudos e conseguir até mesmo uma profissão depois de passar por esse projeto:

*“O primeiro caso é de um aluno que se revelou um grande talento no trabalho com o computador e esse trabalho tem sido bastante útil para o desenvolvimento acadêmico do aluno. Atualmente ele trabalha no Banco do Brasil como “office-boy”; o segundo é considerado infrator e que vê no trabalho com o computador a possibilidade de saída da delinqüência, ou seja, a profissionalização através da informática; o terceiro, de um ex-aluno que hoje trabalha numa escola particular em Brasília, usando Logo com os alunos dessa escola. Tornou-se um especialista no software Logo tendo como um dos trabalhos realizados com este programa a simulação do sistema solar: os planetas desenhados em escala giram em órbita ao redor do sol; e o quarto, de um aluno diagnosticado como tendo dificuldade de aprendizagem e que, à medida que passou a freqüentar o ambiente Logo, mostrou um grande progresso tanto nas atividades acadêmicas quanto nos aspectos emocionais”.*

Portanto percebe-se que o computador pode ser não apenas uma ferramenta para se ensinar em sala de aula com o objetivo dos alunos aprenderem o conteúdo previsto nos currículos escolares, mas tem a função também de socializar as pessoas, algumas desacreditadas por não confiar na escola outras por dificuldades de aprendizagem e outras por problemas sócio-econômicos. Elas encontram no computador uma saída para se tornarem cidadãos dignos de respeito, com aptidões para trabalharem e se tornarem pessoas críticas capazes de viver num mundo em que as diferenças não são respeitadas e que a tecnologia está presente em quase todas as profissões.

#### I.4 Papert e sua teoria

Seymour Papert nasceu em 01 de março de 1928, em Pretória na África do Sul, onde participou ativamente do movimento antiapartheid, radicado nos Estados Unidos, é matemático, Ph.D, diretor do grupo de Epistemologia e Aprendizado do Massachusetts Institute of Technology (MIT), co-fundador do *Artificial Intelligence Laboratory* (Laboratório de Inteligência Artificial) do MIT, sendo considerado um dos pais do campo da Inteligência Artificial, e um dos fundadores do MIT Media Lab, o Laboratório de Novas Mídias e Tecnologias do MIT.

Papert começou a perceber que algo estava errado com a educação tradicional quando ainda era uma criança: “assim como Paulo Freire, comecei a ver que a escola era antipolítica. Até mesmo quando eu estudava em uma escola elementar relativamente boa, conseguia perceber que estava aprendendo muito mais fora da escola do que dentro dela.”

Envolveu-se com educação e aprendizado quando trabalhou ao lado de Jean Piaget na Universidade de Genebra, entre 1958 e 1963. Em 1967, foi contratado como consultor sobre as características funcionais do software LOGO, desenvolvido, em 1968, por Daniel Bobrow e Wallace Feurzeig. Segundo Papert: “a idéia era dar à criança controle sobre a tecnologia disponível em nossos tempos. A linguagem foi desenvolvida para permitir que crianças programassem a máquina, em vez de serem programadas por ela.”

Ele é autor de “*Mindstorms: Children Computers and Powerful Ideas*” (*Tempestades da Mente, Crianças, Computadores e Idéias Poderosas* \*) (1980) e “*The Children's Machine: Rethinking School in the Age of the Computer*” (1992) e vários livros sobre o uso de tecnologias no ensino, principalmente, no que diz respeito às crianças e uso de computadores. Ele também tem publicado diversos artigos sobre matemática, Inteligência Artificial, educação, aprendizagem e raciocínio.

\*Tradução do original em inglês, *Mindstorms, Computers and Powerful Ideas*. A edição brasileira, publicada em 1985 pela editora brasiliense, recebeu o título *LOGO: Computadores e Educação*.

É possível fazer uso do computador de maneiras distintas, por exemplo, usá-lo com procedimentos de tipo tutorial, com ênfase em perguntas e respostas de múltiplas escolhas (procedimentos geralmente denominados de CAI - "Computer Assisted Instruction"). Essa abordagem, que usa o computador, na maior parte das vezes, exclusivamente como uma máquina de ensinar, não representa grande avanço em relação aos métodos tradicionais e convencionais de ensino, privilegia apenas a mera absorção de informações, freqüentemente pela repetição e memorização, ficando o aluno na posição predominantemente passiva de mero receptáculo de informações, sem um papel mais ativo na construção de sua aprendizagem.

No entanto, segundo a filosofia do LOGO o computador é fundamentalmente uma ferramenta para a aprendizagem, não uma máquina de ensinar. Neste sentido, a aprendizagem advém do uso adequado do computador na educação com uma aprendizagem por exploração e descoberta, sendo dado ao aluno, neste processo, o papel ativo de construtor de sua própria aprendizagem, que se caracteriza não como mera absorção de informações, mas como um fazer ativo.

A palavra "logo" foi usada como referência a um termo grego que significa "pensamento, raciocínio e discurso", ou também, "razão, cálculo e linguagem".

É uma linguagem de programação interpretada voltada principalmente para crianças e iniciante em programação. É puramente interativa por permitir que o usuário comande suas ações e receba respostas imediatas.

Tem como objetivo trabalhar com conceitos lógicos e matemáticos, através de atividades espaciais em que o usuário formaliza o seu raciocínio cognitivo.

Apresenta uma proposta de ensino-aprendizagem baseada nas teorias de Psicologia Genético-Evolutiva de Jean Piaget, onde as crianças podem ser vistas como construtoras de suas próprias estruturas intelectuais e o professor deve-se preocupar com os possíveis pensamentos de

cada aluno, fazendo apenas sugestões, afim que ocorra o processo de assimilação do conhecimento por parte do aluno. Nessa linguagem, também chamada de filosofia educacional, o erro é tratado como uma tentativa de acerto onde o aluno é condicionado a refletir novas formas de resolução do problema, ou seja, ele tem a chance de aprender com seus próprios erros, é estimulado a tentar, diferente da tratada na escolaridade tradicional em que o aluno acerta ou erra, o ensino é baseado em idéias preestabelecidas de verdade, de certo ou errado, não se admite o erro: ou o aluno compreendeu e fixou ou não.

O ambiente LOGO tradicional envolve uma **tartaruga gráfica**, que é um robô pronto para responder aos comandos, simples e intuitivos, do usuário.

O Construcionismo de Papert se baseia no Construtivismo Cognitivo de Jean Piaget. Segundo Papert é na universalidade de aplicações do computador e na sua capacidade de simular modelos mecânicos que podem ser programados por crianças, que reside a potencialidade do computador em aprimorar o processo de evolução cognitiva da criança.

A metodologia empregada por Papert (1993) supõe que o primeiro contato com o computador deve ser dado através do lúdico. A criança aprende noções de velocidade, espaço, número, ângulo, etc., através do LOGO de maneira prática e útil e não seguindo modelos formais e teóricos. A segunda parte do método é o emprego de situações desafiadoras muitas das vezes geradas pelo próprio aprendiz e por último a busca por soluções das situações-problema que levará a criança a localizar diretamente os obstáculos, analisar os erros, e descobrir novas táticas.

Segundo Papert (1993) não se desenvolve uma pedagogia para ensinar um bebê a falar ou se locomover. As noções de geometria espacial utilizadas no caminhar de uma criança são descobertas intuitivamente; como também a lógica e a retórica desenvolvidas pela criança para conseguir o que quer dos pais não lhe foram ensinadas. A criança aprende modelos espontaneamente. Por analogia direta, aprender intuitivamente o modelo de diálogo com o computador também é possível a uma criança.

Papert é a favor da desescolarização devido a quase completa inoperância do aparelho escolar e pelos efeitos negativos que causa ao verdadeiro ato de aprender.

Em relação ao currículo escolar Papert é enfático:

*“O currículo, no sentido de separar o que deve ser aprendido e em que idade isso deve ocorrer, pertence a uma época pré-digital. Ele será substituído por um sistema no qual o conhecimento pode ser obtido quando necessário. Qualificações serão baseadas no que as pessoas produzirem. Muito do conteúdo do atual currículo é conhecimento de que ninguém precisa ou é necessário apenas para especialistas. É um absurdo achar que só se deve aprender determinado conteúdo quando se tem sete anos e outro quando se tem oito. A idéia de um currículo linear lembra o sistema de produção em série industrial. Temos de aprender a perceber a necessidade de cada indivíduo. Ele é quem vai ditar o que precisa aprender, a que hora e com que intensidade.”*

Seymour Papert em seu livro *The Children's Machine* mostra um pouco da importância de haver uma mega mudança na forma de ensinar as crianças numa escola. Para essa alteração acontecer é necessário usar o computador (the children's machine) em sala de aula. Segundo Papert (1993) dois anos antes do seu livro *“Mindstorms: children, computers and powerful ideas”* (escrito para mostrar o desenvolvimento da educação computacional), de 1980, ser publicado existiam centenas de salas de aulas usando o computador para fins didáticos e dois anos depois dessa publicação essa quantidade passou a ser de dezenas de milhares.

No início de seu livro Papert (1993) conta uma parábola dos viajantes do tempo: grupos de cirurgiões e professores escolares. Eles vêm do passado e observam as transformações ocorridas em cerca de cem anos. O primeiro grupo vê objetos usados em hospitais que não imaginam para que servem, ou seja, ocorreram mudanças substanciais na área médica enquanto o segundo grupo não enxergam mudanças substanciais na educação. Papert observa que algumas áreas das atividades humanas sofreram mega mudanças enquanto na escola não:

*“In the wake of the startling growth of science and technology in our recent past, some areas of human activity have undergone megachange. Telecommunications, entertainment, and transportation, as well as medicine, are among them. School is a notable example of an area that has not.”*

Um poderoso uso do computador, segundo Papert (1993), é o da criação de um “micro mundo” pela criança que para ser construído requer o desenvolvimento de habilidades

matemáticas. O computador consegue atrair a criança para a matemática, um dos grandes problemas enfrentados na educação matemática uma vez que essa disciplina é considerada desagradável para muitos estudantes. Dessa forma é dada para a criança a possibilidade de usar a matemática de uma maneira informal estimulando mais do que inibindo o possível aprendizado formal:

*“The most powerful use made of computers in changing the epistemological structure of children’s learning to date has been the construction of microworlds, in which children pursue mathematical activity because the world into which they are drawn requires that they develop particular mathematical skills. Simultaneously, these worlds match in form the successful oral style of young children’s learning. Giving children the opportunity to learn and use mathematics in a nonformalized way of knowing encourages rather than inhibits the eventual adoption of a formalized way as well, just as the Knowledge Machine, rather than discouraging reading, would eventually simulate children to read.”*

Um exemplo citado por Papert (1993) do uso do computador na educação é o projeto “Kidnet” desenvolvido por Robert Tinker em parceria com a National Geographic Society. Neste projeto as crianças coletam dados sobre a chuva ácida. Outro exemplo é o desenvolvido por Joanne Ronkin da Hennigan School que combina os estudos de estruturas das flores com o estudo das estruturas dos programas computacionais.

O computador une pessoas de interesses distintos como no caso citado por Papert (1993) em que o aluno Brian gostava de música e de dança e o outro, Henry, gostava de ciência, juntos desenvolveram um projeto em que as coreografias das danças eram mostradas no computador. Antes, quando não usava a máquina na escola ainda, Brian e Henry não tinham nenhum tipo de relacionamento, ou seja, o computador pode fazer com que pessoas de diferentes perspectivas de vida se tornem grandes amigos, ele pode ser usado para fazer uma aproximação maior entre as crianças, sendo usado desta forma para projetos de socialização entre as crianças.

Outro fato citado por Papert (1993) foi o Projeto experimental Headlight na Hennigan Elementary School em Boston, em que era realizado utilizando-se a linguagem Logo. Richard, um dos alunos pertencentes ao projeto, adquiriu uma larga experiência no uso do Logo, com uma competência considerável e utilizou essa experiência como um meio para outros trabalhos. Ou

seja, conseguiu usar aquilo que aprendeu no seu cotidiano, teve uma utilidade o conhecimento adquirido não ficando no aprender só por aprender.

Papert (1993) discute a formalização da matemática no ensino e mostra preocupação com este tipo de ensino. Ele mostra um exemplo interessante de doutorando em que o âmago de sua pesquisa era uma entrevista com crianças, equivalente aqui no Brasil à terceira série do ensino fundamental, em que elas teriam que responder a seguinte questão: “O que é uma fração?”. As respostas eram preocupantes, algumas respondiam dando exemplos, geralmente a metade (um meio), outras diziam que era uma parte de alguma coisa. Quando eram solicitadas a indicarem exemplos somente era dado um tipo de exemplo: uma porção física de uma coisa física como um pedaço de uma torta. No entanto, após quatro meses usando um software de desenho os exemplos dados pelas crianças se tornaram os mais variados possíveis: meia hora, vinte e cinco centavos, metade do preço de venda, entre outros. Debbie era uma menina que quando era pedida a dar exemplos de frações ela desenhava um círculo, dividia em duas partes, pintando a parte direita e dizia que aquilo era fração; que era uma metade. Quando perguntada sobre o lado que não estava pintado ela respondia que não era uma fração. Se virasse o desenho de Debbie de forma a colocar a parte pintada voltada para cima e lhe perguntasse se aquilo era uma fração ela virava o desenho para a posição que havia desenhado e respondia que dessa forma era uma fração. Depois indagada sobre o que era fração respondia de forma filosófica: “Você pode usar frações em todos os dias da sua vida”, e, “Você pode colocar frações em tudo”. E após usar o software de desenho começou a se interessar e perceber outras formas de exemplificar frações, passando de uma aluna despercebida para ser o centro das atenções dentro da sua turma por fazer desenhos que outros alunos não conseguiam fazer. Houve assim uma mudança significativa no aprendizado dessa aluna.

Outro exemplo citado por Papert (1993) era um projeto em que os alunos trabalhariam em dois períodos duas vezes na semana por seis semanas, usando os seguintes materiais: Lego, câmbio de marcha, motor, sensor e a linguagem Logo para, por exemplo, construir um caminhão



que com comandos do computador poderia colocar o caminhão em movimento para frente e para trás e pará-lo. Um aluno gostou da idéia e inventou um sistema de câmbio automático para colocar o veículo na marcha de força para subir ladeiras íngremes. Outros alunos construíram robôs, “animais” fantásticos e outras construções que se movem, se agitam, rodopiam e fazem muito barulho. Para eles fazerem os objetos movimentarem-se era necessário aprenderem a linguagem Logo. Ou seja, eles ao mesmo tempo em que se “divertiam” com suas invenções eles aprendiam uma linguagem computacional. Alguns alunos construíram uma casa em que as luzes se acendiam e apagavam ao se digitar ON e OFF para tal eles precisaram utilizar os comandos REPEAT e WAIT do programa Logo. Papert mostra as dificuldades e os raciocínios que os alunos tiveram para acertar o uso correto dos comandos, no início faziam a luz aparecer mas não da forma planejada até que no final depois de algumas tentativas chegaram a uma solução.

Para Papert (1993), o computador contribui para fazer descobertas e certamente torná-las mais ricas: “The computer probably contributes to making the discovery more likely and certainly to making it richer.”

Com o programa Logo, de acordo com Papert (1993), as crianças entendem que zero é um número, por exemplo, ao utilizar o comando SETSPEED 0 em que o movimento da tartaruga é parado. Além disso, os alunos podem aprender os significados dos números negativos, por exemplo, ao utilizar os comandos FORWARD -50 em que a tartaruga andar 50 passos para trás ou similarmente o comando para voltar uma quantidade negativa que significa que a tartaruga andar para frente. As crianças descobrem dessa forma que os números negativos são números também.

Com o programa Logo as crianças são incitadas a fazer a tartaruga se movimentar, ou seja, a conhecer novos comandos para realizar tal tarefa. Com novos comandos aprendidos elas produzem interessantes “objetos”, por exemplo, ao digitar REPEAT 4[FORWARD 90 RIGHT 90] o caminho percorrido pela tartaruga forma um quadrado. As crianças aprendem geometria de um jeito informal e divertido. São levadas também a fazer invenções, ou seja, são sujeitos ativos e não

passivos. Elas dessa forma aprendem a aprender, com algumas tentativas inválidas e outras acertadas elas percebem que se pode aprender com os erros que não são vistos como uma coisa ruim, mas como parte de um processo de aprendizagem.

## II. PLANILHAS NO ENSINO

### II.1 Modelos matemáticos

A matemática pode ser aplicada ao estudo de problemas de diversas áreas da ciência, para tal devemos transformá-los em linguagem matemática. Este processo é conhecido como modelagem matemática.

Qualquer situação que exija uma decisão requer a escolha de uma alternativa dentre várias que se apresentam. Para auxiliar o processo decisório, devemos formular hipóteses que de certa forma simulam a realidade. Assim, torna-se mais fácil prever o futuro e como consequência escolher a decisão correta. O processo de simulação implica na elaboração de modelos que possibilitam uma ajuda na tomada de decisões.

Por meio de técnicas de simulação podemos responder questões de administradores, biólogos, químicos, etc. tais como:

- Qual será o efeito nas vendas da filial Mangaba nos próximos cinco anos se contratarmos mais 10 vendedores?
- Como a população de certa bactéria depende do tempo?
- Como a concentração final de uma substância, após uma reação química, depende da concentração inicial dos reagentes?

Para elaboração desses modelos utilizamos as planilhas eletrônicas que surgiram no final da década de 70 com a evolução dos softwares e o avanço dos micro-computadores.

## II.2 A história da planilha eletrônica e a gênese do Excel

As planilhas eletrônicas surgiram em 1979 com o programa VisiCalc (Visible Calculator), para a plataforma Apple II, criado por Dan Bricklin e Bob Frankston. Com essa invenção para PC (Personal Computer) este passa a ser valorizado no mercado e legitima a indústria de computadores.

Bricklin e Frankston venderam os direitos autorais para Lótus Development Corporation, que desenvolveu o Lótus 1-2-3 para ser rodado no então novo IBM PC em 1982. Outras planilhas eletrônicas foram criadas como Calcstar, Supercalc, VU-Calc, T-Kalc, Multiplan, PlanPerfect, Quattro Pro, VP-PLANNER e AsEasyAs, entre outras. Depois surgiu o Microsoft Excel para funcionar no Apple Macintosh 512K, em 1984-1985, mas que foi também a primeira aplicação real da Microsoft Windows, pois as primeiras versões do Excel rodavam no MS-DOS.

Microsoft Excel foi uma das primeiras planilhas eletrônicas a usar uma interface gráfica com menus “pull down” e uma capacidade de apontar e clicar usando um mouse para dar conselhos. Os usuários passaram a aprender melhor com a substituição da interface de linha de comandos para a interface gráfica (Baker e Sugden 2003).

Existem algumas controvérsias sobre se a versão gráfica do Microsoft Excel foi liberada na versão DOS. Documentos da Microsoft mostram o lançamento do Excel 2.0 para MS-DOS versão 3.0 em 31 de outubro de 1987.

Quando a Microsoft lançou o sistema operacional Windows, em 1987, o Excel era um dos aplicativos a ser usado para tal sistema. Quando o Windows passou a ter grande aceitação no mercado, em 1989, o Excel 3.0 era o produto de maior destaque da Microsoft. O Excel reinou sozinho durante aproximadamente três anos e somente em 1992 recebeu concorrência de outras planilhas eletrônicas.

Em 1995 a IBM, adquiriu a Lotus Development e Microsoft Excel tornou-se líder com mais de 90% do mercado de planilhas eletrônicas.

Versões do Microsoft Excel.

- 1985: Lançamento do Excel 1.0
- 1986-1988: Lançamento das versões 1.0.6 e 1.5
- 31 de outubro de 1987: Lançamento do Excel 2.0 para MS-DOS 3.0
- 1989: Lançamento do Excel 2.2 para Macintosh
- 09 de dezembro de 1990: Lançamento do Excel 3.0
- 01 de abril de 1992: Lançamento do Excel 4.0 para Windows 3.1
- 01 de novembro de 1992: Lançamento do Excel 4.0a para Windows 3.1
- 14 de dezembro de 1993: Lançamento do Excel 5.0. Essa versão inclui um espaço para uso de macros do Excel com linguagem de Visual Basic. (Office 4.2 e 4.3, também uma versão de 32 bits para o Windows NT somente)
- 27 de julho de 1995: Lançamento do Excel 7.0 para Windows 95/NT (Office 95)
- 15 de janeiro de 1997: Lançamento do Excel 8 para Windows (Office 97)
- 1999: Excel 9.0 (Office 2000)
- 2001: Excel 10.0 (Office XP)
- 2003: Excel 11.0 (Office 2003)
- 2007: Excel 12.0 (Office 2007)

Não há Excel 6.0 por que ele foi lançado com o Word 7.

### II.3 Planilhas eletrônicas e suas vantagens

As planilhas eletrônicas (Spreadsheet) são sistemas computadorizados que arquivam ou guardam números. Eles foram originalmente projetados para substituir sistemas de contabilidade manual (paper based accounting). Essencialmente, um *Spreadsheet* é uma grade (ou tabela ou matriz) de células vazias, com colunas identificadas por letras e linhas identificadas por números. Cada célula pode conter valores, fórmulas ou funções, e os valores devem ser numéricos (números) ou textuais (palavras). O usuário move o cursor em torno da matriz, identificando o número da célula que deseja ir, ou buscando a célula que contém uma espécie particular de informação. Uma palavra, um valor numérico, uma fórmula, ou uma função pode ser inserida em cada célula.

Estes softwares permitem, basicamente, a inserção de números, textos e fórmulas (para fazer cálculos), alguns nos permitem utilizar gráficos. A principal utilidade dessa estrutura é a dupla entrada de dados: um conjunto na vertical e outro na horizontal, o que implica em economia de espaço e uma visão global dos dados. Outras vantagens de usarmos as planilhas eletrônicas em substituição ao papel e folha são:

- Os modelos matemáticos podem possuir técnicas matemáticas mais sofisticadas que os modelos de cálculos não computadorizados.
- Após o modelo básico ser testado, as hipóteses podem ser mudadas a qualquer momento, e uma grande quantidade de variações pode ser feita alternando-se as informações de entrada, a estrutura de cálculo, ou qualquer outro componente. Por exemplo, se mudamos a taxa de juros na folha de papel devemos recalcular todos os resultados diferentes, como valor do pagamento do empréstimo, retorno total e total de juros, ao passo que com a planilha eletrônica mudando um número ou mais ela recalculará instantaneamente todas as fórmulas afetadas pela mudança.

## II.4 Exemplos de utilização de planilhas eletrônicas

Alguns exemplos práticos que podem ser realizados por planilhas eletrônicas são: tabular e fazer gráficos de funções, integração da regra de Simpson e alguns cálculos matriciais como Gauss-Jordan e métodos de resolução de sistemas algébricos lineares de matriz inversa, regressão linear, seqüências aritméticas e geométricas, equações diferenciais ordinárias, recursividade, visualização de limite de uma seqüência. Na Teoria dos Números com aplicações em criptografia e criptologia. Em análise numérica, modelos de difusão da variante Creutzfeldt-Jakob conhecida como o mau da vaca louca. As planilhas eletrônicas podem ser usadas ainda para a resolução do Problema dos Aniversários: em que se quer saber qual é o número mínimo de pessoas de um grupo que aniversariem no mesmo dia com probabilidade maior que 0,5.

Christopher (Wyk 2005) mostra algumas aplicações utilizando o Excel, como: a utilização do método da bisseção, método de Newton, série de Taylor, interpolação numérica, resolução de sistema de equação linear usando a interação Gauss-Seidel e resolução de equações diferenciais.

Além disso, tem aplicações em química quântica, ciência da computação e pesquisas operacionais e econômicas. Em particular, com o Excel pode-se relacionar matrizes com Transformações geométricas, é usado também para ilustrar função de Euler, número de divisores, a função Möbius, operações básicas de aritmética modular, incluindo inverso modular, exponenciação modular, implementação do Crivo de Eratóstenes. Em estatística, reconhecer numa série de dados o que aparece com maior freqüência.

Pode-se usar macros em planilhas eletrônicas para demonstrar distribuições normais e o teorema do limite central.

O acesso ao Visual Basic for Applications (VBA) beneficia os estudantes com uma programação simples utilizando planilhas eletrônicas obtendo uma aprendizagem em um tempo menor. Com controle VBA/macro investiga-se gráficos de funções de uma e duas variáveis, e geração de fractais.

No Excel existe um *formato condicional*, de maneira geral o dinheiro é visto como preto ou vermelho dependendo se é crédito ou débito (positivo ou negativo). Um exemplo simples dessa característica é o da resolução de  $f(x) = 0$  sem o uso de álgebra, somente observando a troca de sinais (troca de cores).

Com o Excel podemos fazer: a elaboração e Interpretação de diferentes tipos de gráficos, análise de gráficos de funções: do 1º grau, do 2º grau, modular, logarítmica, exponencial, fatorial, seno, cosseno, tangente, secante, cossecante, cotangente, e comparações entre as funções  $x^2$  e  $2^x$ .

## II.5 Benefícios da Planilha eletrônica para o aprendizado do aluno

As planilhas eletrônicas são muito úteis para o aprendizado do aluno devido a sua interatividade, o aluno passa de passivo para ativo construindo o seu próprio conhecimento na medida em que observando os dados dispostos em tabela ou gráfico pode-se tirar suas próprias conclusões. Alguns termos reforçam esses benefícios como: open-ended, problema orientado, construtivismo, investigação.

Alguns pacotes educacionais multimídia trabalham com uma aprendizagem de forma instrutiva (passivo) e as planilhas eletrônicas, ao contrário, trabalham para que o aluno seja um sujeito ativo, com uma aprendizagem construtivista. As planilhas eletrônicas servem de elo entre aritmética e álgebra, com elas estudantes procuram modelos, constroem expressões algébricas, generalizam conceitos e estabelecem conjecturas.

O desafio do professor é passar do formalismo matemático de fórmulas, expressões algébricas, por exemplo, das relações de recorrência, para o entendimento dos estudantes do funcionamento na planilha eletrônica.

Uma forma de se avaliar um erro em uma planilha eletrônica é através do clique duplo em uma célula podendo verificar o valor da célula em questão e depois se resultados errados são



produzidos pode-se levar os estudantes a investigar porque esses acontecimentos têm ocorrido, desenvolvendo assim um meio de aprendizagem interativo.

### III. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

#### III.1 Uso do VBA para questões de geometria analítica

O VBA é uma linguagem de programação baseada na linguagem BASIC. Foi inicialmente integrada com o Excel 5 em 14 de dezembro de 1993. A Microsoft conseguiu após a saída do Office 97 ter um ambiente de programação integrado nos seus quatro produtos mais famosos: Excel, Word, Access e PowerPoint.

O VBA for applications do Excel foi usado nesse trabalho para desenvolver fórmulas de Geometria Analítica, em que o aluno entra com o nome da fórmula e os dados, com o intuito de responder questões como: qual é a distância entre dois pontos? (para tal basta o aluno escrever o nome da fórmula e as coordenadas dos pontos), qual é a distância entre um ponto e uma reta? (o aluno deve escrever o nome da fórmula e entrar com as coordenadas do ponto e os coeficientes da equação geral da reta) e assim por diante. Para tal utilizou-se procedimentos (com o uso de linguagem de programação) para solucionar perguntas como: dada as equações de duas retas, essas serão coincidentes, paralelas ou concorrentes?

Nesse trabalho adotou-se o Excel por ser um programa muito conhecido e utilizado por vários usuários de computador, mesmo aqueles que não usam este programa, em sua maioria, possuem o Excel, que vem no pacote do Office, instalado em seu computador. Além disso, ele é uma ferramenta de fácil utilização em que o usuário não precisa de conhecimento sobre programação, onde são realizados vários cálculos de forma bem simples e rápida. Como muitos alunos já conhecem o Excel, estes têm uma vantagem no momento de usar a biblioteca que é o conhecimento prévio das funções do Excel. Mesmo os que não possuem essa bagagem se beneficiam uma vez que conseguem dessa forma aprender não só as funções desenvolvidas para uso em Geometria Analítica como também o Excel. Em relação à dificuldade do aluno diante de

uma tela em branco, pouco atrativa, como a do Excel ela pode ser reparada com a mediação do professor que é o grande responsável pela ligação entre o aluno e o computador.

Assim, foi desenvolvido um suplemento de geometria analítica para ser utilizado na biblioteca de funções do Excel, pouco explorado ainda, escolhido por este motivo. Espera-se que este suplemento seja de grande utilidade nas escolas do ensino médio no intuito de ser uma motivação para alunos e uma ferramenta no auxílio do professor ao transmitir a matemática para a classe.

### III.2 Biblioteca de geometria analítica

Serão apresentadas a seguir as funções que fazem parte da biblioteca criada com o intuito de ser usada no Excel para fins didáticos.

Para executar quaisquer funções devemos “chamar” a fórmula digitando o sinal de igual (=) depois escrevendo o nome da função e entre parênteses selecionar as células com as variáveis (coordenadas, coeficientes, etc.) desejadas que devem ser separadas por ponto e vírgula (;) e depois teclar enter. Ou ainda podemos executá-las utilizando o botão “fx” da barra de ferramentas padrão do Excel. Explicaremos passo-a-passo o que deve ser feito

Para instalar as

**aTmr( ) T6m (s) /F1 11.04 Tf 0 0 0 rg**

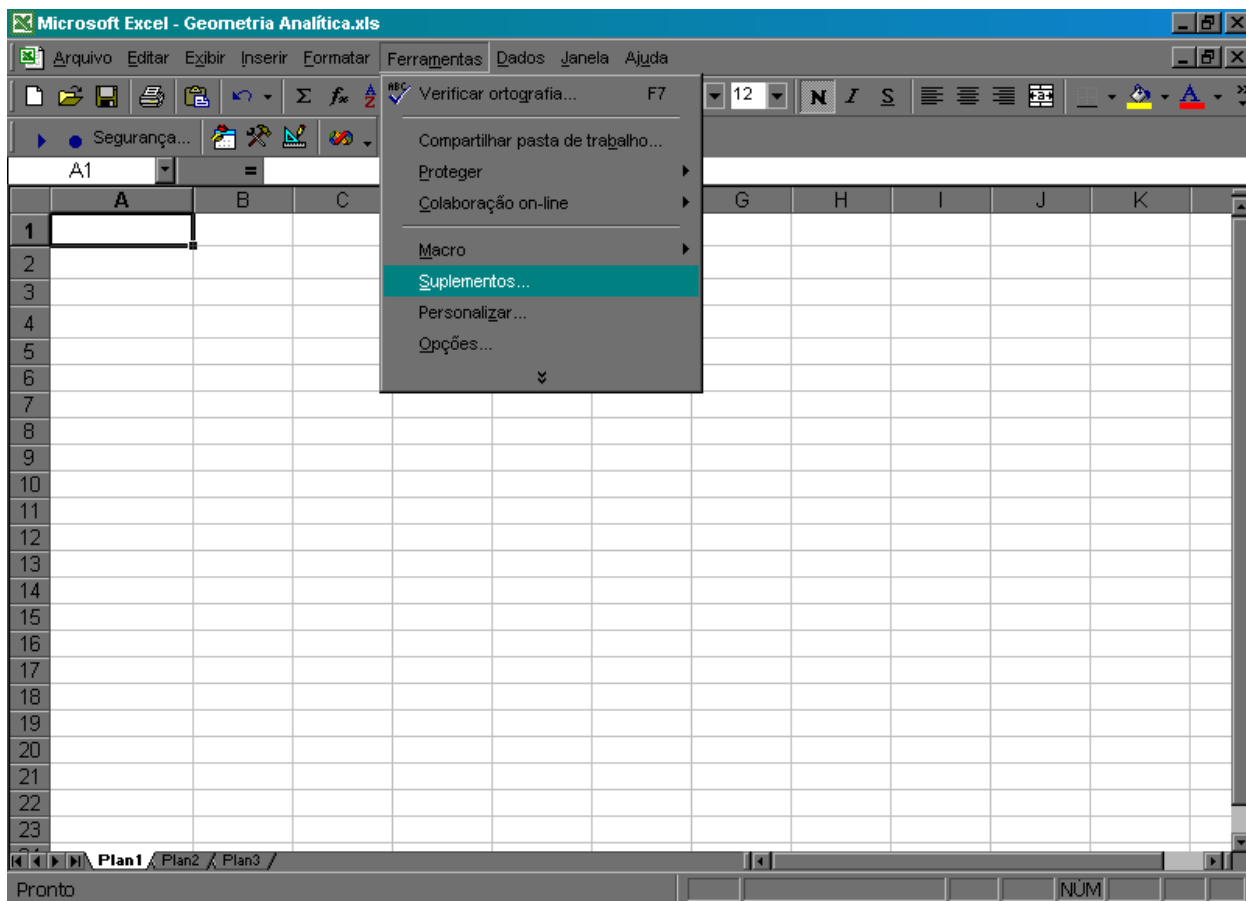


Figura III.1 – Ferramentas

Segundo passo: Ao clicar em Suplementos abre-se uma caixa de diálogo Suplementos e nessa caixa deve-se clicar no botão Procurar, como mostra na figura III.2.

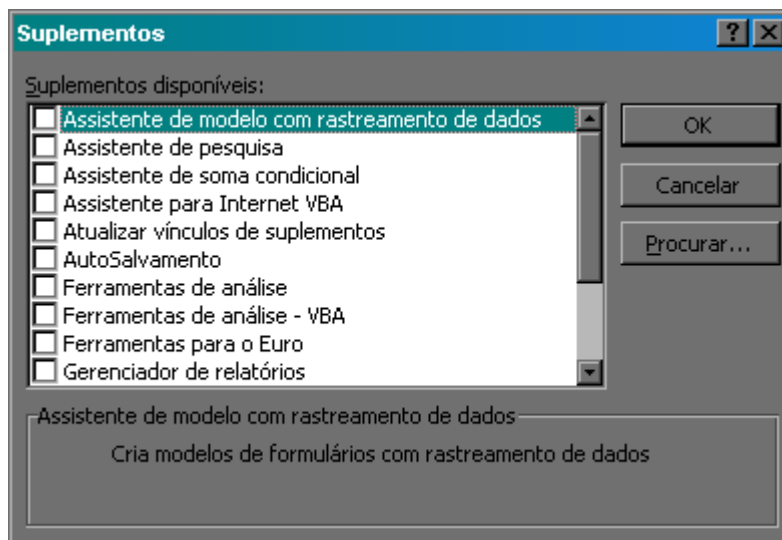


Figura III.2 – Suplementos

Terceiro passo: Ao clicar no botão “Procurar” outra caixa será aberta mostrando o arquivo Geometria Analítica.xla que está dentro da pasta Suplementos, deve-se clicar duas vezes sobre este arquivo, como mostra a figura III.3.

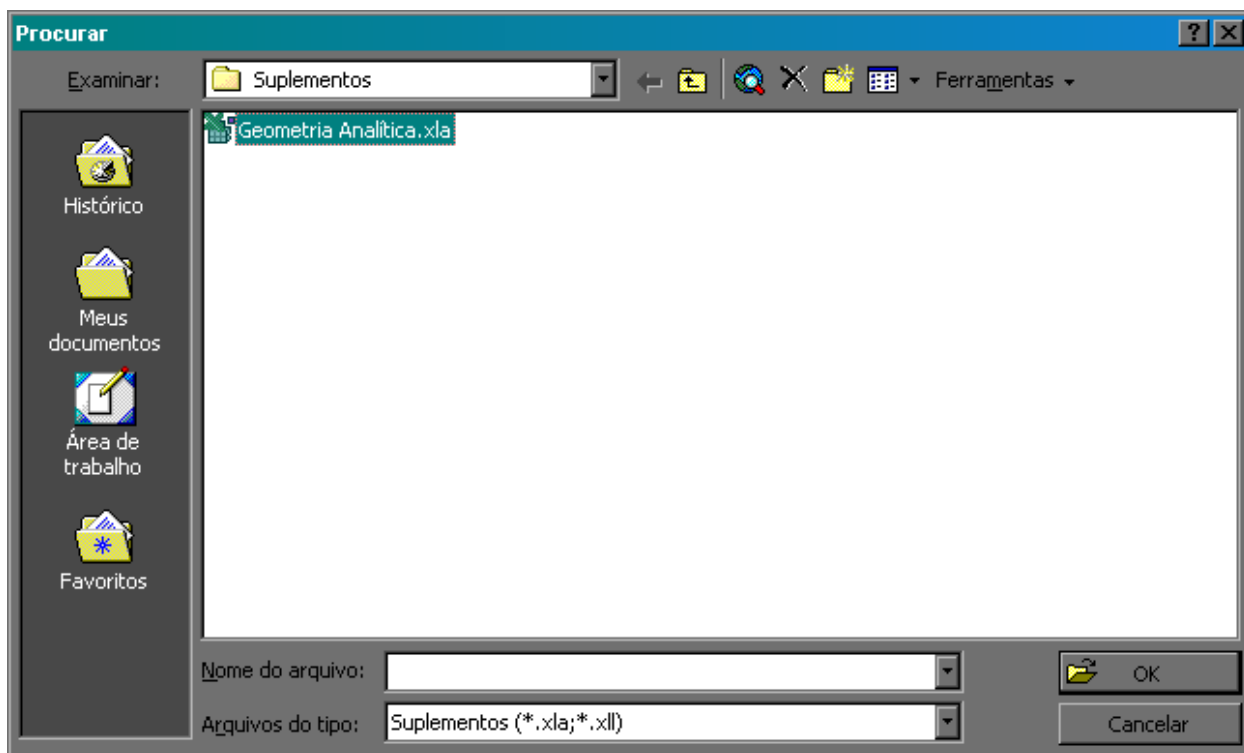


Figura III.3 – Procurar

Quarto passo: Aparecerá novamente a caixa de diálogo “Suplementos” e nela já estará marcada a biblioteca “Geometria Analítica”, basta então clicar no botão OK para confirmar, como mostra a figura III.4.

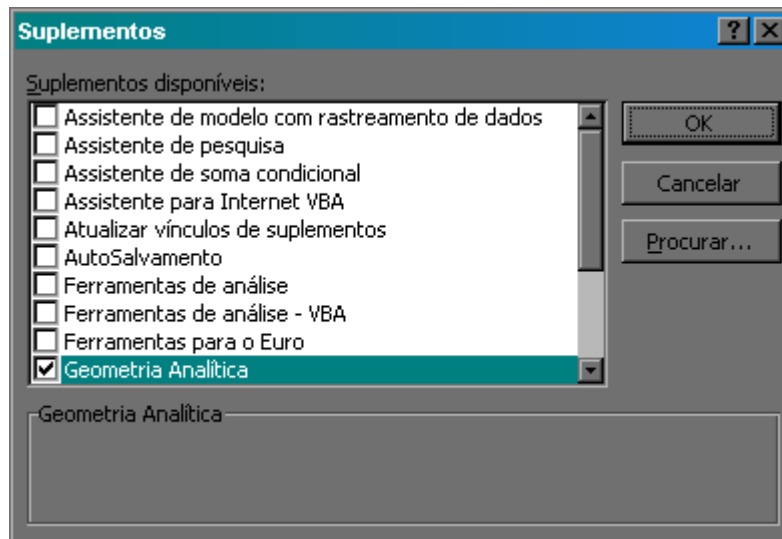


Figura III.4 – Suplementos

Será usado o exemplo da função “POS\_RETA\_CIRC” que retorna a posição da reta em relação à circunferência para mostrar como usar as funções desta biblioteca. Primeiro o usuário deve colocar as informações nas células que neste exemplo são coordenadas do centro da circunferência o raio da mesma e os coeficientes da equação geral da reta como mostra a figura III.5.



Figura III.5 – Exemplo de função

Depois deve clicar no botão colar função (*fx*) que fica localizado na barra de ferramentas padrão como mostra a figura III.6.



Figura III.6 – Colar função

Ao clicar no botão *fx* aparecerá uma caixa com duas colunas, a primeira para escolher a categoria da função que deve ser selecionada “Definida pelo usuário” e a segunda para escolher o nome da função que no nosso exemplo é “POS\_RETA\_CIRC” e depois clicar no botão OK conforme é mostrado na figura III.7

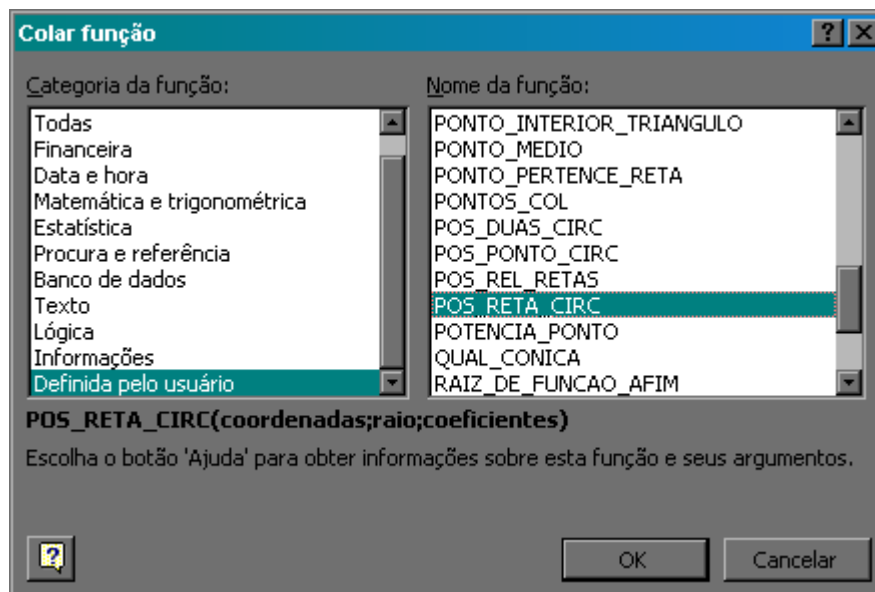




Figura III.7 – Colar função

Ao clicar OK aparecerão três campos para serem preenchidos (coordenadas, raio e coeficientes) como mostra a figura III.8, para preencher o primeiro campo clique no botão  que aparece no final do primeiro campo para poder selecionar as coordenadas e depois clique no botão  para aparecer os campos novamente e repita esses mesmos passos para os dois campos seguintes e no final clique em OK.



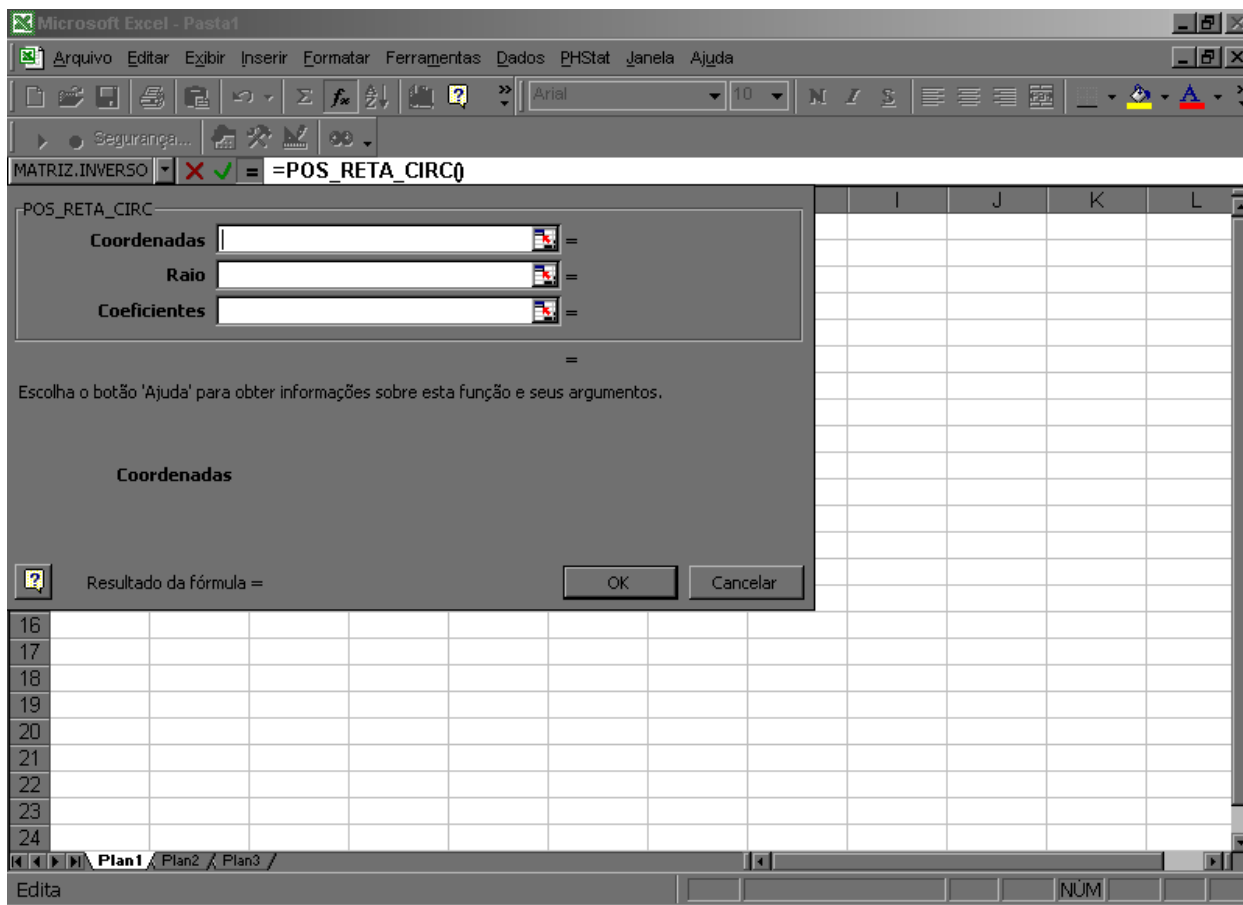


Figura III.8 – Fórmula

A seguir é apresentado o que cada função realiza, a sua sintaxe e exemplos. Essas funções apresentam uma precisão muito alta, por exemplo, a função *pontos\_col* que verifica se um ponto pertence à uma reta do tipo  $Ax + By + C = 0$ , ao inserir os seguintes dados: reta  $y: -1x + 1y + 0 = 0$  ( $A = -1$ ,  $B = 1$  e  $C = 0$ ) e ponto  $P(1; 0,999999999999)$  a resposta será ponto não pertence à reta. O mesmo ocorre para números irracionais. Em relação às respostas das funções, quando os valores forem números decimais, o número de casas decimais pode ser definido pelo usuário.

## II.2.1 Ponto

### III.2.1.1 Distância entre dois pontos

Essa função retorna a distância entre dois pontos P ( $x_1, y_1$ ) e Q ( $x_2, y_2$ ) do plano, para tal o usuário deve selecionar as coordenadas  $x_1, y_1, x_2, y_2$  dos dois pontos P e Q. A sintaxe dessa função é `=distancia_entre_dois_pontos (<coordenadas>)`. Ver figura III.9

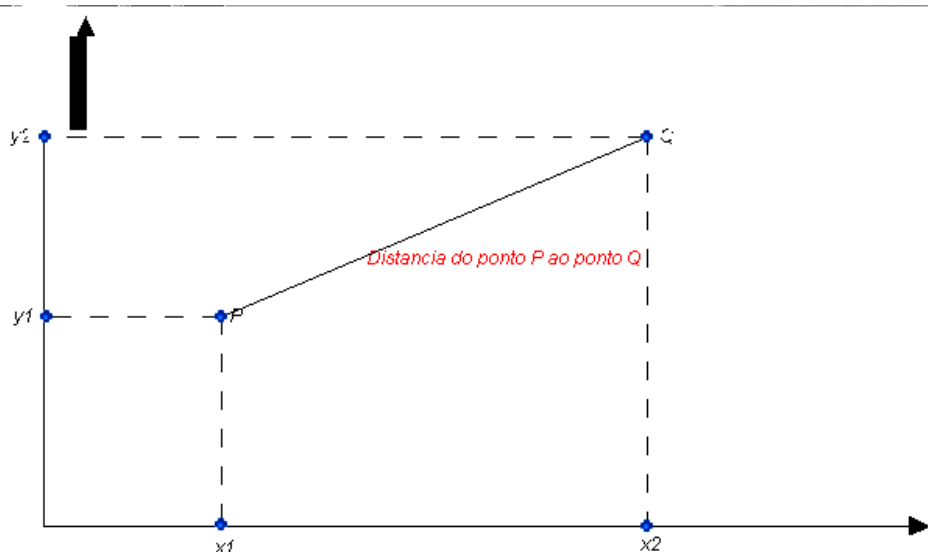


Figura III.9 – Função distância\_entre\_dois\_pontos

**Exemplo:** Calcular a distância  $d$  do ponto P ao ponto Q com as seguintes coordenadas:

- P (1, -1) e Q (4, -5). Resposta:  $d = 5$
- P (0, 0) e Q (1, 1). Resposta:  $d \cong 1,4142$  (valor aproximado)

### III.2.1.2 Distância entre ponto e reta

Essa função retorna a distância entre um ponto P( $x, y$ ) e uma reta  $r$  do tipo  $Ax + By + C = 0$  do plano, para tal o usuário deve selecionar as coordenadas  $x, y$  do ponto P e os coeficientes A, B

e C da reta r. A sintaxe dessa função é `=distancia_ponto_reta (<coordenadas do ponto P;coeficientes da reta r>)`

**Exemplo:** Determinar o ponto médio de

a) (5,2) e (1, -3). Resposta: (3, -0,5)

b) (7, 2) e (-6, -4). Resposta: (0,5, -1)

#### III.2.1.4 Pontos colineares

Sejam os pontos  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  e  $C(x_3, y_3)$

verificando se estão alinhados, ou seja, se são colineares.

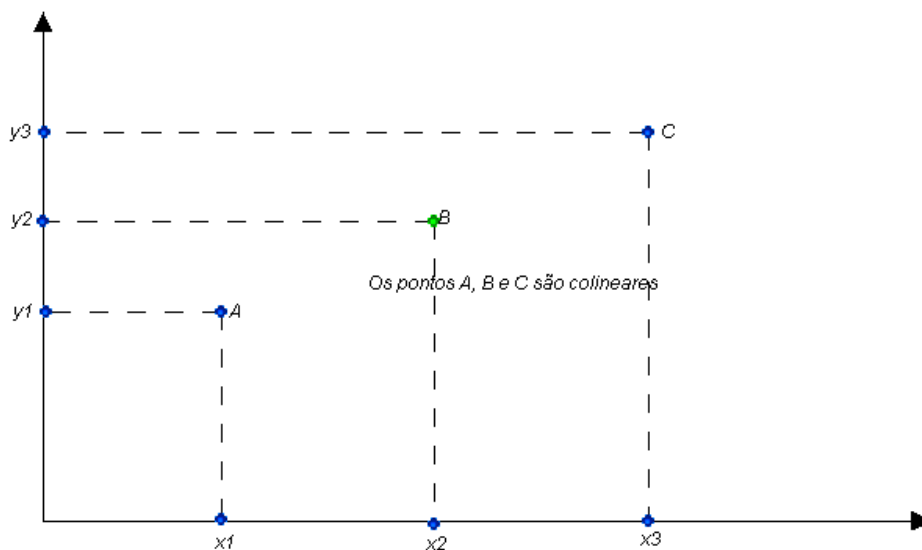


Figura III.12 – Função pontos\_col

**Exemplo:** Determinar se os seguintes pontos são colineares:

- a) (6, 5), (3,4) e (-3,2). Resposta: Colineares
- b) (-1, -1), (2, 2) e (3, 3). Resposta: Colineares
- c) (1, 0), (2, 1) e (-1, -2). Resposta: Colineares
- d) (4, 3), (2, 4) e (5, -1). Resposta: Não colineares
- e) (0, 0), (-3, -2) e (2, -1). Resposta: Não colineares

### III.2.1.5 Potência de um ponto

Essa função retorna a potência de um ponto  $P(x, y)$  em relação a uma circunferência de centro  $C(a, b)$  e raio  $r$ , para tal o usuário deve selecionar as coordenadas  $x$  e  $y$  do ponto  $P$ , as coordenadas  $a$  e  $b$  do centro da circunferência e o raio  $r$  da circunferência. A sintaxe dessa função é `=potencia_ponto (<coordenadas x, y do ponto P; centro C da circunferência; raio r>)`. Ver figura III.13.

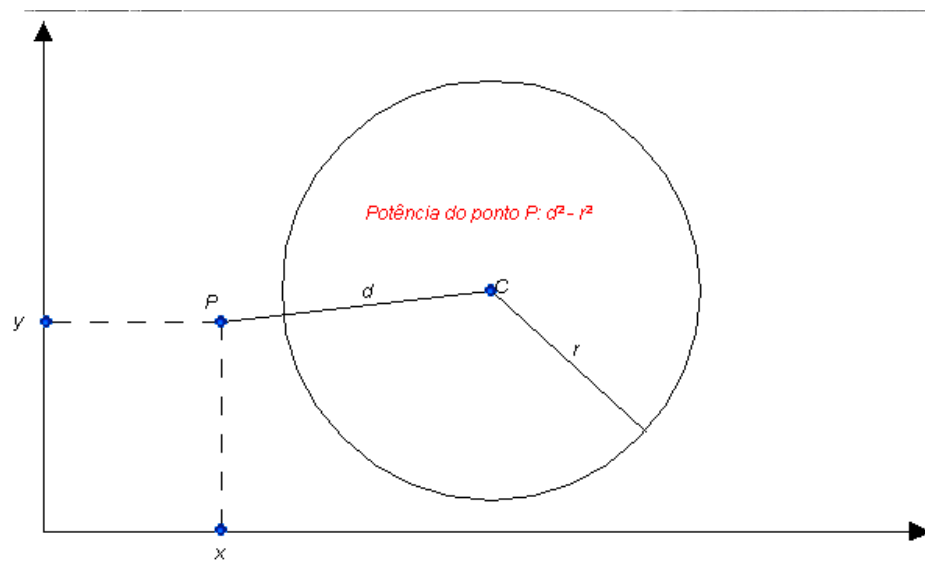


Figura III.13 – Função potencia\_ponto

**Exemplo:** Calcular a potência do ponto P, Pot (P), a partir dos seguintes dados:

- Ponto P (1, -1), centro C (4, 4) e raio  $r = 5$ . Resposta: Pot (P) = 9 .
- Ponto P (0, 0), centro C (1, 0) e raio  $r = 2$ . Resposta: Pot (P) = -3.
- Ponto P (-3, 0), centro C (3, 0) e raio  $r = 7$ . Resposta: Pot (P) = -13.
- Ponto P (-1, 0), centro C (1, 0) e raio  $r = 2$ . Resposta: Pot (P) = 0.
- Ponto P (1, 0), centro C (-2, 1) e raio  $r = 5$ . Resposta: Pot (P) = -15.

## III.2.2 Reta

### III.2.2.1 Coeficiente angular da reta

Essa função retorna o coeficiente angular da reta formada por dois pontos P ( $x_1, y_1$ ) e Q ( $x_2, y_2$ ), para tal o usuário deve selecionar as coordenadas  $x_1, y_1, x_2, y_2$  dos dois pontos P e Q. A

sintaxe dessa função é `=coeficiente_angular_da_reta` (<coordenadas  $x_1, y_1$  do ponto P; coordenadas  $x_2, y_2$  do ponto Q>). Ver figura III.14.

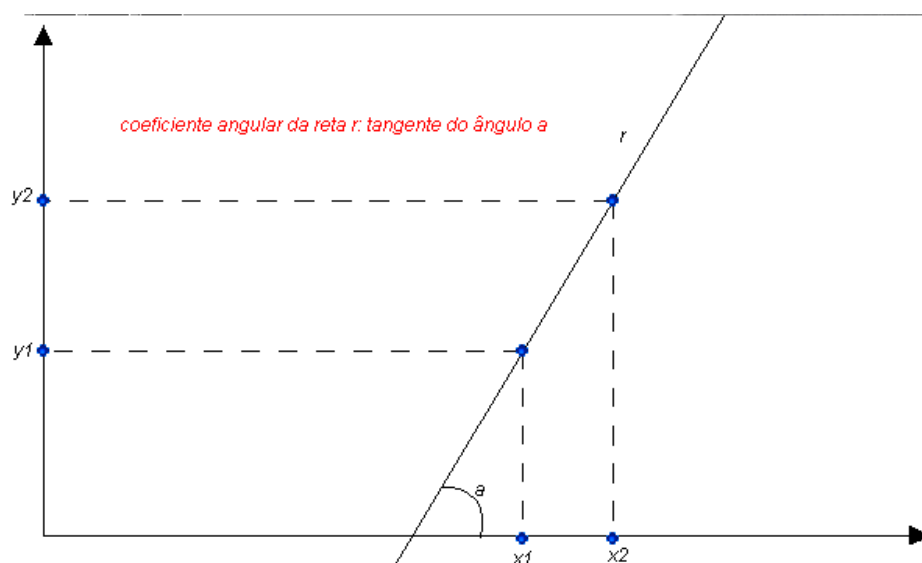


Figura III.14 – Função `coeficiente_angular_da_reta`

**Exemplo:** Calcular o coeficiente angular m da reta que passa pelos pontos:

- P (1, 1) e Q (2, 2). Resposta:  $m = 1$
- P (4, 11) e Q (2, 11). Resposta:  $m = 0$
- P (6, 1) e Q (6, 4). Resposta: não está definido.
- P (5, 8) e Q (7, 4). Resposta:  $m = -2$ .

### III.2.2.2 Equação reduzida da reta

Essa função retorna a equação reduzida da reta  $y = mx + n$  que passa pelos pontos P ( $x_1, y_1$ ) e Q ( $x_2, y_2$ ), para tal o usuário deve selecionar as coordenadas  $x_1, y_1, x_2, y_2$  dos dois pontos P e Q. A sintaxe dessa função é `=eq_reduzida_reta` (<coordenadas  $x_1, y_1$  do ponto P; coordenadas  $x_2, y_2$  do ponto Q>). Ver figura III.15.

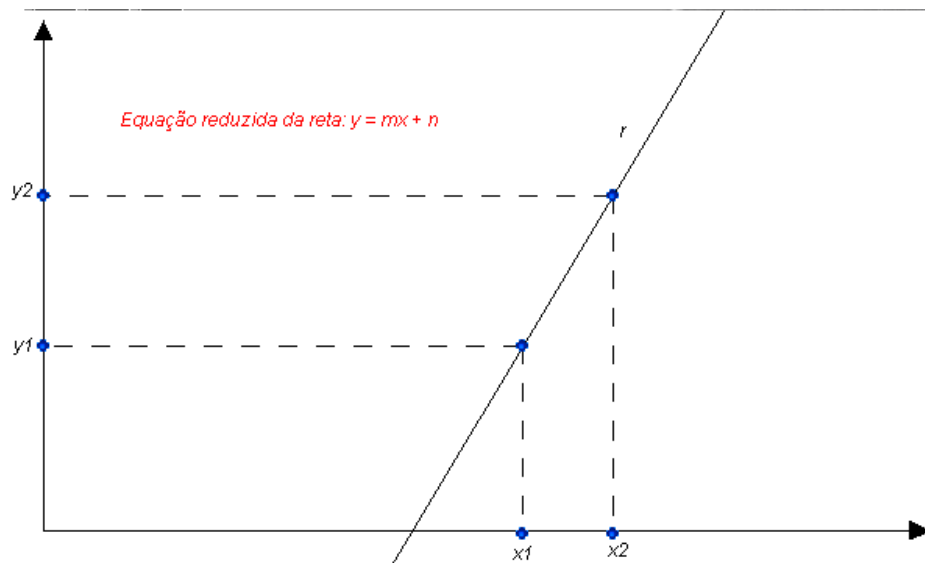


Figura III.15 – Função eq\_reduzida\_reta

**Exemplo:** Determinar a equação reduzida da reta que passa pelos pontos:

- a) (2, 3) e (3, 5). Resposta:  $y = 2x - 1$
- b) (1, 1) e (2, 2). Resposta:  $y = x$
- c) (1, -2) e (2, -4). Resposta:  $y = -2x$
- d) (1, -1) e (2, -3). Resposta:  $y = -2x + 1$

### III.2.2.3 Equação da reta com coeficiente angular

Essa função retorna a equação da reta com coeficiente angular:  $y - y_1 = m (x - x_1)$  que passa pelos pontos P ( $x_1, y_1$ ) e Q ( $x_2, y_2$ ), para tal o usuário deve selecionar as coordenadas  $x_1, y_1, x_2, y_2$  dos dois pontos P e Q. A sintaxe dessa função é `=eq_reta (<coordenadas  $x_1, y_1$  do ponto P; coordenadas  $x_2, y_2$  do ponto Q)`. Ver figura III.16.



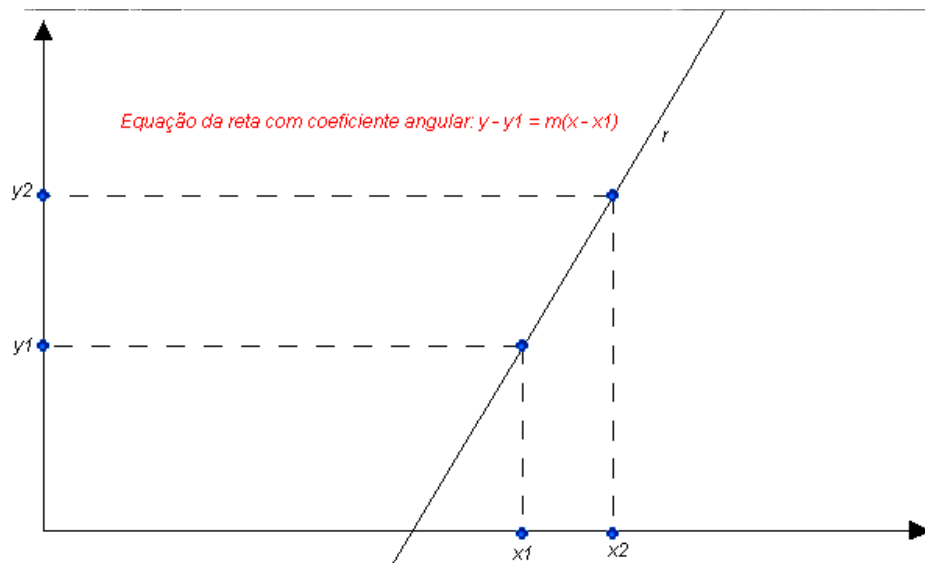


Figura III. 16 – Função eq\_reta

**Exemplo:** Determinar a equação da reta com coeficiente angular que passa pelos pontos:

- a) P (2, 3) e Q (3, 5). Resposta:  $y - 3 = 2(x - 2)$
- b) P (1, 1) e Q (2, 2). Resposta:  $y - 1 = (x - 1)$
- c) P (1, -2) e Q (2, -4). Resposta:  $y + 2 = -2(x - 1)$
- d) P (1, -1) e Q (2, -3). Resposta:  $y + 1 = -2(x - 1)$

#### III.2.2.4 Equação geral da reta

Essa função retorna os coeficientes A, B e C da equação geral da reta  $Ax + By + C = 0$  que passa pelos pontos P ( $x_1, y_1$ ) e Q ( $x_2, y_2$ ), para tal o usuário deve selecionar as coordenadas  $x_1, y_1, x_2, y_2$  dos pontos P e Q. A sintaxe dessa função é `=eq_reta_geral (<coordenadas  $x_1, y_1$  do ponto P; coordenadas  $x_2, y_2$  do ponto Q >)`. Ver figura III.17.

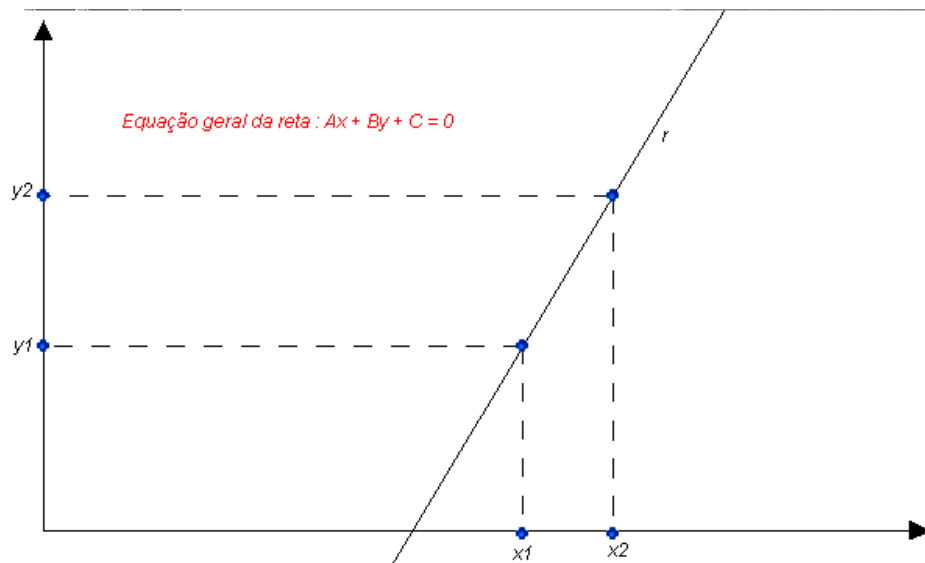


Figura III.17 – Função eq\_reta\_geral

**Exemplo:** Determinar os coeficientes A, B e C da equação geral da reta que passa pelos pontos:

- a) P (2, 3) e Q (3, 5). Resposta: Os coeficientes são: A = -2, B = 1 e C = 1
- b) P (1, 1) e Q (2, 2). Resposta: Os coeficientes são: A = -1, B = 1 e C = 0
- c) P (1, -2) e Q (2, -4). Resposta: Os coeficientes são: A = 2, b = 1 e C = 0
- d) P (1, -1) e Q (2, -3). Resposta: Os coeficientes são: A = 2, B = 1 e C = -1

### III.2.2.5 Posição relativa entre duas retas

Essa função retorna a posição entre duas retas  $r: Ax + By + C = 0$  e  $s: Dx + Ey + F = 0$ , ou seja, se as retas são paralelas, perpendiculares, concorrentes ou coincidentes, para tal o usuário deve selecionar os coeficientes A, B, C, D, E, F das retas r e s. A sintaxe dessa função é `=pos_rel_retas (<coeficientes das retas r e s>)`.

Observação: Considera-se como concorrentes todos os pares de retas que se intersectam formando um ângulo diferente de  $90^\circ$ , sendo  $90^\circ$  denominam-se perpendiculares. Foram utilizadas retas que representam funções, isto é, que não são verticais. Ver figuras III.18, III.19, III.20 e III.21.

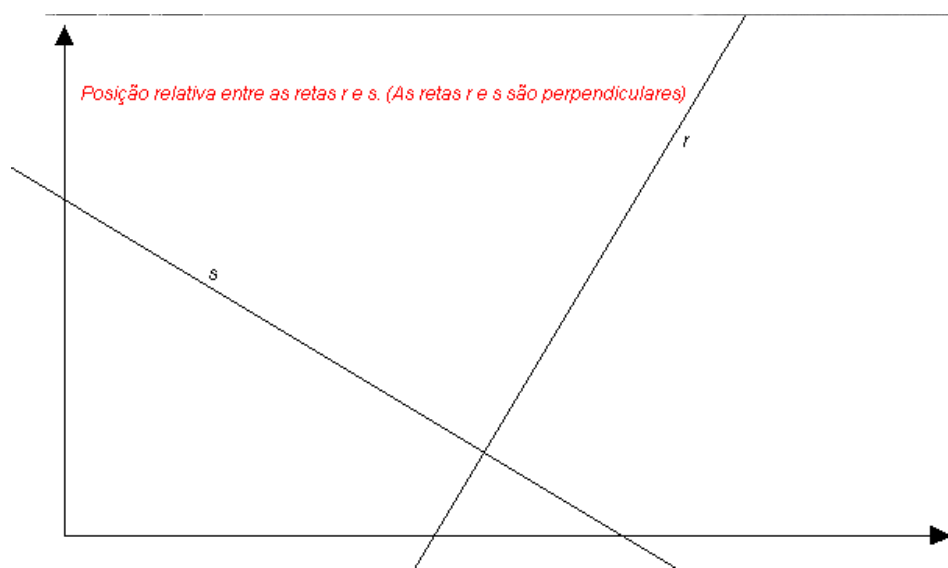


Figura III.18 – Função pos\_rel\_retas

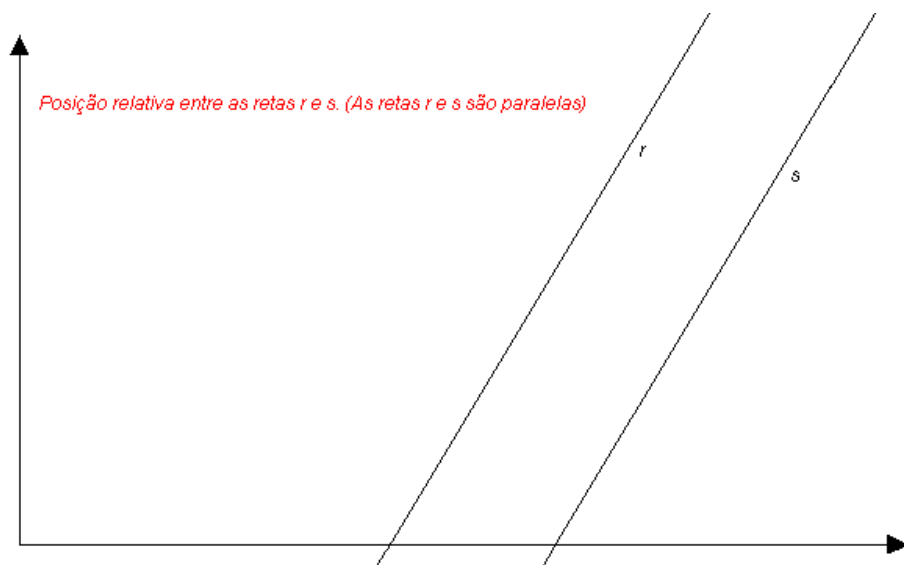


Figura III. 19 – Função pos\_rel\_retas

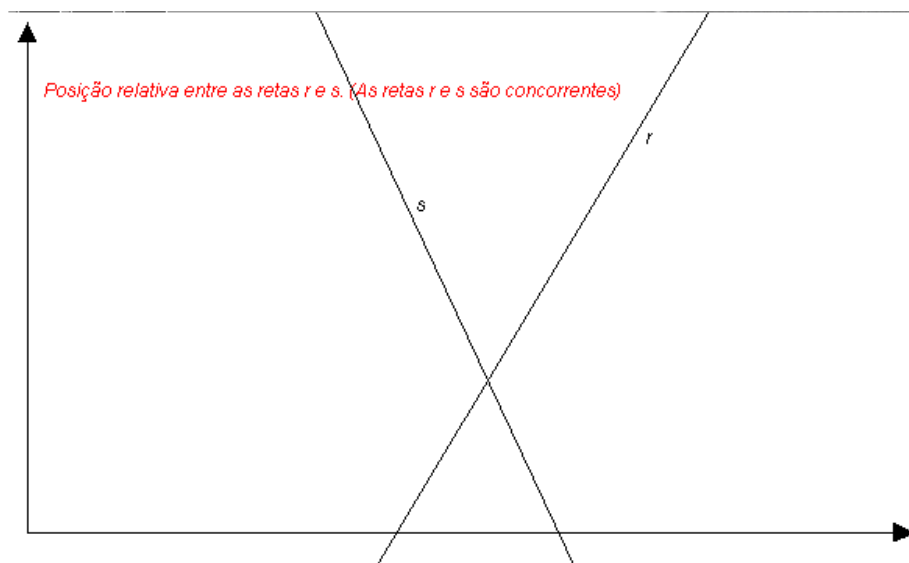


Figura III.20 – Função pos\_rel\_retas

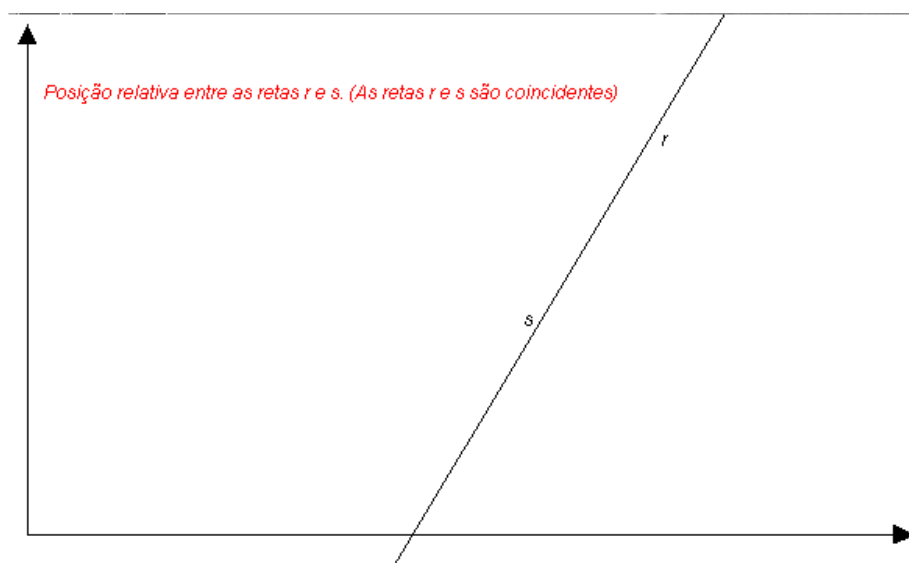


Figura III.21 – Função pos\_rel\_retas

**Exemplo:** Determinar a posição relativa entre as seguintes retas:

- a)  $3x - y + 1 = 0$  e  $9x - 3y - 8 = 0$ . Resposta: Paralelas
- b)  $3x + 5y - 7 = 0$  e  $10x - 6y + 1 = 0$ . Resposta: Perpendiculares
- c)  $2x + 3y + 5 = 0$  e  $4x + 6y + 10 = 0$ . Resposta: Coincidentes
- d)  $2x - y + 5 = 0$  e  $3x + y + 1 = 0$ . Resposta: Concorrentes

e)  $x - 2 = 0$  e  $x - 3 = 0$ . Erro, pois o coeficiente de  $y$  é zero, ou seja, uma reta vertical.

f)  $y - 5 = 0$  e  $y - 3 = 0$ . Resposta: Paralelas.

### III.2.2.6 Pertinência de um ponto na reta

Essa função retorna a pertinência de um ponto  $P(x, y)$  em uma reta  $r$  do tipo  $Ax + By + C = 0$  do plano, ou seja, verifica se um ponto  $P$  pertence a uma reta  $r$ , para tal o usuário deve selecionar os coeficientes  $A$ ,  $B$  e  $C$  da reta  $r$  e as coordenadas  $x$ ,  $y$  do ponto  $P$ . A sintaxe dessa função é `=ponto_pertence_reta (<coeficientes A, B e C da reta r; coordenadas x, y do ponto P>)`.

Ver figura figuras III.22 e III.23.

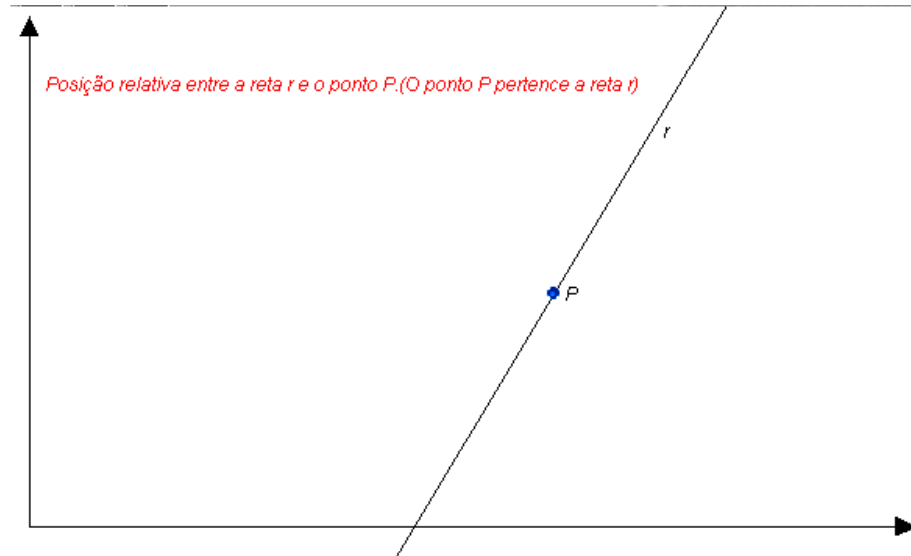


Figura III.22 – Função ponto\_pertence\_reta

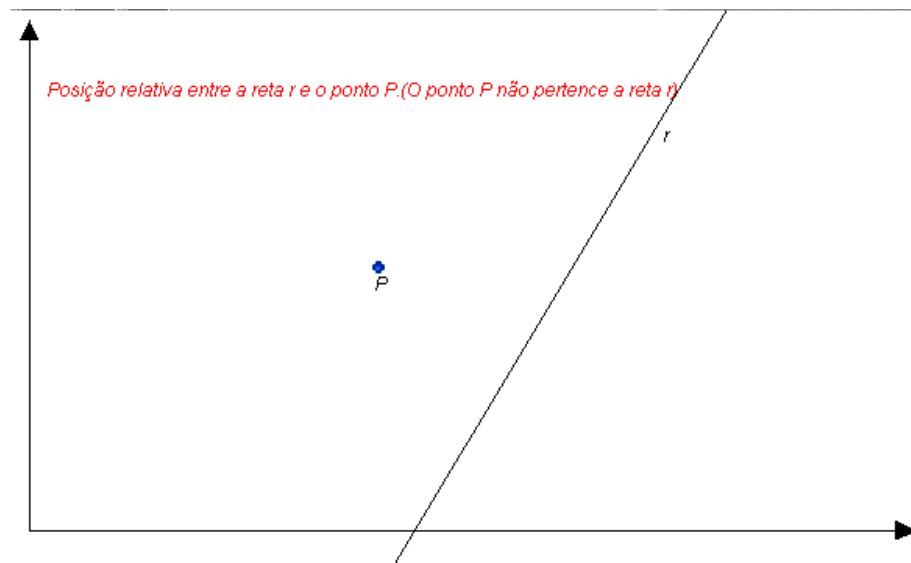


Figura III.23 – Função ponto\_pertence\_reta

**Exemplo:** Verificar se um ponto P pertence à reta r, a partir dos seguintes dados:

- a) Ponto P (-3, 1) e reta  $x - y + 2 = 0$ . Resposta: Sim.
- b) Ponto P (4, 0) e reta  $x - y - 4 = 0$ . Resposta: Sim.
- c) Ponto P (3, 5) e reta  $x + y - 4 = 0$ . Resposta: Não.
- d) Ponto P (2, 1) e reta  $21x + y + 2 = 0$ . Resposta: Não.

### III.2.2.7 Mediatriz

Essa função retorna os coeficientes A, B e C da equação da reta mediatriz m:  $Ax + By + C = 0$  de um segmento cujos pontos são P ( $a_1, b_1$ ) e Q ( $a_2, b_2$ ), ou seja, a reta perpendicular ao segmento PQ e que passa pelo ponto médio desse segmento, para tal o usuário deve selecionar as coordenadas dos pontos P e Q. A sintaxe dessa função é `=mediatriz (<coordenadas dos pontos P e Q >)`. Ver figura III.24.

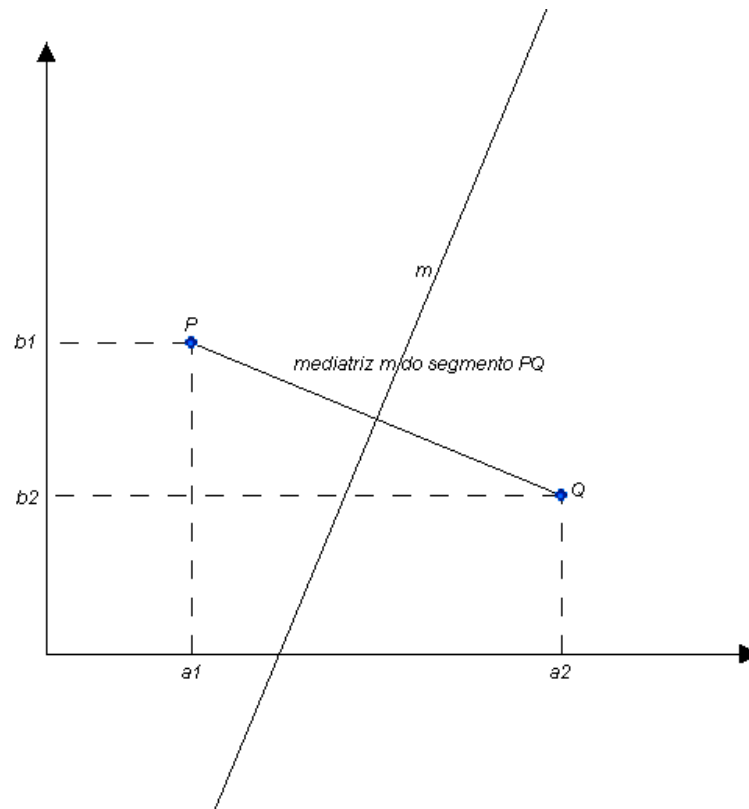


Figura III.24 – Função mediatriz

**Exemplo:** Determinar os coeficientes A, B e C da reta mediatriz m de um segmento PQ cujos pontos são:

- a) P (1,2) e Q (3, 1). Resposta: A = 2; B = -1 e C = 2,5  
 b) P (1,1) e Q (-1, -1). Resposta: A = -2; B = -2 e C = 0

### III.2.3 Circunferência

#### III.2.3.1 Posição relativa entre ponto e circunferência

Essa função retorna a posição entre um ponto P (x, y) e uma circunferência de centro C (a, b) e raio r, ou seja, se o ponto está no interior da circunferência, se está no exterior da

circunferência ou se pertence à circunferência, para tal o usuário deve selecionar as coordenadas do centro e raio da circunferência e as coordenadas  $x$  e  $y$  do ponto  $P$ . A sintaxe dessa função é `=pos_ponto_circ (<coordenadas do centro  $C$ ; raio  $r$ ; coordenadas  $x$  e  $y$  do ponto  $P$ >)`. Ver figuras III.25, III.26 e III.27.

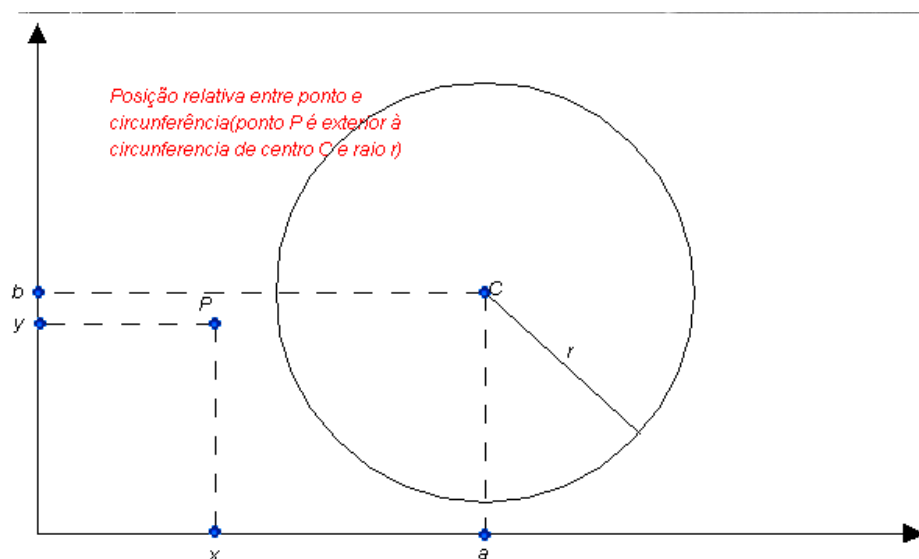


Figura III.25 – Função `pos_ponto_circ`

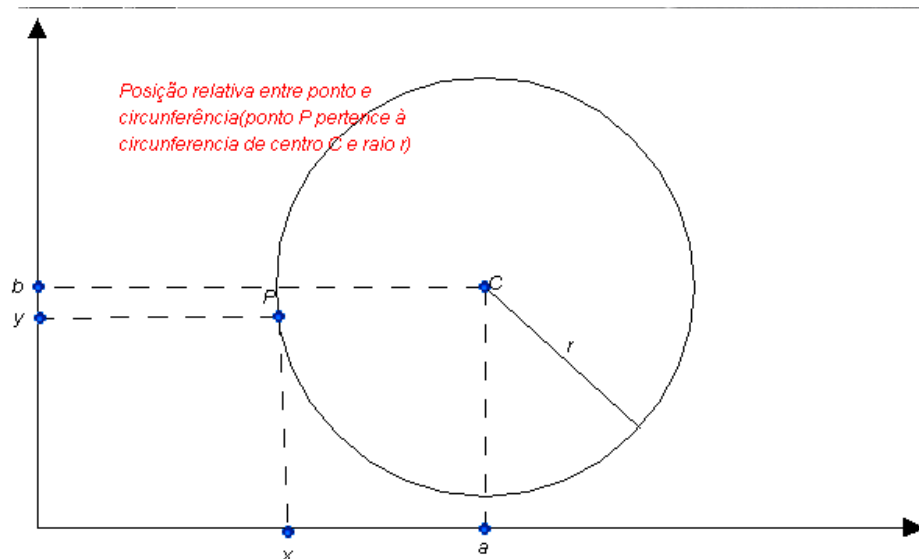


Figura III.26 – Função `pos_ponto_circ`



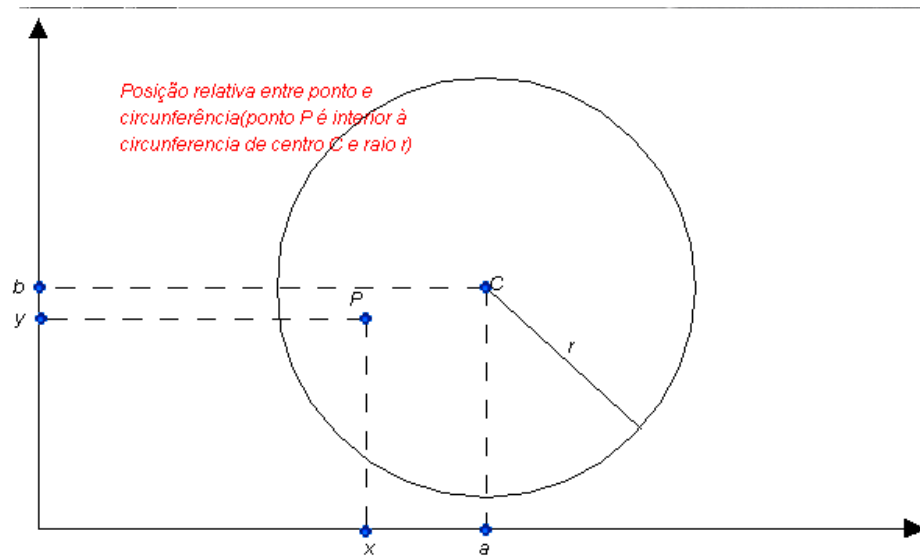


Figura III.27 – Função pos\_ponto\_circ

**Exemplo:** Determinar a posição relativa entre ponto e circunferência a partir dos seguintes dados:

- centro C (3, 4), raio  $r = 5$  e ponto P (-2, 0). Resposta: O ponto é externo à circunferência.
- centro C (3, 4), raio  $r = 5$  e ponto P (2, 1). Resposta: O ponto é interno à circunferência.
- centro C (3, 4), raio  $r = 5$  e ponto P (0, 0). Resposta: O ponto pertence à circunferência.
- centro C (3, 4), raio  $r = 5$  e ponto P (8, 4). Resposta: O ponto pertence à circunferência.

### III.2.3.2 Posição relativa entre reta e circunferência

Essa função retorna a posição entre uma reta  $r: Ax + By + c = 0$  e uma circunferência de centro C (a, b) e raio R, ou seja, se a reta é exterior, tangente ou secante à circunferência, para tal o usuário deve selecionar as coordenadas do centro e raio da circunferência e os coeficientes A, B e C da reta r. A sintaxe dessa função é `=pos_reta_circ (<coordenadas do centro C; raio R; coeficientes A, B e C da reta r>)`. Ver figuras III.28, III.29 e III.30.

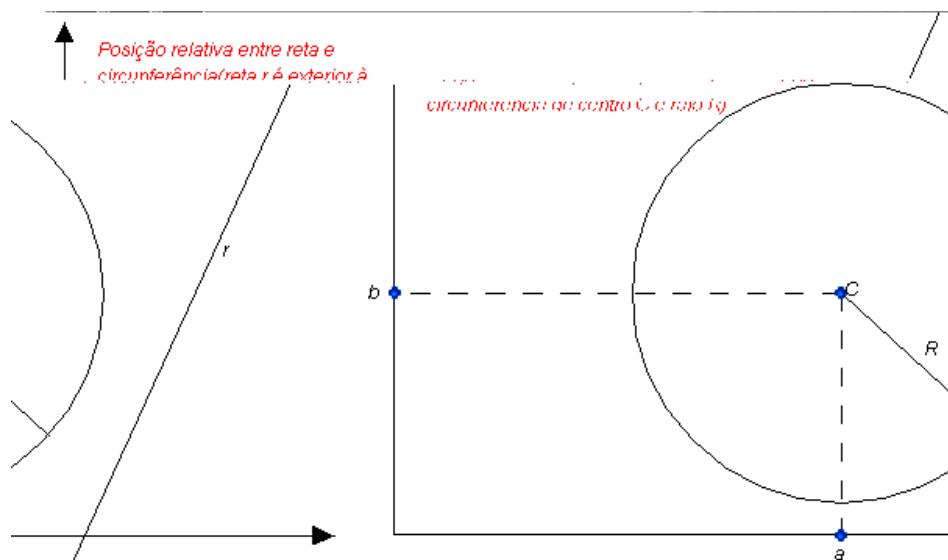


Figura III.28 – Função pos\_reta\_circ

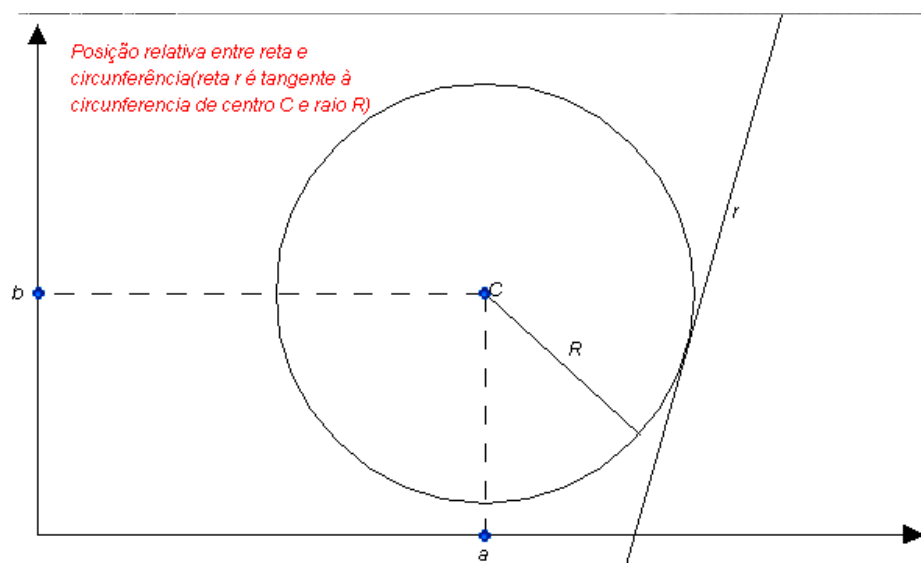


Figura III.29 – Função pos\_reta\_circ

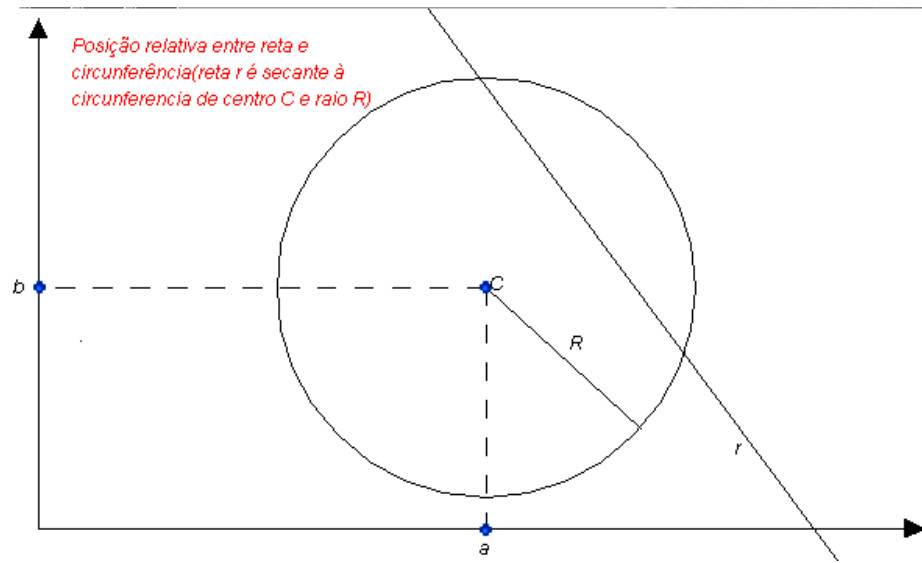


Figura III.30 – Função pos\_reta\_circ

**Exemplo:** Determinar a posição relativa entre reta e circunferência a partir dos seguintes dados:

a) centro da circunferência  $(2, 3)$ , raio  $R = 5$  e coeficientes da equação geral da reta  $a = 1$ ,  $b = 1$  e  $c = 7$ . Resposta: A reta é externa à circunferência.

b) centro da circunferência  $(2, 3)$ , raio  $R = 5$  e coeficientes da equação geral da reta  $a = 3$ ,  $b = -4$  e  $c = -1$ . Resposta: A reta é secante à circunferência.

c) centro da circunferência  $(2, 3)$ , raio  $R = 5$  e coeficientes da equação geral da reta  $a = 0$ ,  $b = 1$  e  $c = 2$ . Resposta: A reta é tangente à circunferência.

d) centro da circunferência  $(0, 0)$ , raio  $R = 2$  e coeficientes da equação geral da reta  $a = 0,732$ ;  $b = -1$  e  $c = 4$ . Resposta: A reta é externa à circunferência.

### III.2.3.3 Posição relativa entre duas circunferências

Essa função retorna a posição entre uma circunferência de centro  $C_1(a_1, b_1)$  e raio  $r_1$  e uma circunferência de centro  $C_2(a_2, b_2)$  e raio  $r_2$ , ou seja, se as circunferências são exteriores, secantes, tangentes exteriores, tangentes interiores ou a circunferência de menor raio é interior à de maior raio, para tal o usuário deve selecionar as coordenadas do centro  $C_1$  e raio  $r_1$  de uma circunferência e as coordenadas do centro  $C_2$  e raio  $r_2$  de outra circunferência. A sintaxe dessa

função é  $\Rightarrow \text{pos\_duas\_circ}$  (<coordenadas do centro  $C_1$ ; raio  $r_1$ ; coordenadas do centro  $C_2$ ; raio  $r_2$ >).

Ver as figuras III.31, III.32, III.33, III.34 e III.35.

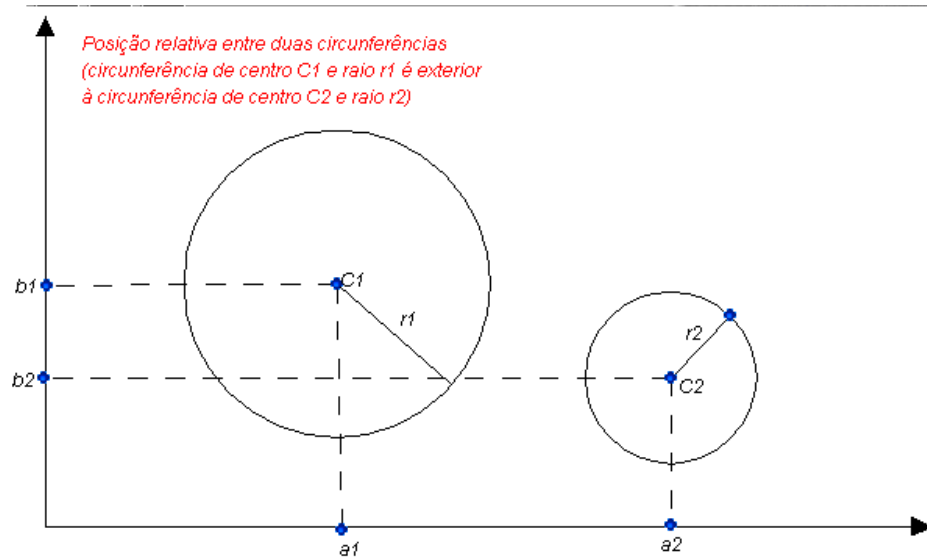


Figura III.31 – Função  $\text{pos\_duas\_circ}$

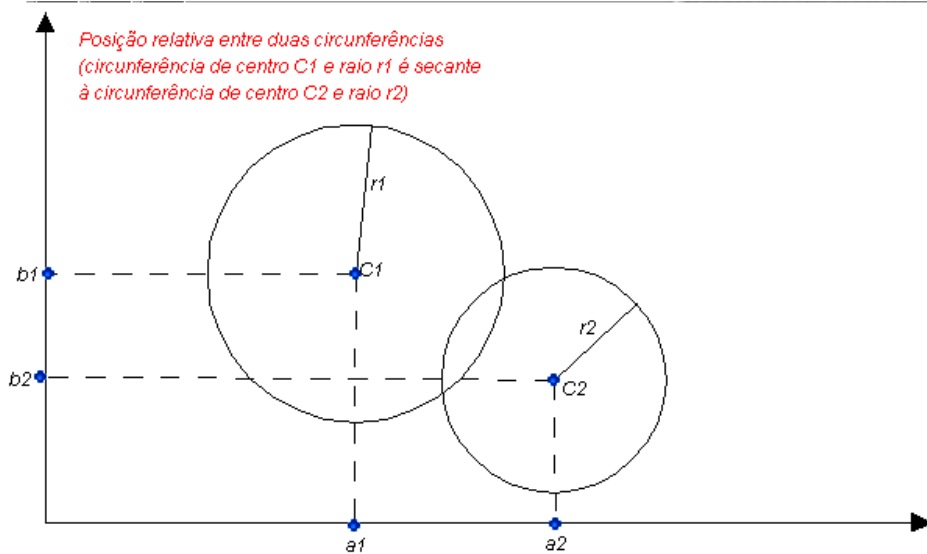


Figura III.32 – Função  $\text{pos\_duas\_circ}$

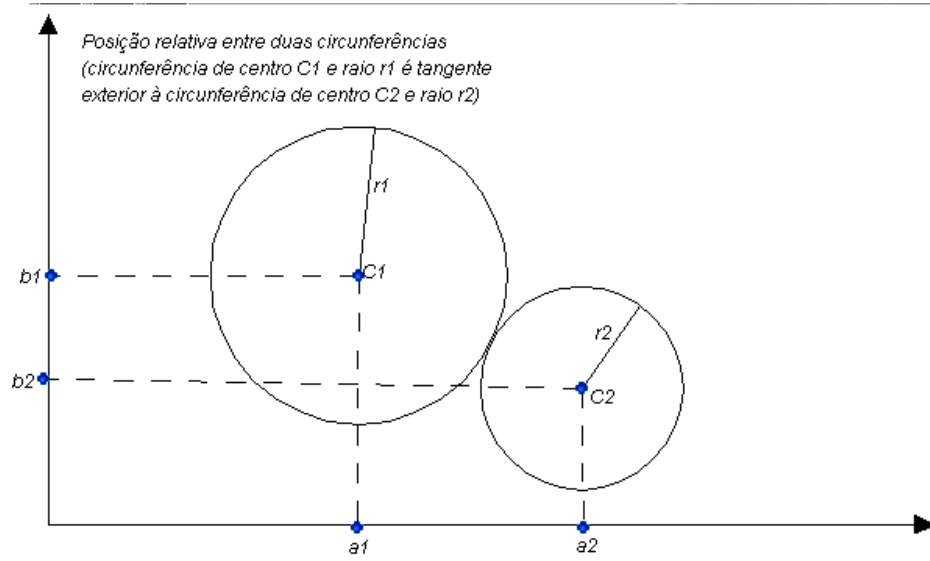


Figura III.33 – Função pos\_duas\_circ

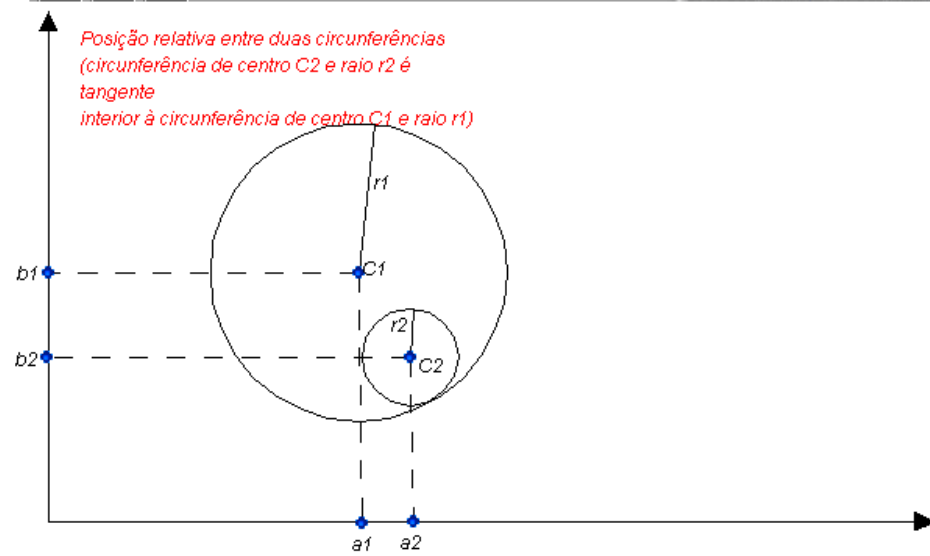


Figura III.34 – Função pos\_duas\_circ

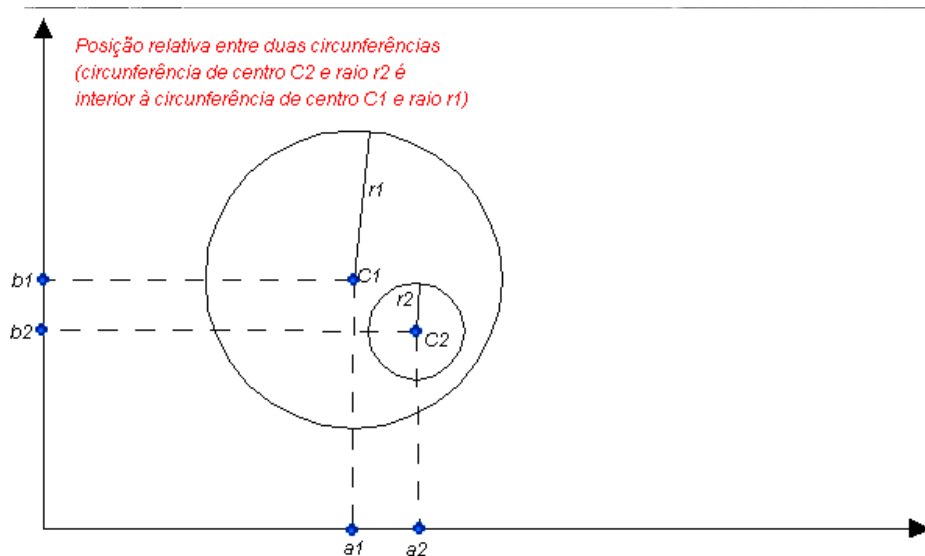


Figura III.35 – Função pos\_duas\_circ

**Exemplo:** Determinar a posição relativa de duas circunferências a partir dos seguintes dados:

- centro  $O_1 (0, 0)$  e raio  $r_1 = 7$  da circunferência e centro  $O_2 (3, 4)$  e raio  $r_2 = 6$  da outra circunferência. Resposta: circunferências secantes.
- centro  $O_1 (0, 0)$  e raio  $r_1 = 7$  da circunferência e centro  $O_2 (3, 4)$  e raio  $r_2 = 2$  da outra circunferência. Resposta: circunferências tangentes interiormente.
- centro  $O_1 (0, 0)$  e raio  $r_1 = 2$  da circunferência e centro  $O_2 (-4, 3)$  e raio  $r_2 = 3$  da outra circunferência. Resposta: circunferências tangentes interiormente.
- centro  $O_1 (0, 0)$  e raio  $r_1 = 2$  da circunferência e centro  $O_2 (0, 0)$  e raio  $r_2 = 4$  da outra circunferência. Resposta: circunferência de menor raio é interior à outra.
- centro  $O_1 (1, 1)$  e raio  $r_1 = 1$  da circunferência e centro  $O_2 (1, -1)$  e raio  $r_2 = 4$  da outra circunferência. Resposta: circunferência de menor raio é interior à outra.
- centro  $O_1 (1, 1)$  e raio  $r_1 = 1$  da circunferência e centro  $O_2 (-1, -1)$  e raio  $r_2 = 1$  da outra circunferência. Resposta: circunferências exteriores.

### III.2.4 Triângulo

#### III.2.4.1 Área de triângulo

Essa função retorna a área de um triângulo de vértices  $A(a_1, b_1)$ ,  $B(a_2, b_2)$  e  $C(a_3, b_3)$ , para tal o usuário deve selecionar as coordenadas dos pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$ . A sintaxe dessa função é `=area_de_triangulo (<coordenadas dos vértices A, B e C >)`. Ver figura III.36.

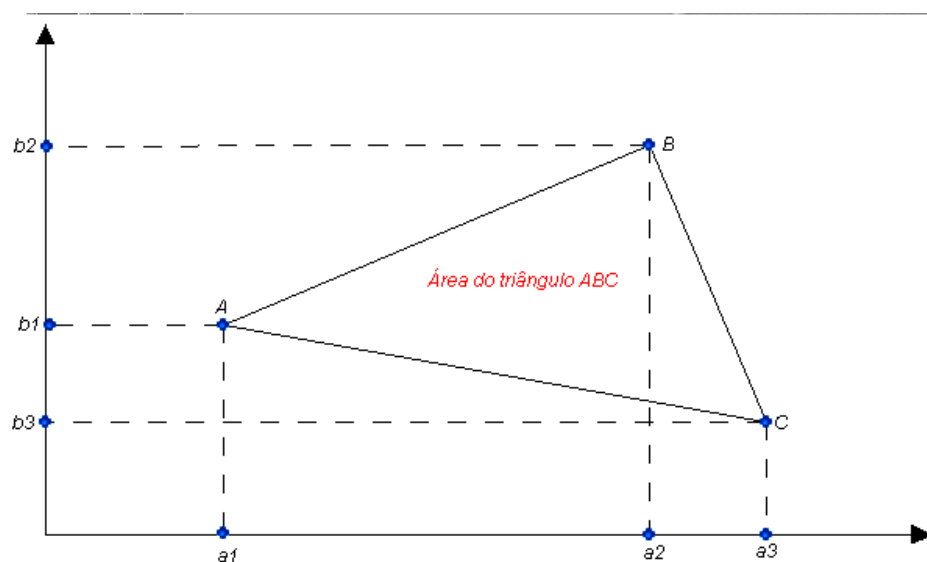


Figura III.36 – Função `area_de_triangulo`

**Exemplo:** Determinar a área  $S$  do triângulo cujos vértices são:

a)  $A(2, 3)$ ,  $B(-2, 0)$ ,  $C(3, 0)$ . Resposta:  $S = 7,5$

b)  $A(0, 0)$ ,  $B(4, 0)$ ,  $C(4, 2)$ . Resposta:  $S = 4$

c)  $A(-3, 2)$ ,  $B(2, 3)$ ,  $C(5, -2)$ . Resposta:  $S = 14$

#### III.2.4.2 Baricentro

Essa função retorna o baricentro  $G(x, y)$  de um triângulo cujos vértices são  $A(a_1, b_1)$ ,  $B(a_2, b_2)$  e  $C(a_3, b_3)$ , ou seja, o encontro das medianas desse triângulo, para tal o usuário deve

selecionar as coordenadas dos pontos A, B e C. A sintaxe dessa função é `=baricentro` (<coordenadas dos vértices A, B e C >). Ver figura III.37.

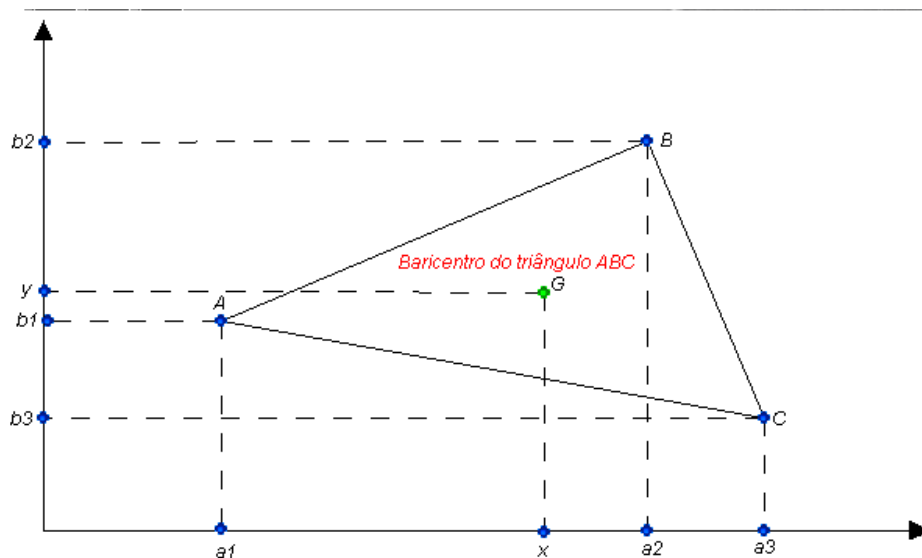


Figura III.37 – Função baricentro

**Exemplo:** Determinar o baricentro G do triângulo cujos vértices são:

a) A (1, 2), B (4, 3) e C (0, 1). Resposta: G (1,6667; 2)

b) A (0, 1), B (1, 0) e C (-1, 0). Resposta: G (0; 0,3333)

### III.2.4.3 Ortocentro

Essa função retorna o ortocentro O (x, y) de um triângulo cujos vértices são A ( $a_1, b_1$ ), B ( $a_2, b_2$ ) e C ( $a_3, b_3$ ), ou seja, o ponto de encontro das alturas desse triângulo, para tal o usuário deve selecionar as coordenadas dos pontos A, B e C. A sintaxe dessa função é `=ortocentro` (<coordenadas dos vértices A, B e C >). Ver figura III.38.



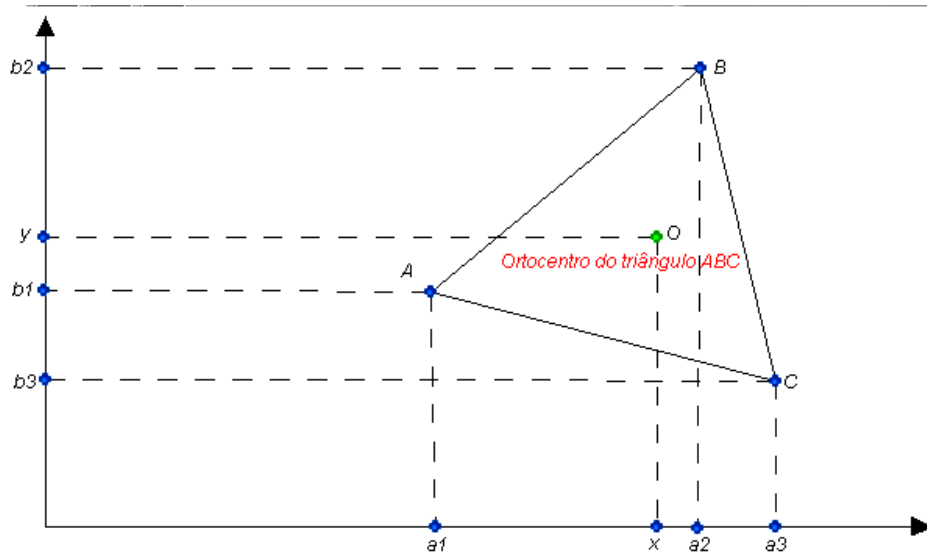


Figura III.38 – Função ortocentro

**Exemplo:** Determinar o ortocentro O do triângulo cujos vértices são:

a) A (1,2), B (4,3) e C (0,1). Resposta: O (-3,10)

b) A (0,0), B (1,0) e C (0,1). Resposta: O (0,0)

#### III.2.4.4 Tipos de triângulos quanto aos lados

Essa função retorna o tipo de um triângulo, quanto aos lados, de vértices A ( $a_1, b_1$ ), B ( $a_2, b_2$ ) e C ( $a_3, b_3$ ), ou seja, se são equiláteros, isósceles ou escaleno, para tal o usuário deve selecionar as coordenadas dos pontos A, B e C. A sintaxe dessa função é `=tipo_triangulo_lado (<coordenadas dos vértices A, B e C >)`. Ver figuras III.39, III.40 e III.41.

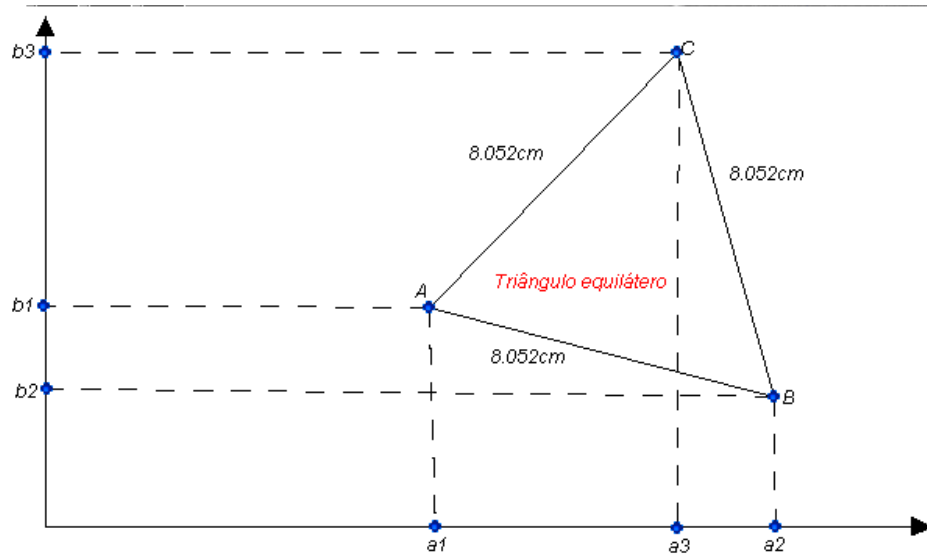


Figura III.39 – Função tipo\_triângulo\_lado

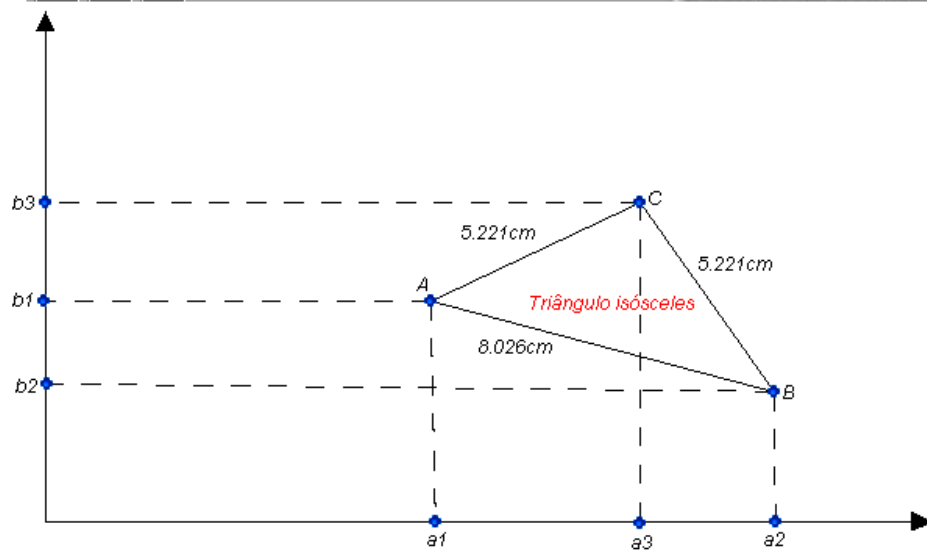


Figura III.40 – Função tipo\_triângulo\_lado

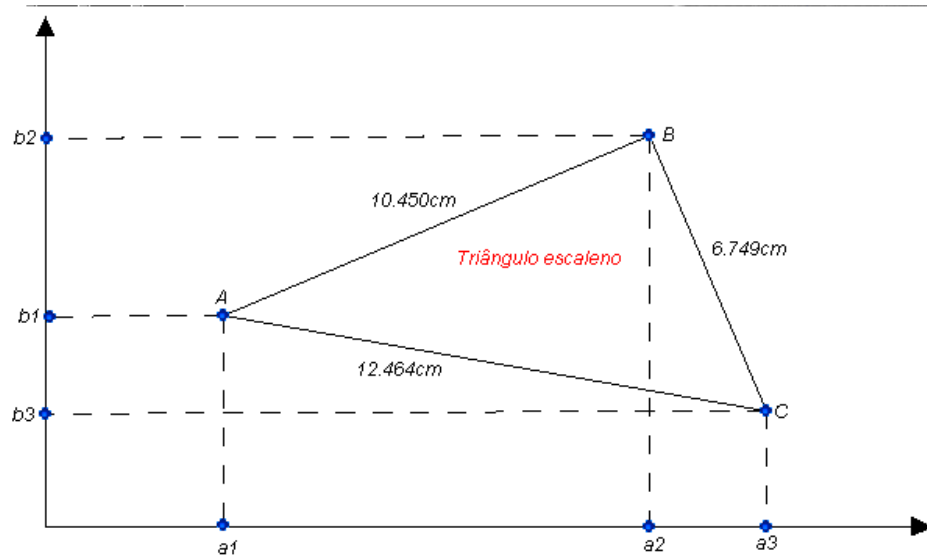


figura III.41 – Função tipo\_triangulo\_lado

**Exemplo:** Classificar os triângulos quanto aos lados cujos vértices são:

a) A (1, -1), B (4, 4) e C (-5, 4). Resposta: triângulo escaleno

b) A (0, 0), B (1, 0) e C (0, 1). Resposta: triângulo isósceles

c) A (-3, 0), B (3, 0) e C (0,  $3\sqrt{3}$ ). Resposta: triângulo equilátero

d) A (-1, 0), B (1, 0) e C (0,  $\sqrt{3}$ ). Resposta: triângulo equilátero

Obs.: Para inserir as ordenadas  $\sqrt{3}$  e  $3\sqrt{3}$  deve-se primeiro calculá-las, o que pode ser feito no próprio Excel.

### III.2.4.5 Tipos de triângulos quanto aos ângulos

Essa função retorna o tipo de um triângulo, quanto aos ângulos, de vértices A ( $a_1, a_2$ ), B ( $b_1, b_2$ ) e C ( $c_1, c_2$ ), ou seja, se são acutângulo, retângulo ou obtusângulo, para tal o usuário deve selecionar as coordenadas dos pontos A, B e C. A sintaxe dessa função é =*tipo\_triangulo\_ângulo* (<coordenadas dos vértices A, B e C >). Ver figuras III.42, III.43 e III.44.

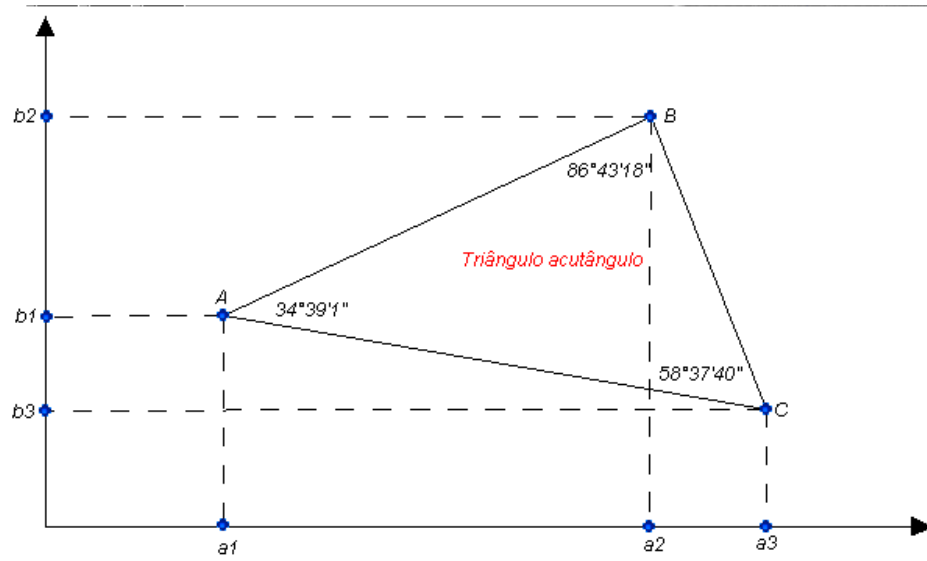


Figura III.42 – Função tipo\_triangulo\_angulo

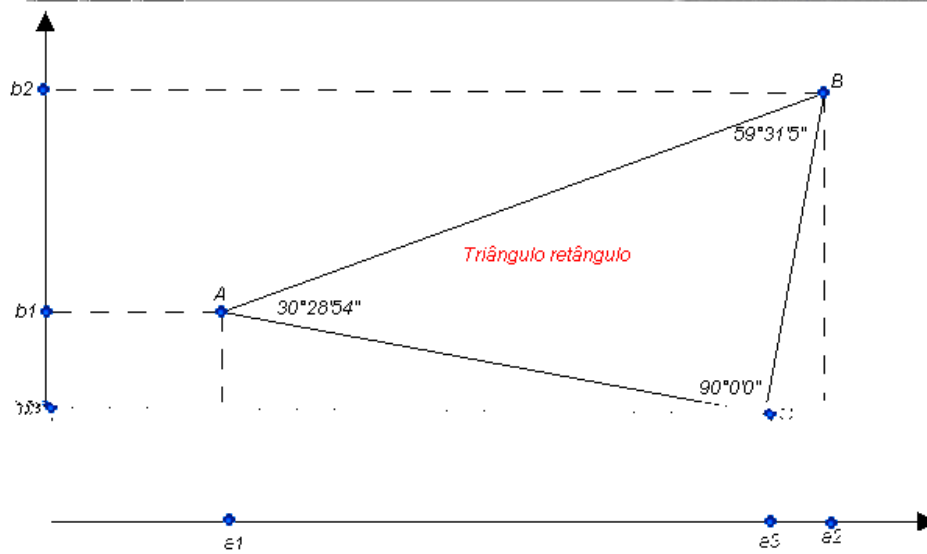


Figura III.43 – Função tipo\_triangulo\_angulo

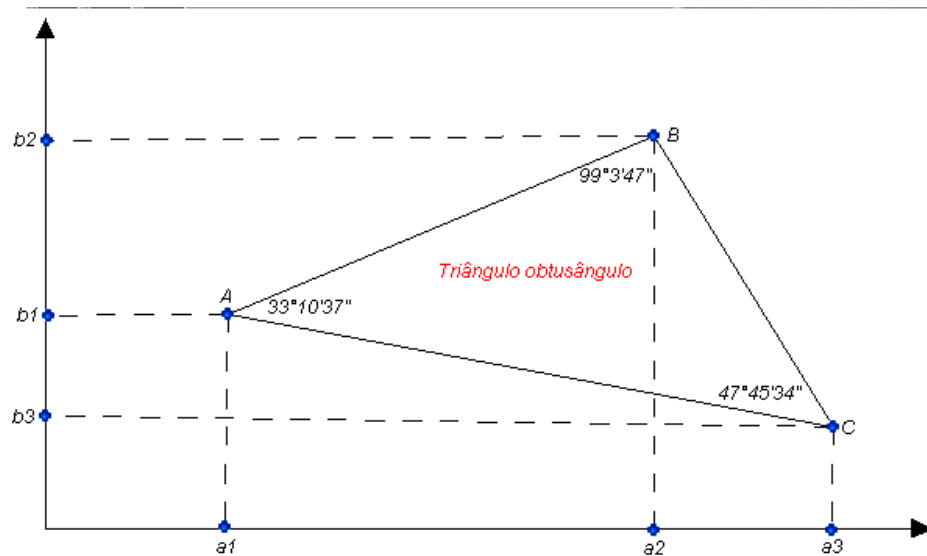


Figura III.44 – Função tipo\_triangulo\_angulo

**Exemplo:** Classificar os triângulos quanto aos lados cujos vértices são:

- a) A (1, -1), B (4, 4) e C (-5, 4). Resposta: triângulo acutângulo.
- b) A (0, 0), B (1, 0) e C (0, 1). Resposta: triângulo retângulo.
- c) A (-3, 0), B (3, 0) e C (0,  $3\sqrt{3}$ ). Resposta: triângulo acutângulo.
- d) A (-1, 0), B (1, 0) e C (0,  $\sqrt{3}$ ). Resposta: triângulo acutângulo.
- e) A (-2, 1), B (1, 0) e C (0, 0). Resposta: triângulo obtusângulo.

### III.2.4.6 Perímetro de triângulos

Essa função retorna o perímetro de um triângulo de vértices A ( $a_1, a_2$ ), B ( $b_1, b_2$ ) e C ( $c_1, c_2$ ), ou seja, calcula a soma de todas as medidas dos lados desse triângulo, para tal o usuário deve selecionar as coordenadas dos pontos A, B e C. A sintaxe dessa função é `=perimetro_triangulo` (<coordenadas dos vértices A, B e C >). Ver figura III.45.

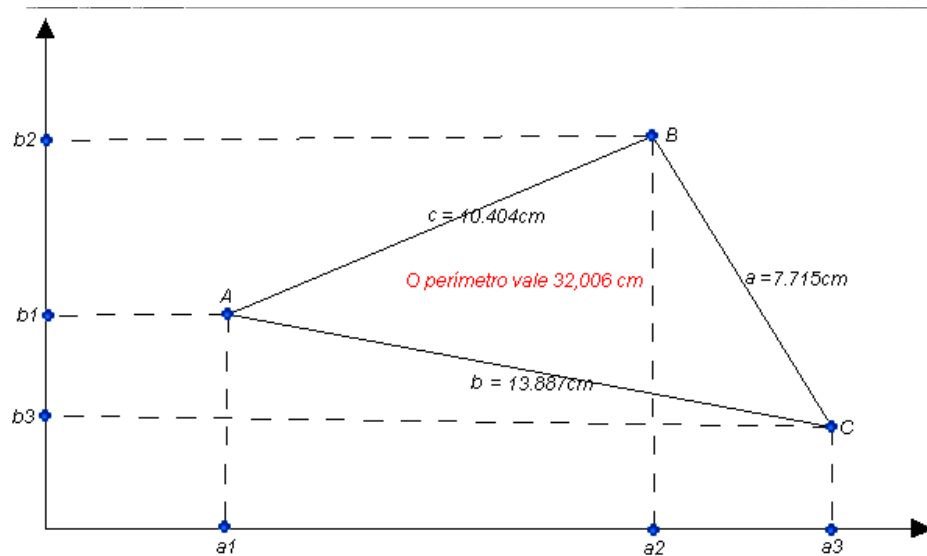


Figura III.45 – Função `perimetro_triangulo`

**Exemplo:** Calcular o perímetro  $p$  dos triângulos cujos vértices são:

a) A (1, -1), B (4, 4) e C (-5, 4). Resposta:  $p = 22,6412$  (aproximadamente)

b) A (0, 0), B (1, 0) e C (0, 1). Resposta:  $p = 3,4142$  (aproximadamente)

c) A (-3, 0), B (3, 0) e C (0,  $3\sqrt{3}$ ). Resposta:  $p = 18$

d) A (-1, 0), B (1, 0) e C (0,  $\sqrt{3}$ ). Resposta:  $p = 6$

e) A (-2, 1), B (1, 0) e C (0, 0). Resposta:  $p = 6,3984$  (aproximadamente)

Obs.: Para inserir as ordenadas  $\sqrt{3}$  e  $3\sqrt{3}$  deve-se primeiro calculá-las, o que pode ser feito no próprio Excel.

### III.2.4.7 Mediana relativa ao lado BC do triângulo ABC

Essa função retorna a medida da mediana, relativa ao lado BC, de um triângulo de vértices A ( $a_1, a_2$ ), B ( $b_1, b_2$ ) e C ( $c_1, c_2$ ), ou seja, a medida do segmento AD (D é o ponto médio do lado BC), para tal o usuário deve selecionar as coordenadas dos pontos A, B e C. A sintaxe dessa função é `=mediana_relativa_ladoBC (<coordenadas dos vértices A, B e C >)`. Ver figura III.46.

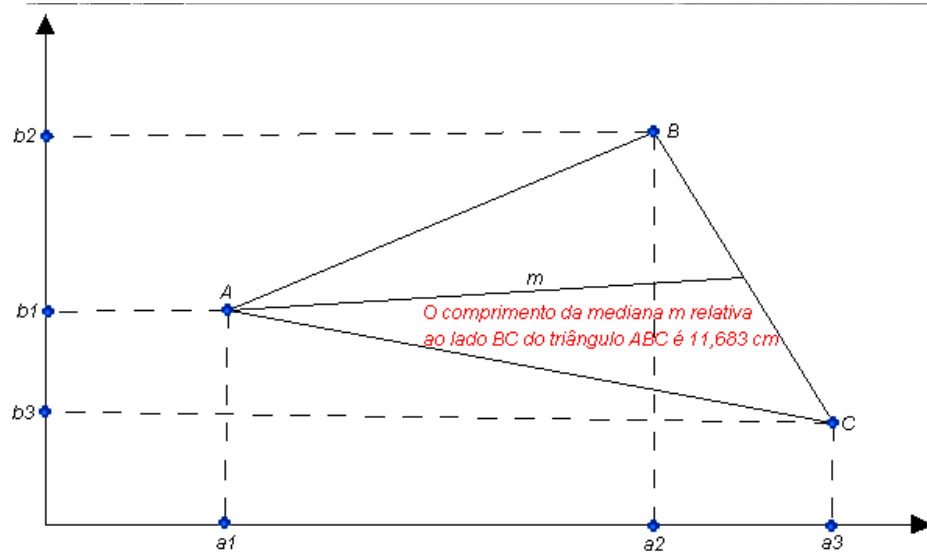


Figura III.46 – Função mediana\_relativa\_ladoBC

**Exemplo:** Calcular a mediana  $m$  dos triângulos cujos vértices são:

- a) A (1, -1), B (4, 4) e C (-5, 4). Resposta:  $m = 5,2202$  (aproximadamente)
- b) A (0, 0), B (1, 0) e C (0, 1). Resposta:  $m = 0,7071$  (aproximadamente)
- c) A (-3, 0), B (3, 0) e C (0,  $3\sqrt{3}$ ). Resposta:  $m = 5,1961$  (aproximadamente)
- d) A (-1, 0), B (1, 0) e C (0,  $\sqrt{3}$ ). Resposta:  $m = 1,7321$  (aproximadamente)
- e) A (-2, 1), B (1, 0) e C (0, 0). Resposta:  $m = 2,6926$  (aproximadamente)

Obs.: Para inserir as ordenadas  $\sqrt{3}$  e  $3\sqrt{3}$  deve-se primeiro calculá-las, o que pode ser feito no próprio Excel.

#### III.2.4.8 Bissetriz interna relativa ao lado BC do triângulo ABC

Essa função retorna a medida da bissetriz interna, relativa ao lado BC, de um triângulo de vértices A ( $a_1, a_2$ ), B ( $b_1, b_2$ ) e C ( $c_1, c_2$ ), ou seja, a medida do segmento AD (D é o ponto do lado BC tal que os ângulos DAB e DAC sejam iguais), para tal o usuário deve selecionar as

coordenadas dos pontos B, C e A, nesta ordem. A sintaxe dessa função é `=bissetriz_interna_relativa_ladoBC (<coordenadas dos vértices B, C e A >)`. Ver figura III.47.

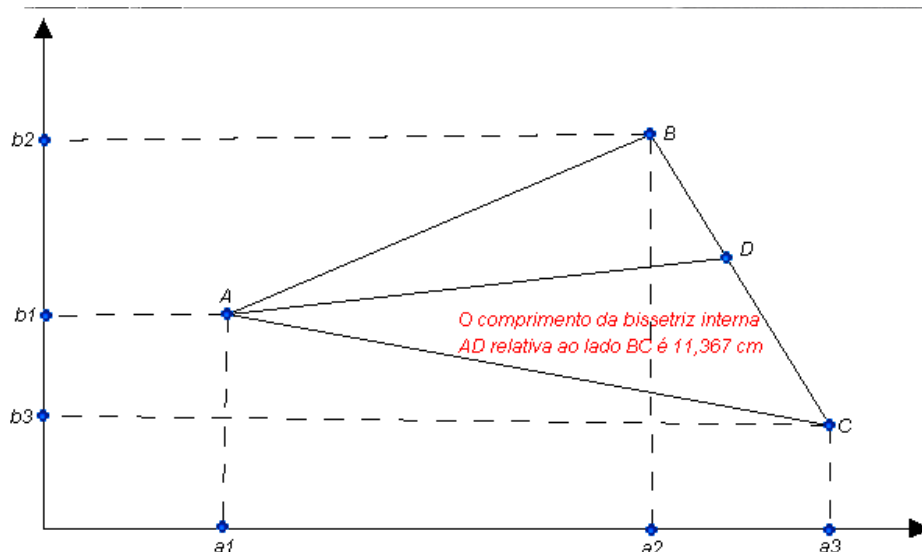


Figura III.47 – Função `bissetriz_interna_relativa_ladoBC`

**Exemplo:** Calcular a bissetriz interna  $b_i$  dos triângulos cujos vértices são:

- a) A (1, -1), B (4, 4), C (-5, 4). Resposta:  $b_i = 7,8635$  (aproximadamente)
- b) A (0, 0), B (1, 0), C (0, 1). Resposta:  $b_i = 1,0824$  (aproximadamente)
- c) A (-3, 0), B (3, 0), C (0,  $3\sqrt{3}$ ). Resposta:  $b_i = 5,1961$  (aproximadamente)
- d) A (-1, 0), B (1, 0), C (0,  $\sqrt{3}$ ). Resposta:  $b_i = 1,7321$  (aproximadamente)
- e) A (-2, 1), B (1, 0), C (0, 0). Resposta:  $b_i = 2,6131$  (aproximadamente)

Obs.: Para inserir as ordenadas  $\sqrt{3}$  e  $3\sqrt{3}$  deve-se primeiro calculá-las, o que pode ser feito no próprio Excel.

#### III.2.4.9 Bissetriz externa relativa ao lado BC do triângulo ABC

Essa função retorna a medida da bissetriz externa, relativa ao lado BC, de um triângulo de vértices A ( $a_1, a_2$ ), B ( $b_1, b_2$ ) e C ( $c_1, c_2$ ), ou seja, a medida do segmento AD (D é o ponto do prolongamento do lado BC) que divide o ângulo externo  $\hat{A}$  em duas partes iguais, para tal o





AD é perpendicular à BC), para tal o usuário deve selecionar as coordenadas dos pontos B, C e A, nesta ordem. A sintaxe dessa função é =altura\_relativa\_ladoBC (<coordenadas dos vértices A, B e C >). Ver figura III.49.

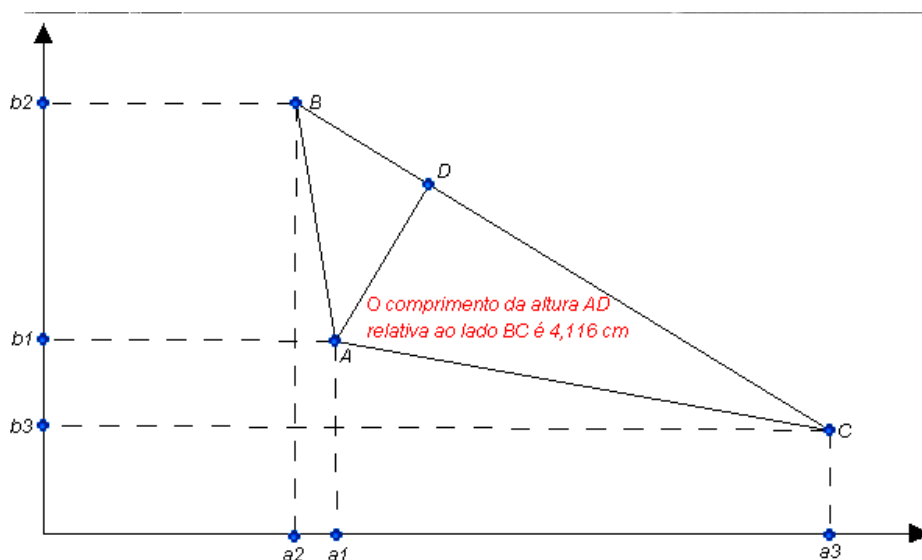


Figura III.49 – Função altura\_relativa\_ladoBC

**Exemplo:** Calcular a altura  $h$  dos triângulos cujos vértices são:

- a) A (1, -1), B (4, 4) e C (-5, 4). Resposta:  $h = 5$
- b) A (0, 0), B (1, 0) e C (0, 1). Resposta:  $h = 0,7071$  (aproximadamente)
- c) A (-3, 0), B (3, 0) e C (0,  $3\sqrt{3}$ ). Resposta:  $h = 5,1962$  (aproximadamente)
- d) A (-1, 0), B (1, 0) e C (0,  $\sqrt{3}$ ). Resposta:  $h = 1,7321$  (aproximadamente)
- e) A (-2, 1), B (1, 0) e C (0, 0). Resposta:  $h = 1$

Obs.: Para inserir as ordenadas  $\sqrt{3}$  e  $3\sqrt{3}$  deve-se primeiro calculá-las, o que pode ser feito no próprio Excel.

### III.2.5 Funções

#### III.2.5.1 Raiz ou zero de uma função afim

Essa função retorna a raiz da função afim  $f(x) = Ax + B$ , para tal o usuário deve selecionar os coeficientes A e B. A sintaxe dessa função é `=raiz_de_função_afim (<coeficientes A e B de f(x)>)`.

**Exemplo:** Calcular a raiz r da função afim:

a)  $f(x) = 5x - 15$ . Resposta:  $r = 3$

b)  $f(x) = 2x + 4$ . Resposta:  $r = -2$

#### III.2.5.2 Raiz ou zero de uma função quadrática

Essa função retorna a(s) raiz(es) da função quadrática  $f(x) = Ax^2 + Bx + C$ , para tal o usuário deve selecionar os coeficientes A, B e C. A sintaxe dessa função é `=raiz_de_função_quadrática (<coeficientes A, B e C de f(x) >)`.

**Exemplo:** Calcular a (s) raiz (es)  $r_1$  e  $r_2$  da função quadrática:

a)  $f(x) = x^2 + 2x + 1$ . Resposta:  $r_1 = r_2 = -1$

b)  $f(x) = x^2 - 5x + 6$ . Resposta:  $r_1 = 3$  e  $r_2 = 2$

c)  $f(x) = x^2 + 2x + 3$ . Resposta: Não existe raiz real

d)  $f(x) = x^2 + 5x + 6$ . Resposta:  $r_1 = -2$  e  $r_2 = -3$

### III.2.6 $\mathbb{R}^3$

#### III.2.6.1 Volume de um tetraedro

Essa função retorna o volume de um tetraedro de vértices A ( $a_1, a_2, a_3$ ), B ( $b_1, b_2, b_3$ ), C ( $c_1, c_2, c_3$ ) e D ( $d_1, d_2, d_3$ ), para tal o usuário deve selecionar as coordenadas dos pontos A, B, C e D. A sintaxe dessa função é `=volume_do_tetraedro (<coordenadas dos vértices A, B, C e D >)`.

**Exemplo:** Calcular o volume V do tetraedro cujos vértices são:

a) A (0, 0, 0), B (1, 0, 0), C (1, 1, 0), D (1, 1, 1). Resposta:  $V = 0,1667$  (aproximadamente)

b) A (0, 0, 0), B (2, 0, 0), C (0, 3, 0), D (0, 0, 4). Resposta:  $V = 4$

#### III.2.6.2 Distância entre dois pontos

Essa função retorna a distância entre dois pontos P ( $x_1, y_1, z_1$ ) e Q ( $x_2, y_2, z_2$ ) do espaço, para tal o usuário deve selecionar as coordenadas  $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2$  dos dois pontos P e Q. A sintaxe dessa função é `=distancia_entre_dois_pontos_r3 (<coordenadas dos pontos P e Q >)`.

**Exemplo:** Calcular a distância d do ponto P ao ponto Q com as seguintes coordenadas:

a) P (1, -1, 4) e Q (4, -5, 4). Resposta:  $d = 5$

b) P (0, 0, 5) e Q (1, 1, -3). Resposta:  $d = 8,1240$  (aproximadamente)

#### III.2.6.3 Distância entre ponto e reta

Essa função retorna a distância entre um ponto P ( $x, y, z$ ) e uma reta r do tipo  $Ax + By + Cz + d = 0$ , para tal o usuário deve selecionar as coordenadas x, y e z do ponto P e os coeficientes A, B, C e D da reta r. A sintaxe dessa função é `=distancia_ponto_reta_r3 (<coordenadas do ponto P>; <coeficientes da reta r>)`

**Exemplo:** Calcular a distância d:

- a) do ponto P (2, 0, 0) até a reta r:  $x + y = 0$ . Resposta:  $d = 1,4142$  (aproximadamente)
- b) do ponto P (3, -4, -5) até a reta r:  $-x - 2y + 4z + 2 = 0$ . Resposta:  $d = 2,8362$  (aproximadamente)
- c) do ponto P (0, -4, -5) até a reta r:  $x + 2y + 2z + 5 = 0$ . Resposta:  $d = 4,3333$  (aproximadamente)

#### III.2.6.4 Distância de um ponto ao plano

Essa função retorna a distância entre um ponto P (x, y, z) e um plano  $\alpha$  do tipo  $Ax + By + Cz + D = 0$ , para tal o usuário deve selecionar as coordenadas x, y, z do ponto P e os coeficientes A, B, C, D do plano  $\alpha$ . A sintaxe dessa função é `=distancia_ponto_plano (<coordenadas do ponto P; coeficientes do plano  $\alpha$ >)`

**Exemplo:** Calcular a distância d:

- a) do ponto (1, -1, 2) ao plano  $2x + y - 2z + 6 = 0$ . Resposta:  $d = 1$ .
- b) do ponto (0, 0, 0) ao plano  $x + 2y - 2z - 3 = 0$ . Resposta:  $d = 1$ .
- c) do ponto (1, -1, -2) ao plano  $2x + y - 2z + 1 = 0$ . Resposta:  $d = 2$ .

#### IV. ESTUDO DE CASO

Foi realizado um estudo com o uso da biblioteca de geometria analítica, em VBA, no Centro Federal de Educação Tecnológica de Química (CEFET – Química), na unidade Maracanã, com os alunos do curso técnico em Biotecnologia, do 4º período, do turno da manhã, da turma BM141.

O experimento foi realizado fora do laboratório de informática, foi enviado via e-mail para todos os alunos o programa de instalação, um manual de instruções ensinando como instalar e os exercícios a serem resolvidos (juntamente com alguns exercícios resolvidos). Houve assim uma divisão de tarefas, na primeira fase eles tiveram que instalar o programa sozinhos, o que gerou um pouco de dificuldade, na segunda fase eles precisavam resolver os exercícios e na terceira e última fase eles responderam a um questionário sobre as atividades desenvolvidas por eles, além de dificuldades e sugestões.

Os alunos, mesmo sem ter aprendido até o momento das tarefas nenhum tópico de geometria analítica conseguiram resolver as questões. Para tal foram apresentadas a essa turma noções básicas da geometria analítica, além de serem ensinados (mesmo fora do laboratório) alguns recursos básicos do Excel. Algumas dúvidas foram solucionadas através de trocas de mensagens eletrônicas. É importante salientar que um ou outro aluno mostrou um interesse maior procurando entender o que significava uma determinada função na geometria analítica, por exemplo o significado de potência de um ponto. Isso mostra que a biblioteca pode ser entendida como um fator motivador para os alunos.

Por fim os discentes entregaram todo material (exercícios e questionário) através de e-mail ou por disquete. Esse material encontra-se anexo nesta dissertação.

Com base nos 19 questionários foram obtidos os seguintes resultados:

- 1) 9 alunos tiveram dificuldade na instalação da biblioteca.
- 2) 8 alunos usaram a biblioteca para resolver todos os problemas.
- 3) 9 alunos utilizaram só a planilha.

- 4) 11 alunos usaram a calculadora para auxiliar na resolução dos problemas.
- 5) Nenhum aluno usou outro software.
- 6) 8 alunos fizeram anotações em papel.
- 7) 7 alunos tiveram dificuldades com a utilização da biblioteca.
- 8) Nenhum aluno utilizou a biblioteca para resolver qualquer outro problema.

Esses resultados são mostrados nos gráficos a seguir:

#### Teve dificuldades na instalação ?

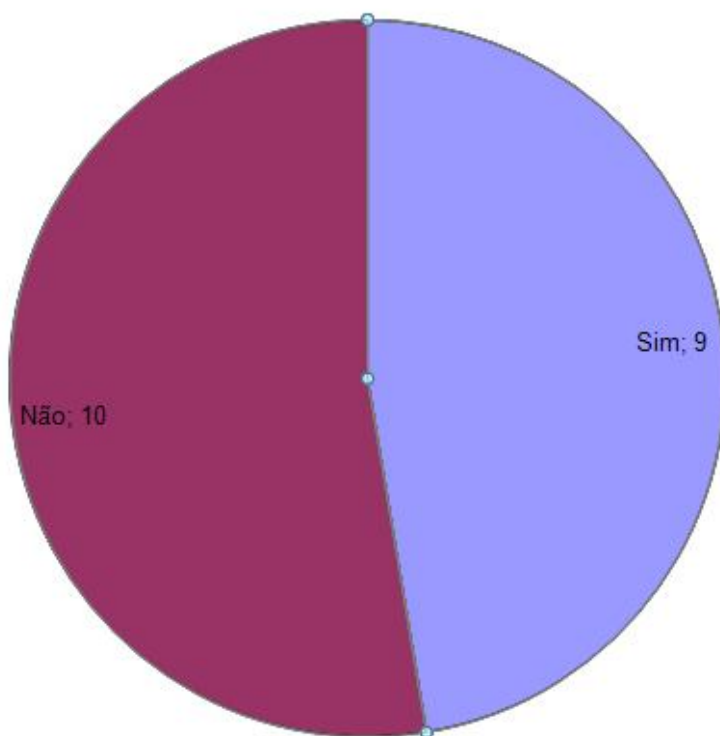


Gráfico IV.1

Este gráfico mostra a dificuldade que os alunos tiveram na instalação da biblioteca isso ocorreu pelo fato dos próprios alunos terem que instalar o programa nos seus próprios

computadores pessoais sem antes ter visto uma instalação deste programa, pois os alunos não tiveram a possibilidade de ir ao laboratório.

#### **A biblioteca foi usada para resolução de todos os problemas**

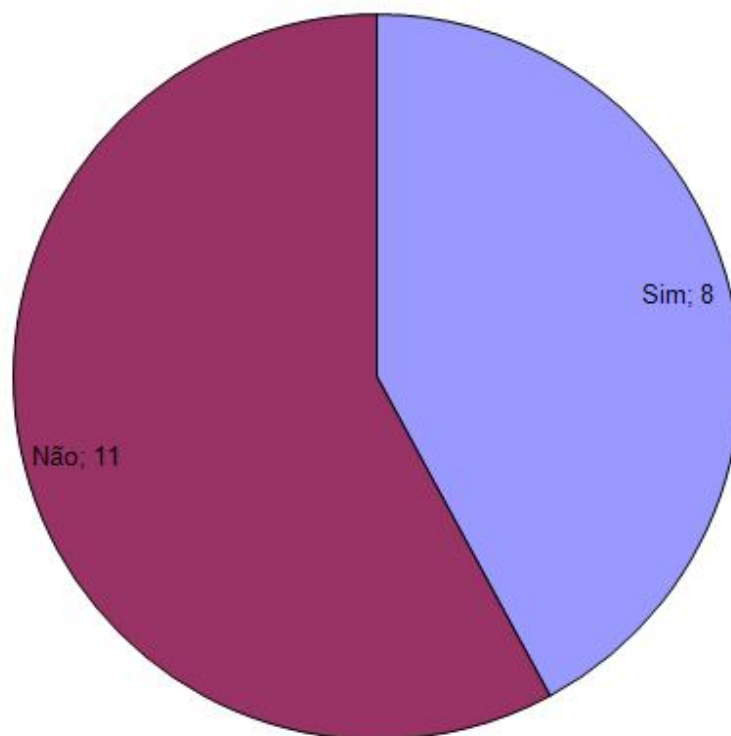


Gráfico IV.2

Este gráfico mostra que teve mais alunos que não resolveram todos os problemas com o uso da biblioteca do que aqueles que a usaram, isso pode ter ocorrido devido ao fato de ter exercícios nos quais se pedia para não usá-la.



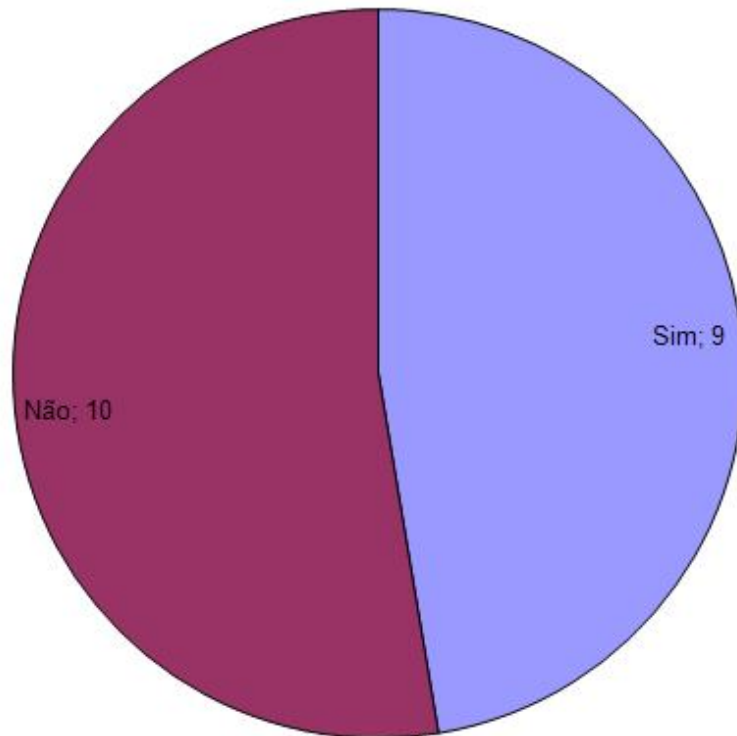
**Usou apenas a planilha para resolver todos os problemas**

Gráfico IV.3

Este gráfico mostra que mais da metade dos alunos utilizou outros recursos para a resolução dos problemas propostos. Isso significa duas coisas: a primeira é que eles tiveram liberdade para utilizar calculadoras e outras ferramentas e a segunda é que eles tiveram dificuldade também em utilizar alguns recursos do Excel devido à impossibilidade dos alunos irem ao laboratório aprender tais recursos, uma vez que o Excel não foi instalado no laboratório.

### Usou uma calculadora

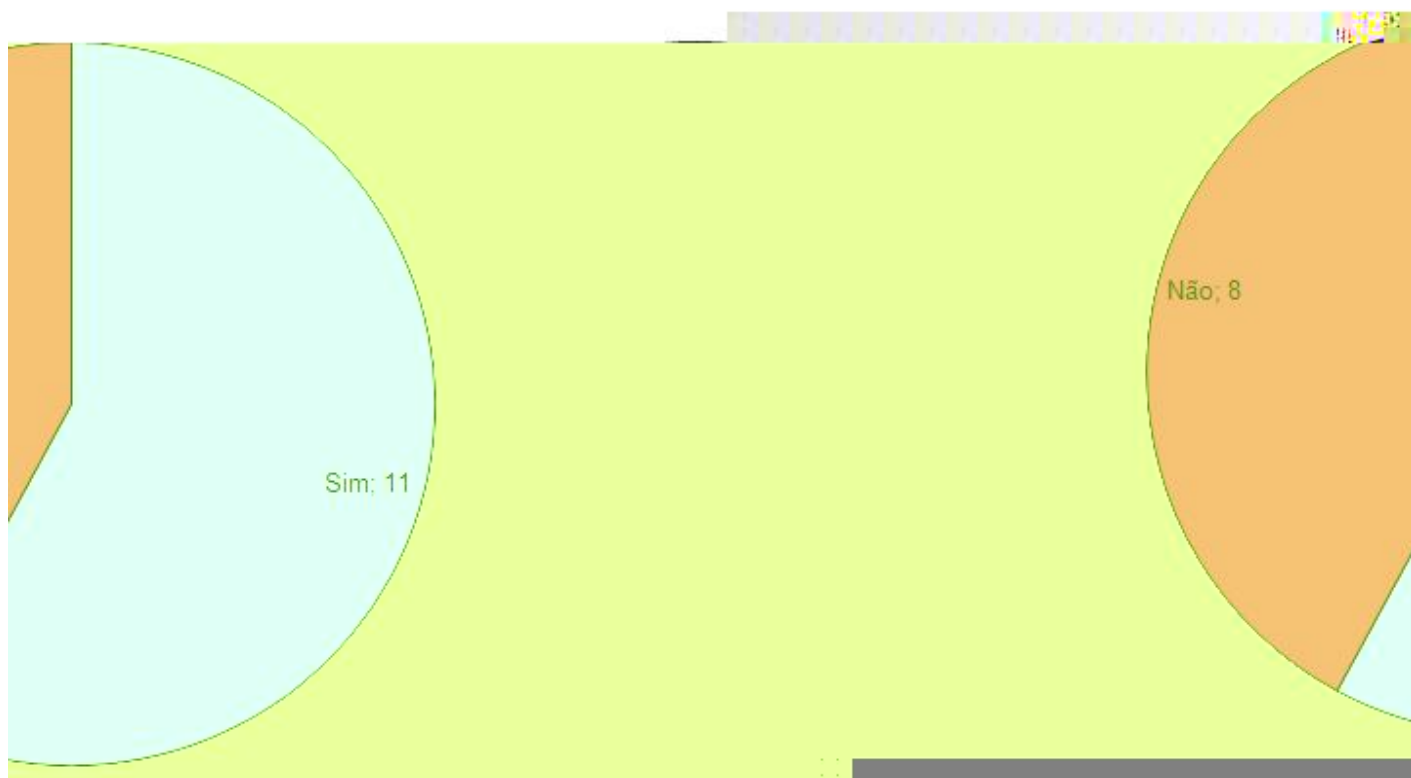


Gráfico IV.4

Este gráfico mostra que a maioria dos alunos utilizou calculadora. O que poderia ser evitado se estes alunos conhecessem alguns recursos do Excel, por exemplo, o cálculo da raiz quadrada de um número qualquer.



Gráfico IV.5

Este gráfico mostra que todos os alunos não utilizaram outro software para resolver os problemas. Isto pode significar duas coisas: a primeira é a falta de conhecimentos de outros softwares e a outra a ausência de conexão dos problemas propostos com os outros softwares.

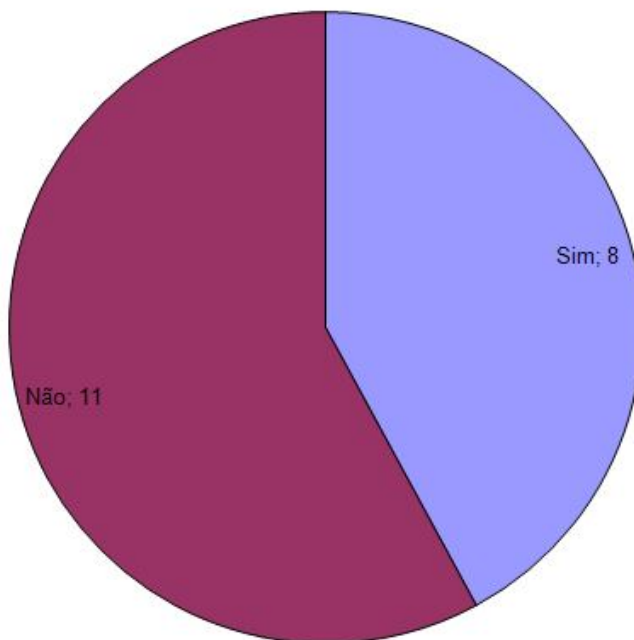
**Fez anotações em papel**

Gráfico IV.6

Este gráfico mostra que teve mais alunos não utilizando o papel, como uma ferramenta auxiliar para a resolução dos exercícios propostos, do que utilizando. Essas anotações em papel ou foram para realizar cálculos ou para fazer desenhos. Se os alunos tiverem mais contato com o computador talvez essas tarefas possam ser realizadas no próprio computador. O próprio Excel faz gráficos, o que pode ser usado num próximo trabalho para haver uma integração com a biblioteca de funções.

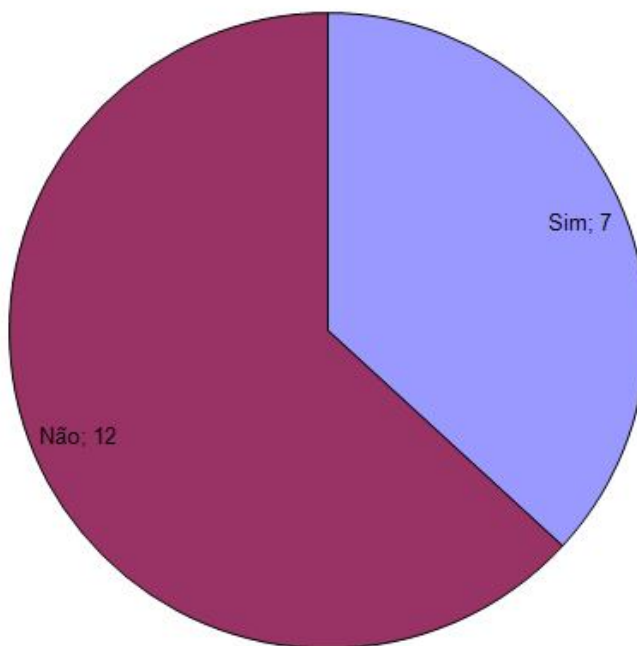
**Teve dificuldades com a biblioteca**

Gráfico IV.7

Este gráfico mostra que teve mais alunos sem dificuldades do que aqueles que tiveram dificuldade, apesar de terem recebido as instruções via e-mail sem nenhuma aula no laboratório. Isto significa que essa biblioteca pode ser aplicada para ajudar no ensino da geometria analítica.

## Conclusão

Neste trabalho foi criada uma biblioteca de funções, através da linguagem de programação Visual Basic for Applications (VBA), baseada na linguagem BASIC, para ser usada no Excel com o intuito de ajudar os alunos do ensino médio a resolver problemas de geometria analítica. A biblioteca de funções de geometria analítica foi criada e aplicada com êxito mostrando que é possível utilizá-la como uma ferramenta de apoio aos professores e como uma motivação para os alunos.

A partir do estudo de caso é possível observar três fatos, o primeiro é que a falta de um laboratório equipado gera dificuldades para realização das tarefas que os alunos devem realizar, nesse caso específico implicou numa demora na instalação da biblioteca de funções; o segundo fato importante que deve ser destacado é o dos pré-requisitos, é importante que os alunos conheçam um pouco mais sobre os recursos que o Excel oferece, por exemplo, a divisão entre dois números quaisquer, entre outros recursos que o Excel possui; e o terceiro está relacionado com o uso de softwares livres que foi exatamente o empecilho para a realização do estudo de caso no laboratório devido nesse possuir computadores que não tinham o Excel instalado, pois é utilizado o sistema operacional Linux (gratuito).

Os problemas propostos aos alunos foram criados com os seguintes objetivos: primeiro para verificar a aplicabilidade das funções para alunos do ensino médio, segundo determinar o nível de dificuldade da instalação, do manuseio com os comandos e da resolução dos problemas e o terceiro criar problemas para induzir o aluno a criar uma metodologia para solucioná-los não utilizando apenas as fórmulas de uma maneira mecânica.

Apesar da ausência da ida dos alunos ao laboratório foi observado através dos questionários que os discentes conseguiram sem muita dificuldade resolver os problemas propostos o que significa a aplicabilidade da biblioteca de funções como uma ferramenta de auxílio para os docentes no ensino da geometria analítica.

Pode-se conjecturar para trabalhos futuros uma possível introdução de gráficos, utilização de botões entre outros recursos para dessa forma melhorar a interface gráfica, obtendo assim um visual mais atrativo para os alunos. Além disso, há a possibilidade de expansão da biblioteca com a introdução de novas funções.

Por fim, o computador já faz parte do cotidiano da maioria dos estudantes mesmo os que não o possuem em casa utilizam nas casas de jogos, sendo assim essa máquina deve fazer parte da sala de aula dos discentes também. Espera-se que novas bibliotecas para serem usadas na matemática sejam feitas com a intenção de melhorar a qualidade de ensino, dando alternativas ao professor para trabalhar com os alunos de uma maneira mais aprazível e mais dinâmica.

## Referências Bibliográficas

BAKER, J.E.; SUGDEN, S.J. **“Spreadsheets in Education – The first 25 years”** *Journal of Spreadsheets in Education* v. 1 n. 1 p. 18-43, 2003.

BORRÕES, M. L. C.; **“O computador na educação Matemática”**. Lisboa, 1998. Disponível em: <<http://www.apm.pt/apm/borrao/matematica.PDF>>. Acesso em: 12/03/2007.

MARINHO, F.C.V.; **“O uso da informática como apoio ao ensino da matemática”**, dissertação de monografia de final de curso. UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2000.

MISKULIN, R.G.S.; **“Reflexões sobre as tendências atuais da educação matemática e da informática”** 1999 Em. Tese de doutorado. Cap. 3. Disponível em: <<http://inform45.fae.unicamp.br/lapemmec/coordenacao/logo/texto-tesedoutorado-educamatemata.pdf>>. Acesso em 12/01/2007.

PAPERT, S.; **“The children’s machine: Rethinking school in the age of the computer”**, 1 ed. New York, Basic Books, 1993.

POWER, D. J., **“A Brief History of Spreadsheets”**, DSSResources.COM, World Wide Web, <http://dssresources.com/history/sshistory.html>, versão 3.6, 30/08/2004.

VALENTE, J. A.; **“Diferentes usos do Computador na Educação”**. Campinas, SP: Gráfica da UNICAMP, 1993(a). Disponível em: <<http://nied.unicamp.br/publicacoes/separatas/Sep1.pdf>> Acesso em 12/06/2006.



VALENTE, J. A.; **“Por quê o Computador na Educação?”** Campinas, SP: Gráfica da UNICAMP, 1993(b). Em. VALENTE, J.A . *Computadores e Conhecimento: Repensando a Educação* Campinas, SP: NIED - Unicamp, Cap. 2 Campinas: UNICAMP/NIED.

VALENTE, J. A.; **“Uso do computador em uma experiência com crianças carentes”**, Em *Computadores e Conhecimento: Repensando a Educação*. Campinas, SP: NIED - Unicamp, pp. 135-174, 1993(c). Artigo sobre o projeto "Educação Científica para os Meninos de Rua de Brasília". Disponível em: <<http://www.nied.unicamp.br/publicacoes/separatas/Sep8.pdf>>. Acesso em 15/07/2006

VALENTE, J. A.; **“O uso inteligente do computador na educação”**, Pátio - revista pedagógica Editora Artes Médicas Sul, Ano 1, Nº 1, pp.19-21, 1997. Disponível em: <[http://www.unidavi.edu.br/~afischer/content/2002-Sep-27\\_19-57-37.pdf](http://www.unidavi.edu.br/~afischer/content/2002-Sep-27_19-57-37.pdf)> Acesso em 12/06/2006.

WYK, C.J.V. **“Using spreadsheets to learn numerical methods”** *Spreadsheets in education* v. 2 n.1 pp. 148-157, Nov. 2005.

## **Anexos**

### Anexo I: Questionários

Neste anexo encontram-se alguns dos questionários respondidos pelos alunos sobre o uso e a instalação da biblioteca de funções.

Questionário 1:

#### **Questionário referente à utilização da biblioteca de geometria analítica do Excel**

##### **Dados pessoais**

Nome:Odilon Barbosa de Brito

Idade:16 anos

Sexo: Masculino

##### **Dados escolares**

Curso:Biociencia

Período:4º

Turma:BM141

##### **Instalação**

Teve dificuldade? Quais foram?

Não

##### **A utilidade da biblioteca para resolver os problemas**

Usou a biblioteca para resolver todos os problemas? Sim

Utilizou só a planilha? Sim

Usou calculadora para auxiliar na resolução dos problemas? Não

Usou outro software? Qual? Não

Fez anotação em papel? Não

Teve dificuldades? Quais foram? Não

Utilizou a biblioteca para resolver qualquer outro problema?Qual problema? Não

### **A utilidade da biblioteca na educação**

Dê sua opinião sobre a utilização dessa biblioteca para resolução de problemas. É importante ter uma avaliação de matemática com a utilização de softwares de matemática (ou outro recurso computacional, como por exemplo, essa biblioteca)?

A biblioteca auxilia na resolução de problemas que, às vezes, temos dificuldades, além de auxiliar também otimiza o trabalho, deixando-o mais rápido e aumentando a exatidão.

### **Sugestões**

Questionário 2:

#### **Questionário referente à utilização da biblioteca de geometria analítica do Excel**

#### **Dados pessoais**

Nome: Luana Rocha Fleming

Idade: 17

Sexo: Feminino

#### **Dados escolares**

Curso: Biotecnologia

Período: 4

Turma: BM 141

#### **Instalação**

Teve dificuldade? Quais foram? Tudo Ocorreu sem qualquer problema.

#### **A utilidade da biblioteca para resolver os problemas**

Usou a biblioteca para resolver todos os problemas? Sim

Utilizou só a planilha? Sim

Usou calculadora para auxiliar na resolução dos problemas? Não

Usou outro software? Qual? Não Utilizei nenhum outro software

Fez anotação em papel? Não

Teve dificuldades? Quais foram? Não tive dificuldades

Utilizou a biblioteca para resolver qualquer outro problema? Qual problema? Não, apenas os das listas.

## **A utilidade da biblioteca na educação**

Dê sua opinião sobre a utilização dessa biblioteca para resolução de problemas. É importante ter uma avaliação de matemática com a utilização de softwares de matemática (ou outro recurso computacional, como por exemplo, essa biblioteca)?

Na era em que os avanços científicos viraram rotina, é essencial a utilização da informática como ferramenta de estudo, pois a mesma será muito utilizada na vida profissional do aluno, assim é válido e necessário utilizar softwares de informática para a melhor familiarização do aluno. Com estes recursos os alunos devem saber o que estão fazendo para poderem aplicar corretamente as funções, assim sendo, estas ferramentas são apenas facilitadores do cálculo.

## **Sugestões**

Questionário 3:

### **Questionário referente à utilização da biblioteca de geometria analítica do Excel**

#### **Dados pessoais**

Nome: Rafaela Amaral Furtado de Mendonça

Idade: 17

Sexo: feminino

#### **Dados escolares**

Curso: Biotecnologia

Período: 4<sup>o</sup>

Turma: BM141

#### **Instalação**

Teve dificuldade? Quais foram? Sim, é muito complicado pra instalar, tem que fazer milhares de coisas.

#### **A utilidade da biblioteca para resolver os problemas**

Usou a biblioteca para resolver todos os problemas? Sim

Utilizou só a planilha? Não

Usou calculadora para auxiliar na resolução dos problemas? Sim

Usou outro software? Qual? Não

Fez anotação em papel? Sim

Teve dificuldades? Quais foram? Sim, pois nem tudo dava pra fazer com a biblioteca, tinha contas que tinha que fazer na calculadora

Utilizou a biblioteca para resolver qualquer outro problema? Qual problema? Não

**A utilidade da biblioteca na educação**

Dê sua opinião sobre a utilização dessa biblioteca para resolução de problemas. É importante ter uma avaliação de matemática com a utilização de softwares de matemática (ou outro recurso computacional, como por exemplo, essa biblioteca)?

**Sugestões**

A biblioteca foi importante porque resolvia os problemas de um jeito bem mais prático.



Microsoft Excel - ListadeExercicios [Modo de Compatibilidade]

Exercício de Geometria Analítica ( distância entre pontos)

Calcule a distância entre os seguintes pontos

- a)  $A(3, 0)$  e  $B(12, 0)$
- b)  $A(-2, 3)$  e  $B(8, -3)$
- c)  $A(4, 4)$  e  $B(2, 15)$
- d)  $A(2, 0)$  e  $B(0, 2)$

Microsoft Excel - ListadeExercicios [Modo de Compatibilidade]

Exercício de Geometria Analítica ( ponto médio - parte 1)

Calcule o ponto médio entre os seguintes pontos

- a)  $A(1, 0)$  e  $B(5, 0)$
- b)  $A(2, 3)$  e  $B(6, 3)$
- c)  $A(1, 1)$  e  $B(3, 3)$
- d)  $A(10, 15)$  e  $B(-12, 16)$

Microsoft Excel interface showing a worksheet titled "ListadeExercicios [Modo de Compatibilidade] - Microsoft Excel". The active cell is F11. The worksheet content is as follows:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	<b>Exercício de Geometria Analítica ( ponto médio - parte 2)</b>														
2															
3	Calcule os pontos médios de todos os lados de um triângulo ABC de vértices:														
4															
5	a) A(0, 0), B(0, 2) e C(2, 0)														
6	b) A(1, 2), B(5, 5) e C(10, 3)														
7	c) A(-2, 4), B(-4, -3) e C(1, 2)														
8	d) A(-3, 5), B(4, -3) e C(6, 3)														
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															
16															
17															
18															
19															
20															
21															
22															
23															
24															
25															
26															
27															
28															

The status bar at the bottom shows "Pronto" and "100%".

Microsoft Excel interface showing a worksheet titled "ListadeExercicios [Modo de Compatibilidade] - Microsoft Excel". The active cell is H23. The worksheet content is as follows:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	<b>Exercício de Geometria Analítica ( distância entre ponto e reta )</b>														
2															
3	Calcule a distância entre o ponto P e a reta r:														
4															
5	a) P(1,3) e r : $2x + 3y - 4 = 0$														
6	b) P(2, -4) e r : $x - 2y - 10 = 0$														
7	c) P(-2, -5) e r : $y + 5 = 0$														
8	d) P(6, -2) e r : $x - 3 = 0$														
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															
16															
17															
18															
19															
20															
21															
22															
23															
24															
25															
26															
27															
28															

The status bar at the bottom shows "Pronto" and "100%".



Microsoft Excel - ListadeExercicios [Modo de Compatibilidade]

Exercício 5

**Exercício de Geometria Analítica ( distância entre pontos e ponto médio)**

Calcule o comprimento da mediana relativa ao lado BC do triângulo ABC cujos vértices são:

a) A(3, 5), B(2, 0) e C(-2, -3)  
 b) A(-4, -3), B(5, -5) e C(2, 0)  
 c) A(2, 8), B(0, 4) e C(4, 0)  
 d) A(13, 0), B(0, 13) e C(13, 13)

Para resolver esta questão primeiro deve-se calcular o ponto médio M de BC e depois a distância entre o ponto M e o ponto A

Pronto

Microsoft Excel - ListadeExercicios [Modo de Compatibilidade]

Exercício 6

**Exercício de Geometria Analítica ( mediana relativa ao lado BC)**

Calcule o comprimento da mediana relativa ao lado BC do triângulo ABC cujos vértices são:

a) A(3, 5), B(2, 0) e C(-2, -3)  
 b) A(-4, -3), B(5, -5) e C(2, 0)  
 c) A(2, 8), B(0, 4) e C(4, 0)  
 d) A(13, 0), B(0, 13) e C(13, 13)

Para calcular o comprimento da mediana relativa ao lado BC deve-se usar a função `mediana_relativa_ladoBC`, selecionando as coordenadas dos três vértices, de uma só vez

Verifique os resultados deste exercício com o exercício 5

Pronto

Microsoft Excel - ListadeExercicios [Modo de Compatibilidade]

Exercício de Geometria Analítica (distância entre ponto e reta)

1) Qual das retas a seguir estão mais próximas da origem, ou seja, do ponto  $P(0, 0)$ ?  
 Tente utilizar uma maneira rápida de resolver este exercício com a utilização dos recursos que o Excel oferece.

	coeficientes das retas	coordenadas do ponto	distância
6	$p: 3x - 7y - 12 = 0$		
7	$q: -19x + 8y - 4 = 0$		
8	$r: 2x + 3y - 4 = 0$		
9	$s: x - 2y - 10 = 0$		
10	$t: y + 5 = 0$		
11	$u: x - 3 = 0$		
12	$v: x + y - 5 = 0$		

2) Faça o mesmo para o ponto  $P(15, 3)$

Microsoft Excel - ListadeExercicios [Modo de Compatibilidade]

Exercício de Geometria Analítica (distância entre ponto e plano)

Calcule a distância entre o ponto  $P$  e o plano  $r$ :

5	a) $P(1, -1, 2)$ e $r: 2x + y - 2z + 6 = 0$
6	b) $P(0, 0, 0)$ e $r: x + 2y - 2z - 3 = 0$
7	c) $P(1, -1, -2)$ e $r: 2x + y - 2z + 1 = 0$



## Lista de exercícios 2:

Microsoft Excel - ListadeExercicios1 [Modo de Compatibilidade]

Exercício de Geometria Analítica ( área de triângulo )

1) Calcular a área do triângulo ABC formado pelos pontos:

a)  $A(0, 0)$ ,  $B(2, 0)$  e  $C(1, 1)$

b)  $A(1, 2)$ ,  $B(2, 0)$  e  $C(4, 5)$

c)  $A(3, 7)$ ,  $B(-15, 7)$  e  $C(27, 35)$

d)  $A(3,25 ; 4,5)$ ,  $B(7,15 ; -4,3)$  e  $C(-5 ; -27,3)$

2) Calcule a área do triângulo ABC do item d da questão 1 sem usar a biblioteca, mostre os cálculos.

Microsoft Excel - ListadeExercicios1 [Modo de Compatibilidade]

Exercício de Geometria Analítica ( perímetro de triângulo )

Calcular o perímetro do triângulo ABC, dados os vértices

a)  $A(1, 3)$ ,  $B(15, 13)$  e  $C(15, 13)$

b)  $A(-3 ; -6)$ ,  $B(16 ; -5)$  e  $C(15 ; 13)$

c)  $A(2 ; 3 ; 3)$ ,  $B(-1 ; 4 ; 16)$  e  $C(4 ; 17 ; -26 ; 5)$

d)  $A(-4 ; 2)$ ,  $B(-1 ; -7)$  e  $C(3 ; 12)$

Microsoft Excel - ListadeExercicios1 [Modo de Compatibilidade]

Exercício de Geometria Analítica (tipo de triângulo em relação ao lado)

1) Classifique o triângulo ABC em relação aos lados, cujos vértices são:

a)  $A(1, -1)$ ,  $B(4, 4)$  e  $C(-5, 4)$ .

b)  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$  e  $C(0, 1)$ .

c)  $A(-3, 0)$ ,  $B(3, 0)$  e  $C(0, 3\sqrt{3})$ .

d)  $A(-1, 0)$ ,  $B(1, 0)$  e  $C(0, \sqrt{3})$ .

Utilize a função RAIZ para obter a raiz quadrada de 3

2) Resolva o item d sem usar a biblioteca, mostre os cálculos

Microsoft Excel - ListadeExercicios1 [Modo de Compatibilidade]

Exercício de Geometria Analítica (tipo de triângulo em relação ao ângulo)

1) Classifique o triângulo ABC em relação aos ângulos, cujos vértices são:

a)  $A(1, -1)$ ,  $B(4, 4)$  e  $C(-5, 4)$ .

b)  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$  e  $C(0, 1)$ .

c)  $A(-3, 0)$ ,  $B(3, 0)$  e  $C(0, 3\sqrt{3})$ .

d)  $A(-1, 0)$ ,  $B(1, 0)$  e  $C(0, \sqrt{3})$ .

e)  $A(-2, 1)$ ,  $B(1, 0)$  e  $C(0, 0)$ .

Utilize a função RAIZ para obter a raiz quadrada de 3

2) Resolva o item c sem usar a biblioteca, mostre os cálculos

Microsoft Excel interface showing a worksheet titled "ListadeExercicios1 [Modo de Compatibilidade] - Microsoft Excel". The ribbon includes Inicio, Inserir, Layout da Página, Fórmulas, Dados, Revisão, and Exibição. The active cell is I24.

The worksheet content is as follows:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	<b>Exercício de Geometria Analítica (altura de triângulo)</b>														
2															
3	Calcular a altura do triângulo ABC, relativa ao lado BC, cujos vértices são:														
4	a) A(1, -1), B(4, 4) e C(-5, 4)														
5	b) A(0, 0), B(1, 0) e C(0, 1)														
6	c) A(-3, 0), B(3, 0) e C(0, 3√3)														
7	d) A(-1, 0), B(1, 0) e C(0, √3)														
8	e) A(-2, 1), B(1, 0) e C(0, 0)														
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															
16															
17															
18															
19															
20															
21															
22															
23															
24															
25															
26															
27															
28															
29															
30															

The status bar at the bottom shows "Pronto" and "100%".

Microsoft Excel interface showing a worksheet titled "ListadeExercicios1 [Modo de Compatibilidade] - Microsoft Excel". The ribbon includes Inicio, Inserir, Layout da Página, Fórmulas, Dados, Revisão, and Exibição. The active cell is H30.

The worksheet content is as follows:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	<b>Exercício de Geometria Analítica (bissetriz interna de triângulo)</b>														
2															
3	Calcular a bissetriz interna do triângulo ABC, relativa ao lado BC, cujos vértices são:														
4	a) A(1, -1), B(4, 4) e C(-5, 4)														
5	b) A(0, 0), B(1, 0) e C(0, 1)														
6	c) A(-3, 0), B(3, 0) e C(0, 3√3)														
7	d) A(-1, 0), B(1, 0) e C(0, √3)														
8	e) A(-2, 1), B(1, 0) e C(0, 0)														
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															
16															
17															
18															
19															
20															
21															
22															
23															
24															
25															
26															
27															
28															
29															
30															

The status bar at the bottom shows "Pronto" and "100%".

Microsoft Excel - ListadeExercicios1 [Modo de Compatibilidade]

Exercício 7

**Exercício de Geometria Analítica (bissetriz externa de triângulo)**

3 Calcular a bissetriz externa do triângulo ABC, relativa ao lado BC, cujos vértices são:

4 a) A(1, -1), B(4, 4) e C(-5, 4)

5 b) A(0, 0), B(1, 0) e C(0, 1)

6 c) A(-3, 0), B(3, 0) e C(0, 3√3)

7 d) A(-1, 0), B(1, 0) e C(0, √3)

8 e) A(-2, 1), B(1, 0) e C(0, 0)

9

10 Analise os resultados dos itens b, c e d e explique-os

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

Microsoft Excel - ListadeExercicios1 [Modo de Compatibilidade]

Exercício 8

**Exercício de Geometria Analítica (mediana de triângulo)**

3 Calcular a mediana do triângulo ABC, relativa ao lado BC, cujos vértices são:

4 a) A(1, -1), B(4, 4) e C(-5, 4)

5 b) A(0, 0), B(1, 0) e C(0, 1)

6 c) A(-3, 0), B(3, 0) e C(0, 3√3)

7 d) A(-1, 0), B(1, 0) e C(0, √3)

8 e) A(-2, 1), B(1, 0) e C(0, 0)

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

Microsoft Excel - ListadeExercicios1 [Modo de Compatibilidade]

Exercício 9

**Exercício de Geometria Analítica (mediatriz de um lado de um triângulo)**

3 Calcular os coeficientes da reta mediatriz do lado AB, do triângulo ABC cujos vértices A e B são:

4 a) A(1, -1) e B(4, 4)

5 b) A(0, 0) e B(1, 0)

6 c) A(-3, 0) e B(3, 0)

7 d) A(-1, 0) e B(-11 ; 3,14)

Microsoft Excel - ListadeExercicios1 [Modo de Compatibilidade]

Exercício 10

**Exercício de Geometria Analítica (baricentro do triângulo)**

3 Determinar o baricentro do triângulo ABC cujos vértices são:

4 a) A(1, -1), B(4, 4) e C(-5, 4)

5 b) A(0, 0), B(1, 0) e C(0, 1)

6 c) A(-3, 0), B(3, 0) e C(0,  $3\sqrt{3}$ )

7 d) A(-1, 0), B(1, 0) e C(0,  $\sqrt{3}$ )

8 e) A(-2, 1), B(1, 0) e C(0, 0)



The image shows a screenshot of the Microsoft Excel application window. The title bar reads "ListadeExercicios1 [Modo de Compatibilidade] - Microsoft Excel". The ribbon is set to "Exibição" (View) with the "Estilos de Célula" (Cell Styles) group selected. The active cell is K28. The worksheet content is as follows:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Exercício de Geometria Analítica (ortocentro do triângulo)														
2															
3															
4															
5															
6															
7															
8															
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															
16															
17															
18															
19															
20															
21															
22															
23															
24															
25															
26															
27															
28															
29															
30															

The exercise text in the worksheet is:

3 Determinar o ortocentro do triângulo ABC cujos vértices são:

4 a) A(1, -1), B(4, 4) e C(-5, 4)

5 b) A(0, 0), B(1, 0) e C(0, 1)

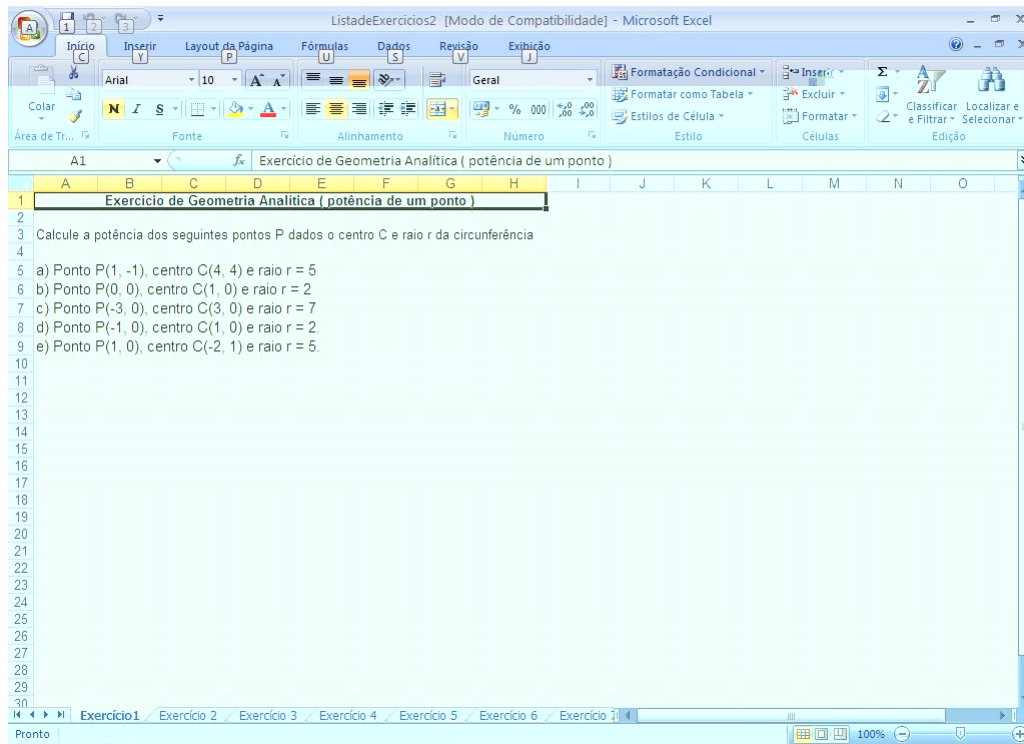
6 c) A(-3, 0), B(3, 0) e C(0, 3√3)

7 d) A(-1, 0), B(1, 0) e C(0, √3)

8 e) A(-2, 1), B(1, 0) e C(0, 0)

The status bar at the bottom shows "Pronto" and "Exercício 11" is the active sheet. The zoom level is 100%.

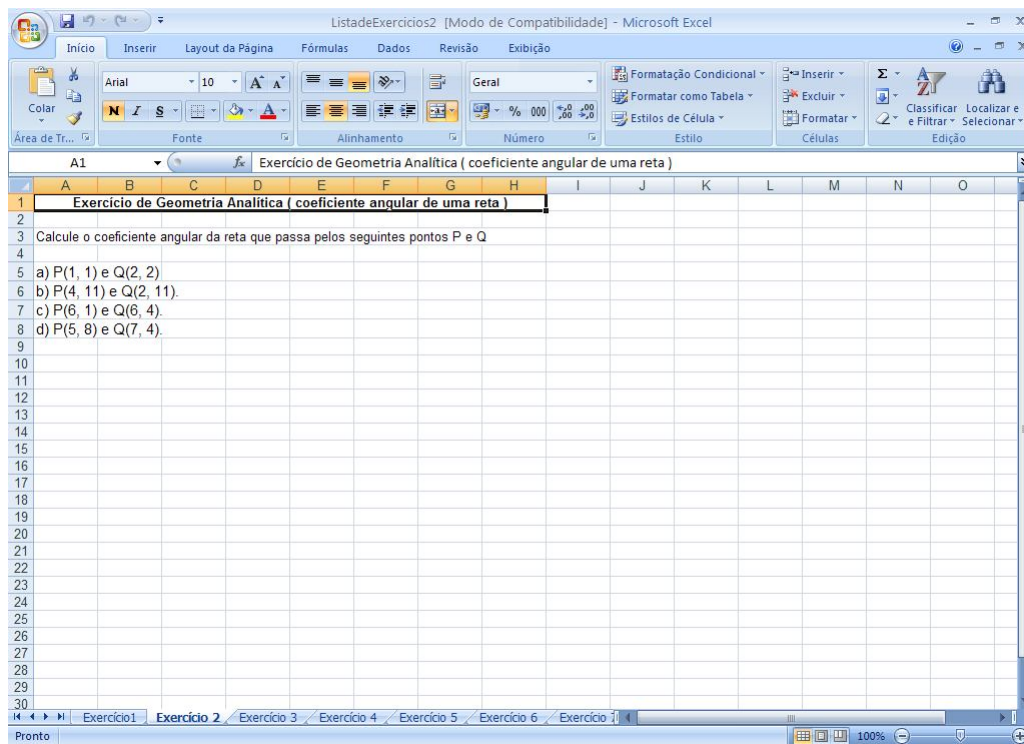
## Lista de exercícios 3:



Exercício de Geometria Analítica (potência de um ponto)

Calcule a potência dos seguintes pontos P dados o centro C e raio r da circunferência

- Ponto P(1, -1), centro C(4, 4) e raio  $r = 5$
- Ponto P(0, 0), centro C(1, 0) e raio  $r = 2$
- Ponto P(-3, 0), centro C(3, 0) e raio  $r = 7$
- Ponto P(-1, 0), centro C(1, 0) e raio  $r = 2$
- Ponto P(1, 0), centro C(-2, 1) e raio  $r = 5$



Exercício de Geometria Analítica (coeficiente angular de uma reta)

Calcule o coeficiente angular da reta que passa pelos seguintes pontos P e Q

- P(1, 1) e Q(2, 2)
- P(4, 11) e Q(2, 11)
- P(6, 1) e Q(6, 4)
- P(5, 8) e Q(7, 4)

Microsoft Excel interface showing a worksheet titled "Exercício de Geometria Analítica ( equação reduzida de uma reta )". The worksheet content is as follows:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Exercício de Geometria Analítica ( equação reduzida de uma reta )														
2															
3	Determine a equação reduzida da reta que passa pelos pontos														
4	a) (2, 3) e (3, 5).														
5	b) (1, 1) e (2, 2).														
6	c) (1, -2) e (2, -4).														
7	d) (1, -1) e (2, -3).														
8															
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															
16															
17															
18															
19															
20															
21															
22															
23															
24															
25															
26															
27															
28															
29															

Microsoft Excel interface showing a worksheet titled "Exercício de Geometria Analítica ( equação da reta com coeficiente angular )". The worksheet content is as follows:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Exercício de Geometria Analítica ( equação da reta com coeficiente angular )														
2															
3	Determine a equação da reta com coeficiente angular que passa pelos pontos:														
4															
5	a) P(2, 3) e Q(3, 5).														
6	b) P(1, 1) e Q(2, 2).														
7	c) P(1, -2) e Q(2, -4).														
8	d) P(1, -1) e Q(2, -3).														
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															
16															
17															
18															
19															
20															
21															
22															
23															
24															
25															
26															
27															
28															
29															

Microsoft Excel - ListadeExercicios2 [Modo de Compatibilidade]

Exercício de Geometria Analítica ( equação geral da reta )

1 Exercício de Geometria Analítica ( equação geral da reta )

2

3 Determine os coeficientes A, B e C da equação geral da reta que passa pelos pontos:

4

5 a) P(2, 3) e Q(3, 5).

6 b) P(1, 1) e Q(2, 2)

7 c) P(1, -2) e Q(2, -4)

8 d) P(1, -1) e Q(2, -3).

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

Exercício 1 / Exercício 2 / Exercício 3 / Exercício 4 / Exercício 5 / Exercício 6 / Exercício 7

Pronto

Microsoft Excel - ListadeExercicios2 [Modo de Compatibilidade]

Exercício de Geometria Analítica ( posição relativa entre duas retas )

1 Exercício de Geometria Analítica ( posição relativa entre duas retas )

2

3 Determine a posição relativa entre as seguintes retas:

4

5 a)  $3x - y + 1 = 0$  e  $9x - 3y - 8 = 0$

6 b)  $3x + 5y - 7 = 0$  e  $10x - 6y + 1 = 0$

7 c)  $2x + 3y + 5 = 0$  e  $4x + 6y + 10 = 0$

8 d)  $2x - y + 5 = 0$  e  $3x + y + 1 = 0$ .

9 e)  $x - 2 = 0$  e  $x - 3 = 0$

10 f)  $y - 5 = 0$  e  $y - 3 = 0$

11

12 Observação: Consideramos como concorrentes todos os pares de retas que se

13 intersectam formando um ângulo diferente de  $90^\circ$ , sendo  $90^\circ$  denominamos perpendiculares

14 Trabalhamos com retas que representem funções, isto é, que não são verticais

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

Exercício 1 / Exercício 2 / Exercício 3 / Exercício 4 / Exercício 5 / Exercício 6 / Exercício 7

Pronto

Mostrar ícones ocultos

The image shows a screenshot of the Microsoft Excel application window. The title bar reads "ListadeExercicios2 [Modo de Compatibilidade] - Microsoft Excel". The ribbon is set to "Início" (Home) with various formatting options visible. The worksheet contains the following text:

Exercício de Geometria Analítica ( pertinência de um ponto na reta )

3 Verificar se um ponto P pertence à reta r

4

5 a) Ponto P(-3, 1) e reta r:  $x - y + 2 = 0$

6 b) Ponto P(4, 0) e reta r:  $x - y - 4 = 0$

7 c) Ponto P(3, 5) e reta r:  $x + y - 4 = 0$

8 d) Ponto P(2, 1) e reta r:  $x + y - 2 = 0$

The cells from row 9 to 30 are highlighted in light blue. The status bar at the bottom shows "Pronto" and "100%".

## Lista de exercícios 4:

Exercício de Geometria Analítica (posição relativa entre ponto e circunferência)

Determine a posição relativa entre ponto P e a circunferência, de centro C e raio r

- centro  $C(3, 4)$ , raio  $r = 5$  e ponto  $P(-2, 0)$ .
- centro  $C(3, 4)$ , raio  $r = 5$  e ponto  $P(2, 1)$ .
- centro  $C(3, 4)$ , raio  $r = 5$  e ponto  $P(0, 0)$ .
- centro  $C(3, 4)$ , raio  $r = 5$  e ponto  $P(8, 4)$ .

Exercício de Geometria Analítica (posição relativa entre reta e circunferência)

Determine a posição relativa entre a reta r e a circunferência de centro C e raio r

- centro  $C(2, 3)$ , raio  $R = 5$  e coeficientes da equação geral da reta  $a = 1$ ,  $b = 1$  e  $c = 7$ .
- centro  $C(2, 3)$ , raio  $R = 5$  e coeficientes da equação geral da reta  $a = 3$ ,  $b = -4$  e  $c = -1$ .
- centro  $C(2, 3)$ , raio  $R = 5$  e coeficientes da equação geral da reta  $a = 0$ ,  $b = 1$  e  $c = 2$ .
- centro  $C(0, 0)$ , raio  $R = 2$  e coeficientes da equação geral da reta  $a = 0,732$ ,  $b = -1$  e  $c = 4$ .

Microsoft Excel - ListadeExercicios3 [Modo de Compatibilidade]

Exercício de Geometria Analítica ( posição relativa entre duas circunferências)

1 **Exercício de Geometria Analítica ( posição relativa entre duas circunferências)**

2

3 Determine a posição relativa de duas circunferências de centros  $O_1$  e  $O_2$  e raios  $r_1$  e  $r_2$

4

5 a) centro  $O_1(0, 0)$  e raio  $r_1 = 7$  da circunferência e centro  $O_2(3, 4)$  e raio  $r_2 = 6$  da outra circunferência

6 b) centro  $O_1(0, 0)$  e raio  $r_1 = 7$  da circunferência e centro  $O_2(3, 4)$  e raio  $r_2 = 2$  da outra circunferência

7 c) centro  $O_1(0, 0)$  e raio  $r_1 = 2$  da circunferência e centro  $O_2(-4, 3)$  e raio  $r_2 = 3$  da outra circunferência

8 d) centro  $O_1(0, 0)$  e raio  $r_1 = 2$  da circunferência e centro  $O_2(0, 0)$  e raio  $r_2 = 4$  da outra circunferência

9 e) centro  $O_1(1, 1)$  e raio  $r_1 = 1$  da circunferência e centro  $O_2(1, -1)$  e raio  $r_2 = 4$  da outra circunferência

10 f) centro  $O_1(1, 1)$  e raio  $r_1 = 1$  da circunferência e centro  $O_2(-1, -1)$  e raio  $r_2 = 1$  da outra circunferência

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

Exercício 1 Exercício 2 **Exercício 3** Exercício 4 Exercício 5 Exercício 6 Exercício 7

Pronto

Microsoft Excel - ListadeExercicios3 [Modo de Compatibilidade]

Exercício de Geometria Analítica ( raiz ou zero de uma função afim)

1 **Exercício de Geometria Analítica ( raiz ou zero de uma função afim)**

2

3 Dada a função  $f(x) = Ax + B$ , determine sua raiz.

4

5 a)  $f(x) = 3x - 45$

6 b)  $f(x) = -3.6x + 4.8$

7 c)  $f(x) = 2x$

8 d)  $f(x) = x - 3.2$

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

Exercício 1 Exercício 2 Exercício 3 **Exercício 4** Exercício 5 Exercício 6 Exercício 7

Pronto

Microsoft Excel - ListadeExercicios3 [Modo de Compatibilidade]

Exercício de Geometria Analítica ( raiz ou zero de uma função quadrática)

1 Exercício de Geometria Analítica ( raiz ou zero de uma função quadrática)

2

3 Dada a função  $f(x) = Ax^2 + Bx + C$ , determine suas raízes

4

5 a)  $f(x) = x^2 + 2x + 1$

6 b)  $f(x) = x^2 - 5x + 6$

7 c)  $f(x) = x^2 + 2x + 3$

8 d)  $f(x) = x^2 + 5x + 6$

9 e)  $f(x) = x^2 + 3,4x + 2,3$

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

Exercício 1 Exercício 2 Exercício 3 Exercício 4 Exercício 5 Exercício 6 Exercício 7

Pronto

Microsoft Excel - ListadeExercicios3 [Modo de Compatibilidade]

Exercício de Geometria Analítica ( volume de um tetraedro)

1 Exercício de Geometria Analítica ( volume de um tetraedro)

2

3 Calcular o volume do tetraedro ABCD, cujos vértices são:

4

5 a)  $A(0, 0, 0)$ ,  $B(1, 0, 0)$ ,  $C(1, 1, 0)$ ,  $D(1, 1, 1)$

6 b)  $A(0, 0, 0)$ ,  $B(2, 0, 0)$ ,  $C(0, 3, 0)$ ,  $D(0, 0, 4)$

7 c)  $A(2, 1, 5)$ ,  $B(0, 0, 0)$ ,  $C(2, 3, 0)$ ,  $D(4, 0, 0)$

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

Exercício 1 Exercício 2 Exercício 3 Exercício 4 Exercício 5 Exercício 6 Exercício 7

Pronto





### Anexo III: Exemplo de um código fonte de uma função

Neste anexo é dado um exemplo do código fonte de uma função presente na biblioteca de funções.

#### Function ORTOCENTRO(Lista As Range) As Variant

```
Dim celula As Range
Dim valor As Double
Dim Vetor(1 To 6)
Dim ponto(1 To 2)
Dim i As Integer
```

```
i = 1
```

```
For Each celula In Lista
    valor = celula
    Vetor(i) = valor
    i = i + 1
Next celula
```

```
ponto(1) = (Vetor(1) * Vetor(3) * (Vetor(2) - Vetor(4)) + _
    Vetor(3) * Vetor(5) * (Vetor(4) - Vetor(6)) + Vetor(5) _
    * Vetor(1) * (Vetor(6) - Vetor(2)) - (Vetor(2) - Vetor(4)) _
    * (Vetor(4) - Vetor(6)) * (Vetor(6) - Vetor(2))) / (Vetor(5) _
    * Vetor(4) - Vetor(3) * Vetor(6) + Vetor(1) * Vetor(6) _
    - Vetor(5) * Vetor(2) + Vetor(3) * Vetor(2) - Vetor(1) _
    * Vetor(4))
ponto(2) = (Vetor(2) * Vetor(4) * (Vetor(1) - Vetor(3)) + _
    Vetor(1) * Vetor(6) * (Vetor(5) - Vetor(3)) - (Vetor(2) - Vetor(4)) _
    * (Vetor(6) - Vetor(2)) * (Vetor(5) - Vetor(3))) / (Vetor(5) _
    * Vetor(4) - Vetor(3) * Vetor(6) + Vetor(1) * Vetor(6) _
    - Vetor(5) * Vetor(2) + Vetor(3) * Vetor(2) - Vetor(1) _
    * Vetor(4))
```

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)