PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO

Adriano dos Santos

Modelo Estocástico para a Exclusão pelo Tamanho Durante o Transporte de Suspensões Particuladas em Meios Porosos

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Ciências de Engenharia Civil: Geotecnia.

Orientadores: Sérgio A. B. da Fontoura
Pavel G. Bedrikovetsky

Rio de Janeiro, Setembro de 2005.

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO

Adriano dos Santos

Modelo Estocástico para a Exclusão pelo Tamanho Durante o Transporte de Suspensões Particuladas em Meios Porosos

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Sérgio Augusto Barreto da Fontoura
Presidente/Orientador
Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Pavel Bedrikovetsky
UENF
Co-orientador

Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Júnior
Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Celso Romanel
Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Dr. Antonio Luiz Serra de Souza
CENPES / PETROBRAS

Dra. Rosana Fátima Teixeira Lomba
CENPES / PETROBRAS

Dr. Paulo Dore Fernandes
CENPES / PETROBRAS

Prof. José Eugênio Leal
Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 21 de Setembro de 2005

Adriano dos Santos

Graduou-se em Física (Bacharelado e Licenciatura) na UFSC (Universidade Federal de Santa Catarina) em 1996. Concluiu o mestrado em Física Estatística na UFSC em 1998. As atuais áreas de interesse são: Transporte em meios porosos, dano à formação, perda de injetividade, modelagem estocástica e recuperação avançada de petróleo.

Ficha Catalográfica

Santos, Adriano dos

Modelo estocástico para a exclusão pelo tamanho durante o transporte de suspensões particuladas em meios porosos / Adriano dos Santos ; orientadores: Sérgio A. B. da Fontoura, Pavel G. Bedrikovetsky. – Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Engenharia Civil, 2005.

136 f. ; 29,7 cm

Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil.

Inclui referências bibliográficas

1. Engenharia Civil – Teses. 2. Filtração. 3. Exclusão pelo tamanho. 4. Modelo estocástico. 5. Distribuições de tamanho de partículas e de poros. I. Fontoura, A. B. da. II. Bedrikovetsky, Pavel G. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil . IV. Título.

CDD: 624

Para os meus pais Walderi e Ângela

Agradecimentos

À minha família pelo carinho e incentivo aos estudos.

Aos Professores Dr. Sérgio Fontoura e Dr. Pavel Bedrikovetsky pelo apoio e orientação.

Ao Dr. Antônio Luiz Serra de Souza (CENPES / PETROBRAS), Dr. Farid Shecaira (CENPES / PETROBRAS), Ms. Alexandre Siqueira (CENPES / PETROBRAS), Dr. J. Bruining (Delft University) e Dr. Yannis Yortsos (University of South California) pelas valorosas sugestões para este trabalho.

Aos amigos Adolfo Puime Pires, José Eurico Altoé Junior e Rubens Peres Lopes Junior pelo companheirismo e discussões sobre o conteúdo desta tese.

Ao Ms. Ronaldo Oliveira de Paiva (PETROBRAS) pelos dados fornecidos.

Aos amigos e colegas do GTEP, em especial ao Ewerton, ao Bruno, ao Fredy, à Olga, à Nelly e à Suzana, pelo companheirismo e convívio diário.

À CAPES, à ANP e à FENORTE pelo apoio financeiro concedido durante o meu doutorado.

Ao Diego, Thiago, Luiz Gustavo e Erblai pela amizade e companheirismo.

Aos colegas, professores e funcionários do departamento de Engenharia Civil da PUC-RIO e do Laboratório de Engenharia e Exploração de Petróleo (LENEP/UENF), em especial à Prof. Themis, pelo convívio e apoio.

Resumo

dos Santos, Adriano; Fontoura, Sérgio A. B. da; Bedrikovetsky, Pavel G. **Modelo estocástico para a exclusão pelo tamanho durante o transporte de suspensões particuladas em meios porosos.** Rio de Janeiro, 2005. 136p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A filtração profunda de suspensões particuladas ocorre em muitos processos industriais e ambientais, como filtração de água e contaminação do solo. Na indústria petrolífera, a filtração profunda ocorre próximo ao poço injetor durante a injeção de água, causando redução de injetividade. A captura de partículas no meio poroso pode ser causada por diferentes mecanismos físicos (exclusão pelo tamanho, forças elétricas, gravidade (sedimentação), etc.). No caso do mecanismo de exclusão pelo tamanho, quanto maiores forem as partículas e menores forem os poros, mais intensa será a captura. Conseqüentemente, maior será o dano à formação. Entretanto, o modelo tradicional não considera as distribuições de tamanho de partículas e de poros. Assumindo que as partículas são capturadas pelo mecanismo de exclusão pelo tamanho, foram deduzidas as equações básicas para o transporte de suspensões particuladas no meio poroso considerando as distribuições de tamanho de poros e de partículas. Apenas o fluxo de água via poros acessíveis transporta partículas, ou seja, as partículas não podem acessar poros menores do que elas. No presente trabalho, os efeitos da redução do fluxo de partículas e da inacessibilidade devido ao fluxo seletivo de diferentes tamanhos de partículas são incluídos no modelo estocástico para a filtração profunda. As soluções analíticas obtidas mostram um comportamento físico mais realístico do que o previsto pelo modelo tradicional. O modelo de medição (concentrações totais) obtido difere substancialmente do modelo tradicional para a filtração profunda. Vários dados experimentais foram tratados, mostrando boa concordância e validando o modelo proposto. Um sistema de equações estocásticas para modelar a formação do reboco externo foi proposto e soluções analíticas foram obtidas, permitindo tratar a filtração profunda e a formação do reboco externo, utilizando o mesmo formalismo matemático.

Palavras-chave

Filtração; exclusão pelo tamanho; modelo estocástico; distribuições de tamanho de poros e de partículas; dano à formação.

Abstract

dos Santos, Adriano; Fontoura, Sérgio A. B. da (Advisor); Bedrikovetsky, Pavel G. (Advisor). **Stochastic model for size exclusion mechanism during suspended particle suspension transport in porous medium.** Rio de Janeiro, 2005. 136p. DSc. Thesis - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Deep bed filtration of water with particles occurs in several industrial and environmental processes like water filtration and soil contamination. In petroleum industry, deep bed filtration occurs near to injection wells during water injection, causing injectivity reduction. It also takes place during well drilling, sand production control, produced water disposal in aquifers, etc. The particle capture in porous media can be caused by different physical mechanisms (size exclusion, electrical forces, bridging, gravity (sedimentation), etc.). In case of size exclusion mechanism, the larger are the particles and the smaller are the pores, the more intensive is the capture and the larger is the formation damage. Nevertheless, the widely used traditional model does not account for particle and pore size distributions. Considering that particles are captured due to size exclusion mechanism, we derived basic equations for transport of particulate suspensions in porous media, accounting for particle and pore radii distributions. Particles are carried by water flowing through the accessible pore space only, i.e. particles cannot access smaller pores. In the current work, the effects of porous space accessibility and particle flux reduction due to selective flow of different size particles are included into the stochastic deep bed filtration model. The particle and pore ensembles for analytical solutions of the derived system show more realistic physics behaviour than that of the traditional model. Averaging of the derived stochastic equations leads to a new deep bed filtration model that significantly differs from the classical deep bed filtration system. Treatment of several experimental data shows good agreement between the laboratory and modelling data and validates the proposed model. The derived stochastic model has been extended to model formation of external filter cake by particles from the injected polydispersed suspension, allowing treating both deep bed filtration and external filter cake formation in the framework of the same system of governing equations.

Keywords

Filtration, straining, stochastic model, particle and pore radii distributions, formation damage.

Sumário

Lista de figuras

Nomenclatura

f	função de distribuição de probabilidade (PDF), L^{-1}
c	concentração total de partículas em suspensão, L^{-3}
C	distribuição de concentração de partículas em suspensão, L^{-4}
f_s	função de distribuição de tamanho de partículas, L^{-1}
f_T	distribuição de tamanho de partículas capturadas, L^{-1}
$\underline{f_T}$	distribuição de tamanho de partículas capturadas em poros de raio r_p, L^{-2}
h	concentração total de poros, L^{-3}
H	distribuição de concentração de poros, L^{-4}
f_p	distribuição de tamanho de poros, L^{-1}
j	fluxo de partículas de raio r_s por unidade de área da seção transversal, $L^{-3}T^{-1}$
$\underline{j}$	distribuição de fluxo de partículas de raio r_s através de poros de raio r_p por unidade de área da seção transversal, $L^{-4}T^{-1}$
$J(T)$	impedância
k_o	permeabilidade inicial, L^2
$k(\sigma)$	função de dano à formação
L	comprimento do meio poroso, L
p	pressão, M/T^2L
P	probabilidade de uma partícula com raio r_s encontrar um poro com raio r_p
r_p	raio do poro, L
r_s	raio da partícula, L
s	desvio padrão, L
t	tempo dimensional, T
T	tempo adimensional
U	velocidade superficial do fluido, L/T
x	coordenada linear, L
X	coordenada linear adimensional
$\langle x \rangle$	comprimento médio de penetração, L

α	fator de redução de fluxo
β	coeficiente de dano à formação
δ	função delta de Dirac´s
γ	fator de acessibilidade
ϕ	porosidade
λ'	coeficiente de filtração dimensional, L^{-1}
λ	coeficiente de filtração adimensional
μ	viscosidade, $ML^{-1}T^{-1}$
$\underline{\Sigma}(r_s, r_p)$	distribuição de concentração para partículas de raio r_s capturadas em poros com raio r_p, L^{-5}
$\Sigma(r_s)$	distribuição de concentração de partículas com raio r_s retidas, L^{-4}
σ	concentração total de partículas capturadas, L^{-3}

Subscritos e superescritos

0	valor inicial ($T = 0$)
br	chegada da frente de deslocamento (*breakthrough*)
c	reboco externo (*cake*)
f	frente de deslocamento
p	poro
s	partículas em suspensão
tr	transição
T	partículas capturadas
(0)	valor no contorno ($X = 0$)

1 Introdução

A modelagem do processo de filtração durante o transporte de partículas através do meio poroso é de grande importância científica e industrial. Muitas aplicações podem ser identificadas em áreas como petróleo, química e engenharia ambiental.

Durante o transporte de uma suspensão particulada através de um meio poroso, as partículas podem ser capturadas. Esse processo, conhecido como filtração profunda, pode causar dano à formação (queda de permeabilidade). O entendimento do processo de filtração profunda é essencial para tecnologias industriais e ambientais tais como injeção de água em reservatórios de petróleo, filtração de água, transporte de poluentes no subsolo, etc.

Quase toda operação (perfuração, cimentação, injeção de fluidos, etc.) em poços de petróleo é uma fonte de dano à formação (redução de permeabilidade). Danificar a formação implica em queda de produtividade e/ou injetividade. Para evitar as dificuldades e o alto custo envolvido na recuperação de uma formação danificada é necessário minimizar o dano à formação.

Durante a produção de petróleo a pressão no reservatório tende a diminuir. Conseqüentemente, haverá um declínio de produção. Devido a este fato, torna-se necessário injetar fluidos no reservatório que, além de manter a pressão, também têm a função de deslocar o óleo (ou gás) em direção ao poço produtor.

Em poços marítimos ("offshore") de petróleo, devido à facilidade de captação, injeta-se água do mar. Esta água contém partículas que podem ser capturadas no interior do meio poroso, diminuindo a permeabilidade da rocha e causando um grande impacto industrial. De acordo com Shecaira et al. (2002), a injeção de água (ver Figura 1) é a principal tecnologia aplicada em campos marítimos, sendo empregada em aproximadamente 74% do petróleo produzido no Brasil. Em 2002, o volume de água injetado excedia 140 milhões de litros por dia (140×10^3 m^3/dia) e a produção de água alcançava cerca de 52 milhões de litros por dia (52×10^3 m^3/dia). Em 2006, aproximadamente 500 milhões de litros

(500×10^{3} m^{3}) de água do mar devem ser injetados diariamente em campos brasileiros.

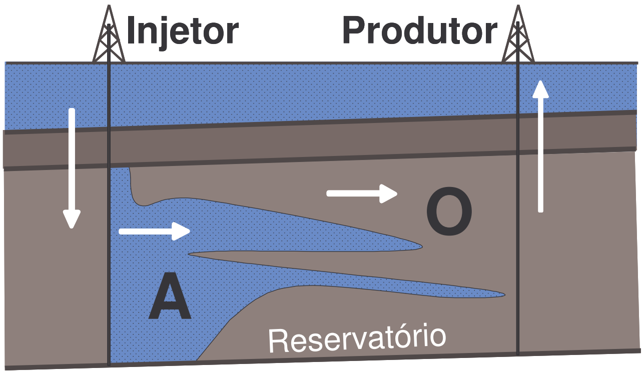


Figura 1: Esquema mostrando a injeção de água num reservatório de petróleo.

Embora a expressão “gerenciamento de água” seja bem conhecida, o comportamento da queda de injetividade deve ser precisamente entendido para permitir uma comparação consistente entre as duas opções: realizar um bom tratamento da água e necessitar de poucas intervenções (paradas na produção para a recuperação da injetividade) ou, ao contrário, injetar água com pior qualidade (maior teor de sólidos, por exemplo) e fazer freqüentes intervenções.

De modo geral, o declínio na injetividade ocorre devido ao entupimento do meio poroso, que pode ocorrer devido a vários mecanismos:

a) Exclusão pelo tamanho: ocorre quando uma partícula encontra um poro de raio menor que o dela (Figura 2a);
b) Deposição: devido às forças gravitacional e elétrica, as partículas podem ser desviadas da trajetória sugerida pelas linhas de fluxo e depositadas no interior do meio poroso (Figura 2b);
c) “Bridging”: ocasionado pelo acúmulo de várias partículas nas gargantas dos poros. Neste caso, as partículas são menores que a garganta. Este processo é favorecido pelo aumento da deposição de partículas nas gargantas dos poros (Figura 2a);
d) Difusão: devido à difusão, ocorre um aumento da probabilidade de partículas brownianas serem capturadas (Figura 2c).

A efetividade de cada mecanismo de captura de partículas depende das forças de interação entre o meio poroso, o fluido injetado e as partículas suspensas (Sharma e Yortsos, 1987a).

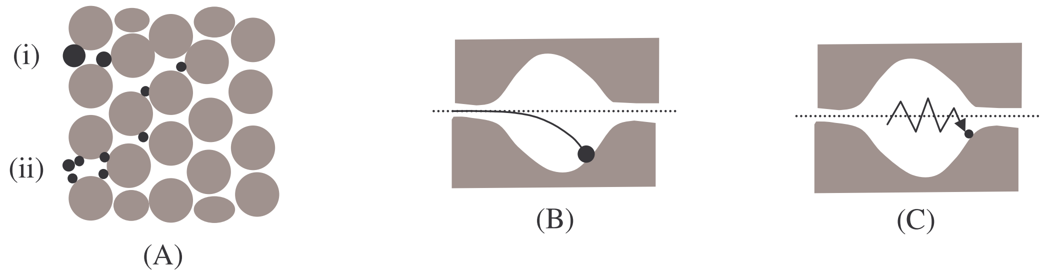


Figura 2: Mecanismos de captura de partículas: (A) Exclusão pelo tamanho (i) e "bridging" (ii); (B) deposição; (C) movimento browniano de uma partícula sobre uma linha de fluxo.

Em um processo de filtração, parâmetros como a velocidade, a concentração de partículas, a distribuição do tamanho de partículas, a distribuição de tamanho de poros, as energias de interação (partículas-partículas e partículas-poros) e a composição do fluido e das partículas injetadas, podem determinar o(s) mecanismo(s) de retenção de partículas mais efetivo(s) (Imdakm e Sahimi, 1987, Chauveteau et al., 1988, Herzig et al., 1970, Sharma e Yortsos, 1987a).

Desta forma, a modelagem da retenção de partículas será diferente para diferentes valores dos parâmetros relevantes em cada processo. Para velocidade alta, por exemplo, os efeitos da difusão molecular e da deposição tornam-se menos efetivos (Chauveteau et al., 1998).

Um modelo fenomenológico para captura de partículas, com conseqüente queda de permeabilidade, foi proposto por Iwasaki (1937) e utilizado na teoria de filtração (Herzig et al., 1970) e na previsão do declínio de permeabilidade de rochas (Bedrikovetsky, 2001, Pang e Sharma, 1997).

O modelo mencionado acima assume que a cinética de captura é linear, e exibe uma boa concordância com testes laboratoriais. Portanto, pode ser utilizado para fins de previsão, como a determinação da "perda de injetividade" baseado em testes laboratoriais.

Entretanto, este modelo não distingue entre os diferentes mecanismos de dano à formação. Além disso, o modelo incorpora um coeficiente de filtração fenomenológico e não inclui parâmetros físicos reais tais como tamanho de poros e de partículas em suspensão, cargas elétricas, etc. Conseqüentemente, o modelo não pode ser utilizado para propósitos de diagnóstico baseado em parâmetros físicos reais, tais como previsão da queda de injetividade baseado em dados de tamanho de poros e de partículas.

No caso do mecanismo de exclusão pelo tamanho, quanto maior o tamanho das partículas e menor o tamanho dos poros, mais intensa é a captura de partículas e maior é o dano à formação. Entretanto, muitas tentativas de correlacionar o dano à formação com os tamanhos das partículas e dos poros fracassaram (Bedrikovetsky et al., 2001). Isto pode significar que o mecanismo de exclusão pelo tamanho nunca domina, ou que o modelo fenomenológico não é suficientemente geral / universal. Uma forma de estudar esta inconsistência é a modelagem em micro-escala de cada mecanismo de captura.

O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo para o processo de filtração profunda, incorporando as funções de distribuição de tamanho de poros e de partículas, bem como os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo. O sistema de equações obtido é constituído da equação do balanço de população, da cinética de captura de partículas e da cinética de obstrução de poros. Foram obtidas soluções analíticas do modelo proposto, que consiste de uma cadeia de Markov contínua (equações de Einstein - Smoluchowski), para vários casos particulares.

A partir do modelo citado acima, um modelo efetivo que difere significantemente do modelo clássico para as concentrações totais de partículas foi obtido. Para este modelo efetivo, foi considerada também a formação transiente do reboco externo. Além disso, o problema inverso para a determinação dos parâmetros envolvidos no modelo efetivo proposto foi resolvido e dados experimentais disponíveis na literatura foram tratados.

Na revisão bibliográfica (capítulo 2), os modelos e os testes experimentais desenvolvidos por vários autores para o processo de filtração profunda e o conseqüente dano à formação foram discutidos.

No capítulo 3, um modelo estocástico incluindo os efeitos de acessibilidade e de redução de fluxo de partículas é proposto e as equações governantes são discutidas. Várias soluções analíticas para casos particulares, bem como o tratamento de dados experimentais, são apresentadas no capítulo 4.

A partir do modelo estocástico proposto (incluindo as distribuições de tamanho de poros e de partículas), um modelo de medição (concentrações totais) é deduzido no capítulo 5. No capítulo 6, as soluções analíticas para um modelo efetivo analítico são apresentadas e o problema inverso da determinação dos fatores de acessibilidade e redução de fluxo é resolvido. Além disso, uma metodologia experimental para a determinação da queda de injetividade durante o processo de filtração profunda é proposta.

No capítulo 7 um modelo transiente para a formação e o crescimento do reboco externo (desprezando a erosão e a compactação do reboco) é proposto. Ainda neste capítulo, soluções analíticas para o caso onde os coeficientes de redução de fluxo e de acessibilidade são constantes são obtidas.

Nos capítulos 8, 9 e 10 são apresentados os comentários finais, as conclusões e as sugestões para futuras pesquisas, respectivamente.

2 Revisão bibliográfica

Este capítulo tem como objetivo apresentar e discutir os modelos e os experimentos elaborados para o estudo do dano à formação devido ao processo de filtração profunda.

O dano à formação envolvido nos processos de filtração foi estudado por vários autores. Nestes estudos, foram analisados os efeitos dos parâmetros envolvidos nos processos de filtração utilizando diferentes tipos de modelagem matemática com soluções analíticas e numéricas. Existem também muitos estudos experimentais para a determinação dos parâmetros relevantes no processo de dano à formação devido à captura de partículas durante o transporte de suspensões através de meios porosos.

2.1. Modelo clássico para filtração profunda

O sistema de equações clássico que descreve o processo de filtração profunda consiste das equações de balanço de massa das partículas, da cinética de captura de partículas e da lei de Darcy (Iwasaki, 1937; Herzig *et al.*, 1970)

$$\begin{cases} \dfrac{\partial c(X,T)}{\partial T} + \dfrac{\partial c(X,T)}{\partial X} = -\dfrac{1}{\phi}\dfrac{\partial \sigma(X,T)}{\partial T} \\ \dfrac{\partial \sigma(X,T)}{\partial T} = \lambda(\sigma)\,\phi\,c(X,T) \\ U = -\dfrac{k_0\,k(\sigma)}{\mu L}\dfrac{\partial p}{\partial X} \end{cases} \tag{2.1}$$

onde $\lambda(\sigma)$ é o coeficiente de filtração adimensional que está relacionado à probabilidade de uma partícula ser capturada durante o fluxo através de uma amostra de comprimento L; X e T são a coordenada e o tempo adimensionais, respectivamente:

$$X=\frac{x}{L};\qquad T=\frac{\int_0^t U(t')\,dt'}{L\phi};\qquad \lambda=\lambda^{l}L, \tag{2.2}$$

λ^{l} é o coeficiente de filtração dimensional, x e t são a coordenada e o tempo dimensionais, respectivamente; ϕ é a porosidade; $U(t)$ é a velocidade de Darcy (vazão por unidade de área da seção transversal ao fluxo); $c(X,T)$ é a concentração de partículas em suspensão (número de partículas em suspensão por unidade de volume poroso); $\sigma(X,T)$ é a concentração de partículas capturadas (número de partículas retidas por unidade de volume da amostra). A função de dano à formação $k(\sigma)$ relaciona a queda de permeabilidade com a retenção de partículas:

$$k(\sigma)=\frac{1}{1+\beta\sigma} \tag{2.3}$$

As condições iniciais e de contorno para o sistema (2.1) são dadas por:

$$\begin{cases} X=0: c(0,T)=c^{(0)} \\ T=0: c(X,0)=0; \quad \sigma(X,0)=0 \end{cases} \tag{2.4}$$

De acordo com o modelo clássico, no caso em que o coeficiente de filtração é constante, o comprimento de penetração médio para partículas é igual à $1/\lambda^{l}$. Portanto, pode-se interpretar o coeficiente de filtração como sendo o inverso da penetração média das partículas.

A velocidade $U(t)$ é independente de X devido a incompressibilidade da suspensão. Portanto, a terceira eq. (2.1) pode ser separada da primeira e segunda equações, que podem ser resolvidas independentemente. A primeira e segunda equações (2.1) formam um modelo cinético para o transporte e captura de partículas. A terceira equação é um modelo dinâmico que prevê o aumento do gradiente de pressão devido à queda de permeabilidade com o aumento da concentração de partículas capturadas.

Se o coeficiente de filtração é constante $\lambda(\sigma)=\lambda_0$, a solução analítica para o modelo clássico (2.1) é representada por uma onda de concentração de partículas em suspensão que se move com a velocidade média do fluido percolante. Ou seja, para $X<T$, tem-se:

$$c(X,T)=c^{(0)}e^{-\lambda_0 X} \tag{2.5}$$

$$\sigma(X,T)=\lambda_0\phi c^{(0)}(T-X)e^{-\lambda_0 X}\,. \tag{2.6}$$

As concentrações de partículas capturadas e suspensas são iguais a zero na frente do choque de concentração ($X > T$):

$$c(X,T)=\sigma(X,T)=0\,. \tag{2.7}$$

Bedrikovetsky et al. (2002, 2004 e 2005), propuseram uma solução do problema inverso da determinação simultânea dos coeficientes de filtração λ e de dano à formação β (ver equação (2.3)).

Após a injeção de um volume poroso (T = 1 pvi), as partículas alcançam a saída do meio poroso (X = 1), ou seja:

$$c(1,T)=\begin{cases}0, & T<1\\ c^{(0)}e^{-\lambda_0}, & T\geq 1\end{cases} \tag{2.8}$$

A eq. (2.8) mostra que a concentração na saída do reservatório permanece constante com o tempo.

De acordo com a equação da continuidade (2.1), as partículas são transportadas com uma velocidade média igual a do fluido que as transporta.

Vários autores (Herzig et al., 1970, Bedrikovetsky et al., 2002, 2004) discutem diferentes formas para o coeficiente de filtração em função da concentração de partículas capturadas ($\lambda = \lambda(\sigma)$) e propõem soluções analíticas explícitas para alguns casos particulares. Bedrikovetsky et al., (2001) propõem um método geral para a solução do sistema de equações (2.1).

No caso da captura de partículas pelo mecanismo de exclusão pelo tamanho, quanto maiores forem as partículas e menores forem os poros, maior é a taxa de captura de partículas em suspensão e, conseqüentemente, maior é o dano à formação. Vários autores (Sharma e Yortsos, 1987, A. Suri e M. Sharma 2001, Payatakes et al, 1973 e 1974) sugerem que, quando o mecanismo de exclusão pelo tamanho é dominante, as distribuições de tamanho de poros e de partículas em suspensão desempenham um papel fundamental no processo de filtração profunda.

Entretanto, no modelo clássico (2.1) não são consideradas as distribuições de tamanho de poros e de partículas. Por outro lado, se o tamanho dos poros e das partículas em suspensão forem aumentados simultaneamente, a taxa de captura pelo mecanismo de exclusão pelo tamanho não deveria ser afetada. Portanto, o coeficiente de filtração no mecanismo de exclusão pelo tamanho deveria ser uma função monotonicamente crescente da razão entre os tamanhos das partículas e dos poros η (η = raio médio das partículas/raio médio dos poros). Bedrikovetsky et al. (2001), tentaram relacionar o coeficiente de filtração com a razão entre o raio médio das partículas e o raio médio dos poros. Foram analisados 34 testes laboratoriais e não foi obtida nenhuma correlação entre os parâmetros mencionados acima (ver Figura 3).

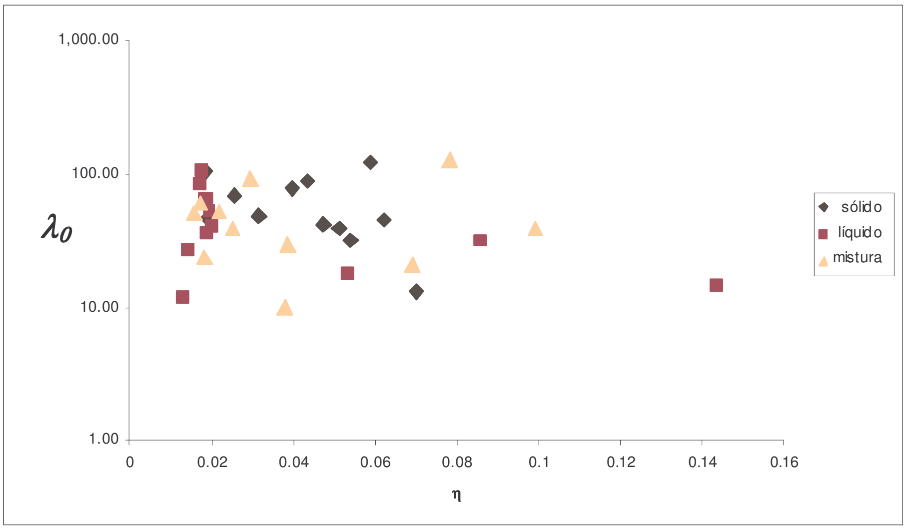


Figura 3: Relação entre o coeficiente de filtração λ_o e o parâmetro η (razão entre o raio médio das partículas e o raio médio dos poros). Neste gráfico estão representados os resultados para partículas sólidas (losangos), líquidas (quadrados) e uma mistura de ambas (triângulos) (Bedrikovetsky et al., 2001).

A dificuldade em correlacionar o coeficiente de filtração com os raios das partículas e dos poros significa que o mecanismo de exclusão pelo tamanho não dominou nos testes laboratoriais estudados, ou que o modelo (2.1) para concentrações totais não descreve adequadamente o processo de filtração com exclusão pelo tamanho. Uma forma de estudar este problema é a modelagem em micro-escala de cada mecanismo de captura.

Além disso, de acordo com o modelo clássico, para que uma partícula injetada na face de entrada chegue até a face de saída do meio poroso seria necessário injetar um volume poroso (ver (2.8)). Entretanto, vários casos onde o tempo de chegada ("breakthrough") difere significantemente de um volume poroso injetado têm sido reportados na literatura para polímeros e suspensões particuladas (Massei *et al*, 2002; Veerapen *et al*, 2001; Bartelds *et al*, 1997; Dawson e Lantz, 1972).

2.2. Modelo estocástico na micro-escala

Sharma e Yortsos (1987a) desenvolveram equações básicas para o balanço de populações durante o transporte de suspensões particuladas através do meio poroso. O modelo considera variações nas distribuições de tamanho de partículas e de poros devido a diferentes mecanismos de captura. Também é assumido que todo o espaço poroso é acessível para todas as partículas e que as populações de partículas movem-se com a velocidade média do fluido percolante. No caso de um meio poroso com uma distribuição uniforme de tamanho de poros, esta consideração resulta num processo de filtração profunda independente para todos os tamanhos de partículas. Entretanto, no mecanismo de exclusão pelo tamanho, partículas menores que o raio dos poros devem ser transportadas sem ser capturadas e partículas maiores que o raio dos poros não devem entrar no meio poroso.

Devido ao mecanismo de exclusão pelo tamanho, as partículas podem passar somente através de poros maiores; isto é, apenas uma fração da porosidade está acessível para as partículas. Portanto, as partículas são efetivamente transportadas pela fração de água fluindo através do espaço poroso acessível, isto é, o fluxo de água transportando partículas de um dado tamanho é apenas uma fração do fluxo total de água.

Os efeitos da acessibilidade do espaço poroso e da redução de fluxo para partículas devido ao tamanho finito das moléculas de polímeros foram observados e matematicamente descritos para o transporte de polímeros em rochas (Bartelds *et al*, 1997; Dawson e Lantz, 1972).

Massei et al. (2002) fizeram experimentos injetando pulsos de partículas em meios porosos e também observaram que a velocidade média das partículas pode ser significantemente diferente da velocidade média do fluido percolante.

2.3.Modelos de rede

Vários modelos de rede, incluindo diferentes mecanismos físicos de retenção de partículas, foram desenvolvidos por Imdakm e Sahimi (1987), Payatakes *et al*. (1973, 1974), Sahimi *et al*. (1990, 1991), Rege e Fogler (1987, 1988), Siqueira e Shecaira (2003), entre outros.

Imdakm, A. O. e Sahimi Muhammad, 1987 utilizaram o método de Monte Carlo para modelar apenas o efeito da exclusão pelo tamanho no dano à formação. Neste caso, o meio poroso foi representado por uma rede quadrada bidimensional, onde as gargantas dos poros são representadas pelas ligações da rede. O modelo estudado pressupõe que os poros são tubos capilares cilíndricos de raio r_p, distribuídos segundo a função de distribuição de probabilidade de Rayleigh $f(r_p) = 2\alpha^2 r_p.\exp(-\alpha^2 r_p{}^2)$, onde α é uma característica do raio do poro.

Além disso, foi assumido que as partículas injetadas são esféricas e se distribuem de acordo com a distribuição de Rayleigh ou segundo uma distribuição uniforme.

Como os poros são representados por tubos capilares, o fluxo em um poro de raio r_p é proporcional a r_p^4 (Poiseuille). Desta forma, a probabilidade de uma partícula encontrar uma garganta será proporcional à porção de fluxo que está passando por ela. Quanto maior o raio da garganta, maior será o fluxo. Sendo assim, maior será a probabilidade da garganta ser acessada. Após a partícula ter "selecionado" um poro, seu raio efetivo (r_s) é comparado com o raio do poro (r_p). Se $r_s < r_p$, a partícula passa, senão ela é capturada.

Devido à excelente concordância com os resultados experimentais analisados, eles concluíram que o mecanismo dominante na queda de permeabilidade é a exclusão pelo tamanho. Os resultados obtidos no modelo descrito acima indicam que o dano à formação depende da distribuição de tamanho de poros, da topologia do meio poroso, da distribuição do tamanho de partículas injetadas e da concentração de partículas.

O grau de semelhança entre a permeabilidade da rede e a do meio poroso real irá depender muito das considerações adotadas no modelo, onde os atributos mais importantes da estrutura porosa real são suas morfologia (tamanho e forma dos poros), topologia (relações de conectividade dos poros entre si) e propriedades de percolação (Dullien, 1992; Ioannidis *et al.*, 1997).

Em geral, com os modelos de rede tenta-se determinar as propriedades macroscópicas do sistema incorporando as heterogeneidades do meio na escala de poros. Eles são os únicos modelos que levam em conta a conectividade do meio, o que lhes possibilita prever com maior acerto a permeabilidade e o comportamento durante o transporte de partículas através do espaço poroso (Sahimi et al., 1990).

A principal desvantagem dos modelos de rede é o esforço computacional requerido, o que limita o tamanho da rede a ser processada.

2.4. Modelo de reboco com tempo de transição

Geralmente as distribuições de tamanho de partículas e de poros desempenham um papel fundamental no processo de crescimento do reboco. Quando a suspensão contém partículas de tamanhos diferentes, as partículas maiores formam o esqueleto do “reboco externo” e as menores podem ser transportadas e eventualmente capturadas no interior do reboco formado pelas partículas maiores. Simultaneamente, pode ocorrer a compactação do reboco devido ao efeito da força de arraste causada pelo fluxo da suspensão através do reboco. Conseqüentemente, ocorrem variações da porosidade, da permeabilidade e da espessura do reboco afetando o comportamento do processo de filtração.

Pang e Sharma (1994) consideraram a formação do reboco interno (*deep bed filtration*) e externo (*external cake*) simultaneamente e introduziram o conceito de tempo de transição (t_{tr}).

Eles postularam que inicialmente um reboco interno é formado. Com o aumento de partículas retidas na superfície da rocha haverá um momento onde pouquíssimas partículas poderão invadir a rocha, inicia-se então a formação de um reboco externo. O tempo de transição é atingido quando não há mais invasão de partículas na rocha, ou seja, o reboco interno é completamente formado.

Sendo assim, o processo global de filtração foi aproximado aplicando-se um modelo para a formação do reboco interno antes do tempo de transição e um modelo para a formação do reboco externo após o tempo de transição. Quando $t_{tr} \to \infty$, ocorre apenas a formação do reboco interno e quando $t_{tr} \to 0$, ocorre somente a formação do reboco externo.

2.5. Modelo multicomponente para filtração e formação do reboco

No modelo clássico (2.1) um coeficiente de filtração efetivo (λ) é definido e as distribuições de tamanho de poros e de partículas não são consideradas. Muitas vezes, o tamanho das partículas varia muito e o modelo clássico leva a previsões incoerentes. No caso da adição de polímeros em fluidos de perfuração, por exemplo, verificou-se que o modelo clássico não descreve corretamente o processo de filtração (Suri e Sharma, 2001).

A. Suri e M. Sharma (2001) propuseram um modelo para a filtração multicomponente, considerando suspensões com partículas de tamanho variável. De acordo com estes autores, as distribuições de tamanho de poros e de partículas no fluido de perfuração têm um papel fundamental na determinação do comprimento de penetração e da queda de permeabilidade. O modelo assume partículas de tamanhos discretos e consiste das equações de balanço de massa e cinética de captura para cada tamanho de partícula:

$$\frac{\partial c_i}{\partial T} + \frac{\partial c_i}{\partial X} = -\frac{1}{\phi}\frac{\partial \sigma_i}{\partial T}, \tag{2.9}$$

onde c_i é a concentração de partículas da i-ésima espécie em suspensão, σ_i é a concentração de partículas da i-ésima espécie capturadas pelo meio poroso, ϕ é a porosidade e X e T são a coordenada e o tempo adimensionais (2.2), respectivamente.

A taxa de captura para a i-ésima população de partículas é assumida como sendo proporcional ao fluxo de partículas dessa população Uc_i:

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial t} = \lambda_i' \, U c_i \,, \qquad (2.10)$$

onde σ_i é a concentração de partículas da i-ésima população que foram capturadas, c_i é a concentração de partículas suspensas da população "i" e $\lambda_i^{/}$ é o coeficiente de filtração para partículas suspensas da i-ésima população. Portanto, em geral, cada população tem um coeficiente de filtração diferente.

Introduzindo as transformações adimensionais (2.2) na eq. (2.10), obtém-se:

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial T} = \lambda_i \, \phi \, c_i \qquad (2.11)$$

As condições iniciais e de contorno para o sistema (2.9), (2.11) são dadas por:

$$\begin{aligned} T &= 0 : c_i = 0, \ \sigma_i = 0 \,, \\ X &= 0 : c_i = c_i^{(0)} \,, \end{aligned} \qquad (2.12)$$

ou seja, é assumido que inicialmente não existem partículas no interior do meio poroso e que uma concentração $c_i^{(0)}$ é injetada na face de entrada do meio poroso ($X = 0$).

O modelo (2.9), (2.11), sujeito as condições iniciais e de contorno (2.12), tem a seguinte solução analítica:

$$c_i = \begin{cases} c_i^{(0)} \exp\left(-\lambda_i \, X\right), \ X \le T \\ 0 \,, \ X > T \end{cases} \qquad (2.13)$$

$$\sigma_i = \begin{cases} \lambda_i \, \phi \left(T - X\right) c_i^{(0)} \exp\left(-\lambda_i \, X\right), \ \ X \le T \\ 0 \,, \ X > T \end{cases} \qquad (2.14)$$

É bom salientar que o modelo (2.9), (2.11) não considera a variação da distribuição de tamanho de poros durante o processo de filtração profunda, bem como os efeitos da acessibilidade do espaço poroso e da redução de fluxo de partículas.

A solução (2.13) mostra que o perfil de concentração de partículas da i-ésima população se move com a mesma velocidade do fluido percolante. Por outro lado, vários autores (Massei et al., 2002, Bartelds *et al*, 1997; Dawson e Lantz, 1972) observaram experimentalmente que a velocidade média das partículas pode ser significantemente diferente da velocidade média do fluido percolante.

3 Modelo estocástico na micro escala com efeitos de acessibilidade e redução de fluxo de partículas

O objetivo deste capítulo é deduzir as equações governantes para o modelo estocástico proposto. Neste modelo são incorporadas as distribuições de tamanho de poros e de partículas, considerando os efeitos de acessibilidade e de redução de fluxo de partículas.

Durante o transporte de partículas em suspensão, algumas são capturadas nos poros da rocha devido ao mecanismo de exclusão pelo tamanho. Ou seja, se uma partícula de raio r_s encontra um poro de raio r_p, menor que o dela: $r_p < r_s$, essa partícula é capturada e obstrui o poro. Por outro lado, uma partícula pequena $r_p > r_s$ é transportada através do poro sem ser capturada (Figura 4).

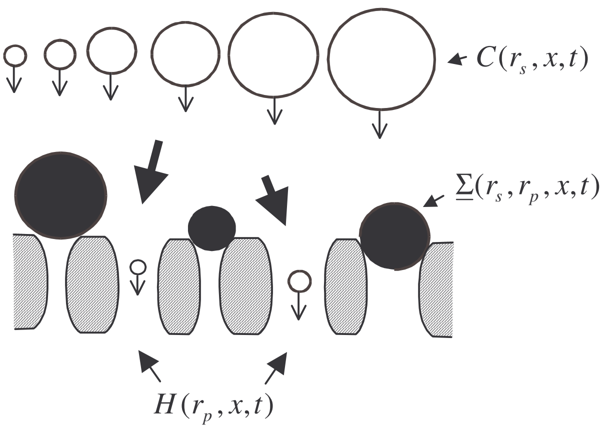


Figura 4: Esquema mostrando a captura de partículas grandes em poros menores do que elas.

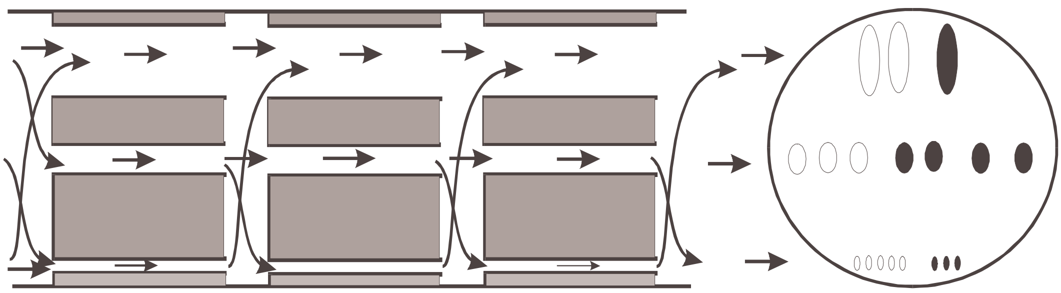
Nas seções subseqüentes a geometria adotada para o meio poroso é descrita e as equações que governam o transporte de partículas sob ação do mecanismo de exclusão pelo tamanho são deduzidas.

3.1. Modelo geométrico para o meio poroso

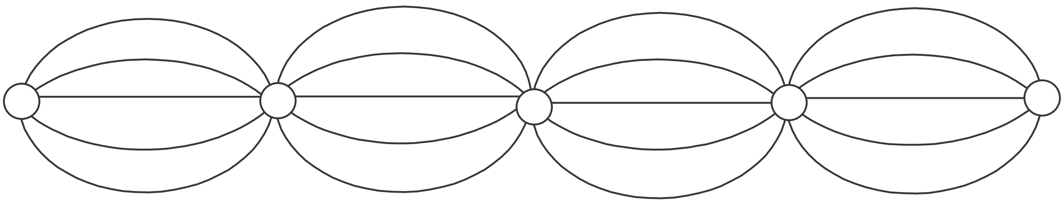
A seguinte estrutura geométrica do espaço poroso é adotada:

- localmente o espaço poroso é um conjunto de capilares paralelos de diferentes raios;
- o fluxo através de cada poro é proporcional a quarta potência do raio do poro (r_p^4, como no fluxo de Poiseuille);
- a cada comprimento l ocorre a "mistura completa", ou seja, a probabilidade de uma partícula ser transportada de qualquer poro na posição x para qualquer poro na posição $x+l$ é diferente de zero.

Um exemplo do meio poroso em consideração é mostrado na Figura 5. O meio poroso é um conjunto de capilares paralelos alternados por "câmaras de mistura", onde ocorre a mistura completa de diferentes tamanhos de partículas.



(a) (b)



(c)

Figura 5: Meio poroso constituído por um conjunto de capilares intersecionados por câmaras de mistura: (a) trajetória das partículas nos capilares e nas câmaras de mistura, (b) seção transversal ao fluxo, (c) esquema mostrando a ligação entre poros de conjuntos subseqüentes de capilares.

Durante o transporte de partículas, se a partícula for menor que o raio do capilar, ela é transportada sem ser capturada (Figura 5a). Caso contrário, ela é capturada na entrada do capilar. Portanto, a secção de entrada de cada capilar atua como uma peneira, isto é, partículas grandes não entram em poros pequenos e são capturadas na saída de cada câmara de mistura.

É assumido que o volume das câmaras de mistura é desprezível se comparado com o volume do capilar.

3.2. Dedução das equações básicas

Com o intuito de descrever o mecanismo de exclusão pelo tamanho, as distribuições de tamanho de partículas em suspensão, de partículas capturadas e de poros são definidas:

$$\int_0^\infty f_s\left(r_s,x,t\right)\,dr_s = 1 \;;\qquad \int_0^\infty f_T\left(r_s,x,t\right)\,dr_s = 1 \;;\qquad \int_0^\infty f_P\left(r_p,x,t\right)\,dr_p = 1 \tag{3.1}$$

O produto $f_s(r_s,x,t)dr_s$ é a fração de partículas com raio entre r_s e r_s+dr_s. A concentração $C(r_s, x, t)\, dr_s$ de partículas em suspensão com raio entre r_s e r_s+dr_s é definida como o número de partículas com raio entre r_s e r_s+dr_s por unidade de volume poroso.

$$C\left(r_s,x,t\right)\,dr_s \;=\; c\left(x,t\right)\; f_s\left(r_s,x,t\right)\,dr_s \tag{3.2}$$

É bom salientar que, $C(r_s, x, t)\, dr_s$ é a concentração, e $C(r_s, x, t)$ é uma "densidade de concentração", ou "distribuição de concentração".

A concentração $c(x, t)$ é definida como o número total de partículas em suspensão por unidade de volume poroso.

Integrando (3.2) sobre r_s de zero até infinito e considerando (3.1), obtém-se a concentração total de partículas:

$$\int_0^\infty C\left(r_s,x,t\right)dr_s = c\left(x,t\right). \tag{3.3}$$

A fração de partículas com raio entre r_s e r_s+dr_s capturadas por poros com raio entre r_p e r_p+dr_p é definida como $\underline{f_T}(r_s,r_p,x,t)\; dr_s\; dr_p$. A concentração de partículas com raio r_s capturadas por poros com raio r_p é dada por $\underline{\Sigma}(r_s , r_p , x, t)$ (Figura 4):

$$\underline{\Sigma}\left(r_s,r_p,x,t\right)\,dr_p\,dr_s \;=\; \sigma\left(x,t\right)\underline{f_T}\left(r_s,r_p,x,t\right)\,dr_p\,dr_s\,. \tag{3.4}$$

O produto $\underline{\Sigma}(r_s , r_p , x ,t)\ dr_s\ dr_p$ é igual ao número de partículas com raio entre r_s e r_s+dr_s capturadas por poros com raio entre r_p e r_p+dr_p por unidade de volume da rocha.

A concentração total de partículas retidas $\sigma(x,t)$ é igual ao número de partículas capturadas em um volume unitário do meio poroso.

O mecanismo de exclusão pelo tamanho assume que uma partícula com raio r_s somente pode ser capturada por um poro com raio r_p menor que o dela, ou seja, $r_s > r_p$. Portanto,

$$\underline{f_T}\left(r_s,r_p,x,t\right)=0\ :\ r_s<r_p \tag{3.5}$$

$$\underline{\Sigma}\left(r_s,r_p,x,t\right)=0\ :\ r_s<r_p \tag{3.6}$$

A fração e a concentração de partículas capturadas com raio entre r_s e r_s+dr_s são obtidas integrando as funções $\underline{f_T}$ e $\underline{\Sigma}$, respectivamente, sobre r_p de zero até infinito. Fazendo isto e substituindo as eqs. (3.5) e (3.6), obtém-se:

$$f_T\left(r_s,x,t\right)\ dr_s\ =\left(\int_0^{r_s}\underline{f_T}\left(r_s,r_p,x,t\right)\ dr_p\right)dr_s \tag{3.7}$$

$$\Sigma\left(r_s,x,t\right)\ dr_s\ =\left(\int_0^{r_s}\underline{\Sigma}\left(r_s,r_p,x,t\right)\ dr_p\right)dr_s\ . \tag{3.8}$$

Substituindo (3.4) em (3.8) e considerando (3.7), resulta em:

$$\Sigma\left(r_s,x,t\right)dr_s=\sigma\left(x,t\right)f_T\left(r_s,x,t\right)dr_s\ . \tag{3.9}$$

A integração da eq. (3.9) sobre r_s de zero até infinito, levando em conta a eq. (3.1), resulta na concentração total de partículas capturadas:

$$\int_0^{\infty}\Sigma\left(r_s,x,t\right)\ dr_s=\sigma\left(x,t\right). \tag{3.10}$$

A concentração de poros $H(r_p, x, t)\, dr_p$ com raio no intervalo $[r_p, r_p+dr_p]$ é definida como:

$$H\left(r_p, x, t\right) dr_p = h\left(x, t\right) f_P\left(r_p, x, t\right) dr_p\,; \tag{3.11}$$

Integrando (3.11) sobre r_p de zero até infinito e substituindo (3.1), obtém-se a concentração total de poros:

$$\int_0^\infty H\left(r_p, x, t\right) dr_p = h\left(x, t\right). \tag{3.12}$$

É assumido que uma partícula capturada obstrui somente um poro, e vice versa. Portanto, a variação do número total de poros com raio no intervalo $[r_p\,,\, r_p + dr_p]$ é igual ao número total de partículas capturadas em poros com raio no intervalo $[r_p\,,\, r_p + dr_p]$:

$$H\left(r_p, x, t\right) dr_p = H\left(r_p, x, 0\right) dr_p - \left(\int_{r_p}^{\infty} \underline{\Sigma}\left(r_s, r_p, x, t\right) dr_s\right) dr_p\,. \tag{3.13}$$

É bom lembrar que o mecanismo de exclusão pelo tamanho pressupõe que uma partícula (com raio r_s) pode ser capturada somente em poros com raio r_p menor que o dela, ou seja, $r_s > r_p$. Portanto, $\underline{\Sigma}(r_s, r_p, x, t) = 0$ para $r_s < r_p$ (ver eq. (3.6)). Por isso, a integral na eq. (3.13) é avaliada de r_p até infinito.

Diferenciando (3.13) em relação a t resulta em:

$$\frac{\partial H\left(r_p, x, t\right)}{\partial t} = -\int_{r_p}^{\infty} \frac{\partial \underline{\Sigma}\left(r_s, r_p, x, t\right)}{\partial t}\, d r_s\,. \tag{3.14}$$

O termo integral do lado direito da eq. (3.14) é igual ao número total de partículas (com raio r_s) maiores que r_p capturadas em poros com raio r_p por unidade de tempo. Portanto, a eq. (3.14) significa que um poro pode ser obstruído por qualquer partícula maior que ele.

O próximo passo será deduzir o balanço de população para as partículas suspensas e capturadas.

Uma partícula com raio r_s passa através de um poro com raio r_p somente se o raio dela for menor que o raio do poro, $r_s < r_p$. Portanto, poros pequenos ($r_p < r_s$) são inacessíveis para partículas grandes, ou seja, as partículas são transportadas somente através de poros grandes. Esta fração de poros grandes é denominada de volume poroso acessível. Assumindo que localmente o espaço poroso é um conjunto de capilares, define-se o fator de acessibilidade γ para partículas com raio r_s como uma função do volume poroso com capilares de raio maiores que r_s:

$$\gamma(r_s,x,t) = \frac{\int_{r_s}^{\infty} r_p^2 H(r_p,x,t)\,dr_p}{\int_{0}^{\infty} r_p^2 H(r_p,x,t)\,dr_p}. \tag{3.15}$$

Conseqüentemente, partículas com raio r_s são transportadas na $\gamma(r_s,x,t)$-ésima fração do volume poroso.

Vamos definir o fluxo $j(r_s, r_p, x, t)\, dr_s\, dr_p$ de partículas com raio no intervalo $[r_s, r_s + dr_s]$ através de poros com raio no intervalo $[r_p, r_p + dr_p]$ e também o fluxo total $j(r_s, x, t)dr_s$ de partículas com raio no intervalo $[r_s, r_s + dr_s]$. Integrando $j(r_s, r_p, x, t)\, dr_s\, dr_p$ sobre todos os poros r_p que permitem fluxo de partículas com raio r_s, obtém-se o fluxo total de partículas com raio no intervalo $[r_s, r_s + dr_s]$. De acordo com o mecanismo de exclusão pelo tamanho, o fluxo de partículas através de poros com raio menor que o dela é nulo. Ou seja, $j(r_s, r_p, x, t) = 0$ se $r_p < r_s$. Portanto,

$$j(r_s,x,t)\,dr_s = \left(\int_{r_s}^{\infty} \underline{j}(r_s,r_p,x,t)\,dr_p \right) dr_s. \tag{3.16}$$

O fluxo de partículas com raio r_s via poros com raios menores ($r_p < r_s$) é igual a zero. Entretanto, a água flui através de todos os poros, incluindo os poros pequenos. Portanto, o fluxo de água carregando partículas de raio r_s é apenas uma fração do fluxo total de água através do meio poroso.

Como já mencionado, é assumido que o fluxo através de um poro com raio r_p é proporcional a quarta potência do raio do capilar r_p^4 (fórmula de Hagen-Poiseuille). Conseqüentemente, a fração do fluxo via poros com raio no intervalo $[r_p, r_p + dr_p]$ é dada por:

$$F\left(r_p, x, t\right) dr_p = \frac{H\left(r_p, x, t\right) r_p^{\,4}\; dr_p}{\int_0^\infty H\left(r_p, x, t\right) r_p^{\,4} dr_p}. \tag{3.17}$$

Em outras palavras, a probabilidade de uma partícula encontrar um poro com raio no intervalo $[r_p, r_p + dr_p]$ é igual à $F(r_p)\, dr_p$.

O fluxo de partículas com raio r_s através de poros com raio r_p é igual ao produto do fluxo total de partículas com raio r_s pela fração do fluxo total de água através de poros com raio r_p:

$$\underline{j}\left(r_s, r_p, x, t\right) dr_s dr_p = UC\left(r_s, x, t\right) \frac{H\left(r_p, x, t\right) \;\; r_p^{\,4} dr_p}{\int_0^\infty H\left(r_p, x, t\right) \;\; r_p^{\,4} dr_p} dr_s\,. \tag{3.18}$$

A explicação acima para a eq. (3.18) seria mais rigorosa substituindo os termos “raio r_s” e ‘raio r_p” pelos termos “no intervalo $[r_s, r_s + dr_s]$” e “no intervalo $[r_p, r_p + dr_p]$”, respectivamente.

Substituindo (3.18) em (3.16), resulta em:

$$j\left(r_s, x, t\right) dr_s = UC\left(r_s, x, t\right) \frac{\int_{r_s}^\infty H\left(r_p, x, t\right) \;\; r_p^{\,4} dr_p}{\int_0^\infty H\left(r_p, x, t\right) \;\; r_p^{\,4} dr} dr_s\,. \tag{3.19}$$

Introduzindo a fração do fluxo total que transporta partículas com raio r_s,

$$\alpha\left(r_s,x,t\right)=\frac{\int_{r_s}^{\infty} r_p^4 H\left(r_p,x,t\right)dr_p}{\int_{0}^{\infty} r_p^4 H\left(r_p,x,t\right)dr_p}\ , \tag{3.20}$$

e substituindo a eq. (3.20) na eq. (3.19), obtém-se a seguinte fórmula para o fluxo de partículas com raio no intervalo [r_s, r_s+dr_s]:

$$j\left(r_s,x,t\right)dr_s = U\,\alpha\left(r_s,x,t\right)C\left(r_s,x,t\right)dr_s\ . \tag{3.21}$$

O coeficiente α é denominado fator de redução de fluxo.

É bom salientar que os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo são fortemente influenciados pela morfologia (tamanho e forma dos poros) e pela topologia (relações de conectividade dos poros entre si). Num meio poroso real essas propriedades são muito mais complexas que as adotadas nesta tese.

As fórmulas para os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo ((3.15) e (3.20)) podem ser derivadas para redes regulares de poros utilizando as teorias do meio efetivo ou de percolação. Ambas as teorias resultarão em dois valores críticos para o fator de redução de fluxo, correspondendo à existência de um "cluster" infinito para partículas grandes e pequenas.

Considerando que a fração do meio poroso ocupado pelas partículas retidas é desprezível se comparado com o volume poroso total, assumimos que a porosidade permanece constante durante o processo de filtração.

A partir desse momento, são consideradas "densidades de concentração" ao invés de "concentrações"; portanto os multiplicadores dr_s e dr_p são omitidos. Neste caso, a equação para balanço do número de partículas para a população de partículas com raio r_s é dada por:

$$\phi\frac{\partial\left[\gamma\left(r_s,x,t\right)C\left(r_s,x,t\right)\right]}{\partial t}+\frac{\partial j\left(r_s,x,t\right)}{\partial x}=-\frac{\partial\Sigma\left(r_s,x,t\right)}{\partial t}\ . \tag{3.22}$$

A substituição de (3.21) em (3.22) resulta na seguinte equação para o balanço de população:

$$\phi\frac{\partial\left[\gamma\left(r_s,x,t\right)C\left(r_s,x,t\right)\right]}{\partial t}+\frac{\partial\left[U\,\alpha\left(r_s,x,t\right)C\left(r_s,x,t\right)\right]}{\partial x}=-\frac{\partial\Sigma\left(r_s,x,t\right)}{\partial t}. \tag{3.23}$$

Com o objetivo de obter um sistema fechado de equações governantes, as equações para as taxas de captura de partícula e de obstrução de poros são deduzidas a seguir.

A probabilidade P de uma partícula com raio no intervalo $[r_s,\ r_s+dr_s]$ encontrar um poro com raio no intervalo $[r_p,\ r_p+dr_p]$ é proporcional ao produto entre o número de partículas com raio no intervalo $[r_s,\ r_s+dr_s]$ e a fração de fluxo que passa através de poros com raio no intervalo $[r_p,\ r_p+dr_p]$ (Herzig *et al.*, 1970):

$$P \propto U\,C(r_s,x,t)\,dr_s\,\frac{r_p^{\,4}H(r_p,x,t)\,dr_p}{\int\limits_0^\infty r_p^{\,4}H(r_p,x,t)dr_p}. \tag{3.24}$$

A fração de partículas com raio no intervalo $[r_s,\ r_s + dr_s]$ capturadas em poros com raio no intervalo $[r_p,\ r_p + dr_p]$ por unidade de tempo é denominado de taxa de captura de partículas. Esta taxa é proporcional a probabilidade P (ver eq. (3.24)) e o coeficiente de proporcionalidade é chamado de coeficiente de filtração – $\lambda'(r_s,\ r_p)$:

$$\frac{\partial\Sigma\left(r_s,r_p,x,t\right)}{\partial t}=\lambda'\left(r_s,r_p\right)UC\left(r_s,x,t\right)\frac{r_p^{\,4}H\left(r_p,x,t\right)}{\int\limits_0^\infty r_p^{\,4}H\left(r_p,x,t\right)dr_p}. \tag{3.25}$$

Na eq. (3.25), como na maioria das fórmulas seguintes, o multiplicador $dr_s\, dr_p$ é omitido em ambos os lados da equação. Isto significa que são utilizadas as densidades de concentração C, Σ e H ao invés das concentrações $C\,dr_s$, $\Sigma\,dr_s$ e $H\,dr_p$.

É bom salientar que o coeficiente de filtração é igual a zero na ausência de captura:

$$\lambda'\left(r_s, r_p\right) = 0 : \quad r_p > r_s . \tag{3.26}$$

A integração de ambos os lados da eq. (3.25) sobre r_p de zero até infinito, considerando a eq. (3.26), resulta na expressão para a taxa de captura de partículas com raio r_s:

$$\frac{\partial \Sigma\left(r_s, x, t\right)}{\partial t} = \frac{U\, C\left(r_s, x, t\right)}{\int_0^\infty r_p^{\,4} H\left(r_p, x, t\right) dr_p} \int_0^{r_s} \lambda'\left(r_s, r_p\right) r_p^{\,4} H\left(r_p, x, t\right) dr_p . \tag{3.27}$$

Substituindo a taxa de captura (3.25) na eq. (3.14), resulta na equação para a cinética de obstrução de poros:

$$\frac{\partial H\left(r_p, x, t\right)}{\partial t} = -\frac{U H\left(r_p, x, t\right) r_p^{\,4}}{\int_0^\infty H\left(r_p, x, t\right) r_p^{\,4} dr_p} \int_{r_p}^\infty \lambda'\left(r_s, r_p\right) C\left(r_s, x, t\right) dr_s . \tag{3.28}$$

É assumido que o volume total da suspensão aquosa é igual a soma dos volumes de água e de partículas, e que a suspensão é incompressível. Portanto, o fluxo total se conserva, $U = U(t)$.

As eqs. (3.23), (3.27) e (3.28) formam um sistema de equações fechado com três variáveis $C(r_s, x, t)$, $\Sigma(r_s, x, t)$ e $H(r_p, x, t)$:

$$\begin{cases} \phi \dfrac{\partial\left[\gamma\left(r_s, x, t\right) C\left(r_s, x, t\right)\right]}{\partial t} + U \dfrac{\partial\left[\alpha\left(r_s, x, t\right) C\left(r_s, x, t\right)\right]}{\partial x} = -\dfrac{\partial \Sigma\left(r_s, x, t\right)}{\partial t} \\[2ex] \dfrac{\partial \Sigma\left(r_s, x, t\right)}{\partial t} = U C\left(r_s, x, t\right) \dfrac{\int_0^{r_s} \lambda'\left(r_s, r_p\right) r_p^4 H\left(r_p, x, t\right) dr_p}{\int_0^\infty r_p^4 H\left(r_p, x, t\right) dr_p} \\[2ex] \dfrac{\partial H\left(r_p, x, t\right)}{\partial t} = -U \dfrac{r_p^4 H\left(r_p, x, t\right)}{\int_0^\infty r_p^4 H\left(r_p, x, t\right) dr_p} \int_{r_p}^\infty \lambda'\left(r_s, r_p\right) C\left(r_s, x, t\right) dr_s \end{cases} \tag{3.29}$$

Introduzindo as coordenadas adimensionais X e T (ver eqs. (2.2)) no sistema (3.29), obtém-se:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\left[\gamma(r_s,X,T)C(r_s,X,T)\right]}{\partial T}+\dfrac{\partial\left[\alpha(r_s,X,T)C(r_s,X,T)\right]}{\partial X}=-\dfrac{1}{\phi}\dfrac{\partial\Sigma(r_s,X,T)}{\partial T} \\ \dfrac{\partial\Sigma(r_s,X,T)}{\partial T}=\phi C(r_s,X,T)\dfrac{\int_0^{r_s}\lambda(r_s,r_p)r_p^4H(r_p,X,T)dr_p}{\int_0^{\infty}r_p^4H(r_p,X,T)dr_p} \\ \dfrac{\partial H(r_p,X,T)}{\partial T}=-\phi\dfrac{r_p^4H(r_p,X,T)}{\int_0^{\infty}r_p^4H(r_p,X,T)dr_p}\int_{r_p}^{\infty}\lambda(r_s,r_p)C(r_s,X,T)dr_s \end{cases} \tag{3.30}$$

O sistema (3.30) pode ser reduzido a duas equações. Substituindo a segunda equação na primeira equação do sistema (3.30), resulta em:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\left[\gamma(r_s,X,T)C(r_s,X,T)\right]}{\partial T}+\dfrac{\partial\left[\alpha(r_s,X,T)C(r_s,X,T)\right]}{\partial X}= \\ \qquad =-C(r_s,X,T)\dfrac{\int_0^{r_s}\lambda(r_s,r_p)r_p^4H(r_p,X,T)dr_p}{\int_0^{\infty}r_p^4H(r_p,X,T)dr_p} \\ \dfrac{\partial H(r_p,X,T)}{\partial T}=-\phi\dfrac{r_p^4H(r_p,X,T)}{\int_0^{\infty}r_p^4H(r_p,X,T)dr_p}\int_{r_p}^{\infty}\lambda(r_s,r_p)C(r_s,X,T)dr_s \end{cases} \tag{3.31}$$

As variáveis para o sistema (3.31) são as duas funções $C(r_s, X, T)$ e $H(r_p, X, T)$.
A condição de contorno na entrada da rocha ($X = 0$) corresponde à injeção de água com uma certa "densidade de concentração" de partículas $C^{(0)}(r_s,T)$. O fluxo de partículas injetadas com raio r_s é igual a $C^{(0)}(r_s,T)U$. A seção de entrada da rocha (X=0) atua como uma peneira. As partículas com raio r_s são transportadas através do meio poroso por uma fração do fluxo de água – $\alpha^{(0)}(r_s , T)U$ (Figura 5b). As

partículas transportadas pela fração $[1-\alpha^{(0)}(r_s, T)]U$ do fluxo de água são capturadas na seção de entrada do meio poroso e formam um "reboco externo" (Pang e Sharma, 1994). Para partículas maiores do que qualquer poro, não existem poros acessíveis e o fator de redução de fluxo é igual a zero ($\alpha^{(0)}(r_s, T) = 0$). Portanto, as partículas maiores do que qualquer poro são retidas na entrada do meio poroso e contribuem para o crescimento do reboco externo. Por outro lado, para partículas menores que o menor poro $\alpha^{(0)}(r_s, T) = 1$. Portanto, todas essas partículas entram no meio poroso sem serem capturadas.

O fluxo de partículas com raio r_s entrando no meio poroso é igual à $C^{(0)}(r_s,T)\,\alpha^{(0)}(r_s, T)U$; e a fração de partículas com raio r_s capturadas na face de entrada é igual à $C^{(0)}(r_s,T)\,[1-\alpha^{(0)}(r_s, T)]U$. Portanto, a concentração de partículas é contínua para $X = 0$.

Portanto, o fluxo de partículas com raio r_s entrando no meio poroso é igual a $C^{(0)}(r_s,T)\,\alpha^{(0)}(r_s, T)U$; e a concentração de partículas é contínua para X=0.

A condição inicial corresponde à ausência de partículas (em suspensão ou capturadas) no interior do meio poroso antes da injeção (ver Figura 6), portanto:

$$\begin{cases} X=0: C(r_s,0,T)=C^{(0)}(r_s,T) \\ T=0: C(r_s,X,0)=0; \quad \Sigma(r_s,X,0)=0; \quad H(r_p,X,0)=H_0(r_p,X) \end{cases} \qquad (3.32)$$

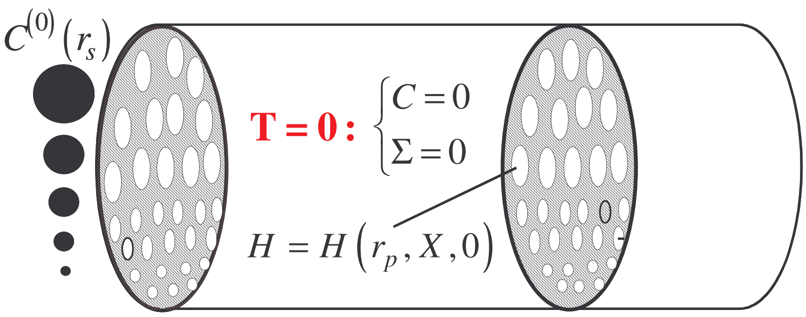


Figura 6: Esquema mostrando as condições iniciais e de contorno

O sistema de equações (3.30) é similar as equações de Einstein-Smoluchowski (Landau e Lifshitz, 1980) e a sua solução determina a evolução das concentrações C, Σ e H (comparar a Figura 6 e a Figura 7).

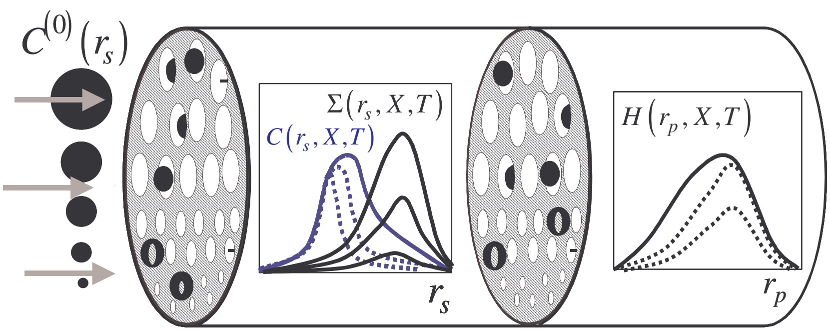


Figura 7: Evolução das concentrações C, Σ e H.

O sistema (3.30) sujeito as condições iniciais e de contorno (3.32) podem ser re-escritos em termos das concentrações totais (3.2), (3.9), (3.11), e das funções de distribuição de probabilidades para os raios das partículas e dos poros (3.1):

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\left[\gamma(r_s,X,T)f_s(r_s,X,T)c(X,T)\right]}{\partial T}+\dfrac{\partial\left[\alpha(r_s,X,T)f_s(r_s,X,T)c(X,T)\right]}{\partial X}= \\ \qquad\qquad =-\dfrac{1}{\phi}\dfrac{\partial\left[f_T(r_s,X,T)\sigma(X,T)\right]}{\partial T} \\ \dfrac{\partial\left[f_T(r_s,X,T)\sigma(X,T)\right]}{\partial T}=\phi f_s(r_s,X,T)c(X,T)\dfrac{\int_0^{r_s}\lambda(r_s,r_p)r_p^4 f_p(r_p,X,T)dr_p}{\int_0^{\infty}r_p^4 f_p(r_p,X,T)dr_p} \\ \dfrac{\partial\left[f_p(r_p,X,T)h(X,T)\right]}{\partial T}=-\phi c(X,T)\dfrac{r_p^4 f_p(r_p,X,T)}{\int_0^{\infty}r_p^4 f_p(r_p,X,T)dr_p}\int_{r_p}^{\infty}\lambda(r_s,r_p)f_s(r_s,X,T)dr_s \end{cases} \tag{3.33}$$

$$\begin{cases} X=0: c(0,T)=c^{(0)}(T); \quad f_s(r_s,0,T)=f_s^{(0)}(r_s,T) \\ T=0: c(X,0)=0; \quad \sigma(X,0)=0; \quad h(X,0)=h_0(X); \quad f_p(r_p,X,0)=f_{p0}(r_p,X) \end{cases} \tag{3.34}$$

A integração da eq. (3.14) sobre r_p de zero até infinito, considerando (3.25), resulta em:

$$\frac{\partial h}{\partial T}=-\frac{\partial\sigma}{\partial T}. \tag{3.35}$$

A eq. (3.35) é uma lei de conservação que mostra que uma partícula pode obstruir somente um poro e vice versa.

Da eq. (3.35), segue que:

$$h(X,T)=h_0(X)-\sigma(X,T). \qquad (3.36)$$

3.3. Problema de Goursat: dinâmica de captura de partículas e bloqueio de poros na face de entrada do meio poroso

A segunda e a terceira equação do sistema (3.30) não contém derivada em relação à coordenada *X*, portanto não é necessário fixar as correspondentes concentrações na seção de entrada (*X*=0) do meio poroso (este é conhecido como o problema de Goursat; Tikhonov e Samarskii, 1990). Isto significa que as concentrações das espécies imóveis (poros e partículas capturadas) não são fixadas. Entretanto, essas concentrações podem ser calculadas utilizando as condições de contorno para as espécies móveis (partículas em suspensão) e as equações que descrevem a evolução para as espécies imóveis (segunda e terceira equações do sistema (3.30)).

Fixando *X* = 0 no sistema (3.30) e substituindo a condição de contorno (3.32) na segunda e na terceira equação do sistema (3.30), resulta num sistema de duas equações íntegro-diferencial ordinária para poros e partículas capturadas na seção de entrada do meio poroso:

$$\begin{cases} \dfrac{d\Sigma^{(0)}(r_s,T)}{dT}=\phi C^{(0)}(r_s,T)\dfrac{\int_0^{r_s}\lambda(r_s,r_p)\,r_p^4H^{(0)}(r_p,T)\,dr_p}{\int_0^{\infty}r_p^4H^{(0)}(r_p,T)\,dr_p} \\[2ex] \dfrac{dH^{(0)}(r_p,T)}{dT}=-\phi\dfrac{r_p^4H^{(0)}(r_p,T)}{\int_0^{\infty}r_p^4H^{(0)}(r_p,T)\,dr_p}\int_{r_p}^{\infty}\lambda(r_s,r_p)\,C^{(0)}(r_s,T)\,dr_s \end{cases} \qquad (3.37)$$

onde:

$$H^{(0)}(r_p,T)=H(r_p,X=0,T), \qquad \Sigma^{(0)}(r_s,T)=\Sigma(r_s,X=0,T). \qquad (3.38)$$

A segunda eq. (3.37) é independente da primeira equação, e pode ser resolvida separadamente. Subseqüentemente, a primeira equação permite calcular a cinética de captura de partículas.

Como não existem partículas capturadas ou poros obstruídos no início (T=0) do processo de filtração profunda, as condições iniciais para o sistema (3.37) são as seguintes:

$$\Sigma^{(0)}\left(r_s, T=0\right)=0; \quad H^{(0)}\left(r_p, T=0\right)=H_0^{(0)}\left(r_p\right). \tag{3.39}$$

A filtração na face de entrada é encerrada no momento em que a concentração de poros $H^{(0)}$ atinge o limite de percolação ($H_c^{(0)} = H^{(0)}(r_p,T_{tr})$). Portanto, a partir da solução da segunda equação do sistema (3.37) pode-se calcular o tempo de transição (T_{tr}) para um processo de filtração profunda.

A solução $H^{(0)}(r_p,T)$ resulta no cálculo do fluxo de partículas $C^{(0)}(r_s,T)[1-\alpha^{(0)}(r_s,T)]U$ com raio r_s que formam o reboco externo desde o início do processo de filtração. Desta forma, a formação do reboco externo antes do tempo de transição, quando as partículas ainda penetram no meio poroso, é descrito.

A determinação do tempo de transição e a formação do reboco externo são discutidos no capítulo 7.

4 Soluções analíticas para o modelo proposto

Este capítulo visa a obtenção de soluções analíticas para o modelo proposto para vários casos particulares.

4.1. Meio poroso com único tamanho de poro

Nesta seção, a injeção de uma suspensão com uma dada distribuição de tamanho de partículas em um meio poroso com um único tamanho de poro $r_p{}'$ é considerada:

$$H\left(r_p, X, T\right) = h\left(X, T\right)\delta\left(r_p - r_p{}'\right) \qquad (4.1)$$

A Figura 8a mostra a distribuição de tamanho de poros (função delta de Dirac) em T = 0 e a distribuição de partículas em suspensão na face de injeção (X=0).

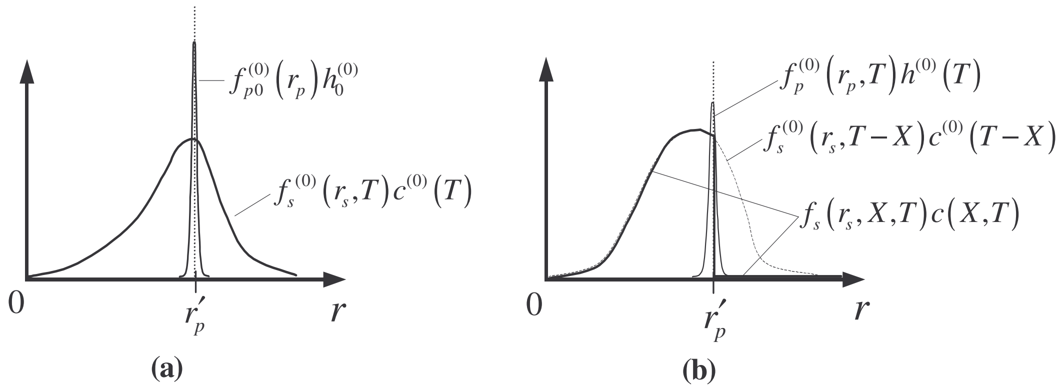


Figura 8: Distribuições de poros e de partículas em suspensão em um meio com tamanho único de poros.(a) condições iniciais e de contorno para as distribuições de concentração de poros e de partículas em suspensão. (b) distribuição de concentração de partículas para qualquer X e T (curva sólida) e para X = 0 (curva pontilhada); distribuição de concentração de poros na face de entrada do meio poroso para T > 0.

4.1.1. Solução analítica

Para o transporte de partículas pequenas ($r_s < r_p^{/}$), as fórmulas (3.15) e (3.20) mostram que $\alpha = \gamma = 1$; ou seja, todos os poros são acessíveis para partículas pequenas, e não há redução de fluxo de partículas.

Substituindo a distribuição de tamanho de poros (4.1) na eq. (3.30) resulta no seguinte sistema para o transporte de partículas pequenas:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial C(r_s,X,T)}{\partial T} + \dfrac{\partial C(r_s,X,T)}{\partial X} = 0 \\ \dfrac{\partial \Sigma(r_s,X,T)}{\partial T} = 0 \end{cases} \tag{4.2}$$

A solução da primeira equação do sistema (4.2), sob as condições iniciais e de contorno (3.32), é uma onda viajante:

$$C(r_s,X,T) = \begin{cases} C^{(0)}(r_s,T-X) \ , \ \text{se } X < T \\ 0 \quad , \quad \text{se } X > T \end{cases} \tag{4.3}$$

Portanto, partículas menores que o raio dos poros são transportadas com a velocidade do fluido carreador sem serem capturadas. Não existem partículas em suspensão na frente do choque de concentração. O perfil da distribuição de partículas atrás da frente de deslocamento se move com velocidade unitária ao longo do meio poroso. O perfil da concentração injetada $C^{(0)}(r_s,T)$ é repetida com um atraso igual a X.

Considerando as condições iniciais (3.32), e resolvendo a segunda eq. (4.2) conclui-se que não ocorre captura de partículas pequenas ($r_s < r_p^{/}$), ou seja, para qualquer $T \geq 0$:

$$\Sigma(r_s,X,T) = 0\,. \tag{4.4}$$

Portanto, como esperado, as partículas pequenas não obstruem os poros.

Para a injeção de partículas grandes ($r_s > r_p'$), a partir das eqs. (3.15) e (3.20), conclui-se que $\alpha = \gamma = 0$; ou seja, nenhum poro é acessível para partículas grandes e não há fluxo de partículas grandes.

Substituindo a eq. (4.1) na eq. (3.30), resulta no seguinte sistema:

$$\begin{cases} 0 = \dfrac{\partial \Sigma(r_s, X, T)}{\partial T} \\ \dfrac{\partial \Sigma(r_s, X, T)}{\partial T} = \phi C(r_s, X, T)\lambda(r_s, r_p') \\ \dfrac{\partial h(X,T)}{\partial T} = -\phi \int\limits_{r_p'}^{\infty} \lambda(r_s, r_p') C(r_s, X, T)\, dr_s \end{cases} \tag{4.5}$$

Das condições iniciais (3.32) e da primeira eq. (4.5), tem-se que:

$$\Sigma(r_s, X, T) = 0\,, \tag{4.6}$$

ou seja, as partículas grandes não são capturadas no interior do meio poroso.

Da primeira eq. (3.37), a concentração de partículas capturadas na seção de entrada ($X = 0$) do meio poroso é calculada:

$$\Sigma^{(0)}(r_s, T) = \lambda(r_s, r_p')\phi \int\limits_0^T C^{(0)}(r_s, T)\, dT\,. \tag{4.7}$$

Portando, como esperado, todas as partículas grandes são capturadas na face de entrada ($X = 0$) do meio poroso.

Lembrando que foi assumido que não existem partículas em suspensão no interior do meio poroso antes da injeção (condição inicial (3.32)), da primeira e segunda eqs. (4.5) segue que:

$$C(r_s, X, T) = 0 : X > 0\,, \tag{4.8}$$

ou seja, nenhuma partícula grande ($r_s > r_p'$) entra no meio poroso.

Substituindo a solução (4.8) na terceira eq. (4.5) e resolvendo a equação diferencial ordinária, considerando as condições iniciais e de contorno (3.32), tem-se que:

$$h\left(X,T\right)=h_0\left(X\right):X>0\,, \tag{4.9}$$

ou seja, o número de poros no interior do meio poroso não muda durante a injeção.

Considerando (4.8) e substituindo (4.7) em (3.10), a acumulação de partículas grandes na entrada do meio poroso é calculada:

$$\sigma^{(0)}\left(T\right)=\phi\int_{r_p'}^{\infty}\lambda\left(r_s,r_p'\right)\int_0^T C^{(0)}\left(r_s,\tau\right)d\tau\,dr_s\,. \tag{4.10}$$

A equação para a concentração de poros na seção de entrada do meio poroso é obtida substituindo (4.10) em (3.36):

$$h^{(0)}\left(T\right)=h_0^{(0)}-\sigma^{(0)}\left(T\right). \tag{4.11}$$

A fórmula (4.11) reflete o fato de que cada partícula pode obstruir apenas um poro e vice-versa.

Para o caso de um meio poroso com poros de tamanho único (4.1), a solução do sistema (3.30), sujeito as condições iniciais e de contorno (3.32), é dado pelas fórmulas (4.3), (4.4), (4.6)-(4.11).

As linhas 1 e 2 na Figura 9 mostram a concentração de partículas na saída (X = 1) do meio poroso para o caso em que a densidade de concentração injetada é constante. A linha 1 representa a concentração de partículas pequenas, que é igual a zero até a injeção de um volume poroso (T = 1). Após a chegada das partículas pequenas na seção de saída do meio poroso (X = 1), a densidade concentração de partículas em X = 1 se iguala a densidade de concentração injetada. Ou seja, não há captura de partículas pequenas. A linha 2 na Figura 9 mostra que as partículas grandes nunca chegam na saída do meio poroso. Este efeito foi observado em testes laboratoriais (Massei et al, 2002), onde a exclusão pelo tamanho era o mecanismo de captura dominante.

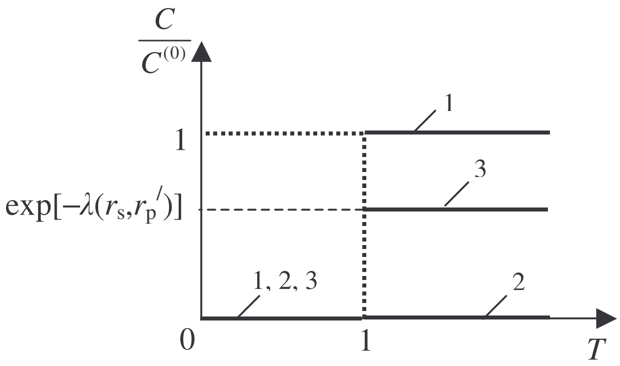


Figura 9: Curvas para o tempo de chegada ("breakthrough time") para diferentes tamanhos de partículas (em X = 1): (1) - para partículas menores que $r_p^{/}$ (de acordo com o modelo proposto); (2) – para partículas maiores que $r_p^{/}$ (de acordo com o modelo proposto); (3) – para partículas maiores que $r_p^{/}$ (ignorando os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo).

É importante salientar que, em um meio poroso com poros de tamanho único, as partículas grandes são capturadas (4.8) e as pequenas são transportadas sem captura (4.3). Portanto, a filtração profunda (onde existe uma penetração média para cada tamanho de partícula) não ocorre neste caso. O comprimento de penetração é zero para partículas grandes, e infinito para partículas pequenas.

Na Figura 8 é apresentado um esboço da solução. A densidade de concentração inicial de poros e a densidade de concentração para partículas injetadas são mostradas na Figura 8a. A dinâmica das densidades de concentração de partículas em suspensão $C(r_s,X,T)$ e de poros $H(r_p,X,T)$ são mostradas na Figura 8b. Comparando as curvas pontilhada e contínua para partículas pequenas ($r_s < r_p^{/}$), conclui-se que a forma da densidade de partículas é repetida com uma demora que é igual a X, que corresponde ao comportamento de uma onda viajante (4.3). A linha contínua na Figura 8b mostra que a densidade de concentração para partículas grandes ($r_s > r_p^{/}$) é igual a zero para qualquer $X > 0$. A Figura 8 mostra que a distribuição de tamanho de poros permanece uma função delta de Dirac e que a concentração total de poros na seção de entrada do meio poroso diminui com o tempo, como sugerido pela fórmula (4.11).

4.1.2. Dados experimentais

Tufenkji et al (2004) injetaram uma suspensão com uma concentração constante ($C^{(0)} = 10^7$ partículas / ml), e com partículas de diâmetro igual a 4.1μm, em um meio poroso constituído de grãos esféricos de diâmetro igual a 0.23mm (ou seja, poros de tamanhos iguais a aproximadamente 35 μm (Herzig et al., 1970)) Neste caso, o coeficiente de acessibilidade γ e de redução de fluxo α são iguais à 1 (ver eqs. (3.15) e (3.20)). Uma imagem de microscopia eletrônica (aumento de 200×) dos grãos é mostrada na Figura 10. Além disso, foram medidos o comprimento do meio poroso ($L = 7.1$ cm), a porosidade ($\phi = 0.36$) e a velocidade de injeção ($U = 0.042$ cm/s).

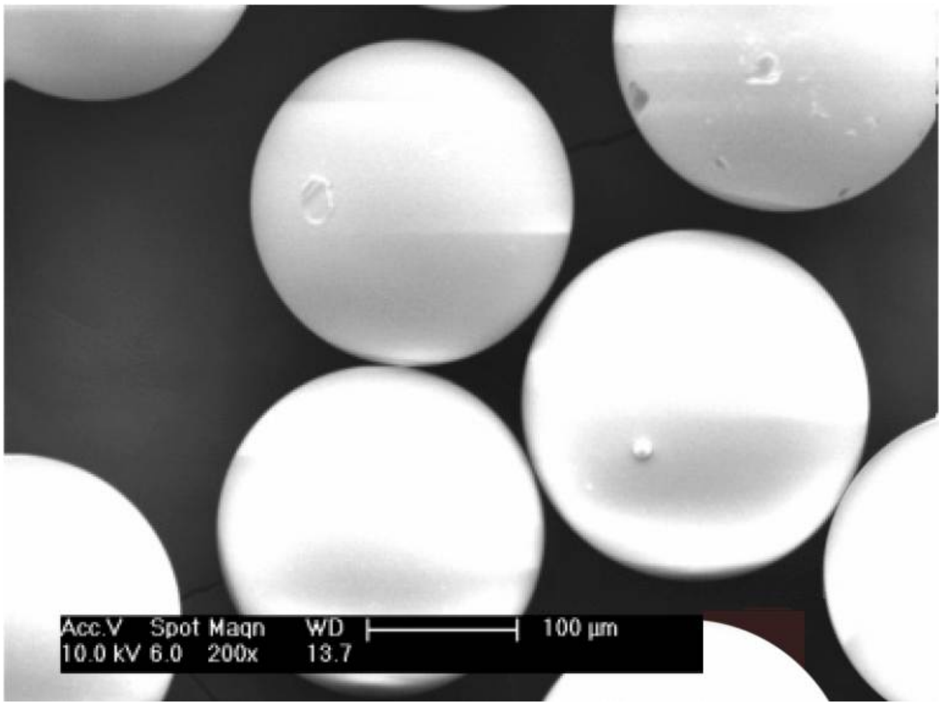


Figura 10: Imagem de microscopia eletrônica (aumento de 200x) das esferas que constituem o meio poroso (Tufenkji et al., 2004).

Nesse experimento, a solução foi preparada com água deionizada. Neste caso, a repulsão eletrostática entre as partículas em suspensão e os grãos do meio poroso é grande o suficiente para que a deposição seja desprezível. Segundo Tufenkji et al. (2004), a exclusão pelo tamanho foi o mecanismo de captura dominante nesse experimento.

A Figura 11 mostra o ajuste dos dados experimentais obtidos por Tufenkji et al. (2004). Neste caso, as partículas são pequenas ($r_s < r_p$). Portanto, $\alpha = \gamma = 1$ e a solução é dada pela eq. (4.3), onde a concentração injetada é constante ($C^{(0)} = 10^7$ partículas/ml). A Figura 9 (linha 1) mostra um esboço da solução (4.3).

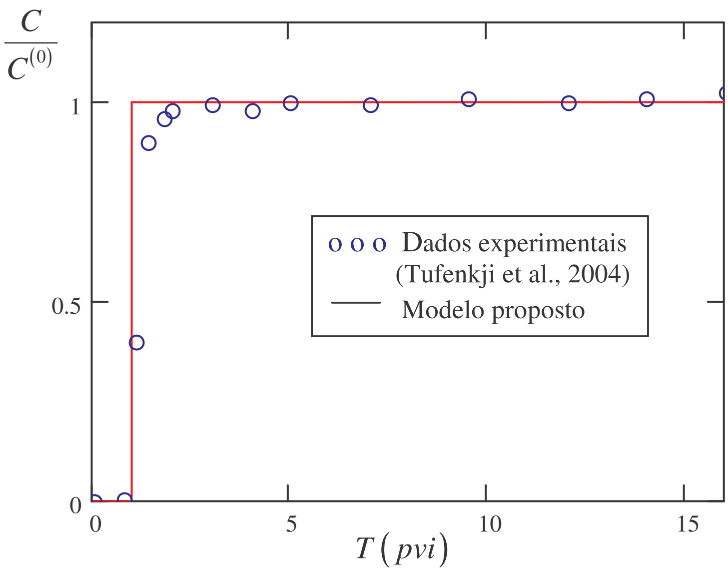


Figura 11: Concentração de partículas em suspensão na saída (X=1) do meio poroso (Tufenkji et al., 2004).

É bom salientar que a pequena diferença verificada entre o ajuste e os dados experimentais para tempos próximos de 1 *pvi* é devido à dispersão do meio poroso ter sido desprezada no modelo proposto.

No experimento analisado acima, as partículas são menores do que os poros. No caso da injeção de partículas grandes ($r_s > r_p$), como observado em testes laboratoriais (Massei et al, 2002), todas as partículas são capturadas na face de entrada do meio poroso. Ou seja, a concentração de partículas grandes na saída do meio poroso é igual a zero (ver linha 2 na Figura 9).

4.1.3. Modelo de medição (concentrações totais)

Vamos obter as equações para as concentrações totais para o caso do fluxo de uma suspensão particulada através de um meio poroso de tamanho único.

A integração de ambos os lados do sistema (4.2) sobre r_s de zero até $r_p{}'$ resulta num sistema para a concentrações totais (c_1, σ_1) de partículas pequenas.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial c_1(X,T)}{\partial T} + \dfrac{\partial c_1(X,T)}{\partial X} = 0 \\ \dfrac{\partial \sigma_1(X,T)}{\partial T} = 0 \end{cases} \tag{4.12}$$

onde $c_1(X,T) = \int_0^{r_p^{/}} C(r_s, X, T)\, dr_s$, $\sigma_1(X,T) = \int_0^{r_p^{/}} \Sigma(r_s, X, T)\, dr_s$.

Considerando as condições iniciais e de contorno (3.34), a solução do sistema (4.12) é dada por:

$$c_1(X,T) = \begin{cases} c_1^{(0)}(T-X), & X < T \\ 0, & X > T \end{cases} \tag{4.13}$$

$$\sigma_1(X,T) = 0 . \tag{4.14}$$

A solução (4.13)-(4.14) mostra que as partículas pequenas são transportadas sem captura, ou seja, não ocorre filtração profunda para partículas pequenas.

A integração de ambos os lados da primeira e segunda eqs. (4.5) sobre r_s de $r_p^{/}$ até infinito resulta no sistema para as concentrações totais de partículas grandes ($r_s > r_p^{/}$):

$$\begin{cases} 0 = -\dfrac{1}{\phi} \dfrac{\partial \sigma_2(X,T)}{\partial T} \\ \dfrac{\partial \sigma_2(X,T)}{\partial T} = \phi \int_{r_p'}^{\infty} \lambda(r_s, r_p')\, C(r_s, X, T)\, dr_s \end{cases} \tag{4.15}$$

onde σ_2 é a concentração total de partículas grandes capturadas.

Da primeira eq. (4.15) e da condição inicial (3.34), obtém-se a solução para a concentração total de partículas grandes depositadas:

$$\sigma_2(X,T) = 0 . \tag{4.16}$$

Substituindo a primeira eq. (4.15) na segunda eq. (4.15), resulta em:

$$\int_{r_p'}^{\infty} \lambda\left(r_s, r_p'\right) C\left(r_s, X, T\right) dr_s = 0 . \tag{4.17}$$

Conseqüentemente, a concentração total de partículas grandes também é zero no interior do reservatório:

$$\int_{r_p'}^{\infty} C\left(r_s, X, T\right) dr_s = c_2\left(X, T\right) = 0 . \tag{4.18}$$

A solução (4.18) mostra que não há transporte de partículas grandes através do meio poroso.

4.1.4. Discussão sobre os coeficientes de redução de fluxo e de acessibilidade

Com o intuito de avaliar o efeito dos coeficientes de redução de fluxo (α) e de acessibilidade (γ) no fluxo de suspensões particuladas através de meios porosos, despreza-se esses coeficientes no sistema de equações governantes (3.30), ou seja, assume-se que $\alpha = \gamma = 1$. Neste caso, obtém-se a equação de balanço de populações proposta por Sharma e Yortsos (1987a). Substituindo $\alpha = \gamma = 1$ na primeira eq. (3.30), resulta em:

$$\frac{\partial C\left(r_s, X, T\right)}{\partial T} + \frac{\partial C\left(r_s, X, T\right)}{\partial X} = -\frac{1}{\phi} \frac{\partial \Sigma\left(r_s, X, T\right)}{\partial T} . \tag{4.19}$$

A segunda e a terceira equações do sistema (3.30) permanecem as mesmas. Portanto, a eq. (4.19) e as duas últimas equações do sistema (3.30) formam o seguinte sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial C(r_s,X,T)}{\partial T}+\dfrac{\partial C(r_s,X,T)}{\partial X} = -\dfrac{1}{\phi}\dfrac{\partial \Sigma(r_s,X,T)}{\partial T} \\ \dfrac{\partial \Sigma(r_s,X,T)}{\partial T} = \phi C(r_s,X,T)\dfrac{\int_0^{r_s}\lambda(r_s,r_p)r_p^4 H(r_p,X,T)dr_p}{\int_0^{\infty} r_p^4 H(r_p,X,T)dr_p} \\ \dfrac{\partial H(r_p,X,T)}{\partial T} = -\phi\dfrac{r_p^4 H(r_p,X,T)}{\int_0^{\infty} r_p^4 H(r_p,X,T)dr_p}\int_{r_p}^{\infty}\lambda(r_s,r_p)C(r_s,X,T)dr_s \end{cases} \tag{4.20}$$

Para o transporte de partículas através de um meio poroso com poros de tamanho único ($r_p^{/}$), a concentração de poros $H(r_p, X, T)$ é definida na eq. (4.1). O sistema (4.20) é reduzido ao sistema (4.2) para partículas pequenas $r_s < r_p^{/}$. A solução para este sistema é dado pelas eqs. (4.3) e (4.4). Os fatores de acessibilidade e redução de fluxo são iguais a um ($\alpha = \gamma = 1$) para partículas pequenas, ou seja, todos os poros são acessíveis para partículas pequenas e os sistemas (3.30) e (4.20) coincidem.

Substituindo a densidade de concentração de poros (4.1) no sistema (4.20) e considerando as partículas grandes ($r_s > r_p^{/}$), resulta em:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial C(r_s,X,T)}{\partial T}+\dfrac{\partial C(r_s,X,T)}{\partial X} = -\dfrac{1}{\phi}\dfrac{\partial \Sigma(r_s,X,T)}{\partial T} \\ \dfrac{\partial \Sigma(r_s,X,T)}{\partial T} = \lambda(r_s,r_p')\phi C(r_s,X,T) \\ \dfrac{\partial h(X,T)}{\partial T} = -\phi\int_{r_p'}^{\infty}\lambda(r_s,r_p')C(r_s,X,T)dr_s \end{cases} \tag{4.21}$$

Substituindo a segunda equação do sistema (4.21) na primeira, resulta na equação de balanço para a população de partículas em suspensão com raio r_s:

$$\frac{\partial C(r_s,X,T)}{\partial T}+\frac{\partial C(r_s,X,T)}{\partial X} = -\lambda(r_s,r_p')C(r_s,X,T). \tag{4.22}$$

A solução da eq. (4.22), considerando as condições iniciais e de contorno (3.32) é dada por:

$$C\left(r_s, X, T\right) = \begin{cases} C^{(0)}\left(r_s, T - X\right)\exp\left[-\lambda\left(r_s, r_p'\right)X\right]; \quad X < T \\ 0; \; X > T \end{cases}. \tag{4.23}$$

A solução (4.23) mostra que ocorre filtração profunda para cada população de partículas com raio $r_s > r_p^{/}$.

O perfil de concentração na saída do meio poroso, de acordo com a solução (4.23), é mostrado na Figura 9 (linha 3). A concentração é igual a zero até a injeção de um volume poroso. No momento T = 1 a frente de concentração alcança a saída (X = 1) do reservatório e, após esse momento, a densidade de concentração na saída repete a forma da densidade de concentração injetada com um atraso de um volume poroso e com uma atenuação $\exp[-\lambda(r_s, r_p^{/})]$. Portanto, a razão entre as concentrações injetada e efluente é sempre menor que um.

A expressão para a densidade de concentração de poros é dada por:

$$h\left(X,T\right) = \begin{cases} h_0\left(X\right) - \phi \int\limits_{r_p'}^{\infty} \lambda\left(r_s, r_p'\right)\exp\left[-\lambda\left(r_s, r_p^{/}\right)X\right] \int\limits_{X}^{T} C^{(0)}\left(r_s, T\right)dT\,dr_s, \;\; X < T \\ h_0\left(X\right), \quad X > T \end{cases}. \tag{4.24}$$

Portanto, a conseqüência de ignorar o fato de que as partículas são transportadas somente através de poros maiores do que elas é a filtração profunda de partículas grandes ($r_s > r_p^{/}$) em rochas com poros de tamanho único. Por outro lado, considerando esse fato resulta na ausência de filtração profunda em rochas com poros de tamanho único.

4.2. Rocha constituída de poros com pequena variação de tamanho

Nesta seção, o transporte de uma suspensão particulada através de um meio poroso com pequena variação no tamanho de poros é discutido. Neste caso, o raio do poro varia entre $r_{p\min}$ e $r_{p\max}$, onde $r_{p\max} - r_{p\min} << r_{p\min}$ (Figura 12a). Além disso, densidade de concentração de partículas injetadas $C^{(0)}(r_s)$ é considerada independente do tempo.

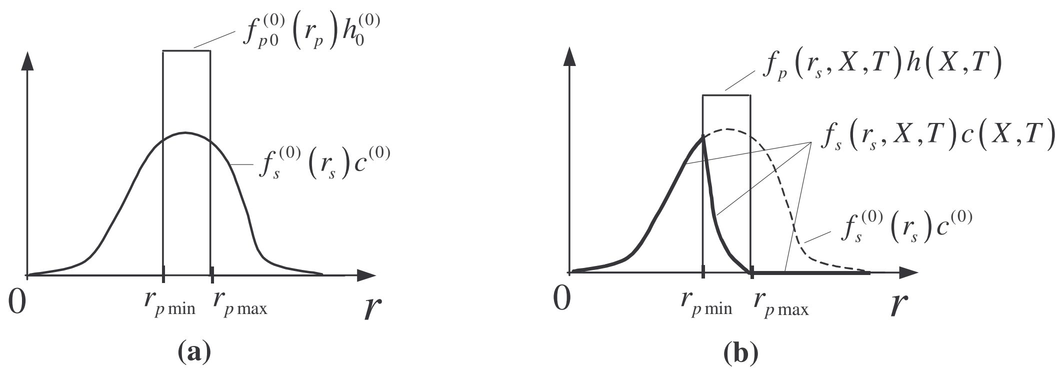


Figura 12: Distribuições de tamanho de poros e de partículas em suspensão em um meio poroso com pequena variação no tamanho de poros: (a) condições iniciais e de contorno para as distribuições de poroso e de partículas em suspensão; (b) distribuições de partículas em suspensão atrás da "frente de concentração" para T > 0 (curva sólida), concentração injetada (curva tracejada) e concentração de poros.

4.2.1. Solução analítica

Considere que o meio poroso tem a seguinte distribuição de tamanho de poros:

$$H(r_p, x, t) = \begin{cases} 0, & r_p > r_{p\max} \quad ou \quad r_p < r_{p\min} \\ h(x,t)\, f_p(r_p), & r_{p\min} < r_p < r_{p\max} \end{cases} \tag{4.25}$$

Substituindo a eq. (4.25) nas eqs. (3.15) e (3.20), tem-se as expressões para os fatores de acessibilidade $\gamma(r_s)$ e de redução de fluxo $\alpha(r_s)$ para partículas intermediárias ($r_{p\min} < r_s < r_{p\max}$). Neste caso, os coeficientes α e γ tornam-se dependentes apenas de r_s. Sendo assim, o sistema (3.30) pode ser escrito da seguinte forma:

$$\begin{cases}\gamma(r_s)\dfrac{\partial C(r_s,X,T)}{\partial T}+\alpha(r_s)\dfrac{\partial C(r_s,X,T)}{\partial X} = -\dfrac{1}{\phi}\dfrac{\partial \Sigma(r_s,X,T)}{\partial T}\\ \dfrac{\partial \Sigma(r_s,X,T)}{\partial T}=\phi\eta(r_s)C(r_s,X,T)\\ \dfrac{\partial H(r_p,X,T)}{\partial T}=-\phi\dfrac{r_p^4 H(r_p,X,T)}{\int_0^\infty r_p^4 H(r_p,X,T)dr_p}\int_{r_p}^\infty \lambda(r_s,r_p)C(r_s,X,T)dr_s\end{cases} \tag{4.26}$$

onde,

$$\eta(r_s)=\begin{cases}0, \quad r_s<r_{p\min}\\ \dfrac{\int_{r_{p\min}}^{r_s}\lambda(r_s,r_p)r_p^4 f_p(r_p)dr_p}{\int_{r_{p\min}}^{r_{p\max}} r_p^4 f_p(r_p)dr_p}, \quad r_{p\min}<r_s<r_{p\max}\\ \dfrac{\int_{r_{p\min}}^{r_{p\max}}\lambda(r_s,r_p)r_p^4 f_p(r_p)dr_p}{\int_{r_{p\min}}^{r_{p\max}} r_p^4 f_p(r_p)dr_p}, \quad r_s\ge r_{p\max}\end{cases} \tag{4.27}$$

Para partículas pequenas ($r_s < r_{p\min}$) e grandes ($r_s > r_{p\max}$), o sistema (4.26) coincide com os sistemas (4.2) e (4.5), respectivamente. Portanto, a solução para partículas pequenas é dada pelas fórmulas (4.3), (4.4) e a solução para partículas grandes é dada pelas fórmulas (4.6)-(4.11).

Portanto, as partículas pequenas são transportadas sem serem capturadas e as partículas grandes não penetram no meio poroso. Conseqüentemente, as partículas pequenas e grandes não são capturadas dentro do reservatório. A Figura 12b mostra a concentração de partículas injetadas (linha pontilhada) e a densidade de concentração de partículas em suspensão atrás da frente de deslocamento para $T > 0$. Ambas as distribuições coincidem para partículas pequenas ($r_s < r_{p\min}$).

Por outro lado, as partículas de tamanho intermediário ($r_{p\min} < r_s < r_{p\max}$) estão sujeitas ao processo de filtração profunda, ou seja, uma parte de cada população de partículas intermediárias é capturada durante o transporte através do meio poroso.

Para o transporte de partículas intermediárias, a substituição da segunda equação do sistema (4.26) na primeira, resulta em:

$$\frac{\partial C(r_s,X,T)}{\partial T}+\frac{\alpha(r_s)}{\gamma(r_s)}\frac{\partial C(r_s,X,T)}{\partial X}=-\frac{\eta(r_s)}{\gamma(r_s)}C(r_s,X,T). \tag{4.28}$$

A solução da eq. (4.28), sujeita às condições iniciais e de contorno (3.32), é obtida através do método das características:

$$C(r_s,X,T)=\begin{cases} C^{(0)}(r_s)\exp\left[-\dfrac{\eta(r_s)}{\alpha(r_s)}X\right];\ X<\dfrac{\alpha(r_s)}{\gamma(r_s)}T \\ 0\ ;\ X>\dfrac{\alpha(r_s)}{\gamma(r_s)}T \end{cases}. \tag{4.29}$$

É bom salientar que na solução (4.29) foi considerado que a concentração de partículas injetada é constante com o tempo.

A distribuição de concentração de partículas intermediárias em suspensão é estacionária atrás da frente de deslocamento e zero na frente do choque de concentração.

A concentração total de partículas em suspensão $c(X,T)$ pode ser calculada a partir da solução (4.29) utilizando a fórmula (3.3).

Substituindo (4.29) na segunda eq. (3.30) e resolvendo o sistema de equações resultante, obtém-se a expressão para a densidade de concentração de partículas capturadas:

$$\Sigma(r_s,X,T)=\begin{cases} \eta(r_s)\phi\left[T-\dfrac{\gamma(r_s)}{\alpha(r_s)}X\right]C^{(0)}(r_s)\exp\left[-\dfrac{\eta(r_s)}{\alpha(r_s)}X\right];X<\dfrac{\alpha(r_s)}{\gamma(r_s)}T \\ 0\ ;\ X>\dfrac{\alpha(r_s)}{\gamma(r_s)}T \end{cases}, \tag{4.30}$$

A velocidade característica na eq. (4.28) é dependente do raio da partícula:

$$\frac{dX}{dT}=\frac{\alpha(r_s)}{\gamma(r_s)}. \tag{4.31}$$

Substituindo a eq. (4.25) na terceira equação do sistema (4.26) e integrando a equação resultante sobre r_p, de $r_{p\min}$ até $r_{p\max}$, determina-se a cinética de obstrução de poros:

$$\frac{\partial h(X,T)}{\partial T}=-\phi\frac{\int_{r_{p\min}}^{r_{p\max}} r_p^4 f_p(r_p)\left[\int_{r_p}^{\infty}\lambda(r_s,r_p)C(r_s,X,T)\,dr_s\right]dr_p}{\int_{r_{p\min}}^{r_{p\max}} r_p^4 f_p(r_p)\,dr_p} \tag{4.32}$$

Resolvendo a eq. (4.32), considerando a solução (4.29) para a distribuição de concentração $C(r_s, X, T)$, resulta em:

$$\begin{aligned} h(X,T)=h_0(X)-\frac{\phi}{\int_{r_{p\min}}^{r_{p\max}} r_p^4 f_p(r_p)\,dr_p}\times \\ \times\int_{r_{p\min}}^{r_{p\max}} r_p^4 f_p(r_p)\left\{\int_{r_p}^{\infty}\lambda(r_s,r_p)\left[T-\frac{\gamma(r_s)}{\alpha(r_s)}X\right]C^{(0)}(r_s)\exp\left[-\frac{\eta(r_s)}{\alpha(r_s)}X\right]dr_s\right\}dr_p\,, \end{aligned} \tag{4.33}$$

onde $h_0(X)=\int_{r_{p\min}}^{r_{p\max}} H_0(r_p,X)\,dr_p$.

No caso onde o coeficiente de filtração é independente do raio do poro ($\lambda= \lambda(r_s)$), da eq. (4.27) tem-se que:

$$\eta(r_s)=\lambda(r_s)\left[1-\alpha(r_s)\right]. \tag{4.34}$$

A Figura 13 mostra que, para partículas intermediárias, quanto maior é o raio da partícula, maior é a sua velocidade. Portanto, quanto maior a partícula, mais rápido ela chega na saída (X = 1) do meio poroso. Este fenômeno foi observado em processos de filtração profunda onde o mecanismo de exclusão pelo tamanho era dominante (Massei *et al*, 2002) e também no transporte de polímeros através de meios porosos (Bartelds G. A. *et al*, 1997) e em processos de cromatografia por exclusão pelo tamanho (Yau et al., 1979).

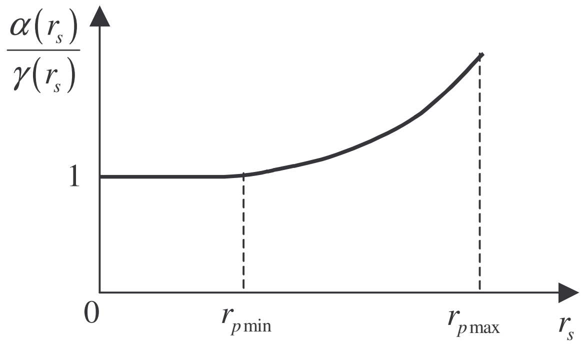


Figura 13: Velocidade da frente de deslocamento de uma população de partículas em função do seu raio.

Para partículas com raio $r_s = r_{p\min}$, não há aumento de velocidade ($\alpha/\gamma = 1$), ou seja, essas partículas se movem com a velocidade do fluido percolante.

Quanto maior for a partícula, mais negativo será o expoente na solução (4.29). Conseqüentemente, quanto maior a partícula for, maior será a sua taxa de captura.

Quando r_s tende para $r_{p\max}$, o denominador no expoente da solução (4.29) tende para zero e, conseqüentemente, a concentração também tende para zero. A Figura 12b mostra que a densidade de concentração $C(r_s, X, T)$ para partículas de tamanho intermediário diminui do valor inicial $C^{(0)}(r_s = r_{p\min})$ para $r_s = r_{p\min}$ até zero para $r_s = r_{p\max}$.

Substituindo (4.25) na primeira equação do sistema (3.37), obtém-se a densidade de concentração de partículas capturadas na face de entrada do reservatório (X=0):

$$\Sigma^{(0)}(r_s, T) = \eta(r_s)\,\phi C^{(0)}(r_s)T \tag{4.35}$$

Na equação acima, $\eta = 0$ para partículas menores que $r_{p\min}$ (ver eq. (4.27)), ou seja, as partículas pequenas ($r_s < r_{p\min}$) atravessam a entrada do meio poroso sem serem capturadas. Partículas com raio maior que $r_{p\max}$ não penetram na rocha e são capturadas na entrada do meio poroso. Da eq. (3.10) obtém-se a fórmula para a concentração total de partículas capturadas na seção de entrada do meio poroso:

$$\sigma^{(0)}(T) = \int_{r_{p\min}}^{\infty} \Sigma^{(0)}(r_s, T)\, dr_s \ . \tag{4.36}$$

A partir da fórmula (3.36) e das soluções (4.35) e (4.36), obtém-se a concentração total de poros na entrada do meio poroso.

A Figura 14 mostra os perfis de concentração para partículas intermediárias de diferentes tamanhos. A frente de concentração de partículas em suspensão se move com velocidade $\alpha(r_s)/\gamma(r_s)$.

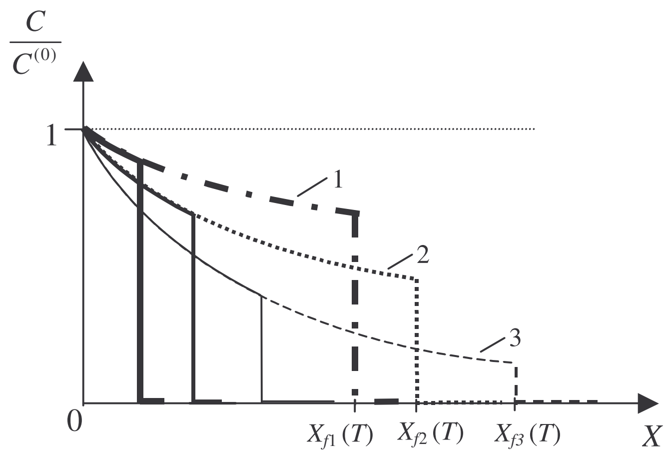


Figura 14: Perfis de distribuição de concentração para partículas de tamanho intermediário durante a filtração em um meio poroso com pequena variação no tamanho de poros. As linhas 1, 2 e 3 correspondem a diferentes populações de partículas (r_{s1}<r_{s2}<r_{s3}).

O estado estacionário para cada população de partículas em suspensão $C(r_s,X)$ é dado pela primeira fórmula da eq. (4.29). A Figura 14 mostra que os perfis de concentração para cada população de partículas no tempos T_1 e T_2 coincidem para $X < \alpha(r_s)/\gamma(r_s)T_1$.

Quanto menor a partícula, menor é a fração $\eta(r_s)\ /\alpha(r_s)$ no expoente da eq. (4.29). Portanto, quanto menor a partícula, maior a sua concentração relativa $(C(r_s, X, T)/C^{(0)}(r_s))$ e mais lentamente a sua frente de deslocamento se move.

A Figura 15 mostra os perfis de concentração na saída do meio poroso (X=1) para diferentes tamanhos de partículas. Quanto maior a partícula, mais cedo ela chega na saída do meio poroso e menor é a sua concentração relativa $C / C^{(0)}$.

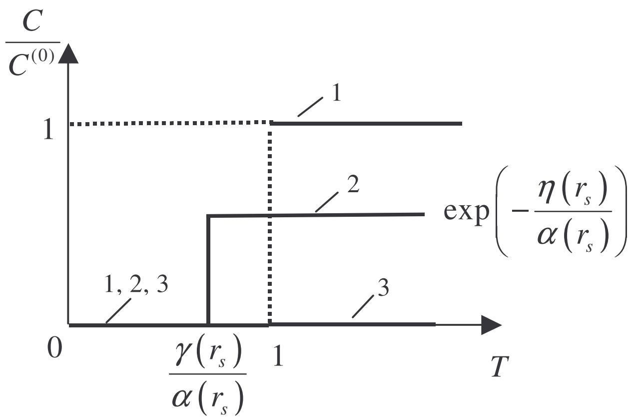


Figura 15: Distribuição de concentração de partículas em suspensão na saída do meio poroso. A linha (1) corresponde à concentração de partículas pequenas ($r_s < r_{pmin}$); a linha (2) está relacionada com a concentração de partículas com tamanho intermediário ($r_{pmin} < r_s < r_{pmax}$) e a linha (3) corresponde à concentração de partículas grandes ($r_s > r_{pmin}$).

A evolução da onda de concentração de partículas em suspensão é mostrada na Figura 16. As partículas pequenas (linha 1) não são capturadas, as partículas intermediárias são capturadas pelo mecanismo de exclusão pelo tamanho (linhas 2 e 3), e as partículas grandes não penetram no meio poroso (linha 4).

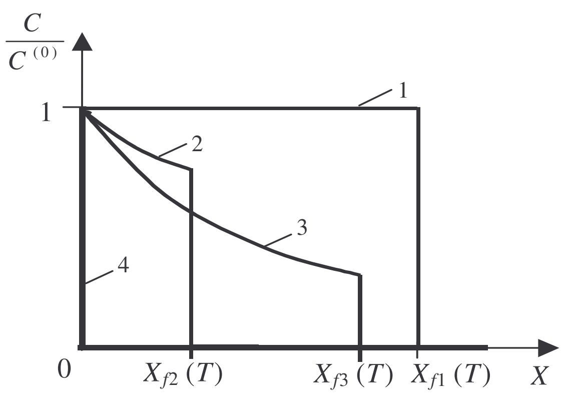


Figura 16: Perfis de densidade de concentração para diferentes tamanhos de partículas. Cada frente se desloca com velocidade $\alpha(r_s)/\gamma(r_s)$. As linhas 1 e 4 correspondem às partículas pequenas ($r_{s1} < r_{pmin}$) e grandes ($r_{s4} > r_{pmax}$),

respectivamente . As linhas 2 e 3 estão relacionadas às partículas de tamanho intermediário ($r_{s2} < r_{s3}$).

No caso onde o coeficiente de filtração é independente do raio do poro, $\lambda = \lambda(r_s)$, as fórmulas explícitas (4.29) e (4.34) permitem resolver o problema inverso da determinação do coeficiente de filtração $\lambda(r_s)$ a partir da densidade de concentração de partículas na saída do meio poroso:

$$\lambda(r_s) = \frac{\alpha(r_s)}{1-\alpha(r_s)} \ln\left(\frac{C^{(0)}(r_s)}{C(r_s, X=1)} \right) . \tag{4.37}$$

4.2.2. Comparação com dados experimentais

Nesta seção, um experimento onde o mecanismo de exclusão pelo tamanho domina é discutido e o fator de redução de fluxo para os tamanhos de partículas injetadas é calculado.

Tufenkji et al. (2004) injetaram suspensões com partículas de látex de diferentes diâmetros (0.32μm, 1μm, 1.9μm e 4.1μm) em um meio poroso constituído de grãos de quartzo. As suspensões foram preparadas com água deionizada, pois assim a repulsão eletrostática é grande o suficiente para que a deposição seja desprezível. Neste caso, o mecanismo de exclusão pelo tamanho foi dominante. A velocidade de injeção foi mantida constante e igual a 0.042 cm/s.

Primeiramente, o meio poroso foi saturado com água deionizada. Após a saturação da amostra, uma suspensão com partículas de diâmetro 0.32μm foi injetada durante um tempo de aproximadamente igual a dez volumes porosos ($T \cong$ 10pvi). O meio poroso foi novamente saturado com água deionizada e, subseqüentemente, uma suspensão com partículas de 1μm foi injetada. O mesmo procedimento foi adotado para a injeção de partículas de diâmetros de 1.9μm e de 4.1μm, em ordem crescente de tamanho. A Figura 17 mostra as concentrações na saída do meio poroso.

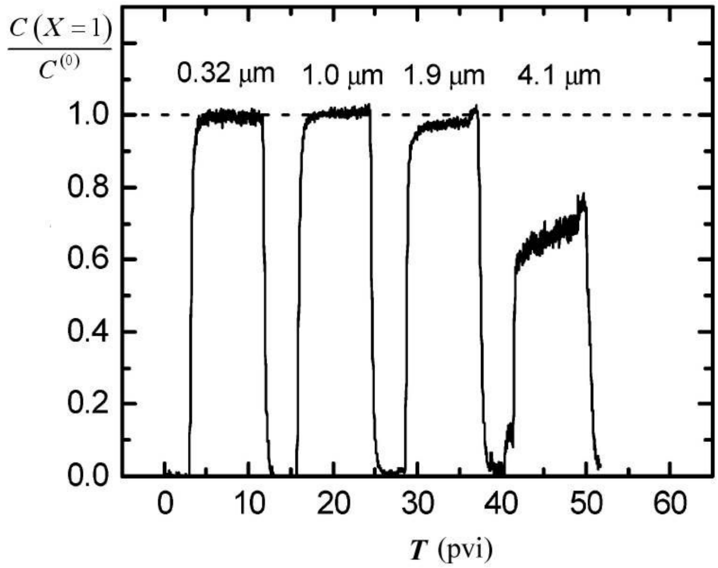


Figura 17: Concentrações normalizadas na saída do meio poroso (X=1) para a injeção de tamanhos crescentes de partículas (0.32μm, 1.0μm, 1.9μm e 4.1μm) suspensas em água deionizada em um meio poroso (ϕ = 0.43) constituído de grãos de quartzo com diâmetro médio igual à 0.21mm (Tufenkji et al., 2004).

A distribuição acumulada do tamanho de grãos de quartzo que constituem o meio poroso é mostrada na Figura 18. Nesse caso, a razão r_s / $\langle r_g \rangle$ é da ordem de 0.018 para as partículas de diâmetro igual a 4.1μm.

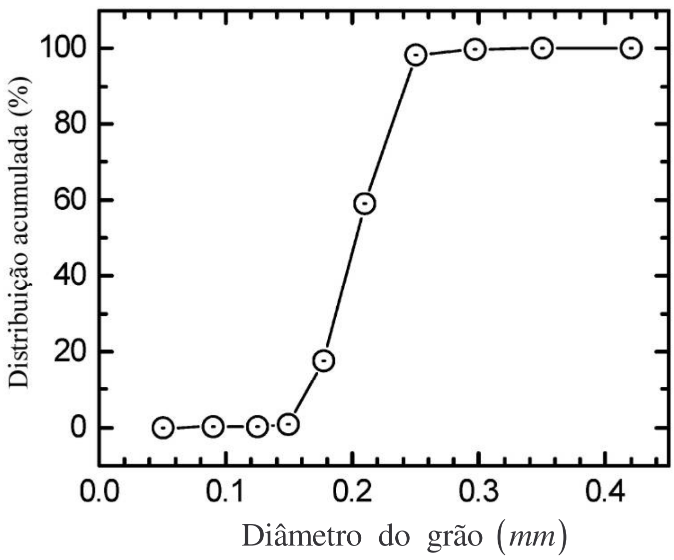


Figura 18: Distribuição acumulada do diâmetro dos grãos de quartzo que constituem o meio poroso (Tufenkji et al., 2004).

Baseando-se em considerações geométricas (ver Figura 19), Herzig et al. (1970) propuseram que a razão entre o raio das partículas e o raio médio dos grãos (r_s / $\langle r_g \rangle$) deve ser maior que 0.154 para que ocorra exclusão pelo tamanho. Por outro lado, a partir da análise de dados experimentais, Bradford et al. (2002, 2003 e 2004) concluíram que o mecanismo de exclusão pelo tamanho pode ser importante mesmo quando a razão entre o raio da partícula e o raio médio dos grãos (r_s / $\langle r_g \rangle$) for da ordem de 0.002.

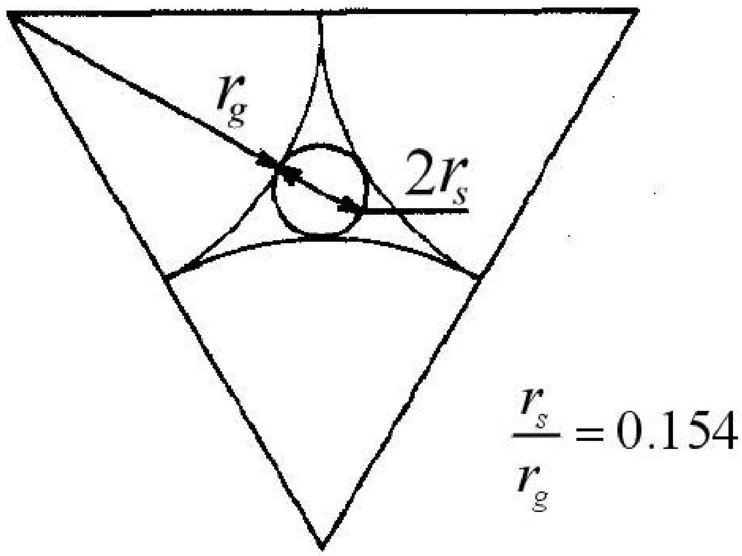


Figura 19: Modelo geométrico adotado para determinar o raio dos grãos, a partir do qual o mecanismo de exclusão pelo tamanho torna-se desprezível (Herzig et al., 1970).

Imagens de microscopia eletrônica (aumentos de 500× e 2000×) dos grãos de quartzo obtidas por Tufenkji et al. (2004) são mostradas na Figura 20. Essas imagens evidenciam a não esfericidade dos grãos. Segundo Tufenkji et al. (2004), a discrepância entre os resultados experimentais e a previsão de Herzig et al. (1970) é devido a esses últimos autores terem considerado grãos esféricos.

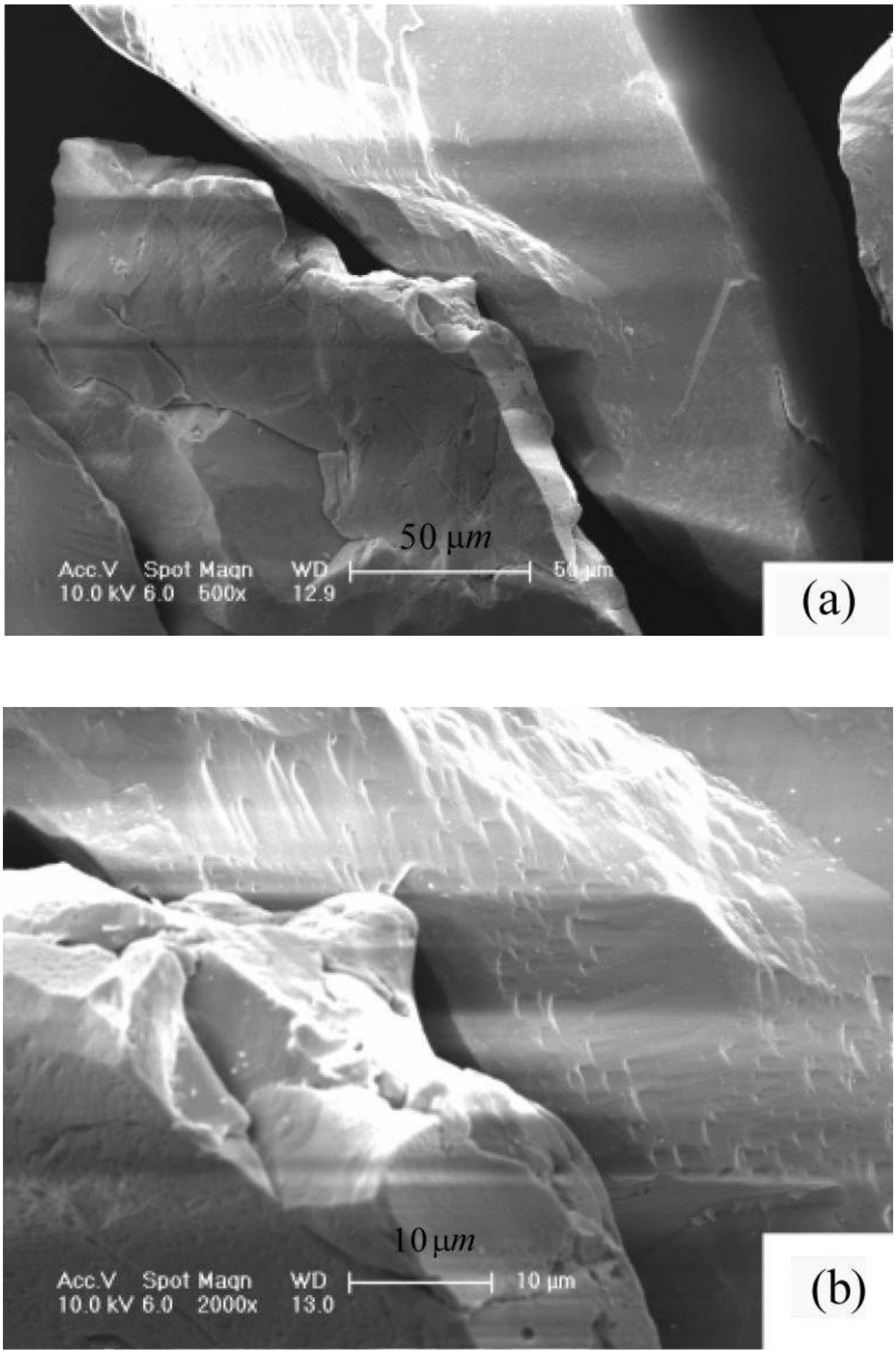


Figura 20: Imagens de microscopia eletrônica dos grãos de quartzo. (a) aumento de 500x e (b) aumento de 2000x (Tufenkji et al., 2004).

Além disso, Tufenkji et al. (2004) mediram o comprimento (L = 7.1 cm) e a porosidade (ϕ = 0.43) do meio poroso. O coeficiente de filtração adimensional λ foi considerado igual a 338. Considerando que o coeficiente de filtração é constante, a partir da eq. (4.37), os valores dos fatores de redução de fluxo para os diferentes tamanhos de partículas (ver a Tabela 1) foram calculados.

$\alpha(r_s = 0.32\mu m)$	$\alpha(r_s = 1.0\mu m)$	$\alpha(r_s = 1.9\mu m)$	$\alpha(r_s = 4.1\mu m)$
1.0	1.0	0.9999	0.9986

Tabela 1: Valores dos coeficientes de redução de fluxo em função do raio das partículas injetadas.

Determinados os fatores de redução de fluxo $\alpha(r_s)$, a distribuição de poros $H(r_p)$ pode ser obtida resolvendo-se a equação integral (3.20). Para que a distribuição de tamanho de poros seja completamente determinada, partículas de tamanhos crescentes devem ser injetadas até que o fator de redução de fluxo atinja o valor zero. Ou seja, devem ser injetadas partículas de raio entre $r_{p\min}$ e $r_{p\max}$. Portanto, a partir da concentração efluente de partículas, a distribuição de tamanho de poros da rocha pode ser determinada.

4.2.3. Comprimento de penetração

O comprimento de penetração médio de partículas $\langle X(r_s,T)\rangle$ de tamanho intermediário é definido como:

$$\left\langle X\left(r_s,T\right)\right\rangle = \frac{\int_0^{\frac{\alpha}{\gamma}T} X' C\left(r_s,X',T\right)dX'}{\int_0^{\frac{\alpha}{\gamma}T} C\left(r_s,X',T\right)dX'}. \qquad (4.38)$$

A densidade de concentração $C(r_s, X, T)$ é zero na frente da "frente de deslocamento" $X_f(r_s, T) = [\alpha(r_s)/\gamma(r_s)]T$. Conseqüentemente, o limite superior das integrais da eq. (4.38) é $[\alpha(r_s)/\gamma(r_s)]T$. Substituindo (4.29) na eq. (4.38) e fazendo a integração, resulta na fórmula para a dinâmica de penetração das partículas intermediárias:

$$\left\langle X\left(r_s,T\right)\right\rangle = \frac{\alpha\left(r_s\right)}{\eta\left(r_s\right)}\left[\frac{1-\exp\left(-\frac{\eta\left(r_s\right)}{\gamma\left(r_s\right)}T\right)\left(1+\frac{\eta\left(r_s\right)}{\gamma\left(r_s\right)}T\right)}{1-\exp\left(-\frac{\eta\left(r_s\right)}{\gamma\left(r_s\right)}T\right)}\right]. \tag{4.39}$$

Tendendo T para infinito na eq. (4.39), obtém-se a penetração máxima para cada tamanho de partícula $\left\langle X(r_s)\right\rangle_{\max}$:

$$\left\langle X\left(r_s\right)\right\rangle_{\max} = \frac{\alpha\left(r_s\right)}{\eta\left(r_s\right)}. \tag{4.40}$$

Para o caso em que o coeficiente de filtração é independente do raio do poro ($\lambda = \lambda(r_s)$), a substituição da eq. (4.34) na eq. (4.40) resulta na seguinte expressão para o comprimento máximo de penetração:

$$\left\langle X\left(r_s\right)\right\rangle_{\max} = \frac{\alpha}{\lambda\left(r_s\right)\left(1-\alpha\right)}. \tag{4.41}$$

A Figura 21 mostra o comprimento máximo de penetração em função do raio da partícula para três diferentes funções de distribuição (PDF) de tamanho de poros: normal, log-normal e uniforme. Para o exemplo mostrado na Figura 21, foi assumido a mesma média ($\langle r_p\rangle = 11\ \mu m$) e desvio padrão ($s = 0.577\mu m$) para as três diferentes funções de distribuição de tamanho de poros. As partículas com raio $r_s \geq r_{p\max}$ não penetram no meio poroso; neste caso $\alpha = 0$ e, conseqüentemente, $\langle X(r_{p\max})\rangle_{\max} = 0$. As partículas com raio $r_s \leq r_{p\min}$ são transportadas através do meio poroso sem captura. Neste caso, $\alpha = 1$ e $\eta(r_s)$ tende para zero; da eq. (4.40) conclui-se que o comprimento médio de penetração $\langle X(r_{p\min})\rangle_{\max}$ tende para infinito. Finalmente, quanto menor é a partícula, maior é o fator de redução de fluxo e maior é o comprimento de penetração.

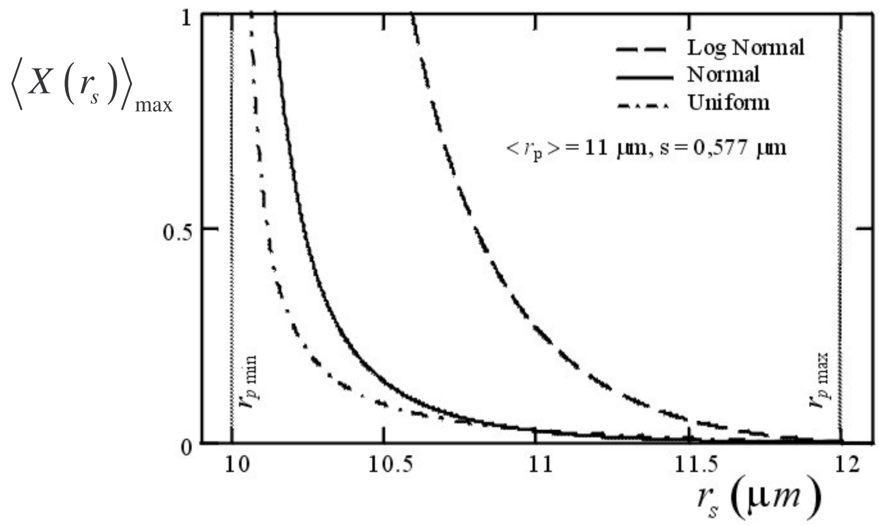


Figura 21: Efeito do tamanho das partículas no comprimento máximo de penetração $\langle X(r_s) \rangle_{max}$ durante o processo de filtração em um meio poroso com pequena variação de tamanho de poros.

4.2.4. Modelo de medição (concentrações totais)

Nesta seção, um modelo para as concentrações totais é deduzido e comparado com o modelo clássico para a filtração profunda (Iwasaki, 1937).

Inicialmente são definidas as concentrações totais para partículas pequenas, intermediárias e grandes, respectivamente:

$$c_1 = \int_0^{r_{p\,min}} C(r_s, X, T)\, dr_s \ , \ c_2 = \int_{r_{p\,min}}^{r_{p\,max}} C(r_s, X, T)\, dr_s \ , \ c_3 = \int_{r_{p\,max}}^{\infty} C(r_s, X, T)\, dr_s \ . \tag{4.42}$$

A concentração total para partículas pequenas é obtida através da integração da primeira eq. (4.2) sobre r_s de zero até $r_{p\,min}$:

$$\frac{\partial c_1}{\partial T} + \frac{\partial c_1}{\partial X} = 0 \ . \tag{4.43}$$

As partículas pequenas se movem com a velocidade da água percolante sem serem capturadas.

As equações para a concentração de partículas de tamanho intermediário são obtidas através da integração da primeira e da segunda equação do sistema (4.26) em r_s de $r_{p\min}$ até $r_{p\max}$:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\left(\langle\gamma\rangle c_2(X,T)\right)}{\partial T}+\dfrac{\partial\left(\langle\alpha\rangle c_2(X,T)\right)}{\partial X}=-\dfrac{1}{\phi}\dfrac{\partial\sigma_2(X,T)}{\partial T} \\ \\ \dfrac{\partial\sigma_2(X,T)}{\partial T}=\lambda\phi\left(1-\langle\alpha\rangle\right)c_2(X,T) \end{cases} \tag{4.44}$$

onde a média dos fatores de acessibilidade e de redução de fluxo são, respectivamente:

$$\langle\gamma\rangle = \frac{\int_{r_{p\min}}^{r_{p\max}} \gamma(r_s) f_s\left(r_s, X, T\right) dr_s}{\int_{r_{p\min}}^{r_{p\max}} f_s\left(r_s, X, T\right) dr_s} \quad . \tag{4.45}$$

$$\langle\alpha\rangle = \frac{\int_{r_{p\min}}^{r_{p\max}} \alpha(r_s) f_s\left(r_s, X, T\right) dr_s}{\int_{r_{p\min}}^{r_{p\max}} f_s\left(r_s, X, T\right) dr_s} \quad , \tag{4.46}$$

Os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo médios mudam devido a captura de partículas (descrita pela concentração σ_2) e a conseqüente obstrução dos poros. Portanto, as seguintes relações constitutivas para fechar o sistema (4.44) são introduzidas:

$$\langle\alpha\rangle=\langle\alpha\rangle(\sigma_2) \quad \text{e} \quad \langle\gamma\rangle=\langle\gamma\rangle(\sigma_2) \tag{4.47}$$

Se comparado com o modelo clássico para a filtração profunda (2.1), o modelo (4.44) para partículas de tamanho intermediário contém os fatores de acessibilidade (4.45) e de redução de fluxo (4.46) na equação de balanço de população. A expressão para a taxa de captura (4.44) contém o fator $(1-\langle\alpha\rangle)$, mostrando que a taxa de captura deve ser proporcional a fração do fluxo via poros pequenos $(1-\langle\alpha\rangle)U$.

Finalmente, as equações para as concentrações de partículas grandes c_3 e σ_3 são obtidas integrando-se as eqs. (4.5) sobre r_s de $r_{p\max}$ até infinito. Neste caso, as equações para as concentrações totais de partículas grandes (c_3 e σ_3) são idênticas as eqs. (4.15).

4.3. Injeção de suspensões com baixa concentração

Em muitos processos de filtração profunda de interesse prático, tais como injeção de água em reservatórios e filtração de água em aqüíferos, a concentração de partículas em suspensão é baixa:

$$c^{(0)} << h(X, T=0)\,. \tag{4.48}$$

Neste capítulo, um modelo para filtração profunda (nas aproximações de primeira ordem e de ordem zero) para a injeção de suspensões com baixa concentração em um meio poroso com distribuição de tamanho de poros homogênea é deduzido.

4.3.1. Solução analítica

A injeção de uma suspensão, cuja distribuição de raio das partículas é constante, num meio poroso com uma distribuição homogênea de raio de poros é discutida nesta seção. Para este caso, as condições iniciais e de contorno (3.32) são dadas por:

$$\begin{cases} X=0: C(r_s,0,T)=C^{(0)}(r_s) \\ T=0: C(r_s,X,0)=0; \quad \Sigma(r_s,X,0)=0; \quad H(r_p,X,0)=H_0(r_p) \end{cases} \tag{4.49}$$

Para a injeção de suspensões com baixa concentração, o problema (3.30), (4.49) contém um parâmetro pequeno:

$$\varepsilon = \frac{c^{(0)}}{h_0} << 1, \tag{4.50}$$

onde: $c^{(0)} = \int_0^\infty C^{(0)}(r_s)\,dr_s$ e $h_0 = \int_0^\infty H_0(r_p)\,dr_p$.

Fazendo a expansão em primeira ordem da solução para o problema (3.30), (4.49) em torno do parâmetro ε, tem-se:

$$\begin{aligned} C(r_s, X, T) &= C^0(r_s, X, T) + \varepsilon C^1(r_s, X, T) \\ H(r_p, X, T) &= H^0(r_p, X, T) + \varepsilon H^1(r_p, X, T) \end{aligned} \tag{4.51}$$

Substituindo a expansão (4.51) nas eqs. (3.30) e (4.49), resulta no seguinte sistema de equações com aproximação de ordem zero:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial T}\left[C^0(r_s,X,T)\dfrac{\int_{r_s}^{\infty} r_p^2 H^0(r_p,X,T)\,dr_p}{\int_0^{\infty} r_p^2 H^0(r_p,X,T)\,dr_p} \right] + \dfrac{\partial}{\partial X}\left[C^0(r_s,X,T)\dfrac{\int_{r_s}^{\infty} r_p^4 H^0(r_p,X,T)\,dr_p}{\int_0^{\infty} r_p^4 H^0(r_p,X,T)\,dr_p} \right] = \\ \qquad = -C^0(r_s,X,T)\dfrac{\int_0^{r_s} \lambda(r_s,r_p)\, r_p^4 H^0(r_p,X,T)\,dr_p}{\int_0^{\infty} r_p^4 H^0(r_p,X,T)\,dr_p} \\ \dfrac{\partial H^0(r_p,X,T)}{\partial T} = -\phi \dfrac{r_p^4 H^0(r_p,X,T)}{\int_0^{\infty} r_p^4 H^0(r_p,X,T)\,dr_p} \int_{r_p}^{\infty} \lambda(r_s,r_p)\, C^0(r_s,X,T)\,dr_s \end{cases} \tag{4.52}$$

sujeito às condições iniciais e de contorno:

$$\begin{cases} X = 0: \; C^0 = 0 \\ T = 0: C^0 = 0;\; H^0(r_p, X, 0) = H_0(r_p) \end{cases} \tag{4.53}$$

A solução $C^0(r_s, X, T) = 0$ satisfaz a primeira equação do sistema (4.52) e a condição inicial (4.53). Da segunda equação do sistema (4.52) e da condição inicial (4.53), a solução de ordem zero para a distribuição de concentração de poros é dada por:

$$H^0\left(r_p, X, T\right) = H_0\left(r_p\right). \tag{4.54}$$

Portanto, se somente a solução de ordem zero for considerada, a solução mostra que não há transporte de partícula ou obstrução de poros.

Na aproximação de primeira ordem, o sistema (3.30) e as condições iniciais e de contorno (4.49) são dadas por:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial T}\left[C^1\left(r_s,X,T\right)\dfrac{\int_{r_s}^{\infty} r_p^2 H^0\left(r_p\right)dr_p}{\int_0^{\infty} r_p^2 H^0\left(r_p\right)dr_p}\right]+\dfrac{\partial}{\partial X}\left[C^1\left(r_s,X,T\right)\dfrac{\int_{r_s}^{\infty} r_p^4 H^0\left(r_p\right)dr_p}{\int_0^{\infty} r_p^4 H^0\left(r_p\right)dr_p}\right]=\dfrac{1}{\phi}\dfrac{\partial\Sigma^1\left(r_s,X,T\right)}{\partial T} \\[2ex] \dfrac{\partial\Sigma^1\left(r_s,X,T\right)}{\partial T}=-\phi C^1\left(r_s,X,T\right)\dfrac{\int_0^{r_s}\lambda\left(r_s,r_p\right)r_p^4 H^0\left(r_p\right)dr_p}{\int_0^{\infty} r_p^4 H^0\left(r_p\right)dr_p} \\[2ex] \dfrac{\partial H^1\left(r_p,X,T\right)}{\partial T}=-\phi\dfrac{r_p^4 H^0\left(r_p\right)}{\int_0^{\infty} r_p^4 H^0\left(r_p\right)dr_p}\int_{r_p}^{\infty}\lambda\left(r_s,r_p\right)C^1\left(r_s,X,T\right)dr_s \end{cases} \tag{4.55}$$

$$\begin{cases} X=0: C\left(r_s,0,T\right)=C^{(0)}\left(r_s\right) \\ T=0: C^1\left(r_s,X,0\right)=0; \quad \Sigma^1\left(r_s,X,0\right)=0; \quad H^1\left(r_p,X,0\right)=0 \end{cases} \tag{4.56}$$

Uma distribuição de poros com raios máximo, $r_{p\max}$, e mínimo, $r_{p\min}$, (ver Figura 22) e um coeficiente de filtração λ constante são considerados. Além disso, da eq. (4.55) conclui-se que os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo são independentes de X e de T. Neste caso, substituindo (4.51) no sistema (3.30) e considerando a aproximação de primeira ordem, obtém-se o seguinte sistema:

$$\begin{cases} \gamma(r_s)\dfrac{\partial C^1(r_s,X,T)}{\partial T}+\alpha(r_s)\dfrac{\partial C^1(r_s,X,T)}{\partial X}=\dfrac{1}{\phi}\dfrac{\partial \Sigma^1(r_s,X,T)}{\partial T} \\ \dfrac{\partial \Sigma^1(r_s,X,T)}{\partial T}=-\lambda\phi C^1(r_s,X,T)\left[1-\alpha(r_s)\right] \\ \dfrac{\partial H^1(r_p,X,T)}{\partial T}=-\lambda\phi\dfrac{r_p^4 H^0(r_p)}{\int_0^\infty r_p^4 H^0(r_p)\,dr_p}\int_{r_p}^{\infty} C^1(r_s,X,T)\,dr_s \end{cases} \tag{4.57}$$

onde:

$$\alpha(r_s)=\begin{cases} 1\ ,\ r_s<r_{p\min} \\ \dfrac{\int_{r_s}^{r_{p\max}} r_p^{\,4} H^0(r_p)\,dr_p}{\int_{r_{p\min}}^{r_{p\max}} r_p^{\,4} H^0(r_p)\,dr_p}\ ,\ r_{p\min}<r_s<r_{p\max}\ , \\ 0\ ,\ r_s>r_{p\max} \end{cases} \tag{4.58}$$

$$\gamma(r_s)=\begin{cases} 1\ ,\ r_s<r_{p\min} \\ \dfrac{\int_{r_s}^{r_{p\max}} r_p^{\,2} H^0(r_p)\,dr_p}{\int_{r_{p\min}}^{r_{p\max}} r_p^{\,2} H^0(r_p)\,dr_p}\ ,\ r_{p\min}<r_s<r_{p\max}\ . \\ 0\ ,\ r_s>r_{p\max} \end{cases} \tag{4.59}$$

Na aproximação de primeira ordem para o caso da injeção de suspensões com baixa concentração, os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo não são alterados durante o processo de filtração profunda.

Para partículas pequenas ($r_s < r_{p\min}$), os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo são iguais a um ($\alpha(r_s) = \gamma(r_s) = 1$). Neste caso, o sistema (4.57) é idêntico ao sistema (4.2), cuja solução é dada pelas eqs. (4.3) e (4.4). Portanto, as partículas pequenas são transportadas sem serem capturadas.

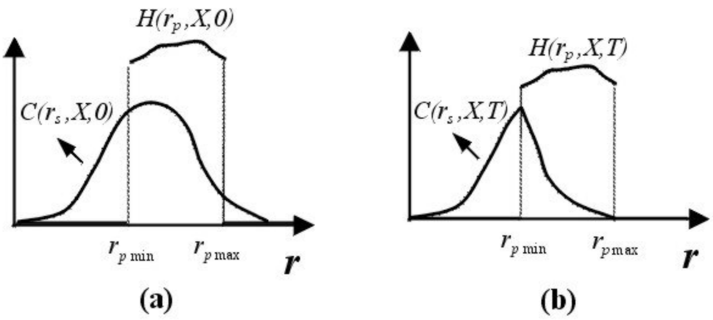


Figura 22: Distribuições de concentração de poros e de partículas em suspensão durante o processo de filtração profunda: (a) distribuições iniciais; (b) distribuições atrás da frente de deslocamento para T > 0.

Por outro lado, os coeficientes α e γ são iguais a zero ($\alpha(r_s) = \gamma(r_s) = 0$) para partículas grandes ($r_s > r_{p\max}$). Sendo assim, a solução do sistema (4.57) é dada pelas eqs. (4.6)-(4.8). Portanto, as partículas grandes não são transportadas através do meio poroso; todas são capturadas na face de entrada (ver (4.7)).

Considerando a expansão (4.51) e substituindo a segunda equação do sistema (4.57) na primeira, resulta na seguinte equação:

$$\gamma(r_s)\frac{\partial C(r_s,X,T)}{\partial T}+\alpha(r_s)\frac{\partial C(r_s,X,T)}{\partial X}=\lambda\, C(r_s,X,T)\left[1-\alpha(r_s)\right], \tag{4.60}$$

A solução analítica da eq. (4.60) é obtida através do método das características:

$$C(r_s,X,T)=\begin{cases} C^{(0)}(r_s)\exp\left[-\lambda\dfrac{1-\alpha(r_s)}{\alpha(r_s)}X\right]; \ X<\dfrac{\alpha(r_s)}{\gamma(r_s)}T \\ 0\ ;\ X>\dfrac{\alpha(r_s)}{\gamma(r_s)}T \end{cases}. \tag{4.61}$$

Substituindo a eq. (4.61) na segunda equação do sistema (4.57) e resolvendo a equação resultante, resulta na seguinte distribuição de concentração de partículas capturadas:

$$\Sigma\left(r_s, X, T\right)=\begin{cases}\lambda\left[1-\alpha\left(r_s\right)\right]\phi\left[T-\dfrac{\gamma\left(r_s\right)}{\alpha\left(r_s\right)}X\right]C^{(0)}\left(r_s\right)\exp\left[-\lambda\dfrac{1-\alpha\left(r_s\right)}{\alpha\left(r_s\right)}X\right];X<\dfrac{\alpha(r_s)}{\gamma(r_s)}T\\ 0\ ;\ X>\dfrac{\alpha\left(r_s\right)}{\gamma\left(r_s\right)}T\end{cases}. \qquad (4.62)$$

A distribuição de partículas capturadas na face de entrada do meio poroso ($X = 0$) é dada por:

$$\Sigma\left(r_s, X=0, T\right)=\lambda\left[1-\alpha\left(r_s\right)\right]\phi\, T\, C^{(0)}\left(r_s\right). \qquad (4.63)$$

A eq. (4.63) significa que a fração de partículas injetadas com raio r_s, carregadas pela fração do fluxo através de poros pequenos ($r_p < r_s$), é capturada na face de entrada do meio poroso.

Substituindo a eq. (4.61) na terceira equação do sistema (4.57) e resolvendo a equação resultante, tem-se que:

$$H^1\left(r_p, X, T\right)=-\lambda\phi\frac{r_p^4 H^0\left(r_p\right)}{\int_0^\infty r_p^4 H^0\left(r_p\right)dr_p}\frac{1}{\varepsilon}\int_{r_p}^{\infty}\left[T-\frac{\gamma\left(r_s\right)}{\alpha\left(r_s\right)}X\right]C^{(0)}\left(r_s\right)\exp\left[-\lambda\frac{1-\alpha\left(r_s\right)}{\alpha\left(r_s\right)}X\right]dr_s \qquad (4.64)$$

Finalmente, substituindo (4.64) na eq. (4.51) e considerando a solução de ordem zero (4.54), obtém-se a solução para a cinética de obstrução de poros:

$$H\left(r_p, X, T\right)=H^0\left(r_p\right)-\lambda\phi\frac{r_p^4 H^0\left(r_p\right)}{\int_0^\infty r_p^4 H^0\left(r_p\right)dr_p}\int_{r_p}^{\infty}\left[T-\frac{\gamma\left(r_s\right)}{\alpha\left(r_s\right)}X\right]C^{(0)}\left(r_s\right)\exp\left[-\lambda\frac{1-\alpha\left(r_s\right)}{\alpha\left(r_s\right)}X\right]dr_s \qquad (4.65)$$

A Figura 16 mostra as ondas de concentração para partículas pequenas, intermediárias e grandes. A concentração de partículas com raio r_s é zero na frente da "frente de deslocamento": $X = [\alpha(r_s) / \gamma(r_s)]T$ (ver solução (4.61)). A onda de concentração para partículas pequenas se propaga sem alteração através do reservatório (curva 1), enquanto a concentração de partículas grandes no interior do reservatório é igual a zero (curva 4). Quanto maior a partícula, mais rápido a sua concentração se propaga (a curva 3 está adiantada em relação à curva 2) e maior é a sua taxa de captura (a curva 3 está abaixo da curva 2).

As distribuições de concentrações de poros e de partículas em suspensão são mostradas na Figura 22. A distribuição de partículas injetadas e a distribuição inicial de poros são apresentadas na Figura 22a. Na Figura 22b são mostradas as distribuições de poros e de partículas em suspensão para $T > 0$. A concentração de partículas em suspensão é igual a $C^{(0)}(r_{p\min})$ para $r_s = r_{p\min}$ e zero para $r_s = r_{p\max}$.

Quanto maior a partícula for, maior será o expoente $[1-\alpha(r_s)]/\alpha(r_s)$ na eq. (4.61). Portanto, quanto menor a partícula maior a sua concentração relativa $C(r_s, X, T)/ C^{(0)}(r_s)$. Além disso, quanto menor a partícula, menor a razão $\alpha(r_s)/\gamma(r_s)$ e mais lentamente o seu perfil de concentração se move (ver eq. (4.31)). A Figura 15 mostra o perfil de concentração para diferentes tamanhos de partículas na saída do meio poroso ($X = 1$). Quanto maior a partícula, mais rapidamente ela chega na saída do meio poroso e menor é a sua concentração relativa. Entretanto, um meio poroso real tem uma geometria muito mais complexa do que a adotada aqui. Este fato influencia fortemente os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo, podendo levar a comportamentos diferentes dos mencionados acima.

4.3.2. Exemplo

Nesta seção, o transporte de suspensões particuladas através de meios porosos é analisado para distribuições iniciais de tamanho de partículas $C^{(0)}(r_s)$ e de poros $H(r_p,T=0)$ encontradas na literatura. Para estes casos, são apresentadas as distribuições de partículas em suspensão $C(r_s,X,T)$, de partículas capturadas $\Sigma(r_s,X,T)$ e de poros $H(r_p,X,T)$ prevista pelo modelo proposto.

Além disso, assumindo que o meio poroso é um conjunto de capilares paralelos, a permeabilidade $k(X,T)$ pode ser calculada em função da concentração de poros $H(r_p,X,T)$.

De acordo com a lei de Poiseuille, a vazão através de um poro é proporcional à quarta potência do seu raio (r_p^4). Portanto, a vazão total através da seção transversal na posição X é dada por:

$$q\left(X,T\right)=N_p\int_{r_{p\min}}^{r_{p\max}} r_p^4 f_p\left(r_p,X,T\right)dr_p\,\frac{\pi}{8\mu L}\frac{\partial P}{\partial X}, \tag{4.66}$$

onde N_p é o número total de poros.

Por outro lado, de acordo com a lei de Darcy:

$$q\left(X,T\right)=\frac{k\left(X,T\right)A}{\mu L}\frac{\partial P}{\partial X}. \tag{4.67}$$

Das eqs. (4.66) e (4.67), tem-se que:

$$k\left(X,T\right)=\frac{\pi N_p}{8A}\int_{r_{p\min}}^{r_{p\max}} r_p^4 f_p\left(r_p,X,T\right)dr_p. \tag{4.68}$$

Neste caso, a permeabilidade equivalente (Dullien, 1992) é dada por:

$$\frac{1}{k\left(T\right)}=\int_0^1\frac{dX}{k\left(X,T\right)} \tag{4.69}$$

Portanto, substituindo (4.68) na eq. (4.69), tem-se a permeabilidade equivalente normalizada:

$$\frac{k\left(T\right)}{k\left(0\right)}=\frac{\displaystyle\int_0^1\left(\int_{r_{p\min}}^{r_{p\max}} r_p^4 H\left(r_p,X,0\right)dr_p\right)^{-1}dX}{\displaystyle\int_0^1\left(\int_{r_{p\min}}^{r_{p\max}} r_p^4 H\left(r_p,X,T\right)dr_p\right)^{-1}dX}. \tag{4.70}$$

4.3.2.1. Resultados:

Nesta seção, são apresentados os resultados da injeção de uma distribuição de partículas através de uma amostra de arenito com uma dada distribuição de tamanho de poros.

Uma amostra de arenito (*Brent sandstone*) foi utilizada como referência. Segundo Hidajat, I. et al. (2002), a porosidade e a permeabilidade inicial do *Brent* *sandstone* são 0.16 e 470mD, respectivamente. A área da seção transversal foi considerada igual a 3×10^{-4} m^2. A distribuição de tamanho de poros apresentada por Hidajat (2002) foi aproximada por uma função lognormal. Neste caso, o raio médio dos poros $\langle r_p \rangle$ foi assumido igual à 13.46μm e o desvio padrão s igual à 1.35 μm (ver Figura 23).

Conhecendo-se a distribuição inicial de tamanho de poros $f_p^{(0)}(r_p)$ e a permeabilidade inicial $k(0)$ (470mD), determina-se a concentração total de poros ($h^{(0)} = 3\times10^7$ poros/m^2) a partir da eq. (4.68).

Foi considerada a injeção de uma concentração total de partículas $c^{(0)}$ igual à 10^9 partículas/m^3 (≅ 4.82 ppm), compatível com as concentrações encontradas na água injetada em reservatórios de petróleo (Plataformas P, Q e R da Bacia C).

Uma distribuição normal para o tamanho das partículas injetadas:

$$f_s^{(0)}(r_s) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{\left(r_s - \langle r_s \rangle \right)^2}{\langle r_s \rangle} \right), \tag{4.71}$$

onde o raio médio das partículas $\langle r_s \rangle$ é igual a 13μm e o desvio padrão s é igual a 1.35μm foi considerada. Também foi estudado o efeito de se retirar da suspensão as partículas com raio maior que 13μm. A distribuição de tamanho de partículas relacionada à este último caso $f_{sf}^{(0)}$ é mostrada pela curva pontilhada na Figura 23.

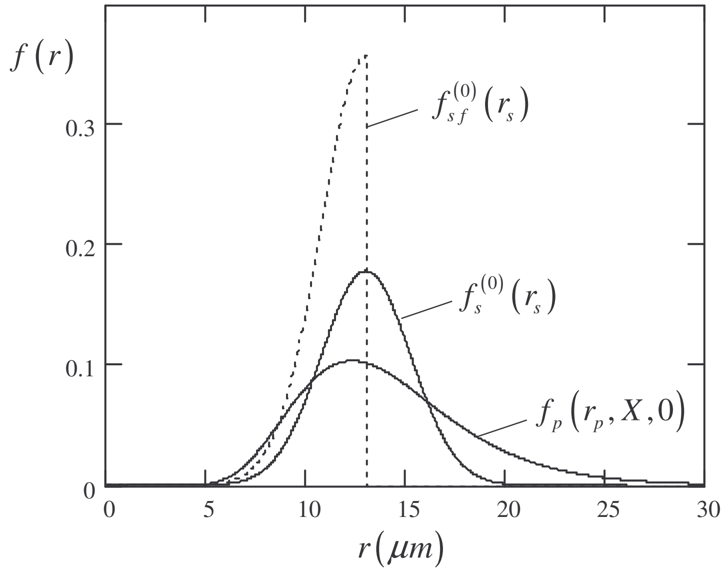


Figura 23: Distribuições de tamanho de partículas na face de injeção e distribuição inicial de tamanho de poros $f_p(r_p, X, 0)$.

Na Figura 24 são mostrados os perfis de concentração de partículas suspensas no caso da injeção da distribuição de tamanho de partículas $f_s^{(0)}(r_s)$. Note que quanto maior o tamanho da partícula, maior o decréscimo na sua concentração ao longo do meio poroso.

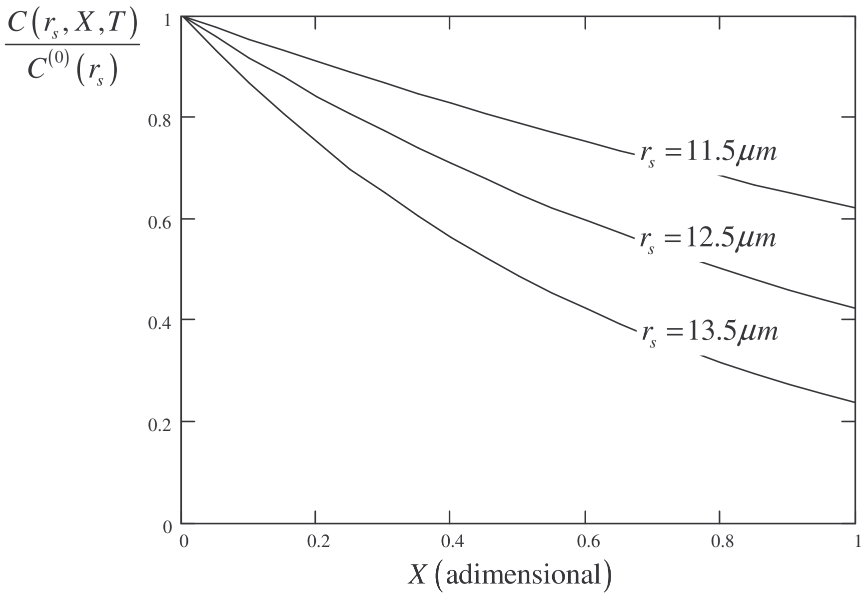


Figura 24: Perfis de concentração de partículas suspensas de diferentes tamanhos (r_s=11.5µm, 12.5µm e 13.5µm) para tempos maiores do que o tempo de chegada (T_{br}).

Na Figura 25 são mostrados os perfis de concentração de partículas de diferentes tamanhos capturadas ao longo do meio poroso durante a injeção da distribuição de tamanho de partículas $f_s^{(0)}(r_s)$. As partículas maiores são capturadas preferencialmente próximo da entrada do meio poroso (X=0). Note que, para as partículas maiores (r_s=13.5μm), há uma queda acentuada na concentração de partículas capturadas ao longo do meio poroso. Por outro lado, as partículas menores (r_s=12μm) têm um comprimento de penetração maior e, portanto, o decréscimo na concentração de partículas capturadas ao longo do meio poroso é menor.

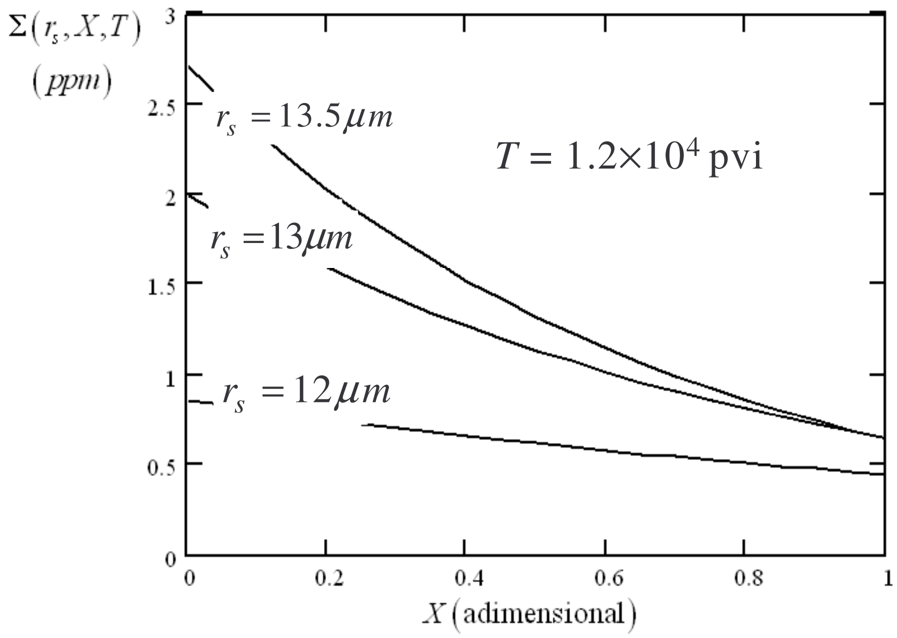


Figura 25: Perfis de concentração de partículas capturadas de diferentes tamanhos (r_s=12μm, 13μm e 13.5μm) para T=1.2×10^4 pvi.

A partir da integração da eq. (4.62), obtém-se a concentração total de partículas capturadas $\sigma(X,T)$. Na Figura 26, essas concentrações são mostrados para vários tempos para a injeção de partículas com distribuição de partículas $f_s^{(0)}$ (ver Figura 23).

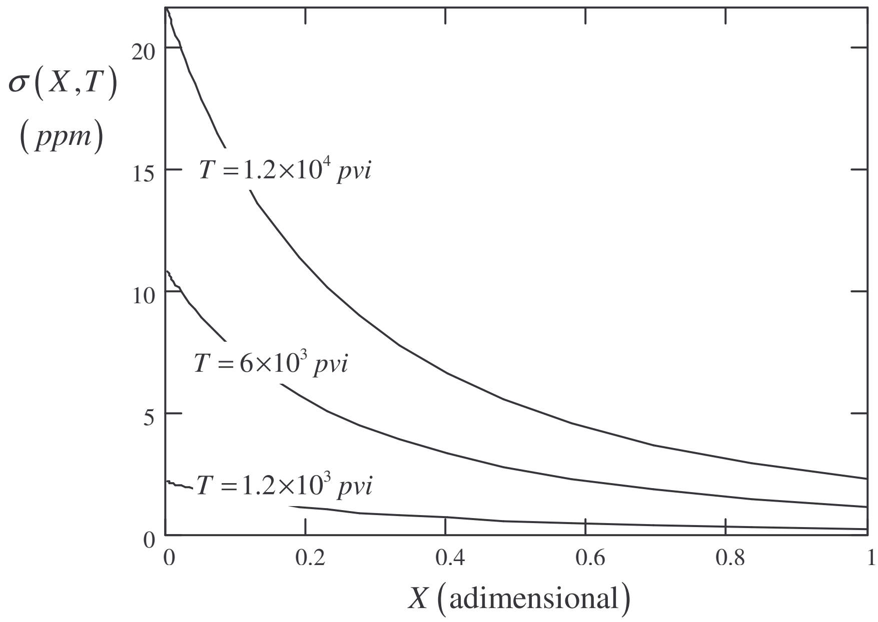


Figura 26: Perfis de concentração total de partículas retidas para os tempos 1.2 × 10^3, 6 × 10^3 e 1.2 × 10^4 pvi.

As distribuições de concentração de poros na face de entrada do meio poroso $H(r_p,0,T)$ para a injeção de partículas com as distribuições de tamanho $f_s^{(0)}(r_s)$ e $f_{sf}^{(0)}(r_s)$ são apresentadas na Figura 27 e na Figura 28, respectivamente. Durante o processo de filtração com exclusão pelo tamanho, os poros menores do que a maior partícula são continuamente bloqueados. Note que os poros são bloqueados mais rapidamente no caso da injeção de partículas com distribuição $f_s^{(0)}(r_s)$. Isto ocorre porque as partículas injetadas são maiores neste caso.

A probabilidade de bloqueio de um poro é proporcional ao número de partículas maiores do que ele e, também, ao fluxo que passa por este poro. Portanto, quanto menor o poro, maior a fração de partículas que pode obstruí-lo. Por outro lado, quanto menor o poro, menor o fluxo através dele. Estes dois últimos efeitos competem entre si, determinando quais poros serão bloqueados primeiramente. As curvas 2, 3 e 4 na Figura 27 mostram que, para as distribuições iniciais de tamanho de poros e de partículas utilizadas, os poros de tamanho intermediário são primeiramente obstruídos. O mesmo efeito pode ser observado na Figura 28.

No final do processo de filtração, somente os poros maiores do que a maior partícula não serão bloqueados. Estes poros determinarão a permeabilidade final do meio poroso.

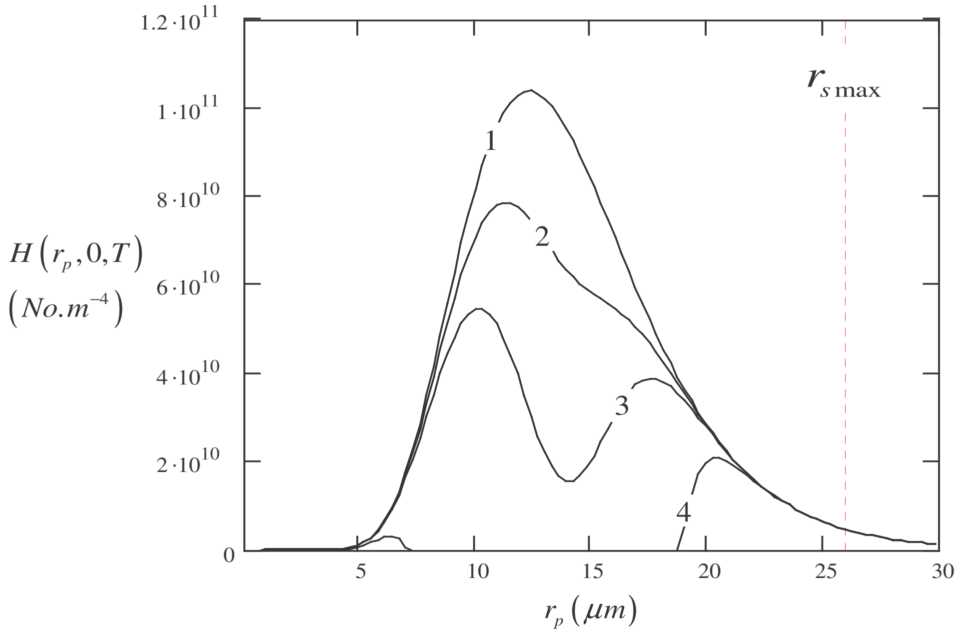


Figura 27: Distribuição de concentração de poros na face de entrada do meio poroso $H(r_p,0,T)$ para os tempos 0, 6.7×10^3, 1.67×10^4 *e* 2×10^5 *pvi (curvas 1, 2, 3 e 4, respectivamente).*

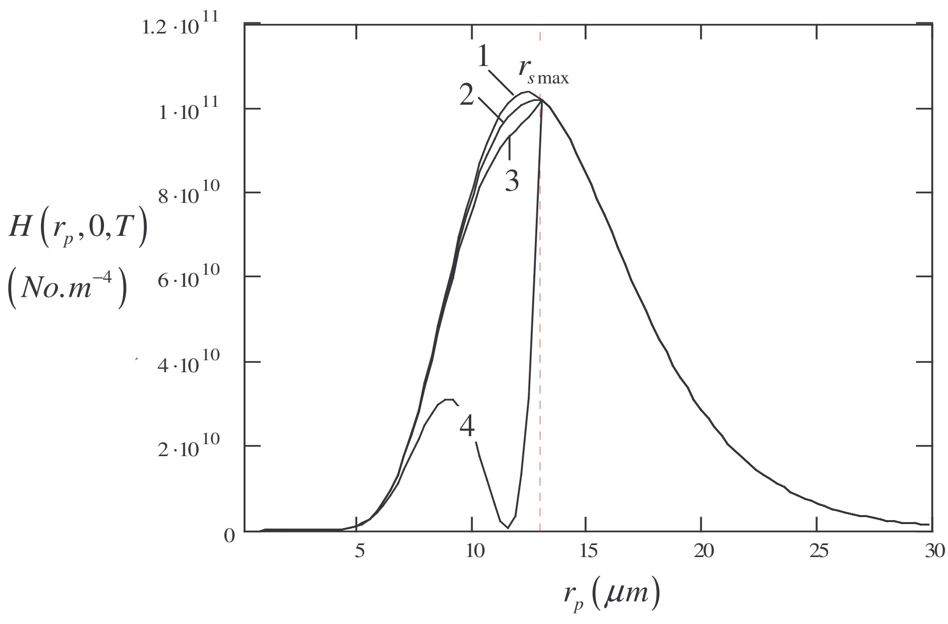


Figura 28: Distribuição de concentração de poros na face de entrada do meio poroso $H(r_p,0,T)$ para os tempos 0, 6.7×10^3, 1.67×10^4 *e* 2×10^5 *pvi (curvas 1, 2, 3 e 4, respectivamente).*

Com o tempo, a fração de poros menores do que a maior partícula injetada diminui e, conseqüentemente, a probabilidade de um poro ser obstruído também diminui. Sendo assim, a queda de permeabilidade torna-se cada vez suave (ver Figura 29).

Se não ocorrer formação de reboco externo, quando todos os poros menores do que a maior partícula forem bloqueados, a permeabilidade tende para um valor constante. Este valor é determinado pela concentração de poros maiores do que a maior partícula injetada. Para a injeção de partículas com distribuição de tamanho $f_s^{(0)}(r_s)$, a permeabilidade final será de 72 mD; ou seja, a permeabilidade atingirá um valor de aproximadamente 10% da permeabilidade inicial, $k_{final} = 0.1k_0$ (ver curva sólida na Figura 29). Note que, para o intervalo de tempo mostrado na Figura 29, a permebilidade ainda não estabilizou ($k(5\times10^5$pvi$) \cong 0.4k_0$). Para a injeção de partículas com distribuição $f_{sf}^{(0)}(r_s)$, a permeabilidade final será de 668 mD; ou seja, $k_{final} = 0.9k_0$ (ver linha pontilhada na Figura 29) e o intervalo de tempo mostrado na Figura 29 é suficiente para detectar a estabilização da permeabilidade.

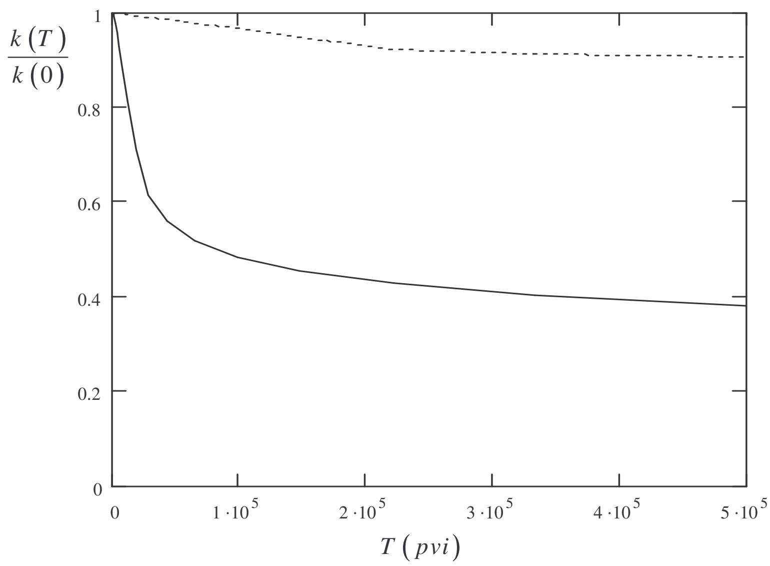


Figura 29: Queda de permeabilidade em função do tempo adimensional.

É bom salientar que, retirando da suspensão apenas as partículas maiores que 13 μm a permeabilidade é fortemente afetada (comparar as curvas na Figura 29). Isto ocorre porque a permeabilidade é função dos raios dos poros elevado à quarta potência (ver eq. (4.68)).

5 Modelo efetivo (macro escala) para filtração profunda considerando os fatores de redução de fluxo e de acessibilidade

Com o objetivo de comparar o modelo proposto (3.30) com o modelo clássico (2.1), um modelo para as concentrações totais durante o processo de filtração profunda é deduzido. Este modelo será obtido através da integração das equações estocásticas (concentrações distribuídas em relação aos raios de partículas e de poros).

5.1. As funções de acessibilidade e redução de fluxo para injeção de partículas de tamanho intermediário em uma rocha contendo poros de dois tamanhos

Nesta seção, a injeção de partículas de tamanho intermediário,

$$C\left(r_s, X, T\right) = \begin{cases} c\left(X,T\right) f_s\left(r_s, X, T\right), & r_{p1} \le r_s < r_{p2} \\ 0, & r_{p1} > r_s \ge r_{p2} \end{cases}, \tag{5.1}$$

em uma rocha contendo poros de dois tamanhos,

$$H\left(r_p, X, T\right) = h_1\left(X,T\right)\delta\left(r_p - r_{p1}\right) + h_2\left(X,T\right)\delta\left(r_p - r_{p2}\right), \tag{5.2}$$

é considerado e as equações de transporte para as concentrações totais (c, σ e h) são deduzidas.

Substituindo (5.2) e (5.1) na terceira eq. (3.30) e integrando a equação resultante sobre r_p de r_{p2} até infinito e de zero até r_{p2}, tem-se que:

$$\frac{\partial h_2}{\partial T} = 0 \tag{5.3}$$

e

$$\frac{\partial h_1}{\partial T} = -\lambda\phi \frac{h_1}{h_1 + h_2 \left(r_{p2} / r_{p1} \right)^4} c \tag{5.4}$$

Portanto, apenas poros com raio r_{p1} são obstruídos. Isto ocorre porque não existem partículas maiores que os poros com raio r_{p2}, conseqüentemente:

$$h_2 \left(X,T \right) = h_2 \left(X,0 \right) = h_{20} . \tag{5.5}$$

Substituindo (5.2) nas eqs. (3.15) e (3.20), obtém-se os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo, respectivamente:

$$\gamma\left(h_1, h_2\right) = 1 - \frac{h_1}{h_1 + h_2 \left(r_{p2} / r_{p1} \right)^2} \tag{5.6}$$

e

$$\alpha\left(h_1, h_2\right) = 1 - \frac{h_1}{h_1 + h_2 \left(r_{p2} / r_{p1} \right)^4} . \tag{5.7}$$

Integrando (5.2) de zero até infinito, resulta na concentração total de poros:

$$h = h_1 + h_2 . \tag{5.8}$$

Substituindo (5.8) na eq. (3.35), resulta em:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial T} = -\frac{\partial \left(h_1 + h_2 \right)}{\partial T} . \tag{5.9}$$

Das eqs. (5.9) e (5.3), obtém-se a concentração de poros como uma função da concentração de partículas capturadas:

$$h_1(\sigma) = h_{10} - \sigma\,, \tag{5.10}$$

onde: $h_1(\sigma = 0) = h_{10}$. (5.11)

Substituindo (5.11) e (5.5) nas eqs. (5.6) e (5.7), os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo podem ser escritos como uma função da concentração de partículas capturadas:

$$\gamma(\sigma) = \frac{1}{1 + \left(r_{p2} \big/ r_{p1} \right)^2 \dfrac{h_{10} - \sigma}{h_{20}}}\,, \tag{5.12}$$

$$\alpha(\sigma) = \frac{1}{1 + \left(r_{p2} \big/ r_{p1} \right)^4 \dfrac{h_{10} - \sigma}{h_{20}}}\,. \tag{5.13}$$

Além disso, os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo podem ser reescritos como funções de seus valores iniciais:

$$\gamma(\sigma) = \frac{\gamma(0)}{1 - \left[h_{20} \left(\dfrac{r_{p1}}{r_{p2}} \right)^2 + h_{10} \right]^{-1} \sigma} \tag{5.14}$$

$$\alpha(\sigma) = \frac{\alpha(0)}{1 - \left[h_{20} \left(\dfrac{r_{p1}}{r_{p2}} \right)^4 + h_{10} \right]^{-1} \sigma} \tag{5.15}$$

Das expressões para os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo ((5.12) e (5.13), respectivamente), obtém-se:

$$\alpha(\gamma) = \frac{\gamma}{\left(\frac{r_{p2}}{r_{p1}}\right)^2 + \left[1 - \left(\frac{r_{p2}}{r_{p1}}\right)^2\right]\gamma}. \tag{5.16}$$

A forma da função $\alpha = \alpha(\gamma)$ é apresentada na Figura 30. O fator de redução de fluxo α tende assintóticamente para 1 quando γ tende para 1 e a forma da função $\alpha = \alpha(\gamma)$ depende da razão r_{p2}/r_{p1}. As formas das funções de redução de fluxo $\alpha(\sigma)$ e de acessibilidade $\gamma(\sigma)$ (fórmulas (5.12) e (5.13), respectivamente) são mostradas na Figura 31. Note que quando todos os poros pequenos (r_{p1}) são obstruídos, ou seja, $\sigma \to h_{10}$ os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo tendem para 1. A partir deste momento, somente existem poros maiores do que as partículas injetadas. Neste caso, todo o espaço poroso fica acessível para as partículas.

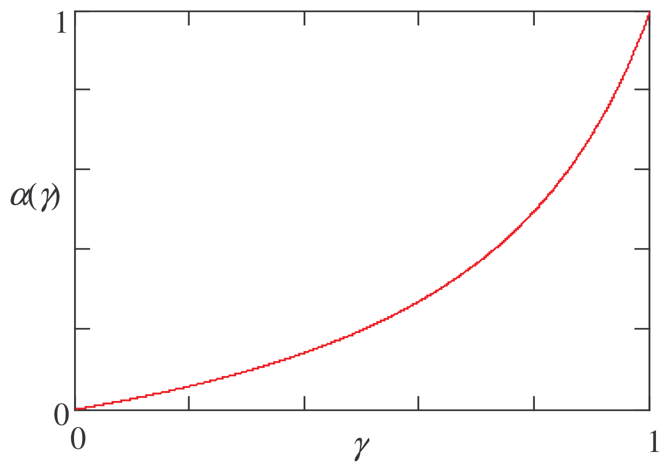


Figura 30: Gráfico do fator de redução de fluxo como função do fator de acessibilidade para $r_{p2}/r_{p1} = 2$.

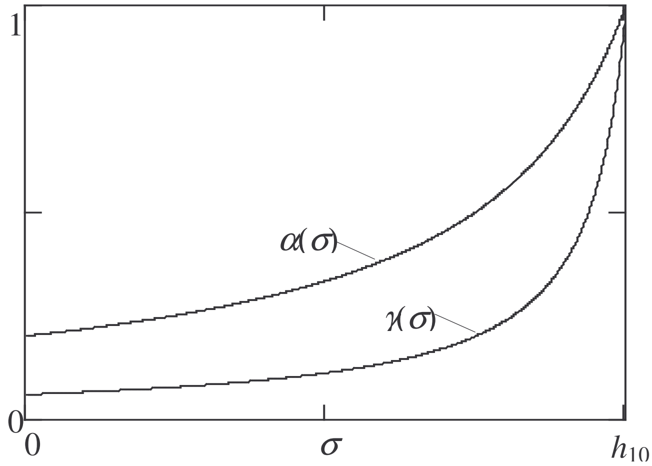


Figura 31: Fatores de acessibilidade e de redução de fluxo como funções da concentração de partículas capturadas para $r_{p2}/r_{p1} = 2$.

Considerando que os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo são funções da concentração de partículas capturadas (eqs. (5.12) e (5.13)) e integrando a primeira e a segunda equação do sistema (3.30) de zero até infinito, resulta no seguinte sistema para as concentrações totais (c e σ):

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\left[\gamma(\sigma)c\right]}{\partial T}+\dfrac{\partial\left[\alpha(\sigma)c\right]}{\partial X}=\dfrac{1}{\phi}\dfrac{\partial\sigma}{\partial T} \\ \dfrac{\partial\sigma}{\partial T}=\lambda\phi\left[1-\alpha(\sigma)\right]c \end{cases} \tag{5.17}$$

As condições iniciais e de contorno são obtidas integrando (3.32) sobre r_s de zero até infinito:

$$\begin{cases} T=0: c(X,0)=0; \quad \sigma(X,0)=0; \\ X=0: c(0,T)=c^{(0)}(T) \end{cases} \tag{5.18}$$

Se comparado com o modelo clássico para a filtração profunda (2.1), o modelo médio (5.17) contém o fator de redução de fluxo (5.13) e o fator de acessibilidade (5.12) na equação de balanço de população. A expressão para a taxa de captura em (5.17) contém o termo "$1-\alpha(\sigma)$", mostrando que a taxa de captura não deve ser proporcional ao fluxo total de água U, como é assumido em

(2.1). A taxa de captura deve ser proporcional à fração do fluxo que passa através de poros pequenos ($U[1-\alpha]$).

Para as formas dos fatores de acessibilidade e de redução de fluxo (5.12) e (5.13), o modelo (5.17) descreve o processo de filtração profunda para $\sigma < h_{10}$. A concentração de partículas capturadas tende assintóticamente para o valor de h_{10} em cada ponto X do reservatório. Neste caso, das eqs. (5.12) e (5.13), o fator de redução de fluxo tende para um ($\alpha \rightarrow 1$) em todos os pontos do reservatório e não ocorre mais captura de partículas a partir deste momento. Ou seja, quando todos os poros com raio r_{p1} forem obstruídos, sobrarão somente os poros de raio r_{p2}, que são maiores do que qualquer partícula.

5.2. Injeção de partículas de tamanho único em uma rocha contendo diferentes tamanhos de poros

Nesta seção, um modelo efetivo para o caso da injeção de partículas de tamanho único:

$$C(r_s, X, T) = c(X, T)\,\delta(r_s - r_s'), \tag{5.19}$$

em uma rocha contendo poros de raios discretos (r_{p1}, r_{p2}, ..., r_{pN}):

$$H(r_p, X, T) = h_1(X, T)\,\delta(r_p - r_{p1}) + \cdots + h_N(X, T)\,\delta(r_p - r_{pN}), \tag{5.20}$$

(ver Figura 32) é deduzido.

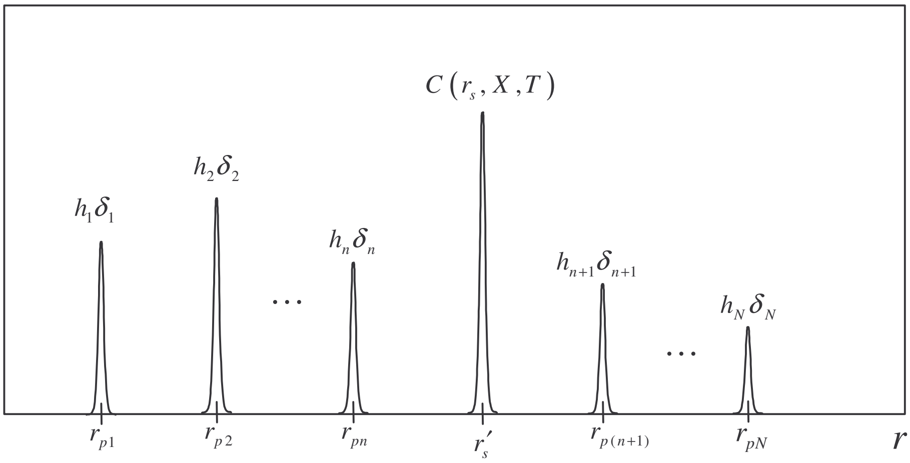


Figura 32: Distribuição de raios de poros e de partículas para o caso da injeção de partículas de tamanho único em uma rocha com poros de tamanhos discretos (r_{p1}, r_{p2}, ..., r_{pN}).

Substituindo as eqs. (5.19) e (5.20) na terceira equação do sistema (3.30) e considerando que o coeficiente de filtração λ é constante, obtém-se a seguinte expressão para a cinética de obstrução de poros:

$$\frac{\partial h_i}{\partial T} = \begin{cases} -\lambda\phi \dfrac{r_{pi}^4 h_i}{\sum_{i=1}^{N} r_{pi}^4 h_i} c, & i \le n \\ 0, \ i > n \end{cases} \tag{5.21}$$

Para qualquer posição à frente da "frente de deslocamento" $X > (\alpha / \gamma)\,T$, a concentração de partículas em suspensão "c" é igual a zero. Além disso, poros com raios maiores do que o raio das partículas $r_p > r_s'$ ($r_{p(n+1)}$, ..., r_{pN}, ver Figura 32) nunca são obstruídos. Portanto:

$$h_i(X,T) = h_{i0}, \ i > n \text{ ou } X > (\alpha / \gamma)\,T \tag{5.22}$$

Fixando a coordenada X para qualquer posição atrás da frente de deslocamento (ou seja, $X < [\alpha / \gamma]\, T$), a concentração total de poros com raio $r_{p,i}$ torna-se função somente do tempo T:

$$h_i(X,T) = h_i(T), \ i \le n \ \text{ e } X < (\alpha / \gamma)\,T. \tag{5.23}$$

A partir da eq. (5.23), observa-se que $h_1 = h_1(T)$. Invertendo a função anterior tem-se $T = T(h_1)$. Finalmente, substituindo $T = T(h_1)$ na eq. (5.23), obtém-se a concentração total de poros com raio $r_{p,i}$ ("h_i") como função da concentração total de poros com raio r_{p1} ("h_1"):

$$h_i = \begin{cases} h_i(h_1),\ i \le n \\ h_{i0}\ ,\ \ i > n \end{cases} \tag{5.24}$$

Aplicando a "regra da cadeia" na eq. (5.24) para o caso $i \le n$, resulta em:

$$\frac{\partial h_i(h_1)}{\partial T} = \frac{dh_i}{dh_1}\frac{\partial h_1}{\partial T}. \tag{5.25}$$

Substituindo (5.21) na eq. (5.25), tem-se que:

$$\frac{dh_i}{dh_1} = \frac{r_{pi}^4 h_i}{r_{p1}^4 h_1},\ i \le n. \tag{5.26}$$

Resolvendo a eq. (5.26), obtém-se a concentração poros com raio r_{pi} em função da concentração de poros com raio r_{p1}:

$$h_i(h_1) = h_{i,0}\left(\frac{h_1}{h_{1,0}}\right)^{\left(\frac{r_{pi}}{r_{p1}}\right)^4},\ \ i \le n. \tag{5.27}$$

Sendo assim, a concentração total de poros h pode ser escrita da seguinte forma:

$$h = h_1 + h_2(h_1) + \cdots + h_n(h_1) + h_{(n+1)}(T=0) + \cdots + h_N(T=0) = h(h_1) \tag{5.28}$$

A partir das eqs. (3.35) e (5.28), segue que:

$$h(h_1) = h(T=0) - \sigma \,. \tag{5.29}$$

Das eqs. (5.28) e (5.29), obtém-se:

$$h_1 = h_1(\sigma) \,. \tag{5.30}$$

No caso em que há somente dois tamanhos distintos de poros, $r_{p1} < r_s^{/} < r_{p2}$ (ver seção 5.1), a função $h_1 = h_1(\sigma)$ é dada pela eq. (5.10).

Substituindo (5.20) em (3.20) e (3.15), e considerando (5.30), os fatores de acessibilidade γ e de redução de fluxo α podem ser escritos em função da concentração total de partículas capturadas σ:

$$\alpha(\sigma) = \frac{\sum_{i=n+1}^{N} r_{pi}^4 h_i (T=0)}{\sum_{i=1}^{N} r_{pi}^4 h_i \left(h_1(\sigma)\right)} \,, \tag{5.31}$$

$$\gamma(\sigma) = \frac{\sum_{i=n+1}^{N} r_{pi}^2 h_i (T=0)}{\sum_{i=1}^{N} r_{pi}^2 h_i \left(h_1(\sigma)\right)} \,, \tag{5.32}$$

onde $h_1(\sigma)$ é dado pela eq. (5.30).

5.3. - Tratamento de dados experimentais relacionados à redução de permeabilidade

Nesta seção, o modelo desenvolvido na seção anterior é utilizado para analisar a queda de permeabilidade obtida experimentalmente por Seminario et al., 2002. O trabalho experimental realizado no referido trabalho consiste na injeção de uma suspensão particulada através de uma membrana. Os poros desta membrana, segundo os autores, são bem representados por um conjunto de tubos que não se interceptam. Estes tubos têm seções transversais circulares e localizações aleatórias. As distribuições dos raios dos poros e das partículas foram determinadas experimentalmente.

A Figura 33 e a Figura 34 mostram as membranas utilizadas nos experimentos e as suas respectivas representações utilizadas na modelagem. As membranas têm área da seção transversal igual a 168 cm^2 e o raio médio dos poros é de 0.95 μm para a membrana apresentada na Figura 33 e de 0.23 μm para a membrana da Figura 34. Na Figura 35 e na Figura 36 são apresentadas as distribuições de poros das membranas.

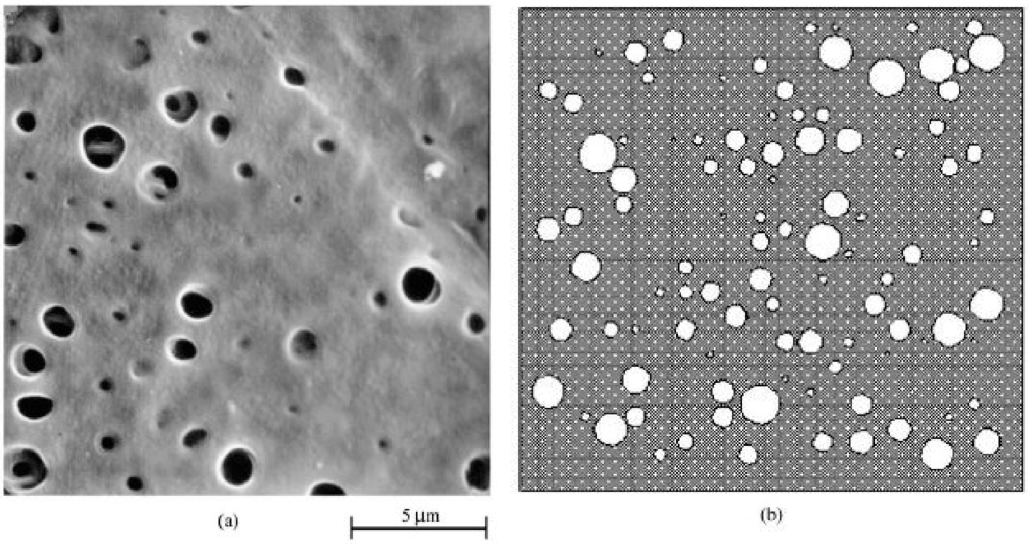


Figura 33: (a) Microscopia de varredura (Scanning Electron Microscopy – SEM) mostrando a superfície da membrana utilizada no experimento 1. (b) modelagem da membrana mostrada na figura (a) (Seminario et al., 2002).

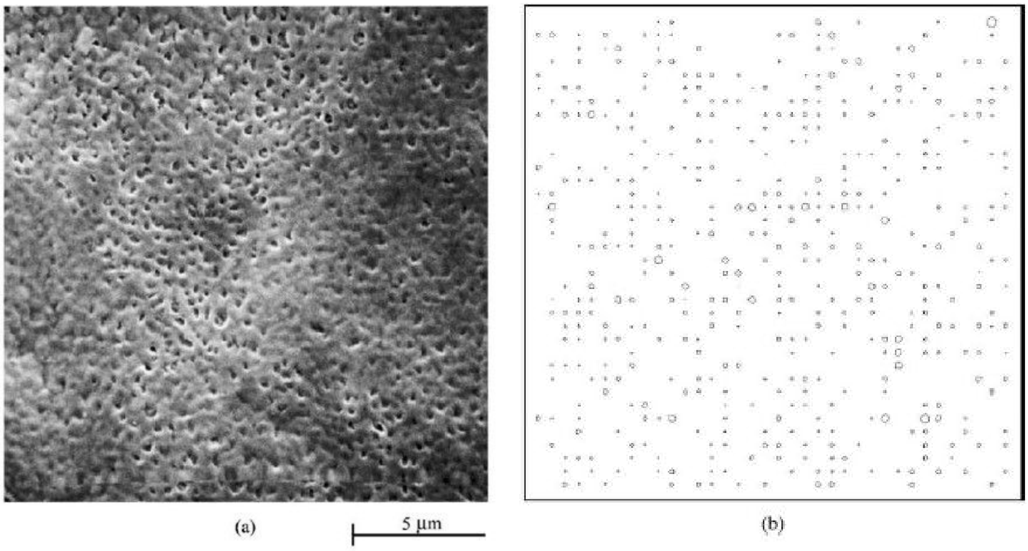


Figura 34: (a) Microscopia de varredura mostrando a superfície da membrana utilizada no experimento 2. (b) Representação da membrana mostrada na figura (a) (Seminario et al., 2002).

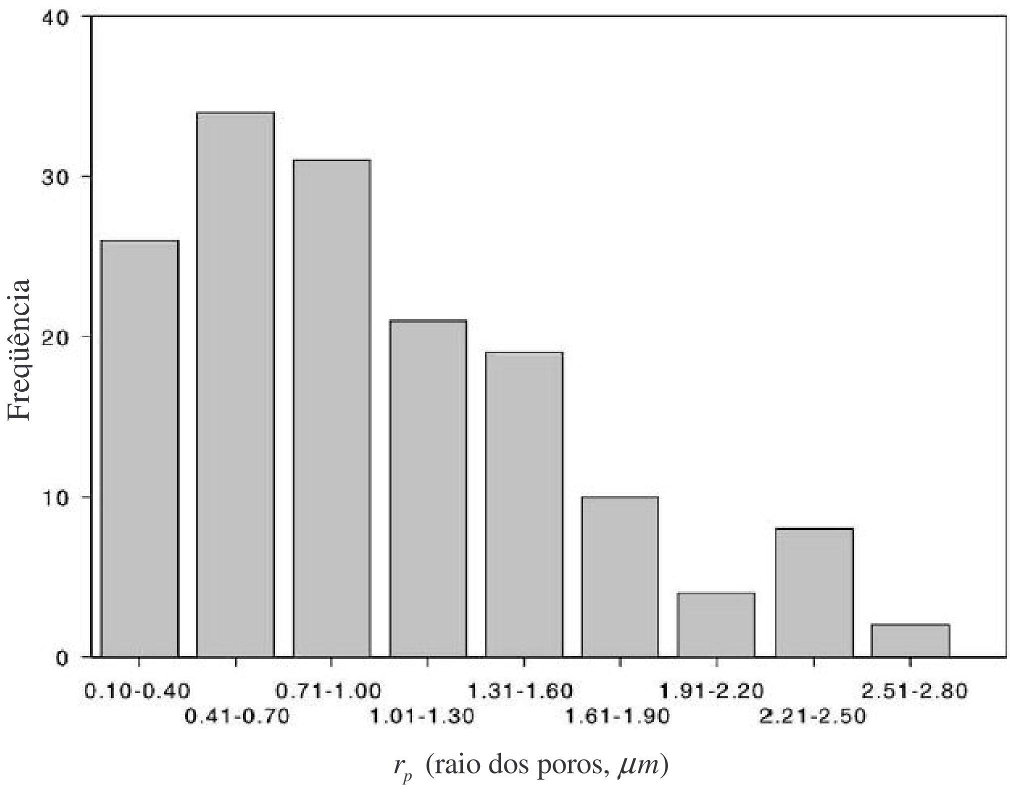


Figura 35: Distribuição de tamanho de poros da membrana utilizada na modelagem do experimento 1 (ver Figura 33b) (Seminario et al., 2002).

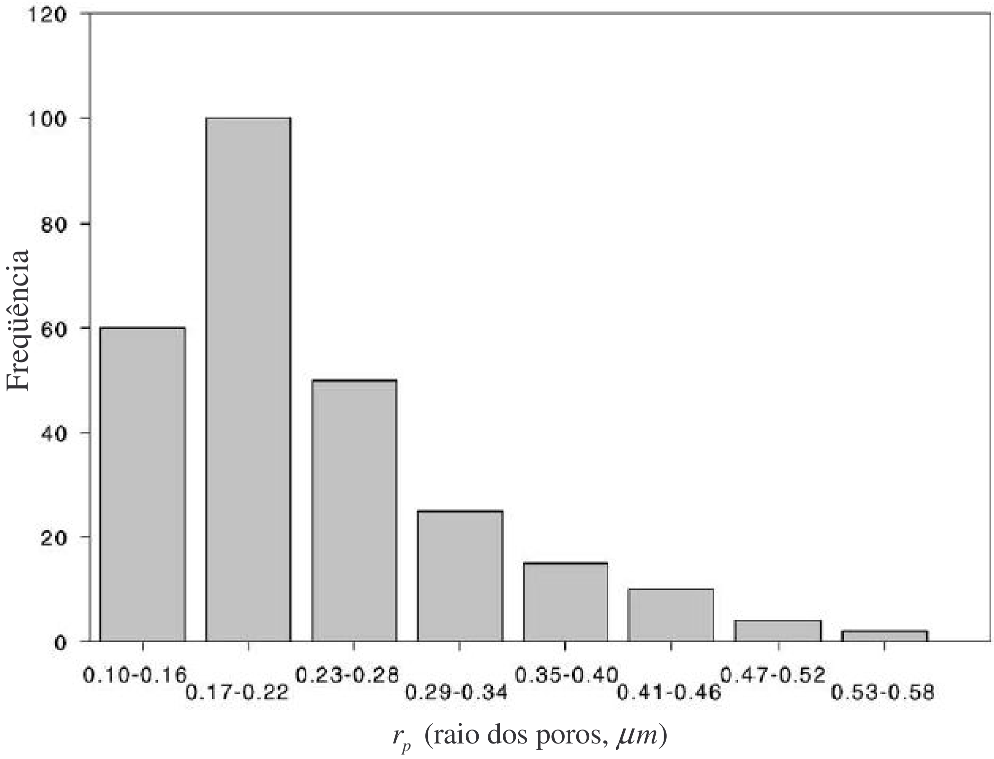


Figura 36: Distribuição de tamanho de poros da membrana utilizada na modelagem do experimento 2 (ver Figura 34b) (Seminario et al., 2002).

Nos experimentos realizados por Seminario et al., uma suspensão de partículas de bentonita foi injetada a uma vazão de 3.5 m^3/h, mantendo-se a concentração constante ($c^{(0)}$ = 1.215×10^8 partículas/m^3). A suspensão particulada foi tratada com o objetivo de minimizar a formação de agregados de partículas. A distribuição de tamanho de partículas em suspensão é mostrada na Figura 37.

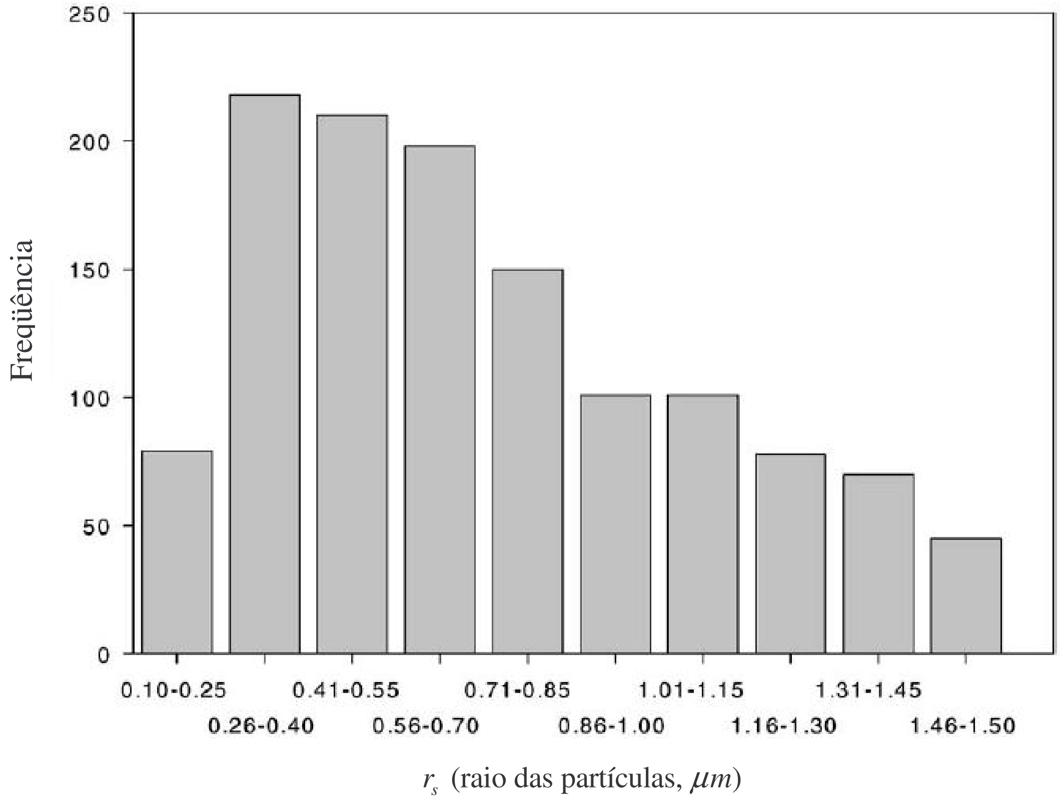


Figura 37: Distribuição de tamanho de partículas em suspensão no fluido injetado (Seminario et al., 2002).

De acordo com a eq. (4.70), para membranas constituídas de um conjunto de tubos paralelos com raios discretos ($r_{p1},...,r_{pN}$), a permeabilidade normalizada ($k(\sigma)/k(0)$) é dada por:

$$\frac{k(\sigma)}{k(0)} = \frac{\sum_{i=1}^{N} r_{pi}^4 h_i\left(h_1(\sigma)\right)}{\sum_{i=1}^{N} r_{pi}^4 h_i\left(T=0\right)} \tag{5.33}$$

Substituindo (5.20) e (5.19) na primeira equação do sistema (3.37) e integrando a equação resultante sobre r_s, de zero até infinito, obtém-se a concentração de partículas capturadas na membrana:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \lambda'\left[1-\alpha(\sigma)\right] U\, c^{(0)}, \tag{5.34}$$

onde o fator de redução de fluxo $\alpha(\sigma)$ é dado pela eq. (5.31). Note também que as fórmulas (2.2) são utilizadas para re-escrever a eq. (5.34) em função do tempo dimensional. Isto foi feito para adequar o modelo aos dados experimentais apresentados por Seminario et al., 2002.

Resolvendo a eq. (5.34), a concentração total de partículas capturadas em função do tempo dimensional ($\sigma = \sigma(t)$) é obtida. Sendo assim, a partir da eq. (5.33), obtém-se:

$$\frac{k(t)}{k(0)} = \frac{\sum_{i=1}^{N} r_{pi}^{4} h_i\left(h_1\left(\sigma(t)\right)\right)}{\sum_{i=1}^{N} r_{pi}^{4} h_i\left(t=0\right)} \quad . \tag{5.35}$$

A partir da porosidade das membranas ($\phi = 0.1$):

$$\phi = h\pi \sum_{i=1}^{N} r_{pi}^{2} f_{pi} \ ,$$

a concentração total de poros é calculada. Para as membranas dos experimentos 1 e 2, as concentrações totais de poros são 2.4×10^{10} e 5.3×10^{11} poros/m^2, respectivamente.

Foi desenvolvido um programa no ambiente MathCad 2001 para calcular a queda de permeabilidade em função do tempo e os fatores de redução de fluxo $\alpha(\sigma)$ e de acessibilidade $\gamma(\sigma)$. Os coeficientes $\alpha(\sigma)$ e $\gamma(\sigma)$ para a membrana da Figura 33 são mostrados na Figura 38.

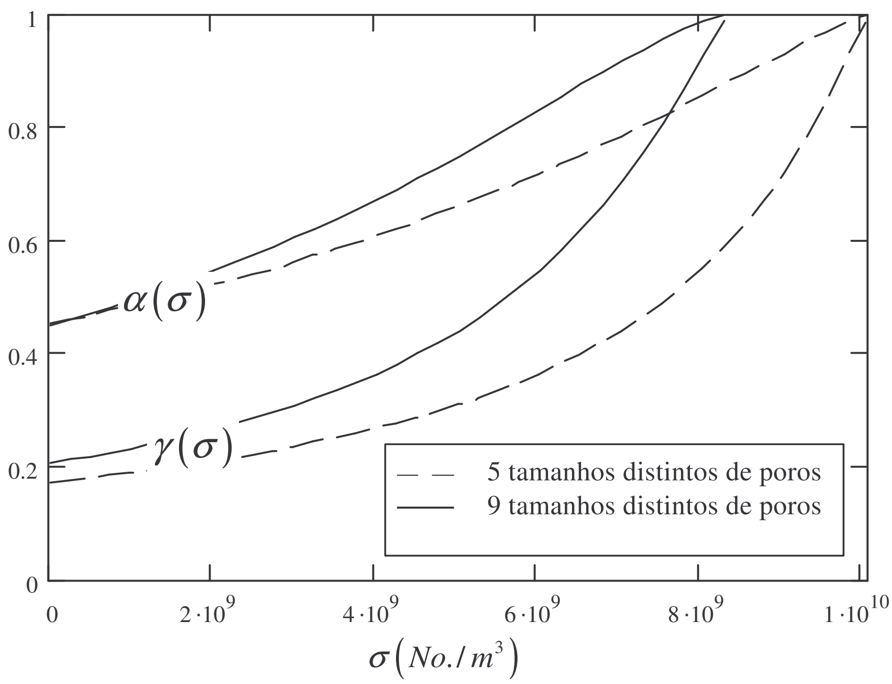


Figura 38: Coeficientes de redução de fluxo α e de acessibilidade γ em função da concentração de partículas capturadas σ para 5 e 9 tamanhos distintos de poros

O resultado do ajuste do modelo para os dados experimentais de permeabilidade obtidos para a membrana da Figura 33 é mostrado na Figura 39. Como esperado, quanto maior o número de tamanho de poros distintos considerados, melhor o ajuste da queda de permeabilidade.

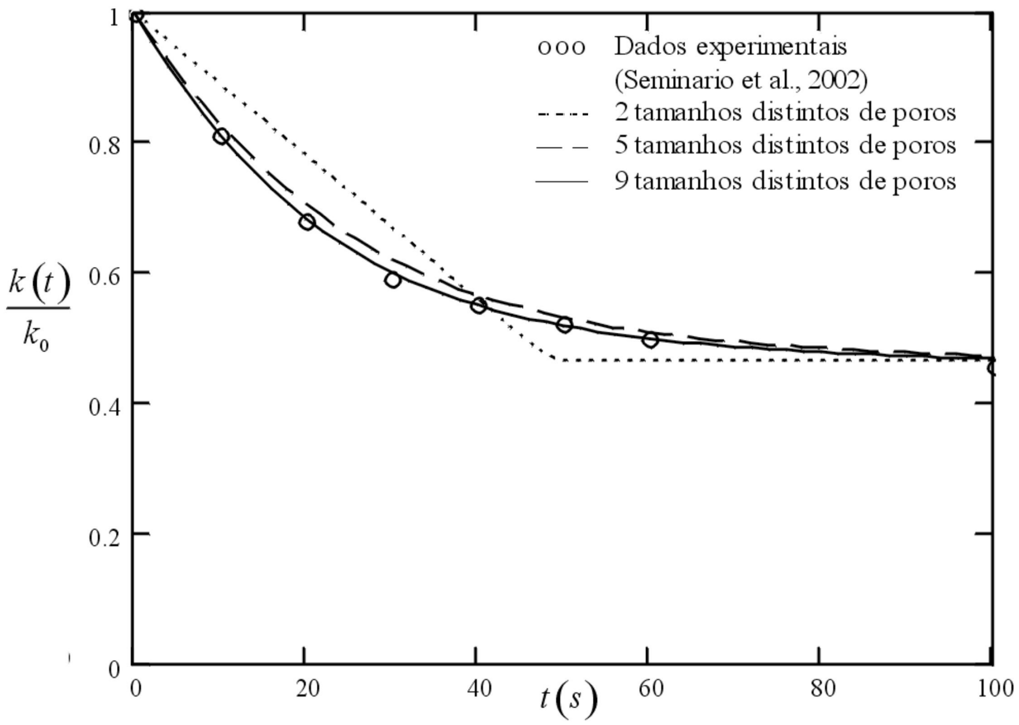


Figura 39: Comparação entre a redução de permeabilidade obtida experimentalmente por Seminario et al.(2002) e a prevista pelo modelo proposto (considerando 2, 5 e 9 tamanhos distintos de poros) para a membrana apresentada na Figura 33. Neste caso, o coeficiente de filtração λ' utilizado no ajuste é igual a 2.3 m^{-1} e o raio efetivo das partículas (r_s') foi considerado igual à 2.1 μm.

Os coeficientes $\alpha(\sigma)$ e $\gamma(\sigma)$ para a membrana de poros menores são mostrados na Figura 40 e o ajuste para a queda de permeabilidade é mostrado na Figura 41. Como no caso da membrana de poros grandes, quanto mais aproximada da real for a distribuição de tamanho de poros adotada, melhor o ajuste da queda de permeabilidade.

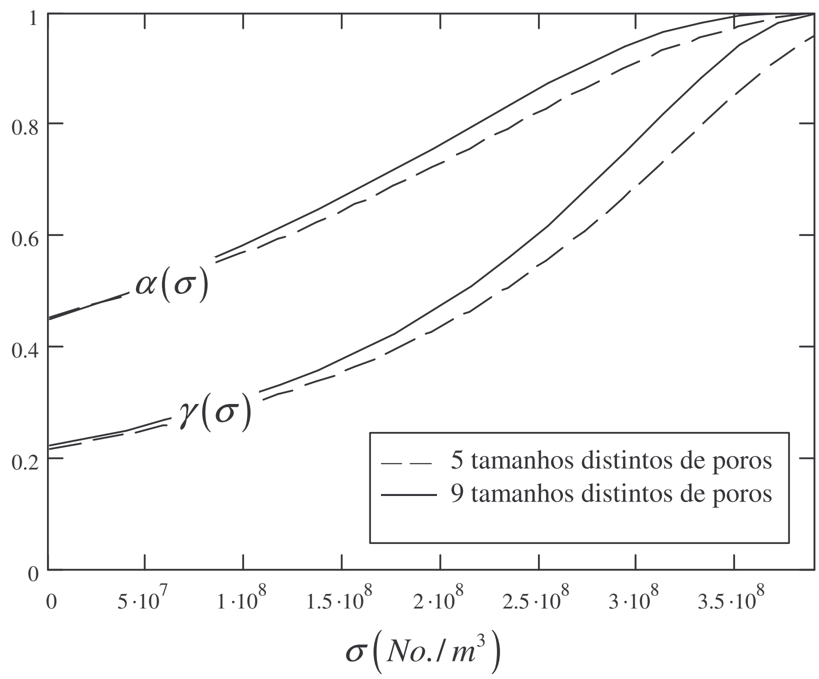


Figura 40: Coeficientes de redução de fluxo α e de acessibilidade γ em função da concentração de partículas capturadas σ para 5 e 9 tamanhos distintos de poros.

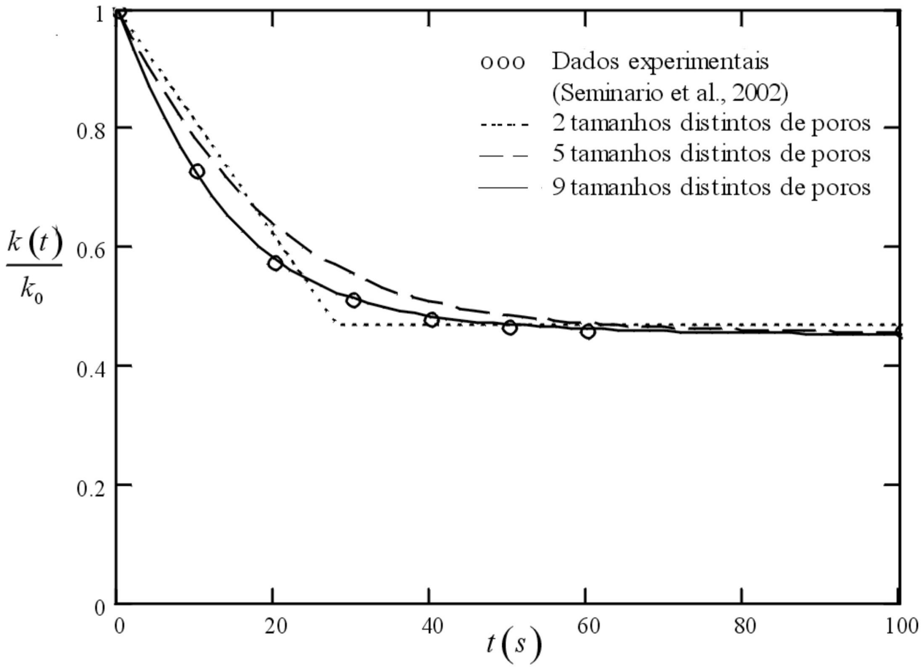


Figura 41: Comparação entre a queda de permeabilidade obtida experimentalmente (Seminario et al.,2002) e a prevista pelo modelo (considerando 2, 5 e 9 tamanhos distintos de poros) para a membrana mostrada na Figura 34. Neste caso, o coeficiente de filtração $\lambda^{/}$ utilizado no ajuste é igual a 100 m^{-1} e o raio efetivo das partículas ($r_s^{/}$) foi considerado igual à 0.4 μm.

5.4.Obtenção de um modelo efetivo a partir das equações estocásticas

Nesta seção, o transporte de partículas através de uma rocha com poros de tamanhos entre $r_{p\min}$ e $r_{p\max}$:

$$H\left(r_p, X, T\right) = \begin{cases} h(X,T)\, f_p\left(r_p, X, T\right), & r_{p\min} \le r_p \le r_{p\max} \\ 0\ , \ r_{p\min} > r_p > r_{p\max} \end{cases}, \tag{5.36}$$

é considerado.

Além disso, é assumido que são injetadas partículas pequenas ($r_s < r_{p\min}$), intermediárias ($r_{p\min} < r_s < r_{p\max}$) e grandes ($r_s > r_{p\max}$). As frações de partículas pequenas, intermediárias e grandes são, respectivamente:

$$c_1 = \int_0^{r_{p\min}} C\left(r_s, X, T\right) dr_s\,, \tag{5.37}$$

$$c_2 = \int_{r_{p\min}}^{r_{p\max}} C\left(r_s, X, T\right) dr_s\,, \tag{5.38}$$

$$c_3 = \int_{r_{p\max}}^{\infty} C\left(r_s, X, T\right) dr_s\,. \tag{5.39}$$

Substituindo a eq. (5.36) nas eqs. (3.15) e (3.20), obtém-se os fatores de acessibilidade e redução de fluxo para partículas pequenas ($r_s < r_{p\min}$); neste caso, $\alpha = \gamma = 1$. Portanto, integrando a primeira e a segunda equação do sistema (3.30) sobre r_s de zero até $r_{p\min}$, obtém-se o modelo para as concentrações totais de partículas pequenas (c_1 e σ_1):

$$\begin{cases} \dfrac{\partial c_1}{\partial T} + \dfrac{\partial c_1}{\partial X} = 0 \\ \dfrac{\partial \sigma_1}{\partial T} = 0 \end{cases} \tag{5.40}$$

Integrando (3.32) sobre r_s, de zero até r_{pmin}, as condições iniciais e de contorno para o sistema (5.40) são obtidas:

$$\begin{cases} X = 0 : c_1 = c_1^{(0)} \\ T = 0 : c_1 = \sigma_1 = 0 \end{cases}, \tag{5.41}$$

onde $c_1^{(0)}$ é constante com o tempo.

A solução do sistema (5.40), sujeito as condições iniciais e de contorno (5.41), é dada por:

$$c_1 = c_1^{(0)},\ \sigma_1 = 0 : X \leq T, \tag{5.42}$$

$$c_1 = \sigma_1 = 0 : X > T. \tag{5.43}$$

Das eqs. (5.42) e (5.43) conclui-se que as partículas pequenas são transportadas através do meio poroso sem serem capturadas.

No caso das partículas grandes ($r_s > r_{pmax}$), das eqs. (3.15) e (3.20) conclui-se que os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo são iguais a zero, ou seja, $\alpha = \gamma = 0$. Portanto, integrando a primeira e a segunda equação do sistema (3.30) sobre r_s de r_{pmax} até infinito, obtém-se o seguinte modelo para as concentrações totais de partículas grandes (c_3 e σ_3):

$$\begin{cases} 0 = -\dfrac{1}{\phi}\dfrac{\partial \sigma_3(X,T)}{\partial T} \\ \dfrac{\partial \sigma_3(X,T)}{\partial T} = \lambda \phi c_3(X,T) \end{cases} \tag{5.44}$$

As condições iniciais e de contorno para o sistema (5.44) são determinadas integrando-se (3.32) sobre r_s de r_{pmax} até infinito:

$$\begin{cases} X = 0 : c_3 = c_3^{(0)} \\ T = 0 : c_3 = \sigma_3 = 0 \end{cases} \tag{5.45}$$

A solução do sistema (5.44), considerando as condições iniciais e de contorno (5.45), é dada por:

$$c_3 = \sigma_3 = 0 : X > 0 . \tag{5.46}$$

Portanto, as partículas grandes não penetram no meio poroso. Integrando a primeira equação do sistema (3.37) sobre r_s de r_{pmax} até infinito, resulta em:

$$\frac{d\sigma_3^{(0)}}{dT} = \lambda\phi c_3^{(0)} . \tag{5.47}$$

A solução da eq. (5.47), sujeita à condição inicial (5.45), é dada por:

$$\sigma_3^{(0)} = \lambda\phi\, c_3^{(0)}\, T . \tag{5.48}$$

Das eqs. (5.48) e (5.46), conclui-se que todas as partículas grandes são capturadas na face de entrada do meio poroso, ou seja, as partículas grandes não participam do processo de filtração profunda.

Baseado na seção 4.2.4, o sistema de equações para partículas de tamanho intermediário pode ser escrito como:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\left[\gamma(\sigma_2)c_2\right]}{\partial T} + \dfrac{\partial\left[\alpha(\sigma_2)c_2\right]}{\partial X} = -\dfrac{1}{\phi}\dfrac{\partial\sigma_2}{\partial T} \\ \dfrac{\partial\sigma_2}{\partial T} = \lambda\phi\left[1-\alpha(\sigma_2)\right]c_2 \end{cases} \tag{5.49}$$

$$\begin{cases} X = 0 : c_2 = c_2^{(0)} \\ T = 0 : c_2 = \sigma_2 = 0 \end{cases} \tag{5.50}$$

Das eqs. (5.42), (5.46) e (5.48) conclui-se que as partículas pequenas são transportadas sem serem capturadas e as partículas grandes são capturadas na face de entrada do meio poroso ($X = 0$). Apenas as partículas intermediárias participam do processo de filtração profunda. A Figura 42 mostra as distribuições de partículas e de poros, enfatizando as porções de partículas que não participam do processo de filtração profunda.

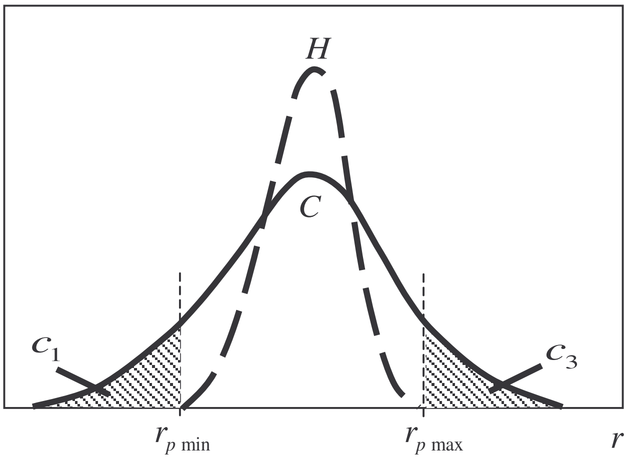


Figura 42: Distribuições de tamanho de poros e de partículas. As áreas c_1 e c_3 representam a porção de partículas que não participam do processo de filtração profunda (partículas grandes e pequenas, respectivamente).

Além disso, é importante notar que no modelo para concentrações totais, apenas as partículas de tamanho intermediário devem ser consideradas na condição de contorno (5.50), enquanto no modelo clássico para a filtração profunda (2.1) a concentração total de partículas é considerada.

Somente ocorre variação nos fatores de acessibilidade e de redução de fluxo quando há alteração do meio poroso. Como as partículas pequenas não são capturadas e todas as partículas grandes são capturadas na seção de entrada do meio poroso, os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo são funções da concentração de partículas intermediárias capturadas (σ_2), como mostrado no sistema (5.49).

No modelo clássico (2.1) não há distinção entre os diferentes mecanismos físicos de captura de partículas envolvidos no processo de filtração profunda. Por outro lado, o modelo médio proposto (5.49) foi obtido através da integração do modelo de balanço de populações (3.30), que é válido para o mecanismo da exclusão pelo tamanho, ou seja, para o caso onde o raio das partículas é comparável com o raio dos poros. A aplicação do modelo (5.49) para outros mecanismos de captura deve ser discutida separadamente.

A taxa de captura de partículas na face de entrada do meio poroso ($X = 0$), é dada por:

$$\frac{d\sigma_2^{(0)}}{dT} = \lambda\phi\left[1-\alpha\left(\sigma_2^{(0)},\sigma_3^{(0)}\right)\right]c_2^{(0)} \tag{5.51}$$

onde $\sigma_3^{(0)}$ é dado por (5.48).

A concentração de partículas capturadas na face de entrada do meio poroso é obtida a partir da solução da eq. (5.51):

$$\sigma_2^{(0)}(T) = \lambda\phi\left[T - \int_0^T \alpha\left(\sigma_2^{(0)}(T),\sigma_3^{(0)}(T)\right)dT\right]c_2^{(0)} \tag{5.52}$$

No caso onde α é constante, da eq. (5.52), tem-se:

$$\sigma_2^{(0)}(T) = \lambda\phi(1-\alpha)c_2^{(0)}T \tag{5.53}$$

Finalmente, a concentração total de partículas capturadas na entrada do meio poroso é dada por:

$$\sigma = \sigma_2^{(0)} + \sigma_3^{(0)} = \lambda\phi\left[(1-\alpha)c_2^{(0)} + c_3^{(0)}\right]T\,,$$

ou seja, todas as partículas grandes e a fração ($1-\alpha$) das partículas intermediárias são capturadas na face de entrada do meio poroso e as partículas pequenas não são capturadas ($\sigma_1^{(0)} = 0$).

6 Modelo analítico para filtração profunda com redução de fluxo e acessibilidade

Soluções analíticas para o caso onde os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo permanecem constantes com o tempo são obtidas neste capítulo.

6.1. Caso onde os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo são constantes

Nesta seção, o caso da injeção de uma suspensão de partículas intermediárias ($r_{p\min} < r_s < r_{p\max}$) com baixa concentração é discutido. Neste caso, a alteração do espaço poroso durante a captura de partículas pode ser ignorada. Portanto, as variações nos coeficientes de acessibilidade e de redução de fluxo podem ser desprezadas. Neste caso, o modelo para filtração profunda (5.49) pode ser escrito como:

$$\begin{cases} \gamma \dfrac{\partial c}{\partial T} + \alpha \dfrac{\partial c}{\partial X} = -\dfrac{1}{\phi}\dfrac{\partial \sigma}{\partial T} \\ \dfrac{\partial \sigma}{\partial T} = \lambda(1-\alpha)\phi c \\ U = -\dfrac{k_0\, k(\sigma)}{\mu \quad L}\dfrac{\partial p}{\partial X} \end{cases} \quad (6.1)$$

Durante a filtração profunda, a permeabilidade diminui devido ao processo de captura de partículas e obstrução de poros. A forma hiperbólica para a função de queda de permeabilidade é assumida, ou seja:

$$k(\sigma) = \frac{1}{1+\beta\sigma}. \quad (6.2)$$

Considerando que uma concentração constante de partículas em suspensão é injetada na seção de entrada do meio poroso e que inicialmente não existem partículas no interior do meio poroso, tem-se:

$$\begin{cases} T = 0 : \quad c = 0 \; ; \; \sigma = 0 \\ X = 0 : \quad c = c^{(0)} \end{cases} \tag{6.3}$$

A solução analítica para o sistema (6.1), considerando as condições iniciais e de contorno (6.3), é dada por:

$$c(X,T) = \begin{cases} c^{(0)} \exp\left(-\lambda \dfrac{1-\alpha}{\alpha} X\right) : T > \dfrac{\gamma}{\alpha} X \\ 0 \; : \; T < \dfrac{\gamma}{\alpha} X \end{cases} \tag{6.4}$$

$$\sigma(X,T) = \begin{cases} \lambda(1-\alpha)\phi\left(T - \dfrac{\gamma}{\alpha} X\right) \times \\ \qquad \times c^{(0)} \exp\left(-\lambda \dfrac{1-\alpha}{\alpha} X\right) : T > \dfrac{\gamma}{\alpha} X \\ 0 \; : \; T < \dfrac{\gamma}{\alpha} X \end{cases} \tag{6.5}$$

Na frente da "frente de deslocamento" ($X > (\alpha / \gamma)T$), ambas as concentrações de partículas c e σ são iguais a zero.

A concentração c é não estacionária antes do tempo de chegada (T_{br}), que é igual a:

$$T_{br} = \frac{\gamma}{\alpha}. \tag{6.6}$$

Para $T \geq T_{br}$, a frente de concentração de partículas em suspensão, c, já alcançou a saída do meio poroso e o estado estacionário é estabelecido para c. Por outro lado, a distribuição de partículas capturadas σ nunca é estacionária.

A concentração de partículas em suspensão na saída do meio poroso (X = 1) é igual a zero antes do tempo de chegada (T_{br}). Após o tempo de chegada ($T \geq T_{br}$), a concentração de partículas intermediárias em suspensão é igual a:

$$c(1,T) = c^{(0)} \exp\left(\lambda \frac{1-\alpha}{\alpha}\right). \tag{6.7}$$

A Figura 43 mostra a propagação da frente de concentração no plano (X, T). Os perfis de concentração na saída da amostra são apresentados na Figura 44.

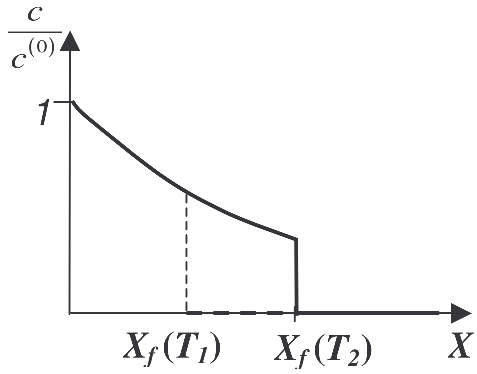


Figura 43: Perfil de concentração de partículas em suspensão. A frente se move com velocidade α/γ.

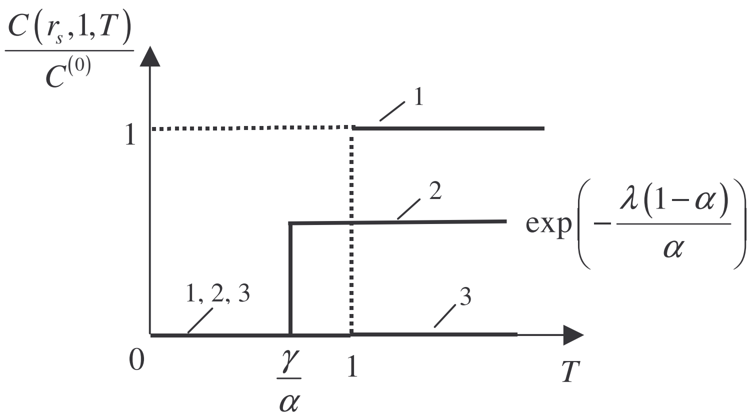


Figura 44: Concentração de partículas na saída do meio poroso (X=1). As linhas (1), (2) e (3) correspondem as concentrações c_1, c_2 e c_3, respectivamente (ver Figura 42).

Da solução (6.5) conclui-se que o acúmulo de partículas intermediárias capturadas na face de entrada da amostra (X = 0) é dado por:

$$\sigma(0,T) = \lambda(1-\alpha)c^{(0)}\phi T. \tag{6.8}$$

A impedância $J(T)$ (que é o inverso do índice de injetividade) é definida como:

$$J(T) = \frac{k_0}{k(T)} = \frac{k_0 \Delta p(T)}{\mu L U(T)}. \tag{6.9}$$

Substituindo (6.2) na terceira equação do sistema (6.1) e integrando a equação resultante sobre X de zero até um, obtém-se a expressão para o gradiente de pressão ao longo do reservatório $\Delta p(T)$. Substituindo esta expressão na eq. (6.9) tem-se a impedância $J(T)$ após o tempo de chegada das partículas na saída do reservatório, ou seja, $T \geq (\gamma/\alpha)$:

$$J(T) = mT + 1 - d, \tag{6.10}$$

onde:

$$m = \alpha\beta\phi c^{(0)}\left(1 - e^{\left(-\lambda\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)}\right), \tag{6.11}$$

$$d = \beta\gamma\phi c^{(0)}\left\{ e^{\left(-\lambda\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)} + \frac{e^{\left(-\lambda\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)} - 1}{\lambda\frac{1-\alpha}{\alpha}} \right\}. \tag{6.12}$$

O parâmetro d na eq. (6.12) é da ordem de 10^{-4} e pode ser desprezado. Portanto, pode-se usar somente a inclinação m para determinar o crescimento da impedância $J = J(T)$:

$$J(T) = mT + 1. \tag{6.13}$$

6.1.1. Determinação experimental dos coeficientes do modelo

Para prever o declínio de injetividade durante a injeção de água, os coeficientes (α, γ, β e λ) para o modelo (6.1) devem ser estimados através de testes laboratoriais.

Com o intuito de determinar os coeficientes do modelo, a concentração de partículas em suspensão na saída da amostra – $c(1,T)$, a concentração de partículas capturadas na face de entrada do meio poroso – $\sigma(0,T)$, a queda de pressão – (ΔP) e o tempo de chegada (T_{br}) da concentração de partículas em suspensão devem ser medidos durante a injeção da suspensão particulada.

No caso em que a concentração na saída é constante para $T > T_{br}$ e a concentração de partículas depositadas na face de entrada aumenta linearmente com o tempo, os parâmetros λ e α podem ser determinados a partir da eqs. (6.7) e (6.8). Subseqüentemente, o coeficiente γ pode ser determinado a partir da eq. (6.6).

A partir da medida da queda de pressão na amostra a impedância $J(T)$ pode ser calculada; conseqüentemente o coeficiente m pode ser obtido. Finalmente, o fator de dano β pode ser determinado a partir da eq. (6.11).

6.1.2. Tratamento de dados experimentais

Nesta seção, os parâmetros (λ, α e β) do modelo proposto são determinados analisando os dados experimentais apresentados por Al-Abduwani et al. (2005). No referido trabalho, os autores estudaram o processo de filtração durante a injeção de água com partículas sólidas em suspensão. Utilizando a tomografia computadorizada (*X-ray Computed Tomography*), Al-Abduwani et al. (2005) obtiveram perfis de deposição ao longo do meio poroso (ver Figura 46). Além disso, foram medidas a impedância $J(T)$ (ver Figura 47) e a concentração na saída do meio poroso $c(X = 1,T)$.

A partir dos dados de concentração na saída (ver Figura 45) e dos perfis de deposição (ver Figura 46), os coeficientes de filtração λ e de redução de fluxo α foram calculados utilizando as eqs. (6.7) e (6.8).

Além disso, o coeficiente de dano à formação β foi calculado a partir da curva de impedância (ver Figura 47) e das eqs. (6.11) e (6.13) (ver Tabela 2).

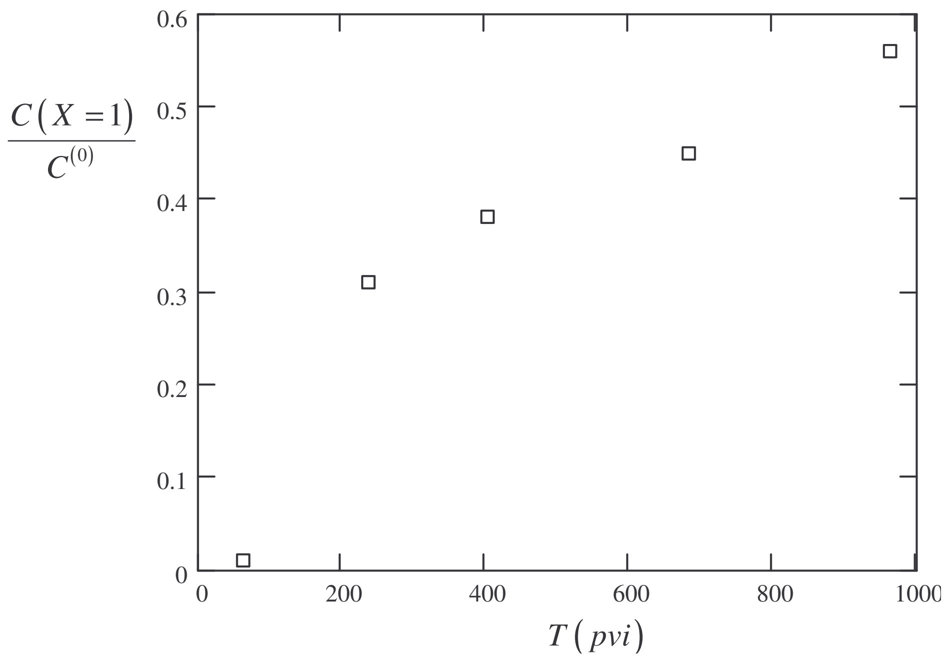


Figura 45: Concentração de partículas em suspensão na saída do meio poroso (Al-Abduwani et al., 2005).

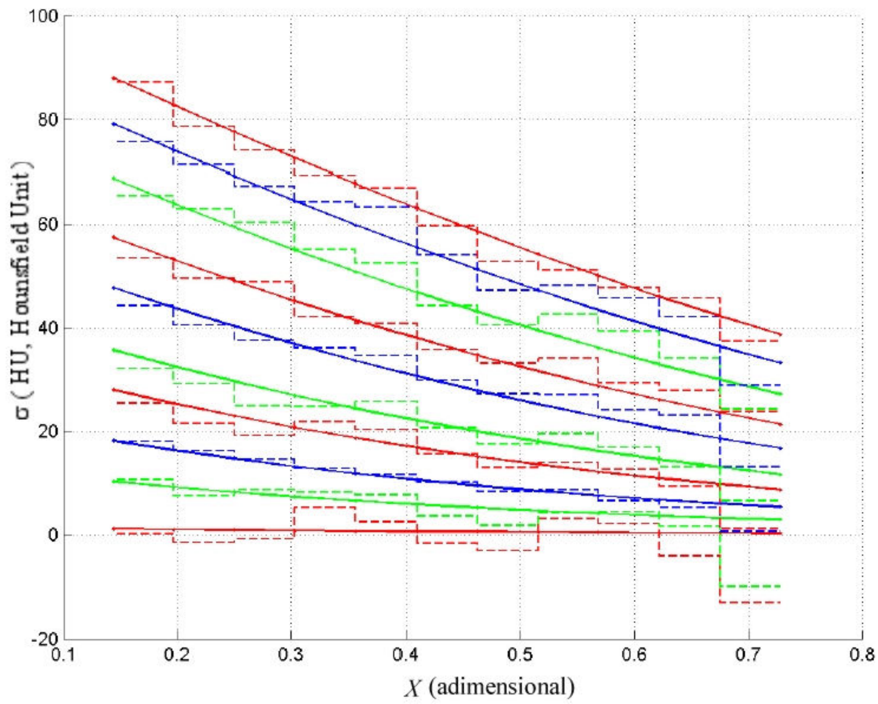


Figura 46: Perfis de deposição ($\sigma(X)$, em unidades HU) ao longo da amostra para vários tempos. A primeira curva (de baixo para cima) corresponde ao tempo T=19.7 pvi. As curvas subseqüentes são para os tempos 189, 367, 646, 927, 1500, 2090, 2920, 3770 e 4560 pvi (Al-Abduwani et al., 2005).

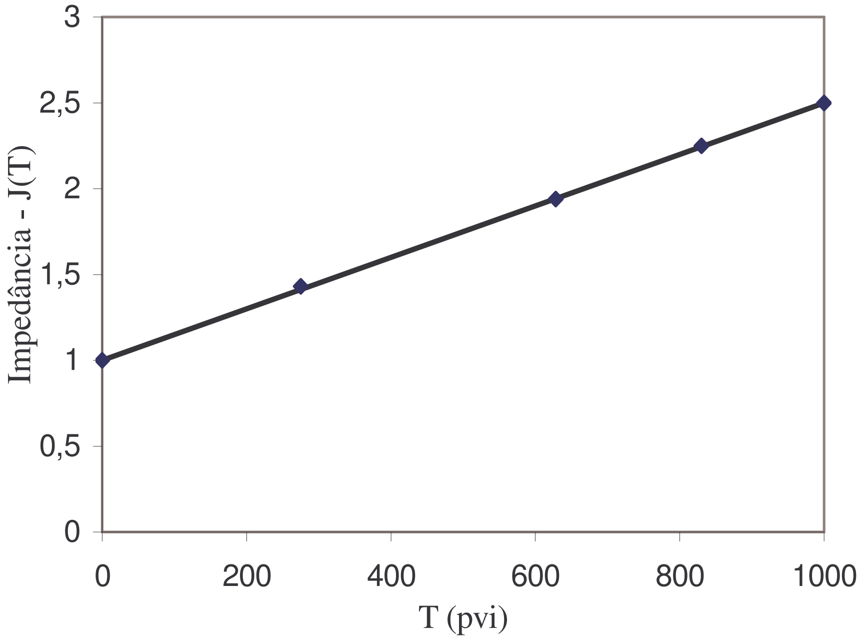


Figura 47: Variação da impedância em função do tempo adimensional (volumes porosos injetados, pvi) segundo Al-Abduwani et al. (2005).

Tempo (pvi)	λ (adimensional)	α (adimensional)	β (adimensional)
19.7	0.52	0.33	5.82×10^3
189	0.51	0.32	5.93×10^3
367	0.42	0.28	6.79×10^3
646	0.32	0.23	8.34×10^3
927	0.27	0.20	9.64×10^3

Tabela 2: Valores dos coeficientes de filtração e de redução de fluxo, obtidos a partir da análise dos dados experimentais apresentados por Al-Abduwani et al. (2005). Neste caso, foi considerada uma concentração normalizada na saída $C(X = 1)/C^{(0)}$ igual à 0.34 (ver Figura 45).

7 Modelo transiente para a formação do reboco externo

Inicialmente, durante o processo de filtração, as partículas capturadas formam um "reboco interno". Após o "tempo de transição" (Pang e Sharma, 1987), ocorre somente filtração externa. Esta primeira camada é alimentada por novas partículas depositadas, crescendo e servindo de filtro para as partículas subseqüentemente injetadas.

Neste capítulo, um modelo na micro-escala para a formação e crescimento do reboco externo é desenvolvido e soluções analíticas para o caso em que a distribuição de partículas injetadas é constante são obtidas.

7.1. Distribuição de raio de poros e crescimento do reboco externo

A distribuição de tamanho de poros no reboco externo é determinada pela distribuição de partículas retidas:

$$f_p\left(r_p,t\right)=PP\left[f_T\left(r_s,t\right)\right]. \tag{7.1}$$

Na eq. (7.1), *PP* é um funcional que transforma a função de distribuição de partículas retidas na função de distribuição de poros do reboco.

O número de partículas, com raio r_s, capturadas na face de entrada durante o intervalo de tempo Δt é igual à:

$$c^0 f_s\left(r_s,t\right)U\left(1-\alpha\left[f_p\left(r_p,t\right)\right]\right)\Delta t\ . \tag{7.2}$$

Normalizando este número, obtém-se a distribuição de partículas capturadas por unidade de tempo:

$$f_T\left(r_s,t\right)=\frac{f_s\left(r_s,t\right)\left(1-\alpha\left[f_p\left(r_p,t\right)\right]\right)}{\int_0^\infty f_s\left(r_s,t\right)\left(1-\alpha\left[f_p\left(r_p,t\right)\right]\right)dr_p}. \tag{7.3}$$

Substituindo (7.3) em (7.1), resulta em:

$$f_p\left(r_p,t\right)=PP\left[\frac{f_s\left(r_s,t\right)\left(1-\alpha\left[f_p\left(r_p,t\right)\right]\right)}{\int_0^\infty f_s\left(r_s,t\right)\left(1-\alpha\left[f_p\left(r_p,t\right)\right]\right)dr_s}\right]. \tag{7.4}$$

Resolvendo a equação funcional (7.4) em relação à f_p, obtém-se outro funcional:

$$f_p\left(r_p,t\right)=P_\alpha\left[f_s\left(r_s,t\right)\right], \tag{7.5}$$

onde o funcional P_α transforma a distribuição de partículas injetadas f_s na distribuição de poros do reboco f_p.

No caso da injeção de partículas de raio único (r_{s2}), por exemplo, o reboco externo também será constituído de poros de tamanho único. Neste caso, o raio dos poros é aproximadamente igual a 0.1547 do raio da partícula retida (ver Figura 19). Portanto:

$$P_\alpha\left[\delta\left(r_s-r_{s2}\right)\right]=\delta\left(r_p-0.1547r_{s2}\right). \tag{7.6}$$

Sendo assim, da eq. (3.20), o fator de redução de fluxo do reboco α_c é igual à 0. Ou seja, após o tempo de transição, todas as partículas são capturadas na face do reboco, contribuindo para o crescimento do mesmo.

Se a suspensão injetada consiste de uma fração "κ" de partículas grandes, com raio r_{s2}, e uma fração $1-\kappa$ de partículas com raio r_{s1} (onde $r_{s1} < 0.1547r_{s2}$), tem-se:

$$f_s\left(r_s,t\right)=\kappa\delta\left(r_s-r_{s2}\right)+\left(1-\kappa\right)\delta\left(r_s-r_{s1}\right), \quad r_{s1}<0.1547r_{s2}. \tag{7.7}$$

Neste caso, todas as partículas grandes são retidas e formam poros com raio $r_p = 0.1547 r_{s2}$ (ver Figura 19) e todas as partículas pequenas são transportadas através destes poros:

$$f_p\left(r_p,t\right)=P\left[\kappa\delta\left(r_s-r_{s2}\right)+\left(1-\kappa\right)\delta\left(r_s-r_{s1}\right)\right]=\delta\left(r_p-0.1547r_{s2}\right). \tag{7.8}$$

Portanto, da eq. (3.20), segue que:

$$\alpha_c\left(r_s\right)=\begin{cases}1, \text{ se } r_s<0.1547r_{s2}\\ 0, \text{ se } r_s\geq 0.1547r_{s2}\end{cases} \tag{7.9}$$

A distribuição de poros do reboco externo é determinada pela distribuição de partículas capturadas, que por sua vez, depende da distribuição de partículas injetada. Sendo assim, as propriedades (porosidade, permeabilidade, fator de redução de fluxo, acessibilidade) do reboco externo dependem da distribuição de partículas injetadas:

$$\phi_c=\phi_c\left[f_s\left(r_s,t\right)\right], \tag{7.10}$$

$$\alpha_c=\alpha_c\left[f_s\left(r_s,t\right)\right]. \tag{7.11}$$

Lembrando que a porção $(1-a_c)Uc^{(0)}$ do fluxo de partículas é retida na face de entrada e fazendo o balanço de massa na face do reboco externo, obtém-se a equação para o crescimento da espessura do reboco l_c:

$$\left\{1-\phi_c\left[f_s\left(r_s,t\right)\right]\right\}\frac{dl_c}{dt}=\tilde{c}^{(0)}U\left(1-\alpha_c\left[f_s\left(r_s,t\right)\right]\right), \tag{7.12}$$

onde $\tilde{c}$ é o volume de partículas por unidade de volume do fluido, ou seja:

$$\tilde{c}^{(0)}=c^{(0)}\frac{4}{3}\pi\int_0^\infty r_s^3 f_s\left(r_s\right)dr_s\,. \tag{7.13}$$

A eq. (7.12) relaciona o volume de partículas injetadas $\tilde{c}^{(0)}$ com a espessura do reboco externo $l_c(t)$. O transporte de partículas no interior do reboco externo é descrito pelo modelo estocástico para filtração profunda (3.30).

7.2. Exemplo: fator de redução de fluxo e porosidade constantes

Inicialmente, além de ocorrer filtração profunda, os poros da face de entrada da rocha são obstruídos pelas partículas injetadas. Num determinado tempo de transição t_{tr} (Pang e Sharma, 1987), o fator de redução de fluxo α é igual à zero e o reboco externo começa a crescer. A partir do tempo de transição, não há mais filtração profunda no meio poroso. As partículas injetadas são capturadas formando um reboco externo com um fator de redução de fluxo igual à α_{c}. Portanto, a fração $(1-\alpha_{\mathrm{c}})UC^0$ das partículas subseqüentemente injetadas é capturada na face do reboco externo. A fração restante $\alpha_{\mathrm{c}}UC^0$ será transportada através do reboco, ocorrendo filtração profunda no interior do reboco externo.

Considerando que o fator de redução de fluxo da rocha α permanece constante antes do tempo de transição, a concentração de partículas capturadas é dada pela eq. (6.5). Portanto:

$$\sigma(0,t) = \lambda'(1-\alpha)c^{(0)}Ut \ , \quad t \le t_{tr} \, . \tag{7.14}$$

Da eq. (3.36), tem-se que quanto maior o número de partículas capturadas menor o número de poros. Definindo o tempo de transição t_{tr} como sendo o tempo necessário para que o número total de poros diminua até um valor crítico h_{cr}; da eq. (3.36), obtém-se:

$$t = t_{tr} : \ \sigma_{cr} = h_0 - h_{cr} \, . \tag{7.15}$$

Substituindo (7.15) na eq. (7.14), resulta em:

$$\frac{h_0}{c^{(0)}} \frac{(1-\varepsilon_{cr})}{\lambda'(1-\alpha)\,U} = t_{tr} \, . \tag{7.16}$$

onde: $\varepsilon_{cr} = \dfrac{h_{cr}}{h_0}$. (7.17)

Ou seja, $1-\varepsilon_{cr}$ é a fração de poros que devem ser obstruídos para que todos os caminhos possíveis para a entrada de partículas sejam fechados.

Da teoria de percolação, temos $\varepsilon_{cr} \cong 0{,}25$ para o limite de percolação de "ligações" (*bond percolation threshold*) numa rede cúbica simples (Seljakov e Kadet, 1996). Neste caso, 75% das "ligações" devem ser obstruídas para que o tempo de transição seja atingido.

Assumindo que o meio poroso é um conjunto de capilares com uma distribuição de tamanho de raios f_p, resulta em:

$$\frac{\phi_{cr}}{\phi_0} = \frac{h_{cr}\int_0^\infty r_p^{\,2} f_p\left(r_p, t_{tr}\right) dr_p}{h_0\int_0^\infty r_p^{\,2} f_p\left(r_p, t=0\right) dr_p} \ . \tag{7.18}$$

Considerando que a função de distribuição de poros é constante com o tempo, das eqs. (7.17) e (7.18), segue que:

$$\varepsilon_{cr} = \frac{\phi_{cr}}{\phi_0} \ . \tag{7.19}$$

Wennberg e Sharma (1997) assumiram que, com o aumento do número de partículas capturadas, a porosidade diminui até um valor crítico ϕ_{cr}. Quando a porosidade atinge o valor ϕ_{cr}, não existe mais penetração de partículas no meio poroso. Todas as partículas são capturadas alimentando o reboco externo. Eles também sugeriram que um valor razoável para a porosidade crítica seria $\phi_{cr}=\phi_0/2$ (onde ϕ_0 é o valor da porosidade inicial), ou seja, $\varepsilon_{cr} = 0.5$ (ver eq. (7.19)).

Com o intuito de determinar a espessura do reboco externo, é feito o balanço de massa na entrada do meio poroso. Por conveniência, as coordenadas dimensionais (x, t) são utilizadas.

Assumindo que a concentração injetada $c^{(0)}$ e a distribuição de partículas injetadas $f_s(r_s, t)$ são constantes com o tempo, da eq. (7.12), tem-se:

$$\left(1-\phi_c\right)\frac{d\left(l_c\right)}{dt}=\left(1-\alpha_c\right)U\tilde{c}^{(0)}. \tag{7.20}$$

Antes do tempo de transição, as partículas acumuladas não restringem o acesso das partículas subseqüentemente injetadas para o interior da rocha. Neste caso é assumido que:

$$l_c\left(t_{tr}\right)=0. \tag{7.21}$$

A solução da eq. (7.20), sujeita à condição (7.21), é dada por:

$$l_c\left(t\right)=\left(\frac{U\,\tilde{c}^{(0)}}{1-\phi_c}\right)\left(1-\alpha_c\right)\left(t-t_{tr}\right);\; t\geq t_{tr}. \tag{7.22}$$

Com o intuito de descrever o processo de filtração no interior do reboco, as propriedades do reboco externo são consideradas diferentes das propriedades da rocha. Substituindo a segunda eq. (6.1) na primeira, resulta em:

$$\gamma_c\phi_c\frac{\partial c}{\partial t}+\alpha_c U\frac{\partial c}{\partial x}=-\lambda_c'\left(1-\alpha_c\right)U\,c. \tag{7.23}$$

A eq. (7.23) é válida para $t > t_{\mathrm{tr}}$ e $x < 0$.

Considerando que a concentração injetada na face do reboco externo é constante, segue que:

$$c\left(-l_c(t),t\right)=c^{(0)}. \tag{7.24}$$

Resolvendo a eq. (7.23), considerando a condição de contorno (7.24), obtém-se o perfil de concentração no interior do reboco externo:

$$c\left(x,t\right)=c^{(0)}\exp\left[-\lambda_c'\left(\frac{1-\alpha_c}{\alpha_c}\right)\left(x+l_c\left(t\right)\right)\right];\,-l_c\left(t\right)\leq x\leq 0\;\text{ e }\; t>t_{tr}. \tag{7.25}$$

Note que, com o tempo, $l_c(t)$ aumenta e a concentração na entrada da amostra $c(0, t)$ diminui (ver Al-Abduwani et al., 2005). A Figura 48 mostra o gráfico da concentração de partículas em suspensão na entrada da amostra ($x = 0$).

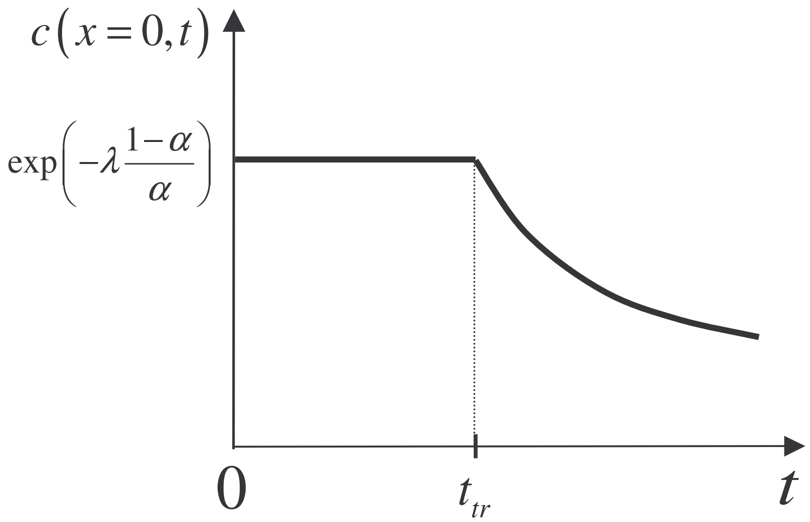


Figura 48: Concentração de partículas em suspensão na interface reboco externo e meio poroso (x=0) em função do tempo.

No tempo de transição t_{tr}, tem-se:

$$t = t_{tr} \;:\; \sigma_{cake} = 0\,. \tag{7.26}$$

Substituindo a solução (7.25) na segunda equação do sistema (6.1) e resolvendo a equação resultante, considerando a condição (7.26), obtém-se a concentração de partículas capturadas no reboco externo após o tempo de transição:

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}_{cake}(x,t) = \frac{\alpha_c(1-\phi_c)}{(1-\alpha_c)}\exp\left[-\frac{\lambda_c'(1-\alpha_c)}{\alpha_c}x\right]\times \\ \times\left\{1-\exp\left[-\frac{\lambda_c'(1-\alpha_c)^2}{\alpha_c(1-\phi_c)}U\tilde{c}^{(0)}(t-t_{tr})\right]\right\};\; -l_c(t) \le x \le 0\end{aligned} \tag{7.27}$$

Como já mencionado, após o tempo de transição, o fator de redução de fluxo α na face de entrada do meio poroso é igual a zero. Sendo assim, todas as partículas que chegam na interface reboco externo–amostra são capturadas, ou seja:

$$\frac{d\sigma(0,t)}{dt} = \lambda' U\, c(0,t)\ ,\ t > t_{tr}\,. \tag{7.28}$$

Antes do tempo de transição t_{tr}, a concentração de partículas capturadas na entrada do meio poroso é dada pela eq. (6.8). Portanto,

$$\sigma(0,t_{tr}) = \lambda'(1-\alpha)c^{(0)}\, U t_{tr}\,. \tag{7.29}$$

Resolvendo a eq. (7.28), considerando a condição (7.29), resulta em:

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}(0,t) = \tilde{\sigma}(0,t_{tr}) + \frac{\lambda'}{\lambda'_c}\frac{(1-\phi_c)\alpha_c}{(1-\alpha_c)^2}\times \\ \times\left[1-\exp\left(-\lambda'_c\frac{(1-\alpha_c)^2 U\tilde{c}^{(0)}}{\alpha_c(1-\phi_c)}(t-t_{tr})\right)\right]\ ,\ t > t_{tr}\end{aligned} \tag{7.30}$$

Até o tempo de transição, o perfil de concentração de partículas em suspensão é dado pela eq. (6.4). Sendo assim,

$$t = t_{tr}:\ c = c^{(0)}\exp\left(-\lambda'\frac{1-\alpha}{\alpha}x\right). \tag{7.31}$$

A partir do tempo de transição, somente a água penetra no meio poroso. Portanto, tem-se a seguinte condição de contorno:

$$x = 0^+ :\ c = 0 \tag{7.32}$$

Substituindo a segunda equação do sistema (6.1) na primeira e resolvendo a equação resultante sob as condições (7.31) e (7.32), obtém-se a concentração de partículas em suspensão no interior da amostra ($x > 0$):

$$c(x,t)=\begin{cases} c^{(0)}\exp\left[-\lambda'(1-\alpha)\left(\dfrac{x}{\alpha}+\dfrac{U}{\gamma\phi}(t-t_{tr})\right)\right], & t_{tr}<t\le t_{tr}+\dfrac{\gamma\phi}{\alpha U}x \\ 0, \; t>t_{tr}+\dfrac{\gamma\phi}{\alpha U}x \end{cases} \tag{7.33}$$

A Figura 49 mostra os perfis de concentração para diferentes tempos. A Figura 50 mostra a curva de concentração de partículas em suspensão na saída da amostra ($x = L$) em função do tempo t.

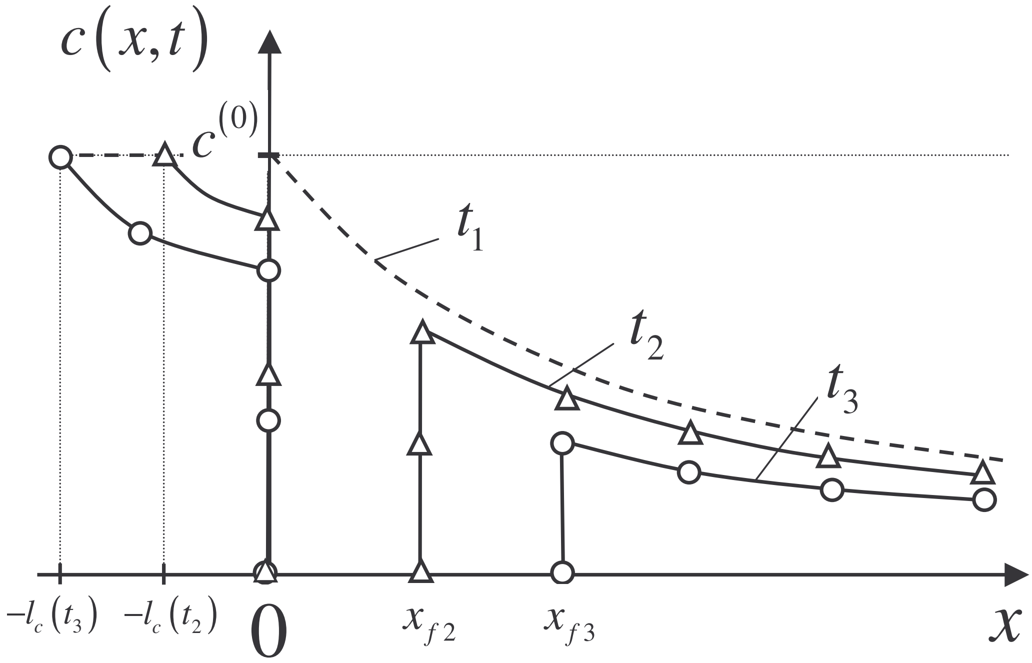


Figura 49: Perfis de concentração para um tempo t_1 menor que o tempo de transição ($t_1 < t_{tr}$) e dois tempos t_2 e t_3 maiores que o tempo de transição ($t_{tr} < t_2 < t_3$).

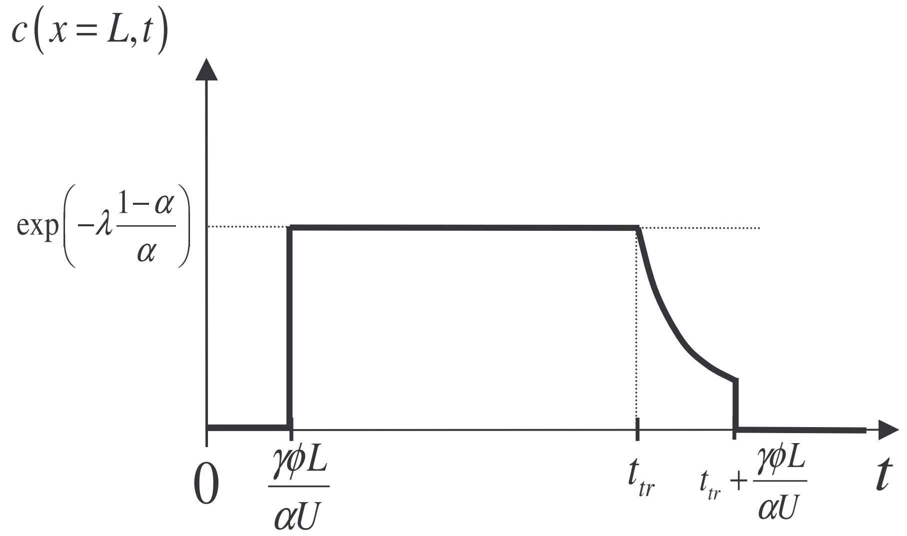


Figura 50: Concentração de partículas em suspensão na saída da amostra ($x = L$).

Substituindo a solução (7.33) na segunda eq. (6.1) e resolvendo a equação resultante, resulta no perfil de concentração de partículas depositadas no interior do meio poroso após o tempo de transição:

$$\sigma(x,t)=\sigma(x,t_{tr})+\gamma\phi c^{(0)}\exp\left[-\lambda'\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)x\right]\times \left\{1-\exp\left[-\lambda'\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\frac{\alpha U}{\gamma\phi}(t-t_{tr})\right]\right\},\ t<t_{tr}+\frac{\gamma\phi}{\alpha U}x\ , \qquad (7.34)$$

onde $\sigma(x, t_{tr})$ é obtido substituindo $t = t_{tr}$ na solução (6.5).

Depois do tempo de transição, somente a água penetra no meio poroso. Portanto, a concentração de partículas capturadas numa determinada posição x continua aumentando até a frente de água chegar naquela posição. A partir deste momento ($t = t_{tr}+(\gamma\phi/\alpha U)x$), a concentração de partículas em suspensão na posição x é igual a zero e a concentração de partículas capturadas permanece constante com o tempo:

$$\sigma(x,t)=\sigma(x,t_{tr})+\gamma\phi c^{(0)}\exp\left[-\lambda'\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)x\right]\times \left\{1-\exp\left[-\lambda'\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)x\right]\right\},\ t>t_{tr}+\frac{\gamma\phi}{\alpha U}x \qquad (7.35)$$

A Figura 51 mostra o perfil de partículas depositadas antes e depois do tempo de transição. Como as partículas não entram no meio poroso após o tempo de transição, a concentração de partículas capturadas tem um comportamento assintótico (ver a eq. (7.35) e a linha pontilhada na Figura 51).

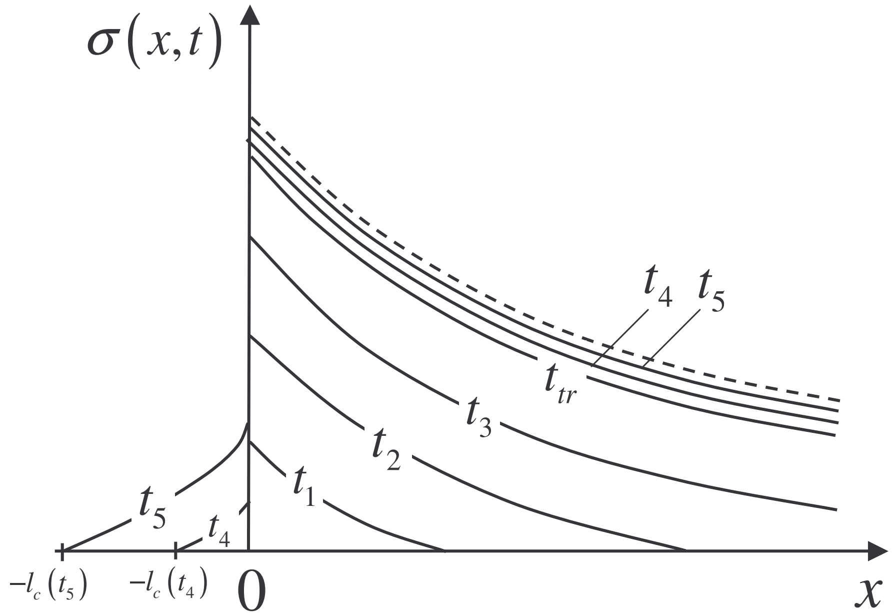


Figura 51: Perfis de concentração de partículas capturadas para diversos tempos ($t_1 < t_2 < t_3 < t_{tr} < t_4 < t_5$).

8 Comentários finais

No modelo estocástico desenvolvido para o processo de filtração profunda, considerando o mecanismo de exclusão pelo tamanho, foram incorporados os efeitos de acessibilidade e de redução de fluxo. Incluir esses efeitos significa assumir a ausência de partículas em poros que são menores do que elas. Portanto, apenas uma fração dos poros é acessível para as partículas e o fluxo de água que transporta partículas é apenas uma fração do fluxo total de água.

Para o transporte de uma suspensão particulada através de uma rocha com poros de tamanho único, as partículas menores que os poros são transportadas sem serem capturadas e as partículas maiores do que os poros não penetram no meio poroso. Portanto, neste caso não ocorre filtração profunda. Ignorando os efeitos de acessibilidade e redução de fluxo, o modelo prevê a ocorrência de filtração profunda para partículas maiores do que o raio dos poros.

A solução analítica para o transporte de partículas através de um meio poroso com pequena variação no tamanho dos poros mostra que as partículas maiores do que qualquer poro não penetram no meio poroso e que as partículas pequenas são transportadas através do meio poroso sem captura. Somente ocorre filtração profunda para partículas de tamanho intermediário ($r_{p\min} < r_{\mathrm{s}} < r_{p\max}$). O coeficiente de filtração e os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo são funções do raio das partículas. Quanto maior é a partícula, menor é o seu comprimento de penetração. Um experimento onde o mecanismo de exclusão pelo tamanho domina é discutido e o fator de redução de fluxo para os tamanhos de partículas injetados é calculado. Finalmente, uma metodologia para a determinação da distribuição de tamanho de poros de uma rocha, a partir das concentrações na entrada e na saída do meio poroso, é sugerido.

No caso da injeção de suspensões com baixa concentração, a aproximação de primeira ordem leva a fatores de acessibilidade e de redução de fluxo dependentes apenas do raio das partículas e o sistema de equações governantes é linearizado. A solução analítica mostra que somente ocorre filtração profunda para as partículas intermediárias ($r_{p\min} < r_s < r_{p\max}$). Os exemplos apresentados para este caso mostram que poros menores do que a maior partícula são bloqueados gradativamente. O número total de poros diminui até que todos os poros com raio menor do que o raio da maior partícula seja bloqueado. A partir deste momento, a permeabilidade e, conseqüentemente, a injetividade permanecem constantes. A queda de permeabilidade para a injeção de partículas com distribuições de tamanho e concentrações totais compatíveis com as encontradas nas plataformas P, Q e R da bacia C foi determinada. Foram testadas duas distribuições de tamanho de partículas injetadas, uma delas sem prévia filtragem das partículas e outra utilizando um filtro antes de injetar.

Para a injeção de partículas de tamanho único numa rocha com tamanhos distintos de poros (r_{p1}, r_{p2}, ..., r_{pN}), foram obtidas fórmulas explícitas para os coeficientes de acessibilidade e de redução de fluxo em função da concentração de partículas capturadas. A partir da cinética de captura, determina-se a concentração de partículas capturadas em função do tempo. Isso permite calcular a queda de permeabilidade em função do tempo. Quanto maior o número de tamanhos distintos de poros considerado, melhor o ajuste do modelo analítico. Para nove tamanhos distintos de poros o ajuste dos dados experimentais é perfeito.

No caso da injeção de suspensões particuladas com baixa concentração, as equações estocásticas podem ser linearizadas. Isso permite determinar soluções analíticas para a dinâmica das concentrações de partículas (suspensas e retidas) e de poros. Um procedimento experimental para a determinação da perda de injetividade e dos parâmetros envolvidos no modelo foi proposto; e um exemplo de tratamento de dados foi apresentado.

9 Conclusões e Novidades científicas

Novas equações para a filtração profunda em meios porosos, incluindo as distribuições de tamanho de poros e de partículas, foram propostas. As equações consideram os fatores de redução de fluxo e de acessibilidade.

Além disso, foram deduzidas equações que englobam os processos de filtração profunda e de formação de reboco externo, incluindo as distribuições de tamanho de poros e de partículas.

As equações básicas deduzidas e as soluções analíticas obtidas permitem as seguintes conclusões:

1. Os fatores de redução de fluxo e de acessibilidade devem ser considerados na modelagem de filtração de suspensões particuladas em meios porosos
2. Desconsiderar os fatores de redução de fluxo e de acessibilidade implica na filtração profunda em rochas com poros de tamanho único. Na realidade, a filtração profunda não deveria ocorrer neste caso. A introdução desses fatores resulta na previsão do comportamento real do sistema.
3. A consideração dos fatores mencionados acima resulta na filtração profunda de partículas de tamanho intermediário somente. Partículas pequenas são transportadas sem captura e as grandes não penetram no meio poroso.
4. A introdução dos fatores no modelo clássico para filtração profunda na macro-escala explica porque em testes laboratoriais o tempo da chegada das partículas pode ser diferente de um.
5. Os coeficientes de acessibilidade e de redução de fluxo devem ser introduzidos na equação de balanço de massa. Além disso, a taxa de captura é proporcional somente ao fluxo através de poros pequenos. Este fato modifica a equação de cinética de captura se comparar com o modelo clássico.

10 Sugestões para futuras pesquisas

1. Dedução de equações na micro-escala e de um modelo de medição para a filtração profunda, considerando que as partículas são capturadas:
   a) devido a forças elétricas, utilizando a teoria DLVO;
   b) pelo mecanismo de “*bridging*”;

2. Desenvolver métodos para a determinação da distribuição de tamanho de poros a partir da medida das distribuições de tamanho de partículas em suspensão na entrada e na saída do meio poroso;

3. Aplicar os métodos de elementos finitos e/ou diferenças finitas para obter soluções numéricas do modelo proposto nesta tese e aplicar o modelo para estudar a invasão de fluidos de perfuração, o transporte de contaminantes em meios porosos, filtração de água, produção de areia, etc;

4. Acoplar o modelo desenvolvido nesta tese com o modelo de Darcy e avaliar o dano de formação durante a injeção de água no mar, reinjeção de água produzida e invasão do fluido de perfuração;

5. Desenvolver um modelo para a filtração profunda de partículas oleosas (gotas de óleo em suspensão), considerando a deformação das partículas durante a passagem por poros pequenos (“*squeezing*”) e aplicá-lo para o planejamento da reinjeção de água produzida;

6. Desenvolver um modelo para estabelecer critérios de dimensionamento de “gravel-packs”, com base nas distribuições granulométricas da formação e da areia do gravel e na máxima redução de permeabilidade admissível;

7. Modelagem da injeção de água com propagação de fraturas (incluir erosão do reboco externo).

11 Referências Bibliográficas

Al-Abduwani, F. A. H; Hime, G.; Alvarez, A. and Farajzadeh, R., 2005. New Experimental and Modelling Approach for the Quantification of Internal Filtration. *SPE* 94634.

Bartelds, G. A., Bruining, J. and Molenaar, J., 1997. The Modeling of Velocity Enhancement in Polymer Flooding, *Transport in Porous Media,* **26**, 75–88.

Bedrikovetsky P.G., Marchesin, D., Shecaira, F., Serra, A. L. and Resende, E., 2001 - Characterization of Deep Bed Filtration System from Laboratory Pressure Drop Measurements , *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v.64, No. 3, p.167-177

Bedrikovetsky, P., Tran, P., Van den Broek, W .M. G. T, Marchesin, D., Rezende, E., Siqueira, A., Serra, A. L., Shecaira F., 2002. Damage Characterization of Deep Bed Filtration from Pressure Measurements *SPE* paper 74664 presentated at the SPE International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control held in Lafayette, Louisiana, 20–21 February 2002.

Bedrikovetsky, P., Marchesin, D., Hime, G., Alvarez, A., Siqueira, A. G., Serra, A. L., Rodrigues, J. R. P., Marchesin, A., Vinicius, M., 2004. Inverse Problems for Treatment of Laboratory Data on Injectivity Impairment, *SPE* paper 86523, presented at the International Symposium on Formation Damage Control held in Lafayette, Louisiana, USA, 18-20 March 2004

Bedrikovetsky, P., da Silva, M. J., da Silva, M. F., Siqueira, A.G., de Souza, A. L. S., and Furtado, C., 2005, Well-History-Based Prediction of Injectivity Decline during Seawater Flooding, SPE paper 93886 presented at the SPE 6th European Formation Damage Conference, Scheveningen, The Netherlands, 25-27 May

Chauveteau, G., Nabzar, L. and Coste, J-P., 1998. "Physics and Modeling of Permeability Damage Induced by Particle Deposition". *SPE* 39463.

Dawson, R. and Lantz R.B., 1972. Inaccessible Pore Volume in Polymer Flooding. *Soc Petr Eng J.*, 448-452, October.

Dullien, F. A. L., 1992. Porous media: Fluid transport and pore structure. 2nd Edition. San Diego: Academic Press, 574p.

Foppen, J.W.A, Mporokoso, A, Schijven, J.F., 2005. Determining straining of *Escherichia Coli* from breakthrough curves. *Journal of Contaminant Hydrology* 76, 191-210.

Herzig, J.P., Leclerc, D.M. and Goff, P. le, 1970. Flow of Suspensions through Porous Media - Application to Deep Filtration. *Industrial and Engineering Chemistry*, Vol. 62, No. 5, 8-35.

Hidajat, I., Rastogi, A., Singh, M. and Mohanty, K.K., 2002. Transport Properties of Porous Media Reconstructed From Thin-Sections, *SPE* 77270.

Imdakm, A. O., Sahimi, M., 1987. Transport of large particles in flow through porous media, *Physical Review A*, 36, 5304-5309.

Imdakm, A. O., Sahimi, M., 1991. Computer simulation of particle transport processes in flow through porous media. *Chemical Engineering Science*, 46(8), 1977-1993.

Ioannidis, M. A., Kwiecen, M. J., Chatzis, I., Macdonald, I. F., Dullien, F. A. L., 1997. Comprehensive pore structure characterization using 3D computer reconstruction and stochastic modeling. *SPE* 38713.

Iwazaki, T., 1937. “Some notes on sand filtration”, *J. Am. Water Works Ass.*, 1591–1602.

Lifshitz, E.M., Pitaevskii, L.P., Physical Kinetics, (Course of Theoretical Physics by Landau L.D., Volume 10), Pergamon Press PLC.

Massei N., Lacroix M., Wang H. Q., Dupont J., 2002. Transport of particulate material and dissolved tracer in a highly permeable porous medium: comparison of the transfer parameters. *Journal of Contaminant Hydrology* **57**, 21– 39

Pang, S. and Sharma, M.M., 1997. A Model for Predicting Injectivity Decline in Water Injection Wells, *SPE* paper 28489 presented at 69th Annual Technical Conference and Exhibition held in New Orleans, LA, 25-28.

Payatakes, A. C., Tien, C., Turian, R. M., 1973. A new model for granular porous media. I. Model formulation. *AIChE J.*, 19(1), 58-76.

Payatakes, A. S., Rajagopalan, R. and Tien, C., 1974. Application of Porous Medium Models to the Study of Deep Bed Filtration. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 52.

Rege, S. D., Fogler, H. S., 1987. Network model for straining dominated particle entrapment in porous media. *Chemical Engineering Science*, 42(7), 1553-1564.

Rege, S. D., Fogler, H. S., 1988. A network model for deep bed filtration of solid particles and emulsion drops. *AIChE J.*, 34(11), 1761-1772.

Santos, A., Bedrikovetsky, P., 2005. A Stochastic Model for Particulate Suspension Flow in Porous Media. *Transport in Porous Media*. Aceito para publicação em Fev. 2005.

Santos, A., Bedrikovetsky, P., 2004. Size Exclusion Mechanism during Particulate Suspension Transport in Porous Media: Stochastic and Averaged Equations, *Computation and Applied Mathematics*, Vol. 23, N.2-3, pp. 259-284.

Sahimi, M., Gavalas, G. R., Tsotsis, T. T., 1990. Statistical and continuum models of fluid-solid reactions in porous media. *Chemical Engineering Science*, 45(6), 443-1502.

Sahimi, M., Imdakm, A. O., 1991. Hydrodynamics of particulate motion in porous media. *Physical Review Letters*, 66(9), 1169-1172.

Seljakov, V. I. and Kadet, V. V., 1996: Percolation Models in Porous Media, Kluwer Academic, Dordrecht-NY-London.

Seminario, L., Roberto R., Rodrigo B., Pedro G. T., 2002. Pore blocking and permeability reduction in cross-flow microfiltration. *Journal of Membrane Science*, 209, 121-142.

Sharma, M. M. and Yortsos, Y. C., 1987a. “Transport of Particulate Suspensions in Porous Media: Model Formulation”. *AIChe J.*, 33 (10), 1636.

Sharma, M. M., Yortsos, Y. C., 1987b. “A network model for deep bed filtration processes”. *AIChE J.*, 33(10), 1644-1653.

Sharma, M. M., Yortsos, Y. C., 1987c. "Fines migration in porous media". *AIChE J.*, 33(10), 1654-1662.

Shecaira, F. S., Branco, C.C.M, Souza, A. L., Pinto, A. C., Holleben, C. R. C, Johann, Paulo R. S., 2002. "IOR: The Brazilian Perspective". *SPE* 75170.

Siqueira, A. G. Modelagem em Rede 3D do Escoamento de Fluidos Particulados em Meios Porosos. Campinas, 2000. 124p. *Tese de doutorado* – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia de Petróleo.

Siqueira, A. G., Bonet, E. J. and Shecaira, F. S., 2003. A 3D Network Model of Rock Permeability Impairment Due to Suspended Particles in Injection Water. *SPE* paper 82232 presented at SPE European Formation Damage Conference, 13-14 May, The Hague, Netherlands.

Suri, A. and Sharma, M., 2001. Strategies for Sizing Particles in Drilling and Completion Fluids. *SPE* 68964

Tikhonov, A. N. and Samarskii, A. A., 1990. Equations of Mathematical Physics, Dover, New York.

Tufenkji, N., Miller, G. F., Harvey, R.W., Elimelech, M., 2004. Transport of *Cryptosporidium Oocysts* in Porous Media: Role of Straining and Physicochemical Filtration. *Environ. Sci. Technol.* 38, 5932-5938.

Veerapen, Nicot B. and Chauveteau, G., 2001. "In-Depth Permeability Damage by Particle Deposition at High Flow Rates". *SPE* 68962.

Wennberg, K. I., and Sharma, M.M., 1997. Determination of the Filtration Coefficient and the Transition Time for Water Injection Wells, *SPE* 38181.

Yau, W. W., Kirkland, J. J., Bly, D. D. Modern size-exclusion liquid chromatography: practice of gel permeation and gel filtration chromatography. New York: Wiley, c1979. 476 p.