

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA  
DO RIO DE JANEIRO



**Melchisedeck Feitosa Correia**

## **Visualização da solução do campo-livre do SASSI-2000**

### **Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio.

Orientador: João Luis Pascal Roehl

**Rio de Janeiro, novembro de 2006**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.



**Melchisedeck Feitosa Correia**

## **Visualização da solução do campo-livre do SASSI-2000**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**João Luis Pascal Roehl**

Orientador  
DEC / PUC-Rio

**Andréia Abreu Diniz de Almeida**

DEC / PUC-Rio

**Paulo Batista Gonçalves**

DEC / PUC-Rio

**Teresa Denyse P. Araújo**

UFC

**José Eugênio Leal**

Coordenador(a) Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 27 de novembro de 2006

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Melchisedeck Feitosa Correia**

Graduou-se em engenharia civil pela Universidade Federal de Sergipe, UFS, em maio de 2004.

#### Ficha Catalográfica

Correia, Melchisedeck Feitosa

Visualização da solução do campo-livre do SASSI-2000 / Melchisedeck Feitosa Correia ; orientador: João Luis Pascal Roehl. – 2006.

105 f. : il. ; 30 cm

Dissertação (mestrado em Engenharia Civil)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Civil – Teses. 2. Análise na frequência. 3. Campo-livre. 4. SASSI-2000. I. Roehl, João Luis Pascal. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. III. Título.

CDD: 624

Aos meus pais: Edelsio Santos Correia e Edna Feitosa Correia,  
pelos ensinamentos, compreensão e amor.

## **Agradecimentos**

A Deus por ter me concedido o dom da vida, inteligência e sabedoria;

Ao professor Roehl pela paciência, orientação acadêmica e pessoal;

A Paôla pelos esclarecimentos, sugestões e companheirismo;

Aos colegas de mestrado;

À Capes pelo apoio financeiro;

Aos meus amigos da Igreja Assembléia de Deus em Jacarepaguá pelo apoio espiritual, hospitalidade e honra;

Aos meus pais, Edelsio e Edna, aos meus irmãos, Ana Leia, Junior, Danielle e Marília, e à Cícera pelo estímulo, compreensão e amor imensurável, obrigado por serem minha família;

## Resumo

Correia, Melchisedeck Feitosa. **Visualização da solução do campo-livre do SASSI-2000**. Rio de Janeiro, 2006. 105p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Estudam-se as formas de resolução do campo-livre pelo programa SASSI-2000 na análise de problemas de interação solo-estrutura, no domínio da frequência, no caso de uma excitação sísmica. Considera-se um modelo de sítio composto por seis camadas de terreno, semi-infinitas, horizontais, apoiadas sobre um semi-espaço rígido e de uma estrutura apertada, 3D, inserida no terreno, variando-se o nível de enterramento. Usam-se diferentes composições do campo-livre no que tange à natureza e ao ângulo de incidência das ondas que o compõem. Analisa-se, inicialmente, o comportamento do sistema no campo-livre através dos parâmetros: eleição adequada dos tipos de onda, de sua inclinação com a vertical do ponto de controle e participações relativas na composição do sistema. Focalizam-se as variações das frequências naturais, fornecidas por funções de transferência obtidas na vertical do ponto de controle, e dos respectivos modos de vibração. Repete-se a análise com a presença da estrutura variando-se o nível de enterramento da mesma e acrescentando-se, neste caso, o interesse na variação da cinemática do campo-livre além dos limites do terreno escavado. Conclui-se, finalmente, sobre as atitudes de trabalho e as seleções mais adequadas dos parâmetros para a utilização corrente do programa.

## Palavras-chave

SASSI-2000; campo-livre; análise na frequência.

## Abstract

Correia, Melchisedeck Feitosa. **Visualization of free-field solution in SASSI-2000**. Rio de Janeiro, 2006. 105p. MSc.Dissertation - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

One studies on SASSI-2000 frequency domain resolution procedures to obtain the so called free-field response for a site under seismic excitation, consideration made to the soil structure interaction. A stratified site model is considered formed by a series of six semi-infinite horizontal layers with equal height resting on a rigid viscoelastic half-space; the structure model is a 3D iso-symmetric orthogonal frame made of equal beam elements with variable soil embedment. Different free-field wave compositions, including body and surface waves, are used with variable incidence angle to the vertical Z-axis.

The behavior of the free-field solution is observed through the following parameters and selections: wave types, value of their incidence angle to the vertical of the control point on the half-space surface and their relative participation factors in the overall wave field; the structure to soil mass and stiffness ratios are kept constant. One focalizes the variation of the system natural frequency values, obtained from a series of suitably selected transfer functions on the control point vertical line, and their associated modal configurations. The run series is repeated with the structure presence under different soil embedment and the observation is extended to the soil kinematics variation outside the excavated soil.

Conclusions include the understanding of the main behavior aspects and orientation is given about the more convenient attitudes and selections to be taken.

## Keywords

SASSI-2000; free-field; frequency analysis.

## Sumário

Romanos	15
Gregos	17
1 Introdução	18
1.1. Motivação	18
1.2. Contextualização	19
1.3. Objetivos	21
1.4. Organização do texto	21
2 Revisão bibliográfica	23
2.1. Análise no domínio da frequência	23
2.1.1. Transformada discreta de Fourier	23
2.1.2. Função de transferência	28
2.2. Propagação de ondas elásticas	30
2.3. Excitação sísmica	32
3 Programa SASSI-2000	36
3.1. Descrição geral	36
3.2. Ambientação	39
3.3. Esquema de solução com diagrama de bloco	41
4 O Campo-livre, seus cenários e protagonistas.	43
4.1. Geral	43
4.2. Cenários do campo-livre no ambiente SASSI-2000	44
4.2.1. O cenário matemático	44
4.2.1.1. Ondas P e SV inclinadas	44
4.2.1.2. Ondas SH inclinadas	46
4.2.1.3. Ondas de Rayleigh, R	47
4.2.1.4. Ondas de Love, L	48
4.2.2. Cenários físicos	49
4.3. Protagonistas e seus papéis nos cenários do campo-livre	49

5 Definição da composição das características do campo-livre	58
5.1. Estratégia	58
5.2. Programa de ensaio	60
5.2.1. Ondas de corpo (P, SV e SH)	60
5.2.2. Ondas superficiais (R e L)	61
5.3. Apresentação e análise dos resultados	62
5.3.1. Ondas de corpo (P, SV e SH)	62
5.3.1.1. Relação entre os resultados apresentados pelas ondas P e SV	62
5.3.1.2. Onda SH	76
5.3.2. Ondas de superfície (Rayleigh e Love)	80
5.3.2.1. Ondas Rayleigh	80
5.3.2.2. Onda Love	84
5.4. Conclusões parciais (terreno – campo-livre)	86
6 Análise da interação solo estrutura	88
6.1. Estratégia	88
6.2. Resultados da interação solo estrutura	90
6.3. Conclusões parciais (terreno + estrutura)	97
7 Encerramento	99
7.1. Conclusões finais	99
7.2. Sugestões para prosseguimento	101
7.3. Sinopse para os usuários	101
8 Referências bibliográficas	104

## Lista de figuras

Figura 2.1 – Esquema de análise de um sistema nos domínios do tempo e da frequência. ....	23
Figura 2.2 – Série discreta. ....	25
Figura 2.3 - Deformações produzidas pelas ondas de corpo: (a) ondas P; (b) ondas SV. Fonte: W. H. Freeman and Company, apud Kramer 1996. ....	34
Figura 2.4 - Deformações causadas pelas ondas superficiais: (a) ondas de Rayleigh; (b) ondas de Love. Fonte: W. H. Freeman and Company, apud Kramer 1996. ....	35
Figura 3.1 – Modelo de subestruturação do volume flexível. (a) Sistema Total; (b) Sítio original, com indicação dos nós do volume de solo escavado e (c) Estrutura. Fonte: manual teórico do SASSI-2000. ....	37
Figura 3.2- Diagrama de bloco do SASSI-2000. Fonte: Manual do Usuário – SASSI-2000. ....	42
Figura 4.1 - Modelo de onda SV plana incidente. Fonte: manual teórico do SASSI-2000. ....	45
Figura 4.2 - Modelo de onda plana SH incidente. Fonte: manual teórico do SASSI-2000. ....	46
Figura 4.3 - Graus de liberdade para ondas de Rayleigh. Fonte: manual teórico do SASSI-2000. ....	47
Figura 4.4 - Graus de liberdade ondas de Love. Fonte: manual teórico do SASSI-2000. ....	48
Figura 4.5 - Modelo simplificado para representação do terreno: estrutura trabalhando ao cortante. ....	53
Figura 4.6 - Modelo simplificado de uma camada. ....	56
Figura 4.7 - Funções de transferência para o sistema simplificado de uma camada. ....	57
Figura 5.1 – Modelo da vertical do ponto de controle utilizado para as leituras ..	58
Figura 5.2 - 1º modo, vertical do ponto de controle, movimento de controle Z-X, solo 3. ....	65

Figura 5.3 - 2º modo, vertical do ponto de controle, movimento de controle X-Z, solo 3. ....	66
Figura 5.4 - 3º modo, vertical do ponto de controle, movimento de controle Z-X, solo 3. ....	66
Figura 5.5- 4º modo, vertical do ponto de controle, movimento de controle X-Z, solo 3. ....	67
Figura 5.6 - 5º modo, vertical do ponto de controle, movimento de controle Z-X, solo 3. ....	67
Figura 5.7 - 6º modo, vertical do ponto de controle, movimento de controle X-Z, solo 3. ....	68
Figura 5.8 - Função de Transferência, movimento de controle Z-X, onda P, $\alpha = 0.5^\circ$ , solo 3. ....	70
Figura 5.9 - Função de Transferência, movimento de controle Z-X, onda P, $\alpha = 10^\circ$ , solo 3. ....	70
Figura 5.10 - Função de Transferência, movimento de controle Z-X, onda P, $\alpha = 20^\circ$ , solo 3. ....	71
Figura 5.11 - Função de Transferência, movimento de controle Z-X, onda P, $\alpha = 30^\circ$ , solo 3. ....	71
Figura 5.12 - Função de Transferência, movimento de controle Z-X, onda P, $\alpha = 35^\circ$ , solo 3. ....	72
Figura 5.13 - Função de Transferência, movimento de controle Z-X, onda SV, $\alpha = 0.5^\circ$ , solo 3. ....	72
Figura 5.14 - Função de Transferência, movimento de controle Z-X, onda SV, $\alpha = 10^\circ$ , solo 3. ....	73
Figura 5.15 - Função de Transferência, movimento de controle Z-X, onda SV, $\alpha = 20^\circ$ , solo 3. ....	73
Figura 5.16 - Função de Transferência, movimento de controle Z-X, onda SV, $\alpha = 35^\circ$ , solo 3. ....	74
Figura 5.17 - Função de Transferência, propagação horizontal na superfície a cada 125 m, movimento de controle X-Z, onda P, $\alpha = 35^\circ$ , solo 3. ....	74
Figura 5.18 - Função de Transferência, propagação horizontal na superfície a cada 125 m, movimento de controle Z-X, onda P, $\alpha = 35^\circ$ , solo 3. ....	75
Figura 5.19 - Propagação horizontal com a frequência a cada 125 m, movimento de controle X-X, onda P, $\alpha = 35^\circ$ , solo 3. ....	75

Figura 5.20 - Propagação horizontal com a frequência a cada 125 m, movimento de controle X-Z, onda P, $\alpha = 35^\circ$ , solo 3. ....	76
Figura 5.21 - Função de transferência, movimento de controle Y-Y, onda SH, $\alpha = 0,5^\circ$ , solo 3. ....	77
Figura 5.22 - Funções de transferência, movimento de controle Y-Y, onda SH, $\alpha = 0,5^\circ$ , solo 3. ....	77
Figura 5.23 - Funções de transferência, movimento de controle Y-Y, onda SH, $\alpha = 35^\circ$ , solo 3. ....	78
Figura 5.24 - Funções de transferência, movimento de controle X-X, onda SV, $\alpha = 0,5^\circ$ , solo 3. ....	79
Figura 5.25 - Modos, vertical do ponto de controle, movimento de controle Y-Y, onda SH, $\alpha = 0,5^\circ$ , solo 3. ....	79
Figura 5.26- Função de Transferência, movimento de controle X-Z, onda R, solo 3. ....	81
Figura 5.27 - Função de Transferência, movimento de controle Z-X, onda R, solo 3. ....	81
Figura 5.28 - Função de Transferência, movimento de controle X-X, onda R, solo 3. ....	82
Figura 5.29 - Função de Transferência, movimento de controle X-X, onda R, solo 3. ....	82
Figura 5.30 - Modo fundamental, vertical do ponto de controle, movimento de controle Z-X e X-Z, ondas R e P, solo 3. ....	83
Figura 5.31 - Função de Transferência, movimento de controle Y-Y, onda R, solo 3. ....	85
Figura 6.1 – Modelo da estrutura enterrada até a 3ª camada do solo e os pontos de leitura. ....	89
Figura 6.2 - Modelo da estrutura no SAP2000. ....	89
Figura 6.3 – Os seis primeiros modos da estrutura e os modos correspondentes às frequências de 25,20 Hz ( $9^\circ$ ) e 83,77 Hz ( $43^\circ$ ). ....	91
Figura 6.4 - 1º Modo, vertical do ponto de controle, variação do nível de enterramento, movimento de controle Z-X, onda SV, $\alpha = 20^\circ$ , solo 3. ....	93
Figura 6.5 - 2º Modo, vertical do ponto de controle, variação do nível de enterramento, movimento de controle X-Z, onda SV, $\alpha = 20^\circ$ , solo 3. ....	93

Figura 6.6 - 3º Modo, vertical do ponto de controle, variação do nível de enterramento, movimento de controle Z-X, onda SV,  $\alpha = 20^\circ$ , solo 3.....94

Figura 6.7 - 4º Modo, vertical do ponto de controle, variação do nível de enterramento, movimento de controle X-Z, 2º modo, onda SV,  $\alpha = 20^\circ$ , solo 3.....95

Figura 6.8 - Modos de vibração com a distância, variação do nível de enterramento, movimento de controle X-Z, onda SV,  $\alpha = 20^\circ$ , solo 3.....96

Figura 6.9 - Superfície do solo, variação com a distância para vários níveis de enterramento, movimento de controle X-Z e Z-Z, onda SV,  $\alpha = 20^\circ$ , solo 3.....96

## Lista de tabelas

Tabela 4.1 - Características físicas do modelo .....	55
Tabela 4.2 - Frequências de referência .....	55
Tabela 5.1 – Parâmetros do campo-livre no modelo de sítio .....	61
Tabela 5.2 - Frequências do sistema para o solo 3 para $\alpha = 0,5^\circ$ .....	62
Tabela 5.3 - Frequências do sistema para o solo 3 para $\alpha = 10^\circ$ .....	63
Tabela 5.4 - Frequências do sistema para o solo 3 para $\alpha = 35^\circ$ .....	64
Tabela 6.1 - Propriedades da estrutura.....	88
Tabela 6.2 - Frequências da estrutura .....	90

## Lista de símbolos e abreviaturas

### Romanos

$a$	Aceleração
$a_{c1}$	Aceleração no topo da camada 1
$A$	Área
$NÓ\ i$	Nó no topo da camada $i$
S.E.Rig.	Semi-espaço rígido
EC1	Estrutura enterrada até a primeira camada
EC2	Estrutura enterrada até a segunda camada
EC3	Estrutura enterrada até a terceira camada
ESUP	Estrutura na superfície do solo
CL	Campo Livre
$b$	Profundidade
$b_c$	Ângulo crítico de incidência da onda SV
[C]	Matriz de rigidez dinâmica complexa dependente da frequência
$\bar{e}$	Vetor unitário
$E$	Módulo de elasticidade
$f$	Frequência em Hz
$F_n$	Componentes da transformada discreta de Fourier de uma série
$f_r$	Componente $r$ da série discreta
$f(t)$	Função temporal
X-X	Movimento de controle na direção X, direção de análise X
Z-Z	Movimento de controle na direção Z, direção de análise Z
X-Z	Movimento de controle na direção X, direção de análise Z
Z-X	Movimento de controle na direção Z, direção de análise X
Y-Y	Movimento de controle na direção Y, direção de análise Y
$f_{o_n}$	Frequência natural $n$
G	Módulo de elasticidade transversal

$h$	Espessura da camada de terreno
$h(t - \tau)$	Função resposta a um impulso unitário
$H(\omega)$	Função de transferência (função resposta a um harmônico unitário)
$\bar{H}(\omega)_i$	Amplitude harmônica da resposta do modo $i$ a um vetor unitário
$I$	Momento de inércia
$J$	Momento torcional de inércia
$k$	Número de onda
$[K]$	Matriz de rigidez
$l$	Largura
$m$	Massa
$[M]$	Matriz de massa total
$M_s$	Massa de terreno por andar
$N$	Número de pontos da transformada de Fourier
$n_c$	Número de camadas de terreno
$NF$	Número total de frequências de análise
$NFreq_i$	Número da frequência de análise $i$
$\{P_b\}$	Vetor de carregamento no topo do semi-espaço
$r(\omega)$	Resposta na frequência $\omega$
$S$	Área de cisalhamento
$\mathcal{T}$	Transformada de Fourier
$\mathcal{T}^{-1}$	Transformada inversa de Fourier
$t$	Instante de tempo
$T$	Período
TDF	Transformada discreta de Fourier
TRF	Transformada rápida de Fourier
$u$	Deslocamento
$\{U\}$	Vetor de deslocamentos, na vertical do ponto de controle
$\{U'_f\}$	Vetor de movimentos do campo-livre nos nós de interação
$V$	Velocidade da onda
$V_P$	Velocidade da onda P

$V_S$	Velocidade da onda S
$\{W\}$	Modos de vibração
$x_{PC}, y_{PC}$	Distâncias x e y do ponto de controle ao nó de interação

### Gregos

$\alpha$	Ângulo de incidência das ondas
$\delta$	Fator de participação modal
$\Delta f$	Incremento de frequência
$\Delta t$	Incremento de tempo
$\gamma$	Massa específica
$\eta$	Fator de participação da onda de Rayleigh
$\lambda$	Constante de Lamé
$\mu = \nu$	Coefficiente de Poisson
$\rho$	Peso específico
$\omega$	Frequência circular
$\omega_{0i}$	Frequência circular natural i
$\xi_P$	Fator de amortecimento associado à onda P
$\xi_{SV}$	Fator de amortecimento associado à onda SV

# 1 Introdução

## 1.1. Motivação

A partir da década de 1970 a consideração de cargas sísmicas, no projeto de instalações e de seus componentes para as usinas termonucleares, entrou na pauta da implantação de empreendimentos industriais no Brasil. Com este argumento, desde o início de 1997, tem sido mantida uma colaboração entre a ELETRONUCLEAR e a PUC-RIO/DEC para o desenvolvimento de metodologia para a análise sísmica de sistemas estruturais e de seus componentes.

No presente, há o interesse em um estudo que leve à compreensão do funcionamento, entendimento da solução e da forma mais adequada de utilização do programa SASSI2000.

Esse programa, que vem sendo usado na análise estrutural das usinas nucleares de Angra, é uma valiosa ferramenta que incorpora recursos particulares na análise estrutural sísmica destacando-o entre os demais protocolos existentes pelos seguintes pontos:

- análise no domínio da frequência;
- consideração da interação solo-estrutura;
- composição de ondas variável no campo-livre, com opção de ondas de corpo, tipo P, SV e SH, com ângulos de incidência variáveis, e ondas superficiais, tipo Rayleigh e Love, para frequências de análise até 4Hz, com fatores de participação de até 20% no total do campo de ondas;
- fornecimento de funções de transferência,  $H(\omega)$ , que permitem o desenvolvimento de algoritmos para análise probabilística da resposta dos sistemas estruturais.

Porém, tais características agregam também algumas dificuldades de modelagem dos sistemas a serem analisados entre as quais têm um peso apreciável:

- a escolha de um conjunto básico de frequências de análise;

- a eleição adequada dos tipos de ondas, das suas inclinações e das suas participações relativas, na composição do campo-livre.

Pouco se sabe sobre as configurações dos modos de vibração fornecidos pelo campo-livre. Propõe-se analisar através da vertical do ponto de controle estes modos.

Até que ponto a interação do solo com a estrutura modifica as frequências do campo-livre, os modos de vibração e a propagação com a distância, são questões a serem respondidas.

Também não se sabe até que ponto o ângulo de inclinação da onda incidente interfere nas frequências do sistema.

Estudos já foram feitos e relatórios produzidos, porém essas questões ainda não estão totalmente respondidas. Para se ter maior confiabilidade nos resultados é que se propõe pesquisar esses tópicos mais a fundo neste trabalho.

## **1.2. Contextualização**

Estudos anteriores, Dalcanal (2004), mostram a composição básica das frequências de análise e a sugestão de uma metodização para utilização exclusiva do SASSI na definição das frequências naturais do sistema, pois, é de muita valia na redução do tempo total de análise e obtenção de resultados confiáveis. Prossegue-se assim com quase 80 frequências para a análise do campo-livre.

Outra questão que também tem sido motivo de estudos e dúvidas é a composição de ondas do campo-livre. Infelizmente, encontra-se uma grande discrepância entre o que consta no manual do usuário e os resultados fornecidos pelo programa. Também se faz uma ambientação geral no Programa SASSI2000, e, em caráter geral, diz-se que o programa admite os movimentos do terreno no campo-livre compostos por combinações de ondas P, SV e R ou SH e L, com coeficientes relativos de participação de cada onda variáveis de 0 a 100%. O segundo grupo de ondas (SH e L) é orientado aos modelos axissimétricos. As ondas superficiais derivam-se das ondas de corpo provocadas pela presença da superfície livre do terreno e recebem coeficientes relativos de participação que não ultrapassam 0,20 do total.

Também se declara que essa composição de ondas conjugada com os ângulos de incidência de cada uma tem uma participação grande na definição da excitação à estrutura. Por exemplo, um movimento de controle segundo a direção do eixo X é transformado, dependendo da natureza e ângulos de incidência das ondas componentes, em movimentos segundo os eixos x e z, podendo ser este último superior ao movimento de controle.

É necessário muito critério e consciência na especificação do campo de ondas para o movimento do terreno, pois algumas soluções apresentadas

### **1.3. Objetivos**

Ampliar o entendimento da solução do campo-livre na vertical do ponto de controle e da sua propagação na horizontal. Analisar a influência sobre as frequências e configurações modais do terreno, no campo-livre, devido à variação da inclinação com a vertical das ondas de corpo definidoras do campo de excitação.

Ampliar o intervalo seguro de aplicação do programa SASSI, hoje confinada a umas poucas situações de valores de ângulo de incidência e de composição de ondas e aumentar o conhecimento e a sensibilidade quanto à maneira de trabalhar com o programa.

### **1.4. Organização do texto**

Organiza-se esse trabalho em oito capítulos. O primeiro, de introdução, onde se esclarece o porquê do estudo e quais os objetivos do mesmo.

O segundo capítulo traz uma revisão dos assuntos teóricos, tais como: domínio da frequência, funções de transferência, propagação de ondas elásticas, excitação sísmica.

No terceiro capítulo, faz-se uma ambientação no programa SASSI, seu conteúdo, e a apresentação da resolução através do diagrama de bloco do programa.

O quarto capítulo mostra os cenários matemáticos e físicos para se chegar à solução do campo-livre, e os principais protagonistas no cenário do sítio e da excitação. Também se demonstram os cálculos para obtenção das frequências de referência.

O quinto capítulo é dedicado ao desenvolvimento dos estudos através da composição de ondas do campo-livre, estratégia de trabalho, o modelo estudado, o programa de ensaios, a apresentação e análise dos resultados, finalizando com as conclusões parciais.

O sexto capítulo trata da análise interação solo-estrutura, estratégias, definição do modelo, modos e frequências dessa interação, propagação com a distância e conclusões parciais.

O sétimo capítulo trata das conclusões finais, sugestões para prosseguimento e a apresentação de uma sinopse aos usuários.

## 2 Revisão bibliográfica

### 2.1. Análise no domínio da frequência

A análise no domínio da frequência constitui-se em uma técnica bastante útil tanto na análise determinística quanto na análise não determinística.

A análise no domínio da frequência é importante quando se está analisando materiais que variam suas propriedades com a frequência, como o solo, por exemplo.

Ela é feita com a transformação de funções temporais em funções dependentes da frequência que, multiplicadas pela função de transferência  $H(\omega)$ , detalhada no item 2.1.2, fornecem as respostas que posteriormente são transformadas novamente para o domínio do tempo. Todo esse processo segue o esquema da Figura 2.1:



Figura 2.1 – Esquema de análise de um sistema nos domínios do tempo e da frequência.

#### 2.1.1. Transformada discreta de Fourier

A análise de Fourier fornece um instrumento poderoso para a solução de uma grande classe de problemas em diversos campos. Ela forma a base da análise no domínio da frequência em teoria de vibrações e possui também um papel significativo no desenvolvimento e aplicações da Teoria Avançada de Probabilidade.

A transformação de funções temporais contínuas dá-se pela transformada de Fourier ( $T$ ), utilizando-se a série trigonométrica, Equação (2.1), pois, pode-se representar uma força excitante qualquer através de uma função linear por partes, ou a série exponencial, Equação (2.2), sendo que esta, com a mudança de álgebra, ganha em generalidade e simplicidade e permite sua extensão para emprego em funções não periódicas.

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(\omega_n t) + b_n \text{sen}(\omega_n t)) \quad (2.1)$$

Onde:  $a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt$ ,

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos(\omega_n t) dt \text{ e}$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \text{sen}(\omega_n t) dt \text{ são amplitudes;}$$

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T} n, \text{ sendo } T \text{ o período da função.}$$

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(i\omega_n t)$$

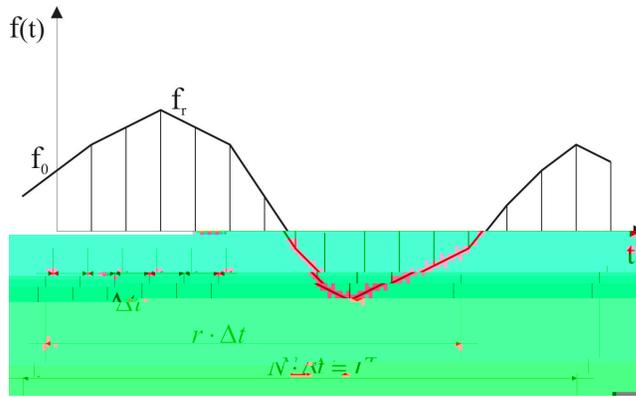


Figura 2.2 – Série discreta.

A transformada discreta de Fourier (TDF) da série torna-se então:

$$F_n = \frac{1}{T} \sum_{r=0}^{N-1} f_r \exp\left(-\frac{i \cdot 2\pi \cdot n \cdot r \cdot \Delta t}{T}\right) \Delta t \quad (2.4)$$

$$F_n = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} f_r \exp\left(-\frac{i \cdot 2\pi \cdot n \cdot r}{N}\right) \quad (2.5)$$

Pela fórmula inversa, Equação (2.6), obtêm-se os valores discretos da série  $\{f_r\}$ .

$$f_r = \sum_{n=0}^{N-1} F_n \exp\left(\frac{i \cdot 2\pi \cdot n \cdot r}{N}\right) \quad (2.6)$$

Embora a TDF tenha sido introduzida pela consideração das propriedades de séries contínuas de Fourier, é importante ressaltar que a TDF, Equação (2.5), possui a inversa exatamente como definida na Equação (2.6) e que as propriedades das TDF são propriedades exatas ao invés de propriedades aproximadas baseadas nos resultados correspondentes para transformadas contínuas de Fourier.

As componentes de Fourier  $F_n$  são limitadas de  $n = 0 \dots (N-1)$  a fim de se manter a simetria do par de transformadas nas Equações (2.5) e (2.6). Suponha-se agora que se queiram componentes em que  $n$  é maior que  $(N-1)$ , por exemplo  $n = N + l$ . Então:

$$\begin{aligned}
 F_{N+l} &= \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} f_r \exp\left(-\frac{i \cdot 2\pi \cdot r \cdot (N+l)}{N}\right) \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} f_r \exp\left(-\frac{i \cdot 2\pi \cdot r \cdot l}{N}\right)
 \end{aligned}$$

Pois  $\exp(-i \cdot 2\pi \cdot r) = 1 \forall r$  inteiro.

Portanto  $F_{N+l} = F_l$ , os coeficientes repetem-se para  $n > N-1$ . E, ao se plotar as amplitudes  $|F_n|$  ao longo do eixo das frequências  $\omega_n = 2\pi \cdot n/N \cdot \Delta t$ , o gráfico repete-se periodicamente e é simétrico em relação à origem. Assim, a parte não afetada pelo “dobramento” ocupa a faixa de frequências  $|\omega| \leq \pi/\Delta t$  (rad/s). Frequências maiores apresentam coeficientes de Fourier espúrios que são repetições daqueles aplicáveis a frequências abaixo de  $\pi/\Delta t$  (rad/s). Verifica-se que os coeficientes  $F_n$ , calculados pela TDF, são corretos somente para frequências com  $n \leq \frac{N}{2}$  ( $n = 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2}$ ).

Se  $\omega_0$  for a máxima componente de frequência presente em  $f(t)$ , então o “dobramento” pode ser neutralizado assegurando-se que o intervalo de amostragem  $\Delta t$ , seja pequeno suficiente de modo a se ter:

$$\frac{\pi}{\Delta t} > \omega_0, \text{ ou } f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}, \quad (2.7)$$

Assegurando-se que:

$$\frac{1}{2\Delta t} > f_0 \quad (2.8)$$

A frequência  $(1/2\Delta t)Hz$  é chamada frequência de dobramento e é a máxima frequência que pode ser detectada de dados amostrados com espaçamento de  $\Delta t$ . Ela precisa ser suficientemente alta para cobrir a completa faixa de frequências da série contínua. Às vezes a única maneira de se garantir isso é filtrar a série

temporal para remoção das frequências superiores à de dobramento, antes do início da análise.

Embora a técnica da Integral de Fourier constitua um meio para a determinação da resposta transiente de um sistema, a implementação numérica da integral de Fourier somente se tornou uma realidade prática com a publicação do algoritmo de Cooley-Tukey para a transformada rápida de Fourier (TRF) em 1965. A TRF divide a série  $\{f_r\}$  em seqüências menores para as quais a TDF é calculada, Equação (2.9), e depois estas seqüências menores são combinadas convenientemente, Equação (2.10), para obtenção da TDF de toda a série. A TRF proporciona uma redução no tempo computacional de processamento. Além disso, há uma vantagem adicional representada por uma melhor precisão dos resultados. Desde que menos operações devem ser feitas pelo computador, os erros de arredondamento devidos ao tamanho limite dos dígitos do computador são reduzidos, e uma melhor precisão é conseguida.

$$Y_n = \frac{1}{N/2} \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} y_r \exp\left(-\frac{i \cdot 2\pi \cdot n \cdot r}{N/2}\right), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \left(\frac{N}{2} - 1\right) \quad (2.9)$$

$$Z_n = \frac{1}{N/2} \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} z_r \exp\left(-\frac{i \cdot 2\pi \cdot n \cdot r}{N/2}\right)$$

$$F_n = \frac{1}{2} \left[ Y_n + \exp\left(-\frac{i \cdot 2\pi \cdot n}{N}\right) Z_n \right], \quad n = 0, 1, 2, \dots, \left(\frac{N}{2} - 1\right) \quad (2.10)$$

Se o número original de intervalos  $N$  na seqüência for uma potência inteira de 2, então as seqüências  $\{y_r\}$  e  $\{z_r\}$  podem ser bipartidas sucessivamente, até as últimas subseqüências ficarem com um único termo.

Como a Equação (2.10) aplica-se somente à metade dos coeficientes da série e são necessários os valores de  $F_n$  para  $n = 0 \dots (N - 1)$ , aproveita-se do fato de  $Y_n$  e  $Z_n$  serem periódicas em  $n$  e se repetirem com período  $N/2$  para escrever:

$$Y_{n-\frac{N}{2}} = Y_n \quad \text{e} \quad Z_{n-\frac{N}{2}} = Z_n \quad (2.11)$$

O esquema computacional completo, permitindo que  $n$  varie somente de 0 a  $N/2$  é:

$$\begin{aligned} F_n &= \frac{1}{2} \left[ Y_n + \exp\left(-\frac{i \cdot 2\pi \cdot n}{N}\right) Z_n \right] \\ F_{n+\frac{N}{2}} &= \frac{1}{2} \left[ Y_n + \exp\left(-\frac{i \cdot 2\pi \cdot (n + N/2)}{N}\right) Z_n \right], \quad n = 0, 1, 2, \dots, \left(\frac{N}{2} - 1\right) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Fazendo-se uso da relação  $\exp(-i \cdot \pi) = -1$  e definindo-se outra variável complexa, Equação (2.13), obtém-se a chamada “borboleta computacional”, Equação (2.14), que ocorre nos programas para cálculo da TRF, (Newland,1996).

$$W = \exp\left(-\frac{i \cdot 2\pi}{N}\right) \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} F_n &= \frac{1}{2} [Y_n + W^n Z_n] \\ F_{n+\frac{N}{2}} &= \frac{1}{2} [Y_n - W^n Z_n], \quad n = 0, 1, 2, \dots, \left(\frac{N}{2} - 1\right) \end{aligned} \quad (2.14)$$

### 2.1.2. Função de transferência

A função de transferência é a função resposta a um harmônico unitário que multiplicada pela transformada de Fourier de uma função excitação fornece as repostas na frequência. Ela é de fundamental importância na análise dinâmica no domínio da frequência. Pode ser transferência de grandezas cinemáticas, de forças ou de esforços internos.

Na seqüência apresenta-se a função de transferência e a resposta de um sistema com um grau de liberdade submetido a uma excitação com componentes harmônicos como uma função discreta, da forma:

$$E_n = E_0 \exp(i\omega_n t) \quad (2.15)$$

Onde:  $E_n$  - n-ésima componente da excitação.

Admitido  $E_0 = 1$  e  $\omega_n = n\omega$ , a equação de movimento torna-se:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = \exp(i\omega_n t) \quad (2.16)$$

Para se obter a função de transferência  $H(\omega_n)$ , Equação (2.16), toma-se a solução permanente da equação de movimento, Equação (2.17) e a substitui na Equação (2.16):

$$u(t) = H(\omega_n) \exp(i\omega_n t) \quad (2.17)$$

Assim:

$$H(\omega_n) = \frac{1}{k - m\omega_n^2 + ic\omega_n} \quad (2.18)$$

Fazendo-se  $\beta_n = \omega_n/\omega_0$  e  $\xi = c/c_{cr} = c/2\sqrt{km}$ , a Equação (2.18) torna-se:

$$H(\omega_n) = \frac{1}{k(1 - \beta_n^2 + 2i\beta_n\xi)} \quad (2.19)$$

Portanto a resposta total  $u_n(t_r)$  no tempo  $t_r = r\Delta t$  devida às N componentes harmônicas de força, indicadas na Equação (2.6), é:

$$u_n(t_r) = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{F_n \exp\left(\frac{i \cdot 2\pi \cdot n \cdot r}{N}\right)}{k(1 - \beta_n^2 + 2i\beta_n\xi)} \quad (2.20)$$

Como a componente de força com frequência  $n$  é igual à componente obtida com o negativo da frequência de ordem  $N-n$ ,  $\beta_n = \omega_n/\omega_0$ , onde  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ , deve ser avaliado como:

$$\begin{aligned} \omega_n &= n\omega & \text{para } n \leq \frac{N}{2} \\ e \\ \omega_n &= -(N-n)\omega & \text{para } n > \frac{N}{2} \end{aligned} \quad (2.21)$$

A frequência correspondente a  $n = N/2$ , é a maior frequência não repetida que pode ser considerada na série discreta de Fourier, como já mencionado.

## 2.2. Propagação de ondas elásticas

Um corpo elástico, quando submetido a uma tensão ou esforço, deforma-se temporariamente e, quando essa tensão é retirada, o corpo recupera sua forma e volumes originais. Uma perturbação temporal de um meio elástico, como a provocada por um sismo, ou por uma explosão, ou pelo impacto de um meteorito, etc... geram ondas elásticas que se propagam a partir do ponto de origem. Essas ondas elásticas ou sísmicas podem ser consideradas como perturbações que provocam tensões que deformam o meio temporariamente, durante a sua passagem. Quando a onda termina de passar o meio recupera a sua forma e volume originais.

A quantidade de deformação que sofre o meio, provocada por uma determinada tensão, depende das características elásticas do mesmo.

A análise dinâmica de estruturas pode ser conduzida pela teoria de propagação de ondas, principalmente para resolução de problemas geológicos, que variam muito suas propriedades e devem ser tratados como contínuos (Kramer, 1996).

As ondas podem ser dilatacionais, torcionais ou de flexão, dependendo da vibração a que o material está submetido. As duas primeiras são de principal interesse para a engenharia. Como onda dilatacional tem-se a onda de corpo P, e

cisalhantes as ondas, também de corpo, SV (movimento no plano vertical) e SH (movimento no plano horizontal).

Os parâmetros definidores da onda são velocidade de propagação, número de onda e amplitude. A influência na estrutura está ligada à direção de propagação e ao ângulo de incidência. As velocidades para meio infinito são calculadas pelas propriedades dos materiais da seguinte forma:

$$V_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (2.22a)$$

e

$$V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (2.22b)$$

Onde:  $V_p$  e  $V_s$  - velocidades das ondas P e S, respectivamente.

$\lambda$  e  $\mu$  - constantes de Lamé, que relacionam tensões com deformações.

$\rho$  - densidade do material onde a onda propaga-se.

As velocidades de propagação podem ser complexas, quando considerado o efeito do amortecimento.

O número de onda é obtido pela razão da frequência angular do carregamento pela velocidade da onda:

$$k = \frac{\omega}{V} \quad (2.23)$$

Para fins de análise utilizam-se ondas planas, que são uma simplificação das ondas tridimensionais. Considera-se que as ondas variam somente em um plano principal, mas podem provocar movimentos fora desse plano, caso da onda SH.

Os problemas são resolvidos por propagação, reflexão e refração de ondas, observando-se as condições de contorno, relações de tensão-deformação e deformação-deslocamento, além da lei de Snell. Ondas P ou SV incidentes geram ondas P e SV refratadas e refletidas. Já ondas SH só geram ondas SH refratadas e

refletidas. Como a velocidade da onda P é maior que a da onda SV, esta quando incidente, apresenta um ângulo crítico ( $b_c$ ), para o qual não há onda P refletida. Esse ângulo é dado por:

$$b_c = \text{sen}^{-1}\left(\frac{V_S}{V_P}\right) \quad (2.24)$$

e influencia muito na resposta do sistema sujeito a ondas SV incidentes.

Os modelos de simulação do terreno consideram um extrato de solo estratificado em camadas sobre um semi-espaço. As ondas de corpo são consideradas incidindo na interface do semi-espaço com o terreno estratificado, e formulações são feitas para considerar as reflexões e refrações por elas sofridas e que provocam os deslocamentos das camadas. Além das ondas P e S, existem as ondas superficiais que se propagam nas camadas superiores da Terra e que são basicamente derivadas a partir das sucessivas reverberações que as ondas P e S sofrem nessas camadas, Figura 2.3. As ondas superficiais mais conhecidas são as ondas Rayleigh, que movimentam as partículas do meio na forma de elipses retrógradas no plano vertical paralelo à direção de propagação da onda, e as ondas Love, que são semelhantes às ondas SH, porém com maior período de vibração, Figura 2.4. A partir de distâncias maiores que 100 Km as ondas superficiais possuem mais energia que as ondas de volume, por esse motivo são elas que provocam o maior índice de destruição quando alcançam essas distâncias.

### 2.3.

#### Excitação sísmica

Sismo é a liberação instantânea de energia que está acumulada no interior da Terra e que se propaga na forma de ondas elásticas.

Existem vários tipos de sismos, entre os quais pode-se mencionar:

Sismos de origem tectônica: são os associados a falhas tectônicas, que normalmente ocorrem pelo movimento e interação das placas tectônicas. São os mais abundantes e os que provocam as maiores magnitudes, além de ocorrerem a

profundidades muito próximas à superfície da Terra até 600 Km de profundidade. Existem três tipos de falhas tectônicas que podem ser provocadas pelos sismos: falhas de cisalhamento (transcorrente), falhas de extensão (normais) e falhas de compressão (inversas). Normalmente os sismos provocam uma combinação entre a falha transcorrente e uma das outras duas.

Sismos de origem vulcânica: estão associados às erupções vulcânicas, podem atingir grandes magnitudes, porém têm seus focos relativamente superficiais.

Sismos de origem secundária: são provocados normalmente pela acomodação de estratos superficiais, que provocam deslizamentos e afundamentos do solo.

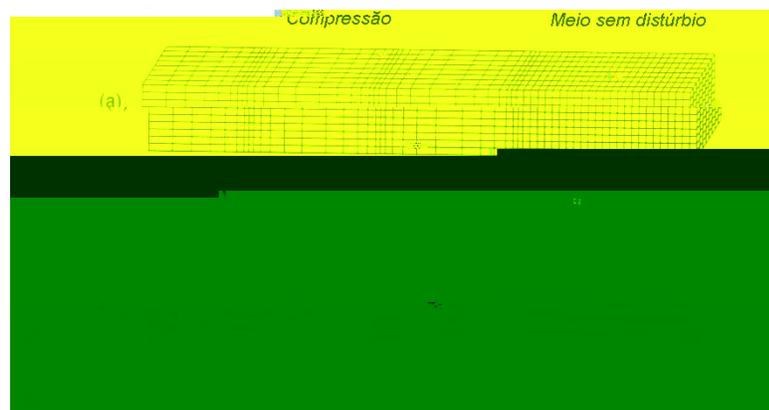
Sismos induzidos: são sismos de origem secundária ou tectônica provocados pela ação do homem, principalmente na construção de reservatórios hidrelétricos ou na injeção de água através de poços profundos, Berrocal, J. (2003).

Quando ocorre um terremoto, ondas de corpo e ondas superficiais são produzidas. As ondas de corpo viajam através do interior da terra e são de dois tipos: ondas P e ondas S.

As ondas P também conhecidas como ondas primárias, compressivas ou longitudinais, envolvem compressão e distensão sucessiva dos materiais por onde passam. São análogas às ondas sonoras. O movimento de uma partícula individual propagando-se através de uma onda P é paralelo à direção de propagação da onda. Essas ondas propagam-se através de sólidos e líquidos.

Já as ondas S, também conhecidas como ondas secundárias, cisalhantes ou transversais, causam deformações de cisalhamento quando viajam através de um material. O movimento de uma partícula individual é perpendicular à direção de propagação da onda S. A direção do movimento da partícula pode dividir a onda S em duas componentes, como já visto; onda SV e onda SH. Fluidos que não têm rigidez ao cisalhamento não comportam ondas S. A Figura 2.3 apresenta as deformações causadas pelas ondas P e SV.

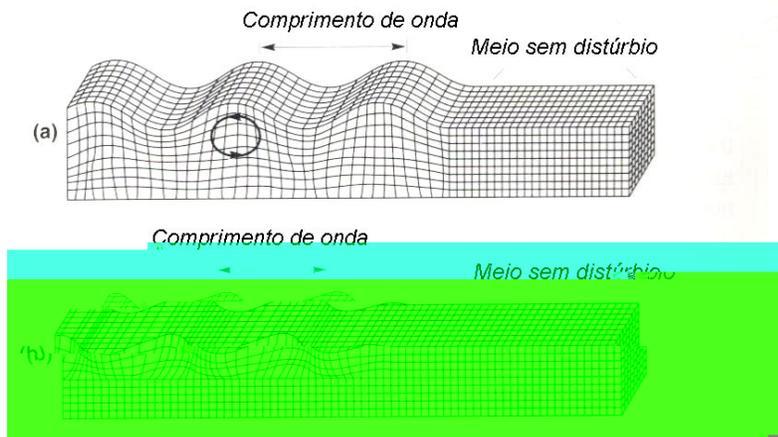
A velocidade de propagação das ondas de corpo varia com a rigidez do material onde elas estão se propagando. Como os materiais geológicos são mais rígidos à compressão, as ondas P propagam-se mais rápido que outras ondas S e são, portanto, as primeiras a chegarem em um sítio particular.



**Figura 2.3** - Deformações produzidas pelas ondas de corpo: (a) ondas P; (b) ondas SV. Fonte: W. H. Freeman and Company, apud Kramer 1996.

As ondas de superfície resultam da interação entre as ondas de corpo e as camadas superficiais da terra. Elas propagam-se ao longo da superfície da terra com amplitudes que decrescem exponencialmente com a profundidade. Devido à natureza da interação requerida para produzi-las, as ondas superficiais são mais proeminentes em distâncias mais afastadas da fonte do terremoto. A distâncias superiores a duas vezes a espessura da crosta terrestre, as ondas superficiais, ao invés de ondas de corpo, produzem picos de movimento do terreno, (Kramer, 1996). Como já mencionado, as ondas superficiais mais importantes para a engenharia de terremotos são as ondas de Rayleigh e as de Love.

As ondas de Rayleigh, produzidas pela interação de ondas P e SV com a superfície da terra, envolvem ambos os movimentos, vertical e horizontal da partícula. As ondas de Love resultam da interação de ondas SH com uma camada superficial flexível e não têm componente vertical de movimento da partícula. A Figura 2.4 apresenta as deformações causadas pelas ondas de Rayleigh e de Love.



**Figura 2.4** - Deformações causadas pelas ondas superficiais: (a) ondas de Rayleigh; (b) ondas de Love. Fonte: W. H. Freeman and Company, apud Kramer 1996.

O programa SASSI considera a excitação sísmica composta por ondas de corpo planas incidindo no topo do semi-espaco, na vertical do ponto de controle, e que podem ser combinadas com ondas superficiais. Dois conjuntos de ondas são possíveis: ondas P ou SV mais R, para respostas no plano vertical; e ondas SH mais L, para resposta fora desse plano.

## **3**

### **Programa SASSI2000**

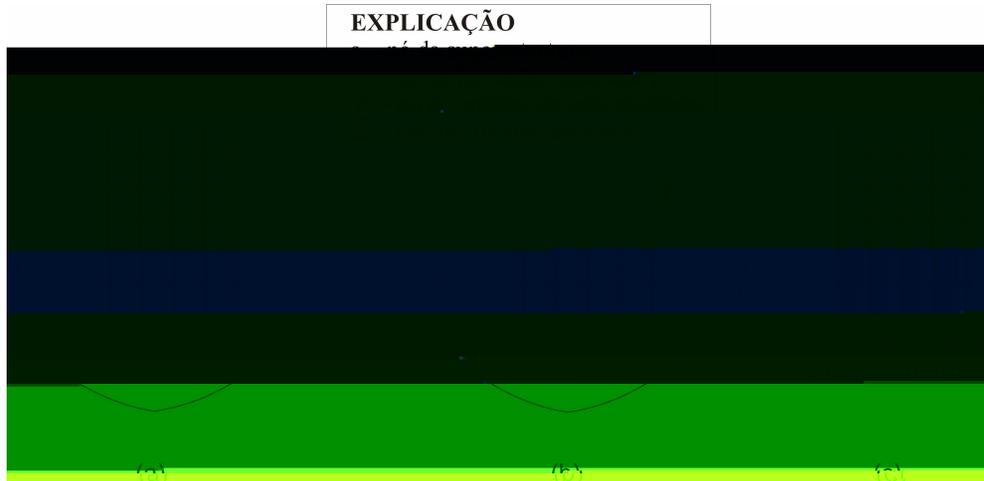
#### **3.1.**

##### **Descrição geral**

O programa SASSI foi desenvolvido na Universidade da Califórnia, Berkeley, por um grupo de cinco estudantes de doutorado orientados pelo professor John Lysmer. Esse Programa é um sistema para análise de problemas de interação solo estrutura, bi ou tridimensionais, submetidos a uma excitação sísmica ou a uma excitação de carga externa, formulado no domínio da frequência usando técnicas de elementos finitos.

O problema da iteração solo-estrutura é mais convenientemente analisado utilizando o método da subestruturação. Dentro desta aproximação, o problema linear da interação solo-estrutura é subdividido em uma série de subproblemas. Cada subproblema é resolvido separadamente e os resultados são combinados no final de cada passo das análises para se obter uma solução completa por superposição.

Para tal utiliza-se o método da subestruturação do volume flexível. Esse método subdivide o sistema total, Figura 3.1(a), em dois subsistemas: um que é o do sítio original, Figura 3.1(b), e outro da estrutura mais fundação, menos o solo escavado, Figura 3.1(c).



**Figura 3.1** – Modelo de subestruturação do volume flexível. (a) Sistema Total; (b) Sítio original, com indicação dos nós do volume de solo escavado e (c) Estrutura. Fonte: manual teórico do SASSI2000.

As equações de movimento do sistema (a) são formuladas para o subsistema (c) em combinação com a solução do subsistema (b). Matricialmente a equação de movimento pode ser escrita na forma:

$$M \{ \hat{U} \} + K \{ \hat{U} \} = \{ \hat{Q} \} \quad (3.1)$$

Onde:  $M$  e  $K$  - matrizes de massa total e rigidez

$\{ \hat{U} \}$  - vetor de deslocamentos nodais totais para uma excitação harmônica na frequência  $\omega$ .

$\{ \hat{Q} \}$  - vetor de forças, devido a uma excitação sísmica ou a cargas dinâmicas externas para uma excitação harmônica na frequência  $\omega$ .

Para a excitação harmônica na frequência  $\omega$ , os vetores de força e deslocamento podem ser escritos como:

$$\{ \hat{Q} \} = \{ Q \} \exp(i\omega t) \quad (3.2)$$

$$\{ \hat{U} \} = \{ U \} \exp(i\omega t) \quad (3.3)$$

Onde  $\{ \hat{Q} \}$  e  $\{ \hat{U} \}$  são os vetores de força e deslocamento complexos na frequência  $\omega$ , respectivamente.

Assim, para cada frequência  $\omega$  a equação de movimento é da forma:

$$[C]\{\mathbf{u}\} = \{Q\} \quad (3.4)$$

Onde:  $[C] = [C_{ss} \quad C_{si} \quad C_{is} \quad C_{ii} - C_{ff} + C_{ff}]$  - matriz de rigidez dinâmica complexa dependente da frequência.

Usando os sub-índices adotados na Figura 3.1, s, f e i que indicam superestrutura, solo escavado e fundação, respectivamente, tem-se a equação de movimento para carga sísmica:

$$\begin{bmatrix} C_{ss} & C_{si} \\ C_{is} & C_{ii} - C_{ff} + C_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_s \\ \mathbf{u}_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{u}_f \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

Onde:  $[C_{ff}]$  - matriz de impedância dependente da frequência.

$\{\mathbf{u}_f\}$  - movimento de campo-livre para os nós de interação mostrados na Figura 3.1(b).

Quando se introduzem nós de interação (fundação) no terreno, externos ao volume de solo escavado, para obtenção da cinemática do campo-livre através das funções de transferência, por exemplo, esses nós requerem linhas e colunas extras nas sub-matrizes da Equação (3.5), exceção à  $C_{ss}$ . Esses acréscimos são todos nulos para as matrizes  $X_{ff}$  e  $C_{ff}$ . De tal forma, a cinemática do campo-livre para esses nós extras é modificada levando em conta a interação solo-estrutura.

No caso da excitação por uma força externa, como impacto ou vento, o movimento de campo-livre desaparece e a equação fica da forma a seguir, sendo o vetor de carga nulo somente onde não há aplicação da carga:

$$\begin{bmatrix} C_{ss} & C_{si} \\ C_{is} & C_{ii} - C_{ff} + C_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_s \\ \mathbf{u}_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_s \\ \mathbf{p}_f \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

A solução do problema requer então três passos principais: Obter o movimento do campo-livre, calcular a matriz de impedância e resolver o problema com a interação solo-estrutura.

O campo-livre, que é o terreno sem a escavação para acomodar a estrutura, é um dos focos deste estudo, e é abordado em mais detalhes na seqüência.

A matriz de impedância é uma matriz de rigidez dinâmica da fundação nos nós de interação. O cálculo da matriz de impedância é alcançado invertendo a matriz dinâmica de flexibilidade para cada frequência de análise. Uma descrição detalhada de como obtê-la pode ser encontrada no Manual Teórico do SASSI (1988).

A análise estrutural envolve a formação do vetor de carga e da matriz de rigidez complexa para a estrutura e a solução das equações de movimento para carga sísmica ou força externa, (Equações (3.5) e (3.6), respectivamente), dependendo do problema. O vetor de carga para excitação sísmica é obtido utilizando-se os deslocamentos do campo-livre e a matriz de impedância e, para força externa, é formado pelas forças de carregamento do sistema. A matriz de rigidez complexa depende das matrizes de massa e de rigidez da estrutura e do solo escavado. Resolve-se o sistema de equações obtendo-se, assim, as acelerações ou os deslocamentos desejados.

### **3.2. Ambientação**

O programa SASSI2000 desenvolve seus resultados através de módulos que combinam suas respostas até chegar à solução. Para se utilizar o programa é necessário entender cada passo a ser realizado e o que cada seção do programa realiza. Então, a seguir, é descrito cada módulo do programa e suas funções. Deve-se ter em mente que, para a obtenção da solução do campo-livre, é necessário rodar apenas alguns módulos do programa, que dependem exclusivamente da formulação do cenário sísmico.

HOUSE – As matrizes de massa e rigidez da estrutura como também do solo escavado são formadas no módulo HOUSE e armazenadas no Tape 4.

MOTOR – Este módulo do programa forma os elementos do vetor de carregamento que correspondem a forças externas como: forças de impacto agindo na estrutura ou forças de rotação de máquinas dentro da estrutura. As informações criadas são armazenadas no Tape 9.

SITE – Este módulo recebe as propriedades do solo, as frequências de análise, as propriedades das camadas e são calculadas as configurações modais do movimento de controle no campo-livre e armazenadas no Tape 1. A composição das ondas é feita no SITE 2, como também a definição do ponto de controle e os resultados são armazenados no Tape 2.

POINT – A solução do POINT é necessária para computar a matriz de flexibilidade  $F_{ff}$ , para os nós de iteração que são obtidos no módulo POINT para cada frequência de análise, e as matrizes são armazenadas no Tape 3. Esta etapa do programa requer o Tape 2 como entrada.

MATRIX – Usando a entrada dos Tapes 3 e 4, o subprograma MATRIX forma, para cada frequência, a matriz de impedância  $X(\omega)$ . Esta é escrita no Tape 5. Também são formadas as matrizes complexas modificadas, as quais são triangularizadas e armazenadas no Tape 6.

LOADS – Este módulo computa o vetor de cargas para cada frequência e armazena no Tape 7.

SOLVE – O subprograma SOLVE lê as matrizes de rigidez reduzidas do Tape 6 e o vetor de cargas do Tape 7. Ele então executa substituições para obter as amplitudes dos deslocamentos totais. Essas amplitudes são funções de transferência do movimento de controle no movimento final. Os resultados são armazenados no Tape 8, que agora contém a solução completa nos termos das funções de transferências.

ANALYS – O módulo ANALYS do programa é o coração do programa SASSI. Ele dirige os subprogramas MATRIX, LOAD e SOLVE e, através disso, controla o recomeço dos modos do programa.

COMBIN – Este módulo do programa torna possível adicionar às frequências de análise, através de combinação, os resultados de 2 passos de frequência. Basicamente o que este programa faz é tomar dois Tapes 8 e combinar dentro dele um novo Tape 8 que inclui a solução de 2 passos de frequência.

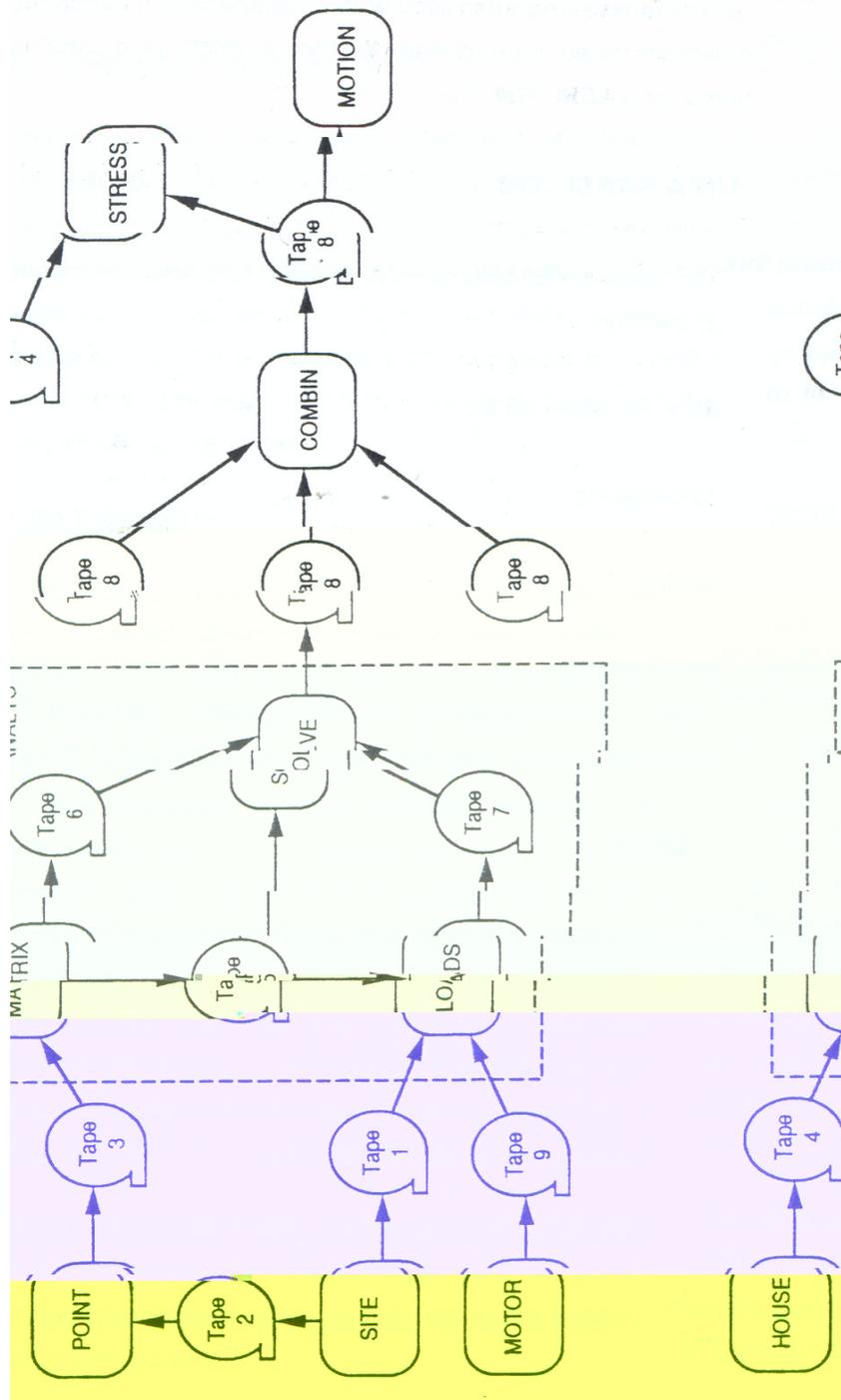
MOTION – O principal propósito deste (determinístico) pós-processador é a produção de funções temporais para mostrar as acelerações, velocidades e deslocamentos. Ele pode também fornecer as funções de transferência e o espectro de resposta.

RANDOM – Este (probabilístico) pós-processador tem muitas considerações similares ao programa MOTION. Entretanto, ao invés de aceitar a função temporal do movimento de controle ele recebe um espectro de potência ou de resposta para esse movimento. Ele então avalia a probabilidade da resposta na estrutura. Este pós-processador ainda não está disponível.

STRESS – Este módulo do programa é um pós-processador que pode ser usado na avaliação das máximas tensões e deformações dos elementos estruturais e (ou) para aproximar os valores das máximas tensões de cisalhamento no solo através da avaliação da máxima tensão octaédrica no centro de cada elemento do solo. Os Tapes 4 e 8 e a função temporal do movimento de controle deve fazer parte do arquivo de entrada deste programa.

### **3.3. Esquema de solução com diagrama de bloco**

Nesta seção é apresentada a descrição do funcionamento do programa através do diagrama de bloco que representa cada passo até a solução, ver Figura 3.2.



**Figura 3.2-** Diagrama de bloco do SASSI2000. Fonte: Manual do Usuário - SASSI2000.

## 4 O Campo-livre, seus cenários e protagonistas.

### 4.1. Geral

A observação sobre a estrutura da solução do SASSI2000 mostra que toda a participação do terreno no problema de interação solo-estrutura é caracterizada mediante:

- a. A definição de um ambiente composto por um semi-espço subjacente a uma sucessão de camadas horizontais do terreno, de número e espessura variáveis, mas, finitos, e de comprimento infinito;
- b. A definição de um movimento do terreno emergente do semi-espço composto por ondas de corpo, P, SV ou SH, inclinadas de um ângulo  $\alpha$  com a vertical;
- c. Inclusão também, na composição desse campo de ondas, de ondas superficiais R(Rayleigh) ou L(Love), conforme o caso (P ou SV, ou SH), como uma fração do campo total;
- d. A fixação da direção e de um ponto de controle no movimento do terreno na superfície de uma das camadas horizontais sobrejacentes ao semi-espço;
- e. A definição de uma matriz de impedância,  $X_{ff}$ , do solo escavado, correspondente ao volume de solo coincidente com a porção enterrada da estrutura;
- f. O movimento de controle do terreno por um ou mais acelerogramas associados ao ponto de controle.

Todos os itens descritos, menos os dois últimos, constituem o elenco para a chamada solução do campo-livre, isto é, a definição, a partir do ponto de controle e da direção do movimento, da composição do campo cinemático ao longo de todo o cenário abaixo da superfície do terreno, camada por camada, e, em particular, dos nós de interação entre a estrutura e o terreno.

## **4.2.**

### **Cenários do campo-livre no ambiente SASSI2000**

#### **4.2.1.**

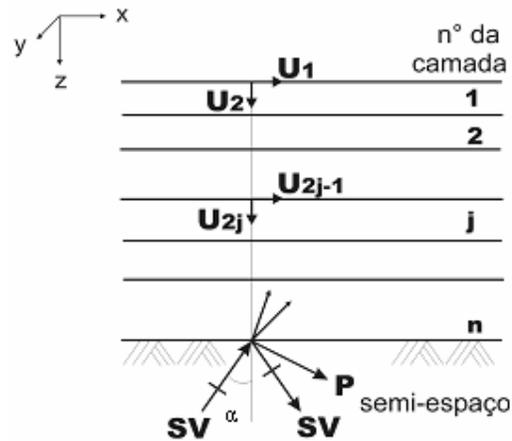
##### **O cenário matemático**

O cenário matemático é definido pelas equações (4.1), (4.3), (4.4) e (4.5), as quais fornecem as respostas, por frequência( $\omega$ ), em qualquer ponto das superfícies das camadas do solo. Definindo-se pontos na vertical do ponto de controle obtém-se a deformada do terreno para a onda correspondente, com a amplitude unitária. A expressão (4.2) propaga, a partir do ponto de controle, as componentes de deslocamentos, uma por uma, camada por camada, e fica em condições de quando solicitada fornecer os valores finais do movimento do campo-livre em cada vertical do modelo, afastada da distância  $x$  do ponto de controle.

##### **4.2.1.1.**

##### **Ondas P e SV inclinadas**

O terreno é representado pelo sistema de  $n$  camadas sobre um semi-espaço com a onda de corpo incidindo no topo do semi-espaço, na vertical do ponto de controle, onde são calculados os deslocamentos de campo-livre nas direções  $x$  e  $z$ , como mostrado na Figura 4.1. Chen (1980) formula a Equação (4.1), que representa a equação de movimento para ondas P e SV incidentes.



**Figura 4.1** - Modelo de onda SV plana incidente. Fonte: manual teórico do SASSI2000.

$$([A]k^2 + [\bar{B}]k + [G] - \omega^2[M]) \cdot \{U\} = \{0 \quad P_b\}^T \quad (4.1)$$

Onde:  $[A]$ ,  $[\bar{B}]$ ,  $[G]$  e  $[M]$  - matrizes da ordem  $(2n+2) \times (2n+2)$ , que consideram as propriedades de cada camada de solo tais como altura, massa específica, módulo de elasticidade transversal, descritas no Manual Teórico do SASSI (1988).

$\{P_b\}$  - vetor de carregamento no topo do semi-espaço (base da camada  $n$ ), com duas componentes, dependente da constituição do campo de ondas e do ângulo de incidência das mesmas.

$k = \omega/V_a$  - número de onda, sendo  $V_a$  a velocidade de propagação da onda.

$\{U\}$  - vetor de deslocamentos, na vertical do ponto de controle, obtido da resolução da Equação (4.1).

Depois de calculados os deslocamentos na vertical do ponto de controle, esses são propagados horizontalmente, nas interfaces das camadas, até os pontos de interação, seguindo-se a Equação (4.2).

$$\{U(x)\} = \delta \{U\} \exp(-ikx) \quad (4.2)$$

Onde:  $\delta$  - fator de participação modal da frequência de análise obtido do movimento de controle, no ponto de controle.

Assim, o vetor  $\{U(x)\} = \{U_f\}$  é usado na Equação (3.5) para resolver o problema de interação solo-estrutura.

#### 4.2.1.2. Ondas SH inclinadas

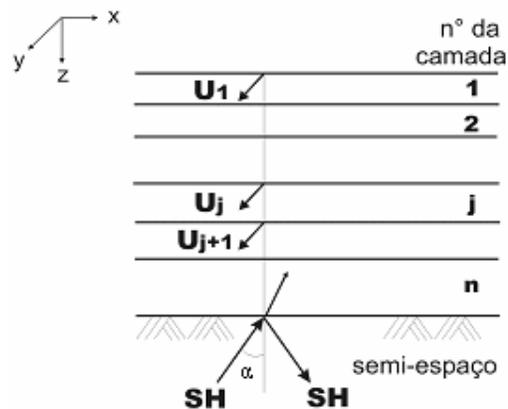
Chen (1980) apresenta uma técnica similar à das ondas P e SV, agora correspondendo ao modelo da Figura 4.2. Nesse caso a equação de movimento torna-se:

$$([A]k^2 + [G] - \omega^2[M]) \cdot \{U\} = \{0 \quad P_b\}^T \quad (4.3)$$

Onde:  $[A]$ ,  $[G]$  e  $[M]$  - matrizes de ordem  $(n+1) \times (n+1)$ .

$\{P_b\}$  - vetor de carregamento de ordem  $(n+1)$ .

$\{U\}$  - vetor de deslocamentos calculado na vertical do ponto de controle e, posteriormente, propagado pela Equação (4.2) até os nós de interação.



**Figura 4.2** - Modelo de onda plana SH incidente. Fonte: manual teórico do SASSI2000.

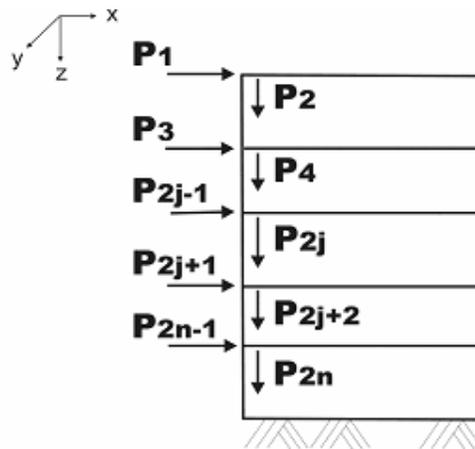
### 4.2.1.3. Ondas de Rayleigh, R

A formulação para esse tipo de onda recai num problema de autovalores no domínio de frequência, para o modelo mostrado na Figura 4.3, e com a seguinte equação característica, de acordo com Wass (Manual Teórico do SASSI, 1988):

$$([A]k^2 + i[B]k + [G] - \omega^2[M]) \cdot \{W\} = \{0\} \quad (4.4)$$

Onde:  $\{W\}$  e  $k$  -  $2n$  modos e  $2n$  números de onda correspondentes aos autovetores e autovalores, respectivamente.

No programa, a excitação de um problema prático é definida pelo ponto de controle e pela série temporal do movimento do terreno nesse mesmo local o que, de fato, define o movimento de uma componente particular dessas  $2n$  configurações modais; neste caso é necessário escolher a configuração mais adequada para representar a solução do problema. Por outro lado, uma vez que as ondas superficiais, caso da onda R, são altamente dissipativas, ou seja, o amortecimento é maior nos modos mais elevados, pode-se admitir que só o modo fundamental desloca-se à distância. Esta escolha é feita por meio de um dos dois métodos disponíveis no SASSI (shortest wavelength e o least decay) e definidos no Manual Teórico do SASSI (1988), dependendo das características dos solos presentes no perfil do terreno.



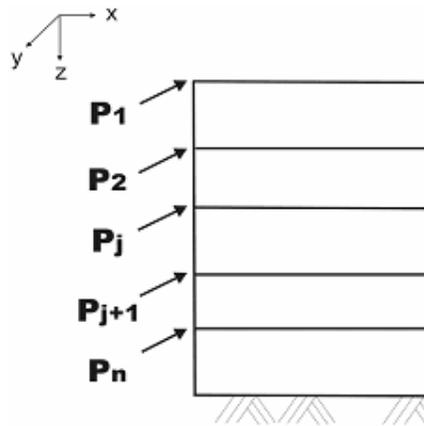
**Figura 4.3** - Graus de liberdade para ondas de Rayleigh. Fonte: manual teórico do SASSI2000.

Uma vez definido o modo fundamental, o prosseguimento para definição dos deslocamentos  $\{U_f'\}$  é o mesmo já apresentado. Entretanto, na prática, somente uma pequena fração  $\delta$  de ondas superficiais está contida no movimento de controle.

Os  $2n$  modos e os respectivos números de onda são usados também na definição das condições dos contornos transmissores, para movimentos da onda no plano do modelo do terreno, importantes na geração da matriz de impedância para problemas 2-D.

#### 4.2.1.4. Ondas de Love, L

Os deslocamentos são horizontais e normais ao plano de propagação. O tratamento é similar ao da onda de Rayleigh, com redução da ordem para  $n$ . Utiliza-se a Figura 4.4 para representar o modelo do terreno e a Equação (4.5) para cálculo dos  $n$  modos e  $n$  números de onda.



**Figura 4.4** - Graus de liberdade ondas de Love. Fonte: manual teórico do SASSI2000.

$$([A]k^2 + [G] - \omega^2[M]) \cdot \{W\} = \{0\} \quad (4.5)$$

Os  $n$  modos e respectivos números de onda, também são usados na definição das condições dos contornos transmissores, para movimentos agora fora do plano do modelo do terreno, em problemas axissimétricos.

#### 4.2.2.

#### Cenários físicos

O cenário do sítio é constituído pela definição do espaço, suas características e seus limites, promovendo assim a definição física do campo-livre através da geometria, propriedades físicas e mecânicas do sítio, item *a*. É através das equações de resolução que se desenvolve todo o movimento do campo-livre.

O cenário da excitação é montado com os elementos dos itens *b* a *d*. Desenvolve-se a partir do campo de ondas definido por *b* e *c* e com uma definição do movimento de controle, no ponto de controle, em posição e direção da aceleraç(r)3.90966(Tj /R13 5744(s)-e)-1.86477(l)5617S3.90966(Tj /R13 5744(s)-e)-1.86.90966(Tj 73 5744(s)-a

transversais de cada camada do solo e, conseqüentemente, as matrizes de rigidez do solo, como demonstrado a seguir:

Módulos complexos de elasticidade transversal  $G^*$  e longitudinal  $M^*$  do solo confinado, por camada, respectivamente:

$$G^* = G(1 - 2\xi_S^2) + G(2i\xi_S\sqrt{1 - \xi_S^2}), \text{ onde } G = \frac{V_S^2\gamma}{g}$$

$$M^* = M(1 - 2\xi_P^2) + M(2i\xi_P\sqrt{1 - \xi_P^2}), \text{ onde } M = \frac{V_P^2\gamma}{g}$$

As matrizes das propriedades do solo são as seguintes:

$$\mathbf{A} = \frac{h}{6} \begin{bmatrix} 2(\lambda^* + 2G^*) & 0 & \lambda^* + 2G^* & 0 \\ 0 & 2G^* & 0 & G \\ \lambda^* + 2G^* & 0 & 2(\lambda^* + 2G^*) & 0 \\ 0 & G^* & 0 & 2G^* \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{B}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 3G^* - M^* & 0 & -(G^* - M^*) \\ 3G^* - M^* & 0 & G^* - M^* & 0 \\ 0 & G^* - M^* & 0 & -(3G^* - M^*) \\ -(G^* - M^*) & 0 & -(3G^* - M^*) & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G} = \frac{1}{h} \begin{bmatrix} G^* & 0 & -G^* & 0 \\ 0 & \lambda^* + 2G^* & 0 & -(\lambda^* + 2G^*) \\ -G^* & 0 & G^* & 0 \\ 0 & -(\lambda^* + 2G^*) & 0 & \lambda^* + 2G^* \end{bmatrix}$$

*Constante de Lamé  $\lambda^*$  complexa:*

$$\lambda^* = -2G^* + M^*$$

A massa específica juntamente com a espessura da camada define a massa correspondente para cada camada e a matriz de massa do solo.

Matriz de massa:

$$\mathbf{M} = fc \frac{h\gamma}{6g} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} + (1-fc) \frac{h\gamma}{2g} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$fc$  é o fator de combinação entre as matrizes de massa concentrada e distribuída. Geralmente utilizado igual a 0,5.

O amortecimento introduz o conceito da chamada frequência amortecida. Como demonstrado pela equação a seguir:

$$\omega_a = \omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}$$

O número de camadas e as espessuras das mesmas também definem a discretização do modelo.

O ângulo de incidência da onda está intimamente ligado ao número de onda  $e$ , verifica-se que vem a influenciar as frequências do sistema, pois, o mesmo desperta o acoplamento latente na estrutura do solo. Na utilização do ângulo de inclinação da onda existem algumas particularidades, pois, quando se trabalha com propagação de ondas utilizam-se os conceitos da Lei Snell e, para uma onda incidindo no topo do semi-espço, um dos efeitos que deve ser levado em consideração é a reflexão da onda, pois, uma onda P ou SV incidindo no semi-espço reflete e refrata onda SV e onda P.

Segundo a Lei de Snell tem-se o seguinte para uma onda P incidente:

$$\frac{\text{sen}\alpha_{pi}}{\text{sen}\alpha_{sr}} = \frac{V_p}{V_s} \Rightarrow \text{sen}\alpha_{sr} = \frac{V_s}{V_p} \text{sen}\alpha_{pi}$$

Subentende-se que o ângulo refletido da onda SV para uma onda P incidente nunca chega a 90°, quando se tem um ângulo de incidência variando de 0 a 90°, pois, a velocidade da onda SV ser menor que a da onda P.

Já para uma onda SV incidente:

$$\frac{\text{sen}\alpha_{si}}{\text{sen}\alpha_{pr}} = \frac{V_s}{V_p} \Rightarrow \text{sen}\alpha_{pr} = \frac{V_p}{V_s} \text{sen}\alpha_{si}$$

Subentende-se que o ângulo refletido da onda P para uma onda SV incidente poderá ser  $90^\circ$ , pois, a velocidade da onda P é sempre maior que a da onda SV. Então, nessa situação, chama-se o ângulo de incidência de ângulo crítico, pois, o mesmo causa efeitos divergentes na resposta da excitação.

Para  $\alpha \neq 0$ , tanto para a onda P ou SV incidente, formam-se, no terreno estratificado, ondas P e SV, refratadas, o que corresponde a um acoplamento dos movimentos horizontal e vertical do solo. Esta situação é promovida pela necessidade de compatibilização dos movimentos no topo de todas as camadas, inclusive o semi-espaço, o que faz que uma onda P ou SV incidente gere P e SV refratadas. Tal argumento torna-se visível se a mola  $K_s$ , por exemplo, for inclinada de um ângulo  $\alpha$  com a horizontal, ver Figura 4.6.

A observação das equações (4.1) e (4.7) mostra que o número de onda  $k$  participa no vetor de carregamento e na avaliação da rigidez do modelo, isso mostra que o número de onda  $k$  pode alterar as frequências do sistema.

Até que ponto o número de onda  $k$  influencia nas frequências do sistema, é abordado com os resultados das análises.

No tocante à participação do número de onda  $k$  na propagação horizontal, equação (4.2), pode-se inferir que, dependendo da frequência de análise em uso, a exponencial responsável pelo decremento da amplitude com a distância possui curvaturas de diferentes deslocamentos, para cada frequência de análise.

É importante ressaltar, que no cálculo do número de onda sempre são levadas em consideração as velocidades de propagação das ondas no semi-espaço. Equações matemáticas:

$$\{P_b\} = G^* k^2 [\alpha'] \begin{Bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{Bmatrix} + G^* k^2 [\beta'] \begin{Bmatrix} A_2 \\ B_2 \end{Bmatrix} \quad (4.7)$$

$$k = \frac{\omega}{V_a}, \text{ número de onda incidente pelo semi-espaço.}$$

$$[\alpha'] = \begin{bmatrix} 2a & (b^2 - 1) \\ (b^2 - 1)i & -2bi \end{bmatrix}, [\beta'] = \begin{bmatrix} -2a & (b^2 - 1) \\ -(b^2 - 1)i & 2bi \end{bmatrix}$$

$A_1, B_1, A_2, B_2$  = coeficientes complexos representando as amplitudes da onda incidente P ( $A_1$ ) ou SV ( $B_1$ ) e refletidas ( $A_2$  e  $B_2$ ).

$V_a$  = velocidade de fase aparente complexa ao longo da interface do semi-espaço. Calculada com propriedades do semi-espaço da seguinte forma:

$$V_a = \frac{V_{Sb}}{\text{sen}(\alpha_i)} \text{ se onda SV incidente, e } V_a = \frac{V_{Pb}}{\text{sen}(\alpha_i)} \text{ se onda P incidente.}$$

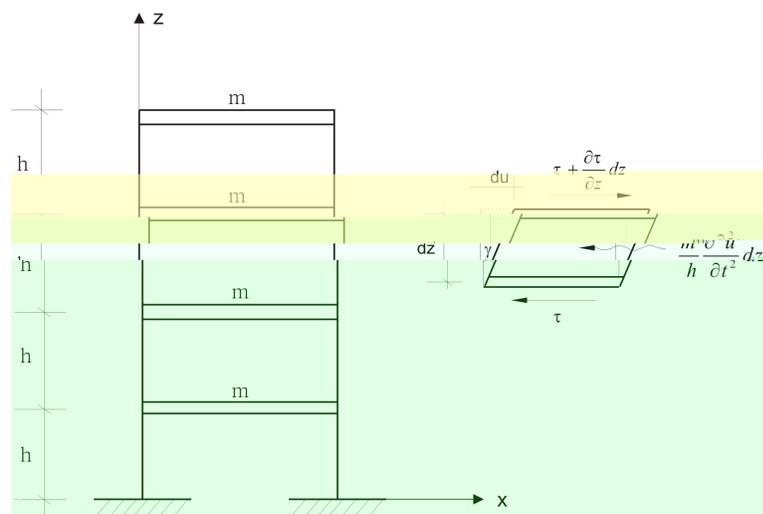
$$a = \sqrt{\left(\frac{V_a}{V_{Pb}}\right)^2 - 1}, \text{ onde } V_{Pb} = \sqrt{\frac{M^* g}{\gamma}}, \text{ velocidade de onda P complexa no}$$

semi-espaço

$$b = \sqrt{\left(\frac{V_a}{V_{Sb}}\right)^2 - 1}, \text{ onde } V_{Sb} = \sqrt{\frac{G^* g}{\gamma}}, \text{ velocidade de onda S complexa no}$$

semi-espaço.

Uma forma simplificada para calcular frequências de referência é a adoção de um sistema como o da Figura 4.5, ou seja, um edifício de múltiplos andares carregado lateralmente, sendo o número de andares correspondente ao número de camadas do terreno, como apresentado na dissertação de mestrado de Dalcanal (2004). Essa estrutura trabalha exclusivamente ao cortante e a resolução da mesma recai sobre uma equação de segunda ordem da forma:



**Figura 4.5** - Modelo simplificado para representação do terreno: estrutura trabalhando ao cortante.

$$\frac{k_m h}{m} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (4.8)$$

Onde:  $k_m$  - coeficiente de rigidez por metro, ou seja, força para deslocar um metro por metro.

$h$  - altura do andar, ou seja, espessura da camada do terreno.

$m$  - massa por andar.

$u$  - deslocamento.

Que fornece as seguintes frequências naturais como solução da equação:

$$\omega_{0_n} = \left( n - \frac{1}{2} \right) \pi \sqrt{\frac{k_m h}{m H^2}} \quad (4.9)$$

Onde:  $H$  - altura total do edifício, ou seja, espessura do terreno.

Admite-se também, para representação do campo-livre, a seguinte geometria: profundidade ( $b$ ) unitária e largura ( $l$ ) igual a oito vezes a altura da camada. A massa por andar adotada é igual à metade da massa do terreno contida no andar, ou seja:

$$m = \frac{M_s}{2} = \frac{\gamma_s b l h}{2} \quad (4.10)$$

Onde:  $M_s$  - massa de terreno do andar.

$\gamma_s$  - massa específica do material do terreno.

Tem-se que, na horizontal, o terreno trabalha ao cisalhamento, assim a rigidez horizontal, considerando deslocamento unitário, é:

$$k_h = \frac{l b G}{h} \left( \frac{kN}{m} \right) \quad (4.11)$$

Onde:  $G$  - módulo de elasticidade transversal do material do terreno.

Considerando-se agora o movimento segundo Z, onda P, o terreno trabalha axialmente, portanto a rigidez é dada por:

$$k_v = \frac{Ebl}{h} \left( \frac{kN}{m} \right) \quad (4.12)$$

Onde:  $E$  - módulo de elasticidade longitudinal do solo.

As características físicas do modelo são as seguintes:

**Tabela 4.1** - Características físicas do modelo

$\gamma_s(t)$	$l$ (m)	$h$ (m)	$m$ (t)	$H$ (m)
1.85	16	2	29.6	12

Os resultados dos cálculos das frequências de referência estão apresentadas na Tabela 4.2.

**Tabela 4.2** - Frequências de referência

CÁLCULO DAS FREQUÊNCIAS DO SISTEMA - SOLO 1							
NUM	$V_S$ (m/s)	RIGID. (KN/m)	FREQ(HZ)	NUM	$V_P$ (m/s)	RIGID. (KN/m)	FREQ(HZ)
1	1600	38621814.48	<b>33.65</b>	2	2500	94291539.25	<b>52.59</b>
3	1600	"	<b>100.96</b>	4	2500	"	<b>157.76</b>
5	1600	"	<b>168.27</b>	7	2500	"	<b>262.93</b>
6	1600	"	<b>235.58</b>	9	2500	"	<b>368.10</b>
8	1600	"	<b>302.89</b>	11	2500	"	<b>473.27</b>
10	1600	"	<b>370.20</b>	12	2500	"	<b>578.44</b>
CÁLCULO DAS FREQUÊNCIAS DO SISTEMA - SOLO 2							
NUM	$V_S$ (m/s)	RIGID. (KN/m)	FREQ(HZ)	NUM	$V_P$ (m/s)	RIGID. (KN/m)	FREQ(HZ)
1	1200	21724770.64	<b>25.24</b>	2	1900	54462793.07	<b>39.96</b>
3	1200	"	<b>75.72</b>	4	1900	"	<b>119.89</b>
5	1200	"	<b>126.20</b>	7	1900	"	<b>199.82</b>
6	1200	"	<b>176.69</b>	10	1900	"	<b>279.75</b>
8	1200	"	<b>227.17</b>	11	1900	"	<b>359.68</b>
9	1200	"	<b>277.65</b>	12	1900	"	<b>439.61</b>
CÁLCULO DAS FREQUÊNCIAS DO SISTEMA - SOLO 3							
NUM	$V_S$ (m/s)	RIGID. (KN/m)	FREQ(HZ)	NUM	$V_P$ (m/s)	RIGID. (KN/m)	FREQ(HZ)
1	800	9655453.62	<b>16.83</b>	2	1300	25496432.21	<b>27.34</b>
3	800	"	<b>50.48</b>	4	1300	"	<b>82.03</b>
5	800	"	<b>84.14</b>	7	1300	"	<b>136.72</b>
6	800	"	<b>117.79</b>	10	1300	"	<b>191.41</b>
8	800	"	<b>151.45</b>	11	1300	"	<b>246.10</b>
9	800	"	<b>185.10</b>	12	1300	"	<b>300.79</b>

Na Tabela 4.2 as frequências são numeradas em ordem crescente e são apresentados resultados para três tipos de solo, os quais estão caracterizados pelas suas velocidades  $V_S$  e  $V_P$ .

Levando em consideração um modelo simples de uma camada com um ângulo de incidência das ondas igual a  $0^\circ$ , sem acoplamento entre os movimentos segundo x e z e sem amortecimento, ver figura 4.6, podem-se calcular frequências e demonstrar o comportamento da função de transferência.

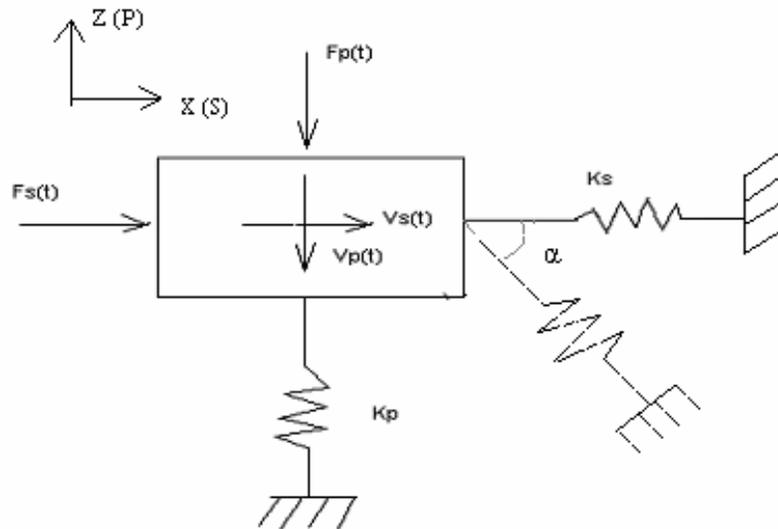
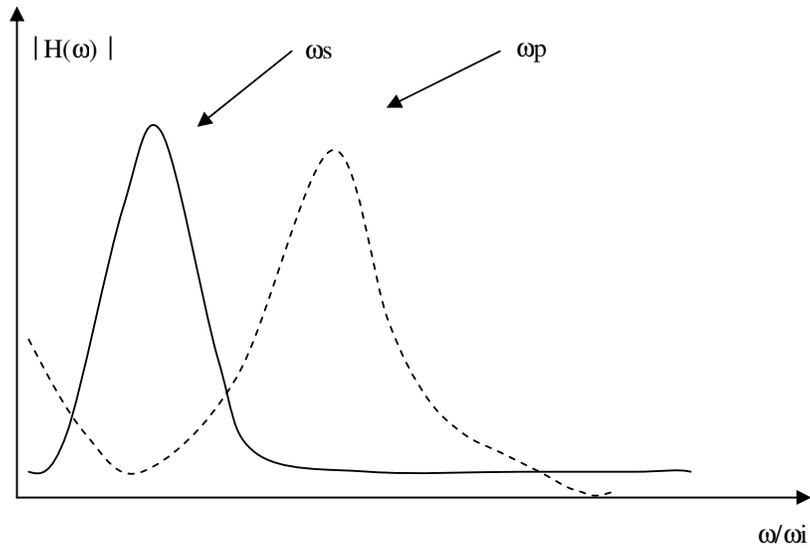


Figura 4.6 - Modelo simplificado de uma camada.

$$\begin{aligned}
 m \cdot \ddot{v}_p + K_p \cdot \dot{v}_p &= F_p(t) \\
 m \cdot \ddot{v}_s + K_s \cdot \dot{v}_s &= F_s(t)
 \end{aligned}
 \quad \rightarrow \quad
 \begin{aligned}
 \omega_{0p}^2 &= \frac{K_p}{m}; \omega_{0s}^2 = \frac{K_s}{m} \\
 \omega_{0p} > \omega_{0s}; \frac{K_p}{K_s} &= \frac{E}{G} = 2(1 + \nu)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \rightarrow \quad H(\omega)_p &\rightarrow \frac{1}{K_p \cdot (1 - \beta_p^2)} \\
 H(\omega)_s &\rightarrow \frac{1}{K_s \cdot (1 - \beta_s^2)}
 \end{aligned}
 \quad \therefore \quad \omega_{0p} = \omega_{0s} \cdot \sqrt{\frac{K_p}{K_s}} = \omega_{0s} \cdot \sqrt{2 \cdot (1 + \nu)}$$



**Figura 4.7** - Funções de transferência para o sistema simplificado de uma camada.

A Figura 4.7 demonstra a configuração das funções de transferências para a onda P, atuando na direção Z, e SV, atuando na direção X. As localizações dos picos indicam as frequências naturais correspondentes para cada direção.

## 5 Definição da composição das características do campo-livre

### 5.1. Estratégia

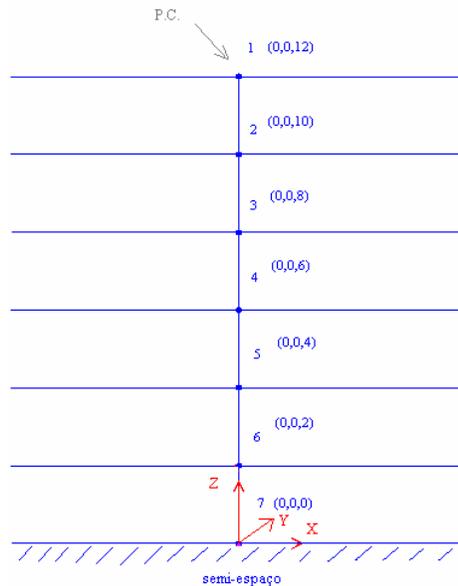


Figura 5.1 – Modelo da vertical do ponto de controle utilizado para as leituras

Tem-se como objetivo principal a identificação cinemática do terreno no campo livre em função das variáveis que o caracterizam, ou seja, da natureza própria do terreno, dos tipos das ondas e dos ângulos de incidência das mesmas, da localização do ponto de controle e da definição do semi-espaço. Como indicadores principais, são analisadas funções de transferência de acelerações do terreno do ponto de controle para vários outros pontos nas direções vertical e horizontal do campo-livre. Após esse estudo, avaliam-se as modificações causadas pela presença de uma estrutura para evidenciar o nível da sua interação com o terreno.

O módulo SITE disponibiliza a configuração cinemática do terreno na vertical do ponto de controle, ver Figura 5.1, nas frequências de análise; a partir

dessas configurações, podem-se analisar as variações no campo-livre através da vertical do ponto de controle observando os resultados numéricos e gráficos. Todavia, as frequências do sistema não são fornecidas; para identificar essas frequências trabalha-se com funções de transferência, por serem curvas que representam o sistema sob a ação de um carregamento padrão, correspondendo à transposição de uma aceleração harmônica unitária do ponto de controle e na direção do movimento de controle para o ponto e direção em que se está solicitando a resposta.

Uma particularidade do programa é que a configuração cinemática do terreno, direção X, Y e Z, é normalizada, no SITE, na vertical do ponto de controle, a partir do ponto na superfície, e na direção X. Devido a isso, quando se usa onda P com  $\alpha = 0^\circ$ , e com movimento de controle segundo X, por exemplo, encontram-se resultados elevadíssimos em Z, já que a normalização torna unitária a amplitude do movimento segundo X do ponto de controle, enquanto que as amplitudes dominantes são na direção Z; para a onda SV encontram-se essas mesmas grandezas muito próximas de zero.

Daí a explicação porque o programa não fornece a função de transferência em X-X para a onda P,  $\alpha = 0^\circ$ , como também não o faz para o caso da onda SV, segundo a direção Z, com incidência também na vertical. Na fase de normalização surgem resultados numéricos de ordem muito elevada.

Outro aspecto interessante é o comportamento das funções de transferência. Para obtenção de gráficos bem comportados dessas funções, isto é, mostrando os mesmos picos de frequência nas funções de transferência de todas as camadas do terreno, é necessário, o movimento de controle segundo X e avaliar a resposta segundo Z, ou vice-versa.

Dessa maneira, adotam-se as seguintes atitudes e seleções para o prosseguimento do trabalho de visualização da solução do campo-livre:

- ✓ Situa-se o ponto de controle, preferencialmente, no topo da primeira camada e focalizam-se as configurações deformadas na vertical desse mesmo ponto;
- ✓ Utilizam-se funções de transferência para a identificação das frequências de vibração do sistema e, para esses valores, caracterizam-se as configurações das camadas do sistema, na vertical

do ponto de controle, que correspondem aos seus modos de aceleração;

- ✓ Para a determinação dessas frequências e respectivas configurações, a partir de funções de transferência mais bem comportadas, emprega-se movimento de controle segundo Z e observam-se as acelerações segundo X, ou emprega-se o movimento de controle segundo X e observam-se as acelerações segundo Z;
- ✓ Amortecimento para todos os tipos de solo e de onda,  $\xi = 0.07$ .

Assim, espera-se expandir o entendimento e a sensibilidade quanto à maneira de se trabalhar com o SASSI, para que se possa escolher a composição mais adequada de ondas de modo a se obterem melhores resultados.

## **5.2. Programa de ensaio**

### **5.2.1. Ondas de corpo (P, SV e SH)**

Em primeiro lugar, avalia-se a influência da natureza das ondas de corpo, P ou SV, e do ângulo de incidência das mesmas.

Estudam-se três tipos de solo, através de três pares de velocidades para ondas P e SV, e utilizando um mesmo semi-espaço. As características do modelo estão descritas na Tabela 5.1. A vertical do ponto de controle é feita coincidir como o eixo coordenado Z e se fazendo o plano X ou Y horizontal.

A seguir avalia-se o comportamento do campo-livre com a variação da distância  $x$ , do ponto de controle ao nó considerado. Varia-se essa coordenada de 125 em 125 m, até os 700 metros. Os movimentos tanto na direção  $x$  como em  $z$  são analisados somente para a onda P.

A análise da influência da onda SH é feita com os mesmos parâmetros de campo-livre apresentados na Tabela 5.1 com exceção do tipo de onda e da direção do movimento de controle que, para a onda SH, deve ser a direção Y.

**Tabela 5.1** – Parâmetros do campo-livre no modelo de sítio

Parâmetros de Campo Livre	Descrição
Velocidades características do terreno estratificado	V <sub>p</sub> = 2500 m/s    V <sub>s</sub> = 1600 m/s V <sub>p</sub> = 1900 m/s    V <sub>s</sub> = 1200 m/s V <sub>p</sub> = 1300 m/s    V <sub>s</sub> = 800 m/s
Velocidades características do semi-espaço	V <sub>p</sub> = 4000m/s    V <sub>s</sub> = 2500m/s
Massa específica	1,85 t/m <sup>3</sup>
Amortecimento associado à onda S( $\xi_{vs}$ )	0,07
Módulo de Elasticidade (E)	3,08 x 10 <sup>5</sup> KN/m <sup>2</sup>
Coefficiente de Poisson ( $\nu$ )	0,3
Amortecimento associado à onda P( $\xi_{vp}$ )	0,07
Espessura da camada de Terreno(h)	2,00 m
Número de camadas( $n_c$ )	6
Tipo de onda	P ou SV
Ângulo de incidência( $\alpha$ )	0°; 10°; 20°; 30°; 35°
Posição do ponto de controle (X <sub>PC</sub> ;Y <sub>PC</sub> )	(0;0)
Direção do movimento de controle (mc)	X ou Z

**5.2.2.****Ondas superficiais (R e L)**

Para a análise da influência da presença de ondas de Rayleigh(R) e Love(L) no desempenho do campo-livre, analisam-se os resultados obtidos de forma semelhante às ondas de corpo, agora para as equações definidoras das ondas superficiais.

Utilizam-se fatores de participação de 5% ou 20%, no intervalo de 0 a 4Hz, juntamente com ondas SV ou P, com conseqüente participação de 95% ou 80% das ondas de corpo. Estudo feito por Dalcanal (2004) sugere a participação das ondas superficiais até a frequência de 4Hz; e para frequências superiores adota-se 100% de ondas de corpo. Segundo Chen (1980) as ondas superficiais perdem a expressão além desse limite de frequência.

### 5.3. Apresentação e análise dos resultados

#### 5.3.1. Ondas de corpo (P, SV e SH)

O modelo inclui seis camadas de terreno sobre o semi-espaço, conseqüentemente têm-se 7 superfícies de camada incluída a do semi-espaço. O programa SASSI no módulo SITE faz a contagem das superfícies de cima para baixo, assim sendo, a vertical do ponto de controle aparece em primeiro lugar.

Desenvolvem-se os ensaios com o solo de velocidades  $V_p = 1300$  m/s e  $V_s = 800$  m/s por ser menos rígido e opta-se por um  $\Delta t$  de 0,005 segundos para o cálculo do passo da freqüência, o que leva a resultados de freqüência até 100Hz.

##### 5.3.1.1. Relação entre os resultados apresentados pelas ondas P e SV

###### ➤ Freqüências

O primeiro ponto a ser analisado é o valor das freqüências do sistema, obtidas através das funções de transferência, pois, existem diferenças na utilização de uma para outra onda, como demonstrado na tabela a seguir:

**Tabela 5.2** - Freqüências do sistema para o solo 3 para  $\alpha = 0,5^\circ$

Freqüência	DIREÇÃO	Onda P	Onda SV	Referência
Nº		Freq.(Hz)	Freq.(Hz)	Freq.(Hz)
1ª	Z-X	16,41	16,89	16,83
2ª	X-Z	27,25	28,32	27,34
3ª	Z-X	50,10	51,17	50,48
4ª	X-Z	70,02	81,45	82,03
5ª	Z-X	83,01	----	84,14
6ª	X-Z	96,29	----	117,79

De um modo geral as freqüências encontradas para as ondas de corpo têm valores semelhantes e muito próximos às freqüências de referência, entretanto constata-se os seguintes efeitos:

- ✓ A quarta frequência do sistema, avaliada pela onda P, demonstra uma disparidade sensível chegando até 14% de diferença em relação à onda SV, contudo a frequência encontrada utilizando a onda SV tem aproximadamente o mesmo resultado fornecido pela frequência de referência.
- ✓ Para a quinta frequência o resultado apresentado pela onda P é praticamente igual ao da frequência de referência e a onda SV não demonstra resultados próximo a 100 Hz. Para a sexta frequência do sistema observa-se que a onda P afasta-se bastante da frequência de referência demonstrando uma diferença de 18.25%, já a onda SV não apresenta resultado para essa frequência visto que a análise das frequências no SASSI é programada até 100 Hz. Para o ângulo de  $0,5^\circ$  observa-se que os resultados da onda SV tendem a ser maiores que os fornecidos pela onda P e se aproximam mais das frequências de referência. Também se observa, na Tabela 5.2, que a diferença entre os resultados apresentados pelas ondas de corpo tendem a crescer com o aumento do valor da frequência.

A seguir é demonstrada mais uma tabela com as frequências produzidas

do movimento Z, já para a onda P é o movimento de controle em Z e a direção de movimento em X, consoante com observação anterior.

A Tabela 5.4 apresenta os resultados encontrados utilizando  $35^\circ$  como ângulo de incidência.

**Tabela 5.4** - Frequências do sistema para o solo 3 para  $\alpha = 35^\circ$

Frequência	DIREÇÃO	Onda P	Onda SV	Referência
N <sup>o</sup>		Freq.(Hz)	Freq.(Hz)	Freq.(Hz)
1 <sup>a</sup>	Z-X	16,309	15,309	16,83
2 <sup>a</sup>	X-Z	27,44	28,906	27,34
3 <sup>a</sup>	Z-X	50,976	52,344	50,48
4 <sup>a</sup>	X-Z	71,387	74,023	82,03
5 <sup>a</sup>	Z-X	83,789	83,496	84,14
6 <sup>a</sup>	X-Z	96,582	96,582	117,79

De maneira geral, as frequências fornecidas pelas ondas de corpo possuem valores semelhantes aos das frequências de referência; a diferença existente entre os valores das ondas de corpo tende a diminuir com o aumento do ângulo de incidência das ondas e, para frequências próximas a 100 Hz, seus valores se afastam da frequência de referência. Conclui-se então que nas frequências correspondentes à direção Z, utilizando ângulos maiores, ou seja, próximos ao ângulo crítico, ocorrem maiores alterações nas frequências (observe a 4<sup>a</sup> e 6<sup>a</sup> frequência da tabela acima). Sabe-se que a equação utilizada para solucionar a propagação da onda é a mesma para as duas ondas, no entanto a velocidade de propagação da onda que é utilizada é diferente, levando a um número de onda diferente para a mesma frequência do sistema. Esses parâmetros levam a obter frequências diferentes pela aproximação dos resultados, como também a forma de propagação da onda, pois, a onda SV se propaga por cisalhamento e a onda P por dilatação. E, a disparidade encontrada na sexta frequência do sistema, demonstra que o ângulo de inclinação da onda pode realmente interferir na frequência natural do sistema devido ao acoplamento existente dentro das propriedades do solo e que, com um valor do ângulo  $\alpha$  em torno dos  $35^\circ$  esse acoplamento existente é despertado.

Um dos principais pontos que influenciam nas diferenças de resultado da onda P para a onda SV é o número de onda k, pois, quanto menor a velocidade de propagação no terreno maior é o k, isso explica porque, para ângulos pequenos, a

onda SV apresenta resultados sempre maiores que a onda P. A crescente diferença existente entre os resultados apresentados pela onda P e SV para pequenos ângulos é devido ao ângulo de incidência da onda, pois, a diferença entre o seno e o cosseno do ângulo é muito grande. E quando se aumenta o ângulo de incidência, esta diferença diminui bastante, pois, próximo a  $45^\circ$  o seno e o cosseno são os mesmos.

Estes resultados mostram que o ângulo de incidência altera as frequências do sistema, principalmente para frequências altas, pois, na frequência fundamental a variação é pequena e, a escolha da onda de corpo também influencia bastante nos resultados.

### ➤ Modos de vibração nas frequências do sistema

São apresentados nesta seção os modos de vibração fornecidos pelas ondas P e SV com a variação do ângulo e da frequência. Tais configurações seguem os aspectos gerais já identificados em outros sistemas estruturais.

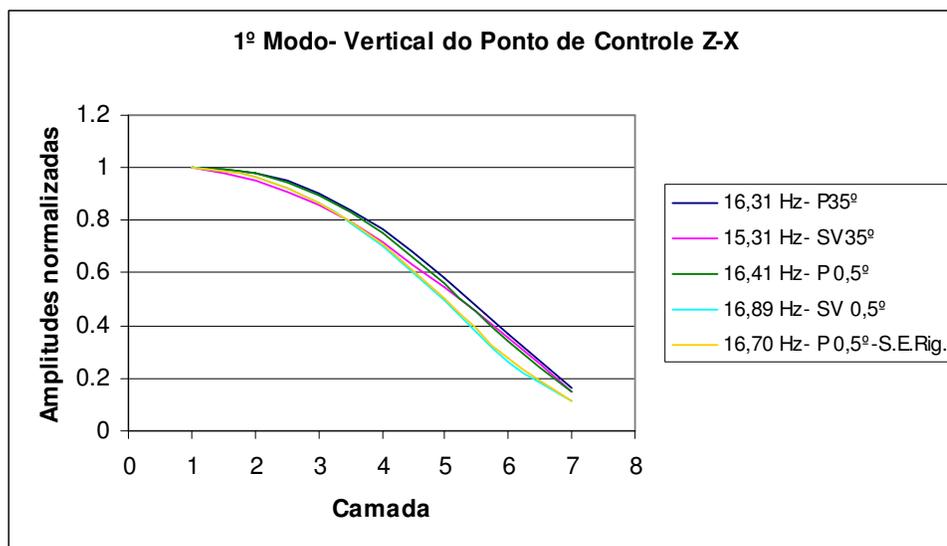


Figura 5.2 - 1º modo, vertical do ponto de controle, movimento de controle Z-X, solo 3.

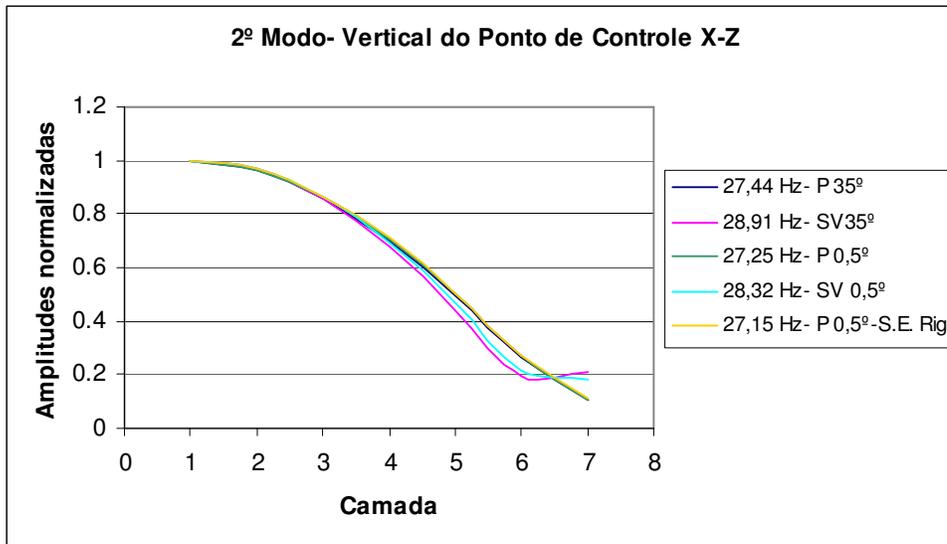


Figura 5.3 - 2º modo, vertical do ponto de controle, movimento de controle X-Z, solo 3.

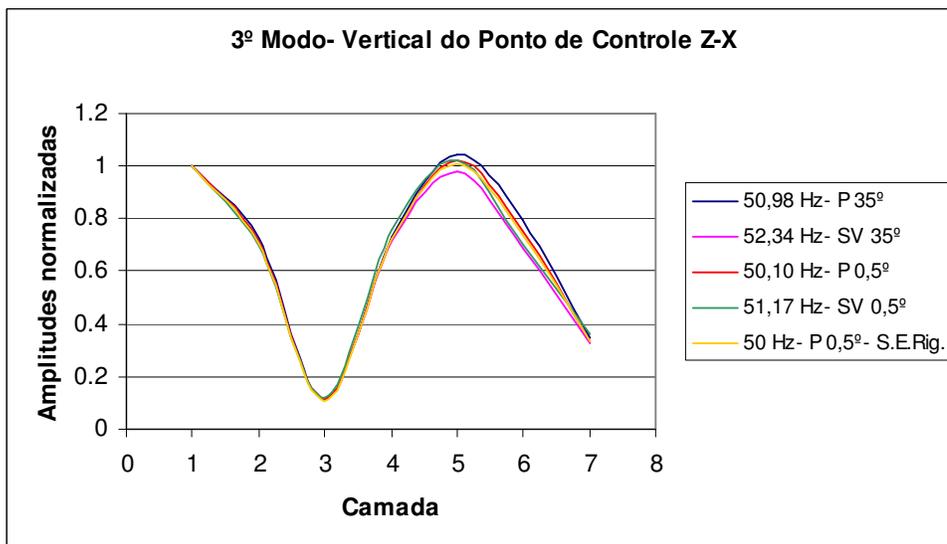


Figura 5.4 - 3º modo, vertical do ponto de controle, movimento de controle Z-X, solo 3.

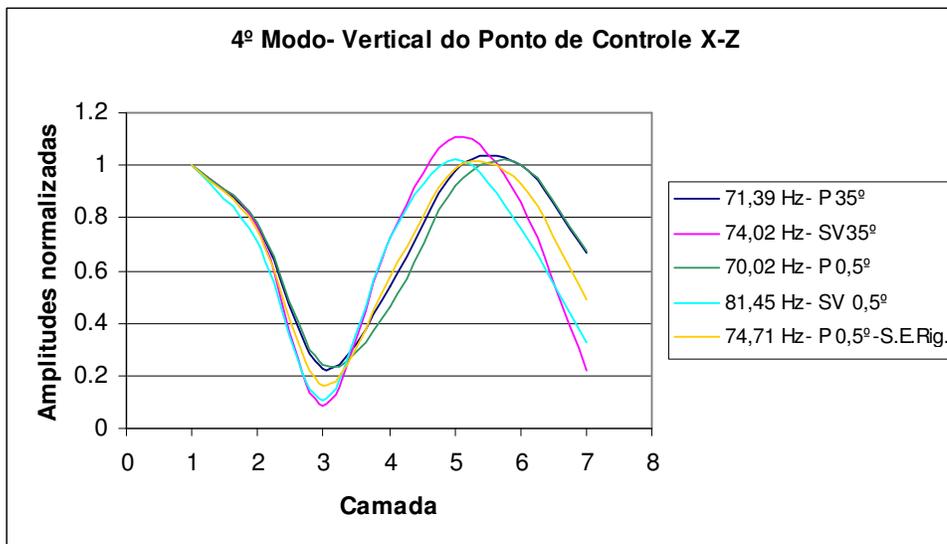


Figura 5.5- 4º modo, vertical do ponto de controle, movimento de controle X-Z, solo 3.

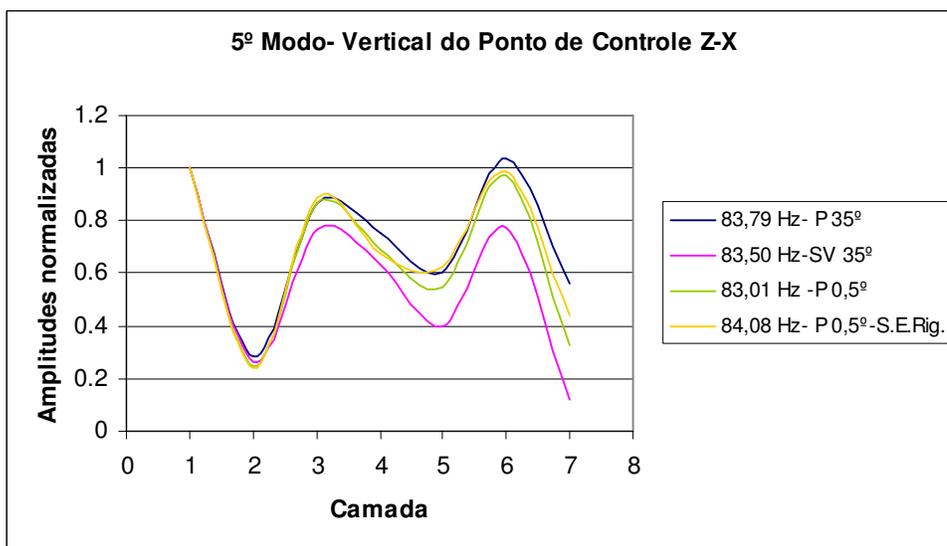


Figura 5.6 - 5º modo, vertical do ponto de controle, movimento de controle Z-X, solo 3.

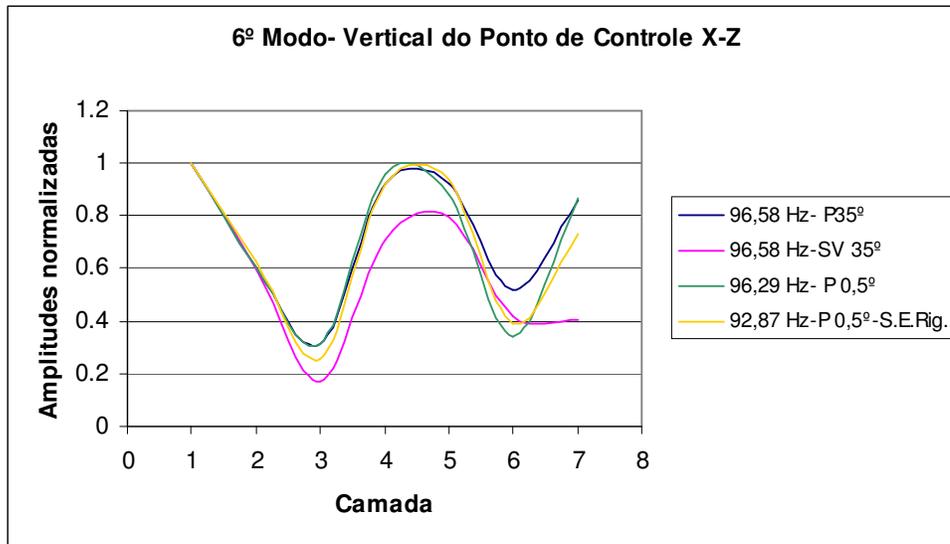


Figura 5.7 - 6º modo, vertical do ponto de controle, movimento de controle X-Z, solo 3.

Estas figuras demonstram que mesmo variando o ângulo  $\alpha$ , os modos dados pelas respectivas ondas são praticamente os mesmos; existe uma pequena diferença entre os modos fornecidos pelas ondas SV e P. Os modos fornecidos pelo SASSI 2000 são sempre positivos, pois o mesmo fornece os valores em módulo. Utilizando-se um semi-espço bastante rígido ocorre uma pequena variação da frequência e o modo tende a apresentar resultados na média dos modos anteriormente fornecidos pelas ondas, mas, a configuração permanece a mesma. As Figuras 5.6 e 5.7 não apresentam modos para a onda SV a  $0,5^\circ$  como foi apresentado no estudo das frequências.

Mesmo alterando as velocidades de propagação no semi-espço não ocorrem alterações significativas nas frequências, isso porque no Programa SASSI2000 quando se alteram as velocidades do semi-espço, altera-se apenas o  $k$ , o elemento responsável pela excitação na Equação (4.1), ou seja, não ocorrem alterações nas condições de contorno.

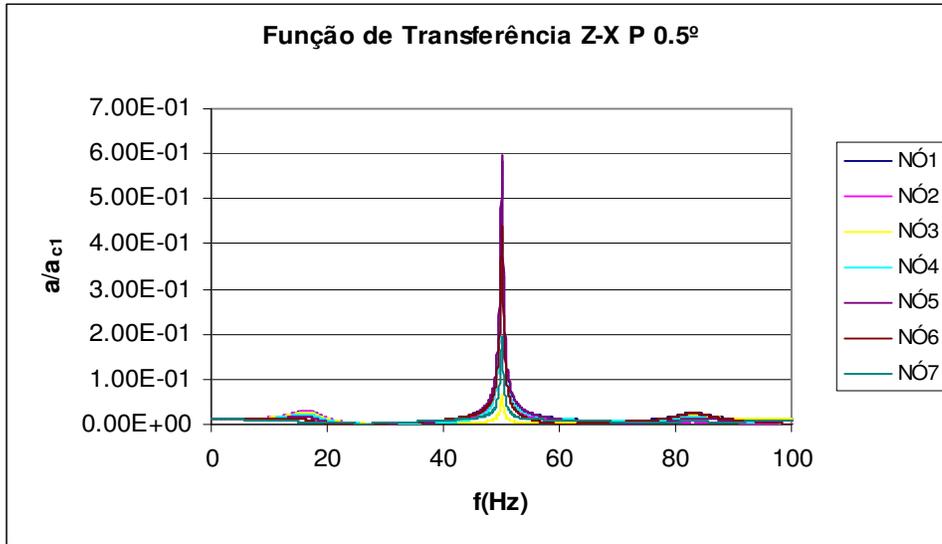
Os modos correspondentes às direções X-X e Z-Z apresentam as mesmas configurações que as direções X-Z e Z-X respectivamente.

A seguir é analisado o comportamento das funções de transferência de acelerações, a partir do ponto e da direção de controle, para as diversas camadas (nós) do campo-livre, com a variação do ângulo de incidência  $\alpha$ .

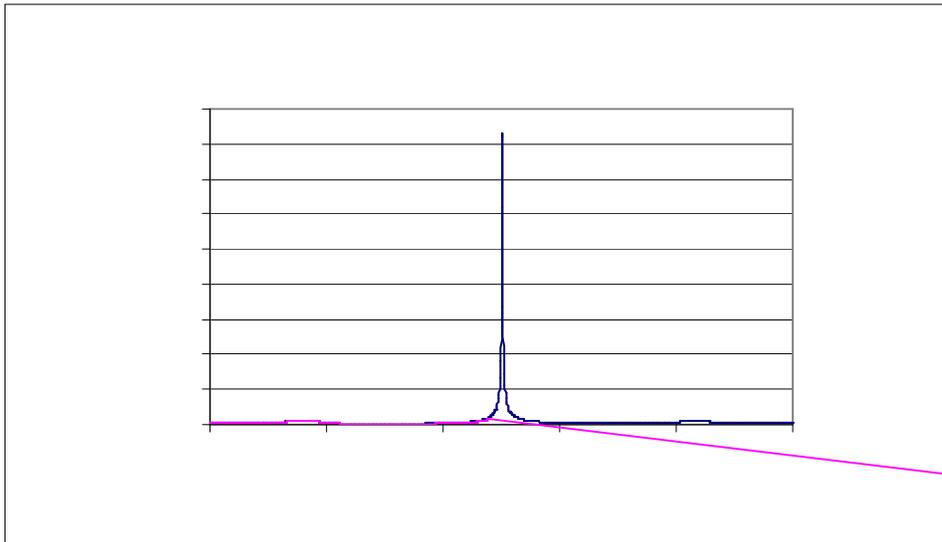
# ecvlt-2279.728m.40381i

## ➤ Análise das funções de transferência - Ondas P e SV

As Figuras 5.8 a 5.12 mostram a amplitude segundo X das funções de transferência, para o caso da onda P, ponto de controle na primeira camada, direção de controle, Z, e solda.31915()-u(m)-9.23319()-215()-u(m)-2.80762(s)-4.61789()-4.617890a)-2.80



**Figura 5.8** - Função de Transferência, movimento de controle Z-X, onda P,  $\alpha = 0.5^\circ$ , solo 3.



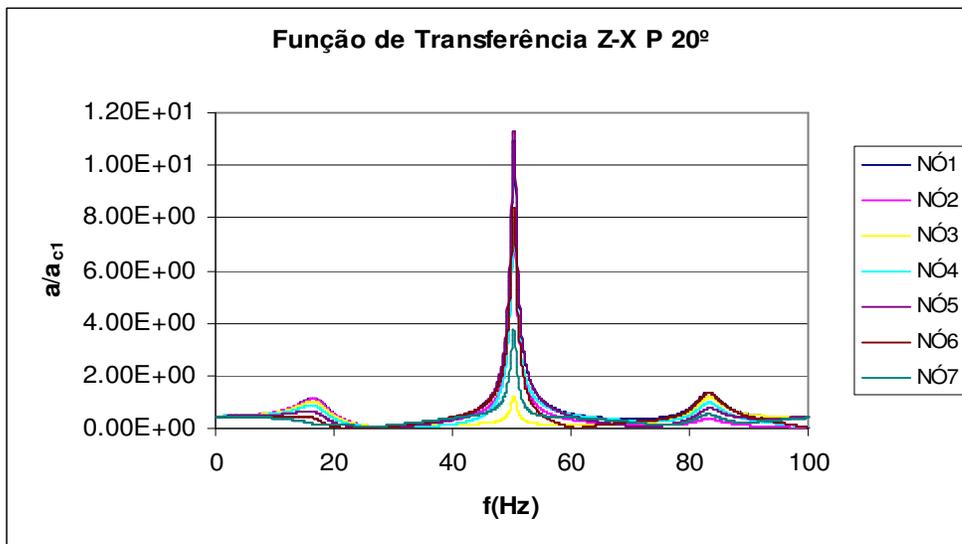


Figura 5.10 - Função de Transferência, movimento de controle Z-X, onda P,  $\alpha = 20^\circ$ , solo 3.

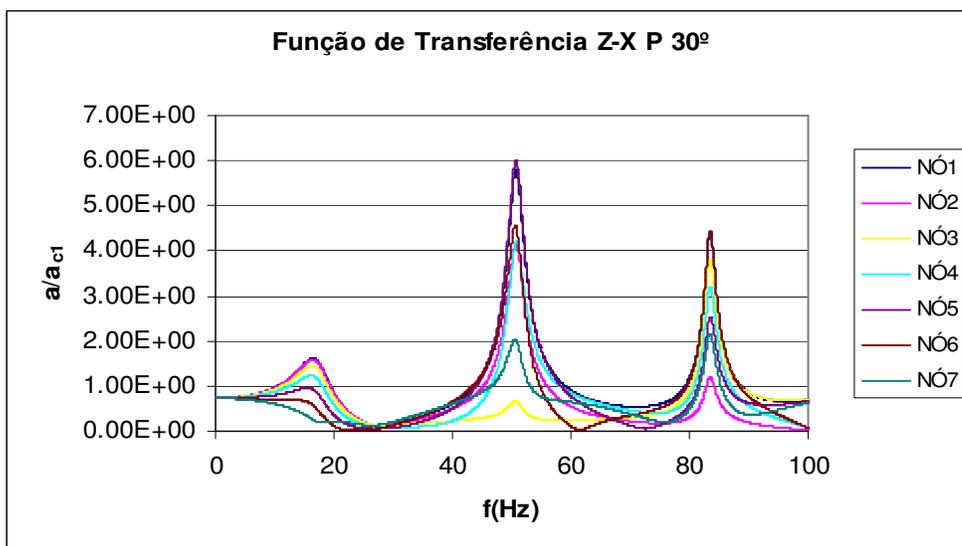
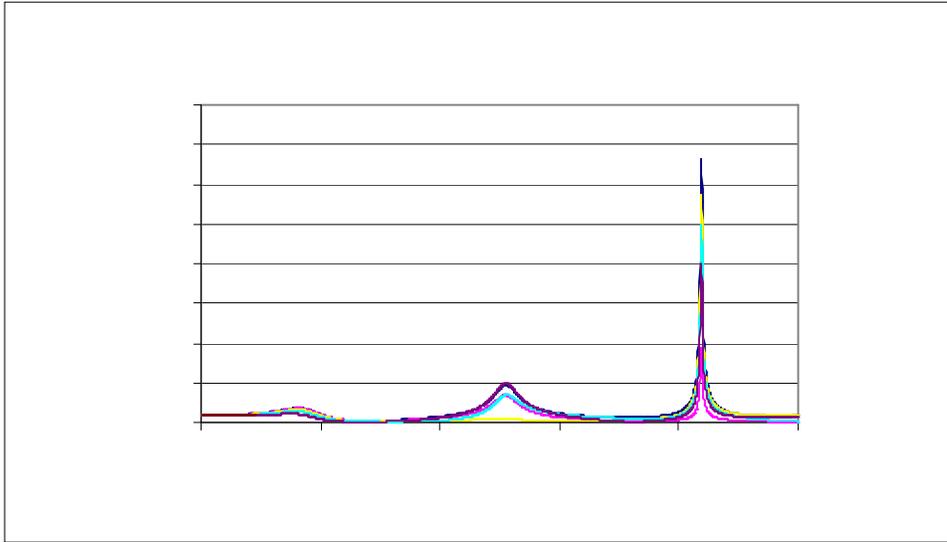


Figura 5.11 - Função de Transferência, movimento de controle Z-X, onda P,  $\alpha = 30^\circ$ , solo 3.



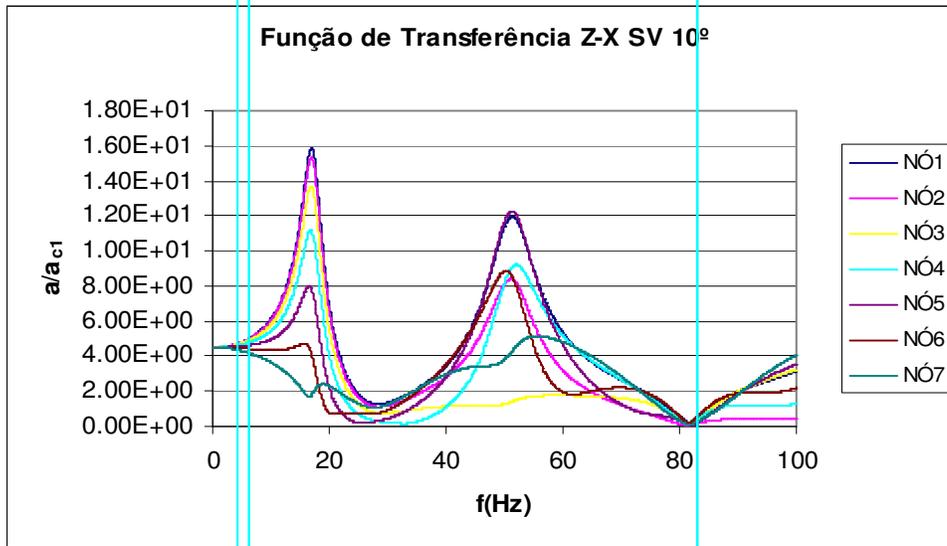
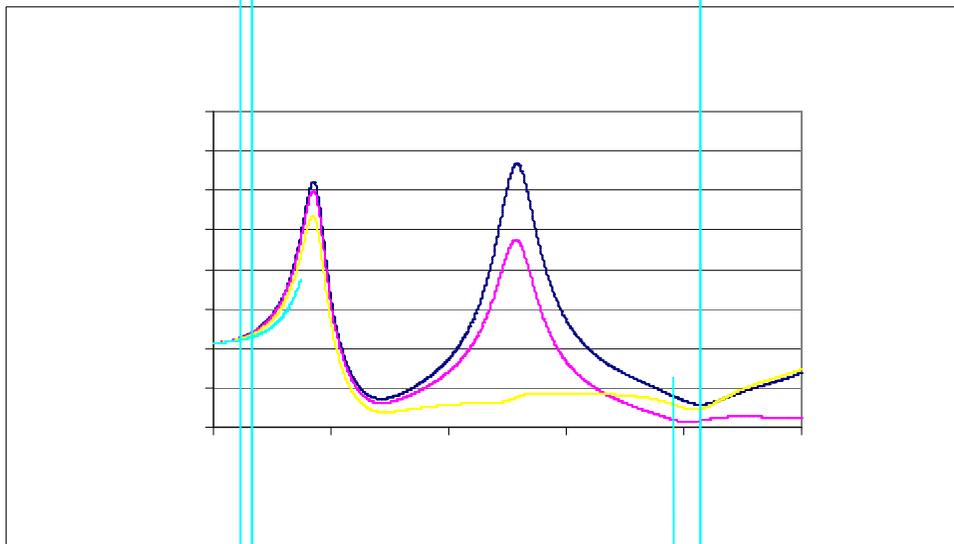


Figura 5.14 - Função de Transferência, movimento de controle Z-X, onda SV,  $\alpha = 10^\circ$ , solo 3.



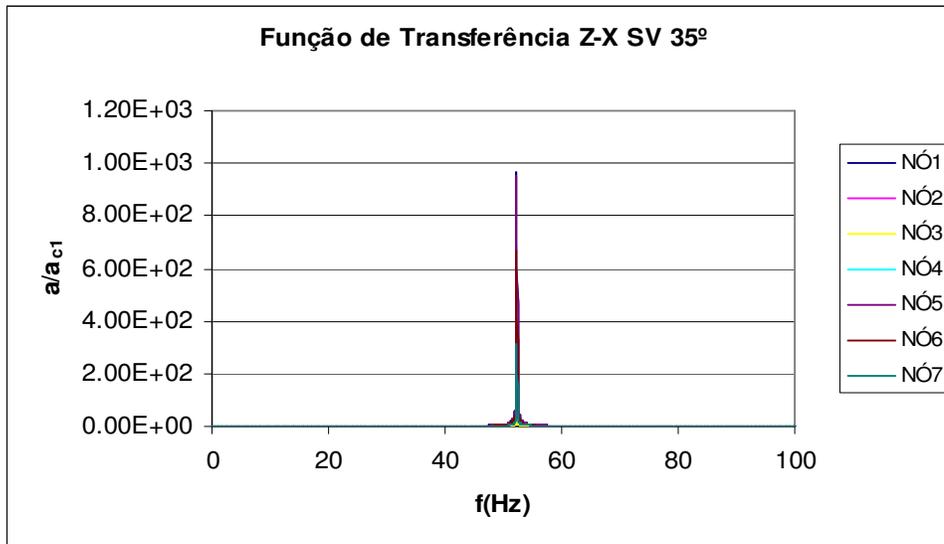
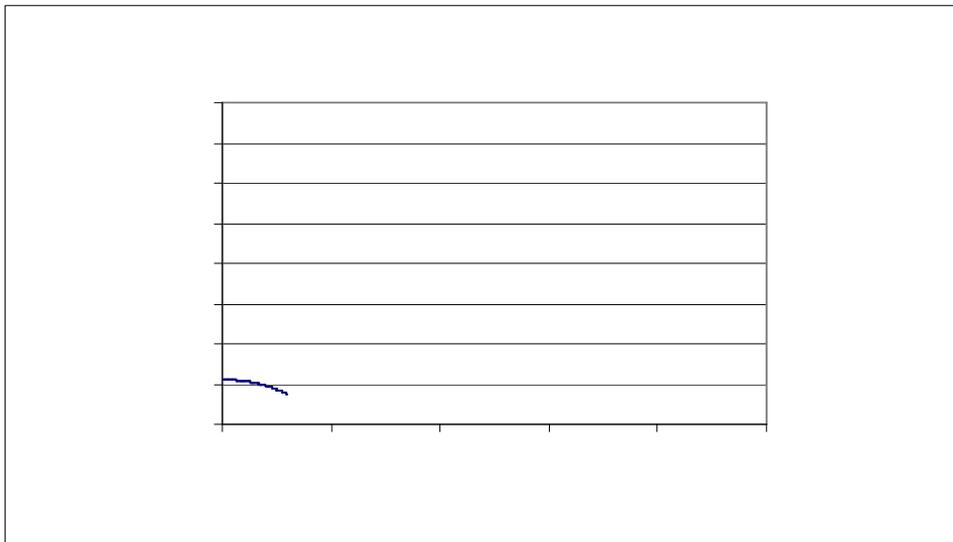


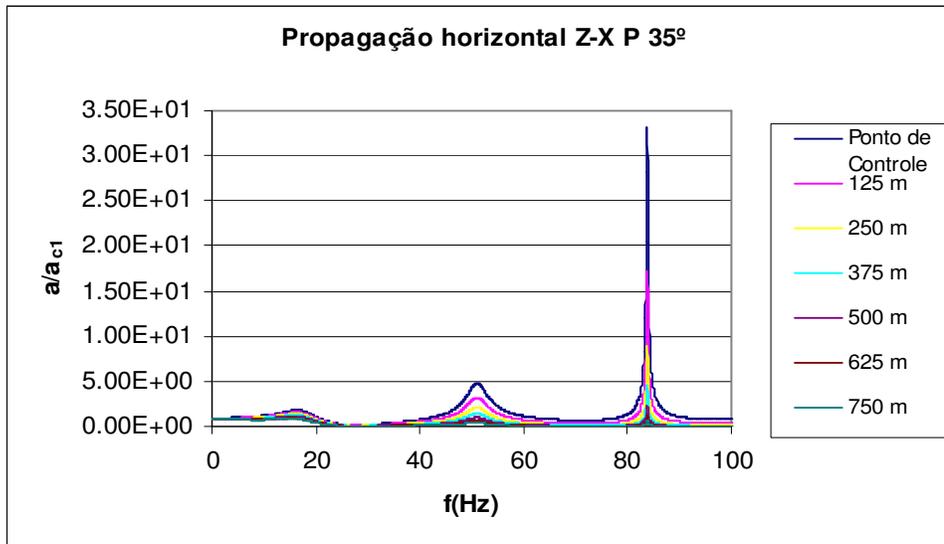
Figura 5.16 - Função de Transferência, movimento de controle Z-X, onda SV,  $\alpha = 35^\circ$ , solo 3.

### ➤ Propagação horizontal nas frequências do sistema

Para esta análise é adotada somente uma onda, a P, pois, o efeito da propagação no campo-livre somente leva em consideração uma exponencial, Equação (4.2).

Foram adotadas distâncias de 125 m entre um nó e outro. As Figuras apresentadas nesta seção demonstram a propagação horizontal para um nó na superfície do modelo.

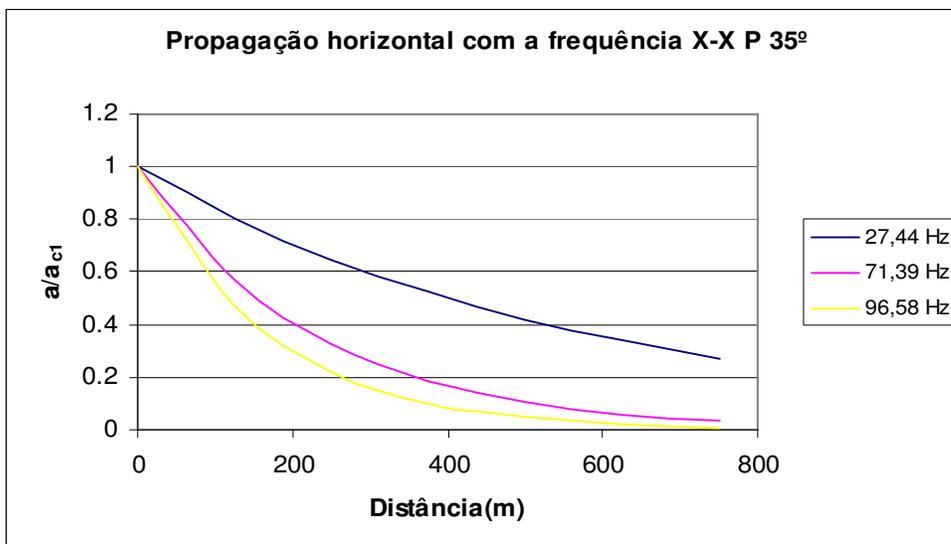




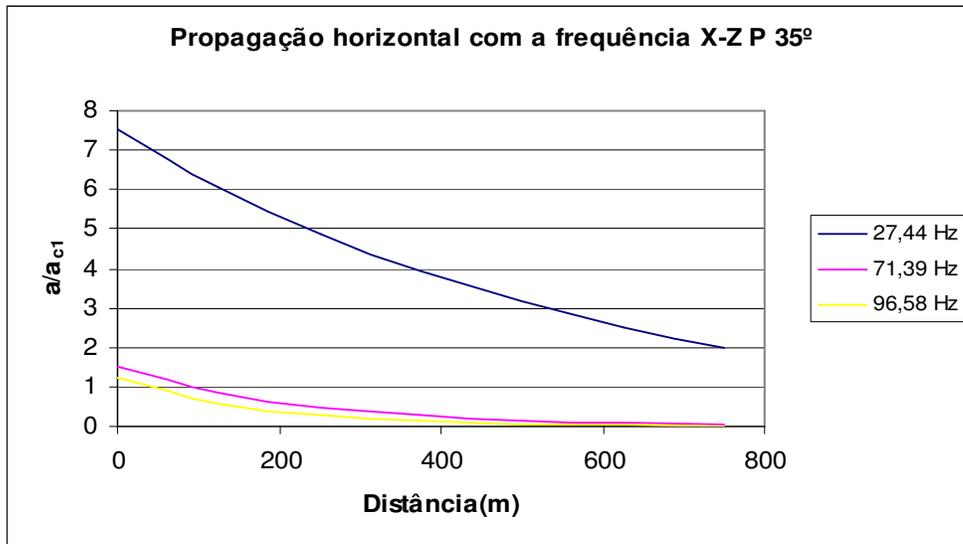
**Figura 5.18** - Função de Transferência, propagação horizontal na superfície a cada 125 m, movimento de controle Z-X, onda P,  $\alpha = 35^\circ$ , solo 3.

As Figuras 5.17 e 5.18 mostram que com a distância as frequências do sistema permanecem as mesmas e ocorrem apenas diminuições nas amplitudes, tanto na direção X como também na direção Z, como se esperava.

Agora são visualizadas curvas exponenciais para as frequências fornecidas pela Função de Transferência para o movimento de controle nas direções X-X e X-Z, Figuras 5.19 e 5.20.



**Figura 5.19** - Propagação horizontal com a frequência a cada 125 m, movimento de controle X-X, onda P,  $\alpha = 35^\circ$ , solo 3.



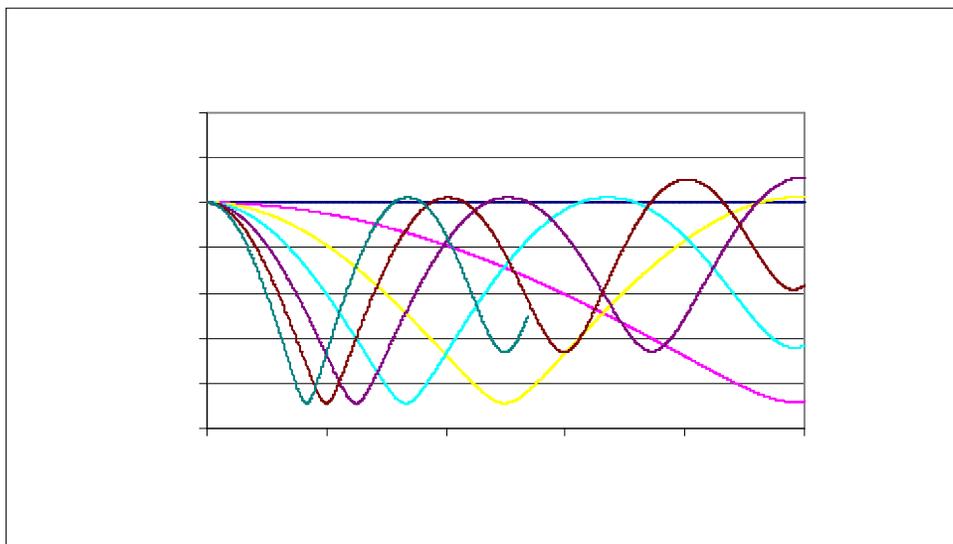
**Figura 5.20** - Propagação horizontal com a frequência a cada 125 m, movimento de controle X-Z, onda P,  $\alpha = 35^\circ$ , solo 3.

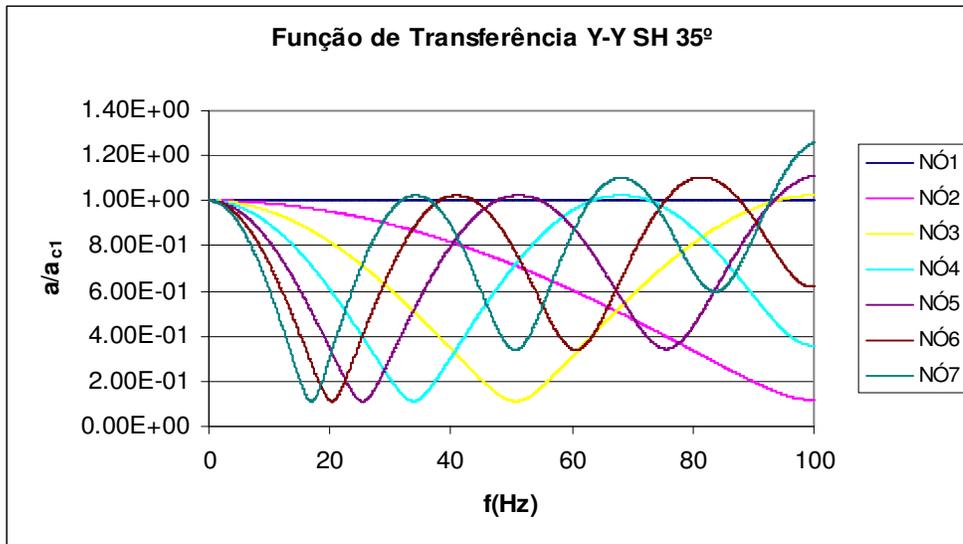
Pode-se observar, ver Figura 5.19, que todas as curvas partem de um mesmo valor, no entanto, a exponencial possui curvaturas diferentes; o fator responsável por esse resultado é o número de onda  $k$ , pois, quanto maior o seu valor, maior é o decaimento, ver equação (4.2). A Figura 5.20 demonstra as diferenças existentes nas amplitudes devido à frequência, pois, nesta direção, os resultados são normalizados pela 1ª camada na direção X-X.

$$\{U(x)\} = \delta\{U\} \exp(-ikx) \quad (4.2)$$

### 5.3.1.2. Onda SH

São analisados os valores das frequências do sistema e as configurações dos modos correspondentes; para isso escolhem-se três ângulos de incidência,  $0,5^\circ$ ,  $10^\circ$  e  $35^\circ$ , ver Figuras 5.21 a 5.23.





**Figura 5.23** - Funções de transferência , movimento de controle Y-Y, onda SH,  $\alpha = 35^\circ$ , solo 3.

Pode-se observar, através das figuras, que ocorre uma grande variação na vertical do ponto de controle, pois, tomando como base a primeira superfície de camada, nó 1, as outras superfícies possuem funções de transferência totalmente diferentes, sem indicarem valores extremos em frequências coincidentes. Conclui-se também que através da variação do ângulo de incidência da onda não ocorrem alterações expressivas nas funções de transferência, ou seja, o ângulo  $\alpha$  interfere muito pouco nos resultados obtidos na direção Y. Outro fato relevante é que a função de transferência fornecida pela onda SV em um ângulo de incidência de  $0,5^\circ$ , ver Figura 5.24, mostra o mesmo resultado das figuras observadas anteriormente; isso comprova a semelhança entre essas ondas para ângulos próximos a  $0^\circ$ , pois, para maiores valores de ângulos de incidência a onda SV produz ondas P refletidas e refratadas modificando os resultados das funções de transferências. Entretanto, a onda SH somente produz onda SH e isso é comprovado pelo resultado obtido quando se varia o ângulo  $\alpha$ .

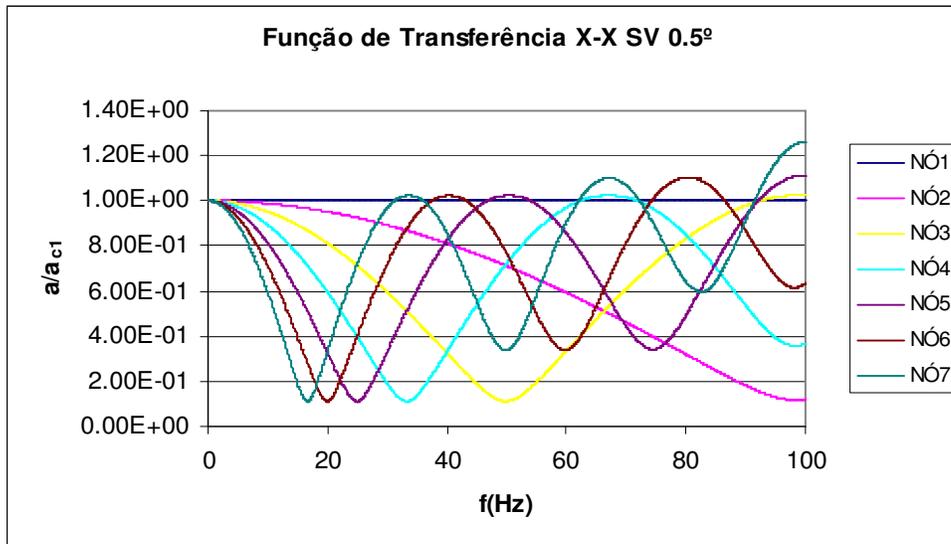


Figura 5.24 - Funções de transferência , movimento de controle X-X, onda SV,  $\alpha = 0,5^\circ$ , solo 3.

### ➤ Modos de vibração - SH

São apresentadas nesta seção, as configurações dos modos da onda SH em frequências fornecidas pela onda SV a  $0,5^\circ$ :

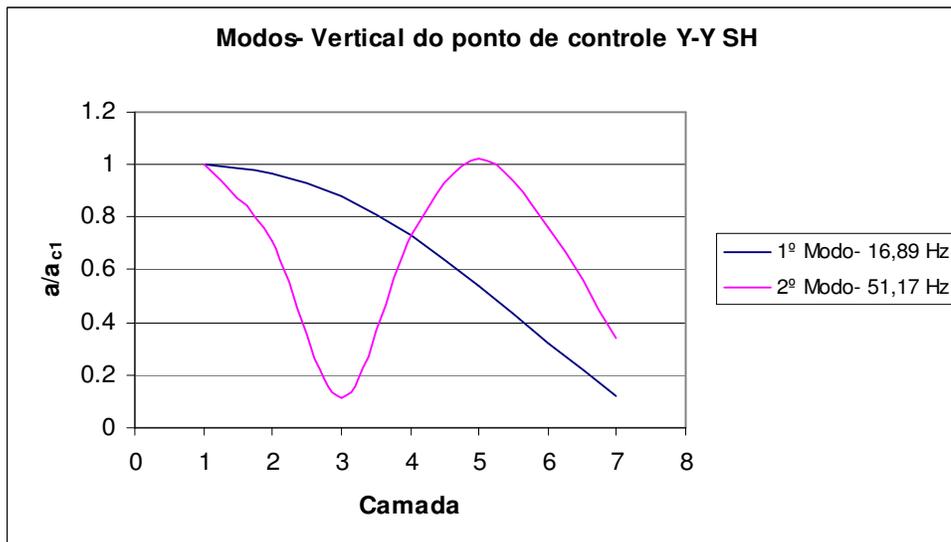


Figura 5.25 - Modos, vertical do ponto de controle, movimento de controle Y-Y, onda SH,  $\alpha = 0,5^\circ$ , solo 3.

Os resultados obtidos da Figura 5.25 demonstram os mesmos modos apresentados pela onda SV, ver Figuras 5.2 e 5.4.

A utilização desse tipo de onda é interessante em problemas axissimétricos, uma vez que se obtém as respostas fora do plano.

### **5.3.2. Ondas de superfície (Rayleigh e Love)**

#### **5.3.2.1. Ondas Rayleigh**

Admitindo uma onda plana com movimentos harmônicos simples no plano X-Z e que somente se propaga na direção X, e que a amplitude desse movimento decresce assintoticamente com a profundidade Z, essas ondas recebem o nome do seu primeiro estudioso, Lord Rayleigh (1885).

As ondas Rayleigh atenuam rapidamente com a profundidade. A solução correspondente a esta definição deve ser derivada das equações gerais do movimento para ondas propagando-se em duas dimensões. A trajetória de uma partícula movendo-se em uma onda Rayleigh é elíptica e, a magnitude e direção do movimento elíptico dependem da profundidade. O maior efeito causado pelo amortecimento é que essas ondas Rayleigh decaem exponencialmente quando se propagarem na direção X. O fator de decaimento é, aproximadamente,  $\exp(-2\pi\xi)$  por comprimento de onda na direção X.

Para encontrar uma formulação para este tipo de onda é necessária uma teoria baseada em um complicado problema não-linear de autovalor. A solução para esse problema envolve sérias dificuldades numéricas.

Através da equação da onda Rayleigh podem-se determinar  $2n$  fatores de participação modal. Esses, em princípio, podem ser determinados por  $2n$  condições de contorno. Porém, em um usual problema de resposta do site, ou seja, somente um movimento de controle e, conseqüentemente, um único deslocamento conhecido para cada frequência, não é possível determinar o movimento geral. A solução particular pode ser obtida se assumido que o movimento produz, no ponto de controle, somente um modo fundamental. Isso é uma aproximação lógica desde que o modo fundamental, fornecido pela onda Rayleigh existente no site, tenha a maior contribuição no movimento.

Através da análise do modo fundamental na solução da equação, tem-se a frequência do modo fundamental, e, após essa frequência o resultado das acelerações decaem rapidamente; então, adota-se a frequência de 4Hz como limite para atuação das ondas Rayleigh nas frequências de análise, devido à potência que essa onda apresenta em sua densidade espectral.

Na análise da onda superficial de Rayleigh, são utilizados resultados fornecidos pela Equação (4.4), mostrando os modos fundamentais para o solo em estudo, no gráfico seguinte é demonstrado esses resultados.

$$([A]k^2 + i[B]k + [G] - \omega^2[M]) \cdot \{W\} = \{0\} \quad (4.4)$$

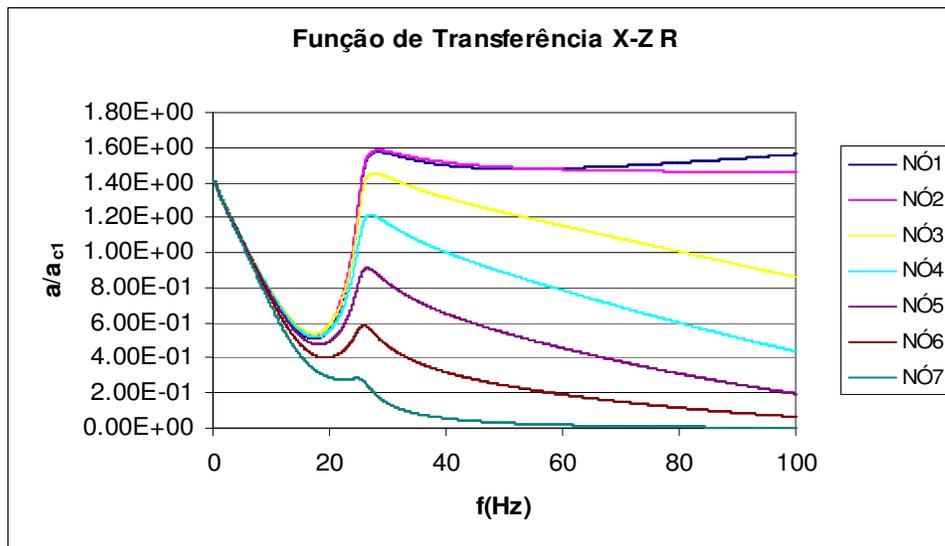
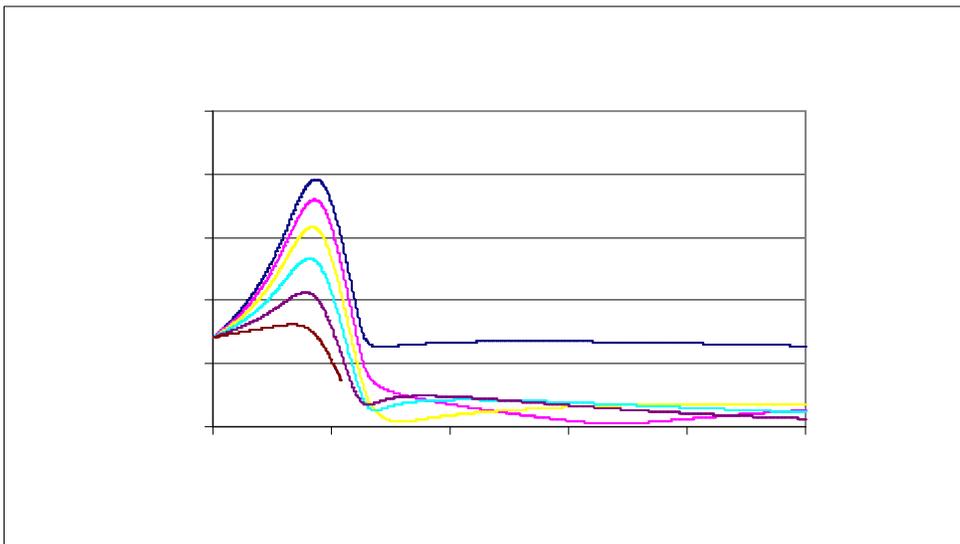
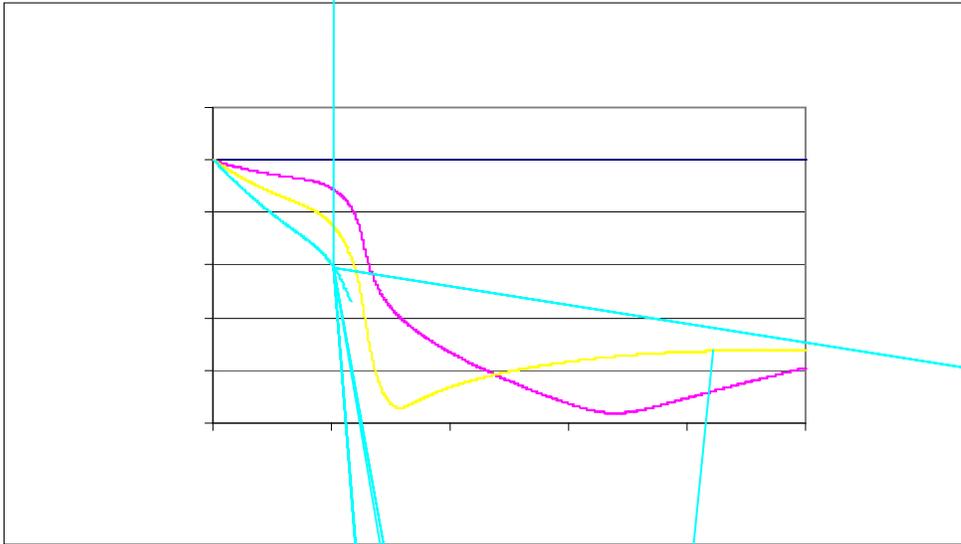


Figura 5.26- Função de Transferência, movimento de controle X-Z, onda R, solo 3.



Os modos em cada direção são apresentados e verifica-se que a equação em estudo produz somente um modo para cada direção correspondente.

As frequências que definem os modos fundamentais para as direções X-Z, 28,22 Hz e Z-X, 17,38 Hz, têm os seus valores próximos às frequências de referência, 27,34 Hz e 16,83Hz. Com estas Figuras, 5.26 e 5.27, pode-se inferir que realmente para as ondas Rayleigh o modo fundamental é preponderante sobre os outros modos.



As Figuras 5.28 e 5.29 mostram a dispersão que ocorre ao se utilizarem ondas Rayleigh, tanto com a variação da frequência como em profundidade, pois, quanto mais próximo ao semi-espaço maior é a dispersão.

Na Figura 5.29, são apresentados os modos fundamentais da onda Rayleigh nas direções X-Z e Z-X, em comparação com os modos apresentados pela onda P. Analisam-se também os resultados das frequências.

todos os casos, para maiores valores de seu fator de participação as respostas do campo-livre apresentam singularidades sem uma aparente conexão lógica. Em consequência, concordando com o que está escrito no manual do SASSI 2000, o fator de participação das ondas R convém ser mantido pequeno  $\leq 10\%$ .

#### **5.3.2.2.**

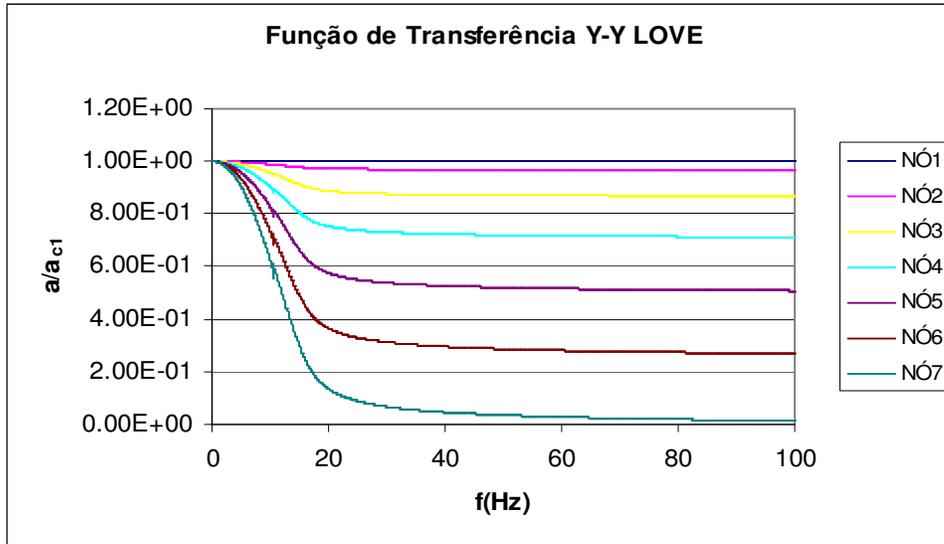


Figura 5.31 - Função de Transferência, movimento de controle Y-Y, onda R, solo 3.

#### **5.4. Conclusões parciais (terreno – campo-livre)**

O comportamento geral da solução do campo-livre é influenciado pela composição desse campo, natureza e ângulo de incidência das ondas de corpo e

$k$  depende da frequência de modo proporcional. E, com o aumento da distância, não ocorrem alterações nas frequências do sistema.

A onda SH possui a mesma resposta da onda SV para um ângulo de  $0^\circ$  na direção X-X. As respostas na direção Y demonstram o cisalhamento entre as camadas na vertical do ponto de controle. A onda SH não define frequências e os modos definidos nas frequências da onda SV são semelhantes.

As ondas Rayleigh apresentam um modo preponderante, e o valor da frequência é próximo aos valores apresentados pelas ondas de corpo. O modo é praticamente o mesmo apresentado pelas ondas de corpo e apresenta uma curva assintótica à superfície.

A participação da onda de Love dá-se preponderantemente sobre a superfície para qualquer frequência do sistema, pois, quanto mais próximo do semi-espaço menores são os resultados encontrados. Todos os exemplos mostram apenas um modo para qualquer frequência.

## 6 Análise da interação solo estrutura

### 6.1. Estratégia

A estrutura definida para esta análise possui três pavimentos, é isosimétrica segundo dois planos verticais, possui área superficial em planta de 36 m<sup>2</sup>, área lateral de 144 m<sup>2</sup>, possui 152 barras horizontais e verticais interligadas por 68 nós e, cada barra com 2 metros de comprimento. O procedimento adotado para essa análise consiste: instalar a estrutura superficialmente no site em estudo e, depois, fazer o enterramento pavimento por pavimento. O ponto de controle está sempre localizado na superfície da primeira camada do solo, e exatamente na vertical do centro da estrutura, através de barras que se cruzam fornecendo pontos definidos para a localização do mesmo, ver Figura 6.1. As avaliações apresentadas têm como principal protagonista a vertical do ponto de controle e identificam as variações causadas nas frequências, modos de vibração e a propagação com a distância; e fornecem, desse modo, resultados para uma análise comparativa antes e depois da inserção da estrutura no campo livre.

Através do programa SAP2000 são feitas análises das frequências e modos da estrutura servindo de referência para o comportamento da mesma, ver Figura 6.2.

A estrutura possui as seguintes propriedades:

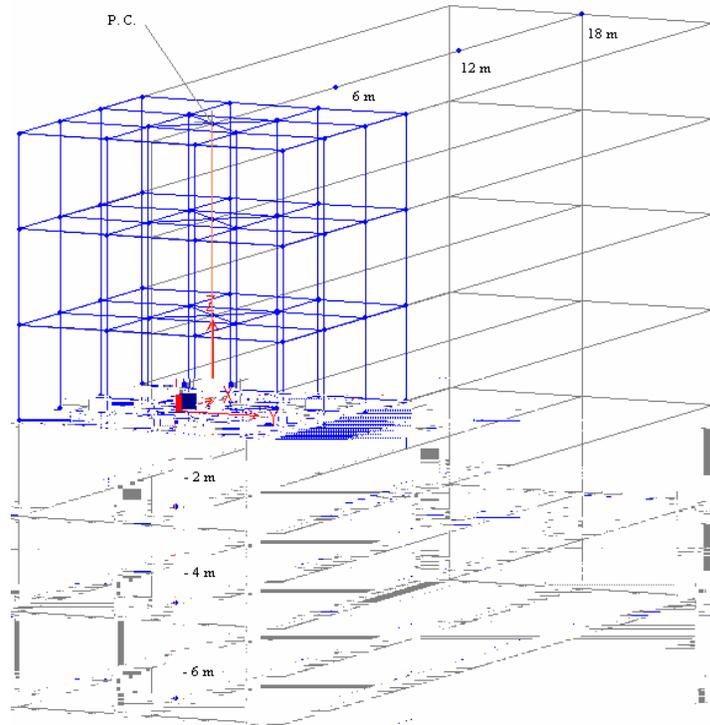
**Tabela 6.1** - Propriedades da estrutura

Propriedades da Estrutura	
Mecânicas	Geometria dos elementos de viga
$E = 2.1 \times 10^7 \text{ KN/m}^2$ $\nu = 0.2$ $\delta = 1.2 \text{ t/m}^2$ $\xi = 0\%$	$A = 0,125 \text{ m}^2$ $S = 0,125 \text{ m}^2$ $J = 2,60417 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

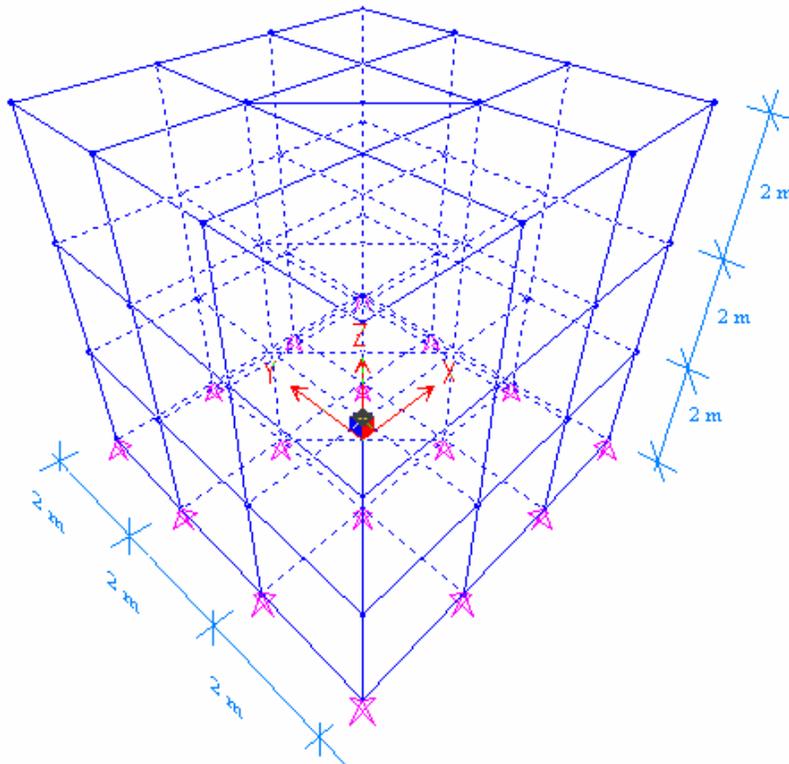
A massa total da estrutura e das sobrecargas gravitacionais são simuladas por um valor de  $\delta = 1,2 \text{ t/m}^2$ , por andar, e é desprezado o efeito do peso correspondente,  $\gamma = 0$ . Assim, a relação das massas da estrutura para o solo é:

$\bar{m} = \frac{4,8}{3 \times 2} \div 1,85 = 0,43$ , e a relação entre as frequências fundamentais é de

$7,36 \div 16,83 = 0,44$ . Onde 16,83 Hz é a menor frequência de referência.



**Figura 6.1** – Modelo da estrutura enterrada até a 3ª camada do solo e os pontos de leitura.



**Figura 6.2** - Modelo da estrutura no SAP2000

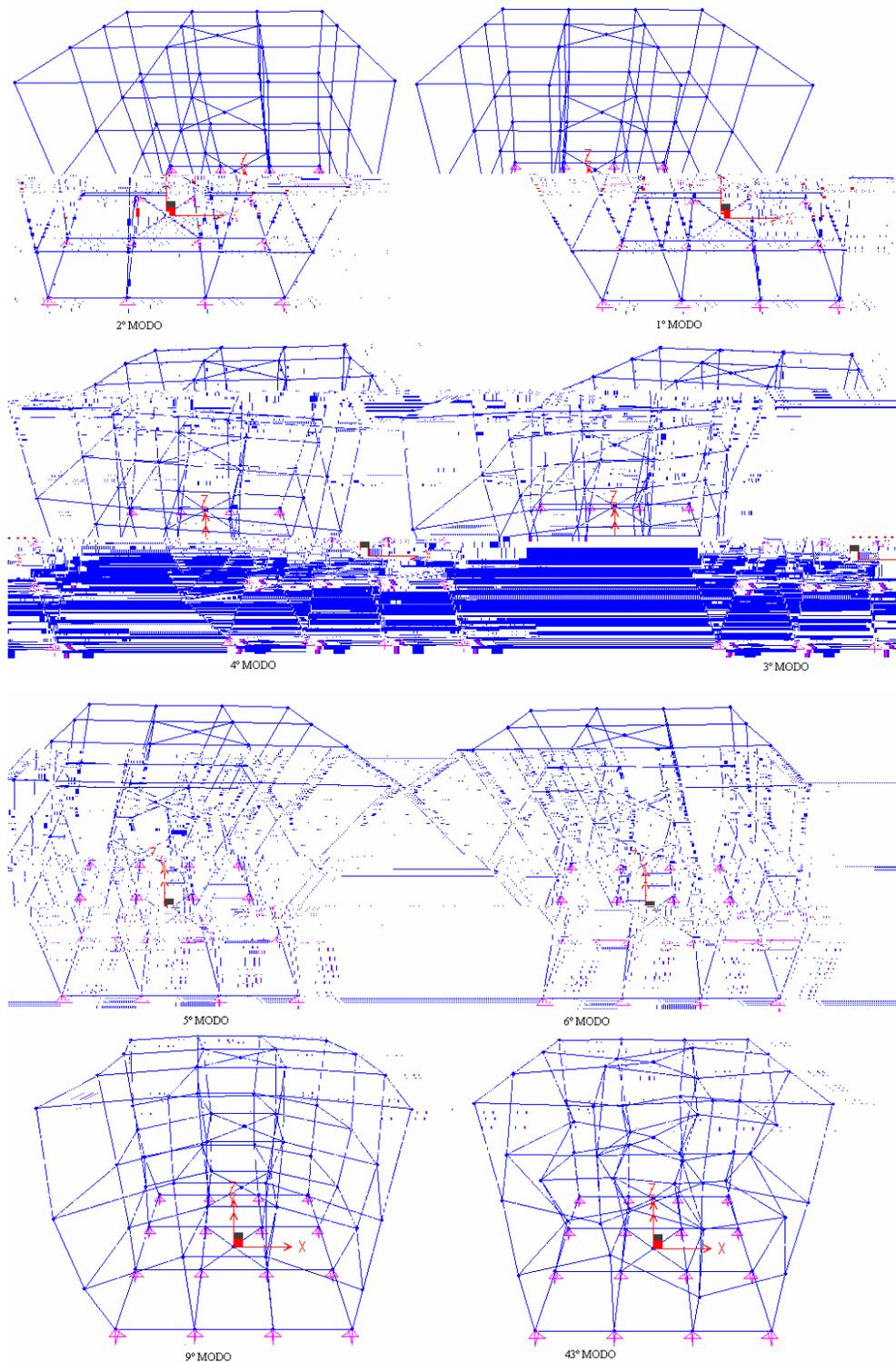
## 6.2. Resultados da interação solo estrutura

As frequências da estrutura (sobre apoios ideais indeslocáveis à translação) apresentadas pelo SAP2000 são as seguintes:

**Tabela 6.2** - Frequências da estrutura

MODE	PERIOD (TIME)	FREQUENCY (CYC/TIME)	FREQUENCY (RAD/TIME)	EIGENVALUE (RAD/TIME)**2
1	0.135686	7.369957	46.306809	2144.321
2	0.135686	7.369957	46.306809	2144.321
3	0.130972	7.635206	47.973414	2301.448
4	0.044511	22.466380	141.160429	19926.267
5	0.043725	22.870441	143.699219	20649.465
6	0.043725	22.870443	143.699232	20649.469
7	0.042363	23.605724	148.319137	21998.566
8	0.039679	25.202565	158.352384	25075.478
9	0.039679	25.202564	158.352379	25075.476
10	0.030452	32.838310	206.329185	42571.733
11	0.028024	35.683859	224.208301	50269.362
12	0.028024	35.683862	224.208316	50269.369
13	0.028015	35.694574	224.275621	50299.554
14	0.028015	35.694599	224.275783	50299.627
15	0.027591	36.243288	227.723292	51857.898
16	0.027418	36.471992	229.160284	52514.436
17	0.022415	44.613073	280.312206	78574.933
18	0.022211	45.023351	282.890059	80026.785
19	0.020468	48.855954	306.971010	94231.201
20	0.020468	48.855957	306.971034	94231.216
21	0.017800	56.179394	352.985546	124598.796
22	0.017324	57.723311	362.686258	131541.321
23	0.017324	57.723327	362.686360	131541.395
24	0.016856	59.327585	372.766209	138954.646
25	0.016215	61.672342	387.498751	150155.282
26	0.016204	61.712490	387.751009	150350.845
27	0.015794	63.313677	397.811566	158254.042
28	0.015794	63.313832	397.812536	158254.814
29	0.015485	64.579678	405.766085	164646.116
30	0.014841	67.379593	423.358469	179232.393
31	0.014381	69.537253	436.915445	190895.106
32	0.014381	69.537551	436.917321	190896.745
33	0.014208	70.385125	442.242786	195578.681
34	0.014120	70.820946	444.981127	198008.203
35	0.013234	75.562277	474.771791	225408.254
36	0.013234	75.562822	474.775211	225411.501
37	0.012608	79.315428	498.353533	248356.244
38	0.012523	79.853608	501.735017	251738.027
39	0.012443	80.364962	504.947951	254972.433
40	0.012443	80.365393	504.950657	254975.166
41	0.012321	81.163170	509.963237	260062.503
42	0.012286	81.394259	511.415214	261545.521
43	0.011938	83.766290	526.319122	277011.818
44	0.011893	84.081256	528.298115	279098.898

Calculam-se as 44 primeiras frequências naturais para o modelo da estrutura e, a partir dessas frequências e modos de vibração, é feita a comparação com as frequências e modos do conjunto solo + estrutura – solo escavado, isto é, sistema final; nesse confronto, focalizam-se nós da vertical do ponto de controle.



**Figura 6.3** – Os seis primeiros modos da estrutura e os modos correspondentes às frequências de 25,20 Hz (9º) e 83,77 Hz (43º).

A Figura 6.3 mostra os seis primeiros modos da estrutura e os modos das frequências próximos às apresentadas pelo campo-livre na direção X-Z.

As próximas Figuras 6.4 a 6.7, mostram os valores das freqüências do sistema para diversas situações da estrutura, os correspondentes modos de vibração, na vertical do ponto de controle, tanto na direção X como também em Z.

Essas figuras podem ser grupadas em freqüências ímpares, 1º e 3º modo, e freqüências pares, 2º e 4º modo.

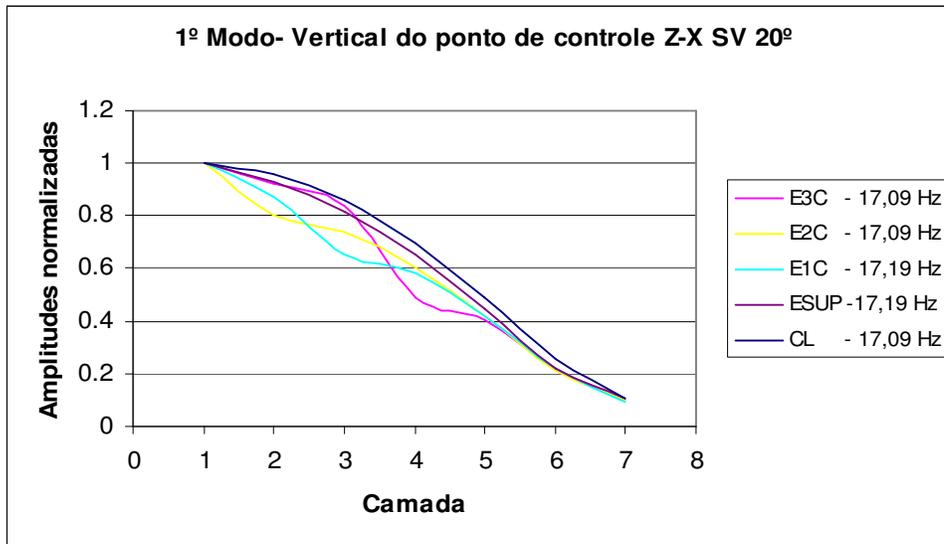
As freqüências ímpares associam-se aos modos com predomínio das amplitudes horizontais e o segundo grupo aos modos em que predominam os deslocamentos verticais, isto é, para o caso externo de  $\alpha = 0^\circ$ , recair-se-ia, respectivamente, nas situações da onda SV para o 1º grupo e da onda P, para o outro grupo, Tabela 4.2.

Para as freqüências ímpares, modos horizontais, a inserção da estrutura no terreno produz os efeitos seguintes:

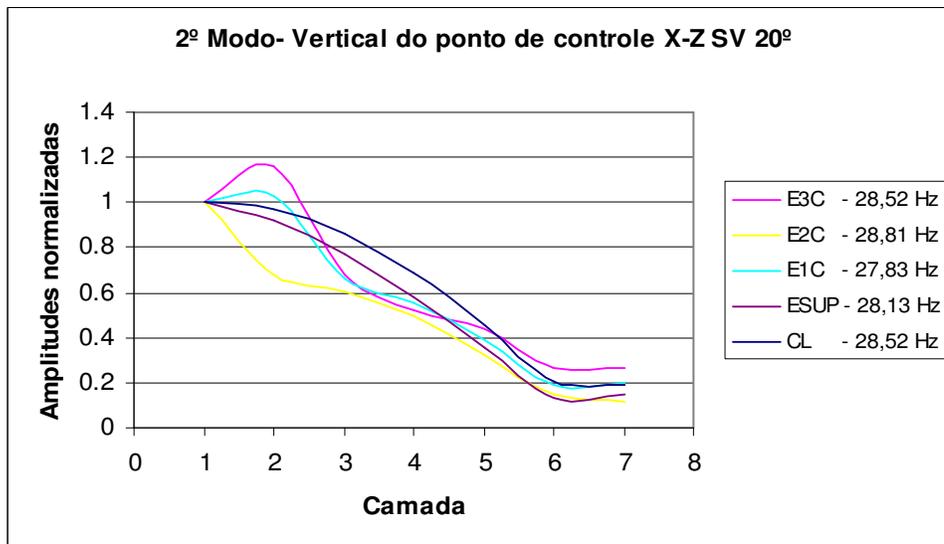
- ✓ Na condição de estrutura na superfície, ESUP, as freqüências crescem em relação às do campo-livre, CL; percebe-se assim a influência da rigidez da estrutura aumentando discretamente as freqüências do conjunto, solo-estrutura.
- ✓ À medida que se produz o enterramento, os valores das freqüências passam a baixar sob a influência da massa da estrutura que é inserida no lugar do solo escavado;
- ✓ Quanto mais se prossegue o enterramento a configuração modal respectiva afasta-se do campo-livre exibindo conformações afins às dos modos de mesmo valor da estrutura.

Para as freqüências pares o quadro é semelhante invertendo-se, naturalmente, a ordem: primeiro a influência da massa da estrutura reduzindo as freqüências do conjunto solo-estrutura, seguindo-se um acréscimo nessas freqüências em razão da rigidez da estrutura.

Compreende-se que tais efeitos são moderados e sua amplitude está associada às relações de massa e freqüências próprias da estrutura e do campo-livre.



**Figura 6.4** - 1º Modo, vertical do ponto de controle, variação do nível de enterramento, movimento de controle Z-X, onda SV,  $\alpha = 20^\circ$ , solo 3.

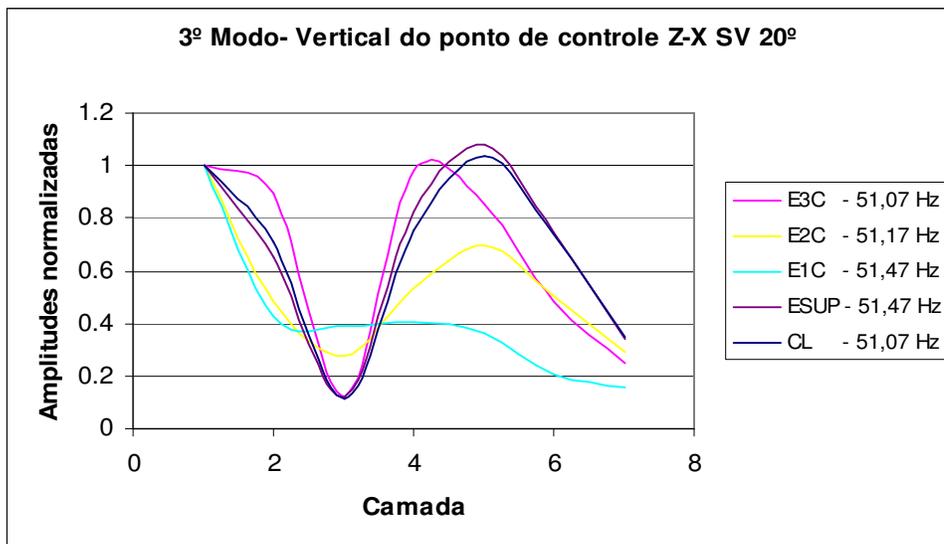


**Figura 6.5** - 2º Modo, vertical do ponto de controle, variação do nível de enterramento, movimento de controle X-Z, onda SV,  $\alpha = 20^\circ$ , solo 3.

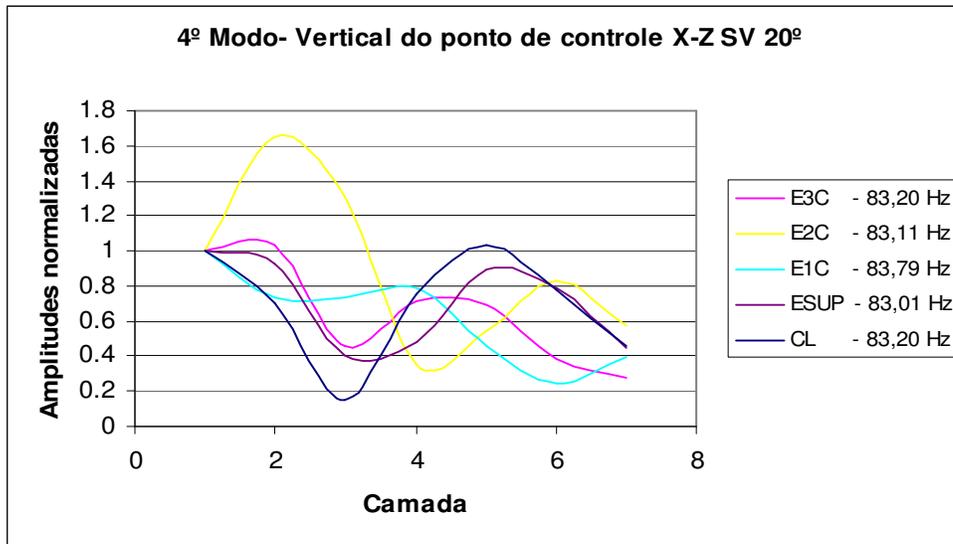
Para a estrutura enterrada até a segunda camada, direção X-Z, uma frequência de 8,40 Hz é apresentada e, em nenhuma direção as frequências do solo têm seus valores próximos de 8Hz; isso sugere que essa frequência faz parte das frequências mais baixas da estrutura. Consulta-se a Tabela 6.2 e se vê uma frequência de 7,63 Hz entre as frequências da estrutura. A frequência encontrada é mais elevada, como se poderia esperar, já que a estrutura está enterrada no solo contribuindo assim para uma maior rigidez.

Na Figura 6.6 as configurações são bastante semelhantes para os vários níveis de enterramento, entretanto, a estrutura estando enterrada até a segunda camada, continua a demonstrar resultados um pouco divergentes e, a estrutura enterrada até a 1ª camada mostra, na configuração, que os seus maiores deslocamentos ocorrem na superfície do solo.

A análise do quarto modo de vibração demonstra que as configurações são bastante parecidas, a diferença é que os maiores deslocamentos se dão em camadas diferentes para os diversos níveis de enterramento e, para a estrutura enterrada até a segunda camada, o resultado do deslocamento próximo à mesma é bem maior que os demais, ver Figura 6.7.



**Figura 6.6** - 3º Modo, vertical do ponto de controle, variação do nível de enterramento, movimento de controle Z-X, onda SV,  $\alpha = 20^\circ$ , solo 3.



**Figura 6.7** - 4º Modo, vertical do ponto de controle, variação do nível de enterramento, movimento de controle X-Z, 2º modo, onda SV,  $\alpha = 20^\circ$ , solo 3.

Agora é analisada a propagação com a distância para os diferentes níveis de enterramento. Nesta análise são colocados pontos no solo a distâncias de 6, 12 e 18 m do ponto de controle, ver Figura 6.1. Analisando a vertical do ponto de controle nessas distâncias, direção X-Z, os resultados demonstram que ainda ocorrem variações na frequência do sistema; quanto menor a distância maior a variação não só da frequência como também da configuração; as amplitudes dos deslocamentos são maiores, no 1º modo, para os níveis de enterramento na 3ª camada; as amplitudes dos deslocamentos são maiores, no 2º modo para o nível de enterramento na 1ª camada, ver Figura 6.8.

A seguir são observados os resultados para pontos localizados somente na superfície do solo para comprovar que a propagação a essas distâncias se daria de forma exponencial. Foram coletados os valores de pico das funções de transferência em cada distância mesmo com uma pequena variação na frequência, pois, para uma mesmo nível de enterramento, ocorre uma pequena variação para as distâncias de 6, 12 e 18 m.

Os resultados encontrados levam a constatar que existe uma região em torno da estrutura que está sendo modificada e que, com o aumento da distância, ocorre uma atenuação levando as configurações a um mesmo patamar de resposta, ou seja, o próprio campo-livre. Ver Figura 6.9.

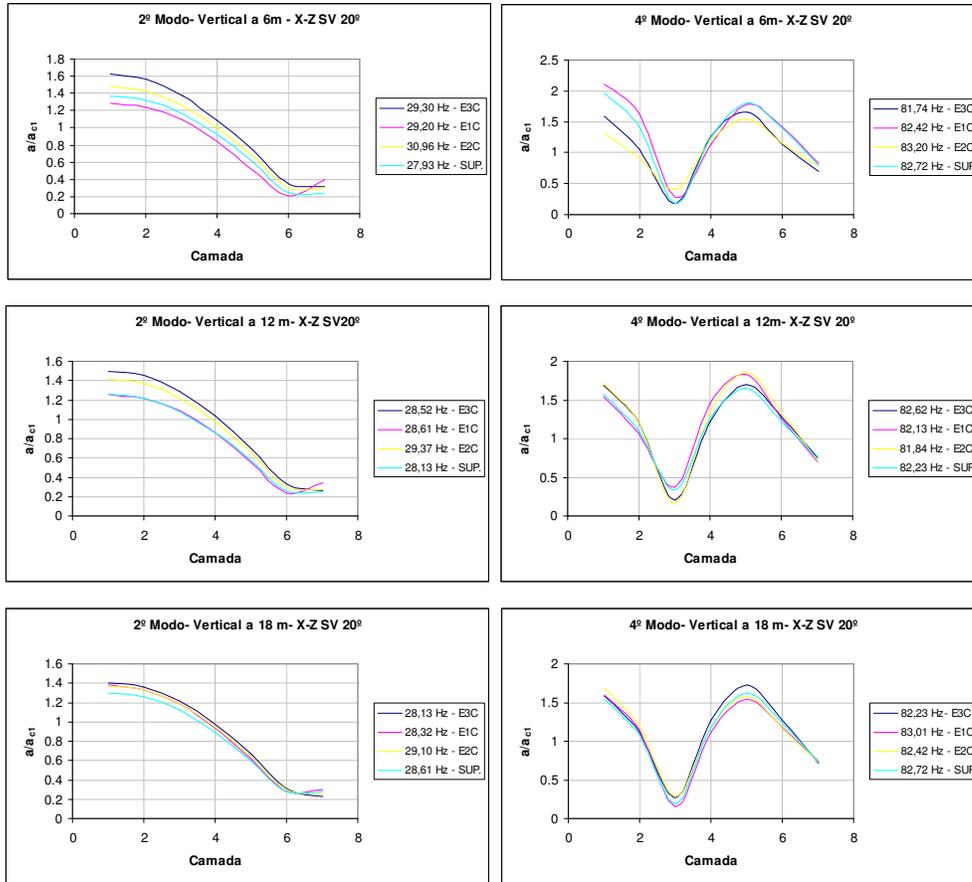


Figura 6.8 - Modos de vibração com a distância, variação do nível de enterramento, movimento de controle X-Z, onda SV,  $\alpha = 20^\circ$ , solo 3.

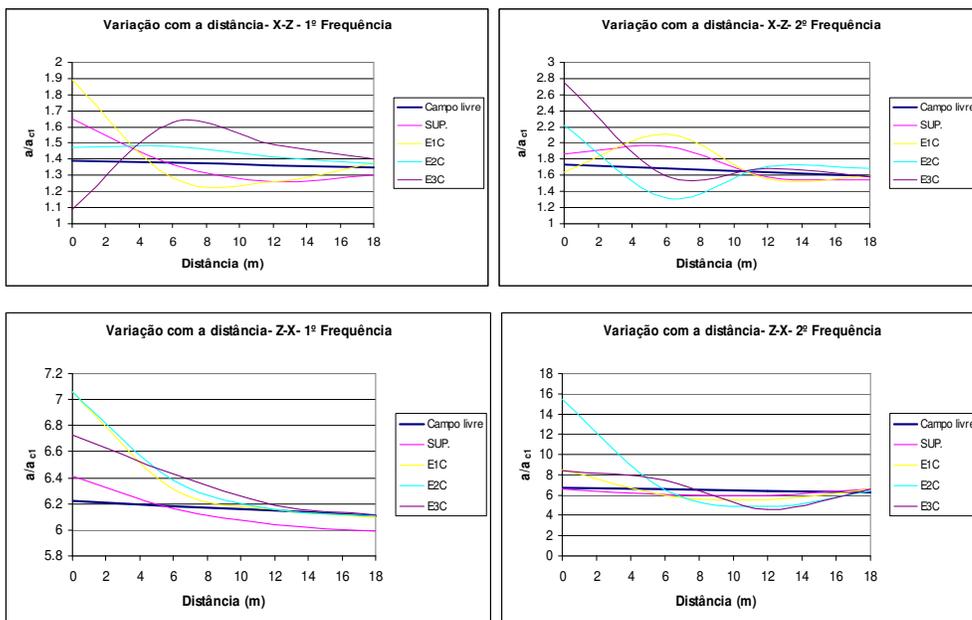


Figura 6.9 - Superfície do solo, variação com a distância para vários níveis de enterramento, movimento de controle X-Z e Z-Z, onda SV,  $\alpha = 20^\circ$ , solo 3.

### **6.3. Conclusões parciais (terreno + estrutura)**

A introdução da estrutura no campo-livre modifica os modos de vibração, entretanto, prevalece a configuração do campo-livre; as frequências sofrem

- ✓ As modificações no campo-livre estendem-se para além da estrutura até uma distância superior a três vezes a dimensão transversal da estrutura, claro fica que, para obter essa expansão de informação é necessária a criação de nós de interação para os pontos onde essas modificações sejam necessárias.

## 7 Encerramento

### 7.1. Conclusões finais

Tem-se consciência que, para empregar o SASSI2000 em uma situação de pesquisa ou de projeto, há necessidade de um entendimento particularmente minucioso da estrutura do programa e de uma série de particularidades existentes ao longo do seu desenvolvimento, cujo menosprezo pode representar uma desconfiguração do ambiente SASSI e a obtenção de resultados falseados.

A seguir, relacionam-se observações que certamente ajudam à preservação da representação fidedigna do ambiente de análise.

As conseqüências da introdução de um ângulo de incidência diferente de zero para as ondas P ou SV são:

- ✓ Para uma freqüência de análise,  $\omega$ , é variado o número de onda  $k$  e o vetor de carregamento  $P_b$ , na equação (4.1), o que representa variação na freqüência natural do campo-livre e alterações nas configurações a elas associadas.
- ✓ Promove o acoplamento dos modos de vibração dilatacionais (Z) com os de cisalhamento (X, Y); os modos de referência passam da ordem  $(n+1)$  para  $(2n+1)$ ; o campo-livre que, para  $\alpha = 0^\circ$ , tem 14 modos de ordem  $(n+1)$  passa a possuir 14 modos de ordem  $(2n + 1)$ .
- ✓ Alteração na acentuação do espectro de potência do movimento de controle pela modificação relativa das amplitudes dos picos das funções de transferência dessa excitação através do campo-livre;

Considerando-se a seguir o efeito da interação solo-estrutura sobre configurações da resposta do campo-livre afirma-se que:

- ✓ A incorporação da estrutura ao campo livre é precedida pela remoção do solo correspondente ao volume da estrutura;
- ✓ A presença da estrutura, naturalmente, introduz modificações nas freqüências e modos do terreno e, não transparece padrão algum

definido de comportamento em função da variação do nível de enterramento.

- ✓ Para as frequências ímpares, modos horizontais, a inserção da estrutura no terreno produz os efeitos seguintes:
  - Na condição de Estrutura na Superfície, ESUP, as frequências crescem em relação às do campo-livre, CL; percebe-se assim a influência da rigidez da estrutura aumentando discretamente as frequências do conjunto, solo-estrutura;
  - À medida que se produz o enterramento, os valores das frequências passam a baixar sob a influência da massa da estrutura que é inserida no lugar do solo escavado;
  - Quanto mais se prossegue o enterramento a configuração modal respectiva afasta-se do campo-livre exibindo conformações afins às dos modos de mesmo valor da estrutura;
- ✓ Para as frequências pares o quadro é semelhante invertendo-se, naturalmente a ordem: primeiro a influência da massa da estrutura reduzindo as frequências do conjunto solo-estrutura, seguindo-se um acréscimo nessas frequências em razão da rigidez da estrutura.
- ✓ Compreende-se que tais efeitos são moderados e sua amplitude está associada às relações de massa e frequências próprias da estrutura e do campo-livre.
- ✓ As modificações no campo-livre estendem-se para além da estrutura até uma distância superior a três vezes a dimensão transversal da estrutura, claro fica que, para obter essa expansão de informação é necessária a criação de nós de interação para os pontos onde essas modificações sejam necessárias.

## 7.2.

### Sugestões para prosseguimento

Para prosseguimento dos estudos do SASSI2000 sugere-se:

- ✓ Ampliar o estudo do mecanismo de interação estrutura-solo-estrutura para propiciar a execução de análises sísmicas nesses ambientes.
- ✓ Variar as relações de massa e de frequências estrutura-terreno.

## 7.3.

### Sinopse para os usuários

A seguir, reúnem-se aspectos e atitudes interessantes que, identificados nas entrelinhas dos manuais, durante o trabalho, poderão ser úteis aos usuários do SASSI2000, especialmente, aos iniciantes.

- 7.3.1. O ponto de controle é localizado, em princípio, no centro da base da estrutura principal e o mais próximo possível à superfície do terreno. É boa prática fazê-lo coincidir, em planta, com a origem dos eixos coordenados.
- 7.3.2. Naturalmente, é conveniente ter conhecimento das frequências da estrutura e do terreno, separadamente. As frequências do terreno podem ser aproximadas a partir das chamadas *frequências de referência*, que correspondem às frequências de um modelo simplificado do terreno sem a consideração de acoplamento entre as deslocabilidades vertical e horizontal das camadas; isto é, somente movimentos dilatacionais ou de cisalhamento, independentes.
- 7.3.3. Inicialmente, determinam-se as frequências naturais do sistema solo-estrutura através de uma pré-análise do modelo, utilizando um grupo de 40 frequências de análise, igualmente espaçadas cobrindo o intervalo de 0,10 a 40 Hz e observam-se funções de transferência para os demais pontos de interseção das superfícies de camadas do terreno com a vertical traçada a partir do ponto de controle. Para tal considera-se o movimento de controle segundo X e Z e observam-se os valores transferidos segundo Z e X,

respectivamente. Identificam-se os valores das frequências mais nitidamente caracterizados pelos picos nessas funções; tais frequências constituem-se nas frequências naturais do sistema solo-estrutura.

7.3.4. Adotar como frequência de análise os valores das frequências de pico das funções de transferência da pré-análise e mais no mínimo 3 frequências igualmente espaçadas entre elas; lembrando-se que o valor da frequência de análise começa com o de  $\Delta f$ , deve-se assim, iniciar com no mínimo 3 frequências igualmente espaçadas entre a 1ª frequência natural e o valor  $\Delta f$ .

7.3.5. Quanto à combinação de ondas emergentes do semi-espço, diferentemente do que consta no manual, não é possível definir associações de ondas de corpo entre si. Assim sendo, Para a composição de um movimento de controle segundo Z - usar onda P com inclinação de 10° a 20° com a vertical, combinada com ondas superficiais de Rayleigh com, no máximo 10% de participação.

Para a composição de um movimento de controle segundo X - usar onda SV inclinada de 10° a 20° com a vertical, combinada com ondas superficiais de Rayleigh com no máximo 10% de participação.

E, finalmente, para um movimento de controle segundo Y – usar onda SH, sem inclinação com a vertical, combinada com ondas superficiais de Love com, no máximo, 10% de participação.

7.3.6. Estar consciente de que o programa considera o sismo propagando-se no sentido crescente, isto é, das coordenadas negativas para as positivas; isso quer dizer que, se o ponto de controle é localizado com um valor positivo de X, por exemplo, o movimento de controle será amplificado desde o ponto de controle até o centro da base da estrutura,  $x = 0$ .

7.3.7. Igualmente, deve-se levar em conta que, a consideração de um ângulo de incidência com a vertical, diferente de zero, para as ondas P ou SV, implica em promover a interação entre as deslocabilidades verticais e

horizontais do terreno, o que, em última análise, é como ter, indiretamente, um campo combinado de ondas de corpo.

7.3.8 As mencionadas *freqüências de referência* são um ponto de partida para a análise e compreensão da resposta do campo-livre sob diversos ângulos de incidência da onda de corpo definidora do campo.

7.3.9. Ter conhecimento de que a definição de nós de interação fora do volume do solo escavado é um bom instrumento para se avaliar a extensão da influência da interação estrutura-solo além dos limites da estrutura.

## 8

### Referências bibliográficas

CHEN, J. **Analysis of Local Variations in Free Field Seismic Ground Motion.** Berkeley: 1980. 247p. Dissertation (Doctor of Philosophy in Engineering) – University of California, Berkeley.

CLOUGH, Ray W.; PENZIEN, Joseph. **Dynamics of Structures.** 2.ed. New York: McGrawHill, 1993.

KOLSKY, H. **Stress Waves in Solids.** New York: Dover Publications, 1963. 213p.

KRAMER, Steven L. **Geotechnical earthquake engineering.** New Jersey: Prentice Hall, 1996. 653p.

LYSMER J., OSTADAN F., CHIN C. C. **SASSI2000 – User’s Manual.** Revision 1. Berkeley: University of California, 1999. 306p.

LYSMER J., OSTADAN F., TABATABAIE M., VAHDANI S., TAJIRIAN F. **A System for Analysis of Soil-Structure Interaction – Theoretical Manual.** Berkeley: The Regents of the University of California, 1988. 76p.

NEWLAND, D.E.. **An introduction to vibrations and spectral analysis.** 2 ed. London: Longman, 1978.

Relatório Parcial Nr. 2, de 04 de fevereiro de 2002, ao Termo Aditivo Nr. 9 ao Termo de Cooperação celebrado entre a Eletronuclear e a Fundação Padre Leonel Franca a 15 de janeiro de 1997.

Relatório Parcial Nr. 2, de 31 de julho 2000, ao Termo Aditivo Nr. 8 ao Termo de Cooperação celebrado entre a Eletronuclear e a Fundação Padre Leonel Franca a 15 de janeiro de 1997.

WOLF, J. P.. **Dynamic Structure Interaction.** New Jersey: Prentice-Hall, 1985. 480p.

DALCANAL, Paôla R. **Comentários sobre a seleção de parâmetros para a composição do campo-livre no programa SASSI2000.** Rio de Janeiro 2004. 137p. Dissertação de Mestrado – Universidade Católica do Rio de Janeiro.

DALCANAL, Paôla R. **Going Deep Into Program SASSI2000 Free-Field Solution**, In: Proceedings of the XXVII Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, September 3 to 6, 2006 – Belém, Pará – Brasil, P. 1-15.

BERROCAL J., FERNANDES C. **Fundamentos de Sismologia para Engenharia e Estudos de Ameaça Sísmica**. São Paulo, janeiro de 2003.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)