

**FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE  
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA OCEÂNICA**

**MODELAGEM MATEMÁTICA DE CONTROLE AERODINÂMICO DE  
TURBINAS EÓLICAS DE MÉDIO PORTE**

**EDUARDO DA SILVA  
SCHATTSCHNEIDER**

Dissertação apresentada à Comissão de Curso de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica da Fundação Universidade Federal do Rio Grande, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Oceânica.

**Orientador: Jorge Alberto Almeida, Dr.**

Rio Grande, janeiro de 2007.

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

# **MODELAGEM MATEMÁTICA DE CONTROLE AERODINÂMICO DE TURBINAS EÓLICAS DE MÉDIO PORTE**

**EDUARDO DA SILVA SCHATTSCHNEIDER**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de

tendo sido aprovada em sua forma final pela Comissão de Curso de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica.

Prof. Dr. Cláudio Renato Rodrigues Dias  
Coordenador da Comissão de Curso

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Jorge Alberto Almeida  
Orientador – FURG

Prof. Dr. Jorge Antônio Villar Ale  
PUC-RS1

Prof. Dr. Humberto Camargo Piccoli  
FURG

Prof. Dr. Cláudio Rodrigues Olinto  
FURG

Há homens que lutam um dia e são bons,  
Há outros que lutam um ano e são melhores,  
Há os que lutam muitos anos e são muito bons,  
Mas há os que lutam toda a vida e estes são imprescindíveis.

*(Bertold Brecht)*

## AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Professor Dr. Jorge Alberto Almeida, pela orientação, apoio e pela confiança depositada em meu trabalho.

Aos meus pais, pelo afeto e aconselhamento que sempre me deram desde os primeiros passos de minha vida, orientando-me que, com honestidade e perseverança os objetivos da vida são sempre alcançados.

Aos professores da FURG – Fundação Universidade do Rio Grande, em especial dos cursos de engenharia, por possibilitar-me o conhecimento, com o aprimoramento do ensino e da tecnologia, desde a graduação em engenharia e até este momento.

Aos funcionários do Laboratório Termo-fluídico do Deptº de Física e á Comissão de Curso de Engenharia Oceânica, pela atenção e apoio sempre que foi preciso.

Em especial, a minha esposa Ana Maria e querida filha Jéssica Leiria Schattschneider, pela paciência, apoio e incentivo para que se tornasse possível a conclusão deste trabalho.

E a todos que, de alguma forma, direta ou indireta, colaboraram com sugestões, críticas e incentivos, no sentido de que esta dissertação de mestrado se tornasse realidade.

## RESUMO

Este trabalho de dissertação descreve uma metodologia para modelagem matemática de turbina eólica. A mesma baseia-se num processo de linearização das equações envolvidas na dinâmica da turbina. O processo de aproximação linear foi aplicado, uma vez que na obtenção das funções de transferência, a *Transformada de Laplace* teve de ser utilizada.

As turbinas eólicas de forma geral, empregam dois tipos de controle da velocidade do rotor, proporcionando um ajuste adequado da potência mecânica sobre os geradores elétricos. São eles: controle do passo das pás e controle por estol.

Entretanto, atualmente com o aumento das dimensões das turbinas, o controle do passo tem ocupado lugar de destaque no mercado de aerogeradores. A modelagem apresentada neste trabalho, por motivos óbvios, emprega este tipo de controle. O objetivo final do trabalho é a simulação do desempenho da turbina, proporcionando a análise da modelagem proposta e do sistema de controle de passo, muito utilizado hoje em dia.

Palavras-chave: Energia eólica; fontes alternativas de energia; conversão de energia; sistema de controle; controle aerodinâmico.

## ABSTRACT

This work describes a methodology for mathematic modelling of wind turbines. It is based on a process of linearization equations involved in dynamic of the turbine. The process of linear approximation was applied once in the obtention of the transformation functions, the *Laplace Transformer* had to be used.

The wind turbines, in general, apply two types of rotor speed control, offering an appropriate adjustment on the mechanic power upon the electric generators. These are: pitch control of spades and stall control.

However, with the turbines dimensions increase now in days, the pitch control has been placed on top position, for obvious reasons, employs this type of control. The final purpose of the paper is the turbine performance simulation, providing an analysis of the mentioned modelling and the pitch system control, which has been really used by now.

Keywords: Wind energy; alternative source energy; conversion of energy; control systems; aerodynamic control.

.....	ix
.....	xi
.....	xii
.....	01
<b>1.1 Considerações Iniciais</b> .....	<b>01</b>
<b>1.2 Revisão Bibliográfica</b> .....	<b>03</b>
<b>1.3 Objetivos</b> .....	<b>05</b>
<b>1.4 Estrutura da Dissertação</b> .....	<b>06</b>
.....	08
<b>2.1 Introdução</b> .....	<b>08</b>
<b>2.2 O Vento</b> .....	<b>08</b>
2.2.1 Mecanismo de geração dos ventos – vento global .....	08
2.2.2 Vento geostrófico, o gradiente do vento e a camada limite .....	09
2.2.3 A distribuição de .....	11
2.2.4 A potência disponível no vento .....	12
<b>2.3 O Desenvolvimento da Energia Eólica</b> .....	<b>12</b>
2.3.1 A evolução histórica .....	12
<b>2.4 Os Aerogeradores</b> .....	<b>15</b>
2.4.1 Componentes principais de um aerogerador (CRESESB, 2004) .....	15
2.4.2 Rotor eólico .....	16
<b>2.5 Mecanismos de Controle</b> .....	<b>18</b>
2.5.1 Controle do passo – ( <i>pitch control</i> ) .....	18
2.5.2 Controle por estol – ( <i>stall control</i> ) .....	19
<b>2.6 Máquinas Elétricas – Geradores</b> .....	<b>20</b>
<b>2.7 Aplicações dos Sistemas Eólicos</b> .....	<b>21</b>
2.7.1 Sistemas isolados .....	21
2.7.2 Sistemas híbridos .....	22
2.7.3 Sistemas interligado á rede .....	22
<b>2.8 Aerodinâmica</b> .....	<b>23</b>
2.8.1 Origem da sustentação num aerofólio – Fundamentos teóricos .....	23
2.8.2 Aerofólios – O perfil aerodinâmico .....	26
<b>2.9 Modelos Aerodinâmicos Teóricos</b> .....	<b>34</b>
2.9.1 Teoria do Disco Atuador de .....	34
2.9.2 Princípio da Quantidade de Movimento .....	36
2.9.3 Teoria Combinada do Elemento de Pá e Variação do Momento Angular ....	38
<b>2.10 O Coeficiente de Potência “ ”</b> .....	<b>40</b>
2.10.1 A Lei de Betz .....	41
<b>2.11 Técnicas Gerais Aplicadas em Controle dos Aerogeradores (Burton et al., 2005)</b> .....	<b>42</b>
2.11.1 Controle da regulação do passo em turbinas com velocidade fixa .....	42
2.11.2 Controle da regulação do passo em turbinas com velocidade variável.....	43
<b>2.12 Determinação de “ ” a partir do Fator “ ” (Fator de Indução de Fluxo Axial da Turbina) (Burton et al., 2005)</b> .....	<b>44</b>

	48
<b>3.1</b> Introdução .....	48
<b>3.2</b> A Dinâmica do Movimento Rotacional .....	49
<b>3.3</b> Sistema Controlador .....	50
3.3.1 Determinação da equação dinâmica do controlador .....	52
3.3.2 O efeito do atrito .....	55
3.3.3 Linearização da equação dinâmica do controlador .....	56
<b>3.4</b> Determinação da Equação do Torque do Vento: A Influência aerodinâmica .....	57
3.4.1 Linearização para o coeficiente de arrasto .....	60
3.4.2 Linearização para o coeficiente de sustentação .....	61
3.4.3 Linearização para o coeficiente de momento do passo .....	63
3.4.4 Grau de correlação dos coeficientes linearizados .....	65
3.4.5 Cálculo do momento do passo ( <i>pitching moment</i> ) .....	69
<b>3.5</b> Determinação da Equação do Torque do Rotor da Turbina .....	73
<b>3.6</b> Determinação da Equação do Ângulo de Ataque .....	75
<b>3.7</b> Plotagem das Curvas do Torque e do Ângulo de ataque .....	76
3.7.1 Curva do torque rotor da turbina .....	77
3.7.2 Curva do torque do vento no aerofólio .....	82
3.7.3 Curva do ângulo de ataque .....	85
<b>3.8</b> Aproximação Linear das Curvas do Torque e Ângulo de Ataque .....	89
3.8.1 O método de aproximação linear – .....	89
3.8.2 O conceito de variáveis de “desvio” .....	91
3.8.3 O processo de derivação numérica .....	92
<b>3.9</b> Solução Numérica Pelo “ ” .....	95
3.9.1 Equação linearizada do torque da turbina .....	95
3.9.2 Equação linearizada do torque do vento no aerofólio .....	98
3.9.3 Equação linearizada do ângulo de ataque .....	99
<b>3.10</b> Cálculo de “ ” em Função do Fator “ ” para a Turbina em Estudo – (Burton et al., 2001) .....	100
.....	104
<b>4.1</b> Introdução .....	104
<b>4.2</b> Modelagem da Turbina Eólica .....	106
4.2.1 Conjunto 01: Sistema Controlador .....	108
4.2.2 Conjunto 02: Aerodinâmica das pás do rotor .....	110
4.2.3 Conjunto 03: Sistema rotor-gerador .....	112
<b>4.3</b> Análise e Simulação do Desempenho da Turbina .....	116
4.3.1 O diagrama dos conjuntos de blocos da turbina .....	116
4.3.1 Estimativa dos momentos de inércia .....	118
<b>4.4</b> Simulação da Dinâmica da Turbina .....	120
.....	130
<b>5.1</b> Conclusão .....	131
<b>5.2</b> Recomendações para Trabalhos Futuros .....	133
- Modelagem da turbina com controle ativo do passo .....	136
- Modelagem da turbina sem controle do passo – passo fixo .....	137
.....	138

---

$a$	-	<i>fator de indução de fluxo axial</i>
$a$	$m$	<i>manivela do sistema biela-manivela</i>
$a'$		<i>fator de indução de fluxo tangencial</i>
$A$	$m^2$	<i>área do disco atuador</i>
$b$	$m$	<i>biela do sistema biela-manivela</i>
$B$	-	<i>número de pás da hélice do rotor</i>
$c$	$m$	<i>corda da pá</i>
$C_a$	-	<i>coeficiente do atrito</i>
$C_d$	-	<i>coeficiente de arrasto</i>
$C_l$	-	<i>coeficiente de sustentação</i>
$C_m$	-	<i>coeficiente de momento</i>
$C_y$	-	<i>coeficiente seccional de um elemento de pá para força axial ao plano de rotação</i>
$C_x$	-	<i>coef. seccional de um elemento de pá para força tangencial ao plano de rotação</i>
$C_p$	-	<i>coeficiente de potência</i>
$C_\tau$	-	<i>coeficiente de torque</i>
$D$	$N$	<i>força de arrasto</i>
$E_c$	$J$	<i>energia cinética</i>
$F$	$N$	<i>força; força de reação aerodinâmica</i>
$F_D$	$N$	<i>força de arrasto</i>
$F_L$	$N$	<i>força de sustentação</i>
$F_\tau$	$N$	<i>força inercial na direção radial</i>
$F_{Th}$	$N$	<i>(thrust load) força inercial na direção axial</i>
$g$	$m/s^2$	<i>aceleração da gravidade</i>
$G$	-	<i>relação de transmissão da caixa de engrenagem entre rotor da turbina e gerador</i>
$h$	$m$	<i>cota de altitude</i>
$I$	$Kg.m^2$	<i>momento de inércia rotacional</i>
$I_{turb}$	$Kg.m^2$	<i>momento de inércia rotacional da turbina</i>
$J$	$Kg.m^2/s$	<i>momento angular</i>
$K$	$N/mm$	<i>constante de mola</i>
$K_{cont}$	$N.m$	<i>constante do controlador</i>
$L$	$N$	<i>força de sustentação</i>
$m$	$Kg$	<i>massa específica da pá</i>
$M$	$N.m$	<i>momento de giro da seção da pá (pitching moment)</i>
$P$	$w$	<i>potência</i>
$P_{max}^{turb}$	$w$	<i><math>6,70(V_0)^3</math>; potência máxima para a turbina em função do vento incidente</i>
$p$	$Pa$	<i>pressão</i>
$p_0$	$Pa$	<i>pressão atmosférica</i>
$p_+$	$Pa$	<i>pressão a montante do disco atuador</i>

$p$	Pa	pressão a jusante do disco atuador
$P_d$	Pa	pressão dinâmica $\frac{1}{2} \rho U^2$
$r$	m	posição radial
$r_0$	m	posição radial referente à raiz do rotor
$r_p$	-	coeficiente de correlação de Pearson
$R$	m	raio do topo do rotor
$S$	m <sup>2</sup>	seção transversal de um determinado volume de controle
$T$	N	(thrust load) carga do vento sobre o rotor
$u$	m/s	componente cartesiana axial da velocidade $V$
$v$	m/s	velocidade induzida pelo rotor
$v$	m/s	componente cartesiana da velocidade $V$
$V$	m/s	velocidade de escoamento de fluido
$V_0$	m/s	velocidade da corrente livre do vento
$W$	m/s	velocidade aparente do vento
$x^{ref}$	-	variável genérica “x” considerada como referência
$z$	m	cota de elevação em relação ao solo
$Z_0$	m	altura de aspereza média das saliências do solo
$\alpha$	graus	ângulo de ataque
$\alpha$	rad/s	aceleração angular
$\beta$	graus	ângulo de passo local da pá
$\delta x$	-	variável desvio de uma grandeza genérica “x” em relação à referência
$\Delta x$	-	variação de uma grandeza genérica “x”
$\partial$	-	operador de derivada parcial
$\rho$	Kg/m <sup>3</sup>	densidade do ar - 1.25
$\phi$	graus	ângulo entre a direção da velocidade aparente $W$ e o plano de rotação
$\omega$	rad/s	velocidade angular do rotor da turbina
$\omega_g$	rad/s	velocidade angular do gerador
$\lambda$	-	$(\Omega R / V_0)$ = taxa de velocidade de ponta da pá - (tip speed ratio)
$\lambda$	-	razão entre manivela e biela de um mecanismo
$\psi$	rad	ângulo de torção do eixo da turbina;
$\theta$	graus	deslocamento angular da biela do controlador em relação à referência
$\tau_a$	N.m	torque aerodinâmico
$\tau_v$	N.m	torque do vento no aerofólio que provoca variação no ângulo de passo
$\tau_{rot}$	N.m	torque desenvolvido na hélice do rotor
$\Sigma$	-	operador de soma
$\Omega$	rpm	velocidade angular do rotor
$\delta \bar{\Omega}$	rpm	“variável desvio” da velocidade angular da turbina em relação à referência;
$\delta \bar{\psi}$	graus	“variável desvio” do ângulo de torção do eixo da turbina em relação à referência;
$\delta \bar{\tau}_{rot}$	N.m	“desvio” do torque gerado no rotor da turbina em relação à referência;
$\delta \bar{\tau}_{c arg}$	N.m	“desvio” do torque resistente do gerador da turbina em relação à referência;

---

Tabela 3.1 - Coef. Arrasto ( $C_d$ ) x Ângulo de Ataque ( $\alpha$ )° .....	61
Tabela 3.2 - Coef. de sustentação ( $C_l$ ) x Ângulo de Ataque ( $\alpha$ )°.....	63
Tabela 3.3 - Coef. de Momento (Pitching Moment) ( $C_m$ ) x Ângulo de Ataque ( $\alpha$ )° .....	64
Tabela 3.4 - Coeficiente de arrasto linearizado .....	66
Tabela 3.5 - Coeficiente de sustentação linearizado .....	67
Tabela 3.6 - Coeficiente de Momento inearizado .....	67
Tabela 3.7 - Coeficiente de Correlação Linear para $C_d$ , $C_l$ e $C_m$ .....	68
Tabela 3.8 - Variáveis consideradas na aproximação linear da expressão do torque do vento .....	98
Tabela 3.9 - Variáveis consideradas na aproximação linear da expressão do ângulo de ataque .....	100

---

Figura 2.1	Vento global .....	09
Figura 2.2	Camada limite atmosférica com o gradiente vertical do vento .....	10
Figura 2.3	Frequência de ocorrência de uma determinada velocidade de vento .....	11
Figura 2.4	Função de Weibull da densidade de probabilidade da veloc. do vento .....	11
Figura 2.5	Moinhos medievais europeus - Região La Mancha (Espanha) .....	13
Figura 2.6	Parque Eólico de Osório – Rio Grande do Sul (Brasil) .....	14
Figura 2.7	Partes constituintes de uma turbina eólica .....	16
Figura 2.8	Turbinas eólicas de eixo vertical .....	17
Figura 2.9	Fluxo aderente ao perfil .....	19
Figura 2.10	Fluxo separado (estolagem) em volta do perfil .....	20
Figura 2.11	Fluxo em torno do aerofólio .....	25
Figura 2.12	Variação da Velocidade do fluxo em um aerofólio .....	25
Figura 2.13	Força de sustentação em aerofólio com fluxo de ar .....	25
Figura 2.14	Esteira viscosa em corpos imersos em escoamento de fluidos .....	27
Figura 2.15	Nomenclatura aplicada à aerofólios .....	28
Figura 2.16	Aerofólio plano-convexo .....	29
Figura 2.17	Aerofólio côncavo-convexo .....	29
Figura 2.18	Aerofólio bi-convexo assimétrico .....	29
Figura 2.19	Aerofólio convexo simétrico .....	30
Figura 2.20	Aerofólio Laminar .....	30
Figura 2.21	Aerofólio Supercrítico .....	30
Figura 2.22	Composição das velocidades .....	31
Figura 2.23	Convenção para forças e momentos em aerofólios .....	32
Figura 2.24	Forma gráfica de representação dos coeficientes de um aerofólio .....	33
Figura 2.25	Volume de controle para um disco atuador .....	35
Figura 2.26	Diagrama de velocidades e forças aerodinâmicas no aerofólio .....	39
Figura 2.27	Gráfico que demonstra a forte relação entre “a” e “λ” .....	45
Figura 3.1	Turbina Eólica – Depto. Física – FURG .....	48
Figura 3.2	O sistema de referência para o controlador .....	51
Figura 3.3	Diagrama de corpo livre para os elementos do controlador .....	52
Figura 3.4	Mecanismo biela-manivela .....	54
Figura 3.5	Coefic. de arrasto ( $C_d$ ) x Ângulo de ataque ( $\alpha$ )° .....	60
Figura 3.6	Coef. de sustentação ( $C_l$ ) x Ângulo de ataque ( $\alpha$ )° .....	62
Figura 3.7	Coef. de momento ( $C_m$ ) x Ângulo de ataque ( $\alpha$ )° .....	63
Figura 3.8	Vista frontal da turbina .....	69
Figura 3.9	Pá de Turbina Eólica - (Lab. Termofluídico / Dept° Física – FURG).....	78
Figura 3.10	Torque da Turbina em função de “ $V_0$ ” .....	79
Figura 3.11	Torque da Turbina em função de “ $\Omega$ ” .....	80
Figura 3.12	Torque da Turbina em função de “ $C_d$ ” .....	81
Figura 3.13	Torque da Turbina em função de “ $C_m$ ” .....	82
Figura 3.14	Torque do vento no aerofólio em função de “ $V_0$ ” .....	83
Figura 3.15	Torque do vento no aerofólio em função de “ $\Omega$ ” .....	84
Figura 3.16	Torque do vento no aerofólio em função de “ $C_m$ ” .....	85
Figura 3.17	Ângulo de ataque em função do Vento “ $V_0$ ” .....	87
Figura 3.18	Ângulo de ataque em função de “ $\Omega$ ” .....	87
Figura 3.19	Figura 3.19 – Ângulo de ataque em função de “ $\beta$ ” .....	88
Figura 3.20	Aproximação linear da tangente á curva no ponto “ $x_k$ ” e “ $x_{k+1}$ ” .....	93

Figura 3.21	Aproximação linear da tangente á curva no ponto “ $x_k$ ” e “ $x_{k+1}$ ”.....	93
Figura 3.22	Aproximação linear da tangente á curva no ponto “ $x_k$ ” entre “ $x_k$ ” e “ $x_{k+1}$ ” ...	93
Figura 4.1	Característica estocástica da velocidade do vento .....	104
Figura 4.2	Potência em turbina de velocidade fixa com controle de passo com velocidades de vento acima da nominal .....	106
Figura 4.3	Diagrama de blocos da turbina .....	107
Figura 4.4	Conjunto “ sistema controlador” .....	109
Figura 4.5	Diagrama de blocos para a obtenção da função $\delta\bar{\tau}_v$ .....	111
Figura 4.6	Diagrama de blocos para a obtenção da função $\delta\bar{\alpha}$ .....	111
Figura 4.7	Torques desenvolvidos no eixo da turbina eólica .....	113
Figura 4.8	Conjunto “sistema rotor-gerador” .....	115
Figura 4.9	Diagrama de blocos para a obtenção da função $\delta\bar{\tau}_{rot}$ .....	116
Figura 4.10	Eixo “Z” de referência para o momento de passo (pitching moment) .....	119
Figura 4.11	Simulação para VoDesv (Impulso) = 2,0m/s e desvio nulo da carga .....	121
Figura 4.12	Simulação para VoDesv (Degrau) = 2,0m/s e desvio nulo do torque carga	122
Figura 4.13	Simulação para desvios na carga = 2,50N.m. e desvio nulo em Vo .....	123
Figura 4.14	Simulação VoDesv (Degrau) = 2,0m/s e desvios da carga (Degrau) = 2,50N.m .....	124
Figura 4.15	Simulação VoDesv (Impulso) = 2,0m/s e desvios da carga (Degrau) = 2,50N.m .....	125
Figura 4.16	Simulação c/ regulação do passo fixo: VoDesv (Degrau) = 3,50m/s e desvios na carga (Degrau) =5,00N.m .....	126
Figura 4.17	Simulação c/ controle de passo ativo: VoDesv (Degrau)=3,50m/s e desvios na carga (Degrau)=5,00N.m .....	127
Figura 4.18	Simulação p/ avaliação do coef. de potência para Vo (Degrau) = 12,00m/s	129
Figura 4.19	Simulação p/ avaliação do coef. de potência para Vo (Degrau) = 14,00m/s	129

---

---

## 1.1 – CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Devido a ameaça de esgotamento das reservas energéticas disponíveis no mundo, em especial as relacionadas aos combustíveis fósseis com previsão de extinção nos próximos 50 anos, tem-se observado uma mudança no planejamento energético mundial, para garantir-se o desenvolvimento das gerações futuras.

Nesta linha, o vocábulo “progresso”, a partir do início da década de 70, com a realização da 1ª Conferência sobre Meio Ambiente (Estocolmo/Suécia - 1972), começou a ser visto com uma nova concepção, voltada para a “sustentabilidade” das fontes de energia, necessárias para efetivá-lo (Hebmuller, 2006).

A partir deste momento, a utilização de fontes “alternativas” de energia passou a despertar o interesse das autoridades governamentais. O termo fonte “alternativa” de energia não deriva apenas de uma alternativa eficiente, ele é sinônimo de uma energia limpa, pura, não poluente, a princípio inesgotável e que pode ser encontrada em qualquer lugar, pelo menos na maior parte da natureza .

Uma vez que este interesse, por fontes alternativas de energia, começou a fazer parte do cotidiano da comunidade científica e sociedade em geral, termos de fontes de energia renováveis como “solar ou fotovoltaica”, “biomassa”, “biogás”, “energia das marés”, “energia das ondas” entre outras, começaram a ocupar lugar de destaque na matriz energética mundial, e em especial no Brasil.

Porém, dentre as fontes de energia renováveis elencadas anteriormente, uma delas em especial, tem-se destacado e apresentado enormes avanços a partir de meados da década de 80: a energia eólica.

Denomina-se energia eólica, a energia cinética contida nas massas de ar em movimento (vento). Seu aproveitamento ocorre por meio da conversão da energia cinética de translação (do vento) em energia cinética de rotação, com o emprego de turbinas eólicas, denominadas “aerogeradores”, para geração de energia elétrica, ou “cataventos” (e moinhos), para trabalhos mecânicos como bombeamento d’água (ANEEL, 2005).

Segundo Rosas e Estanqueiro (2003), do ponto de vista formal, uma turbina eólica é constituída unicamente pelo rotor, constituído por pás e respectiva transmissão mecânica, compondo um sistema de conversão da energia cinética do vento em energia elétrica. No entanto, a denominação anglo-saxônica “wind turbines” associa não só este componente básico, mas todo o sistema de conversão, desde as pás até à saída do gerador elétrico.

Mas, o aproveitamento da energia dos ventos não é recente, como parece. Registros indicam que seu uso teve origem em antigas civilizações do continente asiático, há cerca de 3.000 anos atrás. Os moinhos de vento (*Windmills*) representaram uma das mais importantes conquistas tecnológicas da idade média. Desde então, até os modernos “aerogeradores” de nossos dias, um longo percurso tecnológico e de pesquisa se seguiu. Tem-se agora, novamente, a possibilidade do uso em larga escala da energia dos ventos, na forma de energia elétrica (GREENPEACE, 2004).

Os sistemas de geração eólica com o emprego de aerogeradores, são sistemas extremamente complexos, sendo desejável seu emprego com velocidades do vento que devem situar-se entre 5,00m/s e 12,00m/s. Para velocidades acima desse valor, se faz necessário o uso de um sistema de frenagem, para evitar-se danificar a máquina com a operação sob velocidades excessivas do vento (GREENPEACE, 2004).

Por esta característica de exigência do funcionamento da turbina em situações de variabilidade do vento, mecanismos de controle são necessários para controlar a potência gerada de saída e conseqüentemente a velocidade do rotor. Basicamente, dois princípios de controle aerodinâmico da velocidade dos aerogeradores são utilizados: controle por estol (*stall control*) e controle de passo (*pitch control*) (WINDPOWER, 2005).

Atualmente, entretanto, com o aumento do tamanho das máquinas, os fabricantes estão optando pelo sistema de controle de passo, que oferece maior flexibilidade na operação das turbinas eólicas (CRESESB, 2004).

Este trabalho de dissertação, apresenta uma metodologia para a realização de uma modelagem matemática de turbinas eólicas. As simulações da dinâmica do aerogerador, envolveram modelos matemáticos detalhados do sistema de controle, da aerodinâmica das pás do rotor e também do gerador elétrico do sistema.

A modelagem do aerogerador, utilizou como referência, o rotor de uma turbina eólica utilizada para fins de pesquisa, existente no Departamento de Física da FURG – Fundação Universidade do Rio Grande. A mesma, acompanhando a tendência maciça do mercado, utiliza também, os princípios do controle aerodinâmico do ângulo de passo das pás.

As simulações da dinâmica da turbina, apontaram pela ratificação da eficiência do sistema de controle de passo, no sentido de controlar variações excessivas na velocidade da turbina e conseqüentemente limitar a potência mecânica sobre o gerador elétrico. Isto foi constatado, através da simulação da dinâmica do aerogerador, para situações de variabilidade do vento no rotor e de carga aplicada ao gerador elétrico.

## 1.2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

No sentido da organização de material bibliográfico que tornou possível a implementação deste trabalho, uma estratégia organizacional foi seguida. Além das referências citadas, este amplo levantamento bibliográfico, tanto de material publicado de forma escrita como digital, será agora apresentado de forma sucinta.

Para a utilização dos conceitos e teoremas relativos à mecânica clássica, os preceitos apresentados por Shortley e Williams (1971) foram empregados. A referência bibliográfica apresenta o desenvolvimento dos equacionamentos de forma sequencial e bastante apoiado em material ilustrativo, o que facilitou o entendimento apresentado nesta referência.

Também para análise da dinâmica rotacional, utilizada na modelagem do sistema de controle da turbina, lançamos mão do consagrado e reconhecido “Manual do Engenheiro Mecânico” (Dubell, 1979). Já para a abordagem dos conceitos teóricos relacionados à mecânica dos fluidos, o conceituado livro “Introdução à Mecânica dos Fluidos” por Fox. e Macdonald (2002), foi muitas vezes citado.

Eggleston e Stoddard. (1987) abordam a questão do projeto das turbinas eólicas de forma completa, empregando linguagem extremamente técnica, associada às teorias mais modernas aplicada as questões de aerodinâmica das pás. Esta referência bibliográfica é amplamente utilizada e citada ao longo da dissertação, sobretudo no capítulo 03. Foram utilizados, também deste livro, várias ilustrações apresentadas ao longo do trabalho.

Ainda em relação a aerodinâmica das pás, em face da dificuldade de obtenção de material bibliográfico nacional a respeito, utilizamos para determinação dos coeficientes necessários ao cálculo dos esforços nas pás, as curvas apresentadas no “Catálogo de Aerofólios de Turbinas Eólicas” divulgado pelo “Comite Consultivo Nacional de Aeronáutica” da Dinamarca (NACA – Riso National Laboratory, 2001) .

O equacionamento matemático e principalmente a metodologia abordada na modelagem da turbina, baseou-se muito no que preceitua Burton, et al (2005). Esta referência

apresenta as características gerais do emprego, projeto e desenvolvimento de turbinas eólicas. Os autores abordam com detalhes os principais sistemas de controle do passo atualmente empregados em turbinas eólicas. Foi, a partir das pesquisas nesta referência bibliográfica, que o trabalho foi desenvolvido, aplicando os princípios do “sistema de controle de passo para turbinas com velocidade fixa”.

Prosseguindo nesta área de pesquisa do controle do passo das turbinas, o comportamento da potência e torque mecânico em aerogeradores são muito explorados na dissertação de Adegas (2006). Apesar desta, abordar o sistema de controle com regulação do passo para velocidade variável em sistemas isolados, diferentemente do sistema com velocidade fixa aqui empregado, muitas informações acerca do desenvolvimento da equação dinâmica do torque podem ser nesta, pesquisados e consultados.

Apesar do objetivo precípuo deste trabalho ser a simulação da variabilidade da velocidade da turbina, no entorno da velocidade nominal (teoricamente fixa), a avaliação do coeficiente de potência foi amplamente abordado. Aliás, em relação a este assunto, Johnson. (2004), apresenta um interessante trabalho demonstrando a correlação existente entre a taxa “ $\lambda$ ”, conhecida como “taxa de velocidade de ponta da pá” e o coeficiente “ $a$ ”, conhecido como “fator de indução de fluxo axial da turbina”. O citado trabalho de pesquisa ainda apresenta um equacionamento relacionando o fator “ $a$ ” diretamente com o coeficiente de torque da turbina.

Estratégias para controle e testes de campo para turbinas com operação por sistema com velocidade variável, também são apresentados com bastante detalhamento, segundo os trabalhos de Hand et al., (2004) e Muljadi et al., (1998).

O trabalho publicado por Stiesdal (1999), aborda e descreve com relativa profundidade os elementos principais das turbinas eólicas. Esta referência bibliográfica, apresenta as partes integrantes dos sistemas de transmissão, geração, sistemas de controle e frenagem das turbinas, dispostos em capítulos independentes, abordando os detalhes técnicos e com bom número de material ilustrativo de apoio.

Com relação à teoria do controle, utilizou-se como espinha dorsal, os conhecimentos apresentados por Ogata (2003). Neste livro, o autor descreve de forma clara e objetiva, porém com linguagem matemática profunda, todas as questões da modelagem de sistemas dinâmicos. É relevante citar, que o autor desenvolve os assuntos aplicando soluções computacionais alicerçados na ferramenta “*tool-box*” de controle do *software Matlab*®.

Também como apoio, nesta área do conhecimento, Phillips e Harbor (1997) foi amplamente consultado. Para o auxílio na execução dos diagramas de blocos, apresentados no

capítulo IV, Matsumoto (2003) apresenta os princípios básicos, para simulação de sistemas dinâmicos com o software Simulink® 5.0.

Para as análises estatísticas, principalmente em relação aos conceitos de “regressão e correlação lineares” e verificação do “grau de correlação” dos dados analisados ao longo da dissertação, lançou-se mão dos conceitos empregados segundo Farber (2004) e Mendenhall (1985). É deste último autor, a metodologia empregada no equacionamento estatístico apresentado no capítulo III.

Complementando as referências bibliográficas escritas, uma grande consulta à material digital, publicado na rede mundial de computadores, foi consultado. Um enorme número de “sites” foram pesquisados, ao longo da execução deste trabalho. Os mesmos contribuíram de forma decisiva, para a obtenção de informações aqui mencionadas, dentre os mais “consultados”, destacamos:

**[www.aneel.gov.br/aplicacoes/atlas/pdf](http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/atlas/pdf)** - Atlas de Energia Elétrica do Brasil;

consultado em março/2006, agosto/2006, novembro/2006;

**[www.eolica.com.br](http://www.eolica.com.br)** - Centro Brasileiro de Energia Eólica;

consultado em janeiro/2006, junho/2006, novembro/2006, dezembro/2006;

**[www.greenpeace.org.br](http://www.greenpeace.org.br)** - Dossiê: Energia Positiva para o Brasil;

consultado em agosto/2006; dezembro/2006;

**[www.cresesb.cepel.br](http://www.cresesb.cepel.br)** - Centro de Referência para Energia Solar e Eólica;

consultado em janeiro/2006; março/2006; novembro/2006, dezembro/2006;

**[www.windpower.org](http://www.windpower.org)**;

consultado em setembro/2005; dezembro/2005; março/2006; novembro/2006;

**[www.nea.ufma.br](http://www.nea.ufma.br)** - Núcleo Energias Alternativas da Univ. Federal do Maranhão;

consultado em novembro/2006; dezembro/2006;

**[www.risoe.dk/rispubl/VEA/veapdf](http://www.risoe.dk/rispubl/VEA/veapdf)**;

consultado em junho/2006;

**[www.nrel.gov/wind](http://www.nrel.gov/wind)** (NREL) National Renewable Energy Laboratory;

consultado em agosto/2006; janeiro/2007

### 1.3 – OBJETIVOS

Uma vez que os sistemas de geração eólica, realizam a extração da energia disponível dos ventos, a potência de saída dos geradores tendem a acompanhar a flutuação da energia cinética das massas de ar em movimento. Esta variabilidade deve ser limitada, pois os

sistemas de geração de saída são dimensionados para trabalhar dentro de limites pré-fixados. O ideal é que a potência gerada de saída (de projeto) fosse a mesma para valores variáveis da velocidade do vento ao longo do dia.

A modelagem da turbina proposta neste trabalho, baseia-se nesta situação ideal. O sistema é modelado nas proximidades das condições de operação da turbina, sendo que o sistema de controle de passo empregado neste trabalho considerada a turbina operando à “velocidade fixa” e a análise é efetuada no entorno deste ponto, considerado “ótimo” para o funcionamento contínuo da mesma. A partir desta consideração, o trabalho aqui apresentado tem como objetivos:

- propor uma metodologia de modelagem matemática, a partir do emprego de processos de linearização das equações envolvidas na dinâmica do sistema como um todo;
- mostrar a integração (e a dependência) do sistema de controle (de passo) propriamente dito, com a aerodinâmica das pás do rotor, ratificando o que preceituam Rosas e Estanqueiro (2003), de que a opção da regulação de potência e conseqüentemente da velocidade da turbina, em princípio, não tem relação com o tipo de gerador e sim com a tecnologia aplicada ao rotor;
- Validar a estratégia empregada, através da simulação da modelagem proposta;

#### **1.4 – ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO**

O capítulo II, aborda a energia eólica de forma geral. Apresenta inicialmente as questões que envolvem a energia disponível no vento. Posteriormente, discorre sobre os detalhes técnicos das turbinas eólicas, concluindo o capítulo com a abordagem teórica da aerodinâmica, empregando o formulismo matemático pertinente ao assunto.

O capítulo III apresenta a modelagem matemática e o equacionamento das partes integrantes da turbina eólica. Neste capítulo, é efetuado todo o processo de linearização das equações envolvidas na dinâmica do aerogerador, bem como apresentado as curvas destas equações em função das variáveis envolvidas em cada caso.

O quarto capítulo apresenta a modelagem da turbina de forma integral. Com a integração das partes equacionadas no capítulo anterior, é então realizado neste, a análise e simulação do desempenho da turbina, para situações de variabilidade do vento e de carga.

O quinto capítulo conclui a dissertação, comentando os resultados obtidos a partir das simulações apresentadas no capítulo IV. Finalmente apresenta recomendações para trabalhos futuros, no sentido de que se possa dar prosseguimento, ao trabalho de pesquisa aqui proposto.

---

---

## **2.1 – INTRODUÇÃO**

Este capítulo descreve os fundamentos e os princípios básicos aplicados à energia eólica, bem como descreve as técnicas gerais de controle de velocidade em turbinas eólicas. Primeiramente é dada ênfase aos elementos teóricos relacionados à fonte de energia renovável, a qual é a mola mestra para a motivação de pesquisa e desenvolvimentos quando trata-se de energia eólica, qual seja: o vento. Após são abordados os geradores eólicos, apresentando-se os tipos de turbinas, os princípios de funcionamento e as características construtivas dos aerogeradores, bem como as formas de aplicação dos sistemas eólicos. Os tipos de sistemas de controle são explorados detalhadamente, porque servirão de base para o entendimento da modelagem que será apresentada no capítulo 04. Por fim, uma atenção especial é direcionada às teorias aerodinâmicas empregadas no projeto de turbinas eólicas, uma vez que estes conhecimentos serão empregados no equacionamento dos capítulos posteriores.

## **2.2 – O VENTO**

### **2.2.1 – Mecanismos de geração dos ventos – vento global**

Segundo o Centro de Referência para Energia Solar e Eólica, a energia eólica pode ser considerada como uma das formas em que se manifesta a energia proveniente do Sol, isto porque os ventos são causados pelo aquecimento diferenciado da atmosfera. Essa não uniformidade no aquecimento da atmosfera deve ser creditada, entre outros fatores, à orientação dos raios solares (CRESESB, 2004).

Rajadas de vento oriundas do equador, movem-se para os pólos norte e sul, a altas camadas na atmosfera. Em torno de 30° de latitude, em ambos os hemisférios, as forças de coriolis, evitam que o ar proveniente dessas movimentações desloquem-se a grandes distâncias (figura 2.1). Como nesta latitude existe uma área de alta pressão, o ar começa a “afundar” novamente (WINDPOWER, 2005).

As regiões tropicais, que recebem os raios solares quase que perpendicularmente, são mais aquecidas do que as regiões polares. Conseqüentemente, o ar quente que se encontra nas baixas latitudes das regiões equatoriais e/ou tropicais tende a subir, sendo substituído por uma massa de ar mais frio que se desloca das regiões polares. O deslocamento de massas de ar determina a formação dos ventos (CRESESB, 2004), conhecidos como “vento global” (WINDPOWER, 2005). A Figura 2.1 apresenta esse mecanismo.

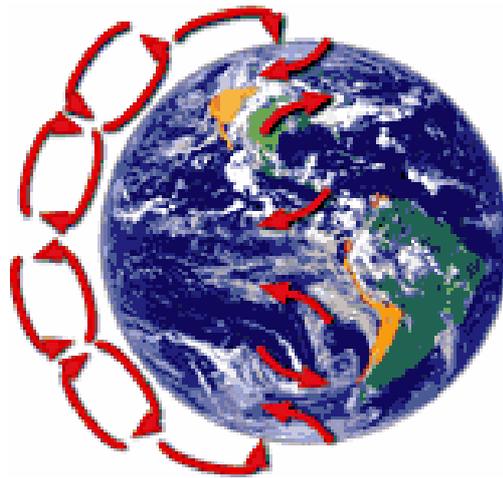


Figura 2.1 – Vento global – Fonte: [www.windpower.org](http://www.windpower.org)

### 2.2.2 – Vento geostrófico, o gradiente do vento e a camada limite

Os ventos que devem ser considerados nas previsões do vento global, são comumente chamados de “vento geostrófico”. Os ventos geostróficos são direcionados por diferenças de temperatura, por conseguinte por diferenças de pressão, e não são muito influenciados pela superfície da terra. O vento geostrófico ocorre há alturas em torno de 1.000m, acima do nível do solo. Por isso, este vento deve ser medido com o auxílio de balões climáticos (WINDPOWER, 2005).

Mas, as características topográficas influenciam diretamente o comportamento do vento a baixas altitudes e, conseqüentemente, na produção de energia elétrica. A rugosidade do terreno afeta a camada limite atmosférica, pois o atrito do ar com a superfície da terra resulta numa força horizontal sobre o movimento do ar que produz um retardo do fluxo nas proximidades do solo. Esta força decresce com o aumento da altura, tornando-se desprezível acima de uma determinada altura, chamada de camada limite, onde há o balanço das forças de inércia sem o atrito viscoso com o solo. Então, se estabelece o fluxo de vento com a

velocidade do vento geostrófico (ou o máximo valor do gradiente vertical do vento) ao longo das isobáricas. A Figura 2.2 ilustra este comportamento do vento, mostrando a camada limite atmosférica.

A camada limite atmosférica atinge o nível de 1.000 metros de altura acima do solo. A diferença de rugosidade do solo afeta diretamente a velocidade do vento próximo a superfície. Sobre a terra, por exemplo, a velocidade do vento alcança em torno de 40% do vento geostrófico, enquanto que sobre a água chega a 70%.

Observa-se que a camada limite tem um comportamento que pode ser representado por uma função logarítmica, dada pela equação (2.1), onde é possível determinar-se a velocidade  $v_1$  do vento em (m/s), na altura  $h_1$  (m) acima do nível do solo, desde que se saiba a velocidade do vento  $v_2$  em um segundo ponto genérico de altura  $h_2$  (m). Assim,

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\ln\left(\frac{h_1}{Z_0}\right)}{\ln\left(\frac{h_2}{Z_0}\right)} \quad (2.1)$$

onde:  $h_1$  = altura do ponto que se quer determinar a velocidade do vento;

$h_2$  = altura do ponto de velocidade do vento conhecida ( $v_2$ );

$Z_0$  = altura de aspereza, sendo a altura média das saliências do solo, responsáveis pela força de atrito que se opõe ao movimento da massa de ar, resultando em redução da velocidade do vento próximo ao solo.

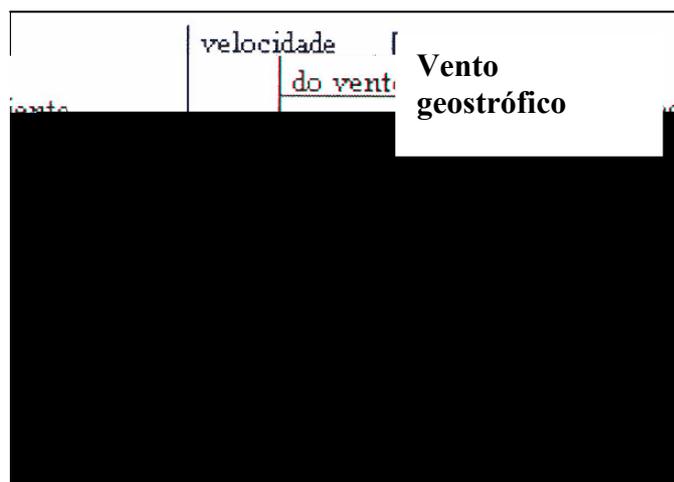


Figura 2.2 –Camada limite atmosférica com o gradiente vertical do vento

Fonte: (GREENPEACE, 2004)

### 2.2.3 – A Distribuição de Weibull

As flutuações do vento constituem fenômeno *estocástico* que pode ser representado por métodos estatísticos. Em termos de análise estatística, o regime de vento em um determinado local é representado por funções de distribuição obtidas de medições efetuadas em um determinado período. Entre as funções mais utilizadas destacam-se a distribuição de velocidade média de vento (diária ou horária) e a distribuição de frequência de ocorrência da velocidade de vento apresentada na Figura 2.3.

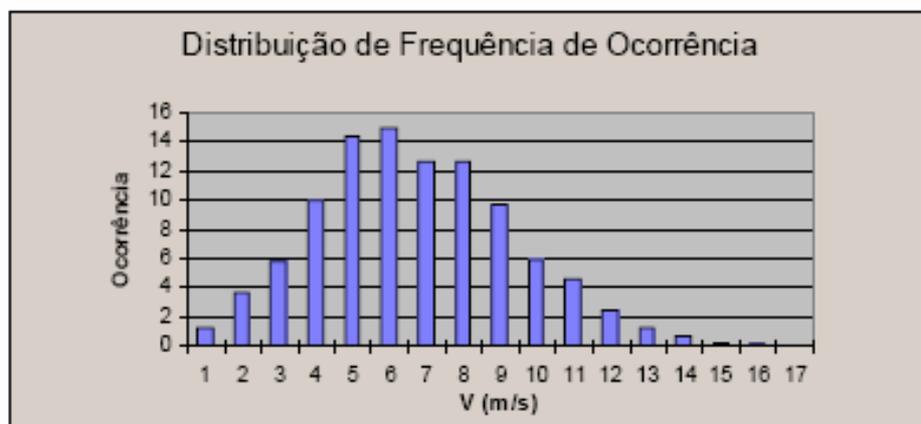


Figura 2.3 - Frequência de ocorrência de uma determinada velocidade de vento

Fonte: (CRESESB, 2004).

Enquanto a primeira representa o valor da velocidade média de vento em intervalos de tempo determinados (meses, dias, horas, etc.), a segunda identifica o número de ocorrências (quantas horas por mês, por exemplo) de um determinado valor de velocidade de vento.

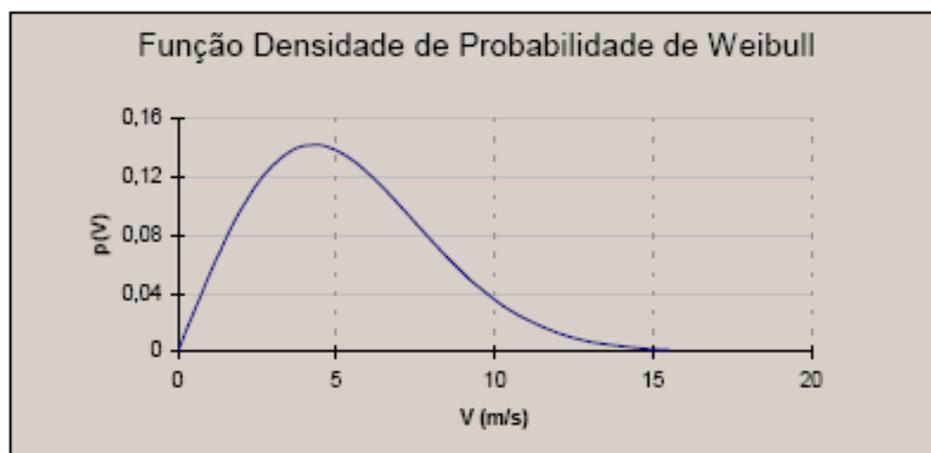


Figura 2.4 - Função de Weibull da densidade de probabilidade da velocidade do vento

Fonte: (CRESESB, 2004).

A distribuição de frequência de ocorrência tem sido satisfatoriamente modelada através da distribuição de Weibull, que pode ser expressa por sua função densidade de probabilidade (Fig. 2.4).

#### 2.2.4 - A potência disponível no vento

A energia cinética ( $E_c$ ) do vento por unidade de volume, obtida quando a velocidade do vento é  $V_0$ , vale (Eggleston e Stoddard, 1987):

$$E_c = \frac{1}{2} \rho (V_0)^2 \quad (2.2)$$

onde:  $\rho$  = massa específica do ar;

Já a potência eólica disponível, produzida por esta energia  $E_c$  através de uma seção de área  $S$  (podemos supor  $S$  como sendo a área varrida pelo rotor de uma turbina eólica), num determinado intervalo de tempo  $\Delta t$ , é dado por (Eggleston e Stoddard, 1987):

$$P_{vento} = \frac{1}{2} \rho S (V_0)^3 \quad (2.3)$$

É relevante salientar, que a potência disponível do vento, varia com cubo de sua velocidade. Apesar da disponibilidade da magnitude da potência ser expressa pela equação (2.3), não é possível extraí-la totalmente. Veremos detalhadamente no item 2.10.1, que apenas 59,30% desta energia pode ser convertida em energia mecânica por turbinas eólicas. Este fato é conhecido pela chamada *Lei de Betz* (WINDPOWER, 2005).

### 2.3 – O DESENVOLVIMENTO DA ENERGIA EÓLICA

#### 2.3.1 – A evolução histórica

A idéia de utilizar-se a força dos ventos para auxiliar o homem é bastante antiga. Existem registros de máquinas eólicas que data

Muitos desses moinhos tem sobrevivido por 400 a 600 anos, e alguns construídos há mais de 03 séculos atrás, encontram-se em plenas condições de operação. Um exemplo disso é o registro britânico do “*moinho de vento*” (*windmills*) na localidade de Outwood, o mais velho em operação na Inglaterra, construído no longínquo ano de 1665 (Eggleston e Stoddard, 1987).

A Figura 2.5 apresenta o aspecto dos moinhos medievais europeus localizados na região de La Mancha, Espanha.

Através da idade média, os melhoramentos técnicos continuaram a ocorrer com sensível melhoria na fabricação de pás aerodinâmicas, surgimento de novos desenhos de engrenagens e de acessórios e controles dos moinhos de vento.



Figura 2.5 - Moinhos medievais europeus - Região La Mancha (Espanha)

Fonte: [www.eólica.com.br](http://www.eólica.com.br)

Durante o período clássico dos moinhos de vento europeus (1.200 até 1.900 D.C.), algumas vezes houve a destruição de muitos deles pela ação de ventos fortes ou furacões. Por isso, naquela época, a preocupação com o controle de frenagem das máquinas, já despertara o interesse de cientistas e engenheiros. O controle da velocidade das pás, era controlado automaticamente por um complexo sistema mecânico, na qual a força de pressão sobre as pás (*thrust force*) era balanceada por contrapesos (Eggleston e Stoddard, 1987).

A utilização de energia eólica para geração de eletricidade teve início no século passado, com alguns dos primeiros desenvolvimentos creditados aos países do norte europeu. Pelo ano de 1930, cerca de uma dezena de empresas americanas estavam produzindo e comercializando sistemas eólicos, capazes de fornecer até 1kW de potência. No final da

segunda grande guerra construiu-se a primeira turbina eólica moderna, chamada *Allgaier WE10* com potência gerada de aproximadamente 8kW.

Os tempos de crise energética, relacionados à escassez do petróleo na década de 70, serviram de alavanca para o ressurgimento de pesquisas de fontes renováveis de energia. A primeira turbina eólica comercial ligada à rede elétrica pública foi instalada em 1976, na Dinamarca (ANEEL, 2005). Com a elevação dos preços do petróleo, em meados dos anos 80 a energia eólica tornava-se mais competitiva. Porém, foi a partir da década de 1990, com a implementação dos parques eólicos, que os países, embalados pela incessante procura de fontes de energia renováveis e em busca do chamado “*desenvolvimento sustentável*”, é que a energia eólica se firmou de vez no cenário internacional (GREENPEACE, 2004).

No Brasil, algumas medições precisas de vento, realizadas a partir da década passada em diversos pontos do território nacional, indicam a existência de um imenso potencial eólico, cerca de 60.000 MW, segundo a ANEEL (Agência Reguladora Nacional de Energia Elétrica), infelizmente ainda pouco explorado (GREENPEACE, 2004).



Figura 2.6 – Parque Eólico de Osório – Rio Grande do Sul (Brasil)

Porém, graças à programas de fomento ao desenvolvimento da energia eólica, como o PROINFA – Programa de Incentivo às Fontes Alternativas de Energia Elétrica, desde 2002 modernos parques eólicos estão sendo instalados no país, como o Parque Eólico de Osório, no estado do Rio Grande do Sul (Figura 2.6), cujo primeiro módulo de turbinas foi inaugurado recentemente com uma potência instalada de 50MW (equivalente a 1/3 da potência total do parque).

## **2.4 – OS AEROGERADORES**

As grandes e modernas turbinas eólicas, o que comumente acostumamos chamar de “aerogeradores” são os responsáveis atualmente, pela conversão da energia eólica do vento em energia elétrica. Devido a sua complexidade funcional daremos agora uma atenção especial a sua composição, tipos, funcionamento e operação.

### **2.4.1 – Componentes principais de um aerogerador (CRESESB, 2004)**

Um gerador eólico é constituído por vários componentes que devem trabalhar em harmonia de forma a propiciar um maior rendimento final. Para efeito de estudo global da conversão de energia eólica em energia elétrica, devem ser considerados os seguintes componentes:

- Rotor: Responsável por transformar a energia cinética do vento em energia mecânica de rotação.
- Transmissão e Caixa Multiplicadora: Responsável por transmitir a energia mecânica entregue pelo eixo do rotor até a carga. Alguns geradores não utilizam este componente; neste caso, o eixo do rotor é acoplado diretamente à carga.
- Gerador Elétrico: Responsável pela conversão da energia mecânica em energia elétrica.
- Mecanismo de Controle: Responsável pela orientação do rotor, controle de velocidade, controle da carga, etc.
- Torre: Responsável por sustentar e posicionar o rotor na altura conveniente.
- Acessórios: Na qual destacamos anemômetros, nacela, (carcaça externa de proteção dos mecanismos da turbina, inclusive o gerador elétrico), etc...

A Figura 2.7 apresenta as diversas partes constituintes de uma turbina eólica.

Para os sistemas eólicos, a velocidade de rotação ótima do rotor varia com a velocidade do vento. Um sistema eólico tem o seu rendimento máximo a uma dada velocidade do vento (chamada de velocidade de projeto ou velocidade nominal). Projetar um sistema eólico, para um determinado tamanho de rotor e para uma carga pré-fixada, supõe trabalhar no intervalo ótimo de rendimento do sistema com relação a curva de potência disponível do vento local. É necessário também, ter mecanismos de controle apropriados para melhorar o rendimento em outras velocidades de vento e aumentar o intervalo de funcionamento do aerogerador (CRESESB, 2004).

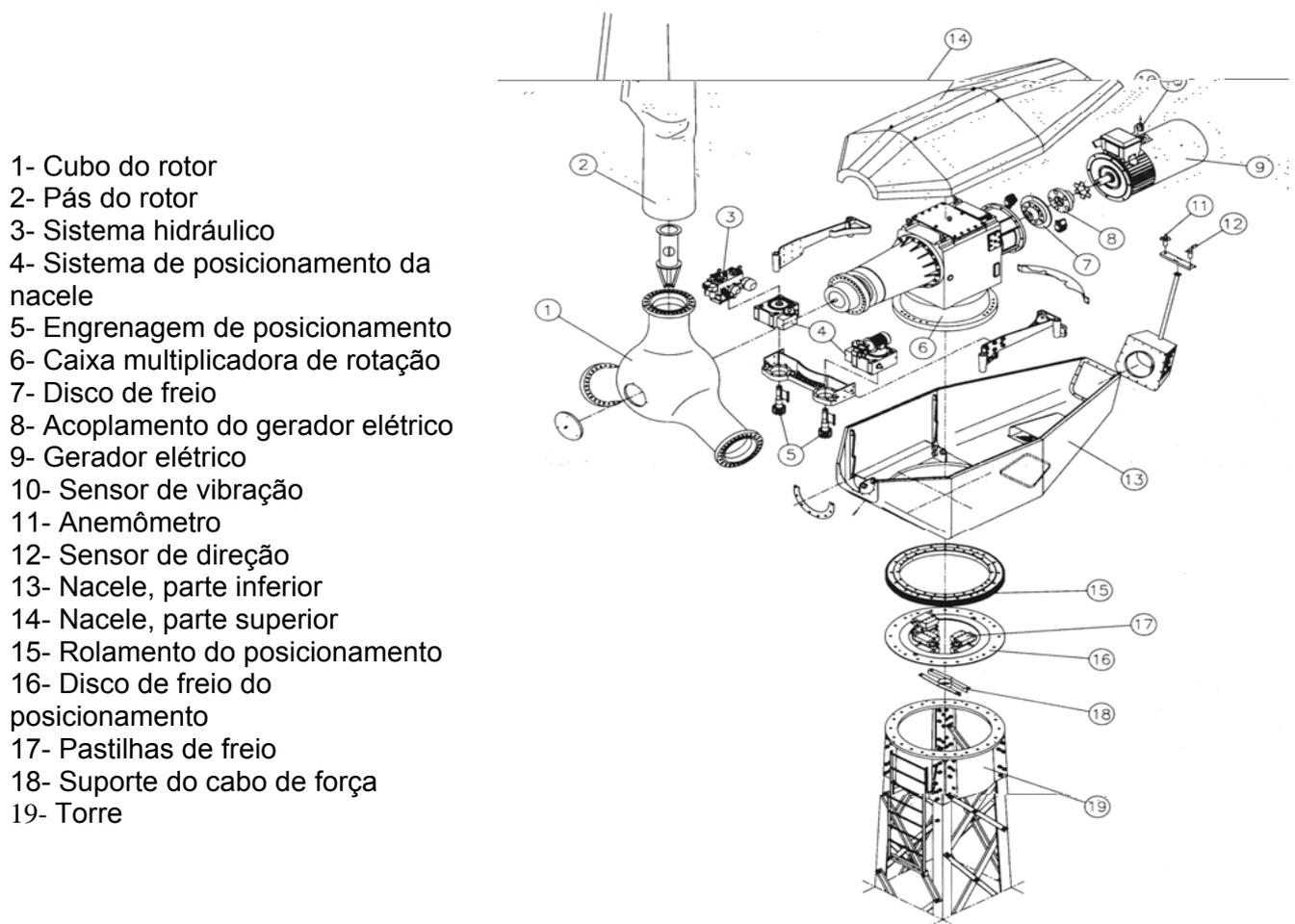


Figura 2.7 – Partes constituintes de uma turbina eólica. – Fonte (CRESESB, 2004).

#### 2.4.2 - Rotor Eólico

O rotor é o componente do sistema eólico responsável por captar a energia cinética dos ventos e transformá-la em energia mecânica de rotação. É o componente mais

característico de um sistema eólico. Por este motivo, a configuração do rotor influenciará diretamente no rendimento global do sistema.

Os rotores eólicos podem ser classificados segundo vários critérios e o mais importante é aquele que utiliza a orientação do eixo como fator de classificação. Assim, tem-se (CRESESB, 2004) :

- a) rotores de eixo horizontal
- b) rotores de eixo vertical.

a) Rotores de Eixo Horizontal:

Os rotores de eixo horizontal são os mais comuns e grande parte da experiência mundial está voltada para a sua utilização. São movidos por forças aerodinâmicas chamadas de forças de sustentação (*lift*) e forças de arrasto (*drag*). O mecanismo de desenvolvimento e formação dessas forças serão amplamente abordados no item 2.8.2, que versará sobre as teorias aerodinâmicas de projeto de rotores de turbinas eólicas. Exemplos de turbinas de eixo horizontal são as apresentadas nas Figuras 2.6 e 2.7.

b) Rotores de eixo vertical:

Em geral, os rotores de eixo vertical têm a vantagem de não necessitarem de mecanismos de acompanhamento para variações da direção do vento, o que reduz a complexidade do projeto e os esforços devidos as forças de Coriolis (forças que atuam nos ventos devido à rotação do globo terrestre) (WINDPOWER, 2005).



**1...1.1.1 Turbina “Darrieus”**



**Turbina “Savonius”**

Figura 2.8 – Turbinas eólicas de eixo vertical. – Fonte: [www.nea.ufma.br/fae](http://www.nea.ufma.br/fae) .

Os rotores de eixo vertical também podem ser movidos por forças de sustentação e por forças de arrasto. Os principais tipos de rotores de eixo vertical são Darrieus, Savonius (Figura 2.8) e turbinas com torre de vórtices.

## 2.5 – MECANISMOS DE CONTROLE (CRESESB, 2004)

Os mecanismos de controle destinam-se à orientação do rotor, ao controle de velocidade, ao controle de carga, etc. Pela variedade de controles, existe uma enorme variedade de mecanismos que podem ser mecânicos (velocidade, passo, freio), aerodinâmicos (posicionamento do rotor) ou eletrônicos (controle da carga).

Devido a atuação das forças aerodinâmicas nas pás do rotor, uma turbina eólica converte a energia cinética do vento em energia mecânica rotacional. Estas forças aerodinâmicas são geradas ao longo das pás do rotor que necessitam de perfis especialmente projetados e que são muito similares àqueles usados para asas de aviões. Com a velocidade do fluxo de ar aumentando, as forças de sustentação aerodinâmica aumentam com a segunda potência e a energia extraída da turbina com a terceira potência da velocidade do vento (equação 2.3), uma situação que necessita de um controle de potência do rotor (através do controle de sua velocidade angular) muito efetivo e rápido de modo a evitar sobrecarga elétrica e mecânica no sistema de transmissão (Eggleston e Stoddard. 1987) .

.Os modernos aerogeradores utilizam dois diferentes princípios de controle aerodinâmico para limitar a extração de potência à potência nominal do aerogerador. São chamados de controle estol (*stall*) e controle de passo (*pitch*) (WINDPOWER, 2005). No passado, a maioria dos aerogeradores usavam o controle estol simples; atualmente, entretanto, com o aumento do tamanho das máquinas, os fabricantes estão optando pelo sistema de controle de passo que oferece maior flexibilidade na operação das turbinas eólicas (CRESESB, 2004).

### 2.5.1) Controle de passo – (*Pitch control*)

O controle de passo é um sistema ativo que normalmente necessita de uma informação vinda do controlador do sistema. Sempre que a potência nominal do gerador é ultrapassada, devido à um aumento da velocidade do vento, as pás do rotor giram em torno do seu eixo

longitudinal; em outras palavras, as pás mudam o seu ângulo de passo para reduzir o ângulo de ataque de incidência do vento no aerofólio das pás (ver item 2.8.2). Esta redução do ângulo de ataque diminui as forças aerodinâmicas atuantes e, conseqüentemente, a velocidade e também a extração de potência. Para todas as velocidades do vento superiores à velocidade nominal, o ângulo é escolhido de forma que a turbina produza apenas a potência nominal.

Sob todas as condições de vento, o fluxo em torno dos perfis da pá do rotor é bem aderente à superfície (Figura 2.9), produzindo, portanto, sustentação aerodinâmica a pequenas forças de arrasto (CRESESB, 2004).



Figura 2.9 - Fluxo aderente ao perfil - Fonte: CRESESB.

Turbinas com controle de passo são mais sofisticadas do que as de passo fixo, controladas por estol porque aquelas necessitam de um sistema de variação de passo. Por outro lado, elas possuem certas vantagens:

- permitem controle de potência ativo sob todas as condições de vento, também sob potências parciais;
- alcançam a potência nominal mesmo sob condições de baixa massa específica do ar (grandes altitudes dos sítios, altas temperaturas);
- maior produção de energia sob as mesmas condições (sem diminuição da eficiência na adaptação ao estol da pá);
- partida simples do rotor pela mudança do passo;
- fortes freios desnecessários para paradas de emergência do rotor;
- cargas das pás do rotor decrescentes com ventos aumentando acima da potência nominal;
- posição de embandeiramento das pás do rotor para cargas pequenas em ventos extremos;

### 2.5.2) Controle por estol – (*stall control*)

O controle estol é um sistema passivo que reage à velocidade do vento. As pás do

rotor são fixas em seu ângulo de passo e não podem girar em torno de seu eixo longitudinal. O ângulo de passo é escolhido de forma que, para velocidades de vento superiores a velocidade nominal, o escoamento em torno do perfil da pá do rotor descola da superfície da pá (estol), reduzindo as forças de sustentação e aumentando as forças de arrasto. Sob todas as condições de ventos, superiores à velocidade nominal, o escoamento em torno dos perfis das pás do rotor é, pelo menos parcialmente, descolado da superfície (Figura 2.10) produzindo menores forças de sustentação e elevadas forças de arrasto. Menores sustentações e maiores arrastos atuam contra um aumento da potência do rotor. Para evitar que o efeito estol ocorra em todas as posições radiais das pás ao mesmo tempo, o que reduziria significativamente a potência do rotor, m suo eu7(m)8.4 a

Basicamente, as máquinas de indução (assíncronas) funcionam a velocidade constante e as máquinas síncronas, operam a velocidade variável.

Esta em ampla assenção, o emprego de uma configuração utilizando-se as vantagens da robustez e baixa manutenção dos geradores de indução, porém com rotor bobinado, o que proporciona a variação da velocidade deste tipo de máquina. Esta configuração é conhecida como “máquina de indução duplamente alimentada” (Jesus e Castro, 2004).

Conforme o tipo de máquina elétrica empregada, uma ou outra forma de controle da potência do rotor é preferível. Assim podemos citar

- a) Controle por estol (*stall control*): geralmente emprega máquinas de rotor em curto-circuito (os chamados rotores tipo “gaiola de esquilo”);
- b) Controle do passo (*pitch control*): geralmente emprega máquinas síncronas ou de indução (assíncronas) com rotor bobinado;

Cada uma delas apresenta vantagens e desvantagens que devem ser analisadas com cuidado na incorporação a sistemas de conversão de energia eólica (Jesus e Castro, 2004).

## 2.7 - APLICAÇÕES DOS SISTEMAS EÓLICOS

Um sistema eólico pode ser utilizado em três aplicações distintas: sistemas isolados, sistemas híbridos e sistemas interligados à rede. Os sistemas obedecem a uma configuração básica, necessitam de uma unidade de controle de potência e, em determinados casos, conforme a aplicação, de uma unidade de armazenamento.

### 2.7.1 - Sistemas Isolados

Os sistemas isolados de pequeno porte, em geral, utilizam alguma forma de armazenamento de energia. Este armazenamento pode ser feito através de baterias ou na forma de energia potencial gravitacional com a finalidade de armazenar a água bombeada em reservatórios elevados para posterior utilização. Alguns sistemas isolados não necessitam de armazenamento, como no caso dos sistemas para irrigação onde toda a água bombeada é diretamente consumida (CRESESB, 2004).

Atualmente, tem-se empregado em sistemas isolados, a excitação dos campos dos geradores através de capacitores que formam um circuito oscilador LC (indutivo-capacitivo)

em paralelo com a indutância das bobinas de campo. Este sistema, conhecido como “geração assíncrona auto-excitada”, apresenta melhores resultados quando a carga é apenas resistiva, diminuindo o rendimento para cargas indutivas. No emprego deste tipo de excitatriz capacitiva, as máquinas empregadas são do tipo “indução com rotor em curto-circuito” (Nunes et al., 1999).

### **2.7.2 - Sistemas híbridos**

Os sistemas híbridos são aqueles que apresentam mais de uma fonte de energia como, por exemplo, turbinas eólicas, geradores Diesel, módulos fotovoltaicos, entre outras. A utilização de várias formas de geração de energia elétrica aumenta a complexidade do sistema e exige a otimização do uso de cada uma das fontes. Nesses casos, é necessário realizar um controle de todas as fontes para que haja máxima eficiência e otimização dos fluxos energéticos na entrega da energia para o usuário (CRESESB, 2004).

### **2.7.3 - Sistemas Interligados à Rede**

Os sistemas interligados à rede não necessitam de sistemas de armazenamento de energia, pois toda ou parte da geração, é entregue diretamente à rede elétrica. Estes sistemas representam uma fonte complementar ao sistema elétrico de grande porte ao qual estão interligados (CRESESB, 2004).

Aliás, em relação a conexão de turbinas eó

## 2.8 - AERODINÂMICA

### 2.8.1 - A origem da sustentação num aerofólio - Fundamentos teóricos

Considere um protótipo de aerofólio em um túnel de vento com o fluxo de ar passando com velocidade constante pelo mesmo. Nesta situação, o fluxo contínuo e permanente pode ser representado por linhas de corrente paralelas. O aerofólio, nesta condição, está imerso num “escoamento permanente” e o “Princípio de Bernoulli” descrito a seguir pode ser então aplicado (Shortley et al, 1971):

Princípio de Bernoulli: “*Em qualquer ponto, ao longo de uma mesma linha de corrente, para um fluido invíscido, incompressível e escoando de forma estável (escoamento permanente), a soma da pressão, da energia cinética por unidade de volume e da energia potencial por unidade de volume tem o mesmo valor.*”

Porém, segundo Shortley e Williams (1971), para um aerofólio deslocando-se numa trajetória de vôo ou mesmo o vento incidindo sobre o aerofólio das pás de uma turbina eólica, o fluxo não é totalmente estável se for empregado um sistema de coordenadas *fixo no solo*. Todavia, se o aerofólio estiver “deslocando-se” com velocidade constante e usarmos um sistema de coordenadas *fixo no aerofólio*, o fluxo é aproximadamente estável e o escoamento poderá ser considerado permanente.

O “Princípio de Bernoulli” é aplicável ao caso e fornece satisfatoriamente, com boa aproximação, o cálculo de forças sobre superfícies aerodinâmicas (aerofólios).

A fim de darmos um entendimento físico a respeito do desenvolvimento do cálculo de forças aerodinâmicas, baseadas no princípio anteriormente descrito, a dedução da “Equação de Bernoulli” faz-se oportuna.

A “Equação de Euler” para escoamento permanente ao longo de uma linha de corrente, é dada por:

$$-\frac{1}{\rho} * \frac{\partial p}{\partial s} - g * \frac{\partial z}{\partial s} = V \frac{\partial V}{\partial s} \quad (2.4)$$

onde:  $S$  = deslocamento de uma partícula do fluido, no sentido do escoamento;

$V$  = velocidade do fluido do ponto em estudo;

$\rho$  = massa específica do fluido;

$p$  = pressão termodinâmica do ponto em estudo;

$z$  = cota de elevação do ponto em estudo;

Se uma partícula fluida deste escoamento, mover-se de uma distância, “ds”, ao longo da linha de corrente, temos:

- a)  $\frac{\partial p}{\partial s} ds = dp \Rightarrow$  é a variação de pressão ao longo de “s”;
- b)  $\frac{\partial z}{\partial s} ds = dz \Rightarrow$  é a variação de elevação ao longo de “s”;
- c)  $\frac{\partial V}{\partial s} ds = dV \Rightarrow$  é a variação de velocidade ao longo de “s”;

Assim, após multiplicarmos a equação 2.4 por “ds”, podemos escrever:

$$-\frac{dp}{\rho} - g dz = V dV \quad \text{ao longo de “s”};$$

ou

$$\frac{dp}{\rho} + V dV + g dz = 0 \quad \text{ao longo de “s”};$$

Com a integração da equação, a mesma fica da seguinte forma:

$$\int \frac{dp}{\rho} + \frac{V^2}{2} + g z = C_{te} \quad (2.5)$$

Antes que a equação 2.5 possa ser aplicada, devemos especificar a relação entre a pressão “p” e a massa específica “ρ”. Para o caso especial de escoamento incompressível, ρ = constante, e a referida equação 2.5 torna-se a:

$$\underline{\hspace{10em}} \Rightarrow \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + g * z = C_{te} \quad (2.6)$$

Vamos expor agora, uma vez definido que o escoamento pode ser considerado incompressível e permanente e que portanto, a *Equação de Bernoulli's* pode ser empregada, a origem do aparecimento da sustentação no aerofólio.

A sustentação (força) é inteiramente associada com as características do padrão de fluxo que atua em torno da seção, tendo características distintas ao longo do contorno do aerofólio, conforme apresentado na Figura 2.11. Basicamente os mesmos são “pontagudos”, com curvatura da superfície superior maior que a inferior. Esta característica do contorno resulta numa velocidade maior do fluido na parte superior do aerofólio se comparada com a velocidade do fluido da corrente livre, como demonstrado na Figura 2.12.



Figura 2.11 – Fluxo em torno do aerofólio – Fonte: termo.furg.br/JAA/index.php

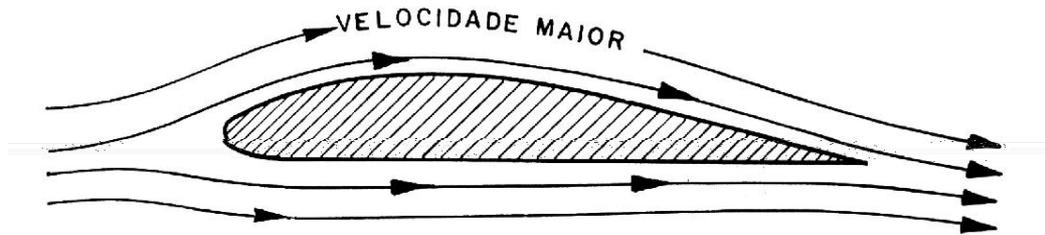


Figura 2.12 – Variação da Velocidade do fluxo em um aerofólio

Fonte: termo.furg.br/JAA/index.php

Como podemos observar, a corrente de ar é “dividida” quando colide com a ponta do aerofólio. A quantidade de massa de ar incidente separa-se de uma tal forma em que a “maior parte” do ar percorre a parte superior e uma “menor parte” percorre a base do mesmo. Em tais trajetórias (acima e abaixo) as propriedades semelhantes (pressão e velocidade – “ $\rho$ ” é considerada constante) desequilibram-se, e conforme a “Lei de Conservação da Massa -  $\rho V_0 A_0 = \rho V_1 A_1$ ” este desequilíbrio resulta numa maior velocidade do fluxo acima do aerofólio.

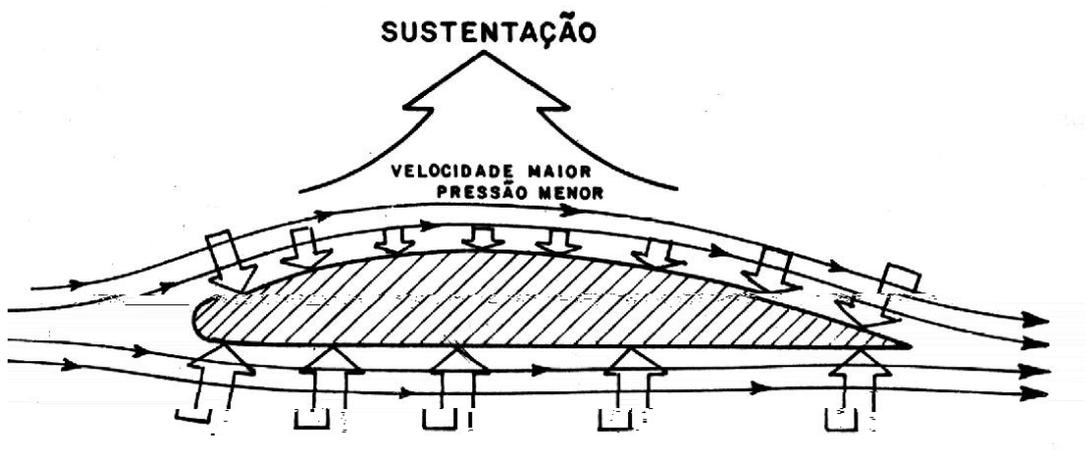


Figura 2.13 – Força de sustentação em aerofólio com fluxo de ar

Fonte: termo.furg.br/JAA/index.php

Pelo “Princípio de Bernoulli”, uma vez que a soma das parcelas da equação 2.6 deve ser constante para diferentes pontos ao longo da mesma linha de corrente, obriga-se que a pressão sobre o perfil do aerofólio fique bem abaixo da pressão existente na corrente livre de ar. A Figura 2.13 ilustra este fenômeno.

A condição recíproca é verdadeira, pois acontece também na base do aerofólio. Ali a velocidade é geralmente abaixo da velocidade da corrente livre e a pressão é maior que a pressão da corrente livre do ar. A diferença de pressão entre as superfícies da base e do topo do aerofólio resulta em uma força sustentação que é proporcional a  $\rho(V_0)^2$ , sendo “ $V_0$ ” a velocidade do ar da corrente livre. Veremos mais adiante que a força de sustentação é também influenciada por fatores, não menos importantes, como a forma do aerofólio, o ângulo de incidência do vento, entre outros.

## 2.8.2) Aerofólios - O perfil aerodinâmico

### A) Carenamento

Um corpo de forma qualquer, quando imerso em um fluido escoando, fica sujeito a solicitações atuantes constituídas por forças e momentos. Tais forças são conhecidas como:

- a) Força de Arrasto -  $\vec{D}$ ;
- b) Força de sustentação -  $\vec{L}$ ;

Basicamente, a força de sustentação  $L$  definida anteriormente, tem sua linha de ação na direção perpendicular à do escoamento e a força de arrasto, atua na direção paralela a direção do fluxo. Neste primeiro momento, fixemo-nos na força de arrasto, já que esta é a que prepondera na determinação do perfil aerodinâmico ótimo.

O arrasto exercido no corpo é composto por duas parcelas. A primeira é conhecida por “*arrasto de atrito superficial*” pois é produto das tensões viscosas que agem na área superficial e a segunda, chamada de “*arrasto de forma*”, resultante da integração da pressão “ $p$ ” sobre o corpo.

Como pode ser observado na Figura 2.14, os corpos imersos sofrem, na parte oposta à incidência do escoamento, um descolamento do fluido. Isto ocorre devido ao crescimento de um *gradiente de pressão adverso*, ocasionando o que é comumente conhecido por “*esteira viscosa*” atrás dos pontos de separação do fluido. Em linhas gerais, quanto maior a referida esteira, maior o arrasto que o fluido aplicará sobre o corpo.

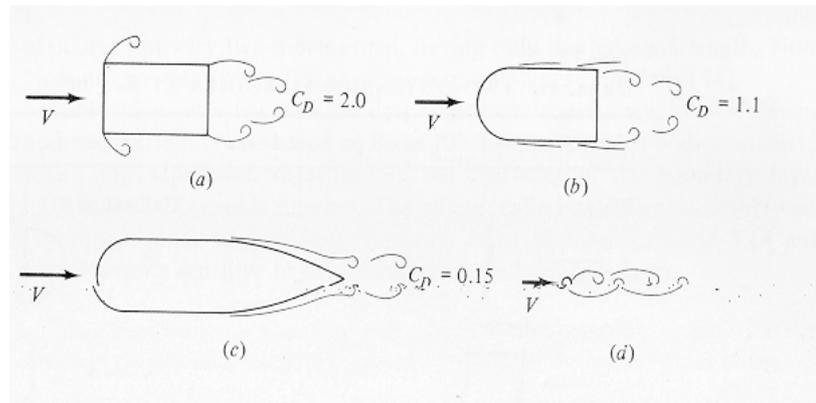


Figura 2.14 – Esteira viscosa em corpos imersos em escoamento de fluidos

Fonte: UNICAMP - Faculdade de Engenharia Mecânica -

A extensão desta região de escoamento separado pode ser reduzida ou eliminada pelo “*carenameamento*”, ou seja, dando-se formas fluido-dinâmicas aos corpos. O objetivo do carenameamento é reduzir o gradiente de pressão adverso. Entretanto, a adição de uma seção posterior carenada aumenta a área superficial do corpo, o que causa aumento do arrasto por atrito superficial. A forma carenada ótima é, portanto, aquela que produz o arrasto total mínimo.

Um importante índice, na avaliação quantitativa do arrasto em corpos submetidos a escoamento de fluidos é o *Coefficiente de Arrasto*, “ $C_d$ ”, o qual é definido por:

$$C_d \cong \frac{\vec{D}}{\frac{1}{2} \rho S (V)^2} \quad (2.7)$$

onde:  $\vec{D}$  = força de arrasto atuante sobre o corpo;

$V$  = velocidade do fluido;

$\rho$  = massa específica do fluido;

$S$  = área frontal ou projetada do objeto;

Se observarmos ainda a Figura 2.14, notaremos que o coeficiente de arrasto para os corpos rombudos (não delgados), representados em (a), (b) e (d) possuem valores entre 1,1 e 2,0. Já para o corpo com traseira delgada (letra c), uma vez que previne melhor a separação do escoamento, há uma substancial redução do arrasto, pois  $C_{d(c)} = 0,15$ . Isto é, se o cilindro da figura (letra “a”) for a referência, nota-se que ao arredondar-se a frente do cilindro, reduz-se o arrasto em 45%; já com a introdução de uma carenagem na parte traseira, chega-se a 93% de

redução (letra “c”). Por isso, a forma carenada presente nos perfis aerodinâmicos é uma imposição para termos uma melhor dinâmica do aerofólio, no sentido de reduzir-se as perdas de energia por atrito com o fluido.

## B) Nomenclatura

O interesse a respeito de aerofólios de baixo arrasto cresceu muito a partir dos anos 30 (Fox et al, 2002). Isto gerou uma infinidade muito grande de formas e dimensões dos aerofólios em escala comercial. Porém, objetivando-se manter uma uniformidade ao assunto, uma nomenclatura específica em relação as principais partes dos aerofólios é mantida na bibliografia. Um perfil genérico com esta nomenclatura é apresentado na Figura 2.15.

Dentre as várias partes apresentadas, três em especial merecem destaque em função de sua importância na aerodinâmica dos aerofólios:

- Linha de corda -  $c$ : para o aerofólio em questão (tipo bi-convexo assimétrico), é a distância que vai do centro do bordo de ataque à extremidade do bordo de fuga;
- Ponto de espessura máxima -  $t_{max}$ : ponto de pressão mínima no aerofólio, a partir do qual começa a surgir a transição do escoamento laminar para turbulento sobre a superfície do mesmo;
- Curvatura ou linha média: linha que liga os pontos médios das espessuras do aerofólio, desde o bordo de ataque até o bordo de fuga.

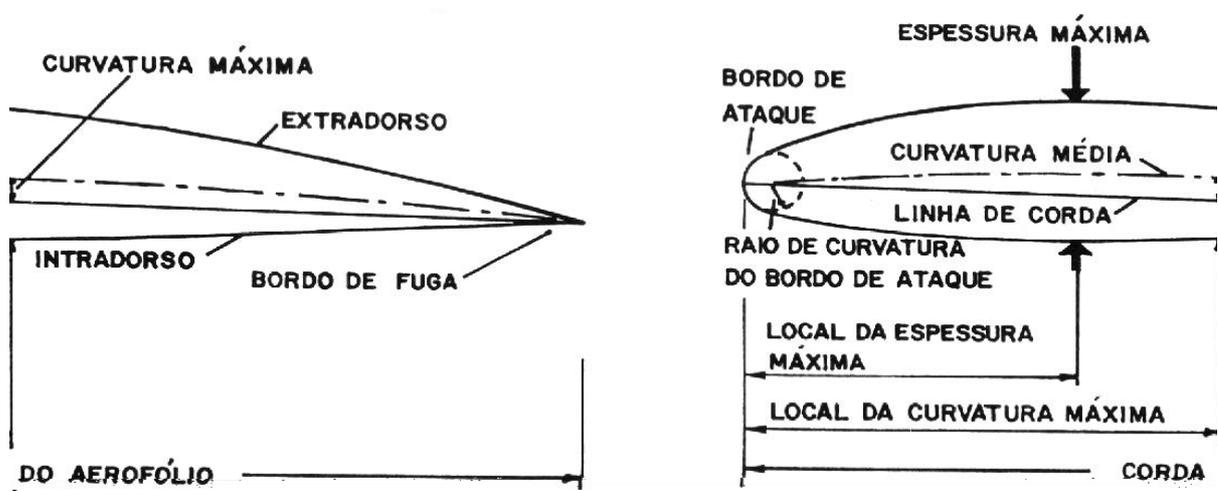


Figura 2.15 – Nomenclatura aplicada à aerofólios – Fonte: termo.furg.br/JAA/index.php

### C) Tipos de aerofólios

Em função da sua conformação geométrica os aerofólios apresentam vários tipos, entre os quais destacamos:

#### C.1) Aerofólio plano-convexo

Neste tipo de aerofólio, a corda é a distância entre o bordo de ataque e o bordo de fuga, ao longo do intradorso.

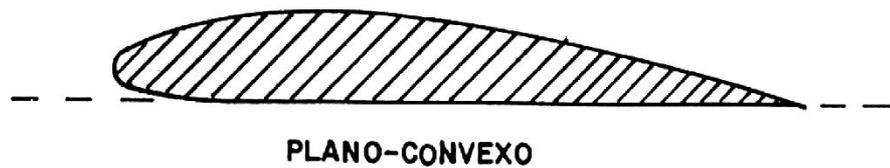


Figura 2.16 – Aerofólio plano-convexo – Fonte: termo.furg.br/JAA/index.php

#### C.2) Aerofólio côncavo-convexo

A corda, neste aerofólio, é a distância em linha reta entre a extremidade do bordo de ataque e o bordo de fuga, passando por fora de parte do contorno do perfil.

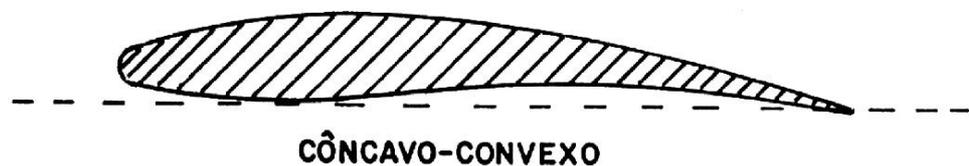


Figura 2.17 – Aerofólio côncavo-convexo – Fonte: termo.furg.br/JAA/index.php

#### C.3) Aerofólio bi-convexo assimétrico

Este tipo de aerofólio foi o utilizado na Figura 2.18, para demonstração da nomenclatura das partes principais. Nele a corda é a distância que vai do centro do bordo de ataque à extremidade do bordo de fuga.

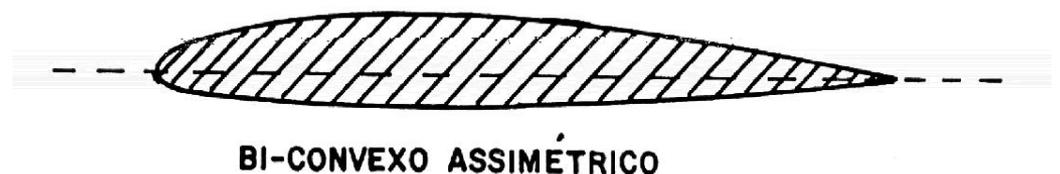


Figura 2.18 – Aerofólio bi-convexo assimétrico – Fonte: termo.furg.br/JAA/index.php

#### C.4) Aerofólio bi-convexo simétrico

A definição da medida da corda para o aerofólio bi-convexo simétrico é a mesma empregada para o tipo bi-convexo assimétrico

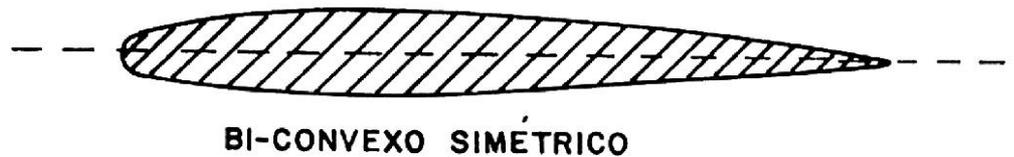


Fig. 2.19 – Aerofólio convexo simétrico - Fonte: [termo.furg.br/JAA/index.php](http://termo.furg.br/JAA/index.php)

#### C.5) Aerofólio laminar:

O aerofólio laminar é um caso particular do tipo biconvexo, porém com pouca espessura para minimizar o arraste

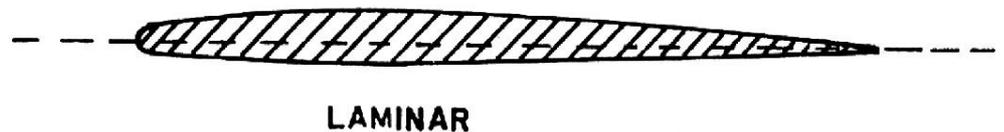


Figura 2.20 – Aerofólio Laminar – Fonte: [termo.furg.br/JAA/index.php](http://termo.furg.br/JAA/index.php)

#### C.6) Aerofólio Supercrítico

O aerofólio supercrítico é usado especialmente para altas velocidades.



Figura 2.21 – Aerofólio Supercrítico – Fonte: [termo.furg.br/JAA/index.php](http://termo.furg.br/JAA/index.php)

### D) Forças e momento atuantes nos aerofólios (teoria bi-dimensional)

Concentraremos nossa atenção agora, baseados no que foi preliminarmente abordado no item 2.8.1, para o caso específico da circulação do fluxo de ar (fluido) sobre perfis aerodinâmicos.

Considere a Figura 2.22 que ilustra a circulação de ar sobre o aerofólio das hélices de uma turbina eólica. Na referida figura,  $\vec{W}$  representa o vento “relativo” incidente sobre o perfil da pá. Ele é chamado *velocidade aparente do vento*, pois é a velocidade relativa entre a velocidade livre do vento e a velocidade tangencial da pá.

O ângulo entre a linha de corda e a direção do vento aparente é o chamado “*ângulo de ataque do perfil* ( $\alpha$ )”. A inclinação entre a linha de corda e o plano do rotor forma o ângulo ( $\beta$ ). A inclinação entre a velocidade relativa e o plano do rotor forma o ângulo ( $\phi$ ). O vetor “ $\vec{u}$ ” corresponde à velocidade útil do vento na direção do eixo do rotor. Um raio qualquer da pá é representado pela letra “ $r$ ” e “ $\Omega$ ” é a velocidade angular da turbina.

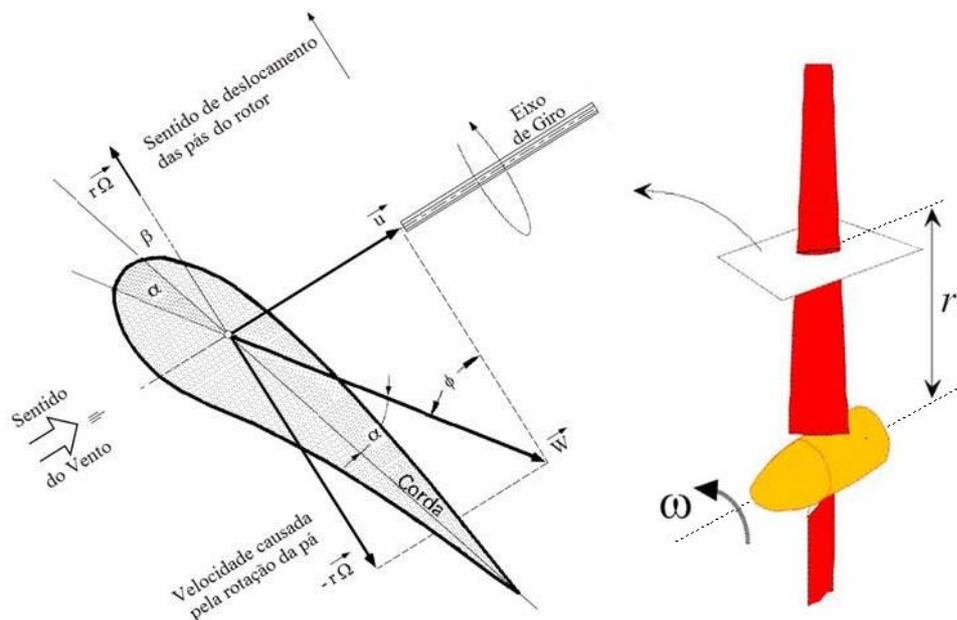


Figura 2.22 - Composição das velocidades

Fonte: [www2.eng.utah.edu/me4000wiki/index.php/WindTurbine](http://www2.eng.utah.edu/me4000wiki/index.php/WindTurbine) (2006)

Quando o ar passa pelo aerofólio, gera nestes tensões normais e tangenciais em todos os pontos onde o vento toca o aerofólio. A força total sobre o mesmo pode ser determinada

por integração destas tensões sobre a superfície do perfil. Da estática, sabemos que a resultante da força atuante sobre um corpo rígido pode ser perfeitamente determinada pela composição de duas forças perpendiculares atuando em torno de um ponto arbitrário e do momento correspondente que a resultante produz em relação a este ponto. Para aerofólios utiliza-se, na consideração destas forças perpendiculares e do momento a seguinte convenção, as quais são demonstradas na Figura 2.23:

- a) a **força de arrasto** “ $\vec{D}$ ” é medida *paralelamente* à direção da corrente livre do vento relativo (aparente) “ $\vec{W}$ ”;
- b) a **força de sustentação** “ $\vec{L}$ ” é medida *perpendicularmente* à direção do vento relativo (aparente) “ $\vec{W}$ ”;
- c) o **momento aerodinâmico** “ $\vec{M}$ ” (*pitching moment*) atua geralmente à 25% de “ $c$ ”, isto é, afastado de uma distância de um quarto do bordo de ataque, medido sobre a linha da corda;

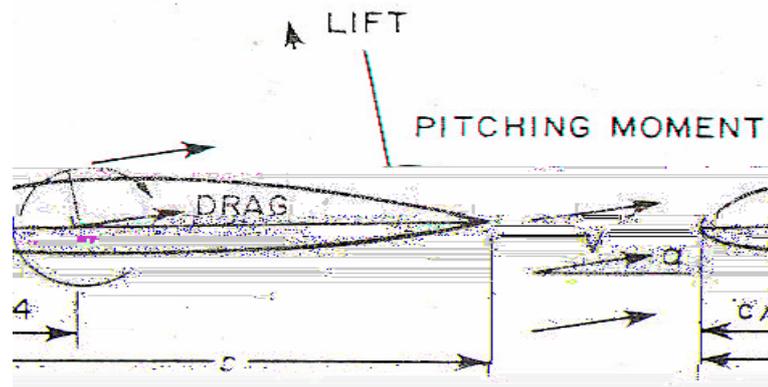


Figura 2.23 – Convenção para forças e momentos em aerofólios

Fonte: Eggleston e Stoddard (1987)

Baseado em resultados de trabalhos experimentais para fluxos bi-dimensionais, a força de sustentação “ $L$ ”, a força de arrasto “ $D$ ”, juntamente com o momento sobre um aerofólio “ $M$ ”, são determinados em função de coeficientes adimensionais – “ $C_l$ ”, “ $C_d$ ” e “ $C_m$ ” – respectivamente. Estes coeficientes são chamados de “*coeficientes da seção*”, porque só podem ser aplicados para uma particular seção transversal do aerofólio considerado (Eggleston e Stoddard, 1987). Assim:

$$C_l = \frac{L}{\left(\frac{1}{2}\right)\rho W^2 S} \quad (2.8)$$

$$C_d = \frac{D}{\left(\frac{1}{2}\right)\rho W^2 S} \tag{2.9}$$

$$C_m = \frac{M}{\left(\frac{1}{2}\right)\rho W^2 S c} \tag{2.10}$$

sendo “ $\rho$ ” a densidade do ar, “ $\vec{W}$ ” o vento relativo ou aparente sobre o aerofólio, “ $c$ ” a corda e “ $S$ ” a área da forma plana do aerofólio, conforme mencionado anteriormente. Os coeficientes de sustentação, arrasto e momento – “ $C_l$ ”, “ $C_d$ ” e “ $C_m$ ” – são usualmente dados em função do ângulo de ataque “ $\alpha$ ”

A forma da representação gráfica dos dados de um aerofólio são demonstrados na Figura 2.24. Os coeficientes de sustentação e momento (*pitching moment*) são usualmente plotados “*versus*” ângulo de ataque, enquanto o coeficiente de arrasto, em muitas situações é plotado “*versus*” coeficiente de sustentação.

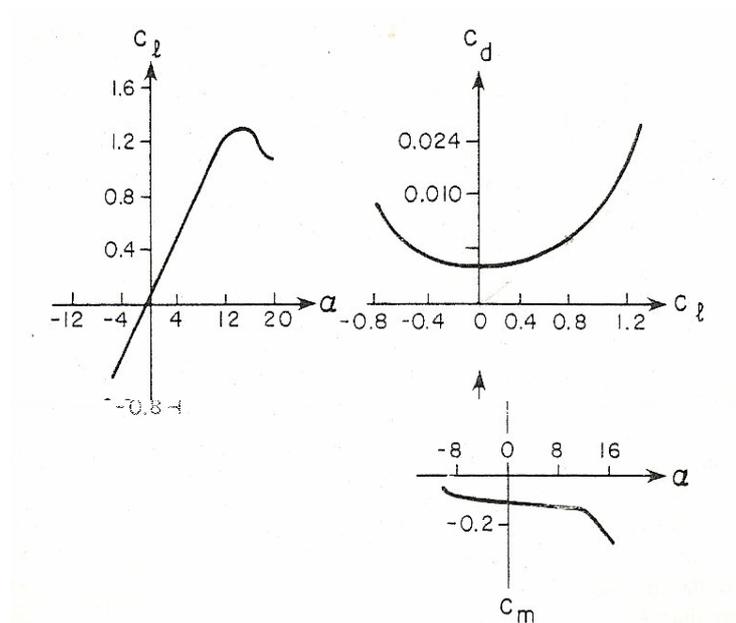


Figura 2.24 – Forma gráfica de representação dos coeficientes de um aerofólio

Fonte: Eggleston e Stoddard (1987)

Um importante detalhe a ser observado em relação a curva  $C_d$  “*versus*”  $C_l$  é que a linha contínua que vai da origem do sistema cartesiano e tangencia a respectiva curva fornece

o ponto de máxima taxa de “sustentação por arrasto”,  $L/D$ , onde  $L/D = C_l/C_d$ . Esse ponto máximo, para turbinas eólicas, estabelece o melhor ângulo do vetor resultante da força aerodinâmica para a geração do torque.

Dados de aerofólios são obtidos a partir de testes em túneis de vento, pelo fato de que nestes os testes podem ser cuidadosamente controlados. Nestes testes, os aerofólios são construídos com o mesmo aspecto (forma e contorno) e polidos até obter-se uma superfície muito lisa, com o sentido de diminuir-se ao máximo a aspereza da superfície aerodinâmica. Isto se faz necessário, uma vez que imperfeições sobre a superfície podem modificar a camada limite e então mudar as características do aerofólio. A sensibilidade dos aerofólios podem diferir grandemente em suas performances por depósitos de partículas e/ou imperfeições em suas superfícies.

Para investigar os efeitos da rugosidade do aerofólio durante os testes, pequenas partículas são frequentemente grudadas sobre o aerofólio e os testes são então refeitos. A “*rugosidade padrão*” em muitos testes realizados nos laboratórios do Comitê de Aeronáutica Dinâmica (NACA – National Advisory Committee for Aeronautics), consistem de partículas de 0,011 polegadas (cerca de ¼ de milímetro) de grãos de liga de carbono aplicadas sobre a superfície do modelo desde o bordo de ataque até aproximadamente 8,0% da corda (0,08c), acima e abaixo da superfície aerodinâmica (Eggleston e Stoddard, 1987).

## 2.9) MODELOS AERODINÂMICOS TEÓRICOS

O método analítico para projeto aerodinâmico de turbinas eólicas mais utilizado atualmente baseia-se, quase que exclusivamente, no chamado “*BEM – Blade Element Method*” ou Teoria Combinada do Elemento de Pá e Variação do Momento Angular, originalmente proposta por *Glauert* (1930). Apesar disto, uma grande variedade de outras metodologias foi e tem sido desenvolvidas para predição do comportamento aerodinâmico dos *aerogeradores*. As principais serão abordadas a seguir.

### 2.9.1) Teoria do Disco Atuador de Rankine-Froude

Para começar o entendimento do mecanismo de absorção de potência do vento, esta teoria primeiramente propõe um modelo simples uni-dimensional (Figura 2.25). O rotor é

substituído por um *disco atuador* através do qual a pressão estática decresce. As restrições sobre as quais baseia-se a presente teoria são definidas como segue:

- Vento fluindo de forma homogênea (permanente);
- Não obstrução do vento próximo as linhas de fluxo;
- Velocidade uniforme do vento sobre o disco;
- Fluxo do vento incompressível;
- Fluxo irrotacional do vento produzido pelo disco;

A condição “c” requer que a velocidade diminua uniformemente em cada raio do disco. Isto é equivalente a assumir que a carga (força) atuante sobre o disco também seja uniforme.

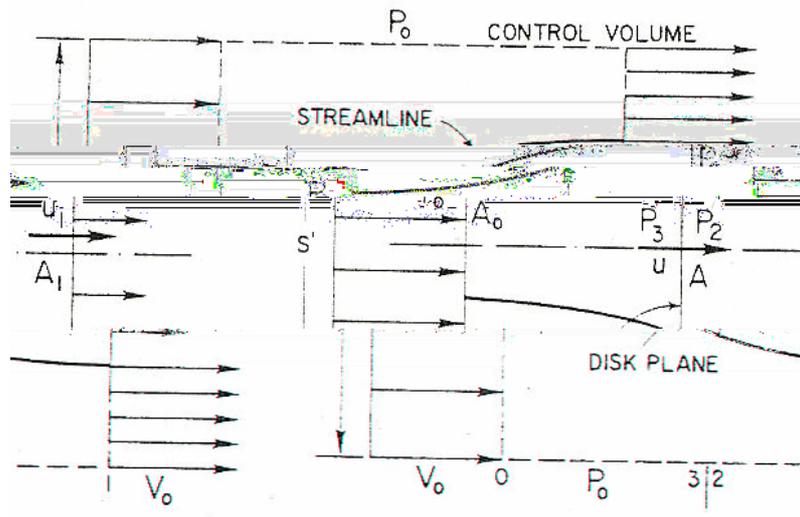


Figura 2.25 – Volume de controle para um disco atuador

Fonte: Eggleston e Stoddard (1987)

Considere o diagrama de fluxo para um volume de controle cilíndrico (Figura 2.25) de seção transversal de área “S” e os pontos “0, 3, 2 e 1”. O vento aproxima-se do rotor com velocidade “ $V_0$ ” e antes do ponto “0” a pressão estática ambiente é  $p_0$  (pressão atmosférica). Energia é extraída pelo rotor, e a velocidade é reduzida causando expansão das linhas de fluxo. Se a velocidade induzida pelo rotor é “ $v$ ” (a qual opõem-se a  $V_0$ ) então a velocidade do ar no disco é  $u = (V_0 - v)$ , enquanto que após o ponto “1” a velocidade vale  $u_1$  e a pressão retorna novamente a “ $p_0$ ”. A área do rotor do disco é “A” e a densidade do ar é denotada por

“ $\rho$ ”. A perda de momento do fluido é resultado da carga (*thrust*) “ $T$ ” que o rotor exerce contra o fluxo, combinada com a resultante de pressão líquida externa sobre o volume de controle. Como a pressão atmosférica “ $p_0$ ” atua sobre todo (inteiro) volume de controle, então a resultante líquida é zero.

Dentro do tubo de corrente, a conservação da massa requer que  $\rho V_0 A_0 = \rho u A = \rho u_1 A_1$ . Escrevendo a equação da continuidade para o fluxo externo ao tubo de corrente entre as seções dos pontos “0” e “1”, verificamos que ali deve existir uma vazão de fluxo líquido “ $\Delta Q_{VA}$ ”, fora do volume de controle igual a:

$$\Delta Q_{VA} = V_0 [(S - A_0) - (S - A_1)] = V_0 (A_1 - A_0) \quad (2.11)$$

Usualmente considera-se que o disco atuador induz uma variação na velocidade do escoamento que deve ser sobreposta à velocidade da corrente livre. Adiante veremos, a partir da teoria da quantidade de movimento, que esta velocidade induzida pelo disco atuador impondo à redução da velocidade da corrente livre é que proporciona a transferência da energia cinética do vento para energia mecânica no rotor da turbina.

### 2.9.2) Princípio da Quantidade de Movimento

Escrevendo o princípio da quantidade de movimento para o volume de controle cilíndrico (Figura 2.25), obtemos a seguinte expressão:

$$\rho (V_0)^2 S - T = \rho (V_0)^2 (S - A_1) + \rho (u_1)^2 A_1 + \rho (\Delta Q) V_0 \quad (2.12)$$

Substituindo  $\Delta Q_{VA}$  da equação 2.11 e  $V_0 A_0 = u_1 A_1$ , obtemos a carga (*thrust*) “ $T$ ” que o rotor atua sobre o fluxo. Assim:

$$T = \rho A_1 u_1 (V_0 - u_1) \quad (2.13)$$

Fisicamente, um “disco atuador” pode ser aproximado por um rotor com um grande número de pás muito finas de baixo arrasto (atrito), girando com velocidade muito acima da velocidade do vento.

Para ventos fracos, a força deve ser manifestada como uma pressão atravessando o disco. A pressão (estática) à frente do disco é “ $P_3$ ” e após o disco é “ $P_2$ ” . Desde que assumimos que essas pressões não variam com

$$u = V_0(1 - a) \quad (2.20)$$

Deste modo:

$$u_1 = V_0(1 - 2a) \quad (2.21)$$

Para  $a = 0$ , o vento é não retardado e nenhuma potência é absorvida, ao passo que para  $a = 0.5$  o vento é “freado” decaindo sua velocidade à zero atrás do rotor e, sem a presença de fluxo, nenhuma potência é gerada.

### 2.9.3) Teoria Combinada do Elemento de Pá e Variação do Momento Angular

Esta teoria assume que as seções radiais das pás podem ser analisadas independentemente, uma premissa que é estritamente verdadeira somente para rotores com um número infinito de pás. Correções para estas simplificações podem ser feitas usando-se soluções aproximadas para fluxo com número infinito de pás derivados das teorias de *Prandtl* ou *Goldstein*.

A partir desta assunção, é analisada inicialmente uma seção em forma de anel do rotor, afastada de um raio “ $r$ ” do centro de rotação e considerando-se um comprimento infinitesimal  $dr$  de uma das pás. O efeito líquido do ar fluindo através dessa seção anelar do rotor, resulta nas forças e momentos sobre todas as pás (determinados pela aplicação do Teorema da Conservação do Momento Angular).

A geometria de um elemento de pá demonstra a velocidade, força e momento conforme Figura 1.17. O vento relativo do rotor  $W(r)$  varia com o raio da pá e consiste de uma componente axial  $u(r)$  e uma componente rotacional  $r\Omega$ . O termo  $r\Omega$  representa a velocidade produzida pela rotação da pá, (desconsiderado a parcela de turbulência (vórtices) da velocidade do ar). Utilizando-se o fator de indução de fluxo axial (item 2.9.2) podemos representar a componente da velocidade  $u$  como:  $u = V_0(1 - a)$ .

Conforme anteriormente mencionado no item 2.8.2,  $\beta$  é o ângulo entre a corda do aerofólio e o plano de rotação. O ângulo de ataque do aerofólio em relação ao vento relativo local  $W(r)$  é determinado por  $\alpha$  e entre  $W(r)$  e o plano de rotação da turbina o ângulo é  $\phi$ .

A força de arrasto  $\vec{D}$  (drag force), alinha-se sempre paralelamente com o vento relativo  $W(r)$ , enquanto que a força de sustentação  $\vec{L}$  (lift force) é perpendicular a este último. Considerações preliminares em relação a aerodinâmica dos aerofólios recomendam que, em qualquer “bom” aerofólio,  $\vec{L}$  deverá ser muito maior que  $\vec{D}$ .

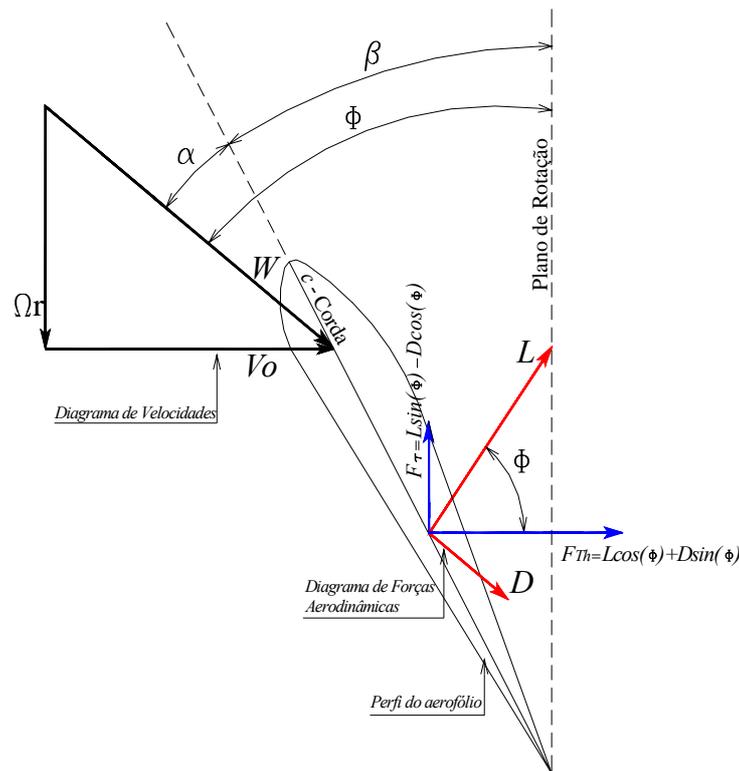


Figura 2.26 – Diagrama de velocidades e forças aerodinâmicas no aerofólio

Fonte: Autor da dissertação

A força aerodinâmica total atuante sobre o aerofólio pode ser decomposta numa componente  $F_{\tau}$  na direção do movimento (atuando paralelamente ao plano de rotação), a qual produz o torque  $\tau_{rot}$  no rotor e em uma componente  $F_{Th}$  na direção axial (atuando perpendicularmente) ao plano de rotação, a qual exerce um pressão sobre o rotor, isto é, atua aplicando uma carga “empurrando” (thrust load) o rotor.

As forças  $F_{\tau}$  e  $F_{Th}$  são dadas por:

- $F_\tau = L \sin \phi - D \cos \phi$  que produz o torque no rotor; (2.22)

- $F_{Th} = L \cos \phi + D \sin \phi$  que produz pressão sobre as pás - (thrust load); (2.23)

Em termos dos coeficientes adimensionais do item 2.8.2  $C_l$  e  $C_d$ , Eggleston e Stoddard (1987) definem, para os valores líquidos do torque, potência e carga sobre o rotor (thrust load), causados por  $B$  pás, em cada seção de elemento de pá com corda  $c$ , as seguintes equações:

Para o torque:

$$d\tau_{rot} = \frac{1}{2} \rho W^2 r [C_l \sin \phi - C_d \cos \phi] B c dr \quad (2.24)$$

Para a potência:

$$dP = \Omega d\tau_{rot} = \frac{1}{2} \rho W^2 \Omega r [C_l \sin \phi - C_d \cos \phi] B c dr \quad (2.25)$$

Para a carga sobre o rotor (thrust load) :

$$dTh = \frac{1}{2} \rho W^2 [C_l \cos \phi + C_d \sin \phi] B c dr \quad (2.26)$$

onde:  $W^2 = (r\Omega)^2 + u^2$  (2.27)

$u$  = componente axial do vento  $\Rightarrow u = V_0(1 - a)$ ;

$\Omega$  = velocidade angular de rotação da turbina;

$\rho$  = massa específica do ar;

## 2.10) COEFICIENTE DE POTÊNCIA

A energia removida pelo rotor na unidade de tempo é:

$$P = \frac{1}{2}\rho(V_0)^2 Au - \frac{1}{2}\rho(u_1)^2 Au = \frac{1}{2}\rho Au[(V_0)^2 - (u_1)^2] = \frac{1}{2}\rho Au(V_0 + u_1)(V_0 - u_1) \quad (2.28)$$

Substituindo-se “ $u$ ” da eq. 2.20 e “ $u_1$ ” da eq. 2.21, a expressão da potência é definida como segue:

$$P = \frac{1}{2}\rho A(V_0)^3 [4a(1-a)^2] \quad (2.29)$$

Definindo-se como “Coeficiente de Potência” -  $C_p = \frac{P}{(1/2)\rho A(V_0)^3}$ , onde o denominador representa a potência disponível no ar (item 2.1.4), na ausência do disco atuador. Portanto

$$C_p = 4a(1-a)^2 \quad (2.30)$$

### 2.10.1) A Lei de Betz

O máximo valor de “ $C_p$ ” ocorre para:

$$\frac{dC_p}{da} = 4(1-a)(1-3a) = 0 \quad (2.31)$$

O que fornece um valor para  $a = \frac{1}{3}$ .

Assim:

$$C_{p_{\max}} = \frac{16}{27} = 0,593 \quad (2.32)$$

Esse valor é conhecido como limite de Betz. Este limite proporcionou a formulação da “*Lei de Betz*”, a qual foi divulgada pela primeira vez em 1919 pelo físico e aerodinamicista alemão *Albert Betz*. Ela estabelece, baseado no valor máximo imposto ao coeficiente “ $C_p$ ” o

seguinte: “somente pode ser convertido abaixo de  $\frac{16}{27}$  (ou 59,3%) da energia cinética do vento em energia mecânica empregando-se turbinas eólicas”. O livro "*Wind Energie*" publicado por *Albert Betz* em 1926 dá conta do conhecimento da energia do vento e turbinas eólicas naquele momento. Foi bastante surpreendente àquela época tal afirmação, declaração esta que aplica-se a qualquer turbina de vento, fazendo-se a analogia do rotor como um disco (WINDPOWER, 2005).

## 2.11) TÉCNICAS GERAIS APLICADAS EM CONTROLE DE AEROGERADORES (Burton et al., 2005)

Nesta seção, abordaremos os princípios empregados nos sistemas de controle mais usuais, frequentemente utilizados em turbinas eólicas. Os métodos matemáticos, bem como os algoritmos empregados em sistemas de controle também serão abordados.

### 2.11.1) Controle da regulação do passo em turbinas com velocidade fixa

A regulação do passo em turbinas com velocidade fixa, geralmente utiliza um rotor que emprega um gerador de indução conectado diretamente à rede “AC” de tensão alternada, por isso a rotação deverá ser aproximadamente constante. Com a variação da velocidade do vento, a potência produzida variará com o cubo do seu valor. Devido as mudanças da velocidade do vento, a potência elétrica gerada será transformada no rotor da turbina. Com a atuação do controle do passo, as pás serão “giradas” em torno de seu eixo longitudinal reduzindo-se a eficiência aerodinâmica do rotor. Isto produzirá a limitação dos valores da potência gerada, tendendo mantê-la em valores próximos aos da velocidade nominal de funcionamento da turbina.

A estratégia usual empregada neste tipo de controle, é fazer com que o passo das pás ajustem os “erros” ou “desvios” dos valores do torque gerados no rotor, definindo-se aqueles como a diferença entre o torque gerado no rotor e o valor nominal do torque para a velocidade de operação da turbina, sendo os valores do torque normalmente medidos por um transdutor (célula de carga) anexo ao rotor.

Então, o objetivo principal a ser alcançado no controle da regulação do passo em turbinas com velocidade fixa, é “modelar-se” a dinâmica do sistema de controle da turbina para que minimize os “desvios” do torque produzido, tendendo anular os mesmos e desta forma manter-se o torque em valores próximos aos nominais.

### 2.11.2) Controle da regulação do passo em turbinas com velocidade variável

Com geradores de velocidade variável, torna-se possível o controle do torque no gerador diretamente, para que a velocidade do rotor da turbina possa ser admitida com variação dentro de certos limites estabelecidos. Uma frequente vantagem da operação com velocidade variável é que abaixo da velocidade considerada nominal de incidência do vento, a velocidade do rotor pode ser ajustada proporcionalmente a esta velocidade para que a taxa “ $\lambda$ ” de velocidade de ponta da pá seja mantida. Com este valor de “ $\lambda$ ” o coeficiente de potência “ $C_p$ ” tenderá manter-se no valor máximo. Este fato é frequentemente utilizado para indicar que uma turbina que funciona á velocidade variável pode capturar mais energia que uma turbina que funciona com velocidade fixa, quando as mesmas possuem característica geométricas idênticas (mesmo diâmetro) (Burton et al., 2005).

A máxima eficiência aerodinâmica é alcançada com a taxa de velocidade de ponta da pá ótima, isto é,  $\lambda = \lambda_{ótima}$ , no qual o coeficiente de potência é máximo. Desde que a velocidade do rotor “ $\Omega$ ” é proporcional a velocidade da corrente livre do vento “ $V_0$ ”, acréscimos de potência ocorrem para  $(V_0)^3$  e  $\Omega^3$ , e o torque com  $(V_0)^2$  e  $\Omega^2$ .

O torque aerodinâmico é dado por:

$$\tau_a = \left(\frac{1}{2}\right)\rho A C_\tau (V_0)^2 R = \left(\frac{1}{2}\right)\rho \pi R^3 \left(\frac{C_p}{\lambda}\right) (V_0)^2 \quad (2.33)$$

Desde que  $\lambda = \frac{\Omega R}{V_0}$ , temos que  $V_0 = \frac{\Omega R}{\lambda}$ , então:

$$\tau_a = \left(\frac{1}{2}\right)\rho \pi R^5 \left(\frac{C_p}{\lambda^2}\right) \Omega^2 \quad (2.34)$$

Na condição estável (regime permanente), a condição ideal, em relação à taxa de velocidade de ponta ótima ( $\lambda = \lambda_{ótima}$ ), pode ser mantida por ajustes da carga ao torque no gerador  $\tau_g$ .

Então, para o balanço do torque no gerador teremos:

$$\tau_g = \left(\frac{1}{2}\right) \frac{\pi \rho R^5 C_p}{\lambda^2 G^2} (\omega_g)^2 - \tau_{c \text{ arg}} \quad (2.35)$$

onde:  $\tau_{me}$  = torque mecânico aplicado pela carga ao gerador

$\omega_g = G\Omega$  = velocidade angular do gerador;

$G$  = relação de transmissão entre caixas de engrenagem do gerador e turbina;

A equação dinâmica do controle de turbinas com velocidade variável, a partir da 2ª Lei de Newton para o movimento rotacional, será dada por:

$$I\dot{\Omega} = \tau_{rot} - G\tau_{ger} \quad (2.36)$$

Substituindo-se as equações 2.34 e 2.35 em 2.36 a equação dinâmica do controle do torque a ser empregada em turbinas com velocidade variável será dada pela seguinte expressão:

$$I\dot{\Omega} = \tau_{rot} - \frac{1}{2} \frac{\pi \rho R^5 C_p}{\lambda^3 G^2} (\Omega_g)^2 + G\tau_{ger(atrito)} \quad (2.37)$$

onde:  $\tau_{ger(atrito)}$  = é o torque resistente no gerador ocasionado pelo efeito do atrito

## 2.12) DETERMINAÇÃO DE “ $a$ ” A PARTIR DO FATOR “ $a$ ” (FATOR DE INDUÇÃO DE FLUXO AXIAL DA TURBINA) - (Burton et al., 2005)

Conforme Burton et al., (2005), o cálculo do torque e potência desenvolvidos por um rotor requerem um conhecimento a cerca dos fatores de indução do fluxo da mesma, conhecidos como:

$a$  = fator de indução de fluxo axial da turbina;

$a'$  = fator de indução de fluxo tangencial da turbina;

De fato, de acordo com as simulações realizadas por Johnson (2004) em turbinas eólicas, ficou comprovado a forte relação existente entre “ $a$ ” e “ $\lambda$ ”, a taxa de velocidade de ponta da pá (*tip speed ratio*). Na figura 2.27, oriunda do artigo científico da pesquisadora, pode-se constatar graficamente como a resposta de variação dos coeficientes “ $a$ ” e “ $\lambda$ ” experimentam aproximadamente o mesmo perfil, para um determinado intervalo de tempo de simulação. Para evidenciar a correlação, o artigo apresenta também, uma expressão do fator

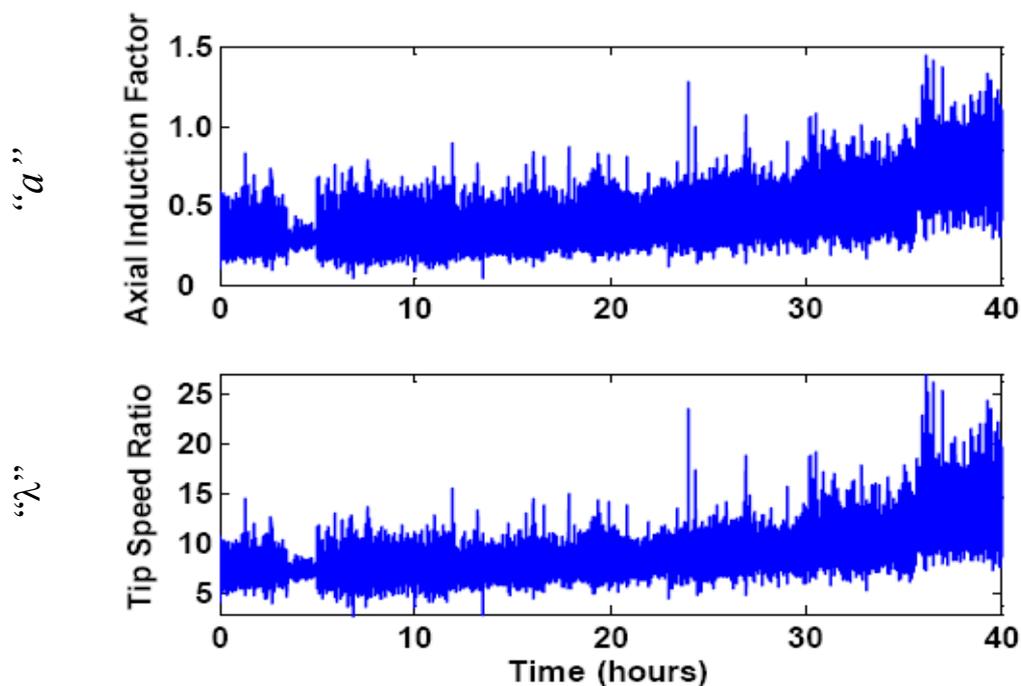


Figura 2.27 – Gráfico que demonstra a forte relação entre “ $a$ ” e “ $\lambda$ ”

Fonte: Johnson, 2004

de indução axial em função do coeficiente de torque  $C_\tau$ , determinado a partir da teoria aerodinâmica de turbinas eólicas.

A Teoria Combinada do Elemento de Pá e Variação do Momento Angular (item 2.9.3) define coeficientes seccionais para um elemento de pá respectivamente para força axial ( $C_x$ ) e força tangencial ( $C_y$ ) em relação ao plano de rotação, as seguintes expressões:

$$C_l \cos \phi + C_d \sin \phi = C_x \quad (2.39)$$

$$C_l \sin \phi - C_d \cos \phi = C_y \quad (2.40)$$

onde:  $\phi$  é o ângulo total entre o vento relativo  $W$  e o plano de rotação da turbina;

As expressões dadas por 2.39 e 2.40 são imprescindíveis para a determinação dos fatores de indução de fluxo de uma turbina, pois as mesmas são incluídas em uma solução dada por um processo iterativo entre as expressões 2.41 e 2.42 (Burton et al, 2005).

Assim,

$$\frac{a}{1-a} = \frac{\sigma_r}{4(\sin \phi)^2} \left[ (C_x) - \frac{\sigma_r}{4(\sin \phi)^2} (C_y)^2 \right] \quad (2.41)$$

$$\frac{a}{1+a'} = \frac{\sigma_r C_y}{4(\sin \phi)(\cos \phi)} \quad (2.42)$$

onde:  $\sigma_r = \frac{B}{2\pi} \frac{c}{r}$ , sendo “B” o nº de pás da turbina e “c” a corda para um dado raio “r”

Para a determinação das características completas da “performance” do rotor, isto é, a maneira na qual o coeficiente de potência varia com a taxa “λ” de velocidade de ponta da pá, o processo requer uma solução através de método iterativo.

O primeiro procedimento iterativo é assumir inicialmente os fatores “a” e “a’ ” com seus valores nominais, para o caso de uma turbina com velocidade fixa, determinando-se  $\phi$ ,  $C_l$  e  $C_d$  com estas bases e, a partir destes, calcula-se os novos fatores de indução de fluxo a partir das equações 2.41 e 2.42. O processo iterativo é repetido até que a convergência dos valores seja alcançada.

Uma vez que o coeficiente de potência da turbina, segundo a teoria do disco atuador é dado pela equação 2.30 “ $C_p = 4a(1-a)^2$ ”, a potência da turbina poderá ser estimada, em função do parâmetro “a” da seguinte forma:

$$C_p = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho (V_0)^3 \pi R^2} \Rightarrow P = \frac{1}{2} (C_p) \rho (V_0)^3 \pi R^2$$

Dado que  $C_p f(a) = 4a(1-a)^2$ , teremos para o valor da potência da turbina a expressão seguinte:

$$P = 2a(1-a)^2 \rho (V_0)^3 \pi R^2 \quad (2.43)$$

Com a apresentação dos modelos aerodinâmicos teóricos e a definição da expressão da potência da turbina em função do fator de indução de fluxo axial, concluímos o presente capítulo. Será, a partir das equações aqui mencionadas, principalmente em relação á teoria combinada do elemento de pá e da conservação do momento angular, que serão desenvolvidos as equações da dinâmica da turbina.

A determinação do torque no rotor, do momento de passo atuante no aerofólio das pás e do coeficiente de potência para a turbina considerada neste trabalho, a serem desenvolvidas no capítulo seguinte e empregados na simulação apresentada no capítulo IV, farão menção inúmeras vezes, ao que foi neste capítulo apresentado.

---

---

### 3.1 – INTRODUÇÃO

Este capítulo tem por objetivos, determinar o equacionamento matemático necessário á modelagem da turbina desenvolvida no capítulo seguinte. Principalmente será abordado o sistema controlador da turbina eólica utilizada para fins de pesquisa, existente no Departamento de Física da FURG – Fundação Universidade Federal do Rio Grande. O funcionamento do referido sistema, utiliza os princípios do controle da regulação do passo das pás para **turbina com velocidade fixa** (ver item 2.11.1). O mesmo foi minuciosamente analisado, e pode ser observado na figura 3.1. Basicamente é um sistema biela-manivela, na qual, a partir do ponto de rotação da manivela prolonga-se o eixo longitudinal das pás do rotor da turbina. As pás podem girar em torno deste eixo, de forma que qualquer esforço no sentido de produzir momento para girar as pás, são automaticamente transmitidos para o sistema biela-manivela. Os esforços sobre o mecanismo (biela-manivela) são contra-balanceados por uma mola que aplica força de reação no sistema controlador, objetivando fazer o sistema retornar novamente para à posição de equilíbrio. Esta ação do controlador, faz com que as forças aerodinâmicas das pás diminuam para velocidades superiores aquelas previstas para o ponto de funcionamento nominal da turbina.



Fig. 3.1 – Turbina Eólica – Depto. Física – FURG  
(Fundação Universidade Federal do Rio Grande)

Esta diminuição das forças, faz com que a velocidade do rotor “tenda” a manter-se na velocidade de seu ponto desejável de operação. O modelo físico do sistema real é apresentado na figura 3.2. Na medida que o processo de modelagem matemática é apresentado, os detalhes mais minuciosos do funcionamento do sistema de controle são abordados de forma sequencial.

Muitas das equações apresentadas neste capítulo, pelo fato de apresentarem características não lineares, passarão por processo de aproximação linear. O processo de linearização das equações é abordado detalhadamente e será baseado em “*Séries de Taylor*”. Ao final do capítulo são apresentados as curvas das equações envolvidas na dinâmica da turbina, bem como a avaliação do coeficiente de potência da turbina em função do fator de indução de fluxo axial, comparando-se este com o limite estabelecido pela *Lei de Betz*.

### 3.2) A DINÂMICA DO MOVIMENTO ROTACIONAL

Da dinâmica dos corpos rígidos, temos que a grandeza rotacional, análoga ao momento linear de um corpo ( $\vec{p} = m\vec{v}$ ), é chamada de “momento angular” e é denotada por:

$$\vec{J} = I\vec{\omega} \quad (3.1)$$

onde:  $I$  = Momento de Inércia do corpo (Inércia Rotacional) em relação ao eixo de rotação considerado;

$\vec{\omega}$  = Velocidade angular do corpo em relação ao eixo de rotação considerado;

Assim como, a partir do “2º Princípio de Newton”, podemos relacionar a força  $\vec{F} = m\vec{a}$  à taxa de variação do momento linear “ $\vec{p}$ ”, a grandeza análoga no movimento rotacional denominada “torque”, identificada pela letra  $\vec{\tau}$ , pode ser relacionada à taxa de variação no tempo do momento angular “ $\vec{J}$ ” (Shortley et al., 1971).

Então, derivando-se a equação 3.1, temos que :

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = I \left[ \frac{d\vec{\omega}}{dt} \right] \Rightarrow I\vec{\alpha} = \vec{\tau} \quad (3.2)$$

onde:  $\vec{\alpha} = \left[ \frac{d\vec{\omega}}{dt} \right] = \left[ \frac{d^2\vec{\theta}}{dt^2} \right]$  = aceleração angular do corpo em relação ao eixo considerado;

A energia, a massa e o momento linear conservam-se nos fenômenos dinâmicos dos corpos rígidos. O momento angular não foge a regra, ocorrendo também com este, conservação no movimento de rotação dos corpos.

Este importante princípio da Física aplicada ao movimento rotacional, conhecido como “Princípio da Conservação do Momento angular”, foi formulado pela primeira vez por Leonhard Euler (1736), assim descrito:

*“Se nenhum torque externo “ $\tau$ ” atua sobre um corpo rígido, mantendo-se fixo o sistema de eixos ao qual esta referenciado o corpo, o momento angular deste corpo se mantém constante”*

$$\text{Então, se } \frac{d\vec{J}}{dt} = 0$$

$$\tau = -\tau_n$$
(3.3)

onde:  $\theta$  é o deslocamento angular do corpo em relação a um eixo de referência;

É a partir da equação 3.3, uma vez definido o sistema de eixos de referência e condições iniciais para o modelo dinâmico escolhido, que será desenvolvida a equação diferencial controlada para a dinâmica do sistema em estudo.

O sistema de controle mecânico em estudo baseia-se em um mecanismo biela-manivela (Figura 3.2), na qual a manivela “

“A” – Figura 3.2. O sentido positivo do eixo das abscissas é tomado da esquerda para a direita, sendo também considerado positivo os valores tomados de baixo para cima no eixo das ordenadas. A projeção horizontal do deslocamento do ponto “B” é designado por  $\Delta x_1$ , bem como o deslocamento horizontal do ponto “C” é dado por  $\Delta x_2$ . A mola, por estar fixa ao ponto “C”, experimenta o mesmo deslocamento  $\Delta x_2$  em qualquer instante de tempo “t”.

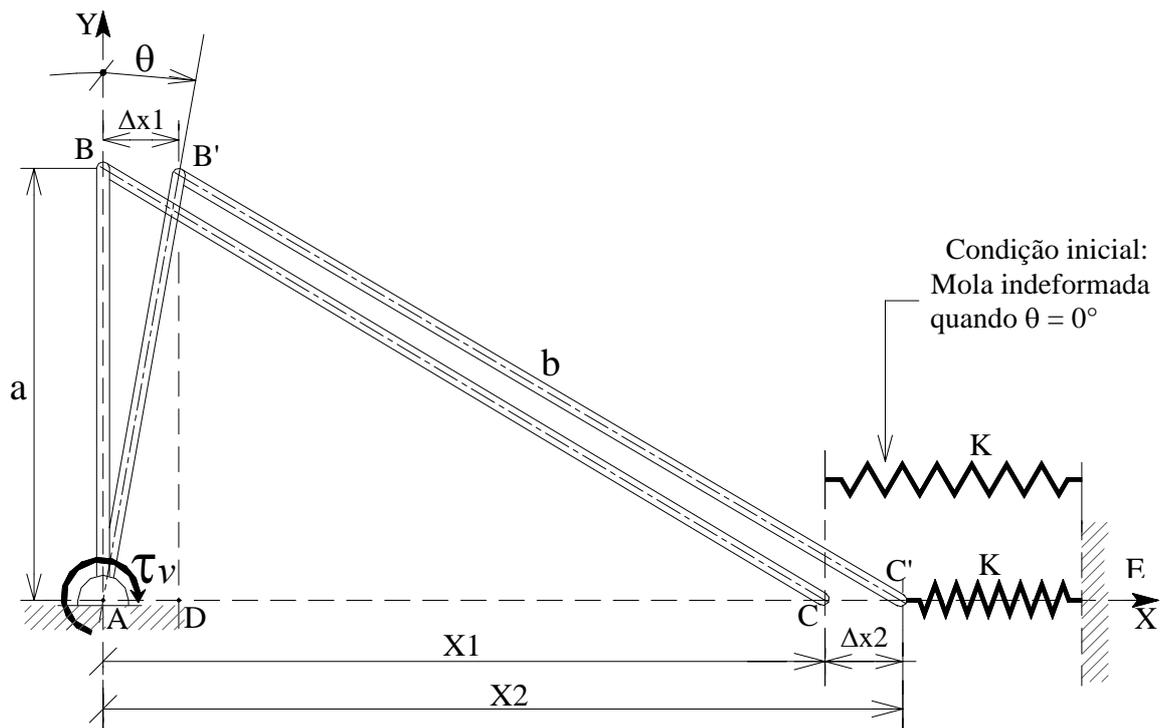


Figura 3.2 – O sistema de referência para o controlador

O eixo de rotação do “perfil do aerofólio” localiza-se, neste sistema cartesiano, exatamente no ponto “A”, partindo deste ponto e “saindo” perpendicularmente ao plano da Figura 3.2. Este fato faz com que o torque “ $\tau_v$ ” produzido pelo vento no perfil do aerofólio, transmita-se integralmente para o referido ponto atuando sobre a manivela “a” do mecanismo. Logo, o torque “ $\tau_v$ ” produzido no aerofólio é equilibrado (controlado) por um torque contrário que é produto da força elástica “ $\vec{F}$ ” e do braço de alavanca  $\overline{B'D}$ , conforme diagrama de corpo livre para os elementos do mecanismo – Figura 3.3.

A rotação da manivela “a” em relação ao eixo das ordenadas, é medida a partir deste, fazendo um ângulo “ $\theta$ ”, tomado como positivo o sentido de rotação “horário”. É importante notar que, na condição inicial de repouso, ou seja, naquela em que nenhum torque “ $\tau_v$ ” atua

sobre o sistema “ $\theta$ ” é nulo, e por consequência a mola permanece “indeformada”, pois “ $\Delta x_2$ ” nesta condição também é nulo. Em outras palavras, o deslocamento “ $\theta$ ” é medido a partir da posição de equilíbrio na ausência de momento externo ( $\vec{\tau}_v$ ) atuante. Segundo Ogata (2003), este é um modelo de sistema conhecido como de entrada e saída únicas.

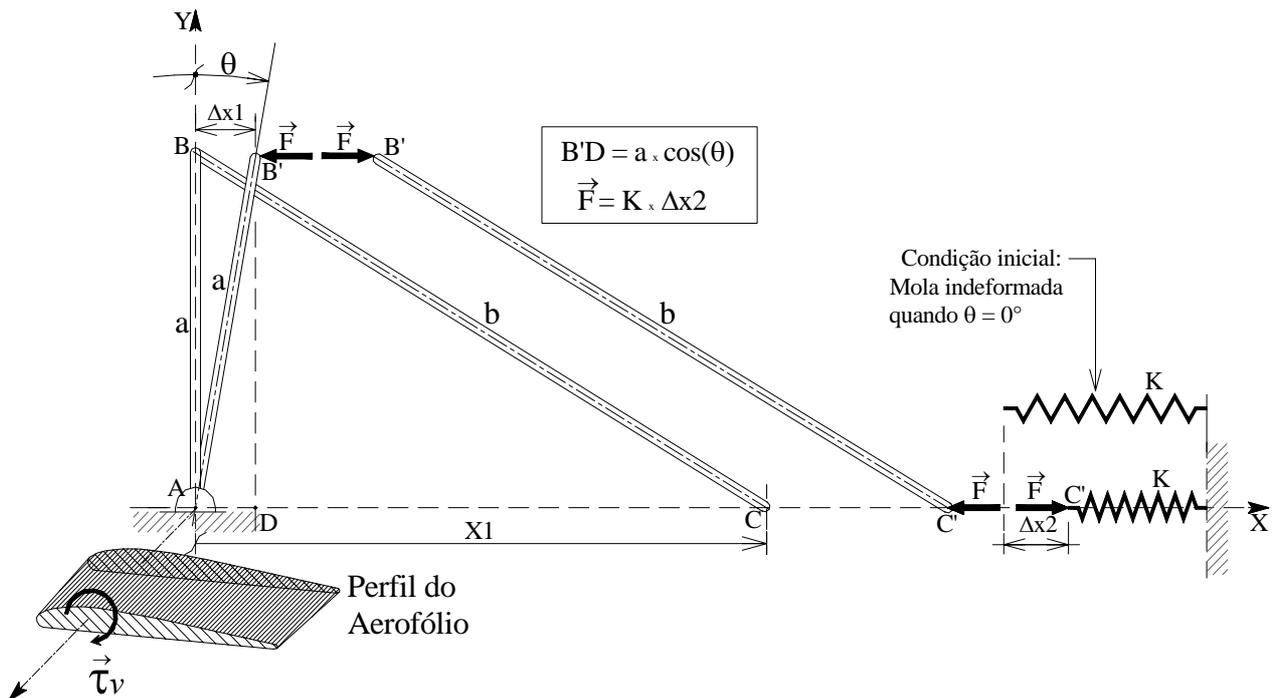


Figura 3.3– Diagrama de corpo livre para os elementos do controlador

### 3.3.1) Determinação da equação dinâmica do controlador

Partindo-se da dinâmica do movimento rotacional visto no item 3.2, podemos afirmar então, baseado no “Princípio da Conservação do Momento Angular”, que:

$$\Sigma \vec{\tau}_n = I \left[ \frac{d^2 \theta}{dt^2} \right] = \vec{\tau}_v - \vec{F} \overline{B'D} ; \quad \text{mas } \overline{B'D} = a \cos(\theta) , \text{ então:}$$

$$\Sigma \vec{\tau}_n = I \left[ \frac{d^2 \theta}{dt^2} \right] = \vec{\tau}_v - \vec{F} a \cos(\theta) \quad (3.4)$$

onde:  $\vec{\tau}_v$  = torque produzido pelo vento no perfil do aerofólio e transmitido ao mecanismo;

$a$  = comprimento da manivela;

$\vec{F}$  = força elástica da mola;

$K$  = Constante elástica da mola;

Uma vez que o sistema dinâmico será abordado no plano abandonaremos, a partir deste ponto, a notação vetorial das grandezas físicas, passando o problema a ser avaliado por equações algébricas de forma escalar.

A força elástica “ $F$ ”, como é de conhecimento geral, é proporcional ao deslocamento “ $\Delta x_2$ ” que é experimentado pela mola. Segundo Dubell (1979), tomando-se como base a Figura 3.4, o cálculo matemático do deslocamento linear horizontal da extremidade da biela “ $\Delta S$ ”, a partir do ponto morto externo PMe da referida figura, é dado por:

$$\Delta S = a \left[ (1 - \cos \alpha) + \frac{1}{2} \lambda (\sin^2 \alpha) \right] \quad (3.5)$$

onde:  $\lambda = \frac{a}{b}$  = coeficiente que relaciona os comprimentos da manivela / biela;

PMe e PMi = Ponto Morto externo e interno respectivamente;

$\Delta S$  = percurso do êmbolo a partir do ponto morto externo PMe;

$\alpha$  = ângulo formado entre o eixo das abcissas e a manivela “ $a$ ”;

Comparando-se as Figuras 3.2 e 3.4 notamos que, para utilizarmos a expressão dada por 3.5, temos que relacionar os ângulos “ $\alpha$ ” e “ $\theta$ ”. Isto é necessário, pois o ângulo “ $\alpha$ ” é medido a partir do eixo das abcissas e “ $\theta$ ” a partir do eixo das ordenadas, ambos “girando”, respectivamente, em sentidos anti-horário e horário. Temos então que, quando a manivela estiver na posição de “ $\theta = 0^\circ$ ” – Figura 3.2, o ângulo “ $\alpha$ ” deve ser de  $90^\circ$  na Figura 3.4, em sentido contrário. Logo “ $\alpha$ ” e “ $\theta$ ” são ângulos complementares ( $\alpha + \theta = 90^\circ$ ) e nesta condição pode-se escrever  $\alpha = (90 - \theta)$ .

Da trigonometria, temos que:  $\sin \theta = \cos(90^\circ - \theta)$  e que  $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$ . Substituindo-se estas relações em 3.5, determinamos o valor de  $\Delta S$  como  $f(\theta)$ , que é a variável angular envolvida na dinâmica do sistema controlador. Logo:

$$\Delta S = a \left[ (1 - \sin \theta) + \frac{1}{2} \lambda (\cos^2 \theta) \right] \quad (3.6)$$

Com a troca de variáveis é possível então, utilizarmos a fórmula do cálculo de “ $\Delta S$ ” dado por 3.6, em relação ao sistema de referência da Figura 3.1, que é o sistema no qual a dinâmica do controlador esta baseada.

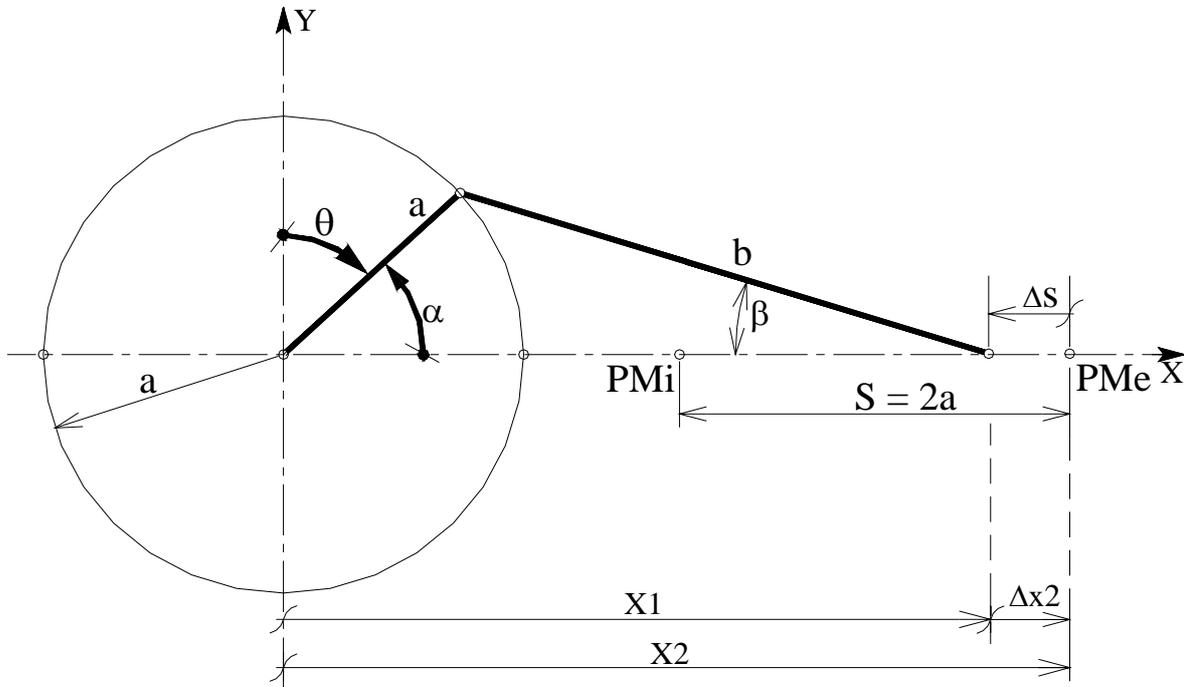


Figura 3.4 – Mecanismo biela-manivela

Com a troca de variáveis é possível então, utilizarmos a fórmula do cálculo de “ $\Delta S$ ” dado pela equação 3.6, em relação ao sistema de referência da Figura 3.2, que é o sistema no qual a dinâmica do controlador esta baseada.

Prosseguindo na determinação da deformação da mola, vemos que a mesma é igual a  $\Delta x_2$  e dada por:

$$\Delta x_2 = x_2 - x_1 \tag{3.7}$$

Como pretendemos utilizar a expressão de  $\Delta S$  para determinarmos os valores de  $x_1$  e  $x_2$ , devemos considerar que “ $\Delta S$ ” aumenta, a partir do ponto “PMe”, da direita para a esquerda, e os valores de “ $x_n$ ” das abcissas aumentam da esquerda para a direita – Figura 3.4.

Então  $\Delta x_2 = -\Delta S$ , e os valores  $\Delta x_2 f(\Delta S)$ , serão dados por:

$$\Delta x_2 = \Delta S_{x1} - \Delta S_{x2} \tag{3.8}$$

onde:  $\Delta S_{x1}$  = deslocamento linear  $\Delta S$  para ângulo inicial “ $\theta$ ” =  $0^\circ$  (posição de equilíbrio);

$\Delta S_{x2}$  = deslocamento linear  $\Delta S$  para ângulo “ $\theta$ ” qualquer;

Determinando-se agora,  $\Delta S_{x1}$  e  $\Delta S_{x2}$  por 3.6, e posteriormente empregando-se os valores na expressão 3.8, definimos a deformação da mola  $\Delta x_2$  como função do ângulo “ $\theta$ ”:

$$\Delta_{x2} = a \left[ \left( \frac{2 + \lambda}{2} \right) - \left[ (1 - \sin \theta) + \frac{1}{2} \lambda (\cos^2 \theta) \right] \right] \quad (3.9)$$

Por fim, substituindo-se  $F = K\Delta_{x2}$  na equação 3.4, determinamos a expressão da dinâmica do controlador em função da variável angular “ $\theta$ ” e relacionada ao sistema de referência da Figura 3.2. Então:

$$\begin{aligned} I \left[ \frac{d^2 \theta}{dt^2} \right] &= \tau_v - Fa \cos(\theta) & \Rightarrow & \quad I \left[ \frac{d^2 \theta}{dt^2} \right] = \tau_v - K\Delta_{x2} a \cos(\theta) \\ I \left[ \frac{d^2 \theta}{dt^2} \right] &= \tau_v - Ka \left[ \left( \frac{2 + \lambda}{2} \right) - \left[ (1 - \sin \theta) + \frac{1}{2} \lambda (\cos^2 \theta) \right] \right] a \cos(\theta) \\ I \left[ \frac{d^2 \theta}{dt^2} \right] &= \tau_v - Ka^2 \cos(\theta) \left[ \left( \frac{2 + \lambda}{2} \right) - \left[ (1 - \sin \theta) + \frac{1}{2} \lambda (\cos^2 \theta) \right] \right] \end{aligned} \quad (3.10)$$

### 3.3.2) – O efeito do atrito

A equação 3.10 anterior representa o caso ideal de um sistema dinâmico sem atrito. Na prática, mais precisamente no sistema mecânico em questão, sabemos que tal situação não ocorre devido principalmente ao atrito existente:

- a) nos mancais de rotação (rolamentos) do eixo do aerofólio;
- b) no anel guia existente entre a biela e a mola;
- c) nos pinos que unem a biela e a manivela;
- d) no desgaste natural sofrido pelos componentes do mecanismo;

O atrito atua nos sistemas dinâmicos oscilatórios, provocando o “amortecimento” do movimento ou, em outras palavras, provocando uma absorção de energia. Essa energia

absorvida não é armazenada por qualquer forma cinética ou potencial, mas dissipada sob a forma de “calor” (Ogata, 2003).

Sabemos que o torque produzido por qualquer efeito de atrito viscoso é proporcional à velocidade da oscilação e tende a opor-se ao esforço que o produz. Sua magnitude é dada pelo produto do coeficiente de atrito “ $C_a$ ” e pela taxa de variação do deslocamento (neste caso deslocamento angular “ $\theta$ ”) do ponto ou elemento considerado. Para o presente caso, “ $C_a$ ” é um coeficiente que considera o somatório das várias parcelas de atrito descritas acima.

Então, a equação 3.10, levando-se em conta a condição real de amortecimento por atrito, ficará da seguinte forma:

$$I_{cont} \left[ \frac{d^2\theta}{dt^2} \right] = \tau_v - C_a \left( \frac{d\theta}{dt} \right) - Ka^2 \cos(\theta) \left[ \left( \frac{2+\lambda}{2} \right) - \left[ (1 - \sin \theta) + \frac{1}{2} \lambda (\cos^2 \theta) \right] \right] \quad (3.11)$$

### 3.3.3) – Linearização da equação dinâmica do controlador

A teoria matemática, e as técnicas correspondentes, para resolução das equações lineares estão muito desenvolvidas. Em contraposição, para as equações não-lineares a situação não é tão satisfatória. Por isso, é bom que problemas físicos importantes levem a equações diferenciais ordinárias lineares ou, pelo menos em primeira aproximação, a equações lineares (Ogata, 2003).

Revolvendo-se a equação 3.11, verifica-se que a mesma também apresenta termos “não lineares”. Levando-se em consideração que as deflexões do ângulo “ $\theta$ ” da manivela serão pequenas, estão numa faixa de  $0^\circ < \theta < 15^\circ$ , permite-nos como no caso de um pêndulo simples, linearizar a referida equação, considerando-se desta forma as seguintes aproximações trigonométricas:

$$\text{Para ângulos “}\theta\text{” pequenos: } \sin \theta \cong \theta \quad \text{e} \quad \cos \theta \cong 1;$$

Substituindo-se as aproximações trigonométricas da função seno e co-seno para ângulos pequenos na equação 3.11, obtemos a equação diferencial do controlador na sua forma linearizada:

$$I_{cont} \left[ \frac{d^2\theta}{dt^2} \right] = \tau_v - C_a \left( \frac{d\theta}{dt} \right) - Ka^2 \left[ \left( \frac{2+\lambda}{2} \right) - \left[ (1 - \theta) + \frac{1}{2} \lambda \right] \right]$$

$$\begin{aligned}
I_{cont} \left[ \frac{d^2\theta}{dt^2} \right] &= \tau_v - C_a \left( \frac{d\theta}{dt} \right) - Ka^2 \left[ \left( \frac{2+\lambda}{2} \right) - \left( \frac{\lambda}{2} \right) - (1-\theta) \right] \\
I_{cont} \left[ \frac{d^2\theta}{dt^2} \right] &= \tau_v - C_a \left( \frac{d\theta}{dt} \right) - Ka^2 \left[ \left( \frac{2+\lambda-\lambda}{2} \right) - 1 + \theta \right] \\
I_{cont} \left[ \frac{d^2\theta}{dt^2} \right] &= \tau_v - C_a \left( \frac{d\theta}{dt} \right) - Ka^2 \theta \\
I_{cont} \left[ \frac{d^2\theta}{dt^2} \right] + C_a \left( \frac{d\theta}{dt} \right) + Ka^2 \theta &= \tau_v
\end{aligned} \tag{3.12}$$

onde:  $I_{cont}$  = momento de inércia do controlador, dado pela soma das inércias do sistema mola-biela-manivela e aerofólio das hélices do rotor;

A equação 3.12 então, é a que representa a dinâmica do sistema controlador proposto, para o modelo descrito no item 3.2. Trata-se de uma equação diferencial linear ordinária de segunda ordem cuja variável envolve o ângulo “ $\theta$ ” e sua primeira e segunda derivadas. Pela sua característica linear, a mesma poderá ser resolvida por vários métodos convencionais de resolução de equações diferenciais. O método escolhido e posteriormente a ser empregado será o da “Transformada de Laplace”, por ser considerado um método operacional e possuir a vantagem de permitir técnicas gráficas p/ prever o desempenho do sistema (Ogata, 2003).

Como podemos observar, os termos á esquerda da igualdade da equação 3.12 (torques internos do próprio sistema) devem equilibrar o torque externo “ $\tau_v$ ”, o qual é determinado pelas variáveis envolvidas na aerodinâmica das pás do aerofólio e portanto, do tipo de aerofólio empregado. Em função do fato, o torque externo deverá ser previamente calculado para que a equação 3.12 seja plenamente determinada, e então a partir dela possam ser realizadas simulações da dinâmica do controlador.

### 3.4) DETERMINAÇÃO DA EQUAÇÃO DO TORQUE DO VENTO: A INFLUÊNCIA DA AERODINÂMICA

Observando atentamente o funcionamento de todo o sistema controlador (mola-biela-manivela e aerodinâmica das pás do aerogerador), vemos que o torque externo “ $\tau_v$ ” atuante na seção do aerofólio do aerogerador, o qual deverá ser equilibrado pelo mecanismo mola-

biela-manivela, é exatamente o momento “ $M$ ” (Pitching Moment) atuante na seção, conforme definido no capítulo 02, item 2.8.2.

Revedo a equação 2.10 do referido capítulo, vemos que o torque “ $M$ ”, é proporcional respectivamente, ao vento relativo “ $W$ ” e ao ângulo de ataque “ $\alpha$ ”, pois:

$$M = \left(\frac{1}{2}\right)C_m\rho W^2 Sc \quad (3.13)$$

sendo “ $S$ ” a área da forma plana projetada de uma secção particular do aerofólio e “ $c$ ” a sua corda.

Então, podemos concluir que o torque “ $\tau_v$ ” depende da geometria do aerofólio empregado. Isto posto, para podermos determinar a magnitude do valor de “ $\tau_v$ ”, precisamos primeiramente definir um tipo de aerofólio para estudo e, a partir dele, seus coeficientes da seção (“ $C_l$ ”, “ $C_d$ ”, “ $C_m$ ”) para posteriormente determinarmos os esforços atuantes no mesmo.

A escolha do aerofólio em estudo neste trabalho, foi baseada em consulta ao “Catálogo de Aerofólios para Turbinas Eólicas” (NATIONAL ADVISORY COMMITTEE FOR AERONAUTICS – NACA, 2001) que apresenta, dentre várias características dos aerofólios, curvas obtidas por simulação numérica e dados experimentais do valores de “ $C_l$ ”, “ $C_d$ ” e “ $C_m$ ” em função do ângulo de ataque “ $\alpha$ ”.

Uma vez definido o tipo de aerofólio a ser empregado, realizar-se-à a linearização dos dados experimentais dos coeficientes, com a determinação das equações de primeiro grau que ajustam os referidos pontos (dados) em função do ângulo “ $\alpha$ ”. A determinação destas equações permite então, o cálculo dos esforços atuantes a partir de variações do ângulo de ataque.

O “Catálogo de Aerofólios para Turbinas Eólicas da NACA - National Advisory Committee for Aeronautics” apresenta em seu segundo capítulo, seção dedicada ao emprego de métodos computacionais que determinam os coeficientes de arrasto, sustentação e momento para várias famílias de aerofólios, os quais são comparados com dados experimentais em túneis de vento. Dentre as várias famílias de aerofólios apresentadas no referido artigo, foi empregado para determinação da equação das curvas dos “coeficientes da secção -  $C_l$ ,  $C_d$  e  $C_m$ ” o aerofólio n° 215 da família 63, isto é, o aerofólio “*NACA 63-215*”.

As curvas dos coeficientes apresentadas no catálogo, são os resultados obtidos para duas simulações numéricas. A primeira considera fluxo bi-dimensional para fluido incompressível empregando-se as equações de “*Navier-Stokes*” resolvidas com “*EllipSys2D*”

e a segunda através de método de simulação chamado “*XFOIL Code*” (Código *XFOIL*), o qual baseia-se em uma metodologia que emprega uma formulação com existência de camada limite viscosa. Estas curvas obtidas por simulação numérica, são comparadas com dados experimentais em túneis de vento de baixa turbulência. As curvas dos coeficientes são plotadas em função do ângulo de ataque “ $\alpha$ ”, o qual é o ângulo formado entre a direção da linha de corda do aerofólio e a direção de incidência do vento relativo “ $W$ ”, conforme mencionado anteriormente no capítulo II.

Uma vez que os dados experimentais são os que definem os valores reais para os coeficientes, são estes que servirão de base para a definição das curvas linearizadas de “ $C_l$ ”, “ $C_d$ ” e “ $C_m$ ”, a partir dos quais serão calculados os momentos e as forças aerodinâmicas do aerofólio em estudo.

O método aqui empregado, no processo de linearização (regressão linear), é o reconhecido e já consagrado “Método dos Mínimos Quadrados”. O referido método baseia-se na busca dos parâmetros que minimizam a soma dos quadrados dos resíduos (erros) e “ajustam” o conjunto de pontos (dados experimentais dos coeficientes) a um determinado tipo de curva (neste caso linear) com mínima variância entre eles. A aproximação dos “ $n$ ” pontos dos dados experimentais a serem ajustados para uma reta, deverão obedecer a uma equação do tipo:

$$C_i = a + b\alpha_i \quad (3.14)$$

onde os parâmetros “ $a$ ” e “ $b$ ” são respectivamente, o intercepto e a inclinação da reta em relação ao eixo de abcissas.

Os parâmetros são obtidos resolvendo-se o sistema de equações a seguir, denominado “equações normais” do problema, logo:

$$\left\{ \begin{array}{l} na + \left( \sum_{i=1}^n \alpha_i \right) b = \sum_{i=1}^n C_{(i)} \\ \left( \sum_{i=1}^n \alpha_i \right) a + \left( \sum_{i=1}^n (\alpha_i)^2 \right) b = \sum_{i=1}^n \alpha_i C_{(i)} \end{array} \right. \quad (3.15)$$

$$\left( \sum_{i=1}^n \alpha_i \right) a + \left( \sum_{i=1}^n (\alpha_i)^2 \right) b = \sum_{i=1}^n \alpha_i C_{(i)} \quad (3.16)$$

onde as incógnitas “ $a$ ” e “ $b$ ” são os parâmetros da regressão linear.

### 3.4.1) Linearização para o coeficiente de arrasto (*drag coefficient*)

A curva das simulações numéricas, bem como para os dados experimentais do coeficiente de arrasto, apresentados no catálogo da NACA (2001), para o aerofólio 63-215 são apresentados na Figura 3.5 a seguir.

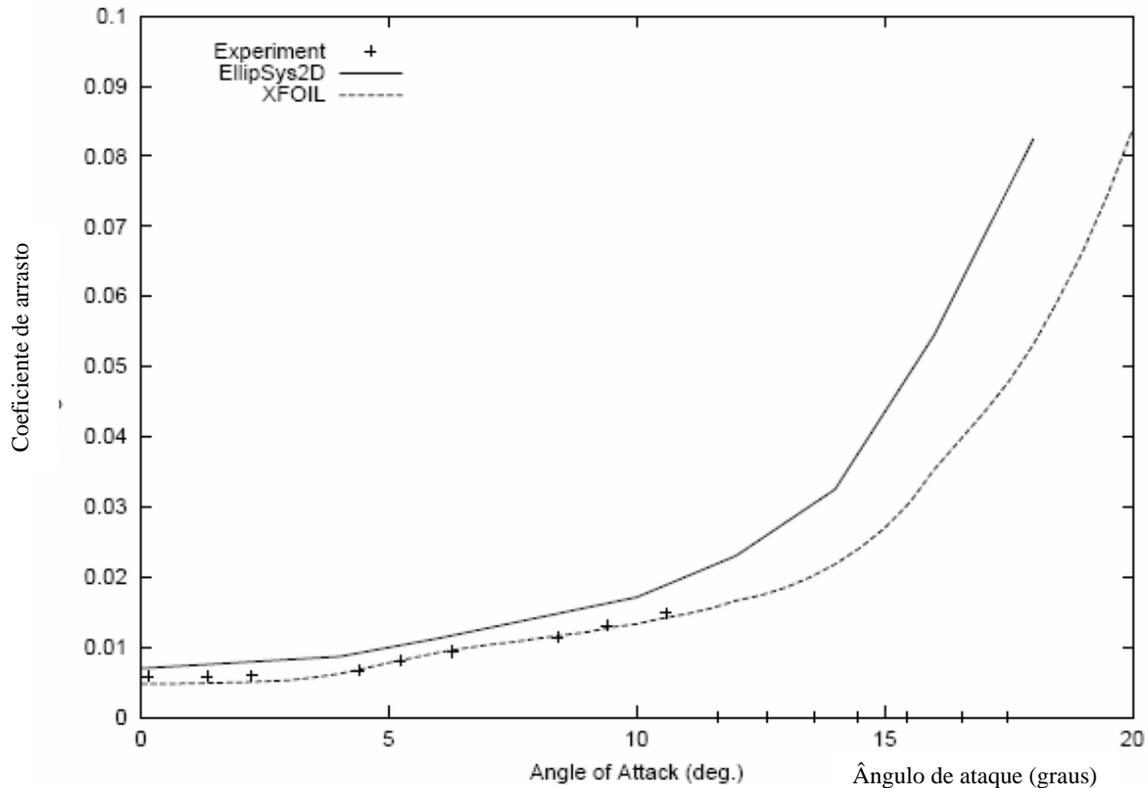


Figura 3.5 – Coefic. de arrasto ( $C_d$ ) x Ângulo de ataque ( $\alpha$ )°

Fonte: Catálogo NACA (2001).

A partir da análise minuciosa dos dados experimentais (pontos marcados por cruces) dos coeficientes de arrasto para o aerofólio considerado, determinamos os valores dos pares ordenados ( $\alpha_i; C_{d(i)}$ ), os quais definem respectivamente, abcissa e ordenada dos dados experimentais de “Cd” em função do ângulo de ataque “ $\alpha$ ”. Estes pontos são apresentados na Tabela 3.1.

Na referida tabela, são também representados os termos  $(\alpha_i)^2$  e  $(\alpha_i C_{d(i)})$ , uma vez que o somatório destes termos é necessário para a resolução do sistema formado pelas equações 3.15 e 3.16.

Então, substituindo-se os termos determinados da Tabela 3.1, nas equações 3.15 e 3.16, encontramos os parâmetros “ $a$ ” e “ $b$ ” por regressão linear. Assim:

- Parâmetro “ $a$ ” = 0,004543
- Parâmetro “ $b$ ” = 0,0008527

Tabela 3.1 - Coef. Arrasto ( $C_d$ ) x Ângulo de Ataque ( $\alpha$ )°

<b>Coef. Arrasto (<math>C_d</math>) x Ângulo de Ataque (<math>\alpha</math>)°</b>				
<b>Nº Ponto (n)</b>	$\alpha_{(i)}$	$C_{d(i)}$	$[\alpha_{(i)}]^2$	$\alpha_{(i)} * C_{d(i)}$
i = 1	0,1250	0,0059	<b>0,0156</b>	<b>0,0007</b>
i = 2	1,2500	0,0060	<b>1,5625</b>	<b>0,0075</b>
i = 3	2,1875	0,0063	<b>4,7852</b>	<b>0,0138</b>
i = 4	4,3125	0,0070	<b>18,5977</b>	<b>0,0302</b>
i = 5	5,1250	0,0079	<b>26,2656</b>	<b>0,0405</b>
i = 6	6,1875	0,0091	<b>38,2852</b>	<b>0,0563</b>
i = 7	8,3125	0,0115	<b>69,0977</b>	<b>0,0956</b>
i = 8	9,2250	0,0130	<b>85,1006</b>	<b>0,1199</b>
i = 9	10,5500	0,0145	<b>111,3025</b>	<b>0,1530</b>
$\Sigma$	<b>47,2750</b>	<b>0,0812</b>	<b>355,0125</b>	<b>0,5175</b>

Logo, a equação que melhor ajusta os dados experimentais dos coeficientes de arrasto à reta “ $C_{d_i} = a + b\alpha_i$ ” para o aerofólio considerado (NACA 63-215) é dada por:

$$C_{d(i)} = 0,004543 + 0,0008527\alpha_i \quad (3.17)$$

### 3.4.2) Linearização para o coeficiente de sustentação (lift coefficient)

A curva dos coeficientes de sustentação com os respectivos dados experimentais (aerofólio NACA 63-215), estão apresentados na Figura 3.6. Empregando-se a mesma metodologia de análise de dados do item anterior define-se, baseado no gráfico da referida, os valores integrantes da Tabela 3.2. Substituindo-se os termos da tabela nas equações 3.15 e

3.16 e resolvendo-se o sistema de equações para os parâmetros “ $a$ ” e “ $b$ ” define-se então os parâmetros de regressão linear para ajuste dos dados experimentais do coeficiente de sustentação em questão. Realizando-se os cálculos necessários, os valores para os parâmetros são os seguintes:

- Parâmetro “ $a$ ” = 0,1606277
- Parâmetro “ $b$ ” = 0,1002453

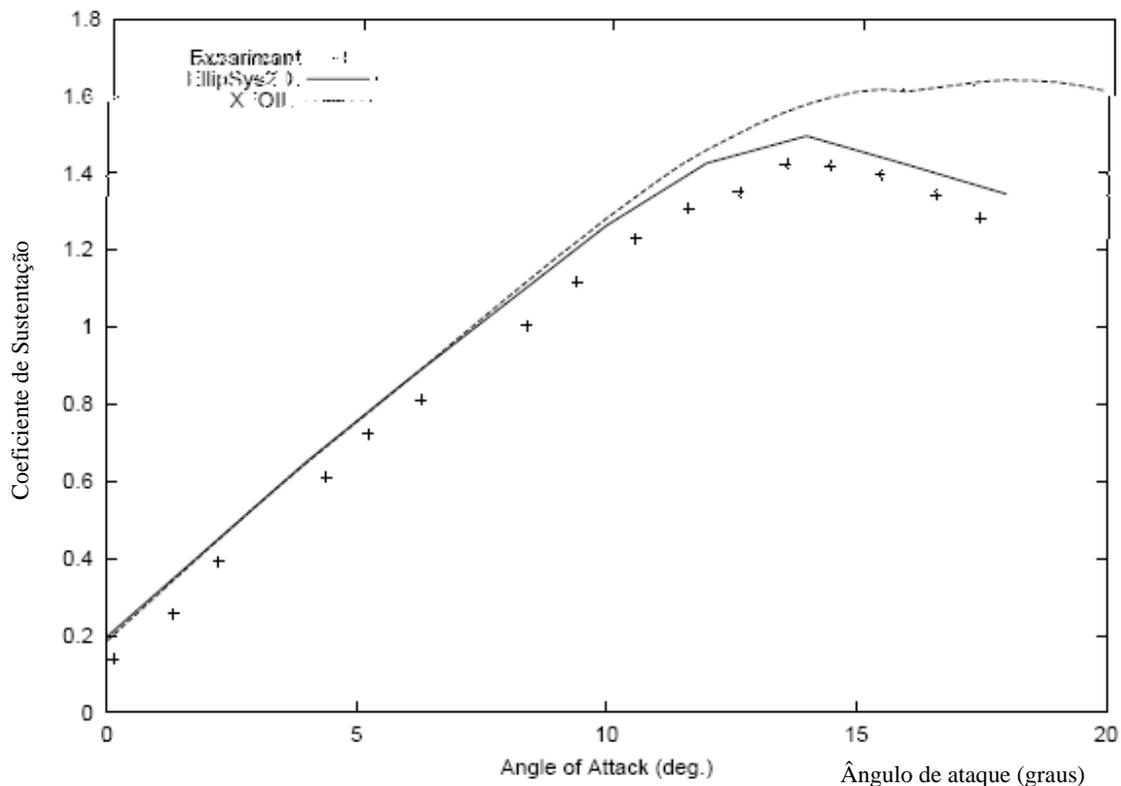


Figura 3.6 – Coef. de sustentação ( $C_l$ ) x Ângulo de ataque ( $\alpha$ )°

Fonte: Catálogo NACA (2001).

Logo, a equação que melhor ajusta os pontos dos dados experimentais (Coef. de sustentação ( $C_l$ ) x Âng. de Ataque ( $\alpha$ )) à reta “ $C_{li} = a + b\alpha_i$ ” para o aerofólio considerado é dada por:

$$C_{l(i)} = 0,1606277 + 0,1002453\alpha_i \quad (3.18)$$

Tabela 3.2 - Coef. de sustentação ( $C_l$ ) x Ângulo de Ataque ( $\alpha$ )°

Coef. de Sustentação ( $C_l$ ) x Ângulo de Ataque ( $\alpha$ )°				
Nº Ponto (n)	$\alpha_{(i)}$	$C_{l(i)}$	$[\alpha_{(i)}]^2$	$\alpha_{(i)} * C_{l(i)}$
i = 1	0,1850	0,1405	<b>0,0342</b>	<b>0,0260</b>
i = 2	1,3500	0,2585	<b>1,8225</b>	<b>0,3490</b>
i = 3	2,2505	0,3815	<b>5,0648</b>	<b>0,8586</b>
i = 4	4,3850	0,6285	<b>19,2282</b>	<b>2,7560</b>
i = 5	5,2550	0,7225	<b>27,6150</b>	<b>3,7967</b>
i = 6	6,3525	0,8215	<b>40,3543</b>	<b>5,2186</b>
i = 7	8,3150	1,0185	<b>69,1392</b>	<b>8,4688</b>
i = 8	9,3850	1,1225	<b>88,0782</b>	<b>10,5347</b>
i = 9	10,3855	1,2405	<b>107,8586</b>	<b>12,8832</b>
i = 10	11,4250	1,3200	<b>130,5306</b>	<b>15,0810</b>
i = 11	12,4050	1,3585	<b>153,8840</b>	<b>16,8522</b>
i = 12	13,3525	1,4400	<b>178,2893</b>	<b>19,2276</b>
$\Sigma$	<b>85,0460</b>	<b>10,4530</b>	<b>821,8989</b>	<b>96,0523</b>

### 3.4.3) Linearização para o coeficiente de momento de passo (pitching moment)

Como nos itens 3.4.1 e 3.4.2, a linearização dos valores experimentais dos coeficientes

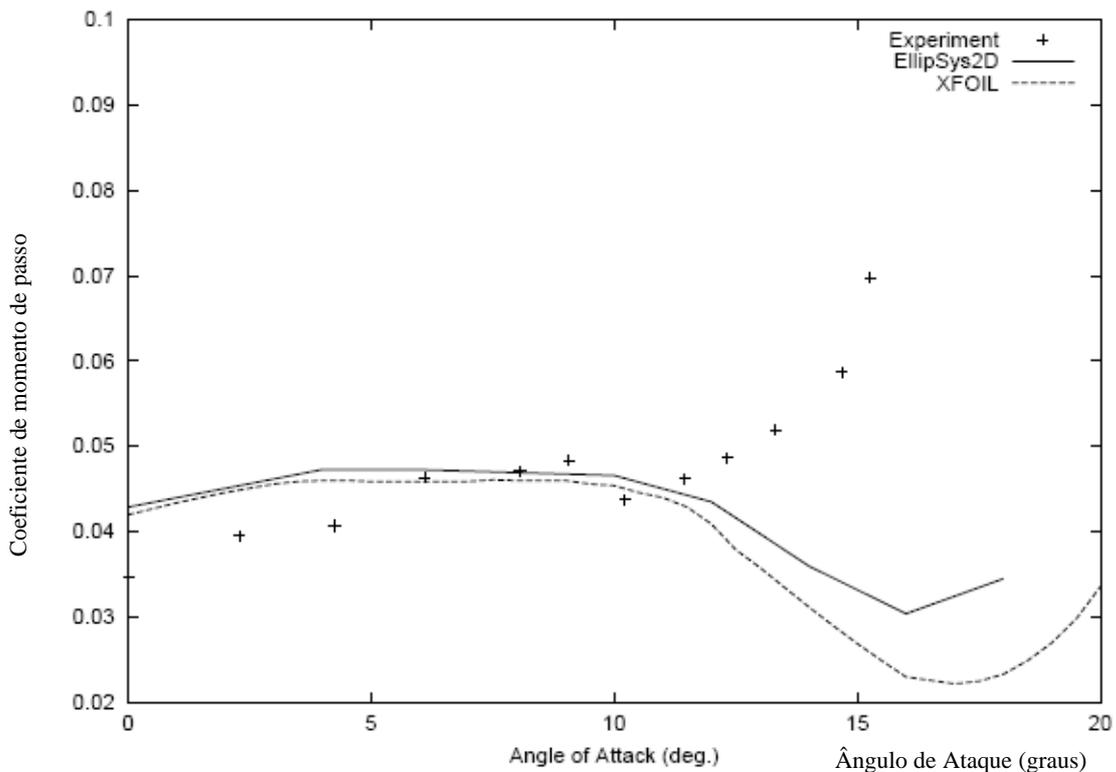


Figura 3.7 – Coef. de momento ( $C_m$ ) x Ângulo de ataque ( $\alpha$ )°

Fonte: Catálogo NACA (2001).

de momento ( $C_m$ ), parte da análise dos pontos com os dados experimentais do catálogo de aerofólios da “NACA”. As curvas do coeficiente de momento em função do ângulo “ $\alpha$ ” para o aerofólio, é a apresentada na Figura 3.7. Determinando-se os pares ( $\alpha_i; C_{m(i)}$ ) dos dados experimentais do gráfico, os mesmos foram tabelados na Tabela 3.3.

Novamente, substituindo-se o somatório dos termos tabelados, nas equações 3.15 e 3.16 e, resolvendo-se o sistema de equações para as incógnitas “ $a$ ” e “ $b$ ”, determina-se os parâmetros da reta de regressão linear dos coeficientes “ $C_m$ ” obtidos a partir de dados experimentais em túneis de vento.

Os valores dos parâmetros “ $a$ ” e “ $b$ ” para a linearização da curva do coeficiente de momento foram os seguintes:

- Parâmetro “ $a$ ” = 0,03953
- Parâmetro “ $b$ ” = 0,0007178

Tabela 3.3 - Coef. de Momento (Pitching Moment) ( $C_m$ ) x Ângulo de Ataque ( $\alpha$ )°

<b>Coef. de Momento (Pitching Moment) (<math>C_m</math>) x Ângulo de Ataque (<math>\alpha</math>)°</b>				
<b>Nº Ponto (n)</b>	<b><math>\alpha_{(i)}</math></b>	<b><math>C_{m(i)}</math></b>	<b><math>[\alpha_{(i)}]^2</math></b>	<b><math>\alpha_{(i)} * C_{m(i)}</math></b>
i = 1	2,1850	0,0395	<b>4,7742</b>	<b>0,0863</b>
i = 2	4,1950	0,0415	<b>17,5980</b>	<b>0,1741</b>
i = 3	6,0150	0,0465	<b>36,1802</b>	<b>0,2797</b>
i = 4	8,0050	0,0471	<b>64,0800</b>	<b>0,3770</b>
i = 5	9,0500	0,0483	<b>81,9025</b>	<b>0,4371</b>
i = 6	10,2250	0,0442	<b>104,5506</b>	<b>0,4519</b>
i = 7	11,2755	0,0460	<b>127,1369</b>	<b>0,5187</b>
i = 8	12,2150	0,0485	<b>149,2062</b>	<b>0,5924</b>
<b><math>\Sigma</math></b>	<b>63,1655</b>	<b>0,3616</b>	<b>585,4288</b>	<b>2,9173</b>

Finalmente, a equação que melhor ajusta os dados experimentais dos coeficientes de momento (Coef. de Momento ( $C_m$ ) x Âng. de Ataque ( $\alpha$ )) à reta “ $C_{m(i)} = a + b\alpha_i$ ” para o aerofólio considerado (NACA 63-215) é dada por:

$$C_{m_i} = 0,03953 + 0,0007178\alpha_i \quad (3.19)$$

### 3.4.4) Grau de correlação dos coeficientes linearizados

A avaliação do grau de precisão de representar-se um grupo de dados por uma equação linear, pode ser medido pelo coeficiente “ $r_p$ ”, conhecido como “coeficiente de correlação do produto de momentos de Pearson” (Mendehall, 1985). Esta avaliação faz-se oportuna, uma vez que, se a correlação entre os dados avaliados (coeficientes da seção em função de “ $\alpha$ ”) for satisfatória, poderemos atribuir com boa aproximação que as forças (arrasto e sustentação) e o momento de passo (pitch moment) atuantes na seção do aerofólio também variarão com a primeira potência do ângulo de ataque “ $\alpha$ ”. Isto pode ser atribuído, porque conforme as equações 2.8, 2.9 e 2.10 as forças e momentos atuantes na seção são diretamente proporcionais aos seus coeficientes correspondentes.

Como descrito anteriormente “ $r_p$ ”, de forma geral, representa o indicador da força de relação linear entre duas variáveis, para o presente caso, “ $\alpha$ ” e os coeficiente  $C_d$ ,  $C_l$  e  $C_m$ . Considerando-se duas variáveis “ $x$ ” e “ $y$ ”, o coeficiente de correlação “ $r_p$ ” entre as mesmas, o qual independe dos valores destas variáveis, é dado por:

$$r_p = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_x SS_y}} \quad (3.20)$$

onde:  $SS_{xy}$  = soma dos produtos dos desvios entre as variáveis “ $x$ ” e “ $y$ ”;

$SS_x$  = soma dos quadrados dos desvios da variável independente “ $x$ ”;

$SS_y$  = soma dos quadrados dos desvios da variável dependente “ $y$ ”;

Conforme Mendenhall (1985), o valor do coeficiente de correlação “ $r_p$ ” situa-se entre o seguinte intervalo:

$$-1 \leq r_p \leq +1$$

O referido autor ainda nos diz que, a interpretação estatística da equação 3.20 dentro de seu intervalo de validade, indica o seguinte:

- valores de “ $r_p = 0$ ” ou próximos de zero, indicam relação não linear entre as variáveis analisadas;
- Valores de “ $r_p = 1$ ” ou próximos da unidade (positivo ou negativo), indicam ótima relação linear entre os dados analisados;

Um valor positivo de “ $r_p$ ” implica que o coeficiente angular da reta de regressão linear seja positivo, e que a reta se incline para cima, da esquerda para a direita; um valor negativo de “ $r_p$ ” implica coef. angular negativo com a reta inclinando-se para baixo, da esquerda para a direita.

Na aplicação da equação 3.20 e cálculo de  $SS_{xy}$ ,  $SS_x$  e  $SS_y$ , a variável independente “ $x$ ” representa os valores de “ $\alpha$ ” e a variável dependente “ $y$ ” é equivalente aos valores dos coeficientes da seção do aerofólio.

Para tornar mais simples a verificação e análise dos termos envolvidos no cálculo de “ $r_p$ ” para cada uma das linearizações efetuadas nos itens 3.4.1, 3.4.2 e 3.4.3, os mesmos foram tabelados conforme tabelas 3.4, 3.5 e 3.6. Nas referidas tabelas estão apresentados também as médias das variáveis “ $x$ ” ( $\alpha$ ) e “ $y$ ” ( $C_d$ ,  $C_l$  e  $C_m$ ).

Tabela 3.4 – Coeficiente de arrasto linearizado

<b>COEFICIENTE DE ARRASTO</b>						
<b>Ponto</b>	<b>Âng. Ataq “<math>\alpha</math>”</b>	<b><math>C_d</math></b>	<b><math>C_d</math> Linearizado</b>	<b><math>SS_\alpha</math></b>	<b><math>SS_{C_d}</math></b>	<b><math>SS_{\alpha C_d}</math></b>
<b>1</b>	0,1250	<b>0,0059</b>	<b>0,0046</b>	26,2941	9,7482E-06	0,0160
<b>2</b>	1,2500	<b>0,0060</b>	<b>0,0056</b>	16,0222	9,1338E-06	0,0121
<b>3</b>	2,1875	<b>0,0063</b>	<b>0,0064</b>	9,3959	7,4104E-06	0,0083
<b>4</b>	4,3125	<b>0,0070</b>	<b>0,0082</b>	0,8841	4,0893E-06	0,0019
<b>5</b>	5,1250	<b>0,0079</b>	<b>0,0089</b>	0,0163	1,2593E-06	0,0001
<b>6</b>	6,1875	<b>0,0091</b>	<b>0,0098</b>	0,8737	6,0493E-09	0,0001
<b>7</b>	8,3125	<b>0,0115</b>	<b>0,0116</b>	9,3619	6,1393E-06	0,0076
<b>8</b>	9,2250	<b>0,0130</b>	<b>0,0124</b>	15,7785	1,5822E-05	0,0158
<b>9</b>	10,5500	<b>0,0145</b>	<b>0,0135</b>	28,0606	3,0006E-05	0,0290
<b>Soma</b>	<b>47,2750</b>	<b>0,0812</b>	<b>0,0812</b>	<b>106,6874</b>	<b>8,3615E-05</b>	<b>0,0910</b>
<b>Média</b>	<b>5,2528</b>	<b>0,0090</b>	<b>0,0090</b>			

Tabela 3.5- Coeficiente de sustentação linearizado

COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO						
Ponto	$\gamma$ . Ataq " $\alpha$ "	$C_l$	$C_l$ Linearizado	$SS\alpha$	$SSC_l$	$SS\alpha C_l$
1	0,1850	<b>0,1405</b>	<b>0,1792</b>	47,6399	0,5338	5,0426
2	1,3500	<b>0,2585</b>	<b>0,2960</b>	32,9151	0,3753	3,5145
3	2,2505	<b>0,3815</b>	<b>0,3862</b>	23,3933	0,2397	2,3680
4	4,3850	<b>0,6285</b>	<b>0,6002</b>	7,3017	0,0588	0,6555
5	5,2550	<b>0,7225</b>	<b>0,6874</b>	3,3568	0,0221	0,2722
6	6,3525	<b>0,8215</b>	<b>0,7974</b>	0,5397	0,0025	0,0364
7	8,3150	<b>1,0185</b>	<b>0,9942</b>	1,5076	0,0217	0,1810
8	9,3850	<b>1,1225</b>	<b>1,1014</b>	5,2800	0,0632	0,5777
9	10,3855	<b>1,2405</b>	<b>1,2017</b>	10,8790	0,1365	1,2185
10	11,4250	<b>1,3200</b>	<b>1,3059</b>	18,8168	0,2015	1,9473
11	12,4050	<b>1,3585</b>	<b>1,4042</b>	28,2794	0,2376	2,5920
12	13,3525	<b>1,4400</b>	<b>1,4992</b>	39,2544	0,3237	3,5645
<b>Soma</b>	<b>85,0460</b>	<b>10,4530</b>	<b>10,4530</b>	<b>219,1638</b>	<b>2,2163</b>	<b>21,9702</b>
<b>Média</b>	<b>7,0872</b>	<b>0,8711</b>	<b>0,8711</b>			

Tabela 3.6 - Coeficiente de Momento Linearizado

COEFICIENTE DE MOMENTO						
Ponto	$\gamma$ . Ataq " $\alpha$ "	$C_m$	$C_m$ Linearizado	$SS\alpha$	$SSC_m$	$SS\alpha C_m$
1	2,1850	<b>0,0395</b>	<b>0,0411</b>	32,6120	3,2490E-05	0,0326
2	4,1950	<b>0,0415</b>	<b>0,0425</b>	13,6951	1,3690E-05	0,0137
3	6,0150	<b>0,0465</b>	<b>0,0438</b>	3,5370	1,6900E-06	-0,0024
4	8,0050	<b>0,0471</b>	<b>0,0453</b>	0,0119	3,6100E-06	0,0002
5	9,0500	<b>0,0483</b>	<b>0,0460</b>	1,3324	9,6100E-06	0,0036
6	10,2250	<b>0,0442</b>	<b>0,0469</b>	5,4257	1,0000E-06	-0,0023
7	11,2755	<b>0,0460</b>	<b>0,0476</b>	11,4231	6,4000E-07	0,0027
8	12,2150	<b>0,0485</b>	<b>0,0483</b>	18,6565	1,0890E-05	0,0143
<b>Soma</b>	<b>63,1655</b>	<b>0,3616</b>	<b>0,3616</b>	<b>86,6937</b>	<b>7,3620E-05</b>	<b>0,0622</b>
<b>Média</b>	<b>7,8957</b>	<b>0,0452</b>	<b>0,0452</b>			

Calculados os valores de  $SS_{xy}$ ,  $SS_x$  e  $SS_y$ , considerando-se que a variável " $x$ " é correspondente a " $\alpha$ " e " $y$ " aos valores de " $C_d$ ,  $C_l$  e  $C_m$ ", e substituindo em 3.20, calculamos os valores de " $r_p$ ", para cada uma das equações de linearização das curvas dos coeficientes da seção, para o aerofólio em estudo. Os valores de " $r_p$ " para cada caso, são os apresentados abaixo:

Tabela 3.7 – Coeficiente de Correlação Linear para  $C_d$ ,  $C_l$  e  $C_m$ 

<b>COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO LINEAR DE PEARSON – “<math>r_p</math>”</b>	
<b>Correlação entre</b>	<b>Coeficiente “<math>r_p</math>”</b>
<b>Coeficiente de Arrasto e ângulo “<math>\alpha</math>” - (<math>C_d \times \alpha</math>)</b>	<b>0,9631</b>
<b>Coeficiente de Sustentação e ângulo “<math>\alpha</math>” - (<math>C_l \times \alpha</math>)</b>	<b>0,9969</b>
<b>Coeficiente de Momento e ângulo “<math>\alpha</math>” - (<math>C_m \times \alpha</math>)</b>	<b>0,7787</b>

Observando o valor calculado de “ $r_p$ ” para cada um dos casos, notamos que os valores dos dados do coeficiente de sustentação são os que mais aproximam-se de uma tendência linear perfeita ( $r_p \cong +1,0$ ) em função de variações do ângulo de ataque. O coeficiente de arrasto também apresenta uma boa correlação linear, pois “ $r_p = 0,9631$ ”, portanto muito próximo da unidade. Apenas os valores do coeficiente de momento apresentam uma certa flutuação em torno da reta de regressão linear. Apesar deste fato, os valores de “ $C_m$ ” podem ser bem representados pela equação 3.19.

É importante deixar claro aqui, que as equações de linearidade entre os coeficientes da seção e o ângulo de ataque de incidência do vento relativo “ $W$ ”, são válidas para intervalos específicos de variação do ângulo “ $\alpha$ ”. Isto pode ser verificado perfeitamente por uma simples visualização das curvas dadas pelas Figuras 3.5, 3.6 e 3.7.

Concluimos então que as equações 3.17, 3.18 e 3.19, expressam com ótima confiabilidade os valores dos coeficientes da seção do aerofólio em estudo (NACA 63-215), respectivamente para coeficientes de arrasto, sustentação e momento. Devemos salientar sobretudo, que a variação do ângulo “ $\alpha$ ”, para uma satisfatória validade destas equações, deverá estar compreendido nos seguintes intervalos abaixo:

- Coeficiente de Arrasto x  $\alpha$  - Equação 3.17:

$$C_{d(i)} = 0,004543 + 0,0008527\alpha_i \quad \text{para} \quad 0^\circ \leq \alpha \leq 11^\circ;$$

- Coeficiente de Sustentação x  $\alpha$  - Equação 3.18:

$$C_{l(i)} = 0,1606277 + 0,1002453\alpha_i \quad \text{para} \quad 0^\circ \leq \alpha \leq 13^\circ;$$

- Coeficiente de Momento x  $\alpha$  - Equação 3.19:

$$C_{m(i)} = 0,03953 + 0,0007178\alpha_i \quad \text{para} \quad 0^\circ \leq \alpha \leq 12^\circ;$$

### 3.4.5) Cálculo do momento de passo (pitching moment)

Uma vez determinado o coeficiente de momento para o aerofólio em estudo (NACA 63-215) estamos em condições de definir a expressão que rege o torque do vento atuante no sistema mola-biela-manivela, dado que a expressão de “ $\tau_v$ ” é o próprio momento “ $M$ ” dado pela equação 3.13.

A Figura 3.8 mostra uma vista frontal da turbina eólica, apresentando em destaque as hélices do aerogerador e suas características geométricas planas. Na mesma “ $r$ ” representa a distância de cada seção do aerofólio, a partir do centro de rotação das pás, desde a raiz “ $r_0$ ” até o topo “ $R$ ” da hélice. A corda “ $c$ ” do aerofólio (NACA 63-215) na raiz vale “ $C_0$ ” e no topo da hélice “ $C_t$ ”. Apenas por simplicidade de cálculos matemáticos, admitir-se-á relação linear para a corda ao longo da hélice. Este fato, em nada modifica ou altera a metodologia de trabalho, apenas dinamiza a quantificação do valor total dos esforços, pois torna a solução das integrais ao longo do raio “ $r$ ” da hélice, de forma mais rápida e simples.

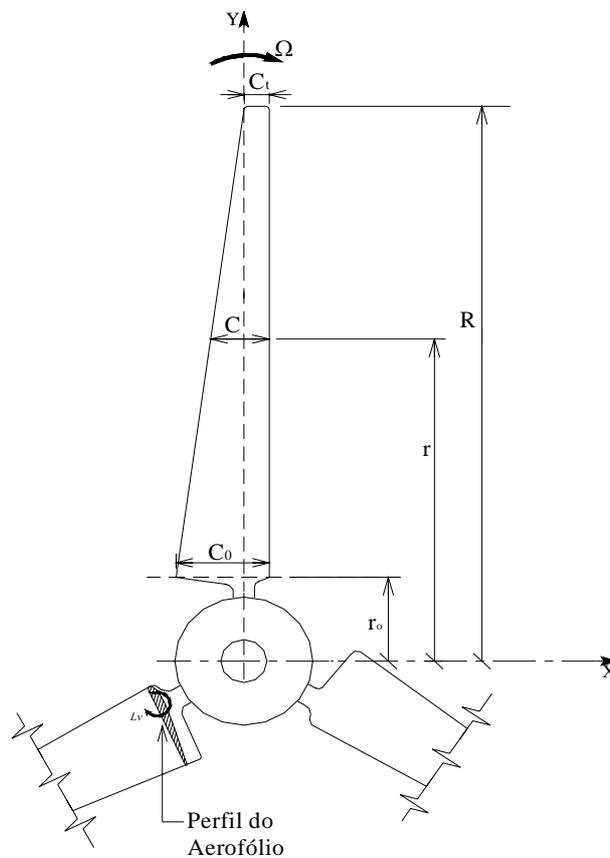


Figura 3.8 – Vista frontal da turbina

Uma vez que a equação 3.13 representa o momento de uma particular seção do aerofólio, a qual dista “ $r$ ” unidades de comprimento do centro de rotação, para podermos determinar a expressão do momento total atuante em uma hélice da turbina, necessitaremos integrar a referida equação desde a raiz até o topo. Logo o momento, num elemento de comprimento  $dr$ , ao longo de cada pá, atuando paralelamente a seção do aerofólio será dado por:

$$dM = \frac{1}{2} C_m \rho W^2 c dS \quad (3.21)$$

mas  $S = cr$ , portanto  $dS = cdr$ ; substituindo-se  $dS$  na equação 3.21 temos que:

$$dM = \frac{1}{2} C_m \rho W^2 c^2 dr \quad (3.22)$$

Então o torque “ $\tau_v$ ” será dado por:

$$\tau_v = \int dM = \int \frac{1}{2} \rho C_m W^2 c^2 dr = \frac{1}{2} \rho C_m \int_{r_0}^R (Wc)^2 dr \quad (3.23)$$

Segundo Eggleston e Stoddard (1987), no desenvolvimento da teoria combinada do elemento de pá e variação da quantidade do movimento angular, *Glauert* cita, entre outros requisitos básicos, a compreensão da teoria bi-dimensional do aerofólio. Os conceitos desta teoria são empregados no desenvolvimento do item 2.9.3 e contribuem para a realização do diagrama de velocidades apresentado na Figura 2.26. Aliás, reportando-nos a citada figura, do triângulo de velocidades atuante sobre o aerofólio, podemos deduzir que o quadrado do vento relativo “ $W$ ” empregado na equação 3.23, é dado por:

$$W^2 = (r\Omega)^2 + u^2 \quad (3.24)$$

onde:  $u$  = componente axial do vento  $\Rightarrow u = V_0(1 - a)$ ;

$\Omega$  = velocidade angular de rotação da turbina;

Considerando a “*Lei de Betz*” (item 2.10.1), para que a componente axial do vento atuante sobre o aerofólio resulte no máximo coeficiente de potência da turbina, o valor de “ $u$ ” deverá ser atribuído para um fator de interferência axial  $a = \frac{1}{3}$ . Isto posto, o valor da componente axial do vento será  $u = \frac{2}{3} V_0$ , o que resultará para o quadrado do vento relativo a seguinte expressão:

$$W^2 = \frac{4}{9}(V_0)^2 + \Omega^2 r^2 \quad (3.25)$$

Uma vez que o primeiro termo do lado direito da igualdade da equação 3.25 independe da variável “r”, podemos atribuir ao mesmo um valor constante, ao qual chamaremos de:

$$K_{V_0} = \frac{4}{9}(V_0)^2 \quad (3.26)$$

Dessa forma a equação 3.25 deverá ser dada por:

$$W^2 = K_{V_0} + \Omega^2 r^2 \quad (3.27)$$

onde a constante  $K_{V_0}$  é dada pela equação 3.26.

Da Figura 3.8, vemos que o valor da corda  $c$  da hélice varia linearmente com o raio “r”. Então explicitando o valor da corda em função do raio da pá, temos que:

$$\frac{c - C_0}{C_t - C_0} = \frac{r - r_0}{R - r_0} \Rightarrow c - C_0 = \frac{C_t - C_0}{R - r_0}(r - r_0) \Rightarrow c = C_0 + \frac{C_t - C_0}{R - r_0}(r - r_0) \quad (3.28)$$

Como  $C_t \leq C_0$ , o coeficiente angular da reta  $cf(r)$  dado pela eq. 3.28 possuirá valor negativo. Chamando-se o coeficiente angular de “ $K_{cord}$ ” e para que este seja tomado com valor positivo, a expressão 3.28 deverá ficar da seguinte maneira:

$$c = C_0 - K_{cord}(r - r_0) \quad (3.29)$$

onde:  $K_{cord} = \frac{C_0 - C_t}{R - r_0}$ ;

Olhando para a equação 3.29, notamos que o termo  $(C_0 + K_{cord}r_0)$  é um fator constante na expressão. Por isso, no sentido de agruparmos os termos invariantes, podemos chamá-lo de  $K_{cord2}$  e a expressão 3.29 tomará finalmente a forma a seguir:

$$c = K_{cord2} - K_{cord}r \quad (3.30)$$

sendo:  $K_{cord2} = C_0 + K_{cord}r_0$ ;

Para que a equação 3.23 possa ser integrada e o valor de “ $\tau_v$ ” determinado, devemos explicitar o termo  $(Wc)^2$  em função da variável “r”, uma vez que o diferencial da equação é  $dr$ .

Assim:

$$c^2 = (K_{cord2} - K_{cord}r)^2 \Rightarrow c^2 = (K_{cord2})^2 - 2K_{cord2}K_{cord}r + (K_{cord}r)^2 \quad (3.31)$$

Fazendo  $K_{cord3} = -2K_{cord2}K_{cord}$ , teremos o quadrado da corda dado por:  $1.997Tc(1.0c(\cdot)T0 - 1.5673$

$$\begin{aligned} \tau_v = & \frac{1}{2} \rho (0,03953 + 0,0007178\alpha) \left\{ K_{V0} (K_{cord2})^2 [R - r_0] + \frac{K_{V0} K_{cord3}}{2} [R^2 - r_0^2] + \right. \\ & \left. + \frac{[K_{V0} (K_{cord})^2 + \Omega^2 (K_{cord2})^2]}{3} [R^3 - r_0^3] + \frac{\Omega^2 K_{cord3}}{4} [R^4 - r_0^4] + \frac{\Omega^2 (K_{cord})^2}{5} [R^5 - r_0^5] \right\} \end{aligned} \quad (3.34)$$

onde:  $K_{V0} = \frac{4}{9} (V_0)^2$ ;

$$K_{cord} = \frac{C_0 - C_t}{R - r_0};$$

$$K_{cord2} = C_0 + K_{cord} r_0;$$

$$K_{cord3} = -2K_{cord2} K_{cord}$$

### 3.5 – DETERMINAÇÃO DA EQUAÇÃO DO TORQUE DO ROTOR DA TURBINA

Retomando-se a “Teoria Combinada do Elemento de Pá e Variação da Quantidade de Movimento Angular” (Eggleston e Stoddard, 1987) proposta por *Glauert*, o torque causado por um número “B” de pás do aerogerador, em uma seção particular do aerofólio com corda  $c$  distando “r” unidades de comprimento do centro de rotação (Figura 3.8), conforme abordado no item 2.9.3, é dado pela equação 2.24. Assim:

$$d\tau_{rot} = \frac{1}{2} \rho W^2 r [C_l \sin(\phi) - C_d \cos(\phi)] B c dr$$

Então o torque total “ $\tau_{rot}$ ” produzido por “B” pás da turbina eólica, será determinado pela integral da equação anterior. Como no caso de “ $\tau_v$ ”, a integração será feita em relação a variável “r” do rotor, pois o diferencial da equação é  $dr$ . Então:

$$\tau_{rot} = \int_{r_0}^R d\tau_{rot} = \int_{r_0}^R \frac{1}{2} \rho W^2 r [C_l \sin(\phi) - C_d \cos(\phi)] B c dr \quad (3.35)$$

Conforme amplamente abordado no item anterior, o quadrado do vento relativo ( $W^2$ ) e a corda  $c$ , em cada seção de aerofólio, variam com o raio “r” das pás da turbina, desde a raiz “ro” até o topo “R”. A dedução das expressões de  $W^2$  e de  $c$  empregadas anteriormente, são dadas respectivamente pelas equações 3.27 e 3.29.

Para o cálculo do torque “ $\tau_{rot}$ ” da turbina, uma nova variável dependente de “ $r$ ” deverá ser deduzida. Variável esta, que não influenciava nas expressões anteriores do momento “ $\tau_v$ ”. Tal variável a ser considerada é o ângulo “ $\phi$ ”, formado entre a direção do vento relativo “ $W$ ” e o plano de rotação das hélices da turbina. Isto é necessário porque analisando o diagrama de velocidades (Figura 2.26), a medida que nos deslocamos no sentido crescente de “ $r$ ”, isto é, da raiz para o topo da pá, a componente de velocidade rotacional “ $r\Omega$ ” aumenta. O mesmo não acontece com a componente axial “ $u = V_0(1-a)$ ” da velocidade do vento sobre o aerofólio, que permanece constante pois independe de “ $r$ ”. Em função do fato, o vento relativo  $W$  muda de direção ao longo da pá e provoca uma mudança corresponde do ângulo “ $\phi$ ”, a qual não pode ser desconsiderada.

Então, tomando como base a Figura 2.26, as funções trigonométricas seno e co-seno do ângulo  $\phi$  tem as seguintes expressões:

$$\cos \phi = \frac{r\Omega}{W} \Rightarrow \text{mas das eqs. 3.27 e 3.26 temos que, } W = \sqrt[2]{K_{V_0} + \Omega^2 r^2} \text{ e } K_{V_0} = \frac{4}{9}(V_0)^2,$$

logo:

$$\cos \phi = \frac{r\Omega}{\sqrt[2]{\frac{4}{9}(V_0)^2 + (r\Omega)^2}} \quad (3.36)$$

$$\sin \phi = \frac{V_0(1-a)}{W} \Rightarrow \text{mas para } a = 1/3 \text{ e substituindo as eqs. 3.27 e 3.26, temos para o seno}$$

de  $\phi$ :

$$\sin \phi = \frac{\frac{2}{3}(V_0)}{\sqrt[2]{\frac{4}{9}(V_0)^2 + (r\Omega)^2}} \quad (3.37)$$

Substituindo-se as equações do vento relativo  $W$  (eq. 3.27), da corda  $c$  (eq. 3.29), e das funções trigonométricas do ângulo  $\phi$  (eqs. 36 e 37), na equação 35, é possível realizar a operação de integração da equação do torque ao longo da pá da turbina na variável “ $r$ ”, desde o limite inferior “ $r_0$ ” até o limite superior “ $R$ ”. Realizando os referidos cálculos, obtemos a seguinte expressão para a equação do torque  $\tau_{rot}$ :

$$\begin{aligned} \tau_{rot} = & \left(\frac{1}{2}\right)\rho B \left\{ (K_{cord}\Omega C_d) \int_{r_0}^R \left( \sqrt[3]{\frac{4}{9}(V_0)^2 + (r\Omega)^2} \right) r^3 dr + \right. \\ & + \left( -C_0 C_d \Omega - \left(\frac{2}{3}\right) V_0 C_l K_{cord} - K_{cord} \Omega C_d r_0 \right) \int_{r_0}^R \left( \sqrt[3]{\frac{4}{9}(V_0)^2 + (r\Omega)^2} \right) r^2 dr + \\ & \left. + \left[ \left(\frac{2}{3}\right) V_0 C_l (C_0 + K_{cord} r_0) \right] \int_{r_0}^R \left( \sqrt[3]{\frac{4}{9}(V_0)^2 + (r\Omega)^2} \right) r dr \right\} \end{aligned} \quad (3.38)$$

Observando o integrando dos termos da equação anterior, vemos que a raiz quadrada representa o vento relativo  $W$ , e apenas este varia com o raio “r” da pá ( $V_0$  e  $\Omega$  são independentes do raio). Portanto a equação estando na forma anterior permite integração em relação a variável “r”. Integrando-se a equação 3.38 ao longo do raio “r” da pá, resulta finalmente a expressão do torque  $\tau_{rot}$  para  $B$  pás de uma turbina eólica:

$$\begin{aligned} \tau_{rot} = & \left(\frac{1}{2}\right)\rho B \left\{ K_{cord} C_d \Omega^2 \left[ \frac{\sqrt[3]{(K_{(r)})^5}}{5} - \frac{\left(2V_0/3\Omega\right)^2 \sqrt[3]{(K_{(r)})^3}}{3} \right]_{r_0}^R + \right. \\ & + \left( -C_0 C_d \Omega^2 - \left(\frac{2}{3}\right) V_0 C_l K_{cord} \Omega - C_d K_{cord} r_0 \Omega^2 \right) \left[ \frac{r \sqrt[3]{(K_{(r)})^3}}{4} - \frac{\left(2V_0/3\Omega\right)^2 r \sqrt[3]{(K_{(r)})}}{8} - \frac{\left(2V_0/3\Omega\right)^4 \ln(r + \sqrt[3]{(K_{(r)})})}{8} \right]_{r_0}^R + \\ & \left. + \left[ \left(\frac{2}{3}\right) V_0 C_l \Omega (C_0 + K_{cord} r_0) \right] \left[ \frac{\sqrt[3]{(K_{(r)})^3}}{3} \right]_{r_0}^R \right\} \end{aligned} \quad (3.39)$$

onde:  $K_{(r)} = r^2 + \left(2V_0/3\Omega\right)^2$ ;

$$K_{cord} = \frac{C_0 - C_t}{R - r_0};$$

### 3.6 – DETERMINAÇÃO DA EQUAÇÃO DO ÂNGULO DE ATAQUE

Uma vez que o ângulo “ $\phi$ ” varia ao longo da pá, o mesmo acontece com o ângulo de ataque. Tomando-se novamente por base a Figura 2.26 “ $\alpha$ ” é dado por:

$$\alpha = \phi - \beta \quad (3.40)$$

Como previamente determinado, as equações 3.36 e 3.37 expressam as funções co-seno e seno do ângulo “ $\phi$ ”. Então a tangente “ $\phi$ ” será:

$$\tan \phi = \frac{\sin \phi}{\cos \phi} ; \quad \text{mas} \quad \cos \phi = \frac{r\Omega}{\sqrt{\frac{4}{9}(V_0)^2 + (r\Omega)^2}} \quad \text{e} \quad \sin \phi = \frac{\frac{2}{3}(V_0)}{\sqrt{\frac{4}{9}(V_0)^2 + (r\Omega)^2}} ;$$

logo:

$$\tan \phi = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)V_0}{r\Omega} \quad (3.41)$$

Objetivando posteriormente, analisarmos a dinâmica do sistema para variações do vento livre  $V_0$  e da velocidade angular de giro das pás  $\Omega$ , o valor do raio “ $r$ ” na expressão 3.41 poderá ser atribuído em valor médio. Então o ângulo entre o vento relativo e o plano de rotação será dado pela seguinte expressão:

$$\phi = \arctan \frac{\left(\frac{2}{3}\right)V_0}{\left(\frac{r_0 + R}{2}\right)\Omega} \quad (3.44)$$

Portanto, a expressão do ângulo de ataque “ $\alpha$ ” em função da corrente livre do vento “ $V_0$ ”, da velocidade angular da turbina “ $\Omega$ ” e do ângulo “ $\beta$ ” entre a direção da corda do aerofólio e o plano de rotação das pás é definido por:

$$\alpha = \arctan \left[ \frac{4}{3(r_0 + R)} \frac{V_0}{\Omega} \right] - \beta \quad (3.45)$$

### 3.7 – PLOTAGEM DAS CURVAS DOS TORQUES E DO ÂNGULO DE ATAQUE

Além de possibilitar uma melhor análise e visualização do desempenho do torque “ $\tau_{rot}$ ” desenvolvido na turbina, bem como dos momentos que surgem devido ao torque produzido pelo vento no aerofólio “ $\tau_v$ ” e também, para que possamos verificar a variação do ângulo de ataque, a plotagem destas curvas em função das variáveis envolvidas em cada caso faz-se oportuna.

A plotagem dos gráficos também será útil, porque permitirá a expansão das curvas em torno do ponto de funcionamento desejável da turbina. Verificar-se-à posteriormente, que a dinâmica do aerogerador será analisada no entorno de um ponto “estável”, supondo-se ser este ponto, o mais “favorável” para o funcionamento permanente e contínuo da máquina.

As dimensões das pás das hélices, bem como os valores dos limites do raios de integração ( $r_0$  e  $R$ ) que foram considerados para a obtenção das expressões e quantificação da magnitude dos torques “ $\tau_{rot}$ ” desenvolvido na turbina e “ $\tau_v$ ” do vento no aerofólio, foram obtidas a partir de medições feitas nas pás da turbina existente no Laboratório Termofluídico do Dept° de Física da FURG, as quais já haviam sido tomadas como referência na modelagem do sistema de controle (Figura 3.9).

Os valores das dimensões da geometria das pás empregados na Figura 3.8, para o desenvolvimento do presente estudo e obtenção dos gráficos já mencionados são dados a seguir:

- Raio inicial →  $r_0 = 0,50\text{m}$ ;
- Raio Final →  $R = 3,00\text{m}$ ;
- Corda inicial →  $C_0 = 0,30\text{m}$ ;
- Corda no topo →  $C_t = 0,18\text{m}$ ;

Uma vez dispondo-se dos gráficos das curvas dos torques e ângulo de ataque determinaremos as expressões das curvas no ponto de equilíbrio desejado para o funcionamento da turbina, empregando-se a metodologia de derivação numérica no entorno deste ponto.

### 3.7.1 – Curva do torque do rotor da turbina

Revedo a equação 3.39 observamos que a expressão do torque “ $\tau_{rot}$ ”, oriunda da integração da equação 3.35 em relação ao diferencial “ $dr$ ”, desde a raiz “ $r_0$ ” até o limite superior “ $R$ ”, depende fundamentalmente de quatro fatores a saber:

- “ $V_0$ ” - velocidade da corrente livre do vento;
- “ $\Omega$ ” - velocidade angular da turbina;
- “ $C_d$ ” - coeficiente de arrasto;
- “ $C_l$ ” - coeficiente de sustentação;



Figura 3.9 – Pá de Turbina Eólica - (Lab. Termofluídico / Deptº Física – FURG)

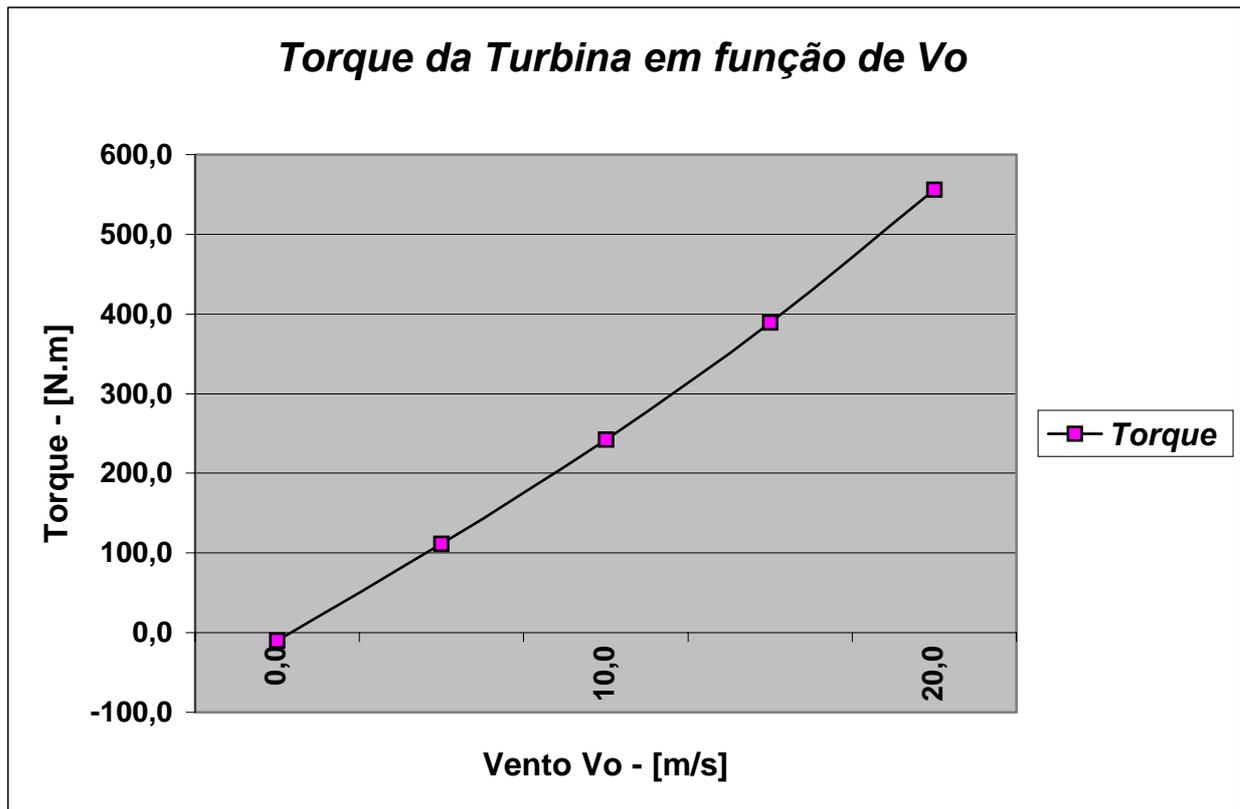
Por isso, as curvas do torque da turbina foram plotadas considerando-se a variação de cada um destes fatores de forma independente, o que proporcionou a verificação de como o torque da turbina reage em relação a alterações de cada um deles isoladamente (em cada gráfico há a variação apenas do fator em estudo, permanecendo os demais de forma inalterada).

As variáveis envolvidas no cálculo do torque, para o ponto de operação “estável” da turbina eólica, considerando-se a mesma operando com sistema de controle de passo com velocidade fixa, foram atribuídas com os seguintes valores:

- Velocidade do vento  $\rightarrow V_0^{ref} = 10,00\text{m/s};$
- Velocidade angular da turbina  $\rightarrow \Omega_{ref} = 200,00\text{ rpm};$
- Coef. de arrasto  $\rightarrow C_d^{ref} = 0,01136$  (valor de “ $C_d$ ” para  $\alpha = 8^\circ$ );
- Coef. de sustentação  $\rightarrow C_l^{ref} = 0,96259$  (valor de “ $C_l$ ” para  $\alpha = 8^\circ$ );

**A) em função de  $V_0$** 

Então, o gráfico que representa o desempenho do torque da turbina no ponto “estável” de funcionamento, em função da corrente livre do vento, para um intervalo de variação de “ $V_0$ ” de 0,00m/s a 20,00m/s, considerando-se constantes a velocidade da turbina  $\Omega_{ref} = 200\text{rpm}$ ,  $C_d^{ref} = 0,01136$  e  $C_l^{ref} = 0,96259$  é o representado pela Figura 3.10:

Figura 3.10 – Torque da Turbina em função de “ $V_0$ ”**B) em função de  $\Omega$** 

Considerando-se agora, apenas variações na velocidade angular da turbina ( $50\text{rpm} \leq \Omega \leq 225,0\text{rpm}$ ) no “entorno” do ponto de funcionamento estável da mesma, considerando-se constantes a velocidade da corrente livre do vento  $V_0^{ref} = 10,0\text{m/s}$ ,  $C_d^{ref} = 0,01136$  e  $C_l^{ref} = 0,96259$ , o gráfico da variação do torque em função de “ $\Omega$ ” é o representado a seguir pela Figura 3.11.

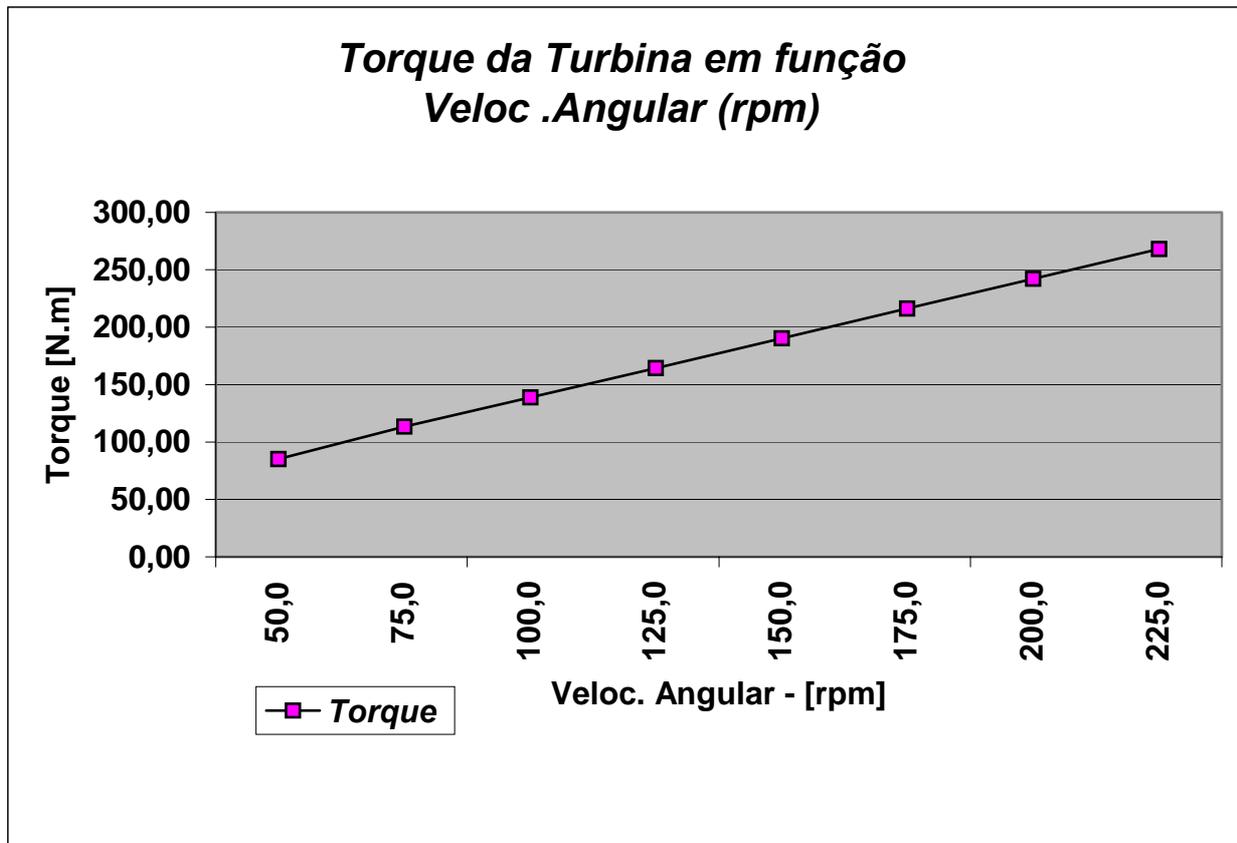
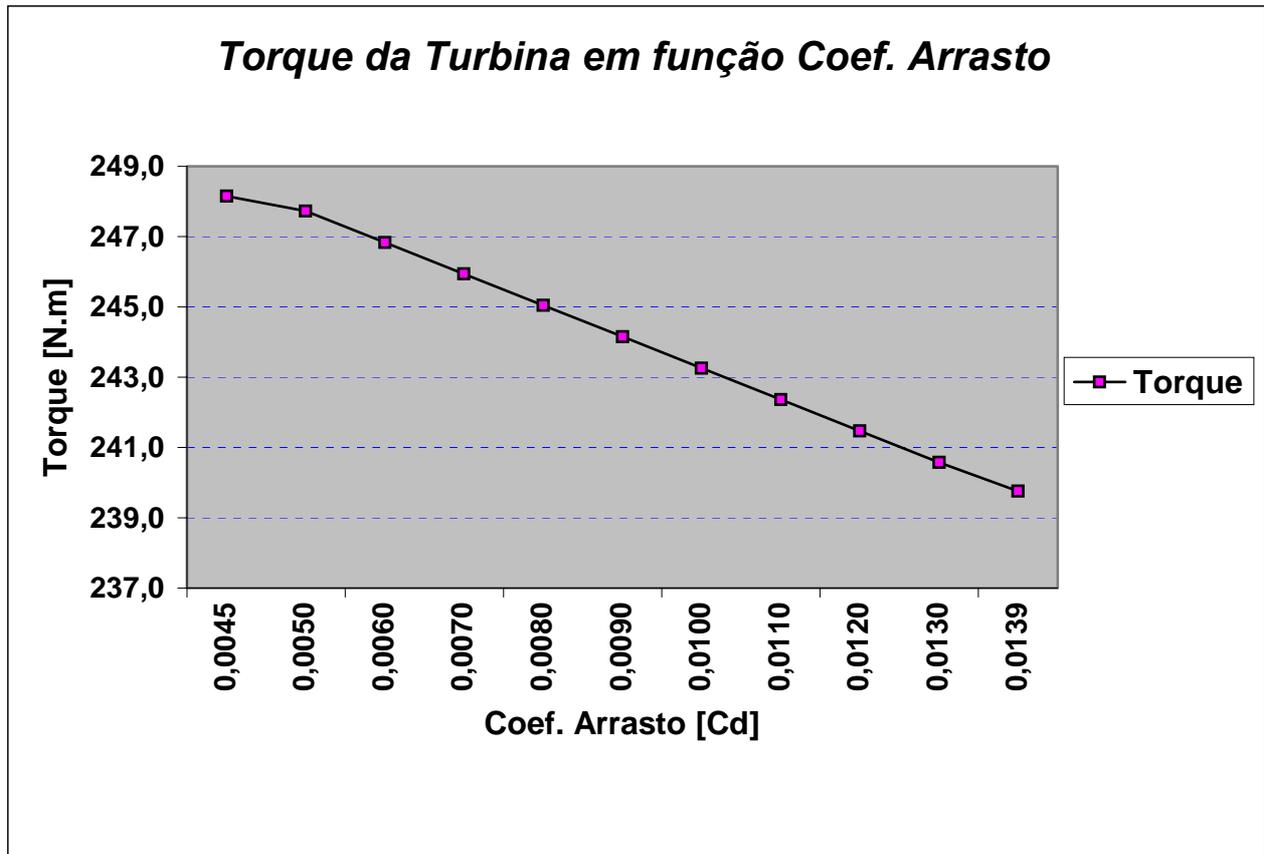


Figura 3.11 – Torque da Turbina em função de “ $\Omega$ ”

### C) em função de $C_d$

Como mencionado, o coeficiente de arrasto do aerofólio influencia diretamente no desempenho do torque gerado na turbina. O gráfico da Figura 3.12 apresenta este desempenho. O intervalo de variação do coeficiente de arrasto foi definido a partir da Figura 3.5, isto é  $0,04543 \geq C_d \geq 0,013923$ , calculados respectivamente para ângulos de ataque compreendidos entre  $0^\circ \geq \alpha \geq 11^\circ$ .

Na análise do desempenho do torque em função de  $C_d$ , considerou-se constantes a velocidade do vento  $V_0^{ref} = 10,0 \text{ m/s}$ ,  $\Omega_{ref} = 200,0 \text{ rpm}$  e  $C_l^{ref} = 0,96259$ , que são os valores das variáveis para o ponto “estável” de funcionamento da turbina.

Figura 3.12 – Torque da Turbina em função de “ $C_d$ ”**D) em função de  $C_l$** 

Finalmente, o gráfico que demonstra o desempenho do torque da turbina em função do coeficiente de sustentação é o representado na Figura 3.13. O intervalo de variação para o mesmo é definido a partir da Figura 3.6, logo  $0,16063 \geq C_l \geq 1,46382$ , calculados respectivamente para ângulos de ataque compreendidos entre  $0^\circ \geq \alpha \geq 13^\circ$ . Para a presente análise, considerou-se agora constantes a velocidade do vento  $V_0^{ref} = 10,0 \text{ m/s}$ ,  $\Omega_{ref} = 200,0 \text{ rpm}$  e  $C_d^{ref} = 0,01136$ , para o ponto “estável” de funcionamento da turbina.

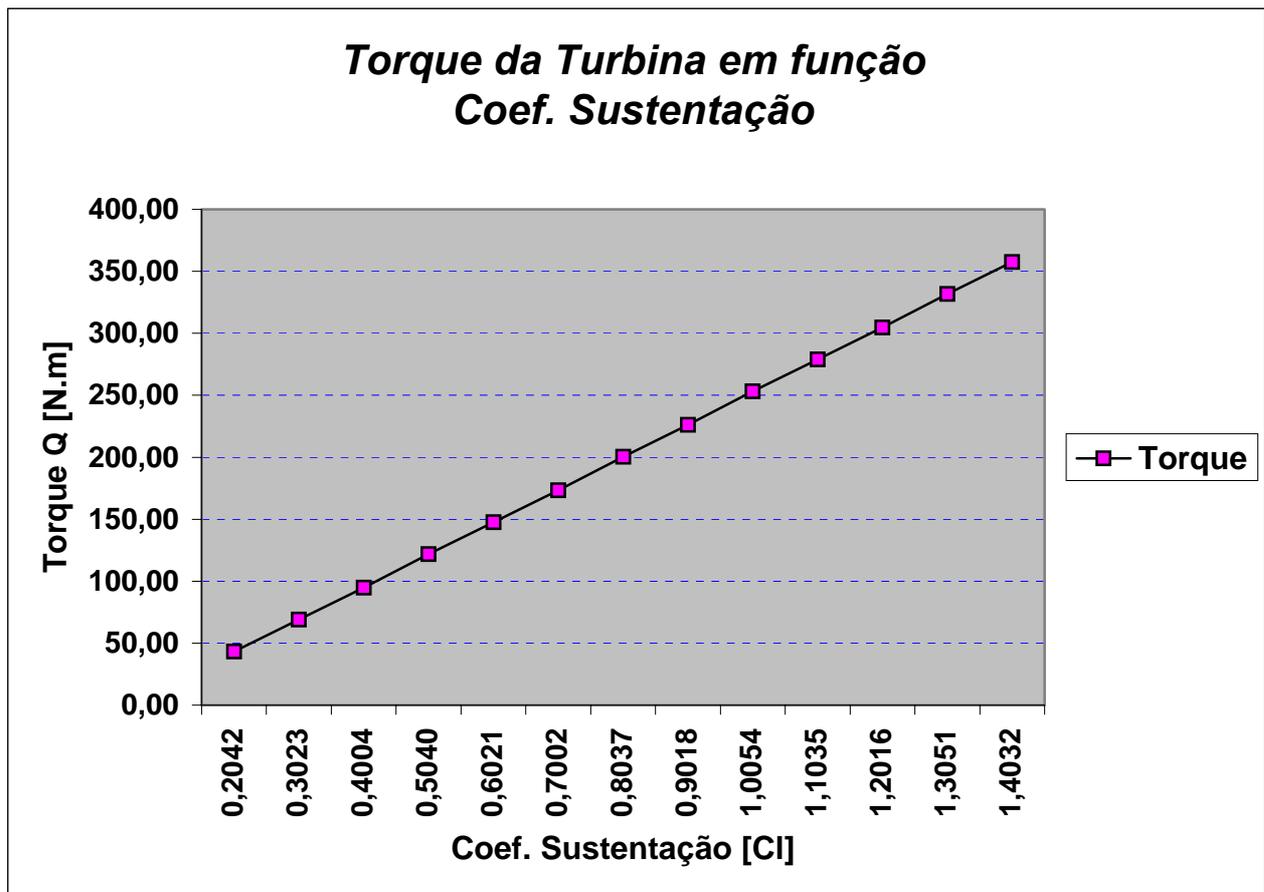


Figura 3.13 – Torque da Turbina em função de “ $C_l$ ”

### 3.7.2 – Curva do torque do vento no aerofólio

Reportando-nos agora a equação 3.34, e empregando-se a mesma linha de análise do item anterior, temos que o torque do vento atuante na pá das hélices da turbina é, fundamentalmente influenciado por 03 fatores, os quais são:

- “ $V_0$ ” - velocidade da corrente livre do vento;
- “ $\Omega$ ” - velocidade angular da turbina;
- “ $C_m$ ” - coeficiente de momento (pitching moment);

Nota-se agora, que as variáveis envolvidas do torque do vento na hélice do aerogerador (momento a ser considerado como “sinal de entrada” no controlador), não são mais influenciadas pelos coeficientes de arrasto e sustentação como no caso do torque da turbina, porém o coeficiente de momento “ $C_m$ ” não pode ser desprezado. No ponto

considerado “favorável” para o funcionamento “estável” da turbina eólica, o valor “ $C_m$ ” foi atribuído com o seguinte valor:

- Coeficiente de momento  $\rightarrow C_m^* = 0,045272$  (valor de “ $C_m$ ” para  $\alpha = 8^\circ$ );

#### A) em função de $V_0$

O gráfico que demonstra a ação da corrente livre do vento do “ $V_0$ ” sobre o aerofólio, gerando o torque “ $\tau_v$ ” sobre a pá das hélices é apresentado na Figura 3.14. Por simplicidade, seu intervalo de variação, também será tomado de  $0,00\text{m/s} \leq V_0 \leq 20,00\text{m/s}$ , uma vez que o torque “ $\tau_v$ ” é sempre crescente (aproximadamente de forma quadrática) para valores também crescentes de “ $V_0$ ”, fato este que não é verdadeiro para o torque “ $\tau_{rot}$ ” desenvolvido na turbina.

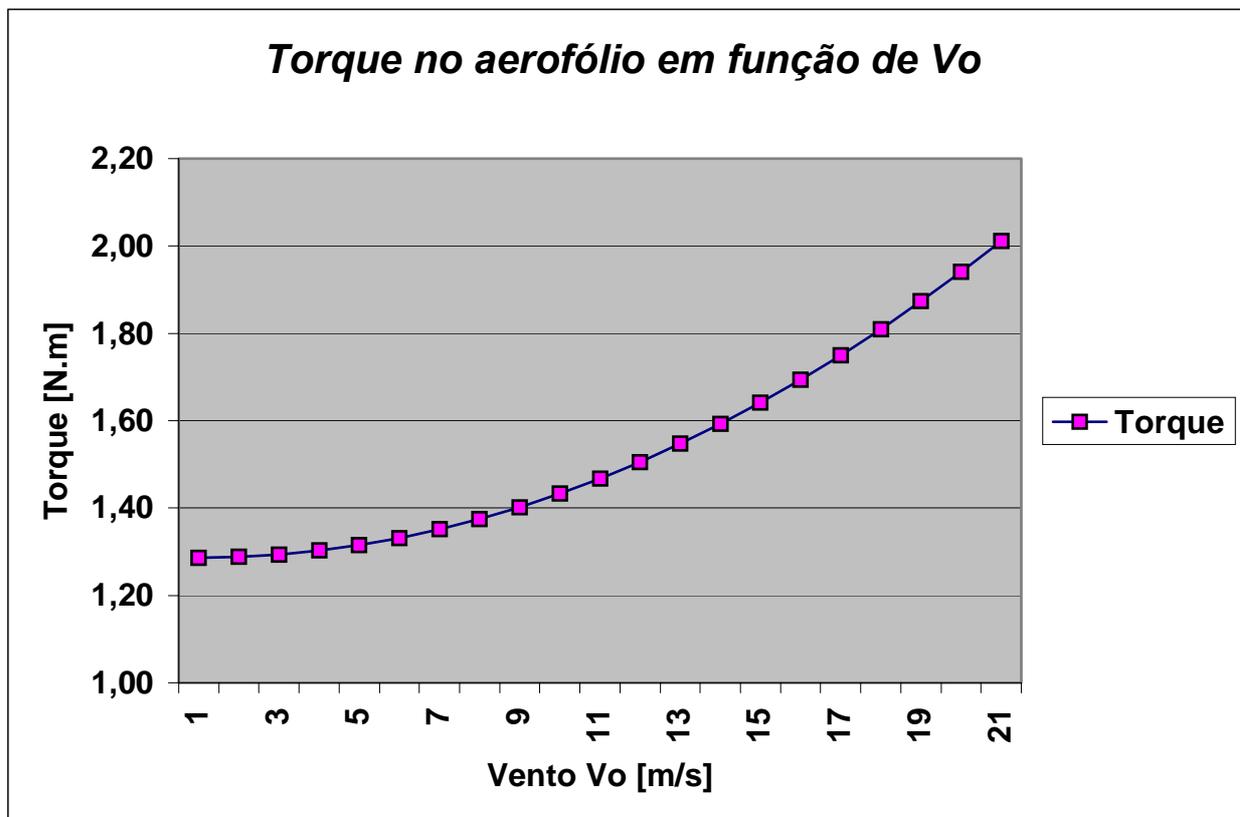


Figura 3.14 – Torque do vento no aerofólio em função de  $V_0$

De fato, se aumentarmos o intervalo de variação da velocidade do vento na figura 3.10 além do apresentado, verificaremos que para  $V_0 \cong 65,00m/s$ , há ponto de inflexão à curva da referida figura. Isto ocorre porque para valores superiores a  $65,00m/s$ , o acréscimo da parcela do arrasto passa a ser mais significativo que a parcela de sustentação na equação 3.35, provocando assim, a queda do torque “ $\tau_{rot}$ ” do rotor da turbina em velocidades superiores a esta. Chamamos a atenção para este detalhe, apenas como observação para diferenciar o comportamento dos dois torques (“ $\tau_{rot}$ ” e “ $\tau_v$ ”), uma vez que, a esta velocidade de vento, a turbina não está mais em operação por motivos de segurança.

Para a plotagem do gráfico, considerou-se invariáveis  $\Omega_{ref} = 200,0rpm$  e  $C_m^{ref} = 0,045272$ , já que deseja-se analisar o torque “ $\tau_v$ ” no ponto de funcionamento “estável” da turbina.

### B) em função de $\Omega$

Para variações na velocidade angular da turbina ( $50rpm \leq \Omega \leq 250rpm$ ) no “entorno” do ponto de funcionamento estável da mesma, considerando-se constantes a velocidade da corrente livre do vento  $V_0^{ref} = 10,0m/s$  e  $C_m^{ref} = 0,045272$ , o gráfico da variação do torque “ $\tau_v$ ” em função de “ $\Omega$ ” é o representado a seguir pela Figura 3.15:

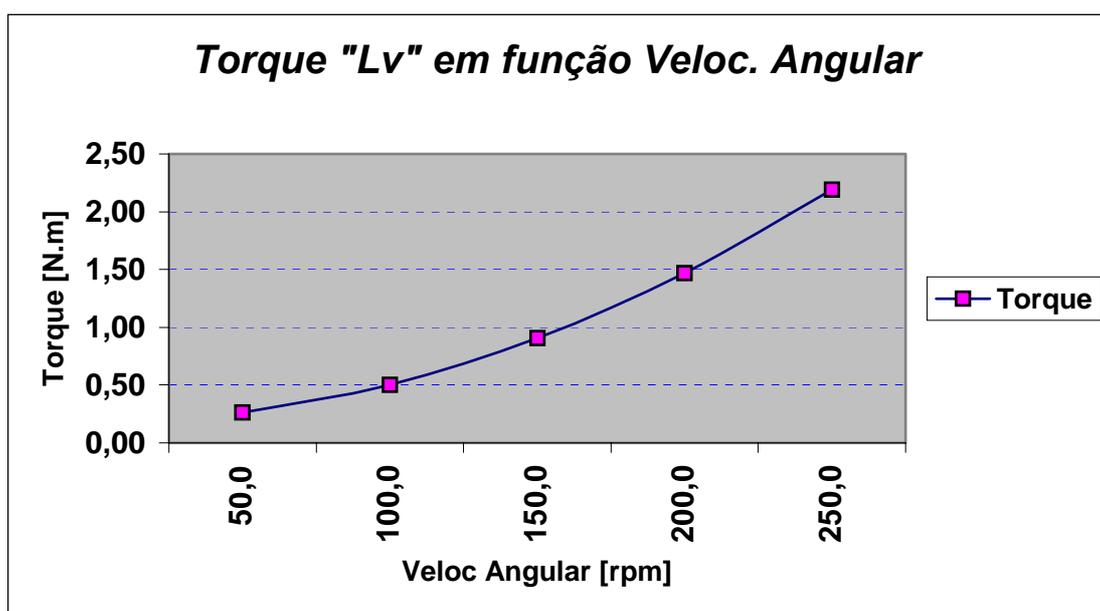


Figura 3.15 – Torque do vento no aerofólio em função de “ $\Omega$ ”

**C) em função de  $C_m$**

Finalmente, o gráfico que demonstra o desempenho do torque da turbina em função do coeficiente de momento é o representado na Figura 3.16. O intervalo de variação para o mesmo é definido a partir da Figura 3.6, logo  $0,03953 \geq C_m \geq 0,048144$ , calculados respectivamente para ângulos de ataque compreendidos entre  $0^\circ \geq \alpha \geq 12^\circ$ . Para a análise do torque “ $\tau_v$ ” em função do coeficiente de momento, considerou-se agora constantes a velocidade do vento  $V_0^{ref} = 10,0\text{m/s}$  e  $\Omega_{ref} = 200,0\text{rpm}$ .

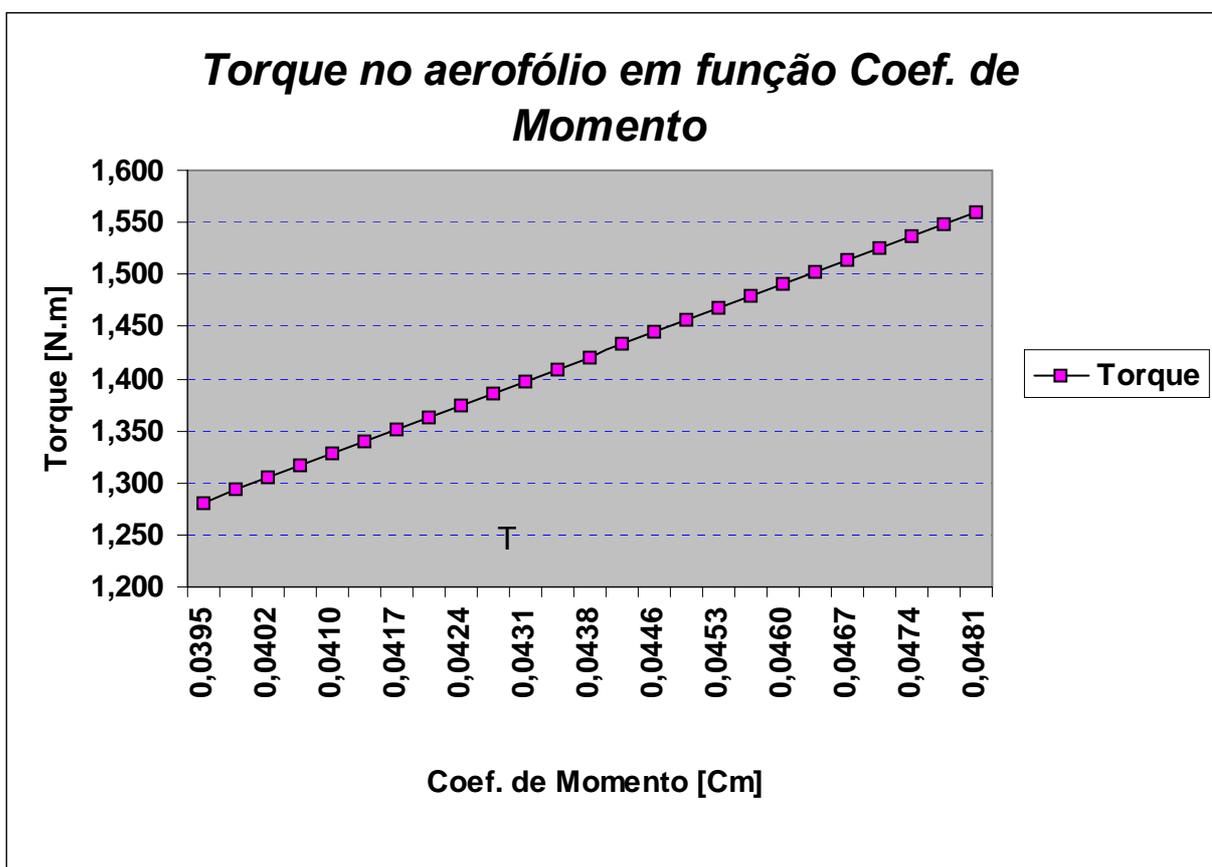


Figura 3.16 – Torque do vento no aerofólio em função de “ $C_m$ ”

**3.7.3 – Curva do ângulo de ataque “ $\alpha$ ”**

Para o traçado das curvas da variação do ângulo de ataque empregou-se a equação 3.45, na qual “ $\alpha$ ” é determinado em função de “ $V_0$ ”, “ $\Omega$ ” e do ângulo “ $\beta$ ”.

Tomando-se o mesmo desenvolvimento efetuado para o caso dos torques (na turbina e do vento no aerofólio), a análise do desempenho do ângulo de ataque será estudada no “entorno” do ponto de funcionamento “estável” da turbina. Para as variáveis “ $V_0$ ” e “ $\Omega$ ”, estes valores já foram previamente definidos, faltando atribuir-se um valor para a variável “ $\beta$ ”, que deverá a partir de agora, a fazer parte do equacionamento da dinâmica da turbina.

Partimos da seguinte interpretação física do sistema para atribuímos um valor razoável para o ângulo “ $\beta$ ”. Tomando-se por base a Figura 3.3 (sistema controlador), observa-se que o plano de rotação das hélices da turbina é o plano definido pelos eixos cartesianos “Y” e “Z”, portanto é o plano vertical “YoZ”, o qual projeta-se perpendicularmente ao plano da referida figura.

Da definição do ângulo “ $\beta$ ”, que é o ângulo formado entre a corda do aerofólio e o plano de rotação das hélices da turbina e considerando-se que o eixo destas hélices são solidários (fixos) à manivela do sistema controlador, concluímos que para quaisquer valores de deflexão do ângulo “ $\beta$ ” da corda do aerofólio, correspondem a valores exatamente iguais de deflexão do ângulo “ $\theta$ ” da manivela do sistema controlador.

Na modelagem matemática do sistema controlador, as variações do ângulo “ $\theta$ ” tiveram de ser consideradas com pequenas amplitudes para que a equação diferencial do controlador fosse linearizada. Em função do fato atribuiremos um valor pequeno para o ângulo “ $\beta$ ” no ponto de funcionamento estável da turbina. O valor do mesmo será:

- Ângulo entre a corda do aerofólio e o plano de rotação  $\rightarrow \beta_{ref} = 5,0^\circ$ ;

Uma vez definido os valores de todas as variáveis no ponto desejado de funcionamento do aerogerador, estamos em condições de traçar as curvas de variação do ângulo de ataque em função das variáveis envolvidas em cada caso.

### A) em função de $V_0$

Uma vez que o ângulo de ataque é o ângulo formado entre a direção do vento relativo “ $W$ ” e a corda do aerofólio, é fácil concluir que variações da velocidade da corrente livre do vento  $V_0$  devem produzir alterações na direção entre  $W = f(V_0)$  e a própria corda.

Para a plotagem do gráfico da Figura 3.17, considerou-se invariáveis  $\Omega_{ref} = 200,0\text{rpm}$  e  $\beta_{ref} = 5,0^\circ$ , uma vez que a análise neste momento é para variações na velocidade do vento.

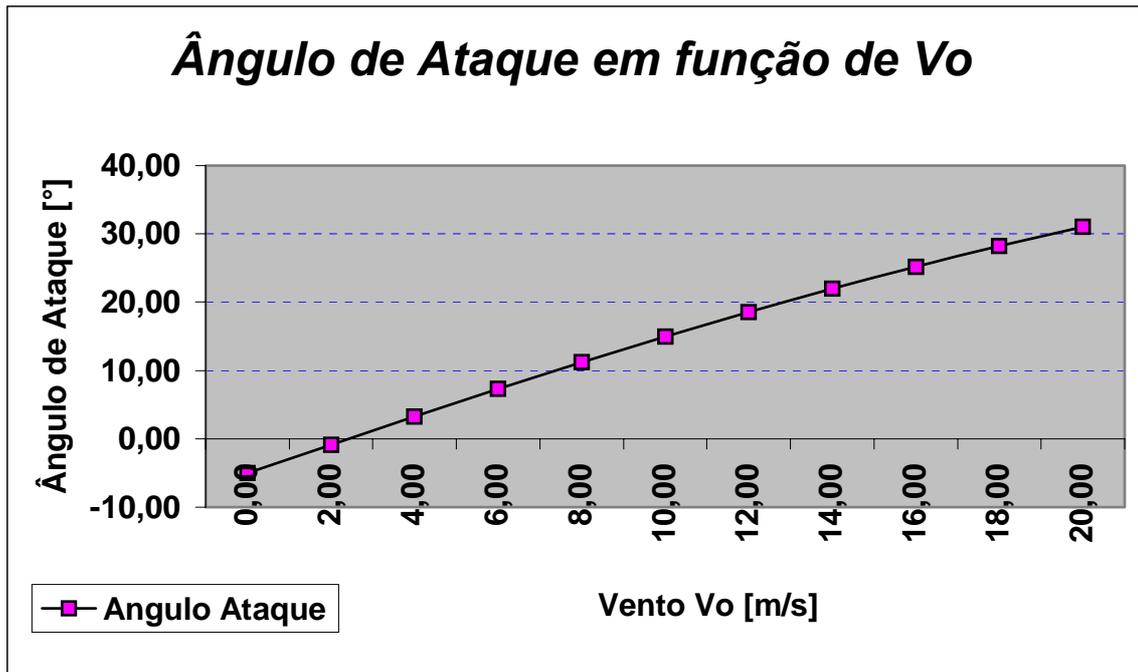


Figura 3.17 – Ângulo de ataque em função do Vento “ $V_0$ ”

B) em função de  $\Omega$

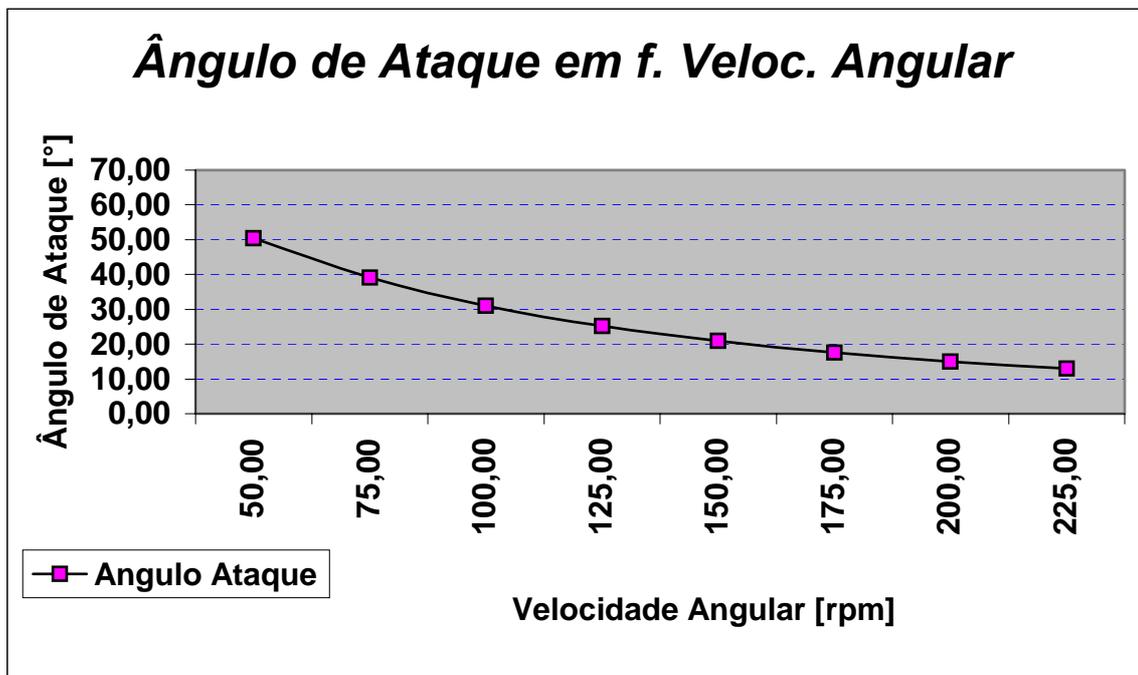


Figura 3.18 – Ângulo de ataque em função de “ $\Omega$ ”

Uma vez que o vento relativo “ $W$ ” é formado pelas componentes axial da velocidade útil do vento “ $u$ ” e rotacional “ $r\Omega$ ”, é notório que variações na velocidade angular da turbina provocam não só alterações no módulo de “ $W$ ” como também na direção deste em relação a corda do aerofólio. Para o “entorno” do ponto de funcionamento estável da turbina, considerando-se constantes a velocidade da corrente livre do vento  $V_0^{ref} = 10,00\text{m/s}$  e  $\beta_{ref} = 5,0^\circ$ , o gráfico da variação do ângulo de ataque para variações da velocidade angular ( $50\text{rpm} \leq \Omega \leq 500\text{rpm}$ ) é o representado pela Figura 3.18.

C) em função de “ $\beta$ ”

Por fim, o gráfico que apresenta  $\alpha f(\beta)$  no “entorno” do ponto de funcionamento normal da turbina é apresentado na Figura 3.19. Para o mesmo considerou-se  $V_0^{ref} = 10,00\text{m/s}$  e  $\Omega_{ref} = 200,0\text{rpm}$

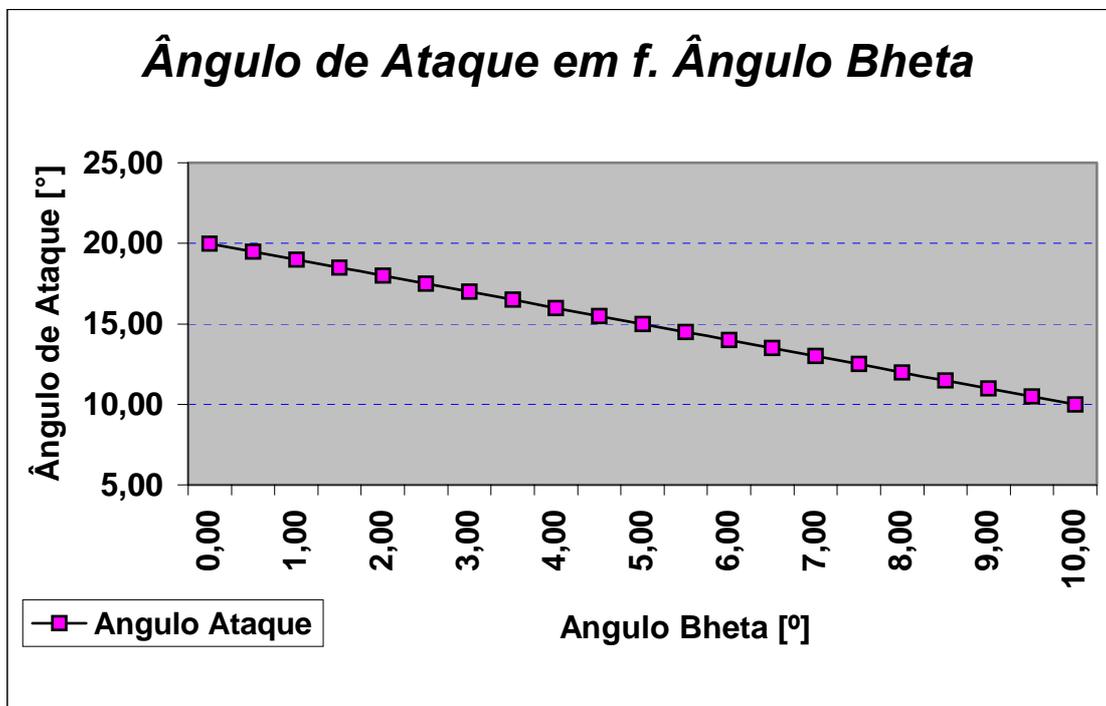


Figura 3.19 – Ângulo de ataque em função de “ $\beta$ ”

### 3.8 - APROXIMAÇÃO LINEAR DAS CURVAS DOS TORQUES E ÂNGULO DE ATAQUE

Apesar do extenso trabalho gráfico desenvolvido no item anterior, verificamos que o mesmo é de grande valia, pois permite-nos uma rápida visualização do processo, fornecendo um melhor entendimento do desempenho do aerogerador em relação aos vários fatores envolvidos na dinâmica. Observa-se também a grande variabilidade nas formas dos gráficos de uma determinada grandeza quando apenas mudamos a variável envolvida (por exemplo: a forma aproximadamente parabólica do torque  $\tau_v = f(V_0)$  (Figura 3.14), em relação a forma linear do mesmo como função da velocidade angular  $\tau_v = f(C_m)$  - Figura 3.16).

Considerando-se que a turbina deve funcionar no “entorno” do ponto que apresenta melhor estabilidade e, que as variáveis envolvidas em condições normais do funcionamento não devem apresentar elevadas amplitudes de variabilidade em relação ao ponto “estável”, salvo em situações atípicas, como por exemplo em vendavais, podemos atribuir com razoável aproximação, dependência linear da função entre as variáveis envolvidas e a grandeza que estiver sendo analisada (“ $\tau_{rot}$ ”, “ $\tau_v$ ” ou o ângulo “ $\alpha$ ”).

Pelo exposto, faremos a expansão das curvas no ponto desejado de funcionamento da turbina utilizando-se o método de aproximação linear, uma vez que o intervalo de variação das variáveis envolvidas deve ser reduzido e próximo ao ponto analisado, não sendo necessário então determinarmos as expressões das funções para todo seu domínio. O método de aproximação linear utilizado empregará os desenvolvimentos de funções em “*Série de Taylor*”, o qual será a seguir abordado.

#### 3.8.1 – O método de aproximação linear –

Se  $f(x)$  é uma função univariável, “n” vezes diferenciável num certo ponto “a” interior ao seu domínio “D”, então existe e é finita a derivada de qualquer ordem da  $f(x)$  em  $x = a$ .

Chama-se “*Polinômio de Taylor*”, ou simplesmente “*Série de Taylor*” de grau “n”, da função  $f(x)$  no ponto  $a \in D$ , ao único polinômio,

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 + \dots + \frac{f^n(a)}{n!}(x-a)^n \quad (3.46)$$

ou expandindo-se a equação 3.46 para um somatório de “n” fatores

$$f(x) = f(a) + \sum_0^n \frac{f^n(a)}{n!} (x-a)^n \quad (3.47)$$

O desenvolvimento da  $f(x)$  dado por 3.46 limita-se a uma função univariável, portanto não pode ser aplicado diretamente para os casos das funções aqui analisadas, devido a dependência destas (equações 3.34, 3.39, 3.45) a mais de uma variável.

Considere-se então uma função  $f(x, y, w, z)$  a quatro variáveis, portanto multivariável, e diferenciável nos pontos “ $a$ ”, “ $b$ ”, “ $c$ ” e “ $d$ ”, inseridos respectivamente nos domínios “ $D$ ” das variáveis “ $x$ ”, “ $y$ ”, “ $w$ ” e “ $z$ ”. O “*Polinômio de Taylor*”, nesta situação não mais envolve derivadas totais, mas sim derivadas parciais da  $f(x, y, w, z)$  em  $x = a$ ,  $y = b$ ,  $w = c$  e  $z = d$ . Então o polinômio de grau “ $n$ ” de uma função multivariável  $f(x, y, w, z)$ , nos pontos  $a \in D(x)$ ,  $b \in D(y)$ ,  $c \in D(w)$  e  $d \in D(z)$ , será o único polinômio dado por:

$$\begin{aligned} f(x, y, w, z) = & f(a, b, c, d) + \frac{\partial f(a)}{\partial x} (x-a) + \frac{\partial f^2(a)}{\partial^2 x} \frac{(x-a)^2}{2!} + \dots + \frac{\partial f^n(a)}{\partial^n x} \frac{(x-a)^n}{n!} + \\ & + \frac{\partial f(b)}{\partial y} (y-b) + \frac{\partial f^2(b)}{\partial^2 y} \frac{(y-b)^2}{2!} + \dots + \frac{\partial f^n(b)}{\partial^n y} \frac{(y-b)^n}{n!} + \\ & + \frac{\partial f(c)}{\partial w} (w-c) + \frac{\partial f^2(c)}{\partial^2 w} \frac{(w-c)^2}{2!} + \dots + \frac{\partial f^n(c)}{\partial^n w} \frac{(w-c)^n}{n!} + \\ & + \frac{\partial f(d)}{\partial z} (z-d) + \frac{\partial f^2(d)}{\partial^2 z} \frac{(z-d)^2}{2!} + \dots + \frac{\partial f^n(d)}{\partial^n z} \frac{(z-d)^n}{n!} \end{aligned} \quad (3.48)$$

ou expandindo-se a equação 3.48 para um somatório de “ $n$ ” fatores

$$\begin{aligned} f(x, y, w, z) = & f(a, b, c, d) + \sum_0^n \frac{\partial f^n(a)}{\partial x} \frac{(x-a)^n}{n!} + \sum_0^n \frac{\partial f^n(b)}{\partial y} \frac{(y-b)^n}{n!} + \\ & + \sum_0^n \frac{\partial f^n(c)}{\partial w} \frac{(w-c)^n}{n!} + \sum_0^n \frac{\partial f^n(d)}{\partial z} \frac{(z-d)^n}{n!} \end{aligned} \quad (3.49)$$

Definido o “*Polinômio de Taylor*” para o caso geral de uma função multivariável, chama-se aproximação linear da  $f(x, y, w, z)$  nos pontos  $x = a$ ,  $y = b$ ,  $w = c$  e  $z = d$  a função:

$$f(x, y, w, z) = f(a, b, c, d) + \frac{\partial f(a)}{\partial x} (x-a) + \frac{\partial f(b)}{\partial y} (y-b) + \frac{\partial f(c)}{\partial w} (w-c) + \frac{\partial f(d)}{\partial z} (z-d) \quad (3.50)$$

a qual é definida algebricamente pelo próprio “*polinômio de Taylor*” da  $f(x, y, w, z)$  com grau 1 nos pontos considerados  $a, b, c$  e  $d$ .

### 3.8.2 – O conceito de variáveis de “desvio”

Vimos que a abordagem matemática do desenvolvimento do “*Polinômio de Taylor*” baseia-se no princípio de que, a partir do valor da função em um ponto pré-estabelecido da curva “ $f(a, b, c, d)$ ”, podemos determinar a expressão da função somando àquele valor o resultado dos produtos da derivada de cada coordenada do ponto de referência ( $a, b, c$  e  $d$ ) pelo desvio das variáveis correspondentes  $(x - a)$ ,  $(y - b)$ , etc... a este ponto de referência. Assim podemos definir que as diferenças das variáveis em relação as referências, são consideradas como “variáveis de desvio” do ponto pré-estabelecido (uma vez que o desenvolvimento do “*Polinômio de Taylor*” é referenciado a um ponto específico).

Por isso, a equação 3.50 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$f(x, y, w, z) - f(a, b, c, d) = \frac{\partial f(a)}{\partial x} (\delta\bar{x}) + \frac{\partial f(b)}{\partial y} (\delta\bar{y}) + \frac{\partial f(c)}{\partial w} (\delta\bar{w}) + \frac{\partial f(d)}{\partial z} (\delta\bar{z}) \quad (3.51)$$

onde:  $\delta\bar{x} = (x - a)$ ;

$\delta\bar{y} = (y - b)$ ;

$\delta\bar{w} = (w - c)$ ;

$\delta\bar{z} = (z - d)$ ;

Mas  $f(a, b, c, d) = f_{ref}$ , é o próprio valor da função no ponto de referência. Logo  $f(x, y, w, z) - f(a, b, c, d)$  mede o desvio da função para incrementos de desvio das variáveis envolvidas no entorno do ponto analisado. Assim a expressão que representa a aproximação linear dos valores de desvios da função multivariável  $\delta F = f(x, y, w, z) - f(a, b, c, d)$ , em relação ao ponto de referência ( $a, b, c$  e  $d$ ), a partir dos valores das “variáveis desvio” deste ponto será dado por:

$$\delta F = \frac{\partial f(a)}{\partial x} (\delta\bar{x}) + \frac{\partial f(b)}{\partial y} (\delta\bar{y}) + \frac{\partial f(c)}{\partial w} (\delta\bar{w}) + \frac{\partial f(d)}{\partial z} (\delta\bar{z}) \quad (3.52)$$

onde:  $\delta F = f(x, y, w, z) - f(a, b, c, d)$  = representa o desvio total da função;

$$\frac{\partial f(a)}{\partial x}; \frac{\partial f(b)}{\partial y}; \frac{\partial f(c)}{\partial w}; \frac{\partial f(d)}{\partial z} = \text{representam respectivamente o coeficiente angular}$$

das retas tangentes à curva da função  $f(x, y, w, z)$ ,  
nas coordenadas do ponto referência  $(a, b, c \text{ e } d)$ ;

### 3.8.3 – O processo de derivação numérica

De posse da plotagem das curvas dos torques e ângulo “ $\alpha$ ” da turbina eólica, estamos em condições de aproximar linearmente as referidas curvas para o ponto esperado de funcionamento do aerogerador. Conforme definido anteriormente, os valores das variáveis para o ponto de funcionamento “estável” da turbina são: Velocidade do vento  $V_0^{ref} = 10,00\text{m/s}$ ; Velocidade angular da turbina  $\Omega_{ref} = 200,00 \text{ rpm}$ ; Coeficiente de arrasto  $C_d^{ref} = 0,01136$  ( $\alpha = 8^\circ$ ); Coeficiente de sustentação  $C_l^{ref} = 0,96259$  ( $\alpha = 8^\circ$ );

Na determinação da aproximação linear será empregado a equação 3.52, a qual foi previamente determinada para funções multivariáveis, como é o presente caso das equação que serão aqui estudadas. No uso da equação 3.52, é mister a determinação prévia das inclinações das tangentes das retas no ponto de referência (derivadas parciais da  $f(a, b, c, d)$ ). Para o cálculo destas inclinações foi empregado a metodologia de derivação numérica. A utilização do conceito de derivação numérica parte do “Teorema da Interpretação Geométrica da Derivada” desenvolvido por *Gottfried Wilhelm Leibnitz*, o qual será apresentado com detalhes a seguir.

Considere-se novamente a função “ $f(x)$ ” definida no item 3.8.1, em um determinado ponto genérico de referência  $x = x_k$ , pertencente ao domínio da função. O “Teorema da Interpretação Geométrica da Derivada” neste ponto, nos diz que:

“O valor da derivada da função “ $f(x)$ ”, no ponto de abscissa  $x = x_k$ , representa a tangente geométrica à curva, no ponto considerado, com relação a direção positiva de  $x$ ”.

As técnicas de diferenciação numérica estimam a derivada de uma função em um ponto “ $x = x_k$ ”, através da aproximação da inclinação da reta tangente á curva neste ponto usando valores que a função assume em pontos próximos de “ $x_k$ ”. Para esta aproximação,

dependendo da posição relativa dos pontos, podem ser empregados vários tipos de técnicas. Destacamos aqui, as três técnicas mais empregadas em métodos de derivação numérica, para aproximação da tangente no ponto “ $x_k$ ” a saber:

a) entre “ $x_k$ ” e um ponto próximo, de abcissa menor:

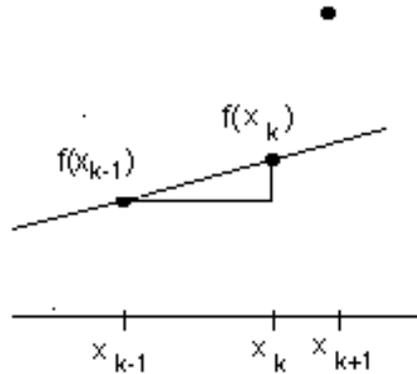


Figura 3.20 – Aproximação linear da tangente á curva no ponto “ $x_k$ ” e “ $x_{k-1}$ ”

b) entre “ $x_k$ ” e um ponto próximo, de abcissa maior:

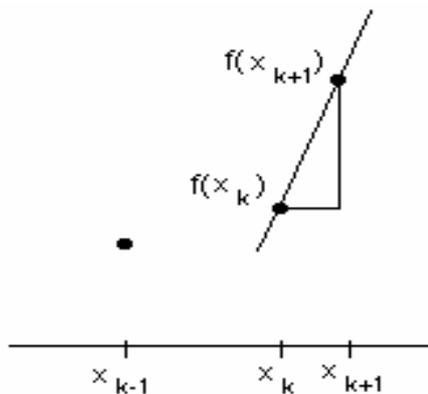


Figura 3.21 – Aproximação linear da tangente á curva no ponto “ $x_k$ ” e “ $x_{k+1}$ ”

c) entre dois pontos próximos a “ $x_k$ ”, de abcissas menor e maior:

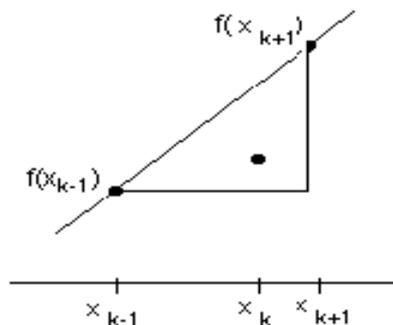


Figura 3.22 – Aproximação linear da tangente á curva no ponto “ $x_k$ ” entre “ $x_{k-1}$ ” e “ $x_{k+1}$ ”

Qualquer uma das três técnicas acima exposta pode ser utilizada indistintamente quando o ponto de referência estiver contido no interior do domínio  $D$  da “ $f(x)$ ”. O mesmo não ocorre quando o ponto localiza-se em um dos extremos do domínio da função. Isto obriga a escolha da técnica que permita a determinação do valor da função “ $f(x)$ ” nos pontos de abcissas menor ou maior conforme o ponto “ $x_k$ ” seja respectivamente um ponto limite extremo superior ou inferior do domínio  $D$  da “ $f(x)$ ”.

Para o presente estudo, o ponto de referência, aqui relacionado ao “ponto estável para o funcionamento da turbina eólica”, é um ponto interior ao domínio das equações estudadas, portanto qualquer uma das três técnicas pode ser escolhida indiferentemente. Escolheu-se então, para realização dos cálculos, a técnica apresentada no item “b” de aproximação da tangente em “ $x_k$ ”, utilizando-se o próprio ponto e um de abcissa superior “ $x_{k+1}$ ”.

Da definição de derivada de uma função “ $\phi = f(x)$ ”, usando-se a notação de “*Leibniz*”

tendendo a zero, o que é equivalente a atribuir o valor da variável no ponto “ $x_{k+1}$ ” o mais próximo possível de “ $x = x_k$ ”.

Com a implementação da equação 3.55, complementamos integralmente a equação 3.52, possibilitando-nos estimar por aproximação linear, os desvios  $\delta F$  ocorridos em uma  $f(x, y, w, z)$  para os desvios das variáveis correspondentes em relação as coordenadas do ponto referencial ( $a, b, c$  e  $d$ ).

Na utilização da equação 3.52 os pontos referenciais “ $a$ ”, “ $b$ ”, “ $c$ ” e “ $d$ ” correspondem respectivamente aos valores de “ $V_0^{ref} = 10,00\text{m/s}$ ”, “ $\Omega_{ref} = 200,00 \text{ rpm}$ ”, “ $C_d^{ref} = 0,01136 - (\alpha = 8^\circ)$ ” e “ $C_l^{ref} = 0,96259 - (\alpha = 8^\circ)$ ” para o ponto de funcionamento estável da turbina.

Na mesma linha de análise, para a determinação do coeficiente angular da reta tangente, o valor de “ $x_k$ ” na equação 3.55, será atribuído com os valores pré–estabelecidos de  $V_0^{ref}$ ,  $\Omega_{ref}$ ,  $C_d^{ref}$  e  $C_l^{ref}$ , conforme a variável que estiver sendo analisada. O valor de “ $x_{k+1}$ ” será especificado a partir dos gráficos apresentados no item 3.7, conforme o caso analisado (“ $\tau_{rot}$ ”, “ $\tau_v$ ” ou ângulo “ $\alpha$ ”).

### 3.9 - SOLUÇÃO NUMÉRICA PELO “POLINÔMIO DE TAYLOR”

#### 3.9.1 – Equação linearizada do torque da turbina

A solução numérica para a aproximação linear dos desvios da função do torque (equação 3.39) a partir da equação 3.52, pressupõe a determinação dos coeficientes angulares das tangentes às curvas dos gráficos, conforme mencionado no item 3.8.

O valor da derivada de cada gráfico, no seu ponto de referência, será determinado de forma individual pela equação 3.55, os quais serão finalmente agrupados, termo a termo, gerando a solução numérica por aproximação linear.

#### A) Coeficiente angular da tangente á curva $\tau_{rot} f(V_0)$ em $V_0^{ref} = 10,00\text{m/s}$

Como utilizaremos a equação 3.55, precisamos arbitrar um valor para “ $x_{k+1}$ ” o mais próximo possível do valor referência  $x = x_k$ , para que desta forma a operação tenda a um

limite para  $\Delta_x \rightarrow 0$ . Analisando cuidadosamente a Figura 3.10 vemos que o crescimento do torque na turbina permanece aproximadamente linear desde o valor de  $V_0=0,00\text{m/s}$  até o ponto de inflexão da curva em  $V_0 \cong 65,00\text{m/s}$ . Logo, podemos “intuir” que  $\Delta_{V_0}=2,00\text{m/s}$  é um valor de variação da velocidade do vento suficientemente pequeno, que nos possibilita calcularmos com boa precisão o coeficiente angular da função “ $\tau_{rot}f(V_0)$ ”. Assim substituindo-se  $x_k = V_0^{ref}$ ,  $x_{k+1}=12,00\text{m/s}$ ,  $\phi(x_k) = \tau_{rot}(V_0^{ref}) = 242,06\text{N.m}$  e  $\phi(x_{k+1}) = \tau_{rot}(12\text{m/s})=298,78\text{N.m}$  na equação 3.55, e alterando-se os índices da equação para a notação adequada ao caso em análise, temos para o valor do coeficiente angular:

$$\begin{aligned} \frac{d\tau_{rot}}{dV_0} &= \lim_{\Delta V_0 \rightarrow 0} \frac{\tau_{rot}(12\text{m/s}) - \tau_{rot}(V_0^{ref})}{(12\text{m/s} - V_0^{ref})} \Rightarrow \frac{d\tau_{rot}}{dV_0} = \frac{(298,78 - 242,06)\text{N.m}}{(12 - 10)\text{m/s}} \\ &\Rightarrow \frac{d\tau_{rot}}{dV_0} = 28,36\text{N.s} \end{aligned}$$

### B) Coeficiente angular da tangente á curva $\tau_{rot}f(V_0)$ em $\Omega_{ref}=200,00\text{rpm}$

Para a velocidade angular da turbina, considere a Figura 3.11. Os valores dos termos a serem substituídos neste caso na equação 3.55 serão os seguintes, considerando-se um  $\Delta_\Omega = 5,00\text{rpm}$ . Para a variável independente,  $x_k = \Omega_{ref}$  e  $x_{k+1} = 205,0\text{rpm}$  e para os valores da função tomaremos  $\phi(x_k) = \tau_{rot}(\Omega_{ref}) = 242,06\text{ N.m}$  e  $\phi(x_{k+1}) = \tau_{rot}(205\text{rpm})=247,25\text{N.m}$ .

Assim:

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{d\Omega} &= \lim_{\Delta\Omega \rightarrow 0} \frac{\tau_{rot}(205\text{rpm}) - \tau_{rot}(\Omega_{ref})}{(205\text{rpm} - \Omega_{ref})} \Rightarrow \frac{d\tau_{rot}}{d\Omega} = \frac{(247,25 - 242,06)\text{N.m}}{(205 - 200)\text{rpm}} \\ &\Rightarrow \frac{d\tau_{rot}}{d\Omega} = 1,038 \frac{\text{N.m}}{\text{rpm}} \end{aligned}$$

### C) Coeficiente angular da tangente á curva $\tau_{rot}f(V_0)$ em $C_d^{ref} = 0,0113646$

Consideraremos agora a Figura 3.12. O valor do diferencial da variável independente neste caso é  $\Delta_{C_d}=0,0005$ . Substituindo-se:  $x_k = C_d^{ref}$ ,  $x_{k+1}=0,0118646$ ,  $\phi(x_k) = \tau_{rot}(C_d^{ref})=242,0652\text{N.m}$  e  $\phi(x_{k+1}) = \tau_{rot}(0,0118646) = 241,6141\text{N.m}$  na equação 3.55, o coeficiente angular da curva “ $\tau_{rot}f(C_d)$ ” será:

$$\frac{d\tau_{rot}}{dC_d} = \lim_{\Delta C_d \rightarrow 0} \frac{\tau_{rot}(0,0118646) - \tau_{krot}(C_d^{ref})}{(0,0118646 - C_d^{ref})} \Rightarrow \frac{d_{rot}}{dC_d} = \frac{(241,6141 - 242,0652)N.m}{(0,0118646 - 0,0113646)}$$

### 3.9.2 – Equação linearizada do torque do vento no aerofólio

Como o método de aproximação linear foi apresentado detalhadamente nos itens anteriores, o mesmo será agora abordado de forma sucinta, uma vez que o procedimento empregado será exatamente o mesmo, apenas mudando os valores das variáveis envolvidas.

Neste caso, a solução numérica para a aproximação linear dos desvios, será em relação a função do torque do vento dada pela equação 3.34 sendo, os valores empregados na derivação numérica apresentados na Tabela 3.8. O coeficiente de momento na referência, como nos casos anteriores, foi tomado para um ângulo de ataque “ $\alpha$ ” = 8°, resultando em  $C_m^{ref} = 0,04527$ . As demais variáveis, no ponto de referência, permanecem inalteradas mantendo-se os valores apresentados no item 4.1.2.. Os coeficientes angulares das tangentes calculados numericamente pela equação (55), referem-se as curvas das Figuras 3.14, 3.15 e 3.16 do item 3.7.2, respectivamente nos pontos  $V_0^{ref}$ ,  $\Omega_{ref}$  e  $C_m^{ref}$ .

Tabela 3.8 - Variáveis consideradas na aproximação linear da expressão do torque do vento

<b><math>\Omega</math></b>					
$x_k = V_0^{ref}$ [m/s]	$\Delta V_0 = x_{k+1} - x_k$ [m/s]	$x_{k+1} = V_0$ [m/s]	$\phi(x_k) = \tau_v(V_0^{ref})$ [N.m]	$\phi(x_{k+1}) = \tau_v(V_0)$ [N.m]	$\frac{d\phi}{dx} = \frac{d\tau_v}{dV_0}$ [N.s]
10,00	1,00	11,00	1,47	1,51	<b>0,04</b>
<b><math>\Omega</math></b>					
$x_k = \Omega_{ref}$ [rpm]	$\Delta \Omega = x_{k+1} - x_k$ [rpm]	$x_{k+1} = \Omega$ [rpm]	$\phi(x_k) = \tau_v(\Omega_{ref})$ [N.m]	$\phi(x_{k+1}) = \tau_v(\Omega)$ [N.m]	$\frac{d\phi}{dx} = \frac{d\tau_v}{d\Omega}$ [N.m/rpm]
200,00	5,00	205,00	1,47	1,53	<b>1,20</b>
<b><math>C_m</math></b>					
$x_k = C_m^{ref}$	$\Delta C_m = x_{k+1} - x_k$	$x_{k+1} = C_m$	$\phi(x_k) = \tau_v(C_m^{ref})$ [N.m]	$\phi(x_{k+1}) = \tau_v(C_m)$ [N.m]	$\frac{d\phi}{dx} = \frac{d\tau_v}{dC_m}$ [N.m]
<b>0,04527</b>	<b>0,00018</b>	<b>0,04545</b>	<b>1,467372</b>	<b>1,473207</b>	<b>32,42</b>

Substituindo-se os coeficientes angulares (Tabela 3.8) na equação 3.52, determinamos por aproximação linear o desvio do torque do vento, no entorno do ponto desejável de operação da turbina. Assim:

$$\delta\bar{\tau}_v = 0,04(\delta\bar{V}_0) + 1,20(\delta\bar{\Omega}) + 32,42(\delta\bar{C}_m) \quad (3.57)$$

onde:  $\delta\bar{\tau}_v = \tau_v - \tau_v^{ref}$  = valor do desvio da função do torque do vento [N.m] em relação à referência;

$\delta\bar{V}_0 = V_0 - V_0^{ref}$  = “variável desvio” da velocidade do vento [m/s] em relação ao valor de referência;

$\delta\bar{\Omega} = \Omega - \Omega_{ref}$  = “variável desvio” da velocidade angular [rpm] da turbina em relação ao valor de referência;

$\delta\bar{C}_m = C_m - C_m^{ref}$  = “variável desvio” do coeficiente de momento em relação ao valor de referência;

### 3.9.3 – Equação linearizada do ângulo de ataque

Para o ângulo de ataque (equação 3.45), o cálculo dos coeficientes angulares das curvas apresentadas nas Figuras 3.17, 3.18 e 3.19 estão apresentados na Tabela 3.9. O ângulo  $\beta^{ref}$  na expressão 3.52 foi tomado com o valor de  $5^\circ$ , permanecendo inalterados os demais valores das variáveis neste ponto (elencados no item 3.8.3). Empregando o idêntico desenvolvimento realizado para os torques, o processo de derivação numérica empregou a fórmula 3.55, a qual forneceu os seguintes valores (Tabela 3.9) para as derivadas das curvas nos pontos  $V_0^{ref}$ ,  $\Omega_{ref}$  e  $\beta^{ref}$ .

Então, substituindo-se os valores numéricos das derivadas na equação 3.52, a expressão da aproximação linear dos desvios do ângulo de ataque “ $\alpha$ ” será dado por:

$$\delta\bar{\alpha} = 1,82(\delta\bar{V}_0) - 0,09(\delta\bar{\Omega}) - 1,00(\delta\bar{\beta}) \quad (3.58)$$

onde:  $\delta\bar{\alpha} = \alpha - \alpha_{ref}$  = desvio do ângulo de ataque [ $^\circ$ ], em relação à referência;

$\delta\bar{V}_0 = V_0 - V_0^{ref}$  = “variável desvio” da velocidade do vento [m/s], em relação ao valor de referência;

$\overline{\delta\Omega} = \Omega - \Omega_{ref}$  = “variável desvio” da velocidade angular [rpm] da turbina, em relação ao valor de referência;

$\overline{\delta\beta} = \beta - \beta_{ref}$  = “variável desvio” do ângulo  $\beta$  [°], em relação à referência;

Tabela 3.9 - Variáveis consideradas na aproximação linear da expressão do ângulo de ataque

“ $V_0$ ”					
$x_k = V_0^{ref}$ [m/s]	$\Delta V_0 = x_{k+1} - x_k$ [m/s]	$x_{k+1} = V_0$ [m/s]	$\phi(x_k) = \alpha(V_0^{ref})$ [°]	$\phi(x_{k+1}) = \alpha(V_0)$ [°]	$\frac{d\phi}{dx} = \frac{d\alpha}{dV_0}$ [(°).s/m]
10,00	1,00	11,00	14,99	16,81	<b>1,82</b>
“ $\Omega$ ”					
$x_k = \Omega_{ref}$ [rpm]	$\Delta \Omega = x_{k+1} - x_k$ [rpm]	$x_{k+1} = \Omega$ [rpm]	$\phi(x_k) = \alpha(\Omega_{ref})$ [°]	$\phi(x_{k+1}) = \alpha(\Omega)$ [°]	$\frac{d\phi}{dx} = \frac{d\alpha}{d\Omega}$ [(°)/rpm]
200,00	5,00	205,00	14,99	14,54	<b>-0,09</b>
“ $\beta$ ”					
$x_k = \beta_{ref}$ [°]	$\Delta \beta = x_{k+1} - x_k$ [°]	$x_{k+1} = \beta$ [°]	$\phi(x_k) = \alpha(\beta_{ref})$ [°]	$\phi(x_{k+1}) = \alpha(\beta)$ [°]	$\frac{d\phi}{dx} = \frac{d\alpha}{d\beta}$
5	0,25	5,25	14,99	14,74	<b>-1,00</b>

### 3.10 – CÁLCULO DE (COEF. DE POTÊNCIA) EM FUNÇÃO DO FATOR “ $a$ ” PARA A TURBINA EM ESTUDO – (Burton et al., 2005)

Baseado no que foi amplamente abordado na seção 2.12 do capítulo II, a avaliação da performance da turbina, ou seja, a avaliação de seu coeficiente de potência em função de sua taxa de velocidade na ponta da pá “ $\lambda$ ”, poderá ser determinada a partir do conhecimento do fator de indução de fluxo axial “ $a$ ”.

Conforme preceitua Burton et al., (2005) em seu livro “*Wind Energy Handbook*”, o diferencial do coeficiente de potência “ $dC_p$ ” de uma turbina eólica é dado por:

$$\frac{d}{d\mu} C_p = 8(1-a)a' \lambda^2 \mu^3 \quad (3.59)$$

onde:  $\mu = r/R$

Sabendo-se que “ $a$ ” e “ $a'$ ” variam radialmente, a equação 3.59 pode ser integrada objetivando-se determinar o coeficiente de potência do disco do rotor, considerando-se nesta integração, a taxa “ $\lambda$ ” de velocidade de ponta da pá da turbina.

Então, integrando-se a equação 3.59 teremos a seguinte situação:

$$C_p = \int_0^1 8(1-a)a' \lambda^2 \mu^3 d\mu \quad \Rightarrow \quad \int_0^1 8(1-a) \left[ \frac{a(1-a)}{\lambda^2 \mu^2} \right] \lambda^2 \mu^3 d\mu \quad (3.60)$$

uma vez que  $a' = \frac{a(1-a)}{\lambda^2 \mu^2}$ ;

Resolvendo-se a integral da equação 3.60 em relação ao diferencial  $d\mu$ , a expressão de  $C_p$ , em função do fator axial “ $a$ ” será dada por:

$$C_p = 4a(1-a)^2 \quad (3.61)$$

Revedo-se as equações do capítulo II, vemos que a expressão de  $C_p$  anteriormente apresentada na equação 2.30, é exatamente a mesma aqui deduzida (equação 3.61), porém com a importante ressalva de que nela o coeficiente “ $\lambda$ ” da turbina está intrinsecamente inserido.

Logo, uma vez determinado o fator de indução de fluxo axial da turbina, podemos definir, a partir dele, o coeficiente de potência da turbina, que definirá o percentual de potência extraída da corrente livre do vento  $V_0$ , para um determinado valor deste, incidente sobre o rotor.

Reportando-nos á seção 2.12 do capítulo anterior, os valores de “ $a$ ” e “ $a'$ ” podem ser determinados por um processo iterativo, dado respectivamente, pelas equações 2.41 e 2.42 (Burton et al., 2005).

Considerando-se, os valores nominais de referência para o funcionamento no ponto de operação estável da turbina, os valores de  $C_x$ ,  $C_y$ ,  $\phi$  e  $\sigma_r$  a serem considerados inicialmente no processo iterativo, serão agora determinados.

Os termos  $C_x$  e  $C_y$  são dados respectivamente pelas equações 2.39 e 2.40. Vemos que estas equações são dependentes basicamente de 03 variáveis, as quais são preponderantes no processo do desenvolvimento do sistema de controle aerodinâmico da pá. São elas: coeficiente de sustentação “ $C_l$ ”, coeficiente de arrasto “ $C_d$ ” e ângulo “ $\phi$ ”. Os valores nominais destas variáveis no ponto

Logo, substituindo-se os valores de  $C_x^{ref}$ ,  $C_y^{ref}$ ,  $\phi^{ref}$  e  $\bar{\sigma}_r$  determinados anteriormente, na equação 2.41, obtemos o valor do fator de indução de fluxo axial “ $a$ ” da turbina, no ponto de funcionamento estável, considerando-se a turbina com sistema de regulação de passo para velocidade fixa em  $\Omega_{ref}=200,00\text{rpm}$ . O valor obtido para “ $a$ ”, com a velocidade da turbina em 200rpm é de  $a_{ref} = 0,23$ .

Com o valor do fator  $a_{ref} = 0,23$ , o coeficiente de potência da turbina com regulação de passo para velocidade fixa, operando à velocidade nominal (200,00rpm) , será de  $C_p = 0,5455$ , indicando que o máximo de potência possível a ser extraída pela turbina será de 92,0% (0,546 / 0,593) do limite estabelecido pela “*Lei de Betz*” (ver item 2.10.1).

Então, a partir da equação 2.29, a potência máxima extraível do vento a uma determinada velocidade  $V_0$ , com a turbina operando com sistema de regulação do passo para velocidade fixa em  $\Omega_{ref}=200,00\text{rpm}$  e área efetiva de extração de energia do vento pelo rotor com  $r_{min} = 0,50\text{m}$  até  $R = 3,0\text{m}$ , será:

$$P_{\max}^{turb} = \frac{1}{2} \rho A (V_0)^3 [4a(1-a)^2] = \frac{1}{2} (1,25) \pi (3,00 - 0,50)^2 (V_0)^3 [0,546] \Rightarrow P_{\max}^{turb} = 6,70 (V_0)^3$$

$$P_{\max}^{turb} = 6,70 (V_0)^3 \quad (3.63)$$

sendo: a velocidade  $V_0$  em  $m/s$  e a potência  $P$  em  $watt$ .

Determinado as expressões do fator de indução axial “ $a$ ” (equação 2.41), do coeficiente de potência “ $C_p$ ” (equação 3.61) e do valor máximo de potência extraível para a turbina em função do vento incidente “ $P_{\max}^{turb}$ ” (equação 3.63), as mesmas serão simuladas na modelagem da turbina apresentada no capítulo seguinte. Nas simulações será analisado a resposta da variação do coeficiente de potência da turbina considerando-se as flutuações do vento incidentes sobre a mesma.

---

---

#### 4.1 – INTRODUÇÃO:

Como podemos constatar, turbinas eólicas são sistemas eletro-mecânicos complexos, os quais apresentam uma gama muito grande de fatores envolvidos em seu funcionamento. Sobretudo, são ainda dependentes da característica instável e estocástica da velocidade do vento – Fig. 4.1, o que torna a análise do seu desempenho ainda mais complexa.

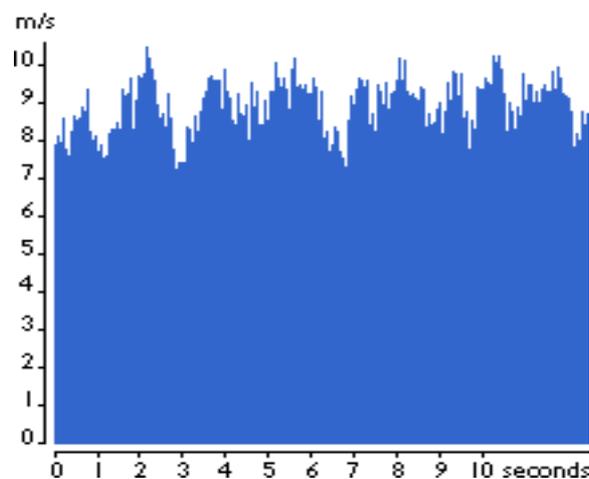


Figura 4.1 – Característica estocástica da velocidade do vento.

Sabemos que um dos grandes problemas que envolve a geração de energia elétrica a partir da energia proveniente dos ventos é exatamente esta flutuação, a qual provoca variações indesejáveis na velocidade do rotor da turbina.

De forma geral, a potência elétrica de saída de um aerogerador alterna com as variações da velocidade do vento. Felizmente, a maior parte das variações de frequência elevada do vento são parcialmente compensadas pela inércia do rotor da turbina (Eggleston e Esttoddard, 1987).

Do ponto de vista da qualidade da energia gerada, atualmente os geradores eólicos ainda não são considerados geradores de qualidade ótima. Um dos fatores que contribuem para essa “má” qualidade da energia é o fenômeno chamado “*flicker*” produzido nas turbinas.

O “*flicker*” é a impressão visual resultante das variações de fluxos luminosos nas lâmpadas elétricas causadas por flutuações na tensão gerada. Este fenômeno pode se tornar uma limitação para o emprego da energia eólica, pelo menos nos casos de redes fracas.

Dentre os motivos que causam a flutuação da tensão de saída das turbinas, destacamos:

- Partida das turbinas;
- Saída de operação das turbinas;
- Chaveamento entre geradores ou entre enrolamentos dos geradores;
- Durante o funcionamento da turbina:
  1. Variação da velocidade do vento;
  2. Efeito de sombreamento da torre;
  3. Propriedades mecânicas das turbinas;
  4. Gradiente do vento;
- Turbinas de controle de passo (*pitch-control*) apresentam flutuação na potência devido a limitada faixa de funcionamento do mecanismo de passo;

Dos fatores elencados acima, daremos ênfase ao “*flicker*” em regime permanente. Durante o funcionamento da turbina, a velocidade e o gradiente do vento variam constantemente, além disto existe o efeito de sombreamento das pás que irão gerar flutuação na potência de saída. Para turbinas em operação, o “*flicker*” é mais significativo em usinas de controle de passo (*pitch-control*), do que nas turbinas de controle por estol (*stall Regulation*).

Por ser o controle de passo um controle mecânico é, conseqüentemente, lento. A velocidade e o gradiente do vento podem apresentar variações rápidas e, até mesmo bruscas. A frequência da variação da potência mecânica gerada (posteriormente convertida em elétrica) no rotor da turbina é igual ao número de pás multiplicado pela rotação “ $\Omega$ ” do conjunto do rotor. Isto pode ser constatado na figura 4.2, que apresenta o comportamento da potência ativa entregue por um gerador em altas variações da velocidade do vento (acima da nominal).

Constatamos então, uma correspondência biunívoca existente entre as flutuações da velocidade do rotor (em função da variabilidade do vento) e a qualidade da potência mecânica entregue pelo aerogerador, tornando-se desejável então, um sistema gerador que seja o mais “estável” possível a ação dinâmica do vento.

Dado a importância do conhecimento e avaliação do desempenho das turbinas eólicas em funcionamento permanente, a seguir é apresentado a modelagem e a simulação do sistema de controle proposto neste trabalho.

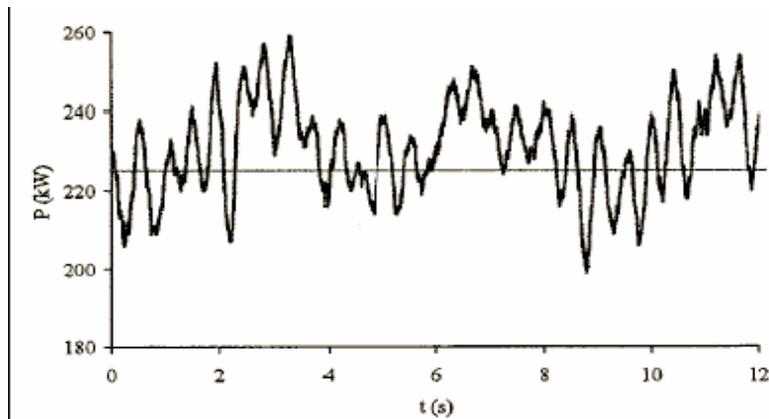


Figura 4.2 – Potência em turbina de velocidade fixa com controle de passo com velocidades de vento acima da nominal.

#### 4.2 – MODELAGEM DA TURBINA EÓLICA:

A modelagem da turbina eólica compreenderá basicamente 03 conjuntos de blocos distintos a saber:

- **Conjunto 01: Sistema controlador;**
- **Conjunto 02: Aerodinâmica das pás;**
- **Conjunto 03: Sistema rotor-gerador;**

Para a integração dos conjuntos 01, 02 e 03 da turbina, considere o diagrama de blocos apresentado na figura 4.3. Na execução do referido diagrama, foi utilizado o “*Software Matlab/Simulink®*”, o qual é uma interface gráfica, intuitiva e de ordenamento lógico, atualmente muito utilizada em simulações de sistemas dinâmicos.

O conjunto de blocos principal da modelagem da turbina, é o representado pelo sistema controlador (conjunto 01), identificado pela sua equação dinâmica (equação 3.12). Basicamente, o torque do vento “ $\tau_v$ ”, responsável pela função de entrada (*driving function*) deste conjunto, deverá ser “controlado” para que se produza uma saída ajustada do ângulo theta ( $\theta$ ), o qual experimenta as idênticas deflexões do ângulo ( $\beta$ ) entre a direção da corda do aerofólio e o plano de rotação da turbina. Por isso a relação entre eles é dada por:

$$\frac{(\theta)}{(\beta)} = 1 \quad (4.1)$$

O ajuste de forma indireta do ângulo  $\beta$ , por sua vez, realimenta o ângulo de ataque do aerofólio das hélices do rotor (conjunto 02), e este finalmente, tenderá manter a velocidade angular da turbina “estável”, a qual é a própria variável de saída do terceiro conjunto de blocos.

A teoria aerodinâmica, necessária para obtenção da equação do torque do vento “ $\tau_V$ ” no aerofólio, é utilizada na execução do modelo do segundo conjunto de blocos, baseando-se principalmente na equação 3.57. É também compreendido neste conjunto a equação 3.58 do ângulo de ataque ( $\alpha$ ), a qual é dependente, dentre outras variáveis, da realimentação controlada do ângulo ( $\beta$ ) proveniente do primeiro conjunto.

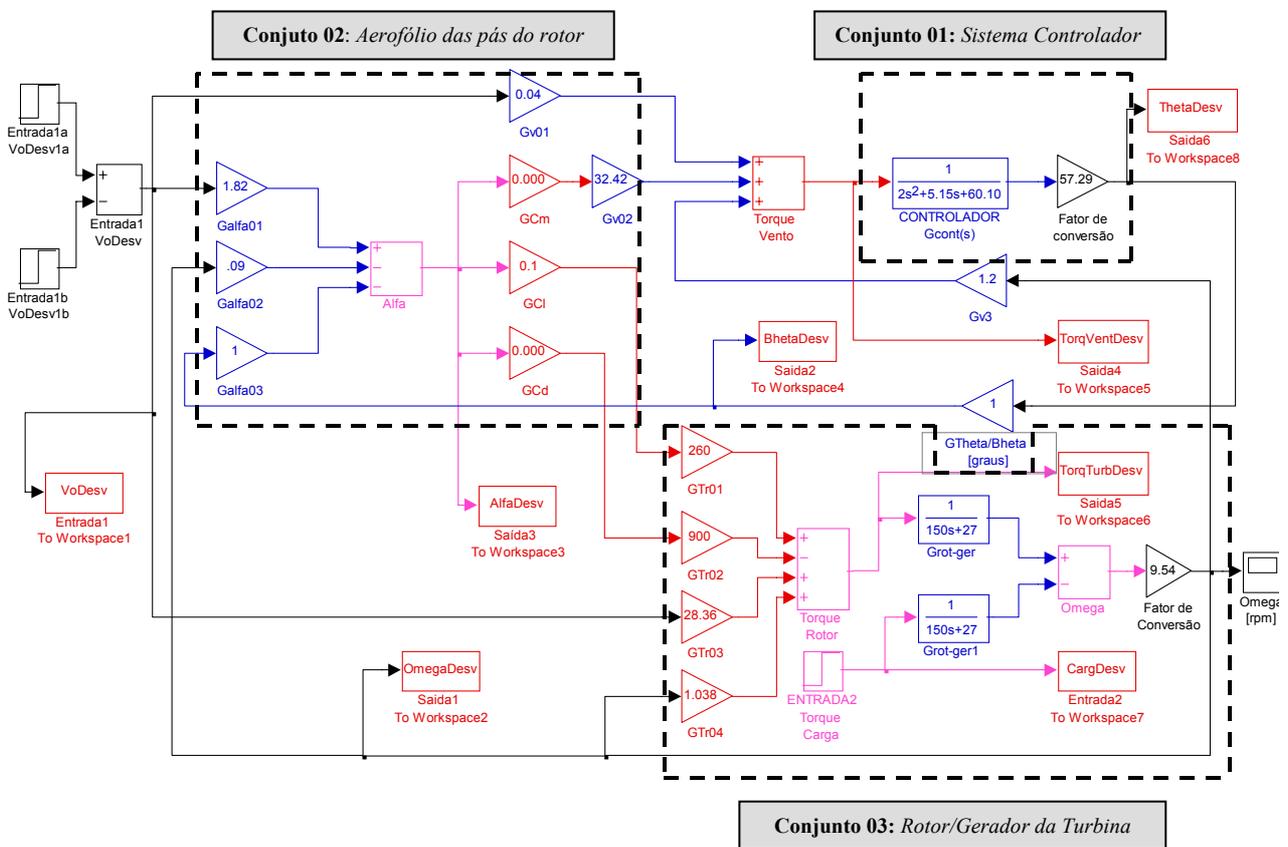


Figura 4.3 – Diagrama de blocos da turbina

O conjunto 03 representa o sistema rotor-gerador da turbina com todas as suas partes integrantes, entre os quais destacamos: eixo de conexão entre o rotor e gerador, geradores elétricos e suas partes integrantes (estator, induzido, rolamentos, caixas de ligações, etc.) e o rotor propriamente dito da turbina.

Como todos estes componentes atuam, direta ou indiretamente nos eixos de rotação, a inércia do terceiro conjunto de blocos representa o somatório das inércias do gerador e hélice do rotor em relação ao eixo de rotação, resultando na inércia do rotor-gerador, aqui identificada como “ $I_{turb}$ ”.

A equação 3.56 do torque da turbina, é a que rege o conjunto de blocos nº 03. Os coeficientes de arrasto ( $C_d = f(\alpha)$ ) e sustentação ( $C_l = f(\alpha)$ ), são dois dos fatores que influenciam diretamente na equação do torque, por isso o ângulo “ $\alpha$ ”, controlado pelo ângulo “ $\beta$ ”, é que tenderá manter a saída “ $\Omega$ ” da velocidade angular da turbina constante ou, a mais invariável possível em torno do valor de referência. A velocidade angular da turbina, variável de saída do terceiro conjunto, realimenta novamente o ângulo de ataque, o qual entra em um novo ciclo de controle, pois recebe informação do controlador através do ângulo “ $\beta$ ”.

É relevante salientar, que as equações governantes nos conjuntos de blocos 02 e 03 são equações oriundas de processos de aproximações lineares, utilizando-se de “variáveis de desvios” dos valores de referência. Isto implica que, os valores de entrada do sistema, serão desvios dos valores considerados estáveis, o que resultará que todo valor da variável de saída, não representa seu valor absoluto mas sim, o desvio da variável de saída considerada, em relação ao valor de equilíbrio.

#### 4.2.1 – Conjunto 01: Sistema Controlador:

A modelagem do sistema controlador foi amplamente discutida e desenvolvida no capítulo III. Após o desenvolvimento matemático apresentado no referido capítulo, a equação dinâmica do controlador foi obtida através da equação 3.12. Conforme mencionado, trata-se de uma equação diferencial ordinária linear de 2ª ordem e, pela sua característica linear e invariante no tempo, a resolução da mesma será efetuada utilizando-se o método da transformada de Laplace.

Reverendo-se a concepção do modelo do controlador (Figura 3.2), vemos que as condições iniciais do sistema foram consideradas todas nulas, isto é, para  $\tau_v = 0 \rightarrow \theta = 0$  sendo que, ao empregarmos o método da transformada de Laplace, estas condições iniciais serão consideradas automaticamente.

Para a presente situação de condições iniciais nulas, a transformada de Laplace da equação diferencial é obtida simplesmente substituindo-se  $(d/dt)$  por  $s$ ,  $(d^2/dt^2)$  por  $s^2$  e assim sucessivamente (Ogata, 2003), onde “ $s$ ” é uma variável complexa.

Da equação 3.12 temos que, a equação diferencial governante do conjunto controlador, é dada por:

$$I_{cont} \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + C_a \frac{d\theta(t)}{dt} + Ka^2\theta(t) = \tau_v(t)$$

Então, aplicando-se a transformada de Laplace a cada termo da equação anterior e considerando-se que  $\mathcal{L}[\theta(t)] = \Theta(s)$  e  $\mathcal{L}[\tau_v(t)] = \tau_v(s)$ , temos que:

$$I_{cont} [\mathbf{L}(\ddot{\theta})] + C_a [\mathbf{L}(\dot{\theta})] + Ka^2 [\mathbf{L}(\theta)] = \mathbf{L}(\tau_v(t))$$

$$I_{cont} s^2 \Theta(s) + C_a s \Theta(s) + K_{cont} \Theta(s) = \tau_v(s) \quad (4.2)$$

sendo:  $K_{cont} = Ka^2$  - produto da constante elástica da mola “ $K$ ” pelo quadrado da dimensão da biela “ $a$ ” do controlador (ver figura 3.2);

De posse da equação 4.2 no domínio da variável complexa “ $s$ ”, isolando-se a variável independente de saída  $\Theta(s)$

⊖

Com a utilização da função de transferência  $G_{cont}(s)$  dada pela equação 4.3 é possível representar-se a dinâmica do controlador. A mesma reflete a relação existente entre a função de entrada (*driving function*), do momento desenvolvido no aerofólio pela ação do vento e a função de saída (*response function*), das deflexões controladas no sistema mola-bielamanivela.

#### 4.2.2 – Conjunto 02: Aerodinâmica das pás do rotor:

A definição da função de transferência desenvolvida no item anterior, por si só, não é suficiente para obtermos a resposta de saída do controlador. Para tal, necessitamos determinar a função de entrada ou excitação (*driving function*), uma vez que:

$$\delta\bar{\Theta}(s) = G_{cont}(s)\delta\bar{\tau}_v(s) \quad (4.4)$$

O conjunto de blocos nº 02, que utiliza os preceitos da teoria aerodinâmica aplicada ao aerofólio das hélices, é que fornecerá a função de entrada para o conjunto 01. Observando-se a sequência lógica do diagrama da turbina da figura 4.3, a função de excitação do controlador será dada pela de saída do conjunto 02.

Então, da equação 3.57, temos:

$$\delta\bar{\tau}_v = 0,04(\delta\bar{V}_0) + 1,20(\delta\bar{\Omega}) + 32,42(\delta\bar{C}_m)$$

Como o nosso objetivo agora, é definirmos a expressão de excitação da função de transferência, passaremos a expressão anterior também para o domínio da variável complexa “s”. Assim, aplicando-se a transformada de Laplace a cada termo da equação e, considerando-se que  $\mathcal{L}[\bar{\tau}_v(t)] = \bar{\tau}_v(s)$

$$\mathcal{L}[\bar{\tau}_v(t)] = [0,04 \mathcal{L}[\delta V_0(t)]] + 1,20 \mathcal{L}[\delta\bar{\Omega}(t)] + 32,42 \mathcal{L}[\delta\bar{C}_m(t)]$$

$$\bar{\tau}_v(s) = 0,04\delta V(s) + 1,20\delta\bar{\Omega}(s) + 32,42\delta\bar{C}_m(s) \quad (4.5)$$

$G\tau_1(s)$ ,  $G\tau_2(s)$  e  $G\tau_3(s)$ , são respectivamente os coeficientes angulares das variáveis consideradas no processo de aproximação linear da função “ $\delta\bar{\tau}$ ”.

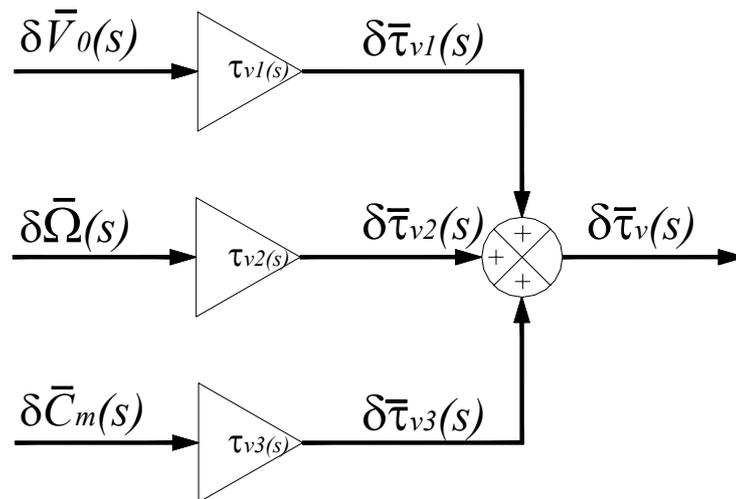


Figura 4.5 – Diagrama de blocos para a obtenção da função  $\delta\bar{\tau}_v$

Para a consideração do ângulo de ataque do vento no aerofólio, partiu-se da equação 3.58. Utilizando-se o mesmo processo da transformada de *Laplace* empregado á equação do torque no aerofólio, a expressão dos desvios do ângulo “ $\alpha$ ”, no domínio da variável complexa “ $s$ ”, é a apresentada a seguir. O diagrama de blocos referente à equação 3.58 no domínio complexo (equação 4.6) é dado na figura 4.6, sendo que os blocos de ganho  $G_{\alpha 1}(s)$ ,  $G_{\alpha 2}(s)$  e  $G_{\alpha 3}(s)$  possuem valores, respectivamente 1,82; 0,09 e 1,00.

$$\delta\bar{\alpha}(s) = 1,82\delta\bar{V}_0(s) - 0,09\delta\bar{\Omega}(s) - 1,00\delta\bar{\beta}(s) \tag{4.6}$$

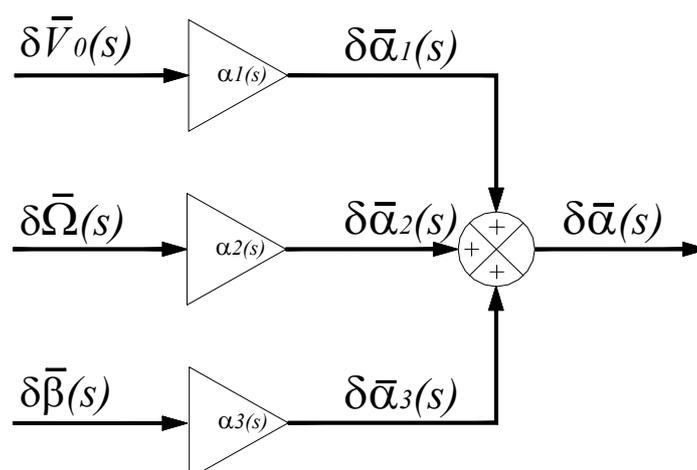


Figura 4.6 – Diagrama de blocos para a obtenção da função  $\delta\bar{\alpha}$

### 4.2.3 – Conjunto 03: Sistema rotor-gerador:

Para a modelagem do sistema rotor-gerador lembremos inicialmente, que o torque gerado no rotor (pelas 03 pás), é relacionado ao eixo da turbina, que por sua vez, é o próprio eixo dos geradores elétricos onde atua o torque resistente oriundo de aplicação de cargas externas. A afirmativa anterior é oportuna, porque permite-nos aplicar ao sistema, o princípio da dinâmica do movimento rotacional, amplamente discutido no item 3.2.

Assim, definindo-se o ângulo de giro das pás do rotor por “ $\varphi(t)$ ”, e reportando-nos novamente a equação 3.3, temos

$$\tau(t) = \sum \tau_n(t) \Rightarrow I\alpha_{ang} = I \frac{d^2\varphi(t)}{dt^2}$$

que diz que a soma dos torques “ $\tau_n(t)$ ” de um sistema dinâmico, em torno de um eixo considerado, deverá ser igual ao produto do momento de inércia “ $I$ ” da massa do sistema em relação ao eixo, pela aceleração angular “ $\alpha_{ang}$ ” desenvolvida no sistema em rotação.

Phillips e Rarbor, (1997), preceituam que, além do momento de inércia, para uma completa definição da equação 3.3, devem ser acrescentados os seguintes elementos:

- o coeficiente de amortecimento (atrito) viscoso, que surge entre o eixo em rotação e a massa do sistema dinâmico;
- o coeficiente de mola do eixo considerado, devido á característica elástica do material do eixo;

Tomando-se por base então, a equação geral 3.3, adequando-a ao presente caso da turbina eólica esquematizada na figura 4.7, determinaremos a equação dinâmica para o rotor-gerador da turbina. Inserindo-se na referida equação, os efeitos de amortecimento viscoso do gerador e elástico de mola do eixo, a mesma ficará da forma apresentada a seguir.

Assim:

$$\sum \tau_n(t) \Rightarrow I_{turb} \frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} + C_g \frac{d\varphi(t)}{dt} + K_g \psi(t) = \tau_{rot} - \tau_{carg} \quad (4.7)$$

onde:  $I_{turb}$  = soma dos momentos de inércia do rotor, eixo e gerador da turbina;

$\varphi(t)$  = ângulo de giro das pás do rotor;

$\psi(t)$  = ângulo de torção do eixo da turbina;

$C_g$  = coeficiente de amortecimento viscoso do gerador;

$K_g$  = coeficiente de mola elástica do eixo da turbina;

$\tau_{rot} - \tau_{carg}$  = soma algébrica dos torques: “ $\tau_{rot}$ ” gerado no rotor da turbina e “ $\tau_{carg}$ ” resistente devido á carga aplicada ao gerador;

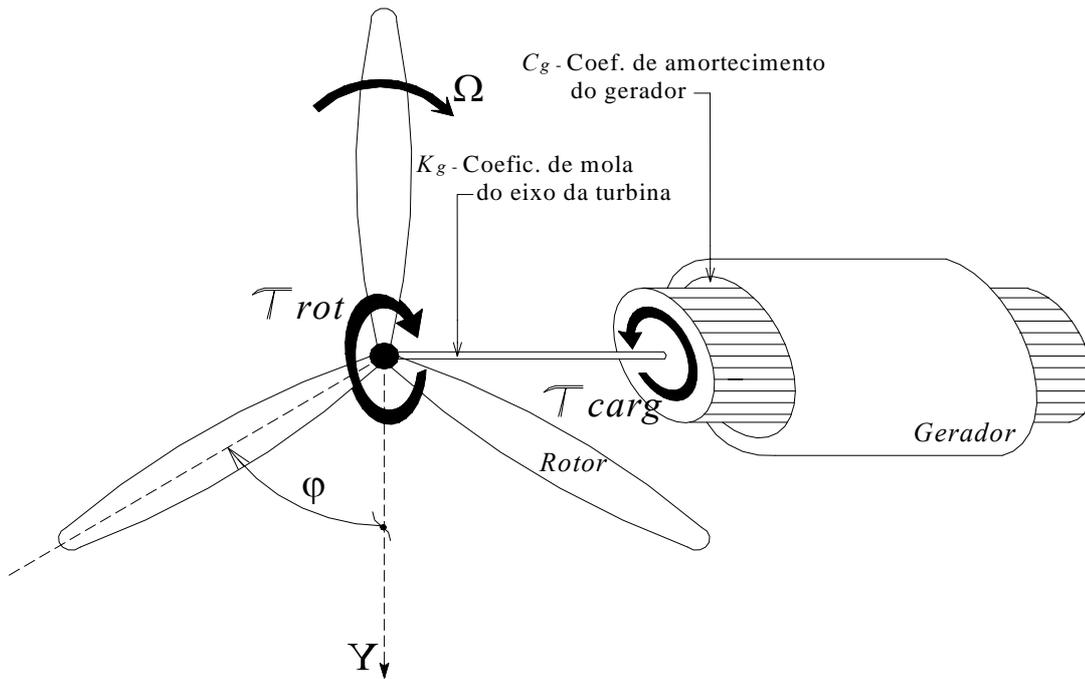


Figura 4.7 – Torques desenvolvidos no eixo da turbina eólica

Mas, a velocidade angular “ $\Omega$ ” da turbina é expressa pela taxa de variação no tempo do ângulo de giro “ $\varphi(t)$ ” do rotor. Logo, reescrevendo-se a equação 4.7 como função de “ $\Omega$ ” para um regime transitório no tempo “ $t$ ”, temos:

$$\textit{Em regime transitório:} \quad I_{turb} \frac{d\Omega(t)}{dt} + C_g \Omega(t) + K_g \psi(t) = [\tau_{rot}(t) - \tau_{carg}(t)] \quad 4.8-a$$

Para um regime permanente, no ponto de funcionamento “estável” da turbina, a velocidade  $\Omega(t)$  deve ser considerada constante e igual ao valor de referência, o mesmo acontecendo com os valores dos torques. Nesta situação, como  $\Omega(t) = Const = \Omega_{ref}$ , a equação 4.8 ficará da seguinte forma:

$$\textit{Em regime permanente:} \quad 0 + C_g \Omega_{ref} + K_g \psi_{ref} = [\tau_{rot}^{ref} - \tau_{carg}^{ref}] \quad 4.8-b$$

Se agora realizarmos a diferença entre as equações de operação entre os regimes transitório e permanente, a análise da dinâmica da turbina envolverá apenas as “variáveis dos desvios” em torno do ponto de funcionamento estável, mantendo-se assim para o conjunto de blocos do rotor-gerador, a mesma abordagem de análise (através de “variáveis de desvios”) empregada para os conjuntos 01 e 02 anteriores.

Então, realizando-se a diferença entre as equações 4.8-a e 4.8-b, levando-se em conta que  $\frac{d(\Omega_{ref})}{dt} = 0$  em regime permanente, a equação que representará a dinâmica do sistema rotor-gerador será dada por:

$$I_{turb} \frac{d[\delta\bar{\Omega}]}{dt} + C_g [\delta\bar{\Omega}] + K_g [\delta\bar{\psi}] = (\delta\bar{\tau}_{rot} - \delta\bar{\tau}_{carg}) \quad (4.9)$$

onde:  $\delta\bar{\Omega} = \Omega(t) - \Omega_{ref}$  = “variável desvio” da velocidade angular da turbina em relação ao valor de referência;

$\delta\bar{\psi} = \psi(t) - \psi_{ref}$  = “variável desvio” da deflexão elástica do eixo da turbina em relação ao valor de referência;

$\delta\bar{\tau}_{rot} = \tau_{rot}(t) - \tau_{rot}^{ref}$  = desvio do torque gerado no rotor da turbina em relação ao valor de referência;

$\delta\bar{\tau}_{carg} = \tau_{car}(t) - \tau_{carg}^{ref}$  = desvio do torque resistente devido á aplicação da carga no gerador em relação ao valor de referência;

A equação 4.9 está na sua forma mais completa, pois apresenta as 03 formas possíveis de compensação (ou absorção) pelo próprio sistema, dos torques externos aplicados. Na maioria dos casos práticos, a deformação dos eixos de rotação, representada neste caso pelo ângulo  $\psi(t)$ , por ação de momentos de torção são de magnitude reduzida, e porque não dizer “infinitesimal”, o que nos possibilita negligenciar a parcela do efeito de mola do eixo, sem contudo incorrer em erro apreciável por esta atribuição.

Então, fazendo-se  $\delta\bar{\psi}(t) \rightarrow 0$  na equação 4.9, a equação governante da dinâmica do terceiro conjunto de blocos, será a seguinte:

$$I_{turb} \frac{d[\delta\bar{\Omega}]}{dt} + C_g [\delta\bar{\Omega}] = (\delta\bar{\tau}_{rot} - \delta\bar{\tau}_{carg}) \quad (4.10)$$

Novamente, estamos diante de uma equação diferencial linear ordinária e pelas mesmas razões justificadas na resolução da equação diferencial do controlador, a *Transformada de Laplace* será aplicada à equação 4.10, objetivando-se posteriormente a obtenção da função de transferência do rotor-gerador da turbina.

Assim, considerando-se que  $\mathbb{L}[\delta\bar{\Omega}(t)] = \delta\bar{\Omega}(s)$ ,  $\mathbb{L}[\delta\bar{\tau}_{rot}(t)] = \delta\bar{\tau}_{rot}(s)$  e  $\mathbb{L}[\delta\bar{\tau}_{carg}(t)] = \delta\bar{\tau}_{carg}(s)$ , a referida equação no domínio da variável complexa “s” ficará:

$$I_{turb} s \delta\bar{\Omega}(s) + C_g \delta\bar{\Omega}(s) = \delta\bar{\tau}_{rot}(s) - \delta\bar{\tau}_{carg}(s) \quad (4.11)$$

Então, isolando-se a variável independente de saída do terceiro conjunto de blocos  $\bar{\Omega}(s)$  e relacionando-se a transformada de Laplace desta variável pela transformada de Laplace da variável de entrada -  $\mathbb{L}[saída]/\mathbb{L}[entrada]$ , determinamos a sua função de transferência. A representação do diagrama do conjunto “sistema rotor-gerador” da turbina, para variáveis desvios das funções de entrada e saída, é o representado na figura 4.8 abaixo.

Assim, sua função de transferência  $G_{rot-ger}(s)$  será dada por:

$$G_{rot-ger}(s) = \frac{\delta\bar{\Omega}(s)}{\delta\bar{\tau}_{rot}(s) - \delta\bar{\tau}_{carg}(s)} = \frac{1}{I_{turb}s + C_g} \tag{4.12}$$

Mas, o objetivo precípua deste trabalho é avaliação da variação de resposta final da variável velocidade angular da turbina, para variações dos torques no rotor (gerado pela flutuação da velocidade do vento) e na carga. Esta resposta final (*response function*) é justamente a saída do desvio  $\delta\bar{\Omega}(s)$  do atual conjunto de blocos, por isso:

$$\delta\bar{\Omega}(s) = G_{rot-ger}(s) [\delta\bar{\tau}_{rot}(s) - \delta\bar{\tau}_{carg}(s)] \tag{4.13}$$

De posse da função de transferência definida pela equação 4.12 (conforme também abordado no sistema controlador), necessitamos agora determinar a expressão de excitação do conjunto rotor-gerador, para então obtermos a resposta de saída  $\delta\bar{\Omega}(s)$ . A parcela predominante da função de entrada (*driving function*) é a variação do torque no rotor, a qual é a definida segundo a equação 3.56.

Assim, aplicando-se a *Transformada de Laplace* a cada termo da equação 3.56 e considerando-se que  $\mathbb{L}[\delta\bar{\tau}_{rot}(t)] = \delta\bar{\tau}_{rot}(s)$ , temos:

$$\mathbb{L}[\delta\bar{\tau}_{rot}(t)] = 28,36 \mathbb{L}[\dots]$$

O diagrama de blocos da figura 4.9 representa a variável  $\delta\bar{\tau}_{rot}(s)$  da função de excitação (*driving function*). Os blocos de ganho  $G\tau_{r1}(s)$ ,  $G\tau_{r2}(s)$ ,  $G\tau_{r3}(s)$  e  $G\tau_{r4}(s)$  são respectivamente os coeficientes angulares das variáveis consideradas no processo de aproximação linear da função “ $\delta\bar{\tau}_{rot}$ ”.

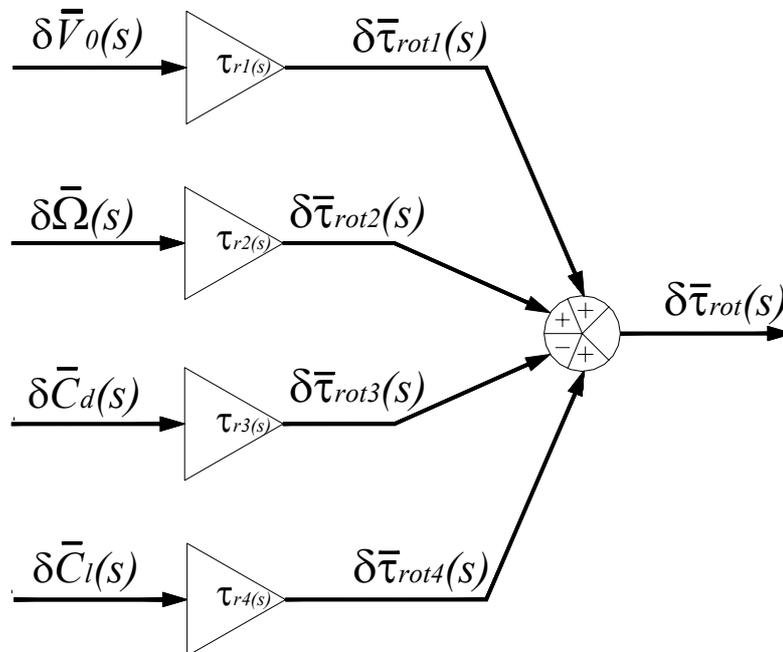


Figura 4.9 – Diagrama de blocos para a obtenção da função  $\delta\bar{\tau}_{rot}$

Da equação 4.13, vemos que a excitação da função de transferência, é formada pela soma algébrica das parcelas do torque gerado no rotor e resistente do gerador. Uma vez definida a parcela da variação do torque no rotor, a simulação do desempenho da turbina será efetuada para funcionamento a vazio da turbina, isto é, sem carga aplicada ao gerador e para situações de funcionamento com carga, com aplicação de torques externos resistentes ao gerador.

### 4.3 – ANÁLISE E SIMULAÇÃO DO DESEMPENHO DA TURBINA:

#### 4.3.1 – O diagrama dos conjuntos de blocos da turbina:

A suposição básica, porém primordial e necessária do item 4.2, admitindo-se a composição da turbina eólica por 03 conjuntos de blocos principais, sendo eles: Sistema controlador; aerodinâmica das pás e sistema rotor-gerador, possibilitou-nos a modelagem dos conjuntos de forma independente. De posse das modelagens destes “módulos”, a integração

dos mesmos foi efetuada através do diagrama de blocos da figura 4.3 gerado pelo “Software Matlab/Simulink®”, o qual representa a modelagem da turbina na sua forma completa.

As simulações do funcionamento da turbina, acompanharão a metodologia e a técnica de linearização empregadas ao longo do desenvolvimento deste trabalho, ou seja, serão efetuadas nas proximidades das condições desejáveis de operação da turbina. É importante lembrar que um modelo matemático particular, utilizado para análise e projeto, pode representar com precisão a dinâmica de um sistema real em certas condições de funcionalidade e operação, porém pode não ser preciso em outras condições de operação (Ogata, 2003).

Faz-se oportuno, para uma visão global por parte do leitor acerca do diagrama apresentado na figura 4.3, uma abordagem preliminar em relação a integração entre os blocos do diagrama. O bloco *Entrada01*, é a principal porta para o início da simulação dinâmica da turbina. É através dele que são inseridos os sinais “ $V_0Desv$ ” que, como o próprio nome sugere, representa a variável  $\delta\bar{V}_0(t)$  das variações da corrente livre do vento incidentes sobre o rotor da turbina. Os blocos de ganho *Galfa01*, *Galfa02* e *Galfa03* são os definidos na figura 4.6, que somados produzem a função  $\delta\bar{\alpha}$  que é o desvio do ângulo de ataque do vento  $V_0$  sobre o aerofólio. Note-se que o bloco de ganho *Galfa03* tem, como entrada, a variável de saída controlada “ $\beta$ ”, proveniente indiretamente do controlador. A saída do bloco “*Alfa*” controla, por sua vez, os coeficientes da seção do aerofólio  $C_l$ ,  $C_m$  e  $C_d$  (ver item 3.4), os quais influenciam diretamente nos blocos “*Torque Vento*” e “*Torque Rotor*”. Estes torques, estão representados de forma detalhada, respectivamente pelas figuras 4.5 e 4.9.

O conjunto de blocos do sistema controlador é representado de forma didática pela figura 4.4. Na referida figura,  $G_{cont}(s)$  é a função de transferência do controlador, representada por uma fração cujo denominador é um polinômio do segundo grau na variável complexa “ $s$ ”. A saída do controlador é o ângulo “ $\theta$ ” da biela do mecanismo mola-bielamanivela, a qual relaciona-se com o ângulo “ $\beta$ ” (entre a corda do aerofólio e o plano de rotação) pelo bloco de ganho  $G_{Theta/Btheta}$  de valor unitário.

O conjunto de blocos identificado com o sistema rotor-gerador, como anteriormente especificado, é representado didaticamente pela figura 4.8. Ele é constituído basicamente pelo bloco *Grot-ger* de sua função de transferência dado pela equação 4.12. Os blocos “*Torque Rotor*” e “*Torque Carga*” expressam as funções de entrada (*driving function*) da função de transferência, enquanto que o bloco “*Omega*” expressa a resposta de saída (*response function*)

da velocidade angular do rotor da turbina. A saída deste bloco refletirá a dinâmica do aerogerador, seja para variações no torque do rotor provocados pela inserção dos sinais “ $V_0Desv$ ” na *Entrada01* ou para variações no torque da carga gerados na *Entrada02*. Note-se ainda, que a saída do bloco “*Omega*” retorna ao sistema, realimentando novamente os blocos “*Torque Vento*” e “*Alfa*”, uma vez que a equação destes blocos são dependentes da velocidade angular da turbina. Por fim, os blocos “*Fator de Correção*” são constantes que servem para uniformizar as unidades das variáveis de saída dos blocos “*CONTROLADOR*” e “*Omega*”, respectivamente para ângulo em graus e velocidade angular em rpm (rotações por minuto).

#### 4.3.2 – Estimativa dos momentos de inércia:

##### A) “ $I_{cont}$ ” do controlador:

A estimativa do momento de inércia do sistema controlador, empregou o método básico para cálculo do momento de inércia de um corpo. Por definição, o momento de inércia “ $I$ ” ou inércia rotacional de um corpo girante em relação a um eixo de rotação, considerando-se o diferencial de um elemento de massa do corpo “ $dm = \rho dV$ ”, onde “ $\rho$ ” é a massa específica (constante) e “ $dV$ ” o diferencial do volume, é dado por (Shortley et al., (1971):

$$I = \int_{r_0}^r r^2 dm \quad \Rightarrow \quad I = \rho \int_{r_0}^r r^2 dV \quad (4.15)$$

onde:  $r$  = a distância do centro do elemento diferencial de massa “ $dm$ ” ao eixo de rotação considerado;

Da definição do momento de inércia, é condição precípua definirmos claramente o eixo, em relação ao qual serão tomadas as distâncias “ $r$ ” dos elementos de massa do corpo ou, para o presente caso, da massa dos vários elementos que compõe o sistema controlador.

Para a estimação do momento de inércia do controlador, considere a figura 4.10. Nesta, o momento de passo (pitching moment) atuante nas pás giram o perfil do aerofólio em torno do eixo “ $Z$ ”, por isso a parcela mais significativa na estimação do momento de inércia do controlador, será proporcionada pela inércia do aerofólio de massa “ $m$ ” em relação a este eixo.

Isto é realmente verdadeiro, uma vez que as dimensões (e também a massa) das barras do controlador (biela e manivela) podem ser negligenciadas se comparadas com as dimensões das pás do rotor.

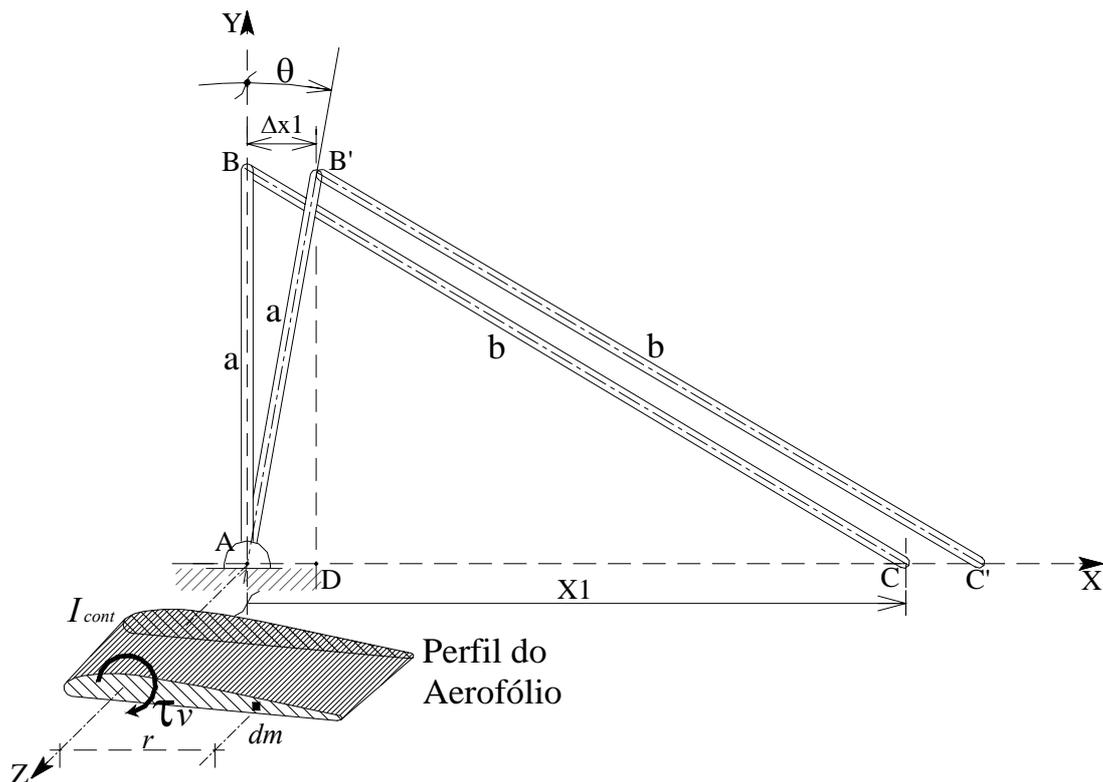


Figura 4.10 – Eixo “Z” de referência para o momento de passo (pitching moment)

Na estimativa de “ $I_{cont}$ ” considerou-se para as pás do aerogerador, fibra de carbono a qual apresenta massa específica média “ $\rho$ ” aproximadamente  $1,75 \text{ g/cm}^3$  e espessura média constante das pás de 10cm.

Especificado o material do perfil do aerofólio, realizou-se a integral da equação 4.15 desde a raiz até o topo da hélice, tomando-se “ $r$ ” em relação ao eixo Z, o que proporcionou um valor estimado do momento de inércia para as três pás do rotor aproximadamente  $I_{cont} = 2,00 \text{ Kg.m}^2$ , para unidades do sistema internacional (MKS).

### B) – “ $I_{turb}$ ” do rotor, eixo e gerador:

Já para a estimativa do momento de inércia “ $I_{turb}$ ”, foram considerados as três pás do rotor, o eixo e a massa do gerador elétrico, neste caso todos referenciados ao eixo de rotação. As dimensões das pás são as previamente definidas no item 3.7. O material de confecção do eixo e o gerador elétrico foram considerados de aço carbono.

Para a estimação do momento de inércia do gerador elétrico, aproximou-se o mesmo a um cilindro maciço com 50,0cm de diâmetro e comprimento da geratriz de 60,0cm, com o objetivo de empregarmos a expressão que fornece o momento de inércia  $I_{cilind}$  sobre o seu próprio eixo, que é dado por:

$$I_{cilind} = \frac{1}{2} M (r_{cilind})^2 \quad (4.16)$$

onde:  $M$  = massa do cilindro;

$r_{cilind}$  = raio do cilindro;

Realizando-se os cálculos, estimamos o valor da inércia rotacional da turbina “ $I_{turb}$ ” aproximadamente 150 Kg.m<sup>2</sup>, em unidades do sistema internacional (MKS).

#### 4.4 – SIMULAÇÃO DA DINÂMICA DA TURBINA

Concluída a integração entre os conjuntos de blocos da turbina (Figura 4.3), a análise e simulação do desempenho do aerogerador será efetuada supondo-se a turbina em duas condições: primeiro considerar-se-á o sistema sem os dispositivos de controle (desvio do ângulo de passo fixo -  $\delta\bar{\beta}_{fixo} = 0^\circ$  - ângulo  $\beta_{fixo}^{ref} = 5,0^\circ$ ) e após com a atuação do sistema de controle da regulação do passo para velocidade fixa (ver item 2.11.1), considerando a turbina com . Outra condição que será empregada na simulação, será a resposta de velocidade angular quando, sobre o gerador da turbina, atuar uma sobrecarga variando-se o torque resistente na mesma.

Na análise dos gráficos a seguir, para todas as simulações, considere o eixo horizontal representando o tempo do desenvolvimento da dinâmica do sistema, com início a partir do instante inicial  $t_0 = 0$ , tomando-se o tempo “ $t$ ” em segundos.

A excitação das funções de entrada, proporcionados por variações no torque da carga (Entrada02) e na velocidade do vento (Entrada01), foram realizadas respectivamente, a partir dos instantes  $t_1 = 0,75s$  e  $t_2 = 1,50s$ . Os sinais gerados em instantes distintos, resultam numa melhor visualização do desempenho da dinâmica do sistema (turbina), para situações em que são considerados dois ou mais sinais de entrada.

##### A) 1ª Simulação: VoDesv (Impulso) = 2,0m/s e desvio nulo do torque na carga

Daremos início ao processo de simulação do desempenho da turbina, considerando-se o sinal de entrada “ $V_0Desv$ ” como uma perturbação da corrente livre do vento, representado por um impulso de amplitude 2,0m/s. Os gráficos apresentam a turbina em duas situações: sem o controle de velocidade, isto é, com o aerofólio fixo em um ângulo de passo  $\beta_{fixo} = 5,0^\circ$  - ( $\delta\bar{\beta}_{fixo} = 0^\circ$ ), e após com o sistema ativo de controle do passo das pás. O instante de tempo de início da perturbação é o mencionado anteriormente ( $t_2 = 1,50s$ ) e a saída 01, representa os desvios na velocidade angular “ $\Omega$ ” da turbina, em rpm.

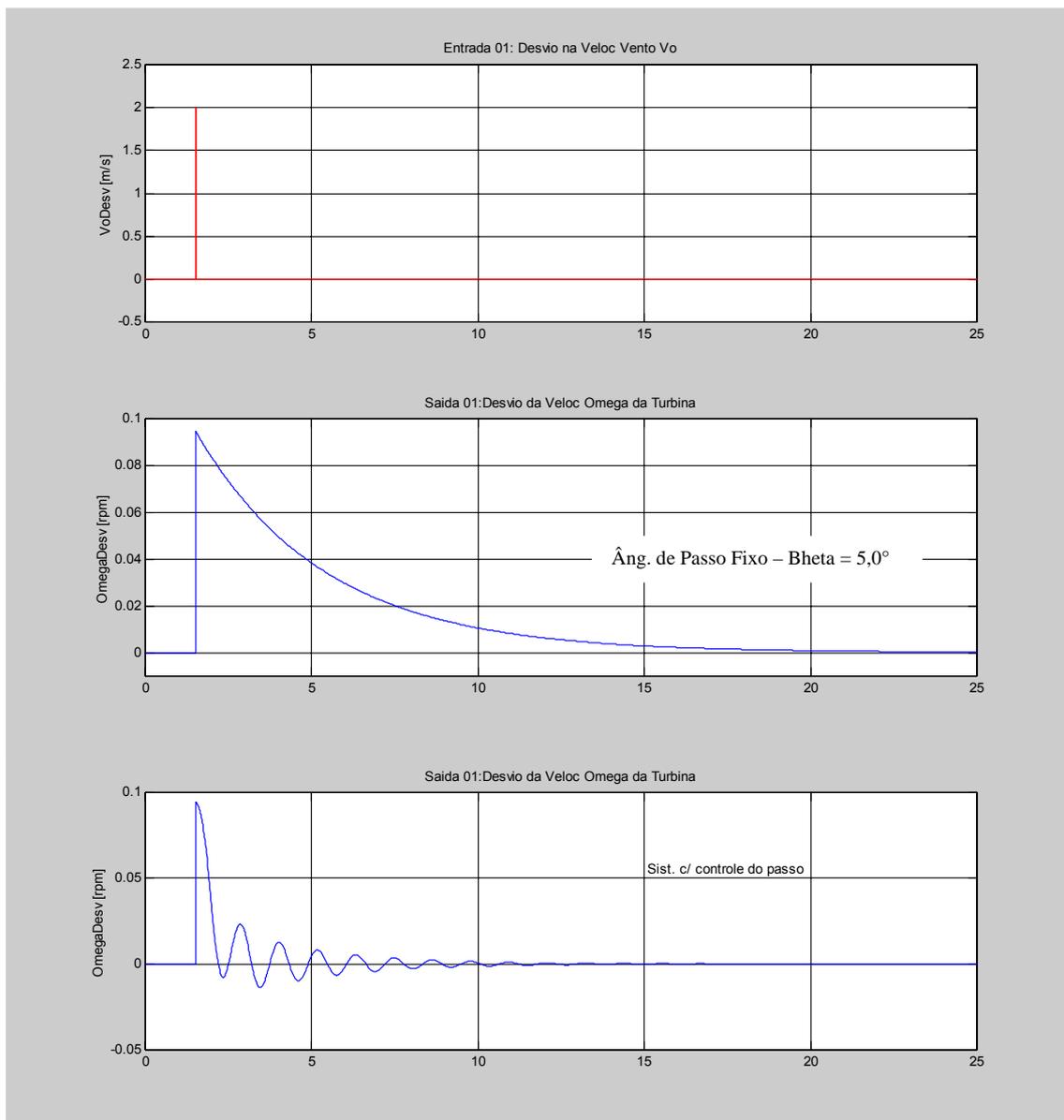


Fig. 4.11 – Simulação para VoDesv (Impulso) = 2,0m/s e desvio nulo da carga

**B) 2ª Simulação: VoDesv (Degrau) = 2,0m/s e desvio nulo do torque na carga**

Nesta simulação, o sinal de entrada “ $V_0Desv$ ” é considerado por uma função degrau, com amplitude 2,0m/s, mantendo-se este valor, ao longo da simulação a partir do instante  $t_2 = 1,50s$ . Como no caso anterior, os gráficos apresentam a turbina em duas situações: sem o

**C) 3ª Simulação: desvios do torque da carga (Degrau) = 2,50m/s e desvio nulo em Vo**

Nesta situação proposta, o desempenho da turbina é simulado para uma função de entrada (02) “*CargDesv*” do tipo degrau, com amplitude 2,50m/s, mantendo-se este valor ao longo da simulação a partir do instante  $t_1 = 0,75s$ . Também neste caso, os gráficos representam a turbina nas seguintes condições: sem ( $\beta_{fixo} = 5,0^\circ$ ) e com controle de passo. A saída 01 é a velocidade angular em rpm, como definido anteriormente.

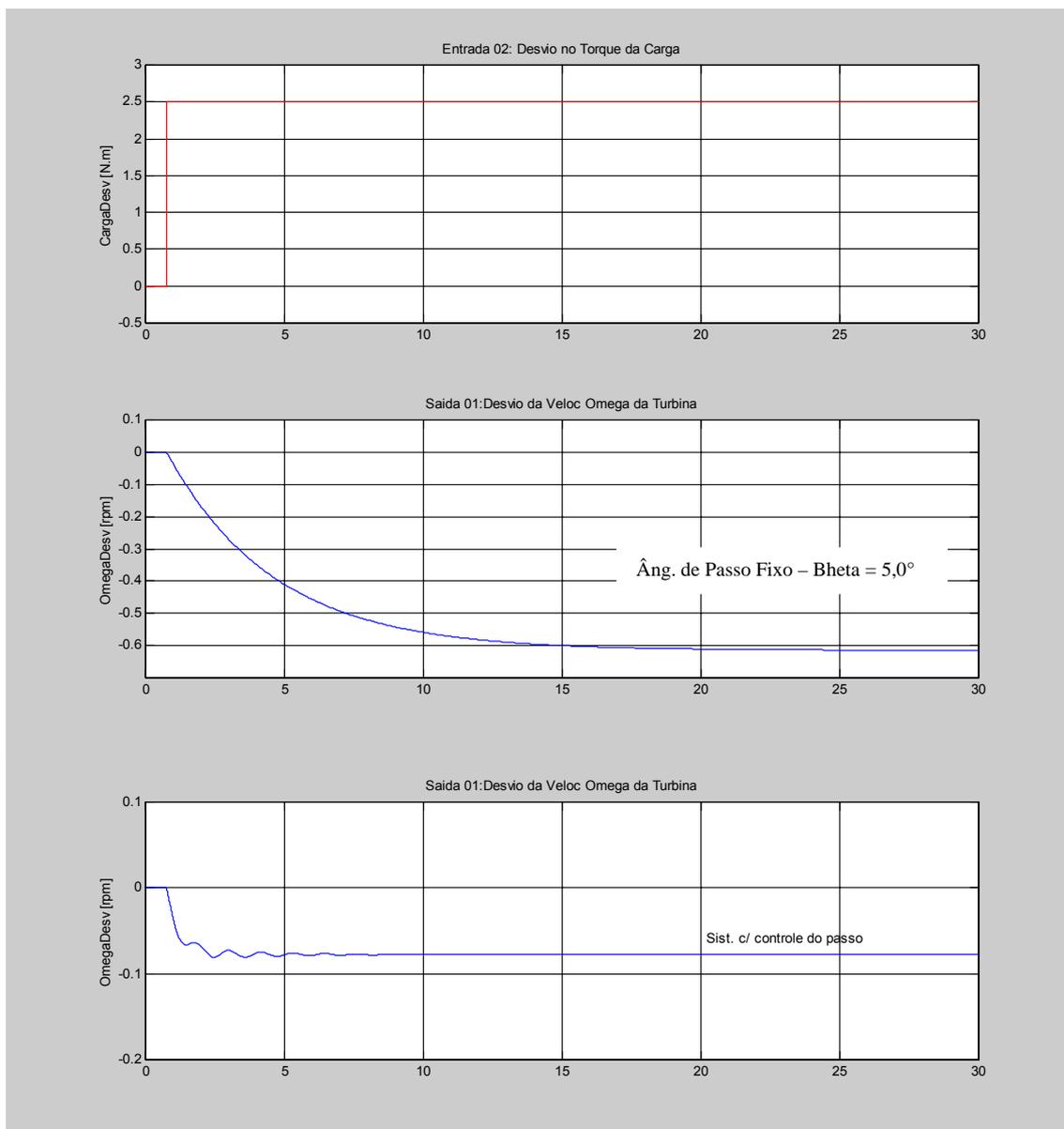


Figura 4.13 – Simulação para desvios na carga = 2,50N.m. e desvio nulo em Vo

**D) 4ª Simulação: VoDesv (Degrau) = 2,0m/s e desvios no torque da carga (Degrau) = 2,50N.m.**

A análise do funcionamento da turbina com a variação simultânea das funções de entrada “CargDesv” e “VoDesvio” é mostrada na figura 4.14. Os valores de entrada do sistema, são mantidos inalterados, respectivamente (degrau) 2,50N.m e (degrau) 2,00m/s, nos instantes  $t_1 = 0,75s$  e  $t_2=1,50s$ . Mantendo-se a mesma linha de análise, os gráficos apresentam a simulação para ângulo de passo fixo ( $\beta_{fixo} = 5,0^\circ$ ) e com controle ativo de passo. A saída 01 é a velocidade angular em rpm.

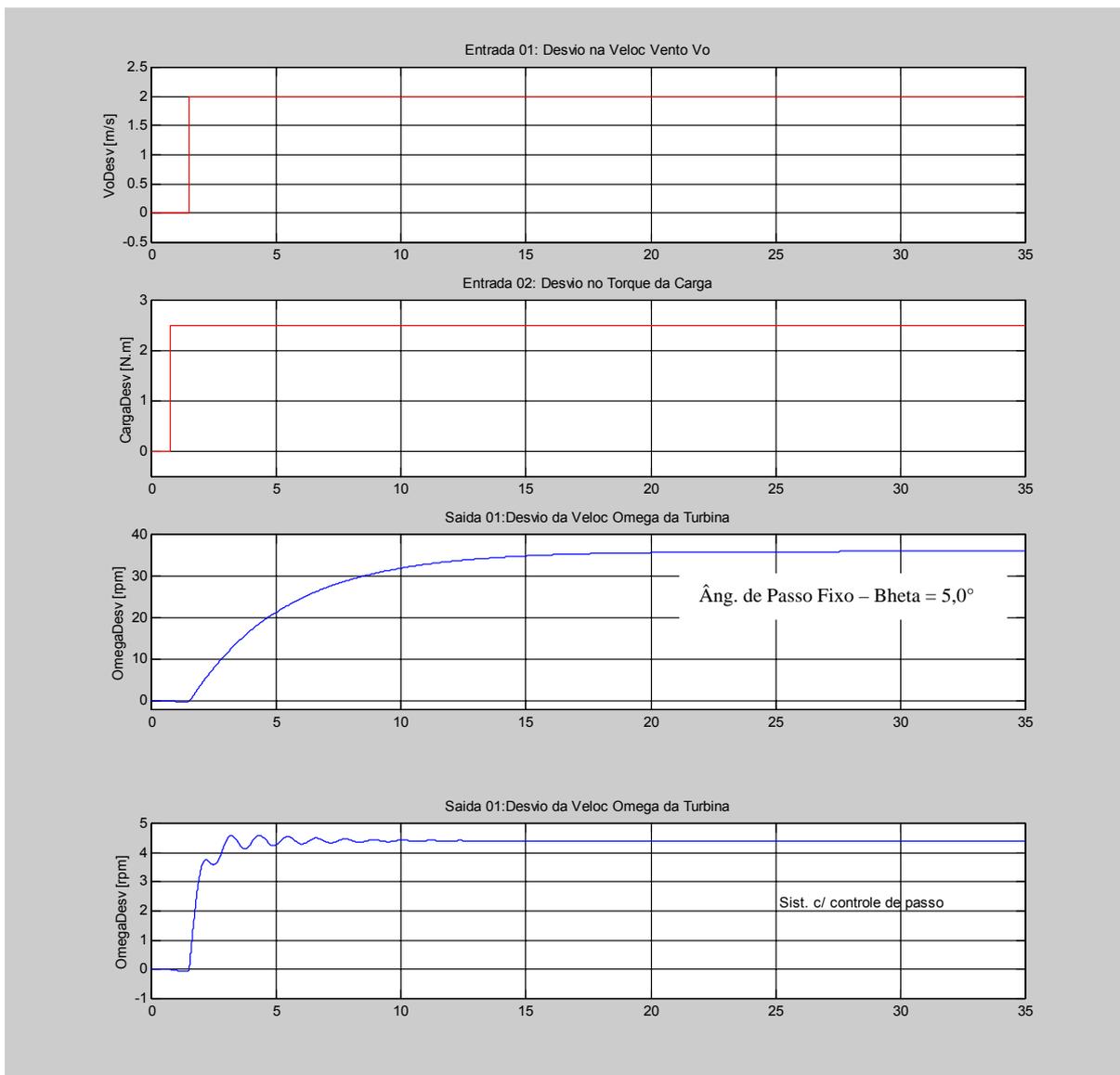


Figura 4.14 – Simulação VoDesv (Degrau) = 2,0m/s e desvios da carga (Degrau) = 2,50N.m

**E) 5ª Simulação: VoDesv (Impulso) = 2,0m/s e desvios no torque da carga (Degrau) = 2,50N.m.**

Ainda verificando o comportamento da turbina com variação simultânea das funções de entrada, a figura 4.15 apresenta os valores “CargDesv” e “VoDesvio”, respectivamente para funções degrau com amplitude 2,50N.m e impulso de amplitude 2,00m/s, nos instantes  $t_1 = 0,75s$  e  $t_2 = 1,50s$ . Para fins de comparação apresentam-se, como nos casos anteriores, a simulação para ângulo de passo fixo ( $\beta_{fixo} = 5,0^\circ$ ) e com controle ativo de passo. A saída 01 é a velocidade angular em rpm.

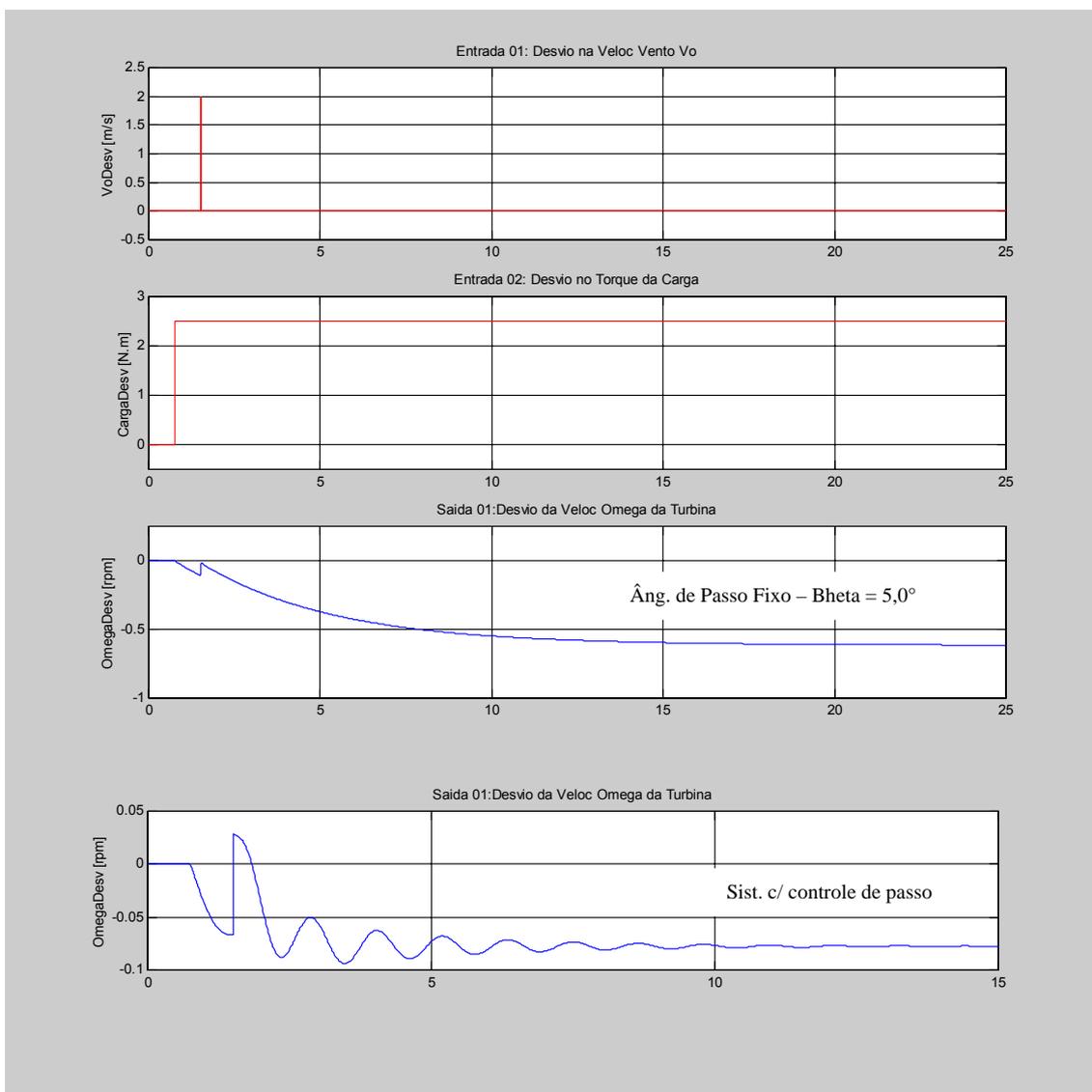


Figura 4.15 – Simulação VoDesv (Impulso) = 2,0m/s e desvios da carga (Degrau) = 2,50N.m

**F) 6ª Simulação: VoDesv (Degrau) = 3,50m/s e desvios no torque da carga (Degrau) = 5,00N.m.**

Nesta simulação, considere as figuras 4.16 e 4.17 a seguir. Nelas, a função de entrada do vento “ $V_0Desv$ ”, não é apenas uma perturbação rápida e instantânea com  $t \rightarrow 0$  mas sim, uma função degrau com amplitude  $V_0 = 3,50\text{m/s}$  para  $t \geq 1,50\text{s}$ . A carga aplicada ao gerador elétrico da turbina, também representada por uma função degrau, é definida para um valor constante de  $5,00\text{ N.m}$  para  $t \geq 0,75\text{s}$ . A figura 4.16 apresenta o sistema com passo das pás fixo e a figura 4.17 apresenta o sistema com controle ativo das pás.

Além da resposta de variação da velocidade da turbina “ $\Omega$ ” ( $OmegaDesv$ ), são apresentados as oscilações do ângulo de ataque ( $AlfaDesv$ ), do ângulo de passo das pás ( $BhetaDesv$ ) em graus. As variações dos torques desenvolvidos pelo vento nas pás e em todo o rotor da turbina, são dados em N.m.

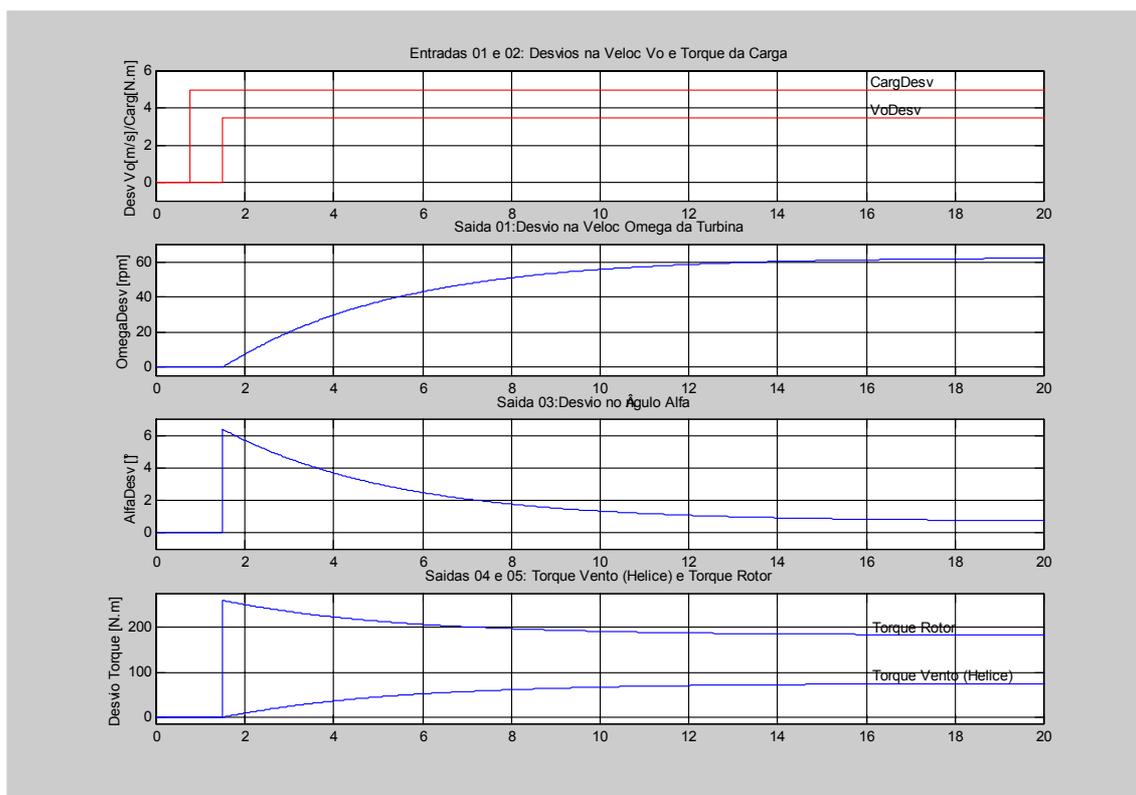


Figura 4.16 – Simulação c/ regulação do passo fixo: VoDesv (Degrau) = 3,50m/s e desvios na carga (Degrau) =5,00N.m

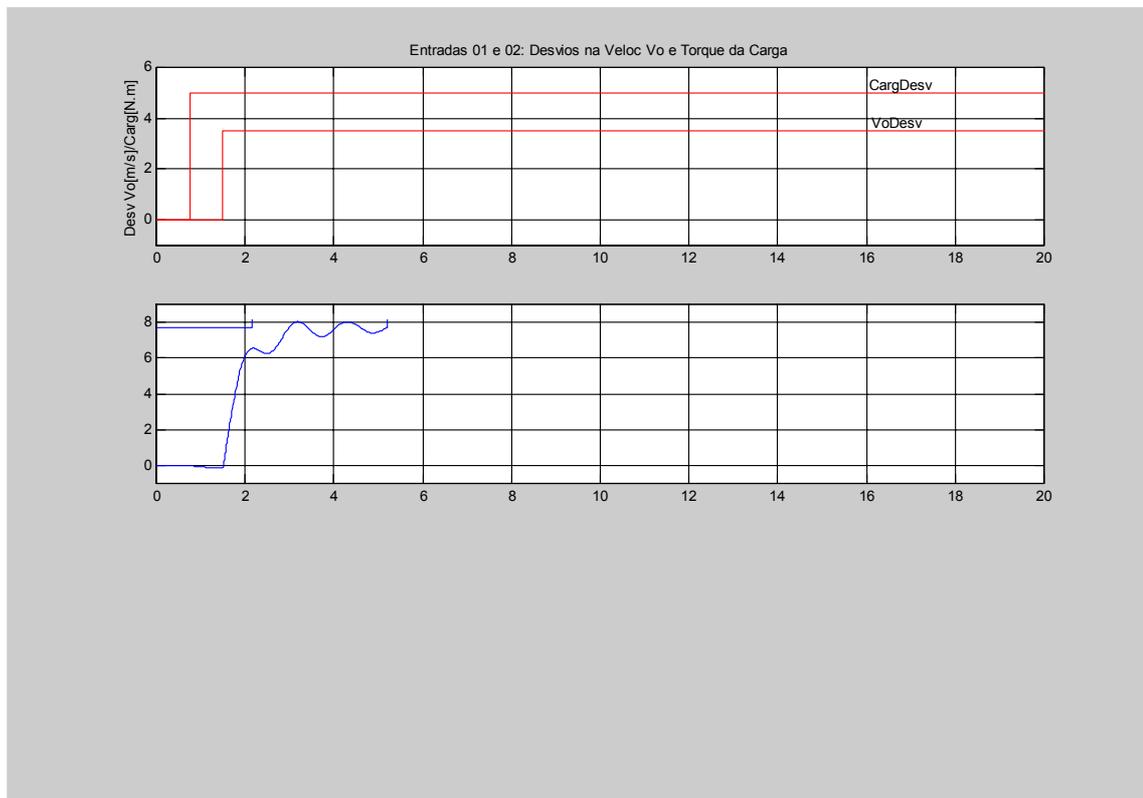


Fig. 4.17 – Simulação c/ controle de passo ativo: VoDesv (Degrau)=3,50m/s e desvios na carga (Degrau)=5,00N.m

**G) Avaliação de “ ” (Coef. de Potencia) para  $V_0$  (Degrau) = 12,0 e 14,0m/s**

Esta simulação foi realizada para compararmos a reação da turbina em relação a absorção de energia para flutuações da velocidade do vento. A mesma apresenta os coeficientes de potência calculado e simulado.

O “CP” calculado, apresentado nos gráficos a seguir, refere-se a definição de coeficiente de potência, dado pela relação entre a potência real absorvida na turbina a uma dada velocidade do vento  $V_0$  e a equação 3.63, que fornece a potência máxima teórica possível de ser extraída pela turbina a esta mesma velocidade, com a máquina operando com  $\Omega_{ref} = 200,00\text{rpm}$ . O valor da potência real absorvida, é obtido a partir do torque e velocidades desenvolvidas no rotor a cada instante na simulação, uma vez que a potência é dada pelo produto do torque e respectiva velocidade angular  $P(t) = \tau_{rot}(t)\Omega(t)$ .

Já o “CP” simulado representa o coeficiente de potência determinado a partir da equação 3.61 em função do fator de indução axial “ $a$ ” da turbina. Este último, (fator de indução axial “ $a$ ”) é determinado conforme mencionado na seção 2.12 do capítulo II, sendo que as expressões ali apresentadas foram inseridas na simulação da dinâmica da turbina. É oportuno reiterarmos que, baseado no que preceitua Burton et al., (2001), a performance de “CP” leva em consideração a taxa “ $\lambda$ ” de velocidade de ponta da pá, quando o coeficiente de potência é determinado a partir do fator de indução axial da turbina.

É importante salientar, que os gráficos do coeficiente de potência apresentados nesta simulação, foram determinados com os valores absolutos da potência absorvida e máxima para a turbina, ao invés dos “desvios” do valor da potência, anteriormente utilizados. Os valores da velocidade do vento são considerados também com valores absolutos.

A presente simulação também revelou-se satisfatória no que diz respeito ao limite de “CP” estabelecido pela “Lei de Betz” (item 2.10.1). Apesar dos gráficos aqui apresentados, fazerem alusão a velocidades do vento próximas à referência para a operação da turbina, várias simulações foram realizadas para uma ampla faixa de velocidades, tanto acima como abaixo da velocidade  $V_0 = 10,00\text{m/s}$  e, em nenhum caso, foi observado valores do coeficiente de potência acima do limite máximo definido por Albert Betz em 1919 ( $C_p \leq 0,5926$ ).

Os gráficos apresentados a seguir, consideram a turbina somente com o controle do passo ativo, com a mesma operando com sistema de regulação do passo para velocidade fixa.

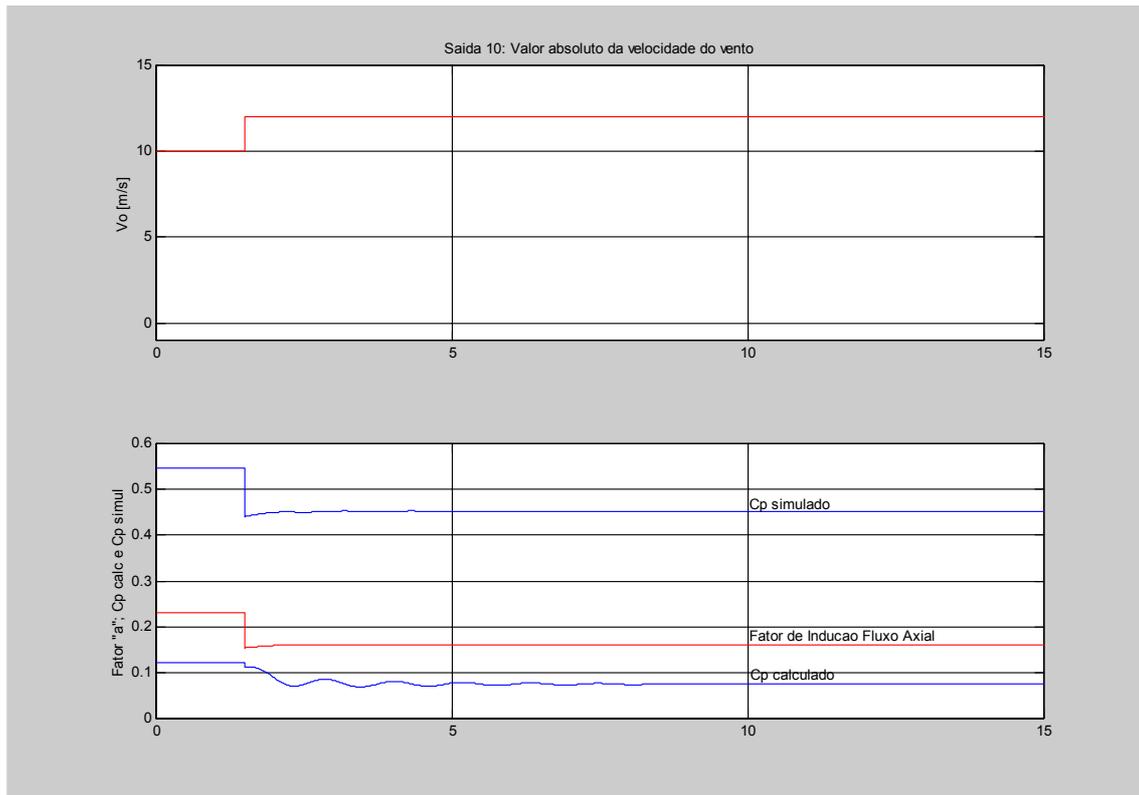


Fig. 4.18 – Simulação p/ avaliação do coeficiente de potência para  $V_0$  (Degrau) = 12,00m/s

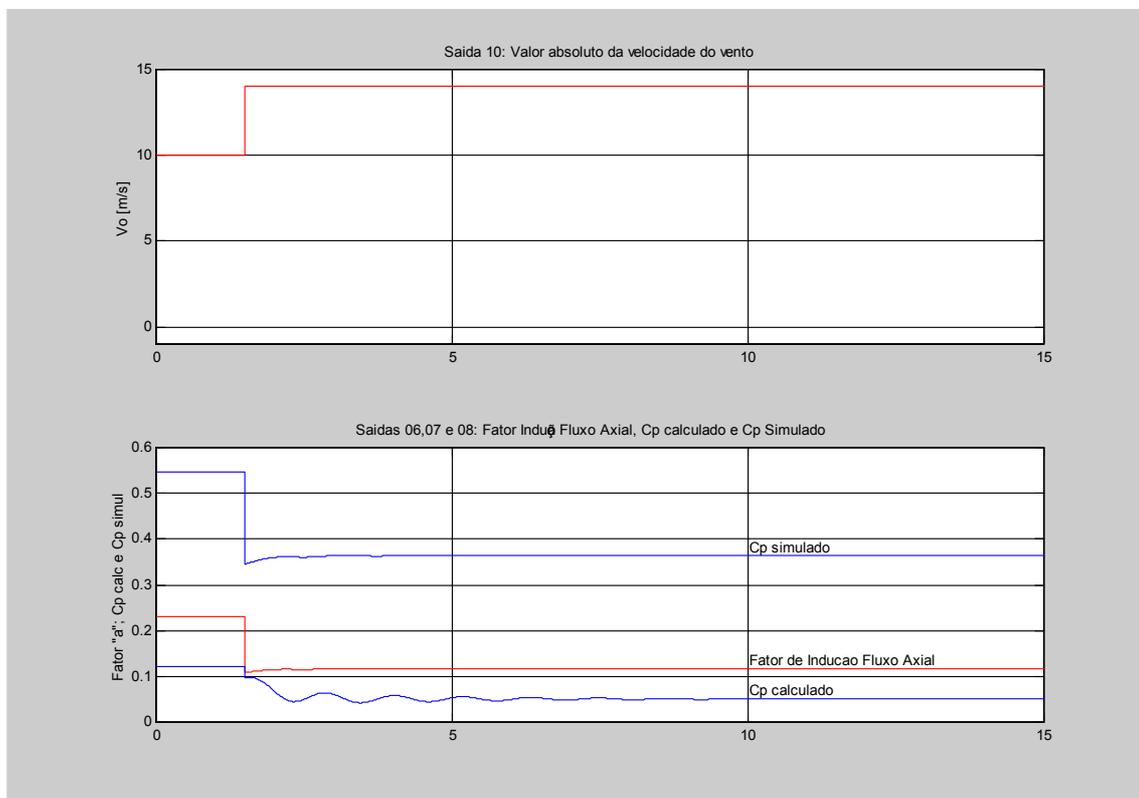


Fig. 4.19 – Simulação p/ avaliação do coeficiente de potência para  $V_0$  (Degrau) = 14,00m/s

---

---

Este capítulo apresenta, inicialmente, as conclusões para a modelagem do sistema dinâmico de controle . Para tanto, baseia-se na análise das simulações desenvolvidas e apresentadas no capítulo anterior. Serão expostos os comentários acerca dos resultados alcançados em cada caso, baseados numa discussão objetiva e clara para o entendimento destes. Por fim, será discutido o alcance geral do trabalho e as recomendações para desenvolvimentos acadêmicos futuros, no sentido de expandir a proposta aqui apresentada.

## 5.1 – CONCLUSÃO:

A análise final das simulações deste trabalho identificou uma grande eficiência do sistema de controle da regulação do passo da turbina, considerando-a para a operação com velocidade fixa, o que de certa forma, afirma que a modelagem do sistema apresenta-se adequada, principalmente para valores próximos ao seu ponto de operação.

Isto pode ser verificado claramente já nas simulações iniciais, apresentadas na seção 4.3.3. Na primeira simulação, apesar o sinal de entrada ser um impulso ( $t \rightarrow 0$ ) de desvio da velocidade do vento, notamos que este “pico” positivo de perturbação no vento, é suficiente para provocar um retorno lento para o valor de operação desejável da velocidade angular da turbina com passo fixo, se comparado com a turbina operando com o sistema ativo de regulação do passo.

Para a Figura 4.12, com entrada  $V_0Desv$  do vento representado por uma função degrau de amplitude 2,00m/s, este fato fica mais evidente. A estabilização da velocidade angular da turbina (saída 01), com sistema de controle ativo ocorre com velocidade aproximadamente 8,22 vezes menor que se o sistema operasse com ângulo de passo fixo.

O tempo de estabilização do sistema, também é extremamente otimizado. Para o caso da figura 4.12, a estabilização do sistema, operando com controle de passo, ocorre aproximadamente 10,00s antes da simulação do sistema sem o referido controle. Este fato torna-se de extrema relevância se considerarmos que, 10,00s para a presente

condição de simulação, representa uma redução de 50,00% no tempo de estabilização do sistema.

Na simulação da Figura 4.13, onde considera-se o sistema com uma entrada de torque negativo sobre o gerador elétrico da turbina, o controle de passo reage de forma muito positiva. Observamos que para um “desvio” do torque nominal da carga de 2,50N.m, o sistema de controle tende a ajustar a velocidade da turbina para um valor próximo da velocidade de operação da mesma. O ajuste sobre o desvio da velocidade  $\Omega$  da turbina, com o sistema de controle do passo ativo, reduz aproximadamente, 87,0% do que a velocidade da turbina diminuiria se a mesma não tivesse sistema de controle. O tempo de estabilização da rotação do aerogerador com velocidade controlada, para variações de carga, são também extremamente reduzidos, melhorando o desempenho da turbina.

Uma vez que o controle do passo das pás da hélice controla a velocidade da turbina, ele também deve atuar, sempre que a potência mecânica nominal fornecida ao gerador elétrico for ultrapassada (CRESCESB, 2004). Isto é constatado comparando-se os gráficos das figuras 4.16 e 4.17. Como a potência de um sistema representa a taxa temporal de variação do torque deste sistema, vemos que a potência instantânea absorvida do vento no instante  $t_2 = 1,50s$ , quando a velocidade do vento passa de 10,00m/s para 13,50m/s, apresenta um “pico” elevado, pois o torque neste instante passa de 5.00N.m, para aproximadamente 264,00N.m (aumenta abruptamente 53 vezes).

Este fato provocaria um aumento excessivo da potência fornecida ao gerador elétrico acoplado ao eixo do rotor da turbina. Porém, uma rápida e eficiente atuação do sistema controlador verifica-se logo após a este aumento instantâneo, limitando esta elevação e fazendo com que o valor nominal da potência do gerador não seja excedido. Isto é evidenciado pelo quarto gráfico da figura 4.17, onde em aproximadamente 20,00s o torque desenvolvido na turbina é reduzido de seu valor de “pico” (264,00N.m) para níveis de torque suportáveis no gerador (26,50N.m).

Considerando-se ainda, o importante fato de termos que controlar o “nível” da potência entregue ao gerador, ressaltamos a simulação do quarto gráfico da figura 4.16, que simula a situação para a condição de passo fixo das hélices. Ali, tanto o torque desenvolvido nas 03 pás do rotor como o torque do vento (equivalente ao momento de passo) no aerofólio das hélices estabiliza-se em valores muito superiores ao sistema com controle ativo. Os torque de valores excessivos desenvolvidos no rotor, resultam em um

aumento indesejável da velocidade angular final da turbina, como pode ser observado a seguir:

- Velocidade angular no ponto de operação  $\Omega_{ref} = 200,00\text{rpm}$ ;
- Velocidade final da turbina com controle de passo ativo  $\Omega_{c/cont} \cong 207,80\text{ rpm}$ ;
- Velocidade final da turbina sem controle de passo ativo  $\Omega_{s/cont} = 262,50\text{ rpm}$ ;

A avaliação do coeficiente de potência da turbina foi realizado com o objetivo de observarmos como a absorção de potência da turbina esta sendo processada na simulação dinâmica da máquina. Em função do fato algumas considerações importantes foram verificadas acerca destas observações. A primeira é que, com o aumento do valor absoluto da velocidade do vento, há uma diminuição lenta, porém gradual do coeficiente de potência da turbina, indicando que a potência disponível na corrente livre do vento não é absorvida pela turbina na mesma taxa de crescimento em que aquela ocorre. A segunda é que o coeficiente de potência da turbina é máximo no ponto de operação nominal da turbina, diminuindo para ventos com velocidades diferentes da velocidade de referência ( $V_0 = 10,00\text{m/s}$ ). Finalmente, realizando-se várias simulações para diferentes velocidades do vento, numa larga faixa, tanto acima como abaixo do valor de referência nominal, observou-se que nenhum valor do coeficiente “ $C_p$ ” atingiu o valor estabelecido pelo *limite de Betz* ( $C_{p_{observ}} \leq 0,593$ ), o que era de certa forma esperado e desejável.

Apesar da utilização de processos de aproximações lineares nas equações do ângulo de ataque e no desenvolvimento dos torques ( $\tau_v$  e  $\tau_{rot}$ ), a metodologia empregada na modelagem de todo o sistema revelou-se plenamente satisfatória. Este fato foi confirmado, quando da determinação do valor da constante “ $K_{cont} = 60,10$ ” empregada na função de transferência do sistema controlador. Este valor do termo independente do polinômio do denominador de  $G_{cont}(s)$  (item 4.2.1), resultou para a constante de mola do controlador  $K \cong 24,00\text{N/mm}$ , considerando-se o comprimento da biela do controlador  $a = 50,00\text{mm}$ .

Determinado-se experimentalmente em laboratório, a constante “

verificação proporcionou uma condição favorável para a validação da modelagem apresentada neste trabalho.

## 5.2 – RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS:

Devido a complexidade e a infinidade de fatores envolvidos nas questões que empregam sistemas com energia eólica, é óbvio que a abordagem deste trabalho não conclui, nem poderia abordar totalmente, a grandeza do assunto.

Devido ao caráter exploratório da pesquisa realizada, e objetivando-se vislumbrar como pertinente a continuação da investigação iniciada nesta dissertação, sugerimos alguns tópicos que podem ser explorados, para aprimorar-se esta área do conhecimento, a partir do que aqui tentamos dar início.

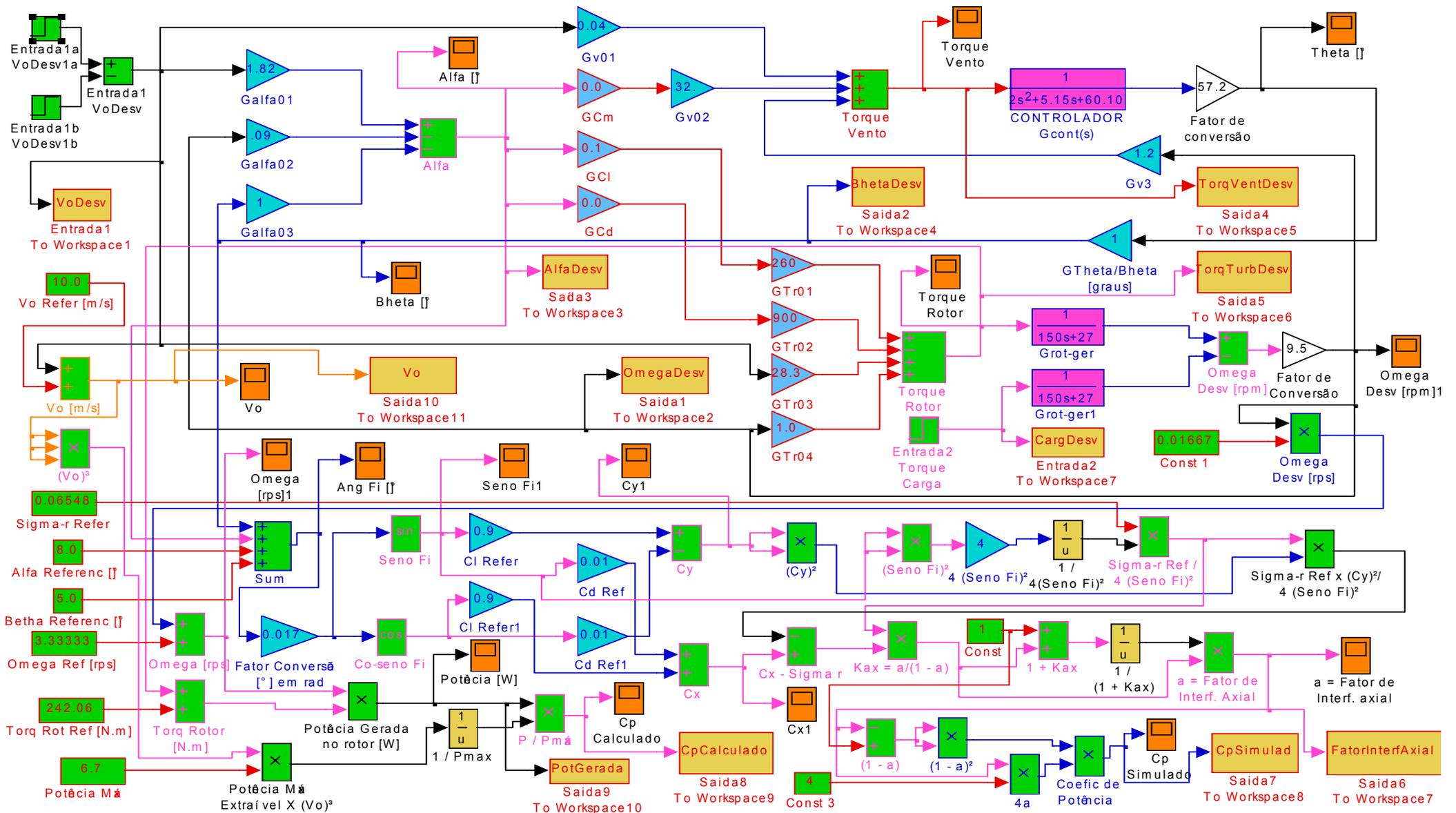
Assim, sugere-se para posteriores estudos:

- como todo processo de linearização é uma simplificação de uma situação geral, seria interessante e recomendável, inserir no diagrama de blocos da turbina, não as equações linearizadas mas sim, seu equacionamento de forma integral. Desta forma poderia ser comparado até que ponto o processo de linearização limita o emprego do modelo, para análises de situações que afastam-se das condições de operação ideal do sistema;
- os sinais de excitação do sistema através da Entrada01 representam a incidência do vento na turbina. Eles foram simulados através de funções teóricas do tipo impulso e/ou degrau. De posse de dados reais do vento, seria relevante realizar-se a modelagem do regime do vento, especialmente em nossa região, para termos a simulação da dinâmica baseada em dados reais;
- na abordagem da aerodinâmica da pá, lançamos mão novamente de processos de linearização das curvas dos coeficientes da seção do aerofólio empregado (NACA 63-215). Admitimos a conformação das pás de forma linear deste a raiz até o topo, o que nos permitiu atribuir o ângulo de ataque constante. Poderia ser aprimorado esta análise aerodinâmica, levando-se em consideração a curvatura

tipos de controladores industriais que empregam ações do tipo: controladores de duas posições ou on-off , controladores proporcionais, controladores integrais, controladores PID (proporcional-integrativo-derivativo), etc...



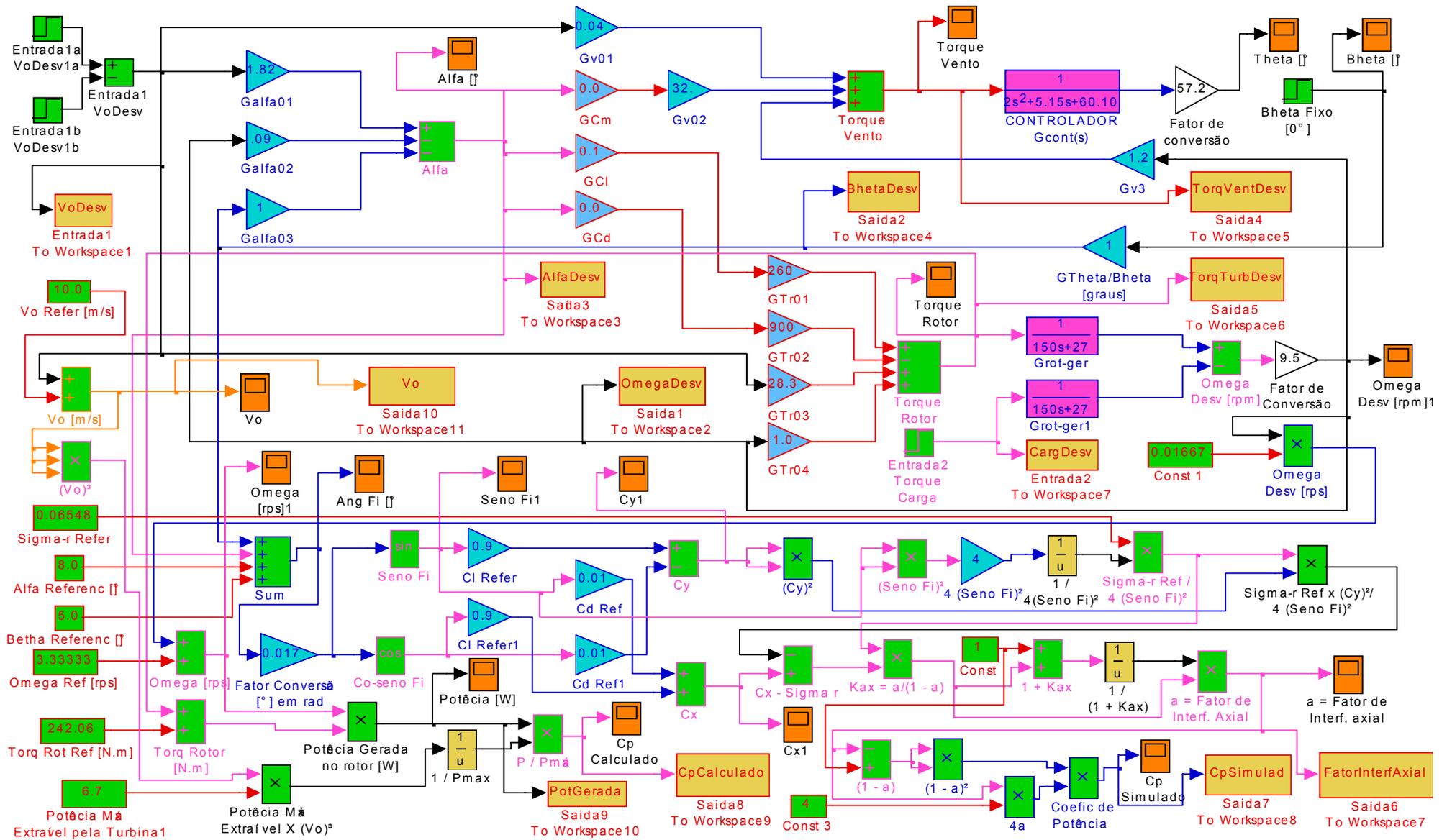
**ANEXO A – Diagrama de Blocos do controle da regulação do passo em turbinas com velocidade fixa:**  
**Controle ativo do passo** Matlab/Simulink®



**ANEXO B - Diagrama de Blocos do controle da regulação do passo em turbinas com velocidade fixa:**

**Passo fixo – Angulo Beta Desvio nulo -  $\delta\beta = 0^\circ$**

Matlab/Simulink®



---

ADEGAS, Fabiano Daher, “Análise, Simulação e Implementação de um Conversor de Baixa Potência com MPPT e PFC para Aerogeradores em Sistemas Isolados”, Dissertação de Mestrado, PUC-RS, Porto Alegre, Fevereiro 2006.

AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA - ANEEL, “Atlas de Energia Elétrica do Brasil”, 2ª ed., capítulo 6, Brasília, Brasil, 2005 - disponível em [www.aneel.gov.br/aplicacoes/atlas/pdf](http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/atlas/pdf); consultado em março/2006;

BOYCE, William; DI PRIMA, Richard C., “Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valor de Contorno”, 5ª ed., Rio de Janeiro, Brasil, 1994.

BURTON, T., SHARPE, D., JENKINS, N., BOSSNYI, E., “Wind Energy HandBook”, John Wiley & Sons Ltd, 4ª ed., Inglaterra, Ago/2005.

CENTRO DE REFERÊNCIA PARA ENERGIA SOLAR E EÓLICA SÉRGIO DE SALVO BRITO – CRESESB – “Energia Eólica Princípios e Aplicações”, 2004 - disponível em [www.cresesb.cepel.br](http://www.cresesb.cepel.br); consultado em janeiro/2006; março/2006; dezembro/2006;

DUBELL, “Manual do Engenheiro Mecânico”, 3º Volume, 1ª ed., São Paulo, Brasil, 1979.

EGGLESTON, David M., STODDARD, Forrest S., “Wind Turbine Engineering Design”, 1ª ed., Ontário, Canadá, 1987.

FARBER, Larson, “Estatística Aplicada”, 2ª ed., São Paulo, Brasil, 2004.

FOX, Robert W., MCDONALD, Alan T., PRITCHARD, Philip J., “Introdução à Mecânica dos Fluidos”, 4ª ed., 2002

---

FRANKLIN, Gene F., POWELL, J. David, “Feedback Control of Dynamic Systems”, 3ª ed., Wesley Publishing Company, Inc., USA, 1994.

GREENPEACE – “Dossiê – Energia Positiva para o Brasil”, 1ª ed., Brasília, Brasil, 2004 – disponível em [www.greenpeace.org.br](http://www.greenpeace.org.br); consultado em agosto/2006; dezembro/2006;

HAND, M. M., JOHNSON, K. E., FINGERSH L. J., WRIGHT, A. D., “Advanced Control Design and Field Testing for Wind Turbines at the National Renewable Energy Laboratory”, Denver, Colorado, USA, 2004; disponível em [www.nrel.gov/docs/fy04osti/36118.pdf](http://www.nrel.gov/docs/fy04osti/36118.pdf); consultado em dezembro/2006 e janeiro/2007;

HEBMULLER, Paulo, “Jornal da USP” - Univ. de São Paulo, São Paulo, Brasil, 2006; disponível em [www.usp.br/jorusp/arquivo/2006/jusp782/pag03.htm](http://www.usp.br/jorusp/arquivo/2006/jusp782/pag03.htm) ; consultado em novembro/2006.

de JESUS, J. M. Ferreira, CASTRO, Rui M. G., “Equipamentos Elétricos dos Geradores Elétricos”, 1ª ed, Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal, 2004; disponível em [energia.ist.utl.pt/ruicastro/download/Equipamento\\_ed0.pdf](http://energia.ist.utl.pt/ruicastro/download/Equipamento_ed0.pdf); consultado em janeiro/2006;

JOHNSON, Gary L., “Wind Energy Systems” - Eletronic Editions, Manhattan, KS, 2001; disponível em <http://www.eece.ksu.edu/~gjohnson>

JOHNSON, Kathryn E., “Adaptative Torque Control of Variable Speed Wind Turbines”, Golden, Colorado, USA, 2004; disponível em <http://www.nrel.gov/docs/fy04osti/36265df>; consultado em dezembro/2006 e janeiro/2007;

MATSUMOTO, Élia Yathie, “Simulink® 5.0 – Fundamentos”, 1ª ed., São Paulo, Brasil, 2003.

MENDEHALL, William, “Probabilidade e Estatística”, 1ª ed., Rio de Janeiro, Brasil, 1985.

---

MULJADI, E., PIERCE, K., MIGLIORE, P., “Control Estrategy for Variable-speed, Stall-Regulated Wind Turbines”, Philadelphia, USA, 1998; disponível em <http://www.nrel.gov/docs/legosti/fy98/24311.pdf>; consultado em dezembro/2006 e janeiro/2007;

NATIONAL ADVISORY COMITEÉ AERONAUTIC - NACA - “Catálogo de Aerofólios de Turbinas Eólicas” - Riso National Laboratory, Roskilde, Dinamarca; Agosto 2001; disponível em [www.risoe.dk/rispubl/VEA/veapdf/ris-r-1280.pdf](http://www.risoe.dk/rispubl/VEA/veapdf/ris-r-1280.pdf); consultado em junho/2006;

NÚCLEO DE ENERGIAS ALTERNATIVA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO, disponível em [www.nea.ufma.br](http://www.nea.ufma.br); consultado em novembro/2006; dezembro/2006;

NUNES, Marcus Vinícius; BEZERRA, Ubiratan Holanda - XV Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica - “Análise do comportamento do gerador assíncrono auto-excitado acoplado a um turbina eólica na presença de cargas indutivas”, Foz do Igauçu, Paraná, Brasil, out/1999.

OGATA, Katsuhiko, “Engenharia de Controle Moderno”, 4ª ed., São Paulo, Brasil, 2003.

OGATA, Katsuhiko, “Solução de Problemas de Engenharia de Controle com o Matlab”, 1ª ed., Rio de Janeiro, Brasil, 1997.

PHILLIPS, Charles L., HARBOR, Royce D., “Sistemas de Controle e Realimentação”, 1ª ed., São Paulo, Brasil, 1997.

ROSAS, Pedro André Carvalho, ESTANQUEIRO, Ana Isabel - CBEE, “Guia de Projeto Elétrico de Centrais Eólicas na Rede Elétrica”, 1ª ed., Recife, Brasil, 2003 – disponível em [www.eólica.com.br](http://www.eólica.com.br); consultado em janeiro/2006, novembro/2006;

SHORTLEY, George; DUDLEY, Williams, “Elements of Physics”, 5ª ed, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1971.

---

da SILVA, Neilton Fidelis, “Fontes de Energia Renováveis Complementares na Expansão do Setor Elétrico Brasileiro – O caso da Energia Eólica”, Tese de Doutorado, UFRJ, Rio de Janeiro, Abril de 2006.

SILVA, S. R., PINHEIRO, E. L. R., CARDOSO, E. N., SILVA, K. F., SANTANA E. C., CHECCUCCI G. S., “Análise da Integração de Usinas Eólicas na Rede Elétrica” In: CONGRESSO DE INOVAÇÃO TECNOLÓGICA EM ENERGIA ELÉTRICA, 03, 2003, Anais do III CITENEL, p. 209-214

STIESDAL, Henrik, “The Wind Turbines – Components and operation”, Fabriksvej, Dinamarca, 1999; disponível em <http://www.windmission.dk/workshop/bonusturbine.pdf>; consultado em dezembro/2006;

[www.nrel.gov/wind](http://www.nrel.gov/wind); (NREL) National Renewable Energy Laboratory; consultado em agosto/2006; janeiro/2007;

[www.windpower.org](http://www.windpower.org); consultado em setembro/2005; agosto/2006; novembro/2006;

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)