

Universidade Federal de Itajubá

**Um método de fluxo de carga não-iterativo
como ferramenta para estudos
de Colapso de Tensão**



Carlos Bernardes Rosa Junior

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

Um método de fluxo de carga não-iterativo como ferramenta para estudos de Colapso de Tensão

Tese apresentada à Universidade Federal de
Itajubá como parte dos requisitos necessários
para a obtenção do grau de Doutor em
Ciências em Engenharia Elétrica

Área de Concentração:
Sistemas Elétricos de Potência

Orientadores:
Prof. Dr. Antônio Carlos Zambroni de Souza
Prof. Dr. Benedito Isaias de Lima Lopes

Carlos Bernardes Rosa Junior

UNIFEI – fevereiro/2007

“Só permanece o que muda.”

Paulo Freire

A Aline, Ana Laura e o
novo bebê.

Agradecimentos

Ao amigo e orientador Prof. Antônio Carlos Zambroni de Souza pela confiança, apoio e incondicional amizade. Também pela paciência nos tantos momentos difíceis que atravessei durante este trabalho. Não faltou apoio!

Ao Prof. Otávio Augusto Salgado Carpinteiro, orientador de meu mestrado, incentivador absoluto deste doutorado, amigo e companheiro, pela atenção, aconselhamento e presença em nossas vidas.

Meu também orientador Prof. Isaiás Lima pela atenção e amizade nos momentos mais difíceis.

A minha mãe pelo amor dedicado, paciência e amizade insubstituíveis.

Ao meu pai pela vida e seus ensinamentos.

Anair e Magda, pai e mãe, pela paciência e amizade.

A tia Carlinda, uma segunda mãe.

Aos companheiros e Professores do UNIFOR-MG: Antônio Eustáquio Boas, José Carlos Veloso, José Ivo da Silva, Ronan Vaz de Campos e Walmor de Borba pela amizade e dedicação e minha graduação.

Ao companheiro de luta Rafael Leme pelo apoio no desenvolvimento deste trabalho.

Ao companheiro de trabalho Alexandre Pimenta, do CEFET-BambuÍ, pelo apoio e incentivo ao meu doutorado, propiciando a consolidação deste trabalho.

Ao amigo Gabriel da Silva, por sua amizade e companheirismo.

A todos aqueles que deixam de viver muitos momentos individuais para viverem muitos momentos coletivos, trazendo conhecimento, propiciando e acreditando em dias melhores para todos.

Resumo

Este trabalho apresenta um estudo sobre ferramentas para previsão de colapso de tensão com o uso de um método de solução de fluxo de carga denominado método não-iterativo. Os métodos comumente apresentados na literatura são baseados em métodos iterativos, como o método de Newton-Raphson. O método não-iterativo é uma alternativa nova para o problema do fluxo de carga e, tem-se mostrado numericamente estável, com melhor desempenho computacional em relação aos outros métodos apresentados. O fluxo de carga não-iterativo proposto na literatura apresenta algumas desvantagens, principalmente em relação à ausência de limites de geração de potência reativa, um problema não trivial e ainda uma restrição ao uso do processo não-iterativo. Uma contribuição deste trabalho é justamente a inclusão de limites de geração de potência reativa no processo não-iterativo apresentado.

O fenômeno do colapso de tensão tem sido bem documentado na literatura nas últimas décadas. O fenômeno está associado a um processo de instabilidade de um sistema elétrico de potência e a baixos níveis de reserva de potência reativa. Análise do ponto de máximo carregamento do sistema elétrico permite que ações de controle sejam tomadas, evitando-se assim a ocorrência definitiva do fenômeno.

Várias ferramentas para simulações em sistemas elétricos de potência são encontradas atualmente. Essas ferramentas permitem simular possíveis condições em que o colapso de tensão ocorra. O sistema elétrico de potência é um sistema dinâmico complexo cujas variáveis de estado do sistema podem ser calculadas a partir de um modelo linearizado.

O uso do fluxo de carga não-iterativo permite uma nova abordagem e avaliação das ferramentas hoje existentes, possibilitando uma alternativa para método tradicional de Newton-Raphson.

Este trabalho pretende contribuir com uma nova metodologia de aplicação dessas ferramentas em estudos de estabilidade de tensão. E apresenta resultados relevantes sobre o tempo computacional durante a simulação.

Além disso, é incorporado os limites de potência reativa no cálculo do método não-iterativo.

Demais metodologias para análise de estabilidade de tensão em sistemas elétricos de potência são discutidas e aplicadas, obtendo-se assim, resultados para validação destes métodos no processo não-iterativo.

Abstract

This work presents a study on tools for forecasting voltage collapse through the use of the non-iterative method to solve the load flow equations. The methods usually presented in the literature are based on iterative processes, just like the Newton-Raphson's iterative approach. The non-iterative process is a new alternative to solve load flow problems and has been shown to be numerically stable and to have a better computational performance than others methods. The non-iterative load flow proposed in the literature presents some disadvantages, especially in relation to the absence of the reactive power generation limits, restricting its use for real systems. A contribution of this work is the inclusion of the reactive power generation limits.

The voltage collapse phenomenon has been addressed in several studies in recent decades. The phenomenon is associated with the instability process of an electric power system and is related to low levels of reactive power reserves. Analysis of maximum point of electric power system loading has permitted some control actions, avoiding a complete voltage collapse.

Several tools for simulations in power systems are found nowadays. These tools have permitted simulation of possible conditions of system operation in which that phenomenon occurred. Power system is a complex dynamic system whose state variables may be calculated from a linearized model of power system.

The non-iterative load flow is a new approach for load flow calculation and may be used to assess the existing tools of analysis, rendering it as an alternative for the Newton-Raphson's process.

This work intends to contribute with a new application methodology in studies of voltage stability. It presents important results regarding the computational time along the simulations.

Moreover, it presents the inclusion of power reactive limits into the calculus of non-iterative methods.

Others methodologies of voltage stability analysis in electric power systems are addressed and employed, obtaining thus, results for validation of these methods in the non-iterative process.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 FLUXO DE CARGA E COLAPSO DE TENSÃO EM SISTEMAS DE POTÊNCIA.....	17
1.1 Fluxo de Carga.....	17
1.1.1 Considerações iniciais	20
1.1.2 Formulação Matemática do Problema do Fluxo de Carga	20
1.1.3 Métodos de Solução do Fluxo de Carga.....	25
1.1.4 O Método de Newton ou Método das Tangentes	26
1.1.5 Propostas Alternativas para o Cálculo de Fluxo de Carga	27
1.2 Colapso de Tensão	29
1.2.1 Estabilidade de tensão	30
1.2.2 Instabilidade de Tensão	31
1.2.3 Colapso de Tensão.....	33
1.2.4 Análise Estática	39
1.2.5 Matrizes de Sensibilidade.....	39
1.2.6 Teoria da Bifurcação	39
1.2.7 Método da Continuação.....	40
1.2.8 Método Direto	40
1.2.9 Otimização.....	41
1.2.10 Valores Singulares e Autovalores.....	41
1.2.11 Determinante Reduzido	42
1.2.12 Função de Energia.....	42
1.2.13 Partição de redes	43
1.2.14 Método do Vetor Tangente	43
CAPÍTULO 2 FLUXO DE CARGA RETANGULAR NÃO-ITERATIVO	45
2.1 Fluxo de Carga Polar	45
2.2 Fluxo de Carga Retangular	46

2.3	Série de Taylor e Soluções do Fluxo de Carga.....	52
2.4	Solução Polar iterativa	54
2.5	Solução Retangular Iterativa.....	60
2.6	Solução Retangular Não-Iterativa	65
CAPÍTULO 3 FLUXO DE CARGA NÃO-ITERATIVO NA ANÁLISE DO COLAPSO DE TENSÃO		71
3.1.	Implementação do Fluxo de Carga NI.....	71
3.1.1.	A Matriz Jacobiana do Processo Não-Iterativo	72
3.2.	Fluxo de Carga Retangular NI.....	78
3.3.	Resultados para o Processo Retangular Não-Iterativo	79
3.4.	Limites de Geração de Potência Reativa	80
3.5.	Resultados com os Limites de Potência Reativa Incorporados	81
3.6.	Métodos para Determinação do Ponto de Colapso de Tensão	81
3.6.1.	Método da Continuação	81
3.6.2.	Previsor pelo vetor tangente.....	83
3.6.3.	Passo Corretor	85
3.7.	Método Direto	86
3.7.1.	Ponto de Máximo Carregamento (PMC)	86
3.7.2.	Método Direto por Newton-Raphson.....	88
3.7.3.	Método Direto e Processo Não-Iterativo	90
3.8.	Método da Extrapolação Quadrática	93
3.9.	Método de Busca Binária.....	95
3.10.	Dispositivos de Controles Usados na Matriz Jacobiana	96
3.10.1.	Controle de Sobrecarga.....	97
3.10.2.	Corte de Carga	98

CAPÍTULO 4 RESULTADOS.....	100
4.1. Fluxo de Carga NI	100
4.2. Fenômeno do Colapso de Tensão	101
4.3. Método da Continuação	102
4.4. Método Direto	104
4.5. Método da Extrapolação Quadrática	105
4.6. Método da Busca Binária.....	107
4.7. Ferramentas de Controle de Tensão na Matriz Jacobiana.....	108
CAPÍTULO 5 CONCLUSÕES	111
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	115
APÊNDICE A	122
FORMULAÇÕES DO FLUXO DE POTÊNCIA	122
A1.1 Fluxo de Potência Convencional.....	122
A1.1.1 Coordenadas Polares.....	122
A1.1.2 Coordenadas Retangulares.....	124
APÊNDICE B	128
DERIVADAS DE SEGUNDA ORDEM NA FORMULAÇÃO POLAR.....	128
APÊNDICE C	130
DERIVADAS DE SEGUNDA ORDEM NA FORMULAÇÃO RETANGULAR.....	130

APÊNDICE D	133
TERMOS DA SÉRIE DE TAYLOR PARA CÁLCULO DO FLUXO DE CARGA ...	133
APÊNDICE E	135
A NON-ITERATIVE LOAD-FLOW METHOD AS A TOOL FOR VOLTAGE STABILITY STUDIES.....	135

Índice de Figuras

Figura 1-1- Representação de um Sistema de Potência.....	21
Figura 1-2- Método de Newton	27
Figura 2-1- Caso exemplo	55
Figura 3-1- Topologia de rede – 3 Barras.....	73
Figura 3-2- Fluxograma do Algoritmo NI.....	79
Figura 3-3- Diagrama de bifurcação.....	83
Figura 3-4- Algoritmo para método direto	90
Figura 3-5- Algoritmo não-iterativo do método direto.....	92
Figura 3-6- Algoritmo do método de Extrapolação Quadrática.....	94
Figura 4-1- Curva PV: Método da Continuação NI (Sistema IEEE 30 Barras).....	103

Índice de Tabelas

Tabela 1-1- Eventos onde ocorreram colapsos de tensão	33
Tabela 2-1- Matriz H_1 para cálculo de P_1	50
Tabela 2-2- Representação matricial dada pela equação (2-11)	50
Tabela 2-3- Representação didática da montagem da matriz H	51
Tabela 2-4- Representações do fluxo de carga compactado	52
Tabela 2-5- Dados das barras do caso exemplo	55
Tabela 2-6- Dados da linha de transmissão do caso exemplo	55
Tabela 2-7- Matriz Y Barra do caso exemplo	56
Tabela 2-8- Resultados obtidos para o caso exemplo	56
Tabela 2-9- Matriz Jacobiana do caso exemplo	57
Tabela 2-10- Matriz Jacobiana	58
Tabela 2-11- Matriz Jacobiana para o caso exemplo	61
Tabela 2-12- Elementos da matriz Jacobiana retangular	61
Tabela 2-13- Representação de $H(1)$ para barra Swing	65
Tabela 2-14- Representação de $H(2)$ para barra Swing	65
Tabela 2-15- Representação de $H(3)$ para barra PQ	66
Tabela 2-16- Representação de $H(4)$ para barra PQ	66
Tabela 2-17- Matriz Jacobiana	67
Tabela 2-18- Matriz Jacobiana inversa	67
Tabela 2-19- Matriz JZ_1	68
Tabela 2-20- Matriz JZ_2	69
Tabela 3-1- Matriz Jacobiana do fluxo de carga não-iterativo	73
Tabela 3-2- Derivadas parciais das equações da matriz Jacobiana	74
Tabela 3-3- Elementos da matriz Jacobiana	76
Tabela 3-4- Elementos da matriz Jacobiana JZ_1	77
Tabela 3-5- Elementos da matriz Jacobiana JZ_2	77
Tabela 3-6- Tamanho do Passo	84
Tabela 4-1- Tempos Computacionais para os métodos NR e NI (p.u.)	101
Tabela 4-2- Resultados do Método Continuado	102
Tabela 4-3- Resultados do Método Direto	104
Tabela 4-4- Resultados do Método da Extrapolação Quadrática	106
Tabela 4-5- Tempo computacional: Métodos Continuado NI e Extrapolado NI	106

Tabela 4-6- Tempos computacionais e margens de carga: métodos de busca binária e continuado	107
Tabela 4-7- Tempos computacionais e margens de carga: métodos de busca binária e extrapolado	108
Tabela 4-8- Controle de sobrecarga.....	109
Tabela 4-9- Resultados: corte de carga.....	109

Capítulo 1

Fluxo de Carga e Colapso de Tensão em Sistemas de Potência

Este capítulo tem como objetivo apresentar a metodologia a ser abordada neste documento. Desta forma, serão apresentados os tópicos de uma maneira geral, permitindo justificar a abordagem escolhida. Com o objetivo de explicitar as contribuições deste trabalho, uma revisão bibliográfica é apresentada, permitindo contextualizar a técnica aqui proposta a partir das metodologias disponíveis na literatura. A idéia é trabalhar em um método não-iterativo de solução para sistemas dinâmicos não lineares. Este método é aplicado na obtenção de solução para o fluxo de carga, como inicialmente proposto na literatura. No entanto, outras características importantes são inseridas, e a justificativa para a metodologia usada é bastante explorada. Em um segundo momento, esta metodologia é aplicada na análise do fenômeno de colapso de tensão. Além disso, explorou-se um novo modelo de implementação, utilizando-se da proposta de solução do fluxo de carga não-iterativo [XU,98], na obtenção do ponto de máximo carregamento.

1.1 Fluxo de Carga

O cálculo do fluxo de carga em sistemas elétricos de potência consiste basicamente na determinação do estado de operação do sistema para uma dada topologia e uma condição operativa do sistemas. A partir disso, determina-se um novo estado operativo para o sistema elétrico, obtendo-se:

- Os módulos e ângulos das tensões nas barras dos sistema;

- Os fluxos de potência ativa e reativa nas linhas de transmissão ao sistema interligado;
- As potências ativas e reativas, geradas e consumidas, bem como as perdas nos diversos elementos que compõem o sistema elétrico de potência.

O estudo do fluxo de carga é uma das análises mais comuns em sistemas elétricos de potência. Esse estudo pode constituir-se, ou não, em um aprofundamento de análise que utilize fluxo de carga como uma ferramenta adicional. Como ferramenta para estudos mais complexos, o fluxo de carga pode ser empregado como parte em análise de estabilidade de sistemas, em otimização e em confiabilidade. Como aplicações para simulações de fluxo de carga, podem-se citar:

- Planejamento do sistema elétrico, visando a conhecer detalhes para expansão futura;
- Avaliação das condições operativas do sistema;
- Estudos de avaliação e determinação de medidas corretivas para operação do sistema em condições de emergência;
- Determinação dos limites de transmissão de potência do sistema elétrico;

Até 1930 os cálculos do fluxo de carga eram feitos à mão, para isso, muitas simplificações eram feitas. Portanto, para grandes sistemas de potência era virtualmente impossível, devido ao grande número de cálculos exigidos. Entre 1930 e 1956 foram usados analisadores de rede para resolver problemas de fluxo de carga; tais analisadores eram modelos miniaturizados da rede elétrica em estudo. Porém, o problema básico da imprecisão e a demora nos cálculos ainda persistia; e somente com a utilização de computadores digitais os problemas apresentados foram resolvidos. Os programas, que apenas automatizavam os cálculos dos

métodos manuais, não exploravam adequadamente a capacidade e os recursos dos computadores.

Em 1956, Ward e Harle apresentaram um primeiro programa para computador bem sucedido. Esse programa utilizava a formulação nodal do problema e resolvia as equações não-lineares, que descreviam a rede elétrica, com o uso de um método iterativo de Newton modificado. O método de Gauss-Seidel também foi utilizado em programas que vieram logo em seguida. Porém, o sucesso do método de Ward e Hale permitiu um grande número de artigos de Glimm e Stagg, Brown e Tinney, sugerindo mudanças nos algoritmos de implementação dos programas. Com o crescimento dos sistemas elétricos de potência na década de 60, e com a tendência de interligação cada vez maior, aumentou-se significativamente o número de ligações e de barramentos representativos da rede elétrica. O método de Gauss-Seidel não se adaptou muito bem às novas características de representação para um grande número de barras e, dessa forma, tornou-se necessária a busca por um método de solução que integrasse essa característica interligada dos sistemas elétricos de potência.

Após anos de pesquisa, foi desenvolvido pela Bonneville Power Administration (BPA) um método muito bem sucedido de solução de equações de fluxo de carga, utilizando-se para isso o algoritmo de Newton-Raphson. Esse método não só se adaptou bem a grandes sistemas de potência, bem como resolvia problemas que o método de Gauss-Seidel não obtinha êxito.

Atualmente o método de Newton-Raphson é o mais utilizado na solução de fluxo de carga; e desde sua primeira formulação, o método de Newton-Raphson vem sofrendo várias alterações no sentido de torná-lo computacionalmente mais eficiente. Novos métodos têm sido desenvolvidos a fim de se obter um custo computacional menor. Com exemplo, tem-se os métodos desacoplados.

Apesar dos métodos citados, a solução para o problema computacional do fluxo de carga continua sendo objeto de pesquisa.

O fluxo de carga, por ser não linear, implica em processos iterativos de cálculo numérico em sua solução. As não linearidades das equações aparecem em função dos modelos componentes do sistema e das múltiplas soluções características para um ponto operativo, tornando as equações sensíveis aos valores iniciais – problema de valor inicial.

1.1.1 Considerações iniciais

No cálculo do fluxo de carga são feitas algumas simplificações:

- As cargas ativas e reativas são consideradas constantes. Embora as cargas possam variar de forma significativa, essas variações ocorrem em longos períodos de tempo e acontecem de maneira lenta e gradual. Assim, em pequenos intervalos de tempo essas mudanças são quase imperceptíveis. Para mudanças significativas nas cargas, alteram-se os valores fornecidos para as mesmas e um novo cálculo deve ser efetuado. Em alguns casos especiais pode ser necessário modelar algumas características dinâmicas das cargas. Essa modelagem pode implicar em modelos mais complexos para representá-las; como exemplo de carga especial, pode-se citar a carga de retificação usada na indústria de alumínio, em metrô e trens.
- Admite-se que o sistema elétrico trifásico seja simétrico em relação às suas três fases, ou seja, uma representação unifilar é suficiente. Essa simplificação não altera de forma significativa a precisão dos resultados em sistemas elétricos de potência.

1.1.2 Formulação Matemática do Problema do Fluxo de Carga

Teoricamente existem várias formas de apresentação analítica dos circuitos elétricos de redes de energia. Considerando as leis de Kirchhoff, para os nós e malhas e as relações entre tensão e corrente, pode-se obter o modelo de fluxo de carga. Na prática, todos os

métodos usados atualmente no cálculo do fluxo de carga usam a análise nodal em sua formulação. A diferença é que são consideradas as potências injetadas nos nós do sistema e não mais as correntes.

Por exemplo, seja um barramento qualquer de um sistema elétrico de potência; Figura 1-1 a seguir



Figura 1-1 Representação de um Sistema de Potência

Onde:

S_k^G - Potência complexa gerada no nó K;

S_k^C - Potência complexa consumida no nó K;

S_k^T - Potência complexa transferida do nó (K) para os demais nós da rede através do sistema de transmissão.

Assumindo a primeira lei de Kirchhoff no nó (K) do sistema, tem-se a equação (1-1); usando a convenção: a potência que é entregue à barra é considerada positiva; potência fornecida pela barra é considerada negativa.

$$S_K^G - S_K^C - S_K^T = 0 \quad (1-1)$$

A equação nodal de um circuito de n nós, em termos da matriz de admitância nodal $[Y_N]$ é dada por:

$$[Y_N][V_N] = [I_N] \quad (1-2)$$

Onde:

$[Y_N]$ – matriz de admitância nodal do sistema, de ordem $n \times n$;

$[V_N]$ – vetor das tensões nodais do sistema, contendo n elementos;

$[I_N]$ – vetor das correntes injetadas nos nós do sistema, contendo n elementos.

Como o objetivo fundamental do cálculo de fluxo de carga é a determinação das tensões nodais do sistema, ou seja, do vetor $[V_N]$; e se o vetor $[I_N]$ é conhecido, o problema seria prontamente resolvido. Porém, o vetor $[I_N]$ não é conhecido, e uma vez que as gerações e cargas são representadas através de potências, com a potência complexa injetada em um nó do sistema, denominada S_K^I , é a diferença entre a potência complexa gerada no nó, S_K^G , e a potência complexa consumida neste nó, S_K^C . Assim, tem-se que:

$$S_K^I = S_K^G - S_K^C \quad (1-3)$$

Dessa forma, a potência complexa injetada é exatamente a potência disponível a ser transmitida aos demais barramentos do sistema. Logo:

$$S_K^I = S_K^T \quad (1-4)$$

A potência injetada relaciona-se com a corrente complexa injetada no nó K, (1-5)

$$S_K^I = V_K I_K^* \Rightarrow I_K = \frac{(S_K^I)^*}{V_K^*} \quad (1-5)$$

onde: V_K é a tensão do nó K e o símbolo * é o conjugado do número complexo associado.

Para se obter o vetor $[I_N]$, em função das potências injetadas e das tensões nos barramentos, usa-se a equação (1-5) para cada um dos barramentos. Assim:

$$[I_N] \left[\left[\frac{S_N^I}{V_N} \right] \right]^* = \left[\left[\frac{S_N^G - S_N^C}{V_N} \right] \right]^* \quad (1-6)$$

Apesar das equações anteriores serem lineares, a introdução da equação (1-6) torna o modelo altamente não-linear. Finalmente:

$$\left[\left[\frac{S_N^G - S_N^C}{V_N} \right] \right]^* = [Y_N] [V_N] \quad (1-7)$$

Para um nó qualquer, tem-se então:

$$\frac{(S_K^G - S_K^C)^*}{V_K^*} = \sum_{j=1}^n Y_{KJ} V_{KJ} \quad (1-8)$$

Da equação (1-8) nota-se que, para cada nó do sistema, uma equação complexa é associada. Assim, essas equações podem ser separadas em parte real e parte imaginária e cada uma dessas equações dá origem a outras duas equações. Assim, para o nó K, resulta:

$$\operatorname{Re}\left[\frac{(S_K^G - S_K^C)}{V_K^*}\right]^* = \operatorname{Re}\left\{\sum_{j=1}^n Y_{KJ} V_{KJ}\right\} \quad (1-9)$$

$$\operatorname{Im}\left[\frac{(S_K^G - S_K^C)}{V_K^*}\right]^* = \operatorname{Im}\left\{\sum_{j=1}^n Y_{KJ} V_{KJ}\right\} \quad (1-10)$$

Dessa forma, um sistema com n barramentos, é modelado por 2n equações não-lineares. Cada um dos barramentos é, então, caracterizado por seis grandezas específicas:

- a potência ativa gerada, P_K^G ;
- a potência reativa gerada, Q_K^G ;
- a potência ativa consumida, P_K^C ;
- a potência reativa consumida, Q_K^C ;
- o módulo da tensão, V_K ;
- o ângulo de fase da tensão, θ_K .

A forma mais comumente utilizada para o equacionamento do fluxo de carga é a forma polar.

Assim, tem-se equações para o cálculo das potências ativas e reativas na seguinte forma:

$$P_{is} = V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \operatorname{sen} \theta_{ij}) \quad (1-11)$$

$$Q_{is} = V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \operatorname{sen} \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (1-12)$$

1.1.3 Métodos de Solução do Fluxo de Carga

Como mostrado nas equações (1-11) e (1-12), as equações do fluxo de carga são não lineares. A não-linearidade das equações exige um processo iterativo de solução e, a literatura mostra uma infinidade de métodos computacionais para o cálculo descrito. Porém, apenas alguns deles têm aplicação prática na solução do fluxo de carga. Porém, independentemente do método utilizado, algumas características básicas podem ser elencadas:

- Redução de tempo computacional, característica importante, uma vez que em casos reais o volume de dados é grande. Além disso, aplicações em tempo real também são muitas vezes necessárias;
- Confiabilidade e precisão na solução obtida;
- Flexibilidade, pois é importante que o método empregado seja versátil, ou seja capaz de apresentar soluções para diferentes configurações de componentes e com incorporação de outras equações.

1.1.3.1 Métodos de Solução Iterativos

Apesar dos muitos métodos citados na literatura, alguns ocupam posição especial. Esses métodos são mais comuns para o cálculo do fluxo de carga:

- Método de Gauss;
- Método de Gauss-Seidel;
- Método da Relaxação;
- Método das Secantes;
- Método de Newton-Raphson;
- Método Misto (Gauss-Seidel e Newton-Raphson).
- Métodos de Segunda Ordem

Para cada um desses métodos existem variantes e com opções que visam a melhoria do

através da Figura 1-2, que resume sua forma de busca da solução, onde x_s é a solução esperada.

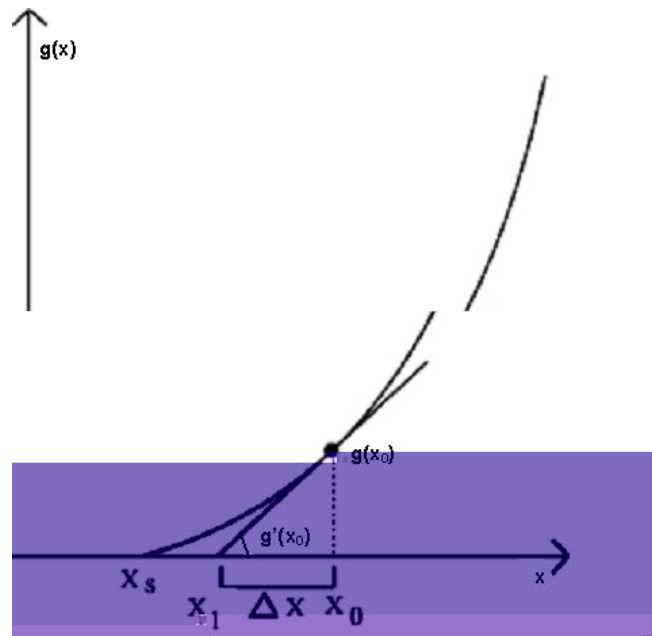


Figura 1-2 - Método de Newton

Considerando que o ponto x_0 é conhecido e é próximo de x_s , pode-se calcular a distância entre x_s e x_0 através da expansão da função $g(x)$ em torno de x_0 , a partir de $\frac{g(x_0)}{g'(x_0)}$ estima-se o valor de Δx , aproximando-se um novo valor para x_s . Dessa forma, a diferença entre x_1 e x_0 é um erro menor ou maior que uma tolerância permitida para o valor de x_s . Caso o erro seja maior que o esperado, calcula-se um novo ponto e mais próximo de x_s . Se o erro é menor que a tolerância imposta, então, o resultado é tão próximo de x_s relativamente à tolerância permitida. Nota-se que a solução pelo método de Newton é iterativa e é fundamentada na linearização em torno de um ponto da curva $g(x)$.

1.1.5 Propostas Alternativas para o Cálculo de Fluxo de Carga

A abordagem apresentada na seção 1.1.4 é a forma mais comum de cálculo de fluxo de carga. Porém, não é a única forma aplicada na solução do problema.

Pode-se afirmar que a solução para o fluxo de carga é objeto de estudos até os dias atuais. Durante as últimas décadas, diversas implementações tentam melhorar o tempo computacional, com precisão nos resultados fornecidos. Portanto, são apresentadas duas alternativas possíveis de serem empregadas, e que são objeto de estudo e pesquisa na área.

1.1.5.1 Forma Retangular Iterativa

As equações anteriormente mostradas, são desenvolvidas através de uma representação polar, tensão e ângulo; na representação retangular as equações de potência ativa e reativa são apresentadas como segue:

$$P_{is} = e_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) + f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) \quad (1-13)$$

$$Q_{is} = f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) - e_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) \quad (1-14)$$

onde $e = V \cos(\theta)$ e $f = V \sin(\theta)$. A resposta obtida pelo método retangular, obviamente, fornece o mesmo valor obtido pelo método polar. No entanto, as variáveis de saída se apresentam de maneira diferente, já que a representação polar apresenta o ângulo e o módulo da tensão, enquanto que na representação retangular tem-se duas componentes da tensão (real e imaginária). O Capítulo 2 apresenta esta técnica em detalhes.

1.1.5.2 Forma Retangular Não-Iterativa

Este método baseia-se, como no método de Newton, na expansão em Série de Taylor das equações de potência ativa e reativa. No entanto, ao contrário do Método de Newton, nesse método outros termos da expansão em série, a partir do primeiro termo, podem também

ser utilizados. No método de Newton, a cada iteração o erro é comparado com uma tolerância especificada. No método não-iterativo, a expansão em série de Taylor é agora acrescida de um novo termo, até que o erro seja menor que a tolerância dada. Quando o erro é menor que a tolerância, o método é interrompido e os valores de interesse calculados. Testes mostram que essa técnica para o caso do fluxo de carga proporciona uma redução significativa de tempo computacional [XU98]. No capítulo 2 são mostrados os passos para se obter o cálculo do fluxo de carga com o uso do método não-iterativo.

Como os sistemas de potência são susceptíveis a perturbações, e podem ir da estabilidade a instabilidade através de pequenas perturbações, várias análises relativas as perturbações são realizadas, e um desses estudos é a evolução do sistema até o colapso de tensão.

1.2 Colapso de Tensão

Os sistemas elétricos de potência estão, cada dia mais operando sob condições severas de carregamento e imposições as suas limitações físicas. Assim, monitorações constantes são imprescindíveis e, dentre os problemas identificados com a crescente demanda de carga, encontra-se o processo de instabilidade de tensão. O processo de instabilidade de tensão, normalmente, leva o sistema a sucessivas alterações nos níveis de tensão e a instabilidade dinâmica. Como um sistema dinâmico complexo, espera-se que o sistema elétrico se mantenha estável mesmo diante de transitórios eletromecânicos, garantindo a estabilidade e um efetivo ponto operativo pós transitório. Manter o sistema elétrico de potência em condições satisfatórias, sob o ponto de vista da tensão, tem-se tornado objeto de interesse e, medidas eficazes de melhorias e controle em relação à potência reativa e, tensão são então tomadas [SOU95].

Dessa forma, caso ações de controle não sejam tomadas, o sistema pode-se tornar instável dinamicamente, levando-o a uma situação insustentável. Algumas definições mais formais sobre o fenômeno do colapso de tensão são apresentadas nas seções seguintes.

1.2.1 Estabilidade de tensão

É a capacidade do sistema elétrico de potência em manter-se estável tal que, se a impedância da carga aumenta, a potência da carga diminui; e tensão e potência são controláveis em todas as barras do sistema. Na verdade, a estabilidade de um sistema elétrico de potência é um problema global, onde os efeitos dos componentes como geradores e seus dispositivos de controle e proteção, e linhas de transmissão, influenciam decisivamente na operação. Todas as perturbações, assim como as possíveis localizações, devem ser consideradas; e empresas independentes estão acessando as malhas de transmissão em todo o mundo, com sensíveis alterações nos fluxos de potência nas linhas de transmissão. Com o crescente aumento da carga e a redução na margem de transmissão o sistema tende a operar em condições limites de estabilidade de tensão. Como exemplo, podem-se citar vários incidentes ocorridos nos últimos anos, cujos principais fatores em tais eventos estão relacionados a seguir [CUT98, CUT00, MOO00]:

- capacidade de transmissão de potência do sistema (longas distâncias elétricas entre gerações e centros de carga);
- falta de reserva rápida de potência reativa (geradores, compensadores síncronos e ¹SVCs);
- falta de outras fontes de reservas de potência reativa, como capacitores;
- altas taxas de transferência de potência e elevadas condições de carregamento;
- cargas com baixo fator de potência e

¹ SVC – Secondary Voltage Control

- características particulares da carga, como as cargas que são restabelecidas através de ²LTCs.

1.2.2 Instabilidade de Tensão

Ocorre quando elevações de carga, perturbações ou alterações na configuração da rede elétrica causam um declínio continuado da tensão. Normalmente esse fenômeno está associado à indisponibilidade no suprimento de potência reativa, causando uma progressiva redução no perfil da tensão. Inicia-se de forma localizada, porém, o processo de instabilidade pode se estender por todo o sistema, finalizando com o fenômeno indesejável do colapso de tensão. Na tentativa de suprir as cargas, além da capacidade de potência máxima permitida pelo conjunto de geração e transmissão, a instabilidade de tensão acontece. A potência máxima é influenciada diretamente pelas distâncias elétricas entre geração e os centros de carga, como também pelas limitações de potência reativa de geradores; e o processo de instabilidade de tensão é uma redução progressiva nos níveis de tensão após o efeito de restabelecimento da carga. Dentre os efeitos imediatos na redução dos níveis de tensão, finalizando com o colapso da tensão estão a perda de sincronismo de geradores e bloqueio de cargas como os motores de indução.

O fenômeno da instabilidade de tensão pode ser considerado curto ou de longa duração, sempre associado ao tipo de carga, ou do tempo de restabelecimento da carga. Um motor de indução restabelece o seu consumo de potência ativa em aproximadamente um segundo (curto prazo). Entretanto, cargas alimentadas por comutadores sob carga (LTC) são restabelecidas entre um ou mais minutos (longo-prazo). Um tempo igual é válido para o suprimento de cargas controladas por termostatos. Apesar da possibilidade da instabilidade de tensão acontecer com o aumento de carga acima da capacidade de transferência de potência,

² LTC – Load Tap Changer

esse fenômeno acontece, normalmente, diante de grandes perturbações. Contingências simples ou múltiplas possibilitam o surgimento do processo de instabilidade de tensão. Porém, a duração apresenta-se sob pontos de vistas diferentes: a longo prazo, a preocupação principal é a perda da rede de transmissão (principalmente entre geração e centros de carga), ou o desligamento de geradores (principalmente aqueles que se localizam perto das cargas e fornecem suporte de potência reativa). A curto prazo, a demora na eliminação de uma falta pode levar o sistema definitivamente à instabilidade e ao colapso.

Algumas ações de controle podem ser tomadas para se evitar o surgimento da instabilidade de tensão:

- compensação “shunt”: inserção automática de capacitores “shunt” e/ou desligamento de reatores “shunt”;
- controle de emergência de LTCs: bloqueando, retornando a uma posição predefinida, ou alterando o ajuste de referência de tensão;
- desligamento automático de linhas de interligação (caso seja aceitável para a área que importa potência);
- modulação da potência em sistemas de transmissão em corrente contínua (CC);
- partida rápida de unidades geradoras;
- aumento rápido das tensões dos geradores (através de ajustes dos Reguladores de Tensão Automáticos - AVRs) e
- como último recurso, corte de carga.

Segundo [CUT98, CUT00, MOO00, SOU95], o corte de carga no local correto e tempo apropriado são ações mais efetivas para interromper um processo de instabilidade de tensão. O tipo de carga a ser cortado também deve ser observado, uma vez que sobretensões podem acontecer.

1.2.3 Colapso de Tensão

O fenômeno do colapso de tensão é o processo final da instabilidade de tensão e, invariavelmente, determina níveis muito baixos de tensão em uma parte significativa do sistema. Há casos onde o colapso de tensão também está associado à instabilidade angular. Muitas vezes, somente uma análise cuidadosa, pós-incidente, pode desvendar as causas primárias. A instabilidade angular ocorre quando há uma redução acentuada de tensão em um ponto significativo do sistema e longe das cargas. Já na instabilidade de tensão, a redução de tensão aparece em áreas de forte consumo ou demanda ou na proximidade.

Um sistema de potência tende à instabilidade quando os níveis de carga, distúrbios e/ou contingências ocorrem, promovendo quedas significativas de tensão em períodos curtos, com os controles automáticos do sistema não respondendo adequadamente e permitindo, assim a instabilidade. Essa queda de tensão pode ser rápida ou não, variando de segundos a alguns minutos [SOU95, MAL04, ALV03, BRE03, ZAR04, LOP01, VER04]. A Tabela 1-1 a seguir mostra casos onde eventos de colapso de tensão pelo mundo todo ocorreram [MEN99] e servem para análise e estudo de casos associados ao fenômeno:

Tabela 1-1 - Eventos onde ocorreram colapsos de tensão

DATA	LOCAL	EVENTOS INICIAIS	PRINCIPAIS ELEMENTOS INFLUENTES e DURAÇÃO
22/09/1970	Nova York (EUA)	Carregamento elevado; Desligamento de unidade geradora	Cargas; Duração: vários minutos

Um método de fluxo de carga não iterativo como ferramenta para estudos de Colapso de Tensão

13/07/1977	Nova York (EUA)	Desligamentos em cascata de linhas de transmissão	Ilhamento de área com desequilíbrio entre carga e geração; Duração: não divulgado
22/09/1977	Jacksonville (Flórida-EUA)	Desligamentos de unidades geradoras	³ OXL de geradores; Duração: alguns minutos
19/12/1978	França	Carregamento elevado	Cargas e elementos de proteção; Duração: 26 min
02/03/1979	Zealand (Dinamarca)	Desligamento de unidade geradora	Indisponibilidade de reserva de potência reativa; LTC; Duração: 15 min
Julho/1979	Canadá	Carregamento elevado de linha após desligamento de carga	Programação de geração; LTC; Duração: não divulgado
10/08/1981	Longview/ Washington (EUA)	Desligamento de unidade geradora e linhas	LTC; Duração: alguns minutos
04/08/1982	Bélgica	Desligamento de unidade geradora	OXL de geradores; Duração: 4,5 min
28/12/1982	Flórida (EUA)	Desligamento de unidade geradora	Ilhamento de área com desequilíbrio entre carga e geração; Duração: 1 a 3 min
21/05/1983	Califórnia	Desligamento bipolar de linha de corrente	Elevação das perdas; Sobrecarga na rede de

³ OXL – Over-excitation Limiter

	(EUA)	contínua (HVDC)	corrente alternada; Duração: 2 min
27/12/1983	Suécia	Carregamento elevado; Defeito fase-terra em uma subestação; Posterior abertura de Linhas	Transformadores com LTC; Geradores; Cargas termostáticas; Duração: 55 s
11/06/1984	EUA	Carregamento elevado	Indisponibilidade de geração; Duração: vários minutos
17/05/1985	Flórida (EUA)	Defeito fase-terra em Linhas	Ilhamento de área com desequilíbrio entre carga e geração; Duração: 4 s
13/04/1986	Winnipeg (Canadá)	Energização de transformador (de um conversor CA/CC)	Conversor CA/CC; Duração: 1 s
20/05/1986	Inglaterra	Desligamento de seis linhas	Elevação das perdas; Duração: 5 min
12/01/1987	França	Desligamentos de unidades geradoras	Geradores (sobrecarga); Duração: 6-7 min
11, 30 e 31/07/1987	Mississippi (EUA)	Desligamentos de Transformadores	Aparelhos de ar Condicionado; Dur: 1-2
20/07/1987	Illinois e Indiana (EUA)	Carregamento elevado	Indisponibilidade de geração; Duração: vários minutos

23/07/1987	Tóquio (Japão)	Elevação rápida de Carga	Compensação de potência reativa através de bancos de capacitores; Duração: 20 min
22/08/1987	Tennessee (EUA)	Defeito em um Barramento	Eliminação lenta do defeito; Motores de Indução; Duração: 10 s
março/1989	Canadá	Superexcitação de transformadores causada por aumento da atividade solar (flutuações geomagnéticas)	Desligamentos de SVC's; Duração: alguns segundos
11/07/1989	Carolina do Sul (EUA)	Carregamento elevado: Desligamento de unidade geradora	Geradores; AVR; Duração: não divulgado
03/02/1990 nov./1990	França	Desligamento de unidades geradoras	LTC; Duração: alguns minutos
05/07/1990	Baltimore (EUA)	Carregamento elevado	Indisponibilidade de geração; Duração: vários minutos

A Tabela 1-1 mostra casos reais de colapso com conseqüências dramáticas. A análise de eventos como esses, permite entender como o fenômeno do colapso de tensão acontece. Tais eventos podem ser caracterizados como eventos lentos ou rápidos, e uma análise de cada um dos eventos pode ajudar a entender como o fenômeno de colapso de tensão pode ser identificado em um sistema elétrico de potência. Por exemplo, os incidentes na Dinamarca (março de 1979) e na Inglaterra (maio de 1986) foram caracterizados como eventos lentos,

enquanto que o incidente ocorrido na Suécia (dezembro de 1983) foi um evento rápido. Os eventos lentos acontecem como consequência de pequenas e sucessivas perturbações, nesse tipo de fenômeno, normalmente, as linhas de transmissão chegam a sua capacidade máxima de transporte de energia. Nesses casos, um modelo estático do sistema elétrico é capaz de mostrar a natureza do problema. Já em casos rápidos, há uma outra interpretação do fenômeno, pois a perda total de uma linha de transmissão e/ou de um gerador, pode levar ao colapso de tensão rapidamente, considerando a topologia do sistema, caracterizando, tais barras como para a ocorrência do fenômeno colapso de tensão.

Além dos eventos apresentados na tabela 1-1, relata-se ainda as ocorrências de 24 e 25 de abril de 1997, no Brasil. Apesar da severidade das ocorrências, os sistemas sul-sudeste e centro-oeste não chegaram ao colapso total, com a efetivação de corte de cargas manualmente, mantendo-se 85% da carga. Análises mostraram um grande afundamento de tensão na região da grande São Paulo e compatível com um colapso parcial de tensão, não havendo perturbação ou anormalidade que dessem origem ao fenômeno. Todos os recursos para o controle de tensão foram utilizados; ressalta-se que o sistema S/SE/CO operava, conforme o plano de manutenção, com equipamentos da malha principal, sem importantes equipamentos de suporte de potência reativa na área São Paulo.

Recentemente um evento ocorrido nos Estados Unidos, no dia 14 de agosto de 2003, aproximadamente às 16:00 horas (horário de Brasília), 50 milhões de pessoas ficaram sem energia elétrica. Mais precisamente, o colapso de tensão ocorreu em algumas partes de Ohio, Michigan, New York, Pennsylvania, New Jersey, Connecticut, Massachusetts, Vermont, além de Ontario e Québec no Canadá. O “apagão” se estendeu em algumas partes dos Estados Unidos por dias e em parte de Ontario ocorreram sucessivos desligamentos por cerca de duas semanas [NER04]. Mediante tal ocorrência, alguns pontos merecem destaque:

- Segundo levantamentos feitos em [NER04], uma análise de fluxo de carga foi realizada às 15:05h e o sistema se mantinha dentro da faixa de operação permitida; mesmo com indisponibilidade de uma linha de transmissão específica e mais de oitocentas contingências diferentes simuladas. Em resumo, o sistema operava dentro dos limites definidos pelo fluxo de carga [NER04];
- De forma geral, a demanda de carga estava abaixo do limite histórico. Porém, no nordeste de Ohio a carga estava moderadamente mais alta para atender a demanda de aparelhos de ar-condicionado. Picos de 2,853 MW levaram o sistema a fornecer altos níveis de potência reativa;
- Altos níveis de potência foram transferidos de leste para oeste;

Assim, apesar de um retrato de aparente estabilidade, foi identificado que vários limites de operação foram transgredidos. Basicamente, os dados usados para o cálculo do fluxo de carga não eram corretos ou suficientes. A saída de uma linha de transmissão provocou contingências em várias outras linhas de transmissão. A falha de servidores computacionais e operadores também intensificou o problema. Em decorrência desses problemas, o monitoramento em tempo real foi perdido. A contingência com a saída da linha denominada Chamberlin-Harding, de 345-kV, foi muito severa, porém transparente para o operador; os problemas computacionais citados ainda implicaram em uma outra violação que levou ao colapso: o sistema operava com tensão abaixo do tolerável e o nível de reserva de potência reativa era inadequado. Conseqüentemente, o colapso de tensão se instalou por todos os locais citados.

Os exemplos acima são suficientes para caracterizar o problema como grave e merecedor de estudos e pesquisas sobre o fenômeno. As seções seguintes apresentam ferramentas úteis na predição e análise do fenômeno colapso de tensão.

1.2.4 Análise Estática

Na análise estática são desprezadas as variações em função do tempo. Dessa forma, uma representação mais simples do sistema é considerada. Entretanto, a simples representação do sistema não permite avaliar as mudanças que ocorrem dinamicamente. Assim, o esforço computacional torna-se menor em detrimento de uma menor confiabilidade dos resultados obtidos. As técnicas apresentadas nos itens 1.2.5 até 1.2.14 são baseadas na abordagem estática do sistema elétrico de potência.

Neste trabalho, a análise estática foi empregada. O processo iterativo de Newton Raphson, apresentado como método para o desenvolvimento de novas ferramentas para os estudos de colapso de tensão, apresenta alguns problemas de convergência numérica ao longo do processo iterativo de cálculo.

1.2.5 Matrizes de Sensibilidade

A sensibilidade das variáveis de estado do sistema é obtida através da matriz Jacobiana do fluxo de carga em cada ponto de operação determinado. Esta análise permite encontrar as barras do sistema elétrico cujas as variáveis de estado são mais sensíveis a uma variação de carga.

1.2.6 Teoria da Bifurcação

O estudo do comportamento de um sistema de equações não-lineares pode ser obtido através da teoria da bifurcação [SEY88, CHE03]. De todos os tipos de bifurcações, as bifurcações do tipo sela-nó e Hopf são as de ocorrência mais comum em sistemas elétricos de

potência. Para o modelo dinâmico de sistema, ambos os tipos podem ser detectados; entretanto, se o modelo de fluxo de carga (estático) é escolhido, somente a bifurcação do tipo sela-nó é possível de ser encontrada, devido às restrições impostas na modelagem estática do sistema. As técnicas apresentadas nas próximas seções são baseadas na abordagem estática e associam o ponto de colapso com um ponto de bifurcação sela-nó do sistema dinâmico.

1.2.7 Método da Continuação

Diversas referências utilizam este método para identificação da bifurcação sela-nó na avaliação da estabilidade de tensão [AJJ88, ALV89, ALV03]. Através de sucessivas variações paramétricas (carga e geração nas barras), o método identifica o ponto de colapso e traça o diagrama de bifurcação (curva PV). Uma vez que o ponto de colapso está associado a um autovalor real nulo, a matriz Jacobiana é mal condicionada para pontos de operação próximos ao ponto de bifurcação; conseqüentemente, a convergência do sistema de equações por Newton-Raphson não é obtida. Este problema é resolvido através do uso da

Um método de fluxo de carga não iterativo como ferramenta para estudos de Colapso de Tensão

1.2.13 Partição de redes

Os métodos expostos anteriormente são capazes de produzir resultados úteis para a análise de estabilidade de tensão; entretanto, para alguns destes índices resultados inesperados podem ocorrer se um programa de fluxo de carga convencional for empregado. Ainda que um processo de parametrização seja incorporado, o comportamento desses índices mostra a necessidade de trilhar o sistema até que o ponto de bifurcação seja encontrado. O método da função de energia, por outro lado, é capaz de estimar o ponto de colapso a partir de dois pontos de operação conhecidos, mas a determinação das soluções instáveis de interesse se constitui-se em limitação do método. A dessas dificuldades, técnicas de partição de redes podem ser de especial interesse, uma vez que a dimensão do sistema analisado pode ser substancialmente reduzida.

1.2.14 Método do Vetor Tangente

Proposto em [SOU96a, SOU96c, SOU97], baseia-se no comportamento do maior componente do vetor tangente em função do crescimento de carga. O cálculo deste vetor é facilmente incorporado em qualquer programa de fluxo de carga convencional. Logo, sua facilidade de obtenção constitui uma grande vantagem em relação aos métodos previamente descritos. Entretanto, seu comportamento em função do aumento de carga produz a mesma descontinuidade observada no comportamento do determinante reduzido às equações da barra crítica do sistema, qualificando este método também como incapaz de estimar o ponto de bifurcação. Este problema é superado pela técnica da extrapolação quadrática, que a partir de dois pontos de operação conhecidos busca-se o ponto de bifurcação através de tentativa e erro. Uma outra vantagem do método se refere à identificação da barra crítica, obtida para pontos de operação distantes do ponto de bifurcação. O tempo computacional obtido para o sistema

de 300 barras do IEEE indica este método como extremamente promissor, o que evita o uso de partição de redes. Entretanto, deve-se ressaltar que, ao contrário dos métodos previamente propostos, sua incorporação em um modelo dinâmico de sistema não é trivial.

Para o método de fluxo de carga iterativo, como já abordado, várias técnicas podem ser empregadas. As ferramentas citadas são empregadas para a solução do método de fluxo de carga ao longo do trabalho e no capítulo 2 a forma retangular não-iterativa é apresentada para a solução do método de fluxo de carga.

Capítulo 2

Fluxo de Carga Retangular Não-Iterativo

Este capítulo aborda de forma concisa o modelo de fluxo de carga retangular não-iterativo. O nome-não-iterativo é usado devido ao fato de o erro calculado ser reduzido com a expansão em série de Taylor e, portanto, há necessidade da fatoração da matriz Jacobiana apenas uma vez. As análises matemáticas do método são mostradas e os resultados obtidos discutidos, também é analisada a forma como esta metodologia foi proposta na literatura; com algumas discussões sobre o assunto. Com isso permitiu-se simplificar a formulação inicial, também apresentada neste capítulo.

2.1 Fluxo de Carga Polar

Como citado no Capítulo 1, o cálculo do fluxo de carga apresenta a forma polar como a mais utilizada, onde o método de Newton-Raphson é amplamente utilizado. As equações de potência ativa e reativa na forma polar são:

$$P_k = V_k \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (2-1)$$

$$Q_k = V_k \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (2-2)$$

2.2 Fluxo de Carga Retangular

A forma quadrática das equações do fluxo de carga na forma retangular possibilita a expansão polinomial ou série de Taylor [XU98]. Como exemplo simples apresenta-se a solução de uma equação quadrática. Esse exemplo é retirado da referência [XU98], por conveniência:

$$y = x^2 \text{ e } y = y_s \quad (2-3)$$

Sendo y a variável conhecida e x a variável implícita a ser calculada. A solução permitida para essa equação é

$$x = g(y) = \pm\sqrt{y_s} \quad (2-4)$$

Agora para a 1ª derivada:

$$1 = \frac{dy}{dx} = \frac{d(x^2)}{dx} = 2x \frac{dx}{dy} \quad (a)$$

Para a 2ª derivada

$$0 = \left[\frac{d(2x)}{dy} \right] \frac{dx}{dy} + 2x \frac{d^2x}{dy^2} = 2 \left(\frac{dx}{dy} \right)^2 + 2x \frac{d^2x}{dy^2} \quad (b)$$

Para a 3ª derivada

$$0 = 6 \left(\frac{dx}{dy} \right) \frac{d^2x}{dy^2} + 2x \frac{d^3x}{dy^3} \quad (c)$$

Da equação (2-4 (a)):

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{2x} \quad (d)$$

Da equação (2-4(b)):

$$\frac{d^2x}{dy^2} = -\frac{1}{2x} 2 \left(\frac{dx}{dy} \right)^2 = -\frac{1}{4x^3} \quad (e)$$

Da equação (2-4(c)):

$$\frac{d^3x}{dy^3} = -\frac{6}{2x} \left(\frac{dx}{dy} \right) \left(\frac{d^2x}{dy^2} \right) = \frac{3}{8x^5} \quad (f)$$

Substituindo a equação (2-4(e)) na equação (2-4(c)) tem-se a solução de $x=g(x)$. Para a série a seguir:

$$\Delta x = \Delta y \frac{dx}{dy} + \frac{1}{2} \frac{d^2x}{dy^2} \Delta y^2 + \dots + \frac{1}{n!} \frac{d^n x}{dy^n} \Delta y^n + \dots \quad (g)$$

Pode-se substituir, a partir de (2-4) obtendo-se:

$$\Delta x = \frac{\Delta y}{2x_0} - \frac{\Delta y^2}{8x_0^3} + \frac{\Delta y^3}{16x_0^5} + \dots \quad (h)$$

Finalmente, pode-se resolver a equação para $\Delta y=1$ e $x_0=2$, obtendo-se o resultado a seguir:

$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{\Delta y}{4} - \frac{\Delta y^2}{64} + \frac{\Delta y^3}{512} + \dots \\ \Delta x &= 0,25 - 0,0156 + 0,00195 \\ \Delta x &= 0,2364 \end{aligned} \quad (i)$$

O exemplo mostra determinação da solução pela série de Taylor para uma equação quadrática.

As tensões e injeções líquidas de potência em uma barra i , em coordenadas retangulares podem ser definidas como em [XU98]:

$$V_i = e_i + jf_i \quad (2-5)$$

$$S_i = P_i + jQ_i \quad (2-6)$$

Assim, o método do fluxo de carga busca os valores corretos para e_i e f_i que satisfaçam as equações do fluxo de carga retangular, seja:

$$P_{is} = e_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) + f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) \quad (2-7)$$

$$Q_{is} = f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) - e_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) \quad (2-8)$$

Com a equação de potência reativa Q usada apenas para as barras PQ. Para as barras PV, a equação pode ser formulada como segue:

$$V_{is}^2 = e_i^2 + f_i^2 \quad (2-9)$$

Para as equações apresentadas, observa-se que P_{is} e Q_{is} são valores especificados para as potências ativa e reativa respectivamente para as barras PQ. P_{is} e V_{is} são os valores dados para a potência ativa e tensão nas barras PV. A partir dos valores da matriz Y barra, representados por $G_{ij} + jB_{ij}$. Onde G representa a condutância, e B a susceptância.

Os Vetores X e Y representam os valores iniciais de tensões nas barras e injeção de potência, respectivamente, definidos como:

$$\begin{aligned} X &= [f_1 \dots f_n, e_1 \dots e_n]^t \\ Y &= [P_1 \dots P_n, Q_1 \dots Q_n, |V_{m+1}| \dots |V_n|]^t \end{aligned} \quad (2-10)$$

O vetor X é composto pelas tensões complexas nas barras e varia, conforme a equação (2-10), de f_1 até f_n e seguem os valores de e_1 até e_n , sendo n o número de barras do sistema, incluindo a barra swing. Os dados no vetor Y são respectivamente potência ativa (para as barras PQ e PV), potência reativa (barras PQ somente) e as tensões (barras PV). Das equações acima, pode-se mostrar que:

$$y_i = X^t H_i X \quad (2-11)$$

Onde a matriz H_i representa a matriz de admitância nodal. O número de matrizes H varia de 1 até 2n. Sendo n o número de barras do sistema. Essa matriz H tem dimensão, portanto, $2n \times 2n$.

A montagem dessa matriz é trivial, mas demanda um grande esforço computacional. Por esta razão, dois exemplos serão mostrados a seguir. Em ambos os casos, um sistema de duas barras é usado. Em um deles, uma barra é classificada como swing, enquanto que a segunda é considerada PQ. O segundo sistema apresenta uma barra swing e outra PV. Isto permite visualizar a diferença de formulação para cada tipo de barra. Assim, pode-se usar as equações apresentadas em (2-7) e (2-8) para a montagem da matriz H e cálculo da potência ativa P:

$$P_1 = (e_1(G_{11}e_1 - B_{11}f_1) + f_1(G_{11}f_1 + B_{11}e_1)) + (e_1(G_{12}e_2 - B_{12}f_2) + f_1(G_{12}f_2 + B_{12}e_2)) \quad (2-12)$$

Na equação (2-12) é mostrada a equação de P_1 para o sistema de duas barras. Assim, pode-se construir a matriz H_1 que representa a matriz de admitância, conforme Tabela 2-1:

Tabela 2-1- Matriz H_1 para cálculo de P_1

G_{11}		$-B_{11}$	
G_{12}		$-B_{12}$	
B_{11}		G_{11}	
B_{12}		G_{12}	

Segundo o equacionamento do fluxo de carga compactado dado na equação (2-11), obtém-se a Tabela 2-2:

Tabela 2-2- Representação matricial dada pela equação (2-11)

f_1	f_2	e_1	e_2	G_{11}		$-B_{11}$		f_1
				G_{12}		$-B_{12}$		f_2
				B_{11}		G_{11}		e_1
				B_{12}		G_{12}		e_2

A matriz H para o cálculo do fluxo de carga é apresentada na Tabela 2-3:

Tabela 2-3-Representação didática da montagem da matriz H

$$H(P_1) =$$

		f_1	f_2	e_1	e_2
		1	2	3	4
f_1	1	G_{11}	0	$-B_{11}$	0
f_2	2	G_{12}	0	$-B_{12}$	0
e_1	3	B_{11}	0	G_{11}	0
e_2	4	B_{12}	0	G_{12}	0

Na equação (2-12), para a barra P_1 , nota-se que G_{11} é multiplicado por e_1 e e_1 . Assim, G_{11} aparece em H_{33} . Um outro exemplo: B_{12} aparece em H_{41} , onde na equação (2-12) o termo B_{12} é multiplicado por e_2 e f_1 . Assim, pretendeu-se demonstrar, a representação matricial dada pela equação (2-12) que são apresentadas na expressão (2-13 a,b,c,d) a seguir:

$$(G_{11} f_1 + G_{12} f_2 + B_{11} e_1 + B_{12} e_2) f_1 \quad (2-13) \text{ (a)}$$

$$+ (0 f_1 + 0 f_2 + 0 e_1 + 0 e_2) f_2 \quad (b)$$

$$+ (G_{11} e_1 + G_{12} e_2 - B_{11} f_1 - B_{12} f_2) e_1 \quad (c)$$

$$+ (0 f_1 + 0 f_2 + 0 e_1 + 0 e_2) e_2 \quad (d)$$

Da expressão (2-13), observando que os termos (b) e (d) têm resultado igual a zero e arranjando segundo a equação (2-12), tem-se que:

$$e_1(G_{11}e_1 - B_{11}f_1) + e_1(G_{12}e_2 - B_{12}f_2) + f_1(G_{11}f_1 + B_{11}e_1) + f_1(G_{12}f_2 + B_{12}e_2) \quad (2-14)$$

Da expressão (2-14), obtém-se a expressão (2-15):

$$(e_1(G_{11}e_1 - B_{11}f_1) + f_1(G_{11}f_1 + B_{11}e_1)) + (e_2(G_{12}e_2 - B_{12}f_2) + f_2(G_{12}f_2 + B_{12}e_2)) \quad (2-15)$$

A expressão (2-15) é a mesma dada pela equação (2-12). Portanto, pode-se afirmar que da equação (2-12) pode-se extrair o mesmo resultado apresentado na tabela 2-2.

Tabela 2-4-Representações do fluxo de carga compactado

$$\begin{bmatrix} f_1 & f_2 & e_1 & e_2 \end{bmatrix} = X^T H_1 X \begin{bmatrix} G_{11} & & -B_{11} & \\ G_{12} & & -B_{12} & \\ B_{11} & & G_{11} & \\ B_{12} & & G_{12} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}$$

Tabela 2-4 , representa a montagem da matriz H, que é a matriz de admitância nodal. O exemplo foi especificamente usado para o cálculo de uma potência ativa (P). A construção da matriz H com o mesmo tipo de representação, porém para o cálculo de Q, é feita de maneira análoga. No próximo capítulo é mostrada uma forma simplificada de executar o cálculo não-iterativo, em que a montagem da matriz H não é requerida, conforme mostrado. No entanto, de forma a validar a metodologia, este capítulo apresenta a proposta da referência [XU98].

2.3 Série de Taylor e Soluções do Fluxo de Carga

A expansão em série apresentadas nas equação (2-16) e (2-17) são a forma geral da série de Taylor para variáveis unidimensionais. Seja a função $y=g(Y)$ e a solução (x_0 , y_0) , então $y_0=g(x_0)$.

$$T(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n \quad (2-16)$$

$$\Delta x = \frac{dx\Delta y}{dy} + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2x}{dy^2} \right) \Delta y^2 + \dots + \frac{1}{n!} \left(\frac{d^n x}{dy^n} \right) \Delta y^n + \dots \quad (2-17)$$

Agora seja $X = X_s - X_0$ o vetor composto das variações de tensões e $\Delta Y = Y_s - Y_0$ o vetor composto das de potências ativa e reativa calculadas; e considerando o vetor $[\partial^k X / \partial Y^k]$ como a derivada de ordem k, em relação a Y, ou vetor de sensibilidade de X com respeito a Y [XU98].

Algumas perturbações nas injeções de potência podem causar variações nas tensões das barras, e as magnitudes dessas variações podem ser quantificadas usando a sensibilidade do vetor X com respeito ao vetor Y. Assim, a solução do fluxo de carga pela expansão da série de Taylor pode ser apresentada como na equação (2-18):

$$X = Z_1 + \frac{1}{2} Z_2 + \dots + \frac{1}{k!} Z_k + \dots \quad (2-18)$$

onde:

$$JZ_1 = \Delta Y \quad (2-19)$$

$$-JZ_2 = J(Z_1)Z_1 \quad (2-20)$$

$$-JZ_3 = 3J(Z_1)Z_2 \quad (2-21)$$

$$-JZ_4 = 4J(Z_1)Z_3 + 3J(Z_2)Z_2 \quad (2-22)$$

$$-JZ_5 = 5J(Z_1)Z_4 + 10J(Z_2)Z_3 \quad (2-23)$$

As equações de (2-19) a (2-23) são utilizadas no fluxo de carga retangular não-iterativo. Como mostrado no exemplo da equação quadrática, a redução do erro absoluto acontece à medida em que um novo termo é acrescentado à série. Outros termos da série podem ser obtidos no Apêndice D. Quando a inequação (2-24) é satisfeita, a convergência é obtida.

$$\frac{\max(Z_k)}{k!} < \varepsilon \quad (2-24)$$

Os resultados obtidos em [XU98] mostram que método é potencialmente mais rápido e alcança os mesmos resultados que o método de Newton-Raphson. A seção 2.4 apresenta a solução de um fluxo de carga dado em [MON83]. A solução é obtida por conveniência, uma vez que a solução polar é apresentada na referência citada.

2.4 Solução Polar iterativa

Dado o sistema a seguir, deseja-se resolver o fluxo de carga na forma polar iterativa.

A Tabela 2-7 apresenta a matriz Y barra (condutância e susceptância) obtida para o sistema exemplo.

Tabela 2-7-Matriz Y Barra do caso exemplo

G=	0,1923	-0,1923	B=	-0,9415	0,9615
	-0,1923	0,1923		0,9615	-0,9415

Admitindo uma tolerância de 0,003 (p.u.); $P_{Carga}=-0,3$ e $Q_{Carga}=0,09$, uma síntese do cálculo do fluxo de carga polar é dada na Tabela 2-8:

Tabela 2-8-Resultados obtidos para o caso exemplo

Iteração	Variáveis					
	θ_2	V_2	ΔP_2	ΔQ_2	$\Delta \theta_2$	ΔV_2
0	0,000	1,000	-0,300	0,090	-0,318	0,031
1	-0,318	1,031	-0,006	-0,052	-0,012	-0,053
2	-0,330	0,978	-0,001	-0,02	-	-

A solução, no entanto, pode ser obtida a partir das equações (2-25) e (2-26).

$$P_2 = (V_2)^2 G_{22} + V_2 V_1 (G_{21} \cos \theta_{21} + B_{21} \sin \theta_{21}) \quad (2-25)$$

$$Q_2 = - (V_2)^2 B_{22} + V_2 V_1 (G_{21} \sin \theta_{21} - B_{21} \cos \theta_{21}) \quad (2-26)$$

Para a 1ª iteração, tem-se:

i. $V_1=1,0$, $\theta_2=0$ e $V_2=1,0$.

ii. $P_2=(1)^2 * 0,1923 + 1 * 1(-0,1923 * 1 + 0,9615 * 0)=0$

$$Q_2=-(1)^2 * -0,9415 + 1 * 1(-0,1923 * 0 - 0,9615 * 1)=-0,02$$

$$\Delta P_2=-0,3-0=-0,3; \Delta Q_2=0,07-(-0,02)=0,09$$

iii. Como o maior erro absoluto é maior que a tolerância ($>0,003$), o processo iterativo continua.

A Tabela 2-9 apresenta a matriz Jacobiana para o caso em estudo

Tabela 2-9-Matriz Jacobiana do caso exemplo

$H_{22}=-Q_2 - (V_2)^2 B_{22}=0,9615$
$N_{22}=[P_2 + (V_2)^2 G_{22}]/V_2=0,1923$
$M_{22}=P_2 - (V_2)^2 G_{22}=-0,1923$
$L_{22}=[Q_2 - (V_2)^2 B_{22}]/V_2=0,9215$

O processo iterativo segue as equações (2-27) a (2-29):

iv.

$$\begin{array}{|c|} \hline \Delta P_2 \\ \hline \Delta Q_2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline H_{22} & N_{22} \\ \hline M_{22} & L_{22} \\ \hline \end{array} * \begin{array}{|c|} \hline \Delta \theta_2 \\ \hline \Delta V_2 \\ \hline \end{array} \quad (2-27)$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \Delta P_2 \\ \hline \Delta Q_2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline 0,9615 & 0,1923 \\ \hline -0,1923 & 0,9215 \\ \hline \end{array} * \begin{array}{|c|} \hline \Delta \theta_2 \\ \hline \Delta V_2 \\ \hline \end{array} \quad (2-28)$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \Delta \theta_2 \\ \hline \Delta V_2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline 0,9984 & -0,2083 \\ \hline 0,2083 & 1,0417 \\ \hline \end{array} * \begin{array}{|c|} \hline -0,3 \\ \hline 0,09 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline -0,3183 \\ \hline 0,0312 \\ \hline \end{array} \quad (2-29)$$

Os valores de θ_2 e V_2 são, então, calculados:

$$\theta_2 = \theta_2 + \Delta \theta_2 = 0 - 0,3183 = -0,3183$$

$$V_2 = V_2 + \Delta V_2 = 1,000 + 0,0312 = 1,0312$$

Para a 2ª iteração, obtem-se:

- i. $P_2 = -0,2941$
- ii. $Q_2 = 0,1216$
- iii. $\Delta P_2 = -0,005883$; $\Delta Q_2 = -0,05156$
- iv. Como o maior erro absoluto ainda é maior ($>0,003$), o processo iterativo continua.

A Tabela 2-10 apresenta os novos valores da matriz Jacobiana.

Tabela 2-10-Matriz Jacobiana

$H_{22} = -Q_2 - (V_2)^2 B_{22} = 0,8797$
$N_{22} = [P_2 + (V_2)^2 G_{22}] / V_2 = -0,08689$
$M_{22} = P_2 - (V_2)^2 G_{22} = -0,4986$
$L_{22} = [Q_2 - (V_2)^2 B_{22}] / V_2 = 1,0888$

As equações (2-30) a (2-32), apresentam novamente o processo.

$$\begin{array}{|c|} \hline \Delta P_2 \\ \hline \Delta Q_2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline H_{22} & N_{22} \\ \hline M_{22} & L_{22} \\ \hline \end{array} * \begin{array}{|c|} \hline \Delta \theta_2 \\ \hline \Delta V_2 \\ \hline \end{array} \quad (2-30)$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \Delta P_2 \\ \hline \Delta Q_2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline 0,8797 & -0,0869 \\ \hline -0,4986 & 1,0888 \\ \hline \end{array} * \begin{array}{|c|} \hline \Delta \theta_2 \\ \hline \Delta V_2 \\ \hline \end{array} \quad (2-31)$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \Delta \theta_2 \\ \hline \Delta V_2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline 1,1906 & 0,0950 \\ \hline 0,5452 & 0,9620 \\ \hline \end{array} * \begin{array}{|c|} \hline -0,0059 \\ \hline -0,0516 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline -0,0119 \\ \hline -0,0528 \\ \hline \end{array} \quad (2-32)$$

E os novos valores de θ_2 e V_2 são obtidos.

$$\theta_2 = \theta_2 + \Delta \theta_2 = -0,3183 - 0,0119 = -0,3302$$

$$V_2 = V_2 + \Delta V_2 = 1,0312 - 0,0528 = 0,9784$$

Para a 3ª iteração, tem-se

- i. $P_2 = -0,2989$
- ii. $Q_2 = 0,0676$
- iii. $\Delta P_2 = -0,0011$; $\Delta Q_2 = -0,0024$
- iv. Como erro encontrado agora é menor que a tolerância ($< 0,003$), o processo iterativo é finalizado. Os valores de θ_2 e V_2 são, portanto, $-0,3302$ e $0,9784$, respectivamente.

2.5 Solução Retangular Iterativa

Usando os dados do sistema proposto na seção 2.4, tem-se a seguir o cálculo do fluxo de carga retangular iterativo, onde pretendeu-se apresentar as duas formas de solução, obtendo o mesmo resultado que no caso anterior.

Assumindo os dados iniciais e a configuração do sistema, agora são apresentadas as iterações para o cálculo do fluxo de carga retangular.

Sejam o conjunto de equações (2-33) a (2-38):

$$e_1 = V_1 \cos(\theta_1 / 180) \quad (2-33)$$

$$e_2 = V_2 \cos(\theta_2 / 180) \quad (2-34)$$

$$f_1 = V_1 \text{sen}(\theta_1 \pi / 180) \quad (2-35)$$

$$f_2 = V_2 \text{sen}(\theta_2 \pi / 180) \quad (2-36)$$

$$P_2 = (e_2)^2 G_{22} + (f_2)^2 G_{22} + e_2 e_1 G_{21} + f_2 e_1 B_{21} - e_2 f_1 G_{21} - f_2 f_1 B_{21} \quad (2-37)$$

$$Q_2 = (-e_2)^2 B_{22} - (f_2)^2 B_{22} + f_2 e_1 G_{21} - e_2 e_1 B_{21} - f_2 f_1 B_{21} - e_2 f_1 G_{21} \quad (2-38)$$

O processo iterativo, como na representação polar, é apresentado passo-a-passo.

Para a 1ª iteração, tem-se:

- i. $e_1=1, f_1=0, e_2=1,0$ e $f_2=0$
- ii. $P_2=(1)^2 * 0,1923 + 1*1*(-0,1923)+1*0* 0,9615=0$
- iii. $Q_2=(-1)^2* -0,9415 + 1*1(-0,1923) -1*1* 0,9615)=-0,02$
- iv. $\Delta P_2=-0,3; \Delta Q_2=0,09$

- v. Como o maior erro absoluto encontrado é maior que a tolerância ($>0,003$), o processo iterativo continua.

A Tabela 2-11 apresenta a matriz Jacobiana e as respectivas variáveis associadas.

Tabela 2-11-Matriz Jacobiana para o caso exemplo

	e_1	f_1	e_2	f_2
V_1	$2 e_1$	$2 f_1$	0	0
$e_1 f_1$	f_1	e_1	0	0
P_2	$e_2 G_{21} + f_2 B_{21}$	$-e_2 G_{21} - f_2 B_{21}$	$2e_2 G_{22} + G_{21}$	$2f_2 G_{22} + B_{21}$
Q_2	$f_2 G_{21} - e_2 B_{21}$	$-f_2 B_{21} - e_2 G_{21}$	$-2e_2 B_{22} - B_{21}$	$-2f_2 B_{22} + G_{21}$

A Tabela 2-12 apresenta os valores obtidos para os elementos da matriz Jacobiana.

Tabela 2-12-Elementos da matriz Jacobiana retangular

	e_1	f_1	e_2	f_2
V_1	2	0	0	0
$e_1 f_1$	0	1	0	0
P_2	-0,1923	-0,9615	0,1923	0,9615
Q_2	-0,9615	0,1923	0,9215	-0,1923

A seguir, apresenta-se o cálculo do vetor de erros.

vi. Cálculo do vetor de erros:

$$\begin{array}{c} \Delta V_1 \\ \Delta e_1 f_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline -0,1923 & 0,1923 & 0,1923 & 0,9615 \\ \hline -0,9615 & 0,1923 & 0,9215 & -0,1923 \\ \hline \end{array} * \begin{array}{c} \Delta e_1 \\ \Delta f_1 \\ \Delta e_2 \\ \Delta f_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \Delta e_1 \\ \Delta f_1 \\ \Delta e_2 \\ \Delta f_2 \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0,5000 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1,0000 & 0 & 0 \\ \hline 0,5208 & -0,2404 & 0,2083 & 1,0417 \\ \hline -0,0042 & -0,1519 & 0,9984 & -0,2083 \\ \hline \end{array} * \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0,0313 \\ -0,3183 \end{array}$$

$$e_2 = e_2 + \Delta e_2 = 1,000 + 0,0313 = 1,0313$$

$$f_2 = f_2 + \Delta f_2 = 0 - 0,03183 = -0,03183$$

$$P_2 = -0,2803; Q_2 = 0,1663; \Delta P_2 = -0,0197; \Delta Q_2 = -0,0963$$

Como o valor absoluto é maior que a tolerância, o processo continua.

Para a 2ª iteração, tem-se:

ΔV_1	=	2	0	0	0	*	Δe_1
$\Delta e_1 f_1$		0	1	0	0		Δf_1
ΔP_2		-0,5043	0,5043	0,2043	0,8391		Δe_2
ΔQ_2		-0,9303	0,5043	0,9803	-0,7916		Δf_2

Δe_1	=	0,5000	0	0	0	*	0
Δf_1		0	1,0000	0	0		0
Δe_2		0,5993	-0,8355	0,8042	0,8524		-0,0197
Δf_2		0,1546	-0,3976	0,9959	-0,2076		-0,0963

Atualizando os valores de e_2 e f_2 , tem-se:

$$e_2 = e_2 + \Delta e_2 = 1,0313 - 0,0979 = 0,9334$$

$$f_2 = f_2 + \Delta f_2 = -0,03183 + 0,0004 = -0,3179$$

$$P_2 = -0,2982; Q_2 = 0,0790; \Delta P_2 = -0,0018; \Delta Q_2 = -0,0090$$

E o processo continua, pois a tolerância ainda não foi obtida.

2.6 Solução Retangular Não-Iterativa

Com os dados iniciais para a rede proposta, desenvolveu-se o processo não-iterativo para o caso exemplo; porém, a forma empregada é a proposta em [XU98]. Para o caso, a seguinte seqüência deve ser executada:

- i. Criando as matrizes H que representam a matriz Y barra para o caso proposto. No caso estudado, a rede dispõe de duas barras. Portanto, serão criadas 4 matrizes H (2x2), que representam cada uma das equações da matriz Jacobiana.

As Tabela 2-13 e Tabela 2-16, apresentam as matrizes H obtidas para o caso exemplo.

Tabela 2-13-Representação de H(1) para barra Swing

0.5 *	0	0	G_{12}	B_{12}
	0	0	$-B_{12}$	G_{12}
	G_{12}	$-B_{12}$	$2G_{11}$	0
	B_{12}	G_{12}	0	$2G_{11}$

Tabela 2-14-Representação de H(2) para barra Swing

0.5 *	0	0	$-B_{12}$	G_{12}
	0	0	$-G_{12}$	$-B_{12}$
	$-B_{12}$	$-G_{12}$	$-2B_{11}$	0
	G_{12}	$-B_{12}$	0	$-2B_{11}$

Tabela 2-15-Representação de H(3) para barra PQ

0.5 *	0	0	G_{12}	B_{12}
	0	0	$-B_{12}$	G_{12}
	G_{12}	$-B_{12}$	$2G_{12}$	0
	B_{12}	G_{12}	0	$2G_{12}$

Tabela 2-16-Representação de H(4) para barra PQ

0.5 *	0	0	$-B_{21}$	G_{21}
	0	0	$-G_{21}$	$-B_{21}$
	$-B_{21}$	$-G_{21}$	$2B_{22}$	0
	G_{21}	$-B_{21}$	0	$-2B_{22}$

A seguir, os valores iniciais de e_1, f_1, e_2, f_2 são atribuídos.

ii. $X=[e_1, f_1, e_2, f_2]=[1,0,1,0]$;

Calcula-se, então, P_1, Q_1, P_2, Q_2 :

iii. $P_1=(X'*H(1)*X)=0$; $Q_1=(X'*H(2)*X)=-0.020$; $P_2=(X'*H(3)*X)=0$; $Q_2=(X'*H(4)*X)=-0.020$;

Os valores de ΔP_2 e ΔQ_2 são fornecidos na proposta e admite-se:

iv. $\Delta P_2=-0.300$; $\Delta Q_2=0.090$; que as variações na barra swing sejam nulas;

Assim, tem-se o vetor Y dado:

v. $Y=[0,0,-0.300, 0.090]$;

A matriz Jacobiana é calculada.

vi. $J=2H(x)$;

A Tabela 2-17 apresenta os valores para a matriz Jacobiana.

Tabela 2-17-Matriz Jacobiana

	e_1	f_1	e_2	f_2	
V_1	2	0	0	0	(a)
$e_1 f_1$	0	1	0	0	(b)
P_2	-0,1923	-0,9615	0,1923	0,9615	(c)
Q_2	-0,9615	0,1923	0,9215	-0,1923	(d)

vii. Invertendo e armazenando J. No método não-iterativo, a matriz Jacobiana é invertida uma única vez.

A Tabela 2-18 apresenta a matriz Jacobiana inversa.

Tabela 2-18-Matriz Jacobiana inversa

0,5000	0	0	0
0	1,0000	0	0
0,5208	-0,2404	0,2083	1,0417
-0,0042	-0,1519	0,9984	-0,2083

A partir de J^{-1} , obtem-se Z_1 :

viii. $Z_1=J^{-1} * Y=[0,0, 0.0313, -0.3183]$;

ix. Como o critério de parada é dado pelo maior valor absoluto de $Z_k/k!$ e, o maior erro encontrado é igual a $-0,3183$, maior que $0,003$, acrescenta-se um novo termo; A Tabela 2-19 apresenta a matriz Z_1

x.

Tabela 2-19-Matriz JZ_1

	e_1	f_1	e_2	f_2
V_1	2	0	0	0
$e_1 f_1$	0	1	0	0
P_2	-0,3120	0,0312	0,0120	-0,1224
Q_2	0,0312	0,3120	0,0588	-0,5993

O novo termo, Z_2 , é obtido como segue:

xi. $Z_2 = -J^{-1} * JZ_1 * Z_1 = [0,0, -0.2088, 0.0009]$; Cujo erro = $-0,2088 / 2! = 0,1044$

xii. Como o erro absoluto ainda é maior que a tolerância; adiciona-se um novo termo à série.

A Tabela 2-20 apresenta a matriz JZ_2

Tabela 2-20-Matriz JZ_2

	e_1	f_1	e_2	f_2
V_1	2	0	0	0
$e_1 f_1$	0	1	0	0
P_2	0,0410	0,2006	-0,0803	0,0003
Q_2	0,2006	-0,0410	-0,3932	0,0016

O termo Z_3 é obtido e o erro calculado.

xiii. $Z_3 = -J^{-1} * (3 * JZ_1 * Z_2) = [0,0, 0.0416, -0.0002]$; Erro= $0,0416 / 3! = 0,0069$

xiv. O erro ainda é maior que a tolerância; portanto, adiciona-se um novo termo.

xv. $Z_4 = -J^{-1} * (4 * JZ_1 * Z_3 + 3 * JZ_2 * Z_2) = [0,0, -0.2781, 0.0011]$; cujo erro = $-0,2781 / 4! = -0,0116$;

xvi. O erro absoluto ainda é maior que a tolerância. Adiciona-se mais um termo.

xvii. $Z_5 = -J^{-1} * (5 * JZ_1 * Z_4 + 10 * JZ_2 * Z_3) = [0,0, 0.2699, -0.0011]$; Erro= $0,2699 / 5! = 0,0022$

xviii. Como o erro absoluto é menor que a tolerância, tem-se o cálculo de Δx , fornecendo o valor final de x :

xix. Calculo do vetor de erros:

$$\Delta x = Z_1/(1!) + Z_2/(2!) + Z_3/(3!) + Z_4/(4!) + Z_5/(5!)$$

$$= [0,0, -0.0779, -0.3178];$$

xx. $X = X + \Delta x = [1,0,1,0] + [0,0, -0.0779, -0.3178] = [1,0, 0.9221, -0.3178]$;

xxi. Sendo $|V_2| = |e_2 + jf_2| = |0,9221 + j(-0,3178)| = 0,9753$

$$\theta_2 = \text{arc tg}(f_2 / e_2) = \text{arc tg}(-0,3178 / 0,9221) = -0,3319$$

Os valores de θ_2 e V_2 são similares aos dois processos anteriores, validando os métodos apresentados.

Como esperado, os valores calculados para V_2 e θ_2 em todos os métodos: polar iterativo, retangular iterativo e retangular não-iterativo fornecem o mesmo resultado. Isso demonstra que os métodos são corretos e, portanto, aplicáveis ao cálculo do fluxo de carga.

No próximo capítulo, uma nova proposta de análise de colapso de tensão, sustentada no promissor método retangular não-iterativo, é apresentada em maiores detalhes. Antes, porém, melhorias no método proposto são apresentadas.

Capítulo 3

Fluxo de Carga Não-Iterativo na Análise do Colapso de Tensão

Este capítulo aborda implementações no processo de fluxo de carga não-iterativo. Os resultados obtidos são apresentados, e algumas melhorias, como a consideração de limites de geração de potência reativa e simplificação na montagem da matriz H são realizadas. O método não-iterativo proposto neste trabalho permite encontrar o ponto de máximo carregamento ainda não encontrado na literatura. Métodos iterativos, na forma polar e retangular, são amplamente discutidos na literatura; e outros como o fluxo de carga retangular, utilizando equações de corrente, também são encontrados [FER03a, HEN04, FER03b, COS99]. Os detalhes da implementação do método não-iterativo são discutidos nas seções seguintes.

3.1. Implementação do Fluxo de Carga NI

Conforme discutido no capítulo 2, o processo do fluxo de carga não-iterativo apresentado em [XU98] mostrou que os resultados obtidos são similares aos modelos polar e retangular, que usam o método de Newton-Raphson, bem como a redução do tempo computacional, uma vez que o processo utiliza a recorrência na obtenção dos demais termos. A implementação do método foi realizada no ambiente Matlab, proporcionando

um efetivo acompanhamento de todo o processo, e a inserção de demais ferramentas propostas para o método não-iterativo.

3.1.1. A Matriz Jacobiana do Processo Não-Iterativo

A partir da equação $y_i = X^t H_i X$, a montagem da matriz H se faz necessária para o fluxo de carga não-iterativo; sendo obtida pela equação (3-1) [XU98]:

$$J = H(X) = X^t H \quad (3-1)$$

Assim, como a matriz J é o produto indicado pela equação (3-1), a matriz J pode ser construída diretamente, evitando a montagem das 2n matrizes H de ordem 2n x 2n. A essa observação, pode-se acrescentar o ganho computacional obtido, onde são construídas apenas algumas matrizes J de 2n x 2n; observado o número de termos da série que serão necessários para a redução do erro absoluto. Considere que a matriz de admitância nodal é única e de dimensão n x n, simétrica e constante; e representa a topologia da rede elétrica e, portanto, pode ser usada na obtenção da matriz J para os termos da série de Taylor.

A matriz J, para o caso de três barras mostrado na Figura 3-1, tem a estrutura representada na Tabela 3-1.

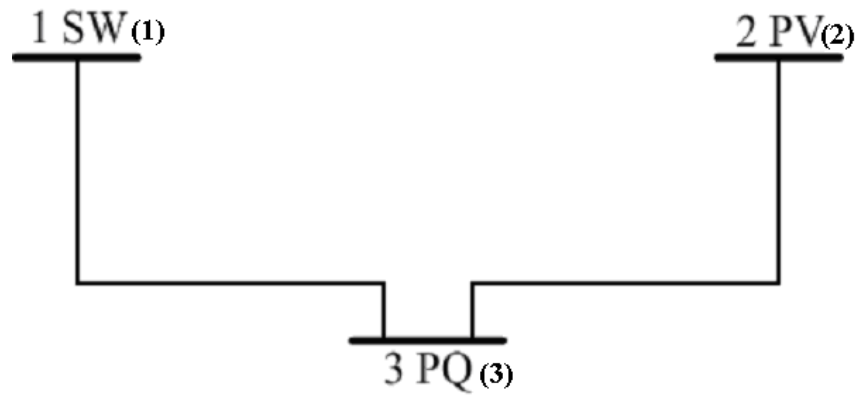


Figura 3-1-Topologia de rede – 3 Barras

Tabela 3-1-Matriz Jacobiana do fluxo de carga não-iterativo

$V=e_i+jf_i$	e ₁	f ₁	e ₂	f ₂	e
--------------	----------------	----------------	----------------	----------------	---

Na Tabela 3-1, o caso exemplo 3 barras; tem-se as barras swing, PV e PQ. Assim, as barras mais comuns em um sistema de potência são apresentadas. Pode-se perceber que na matriz Jacobiana do fluxo de carga não-iterativo, a barra swing também é representada pelas equações (3-2) e (3-3) [XU98].

$$V^2 = e_{iSw}^2 + f_{iSw}^2 \quad (3-2)$$

$$e_{Sw} f_{Sw} = e_i f_i \quad (3-3)$$

Como a barra swing é uma barra de tensão controlada, a exemplo de uma barra PV nota-se que a equação (3-2) é a mesma das barras PVs. Assim, após a definição das equações envolvidas, mostra-se a construção da matriz Jacobiana para o processo não-iterativo.

A Tabela 3-2 apresenta os elementos que compõem a matriz Jacobiana do processo, com $n=3$.

Tabela 3-2-Derivadas parciais das equações da matriz Jacobiana

	$i=j$		$i \neq j$	
a)	$\frac{\partial V_i}{\partial e_i} =$	$2e_i$	b)	$\frac{\partial V_i}{\partial e_j} =$ $2e_j$
c)	$\frac{\partial V_i}{\partial f_i} =$	$2f_i$	d)	$\frac{\partial V_i}{\partial f_j} =$ $2f_j$
e)	$\frac{\partial e_i f_i}{\partial e_i} =$	f_i	f)	$\frac{\partial e_i f_i}{\partial e_j} =$ f_j

(g)	$\frac{\partial e_i f_i}{\partial f_i} =$	e_i	(h)	$\frac{\partial e_j f_j}{\partial f_j} =$	e_j
(i)	$\frac{\partial P_i}{\partial e_i} =$	$2G_{ii}e_i + \sum_{k=1}^n G_{ik}e_k - B_{ik}f_k$	(j)	$\frac{\partial P_i}{\partial e_j} =$	$G_{ij}e_j + B_{ij}f_j$
(l)	$\frac{\partial P_i}{\partial f_i} =$	$2G_{ii}f_i + \sum_{k=1}^n G_{ik}f_k + B_{ik}e_k$	(m)	$\frac{\partial P_i}{\partial f_j} =$	$G_{ij}f_j - B_{ij}e_j$
(n)	$\frac{\partial Q_i}{\partial e_i} =$	$-2B_{ii}e_i + \sum_{k=1}^n -G_{ik}f_k - B_{ik}e_k$	(o)	$\frac{\partial Q_i}{\partial e_j} =$	$G_{ij}f_j - B_{ij}e_j$
(p)	$\frac{\partial Q_i}{\partial f_i} =$	$-2B_{ii}f_i + \sum_{k=1}^n G_{ik}e_k - B_{ik}f_k$	(q)	$\frac{\partial Q_i}{\partial f_j} =$	$-G_{ij}e_j - B_{ij}f_j$

O exemplo de 3 barras ilustrado na Tabela 3-2 mostra como obter, através da forma retangular, um sistema que contenha simultaneamente as barras swing, PV e PQ. A extensão para um sistema de grande porte é, portanto, uma extensão para esse caso.

Como a implementação para cálculo do fluxo de carga retangular não-iterativo é feita seguindo o roteiro, é usado o exemplo do capítulo anterior para mostrar que o modelo agora proposto também converge para os mesmos resultados. Portanto, a partir dos dados do problema, tem-se:

- i. $e_1=1, f_1=0, e_2=1,0$ e $f_2=0$
- ii. $P_2=(1)^2 * 0,1923 + 1*1*(-0,1923)+1*0* 0,9615=0$
- iii. $Q_2=-(1)^2* -0,9415 + 1*1(-0,1923) -1*1* 0,9615)=-0,02$
- iv. $\Delta P_2=-0,3-0=-0,3; \Delta Q_2=0,07-(-0,02)=0,09$

v. O vetor de erros é: $X=[0, 0, -0,30, 0,09]$

vi. $J_1=J(X)$

A Tabela 3-3 apresenta os elementos que compõem a matriz Jacobiana do processo.

Tabela 3-3-Elementos da matriz Jacobiana

Elementos da matriz <i>Jacobiana</i>					
	e_1	f_1	e_2	f_2	
V_1	2,000	0	0	0	(a)
$e_1 f_1$	0	1,0000	0	0	(b)
P_2	-0,1923	-0,9615	0,1923	0,9615	(c)
Q_2	-0,9615	0,1923	0,9215	-0,1923	(d)

A partir de J^{-1} , obtem-se o vetor Z_1 :

vii. $Z_1=J^{-1} * X= [0, 0, 0,0313, -0,3183]$

viii. Segundo o critério de parada, $\max [abs(K_n) / n!] =0,3183 / 1 =0,3183$; e o erro é maior que a tolerância, a série de Taylor, então, é expandida em mais um termo;

ix. $-JZ_2=J(Z_1) Z_1$;

Tabela 3-4-Elementos da matriz Jacobiana JZ_1

Elementos da matriz Jacobiana JZ_1					
	e_1	f_1	e_2	f_2	
V_1	0	0	0	0	(a)
$e_1 f_1$	0	0	0	0	(b)
P_2	-0,3120	0,0312	0,0120	-0,1224	(c)
Q_2	0,0312	0,3120	0,0588	-0,5993	(d)

O segundo termo é obtido a partir de JZ_1 :

- x. $Z_2 = -J^{-1} * JZ_1 * Z_1 = [0, 0, -0,2088, 0,0009]$;
- xi. Como o erro encontrado é maior que a tolerância e igual a 0,1044, um terceiro termo é adicionado à série:
- xii. $-JZ_3 = 3J(Z_1) Z_2$;

A Tabela 3-5 apresenta os elementos de JZ_2 ;

Tabela 3-5-Elementos da matriz Jacobiana JZ_2

Elementos da matriz Jacobiana JZ_2					
	e_1	f_1	e_2	f_2	
V_1	0	0	0	0	(a)
$e_1 f_1$	0	0	0	0	(b)
P_2	0,0410	0,2006	0,0803	-0,0003	(c)

Q_2	0,2006	-0,0410	-0,3932	0,0016	(d)
-------	--------	---------	---------	--------	-----

O termo Z_3 é obtido a partir de JZ_2

xiii. $Z_3 = -J^{-1} * 3J(Z_1) * Z_2 = [0, 0, 0,0046, 0]$

xiv. O erro é igual a 0,0008 e, portanto, menor que a tolerância.

xv. Assim, $\Delta x = [0, 0, -0,0736, -0,3178]$.

Finalmente, obtém-se os valores das variáveis de interesse:

xvi. $e(1) = e(1) + \Delta x(1) = 1; \quad f(1) = f(1) + \Delta x(2) = 0;$

$e(2) = e(2) + \Delta x(3) = 0,9264; \quad f(2) = f(2) + \Delta x(4) = -0,3178;$

Logo:

xvii. $V = 0,9794$ e $\theta = -0,3315$.

Os resultados encontrados são similares se comparados aos métodos usados anteriormente, validando a metodologia.

3.2. Fluxo de Carga Retangular NI

Conforme a apresentação da seção 3.1, o cálculo do fluxo de carga mencionado é baseado na expansão da série de Taylor com critério de parada, mostrado na equação (2-24). O algoritmo básico é bastante similar ao usado na forma polar iterativa. O algoritmo pode, ser descrito como na Figura 3-2:

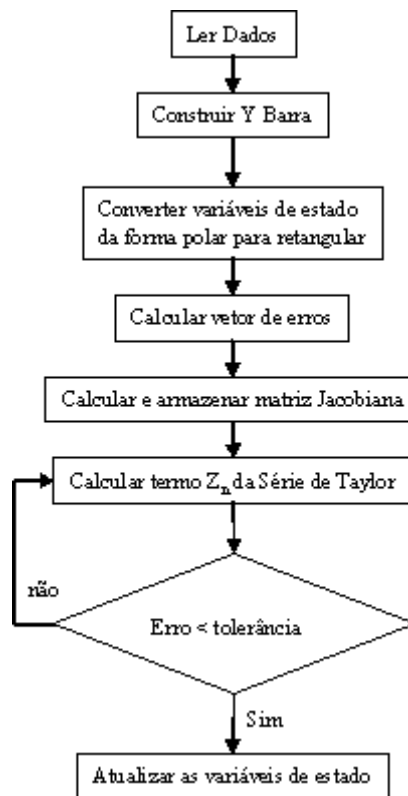


Figura 3-2- Fluxograma do Algoritmo NI

No algoritmo mostrado na Figura 3-2, n representa o termo da série a ser acrescido. Observa-se também, como mencionado, que o algoritmo do fluxo de carga retangular não-iterativo é similar ao processo iterativo. Para uma visão geral, o algoritmo mostrado omitiu alguns passos que são, na verdade, as soluções das equações apresentadas anteriormente.

3.3. Resultados para o Processo Retangular Não-Iterativo

Com a implementação do algoritmo em linguagem do Matlab, alguns testes foram realizados com os arquivos IEEE 30, 57 e 118 barras. Foram analisados os resultados obtidos, permitindo-se concluir que os valores encontrados são bastante próximos dos encontrados para um fluxo de carga iterativo. O tempo computacional para o cálculo do fluxo de carga retangular não-iterativo é menor que processo iterativo; com isso, propôs-se

a inserção de limites de injeção de potência reativa. As seções a seguir mostram os aspectos considerados no programa desenvolvido.

3.4. Limites de Geração de Potência Reativa

Durante o cálculo do fluxo de carga, não foi observado nenhum limite físico para qualquer tipo de barra mencionado. Porém, em um sistema de potência são muitos os elementos cujas limitações físicas são evidentes. Assim, calcular o fluxo de carga e não observar limitações físicas torna o resultado pouco prático. Neste aspecto, a consideração dos limites de geração de potência reativa desempenha um papel bastante importante; e cabe ressaltar que a formulação apresentada em [XU98] não leva em consideração tais limites, apresentando esta consideração como uma melhoria ao método proposto.

O limite de geração de potência reativa (Q) é dado pelas características construtivas de um gerador. Portanto, para uma barra PV (barra de geração), deve-se considerar os valores de potências ativa e reativa definidos pelo fabricante.

Os limites impostos para geração de potência reativa podem ser violados, portanto, a verificação dos limites máximo e mínimo faz-se necessária. Portanto, a cada iteração, os limites de potência reativa devem ser respeitados:

A transformação da barra PV em PQ implica na mudança estrutural da matriz Jacobiana. Ao contrário do processo iterativo, onde a matriz Jacobiana apresenta uma nova dimensão decorrente da inclusão das derivadas parciais $\frac{\partial Q}{\partial V}$ e $\frac{\partial Q}{\partial \theta}$; a matriz Jacobiana para o processo retangular não-iterativo tem as equações substituídas pelas equações de potência reativa fornecidas pelas equações da Tabela 3-1. Com a substituição citada, a barra que violar limites (máximo ou mínimo) é, agora, tratada como barra PQ na

montagem da matriz Jacobiana, também adotado na forma polar. Logo, a perda de controle de tensão é corretamente representada em ambas as modelagens.

3.5. Resultados com os Limites de Potência Reativa Incorporados

Os testes foram realizados para os sistemas IEEE 30, 57 e 118 barras. As mesmas considerações podem ser feitas para os casos sem limite, onde os resultados obtidos podem ser considerados idênticos aos dos casos executados usando o fluxo de carga polar.

O objetivo principal deste trabalho é a implementação de ferramentas de análise de colapso de tensão no fluxo de carga retangular não-iterativo. A seção seguinte apresenta os métodos de análise.

3.6. Métodos para Determinação do Ponto de Colapso de Tensão

Os problemas de instabilidade citados na seção 1.2.2, normalmente, são observados na medida em que os níveis de tensão atingem magnitudes críticas. Assim, alguns métodos de detecção do ponto de colapso são mostrados nas seções a seguir.

3.6.1. Método da Continuação

Este método é proposto na literatura para identificação de pontos de bifurcação tipo sela-nó em sistemas não lineares, e sua aplicação em sistemas de potência foi inicialmente proposta em [AJJ88, CAN91]. Em função da aplicação em sistemas de potência, este método tem sido comumente chamado de fluxo de carga continuado. Assim, o nível de carregamento do sistema cresce e a magnitude da tensão é reduzida. Como se observa, o método da continuação impõe as características necessárias para que o

fenômeno em estudo, o colapso de tensão, ocorra. Porém, a proposta é a obtenção do ponto de máximo carregamento do sistema; em outras palavras, o método continuado mostra quais são as variáveis de estado da rede que direcionam o sistema ao colapso. Dessa forma, o carregamento do sistema é feito com cautela, de forma a não extrapolar entre pontos muito distantes.

Como os pontos entre a estabilidade e a instabilidade são objetos dessa análise, e portanto desconhecidos, resta que as variações devem levar o sistema de um ponto de equilíbrio a outro, observando o limite entre estabilidade e instabilidade. Para isso, o método continuado se baseia em duas partes. Admitindo que o sistema seja dado por $f(x, \lambda)=0$, pode-se mostrar as duas componentes usadas que levam o sistema de um ponto de equilíbrio a outro [SOU95]:

O método da continuação é dividido em dois passos:

O passo previsor: que determina uma direção para Δx_1 , $\Delta \lambda_1$;

O passo corretor: determina x_2 , λ_2 para $f(x, \lambda)=0$, usando como ponto de partida

$$(x_1 + \Delta x_1, \lambda_1 + \Delta \lambda_1).$$

Dos passos citados, segue-se que o diagrama da bifurcação pode ser mostrado como na Figura 3-3.

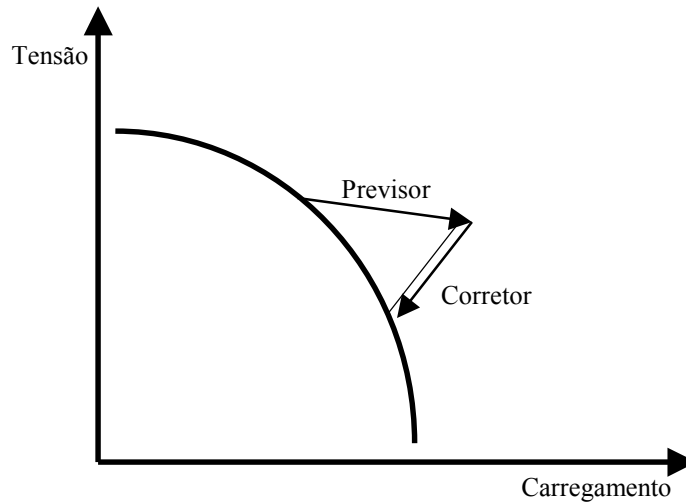


Figura 3-3 Diagrama de bifurcação

Como o sistema se move de um ponto de equilíbrio a outro pelo ajuste dos dois componentes citados, cada um deles é descrito a seguir:

3.6.2. Previsor pelo vetor tangente

O passo previsor é calculado para cada novo carregamento, e à medida que o tamanho do passo diminui, o ponto de colapso procurado se aproxima. Essa técnica utiliza a norma do vetor tangente [SOU95], e como a curva de carregamento se torna cada vez mais inclinada, a norma do vetor tangente se torna cada vez maior. O vetor tangente pode ser obtido pelo produto da matriz Jacobiana inversa pelo vetor de carregamento inicial para cada barra de carga. Definindo TV, equação (3-4), como o vetor tangente, pode-se mostrar [SOU95] que:

$$TV = \begin{bmatrix} \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} \\ \frac{\Delta V}{\Delta\lambda} \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} P_0 \\ Q_0 \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

E TV pode ser calculado:

$$TV = \begin{bmatrix} \frac{\Delta x}{\Delta \lambda} \\ \frac{\Delta \lambda}{\Delta \lambda} \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} P_0 \\ Q_0 \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

Na representação retangular, x é associado à parte real e imaginária da magnitude da tensão:

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta e}{\Delta \lambda} \\ \frac{\Delta \lambda}{\Delta f} \\ \frac{\Delta \lambda}{\Delta \lambda} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} P_0 \\ Q_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

Denotando $\|TV\|$ como a norma do vetor tangente TV, pode-se regular o tamanho do passo como abaixo:

$$\Delta \lambda_1 = \frac{k}{\|TV\|} \quad (3-7)$$

Onde k é uma constante e opera com as características definidas na Tabela 3-6, abaixo:

Tabela 3-6-Tamanho do Passo

k	Tamanho do Passo
=1	Normal
>1	Acelerado
<1	Lento

Quando o ponto de colapso está próximo, a matriz Jacobiana torna-se mal condicionada e, portanto, o sistema de equações pode não convergir. Assim, é necessária

uma parametrização para se alcançar uma solução. Na referência [CAN91] é mostrado que o vetor tangente converge para o autovetor à direita, associado ao autovalor nulo. Entretanto, em [VAN92], mostra-se que a maior componente no autovetor à direita indica a variável mais sensível no ponto de singularidade. Portanto, a parametrização pode ser feita através da substituição da variável associada ao maior componente em t_1 por λ .

Logo, obtém-se:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \lambda \\ x_n \end{bmatrix} p = \lambda = x_i \quad (3-8)$$

O passo previsor é usado como ponto inicial de carregamento, e os novos valores de carga são calculados através do passo previsor, sendo e f valores convergidos para o caso. Importante ressaltar que não foi utilizado nenhum tipo de parametrização nos casos estudados neste trabalho.

3.6.3. Passo Corretor

O corretor encontra a solução (x_2, λ_2) a partir de $(x_1 + \Delta x_1, \lambda_1 + \Delta \lambda_1)$. A solução é obtida resolvendo [SOU95]:

$$F(x, \lambda) = 0 \quad (3-9)$$

$$P(x, \lambda) = 0 \quad (3-10)$$

A equação extra (3-10) pode ser obtida através da interseção perpendicular entre os vetores previsor e corretor, obtendo-se:

$$p(x, \lambda) = \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta \lambda_1 \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} x - x_1 - \Delta x_1 \\ \lambda - \lambda_1 - \Delta \lambda_1 \end{bmatrix} = 0 \quad (3-11)$$

Iniciando o processo em $(x_1 + \Delta x_1, \lambda_1 + \Delta \lambda_1)$, a próxima solução converge para (x_2, λ_2) .

O método continuado tem a desvantagem de exigir alto esforço computacional para sistemas de grande porte, uma vez que diversos pontos operativos devem ser calculados.

3.7. Método Direto

O ponto de máximo carregamento é caracterizado pela singularidade da matriz Jacobiana. O método iterativo por Newton-Raphson para obtenção direta do ponto de máximo carregamento utiliza um processo iterativo, no qual são utilizadas as equações do fluxo de potência e outras equações que caracterizam este ponto. Este processo sofre grande influência dos valores iniciais [ALV91].

3.7.1. Ponto de Máximo Carregamento (PMC)

Quando o PMC é atingido, as seguintes condições são detectadas:

- I - O determinante da matriz Jacobiana \mathbf{J} é nulo;
- II - A matriz Jacobiana possui um autovalor nulo;
- III - As equações $\mathbf{J}^T \mathbf{w} = \mathbf{0}$ e $\mathbf{J} \mathbf{v} = \mathbf{0}$ têm solução não trivial, onde \mathbf{w} e \mathbf{v} são os autovetores à esquerda e à direita da matriz \mathbf{J} , respectivamente, associados ao autovalor nulo.

Os estudos realizados para a obtenção do PMC, mostram que a melhor condição é a terceira.

Dessa forma, o conjunto de equações utilizado é dado por:

$$G(x, \lambda, w) = \left\{ \begin{array}{l} F(x, \lambda) = 0 \\ J^T w = 0 \\ \|w\| \neq 0 \end{array} \right\} \quad (3-12)$$

onde:

$F(x, \lambda) = 0$: representa as equações do fluxo de potência, garantindo que a solução seja um ponto de operação do sistema;

$J^T w = 0$: conjunto de equações lineares formado pelo produto da matriz Jacobiana transposta e seu autovetor à esquerda, associado ao autovalor crítico, garantindo a singularidade da matriz;

$\|w\| \neq 0$: garante que o autovetor à esquerda não seja nulo. Isso evita que a solução da equação seja trivial. A equação utilizada para atender a esta condição pode ser reescrita como:

$$1 - \sum_{i=1}^{2n} (w_i^2) = 0 \quad (3-13)$$

Assim, substituindo a equação (3-13) em (3-12), tem-se:

$$G(x, \lambda, w) = \left\{ \begin{array}{l} F(x, \lambda) = 0 \\ J^T w = 0 \\ 1 - \sum_{i=1}^{2n} (w_i^2) = 0 \end{array} \right\} \quad (3-14)$$

O sistema apresentado em (3-14) é um conjunto de equações não-lineares a ser resolvido pelo método de Newton-Raphson. As variáveis deste sistema são os $2n$ componentes de x , as $2n$ componentes de w e o parâmetro de carregamento λ . Linearizando as equações, tem-se, matricialmente:

$$\begin{bmatrix} \Delta \left(\frac{\partial F^T}{\partial x} w \right) \\ \Delta \left(F(x, \lambda) \right) \\ \Delta \left(1 - \sum_{i=1}^{2n} (w_i^2) \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 F^T}{\partial x^2} w & \frac{\partial F^T}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial F}{\partial x} & 0 & \frac{\partial F}{\partial \lambda} \\ 0 & 2w & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta w \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} \quad (3-15)$$

3.7.2. Método Direto por Newton-Raphson

Usualmente, o método direto é implementado utilizando-se das equações de potência escritas em coordenadas polares. Assim, $F(x,g)=0$ é expressa em função das potências ativa e reativa injetadas nas barras; e o vetor x corresponde às variáveis tensões nas barras. Desta forma, um algoritmo pode ser descrito da seguinte forma:

Passo 1: Calcular o ponto estimado (x,λ) ;

Passo 2: Montar a matriz Jacobiana no ponto estimado;

Passo 3: Calcular o autovetor estimado à direita w da matriz Jacobiana. Neste trabalho o autovetor foi substituído pelo vetor tangente conforme equação (3-5).

Passo 4: Calcular o vetor de resíduos, primeiro membro da equação (3-15), onde:

$$\frac{\Delta F}{\Delta x} = J \quad (3-16)$$

$$\frac{\partial^2 F^T}{\partial x^2} w = H^T w \quad (3-17)$$

$$\Delta \left(\frac{\partial F^T}{\partial x} w \right) = -J^T w \quad (3-18)$$

$$\Delta(F(x, \lambda)) = \left[\Delta P_1 \ \Delta P_2 \ \dots \ \Delta P_n \mid \Delta Q_1 \ \Delta Q_2 \ \dots \ \Delta Q_n \right] \quad (3-19)$$

A matriz H em (3-17) é a matriz Hessiana.

Passo 5: Atualizar as variáveis de estado e voltar ao passo 4:

$$\begin{cases} x = x + \Delta x \\ w = w + \Delta w \\ \lambda = \lambda + \Delta \lambda \end{cases} \quad (3-20)$$

Caso todos os componentes do vetor calculado no passo 4 sejam menores que a tolerância, executa-se o Passo 6; senão, resolve-se o sistema de equações (3-15).

Passo 6: Montar a matriz Jacobiana e, então, determinar o autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo.

As coordenadas do autovetor à esquerda referentes ao autovalor nulo da matriz Jacobiana no PMC, fornecem a sensibilidade de cada barra. Portanto, o vetor w indica a ordenação para que as injeções de potência ativa e/ou reativa dêem suporte às tensões do sistema.

A Figura 3-4 apresenta o fluxograma para o método direto apresentado.

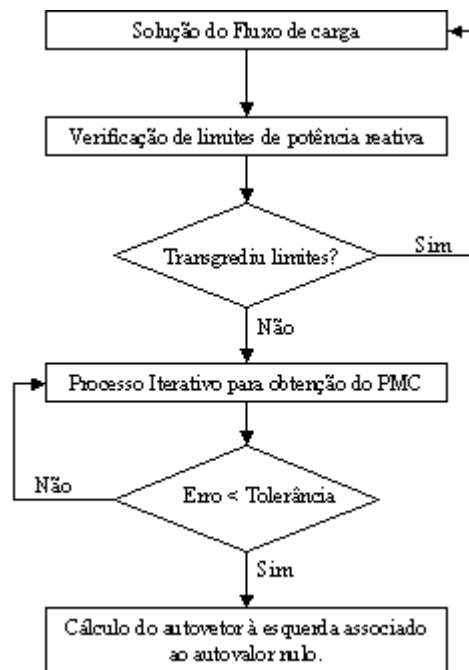


Figura 3-4 Algoritmo para método direto

3.7.3. Método Direto e Processo Não-Iterativo

Após a apresentação do método direto iterativo (NR), método direto foi implementado para o fluxo de carga retangular não-iterativo. A obtenção da solução foi baseada no fluxo de carga não-iterativo, onde a expansão em série de Taylor é estendida à medida em que o erro seja maior que a tolerância dada. A proposta é utilizar a mesma formulação do método direto por NR, porém com a formulação retangular.

A formulação apresentada pela equação (3-12), é a mesma usada pelo método direto não-iterativo. Em princípio, a formulação obtém o PMC com as soluções na forma polar iterativa. Com a implementação do método direto iterativo, na formulação retangular, é necessário análise detalhada dos resultados obtidos, permitindo um melhor entendimento dos resultados para posterior implementação do método NI.

O método direto por NR na forma retangular é construído utilizando-se as equações não-lineares do fluxo de carga retangular, apresentadas no Apêndice A. Os casos estudados foram os sistemas IEEE 30, 57 e 118 barras.

Após os testes com o método direto por NR na forma retangular, partiu-se, então, para a versão não-iterativa (NI), objeto principal desta seção. Como a formulação NI abordou somente a solução do fluxo de carga, algumas alterações no algoritmo foram necessárias. Dessa forma, pode-se enumerar algumas dessas modificações:

- 1- A dimensão da matriz Jacobiana é $2n \times 2n$ (onde n é o número de barras). Portanto, a dimensão da matriz Jacobiana do método direto NI é acrescida de $2n + 1$ equações. De acordo com a equação (3-15), é necessária a construção da matriz Hessiana e dos vetores relacionados ao parâmetro λ ;
- 2- Inserção da variação de carga $\Delta\lambda$ no processo NI;
- 3- Atualização do autovetor;

Com as alterações apresentadas, verificou-se que o método divergia de forma abrupta. Uma reavaliação das modificações se fez necessária. As observações, a seguir, foram obtidas da análise do método modificado.

A atualização tanto da carga como do autovetor, moviam o ponto de operação para um outro ponto no plano. Assim, o processo NI não podia convergir; a partir disso, os vetores de erro Δx e Δw foram armazenados e, somente após satisfeita a condição dada pela equação (2-24), os valores de e , f , λ e w seriam atualizados. Assim, a convergência para um determinado ponto pôde ser encontrada. Como se pode observar, o valor de $\Delta\lambda$ não é calculado ao longo da expansão em série, como ocorre com os erros das variáveis de

estado x e w , mas sim, apenas no primeiro termo da série de Taylor. Portanto, a variação de λ relaciona variações da carga com variações de x e w iniciais.

A Figura 3-5 apresenta o fluxograma para o método direto utilizando o processo não-iterativo.

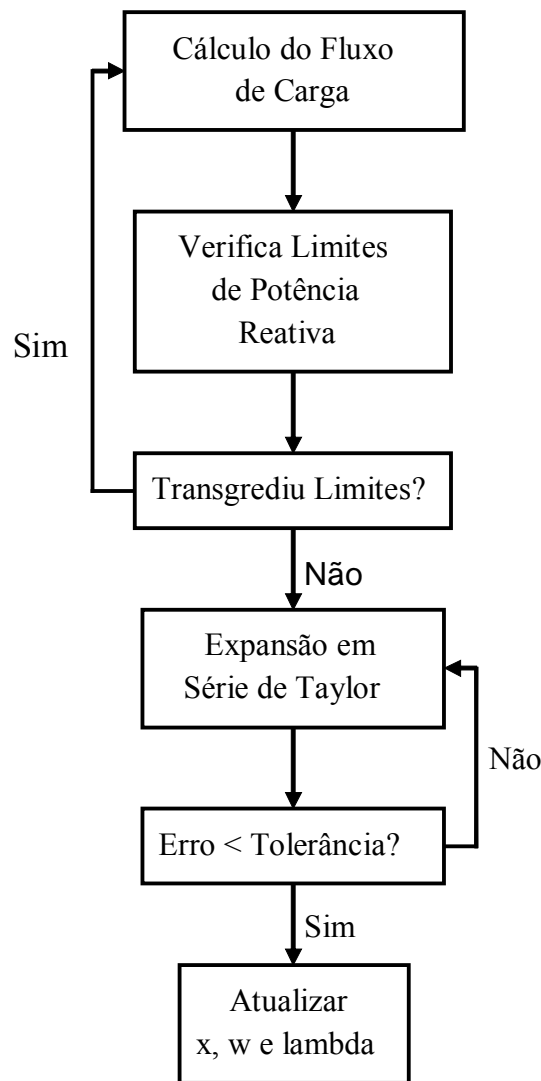


Figura 3-5 Algoritmo não-iterativo do método direto

Vários testes foram realizados a partir do processo apresentado na Figura 3-5. Apesar de o método atingir ao PMC, a não atualização do vetor de erro em relação ao vetor tangente implicou diretamente num maior número de termos para a série de Taylor; com

isso, houve um significativo aumento de esforço computacional. Os resultados encontrados, e uma avaliação sistemática do método são apresentados no capítulo 4.

3.8. Método da Extrapolação Quadrática

O método da Extrapolação Quadrática (EQ) permite a obtenção de um novo ponto de equilíbrio, a partir de um ponto de equilíbrio anterior por sucessivas iterações. Assim, o método EQ foi implementado objetivando atingir o PMC para os casos em estudo.

O método EQ forma retangular, permitiu a reutilização dos algoritmos anteriores e posterior implementação do método NI. Diante da proposta, os passos a seguir mostram como o método EQ pode ser construído:

Passo 1- Dado um ponto de operação inicial, o sistema tem um pequeno aumento em sua margem de carga, obtendo-se um novo ponto de operação. Então, determina-se o vetor tangente associado e o maior elemento desse vetor é armazenado;

Passo 2- Os parâmetros da função quadrática, cuja expressão: $tg(\lambda) = a\lambda^2 + c$, são determinados; onde $tg(\lambda)$ é o inverso do maior elemento do vetor tangente e λ é um parâmetro qualquer do sistema. A partir do conjunto de duas equações e duas incógnitas, uma vez que a e c são conhecidos, a variável c é o valor inicial no ponto de bifurcação (λ^*); ponto esse onde a função cruza o eixo λ . Portanto o sistema é carregado com o valor (λ^*);

Passo 3- Se o sistema de equações converge, retorna-se ao passo 1. Caso contrário, calcula-se um novo λ pela expressão dada em (3-21).

$$\lambda^* = (\lambda_1 - \lambda_2) / 2 + \lambda_2 \quad (3-21)$$

Se o fluxo de carga convergir para o novo λ^* , aplica-se a nova margem de carga e retorna-se ao passo 1. Caso não convirja, recorre-se à equação (3-21) onde um novo λ^* deve ser calculado. Esse método é similar ao de busca binária proposto por [CUT99]. Em função do método EQ ser baseado em sucessivos cálculos do fluxo de carga, o método NI converge diretamente para o ponto de colapso.

Figura 3-6 apresenta o fluxograma para o método da extrapolação quadrática.

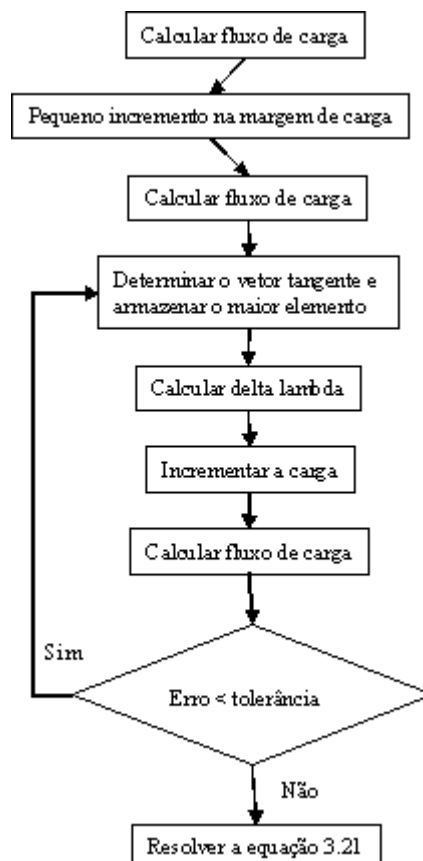


Figura 3-6 Algoritmo do método de Extrapolação Quadrática

O método EQ foi construído com sucesso e mostrou resultados satisfatórios com tempo computacional reduzido. Os resultados obtidos e considerações são apresentados no capítulo 4.

3.9. Método de Busca Binária

O método de busca binária é amplamente utilizado para se encontrar valores dentro de um determinado intervalo. Normalmente esse método diz respeito à busca em vetores anteriormente ordenados, delimitando o espaço de busca.

Neste trabalho, o algoritmo de busca binária considerou a divergência do fluxo de carga como limite superior de busca. A convergência, no entanto, é o limite mínimo de busca, e garante o quanto ainda se pode aumentar o limite inferior considerado.

Seja, por exemplo, o intervalo entre 0 e 10, e o número a ser encontrado pelo método é o número 4. Admitindo-se que o número é um número inteiro, o processo de busca segue o roteiro:

- a) Sempre se inicia reduzindo o espaço de busca pela metade; dessa forma, o primeiro número é 5 (média aritmética entre 0 e 10);
 - b) Com a informação de que o número é menor que 5, reduz-se novamente o espaço de busca;
 - c) Com a informação de que o número é maior que 3, o intervalo passa a ser entre 3 e 5;
- 5° Como o intervalo é entre 3 e 5, o número inteiro procurado é 4.

O exemplo anterior mostra como se pode reduzir o espaço de busca drasticamente com o uso da busca binária.

Nos casos estudados neste trabalho, o limite superior usado foi 3 p.u., apesar de valores superiores serem utilizados e, com a diferença de tempo de solução serem é desprezíveis.

O tempo computacional de busca binária é muito bom se comparado com os métodos da continuação e direto, perdendo apenas para o método da extrapolação quadrática. Os resultados obtidos são apresentados no próximo capítulo.

3.10. Dispositivos de Controles Usados na Matriz Jacobiana

As equações utilizadas na solução do problema de fluxo de carga foram mostradas anteriormente; porém, alguns dispositivos de controle influenciam diretamente as condições de operação do sistema elétrico de potência. Assim, a inclusão das equações que modelam tais dispositivos devem ser consideradas no conjunto de equações que compõem a matriz Jacobiana.

As equações dos elementos de controle são adicionadas às equações básicas do fluxo de carga. Geralmente os elementos de controle mais utilizados permitem: o controle de magnitude de tensão nodal, o controle de fluxo de potência ativa e o intercâmbio de potências entre áreas. Para os limites de operação, tem-se o: limite de tensão em barras PQ, limites dos taps de transformadores e os limites de fluxos em linhas de transmissão. As equações obtidas podem ser integradas a fluxo de potência ótimo. Porém, neste trabalho essas equações são diretamente inseridas na matriz Jacobiana.

3.10.1. Controle de Sobrecarga

Linhas de transmissão são fisicamente limitadas na transmissão de energia elétrica. Portanto, as limitações devem ser consideradas e obedecem às restrições impostas fisicamente.

Na análise do problema, um pequeno incremento de potência ativa é aplicado aos geradores do sistema em estudo. O gerador que mais contribui para o aumento da sobrecarga em uma determinada linha é o gerador que terá sua carga reduzida visando à redução de fluxo de potência. No entanto, o gerador que reduz a sobrecarga, terá sua geração aumentada. Em [SOU00b], uma proposta para a remoção de sobrecarga é apresentada, e a equação de potência ativa associada à linha de transmissão sobrecarregada é incorporada ao conjunto de equações do fluxo de carga; uma nova coluna aparece para os geradores em redespacho de potência ativa.

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ SC \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N & \vdots \\ M & L & K \\ \cdots & FF & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \\ \Delta R \end{bmatrix} \quad (3-22)$$

O vetor FF, em (3-22), contém as derivadas parciais da potência ativa associada à linha de transmissão em sobrecarga. O redespacho é calculado através da nova coluna K, adicionada à matriz original, onde o valor +1 é atribuído ao gerador que terá a geração incrementada. Ao gerador que terá sua geração reduzida, será atribuído o valor -1. Os elementos restantes do vetor K são iguais a zero. O termo SC é valor de sobrecarga encontrado para a linha de transmissão.

Após a implementação desse controle na forma retangular iterativa, construiu-se uma aplicação computacional com a utilização do método não-iterativo. Como nas outras

implementações, somente após a expansão em série de Taylor, com a redução do erro à tolerância permitida, as variáveis de estado foram atualizadas. Os resultados encontrados são similares aos obtidos pelo método iterativo NR. Os valores encontrados são mostrados e comentados no capítulo 4.

3.10.2. Corte de Carga

Esse tipo de controle prevê a manutenção de um limite tolerável para o nível de tensão em uma barra de carga (PQ). A adoção desse controle se faz necessária na medida em que o nível de tensão em uma barra pode levar o sistema a um processo de instabilidade de tensão, finalizando com o colapso de tensão.

A referência [NIR92] propõe rápidos cortes de carga com compensação de potência reativa. Neste trabalho, pretendeu-se encontrar uma condição operativa que não viole o balanço de carga do sistema.

Portanto, o corte de carga pode ser entendido como uma medida corretiva para problemas de baixos níveis de tensão e de instabilidade de tensão [FEN98, GRA96].

O corte de carga implementado é similar ao controle remoto de tensão encontrado na literatura. O controle remoto permite a um gerador manter o nível de tensão em uma barra de carga remota. Como o nível de tensão é conhecido, a variável de estado pode ser removida do conjunto de equações. As equações, em sua forma matricial, são mostradas a seguir:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta P_k \\ \Delta Q \\ \Delta Q_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H \\ \\ \\ M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \\ \Delta C \end{bmatrix} \quad (3-23)$$

Na formulação polar, a tensão é diretamente calculada e a respectiva variável facilmente substituída na matriz Jacobiana. Porém, para formulação retangular a substituição deve ser feita em função de e ou f ; e após a convergência, o valor da variável removida é explicitamente calculado em função do módulo desejado e da parcela calculada por (3-22).

Na equação (3-23), H , N , M e L são as derivadas parciais das equações que compõem a matriz Jacobiana original e ΔC é o valor do corte de carga a ser realizado.

Os valores das derivadas parciais em relação à nova variável, são iguais a zero menos para as potências ativas e reativas da barra controlada, cujo os valores atribuídos são -1.

Este trabalho implementou o controle proposto na forma retangular (NR) e utilizando-se do método NI mostrando que o método proposto em [XU98] também permite modificações na matriz Jacobiana. A utilização do método NI para a implementação do controle de corte de carga levou o sistema aos níveis de tensão pré-definidos.

Comentários e resultados sobre o controle de corte de carga são encontrados no capítulo 4.

Capítulo 4

Resultados

Este capítulo apresenta os resultados obtidos a partir das metodologias NR e NI em coordenadas retangulares. Os sistemas estudados são os sistemas-testes do IEEE com implementação em Matlab 6.1®.

limites para o método NI é diferente do processo iterativo. Portanto, a implementação de limites de potência reativa faz parte da contribuição deste trabalho, e ainda não é apresentada na literatura.

O fluxo de carga NI utilizado apresentou resultados satisfatórios. Na Tabela 4-1, a seguir, encontram-se os tempos calculados em cada caso estudado.

Tabela 4-1-Tempos Computacionais para os métodos NR e NI (p.u.)

Caso IEEE	NR	NI
30	1,000	0,755
57	1,000	0,402
118	1,000	0,359

Pode-se observar que os tempos medidos são sensivelmente menores para o método NI; o baixo custo computacional se deve a uma única fatoração da matriz Jacobiana, e explica a redução do tempo de cálculo.

4.2. Fenômeno do Colapso de Tensão

O colapso de tensão é um fenômeno real e abordado na literatura. Os baixos níveis de tensão associados a baixos níveis de reserva reativa permitem que o fenômeno aconteça, levando o sistema elétrico de potência a um processo irreversível de instabilidade de tensão. E o objetivo deste trabalho é apresentar ferramentas para estudos de colapso de tensão e métodos computacionais para se determinar o ponto de máximo carregamento (PMC).

4.3. Método da Continuação

O método da continuação é bastante explorado na literatura [AJJ88, CAN93]. A facilidade de sua implementação permite que o método seja o mais conhecido e utilizado. Assim, esse método foi o primeiro a ser implementado utilizando os processos NR e NI.

No método da continuação a margem de carga é incrementada continuamente. Com o passo decrescente à medida em que o ponto de colapso se aproxima. A redução do tamanho do passo ocorre virtude do mesmo ser inversamente proporcional à norma do vetor tangente, apresentado na equação (3-7).

Os resultados da implementação do método da continuação podem ser observados na Tabela 4-2, mostrada a seguir:

Tabela 4-2-Resultados do Método Continuado

Caso IEEE	NR		NI		Variação Margem %
	Margem	Tempo	Margem	Tempo	
30	1,9386	1,000	1,9553	0,874	0,86
57	1,6287	1,000	1,6685	0,785	2,44
118	2,2001	1,000	2,2389	0,806	1,76

Observa-se que, o método NI reduz o erro com a expansão em série de Taylor. Um novo termo, normalmente, reduz bruscamente o valor do erro, levando-o a valores extremamente reduzido com acréscimo de um único termo; isso justifica as margens de carga maiores encontradas pelo método NI.

Na Tabela 4-2 pode-se perceber que o método NI é mais rápido que o método continuado, usando o método convencional de NR. Os resultados obtidos pelos dois métodos são muito próximos dos valores encontrados na literatura e validam os resultados obtidos.

A Figura 4-1 apresenta a curva PV traçada pelo método continuado para o sistema de IEEE 30 barras, apresentando a barra crítica do sistema em relação ao fenômeno colapso de tensão, ou seja, até o ponto de máximo carregamento do sistema.

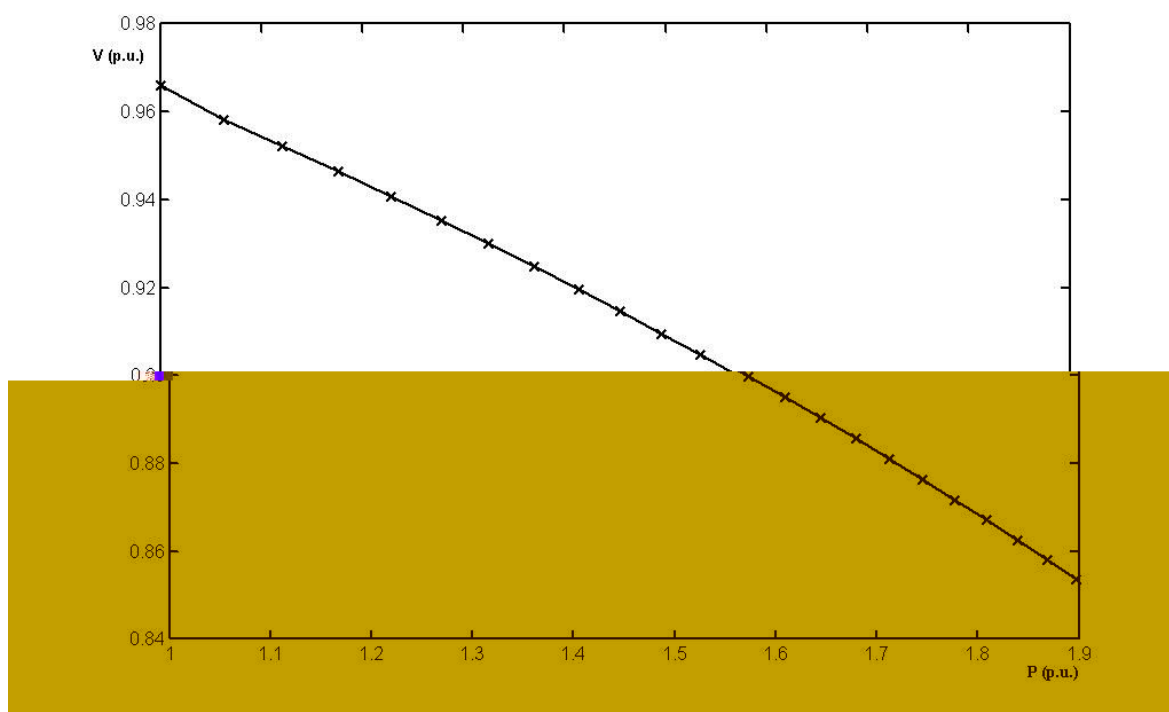


Figura 4-1 Curva PV: Método da Continuação NI (Sistema IEEE 30 Barras)

4.4. Método Direto

O método direto tem como finalidade obter, como o método continuado, o ponto de máximo carregamento. Porém, esse método não traça o diagrama de bifurcação. As

não são aplicadas dentro da expansão da série de Taylor, uma vez que a atualização desses elementos implica diretamente na alteração da margem de carga, e a expansão deve ser realizada em torno de um único ponto; nota-se que a atualização do autovetor implica na divergência de qualquer caso testado.

O valor de $\Delta\lambda$ é calculado a partir do primeiro termo da série de Taylor e os valores encontrados ao final de cada expansão são muito próximos daqueles encontrados pelo método iterativo NR em cada iteração. Os resultados finais dos dois métodos são bastante próximos, e o tempo e a margem de carga são apresentados em p.u..

4.5. Método da Extrapolação Quadrática

Este método determina o ponto de bifurcação considerando o maior componente do vetor tangente. Como esse método utiliza-se do cálculo do fluxo de carga, o método NI também foi utilizado para a implementação do mesmo. Os resultados encontrados são próximos tanto para o método de NR, quanto para o método NI. O método NI se mostrou mais rápido que o NR sem, entretanto, perder a precisão dos resultados. Os tempos finais para cada estudo são bem menores que os observados para o método direto.

O método da extrapolação quadrática alcança resultados tão bons quanto o método continuado; porém, o esforço computacional é menor, trazendo significativa redução de tempo computacional para se encontrar o ponto de máximo carregamento. Cabe ressaltar, que dos métodos implementados, o método da extrapolação quadrática se mostrou o mais eficiente em termos de resultado e eficiência computacional.

Na Tabela 4-4, a seguir, são apresentados os resultados obtidos para o método da extrapolação quadrática NR e NI.

Tabela 4-4-Resultados do Método da Extrapolação Quadrática

Caso IEEE	NR		NI		Variação Margem %
	Margem	Tempo	Margem	Tempo	
30	1,9247	1,000	1,9357	0,581	0,57
57	1,6268	1,000	1,6031	0,742	1,47
118	2,2500	1,000	2,1984	0,846	2,34

O método da extrapolação quadrática se mostrou rápido e eficiente. O uso do vetor tangente prediz o momento do colapso e os resultados, quando comparados aos outros métodos, são bastante satisfatórios.

A seguir, na Tabela 4-5, tem-se uma comparação entre o tempo computacional para os métodos continuado NI e extrapolado NI.

Tabela 4-5-Tempo computacional: Métodos Continuado NI e Extrapolado NI

Caso IEEE	Continuado	Extrapolado
30	1,000	0,670
57	1,000	0,730
118	1,000	0,568

Como se pode observar, os tempos para o método extrapolado são bem inferiores aos do método continuado. A comparação entre os métodos é apresentada pelo fato dos métodos

NI serem mais rápidos que os métodos NR. O uso do método extrapolado permite um ganho significativo de tempo computacional se comparado com o método da continuação.

4.6. Método da Busca Binária

Com a metodologia empregada é possível levar um sistema de potência da estabilidade à instabilidade aumentando-se a margem de carga de reativos de forma bastante rápida. Como o algoritmo foi desenvolvido de forma a retornar o sistema sempre a um ponto de operação estável, o valor máximo de carga pode ser encontrado sem nenhum problema. Vale ressaltar que nenhum estudo apresentado na literatura utilizou-se desse método, e apenas admiti-se que a divergência no fluxo de carga está relacionado ao ponto de colapso de tensão, ou seja, à singularidade da matriz Jacobiana.

Os resultados apresentados nas Tabela 4-6 e Tabela 4-7 são comparados com o método da continuação e da extrapolação quadrática, uma vez que o método extrapolado é o método mais rápido de determinação do ponto de colapso de tensão e o método continuado é o mais comumente utilizado na literatura.

Tabela 4-6-Tempos computacionais e margens de carga : métodos de busca binária e continuado

Sistema	Binário		Continuado		Variação Margem %
	Tempo	Margem	Tempo	Margem	
30	0,494	1,9349	1,000	1,9386	0,19
57	0,803	1,6303	1,000	1,6287	0,09
118	0,389	2,2603	1,000	2,2001	2,74

Tabela 4-7-Tempos computacionais e margens de carga : métodos de busca binária e extrapolado

Sistema	Binário		Extrapolado		Variação Margem %
	Tempo	Margem	Tempo	Margem	
30	1,000	1,9349	0,977	1,9247	0,50
57	1,000	1,6303	0,820	1,6268	0,22
118	1,000	2,2603	0,829	2,2500	0,44

Como se observa, o método de busca binária alcança resultados próximos dos demais métodos utilizados empregados, e o tempo computacional requerido é relativamente reduzido.

4.7. Ferramentas de Controle de Tensão na Matriz Jacobiana

As ferramentas apresentadas nas seções anteriores mostram que o método NI é aplicável em estudos de colapso de tensão. Porém, a formulação da matriz Jacobiana utilizada diz respeito somente às derivadas parciais das equações de potência ativa e reativa; assim, uma nova proposta foi sugerida, de forma a inserir ferramentas de controle de tensão na matriz Jacobiana para o método NI.

Nessa parte do trabalho, não foi focado o tempo computacional, uma vez que os resultados são alcançados com pequeno esforço computacional, tornando a discussão irrelevante.

Os resultados apresentados nesta seção são importantes, pois ferramentas de controle de tensão em simuladores são imprescindíveis. Na Tabela 4-8 apresentam-se os

resultados obtidos pelo método NR e NI com controle de sobrecarga inserido na matriz Jacobiana.

Tabela 4-8- Controle de sobrecarga

Caso IEEE	Gerador	NR			NI		
		LT	SC	Red	LT	SC	Red
30	2+ 11-	10-20	0,32	0,32	10-20	0,32	0,32
57	2+ 12-	26-27	0,30	0,30	26-27	0,30	0,30
118	1+ 112-	82-83	0,28	0,27	82-83	0,28	0,28

Na Tabela 4-8, a coluna gerador representa os geradores que terão a geração incrementada (+) e decrementada (-); LT são as linhas de transmissão entre as barras k e n, respectivamente; SC e Red são a sobrecarga e redespacho, nessa ordem.

Os valores encontrados, Tabela 4-8, mostram que o método NI também pode ser utilizado com o controle de sobrecarga. Os resultados de redespacho são muito próximos dos valores de sobrecarga encontrados nas LTs.

Tabela 4-9-Resultados: corte de carga

	NR			NI		
	Barra	Tensão	Corte	Barra	Tensão	Corte
30	30	0,79	0,06	30	0,79	0,06
57	31	0,83	0,06	31	0,83	0,06
118	118	0,86	0,27	118	0,86	0,26

A Tabela 4-9 mostra os resultados encontrados pelos métodos NR e NI com a aplicação de corte de carga por subtensão. A coluna barra, tensão e corte são

respectivamente: a barra onde a tensão é menor que um valor predefinido, 0,9 p.u., a tensão encontrada inicialmente na barra e o corte de carga que foi feito para estabelecer o nível mínimo de tensão esperado.

Os valores encontrados mostram que este controle também opera de forma correta para o método NI, trazendo a barra com baixo nível de tensão para o valor nominal esperado. O corte de carga resultante é igual tanto para o método NR quanto para o método NI.

No capítulo 5 apresentam-se as conclusões sobre os resultados obtidos neste trabalho e as conclusões gerais.

Capítulo 5

Conclusões

O objetivo principal deste trabalho foi utilizar o método não-iterativo de fluxo de carga como ferramenta em estudos do fenômeno de colapso de tensão. Assim, no capítulo

obtenção do ponto de máximo carregamento; lembrando que as ferramentas, definições e análises referentes ao assunto estão amplamente disseminadas na literatura.

O método não-iterativo mostrou-se mais rápido que o método iterativo de Newton Raphson (NR) para solução do fluxo de carga. Os resultados encontrados na Tabela 4-1 mostraram que o método NI, na medida em que o número de barras aumenta, torna-se mais eficiente computacionalmente em relação ao tempo utilizado para a convergência do caso. Pode-se citar um ganho computacional de 64% para o sistema de IEEE 118 Barras - esse resultado incorpora os limites de potência reativa.

A redução do tempo computacional do método NI se deve basicamente:

- i) A uma única fatoração da matriz Jacobiana durante todo o processo;
- ii) O reduzido esforço computacional no cálculo do vetor de erros, com alguns termos da série obtidos recorrentemente:

$$JZ_1 = \Delta Y \quad (5-1)$$

$$-JZ_2 = J(Z_1)Z_1 \quad (5-2)$$

$$-JZ_3 = 3J(Z_1)Z_2 \quad (5-3)$$

Para os termos apresentados nas equações (5-1), (5-2) e (5-3), pode-se notar o terceiro termo (5-3) se obtém de forma direta; pois, a matriz $J(Z_1)$ e o vetor Z_2 são obtidos dos termos anteriores. Isso ocorre com frequência ao longo do método NI, e pode ser observado no apêndice D, onde alguns termos da série de Taylor, usados no método NI, são apresentados.

O menor esforço computacional do método continuado NI é uma consequência do processo desenvolvido em série de Taylor. Como o método continuado basicamente é um fluxo de carga com aumento gradual de carga, o mesmo tem como principal esforço

computacional a solução do fluxo de carga. Assim, o método continuado NI exige menos esforço computacional se comparado com o método continuado por NR, conforme Tabela 4-2.

A matriz Jacobiana do método direto tem dimensão $4n+1$ por $4n+1$, sendo n o número de barras, com processo de solução extremamente moroso. Como na composição da matriz Jacobiana existem elementos que não podem ser atualizados ao longo da expansão em série de Taylor, o método direto NI não se mostrou eficiente, apesar de se encontrar valores muito próximos àqueles obtidos pelo método direto NR, Tabela 4-3. Para efeito de cálculo do ponto de máximo carregamento, o método direto NI não é recomendável pelo seu alto esforço computacional.

O método da extrapolação quadrática se mostrou mais eficiente, Tabela 4-4; as facilidades de implementação e convergência foram muito satisfatórias. Os resultados encontrados, tanto para NR quanto para NI, mostraram que ambos os métodos são consistentes, e o tempo computacional despendido nos processos NR e NI são muito inferiores aos alcançados em ambos os métodos (método da continuação e método direto), observados na Tabela 4-5.

O método da busca binária não é encontrado na literatura, e também é uma possível contribuição deste trabalho. A implementação é bastante simples e a não-convergência indica que a margem de carga está acima do ponto de máximo carregamento; já a convergência, ainda implica na possibilidade de crescimento da carga. A finalização do cálculo se dá quando um valor, pré-definido, entre aumento e redução de carga é atingido.

Conforme a Tabela 4-6, o método da busca binária mostrou-se bastante eficiente. Os tempos são bastante competitivos com o método da extrapolação quadrática, o mais rápido dos métodos analisados neste trabalho. Os resultados encontrados são muito satisfatórios, mostrando que o método proposto pode ser utilizado para calcular a margem

de carga de um sistema quando este caminha para o colapso de tensão. Na Tabela 4-7 há uma comparação entre o método da extrapolação quadrática e o de busca binária.

Controles de tensão implementados na matriz Jacobiana apresentaram resultados bastante importantes. O corte de carga e a redução de sobrecarga em LT, mostraram que o método NI também pode ser usado em modelagens mais completas, com atuação de dispositivos de controle.

Nos Apêndices, as formulações necessárias às implementações deste trabalho são apresentadas, bem como os termos necessários para o processo NI. No Apêndice E, o artigo A non-iterative load-flow method as a tool for voltage stability studies, aceito para publicação na IEE Proceedings. Generation, Transmission & Distribution em 2007, como produto deste trabalho é apresentado.

Perspectivas e Trabalhos Futuros

O método não-iterativo se mostrou capaz de resolver os problemas clássicos de fluxo de carga, permitindo estudos importantes em colapso de tensão. A redução do tempo computacional também foi satisfatória. E em casos gerais, com um número maior de barras, uma redução de tempo computacional, como mostrada neste trabalho é significativa. Em aplicações em sistemas em tempo real, o método iterativo pode ser avaliado como uma alternativa à redução do tempo computacional, visto que as implementações realizadas nesse trabalho foram feitas em ambiente Matlab®.

Portanto, a implementação do método NI em uma linguagem de programação compilada possibilitará alcançar resultados muito mais significativos em termos de redução de esforço computacional.

Referências Bibliográficas

- [AJJ88] AJJARAPU, V.. **Identification of steady state voltage stability in power systems**, Proc. of International Conference on High Technology in the Power Industry, March 1988, pp. 244-247.
- [ALV03] ALVES, Dilson A., et al. **Continuation Fast Decoupled Power Flow With Secant Predictor**. Ieee Transactions On Power Systems, Vol. 18, No. 3, August 2003
- [ALV89] ALVARADO, F. L., JUNG, T. H.. **Direct detection of voltage collapse conditions**, Proc. Bulk Power System Voltage Phenomena - Voltage Stability and Security, EL-6183, EPRI, January 1989, pp. 5.23-5.38
- [ALV91] ALVARADO, F. L., et al. **Engineering Foundations for the Determination of Security Costs**. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. PWR5-6, pp. 1175-1182, August 1991.
- [BAR95a] BARQUIN, J., GOMES, T., **Estimating The Loading Limit Margin Taking Into Account Voltage Collapse Areas**, IEEE/PES winter Meeting-Paper 95 WM 183-4 PWR5, New York, January 20 – February 2, 1995.
- [BAR95b] Discussion on reference [BAR95a]
- [BRE03] BRETAS, N.G., et al. **Static Simulation of Voltage Collapse Considering the Operational Limits of the Generators**. Ieee Transactions On Power Systems, 2003.

- [CAN91] CANIZARES, C. A.. **Voltage Collapse and Transient Energy Function Analyses of AC/DC Systems**. PhD thesis, University of Wisconsin-Madison, 1991.
- [CAN93] CANIZARES, C. A., ALVARADO, F. L, Point of Collapse and continuation methods for large ac/dc systems, IEEE Trans. Power Systems, 8, (1), pp. 1-8, February 1993.
- [CAN94] CANIZARES, C. A., Hranilovic, S.. **Transcritical and Hopf Bifurcations in AC/DC Systems**. L.H. Fink, editor, Proc. Bulk Power System Voltage Phenomena III – Voltage Stability and Security, ECC Inc., Davos, Switzerland, 1994.
- [CHE03] CHEN, Ke, et al. **A Performance-Index Guided Continuation Method for Fast Computation of Saddle-Node Bifurcation in Power Systems**. Ieee Transactions On Power Systems, Vol. 18, No. 2, May 2003
- [CHI89] CHIANG, H. D. . **Study of the existence of energy functions for power systems with losses**, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 36, no. 11, November 1989, pp. 1423-1429.
- [CIG92] CIGRE, WG 38.02 Task Force No 10. **Modelling of voltage collapse including dynamic phenomena**. Technical report os task force 38-02-10, draft 3, Cigre, June, 1992.
- [CUT00] CUTSEM, T. Van, **Voltage Instability: Phenomena, Countermeasures and Analysis Methods**. Transactions of the IEEE, Vol. 88, No 2, FEB/2000,
- [CUT90] CUTSEM, T. Van . **A method to compute reactive power margins with respect to voltage collapse**. IEEE/PES 90 WM 097-6 PWRS, February 1990.
- [CUT98] CUTSEM, T. Van, Vournas, C.. **Voltage Stability of Electric Powers Systems** Kluwer academic publishers, Norwell, MA, 1998.

- [CUT99] CUTSEM, T. Van, Vournas, C.. **Determination of secure operating limits with respect to voltage collapse.** IEEE Transactions on Power System, vol. 14, nº 1, pp.327-335, Feb, 1999.
- [FEN98] FENG, Z., AJJARAPU, V., MARATUKULAN, D.J.. **A practical minimum load shedding strategy to mitigate coltage collapse.** IEEE Transactions on Power System, vol. 13, nº 4, pp.1285-1291, novembro, 1998.
- [FER03a] FERREIRA, C. A., et al. **Uma nova abordagem para avaliação do ponto de máximo carregamento de sistemas elétricos de potência.** CBA, 2003.
- [FER03b] FERREIRA, C. A., et al. **Uma nova proposta para solução do fluxo de potência com otimização de passo.** CBA, 2003.
- [GRA96] GRANVILLE, S., MELO, J.C.O., MELO, A.C.G.. **Application of interior points method to power flow unsolvability.** IEEE Transactions on Power System, vol. 11, nº 2, pp.1096-1103, maio, 1996.
- [HEN04] HENRIQUES, R. M., et al. **Avaliação de máximo carregamento pela análise comparativa de ferramentas estática e dinâmica.** CBA, 2004.
- [HAN99] HANSELMAN, Duane; LITTLEFIELD, Bruce. **Matlab 5: Versão do estudante.** Makron Books do Brasil, São Paulo, 1999.
- [IRI97] IRISARRI, G. D. WANG, X. , JONG, T., MOKHTARI, S. . **Maximum loadability of power systems using interior point non-linear optimization method.** IEEE Transactions on Power Systems, vol. 12, no. 1, February 1997, pp. 162-172
- [KUN90] KUNDUR, P., GAO, B., MORRISON, G. K. . **Voltage stability evaluation using modal analysis.** IEEE/PES Winter Meeting - Paper 90 WM 096-8 PWRS, 1990.

- [LOF92] LÖFF, P. A., et al. **Fast Calculation of a voltage stability index**. IEEE Trans. Power Systems, vol. 7, no. 1, February 1992, pp. 54-64.
- [LOP01] LOPES, B.I.L, SOUZA, A.C.Z., MENDES, P.P.C.. **Tangent Vector as a Tool for Voltage Collapse Analysis Considering a Dynamic System Model**. Power Tech Conference, 10-13 september, Porto, Portugal.
- [MAL04] MALANGE, F. C. V., et al. **Real Power Losses Reduction and Loading Margin Improvement via Continuation Method**. Ieee Transactions On Power Systems, Vol. 19, No. 3, August 2004
- [MAN94] MANSOUR, Y., **Industry Practice In Voltage Stability Analysis Of Power System**. L.H. Fink, editor, Proc. Bulk Power System Voltage Phenomena III – Voltage Stability and Security, ECC Inc., Davos, Switzerland, 1994.
- [MAR94] MARANNINO, et al.. **Voltage collapse proximity indicators for very short term security assessment**. Proc. Bulk Power System Voltage Phenomena III- Voltage Stability and Security, ECC Inc. , Switzerland, August 1994.
- [MEN99] MENDES, Pedro Paulo. **Tese de Doutorado**. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1999.
- [MON83] MONTICELLI, Alcir José, **Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica**. Editora Edgard Blucher Ltda, São Paulo, 1983.
- [MOO00] MOORS, C. T., Cutsem, Van. **Design of Load Shedding Schemes Against Voltage Instability**. Proceedings Paper n. 2000 WM-241, Presented at the IEEE Winter Power Meeting, Singapore, January 2000.
- [NER04] NERC, North American Electric Reliability Council, **Technical Analysis of the August 14, 2003, Blackout**. Princeton, New Jersey, July/2004.

- [NIR92] NIREMBERG, D.A. McInnis. **Fast Acting load Shedding**. IEEE Transaction on Power System, vol. 7, No 2, Maio 1992, pp 873-877.
- [OVE91a] OVERBYE, T. . **Application of an energy based security method to voltage instability in electrical power systems**. PhD thesis, University of Wisconsin - Madison, 1991.
- [OVE91b] OVERBYE, T., MARCO, C. L. de. **Voltage security enhancement using energy based sensitivities**. IEEE Trans. Power Systems, vol. 6, no. 3, August 1991, pp. 1196-1202.
- [SAU81] SAUER, P.M.. **Explicit Load Flow Series and Functions**. IEEE Trans., 1981, PAS-100, pp. 3754-3763.
- [SEY88] SEYDEL, R., **From Equilibrium to Chãos-Practical Bifurcation and Stability Analysis**. Elsevier Science, North-Holland, 1988.
- [SOU00a] SOUZA, A.C.Z, DE SOUZA; STACCHINI, Julio C., DA SILVA, Armando M. Leite. **On-Line Voltage Stability Monitoring**, Ieee Transactions On Power Systems, Vol. 15, No. 4, November 2000
- [SOU00b] SOUZA, A.C.Z, DE SOUZA, GLAVIC, M., ALVARADO, F.. **Continuation Power Flow with overload and Redispatch**, Ieee Transactions On Power Systems, Vol. 15, No. 4, November 2000
- [SOU03] SOUZA, A.C.Z, LOPES, B. Isaias Lima . **An Approach for Under Voltage Load Shedding**, Power Tech Conference Proceedings, Bologna, 2003.
- [SOU91] SOUZA, A.C.Z., et al. **Voltage stability: phenomena characterization based on reactive control effects and system critical areas identification**. Proceedings of the third Sepope meeting , Belo Horizonte , 1991, SP-14.

- [SOU94] SOUZA, A.C.Z, QUINTANA, V. H. . **Ä new technique of network partitioning for voltage collapse margin calculations**, IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., vol. 141, November 1994, pp. 630-636.
- [SOU95] SOUZA, A. C. Z., **New Techniques to Efficiently Determine Proximity to Static Colapse Voltage**. PhD. Thesis, Waterloo, Ontario, Canada, 1995.
- [SOU96a] SOUZA, A.C.Z., BRITO, Nuno Henrique Moura Nunes. **Ações de Controle Para Prevenção de Colapso de Tensão: Efeitos e Restrições**. XI CBA, São Paulo, Setembro de 1996, vol. 3, pags 1393-1998.
- [SOU96b] SOUZA, A.C.Z.. **Determinação da Barra Crítica e do Ponto de Colapso Pelo Vetor Tangente**. XI CBA, São Paulo, Setembro de 1996, vol. 3, pags 1393-1998.
- [SOU97] SOUZA, A.C.Z, CAÑIZARES, C. A ., QUINTANA, V. H. .**New Techniques to Spped up Voltage Collapse Computations Using Tangent Vectors**, IEEE/PES Summer Meeting - Paper PE-219- PWRS-0-11-1996, Berlin, July 23 - 27 1997.
- [VAN92] VANNELLI, Anthony, HADLEY, Scott W., MARK, Brian L.. **An efficient eigenvector approach for finding netlist partition**. IEEE Transaction on CAD/ICAS, vol. 11, no. 7, July 1992, pp. 885-892.
- [VER04] VERBIC, Gregor, GUBINA, Ferdinand. **A New Concept of Voltage-Collapse Protection Based on Local Phasors**. Ieee Transactions On Power Delivery, Vol. 19, No. 2, April 2004
- [XU98] XU, W.; et. al.. **Series load flow: A novel non-iterative load flow method**. IEEE Proc.-Gener Transm. Distrib, vol 145, n^o 3, May 1998.

[ZAR04] ZARATE, L.A.LI., CASTRO, C.A.. **Fast method for computing power system security margins to voltage collapse.** IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., Vol. 151, No. 1, January 2004. pp. 208-227.

Apêndice A

Formulações do Fluxo de Potência

O fluxo de potência pode ser expresso em função das equações de potência, escrita em termos das coordenadas polares ou retangulares das tensões nas barras. A seguir é apresentada uma revisão das técnicas empregadas para a solução do fluxo de potência.

A1.1 Fluxo de Potência Convencional

A1.1.1 Coordenadas Polares

As equações de potências ativa e reativa injetadas em uma barra genérica k , em coordenadas polares são dadas por:

$$P_K = V_K \sum_{m \in \phi_k} V_m (G_{Km} \cos \theta_{Km} + B_{Km} \sin \theta_{Km}) \quad (A1.1)$$

$$Q_K = V_K \sum_{m \in \phi_k} V_m (G_{Km} \sin \theta_{Km} - B_{Km} \cos \theta_{Km}) \quad (A1.2)$$

onde:

$$\theta_{Km} = \theta_K - \theta_m \quad (A1.3)$$

Linearizando-se as equações (A1.1) e (A1.2), em torno de um ponto de equilíbrio, tem-se o sistema de equações utilizado no método de Newton-Raphson:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & N_{11} & H_{12} & N_{12} & \cdots & H_{1n} & N_{1n} \\ M_{11} & L_{11} & M_{22} & L_{12} & \cdots & M_{1n} & L_{1n} \\ H_{21} & N_{21} & H_{22} & N_{22} & \cdots & H_{2n} & N_{2n} \\ M_{21} & L_{21} & M_{22} & L_{22} & \cdots & M_{2n} & L_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ H_{n1} & N_{n1} & H_{n2} & N_{n2} & \cdots & H_{nn} & N_{nn} \\ M_{n1} & L_{n1} & M_{n2} & L_{n2} & \cdots & M_{nn} & L_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta V_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta \theta_n \\ \Delta V_n \end{bmatrix} \quad (A1.4)$$

também escrito, da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1n} & N_{11} & N_{12} & \cdots & N_{1n} \\ H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2n} & N_{21} & N_{22} & \cdots & N_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n1} & H_{n2} & \cdots & H_{nn} & N_{n1} & N_{n2} & \cdots & N_{nn} \\ M_{11} & M_{12} & \cdots & M_{1n} & L_{11} & L_{12} & \cdots & L_{1n} \\ M_{21} & M_{22} & \cdots & M_{2n} & L_{21} & L_{22} & \cdots & L_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{n1} & M_{n2} & \cdots & M_{nn} & L_{n1} & L_{n2} & \cdots & L_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \vdots \\ \Delta \theta_n \\ \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_n \end{bmatrix} \quad (A1.5)$$

A matriz apresentada em (A1.4) ou (A1.5) é denominada matriz Jacobiana, denotada por J. Os termos dessa matriz são dados por:

$$H_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} = V_k V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (A1.6)$$

$$H_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} = -V_k^2 B_{kk} - Q_k \quad (A1.7)$$

$$N_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial V_m} = V_k (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (A1.8)$$

$$N_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = \frac{P_k + V_k^2 G_{kk}}{V_k} \quad (A1.9)$$

$$M_{Km} = \frac{\partial Q_K}{\partial \theta_m} = V_K V_m (G_{Km} \cos \theta_{Km} + B_{Km} \sin \theta_{Km}) \quad (A1.10)$$

$$M_{KK} = \frac{\partial Q_K}{\partial \theta_K} = -V_K^2 G_{KK} + P_K \quad (A1.11)$$

$$L_{Km} = \frac{\partial Q_K}{\partial V_m} = V_K (G_{Km} \sin \theta_{Km} - B_{Km} \cos \theta_{Km}) \quad (A1.12)$$

$$L_{KK} = \frac{\partial Q_K}{\partial V_K} = \frac{Q_K - V_K^2 B_{KK}}{V_K} \quad (A1.13)$$

A atualização das tensões em uma iteração (h + 1) é dada por :

$$\theta_K^{(h+1)} = \theta_K^h + \Delta \theta_K^h \quad (A1.14)$$

$$V_K^{(h+1)} = V_K^h + \Delta V_K^h \quad (A1.15)$$

A1.1.2 Coordenadas Retangulares

A1.1.2.1 Representação de barras do Tipo PQ

As expressões para as potências ativa e reativa injetadas em uma barra genérica K , em coordenadas retangulares são dadas por:

$$P_K = \sum_{m \in \phi_K} V_{r_K} (G_{Km} V_{r_m} - B_{Km} V_{m_m}) + V_{m_K} (G_{Km} V_{m_m} + B_{Km} V_{r_m}) \quad (A1.16)$$

$$Q_K = \sum_{m \in \phi_K} V_{m_K} (G_{Km} V_{r_m} - B_{Km} V_{m_m}) - V_{r_K} (G_{Km} V_{m_m} + B_{Km} V_{r_m}) \quad (A1.17)$$

Linearizando-se as equações (A1.16) e (A1.17) em um ponto de equilíbrio, tem-se o seguinte sistema de equações, utilizando o método de Newton-Raphson:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & N_{11} & H_{12} & N_{12} & \cdots & H_{1n} & N_{1n} \\ M_{11} & L_{11} & M_{12} & L_{12} & \cdots & M_{1n} & L_{1n} \\ H_{21} & N_{21} & H_{22} & N_{22} & \cdots & H_{2n} & N_{2n} \\ M_{21} & L_{21} & M_{22} & L_{22} & \cdots & M_{2n} & L_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ H_{n1} & N_{n1} & H_{n2} & N_{n2} & \cdots & H_{nn} & N_{nn} \\ M_{n1} & L_{n1} & M_{n2} & L_{n2} & \cdots & M_{nn} & L_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{r1} \\ \Delta V_{m1} \\ \Delta V_{r2} \\ \Delta V_{m2} \\ \vdots \\ \Delta V_{rn} \\ \Delta V_{mn} \end{bmatrix} \quad (A1.18)$$

onde:

$$H_{Km} = \frac{\partial P_K}{\partial V_{r_m}} = V_{r_k} G_{Km} + V_{m_k} B_{Km} \quad (A.1.19)$$

$$H_{KK} = \frac{\partial P_K}{\partial V_{r_k}} = V_{r_k} G_{KK} + V_{m_k} B_{KK} + I_{r_k} \quad (A.1.20)$$

$$N_{Km} = \frac{\partial P_K}{\partial V_{m_m}} = -V_{r_k} B_{Km} + V_{m_k} G_{Km} \quad (A.1.21)$$

$$N_{KK} = \frac{\partial P_K}{\partial V_{m_k}} = -V_{r_k} B_{KK} + V_{m_k} G_{KK} + I_{m_k} \quad (A.1.22)$$

$$M_{Km} = \frac{\partial Q_K}{\partial V_{r_m}} = -V_{r_k} B_{Km} + V_{m_k} G_{Km} \quad (A.1.23)$$

$$M_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_{r_k}} = -V_{r_k} B_{kk} + V_{m_k} G_{kk} - I_{m_k} \quad (A.1.24)$$

$$L_{Km} = \frac{\partial Q_K}{\partial V_{m_m}} = -V_{r_k} G_{Km} - V_{m_k} B_{Km} \quad (A.1.25)$$

$$L_{KK} = \frac{\partial Q_K}{\partial V_{m_k}} = -V_{r_k} G_{KK} - V_{m_k} B_{KK} + I_{r_k} \quad (A.1.26)$$

As componentes real e imaginária das correntes injetadas nas barras, apresentadas nas equações (A1.20) , (A1.22) , (A1.24) e (A1.26) são obtidas a partir da equação :

$$I = YV = I_K + jI_m \quad (A.1.27)$$

A1.1.2.2 Barras do Tipo PV

Uma vez que o resíduo de potência reativa é desconhecido para uma determinada barra k , tipo PV, a estratégia utilizada consiste em substituir a equação referente à ΔQ_k pela equação (A1.28) de restrição da tensão.

$$V_k^2 = V_{r_k}^2 + V_{m_k}^2 \quad (A.1.28)$$

Linearizando, tem-se:

$$\Delta V_k^2 = 2V_{r_k} \Delta V_{r_k} + 2V_{m_k} \Delta V_{m_k} \quad (A.1.29)$$

onde:

$$\Delta V_k^2 = (V_k^{esp})^2 - (V_k^{calc})^2 \quad (A.1.30)$$

Assim, o sistema de equações linearizado a ser resolvido pelo método de Newton-Raphson, considerando-se a barra k , tipo PV, é dado por :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta P_k \\ \Delta V_k^2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & N_{11} & H_{12} & N_{12} & \cdots & H_{1K} & N_{1K} & \cdots & H_{1n} & N_{1n} \\ M_{11} & L_{11} & M_{12} & L_{12} & \cdots & M_{1K} & L_{1K} & \cdots & M_{1n} & L_{1n} \\ H_{21} & N_{21} & H_{22} & N_{22} & \cdots & H_{2K} & N_{2K} & \cdots & H_{2n} & N_{2n} \\ M_{21} & L_{21} & M_{22} & L_{22} & \cdots & M_{2K} & L_{2K} & \cdots & M_{2n} & L_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ H_{K1} & N_{K1} & H_{K2} & N_{K2} & \cdots & H_{KK} & N_{KK} & \cdots & H_{Kn} & N_{Kn} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 2V_{r_k} & 2V_{m_k} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ H_{n1} & N_{n1} & H_{n2} & N_{n2} & \cdots & H_{nK} & N_{nK} & \cdots & H_{nn} & N_{nn} \\ M_{n1} & L_{n1} & M_{n2} & L_{n2} & \cdots & M_{nK} & L_{nK} & \cdots & M_{nn} & L_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{r_1} \\ \Delta V_{m_1} \\ \Delta V_{r_2} \\ \Delta V_{m_2} \\ \vdots \\ \Delta V_{r_k} \\ \Delta V_{m_k} \\ \vdots \\ \Delta V_{r_n} \\ \Delta V_{m_n} \end{bmatrix} \quad (A.1.31)$$

Também da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_K \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \hline \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta V_K^2 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1K} & \cdots & H_{1n} & N_{11} & N_{12} & \cdots & N_{1K} & \cdots & N_{1n} \\ H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2K} & \cdots & H_{2n} & N_{21} & N_{22} & \cdots & N_{2K} & \cdots & N_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{K1} & H_{K2} & \cdots & H_{KK} & \cdots & H_{Kn} & N_{K1} & N_{K2} & \cdots & N_{KK} & \cdots & N_{Kn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n1} & H_{n2} & \cdots & H_{nK} & \cdots & H_{nn} & N_{n1} & N_{n2} & \cdots & N_{nK} & \cdots & N_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{r_1} \\ \Delta V_{r_2} \\ \vdots \\ \Delta V_{r_K} \\ \vdots \\ \Delta V_{r_n} \\ \hline \Delta V_{m_1} \\ \Delta V_{m_2} \\ \vdots \\ \Delta V_{m_K} \\ \vdots \\ \Delta V_{m_n} \end{bmatrix} \quad (A1.32)$$

As matrizes apresentadas nas equações (A1.31) ou (A1.32) são denominadas matrizes Jacobianas retangulares, denotadas por J_R .

A linearização da equação (A1.28) também é escrita como:

$$\Delta V_K = \frac{V_{r_K}}{V_K} \Delta V_{r_K} + \frac{V_{m_K}}{V_K} \Delta V_{m_K} \quad (A1.33)$$

A atualização das tensões em uma iteração, $h+1$, é dada por:

$$V_{r_K}^{(h+1)} = V_{r_K}^h + \Delta V_{r_K}^h \quad (A1.34)$$

$$V_{m_K}^{(h+1)} = V_{m_K}^h + \Delta V_{m_K}^h \quad (A1.35)$$

Apêndice B

Derivadas de Segunda Ordem na Formulação Polar

A partir das equações (A1.6) a (A1.13), tem-se as seguintes derivadas de segunda ordem na formulação polar:

$$\frac{\partial^2 P_K}{\partial \theta_K^2} = V_K \sum_{m \in \phi_K} V_m (-G_{Km} \cos \theta_{Km} - B_{Km} \sin \theta_{Km}) + V_K^2 G_{KK} = -P_K + V_K^2 G_{KK} \quad (B1.1)$$

$$\frac{\partial^2 P_K}{\partial \theta_m \partial \theta_K} = \frac{\partial^2 P_K}{\partial \theta_K \partial \theta_m} = V_K V_m (G_{Km} \cos \theta_{Km} + B_{Km} \sin \theta_{Km}) \quad (B1.2)$$

$$\frac{\partial^2 P_K}{\partial V_m \partial \theta_K} = \frac{\partial^2 P_K}{\partial \theta_K \partial V_K} = \sum_{m \in \phi_K} V_m (-G_{Km} \sin \theta_{Km} + B_{Km} \cos \theta_{Km}) - V_K B_{KK} = -\frac{Q_K}{V_K} - V_K B_{KK} \quad (B1.3)$$

$$\frac{\partial^2 P_K}{\partial V_m \partial \theta_K} = \frac{\partial^2 P_K}{\partial \theta_K \partial V_m} = V_K (-G_{Km} \sin \theta_{Km} + B_{Km} \cos \theta_{Km}) \quad (B1.4)$$

$$\frac{\partial^2 P_K}{\partial \theta_m^2} = V_K V_m (-G_{Km} \cos \theta_{Km} - B_{Km} \sin \theta_{Km}) \quad (B1.5)$$

$$\frac{\partial^2 P_K}{\partial V_K \partial \theta_m} = \frac{\partial^2 P_K}{\partial \theta_m \partial V_K} = V_m (G_{Km} \sin \theta_{Km} - B_{Km} \cos \theta_{Km}) \quad (B1.6)$$

$$\frac{\partial^2 P_K}{\partial V_m \partial \theta_m} = \frac{\partial^2 P_K}{\partial \theta_m \partial V_m} = V_K (G_{Km} \sin \theta_{Km} - B_{Km} \cos \theta_{Km}) \quad (B1.7)$$

$$\frac{\partial^2 P_K}{\partial V_K^2} = 2G_{KK} \quad (B1.8)$$

$$\frac{\partial^2 P_K}{\partial V_m \partial V_K} = \frac{\partial^2 P_K}{\partial V_K \partial V_m} = (G_{Km} \cos \theta_{Km} + B_{Km} \sin \theta_{Km}) \quad (B1.9)$$

$$\frac{\partial^2 P_K}{\partial V_m^2} = 0 \quad (\text{B1.10})$$

$$\frac{\partial^2 Q_K}{\partial \theta_k^2} = V_K \sum_{m \in \phi_k} V_m (-G_{Km} \text{sen} \theta_{Km} + B_{Km} \text{cos} \theta_{Km}) - V_K^2 B_{KK} = -Q_K - V_K^2 B_{KK} \quad (\text{B1.11})$$

$$\frac{\partial^2 Q_K}{\partial \theta_m \partial \theta_K} = \frac{\partial^2 Q_K}{\partial \theta_K \partial \theta_m} = V_K V_m (G_{Km} \text{sen} \theta_{Km} - B_{Km} \text{cos} \theta_{Km}) \quad (\text{B1.12})$$

$$\frac{\partial^2 Q_K}{\partial V_K \partial \theta_K} = \frac{\partial^2 Q_K}{\partial \theta_K \partial V_K} = \sum_{m \in \phi_K} V_m (G_{Km} \text{cos} \theta_{Km} + B_{Km} \text{sen} \theta_{Km}) - V_K G_{KK} = \frac{P_K}{V_K} - V_K G_{KK} \quad (\text{B1.13})$$

$$\frac{\partial^2 Q_K}{\partial V_m \partial \theta_K} = \frac{\partial^2 Q_K}{\partial \theta_K \partial V_m} = V_K (G_{Km} \text{cos} \theta_{Km} + B_{Km} \text{sen} \theta_{Km}) \quad (\text{B1.14})$$

$$\frac{\partial^2 Q_K}{\partial \theta_m^2} = V_K V_m (-G_{Km} \text{sen} \theta_{Km} + B_{Km} \text{cos} \theta_{Km}) \quad (\text{B1.15})$$

$$\frac{\partial^2 Q_K}{\partial V_K \partial \theta_m} = \frac{\partial^2 Q_K}{\partial \theta_m \partial V_K} = V_m (-G_{Km} \text{cos} \theta_{Km} - B_{Km} \text{sen} \theta_{Km}) \quad (\text{B1.16})$$

$$\frac{\partial^2 Q_K}{\partial V_m \partial \theta_m} = \frac{\partial^2 Q_K}{\partial \theta_m \partial V_m} = V_K (-G_{Km} \text{cos} \theta_{Km} - B_{Km} \text{sen} \theta_{Km}) \quad (\text{B1.17})$$

$$\frac{\partial^2 Q_K}{\partial V_K^2} = -2B_{KK} \quad (\text{B1.18})$$

$$\frac{\partial^2 Q_K}{\partial V_m \partial V_K} = \frac{\partial^2 Q_K}{\partial V_K \partial V_m} = (G_{Km} \text{sen} \theta_{Km} - B_{Km} \text{cos} \theta_{Km}) \quad (\text{B1.19})$$

$$\frac{\partial^2 Q_K}{\partial V_m^2} = 0 \quad (\text{B1.20})$$

As equações de segunda ordem são utilizadas na matriz Hessiana, no processo do método direto.

Apêndice C

Derivadas de Segunda Ordem na Formulação Retangular

A partir das equações (A1.19) a (A1.26), tem-se as seguintes derivadas de segunda ordem na formulação retangular:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{P}_K}{\partial V_{r_k}^2} = 2\mathbf{G}_{KK} \quad (\text{C1.1})$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{P}_K}{\partial V_{r_k} \partial V_{m_k}} = \frac{\partial^2 \mathbf{P}_K}{\partial V_{m_k} \partial V_{r_k}} = 0 \quad (\text{C1.2})$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{P}_K}{\partial V_{r_k} \partial V_{r_m}} = \frac{\partial^2 \mathbf{P}_K}{\partial V_{r_m} \partial V_{r_k}} = \mathbf{G}_{Km} \quad (\text{C1.3})$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{P}_K}{\partial V_{r_k} \partial V_{m_m}} = \frac{\partial^2 \mathbf{P}_K}{\partial V_{m_m} \partial V_{r_k}} = -\mathbf{B}_{Km} \quad (\text{C1.4})$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{P}_K}{\partial V_{m_k}^2} = 2\mathbf{G}_{KK} \quad (\text{C1.5})$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{P}_K}{\partial V_{m_k} \partial V_{r_m}} = \frac{\partial^2 \mathbf{P}_K}{\partial V_{r_m} \partial V_{m_k}} = \mathbf{B}_{Km} \quad (\text{C1.6})$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{P}_K}{\partial V_{m_k} \partial V_{m_m}} = \frac{\partial^2 \mathbf{P}_K}{\partial V_{m_m} \partial V_{m_k}} = \mathbf{G}_{Km} \quad (\text{C1.7})$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{P}_K}{\partial V_{r_m}^2} = 0 \quad (\text{C1.8})$$

$$\frac{\partial^2 P_K}{\partial V_{r_m} \partial V_{m_m}} = \frac{\partial^2 P_K}{\partial V_{m_m} \partial V_{r_m}} = 0 \quad (C1.9)$$

$$\frac{\partial^2 P_K}{\partial V_{m_m}^2} = 0 \quad (C1.10)$$

$$\frac{\partial^2 Q_K}{\partial V_{r_K}^2} = -2B_{KK} \quad (C1.11)$$

$$\frac{\partial^2 Q_K}{\partial V_{r_K} \partial V_{m_K}} = \frac{\partial^2 Q_K}{\partial V_{m_K} \partial V_{r_K}} = 0 \quad (C1.12)$$

$$\frac{\partial^2 Q_K}{\partial V_{r_K} \partial V_{r_m}} = \frac{\partial^2 Q_K}{\partial V_{r_m} \partial V_{r_K}} = -B_{Km} \quad (C1.13)$$

$$\frac{\partial^2 Q_K}{\partial V_{r_K} \partial V_{m_m}} = \frac{\partial^2 Q_K}{\partial V_{m_m} \partial V_{r_K}} = -G_{Km} \quad (C1.14)$$

$$\frac{\partial^2 Q_K}{\partial V_{m_K}^2} = -2B_{KK} \quad (C1.15)$$

$$\frac{\partial^2 Q_K}{\partial V_{m_K} \partial V_{r_m}} = \frac{\partial^2 Q_K}{\partial V_{r_m} \partial V_{m_K}} = G_{Km} \quad (C1.16)$$

$$\frac{\partial^2 Q_K}{\partial V_{m_K} \partial V_{m_m}} = \frac{\partial^2 Q_K}{\partial V_{m_m} \partial V_{m_K}} = -B_{Km} \quad (C1.17)$$

$$\frac{\partial^2 Q_K}{\partial V_{r_m}^2} = 0 \quad (C1.18)$$

$$\frac{\partial^2 Q_K}{\partial V_{r_m} \partial V_{m_m}} = \frac{\partial^2 Q_K}{\partial V_{m_m} \partial V_{r_m}} = 0 \quad (C1.19)$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{m_m}^2} = 0 \quad (C1.20)$$

Para barras do tipo PV são utilizadas equações como (A1.28), portanto:

$$\frac{\partial^2 (V_k^2)}{\partial V_{r_k}^2} = 2 \quad (C1.21)$$

$$\frac{\partial^2 (V_k^2)}{\partial V_{m_k}^2} = 2 \quad (C1.22)$$

Apêndice D

Termos da Série de Taylor para Cálculo do Fluxo de Carga

Neste apêndice são apresentados os termos da série de Taylor utilizados neste trabalho. Os termos calculados são suficientes para a convergência dos casos estudados. Normalmente, a convergência se dá com até cinco termos. Após a convergência do caso base, com os acréscimos potência reativa, a convergência pode acontecer com até o terceiro termo. Os demais termos foram calculados em virtude da utilização do método direto e os estudos apresentados. Durante o processo de convergência do método direto, os componentes do vetor tangente não foram atualizados, ocasionando uma menor redução nos erros com relação as variáveis de estado, tornando necessário o uso de mais termos da série.

$$JZ_1 = \Delta Y \Rightarrow Z_1 = f(e_1, \dots, f_1, \dots) \quad (D1)$$

$$-JZ_2 = J(Z_1)Z_1 \quad (D2)$$

$$-JZ_3 = 3J(Z_1)Z_2 \quad (D3)$$

$$-JZ_4 = 4J(Z_1)Z_3 + 3J(Z_2)Z_2 \quad (D4)$$

$$-JZ_5 = 5J(Z_1)Z_4 + 10J(Z_2)Z_3 \quad (D5)$$

$$-JZ_6 = 6J(Z_1)Z_5 + 15J(Z_2)Z_4 + 10J(Z_3)Z_3 \quad (D6)$$

$$-JZ_7 = 7J(Z_1)Z_6 + 21J(Z_2)Z_5 + 35J(Z_3)Z_4 \quad (D7)$$

$$-JZ_8 = 8J(Z_1)Z_7 + 28J(Z_2)Z_6 + 56J(Z_3)Z_5 + 35J(Z_4)Z_4 \quad (D8)$$

$$-JZ_9 = 9J(Z_1) Z_8 + 36J(Z_2) Z_7 + 84J(Z_3)Z_6 + 126J(Z_4)Z_5 \quad (D9)$$

$$-JZ_{10} = 10J(Z_1) Z_9 + 45J(Z_2) Z_8 + 120J(Z_3)Z_7 + 210J(Z_4)Z_6 + 126J(Z_5)Z_5 \quad (D10)$$

$$-JZ_{11} = 11J(Z_1) Z_{10} + 55J(Z_2) Z_9 + 165J(Z_3)Z_8 + 330J(Z_4)Z_7 + 562J(Z_5)Z_6 \quad (D11)$$

$$-JZ_{12} = 12J(Z_1) Z_{11} + 66J(Z_2) Z_{10} + 220J(Z_3)Z_9 + 495J(Z_4)Z_8 + 792J(Z_5)Z_7 \quad (D12)$$

$$-JZ_{13} = 13J(Z_1) Z_{12} + 78J(Z_2) Z_{11} + 286J(Z_3)Z_{10} + 715J(Z_4)Z_9 + 1287J(Z_5)Z_8 \quad (D13)$$

$$-JZ_{14} = 14J(Z_1) Z_{13} + 91J(Z_2) Z_{12} + 364J(Z_3)Z_{11} + 1001J(Z_4)Z_{10} + 2002J(Z_5)Z_9 \quad (D14)$$

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)