

APRIMORAMENTO, IMPLEMENTAÇÃO PRÁTICA E TESTE DO MÉTODO  
DE IMAGEAMENTO “WAVE ANALOGUE OF THE COMMON DEPTH  
POINT” - (WCDP) APLICADO A DADOS SINTÉTICOS E REAIS

ROSEANE MARCHEZI MISSÁGIA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE/UENF  
LABORATÓRIO DE ENGENHARIA E EXPLORAÇÃO DE PETRÓLEO/LENEP

MACAÉ - RJ  
ABRIL - 2003

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

APRIMORAMENTO, IMPLEMENTAÇÃO PRÁTICA E TESTE DO MÉTODO  
DE IMAGEAMENTO “WAVE ANALOGUE OF THE COMMON DEPTH  
POINT” - (WCDP) APLICADO A DADOS SINTÉTICOS E REAIS

ROSEANE MARCHEZI MISSÁGIA

“Tese apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense, como parte das exigências para obtenção de título de Doutor em Engenharia de Reservatório e de Exploração” .

Orientador: Viatcheslav I. Priimenko, Ph.D

MACAÉ - RJ  
JULHO - 2003

622.3382

Misságia, Roseane Marchezi.

M678a

Aprimoramento, Implementação Prática e Teste do Método de Imageamento "Wave Analogue of the Common Depth Point" - (WCDP) aplicado a dados sintéticos e reais. - Macaé: Lenep/UENF, 2003.

XV, 104p. : il.

Bibliografia.

Tese de doutorado em Engenharia de Reservatório e Exploração de petróleo.

1 - Engenharia de Reservatório e Exploração - Tese. 2 - Imageamento Sísmico  
3 - Aprimoramento, Implementação Prática. 4 - Método WCDP.



Ao meu querido filho Breno.

## AGRADECIMENTOS

À FENORTE/Governo do Estado do Rio de Janeiro, pela oportunidade oferecida para o meu desenvolvimento técnico científico.

À PETROBRAS S.A. pelos dados reais cedidos para a realização deste trabalho.

Ao meu orientador Prof. PhD. Viatcheslav I. Priimenko pela atenção, apoio, sugestões e críticas apresentadas durante todo o desenvolvimento deste trabalho.

Aos membros da banca de defesa da tese: Djalma M. Soares Filho, Sérgio A.M. Oliveira e Fernando Sérgio de Moraes, pela revisão e pelas sugestões que melhoraram a versão final desta tese.

Ao PhD. A.N. Kremlev, pelas discussões, esclarecimentos e revisões efetuadas no algoritmo WCDP 2D em tempo e profundidade.

Ao geofísico Lino B. Texeira, o meu agradecimento especial, por sua empolgante atuação na importante fase de interpretação dos resultados deste trabalho.

Ao geofísico Emanuel H.C.Gomes pela sua valiosa contribuição na etapa de preparação e pré-processamento dos dados, assim como pelas discussões sobre o processamento em geral.

Ao geofísico Ricardo O. Bragança pela preparação da rotina de utilização do *cluster* e também pelo acessoramento prestado durante o uso deste.

Ao geofísico Djalma M. Soares Filho pelas discussões e sugestões que muito auxiliaram no desenvolvimento desta pesquisa.

A todos os professores, funcionários e colegas do LENEP/UENF por terem proporcionado conhecimento e condições necessárias para o desenvolvimento deste trabalho.

A Ph.D. Themis Carageorgos pelas valiosas sugestões que em muito contribuíram para o aprimoramento do texto dessa tese.

A todos os familiares, em especial ao Joubert, Breno, Penha e meus pais, pelo apoio e compreensão durante a minha ausência ao longo da realização deste trabalho.

# Sumário

LISTA DE FIGURAS . . . . .	iv
LISTA DE TABELAS . . . . .	vii
RESUMO . . . . .	ix
ABSTRACT . . . . .	x
INTRODUÇÃO . . . . .	1
<b>1 O MÉTODO “WAVE ANALOGUE OF THE COMMON DEPTH POINT” - WCDP</b>	<b>4</b>
1.1 Apresentação do Problema e Fórmula do Somatório 2D em Coordenadas Fonte-Receptor $(x, x_0)$ . . . . .	5
1.1.1 Fórmula do Somatório WCDP 2D em Coordenadas “CMP-offset”-(m,l). . . . .	6
1.2 Apresentação do Problema e Fórmula do Somatório WCDP 3D. . . . .	9
1.2.1 Demonstração do Algoritmo WCDP 3D . . . . .	16
<b>2 METODOLOGIA PARA IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO WCDP 2D EM TEMPO</b>	<b>33</b>
2.1 Fluxograma do Processamento e Tratamento dos Dados Sísmicos . . . . .	33
2.1.1 Seqüência Numérica de Processamento do Método WCDP 2D em tempo . . . . .	41
<b>3 RESULTADOS DA APLICAÇÃO DO MÉTODO WCDP 2D EM TEMPO À DADOS SINTÉTICOS</b>	<b>43</b>
3.1 Modelo Sintético de uma Estrutura de Domo de Sal . . . . .	43
3.1.1 Análise dos Resultados . . . . .	43



3.2	Reconstrução de Objetos Geológicos Típicos . . . . .	49
3.2.1	Análise dos Resultados . . . . .	49
<b>4</b>	<b>RESULTADOS DO IMAGEAMENTO WCDP APLICADO A DADOS SÍSMICOS REAIS</b>	<b>52</b>
4.1	Apresentação e Tratamento dos Dados Sísmicos Marítimos . . . . .	53
4.1.1	Processamento dos Dados 2D - <i>Linha A</i> . . . . .	53
4.1.2	Análise dos resultados . . . . .	54
4.1.3	Processamento dos Dados Sísmicos 2D - <i>Linha Baikal</i> . . . . .	62
4.1.4	Análise dos Resultados . . . . .	62
4.2	Apresentação e Tratamento dos Dados Terrestres . . . . .	65
4.2.1	Processamento dos Dados 2D - <i>Linha B</i> . . . . .	65
4.2.2	Análise dos Resultados . . . . .	65
4.2.3	Processamento dos Dados 2D - <i>Linha C</i> . . . . .	70
4.2.4	Análise dos Resultados . . . . .	70
<b>5</b>	<b>EXTENÇÃO DO MÉTODO WCDP 2D PARA A PROFUNDIDADE E APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS SINTÉTICOS</b>	<b>74</b>
5.1	Apresentação da Fórmula do Somatório 2D em profundidade e em Coordenadas $(x, x_0)$ . . . . .	74
5.1.1	Algoritmo para Cálculo de Sismogramas Sintéticos para Meios Acamados com Bordas Plano-Paralelas . . . . .	77
5.2	Resultados da Aplicação do Método WCDP 2D em Profundidade Aplicado a Dados Sintéticos . . . . .	77
5.2.1	Modelo Sintético Composto por Camadas Planas e Paralelas . . . . .	78
5.2.2	Reconstrução de Objetos Geológicos Típicos . . . . .	79
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES</b>	<b>81</b>
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS . . . . .	83

<b>A</b>	<b>ESPALHAMENTO DA ONDA ACÚSTICA</b>	<b>86</b>
A.1	A Equação de Lippmann-Schwinger . . . . .	87
A.2	A Aproximação de Born . . . . .	90
A.2.1	Resolução Sísmica dos Métodos de Imageamento Sísmico na Aproximação de Born . . . . .	91
<b>B</b>	<b>O CONCEITO DE ABERTURA</b>	<b>93</b>

# Lista de Figuras

1	"Abertura" do operador de imageamento WCDP. A área demarcada pelo retângulo "A'B'C'D" representa a região que contém os traços sísmicos registrados e os reconstruídos através do teorema da reciprocidade. . . . .	9
2	Contorno $C$ sobre o plano complexo com raio $R = \sqrt{\frac{\rho}{j\kappa_j^2 - j\kappa_0^2}}$ . . . . .	13
3	Vetores $\kappa$ e $s$ . . . . .	29
4	O esquema ilustra um único sorteamento dos dados do tipo família de tiro comum. . . . .	37
5	Abertura $L \times L$ com intervalo de $\Delta x$ , $\tau$ representa a heterogeneidade acústica do meio. . . . .	37
6	Fluxograma representativo da etapa de pré-processamento, processamento WCDP 2D em tempo para diferentes valores de velocidades de referência e procedimento de composição da seção WCDP final. . . . .	38
7	Diagrama de funcionamento do <i>cluster</i> de micros, onde o número de máquinas envolvidas no processo corresponde ao número de velocidades de referência a serem processadas. . . . .	39
8	Figura esquemática elucidando (a) A formação de um traço composto a partir de traços parciais. (b) A função ponderadora aplicada a cada traço parcial, resultando em traços que preservam a imagem na região melhor focalizada e atribui zeros fora dela. (c) O traço composto onde estão incluídas as melhores focalizações presentes nos empilhamentos parciais. . . . .	40
9	Procedimento para implementação numérica do algoritmo WCDP 2D em tempo. . . . .	42
10	A FFT do campo de onda espalhado $u(x_0, x, t)$ com respeito ao tempo e transformação dos dados para coordenadas $(m, l)$ , resulta em dados do campo de onda espalhado calculado para um único valor de frequência $v(m, l, \omega(q))$ . . . . .	42

10	Modelo de estrutura do tipo domo de sal, representativo da Bacia de Campos. Extraída de Soares,(2003). . . . .	45
11	Reconstrução da estrutura do tipo domo de sal para velocidade de referência de 1520 m/s. Note que, a parte superior dos refletores, marcados com a cor amarela, que estão mais próximos do fundo do mar, alcançaram uma melhor definição para esta velocidade. Extraída de Soares,(2003). . . . .	46
12	Reconstrução da estrutura do tipo domo de sal para velocidade de referência de 1610 m/s. Marcamos em amarelo os refletores mais próximos do fundo do mar, que não alcançaram uma boa definição para a velocidade de 1520 m/s e que estão melhor definidos nessa seção. Extraída de Soares,(2003). . . . .	47
13	Reconstrução da estrutura do tipo domo de sal para velocidade de referência de 1820 m/s. Note a melhor definição dos refletores mais profundos, e como os refletores da parte mais rasa do modelo, perdem o foco a medida que a velocidade de referência aumenta. Extraída de Soares,(2003). . . . .	48
14	Resultados da reconstrução de planos inclinados sob diferentes ângulos, 0, 15, 30, 45 e 60 graus, quando a velocidade de referência coincide com a velocidade do meio.	50
15	Resultados da reconstrução de planos inclinados sob diferentes ângulos, 0, 15, 30, 45 e 60 graus, quando a velocidade de referência difere da velocidade do meio em 25%. . . . .	50
16	Resultado da reconstrução de pontos difratores dipostos em diferentes profundidades e partes da base do somatório. . . . .	51
12	Extraída de Cainelli (1999) . . . . .	53
13	Resultado da migração pré-empilhamento Kirchhoff em tempo 2D da <i>linha A</i> . Note que as difrações foram espalhadas em torno do tempo 3.0 s e traço 600 (acima da linha do sal), fornecendo uma seção com baixo nível de informação. Extraída de Misságia (2003). . . . .	56
14	Resultado final composto do imageamento WCDP 2D em tempo da <i>linha A</i> . Nesta seção podemos ver que as difrações foram bem colapsadas, isto porque a formulação integral do método WCDP, via aproximação de Born, inclui este termo de difração, significativo para resolver as grandes variações laterais das perturbações da velocidade. Extraída de Misságia (2003). . . . .	56

15	Seção resultante do imageamento WCDP 2D em tempo da <i>linha A</i> para a velocidade de referência de 2050 m/s. Observe os detalhes dos sigmóides no intervalo de tempo entre 1.5 e 2.0 s. Extraída de Misságia (2003). . . . .	57
16	Seção resultante do imageamento WCDP 2D em tempo da <i>linha A</i> para a velocidade de referência de 2100 m/s. Observe os detalhes do <i>reservatório A</i> . Extraída de Misságia (2003). . . . .	57
17	Seção resultante do imageamento WCDP 2D em tempo da <i>linha A</i> para a velocidade de referência de 2300 m/s. Observe a boa definição dos detalhes do plano de falhas e o <i>reservatório A</i> . Extraída de Misságia (2003). . . . .	58
18	Seção resultante do imageamento WCDP 2D em tempo da <i>linha A</i> para a velocidade de referência de 2600 m/s. Observe os detalhes da base do sal e do <i>reservatório B</i> no tempo 3.5 s e traço de número 650. Extraída de Misságia (2003). . . . .	58
19	Seção resultante do imageamento WCDP 2D em tempo da <i>linha A</i> para a velocidade de referência de 3400 m/s. Observe o bom imageamento das duas reflexões (trilhos) entre 3.0 - 3.7 s e traços 350-800. Extraída de Misságia (2003). . . . .	59
20	Janela de visualização entre os traços 300-600 da seção parcial com velocidade de referência de 2050 m/s. Observe os detalhes do padrão de reflexão dos sigmóides. Extraída de Misságia (2003). . . . .	59
21	Janela de visualização dos traços 300-600 da seção final composta. Compare o padrão de reflexão desta seção com o da seção fornecida pela Figura (20). Extraída de Misságia (2003). . . . .	59
22	Janela de visualização entre os traços 700-900 da seção parcial com velocidade de referência de 2100 m/s. Observe os detalhes do padrão de reflexão do <i>reservatório A</i> . Extraída de Misságia (2003). . . . .	60
23	Janela de visualização dos traços 700-900 da seção final composta. Compare o padrão de reflexão desta seção com o da seção fornecida pela Figura (22). Extraída de Misságia (2003). . . . .	60
24	Janela de visualização entre os traços 400-640 da seção parcial com velocidade de referência de 2300 m/s. Observe os detalhes do padrão de reflexão do plano de falhas e do <i>reservatório A</i> . Extraída de Misságia (2003). . . . .	60
25	Janela de visualização dos traços 400-640 da seção final composta. Compare o padrão de reflexão desta seção com o da seção fornecida pela Figura (24). Extraída de Misságia (2003). . . . .	60

26	Janela de visualização dos traços 600-700 da seção parcial com velocidade de referência de 2600 m/s. Nesta seção podemos observar o padrão de reflexão do <i>reservatório B</i> e da base do sal. Extraída de Misságia (2003). . . . .	61
27	Janela de visualização dos traços 600-700 da seção final composta. Compare o padrão de reflexão do <i>reservatório B</i> e da base do sal desta seção com o da seção fornecida pela Figura (26). Extraída de Misságia (2003). . . . .	61
28	Janela de visualização dos traços 260-460 da seção parcial com velocidade de referência de 3400 m/s. Nesta seção podemos observar os detalhes do padrão de reflexão da base do sal. Extraída de Misságia (2003). . . . .	61
29	Janela de visualização entre os traços 340-380 da seção final composta. Compare os detalhes do padrão de reflexão da base do sal desta seção com o da seção fornecida pela Figura (28). Extraída de Misságia (2003). . . . .	61
30	Seção resultante do NMO-CDP-stack do dado real Lago Baikal. Exibe uma imagem da zona de falhas com distorções. Extraída de Soares (2003). . . . .	63
31	Seção resultante do imageamento WCDP 2D em tempo do dado real do lago Baikal. De forma contrária a imagem CDP, a imagem WCDP mostra com melhor definição o plano de falha. Extraída de Soares (2003). . . . .	63
32	Detalhe da região marcada pelo retângulo na seção WCDP da Figura (31). Extraída de Soares (2003). . . . .	64
33	Detalhe da seção processada do Lago Baikal. a)NMO-CDP-stack Figura (30) e b) WCDP Figuras (31). O resultado WCDP conseguiu imagear detalhes das falhas de pequeno rejeito, conforme sugere a interpretação. Extraída de Soares (2003). . . . .	64
34	Seção resultante da migração Kirchhoff em tempo do dado 2D <i>linha B</i> . Extraída de Soares (2003). . . . .	67
35	Seção final do imageamento WCDP em tempo do dado 2D <i>linha B</i> , produto da composição a partir das seções parciais, Figuras (36) e (37). Observe o bom imageamento da soleira de diabásio no canal 176 e tempo 680 ms. Extraída de Soares (2003). . . . .	67
36	Seção resultante do imageamento WCDP em tempo do dado 2D <i>linha B</i> , para a velocidade de referência de 2300 m/s. Extraída de Soares (2003). . . . .	68
37	Seção resultante do imageamento WCDP em tempo do dado 2D <i>linha B</i> , para a velocidade de referência de 4500 m/s. Extraída de Soares (2003). . . . .	68

38	a) Janela de visualização da seção Kirchhoff em tempo do dado 2D <i>linha B</i> . Extraída de Soares (2003). . . . .	69
39	Janela de visualização da seção WCDP composta a partir das seções parciais, figuras (36) e (37). Extraída de Soares (2003). . . . .	69
40	Janela de visualização da seção resultante da migração pré-empilhamento Kirchhoff do dado 2D <i>linha C</i> . Extraída de Soares (2003). . . . .	71
41	Janela de visualização da seção final do imageamento WCDP em tempo do dado 2D <i>linha C</i> , produto da composição a partir das seções parciais, Figuras (42) e (43). Através dela é possível visualizar o bom imageamento da soleira de diabásio entre os tempo de 350 e 500 ms. Extraída de Soares (2003). . . . .	71
42	Seção resultante do imageamento WCDP em tempo do dado 2D <i>linha C</i> , para a velocidade de referência de 2200 m/s. Extraída de Soares (2003). . . . .	72
43	Seção resultante do imageamento WCDP em tempo do dado 2D <i>linha C</i> , para a velocidade de referência de 2700 m/s. Extraída de Soares (2003). . . . .	72
45	Modelo de camadas planas e paralelas, onde a velocidade de referência coincide com a velocidade do modelo. . . . .	79
46	Reconstrução do modelo de camadas planas e paralelas, onde a velocidade de referência é 20% maior que a do modelo. . . . .	80
47	Resultados da reconstrução de dois planos, 0 e 20°, quando a velocidade de re- ferência coincide com a velocidade do meio. . . . .	80
48	A onda incidente $u_i(\mathbf{r})$ propaga a partir da fonte em um meio com velocidade de referência constante $C_0$ . A velocidade heterogênea, representada pela área sombreada, atua como fonte secundária e espalha o campo de onda incidente $u_i(\mathbf{r})$ . O campo de onda espalhado $u_s(\mathbf{r})$ viaja através do meio homogêneo até ser registrado pelo receptor. . . . .	87
50	(a) A resultante do $\mathbf{k}$ representa a abertura para uma fonte em $\mathbf{x}_s$ e um receptor em $\mathbf{x}_g$ . A abertura é um segmento de linha entre as posições $\omega_{min} \frac{[\hat{\mathbf{r}}_s + \hat{\mathbf{r}}_g]}{c}$ e $\omega_{max} \frac{[\hat{\mathbf{r}}_s + \hat{\mathbf{r}}_g]}{c}$ . (b) A abertura para uma determinada posição fixa da fonte $\mathbf{x}_s$ , e posição de re- ceptores variando de $\mathbf{x}_s$ para $\mathbf{x}_g$ , é a área entre os dois arcos semicircular. Extraída de Bleistein (2001). . . . .	95
51	A abertura de dois pontos no domínio $\mathbf{k}$ , para uma linha de aquisição de um levantamento <i>common-shot</i> . Extraída de Bleistein (2001). . . . .	95

- 52 A abertura de três pontos no domínio  $\mathbf{k}$ , para uma linha de aquisição de um levantamento *common-shot*. A abertura máxima existe na região onde a sobreposição da cobertura entre fonte e receptor é máxima. Extraída de Bleistein (2001). . . . . 96
- 53 A abertura de dois pontos no domínio  $\mathbf{k}$ , para uma linha de aquisição de um levantamento *common-o<sup>@</sup>set*. As linhas em negrito são os vetores unitários  $\hat{\mathbf{r}}_s$  e  $\hat{\mathbf{r}}_g$ , para a respectiva trajetória fonte-receptor até  $\mathbf{x}_s^+$ ,  $\mathbf{x}_s^-$ ,  $\mathbf{x}_g^+$  e  $\mathbf{x}_g^-$ , respectivamente. As linhas tracejadas são os vetores resultante,  $[\hat{\mathbf{r}}_s^+ + \hat{\mathbf{r}}_g^+]$  e  $[\hat{\mathbf{r}}_s^- + \hat{\mathbf{r}}_g^-]$ , que representam os pontos na direção do associado vetor número de onda. As linhas pontilhadas são os vetores resultante representando um grande *o<sup>@</sup>set* entre fonte em  $\mathbf{x}_s^-$  e receptor em  $\mathbf{x}_g^+$  dado por  $[\hat{\mathbf{r}}_s^- + \hat{\mathbf{r}}_g^+]$ . Extraída de Bleistein (2001). . . . . 97



# Lista de Tabelas

1	Tabela com parâmetros de campo das <i>linhas A, B, C e Baikal</i> . . . . .	73
---	---	----

## RESUMO

O método WCDP 2D em tempo e em profundidade é um método de imageamento sísmico aplicado ao processamento multicanal de dados registrados na superfície livre. A sua formulação original está fundamentada na solução matemática exata do problema inverso do espalhamento da onda acústica, linearizada através da aproximação de Born. Matematicamente, este método pode ser decomposto da seguinte forma: uma combinação da *tomografia de difração + migração*, onde as velocidades de focalizações são encontradas pelos termos da *tomografia de difração*, e as reflexões são obtidas pelos termos da *migração*. Neste contexto, podemos expressar a idéia básica deste método, como sendo a acumulação do sinal simultaneamente com o desenvolvimento de um operador de imageamento (operador linear integral), levando em conta as propriedades e processos de reflexão/difração do sinal. Isso promove um incremento na razão sinal ruído (S/N) da seção resultante, permitindo realizar a ideologia do método CDP e efetuar a análise de velocidades do meio.

No que se refere a versão 2D em tempo, os objetivos principais que nortearam esta pesquisa foram o aprimoramento, implementação e teste da metodologia aplicada a dados sintéticos e reais (marítimos e terrestres). Para tanto, transformamos o algoritmo original para um que fosse qualificado para efetuar o processamento dos dados terrestres e as diferentes geometrias de aquisição fonte-receptor de superfície.

Por último, também apresentamos um desenvolvimento matemático que compreende a formulação das equações do método na versão 2D e 3D em tempo e 2D em profundidade, onde discutimos o significado do seu desenvolvimento no contexto do imageamento e provamos o teorema principal. Nesta tese, o caso 2D em profundidade é proposto como uma versão embrionária do método, cujo objetivo é mostrar os resultados obtidos neste estágio inicial da pesquisa, assim como provar que há futuro no desenvolvimento do método WCDP em profundidade.

## ABSTRACT

The Wave Analogue of the Common Depth Point (WCDDP) method can be considered as a method of seismic inverse, applied to the multichannel processing of data registered on free surface. Original formulation is based on the exact mathematical solution of the inverse acoustic wave scattering problem, in Born approximation. Mathematically, this kind of processing (imaging/inversion) can be analysed in two ways: first, as a combination of diffraction tomography and migration, where the focalization velocities are found by terms of the diffraction tomography; second, the reflections are obtained by the migration terms. By using it, we can express the basic idea of this method as a signal accumulation with a development of imaging operator (integral linear operator), considering the properties and processing of the signal reflection/diffraction. There is an improvement of the signal/noise ratio (S/N) of the section, which allows to realize the idea of the CDP method and do the velocity analysis of the medium, too. In the case of 2D time version, the main goal of our research is improvement, implementation and testing of methodology on synthetic and real data (offshore and onshore). In this work, we adapt the original algorithm to another one, considering onshore data and several types of geometrical acquisition source-receptor on the free surface. Finally, we present a mathematical development of WCDDP method for 3D time version and discuss 2D depth variant. In the present work, 2D depth case is proposed as a initial version of the method, with the objective to show results from the initial stage.

## INTRODUÇÃO

Desde que foram estabelecidas no começo da década de 50, as técnicas Common Depth Point (CDP), (Mayne, 1962; Mesbey, 1985), e os diferentes tipos de métodos de migração são considerados a base para o processamento multicanal de dados sísmicos utilizados na exploração de gás e petróleo, (Stolt, 1986; Claerbout, 1985). Entretanto, somente a partir dos anos 70, com o advento dos computadores no tratamento dos dados sísmicos, esse processo experimentou um avanço significativo. Nesta época, Claerbout desenvolveu um método utilizando operadores de diferenças finitas de segunda ordem, capaz de realizar gradualmente a migração de dados sísmicos registrados em superfície. Loewenthal (1976), reiterando o trabalho de Claerbout (1970), desenvolveu o modelo do refletor explosivo, que explica fisicamente a seção sísmica *zero offset* ou empilhada, e que serve de base para a grande maioria dos métodos de migração após o empilhamento.

No decorrer do últimos anos, em áreas com estruturas complexas, porém apresentando boa razão sinal/ruído (S/N) e razoável conhecimento da velocidade *a priori*, a migração de seções empilhadas forneceu resultados aceitáveis, tornando-se uma prática padrão. Entretanto, o êxito da migração de dados empilhados requer que as ondas de superfície e as múltiplas sejam adequadamente atenuadas, e também, uma definição precisa da função velocidade de subsuperfície. Usualmente, arranjos sísmicos e deconvolução preditiva são algumas das técnicas que atenuam as ondas de superfície e múltiplas, e a análise de velocidade feita visando a correção NMO fornece uma função velocidade para cada ponto CMP. Contudo, uma seção empilhada é uma aproximação para uma seção com fonte e receptor coincidente, (Stolt, 1978). Essa aproximação torna-se pior, quando as estruturas de subsuperfície se afastam do modelo de camadas horizontais com velocidade constante. Em tal situação, uma seção sísmica empilhada apresenta eventos de difração, mal posicionamento dos refletores, definição imprecisa da velocidade e degradação das reflexões, particularmente dos componentes de alta frequência.

Nesses casos, a migração de dados pré-empilhados constitui uma ferramenta poderosa no processamento multicanal de dados sísmicos, e um grande número de métodos de migração de dados pré-empilhados em tempo vem sendo propostos e pesquisados ao longo desses anos.

Nos últimos anos, vários geofísicos tem direcionado suas pesquisas para o desenvolvimento e aplicação do problema inverso do espalhamento acústico em termos do processamento de dados sísmicos multicanais. E hoje, o assunto ainda é atual. Inicialmente, Schneider (1978); French (1975), descreveram o imageamento sísmico como sendo uma forma alternativa do método de migração, referido como migração Kirchhoff. Então, Cohen *et al.*(1986) colocaram esse método sob uma firme base matemática, aplicando a teoria da perturbação para resolver o problema inverso do espalhamento de ondas acústicas. Dessa forma, através de pequenas perturbações em torno de uma velocidade de referência constante, obtiveram uma equação integral que relaciona a

perturbação com os dados de reflexão. A partir disso, essa equação integral é linearizada usando a aproximação de Born e resolvida para obter a função velocidade desconhecida. Clayton e Stolt (1981), derivaram operadores de inversão 2D baseados na aproximação de Born para dados de reflexão, demonstrando que as soluções WKJB são suficientes para remover efeitos da velocidade de referência. Bleistein e Cohen (1982), reformularam o problema de inversão da velocidade como um problema de inversão da fonte ou um problema do valor inicial para a equação da onda. Agba e Gardner (1983), utilizaram a equação unidirecional da onda e a teoria do raio para posicionar corretamente os refletores. Cheng e Coen (1984), derivaram uma relação explícita entre a distribuição de velocidade 3D obtida pela inversão de Born e a função refletividade. Posteriormente, Cohen *et al.* (1986) refinaram o conceito de Born para o caso 3D que abrange a migração pré e pós-empilhamento, e utiliza uma velocidade de referência arbitrária. Finalmente, Bleisten (1987;1989) estabeleceu uma conexão formal entre os conceitos de Born e Kirchhoff para um modelo de subsuperfície, mostrando que métodos de imageamento baseado nessas duas suposições são matematicamente similares, sem o fator de dependência da inclinação real do refletor e localização de fontes e receptores.

No que se refere a migração em tempo de dados pré-empilhados, apesar dessa ser um processo robusto e computacionalmente rápido, se as estruturas apresentam fortes variações laterais de velocidade, pode ocorrer posicionamento errado dos refletores. Nessas circunstâncias, é mais adequado fazer uso da migração em profundidade, mas com o inconveniente dessa consumir muito tempo de CPU e necessitar de uma função velocidade precisa, para se obter bons resultados. Dentre os métodos de migração em profundidade, podemos exemplificar o de Kirchhoff baseado no traçamento de raios, que é o mais comumente usado para imagear grandes estruturas 2D/3D, mas que apresenta dificuldades ao trabalhar com estruturas complexas, tipo as que contenham sal ou refletores inclinados a grandes profundidades, (Hu,1986). De outra forma, os métodos de migração baseados na solução da equação da onda por diferenças finitas para meios heterogêneos são precisos para imagear estruturas complexas com grande variação lateral de velocidade, mas estes consomem muito tempo de processamento e requerem muita memória do computador. O método de migração F-K desenvolvido por Stolt (1978), implementado no domínio F-K, apresenta algumas vantagens atrativas, tais como, incondicional estabilidade e rápida velocidade computacional, através do uso do algoritmo de transformada rápida de Fourier (FFT). Entretanto, esse método usa uma velocidade constante para cada intervalo de profundidade extrapolada e, por isso, não pode trabalhar as variações laterais de velocidade. Outro exemplo, é o método PSPI (Phase-Shift Plus Interpolation), implementado nos domínios F-X e F-W, desenvolvido por Gazdag e Sguazzero (1984), como uma forma de trabalhar as variações laterais de velocidade. Nesse método, várias velocidades constantes são usadas, realizando a migração *phase-shift* para cada intervalo de profundidade extrapolado. O resultado é interpolado, e a imagem final migrada comprova que o PSPI pode trabalhar com grandes variações laterais de velocidades.

Nesta pesquisa utilizamos como ponto de partida, o método de imageamento WCDP 2D em tempo de Kremlev (1981;1985), que obteve bons resultados quando aplicado em dados marítimos dos campos de petróleo da Rússia. Em uma segunda fase, propomos uma versão inicial para o método WCDP 2D em profundidade, que contempla a velocidade de referência como uma função da profundidade, ou seja,  $v = v(z)$ .

A idéia básica desse método, em tempo e profundidade, é a acumulação do sinal simultaneamente com o desenvolvimento de um operador de imageamento (operador linear integral), levando em consideração as propriedades e processos de reflexão/difração do sinal. Assim, o referido operador de imageamento poderá ser usado como solução do problema de visualização de heterogeneidades, combatendo a instabilidade provocada pela aplicação local da aproximação de Born.

Portanto, a originalidade desta tese está pautada no desenvolvimento dos seguintes aspectos do método WCDP:

- <sup>2</sup> Na metodologia para o caso 2D em tempo; na formulação matemática do caso 3D em tempo e na versão do método 2D em profundidade, que contempla a utilização da velocidade de referência constante para cada intervalo de profundidade extrapolado, similar a Gazdag e Sguazzero (1984), no que se refere a migração, mas com a diferença de que realiza a inversão sísmica do campo de onda espalhado seguido por uma migração phase-shift no domínio  $(\omega, k)$ , propriamente dita.
- <sup>2</sup> No desenvolvimento do fluxo industrial para o processamento de dados sísmicos reais. Esse fluxo compreende a implementação e apresentação do método WCDP 2D em tempo, aplicado a dados marítimos e dados terrestres da indústria de petróleo do Brasil, executado no CENPES/PETROBRAS.
- <sup>2</sup> Na transformação do algoritmo WCDP 2D em tempo em outro algoritmo que estivesse qualificado para efetuar o processamento dos dados terrestres reais e as diferentes geometrias de aquisição fonte-receptor de superfície, utilizados pela PETROBRAS.
- <sup>2</sup> Na paralelização do processamento WCDP 2D em tempo, usando o conceito de *cluster* de micros, onde o número de máquinas envolvidas no processo corresponde ao número de velocidades de referência a serem processadas, realizada no CENPES/PETROBRAS.
- <sup>2</sup> No desenvolvimento de um programa de composição e montagem de seção sísmica final, a partir de várias seções sísmicas parciais construídas através do processamento em paralelo.

# Capítulo 1

## O MÉTODO “WAVE ANALOGUE OF THE COMMON DEPTH POINT” - WCDP

### Introdução

Nos últimos 40 anos, os geofísicos consideraram o método *Common Depth Point (CDP)* (Mesbey, 1985; Mayne, 1962) e os diferentes tipos de métodos de migração, como sendo a base para o processamento de dados multicanais, (Stolt, 1986). Todavia, além de posicionar corretamente as estruturas geológicas em subsuperfície, é possível propor um método que também infira sobre as propriedades físicas das rochas, através das informações contidas nos sismogramas registrados, importantes para a etapa de perfuração e desenvolvimento das formações de óleo-gás. Mais exatamente, pode-se imaginar estruturas dentro de uma região de interesse, com base em métodos que envolvam a introdução de sinais propagados como ondas dentro de uma região. Essas ondas após serem espalhadas pelas heterogeneidades acústicas presentes no meio, são registradas na superfície. Então, os dados a serem avaliados são as observações do campo de onda espalhado, que é o campo de onda após ter interagido com o meio. Matematicamente, este tipo específico de problema de imageamento tem sido tratado com sucesso, como um problema de inversão sísmica do campo de onda espalhado, o que equivale a fazer uma tomografia de difração seguida por uma migração.

O presente capítulo apresenta um desenvolvimento detalhado sobre a formulação matemática da técnica de imageamento de dados sísmicos pré-empilhados, intitulada “Wave Analogue of the Common Depth Point- (WCDP), desenvolvido em Kremlev, (1981;1985), que trata o imageamento sob a ótica *tomografia de difração + migração*, que está sendo aprimorada, implementada e aplicada nesta tese de doutorado. O método WCDP tem sua formulação original fundamentada na solução matemática exata do problema inverso do espalhamento da onda acústica, linearizado através da aproximação de Born. O método promete ser computacionalmente eficiente e rápido porque considera a característica da onda espalhada e o processo completo de refração, permitindo o acúmulo do sinal simultaneamente com o desenvolvimento de um operador de imageamento

(operador linear integral). Isso promove um incremento na razão sinal/ruído (S/N) da seção resultante, permitindo realizar a ideologia do método CDP, e efetuar a análise de velocidades do meio.

## 1.1 Apresentação do Problema e Fórmula do Somatório 2D em Coordenadas Fonte-Receptor $(x, x_0)$

Considere o problema direto de Cauchy (Bleistein, 1979):

$$\Delta u - \frac{1}{c_0^2}(1 + a(\boldsymbol{\rho}))u_{tt} = \delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0, t), \quad (1.1.1)$$

$$u|_{t < 0} = 0. \quad (1.1.2)$$

onde  $c_0$  é a velocidade da onda acústica, chamada de velocidade de referência (*background velocity*),  $a(\boldsymbol{\rho})$  é a perturbação da velocidade representando a heterogeneidade do meio,  $(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, t) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}$ ,  $\boldsymbol{\rho} = (x, z)$ , e  $\boldsymbol{\rho}_0 = (x_0, z_0)$ .

O problema inverso de difração de ondas acústicas consiste na definição da função perturbação do campo de velocidade, representada por  $a(\boldsymbol{\rho})$ , através de uma informação adicional sobre a solução do problema direto (1.1.1), conhecido na superfície  $\Gamma = \{\boldsymbol{\rho} \in \mathbb{R}^2 \mid z = 0\}$ , para diferentes posições de fontes  $(x_0)$  e receptores  $(x)$ :

$$u|_{\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0 \in \Gamma} = u(x, x_0, t). \quad (1.1.3)$$

O resultado do problema inverso do espalhamento, (1.1.1) - (1.1.3) é o operador linear de focalização

$$\beta(\boldsymbol{\rho}) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\kappa}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\kappa_0}{2\pi} e^{j(\kappa + \kappa_0)x} \Phi_v(z, \kappa, \kappa_0, \omega) \hat{u}(\kappa, \kappa_0, \omega), \quad (1.1.4)$$

que permite calcular a função visualização  $\beta(\boldsymbol{\rho})$ , como sendo a média local da função  $a(\boldsymbol{\rho})$  sobre o domínio, com tamanho similar ao comprimento de onda do sinal espalhado. Na fórmula (1.1.4) a função  $\hat{u}(\kappa, \kappa_0, \omega)$  é o espectro do campo de onda observado.

$$\hat{u}(\kappa, \kappa_0, \omega) = \int dx dx_0 e^{-j(\kappa x + \kappa_0 x_0)} u(x, x_0, \omega), \quad (1.1.5)$$

e a função  $\Phi_v(z, \kappa, \kappa_0, \omega)$  é o núcleo do operador de focalização (1.1.4):

$$\Phi_v(z, \kappa, \kappa_0, \omega) = \theta \sqrt{\frac{\omega^2}{v^2} - \kappa^2} \theta \sqrt{\frac{\omega^2}{v^2} - \kappa_0^2} \sqrt{\frac{v}{j\omega}} \int_S \frac{e^{-jz \sqrt{\left(\frac{\omega}{v}\right)^2 - \kappa^2} + \sqrt{\left(\frac{\omega}{v}\right)^2 - \kappa_0^2}}}{\sqrt{\frac{\omega^2}{v^2} + \kappa\kappa_0} + \sqrt{\frac{\omega^2}{v^2} - \kappa^2} \sqrt{\frac{\omega^2}{v^2} - \kappa_0^2}} d\boldsymbol{\rho} \quad (1.1.6)$$



onde  $v$  é a velocidade de focalização,  $\mu \Theta\left(\frac{\omega}{v} - \kappa\right)$  e  $\nu \Theta\left(\frac{\omega}{v} - \kappa_0\right)$  são os componentes verticais do número de onda  $k = \frac{\omega}{v}$ , perpendiculares a  $\kappa$  e  $\kappa_0$ , respectivamente.  $\Theta(\cdot)$  é a função de Heaviside. O multiplicador exponencial em (1.1.6) descreve *Phase shift* correspondente para o termo de propagação da onda, com respeito as coordenadas fonte e receptor, de forma análoga a migração *Phase shift* de Gazdag (1978) e Stolt (1978). Os termos prévios são os resultados da solução aproximada do problema inverso. O operador de focalização (1.1.4), (1.1.6) é a base do método WCDP para o caso 2D. A demonstração da formulação geral do método para o caso 2D e 3D é apresentada no final deste trabalho.

### 1.1.1 Fórmula do Somatório WCDP 2D em Coordenadas “CMP-offset”-( $m,l$ ).

A implementação numérica do método WCDP requer a transformação da fórmula do somatório, equação (1.1.4), de coordenadas “source-receiver ( $x, x_0$ ) para coordenadas “common middle point - offset ( $m, l$ ), fazendo uso de:

$$m = \frac{1}{2}(x + x_0), \quad (1.1.7)$$

$$l = x - x_0.$$

Considere  $\mu$  e  $\nu$  como sendo as variáveis no domínio da frequência correspondentes para  $m$  e  $l$ . Logo, através da invariância da fase da onda, segue que:

$$\kappa x + \kappa_0 x_0 = \mu m + \nu l.$$

Assim, o emprego de (1.1.7) na última expressão, conduz à:

$$\kappa = \frac{\mu}{2} + \nu,$$

$$\kappa_0 = \frac{\mu}{2} - \nu.$$

Considerando  $v(m, l, t)$  ser o campo de onda espalhado representado em coordenadas ( $m, l$ ), e  $\hat{v}(\mu, \nu, \omega)$  ser o seu espectro, então, pela igualdade  $u(x, x_0, t) = v(m, l, t)$  e da fórmula (1.1.7), obtêm-se:

$$u(x, x_0, t) = v\left(\frac{x + x_0}{2}, x - x_0, t\right), \quad (1.1.8)$$

$$v(m, l, t) = u\left(m + \frac{l}{2}, m - \frac{l}{2}, t\right).$$

Se mudarmos na integral de Fourier (1.1.4), as variáveis ( $x, x_0$ ) por ( $m, l$ ) e usarmos a equação (1.1.8), obtemos a seguinte conexão entre os espectros dos campos de onda espalhada para as

diferentes coordenadas:

$$\hat{u}(\kappa, \kappa_0, \omega)$$

escolha dessa base é definida em função da profundidade e inclinação dos elementos a serem reconstruídos, mas limitada pelo tamanho da memória RAM do computador. Esse valor está diretamente relacionado com a possibilidade do cálculo efetivo do espectro espacial do campo de onda ser realizado fazendo uso da FFT. O crescimento da base do somatório em coordenadas  $(x, x_0)$  significa aumentar “ $AC$ ” para “ $AC_2$ ”, e conseqüentemente o abertura do somatório para “ $AB_2C_2D_2$ ”. Dessa forma, conforme pode ser visto na Figura (1), o número de traços envolvidos simultaneamente no processamento crescerá quadraticamente, semelhante a  $N^2$ , onde  $N$  é o número de pontos de tamanho quadrado. Isto eleva o número de operações necessárias ao cálculo da fórmula do somatório. Além disso o crescimento da base da abertura em coordenadas  $(x, x_0)$  induz ao surgimento dos domínios  $BB_2K$  e  $DLD_2$ , que não tem traços sísmico reais, mas necessita ser preenchido por traços zerados para implementação da FFT. O crescimento da base da abertura aumenta o volume de cálculo, mas não o nível de informação da seção.

Entretanto, como pode ser visto na Figura (1), também em coordenadas  $(m, l)$  a abertura do somatório é um retângulo  $A'B'C'D'$ , no qual a base do somatório é paralela ao eixo “ $m$ ”, e por isso, corresponde a mesma base do somatório “ $AC_2$ ”, onde estão incluídos os traços sísmicos registrados que fazem parte do processamento, e os que podem ser obtidos através do teorema da reciprocidade. Podemos ver que o número de pontos acondicionados nos lados da abertura paralelo aos eixos  $l$  e  $m$  crescem de forma independente. O número de operações necessárias para calcular a função  $\beta(m, t)$  crescerá linearmente, e não quadraticamente como aconteceria se fizéssemos uso da fórmula do somatório em coordenadas  $(x, x_0)$ . Essa são as razões da transmissão da fórmula do somatório para coordenadas  $(m, l)$ .

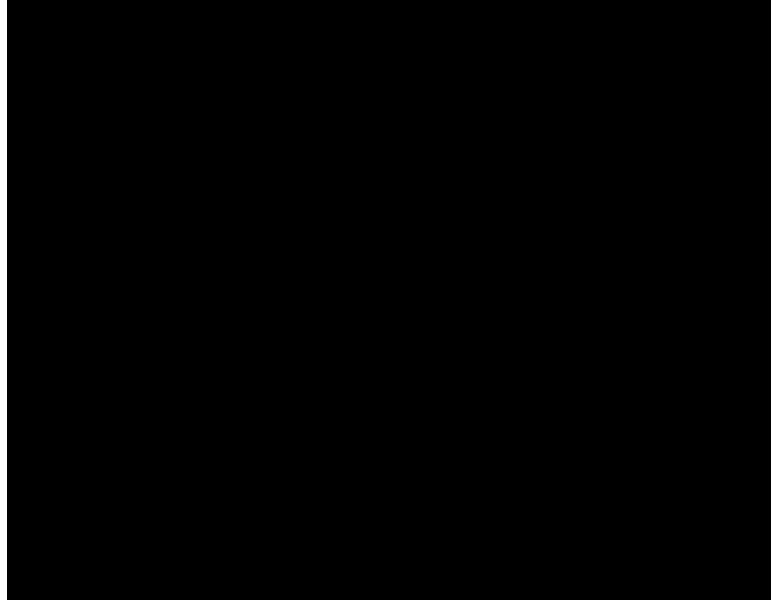


Figura 1: “Abertura” do operador de imageamento WCDP. A área demarcada pelo retângulo “A'B'C'D” representa a região que contém os traços sísmicos registrados e os reconstruídos através do teorema da reciprocidade.

## 1.2 Apresentação do Problema e Fórmula do Somatório WCDP 3D.

Nessa seção, consideramos para o caso 3D o problema da difração de ondas acústicas incidente em um meio heterôgeneo. O campo de onda  $u = u(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, t)$  é produzido por uma fonte pontual localizada no ponto  $(t, \mathbf{r}) = (0, \mathbf{r}_0)$ , onde  $\mathbf{r} = (\boldsymbol{\rho}, z)$ ,  $\boldsymbol{\rho} = (x, y)$ ,  $\mathbf{r}_0 = (\boldsymbol{\rho}_0, 0)$ ,  $\boldsymbol{\rho}_0 = (x_0, y_0)$ , e modelado através da equação da onda acústica que satisfaz ao problema de Cauchy:

$$\Delta u - \frac{1}{c_0^2}(1 + a(\mathbf{r}))u_{tt} = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0, t), \quad (1.2.1)$$

$$u|_{t < 0} = 0. \quad (1.2.2)$$

A função  $a(\mathbf{r})$  é suposta ser uma função bastante suave com  $\text{supp} a(\mathbf{r}) \subset \mathbb{R}^3_{+} = \{\mathbf{r} \in \mathbb{R}^3 | z > 0\}$ , e  $c_0$  é uma constante positiva caracterizando uma *background velocity*.

De uma forma geral, o problema inverso consiste na determinação da função perturbação do campo de velocidade representada por  $a(\mathbf{r})$ , descrevendo as heterogeneidades do meio pelo princípio do campo de onda espalhado  $u(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, t)$ , conhecido para diferentes posições de fonte  $\mathbf{r}_0$  e receptores  $\mathbf{r}$  registrado na superfície  $\Gamma = \{\mathbf{r} \in \mathbb{R}^3 | z = 0\}$ .

**Observação 1.2.1.** Se considerarmos que existe informação suficiente para a definição da função

$a(\mathbf{r})$ , podemos construir a função de 3 variáveis  $a(\mathbf{r})$  através da conhecida função de 5 variáveis  $u(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, t)$ . Esse fato será usado para acumulação da desejada função.

A representação integral de Fourier do campo de onda  $u(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, t)$  com respeito a variável  $t$  pode ser definida por:

$$u(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, t) = \int \frac{d\omega}{2\pi} e^{-j\omega t} u(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \omega). \quad (1.2.3)$$

E, levando-se em consideração que cada harmônico do campo de onda  $u(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \omega)$  satisfaz a equação de Helmholtz

$$\Delta u + (1 + a(\mathbf{r}))k^2 u = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \quad (1.2.4)$$

que junto com a condição de radiação

$$u = O\left(\frac{1}{|\mathbf{r}|}\right), \quad \frac{\partial u}{\partial |\mathbf{r}|} + jku = o\left(\frac{1}{|\mathbf{r}|}\right), \quad (1.2.5)$$

pode ser considerado equivalente a seguinte equação integral:

$$u(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, k) = \int G_0(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) + k^2 \int u(\mathbf{r}', k) a(\mathbf{r}') G_0(k|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'|) d\mathbf{r}', \quad (1.2.6)$$

onde  $G_0(k|\mathbf{r}|) = j \frac{e^{jk|\mathbf{r}|}}{4\pi|\mathbf{r}|}$  é a função de Green para o espaço homogêneo,  $k = \frac{\omega}{c_0}$  é o número de onda. Fazendo, então, uso de (1.2.6), pode ser provado que a seguinte igualdade ocorre:

$$\begin{aligned} u(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, k) = & \int G_0(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) + k^2 \int G_0(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) a(\mathbf{r}') G_0(k|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'|) d\mathbf{r}' + \\ & + k^4 \int G_0(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}''|) a(\mathbf{r}'') u(\mathbf{r}'', \mathbf{r}', k) a(\mathbf{r}') G_0(k|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|) d\mathbf{r}' d\mathbf{r}'' . \end{aligned} \quad (1.2.7)$$

Para estabelecer a última igualdade consideramos os seguintes operadores diferenciais:

$$L = \Delta + k^2[1 + a(\mathbf{r})],$$

$$L_0 = \Delta + k^2.$$

Então a equação (1.2.4) pode ser representada como:

$$Lu(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, k) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0).$$

A função de Green  $G_0(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|)$ , introduzida anteriormente, satisfaz a equação:

$$L_0 G_0(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0).$$

Logo, a partir dessa consideração, a equação (1.2.4) pode expressa da seguinte forma:

$$\Delta u + k^2 u = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) + k^2 a(\mathbf{r}) u.$$

É óbvio que a função (1.2.6) satisfaz a condição de radiação (1.2.5) e a (1.2.4), conforme demonstramos a seguir:

$$\begin{aligned}
L_0 u(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, k) &= \int \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \frac{1}{k^2} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') a(\mathbf{r}') G_0(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) d\mathbf{r}' \\
&+ \int \frac{1}{k^4} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'') a(\mathbf{r}'') u(\mathbf{r}'', \mathbf{r}', k) a(\mathbf{r}') G_0(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) d\mathbf{r}' d\mathbf{r}'' = \\
&= \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \frac{1}{k^2} a(\mathbf{r}) G_0(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) + \\
&+ \int \frac{1}{k^4} a(\mathbf{r}') u(\mathbf{r}, \mathbf{r}', k) a(\mathbf{r}) G_0(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) d\mathbf{r}' = \\
&= \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \frac{1}{k^2} a(\mathbf{r}) f G_0(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) + \\
&+ \int \frac{1}{k^2} u(\mathbf{r}, \mathbf{r}', k) a(\mathbf{r}') G_0(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) d\mathbf{r}' = \\
&= \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \frac{1}{k^2} a(\mathbf{r}) u(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, k).
\end{aligned}$$

O que conduz à,

$$\begin{aligned}
Lu(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, k) &= L_0 u(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, k) + k^2 a(\mathbf{r}) u(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, k) = \\
&= \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \frac{1}{k^2} a(\mathbf{r}) u(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, k) + k^2 a(\mathbf{r}) u(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, k) = \\
&= \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0).
\end{aligned}$$

A função de Green  $G_0(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|)$  descreve a propagação da onda no espaço homogêneo do ponto  $\mathbf{r}_0$  para o ponto  $\mathbf{r}$ . Dessa forma, o primeiro termo no lado direito de (1.2.6) corresponde a onda direta. O segundo termo da mesma onda descreve a propagação da onda do ponto  $\mathbf{r}_0$  para o ponto  $\mathbf{r}'$ , com espalhamento no ponto  $\mathbf{r}'$  e amplitude  $a(\mathbf{r}')$  e, após isto, propagação da onda do ponto  $\mathbf{r}'$  para o ponto observado  $\mathbf{r}$ . Esse termo descreve o espalhamento primário da onda. E finalmente, o último termo corresponde para os múltiplos espalhamentos da onda, a porção menos significativa de um registro, (Bleistein, 2001). De forma semelhante ao método CDP, consideramos que o espalhamento primário tem o carácter informativo e que os múltiplos espalhamentos da onda representam os ruídos. A partir dessas considerações, nossa meta é determinar, com a ajuda da redundância dos dados de reflexão, a desconhecida função perturbação do campo de velocidade  $a(\mathbf{r})$ , supondo que o procedimento de acumulação e seleção da velocidade induza ao amortecimento das ondas espalhadas de mais alta multiplicidade.

A estimativa da influência do múltiplo espalhamento da onda pode ser realizada assumindo a premissa básica da aproximação de Born, que o campo de onda espalhado é muito mais fraco

que o campo de onda incidente. Se a condição é verdadeira podemos considerar o problema de determinação da função perturbação da velocidade  $a(\mathbf{r})$  através da seguinte equação:

$$v(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, k) = \int_{\mathbb{Z}} \frac{1}{k^2} G_0(kj\boldsymbol{\rho} - j\mathbf{r}') a(\mathbf{r}') G_0(kj\boldsymbol{\rho}_0 - j\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad (1.2.8)$$

onde

$$v(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, k) = u(\boldsymbol{\rho}, 0, \boldsymbol{\rho}_0, 0, \omega) - \int_{\mathbb{Z}} G_0(kj\boldsymbol{\rho} - j\boldsymbol{\rho}_0) f(\boldsymbol{\rho}_0),$$

é o campo de onda espalhado, resultante das reflexões primárias deduzido do campo da onda direta, gerado no ponto  $\mathbf{r}_0 = (\boldsymbol{\rho}_0, 0)$ ,  $\boldsymbol{\rho}_0 = (x_0, y_0)$  e registrado no ponto  $\mathbf{r} = (\boldsymbol{\rho}, 0)$ ,  $\boldsymbol{\rho} = (x, y)$ , isto é,  $v(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, k)$  é o campo de onda espalhado resultante da heterogeneidade  $a(\mathbf{r}')$ .

Vamos aplicar a Transformada de Fourier com respeito a  $\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0$  em (1.2.8). Sejam:

$$v(\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\kappa}_0, k) = \int_{\mathbb{Z}} e^{-j\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho} - j\boldsymbol{\kappa}_0\boldsymbol{\rho}_0} v(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, k) d\boldsymbol{\rho} d\boldsymbol{\rho}_0,$$

$$G_0(\boldsymbol{\kappa}, z, k) = \int_{\mathbb{Z}} e^{-j\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho}} G_0(k \sqrt{j\boldsymbol{\rho}^2 + z^2}) d\boldsymbol{\rho},$$

onde  $\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\kappa}_0$  são as variáveis dual para  $\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0$ , respectivamente.

Então, a partir disto, é possível demonstrar que

$$\begin{aligned} \int_{\mathbb{Z}} e^{-j\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho}'} G_0(kj\boldsymbol{\rho}' - j\boldsymbol{\rho}') d\boldsymbol{\rho}' &= \int_{\mathbb{Z}} e^{-j\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho}'} G_0(k \sqrt{(\boldsymbol{\rho}' - \boldsymbol{\rho})^2 + z^2}) d\boldsymbol{\rho}' = \\ &= \int_{\mathbb{Z}} e^{-j\boldsymbol{\kappa}(\boldsymbol{\rho}' - \boldsymbol{\rho}) - j\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho}} G_0(k \sqrt{(\boldsymbol{\rho}' - \boldsymbol{\rho})^2 + z^2}) d(\boldsymbol{\rho}' - \boldsymbol{\rho}) = \\ &= e^{-j\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho}} \int_{\mathbb{Z}} G_0(\boldsymbol{\kappa}, z, k). \end{aligned}$$

Substituindo a última fórmula na equação (1.2.8), obtemos:

$$v(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, k) = \int_{\mathbb{Z}} \frac{1}{k^2} e^{-j\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho}' - j\boldsymbol{\kappa}_0\boldsymbol{\rho}'} G_0(\boldsymbol{\kappa}, z', k) G_0(\boldsymbol{\kappa}_0, z, k) a(\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad (1.2.9)$$

e através da integrais, têm-se:

$$\begin{aligned} \int_{\mathbb{Z}} \frac{e^{-j\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho} + j|\boldsymbol{\kappa}||\boldsymbol{\rho}|^2 + z^2}}{j\boldsymbol{\rho}^2 + z^2} d\boldsymbol{\rho} &= \begin{cases} \int_{\mathbb{R}} \frac{e^{-j\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho} + j|\boldsymbol{\kappa}||\boldsymbol{\rho}|^2 + z^2}}{j\boldsymbol{\rho}^2 + z^2} d\boldsymbol{\rho} & \geq \int_{\mathbb{R}} \frac{e^{-j\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho} + j|\boldsymbol{\kappa}||\boldsymbol{\rho}|^2 + z^2}}{j\boldsymbol{\rho}^2 + z^2} d\boldsymbol{\rho} \\ & > \int_{\mathbb{R}} \frac{e^{-j\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho} + j|\boldsymbol{\kappa}||\boldsymbol{\rho}|^2 + z^2}}{j\boldsymbol{\rho}^2 + z^2} d\boldsymbol{\rho} \end{cases} \\ &= \begin{cases} \int_{\mathbb{R}} \frac{e^{-j\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho} + j|\boldsymbol{\kappa}||\boldsymbol{\rho}|^2 + z^2}}{j\boldsymbol{\rho}^2 + z^2} d\boldsymbol{\rho} & \geq \int_{\mathbb{R}} \frac{e^{-j\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho} + j|\boldsymbol{\kappa}||\boldsymbol{\rho}|^2 + z^2}}{j\boldsymbol{\rho}^2 + z^2} d\boldsymbol{\rho} \\ & > \int_{\mathbb{R}} \frac{e^{-j\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho} + j|\boldsymbol{\kappa}||\boldsymbol{\rho}|^2 + z^2}}{j\boldsymbol{\rho}^2 + z^2} d\boldsymbol{\rho} \end{cases} \end{aligned} \quad (1.2.10)$$

que nos permite representar a função  $G_0(\boldsymbol{\kappa}, z, k)$  da integral  $\int_{\mathbb{R}} \frac{e^{-j\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho} + j|k|\sqrt{|\boldsymbol{\rho}|^2 + z^2}}}{|\boldsymbol{\rho}|^2 + z^2} d\boldsymbol{\rho}$ , da seguinte forma:

$$G_0(\boldsymbol{\kappa}, z, k) = j \frac{1}{4\pi} \text{sign}(k) \int_{\mathbb{R}} \frac{2\pi j}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}j^2} e^{j\text{sign}(k)|z|\sqrt{\frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}|^2} + \frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}_0|^2}}} d\boldsymbol{\rho}, \quad (1.2.11)$$

para  $j\boldsymbol{\kappa}j < jk$ .

Substituindo esta representação na equação (1.2.8), obtemos:

$$\begin{aligned} v(\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\kappa}_0, k) &= \frac{1}{4} \int_{\mathbb{R}} \frac{k^2}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}j^2} \int_{\mathbb{R}} \frac{1}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}_0j^2} e^{-j(\boldsymbol{\kappa} + \boldsymbol{\kappa}_0)\boldsymbol{\rho}' + j\text{sign}(k)|z'|(\frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}|^2} + \frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}_0|^2})} a(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = \\ &= \frac{1}{4} \int_{\mathbb{R}} \frac{k^2}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}j^2} \int_{\mathbb{R}} \frac{1}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}_0j^2} e^{j\text{sign}(k)|z'|(\frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}|^2} + \frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}_0|^2})} a(\boldsymbol{\kappa} + \boldsymbol{\kappa}_0, z') dz'. \end{aligned} \quad (1.2.12)$$

Neste ponto é necessário escolher o ramo da raiz, tal que:

$$\sqrt{\frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}j^2}} = i\text{sign}(k) \sqrt{\frac{\boldsymbol{\rho}}{j\boldsymbol{\kappa}j^2 - k^2}} \quad \text{para } jk < j\boldsymbol{\kappa}j.$$

Na equação (1.2.12) usamos o fato de que  $\text{supp } a(\mathbf{r}) \subset \mathbb{R}_+^3$ . Por essa razão, podemos omitir do correspondente termo exponencial, o sinal do valor absoluto da variável  $z'$ . Note que a integral no lado direito de (1.2.12) tem a forma da integral de Fourier com respeito a variável  $z'$ . Se  $k$  varia de  $-1$  a  $+1$  então, o parâmetro  $p = \text{sign}(k) \left( \sqrt{\frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}j^2}} + \sqrt{\frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}_0j^2}} \right)$  descreve no plano complexo um contorno  $\mathcal{C}$ , consistindo dos intervalos  $(-1, \sqrt{\frac{\boldsymbol{\rho}}{j\boldsymbol{\kappa}j^2 - j\boldsymbol{\kappa}_0j^2}})$ ,  $(\sqrt{\frac{\boldsymbol{\rho}}{j\boldsymbol{\kappa}j^2 - j\boldsymbol{\kappa}_0j^2}}, +1)$  do eixo real e do semicírculo de raio  $\sqrt{\frac{\boldsymbol{\rho}}{j\boldsymbol{\kappa}j^2 - j\boldsymbol{\kappa}_0j^2}}$ , situado no semiplano superior, como mostrado na fig.(2).

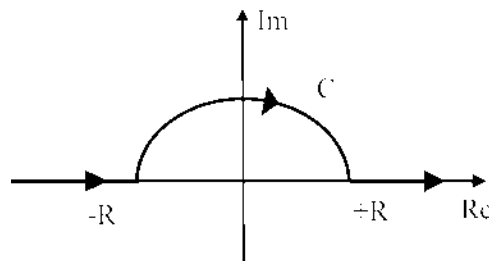


Figura 2: Contorno  $\mathcal{C}$  sobre o plano complexo com raio  $R = \sqrt{\frac{\boldsymbol{\rho}}{j\boldsymbol{\kappa}j^2 - j\boldsymbol{\kappa}_0j^2}}$

Dessa forma, a equação (1.2.12) nos induz a representar para  $p \in \mathcal{C}$ , a transformada de Fourier da função desconhecida  $a(\mathbf{r})$ , pelo princípio da função conhecida  $v(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, k)$ . Para tal,



consideramos a transformada de Fourier inversa

$$a(\boldsymbol{\kappa} + \boldsymbol{\kappa}_0, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathcal{C}} e^{-j\boldsymbol{p}z} a(\boldsymbol{\kappa} + \boldsymbol{\kappa}_0, \boldsymbol{p}) d\boldsymbol{p}. \quad (1.2.13)$$

Logo, integrando ao longo do contorno  $\mathcal{C}$  e fazendo a seguinte mudança de variável  $\boldsymbol{p} = \text{sign}(k) \left( \frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - j\boldsymbol{j}\boldsymbol{\kappa}j^2} + \frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - j\boldsymbol{j}\boldsymbol{\kappa}_0j^2} \right)$  para as partes do contorno ao longo na metade do plano  $\text{Re } \boldsymbol{p} > 0$  e  $\text{Re } \boldsymbol{p} < 0$ , correspondentemente, com ajuda de (1.2.12), e após efetuarmos algumas operações, obtemos:

$$a(\boldsymbol{\kappa} + \boldsymbol{\kappa}_0, z) = \int_{\mathcal{C}} \frac{1}{\boldsymbol{j}\boldsymbol{k}\boldsymbol{j}} \left( \frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - j\boldsymbol{j}\boldsymbol{\kappa}j^2} + \frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - j\boldsymbol{j}\boldsymbol{\kappa}_0j^2} \right) \zeta \quad (1.2.14)$$

$$\zeta e^{-j\text{sign}(k)z} \left( \frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}|^2} + \frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}_0|^2} \right) v(\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\kappa}_0, k) dk.$$

Fixando  $\boldsymbol{\kappa}_0$  na (1.2.14), e fazendo uma transformada de Fourier inversa, encontramos:

$$a(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\mathcal{C}} \boldsymbol{j}\boldsymbol{k}\boldsymbol{j}^{-1} \left( \frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - j\boldsymbol{j}\boldsymbol{\kappa}j^2} + \frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - j\boldsymbol{j}\boldsymbol{\kappa}_0j^2} \right) \zeta \quad (1.2.15)$$

$$\zeta e^{j(\boldsymbol{\kappa} + \boldsymbol{\kappa}_0)\boldsymbol{\rho} - j\text{sign}(k)z} \left( \frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}|^2} + \frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}_0|^2} \right) v(\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\kappa}_0, k) dk d\boldsymbol{\kappa}.$$

A última integral nos retorna um instrumento para estimar  $a(\mathbf{r})$ , através da função  $v(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, k)$ , conhecida na superfície  $\Gamma$ .

**Observação 1.2.2.** Note que a integral da (1.2.15) contém uma restrição na frequência quando  $\boldsymbol{j}\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{j} > \boldsymbol{j}\boldsymbol{k}\boldsymbol{j}$ . Por exemplo, para  $\boldsymbol{\kappa}_0$ , que corresponde a onda plana descendente verticalmente, o termo das raízes no fator exponencial assume o seguinte caráter: para  $\boldsymbol{j}\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{j} > \boldsymbol{j}\boldsymbol{k}\boldsymbol{j}$  multiplicamos a função  $v(\boldsymbol{\kappa}, 0, k)$  por  $e^{z \frac{\boldsymbol{\rho}}{|\boldsymbol{\kappa}|^2 - k^2}}$ , que cresce exponencialmente com o crescimento de  $z$ . Isto significa que a parte  $\text{Im } \boldsymbol{p}$  representa contribuições do regime evanescente dos dados, cujo registro esta associado a reflexões supercríticas, (Cohen,1986;Bleistein,1985). Então, o registro de ondas evanescentes impõem um incremento exponencial aos ruídos presente nos dados, e por isso reduz de muito a razão sinal/ruído dos resultados avaliados. Em (1.2.15) o parâmetro  $\boldsymbol{\kappa}_0$  corresponde a redundância dos dados iniciais e, por isso, permite realizar o procedimento de acumulação da requerida função. A meta é construir um algoritmo para determinação de  $a(\mathbf{r})$  a partir dos dados de  $v(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, k)$ . É possível acumular a requerida função pela integração de (1.2.15) com respeito a  $\boldsymbol{\kappa}_0$ . Mas neste caso a integral diverge, que significa fisicamente, que um ponto fonte espalhado tem energia finita, mas inúmeros pontos fontes correspondem a uma energia infinita; e isto induz à divergência da integral. Portanto, consideramos adequado resolver este problema, para o caso de sistema de observações de áreas de registro e simulação do campo de onda total, tomando os pontos localizados na abertura  $L \in L$  com intervalo  $\Delta x$ . A quantidade  $\Delta x$  determina a habilidade da solução  $\lambda \gg \frac{1}{K}$ , e a máxima frequência espacial  $K = \frac{2\pi}{\Delta x}$  correspondente para o sistema de observação.

A análise matemática mostra que se desprezarmos os múltiplos espalhamentos da onda e multiplicarmos o integrando em (1.2.15) por:

$$m = 1 + \frac{(\boldsymbol{\kappa} + \boldsymbol{\kappa}_0)^2}{(k^2 - j\boldsymbol{\kappa}j^2 + (k^2 - j\boldsymbol{\kappa}_0j^2))^{1/2}}, \quad (1.2.16)$$

e integrando ambas as partes de (1.2.15) com respeito aos vetores  $\boldsymbol{\kappa}$  e  $\boldsymbol{\kappa}_0$  fisicamente diferentes, obtemos o requerido operador de focalização  $\beta(\mathbf{r})$ .

A solução deste problema na aproximação linear foi obtida considerando a redundância de informação dos dados iniciais nas bases do método WCDP. Essa solução permite calcular a função de visualização  $\beta(\mathbf{r}) = \langle a(\mathbf{r}) \rangle$  como sendo uma média local da requerida função  $a(\mathbf{r})$  pelo volume, cujo tamanho é determinado pelo comprimento de onda do sinal espalhado:

$$\beta(\mathbf{r}) = 8\pi L^2 \int_0^K dk \int \frac{d\boldsymbol{\kappa}}{(2\pi)^2} \int \frac{d\boldsymbol{\kappa}_0}{(2\pi)^2} \theta(k^2 - j\boldsymbol{\kappa}j^2) \theta(k^2 - j\boldsymbol{\kappa}_0j^2) [\Phi(\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\kappa}_0, k, \mathbf{r}) v(\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\kappa}_0, k) + c.c.], \quad (1.2.17)$$

onde  $\theta(x)$  é a função Heaviside,

$$\Phi = k^{-1} (k^2 + \boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\kappa}_0 + \frac{\rho}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}j^2} \frac{\rho}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}_0j^2})^{1/2} e^{j(\boldsymbol{\kappa} + \boldsymbol{\kappa}_0)\boldsymbol{\rho} - jz(\frac{\rho}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}|^2} + \frac{\rho}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}_0|^2})}, \quad (1.2.18)$$

e “c.c.” significa o complexo conjugado do termo prévio. O fator exponencial em (1.2.18), descreve a migração Phase shift para coordenadas fonte e receptor de forma análoga para a migração de Gazdag (1978) e Stolt (1978). É importante notar que a fórmula de empilhamento (1.2.17) usa os dados iniciais completamente sobredeterminados, semelhante ao método CDP, e realiza a acumulação completa do sinal. Isso melhora a razão sinal/ruído no empilhamento obtido e pode ser usado para análise de velocidade, também. O campo de onda espalhado  $u(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, k)$  pode ser representado através do espalhamento primário e dos múltiplos espalhamentos como uma superposição de sinal e ruído, respectivamente. A estrutura de tais ondas é análoga à estrutura do termos correspondente na equação (1.2.7), com determinada velocidade efetiva de propagação. Então, como resultado da ação do operador  $\beta_K(\mathbf{r})$  no espalhamento primário das ondas, obtemos:

$$\beta_K(\mathbf{r}) = N \delta a_K(\mathbf{r}), \quad (1.2.19)$$

onde  $N = \frac{L^2}{\Delta x^2}$  é o número de pontos na “abertura” caracterizando a extensão do operador de imageamento e o grau de redundância dos dados iniciais,  $a_K(\mathbf{r})$  é a média local da função  $a(\mathbf{r})$ . Então, como resultado da ação do operador de focalização (1.2.17) no espalhamento primário da onda, obtêm-se a acumulação no local médio  $a_K(\mathbf{r})$  da função desconhecida  $a(\mathbf{r})$ , proporcional a redundância dos dados iniciais. Tal acumulação ocorre, porque o operador (1.2.18) leva em consideração a geometria do espalhamento primário da onda e compensa multiplicadores oscilantes, correspondendo aos atrasos no tempo, relativos as falhas e espalhamentos supercríticos das ondas. No entanto, para múltiplos espalhamentos, tais compensações estão ausentes e por isso

a acumulação desses termos ocorre de maneira aleatória. Isso permite supor que esse algoritmo pode efetivamente visualizar, com o incremento de  $N$  e junto com o procedimento de análise do espectro de velocidade, difíceis construções de meios heterogêneos.

É importante ressaltar, também, que a integral (1.2.18) é 5-dimensional para dados 3D e 3-dimensional para dados 2D. Para visualização da função  $\beta(\mathbf{r})$  é necessário calcular seus valores para diferentes posições de pontos de observações  $\mathbf{r}$  em um grid de pontos bastante denso. Obviamente, o cálculo da função  $\beta(\mathbf{r})$  consome muito tempo numérico. Mas a integral (1.2.17) tem umas exceções que são suficientes para permitir a redução do tempo de cálculo. Na seção seguinte consideramos essas exceções e seus usos para o caso de dados sísmicos 3D.

### 1.2.1 Demonstração do Algoritmo WCDP 3D

Nesta seção temos como objetivo formular e apresentar as justificativas matemáticas para a conversão da equação (1.2.15) em (1.2.17)-(1.2.18).

**Teorema 1.2.1.** *Seja  $\varepsilon = K^2 A l^2 \ll 1$ , onde  $l = \text{diam } V$ ,  $V = \text{supp } a(\mathbf{r})$ ,  $A = \sup a(\mathbf{r})$ , e  $K$  o número de onda. Então, existe um operador linear limitado (uniformizado por  $\mathbf{r}$ )  $M_K(\mathbf{r})$ , que pode ser definido pela fórmula:*

$$\alpha_K(\mathbf{r}) = M_K(\mathbf{r})v,$$

onde

$$M_K(\mathbf{r})v = \left( \int_0^K dk \int_{|\boldsymbol{\kappa}| \leq k} \frac{d\boldsymbol{\kappa}}{(2\pi)^2} \int_{|\boldsymbol{\kappa}_0| \leq k} \frac{d\boldsymbol{\kappa}_0}{(2\pi)^2} \frac{\rho_{\frac{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}|^2}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}|^2} + \frac{\rho_{\frac{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}_0|^2}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}_0|^2}}}{k}} \right) \quad (1.2.20)$$

$$\left( \frac{8}{K^2} \int_0^K dk \int_{|\boldsymbol{\kappa}| \leq k} \frac{d\boldsymbol{\kappa}}{(2\pi)^2} \int_{|\boldsymbol{\kappa}_0| \leq k} \frac{d\boldsymbol{\kappa}_0}{(2\pi)^2} \frac{\rho_{\frac{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}|^2}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}|^2} + \frac{\rho_{\frac{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}_0|^2}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}_0|^2}}}{k}} \right) \left( 1 + \frac{\rho_{\frac{(\boldsymbol{\kappa} + \boldsymbol{\kappa}_0)^2}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}|^2 + \frac{\rho_{\frac{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}|^2}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}|^2} + \frac{\rho_{\frac{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}_0|^2}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}_0|^2}}}{k}}}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}|^2 + \frac{\rho_{\frac{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}|^2}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}|^2} + \frac{\rho_{\frac{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}_0|^2}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}_0|^2}}}{k}}}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}_0|^2}}}{k}} \right) v(\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\kappa}_0, k) \right)$$

$$K \lesssim \frac{1}{lA^{\frac{2}{5}}},$$

tal que o resultado da ação deste operador na função  $v$  é a convolução dessa função com um dado núcleo:

$$\alpha_K(\mathbf{r}) = \int \Delta_K(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) a(\mathbf{r}_0) d\mathbf{r}_0 + \delta a, \quad (1.2.21)$$

onde  $j\delta a_j \cdot \varepsilon^2 Kl$ , e o núcleo  $\Delta_K(\mathbf{r})$  é uma aproximação da função do Dirac, i.e.:

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \int a(\mathbf{r}_0) \Delta_K(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) d\mathbf{r}_0 = a(\mathbf{r}),$$

para qualquer função  $a(\mathbf{r}) \in C_0^\infty(\mathbf{R}^3)$ .

**Observação 1.2.3.** A função  $\alpha_K(\mathbf{r})$  é obtida da função  $a(\mathbf{r})$ , anulando seu espectro para frequências  $|\mathbf{k}| > k$ , onde  $k \in (0, K)$ , i.e., a função  $\alpha_K(\mathbf{r})$  é o resultado da média local da função  $a(\mathbf{r})$  sobre o volume de tamanho  $\lambda \gg k^{-1}$ ,  $k \in (0, K)$ .

*Demonstração.* A seguir, dividiremos a demonstração do teorema acima apresentado da seguinte forma:

1. Podemos mostrar que para  $\mathbf{r}, \mathbf{r}_0 \in \text{supp } a(\mathbf{r})$ ,  $\varepsilon = K^2 l^2 A < 1$ ,  $k < K$

$$j\mathbf{u}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, k)j \cdot \frac{1}{4\pi j\mathbf{r} - \mathbf{r}_0j} + \frac{1}{4\pi l} \ll \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon}. \quad (1.2.22)$$

2. Comprovamos que a função  $v(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0, k)$  satisfaz a seguinte equação:

$$v(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0, k) = \frac{k^2}{4} \frac{1}{k^2 - |\mathbf{k}|^2} \ll \frac{k^2}{k^2 - |\mathbf{k}_0|^2} \quad (1.2.23)$$

$$\int d\mathbf{r}' e^{j(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0)\mathbf{r}' + j\text{sign}(k)z'} \left( \frac{\rho}{k^2 - |\mathbf{k}|^2} + \frac{\rho}{k^2 - |\mathbf{k}_0|^2} \right) \ll$$

$$\ll a(\mathbf{r}') + \frac{k^4}{4}$$

4. As propriedades do núcleo  $\Delta_K(\mathbf{r})$ :

$$(a) \Delta_K(\mathbf{r}) = K^3 f(K\rho, Kz),$$

onde

$$f(\rho, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^1 \int_{|\mathbf{x}| \leq 1} \frac{d\mathbf{x}}{(2\pi)^2} \int_{|\mathbf{x}_0| \leq 1} \frac{d\mathbf{x}_0}{(2\pi)^2} \frac{e^{j\rho(\mathbf{x}+\mathbf{x}_0) - jz\xi \left( \frac{\rho}{1-|\mathbf{x}|^2} + \frac{\rho}{1-|\mathbf{x}_0|^2} \right)} + e^{-j\rho(\mathbf{x}+\mathbf{x}_0) + jz\xi \left( \frac{\rho}{1-|\mathbf{x}|^2} + \frac{\rho}{1-|\mathbf{x}_0|^2} \right)}}{\left( \frac{\rho}{1-|\mathbf{x}|^2} + \frac{\rho}{1-|\mathbf{x}_0|^2} \right)^2} . \quad (1.2.25)$$

O espectro da função  $f(\rho, z)$  definido pela fórmula

$$F(\boldsymbol{\kappa}, p) = \int d\rho dz e^{-j\boldsymbol{\kappa}\rho - jpz} f(\rho, z),$$

tem as seguintes propriedades:

$$a) jF(\boldsymbol{\kappa}, p)j \cdot 1,$$

$$b) F(\boldsymbol{\kappa}, p) \sim 0 \text{ para } j\boldsymbol{\kappa}j^2 + p^2 > 1, \text{ e}$$

$$c) F(\boldsymbol{\kappa}, p) = 1 + O(j\boldsymbol{\kappa}j^2 + p^2) \text{ para } j\boldsymbol{\kappa}j^2 + p^2 \cdot 1$$

(b)  $\Delta_K(\mathbf{r})$  é uma aproximação da função do Dirac, i.e.:

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \int \Delta_K(\mathbf{r} - \mathbf{r}') a(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = a(\mathbf{r}), \quad (1.2.26)$$

para qualquer função  $a(\mathbf{r}) \in C_0^\infty(\mathbf{R}^3)$ .

$$\int \Delta_K(\mathbf{r} - \mathbf{r}') a(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = \int \frac{d\mathbf{s}}{(2\pi)^3} F \left( \frac{\mathbf{s}}{K} \right) a(\mathbf{s}) e^{j\mathbf{s}\mathbf{r}} = a_K(\mathbf{r}),$$

i.e., a função  $a_K(\mathbf{r})$  é obtida através da função  $a(\mathbf{r})$  anulando seu espectro para  $j\mathbf{s}j > K$ .

5. Provar que para a função  $\delta a$ , definida pela fórmula

$$\delta a \sim M(\mathbf{r}) \delta v,$$

onde  $\delta v$  é estimado pela equação (1.2.23), vale a seguinte desigualdade:

$$j\delta a j \cdot Kl\varepsilon^2.$$

Agora provaremos o teorema básico passo por passo:

1. Suponhamos que  $a(\mathbf{r})$  é uma função bastante pequena e  $K^2 l^2 A \ll 1$ , onde  $l = \text{diam } V$ ,  $V = \text{supp } a(\mathbf{r})$  e  $A = \sup_{\mathbf{r} \in V} |a(\mathbf{r})|$ .

É preciso estimar  $|u(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, k)|$  para  $\mathbf{r}, \mathbf{r}_0 \in V$ . Logo, a série de Neumann para a equação integral (1.2.4) será a seguinte:

$$\begin{aligned} u(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, k) &= G_0(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) + k^2 \int_V d\mathbf{r}' G_0(k|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|) a(\mathbf{r}') G_0(k|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|) + \\ &+ k^4 \int_V d\mathbf{r}' \int_V d\mathbf{r}'' G_0(k|\mathbf{r}' - \mathbf{r}''|) a(\mathbf{r}'') G_0(k|\mathbf{r}' - \mathbf{r}'|) a(\mathbf{r}') G_0(k|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|) + \dots \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} u_n(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, k). \end{aligned}$$

O segundo termo da série de Neumann pode ser estimado como:

$$\begin{aligned} |u_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, k)| &\leq \frac{k^2}{(4\pi)^2} \int_V |a(\mathbf{r}')| d\mathbf{r}' \cdot \\ &\cdot \frac{k^2 A}{(4\pi)^2} \frac{1}{2} \int_V \frac{1}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}'|^2} + \frac{1}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|^2} d\mathbf{r}'. \end{aligned}$$

E, para provar o último passo usamos a seguinte desigualdade

$$\begin{aligned} \frac{1}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}'|^2} + \frac{1}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|^2} &\geq \frac{2}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0| |\mathbf{r}' - \mathbf{r}'|} \gg \\ \frac{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}'| + |\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}'| |\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|^2} &\geq \frac{2|\mathbf{r}' - \mathbf{r}'| |\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}'|^2 |\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|^2}. \end{aligned}$$

Consideremos agora a integral

$$\int_V \frac{d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}'|^2}, \quad \mathbf{r} \in V.$$

Temos que

$$\int_V \frac{d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}'|^2} = \int_V \frac{d\xi}{|\xi|^2} \cdot 4\pi \int_0^l \frac{|\xi|^2 d|\xi|}{|\xi|^2} = 4\pi l.$$

Por esta razão a seguinte desigualdade ocorre

$$|u_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, k)| \leq K^2 l^2 A \ll \frac{1}{4\pi l} \cdot \frac{\varepsilon}{4\pi l},$$

onde

$$\varepsilon = K^2 l^2 A.$$

Então, finalmente provamos que

$$|u_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, k)| \leq \frac{\varepsilon}{4\pi l}, \quad \varepsilon = K^2 l^2 A,$$

para  $\mathbf{r}, \mathbf{r}_0 \in V$  e  $|\mathbf{k}| \leq K$ .

O terceiro termo na Série de Neumann pode ser estimado da mesma maneira que o segundo termo :

$$ju_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, k)j \cdot \frac{k^4 A^2}{(4\pi)^3} \int_V d\mathbf{r}' \int_V d\mathbf{r}'' \int \frac{1}{|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'| |\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|} \cdot \frac{k^4 A^2}{(4\pi)^3} \int_V d\mathbf{r}' \int \frac{4\pi l}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|}.$$

Logo, provamos o último passo através da fórmula

$$\int_V \frac{d\mathbf{r}''}{|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'| |\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|} \cdot 4\pi l, \quad \mathbf{r}, \mathbf{r}' \in V.$$

Mas,

$$\int_V \frac{d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|} = 4\pi \int_0^l \frac{r^2 dr}{r^2} = 2\pi l^2.$$

De onde é possível concluir que:

$$ju_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, k)j \cdot \frac{K^4 A^2}{(4\pi)^3} \int 4\pi l \int 4\pi l^2 \int \frac{1}{2} \cdot \frac{K^4 l^4 A^2}{4\pi l} \cdot \frac{\varepsilon^2}{4\pi l}.$$

Isto significa que:

$$ju_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, k)j \cdot \frac{\varepsilon^2}{4\pi l},$$

para  $\mathbf{r}, \mathbf{r}_0 \in V$  e  $|\mathbf{k}| \leq K$ .

Da mesma forma, podemos estimar  $u_n(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, k)$  para  $\mathbf{r}, \mathbf{r}_0 \in V$  e  $|\mathbf{k}| \leq K$ . Isto significa que a Série de Neumann pode ser estimada através de Séries numéricas do tipo:

$$\frac{1}{4\pi l} (\varepsilon + \varepsilon^2 + \varepsilon^3 + \varepsilon^4 + \dots) = \frac{1}{4\pi l} \int_0^\varepsilon \frac{1}{1-t} dt, \quad \text{onde } \varepsilon = K^2 l^2 A < 1.$$

Por esta razão, temos

$$ju(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, k)j \cdot \frac{1}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} + \frac{1}{4\pi l} \int_0^\varepsilon \frac{1}{1-t} dt,$$

para  $\mathbf{r}, \mathbf{r}_0 \in V$  e  $|\mathbf{k}| \leq K$ , que estabelece a equação (1.2.22) e prova o primeiro passo do nosso teorema.

2. Consideremos agora, a representação da equação integral (1.2.6), na qual o ponto fonte  $\mathbf{r}_0 = (\boldsymbol{\rho}_0, 0)$  e o ponto receptor  $\mathbf{r} = (\boldsymbol{\rho}, 0)$  estão posicionados ao longo da superfície  $\Gamma$ .

Vamos representar esta equação na seguinte forma:

$$\begin{aligned} v(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, k) = & \int \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} G_0(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) a(\mathbf{r}') G_0(k|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|) d\mathbf{r}' + \\ & + k^4 \int \int \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}''|} G_0(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}''|) a(\mathbf{r}'') u(\mathbf{r}', \mathbf{r}'', k) a(\mathbf{r}') G_0(k|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|) d\mathbf{r}' d\mathbf{r}'' \\ & \sim v_0(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, k) + \delta v(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, k), \end{aligned} \quad (1.2.27)$$

onde

$$v(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, k) = u(\boldsymbol{\rho}, 0, \boldsymbol{\rho}_0, 0, k) + G_0(k; \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0).$$

Aplicamos a transformada de Fourier com respeito as variáveis  $\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0$  em (1.2.27). Usando a fórmula (1.2.10), podemos representar a transformada de Fourier da função  $\delta v(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, k)$  da seguinte forma:

$$\delta v(\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\kappa}_0, k) = \frac{k^4}{4} \frac{1}{k^2 + j\boldsymbol{\kappa}j^2} \frac{1}{k^2 + j\boldsymbol{\kappa}_0j^2} \int a(\mathbf{r}'') u(\mathbf{r}'', \mathbf{r}', k) a(\mathbf{r}') \int e^{-j\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho}'' - j\boldsymbol{\kappa}_0\boldsymbol{\rho}' + j\text{sign}(k) \int_{z''}^h \frac{\boldsymbol{\rho}''}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}|^2} + \int_{z''}^i \frac{\boldsymbol{\rho}''}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}_0|^2}} d\mathbf{r}' d\mathbf{r}'', \quad (1.2.28)$$

para  $j\boldsymbol{\kappa}j \cdot j\boldsymbol{\kappa}j$  e  $j\boldsymbol{\kappa}_0j \cdot j\boldsymbol{\kappa}_0j$ . Usando as fórmulas (1.2.8), (1.2.9) e (1.2.10) de novo, podemos provar que a transformada de Fourier da função  $v_0(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, k)$  pode ser representada na forma semelhante à (1.2.12):

$$v_0(\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\kappa}_0, k) = \frac{k^2}{4} \frac{1}{k^2 + j\boldsymbol{\kappa}j^2} \frac{1}{k^2 + j\boldsymbol{\kappa}_0j^2} \int e^{-j(\boldsymbol{\kappa} + \boldsymbol{\kappa}_0)\boldsymbol{\rho}' + j\text{sign}(k) \int_{z'}^h \left( \frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}|^2} + \frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}_0|^2} \right)} a(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'$$

Dessa forma, provamos que as fórmulas (1.2.12) e (1.2.28) estabelecem a fórmula (1.2.23).

3. Agora, provaremos a fórmula (1.2.24). Substituindo na (1.2.24) a representação da função  $v_0(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, k)$ , obtemos:

$$a_K(\mathbf{r}) = \frac{8}{K^2} \int_0^K dk \int_{|\boldsymbol{\kappa}| \leq k} \frac{d\boldsymbol{\kappa}}{(2\pi)^2} \int_{|\boldsymbol{\kappa}_0| \leq k} \frac{d\boldsymbol{\kappa}_0}{(2\pi)^2} \int \frac{1}{k} \frac{1}{k^2 + j\boldsymbol{\kappa}j^2} + \frac{1}{k^2 + j\boldsymbol{\kappa}_0j^2} \int \frac{1}{1 + \frac{(\boldsymbol{\kappa} + \boldsymbol{\kappa}_0)^2}{(k^2 + j\boldsymbol{\kappa}j^2) + (k^2 + j\boldsymbol{\kappa}_0j^2)^2}} \int \frac{k^2}{4} \frac{1}{k^2 + j\boldsymbol{\kappa}j^2} \frac{1}{k^2 + j\boldsymbol{\kappa}_0j^2} \int_V d\mathbf{r}' a(\mathbf{r}') e^{j(\boldsymbol{\kappa} + \boldsymbol{\kappa}_0)(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}') - j(z - z') \left[ \frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}|^2} + \frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}_0|^2} \right]} \int_{-K}^K dk \int_{|\boldsymbol{\kappa}| \leq k} \frac{d\boldsymbol{\kappa}}{(2\pi)^2} \int_{|\boldsymbol{\kappa}_0| \leq k} \frac{d\boldsymbol{\kappa}_0}{(2\pi)^2} \int \frac{1}{k} \frac{1}{k^2 + j\boldsymbol{\kappa}j^2} + \frac{1}{k^2 + j\boldsymbol{\kappa}_0j^2} \int \frac{1}{1 + \frac{(\boldsymbol{\kappa} + \boldsymbol{\kappa}_0)^2}{(k^2 + j\boldsymbol{\kappa}j^2) + (k^2 + j\boldsymbol{\kappa}_0j^2)^2}} \int \frac{k^2}{4} \frac{1}{k^2 + j\boldsymbol{\kappa}j^2} \frac{1}{k^2 + j\boldsymbol{\kappa}_0j^2} \int_V d\mathbf{r}' a(\mathbf{r}') e^{j(\boldsymbol{\kappa} + \boldsymbol{\kappa}_0)(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}') + j(z - z') \left[ \frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}|^2} + \frac{\boldsymbol{\rho}}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}_0|^2} \right]}.$$

**Observação 1.2.4.** A integração com respeito a variável  $\mathbf{r}'$  ocorre sobre o domínio  $V$ , por que a função finita  $a(\mathbf{r})$  tem  $V = \text{supp } a(\mathbf{r})$ .



O integrando na fórmula (1.2.29) é uma função somável porque:

$$j a_K(\mathbf{r}) j \cdot \frac{4}{k^2} \int_0^K dk \int_{|\boldsymbol{\kappa}| \leq k} \frac{d\boldsymbol{\kappa}}{(2\pi)^2} \int_{|\boldsymbol{\kappa}_0| \leq k} \frac{d\boldsymbol{\kappa}_0}{(2\pi)^2} \left( \frac{k}{k^2 + j\boldsymbol{\kappa}j^2} \right) \left( \frac{k}{k^2 + j\boldsymbol{\kappa}_0j^2} \right) \left( \frac{\rho}{k^2 + \frac{\boldsymbol{\kappa} + \boldsymbol{\kappa}_0}{k}} \right) < 1.$$

Através do teorema de Fubini podemos mudar a ordem de integração e representar a integral (1.2.29) da seguinte forma:

$$a_K(\mathbf{r}) = \int \Delta_K(\mathbf{r}' | \mathbf{r}) a(\mathbf{r}') d\mathbf{r}',$$

onde

$$\Delta_K(\mathbf{r}) = \frac{2}{K^2} \int_0^K dk \int_{|\boldsymbol{\kappa}| \leq k} \frac{d\boldsymbol{\kappa}}{(2\pi)^2} \int_{|\boldsymbol{\kappa}_0| \leq k} \frac{d\boldsymbol{\kappa}_0}{(2\pi)^2} \left( \frac{\rho}{k^2 + j\boldsymbol{\kappa}j^2} + \frac{\rho}{k^2 + j\boldsymbol{\kappa}_0j^2} \right) \frac{e^{j(\boldsymbol{\kappa} + \boldsymbol{\kappa}_0)\rho - jz}}{\left( \frac{\boldsymbol{\kappa} + \boldsymbol{\kappa}_0}{k} \right)^2} \left( \frac{\rho}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}|^2} + \frac{\rho}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}_0|^2} \right) \int_{-K}^0 dk \int_{|\boldsymbol{\kappa}| \leq k} \frac{d\boldsymbol{\kappa}}{(2\pi)^2} \int_{|\boldsymbol{\kappa}_0| \leq k} \frac{d\boldsymbol{\kappa}_0}{(2\pi)^2} \left( \frac{\rho}{k^2 + j\boldsymbol{\kappa}j^2} + \frac{\rho}{k^2 + j\boldsymbol{\kappa}_0j^2} \right) \frac{e^{j(\boldsymbol{\kappa} + \boldsymbol{\kappa}_0)\rho + jz}}{\left( \frac{\boldsymbol{\kappa} + \boldsymbol{\kappa}_0}{k} \right)^2} \left( \frac{\rho}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}|^2} + \frac{\rho}{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}_0|^2} \right),$$

que estabelece a representação de (1.2.24).

4. Para estudarmos algumas propriedades do núcleo  $\Delta_K(\mathbf{r})$ , efetuaremos as seguintes mudanças de variáveis

$$\boldsymbol{\kappa} = k\mathbf{x} \quad d\boldsymbol{\kappa} = k^2 d\mathbf{x},$$

$$\boldsymbol{\kappa}_0 = k\mathbf{x}_0 \quad d\boldsymbol{\kappa}_0 = k^2 d\mathbf{x}_0,$$

$$k = K\xi \quad dk = K d\xi.$$

Dessa forma, após as devidas substituições, temos:

$$\Delta_K(\mathbf{r}) = 2K^3 \int_0^1 \xi^4 d\xi \int_{|\mathbf{x}| \leq 1} \frac{d\mathbf{x}}{(2\pi)^2} \int_{|\mathbf{x}_0| \leq 1} \frac{d\mathbf{x}_0}{(2\pi)^2} \left( \frac{\rho}{1 + j\boldsymbol{x}j^2} + \frac{\rho}{1 + j\boldsymbol{x}_0j^2} \right) \frac{e^{jK\rho\xi(\mathbf{x} + \mathbf{x}_0) - jKz\xi \left[ \frac{\rho}{1 - |\mathbf{x}|^2} + \frac{\rho}{1 - |\mathbf{x}_0|^2} \right]}}{\left( \frac{\boldsymbol{x} + \boldsymbol{x}_0}{\xi} \right)^2} + \int_0^1 \xi^4 d\xi \int_{|\mathbf{x}| \leq 1} \frac{d\mathbf{x}}{(2\pi)^2} \int_{|\mathbf{x}_0| \leq 1} \frac{d\mathbf{x}_0}{(2\pi)^2} \left( \frac{\rho}{1 + j\boldsymbol{x}j^2} + \frac{\rho}{1 + j\boldsymbol{x}_0j^2} \right) \frac{e^{jK\rho\xi(\mathbf{x} + \mathbf{x}_0) + jKz\xi \left[ \frac{\rho}{1 - |\mathbf{x}|^2} + \frac{\rho}{1 - |\mathbf{x}_0|^2} \right]}}{\left( \frac{\boldsymbol{x} + \boldsymbol{x}_0}{\xi} \right)^2}.$$

Logo, a última expressão pode ser representada como

$$\Delta_K(\mathbf{r}) = K^3 f(K\boldsymbol{\rho}, Kz), \quad (1.2.30)$$

onde

$$f(\boldsymbol{\rho}, z) = 2 \int_0^1 \xi^4 d\xi \int_{|\mathbf{x}| \leq 1} \frac{d\mathbf{x}}{(2\pi)^2} \int_{|\mathbf{x}_0| \leq 1} \frac{d\mathbf{x}_0}{(2\pi)^2} \frac{\rho_{-|\mathbf{x}|^2} \rho_{-|\mathbf{x}_0|^2}}{\rho_{-|\mathbf{x}|^2} \rho_{-|\mathbf{x}_0|^2} + \rho_{-|\mathbf{x} + \mathbf{x}_0|^2}} \quad (1.2.31)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{j\rho\xi(\mathbf{x} + \mathbf{x}_0) - jz\xi} \rho_{-|\mathbf{x}|^2} \rho_{-|\mathbf{x}_0|^2}}{1 + \frac{\rho_{-|\mathbf{x}|^2} \rho_{-|\mathbf{x}_0|^2}}{(\rho_{-|\mathbf{x}|^2} \rho_{-|\mathbf{x}_0|^2} + \rho_{-|\mathbf{x} + \mathbf{x}_0|^2})^2}} + e^{-j\rho\xi(\mathbf{x} + \mathbf{x}_0) + jz\xi} \frac{\rho_{-|\mathbf{x}|^2} \rho_{-|\mathbf{x}_0|^2}}{1 + \frac{\rho_{-|\mathbf{x}|^2} \rho_{-|\mathbf{x}_0|^2}}{(\rho_{-|\mathbf{x}|^2} \rho_{-|\mathbf{x}_0|^2} + \rho_{-|\mathbf{x} + \mathbf{x}_0|^2})^2}} d\xi$$

Consideremos o espectro da função  $f(\boldsymbol{\rho}, z)$  definido pela fórmula

$$F(\boldsymbol{\kappa}, p) = \int d\boldsymbol{\rho} dz e^{-j\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho} - jpz} f(\boldsymbol{\rho}, z).$$

Podemos expressar a regularização da última integral da seguinte forma:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\kappa x} dx = \lim_{\alpha \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\kappa x - \frac{x^2}{4\alpha^2}} dx =$$

$$= \lim_{\alpha \rightarrow \infty} 2\pi \frac{\alpha}{\pi} e^{-\alpha^2 \kappa^2} = 2\pi \lim_{\alpha \rightarrow \infty} \delta_\alpha(\kappa) = 2\pi \delta(\kappa).$$

A mesma regularização será usada para o cálculo da função  $F(\boldsymbol{\kappa}, p)$ :

$$F_\alpha(\boldsymbol{\kappa}, p) = 2 \int d\boldsymbol{\rho} dz e^{-j\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho} - jpz - \frac{|\boldsymbol{\rho}|^2}{4\alpha^2} - \frac{z^2}{4\alpha^2}} f(\boldsymbol{\rho}, z).$$

A integral anterior é absolutamente convergente, porque:

$$jF_\alpha(\boldsymbol{\kappa}, p)j \cdot \int d\boldsymbol{\rho} dz e^{-\frac{|\boldsymbol{\rho}|^2}{4\alpha^2} - \frac{z^2}{4\alpha^2}} 2 \int_0^1 d\xi \xi^4 \int_{|\mathbf{x}| \leq 1} \frac{d\mathbf{x}}{(2\pi)^2} \int_{|\mathbf{x}_0| \leq 1} \frac{d\mathbf{x}_0}{(2\pi)^2} \frac{\rho_{-|\mathbf{x}|^2} \rho_{-|\mathbf{x}_0|^2}}{\rho_{-|\mathbf{x}|^2} \rho_{-|\mathbf{x}_0|^2} + \rho_{-|\mathbf{x} + \mathbf{x}_0|^2}} < 1.$$

Portanto, de acordo com o teorema de Fubini, podemos mudar a ordem de integração para:

$$F_\alpha(\boldsymbol{\kappa}, p) = 2 \int_0^1 \xi^4 d\xi \int_{|\mathbf{x}| \leq 1} \frac{d\mathbf{x}}{(2\pi)^2} \int_{|\mathbf{x}_0| \leq 1} \frac{d\mathbf{x}_0}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{j\rho[\xi(\mathbf{x} + \mathbf{x}_0) - \boldsymbol{\kappa}] - \frac{|\boldsymbol{\rho}|^2}{4\alpha^2}}}{1 + \frac{\rho_{-|\mathbf{x}|^2} \rho_{-|\mathbf{x}_0|^2}}{(\rho_{-|\mathbf{x}|^2} \rho_{-|\mathbf{x}_0|^2} + \rho_{-|\mathbf{x} + \mathbf{x}_0|^2})^2}} d\boldsymbol{\rho} dz$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-jz[p + \xi(\frac{\rho_{-|\mathbf{x}|^2} \rho_{-|\mathbf{x}_0|^2}}{1 - |\mathbf{x}|^2 + 1 - |\mathbf{x}_0|^2}) - \frac{z^2}{4\alpha^2}] + e^{-jz[p - \xi(\frac{\rho_{-|\mathbf{x}|^2} \rho_{-|\mathbf{x}_0|^2}}{1 - |\mathbf{x}|^2 + 1 - |\mathbf{x}_0|^2}) - \frac{z^2}{4\alpha^2}]}$$

A última expressão pode ser representada na forma:

$$\begin{aligned}
 F_\alpha(\boldsymbol{\kappa}, p) &= 2 \int_0^1 \xi^4 d\xi \int_{|\mathbf{x}| \leq 1} \frac{d\mathbf{x}_0}{(2\pi)^2} \int_{|\mathbf{x}_0| \leq 1} \frac{d\mathbf{x}_0}{(2\pi)^2} \int_{\mathbb{S}^1} \frac{(\mathbf{x} + \mathbf{x}_0)^2}{\left( \frac{1}{1 + j\mathbf{x}j^2} + \frac{1}{1 + j\mathbf{x}_0j^2} \right)^2} \\
 &\int_{\mathbb{S}^1} \frac{1}{\frac{1}{1 + j\mathbf{x}j^2} + \frac{1}{1 + j\mathbf{x}_0j^2}} \int_{\mathbb{S}^1} \frac{1}{\frac{1}{1 + j\mathbf{x}j^2} + \frac{1}{1 + j\mathbf{x}_0j^2}} \\
 &\int_{\mathbb{S}^1} \delta_\alpha(\xi(\mathbf{x} + \mathbf{x}_0) \mid \boldsymbol{\kappa}) \int_{\mathbb{S}^1} \delta_\alpha \left( p + \xi \int_{\mathbb{S}^1} \frac{1}{1 + j\mathbf{x}j^2} + \int_{\mathbb{S}^1} \frac{1}{1 + j\mathbf{x}_0j^2} \right) \\
 &+ \delta_\alpha \left( p \mid \xi \int_{\mathbb{S}^1} \frac{1}{1 + j\mathbf{x}j^2} + \int_{\mathbb{S}^1} \frac{1}{1 + j\mathbf{x}_0j^2} \right) (2\pi)^3,
 \end{aligned}$$

onde

$$\delta_\alpha(x) = \frac{\alpha}{\pi} e^{-\alpha^2 x^2},$$

representa a  $\alpha$ -aproximação da função  $\delta$ .

E, com ajuda da identidade

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta_{\alpha\sqrt{2}}(x \mid q) \delta_{\alpha\sqrt{2}}(y \mid q) dq = \delta_\alpha(x \mid y),$$

obtemos a próxima igualdade:

$$\begin{aligned}
 \delta_\alpha[\xi(\mathbf{x} + \mathbf{x}_0) \mid \boldsymbol{\kappa}] &= \delta_\alpha \left( \xi \mathbf{x} \mid \frac{\boldsymbol{\kappa}}{2} \right) \int_{\mathbb{S}^1} \left( \frac{\boldsymbol{\kappa}}{2} \mid \xi \mathbf{x}_0 \right) \\
 &= \delta_{\alpha\sqrt{2}} \left( \xi \mathbf{x} \mid \frac{\boldsymbol{\kappa}}{2} \mid \mathbf{q} \right) \delta_{\alpha\sqrt{2}} \left( \mathbf{q} \mid \frac{\boldsymbol{\kappa}}{2} + \xi \mathbf{x}_0 \right).
 \end{aligned}$$

A partir da igualdade anterior, a  $\alpha$ -regularização do espectro pode ser representada da

seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 F_\alpha(2\kappa, 2p) &= \frac{1}{\pi} \int_0^1 \xi^4 d\xi \int_{|x| \leq 1} \frac{dx}{(2\pi)^2} \int_{|x_0| \leq 1} \frac{dx_0}{(2\pi)^2} \int_S \frac{(x+x_0)^2}{\left( \frac{1}{1+jx^2} + \frac{1}{1+jx_0^2} \right)^2} \\
 &\int \frac{\rho}{1+jx^2} + \frac{\rho}{1+jx_0^2} \int \frac{\rho}{1+jx^2} \int \frac{\rho}{1+jx_0^2} \int \frac{\rho}{1+jx^2} \int \frac{\rho}{1+jx_0^2} \\
 &\int d\mathbf{q} \delta_{\alpha\sqrt{2}}(\xi\mathbf{x} + \kappa + \mathbf{q}) \delta_{\alpha\sqrt{2}}(\xi\mathbf{x} + \kappa + \mathbf{q}) \\
 &\int \delta_{\alpha}^{2p} + \xi \left( \frac{\rho}{1+jx^2} + \frac{\rho}{1+jx_0^2} \right) + \\
 &+ \delta_{\alpha}^{2p} \int \xi \left( \frac{\rho}{1+jx^2} + \frac{\rho}{1+jx_0^2} \right) = \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_0^1 \xi^4 d\xi \int d\mathbf{q} \int dx \theta(1+jx^2) \delta_{\alpha\sqrt{2}}(\xi\mathbf{x} + \kappa + \mathbf{q}) \\
 &\int dx_0 \theta(1+jx_0^2) \delta_{\alpha\sqrt{2}}(\xi\mathbf{x}_0 + \kappa + \mathbf{q}) \\
 &\int \frac{\rho}{1+jx^2} + \frac{\rho}{1+jx_0^2} \int \frac{\rho}{1+jx^2} \int \frac{\rho}{1+jx_0^2} \int \frac{\rho}{1+jx^2} \int \frac{\rho}{1+jx_0^2} \\
 &\int \frac{\rho}{1+jx^2} + \frac{\rho}{1+jx_0^2} \int \frac{\rho}{1+jx^2} \int \frac{\rho}{1+jx_0^2} \int \frac{\rho}{1+jx^2} \int \frac{\rho}{1+jx_0^2} \\
 &\int \delta_{\alpha}^{2p} + \xi \left( \frac{\rho}{1+jx^2} + \frac{\rho}{1+jx_0^2} \right) + \\
 &+ \delta_{\alpha}^{2p} \int \xi \left( \frac{\rho}{1+jx^2} + \frac{\rho}{1+jx_0^2} \right) .
 \end{aligned}$$

Na última integral, a possibilidade de mudar a ordem de integração só foi possível, por que esta converge absolutamente, o que nos induz a usar a teoria da distribuição: se a função  $f_\alpha(\mathbf{x})$  é uma regularização da distribuição  $f$ , então o

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} f_\alpha = f$$

no sentido das distribuições, i.e.,

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \langle f_\alpha, \varphi \rangle = \langle f, \varphi \rangle,$$

para qualquer  $\varphi(\mathbf{x}) \in C_0^\infty$ .

Logo,

$$\begin{aligned}
 F(2\boldsymbol{\kappa}, 2p) &= \frac{1}{\pi} \int_0^Z \xi^4 d\xi \int d\mathbf{q} \int d\mathbf{x} \theta(1 - j\mathbf{x}j^2) \delta(\xi \mathbf{x} - \boldsymbol{\kappa} - \mathbf{q}) \\
 &\int d\mathbf{x}_0 \theta(1 - j\mathbf{x}_0j^2) \delta(\xi \mathbf{x}_0 - \boldsymbol{\kappa} + \mathbf{q}) \int \frac{\rho \frac{1}{1 - j\mathbf{x}j^2} + \rho \frac{1}{1 - j\mathbf{x}_0j^2}}{\rho \frac{1}{1 - j\mathbf{x}j^2} \rho \frac{1}{1 - j\mathbf{x}_0j^2}} \\
 &\frac{S}{1 + \frac{\rho \frac{(\mathbf{x} + \mathbf{x}_0)^2}{\rho \frac{1}{1 - j\mathbf{x}j^2} + \rho \frac{1}{1 - j\mathbf{x}_0j^2}}}{\rho \frac{1}{1 - j\mathbf{x}j^2} \rho \frac{1}{1 - j\mathbf{x}_0j^2}}} \\
 &\int \delta^{2p+\xi} \rho
 \end{aligned}$$

A função  $\gamma$  é igual a zero se e somente se

$$|\mathbf{j}\mathbf{q}\mathbf{j}| = |\hat{\mathbf{j}}\mathbf{q}\mathbf{j}| \cdot \sin \varphi = \frac{\xi^2 + |\mathbf{j}\boldsymbol{\kappa}\mathbf{j}| + p^2}{p^2 + |\mathbf{j}\boldsymbol{\kappa}\mathbf{j}| \cos^2 \varphi}.$$

A próxima derivada da função  $\gamma$  com respeito a  $|\mathbf{j}\mathbf{q}\mathbf{j}|$  é:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial |\mathbf{j}\mathbf{q}\mathbf{j}|} = i \frac{2(\boldsymbol{\kappa} + \mathbf{q})}{2}$$

$F(2\boldsymbol{\kappa}, 2p)$ :

$$\begin{aligned}
 F(2\boldsymbol{\kappa}, 2p) &= \frac{1}{\pi} \int_0^1 \xi d\xi \int_0^\infty d\mathbf{q} \int_0^{2\pi} d\varphi \theta(\xi^2 \mathbf{i} (\boldsymbol{\kappa} + \mathbf{q})^2) \theta(\xi^2 \mathbf{i} (\boldsymbol{\kappa} \mathbf{i} \mathbf{q})^2) \quad (1.2.32) \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_0^1 \xi d\xi \int_0^\infty d\mathbf{q} \int_0^{2\pi} d\varphi \theta(\xi^2 \mathbf{i} (\boldsymbol{\kappa} + \mathbf{q})^2) \theta(\xi^2 \mathbf{i} (\boldsymbol{\kappa} \mathbf{i} \mathbf{q})^2) \left( 1 + \frac{\mathbf{j}\boldsymbol{\kappa}\mathbf{j}^2}{p^2} \right) \delta(\mathbf{j}\mathbf{q}\mathbf{j} \mathbf{i} \mathbf{j}\hat{\mathbf{q}}\mathbf{j}) = \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_0^1 \xi d\xi \int_0^\infty d\mathbf{q} \int_0^{2\pi} d\varphi \theta(\xi^2 \mathbf{i} (\boldsymbol{\kappa} + \mathbf{q})^2) \theta(\xi^2 \mathbf{i} (\boldsymbol{\kappa} \mathbf{i} \mathbf{q})^2) \left( 1 + \frac{\mathbf{j}\boldsymbol{\kappa}\mathbf{j}^2}{p^2} \cos^2 \varphi \right) \delta(\mathbf{j}\mathbf{q}\mathbf{j} \mathbf{i} \mathbf{j}\hat{\mathbf{q}}\mathbf{j}) = \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_0^1 \xi d\xi \int_0^\infty d\mathbf{q} \int_0^{2\pi} d\varphi \theta(\xi^2 \mathbf{i} (\boldsymbol{\kappa} + \hat{\mathbf{q}})^2) \theta(\xi^2 \mathbf{i} (\boldsymbol{\kappa} \mathbf{i} \hat{\mathbf{q}})^2) \left( 1 + \frac{\mathbf{j}\boldsymbol{\kappa}\mathbf{j}^2}{p^2} \cos^2 \varphi \right) \delta(\mathbf{j}\mathbf{q}\mathbf{j} \mathbf{i} \mathbf{j}\hat{\mathbf{q}}\mathbf{j}) = \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_0^1 \xi d\xi \int_0^\infty d\mathbf{q} \int_0^{2\pi} d\varphi \theta(\xi^2 \mathbf{i} p^2 \mathbf{i} \mathbf{j}\boldsymbol{\kappa}\mathbf{j}^2),
 \end{aligned}$$

onde

$$\hat{\mathbf{q}} : \mathbf{j}\hat{\mathbf{q}}\mathbf{j} = p \sqrt{\frac{\xi^2 \mathbf{i} p^2 \mathbf{i} \mathbf{j}\boldsymbol{\kappa}\mathbf{j}^2}{p^2 + \mathbf{j}\boldsymbol{\kappa}\mathbf{j}^2 \cos^2 \varphi}}.$$

Agora, consideremos as desigualdades apresentadas a seguir:

$$\xi^2 \mathbf{i} (\boldsymbol{\kappa} + \mathbf{q})^2 \geq 0, \quad \xi^2 \mathbf{i} (\boldsymbol{\kappa} \mathbf{i} \mathbf{q})^2 \geq 0 \quad \text{para} \quad \mathbf{q} = \hat{\mathbf{q}}.$$

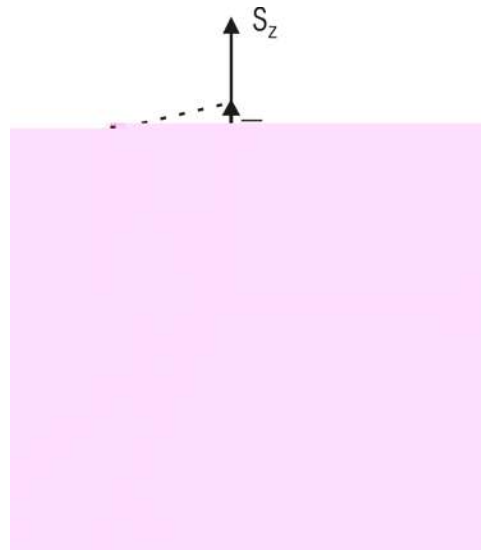
Consideremos o vetor  $\mathbf{s} = (\boldsymbol{\kappa}, p)$ . Direcionando o vetor  $\boldsymbol{\kappa}$  para o eixo  $S_x$ , temos

$$\begin{aligned}
 p &= \mathbf{j}\mathbf{s}\mathbf{j} \cos \theta, \quad \mathbf{j}\boldsymbol{\kappa}\mathbf{j} = \mathbf{j}\mathbf{s}\mathbf{j} \sin \theta, \\
 \mathbf{j}\mathbf{q}\mathbf{j} &= \frac{\mathbf{j}\mathbf{s}\mathbf{j} \cos \theta \sqrt{\xi^2 \mathbf{i} \mathbf{j}\mathbf{s}\mathbf{j}^2}}{\mathbf{j}\mathbf{s}\mathbf{j} \sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta \cos^2 \varphi}} = \\
 &= \sqrt{\xi^2 \mathbf{i} \mathbf{j}\mathbf{s}\mathbf{j}^2} \frac{\cos \theta}{\sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta \cos^2 \varphi}}, \quad \text{e} \quad (\mathbf{q} \mathcal{S} \boldsymbol{\kappa})^2 \cdot \xi^2.
 \end{aligned}$$

Quando  $\mathbf{j}\mathbf{s}\mathbf{j} = 0$ , obtemos:

$$\mathbf{j}\mathbf{q}\mathbf{j} = \xi \frac{\cos \theta}{\sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta \cos^2 \varphi}} \cdot \xi \quad \text{e} \quad \boldsymbol{\kappa} = 0.$$

Isto significa que para  $\mathbf{j}\mathbf{s}\mathbf{j} = 0$  a desigualdade  $(\mathbf{q} \mathcal{S} \boldsymbol{\kappa})^2 \cdot \xi^2$  é válida para qualquer  $\varphi$ . Se  $\mathbf{j}\mathbf{s}\mathbf{j} \neq 0$  e  $\mathbf{j}\boldsymbol{\kappa}\mathbf{j} < 1$ , então  $\mathbf{j}\boldsymbol{\kappa}\mathbf{j} = \mathbf{j}\mathbf{s}\mathbf{j} \sin \theta$  e a desigualdade  $(\mathbf{q} \mathcal{S} \boldsymbol{\kappa})^2 \cdot \xi^2$  não é válida somente para os intervalos com ângulos  $\Delta\varphi \gg \mathbf{j}\mathbf{s}\mathbf{j}$ . Por essa razão, com precisão  $\gg \varepsilon^2$ , para

Figura 3: Vetores  $\kappa$  e  $s$ 

$|\mathbf{j}\kappa| = \sqrt{|\mathbf{j}\kappa|^2 + p^2} < \varepsilon$ , obtemos:

$$\begin{aligned}
 F(2\kappa, 2p) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{1 + \frac{|\kappa|^2 \cos^2 \theta}{p^2}} = \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{1 + \frac{|\kappa|^2}{p^2} \cos^2 \varphi} = 1.
 \end{aligned} \tag{1.2.33}$$

Para estabelecer a última fórmula usamos a conhecida igualdade:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{1 + a^2 \cos^2 \varphi} = \frac{\pi}{2} \frac{1}{1 + a^2}.$$

Daqui em diante, vamos provar que para qualquer  $(\kappa, p)$  :  $\mathbf{j}F(\kappa, p)\mathbf{j} = 1$ .

De fato, temos:

$$\begin{aligned}
 F(2\kappa, 2p) \cdot \mathbf{j} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{1 + \frac{|\kappa|^2 \cos^2 \theta}{p^2}} \cdot \mathbf{j} \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{1 + \frac{|\kappa|^2}{p^2} \cos^2 \varphi} \cdot \mathbf{j} = 1.
 \end{aligned} \tag{1.2.34}$$

Então as fórmulas (1.2.33) - (1.2.34) provam as propriedades, (4a), do espectro  $F(2\kappa, 2p)$ :

- a)  $\mathbf{j}F(\kappa, p)\mathbf{j} = 1$ ;
- b)  $F(\kappa, p) > 0$  para  $|\mathbf{j}\kappa|^2 + p^2 > 1$ ;
- c)  $F(\kappa, p) = 1 + O(|\mathbf{j}\kappa|^2 + p^2)$  para  $|\mathbf{j}\kappa|^2 + p^2 \ll 1$ .

Para provar a fórmula (4a), aplicamos na fórmula (1.2.24) o teorema de Fourier sobre a convolução de duas funções :

$$a_K(s) = \Delta_K(s) \mathcal{F} a(s) = \Delta_K(s) e^{j\mathbf{s}\mathbf{r}} \mathcal{F} a(s) e^{-j\mathbf{s}\mathbf{r}},$$



onde

$$g(\mathbf{s}) = \int e^{-j\mathbf{s}\mathbf{r}} g(\mathbf{r}) d\mathbf{r},$$

é a transformada de Fourier da função  $g(\mathbf{r})$ .

Mas

$$\begin{aligned} \Delta_K(\mathbf{s}) &= \int e^{-j\mathbf{s}\mathbf{r}} d\boldsymbol{\rho} dz K^3 f(K\boldsymbol{\rho}, Kz) = \\ &= \int e^{-j\frac{\mathbf{s}}{K}\cdot K\mathbf{r}} d(K\boldsymbol{\rho}) d(Kz) f(K\boldsymbol{\rho}, Kz) = \\ &= F \int \frac{\mathbf{s}}{K} \end{aligned}$$

Em função disso, podemos representar a função  $a_K(\mathbf{s})$  na seguinte forma:

$$a_K(\mathbf{s}) = F \int \frac{\mathbf{s}}{K} e^{j\mathbf{s}\mathbf{r}} a(\mathbf{r}) e^{-j\mathbf{s}\mathbf{r}}.$$

Tomando a transformada inversa de Fourier dessa última igualdade, encontramos:

$$a_K(\mathbf{r}) = \int \frac{d\mathbf{s}}{(2\pi)^3} e^{j\mathbf{s}\mathbf{r}} F \int \frac{\mathbf{s}}{K} a(\mathbf{s}). \quad (1.2.35)$$

Das propriedades de (4a) do espectro de  $F(\mathbf{s})$ , é possível concluir que o espectro da função  $a_K(\mathbf{r})$  coincide com o espectro da função  $a(\mathbf{r})$ , para as frequências  $\mathbf{s} : j\mathbf{s}j \cdot K$ . Dessa forma, se  $K \rightarrow \infty$  na fórmula (1.2.35), obtemos :

$$\lim_{K \rightarrow \infty} a_K(\mathbf{r}) = a(\mathbf{r}).$$

A função  $\Delta_K(\mathbf{r})$  é uma aproximação da função do Dirac, sendo assim, das propriedades de (4a) é possível mostrar que a função  $a_K(\mathbf{r})$  é obtida através da função  $a(\mathbf{r})$ , como um resultado médio local sobre o volume, e com tamanho  $\lambda \gg K^{-1}$ .

5. A seguir, provamos que a função  $\delta a \sim M(\mathbf{r})\delta v$  satisfaz à seguinte desigualdade:

$$j\delta a j \cdot Kl\varepsilon^2.$$

A função  $\delta v$  é definida pela fórmula (1.2.23):

$$\begin{aligned} \delta v(\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\kappa}_0, k) &= \frac{k^4}{4} \frac{1}{k^2 - j\mathbf{j}\boldsymbol{\kappa}j^2} \frac{1}{k^2 - j\mathbf{j}\boldsymbol{\kappa}_0j^2} \int \\ &\int d\mathbf{r}' d\mathbf{r}'' a(\mathbf{r}'') u(\mathbf{r}', \mathbf{r}', k) a(\mathbf{r}') \\ &e^{-j(\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r}'' - \boldsymbol{\kappa}_0\mathbf{r}') + j\text{sign}(k)(z'' \sqrt{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}|^2} + z' \sqrt{k^2 - |\boldsymbol{\kappa}_0|^2})}. \end{aligned}$$

Vamos aplicar o operador  $M(\mathbf{r})$  na função  $\delta v$  e usar a desigualdade (1.2.22)

$$|u(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, k)| \leq \frac{1}{4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} + \frac{1}{4\pi l} \epsilon$$

estabelecida para  $\mathbf{r}, \mathbf{r}_0 \in V, \epsilon$

$$\delta v(\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\kappa}_0, k)$$

$$jM(\mathbf{r})\delta v(\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\kappa}_0, k)j \cdot$$

$$\begin{aligned} & \cdot \frac{4A^2l^5}{K^2} \frac{\mu}{3} + \frac{4\pi}{9} \epsilon \frac{1}{j} \frac{\epsilon}{\epsilon} \int_0^K dk \int_{|\boldsymbol{\kappa}| \leq k} \frac{d\boldsymbol{\kappa}}{(2\pi)^2} \int_{|\boldsymbol{\kappa}_0| \leq k} \frac{d\boldsymbol{\kappa}_0}{(2\pi)^2} \\ & \cdot \frac{k^4 \left( \int_{|\boldsymbol{\kappa}| \leq k} \frac{1}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}j^2} + \int_{|\boldsymbol{\kappa}_0| \leq k} \frac{1}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}_0j^2} \right)}{\int_{|\boldsymbol{\kappa}| \leq k} \frac{1}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}j^2} + \int_{|\boldsymbol{\kappa}_0| \leq k} \frac{1}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}_0j^2}} \cdot \frac{(\boldsymbol{\kappa} + \boldsymbol{\kappa}_0)^2}{\left( \int_{|\boldsymbol{\kappa}| \leq k} \frac{1}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}j^2} + \int_{|\boldsymbol{\kappa}_0| \leq k} \frac{1}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}_0j^2} \right)} \\ & \cdot \frac{8\pi}{3} \frac{\mu}{1 + \frac{2}{3}} \epsilon \frac{\epsilon}{1} \frac{\epsilon}{\epsilon} \int_0^K \frac{A^2l^5}{K^2} k^3 dk \int_{|\boldsymbol{\kappa}| \leq k} \frac{d\boldsymbol{\kappa}}{(2\pi)^2} \\ & \cdot \int_{|\boldsymbol{\kappa}_0| \leq k} \frac{d\boldsymbol{\kappa}_0}{(2\pi)^2} \frac{\int_{|\boldsymbol{\kappa}| \leq k} \frac{1}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}j^2} + \int_{|\boldsymbol{\kappa}_0| \leq k} \frac{1}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}_0j^2}}{\int_{|\boldsymbol{\kappa}| \leq k} \frac{1}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}j^2} + \int_{|\boldsymbol{\kappa}_0| \leq k} \frac{1}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}_0j^2}} \cdot \frac{(\boldsymbol{\kappa} + \boldsymbol{\kappa}_0)^2}{\left( \int_{|\boldsymbol{\kappa}| \leq k} \frac{1}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}j^2} + \int_{|\boldsymbol{\kappa}_0| \leq k} \frac{1}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}_0j^2} \right)} \\ & \cdot \frac{8\pi}{3} \frac{\mu}{1 + \frac{2}{3}} \epsilon \frac{\epsilon}{1} \frac{\epsilon}{\epsilon} \int_0^K \frac{A^2l^5}{K^2} k^3 dk \int_{|\boldsymbol{\kappa}| \leq k} \frac{d\boldsymbol{\kappa}}{(2\pi)^2} \\ & \cdot \int_{|\boldsymbol{\kappa}_0| \leq k} \frac{d\boldsymbol{\kappa}_0}{(2\pi)^2} \left( \int_{|\boldsymbol{\kappa}| \leq k} \frac{1}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}j^2} + \int_{|\boldsymbol{\kappa}_0| \leq k} \frac{1}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}_0j^2} \right) \cdot \end{aligned}$$

Mas,

$$\begin{aligned} \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{|\boldsymbol{\kappa}| \leq k} \frac{d\boldsymbol{\kappa}}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}j^2} &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^K \int_{|\boldsymbol{\kappa}| \leq k} \frac{j\boldsymbol{\kappa}j d j\boldsymbol{\kappa}j}{k^2 - j\boldsymbol{\kappa}j^2} \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{k}{2\pi}; \\ \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{|\boldsymbol{\kappa}| \leq k} d\mathbf{x} &= \frac{k^2}{4\pi}. \end{aligned}$$

Portanto, dando prosseguimento à estimativa anterior, podemos escrever que:

$$\begin{aligned} jM(\mathbf{r})\delta v j \cdot \frac{2}{3\pi} \frac{\mu}{2} \left( 1 + \frac{2}{3} \epsilon \frac{\epsilon}{1} \frac{\epsilon}{\epsilon} \int_0^K \frac{A^2l^5}{K^2} k^6 dk \right) &= \\ \frac{2}{3\pi} \frac{\mu}{2} \left( 1 + \frac{2}{3} \epsilon \frac{\epsilon}{1} \frac{\epsilon}{\epsilon} \int_0^K A^2l^5 K^5 \cdot \epsilon^2 Kl \right) & \end{aligned}$$

onde  $\epsilon = AK^2l^2 < 1$ . Esta última desigualdade prova nosso teorema.

□

# Capítulo 2

## METODOLOGIA PARA IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO WCDP 2D EM TEMPO

### Introdução

Nas seções que compõem o capítulo, discorreremos sobre o tratamento dos dados a nível de pré-processamento, de implementação numérica do WCDP, e do procedimento de análise e composição da seção final. Discutimos, também os parâmetros que controlam o procedimento.

### 2.1 Fluxograma do Processamento e Tratamento dos Dados Sísmicos

O fluxo de processamento adotado para implementação do método WCDP, conforme exemplificado na Figura (6), pode ser assim itemizado:

1. Os dados de entrada são sorteados por famílias de tiro comum, conforme ilustra a Figura (4). Note que se muitas destas famílias forem usadas na inversão, a função perturbação da velocidade será iluminada por diferentes direções (exatamente como atua a tomografia médica no corpo humano) e uma imagem mais completa e realista poderá ser obtida, (Mora,1989).
2. Nesta fase de pré-processamento, é importante efetuar uma análise criteriosa da qualidade dos traços, definindo-se o procedimento a ser adotado a fim de realçar os eventos refletores em subsuperfície. É importante ter conhecimento do conteúdo de frequência do sinal e assim, se necessário, efetuar um balanceamento espectral dos dados. A seguir, para dados terrestres, é preciso aplicar uma correção estática fina, levando-o para um "*datum* comum, seguida de uma correção de divergência esférica, porque ao usarmos informações de amplitude, proveniente de uma velocidade de referência linearmente crescente, ocorre um decaimento algébrico com a profundidade, na solução inversa, e essa atenuação limita a profundidade, (Foster, 1984). Na sequência, aplica-se uma deconvolução de consistência

superficial e, se o dado for marítimo, executa-se uma rotina de atenuação de múltiplas, para suprimir os ruídos que ainda persistem no dado a ser processado. É importante, nessa etapa inicial, preservar ao máximo o conteúdo de frequência do sinal, porque a inversão, cujo campo de velocidade de referência melhor se ajusta ao campo observado, deve, em princípio, contemplar todos os componentes resolvíveis verticais do número de onda da função perturbação da velocidade. A adoção de um filtro de corte das altas frequências provocaria a perda de resolução vertical nos dados migrados.

3. A próxima etapa do fluxo, refere-se a definição do campo de velocidade de referência a ser utilizado no processamento. Um passo essencial no processo de imageamento acústico, que se baseia na aproximação de Born, é encontrar o campo de onda espalhado a partir de uma função velocidade de referência. A velocidade constante é a escolha mais simples. Entretanto, essa velocidade pode não ser uma boa aproximação para o *trend* real de velocidade de subsuperfície, e a solução inversa, baseada nesta suposição, produz erros em ambas as estimativas de velocidade e localização da interface, cujo crescimento está diretamente relacionado à quanto a função velocidade de referência se afasta da velocidade que focaliza o meio. Isso limita a aplicação dos métodos, que se baseiam nessa premissa, a regiões geologicamente comportadas. Na situação, onde o gradiente de velocidade varia suavemente com a profundidade, o uso de uma função velocidade constante ajusta perfeitamente o campo de onda incidente, (Foster,1984). No entanto, em regiões com características geológicas complexas, tal suposição conduz a erros. Nessa situação, propomos a paralelização do processo, com respeito a velocidade de referência. Para isso, utilizamos o conceito de *clustering*, ou seja, o agrupamento e uso simultâneo de vários computadores de pequeno porte, cada um executando uma fração do trabalho desejado, (Bragança,2001;Soares,2003), conforme Figura (7). Sendo assim, através desse tipo de implementação, obtêm-se várias seções, cada uma obtida com um valor diferente de velocidade de referência. Essa é a forma que propomos neste trabalho para contornar e relaxar a limitação imposta pelo método. Essa limitação é provocada pela atenuação da solução inversa quando a variação da amplitude do campo de onda incidente, e o incremento da velocidade do meio, extrapolam a premissa do método, a saber:  $\varepsilon = K^2 A l^2 \ll 1$ , sem aumentar o tempo de processamento envolvido no imageamento como um todo.
4. Esse item refere-se a implementação do algoritmo de imageamento. O primeiro passo é a parametrização dos dados, que são baseados em informações sobre a geologia da região e do traço sísmico. Um dos principais pré-requisitos para o sucesso do imageamento é definir a abertura com largura adequada, para capturar os sinais refletidos de qualquer reflexão de interesse. A abertura deve ser no mínimo duas vezes mais larga que o deslocamento lateral entre o ponto de registro e o ponto de reflexão, (Fagin,1998). Entretanto, como

consequência há acréscimo no tempo de imageamento e talvez a inclusão de ruídos. Tal procedimento garante que o operador de imageamento atue dentro da região da abertura, contemplando todos os traços que devem participar do empilhamento, cujo espaçamento pode ser igual ao intervalo entre estações e canais, ou interpolado de acordo com o tamanho do objetivo a ser visualizado, conforme Figura (5). Porém, se a superfície de difração for truncada, antes de mostrar todo o pulso da reflexão, a utilização da abertura finita pode causar consequências severas no sinal resultante do empilhamento, especialmente se o meio for geologicamente complexo. Nesse caso, surge uma contribuição destrutiva entre os sinais contidos na região parcialmente amostrada, gerando um ruído sem forma definida, (Filpo,1993). Após a parametrização dos dados, se o gradiente de velocidade e as amplitudes variarem suavemente, o procedimento consiste na implementação do processamento a partir de um único valor de velocidade de referência, caso contrário, na implementação do imageamento em paralelo. Para tal, usamos o *cluster* de micros, onde o número de máquinas envolvidas no processo corresponde ao número de velocidades de referência a serem processadas, e que devem ser estimadas através de uma análise da geologia da região com apoio de um intérprete conhecedor da área. A Figura (7) apresenta o diagrama de funcionamento do *cluster* de micros do CENPES-PETROBRAS.

5. No fim do processamento, se for serial, obtemos com uma só velocidade de referência, a seção final. No entanto, se o processo for em paralelo, compõe-se à seção final através de uma análise criteriosa das seções resultantes, selecionando a melhor focalização de cada evento. Esse procedimento de composição pode ser resumido da seguinte forma:

- <sup>2</sup> Junção dos vários arquivos provenientes do imageamento WCDP, para diferentes velocidades de referência. O resultado é um arquivo que contém todos os "SGY" parciais, anexados de acordo com uma sequência definida no arquivo de entrada.

- <sup>2</sup> Reconstrução do "header do arquivo final.

- <sup>2</sup> Análise e seleção das seções melhores reconstruídas a partir de diferentes valores de velocidades de referências, e multiplicação de cada um destes traços por uma função ponderadora. Isso resulta em traços que preservam a imagem na região melhor focalizada e atribuem zeros fora dela. Dessa forma, somando-se os traços resultantes de cada seção individual, compõe-se a seção final, onde estão incluídas as melhores focalizações das reflexões presentes nos empilhamentos WCDP parciais. É importante ressaltar, que ao compor a seção final, se adote uma faixa de transição suave, entre a janela dos dados e o restante do traço a ser zerado, evitando assim, a inclusão de componentes de altas frequências nos dados, que nesse caso surgiriam como ruídos, conforme podemos ver na Figura (8). É essencial se ter atenção ao escolher as janelas em tempo que englobam as focalizações, visando definir bem a base de cada janela,

para que não ocorra nenhum tipo de corte nos refletores à serem anexados a seção em composição. A etapa final é a escolha de um filtro de frequência, a ser aplicado traço a traço, na seção sísmica composta pela contribuição das seções individuais. Esse procedimento evita a manutenção de pontos mal focados, que marcariam a seção final. Isso pode ocorrer quando há grande variação lateral de velocidade dentro de uma região de interesse, e então deve-se priorizar uma reflexão mais forte em detrimento de outra mais fraca.

Esse artifício de compor uma seção final, através da seleção de reflexões melhores, focalizadas em várias outras seções, possibilita o imageamento das regiões de interesse geológico, independente do gradiente de velocidade, profundidade do evento ou variação lateral de velocidade.

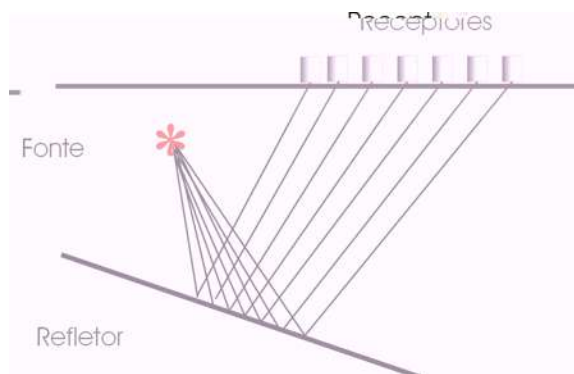


Figura 4: O esquema ilustra um único sorteamento dos dados do tipo família de tiro comum.

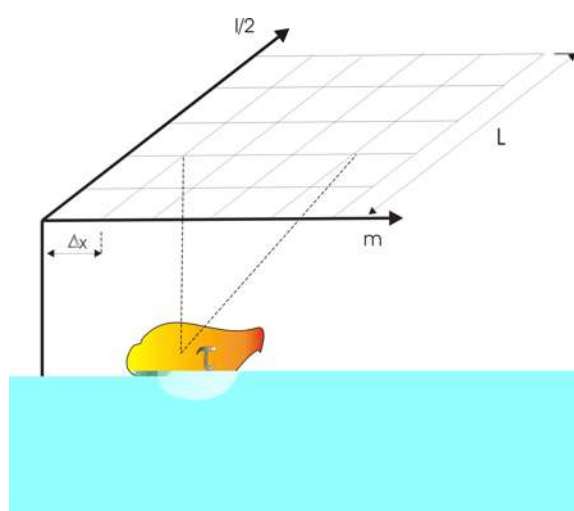


Figura 5: Abertura  $L \times L$  com intervalo de  $\Delta x$ ,  $\tau$  representa a heterogeneidade acústica do meio.



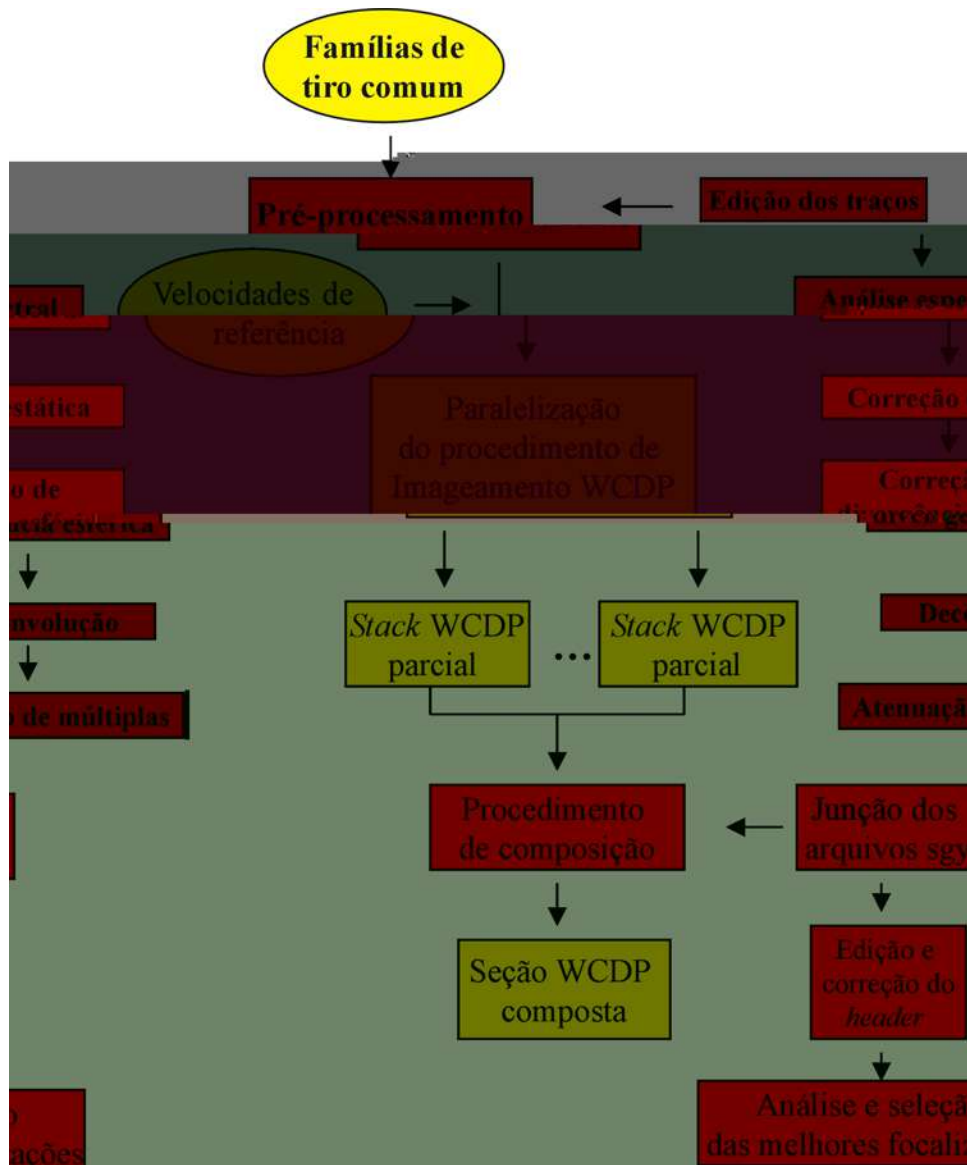


Figura 6: Fluxograma representativo da etapa de pré-processamento, processamento WCDP 2D em tempo para diferentes valores de velocidades de referência e procedimento de composição da seção WCDP final.

## DIAGRAMA SIMPLIFICADO DO CLUSTER SISMOS III

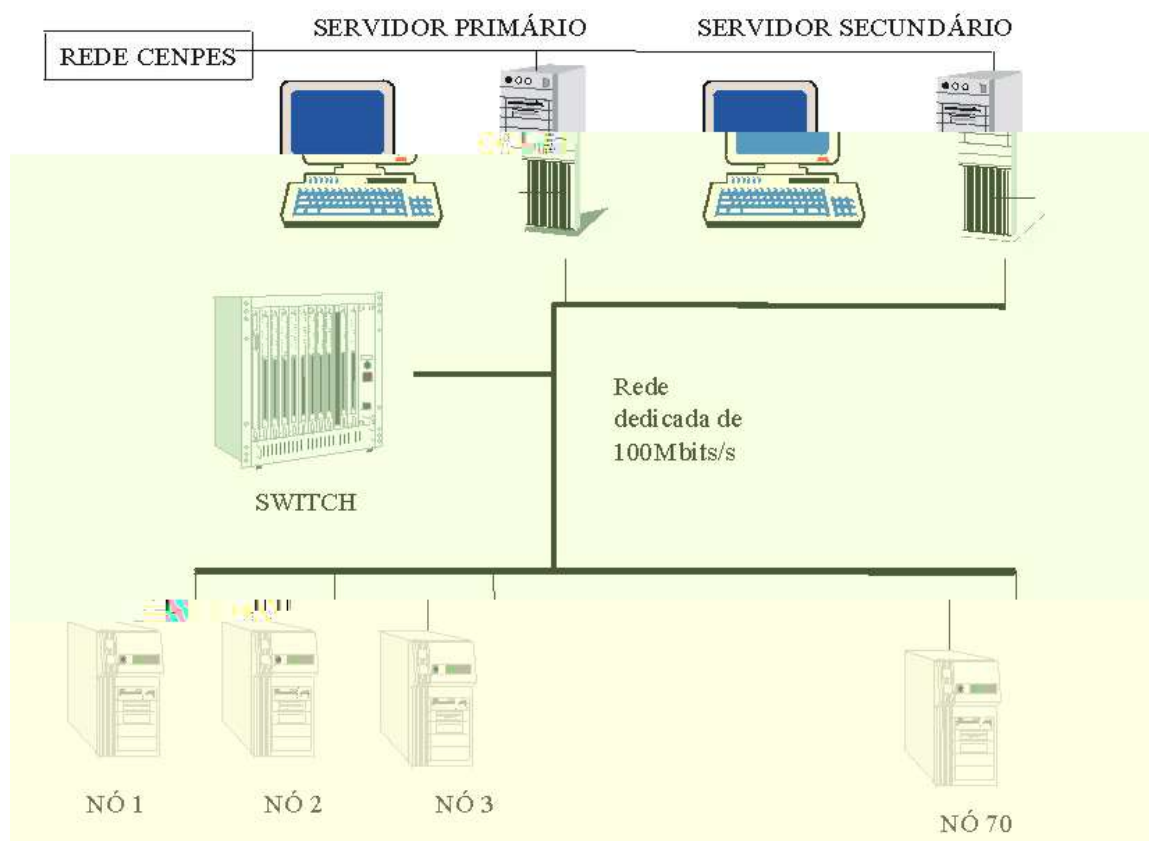


Figura 7: Diagrama de funcionamento do *cluster* de micros, onde o número de máquinas envolvidas no processo corresponde ao número de velocidades de referência a serem processadas.

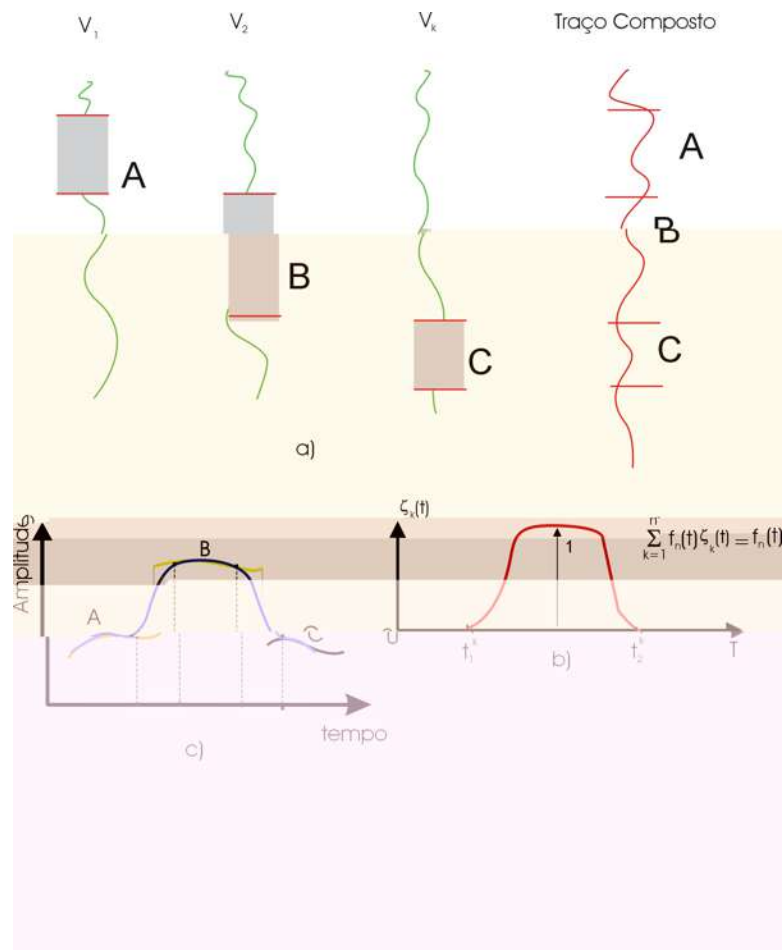


Figura 8: Figura esquemática elucidando (a) A formação de um traço composto a partir de traços parciais. (b) A função ponderadora aplicada a cada traço parcial, resultando em traços que preservam a imagem na região melhor focalizada e atribui zeros fora dela. (c) O traço composto onde estão incluídas as melhores focalizações presentes nos empilhamentos parciais.

### 2.1.1 Seqüência Numérica de Processamento do Método WCDP 2D em tempo

A Figura (9) ilustra o fluxograma de implementação numérica do método WCDP 2D em tempo e coordenadas "CMP - offset" ( $m, l$ ), conforme sugere a formulação matemática apresentada neste trabalho:

1. Refere-se a etapa na qual o campo da onda direta é deduzido do campo de onda total, e os dados são transformados de coordenadas  $(x_0, x)$  para coordenadas  $(m, l)$ . A partir disto, os registros sísmicos são assumidos para conterem somente o campo de onda espalhado  $v(m, l, t)$  proveniente das heterogeneidades acústicas do meio.
2. Aplicamos a transformada de Fourier, com respeito ao tempo, em cada traço deste campo de onda espalhado. Ao final, obtemos uma representação do campo de onda espalhado no domínio espaço-freqüência  $v(m, l, \omega(q))$ . A Figura (10) mostra o volume de dados antes e depois da transformada de Fourier 1D. Antes, o volume de dados expandia-se através dos eixos  $m, l$  e  $t$ , depois, passou a ser expandido através dos eixos  $m, l$  e  $\omega(q)$ . Isso tornou possível reduzir o campo de onda espalhado original em muitos grupos de dados, onde cada campo é calculado por um único valor de freqüência por vez. Tal grupo de dados é representado por um plano perpendicular ao eixo  $\omega(q)$ , no interior do volume de dados  $v(m, l, \omega(q))$ . Assim, o operador linear de focalização (1.1.11) pode ser aplicado a um ou mais grupos de dados, cada um com um valor de freqüência diferente.
3. Aplicamos uma transformada de Fourier 2D a  $v(m, l, \omega(q))$  ao longo do eixo  $m$  e  $l$ . Essa operação transforma o campo de onda espalhado  $v(m, l, \omega(q))$  do domínio do espaço-freqüência para o domínio número de onda-freqüência. A transformada de Fourier define  $\mu$  e  $\nu$  como sendo as variáveis no domínio da freqüência correspondentes para  $m$  e  $l$ , respectivamente.
4. Aplicamos a equação (1.1.11) para estimar a função de visualização  $\beta_v(m, t)$ . Para obtenção de  $\beta_v(m, t)$ , a equação (1.1.11) é numericamente avaliada em cada ponto do plano  $(m, l, \omega)$ , onde  $\omega = \omega(q)$ . Então,  $\beta_v(m, t)$  é determinado cada vez que a equação (1.1.11) é resolvida para um diferente valor de freqüência angular. Os números de onda  $\mu$  e  $\nu$  variam de  $(j K$  a  $K)$ , e para cada par  $(\mu, \nu)$ , a componente vertical correspondente do número de onda, é computado por  $\sqrt{k^2 - \mu^2}$  e  $\sqrt{k^2 - \nu^2}$ .
5. Após a obtenção de uma seqüência de funções  $\beta_v(m, t)$  procedemos ao empilhamento final, formando uma seção composta por todos os valores de freqüência que fizeram parte do processamento.



Figura 9: Procedimento para implementação numérica do algoritmo WCDP 2D em tempo.

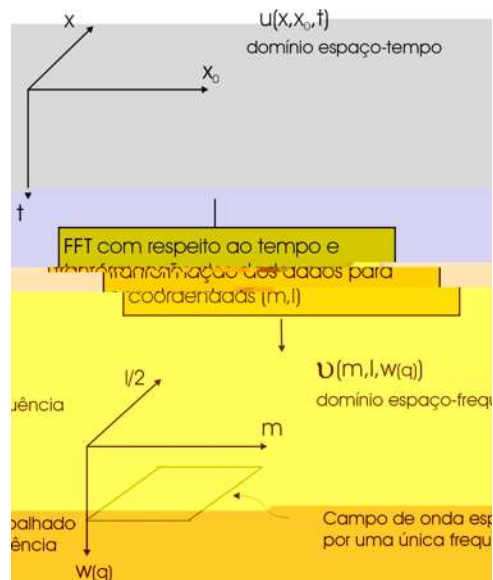


Figura 10: A FFT do campo de onda espalhado  $u(x_0, x, t)$  com respeito ao tempo e transformação dos dados para coordenadas  $(m, l)$ , resulta em dados do campo de onda espalhado calculado para um único valor de frequência  $v(m, l, \omega(q))$ .

# Capítulo 3

## RESULTADOS DA APLICAÇÃO DO MÉTODO WCDP 2D EM TEMPO À DADOS SINTÉTICOS

### Introdução

Neste capítulo apresentamos, discutimos e analisamos os resultados sintéticos obtidos através da implementação numérica do método WCDP 2D em tempo, para os seguintes modelos:

- <sup>2</sup> Estrutura de um domo de sal típico da costa do Oceano Atlântico - Bacia de Campos, criada a partir de um modelo de velocidades fornecido pelo CENPES/PETROBRAS.
- <sup>2</sup> Testes usando o princípio do método WCDP, efetuados em dados sintéticos correspondentes a objetos geológicos típicos, ou seja, refletores inclinados e pontos difratores distribuídos em diferentes profundidades e posições com respeito à base de somatório.

### 3.1 Modelo Sintético de uma Estrutura de Domo de Sal

Modelamos o dado sintético da Figura (10), através da solução numérica da equação da onda acústica. Para tal, usamos a aproximação por diferenças finitas descrita em Oliveira,(1998). O dado modelado consiste de 521 famílias de tiros comuns, com 96 canais cada, igualmente espaçadas de 30m.

Trabalhamos com este dado sintético efetuando o imageamento WCDP, conforme Figuras (11), (12) e (13).

#### 3.1.1 Análise dos Resultados

As Figuras (11), (12) e (13) mostram os resultados da reconstrução do modelo sintético, Figura (10), através do método WCDP. Podemos observar nessas figuras, que obtivemos uma boa reconstrução dos refletores, incluindo os inclinados, e a interface abaixo do domo de sal, apesar do

último refletor ter se distanciado um pouco de sua posição real, devido aos altos contrastes de velocidades entre o domo de sal e a camada subsequente. Identificamos alguns ruídos nos dados referentes à presença de múltiplas, especialmente a do fundo do mar, em torno do tempo 5.4 ms. Isso indica a necessidade de se aplicar ao dado, algum método de atenuação de múltiplas, antes do processamento. No entanto, quando avaliamos a qualidade geral dos resultados, fica claro que o WCDDP conseguiu focalizar e posicionar os refletores de forma estável, o que pode ser visto através da eliminação das pseudo-reflexões (smiles) e pela sua aproximação com o modelo inicial, Figura (10). Vale ressaltar, que o método WCDDP se baseia na utilização de um campo de velocidade de referência uniforme, sem estimativa inicial da posição dos refletores, dispensando a etapa de análise de velocidade requerida como *“input”* pelos métodos de migração. Isso confere uma grande vantagem a essa metodologia. Pode-se observar também, que os refletores melhores imageados são aqueles cujas velocidades de referência, mais se ajustam às velocidades de focalização das heterogeneidades acústicas do meio. Essa observação mostra, que a relação entre a variação da amplitude do campo de onda incidente, o incremento da velocidade de referência e a inclinação dos refletores se mantiveram dentro do valor permitido, para preservar a validade do operador de imageamento.

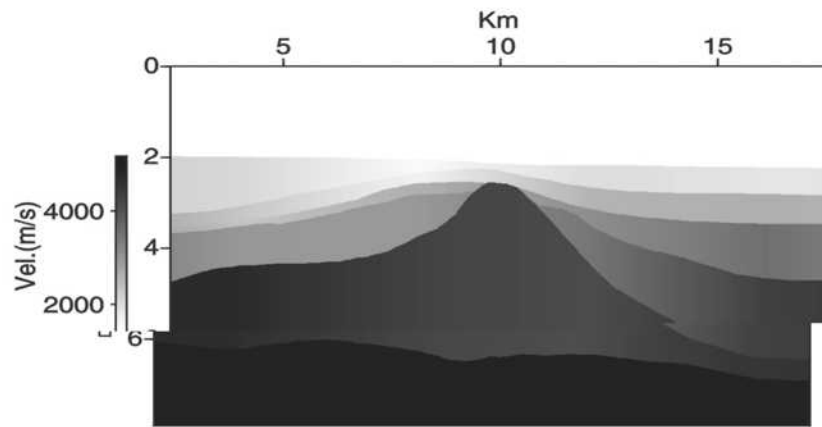


Figura 10: Modelo de estrutura do tipo domo de sal, representativo da Bacia de Campos. Extraída de Soares,(2003).



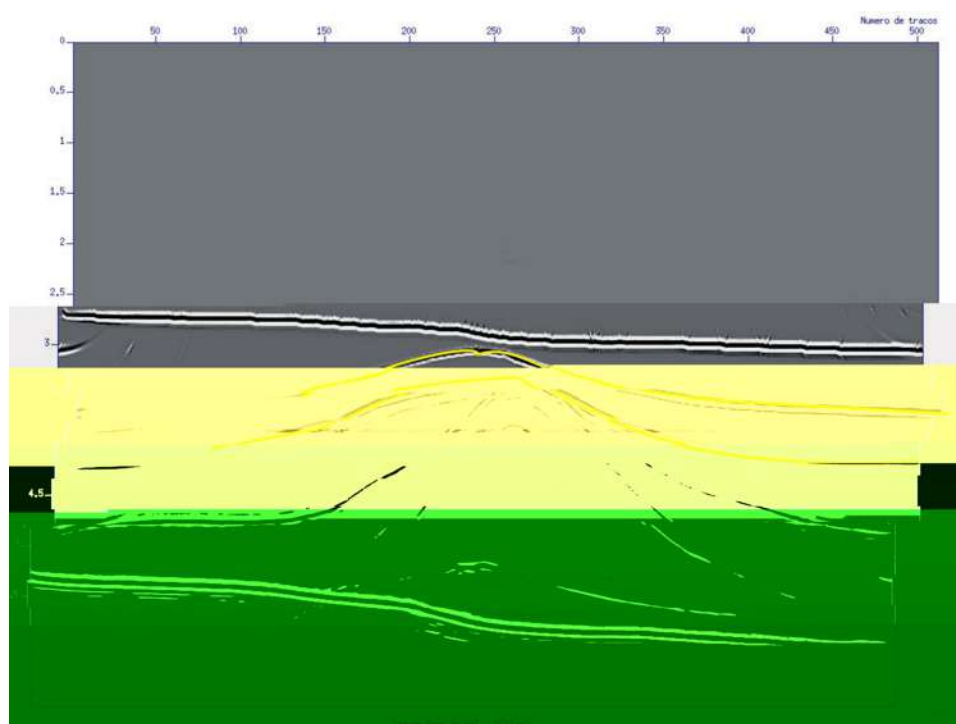


Figura 11: Reconstrução da estrutura do tipo domo de sal para velocidade de referência de 1520 m/s. Note que, a parte superior dos refletores, marcados com a cor amarela, que estão mais próximos do fundo do mar, alcançaram uma melhor definição para esta velocidade. Extraída de Soares,(2003).

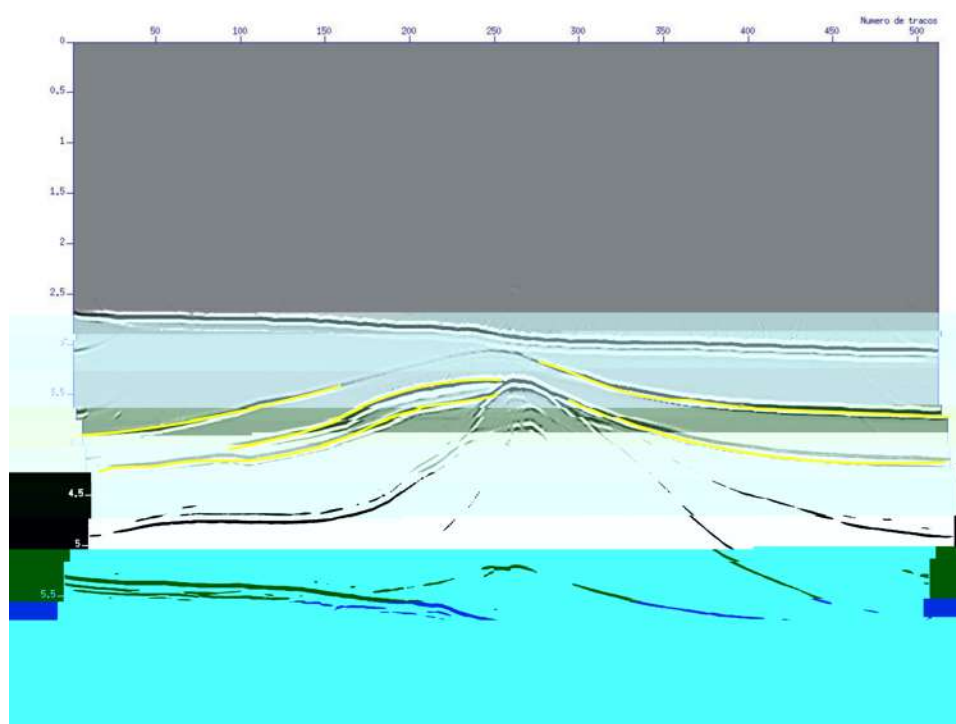


Figura 12: Reconstrução da estrutura do tipo domo de sal para velocidade de referência de 1610 m/s. Marcamos em amarelo os refletores mais próximos do fundo do mar, que não alcançaram uma boa definição para a velocidade de 1520 m/s e que estão melhor definidos nessa seção. Extraída de Soares,(2003).

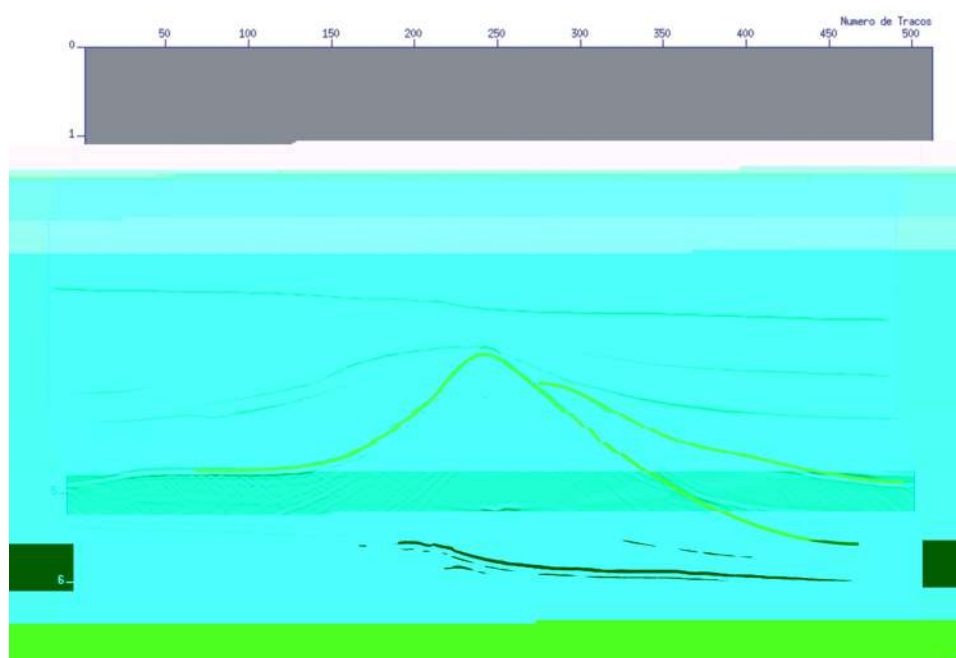


Figura 13: Reconstrução da estrutura do tipo domo de sal para velocidade de referência de 1820 m/s. Note a melhor definição dos refletores mais profundos, e como os refletores da parte mais rasa do modelo, perdem o foco a medida que a velocidade de referência aumenta. Extraída de Soares,(2003).

## 3.2 Reconstrução de Objetos Geológicos Típicos

Os resultados em modelos sintéticos, contendo pontos difratores e refletores inclinados sobre diferentes ângulos, são assuntos de grande interesse na sismica. Sendo assim, as reconstruções obtidas através da implementação do método WCDP 2D em tempo determinam a sua eficiência no processamento de dados sísmicos, comprovando que é igualmente preciso a migração *phase-shift* de Gazdag,(1978) no domínio  $(\omega, k)$ , para trabalhar refletores com inclinação em até  $90^\circ$ .

As Figuras (14) e (15) ilustram os casos:

<sup>2</sup> A velocidade usada na inversão coincide com a velocidade real do meio.

<sup>2</sup> Essas velocidades diferem uma da outra em 25%.

### 3.2.1 Análise dos Resultados

Podemos notar que para o caso da Figura (14), todos os refletores inclinados foram reconstruídos em sua posição original. No caso da Figura (15) é importante observar que, a despeito da grande diferença entre as velocidades de referência e focalização, obtivemos uma reconstrução estável dos refletores inclinados, com exceção dos inclinados a  $45^\circ$  e  $60^\circ$ , que sofreram deslocamento de sua posição real. Isso corresponde a uma redução na cobertura angular do número de ondas da função perturbação da velocidade, que varia em função da inclinação dos refletores e velocidade de focalização, limitando assim a atuação do operador de imageamento, às regiões onde esse espectro do número de onda, pode ser resolvido usando os dados sísmicos de superfície.

A Figura (16) mostra o resultado da reconstrução dos pontos difratores dispostos em diferentes profundidades e diferentes posições com respeito à base de somatório, onde a velocidade de referência e a velocidade do meio são iguais. Nesse caso podemos ver a boa qualidade da reconstrução dos pontos, e ressaltamos, que a precisão está diretamente relacionada ao limite teórico do comprimento de onda do sinal.

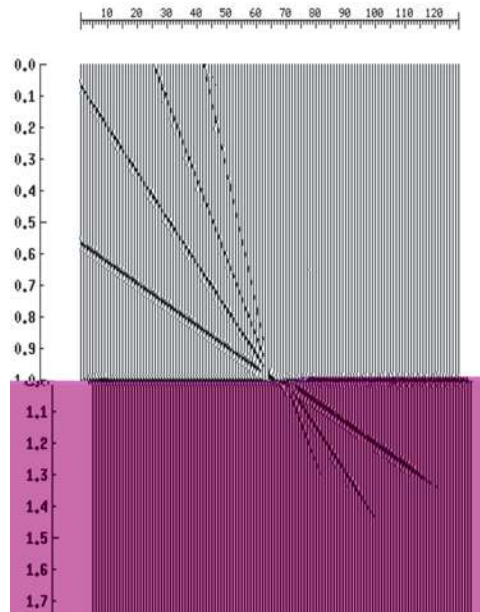


Figura 14: Resultados da reconstrução de planos inclinados sob diferentes ângulos, 0, 15, 30, 45 e 60 graus, quando a velocidade de referência coincide com a velocidade do meio.

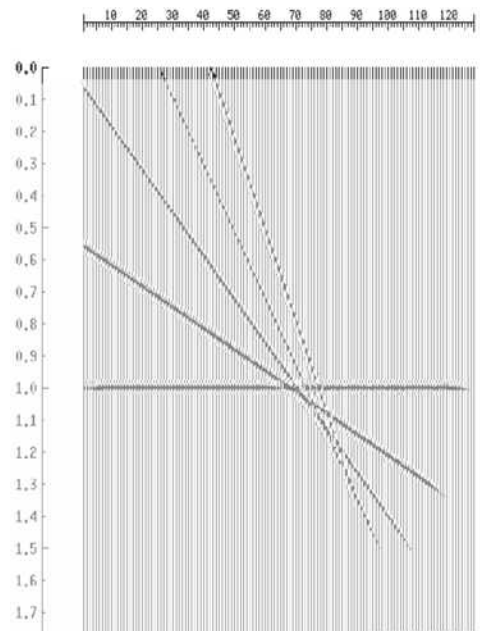


Figura 15: Resultados da reconstrução de planos inclinados sob diferentes ângulos, 0, 15, 30, 45 e 60 graus, quando a velocidade de referência difere da velocidade do meio em 25%.

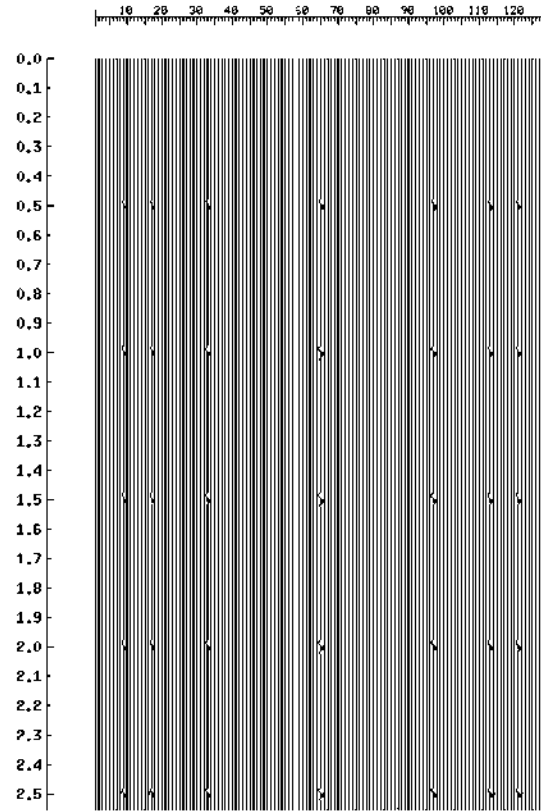


Figura 16: Resultado da reconstrução de pontos difratores dipostos em diferentes profundidades e partes da base do somatório.

# Capítulo 4

## RESULTADOS DO IMAGEAMENTO WCDP APLICADO A DADOS SÍSMICOS REAIS

### Introdução

Nesse capítulo temos como objetivo apresentar os principais experimentos práticos realizados durante o desenvolvimento desta tese, quais sejam: 02 em dados sísmicos 2D terrestre e 02 em dados sísmicos 2D marítimo.

O primeiro dado sísmico marítimo abordado neste segmento da pesquisa faz parte de um levantamento sísmico 3D, no qual extraímos uma linha 2D, aqui denominada por *linha A*. A área em questão compreende uma enorme feição delimitada por grandes falhas de escorregamento sobre a base do sal.

O segundo dado sísmico marítimo, faz parte de um levantamento sísmico 2D efetuado no Lago Baikal, Sibéria, Rússia. O dado em análise representa uma região de intenso dobramento, composto por inúmeras falhas de pequeno rejeito, onde o gradiente de velocidade varia suavemente com a profundidade.

Os dados sísmicos 2D terrestre, aqui denominado por *linha B* e *linha C*, foram adquiridos sobre uma área onde a presença de diferentes níveis de soleiras nos sedimentos paleozóicos se constituem em um grande problema para o processamento.

Nas seções que compõem o capítulo há uma discussão e análise comparativa do resultado da aplicação do método de imageamento implementado nesta tese, com os métodos NMO-CDP-stack e migração Kirchhoff 2D pré-empilhamento.

## 4.1 Apresentação e Tratamento dos Dados Sísmicos Marítimos

### 4.1.1 Processamento dos Dados 2D - Linha A

Os dados marítimos referentes a *linha A* fazem parte de um levantamento sísmico 3D efetuado na costa brasileira. As Figuras (13) e (14) elucidam as regiões de interesse, onde podemos verificar a existência de 02 reservatórios petrolíferos, denominados *reservatório A* e *reservatório B*, cuja identificação pode ser visualizada em torno da linha de tempo de 2.4 s e 3.5 s, respectivamente.

O bloco em questão é uma enorme feição delimitada por grandes falhas de escorregamento, resultando no deslocamento expressivo de todo o bloco em direção às águas profundas, provocando colapso dos sedimentos terciários e cretáceos, sobre a base do sal Aptiano, na porção extensional, e o falhamento reverso neomiocênico (resultante de acomodação dos diápiros salinos), na área mais compressional, situada à *o@shore* do bloco, (Theodoro, 1993), conforme Figura (12).

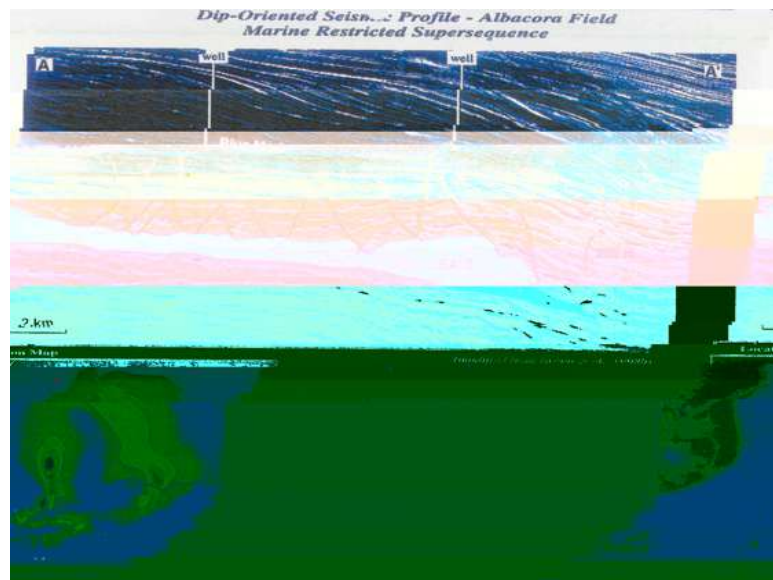


Figura 12: Extraída de Cainelli (1999)

Os parâmetros de registro da *linha A*, estão amostrados na Tabela (1).

Nesse processamento levou-se em consideração todos os traços que compõem o dado. Na etapa de pré-processamento aplicou-se a rotina convencional de tratamento de dados marinhos descrita no capítulo (2), com exceção do filtro de corte de alta frequência. No processamento WCDP é imprescindível preservar as altas frequências do dado, ter conhecimento da configuração de aquisição dos dados e da complexidade da geologia local. Caso contrário, ao invés de formar a superfície refletora, os dados de baixa frequência e/ou resultantes de "*o@set*" mais distantes, in-



dicam um número de onda baixo, e conseqüentemente a produção de imagens sem foco, (Bleistein, 2001).

#### 4.1.2 Análise dos resultados

As Figuras (13) e (14) ilustram os resultados da reconstrução do dado real através dos métodos de migração pré-empilhamento 2D Kirchhoff e WCDP. Observando as Figuras, constatamos que obtivemos uma reconstrução dos refletores razoável por ambos os métodos. No entanto, analisando mais detalhadamente a Figura (14) e as Figuras (15), (16), (17), (18) e (19), vemos que através da seção WCDP, a razão sinal/ruído, a continuidade e localização das reflexões, e a posição das falhas, são melhor definidas com relação a outra seção. Por isso a seção WCDP, permite uma identificação dos detalhes das estruturas com muito mais clareza, tais como as falhas de escorregamento, os sigmóides, a base do sal e as reflexões abaixo do sal, aumentando o nível de informação sobre as estruturas geológicas imageadas. Apesar da seção Kirchhoff ter evidenciado algumas dessas reflexões, conforme ilustra a Figura (13), as difrações da onda sísmica foram espalhadas em torno do tempo 3.0 s e traço 600 (acima da linha do sal), fornecendo uma seção com baixo nível de informação. A migração é um processo linear, onde cada resultado é uma soma ponderada sobre esta curva. O ponto crucial é que esse resultado deve ser sempre localizado no ápice da curva, caso contrário, as difrações são disseminadas pela seção, provocando o posicionamento errado dos eventos em profundidade, (Bleistein, 1985). Esses erros crescem com o incremento da variação lateral da velocidade, profundidade do alvo, e ângulo de inclinação, (Bleistein, 2001; Kremlev, 2001; Kremlev, 2002). Na seção WCDP podemos ver que estas difrações foram bem colapsadas, isto porque a sua formulação integral, via aproximação de Born, inclui o termo de difração, que não consta no procedimento de Kirchhoff, baseado na teoria do raio, mas no entanto, é significativa para resolver as grandes variações laterais das perturbações da velocidade, (Hildebrand, 1998).

Além das questões relacionadas ao espalhamento das ondas difratadas, é possível que esse problema da seção Kirchhoff seja agravado pela aplicação de um filtro corta-alta frequência ao dado na etapa de pré-processamento, pois nesta circunstância o imageamento é efetuado em um dado com baixo conteúdo de frequência. Outro agravante, é a necessidade de se conhecer bem o *input* do campo de velocidade. Essa etapa, dispensada no imageamento WCDP, pois esse processamento parte de um campo de velocidade uniforme, que não demanda uma análise de velocidade *a priori*, e internamente encontra um valor ótimo para a velocidade de focalização das reflexões de cada ponto de observação, definido nos traços sísmicos que compõem a "abertura", e que representam pontos no plano sísmico. Sendo assim, podemos afirmar que o WCDP não negligencia as formas das superfícies de reflexões atribuídas às variações laterais e/ou verticais da velocidade do meio. Então, apresenta uma imagem que atenua as distorções relacionadas a essas

variações que causam o efeito *pull-down* e *pull-up* nos métodos de migração em tempo.

Portanto, através da análise dessas Figuras, fica evidente que o método WCDP é efetivo, capaz de mostrar as falhas da região, que estão ausentes ou mal focalizadas no respectivo perfil Kirchhoff. Isto porque, de forma contrária ao método Kirchhoff, o método WCDP migra as ondas sísmicas para o local de origem das fontes secundárias, descrevendo as difrações e reflexões destas ondas. Como resultado, ondas difratadas e refletidas serão focadas e posicionadas no local de sua geração, e o método visualiza tanto os elementos de difração quanto as bordas suaves de grande extensão.

As Figuras (20) e (21), (22) e (23), (24) e (25), (26) e (27), (28) e (29), comparam alguns traços da seção final composta com os mesmos traços das seções parciais que tomaram parte nesta composição. Ao analisarmos estas figuras pode-se indentificar, através do padrão de reflexão dos eventos, a parte do traço utilizado na composição.

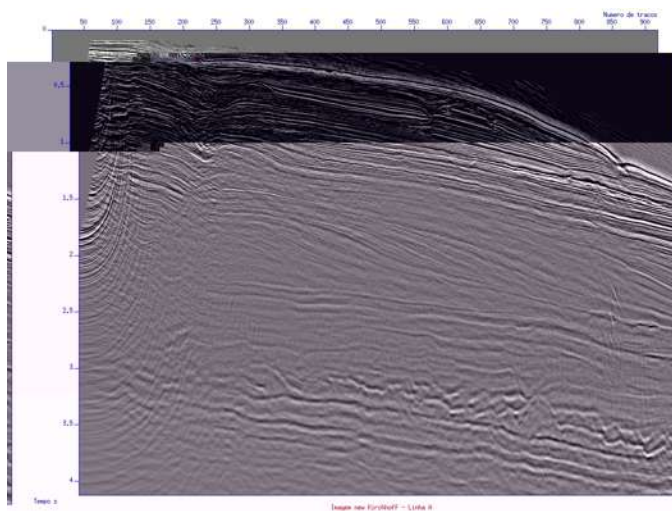


Figura 13: Resultado da migração pré-empilhamento Kirchhoff em tempo 2D da *linha A*. Note que as difrações foram espalhadas em torno do tempo 3.0 s e traço 600 (acima da linha do sal), fornecendo uma seção com baixo nível de informação. Extraída de Misságia (2003).



Figura 14: Resultado final composto do imageamento WCDP 2D em tempo da *linha A*. Nesta seção podemos ver que as difrações foram bem colapsadas, isto porque a formulação integral do método WCDP, via aproximação de Born, inclui este termo de difração, significativo para resolver as grandes variações laterais das perturbações da velocidade. Extraída de Misságia (2003).

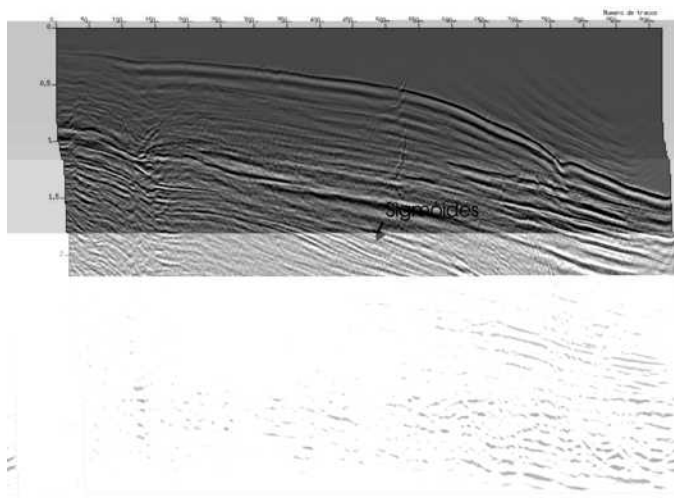


Figura 15: Seção resultante do imageamento WCDP 2D em tempo da *linha A* para a velocidade de referência de 2050 m/s. Observe os detalhes dos sigmóides no intervalo de tempo entre 1.5 e 2.0 s. Extraída de Misságia (2003).

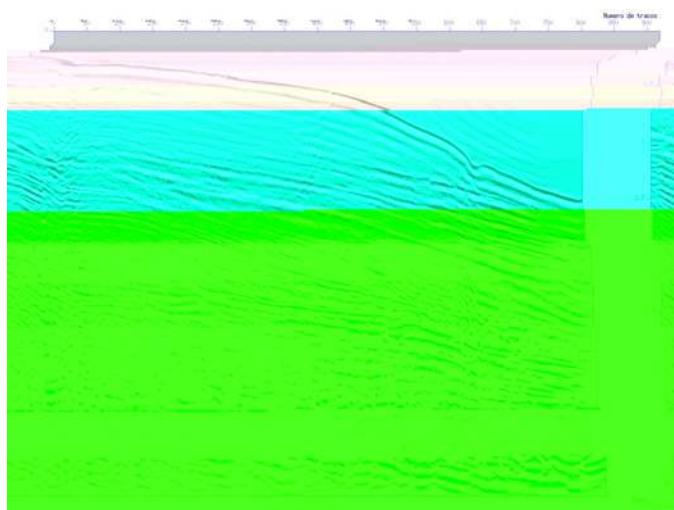


Figura 16: Seção resultante do imageamento WCDP 2D em tempo da *linha A* para a velocidade de referência de 2100 m/s. Observe os detalhes do *reservatório A*. Extraída de Misságia (2003).

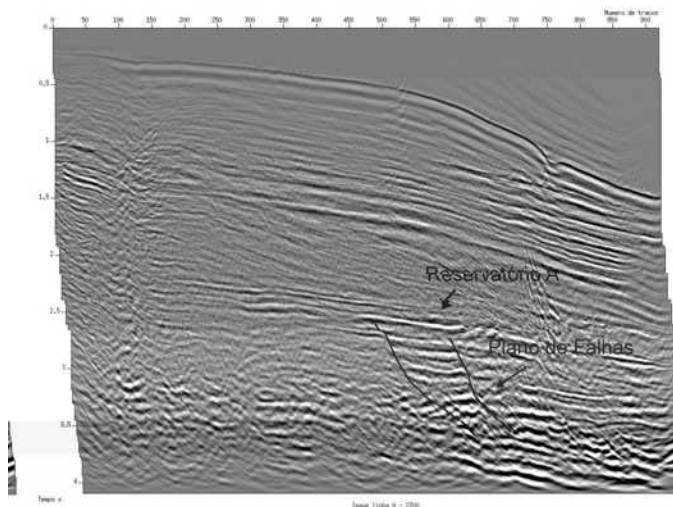


Figura 17: Seção resultante do imageamento WCDP 2D em tempo da *linha A* para a velocidade de referência de 2300 m/s. Observe a boa definição dos detalhes do plano de falhas e o *reservatório A*. Extraída de Misságia (2003).

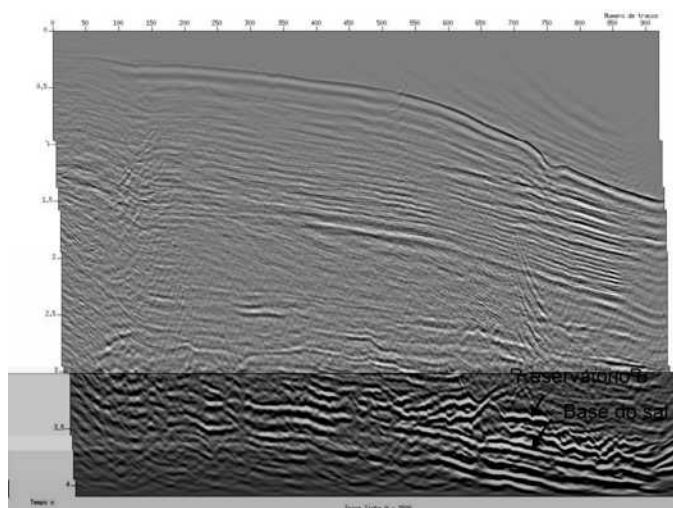


Figura 18: Seção resultante do imageamento WCDP 2D em tempo da *linha A* para a velocidade de referência de 2600 m/s. Observe os detalhes da base do sal e do *reservatório B* no tempo 3.5 s e traço de número 650. Extraída de Misságia (2003).

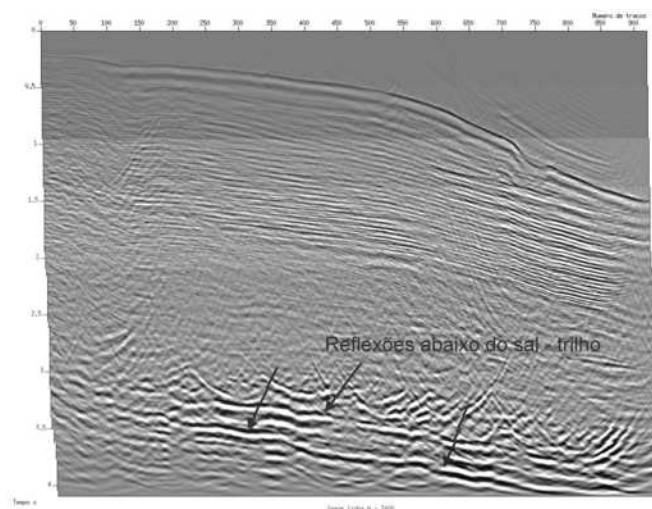


Figura 19: Seção resultante do imageamento WCDP 2D em tempo da *linha A* para a velocidade de referência de 3400 m/s. Observe o bom imageamento das duas reflexões (trilhos) entre 3.0 - 3.7 s e traços 350-800. Extraída de Misságia (2003).

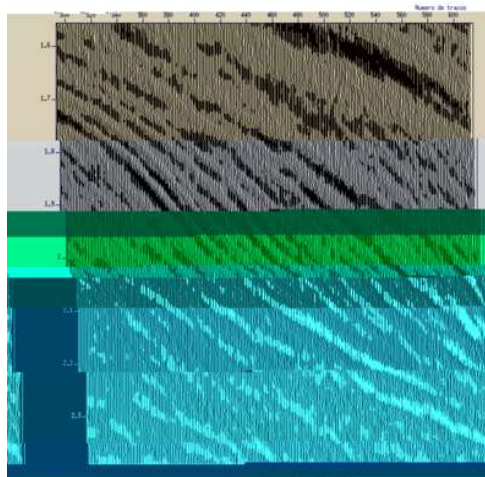


Figura 20: Janela de visualização entre os traços 300-600 da seção parcial com velocidade de referência de 2050 m/s. Observe os detalhes do padrão de reflexão dos sigmóides. Extraída de Misságia (2003).

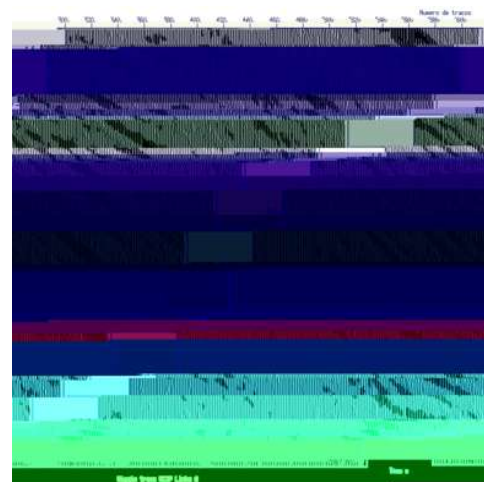


Figura 21: Janela de visualização dos traços 300-600 da seção final composta. Compare o padrão de reflexão desta seção com o da seção fornecida pela Figura (20). Extraída de Misságia (2003).

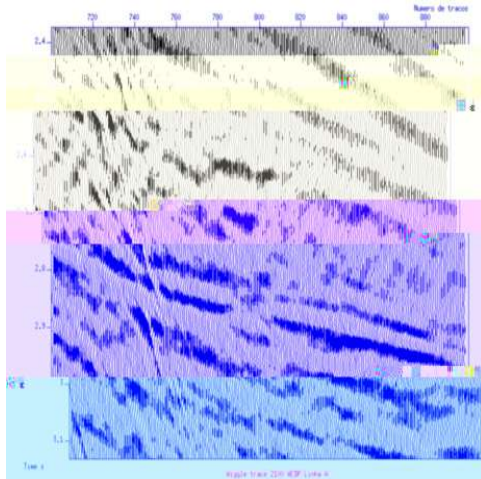


Figura 22: Janela de visualização entre os traços 700-900 da seção parcial com velocidade de referência de 2100 m/s. Observe os detalhes do padrão de reflexão do *reservatório A*. Extraída de Misságia (2003).

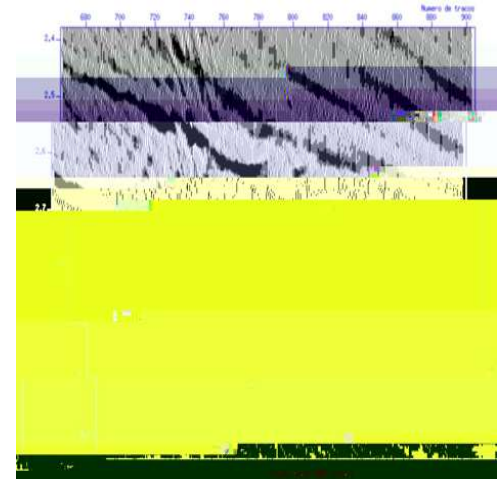


Figura 23: Janela de visualização dos traços 700-900 da seção final composta. Compare o padrão de reflexão desta seção com o da seção fornecida pela Figura (22). Extraída de Misságia (2003).

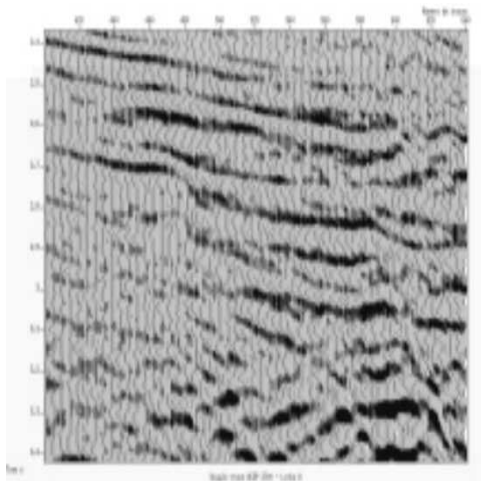


Figura 24: Janela de visualização entre os traços 400-640 da seção parcial com velocidade de referência de 2300 m/s. Observe os detalhes do padrão de reflexão do plano de falhas e do *reservatório A*. Extraída de Misságia (2003).

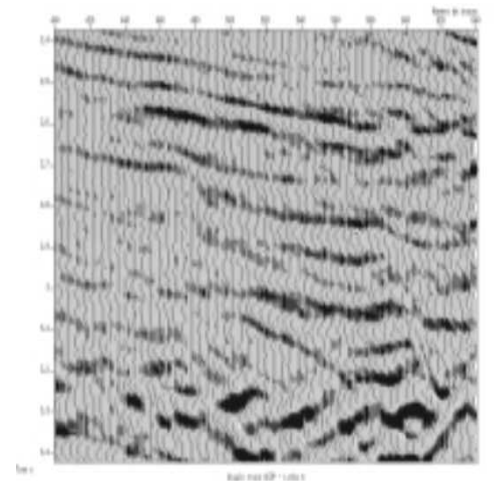


Figura 25: Janela de visualização dos traços 400-640 da seção final composta. Compare o padrão de reflexão desta seção com o da seção fornecida pela Figura (24). Extraída de Misságia (2003).

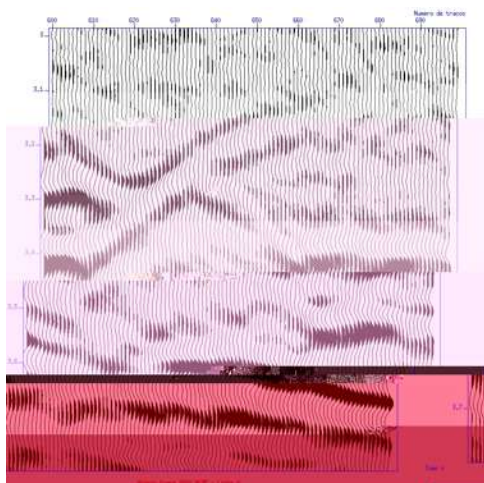


Figura 26: Janela de visualização dos traços 600-700 da seção parcial com velocidade de referência de 2600 m/s. Nesta seção podemos observar o padrão de reflexão do *reservatório B* e da base do sal. Extraída de Misságia (2003).

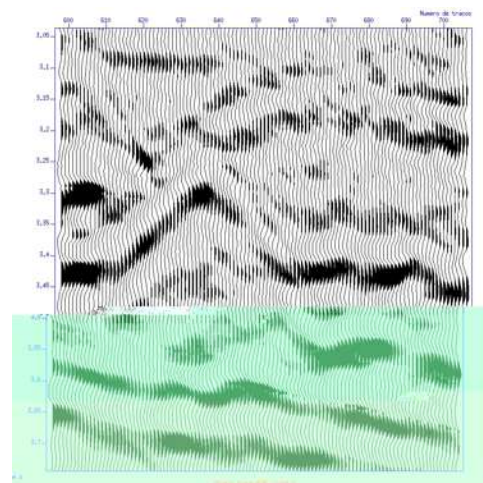


Figura 27: Janela de visualização dos traços 600-700 da seção final composta. Compare o padrão de reflexão do *reservatório B* e da base do sal desta seção com o da seção fornecida pela Figura (26). Extraída de Misságia (2003).

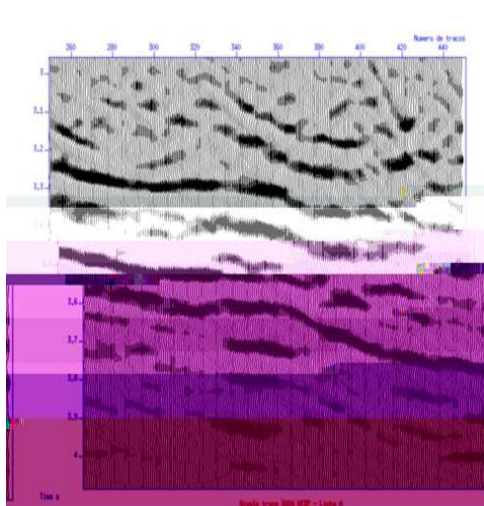


Figura 28: Janela de visualização dos traços 260-460 da seção parcial com velocidade de referência de 3400 m/s. Nesta seção podemos observar os detalhes do padrão de reflexão da base do sal. Extraída de Misságia (2003).

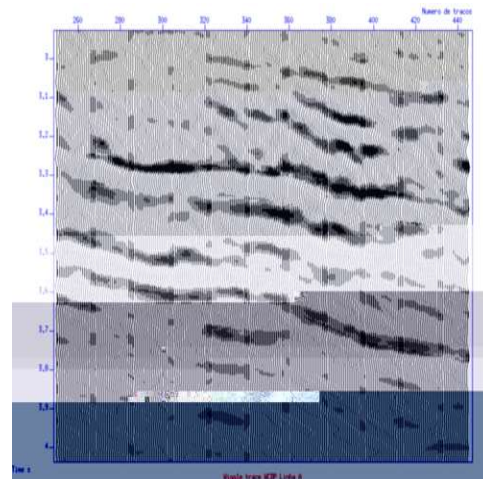


Figura 29: Janela de visualização entre os traços 340-380 da seção final composta. Compare os detalhes do padrão de reflexão da base do sal desta seção com o da seção fornecida pela Figura (28). Extraída de Misságia (2003).



### 4.1.3 Processamento dos Dados Sísmicos 2D - Linha Baikal

Seguindo o objetivo do processamento anterior, aplicamos os métodos CDP-NMO-stack e WCDP, aos dados do Lago Baikal, e efetuamos uma análise comparativa qualitativa entre as seções resultantes, após o processamento 2D em tempo.

A região do Lago Baikal, constituída por uma Plataforma Carbonática, localiza-se na parte leste da Plataforma Siberiana. Segundo Meyerhoff (1972), os eventos tectônicos ocorreram do Pré-Cambriano ao Devoniano médio, formando estruturas dobradas na forma Sinclinal e Anticlinal.

Os parâmetros de aquisição da linha Baikal, encontram-se registrados na Tabela (1).

Neste processamento todos os traços que compõem o dado foram considerados. A etapa de pré-processamento constou da aplicação do fluxo de processamento e tratamento dos dados marinhos descrito no capítulo (2), assim como do procedimento de parametrização citado para a *linha A*.

### 4.1.4 Análise dos Resultados

As Figuras (30) e (31) exibem os resultados da reconstrução do dado real, através dos métodos: WCDP e CDP-NMO-stack. Analisando as Figuras (33) e (32), que representam detalhes das Figuras (30) e (31), percebemos que o método WCDP realizou corretamente o somatório de ambas, ondas difratadas e refletidas, e por isso, a seção WCDP é capaz de imagear os detalhes mais sutis da estrutura, tais como a continuidade dos refletores e falhas de pequeno rejeito. Essas heterogeneidades acústicas do meio resultam em numerosas difrações das ondas sísmicas, e o método WCDP visualiza isso muito bem. Através do processamento de tais perfis, pelo método WCDP, é possível diminuir as incertezas e obter novas informações sobre as estruturas geológicas dos sedimentos *o<sup>o</sup>shore*, mostrando a natureza da anomalia do campo de onda. Ao contrário, conforme ilustra a Figura (30), pelo método CDP-NMO-stack as difrações da onda sísmica foram espalhadas, fornecendo uma seção contaminada de ruídos e baixo nível de informação.

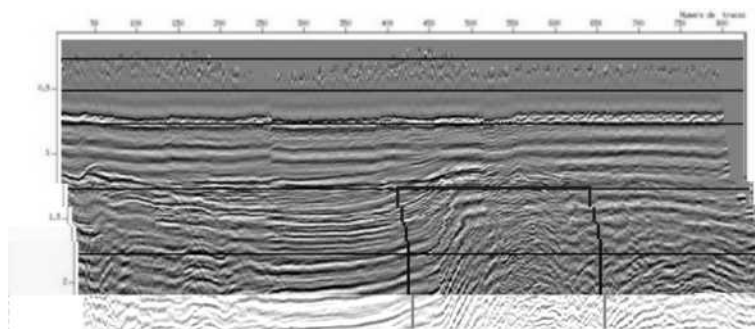


Figura 30: Seção resultante do NMO-CDP-stack do dado real Lago Baikal. Exibe uma imagem da zona de falhas com distorções. Extraída de Soares (2003).

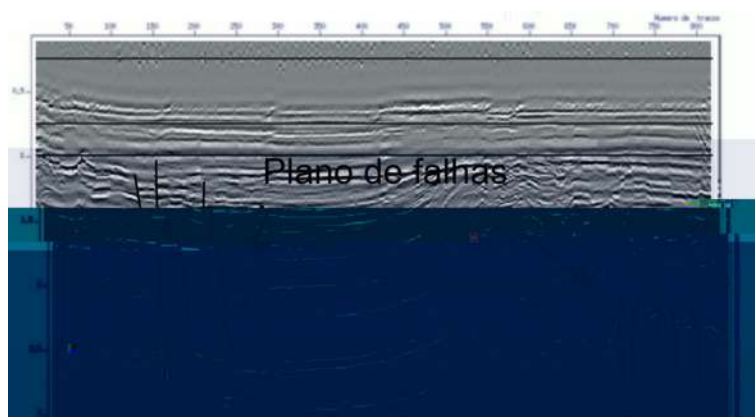


Figura 31: Seção resultante do imageamento WCDP 2D em tempo do dado real do lago Baikal. De forma contrária a imagem CDP, a imagem WCDP mostra com melhor definição o plano de falha. Extraída de Soares (2003).

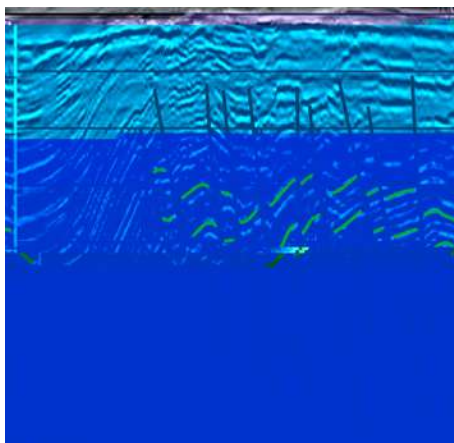


Figura 32: Detalhe da região marcada pelo retângulo na seção WCDP da Figura (31). Extraída de Soares (2003).

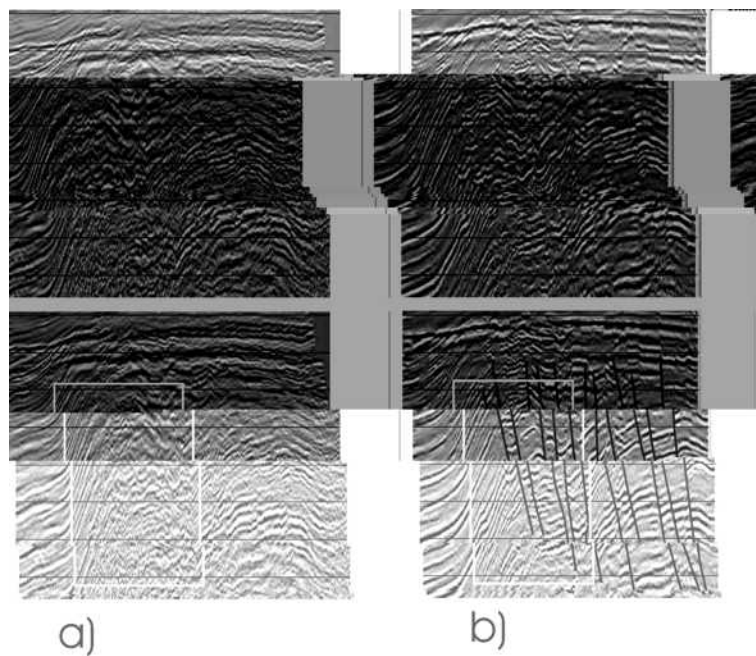


Figura 33: Detalhe da seção processada do Lago Baikal. a) NMO-CDP-stack Figura (30) e b) WCDP Figuras (31). O resultado WCDP conseguiu imagear detalhes das falhas de pequeno rejeito, conforme sugere a interpretação. Extraída de Soares (2003).

## 4.2 Apresentação e Tratamento dos Dados Terrestres

A seguir apresentamos os resultados de 02 processamentos de dados terrestres 2D das linhas B e C, no qual aplicamos o método WCDP 2D em tempo.

Historicamente, os resultados de baixa qualidade obtidos com o processamento dos dados provenientes da aquisição em regiões do tipo *B* e *C*, por técnicas NMO-CDP-stack e migração Kirchhoff 2D pré e pós stack, não contemplam os horizontes mais profundos. Isso tem sido atribuído ao intenso dobramento no topo da sequência paleozóica, assim como a presença de diferentes níveis de soleiras nos sedimentos paleozóicos. O efeito provocado por corpos de diábasio próximo a superfície com velocidades intervalares de 6000 m/s, produz uma acentuada aceleração na função velocidade, fazendo com que ocorra cruzamento das hipérbolas dos refletores relacionados à discordância do contato mesozóico/paleozóico. Este cruzamento provoca um “*muting*” automático nos traços mais afastados com consequente perda do sinal na seção estaqueada. O alto contraste de velocidade acarreta, também, no aparecimento do sinal somente nos traços de maiores offsets, (Teixeira, 1988).

A aplicação do método WCDP ao dado terrestre da *linha B e C*, teve como objetivo principal, localizar, posicionar e aumentar o nível de informação do topo e base da soleira de diábasio. O tipo de lanço utilizado na aquisição do dado foi a “*split-spread*”. Nele as estações de geofones estão dispostas simetricamente em relação ao ponto de tiro. A principal vantagem desse tipo de lanço ocorre quando as interfaces mergulham em sentido desconhecido, uma vez que, independentemente do sentido de registro, metade das estações sempre estarão mergulho acima.

### 4.2.1 Processamento dos Dados 2D - Linha B

Na Tabela (1) encontram-se descritos os parâmetros do registro de aquisição sísmica da *linha B*.

Neste processamento levou-se em consideração todos os traços que compõem o dado. A etapa de pré-processamento constou da aplicação da rotina do fluxo de processamento e tratamento dos dados, descrito no capítulo (2), com exceção da rotina de atenuação de múltiplas. Após isso, o procedimento de parametrização dos dados seguiu os mesmos princípios adotados para as linhas marítimas.

### 4.2.2 Análise dos Resultados

As Figuras (34), (35), (36), (37), (39) e (38) mostram os resultados da reconstrução do dado da *linha B*. Podemos notar, que as melhores reconstruções dos refletores estão associadas a uma velocidade de referência mais próxima da velocidade que focaliza o meio, e quando avaliamos

a qualidade dos resultados como um todo, percebemos que o WCDP conseguiu, a despeito da grande variação de velocidade lateral e em profundidade, focalizar e posicionar de forma estável os refletores dentro dessas regiões. A Figura (34) ilustra o resultado do processamento pelo método de migração Kirchhoff. As Figuras (36) e (37) apresentam a seção WCDP para as velocidades de referência de 2300 m/s e 4500 m/s, usadas para compor a seção WCDP final. A Figura (35) mostra o resultado dessa seção, após a análise e composição das regiões melhores imageadas. Assim, através de comparação qualitativa entre os resultados das Figuras (35) e (34), e amarração efetuada pelo geofísico Lino B. Teixeira do CENPES/PETROBRAS, com dados de poços, podemos afirmar que o imageamento WCDP conseguiu focalizar melhor os refletores presentes na região, comprovando a estabilidade do algoritmo na escolha da velocidade de focalização das reflexões, evidenciando e acrescentando informações de detalhes da falha, topo e base da soleira de diabásio, que estão ausentes, ou mal focalizadas, na respectiva seção Kirchhoff, conforme mostra a Figura (34). Portanto, é importante ressaltar que, o resultado obtido com o método de migração Kirchhoff está comprometido com o "input de um campo de velocidade, o que não ocorre com o método WCDP, posto que, esse determina internamente a melhor velocidade possível de imageamento, a partir de uma velocidade de referência uniforme, dentro das condições impostas pela metodologia. As Figuras (38) e (39) referem-se ao tempo 0 - 1100 ms, onde podemos verificar o bom imageamento da soleira de diabásio no canal 176 e tempo 680 ms.

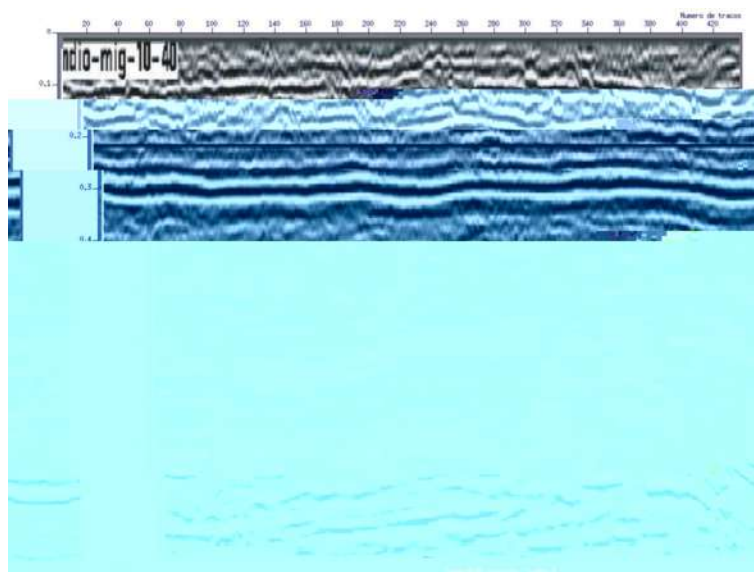


Figura 34: Seção resultante da migração Kirchhoff em tempo do dado 2D *linha B*. Extraída de Soares (2003).

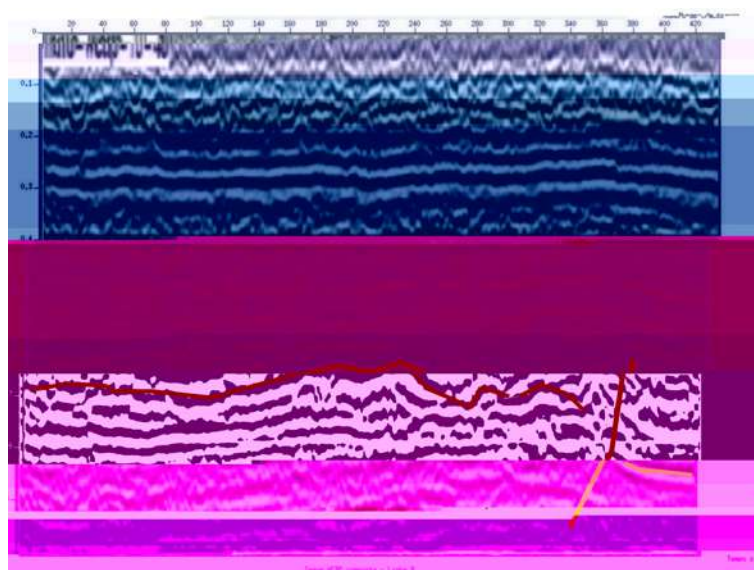


Figura 35: Seção final do imageamento WCDP em tempo do dado 2D *linha B*, produto da composição a partir das seções parciais, Figuras (36) e (37). Observe o bom imageamento da soleira de diabásio no canal 176 e tempo 680 ms. Extraída de Soares (2003).

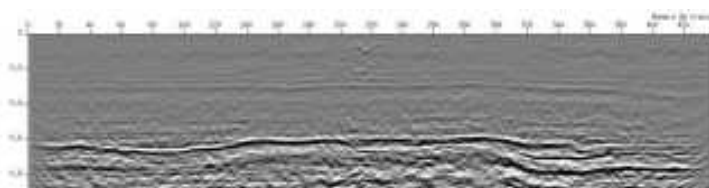


Figura 36: Seção resultante do imageamento WCDP em tempo do dado 2D *linha B*, para a velocidade de referência de 2300 m/s. Extraída de Soares (2003).

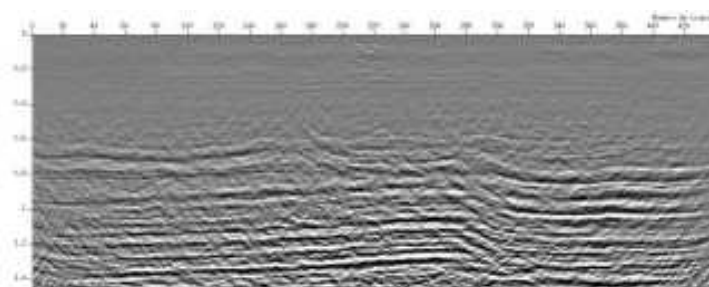


Figura 37: Seção resultante do imageamento WCDP em tempo do dado 2D *linha B*, para a velocidade de referência de 4500 m/s. Extraída de Soares (2003).

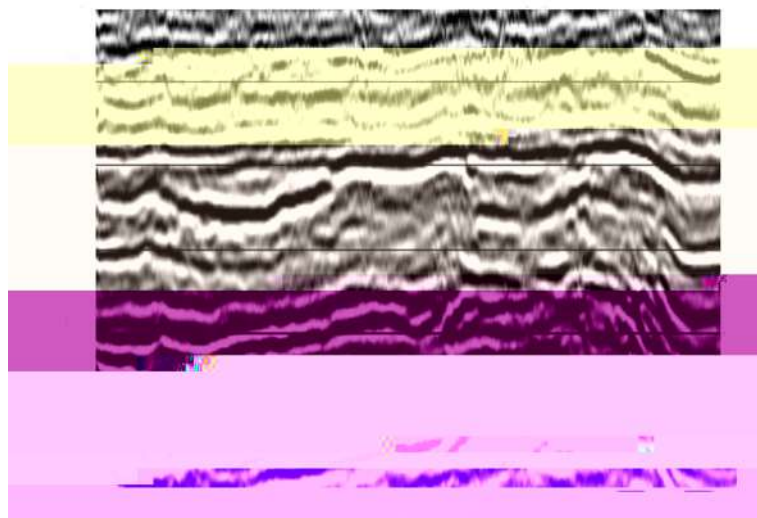


Figura 38: a) Janela de visualização da seção Kirchhoff em tempo do dado 2D *linha B*. Extraída de Soares (2003).

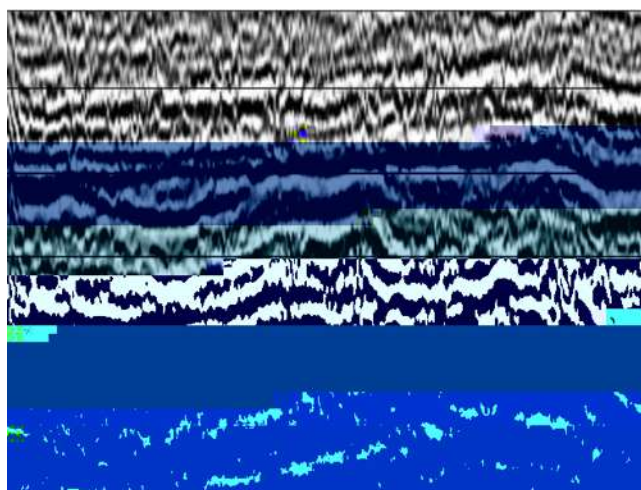


Figura 39: Janela de visualização da seção WCDP composta a partir das seções parciais, figuras (36) e (37). Extraída de Soares (2003).



### 4.2.3 Processamento dos Dados 2D - Linha C

Tal como o processamento da *linha B*, o processamento do dado terrestre da *linha C*, teve como meta principal aumentar o nível de informação da soleira de diábasio.

A razão da adoção da configuração de aquisição *split-spread* foi a mesma justificada na *linha B*, e os dados encontram-se amostrados na tabela (1).

No entanto, a fim de contornar o problema de memória RAM das CPU's do cluster, o processamento contemplou apenas uma janela de abertura do dado com 512 famílias de tiro comum e 256 canais.

### 4.2.4 Análise dos Resultados

As Figuras (41) (40) mostram os resultados das seções WCDP, Kirchhoff, através da implementação do processamento via cluster de computadores, na qual obtivemos, de forma similar ao caso anterior, seções com diferentes valores de velocidade de referência. Na Figura (41), apresentamos a seção WCDP final, composta após uma análise e seleção criteriosa das seções processadas com velocidades de referência de 2200 m/s e 2700 m/s, cujos valores melhor imagearam a soleira de diabásio, conforme comprova as Figuras (42) e (43). A Figura (40) ilustra a seção Kirchhoff 2D em tempo, onde os resultados apresentam baixo nível de informação, provavelmente pela incerteza associada ao campo de velocidade usado como *input* para a migração. Dessa forma, através da análise comparativa e qualitativa entre os resultados destas imagens, além da amarração efetuada pelo geofísico Lino T. Brito do CENPES/PETROBRAS com os dados de poços, podemos afirmar, que a seção WCDP final, reiterando o resultado da *linha B*, focalizou bem os refletores presentes na região, elevando assim o nível de informação sobre a falha, topo e base da soleira de diábasio, que estão ausentes ou mal focados na seção Kirchhoff. Isso ocorre porque, no método WCDP, as ondas sísmicas são migradas para o local de origem das fontes secundárias, descrevendo as suas difrações e reflexões. Como resultado, as ondas difratadas e refletidas são focadas no local de sua geração, é o método WCDP visualiza tanto os elementos de difração quanto as bordas suaves de grande extensão.

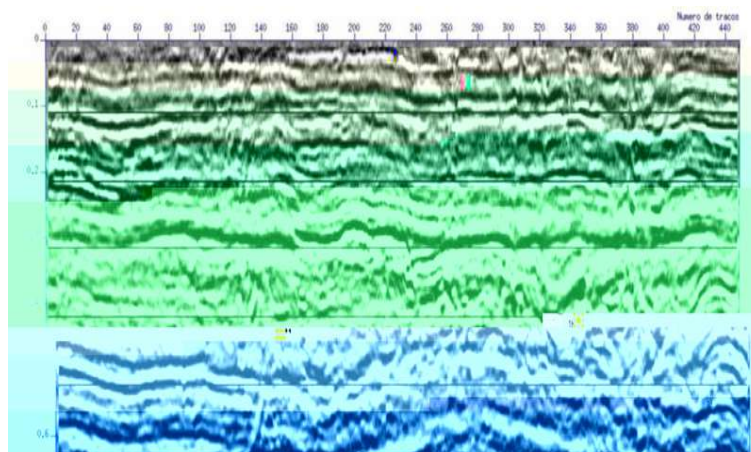


Figura 40: Janela de visualização da seção resultante da migração pré-empilhamento Kirchhoff do dado 2D *linha C*. Extraída de Soares (2003).

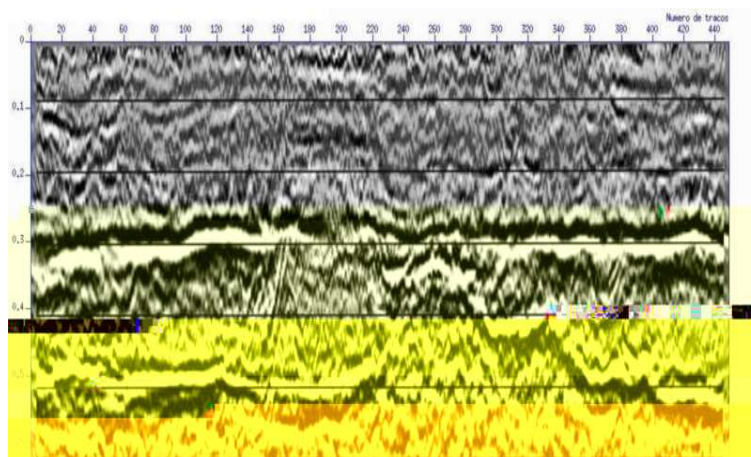


Figura 41: Janela de visualização da seção final do imageamento WCDP em tempo do dado 2D *linha C*, produto da composição a partir das seções parciais, Figuras (42) e (43). Através dela é possível visualizar o bom imageamento da soleira de diabásio entre os tempo de 350 e 500 ms. Extraída de Soares (2003).

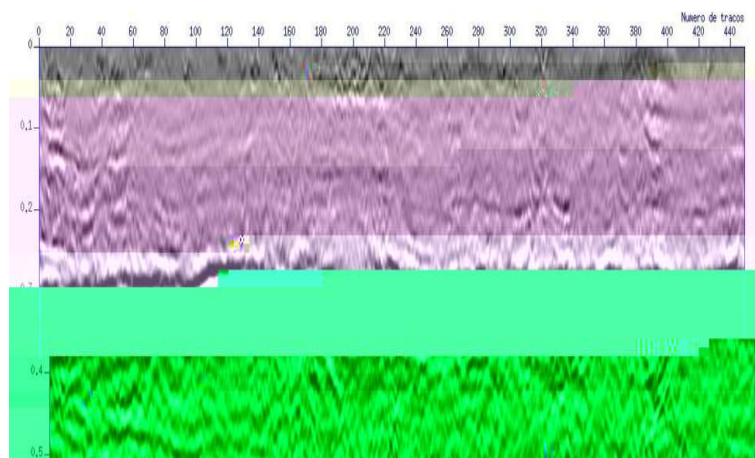


Figura 42: Seção resultante do imageamento WCDP em tempo do dado 2D *linha C*, para a velocidade de referência de 2200 m/s. Extraída de Soares (2003).

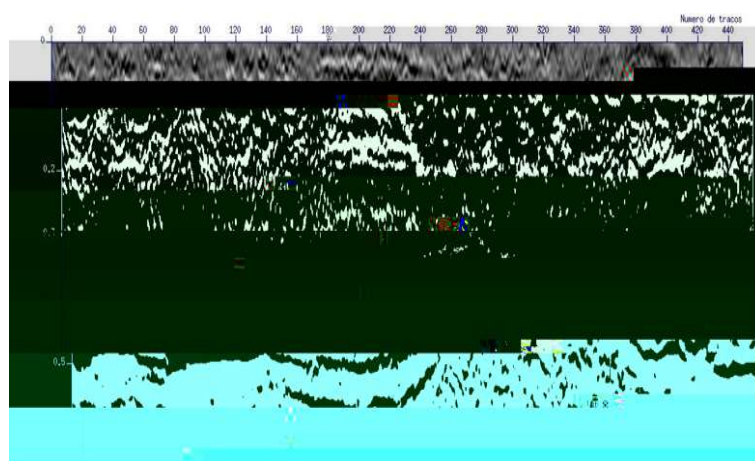


Figura 43: Seção resultante do imageamento WCDP em tempo do dado 2D *linha C*, para a velocidade de referência de 2700 m/s. Extraída de Soares (2003).

Tabela 1: Tabela com parâmetros de campo das linhas A, B, C e Baikal.

<i>Parâmetros</i>	<i>LinhaA</i>	<i>LinhaB</i>	<i>LinhaC</i>	<i>LinhaBaikal</i>
Distância entre geofones (m)	25	50	25	25
Distância entre tiros (m)	25	50	25	25
“Offset” (m)	3125	2450	3225	2875
Comprimento do lançaço (m)	2300	8450	12875	27900
Número de tiros	921	170	512	559
Número de canais	120	96	128	101
Intervalo de amostragem (ms)	4	4	4	4
Número de amostra do traço	1024	751	501	2000

# Capítulo 5

## EXTENÇÃO DO MÉTODO WCDP 2D PARA A PROFUNDIDADE E APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS SINTÉTICOS

### Introdução

Neste capítulo apresentamos o desenvolvimento matemático da extensão da fórmula do somatório do método WCDP 2D em profundidade para quando a velocidade de referência depende da profundidade, e alguns resultados da sua aplicação em dados sintéticos.

### 5.1 Apresentação da Fórmula do Somatório 2D em profundidade e em Coordenadas $(x, x_0)$

A fórmula do somatório do método WCDP 2D pode ser estendida para modelos, onde a velocidade de referência varia em ambas direções, lateral e profundidade. Para tal, basta que se efetue uma simples mudança na fórmula do somatório, mais exatamente, trocar a variável velocidade de referência constante  $v_0$  por  $v(x, z)$  e multiplicador de fase

$$i^j z \frac{\tilde{A} S \frac{\omega^2}{v_0^2} i^{\kappa^2} + S \frac{\omega^2}{v_0^2} i^{\kappa_0^2}}{v_0^2} ,$$

que passa para

$$i^j \int_0^z dz' \frac{\tilde{A} S \frac{\omega^2}{v^2(x, z')} i^{\kappa^2} + S \frac{\omega^2}{v^2(x, z')} i^{\kappa_0^2}}{v^2(x, z')} ,$$

possibilitando a obtenção da seguinte fórmula:

$$\beta(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\mu x} d\nu \theta \frac{\omega^2}{v^2(x, z)} j \kappa^2 \theta \frac{\omega^2}{v^2(x, z)} j \kappa_0^2 \theta \quad (5.1.1)$$

$$\left( \int_0^z dz' \frac{\omega^2}{v^2(x, z)} + \kappa \kappa_0 + \frac{\omega^2}{v^2(x, z)} j \kappa^2 \theta \frac{\omega^2}{v^2(x, z)} j \kappa_0^2 \theta \right) \exp \left( j \int_0^z dz' \frac{\omega^2}{v^2(x, z)} j \kappa^2 + \frac{\omega^2}{v^2(x, z)} j \kappa_0^2 \right) u(\kappa, \kappa_0, \omega) + c.c.$$

Aqui  $\mu = \kappa + \kappa_0$ ,  $\nu = \frac{(\kappa - \kappa_0)}{2}$  e “c.c.” significa o complexo conjugado para o termo prévio.

Contudo, a dependência de  $v(x, z)$  com relação a  $x$  e  $z$ , conduz à integral com respeito a variável  $\mu$  e não a integral de Fourier. Isto ocorre, porque o multiplicador no integrando que segue após o multiplicador da fase  $e^{j\mu x}$  é dependente de  $x$ , também. Por esta razão, o integrando com respeito a variável  $\omega$  não pode ser reduzido para a integral de Fourier. Portanto, essas duas razões impedem o uso do algoritmo de FFT para o cálculo de tais integrais, e por isso cresce muito o tempo de cálculo para determinar a função visualização  $\beta(x, z)$ .

Entretanto, na exploração sísmica é comum a ocorrência da situação quando a velocidade  $v(x, z)$  não é dependente da variável  $x$ . Então, baseados nessa suposição podemos formular uma boa aproximação para o caso quando a velocidade de referência é somente uma função da variável  $z$ ,  $v = v(z)$ . E assim, a integral com respeito a variável  $x$  pode ser calculada usando o algoritmo FFT.

Então, para organizar a realização deste algoritmo, é conveniente reescrever a fórmula (5.1.1) mudando a ordem da integração com respeito as variáveis  $\omega$  e  $\mu$ :

$$\beta(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} d\mu e^{j\mu x} \int_0^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} d\nu \phi_{v(z)}(\kappa, \kappa_0, \omega) u(\kappa, \kappa_0, \omega) + c.c., \quad (5.1.2)$$

onde

$$\phi_{v(z)}(\kappa, \kappa_0, \omega) = \theta \frac{\omega^2}{v^2(z)} j \kappa^2 \theta \frac{\omega^2}{v^2(z)} j \kappa_0^2 \theta$$

$$\left( \int_0^z dz' \frac{\omega^2}{v^2(z)} + \kappa \kappa_0 + \frac{\omega^2}{v^2(z)} j \kappa^2 \theta \frac{\omega^2}{v^2(z)} j \kappa_0^2 \theta \right) \exp \left( j \int_0^z dz' \frac{\omega^2}{v^2(z')} j \kappa^2 + \frac{\omega^2}{v^2(z')} j \kappa_0^2 \right) u(\kappa, \kappa_0, z).$$

A partir desta consideração, podemos introduzir a seguinte notificação:

$$\psi(z, \kappa, \kappa_0, \omega) = \int_0^z dz' \frac{\omega^2}{v^2(z')} j \kappa^2 + \frac{\omega^2}{v^2(z')} j \kappa_0^2 .$$

Se usarmos a sintaxe  $C^{++}$ , podemos transformar o algoritmo de cálculo da função de visualização  $\beta(x, z)$  para o seguinte:

```

for( $\omega = 0; \omega < \omega_{max}; \omega += \Delta\omega$ )
  f
  for( $\mu = j \frac{\mu_{max}}{2}; \mu < \frac{\mu_{max}}{2}; \mu += \Delta\mu$ )
    f
    for( $\nu = j \frac{\nu_{max}}{2}; \nu < \frac{\nu_{max}}{2}; \nu += \Delta\nu$ )
      f
      for( $z = 0; z < z_{max}; z += \Delta z$ )
        f
        if( $z = 0$ )  $\psi = 0$ ;
        if( $z \neq 0$ )  $\psi += \frac{\omega^2}{v^2(z)} i \kappa^2 + \frac{\omega^2}{v^2(z)} i \kappa_0^2 \Delta z$ ;
         $\beta(\mu, z) += \phi_{v(z)}(\kappa, \kappa_0, \omega) e^{-i\psi} \mathcal{L}u(\mu, \nu, \omega)$ ;
      g
    g
  g
g

```

Nesta parte do procedimento, obtemos a função  $\beta(\mu, z)$  após a aplicação da fórmula do somatório (5.1.2) com respeito as variáveis  $\omega$  e  $\nu$ . Então, para efetuarmos o cálculo da função  $\beta(x, z)$  em termos de coordenadas  $(x, z)$  devemos fazer  $\beta(x, z) = FFT_{\mu}(\beta(\mu, z))$ .

Na sequência definimos  $\Delta z_j, v_j, \theta_j$ , como sendo a menor espessura, a velocidade da onda longitudinal na camada- $j$  e o ângulo de incidência do raio na borda- $j$ , respectivamente.

A partir de informações da borda com número  $j$  e deslocamento  $x$  do receptor, calculamos pelo método de Dichotomy, o parâmetro Snellins  $P_j(x) \in [0, 1]$ , para o qual o raio refletido nessa borda alcança o receptor. Usando a fórmula (5.1.6) calculamos o tempo  $t_j = t_j(x)$  do transmissor até a borda e então, após reflexão, para o receptor. Assim, podemos escrever a seguinte fórmula aproximada para o signal registrado no receptor e adicionado para a reflexões primárias de todas as bordas

$$S(x, t) = \sum_{j=0}^{N_{max}} \frac{S_0 t_j}{l_j}, \quad (5.1.3)$$

onde  $S_0(t)$  é a forma da onda. Na última fórmula, para simplificação, definimos o coeficiente de reflexão da borda igual a 1. Então na fórmula (5.1.3) o coeficiente

$$l_j = \sum_{j'=0}^{N-1} \frac{2\Delta z_{j'}}{1 + p^2 v_{j'}^2} \quad (5.1.4)$$

é o caminho total da onda refletida na borda com o número  $j$ , e  $FFT_\mu$  é a transformada de Fourier rápida com respeito a variável  $\mu$ .

### 5.1.1 Algoritmo para Cálculo de Sismogramas Sintéticos para Meios Acamados com Bordas Plano-Paralelas

Para testar a variação em profundidade do método WCDP desenvolvemos um algoritmo e código que permite calcular sismogramas sintéticos para meios acamados com bordas plana-paralela em relação a superfície da terra.

Para tal usamos fórmulas

$$x_N(P) = 2 \sum_{j=0}^{N-1}$$



- <sup>2</sup> Um modelo composto por camadas planas e paralelas, onde a função velocidade é dependente somente da profundidade  $z$ .
- <sup>2</sup> Dado sintético correspondente a objetos geológicos típicos, ou seja, refletores inclinados sob diferentes ângulos.

## 5.2.1 Modelo Sintético Composto por Camadas Planas e Paralelas

Este modelo representa uma sequência sedimentar composta por 4 camadas limitadas por interfaces paralelas, onde a relação entre a profundidade e o valor da velocidade das camadas é de 0 m - 1000 m/s, 500 m - 2000 m/s, 1000 m - 2500 m/s e 1250 m - 3000 m/s. A geometria de aquisição de fontes e receptores são compostas por 64 famílias de tiros comum com 64 canais cada, igualmente espaçados de 25m através de todo o modelo, e cada tiro é assumido para ser registrado por todos os receptores. Para esse modelo, o imageamento WCDP é realizado no plano  $(x, z)$  simulando duas situações: a primeira com uma velocidade de referência igual a velocidade do modelo e outra com a velocidade de referência 20% mais alta que a velocidade do modelo, conforme mostram as Figuras (45) e (46), respectivamente.

### 5.2.1.1 Análise dos Resultados

Apresentamos os resultados do imageamento, através das Figuras (45) e (46). Como era esperado, em ambos os casos, as imagens aparecem manchadas na direção horizontal, devido a abertura da superfície fonte-receptor ser limitada. Na Figura (45), onde a velocidade de referência e a velocidade do modelo são iguais, obtivemos uma reconstrução muito próxima do modelo original. No entanto, na Figura (46), um exame dos resultados mostra que os refletores foram reconstruídos de forma estável, mas com um certo deslocamento em relação a sua posição original. Esse deslocamento pode ser atribuído a diferença entre as velocidade de referência e o imageamento, que provavelmente violou as premissas do método.

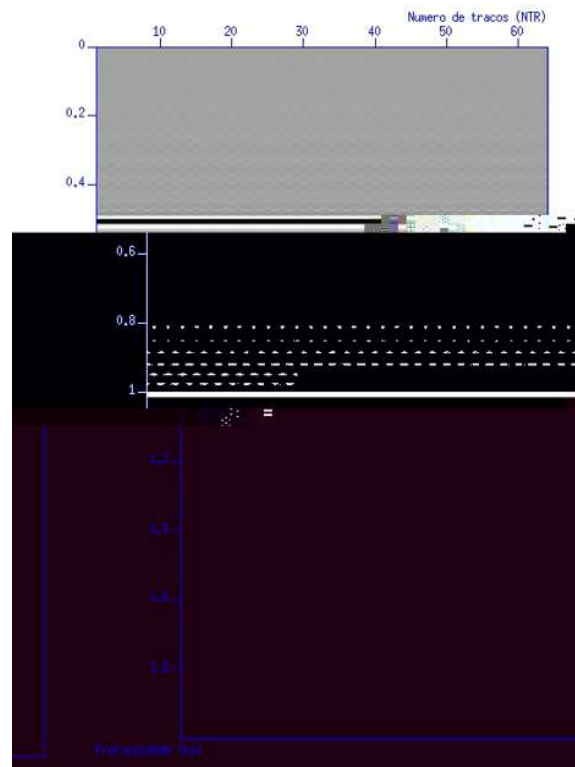


Figura 45: Modelo de camadas planas e paralelas, onde a velocidade de referência coincide com a velocidade do modelo.

## 5.2.2 Reconstrução de Objetos Geológicos Típicos

O exemplo sintético apresentado aqui, visa demonstrar a precisão do método na reconstrução de modelos contendo planos inclinados para ângulos de até  $20^\circ$ . Porém, assim como o método de migração *phase-shift* ( $\omega, k$ ) de Gazdag (1978), em princípio é preciso para trabalhar ângulos com até  $90^\circ$  de inclinação.

A Figura (47) ilustra o caso quando a velocidade de referência usada na inversão coincide com a velocidade do modelo.

### 5.2.2.1 Análise dos Resultados

Através dos resultados da Figura (47) podemos perceber que, tanto o refletor plano, quanto o inclinado a  $20^\circ$ , foram bem reconstruídos em sua posição original.

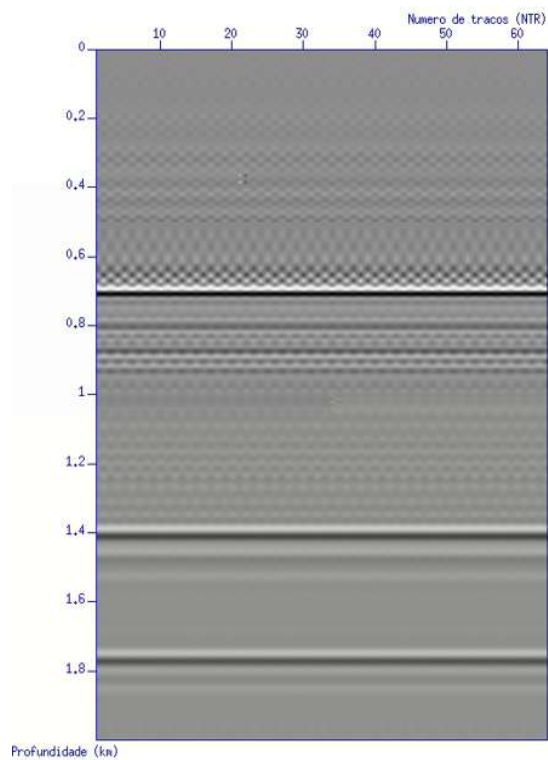


Figura 46: Reconstrução do modelo de camadas planas e paralelas, onde a velocidade de referência é 20% maior que a do modelo.

# Capítulo 6

## CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

As implementações práticas do método WCDP e sua aplicação em dados terrestres e dados marinhos mostraram que:

- <sup>2</sup> A escolha adequada dos parâmetros de alta frequência, confirma a possibilidade de se recuperar, tanto as bordas suaves, quanto as formas heterogêneas do meio.
- <sup>2</sup> A qualidade da resolução final das reflexões depende, basicamente, do quanto o espectro da função perturbação do campo de velocidade é bem definido no plano complexo, ou seja, de quanto e como a configuração fonte-receptor preenche o espectro dessa função.
- <sup>2</sup> A boa estabilidade do método na escolha da velocidade de inversão, ao mesmo tempo em que realiza o procedimento de empilhamento do sinal.
- <sup>2</sup> A facilidade de sua utilização por prescindir de uma análise de velocidade apurada.
- <sup>2</sup> Quanto mais próxima a velocidade de referência estiver da velocidade de focalização do meio, melhor será o posicionamento dos refletores, e com isso, melhor será o imageamento. Essa observação concorda com a premissa básica desse método, que é a primeira aproximação de Born.
- <sup>2</sup> A seção WCDP final da linha A pode ser de grande importância no contexto exploratório (gerador e reservatório), devido ao alto grau de resolução alcançado com o imageamento, além de proporcionar uma interpretação mais confiável dos horizontes profundos (abaixo do sal).
- <sup>2</sup> A seção WCDP do Lago Baikal, demonstra que o método, por realizar corretamente o somatório das ondas difratadas e refletidas, é capaz de imagear pequenos detalhes da estrutura, proporcional ao limite teórico do comprimento de onda do sinal, aumentando o nível de informação sobre os detalhes das estruturas geológicas presentes na região pesquisada.

- <sup>2</sup> As seções WCDP, resultado da aplicação do método aos dados do Paleozóico, comprovam a sua eficiência na obtenção de imagens de alta-qualidade de dados sísmicos adquiridos sobre estruturas complexas, que geram forte variação lateral e inversão de velocidade dentro da camada.
- <sup>2</sup> Os resultados obtidos usando o método WCDP composto demonstram que o método pode produzir imagens de alta qualidade de estruturas complexas com forte variação de velocidade em todas as direções.
- <sup>2</sup> O artifício de compor uma seção final através da análise e seleção (parcial ou total) das melhores focalizações de várias seções no sentido horizontal e vertical, tornam o método WCDP capaz de trabalhar simultaneamente dois importantes problemas da migração: imagear eventos fortemente inclinados a qualquer profundidade e imagear em meios com variações de velocidades arbitrárias, em todas as direções.
- <sup>2</sup> Há possibilidade da utilização da seção WCDP em tempo, na determinação do modelo de velocidade de regiões de alta complexidade geológica, para ser usado como *input* da migração em profundidade.
- <sup>2</sup> Os resultados dos testes iniciais da versão do método em profundidade mostraram a sua capacidade de reconstruir e posicionar interfaces planas e inclinadas em até 20°.

Sugerimos uma melhor investigação do método WCDP em quatro aspectos. O primeiro, diz respeito à alteração do algoritmo para um que utilize o campo de velocidade variável em profundidade. Dessa forma será possível obter resultados de alta qualidade e dispensar a etapa de análise das seções e composição da seção final. O segundo aspecto, prevê a possibilidade de se obter, a partir do imageamento, o campo de velocidade usado na inversão. O terceiro aspecto, refere-se ao desenvolvimento da versão em teste do método WCDP 2D em profundidade, assim como a versão 3D em tempo e profundidade. O quarto ponto, abordaria as vantagens computacionais do método, que sugere a continuidade da investigação da versão, implementada e em teste, da paralelização do algoritmo WCDP 2D em tempo, e no futuro, do algoritmo WCDP 3D em tempo e profundidade, também.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Agba, S.O., Gardner, S.H.F. (1983) Depth migration of a shot record: Seismic acoustic laboratory progress review. *Geophysics*. 11:434-456.
- Bleistein, N.C.J., Coen, J.K. (1979) Velocity inversion procedure for acoustic waves. *Geophysics*, 44(3):1077-1087.
- Bleistein, N.C.J., Coen, J.K. (1982) Velocity inversion - present status new directions. *Geophysics*, 47:1497-1511.
- Bleistein, N.C.J., Gray, S.H. (1985) An extension of the Born inversion method to a depth dependent reference profile. *Geophysics*, 33:999-1022.
- Bleistein, N.C.J., Coen, J.K. (1986) Three-dimensional Born inversion with an arbitrary reference. *Geophysics*, 51(8):1552-1588.
- Bleistein, N.C.J., (1989) On the image of reflection data in the earth. *Geophysics*, 52:931-942.
- Bleistein, N.C.J., Cohen, K.J., Stockwell, J.J.W. (2001) *Mathematics of Multidimensional Seismic Imaging, Migration and Inversion*. Springer-Verlag, N.Y, 503p.
- Bragança, R.S.N., Bulcão, A., Soares, D.M.S., Mansur, W.J. (2001) Modelagem Sísmica 3D em clusters - Análise de Performance. *Proceedings of VI International Geophysics Congress, Salvador, Brasil*.
- Cainelli, C., Mohriak, W.U. (1999) *Geology of Atlantic Eastern Brazilian Basins*. PETROBRAS INTERNACIONAL S.A., BRASPETRO, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 102p.
- Coen, S., Cheng, G.(1984) The relationship between Born and migration for common midpoint stacked data. *Geophysics*, 49:2117-2131.
- Claerbout, J.F. (1985) *Imaging the Earth's Interior*. Blackwell Scientific Publications, Oxford.
- Claerbout, J.F. (1970) Coarse grid calculations of waves in inhomogeneous media with application to delineation of complicated seismic structure. *Geophysics*, 35:320-799.
- Clayton, R.W., Stolt, R.H. (1981) A Born-WKBJ Inversion Method for Acoustic Reflection Data. *Geophysics*, 46:1559-1567.
- Fagin, S. (1998) *Model-Based Depth Imaging*. SEG, Tulsa, OK, USA, 161p .

- Filpo, E.F.S. (1993) *Migração de Dados 3D de Afastamento Nulo com Amplitude Verdadeira*. Tese de Doutorado, Universidade Federal da Bahia, UFPA.
- Foster, D.F., Carrion, P.M. (1984) Born inversion with variable background velocity. *Geophysics*, 49(10):1794-1797.
- French, W.H. (1975) Computer migration of oblique seismic reflection profiles. *Geophysics*, 40:961-980.
- Gazdag, J. (1978) Wave equation migration with the phase-shift method. *Geophysics*, 43:1342-1351.
- Gazdag, J., Sguazzero P. (1984) Migration of seismic data by phase-shift plus interpolation. *Geophysics*, 49:124-131.
- Hildebrand, S., Fehler, M. (1998) Kirchhoff-Born migration. *SEG Expanded Abstracts*.
- Hu, L.Z., McMechan, G.A. (1986) Migration of VSP data by ray equation extrapolation in 2D variable velocity media. *Geophysics*, 34:704-734.
- Kremlev A.N., Priimenko V.I., Oliveira S.A.M., Misságia R.M. (2001) Practical Implementation of the Wave Analogue of Common Depth Point Method. *Proceedings of VI International Geophysics Congress, Salvador, Brasil*.
- Kremlev, A.N., Priimenko, V.I., Oliveira, S.A.M., Misságia, R.M. (2002) Realization and testing a Wave Analogue of Common Depth Point Method on synthetic and field data. *Bulletin of Novosibirsk Computing Center, Ser. Math. Modelling In Geophysics*, Novosibirsk, Russia. 7:59-67.
- Kremlev, A.N. (1981) *Study of Direct and Inverse Problems of Seismology and Development of Methods for their Numerical Solutions*. Report VTs SO AN SSSR, Novosibirsk, Russia.
- Kremlev, A.A. (1985) Wave Analogue of CDP method. *Geology and Geophysics*. 10:77-86.
- Lo, T.W., Inderwiesen, P.L. (1994) *Fundamentals of Seismic Tomography*. SEG, Tulsa, OK, 175p.
- Loewenthal, D., Lu, R., Sherwood, J. (1976) The wave applied to migration. *Geophysics*, 24:380-399.
- Mayne, W.H. (1962) Common-reflection-point data-stacking technique. *Geophysics*, 27:927-938.
- Meyerhoff, A.A. (1972) Proterozoic and Cambrian Oil and Gas Fields. *Notas de aulas - Irkutsk Amphitheater, Central Siberia*.

- Mesbey, V.I. (1985) Methods of multiple overlappings in seismic exploration. *M. Nedra*.
- Misságia, R.M., Gomes, E.H.C., Bragança, R.S.N., Texeira, L.B., Marques, M.C. (2003) Imagemento WCDP 2D em tempo da Linha A. *Relatório Interno CENPES/PETROBRAS*, em andamento.
- Mora, P. (1989) Inversion=Migration+Tomography. *Geophysics*, 54:1575-1586.
- Oliveira, S.A.M. (1998) *Modelagem da Resposta Sísmica de Alta Resolução de Reservatórios de Hidrocarbonetos*. Tese de Doutorado, Salvador-BA, Universidade Federal da Bahia, UFBa, 78p.
- Schneider, W.A. (1978) Integral formulation for migration in two and three dimensions. *Geophysics*, 25:320-799.
- Soares, D.M.F., Kremlev, A.N., Priimenko, V.I., Oliveira, S.A.M., Misságia, R.M., Gomes, E.H.C., Texeira, L.B., *et. al* (2003) Transformada de Proni e a técnica WCDP na exploração sísmica. *Relatório Interno CENPES/PETROBRAS*, 140p.
- Seggern, D.V. (1991) Spatial resolution of acoustic imaging with the born approximation. *Geophysics*, 56(8):1185-1202.
- Stolt, R.H. (1978) Migration by Fourier Transform. *Geophysics*, 43:23-48.
- Stolt, R.H., Benson, A.V. (1986) Seismic migration. *Handbook of geophysical exploration. Geophysics Press*, 5.
- Sun, J. (1978) True-Amplitude migration with limited aperture. *Geophysics*, 43:1342-1351.
- Teixeira, L.B. (1988) Estilo tectônico da bacia do baixo Amazonas. *XXXVI Congresso Brasileiro de Geologia*.
- Theodoro, C.E. (1993) *Reprocessamento Sísmico Conjunto dos Prospectos 3D linha A*. V Seminário de Geofísica, Petrobras/DEPEX, 45-50



# Apêndice A

## ESPALHAMENTO DA ONDA ACÚSTICA

A seguir apresentamos uma abordagem sobre a teoria do espalhamento acústico e de como derivar uma relação de independência linear entre a função dos dados, que representa a energia do campo de onda espalhado, e a função modelo, que representa a perturbação local do campo de velocidade de referência. Esclarecemos que as etapas aqui descritas foram extraídas de Lo (1994). A propagação de um campo de onda acústico  $u(\mathbf{r}, t)$  através de um meio consistindo de velocidade acústica variável  $C(\mathbf{r})$  e densidade constante, é modelado pela equação da onda acústica,

$$\Delta u(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{C^2(\mathbf{r})} \frac{\partial^2 u(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (\text{A.0.1})$$

onde  $\mathbf{r}$  é um vetor posição dentro do modelo e  $t$  é o tempo. O operador Laplaciano  $\Delta$  é definido no sistema de coordenadas cartesianas pela fórmula

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad (\text{A.0.2})$$

Ao induzirmos

$$u(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} u(\mathbf{r}, \omega) d\omega, \quad (\text{A.0.3})$$

como a representação Temporal de Fourier da equação A.0.1, podemos usar a forma de Helmholtz da equação da onda acústica para descrever o campo de onda acústico espalhado, encontrado através de (A.0.1), e obter:

$$\Delta^2 u(\mathbf{r}, \omega) + k^2(\mathbf{r}, \omega) u(\mathbf{r}, \omega) = 0, \quad (\text{A.0.4})$$

onde a função  $k(\mathbf{r}, \omega)$  é a magnitude do número de onda na posição  $\mathbf{r}$ , definida por:

$$k(\mathbf{r}, \omega) = \frac{\omega}{C(\mathbf{r})}. \quad (\text{A.0.5})$$

Note que a equação (A.0.5) depende da atualização do valor da frequência angular  $\omega$ . No entanto, doravante escreveremos ambos,  $u(\mathbf{r}, \omega)$  e  $k(\mathbf{r}, \omega)$ , como  $u(\mathbf{r})$  e  $k(\mathbf{r})$  com o entendimento de que há uma dependência da frequência angular  $\omega$ . Começamos agora a investigar a equação integral apropriada para a solução da equação de Helmholtz, definida na equação (A.0.4).

## A.1 A Equação de Lippmann-Schwinger

Formulamos o problema do espalhamento da onda acústica através da Figura(48).

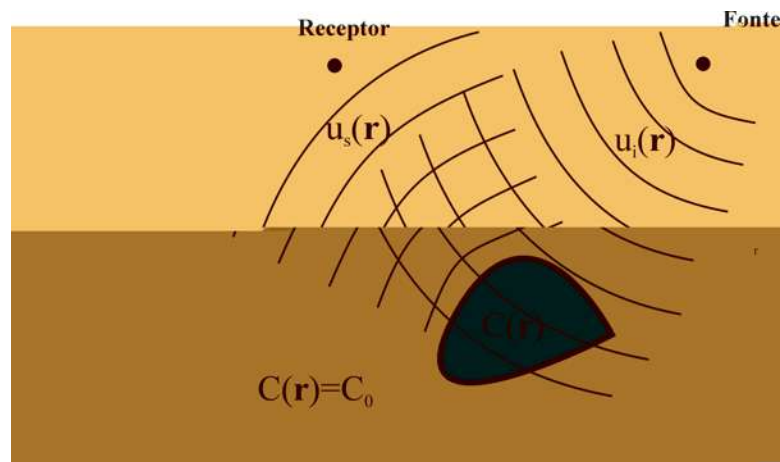


Figura 48: A onda incidente  $u_i(\mathbf{r})$  propaga a partir da fonte em um meio com velocidade de referência constante  $C_0$ . A velocidade heterogênea, representada pela área sombreada, atua como fonte secundária e espalha o campo de onda incidente  $u_i(\mathbf{r})$ . O campo de onda espalhado  $u_s(\mathbf{r})$  viaja através do meio homogêneo até ser registrado pelo receptor.

A velocidade da onda acústica é representada por  $C(\mathbf{r})$ , onde  $\mathbf{r}$  é um vetor posição dentro do modelo. A região sombreada representa uma heterogeneidade envolvida em um meio homogêneo. A velocidade acústica do meio homogêneo varia espacialmente e pode ser pensada como uma perturbação da velocidade de referência constante  $C_0$ . Um campo de onda incidente  $u_i(\mathbf{r})$  é iniciado por uma fonte acústica e propagado em direção ao meio homogêneo. Nenhum espalhamento de  $u_i(\mathbf{r})$  ocorre até que a heterogeneidade seja alcançada. Naquele ponto, o contraste de velocidade, provocado pela presença da heterogeneidade, causa a criação de um segundo campo, chamado campo de onda espalhado  $u_s(\mathbf{r})$ . Podemos dizer que, cada ponto de heterogeneidade pode representar uma fonte secundária da energia acústica sísmica. Note que a energia acústica espalhada através de uma heterogeneidade, pode ser espalhada de novo através de outra heterogeneidade. No entanto, considerando que o espalhamento primário da onda tem caráter informativo e que múltiplos espalhamentos da onda podem ser consideradas como ondas ruidos, ignoramos os múltiplos espalhamentos para linearizar a equação Lippmann-Schwinger, e

assumimos que o  $u_s(\mathbf{r})$  é originado somente através do espalhamento do  $u_i(\mathbf{r})$ , como representado na Figura(48).

O campo de onda registrado por um receptor consiste de ambos,  $u_i(\mathbf{r})$  e  $u_s(\mathbf{r})$ , que denominamos campo de onda total  $u_t(\mathbf{r})$ ,

$$u_t(\mathbf{r}) = u_i(\mathbf{r}) + u_s(\mathbf{r}). \quad (\text{A.1.1})$$

Para um modelo com densidade constante, a equação (A.0.4) descreve a propagação do campo de onda total  $u_t(\mathbf{r})$  através de um meio heterogêneo, ou

$$\nabla^2 u_t(\mathbf{r}) + k^2(\mathbf{r}) u_t(\mathbf{r}) = 0. \quad (\text{A.1.2})$$

Neste ponto formulamos  $k^2(\mathbf{r})$  na equação (A.1.2) como uma perturbação para um  $k_0^2$  constante em um meio homogêneo, onde podemos decompor a velocidade acústica  $C(\mathbf{r})$ , por uma função mais simples  $C_0$ , chamada de velocidade de referência (*background velocity*). Dessa forma, a magnitude de  $k_0$  é dada por:

$$k_0 = \frac{\omega}{C_0}. \quad (\text{A.1.3})$$

A partir disto, podemos escrever

$$\begin{aligned} k^2(\mathbf{r}) &= k_0^2 + \left[ k^2(\mathbf{r}) - k_0^2 \right] \\ &= k_0^2 + k_0^2 \left[ \frac{k^2(\mathbf{r})}{k_0^2} - 1 \right], \end{aligned} \quad (\text{A.1.4})$$

substituindo as equações (A.0.5) e (A.1.3) dentro do termo entre colchetes no lado direito da equação (A.1.4) para  $k^2(\mathbf{r})$  e  $k_0^2$ , respectivamente, obtemos:

$$\begin{aligned} k^2(\mathbf{r}) &= k_0^2 + k_0^2 \left[ \frac{C_0^2}{C^2(\mathbf{r})} - 1 \right] \\ &= k_0^2 \left[ 1 + \frac{C_0^2}{C^2(\mathbf{r})} - 1 \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.1.5})$$

Se definirmos a função perturbação  $a(\mathbf{r})$  como o termo entre colchetes na equação (A.1.5), obtemos a reformulação desejada de  $k^2(\mathbf{r})$ ,

$$k^2(\mathbf{r}) = k_0^2 [1 + a(\mathbf{r})], \quad (\text{A.1.6})$$

onde  $a(\mathbf{r})$  pode ser expressada por

$$a(\mathbf{r}) = \frac{C_0^2}{C^2(\mathbf{r})} - 1. \quad (\text{A.1.7})$$

A equação (A.1.7) define uma perturbação  $a(\mathbf{r})$  para um  $k_0$  constante. Agora vamos estabelecer a relação entre o campo espalhado  $u_s(\mathbf{r})$  e a função perturbação  $a(\mathbf{r})$ , usando a equação

(A.1.2). Primeiro, as equações (A.1.1) e (A.1.6) são substituídas dentro da equação (A.1.2) para  $u_i(\mathbf{r})$  e  $k^2(\mathbf{r})$ , respectivamente, fornecendo

$$\nabla^2 + k_0^2 - k_0^2 a(\mathbf{r}) [u_i(\mathbf{r}) + u_s(\mathbf{r})] = 0. \quad (\text{A.1.8})$$

Arrumando a equação (A.1.8), para que os termos envolvendo a fonte de energia espalhada esteja no lado direito, encontramos:

$$\nabla^2 + k_0^2 u_i(\mathbf{r}) + \nabla^2 + k_0^2 u_s(\mathbf{r}) = k_0^2 a(\mathbf{r}) [u_i(\mathbf{r}) + u_s(\mathbf{r})]. \quad (\text{A.1.9})$$

Note que o termo  $k_0^2 a(\mathbf{r}) [u_i(\mathbf{r}) + u_s(\mathbf{r})]$  é a fonte do campo de onda espalhado  $u_s(\mathbf{r})$  e, depende sobretudo de ambas as atualizações, do campo de onda incidente e do campo de onda espalhado em  $\mathbf{r}$ . O lado direito de (A.1.9) descreve a propagação do campo de onda incidente  $u_i(\mathbf{r})$  e do campo de onda espalhado  $u_s(\mathbf{r})$  no meio, e ambos viajam com uma velocidade constante  $C_0$ . O campo de onda incidente  $u_i(\mathbf{r})$  é gerado por uma fonte no meio homogêneo e não contém energia espalhada. Dessa forma, o campo de onda incidente  $u_i(\mathbf{r})$  viaja através do meio com velocidade acústica  $C_0$  e contribui para o campo de onda espalhado  $u_s(\mathbf{r})$  através do termo fonte espalhado na equação (A.1.9), quando  $a(\mathbf{r}) \neq 0$ . Então, a equação da onda acústica de Helmholtz para um meio com velocidade constante descreve a propagação do campo de onda incidente  $u_i(\mathbf{r})$  e é dado por

$$\nabla^2 + k_0^2 u_i(\mathbf{r}) = 0. \quad (\text{A.1.10})$$

Portanto, a equação (A.1.10) nos permite reduzir a equação (A.1.9) para:

$$[\nabla^2 + k_0^2] u_s(\mathbf{r}) = k_0^2 a(\mathbf{r}) [u_i(\mathbf{r}) + u_s(\mathbf{r})]. \quad (\text{A.1.11})$$

A equação (A.1.11) descreve a propagação do campo de onda espalhado com velocidade acústica  $C_0$ , quando heterogeneidades ocorrem e espalham ambos, o campo de onda incidente  $u_i(\mathbf{r})$  e o espalhado  $u_s(\mathbf{r})$ . Note que se nenhuma heterogeneidade ocorre, então  $a(\mathbf{r}) = 0$  e o lado direito da equação (A.1.11) é zero, e por não haver nenhuma fonte para espalhar o campo de onda incidente  $u_i(\mathbf{r})$ , o campo de onda espalhado é  $u_s(\mathbf{r}) = 0$ . Resolver a equação (A.1.11) diretamente para  $u_s(\mathbf{r})$  é difícil. Uma simples aproximação é formular uma solução integral usando as propriedades da função de Green. Para a equação de Helmholtz a função de Green é a resposta da equação diferencial de uma função impulso negativa. Então a função de Green torna-se a solução da equação (A.1.11) se substituirmos o termo fonte por uma função impulso  $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ , ou

$$\nabla^2 + k_0^2 G_0(k_0 \mathbf{r} - \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (\text{A.1.12})$$

A função de Green  $G(k_0 \mathbf{r} - \mathbf{r}')$  retorna a solução na posição  $\mathbf{r}$ , para um impulso negativo em  $\mathbf{r}'$ , que corresponde a localização do ponto de espalhamento. A solução da equação (A.1.12) para

o espaço 2D contendo espalhadores em  $\mathbf{r}'$  e receptores em  $\mathbf{r}$ , onde as linhas são perpendiculares para o plano contendo  $\mathbf{r}'$  e  $\mathbf{r}$ , é dado por:

$$G_0(k_0 \mathbf{r} \mathbf{r}') = j \frac{j}{4} H_0^1(k_0 \mathbf{r} \mathbf{r}'), \quad (\text{A.1.13})$$

onde  $H_0^1$  é a função de Hankel de ordem zero de primeira ordem e  $j^2 = -1$ .

Em um espaço 3D contendo pontos espalhadores e pontos de campo, a solução para a equação (A.1.12) é dada por

$$G_0(k_0 \mathbf{r} \mathbf{r}') = j \frac{e^{jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi j \mathbf{r} \mathbf{r}'}. \quad (\text{A.1.14})$$

Com a função de Green da equação (A.1.12) conhecida, a solução para a equação (A.1.11) é encontrada pela multiplicação da função de Green pelo negativo do termo fonte na equação (A.1.11) e integrando sobre todos os pontos onde  $a(\mathbf{r}') \neq 0$ ,

$$u_s(\mathbf{r}) = j k_0^2 \int_Z G_0(k_0 \mathbf{r} \mathbf{r}') a(\mathbf{r}') [u_i(\mathbf{r}') + u_s(\mathbf{r}')] d\mathbf{r}'. \quad (\text{A.1.15})$$

A equação (A.1.15) é chamada equação de Lippmann-Schwinger, que é a solução integral procurada para o problema inverso do espalhamento acústico. A equação (A.1.15) é uma integral da convolução, facilmente vista se a função de Green da equação (A.1.13) ou da equação (A.1.14) for introduzida em (A.1.12). A equação não linear de Lippmann-Schwinger relaciona a função perturbação da velocidade de referência do meio  $a(\mathbf{r}')$ , para a função do campo de onda espalhado  $u_s(\mathbf{r})$ . A não linearidade é um resultado do campo de onda espalhado  $u_s(\mathbf{r})$  dentro do integrando da equação (A.1.15), cujo valor depende da função perturbação do campo de velocidade de referência  $a(\mathbf{r})$ . Sua forma não linear se constitui, contudo, em um problema quando se deseja a formulação de um método, ao mesmo tempo prático e eficiente, que possa ser aplicado a dados reais com dispêndio de tempo computacional relativamente pequeno. Por causa da sua forma não linear é difícil usar a equação (A.1.15) para computar  $u_s(\mathbf{r})$  de  $a(\mathbf{r})$  sem recorrer a aproximações do tipo métodos de diferenças finitas, método do raio ou a tomografia de difração. Uma forma de se contornar essas dificuldades é linearizar a equação (A.1.15) usando métodos de perturbação, como por exemplo, a primeira aproximação de Born.

## A.2 A Aproximação de Born

A idéia básica dos métodos de perturbação consiste em utilizar uma solução aproximada, já existente, como ponto de partida e encontrar uma correção para a mesma, melhorando assim, a aproximação iterativamente. Neste sentido, podemos assumir, para o caso de as velocidades nos espalhadores não diferirem consideravelmente das velocidades do meio circundante, que o campo de onda espalhado  $u_s(\mathbf{r})$  é muito mais fraco que o campo de onda  $u_i(\mathbf{r})$ , ou

$$|u_s(\mathbf{r})| \ll |u_i(\mathbf{r})|. \quad (\text{A.2.1})$$

Se a condição dada pela equação (A.2.1) é verdadeira, a aproximação de Born mostra que

$$u_i(\mathbf{r}) + u_s(\mathbf{r}) \approx u_i(\mathbf{r}). \quad (\text{A.2.2})$$

Então, a equação Lippmann-Schwinger é linearizada pela substituição da equação (A.2.2) dentro de (A.1.15),

$$u_s(\mathbf{r}) \approx \int_{k_0}^Z G_0(k_0 \mathbf{r}' | \mathbf{r}_s) a(\mathbf{r}') u_i(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'. \quad (\text{A.2.3})$$

Dessa forma, o integrando não contém mais o campo de onda espalhado  $u_s(\mathbf{r})$  e a função dos dados  $u_s(\mathbf{r})$  e a função modelo  $a(\mathbf{r})$  são agora linearmente relacionadas. Se a fonte acústica primária é um impulso negativo localizado no vetor posição  $\mathbf{r}_s$ , então pode-se representar o campo de onda incidente  $u_i(\mathbf{r}')$  na equação (A.2.3) pela função de Green,

$$u_i(\mathbf{r}') = G_0(k_0 \mathbf{r}' | \mathbf{r}_s). \quad (\text{A.2.4})$$

E, se o receptor está localizado na posição  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_p$ , então substituindo  $u_i(\mathbf{r}')$  da equação (A.2.4) dentro da equação (A.2.3), encontramos:

$$u_s(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_p) \approx \int_{k_0}^Z G_0(k_0 \mathbf{r}' | \mathbf{r}_s) a(\mathbf{r}') G_0(k_0 \mathbf{r}_p | \mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad (\text{A.2.5})$$

onde  $u_s(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_p)$  é o campo de onda espalhado observado na posição  $\mathbf{r}_p$ , quando a fonte impulso negativa está localizada na posição  $\mathbf{r}_s$ . E ambas as funções de Green podem ser definidas por qualquer uma das equações (A.1.13) e (A.1.14). A equação (A.2.5) é a equação de Lippmann-Schwinger linearizada pela aproximação de Born. Esta equação estabelece a relação linear entre a função campo de onda espalhado  $u_s(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_p)$  e a desconhecida função perturbação do campo de velocidade de referência  $a(\mathbf{r})$ .

A teoria de Born leva em consideração os efeitos do espalhamento de objetos com dimensões características pequenas, comparáveis ao comprimento de onda. Fisicamente, esta aproximação considera o objeto espalhado como sendo formado por pontos de espalhamentos individuais incluídos no meio de referência, agindo independentemente uns dos outros. Sendo assim, o campo de onda  $u_t(\mathbf{r})$  é estimado como sendo a superposição linear do campo  $u_i(\mathbf{r})$  com o campo  $u_s(\mathbf{r})$ , (Bleistein, 2001).

### A.2.1 Resolução Sísmica dos Métodos de Imageamento Sísmico na Aproximação de Born

Na sísmica, os limites práticos que estabelecem quantitativamente a capacidade de resolução das imagens produzidas pelo processamento de dados sísmicos com a aproximação de Born, depende basicamente dos critérios adotados, quais sejam:

- <sup>2</sup> Do espectro do pulso da fonte sísmica, ou seja, da medida do quanto um pulso de banda limitada tende a se aproximar de uma função impulso perfeita, (Oliveira, 1998). Portanto, quanto melhor for a aproximação da função delta, melhor será a recuperação da imagem de um ponto difrator.
- <sup>2</sup> Quanto mais completa for a *\abertura* do operador de imageamento em torno do ponto difrator, melhor será o resultado do imageamento.
- <sup>2</sup> Do quanto a velocidade do meio de referência é conhecida.

Estes fatores juntos garantem a melhor reconstrução das formas imageadas produzidas pelos pontos difratores em subsuperfície, (Seggern, 1991).

# Apêndice B

## O CONCEITO DE ABERTURA

Um dos principais pré-requisitos para se obter o sucesso do imageamento é dimensionar a abertura de modo a capturar as reflexões de qualquer refletor de interesse. A abertura refere-se a extensão espacial de atuação do operador de imageamento, que deve ser largo o bastante para conter as amplitudes distribuídas ao longo dos traços amostrados em tempo, se não as amplitudes não serão imageadas na posição real do refletor, (Fagin, 1998).

A suposição de que uma abertura limitada influencia na qualidade da imagem esta relacionada a cobertura angular do ponto imageado. Normalmente, cobertura angular é definida como a faixa angular de atuação dos raios no domínio  $k$ . Isto porque, os vetores raios são perfeitamente identificados com os vetores  $\mathbf{k}$ . Então, a faixa de atuação angular dos raios que iluminam um ponto, pode ser expressa como a cobertura angular no domínio  $k$ . Neste ponto, é importante ressaltar que as fórmulas de inversão são integrais semelhantes a transformada de Fourier. Também é do nosso conhecimento, *a priori*, que a transformada de Fourier de um plano inclinado é um plano orientado  $90^\circ$  em relação ao plano original. Por isso, devemos considerar que a extensão angular no domínio do número de onda, deve conter a direção normal para um dado ponto na superfície de reflexão, para que o ponto seja imageado pelas fórmulas de inversão. Isto é uma outra forma de dizer que para permitir que o refletor seja imageado, a faixa de atuação do operador de imageamento em superfícies inclinadas deve incluir o refletor inclinado. Para o caso de velocidade constante e experimento *common-shot*, podemos identificar que a direção do vetor normal é dada pelo vetor resultante,  $\hat{r}_s + \hat{r}_g$ , onde  $\hat{r}_s$  e  $\hat{r}_g$  representam vetores unitários pontuais da fonte e receptor, respectivamente, para o ponto resultante. Logo, a representação do número de onda é dada por  $k = \frac{\omega}{c}[\hat{r}_s + \hat{r}_g]$  ou  $|\mathbf{k}| = 2\frac{|\omega|}{c} \cos \theta$ , onde  $2\theta$  é o ângulo entre  $\hat{r}_s$  e  $\hat{r}_g$ . O item *a)* da Figura (50), mostra como a faixa de números de onda que compõem a abertura é relacionado a uma direção normal. O item *(b)*, da mesma Figura, ilustra a síntese do processo de abertura, através da combinação de várias contribuições dos vetores de direção normal.

A Figura (51) mostra uma faixa de atuação da cobertura angular individual no domínio  $k$ , no qual a fonte,  $x_s$ , fica fixa no lado esquerdo, e o receptor,  $x_g$ , cresce para o lado direito. Note, que para



esse tipo de experimento, o resultado significa que a faixa de atuação das magnitudes de  $\mathbf{k}$  varia para diferentes inclinações.

Essa mudança na faixa dos valores de  $k$ , implica em uma mudança na resolução, porque menores valores de  $k$  implica em  $\lambda$  mais longos. Por exemplo, para o ponto  $x_2$ , um refletor horizontal teria menor resolução que um refletor inclinado para a esquerda, apesar do vetor normal estar incluído na faixa de inclinação do operador de imageamento. E certamente, um refletor inclinado para a direita, não seria imageado por esta configuração de levantamento.

A Figura (52) mostra a abertura em três pontos, localizados na mesma profundidade, e posições  $\mathbf{x}_1$ ,  $\mathbf{x}_2$  e  $\mathbf{x}_3$ . As primeiras posições de fontes e receptores estão localizados em **first**  $x_s$  e as últimas posições em **last**  $x_s$  e **last**  $x_g$ , respectivamente. Note em  $\mathbf{x}_2$ , a máxima abertura no centro da região onde a sobreposição da cobertura fonte-receptor é máxima. Em  $\mathbf{x}_3$ , a abertura diminui rapidamente em direção as últimas fontes e receptores do levantamento.

Na Figura (53) comparamos vetores  $\mathbf{k}$  individuais para pares de fontes e receptores extremos. Nesse exemplo, usamos  $\mathbf{x}_1$  e  $\mathbf{x}_2$  para demonstrar os vetores resultantes  $[\hat{r}_s^+ + \hat{r}_g^+]$  e  $[\hat{r}_s^- + \hat{r}_g^-]$  para duas diferentes análises. Como pode ser visto nessa Figura, os menores ângulos de abertura entre os pares de fonte e receptor, implicam em mais altos valores do vetor resultante número de onda. Então, da perspectiva dos efetivos número de onda, para os pontos mais afastados de um par fonte-receptor *common-o<sup>o</sup>set*, esta geometria começa a se aproximar de um levantamento *zero-o<sup>o</sup>set*.

Se o levantamento *common-o<sup>o</sup>set* começa com um vetor  $\mathbf{x}_s^- - \mathbf{x}_g^-$ , e o vetor desloca-se até coincidir com o vetor  $\mathbf{x}_s^+ - \mathbf{x}_g^+$ , então a abertura consistirá de um variedade de vetores resultantes  $[\mathbf{r}_s^+ + \mathbf{r}_r^+]$  e  $[\mathbf{r}_s^- + \mathbf{r}_r^-]$ , conforme mostra a Figura (53).

Por outro lado, se considerarmos combinações de fonte e receptor mais afastados dos pares  $\mathbf{x}_s^-$  e  $\mathbf{x}_g^+$ , a mais distante combinação possível de fonte-receptor é obtida, e os vetores resultantes são dados pela soma  $[\hat{r}_s^- + \hat{r}_g^+]$ . Note que os vetores resultantes de *o<sup>o</sup>set* mais distantes são menores, indicando uma baixo número de onda, e então, pobre resolução.

Esta restrição demonstra que, mesmo na presença de ondas de alta frequência, pode não haver cobertura angular suficiente do vetor  $\mathbf{k}$  para satisfazer a condição de validade das fórmulas de inversão. Logo, a abertura limitada degrada a imagem da reflexão, quando o ângulo entre o raio incidente e refletido aproxima-se de  $\pi$ . Nesta situação, obtêm-se uma imagem do refletor difocalizada na mesma proporção em que diminui a cobertura angular, ou seja, quando  $k \rightarrow 0$ , (Sun, 19992a); (Bleistein, 2001); (Lo, 1994).

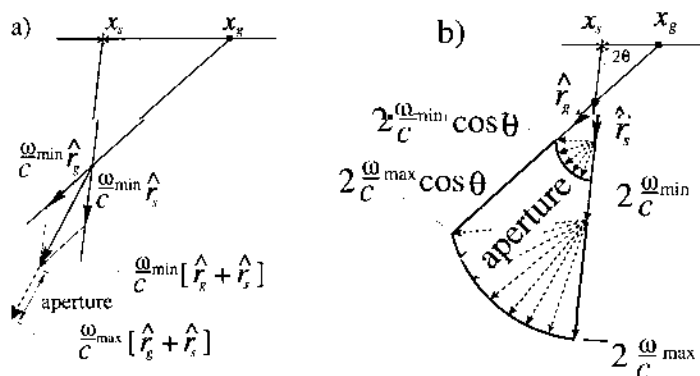


Figura 50: (a) A resultante do  $\mathbf{k}$  representa a abertura para uma fonte em  $\mathbf{x}_s$  e um receptor em  $\mathbf{x}_g$ . A abertura é um segmento de linha entre as posições  $\omega_{\min} \frac{[\hat{r}_s + \hat{r}_g]}{c}$  e  $\omega_{\max} \frac{[\hat{r}_s + \hat{r}_g]}{c}$ . (b) A abertura para uma determinada posição fixa da fonte  $\mathbf{x}_s$ , e posição de receptores variando de  $\mathbf{x}_s$  para  $\mathbf{x}_g$ , é a área entre os dois arcos semicircular. Extraída de Bleistein (2001).

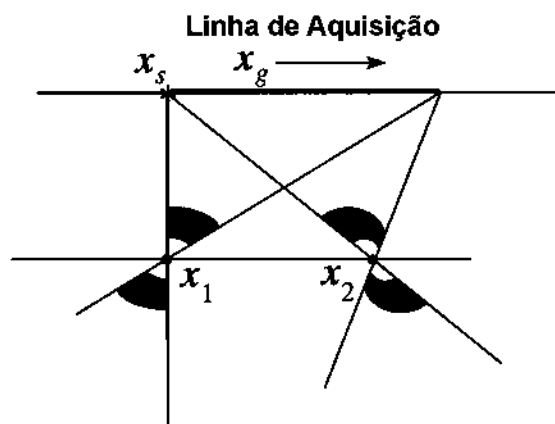


Figura 51: A abertura de dois pontos no domínio  $\mathbf{k}$ , para uma linha de aquisição de um levantamento *common-shot*. Extraída de Bleistein (2001).

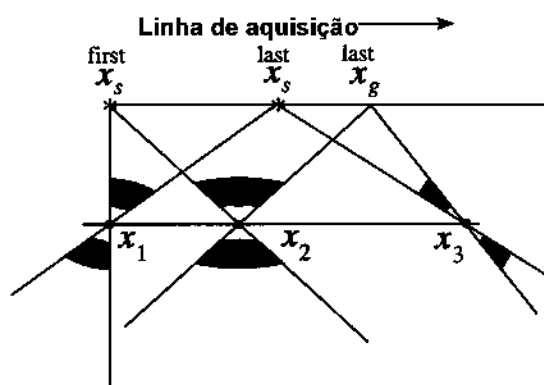


Figura 52: A abertura de três pontos no domínio  $k$ , para uma linha de aquisição de um levantamento *common-shot*. A abertura máxima existe na região onde a sobreposição da cobertura entre fonte e receptor é máxima. Extraída de Bleistein (2001).

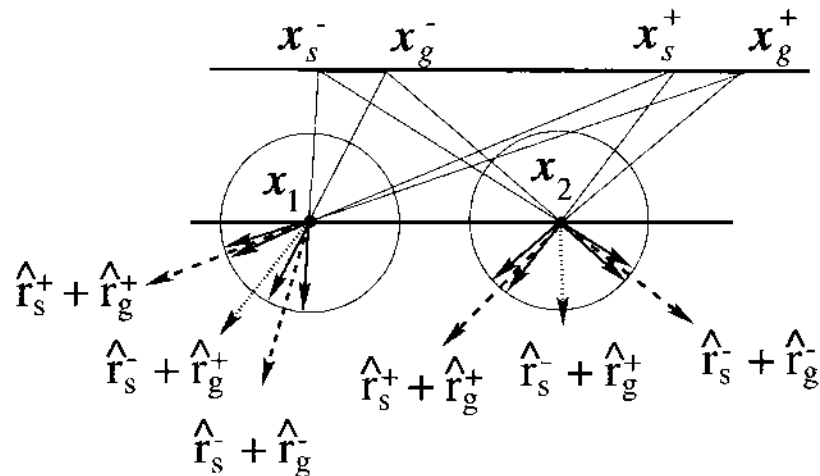


Figura 53: A abertura de dois pontos no domínio  $\mathbf{k}$ , para uma linha de aquisição de um levantamento *common-o<sup>set</sup>*. As linhas em negrito são os vetores unitários  $\hat{r}_s$  e  $\hat{r}_g$ , para a respectiva trajetória fonte-receptor até  $x_s^+$ ,  $x_s^-$ ,  $x_g^+$  e  $x_g^-$ , respectivamente. As linhas tracejadas são os vetores resultante,  $[\hat{r}_s^+ + \hat{r}_g^+]$  e  $[\hat{r}_s^- + \hat{r}_g^-]$ , que representam os pontos na direção do associado vetor número de onda. As linhas pontilhadas são os vetores resultante representando um grande *o<sup>set</sup>* entre fonte em  $x_s^-$  e receptor em  $x_g^+$  dado por  $[\hat{r}_s^- + \hat{r}_g^+]$ . Extraída de Bleistein (2001).

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)