

**TESTE DO MÓDULO ECONÔMICO DO SISTEMA OTIMIZADOR DA  
MOVIMENTAÇÃO DE GÁS**

**EDSON KENJI IAMASHITA**

“Tese apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Reservatório e de Exploração de Petróleo”.

**APROVADA EM 12 DE NOVEMBRO DE 2002**

Comissão Examinadora:

---

ALBINO LOPES D'ALMEIDA, Dr., Eng. de Petróleo – PETROBRAS

---

ABEL A. G. CARRASQUILLA, Dr., Geofísico – LENEP/UENF

---

MIKHAIL VISHNEVSKY, PhD., Matemático – CCT/UENF

---

GUILHERME TEIXEIRA DE CASTRO, Mestre, Eng. de Petróleo - PETROBRAS

---

MARCOS ALVES FRANÇA, Analista de Pesquisa Operacional, Eng. Eletricista -  
PETROBRAS

---

VIATCHESLAV PRIIMENKO, PhD., Orientador - LENEP/UENF

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**À Vera Lúcia e Letícia Yumie.**

## **AGRADECIMENTOS**

---

Agradeço ao meu grande amigo e orientador Viatcheslav Priimenko, que me concedeu constante atenção, compartilhando comigo todos os afazeres, me apoiando e orientando no desenvolvimento desta tese.

A inspiração para a tese foi o desenvolvimento do Sistema PLANGAS (Sistema de Planejamento da Movimentação de Gás, Petrobrás), cujo projeto foi coordenado pelos gerentes Sérgio Murilo Moreira Lopes, Rogério de Miranda Freire, Roberto Iachan e desenvolvido pelos engenheiros Marcos Alves França, Nelson de Maria da Silva, Kátia Maria Poppe Porto, Ricardo Accioly, Marco Antônio Magalhães Bastos, Edson Kenji Iamashita e pelo técnico Amaro Luiz Cassiano Dias. Foi muito importante o fornecimento dos insumos necessários ao projeto.

À Petrobrás, pelo fornecimento dos dados de movimentação de gás, pela utilização do Sistema PLANGAS e dos otimizadores OSL, CPLEX e XPRESSMP para a realização dos testes necessários.

Aos gerentes Guilherme Teixeira de Castro, Roberto Iachan, Elias Moisés Simão e Luiz Renato de Souza Justiniano, pelo apoio dado durante o desenvolvimento da tese.

Aos engenheiros Marcos Alves França, Nelson de Maria da Silva, Luiz Eduardo Schalcher da Fonseca e José Ricardo da Costa Chaves, meus especiais agradecimentos pelos esclarecimentos adicionais referentes à pesquisa operacional, ajustes e detalhamento do sistema PLANGAS, pelas explicações sobre os modelos e otimizadores utilizados, no auxílio às otimizações (no CPLEX e OSL) e pelo direcionamento dos testes finais deste trabalho.

Ao engenheiro Hécio Pinheiro Carneiro, pelos esclarecimentos adicionais e auxílio nas rodadas extras do otimizador XPRESSMP.

Ao técnico Amaro Luiz Cassiano Dias que, com seu grande conhecimento na

área de informática e movimentação de gás natural, me auxiliou no entendimento de ferramentas e interfaces para conexão com Site NEOS Server.

Ao serviço NEOS Server do Argonne National Laboratory/Northwestern University Optimization Technology Center, que me proporcionou a oportunidade de obtenção de resultados de otimização dos problemas desenvolvidos nesta tese, através de e-mail, utilizando os *softwares* GLPK e XPRESSMP/INTEGER. O NEOS também me proporcionou acesso a guias, bibliotecas, informações e artigos técnicos sobre pacotes de otimização, programação linear, programação inteira e algoritmos de otimização.

Aos professores Stephen Wright, da Madison University, Elizabeth Dolan do Mathematics and Computer Science Division, Argonne National Laboratory, Hans D. Mittelmann do Department of Mathematics do Arizona State University e Robert Fourer do Department of Industrial Engineering and Management Sciences, Northwestern University, Evanston, Illinois, pelas orientações e esclarecimentos de dúvidas sobre os *softwares* e linguagem de programação utilizados neste trabalho, sobretudo pela motivação para o desenvolvimento pessoal, através de suas grandes realizações na área de pesquisa operacional.

Aos colegas, professores e funcionários do LENEP, pela prontidão e carinho que sempre me dispensaram. Em especial, ao chefe do LENEP, Prof. Dr. Carlos Alberto Dias.

## SUMÁRIO

---

---

LISTA DE APÊNDICES.....	viii
LISTA DE FIGURAS.....	ix
LISTA DE TABELAS.....	x
NOMENCLATURA.....	xiii
RESUMO.....	xv
ABSTRACT.....	xvii
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO.....	1
1.1. JUSTIFICATIVA DA TESE.....	5
1.2. HISTÓRICO.....	9
CAPÍTULO 2 - REVISÃO DE LITERATURA.....	12
2.1. PESQUISA OPERACIONAL-CONCEITUAÇÃO BÁSICA.....	12
2.2. O MÉTODO SIMPLEX.....	15
2.3. OS SOFTWARES DE OTIMIZAÇÃO.....	16
2.4. O SISTEMA DE PLANEJAMENTO DA MOVIMENTAÇÃO DE GÁS DA PETROBRAS.....	16
2.5. O NEOS SERVER.....	17

2.6. AS LINGUAGENS DE PROGRAMAÇÃO.....	17
<b>CAPÍTULO 3 - MATERIAIS E MÉTODOS.....</b>	<b>18</b>
3.1. BALANÇO VOLUMÉTRICO.....	18
3.2. O PROCESSO DE COMPRESSÃO E ESCOAMENTO DE GÁS.....	23
3.3. ANÁLISE ECONÔMICA.....	27
3.4. METODOLOGIA.....	30
3.5. O SISTEMA DE PLANEJAMENTO DE MOVIMENTAÇÃO DE GÁS DA PETROBRAS - PLANGAS.....	32
<b>CAPÍTULO 4 - ESTUDO DE CASOS E ANÁLISE DE RESULTADOS.....</b>	<b>37</b>
4.1. PROBLEMA 1.....	37
4.2. PROBLEMA 1 – A .....	49
4.3. PROBLEMA 2.....	53
4.4. PROBLEMA 3.....	61
4.5. PROBLEMA 3.1.....	64
4.6. PROBLEMA 3.2.....	66
4.7. PROBLEMA 3.3.....	68
4.8. PROBLEMA 4.....	70

4.9. PROBLEMA 5.....	73
4.10. RESUMO DOS TEMPOS DE OTIMIZAÇÃO.....	75
4.11. COMPARAÇÃO DO OTIMIZADOR OSL PRECISÃO 0,99 E 0,9999....	76
<b>CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....</b>	<b>77</b>
5.1. CONCLUSÕES.....	77
5.2. RECOMENDAÇÕES.....	79
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>80</b>



## LISTA DE APÊNDICES

---

APÊNDICES.....	83
APÊNDICE A - DEFINIÇÕES.....	84
APÊNDICE B - EQUACIONAMENTO DO MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA DE PLANEJAMENTO DA MOVIMENTAÇÃO DE GÁS DA PETROBRAS.....	93
APÊNDICE C - MPS INPUT FORMAT.....	100
APÊNDICE D - O MÉTODO SIMPLEX.....	105
APÊNDICE E - O OTIMIZADOR CPLEX.....	114
APÊNDICE F - O OTIMIZADOR OSL.....	117
APÊNDICE G - O OTIMIZADOR LINDO.....	119
APÊNDICE H - WHAT'S THE BEST.....	120
APÊNDICE I MPADOR LINDO.....213.25 -16.....	93

## LISTA DE FIGURAS

---

<b>FIGURA 1: Diagrama esquemático simplificado da Bacia de Campos.....</b>	<b>11</b>
<b>FIGURA 2: Esquema do sistema de compressão de gás de uma plataforma....</b>	<b>20</b>
<b>FIGURA 3: O Sistema de planejamento da movimentação de gás da PETROBRAS – PLANGAS.....</b>	<b>32</b>
<b>FIGURA 4: Malha de escoamento de gás do problema 1.....</b>	<b>38</b>
<b>FIGURA 5: Malha de escoamento de gás do problema 1-A.....</b>	<b>49</b>
<b>FIGURA 6 : Esquema do sistema de escoamento do problema 2.....</b>	<b>54</b>
<b>FIGURA 7: O NEOS Server.....</b>	<b>130</b>

## LISTA DE TABELAS

---

Tabela 1: Dados de previsão do Problema 1.....	39
Tabela 2. Resultados do problema 1 com o sistema PLANGAS, precisão de 0,99 e 0,999.....	43
Tabela 3: Resultados do problema 1 obtidos com o Otimizador What's The Best.....	43
Tabela 4: Resultados do problema 1, obtidos com o Otimizador LINDO.....	44
Tabela 5: Resultados do problema 1, obtidos com o Otimizador CPLEX.....	44
Tabela 6: Resultados do problema 1, obtidos com o Otimizador XPRESSMP.....	45
Tabela 7: Resultados do problema 1, obtidos com o Otimizador GLPK.....	45
Tabela 8: Resultado do problema 1, obtido a partir da otimização utilizando-se o Otimizador OSL (solução ótima).....	46
Tabela 9: Resultado do Problema 1, utilizando o Sistema PLANGAS/OSL precisão 0,9999.....	46
Tabela 10: Resumo do Problema 1.....	47
Tabela11: Resultados do Problema 1-A obtidos com o Sistema PLANGAS com precisão 0,99.....	50
Tabela 12: Resultados do problema 1-A obtidos com o Sistema PLANGAS com precisão 0,999, precisão 0,9999, XPRESSMP, CPLEX e GLPK.....	51

<b>Tabela 13: Resumo do Problema 1 - A.....</b>	<b>51</b>
<b>Tabela 14: Dados de previsão de produção das plataformas do problema-2.....</b>	<b>53</b>
<b>Tabela 15: Resultados do problema 2, obtidos com o Sistema PLANGAS com precisão 0,99, 0,999 e 0,9999.....</b>	<b>57</b>
<b>Tabela 16: Resultados do problema 2, obtidos com o simulador CPLEX.....</b>	<b>58</b>
<b>Tabela 17: Resultados do problema 2, obtidos com o Otimizador XPRESSMP/XP.....</b>	<b>58</b>
<b>Tabela 18: Números reais do problema 2 ocorridos nestas plataformas.....</b>	<b>59</b>
<b>Tabela 19: Resumo do Problema 2.....</b>	<b>59</b>
<b>Tabela 20: Características de produção total do problema 3.....</b>	<b>61</b>
<b>Tabela 21: Resultados do problema 3.....</b>	<b>62</b>
<b>Tabela 22: Resumo do Problema 3.....</b>	<b>62</b>
<b>Tabela 23: Características de produção do problema 3.1.....</b>	<b>64</b>
<b>Tabela 24: Resultados do problema 3.1.....</b>	<b>64</b>
<b>Tabela 25: Resumo do Problema 3.1.....</b>	<b>65</b>
<b>Tabela 26: Características de produção do problema 3.2.....</b>	<b>66</b>
<b>Tabela 27: Resultados do problema 3.2.....</b>	<b>66</b>

<b>Tabela 28: Resumo do Problema 3.2.....</b>	<b>67</b>
<b>Tabela 29: Características de produção do problema 3.3.....</b>	<b>68</b>
<b>Tabela 30: Resultados do problema 3.3.....</b>	<b>68</b>
<b>Tabela 31: Resumo do Problema 3.3.....</b>	<b>69</b>
<b>Tabela 32: Resultados do problema 4.....</b>	<b>70</b>
<b>Tabela 32.a: Diferenças no Consumo de gás de Turbo compressores do Problema 4.....</b>	<b>71</b>
<b>Tabela 32.b: Diferenças na queima de gás do Problema 4.....</b>	<b>71</b>
<b>Tabela 32.c: Diferenças no Consumo de gás de Motocompressores do Problema 4.....</b>	<b>71</b>
<b>Tabela 33: Resultados do Problema 5.....</b>	<b>74</b>
<b>Tabela 34: Resumo dos tempos de otimização dos problemas analisados.....</b>	<b>75</b>
<b>Tabela 35: Resumo das estatísticas dos problemas.....</b>	<b>75</b>
<b>Tabela 36: Comparação entre a precisão de 0,99 e a precisão de 0,9999.....</b>	<b>76</b>

## NOMENCLATURA

<b>Símbolo</b>	<b>Descrição</b>	<b>Unidade</b>
<i>CONS</i>	Consumo de gás interno das plataformas	10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> /d
<i>CONSBP</i>	Consumo de gás interno em baixa pressão das plataformas	10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> /d
<i>DISP</i>	Gás disponível para venda	10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> /d
<i>DISPCOMP</i>	Gás disponível para compressão	10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> /d
<i>EXPBP</i>	Gás exportado para outras plataformas em baixa pressão	10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> /d
<i>FC</i>	Fator de conversão US\$ para R\$	R\$/ US\$
<i>FCBBL</i>	Fator de conversão do óleo de m <sup>3</sup> para bbl	bbl/ m <sup>3</sup>
<i>GL</i>	Gás lift	10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> /d
<i>IMPBP</i>	Gás importado de outras plataformas em baixa pressão	10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> /d
<i>INJ</i>	Injeção de gás para fins de armazenamento ou recuperação secundária.	10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> /d
<i>PCR</i>	Poder calorífico de referência	kcal/m <sup>3</sup>
<i>PCS</i>	Poder calorífico superior do gás	kcal/m <sup>3</sup>
<i>PGPCR</i>	Preço do gás no poder calorífico de referência	R\$/10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> /d
<i>PRÓLEO</i>	Preço de venda do óleo	US\$/bbl
<i>QÁGUA</i>	Vazão de água	m <sup>3</sup> /d
<i>QGAS</i>	Vazão total de gás, incluindo QGASA, QGASN, e QGASARM	10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> /d
<i>QGASA</i>	Vazão de gás associado ao óleo	10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> /d
<i>QGASARM</i>	Vazão de gás de reservatórios de armazenamento	10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> /d
<i>QGASN</i>	Vazão de gás não associado	10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> /d
<i>QÓLEO</i>	Vazão de óleo	m <sup>3</sup> /d
<i>QUEI</i>	Queima de gás nas plataformas	10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> /d
<i>RECEB</i>	Gás recebido de outras plataformas	10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> /d
<i>RGLI</i>	Razão gás líquido de injeção de <i>gas lift</i>	m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup>
<i>RUGL</i>	Receita Unitária do Gás Lift	R\$/1000 m <sup>3</sup>

<i>RGO</i>	Razão gás óleo de produção	$m^3/m^3$
<i>RS</i>	Razão de solubilidade do óleo	$m^3/m^3$
<i>TRANSF</i>	Transferência de gás para outras plataformas para consumo ou injeção.	$10^3 m^3/d$

## RESUMO

---

Esta tese foi desenvolvida a partir da utilização do Sistema de Planejamento de Movimentação de Gás (PLANGAS), criado pela PETROBRAS para subsidiar todo o planejamento integrado da movimentação de gás da Bacia de Campos.

O sistema PLANGAS foi desenvolvido, especificamente, para gerar uma previsão otimizada para um sistema complexo de produção e escoamento de gás. Um sistema de produção de óleo e gás natural *offshore* compreende um grande número de plataformas, em que a malha de compressão de gás e escoamento é muitas vezes integrada e bastante complexa.

Cada unidade funcional (plataforma) é gerenciada separadamente, com a tarefa de obter o melhor retorno, desenvolvendo objetivos próprios. Estes objetivos nem sempre são concordantes e, freqüentemente, entram em conflito uns com os outros. A alteração na movimentação de gás de uma plataforma poderá afetar a movimentação e objetivos próprios das demais, assim como o resultado final do sistema.

Assim, deve-se ter um planejamento centralizado para definir a melhor estratégia de movimentação de gás global do sistema, e de cada plataforma, para a obtenção do melhor retorno possível para a companhia, através de objetivos comuns envolvendo todas as unidades funcionais. Esta integração, atualmente, é realizada na Bacia de Campos via o PLANGAS, que utiliza um sistema de decisão baseado em pesquisa operacional.

Este simulador utiliza a pesquisa operacional para maximizar a função objetivo lucro da movimentação de gás, levando-se em consideração as restrições da malha, sendo estas representadas através de equações e inequações lineares mistas.

Esta tese consiste no teste do módulo econômico desse sistema de planejamento da movimentação de gás.



Também foram utilizados serviços de recursos de otimização *on line* e servidores computacionais, para testes dos problemas propostos. O recurso utilizado foi o NEOS Server (*Network Enabled Optimization System*).

Na primeira etapa, foram analisados problemas bastante simplificados, obtendo-se os resultados do Sistema PLANGAS. Estes problemas foram codificados e otimizados nas versões demonstrativas dos otimizadores *What's The Best* e LINDO. Os valores obtidos na solução do problema foram comparados para verificar a consistência dos resultados do sistema de planejamento da PETROBRAS.

Na segunda etapa foram analisados desde problemas simplificados até problemas mais bem elaborados, tentando representar casos que pudessem espelhar uma malha de escoamento real. Estes problemas foram otimizados utilizando o Sistema PLANGAS. Através dele obteve-se também a representação do modelo matemático do problema no formato MPS, que é uma forma de representar o problema em linguagem apropriada aos pacotes de otimização. Este modelo foi otimizado através dos Softwares CPLEX, OSL, XPRESSMP/INTEGER e GLPK. Nesta etapa, foram comparados os valores das funções objetivo, tempo de otimização e também os valores das variáveis das soluções.

Por último, foi avaliada também a influência da utilização de flexibilidades operacionais no sistema de compressão e escoamento de gás.

Através dos resultados de testes, verificou-se que o Sistema Otimizador da Movimentação de Gás está consistente. O otimizador CPLEX teve o melhor desempenho em termos de velocidade de otimização, seguido pelo XPRESSMP. Verificado também que existe melhoria da eficiência da malha com a implantação de flexibilidades operacionais.

## ABSTRACT

---

This thesis was developed from the use of the Gas Balance Planning System - PLANGAS, created by PETROBRÁS to subsidize all integrated Campos' Basin Gas Balance planning.

This system, PLANGAS, was developed, specifically, to generate an optimized forecast for a complex gas production and flow system. An oil and natural gas offshore production system comprehends a great number of platforms, that the network of gas compression and flow is generally integrated and quite complex.

Each functional unit (platform) is managed separately, with the task of obtaining the best return, developing own aims. These aims aren't always concordant and, frequently, enter in conflict with one another. The alteration in the gas balance of a platform can affect the balance and own aims of the others, as well as the final result of the integrated system.

Thus, a planning should be centralized to define the best strategy of global gas balance of the system, and of each platform, to obtain the best possible return for the company, through common aims involving all the functional units. In order to optimize all these integrated system, nowadays, it is used the PLANGAS system.

This simulator uses operations research to optimize the objective function, taking into account the restrictions of the network, that are represented through mixed linear equalities and inequalities.

Profit is the objective function in this optimization, considering the main incomes and costs of the integrated gas balance.

This thesis consists of the economical module test of this gas balance planning system.

Also an Internet based service for optimization was used, for tests on the

proposed problems using the solvers XPRESSMP and GLPK. The used resource was NEOS Server (Network Enabled Optimization System).

On the first stage, problems were analyzed quite simplified, being obtained PLANGAS system results. These problems were codified and optimized in the demonstrative versions of the Solvers What's The Best and LINDO. The values obtained in the problem solution were compared to verify the consistence of the PLANGAS solution.

On the second stage they were analyzed from reduced to better-elaborated problems, trying to represent real cases. These problems were optimized using the PLANGAS System. Through the PLANGAS system it was also obtained the representation of the mathematical model problem in the MPS format, which is a form of representing the problem in appropriate language to the optimization packages. This model, in MPS format, was optimized through the solvers CPLEX, OSL, XPRESSMP/INTEGER and GLPK. On this stage, the values of the objective function, the optimization velocity and also the values of the variables solutions were compared.

Last, it was also evaluated the influence of operational flexibilities uses in the gas compression and flow system.

Through the results of tests, it was verified that the Gas Balance Planning System is consistent. The solver CPLEX had the best optimization speed, following by XPRESSMP. Also verified network efficiency improvement with the implantation of operational flexibilities.

## CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

---

O planejamento da movimentação e utilização de gás natural associado e gás natural não associado ao óleo produzido por plataformas, que têm um sistema de escoamento integrado por gasodutos comuns, é geralmente complexo, porque envolve muitas variáveis operacionais, tais como: paradas de compressores, limitações de gasodutos, e equipamentos, necessidade de *gas lift*, demanda de gás, preços de venda de óleo e gás, custos, etc.

Estas variáveis operacionais podem gerar várias soluções, para os seguintes destinos do gás de cada plataforma:

- Gás disponibilizado para venda;
- Gás injetado ou produzido de reservatórios de armazenamento;
- Gás injetado para recuperação secundária;
- Gás injetado para elevação artificial (*gas lift*);
- Gás consumido na plataforma;
- Gás transferido entre plataformas;
- Gás queimado.

Além disso, cada unidade funcional (plataforma) é gerenciada separadamente, com a tarefa de obter o melhor retorno, desenvolvendo assim, objetivos próprios. Estes objetivos nem sempre são concordantes e, freqüentemente, entram em conflito uns com os outros. A alteração na movimentação de gás de uma plataforma poderá afetar a movimentação e objetivos próprios das demais. Assim, deve-se ter um planejamento centralizado para definir a melhor estratégia de movimentação de gás global do sistema, e de cada plataforma, para a obtenção do melhor retorno possível para a companhia, através de objetivos comuns envolvendo todas as unidades funcionais. Este planejamento centralizado deverá levar em consideração a compatibilidade entre a oferta e a demanda de gás.

O planejamento da movimentação de gás deverá ser realizado para todas as fases de desenvolvimento da produção destas plataformas, que são o curto, médio e longo prazo.

Para o curto prazo, que compreende o planejamento operacional diário, verificam-se as condições para produção, *gas lift*, escoamento e injeção de gás, visando o máximo lucro possível, minimizando a queima de gás.

As restrições no curto prazo são geralmente ocasionadas por: aumento de produção não previsto, aumento da necessidade de *gas lift*, falhas ou acidentes em compressores e gasodutos e demanda restringida de gás.

Para o médio e longo prazo, a partir da previsão de produção de gás, da necessidade de *gas lift*, além de um detalhado estudo de demanda de gás, deve-se verificar as futuras restrições na malha de escoamento e do sistema de compressão. Tais levantamentos são importantes para que se possa antecipar, com obras e projetos, essas limitações, evitando com isto a queima de gás.

Todas as etapas da movimentação de gás devem ocorrer de forma otimizada, isto é, minimizando a queima, enquanto o volume disponibilizado para venda seja maximizado.

Também é importante que os custos operacionais e investimentos sejam minimizados, para aumentar o lucro da empresa. Os resultados do planejamento de gás de longo prazo incluem a eliminação dos problemas futuros, detectados durante as simulações de movimentação.

Para a etapa de escolha de alternativas dos futuros projetos do sistema de compressão e movimentação de gás, a simulação de movimentação de gás, otimizada através da pesquisa operacional, poderá ser utilizada para auxiliar a escolha da melhor alternativa de investimento para a solução do problema. Nesta etapa, outros cálculos e *softwares* de dimensionamento também deverão ser utilizados.

Para que se otimize a movimentação de gás leva-se em consideração, além do balanço volumétrico nas condições padrão, também os parâmetros econômicos, tais como: preço do petróleo e do gás natural, custos envolvidos na compressão, tratamento, transporte, injeção do gás, etc.

Uma série de equações e inequações lineares são utilizadas para modelar a função objetivo e as restrições. As variáveis poderão assumir um *range* de valores, que poderão ser números reais, inteiros ou binários (são permitidos valores de 0 e 1).

As restrições definem valores permissíveis ou extensões para as variáveis, ou especificam relações entre as variáveis. A função objetivo mede a conveniência de um dado conjunto de variáveis.

O objetivo desta tese consiste em testar o módulo econômico do simulador da movimentação de gás, desenvolvido pela PETROBRAS. Este sistema de planejamento da movimentação de gás é baseado num modelo matemático de pesquisa operacional, que utiliza a técnica de programação linear mista, apoiada na sua operação por um banco de dados. Foram utilizados dados hipotéticos e dados reais para simular a previsão de movimentação de gás no sistema PLANGAS, que utiliza o otimizador OSL da IBM. Os resultados foram comparados com os valores obtidos pelos *softwares* comerciais *What's the Best*, LINDO, OSL, CPLEX, XPRESSMP e GLPK.

Também foram utilizados serviços de recursos de otimização *on line*, via *internet* e servidores computacionais para testes dos problemas propostos. O recurso utilizado foi o NEOS Server (*Network Enabled Optimization System*).

O NEOS Server é um portal para *softwares* de otimização e serviços pela *internet* desenvolvido pela Divisão de Ciência da Computação e Matemática do Argonne National Laboratory e Northwestern University. Através deste sistema, pode-se avaliar pacotes diferentes para solucionar problemas particulares de otimização, sem a instalação do *software* no computador local. Em vez disto, o computador local é responsável por submeter uma representação do problema, por

exemplo, um código de origem ou um modelo escrito em linguagem de modelagem, para o NEOS Server através de *e-mail*, interface Kestrel, NST ou Web. O NEOS Server processa o código e os dados e transfere de volta os resultados da otimização.

No ambiente de computação remota, somente os dados do usuário são transferidos para o servidor.

A tese foi dividida em três etapas:

- 1) Na primeira etapa, constituída pelo problema 1, utilizou-se sistemas de produção e escoamento de gás simplificados. Os dados foram alimentados no sistema PLANGAS. Os resultados foram comparados com os obtidos através dos otimizadores LINDO e What's the Best, nas versões demonstrativas;
- 2) Na segunda etapa, constituída pelos problemas 1-A, 2, 3, 3.1, 3.2, 3.3, e 4, foram otimizados problemas simplificados e problemas reais, considerando grande número de plataformas, semelhantes ao sistema de produção e escoamento de gás da Bacia de Campos. Nesta etapa, os dados foram alimentados no sistema PLANGAS. Os modelos matemáticos dos problemas, em formato MPS, também foram gerados por este sistema. Através deste formato, o problema foi otimizado pelos seguintes *softwares*: OSL, CPLEX, XPRESSMP/INTEGER e GLPK. Os otimizadores XPRESSMP/INTEGER e GLPK foram acessados por meio do NEOS Server.
- 3) Na etapa complementar, constituída pelo problema 5, avaliou-se, através do PLANGAS, a influência da utilização de flexibilidades operacionais de injeção de gás para armazenamento e interligações adicionais entre plataformas numa malha de gás restringida.

## 1.1. Justificativa da Tese

---

O gás natural vem conquistando um papel fundamental no suprimento mundial de energia. Nas duas últimas décadas, a participação do gás natural na demanda mundial de energia primária aumentou de 17 para 23% (PETROBRAS, 1998).

Hoje, dois fatores principais favorecem o crescimento ainda maior do consumo de gás natural na matriz energética mundial:

- As legislações ambientais estão se tornando cada vez mais severas, o que torna o gás natural cada vez mais competitivo, por ser um combustível limpo quando comparado a outros combustíveis fósseis;
- O aperfeiçoamento das tecnologias utilizando o gás natural, principalmente no setor de energia elétrica, com o desenvolvimento de plantas de maior eficiência e de menores custos de investimentos e de produção, como é o caso de plantas de ciclo combinado e de co-geração.

Este quadro de crescimento acelerado do consumo de gás natural também vem ocorrendo no Brasil, e deverá passar dos atuais 2,7% para aproximadamente 12% em 2010 (PETROBRAS, 1998).

A previsão de aumento de demanda de energia elétrica no país também tem contribuído para o aumento da necessidade de oferta de gás natural, em função da construção de novas usinas termelétricas, já que a construção de novas usinas hidrelétricas de grande porte é dificultada tanto por razões ambientais, como por dificuldades de financiamento, devido aos altos investimentos iniciais envolvidos.

A produção de gás natural associado ao óleo produzido na Bacia de Campos corresponde a valores superiores a 95% da produção total de gás. Não existe comprometimento algum e nenhuma correlação entre a produção de óleo e o



mercado consumidor de gás. Isto é, a produção de óleo não é determinada pela existência de um contrato de venda do gás associado.

Assim, o assunto desta tese é de grande importância para a área de produção de petróleo e gás natural, porque trata da otimização do aproveitamento de gás associado ao óleo, sendo de interesse da empresa, da sociedade, dos órgãos ambientais e da nação.

Para a empresa, a otimização do aproveitamento de gás irá melhorar as receitas, conseqüentemente o seu lucro e também a sua imagem perante a sociedade. Com um melhor planejamento da movimentação de gás, através de informações precisas e detalhadas, pode-se obter melhores índices de aproveitamento do gás, intensificando a confiabilidade da oferta, para assim negociar melhores contratos de venda, aumentando, conseqüentemente, a lucratividade.

A diminuição da queima causará menor emissão de CO<sub>2</sub> para a atmosfera, além de um melhor aproveitamento dos recursos naturais, economizando outras formas de energia. Isto deve ser percebido pela sociedade e os órgãos ambientais.

A utilização adequada do gás trará economia de divisas para o país, pela diminuição da importação de combustíveis.

A experiência da utilização da pesquisa operacional para o planejamento de médio e longo prazo, com horizonte anual e plurianual, da movimentação de gás na área de produção e escoamento de gás associado, ainda é recente no Brasil. Este estudo visa proporcionar um melhor entendimento do problema, realizando testes no sistema implantado na PETROBRAS, para o planejamento da movimentação de gás da Bacia de Campos.

Em função da quebra do monopólio na área de produção e exploração de petróleo e gás natural, torna-se cada vez mais necessário um melhor planejamento de todas as áreas envolvidas. Também se deseja um bom relacionamento com parceiros, ou outras empresas, que utilizam o mesmo sistema de escoamento, além

de órgãos ambientais, órgãos governamentais, empresas de auditoria, acionistas, sociedade, etc.

A Lei número 9.478 , de 06 de agosto de 1997, sanciona a Lei dos Princípios e Objetivos da Política Energética Nacional, cujo artigo 1 define a política nacional para o aproveitamento racional das fontes de energia, dentre as quais pode-se destacar alguns objetivos diretamente ligados à área em questão:

I - preservar o interesse nacional;

II - promover o desenvolvimento, ampliar o mercado de trabalho e valorizar os recursos energéticos;

III - proteger os interesses do consumidor quanto a preço, qualidade e oferta dos produtos;

IV - proteger o meio ambiente e promover a conservação de energia;

V - garantir o fornecimento de derivados de petróleo em todo o território nacional, nos termos do § 2º do art. 177 da Constituição Federal;

VI - incrementar, em bases econômicas, a utilização do gás natural;

VII - identificar as soluções mais adequadas para o suprimento de energia elétrica nas diversas regiões do país;

VIII - utilizar fontes alternativas de energia, mediante o aproveitamento econômico dos insumos disponíveis e das tecnologias aplicáveis;

IX - promover a livre concorrência;

X - atrair investimentos na produção de energia;

XI - ampliar a competitividade do país no mercado internacional.

Pode-se verificar, desta forma, a sintonia existente entre as justificativas apresentadas para o desenvolvimento deste trabalho, com a política nacional para o aproveitamento racional das fontes de energia.

Assim, o teste do módulo econômico deste simulador e otimizador da movimentação de gás irá proporcionar maior segurança no planejamento da movimentação de gás de sistemas complexos e de forma integrada, através de verificações de consistência do modelo analisado, utilizando *softwares* comerciais e também *softwares* abertos de otimização.

Problema: O módulo econômico do simulador de movimentação de gás está consistente, de acordo com a proposição de maximizarmos o lucro da companhia, melhorando o aproveitamento de gás?

Hipóteses:

1. O módulo econômico está consistente;
2. O módulo econômico está consistente, porém com restrições;
3. O módulo econômico não está consistente.

## 1.2. Histórico

---

Antes do desenvolvimento do sistema PLANGAS, a PETROBRAS utilizava planilhas para o cálculo da previsão de movimentação de gás. Este procedimento não permitia a otimização do sistema integrado, além de ficar sujeito a erros de manipulação de dados.

Com o desenvolvimento da Bacia de Campos e conseqüente aumento do número de plataformas, a malha de escoamento de gás foi se tornando cada vez mais complexa, tornando a análise integrada da malha mais difícil e trabalhosa. Somado a isso, ocorreu uma cobrança crescente dos órgãos ambientais e governamentais para um melhor aproveitamento dos recursos naturais. Desse modo, criou-se a necessidade de um planejamento mais detalhado, com análises mais sofisticadas, mais rápidas e de fácil detecção de possíveis erros.

O diagrama esquemático do sistema de produção e escoamento atual da Bacia de Campos está mostrado na figura 1.

A quebra do monopólio de petróleo, a criação da ANP, o surgimento das parcerias com outras empresas, a negociação de ações na Bolsa de Nova Iorque e o aumento considerável do número de plataformas transformou este planejamento da movimentação de gás em algo muito mais detalhado, com aumento significativo de informações e variáveis que necessitam estar em concordância umas com as outras, tanto para informações internas quanto externas.

A responsabilidade da exatidão destas informações se tornou prioritária para melhorar as oportunidades de aumentar as receitas ou, no mínimo, evitar prejuízos provenientes de falhas no planejamento da movimentação de gás.

Assim, uma equipe de engenheiros, técnicos, programadores e analistas da PETROBRAS desenvolveu este sistema de planejamento operacional de médio e longo prazo do escoamento de gás, baseado em pesquisa operacional. Este sistema se encontra em utilização desde julho de 1999. Entretanto, ainda não havia

sido realizado um teste criterioso do módulo econômico deste simulador, com base científica, que é o objetivo desta tese.

Este sistema desenvolvido pela PETROBRAS tem como finalidade alcançar uma melhoria do planejamento da previsão de movimentação de gás, buscando otimizar a eficiência do sistema de compressão e movimentação deste como um todo, além de minimizar os conflitos de interesses entre as plataformas com relação à movimentação de gás, trazendo benefícios para a empresa, sociedade e nação.

Atualmente, este sistema está sendo utilizado como base para todo o planejamento anual e plurianual da movimentação de gás da Bacia de Campos, destacando-se entre eles, os Planos Anuais de Produção (PAP) e Planos de Desenvolvimento de Campos para a Agência Nacional de Petróleo, Valoração de Reservas para as Bolsas de Valores, e muitas outras utilizações.

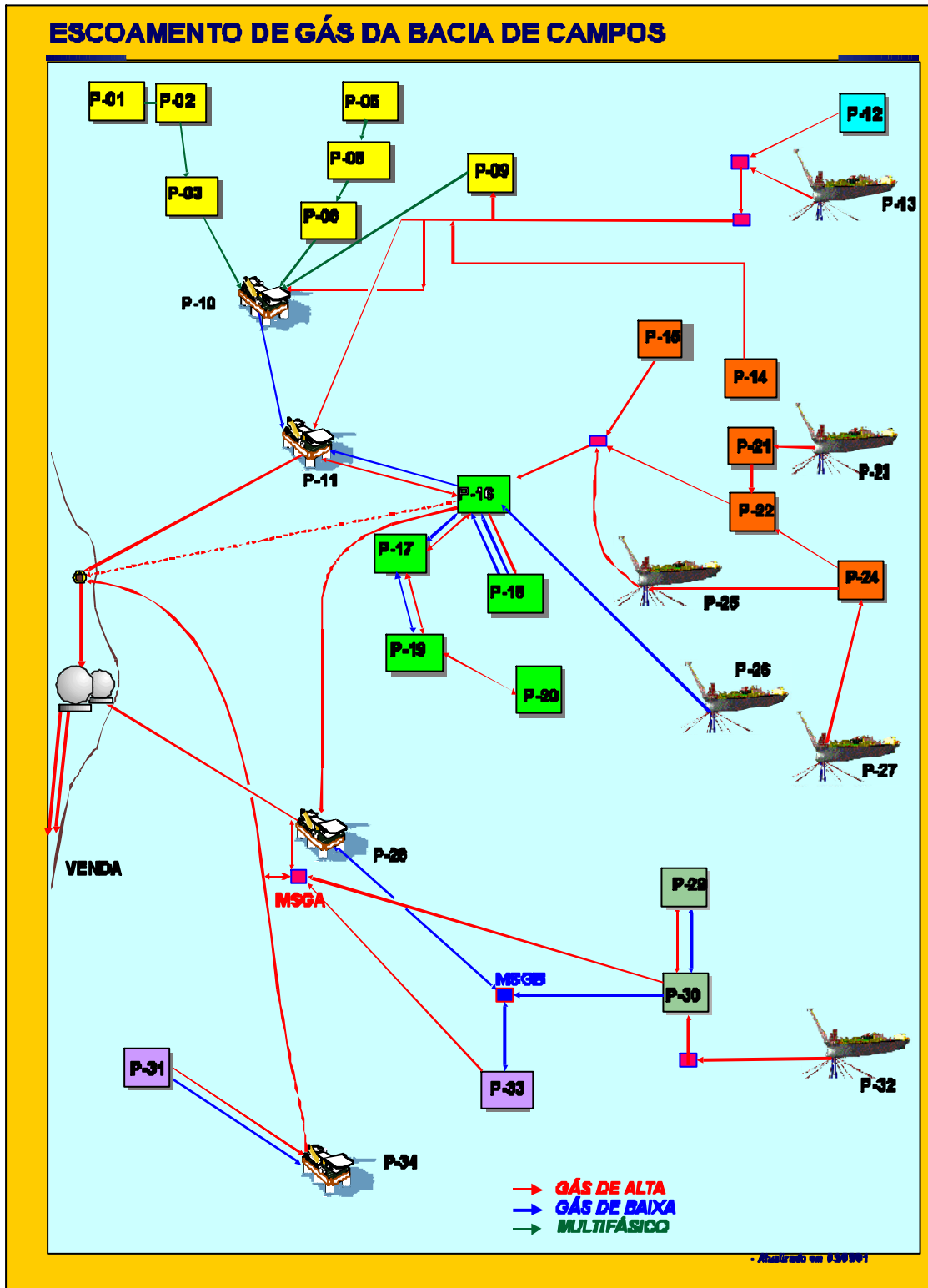


FIGURA 1: Diagrama esquemático simplificado do escoamento de gás da Bacia de Campos.

## CAPÍTULO 2 - REVISÃO DE LITERATURA

---

### 2.1) PESQUISA OPERACIONAL - CONCEITUAÇÃO BÁSICA

A pesquisa operacional surgiu durante a II Guerra Mundial, quando os aliados se viram confrontados com problemas (de natureza logística, tática e de estratégia militar) de grande dimensão e complexidade. Para apoiar os comandos operacionais na resolução desses problemas, foram então criados grupos multidisciplinares de matemáticos, físicos, engenheiros e cientistas sociais. Esses cientistas não fizeram mais do que aplicar o método científico, que tão bem conheciam, aos problemas que lhes foram sendo colocados. Desenvolveram, então, a idéia de criar modelos matemáticos, apoiados em dados e fatos, que lhes permitissem perceber os problemas em estudo, simular e avaliar o resultado hipotético de estratégias ou decisões alternativas (Simões, 1995).

O sucesso e credibilidade ganhos durante a guerra foram tão grandes que, terminado o conflito, esses grupos de cientistas e a sua nova metodologia de abordagem dos problemas se transferiram para as empresas que, com o *boom* econômico que se seguiu, se viram também confrontadas com problemas de decisão de grande complexidade (Cruz, 1992).

Seguiram-se então grandes desenvolvimentos técnicos e metodológicos que, hoje, com o apoio de meios computacionais de crescente capacidade e disseminação, nos permitem trabalhar enormes volumes de dados sobre as atividades das empresas e, através de adequados modelos de base quantitativa, simular e avaliar linhas de ação alternativas e encontrar as soluções que melhor servem aos objetivos dos indivíduos ou organizações.

Chama-se pesquisa operacional ao método que consiste na aplicação de uma modelagem científica a problemas que dizem respeito ao controle de sistemas organizados, com a finalidade de obter as soluções que melhor atendam aos objetivos da organização de forma global, em lugar de analisar as partes separadamente. Conseqüentemente, está preocupado em como decisões

administrativas são e deveriam ser feitas, como adquirir e processar dados e informações requeridos para tomar decisões efetivamente, como monitorar decisões uma vez que elas são implementadas, e como organizar o processo de tomada de decisão e de decisão-implementação. É feito uso extensivo de disciplinas mais antigas como lógica, matemática e estatística, como também mais recentes desenvolvimentos científicos, como teoria de comunicações, teoria de decisão, cibernética, teoria de organização, ciências do comportamento e teoria geral de sistemas.

Os sistemas dirigidos a problemas reconhecem que o comportamento de qualquer parte tem algum efeito no comportamento global do sistema. Mesmo se os componentes individuais estiverem funcionando bem, porém, o sistema como um todo, poderá não estar necessariamente funcionando igualmente bem. Por exemplo, juntando o melhor de cada tipo de parte de um automóvel, indiferentemente de fabricação, necessariamente não resulta um bom automóvel ou até mesmo um que irá andar, porque as partes podem não se ajustar. É a interação entre as partes, e não as ações de qualquer única parte, que determina como um sistema irá funcionar.

Assim, a pesquisa operacional tenta avaliar o efeito de mudanças de alguma parte na performance do sistema como um todo e procurar causas de problema que surge em uma parte deste sistema em função de outras partes ou nas inter-relações entre elas.

A pesquisa operacional diz respeito à alocação eficiente de recursos escassos. No caso da movimentação de gás, os recursos escassos consistem basicamente na capacidade de compressores, gasodutos e demanda de gás.

Para formular um problema de pesquisa operacional, deve ser criada uma medida satisfatória de desempenhos, os vários campos de ação definidos (quer dizer, variáveis controladas e as suas restrições), e variáveis não controladas pertinentes identificadas. Para criar uma medida de performance, os objetivos são identificados, definidos e, então, quantificados. Se os objetivos não podem ser



quantificados ou expressados em termos (normalmente matemático), a maioria das técnicas de pesquisa operacional não pode ser aplicada.

Pode-se considerar a pesquisa operacional como uma abordagem científica à resolução de problemas de pesquisa operacional envolve:

- Construir descrições e modelos matemáticos, econômicos e estatísticos de problemas de planejamento e controle para tratar situações de complexidade e incerteza;
- Analisar as relações que determinam as consequências futuras prováveis de uma ação, de modo a calcular o mérito relativo de cada uma dessas ações.

A pesquisa operacional é uma ciência aplicada voltada para a resolução de problemas reais. Tendo como foco a tomada de decisões, aplica conceitos e métodos de outras áreas científicas para a concepção, o planejamento ou a operação de sistemas para atingir seus objetivos.

Através dos desenvolvimentos da pesquisa quantitativa, a pesquisa operacional visa introduzir elementos de objetividade e racionalidade nos processos de tomada de decisão, sem descuidar dos elementos subjetivos e do seu enquadramento organizacional que caracterizam o problema.

Face ao seu caráter multidisciplinar, é uma disciplina científica de características horizontais, com suas contribuições estendendo-se a todos os domínios da atividade humana, da engenharia à medicina, passando pela economia e

O modelo de programação linear inteira é aquele no qual as variáveis são restritas a terem valores inteiros. Este modelo é conhecido por uma variedade de nomes (MILP ou MIP), requer que

programação puramente inteiros (ILP ou IP), requerem que todas as variáveis sejam inteiras.

MIP ou IP Zero-Um (ou 0-1 ou binário) restringem suas variáveis inteiras para valores de zero e um. O caso dos turbocompressores e motocompressores, como o consumo de gás praticamente não varia com o funcionamento da carga máxima ou parcial, será utilizado este tipo de programação inteira. Esta aproximação funciona bem na prática, embora isto não significa que seja infalível. Muitos *softwares* de MIP (de larga escala) de propósitos gerais, utilizam um procedimento chamado de *Branch-and-Bound* para encontrar uma solução inteira ótima, solucionando uma seqüência de relaxações na programação linear que permitem alguns valores fracionários.

## 2.2) O Método SIMPLEX

O Método Simplex é um procedimento matricial para resolver o modelo de programação linear na forma canônica (Bronson, 1985).

O algoritmo SIMPLEX, assim chamado por causa da geometria do seu conjunto de soluções viáveis, integra a vasta maioria dos pacotes de otimização existentes para programação linear (Moré and Wright, 1993) .

Desenvolvido por Dantzig em 1947, o método SIMPLEX não teve concorrentes até o final de 1980, devido à sua utilidade na solução de problemas práticos de programação linear (Moré and Wright, 1993).

Apesar do surgimento de outros algoritmos do tipo de pontos interiores, o método SIMPLEX é ainda o mais utilizado para resolução de problemas reais.

### 2.3) Os Softwares de Otimização

Os últimos dez anos têm sido marcados por um rápido desenvolvimento em ferramentas para solucionar problemas de otimização (Wright, 2000).

Embora inúmeros algoritmos tenham sido propostos para problemas de programação linear mista e inteira, a técnica *Branch-and-Bound* é utilizada em quase todos os *softwares*. Esta técnica tem comprovado ser razoavelmente eficiente em problemas práticos, e isto tem adicionado vantagens para solucionar programas lineares contínuos como subproblemas, isto é, problemas de programação linear sem restrições inteiras (NEOS Guide, 1996), (Trick, 1998).

Para o desenvolvimento da tese foram utilizados os seguintes *softwares* de otimização: *What's the Best*, LINDO, OSL, CPLEX (NEOS Guide, 2002), (Moré & Wright, 1993) e XPRESSMP/INTEGER (NEOS Guide, 2002).

### 2.4) O Sistema de Planejamento da Movimentação de Gás na Petrobras

O problema do planejamento da movimentação e utilização do gás natural da Bacia de Campos (PETROBRAS) é resolvido através de um modelo matemático (PLANGAS), que visa maximizar os ganhos econômicos, envolvendo as receitas ligadas à utilização das instalações e cumprindo os compromissos contratuais com clientes e usuários do sistema gás (Castro et al., 2000).

O banco de dados é alimentado com informações de equipamentos de compressão de gás, tais como: número de compressores, capacidade mínima, capacidade máxima, consumo, pressões de entrada e saída, RGLI, razão de solubilidade (Rs), previsões de produção de gás, óleo e água. Também são alimentados todos os dados de gasodutos e pressões (França et al., 1999).

O cálculo da perda de carga através dos gasodutos é realizado através da fórmula de perda de carga de Weymouth linearizada (Chaves, 1999).

## 2.5) O Sistema NEOS Server

O NEOS Server é um portal para *softwares* de otimização e serviços pela *Internet*, desenvolvido pela Divisão de Ciência da Computação e Matemática do Argonne National Laboratory e Northwestern University. Através deste sistema, podem-se avaliar muitos pacotes diferentes, para solucionar problemas particulares de otimização sem a instalação do *software* no seu computador local. Em vez disto, o computador local é responsável por submeter uma representação do problema, por exemplo, código de origem ou um modelo escrito em linguagem de modelagem para o NEOS Server através de *e-mail*, interface Kestrel, NST ou Web. O NEOS Server processa o código, os dados e transfere de volta os resultados da otimização (Dolan et al., 2001a), (Czyzyk et al., 1997), (Dolan et al., 2001b), (Dolan et al., 2001c), (Dolan et al., 2002).

## 2.6) As Linguagens de Programação

Cada pacote computacional tem a sua linguagem de programação, que permite montar programas para otimização mais complexa, citando-se como exemplos: o OSL (que utiliza o FORTRAN) e o CPLEX (que pode utilizar a linguagem C). Todos estes pacotes comerciais aceitam o formato MPS para representação do modelo matemático (Murtagh, 1981).

## CAPÍTULO 3 - MATERIAIS E MÉTODOS

---

### 3.1. Balanço Volumétrico

Numa plataforma de produção de óleo e gás natural associado, o balanço volumétrico nas condições padrão do gás associado obedece à seguinte condição: o gás associado produzido adicionado do volume recebido, subtraído do volume de gás consumido, transferido, exportado em baixa pressão, injetado e queimado, será o gás disponibilizado para venda.

Ou seja:

$$QGAS + RECEB + IMPBP - CONS - TRANSF - EXPBP - INJ - QUEI = DISP \quad (1)$$

$$QGAS = QGASA + QGASN + QGASARM \quad (2)$$

onde:

QGAS = Produção total de gás;

QGASA = Produção de gás associado ao óleo;

QGASN = Produção de gás não associado;

QGASARM = Produção de gás de reservatórios de armazenamento;

RECEB = Gás recebido de outras plataformas para injeção ou consumo;

IMPBP = Gás importado em baixa pressão de outras plataformas;

CONS = Consumo interno de gás na plataforma;

TRANSF = Gás transferido para outras plataformas para consumo ou injeção;

EXPBP = Gás exportado em baixa pressão para outras plataformas;

INJ = Gás injetado para armazenamento ou recuperação secundária de óleo;

QUEI = Gás queimado ou perdido na plataforma;

DISP = Gás disponível para venda.

Como se trabalha em condições padrão, o volume de gás natural que entra num equipamento, *manifold* ou gasoduto é igual ao volume que sai deste ponto.

O esquema do sistema de compressão de gás de uma plataforma típica é mostrado na figura 2.

Na plataforma, o gás associado ao óleo é produzido juntamente com o *gas lift*. Assim, o gás disponível para compressão será o volume de gás total produzido em baixa pressão, mais o *gas lift*, mais o volume de gás recebido em baixa pressão, reduzido o volume de gás consumido em baixa pressão.

$$\text{DISPCOMP} = \text{QGAS (BP)} + \text{GL} + \text{IMPBP} - \text{EXPBP} - \text{CONSBP} \quad (3)$$

onde:

DISPCOMP: Disponível para compressão;

QGAS (BP): Produção de gás total em baixa pressão;

GL: *Gas lift* ;

IMPBP: Gás importado em baixa pressão de outras plataformas;

EXPBP: Gás exportado em baixa pressão para outras plataformas;

CONSBP: Consumo em baixa pressão.

O sistema de compressão conta com um número de compressores disponíveis para cada período. A capacidade de compressão será proporcional ao número de compressores operacionais, multiplicado pela capacidade média unitária.

A limitação do sistema de compressão da plataforma também poderá ser proveniente da planta de processo, ou do sistema de tratamento de gás. Neste caso, teremos que comparar os valores entre a capacidade da bateria de compressores e a capacidade do sistema de compressão. A limitação adotada será o menor valor deles.



A produção de óleo otimizada será calculada da seguinte forma:

$$\text{Qóleo otimizado} = \text{Fator (óleo/GL)} \times \text{GL otimizado} \quad (4)$$

onde:

$$\text{Fator (óleo/GL)} = \text{Qóleo proposto/GL proposto} \quad (5)$$

A produção otimizada de gás associado deverá ser atualizada em função da produção de óleo otimizada da seguinte forma:

$$\text{QGASA otimizado} = \text{Qóleo otimizado} \times \text{RGO} \quad (6)$$

onde:

$$\text{RGO} = \text{QGASA proposto/Qóleo proposto} \quad (7)$$

Em função de características particulares do banco de dados interno da PETROBRAS, esta etapa é realizada previamente à utilização do sistema e o volume de produção de gás associado não é corrigido nesta etapa.

O sistema de injeção de gás para armazenamento deverá levar em consideração alguns aspectos como: estoque inicial, estoque final, potencial de produção, potencial de injeção, etc. Para cada período, deve-se recalculá-lo o estoque final, que deverá ser considerado como o estoque inicial para o período subsequente.

$$\text{Estoque Final} = \text{Estoque Inicial} + \text{Injetado} - \text{Produzido} \quad (8)$$

Se o gás a ser movimentado, em cada ponto da malha, for superior à capacidade desta, o programa deverá definir a melhor movimentação de gás de modo a maximizar o lucro, utilizando todas as alternativas possíveis de injeção, *gas lift*, compressão de gás em outra plataforma, queima de gás com menor preço, etc.



O Gás Não Associado (GNA), produzido em alta pressão, ou seja, com pressão suficiente para ser enviado até o ponto final de entrega, não deverá ser queimado. Quando houver alguma restrição que impeça que algum volume de GNA produzido não alcance o seu ponto final de entrega ou consumo, o mesmo não poderá ser produzido.

Todo o balanço volumétrico será realizado em condições padrão PETROBRAS, no caso,  $P= 1 \text{ atm}$  e  $T=20^\circ \text{ C}$ .

Assim, para maximizar o retorno ou o lucro da previsão integrada da movimentação de gás, foi utilizada a pesquisa operacional, que utiliza as equações (e inequações) lineares para representar o balanço volumétrico e as restrições existentes na compressão e escoamento de gás.

### 3.2. O Processo de Compressão e Escoamento de Gás

---

Na plataforma, o gás associado com o *gas lift* é separado do óleo e da água através dos separadores de produção e separadores atmosféricos (*surge tank*). Os separadores de produção trabalham numa pressão de 8 a 10 Kgf/cm<sup>2</sup>. O óleo com gás em solução, quando sai dos separadores de produção, é direcionado para o separador atmosférico (que trabalha na pressão atmosférica).

No separador atmosférico, o gás remanescente no óleo é separado em pressão próxima da atmosférica. Este volume de gás é previsto a partir de dados de razão de solubilidade do óleo (Rs) na pressão em referência, multiplicado pelo volume de óleo.

O gás proveniente do separador atmosférico é comprimido através de uma bateria de motocompressores até uma pressão suficiente para que seja possível a sua sucção pelos turbocompressores, juntamente com o gás proveniente dos separadores de produção.

Em certas plataformas alguns poços produzem gás não associado ao óleo. Em função da característica de pressão de produção, estes poços de gás não associado podem produzir com pressão suficiente para serem escoados para o ponto de venda, s6c -0.u1 Tweos par

Quando a pressão do reservatório de gás não associado declinar para um valor que não seja mais possível a sua produção diretamente para o vaso de alta pressão para exportação, será -0.u1 ário direcionar este poço ao vaso de baixa pressão, para que se possa aproveitá-lo através das facilidades par plataforma.

Os compressores 3483uE os equipamentos respon áveis pelo aumentos p pressão para que o gás possa ser utilizado no consumo em alta pressão, injeção para *gas lift*, injeção parecuperação secundária, de armazenamento, ou transferido para venda através dos gasodutos. Os compressores que estar483uE operacionais no período poder483uE consumir gás em alta pressão, ou diesel para efetuar o trabalhos p

elevação de pressão do gás. Alguns compressores também poderão ter acionamento elétrico de seus motores.

Algumas plataformas necessitam também de compressores para *gas lift* de altíssima pressão, isto é, com pressão de descarga acima de 150 Kgf/cm<sup>2</sup>, em função de seus poços estarem localizados em elevada lâmina d'água (distância entre a superfície e o fundo do mar) e também devido à condição de elevada pressão estática destes reservatórios. Nestes casos, as válvulas de injeção de *gas lift* na coluna de produção dos poços necessitam estar posicionadas em uma profundidade maior do que nos poços que estão situados em lâmina d'água menor.

Também é comum a utilização de compressores adicionais, para elevar a pressão do gás, para que estes fiquem em condições de serem injetados em reservatórios de armazenamento. Este mesmo sistema de compressão poderá ser utilizado para compressão do gás injetado, produzido quando a demanda de gás para venda for grande.

A eficiência do sistema de compressão depende muito da existência ou não de compressores reserva. Um outro fator importante é que tenhamos um bom índice de disponibilidade destes equipamentos. Assim, as previsões de manutenção programada, manutenções corretivas e o histórico de eficiência dos compressores deverão ser considerados para corrigir a limitação da capacidade de compressão do sistema.

Poderemos também, ter interligação em baixa e média pressão entre duas ou mais plataformas, para o gás excedente ser comprimido em outra plataforma, que tenha capacidade de compressão disponível.

Também o gás em solução (Rs), com óleo na pressão de separação poderá ser escoado para outra plataforma, à jusante. Este gás residual poderá ser separado do óleo e comprimido nesta plataforma.

Em algumas plataformas existe o sistema de bombeamento multifásico, que compreende o bombeamento do óleo em fluxo multifásico, juntamente com o gás

para ser transferido para uma outra plataforma. Outro processo de transferência é o de gás e óleo em fluxo multifásico entre duas plataformas, através da pressão de produção dos poços. O objetivo principal, neste caso, é a transferência deste gás para uma outra plataforma, com capacidade de compressão adicional, para possibilitar a sua compressão e, conseqüentemente, o seu aproveitamento.

Algumas plataformas poderão produzir gás ácido, contendo H<sub>2</sub>S (ácido sulfídrico). Este necessita receber tratamento adicional, para evitar corrosão de equipamentos e gasodutos. Para este tratamento, utiliza-se a unidade de MEA (monoetanolamina) ou seqüestrante de H<sub>2</sub>S, que acarretam um maior custo agregado a este tipo de gás.

Outro tipo de tratamento que o gás natural deve receber é a eliminação da umidade, para evitar a formação de hidratos, principalmente em plataformas posicionadas em locais de elevada lâmina d'água, em função da baixa temperatura da água nestas profundidades.

Em praticamente todas as plataformas é necessário manter o piloto do *flare* com pressão positiva, acarretando na necessidade de queima de aproximadamente 2 mil m<sup>3</sup>/d de gás para este fim, que é uma questão de segurança operacional para proteção dos equipamentos e da plataforma.

A infra-estrutura de estocagem de gás natural tem como objetivo possuir um forte mecanismo, capaz de atuar como ferramenta reguladora do mercado, principalmente agora que o país vem despertando para a importância do uso do gás natural.

Nos sistemas com grande número de plataformas que produzem gás associado ao óleo, não existe correlação entre a produção de óleo e o mercado consumidor de gás. Ou seja, não existe a menor possibilidade de postergar um projeto de produção de óleo, em virtude de não haver demanda para o gás associado produzido. A solução, neste caso, é a injeção de gás para armazenamento.

As plataformas com sistema de injeção de gás, ou que produzem pouco gás, com consumo elevado, geralmente estão interligados com a malha para recebimento de gás de outras plataformas, para o atendimento das suas necessidades.

O gás natural excedente nas plataformas é escoado através de uma rede de gasodutos, até o ponto final de venda.

Alguns gasodutos podem ter sentidos duplos. Em alguns períodos, podem ter fluxo de gás em uma direção, e em outros períodos, poderão ter fluxo em outra direção, dependendo da distribuição das cargas no sistema.

A instabilidade da planta de processo também pode ser um motivo de queima elevada na plataforma, principalmente quando é causada por golfadas severas de poços.

Os problemas de instrumentação e automação também podem causar perdas de gás, através de quedas e falhas do sistema de geração de energia elétrica, alarmes indevidos e ESDs (*Emergency shut down*), que é a queda do sistema de geração de energia da planta de processo por problemas de segurança.

A demanda de gás restringida, abaixo da oferta total de gás do sistema, e a limitação da capacidade de gasodutos, devido à pressão máxima ou previsão de escoamento de gás adicional à sua capacidade máxima, também poderão ser fatores de queima de gás nas plataformas.

Dentre outros motivos de queima de gás, podemos destacar problemas em gasodutos, formação de hidratos, vazamentos, etc.

### 3.3. Análise Econômica

---

#### 1) Receitas

##### Receita da venda de gás

O volume de gás disponibilizado para venda em cada plataforma será multiplicado pelo seu preço de venda.

##### Receita do *gas lift*

O volume de óleo adicional do poço produzido em função do *gas lift*, multiplicado pelo preço de venda do óleo, corresponde ao ganho financeiro da injeção de *gas lift*. Como poderá haver limitações no sistema de compressão, pode-se não atender ao volume de *gas lift* requerido, em função de análise econômica desfavorável para a empresa. Neste caso, o sistema deverá calcular o volume de *gas lift* otimizado.

Assim, calculamos a receita unitária do *gas lift* da seguinte forma:

$$RUGL = QÓLEO \times PRÓLEO \times FCBBL \times FC / GL \quad (9)$$

Onde:

$$[RUGL] = R\$/mil \text{ m}^3/d;$$

$$[QÓLEO] = \text{m}^3/d;$$

$$[PRÓLEO] = US\$;$$

$$[FCBBL] = \text{bbl}/\text{m}^3;$$

$$[FC] = R\$/US\$;$$

$$[GL] = \text{mil m}^3/d$$

### Receita Unitária da Injeção para Recuperação Secundária:

Corresponde ao valor do volume adicional de óleo recuperado em função da injeção de gás.

## 2) Custos Operacionais

A) Multa unitária por entrega de volume de gás abaixo do mínimo acordado: *Take or Pay*;

B) Custo unitário do gás queimado: neste caso, como o objetivo é a otimização do lucro, deveria se queimar prioritariamente o gás que teria, a princípio, menor preço de venda. Como o preço de venda do gás é definido em função do seu poder calorífico, deveremos calcular o custo de queima do gás de cada unidade, em função do seu poder calorífico da seguinte forma:

$$\text{Custo queima do gás} = \text{PCS} \times \text{PGPCR/PCR} \quad (10)$$

Também poderá ser considerada a possibilidade de pagamento de multa, caso se queime um volume de gás acima do volume liberado pela Agência Nacional de Petróleo (ANP).

$$\text{QUEIMA TOTAL} \leq \text{LIMITE} + \text{DESVIO} \quad (11)$$

$$\text{MULTA} = \text{DESVIO} \times \text{VALOR} \quad (12)$$

C) Custo de ligar o compressor;

D) Custo unitário de compressão do gás;

E) Custo unitário de produção de gás não associado;

F) Custo unitário da injeção para armazenamento;

G) Custo unitário da produção do armazenamento;

H) Custo unitário operacional do tratamento de gás;

I) Custo unitário operacional do bombeio multifásico;

J) Custo unitário de transporte do gás.

### **3) Lucro Final e Função Objetivo:**

O lucro final será calculado da seguinte forma:

$$\text{LUCRO FINAL} = \text{RECEITAS} - \text{CUSTOS} \quad (13)$$

Esta função também é chamada de função objetivo do otimizador, porque existe o interesse que esta função seja sempre maximizada, levando-se em consideração todas as restrições e limitações da malha.



### 3.4. METODOLOGIA

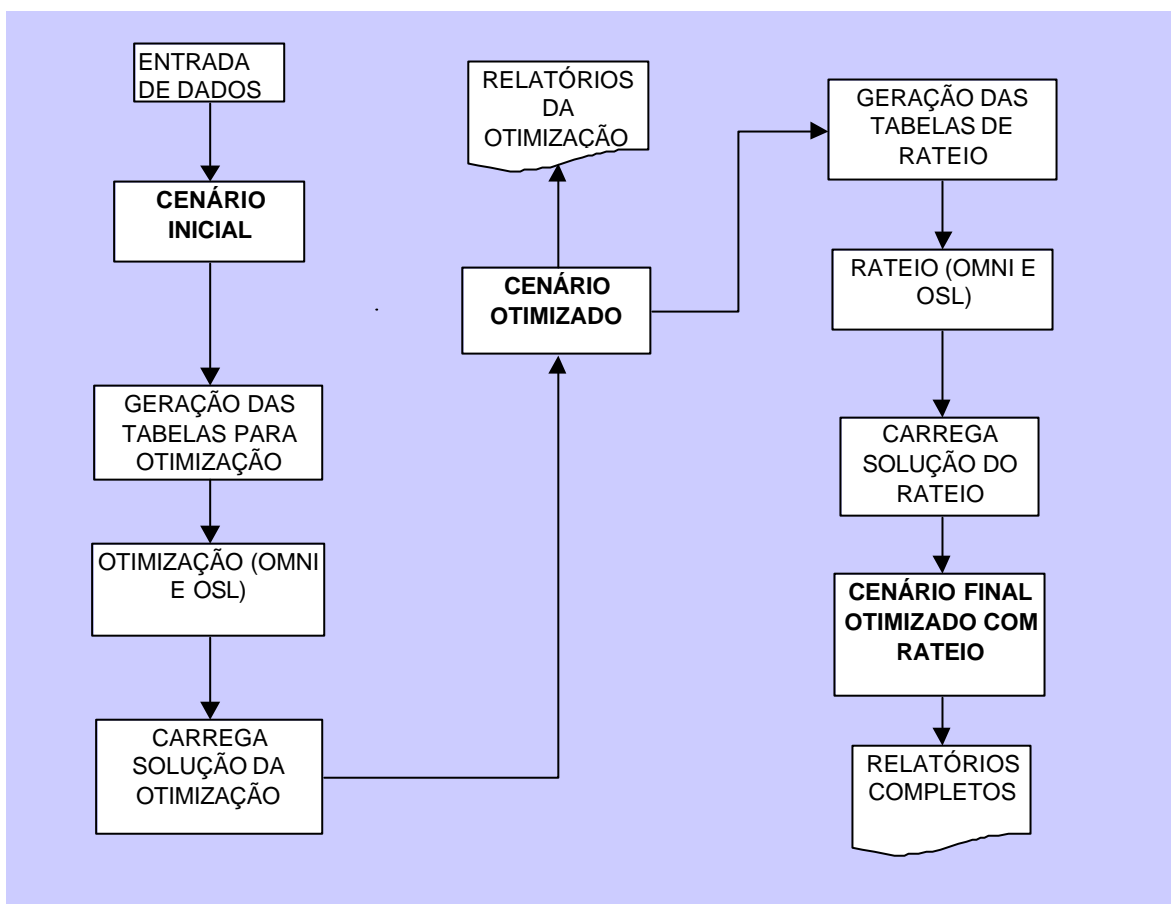
---

- 1) A metodologia utilizada para esta tese consistiu-se no estudo do sistema de planejamento da movimentação de gás da PETROBRAS.
- 2) Foi realizada uma pesquisa bibliográfica, incluindo a *internet*, sobre os *softwares* de otimização disponíveis para solucionar modelos de programação linear mista.
- 3) Foram estudados os métodos de programação utilizados no sistema PLANGAS que são: programação linear e programação linear mista.
- 4) Foram estudados alguns *softwares* de otimização, entre eles: *What's The Best*, LINDO, CPLEX, PCx, OSL, XPRESSMP/INTEGER e GLPK.
- 5) Foram analisadas situações de previsões de produção hipotéticas e dados realizados reais para teste.
- 6) Na primeira etapa, foram utilizados os *softwares* de otimização LINDO (Versão demonstrativa) e *What's The Best* (Versão 6.0 demonstrativa). Em função da limitação destas versões demonstrativas, não foi possível trabalhar com a malha completa. Procurou-se então retratar o problema de forma simplificada, para que fosse possível a comparação de resultados entre os valores obtidos através do sistema PLANGAS, e os resultados obtidos com os otimizadores LINDO e *What's The Best*.
- 7) Esta etapa inicial foi importante para verificação e realização de alguns ajustes internos do sistema de planejamento da PETROBRAS.
- 8) Na segunda etapa, foram analisados desde problemas simplificados, até problemas mais bem elaborados, tentando representar casos que pudessem espelhar uma malha de escoamento real.

- 9) Foram pesquisadas, através da *internet*, novas formas para submeter os códigos de programação. Foi escolhido um serviço de recursos de otimização on line para testes dos problemas propostos. O serviço utilizado foi o NEOS Server (*Network Enabled Optimization System*). Através dele, foram utilizados os *softwares* de programação linear mista inteira GLPK e XPRESS-MP/INTEGER.
- 10) O problema escolhido foi inicialmente otimizado no sistema PLANGAS, utilizando o otimizador OSL (Versão 1.3). Este sistema também gerou a representação do problema no formato MPS.
- 11) O código do problema em formato MPS foi enviado para o NEOS Server através de *e-mail*. O modelo em formato MPS foi otimizado através dos *softwares* XPRESSMP/INTEGER (Versão 13) e GLPK-3.1.
- 12) Foi também utilizado o *software* CPLEX versão 7.5, adquirida pela PETROBRAS, para otimização do mesmo problema, utilizando o modelo em formato MPS.
- 13) As rodadas de otimização do sistema PLANGAS e CPLEX foram realizadas em computador PENTIUM III – 750.
- 14) Após a realização da simulação em cada um dos problemas, foram comparados os valores da função objetivo, tempo de otimização e, também, o valor das variáveis da solução.
- 15) Foram realizadas otimizações com o sistema PLANGAS com precisões de 0,99, 0,999 e 0,9999, para verificar a variação dos resultados da função objetivo e solução da movimentação de gás.
- 16) No final, os resultados obtidos foram analisados de forma global.
- 17) Foram extraídas as conclusões e recomendações.

### 3.5. O Sistema de Planejamento de Movimentação de Gás da Petrobras - PLANGAS

A Figura 3 mostra o diagrama de funcionamento do sistema de planejamento de movimentação de gás da PETROBRAS.



**Figura 3: O Sistema de planejamento da movimentação de gás da PETROBRAS -PLANGAS.**

O sistema de planejamento da movimentação de gás da PETROBRAS consiste em um sistema de decisão, baseado em pesquisa operacional, apoiado por um banco de dados.

A malha física operacional é representada dentro do modelo, no nível de detalhes e simplificação adequado. Cada plataforma é analisada separadamente, bem como as ligações entre elas através de gasodutos. Este procedimento foi realizado através do *software* Vísio 2000.

Quanto ao modelo matemático em si, foi utilizado o *software* OMNI para geração de matriz. O processo de otimização utiliza o Otimizador OSL (Versão 1.3) da IBM.

O sistema de planejamento da movimentação de gás da PETROBRAS permite a representação do sistema de produção e injeção de gás, do sistema de compressão e do sistema de escoamento, muito próxima da condição real de operação.

São considerados também dutos de sentido duplo que, em determinados períodos, os fluxos podem ser num sentido e nos demais, em outro. Como exemplo, pode-se descrever o caso de uma plataforma, que no início da produção, com grande volume de gás disponível, exporta através deste duto. No futuro, torna-se deficitária em gás em função de sua pequena produção, necessitando importar o gás para consumo através deste mesmo duto.

Para os equipamentos de compressão de gás são consideradas as eficiências operacionais, que podem diminuir a capacidade dos mesmos. A partir dos dados de previsão de produção, necessita-se ajustar as variáveis de queima, injeção, *gas lift*, produção de óleo, consumo e produção de gás não associado, para que se possa maximizar a função objetivo.

O cálculo do consumo de gás dos turbocompressores e motocompressores utiliza o método de variáveis inteiras (0-1). O número de compressores operacionais em um determinado período é sempre um número inteiro, se não ocorrer paradas.

Para representar as demais possibilidades de perdas, ou ineficiências, é considerado o histórico de perdas. Neste tipo de perda estão contemplados os motivos de queima de gás devido a vazamentos, *ESDs (Emergency shut downs)*, instabilidade da planta e processo, formação de hidratos, etc.

Além do consumo dos turbo e motocompressores, também são considerados o consumo em baixa pressão e o consumo dos turbogeradores. O consumo de gás em baixa pressão é proveniente de fornos, fornalhas ou desaeradoras.

A curva de *gas lift* prevista é calculada pela fórmula:

$$GL = (Q_{\text{óleo}} + Q_{\text{água}}) \times RGLI \quad (13)$$

onde:

$Q_{\text{óleo}} = \text{Vazão de óleo (m}^3/\text{d)}$

$Q_{\text{água}} = \text{Vazão de água (m}^3/\text{d)}$ .

O potencial de produção de gás não associado ao óleo é alimentado através de *steps*, ou seja, para um determinado *range* de pressão ou nível de reserva, a vazão de produção de gás não associado é considerada constante, para que seja possível a utilização de programação linear. São considerados e calculados os valores de reserva de gás destes reservatórios. Entre um período e outro, deverá existir dependência e continuidade, para retratar o valor real da reserva e conseqüente previsão do potencial de produção destes poços.

Para cada período são calculados os estoques de gás armazenados nos reservatórios de injeção para armazenamento. Este cálculo é necessário para que se faça a previsão do potencial de produção, de injeção e para regular a oferta de gás do sistema.

A previsão do gás que será liberada no separador atmosférico (*surge tanque*) é calculada pela fórmula:

$$Q_{\text{g surge tanque}} = Q_{\text{óleo}} \times RS \quad (14)$$

Para este processo, é considerada a função objetivo, que é a função matemática que representa o lucro da movimentação integrada da movimentação de gás.

Também são consideradas as equações de perda de carga linearizada. A equação básica utilizada para o cálculo de perda de carga em gasodutos é a de WEYMOUTH, transcrita abaixo:

$$Q = k_w \cdot \sqrt{(p_m + 1)^2 - (p_j + 1)^2} \quad (15)$$

A equação de perda de carga linearizada utilizada no modelo será então:

$$Q = \frac{k_w \cdot (\bar{p}_m + 1)}{\underbrace{\sqrt{(\bar{p}_m + 1)^2 - (\bar{p}_j + 1)^2}}_{k_{mont}}} \cdot p_m - \frac{k_w \cdot (\bar{p}_j + 1)}{\underbrace{\sqrt{(\bar{p}_m + 1)^2 - (\bar{p}_j + 1)^2}}_{k_{jus}}} \cdot p_j + \frac{k_w \cdot (\bar{p}_m - \bar{p}_j)}{\underbrace{\sqrt{(\bar{p}_m + 1)^2 - (\bar{p}_j + 1)^2}}_{k_{ind}}} \quad (16)$$

onde:

$\bar{p}_m$ : pressão a montante (de saída) típica do gasoduto (em kg/cm<sup>2</sup>)

$\bar{p}_j$ : pressão a jusante (de chegada) típica do gasoduto (em kg/cm<sup>2</sup>)

$k_w$ : constante para a Fórmula de Weymouth para o gasoduto, dada por:

$$k_w = 5,927 \cdot E \cdot \sqrt{\frac{1}{d_g \cdot L \cdot T \cdot Z}} \cdot D^{8/3} \quad (17)$$

onde:

**E**: eficiência do gasoduto

**d<sub>g</sub>**: densidade do gás

**L**: comprimento do gasoduto (em km)

**T**: temperatura de fluxo (em °K = °C + 273)

**Z**: fator de compressibilidade

**D**: diâmetro interno (em polegadas)

A segunda etapa do sistema de simulação consiste no rateio de todas as variáveis por campo de produção.

Como o objetivo consiste em testar somente o módulo econômico, esta segunda etapa do processo não será detalhada.

Este sistema é separado em duas categorias:

- a) mensal, que trabalha com um horizonte de até 36 meses.
- b) Plurianual, que trabalha com um horizonte de até 50 anos.

Lista de elementos modelados no sistema de gás:

- Vendas;
- Consumo do turbo compressor;
- Consumo do turbo gerador;
- Consumo do moto compressor;
- Consumo local da plataforma em baixa pressão;
- Queima;
- *Barriletes*;
- *Manifolds* e conexões;
- Bateria de turbo compressores;
- Bateria de moto compressores;
- *Gas lift*;
- Gás associado;
- Gás não associado;
- Injeção para armazenamento;
- Injeção para recuperação secundária;
- Gasodutos
- Bomba multifásica;
- Unidade de MEA;
- Seqüestrante de H<sub>2</sub>S.

Maiores detalhes desta lista de elementos serão apresentados no apêndice.

## CAPÍTULO 4 - ESTUDO DE CASOS E ANÁLISE DE RESULTADOS

---

### 4.1. Problema 1.

Para o problema 1 será considerado um sistema simplificado de produção e escoamento de gás, composto por 11 plataformas.

As características do sistema estão mostradas no diagrama da Figura 4:

O sistema de escoamento de gás excedente da plataforma é direcionado para um único ponto para venda. A demanda de gás para este ponto de venda é de 1.000.000 m<sup>3</sup>/d.

A plataforma PNB-2 admite uma injeção de gás natural máxima de 278.000 m<sup>3</sup>/d.

A partir dos dados de previsão de produção de gás e das características do sistema deve-se otimizar o escoamento de gás, de modo a resultar na menor queima possível, maximizando o lucro final da empresa.

Especificamente para este problema foram utilizados os Otimizadores *What's The Best* e LINDO, com o objetivo de ajustar e calibrar o Sistema de Otimização da Movimentação de Gás da PETROBRAS.

Para o otimizador *What's The Best*, o problema de otimização simplificado foi formulado na planilha *Excel*, inserindo a função objetivo e todas as restrições, sendo em seguida otimizado.

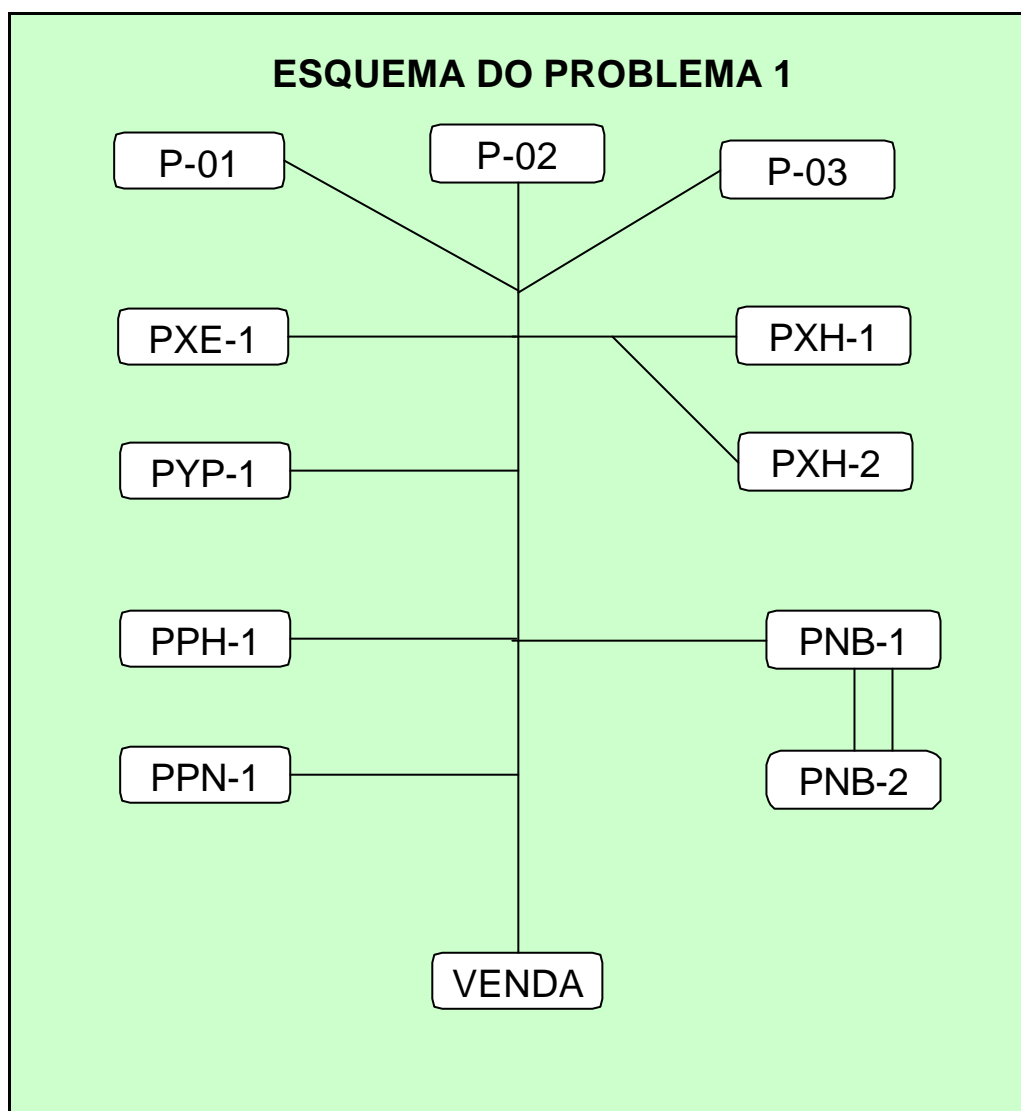
Para o otimizador LINDO, o mesmo problema simplificado foi formulado em formato LTX.

Os resultados obtidos nos otimizadores *What's The Best* e LINDO foram comparados com os resultados do PLANGAS.



Para os otimizadores CPLEX, XPRESSMP/INTEGER e GLPK foi utilizado o formato MPS, gerado também pelo PLANGAS.

Também foram realizadas análises dos resultados, variando-se a precisão do Sistema de Otimização da PETROBRAS, que utiliza o otimizador OSL.



**FIGURA 4: Malha de escoamento de gás do problema 1.**

A tabela 1 mostra as previsões de produção e as características do sistema de compressão de cada plataforma.

**Tabela 1: Dados de previsão do Problema 1**

PLATAFORMA	QGASA (mil m <sup>3</sup> /d)	Óleo (m <sup>3</sup> /d)	Cap. Comp (mil m <sup>3</sup> /d)	GL (mil m <sup>3</sup> /d)	Poder Calorífico (kcal/m <sup>3</sup> )	QUEIMA HIST	PILOTO
P-01	220	1566	1050	722	12047	18	2
P-02	79	1168	450	405	12000	4	2
P-03	29	456	114	88	12000	3	2
PXE-1	873	3562	3280	803	6000(*)	61	2
PXH-1	190	1473	1900	653	11268	11	2
PXH-2	200	1947	1890	1525	12000	12	2
PYP-1	168	1021	2550	400	11574	10	2
PNB-1	186	1724	3000	450	10790	11	2
PNB-2	846	3680	0	1013	12000	51	2
PPH-1	286	8204	350	0	12098	17	2
PPN-1	232	3255	2250	1307	12000	14	2

OBS: Existem interligações em baixa e alta pressão entre as plataformas PNB-1 e PNB-2.

(\*) Foi utilizado um valor do poder calorífico, bem abaixo do valor real, para facilitar a análise dos resultados e também para ajustes do Sistema de Planejamento da Petrobras.

### Preços.

Gás Venda = R\$ 150/mil m<sup>3</sup> no Poder Calorífico de Referência;

Óleo Venda = US\$ 20/bbl;

Taxa de conversão US\$/R\$= 2,30;

Receita injeção de gás = R\$ 75/mil m<sup>3</sup>;

### Função Objetivo.

Lucro Total = Receita Total – Custo Total

Receita Total =  $\sum$  Receita venda gás +  $\sum$  Receita GL +  $\sum$  Receita Injeção

### Restrições.

Venda máxima de gás = 1000 mil m<sup>3</sup>/d;

Injeção máxima PNB-2 = 278 mil m<sup>3</sup>/d;

Capacidade de compressão da plataforma P-02 é menor que o volume de gás produzido com o *gas lift*.

## **Características do sistema de compressão de gás**

### **Plataforma P-01.**

01 turbocompressor com capacidade de compressão de 550 mil m<sup>3</sup>/d e consumo de 25 mil m<sup>3</sup>/d;

01 turbocompressor com capacidade de compressão de 500 mil m<sup>3</sup>/d e consumo de 25 mil m<sup>3</sup>/d;

01 motocompressor para compressão de gás em baixa pressão com capacidade de 400 mil m<sup>3</sup>/d.

01 unidade recuperadora de vapor com capacidade de 60 mil m<sup>3</sup>/d.

### **Plataforma P-02.**

01 turbocompressor com capacidade de compressão de 450 mil m<sup>3</sup>/d e consumo de 25 mil m<sup>3</sup>/d;

Consumo de gás em baixa pressão é de 80 mil m<sup>3</sup>/d.

### **Plataforma P-03.**

01 turbocompressor com capacidade de compressão de 110 mil m<sup>3</sup>/d e consumo de 13 mil m<sup>3</sup>/d;

01 bomba multifásica com capacidade de 30 mil m<sup>3</sup>/d.

### **Plataforma PXE-1.**

02 turbocompressores com capacidade de compressão de 570 mil m<sup>3</sup>/d e consumo de 25 mil m<sup>3</sup>/d;

02 turbocompressores com capacidade de compressão de 620 mil m<sup>3</sup>/d e consumo de 25 mil m<sup>3</sup>/d;

02 turbocompressores com capacidade de compressão de 450 mil m<sup>3</sup>/d e consumo de 25 mil m<sup>3</sup>/d;

01 unidade recuperadora de vapor com capacidade de 100 mil m<sup>3</sup>/d.

Consumo de gás em baixa pressão é de 5 mil m<sup>3</sup>/d.

**Plataforma PXH-1.**

02 turbocompressores com capacidade de compressão de 950 mil m<sup>3</sup>/d e consumo de 40 mil m<sup>3</sup>/d;

01 turbogerador com consumo de gás de alta pressão de 45 mil m<sup>3</sup>/d;

Consumo de gás em baixa pressão é de 10 mil m<sup>3</sup>/d.

**Plataforma PXH-2.**

01 turbocompressor com capacidade de compressão de 950 mil m<sup>3</sup>/d e consumo de 40 mil m<sup>3</sup>/d;

01 turbocompressor com capacidade de compressão de 940 mil m<sup>3</sup>/d e consumo de 40 mil m<sup>3</sup>/d;

01 motocompressor com consumo de gás de alta pressão de 240 mil m<sup>3</sup>/d;

01 motocompressor com consumo de gás de alta pressão de 120 mil m<sup>3</sup>/d;

Consumo de gás em baixa pressão é de 10 mil m<sup>3</sup>/d.

**Plataforma PYP-1.**

03 turbocompressores com capacidade de compressão de 850 mil m<sup>3</sup>/d e consumo de 35 mil m<sup>3</sup>/d;

02 turbogeradores com consumo de gás de alta pressão de 40 mil m<sup>3</sup>/d;

02 motocompressores com capacidade de compressão de 75 mil m<sup>3</sup>/d cada.

**Plataforma PNB-1.**

04 turbocompressores de capacidade de compressão de 1000 mil m<sup>3</sup>/d e consumo de 40 mil m<sup>3</sup>/d;

02 turbogeradores com consumo de gás de alta pressão de 40 mil m<sup>3</sup>/d, cada;

Consumo em baixa pressão = 8 mil m<sup>3</sup>/d.

**Plataforma PPH-1.**

02 motocompressores com capacidade de compressão de 350 mil m<sup>3</sup>/d;

03 turbogeradores com capacidade de 60 mil m<sup>3</sup>/d.

**Plataforma PPN-1.**

03 turbocompressores com capacidade de compressão de 750 mil m<sup>3</sup>/d e consumo de 50 mil m<sup>3</sup>/d;

01 motocompressor com capacidade de 132 mil m<sup>3</sup>/d;

01 turbogerador com capacidade de 50 mil m<sup>3</sup>/d.

### **Custos.**

Neste exemplo, os principais custos que foram considerados são o da queima e consumo do gás.

### **Formulação do problema.**

Em função dos dados de previsão da produção, restrições, características da malha e fluidos, dos preços e custos acima, deve-se maximizar a função objetivo.

### **Estatística do problema 1.**

Este problema foi composto por:

- a) 1025 equações;
- b) 1085 variáveis;
- c) 2218 não zeros;
- d) 30 variáveis inteiras.

### **Resultados.**

Os resultados das várias otimizações realizados são mostrados a seguir.

A tabela 2 mostra os resultados obtidos com o sistema PLANGAS, com precisão de 0,99 e 0,999. A solução obtida foi praticamente a mesma para as duas precisões.

A tabela 3 mostra os resultados do problema 1 obtidos com o otimizador What's The Best.

A tabela 4 mostra os resultados do problema 1, obtidos com o otimizador LINDO.

A tabela 5 mostra os resultados do problema 1, obtidos com o otimizador CPLEX.

A tabela 6 mostra os resultados do problema 1, obtidos com o otimizador XPRESSMP.

A tabela 7 mostra os resultados do problema 1, obtidos com o otimizador GLPK.

A tabela 8 mostra o resultado do problema 1, obtido a partir da otimização utilizando-se o otimizador OSL, até encontrar a solução ótima.

A tabela 9 mostra o resultado da otimização utilizando o Sistema PLANGAS, aumentando a precisão do Sistema para 0,9999.

**Tabela 2. Resultados do problema 1 com o sistema PLANGAS, precisão de 0,99 e 0,999**

PLATAF.	CONSUMO	QUEIMA	INJEÇÃO	VENDA
P-01	55	19	0	146
P-02	25	34	0	20
P-03	13	5	0	11
PXE-1	55	717	0	101
PXH-1	95	13	0	82
PXH-2	178	14	0	7
PYP-1	120	11	0	37
PNB-1	208	62	0	484
PNB-2	0	0	278	0
PPH-1	182	19	0	85
PPN-1	190	15	0	27
TOTAL	1121	909	278	1000

**Tabela 3: Resultados do problema 1 obtidos com o otimizador What's The Best**

PLATAF.	CONSUMO	QUEIMA	INJEÇÃO	VENDA
P-01	50	19	0	151
P-02	25	34	0	20
P-03	13	5	0	11
PXE-1	55	723	0	95
PXH-1	95	13	0	82
PXH-2	178	14	0	8
PYP-1	120	11	0	37
PNB-1	208	12	0	762
PNB-2	0	50	278	-278
PPH-1	182	19	0	85
PPN-1	190	15	0	27
TOTAL	1116	915	278	1000

OBS: O valor negativo de venda representa importação de gás.

**Tabela 4: Resultados do problema 1 obtidos com o otimizador LINDO**

PLATAF.	CONSUMO	QUEIMA	INJEÇÃO	VENDA
P-01	50	19	0	151
P-02	25	34	0	20
P-03	13	5	0	11
PXE-1	55	724	0	94
PXH-1	95	13	0	82
PXH-2	178	14	0	7
PYP-1	120	11	0	37
PNB-1	208	12	0	-34
PNB-2	0	50	278	518
PPH-1	182	19	0	85
PPN-1	190	15	0	27
TOTAL	1116	916	278	1000

**Tabela 5: Resultados do problema 1, obtidos com o otimizador CPLEX**

PLATAF.	CONSUMO	QUEIMA	INJEÇÃO	VENDA
P-01	50	19	0	151
P-02	25	34	0	20
P-03	13	5	0	11
PXE-1	55	724	0	94
PXH-1	95	13	0	82
PXH-2	178	14	0	7
PYP-1	120	11	0	37
PNB-1	208	12	0	-34
PNB-2	0	50	278	518
PPH-1	182	19	0	85
PPN-1	190	15	0	27
TOTAL	1116	916	278	1000

**Tabela 6: Resultados do problema 1, obtidos com o otimizador XPRESSMP**

PLATAF.	CONSUMO	QUEIMA	INJEÇÃO	VENDA
P-01	50	19	0	151
P-02	25	34	0	20
P-03	13	5	0	11
PXE -1	55	724	0	94
PXH-1	95	13	0	82
PXH-2	178	14	0	7
PYP-1	120	11	0	37
PNB-1	208	12	0	-34
PNB-2	0	50	278	518
PPH-1	182	19	0	85
PPN-1	190	15	0	27
TOTAL	1116	916	278	1000

**Tabela 7: Resultados do problema 1, obtidos com o otimizador GLPK**

PLATAF.	CONSUMO	QUEIMA	INJEÇÃO	VENDA
P-01	50	19	0	151
P-02	25	34	0	20
P-03	13	5	0	11
PXE -1	55	724	0	94
PXH-1	95	13	0	82
PXH-2	178	14	0	7
PYP-1	120	11	0	37
PNB-1	208	12	0	-34
PNB-2	0	50	278	518
PPH-1	182	19	0	85
PPN-1	190	15	0	27
TOTAL	1116	916	278	1000



**Tabela 8: Resultado do problema 1, obtidos com o otimizador OSL (solução ótima)**

PLATAF.	CONSUMO	QUEIMA	INJEÇÃO	VENDA
P-01	50	19	0	151
P-02	25	34	0	20
P-03	13	5	0	11
PXE-1	55	724	0	94
PXH-1	95	13	0	82
PXH-2	178,193	14	0	7
PYP-1	120	11	0	37
PNB-1	208	12	0	-34
PNB-2	0	50	278	518
PPH-1	182	19	0	85
PPN-1	190	15	0	27
TOTAL	1116,193	916	278	1000

**Tabela 9: Resultado do Problema 1, utilizando o Sistema PLANGAS/OSL precisão 0,9999.**

PLATAF.	CONSUMO	QUEIMA	INJEÇÃO	VENDA
P-01	50	19	0	151
P-02	25	34	0	20
P-03	13	5	0	11
PXE-1	55	724	0	94
PXH-1	95	13	0	82
PXH-2	178	14	0	7
PYP-1	120	11	0	37
PNB-1	208	12	0	-34
PNB-2	0	50	278	518
PPH-1	182	19	0	85
PPN-1	190	15	0	27
TOTAL	1116	916	278	1000

**Tabela 10: Resumo do Problema 1**

<b>Software</b>	<b>Tempo de Otimização (s)</b>	<b>Função Objetivo (R\$)</b>
PLANGAS/OSL Precisão 0,99	1,2	184.521.889,00
PLANGAS/OSL Precisão 0,999	1,8	184.521.889,00
PLANGAS/OSL Precisão 0,9999	15,6	184.531.415,00
OSL (Solução ótima)	22,8	184.531.415,00
CPLEX	0,24	184.531.400,00
XPRESSMP	5	184.531.416,00
GLPK	1440	184.531.415,00

**Análise dos resultados do problema 1.**

Os resultados mostram que, neste problema específico, os resultados convergem, embora existam pequenas diferenças na movimentação de gás por plataforma.

O otimizador GLPK apresentou um tempo de otimização excessivamente alto.

Devido à limitação na demanda de gás de 1.000.000 m<sup>3</sup>/d, houve necessidade de queima adicional de 660.000 m<sup>3</sup>/d, em função desta restrição. Para todas as simulações efetuadas, o volume de gás injetado na plataforma PNB-2 atingiu o seu valor máximo de 278.000 m<sup>3</sup>/d, embora a sua receita fosse menor que a venda imediata em função da postergação da venda.

Para todas as simulações, a plataforma escolhida para a queima do gás adicional foi a plataforma PXE-1, que tinha o menor custo de queima do gás, em função do baixo poder calorífico.

Para as plataformas P-02 e P-03, que têm capacidade de compressão de gás abaixo do volume a ser movimentado, verificou-se também que os 03 otimizadores levaram em consideração estas restrições.

Com o sistema PLANGAS, que utiliza o otimizador OSL no início, não se havia obtido os mesmos resultados dos demais otimizadores. Assim, foi testada a mesma saída de dados em formato MPS, para otimização no OSL, independente do sistema PLANGAS.

Foi verificado que desta forma houve uma repetição dos resultados, comparando-se com os demais otimizadores comerciais e os utilizados através do NEOS Server.

Desta forma, resolveu-se aumentar a precisão do simulador do sistema PLANGAS, de 0,99 para 0,9999. Apesar de aumentar o tempo de otimização, os resultados praticamente coincidiram.

A análise da movimentação de gás geral do grupo de plataformas mostra que existe uniformidade para o valor dos destinos do gás, isto é, o volume de gás consumido, queimado, injetado e disponível para venda são coincidentes, utilizando os vários simuladores.

## 4.2. PROBLEMA 1-A

Foram considerados os dados semelhantes aos do problema 1.

O preço do óleo considerado foi de US\$ 10,00/bbl.

Neste problema, utilizou-se uma restrição na demanda total de gás de 600 mil m<sup>3</sup>/d. Possibilitou-se também a injeção para armazenamento em duas outras plataformas: PNB-1 e P-01. As limitações para injeção em PNB-1 foram de 900 mil m<sup>3</sup>/d e em P-01 de 1500 mil m<sup>3</sup>/d.

Fez-se necessário o lançamento de um gasoduto adicional (gasoduto vermelho), até a plataforma P-01, para que se tornasse possível, a injeção de gás adicional da malha neste reservatório de armazenamento, conforme mostrado na Figura 5.

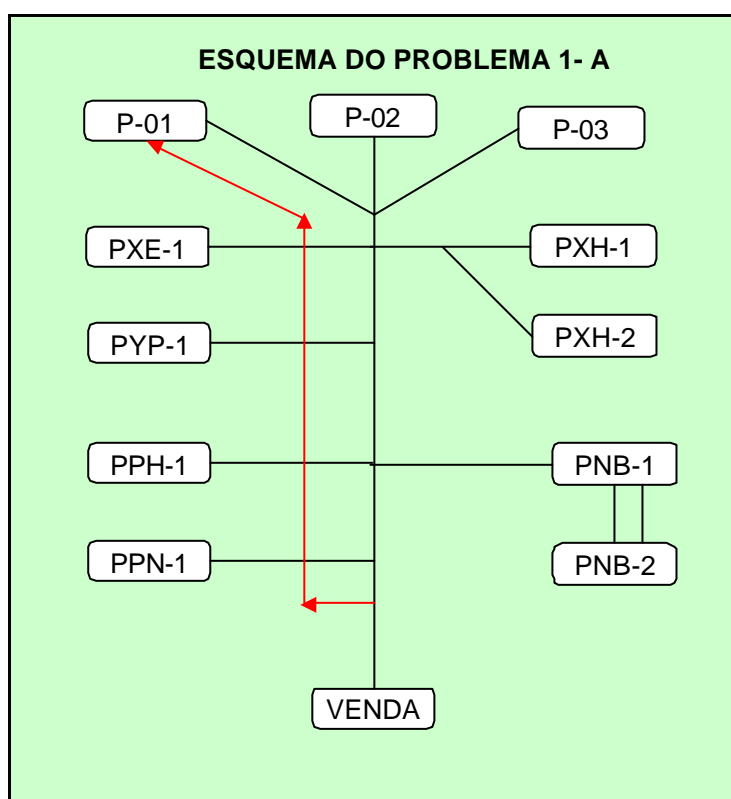


Figura 5: Malha de escoamento de gás do problema 1-A.

### Estatística do problema 1-A.

- a) 1026 equações;
- b) 1087 variáveis;
- c) 2226 não zeros;
- d) 31 variáveis inteiras.

Na tabela 11 os resultados obtidos com o sistema PLANGAS, com precisão 0,99.

A tabela 12 mostra os resultados obtidos com o Otimizador OSL, com precisão 0,999, com 0,9999, XPRESSMP, CPLEX e GLPK.

**Tabela11: Resultados do Problema 1-A obtidos com o Sistema PLANGAS com precisão 0,99**

PLATAF.	CONSUMO	QUEIMA	INJEÇÃO	VENDA
P-01	50	19	988	-837
P-02	25	34	0	20
P-03	13	5	0	11
PXE-1	80	61	0	732
PXH-1	95	13	0	82
PXH-2	80	14	98	8
PYP-1	120	11	0	36
PNB-1	208	12	50	-84
PNB-2	0	50	278	518
PPH-1	182	19	0	86
PPN-1	190	15	0	27
TOTAL	1043	251	1414	600

**Tabela 12: Resultados do problema 1-A obtidos com o Sistema PLANGAS com precisão 0,999, precisão 0,9999, XPRESSMP, CPLEX e GLPK**

PLATAF.	CONSUMO	QUEIMA	INJEÇÃO	VENDA
P-01	50	19	1038	-837
P-02	25	34	0	20
P-03	13	5	0	11
PXE-1	80	61	0	732
PXH-1	95	13	0	82
PXH-2	80	14	98	8
PYP-1	120	11	0	36
PNB-1	208	12	0	-84
PNB-2	0	50	278	518
PPH-1	182	19	0	86
PPN-1	190	15	0	27
TOTAL	1043	251	1414	600

**Tabela 13: Resumo do Problema 1-A**

SOFTWARE	TEMPO DE RESPOSTA (segundos)	FUNÇÃO OBJETIVO (R\$)
PLANGAS Precisão 0,99	0,6	100.627.907,00
PLANGAS Precisão 0,999	1389,6	100.641.780,00
PLANGAS Precisão 0,9999	1917	100.641.780,00
CPLEX	5,48	100.641.780,00
XPRESSMP	5	100.641.780,00
GLPK	>1440	100.641.780,00

### **Análise dos resultados do problema 1-A**

O projeto de injeção de gás para armazenamento nas plataformas P-01 e PNB-1 permite a diminuição da queima de gás em relação ao problema 1, com injeção do gás excedente na malha.

Neste problema, praticamente todos os otimizadores convergiram para o mesmo valor da função objetivo, exceto para o sistema PLANGAS com precisão de 0,99. Esta diferença no valor da função objetivo foi devida à variação dos volumes injetados de gás para armazenamento nas plataformas P-01 e PNB-1. A solução da otimização do problema utilizando o sistema PLANGAS com precisão de 0,99

resultou na injeção de 988 mil m<sup>3</sup>/d de gás, na plataforma P-01 e 50 mil m<sup>3</sup>/d, na plataforma PNB-1.

As soluções deste problema com precisões 0,999, 0,9999, CPLEX, XPRESSMP e GLPK resultaram na injeção de gás para armazenamento, somente na plataforma P-01 na vazão de 1038 mil m<sup>3</sup>/d.

### 4.3. PROBLEMA 2.

O problema 2 considerou uma parte da malha de escoamento real, com características idênticas do sistema de compressão e escoamento da época, onde foram resgatados os dados de entrada do simulador, procurando retratar o problema o mais próximo possível da realidade.

Em função dos volumes realizados, esta parte da malha de escoamento não sofreu, neste período, nenhuma influência do restante da malha, podendo-se, desta forma, fazer uma análise isenta.

Os dados de entrada vieram da média mensal, num certo mês do ano de 2002.

Em função da elevada demanda de gás neste período, não houve restrições adicionais no sistema de escoamento.

A tabela 14 mostra os dados de produção das plataformas do problema 2.

**Tabela 14: dados de previsão de produção das plataformas do problema-2**

PLATAFORMA	QGASA (mil m <sup>3</sup> /d)	Óleo (m <sup>3</sup> /d)	Cap. Comp (mil m <sup>3</sup> /d)	GL (mil m <sup>3</sup> /d)	Poder Calorífico (kcal/m <sup>3</sup> )	QUEIMA HIST	PILOTO
P-X1	714	10089	1650	734	10441	198	2
P-X2	1395	16373	3000	1097	10235	363	2
P-X3	725	9085	1200	495	9986	333	2
P-X4	1600	11815	3250	1106	10902	187	2
P-X5	1497	12305	2000	538	11000	1066	2
P-X6	253	2381	1500	712	11000	36	2
P-X7	1190	9655	2900	1429	11000	387	2
P-X8	841	8327	1500	293	9400	245	2
P-X9	1566	20058	3000	611	9400	166	2
P-X10	2554	20923	4650	0	9400	1221	2

Restrições:

P-X1: Capacidade do gasoduto = 510 mil m<sup>3</sup>/d;

P-X2: Capacidade do gasoduto = 750 mil m<sup>3</sup>/d;

P-X5: Capacidade do gasoduto = 770 mil m<sup>3</sup>/d;

P-X6: Capacidade do gasoduto = 162 mil m<sup>3</sup>/d;

P-X8: Capacidade do gasoduto = 370 mil m<sup>3</sup>/d;

P-X9: Capacidade do gasoduto = 1098 mil m<sup>3</sup>/d;



P-X10: Capacidade do gasoduto = 1564 mil m<sup>3</sup>/d;

### Preços Utilizados.

Gás Venda = R\$ 150/mil m<sup>3</sup> no PCR;

Óleo Venda = US\$ 20/bbl;

Taxa de conversão US\$/R\$= 2,30;

### Função Objetivo.

Lucro Total = Receita Total – Custo Total

Receita Total =  $\sum$  Receita da Venda do Gás +  $\sum$  Receita GL +  $\sum$  Receita Injeção

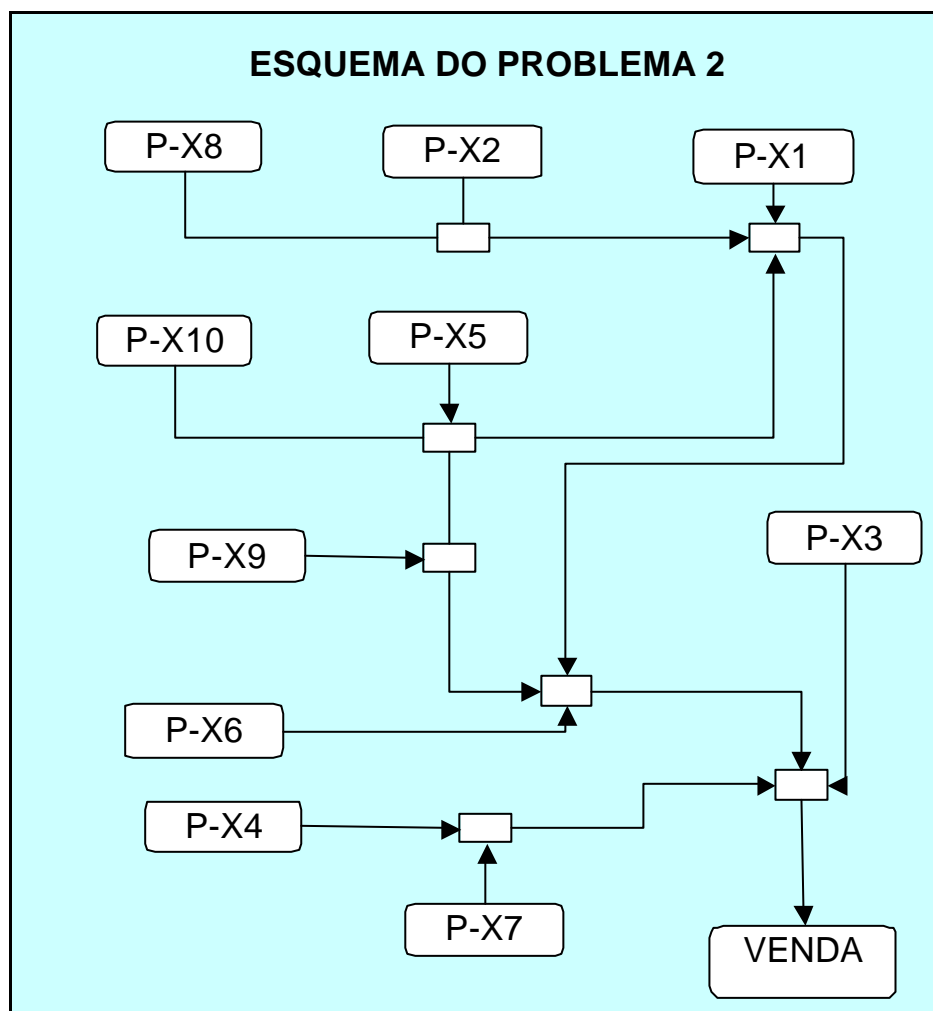


Figura 6 : Esquema do sistema de escoamento do problema 2.

## **Características do sistema de compressão de gás**

### **Plataforma P-X1.**

02 turbocompressores com capacidade de compressão de 1650 mil m<sup>3</sup>/d e consumo de 100 mil m<sup>3</sup>/d/cada;

01 motocompressor para compressão de gás em baixa pressão, com capacidade de 60 mil m<sup>3</sup>/d.

01 turbogerador com consumo médio diário de 100 mil m<sup>3</sup>/d;

Limite do processo de compressão de gás de 2500 mil m<sup>3</sup>/d.

### **Plataforma P-X2.**

03 turbocompressores com capacidade de compressão de 1000 mil m<sup>3</sup>/d e consumo de 75 mil m<sup>3</sup>/d/cada;

01 motocompressor para compressão de gás em baixa pressão, com capacidade de 97 mil m<sup>3</sup>/d.

02 turbogeradores com consumo médio diário de 60 mil m<sup>3</sup>/d;

### **Plataforma P-X3.**

02 turbocompressores com capacidade de compressão de 600 mil m<sup>3</sup>/d e consumo de 50 mil m<sup>3</sup>/d/cada;

Limite do processo de compressão de gás de 1200 mil m<sup>3</sup>/d.

### **Plataforma P-X4.**

02 turbocompressores com capacidade de compressão de 3250 mil m<sup>3</sup>/d e consumo de 120 mil m<sup>3</sup>/d/cada;

02 motocompressores com capacidade de 140 mil m<sup>3</sup>/d e consumo de 5 mil m<sup>3</sup>/d, cada;

Limite do processo de compressão de gás de 3250 mil m<sup>3</sup>/d.

### **Plataforma P-X5.**

03 turbocompressores com capacidade de compressão de 1000 mil m<sup>3</sup>/d e consumo de 55 mil m<sup>3</sup>/d/cada;

02 turbogeradores com consumo de 65 mil m<sup>3</sup>/d, cada.

**Plataforma P-X6.**

02 turbocompressores com capacidade de compressão de 1000 mil m<sup>3</sup>/d e consumo de 75 mil m<sup>3</sup>/d/cada;

01 motocompressor com capacidade de 100 mil m<sup>3</sup>/d.

**Plataforma P-X7.**

03 turbocompressores com capacidade de compressão de 1250 mil m<sup>3</sup>/d e consumo de 70 mil m<sup>3</sup>/d/cada;

01 motocompressor com capacidade de 90 mil m<sup>3</sup>/d;

01 turbogerador com consumo de 50 mil m<sup>3</sup>/d.

**Plataforma P-X8.**

02 turbocompressores com capacidade de compressão de 1000 mil m<sup>3</sup>/d e consumo de 60 mil m<sup>3</sup>/d/cada;

01 motocompressor com capacidade de 40 mil m<sup>3</sup>/d;

consumo em baixa pressão de 190 mil m<sup>3</sup>/d.

**Plataforma P-X9.**

03 turbocompressores com capacidade de compressão de 1000 mil m<sup>3</sup>/d e consumo de 50 mil m<sup>3</sup>/d/cada;

01 motocompressor com capacidade de 95 mil m<sup>3</sup>/d;

01 turbogerador com consumo de 30 mil m<sup>3</sup>/d;

consumo em baixa pressão de 70 mil m<sup>3</sup>/d.

**Plataforma P-X10.**

02 turbocompressores com capacidade de compressão de 3100 mil m<sup>3</sup>/d e consumo de 102 mil m<sup>3</sup>/d/cada;

01 motocompressor com capacidade de 92 mil m<sup>3</sup>/d;

01 turbogerador com consumo de 103 mil m<sup>3</sup>/d;

consumo em baixa pressão de 88 mil m<sup>3</sup>/d.

### Estatística do problema 2.

- a) 1011 equações;
- b) 1065 variáveis;
- c) 2255 não zeros;
- d) 26 variáveis inteiras.

A tabela 15 mostra os resultados do problema 2, obtidos com o sistema PLANGAS.

A tabela 16 mostra os resultados do problema 2, obtidos com o simulador CPLEX.

A tabela 17 mostra os resultados do problema 2, obtidos com o otimizador XPRESSMP/XP.

A tabela 18 mostra os números reais do problema 2 ocorridos nestas plataformas.

**Tabela 15: resultados do problema 2, obtidos com o Sistema PLANGAS com precisão 0,99, 0,999 e 0,9999**

PLATAF.	CONSUMO	QUEIMA	INJEÇÃO	VENDA
P-X1	207	200	0	306
P-X2	345	365	0	685
P-X3	100	362	0	263
P-X4	120	187	0	1293
P-X5	220	1068	0	209
P-X6	104	38	0	111
P-X7	190	389	0	611
P-X8	120	247	0	474
P-X9	240	228	0	1098
P-X10	205	1223	0	1126
TOTAL	1851	4307	0	6176

Os resultados obtidos nas três precisões são os mesmos.

**Tabela 16: resultados do problema 2, obtidos com o simulador CPLEX**

PLATAF.	CONSUMO	QUEIMA	INJEÇÃO	VENDA
P-X1	207	200	0	306
P-X2	345	365	0	685
P-X3	100	362	0	263
P-X4	120	187	0	1293
P-X5	220	1068	0	209
P-X6	104	38	0	111
P-X7	190	389	0	611
P-X8	120	247	0	474
P-X9	240	228	0	1098
P-X10	205	1223	0	1126
TOTAL	1851	4307	0	6176

**Tabela 17: resultados do problema 2, obtidos com o Otimizador XPRESSMP/XP**

PLATAF.	CONSUMO	QUEIMA	INJEÇÃO	VENDA
P-X1	207	200	0	306
P-X2	345	365	0	685
P-X3	100	362	0	263
P-X4	120	187	0	1293
P-X5	220	1068	0	209
P-X6	104	38	0	111
P-X7	190	389	0	611
P-X8	120	247	0	474
P-X9	240	228	0	1098
P-X10	205	1223	0	1126
TOTAL	1851	4307	0	6176

Com o otimizador GLPK, chegou-se ao valor da função objetivo de R\$ 714.285.877,00, após 01 h e 42 min. e não se obteve o valor das variáveis.

**Tabela 18: números reais do problema 2 ocorridos nestas plataformas**

PLATAF.	CONSUMO	QUEIMA	INJEÇÃO	VENDA
P-X1	207	202	0	304
P-X2	279	382	0	734
P-X3	68	361	0	296
P-X4	101	180	0	1319
P-X5	268	1069	0	160
P-X6	52	38	0	162
P-X7	127	391	0	672
P-X8	97	242	0	502
P-X9	293	175	0	1098
P-X10	208	1236	0	1111
TOTAL	1700	4276	0	6358

**Tabela 19: Resumo do Problema 2**

SOFTWARE	TEMPO DE RESPOSTA (segundos)	FUNÇÃO OBJETIVO (R\$)
PLANGAS Precisão 0,99	0,6	714.084.372,00
PLANGAS Precisão 0,999	6	714.084.372,00
PLANGAS Precisão 0,9999	14,4	714.084.372,00,
CPLEX	0,22	714.084.400,00
XPRESSMP	4	714.084.400,00,
GLPK	6120	714.285.877,00

**Análise dos resultados do Problema 2.**

A análise dos resultados deste problema mostra que os melhores otimizadores continuam sendo o CPLEX, OSL e XPRESSMP/INTEGER.

Na comparação com os valores efetivamente realizados nas plataformas, constatou-se que é possível obter uma grande aproximação nos volumes de queima prevista e realizada.

Para algumas plataformas, os valores de consumo de gás apresentaram diferenças com os valores efetivamente realizados. Após esta fase, realizou-se uma análise mais detalhada, nos dados de valores efetivamente realizados nas plataformas e, com os devidos ajustes, conseguiu-se obter praticamente os mesmos valores realizados.

O otimizador GLPK, mesmo com um tempo de otimização elevado, não atingiu a solução ótima considerando as variáveis inteiras.

#### 4.4. PROBLEMA 3

O problema 3 considerou um grande número de plataformas (28) e uma malha de escoamento de gás bastante complexa.

Neste problema, procurou-se retratar as possibilidades existentes em uma malha de escoamento de gás real. Foram consideradas, todas as plataformas produzindo gás associado ao óleo. Duas destas plataformas foram equipadas para injeção de gás para recuperação secundária.

##### **Estatística do problema 3.**

- a) 3136 equações;
- b) 3299 variáveis;
- c) 6955 não zeros;
- d) 77 variáveis inteiras

Todas as particularidades descritas anteriormente foram consideradas na composição deste cenário.

A Tabela 20, mostra as características de produção total do sistema integrado.

**Tabela 20: Características de produção total do problema 3**

	<b>Vazão (Unidades de volume/período)</b>
<b>PRODUÇÃO DE ÓLEO (UNIDADES VOLUME)</b>	<b>188 081</b>
<b>PRODUÇÃO DE GÁS</b>	<b>18 883</b>
<b>GÁS LIFT</b>	<b>17 878</b>

##### **RESULTADOS DO PROBLEMA 3.**

A tabela 21 mostra os resultados obtidos do sistema integrado, nos vários pacotes.



Tabela 21: Resultados do problema 3

VARIÁVEL	OSL Precisão 0,99	OSL Precisão 0,9999, XPRESSMP, CPLEX	DIFERENÇA (%)
CONSUMO	3837	3806	0,81
QUEIMA	7736	7774	0,49
INJEÇÃO	557	557	0,00
VENDA	6752	6745	0,10

Tabela 22: Resumo do Problema 3

SOFTWARE	TEMPO DE RESPOSTA (segundos)	FUNÇÃO OBJETIVO (R\$)
PLANGAS Precisão 0,99	16,8	868.893.921,00
PLANGAS Precisão 0,999	1459	869.795.128,00
PLANGAS Precisão 0,9999	1459	869.795.128,00
CPLEX	5,53	869.795.100,00
XPRESSMP	14	869.795.372,00
GLPK	>1251	890.259.140,80

### Análise dos resultados do Problema 3.

Os resultados mostram que com o aumento do número de plataformas e conseqüentemente, das variáveis e restrições, os *softwares* de otimização OSL, CPLEX e XPRESSMP/INTE GER continuam consistentes nos resultados.

O desempenho dos otimizadores CPLEX e XPRESSMP/INTEGER também é melhor neste problema, mostrando coerência com os testes anteriores.

Para o *software* OSL, verifica-se um aumento acentuado no tempo de otimização, com o aumento da precisão, embora o resultado da função objetivo tenha variação de apenas 0,10%. Verifica-se também, que as soluções para os valores das variáveis não apresentam diferenças significativas, conforme verificado através das diferenças calculadas na tabela 21.

O valor da função objetivo do otimizador GLPK, maior que a dos outros otimizadores, não representa o valor para a solução mista linear inteira, mas sim o resultado da otimização contínua.

#### 4.5. PROBLEMA 3.1

Neste problema foram consideradas as mesmas plataformas do problema 3, alterando-se os valores dos dados de entrada.

##### **Estatística do problema 3.1.**

Este problema foi composto por:

- a) 3076 equações;
- b) 3267 variáveis;
- c) 6881 não zeros;
- d)

6Tc -0.336 Tw ( ) Tj -103.5 -21 T414TD -0.084 Tc 0.0814 Tc -0.434 Tw ( ) T69ístiTabela

**Tabela 25: Resumo do Problema 3.1**

<b>SOFTWARE</b>	<b>TEMPO DE RESPOSTA (segundos)</b>	<b>FUNÇÃO OBJETIVO (R\$)</b>
PLANGAS Precisão 0,99	130	750.180.978,00
PLANGAS Precisão 0,999	2911	750.180.978,00
PLANGAS Precisão 0,9999	2911	750.180.978,00
CPLEX	1,79	750.180.978,00
XPRESSMP	7	750.180.999,00
GLPK	>1251	-

#### 4.6. PROBLEMA 3.2

Neste problema, foram considerados os mesmos dados das plataformas do problema 3.1, considerando-se a eficiência dos compressores.

#### Estatística do problema 3.2

Este problema foi composto por:

- a) 3076 equações;
- b) 3267 variáveis;
- c) 6881 não zeros;
- d) 76 variáveis inteiras.

A Tabela 26 mostra as características de produção total do sistema integrado.

**Tabela 26: Características de produção do problema 3.2**

	<b>Vazão (Unidades de volume/período)</b>
<b>PRODUÇÃO DE ÓLEO (UNIDADES VOLUME)</b>	<b>168 350</b>
<b>PRODUÇÃO DE GÁS</b>	<b>20 090</b>
<b>GÁS LIFT</b>	<b>16 332</b>

#### RESULTADOS DO PROBLEMA 3.2

A tabela-27 mostra os resultados obtidos do sistema integrado, nos vários pacotes.

**Tabela 27: R-3.2**

**Tabela 28: Resumo do Problema 3.2**

<b>SOFTWARE</b>	<b>TEMPO DE RESPOSTA (segundos)</b>	<b>FUNÇÃO OBJETIVO (R\$)</b>
PLANGAS Precisão 0,99	66,6	746.237.367,00
PLANGAS Precisão 0,999	1443	746 237.367,00
PLANGAS Precisão 0,9999	1443	746.237.367,00
CPLEX	3,09	746.250.291,00
XPRESSMP	6	746.250.292,00
GLPK	>1251	-

OBS.: Apesar de se ter chegado a valores diferentes para a função objetivo, entre o Sistema PLANGAS (OSL) e os otimizadores CPLEX e XPRESSMP, foram comparados todos os valores das variáveis e não foi verificada nenhuma diferença na solução dos mesmos. A diferença no resultado da função objetivo de 0,00173% foi causada, portanto, por arredondamento no valor das variáveis.

#### 4.7. PROBLEMA 3.3

Neste problema, foram consideradas as plataformas do problema 3, considerando-se valores diferentes de dados de produção.

#### Estatística do problema 3.3

Este problema foi composto por:

- a) 3070 equações;
- b) 3266 variáveis;
- c) 6873 não zeros;
- d) 76 variáveis inteiras.

A tabela 29 mostra as características de produção total do sistema integrado:

**Tabela 29: Características de produção do problema 3.3**

	Vazão (Unidades de volume/período)
<b>PRODUÇÃO DE ÓLEO (UNIDADES VOLUME)</b>	<b>168 350</b>
<b>PRODUÇÃO DE GÁS</b>	<b>17 162</b>
<b>GÁS LIFT</b>	<b>16 332</b>

#### RESULTADOS DO PROBLEMA 3.3

A tabela 30 mostra os resultados obtidos do sistema integrado, nos vários pacotes.

**Tabela 30: Resultados do problema 3.3**

VARIÁVEL	PLANGAS Precisão 0,99	PLANGAS Precisão 0,9999, XPRESSMP, CPLEX	DIFERENÇA (%)
<b>CONSUMO</b>	<b>3659</b>	<b>3659</b>	<b>0,0</b>
<b>QUEIMA</b>	<b>8029</b>	<b>8029</b>	<b>0,0</b>
<b>INJEÇÃO</b>	<b>557</b>	<b>557</b>	<b>0,0</b>
<b>VENDA</b>	<b>4917</b>	<b>4917</b>	<b>0,0</b>

**Tabela 31: Resumo do Problema 3.3**

<b>SOFTWARE</b>	<b>TEMPO DE RESPOSTA (segundos)</b>	<b>FUNÇÃO OBJETIVO (R\$)</b>
PLANGAS Precisão 0,99	47,4	715.906.952,00
PLANGAS Precisão 0,999	1840	715.906.952,00
PLANGAS Precisão 0,9999	1840	715.906.952,00
CPLEX	2,89	715.906.952,00
XPRESSMP	5	715.906.964,00
GLPK	>1251	-

**ANÁLISE DOS RESULTADOS DOS PROBLEMAS 3.1, 3.2 E 3.3.**

Para os problemas 3.1 e 3.3, os valores da Função Objetivo para o Sistema PLANGAS precisão 0,99, 0,999, 0,9999, CPLEX e XPRESSMP convergiram para os mesmos valores.

Para o problema 3.2, foram comparadas todas as variáveis da solução e não foi verificada nenhuma variação, comparando-se os resultados do Sistema PLANGAS com os otimizadores CPLEX e XPRESSMP. A diferença no resultado da Função Objetivo foi causada, portanto, no arredondamento no valor das variáveis.

Os otimizadores CPLEX e XPRESSMP resultaram também em melhor desempenho em termos de velocidade de otimização.

O otimizador GLPK não concluiu a otimização em nenhum destes problemas.



#### 4.8. PROBLEMA – 4

Este problema foi simulado inicialmente na versão plurianual do sistema PLANGAS. Esta versão plurianual utiliza periodicidade anual e trabalha com horizonte de até 50 anos. Para fins de estudo do trabalho, estamos analisando um único período por vez. Este sistema também utiliza o otimizador OSL 1.3.

##### Estatística do Problema 4.

- a) Equações = 3533;
- b) Variáveis = 3767;
- c) Elementos Não Zeros = 8676;
- d) Variáveis inteiras = 95.

Também foi assumida a mesma metodologia dos problemas anteriores, após a otimização utilizando o Sistema de Otimização da Petrobrás e geração do modelo em formato MPS. Este modelo foi otimizado, utilizando os *solvers* CPLEX, XPRESSMP/INTEGER e GLPK.

Para este problema, foi utilizada uma malha contendo 28 plataformas, considerado-se uma grande limitação na demanda de gás para venda.

Os resultados do problema 4 estão na tabela 32.

**Tabela 32: RESULTADOS DO PROBLEMA 4**

<b>SOFTWARE</b>	<b>TEMPO (s)</b>	<b>FUNÇÃO OBJETIVO</b>
PLANGAS PRECISÃO 0,99	16,2	1 088 506 280
PLANGAS PRECISÃO 0,999	26,4	1 088 506 280
PLANGAS PRECISÃO 0,9999	> 1800	1 088 564 070
CPLEX V. 7.5	2,99	1 088 568 554
XPRESSMP/INTEGER	6,0	1 088 570 000
GLPK	> 10000	1 097 766 304

## ANÁLISE DOS RESULTADOS DO PROBLEMA 4

Também neste problema, os resultados mostram melhor performance dos otimizadores CPLEX e XPRESSMP/INTEGER. Apesar do GLPK ter obtido uma função objetivo maior, esta solução encontrada não representa resultados da melhor solução inteira e sim da solução contínua.

Neste problema, as variações no valor da função objetivo resultaram de soluções diferentes para algumas variáveis de consumo e queima para os otimizadores OSL, CPLEX e XPRESSMP.

As principais diferenças na solução das variáveis estão mostradas nas tabelas abaixo.

**Tabela 32.a: Diferenças no Consumo de gás de turbo compressores do problema 4**

	PLANGAS Precisão 0,9999	CPLEX	XPRESSMP
P-09	70	35	35
P-0D	0	40	40
P-10	200	100	200

**Tabela 32.b: Diferenças na queima de gás do problema 4**

	PLANGAS Precisão 0,9999	CPLEX	XPRESSMP
P-00	2	2	81
P-0D	1338	1255	1259
P-10	2	181	2

**Tabela 32.c: Diferenças no consumo de gás de Motocompressores do problema 4**

	PLANGAS Precisão 0,9999	CPLEX	XPRESSMP
P-00	5	5	0

No Sistema PLANGAS, precisão 0,9999, houve utilização de 02 turbocompressores para comprimir o gás disponível para compressão na plataforma P-09, importando também o gás em baixa pressão de P-0D. Para os otimizadores

CPLEX e XPRESSMP, houve utilização de apenas 01 turbocompressor na P-09 e 01 turbocompressor na P0D.

Esta alteração na movimentação de gás permitiu a redução de queima na plataforma P-0D, para os otimizadores CPLEX e XPRESSMP.

O otimizador XPRESSMP, na sua solução ótima, não utilizou o motocompressor na plataforma P-00, diferentemente dos outros otimizadores.

Desta forma, o otimizador XPRESSMP conseguiu encontrar uma solução otimizada um pouco melhor que os demais otimizadores para este problema.

#### 4.9. PROBLEMA – 5

Este problema foi simulado na versão do Sistema PLANGAS com visão mensal e precisão 0,99, utilizando a malha do Problema 3 modificada, com o objetivo de avaliar a utilização da flexibilidade operacional numa malha de escoamento de gás restringida em função da demanda limitada.

O problema 5-a, foi simulado em condição de existência desta restrição, com demanda de 7000 mil m<sup>3</sup>/d de gás, mas sem a operacionalização do sistema de compressão para injeção de gás para armazenamento.

O problema 5.b, foi simulado também nas mesmas condições de restrição de demanda de gás, mas foi considerada a flexibilidade operacional que permitia a injeção de gás para armazenamento, com capacidade de até 5770 mil m<sup>3</sup>/d e algumas interligações em alta pressão entre plataformas.

##### **Estatística do Problema 5.**

- e) Equações = 3092;
- f) Variáveis = 3272;
- g) Elementos Não Zeros = 6908;
- h) Variáveis inteiras = 85.

Os resultados do problema 5 estão mostrados na tabela 33.

##### **ANÁLISE DOS RESULTADOS DO PROBLEMA 5:**

Os resultados mostram que a flexibilidade operacional da malha de escoamento, utilizando sistema de injeção para armazenamento, e interligação através de gasodutos de alta e baixa pressão melhoram a performance do sistema.

**Tabela 33: Resultados do Problema 5**

	Problema 5-a	Problema 5-b
QOLEO (m3/d)	199 764	199 764
QGASA (mil m3/d)	20 090	20 090
CONS (mil m3/d)	4 012	4 761
QUEI (mil m3/d)	8 521	2 001
INJ Rec. Sec. (mil m3/d)	557	557
INJ Armaz. (mil m3/d)	0	5770
VENDA (mil m3/d)	7 000	7 000
GL (mil m3/d)	19 305	19 560
FO (R\$)	666 270 330	927 780 895
Tempo de otimização (s)	11,4	1615

#### 4.10. RESUMO DOS TEMPOS DE OTIMIZAÇÃO.

A tabela 34 mostra o resumo dos tempos de otimização obtidos em cada um dos otimizadores testados.

A tabela 35 mostra o resumo das estatísticas dos problemas.

**Tabela 34: Resumo dos tempos de otimização (em segundos).**

	CPLEX	XPRESSMP	PLANGAS P. 0,99	PLANGAS P. 0,999	PLANGAS P. 0,9999	GLPK
Prob. 1	0,24	5	1,2	1,8	15,6	1440
Prob 1-A	5,48	5	0,6	1389,6	1917	>1440
Prob. 2	0,22	4	0,6	6	14,4	>6120
Prob. 3	5,53	14	16,8	1459	1459	>1251
Prob. 3.1	1,79	7	130	2911	2911	>1251
Prob 3.2	3,09	6	66,6	1443	1443	>1251
Prob 3.3	2,89	5	47,4	1840	1840	>1251
Prob 4	2,99	6	16,2	26,4	>1800	>10000

**Tabela 35: Resumo das estatísticas dos problemas**

PROBLEMA	EQUAÇÕES	VARIÁVEIS	NÃO ZEROS	INTEIROS
Prob. 1	1025	1085	2218	30
Prob 1-A	1025	1085	2218	30
Prob. 2	1011	1065	2255	26
Prob.3	3136	3299	6955	77
Prob. 3.1	3076	3267	6881	76
Prob. 3.2	3076	3267	6881	76
Prob. 3.3	3070	3266	6873	76
Prob. 4	3533	3767	8676	95

#### 4.11. COMPARAÇÃO DO OTIMIZADOR OSL PRECISÃO 0,99 e 0,9999

A tabela 36 mostra uma comparação do otimizador OSL entre a precisão de 0,99 e a precisão de 0,9999.

**Tabela 36: comparação entre a precisão de 0,99 e a precisão de 0,9999.**

FUNÇÃO OBJETIVO			
PROBLEMA	PLANGAS P. 0,99	PLANGAS P. 0,9999	DIFERENÇA (%)
Prob. 1	184.521.889,00	184.531.415,00	0,005162
Prob 1-A	100.627.907,00	100.641.780,00	0,013785
Prob. 2	714.084.372,00	714.084.372,00	0,000000
Prob. 3	868.893.921,00	869.795.128,00	0,103611
Prob. 3.1	750.180.978,00	750.180.978,00	0,000000
Prob 3.2	746.237.367,00	746.237.367,00	0,000000
Prob 3.3	715.906.952,00	715.906.952,00	0,000000
Prob 4	1.088.506.280,00	1.088.564.070,00	0,005309

## CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

---

### 5.1. CONCLUSÕES

- O otimizador CPLEX apresentou o melhor desempenho, em termos de velocidade de otimização entre os simuladores testados.
- Os testes realizados propiciaram um melhor entendimento da área de movimentação de gás e também da pesquisa operacional.
- As informações coletadas durante o desenvolvimento da tese serão de grande utilidade para os novos projetos de melhorias do sistema de planejamento de movimentação e compressão de gás da PETROBRAS.
- O sistema de otimização utilizado pela PETROBRAS está muito consistente. Os resultados de testes realizados mostram que existe repetibilidade comparando-se com os programas simplificados desenvolvidos nos otimizadores *What's The Best* e LINDO, na versão simplificada demonstrativa. Os resultados de testes com otimizadores comerciais CPLEX e XPRESSMP/INTEGER e com o GLPK, também mostraram muita consistência nos resultados.
- O aumento na precisão do modelo PLANGAS, que utiliza o otimizador OSL, aumenta muito o tempo de otimização da simulação.
- O otimizador XPRESSMP/INTEGER, também apresentou um bom desempenho, em termos de velocidade de otimização, mas um pouco menor que o CPLEX.
- O otimizador OSL apresenta um desempenho intermediário.
- O otimizador GLPK, apesar de otimizar a função objetivo, aparentemente, tem problemas de finalização, provavelmente entrando em *looping*.
- Os últimos valores de função objetivo apresentados no relatório pelo otimizador GLPK, representam algumas vezes, o resultado da função contínua.



- O NEOS é um importante portal que contém um grande número de informações sobre a pesquisa operacional.
- O processo de otimização utilizando o NEOS Server é rápido e eficiente.
- A flexibilidade operacional da malha com interligações entre plataformas com gasodutos (de alta e baixa pressão), e utilização de sistemas de injeção de gás em reservatórios para armazenamento de gás melhoram a eficiência do sistema global.

## 5.2. RECOMENDAÇÕES

- Testar o sistema PLANGAS, utilizando o otimizador CPLEX.
- Testar o sistema PLANGAS, utilizando o otimizador XPRESSMP/INTEGER.
- Analisar a possibilidade de substituir o otimizador utilizado.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

- BRONSON, R. (1985) *Pesquisa Operacional*. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 318p.
- CASTRO, A. O. de S., Et al. (2000) *Integração de Modelos Matemáticos com Base de Dados Corporativas: O Planejamento da Movimentação e Utilização do Gás Natural*. XXXII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Viçosa-MG.
- CHAVES, J. R. da C. (1999), *Linearização da Equação de WEYMOUTH*, PETROBRAS, Rio de Janeiro.
- CRUZ, H. V. da. (1992) *Programação Linear – Introdução*. Petrobrás SERINF/SEQUAL, 44p.
- CZYZYK, J. et al (1997) *Optimization on the Internet – OR/MS Today*. Atlanta.
- DOLAN, E. D., MUNSON, T. S.(2001 a) *The Kestrel Interface to the NEOS Server*. Mathematics and Computer Science Division – Argonne National Laboratory. Argonne, IL.
- DOLAN, E. D. Et al (2001 b). *Remote Access to Mathematical Software*. Mathematics and Computer Science Division – Argonne National Laboratory. Argonne, IL.
- DOLAN, E. D. (2001 c) *NEOS Server 4.0 Administrative Guide*. Technical Report ANL/MCS TM 25, Mathematics and Computer Science Division, Argonne National Laboratory, . Argonne, IL.
- DOLAN, E. D. et al (2002) *The NEOS Server for Optimization Version 4 and Beyond*. Mathematics and Computer Science Division, Argonne National Laboratory. Preprint ANL/MCS-P947-02202. Argonne, Illinois.

FOURER, R., GOUX, J. P. (2000) *Optimization As An Internet Resource*. Department of Industrial Engineering and Management Sciences, Northwestern University, Evanston, Illinois.

FRANÇA, M. A. et al (1999). *Equacionamento do Modelo Matemático do Sistema PLANGAS*. – PETROBRAS, TI/PS/PESOP, Rio de Janeiro.

HILLIER, F. S., LIEBERMAN, G. J. (1973). *Introduction to Operations Research* – Holden-Day, Inc. – San Francisco - California, 639p.

IACHAN, Roberto et al.(2001). *A Decision Support System for Natural Gas Operational Planning in a Gas Pipeline Network in Brazilian Campos Basin*. PETROBRAS/TI/PS/PESOP e PETROBRAS/UNBC/PM/PLC, Rio de Janeiro.

KELLEY, C. T. (1999). *Iterative Methods for Optimization, Frontiers in Applied Mathematics*, SIAM, Philadelphia, Penn.

MITTELMANN, H. D. (2002). *Benchmarks for Optimization Software*. See <http://plato.la.asu.edu/bench.html>.

MORÉ, J. J., Wright, S. J. (1993) *Optimization Software Guide*. Society for Industrial and Applied Mathematics – SIAM. Philadelphia, 154p.

MURTAGH, B. (1981) *Advanced Linear Programming: Computation and Practice*. McGraw-Hill, New York..

*NEOS Server for Optimization Problems*. See <http://www-neos.mcs.anl.gov/>.

*Optimization Technology Center*. See <http://www.ece.nwu.edu/OTC>.

ORCHARD-HAYS, W. (1968) *Advanced Linear Programming Computing Techniques*, McGraw-Hill, New York, 341p.

- PETROBRAS (1998). *Gás Natural – O Combustível do Século XXI garantido pela PETROBRAS desde hoje*. PETROBRAS/ABASTECIMENTO – Superintendência de Marketing e Comercialização – GEGAS: Gerência de Gás. Rio de Janeiro.
- SALKIN, H. M., SAHA, J. (1975) *Studies in Linear Programming*. North-Holland Publishing Company – Amsterdam , Oxford / American Elsevier Publishing Company, INC. – New York, 322p.
- SIMÕES, J. A. (1995) *Curso de Pesquisa Operacional Aplicada*. Petrobrás SERPLAN/SENOR, 57p.
- WRIGHT, S. J. (1997) *Primal-Dual Interior-Point Methods*, SIAM Publications, Philadelphia.
- WRIGHT, S. J. (1999) *Optimization Software Packages*. Technical Preprint ANL/MCS-P8xx-0899, Mathematics and Computer Science Division, Argonne National Laboratory, Argonne, IL.
- WRIGHT, S. J. (2000) *Algorithms and Software for Linear and Nonlinear Programming*. Mathematics and Computer Science Division – Argonne National Laboratory. Argonne, IL.
- SILVA, A.C.M. (2001) *Programação Linear*. Investigação Operacional, Instituto Superior de Gestão. Lisboa, Portugal.

## APÊNDICES

---

## APÊNDICES

---

### APÊNDICE A - DEFINIÇÕES

**Barriletes:** representa o processo de união de fluxos. Pode ser uma tubulação coletora, um vaso ou um conjunto de instalações.

**Bombeamento Multifásico:** bombeamento do gás em baixa pressão, juntamente com o óleo e /ou água através de bombas especiais, projetadas especificamente para este tipo de condição.

**Campo de Petróleo ou de Gás Natural:** área produtora de petróleo ou gás natural, a partir de um reservatório contínuo ou de mais de um reservatório, a profundidades variáveis, abrangendo instalações e equipamentos destinados à produção.

**Cogeração:** são sistemas em que se faz simultaneamente, e de forma seqüenciada, a geração de energia elétrica e térmica a partir de um combustível, tais como os derivados de petróleo, o gás natural, o carvão ou biomassa.

**Comercialização do gás natural** – ato ligado à transferência de titularidade de um volume de gás natural para uma determinada utilização ou aplicação.

**Consumo de Gás:** volume de gás utilizado na plataforma, com objetivo de gerar energia elétrica, combustível para operar turbo e motocompressores, gás combustível em baixa pressão para fornos, fornalhas, *gas stripper*, etc.

**Distribuição:** atividade de comercialização por atacado com a rede varejista ou com grandes consumidoras de combustíveis, lubrificantes, asfaltos e gás liquefeito envasado, exercida por empresas especializadas, na forma das leis e regulamentos aplicáveis.

**Estocagem de Gás Natural:** armazenamento de gás natural em reservatórios próprios, formações naturais ou artificiais.

**Fluxo Multifásico:** quando ocorre o fluxo no mesmo duto ou equipamento de mais de uma fase, ou seja, no caso, trata-se de escoamento de óleo, gás e água no mesmo duto.

**Função Objetivo:** função que pretendemos minimizar ou maximizar. Por exemplo, no nosso estudo estamos interessados em maximizar o lucro e minimizar os custos. A maioria dos problemas tem somente uma função objetivo.

**Gás associado:** gás natural produzido de jazida onde é encontrado dissolvido no petróleo ou em contato com o petróleo subjacente saturado de gás. Este gás pode ter preços diferenciados de venda em função do seu poder calorífico.

**Gás de Alta:** Gás em alta pressão, após ser comprimido por moto ou turbocompressores, com pressão suficiente para ser transferido para o ponto final de escoamento através de gasodutos, consumido em alta pressão ou utilização para gas lift.

**Gás de Baixa:** é o gás antes de ser comprimido pelos motocompressores ou turbocompressores com pressão insuficiente para ser transferido para o ponto final de escoamento através de gasodutos, ou utilização em alta pressão.

**Gás Disponível para venda:** parcela do volume de gás produzido e comprimido em alta pressão, que for enviado para o ponto final de venda ou distribuição.

**Gas Lift:** gás comprimido a alta pressão que é injetado na coluna de produção em uma determinada profundidade para elevação artificial, isto é, para diminuir o gradiente de pressão da coluna de óleo. O *gas lift* aumenta a produção de óleo, o que contribui para o aumento da receita do sistema de compressão.

**Gás não associado:** gás natural que é produzido de jazida de gás seco ou de jazida de gás e condensado. É aquele que, no reservatório, está livre ou tem quantidades muito pequenas de óleo.



**Gás não utilizado ou queimado:** parcela do volume de gás associado produzido que não for utilizado para consumo, injeção ou disponibilizado para venda. Este destino do gás é o mais indesejável de todos para o sistema, excluindo a parcela do volume de gás queimado para a manutenção do piloto do *flare* aceso, que deve ser mantido na plataforma por motivo de segurança operacional. A queima de gás contribui para a diminuição da quantidade de gás disponibilizada para venda e, conseqüentemente, a sua receita. A queima é geralmente proveniente de restrições do sistema de compressão, malha de escoamento e falta de demanda.

**Gás Natural:** mistura de hidrocarbonetos leves que permanece no estado gasoso, sendo encontrado em rochas porosas no subsolo, freqüentemente acompanhado de petróleo. A composição do gás natural pode variar bastante. Basicamente, ele é composto de metano, etano, propano e, em menores proporções de outros hidrocarbonetos de maior peso molecular. Normalmente, apresenta baixos teores de contaminantes, como nitrogênio, dióxido de carbono, água e compostos de enxofre. Por existir no estado gasoso, não precisa ser atomizado para queimar, proporcionando uma combustão limpa, com reduzida emissão de poluentes e melhor rendimento térmico. Depois de tratado e processado, o gás natural é largamente utilizado em residências, indústrias e veículos.

**Gasodutos:** dutos que permitem o transporte de gás natural de um ponto a outro.

**GLPK (GNU Linear Programming Kit):** é uma série de rotinas escritas em ANSI C e organizadas na forma de biblioteca. Este pacote pretende solucionar problemas de programação linear (LP) e programação linear mista inteira de grande escala, e outros problemas relacionados. GLPK tem as seguintes características:

- implementação do método *simplex* revisado;
- implementação do método *primal-dual interior point*;
- implementação do método *Branch-and-Bound*;
- aplicação do programa interface (API).

**Índice de Confiabilidade de Compressores:** percentual do tempo em que o compressor efetivamente esteve em operação normal, acrescido do tempo de manutenção programada durante o período de tempo analisado.

**Índice de Disponibilidade de Compressores:** índice que mede o percentual do tempo que o compressor esteve em operação normal, em relação ao período total analisado.

**Indústria do Petróleo:** conjunto de atividades econômicas relacionadas com a exploração, desenvolvimento, produção, refino, processamento, transporte, importação e exportação de petróleo, gás natural, outros hidrocarbonetos fluidos e seus derivados;

**Injeção de Gás:** dependendo do sistema de injeção de gás, poderemos ter dois tipos diferentes. O primeiro para armazenamento, com o objetivo de injetar o gás excedente, em função de alguma limitação do sistema de compressão ou escoamento de gás, como por exemplo, limitação da capacidade de compressão, capacidade dos gasodutos, demanda de gás, etc. Quando houver demanda de gás acima do volume disponibilizado para venda, o gás acumulado injetado poderá ser produzido, de forma a maximizar a receita e lucro do gás movimentado. O outro sistema de injeção refere-se ao sistema de injeção de gás para recuperação secundária, que consiste na injeção de gás na capa para manutenção da pressão do reservatório, com o objetivo de maximizar a recuperação final de óleo do reservatório. Neste caso, o ganho econômico, em função da recuperação adicional de óleo, deverá ser estimado.

**Motocompressores:** equipamentos responsáveis por elevar a pressão do gás, principalmente para o de baixa pressão para permitir a sua sucção através dos turbocompressores.

**NEOS (Network Enabled Optimization System):** um servidor de aplicação para

**Otimização:** processo de encontrar variáveis que minimizam ou maximizam a função objetivo de variáveis de decisão numéricas, sujeitas a restrições nos valores das variáveis.

**Pesquisa Operacional:** método que consiste na aplicação de uma modelagem científica a problemas que dizem respeito ao controle de sistemas organizados, com a finalidade de obter as soluções que melhor atendam aos objetivos da organização como um todo.

**Petróleo:** todo e qualquer hidrocarboneto líquido em seu estado natural, a exemplo do óleo cru e do condensado;

**Planejamento da movimentação de gás:** processo de análise da curva de produção de gás associado, gás não associado, *gas lift*, malha de escoamento de gás e características do sistema de compressão para antever o destino deste gás em cada ponto da malha, bem como o seu destino final, com o objetivo de verificar futuros pontos de ineficiência de escoamento e compressão do gás produzido. Outro objetivo é o de maximizar o lucro final da movimentação de gás em cada período analisado. Temos que analisar a previsão integrada de movimentação de gás das plataformas, muitas vezes, até o fim de sua produção, para detectar previsões de queimas elevadas futuramente, e desenvolver projetos e ações em tempo hábil para minimizá-las ou eliminá-las. Outra utilidade deste planejamento é para valoração de ações da empresa nas Bolsas de Valores, cujo objetivo é de se calcular o volume de gás aproveitado durante toda a vida do campo de produção, o que contribuirá para aumentar a receita.

**Poder Calorífico:** medida da quantidade de energia que pode ser obtida pela combustão completa do gás e indica a conveniência de uso de um gás puro ou uma mistura como combustível. O poder calorífico é dito superior (PCS) quando considera que toda a água formada na reação é condensada em líquido; e inferior (PCI) quando considera que a água formada permanece no estado de vapor.

a) Inferior



b) Superior



Para uso como combustível, gases de fontes e composições diferentes podem ser comparados com base no seu poder calorífico, que, portanto, é usado como parâmetro na determinação do preço do gás.

**Precisão:** regra heurística de parada de busca durante a execução do método de *Branch-and-Bound*.

$$\frac{\text{Função objetivo da melhor solução inteira obtida}}{\text{Função objetivo da melhor solução dos nós de espera}} \geq \text{precisão}$$

Quando isto acontecer, a busca é interrompida e a melhor solução inteira obtida é considerada solução ótima dentro da precisão especificada.

**Produção:** conjunto de operações coordenadas de extração de petróleo ou gás natural de uma jazida e de preparo para sua movimentação;

**Programação Linear:** problema que pode ser expresso na forma canônica:

$$\begin{aligned} &\text{minimize } \underline{c}^T \underline{x} \\ &\text{subject to } \underline{A} \underline{x} = \underline{b} \\ &\quad \underline{x} \geq 0 \end{aligned}$$

onde  $\underline{x}$  é o vetor de variáveis para ser solucionado,  $\underline{A}$  é uma matriz com coeficientes conhecidos, e  $\underline{c}$  e  $\underline{b}$  são vetores de coeficientes conhecidos. A expressão " $\underline{c}^T \underline{x}$ " é chamada de função objetivo, e as equações " $\underline{A} \underline{x} = \underline{b}$ " são chamadas de restrições.

A palavra programação é usada aqui no sentido de planejamento, a relação necessária para programação computacional foi casual na escolha do nome.

Simplex transformações podem ser aplicadas para algum problema com uma função objetivo linear e restrições lineares (igualdades e desigualdades) para obter esta forma padrão.

**Programação Linear Inteira:** o modelo de programação linear inteira é aquele na qual as variáveis são restritas a terem valores inteiros ou como oposto de números fracionários.

Os problemas de programação linear inteira têm a forma geral:

$$\text{Min } (c^T x: Ax = b, x \geq 0, x \in Z^n)$$

Onde  $Z^n$  é o conjunto de vetores inteiros de dimensão  $n$ . Em programação linear inteira mista, alguns componentes de  $x$  são permitidos serem reais.

Os modelos de programação linear inteira são conhecidos por uma variedade de nomes e abreviações, de acordo com a generalidade das restrições em suas variáveis. Problemas de Programação Linear Mista Inteira (MILP ou MIP) requerem que somente algumas variáveis tomem valores inteiros, enquanto que os problemas de programação puramente inteiros (ILP ou IP), requerem que todas as variáveis sejam inteiras.

**Queima histórica:** volume de queima de gás natural ou ventilado para o meio ambiente, em função de motivos associados à característica do sistema de compressão, na qual terá uma grande probabilidade de realização, mesmo que não haja falhas ou paradas de compressores. Este volume é determinado em função de análise do histórico de queima da plataforma.

**Reservatório ou Depósito:** configuração geológica dotada de propriedades específicas, armazenadora de petróleo ou gás, associados ou não.

**Restrições:** características que permitem que as variáveis e incógnitas possam assumir determinados valores mas excluem outros.

**Softwares de otimização:** inclui *solvers* ou códigos para encontrar o ótimo (ou no mínimo muito bom) para valores de variáveis de decisão, assim como os sistemas de modelagem que auxiliam na preparação de problemas para *solvers* e para relacionar as soluções que os *solvers* retornam.

Os *solvers* são especializados para muitos tipos diferentes de problemas matemáticos, e os sistemas de modelagem são desenhados para certa categoria de problemas.

**Solução:** conjunto de valores das variáveis que satisfazem o sistema de equações; se os valores destas variáveis satisfazem a condição de não negatividade, ou seja, se satisfazem as restrições técnicas e lógicas, então a solução diz-se solução viável.

**Take or pay:** menor volume de gás que deverá ser entregue para venda, definida em contrato entre as partes vendedoras e consumidoras. Caso este volume não seja atendido, haverá uma penalização sobre este não atendimento para a empresa responsável pela oferta do gás.

**Teor de gás sulfídrico e dióxido de carbono:** a presença de  $H_2S$  e  $CO_2$  num gás natural desprovido de umidade não representa riscos de corrosão no sistema. Todavia na presença de umidade, teores elevados de  $H_2S$  e  $CO_2$  podem provocar corrosão, em caso de condensação aquosa. O limite máximo do teor de  $H_2S$  usualmente aceito para escoamento de gasodutos de alta pressão é de 20 ppm em volume, (para evitar a corrosão sob tensão por  $H_2S$  em pressões de até  $105 \text{ kgf/cm}^2$  absoluta), e para o  $CO_2$  é de 2% em volume. Para comercialização no país, o teor de enxofre total ( $H_2S$  + mercaptans) é especificado em  $80 \text{ mg/m}^3$ ; o de  $H_2S$  de  $20 \text{ mg/m}^3$  (equivalente a 14 ppm); e, o  $CO_2$  de 2% em volume. Neste limite para o teor de  $H_2S$  não ocorrem problemas de toxidez para o gás natural ou para os produtos de sua combustão. Existem vários processos disponíveis para remoção de  $H_2S$  e  $CO_2$  do gás natural. No entanto, os processos que utilizam soluções de aminas são os mais empregados. Nesses processos, é utilizada, normalmente, a monoetanolamina - MEA ou a dietanolamina – DEA.

**Tratamento ou Processamento de Gás Natural:** conjunto de operações destinadas a permitir o seu transporte, distribuição e utilização.

**Turbocompressores:** equipamentos responsáveis por elevar a pressão do gás para permitir a injeção, transporte através de gasodutos, *gas lift* e consumo de gás em alta pressão.

**Utilização do gás natural:** é qualquer uso do gás natural nas atividades industrial, comercial, institucional, residencial ou automotiva. Na indústria, é utilizado como combustível para fornecimento de calor, geração de energia elétrica e de força motriz, como matéria-prima nos setores químicos, petroquímicos e de fertilizantes, e como redutor siderúrgico na fabricação do aço. Na área de transportes, substitui o óleo diesel, a gasolina e o álcool em ônibus e automóveis. No futuro, terá uma utilização bem maior no setor elétrico brasileiro, que espera um substancial crescimento da geração termelétrica, parcialmente atendida com o gás natural. Há ainda a expectativa de que, com o avanço da tecnologia de compressão para uso automotivo e com a aplicação da tecnologia de liquefação, transporte e regaseificação, surjam novas oportunidades para o gás natural, que deve ter uma participação cada vez maior na matriz energética brasileira.

**Variáveis:** parâmetros que afetarão o valor da função objetivo.

**Xpress-MP:** sistema de modelagem e otimização que tem como características, a utilização de três algoritmos que possibilitam o usuário solucionar problemas de programação linear (LP), problemas de programação mista inteira (MIP), problemas de programação quadrática (QP), e problemas de programação mista inteira quadrática (MIQP). O otimizador Simplex, que inclui os métodos *primal* e *dual*, soluciona problemas LP, e é também usado com uma estrutura *Branch-and-Bound* para solucionar problemas MIP e MIQP.

**What's The Best:** *software* de programação linear e programação linear mista inteira. É um aditivo para o Excel que permite modelos de otimização em um layout livre dentro de um ambiente de fácil entrada e manipulação de dados.

## APÊNDICE B - EQUACIONAMENTO DO MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA DE PLANEJAMENTO DA MOVIMENTAÇÃO DE GÁS DA PETROBRAS

### A) VARIÁVEIS

As variáveis de carga/vazão utilizadas nos elementos são:

- Carga de gás no elemento;
- Vazão do gasoduto;
- Carga de injeção de gás no elemento armazenamento;
- Carga de produção de gás no elemento armazenamento.

Variáveis de desvio em relação a limites estabelecidos:

- Desvio negativo em relação ao mínimo mensal contratual (*take or pay*).

Variáveis de produção de condensado nos moto e turbo compressores.

Variáveis de carga de compressão por máquina nas baterias de moto e turbo compressores.

Variáveis inteiras (0-1) que definem a operação de máquinas nas baterias de moto e turbo compressores.

Variáveis de pressão:

- Pressão de entrada de elemento;
- Pressão de saída do elemento;
- Pressão de sucção de turbo e moto compressores;
- Pressão de descarga de turbo e moto compressores;
- Pressão à montante do gasoduto;
- Pressão à jusante do gasoduto.



## **B) ELEMENTOS DO SISTEMA DE GÁS.**

- **VENDAS**

Entrada de fluxo: totaliza na variável, os fluxos de gás que chegam ao ponto de venda.

Limitação da carga de transferência: determina o valor máximo e mínimo admitido para a entrega de gás no ponto de venda, em função dos valores máximo e mínimo contratuais e dos desvios admitidos.

Pressão de entrega.

Função Objetivo: Lucro (Receita da Venda do gás - Multa Take or pay).

- **CONSUMO FIXO**

Entrada de fluxo: totaliza na variável, os fluxos de gás que chegam ao ponto de consumo, a partir dos elementos.

Limitação de carga: fixa o consumo em um valor pré-definido.

Pressão do consumo: limite.

Função Objetivo: - penalização de desvio.

- **QUEIMA**

Entrada de fluxo: totaliza na variável os fluxos de gás que chegam ao ponto de queima

Queima mínima por plataforma: envolve piloto do *flare* e queima devido a parada de compressores.

Pressão de chegada.

Custo da queima por plataforma: valor a ser calculado em função do poder calorífico do gás produzido na plataforma.

Função Objetivo: - custo da queima por plataforma \* carga

- **BARRILETES**

Entrada de fluxo: totaliza na variável os fluxos de gás que chegam ao barrilete (vaso ou entroncamento).

Saída de fluxo: distribui, a partir da variável, os fluxos de gás que saem do barrilete.

Equalização de pressões: pressão de entrada do barrilete = pressão de saída do barrilete.

Limitação de pressões.

- **MANIFOLDS E CONEXÕES**

Entrada de fluxo: totaliza na variável os fluxos de gás que chegam ao *manifold* ou conexão, a partir dos gasodutos.

Saída de fluxo: distribui, a partir da variável, os fluxos de gás que saem do *manifold* ou conexão para o gasoduto.

Equalização de pressões: Pressão de entrada do *manifold* = pressão de saída do *manifold*.

Limitação de pressões

- **GASODUTOS**

Entrada de fluxo: totaliza na variável os fluxos de gás que chegam ao gasoduto a partir dos elementos;

Saída de fluxo: distribui a partir da variável, os fluxos de gás que saem dos gasodutos para os elementos.

Limitação de carga: limita a vazão do gasoduto no período.

Carga dos gasodutos alternativos: Escolhe o modo de operação do gasoduto para o período em pauta. Esta operação vale para gasodutos de duplo sentido, bem como para gasodutos que podem processar gás doce ou gás ácido. Também utiliza variável inteira para definir o sentido do fluxo.

Equação de perda de carga: Determina a viabilidade de fluxo no gasoduto através de comparação entre a pressão à montante e a pressão à jusante.

Função objetivo: Lucro (-Custo de transporte).

- **MOTO COMPRESSORES**

Entrada de fluxo: totaliza na variável os fluxos de gás que chegam ao moto compressor a partir dos elementos.

Saída de fluxo: totaliza na variável os fluxos de gás que saem do moto compressor para os elementos.

Limitação da carga por máquina da bateria: limita a carga do motocompressor da bateria entre os valores máximo e mínimo de projeto.

Consumo de gás da bateria: Calculado a partir das variáveis inteiras binárias, que indicam se cada motocompressor está ou não ligado no período multiplicado pelo seu consumo unitário.

Carga de gás total da bateria.

Produção de condensado: somente para motocompressores de alta pressão.

Limitação da pressão de sucção (mínima).

Limitação da pressão de descarga (máxima).

- **GÁS ASSOCIADO**

Saída de fluxo: distribui a produção de gás associado pelos fluxos de gás que vão para os separadores de produção e para o separador atmosférico.

Limitação de pressão do gás associado.

Carga: Fixa a produção do período.

Função Objetivo:  $-\text{Custo de produção} * \text{Carga}$ .

- **GÁS NÃO ASSOCIADO**

Cada poço de gás não associado poderá ter duas condições de produção: uma em alta pressão e outra em baixa pressão. Cada poço poderá ter somente uma condição para cada período.

Saída de fluxo em alta pressão e baixa pressão: distribui a produção de gás não associado em alta pressão e baixa pressão, a partir da variável, pelos fluxos de gás que saem do ponto de produção, para os elementos.

Carga: Limita a produção do gás não associado superiormente. O potencial de produção de cada período deverá ser calculado, entre as otimizações de um período para outro, a partir das curvas de produção (*steps*) alimentados no cenário para cada poço.

Limitação de pressão do gás não associado.

Função Objetivo:  $\text{Lucro} (\text{Preço de venda} * \text{carga} - \text{custo de produção})$

- **INJEÇÃO EM RESERVATÓRIOS**

Entrada de fluxo: totaliza na variável, os fluxos de gás que chegam ao ponto de injeção a partir dos elementos.

Carga: fixa os valores máximo e mínimo de injeção de gás necessária para os períodos em operação.

Limitação de pressão na injeção.

Função objetivo:  $= \Sigma(\text{Receita unitária} * \text{Carga de injeção no período})$ .

- **INJEÇÃO/PRODUÇÃO PARA ARMAZENAMENTO**

INJEÇÃO:

ENTRADA DE FLUXO: Totaliza, na variável, os fluxos de gás que chegam ao ponto de injeção para armazenamento a partir dos elementos.

Carga: limita superiormente o valor a ser injetado em cada período.

Limitação de pressão para injeção de armazenamento.

Função objetivo:  $-\Sigma(\text{custo unitário injeção} * \text{carga})$

Limitação do volume de gás possível de ser estocado no reservatório.

#### PRODUÇÃO:

Saída de fluxo: distribui a produção de gás do estoque, a partir da variável, pelos fluxos de gás que saem do ponto de produção do reservatório de armazenamento, para os elementos.

Carga de armazenamento: limita o volume de gás ao nível de gás estocado mais a quantidade injetada no período.

Estoque inicial: Define o volume de gás atualmente presente no reservatório para o início de um certo período.

Estoque final: Define o volume de gás presente no reservatório para o final de cada período. Este volume será o estoque inicial do período adjacente.

Carga de produção: limita a vazão máxima de produção.

O nível atual de gás armazenado em cada reservatório no fim de um certo mês deverá ser calculado, entre duas corridas com o modelo, levando-se em conta o gás armazenado no final do período anterior mais o que foi injetado e subtraindo o que foi produzido pelo modelo no período em pauta.

Dias do período injetando ou produzindo: Limita superiormente a soma de dias produzindo com o número de dias injetando ao número de dias disponíveis no período.

Limitação de pressão.

Função objetivo:  $\Sigma(\text{Receita da venda do gás produzido} - \text{custos de injeção e produção})$ .

#### • UNIDADES DE TRATAMENTO DE GÁS ÁCIDO

1) MEA – MONOETANOLAMINA: Sistema que remove a acidez do gás para evitar corrosão em equipamentos e gasodutos.

Entrada de fluxo: totaliza na variável, os fluxos de gás que chegam à unidade, a partir dos elementos.

Saída de fluxo: distribui o resultado do tratamento da unidade, a partir da variável, pelos fluxos de gás que saem da unidade para os elementos.

Eficiência operacional do sistema.

Carga: Limita a carga máxima do período.

Equalização de pressões.

Limitação de pressões.

Função objetivo: custo operacional unitário \* carga.

2) SEQÜESTRANTE DE H<sub>2</sub>S: Produto químico injetado na linha de *gas lift*, com objetivo de neutralizar a acidez do gás.

Entrada de fluxo: Totaliza na variável, os fluxos de gás a serem tratados pelo seqüestrante.

Saída de fluxo: distribui o gás tratado pelos fluxos de saída.

Carga: limita o total de gás a ser tratado pela soma da produção de gás ácido no período juntamente com o retorno de *gas lift*.

Equalização de pressões.

Função Objetivo:  $-\Sigma$  (custo operacional unitário \* carga).

- **BOMBA MULTIFÁSICA**

Permite o bombeamento do gás em baixa pressão de uma plataforma para ser comprimido em outra plataforma juntamente com o óleo.

Entrada de fluxo: Totaliza na variável, os fluxos de gás que chegam à bomba multifásica, a partir dos elementos.

Saída de fluxo: Distribui a carga de gás da bomba multifásica para os elementos.

Carga: limita a carga no período da bomba multifásica ao produto da razão gás/líquido pela carga máxima diária e pelo número de dias de operação.

Equalização de pressões.

Limitação de pressão.

Função objetivo:  $-\Sigma$  (custo operacional unitário \* carga).

## APÊNDICE C - MPS INPUT FORMAT

O formato MPS é uma forma de representar as equações do modelo matemático em computador.

Este formato tem se tornado o modelo padrão na indústria, adaptado por muitos códigos comerciais, e não é restrito somente à série de códigos MPS, originalmente desenvolvido para computadores IBM.

Tabela: linha de dados com formato MPS.

	Campo 1	Campo 2	Campo 3	Campo 4	Campo 5	Campo 6
Colunas	2-3	5-12	15-22	25-36	40-47	50-61
Conteúdo	Indicador	Nome	Nome	Valor	Nome	Valor

As várias seções de dados são agrupadas na seguinte ordem:

- NAME (Nome)
- ROWS (Equações)
- COLUMNS (Variáveis)
- RHS (Lado direito das equações)
- RANGES (Faixas)
- BOUNDS (Variáveis limitadas)
- ENDATA

Será examinada cada uma destas seções:

- 1) NAME: esta seção consiste de somente um cartão, com a palavra NAME nas colunas 1-4, e o título do problema nas colunas 15-22.
- 2) ROWS (Equações): nesta seção, o nome da equação é definido, bem como o seu tipo. O tipo da equação é informado no campo1 (nas colunas 2 ou 3) e o rótulo da equação é informado no campo 2 (colunas 5-12).

O código para especificar o tipo da equação é como segue:

Tipo de equação		Indicador (colunas 2 e 3)
=	E	Equality
<	L	Less than or equal
>	G	Greater than or equal
Objective	N	Objective
Free	N	No restriction

Esta seção de dados é precedida por um cartão ROWS nas colunas 1-4, seguidas por um cartão de dados para cada equação. O primeiro tipo de equação N encontrado é considerado como a função objetivo, a menos que esteja explicitamente identificado nos comandos de controle.

3) COLUMNS: esta seção define o nome da variável, os coeficientes da função objetivo e todos os valores da matriz de elementos  $a_{ij}$  diferentes de zero. Os dados são informados coluna por coluna, e todos os cartões de dados diferentes de zero informado em cada coluna precisam ser grupados juntos adjacientemente. A seção é precedida por um cartão com colunas nas colunas 1-7, seguidas por cartão de dados que podem ter uma matriz ou duas matrizes de elementos por cartão.

O cartão de dados tem a coluna legenda no campo 2 (colunas 5-12), a legenda da equação no campo 3 (colunas 15-22), e o valor do coeficiente  $a_{ij}$ (ou  $c_j$ ) no campo 4 (colunas 25-36), incluindo um ponto decimal. Se mais do que uma equação diferente de zero ingressa pela mesma coluna é para ser feito pelo mesmo cartão, então campo 5 (colunas 40-47) tem a próxima equação de legenda e campo 6 (colunas 50-61) tem seu correspondente valor do coeficiente. Deve ser enfatizado que o uso dos campos 5 e 6 são opcionais.

4) RHS: esta seção contém os elementos do lado direito das equações e inequações. A seção é precedida por um cartão com RHS na coluna 1-3. Desde que o lado direito possa ser considerado como outra coluna da matriz, os cartões de dados especificando as entradas diferentes de zero são exatamente do mesmo formato como os cartões de dados das COLUNAS,



exceto campo 2 (colunas 5-12) tem um rótulo para o lado direito. Mais do que um lado direito portanto pode ser especificado nesta seção.

5) RANGES: opcional; esta seção é para representar restrições da seguinte forma:

$h_i \leq a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \leq u_i$ , isto é, ambos os limites existem inferior e superior para a equação. A faixa da restrição é  $\tau_i = u_i - h_i$ . Os valores de  $u_i$  e  $h_i$  são especificados na seção de dados RHS, e os valores de  $\tau_i$  são especificados na seção de dados FAIXAS (RANGES). Esta informação, somada ao tipo de equação especificada na seção Equação (ROW), define os limites  $u_i$  e  $h_i$ .

Se  $b_i$  é o número informado na seção RHS e  $\tau_i$  é o número especificado na seção RANGES, limites  $u_i$  e  $h_i$ , são definidos como se segue:

Row type	Sign of $\tau_i$	Lower limit, $h_i$	Upper limit, $u_i$
G ( $\geq$ )	+ or -	$b_i$	$b_i +  \tau_i $
L ( $\leq$ )	+ or -	$b_i -  \tau_i $	$b_i$

Esta seção é precedida por um cartão com RANGES nas colunas 1-6. Os cartões de dados especificando os valores de  $\tau_i$  são exatamente no formato como os cartões de dados da seção COLUMNS, exceto campo 2 (colunas 5-12) tem uma legenda para os ranges das colunas (que também podem ser considerados como outra coluna da matriz). Mais do que uma coluna de ranges podem ser especificados, mas todos estes cartões de dados para cada coluna podem ser agrupados juntos adjacientemente.

6) BOUNDS (Limites) – opcional; nesta seção, os limites das variáveis são especificados. A seção é precedida por um cartão com BOUNDS nas colunas 1-6. Os limites são informados como uma equação (*rows*), com uma correspondente legenda da equação. As entradas diferentes de zero nesta equação de vetores correspondem às colunas da matriz e precisam ser da mesma ordem na qual os nomes das colunas aparecem na seção COLUMNS. Quando os limites não são especificados por uma coluna (ou a seção BOUND é totalmente eliminada), os limites usuais,  $0 \leq x_j \leq$  infinito, são assumidos.

Mais do que uma limitação para uma variável particular pode ser informada, isto é, ambos limite inferior e superior; quando somente um dos limites é informado o outro é assumido o valor *default* de zero ou infinito, como mostrado em parênteses abaixo.

Campo 1 (colunas 2-3) especifica o tipo da limitação:

LO	Lower bound	$b_j \leq x_j$ ( $<$ infinito)
UP	Upper bound	$(0 \leq) x_j \leq b_j$
FX	Fixed variable	$x_j = b_j$
FR	Free variable	$-\text{infinito} < x_j < +\text{infinito}$
MI	Lower bound – infinito	$-\text{infinito} < x_j$ ( $\leq 0$ )
PL	Upper bound +infinito	$(0 \leq) x_j < \text{infinito}$

Campo 2 (colunas 5-12) especifica a legenda da equação limite.

Campo 3 (colunas 15-22) especifica a legenda coluna (j) correspondendo a variável  $x_j$ .

Campo 4 (colunas 25-36) especifica o valor limite  $b_j$ .

Campos 5 e 6 são brancos.

7) ENDATA. Esta seção é justamente um cartão, com ENDATA nas colunas 1-6, sinalizando o fim dos dados da matriz.

A seguir, lista-se uma amostra do modelo escrito no formato MPS:

```

NAME          TESTPROB
ROWS
  N  COST
  L  LIM1
  G  LIM2
  E  MYEQN
COLUMNS
  XONE      COST      1   LIM1      1
  XONE      LIM2      1
  YTW0      COST      4   LIM1      1
  YTW0      MYEQN     -1
  ZTHREE    COST      9   LIM2      1
  ZTHREE    MYEQN     1
RHS
  RHS1      LIM1      5   LIM2      10
  RHS1      MYEQN     7
BOUNDS
  UP BND1   XONE      4
  LO BND1   YTW0     -1
  UP BND1   YTW0      1
ENDATA

```

Para comparação, a seguir temos o mesmo modelo escrito num formato de equação orientado:

```

Optimize
  COST:      XONE + 4 YTW0 + 9 ZTHREE
Subject To
  LIM1:      XONE + YTW0 < = 5
  LIM2:      XONE + ZTHREE > = 10
  MYEQN:     - YTW0 + ZTHREE = 7
Bounds
  0 < = XONE < = 4
  -1 < = YTW0 < = 1
End

```

## APÊNDICE D - O MÉTODO SIMPLEX.

Após a descoberta por Dantzig em 1947, o método SIMPLEX não teve concorrentes até o final de 1980 por sua utilidade na solução de problemas de programação linear prática.

O método SIMPLEX é um procedimento matricial para resolver o modelo de programação linear montado na forma canônica:

$$\text{Otimizar: } z = C^T X$$

$$\text{Sujeito a: } AX = B$$

$$\text{Com: } X \geq 0$$

Onde  $B \geq 0$  e se conhece uma solução básica viável  $X_0$ . Começando com  $X_0$ , o método localiza sucessivamente outras soluções básicas viáveis acarretando melhores valores para a função objetivo até ser obtida a solução ótima.

### FORMA CANÔNICA DO MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

Para aplicar o Método do Simplex na resolução de Programação Linear é necessário que estes sejam reduzidos a uma forma particular denominada Forma Padrão do Simplex a seguir definida:

$$\text{MAX (ou min) } z = C^T X$$

$$AX = B$$

$$B \geq 0$$

$$X \geq 0;$$

“C” é a matriz-linha dos coeficientes das variáveis na função objetivo; “X” é o vetor coluna das variáveis do modelo na forma padrão.

No modelo padrão, um sistema de equações é organizado a partir de restrições técnicas.

“B” é o vetor coluna dos termos independentes das restrições técnicas (segundos membros). Os termos independentes das equações não são negativos.

As variáveis do modelo padrão não são negativas.

Os *softwares* de otimização se encarregam internamente de colocar o problema de PL na forma padrão e canônica.

Para reduzir um modelo de PL à forma padrão atua-se do seguinte modo:

**a) Restrição técnica do tipo “ $\leq$ ”.**

A redução da restrição à forma de igualdade faz-se pela introdução de uma variável auxiliar não negativa com coeficiente unitário (variável de folga).

Exemplo:

A restrição  $x_1 + x_2 \leq 5$  fica na forma padrão:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 5 \text{ com } x_3 \geq 0$$

Em que  $x_3$  é a variável de folga.

**b) Restrição técnica do tipo “ $\geq$ ”.**

A redução da restrição à forma de igualdade faz-se pela introdução de uma variável auxiliar não negativa com coeficiente “-1” (variável de excesso).

Exemplo:

A restrição  $2x_1 + 2x_2 \geq 10$  fica na forma padrão:

$$2x_1 + 2x_2 - x_3 = 10 \text{ com } x_3 \geq 0$$

em que  $x_3$  é a variável de excesso.

**c) Termo independente negativo.**

A redução da restrição à forma padrão é feita multiplicando os dois membros por “-1” e trocando o sinal da desigualdade.

Exemplo:

A restrição  $5x_1 + x_2 \geq -20$  toma a forma:

$$-5x_1 - x_2 \leq 20$$

#### **d) Variável não positiva.**

Uma variável não positiva é substituída no modelo por uma variável auxiliar simétrica (não negativa).

Exemplo: Admita-se o modelo de PL:

$$\text{Max } f(X) = x_1 + 3x_2$$

$$\text{Sujeito a: } 3x_1 + 2x_2 \leq 12$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 8$$

$$x_1 \leq 0; x_2 \geq 0$$

Considera-se  $x_1 = -x_1'$ ; com  $x_1' \geq 0$  e substitui-se no modelo ficando este:

$$\text{Max } f(X) = -x_1' + 3x_2$$

$$-3x_1' + 2x_2 \leq 12$$

$$-x_1' + 4x_2 < 8$$

$$x_1', x_2' > 0$$

#### **e) Variável livre (sem restrição de sinal).**

Uma variável livre é substituída no modelo pela diferença de duas variáveis auxiliares não negativas.

No exemplo, após atingido o ponto ótimo, o valor de  $x_2$  é a diferença entre os valores ótimos das variáveis auxiliares de substituição. Dado que estas são sempre complementares e não negativas a diferença é negativa ou nula ou positiva garantindo-se pois a liberdade de o ponto ótimo ser pesquisado não atendendo ao sinal de  $x_2$ .

**Exemplo: Admita-se o modelo de PL.**

$$\text{Max } f(X) = 3x_1 + 5x_2$$

Sujeito a:

$$x_1 + 6x_2 \leq 12$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \text{ livre}$$

Considera-se  $x_2 = x_2' - x_2''$  com  $x_2', x_2'' \geq 0$  e substituindo-se no modelo ficando este:

$$\text{Max } f(X) = 3x_1 + 5(x_2' - x_2'')$$

$$\text{Sujeito a: } x_1 + 6(x_2' - x_2'') \leq 12$$

$$x_1 + 2(x_2' - x_2'') \leq 8$$

$$x_1, x_2', x_2'' \geq 0$$

**f) Variável com limite inferior.**

O tempo de cálculo da solução ótima de um modelo de programação linear aumenta muito mais com o número de restrições técnicas do que com o número de variáveis. Se no modelo há variáveis com limite inferior do tipo  $x_j \geq k$ , o cálculo do ótimo obriga a considerar estas restrições técnicas o que pode ser evitado substituindo a variável  $x_j$  por  $(x_j' + k)$  com  $x_j' \geq 0$ .

Exemplo: Admita-se o modelo de PL

$$\text{Máx } f(X) = 3x_1 + 5x_2$$

$$\text{Sujeito a : } 3x_1 + 4x_2 \leq 24$$

$$2x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_1 \geq 2$$

$$x_2 \geq -3$$

Pode reduzir-se o número de restrições técnicas considerando:

$$x_1 = x_1' + 2; \quad x_2 = x_2' - 3$$

e substituindo tem-se:

$$\text{Máx } f(X) = 3(x_1' + 2) + 5(x_2' - 3)$$

$$\text{Sujeito a: } 3(x_1' + 2) + 4(x_2' - 3) \leq 24$$

$$2(x_1' + 2) + (x_2' - 3) \leq 8$$

$$x_1', x_2' \geq 0$$

(trata-se de uma translação dos eixos coordenados)

### g) Maximização / Minimização da Função Objetivo.

O método Simplex permite o cálculo do extremo condicionado da função linear (máximo ou mínimo).

É normal, quando se trata de minimizar a função objetivo, maximizar a função simétrica ou seja considerar a relação  $\text{Min } f(x) = -\text{MAX}[ - f(X)]$

### h) Exemplo de redução de um modelo de Programação Linear à forma padrão do Simplex.

Considere-se o seguinte modelo de PL

$$\text{Máx } f(X) = x_1 + 2x_2 - 3x_3$$

Sujeito a :

$$-2x_1 - 3x_2 + 4x_3 \geq -12$$

$$2x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 6$$

$x_1$  livre

$$x_2 \geq 2$$

$$x_3 \leq 0$$

Para reduzir o modelo à forma padrão do Simplex é necessário:

- Transformar em igualdades as 1ª e 2ª restrições técnicas;
- Multiplicar por "-1" a primeira restrição que tem termo independente negativo;
- Substituir as variáveis  $x_1$  e  $x_3$  por variáveis não negativas;
- Pode substituir-e a variável  $x_2$  (variável com limite inferior) para reduzir o número de equações no sistema padrão.



FORMA ORIGINAL	Forma padrão
$x_1$ livre	A variável $x_1$ substitui-se estabelecendo a relação $x_1 = x_1' - x_1''$
$x_2 \geq 2$	A variável $x_2$ substitui-se estabelecendo a relação $x_2 = x_2' + 2$
$x_3 \leq 0$	A variável $x_3$ substitui-se estabelecendo a relação $x_3 = -x_3'$ .
$-2x_1 - 3x_2 + 4x_3 \geq -12$	Multiplicando por “-1” tem-se $2x_1 + 3x_2 - 4x_3 \leq 12$ . Transforma-se em igualdade adicionando ao 1º membro uma variável de folga $x_4$ ficando $2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = 12$ . Substituindo as variáveis $x_1$ , $x_2$ e $x_3$ tem-se $2x_1' - 2x_1'' + 3x_2' - 4x_3' + x_4 = 6$
$x_1 + 2x_2 - 3x_3 \geq 6$	Transforma-se em igualdade adicionando ao 1º membro uma variável de excesso $x_5$ (coeficiente -1) ficando $x_1 + 2x_2 - x_3 - x_5 = 6$ . Substituindo as variáveis $x_1$ , $x_2$ , $x_3$ tem-se: $x_1' - x_1'' + 2x_2' + x_3' - x_5 = 2$
$f(X) = x_1 + 2x_2 - 3x_3$	Substituindo as variáveis $x_1$ , $x_2$ , $x_3$ tem-se: $f(X) = x_1' - x_1'' + 2x_2' + 3x_3' + 0x_4 + 0x_5 + 4$
	Condição de não negatividade $x_1', x_1'', x_2', x_3', x_4, x_5 \geq 0$

O modelo na forma padrão do SIMPLEX é:

$$\text{MAX } f(X) = x_1' - x_1'' + 2x_2' + 3x_3' + 0x_4 + 0x_5 + 4$$

s.a.

$$2x_1' - 2x_1'' + 3x_2' + 4x_3' + x_4 = 6$$

$$x_1' - x_1'' + 2x_2' + x_3' - x_5 = 2$$

$$x_1', x_1'', x_2', x_3', x_4, x_5 \geq 0$$

## SOLUÇÕES DO MODELO DE PL

Considere-se o modelo de PL na forma padrão:

$$\text{MAX } f(X) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

s.a.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \quad (m \leq n)$$

Denomina-se **solução** o conjunto de valores das variáveis que satisfazem o sistema de equações; se os valores destas variáveis satisfazem a condição de não negatividade, ou seja, se satisfazem as restrições técnicas e lógicas, então a solução se diz **solução possível**.

## PROGRAMAÇÃO LINEAR DUALIDADE

Todo problema de programação linear nas variáveis  $x_1, x_2, \dots, x_n$  tem associado a ele um outro problema de programação linear nas variáveis  $w_1, w_2, \dots, w_m$  (onde  $m$  é número de restrições do problema original) conhecido como o seu dual. O problema original, chamado primal, determina completamente a forma do seu dual.

## DUAIS SIMÉTRICOS

O dual de um problema de programa linear (primal) na forma matricial (padrão)

$$\text{Minimizar: } z = \mathbf{C}^T \mathbf{X}$$

$$\text{Sujeito a: } \mathbf{AX} \geq \mathbf{B} \quad (\mathbf{A})$$

$$\text{Com: } \mathbf{X} \geq \mathbf{0}$$

É o problema de programação linear

Maximizar:  $z = \mathbf{B}^T \mathbf{W}$

Sujeito a:  $\mathbf{A}^T \mathbf{W} \leq \mathbf{C}$       **(B)**

Com:       $\mathbf{W} \geq \mathbf{0}$

Os modelos de programação (A) e (B) são simétricos, pois envolvem variáveis não negativas e restrições do tipo desigualdade. Eles são conhecidos como simétricos duais recíprocos. As variáveis duais  $w_1, w_2, \dots, w_m$  são chamadas, algumas vezes, de custos imagens.

## SOLUÇÕES DUAIS

**Teorema da Dualidade:** se existe uma solução ótima para o problema *primal* ou para o problema dual simétrico, então o outro problema tem uma solução ótima e as duas funções objetivo apresentam o mesmo valor ótimo.

Em tais situações, a solução ótima do problema *primal* é encontrada na última linha do último quadro simplex para o dual nas colunas associadas às variáveis de folga e às variáveis de excesso. Tendo em vista que a solução a ambos os problemas pode ser obtida resolvendo-se qualquer um deles, pode ser computacionalmente vantajoso resolver o problema dual em vez do *primal* em si.

**Princípio da Complementariedade da Folga:** dado um par de duais simétricos apresentando soluções ótimas, então se a  $k$ -ésima restrição de um sistema é válida como desigualdade – isto é, a variável de folga ou variável de excesso são positivas – a  $k$ -ésima componente da solução ótima referente ao dual simétrico é igual a zero.

## DUAIS ASSIMÉTRICOS

Para modelos de programação *primal* na forma matricial normal é possível definir, como a seguir, os respectivos duais:

*Primal*Minimizar:  $z = \mathbf{C}^T \mathbf{X}$ Sujeito a:  $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$  (1)Com:  $\mathbf{X} \geq \mathbf{0}$ *Dual*Maximizar:  $z = \mathbf{B}^T \mathbf{W}$ Sujeito a:  $\mathbf{A}^T \mathbf{W} \leq \mathbf{C}$  (2)Maximizar:  $z = \mathbf{C}^T \mathbf{X}$ Sujeito a:  $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$  (3)Com:  $\mathbf{X} \geq \mathbf{0}$ Minimizar:  $z = \mathbf{B}^T \mathbf{W}$ Sujeito a:  $\mathbf{A}^T \mathbf{W} \geq \mathbf{C}$  (4)

Reciprocamente, os duais dos modelos de programação (2) e (4) são definidos, respectivamente, segundo os modelos de programação (1) e (3). Tendo em vista que o dual de um modelo de programação na forma normal não está, por si, na forma normal, estes duais são assimétricos. Suas formas são consistentes com a definição de duais simétricos e uma consequência desta.

O teorema da dualidade é válido também para duais assimétricos. Contudo, a solução a um dual assimétrico não é, em geral, imediatamente evidente a partir da solução ao *primal*. As relações são

$$\mathbf{W}^{*T} = \mathbf{C}_o^T \mathbf{A}_o^{-1} \text{ ou } \mathbf{W}^* = (\mathbf{A}_o^T)^{-1} \mathbf{C}_o \quad (5)$$

$$\mathbf{X}^{*T} = \mathbf{B}_o^T \mathbf{A}_o^{-1} \text{ ou } \mathbf{X}^* = (\mathbf{A}_o)^{-1} \mathbf{B}_o \quad (6)$$

Em (5)  $\mathbf{C}_o$  e  $\mathbf{A}_o$  são construídas a partir dos elementos de  $\mathbf{C}$  e  $\mathbf{A}$ , correspondendo às variáveis básicas em  $\mathbf{X}^*$ , dos programas (1) e (3). Em (6),  $\mathbf{B}_o$  e  $\mathbf{A}_o$  são construídas a partir dos elementos de  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{A}$ , correspondendo às variáveis básicas em  $\mathbf{W}^*$ , dos programas (2) e (4).

## APÊNDICE E - O OTIMIZADOR CPLEX

Áreas englobadas pelo *software*:

Aplicações diretas:

CPLEX *Linear Optimizer*

CPLEX *Mixed-Integer Library*

Bibliotecas de otimização, acessível através de programas C, Fortran e Pascal:

CPLEX *Callable Library*

CPLEX *Mixed-Integer Library*.

O CPLEX *Linear Optimizer* e *Callable Library*, soluciona problemas de programação linear. O CPLEX *Mixed-Integer Optimizer* e o *Mixed-Integer Library* soluciona problemas de programação inteira, tanto quanto, problemas de programação linear. Ambos os pacotes linear e inteiro também solucionam problemas estruturados para rede com o lado de restrições ilimitadas.

Este sistema soluciona problemas de programação linear utilizando o algoritmo Simplex. Áreas cobertas pelo *software*: aplicações contendo otimização linear e otimização mista inteira.

Os produtos CPLEX são utilizados para solucionar grandes problemas difíceis, onde outros *solvers* de programação linear são falhos ou inaceitavelmente lentos.

Os algoritmos CPLEX são excepcionalmente rápidos e robustos, fornecendo muita confiabilidade, até mesmo para problemas pouco formatados ou numericamente difíceis.

Áreas típicas de aplicação incluem grandes modelos em refinação, manufaturas, bancos, finanças, transportes, reflorestamento, defesa, energia, e logística.

CPLEX é também muito utilizado em pesquisa acadêmica em universidades através do mundo.

### Algoritmos Básicos do CPLEX

O pacote de programação linear do CPLEX utiliza o algoritmo *primal* modificado e *dual simplex*. Com múltiplas opções do algoritmo para *pricing* e fatorização.

Um pré-processador opcional está disponível para redução de problemas. Muitos parâmetros do algoritmo podem ser manualmente ajustados pelos usuários, embora *defaults* pré-definidos com ajustes dinâmicos projetados, freqüentemente resultam em melhor performance.

O otimizador CPLEX misto-inteiro utiliza os algoritmos *Branch-and-Bound* e *Branch-and-cut*. Várias opções estão disponíveis para orientar e limitar soluções inteiras, tais como prioridade de conjunto de usuários e alternativas de ramificação e estratégia de seleção de nós.

Algoritmos especializados em encomendas para grupos especiais estão disponíveis para uso em certas classes de problemas.

Todos os produtos CPLEX incluem um algoritmo especial para extrair e solucionar o máximo tamanho de rede de problemas de programação linear. O algoritmo de rede é muito mais eficiente do que algoritmos LP onde estruturas de rede puras podem ser identificadas.

### Ambiente de *software/hardware*

Todos os produtos CPLEX são desenhados para serem portáteis e estão disponíveis na maioria dos ambientes de hardware e *softwares* populares, incluindo computadores pessoais (Compatíveis com todos os produtos IBM); estações UNIX (Sun, HP/Apollo, DEC, IBM, MIPS, e outros); mainframes (IBM, DEC, Unisys e outros); e supercomputadores (Cray, Convex).

### Comentários adicionais

Os *solvers* CPLEX estão disponíveis em duas formas:

O CPLEX *Linear Optimizer* e *Mixed-Integer Optimizer* são aplicações completas desenhadas para fácil utilização. Devido a presença de um completo sistema de ajuda *on line*, muitos usuários nunca abrem a documentação e simulam problemas dentro de poucos minutos após abrirem o pacote.

O CPLEX *Callable Library* e *Mixed-Integer Library* estão em forma de bibliotecas de subrotinas que podem ser utilizadas para embutir funcionalidade na otimização dentro de aplicações escritas pelo usuário. Os produtos de subrotina são desenhados para simplificar o desenvolvimento enquanto providencia a flexibilidade que os desenvolvedores requerem.

O CPLEX faz a leitura dos problemas lineares e inteiros em vários formatos, incluindo MPS, e CPLEX LP. CPLEX também faz interface com várias linguagens de modelagem, incluindo GAMS, AMPL e MPL.

## APÊNDICE F - O OTIMIZADOR OSL

Programação linear, programação convexa quadrática, programação inteira mista e problemas de programação estocástica. O otimizador da IBM utiliza o método SIMPLEX para a programação linear.

Algoritmo Básico:

Para programação linear, as versões *primal* e dual do método simplex são implementadas. O usuário tem permissão para ajustar a estratégia *pricing*. Em adição, três *solvers* de ponto interior (um *primal*, um de trajetória *primal-dual*, e um *primal-dual* preditor-corretor) estão disponíveis. Para programação linear de rede, um método simplex especializado é utilizado.

O *solver* de programação quadrática utiliza uma aproximação de duas fases. Na primeira fase, sucessivas aproximações de programação lineares para o atual problema são utilizadas para gerar soluções aproximadas. Quando estas soluções são suficientemente fechadas, a segunda fase – uma técnica padrão conjunto ativo é ativado.

A técnica de *Branch-and-Bound* é utilizada para a programação inteira. O método Simplex é utilizado para solucionar subproblemas de programação linear.

Ambiente de *Hardware/Software*

O OSL (*Optimization Subroutine Library*) está disponível para uma variedade de ambientes de *hardware*, de PCs até *mainframes*, incluindo IBM, Hewlett-Packard, Silicon Graphics, and Sun workstations.

Os dados de entrada podem ser transferidos para as rotinas OSL através de argumentos em série na subrotina chamada seqüência. OSL também tem serviços de entrada e saída de dados que lêem os dados de arquivos MPS e LOTUS 1-2-3. Um programa de aplicação OSL pode ser escrito em C, Fortran, PL/I, ou APL2.



Uma interface de usuário gráfico (GUI) está disponível para o sistema IBM RISC/6000 da versão workstation do OSL. Esta interface permite ao usuário solucionar problema sem ambiente de ponto e clique. GUI gera códigos de aplicação em Fortran ou C como parte de sua funcionalidade.

## APÊNDICE G - O OTIMIZADOR LINDO

Áreas cobertas pelo *software*.

Programação linear, programação linear mista, programação quadrática.

Algoritmo Básico.

LINDO foi originalmente desenvolvido por Schrage. Ele utiliza o método Simplex e algoritmo de série ativa para programação linear e quadrática, e o método *branch-and-bound* para programação mista linear inteira.

Ambiente de *software* e *hardware*.

LINDO está disponível em um número de formatos que têm várias plataformas. Estes estão sumarizados na tabela abaixo:

	LINDO	SUPER LINDO	HYPER LINDO	Industrial LINDO	<i>Extended</i> LINDO
Variáveis	200	1,000	4,000	16,000	100,000
Restrições	100	500	2,000	8,000	32,000
Não zeros	4,000	16,000	64,000	200,000	1,000,000
Memória a	640,000	640,000	2 MB	5 MB	16 MB
Memória b	1 MB	1 MB	2 MB	n.s.	n.s.
Memória c	n.s	n.s.	2 MB	5 MB	16 MB

**Memória a PC; bMacintosh; c Workstation; n.s. não suportada.**

Versões em *mainframe* também estão disponíveis.

Os *workstations* que suportam o LINDO são o DEC 3100, DEC 5000, HP, IBM RS/6000, MicroVAX, NeXT, Sun SPARC-station, e Sun 3. Os códigos com objetivo de interligação com Fortran estão presentes no *Hyper*, *Extended* e *Industrial* LINDO. Interfaces em MPS e Fortran estão disponíveis para dados de entrada.

Referência :

LINDO: *An Optimization Modelling System*, Text and Software, 4<sup>th</sup> ed., The Scientific Press, San Francisco, CA, 1988.

## APÊNDICE H - WHAT'S THE BEST

### Áreas cobertas pelo *software*.

Programação Linear, Programação Linear mista inteira.

### Algoritmo básico.

What's The Best supre uma interface da planilha com o otimizador LINDO.

### Ambiente de Hardware/Software.

What's The Best está disponível em um número de formatos que têm plataformas com diferentes requisitos.

Estes estão sumarizados na tabela seguinte.

	Pessoal	Comercial	Profissional	Industrial	Extendida
Variáveis	400	1,500	4,000	16,000	32,000
Restrições	200	750	2,000	8,000	16,000
Não zeros	4,000	24,000	32,000	128,000	256,000
Memória a	256 KB	384KB	1 MB	4 MB	6 MB
Memória b	2 MB	2 MB	2 MB	2-4 MB	8 MB

### a PC; b Macintosh

What's Best! Suporta as seguintes planilhas: Quattro Pró 2.0 e 3.0, Lótus 1-2-3 Release 2.X e 3.X, Excel para o Macintosh, e Symphony.

## APÊNDICE I - O Otimizador XPRESS-MP

Xpress-MP é um sistema completo de modelagem e otimização de programação linear e inteira, construída ao redor do estado da arte do modelo builder, otimizadores SIMPLEX e de ponto interior.

XPRESSMP oferece:

**Modelo Builder:** um modelo algébrico de construção de linguagem que permite usuários para especificar modelos como são formulados. O modelo builder pode ler e escrever dados para e de planilhas populares e banco de dados, pode ler e analisar soluções e permitir dados para ser reexportados de volta para ambiente de dados original.

**Otimizador Simplex:** um otimizador simplex de alto desempenho com extremidade principal de facilidades de solução pré e pós.

**Otimizador Barrier:** utiliza o algoritmo de ponto interior, o otimizador XPRESSMP barrier pode oferecer vantagens de grande performance em muitos problemas.

**Mixed Integer Optimizer:** manuseia variáveis binárias, inteiras, semi-contínuas e inteiras parciais, conjuntos especialmente ordenados, e outros objetos discretos.

**Otimizador paralelo misto inteiro:** o *Solver* paralelo XPRESSMP oferece melhor desempenho do que o otimizador linear em muitos problemas ocorridos em rede de computadores.

**Programação quadrática:** a opção de programação quadrática proporciona aos usuários solucionar problemas que têm objetivos e restrições quadráticas tais como os encontrados em serviços do setor financeiro.

**XPRESS for Windows:** um sistema do Windows de desenvolvimento amigável, combinando as melhores facilidades de otimização e modelagem do

XPRESS. Com um editor inteligente, banco de dados do problema, ajuda de contexto sensível, e muitas outras facilidades que tornam a otimização facilitada.

Biblioteca de subrotinas de otimização XPRESS: compreende componentes de algoritmos que são acessadas de C ou Fortran. A biblioteca de sub-rotinas possibilita a tecnologia para usuários alterar a solução e embutir a otimização dentro das aplicações finais do usuário.

Biblioteca XPRESS *Modeller Subroutine*: dá pleno acesso às facilidades de modelagem do XPRESS, a biblioteca sub rotina tem a vantagem adicional de manter os dados transferidos na memória. Desenvolvedores de sistemas podem embutir um modelo na aplicação para completa segurança do seu modelo.

#### Tecnologia XPRESS-MP:

XPRESS-MP utiliza a tecnologia de solução para suprir Simplex e barreira de ponto interior que são velozes, robustos e capazes de solucionar problemas de grande escala e difíceis. Em adição, o *solver* paralelo oferece significantes reduções em tempo de solução e estende o range de problemas para incluir muitos outros que seriam normalmente considerados não viáveis. O otimizador pode utilizar o modelo MPS.

XPRESS-MP utiliza o algoritmo para pré processar problemas de programação linear e inteira que reduz muito o seu tamanho e complexidade e transforma problemas lineares, e, mistas inteiras, em problemas muito mais simples de serem resolvidos. Deste modo, nas severas restrições, limites e coeficientes, as soluções podem ser encontradas para muitos problemas mistos inteiros que eram previamente não tratáveis.

O otimizador Barrier utiliza o algoritmo *primal-dual* .

O otimizador de programação inteira é baseado no algoritmo de *Branch-and-Bound*.

No otimizador paralelo inteiro, técnicas recentes de gerenciamento de subárvores são implementadas que pesquisam tarefas particionadas entre muitos computadores e processadores.

A facilidade de programação quadrática é um melhoramento especial do algoritmo de ponto interior e utiliza técnicas de gradiente conjugado.

Plataformas:

XPRESS-MP está disponível em versões de computadores PC padrão IBM, com DOS, Windows, Windows 95, e no Apple Macs.

XPRESS-MP está também disponível para rodar em *workstations Unix*, tais como RS6000, *Sun*, HP, SGI e DEC *Alpha*.

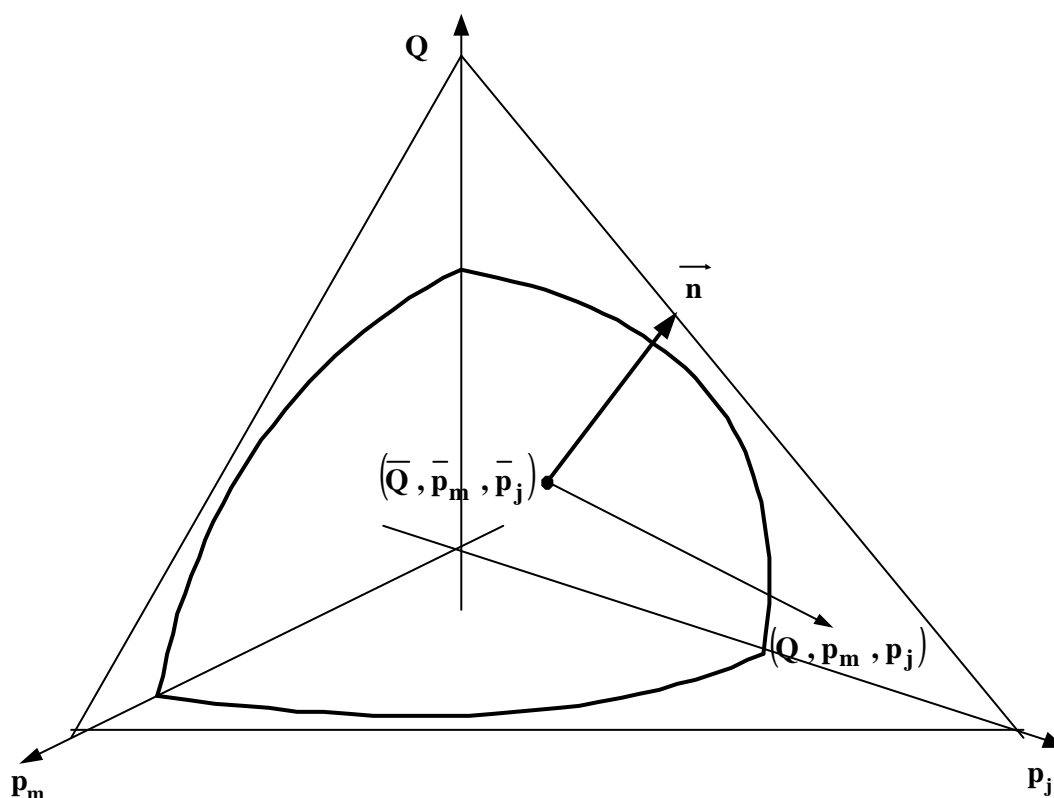
## APÊNDICE J - LINEARIZAÇÃO DA EQUAÇÃO DE PERDA DE CARGA

Para se analisar as restrições em função da perda de carga através de gasodutos, utilizando técnicas de programação linear, foi necessário efetuar uma aproximação linear da equação de WEYMOUTH.

A equação básica utilizada para o cálculo de perda de carga em gasodutos é a de WEYMOUTH, transcrita abaixo:

$$Q = k_w \cdot \sqrt{(p_m + 1)^2 - (p_j + 1)^2}$$

### Linearização da Equação de WEYMOUTH



**Equação:**

$$Q = k_w \cdot \sqrt{(p_m + 1)^2 - (p_j + 1)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q - k_w \cdot \sqrt{(p_m + 1)^2 - (p_j + 1)^2} = 0$$

Para se linearizar esta equação, vamos aproximá-la pela equação de seu plano tangente, em um ponto típico de operação:  $(\bar{Q}, \bar{p}_m, \bar{p}_j)$ .

Esta equação pode ser representada vetorialmente por:  $\overrightarrow{P_0 P} \cdot \vec{n} = 0$ , onde  $\vec{n}$  é vetor normal ao plano no ponto de tangência, ou seja o gradiente da função neste ponto.

Assim:

$$(Q - \bar{Q}, p_m - \bar{p}_m, p_j - \bar{p}_j) \cdot \left( 1, -\frac{\partial Q}{\partial p_m}, -\frac{\partial Q}{\partial p_j} \right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q - \bar{Q} - \frac{\partial Q}{\partial p_m} (p_m - \bar{p}_m) - \frac{\partial Q}{\partial p_j} (p_j - \bar{p}_j) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = \bar{Q} + \frac{\partial Q}{\partial p_m} (p_m - \bar{p}_m) - \frac{\partial Q}{\partial p_j} (p_j - \bar{p}_j)$$

**Derivadas Parciais:**

$$\frac{\partial Q}{\partial p_m} = \frac{k_w \cdot (p_m + 1)}{\sqrt{(p_m + 1)^2 - (p_j + 1)^2}} \quad \text{e} \quad \frac{\partial Q}{\partial p_j} = -\frac{k_w \cdot (p_j + 1)}{\sqrt{(p_m + 1)^2 - (p_j + 1)^2}}$$

com isso a equação do plano fica:

$$Q = k_w \sqrt{(\bar{p}_m + 1)^2 - (\bar{p}_j + 1)^2} + \frac{k_w \cdot (\bar{p}_m + 1)}{\sqrt{(\bar{p}_m + 1)^2 - (\bar{p}_j + 1)^2}} (p_m - \bar{p}_m) - \frac{k_w \cdot (\bar{p}_j + 1)}{\sqrt{(\bar{p}_m + 1)^2 - (\bar{p}_j + 1)^2}} (p_j - \bar{p}_j)$$

$$Q \cdot \sqrt{(\bar{p}_m + 1)^2 - (\bar{p}_j + 1)^2} = k_w \left( (\bar{p}_m + 1)^2 - (\bar{p}_j + 1)^2 \right) + k_w (\bar{p}_m + 1)(p_m + 1) - k_w (\bar{p}_m + 1)^2 -$$

$$- k_w (\bar{p}_j + 1)(p_j + 1) + k_w (\bar{p}_j + 1)^2$$



$$Q = \frac{k_w \cdot (\bar{p}_m + 1)}{\sqrt{(\bar{p}_m + 1)^2 - (\bar{p}_j + 1)^2}} \cdot P_m - \frac{k_w \cdot (\bar{p}_j + 1)}{\sqrt{(\bar{p}_m + 1)^2 - (\bar{p}_j + 1)^2}} \cdot P_j + \frac{k_w \cdot (\bar{p}_m - \bar{p}_j)}{\sqrt{(\bar{p}_m + 1)^2 - (\bar{p}_j + 1)^2}}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{k_{\text{mont}}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{k_{\text{jus}}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{k_{\text{ind}}}$

onde:

$\bar{p}_m$  : é a pressão a montante (de saída) típica do gasoduto (em kg/cm<sup>2</sup>)

$\bar{p}_j$  : é a pressão a jusante (de chegada) típica do gasoduto (em kg/cm<sup>2</sup>)

$k_w$  : é a constante para a Fórmula de Weymouth para o gasoduto, dada

por:

$$k_w = 5,927 \cdot E \cdot \sqrt{\frac{1}{d_g \cdot L \cdot T \cdot Z}} \cdot D^{8/3}$$

**E**: eficiência do gasoduto

**d<sub>g</sub>** : densidade do gás

**L**: comprimento do gasoduto (em km)

**T**: temperatura de fluxo (em °K = °C + 273)

**Z**: fator de compressibilidade

**D**: diâmetro interno (em polegadas)

## APÊNDICE K - NEOS Server

**NEOS:** *Network Enabled Optimization System* é um servidor de aplicação para clientes baseado na *internet* que permite o acesso para vários *softwares* de otimização, eliminando a necessidade de instalação em seu computador. A *home page* do NEOS pode ser acessada pelo seguinte endereço: <http://www.mcs.anl.gov/otc/>. Nesta página, NEOS é organizada em três partes:

- NEOS Tools: Uma biblioteca de *softwares* livres de otimização, escritos por pesquisadores do projeto NEOS.
- NEOS Guide: Uma coleção de informações e materiais educacionais sobre otimização, incluindo um guia para *softwares* de otimização, pequenos esquemas de algoritmos de diferentes problemas de otimização, aplicações e estudos de casos, respostas para questionamentos freqüentes (FAQs) para programação linear e não linear, e coleções de testes de problemas e documentação técnica.
- NEOS Server: Uma facilidade para solucionar problemas de otimização remotamente através da *internet*. Usuários submetem seus problemas através de e-mail, Web, ou um Xwindows tool. Seus problemas são automaticamente, programados e otimizados na workstation em Argonne, Northwestern e Universidade de Wisconsin.

O NEOS Server elimina a maioria dos trabalhos convencionais associados com consumo de tempo nas aplicações de otimização, e permite que o usuário se concentre na formulação do problema.

Solucionando problemas de otimização através do NEOS requer os seguintes passos:

1. Desenvolvimento de um código para definir o problema de otimização.
2. Submeter o problema para o NEOS.
3. Interpretar os resultados.

Em contraste, a solução de aplicações de otimização em ambiente computacional convencional, requer vários passos adicionais:

1. Identificar e adquirir o *software* para solucionar o problema de otimização.
2. Providenciar informações adicionais requeridos pelo *solver*.
3. Escrever o código de link do *solver*, as informações auxiliares, e o problema de otimização.
4. Localizar e remover defeitos do processo de conexão com o *solver*.
5. Executar o programa na máquina onde o *solver* está instalado.

Providenciando informações de um *solver*, pode ser especialmente consumo de tempo. Por exemplo, problemas não lineares freqüentemente requerem diagramas derivativos ou modelos de dispersão.

As vantagens da utilização do NEOS são consideráveis, e freqüentemente se consegue soluções para aplicações em questão de horas em vez de dias ou semanas. Os usuários do NEOS não necessitam adquirir ou instalar nenhum *software* de otimização, derivativo e outras informações auxiliares que são computadas automaticamente. O NEOS elimina os detalhes não essenciais do processo de solução.

O projeto NEOS foi lançado em 1994 pelo Optimization Technology Center com o suporte do Department of Energy e Northwestern University. Uma pesquisa inicial centralizou direção em mostrar que ferramentas de diferenciação automática poderiam ser utilizadas em *softwares* de otimização para solucionar grandes problemas enquanto requeria somente que o usuário providenciasse a formulação do problema. O último projeto, metaNEOS, investigou o uso de plataformas *metacomputing* para solucionar enormes problemas de otimização com custo baixo. O centro de pesquisa atual de serviço de aplicação avançada fornece tecnologia para otimização de larga escala.

Uma versão preliminar do NEOS Server foi mostrada como uma demonstração no Supercomputing 94, em novembro de 1994. A versão 1 do Server

tornou-se disponível em Setembro de 1995. Rapidamente evoluiu para um exemplo superior na qual pode ser feito em áreas de computação baseadas em *internet*, servidores computacionais e tecnologia colaboracional. Novas melhorias para o Server tornaram-se disponíveis em maio de 1997 (versão 2) e Março de 1999 (versão 3).

O NEOS Server é um projeto cooperativo que representa o esforço da comunidade de otimização proporcionando acesso para um grande número de *Solvers* (acima de 50) de pesquisadores acadêmicos e comerciais. Os problemas de otimização podem ser submetidos em linguagem de programação (Fortran, C), linguagem de modelagem (AMPL, GAMS), ou uma variedade de formato de dados. Em resumo, o NEOS Server é uma janela para uma complexidade do mundo da otimização.

## **O MODELO NEOS**

Desenvolver um ambiente efetivo para solucionar problemas de otimização através da *internet* requer um projeto multifacial. Os componentes do modelo NEOS, estão mostrados na figura 7.

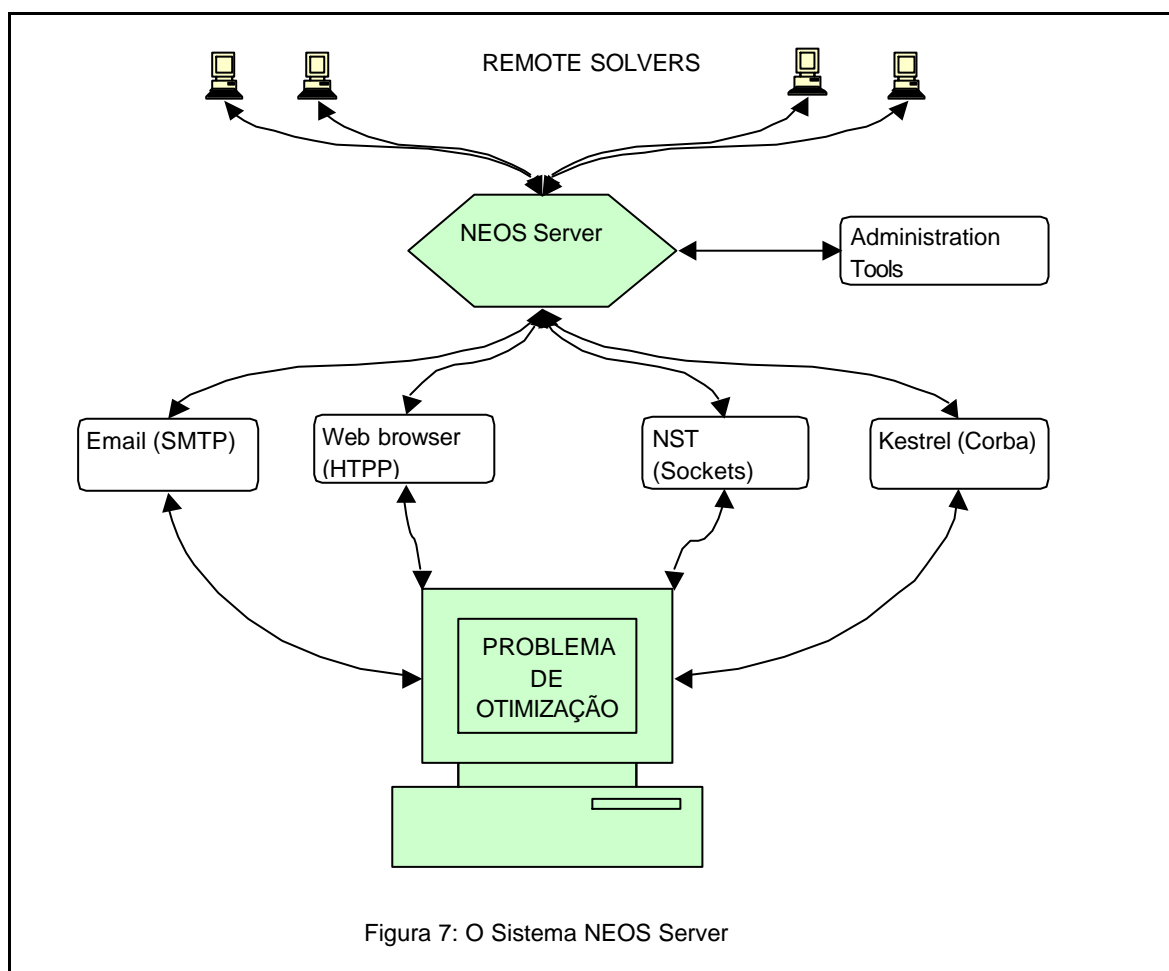
Dada uma formulação de um problema de otimização, o NEOS Server oferece quatro interfaces para submeter os problemas de otimização. Estas quatro interfaces, como mostrados na figura 7, são e-mail, um Web browser, o NEOS submission tool (NST), and Kestrel. Em todos os casos, os problemas são processados da mesma maneira, somente o método de submissão varia.

*E-mail* é eficiente e básico. Muitos usuários que têm conexões com *internet* lentas, ou quem não deseja permanecer on-line através de um longo job utiliza esta interface.

A interface mais popular para problemas de submissão é o Web browser; esta interface não é, entretanto, necessariamente o mais rápido.

Submeter problemas com NST é rápido e conveniente. Esta ferramenta de submissão trabalha bem em sistemas UNIX, mas muitos usuários queriam submeter jobs de máquinas não UNIX. Para endereçar esta necessidade, foi desenvolvida a aplicação em JAVA. Muitos usuários experientes preferem NST com capacitação em Java para submeter jobs porque é uma plataforma independente e rápida e permite aos usuários salvar submissões para reutilização.

A mais recente interface para o NEOS Server é o Kestrel. Através desta interface, o usuário pode enviar jobs de otimização de dentro do ambiente de modelamento de linguagem (AMPL ou GAMS) para o NEOS Server. Uma vez que o problema é solucionado no sistema remoto, os resultados retornam para o usuário no formato original (nativo). O formato nativo capacita o usuário que está modelando a linguagem para interpretar e manipular os resultados diretamente, sem ter que analisar o tradicional texto NEOS.



O NEOS Server recebeu cerca de 74 000 submissões de job em 2001. Este número supera a média de mais de 6000 jobs por mês. Percentuais destas submissões de jobs para cada modo de submissão são os seguintes: E-mail –11%, Kestrel – 12%, NST – 19%; e Web – 58%.

Como expectativa, muitos usuários confiam na Web browser para submeter seus jobs. Há suspeita que os usuários estão relutantes para tentar o NST porque requer downloading e instalação de uma peça adicional do *software*. A princípio, o NST para capacitação para Java oferece o melhor modo de submissão para problemas gerais, mas Kestrel oferece o ultimato em conveniência em termos de solucionar problemas de otimização na modelagem da linguagem.

O NEOS Server, como mostrado na figura 7, é a peça central do modelo NEOS. Uma vez que o problema de otimização é submetido ao NEOS Server, a submissão é processada e enviada para execução em um *solver* remoto. O NEOS Server mantém comunicação com o *solver* remoto e retorna os resultados para o usuário.

Para manter o NEOS Server requer várias ferramentas administrativas. As principais ferramentas são o NEOS monitor e o NEOS communications tool. O NEOS monitor supre informações em tempo real sobre o job submetido para o Server e seu status. O NEOS monitor está também capacitado para responder um banco de dados de todos os jobs submetidos para o Server e resgatar jobs com dados de atributos. O NEOS communication tool é usado para capacitar comunicação entre as estações de *solver* remoto e o Server.

## **NEOS Solvers**

### *Mixed-integer Nonlinearly Constrained Optimization*

- MINLP
- SBB

### *Mixed-integer Linear Programming*

- BonsaiG
- FortMP
- GLPK
- XPRESS

#### *Nonlinearly Constrained Optimization*

- CONOPT
- DONLP2
- FILTER
- KNITRO
- LANCELOT
- LOQO
- MINOS
- MOSEK
- PATHNLP
- SNOPT

#### *Linear Programming*

- BDMLP
- BPMPD
- FORTMP
- HOPDM
- MOSEK
- PCx
- XPRESS-MP

#### *Bound Constrained Optimization*

- BLMVM
- L-BFGS-B
- LANCELOT
- TRON

#### *Unconstrained Optimization*

- CGplus
- NMTR
- VMLM

#### *Linear Network Optimization*

- NETFLO
- RELAX4

#### *Semidefinite and Second-order Cone Programming*

- CSDP
- Circut
- DSDP
- MOSEK
- PENNON
- SDPA
- SDPT3
- SeDuMi

#### *Complementarity Problems*

- MILES
- PATH

#### *Nondifferentiable Optimization*

- ACCPM
- APPS
- BT
- DFO
- NDA

#### *Stochastic Linear Programming*

- AUGMENTED
- MSLIP



*Global Optimization*

- GLOBMIN

## APÊNDICE L - O MÉTODO *BRANCH-AND-BOUND*

*Branch-and-Bound* é um método de busca geral para solucionar problemas de programação linear inteira.

Desde que qualquer problema de programação linear inteira ou mista, com as variáveis inteiras limitadas, tem somente um número finito de soluções viáveis, é natural considerar a possibilidade da utilização de algum tipo de procedimento de enumeração, para achar a solução ótima. Infelizmente, este número finito de soluções viáveis, pode ser, e usualmente é, muito grande. Por exemplo, se existem somente 10 variáveis inteiras, e cada uma delas tendo 10 valores viáveis, poderá haver até  $10^{10}$  soluções viáveis. Apesar do fato de que os modernos computadores digitais permitem fazer milhões de operações aritméticas por segundo, a enumeração exaustiva teria um consumo de tempo proibitivo, para problemas tão grandes como esse. Portanto, é imperativo que qualquer procedimento de enumeração deva ser estruturado de forma inteligente de modo que apenas uma pequena fração das soluções viáveis necessite ser examinada.

Uma boa técnica para fazer este processo de enumeração de forma lógica, é a do *Branch-and-Bound*, que tem sido aplicada, com sucesso, para um grande número de problemas, principalmente na solução de problemas de programação inteira ou mista. Cabe destacar que, a grande maioria dos pacotes computacionais disponíveis no mercado para programação matemática, utiliza esta técnica na solução de problemas inteiros ou mistos.

A idéia básica da técnica do *Branch-and-Bound* é descrita a seguir. Suponhamos que a função objetivo é para ser minimizada. Assumamos que um limite superior sobre o valor ótimo da função objetivo é disponível (Usualmente é o valor da função objetivo para a melhor solução viável, disponível até agora) . O primeiro passo é fazer a partição do conjunto de soluções viáveis em vários subconjuntos, e, para cada um deles , um limite inferior é obtido para o valor da função objetivo das soluções dentro de cada um dos subconjuntos. Aqueles

subconjuntos cujos limites inferiores excedem o limite corrente superior da função objetivo, são excluídos e não são mais considerados. Um dos subconjuntos remanescentes, aquele com o menor limite inferior é então particionado em vários subconjuntos. Os limites inferiores destes novos subconjuntos são usados, como antes, para exclusão de alguns destes novos subconjuntos de consideração posterior. De todos os subconjuntos remanescentes, um é selecionado para posterior particionamento. Este processo é repetido indefinidas vezes até que uma solução viável é achada tal que o correspondente valor da função objetivo é menor do que o limite inferior de qualquer subconjunto. Este valor da função objetivo é o ótimo que minimiza a função objetivo.

Se a função objetivo é para ser maximizada, o procedimento permanece o mesmo, exceto que serão utilizados limites inferiores. Assim, o valor da primeira função inteira torna-se o limite inferior para o problema e os modelos de programação são eliminados quando os valores da função objetivo de suas primeiras aproximações são menores que o limite inferior corrente.

Considerações computacionais: Bifurca-se sempre a partir do modelo de programação que se revela mais próximo do ótimo. Quando há um certo número de candidatos a posteriores bifurcações, escolhe-se a que apresentar o maior valor de  $z$ , se a função objetivo for a maximizar, ou a de menor valor de  $z$  se a função objetivo for a minimizar.

São acrescentadas restrições adicionais, uma de cada vez. Se a primeira aproximação envolver mais de uma variável não inteira, as novas restrições serão impostas sobre a variável que está mais longe de se tornar inteira, isto é, a variável cuja parte decimal estiver mais próxima de 0,5. Em caso de empate escolha-se arbitrariamente uma das variáveis.

Finalmente, é possível um problema de programação inteira ou um problema de programação linear mista terem mais de uma solução ótima. Em ambos os casos aderem-se à convenção de designar arbitrariamente uma das soluções como ótima e desconsiderando as demais.

No próximo item deste APÊNDICE, temos um exemplo do uso da técnica do *Branch-and-Bound*, para a solução de um problema de programação linear mista com variáveis inteiras 0-1, que é o caso do modelo matemático do sistema PLANGAS. Note-se que o passo inicial é solucionar um modelo de programação linear relaxado eliminando-se as restrições de que as variáveis inteiras tenham que ter valores inteiros, usando o algoritmo SIMPLEX. O segundo passo é definir uma variável inteira, para a qual limitando-se os valores inteiros em 0 ou 1, acha-se dois modelos de programação linear para serem solucionados.

O processo todo, pode ser descrito graficamente como o desenvolvimento de uma árvore binária, na qual os arcos representam as limitações de uma variável inteira em 0 ou 1 e, os nós na extremidade dos arcos representam modelos de programação linear. Em cada nó extremo é solucionado um modelo de programação linear, cujos resultados podem ser : solução fracionária (variável definida inicialmente como inteira, com valor fracionário entre 0 e 1), solução inviável ou solução inteira. O processo se desenvolve até que o valor da melhor solução inteira obtida seja maior ou igual do que as soluções de todos os nós extremos da rede, com valores fracionários (caso de maximização). Esta solução é então declarada ótima.

Exemplo explicativo do método *Branch-and-Bound*:

Maximize:  $8x_1 + 11x_2 + 6x_3 + 4x_4$

Subject to  $5x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 14$

$x_j \in \{0, 1\} \quad j = 1, \dots, 4.$

A solução linear da relaxação é  $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0,5, x_4 = 0$  com o valor de 22. Sabe-se que não há nenhuma solução inteira que terá valor maior do que 22. Infelizmente, desde  $x_3$  não é inteiro, ainda não temos uma solução inteira.

Precisa-se forçar  $x_3$  ser inteiro. Para isso, ramifica-se em  $x_3$ , criando dois novos problemas. Em um, adiciona-se a restrição  $x_3 = 0$ . Na outra, adiciona-se a restrição  $x_3 = 1$ . Conforme ilustrado na figura abaixo:

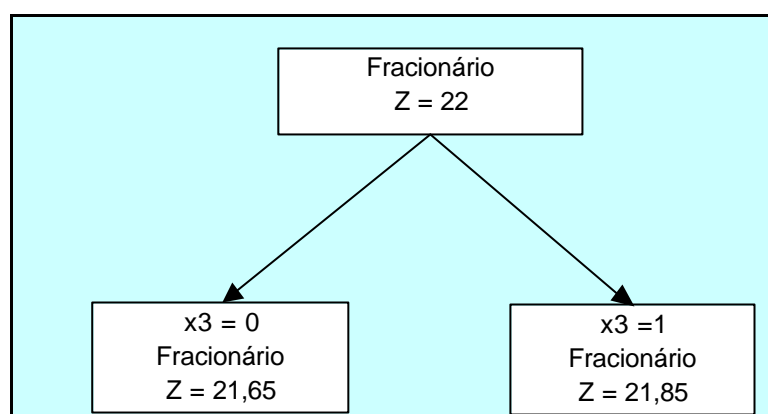


Figura 8: A primeira ramificação.

Note que alguma solução ótima para o problema todo precisa ser possível para um dos subproblemas.

Resolvendo-se a relaxação linear dos subproblemas, consegue-se as seguintes soluções:

- $x_3 = 0$ : objetivo 21,65,  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 1$ ,  $x_3 = 0$ ,  $x_4 = 0,667$ ;
- $x_3 = 1$ ; objetivo 21,85,  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 0,714$ ,  $x_3 = 1$ ,  $x_4 = 0$ .

Neste ponto, sabe-se que a solução ótima inteira não é maior do que 21,85 (sabe-se que ela é menor ou igual do que 21), mas ainda não existe nenhuma solução inteira possível. Então, se seleciona um subproblema e ramifica-se em uma de suas variáveis. Em geral, escolhe-se o subproblema como segue:

- Escolhe-se um subproblema ativo, na qual de longe somente significa um que não temos escolhido antes.
- Escolhe-se o subproblema com o maior valor de solução (para maximização e o menor para minimização).

Neste caso, escolhe-se o subproblema com  $x_3 = 1$ , e ramifica-se em  $x_2$ . Depois de solucionar os subproblemas resultantes, tem-se a seguinte árvore de *Branch-and-Bound*:

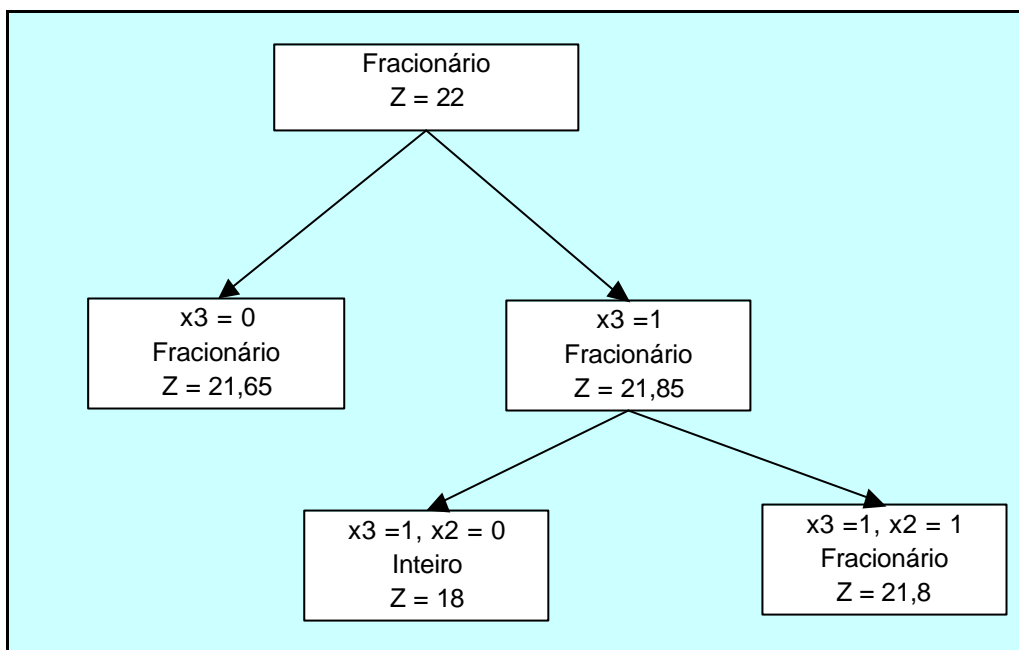


Figura 9: Segunda ramificação.

As soluções são:

- $x_3 = 1, x_2 = 0$ : objetivo = 18,  $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$ ;
- $x_3 = 1, x_2 = 1$ : objetivo = 21,8,  $x_1 = 0,6, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$ .

Agora, existe uma solução inteira possível com valor de 18. Além disso, desde que  $x_3 = 1, x_2 = 0$ , o problema deu uma solução inteira, nenhuma ramificação adicional para o problema é necessária. Isto não está ativo em função da integralidade da solução. Há ainda subproblemas ativos que podem dar valores maiores do que 18. Usando-se a regra, ramifica-se em problemas  $x_3 = 1, x_2 = 1$ , por ramificação de  $x_1$  para dar:

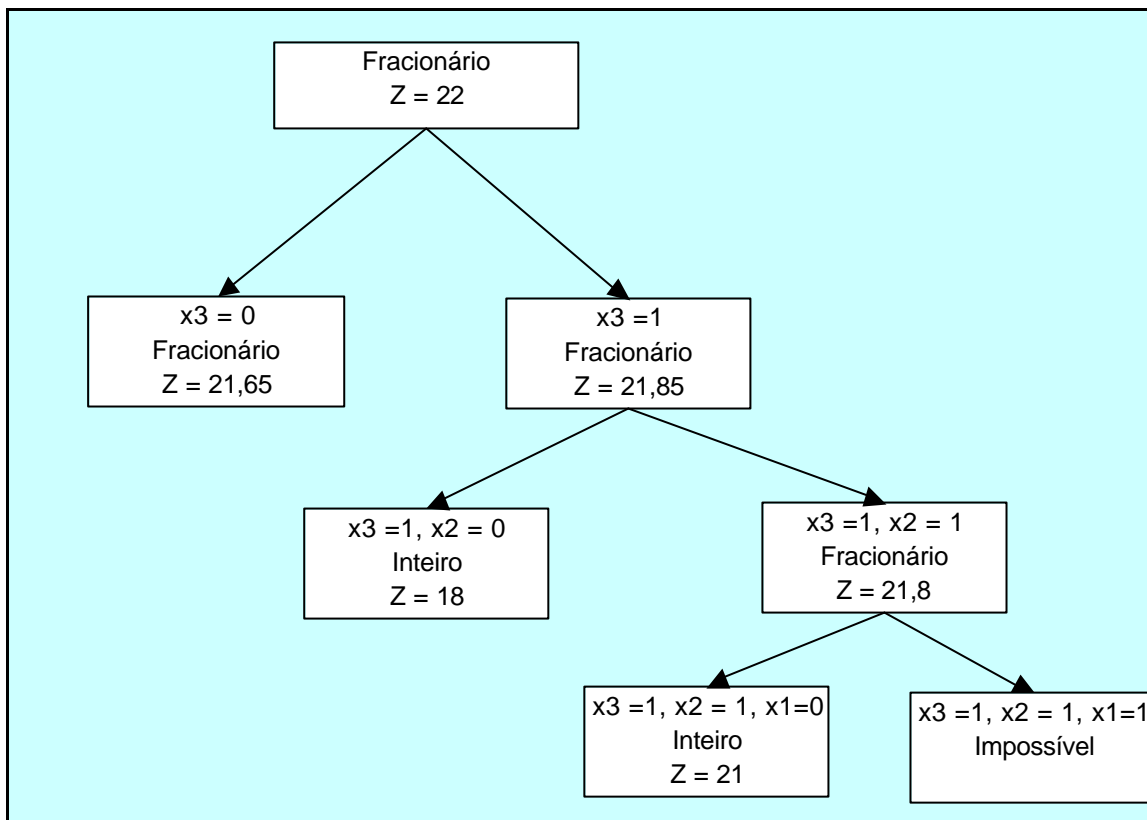


Figura 10: Terceira Ramificação.

As soluções são:

- $x_3 = 1, x_2 = 1, x_1 = 0$ : Objetivo 21,  $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$ ;
- $x_3 = 1, x_2 = 1, x_1 = 1$ : Impossível.

A melhor solução inteira agora tem valor 21. O subproblema que foi gerado não está ativo devido à integralidade da solução. O outro problema gerado não está ativo devido à inviabilidade. Há ainda um subproblema que está ativo. É o subproblema que tem o valor da solução de 21,65. Pelo nosso resultado round-down, não há melhor solução para este subproblema do que 21. Não é necessário procurar por outra solução. Compreende-se este subproblema baseado no argumento de limite superior e indica que não está ativo. Não há então nenhum outro subproblema ativo, então a ótima solução é 21.

## APÊNDICE M - PROGRAMAÇÃO INTEIRA: ALGORÍTMO DE CORTE

A cada etapa do algoritmo de bifurcação e limite (*Branch-and-Bound*) a região viável corrente é cortada em duas regiões (uma das quais pode ser vazia) pela imposição de duas novas restrições decorrentes da primeira aproximação ao modelo de programação corrente. Esta partição é tal que a solução do modelo corrente deve surgir como solução ótima a um dos dois novos modelos de programação. Os algoritmos de corte operam essencialmente da mesma forma. A única diferença consiste no acréscimo de apenas uma nova restrição a cada nova etapa, com o que a região viável é reduzida sem partição.

### O ALGORITMO DE GOMORY

As novas restrições são determinadas por meio do seguinte procedimento de três etapas.

ETAPA 1: No quadro SIMPLEX final corrente seleciona-se uma (qualquer uma) das variáveis não inteiras e, sem atribuir o valor zero às variáveis não básicas, considere-se a equação de restrição representada pela linha da variável escolhida.

Exemplo 1: Quadro SIMPLEX

	x1	x2	x3	x4	x5	
X3	-1/2	0	1	-7/3	1/2	11/2
X2	1/2	1	0	-1	1/4	1
	4	0	0	1	3/4	25/2

Fornece a solução ótima (isto é, a primeira aproximação corrente) como sendo  $x_3^* = 11/2$ ,  $x_2^* = 1$ , com as variáveis não básicas  $x_1^*$ ,  $x_4^*$ ,  $x_5^*$  igualadas a zero. A alocação do valor não inteiro para  $x_3^*$  decorre da primeira linha do quadro, que representa a restrição

$$-1/2x_1 + x_3 - 7/3x_4 + 1/2x_5 = 11/2 \quad (A)$$

ETAPA 2: Reescreve-se cada coeficiente fracionário e constante da equação obtida na etapa 1, como a soma algébrica de um inteiro e de uma fração positiva entre 0 e 1. Reescreve-se em seguida a equação de forma que o primeiro membro contenha somente termos com coeficientes fracionários (e uma constante fracionária),



enquanto o segundo membro contenha somente termos com coeficientes inteiros (e uma constante inteira).

Exemplo 2: A equação (A) torna-se

$$(-1 + \frac{1}{2})x_1 + x_3 + (-3 + \frac{2}{3})x_4 + (0 + \frac{1}{2})x_5 = 5 + \frac{1}{2}$$

ou

$$\frac{1}{2}x_1 + \frac{2}{3}x_4 + \frac{1}{2}x_5 - \frac{1}{2} = 5 + x_1 - x_3 + 3x_4 \quad (B)$$

ETAPA 3: Requeira-se que o primeiro membro da equação reescrita seja não negativo. A desigualdade resultante é a nova restrição.

Exemplo 3: A partir de (B)

$$\frac{1}{2}x_1 + \frac{2}{3}x_4 + \frac{1}{2}x_5 - \frac{1}{2} \geq 0 \quad \text{ou} \quad \frac{1}{2}x_1 + \frac{2}{3}x_4 + \frac{1}{2}x_5 \geq \frac{1}{2}$$

é a nova restrição.

#### CONSIDERAÇÕES COMPUTACIONAIS:

Economiza-se tempo de computação anexando-se as novas restrições do tipo desigualdade, obtida no passo 3, às equações de restrição descritas no quadro SIMPLEX final em pauta em vez de incluí-las como restrições algebricamente equivalentes, no problema original.

O Algoritmo de corte de Gomory pode não convergir, isto é, pode não obter uma solução inteira independente do número de interações. Geralmente, contudo, se o algoritmo converge, o faz razoavelmente rápido. Por esta razão, freqüentemente, estabelece-

## APÊNDICE N - Mixed Integer Linear Programming Benchmark (commercial codes).

Este APÊNDICE foi obtido no site do professor Hans D. Mittelmann.

29

May

2002

=====  
Mixed Integer Linear Programming Benchmark (commercial codes)  
=====

H. Mittelmann (mittelmann@asu.edu)

The URL of this page is <ftp://plato.la.asu.edu/pub/milpc.txt>

The MPS-datafiles for all testcases are in one of (see column "src")

<http://www.caam.rice.edu/~bixby/miplib/miplib.html> [1]

<ftp://plato.la.asu.edu/pub/fctp/> [2]

<ftp://ftp.mcs.anl.gov/neos/mip-bench/> [3]

<ftp://plato.la.asu.edu/pub/milp/> [4]

<http://www.ps.uni-sb.de/~walser/acc/acc.html> [5]

The following codes were run in default mode except CPLEX for which "mipgap" was decreased to 1.e-5 from 1.e-4 on a Pentium 4 (1.5 GHz, 1GB RDRAM, Linux-2.4.18)

CPLEX-7.5: <http://www.cplex.com/>

XPRESS-MP-13: <http://www.dashoptimization.com/>

OSL-V3: <http://www6.software.ibm.com/sos/osl/optimization.htm>

BonsaiG: <http://www.cs.sfu.ca/~lou/BonsaiG> (GPL licensed research code)

GLPK-3.1: <http://www.gnu.org/software/glpk/glpk.html> (GNU package)

Times given are user times in seconds. No paging due to sufficient memory. An "\*" denotes failure to find the optimal solution. For comparison purposes selected results for two free codes are included.

```

=====
src   problem   CPLEX   XPRESS-MP   BonsaiG   GLPK   OSL
-----
1    10teams    78      154         >10000    >10000  >10000
      air04     133     435         4731     >10000  >10000
      air05     180     1110        1985     >10000  498
      bell13a   22      79          103      97       1318
      bell15    340     26045       184      9         >10000
      cap6000   49      143         3876     >10000  88
      fiber     1        1          4721     >10000  >25000
      gesa3     4        1         >10000    59       38
      gesa3_o   3        1          *        53       239
      l152lav   4        101         50       228      75
      misc07    260     185         247      401      122
      mod011    4115    869         *        >10000  745
      nw04      16      258         894     921      5275
      pk1       216     3801        3772     >25000  >10000
      qiu       1838    973         *        *        930
      stein45   54      131         125     299      376
      vpm2      9        22         >10000    >10000  >30000
-----
2    ran8x32    47      321         *        *        >15000
      ran10x26  145     >60000      *        *        >15000
      ran12x21  629     16859      *        *        >15000
      ran13x13  150     2181       *        *        >15000
-----
3    binkar10_1 136     12082      *        >15000  >30000
      eild76    361     70         1292     6831    134
      irp       9        32         1969     212     380
      mas284    22      165         *        430     4963
      prod1    234     >30000     *        *        >10000
-----
4    bc1        1169    4740       *        >10000  5372
      bienst1   891     2228       6202     2013    3744
      bienst2  12865   12906     60782    31639  >20000
      dano3_3   1156    198        *        329     672
      dano3_4   1749    291        *        271     *
      dano3_5   3918    4340       *        *        4096
      mkc1      204     >20000     *        *        >10000
      neos1     14      >22000     *        *        >10000
      neos2    1166    >60000     *        *        >10000
      neos3    2878    >30000     *        *        >10000
      neos4     32      303        *        *        *
      neos5    176     223        *        *        *
      neos6    1608    4688       *        *        *
      neos7    5988    >30000     *        *        *
      nug08    217     31         *        53      >10000
      gap10    1807    265        *        1110    >10000
      seymour1  3750    >30000     >10000   >10000  >10000
      swath1   250     16         >10000   1886    41
      swath2   3666    2789       >10000   2899    67
-----
5    acc0        7        266        18       88       52
      acc1     101     538        49       377      149
      acc2     412     542        214      970      144
      acc3    2560    844        397     >10000  >10000
      acc4   45536   7169       >10000   >10000  >10000
      acc5  >500000  2958       >10000   >10000  >10000
      acc6  >50000   26499      >10000   >10000  >10000
-----

```

## Problem Statistics

problem	rows	col	integer	nonzero
10teams	231	2025	1600	14175

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)