

# Simulação de Desempenho de Sistemas com Múltiplas Portadoras com Ceifamento de Pico em Canais AWGN

CAROLINA VIEIRA GEOVANINI

Dissertação apresentada ao Instituto Nacional de Telecomunicações, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: PROF. DR. SANDRO ADRIANO FASOLO

Santa Rita do Sapucaí

2005

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

Dissertação defendida e aprovada em 4/2/2005, pela comissão julgadora:

---

Waldecir João Perrella - Instituto Tecnológico da Aeronáutica - ITA  
Membro externo

---

Adonias Costa da Silveira - Instituto Nacional de Telecomunicações - INATEL  
Membro Interno

---

Sandro Adriano Fasolo - Instituto Nacional de Telecomunicações - INATEL  
Orientador

---

**Coordenador do Curso de Mestrado**

A Deus, que ilumina todos  
os dias da minha vida.

# Agradecimentos

Agradeço primeiramente à Deus e aos meus queridos e amados pais, Wander e Cristina, pelo dom da vida, da inteligência e do discernimento.

Agradeço ao Prof. Dr. Sandro Adriano Fasolo pela orientação dada na elaboração e conclusão deste trabalho.

Deixo aqui também meu agradecimento ao Prof. Dr. Carlos Alberto Ynoguti, não apenas pelo conhecimento técnico compartilhado, mas também pela solidariedade e disposição em ajudar.

É com imensa satisfação e alegria que me dirijo ao Prof. MSc. Luciano Leonel Mendes, e agradeço com um humilde muito obrigado pelas inúmeras horas despendidas, pela atenção, boa vontade, paciência, amizade e dedicação oferecidas durante toda a elaboração deste trabalho. Você é um exemplo de vida!

Agradeço a todos os colegas do grupo de pesquisa em TV Digital por sempre terem uma palavra amiga para confortar. Agradeço também ao Carlos Augusto, pelo apoio, amizade e preocupação a mim dispensadas. A todos os amigos de graduação e mestrado, um grande abraço de agradecimento por conviverem comigo nos momentos de grandes alegrias e dificuldades.

Venho agora agradecer a minha amada família. Aos meus amados avós, Wilion e Paulina, agradeço por sempre estarem ao meu lado e por serem meu porto seguro. Aos meus amados irmãos, Camila e Daniel, agradeço pelo exemplo de luta constante por dias melhores. Aos meus tios, Marcelo e Carla, agradeço por terem tornado minha vida ainda mais bela após o nascimento da minha linda afilhada Bárbara. A minha amiga-irmã, Magna, sou grata por simplesmente ser minha verdadeira amiga. A minha amiga e companheira de república, Bruna, agradeço pela grande amizade e incontestável paciência durante todos esses anos de convivência. E finalmente ao Rafael, agradeço por ser pra sempre o meu grande amor.

Que Deus ilumine todos os dias de nossas vidas!

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>vi</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>viii</b>
<b>Lista de Abreviaturas e Siglas</b>	<b>ix</b>
<b>Lista de Símbolos</b>	<b>xi</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Princípios da Técnica OFDM . . . . .	1
1.2 Benefícios e Problemas Inerentes da Técnica OFDM . . . . .	2
1.3 Geração e Recepção de Sinais OFDM . . . . .	5
1.3.1 Método da Força Bruta . . . . .	5
1.3.2 Método da IFFT/FFT . . . . .	10
1.4 Estatísticas do Sinal OFDM . . . . .	12
1.5 Estrutura da Dissertação . . . . .	14
<b>2 Análise de Desempenho do Sistema OFDM</b>	<b>15</b>
2.1 Modelagem de Canais com Ceifamento de Pico . . . . .	15
2.1.1 Introdução . . . . .	15
2.1.2 Modelagem do Ceifamento como Ruído Aditivo . . . . .	16
2.1.3 Modelagem do Ceifamento como Ruído Impulsivo . . . . .	18
2.2 Análise de Desempenho do Sistema OFDM em Canais AWGN . . . . .	32
2.2.1 Introdução . . . . .	32
2.2.2 O Canal AWGN . . . . .	32
2.2.3 Desempenho em Canais AWGN . . . . .	33
<b>3 Análise de Desempenho do Sistema OFDM a Partir de Simulações Computacionais</b>	<b>36</b>
3.1 Introdução . . . . .	36

3.2	Canais com Ceifamento Utilizando os Modelos Aditivo e Impulsivo . . . .	36
3.3	Ceifamento de Pico em Canais AWGN . . . . .	37
3.4	Comparação de Desempenho entre Canais com Ceifamento de Pico e Canais AWGN . . . . .	38
<b>4</b>	<b>Conclusões</b>	<b>44</b>
<b>A</b>	<b>Programas Utilizados nas Simulações Computacionais</b>	<b>46</b>

# Lista de Figuras

1.1	Economia de largura de faixa. . . . .	3
1.2	Efeito do desvanecimento plano no sistema de portadora única e multipor- tadora. . . . .	4
1.3	Diagrama em blocos do modulador OFDM. . . . .	6
1.4	Geração do símbolo OFDM. . . . .	7
1.5	Diagrama em blocos do demodulador OFDM. . . . .	8
1.6	Estimação da resposta em frequência do canal. . . . .	9
1.7	Sistema OFDM utilizando o Método da IFFT/FFT. . . . .	13
2.1	Curva do amplificador de potência. . . . .	15
2.2	fdp de um sinal OFDM. . . . .	16
2.3	Modelo do ceifamento como ruído aditivo. . . . .	17
2.4	Ceifamento de pico de amplitude do sinal OFDM. . . . .	19
2.5	fmp do número de ceifamentos ocorridos em símbolos OFDM. . . . .	20
2.6	Densidade espectral de potência do sinal OFDM. . . . .	21
2.7	fdp da duração do ceifamento. . . . .	23
2.8	Canal AWGN. . . . .	32
3.1	Probabilidade de erro de símbolo em relação ao limiar de ceifamento de um sistema OFDM com modulação 64-QAM. . . . .	37
3.2	Probabilidade de erro de símbolo em relação ao limiar de ceifamento de um sistema OFDM com modulação 256-QAM. . . . .	38
3.3	Probabilidade de erro de símbolo de um sistema OFDM com 16 subporta- doras e modulação 64-QAM. . . . .	39
3.4	Probabilidade de erro de símbolo de um sistema OFDM com 32 subporta- doras e modulação 64-QAM. . . . .	40
3.5	Probabilidade de erro de símbolo de um sistema OFDM com 64 subporta- doras e modulação 64-QAM. . . . .	40
3.6	Probabilidade de erro de símbolo de um sistema OFDM com 128 subporta- doras e modulação 64-QAM. . . . .	41



3.7	Probabilidade de erro de símbolo de um sistema OFDM com 16 subportadoras e modulação 256-QAM. . . . .	41
3.8	Probabilidade de erro de símbolo de um sistema OFDM com 32 subportadoras e modulação 256-QAM. . . . .	42
3.9	Probabilidade de erro de símbolo de um sistema OFDM com 64 subportadoras e modulação 256-QAM. . . . .	42
3.10	Probabilidade de erro de símbolo de um sistema OFDM com 128 subportadoras e modulação 256-QAM. . . . .	43

# Lista de Tabelas

1.1	Parâmetros do sinal OFDM . . . . .	5
1.2	Parâmetros do padrão ISDB-T . . . . .	12

# Lista de Abreviaturas e Siglas

<b>ADSL</b>	( <i>Asymmetric Digital Subscriber Line</i> ) Linha Digital de Assinante Assimétrica
<b>AWGN</b>	( <i>Additive White Gaussian Noise</i> ) Ruído Branco Aditivo com Distribuição Gaussiana
<b>DAB</b>	( <i>Digital Audio Broadcasting</i> ) Radiodifusão de Áudio Digital
<b>DFT</b>	( <i>Discrete Fourier Transform</i> ) Transformada Discreta de Fourier
<b>DSP</b>	( <i>Digital Signal Processor</i> ) Processador de Sinais Digitais
<b>DVB-T</b>	( <i>Digital Video Broadcasting - Terrestrial</i> ) Radiodifusão de Vídeo Digital - Terrestre
<b>fdc</b>	Função densidade cumulativa
<b>FDM</b>	( <i>Frequency Division Multiplexing</i> ) Multiplexação por Divisão em Frequência
<b>fdp</b>	Função densidade de probabilidade
<b>FFT</b>	( <i>Fast Fourier Transform</i> ) Transformada Rápida de Fourier
<b>fmp</b>	Função massa de probabilidade
<b>ICI</b>	( <i>Intercarrier Interference</i> ) Interferência Interportadoras
<b>IDFT</b>	( <i>Inverse Discrete Fourier Transform</i> ) Transformada Discreta de Fourier Inversa
<b>IFFT</b>	( <i>Inverse Fast Fourier Transform</i> ) Transformada Rápida de Fourier Inversa
<b>iid</b>	Independentes e identicamente distribuídas
<b>ISDB-T</b>	( <i>Integrated Service of Digital Broadcasting - Terrestrial</i> ) Serviços Integrados de Radiodifusão Digital - Terrestre
<b>ISI</b>	( <i>Intersymbol Interference</i> ) Interferência Intersimbólica

<b>OFDM</b>	<i>(Orthogonal Frequency Division Multiplexing)</i> Multiplexação por Divisão em Frequência Ortogonal
<b>PAPR</b>	<i>(Peak to Average Power Ratio)</i> Relação entre Potência de Pico e Potência Média
<b>QAM</b>	<i>(Quadrature Amplitude Modulation)</i> Modulação de Amplitude em Quadratura
<b>QPSK</b>	<i>(Quadrature Phase Shift Keying)</i> Modulação em Quadratura por Deslocamento de Fase
<b>RF</b>	Radiofrequência

# Lista de Símbolos

$A$	variável aleatória que representa a amplitude do sinal OFDM
$A_{max}$	máxima amplitude do sinal OFDM
$BW_{mp}$	largura de faixa de um subcanal do sistema OFDM
$BW_s$	largura de faixa do sinal modulado em banda passante
$c_n$	vetor de símbolos transmitido
$c'_n$	vetor de símbolos recebido
$d$	distância cartesiana entre um símbolo e a fronteira com outro símbolo adjacente, em uma constelação quadrada
$E[.]$	valor esperado
$f_a$	frequência de amostragem
$f_A(a)$	função densidade de probabilidade do sinal OFDM
$f_n$	frequência da $n$ -ésima subportadora
$f_k$	forma de onda discreta do pulso ceifado
$\mathcal{F}[.]$	transformada de Fourier
$F_k$	espectro do pulso ceifado discreto
$f_\tau(\tau)$	função densidade de probabilidade da duração do ceifamento
$i_n$	componente em fase discreta transmitida
$i'_n$	componente em fase discreta recebida
$J(.)$	Jacobiano
$l$	limiar de ceifamento
$L$	número de níveis permitido nos sinais de fase e quadratura
$m_i$	potência da $i$ -ésima derivada do sinal OFDM
$m'_l$	mensagem binária estimada pelo receptor
$m(t)$	informação binária
$M$	ordem da modulação
$n$	amplitude do ruído branco aditivo gaussiano
$n(t)$	ruído branco aditivo gaussiano

$N$	número de subportadoras do sistema OFDM
$N_0$	densidade espectral de potência do ruído branco aditivo gaussiano
$\overline{P}$	potência média do sinal OFDM
$P[erro]$	probabilidade de erro de símbolo
$P_b[erro]$	probabilidade de erro de bit
$p_N(n)$	função densidade de probabilidade do ruído branco aditivo gaussiano
$p_\xi(\xi)$	função massa de probabilidade do número de ceifamentos
$p_\tau(t)$	forma de onda do pulso ceifado
$P_\tau(\omega)$	espectro do pulso ceifado
$q_n$	componente em quadratura discreta transmitida
$Q(x)$	função distribuição normal padrão complementar
$r(t)$	sinal OFDM recebido
$r(m)$	sinal OFDM recebido amostrado
$ret(\cdot)$	pulso retangular
$R$	limiar espectral para introdução de erros no sinal OFDM devido ao ceifamento
$\Re[\cdot]$	parte real
$R_b$	taxa de transmissão em bits por segundo
$R_{mp}$	taxa de transmissão de um sistema OFDM em símbolos por segundo
$R_s$	taxa de transmissão de um sistema de portadora única em símbolos por segundo
$\vec{s}$	vetor de $N$ amostras do sinal OFDM no domínio do tempo
$s_{OFDM}(t)$	sinal OFDM transmitido
$s(t)$	sinal transmitido $M$ -QAM
$S$	valor da densidade espectral do sinal OFDM, limitado entre $-\omega_{max}$ e $+\omega_{max}$
$S_x(\omega)$	densidade espectral do sinal OFDM
$t_m$	intervalo entre as amostras
$t_s$	tempo de símbolo de um sistema de portadora única
$T$	tempo de símbolo OFDM
$\bar{u}$	número médio de vizinhos adjacentes a um símbolo, em uma constelação quadrada
$Var[\cdot]$	Variância
$\Delta f$	espaçamento entre as subportadoras do sistema OFDM
$\Delta f_{min}$	espaçamento mínimo entre as subportadoras ortogonais

$\delta(t)$	função impulso unitário
$\eta$	influência espectral do pulso de ceifamento
$\theta$	rotação de fase introduzida pelo ceifamento
$\lambda_l$	taxa de cruzamento do limiar de ceifamento
$\mu$	média
$\xi$	número de ocorrências de ceifamento
$\sigma$	desvio padrão do sinal OFDM
$\sigma_g$	desvio padrão das gaussianas em fase e quadratura
$\sigma^2$	potência do sinal OFDM
$\sigma_n^2$	potência do ruído branco aditivo gaussiano
$\sigma_R^2$	potência do ruído equivalente ao ceifamento
$\tau$	duração do ceifamento
$\tau_m$	duração média do ceifamento
$\Psi_N$	subportadoras ortogonais do sistema OFDM
$\omega_{max}$	máxima frequência do sinal OFDM
$\omega_n$	frequência angular da $n$ -ésima subportadora
$\Omega_n$	frequência angular digital da $n$ -ésima subportadora amostrada

# Resumo

A técnica OFDM vêm sendo pesquisada em instituições do mundo inteiro devido aos inúmeros serviços que necessitam de altas taxas de transmissão. Esta técnica foi adotada em diversos padrões de comunicação digital, como o sistema xDSL empregado na última milha, os padrões de televisão digital ISDB-T Japonês e o DVB-T Europeu. Com isso, houve um aumento significativo de interesse na técnica com múltiplas portadoras.

A primeira grande dificuldade está relacionada à geração e recepção do sinal OFDM quando utiliza-se um elevado número de subportadoras. Para não comprometer a ortogonalidade entre estas subportadoras, deve-se garantir que haja sincronismo entre os  $N$  osciladores complexos do transmissor e do receptor. Com o desenvolvimento dos processadores digitais de sinais, foi possível solucionar este problema, utilizando-se o método da IFFT/FFT e, assim, viabilizar a implementação da técnica OFDM.

Uma outra dificuldade refere-se à amplificação do sinal, devido a ocorrência de elevados picos de amplitude no sinal OFDM, uma vez que este sinal possui uma alta relação entre sua potência de pico e sua potência média. Com o objetivo de reduzir custos, os amplificadores de potência de RF são projetados para possuírem alto rendimento, ou seja, operarem o mais próximo possível do ponto de saturação. Desta maneira, os altos picos de amplitude do sinal OFDM são ceifados, introduzindo uma distorção não linear neste sinal.

O objetivo principal deste trabalho é simular o desempenho de sistemas OFDM com ceifamento de pico em canais com e sem ruído AWGN. Primeiramente, apresentam-se os métodos utilizados para a geração e recepção do sinal OFDM, estudam-se as suas características estatísticas e os motivos que levam à ocorrência do ceifamento. Em seguida, apresentam-se dois métodos para a modelagem do ceifamento e desenvolve-se a probabilidade de erro de símbolo para ambos os modelos. Cabe ressaltar que a modelagem do ceifamento como ruído impulsivo é a mais adequada para estimar a probabilidade de erro de símbolo devido ao ceifamento. Também analisa-se o canal AWGN e desenvolve-se a probabilidade de erro de símbolo devido ao ceifamento da amplitude do sinal OFDM em canais AWGN. Finalmente, comparam-se os resultados teóricos obtidos do desempenho dos sistemas OFDM com ceifamento em canais ruidosos com os resultados obtidos a partir de simulação computacional.

Palavras-chave: Múltiplas portadoras, OFDM, transmissão digital.



# Abstract

The OFDM technique comes being searched in many institutions around the world due the innumerable services that need more and more high transmission rates. This technique was adopted in diverse digital communication standards, also in the digital television standards, as the ISDB-T used in Japan and the DVB-T used in Europe. So, it had a significant increase in the interest by OFDM system implementation. However, there are some difficulties that limit the implementation of this system. One of them is the complexity in the generation and reception of OFDM signal that uses a high number of subcarriers, needing a synchronism for the  $N$  complex oscillators of the transmitter and the receiver to guarantee the subcarriers orthogonality. With the development of the digital signals processors it allows deciding this problem through using of the IFFT/FFT and permits the implementation of the OFDM technique. Another difficulty is referred by the occurrence of raised peaks in the OFDM signal amplitude, because this signal possess high ratio between its peak power and its average power. With the objective to reduce costs, the RF power amplifiers are projected to have high input, or either, to operate nearly as possible to the saturation point. In this way, the high peaks of the OFDM signal amplitude are clipped, introducing a non-linear distortion in the signal. The main objective of this work is to simulate the performance of the OFDM systems with peak clipping in AWGN channels. In this way, one presents the methods used for the generation and reception of OFDM signal, studies its statistical characteristics and the reasons that lead to the occurrence of the clipping. After that, it is presented two methods for the clipping modeling and it is got the symbol error probability for both the models. Also the AWGN channel is analyzed and is gotten it probability of symbol error due to the amplitude clipping of the OFDM signal in AWGN channels. Finally, the gotten theoretical results of the performance of systems OFDM with clipping in noisy channels from computational simulation are compared.

Keywords: Multicarriers, OFDM, digital transmission.

# Capítulo 1

## Introdução

A técnica OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) [1] é uma evolução da técnica convencional FDM (*Frequency Division Multiplexing*) onde, no lugar de utilizar-se bandas de guarda espectrais para a separação das portadoras na recepção do sinal, trabalha-se com uma sobreposição espectral de portadoras. Esta técnica é empregada tanto em sistemas de comunicação sem fio, como, por exemplo, os padrões DVB-T (*Digital Video Broadcasting - Terrestrial*) [2], ISDB-T (*Integrated Service of Digital Broadcasting - Terrestrial*) [3], DAB (*Digital Audio Broadcasting*) [4] quanto em sistemas com fio, como exemplo, o ADSL (*Asymmetric Digital Subscriber Line*) [5].

### 1.1 Princípios da Técnica OFDM

Atualmente, existe uma grande gama de serviços que necessitam de altas taxas de transmissão de dados. Um dos fenômenos que limitam a taxa de transmissão em um canal de comunicação é o desvanecimento seletivo em frequência, que, por sua vez, ocorre em canais de comunicação que apresentam múltiplos percursos entre a antena transmissora e a antena receptora, cujo atraso entre os percursos é da ordem de grandeza do tempo de sinalização do sistema. Assim, o desvanecimento seletivo em frequência representa um problema para a transmissão de dados a altas taxas devido ao tempo de sinalização ser muito pequeno, pois este fenômeno é muito comum nas comunicações terrestres devido aos inúmeros obstáculos situados entre as antenas.

Uma maneira de evitar a ocorrência do desvanecimento seletivo em frequência em sistemas com altas taxas é utilizar a técnica de transmissão com múltiplas portadoras [1], uma vez que são utilizados na transmissão da informação vários subcanais operando com taxas mais baixas. Nesta técnica, a seqüência de dados a ser transmitida é dividida em  $N$  feixes paralelos, com taxa de sinalização de cada feixe, expressa por

$$R_{mp} = \frac{R_s}{N} \quad (1.1)$$

Cada um dos  $N$  feixes paralelos modula uma subportadora, de modo que a largura de faixa ocupada em cada subcanal, desconsiderando a faixa de guarda, é dada por

$$BW_{mp} = \frac{BW_s}{N} \quad (1.2)$$

A escolha das frequências das  $N$  subportadoras deve ser feita de forma a minimizar a largura de faixa total ocupada pelo sistema. Limitando-se a largura de faixa de cada subcanal entre os pontos de nulos, o espaçamento entre as frequências das subportadoras,  $\Delta f$ , deve atender a expressão (1.3) para que não ocorra sobreposição espectral

$$\Delta f \geq 2 \cdot R_{mp} \quad (1.3)$$

Esta é a técnica FDM [6], que vem sendo empregada desde a década de 50 em sistemas telefônicos analógicos. A principal desvantagem da aplicação desta técnica para a transmissão de sinais digitais é a sua baixa eficiência espectral, o que torna inviável sua utilização em transmissões terrestres sem fio, devido à necessidade de economia do espectro de frequências.

Para que esta técnica seja utilizada em transmissão digital, é necessário permitir que ocorra uma sobreposição espectral dos subcanais, sem que isto introduza interferências entre as subportadoras. Isto significa que as subportadoras devem ser ortogonais entre si, ou seja, a seguinte condição deve ser satisfeita [7]

$$\int_0^T \psi_i \cdot \psi_j dt = 0 \quad \text{para } 0 \leq i, j \leq N-1 \quad \text{e} \quad i \neq j \quad (1.4)$$

onde  $\psi_i$  são as subportadoras do sistema e  $T$  é o tempo de sinalização de cada feixe paralelo.

Diversos valores de espaçamentos garantem a ortogonalidade entre as subportadoras. Porém, como o objetivo é economizar o espectro de frequências, utiliza-se o menor espaçamento possível entre as subportadoras que garanta a ortogonalidade, utilizando-se múltiplos inteiros do tempo de sinalização. Este valor é dado por

$$\Delta f_{min} = R_{mp} = \frac{1}{T} \quad (1.5)$$

A técnica OFDM garante o espaçamento mínimo entre as subportadoras de forma que elas sejam ortogonais, viabilizando assim, a transmissão digital com altas taxas, utilizando múltiplas portadoras. Vale ressaltar que a sobreposição espectral de subportadoras produz uma economia significativa de largura de faixa se comparada à técnica FDM. Pode-se obter uma economia de pelo menos 50%, como mostrado na Figura 1.1.

Apesar da técnica OFDM apresentar o termo multiplexação na sua definição, deve-se lembrar que, a rigor, não ocorre multiplexação num sistema OFDM, mas sim a transmissão paralela de uma sequência de bits serial.

## 1.2 Benefícios e Problemas Inerentes da Técnica OFDM

O sistema OFDM pode ser visto como  $N$  subsistemas independentes devido ao uso de subportadoras ortogonais, cujas larguras de faixa são expressas pela Equação (1.2).

Trabalhar com canais de faixa estreita, ao invés de um único canal de banda larga, traz um grande benefício no que diz respeito à seletividade em frequência. Um sistema OFDM que apresenta um elevado número de subportadoras pode fazer com que um canal em um sistema de portadora única, que apresenta desvanecimento seletivo em frequência, passe a apresentar desvanecimento plano para cada subportadora.

No sistema de portadora única todos os símbolos transmitidos durante a ocorrência do desvanecimento são afetados, causando erros em rajada na recepção [8]. No sistema multiportadora,

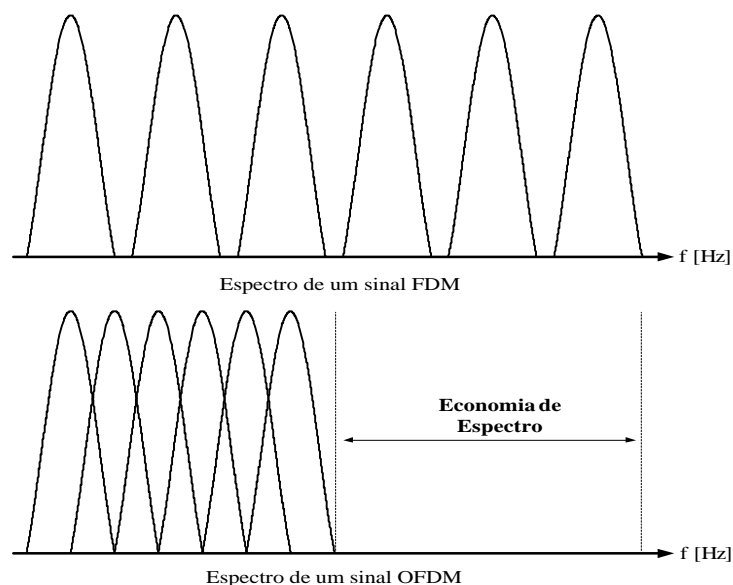


Figura 1.1: Economia de largura de faixa.

apenas os símbolos transmitidos nas subportadoras afetadas pelo desvanecimento são afetados. Para evitar a ocorrência de erros em rajada no sistema multiportadora, os símbolos transmitidos são “entrelaçados” antes de serem separados em  $N$  feixes de dados. Neste processo, as subportadoras adjacentes não transportam símbolos adjacentes, de modo que, se o desvanecimento afetar um grupo de subportadoras não ocorrerão erros em rajada na recepção. Isto permite que o código corretor de erro [9] atue corretamente sobre os erros introduzidos.

A análise do sistema OFDM no domínio do tempo apresenta ainda outras vantagens com relação ao sistema de portadora única.

Como o tempo de duração de um símbolo OFDM é tanto maior quanto maior for o número de subportadoras utilizadas, o sinal OFDM torna-se mais robusto ao efeito do desvanecimento plano [1][10]. O desvanecimento plano é caracterizado por uma redução na potência do sinal recebido durante um determinado intervalo de tempo. Num sistema de portadora única, tem-se uma alta taxa de transmissão e um tempo de símbolo pequeno, isto faz com que vários símbolos sejam perdidos durante a ocorrência do desvanecimento. No sistema multiportadora, se o número de subportadoras for elevado, o tempo de símbolo será muito maior do que a duração do desvanecimento, então a interferência introduzida não causa a perda dos símbolos transmitidos.

A Figura 1.2 mostra o efeito do desvanecimento plano no sistema de portadora única e multiportadora.

Observa-se na Figura 1.2, que somente os símbolos  $S_3$ ,  $S_4$  e  $S_5$  do sistema de portadora única são afetados pelo desvanecimento plano, causando erros em rajada na recepção. No sistema multiportadora, todos os símbolos são afetados pelo desvanecimento plano, porém a interferência introduzida não causa a perda da informação na recepção, devido ao tempo de símbolo ser muito maior do que a duração do desvanecimento.

Uma outra grande vantagem do sistema multiportadora é em relação a dispersão temporal do canal [10], devido ao tempo de símbolo OFDM ser  $N$  vezes maior do que o tempo de símbolo de portadora única. Esta dispersão temporal causa a sobreposição dos símbolos transmitidos,

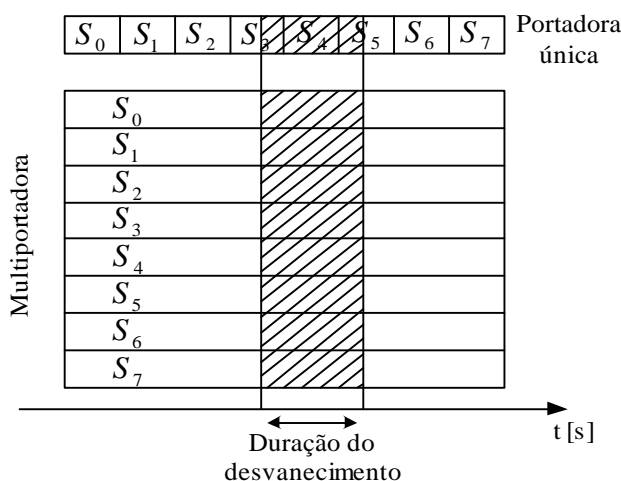


Figura 1.2: Efeito do desvanecimento plano no sistema de portadora única e multiportadora.

introduzindo uma distorção denominada de Interferência Intersimbólica (ISI - *Intersymbol Interference*) [7] [8]. Em um sistema de portadora única de alta taxa de transmissão, a ISI reduz o desempenho de taxa de erro de bit caso a duração da dispersão temporal do canal seja da ordem de grandeza do tempo de símbolo. Isto é minimizado no sistema multiportadora, uma vez que o tempo de símbolo é muito maior do que a duração da dispersão temporal do canal. Por isso, os sistemas multiportadoras são robustos aos efeitos da ISI. Esta robustez pode ser aprimorada introduzindo um intervalo de guarda temporal a cada símbolo OFDM.

Este intervalo de guarda temporal é projetado de forma que as componentes de múltiplos percursos de um símbolo OFDM não interfiram na recepção do símbolo OFDM subsequente. Um intervalo de guarda poderia ser criado apenas pela ausência de sinal. Neste caso, porém, as subportadoras deixariam de ser ortogonais entre si, dando origem ao problema denominado Interferência Interportadoras (ICI - *Intercarrier Interference*). Para minimizar esta interferência, o símbolo OFDM é estendido ciclicamente no intervalo de guarda. Isto equivale a acrescentar ao início de cada símbolo uma certa quantidade de amostras da parte final do mesmo. Assim, os sinais com múltiplos percursos que apresentem atrasos menores que o intervalo de guarda temporal não causarão ICI. O conteúdo deste intervalo de guarda temporal será ignorado na recepção.

É válido observar que modulações de ordem mais elevadas, como a 128-QAM ou 64-QAM, são mais sensíveis à ISI e ICI do que as modulações de ordem menores, como a QPSK, por exemplo.

Apesar das vantagens do sistema OFDM serem evidentes, existem alguns problemas inerentes à esta técnica que dificultam sua implementação nos novos padrões de transmissão digital. Um destes problemas é a complexidade na geração e recepção dos símbolos OFDM, quando há um grande número de subportadoras, devido à necessidade de sincronismo entre elas [1]. Outro problema é a amplificação do sinal OFDM para que seja possível sua transmissão, pois o mesmo apresenta uma alta relação entre sua potência de pico e sua potência média (PAPR - *Peak to Average Power Ratio*), visto que a potência de pico do sinal OFDM é muito maior do que sua potência média. O amplificador de potência deve possuir uma região linear extensa, ou seja, o ponto de operação do amplificador deve estar muito abaixo do ponto de saturação [11], o

que aumenta o seu custo. Para que o custo de implementação do sistema seja reduzido, os amplificadores de potência devem ser projetados para possuírem alta eficiência, de modo que o ponto de operação fique próximo do ponto de saturação. Assim, os picos de amplitude do sinal OFDM são ceifados pelos amplificadores antes de sua transmissão, introduzindo uma distorção não linear que degrada a qualidade do sistema [12][13].

## 1.3 Geração e Recepção de Sinais OFDM

O Método da Força Bruta foi um método de implementação proposto no início da concepção do sistema OFDM. O método empregado atualmente na implementação dos sistemas OFDM denomina-se Método da IFFT (*Inverse Fast Fourier Transform*) / FFT (*Fast Fourier Transform*) [1].

### 1.3.1 Método da Força Bruta

O sistema OFDM tem como objetivo reduzir a taxa de sinalização no canal de comunicação em função do número de portadoras utilizadas, sem causar redução na taxa de transmissão ou aumentar a ordem da modulação digital empregada, de forma a aumentar a robustez do sinal em canais com múltiplos percursos. A Figura 1.3 apresenta um diagrama em blocos básico para a geração do sinal OFDM [1].

A informação binária a ser transmitida,  $m(t)$ , é mapeada nos sinais em fase,  $i_n$ , e quadratura,  $q_n$ , de acordo com a modulação empregada, obtendo assim o sinal complexo,  $c_n$ . Este sinal complexo é aplicado a um conversor serial/paralelo, dando origem a  $N$  feixes de símbolos complexos paralelos que são modulados pelas subportadoras complexas. Isto significa que a parte real do símbolo de entrada é modulada por uma função cossenoidal de frequência angular  $\omega_n$ , enquanto que a parte imaginária é modulada por uma função senoidal de mesma frequência. As  $N$  subportadoras são ortogonais entre si, de modo que o espaçamento entre as subportadoras adjacentes é igual ao inverso do tempo de símbolo OFDM. Através da soma das  $N$  subportadoras complexas moduladas, obtém-se o sinal OFDM. A Figura 1.4 mostra a geração de um símbolo OFDM, de acordo com a Tabela 1.1.

Tabela 1.1: Parâmetros do sinal OFDM

Modulação	QPSK
$R_b$	8 b/s
N	4
$f_0$	1Hz

Analisando a Figura 1.4 observa-se que os valores das  $N$  componentes  $c_n$  determinam a amplitude das  $N$  subportadoras complexas. O valor da amplitude de cada subportadora é atualizado a cada tempo de símbolo OFDM.

Através do diagrama em blocos apresentado na Figura 1.3, pode-se equacionar a geração do

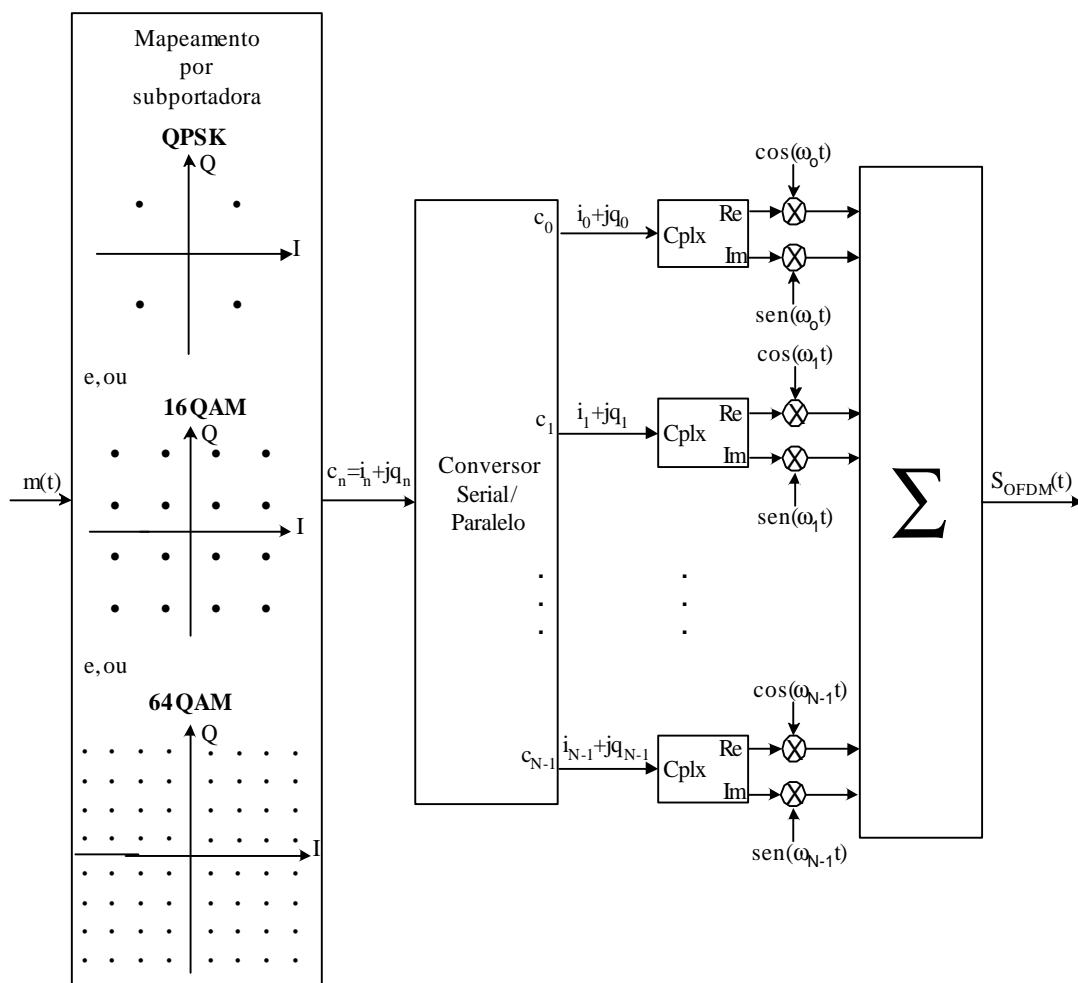


Figura 1.3: Diagrama em blocos do modulador OFDM.

sinal OFDM, conforme apresentado abaixo

$$\begin{aligned}
 s_{OFDM}(t) &= \sum_{n=0}^{N-1} \Re\{c_n \cdot e^{-j\omega_n t}\} \\
 &= \sum_{n=0}^{N-1} \Re\{(i_n + jq_n) \cdot [\cos(\omega_n t) - j \cdot \sin(\omega_n t)]\}
 \end{aligned}$$

onde  $\Re(\cdot)$  é a parte real de  $(\cdot)$ .

Assim, a expressão do sinal OFDM em banda básica é dada por

$$s_{OFDM}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} [(i_n \cos(\omega_n t) + q_n \sin(\omega_n t))] \quad (1.6)$$

Observando a Figura 1.4 e a Equação (1.6), conclui-se que todos os  $N$  osciladores complexos

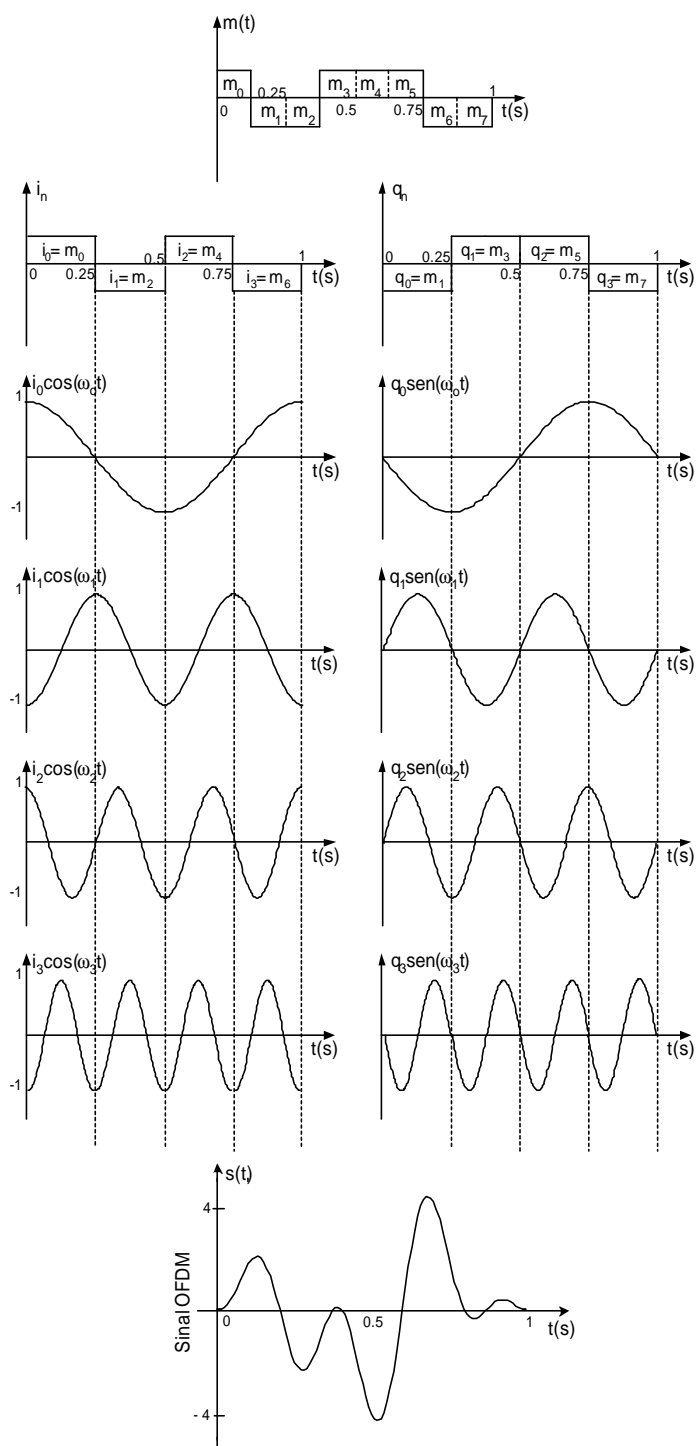


Figura 1.4: Geração do símbolo OFDM.



devem estar sincronizados, porém torna-se difícil obter este sincronismo quando utiliza-se um grande número de subportadoras.

A recepção do sinal OFDM pode ser realizada por um banco de correladores, conforme mostrado na Figura 1.5.

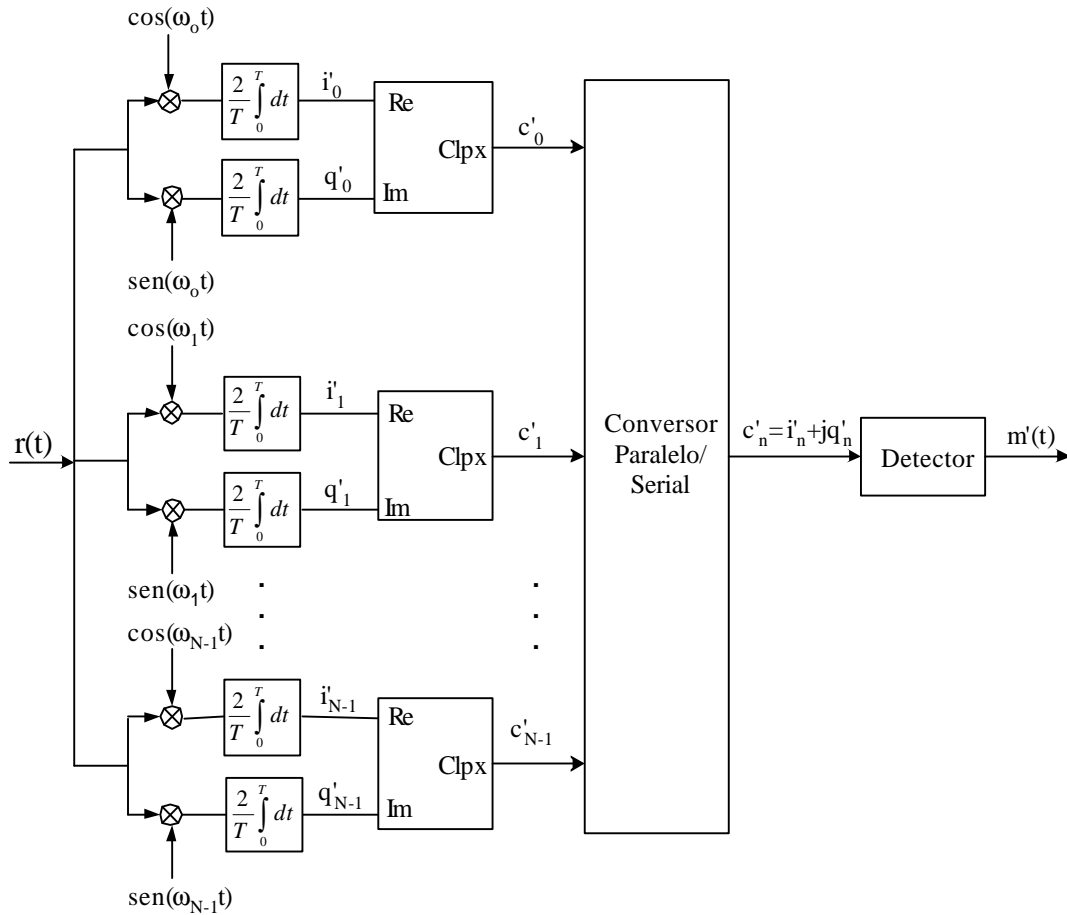


Figura 1.5: Diagrama em blocos do demodulador OFDM.

Devido ao fato das subportadoras serem ortogonais entre si, não há interferências entre os  $N$  subcanais recebidos, o que possibilita realizar uma detecção sem erros, em um canal sem distorção e sem ruído. A recepção da componente  $i'_0$ , por exemplo, é dada por [14]

$$i'_0 = \frac{2}{T} \int_0^T r(t) \cdot \cos(\omega_0 t) dt = i_0 \quad (1.7)$$

para este canal,  $r(t) = s_{OFDM}(t)$ .

A recepção apresentada é válida para todas as componentes do sinal  $r(t)$ , uma vez que todas as subportadoras possuem um número inteiro de ciclos no intervalo de  $T$  segundos. A ortogonalidade das subportadoras pode ser comprometida se houver diferenças de frequências entre os osciladores

de transmissão e recepção, podendo degradar sensivelmente a qualidade do sistema OFDM. Para evitar interferências entre as componentes senoidais e cossenoidais, os osciladores complexos do transmissor e do receptor precisam estar em fase. Para que os correlatores operem corretamente, o tempo de símbolo OFDM também precisa estar sincronizado. Porém, este sincronismo não é tão crítico quanto o sincronismo de frequência e de fase das subportadoras, visto que pequenas interferências entre símbolos adjacentes são toleradas, devido à longa duração do tempo de símbolo OFDM.

Uma das técnicas para obter-se o sincronismo entre os osciladores de transmissão e recepção utiliza portadoras piloto para gerar um sinal de referência para o receptor. Estas portadoras piloto não transportam informação e, além de permitirem que o receptor sincronize a frequência e a fase dos osciladores, fornecem também uma referência para que o receptor realize a estimativa da resposta em frequência do canal. O receptor utiliza as amplitudes das portadoras pilotos para determinar a atenuação, o ganho e o deslocamento de fase oferecidos pelo canal nas respectivas frequências dos tons pilotos. Através da interpolação entre as amplitudes das portadoras pilotos, pode-se estimar a resposta em frequência do canal, conforme ilustra a Figura 1.6. De posse da estimativa da resposta em frequência do canal, o receptor é capaz de equalizar o sinal recebido. Este procedimento é conhecido como equalização no domínio da frequência [15].

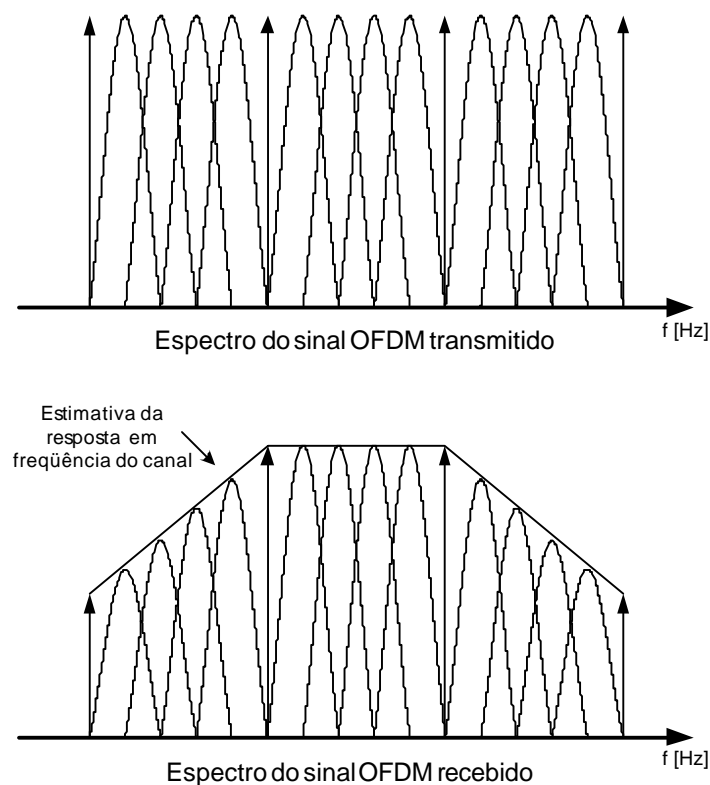


Figura 1.6: Estimativa da resposta em frequência do canal.

### 1.3.2 Método da IFFT/FFT

O Método da Força Bruta utiliza  $N$  osciladores complexos para gerar e receber o sinal OFDM. Com o aumento do número de subportadoras, torna-se inviável a implementação deste método, devido à complexidade de construção dos osciladores.

No entanto, os avanços da tecnologia digital possibilitaram implementar o sistema OFDM através de um método que torna mais simples a etapa de modulação e demodulação.

Analisando a Equação (1.6), reescrita a seguir, pode-se concluir que as componentes  $i_n$  e  $q_n$  representam os coeficientes das bases ortogonais  $\cos(\omega_n t)$  e  $\sin(\omega_n t)$ , respectivamente.

$$s_{OFDM}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} [(i_n \cos(\omega_n t) + q_n \sin(\omega_n t))]$$

O sinal OFDM pode ser interpretado como uma Série de Fourier [16] de  $N$  elementos, com coeficientes  $i_n$  e  $q_n$ . O sinal OFDM deve ser amostrado para que possa ser processado digitalmente, possibilitando assim, o uso de DSP (*Digital Signal Processor*) [17] na sua geração e recepção. A Equação (1.6) pode ser discretizada adotando uma taxa de amostragem definida por

$$f_a = \frac{1}{t_s} = R_s \quad (1.8)$$

onde  $f_a$  corresponde à frequência de amostragem.

Desta forma, a Equação (1.6) pode ser reescrita como

$$s_{OFDM}(m) = \sum_{n=0}^{N-1} [i_n \cos(\Omega_n m t_s) + q_n \sin(\Omega_n m t_s)] \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots, N-1 \quad (1.9)$$

onde  $\Omega_n$  é frequência angular digital da portadora amostrada e é definida por

$$\Omega_n = 2\pi f_n \quad (1.10)$$

Para um sinal OFDM em banda básica, a frequência da primeira portadora é nula ( $f_0 = 0$  Hz). Assim, as frequências das portadoras,  $f_n$ , podem ser definidas por

$$f_n = \frac{n}{T} \quad (1.11)$$

O intervalo no qual as amostras do sinal OFDM são tomadas,  $t_m$ , é definido por

$$t_m = m \cdot t_s \quad (1.12)$$

O tempo de símbolo OFDM é  $N$  vezes maior do que o tempo de símbolo de entrada,  $t_s$ , ou seja

$$T = N \cdot t_s \quad (1.13)$$

Utilizando-se as definições apresentadas acima pode-se representar o sinal OFDM amostrado em banda básica como

$$\begin{aligned} s_{OFDM}(m) &= \sum_{n=0}^{N-1} [i_n \cos(2\pi f_n m t_s) + q_n \sin(2\pi f_n m t_s)] \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \left[ i_n \cos\left(\frac{2\pi n}{N} m\right) + q_n \sin\left(\frac{2\pi n}{N} m\right) \right] \\ &= \Re \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} c_n \cdot e^{-j \frac{2\pi n}{N} m} \right\} \end{aligned} \quad (1.14)$$

Este resultado mostra que o sinal OFDM pode ser obtido através da Transformada Discreta de Fourier Inversa (IDFT - *Inverse Discrete Fourier Transform*) [17] do vetor de  $N$  símbolos complexos,  $c_n$ . Este vetor pode ser considerado como sendo as amplitudes das componentes de frequência do espectro de frequência do símbolo OFDM, uma vez que a IDFT gera um sinal no domínio do tempo a partir do espectro de frequência do sinal.

O espectro de um sinal real é simétrico com relação à frequência nula. Já o espectro de um sinal discreto real é simétrico com relação à  $N/2$ ; porém, esta simetria não existe para o sinal OFDM, pois cada componente do vetor  $c_n$  corresponde a um símbolo de dados a ser transmitido, independente dos demais. Assim, o resultado da IDFT de  $c_n$  gera um sinal complexo, onde a informação a ser transmitida está presente tanto na parte real quanto na parte imaginária. Conforme a Equação (1.14), apenas a parte real da IDFT de  $c_n$  é transmitida.

É importante observar o número de pontos presentes no sinal gerado a partir da IDFT. Este sinal possui o mesmo comprimento do vetor  $c_n$ , que é de  $N$  amostras complexas. Para transmitilo deve-se interpolar a parte real das amostras geradas pela IDFT, afim de obter-se um sinal de tempo contínuo.

A recepção do sinal OFDM é realizada através da Transformada Discreta de Fourier (DFT - *Discrete Fourier Transform*) [17]. Como apenas a parte real do símbolo OFDM é transmitida, deve-se amostrar o sinal OFDM recebido,  $r(t)$ , com uma taxa duas vezes maior do que a utilizada na transmissão, resultando num sinal recebido amostrado,  $r(m)$ , dado por

$$r(m) = r\left(\frac{t_m}{2}\right) = r\left(\frac{t_s}{2}m\right) \quad (1.15)$$

O sinal  $r(m)$  possui  $2N$  amostras e pode ser representado pela Equação (1.16), admitindo um canal de transmissão sem distorção e sem ruído, ou seja,  $r(t) = s_{OFDM}(t)$ .

$$r(m) = \sum_{n=0}^{N-1} \left[ i_n \cos\left(\frac{2\pi n}{2N}m\right) + q_n \sin\left(\frac{2\pi n}{2N}m\right) \right] \quad (1.16)$$

Aplicando-se a DFT no sinal obtido na Equação (1.16), tem-se a equação do vetor dos símbolos recebidos,  $c'_l$ , dada por

$$c'_l = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{2N-1} \left[ r(m) \cdot e^{j\frac{2\pi l}{2N}m} \right] \quad l = 0, 1, 2, 3, \dots, 2N-1 \quad (1.17)$$

Desenvolvendo a Equação (1.17), tem-se [14]

$$c'_l = \begin{cases} 2i_0 & l = 0 \\ i_l + jq_l & 1 \leq l \leq N-1 \\ irrelevante & N \leq l \leq 2N-1 \end{cases} \quad (1.18)$$

Analisando o vetor  $c'_l$  pode-se concluir que a parte imaginária do coeficiente  $c_0$  não é recuperada, uma vez que na Equação (1.14) para  $n = 0$  a função seno apresenta valor nulo. Portanto, a primeira portadora do sistema OFDM em banda básica não pode transportar informação em quadratura. Apesar do vetor  $c'_l$  possuir um comprimento duas vezes maior do que o vetor  $c_n$ , apenas as  $N$  primeiras amostras referem-se à informação útil.

Existem esquemas de modulação e demodulação OFDM onde a parte imaginária da IDFT também é transmitida [1][12][15]. Isto simplifica a análise e a modelagem para a simulação.

Com a transmissão conjunta da parte real e imaginária da IDFT, não é necessário amostrar o sinal recebido com o dobro da taxa de amostragem utilizada na transmissão e, um outro fato importante, é que não há perda da parte imaginária do coeficiente  $c_0$ .

Enquanto que a grande dificuldade encontrada para implementar o Método da Força Bruta está na construção de  $N$  osciladores complexos, neste método, a maior dificuldade encontrada é realizar a IDFT/DFT das  $N$  amostras durante o tempo de símbolo OFDM. Embora o tempo de símbolo OFDM aumente linearmente com o aumento do número de subportadoras, o tempo necessário para computar a IDFT/DFT aumenta exponencialmente com  $N$ . Desta forma, quanto maior o número de subportadoras, maior a carga computacional do sistema.

Com o intuito de minimizar esta carga computacional, dispõe-se de um algoritmo eficiente para computar a DFT, denominado de Transformada Rápida de Fourier [18]. Entretanto, para obter-se uma redução efetiva no tempo de processamento, é necessário ter

$$N = 2^p \quad p = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (1.19)$$

A Figura 1.7 apresenta o diagrama em blocos de um sistema OFDM utilizando-se o Método da IFFT/FFT. O método apresentado é utilizado para implementar o transmissor e o receptor nos padrões que utilizam o sistema OFDM. Com o desenvolvimento de processadores de sinais digitais, os sistemas com múltiplas portadoras com um número elevado de subportadoras puderam ser empregados na transmissão digital a altas taxas. A Tabela 1.2 apresenta algumas características do padrão ISDB-T [3] para um canal de 6 MHz.

Tabela 1.2: Parâmetros do padrão ISDB-T

Parâmetro	Modo 1	Modo2	Modo3
Número de subportadoras	2048	4096	8192
Número de subportadoras úteis	1405	2809	5617
Número de subportadoras de dados	1248	2496	4992
Duração efetiva do símbolo - T	252 $\mu s$	504 $\mu s$	1008 $\mu s$
Intervalo de guarda	63 $\mu s$ (1/4), 31,5 $\mu s$ (1/8), 15,75 $\mu s$ (1/16), 7,875 $\mu s$ (1/32)	126 $\mu s$ (1/4), 63 $\mu s$ (1/8), 31,5 $\mu s$ (1/16), 15,75 $\mu s$ (1/32)	252 $\mu s$ (1/4), 126 $\mu s$ (1/8), 63 $\mu s$ (1/16), 31,5 $\mu s$ (1/32)
Espaçamento entre subportadoras - $\Delta f$	3,968 kHz	1,984 kHz	0,992 kHz
Largura de faixa	5,575 MHz	5,573 MHz	5,572 MHz
Taxa de transmissão	3,651 - 23,234 Mb/s		

## 1.4 Estatísticas do Sinal OFDM

A amplitude do sinal OFDM apresenta características específicas, devido ao processo de geração deste sinal. A máxima amplitude do sinal OFDM com modulação QPSK é expressa por [13]

$$A_{max} \simeq \sqrt{2} \cdot N \quad (1.20)$$

A informação binária a ser transmitida,  $m(t)$ , pode ser representada por uma variável aleatória de Bernoulli equiprovável [19] e, por isso, os  $N$  feixes de símbolos complexos paralelos também

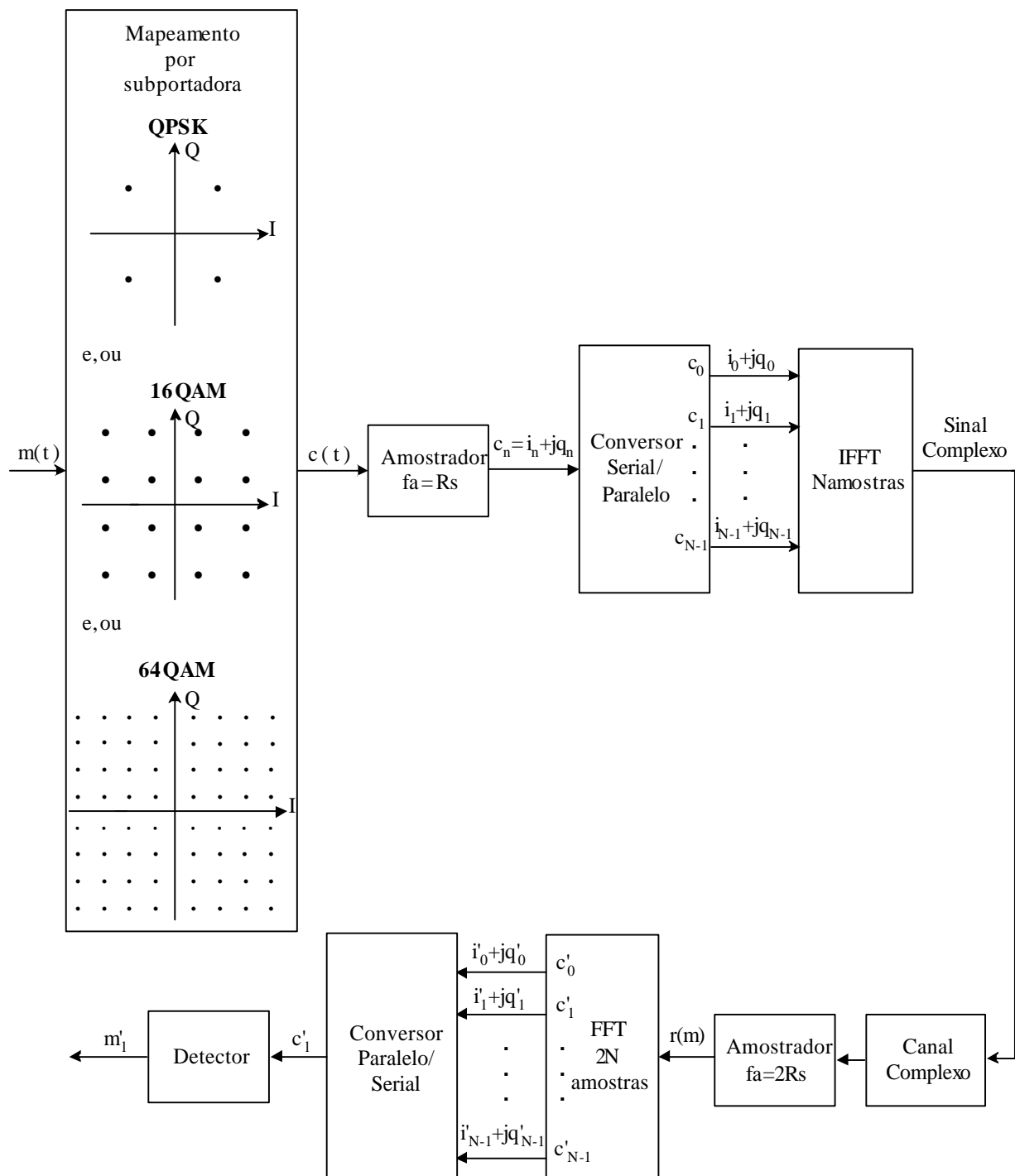


Figura 1.7: Sistema OFDM utilizando o Método da IFFT/FFT.

podem ser considerados variáveis aleatórias. Desta forma, o sinal OFDM pode ser visto como sendo a soma de  $N$  variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (iid) e pode-

mos analisá-lo como um processo estocástico. Para facilitar a notação, será adotada a seguinte nomenclatura

$$\vec{s}_m = [s_0, s_1, \dots, s_{N-1}]$$

onde  $\vec{s}_m$  corresponde ao vetor do sinal OFDM no domínio do tempo.

O sinal equiprovável  $m(t)$  faz com que as variáveis aleatórias que compõem o vetor  $\vec{s}_m$  possuam a mesma média e variância, expressas por

$$\begin{aligned} E[s_0] = E[s_1] = \dots = E[s_{N-1}] &= \mu \\ Var[s_0] = Var[s_1] = \dots = Var[s_{N-1}] &= \sigma^2 \end{aligned} \quad (1.21)$$

onde  $E[\cdot]$  é a média de  $[\cdot]$  e  $Var[\cdot]$  é a variância de  $[\cdot]$ .

Como as bases do sistema OFDM são ortogonais, o sinal OFDM pode ser modelado como um processo gaussiano ergódico [19], de modo que

$$\begin{aligned} E[\vec{s}_m] &= N \cdot \mu \\ Var[\vec{s}_m] &= N \cdot \sigma^2 \end{aligned} \quad (1.22)$$

O Teorema do Limite Central [19] afirma que a função densidade de probabilidade da soma de  $N$  variáveis aleatórias tende a apresentar uma distribuição gaussiana. Assim, a função densidade de probabilidade do sinal OFDM, para um elevado número de subportadoras, pode ser representada por

$$f_A(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot N\sigma^2} \cdot \exp\left[-\frac{(a - N\mu)^2}{2N\sigma^2}\right] \quad (1.23)$$

onde  $f_A(a)$  é função densidade de probabilidade da variável aleatória  $A$ , referente à amplitude do sinal OFDM. Devido à amplitude do sinal OFDM apresentar uma distribuição gaussiana, o mesmo possui uma alta PAPR, o que significa que o sinal OFDM pode ter altos valores de picos de amplitude. A PAPR do sinal OFDM pode ser representada por [14]

$$PAPR(\vec{s}_m) = \frac{\|\vec{s}_m\|_\infty^2}{\sigma^2} = \frac{\max(\vec{s}_m)^2}{\sigma^2} \quad (1.24)$$

onde  $\|(\cdot)\|_\infty$  é a norma infinita de  $(\cdot)$  e  $\sigma^2$  corresponde à variância do sinal OFDM.

## 1.5 Estrutura da Dissertação

O objetivo deste trabalho consiste em apresentar a técnica de transmissão digital utilizando múltiplas portadoras, analisar e simular os efeitos do ceifamento e do ruído AWGN (*Additive White Gaussian Noise*) no desempenho destes sistemas.

O capítulo 2 apresenta o modelo de ceifamento como ruído aditivo e como ruído impulsivo para a análise matemática do ceifamento da amplitude do sinal. O primeiro modelo considera a parcela ceifada do sinal como sendo uma fonte de ruído aditivo. O segundo modelo trata o ceifamento como um ruído impulsivo que introduz uma distorção não linear e compromete a ortogonalidade entre as subportadoras. A probabilidade de erro de símbolo em função do limiar de ceifamento é obtida para ambos os modelos. Analisa-se, também, o canal AWGN e obtém-se a probabilidade de erro de símbolo devido ao ceifamento da amplitude do sinal OFDM em canais AWGN.

O capítulo 3 compara o desempenho dos resultados teóricos obtidos no capítulo anterior com o desempenho dos resultados obtidos a partir de simulação computacional.

O capítulo 4 traz as conclusões finais e as propostas para trabalhos futuros.

# Capítulo 2

## Análise de Desempenho do Sistema OFDM

### 2.1 Modelagem de Canais com Ceifamento de Pico

#### 2.1.1 Introdução

A alta PAPR do sinal OFDM gera problemas na amplificação do sinal de transmissão, pois os amplificadores de potência de RF usados para transmitir o sinal são projetados para apresentar um alto desempenho de potência [11]. Isto significa que os amplificadores de potência de RF operam perto do ponto de saturação do amplificador, conforme mostra a Figura 2.1.

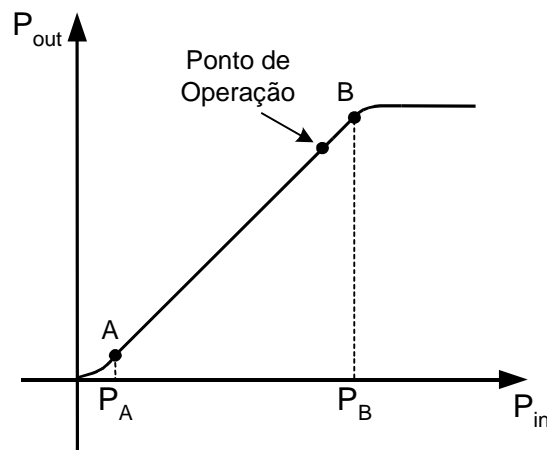


Figura 2.1: Curva do amplificador de potência.

A região linear da curva de ganho do amplificador corresponde ao trecho situado entre os pontos  $A$  e  $B$ . O ponto  $B$  corresponde ao ponto de saturação, isto é, é a fronteira entre a região linear e a região não linear do amplificador. Desta forma, valores de potência de entrada maiores do que  $P_B$  irão saturar o amplificador, fazendo com que a forma de onda do sinal de saída seja distorcida e não corresponda mais à amplificação do sinal de entrada.



Devido à alta PAPR do sinal OFDM, em certos instantes de tempo, a amplitude do sinal de entrada irá causar a saturação do amplificador, comprimindo a amplitude do sinal de saída naquele dado instante. Para modelar este efeito, o amplificador de potência deve ceifar a amplitude do sinal de saída em  $l$  volts, sempre que a amplitude do sinal de entrada ultrapassar  $l$  volts. Este limiar,  $l$ , determina o valor de amplitude do sinal de entrada que causa a saturação do amplificador, sendo definido como limiar de ceifamento. Vale lembrar que, para este caso, o ganho do amplificador foi normalizado para a unidade, o que não interfere na análise a ser feita.

Para determinar os efeitos do ceifamento no desempenho dos sistemas OFDM, deve-se modelar o canal com esta característica e determinar a taxa de erro de símbolo e de bit em função do limiar de ceifamento. Neste capítulo serão apresentados os dois modelos para os efeitos do ceifamento no desempenho dos sistemas OFDM baseados no estudo publicado por Bahai em [12].

### 2.1.2 Modelagem do Ceifamento como Ruído Aditivo

A modelagem do ceifamento como ruído aditivo [13] considera a parcela ceifada do sinal como sendo uma fonte de ruído aditivo, onde a potência do ruído corresponde à potência da parcela ceifada. Para que este modelo seja aplicado, deve-se fazer algumas considerações. Primeiramente, o ceifamento não pode prejudicar a ortogonalidade entre as subportadoras. Segundo, é necessário que não haja concentração espectral da potência e, por último, a modulação empregada deve ser a mesma para todas as subportadoras [20].

Através da Figura 2.2 pode-se verificar que a envoltória do sinal OFDM possui uma distribuição gaussiana, sendo a fdp da amplitude do sinal definida por [19]

$$f_A(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot \exp\left(-\frac{a^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.1)$$

onde  $A$  possui média nula.

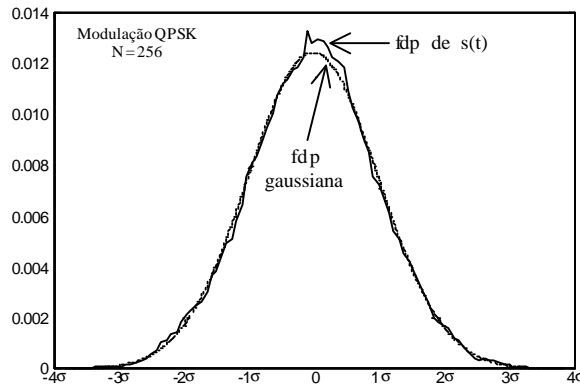


Figura 2.2: fdp de um sinal OFDM.

A potência do ruído equivalente à parcela ceifada pode ser definida como

$$\sigma_R^2 = \int_l^\infty (a-l)^2 \cdot f_A(a) da + \int_{-\infty}^{-l} (a+l)^2 \cdot f_A(a) da \quad (2.2)$$

Desenvolvendo a Equação (2.2) tem-se [14]

$$\sigma_R^2 = 2(1 + l^2) \cdot Q(l) - \frac{2l}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{l^2}{2}} \quad (2.3)$$

onde  $Q(x)$  é a função distribuição normal padrão complementar.

A Figura 2.3 ilustra o modelo para o ceifamento como ruído aditivo.

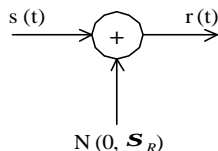


Figura 2.3: Modelo do ceifamento como ruído aditivo.

É possível determinar o desempenho de taxa de erro de símbolo do sistema OFDM utilizando o método do ruído aditivo. Considere uma modulação digital com constelação quadrada, ou seja,

$$M = L^2 \quad (2.4)$$

onde  $M$  é a ordem da modulação e  $L$  o número de níveis da constelação. Para isto, deve-se primeiro definir o número médio de vizinhos adjacentes,  $\bar{u}$ , de uma constelação quadrada genérica, que é obtido a partir da Equação [14]

$$\bar{u} = \frac{4(L - 1)}{L} \quad (2.5)$$

Desta maneira, a probabilidade de erro de símbolo devido ao ceifamento em um sistema OFDM, considerando uma subportadora é definida por [19]

$$P[erro] = \bar{u} \cdot Q\left(\frac{d}{\sigma_R}\right) \quad (2.6)$$

onde  $2d$  corresponde à distância entre os símbolos adjacentes de uma constelação quadrada.

O valor de  $d$  pode ser obtido através da potência média do sinal, que para constelações quadradas é dada por

$$\bar{P} = \sum_{i=0}^{\frac{L}{2}-1} \sum_{j=0}^{\frac{L}{2}-1} \frac{[(2i + 1) \cdot d \cdot \sqrt{2}]^2 + [(2j + 1) \cdot d \cdot \sqrt{2}]^2}{L^2} \quad (2.7)$$

Desenvolvendo a Equação (2.7), obtém-se

$$\bar{P} = \frac{d^2}{3} \cdot (L^2 - 1) \quad (2.8)$$

Normalizando a potência média do sinal OFDM para a unidade,  $\bar{P} = 1$ , e substituindo-a na Equação (2.8), tem-se que

$$d = \sqrt{\frac{3}{(L^2 - 1)}} \quad (2.9)$$

Aplicando os resultados obtidos nas Equações (2.3) e (2.9) na Equação (2.6) e considerando  $N$  subportadoras, obtém-se a probabilidade de erro de símbolo devido ao ceifamento para um sistema OFDM

$$P[\text{erro}] = N \cdot \frac{4(L-1)}{L} \cdot Q \left\{ \sqrt{\frac{3}{(L^2 - 1) \cdot \left[ 2(1 + l^2) \cdot Q(l) - \frac{2l}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{l^2}{2}} \right]}} \right\} \quad (2.10)$$

Para obter-se a probabilidade de erro de bit de um sistema OFDM, deve-se lembrar que [7]

$$P_b[\text{erro}] = \frac{P[\text{erro}]}{2 \log_2(L)} \quad (2.11)$$

Substituindo a Equação (2.10) na Equação (2.11) obtém-se a probabilidade de erro de bit devido ao ceifamento para um sistema OFDM

$$P_b[\text{erro}] = N \cdot \frac{2(L-1)}{L \log_2(L)} \cdot Q \left\{ \sqrt{\frac{3}{(L^2 - 1) \cdot \left[ 2(1 + l^2) \cdot Q(l) - \frac{2l}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{l^2}{2}} \right]}} \right\} \quad (2.12)$$

A modelagem apresentada nesta seção não corresponde à realidade do ceifamento, pois este introduz uma interferência não linear que prejudica a ortogonalidade entre as subportadoras. Esta interferência é denominada interferência interportadoras (ICI - *Intercarrier Interference*) [15] e corresponde à interferência que uma subportadora introduz nas subportadoras adjacentes. Por isto, na modelagem do ceifamento como ruído aditivo, o desempenho do sistema OFDM sofre uma degradação significativa.

### 2.1.3 Modelagem do Ceifamento como Ruído Impulsivo

A modelagem do ceifamento como ruído impulsivo trata o ceifamento como um ruído impulsivo aleatório, possuindo uma certa probabilidade de ocorrência e forma de onda. No capítulo anterior foi visto que a duração do tempo de símbolo OFDM é proporcional ao número de subportadoras utilizadas, para uma mesma taxa de bit. Isto faz com que o tempo que a amplitude do sinal permanece acima do limiar de ceifamento seja muito pequeno se comparado à duração do tempo de símbolo OFDM.

A Figura 2.4 mostra o tempo de duração do ceifamento,  $\tau$ , de um pico de amplitude do sinal OFDM com 512 portadoras, utilizando modulação 32-QAM. Analisando a Figura 2.4, pode-se perceber que o tempo de duração do ceifamento é muito menor do que o tempo de duração do símbolo OFDM,  $T$ . Desta forma, o tempo de duração do ceifamento pode ser modelado como sendo um ruído impulsivo que ocorre num instante de tempo  $t$  dentro do símbolo OFDM. Este modelo introduz ICI entre as subportadoras, uma vez que o espectro do ruído impulsivo afeta as subportadoras adjacentes.

Para que o ceifamento seja modelado como ruído impulsivo é necessário determinar algumas características estatísticas, tais como o número de ceifamentos ocorridos durante o tempo de

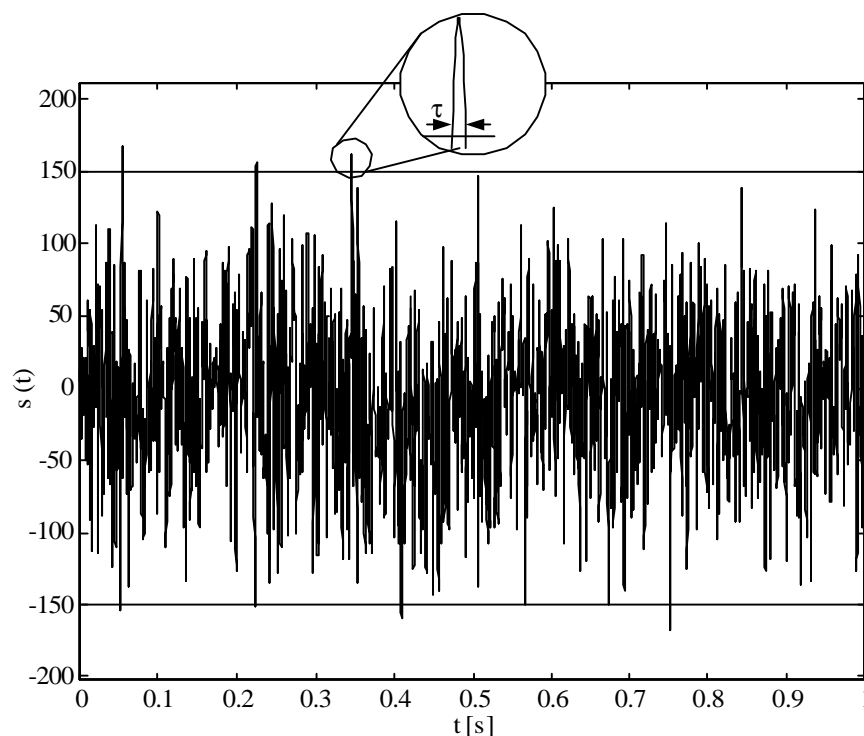


Figura 2.4: Ceifamento de pico de amplitude do sinal OFDM.

símbolo OFDM, o tempo total em que a amplitude do sinal OFDM permanece acima do limiar de ceifamento e a forma de onda da parcela ceifada do sinal OFDM.

Modelando o sinal OFDM como uma variável aleatória com distribuição gaussiana, o número de ceifamentos ocorridos durante o tempo de símbolo OFDM é modelado por uma variável aleatória discreta com distribuição de Poisson [19]. Na Figura 2.5 [14] pode-se observar a fmp (função massa de probabilidade) do número de ceifamentos ocorridos em símbolos OFDM com diferentes parâmetros, juntamente com a fmp teórica de Poisson. Para obter-se estas figuras considerou um limiar de ceifamento três vezes maior do que o desvio padrão do sinal OFDM.

Analisando a Figura 2.5 pode-se concluir que a fmp obtida a partir do ceifamento do sinal OFDM aproxima-se muito da fmp teórica de Poisson de mesma média. Desta maneira, é possível definir a fmp do número de ceifamentos ocorridos no símbolo OFDM como

$$p_{\xi}(\xi) = \begin{cases} \frac{\lambda_l^{\xi} \cdot e^{-\lambda_l}}{\xi!}, & \xi \geq 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.13)$$

onde  $\xi$  é a variável aleatória que define o número de ceifamentos ocorridos em um certo intervalo de tempo.

A taxa com que o módulo de um sinal aleatório com distribuição gaussiana ultrapassa um limiar de ceifamento,  $l$ , é definida como [20]

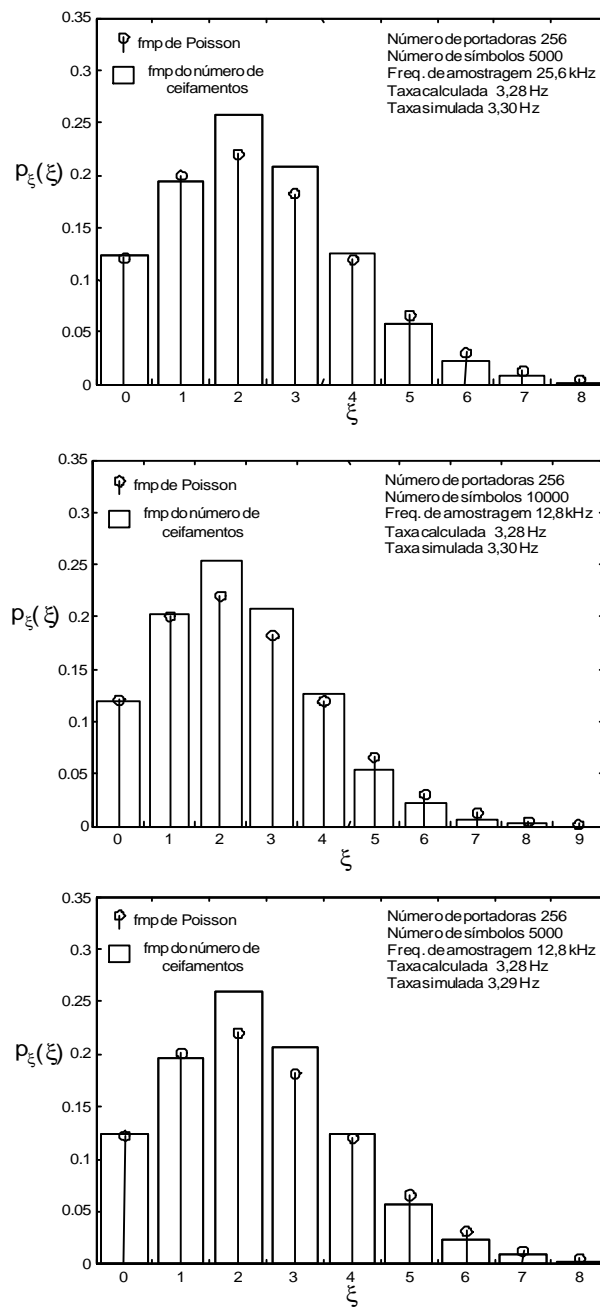


Figura 2.5: fmp do número de ceifamentos ocorridos em símbolos OFDM.

$$\lambda_l = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \cdot e^{-\frac{l^2}{2m_0}} \quad (2.14)$$

A potência da  $i$ -ésima derivada do sinal  $s(t)$  é dada por [12]

$$m_i = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \omega^i \cdot S_x(\omega) d\omega \quad (2.15)$$

onde  $S_x(\omega)$  é a densidade espectral de potência do sinal  $s(t)$ .

Através da Figura 2.6 pode-se observar que a densidade espectral de potência do sinal OFDM possui um formato retangular, limitado entre as frequências angulares  $-\omega_{max}$  e  $+\omega_{max}$ .

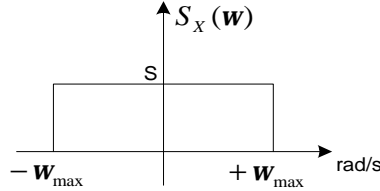


Figura 2.6: Densidade espectral de potência do sinal OFDM.

O valor de  $m_0$  pode ser calculado a partir da Equação (2.15).

$$m_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\omega_{max}}^{+\omega_{max}} \omega^0 \cdot S_x(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\omega_{max}}^{+\omega_{max}} S_x(\omega) d\omega \quad (2.16)$$

onde  $\omega_{max}$  é a máxima frequência angular do sinal OFDM e pode ser obtida por

$$\omega_{max} = 2\pi f_{max} = \frac{2\pi N}{T} \quad (2.17)$$

É possível concluir através da Equação (2.16) que  $m_0$  é a potência total do sinal OFDM. Normalizando esta potência para a unidade, tem-se

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\omega_{max}}^{+\omega_{max}} S d\omega &= 1 \\ S &= \frac{\pi}{\omega_{max}} \end{aligned} \quad (2.18)$$

onde  $S$  é o valor da densidade espectral de potência do sinal OFDM, situada entre as frequências angulares  $-\omega_{max}$  e  $+\omega_{max}$ .

Aplicando o resultado da Equação (2.18) na Equação (2.15) pode-se obter o valor de  $m_2$  expresso a seguir.

$$\begin{aligned} m_2 &= \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\omega_{max}}^{+\omega_{max}} \omega^2 \cdot \frac{\pi}{\omega_{max}} d\omega \\ &= \frac{1}{\omega_{max}} \cdot \frac{\omega^3}{3} \Big|_0^{\omega_{max}} \\ &= \frac{\omega_{max}^2}{3} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Substituindo o resultado obtido na Equação (2.19) na Equação (2.14), pode-se determinar a taxa de cruzamento de limiar.

$$\begin{aligned}\lambda_l &= \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\omega_{max}^2}{3}} \cdot e^{-\frac{l^2}{2}} \\ &= \frac{f_{max}}{\sqrt{3}} \cdot e^{-\frac{l^2}{2}}\end{aligned}\quad (2.20)$$

Para traçar a fmp de referência mostrada na Figura 2.5 utilizou-se a taxa de cruzamento de limiar obtida na Equação (2.20).

Uma vez determinada a estatística do número de ceifamentos ocorridos durante o tempo de símbolo OFDM, deve-se determinar a estatística da duração do ceifamento, ou seja, quanto tempo a amplitude do sinal OFDM permanece acima do limiar de ceifamento. Conforme a Figura 2.4, o sinal OFDM apresenta picos de amplitude maiores do que o limiar de ceifamento,  $l$ , durante  $\tau$  segundos. De acordo com Rice [20], o tempo que um processo gaussiano permanece acima de um dado limiar pode ser modelado por uma variável aleatória com distribuição de Rayleigh. A fdp da duração do ceifamento para sinais gerados com diferentes parâmetros e a fdp teórica de Rayleigh podem ser visualizadas através da Figura 2.7 [14].

A partir da análise da Figura 2.7 fica comprovado que a duração do ceifamento pode ser modelada por uma variável aleatória com distribuição de Rayleigh, cuja fdp pode ser definida como [19]

$$f_\tau(\tau) = \begin{cases} z^2 \tau \cdot e^{-\frac{z^2}{2} \tau^2}, & \tau > 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}\quad (2.21)$$

Considerando  $\tau_m$  como sendo a duração média do ceifamento, tem-se

$$\begin{aligned}\tau_m &= E[\tau] = \sqrt{\frac{\pi}{2z^2}} \\ \tau_m^2 &= \frac{\pi}{2z^2} \therefore z^2 = \frac{\pi}{2\tau_m^2}\end{aligned}\quad (2.22)$$

Utilizando o resultado obtido na Equação (2.22), pode-se reescrever a fdp da duração do ceifamento, Equação (2.21), como

$$f_\tau(\tau) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\tau}{\tau_m^2} \cdot e^{-\frac{\pi}{4} \left(\frac{\tau}{\tau_m}\right)^2}, & \tau > 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}\quad (2.23)$$

De posse do tempo médio de ceifamento e da taxa de cruzamento de limiar, é possível determinar a probabilidade de ocorrência de ceifamento num intervalo de  $\tau$  segundos. A probabilidade do sinal OFDM,  $s(t)$ , estar acima do limiar de ceifamento,  $l$ , é dada por [12]

$$P[s(t) \geq l] = \lambda_l \cdot \tau_m = Q\left(\frac{l}{\sigma}\right)\quad (2.24)$$

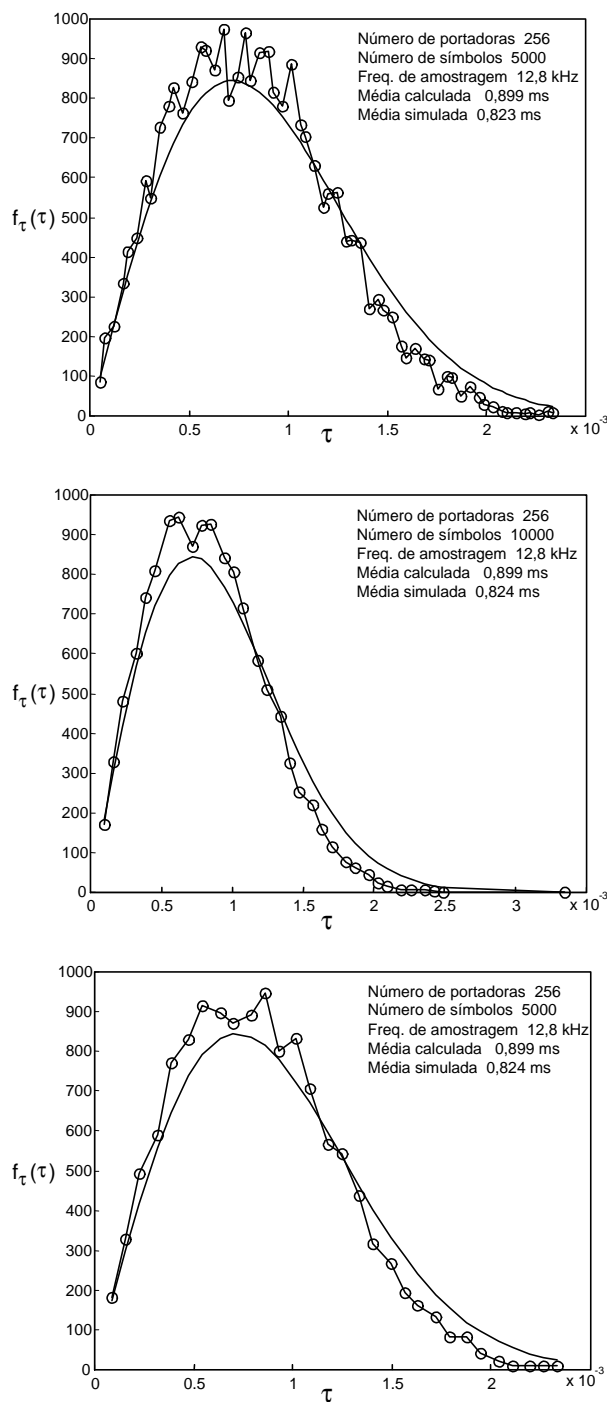


Figura 2.7: fdp da duração do ceifamento.

Normalizando a potência do sinal OFDM para a unidade, tem-se  $\sigma = 1$ . Assim, a Equação (2.24) pode ser reescrita como



$$\tau_m = \frac{Q(l)}{\lambda_l} \quad (2.25)$$

A função  $Q(x)$  pode ser expandida em função de uma série, como mostrado a seguir.

$$\begin{aligned} Q(l) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_l^\infty e^{-\frac{u^2}{2}} du \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}l} \cdot e^{-\frac{l^2}{2}} \left( 1 - \frac{1}{l^2} + \frac{3}{l^4} - \dots \right) \end{aligned} \quad (2.26)$$

Para um limiar de ceifamento de pelo menos 3 vezes maior do que o desvio padrão do sinal OFDM ( $l > 3\sigma$ ), pode-se considerar apenas o primeiro termo da série descrita na Equação (2.26). Desta maneira, a Equação (2.25) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} \tau_m &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}l} \cdot e^{-\frac{l^2}{2}} \cdot \frac{1}{\lambda_l} \\ &= \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \cdot \frac{1}{f_{max}l} \end{aligned} \quad (2.27)$$

De posse das estatísticas do número de ceifamentos ocorridos e duração do ceifamento é necessário estimar a forma de onda da parcela ceifada do sinal OFDM. De acordo com Rice [20], a forma de onda de um sinal gaussiano que ultrapassa um certo limiar,  $l$ , possui um formato parabólico e pode ser expressa por

$$p_\tau(t) = \left( -\frac{1}{2}lm_2t^2 + \frac{1}{8}lm_2\tau^2 \right) \cdot \text{ret} \left( \frac{t}{\tau} \right) \quad (2.28)$$

onde  $\text{ret} \left( \frac{t}{\tau} \right)$  representa um pulso retangular de largura  $\tau$ .

Para definir a influência do ceifamento na ortogonalidade entre as subportadoras deve-se analisar a Transformada de Fourier do pulso de ceifamento. A Equação (2.29) descreve esta análise.

$$\begin{aligned} P_\tau(\omega) &= \mathcal{F}\{p_\tau(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} p_\tau(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \\ &= m_2 \frac{l\tau}{\omega^2} \left[ \text{sinc} \left( \frac{\omega\tau}{2} \right) - \cos \left( \frac{\omega\tau}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.29)$$

onde  $P_\tau(\omega)$  corresponde ao espectro do pulso de ceifamento.

A análise do pulso de ceifamento deve ser discreta, pois a IFFT utilizada para gerar o símbolo OFDM fornece um sinal discreto no domínio do tempo com  $N$  amostras espaçadas de  $\frac{T}{N}$  segundos. Assim, pode-se determinar a influência do ceifamento na  $k$ -ésima subportadora a partir da Transformada Discreta de Fourier da Equação do pulso de ceifamento, conforme mostrado a seguir.

$$F_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} f_k \cdot e^{-j2\pi \left( \frac{kn}{N} \right)} \quad (2.30)$$

onde  $f_k$  são as amostras do pulso de ceifamento expresso na Equação (2.28), a saber,

$$f_k = p \left( \frac{nT}{N} - t_0 - \frac{\tau}{2} \right) \quad (2.31)$$

Conforme expresso na Equação (2.31), o pulso de ceifamento tem uma duração  $\tau$  e ocorre num instante de tempo  $t_0$ . O termo  $\frac{1}{\sqrt{N}}$  é utilizado para manter a potência do sinal unitária.

Diversas dificuldades matemáticas são encontradas ao analisar o pulso de ceifamento de forma discreta. Por isso, este será analisado na base de tempo contínua. De acordo com [12], pode-se substituir a Transformada Discreta de Fourier por

$$f_k = \frac{1}{\delta} \int_{n\delta - \frac{\delta}{2}}^{n\delta + \frac{\delta}{2}} p(t) dt \quad (2.32)$$

onde  $\delta = \frac{T}{N}$ .

É importante observar que esta substituição somente é válida para um número elevado de subportadoras, de tal forma que

$$\frac{T}{N} \ll T \quad (2.33)$$

Aproximando o termo  $\frac{nT}{N}$  para a base de tempo contínua  $t$ , pode-se obter a seguinte simplificação

$$F_k = \frac{N}{T} \frac{1}{\sqrt{N}} \int_{t_0}^{t_0 + \tau} p \left( t - t_0 - \frac{\tau}{2} \right) \cdot e^{-j2\pi \left( \frac{kt}{T} \right)} dt \quad (2.34)$$

Considerando  $u = t - t_0$ , tem-se

$$F_k = \frac{\sqrt{N}}{T} \cdot e^{-j2\pi \left( \frac{kt_0}{T} \right)} \int_0^\tau p \left( u - \frac{\tau}{2} \right) \cdot e^{-j2\pi \left( \frac{ku}{T} \right)} du \quad (2.35)$$

Fazendo  $\omega = 2\pi \frac{k}{T}$ , obtém-se

$$F_k = \frac{\sqrt{N}}{T} \cdot e^{-j2\pi \left( \frac{kt_0}{T} \right)} \cdot e^{-j2\pi \left( \frac{k\tau}{2T} \right)} \int_0^\tau p(u) \cdot e^{-j\omega u} du \quad (2.36)$$

A integral expressa na Equação (2.36) é a Transformada de Fourier apresentada na Equação (2.29). Assim, pode-se reescrever a Equação (2.36) como

$$F_k = \frac{\sqrt{N}}{T} \cdot e^{-j2\pi \frac{k}{T} \left( t_0 + \frac{\tau}{2} \right)} \cdot \left\{ m_2 \frac{l\tau}{(2\pi \frac{k}{T})^2} \cdot \left[ \text{sinc} \left( \frac{\pi k\tau}{T} \right) - \cos \left( \frac{\pi k\tau}{T} \right) \right] \right\} \quad (2.37)$$

Como o tempo de símbolo OFDM é muito maior do que a duração do ceifamento, pode-se utilizar a seguinte aproximação

$$\text{sinc}(a) - \cos(a) \approx \frac{a^2}{3}; \quad , 0 < a \ll 1 \quad (2.38)$$

Desta maneira, a Equação (2.37) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} F_k &= \frac{\sqrt{N}}{T} \cdot e^{-j2\pi \frac{k}{T} \left( t_0 + \frac{\tau}{2} \right)} \cdot m_2 \frac{l\tau T^2}{4\pi^2 k^2} \cdot \frac{\pi^2 k^2 \tau^2}{3T^2} \\ &= \frac{\sqrt{N} m_2 l \tau^3}{12T} \cdot e^{-j2\pi \frac{k}{T} \left( t_0 + \frac{\tau}{2} \right)} \end{aligned} \quad (2.39)$$

Na Equação (2.39) descrita acima, pode-se modelar o argumento da exponencial como uma variável aleatória uniformemente distribuída entre 0 e  $2\pi$  e a duração do ceifamento,  $\tau$ , como já foi visto anteriormente através da Equação (2.23), é uma variável aleatória com distribuição de Rayleigh. Assim, a potência da parcela ceifada do sinal OFDM na frequência da  $k$ -ésima subportadora pode ser escrita como

$$F_k = \frac{\sqrt{N}m_2l\tau^3}{12T} \cdot e^{j\theta} \quad (2.40)$$

onde [19]

$$f_\theta(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi}, & 0 \leq \theta \leq 2\pi \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.41)$$

A aproximação considerada na Equação (2.38) pode não ser válida para as subportadoras de frequências mais altas do sinal OFDM. Estas subportadoras são menos afetadas pelo ceifamento do que as de frequências mais baixas. Assim, a Equação (2.40) permite determinar um limitante superior para a probabilidade de erro de símbolo devido ao ceifamento. Para facilitar a notação, considere

$$\eta = \frac{\sqrt{N}m_2l\tau^3}{12T} \quad (2.42)$$

Desta forma, pode-se reescrever a Equação (2.40) como

$$F_k = \eta \cdot e^{j\theta} \quad (2.43)$$

A probabilidade de erro de símbolo em um sistema OFDM devido ao ceifamento e ao ruído é dada por [12]

$$P[\text{erro}] = P[\text{erro/ceifamento}] \cdot P[\text{ceifamento}] + P[\text{erro/ruído}] \cdot P[\text{ruído}] \quad (2.44)$$

Primeiramente, deve-se determinar a probabilidade de erro de símbolo devido ao ceifamento. Na próxima seção será determinada a probabilidade de erro de símbolo devido ao ceifamento e ao ruído.

Para determinar a probabilidade de erro de símbolo devido ao ceifamento é necessário definir a probabilidade do espectro da parcela ceifada do sinal OFDM,  $\eta$ , estar acima de um certo limiar de ceifamento,  $R$ , ou seja,  $P[\eta > R]$ . Para o caso extremo, onde  $\eta = R$ , tem-se

$$\eta = R \quad \therefore \quad R = \frac{\sqrt{N}m_2l\tau^3}{12T} \quad (2.45)$$

Através da Equação (2.45) pode-se determinar a duração do ceifamento que provoca erro, em função do limiar  $R$ , como apresentado a seguir.

$$\tau = \left( \frac{12TR}{\sqrt{N}m_2l} \right)^{1/3} \quad (2.46)$$

Assim, pode-se escrever que

$$P[\eta > R] = P\left[\tau > \left(\frac{12TR}{\sqrt{N}m_2l}\right)^{1/3}\right] \quad (2.47)$$

Fazendo

$$B = \left(\frac{12TR}{\sqrt{N}m_2l}\right)^{1/3} \quad (2.48)$$

e lembrando que a fdp de  $\tau$  é dada pela Equação (2.23) tem-se

$$\begin{aligned} P[\tau > B] &= \int_B^\infty f_\tau(\tau) d\tau \\ &= \int_B^\infty \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\tau}{\tau_m^2} \cdot e^{-\frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_m}\right)^2} d\tau \end{aligned} \quad (2.49)$$

Considerando  $b = \frac{\pi}{4\tau_m^2}$ ,  $\tau^2 = u$  e  $du = 2\tau d\tau$ , obtém-se

$$\begin{aligned} P[\tau > B] &= \frac{\pi}{2\tau_m^2} \int_B^\infty \frac{e^{-bu}}{2} du \\ &= \frac{\pi}{4\tau_m^2} \cdot \frac{e^{-bu}}{-b} \Big|_B^\infty \\ &= -\frac{\pi}{4\tau_m^2 b} \cdot e^{-b\tau^2} \Big|_B^\infty \\ &= e^{-\frac{\pi}{4\tau_m^2} B^2} \end{aligned} \quad (2.50)$$

Substituindo a Equação (2.48) no resultado obtido na Equação (2.50), tem-se

$$\begin{aligned} P\left[\tau > \left(\frac{12TR}{\sqrt{N}m_2l}\right)^{1/3}\right] &= \exp\left[-\frac{\pi}{4\tau_m^2} \cdot \left(\frac{12TR}{\sqrt{N}m_2l}\right)^{2/3}\right] \\ &= \exp\left[-\frac{\pi}{4\tau_m^2} \cdot \left(\frac{144T^2R^2}{Nm_2^2l^2}\right)^{1/3}\right] \end{aligned} \quad (2.51)$$

De acordo com a Equação (2.27), tem-se

$$\tau_m = \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \cdot \frac{1}{f_{max}l} \quad (2.52)$$

A partir da Equação (2.17) e da Equação (2.19), obtém-se

$$f_{max} = \frac{\sqrt{3m_2}}{2\pi} \quad (2.53)$$

Substituindo a Equação (2.53) na Equação (2.52), obtém-se

$$\tau_m = \sqrt{\frac{2\pi}{m_2}} \cdot \frac{1}{l} \quad (2.54)$$

A partir das Equações (2.17) e (2.19), obtém-se

$$m_2 = \frac{4\pi^2 N^2}{3T^2} \quad (2.55)$$

Através das Equações (2.54) e (2.55) pode-se reescrever a Equação (2.51) como sendo

$$\begin{aligned} P \left[ \tau > \left( \frac{12TR}{\sqrt{N}m_2 l} \right)^{1/3} \right] &= \exp \left[ -\frac{\pi}{4} \cdot \frac{m_2 l^2}{2\pi} \cdot \left( \frac{144T^2 R^2}{Nm_2^2 l^2} \right)^{1/3} \right] \\ &= \exp \left[ -\left( \frac{144T^2 R^2 l^4 m_2}{N8^3} \right)^{1/3} \right] \\ &= \exp \left[ -\left( \frac{144T^2 R^2 l^4}{N8^3} \cdot \frac{4\pi^2 N^2}{3T^2} \right)^{1/3} \right] \\ &= \exp \left[ -\left( \frac{3\pi^2 R^2 l^4 N}{8} \right)^{1/3} \right] \end{aligned} \quad (2.56)$$

Utilizando-se a igualdade representada pela Equação (2.47) e o resultado obtido na Equação (2.56), pode-se determinar a fdc de  $R$ , conforme mostrado a seguir.

$$\begin{aligned} F_R(r) &= 1 - P[\eta > R] \\ &= 1 - \exp \left[ -\left( \frac{3\pi^2 R^2 l^4 N}{8} \right)^{1/3} \right] \\ &= 1 - \exp \left\{ -\left[ \frac{1}{2} \left( \frac{R}{\frac{2}{\sqrt{3N}\pi l^2}} \right)^2 \right]^{1/3} \right\} \end{aligned} \quad (2.57)$$

Fazendo  $U = \frac{2}{\sqrt{3N}\pi l^2}$ , tem-se

$$F_R(r) = 1 - \exp \left[ -\left( \frac{R^2}{2U^2} \right)^{1/3} \right] \quad (2.58)$$

O mapeamento de uma variável aleatória em um plano complexo distorcido, de tal forma que  $\eta e^{j\theta} \rightarrow \eta^{1/3} e^{j\theta}$ , tem como resultado a fdc obtida na Equação (2.58). Esta fdc pode ser mapeada em um plano complexo não distorcido como

$$F'_R(r) = 1 - e^{-\frac{R^2}{2U^2}} \quad (2.59)$$

Para obter a fdp da Equação (2.59), deve-se fazer

$$\begin{aligned} f'_R(r) &= \frac{d}{dR} \left[ 1 - e^{-\frac{R^2}{2U^2}} \right] \\ &= \frac{R}{U^2} \cdot e^{-\frac{R^2}{2U^2}} \end{aligned} \quad (2.60)$$

Com a fdp da variável aleatória  $R$  expressa na Equação (2.60), pode-se concluir que  $R$  é uma variável aleatória com distribuição de Rayleigh, isto é,  $R$  é obtida a partir da soma vetorial das variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$ , ambas com distribuição gaussiana.

Através da fdp conjunta das variáveis aleatórias  $\theta$  e  $R$ , pode-se obter a fdp das variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$ , sendo  $\theta$  e  $R$  duas variáveis aleatórias independentes e com fdp's representadas pelas Equações (2.41) e (2.60), respectivamente. A fdp conjunta destas duas variáveis aleatórias pode ser definida em um plano complexo não distorcido, como

$$\begin{aligned} f_{R\theta}(r, \theta) &= f'_R(r) \cdot f_\theta(\theta) \\ &= \frac{R}{2\pi U^2} \cdot e^{-\frac{R^2}{2U^2}} \end{aligned} \quad (2.61)$$

A fdp conjunta das variáveis aleatórias gaussianas  $X$  e  $Y$ , sendo  $X = R \cos(\theta)$  e  $Y = R \sin(\theta)$ , pode ser expressa conforme a seguir

$$f_{XY}(x, y) = \frac{f_{R\theta}(r, \theta)}{J \begin{pmatrix} x, & y \\ R, & \theta \end{pmatrix}} \quad (2.62)$$

onde  $J(\cdot)$  é o Jacobiano de  $(\cdot)$  e é definido como

$$\begin{aligned} J \begin{pmatrix} x, & y \\ R, & \theta \end{pmatrix} &= J \begin{pmatrix} R \cos(\theta), & R \sin(\theta) \\ R, & \theta \end{pmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} \frac{d}{dR} R \cos(\theta) & \frac{d}{d\theta} R \cos(\theta) \\ \frac{d}{dR} R \sin(\theta) & \frac{d}{d\theta} R \sin(\theta) \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} \cos(\theta) & -R \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & R \cos(\theta) \end{vmatrix} = R \cos^2(\theta) + R \sin^2(\theta) \\ &= R \end{aligned} \quad (2.63)$$

Substituindo na Equação (2.62) os resultados obtidos nas Equações (2.61) e (2.63), tem-se

$$\begin{aligned} f_{XY}(x, y) &= \frac{\frac{R}{2\pi U^2} \cdot e^{-\frac{R^2}{2U^2}}}{R} = \frac{1}{2\pi U^2} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{R^2}{U^2} \right)} \\ &= \frac{1}{2\pi U^2} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x^2 + y^2}{U^2} \right)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} U} \cdot e^{-\frac{1}{2} \frac{x^2}{U^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} U} \cdot e^{-\frac{1}{2} \frac{y^2}{U^2}} \end{aligned} \quad (2.64)$$

Sendo  $X$  e  $Y$  duas variáveis aleatórias gaussianas independentes, tem-se

$$f_{XY}(x, y) = f_X(x) \cdot f_Y(y) \quad (2.65)$$

Assim, pode-se determinar a fdp da variável aleatória  $X$  e da variável aleatória  $Y$  a partir do resultado apresentado na Equação (2.64), conforme a seguir

$$\begin{aligned} f_X(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}U} \cdot e^{-\frac{1}{2} \frac{x^2}{U^2}} \\ f_Y(y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}U} \cdot e^{-\frac{1}{2} \frac{y^2}{U^2}} \end{aligned} \quad (2.66)$$

Analisando as fdp's das variáveis aleatórias gaussianas  $X$  e  $Y$  expressas na Equação (2.66), pode-se concluir que o desvio padrão destas variáveis mapeadas no plano complexo não distorcido é dado por  $U$ . Desta maneira, o valor do desvio padrão das variáveis  $X$  e  $Y$  mapeadas no plano complexo distorcido é dado por

$$\sigma_g = U^{1/3} = \left( \frac{2}{\sqrt{3N}\pi l^2} \right)^{1/3} \quad (2.67)$$

A probabilidade de ocorrência de erro entre símbolos adjacentes para modulações quadradas [7], uma vez que  $X$  e  $Y$  possuam a mesma distribuição, pode ser definida a partir da probabilidade da projeção de  $\eta$  no eixo real ou imaginário do plano complexo distorcido ser maior do que um dado limiar  $x$  ou  $y$ , conforme mostrado a seguir.

$$P[\eta \cos(\theta) > x] = P[\eta \sin(\theta) > y] = Q\left(\frac{x^{1/3}}{\sigma_g}\right) = Q\left(\frac{y^{1/3}}{\sigma_g}\right) \quad (2.68)$$

Conforme visto na seção anterior, o número médio de vizinhos adjacentes de uma constelação quadrada genérica é dado pela Equação (2.5), reescrita a seguir.

$$\bar{u} = \frac{4(L-1)}{L}$$

Desta maneira, a probabilidade de erro de símbolo devido ao ceifamento em um sistema OFDM que utiliza uma modulação digital quadrada é definida por

$$P[\text{erro/ceifamento}] = \bar{u} \cdot Q\left(\frac{d^{1/3}}{\sigma_g}\right) \quad (2.69)$$

onde  $2d$  corresponde à distância entre os símbolos adjacentes de uma constelação quadrada.

Normalizando a potência do sinal OFDM para a unidade, pode-se expressar o seguinte valor de  $d$  [12]

$$d = \sqrt{\frac{3}{2N(L^2-1)}} \quad (2.70)$$

Substituindo as Equações (2.5), (2.67) e (2.70) na Equação (2.69), obtém-se a probabilidade de erro de símbolo devido ao ceifamento para um sistema OFDM

$$\begin{aligned} P[\text{erro/ceifamento}] &= \frac{4(L-1)}{L} \cdot Q\left[\left(\sqrt{\frac{3}{2N(L^2-1)}} \cdot \frac{\sqrt{3N}\pi l^2}{2}\right)^{1/3}\right] \\ &= \frac{4(L-1)}{L} \cdot Q\left[\left(\frac{3\pi l^2}{\sqrt{8(L^2-1)}}\right)^{1/3}\right] \end{aligned} \quad (2.71)$$

Como foi visto no capítulo 1, o transmissor e o receptor do sinal OFDM operam com uma frequência de amostragem múltipla da taxa de Nyquist, de tal forma que o sinal OFDM deve ser analisado como um sinal discreto no tempo. Por isto, a probabilidade de ocorrência de ceifamento deve ser definida para um sinal OFDM discreto.

A probabilidade de cada amostra do símbolo OFDM exceder o limiar de ceifamento,  $l$ , é dada por

$$P[s_n > |l|] = 2Q(l) \quad (2.72)$$

Assumindo que cada amostra do símbolo OFDM seja uma variável aleatória independente e identicamente distribuída, pode-se calcular a probabilidade de  $i$  amostras em  $N$  sofrerem ceifamento e desta forma determinar a probabilidade de ceifamento como

$$P[\text{ceifamento}] = \binom{N}{i} [1 - 2Q(l)]^{N-i} \cdot [2Q(l)]^i \quad (2.73)$$

Como o limiar de ceifamento deve ser pelo menos três vezes maior do que o desvio padrão do sinal OFDM, o número de amostras que ultrapassam este limiar é muito pequeno, o que permite simplificar a probabilidade de ocorrência de ceifamento para  $i = 1$ . Assim, tem-se

$$P[\text{ceifamento}] = \binom{N}{1} [1 - 2Q(l)]^{N-1} \cdot 2Q(l) \quad (2.74)$$

Para valores de limiar de ceifamento maiores que três ( $l > 3$ ) a Equação (2.74) tende para

$$P[\text{ceifamento}] \approx 2NQ(l) \quad (2.75)$$

Utilizando os resultados obtidos nas Equações (2.71) e (2.75), pode-se determinar a probabilidade de erro de símbolo devido à ocorrência de ceifamento em um sistema OFDM como [12]

$$\begin{aligned} P[\text{erro}] &\approx \frac{4(L-1)}{L} \cdot Q \left[ \left( \frac{3\pi l^2}{\sqrt{8(L^2-1)}} \right)^{1/3} \right] \cdot 2NQ(l) \\ &\approx N \cdot \frac{8(L-1)}{L} \cdot Q(l) \cdot Q \left[ \left( \frac{3\pi l^2}{\sqrt{8(L^2-1)}} \right)^{1/3} \right] \end{aligned} \quad (2.76)$$

Para obter-se a probabilidade de erro de bit de um sistema OFDM, deve-se lembrar que

$$P_b[\text{erro}] = \frac{P[\text{erro}]}{2 \log_2(L)} \quad (2.77)$$

Aplicando a Equação (2.76) na Equação (2.77) obtém-se a probabilidade de erro de bit devido ao ceifamento para um sistema OFDM

$$P_b[\text{erro}] \approx N \cdot \frac{4(L-1)}{L \log_2(L)} \cdot Q(l) \cdot Q \left[ \left( \frac{3\pi l^2}{\sqrt{8(L^2-1)}} \right)^{1/3} \right] \quad (2.78)$$



## 2.2 Análise de Desempenho do Sistema OFDM em Canais AWGN

### 2.2.1 Introdução

Na seção anterior, foi determinada a probabilidade de erro de símbolo em um sistema OFDM devido apenas ao ceifamento. Nesta seção, será determinada a probabilidade de erro de símbolo devido ao ceifamento da amplitude do sinal OFDM utilizando o modelo impulsivo e considerando o canal de comunicação como sendo um canal AWGN.

### 2.2.2 O Canal AWGN

O modelo matemático mais simples que representa um canal de comunicação consiste no canal AWGN [21], conforme ilustrado na Figura 2.8 a seguir.

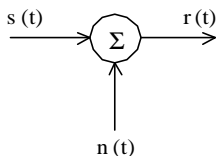


Figura 2.8: Canal AWGN.

Neste modelo, o sinal transmitido  $s(t)$  é corrompido pelo ruído branco aditivo gaussiano  $n(t)$ , obtendo o sinal recebido  $r(t)$ .

$$r(t) = s(t) + n(t) \quad (2.79)$$

De acordo com a Equação (2.79), o canal AWGN apenas adiciona ruído gaussiano ao sinal transmitido. Isto sugere que o módulo e a fase da resposta em frequência do canal seja, respectivamente, constante e linear para todas as frequências. Assim, todas as componentes de frequência do sinal transmitido não sofrem atenuação e distorção de fase.

Como o ruído branco possui média zero, a variância é igual à potência do ruído. A potência do ruído branco é infinita, devido à largura de faixa do canal AWGN também ser infinita. Entretanto, isto representa uma idealização matemática, pois nenhum sinal pode ter potência infinita [22]. Desta maneira, o canal AWGN não existe na prática. Entretanto, se a largura de faixa do sinal transmitido for muito menor do que a largura de faixa do canal de comunicação, o mesmo pode ser modelado seguindo as características do canal AWGN. Assim, o desempenho das técnicas de modulação no canal AWGN representa uma referência para avaliar a degradação do sistema em outros tipos de canais de comunicação.

O ruído  $n(t)$  possui as características de ser aditivo, branco e possuir uma distribuição gaussiana com média zero para a maioria dos sistemas de comunicações, além de ser completamente caracterizado pela sua variância. Pode ser demonstrado que a potência do sinal de ruído na saída do filtro casado é igual a

$$\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2} \quad (2.80)$$

onde  $N_0$  representa a densidade espectral de potência do ruído.

### 2.2.3 Desempenho em Canais AWGN

Segundo [12], a probabilidade de erro de símbolo devido ao ceifamento e ao ruído em um sistema OFDM, que utiliza uma modulação digital quadrada, é dada por

$$P[\text{erro/ceifamento, ruído}] = \bar{u} \cdot \int P(r \cos \theta > d - n) \cdot p_N(n) dn \quad (2.81)$$

onde  $2d$  corresponde à distância entre os símbolos adjacentes de uma constelação quadrada.

A partir da Equação (2.68) pode-se concluir que

$$P[r \cos \theta > (d - n)] = Q \left[ \frac{(d - n)^{1/3}}{\sigma_g} \right] \quad (2.82)$$

Assim, a Equação (2.81) pode ser reescrita como

$$P[\text{erro/ceifamento, ruído}] = \bar{u} \cdot \int Q \left[ \frac{(d - n)^{1/3}}{\sigma_g} \right] \cdot p_N(n) dn \quad (2.83)$$

A função densidade de probabilidade do ruído branco, de média nula, pode ser expressa por

$$p_N(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \cdot e^{-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}} \quad (2.84)$$

onde  $n$  e  $\sigma_n^2$  correspondem, respectivamente, à amplitude e à variância (potência) do ruído branco.

Desta maneira, pode-se reescrever a Equação (2.83) como

$$P[\text{erro/ceifamento, ruído}] = \bar{u} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \cdot \int Q \left[ \frac{(d - n)^{1/3}}{\sigma_g} \right] \cdot e^{-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}} dn \quad (2.85)$$

Conforme visto na seção anterior, o número médio de vizinhos adjacentes de uma constelação quadrada genérica, o valor de  $d$  [12] e o valor do desvio padrão das variáveis  $X$  e  $Y$  mapeadas no plano complexo distorcido podem ser dados, respectivamente, por

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \frac{4(L - 1)}{L} \\ d &= \sqrt{\frac{3}{2N(L^2 - 1)}} \\ \sigma_g &= \left( \frac{2}{\sqrt{3N}\pi l^2} \right)^{1/3} \end{aligned}$$

Substituindo as Equações para  $\bar{u}$ ,  $d$  e  $\sigma_g$  na Equação (2.85), obtém-se a probabilidade de erro de símbolo devido ao ceifamento e ao ruído para um sistema OFDM

$$\begin{aligned}
P[\text{erro/ceifamento, ruído}] &= \int Q \left\{ \left[ \left( \sqrt{\frac{3}{2N(L^2-1)}} - n \right) \cdot \left( \frac{\sqrt{3N}\pi l^2}{2} \right) \right]^{1/3} \right\} \\
&\quad \cdot e^{-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}} dn \cdot \frac{4(L-1)}{L\sqrt{2\pi}\sigma_n} \\
&= \int Q \left\{ \left[ \left( \frac{3\pi l^2}{\sqrt{8(L^2-1)}} \right) - \left( \frac{n\sqrt{3N}\pi l^2}{2} \right) \right]^{1/3} \right\} \\
&\quad \cdot e^{-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}} dn \cdot \frac{4(L-1)}{L\sqrt{2\pi}\sigma_n} \\
&= \int Q \left\{ \left[ \pi l^2 \cdot \left( \frac{3}{\sqrt{8(L^2-1)}} - \frac{n\sqrt{3N}}{2} \right) \right]^{1/3} \right\} \\
&\quad \cdot e^{-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}} dn \cdot \frac{4(L-1)}{L\sqrt{2\pi}\sigma_n}
\end{aligned} \tag{2.86}$$

De acordo com a seção anterior, a probabilidade de ocorrência de ceifamento num símbolo OFDM deve ser definida para um sinal OFDM discreto no tempo. A probabilidade de cada amostra do símbolo OFDM exceder o limiar de ceifamento,  $l$ , é dada por

$$P[s_n > |l|] = 2Q(l)$$

Assumindo que cada amostra do símbolo OFDM seja uma variável aleatória independente e identicamente distribuída, pode-se calcular a probabilidade de  $i$  amostras em  $N$  sofrerem ceifamento e desta forma determinar a probabilidade de ceifamento como

$$P[\text{ceifamento}] = \binom{N}{i} [1 - 2Q(l)]^{N-i} \cdot [2Q(l)]^i$$

Como o limiar de ceifamento deve ser pelo menos três vezes maior do que o desvio padrão do sinal OFDM, o número de amostras que ultrapassam este limiar é muito pequeno, o que permite simplificar a probabilidade de ocorrência de ceifamento para  $i = 1$ . Assim, tem-se

$$P[\text{ceifamento}] = \binom{N}{1} [1 - 2Q(l)]^{N-1} \cdot 2Q(l)$$

Para valores de limiar de ceifamento maiores que três ( $l > 3$ ), a Equação (2.74), reescrita acima, tende para

$$P[\text{ceifamento}] \approx 2NQ(l)$$

Utilizando os resultados apresentados na Equação (2.86) e na Equação (2.75), expressas acima, é possível determinar a probabilidade de erro de símbolo devido à ocorrência de ceifamento e de ruído em um sistema OFDM como [12]

$$\begin{aligned}
P[erro] &= \frac{4(L-1)}{L} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \cdot \int Q \left\{ \left[ \pi l^2 \cdot \left( \frac{3}{\sqrt{8(L^2-1)}} - \frac{n\sqrt{3N}}{2} \right) \right]^{1/3} \right\} \\
&\quad \cdot e^{-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}} dn \cdot 2NQ(l) + \frac{4(L-1)}{L} \cdot Q \left( \frac{d}{\sigma_n} \right) \\
&= \frac{4(L-1)}{L} \cdot \frac{2NQ(l)}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \cdot \int Q \left\{ \left[ \pi l^2 \cdot \left( \frac{3}{\sqrt{8(L^2-1)}} - \frac{n\sqrt{3N}}{2} \right) \right]^{1/3} \right\} \\
&\quad \cdot e^{-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}} dn + \frac{4(L-1)}{L} \cdot Q \left( \sqrt{\frac{3}{2N(L^2-1)}} \cdot \frac{1}{\sigma_n} \right) \\
&= \frac{4(L-1)}{L} \cdot \frac{\sqrt{2}NQ(l)}{\sqrt{\pi}\sigma_n} \cdot \int Q \left\{ \left[ \pi l^2 \cdot \left( \frac{3}{\sqrt{8(L^2-1)}} - \frac{n\sqrt{3N}}{2} \right) \right]^{1/3} \right\} \\
&\quad \cdot e^{-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}} dn + \frac{4(L-1)}{L} \cdot Q \left( \sqrt{\frac{3}{2N(L^2-1)\sigma_n^2}} \right)
\end{aligned} \tag{2.87}$$

Para obter-se a probabilidade de erro de bit de um sistema OFDM, deve-se lembrar que

$$P_b[erro] = \frac{P[erro]}{2 \log_2(L)} \tag{2.88}$$

Aplicando a Equação (2.87) na Equação (2.88) obtém-se a probabilidade de erro de bit devido ao ceifamento e ao ruído, para um sistema OFDM

$$\begin{aligned}
P_b[erro] &= \frac{2(L-1)}{L \log_2(L)} \cdot \frac{\sqrt{2}NQ(l)}{\sqrt{\pi}\sigma_n} \cdot \int Q \left\{ \left[ \pi l^2 \cdot \left( \frac{3}{\sqrt{8(L^2-1)}} - \frac{n\sqrt{3N}}{2} \right) \right]^{1/3} \right\} \\
&\quad \cdot e^{-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}} dn + \frac{2(L-1)}{L \log_2(L)} \cdot Q \left( \sqrt{\frac{3}{2N(L^2-1)\sigma_n^2}} \right)
\end{aligned} \tag{2.89}$$

# Capítulo 3

## Análise de Desempenho do Sistema OFDM a Partir de Simulações Computacionais

### 3.1 Introdução

Neste capítulo será feita uma comparação entre as equações apresentadas no capítulo 2 e as curvas obtidas a partir de simulações computacionais realizadas no programa MATLAB<sup>®</sup>. Primeiramente, obteve-se curvas para analisar o desempenho do sistema multiportadora quando ocorre o ceifamento de pico da amplitude do sinal OFDM. Também foram obtidas curvas para analisar o desempenho do sistema multiportadora com ceifamento de pico em canais AWGN. Para realizar as simulações computacionais, foram utilizadas as modulações 64-QAM e 256-QAM.

### 3.2 Canais com Ceifamento Utilizando os Modelos Aditivo e Impulsivo

O ceifamento de pico da amplitude do sinal OFDM introduz uma distorção não linear neste sinal, prejudicando a ortogonalidade entre as subportadoras e degradando a qualidade do sistema. O modelo de ceifamento como ruído aditivo representa uma estimativa otimista para a probabilidade de erro de símbolo, pois este modelo assume que o ceifamento não prejudica a ortogonalidade entre as subportadoras. E a potência da parcela ceifada do sinal utilizada neste modelo corresponde apenas à potência do ruído aditivo. Por isto, para valores elevados do limiar de ceifamento, a interferência introduzida pelo ceifamento é muito pequena.

Já o modelo de ceifamento como ruído impulsivo representa um modelo que condiz mais com a realidade do ceifamento, levando a ICI em consideração. Assim, a curva de probabilidade de erro de símbolo obtida a partir deste modelo representa uma curva com maior confiabilidade do que a curva de probabilidade de erro de símbolo obtida a partir do modelo como ruído aditivo. As Figuras 3.1 e 3.2 apresentam as curvas teóricas dos modelos aditivo e impulsivo, bem como a curva simulada. Para obter-se estas curvas utilizou-se diferentes números de subportadoras.

Analisando as Figuras 3.1 e 3.2, pode-se observar que a curva correspondente ao modelo aditivo não estima adequadamente a probabilidade de erro de símbolo para pequenos valores de

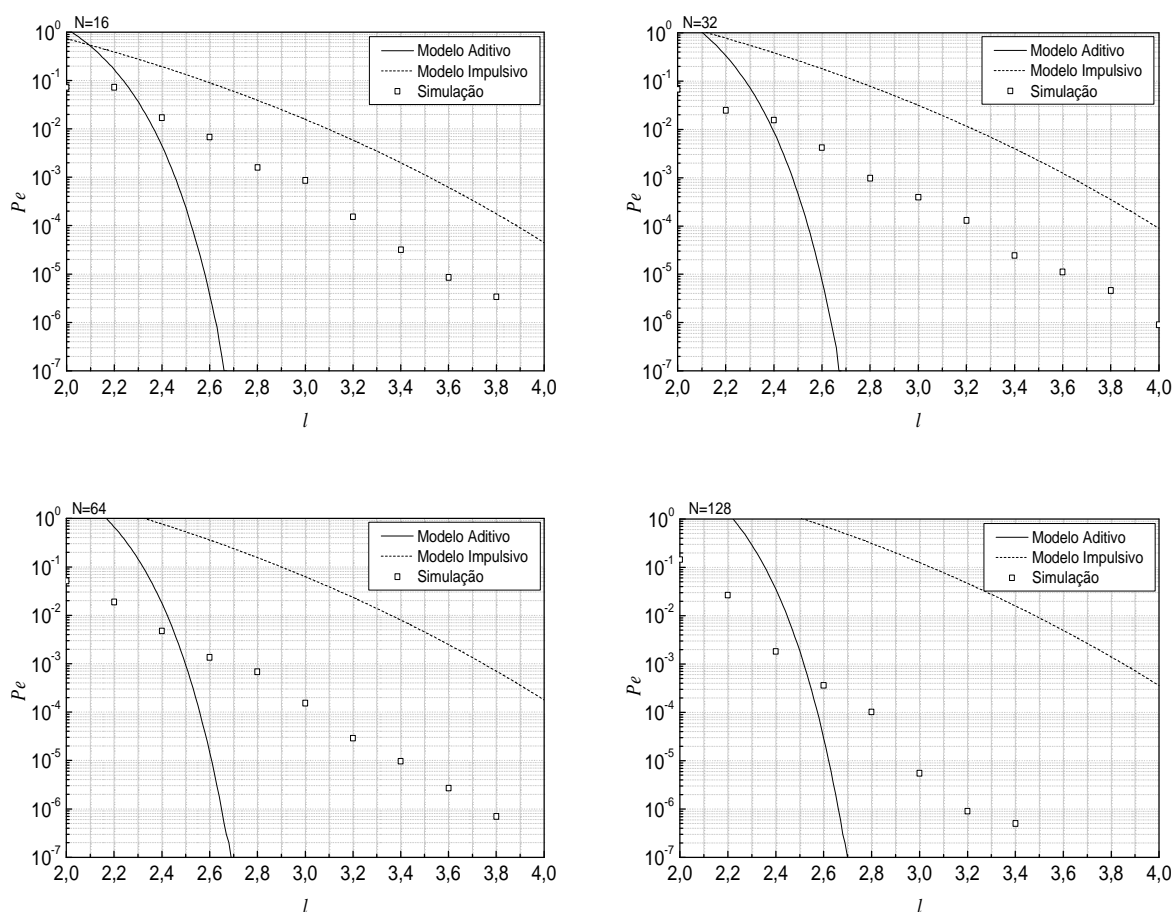


Figura 3.1: Probabilidade de erro de símbolo em relação ao limiar de ceifamento de um sistema OFDM com modulação 64-QAM.

$l$ . Isto também ocorre no modelo impulsivo para  $l < 3$ , pois utilizou-se uma aproximação da função  $Q(x)$  que é válida somente para  $l > 3$ . Nestas figuras foi traçada a probabilidade de erro de símbolo para valores de  $l < 3$ , para que pudesse ser feita uma comparação entre os modelos aditivo e impulsivo.

Nas Figuras 3.1 e 3.2 é possível verificar que a curva simulada tende a seguir o comportamento da curva do modelo impulsivo de limitante superior, o que comprova a condição otimista da modelagem do ceifamento como ruído aditivo. Na próxima seção será feita uma análise das curvas obtidas a partir de simulações em canais AWGN.

### 3.3 Ceifamento de Pico em Canais AWGN

Sabe-se que o canal AWGN apenas adiciona ruído gaussiano ao sinal a ser transmitido. Sendo assim, foram feitas simulações computacionais para obter-se o desempenho de um sistema OFDM

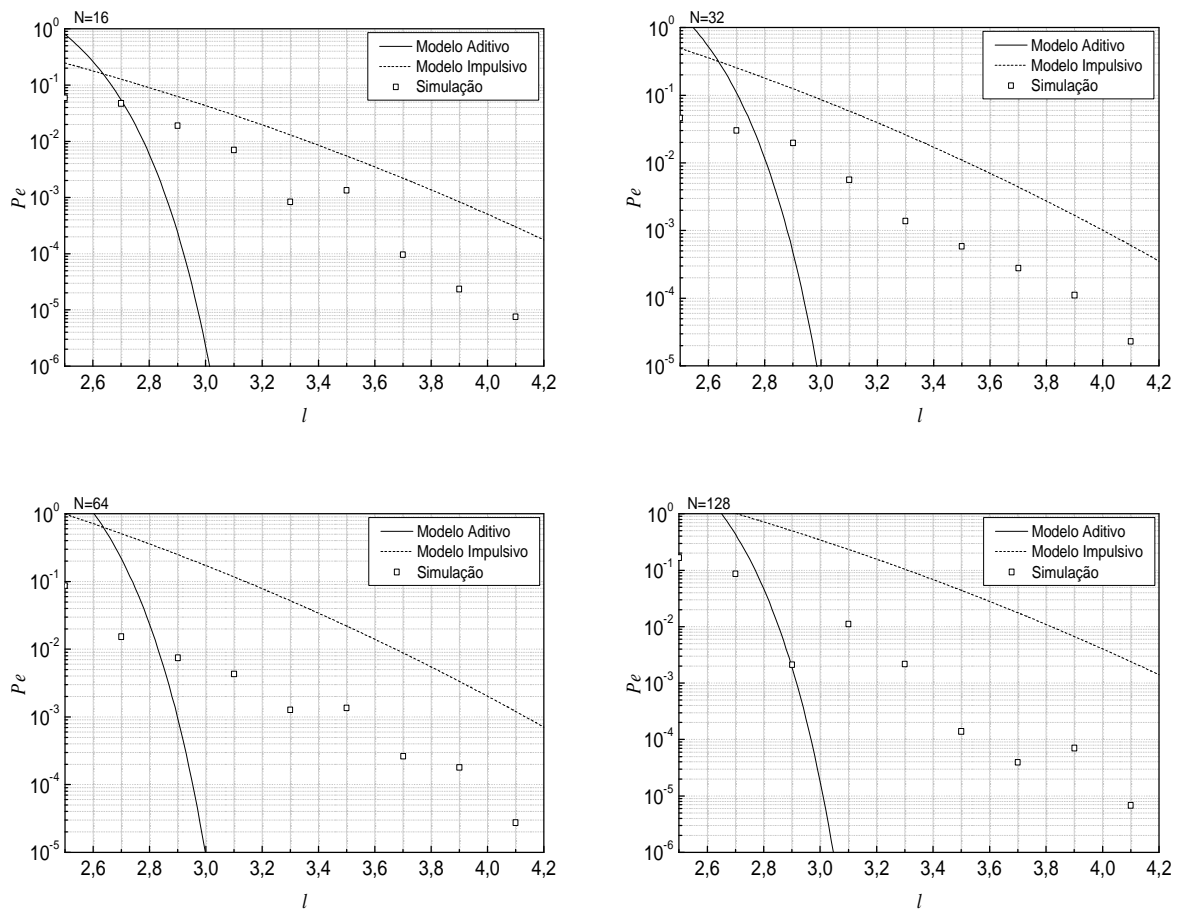


Figura 3.2: Probabilidade de erro de símbolo em relação ao limiar de ceifamento de um sistema OFDM com modulação 256-QAM.

com ceifamento de pico em canais AWGN. As Figuras 3.3, 3.4, 3.5 e 3.6 apresentam as curvas teórica e simulada de um sinal OFDM em canais AWGN. Para obter-se estas curvas utilizou-se modulação 64-QAM, diferentes números de subportadoras e dois diferentes valores de limiar de ceifamento. As Figuras 3.7, 3.8, 3.9 e 3.10 apresentam as curvas teórica e simulada, neste caso, para a modulação 256-QAM.

### 3.4 Comparação de Desempenho entre Canais com Ceifamento de Pico e Canais AWGN

Para que seja possível fazer uma comparação entre o desempenho em canais com ceifamento de pico, utilizando o modelo impulsivo, e o desempenho em canais AWGN, deve-se primeiro definir um valor de limiar de ceifamento nas curvas teórica e simulada obtidas em canais com ceifamento de pico. Em seguida, deve-se verificar quais as probabilidades de erro de símbolo, em

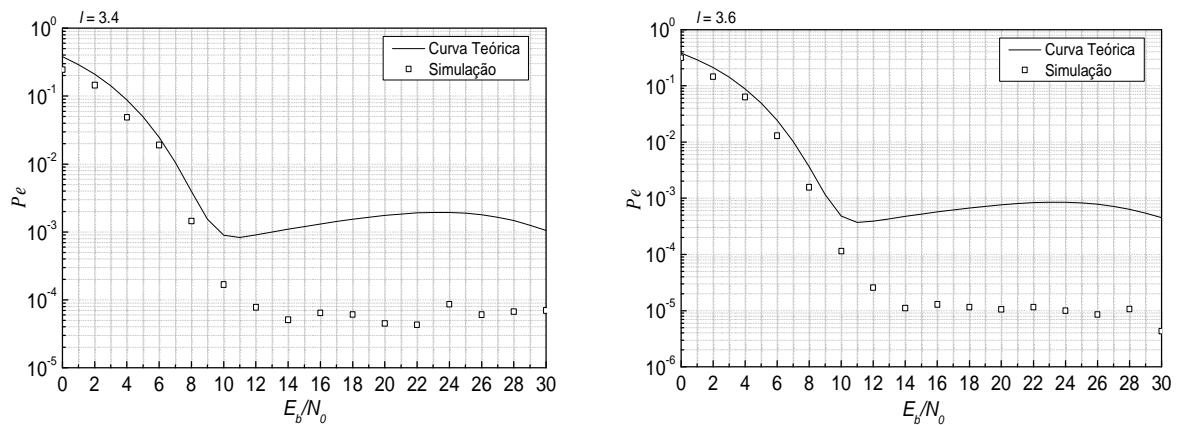


Figura 3.3: Probabilidade de erro de símbolo de um sistema OFDM com 16 subportadoras e modulação 64-QAM.

cada uma destas curvas, que correspondem ao valor do limiar de ceifamento definido. De posse das probabilidades de erro de símbolo das curvas teórica e simulada em canais com ceifamento, deve-se apenas compará-las com as probabilidades de erro de símbolo obtidas nas curvas teórica e simulada em canais AWGN, lembrando apenas que o limiar de ceifamento deve ser igual ao definido anteriormente.

Sabe-se que, para uma relação sinal ruído acima de 20dB, o ruído torna-se desprezível e por isto, pode-se comparar a probabilidade de erro de símbolo obtida a partir do canal com ceifamento de pico com a obtida a partir do canal AWGN.

Para uma melhor análise e entendimento pode-se comparar, por exemplo, a Figura 3.1 considerando 16 subportadoras com a Figura 3.3 considerando um valor de limiar de ceifamento igual a 3.6.



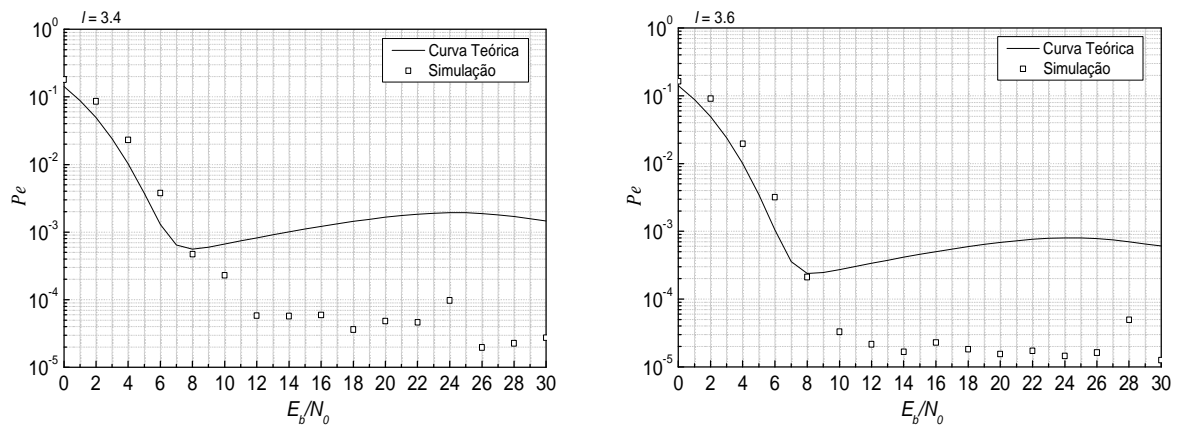


Figura 3.4: Probabilidade de erro de símbolo de um sistema OFDM com 32 subportadoras e modulação 64-QAM.

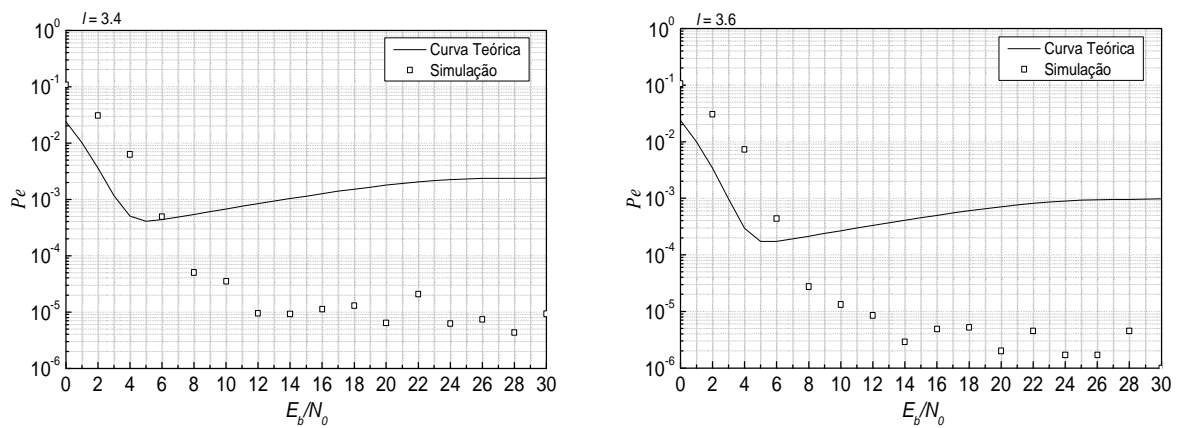


Figura 3.5: Probabilidade de erro de símbolo de um sistema OFDM com 64 subportadoras e modulação 64-QAM.

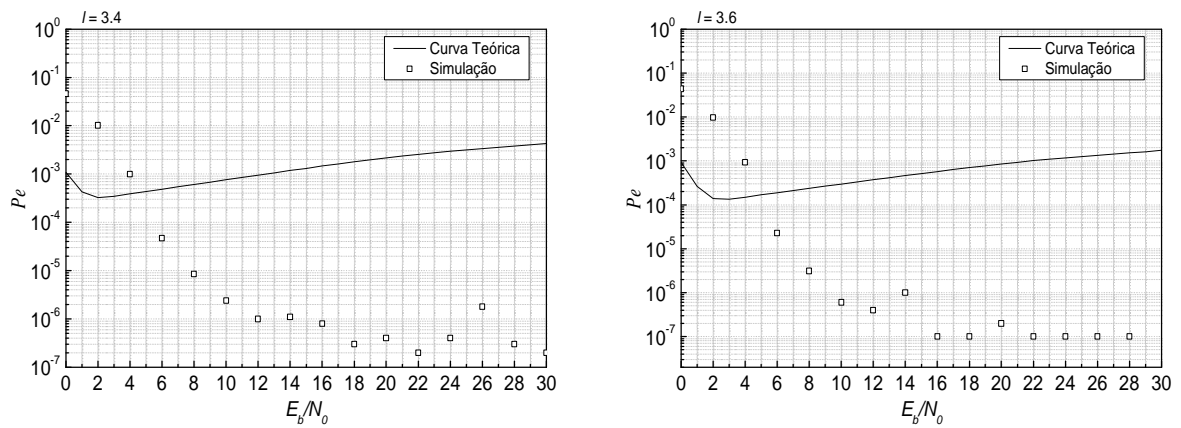


Figura 3.6: Probabilidade de erro de símbolo de um sistema OFDM com 128 subportadoras e modulação 64-QAM.

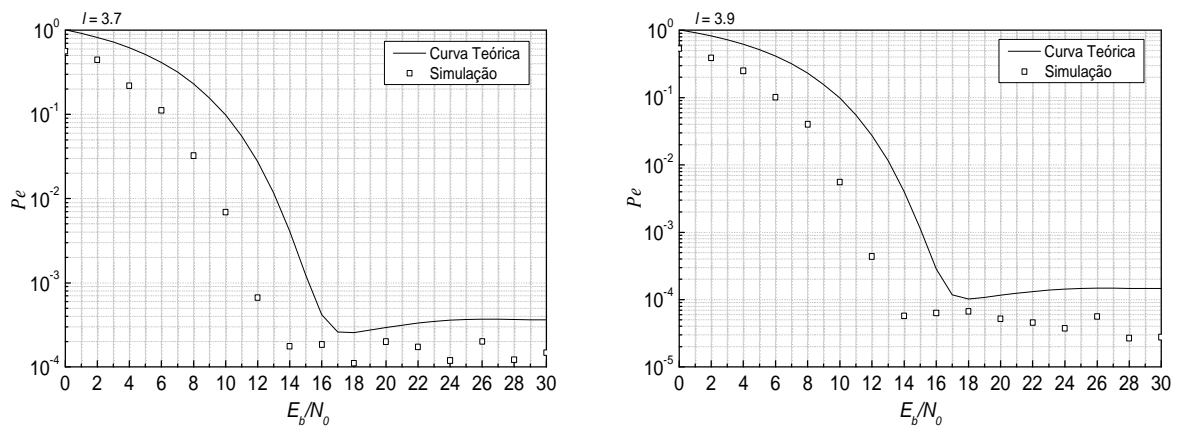


Figura 3.7: Probabilidade de erro de símbolo de um sistema OFDM com 16 subportadoras e modulação 256-QAM.

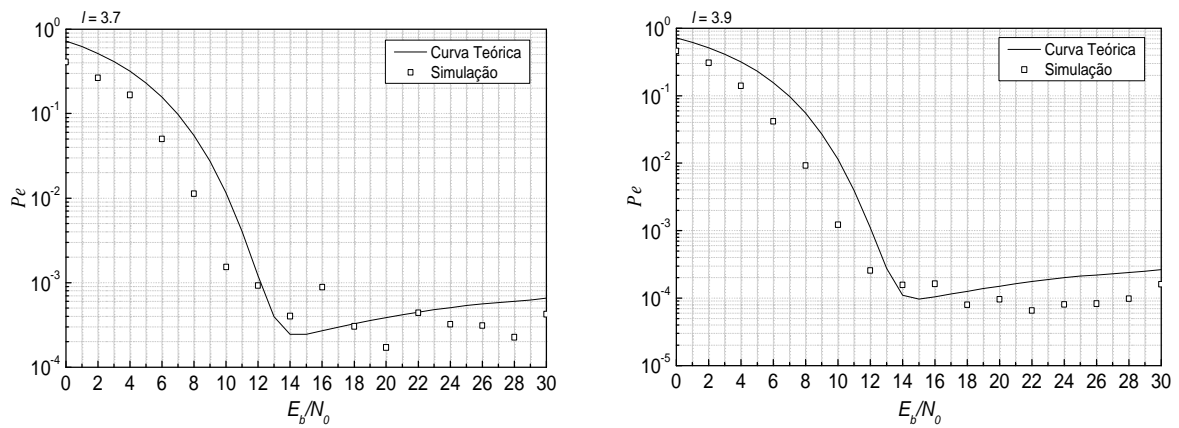


Figura 3.8: Probabilidade de erro de símbolo de um sistema OFDM com 32 subportadoras e modulação 256-QAM.

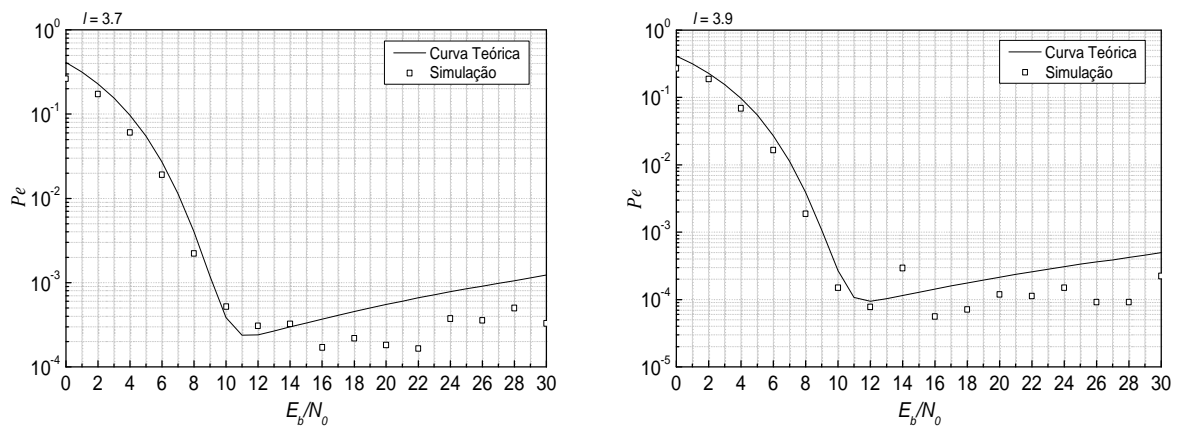


Figura 3.9: Probabilidade de erro de símbolo de um sistema OFDM com 64 subportadoras e modulação 256-QAM.

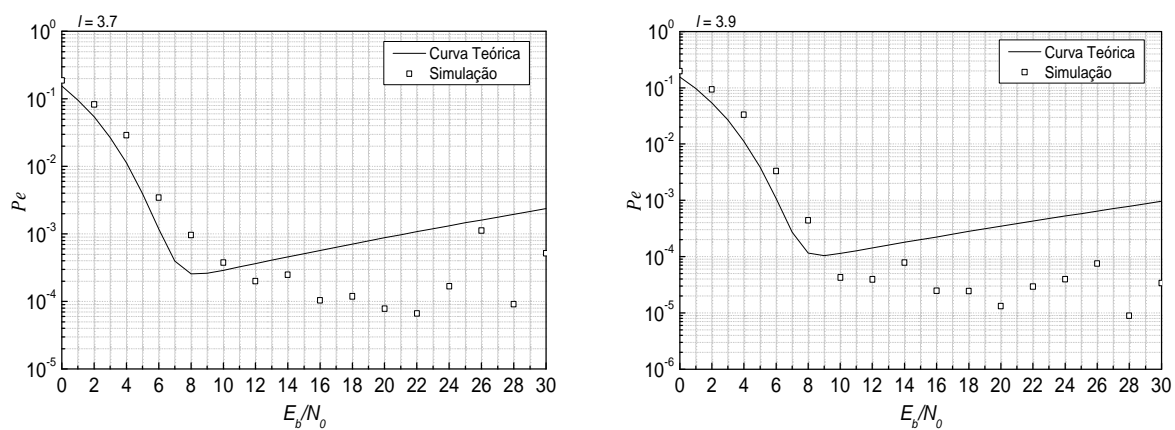


Figura 3.10: Probabilidade de erro de símbolo de um sistema OFDM com 128 subportadoras e modulação 256-QAM.

# Capítulo 4

## Conclusões

O uso da técnica de transmissão com múltiplas portadoras é uma solução para se evitar a ocorrência do desvanecimento seletivo em frequência em sistemas com altas taxas de transmissão.

Através de resultados de implementação referentes à técnica OFDM, conclui-se que algumas dificuldades de implementação podem inviabilizar o uso desta técnica nos novos padrões de comunicação digital. A primeira dificuldade encontrada refere-se à complexidade na geração e recepção do sinal OFDM. Isto ocorre devido à necessidade de sincronismo entre os  $N$  osciladores complexos do transmissor e do receptor. A partir do desenvolvimento dos processadores digitais de sinais foi possível superar esta dificuldade e implementar o sistema OFDM com até milhares de subportadoras. Outra dificuldade encontrada na implementação do sistema OFDM está relacionada à amplificação do sinal para a transmissão. Como o sinal OFDM apresenta uma alta relação entre sua potência de pico e sua potência média, as amplitudes de pico deste sinal são ceifadas, uma vez que os amplificadores de potência são projetados para operarem muito próximos do ponto de saturação. O ceifamento da amplitude do sinal distorce a forma de onda do sinal de saída, fazendo com que esta não corresponda mais à amplificação do sinal de entrada.

Como o objetivo deste trabalho foi analisar o desempenho dos sistemas OFDM com ceifamento de pico em canais AWGN, primeiramente estudou-se as expressões que definem a probabilidade de erro de símbolo dos dois modelos de análise do ceifamento. O primeiro modelo, conhecido como modelagem do ceifamento como ruído aditivo, considera a parcela ceifada do sinal como sendo uma fonte de ruído aditivo, onde a potência da parcela ceifada corresponde à potência do ruído. No entanto, este modelo considera que não há concentração de potência em uma faixa específica deste canal, o que não prejudica a ortogonalidade entre as subportadoras. Isto faz com que a modelagem do ceifamento como ruído aditivo seja uma forma otimista de analisar a probabilidade de erro, uma vez que o ceifamento é um efeito não linear que introduz interferências entre as subportadoras, prejudicando assim, a ortogonalidade entre as mesmas.

No segundo modelo, analisa-se o ceifamento como um ruído impulsivo, que possui o formato de um pulso parabólico e apresenta uma certa probabilidade de ocorrência. Neste modelo, a interferência entre as subportadoras é considerada, e é por isto que o modelo como ruído impulsivo corresponde mais à realidade do ceifamento do que o modelo como ruído aditivo, principalmente para valores elevados de  $l$  (limiar de ceifamento).

A partir de simulação computacional, foi possível comprovar a precisão dos resultados teóricos obtidos para diferentes ordens de modulações e diferentes números de subportadoras utilizadas. Cabe ressaltar que a curva teórica do modelo do ceifamento como ruído impulsivo é uma curva de limitante superior. Os resultados obtidos nas simulações computacionais foram satisfatórios, pois

---

as curvas simuladas seguem o comportamento da curva teórica do modelo do ceifamento como ruído impulsivo. Comprova-se, assim, que este modelo apresenta um comportamento realístico, pois corresponde com a realidade da natureza do ceifamento.

Posteriormente, foi determinada a probabilidade de erro de símbolo devido ao ceifamento da amplitude do sinal OFDM em canais AWGN. Para isto, fez-se uma análise do canal AWGN, definindo as características do ruído AWGN de ser branco, aditivo e possuir uma distribuição gaussiana com média zero. A partir da simulação computacional, foi possível comprovar a precisão dos resultados teóricos obtidos para diferentes ordens de modulações, diferentes números de subportadoras e diferentes valores de limiar de ceifamento. Os resultados obtidos nas simulações computacionais foram satisfatórios, pois as curvas simuladas tendem a seguir o comportamento da curva teórica da probabilidade de erro de símbolo devido ao ceifamento em canais AWGN. Isto pode ser comprovado a partir da análise conjunta do desempenho em canais com ceifamento e desempenho em canais AWGN.

A abordagem realizada neste trabalho consiste em uma análise pessimista dos efeitos do ceifamento no desempenho do sistema OFDM, uma vez que leva-se em consideração que o ceifamento ocorre nas  $N$  subportadoras.

É de extrema importância definir com precisão o quanto a ocorrência do ceifamento prejudica o desempenho dos sistemas multiportadoras, para que estes sistemas sejam utilizados nos novos padrões de transmissão digital. Através da análise e modelagem do ceifamento, é possível determinar a viabilidade da utilização de amplificadores de alto rendimento nestes sistemas, além de dimensionar medidas que possam minimizar os erros na recepção. A partir da probabilidade de erro introduzida por um amplificador não linear, uma medida a ser tomada seria definir uma codificação de canal com capacidade de correção de erro superior à probabilidade de erro devido ao ceifamento e verificar se estes erros na recepção ocorrem em rajadas. Assim, uma das propostas para trabalhos futuros consiste em definir qual o método de codificação de canal deve ser usado para minimizar ou evitar que os erros introduzidos pelo ceifamento da amplitude do sinal prejudiquem o desempenho do sistema OFDM.

Uma outra proposta para trabalhos futuros consiste em analisar o desempenho de sistemas multiportadoras com ceifamento de pico em canais AWGN para modulações  $M$ -QAM não quadradas, uma vez que estas modulações não foram consideradas neste trabalho. A mesma análise pode ser feita tanto para canais que apresentam desvanecimento seletivo em frequência quanto para canais com desvanecimento plano, como Rayleigh, Rice e Nakagami- $m$ .

# Anexo A

## Programas Utilizados nas Simulações Computacionais

Desempenho do sinal OFDM ceifado

```
clear; clc; close all;
N=16; % Número de subportadoras utilizadas
point=0;
inc=1;
cmax=4; % Máximo limiar de ceifamento
figure
E=2:0.01:cmax;

% Curva teórica do Modelo Aditivo
L=8; % Número de níveis da modulação digital quadrada
sigma=sqrt(-sqrt(2/pi)*E.*exp(-E.^2/2)+2.*(1+E.^2).*Q(E));
Pa=4*N*(L-1)/L*Q(sqrt(3)./(sigma*sqrt(L^2-1)));
semilogy(E,Pa,'r')
axis([2 cmax 1e-6 1]);
hold on

% Curva teórica do Modelo Impulsivo
Pi=N*(8*(L-1)/L).*Q(E).*Q(((3*pi*E.^2)/(2*sqrt(2*(L.^2-1))))).^1/3);
semilogy(E,Pi,'g')
pause(0.1);

% Ceifamento de pico da amplitude do sinal OFDM
for C=2:0.2:cmax,
    point=point+1;
    l=0;
    erros=0;
    t0 = clock;
    while erros<100
        l=l+1;
        c = 7-2*randint(1,N,8)+j*(7-2*randint(1,N,8)); % Geração dos símbolos
        sofdm=real(ifft(c,2*N)*2*N); % Sinal OFDM
        v=std(sofdm); % Desvio padrão do sinal OFDM não ceifado
        sofdm=sofdm/v;
```

```
% Ceifamento do sinal OFDM
for i=1:2*N,
    if soffdm(i)>C
        soffdm(i)=C;
    end
    if soffdm(i)<-C
        soffdm(i)=-C;
    end
end

soffdm=v*soffdm; % Sinal OFDM ceifado
r=fft([soffdm])/N; % Recepção do sinal OFDM
rs=zeros(1,N);

% Mapeamento 64QAM
for i=1:N,
    if real(r(i))>0 & real(r(i))<=2
        rs(i)=1+j*imag(rs(i));
    end
    if real(r(i))>2 & real(r(i))<=4
        rs(i)=3+j*imag(rs(i));
    end
    if real(r(i))>4 & real(r(i))<=6
        rs(i)=5+j*imag(rs(i));
    end
    if real(r(i))>6
        rs(i)=7+j*imag(rs(i));
    end
    if real(r(i))>-2 & real(r(i))<=0
        rs(i)=-1+j*imag(rs(i));
    end
    if real(r(i))>-4 & real(r(i))<=-2
        rs(i)=-3+j*imag(rs(i));
    end
    if real(r(i))>-6 & real(r(i))<=-4
        rs(i)=-5+j*imag(rs(i));
    end
    if real(r(i))<=-6
        rs(i)=-7+j*imag(rs(i));
    end

    if imag(r(i))>0 & imag(r(i))<=2
        rs(i)=real(rs(i))+j*1;
    end
    if imag(r(i))>2 & imag(r(i))<=4
        rs(i)=real(rs(i))+j*3;
    end
    if imag(r(i))>4 & imag(r(i))<=6
        rs(i)=real(rs(i))+j*5;
    end
    if imag(r(i))>6
```



```

        rs(i)=real(rs(i))+j*7;
    end
    if imag(r(i))>-2 & imag(r(i))<=0
        rs(i)=real(rs(i))-j*1;
    end
    if imag(r(i))>-4 & imag(r(i))<=-2
        rs(i)=real(rs(i))-j*3;
    end
    if imag(r(i))>-6 & imag(r(i))<=-4
        rs(i)=real(rs(i))-j*5;
    end
    if imag(r(i))<=-6
        rs(i)=real(rs(i))-j*7;
    end
end
rs(1)=c(1);

% Contagem de erros
for i=1:length(c),
    if (real(rs(i))~=real(c(i)))|(imag(rs(i))~=imag(c(i)))
        erros=erros+1;
        title(erros);
        xlabel(etime(clock,t0));
        pause(0.01);
    end
end
end

% Curva de Desempenho do sinal OFDM ceifado
X(inc)=C;
pe(inc)=erros/((N-1)*l);
semilogy(X,pe,'o');
pause(0.01);
inc=inc+1;
end

```

### Desempenho do sinal OFDM ceifado em canal AWGN

```

clear; clc; close all;
N=16; % Número de subportadoras utilizadas
L=8; % Número de níveis da modulação digital quadrada
point=0;
inc=1;
C=3; % Limiar de ceifamento

% Ceifamento de pico da amplitude do sinal OFDM em canal AWGN
for ENo=0:2:30, % Relação Sinal Ruído
    erros=0;
    l=0;
    point=point+1;
    t0 = clock;
    while erros<100
        l=l+1;

```

---

```

c = 7-2*randint(1,N,8)+j*(7-2*randint(1,N,8)); % Geração dos símbolos
sofdm=real(iff(c,2*N)*2*N); % Sinal OFDM
v=std(sofdm); % Desvio padrão do sinal OFDM não ceifado
sofdm=sofdm/v;
No=v/(10^(ENo/10));
sigma=sqrt(No/2); % Desvio padrão do ruído gaussiano

%Ceifamento do sinal OFDM
for i=1:2*N,
    if sofdm(i)>C
        sofdm(i)=C;
    end
    if sofdm(i)<-C
        sofdm(i)=-C;
    end
end

sofdm=v*sofdm; % Sinal OFDM ceifado
sofdm_cn=[];
sofdm_cn=sofdm+sigma*randn(1,2*N); % Sinal OFDM com ruído gaussiano
r=fft([sofdm_cn])/N; % Recepção do sinal OFDM
rs=[zeros(1,N)];

% Mapeamento 64QAM
for i=1:N,
    if real(r(i))>0 & real(r(i))<=2
        rs(i)=1+j*imag(rs(i));
    end
    if real(r(i))>2 & real(r(i))<=4
        rs(i)=3+j*imag(rs(i));
    end
    if real(r(i))>4 & real(r(i))<=6
        rs(i)=5+j*imag(rs(i));
    end
    if real(r(i))>6
        rs(i)=7+j*imag(rs(i));
    end
    if real(r(i))>-2 & real(r(i))<=0
        rs(i)=-1+j*imag(rs(i));
    end
    if real(r(i))>-4 & real(r(i))<=-2
        rs(i)=-3+j*imag(rs(i));
    end
    if real(r(i))>-6 & real(r(i))<=-4
        rs(i)=-5+j*imag(rs(i));
    end
    if real(r(i))<=-6
        rs(i)=-7+j*imag(rs(i));
    end

    if imag(r(i))>0 & imag(r(i))<=2
        rs(i)=real(rs(i))+j*1;

```

---

```

    end
    if imag(r(i))>2 & imag(r(i))<=4
        rs(i)=real(rs(i))+j*3;
    end
    if imag(r(i))>4 & imag(r(i))<=6
        rs(i)=real(rs(i))+j*5;
    end
    if imag(r(i))>6
        rs(i)=real(rs(i))+j*7;
    end
    if imag(r(i))>-2 & imag(r(i))<=0
        rs(i)=real(rs(i))-j*1;
    end
    if imag(r(i))>-4 & imag(r(i))<=-2
        rs(i)=real(rs(i))-j*3;
    end
    if imag(r(i))>-6 & imag(r(i))<=-4
        rs(i)=real(rs(i))-j*5;
    end
    if imag(r(i))<=-6
        rs(i)=real(rs(i))-j*7;
    end
end
rs(1)=c(1);

% Contagem de erros
for i=1:length(c),
    if (real(rs(i))~=real(c(i)) | (imag(rs(i))~=imag(c(i))))
        erros=erros+1;
        title(erros);
        xlabel(etime(clock,t0));
        pause(0.01);
    end
end
end

% Curva de Desempenho do sinal OFDM ceifado e com ruído gaussiano
X(inc)=ENo;
pe(inc)=erros/((N-1)*1);
semilogy(X,pe,'o');
pause(0.01);
inc=inc+1;
end

```

# Referências Bibliográficas

- [1] A. R. Bahai and B. R. Saltzberg, *Multi-Carrier Digital Communications - Theory and Applications of OFDM*, Kluwer Academic, 1999.
- [2] European Broadcasting Union, “Digital video broadcasting (dvb); implementation guidelines for the use of mpeg-2 systems, video and audio in satellite, cable and terrestrial broadcasting applications”, Tech. Rep. ETR 154, European Telecommunication Standard, 1997.
- [3] NHK (Japan Broadcasting Corporation), “Outline of the specification for ISDB-T”, Internet web page, 1999, <http://www.nhk.or.jp/str1/open99/de-2/shosai-e.html>.
- [4] European Broadcasting Union, “Radio broadcasting systems; digital audio broadcasting (dab) to mobile, portable and fixed receivers”, Tech. Rep. ETS 300 401, European Telecommunication Standard, 1995.
- [5] J. A. C. Bingham, *ADSL, VDSL, and Multicarrier Modulation*, John Wiley, 2000.
- [6] J. Pines e C. M. O. Barradas, *Sistemas Multiplex*, Embratel, 1997.
- [7] B. Sklar, *Digital Communication - Fundamentals and Applications*, Prentice Hall, 2000.
- [8] S. Haykin, *Communication Systems*, John Wiley, 2000.
- [9] S. Lin and D. J. Costello Jr, *Error Control Coding: Fundamentals and Applications*, Prentice Hall, 1983.
- [10] M. K. Simon and M. S. Alouini, *Digital Communication over Fading Channels*, John Wiley, 2000.
- [11] P. Abrie, *Design of RF and Microwave Amplifiers and Oscillators*, Artech House, 2000.
- [12] A. R. Bahai; M. Singh; A. J. Goldsmith and B. R. Saltzberg, “A new approach for evaluating clipping distortion in multicarrier systems”, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 20, no. 5, pp. 1037-1046, June 2002.
- [13] D. J. G. Mestdagh; P. Spruyt and B. Biran, “Analysis of clipping effect in DMT-based ADSL systems”, *IEEE International Conference on Communication'94*, 1994, pp. 293-300.
- [14] L. L. Mendes, *Análise de Desempenho de Sistemas Multiportadora em Canais com Ceifamento de Pico*, *Dissertação de Mestrado*, INATEL, 2003.
- [15] L. Hanzo; W. Webb and T. Keller, *Single and Multi-Carrier Quadrature Amplitude Modulation*, John Wiley, 2000.

- 
- [16] B. P. Lathi, *Linear Systems and Signals*, Berkeley Cambridge Press, 1992.
- [17] S. J. Orfanidis, *Introduction to Signal Processing*, Prentice Hall, 1996.
- [18] E. O. Brigham, *The Fast Fourier Transform*, Prentice Hall, 1974.
- [19] R. D. Yates and D. J. Goodman, *Probability and Stochastic Processes - A Friendly Introduction for Electrical and Computer Engineers*, John Wiley, 1999.
- [20] S. O. Rice, "Distribution of the duration of fades in radio transmission", *Bell System Journal*, vol.37, pp. 581-635, May 1958.
- [21] J. G. Proakis, *Digital Communications*, 3rd edition, McGraw Hill, 1995.
- [22] F. Xiong, *Digital Modulation Techniques*, Artech House, 2000.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)