

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA  
CELSO SUCKOW DA FONSECA - CEFET/RJ**

**DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
COORDENADORIA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM TECNOLOGIA**

**DISSERTAÇÃO**

**Christian Nolte**

**ANÁLISE DO ACOPLAMENTO TERMOMECÂNICO  
EM TRELIÇAS ELASTOPLÁSTICAS  
SUBMETIDAS A CARREGAMENTOS CÍCLICOS**

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-  
GRADUAÇÃO EM TECNOLOGIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS  
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM TECNOLOGIA.**

**Orientador**

**Pedro Manuel Calas Lopes Pacheco, D. Sc.**

**RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL**

**MARÇO / 2007**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

N798 Nolte, Christian  
Análise do acoplamento Termomecânico em treliças elastoplásticas submetidas a carregamentos cíclicos / Christian Nolte -- 2007  
xvii, 100f.: il, color., tabs.; enc.

Dissertação (Mestrado) Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, 2007

Bibliografia: f. 96-100

Inclui apêndices

1. Engenharia mecânica 2. Metais\_Fadiga 3. Metais \_Fratura 4. Método dos elementos Finitos I.  
Título

CDD 620.1

**SUMARIO**

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>I - FADIGA DE COMPONENTES MECÂNICOS METÁLICOS .....</b>	<b>4</b>
I.1 - Breve História sobre a Fadiga .....	8
I.2 - Comportamento elastoplástico dos materiais metálicos em carregamentos cíclicos.....	12
I.3 - Método $\epsilon N$ aplicado à fadiga de Baixo Ciclo .....	22
<b>II - MODELO ANISOTERMICO COM DANO .....</b>	<b>28</b>
<b>III - MÉTODO NUMÉRICO.....</b>	<b>35</b>
III.1 - Problema Térmico .....	36
III.2 - Problema Termoelástico.....	38
III.3 - Problema Elastoplástico .....	40
<b>IV - SIMULAÇÕES NUMÉRICAS .....</b>	<b>41</b>
IV.1 - Caso I .....	44
IV.2 - Caso II .....	60
<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>72</b>
<b>APÊNDICE 1 - CÓDIGO FONTE DO PROGRAMA EM LINGUAGEM C .....</b>	<b>74</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>96</b>

À minha esposa Ângela, ao meu filho Gabriel  
e à minha mãe e meu pai “in memoriam”  
e a toda minha família  
pelo apoio dado para esta nova conquista.

Agradecimentos:

- Ao meu orientador Pedro Manuel Calas Lopes Pacheco (D.Sc.), pelo empenho no trabalho de orientação, dedicação e incentivo que muito contribuíram para a elaboração deste trabalho.
- Aos funcionários Abraão Ferreira e Bráulio Tito, pela dedicação e presteza.
- Ao CNPq, CAPES e FINEP, pelo suporte financeiro prestado a esta pesquisa.

Resumo da dissertação submetida ao PPTEC/CEFET-RJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de mestre em tecnologia (M.T.).

## **ANÁLISE DO ACOPLAMENTO TERMOMECÂNICO EM TRELIÇAS ELASTOPLÁSTICAS SUBMETIDAS A CARREGAMENTOS CÍCLICOS**

Christian Nolte

Março de 2007

Orientador: Pedro Manuel Calas Lopes Pacheco, D.Sc.

### **PROGRAMA: PPTEC**

#### Texto do resumo

As deformações cíclicas inelásticas promovem o aquecimento de elementos estruturais metálicos. Uma considerável quantidade de calor pode ser gerada para taxas e/ou amplitudes elevadas de deformação inelástica. Este aumento de temperatura que um componente mecânico experimenta depende da amplitude e frequência do carregamento, além das condições de contorno de temperatura, e pode afetar significativamente a integridade do componente. No entanto, as metodologias tradicionais de projeto utilizam modelos isotérmicos que não consideram a variação da temperatura do material da estrutura e previsões de vida irreais podem vir a ser obtidas.

Neste trabalho apresenta-se um modelo formulado no contexto da Mecânica do Dano Contínuo e da Termodinâmica de Processos Irreversíveis para estudar os efeitos do acoplamento termomecânico na previsão de vida de estruturas metálicas submetidas a carregamentos cíclicos inelásticos. Uma abordagem termodinâmica permite uma identificação racional do acoplamento termomecânico nas equações que regem os fenômenos mecânicos e térmicos.

Um procedimento numérico baseado na técnica de partição do operador associado com um esquema numérico iterativo é desenvolvido para tratar as equações não-lineares da formulação. Através desta abordagem é possível resolver as equações acopladas através de três problemas desacoplados: térmico, termoelástico e elastoplástico. O método de elementos finitos clássico é utilizado para a discretização espacial em todos os problemas desacoplados.

Simulações numéricas de treliças planas de aço submetidas a carregamentos cíclicos inelásticos são apresentadas e analisadas. Três modelos são considerados: desacoplado, acoplado com as condições de contorno térmicas fixas e acoplado com as condições de contorno térmicas livres. Os resultados para os casos estudados mostram que os modelos acoplados apresentam previsões de vida até 44% menores do que as obtidas com o modelo desacoplado, indicando que o acoplamento termomecânico e as condições de contorno térmicas podem influenciar significativamente a vida em fadiga de uma estrutura metálica submetida a carregamentos cíclicos inelásticos.

Palavras-chave: Acoplamento Termomecânico, Dano, Fadiga de Baixo Ciclo, Modelagem, Elementos Finitos

Abstract of dissertation submitted to PPTEC/CEFET/RJ as partial fulfillment of requirements for the degree of Master in Technology (M.T.).

## **ANALYSIS OF THE THERMOMECHANICAL COUPLING IN ELASTOPLASTIC TRUSSES SUBJECTED TO CYCLIC LOADINGS**

Christian Nolte

March / 2007

Supervisor: Pedro Manuel Calas Lopes Pacheco, D.Sc.

Program: PPTEC

Text of the Abstract

Inelastic cyclic deformation can promote the heating of metallic structural elements. For high loading rates and/or high amplitudes of inelastic deformation a considerable amount of heat can be generated. The temperature rise experimented by a mechanical component depends on the loading amplitude, frequency and temperature boundary conditions. Nevertheless, traditional design methodologies use isothermal models that do not considers the variation of the material temperature and unreal predictions may be obtained.

In this work, a constitutive model formulated within the framework of Continuum Damage Mechanics and the Thermodynamics of Irreversible Processes is proposed to study the thermomechanical coupling effects on the life prediction of metallic structures subjected to cyclic inelastic loadings. A thermodynamic approach allows a proper identification of the thermomechanical coupling in the mechanical and thermal equations.

A numerical procedure is developed based on an operator split technique associated with an iterative numerical scheme in order to deal with the non-linearities in the formulation. With this assumption, coupled governing equations are solved involving three uncoupled problems: thermal, thermoelastic and elastoplastic behaviors. Classical finite element method is employed for spatial discretization in all uncoupled problems.

Numerical simulations of steel plane trusses subjected to cyclic loadings are presented and analyzed. In order to allow the evaluation of the thermomechanical effects and the thermal boundary conditions in the damage localization of the truss, three models are considered: uncoupled, coupled with fixed thermal boundary conditions and coupled with free thermal boundary conditions. Results show that the coupled models predict fatigue lives up to 44% smaller than the uncoupled model, indicating that the thermomechanical coupling and the thermal boundary conditions affects significantly the fatigue life of a metallic structures submitted to inelastic cyclic loadings.

Keywords: Thermomechanical Coupling, Damage, Low-Cycle Fatigue, Modeling, Finite Element Method



## LISTA DE FIGURAS

Figura I.1 - Fases da Fadiga (CUI, 2002).....	6
Figura I.2 – Ruptura por fadiga com três pontos de iniciação na superfície do componente. (POLAKOWSKI, 1966) .....	6
Figura I.3 - Ruptura por fadiga com um ponto de iniciação no meio do componente causado por defeito no material. (POLAKOWSKI, 1966).....	6
Figura I.4 - Ruptura por fadiga com seis pontos de iniciação na superfície do componente. (POLAKOWSKI, 1966) .....	7
Figura I.5 – Ruptura por fadiga com iniciação na superfície da aresta inferior do entalhe do componente. (POLAKOWSKI, 1966).....	7
Figura I.6 – Ruptura por fadiga com iniciação na superfície do componente. (POLAKOWSKI, 1966) .....	7
Figura I.1.1 – Desenho esquemático da máquina de teste de fadiga de Wöhler (POLAKOWSKI, 1966) .....	9
Figura I.1.2 – Ensaio de fadiga em escala real em um avião Comet. (POLAKOWSKI, 1966) .....	10
Figura I.2.1 – Curva tensão-deformação constante ao longo do carregamento cíclico. (ZAHAVI, 1996) .....	13
Figura I.2.2 – Curva tensão-deformação variável ao longo do carregamento cíclico. (ZAHAVI, 1996) .....	13
Figura I.2.3 – Evolução da tensão e da deformação e curva tensão-deformação em um componente sofrendo endurecimento para um carregamento com tensão prescrita. (ZAHAVI, 1996) .....	14
Figura I.2.4 – Evolução da tensão e da deformação e curva tensão-deformação em um componente sofrendo amolecimento para um carregamento com tensão prescrita. (ZAHAVI, 1996) .....	15

Figura I.2.5 – Evolução da deformação e da tensão e curva tensão-deformação em um componente sofrendo endurecimento para um carregamento com deformação prescrita. (ZAHAVI, 1996).....	15
Figura I.2.6 – Evolução da deformação e da tensão e curva tensão-deformação em um componente sofrendo amolecimento para um carregamento com deformação prescrita. (ZAHAVI, 1996).....	16
Figura I.2.7 – Curva de carregamento cíclico estabilizado. (ZAHAVI, 1996).....	17
Figura I.2.8 – Comparação entre as curvas tensão-deformação levantadas por carregamento cíclico e monótono – Aço SAE 4142. (ZAHAVI, 1996).....	18
Figura I.2.9 – Comparação entre as curvas tensão-deformação levantadas por carregamento cíclico e monótono - Alumínio 2024-T4. (ZAHAVI, 1996).....	19
Figura I.2.10 – Representação gráfica das equações (3), (8) e (9). (ZAHAVI, 1996).....	21
Figura I.2.11 – Comparação entre as curvas tensão-deformação levantadas por carregamento cíclico e monótono e tensão definida para um projeto – Aço SAE 4142 tratado termicamente até uma dureza de 450 BHN. (ZAHAVI, 1996).....	22
Figura I.3.1 – Comparação entre dados experimentais e a equação de Coffin-Manson– Aço SAE 4340 recozido. (ZAHAVI, 1996).....	24
Figura I.3.2 – Variação de tensão, amplitude de tensão e tensão média em função do tempo. (ZAHAVI, 1996) .....	24
Figura I.3.3 – Figura I.3.3 – Gráfico representando o uso ou não da procedimento de Manson para as curvas de amplitude da tensão e vida à fadiga em carregamento cíclico. (ZAHAVI, 1996) .....	26
Figura I.3.4 – Gráfico representando comparação entre as curvas de amplitude da tensão e vida à fadiga em carregamento cíclico de acordo o procedimento Morrow. (ZAHAVI, 1996) .....	26
Figuras II.1a e II.1b – Análise termográfica por infravermelho. Distribuição de temperatura para 280.000 ciclos (a) e perfis de temperatura ao longo do comprimento para vários instantes (b) (YANG, <i>et al.</i> , 2003).....	29

Figura III.1 – Fluxograma macro do programa.....	36
Figura III.1.1 – Gráfico representando uma barra metálica.....	37
Figura III.3.1 - Método da Projeção Return Mapping (OLIVEIRA, 2004) .....	40
Figura IV.1 - Predição de dados do modelo de fadiga de baixo ciclo e curva $\epsilon N$ obtida a partir de dados experimentais de uma barra de aço inoxidável 316L à temperatura ambiente (PACHECO e MATTOS, 1997).....	43
Figura IV.1.1 – Treliza Plana metálica. Caso I.....	44
Figura IV.1.2 – Evolução do dano para diversas discretizações temporais. Caso I. ....	45
Figura IV.1.3 – Evolução da temperatura para diversas discretizações temporais. Caso I.....	46
Figura IV.1.4 – Evolução da temperatura no primeiro ciclo, comparando a armazenamento de 2000 pontos por ciclo e 100 pontos por ciclo. Caso I.....	47
Figura IV.1.5 – Evolução da tensão no elemento 1 para os <i>Modelos 1, 2 e 3</i> . Caso I .....	47
Figura IV.1.6 – Evolução da temperatura no nó 1 para os <i>Modelos 1, 2 e 3</i> . Caso I.....	49
Figura IV.1.7 – Evolução da temperatura no nó 2 para os <i>Modelos 1, 2 e 3</i> . Caso I.....	49
Figura IV.1.8 – Evolução da deformação total no elemento 1 para os <i>Modelos 1, 2 e 3</i> . Caso I. ....	50
Figura IV.1.9 – Evolução da deformação plástica no elemento 1 para os <i>Modelos 1, 2 e 3</i> . Caso I. ....	50
Figura IV.1.10 – Evolução do endurecimento cinemático ( $X$ ) no elemento 1 para os <i>Modelos 1, 2 e 3</i> . Caso I. ....	51
Figura IV.1.11 – Evolução do endurecimento cinemático ( $c$ ) no elemento 1 para os <i>Modelos 1, 2 e 3</i> . Caso I. ....	51
Figura IV.1.12 – Evolução da endurecimento isotrópico ( $R$ ) no elemento 1 para os <i>Modelos 1, 2 e 3</i> . Caso I. ....	52
Figura IV.1.13 – Evolução da deformação plástica acumulada, associada ao endurecimento isotrópico ( $p$ ) no elemento 1 para os <i>Modelos 1, 2 e 3</i> . Caso I. ....	52
Figura IV.1.14 – Evolução da variável $B_D$ no elemento 1 para os <i>Modelos 1, 2 e 3</i> . Caso I. ....	53
Figura IV.1.15 – Evolução do dano ( $D$ ) no elemento 1 para os <i>Modelos 1, 2 e 3</i> . Caso I.....	53
Figura IV.1.16 – Ciclos de histerese tensão-deformação para o <i>Modelos 1</i> . Caso I. ....	54

Figura IV.1.17 – Ciclos de histerese tensão-deformação para o elemento 1 para o <i>Modelo 2</i> .	
Caso I. ....	54
Figura IV.1.18 – Ciclos de histerese tensão-deformação para o elemento 1 para os <i>Modelos 3</i> .	
Caso I. ....	55
Figura IV.1.19 – Evolução do acoplamento interno ( $a_I$ ) no elemento 1 para o <i>modelo 2</i> . Caso I.....	56
Figura IV.1.20 – Evolução do acoplamento interno ( $a_I$ ) no elemento 1 para o <i>modelo 3</i> . Caso 1.....	56
Figura IV.1.21 – Evolução do acoplamento térmico ( $a_T$ ) no elemento 1 para o <i>Modelo 2</i> . Caso I. ....	57
Figura IV.1.22 – Evolução do acoplamento térmico ( $a_T$ ) no elemento 1 para o <i>Modelo 3</i> . Caso I. ....	57
Figura IV.1.23 – Evolução da força para duas situações: com carregamento médio igual a zero e com carregamento médio de 20kN. Caso I. ....	58
Figura IV.1.24 – Evolução da dano para duas situações: com carregamento médio igual a zero e com carregamento médio de 20kN. Caso I. ....	59
Figura IV.2.1 – Treliça Plana metálica. Caso II.....	60
Figura IV.2.2 – Evolução da temperatura ( $T$ ) nos nós da treliça para o <i>Modelo 3</i> . Caso II.....	62
Figura IV.2.3 – Evolução da tensão ( $\sigma$ ) nos elementos da treliça para o <i>Modelo 3</i> . Caso II. ....	63
Figura IV.2.4 – Evolução da deformação plástica ( $\varepsilon_p$ ) nos elementos da treliça para o <i>Modelo 3</i> .	
Caso II. ....	63
Figura IV.2.5 – Evolução do dano ( $D$ ) nos elementos da treliça para o <i>Modelo 3</i> . Caso II.....	64
Figura IV.2.6 – Evolução da tensão ( $\sigma$ ) no elemento 2 para os <i>Modelos 1, 2 e 3</i> . Caso II.....	65
Figura IV.2.7 – Evolução do Dano ( $D$ ) no elemento 2 para os <i>Modelos 1, 2 e 3</i> . Caso II.....	66
Figura IV.2.8– Evolução da endurecimento isotrópico ( $R$ ) no elemento 2 para os <i>Modelos 1, 2 e</i> <i>3</i> . Caso II. ....	66
Figura IV.2.9 – Evolução do endurecimento cinemático ( $X$ ) no elemento 2 para os <i>Modelos 1, 2</i> <i>e 3</i> . Caso II. ....	67
Figura IV.2.10 – Evolução do deformação plástica ( $\varepsilon_p$ ) no elemento 2 para os <i>Modelos 1, 2 e 3</i> .	
Caso II. ....	67
Figura IV.2.11 – Evolução do Temperatura ( $T$ ) no nó 1 para os <i>Modelos 1, 2 e 3</i> . Caso II. ....	68

Figura IV.2.12 – Evolução do Temperatura ( $T$ ) no nó 2 para os <i>Modelos</i> 1, 2 e 3. Caso II. ....	68
Figura IV.2.13 – Ciclos de histerese tensão-deformação para o elemento 2 para o <i>Modelo</i> 1. Caso II. ....	69
Figura IV.2.14 – Ciclos de histerese tensão-deformação para o elemento 2 para o <i>Modelo</i> 2. Caso II. ....	70
Figura IV.2.15 – Ciclos de histerese Tensão-deformação para o elemento 2 para o <i>Modelo</i> 3. Caso II. ....	70

**LISTA DE TABELAS**

Tabela IV.1. Parâmetros do Material AISI 316L (Peckner e Bernstein, 1977; Pacheco,1994). .....	41
Tabela IV.2.1. Forçamento Máximo e Carga Crítica Flambagem ( $P_{cr}$ ) para os elementos da Estrutura. ....	61

## ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

Abreviatura / Símbolo	Significado
$a_w$	Propriedade do material calculada a partir dos dados de Wöhler
$a$	Parâmetro do material associado com o endurecimento cinemático
$a_i$	Acoplamento interno
$a_T$	Acoplamento térmico
$A$	Área da secção transversal
$b_f$	Coeficiente de deformação à fadiga
$b$	Parâmetro do material associado ao endurecimento isotrópico
$B^c$	Força termodinâmica associada à variável de estado $c$
$B^p$	Força termodinâmica associada à variável de estado $p$
$B^D$	Força termodinâmica associada à variável de estado $d$
$B$	Propriedade do material calculada a partir dos dados de Wöhler
$c_f$	Expoente de ductilidade à fadiga
$c_{ij}$	Tensor do endurecimento cinemático
$c_p$	Calor específico
$C_1$	Constante positiva
$C_2$	Constante positiva
$[C]$	Matriz de capacitância térmica
$d$	Parâmetro do material associado ao endurecimento isotrópico
$D$	Variável de dano
$E$	Módulo de Elasticidade
$F_i$	Força nodal
$\{F\}$	Vetor de forçamento térmico
$\{F_e\}$	Vetor de forçamento
$h$	Coeficiente de convecção
$i$	Nó de um elemento
$I_f^*$	Função indicatriz associada ao domínio elástico
$j$	Nó de um elemento
$k_{im}$	Coeficiente de sensibilidade à tensão média

Abreviatura / Símbolo	Significado
$k$	Coeficiente de condutividade térmica
$K_r$	Rigidez uniaxial
$K$	Coeficiente de resistência monótona
$K'$	Coeficiente de resistência cíclica
$[K]$	Matriz de condutância térmica
$[K_e]$	Matriz de rigidez do elemento
$L$	Comprimento da barra
$n$	Expoente de deformação de endurecimento monótono
$n'$	Expoente de deformação de endurecimento cíclico
$N$	Número de ciclos
$N_f$	Número de ciclos até a falha do componente
$p$	Deformação plástica acumulada, associada ao endurecimento isotrópico
$P$	Força termodinâmica associada à variável de estado $\varepsilon_p$
$Per$	Perímetro
$P_{cr}$	Carga crítica à flambagem
$q$	Fluxo de calor
$r$	Geração interna de calor
$R$	Variável auxiliar do endurecimento isotrópico
$s$	Entropia
$S$	Tensão máxima
$S_y$	Limite de escoamento do material
$S_0$	Parâmetro de fadiga de baixo ciclo
$t$	tempo
$T$	Temperatura
$T_0$	Temperatura de referência
$T_\infty$	Temperatura ambiente
$T_{t+\Delta t}^{(i)}$	Temperatura para o instante $t + \Delta t$ e interação $i$
$\{T\}$	Vetor das temperaturas nodais
$u$	Deslocamento na direção longitudinal da barra
$u_{t+\Delta t}^{(i)}$	Deslocamento nodal para o instante $t + \Delta t$ e interação



Abreviatura / Símbolo	Significado
$\{u_e\}$	Vetor das variáveis nodais
$v$	Deslocamento na direção perpendicular à barra
$W_a$	Densidade da energia associada ao endurecimento
$W_e$	Densidade da energia elástica
$W_T$	Densidade da energia associada à temperatura
$x$	Coordenada axial
$X$	Variável auxiliar de endurecimento cinemático
$\alpha_T$	Coeficiente de dilatação térmica linear.
$\beta$	Vetor com as variáveis internas do modelo (deformação plástica, endurecimento e dano)
$\beta_{t+\Delta t}^{(i)}$	Variáveis internas para o instante $t + \Delta t$ e interação
$\varepsilon'_f$	Coeficiente de ductibilidade à fadiga
$\varepsilon_{ij}$	Tensor de deformação total
$\varepsilon_{ij}^p$	Tensor de deformação plástica
$\phi$	Potencial de dissipação
$\phi_I$	Potencial de dissipação interno
$\phi_T$	Potencial de dissipação térmico
$\varphi$	Parâmetro associado ao endurecimento cinemático
$\lambda$	Multiplicador plástico da teoria de plasticidade clássica
$\nu$	Coeficiente de Poisson
$\rho$	Massa específica
$\sigma$	Tensão uniaxial exercida num elemento
$\sigma_a$	Amplitude da tensão
$\sigma'_f$	Coeficiente de deformação à fadiga
$\sigma'_f$	Tensão referenciada como coeficiente resistência à fadiga
$\sigma_m$	tensão média
$\sigma'_m$	Tensão máxima da linha de Goodman.
$\sigma_{t+\Delta t}^{(i)}$	Tensão para o instante $t + \Delta t$ e interação
$\Psi$	Energia livre de Helmholtz
$\Lambda$	Coeficiente de condutividade térmica

## NOTAÇÃO

Para facilitar a leitura do presente trabalho, foi adotado o seguinte esquema geral de notação:

- A derivação em relação ao tempo é representada por um ponto sobre a grandeza considerada:  $\dot{\alpha}$ , ...

As demais notações usadas neste trabalho seguem a referência [Gurtin, 1972], sendo clássicas na literatura de Mecânica dos Meios Contínuos.

## INTRODUÇÃO

Estruturas metálicas submetidas a carregamentos inelásticos cíclicos podem vir a experimentar um aumento significativo da sua temperatura em função do aquecimento promovido por processos dissipativos internos, como os associados à deformação plástica, especialmente para taxas de carregamento elevadas. O aumento de temperatura promove a redução das propriedades mecânicas, o que por sua vez promove um aumento na deformação plástica. Este fenômeno de retro-alimentação pode acelerar bastante o processo de degradação da estrutura e está associado ao acoplamento entre os fenômenos térmico e mecânico, denominado de acoplamento termomecânico. O aumento de temperatura que um componente mecânico experimenta depende da amplitude e frequência do carregamento, além das condições de contorno de temperatura, e pode afetar significativamente a integridade do componente. No entanto, as metodologias tradicionais de projeto utilizam modelos isotérmicos que não consideram a variação da temperatura do material da estrutura e previsões de vida irreais podem vir a ser obtidas, resultando em falhas não previstas.

Conforme Pacheco (1994) o acoplamento termomecânico pode ser dividido em dois tipos: o acoplamento nas equações de balanço (acoplamento das equações térmicas e mecânicas) e o acoplamento constitutivo (a dependência da temperatura das equações constitutivas). Vários autores estudaram o acoplamento termomecânico. Grande parte dos trabalhos desenvolvidos estão associados ao estudo do acoplamento termoelástico para materiais elásticos [Boley e Weiner, 1960; Tseuti e Furakawa, 1981; Chen e Weng, 1988; Amin e Sierakowski, 1990; Eslami e Vahedi, 1989; Soler e Brull, 1965; Daneshjoo e Ramezani, 2002, Corral, Colás e Pérez, 2004, Kwon e Lee, 2006 e Ameer, Burger e Hackl, 2007]. Para os materiais inelásticos existe uma quantidade menor de trabalhos disponíveis [Pourazady e Krishnamurty, 1990; Wan, Cozzarelli e Inman, 1988; Benallal e Cheik, 1987; Lesne e Chaboche, 1984 e Tang e Basaran, 2003]. No entanto, estes trabalhos utilizam modelagens específicas, o que dificulta o tratamento de problemas mais gerais.

A fadiga é uma importante causa de falha de componentes mecânicos, sendo responsável por grande parte das falhas mecânicas observadas em estruturas e componentes

mecânicos. Dessa forma, o desenvolvimento de metodologias mais precisas de projeto à fadiga é bastante relevante e é uma área de pesquisa bastante ativa. A fadiga de estruturas metálicas submetidas a carregamentos cíclicos isotérmicos uniaxiais é uma área que acumulou ao longo dos anos bastante conhecimento e conta com metodologias de projeto bem estabelecidas. No entanto, áreas envolvendo a fadiga em carregamentos multiaxiais, carregamentos não-proporcionais, materiais compósitos, plásticos e a análise dos efeitos do acoplamento termomecânico na vida, são áreas que ainda carecem do desenvolvimento de pesquisa voltada para o estabelecimento de modelagens e o desenvolvimento de experimentos para validar estas modelagens.

Neste trabalho, apresenta-se um modelo anisotérmico com variáveis internas, formulado no contexto da Mecânica do Dano Contínuo e da Termodinâmica de Processos Irreversíveis, desenvolvido para estudar os efeitos do acoplamento termomecânico em estruturas treliçadas bidimensionais elastoplásticas submetidas a carregamentos mecânicos inelásticos cíclicos. Este modelo já foi aplicado ao estudo de outros problemas envolvendo o acoplamento termomecânico, como em têmpera de peças de aço (PACHECO et al., 2001; OLIVEIRA et al., 2003, 2004, 2005; OLIVEIRA, 2004; SILVA et al., 2002, 2004, 2005) e em processos de soldagem (da SILVA, 2005). As equações não-lineares da formulação proposta são tratadas através de um esquema de partição do operador, o que permite a utilização de técnicas numéricas tradicionais como o método de elementos finitos.

O Capítulo I apresenta uma revisão bibliográfica sobre a fadiga em estruturas metálicas, concentrando-se na fadiga de baixo-ciclo e os fenômenos associados a este tipo de fadiga.

O Capítulo II apresenta o modelo anisotérmico formulado no contexto da Mecânica do Dano Contínuo e da Termodinâmica de Processos Irreversíveis para estudar os efeitos do acoplamento termomecânico na previsão de vida de estruturas metálicas submetidas a carregamentos cíclicos inelásticos.

O Capítulo III apresenta o procedimento numérico utilizado neste trabalho. O procedimento é necessário para tratar as equações não-lineares da formulação do problema proposto e é baseado na técnica de partição do operador associado com um esquema

numérico iterativo. Através desta abordagem é possível resolver as equações acopladas através de três problemas desacoplados: térmico, termoelástico e elastoplástico. O método de elementos finitos clássico é utilizado para a discretização espacial em todos os problemas desacoplados.

O Capítulo IV apresenta e analisa os resultados das simulações numéricas para duas treliças planas de aço submetidas a carregamentos cíclicos inelásticos. A análise é desenvolvida considerando-se 3 modelos: desacoplado, acoplado com as condições de contorno térmicas fixas e acoplado com as condições de contorno térmicas livres..

Na Conclusão é feito o fechamento deste trabalho fazendo uma análise dos resultados encontrados e sugerindo os próximos passos possíveis para aprofundar este estudo.

No Apêndice 1 são apresentados os códigos fonte das partes do programa desenvolvido em linguagem C. Este programa foi utilizado para gerar as simulações numéricas apresentadas.

## I - FADIGA DE COMPONENTES MECÂNICOS METÁLICOS

A fadiga é um problema interdisciplinar que requer o envolvimento de diversas áreas do conhecimento, como a engenharia mecânica, e a engenharia de materiais. Grande parte das falhas de componentes mecânicos está associada à fadiga. A literatura técnica relata vários acidentes com locomotivas, vagões de trens, aviões, vasos de pressão, eixos, parafusos, válvulas, motores a combustão interna, os quais causaram perdas materiais e de vidas humanas. Segundo POLAKOWSKI (1966), noventa por cento das fraturas mecânicas conhecidas são causadas por fadiga.

A ASTM (*American Society for Testing and Materials*) define fadiga como:

Processo progressivo e localizado de mudança permanente da estrutura de um material submetida a condições que produzem tensões e deformações variáveis em um ponto ou em vários pontos e que pode culminar em trincas ou em uma falha completa após um número suficiente de ciclos. (ASTM E206-72, apud FUCHS, 1980)

FUCHS (1980) apresenta, a partir da definição da ASTM, quatro palavras-chave necessárias para descrever a fadiga, são elas: Progressiva, localizada, trinca e fratura.

- Progressiva, uma vez que a fadiga não ocorre instantaneamente e sim de uma forma progressiva ao longo do tempo, normalmente de forma lenta e após centenas ou milhares de ciclos de carregamentos. Somente após um período inicial é que ocorre a ruptura do componente.
- Localizada, uma vez que a fadiga se inicia em uma pequena área ou em várias, mas não no componente como um todo. Estes locais de inicialização da fadiga são normalmente pontos de concentração de carregamentos e ou de tensões. Estes locais podem ser: locais com tensões internas (residuais), locais com discontinuidades geométricas específicas do componente (entalhes, furos, reduções de diâmetro), locais que sofrem grandes diferenças de temperatura ou locais com imperfeições no material (porosidades, inclusões, impurezas).

- A trinca é normalmente entendida como sendo a causadora da ruptura e não a fadiga em si. Deve-se entender a trinca como um aviso do que está por vir.
- A fratura seria a última fase da fadiga com o rompimento do componente. A fratura é a última fase e normalmente ocorre de forma rápida e catastrófica.

BRANCO (1986) define o processo de fadiga em duas fases: iniciação ou nucleação e propagação. A iniciação ou nucleação inicia-se normalmente na superfície do componente, uma vez que em diversas situações as tensões são máximas na superfície (por exemplo: um eixo submetido à flexão e/ou torção), ou em função de que as formações cristalinas da superfície têm uma região livre, resistindo menos do que formações cristalinas do interior da peça. Além disso, existem fatores externos, como desgaste mecânico ou químico. Durante a fase de inicialização ou nucleação a trinca percorre a direção da tensão de cisalhamento máxima.

Na segunda fase as trincas tendem a propagar-se perpendicularmente à direção da máxima tensão normal de tração. Essa fase é chamada de fase de propagação instável. Desta forma, a primeira fase segue a direção da tensão de cisalhamento máxima, enquanto a segunda fase segue a direção da tensão máxima normal.

A ruptura ocorre de forma frágil, rápida e sem aviso. Esta etapa está associada a uma propagação instável da trinca. A ruptura pode ser evitada através de técnicas de monitoramento dos componentes. Uma vez que as fases de iniciação e propagação da fadiga ocorrem de forma lenta e contínua, as técnicas de monitoramento podem ser utilizadas para detectar tamanhos críticos de trincas associadas a uma propagação instável, de modo a permitir a substituição do componente antes de ocorrer a ruptura. A Figura I.1 apresenta esquematicamente as diversas fases da fadiga.

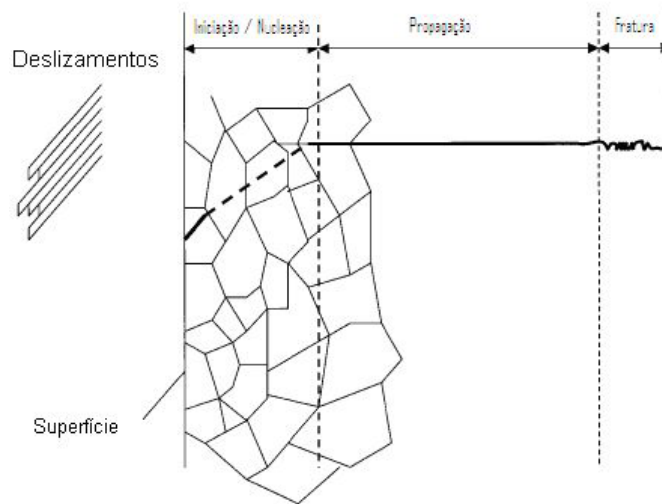


Figura I.1 - Fases da Fadiga (CUI, 2002)

As Figuras I.2, I.3, I.4, I.5 e I.6 apresentam diversos casos típicos de rupturas de componentes mecânicos causados por fadiga.

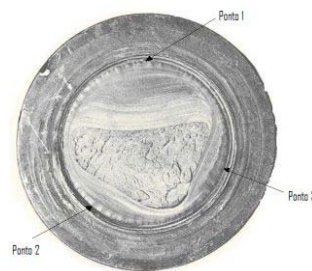


Figura I.2 – Ruptura por fadiga com três pontos de iniciação na superfície do componente. (POLAKOWSKI, 1966)

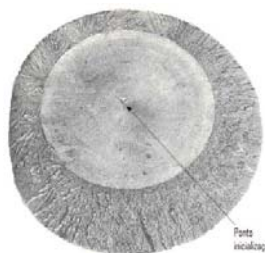


Figura I.3 - Ruptura por fadiga com um ponto de iniciação no meio do componente causado por defeito no material. (POLAKOWSKI, 1966)



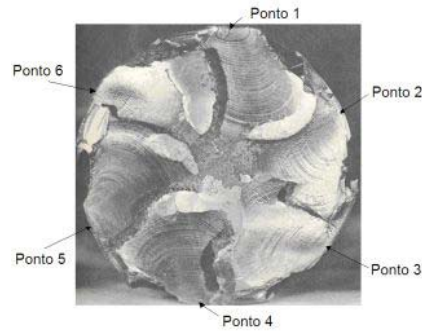


Figura I.4 - Ruptura por fadiga com seis pontos de iniciação na superfície do componente. (POLAKOWSKI, 1966)



Figura I.5 – Ruptura por fadiga com iniciação na superfície da aresta inferior do entalhe do componente. (POLAKOWSKI, 1966)



Figura I.6 – Ruptura por fadiga com iniciação na superfície do componente. (POLAKOWSKI, 1966)

A fadiga pode ser classificada em fadiga de baixo-ciclo e de alto-ciclo. A fadiga de baixo-ciclo é entendida como a fadiga que ocorre normalmente em até 10.000 (ZAHAVI *et al.*, 1996). A fadiga de baixo-ciclo está associada ao desenvolvimento de deformações plásticas. A fadiga de alto-ciclo é aquela para a qual a falha ocorre para um número de ciclos superior a 10.000 e as tensões nominais na peça são inferiores ao limite de escoamento do material ( $S_y$ ). Este trabalho irá concentrar-se na fadiga de baixo-ciclo.

Como a fadiga se caracteriza por ser um evento localizado, mesmo em carregamentos que gerem tensões nominais abaixo do limite de escoamento do material, podem ocorrer deformações plásticas em pontos de concentração de tensões. A Figura I.5 apresenta um componente no qual ocorreu a propagação de uma trinca a partir da aresta de um entalhe. Este

ponto normalmente caracteriza-se como um ponto de concentração de tensão. Ao fazer o dimensionamento do componente deve-se levar em conta este tipo de concentração de tensões.

## **I.1 - Breve História sobre a Fadiga**

SCHÜTZ (1996) apresenta um interessante estudo sobre a história da fadiga, desde os primeiros estudos até 1994. A seguir apresenta-se um breve histórico sobre a fadiga baseado neste estudo.

O ano de 1837 pode ser considerado como o ano do início dos estudos científicos da fadiga com a publicação dos resultados do primeiro ensaio de fadiga de um material. No início, o estudo estava focado em eixos de vagões e locomotivas de trens, uma vez que nesta época estes eram os equipamentos mais críticos, por causa do número de acidentes e do número elevado de vítimas fatais gerados em cada acidente.

Entre 1858 e 1870 Wöhler produz vários estudos experimentais em vagões de trens. Wöhler foi o primeiro a entender que a amplitude do carregamento é um dos principais fatores que afetam a falha de um componente submetido a carregamentos variáveis, através dos níveis das tensões envolvidas.

Em 1860, Wöhler publica resultados de testes de fadiga realizados em várias máquinas desenvolvidas por ele. Todos os testes foram feitos em componentes sem entalhes. Em 1870, Wöhler apresenta um relatório final que contém suas conclusões, comumente chamadas de leis de Wöhler. A Figura I.1.1 apresenta o desenho esquemático de uma de suas máquinas de ensaio, esta máquina permite o ensaio de dois corpos de prova por vez, sendo que o carregamento gerado no corpo-de-prova é fornecido pelo uso de molas e o deslocamento cíclico do corpo-de-prova é fornecido pela polia no centro da máquina.

A forma atual das chamadas “Curvas de Wöhler” somente aparece a partir de 1910, quando Basquin (apud SCHÜTZ, 1996) representa a região de vida finita da curva de Wöhler através de um gráfico log-log com a amplitude da tensão ( $\sigma_a$ ), como ordenada e o número de

ciclos até a falha ( $N_f$ ), como abscissa. As “Curvas de Wöhler” só começaram a ser chamadas assim a partir 1936.

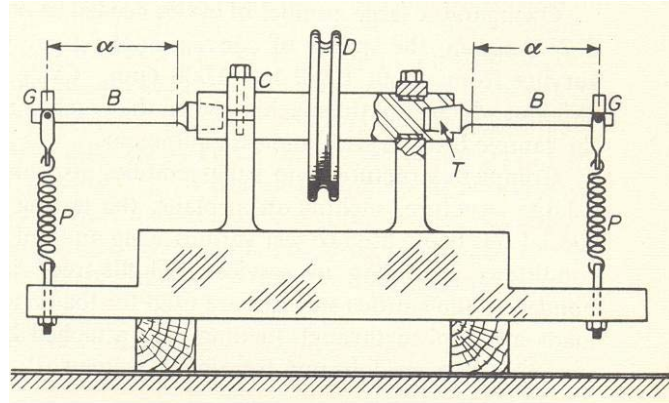


Figura I.1.1 – Desenho esquemático da máquina de teste de fadiga de Wöhler (POLAKOWSKI, 1966)

Basquin (SCHÜTZ, 1996) representa as “Curvas Wöhler” usando a equação (1) como forma de representação das curvas. Estes parâmetros são calculados a partir dos dados de Wöhler. O uso dos dados experimentais de Wöhler por Basquin mostra que em um período de aproximadamente 60 anos, entre a publicação dos dados de Wöhler e a publicação da nova forma de representar as curvas de Basquin, não houve uma coleta de dados tão significativa ou acurada como a de Wöhler.

$$S = BN_f^{-a_w} \quad (1)$$

onde:  $S$  é Tensão máxima,  $N_f$  é o número de ciclos até a falha.  $B$  e  $a_w$  são propriedades do material;

SCHÜTZ (1996) aponta que a contribuição mais importante dentro da obra de Wöhler, e que a diferencia dos trabalhos de predecessores e de seus sucessores, é o entendimento que para projetos de componentes, deve-se conhecer as tensões que atuam no componente.

Em 1903 Ewing e Humfrey fazem provavelmente a primeira descrição do processo de fadiga do ponto de vista metalúrgico, descrevendo bandas de deslizamentos na superfície de corpos de prova retirados de eixos.

Também nesta época foram desenvolvidos os estudos sobre os efeitos de entalhes em componentes, regras de acúmulo de dano para predição de vida à fadiga. Este último tópico foi estudado por Palmgren em 1927 (PALMGREN, 1927 apud SCHÜTZ, 1996), Langer em 1937 (LANGER, 1937 apud SCHÜTZ, 1996), Serensen em 1938 (SERENSEN, 1938 apud SCHÜTZ, 1996) e por Miner em 1945 (MINER, 1945 apud SCHÜTZ, 1996). Essa regra de acúmulo de dano é atualmente conhecida como regra de Palmgren-Miner.

O estudo da fadiga foi intensificado durante a segunda guerra mundial (1939-45) principalmente na Alemanha, em função da necessidade de uma previsão de vida mais precisa dos materiais e dos componentes. A construção de aviões foi um dos maiores motivadores dos estudos de fadiga.

Entre 1945 e 1960 foi feito um grande esforço para entender e resolver diversos problemas de fadiga em materiais e componentes aeronáuticos. A partir de 1954, dois acidentes aéreos com aviões *Comet* geraram grandes dúvidas a respeito da segurança dos aviões de uma forma geral. A Figura I.1.2 apresenta um ensaio de fadiga em escala real em uma fuselagem de um avião *Comet*.

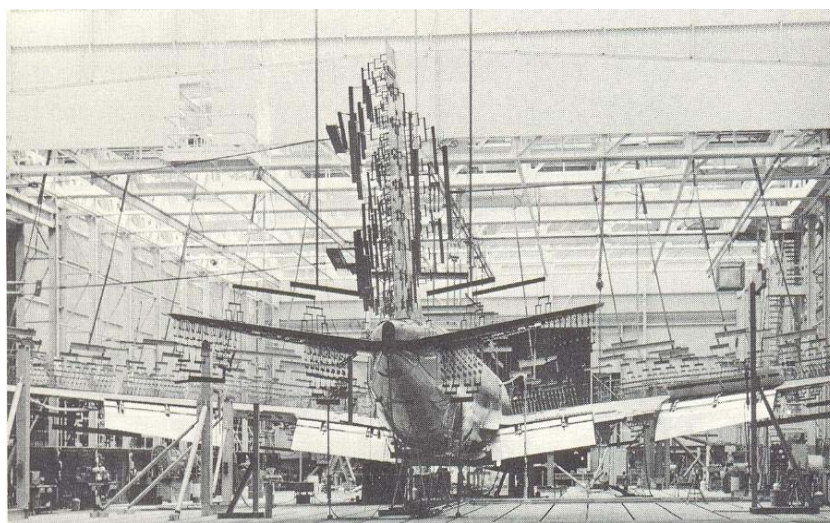


Figura I.1.2 – Ensaio de fadiga em escala real em um avião *Comet*. (POLAKOWSKI, 1966)

Os estudos já desenvolvidos sobre fadiga em ligas metálicas permitem um bom entendimento do mecanismo da fadiga nestes materiais, mas certamente ainda existem tópicos que precisam ser melhor explorados.

As novas fronteiras para o estudo da fadiga no momento são os estudos da fadiga em materiais plásticos e compósitos e os efeitos na fadiga de gradientes de temperatura no estudo de ligas metálicas. CUI (2002) faz uma revisão do estado da arte em 2002 e cita alguns pontos sobre os quais ainda há necessidade de estudos mais aprofundados da fadiga. A seguir estão listados estes pontos:

- As metodologias para a previsão de vida a fadiga com carregamentos com amplitude variável ainda não estão totalmente estabelecidos;
- O uso dos dados sobre fadiga coletados em corpos de prova nas metodologias para a previsão de vida à fadiga em componentes ou estruturas introduz erros na previsão da vida que podem não ser desprezíveis;
- Fadiga por corrosão é um problema complexo e não completamente resolvido;
- A Combinação de altas temperaturas e fadiga continua sendo um campo não completamente explorado;
- Fadiga causada por carregamentos multi-direcionais e com amplitudes variáveis continua não sendo completamente entendida. Principalmente quando não há uma co-relação constante entre as forças de direções distintas (Carregamentos não-proporcionais);
- Outro problema não resolvido é o correto cálculo da vida à fadiga para componentes com baixa probabilidade de falha.

A precisão da previsão de vida à fadiga depende fortemente da descrição do comportamento cíclico do material, principalmente no caso de fadiga de baixo ciclo onde se observa deformações plásticas. Dessa forma, a próxima seção apresenta alguns conceitos sobre comportamento elastoplástico de matérias metálicos.

## **I.2 - Comportamento elastoplástico dos materiais metálicos em carregamentos cíclicos**

Conforme ZAHAVI (1996), o comportamento em carregamentos cíclicos elastoplástico das ligas metálicas pode ser estudado através de duas abordagens. A primeira, mais simples, considera que o comportamento elastoplástico do material não varia ao longo do carregamento. Já a segunda, que oferece uma representação mais próxima do que ocorre, considera que o comportamento elastoplástico varia ao longo do carregamento cíclico.

A primeira abordagem leva a uma simplificação do comportamento do material o que reduz a complexidade do estudo e do dimensionamento. Esta abordagem pode ser aplicada em muitos casos, mas em algumas situações pode levar a erros não-desprezíveis na previsão de vida. O erro gerado ao usar esta simplificação pode ser reduzido usando-se um fator de segurança elevado. Porém, dependendo da aplicação, este enfoque pode ser inaceitável, resultando em problemas como um peso excessivo, um maior consumo de energia ou um aumento do dimensionamento de outros componentes do equipamento.

A utilização da segunda abordagem resulta em um grau de precisão maior ao dimensionar um componente. Isto permite que se utilize um fator de segurança menor do que o da primeira abordagem, aumentando a confiabilidade do componente ou do equipamento como um todo.

A primeira abordagem considera que o carregamento cíclico não irá alterar o comportamento elastoplástico do material. Sendo assim, a curva de tensão-deformação para um carregamento de amplitude constante irá permanecer idêntica à mostrada na Figura I.2.1 ao longo de todo o carregamento. Na figura I.2.1, o carregamento é cíclico e tem a tensão prescrita. Na figura I.2.1 o segmento OA representa a etapa elástica, AB a etapa plástica e BO' o descarregamento. A partir de O', o sentido do carregamento é invertido gerando compressão no componente. O segmento O'A' representa a etapa de carregamento elástico, A'B' a etapa de carregamento plástica e B'O representa o descarregamento.

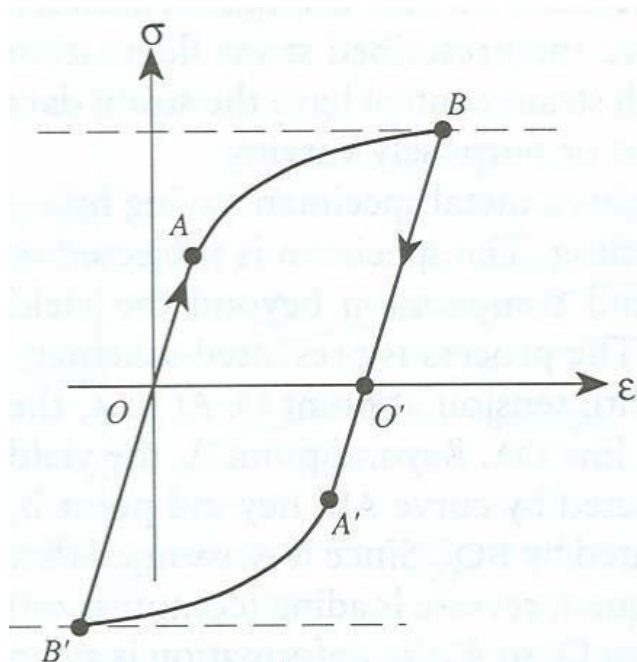


Figura I.2.1 – Curva tensão-deformação constante ao longo do carregamento cíclico.  
(ZAHAVI, 1996)

A segunda abordagem considera as alterações do comportamento elastoplástico do material causadas pelo carregamento cíclico. Sendo assim, a curva de tensão-deformação irá variar com o carregamento, apresentando uma forma semelhante à mostrada na Figura I.2.2, para o caso de tensão prescrita.

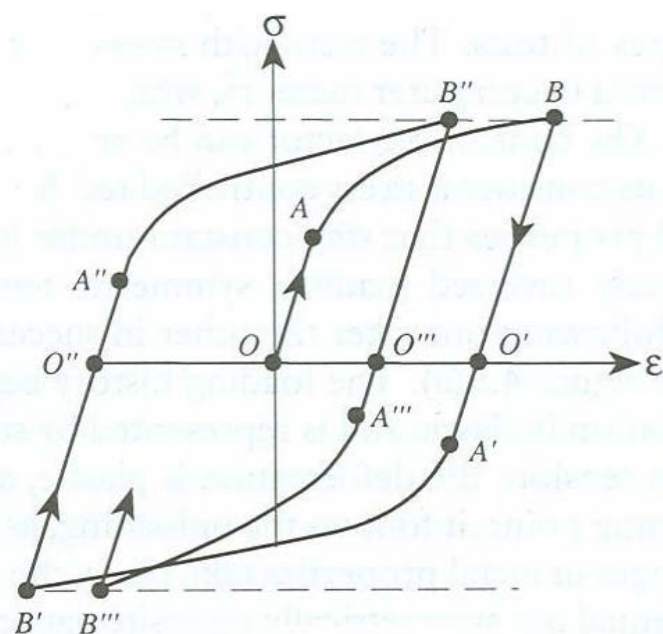


Figura I.2.2 – Curva tensão-deformação variável ao longo do carregamento cíclico.  
(ZAHAVI, 1996)

Estas alterações são causadas pelo endurecimento do material ou pelo amolecimento. Normalmente, o carregamento cíclico pode ser aplicado através de duas formas: com a tensão prescrita ou com a deformação prescrita. Comportamentos distintos podem ser observados.

Na Figura I.2.3 são representados três gráficos para um carregamento de tensão prescrita para uma situação onde ocorre o endurecimento do material. O primeiro apresenta a evolução da tensão ao longo do tempo, o segundo apresenta a evolução da deformação ao longo do tempo e o terceiro apresenta a relação entre tensão e deformação. Pode-se perceber que o material sofre um endurecimento causado pelo carregamento cíclico, uma vez que a amplitude da deformação decresce com o tempo.

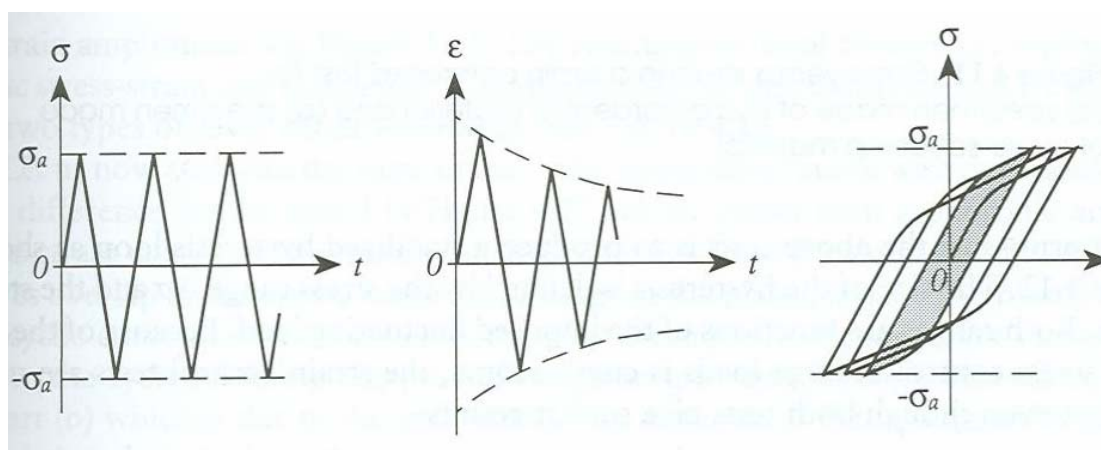


Figura I.2.3 – Evolução da tensão e da deformação e curva tensão-deformação em um componente sofrendo endurecimento para um carregamento com tensão prescrita. (ZAHAVI, 1996)

Na Figura I.2.4 são representados três gráficos para um carregamento de tensão prescrita para uma situação onde ocorre amolecimento do material. O primeiro apresenta a evolução da tensão ao longo do tempo, o segundo apresenta a evolução da deformação ao longo do tempo e o terceiro apresenta a relação entre tensão e deformação. Pode-se perceber que o material sofre um amolecimento causado pelo carregamento cíclico, uma vez que a amplitude da deformação cresce com o tempo.



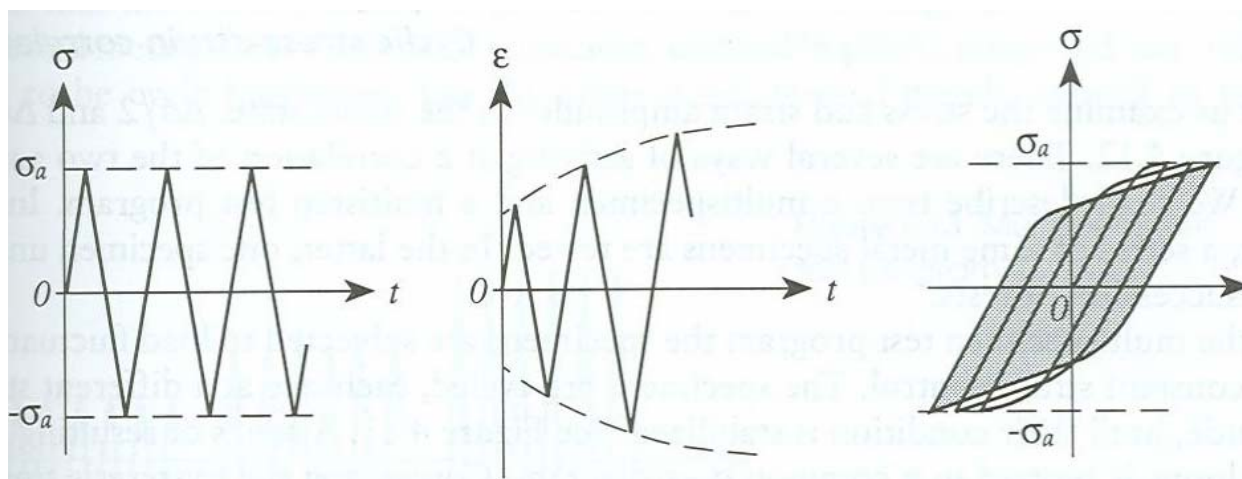


Figura 1.2.4 – Evolução da tensão e da deformação e curva tensão-deformação em um componente sofrendo amolecimento para um carregamento com tensão prescrita. (ZAHAVI, 1996)

Na Figura 1.2.5 são representados três gráficos para um carregamento de deformação prescrita para uma situação onde ocorre o endurecimento do material. O primeiro apresenta a evolução da deformação ao longo do tempo, o segundo apresenta a evolução da tensão ao longo do tempo e o terceiro apresenta a relação entre tensão e deformação. Pode-se perceber que o material sofre um endurecimento causado pelo carregamento cíclico, uma vez que a amplitude da tensão cresce com o tempo.

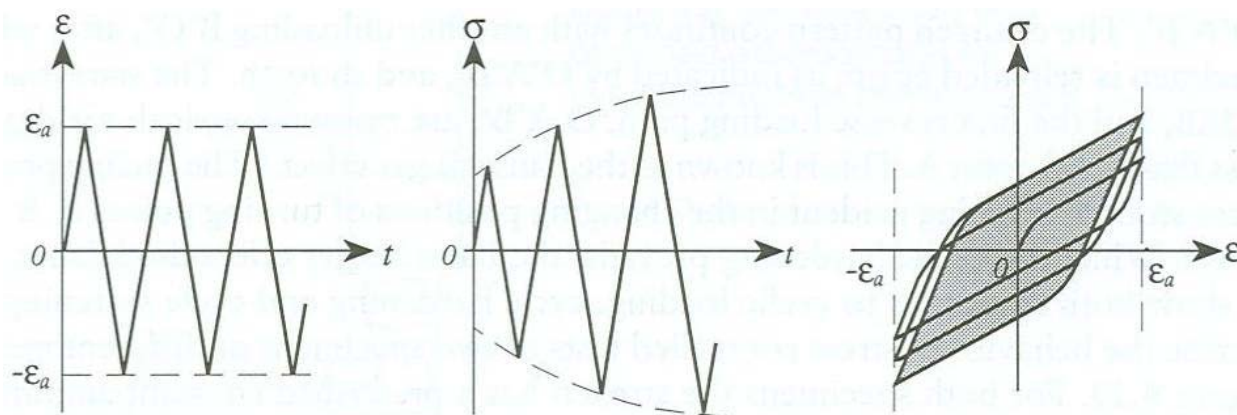


Figura 1.2.5 – Evolução da deformação e da tensão e curva tensão-deformação em um componente sofrendo endurecimento para um carregamento com deformação prescrita. (ZAHAVI, 1996)

Na Figura 1.2.6 são representados três gráficos para um carregamento de deformação prescrita para uma situação onde ocorre amolecimento do material. O primeiro apresenta a evolução da deformação ao longo do tempo, o segundo apresenta a evolução da tensão ao

longo do tempo e o terceiro apresenta a relação entre tensão e deformação. Pode-se perceber que o material sofre um amolecimento causado pelo carregamento cíclico, uma vez que a amplitude da tensão decresce com o tempo.

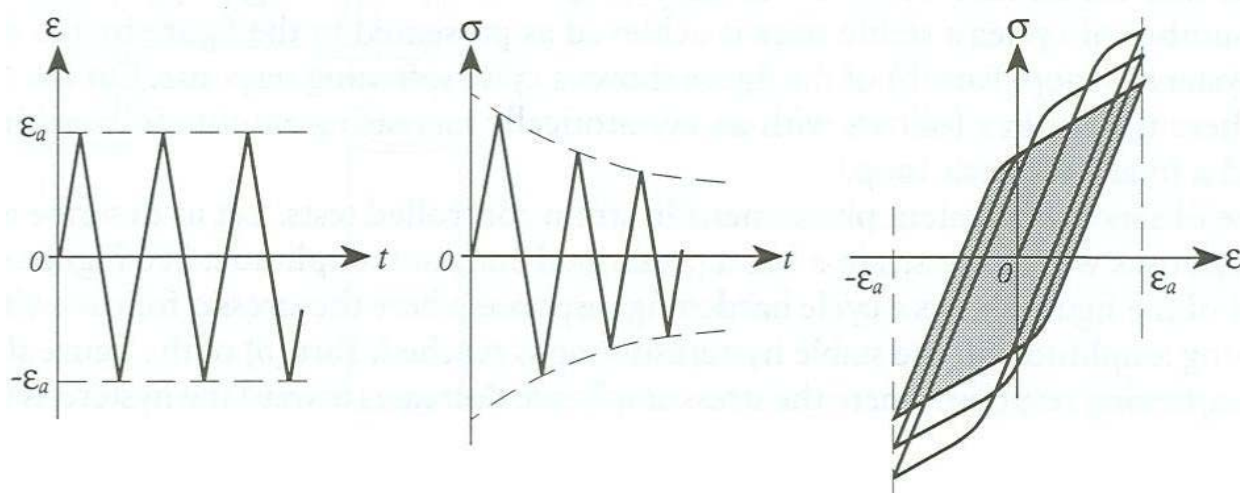


Figura 1.2.6 – Evolução da deformação e da tensão e curva tensão-deformação em um componente sofrendo amolecimento para um carregamento com deformação prescrita. (ZAHAVI, 1996)

Conforme ZAHAVI (1996), a histerese e o efeito amolecimento/endurecimento tendem a se estabilizar ao longo do carregamento cíclico, sendo que o número de ciclos necessários até que a estabilização ocorra dependerá do material. Dá-se o nome de ciclo estabilizado, ao comportamento cíclico para o qual o laço de histerese estabiliza, após o endurecimento ou o amolecimento do material estabilizar. A curva tensão-deformação a partir deste ponto tende a ficar constante. A Figura 1.2.7 apresenta a forma típica de um ciclo estabilizado.

As seguintes variáveis são normalmente definidas para o ciclo estabilizado.

- $\Delta\sigma$  é a variação da tensão no ciclo;
- $\Delta\varepsilon$  é a variação da deformação total no ciclo;
- $\Delta\varepsilon_e$  é a parcela da variação da deformação elástica do ciclo;
- $\Delta\varepsilon_p$  é a parcela da variação da deformação plástica do ciclo;
- $\frac{\Delta\sigma}{2}$  é a amplitude da tensão do ciclo;

- $\frac{\Delta\varepsilon}{2}$  é a amplitude da deformação total do ciclo;

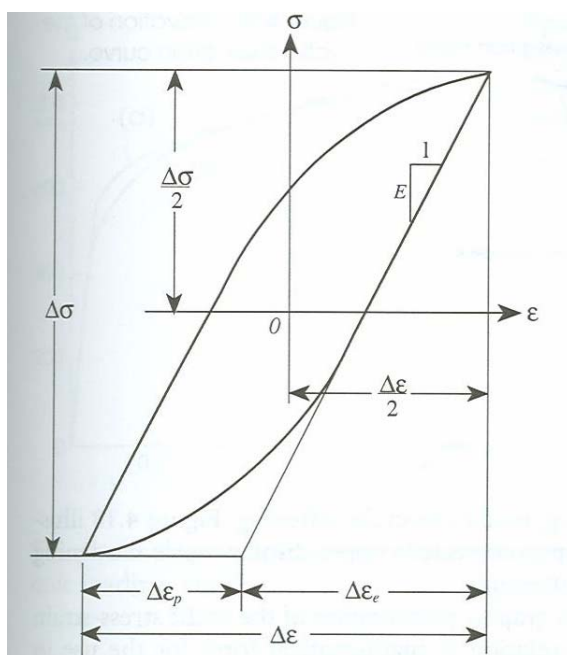


Figura I.2.7 – Curva de carregamento cíclico estabilizado. (ZAHAVI, 1996)

As Figuras I.2.8 e I.2.9 apresentam uma comparação entre as curvas de tensão-deformação levantadas a partir de um carregamento monótono e a partir de um carregamento cíclico. As duas curvas são semelhantes na região elástica, enquanto divergem na região plástica.

A Figura I.2.8 apresenta uma comparação entre as duas curvas para o aço SAE 4142 que sofre um amolecimento em função do carregamento cíclico, justificando assim a diminuição da resistência ao carregamento apresentado na figura.

A Figura I.2.9 apresenta a comparação entre as duas curvas para o alumínio 2024-T4 que sofre um endurecimento em função do carregamento cíclico, justificando assim a aumento da resistência ao carregamento apresentado na figura.

Esta diferença entre os comportamentos monótono e cíclico torna-se importante, principalmente nos casos de dimensionamento de componentes de materiais que sofrem amolecimento ao serem submetidos a carregamentos cíclicos, uma vez que as propriedades como limite de escoamento tendem a ter o seu valor reduzido.

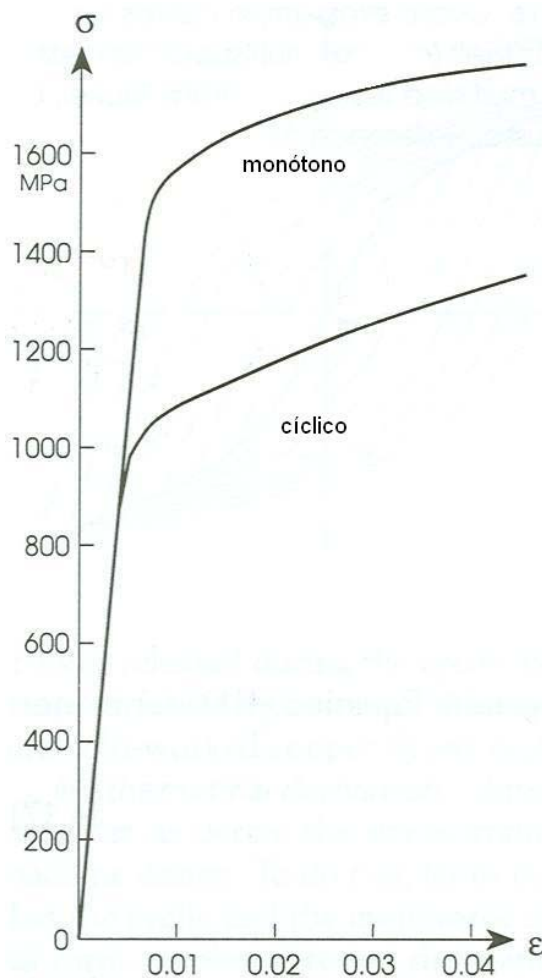


Figura I.2.8 – Comparação entre as curvas tensão-deformação levantadas por carregamento cíclico e monótono – Aço SAE 4142. (ZAHAVI, 1996)

Apesar de terem sido apresentadas curvas onde se observa o amolecimento ou o endurecimento de materiais diferentes, este comportamento depende fortemente do processo de fabricação do componente, uma vez que os comportamentos de endurecimento ou de amolecimento dependem de fatores como as tensões residuais existentes no componente. Componentes com alto grau de tensão residual tendem a apresentar um amolecimento, enquanto que com baixo nível de tensões tendem a apresentar um endurecimento (ZAHAVI, 1996).

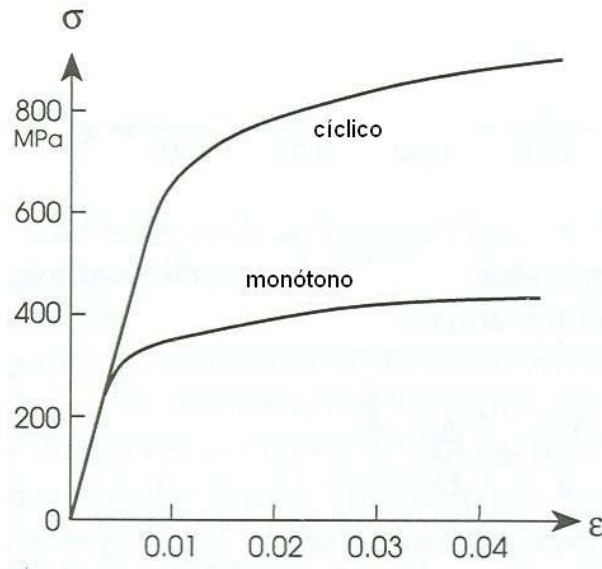


Figura I.2.9 – Comparação entre as curvas tensão-deformação levantadas por carregamento cíclico e monótono - Alumínio 2024-T4. (ZAHAVI, 1996)

A partir da Figura I.2.7, a amplitude de deformação total pode ser decomposta em uma parcela elástica e em uma parcela plástica:

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\Delta \varepsilon_e}{2} + \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} \quad (2)$$

Aplicando a lei de Hooke ( $\sigma = E\varepsilon$ ) para a parcela elástica da amplitude resulta na seguinte equação para a curva cíclica:

$$\frac{\Delta \varepsilon_e}{2} = \frac{\Delta \sigma}{2E} \quad (3)$$

Para a região plástica de uma curva monótona é possível estabelecer uma relação entre a tensão e a deformação plástica através da correlação de Hollomon:

$$\sigma = K(\varepsilon_p)^n \quad (4)$$

De forma similar ao usado para a parcela elástica, a parcela plástica de amplitude pode ser escrita como:

$$\frac{\Delta \varepsilon_p}{2} = \left( \frac{\Delta \sigma}{2K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (5)$$

As constantes  $K$  e  $n$  são respectivamente os coeficientes de resistência monótona e o expoente de deformação de endurecimento monótono. As constantes  $K'$  e  $n'$  são, respectivamente, os coeficientes de resistência cíclica e o expoente de deformação de endurecimento cíclico.

Substituindo as equações (3) e (5) na equação (2), obtém-se o seguinte resultado:

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\Delta \sigma}{2E} + \left( \frac{\Delta \sigma}{2K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (6)$$

O coeficiente resistência cíclica ( $K'$ ) pode ser relacionado com o com coeficiente de deformação à fadiga ( $\sigma'_f$ ) e o coeficiente de ductibilidade à fadiga ( $\varepsilon'_f$ ) através da equação (ZAHAVI, 1996):

$$K' = \frac{\sigma'_f}{(\varepsilon'_f)^{n'}} \quad (7)$$

Estes dois coeficientes podem ser levantados em ensaios com corpos de prova. Substituindo o valor de  $K'$  obtida da equação (7) na equação (5) tem-se:

$$\frac{\Delta \varepsilon_p}{2} = \varepsilon'_f \left( \frac{\Delta \sigma}{2\sigma'_f} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (8)$$

Substituindo o segundo termo do lado direito, que representa a amplitude de deformação plástica da equação (5) pelo valor da equação (8), tem-se:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \varepsilon'_f \left( \frac{\Delta\sigma}{2\sigma'_f} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (9)$$

A Figura I.2.10 apresenta a representação gráfica das equações (3), (8) e (9).

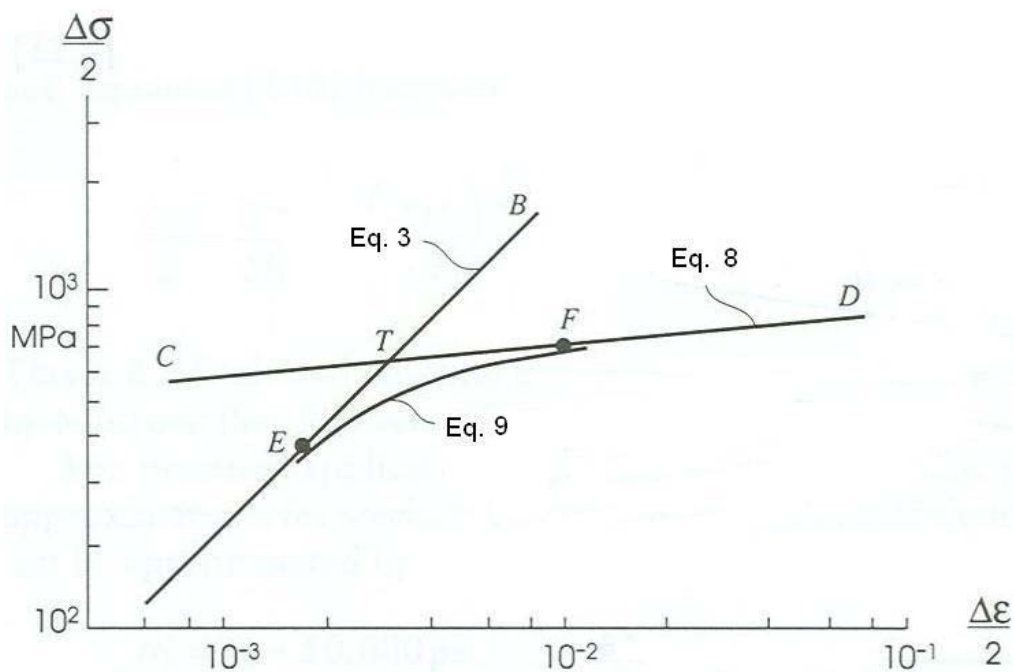


Figura I.2.10 – Representação gráfica das equações (3), (8) e (9). (ZAHAVI, 1996)

A Figura I.2.11 apresenta as curvas de tensão-deformação monótona e cíclica e a tensão definida para um projeto. Neste caso, se o componente vier a ser submetido a um carregamento monótono, o componente somente sofrerá uma deformação elástica. Porém, se o mesmo componente vier a ser submetido a um carregamento cíclico, este apresentará uma parcela de deformação elástica e uma parcela de deformação plástica, uma vez que apresenta amolecimento cíclico.

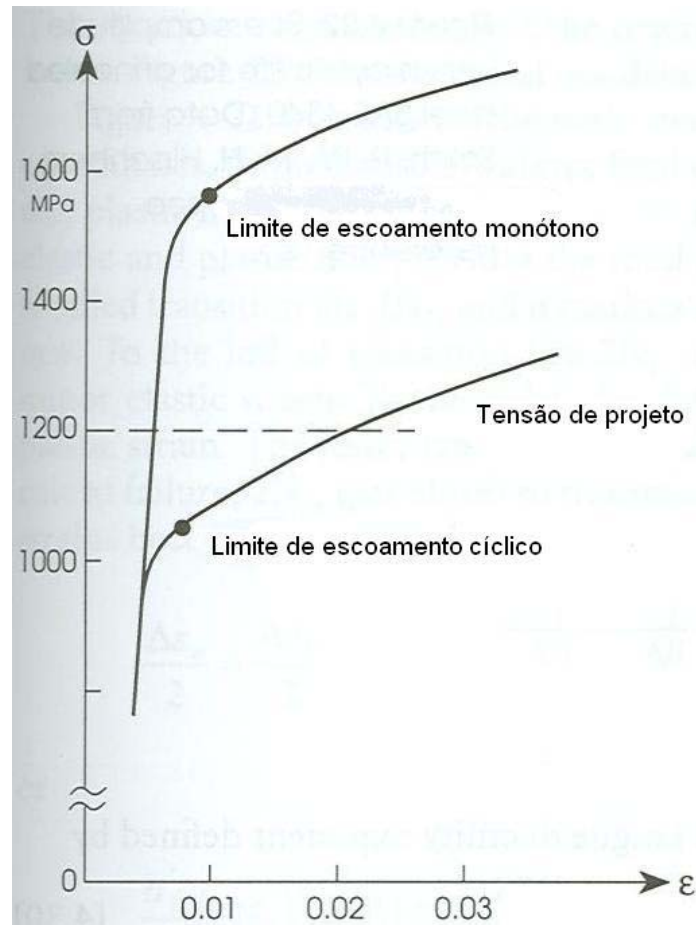


Figura I.2.11 – Comparação entre as curvas tensão-deformação levantadas por carregamento cíclico e monótono e tensão definida para um projeto – Aço SAE 4142 tratado termicamente até uma dureza de 450 BHN. (ZAHAVI, 1996)

### I.3 - Método $\epsilon N$ aplicado à fadiga de Baixo Ciclo

O método de predição de vida a fadiga calculada a partir da amplitude da deformação tem como origem um método baseado na tensão, proposto por Basquin (ZAHAVI, 1996)

A equação (1) representa a relação empírica definida por Basquin. Esta relação foi revisada e serviu de base para a seguinte equação:

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma'_f (2N_f) \quad (10)$$

onde  $N_f$  é o número de ciclos até o instante de falha do componente.



Esta equação foi verificada na faixa de 10 a  $10^6$  ciclos (ZAHAVI, 1996).

Combinando as equações (3) e (4) com a equação (10), obtém-se a seguinte expressão para a deformação elástica:

$$\frac{\Delta \varepsilon_e}{2} = \frac{\Delta \sigma}{2E} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b \quad (11)$$

e a seguinte equação para a deformação plástica:

$$\frac{\Delta \varepsilon_p}{2} = \varepsilon'_f \left( \frac{\Delta \sigma}{2\sigma'_f} \right)^{\frac{1}{n'}} = \varepsilon'_f (2N_f)^{c_f} \quad (12)$$

onde  $b$  é o coeficiente de deformação à fadiga e  $c_f$  é o expoente de ductilidade à fadiga.

Eles podem ser relacionados através da seguinte relação:

$$c_f = \frac{b}{n'} \quad (13)$$

Conforme ZAHAVI (1996), a equação 12 é chamada de “regra” de Coffin-Manson. Esta “regra” já foi verificada por vários ensaios. A Figura I.3.1 apresenta a comparação entre dados de ensaios experimentais e resultados estimados utilizando esta equação, onde se pode observar uma boa concordância.

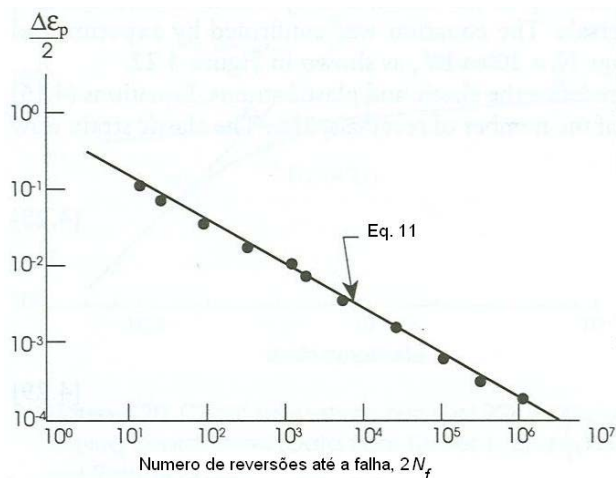


Figura I.3.1 – Comparação entre dados experimentais e a equação de Coffin-Manson– Aço SAE 4340 recozido. (ZAHAVI, 1996)

As equações anteriores consideram que a tensão é cíclica e completamente reversa, com a tensão média nula. Este é um caso particular, não sendo observado para a maioria das situações. A Figura I.3.2 apresenta um carregamento cíclico com tensão média, onde a variação da tensão, a amplitude da tensão e a tensão média estão representadas. Para analisar casos onde a tensão média não é nula podem ser utilizar diversos procedimentos que levam em consideração o efeito da tensão média. Entre eles destacam-se três: Manson, Morrow ou Berkovit's (ZAHAVI, 1996).

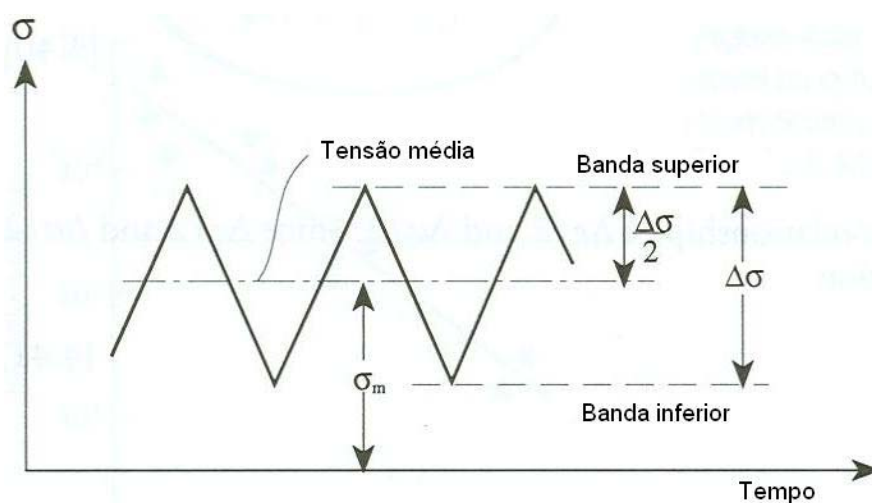


Figura I.3.2 – Variação de tensão, amplitude de tensão e tensão média em função do tempo. (ZAHAVI, 1996)

O procedimento de Manson trabalha com a tensão média  $\sigma_m$ , incorporando-a tanto na parcela associada à amplitude de deformação elástica, quanto à parcela da amplitude de deformação plástica:

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f - \sigma_m}{E} (2N_f)^{b_f} + \varepsilon'_f \left( \frac{\sigma'_f - \sigma_m}{\sigma'_f} \right)^{\frac{1}{n'}} (2N_f)^c \quad (14)$$

O procedimento de Morrow, considera que a tensão média afeta apenas a parcela associada à amplitude da deformação elástica. A equação proposta por Morrow pode ser escrita como:

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{(\sigma'_f - \sigma_m)}{E} (2N_f)^{b_f} + \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (15)$$

Já o procedimento de Berkovits é semelhante ao de Manson, mas aplica um fator  $k_{tm}$  à tensão média e pode ser representado através da equação:

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f - k_{tm} \sigma_m}{E} (2N_f)^{b_f} + \varepsilon'_f \left( \frac{\sigma'_f - k_{tm} \sigma_m}{\sigma'_f} \right)^{\frac{1}{n'}} (2N_f)^c \quad (16)$$

A Figura I.3.3 apresenta a representação gráfica da comparação entre o uso ou não procedimento de Manson para a amplitude da deformação e vida à fadiga em carregamento cíclico. A comparação das curvas baseia-se entre o uso da tensão média no cálculo da vida à fadiga do componente. Percebe-se uma diminuição dos valores das deformações em relação ao cálculo sem tensão média. O procedimento de Manson considera a tensão média tanto na deformação elástica, quanto na deformação plástica. O procedimento de Morrow somente considera a tensão média na deformação elástica e não considera na deformação plástica.

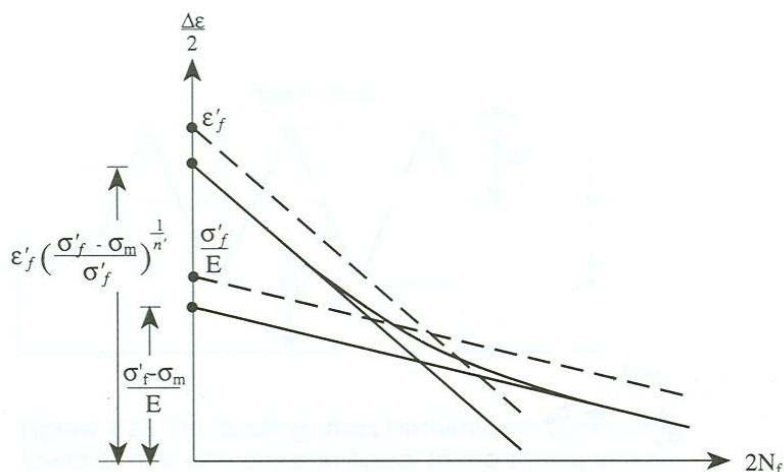


Figura I.3.3 – Gráfico representando o uso ou não da procedimento de Manson para as curvas de amplitude da tensão e vida à fadiga em carregamento cíclico. (ZAHAVI, 1996)

A diferença entre os procedimentos de Manson, Morrow e Berkovit's é como eles consideram a tensão média, o procedimento de Morrow somente considera a tensão média no componente da deformação elástica, enquanto o procedimento de Manson considera tanto no componente da deformação elástica quanto na plástica. Desta forma o procedimento de Manson teria uma precisão maior do que o procedimento de Morrow. Conforme Figuras I.3.3 e I.3.4.

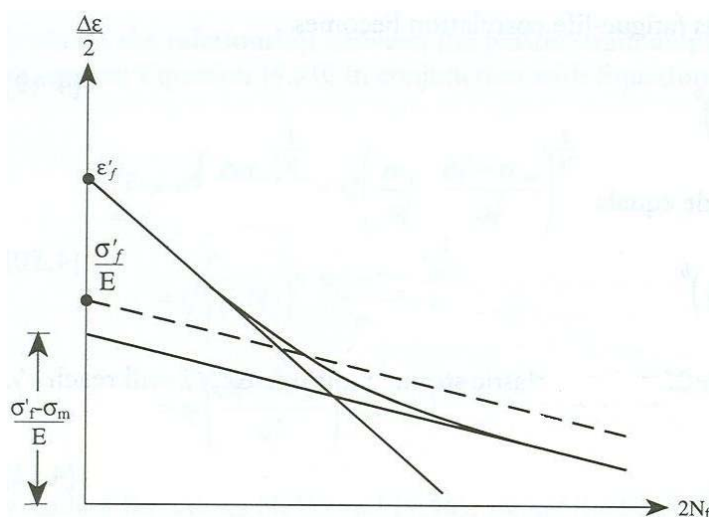


Figura I.3.4 – Gráfico representando o uso ou não do procedimento Morrow para as curvas de amplitude da tensão e vida à fadiga em carregamento cíclico. (ZAHAVI, 1996)

O procedimento Berkovit's utiliza um fator de sensibilidade à tensão média, o que permite uma precisão ainda maior do que o procedimento de Manson. O coeficiente de sensibilidade  $k_{tm}$  é definido como:

$$k_{tm} = \frac{\sigma'_f}{\sigma'_m} \quad (17)$$

onde  $\sigma'_f$  é a tensão referenciada como coeficiente resistência à fadiga e  $\sigma'_m$  é a tensão máxima da linha de Goodman (ZAHAVI, 1996).

Para a análise do efeito da tensão média, entre os três procedimentos apresentados, o procedimento de Berkovit's é o mais preciso.

## II - MODELO ANISOTERMICO COM DANO

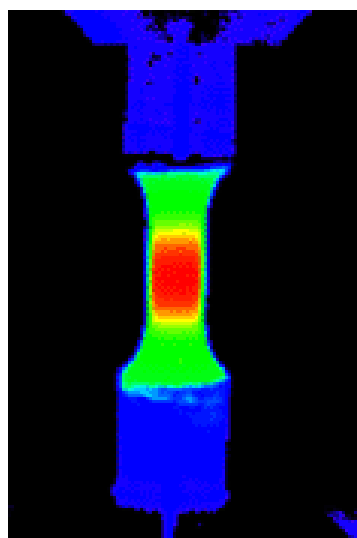
Dependendo dos níveis de carregamento e/ou das taxas de carregamento, os componentes mecânicos submetidos a carregamentos variáveis, podem experimentar um aumento de temperatura induzida pelo acoplamento termomecânico. O acoplamento termomecânico é um fenômeno importante para várias áreas da engenharia, desde processos de fabricação como soldagem (da SILVA e PACHECO, 2005) e tratamentos térmicos (da SILVA *et al.*, 2004; OLIVEIRA *et al.*, 2005) como em materiais com memória de forma (PEREIRA *et al.*, 2006).

No caso dos componentes de uma estrutura metálica treliçada, a deformação cíclica inelástica pode promover o aquecimento do componente, alterando as propriedades mecânicas. Essa alteração da temperatura promove a redução das propriedades mecânicas, como o módulo de elasticidade e o limite de escoamento (SIMO e MIEHE, 1992; PACHECO, 1994; BARBOSA *et al.*, 1995; PACHECO e MATTOS, 1997; NOLTE *et al.*, 2005).

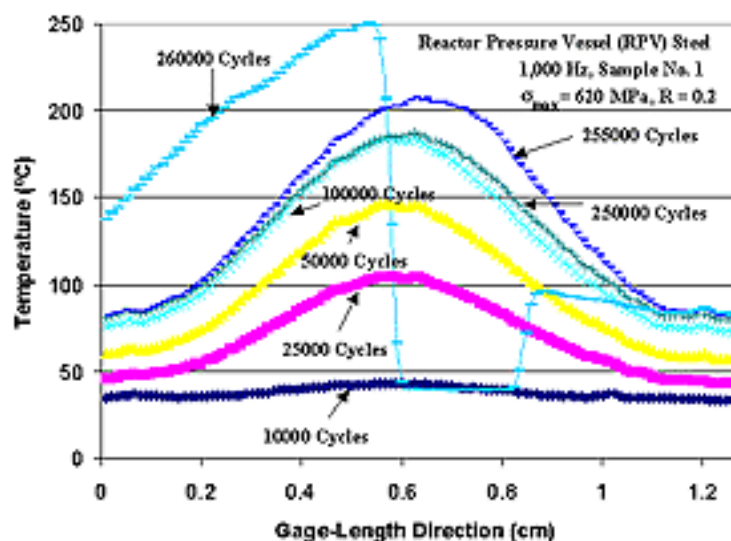
A norma americana (ASTM, 1992), que define a metodologia para os ensaios de fadiga de baixo ciclo com amplitude constante, exige que a temperatura do corpo-de-prova não deva variar mais do que  $\pm 2^{\circ}\text{C}$  na peça durante o ensaio. Caso isso possa ocorrer, a norma exige o uso de um dispositivo de resfriamento para garantir a temperatura dentro dos padrões da norma. Este tipo de preocupação demonstra o quão crítico é o aumento de temperatura no estudo da fadiga de baixo ciclo em casos extremos de solicitação.

YANG *et al.* (2003) apresentam um estudo que ilustra o fenômeno de aquecimento provocado pelo carregamento cíclico. Neste estudo a distribuição de temperatura em um corpo-de-prova de fadiga de alto ciclo é medida através de uma técnica termográfica que utiliza imagens de infravermelho. As Figuras II.1a e II.1b apresentam, respectivamente, a distribuição de temperatura no corpo-de-prova para 280.000 ciclos e os perfis de temperatura ao longo do comprimento do corpo-de-prova para vários instantes. Pode-se observar que o aquecimento está localizado no centro do corpo-de-prova. Isto ocorre em função das condições de contorno

térmicas presentes na região das garras que apresenta uma grande inércia térmica. Em função destas condições, o processo de dano passa a se localizar no meio do corpo-de-prova.



(a)



(b)

Figuras II.1a e II.1b – Análise termográfica por infravermelho. Distribuição de temperatura para 280.000 ciclos (a) e perfis de temperatura ao longo do comprimento para vários instantes (b) (YANG, *et al.*, 2003)

O colapso da estrutura normalmente deve-se à falha de um dos seus componentes, sendo que esta pode ser causada pela fadiga. Existem vários fatores que podem influenciar a fadiga, entre eles pode-se citar: o tipo de carregamento e a geometria da estrutura. O processo de falha de um dos elementos da estrutura pode ser avaliado por uma variável definida pela razão entre a área comprometida e a área total do componente. Esta variável recebe o nome de dano,  $D$ , na mecânica do dano. A variável  $D$  ( $0 \leq D \leq 1$ ) representa a degradação localizada do material. Quando  $D$  é igual a zero o material está em estado virgem sem defeitos e quando  $D$  é igual a um o material está completamente danificado (PACHECO, 1994; KACHANOV, 1986; LEMAITRE e CHABOCHE, 1990).

Para os casos onde o componente está sendo solicitado por um carregamento cíclico que acaba gerando valores de tensão superiores ao limite de escoamento ( $S_y$ ), tem-se a presença de deformações plásticas e, por conseguinte a geração de uma potência plástica que é dissipada na forma de calor, aquecendo a peça.

Nos modelos tradicionais de predição de vida à fadiga este aquecimento não é considerado. Portanto, a metodologia do acoplamento termomecânico, incorporando a temperatura, permite desenvolver previsões de vida mais realísticas para o componente, uma vez que o aquecimento pode afetar significativamente o comportamento à fadiga.

O desenvolvimento de uma ferramenta capaz de incorporar na previsão à fadiga requer a análise cuidadosa de diversos conceitos teóricos associados ao acoplamento termomecânico, uma vez que o problema apresenta um grau de complexidade elevado.

O modelo utilizado neste trabalho é um modelo constitutivo com variáveis internas formulado de acordo com a Mecânica do Dano Continuo e a Termodinâmica dos Processos Irreversíveis. Este modelo considera as forças termodinâmicas definidas a partir da energia livre de Helmholtz,  $\psi$ , e fluxos termodinâmicos definidos a partir de um potencial de dissipação,  $\phi$ , (LEMAITRE e CHABOCHE, 1990; PACHECO, 1994).

Com este objetivo, a energia livre de Helmholtz é proposta como sendo função das seguintes variáveis observáveis, deformação total,  $\varepsilon_{ij}$  e temperatura,  $T$ . Além destas, as seguintes variáveis internas serão consideradas: a deformação plástica,  $\varepsilon_{ij}^p$ , o endurecimento cinemático,  $c_{ij}$ , a deformação plástica acumulada, associada ao endurecimento isotrópico,  $p$ , e o dano,  $D$ . Conseqüentemente, é feita a seguinte proposta de energia livre empregando notação indicial, onde convenção de sumarização ( $i = 1,2,3$ ) é utilizada (ERINGEN, 1967), exceto onde indicado (PACHECO, 1994):

$$\rho\psi(\varepsilon_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, c_{ij}, p, D, T) = (1 - D) \left[ W_e(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^p, T) + W_a(c_{ij}, p, T) \right] - W_T(T) \quad (12)$$

onde  $\rho$  é a massa específica,  $W_e$  é a densidade da energia elástica,  $W_a$  é a densidade da energia associada ao endurecimento e  $W_T$  é a densidade da energia associada com a temperatura, definidas como:



$$W_e(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^p, T) = \frac{E}{2(1+\nu)} \left[ (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^p)(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^p) + \frac{\nu}{1-2\nu} (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^p)^2 \right] - \frac{\alpha E}{1-2\nu} (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^p)$$

$$W_a(c_{ij}, p, T) = \frac{1}{2} a c_{ij} c_{ij} + b \left[ p + (1/d) e^{-dp} \right] \quad (13)$$

$$W_T(T) = \rho \int_{T_0}^T C_1 \log(\xi) d\xi + \frac{\rho}{2} C_2 T^2$$

onde  $T_0$  é a referência de temperatura,  $E$  é o módulo de elasticidade,  $\nu$  é o coeficiente de Poisson,  $a$  é um parâmetro do material associado com o endurecimento cinemático, enquanto  $b$  e  $d$  são parâmetros do material associados com o endurecimento isotrópico.  $C_1$  e  $C_2$  são constantes positivas. O incremento da deformação elástica é definido por:

$$d\varepsilon_{ij}^e = d\varepsilon_{ij} - d\varepsilon_{ij}^p - \alpha_T dT \delta_{ij} \quad (14)$$

O último termo está associado com a dilatação térmica, e o parâmetro  $\alpha_T$  é o coeficiente de dilatação térmica linear.

Este modelo foi desenvolvido segundo uma formulação genérica e foi aplicado anteriormente no estudo de vários problemas co-relatos (PACHECO, 1994; PACHECO e MATTOS, 1997; PACHECO *et al.*, 2001; OLIVEIRA *et al.*, 2003; OLIVEIRA, 2004; SILVA *et al.*, 2004). Os detalhes deste modelo constitutivo podem ser obtidos nas referências citadas.

Esta contribuição considera a predição de vida à fadiga de estruturas metálicas do tipo treliças planas submetidas a carregamentos cíclicos inelásticos. Do ponto de vista mecânico, pode-se considerar que os elementos da treliça são solicitados através de carregamentos uniaxiais, estes gerados por forças que são aplicadas nas juntas dos elementos. Por outro lado, os componentes da treliça experimentam uma condução térmica uniaxial. Normalmente a seção transversal dos componentes da treliça pode ser considerada pequena em relação ao seu comprimento. Assumindo esta hipótese, um modelo de condução de calor unidimensional pode ser formulado a partir da formulação geral.

Para esta situação, as forças termodinâmicas  $(\sigma, P, B^c, B^p, B^D, s)$ , respectivamente associadas com as variáveis de estado  $(\varepsilon, \varepsilon^p, c, p, D, T)$ , podem ser escritas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \sigma &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} = (1-D) \left[ E(\varepsilon - \varepsilon^p) - E\alpha_T(T - T_0) \right] ; & P &= -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon^p} = \sigma \\ B^c &= -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial c} = -(2/3)X = -(1-D)ac ; & B^p &= -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial p} = -R = -(1-D)b[1 - e^{-dp}] \\ B^D &= -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial D} = W_e(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^p, T) + W_a(c_{ij}, p, T) ; & s &= -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial T} \end{aligned} \quad (15)$$

onde  $X$  e  $R$  são variáveis auxiliares diretamente relacionadas com o endurecimento cinemático e isotrópico, respectivamente. De forma a descrever o processo de dissipação, é necessário a introdução do potencial de dissipação  $\phi(\mathcal{E}, \mathcal{P}, \mathcal{B}, q)$ , que pode ser dividido em duas partes:  $\phi(\mathcal{E}, \mathcal{P}, \mathcal{B}, q) = \phi_I(\mathcal{E}, \mathcal{P}, \mathcal{B}) + \phi_T(q)$ . Este potencial pode ser escrito através de seu dual  $\phi^*(P, X, R, B^D, g) = \phi_I^*(P, X, R, B^D) + \phi_T^*(g)$ , da seguinte forma:

$$\phi_I^* = I_f^*(P, X, R, B^D) ; \quad \phi_T^* = \frac{T}{2} \Lambda g^2 \quad (16)$$

onde  $g = \left( \frac{1}{T} \right) \frac{\partial T}{\partial x}$  e  $\Lambda$  é o coeficiente de condutividade térmica;  $I_f^*(P, X, R, B^D)$  é a função indicatriz associada ao domínio elástico (LEMAITRE e CHABOCHE, 1990). O critério de resistência pode ser escrito como:

$$f(\sigma, X, R) = |\sigma - X| - (S_y + R) \leq 0 \quad (17)$$

onde  $S_y$  é o limite de escoamento.

Um conjunto leis de evolução é obtido a partir  $\phi^*$ , que caracteriza os processos dissipativos.

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{E}} &= \frac{\partial \phi^*}{\partial P} = \lambda \text{sign}(\sigma - X) \quad ; \quad \dot{\mathcal{E}} = \frac{\partial \phi^*}{\partial B^c} = \dot{\mathcal{E}} + \frac{\varphi}{a} B^c \dot{\mathcal{E}} \quad ; \\ \dot{\mathcal{P}} &= \frac{\partial \phi^*}{\partial B^p} = \lambda \quad ; \quad \dot{\mathcal{B}} = \frac{\partial \phi^*}{\partial B^D} = \frac{B^D}{S_0} \dot{\mathcal{P}} \quad ; \quad q = -\frac{\partial \phi^*}{\partial g} = -\Lambda T g = -\Lambda \frac{\partial T}{\partial x} \end{aligned} \quad (18)$$

onde  $\lambda$  é o multiplicador plástico (LEMAITRE e CHABOCHE, 1990) da teoria de plasticidade

clássica,  $\text{sign}(x) = \frac{x}{|x|}$ ,  $\varphi$  é o parâmetro associado com o endurecimento cinemático e  $q$  é o

fluxo de calor. Assumindo que o calor específico seja dado por  $c_p = -(T/\rho) \partial^2 W / \partial T^2$  e considerando o conjunto de equações constitutivas (15) e (18), a equação de energia pode ser escrita como (PACHECO, 1994):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \Lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) - h \frac{Per}{A} (T - T_\infty) - \rho c_p \dot{\mathcal{E}} = -a_I - a_T \quad (19)$$

sendo

$$\begin{cases} a_I = \sigma \dot{\mathcal{E}} - X \dot{\mathcal{E}} - R \dot{\mathcal{P}} + B^D \dot{\mathcal{B}} \\ a_T = T \left( \frac{\partial \sigma}{\partial T} (\dot{\mathcal{E}} - \dot{\mathcal{E}}) + \frac{\partial X}{\partial T} \dot{\mathcal{E}} + \frac{\partial R}{\partial T} \dot{\mathcal{P}} - \frac{\partial B^D}{\partial T} \dot{\mathcal{B}} \right) \end{cases} \quad (20)$$

onde  $h$  o coeficiente de convecção,  $T_\infty$  é a temperatura ambiente,  $Per$  é o perímetro e  $A$  é a área da secção transversal do componente. Os termos  $a_I$  e  $a_T$  são denominados, respectivamente, o acoplamento interno e o acoplamento térmico.

A Segunda Lei da Termodinâmica pode ser escrita na forma local da Desigualdade de Clausius-Duhem (PACHECO, 1994):

$$\sigma_{\underline{d}} - \chi_{\underline{d}} - R_{\underline{d}} + B^D \underline{d} - \underline{q} \cdot \underline{g} \geq 0 \quad (21)$$

É importante notar que a equação (21) não exclui a possibilidade de comportamentos inadmissíveis como uma temperatura decrescente se calor for cedido ao meio. Para excluir a possibilidade desse tipo de comportamento, neste trabalho serão considerados materiais que sempre satisfazem à restrição:

$$\begin{cases} d_1 = \sigma_{\underline{d}} - \chi_{\underline{d}} - R_{\underline{d}} + B^D \underline{d} \geq 0 \\ d_2 = - \underline{q} \cdot \underline{g} \geq 0 \end{cases} \quad (22)$$

Comparando a equação (21) com a equação (22) observa-se que  $a_1 = d_1$ . Dessa forma, o acoplamento interno é sempre positivo e tem a função na equação de energia similar à de uma fonte de energia na equação de energia clássica dos corpos rígidos. O acoplamento térmico pode ser positivo ou negativo.

### III - MÉTODO NUMÉRICO

Este trabalho foca o estudo do acoplamento termomecânico em treliças metálicas. Este tipo de estrutura é composta de elementos básicos chamados de barras ou elementos de treliça. Cada barra funciona como um elemento de ligação entre os pontos de conexão. A estrutura do tipo treliça oferece uma forma direta e natural de discretização através do método de elementos finitos, onde os pontos de ligação são os nós e as barras são os elementos.

O método numérico desenvolvido neste trabalho baseia-se no esquema de Partição do Operador (ORTIZ *et al.*, 1983; PACHECO, 1994), associado a um processo iterativo, para tratar a formulação não-linear do problema mostrada no capítulo anterior. Através desta metodologia é possível dividir as equações acopladas entre si, em três problemas não acoplados, sendo eles: Térmico, Termoelástico e Elastoplástico. O Fluxograma da Figura III.1 apresenta o esquema numérico desenvolvido. As variáveis  $T_{t+\Delta t}^{(i)}$ ,  $\beta_{t+\Delta t}^{(i)}$ ,  $\sigma_{t+\Delta t}^{(i)}$ ,  $u_{t+\Delta t}^{(i)}$  representam respectivamente temperatura, as variáveis internas, tensão e o deslocamento nodal para o instante  $t + \Delta t$  e para a interação  $i$ . Para facilitar a representação,  $\beta$  é um vetor que agrupa as variáveis internas do modelo (deformação plástica, endurecimentos e dano).

O esquema numérico foi implementado na linguagem de programação C. O Apêndice 1 apresenta a listagem do programa desenvolvido.

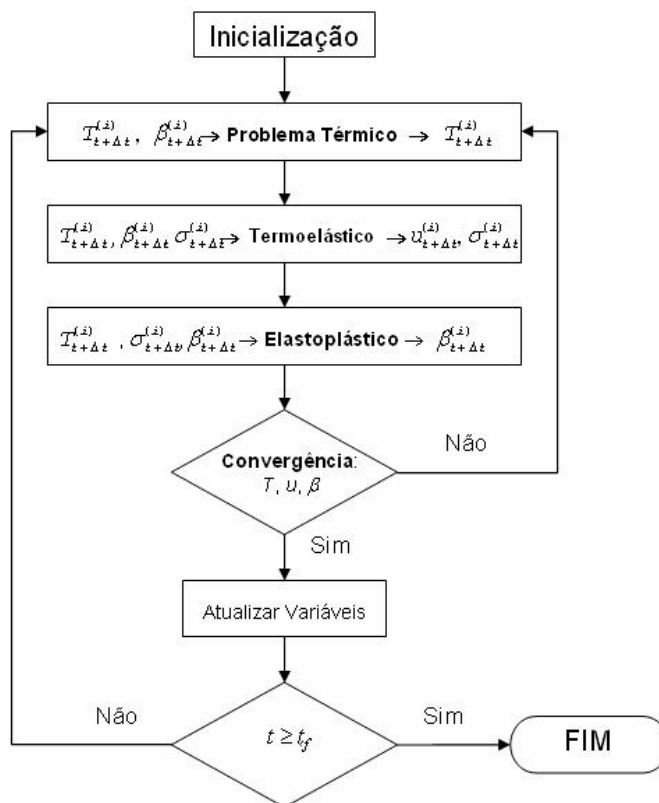


Figura III.1 – Fluxograma macro do programa

### III.1 - Problema Térmico

Compreende um problema de condução de calor uniaxial associado a um problema de convecção superficial do componente. As propriedades do material dependem da temperatura, o que resulta em um problema não-linear. São usadas técnicas de elementos finitos clássicas para a discretização espacial (LEWIS *et al.*, 1996; SEGERLIND, 1984). A solução de problemas de transferência de calor usando Métodos de Elementos Finitos (MEF) é comumente usada na análise das tensões provocadas por fenômenos térmicos. A solução do problema de transferência na forma das temperaturas nodais é utilizada na forma de um carregamento térmico aplicado como entrada do Problema Termoelástico.

O problema térmico em estruturas formadas por elementos de treliça ou barra consiste em um processo transiente de condução uniaxial de calor com convecção na superfície dos elementos. Esse problema constitui um importante grupo de problemas físicos que, para o caso uniaxial, pode ser representado pela equação:

$$k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + r = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (23)$$

onde  $x$  é a coordenada axial e  $t$  o tempo. Os parâmetros  $k$ ,  $\rho$  e  $c_p$  são propriedades do material (coeficiente de condutividade térmica, massa específica e calor específico, respectivamente) e  $r$  representa a geração interna de calor. O Método de Elementos Finitos pode ser utilizado no estudo de um problema com diversas barras. Esse problema envolve a determinação da evolução da temperatura nos nós da estrutura ao longo do tempo. O elemento de barra bidimensional, mostrado na Fig. III.1.1, para o caso térmico tem dois nós ( $i$  e  $j$ ) e um grau de liberdade por nó (temperatura  $T$ ).

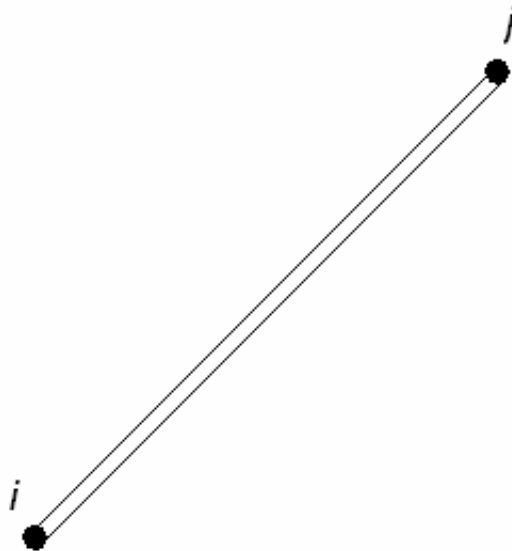


Figura III.1.1 – Gráfico representando uma barra metálica

Empregando-se o método de Galerkin (SEGERLIND, 1984), obtém-se um sistema de equações que pode ser escrito em uma forma matricial:

$$[C]\{\dot{T}\} + [K]\{T\} - \{F\} = 0 \quad (24)$$

onde  $[C]$  é a matriz de capacitância térmica,  $[K]$  é a matriz de condutância térmica,  $\{T\}$  é vetor das temperaturas nodais, e  $\{F\}$  é o vetor de forçamento térmico.  $(\cdot)$  representa a diferenciação no tempo. Esta equação pode ser colocada na forma tradicional para um problema de equilíbrio onde  $[K]\{u\} = \{F\}$ , aproximando-se a derivada do vetor das temperaturas nodais por diferenças finitas (SEGERLIND, 1984, LEWIS, *et al.*, 1996). Assim, pode-se escrever a equação (24) como:

$$([C] + \Delta t[K])\{T_{t+\Delta t}\} = [C]\{T_t\} + \Delta t\{F_{t+\Delta t}\} \quad (25)$$

Fazendo-se  $\tilde{K} = ([C] + \Delta t[K])$ ,  $\{\tilde{u}\} = \{T_{t+\Delta t}\}$  e  $\{\tilde{F}\} = [C]\{T_t\} + \Delta t\{F_{t+\Delta t}\}$  pode-se, então, escrever a equação (25) na seguinte forma:

$$[\tilde{K}]\{\tilde{u}\} = \{\tilde{F}\} \quad (26)$$

que representa a forma tradicional do método de elementos finitos para um problema linear de equilíbrio. Assim, a solução pode ser obtida através do mesmo método numérico utilizado para um problema de equilíbrio (por exemplo, a Eliminação de Gauss), de modo a obter a distribuição das temperaturas nodais ao longo do tempo.

### III.2 - Problema Termoelástico

As tensões e as deformações são determinadas considerando como carregamento a evolução da distribuição da temperatura determinada no problema anterior para uma situação livre de plasticidade. São usadas técnicas de elementos finitos clássicas para a discretização espacial (SEGERLIND, 1984).

A rigidez uniaxial de cada barra ( $K_r$ ) pode ser representada como:



$$K_r = \frac{EA}{L} \quad (27)$$

onde  $E$  é o módulo de elasticidade,  $A$  é a área transversal da barra e  $L$  é o comprimento.

Conforme apresentado na Figura III.1, para a modelagem em questão, cada barra tem dois nós  $i$  e  $j$ . Cada nó poderá ter deslocamentos na direção longitudinal da barra ( $u$ ) e na direção perpendicular a esta ( $v$ ). Desta forma pode-se representar o comportamento do elemento em função dos seus deslocamentos nodais ( $u_i, v_i, u_j$  e  $v_j$ ) e forças nodais ( $F_i$  e  $F_j$ ) em termos matriciais como:

$$[K_e]\{u_e\} = \{F_e\} \quad (28)$$

onde  $[K_e]$  é a matriz de rigidez do elemento,  $\{u_e\}$  é o vetor das variáveis nodais e  $\{F_e\}$  é o vetor de forçamento

A representação matricial para um problema composto por vários elementos pode obtida combinando-se as matrizes de cada elemento através de um método de montagem como o método da rigidez, resultando na forma global:

$$[K]\{u\} = \{F\} \quad (29)$$

sendo  $[K]$  a matriz de rigidez global,  $\{u\}$  é o vetor de deslocamentos nodais e  $\{F\}$  é o vetor forçamento. Este sistema de equações lineares pode ser resolvido através de diversos métodos numéricos como, por exemplo, o método de Eliminação de Gauss (NAKAMURA, 1993).

### III.3 - Problema Elastoplástico

As tensões e as deformações obtidas no passo anterior são corrigidas considerando-se a evolução das deformações plásticas. A solução do problema utiliza um algoritmo de Projeção clássico (SIMO, MIEHE, 1992; SIMO E HUGHES, 1998).

Este método calcula, a partir das deformações existentes em um ponto, as tensões ali presentes levando-se em conta as contribuições do regime elástico e do regime plástico. O algoritmo de Projeção clássico utilizado para esta solução é dividido em dois passos, o primeiro passo, o preditor, onde uma estimativa para as tensões é calculada a partir das deformações considerando-se somente evolução das deformações elásticas, e o segundo passo, o corretor, onde as tensões são corrigidas de acordo com as leis constitutivas para o regime elástico e plástico (SIMO, MIEHE, 1992; SIMO E HUGHES, 1998; PACHECO, 1994). Nesta etapa considera-se o problema desacoplado, onde somente ocorre a evolução da deformação total, deformação plástica, endurecimento cinemático e tensão. A tensão é projetada sobre a curva tensão/deformação, chegando-se assim, a um valor de tensão, que considera a deformação plástica. O processo é repetido até se atingir uma convergência desejada, como pode ser observado na Figura III.3.1

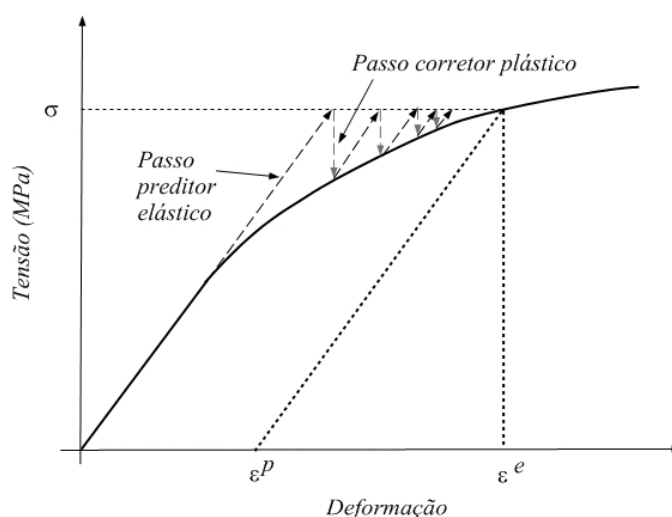


Figura III.3.1 - Método da Projeção Return Mapping (OLIVEIRA, 2004)

#### IV - SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Neste capítulo são apresentados resultados de simulações numéricas obtidos para duas estruturas, com o objetivo de avaliar os efeitos do acoplamento termomecânico na evolução do dano, utilizando a metodologia proposta. O modelo desenvolvido é utilizado para a previsão de vida à fadiga de estruturas do tipo treliça plana metálica de aço inoxidável austenítico AISI 316L, submetidas a carregamentos cíclicos inelásticos. As propriedades térmicas e mecânicas são dependentes da temperatura e são regidas por equações lineares obtidas a partir de dados experimentais. Estes dados são descritos na Tabela 1 (PECKNER e BERNSTEIN, 1977; PACHECO, 1994). Os seguintes parâmetros constantes são usados: coeficiente de convecção ( $h$ ) de  $30 \text{ W/m}^2$ , temperatura ambiente e temperatura inicial da estrutura de  $20^\circ\text{C}$ , massa específica ( $\rho$ ) de  $7800 \text{ kg/m}^3$  e um dano crítico ( $D_{cr}$ ) de 0,85 associado à falha do elemento.

Tabela IV.1. Propriedades Termomecânicas do Material AISI 316L (PECKNER e BERNSTEIN, 1977; PACHECO, 1994).

Propriedades	Temperatura	
	20° C	600°C
$E$ (GPa)	196	150
$S_y$ (MPa)	225	108
$b$ (MPa)	60	80
$d$ (-)	8	10
$a$ (GPa)	108,3	17,5
$\alpha$ ( $1 \times 10^{-6}/\text{K}$ )	15,4	18,0
$c_p$ (J/Kg K)	454	584

Simulações numéricas são executadas com ajuda de um software desenvolvido em linguagem de programação C. De forma a permitir acompanhar a evolução dos efeitos

termomecânicos na localização do dano da treliça, são considerados resultados obtidos para dois tipos de modelos distintos: *acoplado* e *não-acoplado*. O modelo acoplado considera os termos do acoplamento termomecânico presentes na equação (8). Por outro lado, o modelo *não-acoplado* ignora os termos do acoplamento termomecânico e, conseqüentemente, o problema térmico é resolvido considerando a estrutura como um corpo rígido. O fluxo de calor removido por convecção é calculado considerando a temperatura média obtida a partir das temperaturas dos nós do componente.

O parâmetro de fadiga de baixo ciclo ( $S_0$ ) da equação (7) é ajustado através de um processo que envolve uma comparação direta da vida obtida a partir de dados experimentais (BATHIAS e BAILON, 1980; PACHECO e MATTOS, 1997) com a vida obtida a partir da previsão com o modelo *não-acoplado*. A previsão de vida com o modelo *não-acoplado* respeita as recomendações da ASTM para testes de fadiga de baixo ciclo (ASTM, 1992), onde a temperatura da peça durante o ensaio não deve variar mais que  $\pm 2^\circ\text{C}$ . A Figura IV.1 mostra a comparação entre a curva  $\varepsilon N$  (STEPHENS, et al., 2000) obtida a partir de dados experimentais de um teste de baixo ciclo (BATHIAS e BAILON, 1980) e a curva obtida considerando o modelo *não-acoplado*, após ajuste do parâmetro  $S_0$  para uma barra de aço inoxidável AISI 316L à temperatura ambiente ( $20^\circ\text{C}$ ). Os resultados indicam uma boa concordância entre os dados experimentais e as estimativas de vida de fadiga para carregamentos com amplitude de deformação na faixa de 2% a 5%. O coeficiente  $S_0$  da equação (7) apresenta uma dependência com a amplitude da deformação plástica, e pode ser corretamente representado pela seguinte equação (em Pa) (PACHECO, 1994; PACHECO e MATTOS, 1997):

$$S_0 = (546.3 \times 10^9) e^{-103.1 \Delta \varepsilon^p} \quad (20)$$

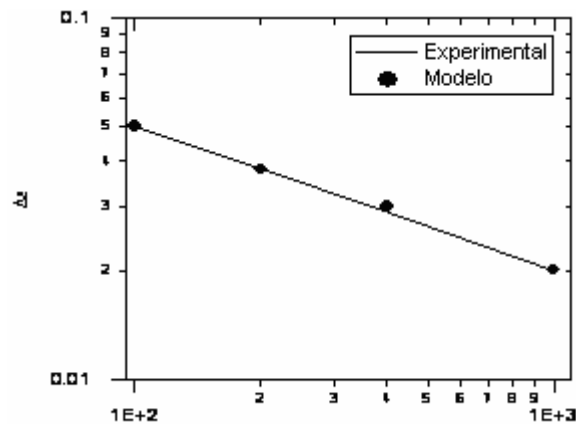


Figura IV.1 - Predição de dados do modelo de fadiga de baixo ciclo e curva  $\varepsilon N$  obtida a partir de dados experimentais de uma barra de aço inoxidável 316L à temperatura ambiente (PACHECO e MATTOS, 1997).

Com o objetivo de analisar os efeitos do acoplamento termomecânico e das condições de contorno térmicas na vida em fadiga das estruturas estudadas, nas simulações apresentadas no trabalho foram considerados três modelos:

*Modelo 1:* não considera o acoplamento termomecânico

*Modelo 2:* considera o acoplamento termomecânico e a temperatura fixa nos pontos de apoio da estrutura.

*Modelo 3:* considera o acoplamento termomecânico e a temperatura livre nos pontos de apoio da estrutura.

A condição adotada no *Modelo 2*, segundo a qual a temperatura nos pontos de apoio permanece constante representa uma situação onde os apoios da estrutura possuem uma grande inércia térmica, como o caso de uma grande massa isolada termicamente. Já o *Modelo 3* considera a temperatura livre nos pontos de apoio, o que representa uma condição de baixa inércia térmica nessa região. Casos reais, normalmente apresentam situações intermediárias.

### IV.1 -Caso I

A estrutura de treliça plana mostrada na Figura IV.1.1, considera que os elementos da estrutura são elementos de seção cilíndrica com um diâmetro de 10 mm. Os apoios da estrutura são rígidos ( $u_x = u_y = 0$ ) e a temperatura ambiente permanece constante a 20°C. Um carregamento mecânico harmônico ( $F$ ) com amplitude de 55 kN e período de 10 s é aplicado ao nó 2 na direção vertical.

Por tratar-se de uma estrutura simétrica, em relação à vertical, em termos de geometria, de condições de contorno e de carregamento, somente é necessário analisar o comportamento de um dos elementos, já que o outro apresenta um comportamento idêntico.

Antes do estudo, é necessário verificar se os componentes podem falhar por flambagem, já que durante parte do carregamento eles estão submetidos a compressão. Considera-se o pior caso no qual os componentes são conectados entre si por pinos, o que permite um movimento livre de rotação entre os componentes. Para esta condição, obtém-se para os elementos 1 e 2 uma carga crítica ( $P_{cr}$ ) de 54 kN (SHIGLEY, 2003.). O carregamento mecânico vertical de 55 kN aplicado no nó 2 promove uma amplitude de forçamento em cada componente de 31 kN, sendo assim menor do que o  $P_{cr}$ . Desta forma, observa-se que os elementos não irão sofrer falha por flambagem.

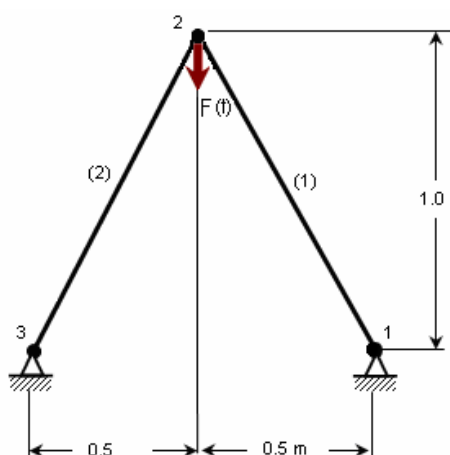


Figura IV.1.1 – Treliça Plana metálica. Caso I.

Antes de iniciar a análise da estrutura desenvolve-se um estudo de convergência para estabelecer o passo no tempo. Este estudo tem por objetivo estabelecer o número mínimo de pontos por ciclo que são necessários para garantir a convergência da análise. Como o processo envolve fenômenos mecânicos e térmicos, o estudo é feito considerando-se a evolução do dano e da temperatura em simulações desenvolvidas até à falha da peça (até esta atingir o dano crítico) de modo a representar os dois fenômenos presentes. As Figuras IV.1.2 e IV.1.3 apresentam a evolução do dano e da temperatura para simulações que consideram 1000, 2000, 4000 e 8000 pontos por ciclo para o *Modelo 3*. A escolha do *Modelo 3* justifica-se por este ser o mais crítico, conforme mostram os resultados apresentados ao longo deste capítulo. As figuras IV.1.2 e IV.1.3 mostram que as curvas levantadas usando 2000 pontos, 4000 pontos e 8000 pontos por ciclo forneceram resultados muito próximos, o que indica uma convergência a partir de 2000 pontos por ciclo. Esta discretização temporal é então escolhida, uma vez que proporciona a convergência com a mais baixa capacidade de processamento computacional.

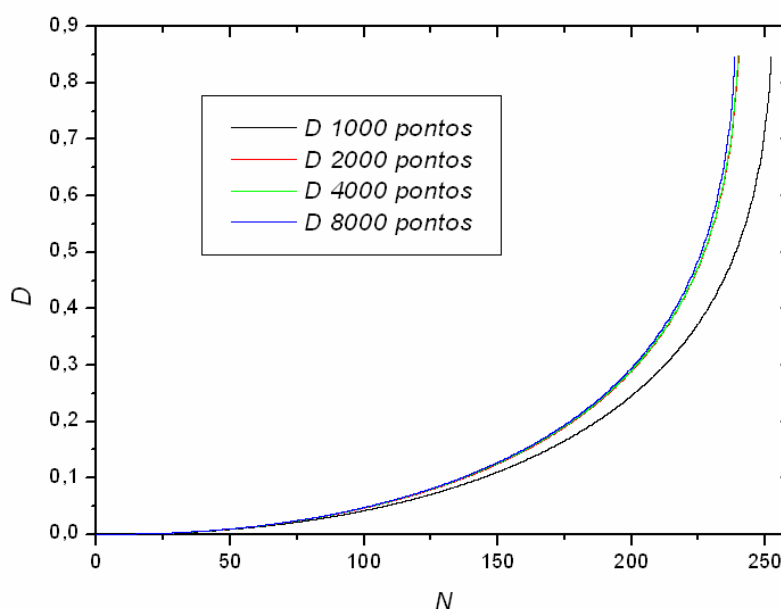


Figura IV.1.2 – Evolução do dano para diversas discretizações temporais. Caso I.

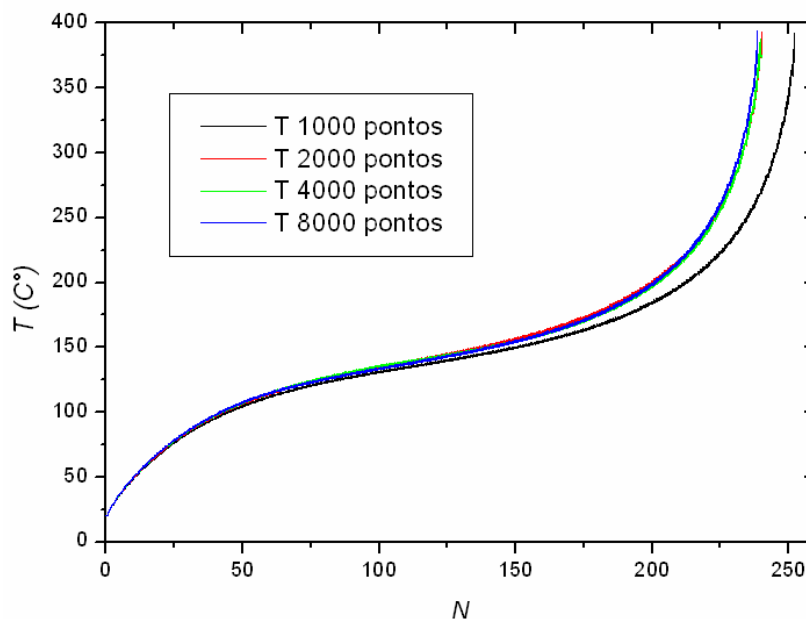


Figura IV.1.3 – Evolução da temperatura para diversas discretizações temporais. Caso I.

A análise de convergência mostra que é necessário utilizar 2000 pontos por ciclo, o que em análises de fadiga, mesmo para fadiga de baixo ciclo, pode significar quantidades de dados bastante consideráveis, em função do número de ciclos que ocorrem até à falha do componente. Uma vez que o programa desenvolvido grava os dados da simulação numérica em arquivos para posterior análise através de representações gráficas e estes podem vir a ter tamanhos consideráveis, optou-se por armazenar uma parcela de pontos por ciclo, no caso 100 pontos por ciclo. Para verificar se 100 pontos por ciclo são suficientes para representar os fenômenos que se desenvolvem durante o ciclo, a Figura IV.1.4 apresenta a evolução da temperatura considerando 100 e 2000 pontos por ciclo. Esta análise mostra que a coleta parcial de pontos é capaz de capturar adequadamente os fenômenos que se desenvolvem durante o ciclo.



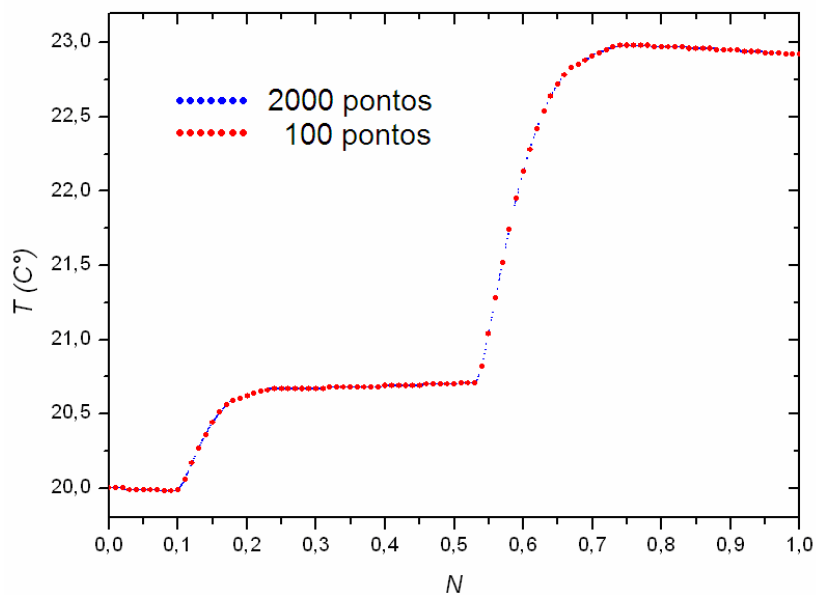


Figura IV.1.4 – Evolução da temperatura no primeiro ciclo, comparando o armazenamento de 2000 pontos por ciclo e 100 pontos por ciclo. Caso I.

Após as análises iniciais relativas à convergência e ao armazenamento parcial dos pontos, apresentam-se os resultados das simulações numéricas para o Caso I, considerando os 3 modelos. A Figura IV.1.5 apresenta a variação da tensão em função do número de ciclos no elemento 1, para os três modelos. Em função de ser uma estrutura isostática submetida a um carregamento de força prescrita, observa-se a mesma amplitude de tensão para os três modelos.

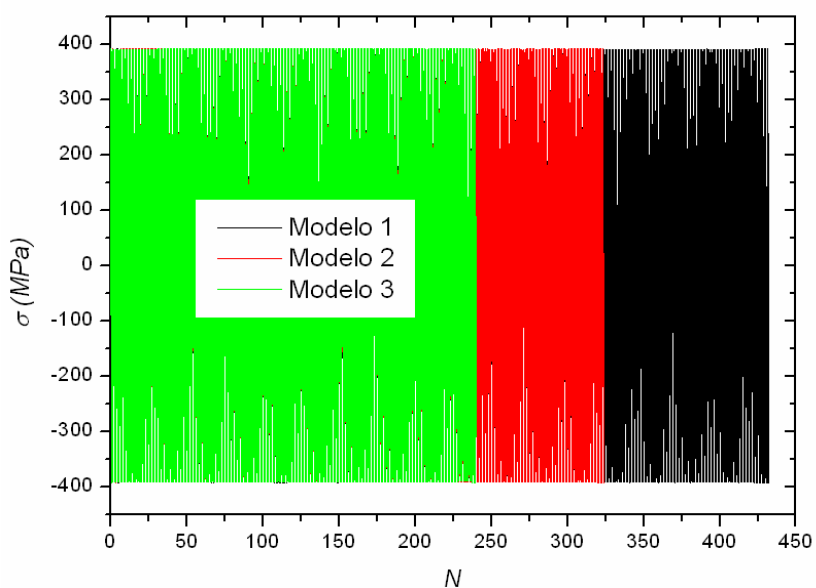


Figura IV.1.5 – Evolução da tensão no elemento 1 para os *Modelos* 1, 2 e 3. Caso I

Nas Figuras IV.1.6 e IV.1.7 pode-se observar a evolução da temperatura nos nós 1 e 2 respectivamente. É importante salientar que o nó 1 representa um ponto de apoio o que explica o valor constante 20°C para os *Modelos 2* e *3*. Para o *Modelo 2*. A temperatura média nos elementos sofre uma diminuição causada pela condução de temperatura entre os nós 1 e 2.

Enquanto a tensão permanece constante, a deformação plástica  $\varepsilon_p$  e a deformação total  $\varepsilon$  aumentam como pode-se observar nas Figuras IV.1.8 e IV.1.9. Nas figuras IV.1.8 a IV.1.11 é possível perceber o efeito do endurecimento cinemático nos primeiros ciclos, o que faz com que a deformação total e a plástica diminuam, para voltar a crescer após a estabilização do endurecimento cinemático.

Na Figura IV.1.12 é possível observar o efeito do dano na evolução da endurecimento isotrópico ( $R$ ). Ao longo do carregamento, o endurecimento isotrópico primeiro aumenta e depois decresce. Em uma análise sem dano, o endurecimento isotrópico tende a estabilizar em um patamar. Conforme indica a equação (15), o dano exerce um fator redutor, gerando uma diminuição do valor de  $R$ . As Figuras IV.1.13 e IV.1.14 apresentam a evolução da deformação plástica acumulada ( $p$ ) e da variável  $B^D$ .

Na Figura IV.1.15 pode-se a evolução do dano até o valor crítico de 85%, sendo que no *Modelo 1* o número de ciclos é maior do que do *Modelo 2* e este é maior do que do modelo *3*, isto se deve a influência da evolução da temperatura em cada modelo.

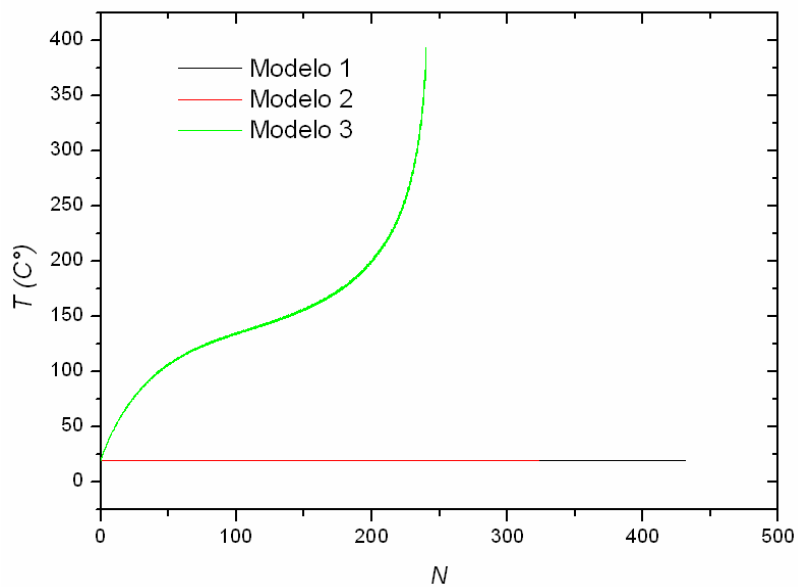


Figura IV.1.6 –Evolução da temperatura no nó 1 para os *Modelos 1, 2 e 3*. Caso I.

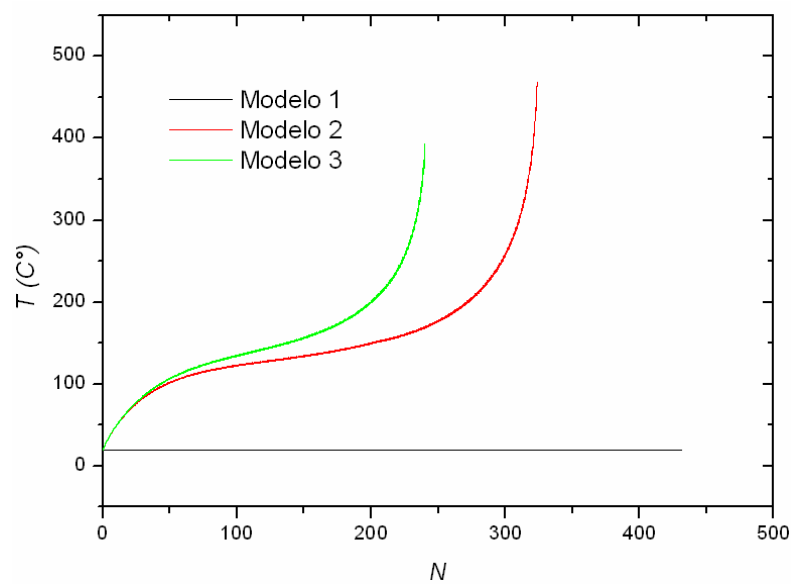


Figura IV.1.7 –Evolução da temperatura no nó 2 para os *Modelos 1, 2 e 3*. Caso I.

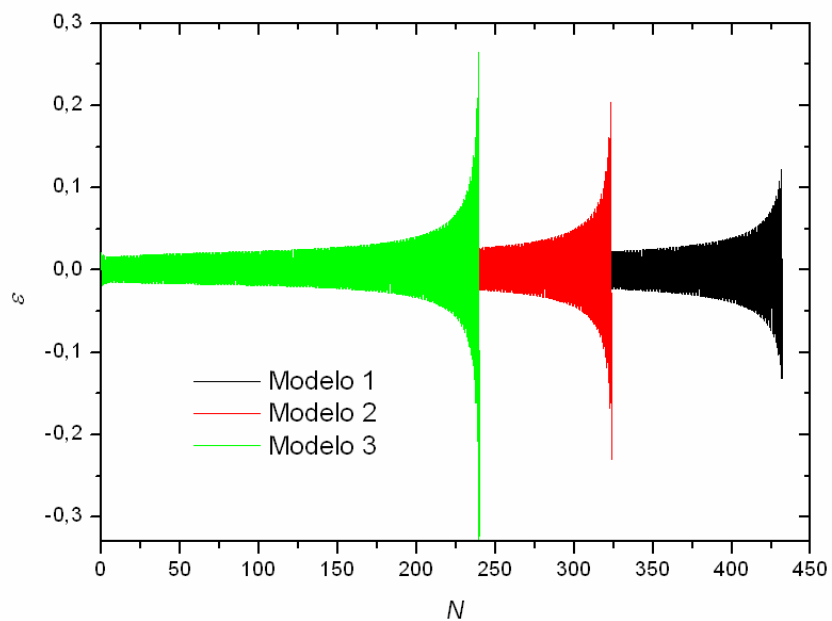


Figura IV.1.8 –Evolução da deformação total no elemento 1 para os *Modelos 1, 2 e 3*.  
Caso I.

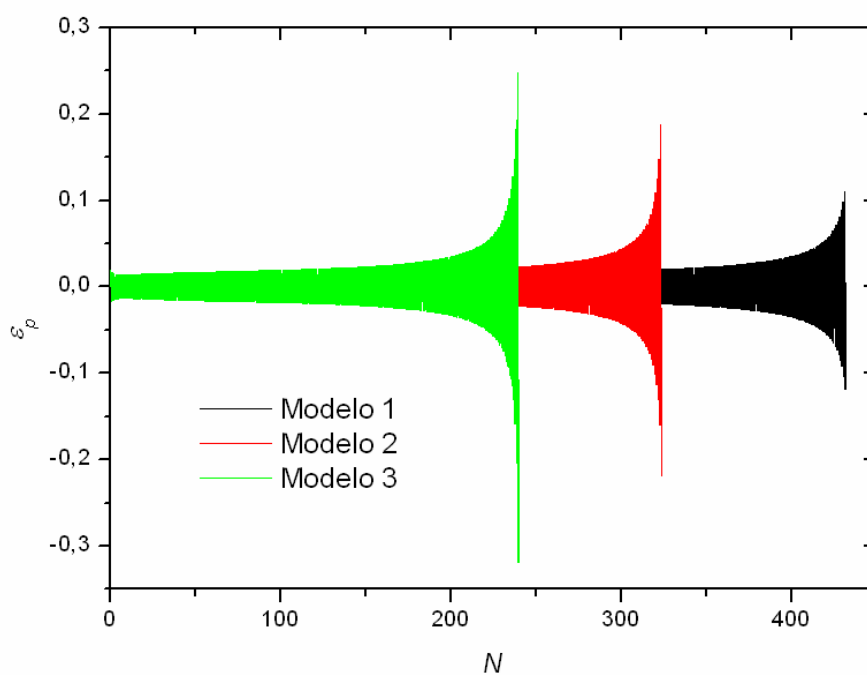


Figura IV.1.9 – Evolução da deformação plástica no elemento 1 para os *Modelos 1, 2 e 3*.  
Caso I.

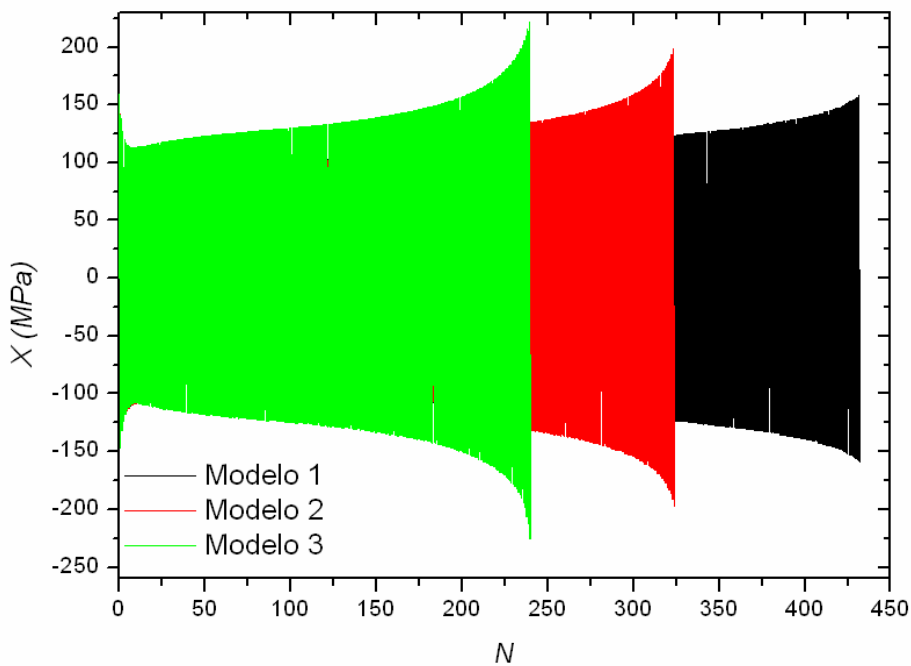


Figura IV.1.10 –Evolução do endurecimento cinemático ( $X$ ) no elemento 1 para os Modelos 1, 2 e 3. Caso I.

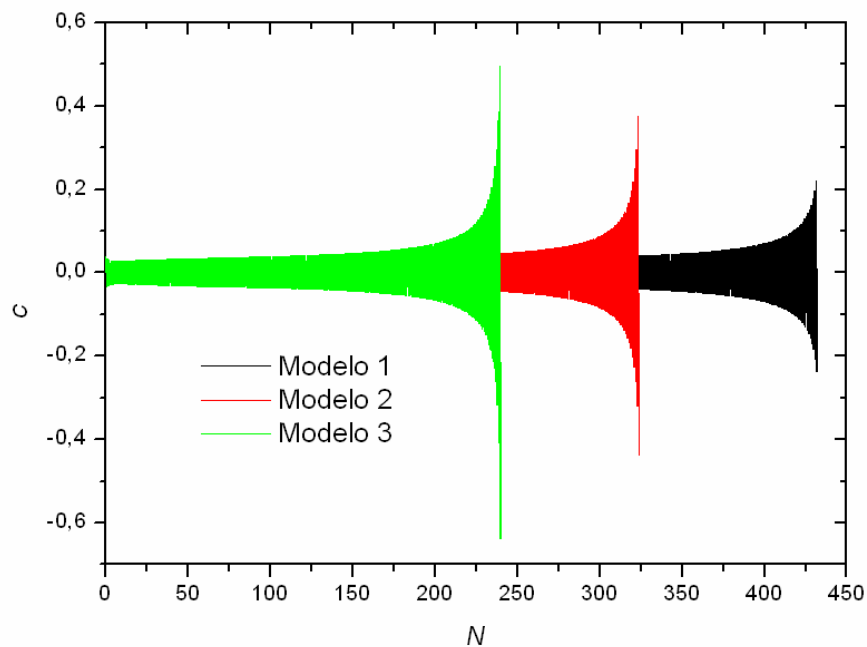


Figura IV.1.11 – Evolução do endurecimento cinemático ( $c$ ) no elemento 1 para os Modelos 1, 2 e 3. Caso I.

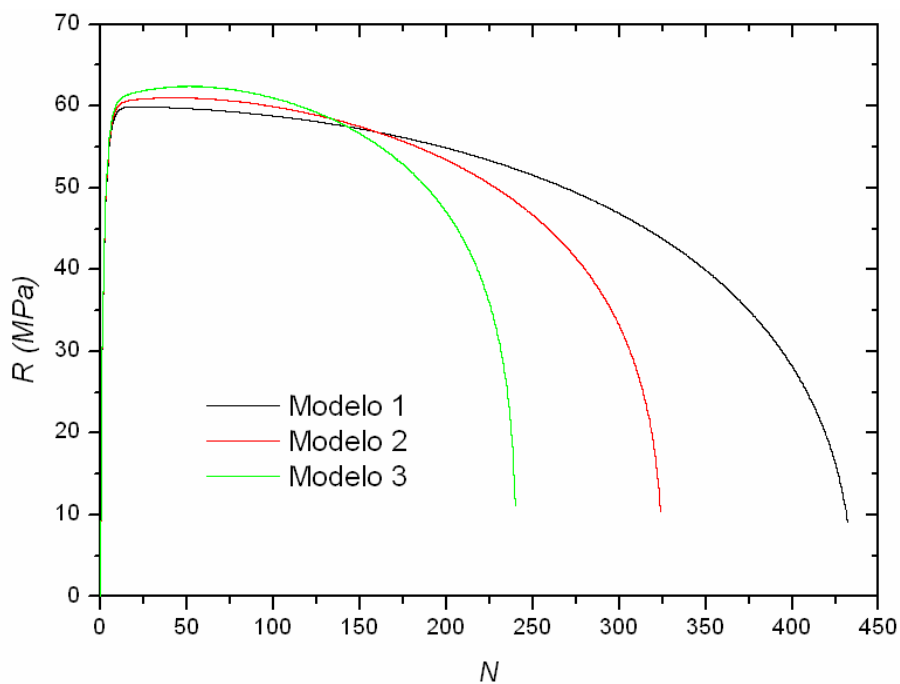


Figura IV.1.12 – Evolução da endurecimento isotrópico ( $R$ ) no elemento 1 para os *Modelos* 1, 2 e 3. Caso I.

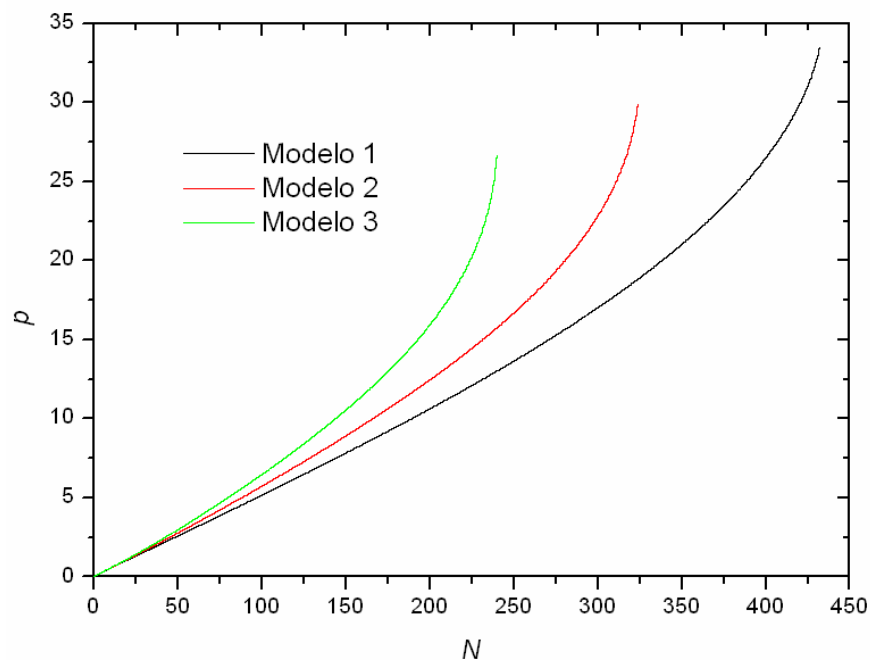


Figura IV.1.13 – Evolução da deformação plástica acumulada, associada ao endurecimento isotrópico ( $p$ ) no elemento 1 para os *Modelos* 1, 2 e 3. Caso I.

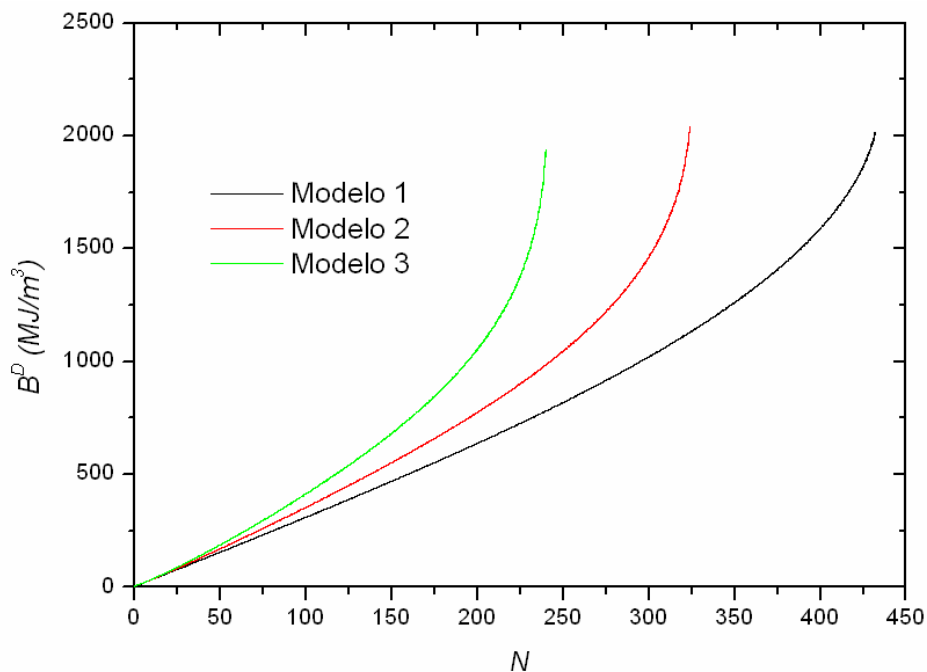


Figura IV.1.14 – Evolução da variável  $B_D$  no elemento 1 para os Modelos 1, 2 e 3. Caso I.

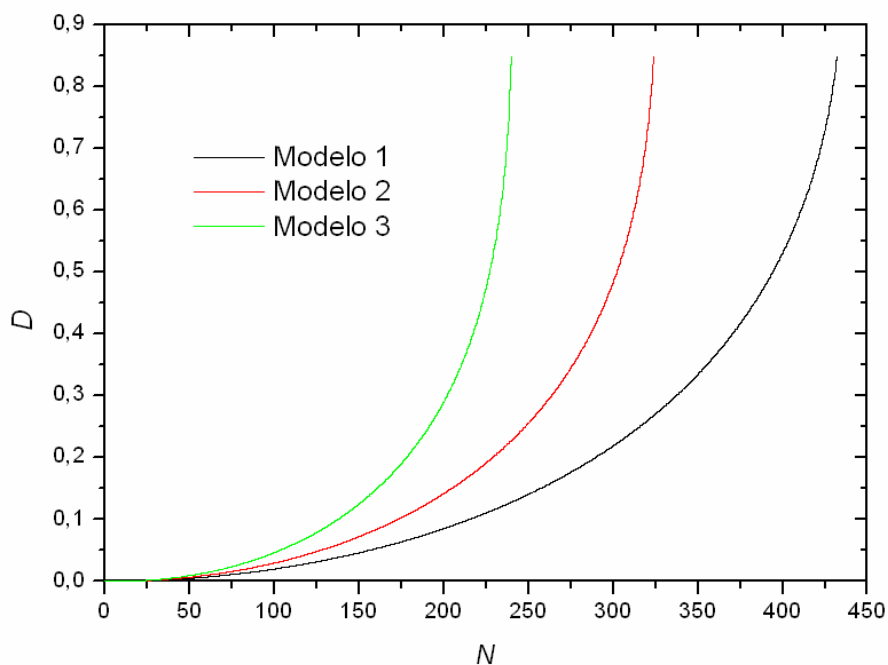


Figura IV.1.15 – Evolução do dano ( $D$ ) no elemento 1 para os Modelos 1, 2 e 3. Caso I.

As Figuras IV.1.16 a IV.1.18 apresentam o laço de histerese de tensão-deformação para os três modelos. Observa-se um aumento na amplitude do laço de histerese nos últimos ciclos que é provocado pela evolução do dano. Assim, como para as curvas de evolução da

deformação total (Figura IV.1.8), o *Modelo 3* apresenta a maior amplitude de deformação total nos últimos ciclos antes da falha.

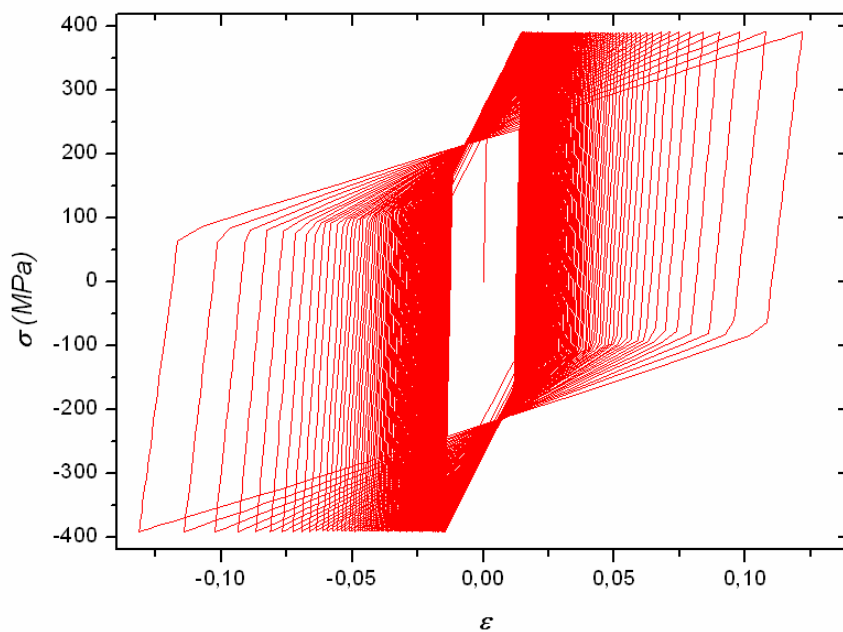


Figura IV.1.16 – Ciclos de histerese tensão-deformação para o *Modelo 1*. Caso I.

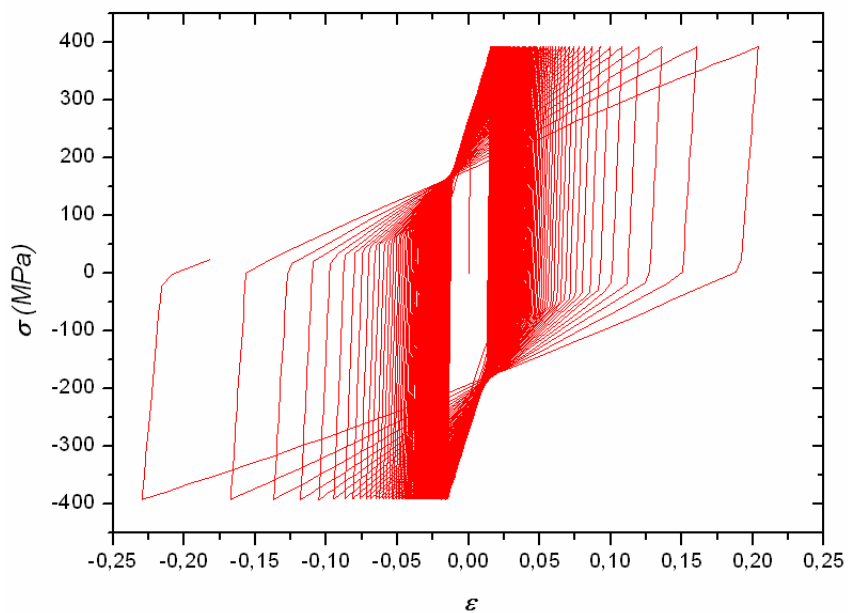


Figura IV.1.17 – Ciclos de histerese tensão-deformação para o elemento 1 para o *Modelo 2*. Caso I.



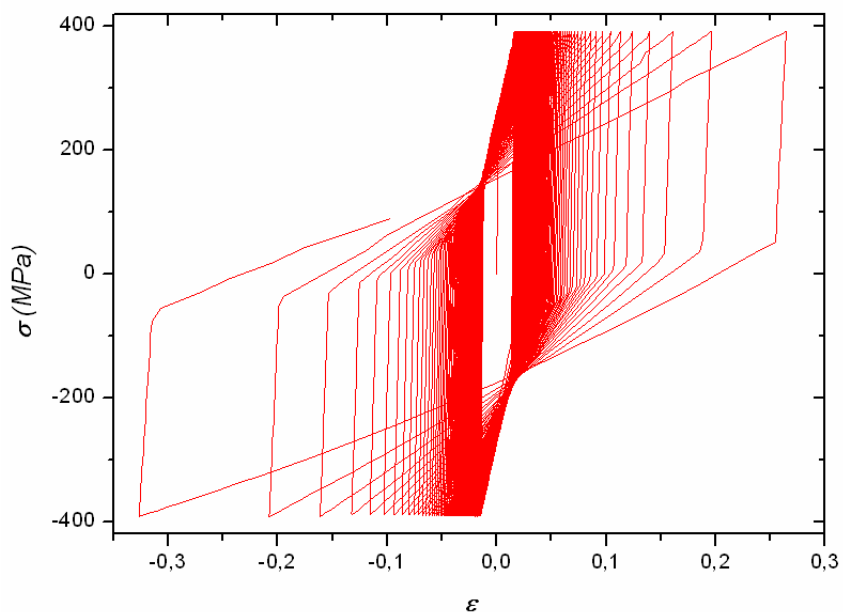


Figura IV.1.18 – Ciclos de histerese tensão-deformação para o elemento 1 para os *Modelo 3*. Caso I.

As Figuras IV.1.19 a IV1.22 apresentam a evolução dos acoplamentos interno e térmico para o elemento 1, calculados para os *Modelos 2* e *3*. Para todos os acoplamentos observa-se um aumento significativo na sua amplitude nos últimos ciclos, estando este diretamente associado à evolução das variáveis que são afetadas pelo dano. É importante ressaltar que em todas as simulações o acoplamento interno ( $a_I$ ) é sempre positivo, conforme indicado nas equações (20), (21) e (22).

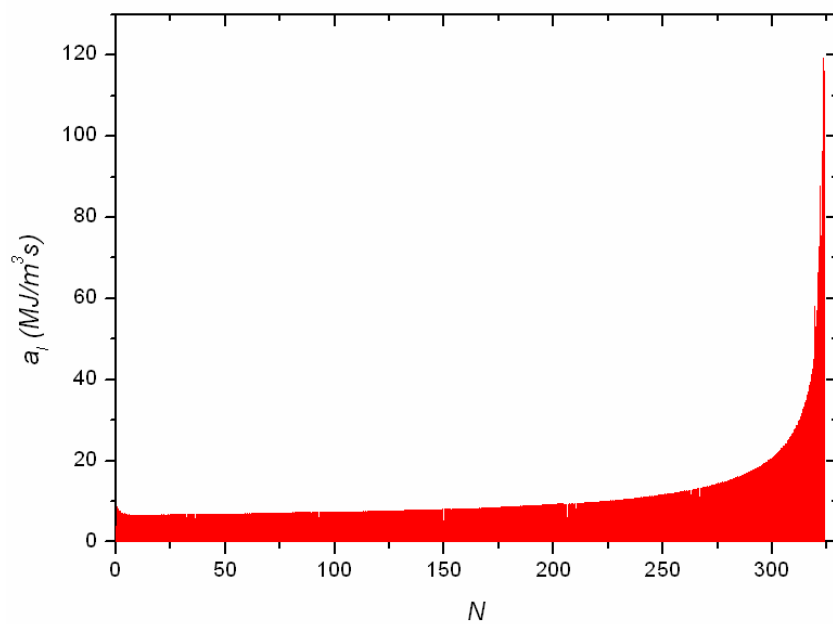


Figura IV.1.19 – Evolução do acoplamento interno ( $a_1$ ) no elemento 1 para *modelo 2*. Caso I.

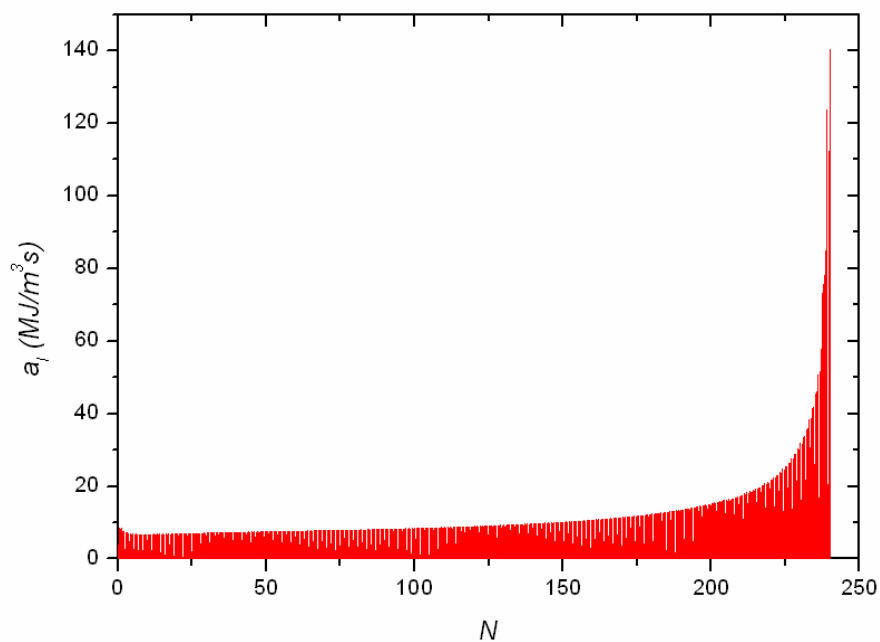


Figura IV.1.20 – Evolução do acoplamento interno ( $a_1$ ) no elemento 1 para o *modelo 3*. Caso I.

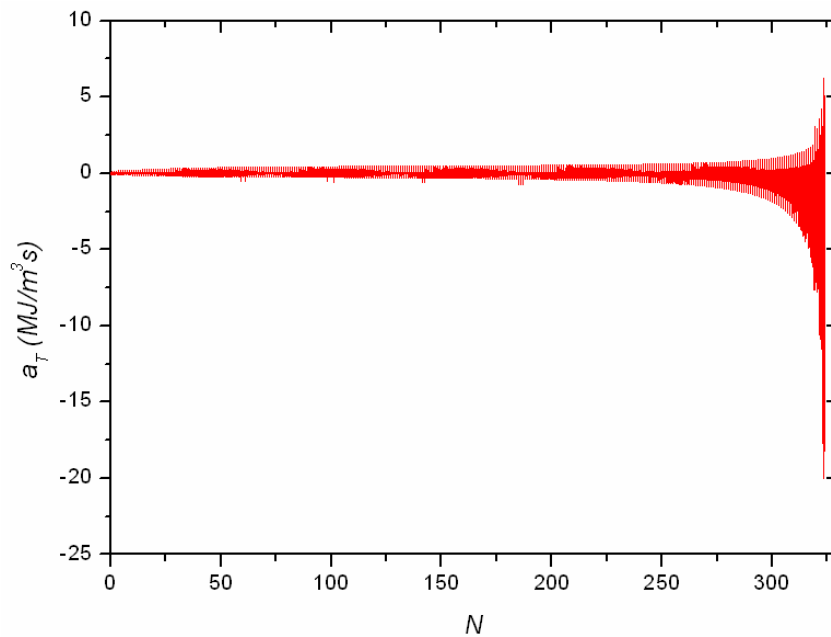


Figura IV.1.21 – Evolução do acoplamento térmico ( $a_T$ ) no elemento 1 para o *Modelo 2*.  
Caso I.

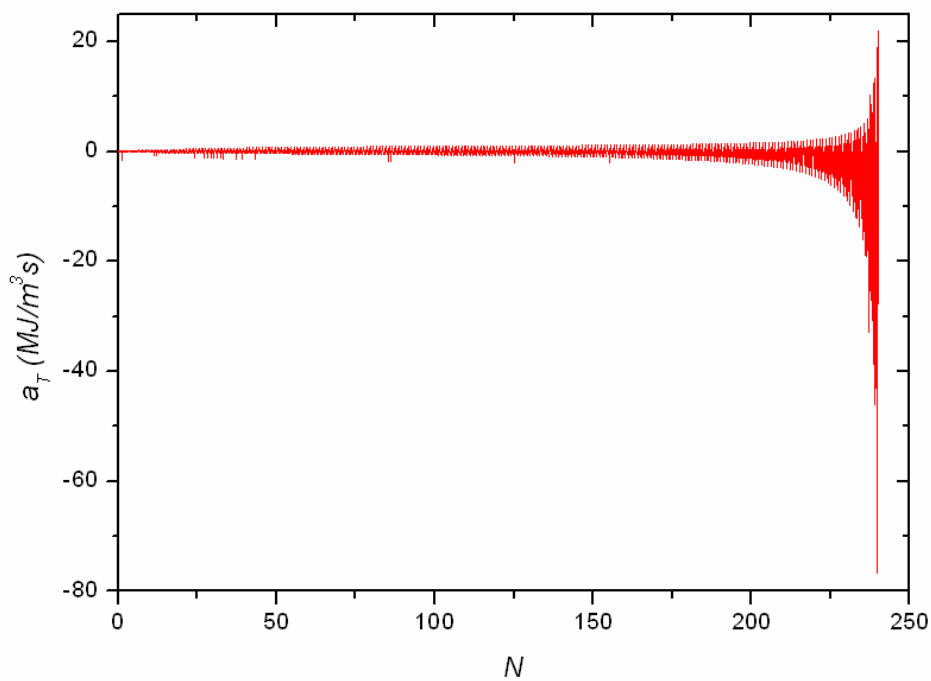


Figura IV.1.22 – Evolução do acoplamento térmico ( $a_T$ ) no elemento 1 para o *Modelo 3*.  
Caso I.

Os resultados mostram que a evolução do dano para o *Modelo 1*, o *Modelo 2* e o *Modelo 3* resultam em previsões de vida à fadiga iguais a 432, 324 e 240 ciclos, respectivamente. Tomando-se como referência o *Modelo 1*, estes valores representam uma redução de vida 25% para o *Modelo 2* e uma redução de 44% para o *Modelo 3*.

A seguir apresenta-se um estudo para ilustrar a capacidade do modelo em captar os efeitos da carga média. Neste estudo são consideradas duas situações com a mesma amplitude de carregamento, sendo que a primeira apresenta uma carga média nula e a segunda uma carga média de 20 kN. A Figura IV.1.23 apresenta a evolução do forçamento enquanto que a Figura IV.1.24 apresenta a evolução do dano para as duas situações. Observa-se que a presença de uma carga média trativa reduz a vida da estrutura em aproximadamente 22%. Conforme já foi comentado, o valor da carga crítica de flambagem ( $P_{cr}$ ) é de 54 kN. O valor do forçamento máximo com carregamento médio de 20 kN é de 42 kN, enquanto o carregamento médio nulo é de 31 kN. Sendo assim a treliça não falha por flambagem em nenhuma das duas situações.

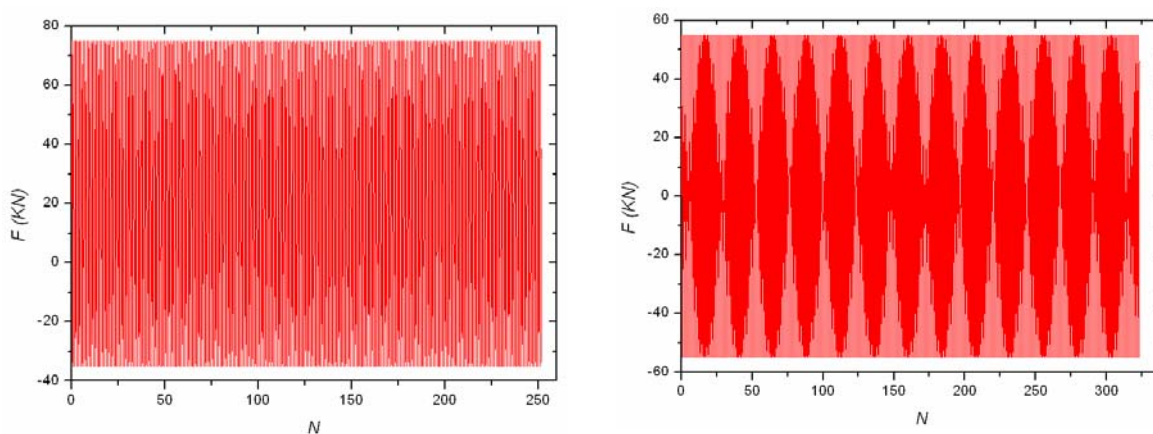


Figura IV.1.23 – Evolução da força para duas situações: com carregamento médio igual a zero e com carregamento médio de 20kN. Caso I.

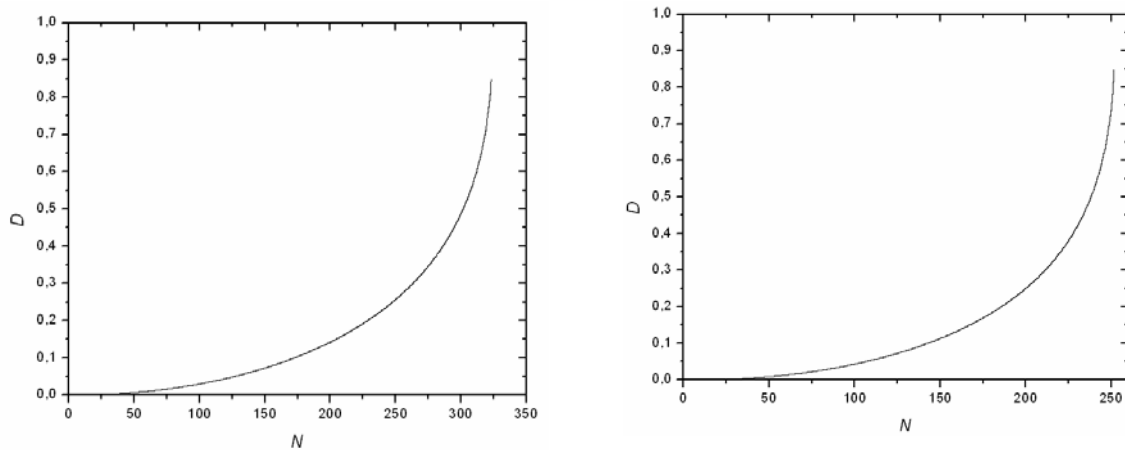


Figura IV.1.24 – Evolução da dano para duas situações: com carregamento médio igual a zero e com carregamento médio de 20kN. Caso I.

## IV.2 -Caso II

Em seguida considera-se a análise de uma estrutura mais complexa, composta de 11 elementos e 7 nós, mostrada na Figura IV.2.1. Esta estrutura é utilizada para analisar efeitos de localização na evolução do dano. Um carregamento mecânico harmônico ( $F$ ) com amplitude de 10 kN e período de 10 s é aplicado ao nó 6, na direção vertical.

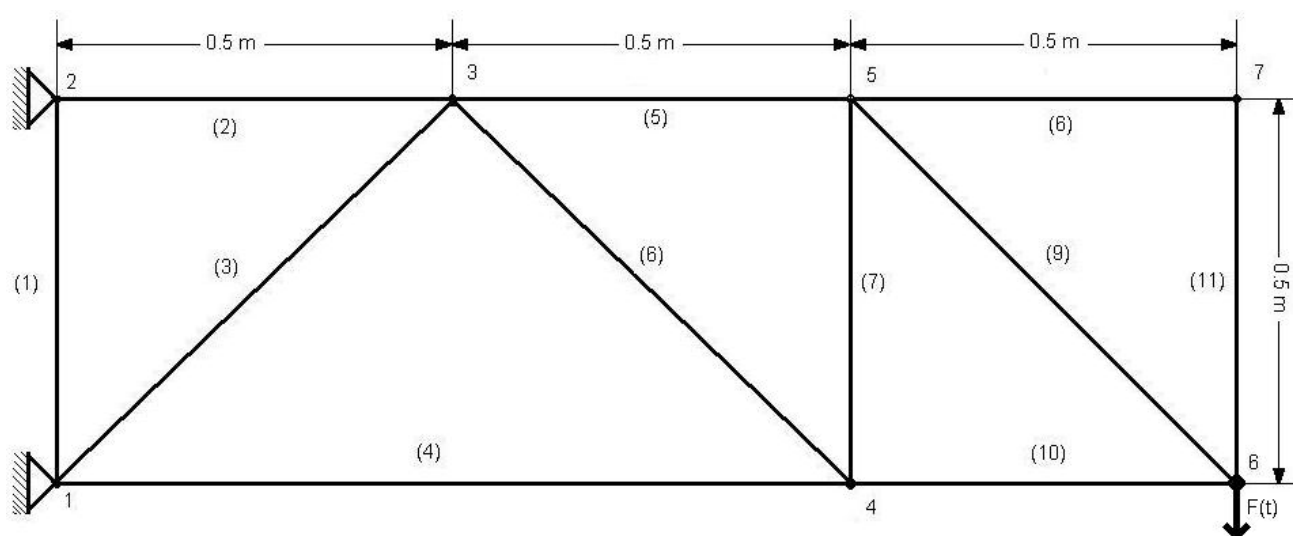


Figura IV.2.1 – Treliça Plana metálica. Caso II

A Tabela IV.2.1 lista o forçamento máximo exercido em cada elemento promovido pela carga externa, e o valor crítico da carga de flambagem. De acordo com os dados apresentados, observa-se que a treliça não sofre falha por flambagem.

Da mesma forma que para o Caso I, antes de se iniciar a análise da estrutura, desenvolveu-se um estudo de convergência para estabelecer o passo no tempo, adotando-se uma discretização temporal de 2000 pontos por ciclo.

Assim como no Caso I, o *Modelo 3* apresenta um menor valor de vida quando comparado com os outros 2 modelos. Dessa forma, apresenta-se inicialmente um estudo com o *Modelo 3* para identificar o elemento crítico e os nós a ele associados, os quais são utilizados em seguida para comparar o comportamento dos 3 modelos. Através das Figuras IV.2.2 a IV.2.5 observa-se que o elemento 2 apresenta os maiores valores em termos de tensão,

deformação e dano, enquanto que os nós que conectam este elemento ao resto da estrutura são aqueles que sofrem o maior aumento de temperatura. Desta forma, pode-se concluir que o elemento 2 é o elemento mais crítico da estrutura e será o elemento escolhido para o estudo apresentado a seguir, o qual considera o comportamento deste elemento para os 3 modelos propostos.

É interessante observar que o elemento 1 sofre uma tensão de compressão causada exclusivamente pela dilatação térmica promovida pelo aumento de temperatura do nó 1, o qual está conectado a dois pontos de fixação que têm o deslocamento restrito.

Tabela IV.2.1. Forçamento Máximo e Carga Crítica de Flambagem ( $P_{cr}$ ) para os elementos da Estrutura.

Elemento	Forçamento máximo (kN)	$P_{cr}$ (kN)
1	27,8	112,0
2	30,0	112,0
3	14,1	80,0
4	19,9	56,0
5	9,8	112,0
6	14,1	80,0
7	9,8	112,0
8	$\cong 0$	112,0
9	14,1	80,0
10	9,8	112,0
11	$\cong 0$	112,0

Nas Figuras IV.2.2 a IV.2.5 é possível identificar que o elemento 2 apresenta os maiores valores de tensão, deformação e dano, enquanto os nós que conectam este elemento ao resto da estrutura (2 e 3) apresentam os maiores valores de temperatura. Este comportamento é esperado, uma vez que o elemento 2 é o elemento que apresenta a maior sollicitação, conforme mostrado na Tabela IV.4.

Na Figura IV.2.4 pode-se observar o efeito do endurecimento cinemático nos primeiros ciclos, o que faz com que a deformação plástica diminua para voltar a crescer após a estabilização do endurecimento cinemático.

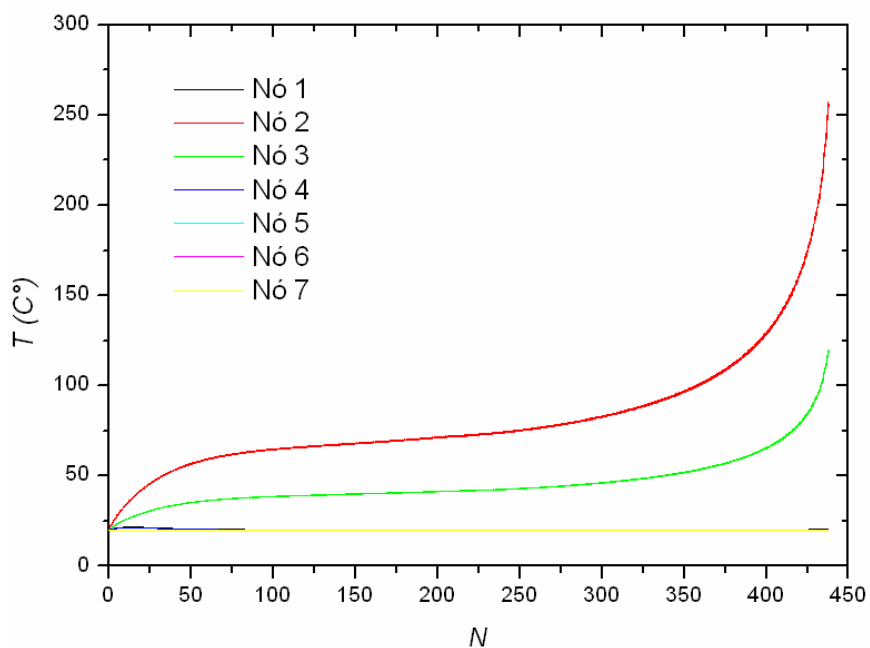


Figura IV.2.2 – Evolução da temperatura ( $T$ ) nos nós da treliça para o *Modelo 3*. Caso II.



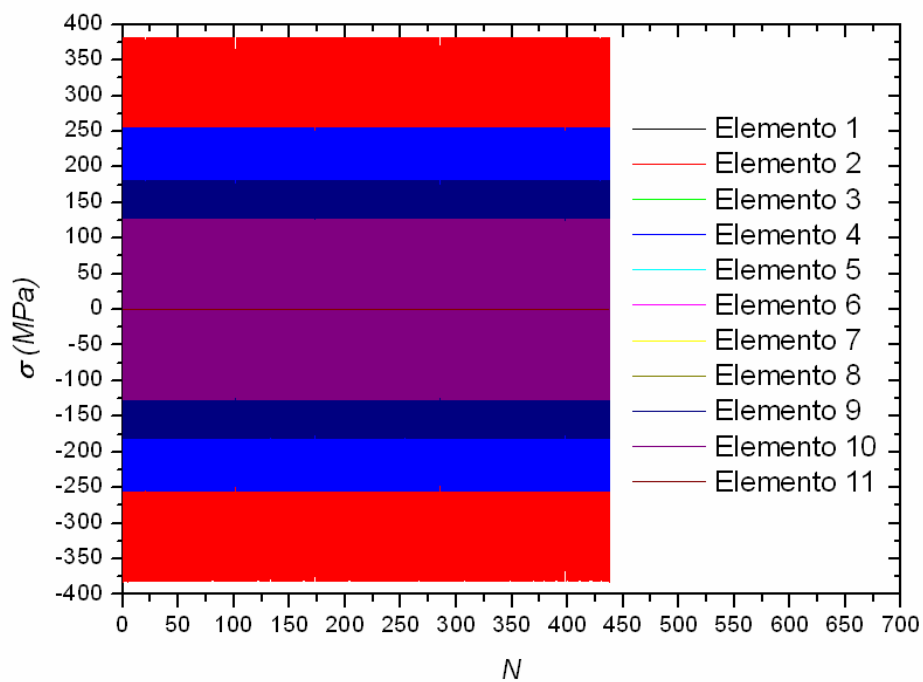


Figura IV.2.3 – Evolução da tensão ( $\sigma$ ) nos elementos da treliça para o *Modelo 3*. Caso II.

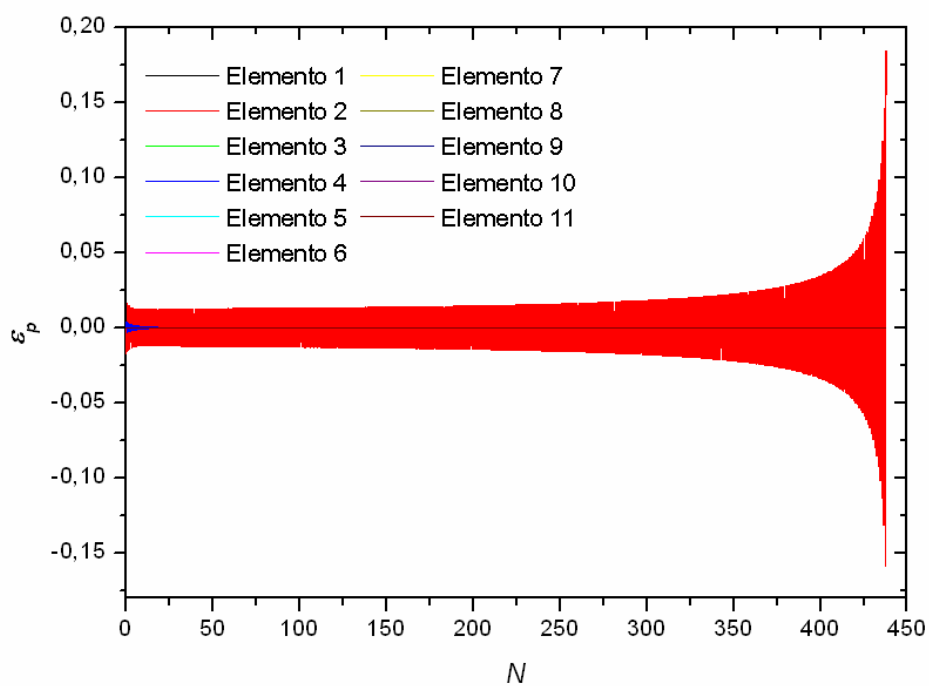


Figura IV.2.4 – Evolução da deformação plástica ( $\varepsilon_p$ ) nos elementos da treliça para o *Modelo 3*. Caso II.

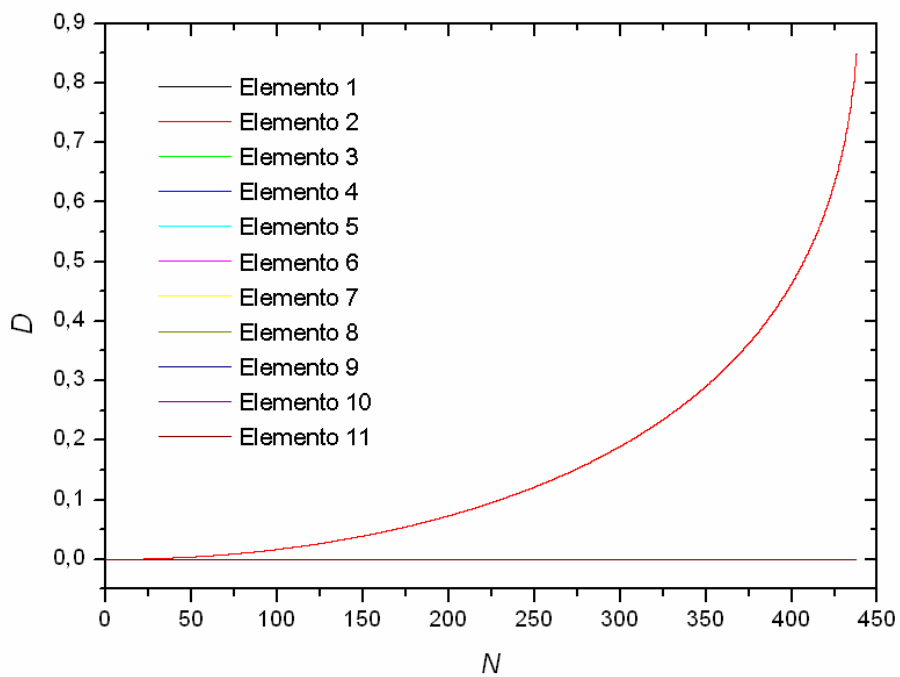


Figura IV.2.5 – Evolução do dano ( $D$ ) nos elementos da treliça para o *Modelo 3*. Caso II.

Em seguida apresenta-se uma análise do elemento 2 e dos nós conectado a este elemento para os 3 modelos. Na Figura IV.2.6 observa-se que a amplitude da tensão permanece constante para os três modelos. A Figura IV.2.7 apresenta a evolução do dano, que afeta a evolução dos endurecimento cinemático e isotrópico, mostrada nas Figuras IV.2.8 e IV.2.9, e a evolução da deformação plástica, mostrada na Figura IV.2.10.

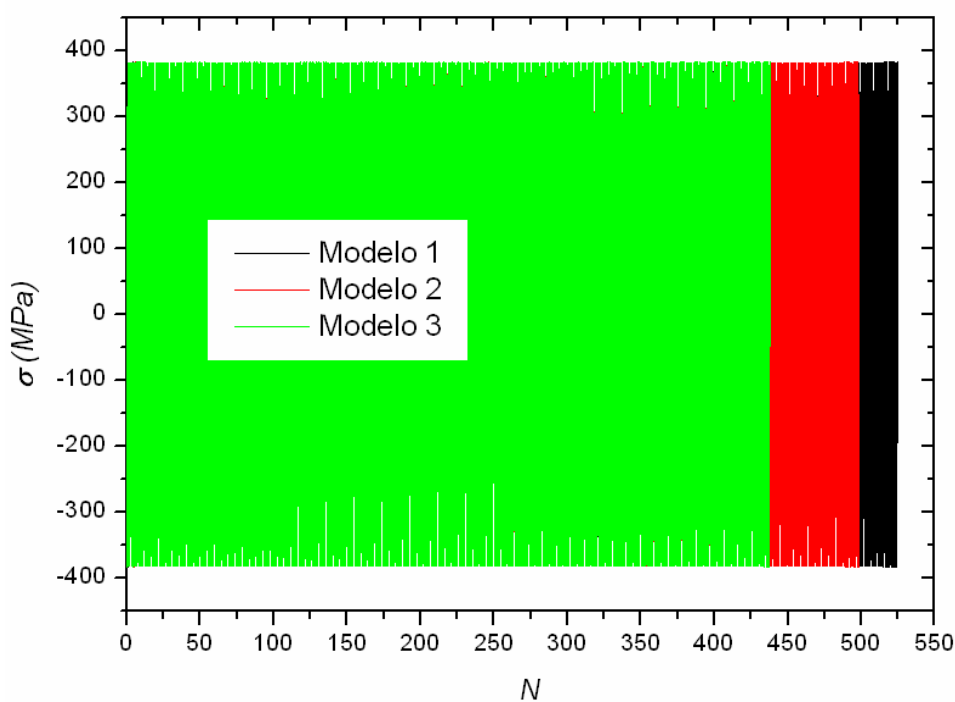


Figura IV.2.6 – Evolução da tensão ( $\sigma$ ) no elemento 2 para os *Modelos 1, 2 e 3*. Caso II.

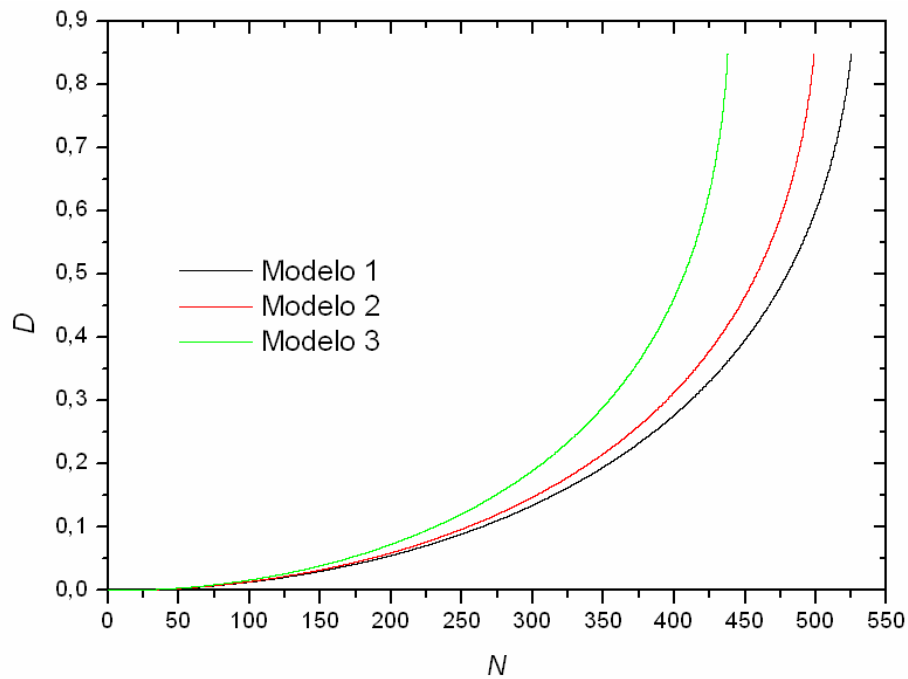


Figura IV.2.7 – Evolução do dano ( $D$ ) no elemento 2 para os *Modelos 1, 2 e 3*. Caso II.

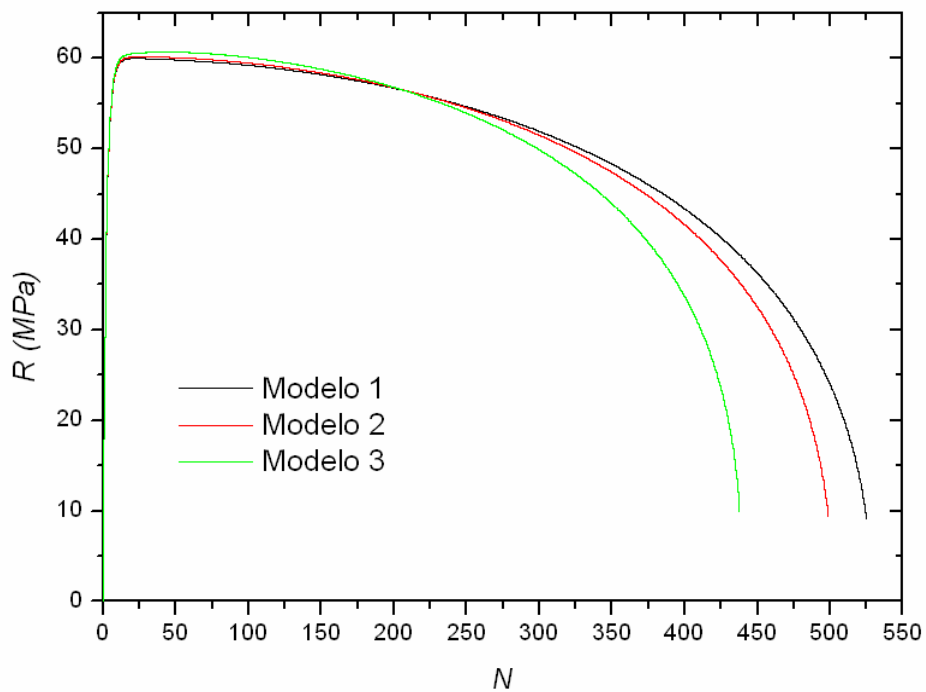


Figura IV.2.8– Evolução da endurecimento isotrópico ( $R$ ) no elemento 2 para os *Modelos 1, 2 e 3*. Caso II.

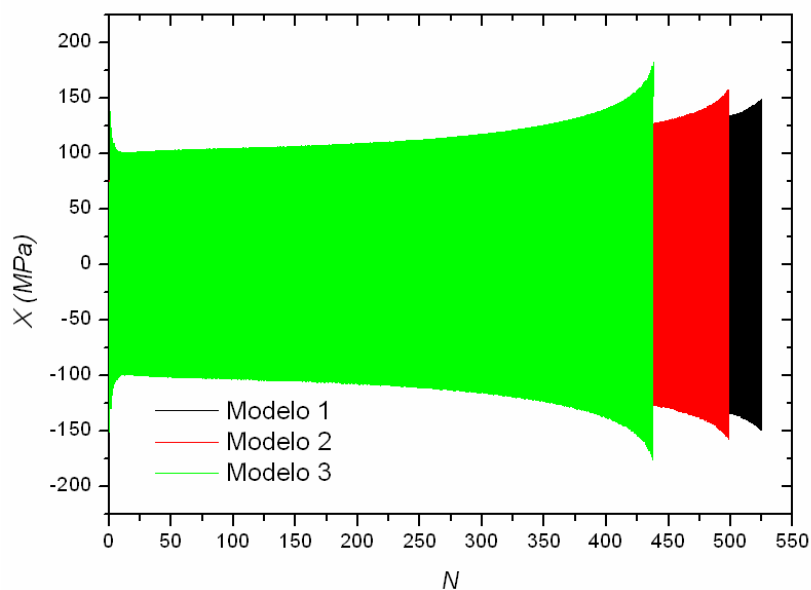


Figura IV.2.9 – Evolução do endurecimento cinemático ( $X$ ) no elemento 2 para os *Modelos 1, 2 e 3*. Caso II.

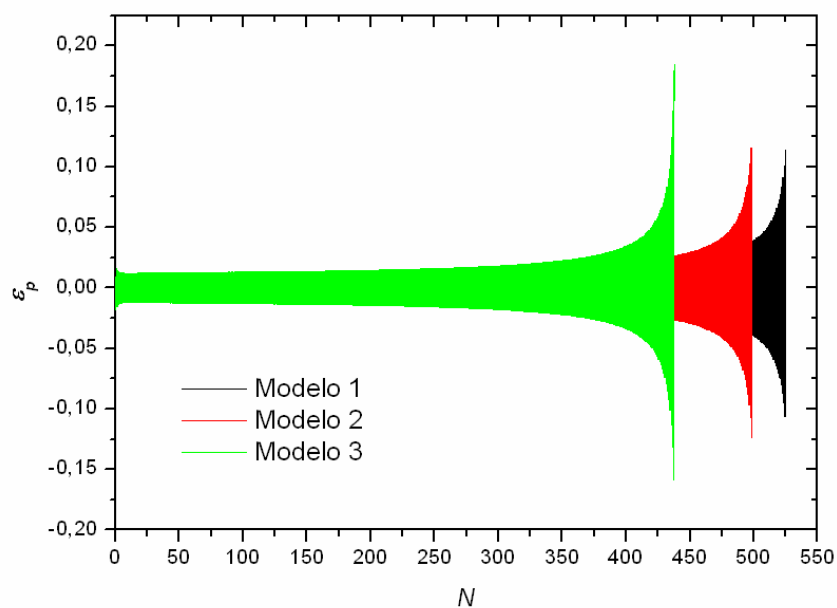


Figura IV.2.10 – Evolução da deformação plástica ( $\varepsilon_p$ ) no elemento 2 para os *Modelos 1, 2 e 3*. Caso II.

As Figuras IV.2.11 e IV.2.12 apresentam a evolução da temperatura nos nós que conectam o elemento 2 para os 3 modelos em questão.

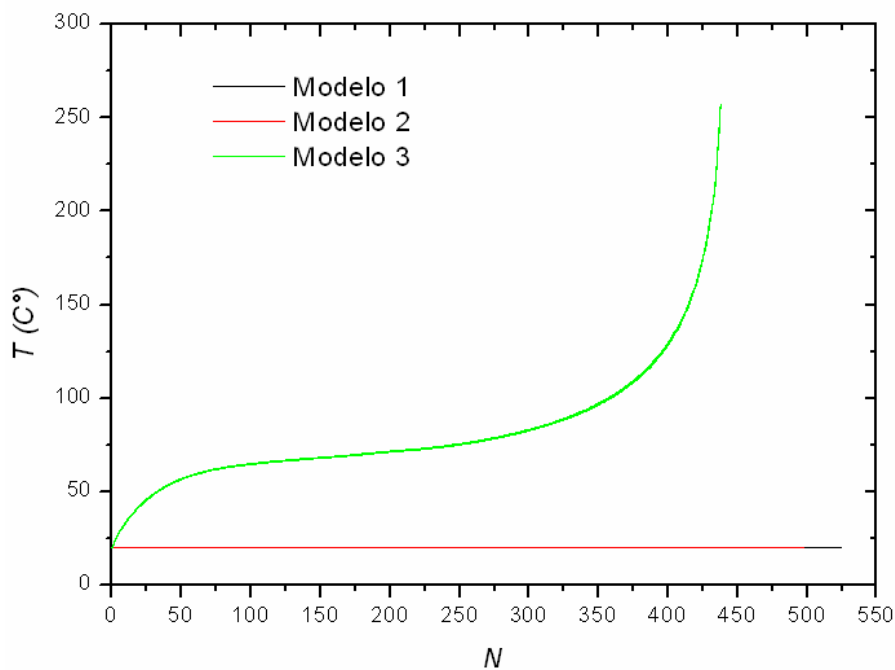


Figura IV.2.11 – Evolução do temperatura ( $T$ ) no nó 1 para os *Modelos 1, 2 e 3*. Caso II.

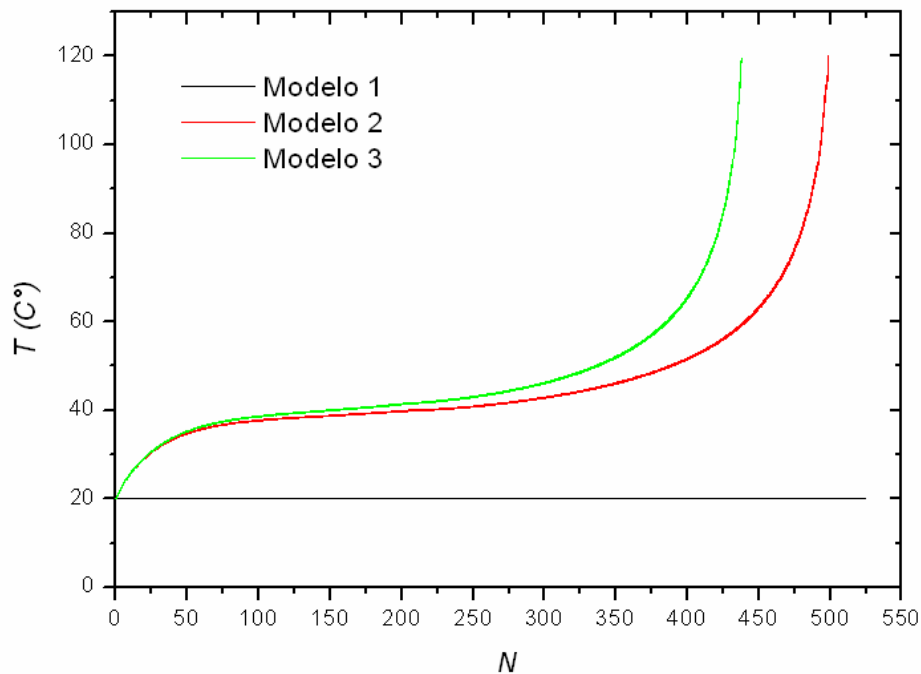


Figura IV.2.12 – Evolução do temperatura ( $T$ ) no nó 2 para os *Modelos 1, 2 e 3*. Caso II.

As Figuras IV.2.13 a IV.2.15 apresentam o laço de histerese de tensão-deformação para os 3 modelos. Observa-se um aumento na amplitude de deformação total no laço de

histerese nos últimos ciclos que é provocado pela evolução do dano. Assim como para as curvas de evolução da deformação, o *Modelo 3* apresenta a maior amplitude de deformação total nos últimos ciclos antes da falha.

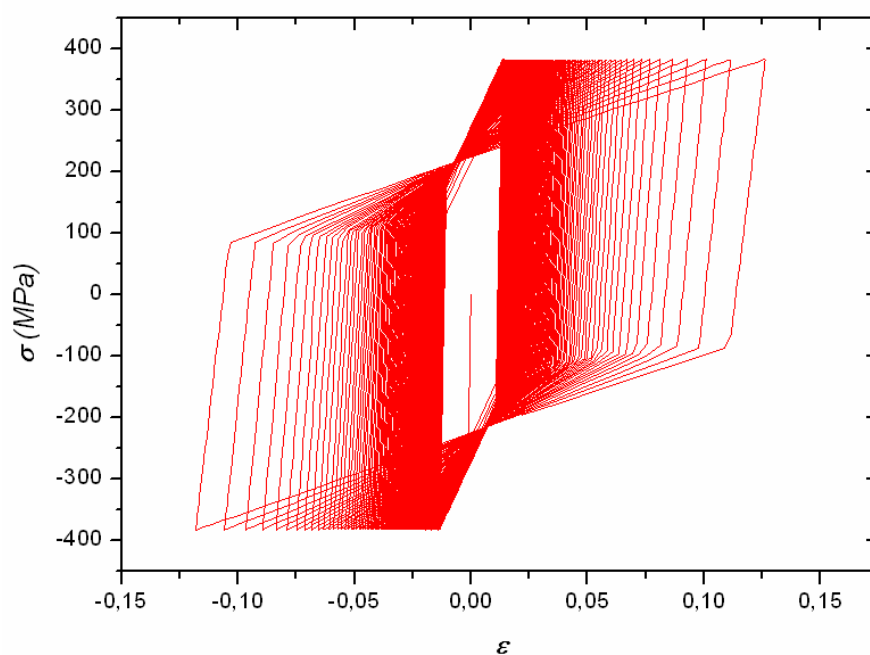


Figura IV.2.13 – Ciclos de histerese tensão-deformação para o elemento 2 para o *Modelo 1*. Caso II.

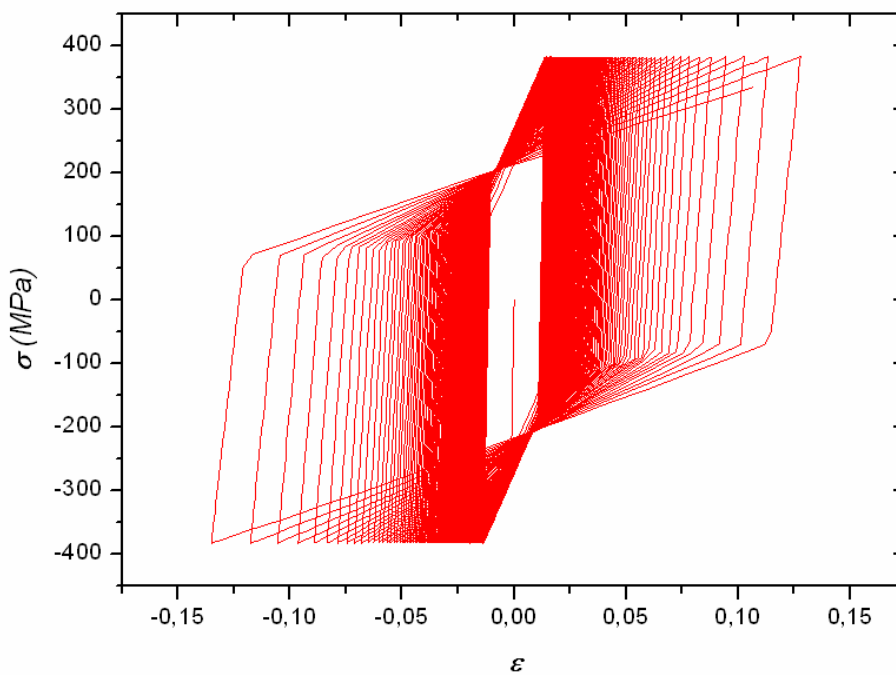


Figura IV.2.14 – Ciclos de histerese tensão-deformação para o elemento 2 para o *Modelo 2. Caso II.*

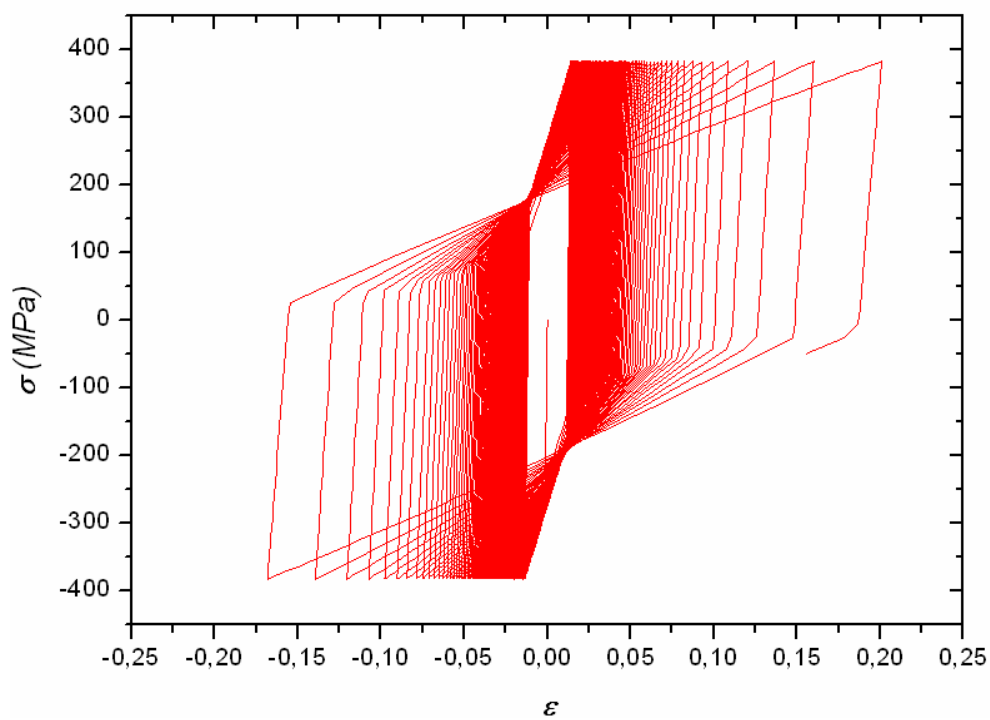


Figura IV.2.15 – Ciclos de histerese Tensão-deformação para o elemento 2 para o *Modelo 3. Caso II.*



Os resultados mostram que a evolução do dano para o *Modelo 1*, o *Modelo 2* e o *Modelo 3* resultam em previsões de vida à fadiga iguais a 525, 498 e 438 ciclos, respectivamente. Tomando-se como referência o *Modelo 1*, estes valores representam uma redução de vida 5% para o *Modelo 2* e uma redução de 17% para o *Modelo 3*.

Em comparação com o Caso I, os modelos acoplados (*Modelo 2* e *Modelo 3*) para o Caso II apresentam menores reduções de vida em relação ao modelo não-acoplado (*Modelo 1*). Além da estrutura do Caso II estar submetida a valores inferiores de carregamento, o elemento crítico (elemento 2) está cercado por elementos submetidos a cargas baixas, para os quais a temperatura não aumenta muito. Estes elementos acabam por trocar calor por condução com o elemento 2, contribuindo para reduzir a sua temperatura e não acelerar de uma forma tão acentuada a evolução do dano.

## CONCLUSÃO

Este trabalho apresenta um modelo anisotérmico com variáveis internas formulado no contexto da Mecânica do Contínuo e da Termodinâmica de Processos Irreversíveis para estudar os efeitos do acoplamento termomecânico em estruturas treliçada bidimensionais elastoplásticas submetidas a carregamentos mecânicos inelásticos cíclicos. A formulação é termodinamicamente consistente, o que garante que os resultados satisfazem os princípios fundamentais utilizados no estabelecimento do modelo. Esta característica é bastante importante para a análise de fenômenos complexos como os que estão presentes em problemas envolvendo o acoplamento termomecânico.

Um procedimento numérico, associado a um procedimento iterativo, é utilizado para lidar com as não-linearidades da formulação. O procedimento numérico utilizado é baseado na técnica de partição do operador e permite separar os fenômenos envolvidos e utilizar técnicas numéricas tradicionais. O programa computacional desenvolvido utiliza rotinas numéricas baseadas no método de elementos finitos e é utilizado para estudar o comportamento termomecânico de estruturas bidimensionais treliçadas.

Os resultados numéricos apresentados, desenvolvidos para 2 estruturas treliçadas de aço austenítico submetidas a carregamentos cíclicos inelásticos, mostram que o acoplamento termomecânico e as condições de contorno térmicas podem influenciar significativamente a vida em fadiga de uma estrutura metálica. Para os casos estudados, os modelos acoplados apresentam previsões de vida até 44% menores do que as obtidas com o modelo desacoplado. Estes resultados indicam que previsões de vida equivocadas podem ser obtidas no projeto de componentes mecânicos submetidos a carregamentos de fadiga de baixo ciclo, quando estes fatores não são incluídos na análise, especialmente quando altas taxas de carregamento estão envolvidas, o que pode levar a falhas não previstas.

É importante ressaltar que este trabalho apresenta a proposta de uma metodologia e representa um estudo inicial. Diversos aspectos relacionados com o tema merecem ser abordados, como a análise dos efeitos do acoplamento termomecânico na localização do dano de fadiga em peças planas e tridimensionais com entalhes e concentradores de tensão. A

localização da deformação plástica na região dos concentradores de tensão pode estabelecer condições complexas para a evolução da temperatura e do dano. Além disso, para que a metodologia proposta possa ser utilizada como uma ferramenta de projeto, é necessário desenvolver um programa experimental que possibilite a sua calibração e validação.

## APÊNDICE 1 - CÓDIGO FONTE DO PROGRAMA EM LINGUAGEM C TEST\_ARQ.C

```
#include <process.h>
FILE *fptrIn,*fptrOut1,*fptrOut2,*fptrOut3,*fptrOut4,*fptrOut5;
void testaAberturaArqR(stringArq nomeArq)
{
    if( (fptrIn=fopen(nomeArq,"r")) == NULL )
    {
        printf("erro abrindo arquivo entrada!!!");
        exit(1);
    }
}
void testaAberturaArqW1(stringArq nomeArq)
{
    if( (fptrOut1=fopen(nomeArq,"w")) == NULL )
    {
        printf("erro abrindo arquivo de saída!!!");
        exit(1);
    }
}
void testaAberturaArqW2(stringArq nomeArq)
{
    if( (fptrOut2=fopen(nomeArq,"w")) == NULL )
    {
        printf("erro abrindo arquivo de saída!!!");
        exit(1);
    }
}
void testaAberturaArqW3(stringArq nomeArq)
{
    if( (fptrOut3=fopen(nomeArq,"w")) == NULL )
    {
        printf("erro abrindo arquivo de saída!!!");
        exit(1);
    }
}
void testaAberturaArqW4(stringArq nomeArq)
{
    if( (fptrOut4=fopen(nomeArq,"w")) == NULL )
    {
        printf("erro abrindo arquivo de saída!!!");
        exit(1);
    }
}
void testaAberturaArqW5(stringArq nomeArq)
{
    if( (fptrOut5=fopen(nomeArq,"w")) == NULL )
    {
        printf("erro abrindo arquivo de saída!!!");
        exit(1);
    }
}
```

## PROP\_FUNCOES.H

```

/*      =====Propriedades Termomecânicas =====*/
long double fE(long double Temp)
{
    long double aux;
    aux=a0E+a1E*(Temp+273);
    return(aux);
}
long double fSy(long double Temp)
{
    long double aux;
    aux=2.275e8-2.001e5*(Temp);
    return(aux);
}
long double falfa(long double Temp)
{
    long double aux;
    aux=a0aT+a1aT*(Temp+273);
    return(aux);
}
long double fS0(int nS0)
{
    long double aux;
    aux=0;
    if ((t>10*(1/freq)) && (t<20*(1/freq)))
    {
        if (y[_ep][nS0]>epMax[nS0]) epMax[nS0]=y[_ep][nS0];
        if (y[_ep][nS0]<epMin[nS0]) epMin[nS0]=y[_ep][nS0];
        if ((epMax[nS0]-epMin[nS0] > delta_ep[nS0]) && (y[_D][nS0]<0.01))
            delta_ep[nS0]=epMax[nS0]-epMin[nS0];
    }
    if (t>10*(1/freq)) aux=(546.265e9) * exp(-103.11*delta_ep[nS0]);
    /*aux=(1.524e11) * exp(-64.37*delta_ep[nS0]);*/
    else aux=120e9;
    if (aux<10e9) aux=10e9;
    return(aux);
}
long double fa1(long double Temp)
{
    long double aux,fatorCorr;
    aux=a0a1+a1a1*(Temp+273);
    fatorCorr=4/108.3;
    aux=aux*fatorCorr;
    return(aux);
}
long double fa2(long double Temp)
{
    long double aux;
    aux=a0a2+a1a2*(Temp+273);
    return(aux);
}
long double fb(long double Temp)
{
    long double aux;
    aux=a0bM+a1bM*(Temp+273);
}

```

```
        return(aux);
    }
long double fd(long double Temp)
{
    long double aux;
    aux=a0d+a1d*(Temp+273);
    return(aux);
}
long double fphi1(long double Temp)
{
    long double aux;

aux=a0phi1+a1phi1*(Temp+273);
aux=0;
    return(aux);
}
long double fphi2(long double Temp)
{
    long double aux;
    aux=a0phi2+a1phi2*(Temp+273);
    aux=0;
    return(aux);
}
double CT(long double Temp)
{
    long double aux;
aux= a0CT+a1CT*(Temp+273);
    return(aux);
}
double KT(long double Temp)
{
    long double aux;
aux= a0KT+a1KT*(Temp+273);
    return(aux);
}
```

## PROP\_CTE.H

```

/* ===== Definição das Prop. (cte) ===== */
#define E0          196e9
#define Sy0         130e6
#define K0          151e6
#define n0          24
#define c0          162e9
#define alfa0       2800
#define b0          8
#define Q0          60e6
#define Ro0         7.8E+3 /* Kg/m3 */
#define CT0         470    /* J/Kg C */
#define KT0         50     /* W/m C */

/* ===== Definição das Prop. (T) ===== */
#define a0E         2.199E+11 /* E (Pa) */
#define a1E         -7.931E+07
#define a0Sy        1.204E+08 /* Sy (Pa) */
#define a1Sy        -1.310E+05
#define a0K         1.515E+08 /* Sy (Pa) */
#define a1K         -1.724E+03
#define a0n         3.006E+01 /* n */
#define a1n         -2.069E-02
#define a0bM        4.990E+07 /* b (Pa) */
#define a1bM        3.448E+04
#define a0d         6.990E+00 /* d */
#define a1d         3.448E-03
#define a0a1        1.542E+11 /* a (Pa) */
#define a1a1        -1.566E+08
#define a0phi1      4.038E+03 /* phi */
#define a1phi1      -4.224E+00
#define a0a2        6.268E+09 /* a (Pa) */
#define a1a2        -6.034E+06
#define a0phi2      3.005E+01 /* phi */
#define a1phi2      -1.724E-02
#define a0CT        3.883E+02 /* C */
#define a1CT        2.241E-01
#define a0aT        1.409E-05 /* alfa */
#define a1aT        4.448E-09
#define a0KT        8.959E+00 /* KT */
#define a1KT        1.379E-02

```

## MATLIB.C

```

/*=====
=====
void Elim_Gauss(int n_, matriz A_, vetor b_, vetor x_)
Descricao:      Obtém a solucao de um sistema de equações lineares
                [A_][x_]=[b_], através do método de Eliminação de Gauss.
Variáveis:     n_:      ordem do sistema
                (in)
                A_:      matriz simétrica (n_ x n_)
                (in/out)
                b_:      vetor carregamento (n_ x 1)
                (in/out)
                x_:      vetor solucao (n_ x 1)
                (out)
Dependência:   DefVar.h      (definição dos tipos matriz e vetor)
Autor:         Pedro M.C. Lopes Pacheco (21/8/95)
Modificação:

-----

double det_Triang(int n_, matriz U_)
Descricao:     Obtém o determinante de uma matriz triangular
Variáveis:    n_:      ordem do sistema                (in)
                U_:      matriz triangular (n_ x n_)    (in)
                det:     determinante                  (out)
Dependência:   DefVar.h      (definição do tipo vetor)
Autor:         Pedro M.C. Lopes Pacheco (21/8/95)
Modificação:

=====
=====*/
void Elim_Gauss(int n_, matriz A_, vetor b_, vetor x_)
{
    int ii,jj,kk;
    double pivot,coef,aux;
    /*===== Triangularização (triangular superior) =====*/
    for (ii=0;ii<(n_-1);ii++)
    {
        pivot=A_[ii][ii];
        for (kk=(ii+1);kk<n_;kk++)
        {
            coef=A_[kk][ii]/pivot;
            for (jj=0;jj<n_;jj++)
            {
                A_[kk][jj]=A_[kk][jj]-(coef*A_[ii][jj]);
            }
            b_[kk]=b_[kk]-(b_[ii]*coef);
        }
    }
    /*===== Retrosubstituição =====*/
    for(ii=n_-1;ii>=0;ii--)
    {
        aux=0;
        for(jj=ii+1;jj<n_;jj++)
        {
            aux=aux+A_[ii][jj]*x_[jj];
        }
        x_[ii]=(b_[ii]-aux)/A_[ii][ii];
    }
}

```



```
        }  
    }  
double det_Triang(int n_, matriz U_)  
{  
    int ii;  
    double det;  
    det=1;  
    for (ii=0;ii<n_;ii++) det=det*U_[ii][ii];  
    return(det);  
}
```

**DEFVAR.H**

```
#define nGmax      20
#define nElmax    13
#define nDim      2
#define nPontosMax 100000
#define nVarElMax 13
typedef long double vetorVarElem [nVarElMax][nElmax];
typedef long double vetor [nGmax];
typedef long double matriz [nGmax][nGmax];
typedef long double temp [nPontosMax][nGmax];
typedef float matriz_xG [nGmax][2];
typedef int matriz_nE [nGmax][2];
typedef int matriz_E [nGmax][5];
typedef float vetor_E [nElmax];
typedef long double vetor_ct [nGmax];
typedef struct
{ float x[nGmax];      float y[nGmax]; }
nos;
typedef struct
    { float i[nElmax]; float j[nElmax];      }
elementos;
typedef struct
    { float E[nElmax]; float A[nElmax];      float L[nElmax]; }
propElemTrelica;
typedef char stringArq [80];
```

## TEP\_TRELICA\_07.C

```

/*=====
Programa:   TEP_Trelica.C
Descricao:  Obtém a temperatura em todos os nos da estrutura após a mesma
            ter sido submetida a temperaturas conhecidas em alguns nos
            discretos e a trocas de calor com o meio por convecção e ter se
            alcançado a estabilidade térmica do sistema.
            Entrada:Arquivo contendo os dados necessários ao cálculo sugerido.
            Saída: Arquivo contendo as temperaturas finais nos nós.
nVariaveis:  nGL:  número total de graus de liberdade           (in)
              nNs:  número total de nos da estrutura             (in)
              nEl:  número total de elementos                   (in)
              xG:   coordenadas dos nos (nx2)                   (in)
              nE :  nos dos elementos                            (in)
              aE:   área seção transversal do elemento         (in)
              pE:   perímetro transversal do elemento         (in)
              mE:   modulo de elasticidade do elemento        (in)
              cdI:  coeficiente de dilatação linear            (in)
              Tini: temperatura inicial do conjunto            (in)
              tFl:  temperatura do fluido                       (in)
              kcd:  coeficiente de condução                     (in)
              hcV:  coeficiente de convecção                    (in)
              f:    vetor forçamento nodal (nGL x 1)            (in)
              fter: vetor forçamento térmico global (nNs x 1)   (-)
              fterEl: vetor forçamento térmico do elemento      (-)
              cc:   cond. de contorno dos nos(nGL x 2) 0 fixo e 1 livre
                    (in)
              cct:  condições de contorno térmico (nGL x 1)   (in)
              el:   definição dos elementos (nEl x 2)          (-)
              propETP: propriedades do elemento (E,A) (nEl x 2) (-)
              ft:   vetor forçamento nodal transformado         (-)
              K:    matriz global mec (simétrica - nGL x nGL)   (-)
              Kt:   matriz global ter (simétrica - nNs x nNs)   (-)
              u:    vetor deslocamento nodal (nGL x 1)          (out)
              veteta: vetor temperaturas finais (nNs x 1)        (out)
              KEI:  matriz de rigidez do elemento treliça       (-)
              MatEl: matriz de identificação do elemento        (-)
              vct:  vetor carregamento térmico (nNs x 1)        (-)
              y,y0,yi: vetores das variáveis mecânicas nos elementos:
              s, e, ep, X (i - valor na iteração i)             (out)
              nPontos número de pontos no tempo                 (in)
              tFinal: tempo final da análise                     (in)
              freq:  freqüência da função seno                  (in)
              Amp:   amplitude de carregamento em um ponto     (-)
              tempo: tempo na qual análise esta sendo feita     (-)
              fMec:  vetor forçamento mecânico em cada no nó tempo
                    (-)
                    TensaoTemp: Tensão nos elementos no tempo (out)
Autor:        Christian Nolte
Orientação:   PEDRO MANUEL CALAS LOPES PACHECO
=====*/
#include <stdio.h>
#include <io.h>
#include <conio.h>
#include <dos.h>

```

```

#include <math.h>
#include <string.h>
#include "DefVar.h"
#include "MatLib.c"
#include "Test_Arq.c"
#define nVarEl          13
#define _s              0
#define _e              1
#define _ep             2
#define _c              3
#define _X              4
#define _p              5
#define _R              6
#define _D              7
#define _BD             8
#define _X1             9
#define _X2            10
#define _c1             11
#define _c2             12
#define TOL_Plast          1.0e-9
#define TOL_ConvMecanica  1.0e-6
#define nIntMax           10
#define nPtGr            100 // número de pontos gravados por
                             ciclo
#define Dcr                0.85
#define Ro                 7.8e3
#define teta               1.0
int i,j,nGL,nNs,nEl,n,x,p,q,r,s,z,k,ponto,n1,i_aux,nPontos,nInt;
float
    aux,w,Tini,tFI,ftermico,fplastico,kcd,calesp,t,freq,PI,hcv,tFinal,dt,dt0,tGrava,dtGra
    va;
long double dx,dy,a,b,c,S,C,l,aux1,aux2,Dmax;
matriz K,KEI,Kt,CEI,Ct,A;
matriz_xG xG;
matriz_nE nE;
matriz_E MatEl;
vetorVarElem y,y0,yi;
vetor_ct vct,cct,fter,fterEI,T,T0,F;
vetor u,f,fMec,flni,flni_m,ft,fTemp,cc;
vetor lambda;
vetor_E
    aE,mE,E,Sy,S0,alfa,a1,phi1,a2,phi2,b1,d1,K1,C1,Tmedio,T0medio,pE,m
    H,Q,
    delta_ep,epMax,epMin;
long double acpl[nElmax],acpli[nElmax],acpT[nElmax];
    elementos el;
propElemTrelca propETP;
stringArq arqIn,arqOut1,arqOut2,arqOut3,arqOut4,arqOut5;
char cabecalho[100];
void SolucaoTermico (void);
void PreditorTermoElastico(void);
void CálculoTensao (void);
void CorretorPlastico(void);
void IdentfElemento (void);
void MontMatrizGlobalMec (void);
void ForcamentoMecanico(float tForc);

```

```

void SomaForcamentosTP (void);
void AcoplamentoTM(void);
void AcoplamentoTM_Cobem(void);
#include "PROP_CTE.H"
#include "PROP_FUNCOES.H"

/*      =====Leitura de Dados =====*/

void LeituraDados(void)
{
    clrscr();
    gotoxy(10,1);
    printf("**** Solucao de Trelicas planas - MEF ****");
    strcpy(arqIn,"Trelica_03.inp");
    testaAberturaArqR(arqIn);           /* abertura do arq. de Entrada */
    fgets(cabecalho,80,fptrIn);
    fscanf(fptrIn,"%d",&nGL);           /* graus de liberdade */
    fgets(cabecalho,80,fptrIn);
    fgets(cabecalho,80,fptrIn);
    fscanf(fptrIn,"%d",&nNs);           /* número de nos */
    fgets(cabecalho,80,fptrIn);
    fgets(cabecalho,80,fptrIn);
    fscanf(fptrIn,"%d",&nEI);           /* número de elementos */
    fgets(cabecalho,80,fptrIn);
    fgets(cabecalho,80,fptrIn);
    for(i=0;i<nNs;i++)                   /* coordenadas dos nos */
    {
        fscanf(fptrIn,"%e",&aux);
        for(j=0;j<2;j++) fscanf(fptrIn,"%e",&xG[i][j]);
    }
    fgets(cabecalho,80,fptrIn);
    fgets(cabecalho,80,fptrIn);
    for(i=0;i<nEI;i++)                   /* coordenadas dos elementos */
    {
        fscanf(fptrIn,"%e",&aux);
        for(j=0;j<2;j++)
        {
            fscanf(fptrIn,"%d",&i_aux);
            nE[i][j]=i_aux-1;
        }
    }
    fgets(cabecalho,80,fptrIn);
    fgets(cabecalho,80,fptrIn);
    for(i=0;i<nEI;i++)                   /* área dos elementos */
    {
        fscanf(fptrIn,"%d",&i_aux);
        fscanf(fptrIn,"%e",&aE[i]);
    }
    fgets(cabecalho,80,fptrIn);
    fgets(cabecalho,80,fptrIn);
    for(i=0;i<nEI;i++)                   /* perímetro dos elementos */
    {
        fscanf(fptrIn,"%d",&i_aux);
        fscanf(fptrIn,"%e",&pE[i]);
    }
    fgets(cabecalho,80,fptrIn);
}

```

```

fgets(cabecalho,80,fptrln);
fscanf(fptrln,"%e",&Tini); /* temperatura inicial do
conjunto */
fgets(cabecalho,80,fptrln);
fgets(cabecalho,80,fptrln);
fscanf(fptrln,"%e",&tFI); /* temperatura do fluido
*/
fgets(cabecalho,80,fptrln);
fgets(cabecalho,80,fptrln);
fscanf(fptrln,"%e",&hcv); /* coeficiente de convecção */
fgets(cabecalho,80,fptrln);
fgets(cabecalho,80,fptrln);
for (i=0;i<nGL;i++) /* Leitura do vetor f senoidal*/
{
fscanf(fptrln,"%e",&aux);
fIni[i]=aux;
}
fgets(cabecalho,80,fptrln);
fgets(cabecalho,80,fptrln);
for (i=0;i<nGL;i++) /* Leitura do vetor f médio*/
{
fscanf(fptrln,"%e",&aux);
fIni_m[i]=aux;
}
fgets(cabecalho,80,fptrln);
fgets(cabecalho,80,fptrln);
for (i=0;i<nGL;i++) /* Leitura do vetor cc */
{
fscanf(fptrln,"%e",&aux);
cc[i]=aux;
}
fgets(cabecalho,80,fptrln);
fgets(cabecalho,80,fptrln);
for (i=0;i<nNs;i++) /* condições de contorno térmico */
{
fscanf(fptrln,"%e",&aux);
cct[i]=aux;
}
fgets(cabecalho,80,fptrln);
fgets(cabecalho,80,fptrln);
fscanf(fptrln,"%d",&nPontos); /* número de pontos */
fgets(cabecalho,80,fptrln);
fgets(cabecalho,80,fptrln);
fscanf(fptrln,"%e",&tFinal); /* tempo final da análise */
fgets(cabecalho,80,fptrln);
fgets(cabecalho,80,fptrln);
fscanf(fptrln,"%e",&freq); /* freqüência da função seno */
fclose(fptrln); /* Fechamento do Arquivo de leitura
*/
}

/* ===== Rotinas Auxiliaries =====*/

long double sqr(long double x)
{
return(x*x);
}

```

```

}
long double fsgn(long double x)
{
    if (x>=0.0)    return(+1.0);
    else          return(-1.0);
}
void IdentfElemento (void) /* Identificação de elemento */
{
    for(i=0;i<nEl;i++)
    {
        MatEl[i][0]=i+1;
        MatEl[i][1]=(2*(nE[i][0]+1))-2;
        MatEl[i][2]=(2*(nE[i][0]+1))-1;
        MatEl[i][3]=(2*(nE[i][1]+1))-2;
        MatEl[i][4]=(2*(nE[i][1]+1))-1;
    }
}
void PropriedadesTermicas(void)
{
    int i;
    for(i=0;i<nEl;i++)
    {
        Tmedio[i]=(T[nE[i][0]]+T[nE[i][1]])/2;
        T0medio[i]=(T0[nE[i][0]]+T0[nE[i][1]])/2;
        C1[i]=CT(Tmedio[i]);
        K1[i]=KT(Tmedio[i]);
    }
}
void PropriedadesMecanicasElasticas(void)
{
    int i;
    for(i=0;i<nEl;i++)
    {
        Tmedio[i]=(T[nE[i][0]]+T[nE[i][1]])/2;
        T0medio[i]=(T0[nE[i][0]]+T0[nE[i][1]])/2;
        mE[i]=fE(Tmedio[i]);
        E[i]=(1-y_L_D)[i]*mE[i];
        alfa[i]=falfa(Tmedio[i]);
    }
}
void PropriedadesMecanicasPlasticas(void)
{
    int i;
    for(i=0;i<nEl;i++)
    {
        Tmedio[i]=(T[nE[i][0]]+T[nE[i][1]])/2;
        T0medio[i]=(T0[nE[i][0]]+T0[nE[i][1]])/2;
        Sy[i]=fSy(Tmedio[i]);
        S0[i]=fS0(i);
        a1[i]=fa1(Tmedio[i]);
        phi1[i]=fphi1(Tmedio[i]);
        a2[i]=fa2(Tmedio[i]);
        phi2[i]=fphi2(Tmedio[i]);
        b1[i]=fb(Tmedio[i]);
        d1[i]=fd(Tmedio[i]);
    }
}

```

```

}

/*      ===== Inicializacao =====*/

void Inicializacao(void)
{
    PI=acos(-1);
    t=0;
    IdentfElemento ();
    for (i=0;i<nNs;i++)
    {
        T0[i] = Tini;
        T[i]   = Tini;
    }
    for (i=0;i<nVarEl;i++)
    for (j=0;j<nEl;j++)
    {
        y0[i][j] = 0.0;
        y[i][j]  = 0.0;
        yi[i][j] = 0.0;
    }
    for (i=0;i<nEl;i++)
    {
        delta_ep[i]=0;
        epMax[i]=-1e20;
        epMin[i]=+1e20;
        S0[i]=120e9;
        acpli[i]=0;
    }
    Dmax=0;
    nPontos=(tFinal/(1/freq))*nPontos;
    dt0=tFinal/nPontos;
    dt=dt0;
    tGrava=0;
    dtGrava=(1/freq)/nPtGr;
}

/*      ===== Rotinas de Gravação=====*/

void InicializaGravacao(void)
{
    fcloseall();
    strcpy(arqOut1,"_Temperaturas_Nodais.out");
    strcpy(arqOut2,"_Desl_Forçamento_Nodais.out");
    strcpy(arqOut3,"_Var_Elementos.out");
    strcpy(arqOut4,"_Acoplamento_Termomecanico.out");
    testaAberturaArqW1(arqOut1);           //abre arquivo1
    testaAberturaArqW2(arqOut2);           //abre arquivo2
    testaAberturaArqW3(arqOut3);           //abre arquivo3
    testaAberturaArqW4(arqOut4);           //abre arquivo3
    fprintf(fpOut1,"Tempo  ");
    for (j=0;j<nNs;j++)    fprintf(fpOut1,"[%d]  ",j);
    fprintf(fpOut1,"\n\n");
    fprintf(fpOut2,"Tempo  ");
    for (j=0;j<nGL;j++)    fprintf(fpOut2,"f[%d] u[%d] ",j,j);
    fprintf(fpOut2,"\n\n");
}

```



```

    fprintf(fpOut3,"Tempo  ");
    for (i=0;i<nEI;i++)
    {
        for (j=0;j<nVarEI;j++) fprintf(fpOut3,"%d[%d] ",i,j);
    }
    fprintf(fpOut3,"\n\n");
    fprintf(fpOut4,"Tempo ");
    for (i=0;i<nEI;i++)
    {
        fprintf(fpOut4,"[So][%d] [dep][%d] [acpl][%d] [acpT][%d] ",i,i,i,i);
    }
    fprintf(fpOut4,"\n\n");
    printf("=== SOLVING === \n\n\n");
}
void FinalizaGravacao(void)
{
    fclose(fpOut1);
    fclose(fpOut2);
    fclose(fpOut3);
    fclose(fpOut4);
}
void Gravaçao(float t)
{
    /* Temperatura nos NÓS */
    fprintf(fpOut1,"%f ",t); //plota o tempo
    for (i=0;i<nNs;i++) fprintf(fpOut1,"%9.3LE ",T[i]);
    fprintf(fpOut1,"\n");
    /* Deslocamentos nos NÓS */
    fprintf(fpOut2,"%f ",t); //plota o tempo
    for (i=0;i<nGL;i++) fprintf(fpOut2,"%9.3LE %9.3LE ",fMec[i],u[i]);
    fprintf(fpOut2,"\n");
    /* Tensões, deformações, etc. nos ELEMENTOS */
    fprintf(fpOut3,"%f ",t); //plota o tempo
    for (i=0;i<nEI;i++) fprintf(fpOut3,"%9.3LE %9.3LE %9.3LE %9.3LE %9.3LE
    %9.3LE %9.3LE %9.3LE %9.3LE %9.3LE %9.3LE %9.3LE %9.3LE ",
    y[_s][i],y[_e][i],y[_ep][i],y[_c][i],y[_X][i],y[_p][i],y[_R][i],y[_D][i],y[_BD][i],y[_X1][i],y[
    _X2][i],y[_c1][i],y[_c2][i]);
    fprintf(fpOut3,"\n");
    /* So, delta_ep e Acoplamentos nos ELEMENTOS */
    fprintf(fpOut4,"%f ",t); //plota o tempo
    for (i=0;i<nEI;i++) fprintf(fpOut4,"%9.3f %9.3f %9.3LE %9.3LE
    ",S0[i],delta_ep[i],acpl[i],acpT[i]);
    fprintf(fpOut4,"\n");
}

/* ===== Rotinas de Output ===== */

void ImprimeResultados(void)
{
    printf("Dmax = %9.3LE \n", Dmax);
    printf("SOLUTION IS DONE");
    do { } while(!kbhit());
}

/* ===== Rotinas do PROBLEMA TERMICO =====*/

```

```

void ProblemaTermico (void)           //Solucao para o problema térmico
{
    /* montagem da matriz global térmica */
    PropriedadesTermicas();
    for(i=0;i<nNs;i++)
        for(j=0;j<nNs;j++)
            {
                Kt[i][j]=0;
                Ct[i][j]=0;
            }
    for(i=0;i<nNs;i++)    fter[i]=0;
    for(n=0;n<nEl;n++)
    {
        dx=xG[nE[n][1]][0]-xG[nE[n][0]][0];
        dy=xG[nE[n][1]][1]-xG[nE[n][0]][1];
        l=sqrt(dx*dx+dy*dy);
        kcd=K1[n];
        calesp=C1[n];
        KEI[0][0]=(+1)*(kcd*aE[n])/l + (hcv*pE[n]*l)/2;           //          Lumped
        Formulation
        KEI[0][1]=(-1)*(kcd*aE[n])/l;                             // para Conveccao
        KEI[1][0]=(-1)*(kcd*aE[n])/l;
        KEI[1][1]=(+1)*(kcd*aE[n])/l + (hcv*pE[n]*l)/2;
        CEI[0][0]=(aE[n]*Ro*calesp*l)/2;                          // Lumped Formulation
        CEI[0][1]=0;
        CEI[1][0]=0;
        CEI[1][1]=(aE[n]*Ro*calesp*l)/2;
        r= nE[n][0];
        s= nE[n][1];
        Kt[r][r]= Kt[r][r] + KEI[0][0];
        Kt[r][s]= Kt[r][s] + KEI[0][1];
        Kt[s][r]= Kt[s][r] + KEI[1][0];
        Kt[s][s]= Kt[s][s] + KEI[1][1];
        Ct[r][r]= Ct[r][r] + CEI[0][0];
        Ct[r][s]= Ct[r][s] + CEI[0][1];
        Ct[s][r]= Ct[s][r] + CEI[1][0];
        Ct[s][s]= Ct[s][s] + CEI[1][1];
        /* montagem do vetor forçamento global térmico */
        fterEI[0]=(hcv*pE[n]*l*tFI)/2 + (Q[n]*aE[n]*l)/2;
        fterEI[1]=(hcv*pE[n]*l*tFI)/2 + (Q[n]*aE[n]*l)/2;
        fter[r]= fter[r] + fterEI[0];
        fter[s]= fter[s] + fterEI[1];
    }
    for(i=0;i<nNs;i++)
        {
            F[i]=fter[i]*dt;
            for(j=0;j<nNs;j++)
                {
                    A[i][j]=Ct[i][j]+dt*teta*Kt[i][j];
                    F[i]=F[i]+(Ct[i][j]-(1-teta)*dt*Kt[i][j])*T[j];
                }
        }
    /*rotina para otimizar a matriz de rigidez global térmica em função de cct */
    for(i=0;i<nNs;i++)
    {
        if(cct[i]!=0)

```

```

        {
            F[i]=cct[i];
            for(j=0;j<nNs;j++)
                if(j!=i)
                    A[i][j]=0;
            else
                A[i][j]=1;
        }
    }
    /* solucao do problema térmico por eliminação de Gauss */
    Elim_Gauss(nNs,A,F,T);
}

/* ===== Rotinas do PROBLEMA MECANICO =====*/

void ProblemaMecanico(void)
{
    nInt=0; /* processo iterativo de plasticidade */
    do
    {
        PreditorTermoElastico();
        CorretorPlastico();
        AcoplamentoTM();
    }
    while ((!ConvProbMecanico()) && (nInt<=nIntMax) /*(nInt<=1)*/);
}

void PreditorTermoElastico(void) //Solucao para o problema Termoelastico - mecânico
{
    PropriedadesMecanicasElasticas();
    for(i=0;i<nVarEl;i++)
        for(j=0;j<nEl;j++)    yi[i][j]=y[i][j];
    for(j=0;j<nEl;j++)    acpli[j]=acpl[j];
    SomaForcamentosTP (); /* adição do forçamento térmico e plástico ao
    forçamento mecânico */
    MontMatrizGlobalMec (); /* montagem da matriz global mecânica*/
    /* atualização da matriz de rigidez com as condições de contorno mecânica */
    for(i=0;i<nGL;i++)
    {
        if(cc[i]==0)
        {
            f[i]=0;
            for(j=0;j<nGL;j++)
                if(j!=i)
                    K[i][j]=0;
            for(k=0;k<nGL;k++)
                if(k!=i)
                    K[k][i]=0;
        }
    }
    Elim_Gauss(nGL,K,f,u); /* solucao do problema mecânico */
    CálculoTensao ();
}

void ForcamentoMecanico(float tForc)
{
    for(n1=0;n1<nGL;n1++)
    {

```

```

        fMec[n1]=fIni[n1]*sin(2*PI*freq*tForc);      /* carregamento senoidal*/
        f[n1]=fMec[n1];
    }
}
void SomaForcamentosTP(void)
{
    /* inicializacao com carregamento mecânico externo */
    ForcamentoMecanico(t);
    for(n=0;n<nEI;n++)
    {
        /*cálculo de dados trigonométricos */
        dx=xG[nE[n][1]][0]-xG[nE[n][0]][0];
        dy=xG[nE[n][1]][1]-xG[nE[n][0]][1];
        w=atan2(dy,dx);
        l=sqrtl(dx*dx+dy*dy);
        C=dx/l;
        S=dy/l;
        /*cálculo do forçamento térmico*/
        ftermico=(aE[n]*E[n]*alfa[n]*(Tmedio[n]-Tini));
        /*cálculo do forçamento plástico*/
        fplastico=(aE[n]*E[n]*yLep[n]);
        /*adição do forçamento térmico e plástico ao forçamento mecânico*/
        f[2*(nE[n][0])]=f[2*(nE[n][0])]-((cos(w)*(ftermico)/1)-((cos(w)*(fplastico)/1));
        f[2*(nE[n][0])+1]=f[2*(nE[n][0])+1]-((sin(w)*(ftermico)/1)-((sin(w)*(fplastico)/1));
        f[2*(nE[n][1])]=f[2*(nE[n][1])]+((cos(w)*(ftermico)/1)+((cos(w)*(fplastico)/1));
        f[2*(nE[n][1])+1]=f[2*(nE[n][1])+1]+((sin(w)*(ftermico)/1)+((sin(w)*(fplastico)/1));
    }
}
void MontMatrizGlobalMec (void)
{
    for(i=0;i<nGL;i++)
        for(j=0;j<nGL;j++)    K[i][j]=0;
        for(n=0;n<nEI;n++)
        {
            dx=xG[nE[n][1]][0]-xG[nE[n][0]][0];
            dy=xG[nE[n][1]][1]-xG[nE[n][0]][1];
            l=sqrtl(dx*dx+dy*dy);
            C=dx/l;
            S=dy/l;
            w=atan2(dy,dx);
            a=(aE[n]*E[n]/l)*(cos(w)*cos(w));
            b=(aE[n]*E[n]/l)*(cos(w)*sin(w));
            c=(aE[n]*E[n]/l)*(sin(w)*sin(w));
            KEI[1][1]=a;
            KEI[1][2]=b;
            KEI[1][3]=-a;
            KEI[1][4]=-b;
            KEI[2][1]=b;
            KEI[2][2]=c;
            KEI[2][3]=-b;
            KEI[2][4]=-c;
            KEI[3][1]=-a;
            KEI[3][2]=-b;
            KEI[3][3]=a;
            KEI[3][4]=b;
            KEI[4][1]=-b;

```

```

        KEI[4][2]=-c;
        KEI[4][3]=b;
        KEI[4][4]=c;
        p= MatEI[n][1];
        q= MatEI[n][2];
        r= MatEI[n][3];
        s= MatEI[n][4];
        K[p][p]= KEI[1][1] + K[p][p];
        K[p][q]= KEI[1][2] + K[p][q];
        K[p][r]= KEI[1][3] + K[p][r];
        K[p][s]= KEI[1][4] + K[p][s];
        K[q][p]= KEI[2][1] + K[q][p];
        K[q][q]= KEI[2][2] + K[q][q];
        K[q][r]= KEI[2][3] + K[q][r];
        K[q][s]= KEI[2][4] + K[q][s];
        K[r][p]= KEI[3][1] + K[r][p];
        K[r][q]= KEI[3][2] + K[r][q];
        K[r][r]= KEI[3][3] + K[r][r];
        K[r][s]= KEI[3][4] + K[r][s];
        K[s][p]= KEI[4][1] + K[s][p];
        K[s][q]= KEI[4][2] + K[s][q];
        K[s][r]= KEI[4][3] + K[s][r];
        K[s][s]= KEI[4][4] + K[s][s];
    }
}
void CálculoTensao (void) //Cálculo das tensões nos elementos
{
    for(n=0;n<nEI;n++)
    {
        /*cálculo de dados trigonométricos */
        dx=xG[nE[n][1]][0]-xG[nE[n][0]][0];
        dy=xG[nE[n][1]][1]-xG[nE[n][0]][1];
        w=atan2(dy,dx);
        l=sqrtl(dx*dx+dy*dy);
        C=dx/l;
        S=dy/l;
        a=cos(w)*u[(nE[n][1])*2]+sin(w)*u[((nE[n][1])*2)+1];
        b=cos(w)*u[(nE[n][0])*2]+sin(w)*u[((nE[n][0])*2)+1];
        yL_e[n]=(a-b)/l;
        yL_s[n]= E[n]*(yL_e[n]-yL_ep)[n]-(alfa[n]*(Tmedio[n]-Tini));
    }
}
/*      ===== Solução do problema Plástico =====*/

int CriterioPlasticidade(int nEICP)
{
    long double auxCP;
    auxCP=(fabsl(yL_s][nEICP]-yL_X][nEICP])
    (Sy[nEICP]+yL_R][nEICP])/Sy[nEICP];
    if (auxCP >= TOL_Plast)    return(1);    /* True */
    else                        return(0);    /* False */
}
void CálculoIncremento(int nEICI)
{
    long double dep,dc1,dc2,dp,dD,ds;

```

```

dep = lambda[nEICI]*fsgn(y[_s][nEICI]-y[_X][nEICI]);
dp = lambda[nEICI];
dc1 = dep-(2/3)*(phi1[nEICI]/a1[nEICI])*y[_X1][nEICI]*dp;
dc2 = dep-(2/3)*(phi2[nEICI]/a2[nEICI])*y[_X2][nEICI]*dp;
y[_BD][nEICI]=
mE[nEICI]*(0.5*(y[_e][nEICI]-y[_ep][nEICI])-
alfa[nEICI]*(Tmedio[nEICI]-Tini))*(y[_e][nEICI]-y[_ep][nEICI]) +
(3/4)*(a1[nEICI]*sqr(y[_c1][nEICI])) + (3/4)*(a2[nEICI]*sqr(y[_c2][nEICI])) +
b1[nEICI]*(y[_p][nEICI]+(1/d1[nEICI])*expl(-d1[nEICI]*y[_p][nEICI]));
dD = (y[_BD][nEICI]/S0[nEICI])*dp;
y[_ep][nEICI] = y[_ep][nEICI] + dep;
y[_c1][nEICI] = y[_c1][nEICI] + dc1;
y[_c2][nEICI] = y[_c2][nEICI] + dc2;
y[_p][nEICI] = y[_p][nEICI] + dp;
y[_D][nEICI] = y[_D][nEICI] + dD;
y[_X1][nEICI]=(3/2)*(1-y[_D][nEICI])*a1[nEICI]*y[_c1][nEICI];
y[_X2][nEICI]=(3/2)*(1-y[_D][nEICI])*a2[nEICI]*y[_c2][nEICI];
y[_X][nEICI]=y[_X1][nEICI]+y[_X2][nEICI];
y[_c][nEICI]=y[_c1][nEICI]+y[_c2][nEICI];
y[_R][nEICI]=(1-y[_D][nEICI])*b1[nEICI]*(1-expl(-d1[nEICI]*y[_p][nEICI]));
y[_s][nEICI]= (1-y[_D][nEICI]) * mE[nEICI]*(y[_e][nEICI] - y[_ep][nEICI] -
(alfa[nEICI] * (Tmedio[nEICI] - Tini)));
}
void Plasticidade(int nEIP)
{
long double num,BDS0,den,den_s,den_X1,den_X2,den_R,sg,D1;
/* Cálculo de lambda */
BDS0 = y[_BD][nEIP] / S0[nEIP];
sg = fsgn(y[_s][nEIP] - y[_X][nEIP]);
D1 = (1-y[_D][nEIP]);
Num = D1 * mE[nEIP] * (y[_e][nEIP] - y0[_e][nEIP] -
alfa[nEIP] * (Tmedio[nEIP] - T0medio[nEIP])) * sg;
den_s = (D1 * mE[nEIP]) + (BDS0 * (y[_s][nEIP]/D1)) * sg;
den_X1 = (3/2) * (D1 * (a1[nEIP] * sg - (2/3) * phi1[nEIP] *
BDS0 * a1[nEIP] * y[_c1][nEIP]) * sg;
den_X2 = 3/2) * ( D1 * (a2[nEIP] * sg-(2/3) * phi2[nEIP] *
BDS0 * a2[nEIP] * y[_c2][nEIP]) * sg;
den_R = -b1[nEIP] * ( (D1 * d1[nEIP] - BDS0) * expl( -d1[nEIP] *
y[_p][nEIP]) + BDS0);
den = den_s + den_X1 + den_X2 + den_R;
lambda[nEIP] = num/den;
if (lambda[nEIP]< TOL_Plast) lambda[nEIP]=0.0;
CálculoIncremento(nEIP);
}
void CorretorPlastico(void)
{
PropriedadesMecanicasPlasticas();
for(n=0;n<nEI;n++)
if (CritérioPlasticidade(n)) Plasticidade(n);
}
int ConvProbMecanico(void)
{
double delta_e,delta_ep_L,delta_X,delta_R,delta_acpl,deltaCPM;
nInt=nInt+1;
if (nInt >= nIntMax)
{
printf("Prob Mecanico - Nao Convergiu no instante %f \n",t);
}
}

```

```

        return(1);
    }
    else
    {
        delta_e=0;
        delta_ep_L=0;
        delta_X=0;
        delta_R=0;
        delta_acpl=0;
        for(i=0;i<nEI;i++)
        {
            delta_e= (long) sqr(y[_e][i]-yi[_e][i])+delta_e;
            delta_ep_L= (long) sqr(y[_ep][i]-yi[_ep][i])+delta_ep_L;
            delta_X= (long) sqr((y[_X][i]-yi[_X][i])/Sy[i])+delta_X;
            delta_R= (long) sqr((y[_R][i]-yi[_R][i])/Sy[i])+delta_R;
            delta_acpl= (long) sqr((acpl[i]-acpli[i])/Sy[i])+delta_acpl;
        }
        deltaCPM=sqrt(delta_e+delta_ep_L+delta_X+delta_R+delta_acpl);
        if (deltaCPM >= TOL_ConvMecanica)        return(0);        /* False */
        else
            return(1);                                /* True */
    }
}

/* ===== Acoplamento Termomecânico =====*/

void AcoplamentoTM(void)
{
    float acpT_e, acpT_p, acpT_c, acpT_D,
    dE_dT,dalfa_dT,db_dT,dd_dT,da1_dT,da2_dT,
    parte1,parte2,parte3,parte4,parte5,parte6,auxTM;
    int i;
    for (i=0;i<nEI;i++)
    {
        Tmedio[i]=(T[nE[i][0]]+T[nE[i][1]])/2;
        T0medio[i]=(T0[nE[i][0]]+T0[nE[i][1]])/2;
        acpl[i]
            = y[_s][i]*(y[_ep][i]-y0[_ep][i])/dt
            - y[_X][i]*(y[_c][i]-y0[_c][i])/dt
            - y[_R][i]*(y[_p][i]-y0[_p][i])/dt
            + y[_BD][i]*(y[_D][i]-y0[_D][i])/dt;
        dE_dT
            = (fE(40)-fE(30))/10;
        dalfa_dT
            = (falfa(40)-falfa(30))/10;
        db_dT
            = (fb(40)-fb(30))/10;
        dd_dT
            = (fd(40)-fd(30))/10;
        da1_dT
            = (fa1(40)-fa1(30))/10;
        da2_dT
            = (fa2(40)-fa2(30))/10;
        acpT_e
            = (dE_dT * (y[_s][i]/mE[i]) - E[i] * (dalfa_dT+alfa[i])) * ((y[_e][i]
            - y0[_e][i]) - (y[_ep][i]-y0[_ep][i]))/dt;
        acpT_p
            = (db_dT*(y[_R][i]/b1[i]) + dd_dT*y[_p][i] * ((1-y[_D][i]) * b1[i]
            - y[_R][i]))*(y[_p][i]-y0[_p][i])/dt;
        acpT_c
            = ((1/a1[i]) * da1_dT * y[_X1][i] * (y[_c1][i] - y0[_c1][i])/dt) +
            ((1/a2[i])*da2_dT*y[_X2][i]*(y[_c2][i]-y0[_c2][i])/dt);
        parte1
            = dE_dT * (1/2*(y[_e][i]-y[_ep][i]) - alfa[i] * (Tmedio[i] -
            T0medio[i]))*(y[_e][i]-y[_ep][i]);
        parte2
            = mE[i] * (dalfa_dT * (Tmedio[i] - T0medio[i]) + alfa[i]) *
            (y[_e][i] - y[_ep][i]);
    }
}

```

```

    parte3      =    db_dT *y[_p][i];
    parte4      =    ((1/d1[i])*db_dT - (b1[i]/d1[i]) * dd_dT * (1/d1[i]+y[_p][i])) *
                    exp(-d1[i]*y[_p][i]);
    parte5      =    (3/4)*((da1_dT*da1_dT)+(da2_dT*da2_dT));
    parte6      =    -Ro*((3.883e2) * (log10((float)Tmedio[i]) -
log10((float)Tini)) + (2.241e-1) * (Tmedio[i]-Tini));
    acpT_D      =    -(parte1 - parte2 + parte3 + parte4 + parte5 - parte6) *
                    ((y[_D][i]-y0[_D][i])/dt);
    acpT[i]     =    Tmedio[i]*(acpT_e + acpT_p + acpT_c + acpT_D);
    Q[i]= acpl[i]+acpT[i];
}
}

/* ===== Atualizacao ===== */

void TamanhoPasso(void)
{
    double dtAux;
    if ((Dmax>=0.70) && (Dmax<Dcr))
        {
            dtAux=dt0*pow((1-Dmax),1.20);
            if (dtAux>=(dt0*1e-6)) dt=dtAux;
            else Dmax=Dcr;
        }
}

void Atualizacao(void)
{
    t=t+dt;
    for(i=0;i<nNs;i++) T0[i]=T[i];
        for (i=0;i<nVarEl;i++)
            for (j=0;j<nEl;j++) y0[i][j]=y[i][j];
                for (j=0;j<nEl;j++) if (y[_D][j] >= Dmax) Dmax =
                    y[_D][j];
    TamanhoPasso();
}

/* ===== MAIN ===== */

void main(void)
{
    LeituraDados();
    Inicializacao();
    InicializaGravacao();
    do
    {
        ProblemaMecanico();
        ProblemaTermico();
        Atualizacao();
        if ((t==0) || (t>=tGrava) || (fabs(t-tFinal)<=1e-6))
        {
            Gravaçãot(t);
            tGrava=tGrava+dtGrava;
        }
    }
    while ((t<tFinal) && Dmax<Dcr);
    FinalizaGravacao();
}

```



```
    ImprimeResultados();  
}
```

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMIN, A.M. e SIERAKOWSKI, R.L., 1990, Effect of Thermomechanical Coupling on the Response of Elastic Solids, *AIAA Journal*, July, Vol.28, No.7, pp.1319-1322.
- ASTM E606-92, 1992; Standard Recommended Practice for Constant-Amplitude Low-Cycle Fatigue Testing, *ASTM Standards*, Vol. 03.01.
- BATHIAS, C. e BAILON, J.P., 1980; *La Fatigue de Materiaux et des Structures*, Les Presses de L'Université de Montréal, Maloine S.A. Editeur, Paris.
- BARBOSA, J.M.A., PACHECO, P.M.C.L. e MATTOS, H.C., 1995; On the role of Temperature in the Mechanical Vibration of Elasto-Viscoplastic Bars, *COBEM-95/CIDIM-95*, 13th Brazilian Congress of Mech. Engineering, Belo Horizonte, Brazil.
- BRANCO, C. A. G. de M., FERNANDES, A. A. e DE CASTRO, P. M. S. T., 1996, *Fadiga de estruturas Soldadas*, 1º Edição, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa.
- BENALLAL, A. e CHEIKH, A.B., 1987, Behavior and Rupture of Elasto-viscoplastic Structures under Cyclic Thermomechanical Loadings, *Int. Seminar on High Temperature Failure, Mechanisms and Mechanics*, Dourdan, Oct, pp.1-16.
- BOLEY, B.A. e WEINER, J.H., 1960, *Theory of Thermal Stresses*, John Wiley and Sons.
- CHEN, T. e WENG, C., 1988, Generalized Coupled Transient Thermoelastic Plane Problems by Laplace Transform/Finite Element Method; *Journal of Applied Mechanics*, June, Vol.55, pp.377-382.
- CORRAL, R.L., COLÁS, R. e PÉREZ A., 2004 Modeling the thermal and thermoelastic responses of work rolls used for hot rolling steel strip, *Journal of Materials Processing Technology* 153–154 (2004) 886–893.
- CUI, WEICHENG, 2002, A state-of-the-art review on fatigue life prediction methods for metal structures, *Journal of Science and technology*.
- da SILVA, R.M.B. e PACHECO, P.M.C.L., 2005, Modeling Residual Stresses in Welded Steel Plates Using a Constitutive Model with Phase Transformation, *COBEM-2005*, 18th International Congress of Mechanical Engineering, Ouro Preto.

- DANESHJOO, KAMRAN e RAMEZANI, MORTEZA, 2002, Coupled thermoelasticity in laminated composite plates based on Green–Lindsay model, *Composite Structures*, v.55, pp.387–392.
- ERINGEN, A. C., 1967, *Mechanics of Continua*, EW YORK, JOHN WILEY AND SONS, INC.
- ESLAMI, M.R. e VAHEDI, H., 1989, Coupled Thermoelasticity Beam Problems, *AIAA Journal*, May, Vol.27, No.5, p 662-665.
- FUCHS, H. O. e STEPHENS, R. I., 1980, *Metal Fatigue in Engineering*, Wiley–Interscience.
- KACHANOV, L. M., *Introduction to Continuum Damage Mechanics*, Martinus Nijhoff Publishers, 1986, pp. 135.
- KWON, KYUNGSOO e LEE, USIK, 2006, Spectral element modeling and analisys of an axially moving thermoelastic beam-plate *Journal of mechanics of materials and strutures* Vol. 1, No. 4.
- LEMAITRE, J. e CHABOCHE, J.L., 1990, *Mechanics of Solid Materials*, Cambridge Press.
- LESNE, P.M. e CHABOCHE, J.L., 1984, Prediction of Crack Initiation under Thermal Fatigue and Creep, *Second International Conference on Fatigue Thresholds - Fatigue 84*, Birmingham (G.B.), September.
- LEWIS, R.W., MORGAN, K., THOMAS, H.R. e SEETHRAMU, K.N., 1996, *The Finite Element Method in Heat Transfer Analysis*, John Wiley & Sons, USA.
- NAKAMURA, S., 1993, *Applied Numerical Methods in C*, Prentice-Hall.
- NOLTE, CHRISTIAN, PACHECO, P. M. C. L., MATTOS, H. DA C. e SAVI, M. A., 2005, Finite Element Analysis of the Thermomechanical Coupling Effects on Damage Localization in Elastoplastic Metallic Bars. In: *COBEM-2005, 18th International Congress of Mechanical Engineering*, 2005, Ouro Preto.
- OLIVEIRA, WENDELL PORTO, SAVI, MARCELO AMORIM, PACHECO, P. M. C. L., SOUZA, L. F. G. DE e SILVA, E. P., 2005, On the Thermo-Mechanical Coupling in Quenching of Steel Cylinders Using a Constitutive Model with Diffusional Phase Transformations, *CILAMCE 2005 -XXVI Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering*, 2005, Guarapari.

- OLIVEIRA, W. P. ; PACHECO, P. M. C. L. ; SOUZA, L. F. G. e SAVI, M. A., Multi-phase Constitutive Model for Quenching of Steel Cylinder. In: PACAM 2004 - VIII Pan American Congress of Applied Mechanics, Havana - Cuba.
- OLIVEIRA, W. P. ; SOUZA, L. F. G. ; PACHECO, P. M. C. L. e SAVI, M. A., Modeling Quenching Process in Steel Cylinder Using a Constitutive Model with Diffusion and Non-diffusive Phase Transformation. In: COBEM 2003 - 17th International Congress of Mechanical Engineering, 2003, São Paulo
- OLIVEIRA, W. P., 2004, Modelamento do Processo de Têmpera em Cilindros de Aço Utilizando um Modelo Constitutivo Multi-Fase, Dissertação do Mestrado em Tecnologia, CEFET/RJ.
- ORTIZ, M., PINSKY, P.M. e TAYLOR, R.L., 1983, Operator Split Methods for the Numerical Solution of the Elastoplastic Dynamic Problem, Computer Methods of Applied Mechanics and Engineering, v. 39, pp.137-157.
- PACHECO, P.M.C.L., 1994, Analysis of the Thermomechanical Coupling in Elasto- Viscoplastic Materials, Ph.D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, PUC-Rio.
- PACHECO, P.M.C.L. e MATTOS, H.C., 1997; Modeling the Thermomechanical Coupling Effects on Low-Cycle Fatigue of Metallic Materials, 5th ICBMFF, 5th International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture, pp.291-301, Cracow, Poland.
- PACHECO, P. M. C. L., SAVI, M. A. e CAMARÃO, A. F., 2001, Analysis of Residual Stresses Generated by Progressive Induction Hardening of Steel Cylinders. Journal Of Strain Analysis For Engineering Design, Inglaterra, v. 36, n. 5, p. 507-516.
- PECKNER e BERNSTEIN, 1977; Handbook of Stainless Steels, McGraw-Hill.
- PEREIRA, J. H. I., PACHECO, M. R., PACHECO, P. M. C. L., AGUIAR, R. A. A. DE e SAVI, M. A., 2006, Modeling Shape Memory Alloy Plane Truss Structures Using the Finite Element Method. In: ECCM-2006 - III European Conference on Computational Mechanics, 2006, Lisboa - Portugal.
- POLAKOWSKI, N. H. e RIPLING, E. J., 1966, Strength and Structure of engineering Material. New Jersey : prentice Hall.

- POURAZADY, M. e KRISHNAMURTY, H., 1990, Thermal Response of a Dynamically Loaded Viscoelastic Rod with Variable Properties"; AIAA Journal, Jan, Vol.28, No.1, pp.173-175.
- SCHÜTZ, W., 1996 A history of Fatigue. Engineering Fracture Mechanics Vol. 54, No. 2, pp. 263-300, Great Britain.
- SEGERLIND, L.J., 1984, Applied Finite Element Analysis, 2nd Edition, John Wiley & Sons, USA.
- SHIGLEY, J.E., BUDYNAS, R.G. e MISCHKE, C.R., 2003, Mechanical Engineering Design, McGraw-Hill Science/Engineering/Math; 7 edition.
- SILVA, E.P., SAVI, M. A., SOEIRO, F. J. C. P. e PACHECO, P.M.C.L., 2002, Simulação Numérica do Processo de Têmpera em Cilindros de Aço: Minimização das Tensões Residuais, Anais do CONEM 2002 - Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - CONEM, João Pessoa - PB.
- SILVA, E.P., PACHECO, P.M.C.L. e SAVI, M.A., 2004, On The Thermo-Mechanical Coupling in Austenite-Martensite Phase Transformation Related to the Quenching Process, International Journal of Solids and Structures, Elsevier, 41 3-4, 1139 - 1155.
- SILVA, E.P., PACHECO, P. M. C. L. e SAVI, M.A., 2005, Finite element analysis of the phase transformation effect in residual stresses generated by quenching in notched steel cylinders, Journal of Strain Analysis for Engineering Design, v.40, n.2, p.151-160.
- SIMO, J.C. e MIEHE, C., 1992, Associative Coupled Thermoplasticity at Finite Strains: Formulation, Numerical Analysis and Implementation, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v.98, pp.41-104.
- SIMO, J.C. e HUGHES, T.J.R., 1998, Computational Inelasticity, Springer.
- SOLER, A.I. e BRULL, M.A., 1965, On the Solution to Transient Coupled Thermoelastic Problems by Perturbation Techniques, Journal of Applied Mechanics, June, pp.389-399.
- STEPHENS, R.I., FATEMI, A., STEPHENS, R.R., e FUCHS, H.O., 2000; Metal Fatigue in Engineering, 2nd edition, John Wiley & Sons.
- TANG, HONG e BASARAN CEMAL, 2003, A Damage Mechanics-Based Fatigue Life Prediction Model for Solder Joints Journal of Electronic Packaging - Volume 125, Issue 1, pp. 120-125

- TAKEUTI, Y, e FURUKAWA, T., 1981, Some Considerations on Thermal Shock Problems in a Plate, *Journal of Applied Mechanics*, March, Vol.48, pp.113-118.
- WAN, K.T., COZZARELLI, F.A. e INMAN, D.J., 1988, Thermal Runaway Due to Strain-Heating Feedback, *AIAA Journal*, Oct, Vol.26, No.10, pp.1263-1268.
- YANG, B. LIAW, P.K., WANG, H., HUANG, J.Y., KUO, R.C. e HUANG, J.G., 2003, Thermography: A New Nondestructive Evaluation Method in Fatigue Damage, *JOM - The Minerals, Metals & Materials Society's*, Vol.55, n.1.
- ZAHAVI, E., TORBILO, V. e PRESS, S., 1996, *Fatigue Design: Life Expectancy of Machine Parts*, CRC.

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA  
CELSO SUCKOW DA FONSECA-CEFET/RJ  
DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
COORDENADORIA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM TECNOLOGIA**

**DISSERTAÇÃO**

**ANÁLISE DO ACOPLAMENTO TERMOMECÂNICO  
EM TRELIÇAS ELASTOPLÁSTICAS  
SUBMETIDAS A CARREGAMENTOS CÍCLICOS**

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM TECNOLOGIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM TECNOLOGIA.**

Data da defesa: 23/03/2007.

Aprovação:

---

**Pedro Manuel Calas Lopes Pacheco, D.Sc.**

---

**Luis Felipe Guimarães de Souza, D. Sc.**

---

**Marcelo Amorim Savi, D.Sc.**

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)



[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)