Área de Cobertura em Ambiente de Propagação Modelado com a Distribuição $\eta - \mu$

Denilson Oliveira Figueiredo

Dissertação apresentada ao Instituto Nacional de Telecomunições, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Sandro Adriano Fasolo

Santa Rita do Sapucaí, MG
2004

Livros Grátis

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.

Dissertação defendida e aprovada em 30/01/2004, pela comissão julgadora:

Prof. Dr. Sandro Adriano Fasolo (DTE-Inatel)

Prof. Dr. Antônio Marcos Alberti (IgnisCom)

Prof. Dr. Dayan Adionel Guimarães (DTE-Inatel)

Coordenador do Curso de Mestrado

aos meus pais, Paulo
Valadares Figueiredo e
Felomena Oliveira
Figueiredo, e a minha Tia
Anísia de Paulo Figueiredo.

Agradecimentos

Primeiramente, a Deus por todos os dons recebidos.

Aos meus familiares pelo incentivo e apoio dados em todos os momentos dos meus estudos:
Meus pais, Paulo Valadares Figueiredo e Felomena Oliveira Figueiredo.
Minha irmã Telma Oliveira Figueiredo.
Meus tios: Anísia de Paulo Figueiredo, Odisséia do Couto Barbosa e Vicente Barbosa.
Meus avós Zulmira Pereira do Couto e Eduardo Oliveira Couto (in memoriam).
Primos José Eduardo e Fernando.

Aos meus amigos de infância e do BMX, que tanto marcaram a minha vida.

Aos companheiros do Curso de Mestrado, pelo companheirismo e incentivo ao longo desta jornada.

Aos professores: Dr. Carlos Alberto Ynoguti, Dr. Wilton Ney do Amaral Pereira, Dr. Francisco José Fraga da Silva, Dr. Maurício Silveira, Dr. Geraldo Gil Ramundo Gomes, pelos ensinamentos e por sua competência profissional.

Aos senhores: Prof. Rômulo Mota Volpato e Prof. Eduardo Garcia Pina, pela minha indicação ao Curso de Mestrado.

À secretária Robélia pela assiduidade e interesse nos serviços prestados.

Ao Instituto Nacional de Telecomunicações pela oportunidade de realização deste Mestrado.

Ao meu orientador Prof. Dr. Sandro Adriano Fasolo, por transmitir-me sua experiência de vida e acompanhar-me suas sábias orientações, durante a realização deste trabalho. Destaco sua generosidade e, mais uma vez, meus agradecimentos.

Sumário

1 Introdução **1**

1.1 Modelo Físico 2

1.2 Plano de Trabalho 3

2 Modelos de Propagação **4**

2.1 Introdução 4

2.2 Propagação em Grande Escala 5

2.2.1 Método Determinístico 5

2.2.2 Método Empírico 5

2.2.3 Modelo Simplificado de Propagação 5

2.3 Propagação em Pequena Escala 6

2.3.1 Método Estatístico 7

2.3.2 Distribuição de Rayleigh 7

2.3.3 Distribuição de Nakagami-m 8

2.4 Conclusão 9

3 Distribuição $\eta - \mu$ **11**

3.1 Introdução 11

3.2 Modelagem Matemática 12

3.2.1 Média, Variância e Parâmetro η 12

3.2.2 O Parâmetro μ 13

3.2.3 Relação Entre os Parâmetros m, η e μ 14

3.2.4 Função Densidade de Probabilidade de r_i 15

3.2.5 Função Densidade de Probabilidade da Potência Normalizada . . . 15

3.2.6 Função Densidade de Probabilidade da Envoltória Normalizada . . 17

3.3 Aproximações da Distribuição $\eta - \mu$ 18

3.3.1 A Distribuição $\eta - \mu$ para $\eta \to 0$ 18

3.3.2 A Distribuição $\eta - \mu$ para $\eta \to 1$ 20

3.4 Distribuições Obtidas a Partir do Ambiente $\eta - \mu$ 20

3.4.1 Distribuição de Rayleigh 21
3.4.2 Distribuição de Nakagami-m 21
3.5 Conclusão 22

4 Cálculo da Cobertura dos Locais a uma Distância x 23
4.1 Introdução 23
4.2 Ambiente Rayleigh 24
4.2.1 Resultados 25
4.3 Ambiente Nakagami-m 26
4.3.1 Resultados 27
4.4 Ambiente $\eta - \mu$ 27
4.4.1 Resultados 28
4.4.2 Ambiente $\eta - \mu$ Gerando Rayleigh 30
4.4.3 Ambiente $\eta - \mu$ Gerando Nakagami-m 31
4.5 Conclusão 31

5 Cálculo da cobertura dos locais até uma distância x 32
5.1 Introdução 32
5.2 Ambiente Rayleigh 33
5.2.1 Resultados 34
5.3 Ambiente Nakagami-m 34
5.3.1 Resultados 35
5.4 Ambiente $\eta - \mu$ 36
5.4.1 Resultados 37
5.4.2 Ambiente $\eta - \mu$ Gerando Rayleigh 39
5.4.3 Ambiente $\eta - \mu$ Gerando Nakagami-m 40
5.4.4 Resultados 41
5.5 Conclusão 42

6 η - μ Livres 43
6.1 Cobertura dos locais a uma distância x 43
6.2 Cálculo da cobertura dos locais até uma distância x 44

7 Conclusões 48
7.1 Área de Cobertura 48
7.2 Exemplos de Aplicação 49
7.2.1 Área de Cobertura de uma Célula com $\eta - \mu$ Gerando Rayleigh . . 49

7.2.2 Área de cobertura até uma distância x com ambiente modelado por Rayleigh, Nakagami-m e $\eta - \mu$ 51
7.3 Contribuições 52
7.4 Trabalhos futuros 53

Lista de Figuras

2.1 *FDP de Rayleigh.* 8
2.2 *FDP da potência quando a envoltória possui distribuição de Rayleigh.* . . . 8
2.3 *FDP de Nakagami-m.* 10
2.4 *FDP da potência quando a envoltória possui distribuição de Nakagami-m.* . 10

3.1 *Exemplos da FDP da potência normalizada.* 17
3.2 *Exemplos da envoltória normalizada a partir de* $m = 0,5$. 18
3.3 *Exemplos da envoltória normalizada a partir de* $m = 0,75$. 19
3.4 *Exemplos da envoltória normalizada a partir de* $m = 1,25$. 19

4.1 *Cobertura dos locais a uma distância* x *para Rayleigh.* 25
4.2 *Cobertura dos locais a uma distância* x *para Nakagami-m.* 27
4.3 *Cobertura dos locais a uma distância* x *para* $\eta - \mu$ *usando* $m = 0,5$. 29
4.4 *Cobertura dos locais a uma distância* x *para* $\eta - \mu$ *usando* $m = 0,75$. . . . 29
4.5 *Cobertura dos locais a uma distância* x *para* $\eta - \mu$ *usando* $m = 1,25$. . . . 30

5.1 *Cobertura dos locais até uma distância* x *para Rayleigh.* 34
5.2 *Cobertura dos locais até uma distância* x *para Nakagami-m com* $m = 1,0$. . 35
5.3 *Cobertura dos locais até uma distância* x *para Nakagami-m, com* $\alpha = 3,0$. . 36
5.4 *Cobertura dos locais até uma distância* x *para* $\eta - \mu$ *usando* $m = 0,5$ *e* $\alpha = 3,0$. 37
5.5 *Cobertura dos locais até uma distância* x *para* $\eta - \mu$ *usando* $m = 0,75$ *e* $\alpha = 3,0$. 38
5.6 *Cobertura dos locais até uma distância* x *para* $\eta - \mu$ *usando* $m = 1,25$ *e* $\alpha = 3,0$. 38
5.7 *Cobertura dos locais até uma distância* x *para Rayleigh a partir de* $\eta - \mu$. . 40
5.8 *Cobertura dos locais até uma distância* x *para Nakagami-m a partir de* $\eta - \mu$ *com* $m = 1,0$. 41
5.9 *Cobertura dos locais até uma distância* x *para Nakagami-m a partir de* $\eta - \mu$ *com* $\alpha = 3,0$. 42

6.1 *Cobertura dos locais a uma distância* x *para* η *variando e* μ *fixo.* 44

6.2 *Cobertura dos locais a uma distância x para η variando e μ fixo.* 44
6.3 *Cobertura dos locais a uma distância x para η variando e μ fixo.* 45
6.4 *Cobertura dos locais a uma distância x para μ variando e η fixo.* 45
6.5 *Cobertura dos locais até uma distância x para η variando e μ fixo com $\alpha = 3$.* 46
6.6 *Cobertura dos locais até uma distância x para η variando e μ fixo com $\alpha = 3$.* 46
6.7 *Cobertura dos locais até uma distância x para η variando e μ fixo com $\alpha = 3$.* 47
6.8 *Cobertura dos locais até uma distância x para μ variando e η fixo com $\alpha = 3$.* 47

7.1 *Cobertura dos locais a uma distância x para $\eta - \mu$ gerando Rayleigh.* 50
7.2 *Cobertura dos locais até uma distância x para $\eta - \mu$ gerando Rayleigh.* . . . 51
7.3 *Cobertura dos locais até uma distância x para Rayleigh, Nakagami-m e $\eta - \mu$.* 52

Lista de Abreviaturas e Siglas

AWGN	*Additive White Gaussian Noise*- Ruído branco aditivo com distribuição Gaussiana
dB	Decibel
dBm	Decibel em relação a potência de $1mW$
ERB	Estação de Rádio Base
FDP	Função Densidade de Probabilidade
UHF	*Ultra High Frequency*- Freqüência ultra alta
rms	*Root Mean Square value* - raiz quadrada do valor quadrático médio ou raiz quadrada da potência média normalizada

Lista de Símbolos

d	Distância.
f	Freqüência.
α	Coeficiente de perda no percurso.
C	Fator de correção.
c	Fator de correlação.
x	Raio do círculo.
m_w	Potência média do sinal recebido.
r	Envoltória de um sinal.
σ	Desvio padrão.
σ^2	Variância.
$I_v(.)$	Função de Bessel modificada de primeira classe e ordem arbitrária v.
w	Potência do sinal.
$\bar{w}$	Potência média de w.
m	Fator de desvanecimento - Parâmetro da distribuição de Nakagami.
$G(\ )$	Função Gama.
Ω	Média temporal.
m_w	Potência média do sinal.
n	Número de conjuntos de ondas.
x_i	Processo Gaussiano na variável x.
y_i	Processo Gaussiano na variável y.
p_i	Valor médio da componente em fase.
q_i	Valor médio da componente em quadratura.
$L(\ )$	Transformada de Laplace.
$\hat{r}$	Valor rms da envoltória de um sinal.
η	Razão entre as variâncias das componente em fase e quadratura. Parâmetro da distribuição η-μ.
μ	Número de conjuntos de ondas - Parâmetro da distribuição η-μ.
ρ	Envoltória normalizada de um sinal.
ω	Potência normalizada do sinal.
w_0	Limiar de potência.
w_{r0}	Potência recebida pelo móvel a uma distância d_0 e na freqüência f_0.
w_d	Potência do sinal a uma distância d.
w_x	Potência do sinal no círculo de raio x.

k	Potência média do sinal no círculo de raio x.
M_w	Potência média do sinal recebido, em dB.
K	Potência média do sinal no círculo de raio x, em dB.
β	Cálculo da cobertura dos locais a uma distância x.
W	Potência do sinal, em dB.
W_0	Limiar de potência, em dB.
ε	Cálculo da cobertura dos locais até uma distância x.
S	Área de uma circunferência.
d	Coordenada polar definida de 0 a x.
θ	Ângulo definido de 0 a 2π rad.
$\gamma(\ )$	Função Gama incompleta.
$p_R(r)$	FDP da envoltória de Rayleigh.
$p_R(w)$	FDP da potência de Rayleigh.
$p_N(r)$	FDP da envoltória de Nakagami.
$p_N(w)$	FDP da potência de Nakagami.
$p(r_i)$	FDP de r_i.
$p(\omega)$	FDP da potência normalizada de $\eta - \mu$.
$p(\rho)$	FDP da envoltória normalizada de $\eta - \mu$.
$p(r)$	FDP da envoltória de $\eta - \mu$.

Resumo

FIGUEIREDO, DENILSON OLIVEIRA Área de Cobertura em Ambiente de Propagação Modelado com a Distribuição $\eta - \mu$

Esta dissertação desenvolve as equações para o cálculo da área de cobertura em um ambiente modelado de acordo com a distribuição $\eta - \mu$ considerando apenas as variações devido ao desvanecimento de curto prazo e não seletivo em freqüência. A distribuição η-μ é uma abordagem genérica da propagação de sinais em meios não homogêneos e engloba as distribuições de Rayleigh e Nakagami-m como casos especiais. Como primeira contribuição tem-se o cálculo da cobertura dos locais a uma distância x - essa abordagem estima a fração dos locais sobre uma circunferência de raio x onde o móvel recebe uma potência instantânea maior que um determinado limiar. A segunda contribuição é o cálculo da cobertura dos locais até uma distância x - estima a fração da área do círculo com raio x onde a potência instantânea do sinal recebido é maior que um determinado limiar. Mostrou-se que as equações para as áreas de cobertura para os ambientes modelados com as distribuições de Nakagami-m e Rayleigh podem ser obtidas das equações para a distribuição $\eta - \mu$.

Palavras-chave: distribuição $\eta - \mu$, Nakagami-m, Rayleigh, cobertura dos locais a uma distância x, cobertura dos locais até uma distância x, área de cobertura.

Abstract

FIGUEIREDO, DENILSON OLIVEIRA Covering Area in the Propagation Environment Modeled According to the $\eta - \mu$ Distribution.

A theoretical study about covering area modelled according to the $\eta - \mu$ distribution is developed to obtain the covering area using the proportion of locations at distance x and the proportion of locations within the area defined by distance x. This approach consider only the variations for short term fading in the non-selective frequency channel. The $\eta - \mu$ density function is a general fading distribution used to model the wave propagation in a non homogeneous environment and includes the Rayleigh and Nakagami-m density functions as special cases. This dissertation has presented several contributions. The first of all is the development of the expressions to determine the proportion of the locations at x (circumference with radius x) where the the received signal power is above a power threshold. Another contribution is the development expressions to determine the proportion of the circular area defined by x where the received sinal is above a power threshold. In the first approach, the proportion is averaged over the perimeter of the circumference, whereas in the second case the average is over the entire circular area. Finally, this dissertation presents the proof that the $\eta - \mu$ expressions to coverage area can be used to modelled the Nagakami-m and Rayleigh environment.

Keywords: $\eta - \mu$ distribution, Nakagami-m distribution, Rayleigh distribution, coverage area, first approach, second approach.

Keywords: $\eta - \mu$ distribution, Nakagami-m and Rayleigh distributions, first approach, second approach.

Capítulo 1

Introdução

Engenheiros gastam um tempo considerável na configuração de sistemas de comunicação sem fio, em termos de localização das estações rádio bases, atribuição de freqüências, nível de potência, alturas das antenas, etc. Este processo é conhecido como planejamento celular. A distribuição de tráfego dos usuários e as condições de propagação da área de serviço precisam ser consideradas o mais fiel possíveis (realizáveis) durante o processo de planejamento celular. Estas informações podem não ser confiáveis, devido a considerável mudança de tráfego e condições de propagação que ocorrem na mesma região. Por outro lado, a escolha correta destes parâmetros, como por exemplo, da localização e da potência da estação de rádio base, influenciarão diretamente no desempenho do sistema celular em geral. Portanto, devem ser determinadas as características do sinal na área de projeto, usando informações sobre topografia e levantando possibilidades de futuras obstruções que poderão prejudicar o desempenho do sistema.

Levando-se em conta esses comentários, pode-se constatar que a área de cobertura de um sistema rádio móvel não coincide com a forma hexagonal ideal, e toma diversas formas de acordo com os obstáculos que o sinal encontra no seu caminho de propagação. O tamanho das células também varia de acordo com o planejamento do sistema, elaborado para atender da melhor forma possível a demanda de tráfego.

Em um sistema de comunicação móvel o sinal se propaga em um ambiente não estacionário, dificultando a análise por um método determinístico. São várias as interferências físicas que irão alterar as características do sinal até chegar ao seu destino. O sinal transmitido poderá chegar ao receptor atenuado, resultado de um sombreamento causado por obstáculos, apresentando flutuações lentas em seu nível. Isto caracteriza um ambiente que apresenta desvanecimento de longo prazo. Por outro lado, o sinal poderá chegar como resultado de múltiplas reflexões, que alteram a amplitude e fase do sinal transmitido, ocorrendo um desvanecimento de curto prazo, pois esta alteração ocorre de maneira rápida. Poderá ocorrer também uma combinação das duas situações anteriores. Ou seja, o sinal

poderá chegar ao receptor tendo sofrido um sombreamento devido aos obstáculos e também múltiplas reflexões. O sinal poderá ainda apresentar uma característica de linha de visada ou seja, quando ocorrer propagação dentro de edifícios, as estruturas metálicas poderão funcionar como guias de onda, considerando, então, que o sinal chegará ao receptor como uma soma dos sinais refletidos mais o sinal direto.

Uma forma de caracterizar um sinal se propagando em um ambiente de comunicação móvel celular, considerando suas variações, pode ser feita utilizando-se as funções densidade de probabilidade cujo ambiente pode ser caracterizado de acordo com as distribuições de Rayleigh [1], Nakagami-m [2] e outras.

Neste trabalho é desenvolvido o cálculo da área de cobertura de um sistema celular utilizando a distribuição denominada de $\eta-\mu$ [3] recentemente publicada. Esta distribuição é genérica, podendo representar as distribuições de Rayleigh e Nakagami-m através da configuração correta de seus parâmetros.

1.1 Modelo Físico

Um ambiente de propagação pode ser modelado utilizando a abordagem de um campo de espalhamento difuso homogêneo ou não homogêneo. Em um ambiente homogêneo o emprego do teorema central do limite resulta em um processo Gaussiano complexo com componentes em fase e quadratura modeladas por uma função de densidade de probabilidade Gaussiana com variáveis aleatórias com média nula e mesma variância [3]. As distribuições normalmente utilizadas para modelar um ambiente homogêneo são a distribuição de Rayleigh e a distribuição de Nakagami-m. Um *cluster* de sinais provenientes do sinal original, cujas as amplitudes são idênticas (ausência de componentes dominantes), descorrelacionadas em magnitude e fase, uniformemente distribuída de 0 a 2π, é utilizado para modelar um ambiente homogêneo.

Para estimar a potência recebida por um móvel foram criados alguns métodos de análise do comportamento do sinal no ambiente de propagação. O Método Determinístico é obtido através de fórmulas fechadas e conceitos físicos. O Método Empírico busca equações através da análise de dados obtidos de medidas em campo. No Método Estatístico os resultados são interpretados como eventos aleatórios que ocorrem com uma dada probabilidade. Esta dissertação usa o Método Estatístico para modelar o desvanecimento de curto prazo, isto é, a FDP (Função Densidade de Probabilidade) para o cálculo da área de cobertura em um ambiente caracterizado pela distribuição $\eta - \mu$.

1.2 Plano de Trabalho

A estrutura desta dissertação esta ordenada da seguinte maneira:

O Capítulo 2 faz uma abordagem das degradações em um ambiente de propagação. São apresentados os modelos de propagação em pequena e grande escala seguidos dos métodos determinístico, empírico e estatístico. Mostra-se a influência característica de alguns parâmetros no cálculo da perda no percurso através do Modelo Simplificado de Propagação. Por meio da FDP da potência e da envoltória do sinal, além dos gráficos, tem-se a apresentação das distribuições de Rayleigh e Nakagami-m.

O capítulo 3 limita-se na descrição da distribuição $\eta - \mu$, apresentando sua média, variância, FDP de r_i, da potência e da envoltória. Mostra algumas aproximações para a distribuição $\eta - \mu$ para valores de η tendendo a zero e a infinito. Ainda, neste mesmo capítulo, tem-se a obtenção da FDP da envoltória das distribuições de Rayleigh e Nakagami-m a partir da configuração correta dos parâmetros η e μ da FDP da envoltória da distribuição $\eta - \mu$. Algumas relações entre μ, m e η são citadas, pois são importantes para o cálculo dos valores das tabelas contidas nos gráficos desta dissertação.

O Capítulo 4 é dedicado ao cálculo da cobertura dos locais a uma distância x. Para este cálculo, o ambiente de propagação foi modelado com a distribuição $\eta - \mu$. Mostra-se, também, a determinação do cálculo da área de cobertura para os ambientes modelados pelas distribuições de Rayleigh e Nakagami-m a partir da distribuição $\eta - \mu$.

O Capítulo 5 é dedicado ao cálculo da cobertura dos locais até uma distância x. Para este cálculo utiliza-se também a distribuição $\eta - \mu$. Mostra-se, portanto, a obtenção das áreas de cobertura dos ambientes modelados pelas distribuições de Rayleigh e Nakagami-m a partir da distribuição $\eta - \mu$.

No Capítulo 6, são produzidas algumas curvas sem considerar a restrição das variáveis η e μ com o parâmetro m de Nakagami-m.

O Capítulo 7 apresenta as conclusões finais juntamente com alguns cálculos práticos mostrando a utilização dos gráficos/equações obtidos. Finalmente, é feito um resumo das contribuições e propostas para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Modelos de Propagação

Este capítulo descreve as degradações sofridas por um sinal em um ambiente de propagação sem fio, considerando as perdas devidas à distância e aos obstáculos entre transmissor e receptor, e às variações rápidas do sinal. Os modelos para a propagação do sinal podem ser classificados em pequena ou grande escala. O modelo denominado de grande escala também é conhecido como modelo de longo prazo, e o modelo de pequena escala é conhecido como modelo de curto prazo. Os métodos determinísticos, empíricos e estatísticos são empregados para caracterizar esses modelos. Esse capítulo apresenta, ainda, as FDPs da potência e da envoltória para as distribuições de Rayleigh e Nakagami-m.

2.1 Introdução

O sinal que se propaga entre um transmissor e receptor geralmente apresenta degradações que alteram suas características. Estas degradações geram múltiplos percursos por causa das difrações e/ou reflexões e/ou espalhamento sofridas pelo sinal ao longo do meio de transmissão, sendo assim responsáveis pelo desvanecimento do sinal. Existem modelos que caracterizam o sinal em relação às degradações e quanto ao alcance da área de serviço. Quando o modelo baseia-se nas perdas devido à distância entre transmissor e receptor e ao sombreamento do sinal ele é denominado modelo de propagação em grande escala. Quando o modelo se refere ao desvanecimento do sinal por múltiplos percursos ele é classificado como modelo de propagação em pequena escala.

A influência característica de alguns parâmetros no cálculo da perda no percurso levará à utilização de um modelo que melhor se adapta àquela situação em análise. Portanto, fica a critério do projetista escolher qual modelo será escolhido para a elaboração de um projeto.

2.2 Propagação em Grande Escala

Também conhecida como desvanecimento de longo prazo, é dependente da distância entre o móvel e a ERB (Estação Rádio Base) para a estimativa da potência recebida e da presença de ondulação na morfologia e obstáculos (sombreamento). Normalmente essa distância varia de centenas de metros a quilômetros, dependendo da área de cobertura da célula. A potência média do sinal recebido diminui na proporção $d^{-\alpha}$, sendo d a distância entre o móvel e a ERB e α o coeficiente da perda no percurso. O coeficiente da perda no percurso depende da topografia e morfologia do ambiente e possui valores típicos entre 2 e 5 [4]. Para o cálculo das atenuações ou perdas é empregada uma combinação de métodos determinísticos e empíricos.

2.2.1 Método Determinístico

Método utilizado para o cálculo das perdas no percurso por fórmulas fechadas e compostas por características do canal de transmissão. É classificado como um modelo de propagação em grande escala e não será aprofundada a sua descrição, sendo apenas citados alguns exemplos desses métodos determinísticos de propagação: Propagação em Espaço Livre, Propagação em Terreno Plano e Propagação em Ambientes com Obstruções que se divide em Método de Bullington, Método de Epstein-Peterson e Método de Deygout [4].

2.2.2 Método Empírico

Realiza o cálculo das perdas no percurso através de medidas em campo, considerando o conhecimento da topologia e morfologia do terreno e alguns fatores de correção como: freqüência, distância, altura e polarização das antenas, o que torna difícil obter as relações entre as diversas variáveis que caracterizam o sistema. Este modelo é classificado como um modelo de propagação em grande escala [7]. Um modelo empírico muito empregado no cálculo da perda por obstruções na substituição aos métodos determinísticos é obtido pelo efeito do Sombreamento. Este efeito considera a perda por obstruções e contornos do terreno uma variável aleatória do tipo log-normal (FDP Gaussiana com valores em dB).

2.2.3 Modelo Simplificado de Propagação

Alguns parâmetros importantes para o cálculo da potência média recebida em função das perdas são:

- Dependendo do ambiente e da frequência, a freqüência f interfere na perda na forma f^v, onde $2 \leq v \leq 3$ [4].

- Há um ganho de 6 dB/oitava para a altura da antena transmissora e de 3 a 6 dB para a antena receptora, segundo o método de Okumura [7].
- A perda varia com a distância d na forma $d^{-\alpha}$, onde $2 \leq \alpha \leq 5$ é o coeficiente da perda no percurso.

Pode-se expressar a potência recebida a uma distância d da ERB e a uma frequência f pela seguinte equação [1]:

$$w_r = Cw_{ro}\left(\frac{d}{d_o}\right)^{-\alpha}\left(\frac{f}{f_o}\right)^{-v}, \tag{2.1}$$

onde w_{ro} é a potência recebida pelo móvel a uma distância d_o e na freqüência f_o e C é um fator de correção que inclui a altura e o ganho das antenas; e inclui outros fatores relacionados ao sistema de transmissão.

A potência média do sinal recebido, m_w, por um móvel percorrendo a periferia da célula, ou seja $d = x$, pode ser expressa pela equação:

$$m_w = k\left(\frac{x}{d_o}\right)^{-\alpha}, \tag{2.2}$$

onde

$$k = Cw_{ro}\left(\frac{f}{f_o}\right)^{-v} \tag{2.3}$$

Pode-se expressar a potência média do sinal recebido em dB:

$$M_w = K - 10\alpha\log\left(\frac{x}{d_o}\right) \tag{2.4}$$

Considerando $d_0 = x$, o valor de K será igual a potência média local do sinal recebido por um móvel situado na periferia da célula,

$$M_w = K \tag{2.5}$$

2.3 Propagação em Pequena Escala

Denominado também de desvanecimento de curto prazo, considera um ambiente de propagação onde o sinal recebido possui variações de amplitude e fase. Estas variações, oriundas de sinais de múltiplos percursos, são provocadas pela movimentação do móvel e dos obstáculos existentes nas proximidades deste móvel. Portanto, variações rápidas e profundas da potência do sinal recebido em curtas distâncias e curtos intervalos de tempo caracterizam o desvanecimento de curto prazo. A consideração de todas estas variações

é importante para um planejamento adequado da área de cobertura de uma estação de rádio base, tornando o desvanecimento de longo prazo, apesar de ser uma das predições mais utilizadas, uma predição inadequada para caracterizar sinais com tais variações. A variação da potência do sinal apresenta um comportamento aleatório e, portanto, o método estatístico é o mais apropriado para o cálculo das perdas, pois considera o sinal como uma variável aleatória que ocorre com uma dada probabilidade, assegurando uma maior precisão na estimativa da potência instantânea recebida. A modelagem de cada tipo de canal é representada por uma determinada FDP.

2.3.1 Método Estatístico

Calcula as perdas no percurso por meio de Funções Densidade de Probabilidade FDPs. As FDPs são equações usadas para analisar o comportamento aleatório de dados que ocorrem com uma dada probabilidade. Portanto o método estatístico emprega FDPs para modelar o comportamento aleatório dos sinais provenientes de múltiplos percursos e que são responsáveis pelas degradações do sinal ao longo do percurso. O modelo estatístico destaca-se por possuir resultados de grande confiabilidade na estimativa dos parâmetros que caracterizam um canal. Alguns dos modelos estatísticos mais empregados são baseados nas distribuições de Rayleigh e Nakagami-m. Por fim, o método estatístico é classificado como um modelo de propagação em pequena escala.

2.3.2 Distribuição de Rayleigh

Desenvolvida em 1889 e utilizada para modelar ambientes de propagação em pequena escala [1].

FDP de Rayleigh

A FDP de Rayleigh é dada por [1]:

$$p_R(r) = \frac{r}{\sigma_r^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right), \tag{2.6}$$

onde $\sigma_r\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ é a média, $\sigma_r\sqrt{2-\frac{\pi}{2}}$ é o desvio padrão e $2\sigma_r^2 = E[r^2]$ é o valor médio quadrático de r. A Figura 2.1 ilustra esta FDP.

FDP da potência para a distribuição de Rayleigh

A FDP da potência para a distribuição de Rayleigh é dada pela Equação (2.7)[1]:

$$p_R(w) = \frac{1}{\sigma_w} \exp\left(-\frac{w}{\sigma_w}\right). \tag{2.7}$$

onde $\sigma_w = E[w]$ é a média da potência instantânea. A Figura 2.2 ilustra a FDP caracterizada pela Equação (2.7).

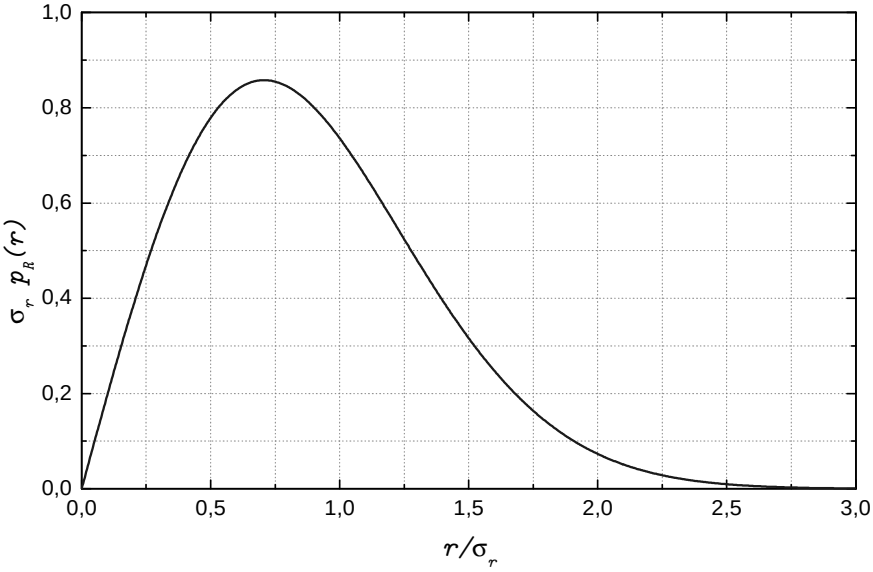

Figura 2.1: *FDP de Rayleigh.*

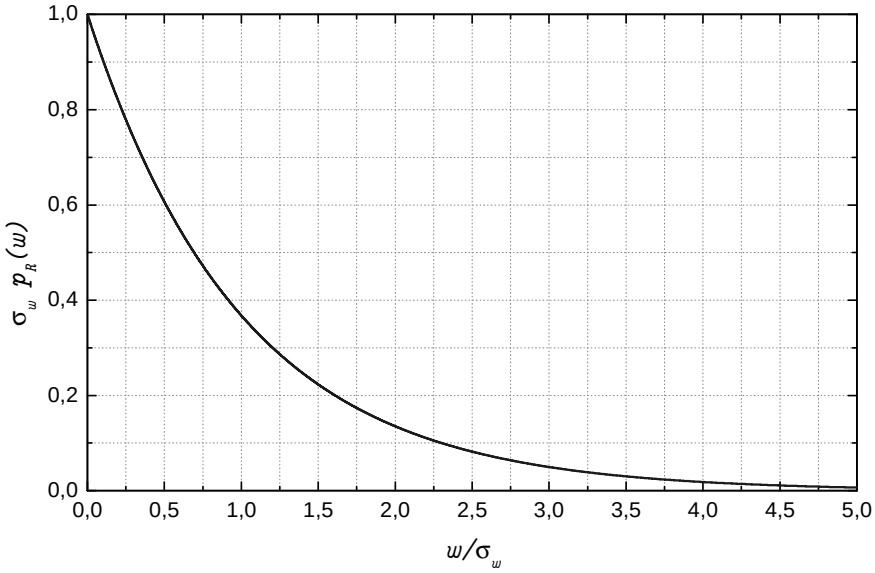

Figura 2.2: *FDP da potência quando a envoltória possui distribuição de Rayleigh.*

2.3.3 Distribuição de Nakagami-m

Desenvolvida em 1960 e utilizada para modelar ambientes de propagação em pequena escala. O fator m é utilizado para modelar o desvanecimento, quanto maior o valor de m

menos severo é o desvanecimento.

FDP de Nakagami-m

A FDP de Nakagami-m deriva-se da distribuição Chi-Quadrada centralizada e tem a forma [2]:

$$p_N(r) = \frac{2m^m r^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega}\right), \tag{2.8}$$

onde r é a envoltória do sinal. O parâmetro m, que é conhecido como fator de desvanecimento, determina a inclinação das curvas traçadas em função dos valores medidos. Ω é a média temporal de r^2, ou seja, $\Omega = E[r^2]$ e $\Gamma(\cdot)$ é a função Gama.

A FDP de Nakagami-m pode ser ilustrada conforme mostra a Figura 2.3.

FDP da potência para distribuição de Nakagami-m

A FDP da potência recebida quando a envoltória do sinal segue a distribuição de Nakagami-m é dada pela Equação (2.9):

$$p_N(w) = \left(\frac{m}{\overline{w}}\right)^m \frac{w^{m-1}}{\Gamma(m)} exp\left(-\frac{mw}{\overline{w}}\right), \tag{2.9}$$

As curvas traçadas para esta equação são ilustradas na Figura 2.4.

Analisando os gráficos das Figuras 2.3 e 2.4 nota-se que a medida que m cresce o efeito do desvanecimento vai diminuindo, implicando num sinal tendendo a ser determinístico.

2.4 Conclusão

As degradações sofridas pelo sinal alteram suas características e são responsáveis pelo seu desvanecimento ao longo do percurso. Portanto as predições, desvanecimento de longo e curto prazo, são utilizadas para caracterizarem o sinal de acordo com os tipos de degradações sofridas. Dois modelos de propagação baseados nestes desvanecimentos foram descritos. São eles:

- Modelo de propagação em grande escala, que se refere à perda devida à distância e os obstáculos entre o transmissor e receptor. Este modelo emprega métodos determinísticos e empíricos para calcular as perdas no percurso.

- Modelo de propagação em pequena escala, se refere ao desvanecimento por múltiplos percursos. Este modelo é baseado no método estatístico, pois o sinal em um ambiente

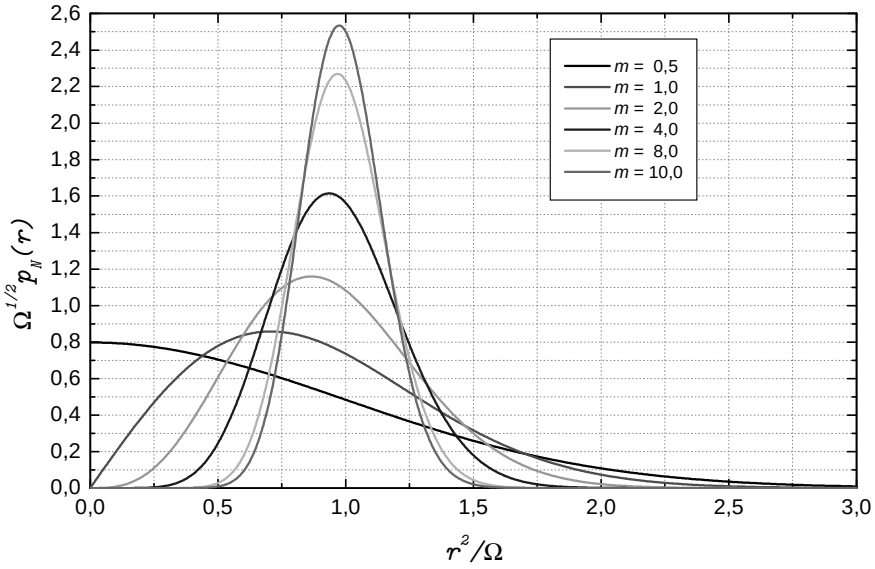

Figura 2.3: *FDP de Nakagami-m.*

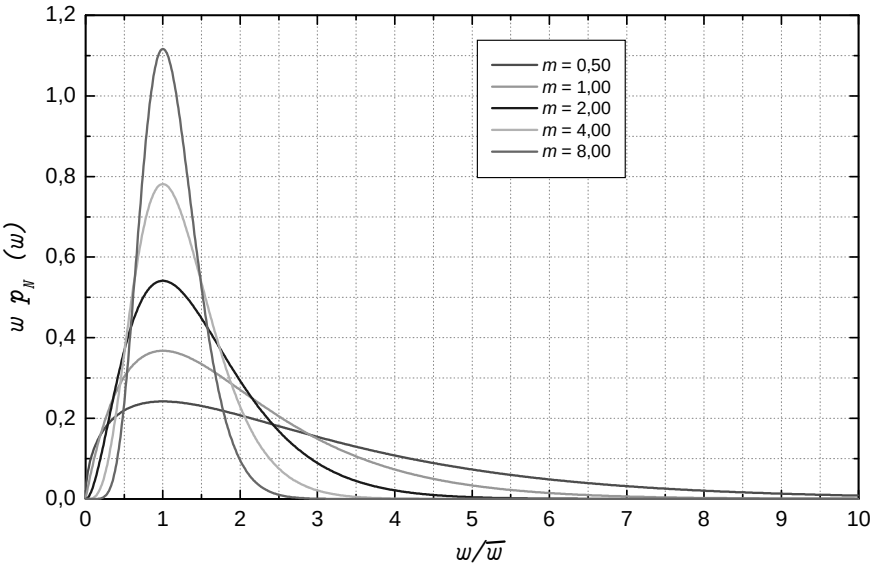

Figura 2.4: *FDP da potência quando a envoltória possui distribuição de Nakagami-m.*

de propagação com múltiplos percursos apresenta um comportamento aleatório, podendo então ser modelado estatisticamente por uma FDP e gerar resultados através de uma variável aleatória. Este capítulo também apresentou apresentou as distribuições de Rayleigh e Nakagami-m com as suas respectivas FDPs da potência e da envoltória como um embasamento teórico a ser utilizado nos capítulos posteriores.

Capítulo 3

Distribuição $\eta - \mu$

3.1 Introdução

A primeira abordagem para a modelagem da variação de curto prazo do sinal recebido resultou na distribuição de Rayleigh (1889). Neste modelo as fases das ondas de um conjunto de onda são aleatórias e possuem tempo de atrasos semelhantes, caracterizando um modelo não seletivo em freqüência. Empregando o teorema central do limite a somatória destas diversas ondas que chegam ao receptor resulta em um processo Gaussiano complexo com componentes em fase e quadratura modeladas por uma função de densidade de probabilidade Gaussiana. Esse conjunto de ondas recebe a denominação de cluster e representa um processo Gaussiano complexo. Admitindo que as variáveis aleatórias em fase e quadratura possuem média zero obtém-se a distribuição de Rayleigh, a qual permite modelar um ambiente sem um raio com potência dominante em relação as demais sinais espalhados que formam o cluster (sem linha de visada direta). Em 1948, desenvolveu-se a distribuição de Rice, nesse caso as variáveis aleatórias em fase e quadratura possuem médias iguais e diferentes de zero. A distribuição de Rice modela um ambiente onde existe um raio com potência dominante (com linha de visada direta). É óbvio verificar que a distribuição de Rayleigh é um caso particular da distribuição de Rice. Em 1960, a partir de dados obtidos em campo, Nakagami desenvolve a distribuição que leva o seu nome. Através da distribuição de Nakagami é possível modelar as distribuições de Rayleigh e Rice através da configuração adequada do parâmetro m. Estas distribuições são usadas para modelar um ambiente homegêneo. Após quase meio século, o professor Michel Daoud Yacoub [3] obteve uma generalização das distribuições acima citadas modelando o sinal de recepção como a somatória de n clusters. Esse modelo de distribuição foi obtido a partir da suposição de um ambiente não homogêneo compostos da combinação de n clusters de Rayleigh, com atrasos relativamente grandes e se propagando em um ambiente homogêneo. Dentro de cada cluster as fases das ondas espalhadas são aleatórias e possuem tempos de atraso similares.

Contudo, os tempos de atraso entre os diversos clusters são relativamente grandes. Neste caso, a somatória de vários cluster resulta na distribuição $\eta - \mu$, não sendo possível aplicar os resultados teorema central do limite. Fisicamente, esta distribuição modela um ambiente não homogêneo onde o parâmetro η representa a razão entre as variâncias das componentes em fase e quadratura. Enquanto o parâmetro μ representa o número de cluster do sinal recebido. A distribuição $\eta - \mu$ consegue incluir as distribuições Nakagami-m, Rayleigh e Hoyt como casos especiais.

3.2 Modelagem Matemática

Admitindo-se a envoltória r de um sinal com desvanecimento e escrevendo-a em termos de suas componentes em fase e em quadratura, tem-se [3]:

$$r^2 = \sum_{i=\ 1}^{n} \left(x_i^2 + y_i^2\right), \tag{3.1}$$

onde x_i e y_i são processos Gaussianos mutuamente independentes com $E[x_i] = E[y_i] = 0$, $E[x_i^2] = \sigma_x^2$ e $E[y_i^2] = \sigma_y^2$. Supondo-se que

$$r_i^2 = x_i^2 + y_i^2,$$

então

$$r^2 = \sum_{i=1}^{n} r_i^2.$$

Da mesma forma pode-se escrever

$$w = \sum_{i=1}^{n} w_i,$$

onde w é a potência do sinal desvanecido e w_i é a potência de r_i definida por:

$$w_i = \frac{r_i^2}{2}.$$

O parâmetro i faz referência ao i-ésimo conjunto de ondas (*cluster*) e o valor de n é o número total de conjuntos de ondas que chegam ao receptor, de valor discreto.

3.2.1 Média, Variância e Parâmetro η

O valor médio quadrático da envoltória pode ser obtido através do Equação (3.1). O cálculo limita-se em empregar algumas das propriedades estatísticas, tais como variáveis

mutuamente independentes, e em lembrar que $E[x_i] = E[y_i] = 0$ e $E[x_i^2] = \sigma_x^2$, $E[y_i^2] = \sigma_y^2$ [6].

Portanto tem-se:

$$E[r^2] = n(1+\eta)\sigma_y^2 \tag{3.2}$$

onde

$$\eta = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2}. \tag{3.3}$$

O parâmetro η é definido como a razão entre a variância da componente em fase e a variância da componente em quadratura do sinal.

Definindo $\hat{r}$ como o valor rms de r, encontra-se

$$\hat{r} = \sqrt{E[r^2]} \tag{3.4}$$

Substituindo (3.4) em (3.2) tem-se:

$$\hat{r}^2 = E[r^2] = n(1+\eta)\sigma_y^2 \tag{3.5}$$

Para o cálculo da variância faz-se necessário achar o valor de $E[r^4]$, que é encontrado a partir da Equação (3.1) [6], assim:

$$E[r^4] = 2(n\sigma_x\sigma_y)^2 + n^2\sigma_x^4 + n^2\sigma_y^4 + 2n\sigma_x^4 + 2n\sigma_y^4 \tag{3.6}$$

A variância de r^2 é definida como sendo:

$$Var[r^2] = E[r^4] - (E[r^2])^2 \tag{3.7}$$

Fazendo-se as devidas substituições, isto é, (3.5) e (3.6) em (3.7) vem:

$$Var[r^2] = 2n(1+\eta^2)\sigma_y^4 \tag{3.8}$$

3.2.2 O Parâmetro μ

Da razão entre o quadrado da Equação (3.5) e a Equação (3.8) encontra-se [3]:

$$\frac{E^2[r^2]}{Var[r^2]} = \frac{n}{2} \times \frac{(1+\eta)^2}{(1+\eta^2)} \tag{3.9}$$

Isolando-se $n/2$ da Equação (3.9) tem-se

$$\frac{n}{2} = \frac{E^2[r^2]}{Var[r^2]} \times \frac{(1+\eta^2)}{(1+\eta)^2} \tag{3.10}$$

O valor quadrático médio, a variância, a potência das componentes em fase e quadratura do sinal com desvanecimento, bem como os parâmetros η e μ são valores contínuos, enquanto o parâmetro n é discreto. Considerando a possibilidade do sinal ser composto por um número não inteiro de *clusters*, a limitação de n ser discreto pode ser eliminada tomando a Equação (3.10) e definindo um parâmetro μ real, dado por [3]:

$$\mu = \frac{n}{2} = \frac{E^2[r^2]}{Var[r^2]} \times \frac{(1+\eta^2)}{(1+\eta)^2} \tag{3.11}$$

Usando essa restrição, obtida da referência [2], tem-se que:

$$\frac{E^2[r^2]}{Var[r^2]} \geq \frac{1}{2}, \tag{3.12}$$

para a distribuição $\eta - \mu$, donde conclui-se que:

$$\frac{\mu(1+\eta)^2}{1+\eta^2} \geq \frac{1}{2} \tag{3.13}$$

com $0 \leq \eta \leq 1$ ou, equivalentemente, $1 \leq \eta^{-1} \leq \infty$. Portanto o mínimo valor de μ é igual a 1/4.

3.2.3 Relação Entre os Parâmetros m, η e μ

O valor de m, definido como um fator de desvanecimento, é o parâmetro da distribuição de Nakagami-m. Usualmente define-se m como:

$$m = \frac{E^2[r^2]}{Var(r^2)}. \tag{3.14}$$

Logo, pode-se definir uma relação entre os parâmetros m, η e μ a partir das Equações (3.14) e (3.11), dada por:

$$\mu = m\frac{1+\eta^2}{(1+\eta)^2}, \tag{3.15}$$

Fazendo-se algumas manipulações algébricas em (3.15) obtém-se:

$$m = \mu\frac{(1+\eta)^2}{(1+\eta^2)}, \tag{3.16}$$

Usando a Equação (3.16) para um dado valor de m desejado, os parâmetros η e μ poderão ser escolhidos de forma a se obter um melhor ajuste.

A Equação (3.16) é válida desde que respeitados os seguintes limites [3]:

$$\frac{m}{2} \leq \mu \leq m \tag{3.17}$$

$$\eta = \frac{\frac{\mu}{m} - \sqrt{2\frac{\mu}{m} - 1}}{1 - \frac{\mu}{m}} \tag{3.18}$$

Conclui-se, então, que através da Equação (3.18) pode-se fazer uma relação entre os três parâmetros envolvidos. Esta relação foi usada para traçar as curvas que são apresentadas neste capítulo.

3.2.4 Função Densidade de Probabilidade de r_i

A FDP de r_i é dada por [3]:

$$p(r_i) = \frac{\sqrt{\eta} r_i}{\sigma_x^2} \exp\left[-\frac{(\eta+1)r_i^2}{4\sigma_x^2}\right] I_0\left[\frac{(\eta-1)r_i^2}{4\sigma_x^2}\right], \qquad r_i \geq 0 \tag{3.19}$$

onde $\eta = \sigma_x^2/\sigma_y^2$ e $I_0[\ ]$ é a função modificada de Bessel de primeiro tipo e de ordem zero. Observe que $0 \leq \eta \leq 1$ define a região onde $\sigma_x^2 \leq \sigma_y^2$, visto que $1 \leq \eta \leq \infty$ define a região onde $\sigma_y^2 \leq \sigma_x^2$. É possível mostrar que $\hat{r}_0^2 = E\left[r_i^2\right] = (1+\eta^{-1})\sigma_x^2$ [3]. Portanto

$$p(r_i) = \frac{2\sqrt{h} r_i}{\hat{r}_0^2} \exp\left[h\left(-\frac{r_i}{\hat{r}_0}\right)^2\right] I_0\left[H\left(\frac{r_i}{\hat{r}_0}\right)^2\right], \qquad r_i \geq 0 \tag{3.20}$$

onde

$$h = \frac{2+\eta^{-1}+\eta}{4} = \frac{(1+\eta)^2}{4\eta} \tag{3.21}$$

e

$$H = \frac{\eta^{-1}-\eta}{4} = \frac{1-\eta^2}{4\eta} \tag{3.22}$$

3.2.5 Função Densidade de Probabilidade da Potência Normalizada

A função densidade de probabilidade da potência, $p(w_i)$, é encontrada por uma transformação de variáveis aleatórias a partir da Equação (3.20), e é dada por [3]:

$$p(w_i) = \frac{\sqrt{h}}{\overline{w}_0} \exp\left(-\frac{h\ w_i}{\overline{w}_0}\right) I_0\left(\frac{H w_i}{\overline{w}_0}\right), \qquad w_i \geq 0, \tag{3.23}$$

onde $\bar{w}_0 = E[w_i]$. A transformada de Laplace $L[p(w_i)]$ de $p(w_i)$ é encontrada de maneira exata como mostrado em [5, página 1025, Eq. 29.3.60.]:

$$L[p(w_i)] = \frac{\sqrt{h}}{\overline{w}_0\sqrt{\left(s+\frac{h}{\overline{w}_0}\right)^2 - \left(\frac{H}{\overline{w}_0}\right)^2}} \tag{3.24}$$

Sabendo-se que w_i, i=1,2,...,n, são independentes, a transformada de Laplace $L[p(w)]$ de $p(w)$ é encontrada como:

$$L[p(w)] = \left[\frac{\sqrt{h}}{\overline{w}_0 \sqrt{\left(s + \frac{h}{\overline{w}_0}\right)^2 - \left(\frac{H}{\overline{w}_0}\right)^2}} \right]^n, \tag{3.25}$$

a transformada inversa é dada por [5, página 1025, Eq. 29.3.60.]:

$$p(w) = \frac{\sqrt{\pi} h^{\frac{n}{2}}}{(2H)^{\frac{n-1}{2}} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \left(\frac{w}{\overline{w}_0}\right)^{\frac{n-1}{2}} \exp\left(-\frac{hw}{\overline{w}_0}\right) I_{\frac{n-1}{2}}\left(\frac{Hw}{\overline{w}_0}\right), \tag{3.26}$$

Sendo

$$\overline{w} = E(w) = n\overline{w}_0,$$

então:

$$\overline{w}p(w) = \frac{\sqrt{\pi} n^{\frac{n+1}{2}} h^{\frac{n}{2}}}{(2H)^{\frac{n-1}{2}} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \left(\frac{w}{\overline{w}}\right)^{\frac{n-1}{2}} \exp\left(-\frac{nhw}{\overline{w}}\right) I_{\frac{n-1}{2}}\left(\frac{nHw}{\overline{w}}\right), \tag{3.27}$$

Através de algumas manipulações algébricas e escrevendo a Equação (3.27) em função de μ, tem-se:

$$\overline{w}p(w) = \frac{2\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}} h^{\mu}}{\Gamma(\mu) H^{\mu-\frac{1}{2}}} \left(\frac{w}{\overline{w}}\right)^{\mu-\frac{1}{2}} \exp\left(-2\mu h \frac{w}{\overline{w}}\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(2\mu H \frac{w}{\overline{w}}\right), \qquad w \geq 0 \tag{3.28}$$

onde

$$\omega = \frac{w}{\overline{w}} \tag{3.29}$$

Fazendo-se a devida mudança de variável em (3.28) encontra-se :

$$p(\omega) = \overline{w}p(w) = \frac{2\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}} h^{\mu}}{\Gamma(\mu) H^{\mu-\frac{1}{2}}} \left(\frac{w}{\overline{w}}\right)^{\mu-\frac{1}{2}} \exp\left(-2\mu h \frac{w}{\overline{w}}\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(2\mu H \frac{w}{\overline{w}}\right), \qquad w \geq 0 \tag{3.30}$$

Na Equação anterior fazendo a simplificação necessária e substituindo o valor de ω, encontra-se, finalmente, a FDP da potência normalizada, $p(\omega)$, que é dada por [3]:

$$p(\omega) = \frac{2\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}} h^{\mu}}{\Gamma(\mu) H^{\mu-\frac{1}{2}}} \omega^{\mu-\frac{1}{2}} \exp(-2\mu h\omega) I_{\mu-\frac{1}{2}}(2\mu H\omega), \qquad \omega \geq 0 \tag{3.31}$$

Em particular, pode-se escrever

$$\mu = \frac{E^2[\omega]}{Var(\omega)} \frac{1+\eta^2}{(1+\eta)^2} \tag{3.32}$$

A Figura 3.1 mostra algumas funções densidade de probabilidade $p(\omega)$ para vários valores dos parâmetros $\eta - \mu$.

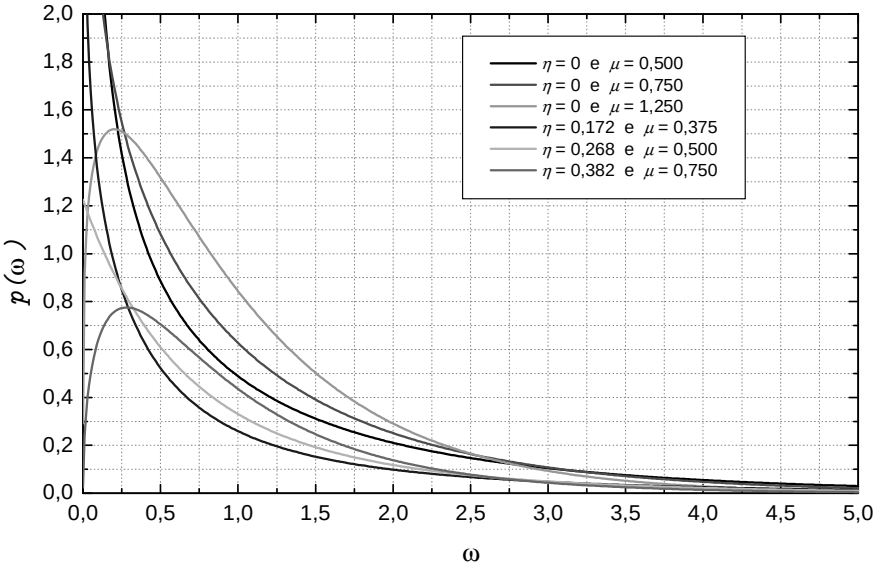

Figura 3.1: *Exemplos da FDP da potência normalizada.*

3.2.6 Função Densidade de Probabilidade da Envoltória Normalizada

Através de manipulações algébricas na Equação (3.20), parecidas com as realizadas para obter a Equação (3.27), obtém-se a FDP da envoltória normalizada como sendo

$$\hat{r}p(r) = \frac{2\sqrt{\pi}n^{\frac{n+1}{2}}h^{\frac{n}{2}}}{(2H)^{\frac{n-1}{2}}\,\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{n}\exp\left[-nh\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{2}\right]I_{\frac{n-1}{2}}\left[nH\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{2}\right], \qquad r \geq 0 \tag{3.33}$$

Escrevendo a Equação (3.33) em função de μ, tem-se:

$$\hat{r}p(r) = \frac{4\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^{\mu}}{\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}}\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{2\mu}\exp\left[-2\mu h\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{2}\right]I_{\mu-\frac{1}{2}}\left[2\mu H\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{2}\right], \qquad r \geq 0 \tag{3.34}$$

Definindo a variável ρ como a envoltória normalizada

$$\rho = \frac{r}{\hat{r}} = \frac{r}{\sqrt{E[r^2]}} \tag{3.35}$$

e fazendo a devida mudança de variável em (3.34) encontra-se:

$$p(\rho) = \frac{\hat{r}}{\hat{r}}\frac{4\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^{\mu}}{\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}}\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{2\mu}\exp\left[-2\mu h\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{2}\right]I_{\mu-\frac{1}{2}}\left[2\mu H\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{2}\right] \tag{3.36}$$

Na Equação anterior, fazendo-se a simplificação necessária e substituindo o valor de ρ, encontra-se, finalmente, a FDP da envoltória normalizada, $p(\rho)$, dada por [3]:

$$p(\rho) = \frac{4\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^{\mu}}{\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}}\rho^{2\mu}\exp(-2\mu h\rho^2)I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(2\mu H\rho^2\right), \qquad \rho \geq 0 \tag{3.37}$$

As Figuras 3.2, 3.3 e 3.4 mostram algumas curvas para a envoltória normalizada do ambiente $\eta - \mu$.

Através da Equação (3.16) e das Figuras 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4 constata-se que o aumento dos parâmentros η e μ torna o desvanecimento do sinal menos severo.

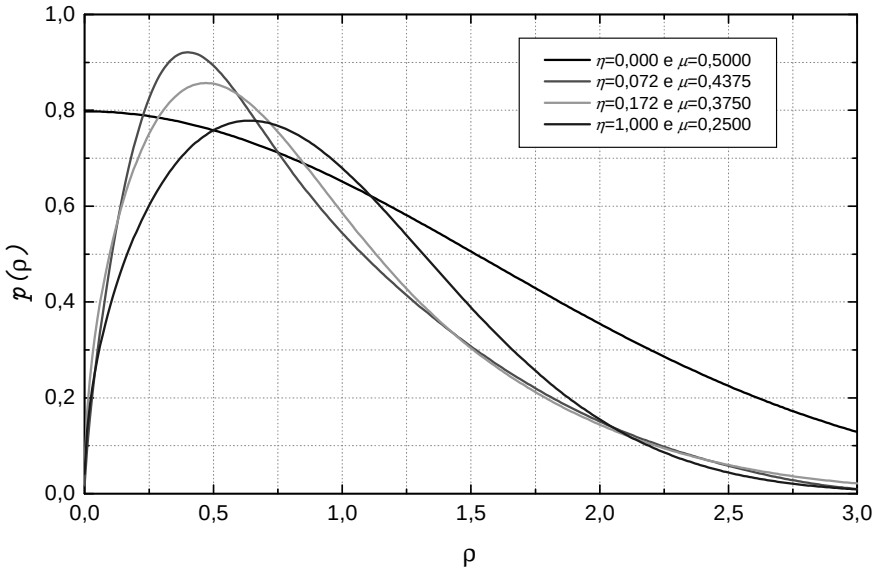

Figura 3.2: *Exemplos da envoltória normalizada a partir de* $m = 0,5$.

3.3 Aproximações da Distribuição $\eta - \mu$

3.3.1 A Distribuição $\eta - \mu$ para $\eta \to 0$

Como na Equação (3.34) o argumento da função de Bessel é dado por:

$$\begin{aligned} z =& 2\mu H\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^2 \\ =& \frac{\mu}{2}\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^2\left(\frac{1}{\eta} - \eta\right), \end{aligned} \tag{3.38}$$

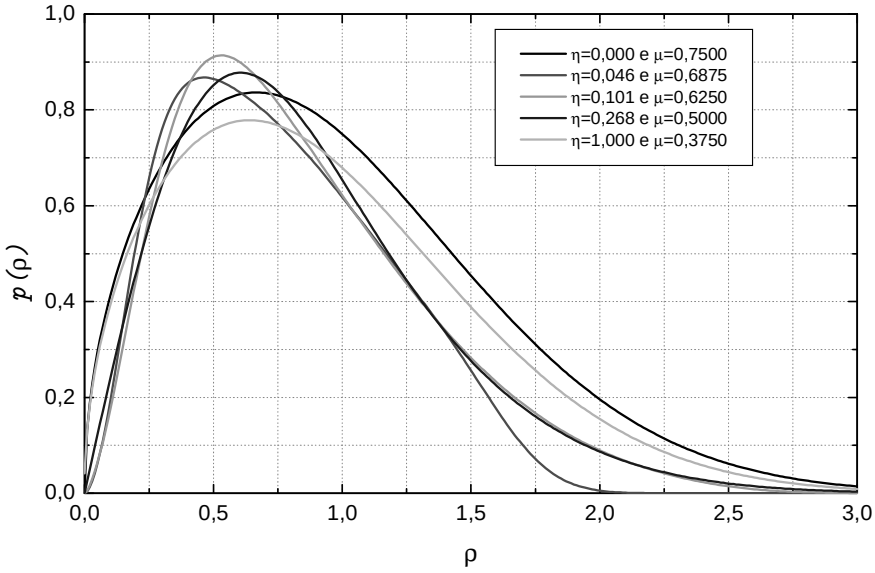

Figura 3.3: *Exemplos da envoltória normalizada a partir de* $m = 0,75$.

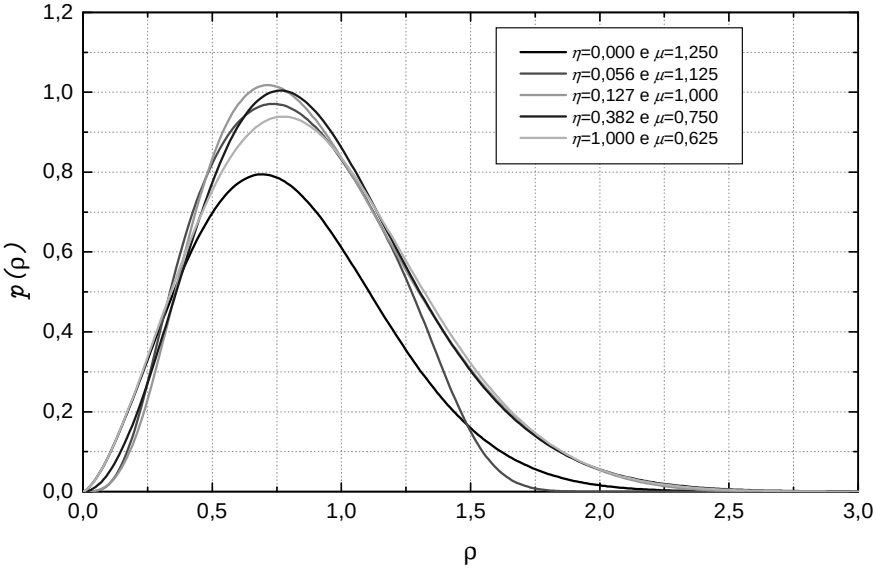

Figura 3.4: *Exemplos da envoltória normalizada a partir de* $m = 1,25$.

e com $\eta \to 0$, a função tenderá ao infinito. Através da diretiva

$$I_\nu(z) \approx \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}} \tag{3.39}$$

onde ν é fixo e $|z|$ é o módulo do argumento da função de Bessel suficientemente grande [5, página 377, Equação 9.7.1] e [6], pode-se calcular a FDP aproximada da Equação (3.34):

$$p(r) = \frac{1}{\hat{r}} \frac{2\mu^{\mu}}{\Gamma(\mu)} \left(\frac{1+\eta}{1-\eta}\right)^{\mu} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{2\mu-1} \exp\left[-\mu\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{2}(\eta+1)\right], \qquad r \geq 0 \tag{3.40}$$

3.3.2 A Distribuição $\eta - \mu$ para $\eta \to 1$

Na Equação (3.34) o argumento da função de Bessel tende a zero para $\eta \to 1$, como demonstrado:

$$\lim_{\eta \to 1} \frac{\mu}{2} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{2} \left(\frac{1}{\eta} - \eta\right) = 0$$

De acordo com [5, página 375, Equação 9.6.7], para um valor de ν fixo e quando o argumento de Bessel, z, tende à zero, admite-se a seguinte aproximação:

$$I_{\nu}(z) \approx \left(\frac{z}{2}\right)^{\nu} \frac{1}{\Gamma(\nu+1)}, \qquad \nu \neq (-1, -2, \cdots) \tag{3.41}$$

que substituida na Equação (3.34) conduz a FDP da envoltória normalizada aproximada descrita abaixo:

$$p(r) = \frac{1}{\hat{r}} \frac{4\sqrt{\pi}\mu^{2\mu}\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{4\mu-1}}{\Gamma(\mu)\Gamma\left(\mu+\frac{1}{2}\right)} \left[\frac{(1+\eta)^{2}}{4\eta}\right]^{\mu} \exp\left[-2\mu\frac{(1+\eta)^{2}}{4\eta}\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{2}\right], \qquad r \geq 0 \tag{3.42}$$

Manipulando a fórmula da duplicação dada por [5, página 256, Equação 6.1.18] reproduzida pela Equação (3.43), tem-se:

$$\Gamma(2\mu) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} 2^{2\mu-\frac{1}{2}} \Gamma(\mu)\Gamma\left(\mu+\frac{1}{2}\right) \tag{3.43}$$

$$2^{2\mu-\frac{1}{2}}\Gamma(\mu)\Gamma\left(\mu+\frac{1}{2}\right) = \Gamma(2\mu)\sqrt{2\pi} \tag{3.44}$$

Utilizando a Equação (3.44), pode-se escrever a Equação (3.42) da seguinte forma [6]:

$$p(r) = \frac{1}{\hat{r}} \frac{2(2\mu)^{2\mu}}{\Gamma(2\mu)} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{(4\mu)-1} \left[\frac{(1+\eta)^{2}}{4\eta}\right]^{\mu} \exp\left[-2\mu\frac{(1+\eta)^{2}}{4\eta}\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{2}\right], \qquad r \geq 0 \tag{3.45}$$

3.4 Distribuições Obtidas a Partir do Ambiente $\eta - \mu$

A distribuição $\eta - \mu$ pode, a partir de sua expressão, gerar outras distribuições. Configurando corretamente seus parâmetros é possível encontrar a distribuição de Rayleigh, de Nakagami-m, ou de Hoyt, além de aproximar a distribuição de Rice e Lognormal. Isto se deve ao fato da distribuição $\eta - \mu$ considerar as características de um ambiente não homogêneo, ou seja, onde o sinal que chega ao receptor é formado por vários conjuntos

de ondas. Nestes conjuntos são encontrados tanto componentes de ondas refletidas, refratadas e difratadas devido aos múltiplos percursos, quanto componentes de onda direta, isto faz com que a distribuição $\eta - \mu$ seja flexível o suficiente para representar as demais distribuições.

A seguir é demonstrado como se obter as distribuições de Rayleigh e Nakagami-m a partir da distribuição $\eta - \mu$.

3.4.1 Distribuição de Rayleigh

Através da FDP da envoltória de $\eta-\mu$, $p(r)$, definida pela Equação (3.45), pode-se encontrar a FDP da envoltória de Rayleigh. O processo consiste em se usar um *cluster*, $n = 1$, resultando em $\mu = 1/2$, representando apenas um conjunto de ondas que chega ao receptor e $\eta \to 1$ [6]. Assim, tem-se:

$$p(r) = \frac{2}{\hat{r}} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right) \exp\left[-\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^2\right] \tag{3.46}$$

Com o uso da definição da Equação (3.5) a Equação (3.46), fica igual a:

$$p_R(r) = \frac{2r}{(1+\eta)\sigma_y^2} \exp\left(-\frac{r^2}{(1+\eta)\sigma_y^2}\right) \tag{3.47}$$

Na Equação (3.47), fazendo $\eta \to 1$ tem-se a FDP da envoltória de Rayleigh:

$$p_R(r) = \frac{r}{\sigma_y^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_y^2}\right) \tag{3.48}$$

Para se obter a FDP da envoltória normalizada para Rayleigh a partir de $\eta - \mu$, basta realizar uma transformação de variáveis aleatórias na Equação (3.46) considerando

$$\rho = \frac{r}{\hat{r}} = \frac{r}{\sqrt{E[r^2]}},$$

resultando em

$$p_R(\rho) = 2\rho \exp(-\rho^2) \tag{3.49}$$

3.4.2 Distribuição de Nakagami-m

A distribuição de Nakagami-m é caracterizada pela ausência de componentes dominantes nos vários conjuntos de ondas que chegam ao receptor.

Através da FDP da envoltória de $\eta - \mu$ definida pela Equação (3.40), pode-se encontrar a FDP da envoltória de Nakagami-m para $\eta \to 0$ e $\mu = m$. Reescrevendo a equação citada anteriormente, tem-se:

$$p(r) = \frac{1}{\hat{r}} \frac{2\mu^{\mu}}{\Gamma(\mu)} \left(\frac{1+\eta}{1-\eta}\right)^{\mu} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{2\mu-1} \exp\left[-\mu \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{2} (\eta+1)\right], \qquad r \geq 0$$

Substituindo $\mu = m$, $\eta \to 0$ e sabendo que $\rho = \frac{r}{\hat{r}}$, obtém-se a FDP de Nakagami-m normalizada em relação ao valor rms [3]:

$$p_N(\rho) = \frac{2m^m}{\Gamma(m)} \rho^{2m-1} \exp\left(-m\rho^2\right), \qquad \rho \geq 0, \tag{3.50}$$

É possível, também, obter a FDP de Nakagami-m normalizada em relação ao valor rms fazendo $\eta \to 1$, $\mu = \frac{m}{2}$ e $\rho = \frac{r}{\hat{r}}$ na Equação (3.45) reescrita abaixo:

$$p(r) = \frac{1}{\hat{r}} \frac{2(2\mu)^{2\mu}}{\Gamma(2\mu)} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{(4\mu)-1} \left[\frac{(1+\eta)^2}{4\eta}\right]^{\mu} \exp\left[-2\mu \frac{(1+\eta)^2}{4\eta} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{2}\right], \qquad r \geq 0$$

Realizando a transformação de variáveis aleatórias pertinentes e substituindo os valores citados anteriormente na equação acima, tem-se:

$$p_N(\rho) = \frac{2m^m}{\Gamma(m)} \rho^{2m-1} \exp\left(-m\rho^2\right), \qquad \rho \geq 0,$$

3.5 Conclusão

Este capítulo apresentou e definiu o ambiente de propagação caracterizada pela distribuição $\eta-\mu$. Esta distribuição é uma representação mais genérica de ambientes com desvanecimentos. A sua expressão pode ser usada para modelar diversas situações que ocorrem em um sistema de comunicação. Com o uso correto de determinados parâmetros é possível representar algumas das distribuições mais conhecidas como Rayleigh e Nakagami-m. Também foram mostradas as propriedades da distribuição $\eta-\mu$, tais como média e variância, funções densidade de probabilidade da envoltória e da potência.

Capítulo 4

Cálculo da Cobertura dos Locais a uma Distância x

Este capítulo é dedicado ao cálculo da cobertura dos locais a uma distância x considerando apenas as variações de curto prazo considerando um ambiente de propagação modelado com a distribuição $\eta - \mu$. A equação obtida neste capítulo será comparada com as equações já existentes para as distribuições de Rayleigh e Nakagami-m.

4.1 Introdução

O cálculo da área de cobertura é um fator essencial no planejamento de sistema de comunicação móvel celular. Para que este cálculo seja o mais preciso possível são empregados modelos de cálculo da perda no percurso (modelos de propagação em grande escala) e o modelo de propagação em pequena escala descritos no Capítulo 2. Este capítulo considera um ambiente de propagação onde há o desvanecimento de pequena escala do sinal.

Deseja-se calcular a fração dos locais sobre uma circunferência de raio x onde a potência instantânea recebida, w, é maior que um determinado limiar de potência, w_0 [1]. Caracterizando o ambiente de propagação pelo desvanecimento de curto prazo, pode-se utilizar a FDP da potência, $p(w)$, e a potência média recebida, m_w, para calcular a cobertura dos locais a uma distância x. A potência média pode ser obtida com uma simples substituição de variáveis na Equação (4.1) [8]:

$$\frac{w_d}{w_x} = \left(\frac{d}{x}\right)^{-\alpha} c, \tag{4.1}$$

onde w_d é a potência do sinal recebido pelo móvel a uma distância d da ERB, w_x é a potência do sinal recebido pelo móvel na circunferência de raio x, ou seja, no limite da célula, sendo d diferente da distância x, α é o coeficiente de perda no percurso e c é o fator de correlação devido às mudanças no ambiente.

Admtindo-se $k = cw_x$, na Equação (4.1), tem-se a expressão da potência média do sinal recebido em d dada por [8]:

$$m_w = k\left(\frac{d}{x}\right)^{-\alpha}, \tag{4.2}$$

Expressando em dB tem-se:

$$M_w = 10\log m_w = K - 10\alpha\log\left(\frac{d}{x}\right), \tag{4.3}$$

onde $K = 10\log k$

K representa a potência média do sinal recebido na circunferência de raio x, isto é, quando $d = x$ na Equação (4.3) tem-se $M_w = K$.

Considerando a ERB localizada no centro da célula e um móvel deslocando-se sobre a periferia (sobre uma circunferência), defini-se a cobertura dos locais a uma distância x como a fração da circunferência atendida por uma intensidade de potência instantânea maior que um limiar, w_0, [4] e [7]. Esta probabilidade é definida por β [4]

$$\beta = \text{prob}(w \geq w_0) = \int_{w_0}^{\infty} p(w)dw, \tag{4.4}$$

onde $p(w)$ é a FDP da potência do sinal.

A seguir o cálculo da cobertura dos locais a uma distância x para os ambientes modelados pelas distribuições de Nagakami-m, Rayleigh e $\eta - \mu$.

4.2 Ambiente Rayleigh

Seja a FDP da potência da distribuição Rayleigh, vista no Capítulo 2 e reescrita a seguir:

$$p_R(w) = \frac{1}{\sigma_w}\exp\left(-\frac{w}{\sigma_w}\right), \tag{4.5}$$

sendo a potência média do sinal dada por [8]

$$m_w = k\left(\frac{d}{x}\right)^{-\alpha} = \sigma_w \tag{4.6}$$

A Equação (4.5) pode ser reescrita como:

$$p_R(w) = \frac{1}{m_w}\exp\left(-\frac{w}{m_w}\right) \tag{4.7}$$

Com isto o cálculo da cobertura dos locais a uma distância x pode ser determinada:

$$
\begin{aligned}
\beta_R &= \int_{w_0}^{\infty} p_R(w)\ dw \\
&= \int_{w_0}^{\infty} \frac{1}{m_w} \exp\left(-\frac{w}{m_w}\right)\ dw, \\
&= \exp\left(-\frac{w_0}{k}\left(\frac{d}{x}\right)^{\alpha}\right)
\end{aligned}
\tag{4.8}
$$

Aplicando a consideração $d = x$, tem-se:

$$
\beta_R = \exp\left(-\frac{w_0}{k}\right) \tag{4.9}
$$

A Figura 4.1 mostra a cobertura dos locais a uma distância x através da Equação (4.9).

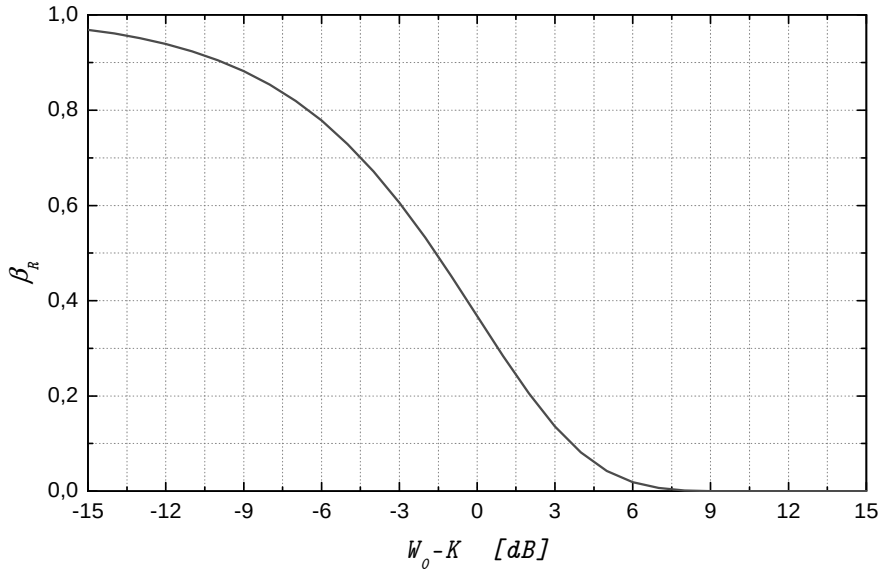

Figura 4.1: *Cobertura dos locais a uma distância x para Rayleigh.*

4.2.1 Resultados

Através da Figura 4.1 pode-se fazer uma análise do resultado obtido com a Equação (4.9). Observa-se que esta equação é uma função exponencial decrescente que demonstra a cobertura dos locais a uma distância x para o ambiente Rayleigh. O valor para essa cobertura cai rapidamente para valores no intervalo de $-6\,\text{dB} \leq W_0 - K \leq 6\,\text{dB}$, apresentando uma queda mais amena quando $W_0 - K < -6\,\text{dB}$. E mais, esta área tenderá a zero quando $W_0 - K > 6\,\text{dB}$.

4.3 Ambiente Nakagami-m

Seja a FDP da potência de Nakagami-m, vista no Capítulo 2 e reescrita abaixo

$$p_N(w) = \left(\frac{m}{\bar{w}}\right)^m \frac{w^{m-1}}{\Gamma(m)} exp\left(-\frac{mw}{\bar{w}}\right), \tag{4.10}$$

o termo $\bar{w}$ é definido como a potência média do sinal já definida na Equação (4.2) reescrita a seguir:

$$\overline{w} = k\left(\frac{d}{x}\right)^{-\alpha} \tag{4.11}$$

Com isso, o cálculo de cobertura dos locais a uma distância x pode ser determinada por

$$\begin{aligned} \beta_N &= \int_{w_0}^{\infty} p_N(w)dw \\ &= \int_{w_0}^{\infty} \left(\frac{m}{\bar{w}}\right)^m \frac{w^{m-1}}{\Gamma(m)} exp\left(-\frac{mw}{\bar{w}}\right) dw \end{aligned} \tag{4.12}$$

Usando a definição da função Gama [9, página 883, Eq. 8.310;1], tem-se:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} e^{-t}\, t^{z-1} dt, \qquad z > 0 \tag{4.13}$$

e, ainda, utilizando a definição da função exponencial em série [9, página 26, Eq 1.211;1]:

$$e^v = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{v^i}{i!} \tag{4.14}$$

a equação para o cálculo da proporção β_N é:

$$\beta_N = 1 + \frac{1}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1}\ m^{m+i}\ \left(\frac{w_0}{k}\right)^{m+i}\ \left(\frac{d}{x}\right)^{\alpha m+\alpha i}}{i!(m+i)} \tag{4.15}$$

Aplicando a consideração $d = x$, tem-se:

$$\beta_N = 1 + \frac{1}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1}\ m^{m+i}\ \left(\frac{w_0}{k}\right)^{m+i}}{i!(m+i)} \tag{4.16}$$

A Figura 4.2, mostra a cobertura dos locais a uma distância x para o ambiente modelado pela distribuição de Nakagami-m a partir da Equação (4.16):

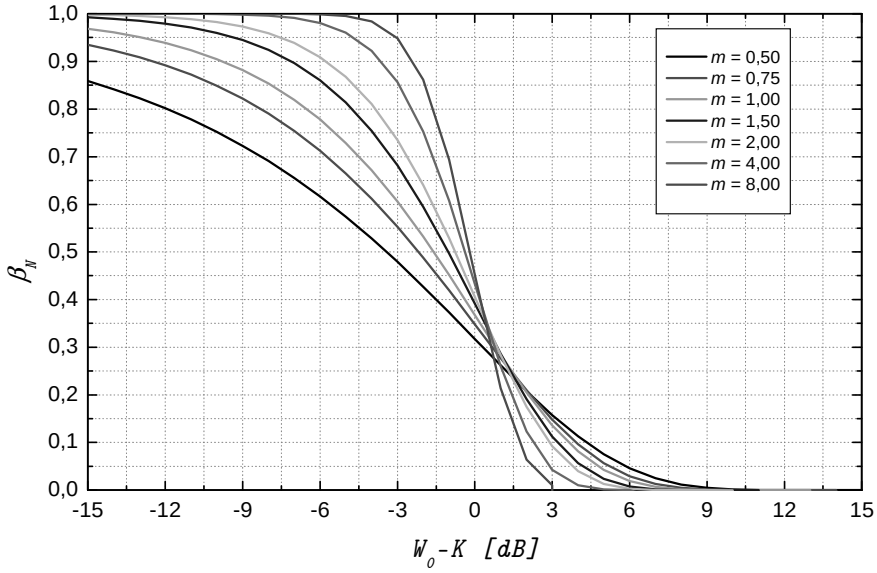

Figura 4.2: *Cobertura dos locais a uma distância x para Nakagami-m.*

4.3.1 Resultados

Com o uso da Equação (4.16) e através das curvas da Figura 4.2 pode-se obter algumas conclusões. Sendo $W_0 < K$, o aumento de m proporciona uma maior cobertura dos locais a uma distância x. A inclinação das curvas é determinada pelo fator de desvanecimento m. A queda da cobertura é mais abrupta no intervalo de $-6\,\text{dB} \leq W_0 - K \leq 6\,\text{dB}$ para $m > 1,0$, enquanto que para valores de $m \leq 1,0$ esta queda é mais amena. Aumentando-se o valor de m pode-se concluir que o efeito do desvanecimento é menos severo. Ainda, para $W_0 - K > 6\,\text{dB}$, a cobertura se aproxima do valor zero. Este valor representará uma situação onde a potência média estará 6 dB abaixo do limiar de referência estabelecido.

4.4 Ambiente $\eta - \mu$

A FDP da potência de uma distribuição $\eta - \mu$, apresentada no Capítulo 3, é reescrita abaixo:

$$p_{\eta-\mu}(w) = \frac{2\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^{\mu}}{\overline{w}\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}}\left(\frac{w}{\overline{w}}\right)^{\mu-\frac{1}{2}}\exp\left(-2\mu h\frac{w}{\overline{w}}\right)I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(2\mu H\frac{w}{\overline{w}}\right), \qquad w \geq 0 \tag{4.17}$$

Através da equação anterior pode-se determinar a cobertura dos locais a uma distância x:

$$
\begin{aligned}
\beta_{\eta-\mu} &= \int_{w_0}^{\infty} p_{\eta-\mu}(w)dw \\
&= \int_{w_0}^{\infty} \frac{2\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^{\mu}}{\overline{w}\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}} \left(\frac{w}{\overline{w}}\right)^{\mu-\frac{1}{2}} \exp\left(-2\mu h\frac{w}{\overline{w}}\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(2\mu H\frac{w}{\overline{w}}\right) dw
\end{aligned}
\tag{4.18}
$$

Considerando a definição da Equação (4.11):

$$
\beta_{\eta-\mu} = \frac{2\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^{\mu}\left(\frac{\left(\frac{d}{x}\right)^{\alpha}}{k}\right)^{\mu-\frac{1}{2}}}{k\left(\frac{d}{x}\right)^{-\alpha}\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}} \int_{w_0}^{\infty} w^{\mu-\frac{1}{2}} \exp\left(-2\mu hw\frac{\left(\frac{d}{x}\right)^{\alpha}}{k}\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(2\mu Hw\frac{\left(\frac{d}{x}\right)^{\alpha}}{k}\right) dw,
\tag{4.19}
$$

Manipulando-se novamente a Equação (4.19) e considerando a condição $d = x$, a expressão final para o cálculo da cobertura dos locais a uma distância x em um ambiente modelado pela distribuição $\eta - \mu$, será:

$$
\beta_{\eta-\mu} = \frac{2\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^{\mu}}{k\ \Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}} \int_{w_0}^{\infty} \left(\frac{w}{k}\right)^{\mu-\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{-2\mu hw}{k}\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{2\mu Hw}{k}\right) dw,
\tag{4.20}
$$

Como não foi possível obter uma expressão fechada para a Equação (4.20), a mesma foi avaliada numericamente. As curvas para $m = 0,5$ são ilustradas na Figura 4.3.

Para gerar a Figura (4.3) foi utilizado $k = 1$. Para $k \neq 1$ as curvas manterão o mesmo aspecto, mas estarão deslocadas para a direita ou esquerda, proporcionalmente ao valor utilizado. A Figura 4.4 mostra as curvas para $m = 0,75$ e a Figura 4.5 para $m = 1,25$.

4.4.1 Resultados

Os valores para μ, η e m das Figuras 4.3, 4.4 e 4.5 obedecem a relação da Equação (3.18). Considerando-se as Figuras 4.4 e 4.5 pode-se dizer que a cobertura calculada atingirá valores maiores se comparada com a Figura 4.3 em $W_0 < K$. Isto era de se esperar, pois os valores de μ são maiores. Na Figura 4.3 existe uma diferença mais perceptível no resultado da cobertura dos locais a uma distância x quando $W_0 - K \leq -6\,\text{dB}$. Neste mesmo intervalo, na Figura 4.4 e 4.5 esta diferença se torna bem menor, apresentando resultados bem próximos um do outro. Quando $W_0 - K > -3\,\text{dB}$ as curvas da Figura 4.3, 4.4 e 4.5 passam a assumir valores próximos. Pode ser observado no intervalo de $-6\,\text{dB} \leq W_0 - K \leq 6\,\text{dB}$, que ocorre uma queda mais abrupta na Figura 4.5 se comparada com as Figuras 4.3 e 4.4, onde esta queda é mais amena. Estas três Figuras apresentam um resultado tendendo a zero para

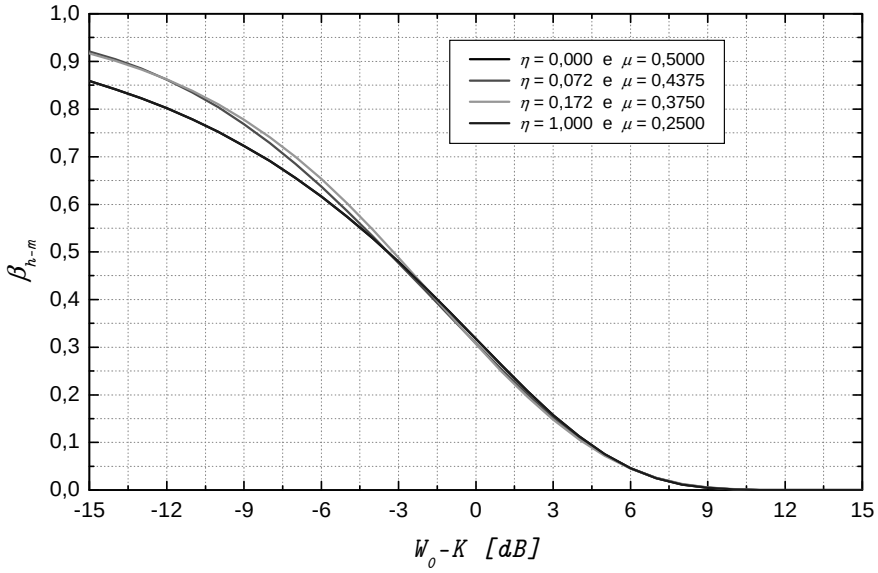

Figura 4.3: *Cobertura dos locais a uma distância x para $\eta - \mu$ usando $m = 0,5$.*

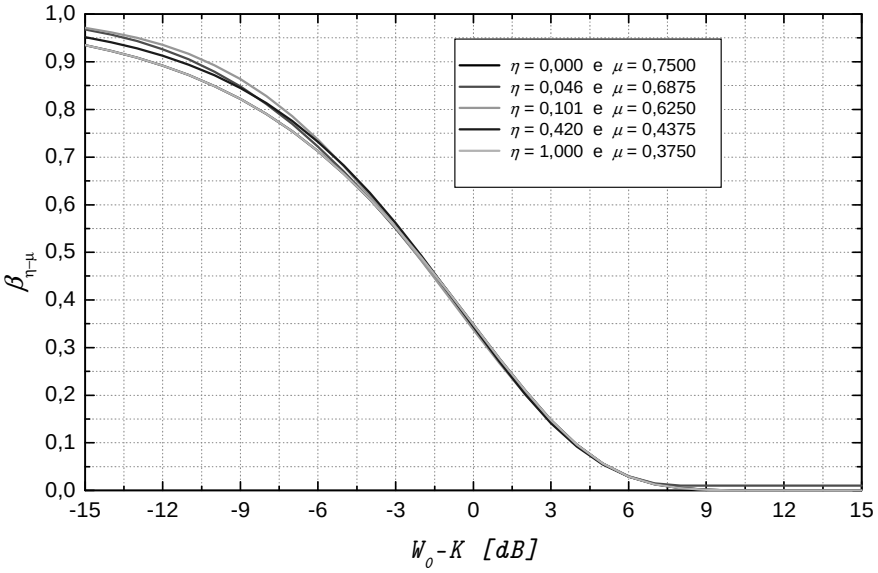

Figura 4.4: *Cobertura dos locais a uma distância x para $\eta - \mu$ usando $m = 0,75$.*

valores de $W_0 - K > 6\,\text{dB}$, isto significa que a probabilidade da potência instantânea do sinal recebido estar 6 dB acima da potência média é praticamente nula. Isto significa que a cobertura tende a zero. A seguir, é demonstrado como se obter a partir do ambiente $\eta - \mu$, a cobertura dos locais a uma distância x para o ambiente Rayleigh e Nakagami-m.

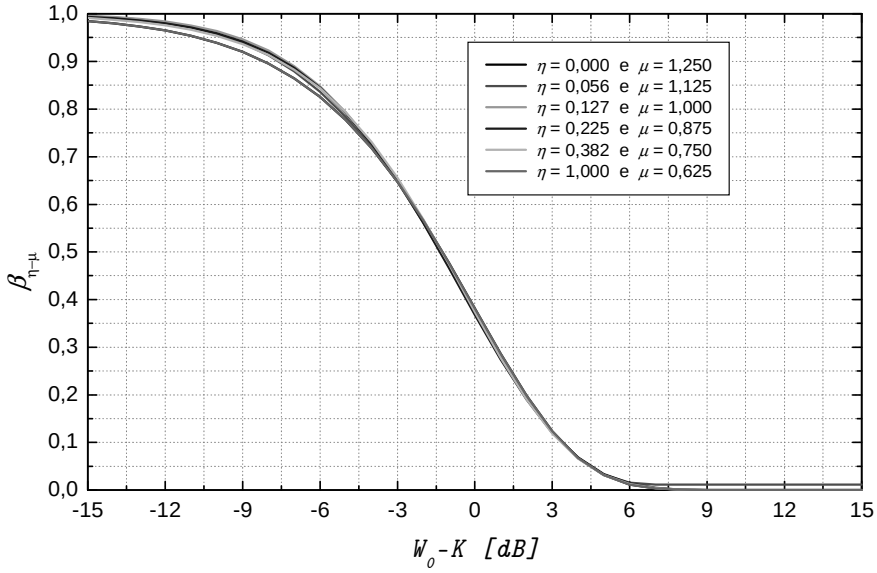

Figura 4.5: *Cobertura dos locais a uma distância x para $\eta - \mu$ usando $m = 1,25$.*

4.4.2 Ambiente $\eta - \mu$ Gerando Rayleigh

Para que o ambiente $\eta - \mu$ gere Rayleigh é preciso configurar corretamente os parâmetros η e μ e fazer algumas manipulações algébricas na Equação (4.20). Devido à mesma situação encontrada no Capítulo 3, emprega-se a Equação (3.39), reescrita abaixo:

$$I_\nu(z) \approx \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}} \tag{4.21}$$

No caso da Equação (4.20) o argumento da função de Bessel é dado por:

$$z = 2\mu H \frac{w}{k} \tag{4.22}$$

que ainda pode ser escrito como:

$$z = \frac{\mu w}{2k}\left(\frac{1}{\eta} - \eta\right) \tag{4.23}$$

Aplicando-se a aproximação dada pela Equação (4.23) na Equação (4.20) tem-se a seguinte expressão aproximada para a cobertura dos locais a uma distância x em um ambiente modelado pela distribuição $\eta - \mu$:

$$\beta_{\eta-\mu} = \frac{\mu^\mu}{\Gamma(\mu)}\left(\frac{1+\eta}{1-\eta}\right)^\mu \left(\frac{1}{k}\right)^\mu \int_{w_0}^{\infty} w^{\mu-1} \exp\left(-\frac{\mu w + \mu\eta w}{k}\right) dw \tag{4.24}$$

Adotando-se o valor de $\mu = 1$ na Equação (4.24) pode-se obter a proporção da área de cobertura para a distribuição de Rayleigh. Portanto, tem-se:

$$\beta_{\eta-\mu} = \frac{1}{k}\left(\frac{1+\eta}{1-\eta}\right)\int_{w_0}^{\infty} \exp\left(-\frac{w+\eta w}{k}\right) dw \tag{4.25}$$

Na distribuição de Rayleigh tem-se a ausência de componentes dominantes como característica. Através de $\eta = 0$ na Equação (4.25) pode-se representar a cobertura dos locais a uma distância x para um ambiente Rayleigh a partir do ambiente $\eta - \mu$.

$$\begin{aligned} \beta_{\eta-\mu} &= \frac{1}{k}\int_{w_0}^{\infty} \exp\left(-\frac{w}{k}\right) dw \\ &= \exp\left(-\frac{w_0}{k}\right) \end{aligned} \tag{4.26}$$

4.4.3 Ambiente $\eta - \mu$ Gerando Nakagami-m

Para se obter a expressão para o cálculo da cobertura dos locais a uma distância x modelado pelo ambiente Nakagami-m a partir do ambiente $\eta - \mu$ é preciso, primeiro, fazer uso da Equação (4.24) que já está escrita de modo que possa substuir $\eta = 0$. Então, substituindo o valor de $\eta = 0$ na Equação (4.24) e sabendo que $m = \mu$ tem-se:

$$\beta_{\eta-\mu} = \frac{\mu^{\mu}}{\Gamma(\mu)}\left(\frac{1}{k}\right)^{\mu}\int_{w_0}^{\infty} w^{\mu-1} \exp\left(-\frac{\mu w}{k}\right) dw \tag{4.27}$$

A Equação (4.27) produz as mesmas curvas da Figura 4.2.

4.5 Conclusão

Este capítulo teve como contribuição o desenvolvimento da equação para o cálculo da cobertura dos locais a uma distância x em um ambiente modelado pela distribuição $\eta - \mu$. Mostrou-se que, através da configuração correta dos parâmetros η e μ nas expressões do ambiente $\eta - \mu$, pode-se obter as equações do cálculo da cobertura dos locais a uma distância x para outros ambientes conhecidos, modelados pelas distribuições de Rayleigh e Nakagami-m.

Capítulo 5

Cálculo da cobertura dos locais até uma distância x

O ambiente de propagação no qual é feito o cálculo para este capítulo é caracterizado pelo desvanecimento de curto prazo, para isto utiliza-se da expressão para o cálculo da cobertura dos locais até uma distância x em um ambiente modelado pela distribuição $\eta - \mu$. Os resultados obtidos são comparados com os cálculos para as distribuições de Rayleigh e Nakagami-m. Esse modelo considera a ERB localizada no centro do círculo (célula) e o móvel em qualquer ponto dentro deste círculo.

5.1 Introdução

Calcula-se a probabilidade do móvel receber um sinal acima de um certo limiar w_0, estando este móvel no interior de uma célula [1] [4]. Esta probabilidade é definida como ε - cobertura dos locais até uma distância x. Assim [8]:

$$\varepsilon = \frac{1}{S} \int_s \text{prob}(w \geq w_0)\ ds, \tag{5.1}$$

onde $S = \pi x^2$ é área do círculo considerada $ds = d\ dd\ d\theta$ com $0 \leq d \leq x$ e $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Então, fazendo-se a substituição das variáveis, tem-se:

$$\varepsilon = \frac{1}{\pi x^2} \int_0^x \int_0^{2\pi} \text{prob}(w \geq w_0) d\ d\theta\ dd \tag{5.2}$$

Resolvendo a integral em relação a $d\theta$:

$$\varepsilon = \frac{2}{x^2} \int_0^x \text{prob}(w \geq w_0)\ d\ dd \tag{5.3}$$

Substituindo a Equação (4.4) na Equação (5.3) tem-se:

$$\varepsilon = 2 \int_0^x \beta \, \frac{1}{x} \, \frac{d}{x} \, dd \tag{5.4}$$

Adotando $u = \frac{d}{x}$, encontra-se uma forma simplificada para Equação (5.4):

$$\varepsilon = 2 \int_0^1 \beta \, u \, du \tag{5.5}$$

A seguir é apresentada a expressão para o cálculo da cobertura dos locais até uma distância x em um ambiente modelado pelas distribuições de Rayleigh e Nakagami-m que é comparado com o cálculo da distribuição $\eta - \mu$ [8].

5.2 Ambiente Rayleigh

A Equação (4.8) é aqui reproduzida com a substituição de $u = \frac{d}{x}$.

$$\beta_R = \exp\left(-\frac{w_0}{k}(u)^\alpha\right) \tag{5.6}$$

Através da Equação (5.6) substituída na Equação (5.5) encontra-se:

$$\varepsilon_R = 2 \int_0^1 \exp\left(-\frac{w_0}{k}(u)^\alpha\right) u \, du \tag{5.7}$$

Empregando uma mudança de variável na forma $v = \frac{w_0}{k}(u^\alpha)$, e realizando algumas manipulações algébricas obtém-se uma forma simplificada para a Equação (5.7):

$$\varepsilon_R = \frac{2}{\alpha} \left(\frac{w_0}{k}\right)^{\frac{2}{\alpha}} \int_0^{\frac{w_0}{k}} e^{-v} \, v^{\frac{2}{\alpha}-1} dv \tag{5.8}$$

Pode-se ainda melhorar a Equação (5.8) fazendo uso da definição para a função Gama incompleta [9, página 890, Eq. 8.350.1]:

$$\gamma(z, y) = \int_0^y e^{-t} \, t^{z-1} \, dt \tag{5.9}$$

Assim, reescrevendo a Equação (5.8) tem-se a expressão para o cálculo da cobertura dos locais até uma distância x:

$$\varepsilon_R = \frac{2}{\alpha} \left(\frac{w_0}{k}\right)^{-\frac{2}{\alpha}} \gamma\left(\frac{2}{\alpha}, \frac{w_0}{k}\right) \tag{5.10}$$

A Figura 5.1 mostra curvas obtidas a partir da Equação (5.10), para três valores do exponente de perdas α.

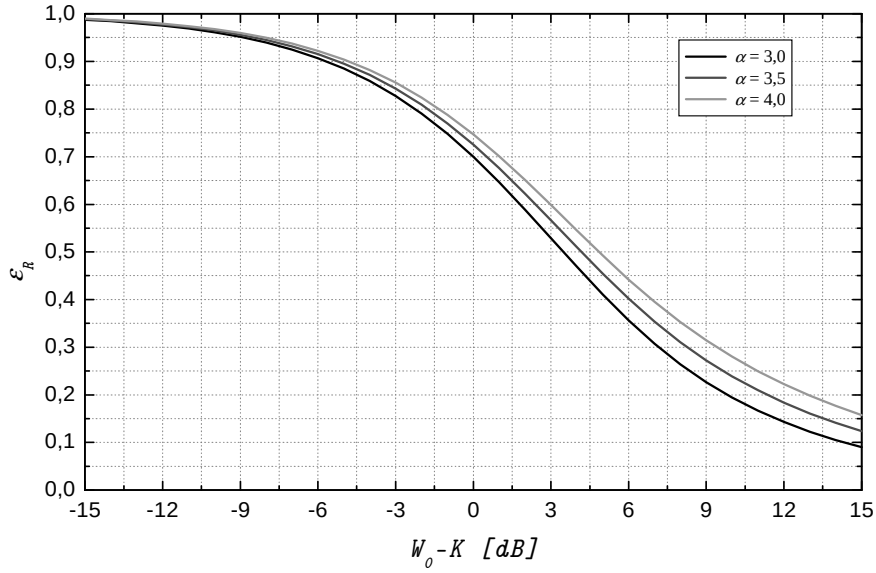

Figura 5.1: *Cobertura dos locais até uma distância x para Rayleigh.*

5.2.1 Resultados

Através da análise da Figura 5.1 observa-se que existe uma dependência diretamente proporcional da cobertura dos locais até uma distância x com o coeficiente de perda no percurso. A influência de α fica mais acentuada para valores a partir de $W_0 - K \geq -3\,\text{dB}$.

5.3 Ambiente Nakagami-m

A cobertura dos locais a uma distância x calculada para um ambiente Nakagami-m foi demonstrada na Equação (4.15):

$$\beta_N = 1 + \frac{1}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1}\ m^{m+i}\ \left(\frac{w_0}{k}\right)^{m+i}\ (u)^{\alpha m+\alpha i}}{i!(m+i)} \tag{5.11}$$

Assim, deve-se substituir a Equação (5.11) na Equação (5.5) obtendo-se:

$$\varepsilon_N = 2\int_0^1 \left[1 + \frac{1}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1}\ m^{m+i}\ \left(\frac{w_0}{k}\right)^{m+i}\ (u)^{\alpha m+\alpha i}}{i!(m+i)}\right] u\ du \tag{5.12}$$

Esta expressão contém uma soma de duas integrais, que pode ser resolvida facilmente. A soma é a seguinte:

$$\varepsilon_N = 2\int_0^1 u\,du + 2\int_0^1 \left[\frac{u}{\Gamma(m)}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(-1)^{i+1}\,m^{m+i}\,\left(\frac{w_0}{k}\right)^{m+i}\,u^{\alpha m+\alpha i}}{i!(m+i)}\right]du \tag{5.13}$$

Resolvendo as integrais em separado e somando os resultados tem-se a cobertura dos locais até uma distância x:

$$\varepsilon_N = 1 + \frac{2}{\Gamma(m)}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(-1)^{i+1}}{i!(m+i)}\left(m\frac{w_0}{k}\right)^{m+i}\frac{1}{\alpha(m+i)+2} \tag{5.14}$$

A cobertura dos locais até uma distância x será dependente da combinação dos valores de α e m. Um exemplo seria fixar o valor de $m = 1,0$ e variar valores para α, conforme mostra a Figura 5.2. Na Figura 5.3, como um outro exemplo, foi fixado o valor de $\alpha = 3$ e variaram-se os valores de m.

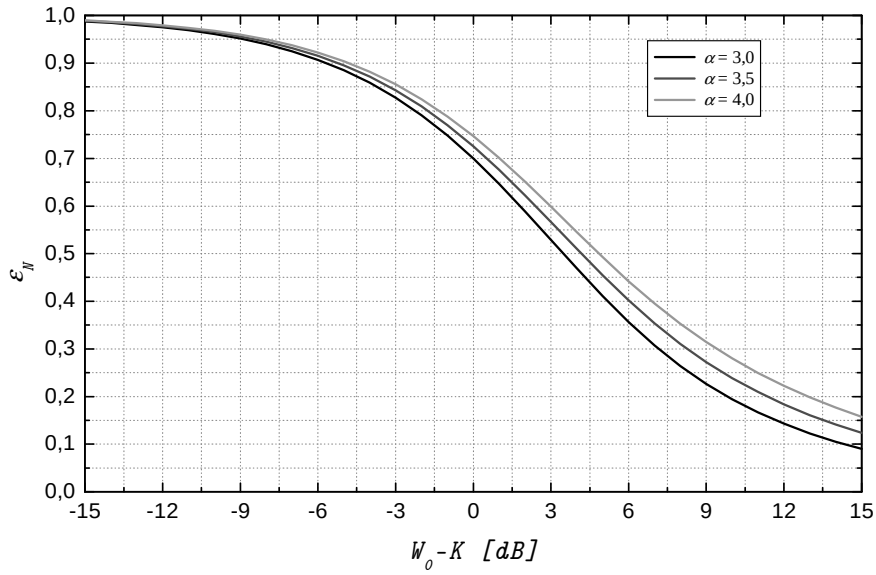

Figura 5.2: *Cobertura dos locais até uma distância x para Nakagami-m com $m = 1,0$.*

5.3.1 Resultados

Para a Figura 5.2, vale a mesma análise feita para a distribuição de Rayleigh quanto ao coeficiente da perda no percurso. Através da Figura 5.3 é possível notar que os valores maiores de m também implicam em uma maior proporção de área coberta, devido ao fato do desvanecimento ser menos severo.

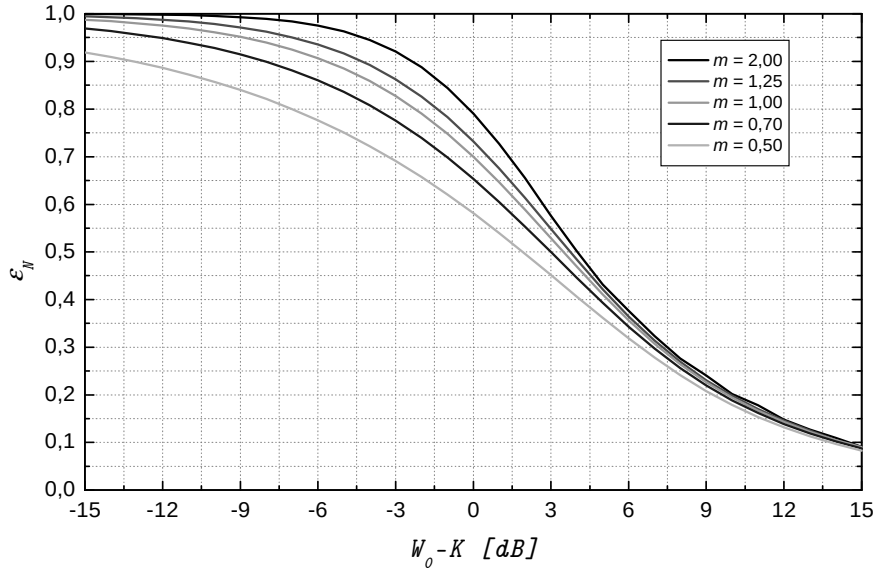

Figura 5.3: *Cobertura dos locais até uma distância x para Nakagami-m, com $\alpha = 3,0$.*

5.4 Ambiente $\eta - \mu$

O cálculo da cobertura dos locais até uma distância x para um ambiente $\eta - \mu$ exige um pouco mais de elaboração. Novamente, a Equação (4.19) pode ser reescrita usando a relação $u = \frac{d}{x}$:

$$\beta_{\eta-\mu} = \frac{2\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^{\mu}}{k\ u^{-\alpha}\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}}\left(\frac{u^{\alpha}}{k}\right)^{\mu-\frac{1}{2}}\int_{w_0}^{\infty} w^{\mu-\frac{1}{2}}\exp\left(-2\mu hw\frac{u^{\alpha}}{k}\right)I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(2\mu Hw\frac{u^{\alpha}}{k}\right)dw \tag{5.15}$$

Alterando os índices da integral da expressão acima de $w_0 \longrightarrow \infty$ para $0 \longrightarrow w_0$ tem-se:

$$\beta_{\eta-\mu} = 1-\left[\frac{2\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^{\mu}}{k\ u^{-\alpha}\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}}\left(\frac{u^{\alpha}}{k}\right)^{\mu-\frac{1}{2}}\int_{0}^{w_0} w^{\mu-\frac{1}{2}}\exp\left(-2\mu hw\frac{u^{\alpha}}{k}\right)I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(2\mu Hw\frac{u^{\alpha}}{k}\right)dw\right] \tag{5.16}$$

Substituindo a Equação (5.16) na Equação (5.5) encontra-se a expressão para o cálculo desejado de $\eta - \mu$, ou seja, tem-se

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\eta-\mu} &= 2\int_0^1 1u\ du \\ &- \int_0^1 \frac{4\sqrt{\pi}\mu^{\mu-\frac{1}{2}}h^{\mu}}{k\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}}\left(\frac{u^{\alpha}}{k}\right)^{\mu+\frac{1}{2}}\int_0^{w_0} w^{\mu-\frac{1}{2}}\exp\left(-2\mu hw\frac{u^{\alpha}}{k}\right)I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(2\mu Hw\frac{u^{\alpha}}{k}\right)u\ dw\ du\end{aligned} \tag{5.17}$$

Fazendo-se um novo ajuste matemático e as devidas simplificações, a expressão acima pode ser demonstrada na forma:

$$\varepsilon_{\eta-\mu} = 1 - \int_0^1 \frac{4\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^{\mu}}{k\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}}(u^{\alpha})^{\mu-\frac{1}{2}} \int_0^{w_0} \left(\frac{w}{k}\right)^{\mu-\frac{1}{2}} \exp\left(-2\mu h w \frac{u^{\alpha}}{k}\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(2\mu H w \frac{u^{\alpha}}{k}\right) dw\ u\ du \tag{5.18}$$

A Equação (5.18) representa o cálculo da cobertura dos locais até uma distância x. Esta expressão permite mostrar o comportamento de um ambiente caracterizado pela distribuição $\eta - \mu$. As Figuras 5.4, 5.5 e 5.6 mostram a cobertura dos locais até uma distância x.

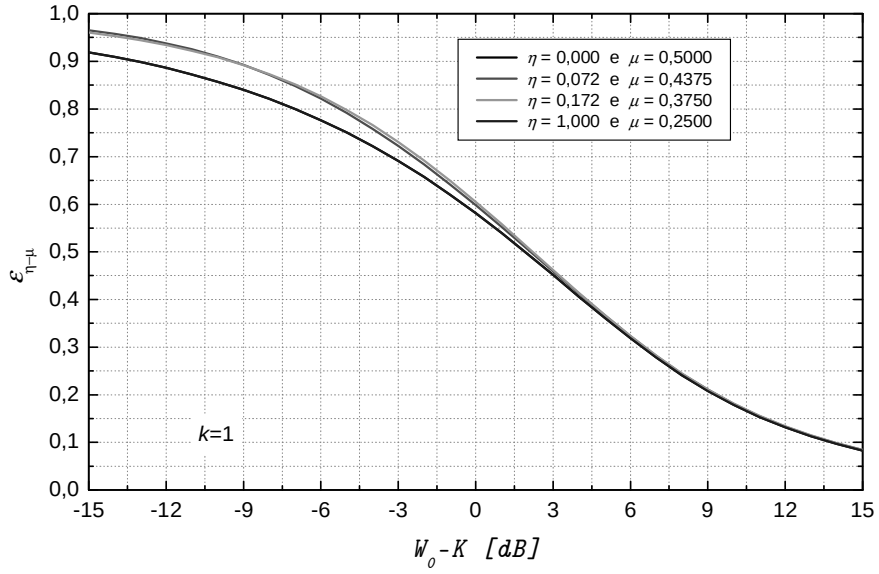

Figura 5.4: *Cobertura dos locais até uma distância x para* $\eta - \mu$ *usando* $m = 0,5$ *e* $\alpha = 3,0$.

5.4.1 Resultados

Através da Equação (5.18) e das curvas das Figuras 5.4, 5.5 e 5.6 podem ser obtidas algumas conclusões sobre o cálculo da cobertura dos locais até uma distância x para o ambiente modelado pela distribuição $\eta - \mu$. A Figura 5.4 apresenta, para uma mesma potência média e $W_0 < K$, uma cobertura menor, se comparada com aquelas obtidas das Figuras 5.5 e 5.6, pois o valor de m é menor. No entanto, as curvas das Figuras 5.5 e 5.6 sofrem quedas mais bruscas do que as da Figura 5.4. A cobertura dos locais até uma distância x tenderá a zero para as três Figuras quando a potência instantânea

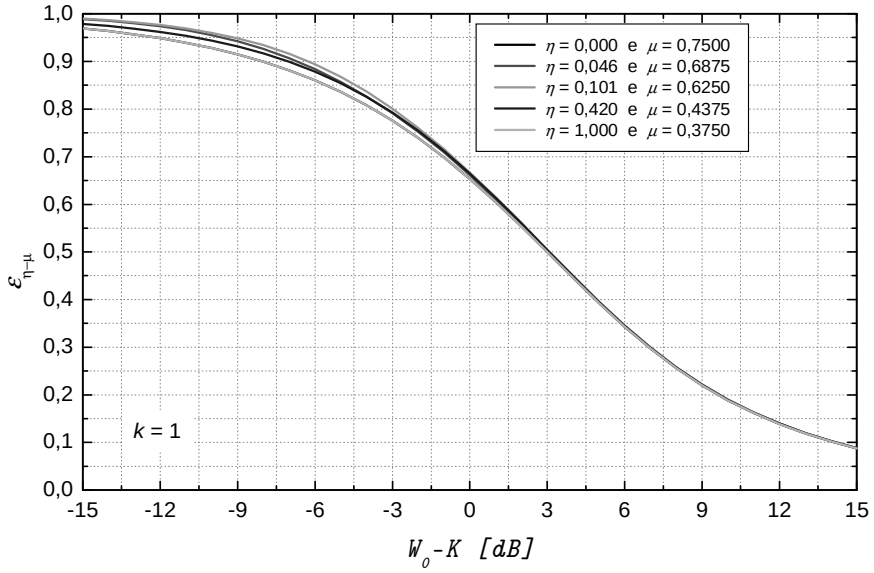

Figura 5.5: *Cobertura dos locais até uma distância x para $\eta-\mu$ usando $m = 0,75$ e $\alpha = 3,0$.*

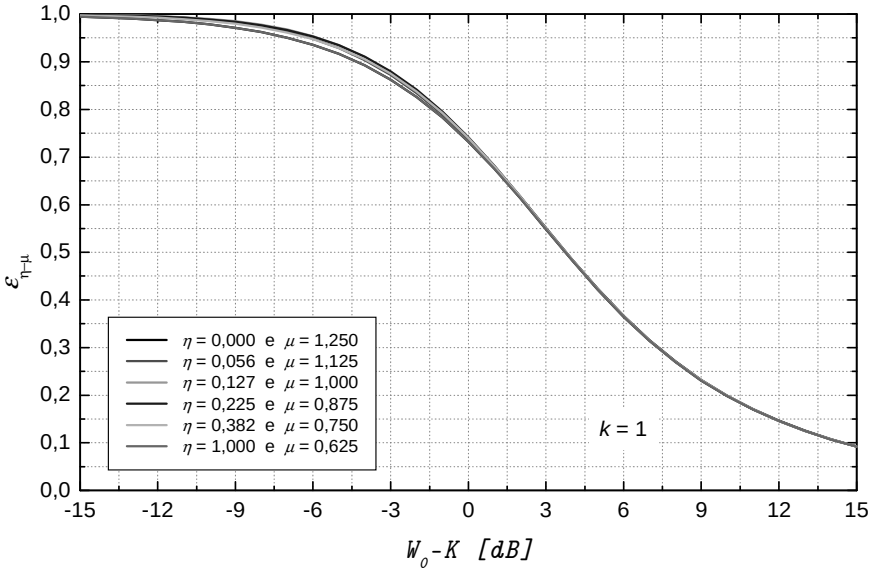

Figura 5.6: *Cobertura dos locais até uma distância x para $\eta-\mu$ usando $m = 1,25$ e $\alpha = 3,0$.*

K estiver abaixo da potência média de referência W_0, aproximadamente 25 dB abaixo. Ainda, as três curvas tenderão ao mesmo valor quando a potência média ficar muito abaixo do limiar estabelecido. Nas Figuras 5.4 e 5.5, quando $W_0 - K \leq 3\,\text{dB}$, há a influência do valor de μ no cálculo da cobertura dos locais até uma distância x, ou seja, para valores maiores de μ têm-se cobertura maiores. Após este intervalo, $W_0 - K > 3\,\text{dB}$, o valor de

μ não interfere no cálculo, levando a resultados próximos. Na Figura 5.6 observa-se que o valor de μ não influenciará muito no cálculo da cobertura dos locais até uma distância x, apresentando pequenas diferenças somente quando a potência média está muito acima do limiar estabelecido.

A seguir, a demonstração de como obter-se a cobertura dos locais até uma distância x para ambientes caracterizados pelas distribuições de Rayleigh e Nakagami-m, a partir da equação da distribuição $\eta - \mu$.

5.4.2 Ambiente $\eta - \mu$ Gerando Rayleigh

Para calcular a cobertura dos locais até uma distância x, deve-se primeiro estabelecer uma aproximação na Equação (5.15), devido à mesma situação encontrada no Capítulo 3; logo se emprega a Equação (3.39), reescrita abaixo:

$$I_\nu(z) \approx \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}} \tag{5.19}$$

No caso da Equação (5.15) o argumento da função de Bessel é dado por:

$$z = 2\mu H w \frac{u^\alpha}{k} \tag{5.20}$$

que ainda pode ser escrito como:

$$z = \frac{\mu w u^\alpha}{2k}\left(\frac{1}{\eta} - \eta\right) \tag{5.21}$$

Aplicando-se a aproximação dada pela Equação (5.21) na Equação(5.15), tem-se a seguinte expressão para o cálculo da cobertura dos locais até uma distância x de uma célula em um ambiente $\eta - \mu$:

$$\beta_{\eta-\mu} = \frac{\mu^\mu}{k\Gamma(\mu)}\left(\frac{1+\eta}{1-\eta}\right)^\mu u^{\alpha\mu} \int_{w_0}^{\infty} \left(\frac{w}{k}\right)^{\mu-1} \exp\left(-\frac{\mu w + \mu\eta w}{k} u^\alpha\right) dw \tag{5.22}$$

Substituindo a Equação (5.22) em (5.5) e fazendo algumas manipulações algébricas tem-se a expressão para o cálculo da cobertura dos locais até uma distância x de uma distribuição de Rayleigh a partir da distribuição $\eta - \mu$.

$$\varepsilon_{\eta-\mu_R} = 1 - \frac{2\mu^\mu}{\Gamma(\mu)}\left(\frac{1+\eta}{1-\eta}\right)^\mu \int_0^{w_0} \left(\frac{w}{k}\right)^{\mu-1} \int_0^1 \frac{1}{k} u^{\alpha\mu} \exp\left(-\frac{\mu w u^\alpha (1+\eta)}{k}\right) u\, du\, dw \tag{5.23}$$

O passo seguinte é achar uma solução para a Equação (5.23). Isto é feito através de uma mudança de variável na forma $v = \frac{\mu w}{k} u^\alpha$. Esta mudança, realizada a partir da simples substituição de variáveis, resulta em:

$$\varepsilon_{\eta-\mu_R} = 1 - \frac{2\mu^{-\frac{2}{\alpha}}}{\Gamma(\mu)} \left(\frac{1+\eta}{1-\eta}\right)^{\mu} \frac{1}{\alpha k} \int_0^{w_0} \left(\frac{w}{k}\right)^{-(1+2\alpha)} \int_0^{\frac{\mu w}{k}} v^{\mu-1+\frac{2}{\alpha}}\, e^{-(1+\eta)v}\, dv\, dw \qquad (5.24)$$

Agora basta adotar o valor $\mu = 1$ e $\eta = 0$ na Equação (5.24) para se obter a expressão para o cálculo da cobertura dos locais até uma distância x em um ambiente caracterizado pela distribuição de Rayleigh. Finalmente tem-se:

$$\varepsilon_{\eta-\mu_R} = 1 - \frac{2k^{\frac{2}{\alpha}}}{\alpha} \int_0^{w_0} w^{-(\frac{\alpha+2}{\alpha})} \int_0^{\frac{w}{k}} v^{\frac{2}{\alpha}}\, e^{-v}\, dv\, dw \qquad (5.25)$$

Com a Equação (5.25) pode-se traçar curvas características para o ambiente Rayleigh a partir do ambiente $\eta - \mu$. A Figura 5.7 ilustra esta situação. Nota-se que as curvas da Figura 5.7 são idênticas às da Figura 5.1.

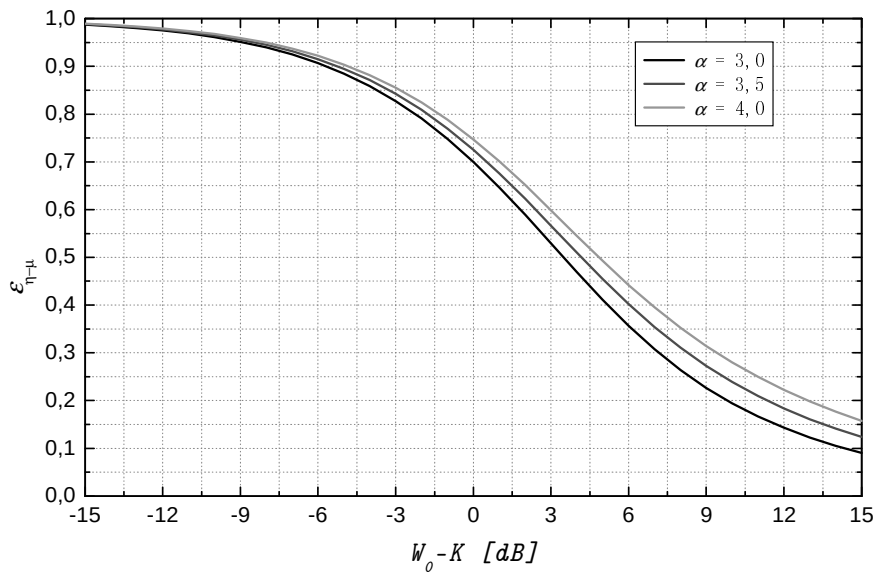

Figura 5.7: *Cobertura dos locais até uma distância x para Rayleigh a partir de $\eta - \mu$.*

5.4.3 Ambiente $\eta - \mu$ Gerando Nakagami-m

Adotando-se a mesma observação feita no início da descrição da distribuição $\eta - \mu$ gerando a distribuição de Rayleigh, pode-se utilizar a Equação (5.24) para gerar a distribuição de Nakagami-m a partir de $\eta - \mu$. Reescrevendo a Equação (5.24) tem-se:

$$\varepsilon_{\eta-\mu_R} = 1 - \frac{2\mu^{-\frac{2}{\alpha}}}{\Gamma(\mu)} \left(\frac{1+\eta}{1-\eta}\right)^{\mu} \frac{1}{\alpha k} \int_0^{w_0} \left(\frac{w}{k}\right)^{-(1+2\alpha)} \int_0^{\frac{\mu w}{k}} v^{\mu-1+\frac{2}{\alpha}}\, e^{-(1+\eta)v}\, dv\, dw$$

A Figura 5.8 ilustra um caso onde foi substituido na equação anterior $\mu = m = 1$ e $\eta = 0$. A Figura 5.8 tem suas curvas iguais às das Figuras 5.1 e 5.2 e à curva de $\alpha = 3$ idêntica à curva de $m = 1$ da Figura 5.3. Através das comparações anteriores nota-se que é possível gerar a distribuição de Rayleigh a partir de Nakagami-m bastando admitir $m = 1$ na distribuição de Nakagami-m. Um outro exemplo é ilustrado na Figura 5.9, onde $\alpha = 3$ e μ assume vários valores. Neste caso a curva para $\mu = 0,75$ coincide com a curva onde $\eta = 0$ e $\mu = 0,75$ da Figura 5.5. Para $\mu = 1,25$ sua curva coincide com a curva para $\eta = 0$ e $\mu = 1,25$ da Figura 5.6. Todas as curvas desta figura são iguais às da Figura 5.3.

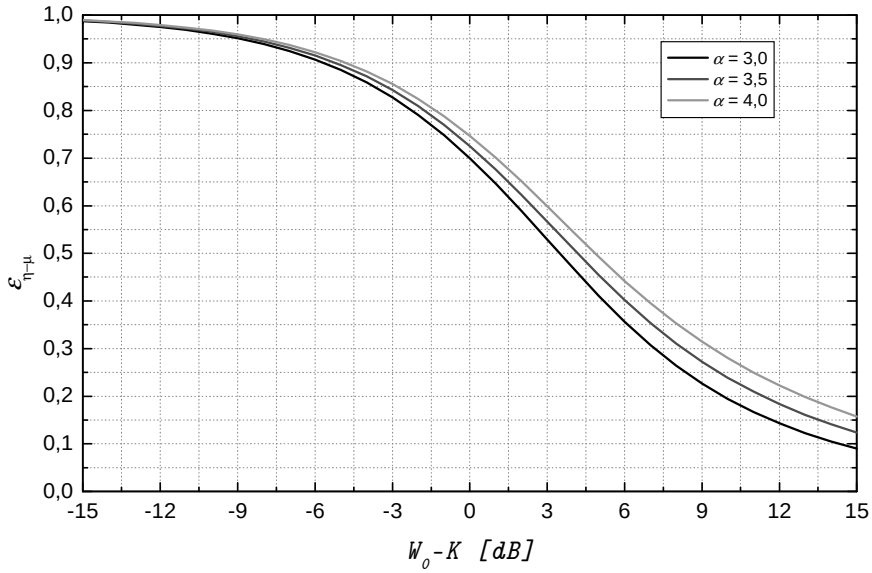

Figura 5.8: *Cobertura dos locais até uma distância x para Nakagami-m a partir de $\eta - \mu$ com $m = 1,0$.*

5.4.4 Resultados

Manipulando-se os parâmetros η e μ da Equação (5.15) encontram-se os mesmos resultados obtidos para Rayleigh e Nakagami-m. Para o ambiente Rayleigh a Figura 5.7 é identica a Figura 5.1, comprovando a capacidade da distribuição $\eta-\mu$ representar outras distribuições. Este trabalho comprovou que, além do ambiente caracterizado pela distribuição $\eta - \mu$ ser genérico, podendo gerar os demais ambientes conhecidos através do seu cálculo, é possível conseguir os mesmos resultados para o ambiente caracterizado pela distribuição Nakagami-m, incluindo o caso deste poder gerar o ambiente caracterizado pela distribuição Rayleigh.

A Figura 5.9 apresenta as mesmas curvas da Figura 5.3, que mostra uma situação típica de um ambiente caracterizado pela distribuição Nakagami-m. A curva para $\mu = 0,5$ coincide com a curva para $\eta = 0$ e $\mu = 0,5$ da Figura 5.4, a curva $\mu = 0,75$ com a curva

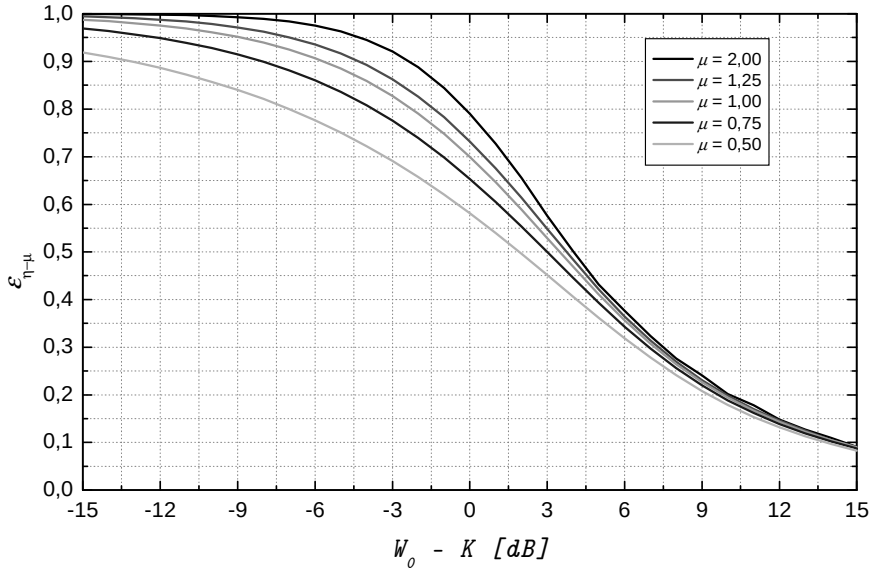

Figura 5.9: *Cobertura dos locais até uma distância x para Nakagami-m a partir de $\eta - \mu$ com $\alpha = 3,0$.*

$\eta = 0$ e $\mu = 0,75$ da Figura 5.5 e a curva $\mu = 1,25$ com a curva $\eta = 0$ e $\mu = 1,25$ da Figura 5.6, sendo que estas três figuras ilustram situações do próprio ambiente $\eta - \mu$.

5.5 Conclusão

Este capítulo foi dedicado ao desenvolvimento da equação para o cálculo da cobertura dos locais até uma distância x em um ambiente modelado pela distribuição $\eta - \mu$. Este capítulo tornou possível a comprovação de que o ambiente $\eta - \mu$, não só gera as distribuições mais conhecidas, como, também, através de sua equação para o cálculo da cobertura dos locais até uma distância x juntamente com o uso correto de seus parâmetros, permite realizar os cálculos das áreas de cobertura num ambiente que possa ser adequadamente modelado pela distribuição $\eta - \mu$.

Capítulo 6

η - μ Livres

Este capítulo é dedicado ao cálculo da cobertura dos locais até uma distância x e a uma distância x no ambiente caracterizado pela distribuição $\eta - \mu$, para η variando e μ fixo e vice-versa.

6.1 Cobertura dos locais a uma distância x

Para o cálculo da cobertura dos locais a uma distância x é utilizada a Equação (4.20) do Capítulo 4. As Figuras 6.1, 6.2 e 6.3 foram geradas com um valor fixo de μ e variando o valor de η e a Figura 6.4 com μ variando e η fixo. Através da Figuras 6.1, 6.2 e 6.3 é possível notar que, quanto maior o valor de μ, maior é a cobertura dos locais a uma distância x e que, variando-se o valor de η, obtém-se também uma maior cobertura dos locais a uma distância x para maiores valores de η. Isto foi observado para $W_0 - K < 1,5\,\text{dB}$, pois para $W_0 - K > 1,5\,\text{dB}$ a situação se inverte, isto é, quanto maior o valor de η e μ, menor será a cobertura dos locais a uma distância x. Ainda, para $W_0 - K > 8\,\text{dB}$ as curvas das Figuras 6.1, 6.2 e 6.3 tendem a zero, o que representa a situação onde a potência instantânea recebida está muita abaixo do limiar de potência de referência não havendo assim cobertura adequada para a distância x.

Fixando o valor de η e variando-se o valor de μ pode-se confirmar que quanto maior o μ maior será a cobertura dos locais a uma distância x. Isto ocorre para $W_0 - K < 1,5\,\text{dB}$, pois para $W_0 - K > 1,5\,\text{dB}$ a situação se inverte novamente. Isto é, para valores maiores de μ menor será a cobertura dos locais a uma distância x. Para $W_0 - K > 6\,\text{dB}$ as curvas da Figura 6.4 tendem a zero.

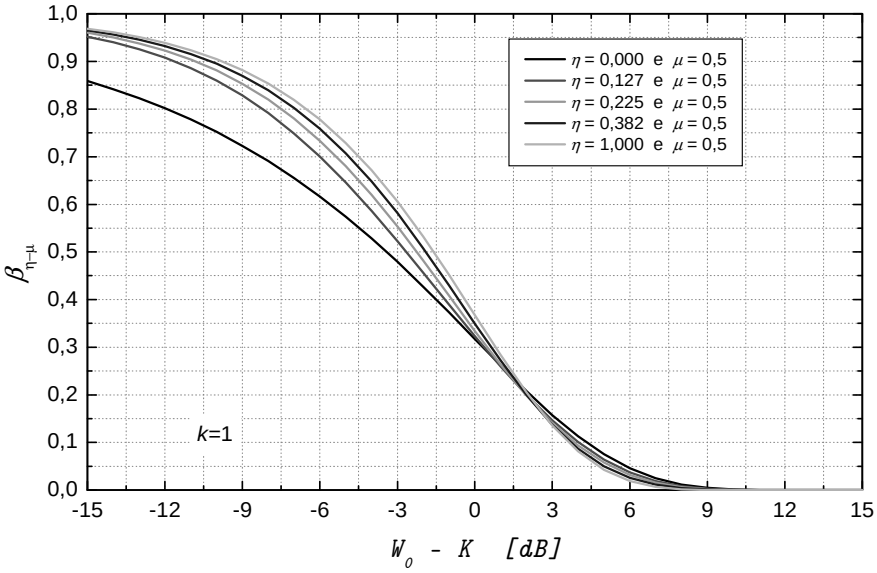

Figura 6.1: *Cobertura dos locais a uma distância x para η variando e μ fixo.*

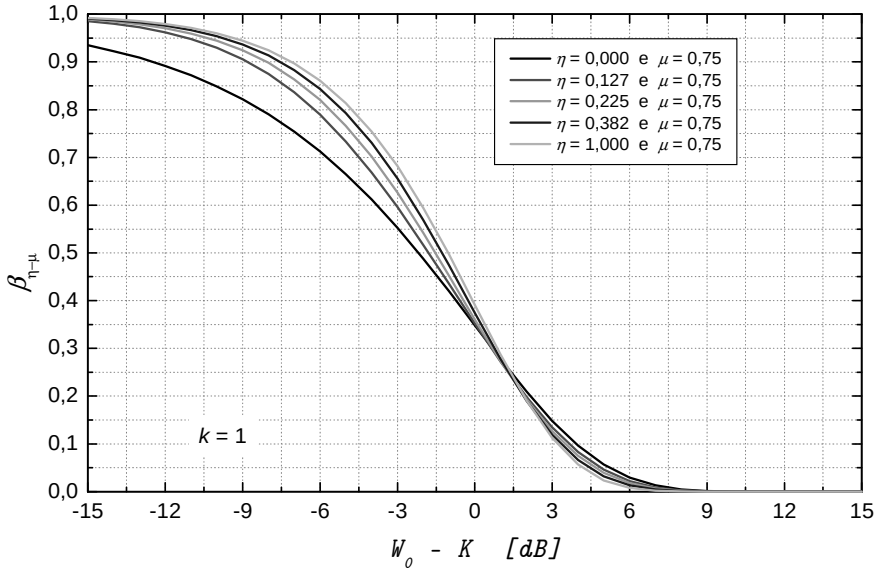

Figura 6.2: *Cobertura dos locais a uma distância x para η variando e μ fixo.*

6.2 Cálculo da cobertura dos locais até uma distância x

Para o cálculo da cobertura dos locais até uma distância x é utilizada a Equação (5.18), conforme os gráficos das Figuras 6.5, 6.6 e 6.7. Neste caso, fixou-se o valor de μ e variou-se

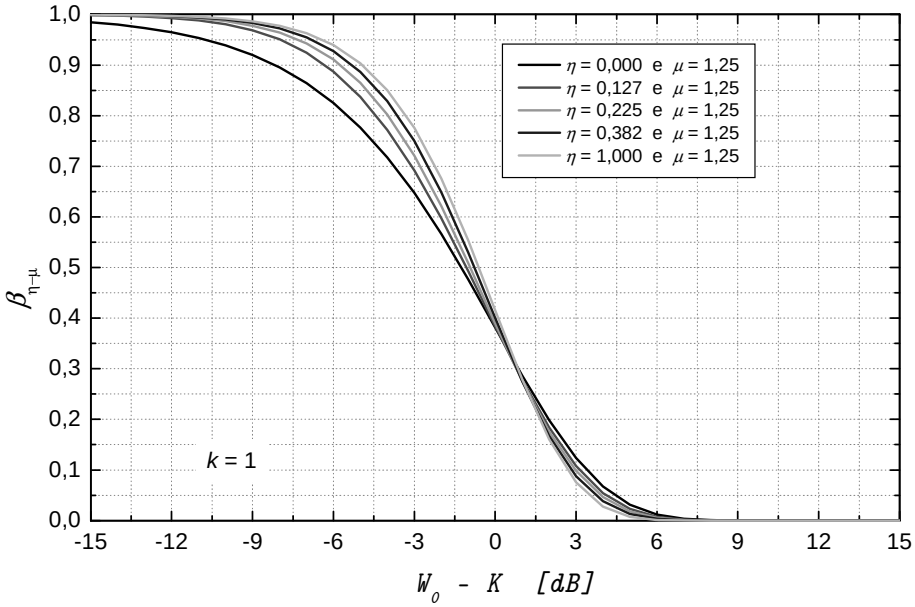

Figura 6.3: *Cobertura dos locais a uma distância x para η variando e μ fixo.*

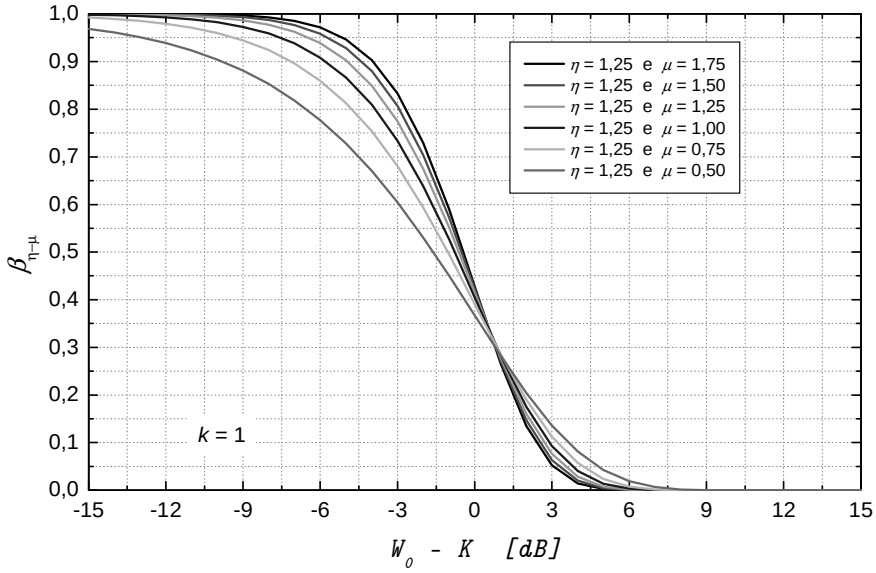

Figura 6.4: *Cobertura dos locais a uma distância x para μ variando e η fixo.*

o valor de η. Foi adotado o valor de $\alpha = 3$.

Analisando as Figuras 6.5, 6.6 e 6.7 conclui-se que quanto maior o valor μ, maior será a cobertura dos locais até uma distância x, caso semelhante àquele observado para a cobertura até a distância x. À medida em que se aumenta o valor de η, aumenta-se também a cobertura, devido ao aumento da potência do sinal. Uma característica da cobertura até

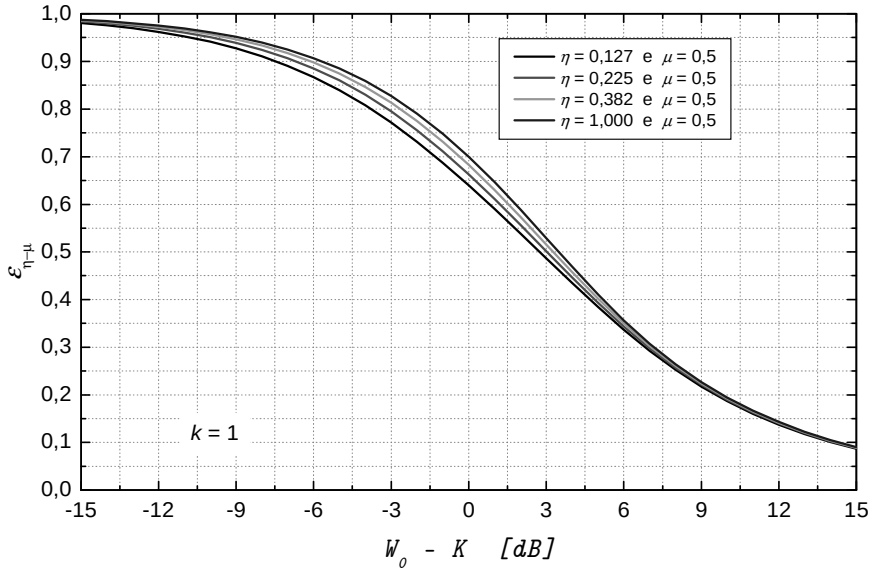

Figura 6.5: *Cobertura dos locais até uma distância x para η variando e μ fixo com $\alpha = 3$.*

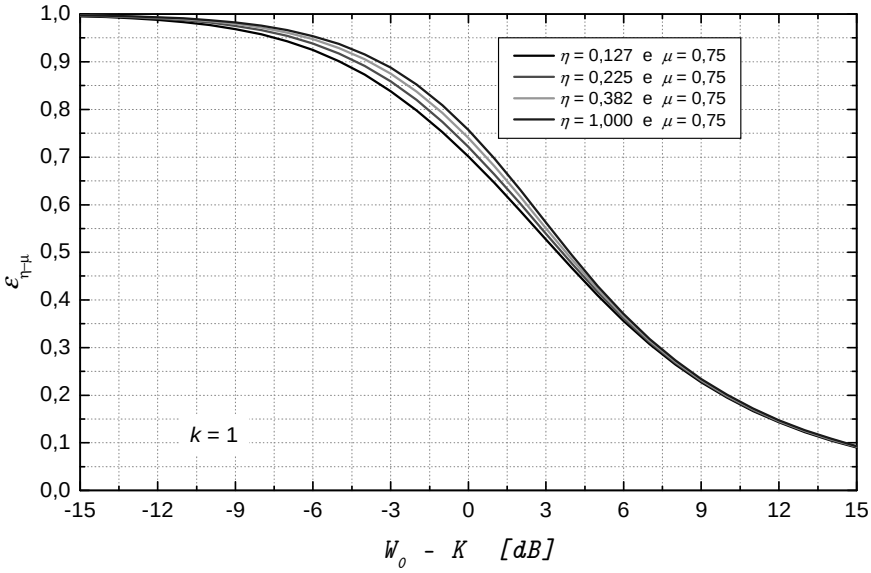

Figura 6.6: *Cobertura dos locais até uma distância x para η variando e μ fixo com $\alpha = 3$.*

uma distância x, analisada no Capítulo 5 é, quando a potência média recebida, K, fica muito abaixo (acima 18 dB) da potência de referência, W_0, as curvas das Figuras 6.5, 6.6 e 6.7 tendem a zero, o que representa a situação onde a potência instantânea recebida está muita abaixo do limiar de potência de referência, assim não havendo cobertura adequada para uma distância x desejada. Fixando-se o valor de η e variando-se o valor de μ obtém-se

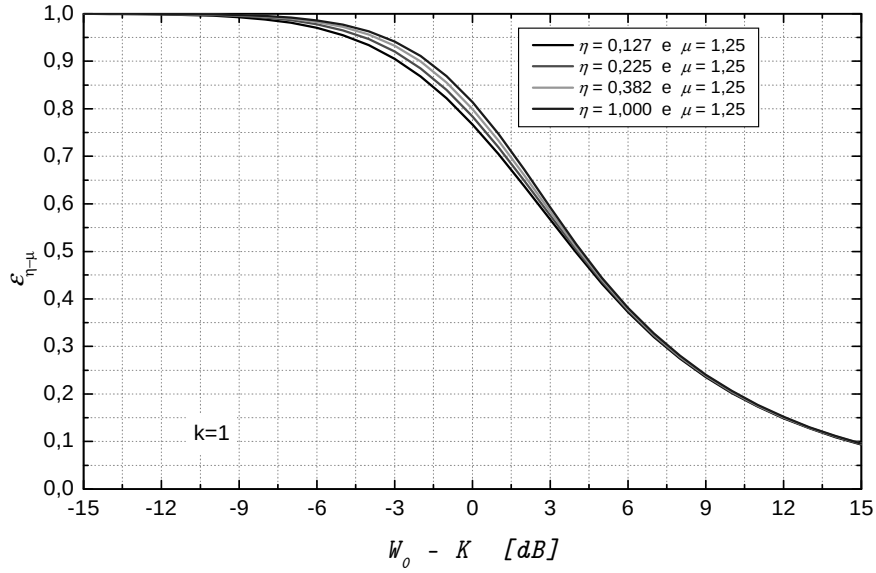

Figura 6.7: *Cobertura dos locais até uma distância x para η variando e μ fixo com $\alpha = 3$.*

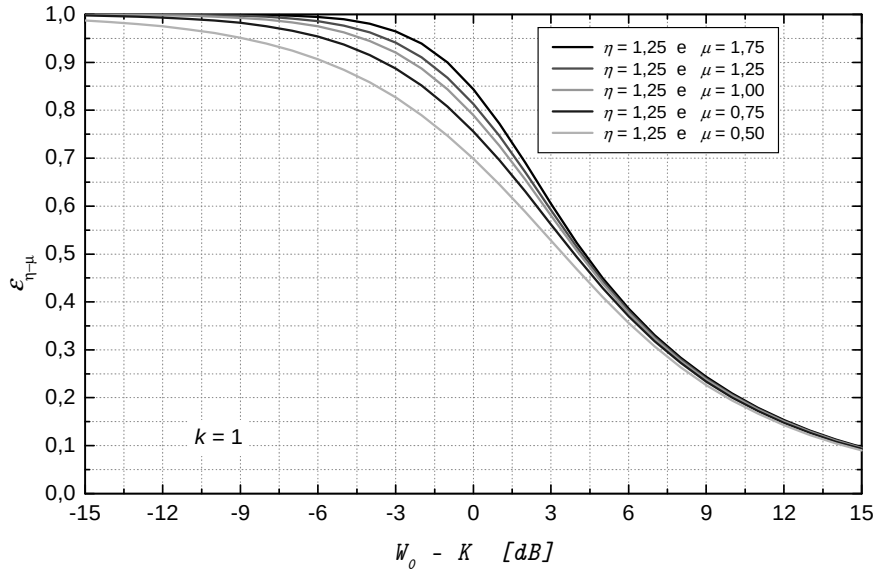

Figura 6.8: *Cobertura dos locais até uma distância x para μ variando e η fixo com $\alpha = 3$.*

a mesma conclusão obtida para a cobertura a uma distância x, resultando em uma maior cobertura dos locais até uma distância x para valores maiores de μ. A Figura 6.8 ilustra esse caso.

Capítulo 7

Conclusões

7.1 Área de Cobertura

O foco principal desta dissertação é o cálculo da cobertura dos locais até uma distância x e o cálculo da cobertura dos locais a uma distância x em um ambiente de propagação modelado com a distribuição $\eta - \mu$ e caracterizado pelo desvanecimento de curto prazo. Para isto foi utilizada a distribuição $\eta - \mu$, modelo físico para caracterização dos efeitos dos múltiplos percursos na propagação em pequena escala. Mostra-se nesta dissertação que para a obtenção da distribuição de Rayleigh e Nakagami-m a partir da distribuição $\eta - \mu$ basta configurar os parâmetros η e μ segundo as características do ambiente caracterizado pela distribuição Rayleigh ou Nakagami-m. Comparando-se as Figuras 4.3, 4.4 e 4.5 com as Figuras 5.4, 5.5 e 5.6 do ambiente modelado pela distribuição $\eta - \mu$ dos Capítulos 4 e 5, respectivamente, nota-se que a cobertura dos locais a uma distância x ou até uma distância x aumenta proporcionalmente com o valor do parâmetro μ, comprovando que a distribuição $\eta - \mu$ modela o ambiente de forma adequada, pois o parâmetro μ corresponde ao número de *clusters* no receptor e quanto maior este valor menos severo é o desvanecimento. Existe uma região onde o valor de μ não altera o valor da cobertura dos locais até uma distância x ou a uma distância x. Isto é notado para aproximadamente $W_0 - K > -3\,\text{dB}$, conforme demonstrado no Capítulo 4, e para aproximadamente $W_0 - K > 0\,\text{dB}$, conforme mostrado no Capítulo 5. No Capítulo 4 observa-se que se o limiar for aproximadamente $7,5\,\text{dB}$ maior que o valor da potência média, a cobertura dos locais a uma distância x é nula. Isso significa que a probabilidade de existir um ponto na periferia da célula com potência superior a $7,5\,\text{dB}$ acima da potência média do local é praticamente igual a zero. No Capítulo 5 a cobertura dos locais até uma distância x é praticamente nula para valores de $W_0 - K$ muito maiores do que $15\,\text{dB}$.

No Capítulo 4 a equação do ambiente modelado pela distribuição $\eta - \mu$ gerando Rayleigh é idêntica à equação do ambiente modelado pela distribuição de Rayleigh. Portanto não foi

necessário traçar outra figura para o ambiente modelado pela distribuição $\eta - \mu$ gerando Rayleigh. Esta figura, a Figura 4.1, apresenta uma queda mais acentuada da potência média recebida na região onde $-6\,\text{dB} < W_0 - K < 6\,\text{dB}$. Para $W_0 - K > 6\,\text{dB}$ a cobertura dos locais a uma distância x é praticamente nula. Para os mesmos ambientes citados neste parágrafo as Figuras 5.1 e 5.7 do Capítulo 5 são idênticas e apresentam uma queda mais amena da potência média recebida K em relação ao limiar de potência W_0. Ainda, o Capítulo 5 mostra que a partir de $W_0 - K > -7,5\,\text{dB}$, quanto maior o valor do coeficiente de perda no percurso α maior a cobertura dos locais até uma distância x.

Para o ambiente modelado pela distribuição $\eta - \mu$ gerando Nakagami-m e para o ambiente modelado pela distribuição de Nakagami-m, o Capítulo 4 apresenta as Figuras 4.2 e 4.6 iguais, ambas sendo proporcionais ao valor de m para $W_0 - K < 1,5\,\text{dB}$, isto é, para maiores valores de m maior a proporção de potência recebida. Para $W_0 - K > 1,5\,\text{dB}$ a situação citada anteriormente é invertida. O Capítulo 5 apresenta duas figuras para cada ambiente que dependem do fator de perda no percurso α e do parâmetro $\mu = m$. As Figuras 5.2 e 5.8 apresentam as mesmas características do ambiente Rayleigh citado no parágrafo anterior. As Figuras 5.3 e 5.9 apresentam a cobertura dos locais até uma distância x maior para os maiores valores de m na região onde $W_0 - K < 6\,\text{dB}$, sendo que para $W_0 - K > 6\,\text{dB}$ os valores de m não proporcionam grande diferença de área coberta.

No Capítulo 6 os valores dos parâmetros η e μ não foram obtidos da Equação (3.49), mas configurados para melhor representarem as figuras que demonstram a cobertura dos locais a uma distância x e para a cobertura dos locais até uma distância x para o ambiente modelado pela distribuição $\eta - \mu$. Através das figuras é possível notar que quanto maior o valor de μ, maior será a cobertura dos locais até uma distância x e que, variando-se o valor de η, também se obtém uma maior cobertura dos locais até uma distância x, para maiores valores de η.

7.2 Exemplos de Aplicação

Como exemplos de aplicação são demonstrados cálculos que simulam um planejamento de área de cobertura em um sistema de comunicação móvel conforme as características do ambiente de propagação.

7.2.1 Área de Cobertura de uma Célula com $\eta - \mu$ Gerando Rayleigh

Neste primeiro exemplo tem-se um ambiente de propagação modelado pela distribuição $\eta - \mu$ gerando Rayleigh, com os parâmetros dados a seguir:

- Coeficiente da perda no percurso, $\alpha = 3$,
- Potência média, $M_w = K = -104$ dBm quando $x = d$,
- Limiar de potência, $W_0 = -110$ dBm.

Área de cobertura a uma distância x

Substituindo os valores lineares de $w_0 = 1 \times 10^{-14}W$ e $m_w = k = 3,981 \times 10^{-14}W$ na Equação (4.26) tem-se como resultado $0,778$ ou $77,8\%$ de cobertura dos locais a uma distância x, segundo a cobertura a uma distância x. Graficamente pode-se localizar o valor $W_0 - K = -6$ dB na Figura 7.1 para obter como resposta $\beta_R \cong 0,778$, ou seja, $77,8\%$ de cobertura dos locais a uma distância x.

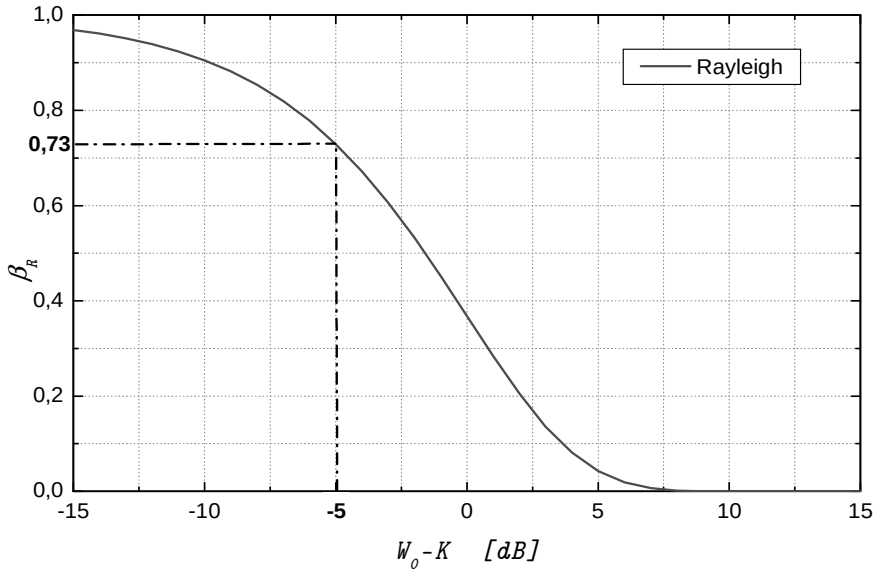

Figura 7.1: *Cobertura dos locais a uma distância x para $\eta - \mu$ gerando Rayleigh.*

Área de cobertura até uma distância x

Para a segunda abordagem substitui-se os valores lineares de $w_0 = 1 \times 10^{-14}W$ e $m_w = k = 3,981 \times 10^{-14}W$ na Equação (5.22) e tem-se como resultado 0,907 ou 90,7% de cobertura dos locais até uma distância x. Como $W_0 - K = -6$ dB, localiza-se este valor na Figura 7.2 para obter como resposta $\varepsilon_R = 0,907$, ou seja, 90,7% de cobertura dos locais até uma distância x.

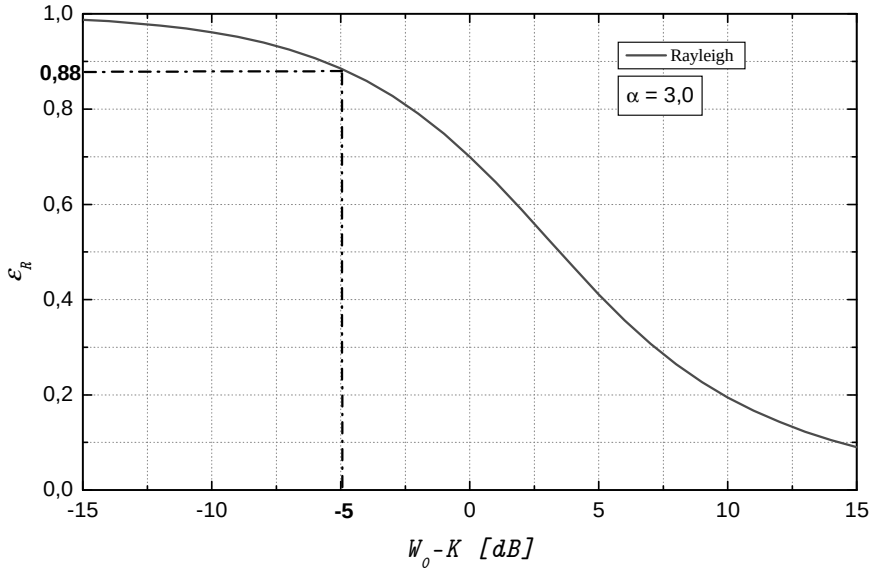

Figura 7.2: *Cobertura dos locais até uma distância x para $\eta - \mu$ gerando Rayleigh.*

7.2.2 Área de cobertura até uma distância x com ambiente modelado por Rayleigh, Nakagami-m e $\eta - \mu$

Como segundo exemplo tem-se um ambiente modelado pelas distribuições de Rayleigh, Nakagami $-m$ e $\eta - \mu$. O objetivo deste exemplo é o de calcular o raio de cobertura de uma ERB estando a potência instantânea recebida 85% do tempo acima de um limiar. As características para o cálculo são:

- Limiar de potência, $W_0 = -105$ dBm,
- Coeficiente da perda no percurso, $\alpha = 3$,
- Potência média recebida, $M_w = -100$ dBm para uma distância $d = 10$ km,
- $m = 1,25$,
- $\eta = 0,101$,
- $\mu = 1,25$.

De acordo com a cobertura até uma distância x a Figura 7.3 mostra as curvas de cada ambiente citado acima, utilizadas para a obtenção de alguns parâmetros a serem substituídos na Equação (4.2) reescrita a seguir:

$$m_w = k\left(\frac{d}{x}\right)^{-\alpha} \tag{7.1}$$

Para o ambiente $\eta - \mu$ e sendo o valor de $\varepsilon_{\eta-\mu} = 0,85$, a partir da Figura 7.3 tem-se $W_0 - K = -1,9$ dB. Calculando-se o valor de K tem-se $K = -103,1$ dBm ou $k = 4,898 \times 10^{-14}$ W. Com K substituído na Equação (7.1) resulta em $x = 12,686$ km.

Para o ambiente Rayleigh, tendo-se o valor de $\varepsilon_R = 0,85$ e a partir da Figura 7.3 tem-se $W_0 - K = -2,6$ dB. Calculando-se o valor de K tem-se $K = -102,4$ dBm ou $k = 5,754 \times 10^{-14}$ W. Com K substituído na Equação (7.1) resulta em $x = 12,023$ km.

Para o ambiente Nakagami-m e com $\varepsilon_N = 0,85$, a partir da Figura 7.3 tem-se $W_0 - K = -3,8$ dB. Calculando-se o valor de K tem-se $K = -101,2$ dBm ou $k = 7,586 \times 10^{-14}$ W. Substituindo K na Equação (7.1) resulta em $x = 10,965$ km.

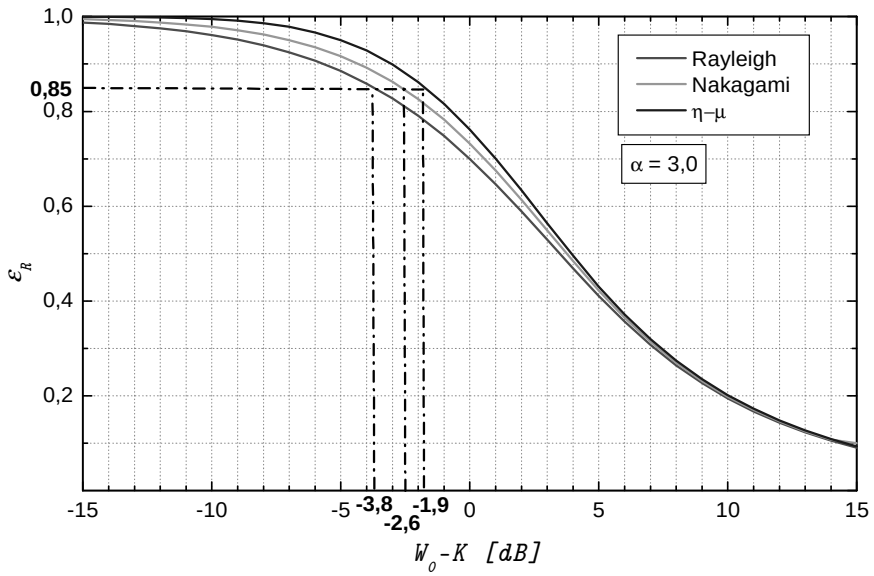

Figura 7.3: *Cobertura dos locais até uma distância x para Rayleigh, Nakagami-m e $\eta - \mu$.*

7.3 Contribuições

O estudo dos efeitos do desvanecimento de curto prazo na determinação da área de cobertura usando um ambiente de propagação modelado pela distribuição $\eta - \mu$ resultou nas seguintes contribuições:

- Equação para o cálculo da cobertura dos locais a uma distância x.
- Equação para o cálculo da cobertura dos locais até uma distância x.

- As equações para a área de cobertura das duas distribuições mais utilizadas, Rayleigh e Nakagami-m, para a modelagem do desvanecimento em canais sem fio podem ser obtidas diretamente da equação da área de cobertura da distribuição $\eta - \mu$.

- As comparações entre as distribuições de Rayleigh e Nakagami-m com a distribuição $\eta - \mu$, constatando que com o uso correto de determinados parâmetros desta distribuição, tais como η, μ, m, pode-se modelar diversas situações características de um meio de comunicação sem fio.

7.4 Trabalhos futuros

1. O cálculo da cobertura dos locais até uma distância x e/ou o cálculo da cobertura dos locais a uma distância x para duas ou três células.

2. Tentar estimar, através de dados práticos, os parâmetros η e μ e a área de cobertura e confrontar com os valores teóricos.

Referências Bibliográficas

[1] Yacoub, M. D., *Foundations of Mobile Radio Engineering*, CRC Press, Boca Raton. FL, USA 1993.

[2] Nakagami, M., *"The m-distribution − A General Formula of Intensity Distribution of Rapid Fading", in: Statistical Methods in Radio Wave Propagation*, W. C. Hoffman, Ed. Elmsford, 1960.

[3] Yacoub, M. D., *"The η-μ Distribution"*, XIX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, Brasil, 2001.

[4] Rappaport, T.S., *"Wireless Communications: Principles and Practice"*, Second Edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ 07458, 1996.

[5] Abramowitz and M., Stegun, A., *"Handbook of Mathematical Functions"*, US Dept. of Commerce, National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series, 1972.

[6] Lemos, Carlos Paula, *"Avaliação de técnicas para transmissão digital em canal com desvanecimento lento e não seletivo em freqüência modelado com a distribuição η-μ"*, Dissertação de Mestrado, Inatel, fevereiro 2002.

[7] Guedes, Leonardo de Rezende, *"Área de cobertura e sobreposição de células no ambiente Nakagami"*, Dissertação de Mestrado, UNICAMP, julho 1994.

[8] Antônio, Jamil Ribeiro, *"Área de cobertura em ambiente de propagação modelado com a distribuição κ-μ"*, Dissertação de Mestrado, Inatel, fevereiro 2002.

[9] Grandshtyn, L.S. and Ryshik, L.M., *"Table of Integrals, Series and Products"*, Academic Press, 2000.

Livros Grátis

(http://www.livrosgratis.com.br)

Milhares de Livros para Download:

Baixar livros de Administração
Baixar livros de Agronomia
Baixar livros de Arquitetura
Baixar livros de Artes
Baixar livros de Astronomia
Baixar livros de Biologia Geral
Baixar livros de Ciência da Computação
Baixar livros de Ciência da Informação
Baixar livros de Ciência Política
Baixar livros de Ciências da Saúde
Baixar livros de Comunicação
Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE
Baixar livros de Defesa civil
Baixar livros de Direito
Baixar livros de Direitos humanos
Baixar livros de Economia
Baixar livros de Economia Doméstica
Baixar livros de Educação
Baixar livros de Educação - Trânsito
Baixar livros de Educação Física
Baixar livros de Engenharia Aeroespacial
Baixar livros de Farmácia
Baixar livros de Filosofia
Baixar livros de Física
Baixar livros de Geociências
Baixar livros de Geografia
Baixar livros de História
Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura
Baixar livros de Literatura de Cordel
Baixar livros de Literatura Infantil
Baixar livros de Matemática
Baixar livros de Medicina
Baixar livros de Medicina Veterinária
Baixar livros de Meio Ambiente
Baixar livros de Meteorologia
Baixar Monografias e TCC
Baixar livros Multidisciplinar
Baixar livros de Música
Baixar livros de Psicologia
Baixar livros de Química
Baixar livros de Saúde Coletiva
Baixar livros de Serviço Social
Baixar livros de Sociologia
Baixar livros de Teologia
Baixar livros de Trabalho
Baixar livros de Turismo