

# **ÁREA DE COBERTURA EM AMBIENTE DE PROPAGAÇÃO MODELADO COM A DISTRIBUIÇÃO $\kappa$ - $\mu$**

JAMIL RIBEIRO ANTÔNIO

Dissertação apresentada ao Instituto Nacional de Telecomunicações – INATEL – como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Sandro Adriano Fasolo

CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. César Kyn d'Ávila

Santa Rita do Sapucaí

2003

## FOLHA DE APROVAÇÃO

Dissertação defendida e aprovada em 28/02/2003,

pela comissão julgadora:

---

Prof. Dr. Sandro Adriano Fasolo (Orientador) – DTE – INATEL

---

Prof. Dr. César Kyn d'Ávila (Membro Externo) – CEDET – Campinas

---

Prof. Dr. Maurício Silveira (Membro Interno) – DTE – INATEL

---

**Coordenador do Curso de Mestrado**

Aos Meus Pais e Amigos,

À Paixão Inesquecível

E ao Amor Eterno.

## AGRADECIMENTOS

À Deus pela constante presença em minha vida.

À Santa Rita de Cássia pela proteção espiritual.

Aos meus pais pela paciência e auxílio.

Ao INATEL pela oportunidade oferecida.

À Ericsson Telecomunicações pelo auxílio financeiro.

Em especial à meu Orientador Prof. Dr. Sandro Adriano Fasolo por aceitar este desafio.

Ao Co-Orientador César Kyn d'Ávila pela ajuda necessária.

Aos Professores Doutores Adonias Costa da Silveira, Geraldo Gil Ramundo Gomes, Wilton Ney do Amaral Pereira e Carlos Alberto Ynoguti pelo apoio nos estudos e pesquisas.

Às secretárias Bia e Robélia pela paciência.

Aos estagiários do LABPG – Laboratório de Pós-Graduação, aos funcionários do CICT – Centro de Informações Científicas e Tecnológicas e demais funcionários do INATEL pela amizade e pelo auxílio prestado.

E, finalmente, aos colegas e amigos do mestrado pelo companheirismo e incentivadores nesta jornada.

## ÍNDICE

Lista de Figuras .....	ix
Lista de Tabelas .....	xi
Lista de Definições e Siglas .....	xii
Lista de Símbolos .....	xiii
Resumo .....	xvi
Abstract .....	xvii
Introdução .....	1
1.1    Introdução .....	1
1.2    Comunicação Móvel Celular .....	2
1.3    Planejamento do Sistema de Comunicação Celular .....	3
1.4    O Sinal de Recepção como uma Variável Aleatória.....	4
1.5    Modelo Físico .....	5
1.6    Objetivo do Trabalho .....	6
1.7    Plano de Trabalho .....	7
1.8    Observações .....	8
Modelo de Propagação .....	9
2.1    Introdução .....	9
2.2    Propagação em Grande Escala.....	10
2.3    Propagação em Pequena Escala.....	10
2.4    Método Determinístico .....	11
2.4.1    Propagação em Espaço Livre .....	11
2.4.2    Propagação em Terreno Plano.....	12
2.4.3    Propagação em Ambiente com Obstruções.....	13
2.4.3.1    Método de Bullington .....	14

2.4.3.2	Método de Epstein-Peterson .....	14
2.4.3.3	Método de Deygout.....	14
2.5	Método Empírico .....	14
2.5.1	Método de Egli .....	15
2.5.2	Método de Blomquist-Ladell.....	15
2.5.3	Método de Longley-Rice.....	15
2.5.4	Método de Okumura.....	15
2.5.5	Método de Hata .....	16
2.5.6	Método de Ibrahim-Parsons .....	17
2.6	Método Estatístico .....	17
2.6.1	Modelo simplificado de Propagação .....	18
2.6.2	Distribuição de Rice .....	19
2.6.2.1	Envoltória.....	19
2.6.2.2	Potência .....	19
2.6.3	Distribuição de Rayleigh .....	20
2.6.3.1	Envoltória.....	20
2.6.3.2	Potência .....	21
2.6.4	Distribuição de Nakagami .....	21
2.6.4.1	Envoltória.....	22
2.6.4.2	Potência .....	22
2.7	Conclusão .....	23
	Distribuição $\kappa$ - $\mu$ .....	25
3.1	Introdução .....	25
3.2	Média e Variância.....	27
3.3	Derivação da Distribuição $\kappa$ - $\mu$ .....	28

3.4	A Função Densidade de Probabilidade.....	30
3.4.1	Da Envoltória .....	30
3.4.2	Da Potência.....	33
3.5	Algumas Distribuições obtidas a partir do Ambiente $\kappa$ - $\mu$ .....	35
3.5.1	Distribuição de Rice obtida a partir de $\kappa$ - $\mu$ .....	36
3.5.2	Distribuição de Rayleigh obtida a partir de $\kappa$ - $\mu$ .....	37
3.5.3	Distribuição de Nakagami obtida a partir de $\kappa$ - $\mu$ .....	39
3.6	Aplicações da distribuição $\kappa$ - $\mu$ .....	41
3.7	Conclusão .....	42
	Cálculo da Área de Cobertura de Células – “Primeira Abordagem” .....	43
4.1	Introdução .....	43
4.2	Ambiente Rice .....	45
4.2.1	Resultados .....	47
4.3	Ambiente Rayleigh .....	47
4.3.1	Resultados .....	49
4.4	Ambiente Nakagami .....	49
4.4.1	Resultados .....	50
4.5	Ambiente $\kappa$ - $\mu$ .....	51
4.5.1	Resultados .....	54
4.5.2	Ambiente $\kappa$ - $\mu$ gerando Rice .....	54
4.5.3	Ambiente $\kappa$ - $\mu$ gerando Rayleigh .....	55
4.5.4	Ambiente $\kappa$ - $\mu$ gerando Nakagami .....	56
4.5.5	Resultados .....	58
4.6	Conclusão .....	59
	Cálculo da Área de Cobertura de Células – “Segunda Abordagem” .....	60

5.1	Introdução .....	60
5.2	Ambiente Rice .....	61
5.2.1	Resultados .....	62
5.3	Ambiente Rayleigh .....	63
5.3.1	Resultados .....	64
5.4	Ambiente Nakagami .....	65
5.4.1	Resultados .....	67
5.5	Ambiente $\kappa$ - $\mu$ .....	67
5.5.1	Resultados .....	71
5.5.2	Ambiente $\kappa$ - $\mu$ gerando Rice .....	72
5.5.3	Ambiente $\kappa$ - $\mu$ gerando Rayleigh .....	73
5.5.4	Ambiente $\kappa$ - $\mu$ gerando Nakagami .....	74
5.5.5	Resultados .....	75
5.6	Conclusão .....	77
	Conclusões.....	78
6.1	Área de Cobertura.....	78
6.2	Exemplos de Aplicação .....	80
6.3	Trabalhos Futuros .....	86
	BIBLIOGRAFIA .....	88



## Lista de Figuras

<b>Figura 1.1</b> – Exemplo de duas células com área de sobreposição.....	6
<b>Figura 2.1</b> – Geometria do Modelo de Difração por Gume de Faca.....	13
<b>Figura 2.2</b> – FDP da envoltória da distribuição de Rice.....	20
<b>Figura 2.3</b> – FDP da potência da distribuição de Rice.....	20
<b>Figura 2.4</b> – FDP da envoltória da distribuição de Rayleigh.....	21
<b>Figura 2.5</b> – FDP da potência da distribuição de Rayleigh.....	22
<b>Figura 2.6</b> – FDP da envoltória da distribuição de Nakagami.....	23
<b>Figura 2.7</b> – FDP da potência da distribuição de Nakagami.....	23
<b>Figura 3.1</b> – Exemplos da envoltória normalizada a partir de $m = 0,75$ .....	32
<b>Figura 3.2</b> – Exemplos da envoltória normalizada a partir de $m = 1,5$ .....	32
<b>Figura 3.3</b> – Exemplos da potência normalizada a partir de $m = 0,75$ .....	35
<b>Figura 3.4</b> – Exemplos da potência normalizada a partir de $m = 1,5$ .....	35
<b>Figura 3.5</b> – Curva de Rice a partir de $\kappa$ - $\mu$ , com os parâmetros $\mu = 1$ e $\kappa = 1,37$ ....	37
<b>Figura 3.6</b> – Curva de Rayleigh a partir de $\kappa$ - $\mu$ , com os parâmetros $\mu = 1$ e $\kappa = 0$ ..	38
<b>Figura 3.7</b> – Curva de Nakagami a partir de $\kappa$ - $\mu$ , com os valores $\mu = 0,75$ e $\mu = 1,50$ . .....	40
<b>Figura 4.1</b> – Área de cobertura para Rice – primeira abordagem.....	47
<b>Figura 4.2</b> – Área de cobertura para Rayleigh – primeira abordagem.....	48
<b>Figura 4.3</b> – Área de cobertura para Nakagami – primeira abordagem.....	50
<b>Figura 4.4</b> – Área de cobertura para $\kappa$ - $\mu$ – primeira abordagem, usando $m = 0,75$ ..	53
<b>Figura 4.5</b> – Área de cobertura para $\kappa$ - $\mu$ – primeira abordagem, usando $m = 1,5$ ..	53
<b>Figura 4.6</b> – Área de cobertura para Rice a partir de $\kappa$ - $\mu$ - primeira abordagem....	55
<b>Figura 4.7</b> – Área de cobertura para Rayleigh a partir de $\kappa$ - $\mu$ - primeira abordagem. .....	56

<b>Figura 4.8</b> – Área de cobertura para Nakagami a partir de $\kappa\text{-}\mu$ – primeira abordagem. ....	58
<b>Figura 5.1</b> – Área de cobertura para Rice – segunda abordagem. ....	63
<b>Figura 5.2</b> – Área de cobertura para Rayleigh – segunda abordagem. ....	64
<b>Figura 5.3</b> – Área de cobertura para Nakagami – segunda abordagem com $m = 1,0$ . .....	66
<b>Figura 5.4</b> – Área de cobertura para Nakagami – segunda abordagem com $\alpha = 3,0$ . .....	66
<b>Figura 5.5</b> – Área de cobertura para $\kappa\text{-}\mu$ – segunda abordagem, usando $m = 0,75$ . ....	70
<b>Figura 5.6</b> – Área de cobertura para $\kappa\text{-}\mu$ – segunda abordagem, usando $m = 1,5$ . ..	70
<b>Figura 5.7</b> – Área de cobertura para Rice a partir de $\kappa\text{-}\mu$ – segunda abordagem....	72
<b>Figura 5.8</b> – Área de cobertura para Rayleigh a partir de $\kappa\text{-}\mu$ – segunda abordagem. .....	73
<b>Figura 5.9</b> – Área de cobertura de Nakagami a partir de $\kappa\text{-}\mu$ – segunda abordagem, com $m = 1,0$ . ....	75
<b>Figura 5.10</b> – Área de cobertura de Nakagami a partir de $\kappa\text{-}\mu$ – segunda abordagem, com $\alpha = 3,0$ . ....	76
<b>Figura 6.1</b> – Área de cobertura para Rayleigh e para $\kappa\text{-}\mu$ gerando Rayleigh – primeira abordagem .....	82
<b>Figura 6.2</b> – Área de cobertura para Rayleigh e para $\kappa\text{-}\mu$ gerando Rayleigh – segunda abordagem.....	82
<b>Figura 6.3</b> – Área de cobertura para Rice, Rayleigh, Nakagami e $\kappa\text{-}\mu$ – primeira abordagem. ....	84
<b>Figura 6.4</b> – Área de cobertura para Rice, Rayleigh, Nakagami e $\kappa\text{-}\mu$ – segunda abordagem. ....	86

## Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – <i>Exemplos de valores de <math>\mu</math> e <math>\kappa</math> a partir de <math>m = 0,75</math>.</i> ....	31
Tabela 3.2 – <i>Exemplos de valores de <math>\mu</math> e <math>\kappa</math> a partir de <math>m = 1,5</math>.</i> ....	32
Tabela 4.1 – <i>Exemplos de valores para traçar a curva de Rice com <math>\mu = 1,0</math>.</i> ....	55
Tabela 6.1 – <i>Valores encontrados para o raio de uma célula.</i> ....	86

## Lista de Definições e Siglas

<i>AWGN</i>	<i>Additive White Gaussian Noise.</i>
<i>CCC</i>	<i>Central de Controle e Comutação.</i>
<i>Cluster</i>	<i>Conjunto de células.</i>
<i>Cosh</i>	<i>Cosseno Hiperbólico.</i>
<i>dB</i>	<i>Decibéis.</i>
<i>EM</i>	<i>Estação Móvel.</i>
<i>ERB</i>	<i>Estação Rádio Base.</i>
<i>FDP</i>	<i>Função Densidade de Probabilidade.</i>
<i>UHF</i>	<i>Ultra High Frequency.</i>

## Lista de Símbolos

$d$	<i>Distância.</i>
$\alpha$	<i>Coefficiente de perda no percurso.</i>
$l$	<i>Perda por percurso.</i>
$L$	<i>Perda por percurso, em dB.</i>
$w_r$	<i>Potência do sinal recebido.</i>
$w_t$	<i>Potência do sinal transmitido.</i>
$G_t$	<i>Ganho da antena transmissora.</i>
$G_r$	<i>Ganho da antena receptora.</i>
$\lambda$	<i>Comprimento de onda.</i>
$h_t$	<i>Altura da antena transmissora.</i>
$h_r$	<i>Altura da antena receptora.</i>
$h_o$	<i>Índice de Fresnel.</i>
$h$	<i>Altura efetiva da obstrução.</i>
$f$	<i>Frequência.</i>
$G_{\text{área}}$	<i>Fator de correção da área.</i>
$G_h$	<i>Fator de correção da altura.</i>
$A(;) )$	<i>Fator de correção.</i>
$LU$	<i>Fator de utilização do solo.</i>
$U$	<i>Fator de urbanização.</i>
$C$	<i>Fator de correção.</i>
$x$	<i>Raio do círculo.</i>
$m_w$	<i>Potência média do sinal recebido.</i>
$r$	<i>Envoltória de um sinal.</i>

$\sigma$	<i>Desvio padrão.</i>
$\sigma^2$	<i>Variância.</i>
$a$	<i>Amplitude de um sinal.</i>
$I_\nu(\cdot)$	<i>Função de Bessel modificada de primeira classe e ordem arbitrária <math>\nu</math>.</i>
$w$	<i>Potência do sinal.</i>
$m$	<i>Fator de desvanecimento – Parâmetro da distribuição Nakagami.</i>
$\Gamma(\cdot)$	<i>Função Gama.</i>
$\Omega$	<i>Média temporal.</i>
$\bar{w}$	<i>Potência média do sinal.</i>
$n$	<i>Número de conjuntos de ondas.</i>
$x_i$	<i>Processo Gaussiano na variável <math>x</math>.</i>
$y_i$	<i>Processo Gaussiano na variável <math>y</math>.</i>
$p_i$	<i>Valor médio da componente em fase.</i>
$q_i$	<i>Valor médio da componente em quadratura.</i>
$L(\cdot)$	<i>Transformada de Laplace.</i>
$s$	<i>Variável complexa da Transformada de Laplace.</i>
$\hat{r}$	<i>Valor rms da envoltória de um sinal.</i>
$\kappa$	<i>Razão entre a potência total da componente dominante e a potência total das componentes espalhadas – Parâmetro da distribuição <math>\kappa</math>-<math>\mu</math>.</i>
$\mu$	<i>Número de conjuntos de ondas – Parâmetro da distribuição <math>\kappa</math>-<math>\mu</math>.</i>
$\rho$	<i>Envoltória normalizada de um sinal.</i>
$\omega$	<i>Potência normalizada do sinal.</i>
$w_o$	<i>Limiar de potência.</i>
$w_d$	<i>Potência do sinal a uma distância <math>d</math>.</i>
$w_x$	<i>Potência do sinal no círculo de raio <math>x</math>.</i>

$c$	<i>Fator de correlação.</i>
$k$	<i>Potência média do sinal no círculo de raio <math>x</math>.</i>
$M_w$	<i>Potência média do sinal recebido, em dB.</i>
$K$	<i>Potência média do sinal no círculo de raio <math>x</math>, em dB.</i>
$\beta$	<i>Cálculo da área na proporção do círculo da célula.</i>
$W$	<i>Potência do sinal, em dB.</i>
$W_o$	<i>Limiar de potência, em dB.</i>
$A$	<i>Fator de Rice.</i>
$\varepsilon$	<i>Cálculo da área na proporção da circunferência da célula.</i>
$S$	<i>Área de uma circunferência.</i>
$\tau$	<i>Coordenada polar definida de 0 a <math>x</math>.</i>
$\theta$	<i>Ângulo definido de 0 a <math>2\pi</math> rad.</i>
$\gamma(\cdot)$	<i>Função Gama incompleta.</i>

## Resumo

Antônio, J. R. Sobre o cálculo da área de cobertura em ambiente de propagação modelado com a distribuição  $\kappa$ - $\mu$ . Santa Rita do Sapucaí, 2003. Instituto Nacional de Telecomunicações – INATEL.

Devido a grande influência diária da telefonia móvel celular na vida particular das pessoas, este trabalho apresenta uma das etapas mais importantes no seu planejamento: o cálculo da área de cobertura de uma célula. Todo o conceito necessário a sua realização é apresentado. Para uma melhor compreensão dos cálculos, duas abordagens serão consideradas. A primeira delas, parte do princípio que o móvel está posicionado nos limites da célula, sendo esta estimada na forma de um círculo. A segunda irá considerar este móvel posicionado em qualquer lugar dentro da área de uma célula, no qual supõe o formato de uma circunferência. Será considerado, ainda para o cálculo, a existência de quatro ambientes que representarão algumas situações possíveis de ocorrerem em uma comunicação móvel. Rice, Rayleigh e Nakagami são três deles, já de conhecimento público, que contribuirão à uma análise comparativa com a distribuição  $\kappa$ - $\mu$ . A apresentação desta distribuição, bem como o seu cálculo, será a contribuição desta dissertação, demonstrando que é possível realizar, através dela, os cálculos desejados para as demais citadas acima.

Palavras-chave: propagação de sinais, sistemas de comunicação, análise numérica.



## Abstract

*Antônio, J. R. About the calculation of the covering area in the propagation environment with the  $\kappa\text{-}\mu$  distribution. Santa Rita do Sapucaí, 2003. Instituto Nacional de Telecomunicações – INATEL.*

*Due to the great daily influence of the mobile cellular telephony in the private life of the people, this paper presents one of the most important stages in the design of a mobile system: the calculation of the cell covering. All the concepts needed to its implementation are presented here. For a better comprehension of the calculations, two approaches will be considered. The first one start on the principle that the mobile is located in the boundaries of the cell, which allows us to estimated it in a circle contour. The second approach will consider that the mobile is located in any place of a cell, assuming it inside a circumference area. It will be considered for the calculation, the existence of four environments that will represent some possible situations which can occurs in a mobile communication. The Rice, Rayleigh and Nakagami systems are the three well known models that will contribute for a comparative analysis with the  $\kappa\text{-}\mu$  distribution. The presentation of this distribution as well as its calculation, will be the contribution of this dissertation, proving that it is possible to approach the other models using the  $\kappa\text{-}\mu$  distribution.*

*Keywords: propagation of signals, communication systems, numerical analysis.*



# Capítulo I

## Introdução

Este capítulo fará uma breve revisão de alguns conceitos básicos empregados em um sistema de comunicação móvel celular como também uma síntese de toda dissertação.

### 1.1 Introdução

É impossível falar em evolução da humanidade sem citar a grande mudança ocorrida nas áreas tecnológicas, principalmente no que se refere a comunicação sem fio. Se for feito um breve apanhado de tudo o que já foi inventado pelo homem para melhorar e facilitar a comunicação entre as pessoas, depara-se com uma gigantesca variedade de recursos. Desde a mais primitiva forma de comunicação à distância usada pelos antigos, passando pela invenção do telégrafo, rádio, televisão, telefone, computador e até os mais novos e modernos aparelhos celulares, percebe-se que esta evolução não chegou ao seu fim e fica a certeza de que coisas novas ainda virão.

Com relação a comunicação móvel celular, tecnologia mais recente de comunicação pessoal e que será considerada no decorrer deste trabalho, pode-se fazer um breve histórico de sua evolução. Sua origem vem do aperfeiçoamento do rádio, onde procurou-se uma alternativa para a comunicação unilateral, sem o uso de fios. Na época, no final do século XIX, devido as grandes navegações, era crucial o desenvolvimento de uma tecnologia que apresentasse uma solução para realizar uma comunicação via rádio, que foi obtida através do uso do telégrafo sem fio. Já na década de 40, aparece o primeiro sistema de comunicação rádio móvel, que se limitava em uma estação base fixa e alguns usuários móveis e tinha como característica um número reduzido de canais e uma grande área de cobertura. O seu

uso e desenvolvimento tecnológico ficou restrito apenas as comunicações militares. Isto se estendeu até o final da segunda guerra mundial, passando posteriormente a ser usado em comunicações comerciais. Esta mudança, no tipo de usuários, alavancou a indústria e incentivou sua evolução tecnológica, criando uma disputa no mercado das telecomunicações. Porém, pela pequena largura de faixa disponibilizada para o serviço, o sistema servia a um pequeno número de usuários, além de apresentar uma taxa de bloqueio elevada. O passo seguinte, então, foi a criação da comunicação móvel celular, que permitiu aos usuários a mesma facilidade da comunicação de um telefone fixo e ainda, aumentou o número de usuários que podiam operar em um mesmo sistema, devido ao reuso de frequência. Deste ponto em diante, o número de assinantes vem crescendo cada vez mais, o que exige um planejamento mais rigoroso na instalação de um novo sistema de comunicação, para garantir aos usuários confiabilidade e segurança.

## **1.2 Comunicação Móvel Celular**

Para permitir que um sistema realize uma comunicação móvel, alguns componentes são essenciais. Basicamente, o sistema é composto por estações móveis (*EM*), estações de rádio base (*ERB*), e as centrais de controle e comutação (*CCC*). Os demais componentes, como por exemplo: Centro de Autenticação, Registro de Equipamentos, Centro de Manutenção e Controle, são aperfeiçoamentos para aprimorar e modernizar os sistemas. As características dos vários sistemas vão se alterando, permitindo uma maior capacidade de tráfego através de uma expansão em módulos, que teoricamente seria ilimitada, pois se restringe apenas no acréscimo de *ERB's* e *CCC's*. Além disso, nota-se uma maior rapidez na realização da comutação e um aumento em suas áreas de cobertura. Dentre estas características citadas, a necessidade de uma maior capacidade de tráfego, com o mesmo recurso escasso de banda, foi a que justificou o surgimento da comunicação móvel celular. Esta maior capacidade é obtida através do oferecimento de um número maior de canais de rádio por unidade de espectro e uma reutilização desses canais em uma determinada área, ficando este sistema limitado às interferências e ruídos.

A comunicação móvel celular de segunda geração emprega na interface aérea a transmissão digital, com qualidade superior aos sistemas analógicos da primeira

geração. Sua operação *duplex* permite solucionar o problema da transmissão *simplex* ou *half-duplex* dos rádios convencionais. Com a reutilização de frequências, teoricamente, pode-se ter uma área infinita de cobertura. Essa possibilidade de reuso de frequências é muito importante para o aumento da capacidade do sistema, pois duas áreas, suficientemente distantes, passam a operar com a mesma frequência.

Estas são algumas das vantagens apresentadas para este tipo de comunicação. Deve-se lembrar também que ela definiu a comunicação pessoal, onde as chamadas não são mais direcionadas a um local específico, mas sim a uma certa pessoa. Talvez essa característica, de uma comunicação pessoa-pessoa e não mais local-local, seja a justificativa de sua rápida evolução e crescimento.

Um sinal proveniente da *ERB* chegará até o móvel dentro de uma área de cobertura a qual recebe o nome de célula, fazendo com que cada célula contenha apenas uma *ERB*. Quanto mais próximo da *ERB*, melhor será o sinal recebido. Ao se afastar da mesma, este sinal tende a diminuir com a distância, definindo assim, o tamanho desta área de cobertura. Este tamanho, às vezes, pode não ser determinado com exatidão, pois vários fatores influenciam no nível do sinal recebido pelo móvel, entre eles: a topografia, a morfologia, a frequência de operação e a altura das antenas. As células, em geral, têm raios variando entre 2 – 20km, já as microcélulas apresentam raios na faixa de 400m – 2km e as picocélulas com raios entre 20 – 400m, sendo esta última usada em ambiente *indoor*. Pode-se definir ainda, dentro da comunicação móvel celular, o termo *cluster*, que significa um conjunto de células onde todas as frequências disponíveis podem ser utilizadas. Lembrando ainda que, para minimizar a chamada interferência co-canal, um mesmo canal só poderá ser reutilizado em *clusters* diferentes. Geralmente, cada *cluster* poderá ser composto por 1, 3, 4 ou 7 células, que são os valores mais comuns.

### **1.3 Planejamento do Sistema de Comunicação Celular**

Para se fazer um bom planejamento, um estudo bem detalhado deve ser elaborado. Muitos são os tópicos a serem levantados, como o número de usuários a serem atendidos, possibilidades para ampliações futuras, fazendo projeções de como será o volume e o perfil do tráfego. Estas informações iniciais permitem determinar o número de canais de voz necessários nas diversas áreas de serviço. O próximo passo,

então, seria fazer um estudo detalhado das características de propagação do sinal na área considerada, usando informações sobre topografia e possibilidades de futuras obstruções, que poderão prejudicar o desempenho do sistema. Neste ponto são levantadas as características do ambiente e sua influência na comunicação. Este assunto, considerado como distribuições de um sinal, já foi bem esgotado em outros trabalhos e aqui será usado como ferramenta para que possam ser realizados os cálculos desejados, baseando-se em situações reais. Finalmente, ainda no planejamento realiza-se a alocação dos canais, considerando as projeções de crescimento do sistema para o futuro.

No planejamento do sistema de comunicação celular, o cálculo da predição da área de cobertura, aliada ao cálculo de interferências, constitui um dos passos mais decisivos para a instalação e operação do sistema.

#### **1.4 O Sinal de Recepção como uma Variável Aleatória**

Em um sistema de comunicação móvel, o sinal se propaga em um ambiente não estacionário, dificultando a análise por um método determinístico. Os diferentes tipos de superfícies irregulares causam difração, dispersão, reflexão e absorção do sinal. O sinal transmitido, interagindo com estas superfícies, gera uma distribuição contínua deste sinal, onde amplitudes e fases variam de acordo com as propriedades destas superfícies. No receptor, o sinal propagado chegará, então, através de múltiplos percursos.

São várias as interferências físicas que irão alterar as características do sinal até este chegar ao seu destino. O sinal transmitido poderá chegar ao receptor como resultado de um sombreamento causado por obstáculos, apresentando flutuações lentas em seu nível. Isto caracteriza um ambiente que apresenta desvanecimento de longo prazo. De outra forma, o sinal poderá chegar como resultado de múltiplas reflexões, que alteram a amplitude e a fase do sinal transmitido, ocorrendo um desvanecimento de curto prazo, pois esta alteração ocorre de maneira rápida. Poderá ocorrer também uma combinação das duas situações anteriores, ou seja, o sinal chegar ao receptor como resultado do sombreamento devido aos obstáculos e também como resultado de múltiplas reflexões. Ou ainda, ter como resultado um sinal que apresenta uma característica de linha de visada, ou seja, quando ocorrer

propagação dentro de edifícios, as estruturas metálicas poderão funcionar como guias de onda, considerando, então, que o sinal chegará ao receptor como uma soma dos sinais refletidos mais o sinal direto.

Existe um grande número de Funções Densidade de Probabilidade (*FDP*), que descrevem as características do sinal se propagando em um ambiente de comunicação móvel celular, constituindo assim modelos, onde as expressões encontradas representam as características do sinal durante o percurso. Para validar estas distribuições, exaustivas medidas de campo têm sido realizadas e os resultados mostram uma excelente aproximação entre estas medidas e os modelos considerados. As distribuições de Rice, Rayleigh e Nakagami são algumas das *FDP* mais conhecidas e serão citadas ao longo deste trabalho.

Uma outra distribuição, chamada de distribuição  $\kappa$ - $\mu$  e desenvolvida recentemente, é uma representação mais genérica de um ambiente. Através de sua expressão geral é possível representar algumas das distribuições mais conhecidas, entre elas, as três citadas acima. À distribuição  $\kappa$ - $\mu$  é dedicado um capítulo, onde serão apresentados algumas de suas principais características.

## 1.5 Modelo Físico

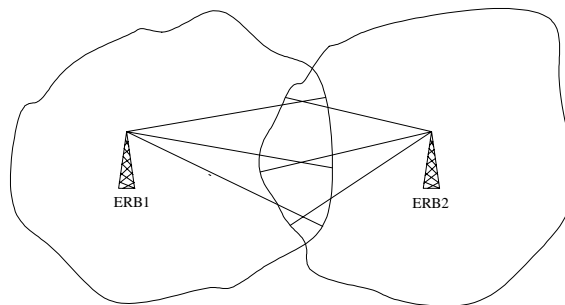
Um ambiente considerado em um sistema de comunicação, pode produzir no sinal, características de espalhamento homogêneo ou não homogêneo.

Para o ambiente homogêneo pode-se dizer que chegará ao receptor um conjunto de sinais provenientes do sinal original. Estes sinais apresentarão amplitudes idênticas e não irão permitir nenhuma correlação entre eles. Também não existirá nenhuma correlação entre fase e amplitude de um mesmo sinal, sendo que cada sinal apresentará fase homogênea de 0 a  $2\pi$ . As distribuições mais conhecidas são calculadas considerando sua existência em um ambiente com espalhamento homogêneo. Por exemplo, se existir uma componente dominante dentre as ondas espalhadas, então a distribuição de Rice será usada, caso contrário utiliza-se a distribuição de Rayleigh. Para o caso de se considerar medidas práticas realizadas na faixa de frequências ultra altas, *UHF (Ultra High Frequency)*, poderá ser usada a distribuição de Nakagami.

Para um ambiente não homogêneo pode-se dizer que na recepção poderá chegar vários conjuntos de ondas, sendo que cada conjunto é formado tanto por ondas espalhadas como por uma componente dominante. Ainda, poderá acontecer de chegar ao receptor somente parte desses conjuntos. As ondas espalhadas são assumidas como tendo potências iguais, mas a componente dominante apresentará uma potência arbitrária das demais. A distribuição  $\kappa$ - $\mu$  é um exemplo de ambiente não homogêneo.

## 1.6 Objetivo do Trabalho

Na comunicação móvel celular, como o próprio nome diz, se faz uso de células. Estas células não ficam bem definidas, pois vários obstáculos alteram o nível do sinal na recepção. O formato da célula, a princípio, seria hexagonal, o que idealmente possibilitaria o uso de um menor número de células para representar uma área e, conseqüentemente, um menor número de *ERB*'s. Porém, ela é idealizada em função do nível do sinal recebido pelo móvel. Devido ao ambiente, ocorrerá uma região onde um móvel poderá receber mais de um sinal de duas *ERB*'s vizinhas, conforme ilustra a Figura 1.1.



**Figura 1.1** – Exemplo de duas células com área de sobreposição.

Estudos realizados comprovam que nesta região de sobreposição, que é determinada pelos parâmetros de propagação, ocorre um tráfego bem significativo e que se for bem trabalhado, poderá melhorar muito o desempenho do sistema. O uso do “*Handoff*” é um dos recursos utilizados para assegurar a qualidade do sistema. Ele consiste em um processo de comutação automático que troca a *ERB*, usada pelo móvel quando este atravessa a região de fronteira com uma chamada em andamento, por outra *ERB* vizinha. Este processo deve ocorrer sempre que a intensidade do sinal



recebido pelo móvel cair abaixo de um certo limiar. Os outros recursos utilizados são encontrados através dos métodos elaborados para avaliar o nível do sinal no móvel. Dentre estes está o Método Determinístico, que baseia na teoria de propagação em espaço livre, em terreno plano e em ambientes com obstruções. Este método simplifica o ambiente de propagação mas não fornece resultados satisfatórios. Um outro método empregado é o Método Empírico que é desenvolvido a partir de medidas de campo e é aplicado de acordo com a região, exigindo ajustes para cada caso. Ainda, pode ser citado o Método Estatístico que faz a consideração de uma modelagem estatística do desvanecimento do sinal, interpretando a área de cobertura como uma variável aleatória, e cuja a *FDP* deve ser determinada. Sendo assim, este trabalho propõe demonstrar o cálculo da área de cobertura baseado no Método Estatístico. Os cálculos realizados para as distribuições mais conhecidas como Rice, Rayleigh e Nakagami já fazem parte, e já foram temas de outros trabalhos, ficando como contribuição desta dissertação os cálculos para a nova distribuição denominada de  $\kappa\text{-}\mu$  [1], que pode gerar em sua expressão algumas das mais conhecidas técnicas atuais, como será comprovado no decorrer do trabalho.

## 1.7 Plano de Trabalho

O **capítulo II** descreve alguns modelos de propagação, onde os métodos determinísticos, empíricos e estatísticos são detalhados. Uma atenção especial é dispensada ao método estatístico, pois ele será usado em capítulos posteriores. Este capítulo consta ainda, de uma pequena explanação sobre algumas distribuições amplamente conhecidas e que representam ambientes com desvanecimentos, tais como: Rice, Rayleigh e Nakagami, pois servirão de base para posteriores comparações. Esta explanação será bem sucinta, pois estudos detalhados já existem e serão referenciados ao longo do texto.

O **capítulo III** apresenta a distribuição  $\kappa\text{-}\mu$ , com suas características e propriedades. Será demonstrado ainda, como pode-se obter outras distribuições a partir desta, com exemplos práticos.

No **capítulo IV** é determinada a área de cobertura em um sistema celular. Neste procedimento, denominado de primeira abordagem, os móveis estão localizados nos limites da célula, ou seja, no perímetro de um círculo. São

apresentados os resultados da área de cobertura modelando o sinal com as distribuições de Rice, Rayleigh e Nakagami, afim de que sejam feitas comparações com os resultados obtidos com a distribuição  $\kappa$ - $\mu$ . Esta nova situação constitui uma das principais contribuições deste trabalho.

No **capítulo V**, para a distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , é determinada sua área de cobertura usando a segunda abordagem. Esta abordagem considera os móveis posicionados em qualquer local dentro da área de uma circunferência. Também é comentado o cálculo da área de cobertura das três distribuições que foram citadas no capítulo II, para efeitos de comparação. Os resultados apresentados são algumas das contribuições deste trabalho.

No **capítulo VI** são delineadas as conclusões finais encontradas através da análise feita com os resultados. Neste capítulo são mostrados alguns exemplos de aplicação, evidenciando a parte prática do trabalho. Cita-se também quais foram as contribuições desta dissertação, deixando algumas proposições para trabalhos futuros.

## 1.8 Observações

Nos capítulos **IV** e **V** estão sendo considerados os modelos estatísticos para se fazer uma abordagem analítica da determinação da proporção da área desejada através do uso da potência média. Ainda, nesses dois capítulos são feitas comparações dos resultados, comprovando que realmente se consegue gerar os mesmos resultados obtidos para as distribuições mais conhecidas usando a distribuição  $\kappa$ - $\mu$ .

Deve ser observado que todos os gráficos que se encontram neste trabalho, desde a *FDP* até a área de cobertura, foram gerados a partir do *software MATHCAD 2001 PROFESSIONAL*, que permite a realização de cálculos matemáticos, bem como a função de visualização das curvas. Uma outra observação, que deve ser ressaltada, se refere às expressões finais, encontradas para a  $\kappa$ - $\mu$ , bem como as expressões que irão gerar as demais distribuições, e que foram deixadas na forma de integrais, pois não foi possível encontrar uma expressão analítica global como solução.

## Capítulo II

### Modelo de Propagação

O objetivo deste capítulo é fazer uma abordagem sobre as degradações sofridas pelo sinal em um sistema de comunicação móvel celular. Classificando a propagação do sinal em grande ou pequena escala é possível considerar os modelos de propagação existentes. Estes modelos estão baseados nos métodos determinísticos, empíricos e estatísticos. Algumas das principais características serão citadas, sendo dada especial atenção ao método estatístico, pois este constituirá a base para os capítulos posteriores.

#### 2.1 Introdução

Na comunicação móvel são usadas as ondas de rádio como meio de transmissão. Estas ondas estão sujeitas a múltiplas reflexões, ou múltiplos percursos, até chegar ao móvel. Estas reflexões são responsáveis pelo desvanecimento do sinal ao longo do percurso. As atenuações do sinal recebido são proporcionais a frequência de transmissão. Como o sistema de comunicação móvel trabalha em altas frequências, devido ao congestionamento na parte baixa do espectro, então ele apresenta um alto índice de atenuação. Assim, foram feitos estudos e em vista disto, existem modelos que caracterizam as situações de propagação do sinal, considerando tais atenuações.

Dentre estas atenuações estão o ruído *AWGN* (*Additive White Gaussian Noise*), o deslocamento Doppler e a propagação em ambientes que causam os múltiplos percursos. Estas atenuações, que comprometem a qualidade do sistema, devem ser levadas em consideração quando se vai fazer um planejamento de um sistema de comunicação móvel. Para um melhor entendimento e para facilitar a

análise a ser feita, o sistema recebe uma classificação quanto a área de cobertura atingida por uma *ERB*. Quando se tratar de uma área de cobertura para grandes distâncias, ou seja, na ordem de centenas ou milhares de metros, o sistema é considerado como tendo a propagação em grande escala. Caso contrário, quando esta área for menor, recebe a denominação de propagação em pequena escala.

Para a propagação em grande escala, como também para a propagação em pequena escala, não haverá um modelo único que poderá ser usado em todas situações. Em cada caso existirá um que melhor se aproxima da situação real. Cabe ao projetista identificá-lo. Cada modelo trabalhará com um conjunto de informações e dados necessários para a estimativa da potência média de recepção.

A seguir serão caracterizadas as perdas na propagação em grande escala e em pequena escala, possíveis de ocorrerem em um sistema de comunicação móvel. Em seguida, será apresentado os métodos de propagação propriamente dito.

## **2.2 Propagação em Grande Escala**

A propagação em grande escala pode ser resumida assim: as perdas no percurso dependem basicamente do ambiente de propagação, da distância entre transmissor e receptor e dizem respeito ao cálculo da potência média do sinal recebido. Estas perdas podem ser determinadas por métodos determinísticos ou empíricos e este tipo de propagação é conhecida como desvanecimento de longo prazo.

O sistema a ser considerado abrange uma grande área de cobertura, com distâncias de centenas de metros a quilômetros. O objetivo é estimar a intensidade do sinal recebido à grande distância da *ERB*, considerando que a potência média do sinal diminui com a distância na forma  $d^{-\alpha}$ , onde  $d$  é a distância percorrida pelo móvel e  $\alpha$  é o coeficiente de perda no percurso, sendo um parâmetro com valores típicos na faixa de 2 a 5, dependendo do ambiente.

## **2.3 Propagação em Pequena Escala**

O sinal que chega na antena receptora é considerado como sendo a resultante de vários sinais refletidos devido aos múltiplos percursos. Estas variações

provocadas pelas condições do ambiente, pela movimentação do móvel e dos obstáculos existentes nas vizinhanças deste móvel, causam uma alteração na amplitude e na fase do sinal recebido, quando comparadas com o sinal original. Isto se classifica como um desvanecimento rápido, também conhecido como desvanecimento de curto prazo.

O desvanecimento de curto prazo é responsável pelas flutuações rápidas e profundas da potência do sinal recebido, em curtas distâncias (poucos metros) ou curtos intervalos de tempo (na ordem de segundos). Este fenômeno é muito importante para a análise do desempenho de sistemas celulares.

As perdas em pequena escala podem ser determinadas por métodos estatísticos, pois o sinal apresenta comportamento aleatório. Para cada tipo de canal existe uma *FDP* apropriada para ser utilizada em sua modelagem.

A largura e a orientação das ruas, o tipo e a densidade dos edifícios nas vizinhanças do receptor, além de outros fatores, combinam-se influenciando no valor da média, de maneira que, somente para áreas pequenas, o processo pode ser considerado estatisticamente estacionário.

## 2.4 Método Determinístico

O método determinístico, classificado como um método de propagação em grande escala, descrito por fórmulas analíticas globais, é uma ferramenta usada para desvendar os mecanismos básicos da propagação. Na prática, não se torna muito útil, pois exige muitas aproximações, o que pode distanciar de situações reais.

Este método inclui o cálculo da perda por percurso,  $l$ , que nada mais é do que a razão entre a potência do sinal recebido ( $w_r$ ) e a potência do sinal transmitido ( $w_t$ ). Expressando em  $dB$ , tem-se:

$$L = -10 \log l = -10 \log w_r + 10 \log w_t \quad (2.1)$$

### 2.4.1 Propagação em Espaço Livre

Este tipo de propagação considera que não existe nenhum obstáculo entre as antenas transmissora e receptora. Para o sistema de comunicação móvel isto é

praticamente impossível, pois supõe que o sinal recebido seja constituído apenas pela onda direta. A fórmula de Friis [2], que representa tal situação, é dada por:

$$l_{free} = \frac{w_r}{w_t} = G_t G_r \left( \frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 \quad (2.2)$$

onde  $G_t$  e  $G_r$  são os ganhos das antenas transmissora e receptora, respectivamente,  $\lambda$  é o comprimento de onda do sinal recebido e  $d$  é a distância entre as antenas.

Pode ser observado que a potência recebida varia com o quadrado da frequência de propagação e da distância entre as antenas. Assim, dobrando-se a frequência, ou a distância, a perda aumenta em 6 *dB*.

A Equação (2.2) pode ser expressa em *dB* na forma:

$$L_{free} = -10 \log G_t - 10 \log G_r - 20 \log \lambda + 20 \log d + 21,98 \quad (2.3)$$

#### 2.4.2 Propagação em Terreno Plano

A propagação em terreno plano considera que as antenas estão instaladas em um plano condutor. Considera, ainda, que não haverá obstáculos entre o transmissor e o receptor, sendo o sinal recebido uma combinação do sinal de linha de visada com o sinal recebido devido a reflexão com o solo.

O sinal em linha de visada pode ser calculado pela Equação (2.2). Já o sinal refletido sofrerá mudança de amplitude e fase. A perda no modelo do terreno plano é dado por [2]:

$$l_p = \frac{w_r}{w_t} = G_t G_r \left( \frac{h_t h_r}{d^2} \right)^2 \quad (2.4)$$

onde  $h_t$  é a altura da antena transmissora [*m*] e  $h_r$  é a altura da antena receptora [*m*].

A Equação (2.4) é usada para calcular a perda por percurso quando for considerado que o receptor está localizado a uma distância suficiente da antena transmissora tal que o sinal recebido não sofra influência das ondas de superfície.

Pode ser observado que, se a distância entre as antenas for dobrada, a perda aumenta em 12 *dB*. E se for dobrada a altura de qualquer uma das antenas, o ganho passa a ser de 6 *dB*.

A Equação (2.4) pode ser expressa em *dB* na forma:

$$L_{tp} = -10 \log G_t - 10 \log G_r - 20 \log(h_t h_r) + 40 \log d \quad (2.5)$$

### 2.4.3 Propagação em Ambiente com Obstruções

Neste tipo de propagação considera-se que os sinais estão sujeitos a obstáculos entre as antenas transmissora e receptora, ocorrendo o fenômeno de difração por gume de faca, pois os obstáculos são maiores que o comprimento de onda utilizado.

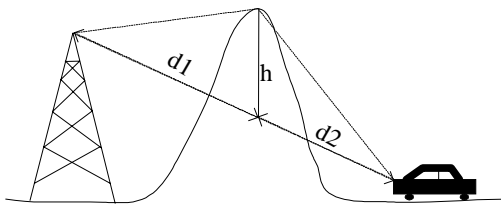
A perda por difração, que considera apenas a existência de um obstáculo, pode ser aproximada por:

$$L_k = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & , h_o > 1 \\ 20 \log(0,5 + 0,62 h_o) & , 0 \leq h_o \leq 1 \\ 20 \log(0,5 e^{0,95 h_o}) & , -1 \leq h_o \leq 0 \\ 20 \log\left(0,4 - \sqrt{0,1184 - (0,1 h_o + 0,38)^2}\right) & , -2,4 \leq h_o \leq -1 \\ 20 \log(-0,225/h_o) & , h_o \leq -2,4 \end{array} \right\} \quad (2.6)$$

O valor  $h_o$  é o índice de Fresnel e pode ser encontrado através da seguinte expressão:

$$h_o = -h \sqrt{\frac{2}{\lambda} \left( \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right)} \quad (2.7)$$

onde  $h$  é a altura efetiva da obstrução,  $\lambda$  é o comprimento de onda,  $d_1$  e  $d_2$  são as distâncias entre a antena e o obstáculo e entre o móvel e o obstáculo, respectivamente. A Figura 2.1 ilustra a difração por gume de faca.



**Figura 2.1** – Geometria do Modelo de Difração por Gume de Faca.

Na prática existirão muitos obstáculos entre a antena e o móvel. Isto implica em uma complexidade matemática em se avaliar as devidas perdas. Então, vários métodos foram originados a partir do modelo de perda por difração por gume de faca, levando o sinal recebido a apresentar componentes devido a esta difração. Estes

métodos devem ser usados sempre que o planejamento de um sistema de comunicação móvel for feito na presença de múltiplas obstruções entre origem e destino. Dentre estes métodos cita-se:

#### **2.4.3.1 Método de Bullington**

Este método reduz a existência de várias obstruções entre as antenas, fazendo uma aproximação entre os efeitos dos vários obstáculos presentes por um único obstáculo equivalente. Esta equivalência despreza os obstáculos menores, tornando o ambiente muito simplificado, o que poderá acarretar em erros significativos.

#### **2.4.3.2 Método de Epstein-Peterson**

Este método despreza as obstruções menos significativas e faz o cálculo para a perda total como sendo a soma das várias perdas causadas pelos obstáculos individuais consideráveis. Ele apresenta uma grande divergência, se comparado com a solução exata, quando duas obstruções estiverem muito próximas uma da outra.

#### **2.4.3.3 Método de Deygout**

Este método faz o cálculo para todos os obstáculos, do maior até o menor, usando a recursividade do modelo de gume de faca. Ele apresenta um resultado bem próximo do exato, quando um obstáculo passa a ser considerado dominante em relação a um outro. Porém, quando esses dois obstáculos considerados apresentarem alturas semelhantes, as perdas serão superestimadas.

### **2.5 Método Empírico**

O método empírico, classificado também como um método de propagação em grande escala, chega a ficar um pouco complexo devido à sua construção ser baseada em medidas de campo. Isto amplia muito as considerações a serem feitas, pois elas deverão descrever as diferentes condições existentes. Ele exige então, algoritmos que auxiliam no processamento computacional e também exige um conhecimento bem detalhado da topografia e morfologia do terreno.



### 2.5.1 Método de Egli

Este método baseia-se na propagação em terreno plano com fatores de correções como: frequência, distância, altura e polarização das antenas.

Quando existir uma antena receptora com altura de 1,5m, a perda pode ser calculada como [3]:

$$L_E = 139,1 - 20 \log h_t + 40 \log d \quad (2.8)$$

onde  $h_t$  é a altura da antena transmissora [m] e  $d$  é a distância entre as antenas [km].

### 2.5.2 Método de Blomquist-Ladell

A perda por percurso poderá ser calculada em situações que envolvam espaço livre ( $L_{free}$ ), terreno plano ( $L_{tp}$ ) e terreno com obstruções por gume de faca ( $L_k$ ). A perda total, então, será dada por [3]:

$$L_{BL} = \left\{ \begin{array}{l} L_{free} + Máx(L_{tp}, L_k) \\ ou \\ L_{free} + \sqrt{L_{tp}^2 + L_k^2} \end{array} \right\} \quad (2.9)$$

### 2.5.3 Método de Longley-Rice

Sendo este método calculável somente através de implementação computacional, exige o conhecimento de parâmetros como: frequência, distância e altura das antenas, índice de refração do meio, condutividade, constante dielétrica, polarização e topologia do terreno.

A atenuação aqui, é relativa à perda em espaço livre ( $L_{free}$ ), sendo o grau de ondulação do terreno medido em função da distância entre as antenas. Isto faz com que este método apresente um resultado muito interessante.

### 2.5.4 Método de Okumura

Leva em consideração a propagação em terreno quase plano na área urbana, com fatores de correção para outros tipos de ambiente (área suburbana ou aberta). Considera também, a altura das antenas e outras características relativas ao terreno que podem ser obtidos graficamente. A influência da distância, da frequência, da

variabilidade do ambiente e da altura das antenas sobre a intensidade média do sinal pode ser estimada.

Este método apresenta como fórmula geral [3]:

$$L_O = L_{free} + A(f, d) - G_{\acute{a}rea} - G(h_t) - G(h_r) \quad (2.10)$$

onde  $L_{free}$  é a atenuação em espaço livre,  $A(f, d)$  é obtido pela curva de atenuação como função da frequência  $f$  e da distância  $d$ ,  $G_{\acute{a}rea}$  é um fator de correção obtido por uma curva, e dependente do tipo do terreno e da frequência,  $G(h_t)$  e  $G(h_r)$  são correções relativas às alturas das antenas transmissora e receptora,  $h_t$  e  $h_r$ , respectivamente, definidas como [3]:

$$G(h_t) = 20 \log(h_t/200), \quad h_t > 10m \quad (2.11)$$

e

$$G(h_r) = \left\{ \begin{array}{ll} 10 \log(h_r/3), & h_r < 3m \\ 20 \log(h_r/3), & 3m \leq h_r < 10m \end{array} \right\} \quad (2.12)$$

### 2.5.5 Método de Hata

O método de Okumura, descrito na seção anterior, foi automatizado por Hata através de uma fórmula empírica onde a perda, em  $dB$ , é assim encontrada [3]:

$$L_H = 69,55 + 26,16 \log(f) - 13,82 \log(h_t) - A(h_r) + (44,9 - 6,55 \log(h_t)) \log d \quad (2.13)$$

onde  $f$  é a frequência de propagação [ $MHz$ ],  $h_t$  e  $h_r$  são alturas das antenas transmissora e receptora [ $m$ ], respectivamente.  $d$  é a distância entre as antenas [ $km$ ] e  $A(h_r)$  é um fator de correção para a antena receptora [ $dB$ ], que nos cálculos pode ser assim definido [3]:

a) para cidades pequenas e médias:

$$A(h_r) = (1,1 \log(f) - 0,7) h_r - 1,56 \log(f) - 0,8, \quad 200MHz \leq f < 400MHz \quad (2.14)$$

b) para cidades grandes:

$$A(h_r) = \left\{ \begin{array}{ll} 8,29 \log^2(1,54 h_r) - 1,1, & f \leq 200MHz \\ 3,2 \log^2(11,75 h_r) - 4,97, & f \geq 400MHz \end{array} \right\} \quad (2.15)$$

A Equação (2.13) apresenta a vantagem de ser facilmente implementada, pois não se usam curvas como no método de Okumura.

### 2.5.6 Método de Ibrahim-Parsons

Neste método o cálculo das perdas por percurso é feito em áreas urbanas, sem ondulações e devem ser considerados dois fatores: o fator de utilização do solo,  $LU$ , definido como a área do quadrado coberta por edificações; e o fator de urbanização,  $U$ , que é a proporção da área coberta por edificações com prédios altos, isto é, construções com quatro ou mais andares. No início do processo, no entanto, a região a ser analisada deve ser dividida em quadrados de  $500m$  de lado.

A perda média por percurso, em  $dB$ , entre duas antenas isotrópicas, pode ser encontrada por [3]:

$$L_{ip} = -20 \log(0,7h_t) - 8 \log(h_r) + \frac{f}{40} + 26 \log\left(\frac{f}{40}\right) - 86 \log\left(\frac{f+100}{156}\right) + \left(40 + 14,15 \log\left(\frac{f+100}{156}\right)\right) \log d + 0,265 LU - 0,37 h + 0,087 U - 5,5 \quad (2.16)$$

onde  $h_t$  e  $h_r$  são as alturas das antenas transmissora e receptora [ $m$ ], respectivamente.  $f$  é a frequência de propagação [ $MHz$ ],  $d$  é a distância entre as antenas [ $m$ ] e  $h$  é a altura efetiva, ou seja, diferença na altura dos quadrados, no qual a região foi dividida, e que contêm as antenas transmissora e receptora.

### 2.6 Método Estatístico

Devido ao comportamento aleatório das flutuações rápidas do sinal, não se pode usar uma análise determinística. Então, emprega-se o método estatístico, classificado como um método de propagação em pequena escala e que considera a natureza dos efeitos de vários múltiplos percursos, suas perdas e o que isto poderá influenciar na propagação do sinal no sistema, tornando a caracterização analítica mais confiável. No método estatístico, os resultados são interpretados como eventos aleatórios que ocorrem com uma dada probabilidade.

Os modelos estatísticos mais empregados são o de Rice, Rayleigh e Nakagami. Estas distribuições procuram descrever os desvanecimentos do sinal, mostrando o comportamento de sua envoltória em vários ambientes do sistema celular.

### 2.6.1 Modelo simplificado de Propagação

Existe uma influência característica de alguns parâmetros no cálculo da perda por percurso. São eles:

a) a perda varia com a distância  $d$  na forma  $d^{-\alpha}$ , onde  $\alpha$  é o coeficiente da perda no percurso,  $2 \leq \alpha \leq 5$ .

b) o método de Okumura mostra que há um ganho de 6 dB/oitava para a altura da antena transmissora e de 3 a 6 dB para a antena receptora.

c) a frequência  $f$  interfere na perda na forma  $f^{-\nu}$ , onde o parâmetro  $\nu$ ,  $2 \leq \nu \leq 3$ , depende do ambiente e da própria frequência.

Se o ambiente do sistema de comunicação móvel apresentar características constantes, ou seja, se o móvel não mudar, por exemplo, subitamente da periferia para o centro da célula, então sua potência recebida a uma distância  $d$  da ERB e a uma frequência  $f$ , poderá ser expressa como [4]:

$$w_r = C w_{ro} \left( \frac{d}{d_o} \right)^{-\alpha} \left( \frac{f}{f_o} \right)^{-\nu} \quad (2.17)$$

onde  $C$  é um fator de correção que inclui a altura e o ganho das antenas como também outros fatores que influenciam à propagação do sinal e  $w_{ro}$  é a potência recebida pelo móvel a uma distância  $d_o$  e na frequência  $f_o$ .

Considerando um ambiente no formato de um círculo de raio  $x$ , então  $w_r$  tende a ser constante. Com isso, a potência média do sinal recebido,  $m_w$ , para um móvel a uma distância  $d$ , sendo  $d = x$  da ERB, será:

$$m_w = k \left( \frac{d}{d_o} \right)^{-\alpha} \quad (2.18)$$

onde

$$k = C w_{ro} \left( \frac{f}{f_o} \right)^{-\nu} \quad (2.19)$$

Pode-se ainda, referenciar a potência média do sinal recebido em dB:

$$M_w = K - 10 \alpha \log(d/d_o) \quad (2.20)$$

Na Equação (2.18), se  $d = d_o$ , então pode-se dizer que  $k$  será a potência média do sinal recebido por um móvel ao percorrer o círculo de raio  $x$ , ou seja, ao percorrer a periferia da região.

## 2.6.2 Distribuição de Rice

A distribuição de Rice [5] tem como característica sinais se propagando dentro de construções, como edifícios, onde as paredes atuam como espalhadores de ondas e os dutos, fiações e estruturas metálicas funcionam como guias de onda, canalizando um sinal direto até a antena receptora. Estes guias de onda proporcionam ao móvel receber um sinal em linha de visada. Então, o sinal recebido será composto pela soma dos sinais refletidos mais um sinal direto com potência predominante, ocorrendo a combinação dos efeitos de múltiplos percursos, devido as paredes, com o efeito de uma componente direta, devido aos guias de onda.

### 2.6.2.1 Envoltória

A distribuição de Rice apresenta para sua envoltória a seguinte FDP [4]:

$$p_r(r) = \frac{r}{\sigma_r^2} \exp\left(-\frac{r^2 + a^2}{2\sigma_r^2}\right) I_0\left(\frac{ra}{\sigma_r^2}\right) \quad (2.21)$$

onde  $\sigma_r^2$  é a potência dos sinais refletidos,  $a^2/2$  é a potência do sinal direto e  $I_0$  é a função de Bessel modificada de primeira classe e ordem zero. Pela referência [6, página 215, Eq 24.32], a função de Bessel modificada de primeira classe e ordem  $\nu$  é assim definida:

$$I_\nu(z) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(z/2)^{\nu+2i}}{i! \Gamma(\nu+i+1)} \quad (2.22)$$

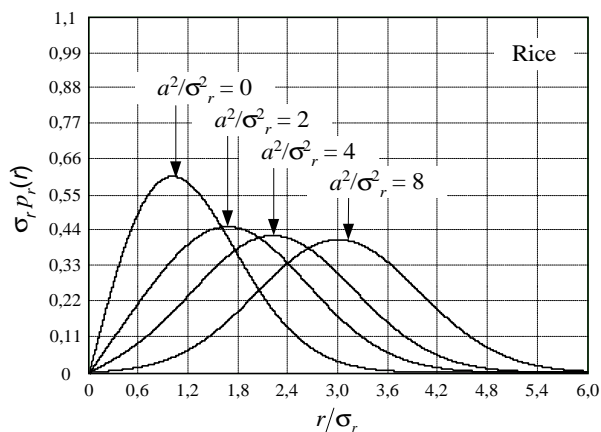
A Figura 2.2 ilustra curvas traçadas de acordo com a Equação (2.21):

### 2.6.2.2 Potência

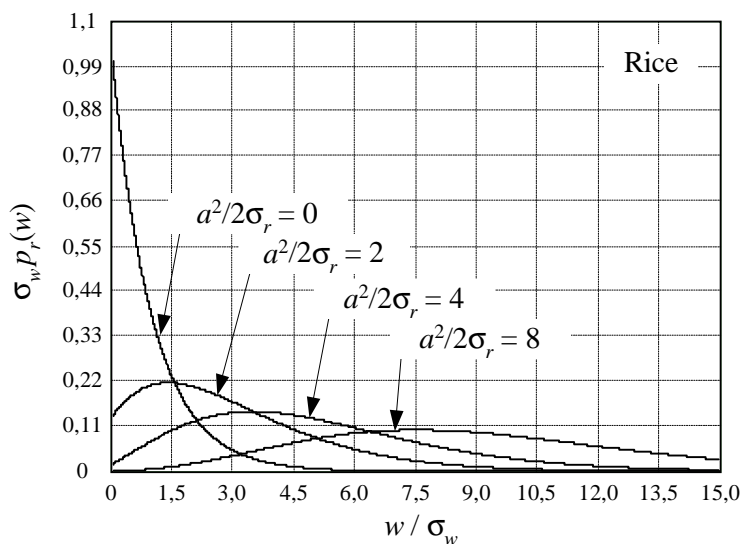
A FDP da potência, para a distribuição de Rice, é assim definida:

$$p_r(w) = \frac{1}{\sigma_w} \exp\left(-\frac{2w + a^2}{2\sigma_w}\right) I_0\left(\frac{a\sqrt{2w}}{\sigma_w}\right) \quad (2.23)$$

A Equação (2.23) permite traçar as curvas para a Figura 2.3:



**Figura 2.2** – FDP da envoltória da distribuição de Rice.



**Figura 2.3** – FDP da potência da distribuição de Rice.

### 2.6.3 Distribuição de Rayleigh

Quando não existe um sinal com potência predominante, a distribuição que melhor modela o canal é a distribuição de Rayleigh [4]. A degeneração da distribuição de Rice, fazendo  $a \rightarrow 0$ , resulta na distribuição de Rayleigh.

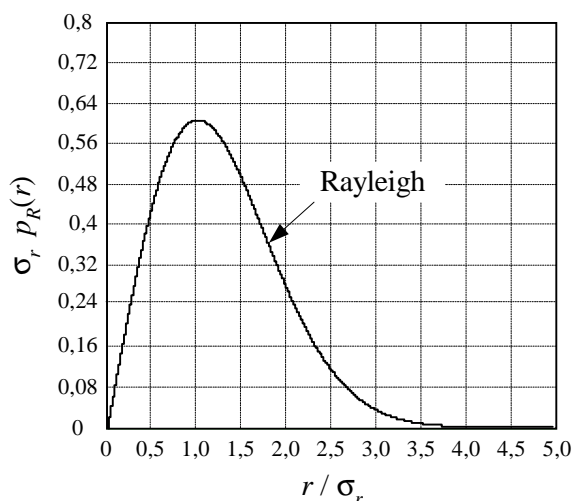
#### 2.6.3.1 Envoltória

A FDP da envoltória é dada por [4]:

$$p_R(r) = \frac{r}{\sigma_r^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right) \quad (2.24)$$

onde  $\sigma_r \sqrt{\pi/2}$  é a média e  $\sigma_r \sqrt{2-\pi/2}$  é o desvio padrão de  $r$ .

A Figura 2.4 ilustra esta *FDP* caracterizada pela Equação (2.24).



**Figura 2.4** – *FDP da envoltória da distribuição de Rayleigh.*

### 2.6.3.2 Potência

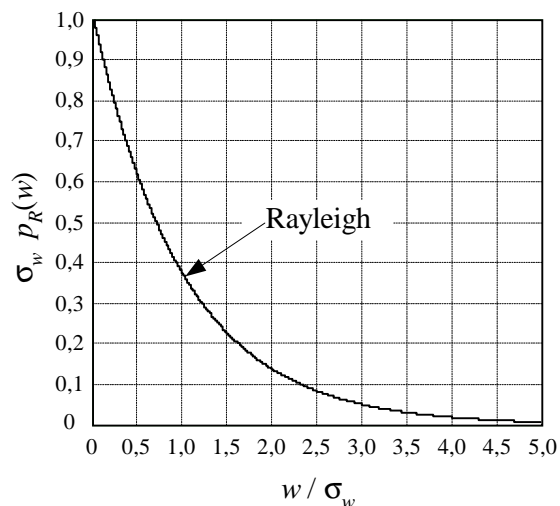
A *FDP* da potência para a distribuição de Rayleigh pode ser dada pela Equação (2.25):

$$p_R(w) = \frac{1}{\sigma_w} \exp\left(-\frac{w}{\sigma_w}\right) \quad (2.25)$$

que é ilustrada através da Figura 2.5:

### 2.6.4 Distribuição de Nakagami

É uma distribuição mais genérica, podendo aproximar ou até igualar-se à maioria das distribuições [7]. Esta distribuição caracteriza melhor o desvanecimento rápido em propagação de sinais de alta frequência, e em longas distâncias. É também empregada para modelar ambientes de microcélulas em presença de desvanecimento rápido.



**Figura 2.5** – FDP da potência da distribuição de Rayleigh.

#### 2.6.4.1 Envoltória

Teve seu desenvolvimento a partir da distribuição  $\chi$  - Quadrada centralizada e sua FDP da envoltória, podendo ser assim escrita [7]:

$$p_N(r) = \frac{2 m^m r^{2m-1}}{\Gamma(m) \Omega^m} \exp\left(-\frac{m r^2}{\Omega}\right) \quad (2.26)$$

onde  $r$  é a envoltória do sinal. O parâmetro  $m$ , que é conhecido como fator de desvanecimento, determina a inclinação das curvas traçadas em função dos valores medidos. Irá garantir uma boa aproximação somente quando seu valor for definido a partir de  $m \geq 1/2$ . O fator de desvanecimento é o fator de maior influência na distribuição. O parâmetro  $\Omega$  é a média temporal de  $r^2$ , ou seja,  $\Omega = E[r^2]$  e  $\Gamma(\cdot)$  é a função Gama.

A FDP da envoltória de Nakagami, expressa pela Equação (2.26), pode ser ilustrada conforme a Figura 2.6.

#### 2.6.4.2 Potência

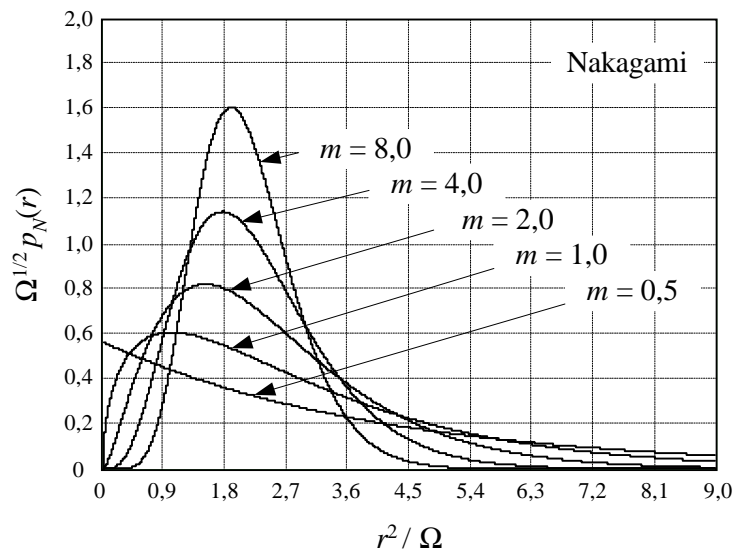
A FDP da potência, para esta distribuição, é dada pela Equação (2.27):

$$p_N(w) = \left(\frac{m}{\bar{w}}\right)^m \frac{w^{m-1}}{\Gamma(m)} \exp\left(-\frac{m w}{\bar{w}}\right) \quad (2.27)$$

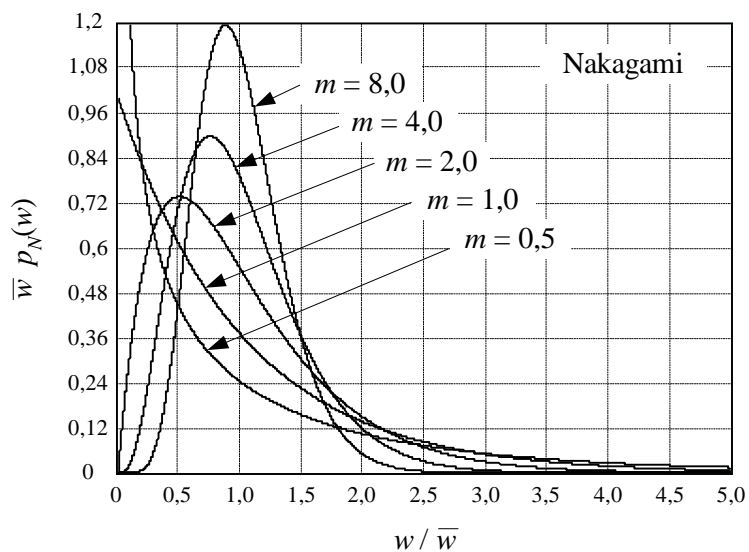


onde  $\bar{w}$  é a potência média do sinal

As curvas traçadas para esta equação estão ilustradas na Figura 2.7.



**Figura 2.6** – FDP da envoltória da distribuição de Nakagami.



**Figura 2.7** – FDP da potência da distribuição de Nakagami.

## 2.7 Conclusão

O modelo de propagação considera as degradações que alteram as características do sinal transmitido. Então, este capítulo se limitou à apresentar os

métodos utilizados que calculam essas degradações. Estes métodos são classificados, de acordo com a área de cobertura atingida por uma *ERB*, em propagação em grande ou em pequena escala. Quando se tratar de grandes distâncias entre o móvel e a *ERB*, os métodos determinístico e empírico poderão ser usados, porém o método empírico é o mais usado atualmente. Caso contrário, o cálculo envolvendo pequenas distâncias, e com flutuações rápidas da potência do sinal recebido, será melhor representado pelo método estatístico. Contudo, o método estatístico mostra-se como um bom método, pois considera a modelagem estatística do desvanecimento do sinal, interpretando a área de cobertura como variável aleatória, e cuja *FDP* deve ser determinada. Neste método são consideradas as perdas por percurso e também são considerados os efeitos de somreamento e os efeitos dos múltiplos percursos.

A perda por percurso, por exemplo, depende basicamente do ambiente e é proporcional à distância. Já os desvanecimentos podem ser devidamente modelados pelas distribuições existentes:

a) A distribuição de Rice considera o sinal recebido como sendo composto pelos sinais provenientes dos múltiplos percursos e também pelo sinal de linha de visada.

b) A distribuição de Rayleigh pode ser considerada como um caso da distribuição de Rice, onde o sinal recebido não apresenta a componente do sinal de linha de visada, sendo portanto, constituído somente pelos sinais dos múltiplos percursos.

c) A distribuição de Nakagami é considerada como uma distribuição genérica, onde há uma melhor caracterização do desvanecimento rápido. Esta distribuição tem uma grande flexibilidade e simplicidade matemática se comparada com outras distribuições. Ainda, ela é muito usada para modelar ambientes microcelulares e também ambientes celulares onde há desvanecimento rápido.

Existem outras distribuições, porém aqui foram relacionados apenas três delas. A intenção, neste capítulo, foi de apresentá-las para serem usadas em capítulos posteriores. Através da referência, citada no final deste trabalho, é possível se inteirar das outras distribuições.

## Capítulo III

### Distribuição $\kappa$ - $\mu$

Este capítulo tem por objetivo apresentar a distribuição  $\kappa$ - $\mu$  que foi recentemente desenvolvida [1]. A distribuição  $\kappa$ - $\mu$  é uma representação mais genérica das variações sofridas pela potência do sinal recebido, e que são introduzidas pelo ambiente de propagação. Enquanto as distribuições mais conhecidas consideram apenas um conjunto de ondas chegando ao receptor, esta nova distribuição trabalha com vários conjuntos de ondas, caracterizando um meio não homogêneo. De sua representação se pode obter outras distribuições, como Rice, Rayleigh e Nakagami.

#### 3.1 Introdução

A distribuição  $\kappa$ - $\mu$  é usada para demonstrar a variação, em pequena escala, do sinal com desvanecimento. Admitindo-se a envoltória  $r$  de um sinal com desvanecimento e escrevendo-a em termos de suas componentes de fase e de quadratura:

$$r^2 = \sum_{i=1}^n (x_i + p_i)^2 + \sum_{i=1}^n (y_i + q_i)^2 \quad (3.1)$$

onde  $x_i$  e  $y_i$  são processos Gaussianos, mutuamente independentes, com médias  $E[x_i]=E[y_i]=0$  e variâncias  $E[x_i^2]=E[y_i^2]=\sigma^2$ . Os termos  $p_i$  e  $q_i$  são, respectivamente, os valores das médias das componentes em fase e em quadratura,  $E[p_i]=p_i$  e  $E[q_i]=q_i$ . O parâmetro  $i$  faz referência ao  $i$ -ésimo conjunto de ondas e  $n$  é o número total de conjuntos de ondas que chegam ao receptor, tendo valor discreto.

Definindo  $\xi_i = (x_i + p_i)^2$  e  $\psi_i = (y_i + q_i)^2$  como variáveis mutuamente independentes e fazendo a substituição na Equação (3.1), tem-se:

$$\gamma_r = r^2 = \sum_{i=1}^n \xi_i + \sum_{i=1}^n \psi_i \quad (3.2)$$

A FDP de  $p(\lambda_i)$  é assim definida:

$$p(\lambda_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda_i}\sigma} \exp\left(-\frac{\lambda_i + s_i^2}{2\sigma^2}\right) \cosh\left(\frac{\sqrt{\lambda_i} s_i}{\sigma^2}\right) \quad (3.3)$$

A Equação (3.3) representará a FDP de  $p(\xi_i)$  quando  $\lambda_i = \xi_i$  e  $s_i = p_i$  ou representará a FDP de  $p(\psi_i)$  quando  $\lambda_i = \psi_i$  e  $s_i = q_i$ .

Fazendo a Transformada de Laplace da Equação (3.3), encontra-se como resultado dessa transformada:

$$L[p(\lambda_i)] = \frac{1}{\sqrt{1+2\sigma^2 s}} \exp\left(-\frac{s s_i^2}{1+2\sigma^2 s}\right) \quad (3.4)$$

onde  $s$  é a variável complexa de Laplace. Para se chegar a este resultado foram utilizadas algumas manipulações algébricas e as seguintes diretivas obtidas da referência [8], aqui reproduzidas:

$$\frac{1}{\sqrt{s}} \exp\left(\frac{v}{s}\right) \leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{\pi t}} \cosh(2\sqrt{v t}) \quad (3.5)$$

e

$$f(t) \exp(x_a t) \leftrightarrow F(s - x_a) \quad (3.6)$$

Levando em consideração a definição de  $\gamma_r$ , da Equação (3.2), onde as variáveis  $\xi_i$  e  $\psi_i$ , para  $i=1,2,\dots,n$ , são mutuamente independentes e considerando as definições  $\lambda_i = \xi_i$  e  $s_i = p_i$ , ou,  $\lambda_i = \psi_i$  e  $s_i = q_i$ , então a Transformada de Laplace de  $p(\gamma_r)$  é obtida através da expansão da Equação (3.4) em uma soma dos  $n$  termos da variável  $p_i$  e dos  $n$  termos da variável  $q_i$ . Isso implica em considerar o resultado da Equação (3.4) multiplicado por  $2n$  vezes, obtendo:

$$L[p(\gamma_r)] = \frac{1}{(1+2\sigma^2 s)^n} \exp\left(-\frac{s}{1+2s\sigma^2} \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)\right) \quad (3.7)$$

Deseja-se agora fazer a Transformada Inversa de Laplace da Equação (3.7). O primeiro passo é fazer algumas manipulações algébricas, ao qual encontra-se:

$$L[p(\gamma_r)] = \frac{1}{2\sigma^2} \left( \frac{1}{4\sigma^4} \right)^{\frac{n-1}{2}} \exp \left( - \frac{\sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)}{2\sigma^2} \right) \left( s + \frac{1}{2\sigma^2} \right)^{-n} \exp \left( \frac{\sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2) / 4\sigma^4}{s + 1/2\sigma^2} \right) \quad (3.8)$$

Agora, usando a diretiva da Equação (3.6) e, ainda de [8] a diretiva:

$$\frac{1}{s^i} \exp \left( \frac{v}{s} \right) \leftrightarrow \left( \frac{t}{v} \right)^{\frac{i-1}{2}} I_{i-1} (2\sqrt{vt}) \quad (3.9)$$

encontra-se a inversa:

$$p(\gamma_r) = \frac{1}{2\sigma^2} \left( \frac{1}{4\sigma^4} \right)^{\frac{n-1}{2}} \exp \left( - \frac{\sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)}{2\sigma^2} \right) \exp \left( - \frac{1}{2\sigma^2} \gamma_r \right) \times \left( \frac{\gamma_r}{\sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2) / 4\sigma^4} \right)^{\frac{n-1}{2}} I_{n-1} \left( 2\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)}{4\sigma^4} \gamma_r} \right) \quad (3.10)$$

Finalmente, após alguns arranjos, tem-se como resultado:

$$p(\gamma_r) = \frac{1}{2\sigma^2} \left( \frac{\gamma_r}{\sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)} \right)^{\frac{n-1}{2}} \exp \left( - \frac{\gamma_r + \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)}{2\sigma^2} \right) I_{n-1} \left( \frac{\sqrt{\gamma_r \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)}}{\sigma^2} \right) \quad (3.11)$$

onde  $I_v(\cdot)$  é a função de Bessel modificada de primeira classe e ordem  $v$ .

## 3.2 Média e Variância

O valor quadrático médio pode ser encontrado através do uso da Equação (3.1). Este cálculo é bastante simples e limita-se a empregar algumas das propriedades estatísticas, tais como para variáveis mutuamente independentes, e

lembrar que  $E[x_i]=E[y_i]=0$ ,  $E[x_i^2]=E[y_i^2]=\sigma^2$ ,  $E[p_i]=p_i$  e  $E[q_i]=q_i$ . Assim, encontra-se:

$$E[r^2]=2n\sigma^2+\sum_{i=1}^n(p_i^2+q_i^2) \quad (3.12)$$

Ainda, tomando  $\hat{r}$  como o valor rms de  $r$ , assim definindo:

$$\hat{r}=\sqrt{E[r^2]} \quad (3.13)$$

obtemos, da esperança matemática da Equação (3.1), o resultado:

$$\hat{r}^2=E[r^2]=2n\sigma^2+\sum_{i=1}^n(p_i^2+q_i^2) \quad (3.14)$$

Para o cálculo da variância faz-se necessário achar o valor de  $E[r^4]$ , que é encontrado a partir da Equação (3.1) e das considerações envolvidas para se chegar até a Equação (3.14). Assim:

$$E[r^4]=4n\sigma^4+4\sigma^2\sum_{i=1}^n(p_i^2+q_i^2)+\left(2n\sigma^2+\sum_{i=1}^n(p_i^2+q_i^2)\right)^2 \quad (3.15)$$

A variância de  $r^2$  é definida como sendo:

$$\text{var}[r^2]=E[r^4]-\left(E[r^2]\right)^2 \quad (3.16)$$

Assim, fazendo as devidas substituições, ou seja, com a Equação (3.14) e com a Equação (3.15) substituídas na Equação (3.16), tem-se como resultado:

$$\text{var}[r^2]=4n\sigma^4+4\sigma^2\sum_{i=1}^n(p_i^2+q_i^2) \quad (3.17)$$

### 3.3 Derivação da Distribuição $\kappa$ - $\mu$

Através da razão entre o quadrado da Equação (3.12) e a Equação (3.17), obtém-se:

$$\frac{E^2[r^2]}{\text{var}[r^2]}=\frac{4n^2\sigma^4+4n\sigma^2\left(\sum_{i=1}^n(p_i^2+q_i^2)\right)+\left(\sum_{i=1}^n(p_i^2+q_i^2)\right)^2}{4n\sigma^4+4\sigma^2\left(\sum_{i=1}^n(p_i^2+q_i^2)\right)} \quad (3.18)$$

Se for assumido que:

$$\kappa = \frac{\sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)}{2 n \sigma^2} \quad (3.19)$$

o que representa a razão entre a potência total da componente dominante e a potência total das componentes espalhadas, pode-se facilmente provar, através de simples manipulações algébricas, que:

$$\frac{E^2[r^2]}{\text{var}[r^2]} = n \times \frac{(1 + \kappa)^2}{(1 + 2\kappa)} \quad (3.20)$$

Na Equação (3.20) pode-se isolar o valor de  $n$  na forma:

$$n = \frac{E^2[r^2]}{\text{var}[r^2]} \times \frac{(1 + 2\kappa)}{(1 + \kappa)^2} \quad (3.21)$$

Este valor de  $n$ , encontrado na Equação (3.21), será definido como contínuo, pois em sua definição foram usados parâmetros contínuos como valor médio quadrático, variância e razão entre as potências das componentes direta e espalhadas, que são parâmetros obtidos através de medidas de campo. Esta definição contínua não se assemelha com o valor de  $n$  discreto, definido anteriormente como o número de conjuntos de ondas que podem chegar ao receptor (seção 3.1- Equação (3.1)). Devido a este fato, torna-se necessário reescrever a Equação (3.21), deixando-a em função de  $\mu$ , definido como real, assim:

$$\mu = \frac{E^2[r^2]}{\text{var}[r^2]} \times \frac{(1 + 2\kappa)}{(1 + \kappa)^2} \quad (3.22)$$

Como  $\mu$  só poderá assumir valores maiores que zero, ou o próprio valor zero, e sendo uma extensão real do  $n$  original, então,  $\kappa$  também assumirá valores maiores que zero, ou o próprio valor zero.

Uma restrição é obtida da referência [7]:

$$\frac{E^2[r^2]}{\text{var}[r^2]} \geq \frac{1}{2} \quad (3.23)$$

Assim, fazendo uma manipulação algébrica na Equação (3.22) e usando a restrição acima, pode-se concluir, para a distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , que:

$$\frac{\mu(1+\kappa)^2}{1+2\kappa} \geq \frac{1}{2} \quad (3.24)$$

### 3.4 A Função Densidade de Probabilidade

#### 3.4.1 Da Envoltória

O objetivo desta seção é apresentar a *FDP* da envoltória,  $p(r)$ . Da Equação (3.2) tem-se que  $\gamma_r = r^2$ , então, fazendo a mudança de variável na Equação (3.11), resulta em:

$$p(r) = \frac{2r}{2\sigma^2} \left( \frac{r^2}{\sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)} \right)^{\frac{n-1}{2}} \exp \left( -\frac{r^2 + \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)}{2\sigma^2} \right) I_{n-1} \left( \frac{\sqrt{r^2 \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)}}{\sigma^2} \right) \quad (3.25)$$

Após algumas manipulações algébricas [3], tem-se como resultado, para a envoltória desejada, a seguinte equação:

$$p(r) = \frac{r^n}{\sigma^2} \left( \frac{1}{\sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)} \right)^{\frac{n-1}{2}} \exp \left( -\frac{r^2 + \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)}{2\sigma^2} \right) I_{n-1} \left( \frac{\sqrt{r^2 \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)}}{\sigma^2} \right) \quad (3.26)$$

Pode-se ainda reescrever a Equação (3.26) em função dos parâmetros  $\mu$  e  $\kappa$ . Para isto, faz-se necessário o uso da Equação (3.14), da Equação (3.19), e ainda, admitindo  $\mu = n$ . Após algumas manipulações algébricas, pode-se expressar a nova *FDP* da envoltória,  $p(r)$  como:

$$p(r) = \frac{1}{\hat{r}} \times \frac{2}{\kappa^2} \frac{\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\exp(\mu\kappa)} \left( \frac{r}{\hat{r}} \right)^\mu \exp \left( -\mu(1+\kappa) \left( \frac{r}{\hat{r}} \right)^2 \right) I_{\mu-1} \left( 2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)} \left( \frac{r}{\hat{r}} \right) \right) \quad (3.27)$$

Ou ainda

$$\hat{r} p(r) = \frac{2}{\kappa^2} \frac{\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\exp(\mu\kappa)} \left( \frac{r}{\hat{r}} \right)^\mu \exp \left( -\mu(1+\kappa) \left( \frac{r}{\hat{r}} \right)^2 \right) I_{\mu-1} \left( 2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)} \left( \frac{r}{\hat{r}} \right) \right) \quad (3.28)$$

Definindo a variável  $\rho$  como a envoltória normalizada:



$$\rho = \frac{r}{\hat{r}} \quad (3.29)$$

é possível, então, fazer a mudança de variável na Equação (3.27) deixando-a na forma:

$$p(\rho) = \frac{\hat{r}}{\hat{r}} \times \frac{2 \mu (1 + \kappa)^{\frac{\mu+1}{2}} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^\mu \exp\left(-\mu (1 + \kappa) \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^2\right) I_{\mu-1}\left(2 \mu \sqrt{\kappa(1 + \kappa)} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)\right)}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu \kappa)} \quad (3.30)$$

Nesta equação, fazendo a simplificação necessária e substituindo o valor de  $\rho$ , encontra-se a FDP da envoltória normalizada,  $p(\rho)$ :

$$p(\rho) = \frac{2 \mu (1 + \kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu \kappa)} \rho^\mu \exp(-\mu (1 + \kappa) \rho^2) I_{\mu-1}(2 \mu \sqrt{\kappa(1 + \kappa)} \rho) \quad (3.31)$$

Com o valor de  $\rho$  definido, pode-se ainda, reescrever a Equação (3.22) na forma

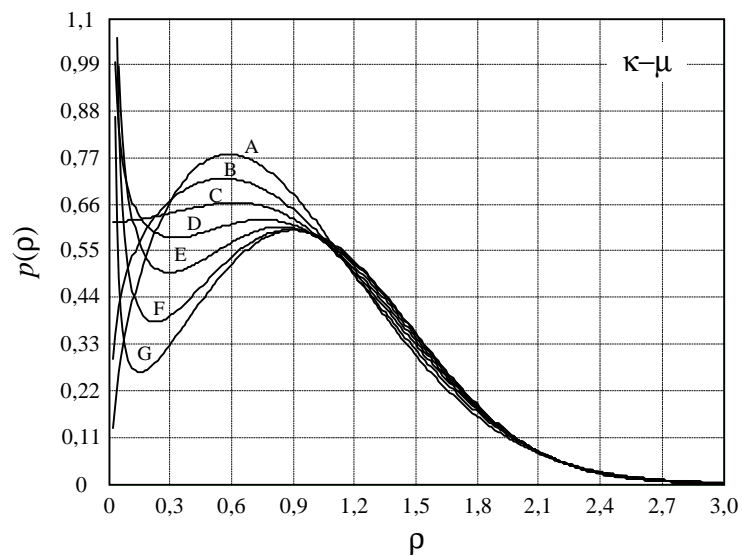
$$\mu = \frac{1}{\text{var}(\rho^2)} \times \frac{(1 + 2\kappa)}{(1 + \kappa)^2} \quad (3.32)$$

Através da Equação (3.31) pode-se traçar um perfil para a envoltória normalizada do ambiente  $\kappa$ - $\mu$ , usando para isto, como exemplo, os valores da Tabela 3.1, obtidos de [1]. As curvas são traçadas na Figura 3.1.

**Tabela 3.1** – Exemplos de valores de  $\mu$  e  $\kappa$  a partir de  $m = 0,75$ .

Curvas	$\mu$	$\kappa$
A	0,75	0,001
B	0,625	0,69
C	0,5	1,37
D	0,375	2,41
E	0,25	4,45
F	0,125	10,48
G	0,05	28,49

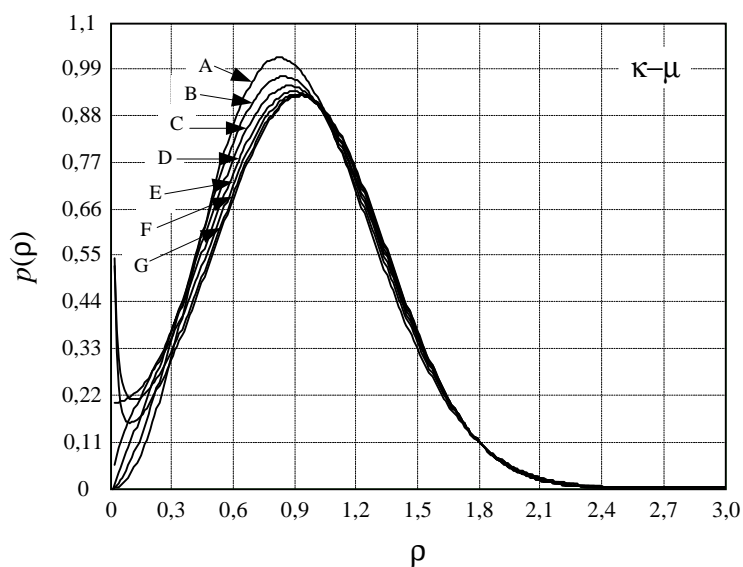
A Tabela 3.2 apresenta outros valores para  $\kappa$ - $\mu$ , também obtidos de [1], onde as curvas são traçadas na Figura 3.2.



**Figura 3.1** – Exemplos da envoltória normalizada a partir de  $m = 0,75$ .

**Tabela 3.2** – Exemplos de valores de  $\mu$  e  $\kappa$  a partir de  $m = 1,5$ .

Curvas	$\mu$	$\kappa$
A	1,5	0,001
B	1,25	0,69
C	1,0	1,37
D	0,75	2,41
E	0,5	4,45
F	0,25	10,48
G	0,1	28,49



**Figura 3.2** – Exemplos da envoltória normalizada a partir de  $m = 1,5$ .

### 3.4.2 Da Potência

A potência de um sinal é definida como sendo  $w = r^2/2$ , onde  $r$  é a sua envoltória. Para encontrar a função densidade de probabilidade da potência,  $p(w)$ , simplesmente faz-se a mudança de variável na Equação(3.26), considerando  $r = \sqrt{2w}$ , o que resulta em:

$$p(w) = \frac{(\sqrt{2w})^n}{\sqrt{2w} \sigma^2} \left( \frac{1}{\sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)} \right)^{\frac{n-1}{2}} \exp \left( -\frac{2w + \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)}{2\sigma^2} \right) I_{n-1} \left( \frac{\sqrt{2w \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)}}{\sigma^2} \right) \quad (3.33)$$

Pode-se melhorar sua representação após algumas manipulações algébricas, chegando a um resultado final [3]:

$$p(w) = \frac{(\sqrt{2w})^{n-1}}{\sigma^2 \left( \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2) \right)^{\frac{n-1}{2}}} \exp \left( -\frac{2w + \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)}{2\sigma^2} \right) I_{n-1} \left( \frac{\sqrt{2w \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)}}{\sigma^2} \right) \quad (3.34)$$

A potência média de um sinal é definida como sendo  $\bar{w} = E[w]$ . Desta forma tem-se  $\bar{w} = 1/2 E[r^2]$ .

Conclui-se, então que:

$$\bar{w} = E[w] = \frac{1}{2} \times \left( 2n\sigma^2 + \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2) \right) \quad (3.35)$$

pois o valor de  $E[r^2]$  já foi encontrado na Equação (3.12).

A partir disto, pode-se rescrever a Equação (3.34) em função dos parâmetros  $\mu$  e  $\kappa$ , considerando a Equação (3.19), e admitindo  $\mu = n$ .

Após algumas manipulações algébricas considerando as observações acima, pode-se expressar a nova FDP da potência,  $p(w)$ , como:

$$p(w) = \frac{1}{w} \times \frac{\mu (1 + \kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu \kappa)} \left( \frac{w}{w} \right)^{\frac{\mu-1}{2}} \exp \left( -\mu (1 + \kappa) \left( \frac{w}{w} \right) \right) I_{\mu-1} \left( 2\mu \sqrt{\kappa(1 + \kappa)} \left( \frac{w}{w} \right) \right) \quad (3.36)$$

Ou ainda

$$\bar{w} p(w) = \frac{\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \left(\frac{w}{\bar{w}}\right)^{\frac{\mu-1}{2}} \exp\left(-\mu(1+\kappa)\left(\frac{w}{\bar{w}}\right)\right) I_{\mu-1}\left(2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)\left(\frac{w}{\bar{w}}\right)}\right) \quad (3.37)$$

Definindo a variável  $\omega$  como:

$$\omega = \frac{w}{\bar{w}} \quad (3.38)$$

É possível, então, fazer a mudança de variável na Equação (3.36) deixando-a na forma:

$$p(\omega) = \frac{\bar{w}}{w} \times \frac{\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \left(\frac{w}{\bar{w}}\right)^{\frac{\mu-1}{2}} \exp\left(-\mu(1+\kappa)\left(\frac{w}{\bar{w}}\right)\right) I_{\mu-1}\left(2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)\left(\frac{w}{\bar{w}}\right)}\right) \quad (3.39)$$

Nesta equação, fazendo a simplificação necessária e substituindo o valor de  $\omega$ , encontra-se a função densidade de probabilidade da potência normalizada,  $p(\omega)$ , dada por:

$$p(\omega) = \frac{\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \omega^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(-\mu(1+\kappa)\omega) I_{\mu-1}\left(2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)\omega}\right) \quad (3.40)$$

Pode-se rescrever, ainda, a Equação (3.22) em função de  $w$ :

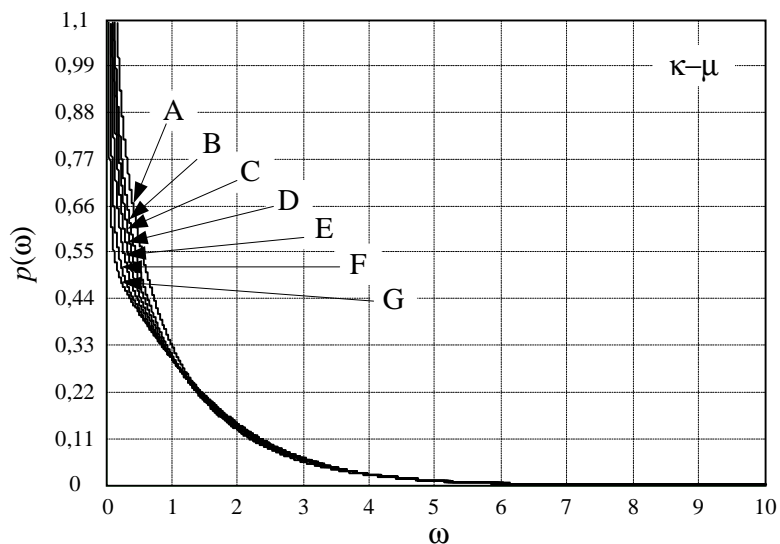
$$\mu = \frac{E^2(w)}{\text{var}(w)} \times \frac{(1+2\kappa)}{(1+\kappa)^2} \quad (3.41)$$

ou em função de  $\omega$ :

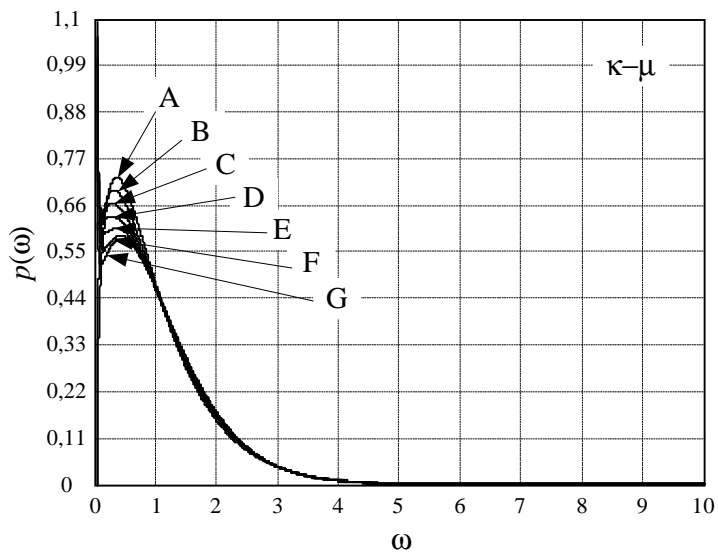
$$\mu = \frac{1}{\text{var}(\omega)} \times \frac{(1+2\kappa)}{(1+\kappa)^2} \quad (3.42)$$

Através da função densidade de probabilidade, Equação (3.40), pode-se traçar um perfil para a potência normalizada do ambiente  $\kappa$ - $\mu$ , usando para isto, como exemplo, os valores obtidos a partir da Tabela 3.1.

A Figura 3.3 apresenta as curvas obtidas. Já os valores da Tabela 3.2 geram curvas ilustradas na Figura 3.4 para a potência normalizada.



**Figura 3.3** – Exemplos da potência normalizada a partir de  $m = 0,75$ .



**Figura 3.4** – Exemplos da potência normalizada a partir de  $m = 1,5$ .

### 3.5 Algumas Distribuições obtidas a partir do Ambiente $\kappa$ - $\mu$

A distribuição  $\kappa$ - $\mu$  pode gerar em sua expressão, outras distribuições. Através do uso correto de seus parâmetros é possível encontrar uma distribuição de Rice, de Rayleigh, ou de Nakagami. Isto se deve ao fato de que a distribuição em estudo considera um ambiente não homogêneo, ou seja, o sinal que chega ao receptor é

formado por vários conjuntos de ondas. Como nestes conjuntos são encontrados tanto componentes de ondas espalhadas, devido aos múltiplos percursos, quanto componentes da onda direta, isto faz com que a distribuição  $\kappa\text{-}\mu$  seja flexível o suficiente para representar as demais distribuições.

Nesta seção será demonstrado como se obter as três distribuições citadas acima. Outras distribuições conhecidas podem ser geradas pela  $\kappa\text{-}\mu$ , e isto ficará como proposta para trabalhos futuros.

### 3.5.1 Distribuição de Rice obtida a partir de $\kappa\text{-}\mu$

A distribuição de Rice é caracterizada pela presença de uma componente dominante dentre várias espalhadas em um conjunto de ondas que chega ao receptor.

Através da FDP da envoltória de  $\kappa\text{-}\mu$ ,  $p(r)$  definida pela Equação (3.27), pode-se encontrar a FDP da envoltória de Rice. Nesta equação deve-se usar  $\mu = 1$ , representando assim, um conjunto de ondas que contém uma componente dominante, daí tem-se:

$$p(r) = \frac{1}{\hat{r}} \times \frac{2(1+\kappa)}{\exp(\kappa)} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right) \exp\left[-(1+\kappa)\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^2\right] I_0\left(2\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)\right) \quad (3.43)$$

A partir da Equação (3.43), se forem usadas as equações (3.14) e (3.19), onde  $n$  também assume o valor  $n = 1$ , e realizando algumas manipulações algébricas, encontra-se como resultado:

$$p(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{r^2 + (p_1^2 + q_1^2)}{2\sigma^2}\right] I_0\left(\frac{1}{\sigma^2} \sqrt{r^2(p_1^2 + q_1^2)}\right) \quad (3.44)$$

Na Equação (3.44) se for assumido que  $a^2 = p_1^2 + q_1^2$ , onde ambos os termos representam a componente dominante, então tem-se a própria FDP da envoltória de Rice. Esta envoltória foi definida na Equação (2.21) sendo aqui reproduzida:

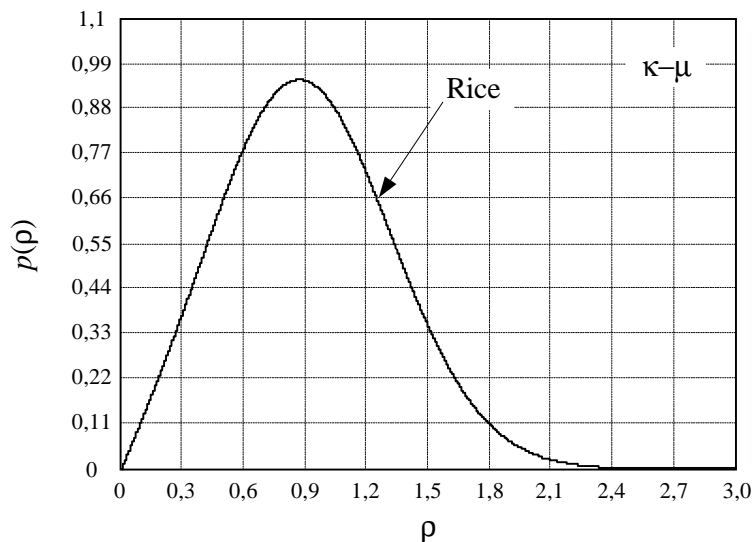
$$p_r(r) = \frac{r}{\sigma_r^2} \exp\left[-\frac{r^2 + a^2}{2\sigma_r^2}\right] I_0\left(\frac{ra}{\sigma_r^2}\right) \quad (3.45)$$

É possível também obter-se a FDP da envoltória normalizada para Rice. Para isto deve-se usar o valor de  $\mu=1$  na Equação (3.31), o que resulta em:

$$p(\rho) = \frac{2(1+\kappa)}{\exp(\kappa)} \rho \exp\left[-(1+\kappa)\rho^2\right] I_0\left(2\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\rho\right) \quad (3.46)$$

onde  $I_0(\cdot)$  é a função de Bessel modificada de primeira classe e ordem zero.

Para traçar a curva da *FDP* da envoltória normalizada de Rice a partir de  $\kappa-\mu$  deve-se usar o valor de  $\kappa = 1,37$  na Equação (3.46). Seu aspecto, como não poderia ser diferente, é ilustrado pela Figura 3.5.



**Figura 3.5** – Curva de Rice a partir de  $\kappa-\mu$ , com os parâmetros  $\mu = 1$  e  $\kappa = 1,37$ .

### 3.5.2 Distribuição de Rayleigh obtida a partir de $\kappa-\mu$

A distribuição de Rayleigh não apresenta componente dominante em um conjunto de ondas que chega ao receptor.

Através da *FDP* da envoltória de  $\kappa-\mu$ ,  $p(r)$  definida pela Equação (3.27), pode-se encontrar a *FDP* da envoltória de Rayleigh. O processo consiste em se usar  $\mu = 1$ , representando apenas um conjunto de ondas que chega ao receptor, daí tem-se:

$$p(r) = \frac{1}{\hat{r}} \times \frac{2(1+\kappa)}{\exp(\kappa)} \left( \frac{r}{\hat{r}} \right) \exp\left[ - (1+\kappa) \left( \frac{r}{\hat{r}} \right)^2 \right] I_0\left( 2 \sqrt{\kappa(1+\kappa)} \left( \frac{r}{\hat{r}} \right) \right) \quad (3.47)$$

Em seguida, adotando  $\kappa = 0$  na Equação (3.47) para representar a ausência de componentes dominantes, então, esta se reduz a:

$$p(r) = \frac{2}{\hat{r}} \left( \frac{r}{\hat{r}} \right) \exp\left[ - \left( \frac{r}{\hat{r}} \right)^2 \right] \quad (3.48)$$

Com o uso da definição da Equação (3.14),  $n$  assumindo o valor  $n = 1$  para se referir ao número de conjuntos de ondas, e realizando algumas manipulações algébricas na Equação (3.48), encontra-se como resultado:

$$p(r) = \frac{r}{\sigma^2 + \frac{(p_1^2 + q_1^2)}{2}} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2 + (p_1^2 + q_1^2)}\right) \quad (3.49)$$

Na Equação (3.49) se for assumido que  $p_1^2 + q_1^2 = 0$ , representando a ausência da componente dominante, então, tem-se a própria *FDP* da envoltória de Rayleigh. Esta envoltória foi definida na Equação (2.24), sendo aqui reproduzida:

$$p_R(r) = \frac{r}{\sigma_r^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right) \quad (3.50)$$

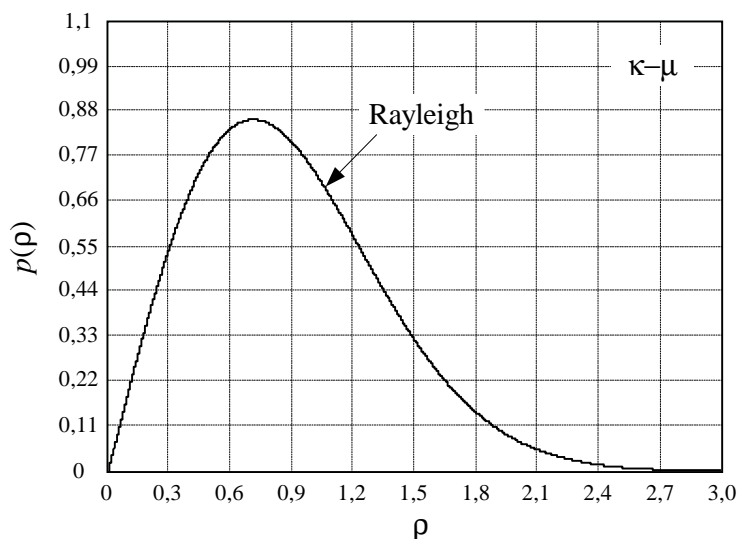
Para se obter a *FDP* da envoltória normalizada para Rayleigh a partir de  $\kappa$ - $\mu$ , basta usar o valor de  $\mu = 1$  na Equação (3.31), o que resulta em:

$$p(\rho) = \frac{2(1+\kappa)}{\exp(\kappa)} \rho \exp(-(1+\kappa)\rho^2) I_0\left(2\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\rho\right) \quad (3.51)$$

Ainda, usar  $\kappa = 0$  na Equação (3.51), o que a reduz em:

$$p(\rho) = 2\rho \exp(-\rho^2) \quad (3.52)$$

Traçando a curva da *FDP* da envoltória normalizada de Rayleigh a partir de  $\kappa$ - $\mu$ , Equação(3.52), tem-se a Figura 3.6, ilustrada a seguir:



**Figura 3.6** – Curva de Rayleigh a partir de  $\kappa$ - $\mu$ , com os parâmetros  $\mu = 1$  e  $\kappa = 0$ .



### 3.5.3 Distribuição de Nakagami obtida a partir de $\kappa$ - $\mu$

À este tipo de distribuição é dada especial atenção devido a sua facilidade de manipulação, sua larga faixa de aplicabilidade e sua flexibilidade de implementação.

A distribuição de Nakagami é caracterizada pela ausência de componentes dominantes nos vários conjuntos de ondas que chegam ao receptor.

Através da *FDP* da envoltória de  $\kappa$ - $\mu$ ,  $p(r)$  definida pela Equação (3.27), pode-se encontrar a *FDP* da envoltória de Nakagami. Porém, um processo deve ser aqui considerado, pois se for adotado logo de início o valor de  $\kappa = 0$ , a Equação (3.27) apresentará uma indeterminação, ou seja, zero dividido por zero. Então, de acordo com [8], tem-se a seguinte definição:

$$I_\nu(z) \approx \frac{(z/2)^\nu}{\Gamma(\nu+1)} \quad (3.53)$$

Fazendo a substituição desta definição na Equação (3.27), encontra-se:

$$p(r) = \frac{1}{\hat{r}} \times \frac{2 \mu (1 + \kappa)^{\frac{\mu+1}{2}} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^\mu}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu \kappa)} \exp\left(-\mu (1 + \kappa) \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^2\right) \left(\frac{1}{\Gamma(\mu)} \left(\frac{2 \mu \sqrt{\kappa(1 + \kappa)}}{2} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)\right)\right)^{\mu-1} \quad (3.54)$$

Após algumas manipulações algébricas acha-se como resultado:

$$p(r) = \frac{1}{\hat{r}} \times \frac{2 \mu^\mu (1 + \kappa)^\mu}{\exp(\mu \kappa) \Gamma(\mu)} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{2\mu-1} \exp\left(-\mu (1 + \kappa) \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^2\right) \quad (3.55)$$

Agora sim é possível fazer o uso de  $\kappa = 0$ , representando a ausência de componentes dominantes nos conjuntos de ondas. Então, tem-se:

$$p(r) = \frac{1}{\hat{r}} \times \frac{2 \mu^\mu}{\Gamma(\mu)} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{2\mu-1} \exp\left(-\mu \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^2\right) \quad (3.56)$$

Fazendo a substituição  $\mu = m$ , conceito este explicado na próxima seção, com simples manipulações algébricas e também observando que  $\hat{r} = \sqrt{\Omega}$ , encontra-se finalmente a *FDP* da envoltória de Nakagami:

$$p(r) = \frac{2 m^m}{\Gamma(m)} \frac{r^{2m-1}}{\Omega^m} \exp\left(-\frac{m}{\Omega} r^2\right) \quad (3.57)$$

Esta equação confere com a Equação (2.26), sendo reproduzida agora:

$$p_N(r) = \frac{2 m^m r^{2m-1}}{\Gamma(m) \Omega^m} \exp\left(-\frac{m r^2}{\Omega}\right) \quad (3.58)$$

A FDP da envoltória normalizada para Nakagami a partir de  $\kappa$ - $\mu$  pode ser encontrada de forma semelhante, ou seja, usando a definição da Equação (3.53) na Equação (3.31), encontra-se:

$$p(\rho) = \frac{2 \mu (1 + \kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu \kappa)} \rho^\mu \exp(-\mu (1 + \kappa) \rho^2) \left( \frac{1}{\Gamma(\mu)} \left( \frac{2 \mu \sqrt{\kappa(1 + \kappa)} \rho}{2} \right)^{\mu-1} \right) \quad (3.59)$$

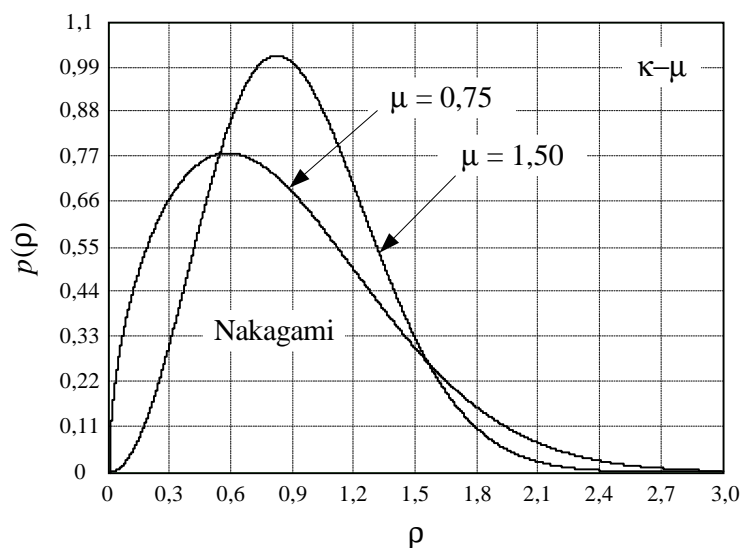
Após algumas manipulações algébricas, acha-se como resultado:

$$p(\rho) = \frac{2 \mu^\mu (1 + \kappa)^\mu}{\exp(\mu \kappa) \Gamma(\mu)} \rho^{2\mu-1} \exp(-\mu (1 + \kappa) \rho^2) \quad (3.60)$$

Agora, novamente usando  $\kappa = 0$  para representar a ausência de componentes dominantes nos conjuntos de ondas, tem-se como resultado final:

$$p(\rho) = \frac{2 \mu^\mu}{\Gamma(\mu)} \rho^{2\mu-1} \exp(-\mu \rho^2) \quad (3.61)$$

As curvas da FDP da envoltória normalizada de Nakagami a partir de  $\kappa$ - $\mu$  são ilustradas na Figura 3.7. Nesta figura foram usados dois valores de  $\mu$  para se fazerem comparações:



**Figura 3.7** – Curva de Nakagami a partir de  $\kappa$ - $\mu$ , com os valores  $\mu = 0,75$  e  $\mu = 1,50$ .

Estes valores de  $\mu$  correspondem aos valores de  $m$ , sendo  $m$  um parâmetro da própria distribuição Nakagami.

### 3.6 Aplicações da distribuição $\kappa$ - $\mu$

O valor  $m$ , definido anteriormente como um fator de desvanecimento, é típico da distribuição de Nakagami. Para que se consiga manter uma relação entre este parâmetro e os dois outros parâmetros da distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , deve-se definir  $m$ , novamente, como a razão entre o valor médio quadrático e a variância do sinal.

$$m = \frac{E^2[r^2]}{\text{var}[r^2]} \quad (3.62)$$

Pela Equação (3.22) pode-se melhorar a Equação (3.62) deixando-a em função de  $\kappa$  e  $\mu$ , parâmetros estes que especificam a distribuição em estudo. Assim:

$$m = \frac{\mu(1 + \kappa)^2}{(1 + 2\kappa)} \quad (3.63)$$

Usando a Equação (3.63) para um dado valor de  $m$  desejado, os parâmetros  $\kappa$  e  $\mu$  poderão ser escolhidos de forma a se obter um melhor ajuste. Quando o valor de  $\kappa$  variar dentro da faixa de 0 até  $\infty$ , o valor de  $\mu$  ficará na faixa de  $m$  até 0, respectivamente. Disto, tem-se que o valor de  $\mu$  ficará, então, assim definido:

$$0 \leq \mu \leq m \quad (3.64)$$

Em caso contrário, se o valor de  $\mu$  for especificado primeiro, o valor conveniente de  $\kappa$  poderá ser definido como:

$$\kappa = \frac{m}{\mu} - 1 + \sqrt{\frac{m}{\mu} \left( \frac{m}{\mu} - 1 \right)} \quad (3.65)$$

Esta equação é encontrada através de uma manipulação algébrica da própria Equação (3.63), sendo que a Equação (3.64) deve ser levada em consideração. Conclui-se, então, que através da Equação (3.65) pode-se fazer uma relação entre os três parâmetros envolvidos. Isto foi feito, por exemplo, para construir a Tabela 3.1, onde  $m$ , que é um parâmetro de Nakagami, foi fixado em 0,75. Para a Tabela 3.2,  $m$  foi fixado em 1,5. E esta relação também foi usada para traçar as demais curvas que foram ilustradas neste capítulo.

### 3.7 Conclusão

Este capítulo apresentou e definiu o ambiente  $\kappa$ - $\mu$ . Esta distribuição é uma representação mais genérica de ambientes com desvanecimentos, desenvolvida recentemente em [1]. A sua expressão pode modelar diversas situações que ocorrem em um sistema de comunicação. Com o uso correto de determinados parâmetros é possível representar algumas das distribuições mais conhecidas, entre elas Rice, Rayleigh e Nakagami, conforme foi demonstrado neste capítulo. As demais distribuições, possíveis de se originarem a partir da distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , ficarão como proposta para trabalhos futuros.

Ainda neste capítulo foi demonstrado algumas de suas propriedades, tais como média e variância, funções densidade de probabilidade da envoltória e da potência, e também alguns exemplos práticos.

Em alguns estudos, como em [1], esta distribuição fornece um bom ajuste para dados experimentais.

## Capítulo IV

### Cálculo da Área de Cobertura de Células – “Primeira Abordagem”

Este capítulo descreve, usando a primeira abordagem e através de métodos estatísticos, como calcular a área de cobertura de uma célula para um sistema de comunicação móvel. São apresentados os cálculos da área para as distribuições mais conhecidas como Rice, Rayleigh e Nakagami, para serem feitas comparações com o cálculo da área para a distribuição  $\kappa\text{-}\mu$ , sendo esta uma das contribuições deste trabalho.

#### 4.1 Introdução

No planejamento de um sistema móvel celular a área de serviço da *ERB*, ou área de cobertura, é estimada pela avaliação da potência média do sinal recebido pelo móvel e, também, pela variabilidade do ambiente sobre esta média. Ou seja, esta área de serviço é a proporção da região em que a *ERB* garante um sinal satisfatório.

A potência média do sinal recebido, a uma dada distância do transmissor, é calculada através dos modelos de perda no percurso – propagação em grande escala – cujos métodos de predição foram descritos no capítulo II. A variabilidade do ambiente sobre o sinal é descrita pela propagação em pequena escala, também descrita no capítulo II.

O problema para estimar a área de cobertura de uma célula pode ser resolvido de maneira a determinar a proporção da localização de  $x$ , onde a potência do sinal recebido,  $w$ , está acima de um limiar de potência,  $w_0$ . Esta proporção é medida sobre o perímetro do círculo definido pelo raio  $x$  [4].

Para este cálculo, considerando o perímetro, é necessário o conhecimento da FDP da potência  $p(w)$  e da potência média do sinal recebido  $m_w$ , para uma dada distância  $d$ . Em conformidade com o ambiente, várias distribuições, como por exemplo: Rice, Rayleigh, Nakagami e  $\kappa$ - $\mu$ , podem ser usadas para o cálculo de  $p(w)$ , sendo encontradas nos capítulos II e III.

Admite-se  $w_d$  como a potência do sinal recebido pelo móvel a uma distância  $d$  da ERB. Sendo  $w_x$  a potência do sinal recebido pelo móvel no círculo de raio  $x$ , ou seja, nos limites da célula, e considerando o ambiente em  $d$  diferente do ambiente em  $x$ , tem-se que a razão entre estas duas potências será:

$$\frac{w_d}{w_x} = \left(\frac{d}{x}\right)^{-\alpha} c \quad (4.1)$$

onde  $\alpha$  é o coeficiente de perda no percurso e  $c$  é o fator de correlação devido as mudanças no ambiente.

A potência média do sinal recebido será definida como:

$$m_w \stackrel{\Delta}{=} k \left(\frac{d}{x}\right)^{-\alpha} \quad (4.2)$$

onde  $k = c w_x$ , que representa a potência média do sinal no círculo de raio  $x$ . Expressando em  $dB$  tem-se:

$$M_w = 10 \log m_w = K - 10 \alpha \log \left(\frac{d}{x}\right) \quad (4.3)$$

onde  $K = 10 \log k$ .

A Equação (4.3) representa a potência média do sinal recebido em  $d$ . Assim, quando  $d = x$ , ou seja, quando o móvel estiver posicionado na periferia da célula, pode-se dizer que  $M_w = K$ .

Esta primeira abordagem, usada para fazer uma estimativa da área de cobertura de uma célula em um sistema de comunicação, consiste em considerar uma ERB localizada no centro da célula e ter um móvel localizado em seus limites. A probabilidade da potência do sinal recebido pelo móvel,  $p(w)$ , deve estar acima de um limiar de potência  $w_o$ , considerando que o móvel está a uma distância  $x$  da ERB.

Então, o cálculo desejado é definido como  $\beta$  – cálculo da área na proporção do círculo da célula [3]:

$$\beta \stackrel{\Delta}{=} \text{prob}(w \geq w_o) = \int_{w_o}^{\infty} p(w) dw \quad (4.4)$$

onde  $p(w)$  é a FDP da potência do sinal. Expressando em dB:

$$\beta \stackrel{\Delta}{=} \text{prob}(W \geq W_o) = \int_{W_o}^{\infty} p(W) dW \quad (4.5)$$

onde  $W = 10 \log w$  e  $W_o = 10 \log w_o$ .

A seguir será apresentado o cálculo da área de cobertura para os ambientes de Rice, Rayleigh e Nakagami, já expostos na literatura. O desenvolvimento para o ambiente  $\kappa$ - $\mu$  será uma das contribuições deste trabalho.

## 4.2 Ambiente Rice

A FDP da potência do sinal para uma distribuição Rice foi discutida no capítulo II (seção 2.6.2.2), sendo aqui reproduzida para facilitar a compreensão dos cálculos:

$$p_r(w) = \frac{1}{\sigma_w} \exp\left(-\frac{2w+a^2}{2\sigma_w}\right) I_0\left(\frac{a\sqrt{2w}}{\sigma_w}\right) \quad (4.6)$$

onde  $I_0(\cdot)$  é a função de Bessel modificada de primeira classe e ordem zero, que através da referência [6] e da Equação (2.22), é assim redefinida:

$$I_0(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(x/2)^{2i}}{i! \Gamma(i+1)} \quad (4.7)$$

onde  $\Gamma(\cdot)$  é a função Gama.

Substituindo-se a Equação (4.6) na Equação (4.4), considerando a redefinição de  $I_0(\cdot)$  dada pela Equação (4.7) e resolvendo a integral, através de algumas manipulações algébricas encontra-se a equação de  $\beta$  para Rice:

$$\beta_r = \exp\left(-\frac{2w_o+a^2}{2\sigma_w}\right) \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{a}{\sqrt{2w_o}}\right)^j I_j\left(\frac{a\sqrt{2w_o}}{\sigma_w}\right) \quad (4.8)$$

onde  $\sigma_w + a^2/2$  é a potência média do sinal. A Equação (4.2) também define a potência média do sinal recebido. Então, igualando as duas definições para este caso, tem-se:

$$m_w = k \left( \frac{d}{x} \right)^{-\alpha} = \sigma_w + a^2/2 \quad (4.9)$$

Para facilitar os cálculos e sua compreensão, define-se o valor:

$$A = \frac{a^2}{2 \sigma_w} \quad (4.10)$$

Aqui,  $A$  é definido como fator de Rice, sendo a razão entre a potência da componente dominante ( $a^2/2$ ) e a potência das componentes de ondas espalhadas devido aos múltiplos percursos ( $\sigma_w$ ). Da Equação (4.9) e da Equação (4.10) tem:

$$k \left( \frac{d}{x} \right)^{-\alpha} = \sigma_w (1 + A) \quad (4.11)$$

Novamente, expandindo  $I_j$  da Equação (4.8) em série de potência, ou seja, fazendo uso da Equação (2.22), e após algumas manipulações algébricas bem como considerando o uso da função exponencial truncada, que é assim arranjada:

$$\sum_{i=v+1}^{\infty} \frac{z^i}{i!} = e^z - e_v(z) \quad (4.12)$$

e ainda com a Equação (4.11), tem-se:

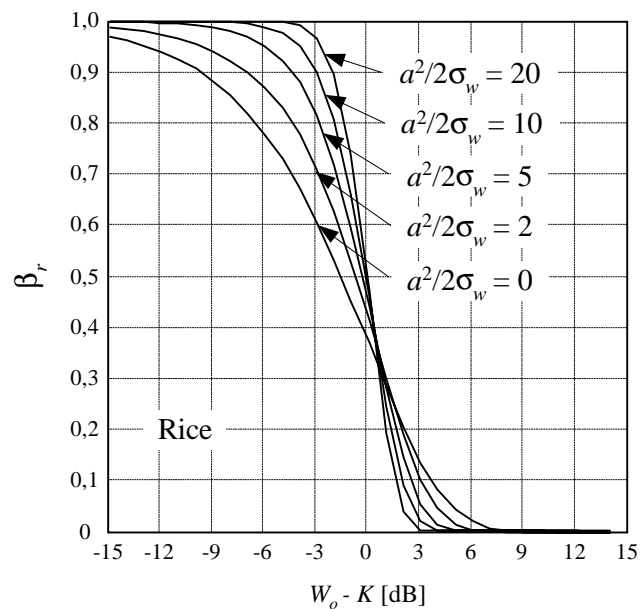
$$\beta_r = \exp \left( - (1 + A) \frac{w_o}{k} \left( \frac{d}{x} \right)^\alpha \right) \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1 - e_{i-1}(A) e^{-A}}{i!} \left( (1 + A) \frac{w_o}{k} \left( \frac{d}{x} \right)^\alpha \right)^i \quad (4.13)$$

Para uma situação onde  $d = x$ , que é a condição da primeira abordagem, a expressão final se resume:

$$\beta_r = \exp \left( - (1 + A) \frac{w_o}{k} \right) \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1 - e_{i-1}(A) e^{-A}}{i!} \left( (1 + A) \frac{w_o}{k} \right)^i \quad (4.14)$$

Através da Equação (4.14) pode-se traçar um perfil da área de cobertura de uma célula para a distribuição de Rice, considerando a primeira abordagem. O resultado é apresentado na Figura 4.1.





**Figura 4.1** – Área de cobertura para Rice – primeira abordagem.

#### 4.2.1 Resultados

A Figura 4.1 ilustra a influência de  $A$  sobre a distribuição de Rice. O aumento de  $A$ , isto é, um aumento da potência da componente dominante ou uma diminuição da potência das componentes de ondas espalhadas implica em uma maior área de cobertura quando  $W_o < K$ . Caso contrário, quando  $W_o > K$ , esta influência será menor, pois a área será maior para um valor menor de  $A$ . Pode ser observado ainda que no intervalo de  $-6dB \leq W_o - K \leq 6dB$ , para  $A = 20$ , a área de cobertura cai de forma mais acentuada, e a medida que  $A$  vai diminuindo esta queda vai se tornando menos abrupta. Ainda, esta área tenderá a zero quando  $W_o - K > 6dB$ .

#### 4.3 Ambiente Rayleigh

A FDP da potência do sinal para um ambiente de propagação do tipo Rayleigh foi discutida no capítulo II (seção 2.6.3.2), sendo aqui reproduzida:

$$p_R(w) = \frac{1}{\sigma_w} \exp\left(-\frac{w}{\sigma_w}\right) \quad (4.15)$$

A potência média do sinal que chega ao receptor foi relacionada na Equação (4.9). Considerando que não existe a componente dominante,  $((a^2/2)=0)$ , então pode-se relacioná-la novamente como:

$$m_w = k \left( \frac{d}{x} \right)^{-\alpha} = \sigma_w \quad (4.16)$$

Com isto, a Equação (4.15) é assim reescrita:

$$p_R(w) = \frac{1}{m_w} \exp\left(-\frac{w}{m_w}\right) \quad (4.17)$$

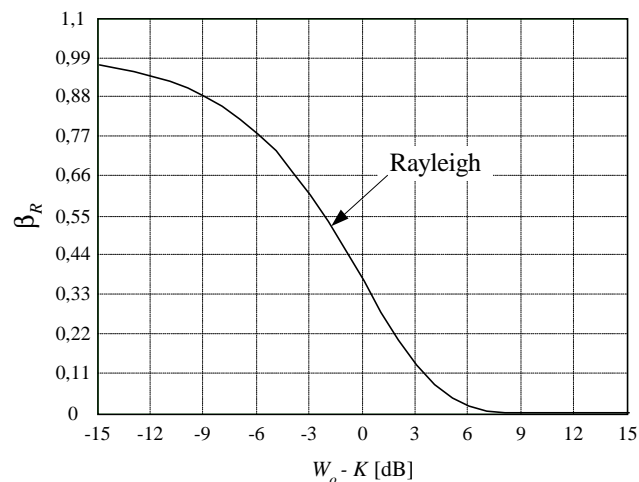
Com a Equação (4.17) substituída na Equação (4.4), resolvendo a integral e considerando ainda a Equação (4.16), o cálculo da proporção  $\beta$  é encontrado:

$$\beta_R = \exp\left(-\frac{w_o}{k} \left(\frac{d}{x}\right)^\alpha\right) \quad (4.18)$$

Para a condição da primeira abordagem, onde  $d = x$ , a expressão final se resume:

$$\beta_R = \exp\left(-\frac{w_o}{k}\right) \quad (4.19)$$

Através da Equação (4.19) pode-se traçar um perfil da área de cobertura de uma célula para a distribuição de Rayleigh [3], que se resume em uma função exponencial. A Figura 4.2 ilustra a proporção da área coberta:



**Figura 4.2** – Área de cobertura para Rayleigh – primeira abordagem.

### 4.3.1 Resultados

Através da Figura 4.2 pode-se fazer uma análise do resultado obtido com a Equação (4.19). Observa-se que esta equação é uma simples exponencial que demonstra a área de cobertura de uma célula para o ambiente Rayleigh. Esta área cai rapidamente para valores no intervalo de  $-6dB \leq W_o - K \leq 6dB$ , apresentando um decaimento exponencial suave quando  $W_o - K < -6dB$ . Ainda, esta área tenderá a zero quando  $W_o - K > 6dB$ .

## 4.4 Ambiente Nakagami

A FDP da potência do sinal de uma distribuição Nakagami foi discutida no capítulo II (seção 2.6.4.2), sendo aqui reproduzida:

$$p_N(w) = \left(\frac{m}{\bar{w}}\right)^m \frac{w^{m-1}}{\Gamma(m)} \exp\left(-\frac{m w}{\bar{w}}\right) \quad (4.20)$$

O termo  $\bar{w}$  é definido como a média estatística de  $w$ , ou seja, a potência média do sinal. Como esta potência média já foi definida na Equação (4.2), então:

$$\bar{w} = k \left(\frac{d}{x}\right)^{-\alpha} \quad (4.21)$$

A Equação (4.20) pode ser substituída na Equação (4.4), considerando também a Equação (4.21). Resolvendo a integral, fazendo uso da definição da função Gama {[9], página 883, Eq 8.310;1}:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{z-1} dt \quad , z > 0 \quad (4.22)$$

e ainda, usando a definição da função exponencial em série {[9], página 26, Eq 1.211;1}:

$$e^v = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{v^i}{i!} \quad (4.23)$$

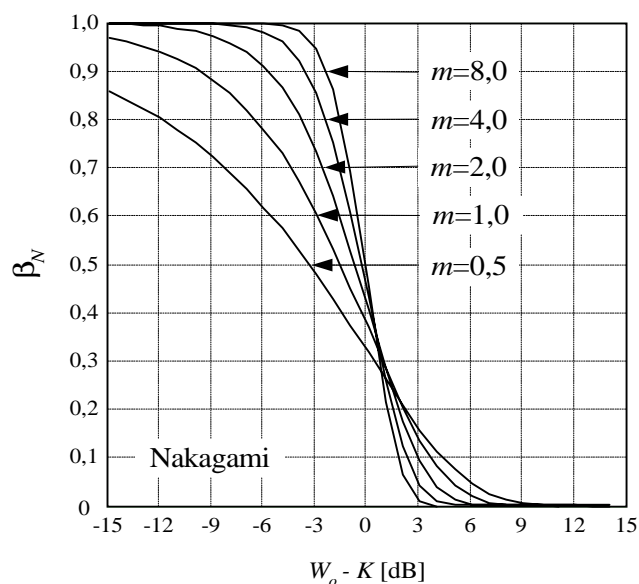
o cálculo da proporção  $\beta$  é encontrado:

$$\beta_N = 1 + \frac{1}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1} m^{m+i} (w_o/k)^{m+i} (d/x)^{\alpha m + \alpha i}}{i! (m+i)} \quad (4.24)$$

Para a condição da primeira abordagem, onde  $d = x$ , a expressão final se resume:

$$\beta_N = 1 + \frac{1}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1} m^{m+i} (w_o/k)^{m+i}}{i! (m+i)} \quad (4.25)$$

Através da Equação (4.25) pode-se traçar um perfil da área de cobertura de uma célula para a distribuição de Nakagami, considerando a primeira abordagem. A Figura 4.3 ilustra a proporção da área coberta desejada:



**Figura 4.3** – Área de cobertura para Nakagami – primeira abordagem.

#### 4.4.1 Resultados

O uso da Equação (4.25) e através das curvas da Figura 4.3, podem ser obtidas algumas conclusões. O aumento de  $m$  implica em uma maior área de cobertura quando  $W_o < K$ . Quando  $W_o > K$  a influência de  $m$  sobre a área de cobertura diminui. O fator de desvanecimento  $m$  irá determinar também a inclinação das curvas. Assim, para valores de  $m > 4$  a área de cobertura cai abruptamente no intervalo de  $-6dB \leq W_o - K \leq 6dB$ , enquanto que para valores de  $m \leq 4$  esta queda tem comportamento menos acentuado. Conclui-se, então, que o efeito do desvanecimento vai desaparecendo à medida que o valor de  $m$  cresce. Isto implica na análise do sinal que vai tendendo a se tornar determinística. Ainda, para

$W_o - K > 6dB$ , a área de cobertura se aproxima do valor zero. Este valor representará uma situação onde a potência média estará 6dB abaixo do limiar de referência estabelecido.

#### 4.5 Ambiente $\kappa$ - $\mu$

A FDP da potência do sinal de uma distribuição  $\kappa$ - $\mu$  foi discutida no capítulo III ( seção 3.4.2 – Equação (3.36)), sendo aqui reproduzida:

$$p(w) = \frac{1}{w} \times \frac{\mu (1 + \kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu \kappa)} \left( \frac{w}{w} \right)^{\frac{\mu-1}{2}} \exp \left( -\mu (1 + \kappa) \left( \frac{w}{w} \right) \right) I_{\mu-1} \left( 2\mu \sqrt{\kappa(1 + \kappa)} \left( \frac{w}{w} \right) \right) \quad (4.26)$$

Substituindo a Equação (4.26) na Equação (4.4), considerando a definição da Equação (4.21) e após algumas manipulações algébricas encontra-se a expressão:

$$\beta_{\kappa-\mu} = \left( \frac{(d/x)^\alpha}{k} \right)^{\frac{\mu+1}{2}} \times \frac{\mu (1 + \kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu \kappa)} \times V \quad (4.27)$$

onde  $V$  é assim definido:

$$V = \int_{w_o}^{\infty} (w)^{\frac{\mu-1}{2}} \times \exp \left( -\mu (1 + \kappa) \left( \frac{w(d/x)^\alpha}{k} \right) \right) \times I_{\mu-1} \left( 2\mu \sqrt{\kappa(1 + \kappa)} \left( \frac{w(d/x)^\alpha}{k} \right) \right) dw \quad (4.28)$$

O passo seguinte se restringe a solucionar a integral da Equação (4.28). Existe uma diretiva, referenciada em {[9], página 701, Eq.6.643.2}, que é assim definida:

$$\int_0^{\infty} y^{\Psi-\frac{1}{2}} \times \exp(-\partial y) \times I_{2\nu}(2t\sqrt{y}) dy = \frac{\Gamma(\Psi + \nu + 1/2)}{\Gamma(2\nu + 1)} t^{-1} e^{\frac{t^2}{2\partial}} \partial^{-\Psi} M_{-\Psi, \nu} \left( \frac{t^2}{\partial} \right) \quad (4.29)$$

A integral da Equação (4.28) deve ser reescrita na forma de uma subtração de duas integrais, para garantir o limite exigido na Equação (4.29). O primeiro termo desta subtração é resolvido através da substituição dos elementos correspondentes entre a Equação (4.28) e a Equação (4.29). A solução deste termo ainda exige referenciar {[9], página 1014, Eq.9.220.2}, onde encontra-se outra diretiva:

$$M_{j,i}(z) = z^{i+\frac{1}{2}} e^{-\frac{z}{2}} \Phi \left( i - j + \frac{1}{2}, 2i + 1; z \right) \quad (4.30)$$

e novamente referenciar {[9], página 1014, Eq.9.215.1}, onde tem-se outra diretiva para auxiliar na resolução da Equação (4.30):

$$\Phi(\partial, \partial; z) = e^z \quad (4.31)$$

Finalmente, como solução para o primeiro termo da subtração, tem-se:

$$V_1 = \mu^{-1} \kappa^{\frac{-1-\mu}{2}} (1 + \kappa)^{\frac{-1+\mu}{2}} \left( \frac{(d/x)^\alpha}{k} \right)^{\frac{-1+\mu}{2}} e^{\mu\kappa} \quad (4.32)$$

Para o segundo termo não foram encontradas diretivas que auxiliassem na sua solução. Então, este se apresenta como:

$$V_2 = \int_0^{w_0} (w)^{\frac{\mu-1}{2}} \times \exp\left(-\mu (1 + \kappa) \frac{(d/x)^\alpha}{k} w\right) \times I_{\mu-1} \left( 2\mu \sqrt{\kappa(1 + \kappa) \frac{(d/x)^\alpha}{k}} \sqrt{w} \right) dw \quad (4.33)$$

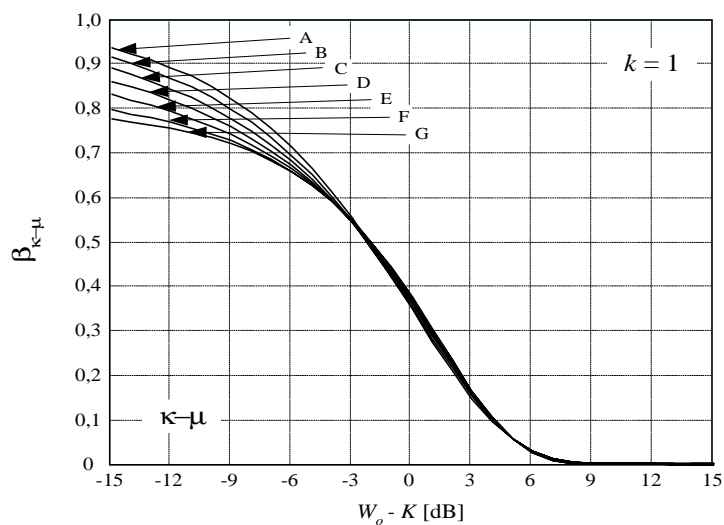
Para resolver a Equação (4.28) tem-se, então, a Equação (4.33) subtraída da Equação (4.32). Desta forma, a solução final para a área de cobertura desejada, Equação (4.27), se resume em:

$$\beta_{\kappa-\mu} = \left[ \left( \frac{(d/x)^\alpha}{k} \right)^{\frac{\mu+1}{2}} \times \frac{\mu(1 + \kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \right] \times \left[ \mu^{-1} \kappa^{\frac{-1-\mu}{2}} (1 + \kappa)^{\frac{-1+\mu}{2}} \left( \frac{(d/x)^\alpha}{k} \right)^{\frac{-1+\mu}{2}} e^{\mu\kappa} - \int_0^{w_0} (w)^{\frac{\mu-1}{2}} \times \exp\left(-\mu (1 + \kappa) \frac{(d/x)^\alpha}{k} w\right) \times I_{\mu-1} \left( 2\mu \sqrt{\kappa(1 + \kappa) \frac{(d/x)^\alpha}{k}} \sqrt{w} \right) dw \right] \quad (4.34)$$

Fazendo algumas manipulações algébricas na Equação (4.34) e considerando a condição da primeira abordagem, onde  $d = x$ , o que implica em  $\bar{w} = k$  (Equação (4.21)), a expressão final para a área de cobertura de uma célula em um ambiente  $\kappa-\mu$  será:

$$\beta_{\kappa-\mu} = 1 - \left[ \left( \frac{1}{k} \right) \times \frac{\mu(1 + \kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \times \int_0^{w_0} \left( \frac{w}{k} \right)^{\frac{\mu-1}{2}} \times \exp\left(-\mu (1 + \kappa) \frac{w}{k}\right) \times I_{\mu-1} \left( 2\mu \sqrt{\kappa(1 + \kappa)} \sqrt{\frac{w}{k}} \right) dw \right] \quad (4.35)$$

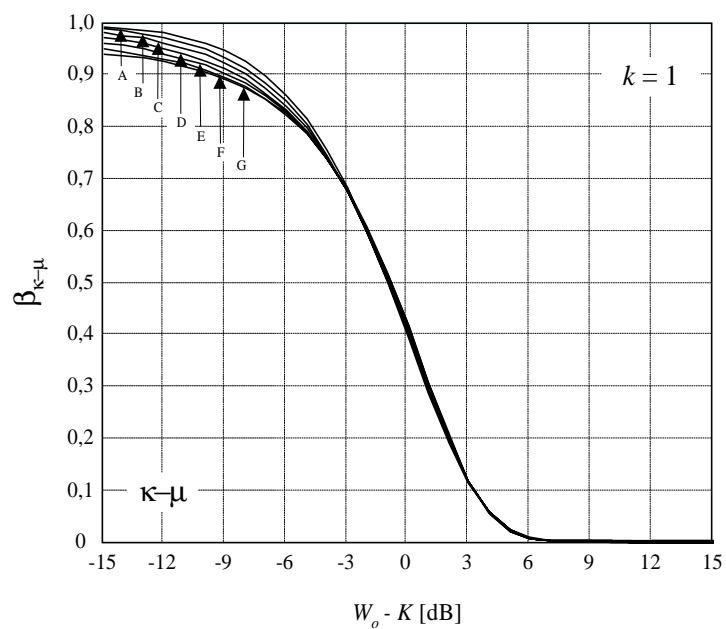
Não foi possível obter uma expressão analítica global para a Equação (4.35), mas a mesma poderá ser apresentada graficamente, demonstrando o seu perfil. Através dos valores da Tabela 3.1, levados a esta equação, será possível esboçar curvas como as ilustradas na Figura 4.4.



**Figura 4.4** – Área de cobertura para  $\kappa\text{-}\mu$  – primeira abordagem, usando  $m = 0,75$ .

Neste gráfico foi assumido  $k = 1$  para auxiliar na resolução e apresentação. Foi observado que para valores diferentes de 1 (um) estas curvas manterão o mesmo aspecto, porém estarão deslocadas para direita ou esquerda, dependendo do valor assumido.

Ainda, usando os valores da Tabela 3.2, tem-se a Figura 4.5, que também ilustra a proporção da área coberta para o ambiente  $\kappa\text{-}\mu$ :



**Figura 4.5** – Área de cobertura para  $\kappa\text{-}\mu$  – primeira abordagem, usando  $m = 1,5$ .

### 4.5.1 Resultados

Através da Equação (4.35) e das curvas das Figuras 4.4 e 4.5, pode-se obter algumas conclusões. As duas figuras diferem pelo valor de  $m$  e como o valor de  $\kappa$  é o mesmo, então, atendendo a aplicação do capítulo III (seção 3.6) foram encontrados valores para  $\mu$  que estão mostrados na Tabela 3.1 e na Tabela 3.2. Para a Figura 4.4 pode-se dizer que a área de cobertura atingirá valores menores se comparado com a Figura 4.5 em  $W_o < K$ , o que era de se esperar, pois os valores de  $\mu$  são menores. Na Figura 4.4 haverá uma diferença mais perceptível no resultado da área de cobertura, quando  $W_o - K \leq -6dB$ . Neste mesmo intervalo, na Figura 4.5 esta diferença se torna bem menor, apresentando resultados bem próximos um do outro. Quando  $W_o - K > -3dB$  as curvas da Figura 4.4 passam a assumir quase que os mesmos valores. Esta situação também ocorre para a Figura 4.5. Pode ser observado ainda que no intervalo  $-6dB \leq W_o - K \leq 6dB$ , ocorrerá na Figura 4.4 uma queda menos acentuada se comparada, no mesmo intervalo, com a Figura 4.5, onde esta queda é mais brusca. Ambas figuras apresentam um resultado tendendo a zero para valores de  $W_o - K > 6dB$ .

A seguir, será demonstrado como se obter, a partir do ambiente  $\kappa$ - $\mu$ , a área de cobertura para as três distribuições conhecidas.

### 4.5.2 Ambiente $\kappa$ - $\mu$ gerando Rice

Para se obter a área de cobertura de uma célula em um ambiente  $\kappa$ - $\mu$  gerando Rice, utilizando a primeira abordagem, deve-se usar o valor de  $\mu = 1,0$  na Equação (4.35). Assim:

$$\beta_{\kappa-\mu r} = 1 - \left[ \left( \frac{1}{k} \right) \times \frac{(1+\kappa)}{\exp(\kappa)} \times \int_0^{w_o} \exp\left(- (1+\kappa) \frac{w}{k}\right) \times I_0\left( 2 \sqrt{\kappa(1+\kappa)} \sqrt{\frac{w}{k}} \right) dw \right] \quad (4.36)$$

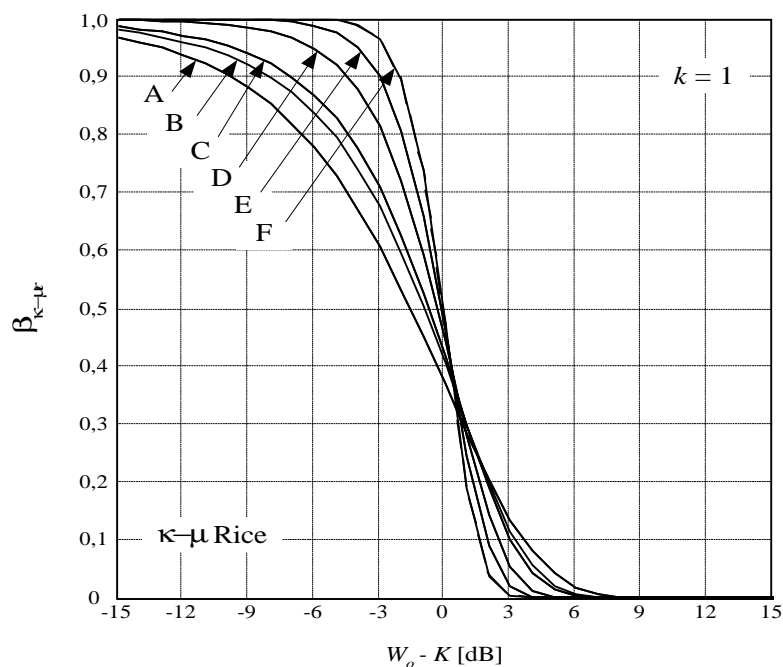
Para traçar curvas em função da Equação (4.36) deve-se obedecer a aplicação do capítulo III (seção 3.6) que estabelece os valores possíveis que  $\kappa$  pode assumir em função de  $m$ , pois aqui  $\mu$  é fixado em 1,0, sendo  $m$  o parâmetro da distribuição de Nakagami. Em vista disto, deve-se usar como exemplo os valores da Tabela 4.1:



**Tabela 4.1** – Exemplos de valores para traçar a curva de Rice com  $\mu = 1,0$ .

Curvas	$m$	$\kappa$
A	1,0	0,001
B	1,5	1,37
C	1,8	2,0
D	3,27	5,0
E	5,76	10,0
F	10,76	20,0

Então, a proporção da área coberta para um ambiente Rice será:



**Figura 4.6** – Área de cobertura para Rice a partir de  $\kappa-\mu$  - primeira abordagem.

Pode-se observar que as curvas A, C, D, E e F, da Figura 4.6 são as mesmas curvas da Figura 4.1, e a curva B é a mesma curva C da Figura 4.5.

### 4.5.3 Ambiente $\kappa-\mu$ gerando Rayleigh

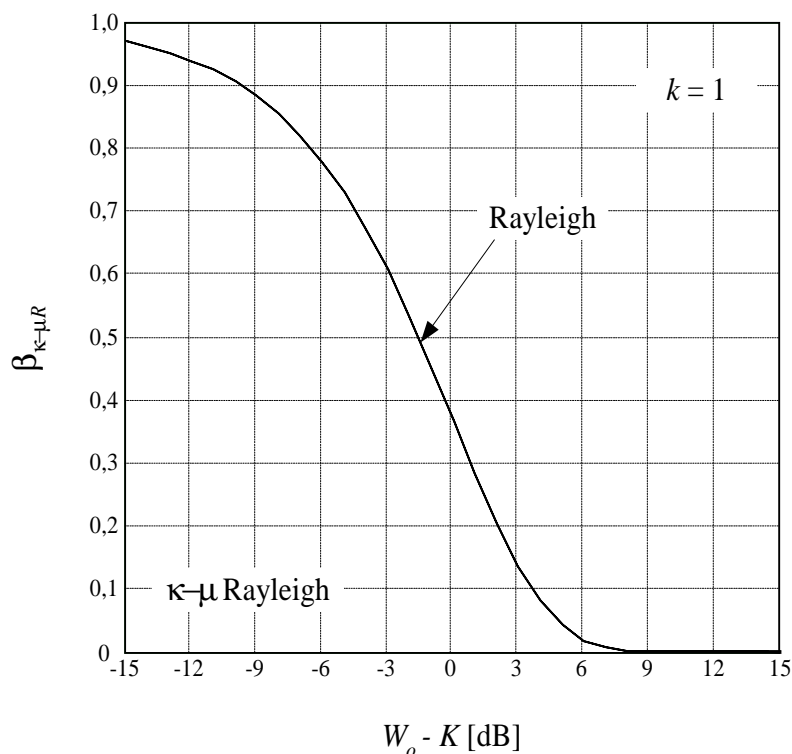
Como a distribuição de Rayleigh não apresenta componente dominante em um conjunto de ondas que chega ao receptor, então, para se obter a proporção da área coberta deve-se adotar o valor  $\mu = 1,0$  na Equação (4.35), o que representará apenas um conjunto de ondas. Daí tem-se:

$$\beta_{\kappa-\mu R} = 1 - \left[ \left( \frac{1}{k} \right) \times \frac{(1+\kappa)}{\exp(\kappa)} \times \int_0^{w_0} \exp\left(- (1+\kappa) \frac{w}{k}\right) \times I_0\left( 2 \sqrt{\kappa(1+\kappa)} \sqrt{\frac{w}{k}} \right) dw \right] \quad (4.37)$$

Em seguida, adotando  $\kappa = 0$  na Equação (4.37) para representar a ausência de componentes dominantes, tem-se então, a expressão que representa a área de cobertura para um ambiente  $\kappa-\mu$  gerando Rayleigh, atendendo a condição para a primeira abordagem:

$$\beta_{\kappa-\mu R} = 1 - \left[ \left( \frac{1}{k} \right) \times \int_0^{w_0} \exp\left(- \frac{w}{k}\right) dw \right] \quad (4.38)$$

A Figura 4.7 ilustra a curva traçada a partir da Equação (4.38):



**Figura 4.7** – Área de cobertura para Rayleigh a partir de  $\kappa-\mu$  - primeira abordagem.

Nota-se que esta curva é a mesma que a da Figura 4.2.

#### 4.5.4 Ambiente $\kappa-\mu$ gerando Nakagami

A distribuição de Nakagami é caracterizada pela ausência de componentes dominantes nos vários conjuntos de ondas que chegam ao receptor. Isto implica em

se usar  $\kappa = 0$  na Equação (4.35). Porém, para achar a expressão de Nakagami a partir de  $\kappa\text{-}\mu$  é preciso, primeiro, fazer uso da Equação (3.53) de acordo com o que foi explicado na seção 3.5.3 do capítulo III. Assim, fazendo tal substituição, tem-se:

$$\beta_{\kappa\text{-}\mu V} = 1 - \left[ \left( \frac{1}{k} \right) \times \frac{\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \right] \times \left[ \int_0^{w_0} \left( \frac{w}{k} \right)^{\frac{\mu-1}{2}} \times \exp\left(-\mu(1+\kappa)\frac{w}{k}\right) \times \frac{\left( \mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\sqrt{\frac{w}{k}} \right)^{\mu-1}}{\Gamma(\mu)} dw \right] \quad (4.39)$$

Após algumas manipulações algébricas encontra-se:

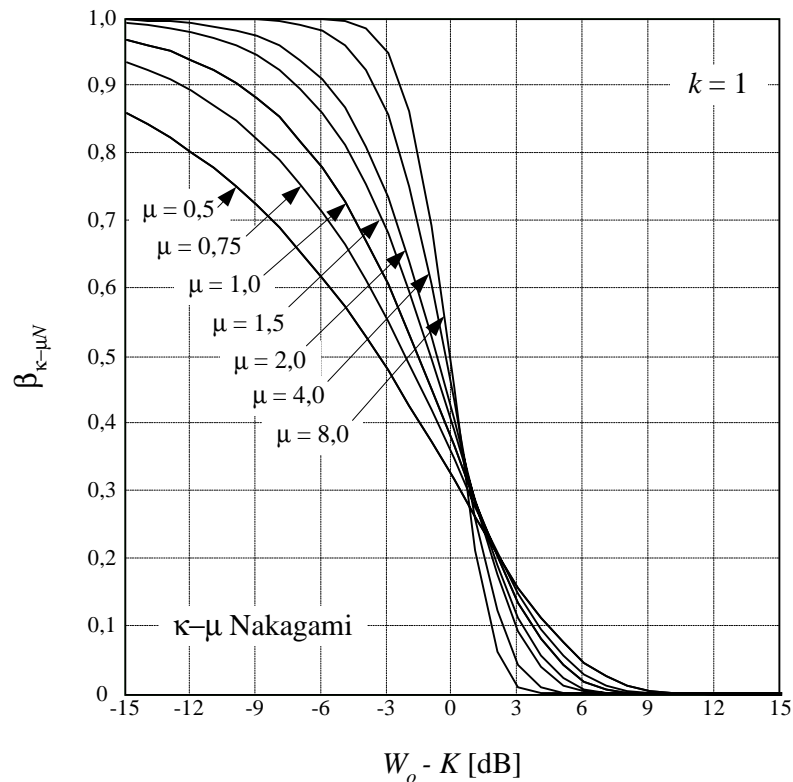
$$\beta_{\kappa\text{-}\mu V} = 1 - \left[ \left( \frac{1}{k} \right) \times \frac{\mu^\mu(1+\kappa)^\mu}{\exp(\mu\kappa)\Gamma(\mu)} \times \int_0^{w_0} \left( \frac{w}{k} \right)^{\mu-1} \times \exp\left(-\mu(1+\kappa)\frac{w}{k}\right) dw \right] \quad (4.40)$$

Finalmente, com o uso de  $\kappa = 0$  obtém-se a expressão para Nakagami obtida da equação da distribuição  $\kappa\text{-}\mu$ :

$$\beta_{\kappa\text{-}\mu V} = 1 - \left[ \left( \frac{1}{k} \right) \times \frac{\mu^\mu}{\Gamma(\mu)} \times \int_0^{w_0} \left( \frac{w}{k} \right)^{\mu-1} \times \exp\left(-\mu\frac{w}{k}\right) dw \right] \quad (4.41)$$

Usando a aplicação da distribuição  $\kappa\text{-}\mu$ , capítulo III (seção 3.6), e considerando  $\kappa = 0$ , tem-se  $m = \mu$ . A partir da Equação (4.41) é possível traçar algumas curvas para a área de cobertura para um ambiente de Nakagami. A Figura 4.8 ilustra as curvas com os respectivos valores para  $\mu$ .

Pela Figura 4.8 pode-se observar que a curva de valor  $\mu = 0,75$  coincide com a curva A da Figura 4.4. O valor  $\mu = 1,5$  tem sua coincidência com a curva A da Figura 4.5. Já as demais curvas coincidem com as da Figura 4.3.



**Figura 4.8** – Área de cobertura para Nakagami a partir de  $\kappa\text{-}\mu$  – primeira abordagem.

#### 4.5.5 Resultados

Neste capítulo foi possível mostrar uma alternativa para o cálculo da área de cobertura de uma célula usando o modelo  $\kappa\text{-}\mu$ . Esta recente distribuição tornou viável a realização de cálculos, cujos resultados comprovaram sua generalidade. Possibilitou-se então, encontrar os mesmos resultados obtidos a cada uma das distribuições mais conhecidas e que foram detalhados nas primeiras seções deste capítulo.

Para a Figura 4.6, que ilustra um ambiente de Rice a partir de  $\kappa\text{-}\mu$ , foi observado que cinco das curvas apresentadas são as mesmas encontradas na Figura 4.1. A curva restante foi gerada atendendo a aplicação do capítulo III (seção 3.6), comprovando sua origem na distribuição  $\kappa\text{-}\mu$ , sendo a mesma ilustrada na Figura 4.5.

Para o ambiente Rayleigh, a curva ilustrada na Figura 4.7 é a mesma ilustrada na Figura 4.2, que foi gerada pela própria expressão de Rayleigh.

A Figura 4.8 apresenta a maioria de suas curvas sendo as mesmas da Figura 4.3. A curva de valor  $\mu = 0,75$  coincide com a curva da Figura 4.4, e a curva de valor  $\mu = 1,5$  coincide com a curva da Figura 4.5, sendo situações típicas do ambiente  $\kappa\text{-}\mu$ .

## 4.6 Conclusão

Como a propagação do sinal é variável em espaço, então, a área de cobertura de uma célula não ficará muito bem limitada, pois devido a presença de obstáculos, a potência média sofre alterações. Assim, a célula passa à assumir diversas formas, apresentando raios que variam, entre células e picocélulas, de 20 a 0,5 km, respectivamente.

Este capítulo demonstrou, usando métodos estatísticos, como estimar o limite de uma célula que é medido através do nível de potência do sinal recebido, levando em consideração a posição do móvel. Admitiu-se nesta primeira abordagem uma célula no formato de um círculo de raio  $x$ , cuja a *ERB* está posicionada no centro deste círculo. Para esta abordagem foi imposta a condição  $d = x$ , ou seja, o móvel está posicionado no perímetro da célula. O cálculo estimou a proporção da área na qual a potência do sinal recebido pelo móvel está acima de um limiar. Foi considerado a *FDP* da potência para os vários ambientes de propagação, tais como: Rice, Rayleigh, Nakagami e  $\kappa\text{-}\mu$ . Ao ambiente  $\kappa\text{-}\mu$ , que é um modelo mais novo, foi dada uma especial atenção, por se tratar de uma das principais contribuições deste trabalho. Fazendo uma análise e comparação entre todos os gráficos apresentados neste capítulo chega-se a conclusão que, através das expressões envolvendo o ambiente  $\kappa\text{-}\mu$ , pode-se constatar de que se trata realmente de uma distribuição mais genérica, onde o uso correto dos parâmetros permite obter as áreas desejadas para os outros ambientes conhecidos.

## Capítulo V

### Cálculo da Área de Cobertura de Células – “Segunda Abordagem”

Neste capítulo será demonstrada uma outra alternativa para se estimar a área de cobertura de células. Trata-se da segunda abordagem onde considera um móvel posicionado em qualquer local dentro da área de uma circunferência. Será apresentado o cálculo para a distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , porém, os cálculos para as distribuições de Rice, Rayleigh e Nakagami também fazem parte deste trabalho. Os resultados para essas três distribuições servirão apenas para comprovar os resultados obtidos através de  $\kappa$ - $\mu$ .

#### 5.1 Introdução

O cálculo da área de cobertura envolve duas situações que auxiliam na sua realização. A primeira delas, que foi demonstrada no capítulo IV, trabalha com um móvel posicionado na periferia da célula. Foi adotada então, a célula no formato de um círculo. A segunda situação considera a área no formato de uma circunferência, com uma *ERB* localizada em seu centro. Esta área de raio  $x$ , permite que o móvel, quando localizado em qualquer posição, receba um sinal acima de  $w_o$ , que é um limiar de potência comparativo [4].

O objetivo então é calcular a probabilidade do móvel em receber um sinal acima deste limiar  $w_o$ , estando este móvel a uma distância  $d$  da *ERB*. Esta probabilidade é definida como  $\varepsilon$  – cálculo da área na proporção da circunferência da célula, medida sobre a área circular inteira [4]. Assim:

$$\varepsilon = \frac{1}{S} \int_S \text{prob}(w \geq w_o) dS \quad (5.1)$$

onde  $S = \pi x^2$  é a área da circunferência considerada, e  $dS = \tau d\tau d\theta$  com  $0 \leq \tau \leq x$  e  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ . Então, fazendo a substituição das variáveis, tem-se:

$$\varepsilon = \frac{1}{\pi x^2} \int_0^x \int_0^{2\pi} \text{prob}(w \geq w_o) \tau d\theta d\tau \quad (5.2)$$

e ainda, resolvendo a integral  $d\theta$ :

$$\varepsilon = \frac{2}{x^2} \int_0^x \text{prob}(w \geq w_o) \tau d\tau \quad (5.3)$$

Considerando a Equação (4.4) pode-se expressar a Equação (5.3) na forma:

$$\varepsilon = 2 \int_0^x \beta \frac{1}{x} \frac{\tau}{x} d\tau \quad (5.4)$$

Definindo  $\tau = d$ , fazendo a mudança de variável na Equação (5.4), adotando  $u = \tau/x = d/x$ , encontra-se uma forma simplificada para a expressão  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = 2 \int_0^1 \beta u du \quad (5.5)$$

A seguir serão apresentados os cálculos para as distribuições de Rice, Rayleigh e Nakagami. Esses cálculos já fazem parte da literatura. No que se refere aos cálculos para a distribuição de  $\kappa$ - $\mu$  foi dada especial atenção, por se tratar de uma das principais contribuições desta dissertação.

## 5.2 Ambiente Rice

Para calcular a área de cobertura, em um ambiente com múltiplos percursos e linha de visada direta, deve-se fazer uso da Equação (4.13). Esta equação é aqui reproduzida com a substituição de  $u = d/x$ . Assim:

$$\beta_r = \exp\left(-\left(1+A\right)\frac{w_o}{k}u^\alpha\right) \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1-e_{i-1}(A)e^{-A}}{i!} \left(\left(1+A\right)\frac{w_o}{k}u^\alpha\right)^i \quad (5.6)$$

Levando a Equação (5.6) na Equação (5.5), tem-se:

$$\varepsilon_r = 2 \int_0^1 \exp\left(-\left(1+A\right)\frac{w_o}{k}u^\alpha\right) \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1-e_{i-1}(A)e^{-A}}{i!} \left(\left(1+A\right)\frac{w_o}{k}u^\alpha\right)^i u \, du \quad (5.7)$$

Para facilitar o cálculo desejado deve-se, primeiramente, fazer a mudança de variável na forma:  $v = \frac{(1+A)w_o}{k}u^\alpha$ . Após algumas manipulações algébricas, que

são exigidas nesta mudança de variável, encontra-se a seguinte expressão:

$$\varepsilon_r = \frac{2}{\alpha} \left(\left(1+A\right)\frac{w_o}{k}\right)^{\frac{2}{\alpha}} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1-e_{i-1}(A)e^{-A}}{i!} \int_0^{\frac{(1+A)w_o}{k}} e^{-v} v^{\frac{2}{\alpha}+i-1} \, dv \quad (5.8)$$

Pode-se ainda melhorar a Equação (5.8) fazendo uso da definição para a função Gama incompleta referenciada em {[9], página 890, Eq.8.350.1}:

$$\gamma(z, y) = \int_0^y e^{-t} t^{z-1} \, dt \quad (5.9)$$

Assim, reescrevendo a Equação (5.8), tem-se finalmente:

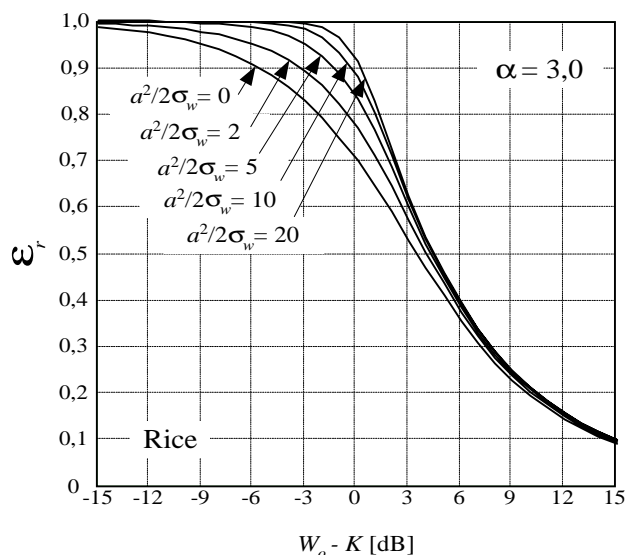
$$\varepsilon_r = \frac{2}{\alpha} \left(\left(1+A\right)\frac{w_o}{k}\right)^{\frac{2}{\alpha}} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1-e_{i-1}(A)e^{-A}}{i!} \gamma\left(\frac{2}{\alpha}+i, \left(1+A\right)\frac{w_o}{k}\right) \quad (5.10)$$

Na Figura 5.1 são traçadas curvas considerando alguns valores do fator de Rice,  $A = a^2 / 2 \sigma_w$ .

### 5.2.1 Resultados

O valor de  $w_o$  é o limiar de potência estabelecido para referência,  $k$  é a potência média do sinal no círculo de raio  $x$ ,  $\alpha$  é o coeficiente de perda no percurso, que neste exemplo assumiu o valor 3,0, e  $A$  é a razão entre a potência da componente dominante ( $a^2/2$ ) e a potência das componentes de ondas espalhadas devido aos múltiplos percursos ( $\sigma_w$ ).





**Figura 5.1** – Área de cobertura para Rice – segunda abordagem.

Através da análise da Figura 5.1, obtida com a Equação (5.10), verifica-se que a medida que o valor da razão  $A$  aumenta ocorre um aumento da área de cobertura, para valores de  $W_o - K < 0dB$ . Porém, esta melhoria diminui proporcionalmente ao crescimento desta razão, a partir de valores de  $W_o \geq K$ . Ainda, para valores de  $W_o - K > 12dB$  nota-se que o resultado do cálculo da área de cobertura tenderá a um mesmo valor (0,1), independentemente do valor de  $\alpha$ .

### 5.3 Ambiente Rayleigh

A Equação (4.18) é aqui reproduzida com a substituição de  $u = d/x$ .

$$\beta_R = \exp\left(-\frac{w_o}{k}(u)^\alpha\right) \quad (5.11)$$

Através da Equação (5.11) substituída na Equação (5.5) encontra-se  $\epsilon$  para um ambiente com múltiplos percursos:

$$\epsilon_R = 2 \int_0^1 \exp\left(-\frac{w_o}{k}(u)^\alpha\right) u \, du \quad (5.12)$$

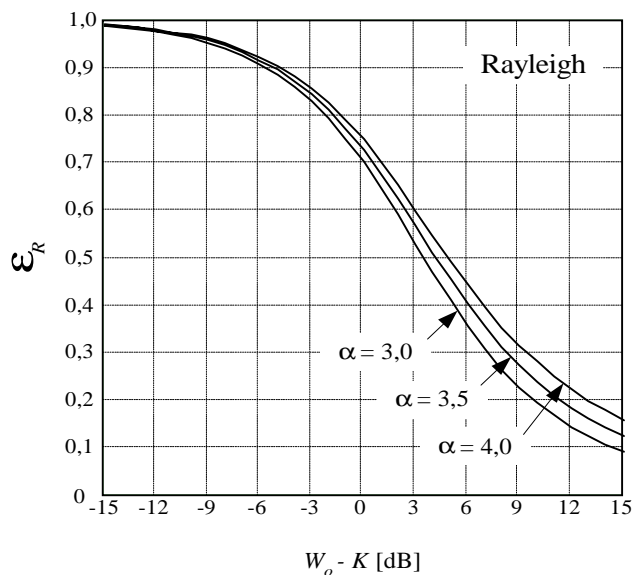
Um artifício, que também aqui é empregado, será a mudança de variável na forma  $v = \frac{w_o}{k}(u^\alpha)$ . Algumas manipulações algébricas são realizadas deixando a Equação (5.12) simplificada:

$$\epsilon_R = \frac{2}{\alpha} \left( \frac{w_o}{k} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \int_0^{\frac{w_0}{k}} e^{-v} v^{\frac{2}{\alpha}-1} dv \quad (5.13)$$

Novamente, fazendo uso da definição da Equação (5.9) encontra-se a expressão para a área de cobertura, considerando a segunda abordagem:

$$\epsilon_R = \frac{2}{\alpha} \left( \frac{w_o}{k} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \gamma \left( \frac{2}{\alpha}, \frac{w_o}{k} \right) \quad (5.14)$$

A Figura 5.2 ilustra as curvas obtidas a partir da Equação (5.14):



**Figura 5.2** – Área de cobertura para Rayleigh – segunda abordagem.

### 5.3.1 Resultados

Através da análise da Figura 5.2 observa-se que quanto mais a potência média do sinal vai diminuindo, se aproximando do limiar estabelecido e até mesmo ficando abaixo deste, começa a existir uma redução da área de cobertura, a que era de se esperar. Para valores menores de  $\alpha$ , menor é também a área de cobertura. A

influência de  $\alpha$  fica mais acentuada para valores a partir de  $W_o - K \geq -3dB$ , sendo a área maior para valores maiores de  $\alpha$ .

#### 5.4 Ambiente Nakagami

A área de cobertura calculada para um ambiente Nakagami, usando a primeira abordagem, foi demonstrada na Equação (4.24):

$$\beta_N = 1 + \frac{1}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1} m^{m+i} (w_o/k)^{m+i} (u)^{\alpha m + \alpha i}}{i! (m+i)} \quad (5.15)$$

A Equação (5.15), que foi aqui reproduzida com  $u = d/x$ , é uma caracterização da ausência de componentes dominantes nos vários conjuntos de ondas que chegam ao receptor. Assim, para a segunda abordagem deve-se substituir a Equação (5.15) na Equação (5.5):

$$\varepsilon_N = 2 \int_0^1 \left( 1 + \frac{1}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1} m^{m+i} (w_o/k)^{m+i} (u)^{\alpha m + \alpha i}}{i! (m+i)} \right) u \, du \quad (5.16)$$

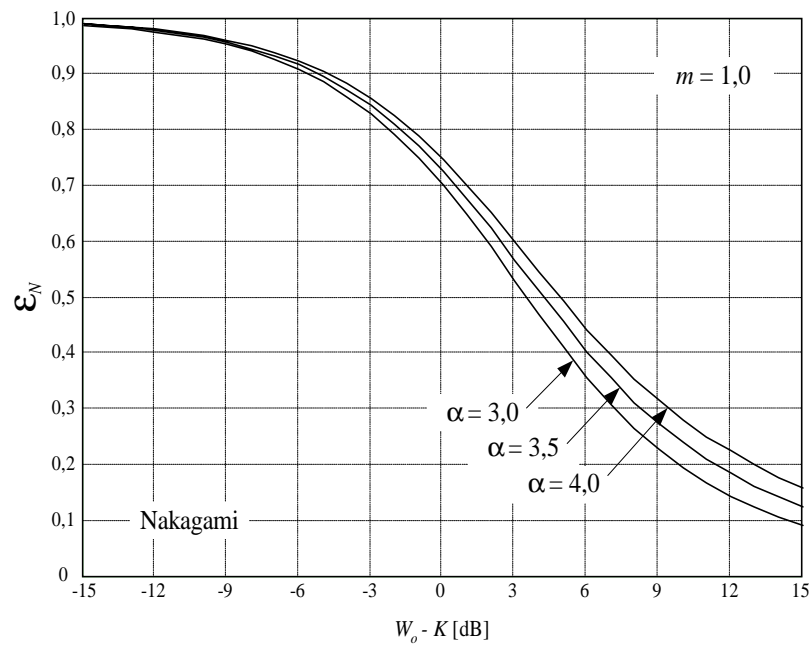
Esta expressão contém uma soma de duas integrais que podem ser resolvidas facilmente. Esta soma é assim demonstrada:

$$\varepsilon_N = 2 \int_0^1 u \, du + 2 \int_0^1 \frac{u}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1} m^{m+i} (w_o/k)^{m+i} (u)^{\alpha m + \alpha i}}{i! (m+i)} \, du \quad (5.17)$$

Resolvendo as integrais em separado e somando os resultados, tem-se a área de cobertura a partir da segunda abordagem:

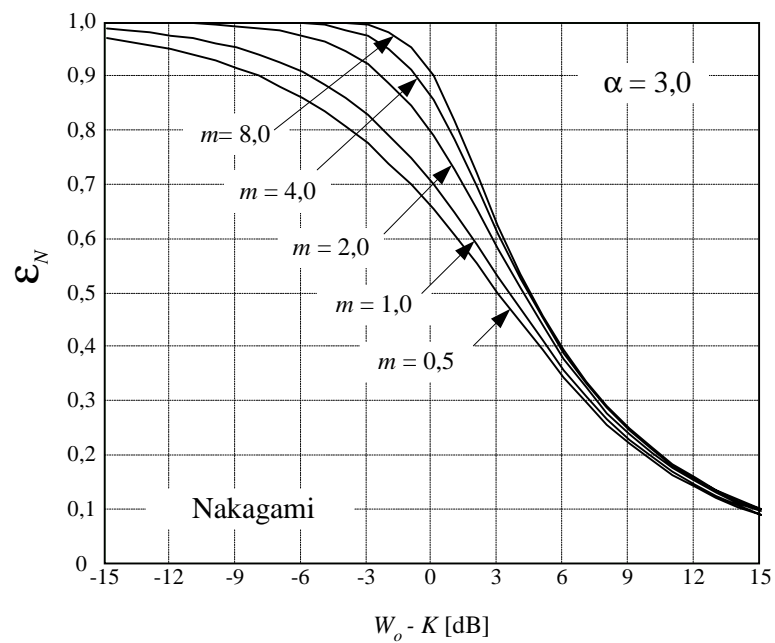
$$\varepsilon_N = 1 + \frac{2}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1}}{i! (m+i)} \left( \frac{m w_o}{k} \right)^{m+i} \frac{1}{\alpha(m+i)+2} \quad (5.18)$$

A área de cobertura será dependente da combinação dos valores de  $\alpha$  e  $m$ . No exemplo é fixado o valor de  $m=1,0$  e variados valores para  $\alpha$ , conforme Figura 5.3:



**Figura 5.3** – Área de cobertura para Nakagami – segunda abordagem com  $m = 1,0$ .

Na Figura 5.4, como um outro exemplo, foi fixado o valor de  $\alpha=3,0$  e variou-se os valores para  $m$ .



**Figura 5.4** – Área de cobertura para Nakagami – segunda abordagem com  $\alpha = 3,0$ .

Pela Figura 5.4 é possível notar que os valores maiores de  $m$  também implicam em uma maior proporção de área coberta. Além disso, nota-se que esta proporção cai abruptamente para valores  $W_o > K$ .

#### 5.4.1 Resultados

Através da análise da Figura 5.3, e Figura 5.4, observa-se que o fator de desvanecimento  $m$  irá determinar a inclinação das curvas.

A Figura 5.3 ilustra uma situação semelhante ao caso Rayleigh, onde há uma influência de  $\alpha$  no cálculo da proporção da área coberta. Neste ambiente também observa-se que, para uma potência média se aproximando do limiar estabelecido, haverá uma redução do resultado desejado. A partir dos valores de  $W_o - K \geq -3dB$  tem-se a real influência de  $\alpha$ , resultando em uma área maior para valores de  $\alpha$  maiores. Quando  $W_o - K < -3dB$  a potência média estará muito acima do limiar estabelecido não sofrendo a influência dos valores de  $\alpha$ . Estas observações feitas acima se devem ao fato de que, para diferentes valores de  $\alpha$ , um mesmo  $k$  só é possível se for alterado fatores como alturas das antenas, ou a potência transmitida, a fim de se contrapor à maior perda no percurso, caracterizada pelos maiores valores de  $\alpha$ .

A Figura 5.4 fixa um valor para  $\alpha$  e trabalha com vários valores para  $m$ . Nesta figura é possível observar que os valores de  $m$  maiores implicam em uma proporção da área também maior, quando  $W_o < K$ . O resultado irá diminuir conforme a potência média do sinal vai ficando igual ou menor que o limiar comparativo. Para  $W_o - K > 3dB$  ocorrerá quedas mais abruptas. Conclui-se, ainda, que as curvas tendem a um mesmo valor (0,1), a partir de  $W_o - K > 12dB$ .

### 5.5 Ambiente $\kappa$ - $\mu$

O cálculo da área de cobertura para um ambiente  $\kappa$ - $\mu$ , usando a segunda abordagem, exige um pouco mais de elaboração. Novamente, a Equação (4.34) pode ser reescrita usando a relação  $u = d/x$ :

$$\beta_{\kappa-\mu} = \left[ \left( \frac{u^\alpha}{k} \right)^{\frac{\mu+1}{2}} \times \frac{\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \right] \times \left[ \mu^{-1} \kappa^{\frac{-1-\mu}{2}} (1+\kappa)^{\frac{-1+\mu}{2}} \left( \frac{u^\alpha}{k} \right)^{\frac{-1+\mu}{2}} e^{\mu\kappa} - \right. \\ \left. - \int_0^{w_0} (w)^{\frac{\mu-1}{2}} \times \exp\left(-\mu(1+\kappa)\frac{u^\alpha}{k}w\right) \times I_{\mu-1}\left(2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\frac{u^\alpha}{k}\sqrt{w}\right) dw \right] \quad (5.19)$$

Realizando um ajuste matemático na Equação (5.19) a mesma pode ser reescrita como:

$$\beta_{\kappa-\mu} = 1 - \left[ \left( \frac{u^\alpha}{k} \right)^{\frac{\mu+1}{2}} \times \frac{\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \times \int_0^{w_0} (w)^{\frac{\mu-1}{2}} \times \exp\left(-\mu(1+\kappa)\frac{u^\alpha}{k}w\right) \times I_{\mu-1}\left(2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\frac{u^\alpha}{k}\sqrt{w}\right) dw \right] \quad (5.20)$$

Agora, substituindo a Equação (5.20) na Equação (5.5), encontra-se a expressão para o cálculo desejado de  $\kappa-\mu$ , ou seja, para a segunda abordagem:

$$\varepsilon_{\kappa-\mu} = 2 \int_0^1 \left[ 1 - \left( \frac{u^\alpha}{k} \right)^{\frac{\mu+1}{2}} \times \frac{\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \times \int_0^{w_0} (w)^{\frac{\mu-1}{2}} \times \exp\left(-\mu(1+\kappa)\frac{u^\alpha}{k}w\right) \times I_{\mu-1}\left(2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\frac{u^\alpha}{k}\sqrt{w}\right) dw \right] u \, du \quad (5.21)$$

Uma resolução para a Equação (5.21) é conseguida através de uma manipulação matemática que resolve esta expressão na forma de uma soma de duas integrais, onde o primeiro termo desta soma apresenta como resultado o valor 1. Assim, tem-se:

$$\varepsilon_{\kappa-\mu} = 1 - 2 \int_0^1 \left\{ \left( \frac{u^\alpha}{k} \right)^{\frac{\mu+1}{2}} \times \frac{\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \times \int_0^{w_0} (w)^{\frac{\mu-1}{2}} \times \exp\left(-\mu(1+\kappa)\frac{u^\alpha}{k}w\right) \times I_{\mu-1}\left(2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\frac{u^\alpha}{k}\sqrt{w}\right) dw \right\} u \, du \quad (5.22)$$

Daí, como procedimento para resolver a integral referente a variável  $u$ , deve-se associar as variáveis correspondentes. Após novo ajuste matemático, fazendo as devidas simplificações, a expressão pode ser escrita na forma:

$$\varepsilon_{\kappa-\mu} = 1 - \frac{2}{k} \frac{\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \int_0^{w_0} \left(\frac{w}{k}\right)^{\frac{\mu-1}{2}} V dw \quad (5.23)$$

onde  $V$  é assim definido:

$$V = \int_0^1 u^{\frac{\alpha\mu+\alpha+2}{2}} \times \exp\left(-\mu(1+\kappa)\frac{w}{k}u^\alpha\right) \times I_{\mu-1}\left(2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\sqrt{\frac{w}{k}}\sqrt{u^\alpha}\right) du \quad (5.24)$$

O passo seguinte será achar uma resolução para a Equação (5.24), que é conseguida através de uma mudança de variável na forma  $v = \mu(1+\kappa)\frac{w}{k}u^\alpha$ . Com estas mudanças, simples substituições e manipulações algébricas, acarretam em:

$$V = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{k}{\mu(1+\kappa)w}\right)^{\frac{\alpha\mu+\alpha+4}{2\alpha}} \int_0^{\frac{\mu(1+\kappa)w}{k}} v^{\frac{\alpha\mu-\alpha+4}{2\alpha}} \times \exp(-v) \times I_{\mu-1}\left(2\mu\sqrt{\frac{\kappa}{\mu}}\sqrt{v}\right) dv \quad (5.25)$$

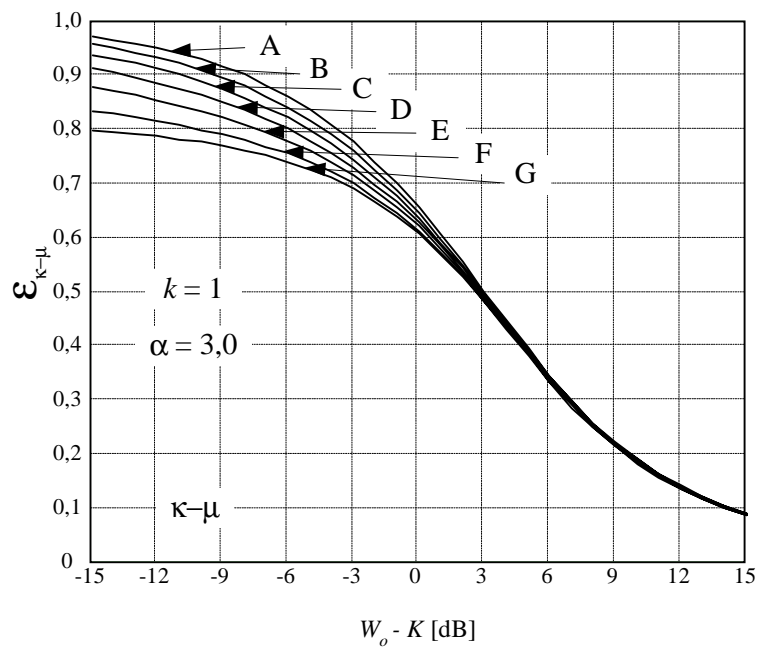
Agora, levando a Equação (5.25) na Equação (5.23), tem-se:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\kappa-\mu} = 1 - \frac{2}{k} \frac{\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \times \int_0^{w_0} \left[\left(\frac{w}{k}\right)^{\frac{\mu-1}{2}} \times \frac{1}{\alpha} \left(\frac{k}{\mu(1+\kappa)w}\right)^{\frac{\alpha\mu+\alpha+4}{2\alpha}} \times \right. \\ \left. \times \int_0^{\frac{\mu(1+\kappa)w}{k}} v^{\frac{\alpha\mu-\alpha+4}{2\alpha}} \times \exp(-v) \times I_{\mu-1}\left(2\mu\sqrt{\frac{\kappa}{\mu}}\sqrt{v}\right) dv\right] dw \end{aligned} \quad (5.26)$$

Fazendo um arranjo de variáveis semelhantes, simplificando os expoentes e realizando ajustes finais, pode-se reescrever a Equação (5.26) na forma:

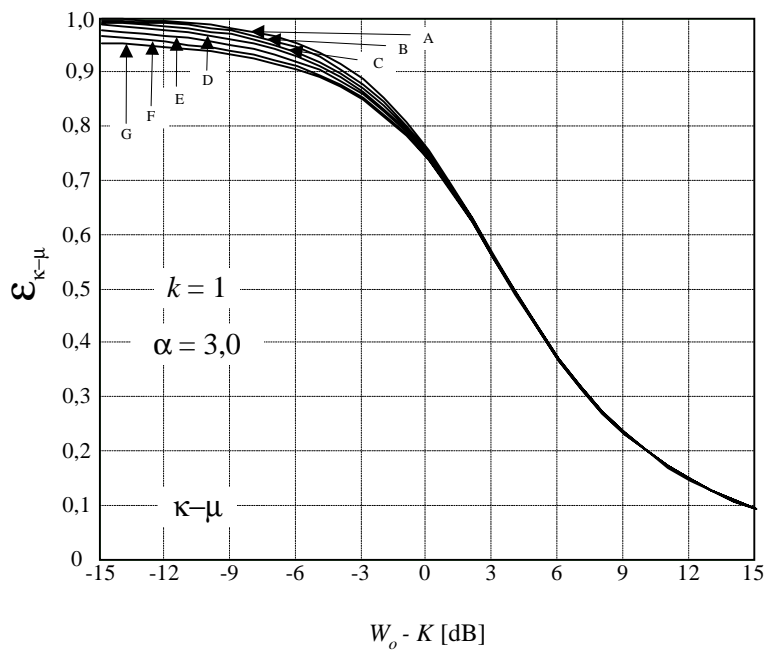
$$\begin{aligned} \varepsilon_{\kappa-\mu} = 1 - \frac{2}{\alpha} \left(\frac{k}{1+\kappa}\right)^{\frac{2}{\alpha}} \times \frac{\mu^{\frac{\alpha-\alpha\mu-4}{2\alpha}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \times \\ \times \int_0^{w_0} \left[ w^{\frac{(\alpha+2)}{\alpha}} \times \int_0^{\frac{\mu(1+\kappa)w}{k}} v^{\frac{\alpha\mu-\alpha+4}{2\alpha}} \times \exp(-v) \times I_{\mu-1}\left(2\mu\sqrt{\frac{\kappa}{\mu}}\sqrt{v}\right) dv \right] dw \end{aligned} \quad (5.27)$$

Então, a Equação (5.27) representa o cálculo da área de cobertura de uma célula, considerando a segunda abordagem. Esta expressão permite mostrar um comportamento para um ambiente representado por  $\kappa-\mu$ . A figura 5.5 ilustra a proporção da área coberta desejada a partir de valores da Tabela 3.1:



**Figura 5.5** – Área de cobertura para  $\kappa-\mu$  – segunda abordagem, usando  $m = 0,75$ .

A Figura 5.6, que usa valores da Tabela 3.2, também ilustra um outro comportamento:



**Figura 5.6** – Área de cobertura para  $\kappa-\mu$  – segunda abordagem, usando  $m = 1,5$ .



### 5.5.1 Resultados

Através da Equação (5.27) e das curvas das Figuras 5.5 e 5.6, pode-se obter algumas conclusões sobre o cálculo para o ambiente  $\kappa$ - $\mu$ .

Nas duas figuras acima foi fixado o valor de  $\kappa$  e, atendendo a aplicação do capítulo III (seção 3.6), variou-se os valores do parâmetro  $\mu$ . A Figura 5.5 apresenta, para uma mesma potência média e quando  $W_o < K$ , uma área de cobertura menor se comparada com as curvas da Figura 5.6, pois o valor de  $\mu$  é menor. No entanto, as curvas da Figura 5.6 sofrem quedas mais bruscas do que as da Figura 5.5. Acrescente-se ainda que, ambas tenderão à um mesmo valor quando a potência média ficar muito abaixo do limiar estabelecido.

Na Figura 5.5, quando  $W_o - K \leq -3dB$ , o valor de  $\mu$  influencia diretamente no cálculo da área, ou seja, para valores de  $\mu$  maiores têm-se áreas maiores. Após este intervalo,  $W_o - K > -3dB$ , o valor de  $\mu$  não interferirá no cálculo, levando à resultados praticamente iguais.

Na Figura 5.6, observa-se que o valor de  $\mu$  não influencia muito no cálculo da área de cobertura, apresentando pequenas diferenças somente quando a potência média está muito acima do limiar estabelecido.

Fazendo um paralelo entre a primeira e a segunda abordagem, pode ser observado que as curvas apresentam o mesmo aspecto. Porém, o cálculo da área de cobertura realizado no capítulo V, apresenta resultados maiores quando comparados com os do capítulo IV, pois sua área considerada é maior. No quinto capítulo, estas mesmas curvas sofrem quedas mais amenas, tendendo a um valor limite não nulo. Já para o quarto capítulo foi possível observar que as curvas tendem ao valor zero quando a potência média começar a ficar muito abaixo do limiar estabelecido.

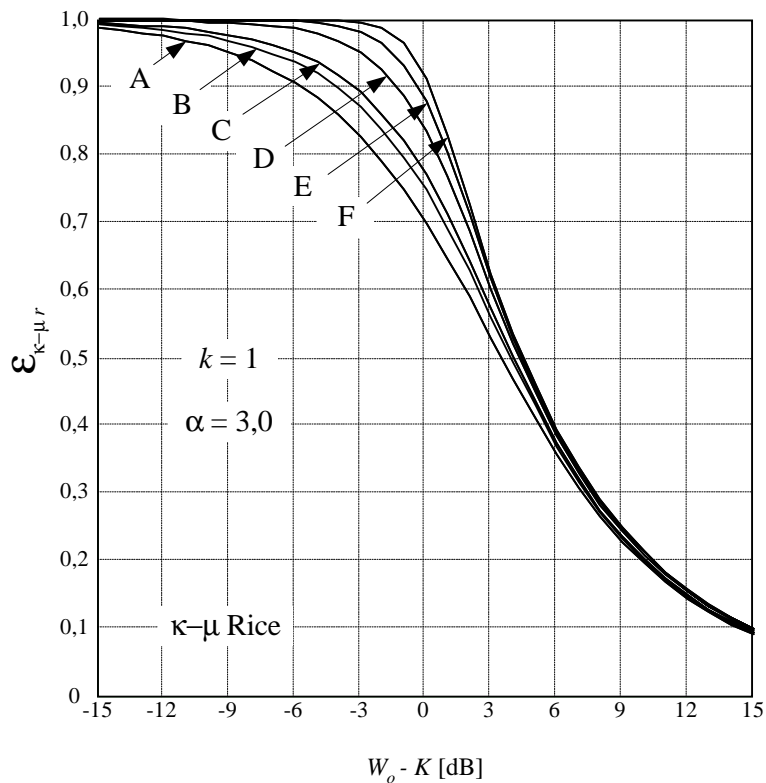
A seguir é demonstrado como se obter a área de cobertura para três distribuições a partir do ambiente  $\kappa$ - $\mu$ .

### 5.5.2 Ambiente $\kappa$ - $\mu$ gerando Rice

Neste caso, basta adotar o valor  $\mu = 1,0$  na Equação (5.27) para se obter a área de cobertura em um ambiente Rice. Assim:

$$\begin{aligned} \epsilon_{\kappa-\mu r} = & 1 - \frac{2}{\alpha} \left( \frac{k}{1+\kappa} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \times \frac{1}{\exp(\kappa)} \times \\ & \times \int_0^{w_0} \left[ w^{\left( \frac{\alpha+2}{\alpha} \right)} \times \int_0^{\frac{(1+\kappa)w}{k}} v^{\frac{2}{\alpha}} \times \exp(-v) \times I_0(2\sqrt{\kappa}\sqrt{v}) dv \right] dw \end{aligned} \quad (5.28)$$

Para traçar as curvas usam-se valores descritos pela Tabela 4.1. O comportamento poderá ser observado através da Figura 5.7:



**Figura 5.7** – Área de cobertura para Rice a partir de  $\kappa$ - $\mu$  – segunda abordagem.

Pode-se observar que as curvas A, C, D, E e F da Figura 5.7 são as mesmas curvas da Figura 5.1, e a curva B se assemelha a curva C da Figura 5.6.

### 5.5.3 Ambiente $\kappa$ - $\mu$ gerando Rayleigh

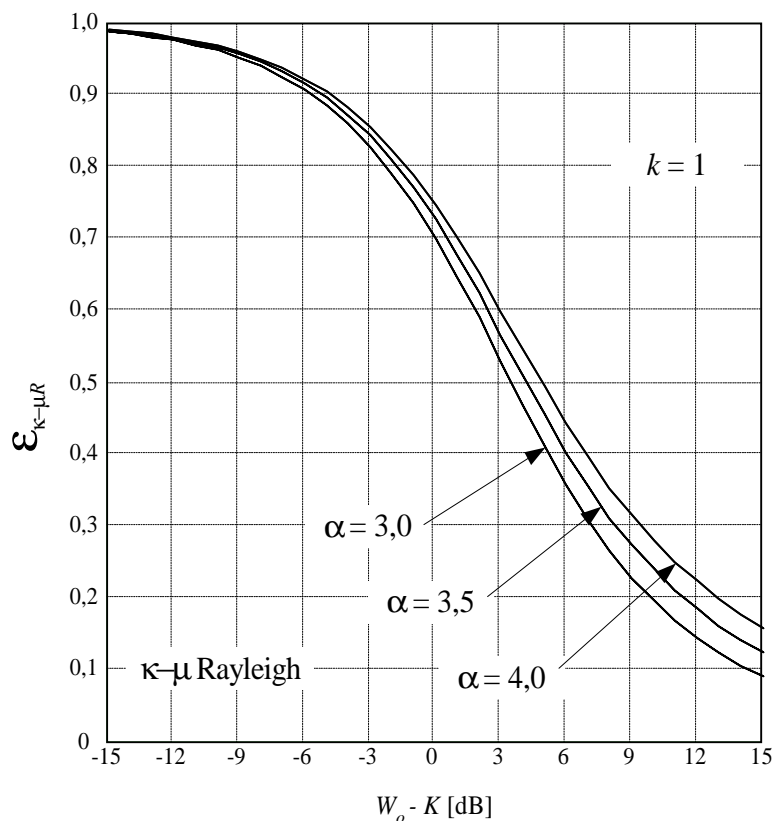
Para se calcular a área de cobertura deve-se primeiro usar o valor  $\mu = 1,0$  na Equação (5.27):

$$\begin{aligned} \epsilon_{\kappa-\mu R} = & 1 - \frac{2}{\alpha} \left( \frac{k}{1+\kappa} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \times \frac{1}{\exp(\kappa)} \times \\ & \times \int_0^{w_o} \left[ w^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} \times \int_0^{\frac{(1+\kappa)w}{k}} v^{\frac{2}{\alpha}} \times \exp(-v) \times I_0(2\sqrt{\kappa}\sqrt{v}) dv \right] dw \end{aligned} \quad (5.29)$$

Em seguida, usando o valor  $\kappa = 0$  na Equação (5.29), tem-se a expressão:

$$\epsilon_{\kappa-\mu R} = 1 - \frac{2}{\alpha} k^{\frac{2}{\alpha}} \times \int_0^{w_o} \left[ w^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} \times \int_0^{\frac{w}{k}} v^{\frac{2}{\alpha}} \times \exp(-v) dv \right] dw \quad (5.30)$$

Com a Equação (5.30) pode-se traçar curvas características para o ambiente Rayleigh. A Figura 5.8 ilustra esta situação:



**Figura 5.8** – Área de cobertura para Rayleigh a partir de  $\kappa$ - $\mu$  – segunda abordagem.

Nota-se que as curvas da Figura 5.8 são idênticas as da Figura 5.2.

#### 5.5.4 Ambiente $\kappa$ - $\mu$ gerando Nakagami

Conforme observação feita na seção 4.5.4, para se achar a expressão de Nakagami deve-se primeiramente fazer uso da definição da Equação (3.53). Então, a Equação (5.27) é assim reescrita:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\kappa-\mu N} = & 1 - \frac{2}{\alpha} \left( \frac{k}{1+\kappa} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \times \frac{\mu^{\frac{\alpha-\alpha\mu-4}{2\alpha}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \times \\ & \times \int_0^{w_0} \left[ w^{\frac{-(\alpha+2)}{\alpha}} \times \int_0^k v^{\frac{\mu(1+\kappa)w}{k} \frac{\alpha\mu-\alpha+4}{2\alpha}} \times \exp(-v) \times \frac{\left( \mu \sqrt{\frac{\kappa}{\mu}} \sqrt{v} \right)^{\mu-1}}{\Gamma(\mu)} dv \right] dw \end{aligned} \quad (5.31)$$

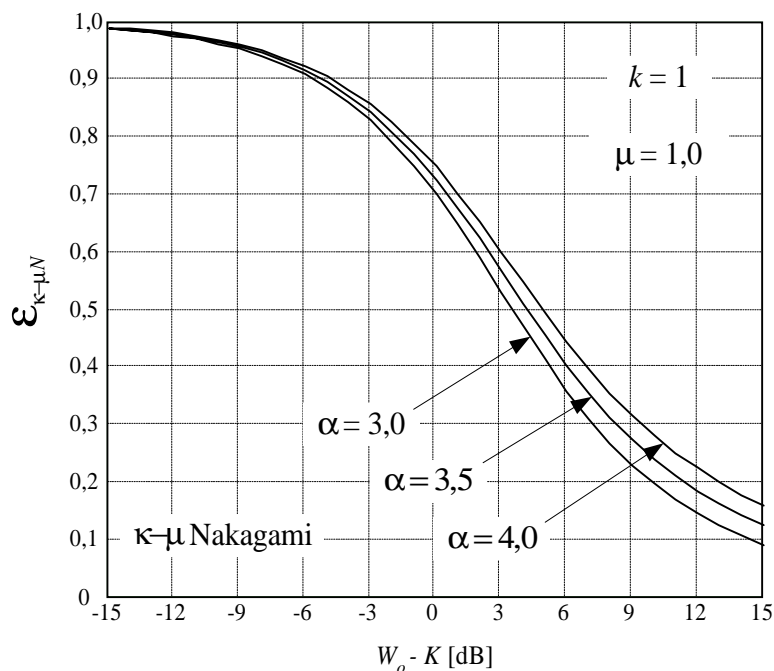
Após algumas manipulações algébricas realizadas na Equação (5.31), encontra-se como resultado a expressão:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\kappa-\mu N} = & 1 - \frac{2}{\alpha} \left( \frac{k}{1+\kappa} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \times \frac{\mu^{\frac{-2}{\alpha}}}{\exp(\mu\kappa) \Gamma(\mu)} \times \\ & \times \int_0^{w_0} \left[ w^{\frac{-(\alpha+2)}{\alpha}} \times \int_0^k v^{\frac{\mu(1+\kappa)w}{k} \frac{\alpha\mu-\alpha+2}{\alpha}} \times \exp(-v) dv \right] dw \end{aligned} \quad (5.32)$$

Finalmente, usando o valor  $\kappa = 0$  na Equação (5.32), tem-se:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\kappa-\mu N} = & 1 - \frac{2}{\alpha} \frac{k^{\frac{2}{\alpha}}}{\alpha} \times \frac{\mu^{\frac{-2}{\alpha}}}{\Gamma(\mu)} \times \\ & \times \int_0^{w_0} \left[ w^{\frac{-(\alpha+2)}{\alpha}} \times \int_0^k v^{\frac{\mu w}{k} \frac{\alpha\mu-\alpha+2}{\alpha}} \times \exp(-v) dv \right] dw \end{aligned} \quad (5.33)$$

Como a distribuição de Nakagami faz uso do valor  $\kappa = 0$ , fazendo uso de um resultado do capítulo III (seção 3.6), pode-se assumir que  $\mu = m$ . Desta forma, é possível traçar um perfil que se ajusta à descrição deste ambiente. A Figura 5.9 ilustra um caso onde  $\mu = m = 1,0$ . Nesta situação, as curvas traçadas se assemelham com as das Figuras 5.2, 5.3 e 5.8.

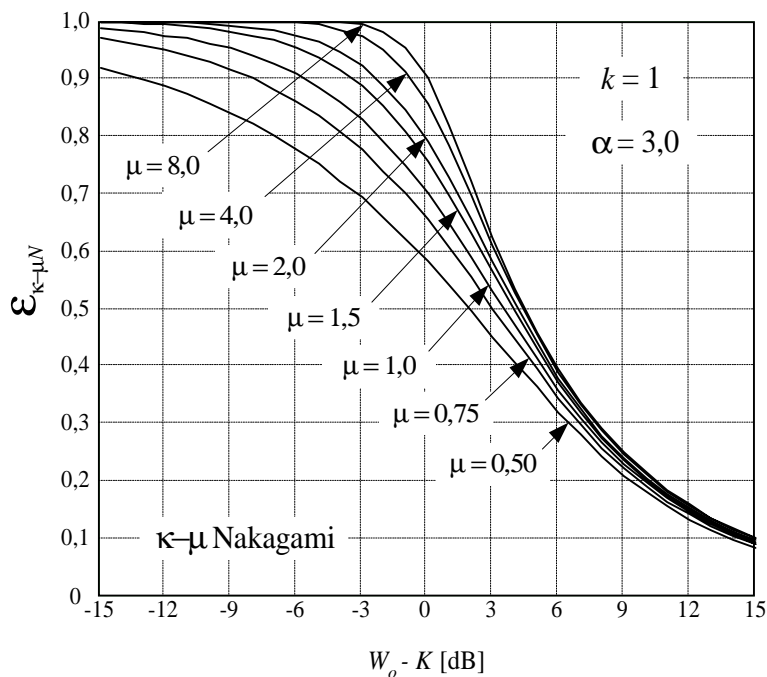


**Figura 5.9** – Área de cobertura de Nakagami a partir de  $\kappa-\mu$  – segunda abordagem, com  $m = 1,0$ .

Isto comprova que, para casos onde o parâmetro  $m$  da distribuição de Nakagami assume o valor 1, consegue-se gerar uma distribuição de Rayleigh. Isto se deve ao fato da distribuição  $\kappa-\mu$  permitir a obtenção das demais distribuições inclusive possibilitando que a distribuição de Rayleigh seja gerada a partir da de Nakagami. Um outro exemplo é ilustrado na Figura 5.10, onde  $\alpha=3,0$  e  $\mu$  assume vários valores. Neste caso, a curva para  $\mu = 0,75$  coincide com a curva A da Figura 5.5. Para  $\mu = 1,5$  a curva coincide com a curva A da Figura 5.6. As demais curvas esboçadas são iguais as da Figura 5.4.

### 5.5.5 Resultados

Através desta segunda abordagem foi possível comprovar um outro objetivo a que se propôs esta dissertação. Além de apresentar uma outra alternativa para o cálculo da área de cobertura, agora usando o ambiente  $\kappa-\mu$ , foi possível comprovar sua generalidade, originando resultados idênticos aos obtidos para as demais distribuições.



**Figura 5.10** – Área de cobertura de Nakagami a partir de  $\kappa$ - $\mu$  – segunda abordagem, com  $\alpha = 3,0$ .

Levando valores adequados à Equação (5.27) foi possível encontrar os mesmos resultados obtidos para Rice, Rayleigh e Nakagami.

Para a Figura 5.7, ilustrando um ambiente de Rice a partir de  $\kappa$ - $\mu$ , foi observado que cinco das curvas apresentadas são as mesmas encontradas na Figura 5.1. A curva restante foi gerada atendendo a aplicação do capítulo III (seção 3.6), comprovando sua origem na distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , sendo a mesma ilustrada na Figura 5.6.

Para o ambiente Rayleigh, a curva ilustrada na Figura 5.8 é a mesma ilustrada na Figura 5.2, que foi gerada especificamente para este método.

A Figura 5.9 apresenta uma curiosidade. Ela é idêntica as Figuras 5.2, 5.3 e 5.8. Isto se deve ao fato que quando  $\mu = m = 1,0$  cria-se uma situação favorável, onde através do ambiente Nakagami, é possível encontrar resultados para Rayleigh. Este trabalho comprovou que, além do ambiente  $\kappa$ - $\mu$  ser genérico, podendo gerar os

demais ambientes conhecidos, através do seu cálculo é possível conseguir os mesmos resultados para Nakagami, incluindo o caso deste poder gerar Rayleigh.

A Figura 5.10 apresenta a maioria das curvas sendo as mesmas da Figura 5.4, que ilustra uma situação típica de Nakagami. A curva de valor  $\mu = 0,75$  coincide com a curva A da Figura 5.5, e a curva de valor  $\mu = 1,5$  coincide com a curva A da Figura 5.6, sendo que estas duas figuras ilustram situações do próprio ambiente  $\kappa\text{-}\mu$ .

## 5.6 Conclusão

Neste capítulo foi mostrado como calcular a área de cobertura de células usando a segunda abordagem, ou seja, considerou-se uma circunferência. A *ERB* estará posicionada no centro e o móvel poderá estar em qualquer posição dentro desta circunferência. Através da integral de expressões encontradas a partir da primeira abordagem, foi possível realizar os cálculos neste capítulo. Aqui também foi possível estimar uma potência que, quando recebida pelo móvel, estará acima de um limiar. Isto garantirá qualidade ao sistema. Os cálculos foram realizados para os ambientes Rice, Rayleigh, Nakagami e  $\kappa\text{-}\mu$ . Ao ambiente  $\kappa\text{-}\mu$ , que é mais recente, foi dada especial atenção por se tratar de uma das contribuições deste trabalho. Este capítulo tornou possível a comprovação de que o ambiente  $\kappa\text{-}\mu$  não só gera as distribuições mais conhecidas como também, através de sua expressão e com o uso correto de seus parâmetros, pode-se realizar cálculos das áreas de coberturas para os demais ambientes.

## Capítulo VI

### Conclusões

#### 6.1 Área de Cobertura

São muitas as características a serem abordadas no planejamento de um sistema de comunicação móvel celular. O cálculo da área de cobertura, como também o cálculo da área de sobreposição, entre outros, merecem especial atenção, pois irão garantir a qualidade do sistema. Este trabalho se limitou a calcular a área de cobertura de uma célula. Através de cálculos matemáticos e estatísticos, tornou-se possível estimar a área onde o móvel irá receber um sinal acima de um limiar desejável. Para aproximar da situação real, nos cálculos foram considerados algumas distribuições que caracterizam os vários desvanecimentos dos ambientes.

Aqui foram citados apenas quatro ambientes, sendo três de conhecimento público e acadêmico, e um que se apresenta como uma novidade, recentemente desenvolvida. Trata-se da distribuição  $\kappa$ - $\mu$ . Através de seu desenvolvimento foi possível fazer um paralelo com os ambientes de Rice, Rayleigh e Nakagami. O resultado do seu cálculo mostrou-se bem genérico, comprovando o que foi proposto.

A seguir será feita uma análise dos gráficos para a distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , seguida das outras distribuições que foram apresentadas neste trabalho.

Fazendo uma comparação entre todos os gráficos, tanto do capítulo IV quanto do capítulo V, observou-se que a influência de  $\mu$  se torna bem evidente, quando a potência média está muito acima do limiar estabelecido. O crescimento do parâmetro  $\mu$  acarreta em uma maior área de cobertura. O que era de se esperar, pois  $\mu$  representa o número de conjunto de ondas e quanto maior esse número, mais sinais com potências dominantes chegarão ao receptor, melhorando a qualidade do sinal



recebido. Quando for considerado um móvel posicionado nos limites da célula, a área de cobertura da *ERB* será menor se comparada com a área de cobertura de um móvel posicionado em qualquer região dentro da mesma. Isto comprova a influência da distância no nível de potência recebido. Ainda, para o móvel nos limites, pode-se dizer que a área de cobertura sofre uma redução muito grande quando a potência recebida começar a ficar abaixo do limiar estabelecido, podendo chegar a zero. Isto não foi possível de se observar quando o móvel estiver posicionado em qualquer região da célula, apresentando um resultado numérico diferente de zero, mesmo estando a potência média muito abaixo do limiar estabelecido. A influência de  $\mu$ , nos dois cálculos, diminui e até mesmo desaparece à medida que a potência média vai ficando abaixo do limiar estabelecido.

A influência de  $\kappa$  fica mais evidente quando a distribuição  $\kappa$ - $\mu$  representa uma situação de Rice. O valor de  $\kappa$  é definido como a razão entre a potência total da componente dominante e a potência total das componentes de ondas espalhadas. Isto também foi usado para definir o fator de Rice  $A$ . Neste trabalho, foi usado para  $A$  os mesmos valores de  $\kappa$  conseguidos através do uso da aplicação do capítulo III (seção 3.6). Este artifício tornou possível a obtenção dos mesmos resultados para situação de  $\kappa$ - $\mu$  gerando Rice, e Rice propriamente dita. Foi possível observar a influência de  $\kappa$  e  $A$  no cálculo da área de cobertura, resultando em uma área maior quando a potência média estiver muito acima do limiar estabelecido. Em caso contrário, esta influência desaparece ou causa uma situação contrária, ou seja, uma área maior para valores menores.

Para o ambiente de Rayleigh, como para  $\kappa$ - $\mu$  gerando Rayleigh, foi observado no capítulo IV que, a área sofrerá uma redução brusca se a potência média ficar abaixo do limiar estabelecido, levando a um valor zero. O que não ocorrerá no capítulo V, onde a área sofrerá uma queda mais amena, resultando em um valor diferente de zero. Ainda no capítulo V foi possível observar a influência do fator  $\alpha$  no cálculo desejado, ou seja, para valores de  $\alpha$  maiores se consegue uma área de cobertura maior, isto somente quando a potência média começar a ficar abaixo do limiar estabelecido. Em caso contrário, o fator  $\alpha$  não terá muita influência.

No ambiente de Nakagami, e na representação de  $\kappa\text{-}\mu$  gerando Nakagami, observa-se a influência de  $\alpha$  e de  $m$  sobre o cálculo da área de cobertura. Para valores de potência média muito acima do limiar estabelecido, pode-se dizer que o fator  $\alpha$  não influenciará muito, apresentando resultados quase que idênticos. Sendo possível observar somente em casos contrários. Nos dois capítulos, a análise de resultados tornou possível observar que a influência do fator  $m$  é maior para potências médias muito acima do limiar. Isto resultará em uma área maior para valores maiores de  $m$ . No entanto, a situação se inverterá quando a potência média começar a ficar abaixo do limiar estabelecido, o que acarreta numa área maior para valores menores de  $m$ . Deve ser lembrado ainda que, a medida que vai ocorrendo uma diminuição do nível de potência média recebida, ou seja, ficando próximo ou abaixo do limiar, vai ocorrendo uma diminuição da área de cobertura. Isto se aplica para os dois capítulos. Porém, quando se considera o móvel em qualquer região celular, o resultado final tenderá à um número diferente de zero. E quando o móvel estiver na periferia da célula, o resultado tenderá a zero.

Fazendo uma comparação entre todos os resultados obtidos através dos capítulos IV e V, pode ser verificado que as áreas de coberturas obtidas no capítulo IV apresentam valores menores se comparadas com as do capítulo V. Isto já era previsível, pois, no capítulo IV foi considerado somente a região periférica da célula, ao passo que no capítulo V considerou-se toda região entorno de uma *ERB*. Mas a aplicação de ambos é que garantirá um bom planejamento.

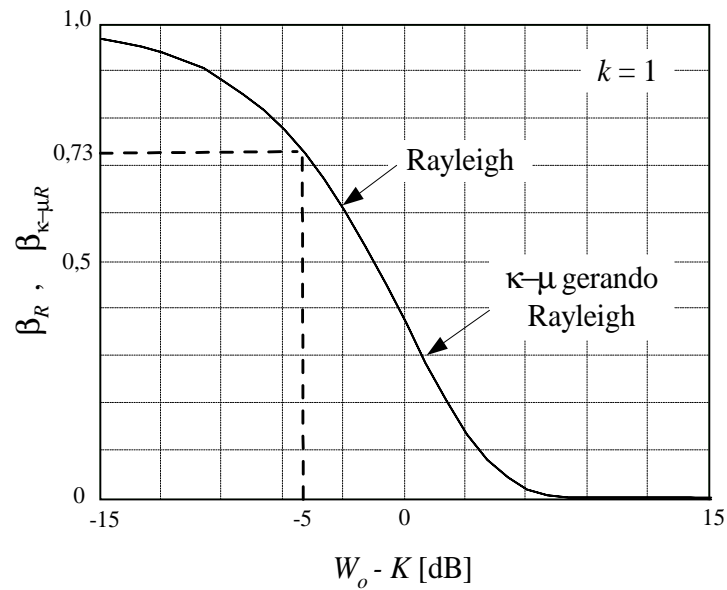
## 6.2 Exemplos de Aplicação

Demonstrando a aplicabilidade do que foi calculado neste trabalho, a seguir serão apresentados alguns exemplos. Para facilitar os cálculos, serão ilustrados gráficos que foram traçados com valores úteis para cada distribuição. Apresentando em uma mesma figura dois ou mais ambientes estudados, elas mostram os valores que foram encontrados e que são usados nas soluções.

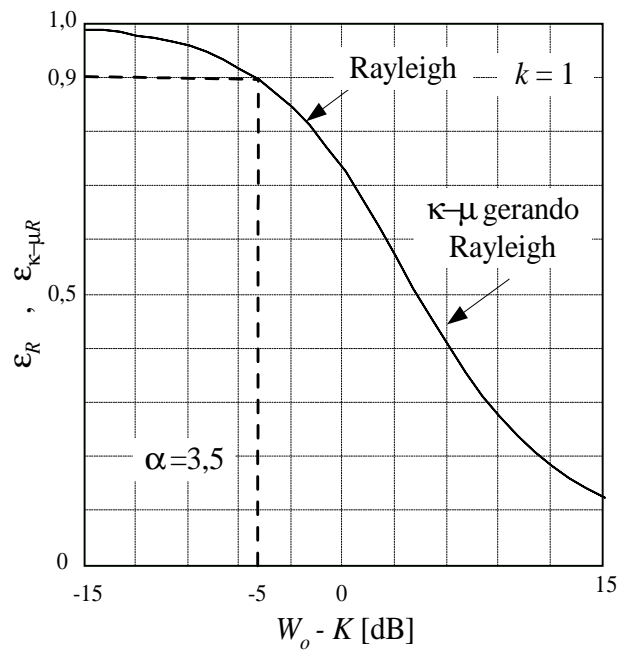
Como um primeiro caso, que pode ser referenciado em {[4], página 102}, de onde são retirados os dados que aqui aparecem, tem-se uma situação onde a distribuição  $\kappa\text{-}\mu$  gera um mesmo resultado quando da aplicação de Rayleigh. Aqui

será usada a expressão final encontrada neste trabalho. Neste exemplo foi considerado um ambiente que apresenta uma perda de  $\alpha = 3,5$ . Quando  $x = d$  a potência média será  $M_w = K = -100[dBm]$ . Deseja-se, então, estimar a probabilidade do sinal recebido estar acima de um limiar  $W_o = -105[dBm]$ . Para a solução, devem ser consideradas as duas abordagens apresentadas, sendo primeiramente tratado o caso para o ambiente Rayleigh e em seguida considerado a situação de  $\kappa\text{-}\mu$  gerando Rayleigh. Assim, para a situação do móvel posicionado no perímetro de um círculo tem-se que  $W_o - K = -5[dB]$ . Olhando diretamente no gráfico da Figura 6.1, encontra-se como resposta  $\beta_r \cong 0,73$ , ou seja, 73% da área. Para um valor mais exato pode-se ainda usar a Equação (4.19), pois ela assegura  $d = x$ . Então, transformando  $W_o = -105[dBm]$  em  $w_o = 3,16 \times 10^{-14}$ ,  $M_w = K = -100[dBm]$  em  $m_w = k = 1 \times 10^{-13}$  e levando estes valores na equação especificada, encontra-se como resultado 0,729 ou 72,9% da área. Como comprovação desta dissertação, pode-se encontrar os mesmos resultados através de  $\kappa\text{-}\mu$  gerando Rayleigh. Isto é facilmente observado através da Figura 6.1 que também ilustra a curva de  $\kappa\text{-}\mu$  gerando Rayleigh, e que apresentou os mesmos resultados, levando esta curva a se sobrepôr à curva de Rayleigh propriamente dita. Ou ainda, usar a Equação (4.38) que gerou esta curva, fazendo a substituição dos valores  $w_o = 3,16 \times 10^{-14}$  e  $m_w = k = 1 \times 10^{-13}$ , levando ao mesmo resultado de 0,729 ou 72,9%, sendo também usado o valor  $\beta_{\kappa\text{-}\mu R} \cong 0,73$ .

Ainda neste exemplo, considerando agora a segunda abordagem, ou seja, a suposição de que o móvel esteja posicionado em qualquer local dentro da área de uma circunferência tem-se que  $W_o - K = -5[dB]$ . Com este valor e considerando a perda de  $\alpha = 3,5$  tem-se, no gráfico da Figura 6.2, a resposta  $\epsilon_r \cong 0,90$ , ou seja, 90% da área irá garantir uma potência acima do limiar que foi estabelecido. A comprovação desta dissertação também pode ser verificada aqui, pois a curva de Rayleigh se sobrepôs à curva de  $\kappa\text{-}\mu$  gerando Rayleigh, levando ao resultado  $\epsilon_{\kappa\text{-}\mu R} \cong 0,90$ .



**Figura 6.1** – Área de cobertura para Rayleigh e para  $\kappa\text{-}\mu$  gerando Rayleigh – primeira abordagem



**Figura 6.2** – Área de cobertura para Rayleigh e para  $\kappa\text{-}\mu$  gerando Rayleigh – segunda abordagem.

Um outro exemplo, que mostra a versatilidade das expressões e gráficos encontrados, seria fazer cálculos para achar o raio de uma célula [10, página 74]. Deseja-se que a potência do sinal recebido esteja 90% do tempo (ou, de maneira equivalente, 90% da área da célula) acima de um limiar,  $W_o = -110[\text{dBm}]$ , em um

ambiente que apresenta perda de  $\alpha = 3,5$ . Irá ser considerado que a potência média recebida por um móvel posicionado a 10 km de distância da ERB,  $d = 10[km]$ , é de  $M_w = -100[dBm]$ . Ainda, para Rice  $A = a^2/\sigma_w = 5$ , para Nakagami  $m = 2,0$  e para  $\kappa$ - $\mu$  assumindo  $\kappa = 0,01$  e  $\mu = 0,75$ .

A solução para este exemplo inclui fazer cálculos para as duas abordagens, considerando os quatro ambientes apresentados neste trabalho. Como o objetivo é achar o raio da célula que atenda a condição, através da Equação (4.2) é possível obter o resultado desejado. A equação é reescrita para facilitar a compreensão:

$$m_w \stackrel{\Delta}{=} k \left( \frac{d}{x} \right)^{-\alpha} \quad (6.1)$$

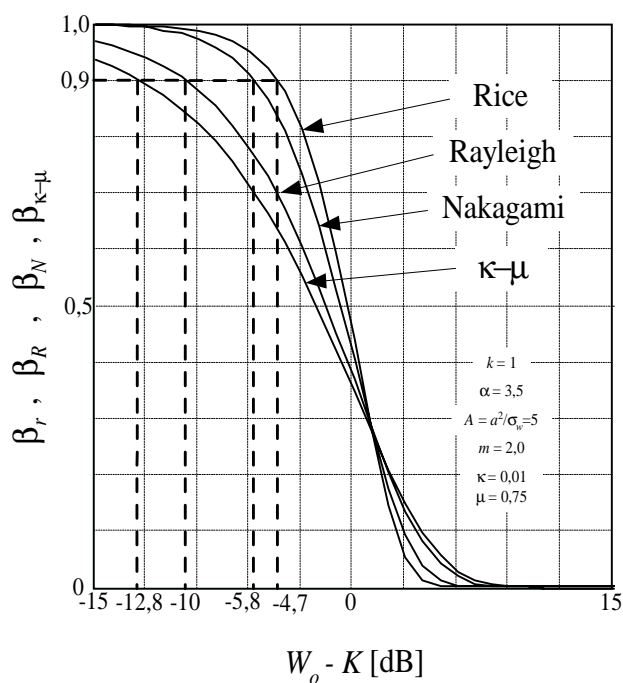
Ainda, para a primeira abordagem será considerado o gráfico da Figura 6.3 e para a segunda abordagem o gráfico da Figura 6.4. Estas duas figuras foram construídas a partir de valores específicos para este exemplo, sendo nelas representadas os quatros ambientes. A realização dos cálculos, então, dá-se da seguinte forma:

1. Primeira abordagem:

- a) *Ambiente Rice*: com o valor de  $A = a^2/\sigma_w = 5$  é desejável que  $\beta_r = 0,9$ , então, buscando o valor na Figura 6.3, encontra-se como resultado  $W_o - K = -4,7[dB]$ . Sabe-se que  $W_o = -110[dBm]$ , disto resulta em  $K = -105,3[dBm]$ . Fazendo uso de  $m_w = 1 \times 10^{-13}$ , de  $k = 2,95 \times 10^{-14}$ , e de  $d = 10[km]$ , levados a Equação (6.1), tem-se como resultado final  $x = 14,17[km]$ .
- b) *Ambiente Rayleigh*: O valor de  $\beta_r = 0,9$  apresenta  $W_o - K = -10[dB]$  na Figura 6.3. Este valor subtraído de  $W_o$  resulta em  $K = -100[dBm]$  que transformado na forma linear e levado à Equação (6.1) resulta em  $x = 10[km]$ .
- c) *Ambiente Nakagami*: considerando  $m = 2,0$ , e olhando na Figura 6.3 encontra-se  $W_o - K = -5,8[dB]$  que resulta em  $K = -104,2[dBm]$ .

Este valor expresso na forma linear é  $k = 3,80 \times 10^{-14}$ . Se levado na Equação (6.1) juntamente com os demais, tem-se como resultado  $x = 13,18 [km]$ .

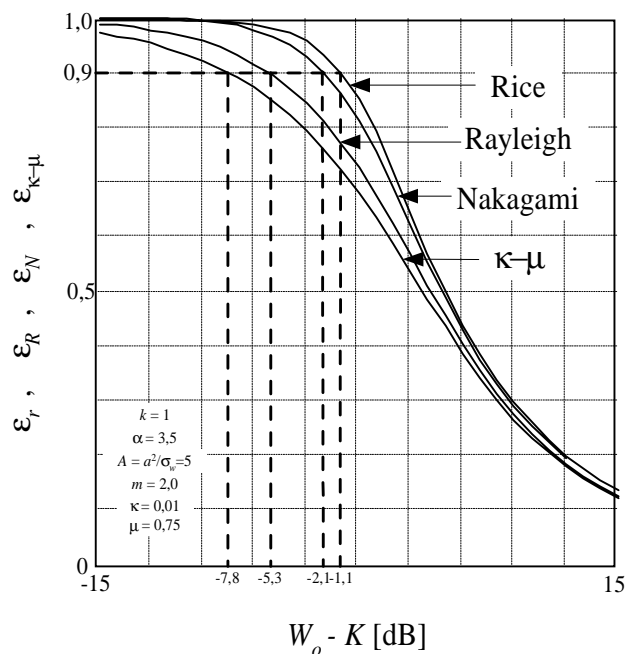
- d) *Ambiente  $\kappa$ - $\mu$* : o procedimento é o mesmo que o adotado nos casos anteriores, ou seja, depois de uma análise no gráfico da Figura 6.3 encontra-se  $W_o - K = -12,8 [dB]$  que corresponde a  $K = -97,2 [dBm]$  ou  $k = 3,80 \times 10^{-14}$ , porém foi necessário considerar  $\kappa = 0,01$  e  $\mu = 0,75$ , valores estes que permitiram traçar a curva nesta figura. Como resultado final da substituição na Equação (6.1) tem-se  $x = 8,31 [km]$ .



**Figura 6.3** – Área de cobertura para Rice, Rayleigh, Nakagami e  $\kappa$ - $\mu$  – primeira abordagem.

2. Segunda abordagem:

- a) *Ambiente Rice*:  $W_o - K = -1,1[dB]$  foi encontrado no gráfico da Figura 6.4 com o valor de  $A = a^2/\sigma_w = 5$  e  $\epsilon_r = 0,9$ . Fazendo a subtração de  $W_o$  encontra-se  $K = -108,9[dBm]$ . Usando o valor linear,  $k = 1,288 \times 10^{-14}$ , e substituindo na Equação (6.1) encontra-se  $x = 17,95[km]$ .
- b) *Ambiente Rayleigh*: O valor de  $\epsilon_r = 0,9$  apresenta  $W_o - K = -5,3[dB]$  da Figura 6.4. Este valor subtraído de  $W_o$  resulta em  $K = -104,7[dBm]$ , que transformado em número linear,  $k = 3,388 \times 10^{-14}$ , e levado à Equação (6.1) resulta em  $x = 13,62[km]$ .
- c) *Ambiente Nakagami*: considerando  $m = 2,0$  e olhando na Figura 6.4, encontra-se  $W_o - K = -2,1[dB]$ . Disto tem  $K = -107,9[dBm]$  ou  $k = 1,621 \times 10^{-14}$ . Levando na Equação (6.1) tem-se como resultado  $x = 16,81[km]$ .
- d) *Ambiente  $\kappa$ - $\mu$* : considerando  $\kappa = 0,01$  e  $\mu = 0,75$ , admitindo  $\epsilon_{\kappa-\mu} = 0,9$  e olhando no gráfico da Figura 6.4, encontra-se  $W_o - K = -7,8[dB]$ . Disto resulta em  $K = -102,2[dBm]$ . Fazendo a transformação para linear dos valores em  $dBm$ , como por exemplo  $k = 6,025 \times 10^{-14}$ , e levando à Equação (6.1), encontra-se, finalmente,  $x = 12[km]$ .



**Figura 6.4** – Área de cobertura para Rice, Rayleigh, Nakagami e  $\kappa\text{-}\mu$  – segunda abordagem.

A seguir é apresentada uma tabela que apresenta um resumo dos valores encontrados para cada distribuição aqui demonstrada, considerando as duas abordagens.

**Tabela 6.1** – Valores encontrados para o raio de uma célula.

Ambientes	Primeira abordagem	Segunda abordagem
Rice	14,17[ <i>km</i> ]	17,95[ <i>km</i> ]
Rayleigh	10[ <i>km</i> ]	13,62[ <i>km</i> ]
Nakagami	13,18[ <i>km</i> ]	16,81[ <i>km</i> ]
$\kappa\text{-}\mu$	8,31[ <i>km</i> ]	12[ <i>km</i> ]

### 6.3 Trabalhos Futuros

Este trabalho apresentou o cálculo da área de cobertura para o ambiente  $\kappa\text{-}\mu$ . Em continuidade ao que foi proposto no início desta dissertação, e também para um bom planejamento, é sugerido agora que se faça, o cálculo da área de sobreposição, considerando esta recente distribuição, definida como  $\kappa\text{-}\mu$ . Este tipo de proposta é bem ampla, podendo ser estendida de duas para três células. Uma outra proposta seria encontrar outras distribuições que também podem ser geradas pela  $\kappa\text{-}\mu$ . E a



partir disto, solucionar os problemas para a área de cobertura, bem como para a área de sobreposição. Esta variedade de assuntos sugeridos irá levar o pesquisador à um trabalho, cujo resultado final será uma ferramenta que, certamente será usada no planejamento de um sistema de comunicação móvel celular, melhorando a sua qualidade e eficiência.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Michael Daoud Yacoub, “*General Fading Distributions*”, Revista da Sociedade Brasileira de Telecomunicações – vol. 17, páginas 1 – 13, Junho, 2002.
- [2] Theodore S. Rappaport, “*Wireless Communications – Principles and Practice*”, Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, New Jersey 07458.
- [3] Leonardo Guerra de Rezende Guedes, “Área de Cobertura e Sobreposição de Células no Ambiente Nakagami”, Tese de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Brasil, Julho, 1994.
- [4] Michael Daoud Yacoub, “*Foundations of Mobile Radio Engineering*”, CRC Press, Boca Raton , Fl, USA, 1993.
- [5] Rosângela de Paula Amorim, “Fronteiras entre Células – Ambientes Suzuki e Rice”, Tese de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Brasil, Maio, 1995.
- [6] Murray R. Spiegel, “Manual de Fórmulas, Métodos e Tabelas de Matemática”, Schaum McGraw-Hill , 2<sup>a</sup> Edição Revisada e Ampliada.
- [7] M Nakagami, “*The m-distribution – A general formula of intensity distribution of rapid fading, in Statistical Methods in Radio Wave Propagation*”, W. C. Hoffman, Ed. Elmsford, NY, Pergamon, 1960.
- [8] M. Abramowitz, I. A Stegun, “*Handbook of Mathematical Functions*” , US Dept of Commerce, National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series, 1972.
- [9] Gradshteyn, I. S. and Ryzhik, I. M., “*Table of Integrals, Series, and Products*”, Associate Editor Dan Zwillinger, Editor Alan Jeffrey, Sixth Edition, USA, 2000.
- [10] Élvio João Leonardo, “Métodos Estatísticos para a Determinação da Área de Cobertura de Células e Microcélulas em Sistemas de Rádio Móvel”, Tese de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Brasil, Julho, 1992.